

51  
В 55

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Л. М. Любчик, І. В. Сердюк, С. М. Решетнікова,  
О. А. Галуза, М. В. Мезерна

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ.  
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Л. М. Любчик, І. В. Сердюк, С. М. Решетнікова,  
О. А. Галуза, М. В. Мезерна

ВИЩА МАТЕМАТИКА  
«ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ.  
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ»

(Практичний курс для студентів технічних спеціальностей  
заочної та дистанційної форм навчання)

Навчальний посібник  
для студентів вищих навчальних закладів

Затверджено  
редакціоно-видавничою  
радою університету,  
протокол № 1 від 04.06.14 р.

Харків  
НТУ «ХП»

2016

УДК 517.1

ББК 22.161

В 93

*Рецензенти:*

*Г. Н. Жолткевич*, д-р техн. наук, проф.,  
Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна

**В 93** Вища математика. Практичний курс для студентів технічних спеціальностей заочної та дистанційної форм навчання. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння: навч. посіб. / Сердюк І. В., Решетнікова С. М., Галуза О. А., Мезерна М. В.; за ред. проф. Любчик Л. М. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – 126 с.

ISBN 978-617-578-262-0

Посібник входить до серії «Вища математика. Практичний курс для студентів технічних спеціальностей заочної та дистанційної форм навчання» і є четвертою частиною збірника. Містить мінімально необхідну кількість теорії та велику кількість розібраних зразків за темами «Функції багатьох змінних», «Диференціальні рівняння», що відповідає особливостям самостійного навчання.

Призначено для студентів технічних спеціальностей.

Іл. 30 Бібліогр. 15

УДК 517.1

ББК 22Л61

ISBN 978-617-578-262-0 © Л. М. Любчик, І. В. Сердюк,

С. М. Решетнікова, О. А. Галуза,

М. В. Мезерна, 2016 р.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
ГЛАВА 1. ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ.....	5
§1. Функції двох змінних $f(M) = f(x, y)$ .....	5
§2. Границя та неперервність функції двох змінних.....	16
§3. Частинні похідні та повний диференціал. Використання в наближених обчисленнях.....	18
§4. Геометрична інтерпретація частинних похідних.....	19
§5. Похідна і диференціали складних функцій.....	31
§6. Похідні функцій, заданих неявно.....	36
§7. Похідні і диференціали вищих порядків.....	40
§8. Застосування диференціального числення для знаходження точок екстремуму функції двох змінних.....	49
Запитання для самоперевірки .....	57
ГЛАВА 2. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ.....	59
§ 1. Основні поняття про диференціальні рівняння.....	59
§2. Диференціальні рівняння першого порядку.....	62
§3. Поле напрямів. Інтегральні криві.....	64
§4. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними .....	65
§5. Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.....	71
§6. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.....	77
§7. Рівняння Бернуллі.....	82
§8. Рівняння у повних диференціалах.....	86
§9. Рівняння першого порядку, що не розв'язуються відносно похідної .....	91
§ 10. Диференціальні рівняння другого порядку.....	93
§11. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими змінними.....	102
§12. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими змінними.....	108
§ 13. Система лінійних диференціальних рівнянь.....	118
Запитання для самоперевірки.....	123
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	124