

І.П. Васильченко

# ВИЩА МАТЕМАТИКА

для економістів

$\Sigma$

$f$

ОСНОВНІ  
РОЗДІЛИ

 **КОНДОР**

Васильченко І.П.

# **Вища математика для економістів**

**ОСНОВНІ РОЗДЛИ**

*Видання друге*



УДК 51(075.8)  
ББК 22.11я73  
В19

Затверджено  
Міністерством освіти і науки, молоді та спорту України  
як підручник для студентів вищих навчальних закладів  
(Лист МОНУ № 14/18.2-1651 від 15.10.2003 р.)

**Рецензенти:**

**Ф. Г. Гаращенко**, доктор фізико-математичних наук, професор  
(Київський національний університет імені Тараса Шевченка);  
**А. Ю. Дорошенко**, доктор фізико-математичних наук, професор  
(Київський славістичний університет)

В19 Васильченко І. П. Вища математика для економістів. Основні розділи: Підручник. Видання друге. — К.: Кондор-Видавництво, 2012. — 608 с.

ISBN 978-966-351-363-8

“Вища математика для економістів” — це не тільки підручник, який містить теоретичні відомості усіх традиційних розділів вищої математики, рекомендованих типовою навчальною програмою Міністерства освіти і науки України для економічних спеціальностей, але й методичні рекомендації та розв'язання багатьох типових задач, зокрема й економічного змісту, з детальним поясненням, а також задачі для самостійного розв'язування. Отже, його можна використовувати і як збірник задач.

Там, де необхідно, розкривається економічний зміст математичних понять, наводяться деякі приклади застосування вищої математики в економіці.

Для студентів економічних вузів та спеціальностей, економістів і особливо осіб, які займаються самоосвітою або навчаються за програмами підготовки бакалаврів, спеціалістів, магістрів. Він може бути корисним викладачам вищих навчальних закладів, коледжів, ліцеїв та гімназій.

ББК 22.11я73

ISBN 978-966-351-363-8

©Васильченко І. П., 2005, 2012  
©Кондор-Видавництво, 2005, 2012

# ЗМІСТ

<b>Передмова</b> .....	8
<b>Вступ</b> .....	10
<b>Розділ I. Елементи вищої алгебри й аналітичної геометрії</b> .....	11
<b>Глава I. Вища алгебра</b> .....	11
§ 1. Матриці.....	11
§2. Визначники матриць другого та третього порядку.....	12
§3. Визначники матриць вищих порядків.....	17
§4. Розв'язування систем $n$ рівнянь із $n$ невідомими.....	31
§5. Матричний запис системи лінійних рівнянь.....	60
§6. Модель багатогалузевої економіки.....	68
<b>Глава II. Векторна алгебра</b> .....	86
§ 1. Основні поняття. Лінійні операції з векторами та їх основні властивості.....	86
§2. Розклад вектора за базисом.....	93
§3. Прямокутна декартова система координат.....	102
§4. Скалярний добуток векторів.....	108
§5. Векторний добуток векторів.....	110
§6. Мішаний добуток трьох векторів.....	113
<b>Глава III. Аналітична геометрія</b> .....	123
§ 1. Відповідність між геометричними образами та рівняннями.....	123
§2. Лінійні образи — площина і пряма.....	127
§3. Лінії другого порядку.....	146
§4. Перетворення координат на площині. Застосування перетворення координат до спрощення рівнянь кривих другого порядку.....	161
§5. Циліндричні поверхні з твірними, паралельними координатним осям; поверхні другого порядку.....	166
§6. Полярна система координат на площині. Циліндрична і сферична системи координат у просторі.....	180
<b>Розділ II. Теорія границь</b> .....	187
<b>Глава IV. Функції однієї змінної</b> .....	187
§ 1. Поняття множини.....	187

§2. Абсолютна величина дійсного числа.....	189
§3. Поняття функції.....	190
§4. Застосування функцій в економіці.....	194
<b>Глава V. Границя і неперервність.....</b>	<b>200</b>
§ 1. Поняття границі послідовності.....	200
§2. Основні властивості збіжних послідовностей.....	205
§3. Поняття границі функції.....	209
§4. Властивості границь.....	213
§5. Перша і друга важливі границі.....	214
§6. Нескінченно малі та нескінченно великі функції.....	219
§7. Неперервність функції.....	220
<b>Розділ III. Диференціальне числення.....</b>	<b>235</b>
<b>Глава VI. Похідні та диференціали.....</b>	<b>235</b>
§ 1. Поняття похідної.....	235
§2. Зміст похідної.....	237
§3. Правила диференціювання.....	240
§4. Диференційовність елементарних функцій.....	243
§5. Похідні вищих порядків.....	247
§6. Диференціал функції.....	249
§7. Диференціали вищих порядків.....	252
§8. Економічний зміст похідної.	
Використання поняття похідної в економіці.....	253
<b>Глава VII. Застосування похідних до дослідження функцій.....</b>	<b>272</b>
§ 1. Загальні властивості функцій, неперервних на замкнутому проміжку.....	272
§2. Теорема про середнє значення.....	276
§3. Правила Лопіталю.....	279
§4. Дослідження функцій.....	285
§5. Застосування похідної в економічній теорії.....	295
<b>Розділ IV. Інтегральне числення.....</b>	<b>309</b>
<b>Глава VIII. Невизначений інтеграл.....</b>	<b>309</b>
§ 1. Первісна та її властивості.....	309
§2. Невизначений інтеграл та його властивості.....	310
§3. Таблиця основних невизначених інтегралів.....	311
§4. Метод заміни змінної.....	313
§5. Метод інтегрування частинами.....	316
§6. Інтегрування раціональних та ірраціональних дробів з квадратним тричленом у знаменнику.....	318
§7. Інтегрування дробово-раціональних функцій.....	321

§8. Інтегрування ірраціональних функцій.....	325
§9. Інтегрування тригонометричних функцій.....	326
<b>Глава IX. Визначені та невластні інтеграли.....</b>	<b>334</b>
§1. Понятт я визначеного інтеграла, його геометричний та фізичний зміст.....	334
§2. Означення визначеного інтеграла та його економічний зміст.....	336
§3. Основні властивості визначеного інтеграла та його обчислення.....	338
§4. Наближене обчислення визначених інтегралів.....	342
§5. Невласні інтеграли.....	345
§6. Застосування визначених інтегралів.....	347
§7. Використання визначеного інтеграла в економіці.....	355
<b>Розділ V. Функції багатьох змінних. Ряди. Диференціальні рівняння.....</b>	<b>367</b>
<b>Глава X. Функції багатьох змінних.....</b>	<b>367</b>
§ 1. Означення, границя та неперервність функції.....	367
§2. Частинні похідні.....	373
§3. Повний приріст і повний диференціал.....	375
§4. Повна похідна.....	379
§5. Похідна за даним напрямом. Градієнт.....	381
§6. Поняття про частинні похідні різних порядків.....	386
§7. Максимуми та мінімуми функцій від двох змінних.....	388
§8. Найбільше і найменше значення функції.....	391
§9. Умовний екстремум функції двох змінних.....	393
§10. Метод найменших квадратів.....	396
§11. Про деякі застосування функцій багатьох змінних в економічній теорії.....	399
<b>Глава XI. Ряди.....</b>	<b>408</b>
§ 1. Основні означення.....	408
§2. Ряди з додатними членами.....	412
§3. Ознака Даламбера збіжності числового ряду.....	414
§4. Знакопереміжні ряди. Ознака Лейбніца.....	415
§5. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжності.....	417
§6. Функціональні ряди.....	418
§7. Степеневі ряди.....	419
§8. Формула і ряд Тейлора.....	423
§9. Розвинення деяких елементарних функцій в ряд Тейлора та наближені обчислення.....	429

§10. Деякі застосування степеневих рядів.....	433
§11. Формули Ейлера.....	434
<b>Глава XII. Елементи теорії функцій комплексної змінної.....</b>	<b>442</b>
§ 1. Комплексні числа.....	442
§2. Функції комплексної змінної.....	456
§3. Аналітичні функції. Умови Коші — Рімана. Поняття про конформне відображення.....	464
§4. Інтегрування функцій комплексної змінної.....	475
§5. Ряди. Ряд Лорана.....	483
§6. Класифікація ізольованих особливих точок. Лишки.....	494
§7. Обчислення інтегралів за допомогою лишків.....	501
<b>Глава XIII. Диференціальні рівняння.....</b>	<b>507</b>
§ 1. Основні поняття.....	507
§2. Найпростіші типи рівнянь першого порядку.....	511
§3. Особливі точки і особливі розв'язки рівняння першого порядку.....	518
§4. Окремі типи диференціальних рівнянь першого порядку.....	521
§5. Диференціальні рівняння вищих порядків.....	523
§6. Системи диференціальних рівнянь.....	534
§7. Задачі на складання диференціальних рівнянь економічного змісту.....	544
<b>Глава XIV. Кратні інтеграли.....</b>	<b>555</b>
§1. Подвійний інтеграл.....	555
§2. Потрійний інтеграл.....	569
§3. Криволінійні інтеграли.....	576
§4. Поверхневі інтеграли.....	582