

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

А. Г. АНДРЕЕВ, Г. И. ЛЬВОВ, А. В. ЩЕПКИН

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие

Харьков 2019

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

А. Г. АНДРЕЕВ, Г. И. ЛЬВОВ, А. В. ЩЕПКИН

УСТОЙЧИВОСТЬ УПРУГИХ СИСТЕМ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальности 113 - Прикладная математика,
в том числе для иностранных студентов

Утверждено
редакционно-издательским
советом университета,
протокол № 2 от 24.05.2018

Харьков
НТУ «ХПИ»
2019

УДК 519.2: 658.562

А 65

Рецензенты:

Мигаль В. Д., д-р техн. наук, профессор, ХНТУСХ им. Петра Василенко;
Ольшанский В. П., д-р физ.-мат. наук, профессор, ХНТУСХ им. Петра Василенко

У посібнику викладені основи теорії стійкості. Посібник написано на базі лекцій з курсу «Стійкість механічних систем», які читаються студентам Інженерно-фізичного інституту НТУ «ХПІ». Поглибленню і закріпленню теоретичних знань сприяє виконання обов'язкових домашніх завдань з дослідження стійкості стрижнів і пластин.

Призначений для студентів спеціальності 113 - «Прикладна математика», в тому числі для іноземних студентів.

Андреев А. Г.

A65 Устойчивость упругих систем: учеб.-метод. пособие / А. Г. Андреев, Г. И. Львов, А. В. Щепкин. – Харьков : НТУ «ХПИ», 2019. – 236 с. – На рус. яз.

ISBN 978-617-7602-48-3

В пособии изложены основы теории устойчивости. Пособие написано на базе лекций по курсу «Устойчивость механических систем», читаемых студентам Инженерно-физического института НТУ «ХПИ». Углублению и закреплению теоретических знаний способствует выполнение обязательных домашних заданий по исследованию устойчивости стержней и пластин.

Предназначено для студентов специальности 113 - «Прикладная математика», в том числе для иностранных студентов.

Ил. 153. Табл. 9. Библиогр. 28 наим.

УДК 621.039.53:621.178.4

ISBN 978-617-7602-48-3

© А. Г. Андреев

Г. И. Львов

А. В. Щепкин

© НТУ «ХПИ», 2019

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|-----|
| Введение | 3 |
| раздел I. Устойчивость стержней..... | 8 |
| 1. Аналитический признак равновесия, основанный на принципах возможных перемещений | 8 |
| 2. Дифференциальное уравнение упругой оси сжато-изогнутого стержня | 13 |
| 3. Интегрирование дифференциального уравнения упругой оси сжато-изогнутого стержня..... | 19 |
| 4. Изгиб свободно опертого сжатого стержня парой сил | 25 |
| 5. Свободно опертый сжатый стержень под действием равномер- но распределенной поперечной нагрузки..... | 28 |
| 6. Влияние начальных несовершенств на устойчивость свободно опертых сжатых стержней..... | 31 |
| 7. Методы определения критических нагрузок..... | 35 |
| 7.1. Метод Эйлера..... | 35 |
| 7.2. Метод Ритца..... | 39 |
| 7.3. Метод Тимошенко..... | 46 |
| 7.4. Метод Бубнова - Галеркина..... | 51 |
| 7.5. Динамический метод..... | 54 |
| 7.6. Сравнение методов определения критических нагрузок | 58 |
| 8. Расчет критической нагрузки стержневых конструкций..... | 60 |
| 8.1. Критическая нагрузка однопролетных стержней постое- янного поперечного сечения при различных граничных условиях..... | 60 |
| 8.2. Устойчивость свободно опертого сжатого стержня, ле- жащего на сплошном упругом основании | 70 |
| 8.3. Устойчивость сжатых многопролетных свободно опер- тых на жесткие опоры стержней | 74 |
| 8.4. Закрытая деформация сжатого свободно опертого стержня | 79 |
| 8.5. Устойчивость консольного стержня под действием сле- дящей сжимающей нагрузки на конце..... | 89 |
| 8.5.1. Статическая постановка задачи | 89 |
| 8.5.2. Динамическая постановка задачи | 91 |
| 8.6. Случай упругих опор..... | 95 |
| 8.7. Продольный изгиб от температурных напряжений..... | 98 |
| 8.8. Устойчивые и неустойчивые формы равновесия..... | 99 |
| 8.9. Влияние эксцентриситета стержня..... | 100 |

| | |
|--|-----|
| 8.10. Влияние продольного сжатия стержня..... | 101 |
| 8.11. Влияние крутящего момента и вращения стержня около его оси..... | 102 |
| 8.12. Продольный изгиб в упругой среде..... | 105 |
| 8.13. Стержень на упругих опорах..... | 110 |
| 8.14. Силы приложены в различных точках оси стержня..... | 115 |
| 9. Опрокидывание полосы (потеря плоской формы устойчивости) | 118 |
| 10. Динамическая устойчивость упругих систем | 123 |
| Контрольные вопросы к разделу I | 130 |
| Задания к разделу I | 133 |
| Раздел II. Устойчивость пластин | 136 |
| 11. Основные определения и понятия..... | 136 |
| 12. Устойчивость прямоугольных пластин..... | 146 |
| 12.1. Устойчивость прямоугольных свободно опертых пластин, сжатых в одном направлении..... | 146 |
| 12.2. Влияние граничных условий на устойчивость равномерно сжатых пластин | 155 |
| 12.3. Устойчивость прямоугольных пластин, нагруженных касательными напряжениями | 168 |
| 12.4. Устойчивость свободно опертой прямоугольной пластинки при двухосном нагружении..... | 174 |
| 12.5. Понятие об общей и местной потере устойчивости | 177 |
| 12.6. О целесообразности подкрепления пластин ребрами жесткости | 177 |
| 13. Устойчивость круглых и кольцевых пластин | 180 |
| 13.1. Дифференциальное уравнение срединной поверхности пластин и его интегрирование | 180 |
| 13.2. Полярно-симметричные формы равновесия сплошных пластин..... | 183 |
| 13.3. Формы равновесия, не имеющие осевой симметрии | 185 |
| 13.4. Полярно-симметричные формы равновесия кольцевых пластин..... | 191 |
| 13.5. Формы равновесия кольцевых пластин, не имеющие осевой симметрии | 194 |
| Контрольные вопросы к разделу II..... | 196 |
| Задания к разделу II | 198 |
| Раздел III. Устойчивость оболочек | 202 |
| 14. Понятие об устойчивости оболочек..... | 202 |
| 15. Устойчивость цилиндрической оболочки..... | 204 |

| | |
|--|-----|
| 15.1. Устойчивость оболочки, сжатой вдоль образующей..... | 204 |
| 15.2. Устойчивость оболочки под действием равномерного внешнего давления..... | 209 |
| 15.3. Выпучивание цилиндрической оболочки под действи- ем кручения | 215 |
| 16. Выпучивание равномерно сжатой сферической оболочки | 223 |
| Контрольные вопросы к разделу III..... | 228 |
| Задания к разделу III..... | 229 |
| Список литературы..... | 231 |