

532.584

X 95



Е. Я. Хруслов

**УСРЕДНЕННЫЕ
МОДЕЛИ
ДИНАМИКИ
СУСПЕНЗИЙ**

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУР им. Б. И. ВЕРКИНА

Е. Я. ХРУСЛОВ

**УСРЕДНЕННЫЕ
МОДЕЛИ
ДИНАМИКИ
СУСПЕНЗИЙ**

*ПРОЕКТ
«НАУКОВА КНИГА»*

КИЕВ НАУКОВА ДУМКА 2018

УДК 517.958

В монографии рассмотрены суспензии — смеси вязкой несжимаемой жидкости с мелкими твердыми частицами, которые могут взаимодействовать между собой. Изучается асимптотическое поведение таких смесей при стремлении размеров частиц и расстояний между ними к нулю. Построены усредненные модели динамики суспензий и усредненные уравнения малых колебаний полимерных жидкостей.

Для математиков, научных сотрудников, аспирантов и студентов университетов. Может быть полезной физикам и механикам, интересующимся теорией сложных жидкостей с микроструктурой.

У монографії розглянуто суспензії — суміші в'язкої нестисливої рідини з дрібними твердими частинками, які можуть взаємодіяти між собою. Вивчається асимптотична поведінка таких сумішей, коли діаметри частинок і відстані між ними прямують до нуля. Побудовано усереднені моделі динаміки суспензій і усереднені рівняння малих коливань полімерних рідин.

Для математиків, наукових співробітників, аспірантів та студентів університетів. Може бути корисною фізикам та механікам, які цікавляться теорією складних рідин з микроструктурою.

Р е ц е н з е н т ы :

академик НАН Украины *И. А. Луковский*,
доктор физико-математических наук, профессор *В. И. Коробов*

*Рекомендовано к печати ученым советом ФТИИТ
им. Б. И. Веркина НАН Украины
(протокол №6 от 1 июля 2016 г.)*

***Видання здійснено за кошти Цільової комплексної програми
«Створення та розвиток науково-видавничого комплексу
НАН України»***

Научно-издательский отдел физико-математической
и технической литературы

Редактор *С. Е. Ноткина*

© Е. Я. Хруслов, 2018
© НПП «Видавництво “Наукова думка”
НАН України», дизайн, 2018

ISBN 978-966-00-1607-1

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Г Л А В А 1. ОСНОВНЫЕ АСИМПТОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ДВИЖЕНИЯ СУСПЕНЗИИ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИМ МОДЕЛЬНЫЕ КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ	7
§ 1. Микроскопическая модель движения суспензии	8
§ 2. Априорные оценки решения исходной задачи и основные асимптотические режимы движения суспензий	14
§ 3. Метод фиксации положений частиц. Три основные модельные задачи	21
Г Л А В А 2. УСРЕДНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СУСПЕНЗИИ В РЕЖИМЕ ВМОРОЖЕННЫХ ЧАСТИЦ	27
§ 1 Исследование асимптотического поведения решения модельной задачи А	27
§ 2. Сходимость резольвенты модельной задачи А	58
§ 3. Равномерные оценки производных решения исходной задачи	65
§ 4. Усредненные уравнения, описывающие возмущение несущей жидкости мелкими твердыми частицами, движущимися в режиме замороженных частиц	74
Г Л А В А 3. ТЕНЗОР ВЯЗКОСТИ СУСПЕНЗИИ	85
§ 1. Вычисление тензоров вязкости для структур, близких к периодическим	85
§ 2. Эквивалентное определение тензора вязкости	98
§ 3. Асимптотика тензоров вязкости при малых концентрациях	105
§ 4. Среднее значение тензора вязкости при случайном распределении диаметров и ориентаций частиц.....	118

Оглавление

Г Л А В А 4. ЗАМЫКАНИЕ УСРЕДНЕННОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ДВИЖЕНИЕ СУСПЕНЗИИ В РЕЖИМЕ ВМОРОЖЕННЫХ ЧАСТИЦ	124
§ 1. О воздействии потока вязкой несжимаемой жидкости на частицу	124
§ 2. О движении уединенной частицы в потоке вязкой несжимаемой жидкости	131
§ 3. Уравнение эволюции среднего вектора ориентации	134
§ 4. Замкнутые системы уравнений, описывающие движение суспензии в режиме замороженных частиц	140
§ 5. О существовании обобщенных решений начально-краевой задачи для замкнутой системы усредненных уравнений движения суспензии осесимметричных частиц	143
Г Л А В А 5. ГИДРОДИНАМИКА СУСПЕНЗИИ В СИЛЬНЫХ ВНЕШНИХ ПОЛЯХ	161
§ 1. Исследование асимптотического поведения решений модельной задачи С	161
§ 2. Асимптотическое поведение решения модельной задачи А при заданных внешних моментах	178
§ 3. Нестандартная модель гидродинамики суспензии ориентированных частиц	183
Г Л А В А 6. УСРЕДНЕННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В РЕЖИМЕ ФИЛЬТРУЮЩИХСЯ ЧАСТИЦ	190
§ 1. Исследование асимптотического поведения решения модельной задачи В	191
§ 2. Вероятностное распределение частиц	213
§ 3. Возмущение вязкой несжимаемой жидкости мелкими твердыми частицами, движущимися в ней в режиме фильтрации	223
§ 4. Замкнутая система уравнений движения суспензии в режиме фильтрующихся частиц	227
§ 5. О существовании обобщенных решений начально-краевой задачи для замкнутой системы уравнений движения суспензии в режиме фильтрации частиц	230
Г Л А В А 7. УСРЕДНЕННАЯ МОДЕЛЬ СЛОЖНОЙ ЖИДКОСТИ С МИКРОСТРУКТУРОЙ	235
§ 1. Постановка задачи	236
§ 2. Мезоскопические характеристики микроструктуры и формулировка основного результата	241

Оглавление

§ 3. Вариационная постановка задачи и ее усреднение.....	245
§ 4. Аналитические свойства предельного тензора $\{a_{pqrs}(x, \lambda)\}$	254
§ 5. Аналитические свойства решений краевых задач (3.1)—(3.5) и (3.18)—(3.19)	262
§ 6. Окончание доказательства теоремы 2.1	265
§ 7. Периодическая структура	269
Г Л А В А 8. ДВУХФАЗНАЯ УСРЕДНЕННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ СЛОЖНОЙ ЖИДКОСТИ С МИКРОСТРУКТУРОЙ	280
§ 1. Постановка задачи.....	280
§ 2. Локальные количественные характеристики системы взаимодействующих частиц и формулировка основного результата	283
§ 3. Дискретный аналог неравенства Корна	286
§ 4. Сведение задачи к вариационной постановке.....	289
§ 5. Доказательство основной теоремы в вариационной постановке	293
§ 6. Аналитические свойства решений краевых задач (4.1)—(4.5) и (4.10)—(4.12) по параметру $\lambda \in \mathbb{C}$. Окончание доказательства теоремы 2.1	312
§ 7. Периодическая структура	315
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	317