531
Т33

О. М. Черниш, М. Г. Березовий
В. В. Яременко, І. В. Головач

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БІОРЕСУРСІВ
І ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ УКРАЇНИ

О. М. Черниш, М. Г. Березовий,
В. В. Яременко, І. В. Головач

ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Видавництво
«Центр учбової літератури»
Київ – 2020

УДК 531/534(075.8)
Т 33

Рекомендовано до друку Вченою радою
Національного університету біоресурсів і природокористування України
(протокол №4 від 28 листопада 2018 р.)

Рецензенти:
Жук Я. О. – д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри теоретичної та прикладної механіки Київського національного університету імені Тараса Шевченка:
Гевко Р. Б. – д.т.н., професор, завідувач кафедри менеджменту біоресурсів і природокористування Тернопільського національного економічного університету;
Пилипака С. Ф. – д.т.н., проф., завідувач кафедри нарисної геометрії, комп'ютерної графіки та дизайну Національного університету біоресурсів і природокористування У країни

Черниш О. М., Березовий М. Г., Яременко В. В., Головач І. В.
Т 33 Теоретична механіка. : навчальний посібник / О. М. Черниш, М. Г. Березовий, В. В. Яременко, І. В. Головач. – К.: Центр учбової літератури. 2020. – 760 с.

ISBN 978-611 -01-1246-8

Навчальний посібник присвячений розв'язку задач з основних тем курсу теоретичної механіки: статики, кінематики, динаміки і застосуванню при обрахунках програмних пакетів математичного моделювання. До кожного розділу надані короткі теоретичні відомості, рекомендації з розв’язування задач, самі задачі та приклади їх розв’язування.

Навчальний посібник призначений для студентів інженерних спеціальностей у закладах вищої освіти III – IV рівнів акредитації.

УДК 531/534(075.8)

ISBN 978-611-01-1246-8

Передруковувати заборонено
© Черниш О. М., Березовий М. Г., Яременко В. В., Головач І. В., 2020
© Видавництво «Центр учбової літератури», 2020

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА..... 12

Вступ..... 13

ЧАСТИНА І. СТАТИКА..... 16

Розділ 1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І АКСІОМИ СТАТИКИ..... 16

1.1. Основні поняття..... 16
1.2. Реакції в'язей..... 17
1.3. Види зовнішніх навантажень..... 23
1.4. Моделювання діючих систем сил..... 24
Запитання та завдання для самоконтролю..... 32

Розділ 2. РІВНОВАГА ПЛОСКОЇ СИСТЕМИ ЗБІЖНИХ СИЛ..... 33

2.1. Геометрична умова рівноваги плоскої системи збіжних сил..... 33
2.2. Алгоритм розрахунків на рівновагу плоских систем збіжних сил геометричним методом..... 34
2.3. Аналітичні умови рівноваги системи збіжних сил..... 35
2.4. Алгоритм розрахунків на рівновагу плоских систем збіжних сил аналітичним методом..... 37
2.5. Приклади розв'язування задач..... 37
Запитання та завдання для самоконтролю..... 50

Розділ 3. РІВНОВАГА ПРОСТОРОВОЇ СИСТЕМИ ЗБІЖНИХ СИЛ..... 51

3.1. Геометрична умова рівноваги просторової системи збіжних сил..... 51
3.2. Аналітичні умови рівноваги просторової системи збіжних сил..... 53
3.3. Алгоритм розрахунків на рівновагу просторової системи збіжних сил..... 53
3.4. Приклади розв'язування задач..... 54
3.5. Документи Mathcad для розв'язання задач..... 66
Запитання та завдання для самоконтролю..... 71

Розділ 4. ПЛОСКА СИСТЕМА ДОВІЛЬНИХ СИЛ..... 72

4.1. Момент сили відносно точки. Пара сил..... 72
4.2. Умови рівноваги довільної плоскої системи сил..... 76
4.3. Алгоритм розрахунків на рівновагу плоскої системи довільних сил..... 76

4.4. Приклали розв'язування задач..... 77
4.5. Моделювання рівноваги довільної плоскої системи сил..... 88
4.6. Документи Mathcad для розв'язання задач..... 92
Запитання та завдання для самоконтролю..... 97

Розділ 5. РІВНОВАГА СКЛАДЕНИХ КОНСТРУКЦІЙ..... 98

5.1. Алгоритм розрахунків на рівновагу плоскої системи тіл..... 98
5.2. Приклади розв'язування задач..... 99
5.3. Моделювання рівноваги плоскої складеної конструкції..... 111
5.4. Документи Mathcad для розв'язання задач..... 116
Запитання та завдання для самоконтролю..... 121

Розділ 6. РІВНОВАГА ПЛОСКИХ ФЕРМ..... 122

6.1. Прості ферми..... 122
6.2. Визначення зусиль в стержнях ферми..... 123
6.3. Алгоритми розрахунку плоских ферм..... 126
6.4. Приклади розв’язування задач..... 127
Запитання та завдання для самоконтролю..... 136

Розділ 7. ПРОСТОРОВА СИСТЕМА ДОВІЛЬНИХ СИЛ..... 137

7.1. Момент сили відносно осі..... 137
7.2. Умови рівноваги довільної просторової системи сил..... 138
7.3. Алгоритм розрахунків на рівновагу просторової системи
довільних сил..... 139
7.4. Приклади розв’язування задач..... 139
7.5. Моделювання рівноваги довільної просторової системи сил..... 156
7.6. Документи Mathcad для розв’язання задач..... 159
Запитання та завдання для самоконтролю..... 165

Розділ 8. РІВНОВАГА СИСТЕМ ІЗ УРАХУВАННЯМ СИЛ ТЕРТЯ..... 166

8.1. Закони тертя ковзання..... 166
8.2. Алгоритм розрахунків на рівновагу систем сил
із врахуванням сил тертя..... 168
8.3. Приклади розв’язування задач..... 169
Запитання та завдання для самоконтролю..... 180

Розділ 9. ВИЗНАЧЕННЯ ЦЕНТРУ ТЯЖІННЯ ТІЛ 181

9.1. Центр паралельних сил 181
9.2. Центр тяжіння 182
9.3. Центри тяжіння деяких плоских однорідних фігур 184
9.4. Приклади розв'язування задач 189
Запитання та завдання для самоконтролю 197

ЧАСТИНА ІІ. КІНЕМАТИКА 198

Розділ 10. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ 198

10.1. Визначення закону руху точки координатним способом 198
10.2. Швидкість і прискорення точки при координатному способі визначення її руху 200
10.3. Алгоритм кінематичних розрахунків матеріальної точки 201
10.4. Приклади розв'язування задач при координатному способі визначення закону руху точки 201
10.5. Визначення закону руху точки натуральним способом 208
10.6. Швидкість і прискорення точки при натуральному способі визначення її руху 209
10.7. Приклади розв'язування задач при натуральному способі визначення закону руху точки 211
10.8. Моделювання кінематичних параметрів матеріальної точки 220
10.9. Документи Mathcad для розв'язання задач 223
Запитання та завдання для самоконтролю 231

Розділ 11. КІНЕМАТИКА ТВЕРДОГО ТІЛА. ПОСТУПАЛЬНИЙ І ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ 232

11.1. Поступальний рух твердого тіла 232
11.2. Обертальний рух твердого тіла 232
11.3. Рівномірний та рівнозмінний обертальний рух тіла 235
11.4. Швидкість та прискорення точок тіла, що обертається 235
11.5. Приклади розв'язування задач 236
11.6. Моделювання кінематичних параметрів найпростіших рухів твердих тіл 245
Запитання та завдання для самоконтролю 253

Розділ 12. СКЛАДНИЙ РУХ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ..... 254

12.1. Відносний, переносний і абсолютний рух точки..... 254
12.2. Відносні, переносні і абсолютні швидкості та прискорення матеріальної точки..... 255
12.3. Додавання швидкостей та прискорень при складному русі матеріальної точки..... 256
12.4. Прискорення Коріоліса..... 257
12.5. Приклади розв'язування задач 261
Запитання та завдання для самоконтролю..... 276

Розділ 13. ПЛОСКОПАРАЛЕЛЬНИЙ РУХ ТІЛА..... 277

13.1. Рівняння плоского руху твердого тіла..... 277
13.2. Швидкості точок фігури. Миттєвий центр швидкостей..... 278
13.3. Алгоритм кінематичних розрахунків при плоскому русі тіла..... 284
13.4. Приклади розв'язування задач на визначення швидкості..... 285
13.5. Прискорення точок плоскої фігури..... 296
13.6. Алгоритм розрахунку прискорення при плоскому русі тіл..... 298
13.7. Приклади розв'язування задач на визначення прискорення..... 298
13.8. Моделювання кінематики плоского руху тіла..... 308
Запитання та завдання для самоконтролю..... 311

Розділ 14. ПОБУДОВА ПЛАНУ ШВИДКОСТЕЙ І ПРИСКОРЕНЬ..... 312

14.1. План швидкостей точок плоскої фігури..... 312
14.2. Алгоритм проведення розрахунків для побудови плану швидкостей..... 314
14.3. Приклади розв'язування задач на побудову плану швидкостей..... 315
14.4. План прискорень точок плоскої фігури..... 328
14.5. Приклади розв'язування задач на побудову плану прискорень..... 331
Запитання та завдання для самоконтролю..... 345

ЧАСТИНА III. ДИНАМІКА..... 346

Розділ 15. ЗАДАЧІ ДИНАМІКИ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ..... 346

15.1. Основні закони динаміки матеріальної точки..... 346
15.2. Рівняння руху матеріальної точки у декартовій системі координат..... 347

15.3. Дві основні задачі динаміки матеріальної точки..... 348
15.4. Алгоритм розрахунку прямої задачі динаміки
невільної матеріальної точки..... 349
15.5. Приклади розв'язування задач у декартовій системі координат..... 349
15.6. Рівняння руху матеріальної точки у натуральній
системі координат..... 361
15.7. Приклади розв'язування задач у натуральній системі координат..... 362
15.8. Обернена задача динаміки матеріальної точки..... 376
15.9. Алгоритм розрахунку оберненої задачі динаміки
невільної матеріальної точки..... 377
15.10. Приклади розв'язування оберненої задачі динаміки
матеріальної точки при прямолінійному русі..... 378
15.11. Приклади розв'язування оберненої задачі динаміки
матеріальної точки при криволінійному русі..... 391
15.12. Моделювання динаміки матеріальної точки..... 407
15.13. Документи Mathcad для розв'язання задач..... 409
Запитання та завдання для самоконтролю..... 419

Розділ 16. ДИНАМІКА ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ..... 420

16.1. Параметри гармонічних коливань матеріальної точки..... 420
16.2. Вплив сталої сили на вільні коливання..... 421
16.3. Алгоритм розрахунків вільних коливань матеріальної точки..... 422
16.4. Приклади розв’язування задач на вільні коливання
матеріальної точки..... 422
Запитання та завдання для самоконтролю..... 436

**Розділ 17. ДИНАМІКА ЗГАСАЛЬНИХ КОЛИВАНЬ
МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ.....** 437

17.1. Параметри згасальних коливань матеріальної точки..... 437
17.2. Приклади розв'язування задач на згасальні коливання
матеріальної точки..... 441
Запитання та завдання для самоконтролю..... 453

**Розділ 18. ДИНАМІКА ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ
МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ.....** 454

18.1. Параметри згасальних коливань матеріальної точки..... 454
18.2. Алгоритм розрахунків змушених коливань матеріальної точки..... 459

18.3. Приклади розв’язування задач на змушені коливання матеріальної точки 459
18.4. Моделювання змушених коливань матеріальної точки 469
18.5. Документи Mathcad для розв’язання задач 473
Запитання та завдання для самоконтролю 479

Розділ 19. ДИНАМІКА ВІДНОСНОГО РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ 480

19.1. Параметри відносного руху матеріальної точки 480
19.2. Алгоритм розрахунків в задачах динаміки відносного руху матеріальної точки 483
19.3. Приклади розв’язування задач 483
Запитання та завдання для самоконтролю 498

Розділ 20. ДИНАМІКА МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ. ГЕОМЕТРІЯ МАС 499

20.1. Механічна система. Центр мас механічної системи 499
20.2. Алгоритм розрахунків на визначення центра мас механічної системи 500
20.3. Приклади розв’язування задач на визначення центра мас 501
20.4. Моменти інерції твердого тіла відносно осі 511
20.5. Приклади розв'язування задач на визначення моментів інерції тіл 513
20.6. Моделювання динаміки твердого тіла 524
Запитання та завдання для самоконтролю 531

Розділ 21. ТЕОРЕМА ПРО РУХ ЦЕНТРА МАС МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ 532

21.1. Зовнішні і внутрішні сили механічної системи 532
21.2. Теорема про рух центра мас механічної системи 532
21.3. Закон збереження руху центра мас 533
21.4. Алгоритм розрахунків при застосуванні теореми про рух центра мас 534
21.5. Приклади розв’язування задач на рух центру мас механічної системи 535
21.6. Документи Mathcad для розв’язання задач 549
Запитання та завдання для самоконтролю 558

Розділ 22. ТЕОРЕМА ПРО ЗМІНУ КІЛЬКОСТІ РУХУ ТОЧКИ І МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ 559

22.1. Поняття імпульсу сили..... 559
22.2. Теорема про зміну кількості руху точки і системи..... 560
22.3. Закон збереження кількості руху системи..... 562
22.4. Алгоритм розрахунків при застосуванні теореми
про зміну кількості руху точки і механічної системи..... 563
22.5. Приклади розв'язування задач..... 564
Запитання та завдання для самоконтролю..... 579

Розділ 23. ТЕОРЕМА ПРО ЗМІНУ МОМЕНТУ КІЛЬКОСТІ РУХУ ТОЧКИ І МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ..... 580

23.1. Теорема про зміну моменту кількості руху механічної системи..... 580
23.2. Диференціальне рівняння обертального руху тіла
навколо нерухомої осі..... 582
23.3. Алгоритм розрахунків при застосуванні теореми про зміну моменту
кількості руху точки і механічної системи..... 584
23.4. Приклади розв'язування задач..... 585
Запитання та завдання для самоконтролю..... 598

Розділ 24. РОБОТА І ПОТУЖНІСТЬ СИЛИ..... 599

24.1. Робота сили..... 599
24.2. Потужність сили..... 603
24.3. Алгоритм розрахунків на визначення роботи і
потужності сили..... 603
24.4. Приклади розв’язування задач..... 604
Запитання та завдання для самоконтролю..... 617

Розділ 25. ТЕОРЕМА ПРО ЗМІНУ КІНЕТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ..... 618

25.1. Кінетична енергія механічної системи..... 618
25.2. Визначення кінетичної енергії твердого тіла
у різних випадках його руху..... 618
25.3. Теорема про зміну кінетичної енергії механічної системи..... 620
25.4. Алгоритм розрахунків при використанні теореми
про зміну кінетичної енергії механічної системи..... 621
25.5. Приклади розв'язування задач..... 621
25.5. Моделювання закону збереження механічної енергії
фізичного маятника..... 635

Запитання та завдання для самоконтролю..... 638

Розділ 26. ДИНАМІКА ПЛОСКОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА..... 639

26.1. Диференціальні рівняння плоского руху твердого тіла..... 639
26.2. Алгоритм розрахунків в задачах динаміки плоского руху твердого тіла..... 641
26.3. Приклади розв'язування задач на динаміку плоского руху твердого тіла..... 641
Запитання та завдання для самоконтролю..... 659

Розділ 27. МЕТОД КІНЕТОСТАТИКИ В ЗАДАЧАХ ДИНАМІКИ..... 660

27.1. Принцип Д'Аламбера для матеріальної точки..... 660
27.2. Принцип Д'Аламбера для механічної системи..... 662
27.3. Зведення сил інерції точок твердого тіла до найпростішого вигляду..... 663
27.4. Алгоритм розрахунків при застосуванні принципу Д'Аламбера..... 665
27.5. Приклади розв'язування задач..... 665
Запитання та завдання для самоконтролю..... 677

Розділ 28. ПРИНЦИП МОЖЛИВИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ..... 678

28.1. Класифікація в'язей і можливі переміщення механічної системи..... 678
28.2. Принцип можливих переміщень..... 680
28.3. Алгоритм розрахунків при застосуванні принципу можливих переміщень..... 682
28.4. Приклади розв'язування задач..... 682
Запитання та завдання для самоконтролю..... 696

Розділ 29. ЗАГАЛЬНЕ РІВНЯННЯ ДИНАМІКИ МЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ 697

29.1. Загальне рівняння динаміки..... 697
29.2. Алгоритм розрахунків при застосуванні загального рівняння динаміки..... 698
29.3. Приклади розв'язування задач на загальне рівняння динаміки..... 699
29.4. Моделювання динаміки механічної системи..... 712
Запитання та завдання для самоконтролю..... 718

Розділ 30. ТЕОРІЯ УДАРУ..... 719

30.1. Явище удару. Основне рівняння теорії удару..... 719
30.2. Удар тіла об нерухому перешкоду..... 720
30.3. Прямий центральний удар двох тіл..... 722
30.4. Втрата кінетичної енергії при непружному ударі двох тіл..... 724
30.5. Алгоритм розрахунків тіл на удар..... 724
30.6. Приклади розв'язування задач..... 725
Запитання та завдання для самоконтролю..... 736

ЛІТЕРАТУРА..... 737

ДОДАТКИ..... 740