

379.2  
Б 61



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

О. Б. Білоцерківський

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Харків 2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

О. Б. Білоцерківський

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
І МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

Практикум

Для студентів спеціальності  
076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність»

Харків  
2018

**УДК 519.2**

**ББК 22.17**

**Б 43**

*Затверджено  
редакційно-видавничою радою університету,  
(протокол № 1 від 30.01.2018 року)*

*Рецензенти:*

**В. О. Шведун**, канд. екон. наук, ст. наук, співроб. Національний університет цивільного захисту України;

**І. А. Федоренко**, доктор екон. наук, проф. МТУ «ХП».

**Білоцерківський О. Б.**

Б 43 Теорія ймовірностей і математична статистика : практикум для студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність» / О. Б. Білоцерківський. - Харків : Друкарня Мадрид, 2018.-170 с.

Іл. 19. Табл. 81. Бібліогр: 12 назв.

ISBN 978-617-7683-08-6

Практикум містить основи теорії ймовірностей і математичної статистики, включаючи випадкові події, елементи комбінаторики, визначення ймовірностей та теореми про них, випадкові величини, їх закони розподілу, системи випадкових величин, функції випадкових величин, граничні теореми теорії ймовірностей, елементи математичної статистики, емпіричні та теоретичні функції розподілу, точкові та інтервальні оцінки, критерії згоди Пірсона та Колмогорова, метод найменших квадратів. Наведено розв'язання типових задач і варіанти індивідуальних домашніх завдань із вказівками до них.

Призначено студентів спеціальності 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність».

УДК 519.2

ББК 22.17

ISBN 978-617-7683-08-6

© Білоцерківський О. Б., 2018 \*

© «Друкарня Мадрид», 2018

## ЗМІСТ

Вступ.....	3
Тема 1. Складання повної групи подій щодо іспиту. Сума та добуток подій, опис протилежної події.....	4
Тема 2. Елементи комбінаторики: основні правила, сполучення, перестановка, розміщення. Схеми вибірки з повторенням. Обчислення ймовірностей за допомогою формул комбінаторики.....	8
2.1. Елементи комбінаторики: основні правила та формули.....	8
2.2. Схеми вибірки з повторенням.....	11
2.3. Обчислення ймовірностей за допомогою формул комбінаторики.....	12
Тема 3. Розв'язання задач на обчислення ймовірності за допомогою класичного, статистичного і геометричного визначення.....	21
3.1. Класичне означення ймовірності.....	21
3.2. Статистичне означення ймовірності.....	22
3.3. Геометричне означення ймовірності.....	23
Тема 4. Розв'язання задач за допомогою основних теорем: додавання та множення ймовірностей.....	29
Тема 5. Розв'язання задач за допомогою формули повної ймовірності, формули Баєса.....	35
Тема 6. Розв'язання задач за допомогою схеми іспитів Бернуллі. Приклади роботи з формулами Лапласа і Пуассона.....	44
6.1. Розв'язання задач за допомогою схеми іспитів Бернуллі.....	44
6.2. Приклади роботи з формулами Лапласа і Пуассона.....	46
Тема 7. Складання рядів розподілу, функції розподілу та їх графіків для дискретної випадкової величини. Обчислення математичного сподівання, дисперсії, середньоквадратичного відхилення.....	55
7.1. Складання рядів розподілу, функції розподілу та їх графіків для дискретної випадкової величини.....	55
7.2. Обчислення математичного сподівання, дисперсії,	

середнього квадратичного відхилення.....	61
Тема 8. Неперервні випадкові величини. Функція розподілу, щільність розподілу, числові характеристики.....	65
8.1. Функція розподілу.....	65
8.2. Щільність розподілу.....	67
8.3. Числові характеристики.....	71
Тема 9. Виведення зв'язку між початковими та центральними моментами за допомогою дій і оператором математичного споді- вання. Обчислення коефіцієнтів асиметрії та ексцесу.....	79
9.1. Початкові та центральні моменти.....	79
9.2. Асиметрія і ексцес.....	80
Тема 10. Типи розподілу дискретних випадкових величин.....	85
10.1. Біноміальний закон розподілу ймовірностей.....	85
10.2. Пуассонівський закон розподілу ймовірностей.....	87
10.3. Гіпергеометричний закон розподілу ймовірностей.....	89
Тема 11. Типи розподілу неперервних випадкових величин.....	95
11.1. Рівномірний розподіл.....	95
11.2. Показниковий розподіл.....	96
11.3. Нормальний розподіл.....	96
Тема 12. Закони розподілу системи двох випадкових величин. Функція розподілу. Умовний закон розподілу. Щільність розподілу.....	100
12.1. Закони розподілу системи двох випадкових величин.....	100
12.2. Функція розподілу.....	104
12.3. Умовний закон розподілу.....	105
12.4. Щільність розподілу.....	108
Тема 13. Функції одного випадкового аргументу. Закони роз- поділу, числові характеристик.....	112
Тема 14. Закони розподілу функції двох випадкових величин, числові характеристики. Теорема про числові характеристики.....	117
Тема 15. Гранічні теореми теорії ймовірностей.....	123
15.1. Нерівність Чебишова.....	123

15.2. Теорема Чебишова.....	125
15.3. Теорема Бернуллі.....	127
15.4. Центральна гранична теорема теорії ймовірностей (теорема Ляпунова).....	128
15.5. Теорема Муавра-Лапласа.....	131
Тема 16. Елементи математичної статистики.....	134
16.1. Побудова статистичної сукупності.....	134
16.2. Точкові оцінки параметрів розподілу.....	136
16.3. Інтервальні оцінки параметрів розподілу.....	138
16.4. Перевірка статистичної гіпотези.....	139
Тема 17. Застосування методу найменших квадратів.....	147
Контрольні запитання.....	150
Додаток 1. Інтеграл Лапласа і щільність нормального розподілу.....	156
Додаток 2. Розподіл Пуассона $P_n(m)$ .....	159
Додаток 3. Основні формули диференціального та інтегрального числення.....	160
Додаток 4. Квантилі $t$ -розподілу Стюдента $t^2_p(f)$ .....	162
Додаток 5. Квантилі $\chi^2$ -розподілу Пірсона $\chi^2_p(f)$ .....	163
Додаток 6. Квантилі розподілу Колмогорова $\lambda_{1,p}$ .....	165
Список літератури.....	166