

Учебно-методическое
объединение рекомендует

Учебное пособие

Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных

Н. И. Сидняев

Магистр



УДК 621.391
ББК 32.81я73
С34

Автор:

Сидняев Николай Иванович — доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана.

С34 **Сидняев, Н. И.**

Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учебное пособие / Н. И. Сидняев. — М. : Издательство Юрайт ; ИД Юрайт, 2011. — 399 с. — Серия : Магистр.

ISBN 978-5-9916-0990-6 (Издательство Юрайт)

ISBN 978-5-9692-0439-3 (ИД Юрайт)

Учебное пособие представляет собой введение в теорию планирования эксперимента и включает основные разделы, необходимые на начальном этапе изучения предмета.

Особое внимание уделено моделям наблюдений, анализу многофакторных экспериментов и многомерных функций отклика, теории проверки гипотез об установлении адекватности моделей. Представлены полные и дробные факторные планы, а также композиционные ортогональные и ротатабельные планы эксперимента для квадратичных моделей.

Обсуждаются вопросы оптимального планирования эксперимента для построения математических моделей в виде комбинаций линейных и квадратичных функций, зависящих от входных факторов с неизвестными параметрами. Дано описание методов выделения существенных факторов, которые необходимо учитывать при построении моделей.

Сжато излагаются основные понятия математической статистики, теории проверки гипотез, а также методы дисперсионного, регрессионного и ковариационного анализов.

Приведенные методы иллюстрируются подробно разобранными примерами, которые часто возникают на практике.

Для студентов и аспирантов, также будет полезно инженерам и преподавателям.

УДК 621.391
ББК 32.81я73

ISBN 978-5-9916-0990-6
(Издательство Юрайт)
ISBN 978-5-9692-0439-3
(ИД Юрайт)

© Сидняев Н. И., 2011
© ООО «ИД Юрайт», 2011

Оглавление

Предисловие	7
Введение	9
Основные термины и их определения	15
Глава 1. Элементы математической статистики ...	31
1.1. Выборка и ее характеристики	31
1.1.1. Эмпирическая функция распределения	31
1.1.2. Эмпирические (выборочные) моменты	34
1.2. Теория точечных оценок	36
1.2.1. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией	36
1.2.2. Информационное количество Фишера	39
1.2.3. Неравенство Рао — Крамера	41
1.2.4. Эффективные оценки	41
1.2.5. Достаточные статистики	44
1.3. Методы нахождения оценок	47
1.3.1. Оценки максимального правдоподобия	47
1.3.2. Состоятельность оценки максимального правдоподобия	50
1.3.3. Метод моментов	51
1.4. Критерии согласия	52
1.4.1. Критерий Колмогорова — Смирнова и Мизеса	52
1.4.2. Критерий принадлежности двух выборок к одному и тому же распределению	55
1.4.3. Критерий χ^2 , применяемый в случае, когда по выборке оцениваются некоторые параметры ...	56
1.4.4. Применение критерия χ^2	59
1.4.5. Проверка гипотезы однородности	61
1.5. Интервальные оценки	64

1.5.1.	Доверительные интервалы. Доверительные интервалы для параметров нормального распределения	64
1.5.2.	Построение доверительных интервалов для разности средних α и отношения дисперсий двух нормальных распределений	69
1.6.	Общая теория проверки статистических гипотез	75
1.6.1.	Проверка простых гипотез. Лемма Неймана — Пирсона	75
1.6.2.	Монотонное отношение правдоподобия	80
Глава 2. Наблюдение и эксперимент как основы математического моделирования		82
2.1.	Обработка результатов измерений	82
2.1.1.	Прямые равноточные измерения	82
2.1.2.	Критерии оценки грубых погрешностей	86
2.1.3.	Ранговая корреляция при обработке результатов эксперимента	90
2.2.	Принципы моделирования и особенности изучения систем на эмпирическом уровне	95
2.2.1.	Ошибки оценивания	99
2.2.2.	Проверка гипотезы адекватности модели	102
2.3.	Элементы матричной алгебры в регрессивном анализе	105
2.3.1.	Метод наименьших квадратов для одного фактора	105
2.3.2.	Обобщение метода наименьших квадратов на многофакторный линейный случай	109
2.3.3.	Статистический анализ	113
2.3.4.	Взвешенный метод наименьших квадратов и статистический анализ	118
2.3.5.	Обработка результатов дублированных опытов	122
2.4.	Использование регрессионных моделей при анализе результатов «разрозненного» эксперимента	139
Глава 3. Основы теории планирования эксперимента		149
3.1.	Основные понятия планирования эксперимента	149
3.2.	Полные факторные эксперименты типа 2^n	160
3.3.	Многомерные ПФЭ типа 2^k	166
3.4.	Ортогональное планирование эксперимента	168
3.5.	Дробный факторный эксперимент	175

3.6.	Обобщающие определяющие контрасты	184
3.7.	Линейные планы	194
3.7.1.	Насыщенные планы первого порядка	194
3.7.2.	Применимость планов ПФЭ и пути повышения точности полиномов	196
3.7.3.	Факторные эксперименты с повторными наблюдениями	200
3.8.	Критерии оптимальности планов	205
3.8.1.	Типы планов эксперимента	205
3.8.2.	Геометрическая интерпретация в пространстве параметров для критериев оптимальности планов	211
3.9.	<i>D</i> -оптимальные планы	214
3.9.1.	Критерий <i>D</i> -оптимальности	214
3.9.2.	Точные и непрерывные <i>D</i> -оптимальные планы	215
3.9.3.	Непрерывные <i>D</i> -оптимальные планы для квадратичной регрессии на гиперкубе	217
3.10.	Постановка задачи оптимизации	222

Глава 4. Центральные композиционные планы ... 232

4.1.	Планы второго порядка	232
4.2.	Ортогональный центральный композиционный план (ЦКП) второго порядка	233
4.3.	Планы Бокса	237
4.4.	Планы Хартли	239
4.5.	Ортогональные ЦКП второго порядка	241
4.6.	Произвольный симметричный ЦКП	247
4.7.	Многомерные ОЦКП второго порядка	253
4.8.	Ротатабельные ЦКП второго порядка	258
4.8.1.	Основные понятия ротатабельности ЦКП	259
4.8.2.	Планы второго порядка с единичной областью планирования	264
4.8.3.	Ротатабельный план на основе правильного многоугольника при $n = 2$	265
4.9.	Многомерные модели ротатабельных ЦКП	269
4.10.	О моментах ротатабельного плана	280
4.11.	Методы построения ротатабельных планов второго порядка в трех и более измерениях	289
4.12.	Проверка адекватности модели	295
4.12.1.	Проверка гипотезы адекватности модели при наличии повторных испытаний в центре плана	296
4.12.2.	Проверка гипотезы адекватности модели при наличии повторных испытаний в точках плана	298

Глава 5. Элементы регрессионного анализа и оптимальное планирование	307
5.1. Линейная регрессия	308
5.2. Проверка гипотез при использовании линейной регрессии	311
5.3. Интервальные оценки при линейной регрессии	315
5.4. Многофакторная линейная регрессия	319
5.5. Проверка гипотез при использовании множественной линейной регрессии	325
5.6. О других моделях линейной регрессии	330
5.7. Исследование уравнения регрессии. Анализ остатков ...	332
5.8. Многофакторный дисперсионный анализ	336
5.8.1. Группировка данных при однофакторном дисперсионном анализе	338
5.8.2. Получение оценок дисперсий и выводов о степени влияния фактора	342
5.9. Об исследовании поверхности отклика	347
5.10. Канонические модели второго порядка и их анализ ...	350
5.11. Планы для подбора модели второго порядка	360
5.12. Планы для изучения поверхности отклика	363
5.12.1. Алгоритм поиска оптимума с помощью симплекс-планирования	364
5.12.2. Способы задания симплекса	367
Приложение 1	387
Приложение 2	388
Приложение 3	389
Приложение 4	390
Приложение 5	391
Приложение 6	392
Приложение 7	393
Приложение 8	393
Приложение 9	394
Приложение 10	395
Литература	396