



517.98
П48
КИЇВСЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

О. О. Покутний
В. В. Семенов

**ТЕОРІЯ ОПЕРАТОРНИХ
РІВНЯНЬ**
(ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ)

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

О. О. Покутний
В. В. Семенов

ТЕОРІЯ ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ

(ДОДАТКОВІ РОЗДІЛИ)

Навчальний посібник



УДК 517.98+515.122(075.8)

П48

Рецензенти:

член.-кор. НАНУ, д-р фіз.-мат. наук, проф. О. А. Бойчук,
д-р фіз.-мат. наук, проф. Д. А. Номіровський

*Рекомендовано до друку вченою радою факультету комп'ютерних наук
та кібернетики
(протокол № 2 від 11 жовтня 2016 року)*

*Ухвалено науково-методичною радою
Київського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № 3-16/17 н. р. від 31 березня 2017 року)*

Покутний О. О.

П48 Теорія операторних рівнянь (додаткові розділи) / О. О. Покутний,
В. В. Семенов. – К.: ВПЦ "Київський університет", 2017. – 137 с.

Розглянуто елементи теорії топологічних просторів і операторних рівнянь у просторах Фреше, Банаха та Гільберта. Наведено розвинення теорії псевдообернених за Муром - Пенроузом операторів та методу рядів Неймана на випадок операторів, що мають не обов'язково замкнену множину значень. Окрема частина присвячена нелінійним операторним рівнянням, зокрема теоремам про нерухому точку.

Для студентів механіко-математичного факультету й факультету комп'ютерних наук та кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка.

УДК 517.98+515.122(075.8)

© Покутний О. О., Семенов В. В., 2017
© Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
ВПЦ "Київський університет", 2017

ЗМІСТ

Передмова	3
Розділ 1. Теорія топологічних просторів та операторних рівнянь	5
1.1. Попередні відомості.....	5
1.1.1. Топологічні та векторні простори.....	5
1.1.2. Узагальнено-обернені та псевдообернені оператори	14
1.2. Теорія обмежених операторів та операторних рівнянь у просторах Фреше, Банаха та Гільберта	19
1.3. Лінійні рівняння з обмеженим оператором. Поняття узагальнених розв'язків та їх зображення.....	25
1.4. Лінійні нормально-розв'язні рівняння, проектори у просторах Банаха.....	29
1.5. Розвинення методу рядів Неймана узагальненого обертання на спектрі у просторах Банаха та Фреше.....	39
1.6. Формули для знаходження матриць, псевдообернених за Муром - Пенроузом.....	47
Розділ 2. Теорія нелінійних операторних рівнянь	53
2.1. Теорема про нерухомі точки.....	53
2.1.1. Аналітичне доведення теореми Брауера	53

2.1.2.	Теорема Шаудера.....	59
2.1.3.	Теорема Какутані.....	61
2.1.4.	Теорема Браудера.....	70
2.1.5.	Теореми для сум операторів.....	77
2.2.	Алгоритми пошуку нерухомих точок нерозтягу- ючих операторів.....	79
2.2.1.	Ергодична теорема Байона.....	80
2.2.2.	Метод Красносельського - Манна.....	84
2.2.3.	Апроксимаційна теорема Браудера	87
2.2.4.	Метод Гальперна	92
2.2.5.	Гібридний метод.....	96
2.2.6.	Метод зовнішніх апроксимацій	99
2.2.7.	Пошук спільної точки опуклих множин .	100
2.3.	Теорема про неявну функцію у просторах Фреше	104
Розділ 3. Різницеві операторні рівняння.....		111
3.1.	Періодичні розв'язки різницевих рівнянь	111
3.2.	Розв'язки лінійних різницевих рівнянь у просто- рі Банаха, обмежені на всій цілочисловій осі.....	118
3.3.	Розв'язки лінійних слабо збурених різницевих рівнянь у просторі Банаха, обмежені на всій осі цілих чисел.....	125
Література		130