

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,  
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«Харьковский политехнический институт»

**В. П. Северин**

**АНАЛИЗ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Учебно-методическое пособие

Харьков  
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,  
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«Харьковский политехнический институт»

**В. П. Северин**

**АНАЛИЗ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Учебно-методическое пособие

для студентов направлений 6.040302 «Информатика»,  
6.040303 «Системный анализ»

Утверждено  
редакционно-издательским  
советом НТУ «ХПИ»,  
протокол №2 от 07.12.2011 р.

Х а р ь к о в  
НТУ «ХПИ»  
2 0 1 2

УДК 517.91(075)  
ББК 22.161.6я73  
С28

Р е ц е н з е н т ы :

*И. Ф. Домнин*, д-р техн. наук, проф., Институт ионосферы  
НАН Украины;

*Н.В. Ткачук*, д-р техн. наук, проф., Национальный технический  
университет «Харьковский политехнический институт»

Викладено теорію і методи розв'язання диференціальних рівнянь першого порядку. Розглянуто основні поняття теорії диференціальних рівнянь; теорія диференціальних рівнянь першого порядку, що інтегруються в квадратурах; питання існування розв'язку рівнянь першого порядку; теорія диференціальних рівнянь, що не розв'язані відносно похідних. Дані завдання для практичних занять і самостійної роботи студентів.

Призначено для студентів технічних спеціальностей.

**Северин В. П.**

С28 Анализ систем на основе дифференциальных уравнений первого порядка ; учеб.-метод. пособие / В. П. Северин. - Харьков ; НТУ «ХПИ», 2012. - 96 с. - На рус. яз.

ISBN 978-966-593-971-9

Изложены теория и методы решения дифференциальных уравнений первого порядка. Рассмотрены основные понятия теории дифференциальных уравнений; теория дифференциальных уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах; вопросы существования решения уравнений первого порядка; теория дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производных. Даны задания для практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов технических специальностей.

Ил. 19. Табл. 2. Библиогр.: 15 назв.

УДК 517.91(075)  
ББК 22.161.6я73

ISBN 978-966-593-971-9

© В. П. Северин, 2012

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ .....	7
1.1. Предмет теории дифференциальных уравнений.....	7
1.2. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.....	9
1.3. Уравнения первого порядка и их геометрический смысл .....	10
1.4. Уравнения с разделяющимися переменными.....	13
1.5. Общее и частные решения дифференциального уравнения.....	16
Практическое занятие .....	19
Контрольные вопросы .....	20
2. УРАВНЕНИЯ, ИНТЕГРИРУЕМЫЕ В КВАДРАТУРАХ.....	22
2.1. Однородные дифференциальные уравнения .....	22
2.2. Уравнения, приводящиеся к однородным .....	25
2.3. Линейные уравнения первого порядка.....	27
2.4. Уравнение Бернулли .....	29
2.5. Уравнение Риккати .....	31
2.6. Уравнения в полных дифференциалах.....	33
2.7. Интегрирующий множитель .....	36
Практическое занятие .....	39
Контрольные вопросы .....	41
3. СУЩЕСТВОВАНИЕ И ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ .....	43
3.1. Условие Липшица .....	43
3.2. Теорема Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения.....	45
3.3. Понятие о продолжении решения.....	55
3.4. Непрерывная зависимость решения от начального условия.....	56
3.5. Уточненное определение общего решения.....	59
3.6. Теорема о гладкости решений.....	60
3.7. Особые решения уравнения первого порядка .....	61

3.8. Составление дифференциального уравнения по его общему решению.....	65
3.9. Ортогональные траектории семейства кривых.....	66
3.10. Метод последовательных приближений .....	69
Практическое занятие .....	72
Контрольные вопросы.....	73
4. УРАВНЕНИЯ, НЕ РАЗРЕШЕННЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОИЗВОДНОЙ .....	75
4.1. Простейшие уравнения, не разрешенные относительно производной.....	75
4.2. Уравнение Лагранжа .....	79
4.3. Уравнение Клеро .....	83
Практическое занятие .....	86
Контрольные вопросы.....	87
5. СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ .....	89
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	94