

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

В. П. Северин

**МЕТОДЫ
МНОГОМЕРНОЙ БЕЗУСЛОВНОЙ
МИНИМИЗАЦИИ**

Учебное пособие
по курсу «Методы оптимизации»

Харьков
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

В. П. Северин

**МЕТОДЫ
МНОГОМЕРНОЙ БЕЗУСЛОВНОЙ
МИНИМИЗАЦИИ**

Учебное пособие
по курсу «Методы оптимизации»

для студентов направлений 6.040302 «Информатика»,
6.040303 «Системный анализ»

Утверждено
редакционно-издательским
советом НТУ «ХПИ»,
протокол № 2 от 06.12.2012

Х а р ь к о в
НТУ «ХПИ»
2 0 1 3

УДК 519.85(075)
ББК 22.18я73
С28

Р е ц е н з е н т ы :

И. Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф., Институт ионосферы
НАН Украины;

Н. В. Ткачук, д-р техн. наук, проф., Национальный технический
университет «Харьковский политехнический институт»

Розглянуті теорія і методи багатовимірної безумовної мінімізації. Викладена теорія необхідних і достатніх умов екстремуму функції багатьох змінних. Обґрунтовані формули та алгоритми більш ніж десяти основних методів безумовної мінімізації. Наведені завдання для лабораторних робіт.

Призначено для студентів технічних спеціальностей.

Северин В. П.

С28 **Методы многомерной безусловной минимизации : учеб. пособие / В. П. Северин. - Х. : НТУ «ХПИ», 2012. — 160 с. — На русск. яз.**

ISBN 978-617-05-0077-9

Рассмотрены теория и методы многомерной безусловной минимизации. Изложена теория необходимых и достаточных условий экстремума функции многих переменных. Обоснованы формулы и алгоритмы более десяти основных методов безусловной минимизации. Даны задания для лабораторных работ.

Предназначено для студентов технических специальностей.

Ил. 33. Табл. 5. Библиогр.: 23 назв.

УДК 519.85(075)
ББК 22.18я73

ISBN 978-617-05-0077-9

© Северин В. П., 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ОСНОВЫ МЕТОДОВ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.....	7
1.1. Экстремум функции многих переменных.....	7
1.2. Условия оптимальности первого порядка.....	15
1.3. Условия оптимальности второго порядка.....	18
1.4. Метод циклического покоординатного спуска	23
1.5. Методы спуска.....	27
1.6. Метод наискорейшего спуска	30
1.7. Вычисление градиента.....	35
Лабораторная работа.....	37
Контрольные вопросы	41
2. МЕТОД НЬЮТОНА И ЕГО МОДИФИКАЦИИ.....	45
2.1. Метод Ньютона	45
2.2. Метод Ньютона с одномерным поиском.....	50
2.3. Метод Ньютона с направлением спуска	51
2.4. Метод Марквардта	55
2.5. Вычисление матрицы Гессе	62
Лабораторная работа.....	65
Контрольные вопросы	69
3. МЕТОДЫ СОПРЯЖЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ.....	72
3.1. Свойства квадратичной функции	72
3.2. Сопряжённые векторы и их свойства.....	75
3.3. Теорема методов сопряжённых направлений.....	77
3.4. Метод Пауэлла.....	80
3.5. Методы сопряжённых градиентов.....	83
3.6. Метод Флетчера - Ривса.....	87
3.7. Метод Полака- Рибьера.....	92
Лабораторная работа.....	96
Контрольные вопросы	99

4. КВАЗИНЬЮТОНОВСКИЕ МЕТОДЫ	102
4.1. Основы квазиньютоновских методов	102
4.2. Метод Бройдена.....	105
4.3. Свойства метода Бройдена	108
4.4. Метод Девидона - Флетчера - Пауэлла.....	113
4.5. Свойства метода Девидона - Флетчера - Пауэлла	116
4.6. Метод Бройдена - Флетчера - Гольдфарба - Шанно.....	121
4.7. Модификация метода БФГШ	123
4.8. Сравнение методов безусловной оптимизации.....	126
Лабораторная работа.....	131
Контрольные вопросы.....	135
5. СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ	138
5.1. Правила дифференцирования.....	138
5.2. Элементы векторной алгебры.....	141
5.3. Матрицы и действия с ними	144
5.4. Формула Шермана - Моррисона и ее применение.....	148
5.5. Дифференцирование функций многих переменных	151
5.6. Формула Тейлора.....	154
5.7. Квадратичные формы.....	155
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	158