

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

В. П. Северин

**АНАЛИЗ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ**

Учебно-методическое пособие

Харьков
2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«Харьковский политехнический институт»

В. П. Северин

**АНАЛИЗ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ
ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ**

Учебно-методическое пособие

для студентов направлений 6.040302 «Информатика»,
6.040303 «Системный анализ»

Утверждено
редакционно-издательским
советом НТУ «ХПИ»,
протокол №2 от 07.12.2011 р.

Х а р ь к о в
НТУ «ХПИ»
2 0 1 2

УДК 517.91(075)
ББК 22.161.6я73
С28

Рецензенты:

И. Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф., Институт ионосферы
НАН Украины;

Н. В. Ткачук, д-р техн. наук, проф., Национальный технический
университет «Харьковский политехнический институт»

Викладено теорію і методи розв'язання диференціальних рівнянь вищих порядків. Розглянуто основні поняття теорії диференціальних рівнянь вищих порядків; питання існування і єдиності розв'язку рівнянь вищих порядків; теорія однорідних і неоднорідних лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків. Надано завдання для практичних занять і самостійної роботи студентів.

Призначено для студентів технічних спеціальностей.

Северин В. П.

С28 Анализ систем на основе дифференциальных уравнений высших порядков : учеб.-метод. пособие / В. П. Северин. - Харьков : НТУ «ХПИ», 2012. - 104 с. - На рус. яз.

ISBN 978-966-593-972-6

Изложены теория и методы решения дифференциальных уравнений высших порядков. Рассмотрены основные понятия теории дифференциальных уравнений высших порядков; вопросы существования и единственности решения уравнений высших порядков; теория однородных и неоднородных линейных дифференциальных уравнений высших порядков. Даны задания для практических занятий и самостоятельной работы студентов.

Предназначено для студентов технических специальностей.

Табл. 2. Библиогр.: 15 назв.

УДК 517.91(075)
ББК 22.161.6я73

ISBN 978-966-593-972-6

© В. П. Северин, 2012

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ	6
1.1. Дифференциальные уравнения высших порядков.....	6
1.2. Общее и частное решения уравнения высшего порядка	8
1.3. Теорема Коши для дифференциальных уравнений высших порядков	11
Контрольные вопросы	11
2. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ, ДОПУСКАЮЩИЕ Понижение ПОРЯДКА	13
2.1. Уравнения, не содержащие искомую функцию и ее младшие производные	13
2.2. Уравнение, не содержащее независимую переменную.....	16
2.3. Уравнение, однородное для искомой функции и ее производных.....	18
2.4. Уравнения, приводящиеся к точным производным	21
Практическое занятие.....	23
Контрольные вопросы	23
3. ОБЩАЯ ТЕОРИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	25
3.1. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	25
3.2. Линейный дифференциальный оператор и его свойства.....	26
3.3. Линейный дифференциальный оператор произведения функций.....	28
3.4. Линейно зависимые и линейно независимые функции.....	30
3.5. Определитель Вронского и линейная зависимость функций.....	31
Контрольные вопросы	33
4. ОДНОРОДНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	35
4.1. Общие теоремы об однородных линейных уравнениях.....	35

4.2. Фундаментальная система решений однородного уравнения.....	38
4.3. Общее решение однородного линейного уравнения.....	41
4.4. Понижение порядка однородного линейного уравнения.....	43
Контрольные вопросы.....	47
5. ОДНОРОДНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	49
5.1. Однородные уравнения с постоянными коэффициентами.....	49
5.2. Случай простых вещественных корней характеристического уравнения.....	51
5.3. Случай простых комплексных корней.....	53
5.4. Случай кратных вещественных корней.....	56
5.5. Случай кратных комплексных корней.....	60
Практическое занятие	62
Контрольные вопросы.....	64
6. НЕОДНОРОДНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ	66
6.1. Общие теоремы о неоднородных линейных уравнениях.....	66
6.2. Общее решение неоднородного линейного уравнения.....	68
6.3. Метод вариации произвольных постоянных.....	70
Практическое занятие	76
Контрольные вопросы.....	76
7. НЕОДНОРОДНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ.....	78
7.1. Уравнения с правой частью специального вида.....	78
7.2. Уравнения с правой частью в виде полинома.....	80
7.3. Правая часть в виде произведения полинома и экспоненты	85
7.4. Правая часть в виде произведения полинома, экспоненты и гармонической функции	91
Практическое занятие	94
Контрольные вопросы.....	95
8. СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ	97
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	102