



**КИЇВСЬКИЙ
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА**

В. А. СТОЯН

**ОСНОВИ
ЛАБОРАТОРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ПРОСТОРОВО РОЗПОДІЛЕНИХ
ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

В. А. СТОЯН

**ОСНОВИ
ЛАБОРАТОРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ПРОСТОРОВО РОЗПОДІЛЕНИХ
ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ**

Навчальний посібник



УДК 517.95:519.86(075.8)
С82

Рецензенти:

д-р фіз.-мат. наук Д. Я. Хусаїнов,
д-р фіз.-мат. наук А. В. Гладкий

*Рекомендовано до друку вченою радою факультету комп'ютерних наук
та кібернетики
(протокол № 2 від 11 жовтня 2016 року)*

*Ухвалено науково-методичною радою
Київського національного університету імені Тараса Шевченка
(протокол № 3-16/17 н. р. від 31 березня 2017 року)*

Стоян В. А.

С82 Основи лабораторного моделювання просторово розподілених динамічних систем : навч. посіб. / В. А. Стоян. - К. : ВПЦ "Київський університет", 2017. - 118 с.

Викладено основи розв'язання задач математичного моделювання просторово розподілених лінійних динамічних систем, які функціонують у заданих просторово-часових областях за умов неповноти початково-крайової інформації про їхній зовнішньодинамічний стан. Запропоновано алгоритми математичного моделювання функції стану дискретно та неперервно спостережуваних систем і керування ними. Розглянуто випадки, коли керуючими чинниками є довільна комбінація розподілених, крайових і початкових зовнішньодинамічних збуджуючих факторів.

Для студентів, аспірантів, інженерів і наукових співробітників спеціальностей "Математика", "Прикладна математика" та "Механіка".

УДК 517.95:519.86(075.8)

©Стоян В. А., 2017
© Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
ВПЦ "Київський університет", 2017

ЗМІСТ

Передмова.....	3
1. Математичні моделі лінійних динамічних систем та проблеми їх псевдообернення.....	7
1.1. Псевдообернення лінійних алгебраїчних систем.....	7
1.2. Лінійні дискретно підсумувальні системи.....	8
1.3. Лінійні дискретно розподільні системи.....	11
1.4. Лінійні інтегрально та функціонально перетворювальні системи.....	12
1.5. Псевдообернення математичних моделей просторово розподілених динамічних систем.....	15
1.6. Основи числової реалізації алгоритмів псевдообернення математичних моделей лінійних динамічних систем.....	17
2. Математичне моделювання стану просторово розподілених динамічних систем.....	19
2.1. Проблеми та ідейні основи математичного моделювання стану просторово розподілених динамічних систем.....	19
2.2. Дискретний варіант задачі математичного моделювання динаміки лінійно розподілених систем.....	23
2.2.1. Математичне моделювання динаміки дискретно спостережуваних систем в обмежених просторово-часових областях.....	23
2.2.2. Дослідження динаміки просторово-часових систем в необмежених просторових і часових областях.....	25
2.2.3. Деякі особливості математичного моделювання динаміки дискретно спостережуваних просторово-часових систем.....	27

2.3. Неперервно-аналітичне моделювання динаміки лінійно розподілених систем із дискретно спостережуваним початково-крайовим станом.....	29
2.3.1. Задача неперервно-аналітичного моделювання дискретно визначеного початково-крайового збурення.....	29
2.3.2. Множини моделюючих функцій для дискретно визначеного початково-крайового стану.....	30
2.3.3. Задачі математичного моделювання дискретизованих початково-крайових умов у необмежених просторових і часових областях.....	33
2.4. Математичне моделювання динаміки просторово розподілених процесів з неперервно заданим початково-крайовим станом.....	35
2.4.1. Задача математичного моделювання неперервно визначеного початково-крайового збурення розподілених динамічних систем.....	35
2.4.2. Вектори моделюючих факторів для неперервно визначених початково-крайових умов динаміки просторово розподіленої системи.....	36
2.4.3. Задачі математичного моделювання неперервно визначених початково-крайових умов у необмежених просторових і часових областях.....	39
3. Математичне моделювання розв'язків задач керування динамікою просторово розподілених систем.....	42
3.1. Проблеми та ідейні основи розв'язання задачі керування динамікою просторово розподілених систем.....	42
3.2. Задачі керування розподіленими просторово-часовими процесами з дискретно визначеним критерієм і керуючою функцією розподілених зовнішньодинамічних збурень.....	46
3.2.1. Задачі керування розподіленим просторово-часовим збуренням.....	46

3.2.2. Розв'язувальна система рівнянь.....	46
3.2.3. Множини дискретно визначених керуюче-моделюючих факторів.....	49
3.2.4. Множини неперервно визначених керуюче-моделюючих факторів.....	50
3.2.5. Задачі комплексного керування розподіленими просторово-часовими та початково-крайовими збуреннями.....	52
3.2.6. Задачі керування дискретно визначеним розподіленим зовнішньодинамічним збуренням і початково-крайовими збурюючими факторами.....	53
3.2.7. Задачі керування неперервно визначеним розподіленим зовнішньодинамічним збуренням і початково-крайовими збурюючими факторами.....	56
3.2.8. Задачі керування в необмежених просторових, часових і просторово-часових областях.....	57
3.3. Задачі керування розподіленими просторово-часовими процесами з дискретно заданим критерієм і відомою функцією розподілених зовнішньодинамічних збурень.....	59
3.3.1. Задачі керування початковими, крайовими та початково-крайовими збурюючими факторами.....	59
3.3.2. Випадок дискретно визначених моделюючих факторів.....	60
3.3.3. Випадок неперервно визначених моделюючих факторів.....	62
3.3.4. Особливості розв'язання задач у необмеженій просторовій області та на необмеженому часовому інтервалі.....	63
3.4. Задачі керування розподіленими просторово-часовими процесами з неперервно за просторово-часовими координатами визначеним критерієм та керуючою функцією розподілених зовнішньодинамічних збурень.....	64
3.4.1. Задачі керування розподіленим просторово-часовим збуренням.....	64
3.4.2. Розв'язувальна система рівнянь.....	66

3.4.3. Множини керуюче-моделюючих факторів.....	67
3.4.4. Задача керування за участю початково-крайових керуючих факторів.....	69
3.4.5. Задачі керування в необмежених - просторових, часових і просторово-часових областях.....	72
3.5. Задачі керування розподіленими просторово-часовими процесами з неперервно визначеним критерієм і відомою функцією зовнішньодинамічних збурень.....	77
3.5.1. Задачі керування початковими, крайовими та початково-крайовими збурюючими факторами.....	77
3.5.2. Керуюче-моделюючі вектори задачі.....	78
3.5.3. Особливості розв'язання задач у необмеженій просторовій області та на необмеженому часовому інтервалі.....	80
4. Лабораторні тестування розв'язків задач математичного моделювання динаміки просторово розподілених систем.....	82
4.1. Проблеми математичного моделювання динаміки просторово розподілених систем у лабораторних умовах.....	82
4.2. Загальні вимоги до програмно-моделюючого комплексу.....	84
4.3. Інтерфейсна частина програмно-моделюючого комплексу.....	86
4.4. Математична частина програмного комплексу.....	88
4.5. Ілюстрація та аналіз результатів математичного моделювання просторово розподілених динамічних процесів.....	89
4.6. Приклади студентських програмно-моделюючих комплексів.....	90
4.7. Програмно-моделюючий комплекс Віталія Стояна (Київський національний університет імені Тараса Шевченка, 2008).....	91
4.7.1. Інтерфейс опису логіки процесу.....	91
4.7.2. Інтерфейс введення просторово-часової області.....	93
4.7.3. Визначення початкового стану процесу.....	96
4.7.4. Визначення крайового стану процесу.....	97

4.7.5. Інтерфейс визначення бажаного стану.....	100
4.7.6. Інтерфейс розв'язання задачі та аналізу обчислень.....	101
4.8. Система комп'ютерно-аналітичного моделювання Олександра Єршова та Олександра Ємцова (НТТУ "Київський політехнічний інститут", 2011).....	102
4.8.1. Інтерфейс постановки задачі.....	104
4.8.2. Особливості реалізації графічної частини комплексу.....	109
4.8.3. Особливості виведення результатів розв'язання задачі.....	110
4.8.4. Приклад розв'язання задачі.....	111
Список рекомендованої літератури.....	113