

681.513.5

0-62



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського»



ОПТИМАЛЬНІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ



Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Оптимальні системи управління

Навчальний посібник

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів, які навчаються за спеціальністю
«Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2017

УДК 681.513.5:519.857](075.8)

ББК 32.965я73

О-62

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(Протокол № 2 від 13. 02.2017 р.)*

Рецензенти:

В. М. Синглазов, д-р техн. наук, проф.,
Національний авіаційний університет

С. Л. Кривий, д-р фіз.-мат. наук, проф.,
Київський національний університет імені Тараса Шевченка

Відповідальний редактор

М. М. Ткач, канд. техн. наук, доц.,
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

О-62 **Оптимальні** системи управління : навч. посіб. / О. А. Стенін,
В. П. Пасько, А. Д. Лемешко, О. М. Польшакова. - Київ : КПІ ім. Ігоря
Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2017. - 172 с.

Розглянуто питання з вирішення проблеми синтезу оптимальних систем управління. Достатню увагу приділено систематизації викладеного матеріалу. Запропоновані на основі класичних методів оптимізації (класичне варіаційне числення, принцип максимуму, динамічне програмування) алгоритми синтезу є передусім ефективним практичним інструментарієм для побудови різних оптимальних систем управління.

Теоретичний матеріал проілюстровано прикладами цілої низки прикладних задач, а для його закріплення в кінці кожного розділу є контрольні запитання.

Для студентів вищих навчальних закладів України всіх спеціалізацій та спеціальностей «Автоматизація і комп'ютерно-інтегровані технології».

УДК 681.513.5:519.857](075.8)

ББК 32.965я73

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	5
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА КРИТЕРІЇВ. ОБМЕЖЕНЬ ТА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ.....	7
1.1. Критерії оптимальності та характеристики обмежень.....	8
1.2. Загальна постановка задачі оптимального управління.....	13
1.3. Приклади постановок задач оптимального управління.....	15
1.4. Класифікація задач оптимального управління.....	19
Контрольні запитання.....	22
Контрольні тести.....	22
РОЗДІЛ 2. ВАРІАЦІЙНІ МЕТОДИ ТЕОРІЇ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ.....	23
2.1. Загальні положення.....	23
2.2. Задача з закріпленими кінцями та фіксованим часом.....	26
2.3. Рівняння Ейлера-Лагранжа (задача на умовний екстремум).....	31
2.4. Задача з рухомими кінцями та фіксованим часом.....	36
2.5. Задача з нефіксованим часом та рухомими кінцями.....	40
2.6. Прямі методи варіаційного числення.....	42
2.7. Особливості розв'язку варіаційних задач теорії оптимальних систем управління.....	44
Контрольні запитання.....	45
Контрольні тести.....	46
РОЗДІЛ 3. МЕТОД ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ.....	47
3.1. Загальні відомості.....	47
3.2. Дискретне динамічне програмування.....	48
3.3. Стохастичні задачі динамічного програмування.....	53
3.4. Неперервне динамічне програмування.....	57
Контрольні запитання.....	67
Контрольні тести.....	67
4. ПРИНЦИП МАКСИМУМА.....	68
4.1. Основні відомості про принцип максимуму.....	68
4.2. Розв'язання задачі оптимізації у відсутності обмежень на управління.....	79
4.3. Розв'язання задачі оптимізації при обмеженнях на управління.....	84
4.4. Дискретний принцип максимуму.....	86
Контрольні запитання.....	91
Контрольні тести.....	92

РОЗДІЛ 5. СИСТЕМИ. ОПТИМАЛЬНІ ЗА ШВИДКОДІЄЮ ТА ВИТРАТАМИ	
ПАЛИВА. СУБОПТИМАЛЬНІ ТЕРМІНАЛЬНІ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ.....	93
5.1. Оптимальне управління на основі принципу максимуму.....	93
5.2. Визначення моментів перемикання лінійного управління оптимального за швидкодією.....	100
5.3. Замкнуті оптимальні за швидкодією системи.....	107
5.7. Управління оптимальне за витратами енергії.....	132
5.8. Термінальні системи управління.....	135
Контрольні запитання.....	139
Контрольні тести.....	139
6. АНАЛІТИЧНЕ КОНСТРУЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНИХ РЕГУЛЯТОРІВ.....	140
6.1. Аналітичне конструювання оптимальних регуляторів	
варіаційним методом.....	142
6.2. Аналітичне конструювання оптимальних регуляторів методом динамічного програмування.....	149
6.3. Аналітичне конструювання оптимальних регуляторів за допомогою принципу максимуму.....	155
6.4. Зв'язок між варіаційним обчисленням, динамічним програмуванням та принципом максимуму.....	162
Контрольні запитання.....	168
Контрольні тести.....	168
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	169