

К.В.Аврамов, Ю.В.Михлин

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА УПРУГИХ СИСТЕМ

Том 1
МОДЕЛИ, МЕТОДЫ, ЯВЛЕНИЯ



К. В. Аврамов, Ю. В. Михлин

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА УПРУГИХ СИСТЕМ

Том 1

МОДЕЛИ, МЕТОДЫ, ЯВЛЕНИЯ

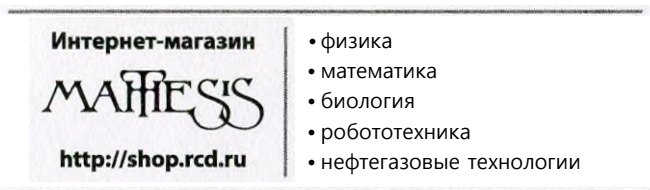
Издание второе, исправленное и дополненное



Москва ♦ Ижевск

2015

УДК 531.3
ББК 22.236
А211



Аврамов К. В., Михлин Ю. В.

А211 Нелинейная динамика упругих систем. Т. 1. Модели, методы, явления. — Изд. 2-е, испр. и доп. — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2015. — 716 с.

ISBN 978-5-4344-0299-6

Рассматриваются дискретные и континуальные модели нелинейной динамики механических систем. Представлены подходы и методы решения задач нелинейной динамики, встречающихся в инженерной практике. Большое внимание уделяется нелинейным явлениям, которые не описываются в квазилинейной теории. Рассматриваются аналитические и численные методы исследования периодических, квазипериодических и хаотических колебаний, их устойчивости и бифуркаций. С единых позиций изложены как классические, так и современные асимптотические методы нелинейной динамики. Подробно излагаются идеи и методы теории нелинейных нормальных форм колебаний.

Для специалистов, занимающихся проблемами теории колебаний, механики и прикладной математики, инженеров-исследователей, аспирантов и студентов старших курсов технических и механико-математических специальностей.

УДК 531.3
ББК 22.236

ISBN 978-5-4344-0299-6 (т. 1)
ISBN 978-5-4344-0298-9

© К. В. Аврамов, Ю. В. Михлин, 2015
© Ижевский институт компьютерных исследований, 2015

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	9
ГЛАВА 1.	
ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	11
1.1. Системы с гладкими нелинейностями.....	
1.1.1. Система «двигатель-ротор» с ограниченным возбуждением.....	13
1.2. Системы с несколькими положениями статического равновесия	15
1.2.1. Шар в потенциальной яме.....	15
1.2.2. Система Лоренца.....	16
1.2.3. Виброударная система с несколькими положениями равновесия.....	19
1.2.4. Маятник с колеблющейся точкой подвеса.....	20
1.2.5. Динамика блока на колеблющемся основании.....	21
1.2.6. Динамика вращающегося маятника.....	24
1.2.7. Консольная балка в магнитном поле.....	26
1.2.8. Стержень с тремя положениями статического равновесия.....	31
1.2.9. Гибкий стержень, вращающийся вокруг продольной оси.....	33
1.2.10. Пологая арка.....	36
1.3. Системы с сухим трением.....	38
1.4. Виброударные системы.....	46
1.4.1. Балка с нелинейными граничными условиями.....	47
1.4.2. Машины, использующие виброударные движения.....	51
1.4.3. Машины, использующие движение с подбрасыванием.....	53
1.4.4. Ударные виброгасители.....	55
1.4.5. Динамика удаленных от берега моря платформ.....	56
1.5. Крутильные колебания силовых передач.....	59
1.5.1. Нелинейная динамика зубчатой пары.....	60
1.5.2. Модель нелинейных колебаний планетарных передач.....	62
1.5.3. Модели нелинейных колебаний силовых передач ДВС.....	66
1.6. Модель нелинейной динамики автомобиля.....	74
ГЛАВА 2.	
МОДЕЛИ КONTИНУАЛЬНЫХ СИСТЕМ.....	81
2.1. Подходы к составлению уравнений движения распределенных систем.....	82

2.2. Линейные колебания стержней с произвольным поперечным сечением.....	85
2.3. Изгибные колебания гибких стержней.....	88
2.3.1. Вынужденные колебания.....	89
2.3.2. Параметрические колебания.....	91
2.3.3. Изгибно-изгибные колебания стержней.....	95
2.4. Изгибно-изгибно-крутильные колебания стержней с произвольным поперечным сечением.....	103
2.5. Модель нелинейных колебаний пологих оболочек.....	117
2.6. Модель Сандерса-Койтера.....	130
2.7. Модели пологих оболочек.....	135
2.8. Параметрические колебания цилиндрических оболочек.....	138
2.8.1. Модель Кубенко-Ковальчука-Краснопольской.....	139
2.8.2. Модель Амабили-Пелликано.....	144
2.9. Взаимодействие двух бегущих волн в цилиндрических оболочках.....	149
2.10. Модели цилиндрических оболочек в потоке.....	152
2.11. Модель динамической неустойчивости, описывающая взаимодействие между ротором и статором газотурбинного двигателя.....	157
2.12. Современные методы дискретизации распределенных систем и сокращения размерности.....	166
2.12.1. Метод центральных многообразий.....	169
2.12.2. Метод Бубнова-Галеркина.....	171
2.12.2.1. Метод Karhunen-Loeve.....	172
2.12.2.2. Нелинейный метод Бубнова-Галеркина (метод инерциальных многообразий).....	175

ГЛАВА 3.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ, ПОДХОДЫ К ИХ ОПИСАНИЮ И СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	179
3.1. Пространства и подпространства в нелинейной динамике.....	179
3.1.1. Описание основных пространств.....	179
3.1.2. Уравнения траекторий в конфигурационном пространстве.....	182
3.1.3. Подпространства в нелинейной динамике.....	186
3.2. Применение точечных отображений к анализу механических систем.....	188
3.3. Периодические, квазипериодические движения и основные характеристики стационарных колебаний.....	195
3.3.1. Аттракторы и основные характеристики стационарных движений диссипативных систем.....	195

3.3.2. Виды движений и сечения Пуанкаре.....	198
3.3.3. Примеры почти периодических колебаний механических систем.....	200
3.4. Устойчивость стационарных движений.....	204
3.5. Инвариантные многообразия и нелинейные моды колебаний.....	214
3.6. Локальные бифуркации коразмерности один.....	231
3.7. Резонансы в нелинейных системах.....	245
3.8. Глобальные бифуркации.....	248
3.8.1. Седловые соединения.....	248
3.8.2. Глобальная бифуркация в осцилляторе Дуффинга.....	250
3.8.3. Глобальная бифуркация Андронова-Хопфа.....	250
3.8.4. Гомоклиническая орбита седловой неподвижной точки с действительными собственными значениями линеаризованной системы.....	257
3.8.5. Последовательность бифуркаций периодических движений в точечных отображениях как следствие касания инвариантных многообразий.....	263
3.9. Подковы Смейла, гомоклинические и геторокклинические структуры.....	270
3.10. Детерминированный хаос и его свойства.....	291
3.10.1. Основные характеристики хаотических траекторий.....	291
3.10.2. Число наматываний.....	297
3.10.3. Сценарии перехода к хаосу.....	298
3.10.3.1. Бифуркации удвоения периода.....	298
3.10.3.2. Переходы к хаосу через квазипериодические движения.....	300
3.10.4. Переход к хаосу через перемежаемость.....	304
3.10.4.1. Перемежаемость типа I.....	305
3.10.4.2. Перемежаемость типа II.....	306
3.10.4.3. Перемежаемость типа III.....	307
3.10.5. Переходной хаос.....	309
3.11. Локальные бифуркации коразмерности два.....	309
3.11.1. Основные понятия.....	309
3.11.2. Бифуркации периодических режимов.....	311
3.11.2.1. Бифуркация типа «клюв».....	312
3.11.2.2. Обобщенная бифуркация удвоения периода.....	314
3.11.2.3. Бифуркация Ченсинера.....	317
3.11.3. Амплитудные поверхности.....	320
3.11.4. Пример бифуркаций коразмерности два периодических движений.....	325

ГЛАВА 4

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ.....	327
4.1. Метод многих масштабов.....	328
4.2. Метод Ван-дер-Поля.....	
4.3. Применение метода многих масштабов для анализа различных резонансов.....	348
4.3.1. Субгармонические резонансы.....	348
4.3.2. Вынужденные колебания с учетом внутренних резонансов.....	350
4.3.3. Системы с параметрическими слагаемыми при комбинационных резонансах.....	355
4.4. Анализ систем с гироскопическими слагаемыми.....	357
4.5. Метод Мельникова-Морозова.....	369
4.6. Аппроксимации Паде и сращивание локальных разложений.....	377
4.6.1. Необходимое условие сходимости аппроксимаций Паде.....	379
4.6.2. Условие потенциальности.....	381
4.6.2.1. Нелинейное уравнение Шредингера.....	382
4.7. Анализ нижней границы наступления хаоса.....	384
4.7.1. Неавтономное уравнение Дуффинга.....	384
4.7.2. Система Ван-дер-Поля-Дуффинга.....	392
4.7.3. Неавтономная динамическая система с нелинейным трением.....	395
4.8. Метод Раушера.....	399
4.9. Применение нелинейных нормальных форм обыкновенных дифференциальных уравнений при анализе механических колебаний.....	401
4.9.1. Общая теория нелинейных нормальных форм.....	401
4.9.2. Анализ механической системы с одной степенью свободы.....	404
4.9.3. Системы с n степенями свободы.....	406
4.9.4. Анализ вынужденных колебаний.....	412
4.10. Негладкие преобразования обобщенных координат.....	414
4.10.1. Преобразования Журавлева.....	414
4.10.2. Преобразования Пилипчука.....	418
4.10.2.1. Системы с одной степенью свободы.....	419
4.10.2.2. Системы с конечным числом степеней свободы.....	424
4.11. Метод комплексного усреднения и его применение к существенно нелинейным системам.....	428

ГЛАВА 5.

НЕЛИНЕЙНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ ФОРМЫ КОЛЕБАНИЙ.....	431
5.1. Траектории в конфигурационном пространстве.....	432
5.2. Нормальные колебания и их свойства.....	437

5.3. Построение криволинейных траекторий нормальных колебаний в системах Ляпунова.....	445
5.4. Криволинейные траектории нормальных колебаний в консервативных системах, близких к системам с прямолинейными нормальными формами.....	454
5.5. Сращивание локальных разложений в теории нормальных колебаний.....	467
5.6. Нормальные колебания в неконсервативных автономных системах.....	477
5.7. Метод центральных многообразий.....	485
5.8. Нелинейные нормальные формы колебаний Шоу-Пьера.....	492
5.9. Нелинейные нормальные формы Шоу-Пьера в случае внутренних резонансов.....	501
5.10. Нормальные формы вынужденных колебаний.....	503
5.10.1. Общая схема построения нормальных форм вынужденных колебаний.....	505
5.10.2. Построение нормальных форм вынужденных колебаний в системе с двумя степенями свободы под действием гармонического возбуждения.....	512
5.11. Нелинейные нормальные формы Шоу-Пьера при вынужденных колебаниях.....	526
5.12. Нелинейные нормальные формы при параметрических колебаниях.....	541
5.13. Континуальные нелинейные нормальные моды.....	552
5.13.1. Подход Кинга-Вакакиса.....	552
5.13.2. Подход Шоу-Пьера.....	558
5.14. О развитии теории нормальных колебаний Каудерера-Розенберга.....	566
5.15. Качественная теория нормальных колебаний и некоторые современные тенденции ее развития.....	569

ГЛАВА 6.

УСТОЙЧИВОСТЬ И БИФУРКАЦИИ НОРМАЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ.....	571
6.1. Определение границ областей устойчивости и неустойчивости.....	571
6.1.1. Теория Флоке-Ляпунова для одного уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами.....	571
6.1.2. Метод определителей Хилла.....	575
6.1.3. Периодические и непериодические решения уравнений в вариациях.....	572
6.1.4. Влияние диссипации на области устойчивости и неустойчивости.....	580

6.2. Алгебраизация уравнений в вариациях по Айнсу.....	581
6.3. Устойчивость по первому приближению прямолинейных нормальных форм колебаний.....	585
6.4. Устойчивость и бифуркации в однородных системах.....	594
6.5. Условия конечнотонности в задачах устойчивости по первому приближению.....	600
6.6. Устойчивость и бифуркации прямолинейных и криволинейных нормальных форм колебаний.....	613
6.7. Устойчивость нормальных колебаний по высшим приближениям.....	628
ГЛАВА 7.	
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ.....	635
7.1. Алгоритм продолжения решений.....	636
7.1.1. Предикция.....	638
7.1.2. Параметризация бифуркационной диаграммы.....	639
7.1.3. Итерации коррекции.....	641
7.1.4. Выбор длины шага.....	642
7.2. Алгоритмы расчета бифуркационных диаграмм состояний равновесия.....	643
7.3. Алгоритм расчета бифуркационных диаграмм периодических движений неавтономных динамических систем.....	646
7.4. Алгоритмы расчета бифуркационных линий на параметрической плоскости неавтономных динамических систем.....	650
7.5. Применение алгоритмов продолжения к частным задачам.....	656
7.5.1. Алгоритмы продолжения периодических решений автономных динамических систем.....	656
7.5.2. Совместное применение методов гармонического баланса и продолжения решений.....	658
7.5.3. Совместное применение асимптотических методов и методов продолжения решений.....	660
7.6. Метод амплитудных поверхностей.....	660
7.7. Анализ гомоклинических и гетероклинических структур.....	663
7.8. Расчет спектра характеристических показателей Ляпунова.....	668
7.9. Численное исследование устойчивости форм колебаний.....	674
7.9.1. Определение устойчивости движения и численный анализ устойчивости.....	675
7.9.2. Устойчивость первой формы вынужденных колебаний цилиндрической оболочки.....	681
7.9.3. Устойчивость форм колебаний пологой арки.....	686
Литература.....	687