

532.54
Л84



І. О. Луковський, О. М. Тимоха,
О. В. Солодун

**МАТЕМАТИЧНІ
ПРОБЛЕМИ
НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ
КОНІЧНИХ РЕЗЕРВУАРІВ
З РІДИНОЮ**

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

І. О. Луковський, О. В. Солодун, О. М. Тимоха

МАТЕМАТИЧНІ
ПРОБЛЕМИ
НЕЛІНІЙНОЇ
ДИНАМІКИ
КОНІЧНИХ
РЕЗЕРВУАРІВ
З РІДИНОЮ

ПРОЕКТ
«НАУКОВА КНИГА»

КИЇВ НАУКОВА ДУМКА 2019

УДК 532.595

Монографія присвячена наближеним методам дослідження нелінійних задач динаміки тіла з конічними порожнинами, частково заповненими рідиною. Ці методи ґрунтуються на варіаційних принципах механіки та теорії збурень. Одержано рівняння просторових рухів розглядуваної механічної системи у вигляді нелінійних звичайних диференціальних (модальних) рівнянь, які зв'язують узагальнені координати. Наведено алгоритми визначення гідродинамічних коефіцієнтів цих модальних рівнянь для конічних баків, а також отримано числові значення цих коефіцієнтів у широкому діапазоні геометричних параметрів. Знайдено усталені режими руху системи, досліджено їхню стійкість, а також проведено порівняння деяких теоретичних результатів з експериментальними даними. Окремо розглянуто проблему виведення рівнянь руху системи з урахуванням пружності стінок резервуара.

Для наукових та інженерно-технічних працівників, аспірантів та студентів старших курсів вищої школи відповідних спеціальностей.

The book is devoted to approximate methods in the nonlinear dynamic problems of a body with cavities partly filled with a liquid. The methods are based on the variational principles of mechanics and the perturbation theory. The equation of spatial motions of the considered mechanical system in the form of nonlinear ordinary differential (modal) equations with respect to the generalized coordinates is derived. Algorithms for determining the hydrodynamic coefficients of these equations for conical tanks are given as well as the numerical values these coefficients are computed in a wide range of geometric parameters. The steady state wave regimes of the system are found. Their stability is investigated and a comparison of theoretical results with experimental data is carried out. The problem of the derivation of the equations for an elastically-deformed tank is considered as well.

The monograph is intended for scientists and engineers, MSc. and PhD students of the corresponding specialties.

Рецензенти:

акад. НАН України, д-р фіз.-мат. наук, проф. В. Т. Грінченко
член.-кор. НАН України, д-р фіз.-мат. наук, проф. О. А. Бойчук

*Затверджено до друку вченою радою Інституту математики
Національної академії наук України (протокол № 8 від 25.09.2018 р.)*

***Видання здійснене на кошти Цільової комплексної програми
«Створення та розвиток науково-видавничого комплексу
НАН України»***

Науково-видавничий відділ фізико-математичної та технічної літератури

Редактор *О. А. Микитенко*

© І. О. Луковський, О.В. Солодун,
О.М. Тимоха, 2019
© НПП «Видавництво «Наукова думка»
НАН України», дизайн, 2019

ISBN 978-966-00-1691-0

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1 Математичні проблеми теорії коливання ідеальної нестисливої рідини в рухомих контейнерах із пружними стінками. Вертикальні стінки біля вільної поверхні	19
1.1 Нелінійна крайова задача теорії руху рідини в резервуарі з пружними стінками, що здійснює заданий просторовий рух	19
1.2 Варіаційне формулювання задачі про рух рідини в резервуарі з пружними стінками, що здійснює заданий просторовий рух.....	24
1.3 Силова взаємодія між пружними стінками резервуара та рідиною, що частково його заповнює.....	34
2 Основні задачі теорії коливання рідини в абсолютно твердих баках	45
2.1 Крайова задача з вільною поверхнею. Кінематичні та динамічні характеристики	45
2.2 Варіаційна постановка задачі у формі Гамільтона- Остроградського та Бейтмена–Люка.....	52
2.3 Нелінійна модальна система Майлза–Луковського.....	56

2.4	Техніка неконформних трансформацій.....	58
3	Задача про власні коливання рідини та варіаційні методи побудови її наближено-аналітичних розв'язків	63
3.1	Спектральна крайова задача про власні коливання рідини.....	63
3.2	Осесиметричні баки.....	67
3.3	Метод Рітца–Трефтца у циліндричній системі координат	70
3.3.1	Гармонічний базис.....	71
3.3.2	Проекційний метод Рітца–Трефтца.....	73
3.4	V-подібний незрізаний конічний бак. Метод Рітца–Трефтца у криволінійній системі координат.....	75
3.4.1	Функціональний базис, що точно задовольняє граничні умови на стінках бака.....	77
3.4.2	Метод Рітца–Трефтца для випадку резервуарів у вигляді незрізаних конусів	79
3.5	Випадок зрізаного конічного бака. Метод Рітца–Трефтца у криволінійній системі координат	81
3.6	Аналіз числових результатів.....	89
3.6.1	Проекційний метод з п. 3.3 (циліндрична система координат).....	89
3.6.2	Проекційні методи із п. 3.4 і 3.5 (криволінійна система координат)	91
3.6.3	Порівняльний аналіз.....	93
4	Лінійний модальний метод	100
4.1	Модальний розв'язок задачі про малі коливання рідини в рухомій конічній посудині, що здійснює задані рухи у просторі	100
4.2	Загальні лінійні модальні рівняння.....	103
4.3	Лінійна модальна теорія для осесиметричних баків	104
4.4	Гідродинамічні сили та моменти	106

4.5	Гідродинамічні коефіцієнти лінійної модальної системи для конічних резервуарів. Розв'язування задачі про потенціали Стокса–Жуковського.....	108
4.6	Приклади використання лінійного модального методу для розв'язування другої задачі динаміки тіла з рідиною.....	122
4.6.1	Задача Сретенського.....	122
4.6.2	Модель водонапірної вежі з конічним баком .	126
5	Нелінійні асимптотичні модальні системи для V-подібних конічних баків	132
5.1	Нелінійна модальна система Майлза–Луковського .	132
5.2	Адаптивні модальні рівняння.....	136
5.3	Модальна теорія Наріманова–Моїсеева.....	139
5.3.1	Модальні рівняння.....	139
5.3.2	Вторинні резонанси.....	143
5.3.3	Періодичні розв'язки та їх стійкість.....	145
5.3.4	Амплітудно-частотні характеристики.....	150
6	Спрошені нелінійні модальні рівняння для інженерних об'єктів	153
6.1	Семимодова модальна теорія Наріманова–Моїсеева для зрізаних конічних баків.....	153
6.1.1	Семимодова модальна система	153
6.1.2	Періодичні розв'язки.....	158
6.1.3	Нестійкість усталених хвильових режимів ...	165
6.1.4	Амплітудно-частотні характеристики.....	169
6.1.5	Гідродинамічні сили і моменти.....	171
6.2	П'ятимодова модальна система для незрізаних конічних баків.....	175
	Додаток	178
	А Деталі виведення нелінійних модальних систем.....	178
	А.1 Узагальнена координата $\beta_0(t)$	178
	А.2 Інтеграли A_{Mi}^p і A_{mi}^r , які визначено в (5.9) .	179

A.3	Інтеграли A_{NK} , які визначено в (5.10)	181
A.4	Узагальнені швидкості P_{Cd} і R_{cd}	183
A.5	Інтеграли l_i	184
A.6	d -, g -, t -коефіцієнти модального рівняння (5.16)	187
A.7	Коефіцієнти модальної системи (5.19).....	189
В	Деталі виведення семимодової нелінійної модальної системи в зрізаному круговому конічному баці	191
С	Деталі виведення п'ятимодової нелінійної модальної системи в круговому конічному баці.....	204
	Список літератури	213
	Предметний покажчик	222