

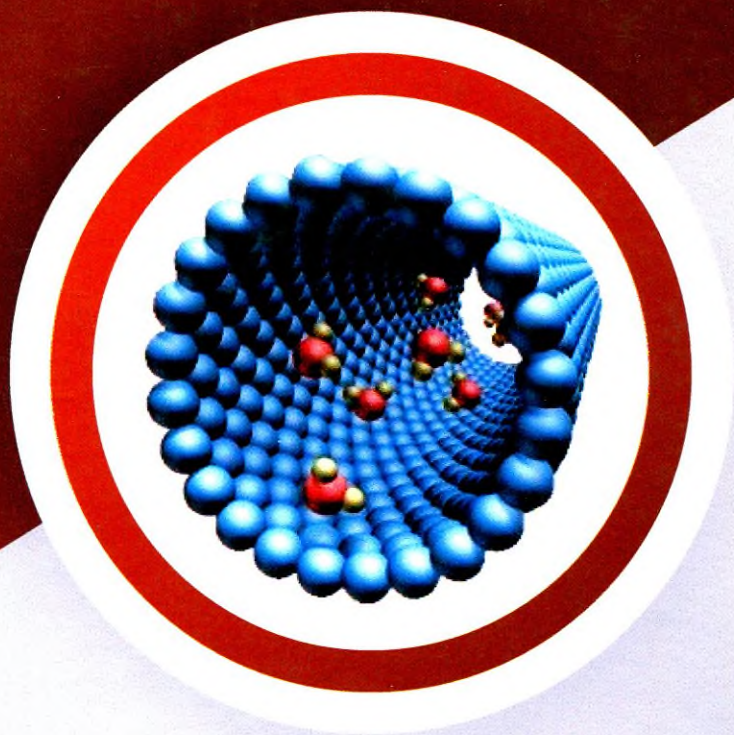
004.42

Г17

В. Я. ГАЛЬЧЕНКО Р. В. ТРЕМБОВЕЦКАЯ

МАТНСАД: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ОПТИМИЗАЦИИ

• Учебное пособие •



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ЧЕРКАССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

В. Я. ГАЛЬЧЕНКО Р. В. ТРЕМБОВЕЦКАЯ

MATHCAD : МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ОПТИМИЗАЦИИ

• Учебное пособие •

Черкассы
2018

УДК 519.85(076)
ББ К 22.18я73
Г17

Рекомендовано к печати Ученым советом Черкасского государственного технологического университета (протокол № 8 от 12 февраля 2018 г.)

Рецензенты:

Верлань А. Ф. - главный научный сотрудник отдела математического и компьютерного моделирования Института проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова НАНУ, член-корреспондент НАПН Украины, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины

Кветный Р. Н. - заведующий кафедры автоматизации и информационно-измерительной техники Винницкого национального технического университета, член-корреспондент НАПН Украины, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Украины

Раскин Л. Г. - заведующий кафедры распределенных информационных систем и облачных технологий Харьковского национального технического университета "ХПИ". доктор технических наук, профессор

Гальченко В. Я., Трёмбовецкая Р. В.

MathCAD: математические методы и инструментальные средства оптимизации / В. Я. Гальченко, Р. В. Трёмбовецкая - Черкассы: ЧП Гордиенко Е. И., 2018.-516с., ил.

ISBN 978-966-9730-34-3

В учебном пособии изложены конспективно основные теоретические положения математических методов и подробный практический материал по использованию инструментальных средств решения задач математического программирования в среде, универсального математического пакета MathCAD. Рассматриваются задачи безусловной и условной линейной и нелинейной оптимизации в однокритериальной и многоцелевой постановках, современные метаэвристические алгоритмы стохастического поиска глобальных решений и нечеткой оптимизации. Существенное внимание уделено компьютерной реализации рассматриваемых методов, содержатся комплекты заданий для самостоятельной работы и большое количество примеров, способствующих лучшему пониманию и усвоению материала.

Для студентов инженерно-технических и экономических специальностей вузов. Материал, изложенный в пособии, может быть также использован аспирантами и специалистами соответствующих профилей в своей научно-исследовательской работе.

ISBN 978-966-9730-34-3

© Гальченко В. Я., Трёмбовецкая Р. В., 2018

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	10
1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	15
1.1. Графический метод решения задач линейного программирования	17
1.1.1. Графический метод решения двумерных задач линейного программирования.....	21
Задание 1.....	32
1.1.2. Графическое решение задач линейного программирования со многими переменными.....	35
Задание 2.....	42
1.2. Численное решение задач линейного программирования в среде MathCAD	45
1.2.1. Численное решение задач линейной оптимизации с большим количеством неизвестных.....	45
Задание 3.....	46
1.2.2. Численное решение задач линейной оптимизации, характеризующихся большим количеством неизвестных, с использованием матричной формы записи.....	49
Задание 4.....	61
1.3. Представление задач линейного программирования в каноническом виде	64
Задание 5.....	69
1.4. Сведение прямых задач линейного программирования к двойственным с последующим поиском решения численным методом	72
Задание 6.....	77
1.5. Целочисленные задачи линейной оптимизации	80
1.5.1. Графический метод решения задачи целочисленного линейного программирования.....	81
1.5.2. Решение целочисленной задачи оптимизации методом полного перебора.....	90
1.5.3. Решение целочисленной задачи оптимизации путем введения дополнительного ограничения.....	93
Задание 7.....	94

Задание 8.....	96
Задание 9.....	96
1.6. Определение оптимальных правил поведения сторон в условиях конфликтной ситуации (решение матричных игр).....	97
1.6.1. Решение матричных игр $m \times n$ в чистых стратегиях.....	99
1.6.2. Удаление априори невыгодных стратегий из матриц игр.....	102
1.6.3. Решение матричных игр $m \times n$ в смешанных стратегиях.....	105
Задание 10.....	113
1.7. Задачи линейного программирования с несколькими целевыми функциями.....	115
1.7.1. Решение многокритериальных задач линейной оптимизации методом последовательных уступок.....	116
1.7.2. Поиск компромиссного решения задач линейного программирования с несколькими целевыми функциями.....	121
1.7.3. Решение многокритериальных задач линейной оптимизации путем сведения к замещающей с последующим применением метода равных и наименьших отклонений.....	125
Задание 11.....	130
Задание 12.....	134
Задание 13.....	134
2. РЕШЕНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.....	135
2.1. Аналитический метод поиска оптимума дифференцируемой функции одной переменной.....	135
2.1.1. Графическое исследование поведения функции.....	142
Задание 14.....	145
2.1.2. Алгоритм аналитического метода исследования функции на экстремум.....	146
Задание 15.....	150
2.2. Численное определение локального экстремума нелинейной функции одной переменной встроенными средствами MathCAD.....	151
2.2.1. Поиск оптимума функции одной переменной.....	151
Задание 16.....	153

2.2.2. Нахождение оптимума многоэкстремальной функции одной переменной средствами условной оптимизации.....	154
Задание 17.....	155
2.3. Реализация численного поиска экстремума унимодальных одномерных задач нелинейной оптимизации программными средствами MathCAD.....	157
2.3.1. Эвристический выбор начального интервала неопределенности, содержащего локальный оптимум, с использованием алгоритма Свенна.....	158
Задание 18.....	162
2.3.2. Алгоритм нелинейной оптимизации методом деления отрезка пополам (метод дихотомии).....	163
Задание 19.....	169
2.3.3. Алгоритм одномерной нелинейной оптимизации методом Фибоначчи.....	170
Задание 20.....	175
2.3.4. Алгоритм нелинейной оптимизации методом золотого сечения.....	176
Задание 21	181
2.3.5. Алгоритм нелинейной оптимизации методом последовательной параболической аппроксимации.....	182
Задание 22.....	187
2.3.6. Алгоритм градиентного спуска поиска экстремума унимодальной нелинейной функции одной переменной с использованием первой производной.....	188
Задание 23.....	191
2.3.7. Алгоритм Ньютона - Рафсона отыскания экстремума нелинейной функции одной переменной с использованием второй производной.....	192
Задание 24.....	196
2.3.8. Алгоритм случайного поиска оптимума функции одной переменной.....	197
Задание 25.....	199
3. РЕШЕНИЕ МНОГОМЕРНЫХ ЗАДАЧ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.....	200
3.1. Графическое исследование рельефа функций двух переменных.....	200

3.1.1. Визуализация поведения функций двух переменных.....	200
3.1.2. Построение линий уровня функций двух переменных.....	204
Задание 26.....	206
3.2. Аналитический метод поиска оптимума функций многих переменных.....	207
3.2.1. Исследование на экстремум аналитическим методом функций многих переменных.....	207
Задание 27.....	211
3.2.2. Определение градиента функции многих переменных	212
3.2.3. Вычисление градиента функции в точке.....	214
Задание 28.....	216
3.2.4. Конечно-разностное вычисление градиента функции в точке.....	218
Задание 29.....	220
3.2.5. Построение матрицы Гессе.....	220
Задание 30.....	223
3.2.6. Вычисление матрицы Гессе в точке.....	224
3.2.7. Вычисление угловых миноров матрицы Гессе и ее собственных значений.....	226
3.2.8. Применение критерия Сильвестра для исследования функций многих переменных на экстремум.....	229
Задание 31.....	236
3.3. Численное определение экстремума нелинейной функции многих переменных встроенными средствами MathCAD.....	238
3.3.1. Определение экстремума функции нескольких переменных.....	238
Задание 32.....	240
3.3.2. Использование условной оптимизации для решения задач в случае наличия многоэкстремальной ситуации.....	241
Задание 33.....	243
3.4. Алгоритмы численного поиска экстремума многомерных задач нелинейной оптимизации программными средствами MathCAD.....	246
3.4.1. Алгоритм покоординатного спуска с одномерной оптимизацией методом квадратичной аппроксимации.....	246
Задание 34.....	253

3.4.2. Алгоритм покоординатного спуска с использованием од- номерного поиска методом золотого сечения.....	254
Задание 35.....	257
3.4.3. Алгоритм покоординатного спуска с использованием од- номерного поиска методом Фибоначчи.....	258
Задание 36.....	261
3.4.4. Алгоритм деформируемого многогранника (метод Нел- дера-Мида).....	265
Задание 37.....	271
3.4.5. Алгоритм градиентного спуска с дроблением шага.....	272
Задание 38.....	276
3.4.6. Алгоритм градиентного спуска с дроблением шага и вы- числением производных по формуле центральных разно- стей.....	277
Задание 39.....	280
3.4.7. Алгоритм наискорейшего спуска.....	281
Задание 40.....	286
3.4.8. Алгоритм Ньютона.....	287
Задание 41.....	291
4. МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ.....	292
4.1. Алгоритмы оптимизации роем частиц PSO.....	293
Задание 42.....	316
4.2. Генетический алгоритм.....	319
Задание 43.....	331
4.3. Алгоритм имитации отжига.....	332
Задание 44.....	339
4.4. Гибридный алгоритм оптимизации на основе генети- ческого алгоритма с локальным поиском методом Нел- дера-Мида.....	341
Задание 45.....	352
5. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.....	353
5.1. Графический метод решения задач нелинейного про- граммирования для функций двух переменных.....	355
5.1.1. Геометрические образы нелинейных оптимизационных моделей.....	357

5.1.2. Задача с линейной целевой функцией и нелинейной системой ограничений.....	364
5.1.3. Задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений.....	368
5.1.4. Задача с нелинейной целевой функцией и нелинейной системой ограничений.....	374
Задание 46.....	379
5.2. Решение многомерных задач условной оптимизации встроенными средствами MathCAD.....	380
Задание 47.....	382
5.3. Метод множителей Лагранжа для решения задач условной оптимизации.....	383
5.3.1. Алгоритм применения метода для случая ограничений в виде равенств.....	383
Задание 48.....	390
5.3.2. Алгоритм применения метода для случая ограничений в виде неравенств. Условия Куна-Таккера.....	392
5.3.3. Решение задачи условной оптимизации для случая нелинейной функции двух переменных с ограничениями-неравенствами.....	395
5.3.4. Решение задачи условной оптимизации для случая нелинейной функции трех переменных с ограничениями-неравенствами.....	398
Задание 49.....	401
5.4. Условная оптимизация сведением к задачам без ограничений.....	406
5.4.1. Учет ограничений методом замены переменных.....	406
Задание 50.....	409
5.4.2. Учет ограничений методом штрафных функций (внешних штрафов).....	411
Задание 51.....	419
5.4.3. Учет ограничений методом барьерных функций (внутренних штрафов).....	424
Задание 52.....	431

6. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ	432
6.1. Понятие оптимальности в многокритериальных задачах и схемы компромисса.....	432
6.1.1. Постановка задачи многокритериальной оптимизации.....	432
6.1.2. Проблемы решения задач многокритериальной оптимизации.....	433
6.1.3. Оптимальность по Парето.....	435
6.2. Скаляризация векторного критерия агрегированием частных критериев с помощью свертки	442
Задание 53.....	447
6.3. Аппроксимация фронта Парето сеточным методом исследования пространства параметров	451
Задание 54.....	468
7. МНОГОЦЕЛЕВАЯ НЕЧЕТКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ	469
7.1. Построение функции принадлежности нечетких множеств	470
7.2. Операции над нечеткими множествами	482
7.3. Оптимизация на нечетких множествах	495
Задание 55.....	501
Список литературы	507
Термины и определения	510