

58
134
І. В. Алексєєва
О. О. Диховичний

В. О. Гайдей
Л. Б. Федорова

МАТЕМАТИКА В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Том 1



- Множини й числа
- Лінійна алгебра
- Векторна алгебра
- Аналітична геометрія

**КОНДОР**

І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей,
О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова

МАТЕМАТИКА В ТЕХНІЧНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ

Том 1

*Затверджено Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як підручник для студентів технічних університетів*



УДК [510+512+514](075.8)

МЗ4

*Гриф надано Вченою радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 7 від 25.06.2018 р.)*

Рецензенти:

В. В. Гавриленко — д-р фіз.-мат. наук, проф., завідувач кафедри інформаційних систем і технологій Національного транспортного університету,

П. В. Задерей — д-р фіз.-мат. наук, проф., завідувач кафедри вищої математики Київського національного університету технологій та дизайну,

Б. В. Олійник д-р фіз.-мат. наук, проф., завідувач кафедри математики Національного університету «Києво-Могилянська академія»

МЗ4 Математика в технічному університеті : Підручник /
І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ;
за ред. О. І. Клесова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ : Видав-
ничий дім «Кондор», 2018. — Т. 1. — 496 с.

ISBN 978-617-7582-91-4

«Математика в технічному університеті» є навчальним комплексом, що складається з підручника та практикуму. Теоретична і практична частини комплексу відповідають навчальним програмам з вищої математики бакалавріату технічних університетів. Комплекс може бути застосований для забезпечення як денної форми навчання, так і дистанційної чи змішаної.

Для студентів технічних університетів.

УДК [510+512+514](075.8)

ISBN 978-617-7582-91-4

© І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей,
О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова, 2018
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018
© Видавничий дім «Кондор», 2018

ЗМІСТ

Передмова	7
Основні позначення	11
Вступ	15
Розділ 1. Множини й числа	17
1.1. Елементи математичної логіки.....	19
1.1.1. Складові математичної теорії.....	19
1.1.2. Висловлювання.....	19
1.1.3. Твердження, які залежні від змінних.....	21
1.1.4. Типи теорем.....	22
1.1.5. Основні методи доведення.....	23
1.2. Множини.....	24
1.2.1. Множини.....	24
1.2.2. Дії над множинами.....	26
1.2.3. Властивості дій над множинами.....	28
1.2.4. Декартів добуток множин. Відношення.....	28
1.2.5. Відображення множин.....	30
1.3. Числа.....	32
1.3.1. Дії над числами.....	32
1.3.2. Позиційна система числення.....	35
1.3.3. Подільність цілих чисел.....	36
1.3.4. Дроби.....	38
1.3.5. Ірраціональні числа.....	40
1.3.6. Числові множини.....	41
1.3.7. Властивості дій над дійсними числами.....	43
1.4. Числова вісь.....	44
1.4.1. Модуль дійсного числа.....	44
1.4.2. Зображення дійсних чисел.....	44
1.4.3. Проміжки.....	47
1.4.4. Околиці.....	48
1.4.5. Обмежені і необмежені числові множини.....	49
1.5. Елементи комбінаторики.....	50
1.5.1. Скорочені позначення.....	50
1.5.2. Правила суми й добутку.....	52
1.5.3. Сполуки.....	52
1.5.4. Розміщення.....	53
1.5.5. Перестановки.....	55
1.5.6. Комбінації.....	56
1.5.7. Біном Ньютона.....	58

Запитання та завдання для самоконтролю.....	61
Формули, твердження, алгоритми.....	68
Практикум 1.1. Елементи математичної логіки.....	84
Практикум 1.2. Множини.....	90
Практикум 1.3. Дії над числами. Прогресії.....	93
Практикум 1.4. Числова вісь.....	103
Практикум 1.5. Елементи комбінаторики.....	109
Основні поняття та вміння.....	116
Розділ 2. Лінійна алгебра.....	117
2.1. Матриці.....	119
2.1.1. Поняття матриці.....	119
2.1.2. Типи матриць.....	120
2.1.3. Лінійні дії над матрицями.....	121
2.1.4. Множення матриць.....	125
2.1.5. Транспонування матриць.....	128
2.2. Визначники.....	129
2.2.1. Індуктивне означення визначника.....	129
2.2.2. Обчислення визначників за означенням.....	130
2.2.3. Властивості визначника.....	133
2.2.4. Обчислення визначника елементарними перетвореннями.....	134
2.3. Обернена матриця.....	136
2.3.1. Обернена матриця і її властивості.....	137
2.3.2. Знаходження оберненої матриці.....	138
2.3.3. Розв'язування матричних рівнянь за допомогою оберненої матриці.....	139
2.4. Ранг матриці.....	140
2.4.1. Лінійна незалежність (залежність) стовпців матриці.....	140
2.4.2. Ранг матриці та його властивості.....	141
2.4.3. Знаходження рангу матриці методом Гауса.....	143
2.5. Системи лінійних алгебричних рівнянь.....	145
2.5.1. Система лінійних алгебричних рівнянь і способи її запису.....	145
2.5.2. Розв'язки систем лінійних алгебричних рівнянь.....	147
2.5.3. Розв'язування систем з невідродженою матрицею.....	148
2.5.4. Дослідження сумісності системи лінійних алгебричних рівнянь.....	149
2.5.5. Розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь методом елементарних перетворень.....	151
2.5.6. Структура загального розв'язку СЛАР.....	154
Запитання та завдання для самоконтролю.....	157
Формули, твердження, алгоритми.....	164
Практикум 2.1. Матриці.....	182
Практикум 2.2. Визначники.....	194
Практикум 2.3. Обернена матриця.....	201
Практикум 2.4. Ранг матриці.....	207
Практикум 2.5. Системи лінійних алгебричних рівнянь.....	211
Основні поняття та вміння.....	224

Розділ 3. Векторна алгебра	225
3.1. Вектори.....	227
3.1.1. Поняття вектора.....	227
3.1.2. Взаємне розташування векторів.....	228
3.1.3. Лінійні дії з векторами.....	229
3.1.4. Лінійна залежність та лінійна незалежність векторів.....	232
3.1.5. Базис на прямій, на площині й у просторі.....	233
3.1.6. Дії над векторами в координатній формі.....	236
3.2. Прямокутна декартова система координат.....	237
3.2.1. Декартова система координат.....	237
3.2.2. Орієнтація в геометричних просторах.....	238
3.2.3. Прямокутна декартова система координат.....	239
3.2.4. Проекція вектора на вісь.....	242
3.2.5. Застосування прямокутної декартової системи координат.....	243
3.3. Добутки векторів.....	247
3.3.1. Означення добутків векторів.....	247
3.3.2. Властивості добутків векторів.....	250
3.3.3. Добутки векторів у координатній формі.....	251
3.3.4. Застосування добутків векторів.....	253
3.4. Комплексні числа.....	255
3.4.1. Комплексні числа як упорядковані пари.....	256
3.4.2. Алгебрична форма комплексних чисел.....	257
3.4.3. Геометричне зображення комплексних чисел.....	259
3.4.4. Полярна система координат.....	260
3.4.5. Тригонометрична форма комплексних чисел.....	262
3.4.6. Показникова форма комплексних чисел.....	264
Запитання та завдання для самоконтролю.....	266
Формули, твердження, алгоритми.....	275
Практикум 3.1. Вектори.....	290
Практикум 3.2. Прямокутна декартова система координат.....	299
Практикум 3.3. Добутки векторів.....	306
Практикум 3.4. Комплексні числа.....	320
Основні поняття та вміння.....	332
Розділ 4. Аналітична геометрія	333
4.1. Прямі на площині.....	335
4.1.1. Лінії на площині.....	335
4.1.2. Рівняння прямої на площині.....	339
4.1.3. Взаємне розташування прямих на площині.....	344
4.2. Криві 2-го порядку.....	348
4.2.1. Лінія 2-го порядку.....	348
4.2.2. Еліпс.....	349
4.2.3. Парабола.....	351
4.2.4. Гіпербола.....	352

4.2.5. Спільні властивості кривих 2-го порядку.....	353
4.3. Зведення рівняння ліній 2-го порядку до канонічного вигляду.....	355
4.3.1. Квадратичні форми.....	355
4.3.2. Власні числа і власні вектори матриці.....	356
4.3.3. Перетворення ПДСК на площині.....	357
4.3.4. Побудова канонічних систем координат для кривих 2-го порядку.....	359
4.3.5. Класифікація ліній 2-го порядку.....	362
4.4. Площини.....	364
4.4.1. Поверхні.....	364
4.4.2. Рівняння площини.....	365
4.4.3. Взаємне розташування площин.....	370
4.5. Прямі у просторі.....	372
4.5.1. Лінії у просторі.....	372
4.5.2. Пряма у просторі.....	373
4.5.3. Взаємне розташування прямих у просторі.....	376
4.5.4. Взаємне розташування прямої і площини.....	378
4.6. Поверхні 2-го порядку.....	380
4.6.1. Класифікація поверхонь і просторових кривих.....	380
4.6.2. Деякі класи поверхонь.....	381
4.6.3. Еліпсоїд.....	385
4.6.4. Гіперболоїди.....	386
4.6.5. Параболоїди.....	389
4.7. Визначні криві та поверхні.....	391
4.7.1. Плоскі криві у ПДСК.....	391
4.7.2. Плоскі криві в полярній системі координат.....	393
4.7.3. Просторові криві.....	395
4.7.4. Поверхні.....	396
Запитання та завдання для самоконтролю.....	397
Формули, твердження, алгоритми.....	402
Практикум 4.1. Прямі на площині.....	420
Практикум 4.2. Криві 2-го порядку.....	432
Практикум 4.3. Прямі у просторі. Площини.....	442
Практикум 4.4. Поверхні 2-го порядку.....	468
Основні поняття та вміння.....	472
Додаток А. Латинська та грецькі абетки.....	473
Додаток В. Властивості дій. Деякі формули геометрії.....	474
Додаток В. Походження деяких термінів та позначень.....	476
Список використаної та рекомендованої літератури.....	482
Предметний покажчик.....	485
Іменний покажчик.....	494