

519.21  
М7

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
КИРОВОГРАДСКАЯ ЛЕТНАЯ АКАДЕМИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОГО АВИАЦИОННОГО УНИВЕРСИТЕТА**

# **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭРГОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**МОНОГРАФИЯ**



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ  
КИРОВОГРАДСКАЯ ЛЕТНАЯ АКАДЕМИЯ  
НАЦИОНАЛЬНОГО АВИАЦИОННОГО УНИВЕРСИТЕТА

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ЭРГОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

МОНОГРАФИЯ

Кропивницкий  
2016

УДК 331.101.1: [51-7:001.891]  
ББК Ж30.17-01  
М34

*Рекомендована к печати ученым  
советом Кировоградской летной  
академии Национального авиационного  
университета, протокол от 08.09.2016 № 4*

*Рецензенты:*

В. А. Краснобаев, доктор техн. наук, профессор, Харьков  
В. Н. Рудницкий, доктор техн. наук, профессор, Черкассы  
А. А. Смирнов, доктор техн. наук, профессор, Кропивницкий

М34 Математические основы эргономических исследований: монография / П. Г. Бердник, Г. А. Кучук, Н. Г. Кучук, Д. Н. Обидин, М. А. Павленко, А. В. Петров, В. Н. Руденко, О. И. Тимочко. - Кропивницкий: КЛА НАУ, 2016. - 248 с.

**ISBN 978-966-932-005-6**

В монографии обобщены в едином источнике математические методы, которые используются при эргономическом проектировании новой техники с иллюстрацией некоторых аспектов практической применимости затрагиваемых разделов математики. Монографию можно рассматривать как справочник, который поможет спланировать проведение эксперимента, отыскать приемы и способы обоснования решений, разработать модель и исследовать ее. Главной задачей является то, что такую творческую область как эргономика, где большинство решений построены на интуиции, опыте и чувстве прекрасного, можно подкрепить и усилить математикой. Использование математики может позволить формализовать процесс разработки новых систем и разработки новых подходов к проектированию и исследованию.

Для научных сотрудников и специалистов в области эргономики, студентов и аспирантов, изучающих эргономику.

**УДК 331.101.1: [51-7: 001.891]  
ББК Ж30.17-01**

**ISBN 978-966-932-005-6**

© П. Г. Бердник, Г. А. Кучук, Н. Г. Кучук,  
Д. Н. Обидин, М. А. Павленко, А. В. Петров,  
В. Н. Руденко, О. И. Тимочко, 2016

---

## СОДЕРЖАНИЕ

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ .....   | 7  |
| ГЛАВА 1. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ<br>СТАТИСТИКА.....   | 10 |
| 1.1. Основные понятия теории вероятностей .....  | 10 |
| 1.1.1. Случайные события. Вероятность события.....   | 10 |
| 1.1.2. Основные комбинаторные формулы.....   | 11 |
| 1.1.3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.....  | 13 |
| 1.1.4. Формула полной вероятности. Формула Байеса.....   | 15 |
| 1.1.5. Повторение независимых опытов .....   | 16 |
| 1.1.6. Случайная величина. Закон распределения.....  | 18 |
| 1.1.7. Числовые характеристики случайной величины .....  | 21 |
| 1.1.8. Некоторые часто используемые законы распределения .....   | 24 |
| 1.1.9. Функции одного случайного аргумента .....   | 26 |
| 1.1.10. Двумерные случайные величины.....  | 28 |
| 1.1.11. Числовые характеристики двумерных<br>случайных величин.....  | 31 |
| 1.1.12. Функции случайных величин .....  | 33 |
| 1.2. Математическая статистика .....   | 36 |
| 1.2.1. Оценка закона распределения.....  | 36 |
| 1.2.2. Точечные оценки числовых характеристик и параметров.....  | 39 |
| 1.2.3. Интервальные оценки числовых характеристик.....   | 43 |
| 1.2.4. Проверка статистических гипотез<br>о законе распределения .....   | 47 |
| 1.2.5. Оценка коэффициента корреляции<br>и линейной регрессии .....  | 51 |
| 1.2.6. Методы математической статистики в эргономике.....  | 55 |
| ГЛАВА 2. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ГРАФОВ .....  | 60 |
| 2.1. Основные определения графов .....   | 60 |
| 2.2. Типы конечных графов.....   | 62 |
| 2.3. Смежность и инцидентность.....  | 64 |
| 2.4. Маршруты и подграфы.....  | 67 |
| 2.5. Связность и разделимость .....  | 69 |
| 2.6. Деревья и лес .....   | 72 |
| 2.7. Практическое использование методов теории графов<br>при моделировании деятельности операторов<br>системы «человек-машина» ..... | 74 |

|   |     |
|---|-----|
| ГЛАВА 3. ОСНОВЫ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ .....  | 79  |
| 3.1. Основные определения.....  | 79  |
| 3.2. Обзор методов моделирования .....  | 81  |
| 3.3. Основные этапы моделирования .....   | 83  |
| 3.3.1. Цель моделирования.....  | 84  |
| 3.3.2. Создание концептуальной модели .....   | 85  |
| 3.3.2.1. Ориентация .....   | 85  |
| 3.3.2.2. Стратификация .....  | 85  |
| 3.3.2.3. Детализация .....  | 85  |
| 3.3.2.4. Структуризация. Управление .....   | 86  |
| 3.3.2.5. Локализация.....   | 86  |
| 3.3.2.6. Выделение процессов.....   | 86  |
| 3.3.3. Подготовка исходных данных .....   | 86  |
| 3.3.3.1. Сбор фактических данных.....   | 86  |
| 3.3.3.2. Подбор закона распределения.....   | 87  |
| 3.3.3.3. Аппроксимация функций.....   | 87  |
| 3.3.4. Разработка математической модели.....  | 88  |
| 3.3.4.1. Математические модели<br>аналитического типа.....                          | 90  |
| 3.3.4.2. Линейные математические модели.....  | 90  |
| 3.3.5. Выбор метода моделирования.....  | 94  |
| 3.3.5.1. Аналитические модели и методы.....   | 95  |
| 3.3.5.2. Поток заявок .....   | 96  |
| 3.3.5.3. Марковские модели.....   | 99  |
| 3.3.5.4. Статистические модели.....   | 99  |
| 3.3.5.5. Имитационные модели и методы.....  | 101 |
| 3.3.5.6. Стохастические модели.....   | 102 |
| 3.3.5.7. Эмпирические математические модели.....                                    | 104 |
| 3.3.6. Выбор средств моделирования и разработка<br>программной модели .....         | 110 |
| 3.3.6.1. Технические средства моделирования .....                                   | 110 |
| 3.3.6.2. Алгоритмические языки<br>общего назначения.....                            | 111 |
| 3.3.6.3. Языки моделирования.....   | 111 |
| 3.3.6.4. Автоматизированные системы моделирования .....                             | 111 |
| 3.3.7. Проверка адекватности и корректировка модели.....                            | 112 |
| 3.3.7.1. Проверка адекватности .....  | 112 |
| 3.3.7.2. Статистические методы проверки адекватности<br>математических моделей..... | 113 |
| 3.3.7.3. Выбор оптимальной эмпирической модели.....                                 | 115 |
| 3.3.7.4. Корректировка модели.....  | 117 |

## Математические основы эргономических исследований

|  |            |
|--|------------|
| 3.3.8. Планирование экспериментов с моделью.....   | 117        |
| 3.3.8.1. Стратегическое планирование.....  | 117        |
| 3.3.8.2. Tактическое планирование.....   | 118        |
| 3.3.9. Моделирование на ЭВМ и анализ результатов<br>моделирования.....   | 118        |
| 3.3.9.1. Обработка результатов измерений имитационного<br>моделирования .....  | 118        |
| 3.3.9.2. Определение зависимостей характеристик<br>от параметров системы.....  | 119        |
| 3.3.9.3. Использование результатов моделирования.....  | 120        |
| 3.4. Пример практической реализации и исследования<br>модели деятельности оператора и использованием<br>имитационного моделирования..... | 120        |
| <b>ГЛАВА 4. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ .....</b>   | <b>125</b> |
| 4.1. Общие аспекты теории обработки информации .....   | 125        |
| 4.1.1. Влияние бихевиоризма середины XX века.....  | 126        |
| 4.1.2. Влияние теории передачи информации.....   | 128        |
| 4.1.3. Влияние теории вычислительных систем.....   | 130        |
| 4.2. Философское осмысление понятия «информация» .....   | 133        |
| 4.2.1. Семантический аспект: усвоение переданной<br>информации .....   | 135        |
| 4.2.2. Прагматический аспект: ценность информации<br>для получателя.....   | 139        |
| 4.3. Терминология теории информации.....   | 140        |
| 4.3.1. Характерные неудачные попытки введения меры<br>и единицы измерения количества информации .....                                    | 141        |
| 4.3.2. Линейная мера количества семантической информации .....   | 144        |
| 4.3.3. Логарифмическая мера как мера количества ёмкости .....  | 145        |
| 4.3.4. Универсальная единица ёмкости источника сообщений.....  | 146        |
| 4.3.5. Ёмкость источника сообщений и энтропия<br>равномерного распределения.....   | 146        |
| 4.4. Основы классической теории информации .....   | 147        |
| 4.4.1. Информационные характеристики<br>дискретных источников.....   | 148        |
| 4.4.2. Количество информации в элементе<br>сообщения (символе) .....   | 149        |
| 4.4.3. Энтропия дискретного источника без памяти.....  | 150        |
| 4.4.4. Энтропия источника с памятью.....   | 153        |
| 4.4.5. Свойства энтропии.....  | 156        |
| 4.5. Методы расчета количества информации,<br>перерабатываемой человеком-оператором.....   | 159        |

|   |     |
|---|-----|
| ГЛАВА 5. ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА.....   | 166 |
| 5.1. Системный анализ проблемы.....   | 166 |
| 5.2. Формализованная модель проблемы.....   | 174 |
| 5.3. Декомпозиция проблемы.....   | 176 |
| 5.4. Сценарии.....  | 177 |
| 5.5. Решение проблемы.....  | 182 |
| 5.5.1. Концептуальные подходы к решению проблемы.....   | 182 |
| 5.5.2. Основные этапы подготовки решения проблемы.....  | 184 |
| 5.5.3. Алгоритм анализа и решения проблемы .....  | 190 |
| ГЛАВА 6. ТЕОРИЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ .....  | 193 |
| 6.1. Основы процесса принятия решений.....  | 193 |
| 6.2. Эволюция теории принятия решений.<br>ЭВМ в принятии решений.....   | 196 |
| 6.3. Схема процесса принятия решений.....   | 197 |
| 6.4. Классификация задач принятия решений.....  | 199 |
| 6.5. Характеристика методов теории полезности.....  | 203 |
| 6.6. Классификация управленческих решений.....  | 206 |
| 6.6.1. Классификация решений по субъектно-объектному<br>признаку.....   | 206 |
| 6.6.2. Классификация решений по степени<br>ситуации.....  | 207 |
| 6.6.3. Классификация решений по форме.....  | 208 |
| 6.6.4. Классификация решений по характеру<br>целей и длительности действий.....                                 | 208 |
| 6.6.5. Классификация решений по их месту<br>и функциям в процессе управления .....                              | 209 |
| 6.6.6. Классификация решений по алгоритму.....  | 210 |
| 6.6.7. Классификация решений по основаниям .....  | 211 |
| 6.6.8. Классификация решений по содержанию задачи<br>принятия решений и степени охвата объекта управления ..... | 212 |
| ГЛАВА 7. ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ.....   | 214 |
| 7.1. Основные понятия исследования операций .....   | 214 |
| 7.2. Линейное программирование.....   | 220 |
| 7.3. Нелинейное программирование.....   | 224 |
| 7.4. Целочисленное программирование.....  | 225 |
| 7.5. Динамическое программирование.....   | 227 |
| 7.6. Теория игр.....  | 230 |
| 7.7. Системы массового обслуживания.....  | 234 |
| 7.8. Сетевое планирование .....   | 239 |
| СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....  | 246 |