

539.37
М34

**Е. Г. Янютин, Н. И. Воропай,
Г. А. Гнатенко, А. С. Шарапата**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ**

Монография

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

ХАРЬКОВСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
АВТОМОБИЛЬНО-ДОРОЖНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПИТАНИЯ И ТОРГОВЛИ

Е. Г. Янютин, Н. И. Воропай, Г. А. Гнатенко, А. С. Шарапата

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ**

Монография

Харьков
2014

УДК 534.1:004.942

ББК 22.251в641.0

М 34

Рецензенты:

А. Н. Шутиков – доктор технических наук, профессор Института проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного Национальной академии наук Украины;

А. С. Куценко – доктор технических наук, профессор Харьковского национального технического университета «Харьковский политехнический институт».

М 34 Математическое моделирование нестационарных колебаний элементов конструкций : монография / Е. Г. Янютин, Н. И. Воропай, Г. А. Гнатенко, А. С. Шарапата. – Харьков : Издательство «Лидер», 2014.–297 с.

ISBN 978-966-2732-14-6

В монографии изложены методы решения задач (прямых и обратных) при импульсном нагружении мембран, стержней, оболочек, пластин и трехмерных тел, деформация которых происходит в упругой области.

Монография предназначена для научных работников, инженеров, преподавателей вузов, аспирантов и студентов, специализирующихся в областях механики деформируемого твёрдого тела, динамики и прочности машин.

У монографії викладені методи розв'язання задач (прямих та обернених) при імпульсному навантаженні мембран, стержнів, оболонок, пластин і тримірних тіл, деформація яких відбувається в пружній області.

Монографія призначена для наукових працівників, інженерів, викладачів вузів, аспірантів та студентів, які спеціалізуються в галузях механіки деформівного твердого тіла, динаміки та міцності машин.

УДК 534.1:004.942

ББК 22.251в641.0

ISBN 978-966-2732-14-6

© Янютин Е. Г., Воропай Н. И.,

Гнатенко Г. А., Шарапата А. С., 2014

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	6
ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР	8
1.1. Модели элементов конструкций в виде пластин и оболочек.....	8
1.2. Исследования динамического деформирования упругих тел в виде пластин и оболочек.....	13
1.3. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела.....	22
ГЛАВА 2. ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ НАГРУЗОК, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА МЕМБРАНУ-ПОЛОСУ И БЕЗМОМЕНТНУЮ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ.....	28
2.1. Первый способ решения задачи о воздействии на бесконечно длинную мембрану импульсных нагрузок (прямая задача).....	28
2.2. Второй способ решения прямой задачи для мембраны-полосы.....	31
2.3. Первый способ решения задачи об определении неизвестной нагрузки, воздействующей на мембрану-полосу (обратная задача).....	34
2.4. Второй способ решения обратной задачи для бесконечно длинной мембраны.....	37
2.5 Идентификация нестационарной сосредоточенной нагрузки, воздействующей на цилиндрическую оболочку.....	40
ГЛАВА 3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ СОСРЕДОТОЧЕННОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ТОНКУЮ ПЛАСТИНУ-ПОЛОСУ.....	49
3.1. Решение прямой задачи о воздействии на бесконечно длинную пластину импульсных нагрузок.....	49
3.2. Решение обратной задачи о восстановлении неизвестной нагрузки.....	52

ГЛАВА 4. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ИМПУЛЬСНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПЛАСТИНЫ И ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКУ СРЕДНИХ ТОЛЩИН.....	59
4.1. Управление нестационарными колебаниями бесконечно длинной цилиндрической оболочки.....	59
4.2. Решение прямой и обратной задачи для прямоугольной пластины, нагружаемой нестационарно.....	72
4.3. Вывод уравнений движения пластины с учетом поперечного обжатия (методика R. G. Mindlin).....	82
4.4. Вывод уравнений движения пластины с учетом поперечного обжатия на основе вариационного принципа.....	84
4.5. Решение обратной задачи о воздействии на пластину касательной к ее срединной плоскости нагрузки.....	88
ГЛАВА 5. РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ В РАМКАХ ТРЕХМЕРНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ.....	101
5.1. Решение обратной задачи о кинематическом возмущении упругого пространства с цилиндрической полостью.....	101
5.2. Основные понятия несимметричной теории упругости .	114
5.3. Решение обратной задачи на основе уравнений несимметричной теории упругости.....	118
ГЛАВА 6. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ОДНОПРОЛЕТНЫХ БАЛОК.....	133
6.1. Решение прямой задачи о воздействии на балку импульсных нагрузок.....	133
6.2. Идентификация внешней нестационарной нагрузки.....	142
6.3. Сопоставление результатов идентификации с результатами исследований других авторов.....	151
ГЛАВА 7. ИМПУЛЬСНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ДВУХ СКРЕПЛЕННЫХ БАЛОК.....	156
7.1. Прямая задача о вынужденных колебаниях двух скрепленных балок.....	156
7.2. Идентификация внешних нестационарных нагрузок, воздействующих на систему балок (обратная задача).....	170
7.3. Управление нестационарными колебаниями системы балок.....	176

ГЛАВА 8. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ОДНОПРОЛЕТНОЙ СОСТАВНОЙ БАЛКИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ.....	181
8.1. Прямая задача о деформировании однопролетной составной балки.....	181
8.2. Описание численных результатов и оценка их достоверности.....	191
8.3. Восстановление нестационарной нагрузки, воздействующей на балку.....	196
ГЛАВА 9. ДЕФОРМИРОВАНИЕ СОСТАВНЫХ ПО ДЛИНЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ.....	205
9.1. Прямая задача о нестационарном осесимметричном деформировании составной цилиндрической оболочки.....	205
9.2. Обратная задача о нестационарном осесимметричном деформировании составной цилиндрической оболочки.....	221
ГЛАВА 10. НЕСТАЦИОНАРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ДВУХ ВЛОЖЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК.....	226
10.1. Задача о нестационарном осесимметричном деформировании составной по толщине цилиндрической оболочки.....	226
10.2. Восстановление нагрузки, действующей на одну из оболочек системы.....	235
ГЛАВА 11. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ИМПУЛЬСНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЗОК, ВОЗДЕЙСТВУЮЩИХ НА КРУГЛЫЕ ПЛАСТИНЫ И ПОЛОГИЕ СФЕРИЧЕСКИЕ ОБОЛОЧКИ.....	239
11.1. Идентификация импульсных осесимметричных нагрузок, действующих на круглые пластины.....	239
11.2. Идентификация импульсных осесимметричных нагрузок, действующих на пологие сферические оболочки.....	261
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	277