

517.3
П.54

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ

Навчально-методичний посібник
для студентів технічних спеціальностей
усіх форм навчання

Харків
НТУ «ХПІ»
2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

КРАТНІ ІНТЕГРАЛИ

**Навчально-методичний посібник
для студентів технічних спеціальностей
усіх форм навчання**

Рекомендовано
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 3 від 06.11.19 р.

Харків
НТУ «ХП»

2021

УДК 517.91

П 133

Рецензенти:

Ю. І.Першина, д-р фіз.-мат. наук, проф. УІПА

Н. О. Чікіна, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХП»

Полянська Т. С.

П 133 Кратні інтеграли: навч.-метод. посіб. / Полянська Т. С., Чорна
О. С. – Харків : НТУ «ХП», 2021. – 76 с

Навчально-методичний посібник містить детально роз'яснені методи розв'язання типових задач за темою «Кратні інтеграли» і завдання для самостійної роботи.

Призначено для студентів технічних спеціальностей НТУ «ХП».

Лл. 54. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 517.91

© Т.С.Полянська, О.С. Чорна, 2021 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. ПОДВІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ.....	4
1.1. Означення подвійного інтеграла.....	4
1.2. Геометричний зміст подвійного інтеграла.....	5
1.3. Властивості подвійного інтеграла.....	6
1.4. Розстановка меж інтегрування в подвійному інтегралі. Обчислення подвійних інтегралів.....	9
1.5. Полярна система координат. Подвійний інтеграл в полярних координатах.....	27
1.6. Геометричні застосування подвійного інтеграла.....	34
1.7. Фізичні застосування подвійного інтеграла.....	47
2. ПОТРІЙНИЙ ІНТЕГРАЛ.....	53
2.1. Означення потрійного інтеграла.....	53
2.2. Застосування потрійних інтегралів.....	54
2.3. Обчислення потрійного інтеграла в декартових координатах.....	55
2.4. Замена змінних в потрійному інтегралі.....	62
Таблиця інтегралів.....	73
Список літератури.....	74