

539.31  
В 75

**А. В. Воропай**

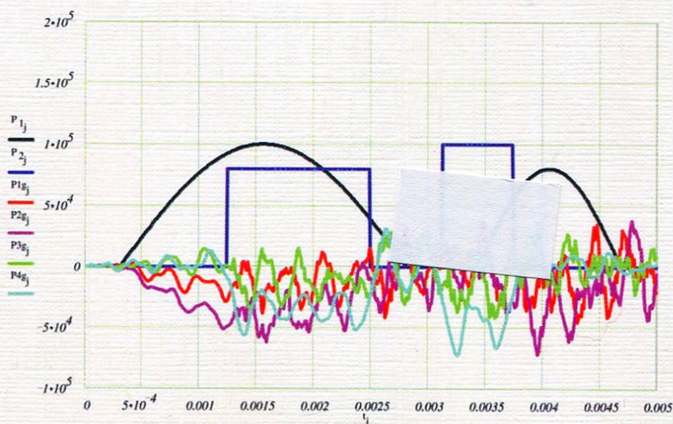
**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА**

**В НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ**

**НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИН**

Монография

$$\int_0^t K(t-\tau) z(\tau) d\tau = u(t)$$



А. В. Воропай

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ВОЛЬТЕРРА  
В НЕКОРРЕКТНЫХ ЗАДАЧАХ  
НЕСТАЦИОНАРНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИН**

Монография

Харьков  
«ЛИДЕР»  
2018

## Рецензенты:

*В. А. Меньшиков*, доктор физико-математических наук, с. н. с.,  
зав. каф. теоретической механики, машиноведения и роботомеханических систем  
Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «ХАИ»;

*В. П. Ольшанский*, доктор физико-математических наук,  
проф. каф. физики и теоретической механики ХНТУСХ им. П. Василенко;

*В. Г. Солодов*, доктор технических наук, профессор,  
зав. каф. теоретической механики и гидравлики ХНАДУ

*Публикуется по решению ученого совета*

*Харьковского национального автомобильно-дорожного университета  
(протокол № 8/18 от 25 мая 2018 г.)*

**Воропай А. В.**

В 75 Интегральные уравнения Вольтерра в некорректных задачах нестационарного деформирования пластин / А. В. Воропай. - Харьков : Издательство «Лидер», 2018. - 214 с.

ISBN 978-617-7476-10-7

В монографии предложен комплекс методов решения некорректных задач нестационарного нагружения пластинчатых элементов конструкции, которые могут быть сведены к решению одного или системы интегральных уравнений Вольтерра. Описана методика дискретизации систем интегральных уравнений Вольтерра и затем решения блочных систем линейных алгебраических уравнений с использованием регуляризирующего алгоритма Тихонова и обобщенных алгоритмов Крамера или Гаусса. Сформулированы и решены обратная задача о воздействии на пластину нескольких неизвестных независимых нестационарных нагрузок, действующих одновременно, а также задача о моделировании нестационарных колебаний прямоугольных пластин при наличии сосредоточенных масс, дополнительных сосредоточенных опор и гасителей колебаний. Построено решение некорректной задачи об управлении нестационарными поперечными колебаниями прямоугольной пластины с учетом различных сосредоточенных особенностей. Выполнен учёт диссипативных свойств в материале на базе решений теории упругости для деформируемых элементов конструкции с использованием дифференциальных и сглаживающих линейных интегральных операторов для случая внутреннего вязкого трения (модель Кельвина - Фойхта) и внутреннего гистерезисного трения (модель Бока - Шлиппе - Колара).

Для научных работников, преподавателей вузов, аспирантов и студентов, специализирующихся в областях механики деформируемого твёрдого тела, динамики и прочности машин.

У монографії запропоновано комплекс методів розв'язання некоректних задач нестационарного навантаження пластинчастих елементів конструкції, які можуть бути зведені до вирішення одного або системи інтегральних рівнянь Вольтерра. Описана методика дискретизації систем інтегральних рівнянь Вольтерра і потім розв'язку блокових систем лінійних алгебраїчних рівнянь із використанням регуляризуючого алгоритму Тихонова та узагальнених алгоритмів Крамера або Гаусса. Сформульовано та вирішено обернену задачу про вплив на пластину декількох невідомих незалежних нестационарних навантажень, що діють одночасно, а також задачу про моделювання нестационарних коливань прямокутних пластин при наявності зосереджених мас, додаткових зосереджених опор і гасників коливань. Побудовано розв'язок некоректної задачі про управління нестационарними поперечними коливаннями прямокутної пластини з урахуванням різних зосереджених особливостей. Виконано урахування дисипативних властивостей у матеріалі на базі рішень теорії пружності для елементів конструкції, що деформуються, з використанням диференціальних і згладжуючих лінійних інтегральних операторів для випадку внутрішнього вязкого тертя (модель Кельвіна - Фойхта) і внутрішнього гістерезисного тертя (модель Бока - Шліппе - Колара).

Для наукових працівників, викладачів вузів, аспірантів і студентів, які спеціалізуються в галузях механіки деформівного твердого тіла, динаміки та міцності машин.

УДК 539.3

© Воропай А. В., 2018

© Издательство «Лидер», 2018

ISBN 978-617-7476-10-7

# СОДЕРЖАНИЕ

ВСТУПЛЕНИЕ.....	6
1. КРАТКИЙ ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР.....	9
1.1. Выбор теории нестационарного деформирования пластин.....	9
1.2. Монографии и работы обзорного характера.....	11
1.3. Работы по решению нестационарных задач механики деформируемого твёрдого тела, в которых используются свёрточные интегралы и интегральные уравнения.....	13
1.4. Работы, в которых используются интегральные уравнения Вольтера для определения динамики нагружения.....	15
1.5. Работы, посвященные идентификации и управлению колебаниями с применением новых технологий.....	20
1.6. Заключение.....	26
2. ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ В РАБОТЕ.....	28
2.1. Введение.....	28
2.2. Описание регуляризирующего алгоритма.....	29
2.3. Выбор параметра регуляризации.....	35
2.4. Пример решения обратной некорректной задачи для упругодеформируемой пластины.....	37
2.5. Решение системы двух интегральных уравнений Вольтера.....	46
2.6. Обобщенный алгоритм Крамера (ОАК).....	48
2.7. Обобщенный алгоритм Гаусса (ОАГ).....	50
3. НЕСТАЦИОНАРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛАСТИН.....	53
3.1. Воздействия на прямоугольную пластину системы конечного числа независимых произвольных нагружений.....	53
3.2. Идентификация нескольких импульсных нагрузок, действующих на пластину.....	68

3.3. Пример идентификации нескольких поперечных нагрузок, действующих на пластину.....	69
3.4. Учет влияния упругого основания при импульсном деформировании прямоугольных пластин.....	76
<b>4. НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛАСТИН ПРИ НАЛИЧИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ.....</b>	<b>84</b>
4.1. Введение.....	84
4.2. Постановка задачи и математическая модель.....	85
4.3. Описание решения задачи в общем виде.....	90
4.4. Нестационарные колебания пластины с присоединенной сосредоточенной массой.....	91
4.5. Нестационарные колебания прямоугольной пластины, имеющей дополнительную линейно-упругую опору.....	98
4.6. Моделирование нестационарного деформирования прямоугольной пластины с гасителем колебаний.....	111
4.7. Нестационарные колебания пластины с дополнительной вязкоупругой опорой.....	120
4.8. Распределение вязкой и упругой составляющих в реакции дополнительной вязкоупругой опоры, контактирующей с пластиной.....	128
4.9. Заключение.....	137
<b>5. УПРАВЛЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ ПЛАСТИНЫ.....</b>	<b>138</b>
5.1. Введение.....	138
5.2. Управление нестационарными колебаниями механической системы, состоящей из пластины и сосредоточенной массы.....	139
5.3. Гашение нестационарных колебаний механической системы, состоящей из пластины и сосредоточенной массы. Пассивная виброзащита.....	149
5.4. Управление поперечными колебаниями на небольшой области пластины.....	156
5.5. Активное гашение нестационарных колебаний прямоугольной пластины.....	169

6. УЧЁТ ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ.....	179
6.1. Введение и постановка задачи.....	179
6.2. Модификации аналитических соотношений для ядер интегралов и частот. Использование дифференциальных операторов.....	181
6.3. Сглаживающие интегральные операторы.....	184
6.4. Пример использования разработанной теории для прямоугольной пластины.....	185
6.5. Выводы.....	190
ЛИТЕРАТУРА.....	192