

517
П69

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ПРАКТИКУМ З КУРСУ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

**ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ
ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

**Навчально-методичний посібник
для студентів спеціальностей
113 – Прикладна математика та
122 – Комп'ютерні науки**

Харків
Друкарня «Мадрид»
2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ПРАКТИКУМ З КУРСУ «МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ»

**ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ
ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

**Навчально-методичний посібник
для студентів спеціальностей
113 - Прикладна математика та
122 — Комп'ютерні науки**

Рекомендовано
редакційно-видавничою
радою університету,
протокол № 2 від 05.10.21 р.

Харків
Друкарня «Мадрид»
2022

УДК 517.3

П69

Колектив авторів:

Костюк О. В., Процай Н. Т., Галуза О. А.,
Тоніца О. В., Гомозов Є. П., Пікалова В. В.

Рецензенти:

М. В. Сидоров, д-р фіз.-мат. наук, проф., Харківський
національний університет радіоелектроніки;

О. О. Ларін, д-р техн. наук, проф., Національний технічний
університет «Харківський політехнічний інститут»

*Рекомендовано редакційно-видавничою радою університету,
протокол № 2 від 05.10.21 р.*

Костюк О. В. та ін.

П69 Практикум з курсу «Математичний аналіз». Інтегральне числення функції однієї змінної: навч.-метод. посіб. / Костюк О. В., Процай Н. Т., Галуза О. А., Тоніца О. В., Гомозов Є. П., Пікалова В. В. – Харків : Друкарня Мадрид, 2022. – 197 с.

ISBN 978-617-7988-92-1

Навчально-методичний посібник містить короткі теоретичні відомості, питання для самоперевірки, велику кількість розібраних зразків, а також прикладів для самостійного розв'язання, призначених для практичних занять, як аудиторних, так і домашніх. Наведено обов'язкові домашні завдання, зразки тематичних контрольних, робіт. Окремий розділ містить довідник з елементарної математики.

Призначено для студентів технічних спеціальностей.

Табл. 1 Іл. 40. Бібліогр.: 19 назв.

УДК 517.3

ISBN 978-617-7988-92-1

© НТУ «ХПІ», 2022

© О. В. Костюк, Н. Т. Процай,
О. А. Галуза та ін., 2022

© ТОВ «Друкарня Мадрид», 2022

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
Розділ 1. Невизначений інтеграл. Методи інтегрування.....	6
1.1. Основні визначення і формулювання. Безпосереднє інтегрування.....	6
1.2. Метод підведення під знак диференціала.	
Обчислення інтегралів виду $\int \frac{Ax+B}{ax^2+bx+c} dx$ і $\int \frac{Ax+B}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$...	11
1.3. Заміна змінної в невизначеному інтегралі.....	15
1.4. Метод інтегрування частинами у невизначеному інтегралі	18
1.5. Рціональні функції. Розкладання на найпростіші дроби. Інтегрування раціональної функції.....	27
1.6. Обчислення інтегралів виду $\int R(\sin x, \cos x) dx$	38
1.7. Інтегрування ірраціональних виразів.....	45
Розділ 2. Визначений інтеграл і його застосування.	
Невласні інтеграли.....	52
2.1. Інтеграл Рімана. Основні визначення. Обчислення за формулою Ньютона-Лейбніца.....	52
2.2. Метод інтегрування частинами і заміна змінної у визначеному інтегралі.....	61
2.3. Обчислення площі плоскої фігури за допомогою визначеного інтеграла.....	65
2.4. Обчислення довжини дуги за допомогою визначеного інтеграла	70
2.5. Обчислення площі поверхні обертання, об'єму тіла обертання, об'єму за відомими поперечними перерізами.....	75
2.6. Невласні інтеграли першого роду.....	81
2.7. Невласні інтеграли другого роду.....	91
Розділ 3. Теоретичні питання для тематичного та підсумкового контролю.....	' 99
3.1. Теоретичні питання з теми «Невизначений інтеграл. Методи інтегрування».....	99
3.2. Теоретичні питання з теми «Визначений інтеграл і його застосування. Невласні інтеграли».....	102

Розділ 4. Зразки модульних контрольних робіт для	
тематичного контролю.....	105
4.1. Зразки модульної контрольної роботи з теми «Невизначений інтеграл. Методи інтегрування».....	105
4.2. Зразки модульної контрольної роботи з теми «Невизначений інтеграл. Методи інтегрування».....	107
Розділ 5. Варіанти обов'язкових домашніх завдань для	
тематичного контролю.....	109
5.1. Варіанти обов'язкових домашніх завдань з теми «Невизначений інтеграл. Методи інтегрування».....	109
5.2. Варіанти обов'язкових домашніх завдань з теми «Застосування визначених інтегралів».....	145
Довідковий матеріал.....	189
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	196