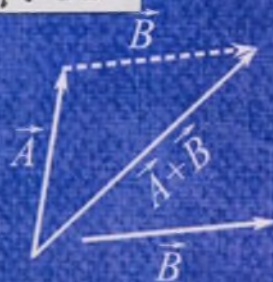


512.64

R 88

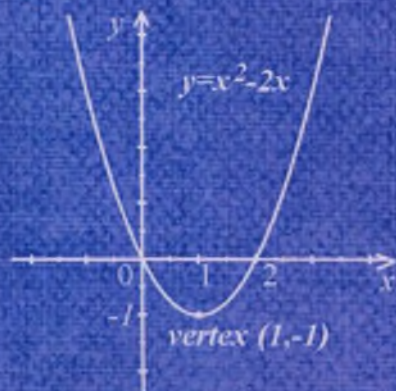


$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

G.V.Rudnyeva

ELEMENTS OF LINEAR ALGEBRA AND ANALYTIC GEOMETRY

Second Revised and Expanded Edition



$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} =$$

$$= \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

G. V. Rudnyeva

**ELEMENTS OF LINEAR ALGEBRA
AND ANALYTIC GEOMETRY**

The Educational Textbook for the students of all technical
specialties for full-time and distance education

Second Revised and Expanded Edition

Затверджено
редакційно-видавничою
радою НТУ «ХПІ»,
протокол № 2 від 17.05.2019 р.

Харків
НТУ «ХПІ»
2020

УДК 512:514

P-83

Рецензента:

К. В. Аврамов, д-р. техн. наук, професор, Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків;

С. О. Пославський, канд. фіз.-мат. наук, Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, м. Харків.

Навчальний посібник містить викладений англійською мовою теоретичний та практичний матеріал з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. У посібнику доведені основні теореми і твердження та отримані формули, які необхідні для розв'язання практичних задач, а також подані підбірки завдань для практичних занять з кожної теми та варіанти індивідуальних завдань.

Призначено для студентів технічних університетів, що вивчають курс вищої математики англійською мовою, іноземних студентів та викладачів вищої математики.

Руднева Г. В.

R 83 Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Видання друге, виправлене, доповнене: навч.посіб. / Г. В. Руднева -Харків: ФОП Панов А. М., 2020. – 236 с.

Rudnyeva G.V.

R 83 Elements of linear algebra and analytic geometry. Second revised and expanded edition: textbook / G. V. Rudnyeva – Kharkiv: Panov A. M., 2020. – 236 p.

ISBN 978-617-7859-97-9

The book contains theoretical and practical material in linear algebra and analytic geometry in English. Theoretical part presents the proofs of the basic theorems and statements and the derivations of the formulas necessary to solve practical problems. Practical part of the book consists of practical tasks for each topic and variants of individual tasks.

It is intended for students of technical universities studying higher mathematics in English, foreign students and teachers of higher mathematics.

Bibl. titles: 10

ISBN 978-617-7859-97-9

УДК 512:514

© G. V. Rudnyeva, 2020

CONTENT

INTRODUCTION	3
CHAPTER 1. THE ELEMENTS OF LINEAR ALGEBRA	4
1.1. Concept of Matrix.....	4
1.2. Operations on Matrices.....	6
1.3. The Determinants of the Second and Third Orders.....	9
1.4. The Determinant of the n^{th} Order. Preliminary Idea.....	10
1.5. Permutations and Substitutions.....	11
1.6. Definition of the Determinant of the n^{th} Order.....	14
1.7. Properties of the Determinant of the n^{th} Order.....	16
1.8. Algebraic Cofactors and Minors.....	20
1.9. Rule by Cramer.....	25
1.10. Inverse Matrix.....	27
1.11. Solving of the Matrix Equations by Means of Inverse Matrix.....	30
1.12. Concept of Linear Dependence.....	32
1.13. Rank of the Matrix.....	34
1.14. Elementary Row Operations and Column Operations.....	36
1.15. The Theorem by Kronecker-Kapelly.....	40
1.16. Homogeneous Systems. Construction of the Fundamental System of Solutions.....	45
1.17. Method by Gauss (Method of Sequential Elimination of the Unknown Variables). Method by Jordan-Gauss.....	49
1.18. Examples of Problems for Practices on Linear Algebra.....	53
1.19. Individual Tasks to Chapter 1.....	66
CHAPTER 2. ANALYTIC GEOMETRY	83
2.1. Vector Algebra	83
2.1.1. Vectors. Basic Definitions and Concepts.....	83
2.1.2. Linear Operations on Vectors.....	83

2.1.3. Concept of Linear Space.....	86
2.1.4. Concept of Basis. Decomposition of the Vector.....	87
2.1.5. Linear Operations on Vectors Given by Their Coordinates in Some Basis.....	93
2.1.6. Transition to a New Basis.....	95
2.1.7. Projection of the Vector on Axis.....	97
2.1.8. Cartesian Coordinate System.....	99
2.1.9. Radius-vector of the Point.....	101
2.1.10. Division of the Segment in the Given Ratio.....	103
2.1.11. Scalar Product.....	105
2.1.12. Inner Product Space and Normed Space.....	107
2.1.13. Vector Product.....	109
2.1.14. Mixed product.....	114
2.2. Surfaces and Lines in Space R^3.....	119
2.2.1. General Equation of Plane in Space.....	121
2.2.2. Equation of Plane with Given Intercepts.....	123
2.2.3. Angle Between Two Planes. Parallel and Perpendicular Planes.....	124
2.2.4. Distance from Point to Plane.....	125
2.2.5. Normal Equation of Plane.....	126
2.2.6. Three Particular Cases for Plane Equations.....	127
2.2.7. General Equation of Straight Line in Space.....	129
2.2.8. Canonical Equations of Straight Line.....	131
2.2.9. Equation of Straight Line Passing through Two Points.....	132
2.2.10. Parametric Equations of Straight Line.....	132
2.2.11. Distance from Point to Straight Line.....	133
2.2.12. Positional Relationship of Straight Lines in Space.....	134
2.2.13. Distance between Two Straight Lines.....	136
2.2.14. Equation of Common Perpendicular to Skew Straight Lines.....	137

2.2.15. Positional Relationship of Plane and Straight Line.....	138
2.2.16. Point of Intersection of Straight Line and Plane.....	140
2.3. Straight Lines in Plane.....	141
2.3.1. Line in Plane.....	141
2.3.2. Straight Line in Plane. General Equation of the Straight Line.....	142
2.3.3. Equation of the Straight Line with Given Intercepts.....	144
2.3.4. Canonical Equation of the Straight Line.....	144
2.3.5. Canonical Equation of the Straight Line Passing Through Two Points.....	145
2.3.6. Parametric Equations of the Straight Line.....	146
2.3.7. Distance between Point and. Straight Line.....	146
2.3.8. Normal Equation of the Straight Line.....	147
2.3.9. Equation of the Straight Line with Given Slope.....	148
2.3.10. Angle between Two Straight Lines.....	150
2.4. Curves of the Second Order in Plane.....	152
2.4.1. Circle.....	152
2.4.2. Conic sections.....	154
2.4.3. Canonical Equation of Parabola.....	155
2.4.4. Canonical Equation of Ellipse.....	157
2.4.5. Canonical Equation of Hyperbola.....	163
2.4.6. Transformation of Cartesian Coordinates in Plane.....	168
2.4.7. Reducing the General Equation of the Second Order Curve to a Canonical Form.....	169
2.4.8. Invariance of the Expressions $AC - B^2$ and $A + C$ at Turn of Coordinate Axes. Classification of the Second Order Curves.....	174
2.4.9. Linear Operator. Matrix of Linear Operator.....	176
2.4.10. Eigenvalues and Eigenvectors of Linear Operator.....	180

2.4.11. Quadratic Form. Reducing the Quadratic Form to a Canonical Form.....	183
2.4.12. Surfaces of the Second Order.....	188
2.5. Examples of Problems for Practices on Analytic Geometry.....	194
2.6. Individual Tasks to Chapter 2.....	212
REFERENCES	231
CONTENT	232