

519.6
Б 18

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Є. І. БАЙДА, О. Ю. КРОПАЧЕК

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

Харків 2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Є. І. БАЙДА, О. Ю. КРОПАЧЕК

ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ

**Навчально-методичний посібник для магістрів та аспірантів
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка і
електромеханіка» усіх форм навчання**

Затверджено
редакційно - видавничою
радою університету
протокол № 2 от 17.05.2019

Харків
НТУ «ХПІ»
2020

УДК 519.6

Рецензенти:

Б. В. Клименко, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»;

М. Т. Пантелят, канд. физ.- мат. наук, НТУ «ХПИ»

Байда Є. І., Кропачек О. Ю.

Чисельні методи: навч.-метод посіб. / Є. Т. Байда, О. Ю. Кропачек – Харків. :
НТУ «ХПІ», 2020. – 118 с.

Навчально-методичний посібник містить ряд теоретичних та практичних положень за численним методом рішень електротехнічних задач. Призначається для магістрів та аспірантів спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка і електромеханіка» усіх форм навчання

Стор. 118. Іл. 19. Табл. 4. Бібліогр. : 5 наім. Додатків 2.

УДК 519.6

© Є. І. Байда, О. Ю. Кропачек

© НТУ "ХПІ", 2020

ЗМІСТ

ЗМІСТ	3
ВСТУП	7
1. ЕТАПИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ НА ЕОМ	8
2. ОСНОВИ РОБОТИ З СИСТЕМОЮ MAPLE	9
2.1. Алфавіт мови. Поняття про оператори і функції	9
2.2. Типи даних	10
2.3. Найменування змінних	10
2.4. Деякі математичні вбудовані функції мови MAPLE	11
2.5. Деякі математичні операції з векторами і матрицями	11
2.6. Типові засоби програмування	12
2.6.1. <i>Умовні оператори</i>	12
2.6.2. <i>Оператори циклу</i>	12
2.6.3. <i>Функції користувача</i>	13
2.6.4. <i>Найпростіші процедури</i>	13
Висновки	13
3. АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ	14
3.1. Локальна апроксимація	14
3.1.1. <i>Точкова апроксимація</i>	14
3.1.2. <i>Лінійна та квадратична інтерполяція</i>	14
3.1.3. <i>Сплати</i>	16
3.2. Глобальна апроксимація	16
3.2.1. <i>Метод обраних точок</i>	17
3.2.2. <i>Метод найменших квадратів</i>	17
4. ДИФЕРЕНЦІОВАННЯ І ІНТЕГРУВАННЯ	20
4.1. Диференціювання	20
4.1.1. <i>Апроксимація похідних</i>	20
4.1.2. <i>Похибки апроксимації</i>	20
4.2. Інтегрування	21
4.2.1. <i>Метод прямокутників</i>	22
4.2.2. <i>Метод трапецій</i>	22
4.2.3. <i>Метод Сімпсона</i>	22
4.3. Кратні інтеграли	24

4.3.1. Метод прямокутників.....	24
4.3.2. Обчислення кратного інтегралу методом трапецій.....	26
4.3.3. Метод Монте-Карло.....	26
5. СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	29
5.1. Деякі поширені види матриць і методи розв'язання систем рівнянь.....	29
5.2. Прямі методи.....	31
5.2.1. Метод визначників.....	31
5.2.2. Метод Гауса.....	31
5.2.3. Метод прогонки.....	33
5.3. Ітераційні методи.....	34
6. НЕЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ.....	38
6.1. Рівняння з одним невідомим.....	38
6.1.1. Метод ділення відрізка навпіл(метод дихотомії).....	38
6.1.2. Метод хорд.....	38
6.1.3. Метод Ньютона.....	39
6.1.4. Метод простої ітерації.....	40
6.2. Системи нелінійних рівнянь.....	40
6.2.1. Метод простої ітерації.....	40
7. ЧИСЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ	42
7.1. Звичайні диференційні рівняння.....	42
7.2. Однокрокові методи.....	43
7.2.1. Метод Ейлера.....	43
7.2.2. Розрахункові схеми другого порядку точності. Модифікований метод Ейлера.....	44
7.2.3. Розрахункові схеми другого порядку точності (неявні схеми). Ітераційні методи.....	45
7.2.4. Метод Рунге-Кутта.....	46
7.3. Крайові задачі.....	47
7.4. Розв'язок нелінійних звичайних диференційних рівнянь другого порядку.....	48
7.5. Диференційні рівняння в частинних похідних.....	49
7.5.1. Одновимірне рівняння теплопровідності.....	50

7.5.2. Багатовимірні рівняння теплопровідності.....	52
7.5.2. Рівняння Лапласа та Пуассона.....	53
8. ОПТИМІЗАЦІЙНІ МЕТОДИ.....	55
8.1. Одновимірна оптимізація.....	56
8.2. Багатовимірна оптимізація.....	57
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	61
ДОДАТОК А.....	62
A.1. Лінійна інтерполяція.....	62
A.2. Диференціали і інтеграли.....	63
A.2.1. Метод С'їмпсона.....	63
A.2.2. Обчислення подвійного інтегралу.....	64
A.2.3. Метод Монте-Карло.....	65
A.3. Системи лінійних рівнянь.....	66
A.3.1. Метод Гауса.....	66
A.3.2. Вибір головного елемента.....	67
A.3.3. Метод прогонки.....	68
A.3.4. Метод Гауса-Зейделя.....	69
A.4. Нелінійні рівняння.....	70
A.4.1. Метод дихотомії.....	70
A.4.2. Метод простої ітерації.....	71
A.5. Вирішення ОДР. Метод Ейлера.....	72
A.6. Алгоритми оптимізаційних методів.....	73
A.6.1. Одновимірна оптимізація методом золотого перетину.....	73
A. 6. 2. Метод покоординатного спуску.....	74
ДОДАТОК Б.....	75
B.1. Апроксимація функцій.....	75
B. 1.1. Лінійна, квадратична і сплайн-інтерполяція.....	75
B. 1.2. Глобальна апроксимація.....	76
B. 1.3. Метод найменших квадратів.....	77
B.2. Диференціювання і інтегрування.....	79
B.2.1. Обчислення похідної.....	79
B.2.2. Обчислення похідної від складної функції.....	79
B. 2.3. Обчислення похідної від кусково-заданої функції.....	79

Б. 2.4. Обчислення інтегралу від кусково-заданої функції.....	81
Б. 2.5. Приклади обчислення інтегралів.....	82
Б. 2.6. Обчислення кратних інтегралів.....	83
Б.4. Системи лінійних рівнянь.....	89
Б.4.1. Системи лінійних рівнянь з дійсними коефіцієнтами.....	89
Б.4.2. Системи лінійних рівнянь з комплексними коефіцієнтами.....	89
Б.4.3. Розв'язок системи трьох лінійних рівнянь в загальному вигляді.....	90
Б.5. Нелінійні рівняння.....	92
Б. 5.1. Метод дихотомії.....	92
Б. 5.2. Метод Ньютона.....	93
Б. 5.3. Розв'язок нелінійних рівнянь системою <i>МАРІЕ</i>	94
Б.6. Диференційні рівняння.....	99
Б.6.1. Розв'язок диференційних рівнянь в загальному вигляді.....	99
Б. 6.2. Вирішення диференційних рівнянь в чисельному вигляді.....	101
Б. 6.3. Розв'язання системи диференційних рівнянь в чисельному вигляді.....	103
Б. 6.4. Розв'язання нелінійних диференційних рівнянь в чисельному вигляді.....	107
Б. 6.5. Розв'язання диференційних рівнянь в частинних похідних.....	109
Б.7. Визначення екстремуму функції.....	115
Б. 7.1. Визначення екстремуму функції однієї змінної.....	115
Б. 7.2. Визначення екстремуму функції двох змінних.....	116
Б. 7.3. Визначення екстремуму функції методом Монте-Карло.....	116