

517,98
£ 82

V.A. ZOLOTAREV

**ANALYTIC
METHODS
OF SPECTRAL
REPRESENTATIONS
OF NON-
SELFADJOINT
AND
NON-UNITARY
OPERATORS**



NATIONAL ACADEMY
OF SCIENCES OF UKRAINE
B. VERKIN INSTITUTE
FOR LOW TEMPERATURE PHYSICS
AND ENGINEERING OF THE NAS OF UKRAINE

НАЦІОНАЛЬНА
АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
НИЗЬКИХ ТЕМПЕРАТУР
ім. Б. І. ВЕРКІНА НАН УКРАЇНИ

В. А. ЗОЛОТАРЬОВ

**АНАЛІТИЧНІ
МЕТОДИ
СПЕКТРАЛЬНИХ
ЗОБРАЖЕНЬ
НЕСАМО-
СПРЯЖЕНИХ
(НЕУНІТАРНИХ)
ОПЕРАТОРІВ**

*ПРОЄКТ
«УКРАЇНСЬКА НАУКОВА КНИГА
ІНОЗЕМНОЮ МОВОЮ»*

КИЇВ
АКАДЕМПЕРІОДИКА
2020

V. A. ZOLOTAREV

**ANALYTIC
METHODS
OF SPECTRAL
REPRESENTATIONS
OF NON-
SELFADJOINT
AND
NON-UNITARY
OPERATORS**

*PROJECT
«UKRAINIAN SCIENTIFIC BOOK
IN A FOREIGN LANGUAGE»*

KYIV
AKADEMPERIODYKA
2020

<https://doi.org/10.15407/akademperiodika.421.433>

UDC 517.98

Z 82

Reviewers:

Volodymyr DERKACH, Doctor of Sciences, Full Professor,
Donetsk National University

Anatoliy KOCHUBEI, Corresponding Member
of the National Academy of Sciences of Ukraine.
Chairman of Non-Linear Analysis Department of Institute
of Mathematics of the NAS of Ukraine

*Approved to press by the Scientific Council of B. Verkin Institute
for Low Temperature Physics and Engineering of the NAS of Ukraine
(July 24, 2019. Protocol No. 6)*

***Publication was funded in the frame of the Targeted
Complex Program “Creation and Development of Scientific Publishing
Complex of the National Academy of Sciences of Ukraine”***

Zolotarev V. A.

Z82 Analytic Methods of Spectral Representations of Non-Selfadjoint (Non-Unitary) Operators / V. A. Zolotarev; NAS of Ukraine, B. Verkin Institute for Low Temperature Physics and Engineering of the NAS of Ukraine. — Kyiv: Akademperiodyka. 2020. 433 p.

ISBN 978-966-360-421-3

This book is concerned with model representations theory of linear non-selfadjoint and non-unitary operators, one of booming areas of functional analysis. This area owes its origin to fundamental works by M.S. Livsic on the theory of characteristic functions, deep studies of B. S.-Nagy and C. Foias on the dilation theory, and also to the Lax—Phillips scattering theory. A uniform conceptual approach organically uniting all these research areas in the theory of non-selfadjoint and non-unitary operators is developed in this book. New analytic methods that allow solving some important problems from the theory of spectral representations in this area of analysis are also presented in this book. The book is aimed at the specialists working in this area of analysis and is accessible to senior math students of universities.

UDC 517.98

ISBN 978-966-360-421-3

© Zolotarev V. A., 2020

© Akademperiodyka, design, 2020

CONTENTS

PREFACE.....	7
--------------	---

CHAPTER
1

Local colligations and model representations of linear non-selfadjoint bounded operators 15

1.1. Local colligation. Open system. Characteristic function	17
1.2. Dilations of semigroups. Scattering operator.....	25
1.3. Translational and functional models.....	35
1.4. Diagonal of an open system. Existence theorem.....	51
1.5. Triangular models.....	57
1.6. Universal and functional models of dissipative colligations	66
1.7. Universal models of linear operators with restrictions on the resolvent growth.....	83
1.8. De Branges spaces of entire functions. Functional model of non-dissipative operators.....	103
1.9. Potapov—Ginzburg transforms and functional model of non-dissipative operators.....	121
1.10. Triangular model of an operator with infinitely dimensi- onal component.....	133
1.11. Jacobi operators. Matrix-valued polynomials. De Branges vector spaces.....	145
1.12. Abstract scattering problem.....	174

CHAPTER
2

Unitary metric colligations and their model representations 203

2.1. Metric operator colligations, open systems and their characteristic functions.....	204
2.2. Existence theorem.....	215
2.3. Functional model.....	219
2.4. Triangular models.....	228
2.5. Cayley transform of unitary metric and local colligations. Diagonal of a discrete open system.....	237
2.6. Scattering scheme for J -unitary dilations corresponding to unitary metric colligations.....	246

CHAPTER 3	Colligations corresponding to unbounded operators and their model representations	260
	3.1. Dilations of strongly continuous contraction semigroups. Local colligation and open systems for unbounded operators.....	261
	3.2. Main properties of characteristic function of an unbounded operator	282
	3.3. Scattering scheme. Translation and functional models of strongly continuous contractive semigroups.....	313
	3.4. Triangular models.....	320
CHAPTER 4	Elements of V. P. Potapov's J-theory and the factorization problem of J-non-expanding matrix functions	335
	4.1. Block matrix lemma. Schwarz—Pick inequalities.....	336
	4.2. Infinite multiplicative products and Stieltjes multiplicative integrals.....	343
	4.3. Modulus theorem.....	354
	4.4. Splitting off of elementary factors.....	361
	4.5. Multiplicative representation of J -non-contracting matrix functions.....	378
	COMMENTS AND REMARKS.....	395
	BIBLIOGRAPHY.....	404
	INDEX.....	431

Монографія присвячена одному з напрямів функціонального аналізу, що бурхливо розвиваються, — теорії модельних зображень лінійних несамоспряжених та неунітарних операторів. Цей напрям завдячує своїм походженням фундаментальним роботам з теорії характеристичних функцій М. С. Лівшиця, глибоким дослідженням з теорії дилатацій Б. Секефальві-Надя і Ч. Фояша, а також теорії розсіяння П. Лакса і Р. Філіпса. У книзі запропоновано єдиний концептуальний підхід, що органічно поєднує всі ці напрями досліджень з теорії несамоспряжених і неунітарних операторів, а також викладено нові аналітичні методи, що дають змогу розв'язати ряд важливих задач теорії спектральних зображень у цій області функціонального аналізу. Книга складається з чотирьох розділів, у першому з яких викладено теорію трикутних і функціональних моделей для несамоспряжених операторів, у другому — для неунітарних операторів, у третьому розділі — для необмежених несамоспряжених операторів, четвертий розділ присвячено J -теорії В. П. Потапова. Матеріал, що увійшов в цю монографію, багато років був курсом для студентів механіко-математичного факультету Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна.

Книга розрахована на спеціалістів, що працюють в цій галузі функціонального аналізу, та корисна студентам-математикам старших курсів університетів. Для розуміння змісту монографії достатньо знання основ функціонального аналізу та теорії функцій комплексного змінного.

На обкладинці – робота М. К. Ешера з книги:

M. C. Escher. L'Oeuvre Graphique. Paris: S.O.L.I.N., 1973.

Наукове видання

ЗОЛОТАРЬОВ Володимир Олексійович

АНАЛІТИЧНІ МЕТОДИ СПЕКТРАЛЬНИХ ЗОБРАЖЕНЬ НЕСАМОСПРЯЖЕНИХ (НЕУНІТАРНИХ) ОПЕРАТОРІВ

Англійською мовою

Редактор-коректор *Т. М. Ярмола*

Художнє оформлення *Є. О. Гльницького*

Технічний редактор *Т. М. Шендерович*

Комп'ютерна верстка *Л. І. Шмагайло*

Підп. до друку 10.12.2020. Формат 70 x 100/16. Гарн. Computer Modern.
Ум. друк. арк. 35,26. Обл.-вид. арк. 25,82. Тираж 200 прим. Зам. 6181.

Видавець і виготовлювач Видавничий дім “Академперіодика” НАН України
01004, Київ-4, вул. Терещенківська, 4

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 544 від 27.07.2001 р.