

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

**О. М. Дубініна, Б. Г. Любарський, Б. Х. Єрціян, Є. С. Рябов**

**ІНТЕГРУВАННЯ У ТЕХНІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ ТРАНСПОРТНИХ  
СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ**

Навчальний посібник

для студентів вищих технічних навчальних закладів

Рекомендовано Вченою радою НТУ «ХПІ»

Харків

2020

УДК 517.3

I 73

*Рецензенти:* С. Г. Буряковський, доктор технічних наук, професор, директор науково-дослідного та проектно-конструкторського інституту «Молнія» Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»; О. М. Петренко, доктор технічних наук, доцент, Харківський національний технічний університет міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано Вченою радою Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», як навчальний посібник для студентів спеціальностей 273 «Залізничний транспорт», 275 «Транспортні технології», 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», 122 «Комп'ютерні науки» та 123 – «Комп'ютерна інженерія» протокол № \*\*\* від \*\*.\*\*.2019 року.

**Дубініна О. М.**

I 73 Інтегрування у технічних розрахунках транспортних систем з використанням комп'ютерної математики: навчально-методичний посібник / О. М. Дубініна, Б. Г. Любарський, Б. Х. Єрціян, Є. С. Рябов. – Харків: НТУ «ХПІ», 2020. – 230 с.

**ISBN**

Навчально-методичний посібник містить теоретичні відомості, докладно розібрані приклади, задачі для аудиторного та самостійного розв'язку, а також 30 варіантів типових індивідуальних домашніх завдань.

Призначено насамперед для студентів, що здобувають вищу освіту у галузі знань транспорту, може бути корисним студентам і викладачам усіх технічних спеціальностей.

Лл. 92. Табл. 1. Бібліогр. назв. 24

УДК 517.3

**ISBN**

© О. М. Дубініна, Б. Г. Любарський,  
Б. Х. Єрціян, Є. С. Рябов, 2020

## ЗМІСТ

Передмова.....	4
1. Загальні положення про визначений інтеграл.....	6
1.1. Поняття визначеного інтеграла, суми Дарбу, інтеграл із змінною границею.....	6
1.2. Теорема-формула Ньютона-Лейбніца, деякі властивості визначеного інтеграла.....	11
1.3. Заміна змінної та інтегрування по частинах.....	14
2. Геометричне застосування визначеного інтеграла.....	17
2.1. Обчислення площі плоскої фігури.....	19
2.2. Обчислення довжини дуги.....	33
2.3. Знаходження об'єму тіла.....	35
2.4. Площа поверхні обертання.....	49
3. Застосування визначеного інтеграла у розв'язанні фізичних задач.....	55
3.1. Маса: неоднорідного стрижня, дуги, плоскої фігури.....	55
3.2. Статичні моменти і моменти інерції плоских фігур і дуг.....	63
3.3. Координати центра ваги.....	69
3.4. Робота змінної сили, кінетична та потенційна енергія.....	75
3.5. Тиск рідини, час витікання через малий отвір.....	104
3.6. Рух тіла, матеріальної точки.....	111
4. Обчислення границь нескінченних сум.....	115
5. Знаходження середнього інтегрального значення функції, оцінка визначеного інтеграла.....	118
6. Невласні інтеграли першого та другого роду.....	121
6.1. Властивості та правила обчислення невластних інтегралів.....	122
6.2. Достатні ознаки збіжності невластних інтегралів у граничній формі.....	133
7. Використання середовища MathCad.....	135
Індивідуальні домашні завдання.....	157
Список використаних джерел.....	217
Додатки.....	219