

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет  
"Харківський політехнічний інститут"

MINISTRY OF EDUCATION  
AND SCIENCE OF UKRAINE

National Technical University  
"Kharkiv Polytechnic Institute"

**Вісник Національного  
технічного університету "ХПІ".  
Серія: Машинознавство  
та САПР**

№ 7 (1332) 2019

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

**Bulletin of the National  
Technical University  
"KhPI". Series:  
Engineering and CAD**

No. 7 (1332) 2019

Collection of Scientific papers

The edition was founded in 1961

Харків  
НТУ "ХПІ", 2019

Kharkiv  
NTU "KhPI", 2019

**Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Серія: машинознавство та САПР = Bulletin of the National Technical University "KhPI". Series: Engineering and CAD: зб. наук. пр. / Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". – Харків : НТУ "ХПІ", 2019. – № 7(1332). – 155 с. – ISSN 2079-0775.**

У збірнику представлені результати досліджень кінематики, динаміки, напружено-деформованого стану елементів сучасних машин, а також методи, моделі та системи їх автоматизованого проектування. Публікуються статті, що стосуються розробки систем автоматизованого проектування, застосування математичного моделювання в техніці, впровадження інформаційних технологій і розробки програмного забезпечення.

Для науковців, викладачів вищої школи, аспірантів, студентів і фахівців в галузі автоматизованого проектування механічних систем

The publication is devoted to the coverage of achievements in the field of kinematics, dynamics, stress-strain state of machines elements, as well as methods, models and systems of their automated design. Articles are published on the development of CAD systems, the application of mathematical modeling in technic, the introduction of information technology and software development.

For scientists, teachers of higher education, post-graduate students, students and specialists in the field of mechanical engineering

Державне видання.

Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України КВ № 5256 від 2 липня 2001 року.

Мова статей – українська, російська, англійська.

*Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Серія: машинознавство та САПР внесено до "Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук", затвердженого Наказом МОН України № 1328 від 21.12.2015 р. "Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 15 грудня 2015 року".*

Вісник Національного технічного університету "ХПІ", серія "Машинознавство та САПР", індексується в наукометричних базах WorldCat і Google Scholar і включений у довідник періодичних видань бази даних Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA)

**Офіційний сайт видання:** <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/2494>

**Засновник**

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

**Головний редактор**

Сокол Є. І., д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України, НТУ "ХПІ", Україна

**Заст. головного редактора**

Марченко А. П., д-р техн. наук, проф., НТУ "ХПІ", Україна

**Секретар**

Горбунов К. О., доц., НТУ "ХПІ", Україна

**Редакційна колегія серії**

*Відповідальний редактор:*

Ткачук М. А., проф., НТУ "ХПІ", Україна

*Заст. відповідального редактора:*

Устиненко О. В., с. н. с., НТУ "ХПІ", Україна

*Відповідальний секретар:*

Ткачук М. М., НТУ "ХПІ", Україна

*Члени редколегії:*

Арнаудов К. Б., проф., інститут механіки та біомеханіки Болгарської академії наук, Balkan Association of Power Transmission, Болгарія

Бошанські М., проф., Словацький технічний університет в Братиславі, Словаччина

Власенко В. М., с. н. с., ТОВ "НДІ "Редуктор", Україна

Грабовський А. В., с. н. с., НТУ "ХПІ", Україна

Гутиря С. С., проф., Одеський національний політехнічний університет, Україна

Спіфанов В. В., доц., НТУ "ХПІ", Україна

Зарубіна А. О., доц., НТУ "ХПІ", Україна

Кіндрацький Б. І., проф., Національний університет "Львівська політехніка", Україна

Львов Г. І., проф., НТУ "ХПІ", Україна

Малашенко В. О., проф., Національний університет "Львівська політехніка", Україна

Носко П. Л., проф., Національний авіаційний університет, Україна

Самідов Халіл Самід оглу, проф., Азербайджанський університет архітектури і будівництва, Азербайджан

Старжинський В. Є., с.н.с., інститут механіки металополімерних систем ім. В. О. Белого НАН Білорусі

Стрельников В. М., проф., Белгородський державний технологічний університет ім. В. Г. Шухова, РФ

Тернюк М. Е., проф., Міжнародна академія наук та інноваційних технологій, Україна

Чепурний А. Д., проф., ООО УК "РэйлТрансХолдинг", РФ

**Founder**

National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"

**Editor-in-chief**

Sokol E. I., dr. tech. sc., member-cor. of National Academy of Sciences of Ukraine, NTU "KhPI", Ukraine

**Deputy editor-in-chief**

Marchenko A. P., dr. tech. sc., prof., NTU "KhPI", Ukraine

**Secretary**

Gorbunov K. O., docent, NTU "KhPI", Ukraine

**Editorial staff**

*Associate editor:*

Tkachuk M. A., prof., NTU "KhPI", Ukraine

*Deputy Associate editor:*

Ustynenko O. V., senior researcher, NTU "KhPI", Ukraine

*Executive secretary:*

Tkachuk M. M., NTU "KhPI", Ukraine

*Editorial staff members:*

Arnaudov K. B., prof., The Institute of Mechanics and Biomechanics at the Bulgarian Academy of Sciences, Balkan Association of Power Transmission, Bulgaria

Babichev D. T., prof., Industrial University of Tyumen, Russian Federation

Bošanský M., prof., Slovak University of Technology in Bratislava, Slovak Republic

Vlasenko V. M., senior researcher, "NDI"Reductor" Ltd., Ukraine

Grabovsky A. V., senior researcher, NTU "KhPI", Ukraine

Hutyria S. S., prof., Odessa National Polytechnic University, Ukraine

Epifanov V. V., docent, NTU "KhPI", Ukraine

Zarubina A. O., docent, NTU "KhPI", Ukraine

Kindratskii B. I., prof., Lviv Polytechnic National University, Ukraine

Lvov G. I., prof., NTU "KhPI", Ukraine

Malaschenko V.O., prof., Lviv Polytechnic National University, Ukraine

Nosko P. L., prof., National Aviation University, Ukraine

Samidov Halil Samid ogly, prof., Azerbaijan University of Architecture and Construction, Azerbaijan

Starzhinsky V. Ye., senior researcher, V. A. Biely Metal-polymer Research Institute at the National Academy of Sciences of Belarus

Strelnikov V. N., prof., V. G. Shukhov Belgorod state technological university, Russian Federation

Ternuk M. E., prof., International Academy of Sciences and Innovative Technologies, Ukraine

Chepurnoj A. D., prof., "RailTransHolding" Management Company Ltd., Russian Federation

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ "ХПІ".

Протокол № 2 від 25 січня 2019 р.

*Є. С. АНАНЬІН, А. С. ЛЯШЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ*

### ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА ВЛАСНИХ ЧАСТОТ І ФОРМ КОЛИВАНЬ МОСТОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Розглянуто процес створення моделі прототипу арочного залізничного моста і розрахунків його власних частот і форм коливань і напружено-деформований стан на всіх етапах проектування. Для моделювання геометрії використовується програмний комплекс Autodesk Inventor, а для розрахунку скінченно-елементної моделі – Autodesk Nastran In-CAD та Autodesk Simulation Mechanical. На основі геометричних даних створено балкову модель моста для двох залізничних колій. За допомогою аналізу напружено-деформованого стану підбрано профілі для певних груп елементів конструкції в умовах рівного запасу міцності. Використовуючи параметри балкової моделі, побудовано поверхневу модель для більш точного аналізу напружено-деформованого стану, особливо в місцях з'єднань декількох профілів. Розрахунок власних частот і форм коливань здійснюється на кожному етапі модернізації (вдосконалення) геометричних параметрів моста для перевірки цілісності скінченно-елементної моделі. На завершення наведені власні частоти конструкції будуть використані при подальшому проектуванні залізничного полотна

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, мостова конструкція, модель моста, напруження, навантаження, власні частоти, форми коливань, резонанс

*Е. С. АНАНИН, А. С. ЛЯШЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. ГРАБОВСКИЙ*

### ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ МОСТОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Рассмотрен процесс создания модели прототипа арочного железнодорожного моста и расчет его собственных частот и форм колебаний и напряженно-деформированное состояние на всех этапах проектирования. Для моделирования геометрии используется программный комплекс Autodesk Inventor, а для расчета конечно-элементной модели – Autodesk Nastran In-CAD и Autodesk Simulation Mechanical. На основе геометрических данных создано балочную модель моста для двух железнодорожных путей. С помощью анализа напряженно-деформированного состояния подобрано профили для определенных групп элементов конструкции в условиях равного запаса прочности. Используя параметры балочной модели, построено поверхностную модель для более точного анализа напряженно-деформированного состояния, особенно в местах соединений нескольких профилей. Расчет собственных частот и форм колебаний производится на каждом этапе модернизации (совершенствование) геометрических параметров моста для проверки целостности конечно-элементной модели. В заключение приведенные собственные частоты конструкции будут использованы при дальнейшем проектировании железнодорожного полотна

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, мостовая конструкция, модель моста, напряжение, нагрузка, собственные частоты, формы колебания, резонанс

*E. S. ANANIN, A. S. LIASHENKO, R. V. PROTASOV, A. V. GRABOVSKIJ*

### RESEARCH OF STRESS-STRAIN STATE AND NATURAL FREQUENCIES AND WAVEFORMS OF BRIDGE CONSTRUCTIONS VIBRATIONS

The process of creating a prototype model of an arched railway bridge and calculation of its natural frequencies and vibration modes and the stress-strain state at all design stages are considered. Autodesk Inventor is used for geometry modeling, and Autodesk Nastran In-CAD and Autodesk Simulation Mechanical are used to calculate the finite element model. Based on the geometric data, a beam bridge model for two railway tracks was created. Using analysis of the stress-strain state, profiles were selected for certain groups of structure elements under conditions of equal stress margin. Using the parameters of the beam model, a surface model was constructed for a more accurate analysis of the stress-strain state, especially at the joints of several profiles. The calculation of natural frequencies and waveforms is performed at each stage of modernization (improvement) of the bridge's geometric parameters to verify the integrity of the finite element model. In conclusion, given natural frequencies of the structure will be used in the further design of the railway tracks

**Keywords:** stress-strain state, finite element method, bridge construction, bridge model, stress, load, natural frequencies, vibration forms, resonance

**Вступ.** Напружено-деформований стан (НДС) конструкції – сукупність внутрішніх напружень і деформацій, що виникають при дії на неї зовнішніх навантажень, температурних полів та інших факторів. НДС визначається розрахунковими і експериментальними методами у вигляді розподілу напружень, деформацій і переміщень.

Знання параметрів власних частот стає важливим в умовах динамічного навантаження і при моделюванні вібрацій і перехідних процесів у конструкціях. Частотний аналіз є лінійним і може враховувати ефекти загасання, але ігнорує пластичну текучість матеріалу і контактну жорсткість.

**Розрахунок параметрів власних частот конструкції – перший етап вібраційного дослідження конструкції.** Його метою є визначення ступеня небезпеки можливих резонансних режимів. Якщо небезпечні гармоніки не потрапляють у робочий діапазон діючих зовнішніх навантажень, то конструкція зазвичай вважається задовільною з точки зору міцності при вібраціях. В іншому випадку здійснюються спроби змінити конструкцію таким чином, щоб виве-

сти її власні частоти за робочий діапазон навантажень, і (або) проводиться оцінка небезпеки резонансних коливань за величиною виникаючих деформацій і напружень у конструкції.

Предметом роботи є проектування залізничного моста з урахуванням того, що конструкція буде достатньо надійною, щоб витримати два потяги по всій поверхні мосту.

Для оцінки НДС мостових конструкцій у процесі випробувань необхідно вимірювати напруження від випробувального навантаження у характерних перетинах найбільш навантажених елементів, прогини прогонових будов, періоди їх вільних коливань, динамічні коефіцієнти. У деяких випадках необхідно також визначати декременти коливань, а у вантових і всяких мостах – ще й зусилля у канатах.

**Аналіз останніх досліджень та літератури.** Для дослідження НДС мостових конструкцій використовують аналітичні, чисельні та інші методи розрахунку.

© Є. С. Ананьїн, А. С. Ляшенко,  
Р. В. Протасов, А. В. Грабовський, 2019

Підтвердити ці розрахунки можливо експериментально, наприклад, магнітно-коерцитивним методом або тензометричним методом. Розрахунок НДС мостових конструкцій чисельним методом можна виконати за допомогою методу скінчених елементів (МСЕ). МСЕ дає можливість здійснювати розрахунки мостових конструкцій із різними видами навантаження [1].

Необхідність у розрахунку власних частот і відповідних їм форм коливань нерідко виникає при аналізі динамічної поведінки конструкції під дією змінних навантажень. Найбільш поширена ситуація при проектуванні – це з'ясувати малу ймовірність появи в умовах експлуатації такого механічного явища, як резонанс. Як відомо, суть резонансу полягає у значному (у десятки разів і більше) посиленні амплітуд вимушених коливань на частотах зовнішніх впливів, так званих резонансних частот, що співпадають з власними частотами [2]. У більшості випадків виникнення резонансу є вкрай небажаним явищем у плані забезпечення надійності та міцності виробу.

Загальновідомо, що резонанси спостерігаються на частотах, близьких до частот власних коливань конструкції. Перевірка спектральних властивостей конструкцій на можливість співпадіння власних частот із робочим діапазоном частот зовнішніх впливів на стадії проектування дає змогу вносити у конструкцію зміни, котрі здатні змінювати спектр власних частот. Це дасть можливість уникнути або значно знизити ймовірність появи резонансів у процесі експлуатації. Умова вібростійкості за критерієм власних частот може бути сформульована за формулою  $f_i \notin [0.7 f_{\min}^{\text{env}}, 1.3 f_{\max}^{\text{env}}]$ , де  $f_i$  –  $i$ -та власна частота конструкції, а  $f_{\min}^{\text{env}}, f_{\max}^{\text{env}}$  – нижня і верхня частоти діапазону зовнішніх вібраційних впливів.

Зазвичай найбільшу небезпеку представляє резонанс на низьких власних частотах ( $i \leq 5$ ), оскільки саме на них накопичується більша частина механічної енергії.

Для збільшення власних частот необхідно надати конструкції більшої жорсткості і (або) зменшити її масу. Наприклад, для протяжного об'єкта можна підвищити жорсткість, зменшивши довжину або збільшивши поперечний розмір об'єкта. Для зменшення власної частоти, навпаки, необхідно зменшити жорсткість.

Для мостів за економічними, соціальними і екологічними наслідками їх відмов згідно з ДБН В.1.2-14 [3] споруду треба запроектувати так, щоб за умови відповідності проекту і при виконанні правил утримання її складові елементи мали протягом проектного строку служби надійність не нижче від нормованої. Споруда має залишитися придатною до функціонування, спроможно витримувати всі навантаження та впливи, які регламентовано відповідними стандартами і які можуть виникати в процесі спорудження та експлуатації. Проект розробляється з дотриманням таких умов, щоб мінімізувалися можливість руйнування мосту та втрати від ушкодження його елементів у результаті аварій транспорту, пожежі, терористичних актів і людських помилок при експлуатації.

Вимоги надійності згідно ДБН В.2.3-22:2009 [4]

будуть задовольнятися, якщо споруда та її елементи будуть запроектовані згідно з правилами цих норм, які мають за мету регламентувати процедури процесу проектування мостів і труб: належний вибір матеріалів, їх механічних і фізичних характеристик та коефіцієнтів надійності; достовірність фізико-механічних властивостей ґрунту основи; достовірність гідрологічних впливів із заданою забезпеченістю; належне визначення розрахункових комбінацій навантажень та відповідних коефіцієнтів надійності на всіх етапах роботи споруди; застосування достовірних розрахункових моделей; урахування динамічних, аеродинамічних і кліматичних впливів; перевірка елементів за граничними станами I та II груп та належне конструювання елементів споруд.

У зв'язку зі значним темпом зростання автомобільного руху останнім часом збільшується обсяг будівництва автомобільних доріг, в тому числі йдуть інтенсивні роботи із відновлення і реконструкції старих мостів для приведення їх вантажопідйомності і пропускної здатності у відповідність сучасним вимогам. Складні умови будівництва мостів у великих містах (мало місця для будівельного майданчика, неможливість влаштування тимчасових опор без перекриття і так сильно ускладненого руху автомобілів) змушують використовувати у мостобудуванні оригінальні конструкції і новітні технології, які вимагають великого обсягу контрольних вимірювань і додаткового аналізу НДС.

Таким чином, ефективне визначення НДС мостових конструкцій, як в процесі будівництва, так і при різних типах випробувань і в процесі експлуатації, стає вельми актуальним.

Відправною точкою для дослідження виникнення резонансу в спорудах послугувало руйнування моста в м. Анже у 1850 році, коли при переході через міст строем рота солдат марширувала з частотою, що збіглася з власною частотою моста, в результаті чого сталося руйнування. З того часу у зв'язку з розвитком автомобільного та залізничного транспорту динамічний вплив на мостові споруди значно зріс.

У зв'язку з цим потрібно постійно вдосконалювати конструкції мостових споруд та матеріали, з яких їх виготовляють. У процесі експлуатації у мостовій споруді з'являються дефекти і пошкодження, які навіть при короточасному впливі змінюють характер коливань споруд при рухомому навантаженні і можуть вплинути на довговічність споруди.

У цих умовах вивчення і аналіз коливальних процесів транспортних споруд і, перш за все, – автодорожніх мостів під дією рухомого навантаження набуває все більш важливе значення. Розрахунок конструкції на коливання дає можливість не допустити явище резонансу. Зростання амплітуди коливань здатне привести до руйнування конструкції.

**Мета роботи.** Мета роботи полягає в удосконаленні методів аналізу НДС мостових конструкцій від зовнішніх статичних і динамічних дій за результатами натурних досліджень за рахунок використання сучасних приладів, вимірювальних систем, методик проведення випробувань та аналізу отриманих даних [5].



Для досягнення поставленої мети розв'язуються наступні задачі:

- 1) постановка задач та створення розрахункової моделі мосту для дослідження НДС конструкції;
- 2) створення поверхневої моделі мосту для розрахунків на власні частоти та форми;
- 3) аналіз одержаних результатів та формування висновків.

**Результати роботи.** Сучасні мости бувають різних конструкцій. Одна з них – арочний міст. Він дає можливість створювати прольоти більшої довжини, ніж балковий міст. Однак такий міст розпирає опори аркою. Тому опори повинні бути масивними, мати велику площу основи, міцний фундамент і по можливості бути не високими (через розпирання арки). Такі мости знаходять застосування в горах, де скелі забезпечують міцну основу і немає можливості побудувати додаткові опори. Однак при їзді посередині або знизу моста є можливість замкнути розпираючі зусилля арки дорожнім полотном – затягуванням. У поданій роботі за основу був узятий комбінований міст (рис. 1), що складається з балочного з ґратчастою фермою і арочного. У роботі досліджувалася тільки арочна частина мосту.

Геометрія служить базою для балкової моделі у додатку Nastran In-CAD, де проводились розрахунки напружено-деформованого стану.

Щоб розрахувати балкову модель без додаткових навантажень за допомогою додатку Autodesk Nastran In-CAD, було задано силу тяжіння, яка діє на усю модель, жорстке закріплення опор мосту, взято один переріз на усю конструкцію, був обраний матеріал – Сталь 20.

Задавши граничні умови закріплення та навантаження, а також силу тяжіння та закріпивши конструкцію на опорах мосту, було виконано тестовий розрахунок конструкції на статичну міцність від власної ваги.

Результат даного розрахунку свідчить, що конструкція не зруйнується, бо максимальні напруження становлять 178,6 МПа, а межа міцності матеріалу становить від 340 до 490 МПа.

Для поставленої задачі потрібно було побудувати балкову модель, провести необхідні розрахунки та на її підставі створювати поверхневу модель для проведення розрахунків. На основі фотографії Ханті-Мансійського мосту (рис. 1) будувалась тривимірна модель. Для отримання розрахункової моделі було побудовано геометрію мосту за поверхнею моделі (рис. 2).

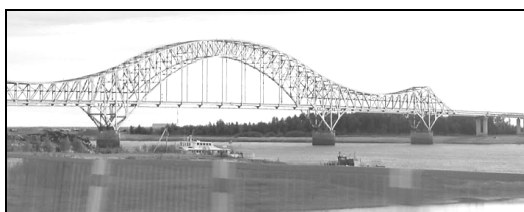


Рисунок 1 – Прототип проекту

На рис. 3 зображено результат розрахунку пере-

міщення конструкції, з якого видно, що максимальні переміщення незначні – 107,9 мм і вони знаходяться у центрі ваги конструкції.

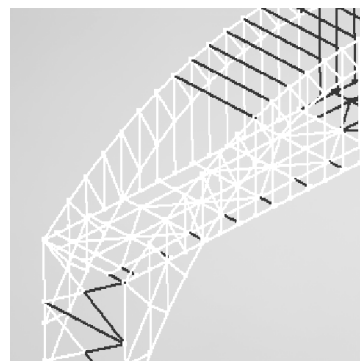


Рисунок 2 – Розрахункова модель

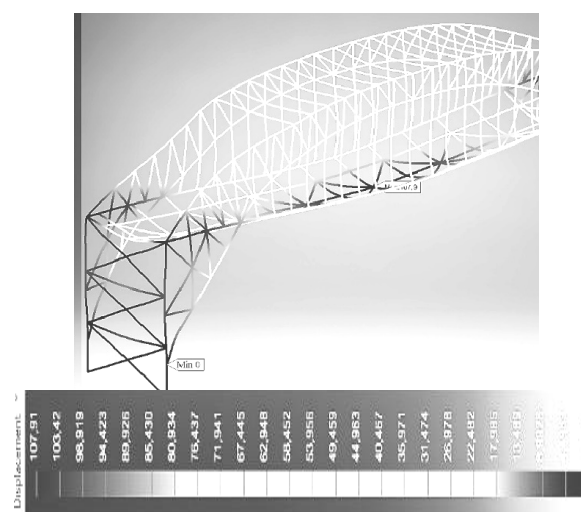


Рисунок 3 – Результат розрахунку переміщення

У результаті першого розрахунку отримано недостатньо раціональні значення без прикладених на міст розподілених навантажень, тобто потрібна більш надійна конструкція.

Для отримання надійності конструкцію було посилено в більшості вузлах за допомогою варіації перерізів. Було додано 13 типів перерізів з урахуванням критичних точок конструкції. За матеріал знову обрана Сталь 20, тип перерізу – двутавр по усій моделі, який є вигідним у питаннях забезпечення міцності і частіше усього застосовується у мостових спорудах.

Після підбору перерізів для різних областей конструкції були проведені розрахунки в програмі Autodesk Nastran In-CAD.

Отримано результати за напруженнями, переміщеннями та по коефіцієнтам запасу. Максимальне еквівалентне напруження становить 98,8 МПа. Отже, конструкція витримує навантаження навіть у небезпечних вузлах. Максимальне значення переміщення становить 59 мм у центральній точці, для мосту довжиною 147 м такий прогин незначний.

Після отримання таких результатів є можливість стверджувати, що отримані дані – це раціональний варіант, більшість показників покращено, а мінімальний показник коефіцієнту запасу становить 3,1.

Отримана конструкція може бути навантажена

ще приблизно у три рази в залежності від своєї ваги, отже, припускається, що ця модель витримає вагу двох складів потягів.

Далі на міст було прикладено розподілене навантаження, рис. 4, що буде рівнозначне навантаженню двох потягів, прийнявши за вагу одного вагону близько 20 т, що становить 177,9 кН. Довжина вагону в середньому 24 м, отже, на один метр розподілене навантаження дорівнює  $q = 7414 \text{ Н/м}$ . Тому розподілене навантаження на усю довжину мосту складає  $q \cdot 147 = 1089809 \text{ Н/м}$ . Оскільки було два залізничних состави на двох коліях, навантаження збільшується в два рази. Отримане розподілене навантаження  $q = 2 \text{ МН/м}$ .

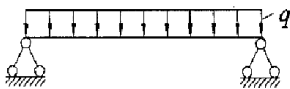


Рисунок 4 – Схема розподіленого навантаження на міст

Результати розрахунку навантаженого мосту мають наступний вигляд: загальне навантаження в небезпечних перерізах становить 98 МПа; максимальні переміщення посередині мосту – 97 мм (рис. 5); мінімальний коефіцієнт запасу – 2,5.

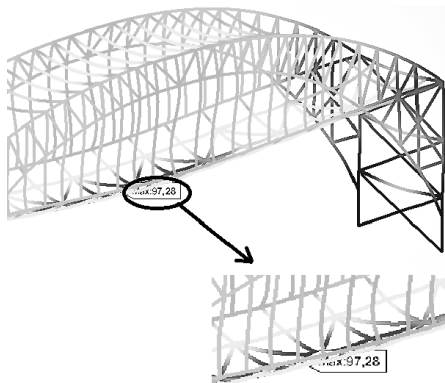


Рисунок 5 – Результати розрахунку переміщень

Отже, конструкцію можна навантажити ще приблизно у 2 рази. Отримані результати задовольняють вимогам щодо міцності та допустимих навантажень.

На основі 3D-ескізу мосту були змодельовані поверхні балок. Для отримання надійності конструкцію було посилено в більшості вузлах за допомогою варіації перерізів. Для отримання результатів будьяких розрахунків, більш приближених до реальності, було побудовано поверхневу модель усєї конструкції, та з початку було створено модель четвертої частини конструкції, це спрощує саме моделювання і час виконаної роботи.

Для отримання цілісної сітки було потрібно відрегувати вузли конструкції, рис. 6. Для отримання усєї конструкції було використано інструмент віддзеркалення, побудувавши для цього поверхню симетрії.



Рисунок 6 – Відрегуований вузол

Таким чином було отримано цілісну модель для розбиття на сітку скінченних елементів.

Далі проект було відкрито у програмі Autodesk Simulation Mechanical і обрано аналіз типу – «Natural (modal) frequency» для розрахунку власних частот і форм. На основі моделі було побудовано сітку.

Для усїх поверхонь мосту було задано товщину, що становила 10 мм, та матеріал Steel і запущено на аналіз власних частот до 10-ї форми.

Для розрахунку були закріплені нижні опори моста. Завдання однакової товщини дозволило провести аналіз цілісності моделі та в разі проблем доопрацювати геометрію. Але в такому випадку змінюється топологія геометрії, і потрібно заново перебудувувати сітку і задавати різні товщини.

Для прикладу на рис. 7 продемонстровано сьому власну форму коливань власної частоти мосту. Як видно з рисунку, модель не руйнується, всі елементи мосту з'єднані у єдине ціле. Частота становить – 0,916 Гц, що обумовлено невеликою товщиною металу при значних габаритах мосту.

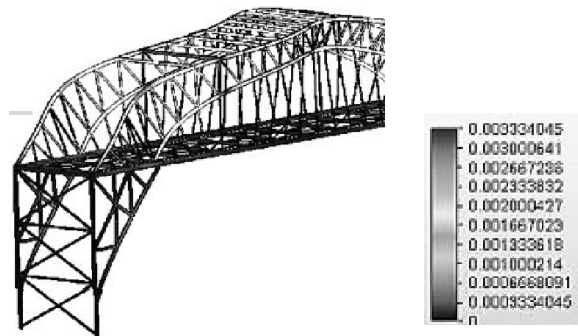


Рисунок 7 – Деформація мосту на сьомій формі коливання

Аналіз власних частот робиться для того, щоб перевірити цілісність розрахункової моделі. Це особливо важливо в разі таких конструкцій, як арочний міст в оболонковій постановці, де дуже багато поверхонь і важко перевірити, щоб усі елементи конструкції були з'єднані.

У результаті розрахунків були отримані наступні власні частоти, наведені у табл. 1. Завдання розрахунку власних частот – визначити частоти, при яких може виникнути резонанс. Суть резонансу полягає в значному посиленні амплітуд вимушених коливань на частотах зовнішніх впливів. Для конструкції класу арочний міст – це критично важливо знати, тому що цей міст розрахований на залізнодорожний проїзд.

Таблиця 1 – Власні частоти

| № форми коливання | Значення, Гц | № форми коливання | Значення, Гц |
|-------------------|--------------|-------------------|--------------|
| 1                 | 0,105        | 6                 | 0,617        |
| 2                 | 0,322        | 7                 | 0,916        |
| 3                 | 0,367        | 8                 | 0,943        |
| 4                 | 0,384        | 9                 | 0,943        |
| 5                 | 0,450        | 10                | 1,004        |

Отже, відомі швидкості проїзду потягу, відстань між осями коліс і відстань між колісними візками;

тож можна визначити частоту від мінімальної до максимальної, з якої колеса будуть проїжджати по можливим стикам рейок.

Для виключення резонансу мосту потяг може рухатися або повільно, або на максимальній швидкості. Це зазвичай робиться для виключення збігу частоти ударів коліс по стиках рейок з власною частотою коливань мосту (з цієї ж причини ділянку рейок на мосту часто виконують суцільною, тобто без стиків).

**Висновки.** При сучасному рівні проектування і будівництва з використанням новітніх проектних рішень і технологій тільки електронні прилади у складі комп'ютерних вимірювальних систем дають можливість отримати найбільш повну картину НДС і дати детальний аналіз отриманих результатів вимірювань.

У ході досліджень було спроектовано удосконалену конструкцію залізничного мосту. Побудовано розрахункову модель мосту, на підставі якої були підібрані перерізи балок, прикладені навантаження та розраховано напружено-деформований стан. Отримано твердотільну модель, яка має приблизні розміри балок і типів перерізу. Результати останнього розрахунку мають наступний вигляд: загальне навантаження в небезпечних перерізах становить 98 МПа; максимальні переміщення по середині мосту – 97 мм; мінімальний коефіцієнт запасу – 2,5. Отже, конструкцію можна навантажити ще приблизно у 2 рази. Отримані результати задовольняють вимогам щодо міцності та допустимих навантажень.

Побудовано поверхневу модель мостової конструкції для отримання результатів будь-яких розрахунків, більш приближених до реальності. Було створено модель четвертої частини конструкції, що спрощувало саме моделювання і час виконання роботи. Для отримання усїєї конструкції було використано інструмент віддзеркалення, побудувавши для цього поверхню симетрії. Результати розрахунків власних частот і форм показали, що модель конструкції є цілісною. Для усїх

поверхонь мосту було задано товщину, що становила 10 мм, а також побудовано більш точну поверхневу модель та скінченно-елементну сітку і розраховано на власні частоти до десятої форми конструкції.

#### Список літератури

1. Овчаренко В. А. Основи методу скінченних елементів і його застосування в інженерних розрахунках / Овчаренко В. А., Подлесний С. В., Зінченко С. М.: Навч. посіб. – Краматорськ: ДДМА, 2008. – 380 с.
2. Костюченко Т. Г. Расчет собственных частот и форм колебаний конструкций / Костюченко Т. Г., Игнатовская А. А. T-FLEX / Анализ. – Томск. – 2016. – 12 с.
3. ДБН В.1.2-14:2018. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. – Київ. – 2018. – 30 с.
4. ДБН В.2.3-22:2009. Мости та труби. Основні вимоги проектування. Наказ від 11.11.2009 № 484 – 73 с.
5. Хазанов М. Л. Аналіз НДС мостових конструкцій з використанням комп'ютерної вимірювальної системи / М. Л. Хазанов. – М., 2007. – 128с.

#### References (transliterated)

1. Ovcharenko V. A., Podlesniy S. V., Zinchenko S. M. *Osnovy metodu zakonchennykh elementiv ta yoho zastosuvannya v inzhenernykh rozrakhunkakh* [Fundamentals of the finite element method and its application in engineering calculations] Kramatorsk, Publ., 2008. 380 p.
2. Kostyuchenko T. G., Ignatovskaya A. A. *Raschet sobstvennykh chastot i form personazhey* [Calculation of natural frequencies and vibration patterns of structures] T-FLEX Analiz. Tomsk, 2016. 12 p.
3. DBN V.1.2-14-2018. *Zahal'ni pryntsyipy zabezpechennya nadiynosti ta konstruktivnoyi bezpeky budivel', sporud, budivel'nykh konstruktiv ta osnov* [General principles of maintenance of reliability and constructive safety of buildings, structures, building constructions and bases] Kyiv, Minrehionbud Ukrayiny Publ., 2018. 30 p.
4. DBN V.2.3-22-2009. *Mosty ta truby. Osnovni vymohy proektuvannya* [State Standard V.2.3-22-2009. Transport constructions. Bridges and pipes. Basic design requirements]. Kyiv, Minrehionbud Ukrayiny Publ., 2009. 73 p.
5. Khazanov M. L., *Analiz NDS mostovykh konstruktiv z vykorystanniam komp'yuternoyi vymiryval'noyi systemy* [Analysis of stress-strain state of bridge structures using a computer measuring system] Moscow, Publ., 2007. 128 p.

Надійшла (received) 23.12.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Ананій Євгеній Сергійович (Ананьин Евгений Сергеевич, Ananin Evgeniy)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. 2.МІТ212п.8, м. Харків, Україна

**Ляшенко Анастасія Сергіївна (Ляшенко Анастасия Сергеевна, Liashenko Anastasiya)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; студентка гр. 2.МІТ212п.8, м. Харків, Україна

**Протасов Роман Васильович (Протасов Роман Васильевич, Protasov Roman)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна, <http://www.scopus.com/authid/detail.url?authorId=55446933900>, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

**Д. В. БІБІК**

## СИНТЕЗ ГЕОМЕТРІЇ РОБОЧОГО КАНАЛУ ТА ЇЇ ВПЛИВ НА ПРОДУКТИВНІСТЬ ГІДРООБ'ЄМНОЇ ПЕРЕДАЧІ ТИПУ ГОП-900

Однією із основних нерухомих частин гідрооб'ємної передачі типу ГОП-900 є блок цапфових розподільників (БЦР). Робочі канали блоку сполучають порожнини гідронасоса і гідромотора передачі, через які циркулює рідина під тиском, передаючи потік потужності. Геометрія робочих каналів впливає не тільки на гідравлічний коефіцієнт корисної дії (ККД) гідропередачі, а також на жорсткість блоку, яка, в свою чергу, обумовлює вибір номінального значення зазорів та, відповідно, об'ємний та механічний ККД. У роботі здійснена спроба параметризації та синтезу раціональної форми робочого каналу БЦР. Жорсткість останнього визначається за результатами визначення напружено-деформованого стану БЦР методом скінченних елементів. Як критерій раціональності форми обрано максимальне значення загального ККД гідропередачі.

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, метод скінченних елементів, радіальна гідрооб'ємна передача із кульковими поршнями, синтез, раціональна геометрія каналу, ККД

**Д. В. БИБИК**

## СИНТЕЗ ГЕОМЕТРИИ РАБОЧЕГО КАНАЛА И ЕЕ ВЛИЯНИЕ НА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТЬ ГИДРООБЪЕМНОЙ ПЕРЕДАЧИ ТИПА ГОП-900

Одной из основных неподвижных частей гидрообъемной передачи типа ГОП-900 является блок цапфенных распределителей (БЦР). Рабочие каналы блока соединяют полости гидронасоса и гидромотора передачи, по которым циркулирует жидкость под давлением, передавая поток мощности. Геометрия рабочих каналов влияет не только на гидравлический коэффициент полезного действия (КПД) гидростатической передачи, а также на жесткость блока, которая, в свою очередь, обуславливает выбор номинального значения зазоров и, соответственно, объемный и механический КПД. В работе предпринята попытка параметризации и синтеза рациональной формы рабочего канала БЦР. Жесткость последнего определяется по результатам определения напряженно-деформированного состояния БЦР методом конечных элементов. В качестве критерия рациональности формы избран максимальное значение общего КПД гидростатической передачи.

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, радиальная гидрообъемная передача с шариковыми поршнями, синтез, рациональная геометрия канала, КПД

**D. BIBIK**

## SYNTHESIS OF THE WORKING CHANNEL GEOMETRY AND ITS EFFECT ON THE PERFORMANCE OF THE GOP-900 TYPE HYDROSTATIC TRANSMISSION

One of the main fixed parts of the hydrostatic transmission of the GOP-900 type is a block of trunnion distributors (BCR). Working channels of the block combine the cavities of the hydraulic pump and the transmission hydromotor through which the fluid circulates under pressure, transmitting a flow of power. The geometry of the working channels affects not only the hydraulic efficiency (efficiency) of the hydraulic transmission, but also the rigidity of the block, which, in turn, determines the choice of the nominal value of the gaps and, accordingly, the bulk and mechanical efficiency. The paper attempts to parametrize and synthesize the rational form of the working channel of the BCR. The rigidity of the latter is determined by the results of determining the stress-strain state of BCR by the finite element method. As the criterion of the form rationality the maximum value of the total efficiency of the hydraulic transmission is selected.

**Keywords:** stress-strain state, finite element method, radial hydrostatic transmission with ball pistons, synthesis, rational channel geometry, efficiency

**Вступ.** Одним із напрямків суттєвого підвищення показників рухливості гусеничних машин є впровадження ефективних безступінчастих трансмісій. Одним із можливих типів таких трансмісій є гідромеханічна трансмісія на основі гідрооб'ємних передач (ГОП), що працюють в паралельному потоці потужності. Ґрунтовний аналіз сильних та слабких сторін гідрооб'ємних механічних трансмісій (ГОМТ) здійснено у роботі [1], які, зокрема, мають наступні переваги:

- застосування ГОМТ забезпечує плавне безступінчасте регулювання передавального відношення трансмісії та швидкості руху, а також регулювання повороту з будь-яким радіусом, що значно підвищує керованість гусеничних машин;

- ГОМТ дозволяє роботу двигуна машини як у режимі максимальної потужності, так і в режимі мінімальної витрати палива у всіх швидкісних діапазонах руху;

- гусенична машина, оснащена ГОМТ, має кращу тягову характеристику порівняно з машиною, оснащеною традиційною ступінчастою

механічною трансмісією.

Спільними зусиллями Харківського конструкторського бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова, ЗАТ «НДІ Гідропривод» і Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» було створено інноваційну радіальну ГОМТ із кульковими поршнями типу ГОП-900 (рис. 1) [2]. Однією з головних переваг гідромашини радіального типу з кульковими поршнями є швидкохідність, а також той факт, що така гідропередача, що є системою з гідронасосом і гідромотором (ГН і ГМ), має приблизно на 30% меншу масу, ніж окремо мотори і насоси інших типів. Для гідропередачі типу ГОП-900 питання удосконалення методів аналізу, раціонального вибору матеріалів і конструктивних параметрів є й досі актуальним. Зокрема, актуальним є питання вибору зазорів між рядом контактуючих елементів та загальна оцінка ефективності гідропередачі. Ця стаття якраз і присвячена розгляду цих питань.

© Д.В. Бібік, 2019

**Аналіз стану питання.** Питання енергетичних характеристик, ефективності та втрат потужності гідропередач типу ГОП-900 досліджувалось колективом на чолі із проф. Самородовим В.Б. [3, 4].

Кількісною мірою ефективності гідропередачі може служити показник коефіцієнта корисної дії (ККД). При цьому, попередніми дослідженнями [5] встановлено, що в широкому діапазоні зміни робочих режимів гідропередачі її ККД є істотно нелінійною величиною.

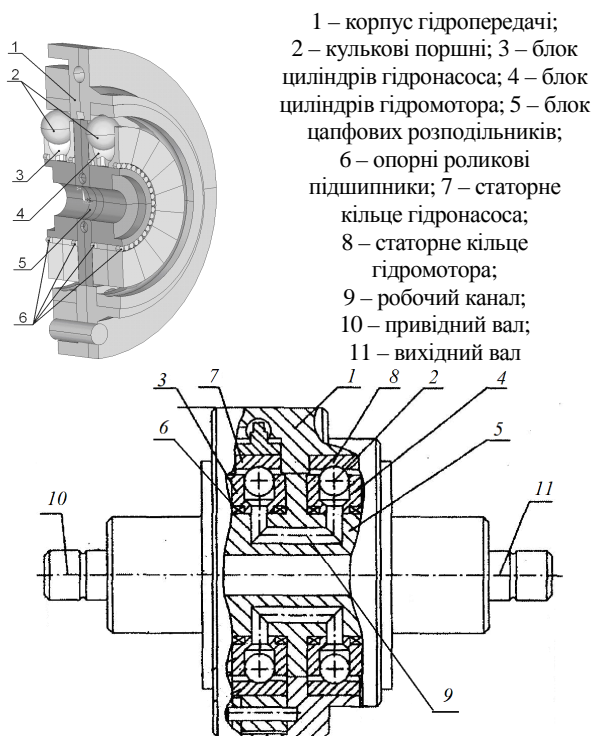


Рисунок 1 – Схема гідропередачі ГОП-900

Особливостями роботи гідропередачі типу ГОП-900 є наявність елементів, що рухаються один відносно одного у контактні через певний зазор із робочою рідиною під тиском. Насамперед – це пари кульковий поршень (поз. 2) – циліндр ГН/ГМ (поз. 3, 4), ротор ГН/ГМ (поз. 3, 4) та цапфові поверхні БЦР (поз. 5), які показані на рис. 1. Умовою безаварійної роботи гідропередачі є гарантована відсутність стикування цих елементів, для чого критичним є дотримання зазорів. Отже, враховуючи необхідні умови функціонування гідропередачі зі збереженням певних зазорів у цілому діапазоні роботи, для оцінки її ефективності має сенс обмежитися розглядом ККД на режимі максимального робочого тиску.

Як зазначено у [3], цей режим виникає, коли весь потік потужності двигуна передається до ведучого колеса одного борта з максимальним обертовим моментом.

Для визначення параметрів, що варіюються, та змінних стану в роботі застосовано основні положення узагальненого параметричного підходу, розробленого проф. Ткачуком М.А. [6].

**Постановка задачі.** Як робочу гіпотезу обрано припущення, що зміна конфігурації та площі поперечного перерізу робочих каналів БЦР має вплив як на згинальну жорсткість цапф, так і на показники ККД. Гіпотеза ґрунтується на попередніх дослідженнях автора, опублікованих раніше [7–9]. Перевірка гіпотези здійснюється шляхом багатоваріантного пошуку раціональної форми і площі поперечного перерізу. Показниками, що порівнюються, є: *ККД, згинальна жорсткість цапфи, максимальний рівень еквівалентних напружень в БЦР, маса БЦР, необхідне значення конструктивного зазору між ротором ГН/ГМ та цапфовою поверхнею БЦР.*

Матеріали складових частин гідропередачі та їх механічні властивості наведені у табл. 1.

Визначення напружено-деформованого стану елементів ГОП, згинальної жорсткості цапф, розподілу зазору здійснюється методом скінченних елементів за методикою, описаною у [9]. Вважається, що складові елементи деформуються лінійно та пружно.

Визначення ККД здійснюється згідно методики, що описана у роботах [7, 8].

Таблиця 1 – Матеріали складових елементів гідропередачі

| Елем.       | Матеріал (сталь) | Модуль пружності $E$ , ГПа | Межа плинності $\sigma_m$ , МПа | Коеф. Пуассона $\nu$ |
|-------------|------------------|----------------------------|---------------------------------|----------------------|
| БЦР         | 20Х2Н4А          | 203                        | 1080                            | 0,3                  |
| ротор ГМ/ГН | 18Х2Н4МА         | 200                        | 835                             | 0,3                  |
| ролики      | ШХ15СГ           | 211                        | 370...410                       | 0,3                  |

**Опис дослідження.** Розглядаються 8 варіантів конфігурацій поперечного перерізу робочого каналу, які наведені на рис. 2. У базовій конструкції гідропередачі типу ГОП-900 робочі канали мають кругову форму із базовим діаметром  $d = 20$  мм (варіант № 2). Як альтернативні варіанти пропонується канал зменшеного на 10% діаметру (варіант № 1) та канали з діаметром, збільшеним на 10% та 30% (варіанти № 3 та № 4 відповідно). Окрім кругових, розглядається варіант овальної форми каналу, який досліджувався розробниками гідропередачі (варіант № 5), а також пропонується нова конфігурація секторальної форми у 3 варіантах (варіанти №№ 6–8). Варіант № 8 є граничним і розглядається для порівняння з іншими. Загалом, порівняльні характеристики кожної моделі за площею перерізу каналу  $S$ , масою блоку цапфових розподільників, еквівалентного діаметру каналу (приведеного до каналу кругової форми), призначений конструктивний зазор за результатами обчислення відносних переміщень цапфових поверхонь блоку розподільників та відповідних поверхонь ротора наведені у табл. 2.

Режиму максимального крутного моменту відповідає максимальне значення робочого тиску  $p_{max} = 35$  МПа та оборотів двигуна  $n_{max} = 3200$   $\text{min}^{-1}$ .

Як пропонується у роботі [4], під загальним ККД ГОМТ будемо розуміти добуток механічного ККД 1-ї і 2-ї гідромашини  $\eta_{1M}$  і  $\eta_{2M}$  (гідронасоса і гідромотора, відповідно), гідравлічного ККД  $\eta_r$  та об'ємного ККД  $\eta_o$ :

$$\eta_{ГОМТ} = \eta_{1M} \eta_{2M} \eta_r \eta_o \quad (1)$$

Результати розрахунку НДС для кожного конструктивного варіанта використовуються для обчислення складових та загального ККД (рис. 3), визначення максимального рівня еквівалентних напружень та згинальної жорсткості цапфи (рис. 4), значення необхідного конструктивного зазору (рис. 5). По горизонтальній осі на графіках відкладено відповідний номер моделі.

Для визначення тенденцій зміни параметрів стану (маса БЦР, жорсткість цапфи, рівень напружень, значення зазору) в залежності від конфігурації перерізу робочого каналу (а саме – його площі), побудовані лінії чутливості у

безрозмірних координатах, приведених до базового значення відповідного показника, який відповідає моделі №2. Лінії чутливості наведено на рис. 6 та рис. 7 для кругового перерізу та секторального разом із овальним відповідно.

Із результатів обчислення ККД видно, що зміна конфігурації форми каналу впливає переважно на гідравлічний ККД, ніж на об'ємний або механічний. Беручи до уваги показники ККД, жорсткості, напружень та зазору, видається, що конструктивний варіант №7 є найбільш вигідним. При подальшому збільшенні площі каналу не відбувається істотного зростання ККД, водночас рівень максимальних напружень та конструктивних зазорів залишається співмірним із значеннями для моделей №№ 1–7. Натомість, подальше збільшення площі перетину призводить до значного зростання рівня напружень та зниження жорсткості цапфи, що тягне за собою необхідність значно збільшувати зазори.

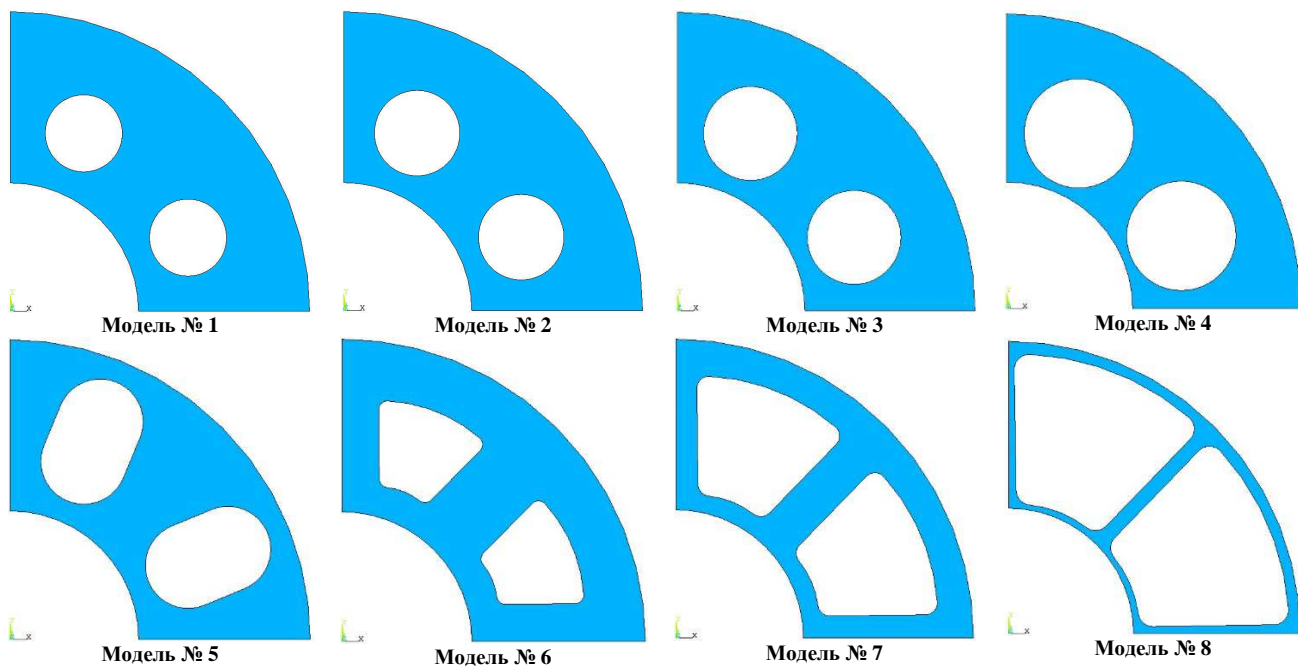


Рисунок 2 – Варіанти конфігурації робочого каналу

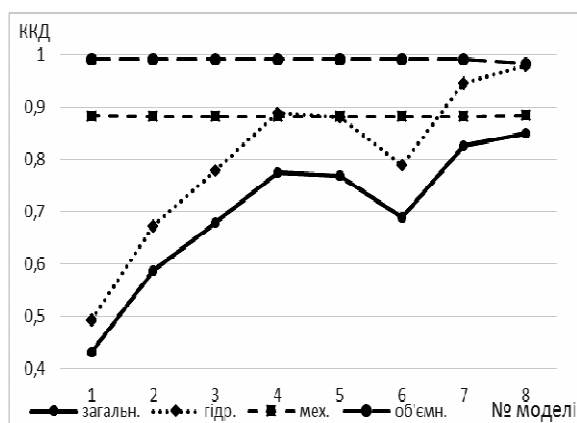


Рисунок 3 – Графіки зміни загального ККД і за складовими

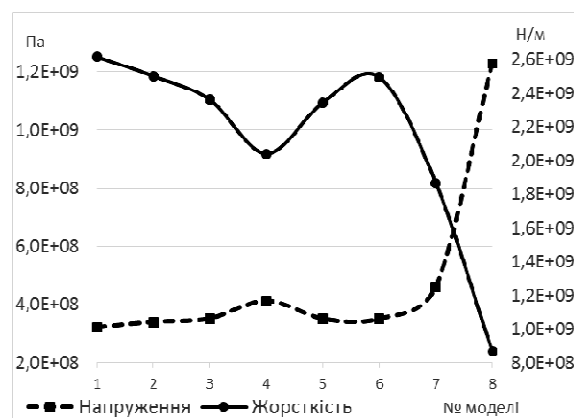


Рисунок 4 – Згинальна жорсткість цапфи та рівень напружень



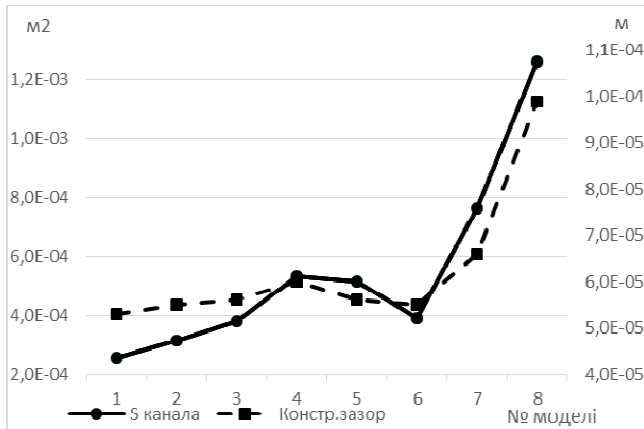


Рисунок 5 – Площа перерізу каналу та необхідний конструктивний зазор

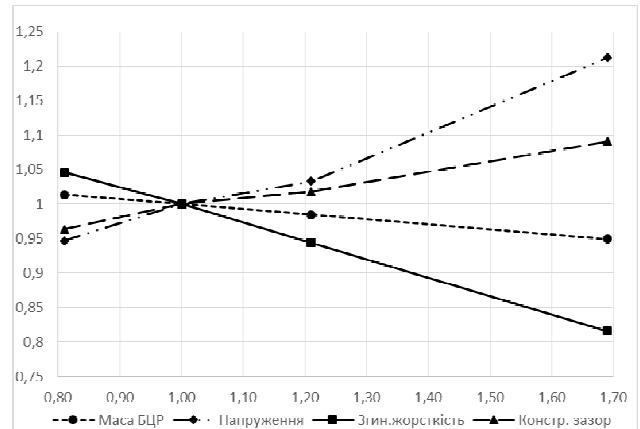


Рисунок 6 – Чутливість зміни параметрів стану від площі перерізу каналу – для кругового перерізу

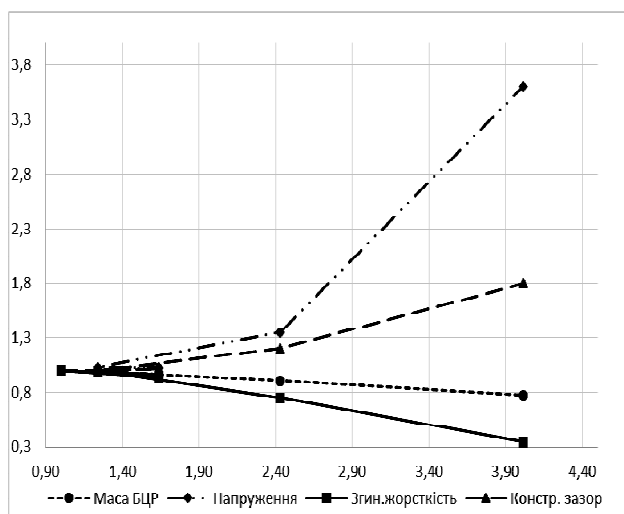


Рисунок 7 – Чутливість зміни параметрів стану від площі перерізу каналу – для овального та секторальних перерізів

Таблиця 2 – Атрибути варіанта конфігурації робочого каналу

| № моделі | S каналу, м <sup>2</sup> | Маса БЦР, кг | Екв. діаметр каналу, мм | Констр. зазор, мкм |
|----------|--------------------------|--------------|-------------------------|--------------------|
| 1        | $2,54 \cdot 10^{-4}$     | 28,56        | 18                      | 53                 |
| 2        | $3,14 \cdot 10^{-4}$     | 28,18        | 20                      | 55                 |
| 3        | $3,8 \cdot 10^{-4}$      | 27,74        | 22                      | 56                 |
| 4        | $5,31 \cdot 10^{-4}$     | 26,76        | 26                      | 60                 |
| 5        | $5,14 \cdot 10^{-4}$     | 27,24        | 25,6                    | 56                 |
| 6        | $3,89 \cdot 10^{-4}$     | 27,98        | 22,3                    | 55                 |
| 7        | $7,63 \cdot 10^{-4}$     | 25,55        | 31,2                    | 66                 |
| 8        | $12,62 \cdot 10^{-4}$    | 21,86        | 40,1                    | 99                 |

**Висновки.** Головним підсумком роботи є спроба синтезу раціональної форми перерізу робочого каналу БЦР, який би, з одного боку, давав можливість працювати гідромашинам у режимі максимального навантаження із якомога більшим показником ККД, а з іншого – через вибір значення необхідного конструктивного зазору забезпечував би безаварійну роботу гідропередачі.

Проте отримані значення мають лише рекомендаційний характер, оскільки у кінцевому результаті вибір конструктивних параметрів буде здійснюватися конструктором на основі всебічного аналізу конструкторських, технологічних, матеріалознавчих факторів, а не лише отриманого розподілу НДС.

Отримані криві чутливості можуть бути корисними для такої конструкторської та експертної оцінки.

#### Список літератури

1. Биби́к Д.В. К вопросу о гидрообъемной механической

трансмиссии / Д.В. Биби́к // Интегрированные технологии та енергозбереження. Харьков, 2008. № 2. С.67–71.

- Борисюк М.Д., Бусяк Ю.М., Аврунин Г.А., Большаков А.К., Кабаненко И.В., Хавиль В.В. Новое поколение шарико-поршневых гидроредукторов. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2003. № 1. С.66–70.
- Теоретическое обоснование и выбор конструктивных параметров радиально-поршневых гидромашин, работающих в составе ГОМТ гусеничных машин и разработка системы автоматического управления движением гусеничных машин с ГОМТ / *Научно-технический отчет по этапу №1 договора №7/99 от 01.10.1999 г.* Харьков: НПО «Политехник», 2000. 242 с.
- Самородов В.Б., А.В. Рогов, Н.С. Ярмак Математическое моделирование гидромеханических потерь и КПД в быстроходных гидрообъемных машинах с шаровыми поршнями. *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. 2002. №10. С. 165–172.
- О.М. Бабаев, Л.Н. Игнатов, Е.С. Кисточкин и др. Объемные гидромеханические передачи: Расчет и конструирование / Под общ. ред. Е.С. Кисточкина. Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1987. 256 с.
- Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного

- описания. *Механіка та машинобудування*. 2006. № 1. С.57–79.
7. Бибик Д.В. Уточненная математическая модель потерь в радиальной гидрообъемной передаче с шариковыми поршнями. *Интегрированные технологии та енергозбереження* – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. № 4. С. 22–27.
  8. Бибик Д.В. Анализ потерь с учетом деформаций в радиальной гидрообъемной передаче с шариковыми поршнями. *Вестник БГТУ им. Шухова*. Белгород, 2014. № 3. С.72–75.
  9. Бибик Д.В., Деркач О.И., Федоров В.А., Яловол И.В. Методика моделирования совместного деформирования деталей, соединенных посредством тел качения. *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. 2010, вып. 39. С. 11–16.
- References (transliterated)**
1. Bibik D.V. K voprosu o gidroob'emnoy mehanicheskoy transmissii // *Integrovani tehnologii ta energozberezhennija*, 2008, no.2., pp. 67–71.
  2. Novoe pokolenie shariko-porshnevnyh gidroperedach / Borisjuk M.D., Busyak Y.M., Avrunin G.A., Bolshakov A.K., Kabanenko I.V., Navil V.V. *Promyslova gidravlika I pnevmatika*, 2003, no. 1, pp.66–70
  3. Teoreticheskoe obosnovanie i vybor konstruktivnyh parametrov radialno-porshnevnyh gidromashin rabotayushih v sostave GOMT gusenichnyh mashyn i razrabotka systemy avtomaticheskogo upravlenija dvizheniem gusenichnyh mashin s GOMT. *Nauchno-tehnicheskij otchet po etapu № 1 dogovora № 7/99 ot 01.10.1999 g. Harkov: NPO Politehnik*, 2000. 242 p.
  4. Samorodov V.B. Matematicheskoe modelirovanie gidromehaničeskikh poter s KPD v bystrohodnyh gidroob'emnyh mashinah s sharovymi porshnyami / Samorodov V.B., Rogov A.V., Yarmak N.S. *Vestnik Nacionalnogo tehnicheskogo universiteta «Harkovskiy politehnicheskij institut»*. 2002, no. 10, pp. 165–172.
  5. *Ob'emnye gidromehaničeskije peredachi: Raschet i konstruirovanie*; Pod obshh. red. E.S. Kistochkina./ Babaev O.M., L.N. Ignatov, E.S. Kistochkin [i dr.] L.: Mashinostroenie. Leningr. otd-nie, 1987. 256 p.
  6. Tkachuk N.A., Gritsenko G.D., Chepurnoy A.D., Orlov E.A., Tkachuk N.N. Konechno-elementnye modeli elementov slozhnyh mehanicheskikh system: tehnologija avtomatizirovannoy generacii I avtomatizirovannogo opisaniya. *Mexanika ta mashinobuduvannija*, 2006, no. 1, pp.57–59.
  7. Bibik D.V. Utochnennaja matematicheskaja model' poter' v radialnoj gidroob'emnoj peredache s sharikovymi porshnjami / Bibik D.V. // *Integrovani tehnologii ta energozberezhennija*, 2012, no. 4., pp. 22–27
  8. Bibik D.V. Analiz poter s uchetom deformacij v radialnoj gidroobyemnoj peredache s sharikovymi porshnyami. *Vestnik BGTU im. Shuhova*. Belgorod, 2014, no. 3, pp. 72–75.
  9. Bibik D.V., Derkach O.I., Fedorov V.A., Jalovol I.V. Metodika modelirovanija sovmestnogo deformirovanija detalej, soedinennyh posredstvom tel kachenija . *Vestnik NTU "KhPI"*, 2010, vol. 39, pp. 11–16.

*Поступила (received) 21.11.2018*

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Бібік Дмитро Вікторович (Бибик Дмитрий Викторович, Bibik Dmytro)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3896-699X>.



**С.П. БІСИК, А.В. ШИРОКОВ, О.А. СЛИВІНСЬКИЙ, О.М. АРИСТАРХОВ**

### **ВИЗНАЧЕННЯ УДАРНОЇ В'ЯЗКОСТІ СТАЛІ WELDOX 460-E ЗА ДОПОМОГОЮ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

Представлено результати чисельного моделювання ударного згину за Шарпі для сталі Weldox 460-E за допомогою програми LS-DYNA. Розрахунки проведено для двох широкоживаних моделей поведінки матеріалів за умов динамічного навантаження: Джонсона-Кука і Купера-Саймондса. Оцінено можливість використання літературних коефіцієнтів для вищезазначених моделей без оптимізації під конкретний вид навантаження. Показано необхідність врахування швидкості деформації при розрахунках динамічних процесів. Проведено оцінку точності розрахункової моделі з використанням додаткових критеріїв руйнування, що дозволяють значно підвищити точність рішення.

**Ключові слова:** ударна в'язкість, швидкість деформації, моделювання, LS-DYNA

### **С.П. БИСЫК, А.В. ШИРОКОВ, А.А. СЛИВИНСКИЙ, О.М. АРИСТАРХОВ ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДАРНОЙ ВЯЗКОСТИ СТАЛИ WELDOX 460-E С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Представлены результаты численного моделирования ударного изгиба по Шарпи для стали Weldox 460-E с помощью программы LS-DYNA. Расчеты проводили для двух широкоиспользуемых моделей поведения материалов при динамическом нагружении: Джонсона-Кука и Купера-Саймондса. Оценена возможность использования литературных коэффициентов для вышеупомянутых моделей без оптимизации под конкретный вид нагружения. Показана необходимость учета скорости деформации при расчетах динамических процессов. Проведено оценку точности расчетной модели с использованием дополнительных критериев разрушения, что позволяет значительно повысить точность решения.

**Ключевые слова:** ударная вязкость, скорость деформирования, моделирование, LS-DYNA

### **S.P. BISIYK, A.V. SHIROKOV, O.A. SLYVINSKYI, O.M. ARISTARXOV NUMERICAL MODELING OF IMPACT TOUGHNESS DETERMINATION OF WELDOX 460-E STEEL**

The results of numerical modeling of a Charpy impact test for steel Weldox 460-E with LS-DYNA program using are presented. The simulation carried out for two widely known models of material behavior at dynamic loading. These are Johnson-Cook and Cowper-Symonds models. The possibility of literary coefficients using for above-mentioned models without optimization to a necessary loading condition is estimated. The necessity of strain rate accounting in dynamic processes numerical simulation is shown. The accuracy appraisal of design model with usage additional resolution criteria which allows significantly to increase accuracy of solution were carried out. The results of numerical modeling conduction proved its qualitative character. The disarrangement in 39,6% don't allow us to advise to use experimental characteristics from literature without their optimization in accordance with certain type of load. Although, the difference value is 4,8% in case of introduction of additional resolution criterion with maximum magnitude of strains, that's point out the necessity of experimental tests of materials and definition of its limit values of resolution under different velocities of deformation and use of these values during performance of numerical modeling. Cowper-Symonds model showed much better convergence while performing modeling of this experiment. It could be related to low values of deformation velocity (level  $10^2 \text{ c}^{-1}$ ) in experiments on impact strength.

**Keywords:** impact toughness, strain rate, modeling, LS-DYNA

**Вступ.** Використання методів чисельного моделювання для задач високошвидкісного нелінійного деформування матеріалів дозволяє уникнути недоліків натурних випробувань і є одним з найбільш ефективних способів оцінки міцності, прогнозування стійкості й оптимізації конструкцій при ударних навантаженнях.

Саме тому, враховуючи сучасні можливості комп'ютерної техніки, все частіше вдаються до проведення чисельних експериментів, в тому числі при дослідженні динамічних процесів.

Зазвичай спочатку експериментально визначають параметри моделі поведінки матеріалу і на основі цих даних проводять чисельне моделювання, результати якого мають не тільки якісне, а й кількісне співпадіння з експериментальними даними [1–6].

В той же час, в літературі недостатньо висвітлена можливість використання сторонніх параметрів моделі матеріалу без оптимізації під конкретний вид навантаження, що є важливим для оцінки межі їх застосування. Однією із значних проблем при дослідженні протимінної та балістичної стійкості бойових машин є використання достовірних експериментальних значень властивостей матеріалу при різних швидкостях деформації та застосування моделей матеріалів з відомими значеннями точності для конкретного випадку навантаження [7–21].

**Метою статті** є оцінка точності чисельного моде-

лювання з використанням відомих літературних параметрів для моделей матеріалів Джонсона-Кука і Купера-Саймондса.

**Основна частина.** Для дослідження був взятий стандартний тест на ударний згин за Шарпі. В літературі моделювання подібних експериментів було неодноразово проведено, наприклад, в роботах [6, 22].

В [22] показано, що кінетика розповсюдження тріщини у зразку Шарпі з двовірною (2D) моделлю дає завищені значення просування тріщини порівняно із тривірною (3D) моделлю і відзначається, що розмір скінченно-елементної сітки 50 мкм забезпечує достатню точність чисельного моделювання. Тому для підвищення точності результатів в даній роботі було обрано тривірну постановку задачі і розмір скінченно-елементної сітки 50 мкс.

Для чисельного моделювання застосовували пакет прикладних програм LS-Dyna який призначений для моделювання динамічних процесів [30]. На рис. 1 наведено алгоритм, за яким проводили чисельне моделювання.

На рис. 2. наведено побудовану геометричну модель з розмірами в мм. Розміри зразка, опор і ударника брали стандартні з [23, 24]. Ширина зразка складала

© С.П. Бісик, А.В. Широков,  
О.А. Сливінський, О.М. Аристархов, 2019

8 мм, а площа перерізу в зоні удару  $S_0 = 64 \text{ мм}^2$ .

Далі геометричну модель розбивали на скінченні елементи, тобто будували скінченно-елементну модель (СЕМ) (рис. 3). З метою економії розрахункового часу та об'єму даних, що отримуються, згущення сітки виконували тільки у зоні вирізу зразка Шарпі та в області контакту зразка із опорами.

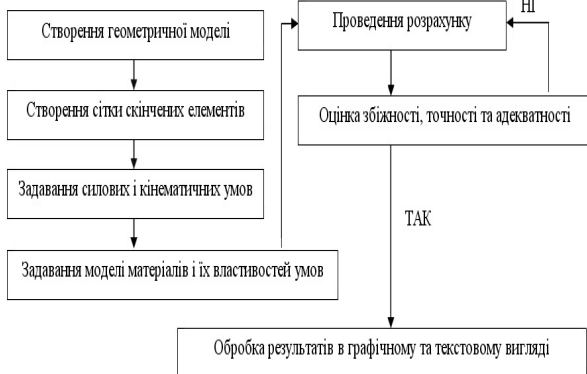


Рисунок 1 – Алгоритм проведення чисельного моделювання ударного згину за Шарпі

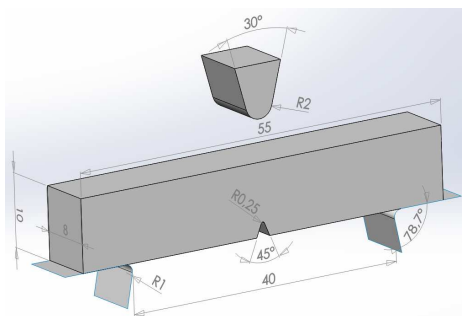


Рисунок 2 – Геометрична модель чисельного моделювання ударного згину за Шарпі

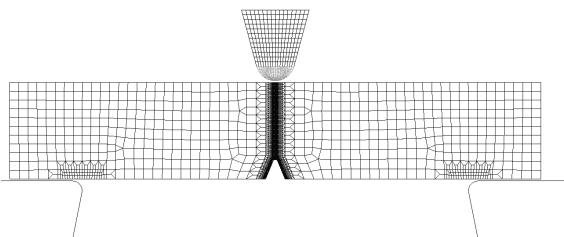


Рисунок 3 – Загальний вигляд скінченно-елементної моделі

При проведенні розрахунків ударник і опори розглядалися як тверді недеформівні тіла. Маса ударника складала 19,5 кг, а швидкість його руху в зоні контакту зі зразком – 5,5 м/с.

Чисельне моделювання проводили з використанням моделі матеріалу Джонсона-Кука [25, 26] і Купера-Саймондса [27]. Ці моделі є одними з загальноживаних для чисельних розрахунків динамічних процесів в металевих матеріалах.

Модель Джонсона-Кука описується рівняннями:

$$\sigma_y = (A + B\bar{\epsilon}^n) \cdot (1 + c \ln \dot{\epsilon}^*) \cdot (1 - T^{*m}), \quad (1)$$

де  $A, B, C, n$  і  $m$  – константи матеріалу;  $\bar{\epsilon}^p$  – ефектив-

на пластична деформація;  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\bar{\epsilon}}^p / \dot{\epsilon}_0$  – швидкість ефективної пластичної деформації для  $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ ;  $T^* = (T - T_{room}) / (T_{melt} - T_{room})$  – гомологічна температура.

Деформація при руйнуванні задається залежністю:

$$\epsilon^f = [D_1 + D_2 \exp D_3 \sigma^*] \cdot [1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*] \cdot [1 - T^*], \quad (2)$$

де  $\sigma^* = p / \sigma_{eff}$  – співвідношення тиску до ефективних напружень.

Руйнування відбувається за умови, якщо параметр руйнування  $D = \sum \bar{\epsilon}^p / \epsilon^f$  досягає значення 1.

При використанні об'ємних елементів застосовувалося рівняння стану Мі-Грюнаїзена:

$$p = \left[ \frac{\rho_0 \cdot C^2 \cdot \mu [1 + (1 - \gamma_0 / 2) \mu - a / 2 \mu^2]}{1 - (S_1 - 1) \mu - S_2 \frac{\mu^2}{\mu + 1} - S_3 \frac{\mu^3}{(\mu + 1)^2}} \right] + (\gamma_0 + a \mu) E, \quad (3)$$

де  $C$  – кутовий коефіцієнт кривої  $V_s - V_p$ ;  $S_1, S_2, S_3$  – коефіцієнти нахилу кривої  $V_s - V_p$ ;  $\gamma_0$  – постійна Грюнаїзена;  $a$  – корекція об'єму першого порядку  $\gamma_0$ ;  $\mu = \rho / \rho_0 - 1$ .

Модель Купера-Саймондса описується наступними рівняннями:

$$\sigma_T = \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\epsilon}}{C} \right)^{1/p} \right] \left( \sigma_0 + \beta E_p \epsilon_{eff}^p \right)$$

$$E_p = E_{ig} E / (E - E_{ig}), \quad \epsilon_{eff}^p = \int_0^t \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{1/2} dt. \quad (4)$$

Швидкість пластичних деформацій визначається як різниця між швидкостями повних і пружних деформацій  $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^e$ .

У якості модельного матеріалу для проведення тестового моделювання взято сталь Weldox 460-E. Для цієї сталі є достатня кількість публікацій із визначеними механічними характеристиками в широкому діапазоні швидкостей деформації, температур та з використанням різних методів визначення механічних властивостей [1, 2, 4]. Характеристики Weldox 460-E наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Характеристики сталі WELDOX 460-E

| $E$ , ГПа           | $\nu$                              | $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> | $A$ , МПа | $B$ , МПа |       |
|---------------------|------------------------------------|----------------------------|-----------|-----------|-------|
| 200                 | 0.33                               | 7850                       | 490       | 807       |       |
| $C_p \frac{J}{kgK}$ | $\alpha$                           | $\bar{a} \frac{1}{K}$      | $T_m (K)$ | $T_0 (K)$ |       |
| 452                 | 0.9                                | $1,1 \times 10^{-5}$       | 1800      | 293       |       |
| $n$                 | $\dot{p}_0, \dot{r}_0 \frac{1}{s}$ | $C$                        | $D_c$     | $p_d$     |       |
| 0.73                | $5 \times 10^{-4}$                 | 0.0144                     | 0.30      | 0         |       |
| $m$                 | $D_1$                              | $D_2$                      | $D_3$     | $D_4$     | $D_5$ |
| 0.94                | 0.0705                             | 1.732                      | -0.54     | -0.015    | 0     |

Підхід до побудови скінченно-елементної моделі та методологія ідентифікації фізико-термомеханічних властивостей матеріалів ґрунтується на даних робіт [22, 23].

Динамічну в'язкість матеріалу визначали за виразом:

$$KCV = \frac{K}{S_0}, \quad K = \frac{m(v_0^2 - v_1^2)}{2}, \quad (5)$$

де  $S_0$  – площа поперечного перерізу зразка в зоні вирізу;  $m$  – маса ударника;  $v_0, v_1$  – швидкість ударника до та після зламу зразка відповідно.

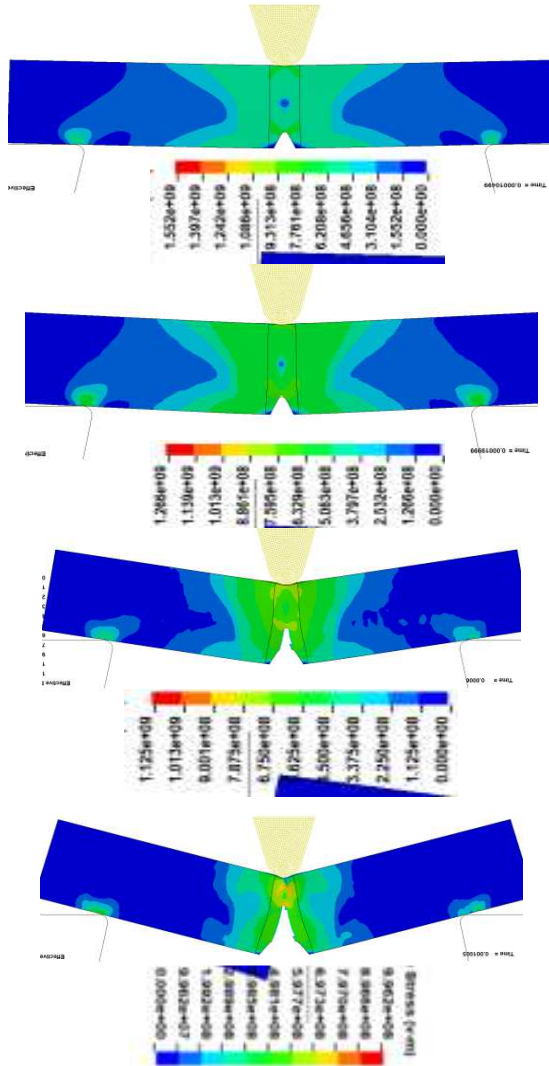


Рисунок 4 – Типовий розподіл напружень за Мізесом зразка Шарпі в різні моменти часу для моделі Купера-Саймондса

Чисельне моделювання якісно та коректно відображає процес руйнування зразку Шарпі. Так, на рис. 4 показано типовий розподіл напружень по Мізесу у ньому в різні моменти часу для моделі Купера-Саймондса.

З метою визначення впливу швидкості деформації розрахунок проводили для статичних параметрів моделі і з врахуванням динамічних властивостей матеріа-

лу. Додатковим параметром при проведенні чисельного моделювання стало застосування додаткового критерію руйнування для моделі матеріалу Купера-Саймондса.

Отримані значення ударної в'язкості звели в таблицю і порівняли їх із експериментальним (табл. 2, тут  $KCV_E$  – експериментальне значення ударної в'язкості для сталі Weldox 460-E, а  $KCV_P$  – ударна в'язкість, яку отримано з розрахунків).

Експериментальне значення ударної в'язкості для даного матеріалу не було вказано в літературних джерелах, з яких брали коефіцієнти матеріалу, тож воно було взято із даних виробника даної сталі. Відповідно, реальне значення ударної в'язкості матеріалів із літературних джерел може незначно відрізнятися.

Таблиця 2 – Значення ударної в'язкості за різними моделями

| Модель            | Швидкість деформації | $KCV_E$ , Дж/см <sup>2</sup> | $KCV_P$ , Дж/см <sup>2</sup> | Відносна похибка, % |
|-------------------|----------------------|------------------------------|------------------------------|---------------------|
| Джонсона-Кука     | –                    | 45                           | 149,1                        | 231,3               |
| Джонсона-Кука     | +                    | 45                           | 120                          | 166,7               |
| Купера-Саймондса  | –                    | 45                           | 13,8                         | 69,2                |
| Купера-Саймондса  | +                    | 45                           | 27,2                         | 39,6                |
| Купера-Саймондса* | +                    | 45                           | 47,2                         | 4,8                 |

\* – з додатковим критерієм руйнування за максимальними значеннями напружень.

**Обговорення результатів досліджень та висновки.** Результати проведеного чисельного моделювання свідчать про їх якісний характер. Розбіжність в 39,6% не дозволяє рекомендувати використання експериментальних параметрів, що взяті з літератури без їх оптимізації під конкретний вид навантаження. Разом з тим, при введенні додаткового критерію руйнування за максимальними значеннями напружень значення розбіжності складає 4,8%, що вказує на необхідність експериментальних випробувань матеріалів та визначення їх граничних значень руйнування при різних швидкостях деформації та використання цих значень при проведенні чисельного моделювання.

Модель Купера-Саймондса показала значно кращу збіжність при моделюванні даного експерименту. Це може бути пов'язано з низькими значеннями швидкості деформації (рівень  $10^2 \text{ c}^{-1}$ ) в експериментах на ударну в'язкість.

Результати розрахунків за обома моделями показують суттєве підвищення точності отриманих даних при врахуванні ефектів, що пов'язані зі швидкістю деформації. Це свідчить про необхідність врахування динамічних характеристик матеріалу при чисельному моделюванні ударного навантаження.

З'ясування причин більшої точності моделі Купера-Саймондса і розробка рекомендацій оптимізації чисельних розрахунків по відомим літературним даним з метою їх кількісного співпадіння з експериментальними значеннями ударної в'язкості є завданням подаль-

ших досліджень.

#### Список літератури

- Borvik T., Hopperstad O.S., Dey S., Pizzinato E.V., Langseth M., Albertini C. Strength and ductility of Weldox 460 E steel at high strain rates, elevated temperatures and various stress triaxialities. *Engineering fracture mechanics*. 2005. no. 72. pp. 1071–1087.
- Dey S., Borvik T., Hopperstad O.S., Leinum J.R., Langseth M. The effect of target strength on the perforation of steel plates using three different projectile nose shapes. *International Journal of Impact Engineering*. 2004. No. 30. P. 1005–1038.
- Borvik T., Langseth M., Hopperstad O.S., Malo K.A. Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses. Part I: Experimental study. *International Journal of Impact Engineering*. 2002. No. 27. P. 19-35.
- Borvik T., Hopperstad O.S., Berstad T., Langseth M. Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses. Part II: numerical simulations. *International Journal of Impact Engineering*. 2002. No. 27. P. 37-64.
- Tanguy B., Besson J., Piques R., Pineau A. Ductile to brittle transition of an A508 steel characterized by Charpy impact test Part I: experimental results. *Engineering fracture mechanics*. 2005. No. 72. P. 49–72.
- Tanguy B., Besson J., Piques R., Pineau A. Ductile to brittle transition of an A508 steel characterized by Charpy impact test Part II: modeling of the Charpy transition curve. *Engineering fracture mechanics*. 2005. No. 72. P. 413–434.
- Ткачук Н.А., В.Ф. Климов, А. В. Хлань, А.И. Шейко, А. Н. Малакей, В.И. Кохановский, А.В. Грабовский, А.Ю. Танченко, А.Ю. Васильев, М.А. Бондаренко, А.А. Зарубина, А. В. Набоков Компьютерный программно-аппаратный комплекс для анализа и синтеза моделей элементов объектов бронетанковой техники. *Вісник НТУ «Харківський Політехнічний Інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017. № 12 (1234). С. 96–109.
- Бісик С.П., І.Б.Чепков, В.А.Голуб, О.Ю.Ларін Дослідження вибухового навантаження V-подібної моделі днища бойової машини. *Зб. наук. праць ЦНДІ ОВТ ЗСУ*. К.: ЦНДІ ОВТ, 2012. Вип. 1 (22). С. 232-240.
- Бондаренко М. О., С. В. Пелешко, А. Ю. Васильєв, А. В. Грабовський, Р. В. Граборов, Ю. В. Веретельник, В. В. Посохов. Розрахунково-експериментальна верифікація динамічної моделі макета корпусу бронетранспортера. *Вісник НТУ «Харківський Політехнічний Інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ», 2017. №32 (1254). С. 5–13.
- Бісик С.П., Л.С. Давидовський, В.Г.Корбач Методика дослідження ефективності енергопоглинаючого елемента. *Технологічні системи*. 2016. №4(77). С. 103–112.
- Давидовський Л.С., Бісик С.П., Корбач В.Г. Дослідження енергопоглинаючого елемента протимінного сидіння бойової броньованої машини. *Озброєння та військова техніка*. 2017. №1 (13). С. 24-33.
- Бісик С.П. Аналіз пріоритетних напрямів вдосконалення протимінного захисту бойових броньованих машин. *Зб. наук. праць ЦНДІ ОВТ ЗСУ*. К.: ЦНДІ ОВТ ЗСУ, 2011. Вип. 19(41). С. 77–81.
- Бісик С.П., Чепков І.Б., Васильєвський М.І., Давидовський Л.С., Корбач В.Г., Висоцький О.М., Захаревич Д.М. Теоретична оцінка протимінної стійкості багатоцільового тактичного автомобіля «Козак-2». *Озброєння та військова техніка*. 2016. №1 (9). С. 26–31.
- Бісик С.П., В.А.Голуб, В.Г.Корбач Числове вирішення задачі ударно-хвильового навантаження пластини. *Військово-технічний збірник*. Львів: АСВ, 2011. № 2(5). С. 3-6.
- Бісик С.П. Підхід до оцінки протимінної стійкості корпусів бойових броньованих машин з урахуванням зварних з'єднань. *Наука і техніка Повітряних Сил ЗС України*. Х. : ХНУПС ім. Кожедуба, 2017. Вип. 3(28). С. 121–127.
- Бісик С. П., К.Б. Круковський-Сіневич, І.Б.Чепков, Л.О. Волгін, В.А.Голуб, О.Ю. Ларін Дослідження навантаження вибухом макетів днищ бойових машин. *Механіка та машинобудування*. – Харків: НТУ «ХПІ», 2012. № 2. С. 110–118.
- Бісик С. П., І.Б.Чепков, В.А.Голуб, В.Г.Корбач Оцінка впливу способу кріплення протимінного екрана на протимінну стійкість бойових броньованих машин. *Системи озброєння і військова техніка*. – Х.: ХУПС ім. Івана Кожедуба, 2013. №1(33). С. 8-12.
- Бісик С.П., Л.С. Давидовський, В.Р. Схабицький Критерії травмування організму людини при ударному та вибуховому навантаженнях. *Системи озброєння і військова техніка*. Х.: ХУПС ім. Івана Кожедуба, 2015. №1(41). С. 153-159.
- Бісик С.П., О.М.Купріненко, В.Г.Корбач. Оцінка протимінної стійкості легкої бойової колісної машини. *Вісник НТУ «Харківський Політехнічний Інститут»*. – Х.: НТУ «ХПІ», 2015. № 31 (1140). С. 11-20.
- Бісик С.П., С.П.Бісик, Л.С. Давидовський Аналіз механогенезу травмування екіпажу бойових броньованих машин при підриві на міно-вибухових пристроях. *Військово-технічний збірник*. Львів: НАСВ, 2015. № 13/2015. С. 34-40.
- Бісик С.П. Дослідження конструкції захисного протимінного екрана. *Військово-технічний збірник*. – №12/2015. – Львів: АСВ, 2015. С. 110-117.
- Кондряков Е. А. Численное моделирование ударных испытаний образцов шарпи в двухмерной и трехмерной постановке. *Вісник НТУУ «КПІ»*. 2014. №2(71). С. 110–113.
- ISO 14556. Steel Charpy V-Notch Pendulum Impact Test – Instrumented Test Method. 05.01.2005.
- ГОСТ 9454-78. Металлы. Метод испытания на ударный изгиб при пониженных, комнатной и повышенных температурах. Введ. 01.01.79.
- Бісик С.П., Чернозубенко О.В., Схабицький В.Р., Сливінський О.А., Ханоков В.А. Числове моделювання пробиття гомогенної перешкоди ударниками з різною формою головної частини. *Озброєння та військова техніка*. 2017. № 2 (14). С. 17-22.
- Бісик С.П., Чернозубенко О.В., Сливінський О.А., Схабицький В.Р., Корбач В.Г. Порівняння ефективності підходів до числового моделювання пробиття ударником гомогенної перешкоди. *Озброєння та військова техніка*. 2017. №3 (15). С. 8-15.
- Škrlec A. Estimating the Strain-Rate-Dependent Parameters of the Cowper-Symonds and Johnson-Cook Material Models using Taguchi Atrays. *Journal of Mechanical Engineering*. 2016. No. 62 (4). P. 220–230.
- Криворучко Д.В., Залого В.А. *Моделирование процессов резания методом конечных элементов: методологические основы*: монография. – Сумы : Университетская книга, 2012. – 496 с.
- Криворучко Д.В., Залого В.А., Корбач В.Г. *Основи 3D-моделювання процесів механічної обробки методом скінченних елементів*. – Суми: Видавництво СумДУ, 2010. – 209 с.
- LS-DYNA keyword user's manual Version 970. Livermore: LSTC, 1998. 498 с.

#### References (transliterated)

- Borvik T., Hopperstad O.S., Dey S., Pizzinato E.V., Langseth M., Albertini C. Strength and ductility of Weldox 460 E steel at high strain rates, elevated temperatures and various stress triaxialities // *Engineering fracture mechanics*. 2005, no. 72, pp. 1071–1087.
- Dey S., Borvik T., Hopperstad O.S., Leinum J.R., Langseth M. The effect of target strength on the perforation of steel plates using three different projectile nose shapes. *International Journal of Impact Engineering*. 2004, no. 30, pp. 1005–1038.
- Borvik T., Langseth M., Hopperstad O.S., Malo K.A. Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses. Part I: Experimental study. *International Journal of Impact Engineering*. 2002, no. 27, pp. 19-35.
- Borvik T., Hopperstad O.S., Berstad T., Langseth M. Perforation of 12mm thick steel plates by 20mm diameter projectiles with flat, hemispherical and conical noses. Part II: numerical simulations.// *International Journal of Impact Engineering*. 2002, no. 27, pp. 37-64.
- Tanguy B., Besson J., Piques R., Pineau A. Ductile to brittle transition of an A508 steel characterized by Charpy impact test Part I: experimental results // *Engineering fracture mechanics*. 2005, no. 72, pp. 49–72.
- Tanguy B., Besson J., Piques R., Pineau A. Ductile to brittle transition of an A508 steel characterized by Charpy impact test Part II: modeling of the Charpy transition curve // *Engineering fracture mechanics*. 2005, no. 72, pp. 413–434.
- Tkachuk N.A., Klymov V.F., Khlan A.V., Sheiko A.Y., Malakei A.N., Kokhanovskiy V.Y., Hrabovskiy A.V., Tanchenko A.Yu., Vasylev A.Yu., Bondarenko M.A., Zarubyna A.A., Nabokov A.V. Kompyuterniy programmno-apparatniy kompleks dlya analiza i

- сінтеза моделей елементів об'єктів бронетанкової техніки. [Computer software and hardware complex for analysis and synthesis of models of elements of objects of the armored vehicles]. *Visnyk NTU «KhPI»*. 2017, vol. 1234, no. 12, pp. 96-109.
8. Bisyk S.P., Chepkov I.B., Holub V.A., Larin O.Yu. Doslidzhennia vybukhovoho navantazhennia V-podibnoi modeli dnyshcha boiovoi mashyny [Investigation of the explosive load of the V-shaped bottom of the combat vehicle]. *Zb. nauk. prats TsNDI OVT ZSU*. 2012, vol. 22, no. 1, pp. 232-240.
  9. Bondarenko M. O., Peleshko Ye. V., Vasyliiev A. Yu., Hrabovskiy A. V., Hraborov R. V., Veretelnyk Yu. V., Posokhov V. V. Rozrahunkovo-eksperymentalna verifikatsiya dinamichnoi modeli maketa korpusu bronetransportera [Computational and experimental dynamic model verification of personnel armored carrier hull]. *Visnyk NTU «KhPI»*, Seriya: *Novi rishennia v suchasnykh tekhnolohiiakh*. 2017, vol. 1254, no. 32, pp. 5-13.
  10. Bisyk S.P., Davydovskiy L.S., Korbach V.H. Metodyka doslidzhennia efektyvnosti enerhopohlynaichooho elementa [Research methodology of effectiveness energy absorption element]. *Tekhnologicheskie sistemy*. 2016, vol. 77, no. 4, pp. 103-112.
  11. Davydovskiy L.S., Bisyk S.P., Korbach V.H. Doslidzhennia enerhopohlynaichooho elementa protymynnoho sydynnia boiovoi bronovanoi mashyny [Investigation of energy-absorbing elements of crew antimine seat of combat armored vehicles]. *Ozbroiennia ta viiskova tekhnika*. 2017, vol. 13, no. 1, pp. 24-33.
  12. Bisyk S.P. Analiz pryoritetnykh napriamiv vdoskonalennia protymynnoho zakhystu boiovykh bronovanykh mashyn [Analysis of priority directions of improvement of antimine protections of armored vehicles]. *Zb. nauk. prats TsNDI OVT ZSU*. 2011, vol. 41, no. 19, pp. 77-81.
  13. Bisyk S.P., Chepkov I.B., Vaskivskiy M.I., Davydovskiy L.S., Korbach V.H., Vysotskiy O.M., Zakharevych D.V. Teoretychna otsinka protymynnoi stiiikosti bahatotsilovoho taktychnoho avtomobilia «Kozak-2» [Theoretical evaluation of continuous stability of the multiple tactical car "Kozak-2"]. *Ozbroiennia i viiskova tekhnika*. 2016, vol. 9, no. 1, pp. 26-31.
  14. Bisyk S.P., Holub V.A., Korbach V.H. Chyslove vyrishennia zadachi udarno-shkvylovooho navantazhennia plastyny [Numerical simulation of shock loading of plate]. *Viiskovo-tekhnichnyi zbiryk*. 2011, vol. 5, no. 2, pp. 3-6.
  15. Bisyk S.P. Pidkhd do otsinky protymynnoi stiiikosti korpusiv boiovykh bronovanykh mashyn z urakhuvanniam zvamykh ziednan [Approach to evaluation of mine resistant levels of armored vehicles taking into account welded joints]. *Nauka i tekhnika Povitrianykh Syl ZS Ukrainy*. 2017, vol. 28, no. 3, pp. 121-127.
  16. Bisyk S.P., Krukovskiy-Sinevych K.B., Chepkov I.B., Volhin L.O., Holub V.A., Larin O. Yu. Doslidzhennia navantazhennia vybukhom maketiv dnyshch boiovykh mashyn / [Research the explosion of the bottom dummy of combat vehicles]. *Mekhanika ta mashynobuduvannia*. 2012, no. 2, pp. 110-118.
  17. Bisyk S.P., Chepkov I.B., Holub V.A., Korbach V.H. Otsinka vplyvu sposobu kriplennia protymynnoho ekrana na protymynnu stiiikost boiovykh bronovanykh mashyn [Estimation of the influence of the method of fastening of the screen on the antimine resistance of armored vehicles]. *Sistemy ozbroiennia i viiskova tekhnika*. 2013, vol. 33, no. 1, pp. 8-12.
  18. Bisyk S.P., Davydovskiy L.S., Skhabytskyi V.R. Kryterii travmuвання orhanizmu liudyny pry udarnomu ta vybukhovomu navantazhenniakh [Criteria of injury human body percussion and explosive loading]. *Sistemy ozbroiennia i viiskova tekhnika*. 2015, vol. 41, no. 1, pp. 153-159.
  19. Bisyk S.P., Kuprinenko O.M., Korbach V.H. Otsinka protymynnoi stiiikosti lehkoj boiovoi kolisnoi mashyny [Research of the antimine protections of a lightweight military vehicle]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya: *Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2015, vol. 1140, no. 31, pp. 11-20.
  20. Bisyk S.P., Davydovskiy L.S. Analiz mekhanohenezu travmuвання ekipazhu boiovykh bronovanykh mashyn pry pidryvi na minno-vybukhovyykh prystroiakh [Analysis of the crew injury mechanogenesis at armored combat vehicles blast on mine-explosive devices]. *Viiskovo-tekhnichnyi zbiryk*. 2015, no. 13, pp. 34-40.
  21. Bisyk S.P. Doslidzhennia konstruktivni zakhysnoho protymynnoho ekrana [Study construction protective mine screen]. *Viiskovo-tekhnichnyi zbiryk*. 2015, no. 12, pp. 110-117.
  22. Kondryakov E.A. Chislennoye modelirovaniye udarnih ispitaniy obrazchov sharpy v dvuhmemoy i tryehmemoy postanovkyye// *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI»*. Seriya *mashynobuduvannia*. 2014, № 2(71), pp. 110-113.
  23. ISO 14556. Steel Charpy V-Notch Pendulum Impact Test – Instrumented Test Method. 05.01.2005.
  24. GOST 9454-78. Metalli. Metod ispitaniya na udarniy izgib pri ponizhenih, komnatnoy i povishenih temperaturah. Vved. 01.01.79.
  25. Bisyk S.P., Chernozubenko O.V., Skhabytskyi V.R., Slyvinskyy O.A., Hanyukov V.A. Chislove modelyuvannia probittya gomogennoi pereshkodi udamikami z ryznoyu formoyu golovnoyi chastini// *Ozbroiennia ta viiskova tekhnika*. 2017, no. (14), pp. 17-22.
  26. Bisyk S.P., Chernozubenko O.V., Slyvinskyy O.A., Skhabytskyi V.R., Korbach V.H. Porivnyannia efektyvnosti pydhodiv do chislovogo modelyuvannia probittya udamikom gomogennoi pereshkodi // *Ozbroiennia ta viiskova tekhnika*. – 2017. – №3 (15). – pp. 8-15.
  27. Škrlec A. Estimating the Strain-Rate-Dependent Parameters of the Cowper-Symonds and Johnson-Cook Material Models using Taguchi Arrays // *Journal of Mechanical Engineering*. 2016, no. 62 (4), pp. 220-230.
  28. Krivoruchko D.V., Zaloga V.A. Modelirovaniye processov rezaniya metodom konechnih elementov: metodologicheskiye osnovy: monografiya. – Sumi: Universityetskaya kniga, 2012. – 496 p.
  29. Krivoruchko D.V., Zaloga V.A., Korbach V.H. Osnovi 3D-modelyuvannia procesiv mekhanichnoi obrobki metodom skinchennih elementiv. – Sumi: Vidavnicтво SumDU, 2010. – 209 p.
  30. LS-DYNA keyword user's manual Version 970. Livermore: LSTC, 1998. 498 c.

Надійшла (received) 15.11.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бісик Сергій Петрович (Bisyk Sergey Petrovich, Bisyk Serhii)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, начальник науково-дослідної лабораторії Центрального науково-дослідного інституту озброєння та військової техніки Збройних Сил України, м. Київ; тел.: (044) 271-08-74; e-mail: sergey-new@ukr.net

**Широков Андрій Володимирович Широков Андрей Владимирович, Shirokov Andriy)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, завідувач лабораторії Інституту проблем міцності імені Г. С. Писаренко НАН України, м. Київ; тел. (044) 286-63-57; e-mail: Shirokov.Andrey.V@gmail.com

**Сливінський Олексій Анатолійович (Slyvinskii Aleksey Anatolievich, Slyvinsky Olexsiy)** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри зварювального виробництва Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ; тел.: +38(067)1450024; e-mail: o.slyvinsky@gmail.com

**Арістархов Олег Михайлович (Aristarkhov Oleg Mikhailovich, Aristarkhov Oleg)** – ад'юнкт кафедри технічного забезпечення інституту оперативного забезпечення та логістики Національного університету оборони України імені Івана Черняховського, м. Київ; тел.: +38(093) 717-57-33; e-mail: aristarkhovolex@gmail.com

**О. В. БОНДАРЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, О. В. УСТИНЕНКО**

### **АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ТРАНСМІСІЇ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ ЗА МАСОЮ**

Розв'язання задачі оптимізації трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ є перспективним напрямком досліджень, тому що дає змогу поліпшити масові характеристики машини, забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації. Побудовано систему обмежень, які накладаються на змінні проектування, та послідовність їхньої перевірки у порядку зростання орієнтовного обсягу обчислень, що дає змогу суттєво зменшити загальний час розрахунків. Розроблено прикладну методику та докладний алгоритм оптимального проектування трансмісії. Вони враховують конструктивні, технічні та технологічні особливості останньої, а також дають змогу підвищити точність розрахунків за рахунок керування похибками обчислень передавальних відношень та рівності міжосьових відстаней зацеплень коробки передач та додаткового редуктора трансмісії. Алгоритм містить наступні етапи: ввід вхідних даних; генерування зовнішньої ЛПТ-послідовності; перевірка відповідних обмежень; перевірка обмеження на міжосьові відстані; розрахунок для пробної точки передавальних відношень коробки передач; визначення граничних чисел зубців; генерування внутрішньої ЛПТ-послідовності; перевірка відповідних обмежень; пошук найкращого варіанта; збільшення точності розрахунків; уточнення параметрів; додаткові перевірочні розрахунки.

**Ключові слова:** оптимізація, багатоцільовий транспортер-тягач МТ-ЛБ, трансмісія, цільова функція, змінні проектування, обмеження на змінні проектування.

**А. В. БОНДАРЕНКО, И. Е. КЛОЧКОВ, А. В. УСТИНЕНКО**

### **АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТРАНСМИССИИ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ ПО МАССЕ**

Решение задачи оптимизации трансмиссии легкого многоцелевого гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ является перспективным направлением исследований, так как позволяет улучшить массовые характеристики машины, обеспечить нагрузочную способность и долговечность трансмиссии при модернизации. Была построена система ограничений, которые накладываются на переменные проектирования, и последовательность их проверки в порядке возрастания ориентировочного объема вычислений, что позволяет существенно уменьшить общее время расчетов. Также была разработана прикладная методика и подробный алгоритм оптимального проектирования трансмиссии. Они учитывают конструктивные, технические и технологические особенности последней, а также позволяют повысить точность расчетов за счет управления погрешностями вычисления передаточных отношений и равенства межосевых расстояний зацеплений коробки передач и дополнительного редуктора трансмиссии. Алгоритм содержит следующие этапы: ввод начальных данных; генерирование внешней ЛПТ-последовательности; проверка соответствующих ограничений; проверка ограничений на межосевые расстояния; расчет для пробной точки передаточных отношений КП; определение граничных чисел зубьев; генерирование внутренней ЛПТ-последовательности; проверка соответствующих ограничений; поиск наилучшего варианта; увеличение точности расчетов; уточнение параметров; дополнительные проверочные расчеты.

**Ключевые слова:** оптимизация, многоцелевой транспортер-тягач МТ-ЛБ, трансмиссия, целевая функция, переменные проектирования, ограничения на переменные проектирования.

**O. V. BONDARENKO, I. E. KLOCHKOV, O. V. USTYENENKO**

### **ALGORITHM OF OPTIMAL DESIGN FOR TRANSMISSION OF TRACKED LOAD-CARRIER/PRIME MOVER MT-LB BY MASS**

Solving the problem of optimizing for transmission of light multipurpose tracked load-carrier/prime mover MT-LB is a perspective area of research because it improves the mass characteristics of the machine, to ensure the load capacity and durability of transmission at upgrading. A system of constraints on variables planning and the sequence of their verification in the order of growth of the estimated volume of computing is constructed. This allows you to significantly reduce the total settlement time. The applied methodology and detailed algorithm for optimal design of the transmission has been developed. They take into account the constructive, technical and technological features. They also allow to reduce the error of the calculations due to the error-control of the calculations of gear ratios and the equality of the axes distance for gearbox and additional reducer meshing's. The algorithm contains following ethics: the task of the input data; generation of an external LPT-sequence; check the relevant constraints; checking the limit constraints on the inter-axes distances; calculation for the test point of gear ratios; determination of boundary numbers of teeth; generation of internal LPT-sequence; check the relevant constraints; search for the best option; increase the accuracy of calculations; clarification of parameters; additional verification calculations.

**Keywords:** optimizing, multipurpose load-carrier/prime mover MT-LB, transmission, objective function, variables planning, limits on the variables planning.

**Вступ. Актуальність задачі.** В Україні та в інших країнах широко застосовується легкий багатоцільовий гусеничний транспортер-тягач МТ-ЛБ. Він випущений в Україні, Польщі та Болгарії у кількості приблизно 9600 машин, з яких орієнтовно 7500 на теперішній час ще знаходяться у експлуатації [1]. Сьогодні він вже не відповідає сучасним тактико-технічним характеристикам з точки зору потужності двигуна та середніх швидкостей руху. У зв'язку з цим за останні роки запропоновано багато варіантів його модернізації, більшість з яких полягає в заміні двигуна на більш потужний. При цьому виникає проблема перевантаження інших агрегатів, насамперед трансмісії. Просте підвищення її навантажувальної здатності шляхом збільшення габаритів практично неможливо, що зумовлено габаритами його мотор-

но-трансмісійного відділення (МТВ).

Тому проектування нової оптимальної за масою трансмісії при забезпеченні її навантажувальної здатності, довговічності та умови розміщення в існуюче МТВ є актуальною науково-практичною задачею.

**Постановка задачі.** Як відомо [2], розв'язання будь-якої задачі оптимізації складається з наступних етапів:

1. Постановка оптимізаційної задачі, яка складається з побудови цільової функції, визначення змінних проектування та формування системи обмежень.
2. Обрання чи розробка методів розв'язання задачі оптимізації.
3. Побудова методики та алгоритму розв'язання задачі.

© О. В. Бондаренко, І. Є. Клочков, О. В. Устиненко, 2019



4. Виконання тестових і перевірочних розрахунків для підтвердження та оцінки отриманих теоретичних результатів.

У попередніх роботах [3–5] авторами було виконано узагальнену постановку задачі, розроблено математичну модель оптимізації, а також запропоновано систему обмежень на змінні проектування та послідовність їхньої перевірки, тобто завершено етап 1.

Для розв'язання задачі (етап 2) обрано метод, який добре себе зарекомендував під час оптимізації тривальних коробок передач [6], а саме, зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності [7].

З метою суттєвого збільшення кількості пробних точок (до  $(2^{20})^2$  [5]) було запропоновано застосувати два цикли ЛПт-пошуку: у зовнішньому циклі буде генеруватися ЛПт-послідовність для усіх змінних проектування, окрім чисел зубців провідних коліс КП  $z_{КПц,1}$ , а у внутрішньому – ЛПт-послідовність для пробних точок  $z_{КПц,1}$  з урахуванням звуження діапазонів  $z_{КПц,1min}$ ,  $z_{КПц,1max}$ .

Таким чином, **метою статті** буде виконання етапу 3, а саме, побудова методики та алгоритму розв'язання задачі.

**Загальний вигляд цільової функції.** У роботі [3] було побудовано цільову функцію для випадку мінімізації маси трансмісії:

$$F_M = \sum M \rightarrow \min, \quad (1)$$

де  $\sum M$  – сумарна маса основних елементів трансмісії, кг,

$$\begin{aligned} \sum M = & \sum_{i=1}^2 M_{зКГП_i} + M_{ВГП} + \sum_{i=1}^{n_{зКП}} M_{зККП_i} + \sum_{i=1}^2 M_{ВКП_i} + \\ & + \sum_{i=1}^{n_{СКП}} M_{СКП_i} + 2 \sum_{i=1}^2 M_{зКДР_i} + 2M_{ВФ} + 2M_{ФГ} + \\ & + 2 \sum_{i=1}^{n_{зКСР}} M_{зКСР_i} + 2 \sum_{i=1}^{n_{ВСПР}} M_{ВСПР_i} + 2M_{ВДСПР} + \\ & + 2M_{КВ} + 2M_{ЗГ} + 2 \sum_{i=1}^{n_{зКБП}} M_{зКБП_i} + 2 \sum_{i=1}^{n_{ВБП}} M_{ВБП_i} + \\ & + 2M_{ВДБП} + \sum_{i=1}^{n_{П}} M_{П_i} + M_{КМПП} + 2M_{КБП}, \quad (2) \end{aligned}$$

де  $\sum_{i=1}^2 M_{зКГП_i}$  – сумарна маса зубчастих коліс головної передачі трансмісії (ГП);

$M_{ВГП}$  – маса вхідного валу ГП;

$\sum_{i=1}^{n_{зКП}} M_{зККП_i}$  – сумарна маса зубчастих коліс коробки передач (КП) ( $n_{зКП}$  – кількість зубчастих коліс КП,  $n_{зКП} = 2(k-1)+1$ , де  $k$  – кількість передач переднього та заднього ходу);

$\sum_{i=1}^2 M_{ВКП_i}$  – сумарна маса валів КП;

$\sum_{i=1}^{n_{СКП}} M_{СКП_i}$  – сумарна маса синхронізаторів КП

( $n_{СКП}$  – кількість синхронізаторів);

$2 \sum_{i=1}^2 M_{зКДР_i}$  – сумарна маса зубчастих коліс даткового редуктора (ДР);

$2M_{ВФ}$  – сумарна маса валів фрикціонів механізму повороту та передач (МПП);

$2M_{ФГ}$  – сумарна маса фрикціонів та гальм МПП;

$2 \sum_{i=1}^{n_{зКСР}} M_{зКСР_i}$  – сумарна маса зубчастих коліс планетарного ряду, що підсумовує (СПР) ( $n_{зКСР}$  – кількість зубчастих коліс СПР);

$2 \sum_{i=1}^{n_{ВСПР}} M_{ВСПР_i}$  – сумарна маса валів та осей СПР

( $n_{ВСПР}$  – кількість валів та осей СПР);

$2M_{ВДСПР}$  – сумарна маса водил СПР;

$2M_{КВ}$  – сумарна маса карданних валів;

$2M_{ЗГ}$  – сумарна маса зупиночних гальм;

$2 \sum_{i=1}^{n_{зКБП}} M_{зКБП_i}$  – сумарна маса зубчастих коліс бортової передачі (БП) ( $n_{зКБП}$  – кількість зубчастих коліс БП);

$2 \sum_{i=1}^{n_{ВБП}} M_{ВБП_i}$  – сумарна маса валів та осей БП

( $n_{ВБП}$  – кількість валів та осей БП);

$2M_{ВДБП}$  – сумарна маса водил БП;

$\sum_{i=1}^{n_{П}} M_{П_i}$  – сумарна маса підшипників трансмісії

( $n_{П}$  – кількість підшипників трансмісії);

$M_{КМПП}$  – маса картеру МПП;

$2M_{КБП}$  – сумарна маса картерів БП.

Маси зубчастих коліс обчислюються безпосередньо через значення змінних проектування з урахуванням системи обмежень. Маси інших деталей та вузлів – згідно з розрахунками на міцність, витривалість та (або) жорсткість у відповідності із навантаженням на них, яке будемо розраховувати для кожного набору змінних проектування.

**Загальна методика рішення нашої задачі** була докладно викладена у роботах [3, 4]. Доповнимо цю методику етапами вводу-виводу даних, складання таблиці можливих комбінацій параметрів, пошуку найкращого варіанта (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції) та зведемо їх у єдиний алгоритм, який представлено на рис. 1. Далі докладно розглянемо його роботу.

**Функціонування алгоритму оптимального проектування** проходить наступним чином.

**1. Здаються вхідні данні.** Їхньою основою є геометричні, кінематичні параметри та фізико-механічні властивості матеріалів базової трансмісії МТ-ЛБ. Розглянемо їх докладніше.

**Числові обмеження на змінні проектування:**

$m_{КПц}$ ,  $m_{ДР}$ ,  $m_{СПР}$ ,  $m_{БП}$  – модулі зубців циліндричних передач обираються зі стандартного ряду та обмежуються значеннями  $m_{\min} \leq m \leq m_{\max}$ ;



Рис. 1 – Схема алгоритму оптимального проектування трансмісії транспортера-тягача МТ-ЛБ

$m_{nГП}$  – модулі зубців кінчної головної передачі тільки обмежуються значеннями  $m_{n\min} \leq m_n \leq m_{n\max}$ ;

$z_{\min}$ ,  $z_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення чисел зубців з міркувань області існування зачеплення та технології виготовлення;

$\beta_{\min}$ ,  $\beta_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення кутів нахилу зубців кінчних коліс;

$\Delta i_T$ ,  $\Delta a_w$  – похибки передавальних відношень та рівності міжосьових відстаней зачеплень КП та ДР трансмісії.

Вхідні данні, що відповідають конструкторсь-

ким та технологічним вимогам:

$T_{вх}$  – обертовий момент на вхідному валі трансмісії з урахуванням коефіцієнту використання двигуна;

$n_{вх}$  – оберти вхідного валу;

$i_{T\mu}$  – передавальні числа трансмісії;

$HB_i$ ,  $HRC_i$ ,  $HV_i$  – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень відповідно за Бринелем, Роквелом та Вікерсом;

ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень;

$t_1, \dots, t_k$  – час роботи трансмісії на передачах відповідно до загального ресурсу;

$\rho_{ж}$ ,  $\rho_{в}$ ,  $\rho_{вд}$ ,  $\rho_{кмпп}$  – відповідно густини матеріалів зубчастих коліс, валів, водил, картеру МПП та картеру БП;

$F_{\beta 1}, \dots, F_{\beta s}$  – допуск на напрям зубця;

$f_{pb1}, \dots, f_{pbs}$  – граничне відхилення шагу зачеплення;

$[\tau_k]$  – напруження при скручуванні валів, що допускається;

$\sigma_{Flim1}, \dots, \sigma_{Flims}$  – межа витривалості зубців при згині;

$[\gamma_{\Sigma}]$  – граничне відхилення при прогині валу;

$l_{вх.вал}$  та  $l_{вих.вал}$  – відповідно довжини хвостовиків вхідного та вихідного валів;

$l_{кв}$  – довжина карданних валів;

$L_{МПП\max}$ ,  $B_{МПП\max}$ ,  $H_{МПП\max}$ ,  $D_{КБП\max}$ ,  $B_{КБП\max}$  – відповідні максимально можливі габарити із умов розміщення МПП та БП, що відповідають розмірам базової трансмісії;

$e_{МПП}$ ,  $e_{КБП}$  та  $e_{кркБП}$  – відповідно товщина стінки картеру МПП, товщина стінки картеру БП та його кришки;

додаткові розміри та зазори у МПП та БП – докладніше дивись [4];

$\sum_{i=1}^{n_{СКП}} M_{СКПi}$  – сумарна маса синхронізаторів КП;

$2M_{ФГ}$  – сумарна маса фрикціонів та гальм МПП;

$2M_{ЗГ}$  – сумарна маса зупиночних гальм;

$\sum_{i=1}^{n_{П}} M_{Пi}$  – сумарна маса підшипників трансмісії.

Маси синхронізаторів, фрикціонів, гальм та підшипників приймаємо як у базової трансмісії.

2. Генерування зовнішньої ЛПТ-послідовності для усіх змінних проектування, окрім  $z_{КП\mu,1}$ , а саме,

– для ГП:  $m_{nГП}$ ,  $z_{ГП1}$ ,  $z_{ГП2}$ ,  $\beta_{nГП}$ ;

– для КП:  $m_{КП\mu}$  ( $\mu = 2, \dots, k-1$  – номер передачі переднього ходу);

– для ДР:  $m_{ДР}$ ,  $z_{ДР1}$ ,  $z_{ДР2}$ ;

– для СПР:  $m_{СПР}$ ,  $z_{СПРс}$ ,  $z_{СПРс}$ ;

– для БП:  $m_{БП}$ ,  $z_{БПс}$ ,  $z_{БПс}$ .

Нагадаємо, що числа зубців ведених коліс КП  $z_{КП\mu,2}$  не є змінними проектування, а розраховуються через  $z_{КП\mu,1}$  та попередньо задані передавальні відношення трансмісії  $i_{T\mu}$  [5].

3. Перевірка обмежень на:

– модулі,

$m_n = 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,5; 4; 4,5; 5; 5,5; 6; \dots, m_{n\max}$ ; (3)

– числа зубців,



$$\{z_{ГП1}, z_{ГП2}, z_{ДР1}, z_{ДР2}, z_{СПРc}, z_{СПРст}, z_{СПРc}, z_{БПc}, z_{БПст}, z_{БПc}\} \in N;$$

$$z_{\min} \leq \{z_{ГП1}, z_{ГП2}, z_{ДР1}, z_{ДР2}, z_{СПРc}, z_{СПРст}, z_{СПРc}, z_{БПc}, z_{БПст}, z_{БПc}\} \leq z_{\max}; \quad (4)$$

– умови співвідності, збірки та сусідства для планетарних рядів,

$$z_{ст} = 0,5(z_3 - z_c); (z_c + z_3)/n_{ст} = \text{ціле число};$$

$$(z_c + z_{ст}) \sin \pi/n_{ст} > (z_{ст} + 2), \quad (5)$$

де  $n_{ст}$  – кількість сателітів;  
– кути нахилу зубців конічних коліс,

$$\beta_{m\min} \leq \beta_m \leq \beta_{m\max}. \quad (6)$$

**4. Перевірка обмеження на міжосьові відстані** зачеплень КП на передньому ходу та ДР, які повинні бути рівні між собою, а саме, з урахуванням похибки внаслідок того, що числа зубців є цілими,

$$a_w \approx 0,5m_{кп12}(z_{кп12,1} + z_{кп12,2}) \approx \dots \approx 0,5m_{кпk-1}(z_{кпk-1,1} + z_{к-1,2}) \approx$$

$$\approx 0,5m_{др}(z_{др,1} + z_{др,2});$$

$$a_{w\text{ср}} \left(1 - \frac{\Delta a_w}{100}\right) \leq a_{w\mu} \leq \left(1 + \frac{\Delta a_w}{100}\right), \quad (7)$$

де  $\Delta a_{w\text{ср}}$  – середнє арифметичне розрахункових міжосьових відстаней.

**5. Розрахунок для пробної точки передавальних відношень КП  $i_{кп\mu}$ ,**

$$i_{кп\mu} = \frac{z_{кп\mu,2}}{z_{кп\mu,1}}$$

$$= \frac{i_{ГП} \cdot z_{ДР2} \cdot z_{ГП} \cdot z_{БПc} \cdot z_{СПРc}}{z_{ДР2} \cdot z_{ГП2} (z_{СПРc} + z_{СПРc}) (z_{БПc} + z_{БПc}) - i_{ГП} \cdot z_{ДР1} \cdot z_{ГП} \cdot z_{БПc} \cdot z_{СПРc}},$$

$$\mu = 2, \dots, k-1. \quad (8)$$

**6. Визначення граничних чисел зубців  $z_{кп\mu,1\min}$  та  $z_{кп\mu,1\max}$ ,** починаючи з другої передачі. Якщо  $i_{кп\mu} > 1$ ,

$$z_{кп\mu,1\min} = z_{\min}, \quad z_{кп\mu,1\max} = \frac{z_{\max}}{i_{кп\mu}}; \quad (9)$$

якщо  $i_{кп\mu} < 1$ ,

$$z_{кп\mu,1\min} = \frac{z_{\min}}{i_{кп\mu}}, \quad z_{кп\mu,1\max} = z_{\max}. \quad (10)$$

**7. Генерування внутрішньої ЛПТ-послідовності** для змінних проектування  $z_{кп\mu,1}$  та розрахунок  $z_{кп\mu,2}$ .

$$z_{кп\mu,2} = z_{кп\mu,1} \cdot i_{кп\mu}. \quad (11)$$

**8. Перевірка обмежень на:**

– розрахункові передавальні відношення трансмісії  $i_{ГП}^{\text{розр}}$ ,

$$i_{ГП} \left(1 - \frac{\Delta i_{ГП}}{100}\right) \leq i_{ГП}^{\text{розр}} \leq i_{ГП} \left(1 + \frac{\Delta i_{ГП}}{100}\right), \quad \mu = 1, \dots, k-1, \quad (12)$$

де

$$i_{ГП}^{\text{розр}} = i_{ГП} \cdot i_{ДР} \cdot i_{БП} (1 + |p_{СПР}|) =$$

$$= \frac{z_{ГП2} \cdot z_{ДР2}}{z_{ГП1} \cdot z_{ДР1}} \cdot \left(1 + \frac{z_{БПc}}{z_{БПc}}\right) \left(1 + \frac{z_{СПРc}}{z_{СПРc}}\right);$$

$$i_{ГП}^{\text{розр}} = \frac{i_{ГП} \cdot i_{кп\mu} \cdot i_{ДР} \cdot i_{БП} (1 + |p_{СПР}|)}{|p_{СПР}| \cdot i_{ДР} + i_{кп\mu}} =$$

$$= \frac{z_{ГП2} \cdot z_{кп\mu,2} \cdot z_{ДР2} \cdot \left(1 + \frac{z_{БПc}}{z_{БПc}}\right) \left(1 + \frac{z_{СПРc}}{z_{СПРc}}\right)}{z_{ГП1} \cdot z_{кп\mu,1} \cdot z_{ДР1} \cdot \left(\frac{z_{СПРc}}{z_{СПРc}} \cdot z_{ДР1} + \frac{z_{кп\mu,2}}{z_{кп\mu,1}}\right)},$$

$$\mu = 2, \dots, k-1; \quad (13)$$

– передавальні відношення зубчастих пар трансмісії,

$$|i_{\min}| \leq |i| = \left|\frac{\omega_1}{\omega_2}\right| = \frac{z_2}{z_1} \leq |i_{\max}|, \quad |p_{\min}| \leq |p| = \frac{z_3}{z_c} \leq |p_{\max}|; \quad (14)$$

– контактну та згинну витривалість, а також міцність при перевантаженнях;

– коефіцієнти ширини зубчастого колеса  $\psi_{bd}$  для циліндричних зачеплень та  $\psi_m$  для конічних,

$$\psi_{bd} \leq \psi_{bd\max}, \quad \psi_m \leq \psi_{m\max}; \quad (15)$$

– габаритні обмеження (умова розміщення нової трансмісії в існуюче МТВ). Для картеру МПП:

$$L_{МПП} \leq L_{МПП\max}, \quad B_{МПП} \leq B_{МПП\max}, \quad H_{МПП} \leq H_{МПП\max}; \quad (16)$$

для картеру БП:

$$D_{КБП} \leq D_{КБП\max}, \quad B_{КБП} \leq B_{КБП\max}. \quad (17)$$

Така послідовність перевірки обмежень у порядку зростання орієнтовного обсягу математичних обчислень дозволяє зменшити час розрахунків.

Якщо пробна точка проходить всі умови, то вона потрапляє до таблиці можливих варіантів. Таблиця являє собою двовимірний масив, у якому кожному номеру точки відповідає набір параметрів проектування та значення цільової функції.

**9. Пошук найкращого варіанта** (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції). Він здійснюється сортуванням, наприклад [6], методом вставки, який хоч і не є самим швидким з методів, але дуже простий у програмній реалізації.

**10. На етапі збільшення точності розрахунків** проводиться поступове зменшення похибки рівності міжосьових відстаней зачеплень КП та ДР. При необхідності можливо також зменшувати похибку передавального відношення трансмісії. Але при цьому слід враховувати, що це може привести до різкого зменшення кількості можливих варіантів рішення.

**11. Уточнення параметрів.** Наприклад, забезпечення точної рівності міжосьових відстаней зачеплень КП та ДР розрахунком необхідного сумарного коефіцієнта зміщення похідного контуру  $x_2 = x_1 + x_2$  для кожного зачеплення. Після цього він розподіляється із умов максимальної контактної міцності або рівності відносних швидкостей ковзання (при цьому також забезпечується рівномірність зубців шестерні та колеса по згинним напруженням).

**12. Додаткові перевірочні розрахунки,** наприклад, міцності та жорсткості валів та картеру, дина-

мічної та статичної вантажопідйомності підшипників, міцності синхронізаторів та інші.

### Висновки:

1. Оптимізація трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ є перспективною науково-прикладною задачею, розв'язання якої дає можливість покращити масові характеристики машини, а також забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації.

2. Побудовано систему обмежень, які накладаються на змінні проектування, та послідовність їхньої перевірки у порядку зростання орієнтовного обсягу обчислень, що дає змогу суттєво зменшити загальний час розрахунків.

3. Розроблено прикладну методику та докладний алгоритм оптимального проектування трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ. Вони враховують конструктивні, технічні та технологічні особливості останньої, а також дозволяють підвищити точність розрахунків за рахунок керування похибками обчислень передавальних відношень та рівності міжсоевних відстаней зацеплень КП та ДР трансмісії.

### Список літератури

1. МТ-ЛБ і його модифікації. Військова панорама. 11 грудня 2011. Режим доступу: <http://wartime.org.ua/455-mt-lb-yogo-modifikacyi.html>. Дата звернення: 12 лютого 2017.
2. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Ргсдел К. *Оптимизация в технике*: Пер. с англ. Москва, Мир, 1986. Т.1. 349 с.
3. Ключков І. Є., Устиненко О. В., Бондаренко О. В., Браславська Т. С. Побудова цільової функції оптимізації трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. Харків, НТУ "ХПІ", 2018, № 7 (1283), с. 34–40.
4. Устиненко О. В., Бондаренко О. В., Ключков І. Є. Математична модель оптимізації трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою. *Механіка та машинобудування*. 2018, №1, с. 156–167.
5. Бондаренко О. В., Устиненко О. В., Ключков І. Є. Оптимізація трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою: система обмежень та послідовність їхньої перевірки. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР*. Харків, НТУ "ХПІ", 2018, № 25 (1301), с. 26–30.
6. Бондаренко О. В., Устиненко О. В. Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач. *Вісник НТУ*

"ХПІ". Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". Харків, НТУ "ХПІ", 2012, № 22, с. 16–27.

7. Бондаренко О. В. Суміщення методів ЛПТ-пошуку та звуження околів при оптимізації тривальних коробок передач. *Механіка та машинобудування*. Харків, НТУ "ХПІ", 2010, № 1, с. 78–84.

### References (transliterated)

1. MT-LB i yoho modyfikatsiyi [MT-LB and its modifications]. *Viys'kova panorama* [Military panorama]. 11 hrudnya 2011. Available at: <http://wartime.org.ua/455-mt-lb-yogo-modifikacyi.html>, accessed 12.02.2017.
2. Rekleytys H., Reyvynrand A., Rjeshdel K. *Optymyzatsyya v tekhnike*: Per. s anhl [Engineering Optimization]. Moscow, Myr Publ., 1986. Vol. 1. 349 p.
3. Klochkov I. E., Ustynenko O. V., Bondarenko O. V., Braslavs'ka T. S. Pobudova cil'ovoi' funktsii' optymizatsii' transmisii' gusenynchnogo transportera-tjagacha MT-LB za masoju [Building of optimization objective function for transmission of tracked load-carrier/prime mover MT-LB]. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: "Mashynoznavstvo ta SAPR"* [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018., no. 7 (1283), pp. 34–40.
4. Ustynenko O. V., Bondarenko O. V., Klochkov I. E. Matematychna model' optymizatsii' transmisii' gusenynchnogo transportera-tjagacha MT-LB za masoju [Mathematical model of optimization for transmission of tracked load-carrier/prime mover MT-LB]. *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and machine building]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018, no. 1, pp. 156–167.
5. Bondarenko O. V., Ustynenko O. V., Klochkov I. E. Optymizatsiya transmisii' gusenynchnogo transportera-tjagacha MT-LB za masoju: sistema обмежен' ta poslidoynist' i'hn'oi' perevirky [Optimization for transmission of tracked load-carrier/prime mover MT-LB: system of constraints and sequence of their checking]. *Visnyk NTU "KhPI". Seriya: "Mashynoznavstvo ta SAPR"* [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2018., no. 25 (1301), pp. 26–30.
6. Bondarenko O. V., Ustynenko O. V. Optymizatsiyi spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnym kharakterystykam na prykladi tryval'nykh korobok peredach [Optimization of coaxial step machine drives the weight and size characteristics on the example of three-shaft gearboxes]. *Visnyk NTU "KhPI". Tematychnyj vypusk "Mashynoznavstvo ta SAPR"* [Bulletin of the NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2012, no. 22, pp. 16–27.
7. Bondarenko O. V. Sumishchennya metodiv LPt-poshuku ta zvuzhennya okoliv pry optymizatsiyi tryval'nykh korobok peredach [Combination of methods of LPt-search and narrowing of ranges during optimization of three-shaft gear-boxes] *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and machine building]. Kharkiv, NTU "KhPI" Publ., 2010, no. 1, pp. 78–84.

Надійшла (received) 19.11.2018

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бондаренко Олексій Вікторович (Бондаренко Алексей Викторович, Bondarenko Oleksiy Viktorovych)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (067) 189-97-00; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2693-5301>; e-mail: [avbondko@gmail.com](mailto:avbondko@gmail.com)

**Устиненко Олександр Віталійович (Устиненко Александр Витальевич, Ustynenko Oleksandr Vitalijovych)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-64-78; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6714-6122>; e-mail: [ustin1964@tmm-sapr.org](mailto:ustin1964@tmm-sapr.org)

**Ключков Ілля Євгенович (Ключков Илья Евгеньевич, Klochkov Illia Evgenovych)** – аспірант (PhD Student), Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", аспірант кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: [s008@tmm-sapr.org](mailto:s008@tmm-sapr.org)

**О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, В. І. СЕРИКОВ**

### **МОЖЛИВІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ ТА АДАПТАЦІЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ЗУБЧАСТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕДУКТОРІВ ТА КОРОБОК ПЕРЕДАЧ**

Стаття присвячена можливості використання та адаптації генетичних алгоритмів (ГА) для раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач. Розглянуто основні теоретичні положення методу ЛПт-пошуку, які дають змогу оцінити можливості цього методу та проаналізувати перспективи його розширення, використовуючи ідеологію ГА. Розглянуто основні теоретичні положення, що стосуються ГА. Надано основні відмінності ГА від класичних методів оптимізації. Описано алгоритмічну схему класичного ГА. Приведено аналіз основних генетичних операторів обрання батьків, схрещування та мутацій. Проведено оцінку основних генетичних операторів за їх продуктивністю та зручністю використання, і визначено їх вибір для подальшої роботи. Розглянуто можливі варіанти модифікацій послідовностей ГА, зважаючи на особливості задачі раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач. Першим надано алгоритм, який дає змогу значно збільшити кількість життєздатних особин, тобто пробних точок, що задовольняють числовим та функціональним обмеженням задачі, тим самим нівелювати недолік обмеження на максимально можливу кількість пробних точок у ЛПт-пошуку. Наступним описано алгоритм, який направлений насамперед на відбір більш якісних пробних точок та створення відповідної популяції, що притаманно генетично-еволюційним алгоритмам (ГЕА). Він базується на операторі – відсіві менш якісних точок, а також обов'язковому використанні оператора мутації. Таким чином, створено теоретичну базу для подальшої апробації запропонованих модифікацій алгоритмів ГА.

**Ключові слова:** проектування, редуктор, коробка передач, раціональні параметри, генетичний алгоритм, ЛПт-пошук

### **А. В. БОНДАРЕНКО, А. В. УСТИНЕНКО, В. И. СЕРИКОВ** **ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ И АДАПТАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РАЦИОНАЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕДУКТОРОВ И КОРОБОК ПЕРЕДАЧ**

Статья посвящена возможности использования и адаптации генетических алгоритмов (ГА) для рационального проектирования зубчатых цилиндрических редукторов и коробок передач. Рассмотрены основные теоретические положения метода ЛПт-поиска, которые позволяют оценить возможности этого метода и проанализировать перспективы его расширения, используя идеологию ГА. Рассмотрены основные теоретические положения, касающиеся ГА. Приведены основные отличия ГА от классических методов оптимизации. Описана алгоритмическая схема классического ГА. Приведен анализ основных генетических операторов выбора родителей, скрещивания и мутаций. Проведена оценка основных генетических операторов по их производительности и удобства использования, и определен их выбор для дальнейшей работы. Рассмотрены возможные варианты модификаций последовательностей ГА, учитывая особенности задачи рационального проектирования зубчатых цилиндрических редукторов и коробок передач. Первым предоставлен алгоритм, который позволяет значительно увеличить количество жизнеспособных особей, то есть пробных точек, удовлетворяющих числовым и функциональным ограничениям задачи, тем самым нивелировать недостаток ограничения на максимально возможное количество пробных точек в ЛПт-поиске. Следующим описан алгоритм, который направлен в первую очередь на отбор более качественных пробных точек и создание соответствующей популяции, что характерно генетически-эволюционных алгоритмов (ГЕА). Он базируется на операторе – отсева менее качественных точек, а также обязательном использовании оператора мутации. Таким образом, создана теоретическая база для дальнейшей апробации предложенных модификаций алгоритмов ГА.

**Ключевые слова:** проектирование, редуктор, коробка передач, рациональные параметры, генетический алгоритм, ЛПт-поиск

### **O. V. BONDARENKO, O. V. USTYNYENKO, V. I. SERYKOV** **POSSIBILITY OF USE AND ADAPTATION OF GENETIC ALGORITHMS FOR RATIONAL DESIGN OF TOOTHED HELICAL REDUCERS AND GEARBOXES**

The article is devoted to the possibility of using and adapting genetic algorithms (GA) for rational design of cylindrical reducers gearboxes. The main theory of the LP-search method are considered, which allow to evaluate the possibilities of this method and analyze the prospects of its expansion using the ideology of GA. The basic theory concerning GA are considered. The main differences between GA and classical optimization methods are given. The algorithmic scheme of classical GA is described. An analysis of the main genetic selection of parents, cross-breeding and mutations is given. An estimation of the basic genetic operators is made on their productivity and convenience of use, and determined by their choice for further work. Possible variants of modifications of GA sequences are considered considering the features of the problem of rational design of geared cylindrical gearboxes. The first one provides an algorithm that allows a significant increase in the number of viable individuals, that is, test points satisfying the numerical and functional limitations of the data, thereby offsetting the lack of limitation on the maximum possible number of test points in the LP-search. The following describes an algorithm that focuses primarily on the selection of more qualitative test points and the creation of an appropriate population that is inherent in genetic-evolutionary algorithms (GEAs). It is based on the operator - the withdrawal of less quality points, as well as the mandatory use of the operator mutation. Thus, a theoretical basis for further testing of proposed modifications of GA algorithms was created.

**Keywords:** design, reducer, gearbox, rational parameters, genetic algorithm, LPt search

**Актуальність задачі.** У машинобудуванні широке застосування набули зубчасті приводи, які виконують функції зміни обертового моменту та частоти обертання, найбільш яскравими та розповсюдженими представниками яких є зубчасті циліндричні редуктори та коробки передач. Частіше застосовуються двоступінчасті редуктори, які можуть бути виконані як у розгорнутій, так і у співвісній компоновках. Широко вживаними представниками коробок передач є дво- та тривальні [1]. На кожний (не прямий) передачі вони працюють як одно- та двоступене-

вий співвісний редуктор.

Складністю проектування такого типу приводів є розподілення передаточних чисел між ступенями та забезпечення рівномірності усіх зубчастих зачеплень при головній вимозі – поліпшення масогабаритних характеристик. Зазвичай, при проектуванні технічних систем інженер стикається з дилемою, бо широкий спектр вимог до виробу приводить до появи декількох критеріїв якості. Більшість задач раціонального проєк-

© О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, В. І. Сериков, 2019

тування зубчастих ступінчастих приводів також є багатокритеріальними. Одночасне досягнення кращих характеристик завжди є суперечливим, складним та суб'єктивним процесом, тому доцільно використати при проектуванні підходи багатокритеріальної математичної оптимізації.

Сучасний погляд проектувальників при розв'язанні прикладних задач оптимізації технічних об'єктів полягає у тенденції відходу від «класичних» методів оптимізації та уподобання методів дослідження простору параметрів проектування шляхом його зондування так званими пробними точками.

Ідеалістичним підходом для даного типу задач є метод пошуку розв'язання прямим послідовним перебором параметрів. Цей метод є універсальним, може використовуватися як при дискретних параметрах, так і при розподілених, бо розподілені параметри при розв'язанні технічних задач можуть бути представлені у вигляді дискретних. Рівень дискретизації розподілених параметрів, тобто мінімально можливий крок, може визначатися технічними та технологічними умовами або досвідом та побажаннями проектувальника. Але розв'язання задач пошуку кращого варіанту комбінації параметрів цим методом перетворюється у досить ресурсо- та часозатратну процедуру, що вимагає значних фінансових затрат. Автори вважають, що цей метод є кращим, але у реаліях сьогодення недосяжним для більшості проектувальників технічних систем.

Для розв'язання даного типу задач пропонується використовувати методи зондування простору параметрів закономірним та псевдовипадковим способом.

Авторами розвивається методика пошуку, що базується на зондуванні простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності [2], а усі критерії об'єднуються в один [3]. Але ріст кількості параметрів проектування та розширення їх числових обмежень призводить до зменшення щільності пробних точок у просторі параметрів, бо ЛПт-послідовність має обмеження на кількість пробних точок. Для вирішення цієї проблеми було запропоновано [4] суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів параметрів відносно можливих розв'язань. При розв'язанні задач раціонального проектування цей підхід якісно зарекомендував себе, але у деяких випадках показує швидку збіжність, що може привести до локального розв'язання.

Іншим виходом з ситуації автори бачать використання суміщення ЛПт-пошуку з «керованими» методами пошуку, наприклад, варіаціями генетичних алгоритмів.

Таким чином, аналіз адаптаційних можливостей генетичних алгоритмів та розробка варіантів їх використання сумісно з ЛПт-пошуком при раціональному проектуванні зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач є актуальною задачею.

**Метод ЛПт-пошуку.** Як відомо з [2], метод ЛПт-пошуку базується на ЛПт-рівномірно-розподілених послідовностях та дає змогу оперувати значною кількістю параметрів (до 51) та кількістю рівномірно-розподілених пробних точок (до  $2^{20}$ ).

Приведемо деякі теоретичні викладки стосовно рівномірно розподілених послідовностей.

Одиничний  $n$ -мірний куб  $K^n$ , що складається з точок  $P$ , які мають декартові координати  $x_1, \dots, x_n$ ,  $P = (x_1, \dots, x_n)$ , задовольняють нерівностям  $0 \leq x_j \leq 1$  при  $j=1, 2, \dots, n$ .

Оберемо в  $K^n$  довільний  $n$ -мірний паралелепіпед  $\Pi$ . Позначимо через  $S_N(\Pi)$  кількість точок  $P_i$  з номерами  $1 \leq i \leq N$ , що належать  $\Pi$ .

Послідовність точок  $P_1, \dots, P_i, \dots$  має назву рівномірно розподіленої в  $K^n$ , якщо для будь-якого  $\Pi$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(\Pi)}{N} = V_\Pi, \quad (1)$$

де  $V_\Pi$  – об'єм ( $n$ -мірний) паралелепіпеда  $\Pi$ .

Якщо точки  $Q_i$  з декартовими координатами  $(q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$  є рівномірно розподіленою послідовністю в  $K^n$ , то точки  $A_j$  з декартовими координатами  $(\alpha_{j,1}, \dots, \alpha_{j,n})$ , де при  $j=1, 2, \dots, n$

$$\alpha_{j,i} = a_j + (b_j - a_j) \cdot q_{i,j}, \quad (2)$$

є рівномірно розподіленою послідовністю в паралелепіпеді  $\Pi$ , що складається з точок  $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ , координати яких задовольняють нерівностям  $a_j \leq \alpha_j \leq b_j$ .

Декартові координати  $q_{i,j}$  для ЛПт-послідовності обчислюються за арифметичним алгоритмом. Цей алгоритм базується безпосередньо на розрахунках за таблицею чисельників  $r_j^{(l)}$ . За заданим номером точки  $i$  обчислюємо верхню границю суми  $m = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil$ , а потім для кожного параметру  $j (j=1, 2, \dots, n)$  обчислюємо координату:

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m \left[ 2\{i^{-l}\} \right] \cdot \left[ 2\{r_j^{(l)} 2^{k-l-1}\} \right] \right\}, \quad (3)$$

де  $\{z\}$  – ціла частина, а  $\{z\}$  – дрібна частина числа  $Z$ .

Підхід до пошуку побудовано на позиції дослідження точками ЛПт-рівномірно-розподіленої ( $A_i$ ) послідовності усього можливого простору параметрів ( $W$ ), який визначається технічними та технологічними вимогами до типу привода, що розглядається. Потім точки проходять перевірку у певній послідовності, яка дає змогу вчасно відсіяти «непридатні» точки і тим самим скоротити час машинних розрахунків. З точок, що пройшли перевірку, складається множина, що задовольняє умовам проектування ( $Q$ ,  $Q \in W$ ).

**Генетичні алгоритми.** Генетичні алгоритми (ГА) [5–7] – це евристичні процедури пошуку, що використовуються для розв'язання задач оптимізації та моделювання шляхом випадкових дій та процесів з

параметрами; такі процеси є подібними механізмам відбору та наслідування в природі. Прикладна сфера використання ГА в механіці – розв’язання багатопараметричних задач при проектуванні [8-10]. Від традиційних методів оптимізації ГА відрізняються певними відмінними властивостями:

- кодування параметрів – задача формалізується таким чином, щоб обробляти не значення параметрів самої задачі, а їх закодовану форму – сукупність генів, що утворюють геном, який відповідає певній точці – особині;

- особливості початку пошуку – ГА починають пошук не з однієї точки, а з деякої сукупності точок, що складають популяцію;

- мінімум інформації про цільову функцію – ГА використовують тільки цільову функцію і не використовують її похідні та іншу додаткову інформацію;

- випадковість – ГА для багатьох дій та операцій використовують випадкові правила вибору.

Останні три властивості також притаманні методу ЛПт-пошуку, що дає можливість до їхнього більш якісного об’єднання.

Для розуміння функціонування ГА покажемо його основні етапи для класичної реалізації [11,12] на рис. 1.

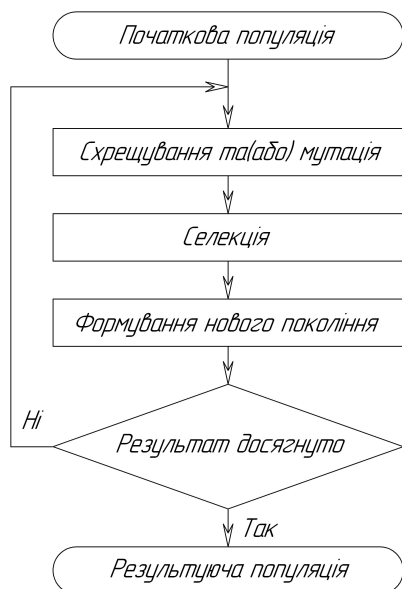


Рисунок 1 – Етапи ГА

Першим кроком ГА пошуку є створення початкової популяції. Популяція складається з особин, кожен особину визначає хромосома, яка вміщує в собі генотип, тобто сукупність генів. Ген – одна з характеристик особини, він може бути закодованим або бути явним значенням, наприклад, фізичною величиною.

Серед початкової популяції обираються батьки, які приймають участь у схрещуванні (обміні генів) або піддаються мутаціям. У наслідок цього процесу отримують нове покоління – нащадків.

Подальший перебіг ГА – селекція – відбір життєздатних або цікавих особин, може проводитись як з участю батьків, так і без них. У результаті цього етапу формується нове покоління. Якщо воно відповідає певним вимогам, що висуває генетик, то робота ГА

припиняється, якщо ні – процеси «схрещування-селекція» повторюються до досягнення мети.

**Генотип, аналіз генетичних операторів та варіантів послідовностей ГА для розширення можливостей ЛПт-пошуку.** Розкриємо базові визначення для проведення паралелей з раціональним проектуванням циліндричних редукторів та коробок передач. Ген – структурна та функціональна одиниця наслідування особин, вони визначають признаки, що передаються від батьків до нащадків. Алелі – різні форми одного і того ж гена, що розташовані в однакових локусах хромосоми. Лocus – місце розташування певного гена на генетичній карті хромосоми. Генотип – сукупність генів даного організму. Якщо особину характеризує одна хромосома, то визначені генотип та хромосома співпадають – це типова ситуація при розв’язанні задач оптимізації з використанням ГА.

Як було показано у [2], пробні точки у просторі параметрів проектування, що обираються за ЛПт-послідовністю, мають набір певних координат, у термінології ГА – *геном*, де кожен з параметрів проектування є геном. В залежності від кінематичних структур, що розглядаються, геном може приймати різну довжину. Узагальнену схему генома при раціональному проектуванні циліндричних редукторів та коробок передач (дивись постановку задачі у [1,13]) запропоновано представити у вигляді, наданому на рис. 2.

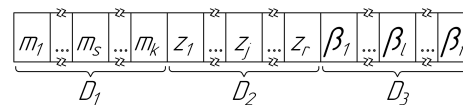


Рисунок 2 – Узагальнена схема генома

Як бачимо на рисунку 2, структура генома складається з 3-х ділянок  $D_1, D_2, D_3$ , у локусах яких згруповано споріднені гени, тобто конструктивні параметри зубчастого привода, що мають однаковий змістовний сенс. Ділянки  $D_1$  відповідають  $k$  модулів зубчастих зачеплень, ділянки  $D_2$  відповідають  $r$  чисел зубців 3, ділянки  $D_3$  відповідають  $t$  кутів нахилу зубців у зачепленнях, які входять до параметрів проектування при формулюванні постановки певної задачі. Наприклад, при розв’язанні задачі раціонального проектування циліндричного двоступінчастого співвісного редуктора методом ЛПт-пошуку маємо пробну точку, що характеризується геномом зображеним на рис. 3.

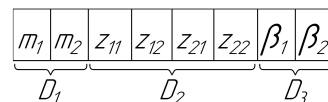


Рисунок 3 – Приклад генома пробної точки двоступінчастого співвісного редуктора

На рис. 3 прийняті наступні позначення:  $m_\mu$  – відповідні модулі пар зубчастих коліс ( $\mu=1,2$ );  $z_{\mu,k}$  – відповідні числа зубців коліс,  $k$  – номер колеса у зачепленні ( $k=1$  – ведуче колесо,  $k=2$  – ведене колесо);  $\beta_\mu$  – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Обрання батьків зазвичай проходить за наступними стратегіями:

– *panmixia* – дві особини, що входять у батьківську пару, обираються з популяції випадковим чином, також зазначимо, що будь-яка особина може приймати участь у декількох батьківських парах;

– *inbreeding* – перша особина пари обирається випадково, а друга – максимально геометрично наближена у просторі параметрів до першої;

– *outbreeding* – пари формуються з особин, які максимально геометрично віддалені одна від одної у просторі параметрів.

Для розв'язання представленої задачі пропонується використовувати стратегію *panmixia*, бо вона дає змогу отримати кількість батьківських пар до  $p!/[2 \cdot (p-2)!]$ , що дає змогу отримати популяцію нащадків, яка перевершує батьківську у рази. Також пропонується обирати батьківські пари за допомогою ЛП-т послідовностей, що значно підвищує рівень розподіленості, а також зручно реалізується при генерації програмного коду.

Розглянемо на прикладі наведеного на рис. 3 генна широко вживані оператори *схрещування* та *мутації*, які можна використати при розв'язанні вказаної задачі.

Як вже було сказано, особина (пробна точка) має гени, які є дійсними значеннями. У такому випадку застосовують дискретне односточкове і багаточкове схрещування, а також однорідне дискретне та проміжне схрещування. При односточковому схрещенні обирається будь-яким способом точка схрещування, і після неї проводиться обмін фрагментами хромосом двох батьків (B1 та B2) з формуванням двох нащадків (H1 та H2), як показано на рис. 4.

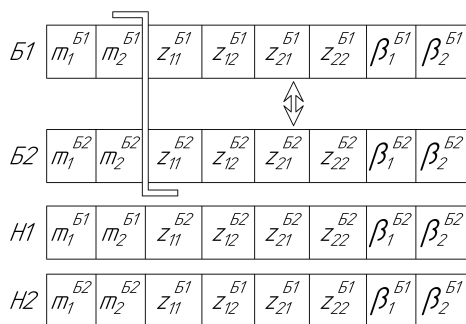


Рисунок 4 – Ілюстрація односточкового схрещування

При багаточковому схрещуванні обирають дві та більше точок, потім батьки обмінюються відповідними фрагментами, як показано на рис. 5.

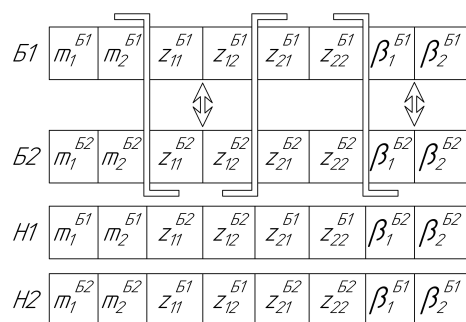


Рисунок 5 – Ілюстрація багаточкового схрещування

При однорідному дискретному схрещуванні генна нащадка створюється шляхом копіювання відповідного гена від першого або другого з батьків. Для цього будь-яким способом, зазвичай випадковим, генерується маска нащадка, довжина якої відповідає довжині хромосоми батьків. Наповнення маски складається з цифр 1 та 2, які відповідають номеру одного з двох батьків, ген яких входить до геному нащадка, як показано на рис. 6.

|          |            |            |               |               |               |               |                |                |
|----------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| B1       | $m_1^{B1}$ | $m_2^{B1}$ | $Z_{11}^{B1}$ | $Z_{12}^{B1}$ | $Z_{21}^{B1}$ | $Z_{22}^{B1}$ | $\beta_1^{B1}$ | $\beta_2^{B1}$ |
| B2       | $m_1^{B2}$ | $m_2^{B2}$ | $Z_{11}^{B2}$ | $Z_{12}^{B2}$ | $Z_{21}^{B2}$ | $Z_{22}^{B2}$ | $\beta_1^{B2}$ | $\beta_2^{B2}$ |
| маска H1 | 1          | 1          | 2             | 1             | 2             | 1             | 1              | 2              |
| маска H2 | 1          | 2          | 1             | 1             | 1             | 2             | 1              | 2              |
| H1       | $m_1^{B1}$ | $m_2^{B1}$ | $Z_{11}^{B2}$ | $Z_{12}^{B1}$ | $Z_{21}^{B2}$ | $Z_{22}^{B1}$ | $\beta_1^{B1}$ | $\beta_2^{B2}$ |
| H2       | $m_1^{B1}$ | $m_2^{B2}$ | $Z_{11}^{B1}$ | $Z_{12}^{B1}$ | $Z_{21}^{B1}$ | $Z_{22}^{B2}$ | $\beta_1^{B1}$ | $\beta_2^{B2}$ |

Рисунок 6 – Ілюстрація однорідного дискретного схрещування

При проміжному схрещуванні значення гену нащадка визначається за залежністю  $A' = \min(A, B) + \alpha \cdot |B - A|$ , де  $A'$  – значення гену нащадка відповідно до значень генів батьків ( $A, B$ ), а  $\alpha \in [0, 1]$  – випадковий множник. Таким чином, хромосома одного або двох нащадків формується за окремими компонентами геному, як показано на рис. 7.

|         |            |            |               |               |               |               |                |                |
|---------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| B1      | $m_1^{B1}$ | $m_2^{B1}$ | $Z_{11}^{B1}$ | $Z_{12}^{B1}$ | $Z_{21}^{B1}$ | $Z_{22}^{B1}$ | $\beta_1^{B1}$ | $\beta_2^{B1}$ |
| B2      | $m_1^{B2}$ | $m_2^{B2}$ | $Z_{11}^{B2}$ | $Z_{12}^{B2}$ | $Z_{21}^{B2}$ | $Z_{22}^{B2}$ | $\beta_1^{B2}$ | $\beta_2^{B2}$ |
| маска H | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $\alpha_3$    | $\alpha_4$    | $\alpha_5$    | $\alpha_6$    | $\alpha_7$     | $\alpha_8$     |
| H       | $m_1^H$    | $m_2^H$    | $Z_{11}^H$    | $Z_{12}^H$    | $Z_{21}^H$    | $Z_{22}^H$    | $\beta_1^H$    | $\beta_2^H$    |

Рисунок 7 – Ілюстрація проміжного схрещування

Зважаючи на специфіку описаних операторів схрещування, можна рекомендувати як достатній метод багаточкового схрещування з можливістю примусового обрання точок схрещування. В залежності від обмежень на змінні проектування це дасть змогу проектувальнику керувати ділянками хромосоми, при необхідності залишаючи їх цілими або розривати їх у певних місцях. Але для збільшення кількості нащадків у деяких випадках можливо використати і інші надані оператори схрещування.

Розглянемо далі більш вживані оператори *мутації*. Зазвичай мутацію використовують для того, щоб відвести процес пошуку від локальних сплесків цільової функції. Також мутація дає можливість збільшити кількість популяції. Для задачі, що розглядається, пропонується використати наступні оператори.

Широко вживають оператор «інверсію», принцип якого показано на рис. 8. Але, на відміну від класичного підходу, де точки розриву обираються випадково, пропонуємо використовувати варіант оперування лише у межах певних ділянок, щоб не сплутати смислове наповнення локусів хромосоми.

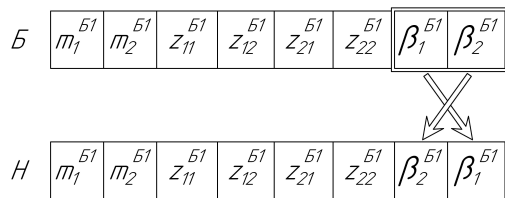


Рисунок 8 – Ілюстрація мутації інверсії

Інший варіант мутації – крокова. У даному випадку значення випадкового гену випадково змінюється (зменшується або збільшується) на деяке значення – крок ( $\Delta$ ), яке може бути як постійним, так і змінним, що залежить від порядкового номеру покоління  $A' = A \pm \Delta$ .

Використання зазначених операторів мутацій дає змогу значно збільшити та урізноманітнити як початкову, так і проміжні популяції.

Зважаючи на особливості задачі раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач, а також на рекомендовані для реалізації її розв'язання оператори ГА, розглянемо можливі *варіанти модифікації послідовностей ГА*.

Першим пропонуємо модифікацію алгоритму, що дає змогу ліквідувати недолік обмеження на максимально можливу кількість пробних точок у ЛПТ-пошуку [2, 4], схему алгоритму надано на рис. 9.

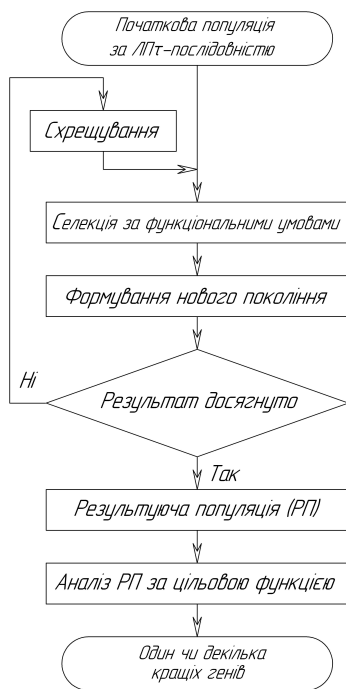


Рисунок 9 – Етапи модифікованого ГА

Використовуючи представлений алгоритм, можливо значно збільшити кількість життєздатних особин, тобто пробних точок, що задовольняють число-

вим та функціональним обмеженням задачі. Початкова популяція обирається за ЛПТ-послідовністю у межах числових обмежень на параметри проектування, що обумовлені постановкою задачі. Потім початкова популяція проходить селекцію, тобто перевірку функціональних умов задачі. Особини, що пройшли перевірку, утворюють життєздатне покоління, яке залучається до схрещення за стратегією ранміхія для утворення нащадків. Батьки не відкидаються і разом з нащадками формують групу, що знов проходить селекцію. Таким чином, проходячи певне число циклів, популяція життєздатних особин поступово розширюється. Кількість циклів «селекція-схрещування» визначається проектувальником окремо для кожної задачі експериментально або може бути динамічною величиною та обмежуватися, наприклад, у випадку припинення збільшення популяції. Після виходу з циклу сформована результуюча популяція проходить аналіз – обчислення значення цільової функції для кожної особини (пробної точки) та сортування за цим показником. На виході маємо одну чи декілька перодових точок, що визначають розв'язання задачі.

Наступним пропонуємо алгоритм, який направлений насамперед на відбір більш якісних пробних точок та створення відповідної популяції, що притаманно генетично-еволюційним алгоритмам (ГЕА). Схему модифікації ГЕА надано на рис. 10.

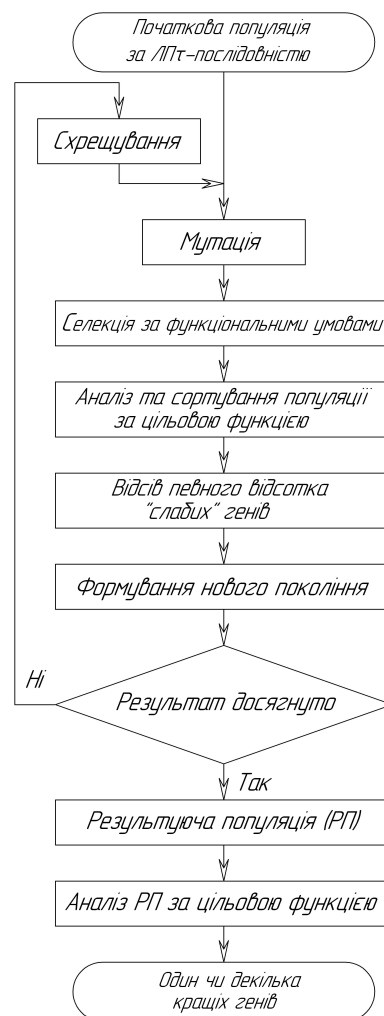


Рисунок 10 – Етапи модифікованого ГЕА

Як і у попередньому випадку, початкова популяція обирається за ЛПт-послідовністю. Потім початкова популяція проходить мутацію для збільшення та урізноманітнення. Батьки не відкидаються на всіх етапах та складають популяцію на рівні з нащадками. Наступним етапом є селекція за функціональними умовами. Відібрані особини піддаються аналізу та сортуванню за значенням цільової функції. Отримана впорядкована популяція проходить етап певної селекції – відсів певного відсотка «слабих» генів, що програють за «якістю» – значенням цільової функції. Відсоток відсіву може бути однаковим на кожному кроці, а може і змінюватися, наприклад, бути функцією номеру кроку. Особини, що пройшли відсів, утворюють життєздатне покоління, яке залучається до схрещення за стратегією раппіхія для утворення нащадків та подальшої їх мутації. Таким чином, проходячи певне число циклів, популяція життєздатних якісних особин поступово поповнюється. На виході з циклу отримуємо результуючу популяцію, яка проходить аналіз за значенням цільової функції та сортування. На виході маємо одну чи декілька передових точок, що визначають розв'язання задачі.

#### Висновки:

1. Розглянута актуальність поставленої задачі та доведено необхідність аналізу можливості використання та адаптації генетичних алгоритмів для раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач.

2. Розглянуто основні теоретичні викладки методу ЛПт-пошуку, які дають змогу оцінити можливість цього методу та проаналізувати перспективи його розширення, використовуючи ідеологію ГА.

3. Розглянуто основні теоретичні викладки, що стосуються ГА. Надано основні відмінності ГА від класичних методів оптимізації. Описано алгоритмічну схему класичного ГА. Приведено аналіз основних генетичних операторів обрання батьків, схрещування та мутацій. Це дало змогу критично оцінити генетичні оператори за їх продуктивністю та зручністю використання і визначитися з їх вибором для подальшої роботи.

4. Розглянуто можливі варіанти модифікацій послідовностей ГА, зважаючи на особливості задачі раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач. Перший наданий алгоритм дає змогу значно збільшити кількість життєздатних особин, тобто пробних точок, що задовольняють числовим та функціональним обмеженням задачі, тим самим нівелювати недолік обмеження на максимально можливу кількість пробних точок у ЛПт-пошуку. Наступним пропонується алгоритм, який направлений насамперед на відбір більш якісних пробних точок та створення відповідної популяції, що притаманно генетично-еволюційним алгоритмам (ГЕА). Він базується на операторі – відсві менш якісних точок, а також обов'язковому використанні оператора мутації. Таким чином створено теоретичну базу для апробації запропонованих модифікацій алгоритмів ГА, що буде відображено у наступних працях.

#### Список літератури

1. Бондаренко Олександр, Устиненко Олександр Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритними характеристиками на прикладі тривальних коробок передач. *Вісник Національного Політехнічного Інституту «Харківський Політехнічний Інститут»: тематичний випуск «Проблеми механічного приводу»*. Харків : НТУ "ХПІ", 2012. №22. С. 16–27.
2. Соболев И.М., Статников Р.Б. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. – М. : Наука, 1981. – 107 с.
3. А.М. Анохин, В.А. Глотов, В.В. Павельев, А.М. Черкашин Методы определения коэффициентов важности критериев. *Автоматика и телемеханика*. М. : Институт проблем управления, 1997. №8. С. 3–35.
4. Бондаренко О.В. Суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околив при оптимізації тривальних коробок передач. *Механіка та машинобудування*. Харків : НТУ «ХПІ». 2010. №1. С. 78–84.
5. John H. Hollan. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor : University of Michigan Press, 1975. – 183 p.
6. Панченко Т.В. *Генетические алгоритмы*. Астрахань: Астраханский университет, 2007. 87с.
7. Lance Chambers *The Practical Handbook of GENETIC ALGORITHMS / Lance Chambers*. CRC Press, Inc, 1998. 592 p.
8. Goldber, David E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1989. 414 p.
9. Бежитский С.С., Е.С. Семенкин, О.Э. Семенкина Гибридный эволюционный алгоритм для задач выбора эффективных вариантов систем управления. *Автоматизация и современные технологии*. 2005. № 11. С. 24–31.
10. Еремеев А.В. *Генетические алгоритмы и оптимизация: Учебное пособие*. – Омск : Изд-во Омского государственного университета, 2008. 36с.
11. Koza J.R. *Genetic Programming*. Cambridge: The MIT Press, 1998. 609 с.
12. Mitchell M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. – Cambridge: MIT Press, 1999. 158 p.
13. Олександр Бондаренко, Олександр Устиненко, Володимир Серіков Рациональне проектування зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів з урахуванням рівня напруженості зачеплень // *Вісник Національного Політехнічного Інституту «Харківський Політехнічний Інститут»: тематичний випуск «Проблеми механічного приводу»*. Харків : НТУ "ХПІ", 2015. №15. С. 23–27.

#### References (transliterated)

1. Olexsij Bondarenko, Olexsandr Ustinenko Optimizacii spivvisnih stupinchastih privodiv mashin po masogabaritnimi harakteristikami na prikladi trival'nih korobok peredach. *Visnik Nacional'nogo Politehničnogo Institutu «Harkivs'kij Politehničnij Institut»: zbirnik naukovih prac': tematičnij vipusk «Problemi mehaničnogo privodu»*. Kharkiv : NTU «KhPI». 2012, no. 22, pp. 16–27.
2. Sobol' I.M., Statnikov R.B. *Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями*. – Moscow : Nauka, 1981. – 107 p.
3. А.М. Anohin, V.A. Glotov, V.V. Pavel'ev, A.M. Cherkashin Metody opredelenija koeficientov vazhnosti kriteriev. *Automatika i telemehaniika*. Moscow : Institut problem upravlenija, 1997, no. 8, pp. 3–35.
4. Bondarenko Olexsij. Cumishhennja metodiv LPt-poshuku ta zvuzhennja okoliv pri optimizacii trival'nih korobok peredach. *Mehaniika ta mashinobuduvannja*. Kharkiv : NTU «KhPI». 2010, no. 1, pp. 78–84.
5. John H. Hollan. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Ann Arbor : University of Michigan Press, 1975. 183 p.
6. Panchenko T.V. *Geneticheskie algoritmy*. – Astrakhanskiy universitet, 2007. 87p.
7. Lance Chambers *The Practical Handbook of GENETIC ALGORITHMS / Lance Chambers*. CRC Press, Inc, 1998. 592 p.
8. Goldber, David E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc, 1989. 414 p.
9. Bezhitskiy S.S., E.S. Semenkin, O.E. Semenkina Gibridnyy



- evolyutsionnyy algoritm dlya zadach vybora effektivnykh variantov sistem upravleniya. *Avtoma-tizatsiya i sovremennyye tekhnologii*. 2005, no. 11, pp. 24-31.
10. Eremmeev A.V. *Geneticheskie algoritmy i optimizatsiya: Uchebnoe posobie*. – Omsk: Izdatel'stvo Omskogo gosudarstvennogo universiteta, 2008. 36 p.
  11. Koza J.R. *Genetic Programming*. Cambridge: The MIT Press, 1998. 609 p.
  12. Mitchell M. *An Introduction to Genetic Algorithms*. – Cambridge: MIT Press, 1999. 158 p.
  13. Oleksij Bondarenko, Oleksandr Ustinenko, Volodimir Serikov Racional'ne proektuvannja zubchastih cilindrichnih dvostupinchastih reduktoriv z urahuvannjam rivnja napruzenosti zacheplen'. *Visnik Nacional'nogo Politehnicnogo Institutu «Kharkivs'kij Politehnicnij Institut»: tematicnij випуск «Problemi mehanich-nogo privodu»*. Kharkiv : NTU «KhPI», 2015, no. 15, pp. 23–27.

Надійшла (received) 09.09.2018

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Бондаренко Олексій Вікторович (Бондаренко Алексей Викторович, Bondarenko Oleksiy)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (067) 189-97-00; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2693-5301>; e-mail: [avbondko@gmail.com](mailto:avbondko@gmail.com)

**Устиненко Олександр Віталійович (Устиненко Александр Витальевич, Ustynenko Oleksandr)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-64-78; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6714-6122>; e-mail: [ustin1964@tmm-sapr.org](mailto:ustin1964@tmm-sapr.org)

**Сериков Володимир Іванович (Сериков Владимир Иванович, Serykov Volodymyr)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»; старший науковий співробітник кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-64-78; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5295-3925>; e-mail: [SerikovVI@tmm-sapr.org](mailto:SerikovVI@tmm-sapr.org)

*А.Ю. ВАСИЛЬЄВ, С.В. КУЦЕНКО, М.О. БОНДАРЕНКО, В.В. ШЕМАНСЬКА, Т.О. ВАСИЛЬЄВА,  
Я.М. БАРАНИКОВ*

**СТВОРЕННЯ ІНСТРУМЕНТУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ І СТАНІВ,  
А ТАКОЖ СИНТЕЗУ ПРОЕКТНИХ РІШЕНЬ І ПАРАМЕТРІВ БРОНЕКОРПУСІВ  
ЛЕГКОБРОНЬОВАНИХ МАШИН**

У роботі виконується розробка методологічних основ проведення комп'ютерних розрахунків при проектуванні систем протимінного захисту. На сьогодні найбільш широко для проведення проектних досліджень використовуються програмні комплекси, що реалізують метод скінченних елементів. Виконується дослідження напружено-деформованого стану днища корпусу під дією ударно-хвильового навантаження від мінного підриву з варіацією вхідних параметрів, таких як вид днища. Розробляється спеціалізований програмно-моделний комплекс, за допомогою якого автоматизується моделювання вибуху заряду, що містить вибухівку. Створена програма є автономною, орієнтованою на предметну область і використовує ANSYS і LS-DYNA.

**Ключові слова:** вибух, комп'ютерні розрахунки, протимінний захист, метод скінченних елементів, ударно-хвильове навантаження, спеціалізований програмно-моделний комплекс, ANSYS, LS-DYNA

*А.Ю. ВАСИЛЬЄВ, С.В. КУЦЕНКО, М.А. БОНДАРЕНКО, В.В. ШЕМАНСКАЯ, Т.А. ВАСИЛЬЄВА,  
Я.Н. БАРАНИКОВ*

**СОЗДАНИЕ ИНСТРУМЕНТА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ПРОЦЕССОВ И СОСТОЯНИЙ,  
А ТАКЖЕ СИНТЕЗА ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ И ПАРАМЕТРОВ БРОНЕКОРПУСОВ  
ЛЕГКОБРОНИРОВАННЫХ МАШИН**

В работе выполняется разработка методологических основ проведения компьютерных расчетов при проектировании систем противоминной защиты. На сегодня наиболее широко для проведения проектных исследований используются программные комплексы, реализующие метод конечных элементов. Выполняется исследование напряженно-деформированного состояния днища корпуса под действием ударно-волновой нагрузки от мінного подрыва с вариацией входных параметров, таких как вид днища. Разрабатывается специализированный программно-моделный комплекс, с помощью которого автоматизируется моделирование взрыва заряда, содержащего взрывчатку. Созданная программа является автономной, ориентированной на предметную область и использует ANSYS и LS-DYNA.

**Ключевые слова:** взрыв, компьютерные расчеты, противоминная защита, метод конечных элементов, ударно-волновые нагрузки, специализированный программно-моделный комплекс, ANSYS, LS-DYNA.

*A. VASILIEV, S. KUSENKO, M. BONDARENKO, V. SHEMANSKA, T. VASILIEVA,  
YA. BARANIKOV*

**CREATION OF THE TOOL FOR PROBLEMS SOLVING OF PROCESSES AND STATES ANALYSIS  
AND ALSO SYNTHESIS OF DESIGN SOLUTIONS AND PARAMETERS OF ARMORED HULLS  
OF LIGHTLY ARMORED VEHICLES**

The flexible and effective tool for problems solving of processes and states analysis, as well as the synthesis of design solutions and parameters of armored corps of lightly engineered machines is created in this work. The methodological foundations of computer calculations in design of mine protection systems is developing. At present, the most widely used for carrying out project studies are software packages that implement the finite element method. Studies of the stress-strain state of the bottom of the hull under the action of shock-wave load from a mine explosion with a variation of input parameters, such as the type of the bottom, are performed. A specialized software-model complex is being developed, with the help of which the simulation of the explosion of a charge containing explosives is automated. The created program is autonomous, domain-oriented, and uses ANSYS and LS-DYNA.

**Keywords:** explosion, computer calculations, antimine protection, finite element method, shock-wave loads, specialized program-model complex, ANSYS, LS-DYNA

**Вступ.** По всьому світу час від часу виникають збройні конфлікти. Таким чином, населення змушене жити в умовах військових протистоянь. У ці періоди, а також у часи нестабільності після закінчення протистояння вкрай важливо, щоб гуманітарні поставки продовольства, медикаментів, а також перевезення людей були забезпечені необхідним захистом [1–3].

Згідно до статистики з бойових дій, міни різної потужності є одним з найбільш розповсюджених засобів ураження військової техніки під час збройних конфліктів. Під час вибуху пошкоджується не тільки техніка, але й уражається особовий склад, що розміщений у корпусі машин. Великою проблемою є не тільки можливість ураження підвищеним тиском від ударної хвилі, але й те, що навіть при збереженні цілісності бронекорпусу за рахунок великих пластичних деформацій елементів бронекорпусу та великих швидкостей та прискорень самого корпусу особовий склад може постраждати. Цього можна уникнути через створення

системи елементів, що мають підвищені властивості до поглинання енергії вибуху, згладжування піків швидкостей та прискорень, для зменшення можливості ураження особового складу. На розробку нових технологій і конструктивних методів комплексного захисту щорічно виділяються величезні кошти. Підвищена увага приділяється розрахунковому проектуванню із застосуванням програмних продуктів, що дозволяють отримати попередні результати на будь-якій стадії проектування.

Незважаючи на широкий інтерес до даної проблематики, на сьогоднішній момент завдання, які постають перед розробниками техніки такого типу, вирішені далеко не у повній мірі. Це визначає актуальність даної роботи. У цій роботі розглянуті особливості конструкції, загальні тенденції і концепції системи

© А.Ю. Васильєв, С.В. Куценко, М.О. Бондаренко,  
В.В. Шеманська, Т.О. Васильєва, Я.М. Бараніков, 2019

протимінного захисту. Основним науковим завданням представленої роботи є розробка методологічних основ проведення комп'ютерних розрахунків при проектуванні систем протимінного захисту із залученням передових наукових розробок, програмних комплексів. Комп'ютерна реалізація роботи здійснена із застосуванням ліцензійного програмного забезпечення – пакетів SolidWorks, ANSYS та LS-DYNA. Для розв'язання поставленої складної задачі залучені наукові розробки вчених Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».

**Аналіз стану питання.** Головною науково-дослідною установою Міністерства оборони України у сфері розвитку озброєння та військової техніки є Центральний науково-дослідний інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України. Серед інших напрямків досліджень, багато вчених працюють над питаннями нових технологій і конструктивних методів комплексного захисту, у тому числі – забезпечення протимінної стійкості [4–9]. Зокрема, у роботах Чепкова І.Б., Бісика С.П., Васківського М.І., Чернозубенка О.В., Давидовського Л.С. велика увага приділяється оцінці протимінної стійкості та дослідженню підриву мін, у тому числі – дослідженню впливу чинників ураження підриву мінно-вибухових пристроїв на організм людини. Перераховані дослідження виконуються із залученням математичного моделювання. Розрахункове проектування бойових машин, у тому числі питання забезпечення протимінної стійкості, є також напрямком досліджень Ткачука М.А., Васильєва А.Ю., Баранікова Я.М. [10–14]. Зокрема, ці вчені займаються розробкою методологічних основ проведення чисельних досліджень у сучасних програмних комплексах. Бараніковим Я.М. та Ткачуком М.А. розроблено інтегрований модуль для розрахунку процесів вибуху у середовищі ANSYS. Над питаннями розробки саме захисних систем від мінного підриву, а також їх адаптації до транспортних засобів гуманітарного призначення працює Мазур І.В [15]. Якщо для потреб армії і поліцейських підрозділів спеціально спроектовані і застосовуються різного типу броньовані автомобілі і гусенична техніка, то для гуманітарних миротворчих цілей доводиться застосовувати або транспорт цивільного призначення, або армійський, або демілітаризований, або кустарно виготовлені бронеавтомобілі і зарезервовану техніку. Останнім часом у багатьох країнах світу розробляються транспортні засоби, на яких уже встановлений або може бути встановлений додатковий захист від мінного підриву, від ураження стрілецькою зброєю і гранатометами. Як правило, цей транспорт розроблений для армії і виходячи з її вимог. Проте досвід створення захисту армійської техніки можна застосувати і при розробці транспорту для доставки гуманітарних вантажів та безпечного транспортування людей [15]. Як методологічні основи залучені також роботи [16–27].

**Постановка задачі.** У даній роботі пропонується розглянути різні види і способи протимінного захисту і виробити загальні вимоги та підходи до побудови протимінного захисту, інтегрованого в загальну систему

комплексного захисту бойових машин. Кінцевою метою є розробка принципової схеми комплексного захисту бойових машин. На даний момент серед військових немає єдиної думки про доцільність застосування певного типу днища. У випадку V-подібного днища оптимальний кут нахилу броньових листів підбирається таким, що дає можливість підвищити захист людей, які сидять у бойовій машині, від бічного обстрілу із стрілецької зброї [28]. Натомість плоске днище мінімізує деформації у результаті вибуху міни, збільшуючи жорсткість корпусу машини. Саме така конструкція плоского днища розглянута у цій роботі.

Для наочності і спрощення розрахункової моделі приймемо кілька припущень:

- для розрахунків візьмемо тільки 1/4 частину корпусу, вирізану симетрично щодо двох вертикальних площин;
- корпус знаходиться паралельно площині відображення.

Розрахункову модель схематично представлено на рис. 1. Вона складається з таких шарів: ґрунт, вибухівка, повітря, днище корпусу.

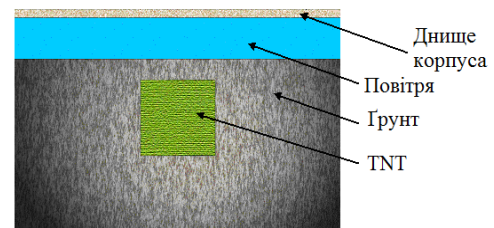


Рисунок 1 – Розрахункова модель

У ході досліджень пропонується розглянути такі варіанти виконання конструкції днища:

- 1) основна броня без додаткових елементів (рис. 2, а);
- 2) основна броня з фальшдном та ребрами жорсткості (рис. 2, б);
- 3) основна броня з фальшдном та ребрами жорсткості. Фальшдно виконано з отворами (рис. 2, в).

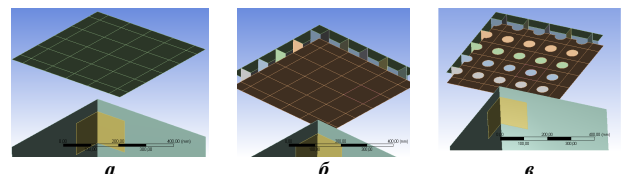


Рисунок 2 – Конструктивні рішення для днища корпусу

Передбачається, що ребра жорсткості та фальшдно при деформуванні повинно гасити енергію удару, причому третій варіант є проміжним між двома першими.

**Математична модель пружно-пластичного деформування і руйнування бронекорпусів при мінному підриві.** Одним з актуальних науково-практичних завдань при проектуванні і виробництві бойових легкоброньованих машин (ЛБМ) є обґрунтування таких конструктивних і технологічних рішень, які б найбільшою мірою забезпечували захищеність їх бронекорпусів від впливу уражаючих факторів [4, 6].

Серед цієї множини факторів виділяється, зокрема, мінний підрив. Він здійснює розподілений по певній поверхні вплив на днище бронекорпусу. Для опису реакції корпусів на такий вплив потрібне істотне вдосконалення математичних моделей даного процесу, для чого були залучені моделі поширення газодинамічного потоку від ударної хвилі вибуху міни та пружно-пластичного деформування елементів корпусу.

При аналізі швидкоплинних процесів поведінки конструкційних матеріалів стає залежною від швидкості деформування. Для адекватного опису процесів деформування бронекорпусів у зоні великих і зростаючих пластичних деформацій необхідне застосування теорії інкрементального типу [29], що зв'язує швидкості (збільшення) деформацій і напружень при активному навантаженні співвідношеннями

$$d\epsilon_{ij} = \frac{1-2\nu}{E} d\sigma_{ij} + \frac{ds_{ij}}{2G} + \frac{\partial\Phi}{\partial\sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial\Phi}{\partial\dot{\epsilon}_{ij}} d\dot{\epsilon}_{ij}; i, j = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Тут  $\sigma = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$  – шарова (гідростатична) частина тензора напружень;  $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$  – девіаторна його частина відповідно;  $E, G, \nu$  – модулі пружності I та II роду і коефіцієнт Пуассона відповідно;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера, а  $\Phi(\sigma_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}) = 0$  – поверхня текучості.

Враховуючи наявність у конструкції великих деформацій, справедливий нелінійний зв'язок компонентів тензора деформацій і вектора переміщень [29] –

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}). \quad (2)$$

Умови рівноваги у диференціальному вигляді

$$\sigma_{ij,j} + f_i(r, t) = \rho\ddot{u}_i, \quad (3)$$

де  $\rho$  – щільність матеріалу.

Співвідношення (2), (3), переписані у приращеннях або швидкостях, утворюють початково-крайову задачу. Ця система замикається співвідношеннями (1), а також відповідними початковими і крайовими умовами:

$$\mathbf{u}(r, 0) = \mathbf{u}_0(r); \dot{\mathbf{u}}(r, 0) = \dot{\mathbf{u}}_0(r); \quad (4)$$

$$\mathbf{u}(r|_{S_u}, t) = 0; \sigma(r|_{S_\sigma}, t) = \mathbf{p}(r, t). \quad (5)$$

Тут  $\mathbf{r}$  – радіус-вектор точок бронекорпуса, а  $t$  – час.

У даному випадку у (5) присутнє рухоме навантаження  $\mathbf{p}(r, t)$ , що описує дію ударної хвилі, яка рухається зі швидкістю  $\mathbf{V}$  в обраній системі координат. При обтіканні бронекорпусів машин виникає нестационарний нерівномірний розподіл надлишкового тиску, визначення і опис якого докладно описано у роботах [31–333]. Таким чином, до ускладненої моделі поведінки матеріалу додається також і рухоме нестационарне навантаження. У результаті отримана система диференціальних рівнянь, початково-крайових умов і навантажень, і на цьому можна вважати завершеним етап формування математичної моделі у загальному вигляді.

При цьому модель газодинамічного обтікання являє собою систему рівнянь Нав'є-Стокса у нестационарній постановці. Вони відображають закони збереження маси, імпульсу та енергії [354–3838]:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_i u_k - \tau_{ik}) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = S_i, \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k}((\rho E + P)u_k + q_k - \tau_{ik}u_i) = S_k u_k. \quad (8)$$

Тут  $t$  – час,  $u$  – швидкість текучого середовища,  $\rho$  – її щільність,  $p$  – тиск у ній, сгенерованій вибуховою речовиною, яка міститься в міні,  $S_i$  – зовнішні масові сили,  $E$  – повна енергія одиничної маси середовища,  $\tau_{ik}$  – тензор в'язких зсувних напружень, а  $q_i$  – дифузний тепловий потік.

Представлена система рівнянь описує процес газодинамічного обтікання перешкоди (у даному випадку – днища бронекорпуса) для загального випадку. З огляду на певні особливості можна для кожного завдання визначити додаткові умови обтікання.

Розв'язання представленої системи рівнянь дає вихідні дані для обчислення розподілу надлишкового тиску на днище бронекорпуса. Таким чином, отримуємо набір таких узагальнених і традиційних параметрів як форма бронекорпуса, його габарити і розміри бронепанелі, властивості і маса вибухової речовини, глибина закладки міни і властивості ґрунту.

Отримане рухливе ударно-хвильове навантаження прикладається до бронекорпусу, викликаючи в ньому пружно-пластичні деформації і руйнування. Для аналізу процесів руйнування використовується велика кількість різних методів і підходів. При цьому записується повна система рівнянь [39–41]: рівняння стану; модель для опису залежності межі текучості від досягнутого рівня пластичних деформацій, швидкості пластичних деформацій, щільності матеріалу і температури; модель формування руйнувань в структурі матеріалу; модель, що враховує вплив руйнувань на межу текучості і модуль зсуву. Ця система рівнянь в принципі аналогічна системі рівнянь для пружно-пластичного деформування, однак, оскільки швидкість процесів у цьому випадку набагато вище, а основним фізичним процесом є порушення суцільності матеріалу, сама структура співвідношень набагато складніше, причому додається новий вид нелінійності – структура на [31–333].

**Підготовка та проведення чисельних досліджень.** Геометрична модель для проведення розрахунків була побудована у програмному комплексі SolidWorks [42, 43] і складається із твердих (ґрунт, вибухівка) та поверхневих тіл (днище корпусу).

Безпосередньо чисельні дослідження проводилися у пакеті скінченно-елементного аналізу ANSYS [44], у модулі для моделювання швидкоплинних процесів Explicit Dynamics. Для елементів розрахункової моделі із бібліотеки ANSYS задані характеристики матеріалу: сталь марки 4340 – для днища корпусу, пісок – для

моделювання ґрунту, тринітротолуол – як вибухова речовина. На рис. 3 наведено задані параметри товщин для трьох конструктивних рішень виконання днища корпусу, які досліджуються. Товщини панелей підбиралися таким чином, щоб у результаті маса конструкції була однаковою для усіх розглянутих варіантів. Задані крайові умови:

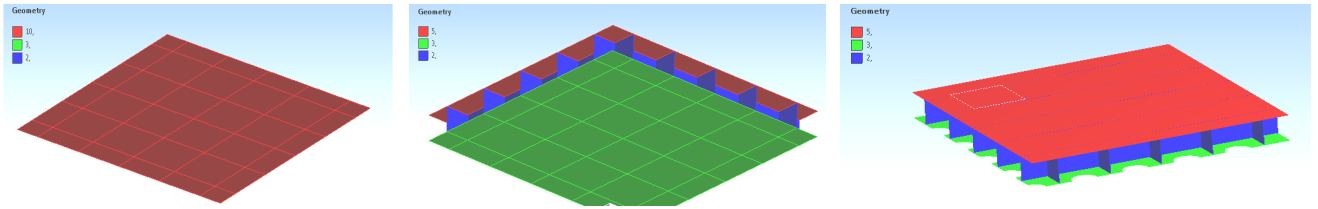


Рисунок 3 – Розподіли товщин для розглянутих конструктивних рішень днища корпусу

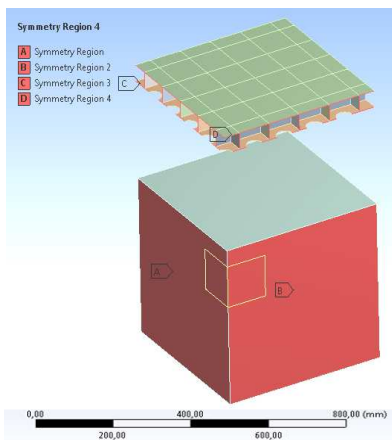


Рисунок 4 – Задані умови симетрії

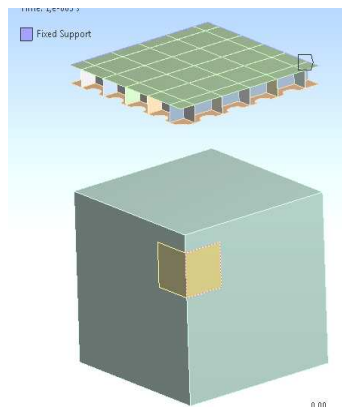


Рисунок 5 – Закріплення моделі

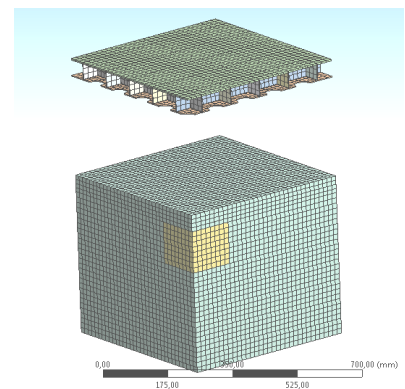


Рисунок 6 – Скінченно-елементна сітка

Для ударної хвилі та бронелістів задано тип контакту – Лагранжеве зв'язування, що працює між вузлами сіток. Навантаження моделюється шляхом налаштування елемента для імітації підриву, доступного у модулі Explicit Dynamics.

**Аналіз результатів.** Для оцінки протимінної стійкості аналізувалися напруження, переміщення та прискорення в елементах днища для трьох варіантів конструкції (рис. 7–16). Порівнюючи тиск ударної хвилі, що діє на бронеліст при різних конструкціях днища, бачимо, що він є найвищим для варіанту №1 (див. рис. 7).

Отримані результати підтверджують ефективність запропонованих рішень для підвищення протимінної стійкості. Деяка інша тенденція спостерігається відносно напружень, переміщень та прискорень, рис. 8, 9. У даному випадку найнижчі показники спостерігаються у 1-шому варіанті виконання днища корпусу – основна броня без додаткових елементів. Також можна відмітити більш хвилястий характер залежностей оцінюваних характеристик від часу для варіанту днища № 3. На рис. 10–15 наведені розподіли напружень та переміщень у 3-х варіантах конструкції.

Таким чином, можна заключити, що запропоновані варіанти конструкції днища дійсно підвищують протимінну стійкість, гасячи енергію удару, але треба приділити більшу увагу підбору раціональних параметрів додаткових елементів. У даному випадку

1) властивість симетрії, адже, як зазначалося, розраховується  $\frac{1}{4}$  конструкції, рис. 4.

2) фіксований край пластини основного бронювання, рис. 5.

Для досліджуваного об'єкта була побудована упорядкована сітка, що включає 40,8 тис. вузлів, 37,7 тис. елементів, рис. 6.

помилковим було зменшувати товщину основного бронеліста аж удвічі. Тому видається доцільним створення спеціалізованого програмно-модельного комплексу для проведення багатоваріантних досліджень, який дає змогу варіювати як конструктивні параметри днища, так і вихідні умови.

**Створення програмно-модельного комплексу.** У розвиток запропонованої математичної моделі створено спеціалізований програмно-модельний комплекс, за допомогою якого моделюється вибух заряду, що містить вибухівку. Створена програма є автономною, орієнтована на предметну область, і використовує ANSYS і LS-DYNA як «чорна» скринька. У його складі – модуль, який запускається автономно. У ньому необхідно лише ввести вихідні дані про проєктований захист і вибрати тип вибухівки. Все інше модуль виконує самостійно, без втручання інженера, тобто формує моделі, проводить розрахунок і створює файл звіту (рис. 17–24). Програмний комплекс створений і протестований на основі відкритих даних Internet-бібліотеки <http://stinet.dtic.mil/>.

Параметри, доступні для варіювання у створеному програмному модулі (рис. 17): 1) розміри досліджуваного зразка; 2) висота від ґрунту до основної броні; 3) величина заглиблення вибухівки у ґрунт; 4) маса вибухівки у тротиловому еквіваленті; 5) варіант конс-

труктивного рішення та параметри товщин.

У процесі розрахунку модуль виконує наступні дії: викликає ANSYS для підготовки моделі; формує непередбачувані в ANSYS моделі вибухівки та методи розв'язання, а також файл вихідних даних у форматі, що сприймається LS-DYNA; передає модель на розрахунок в LS-DYNA; викликає ANSYS для обробки

результатів; формує і виводить на екран звіт з ілюстраціями напружень, деформацій і швидкостей, реакціями на захист, а також зберігає в окремий каталог звіт і анімовані картини реакції системи на вибуховий вплив. Робота модуля повністю автоматизована і не вимагає втручання в процесі розрахунку.

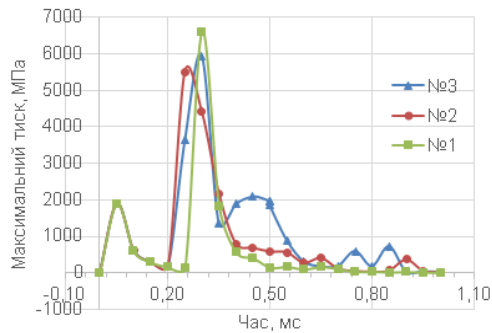


Рисунок 7 – Тиск від ударної хвилі, що діє на бронеліст

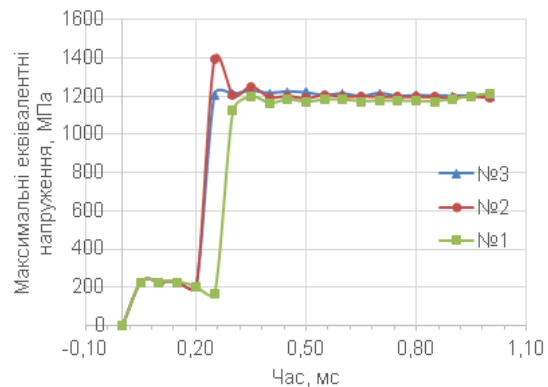


Рисунок 8 – Максимальні еквівалентні напруження за Мізесом

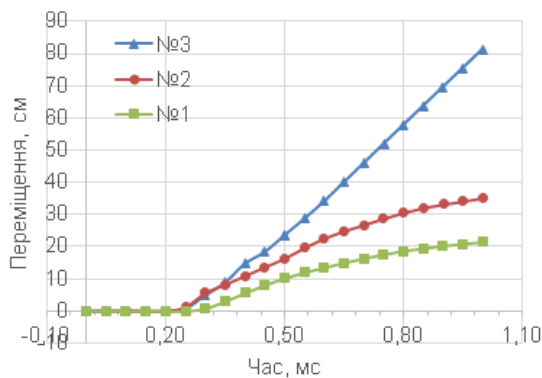


Рисунок 9 – Максимальні переміщення у бронелісті

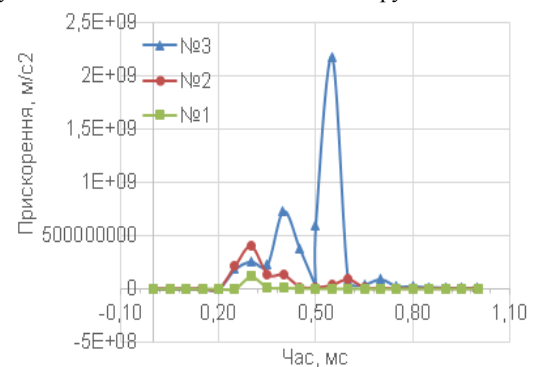


Рисунок 10 – Максимальні прискорення у бронелісті

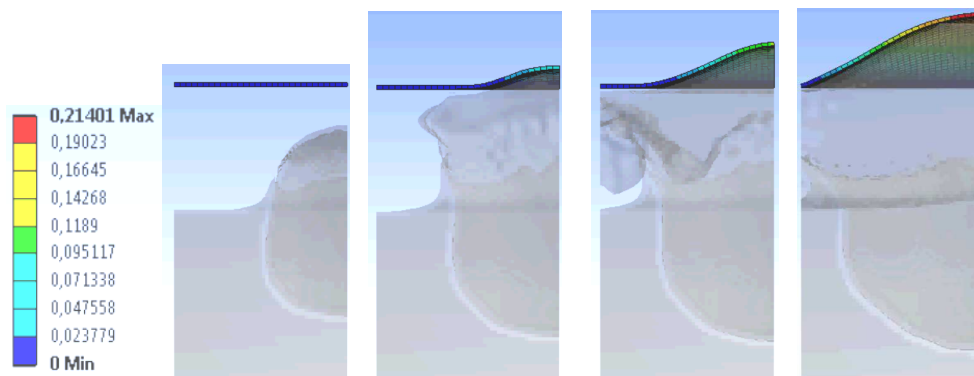


Рисунок 11 – Розподіл переміщень у конструкції днища № 1 з плином часу, м

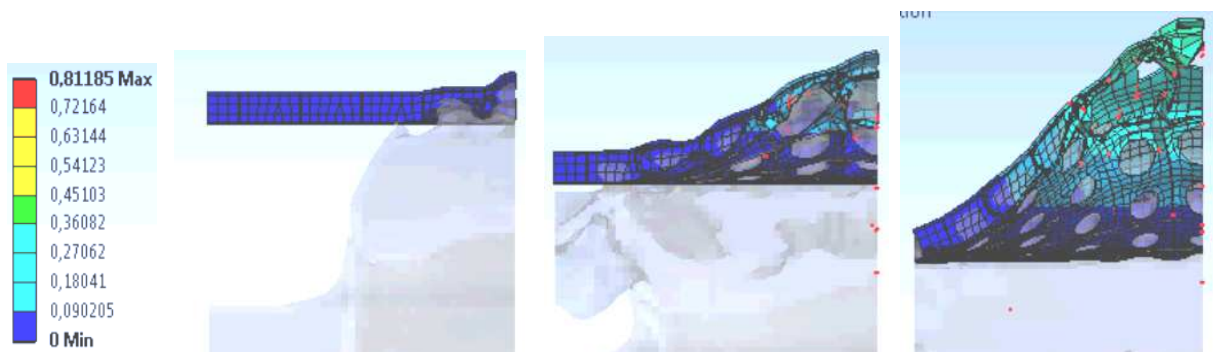


Рисунок 12 – Розподіл переміщень у конструкції днища №3 з плином часу, м



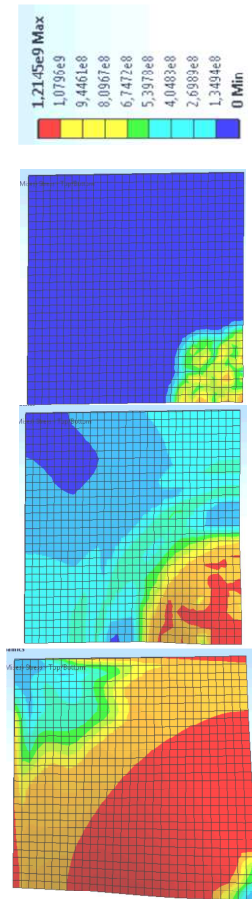


Рисунок 13 – Розподіл напружень у конструкції днища № 1 з плином часу, Па

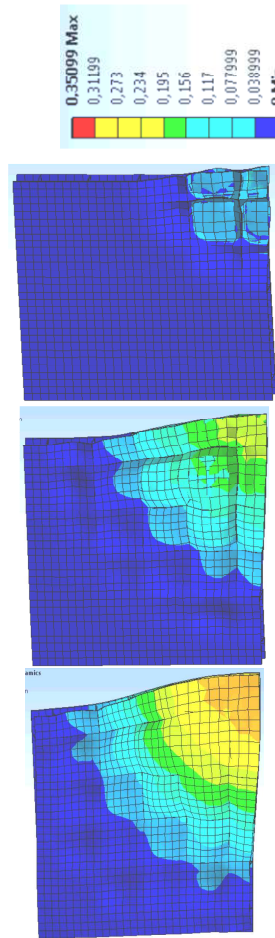


Рисунок 14 – Розподіл переміщень у конструкції днища № 2 з плином часу, м

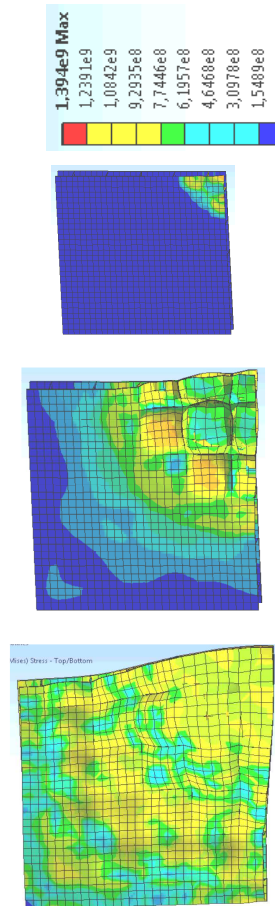


Рисунок 15 – Розподіл напружень у конструкції днища № 2 з плином часу, Па

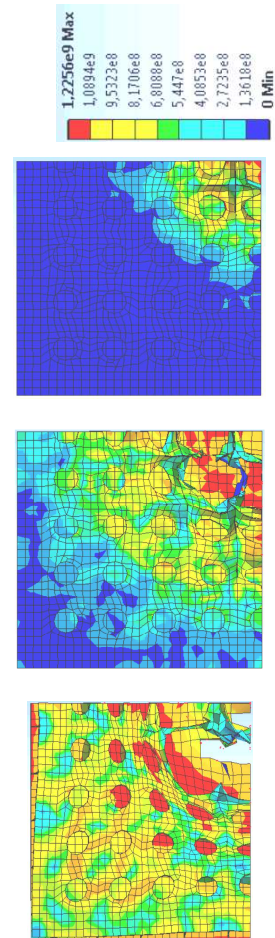


Рисунок 16 – Розподіл напружень у конструкції днища №3 з плином часу, Па

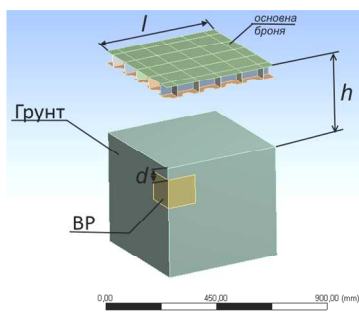


Рисунок 17 – Варійовані параметри

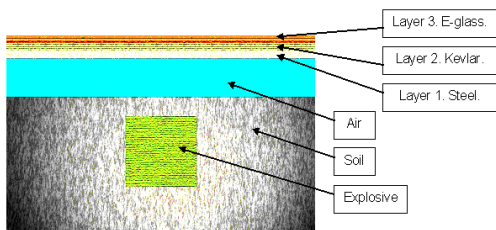
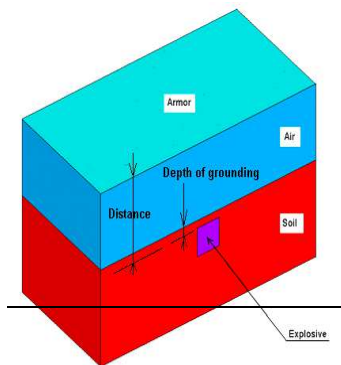


Рисунок 19 – Схема розташування вибухівки по відношенню до захисту (перетин)



Scheme

Distance between 2,3 layers 0,01 m  
 Layers 2,3 not glued  
 Layers 2,3 not glued  
 Layer 3 is E\_GLASS has a thickness 0,024 m  
 Layer 3 has a 6 sublayers  
 Distance between 2,3 layers 0,01 m  
 Layers 2,3 glued  
 Layers 2,3 not glued  
 Layer 3 is E\_GLASS has a thickness 0,024 m  
 Layer 3 has a 6 sublayers

| Armor layers                                | Material | Thickness | Count of sublayers | Distance between layers |
|---|----------|-----------|--------------------|-------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> Layer 1 | STEEL    | 0.02      | 6                  | 0.01                    |
| <input checked="" type="checkbox"/> Layer 2 | S_GLASS  | 0.022     | 6                  | 0.01                    |
| <input checked="" type="checkbox"/> Layer 3 | E_GLASS  | 0.024     | 6                  | 0.01                    |

| Explosive                | Distance from explosive to 1st list |
|--------------------------|-------------------------------------|
| Mass of explosive.....10 | 0.5                                 |
| Depth of grounding.....0 | 0.050                               |

Sort of explosive: **BTF**

- Comp A-3
- Comp B, Grade A
- Comp C-4
- Cyclotol 77/23**
- DIPAM
- EL-506A
- EL-506C

Properties of steel

|                             |          |
|-----------------------------|----------|
| Elastic moduli              | 2.01E+11 |
| Yield stress                | 0.27E+09 |
| Ultimate stress             | 0.46E+09 |
| Longitudinal plastic limit  | 15 %     |
| Cross-section plastic limit | 30 %     |

Close SOLVE NOW Do't store rezults for future ANSYS postprocessing

Рисунок 18 – Інтерфейс визначення вихідних даних програми

При роботі вирішувача LS-DYNA на екрані монітора (рис. 19-24) демонструється поточний час процесу, розвиток ходу рішення, крок за часом і реакції на

захист. Програма працює автономно, але може бути легко вбудована в меню ANSYS. Вона має такі можливості комплексного моделювання: розрахувати удар від

різних типів вибухівки; варіювати кількість шарів захисту, матеріал кожного шару; кількість шарів в перехресно армованому композиті, величину заглиблення вибухівки в землю, відстань від першого аркуша захисту до вибухівки, масу вибухівки та властивості стали (тобто можна імітувати будь-який ізотропний матеріал з нелінійними властивостями); допускає можливість склейки шарів захисту. На рис. 20–23 наведені приклади розрахунку підриву міни вагою 10 кг 3-4 під композитної бронею, що складається з пеноалюмінія, облицьованого скловолокном типу S-glass. Створений розрахунковий модуль дає можливість проводити при необхідності модифікацію. Можливі шляхи його подальшого розвитку: урахування дії осколків на бронезахист, завдання довільного закону дії тиску від вибухівки (власні властивості матеріалу); розширення кількості шарів захисту; урахування довільної геометрії листів захисту і стандартних елементів армування (кутки, швелери, ребра).

Таким чином, можна зробити висновок, що у спеціалізованому програмно-моделному комплексі, який постійно вдосконалюється, для аналізу реакції бронекорпусів на дію ударної хвилі введені додаткові, порівняно з відомими, модулі та враховані додаткові чинники.

Із застосуванням запропонованих в роботі вдосконалених моделей та спеціалізованого програмно-моделного комплексу може бути проведено поглиблений аналіз реакції бронекорпусів на дію ударної хвилі від мінного підриву та розроблені на цій базі обґрунтовані проектні рекомендації для підвищення захищеності ЛБМ.

**Висновки.** У роботі запропонована загальна структура математичної моделі, а також варіант реалізації спеціалізованого програмно-моделного комплексу для оцінки та забезпечення захищеності, міцності і жорсткості бронекорпусів легкоброньованих машин при дії мінного підриву. При цьому реалізований підхід до розв'язання задач синтезу проектних рішень і параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин і дослідження фізико-механічних процесів і станів при їх бойовому використанні на основі результатів комп'ютерного моделювання.

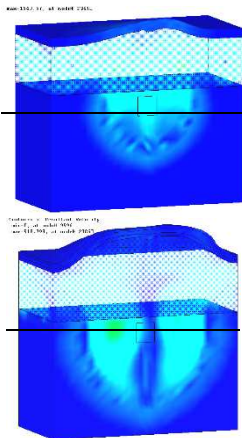


Рисунок 20 – Розподіл швидкості продуктів детонації, ґрунту і деформація композитної і пенометалічної броні

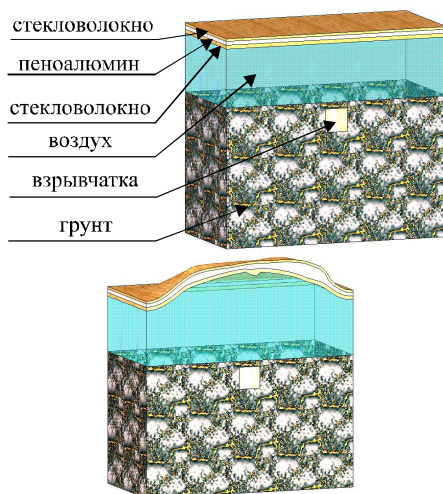


Рисунок 22 – Схема розташування вибухівки по відношенню до захисту і деформація броні під час вибуху (перетин)

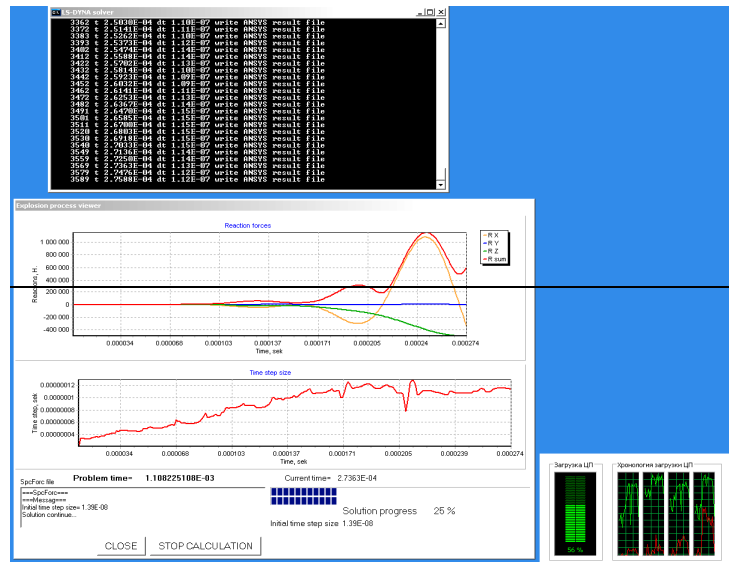


Рисунок 21 – Процес моніторингу розв'язання задачі

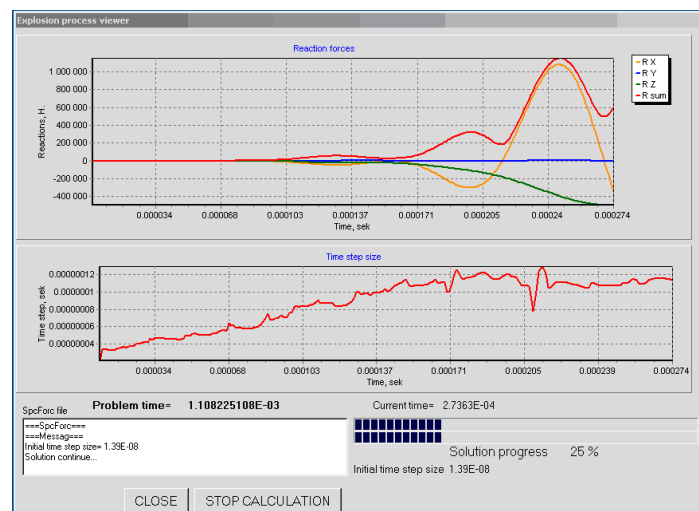


Рисунок 23 – Реакції, напруження і деформації на листах бронезахисту під час вибуху



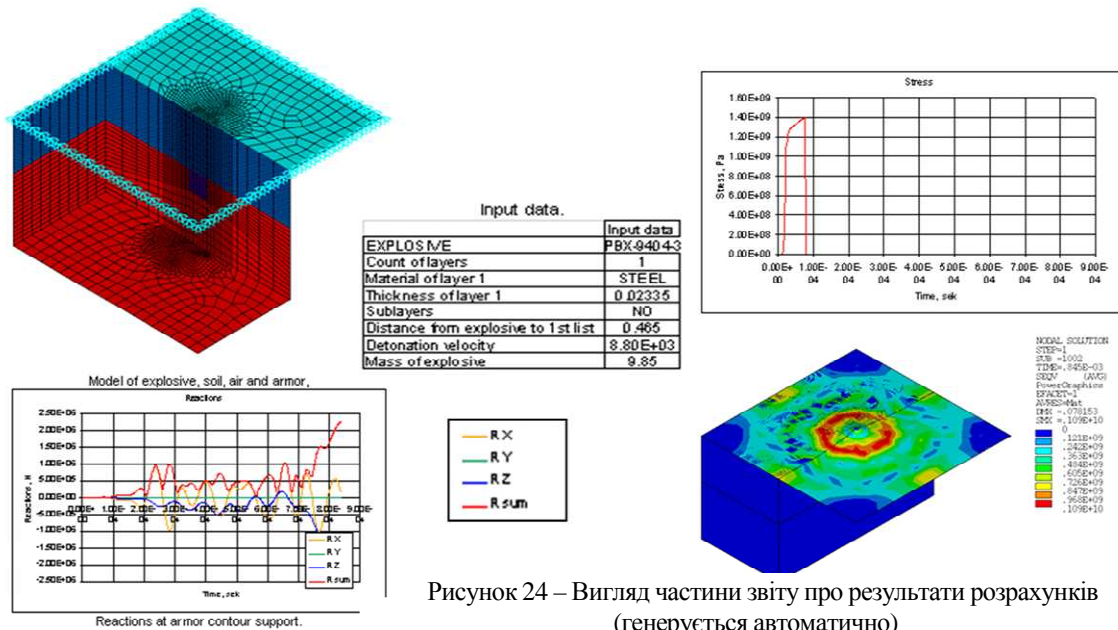


Рисунок 24 – Видяг частини звіту про результати розрахунків (генерується автоматично)

Отримані результати дають підставу для наступних висновків.

1. Комп'ютерна реалізація здійснена не шляхом звуження або спрощення вихідних фізичних і математичних моделей, процесів і станів, а навпаки, шляхом повнофункціонального їх втілення у вигляді спеціалізованого програмно-модельного комплексу.

2. Створювані спеціалізовані програмно-модельні комплекси мають властивості варіювання основних параметрів бронекорпусів, а також характеристик чинників ураження.

3. Принциповими перевагами запропонованого у роботі спеціалізованого програмно-модельного комплексу для дослідження процесів і станів бронекорпусів є поєднання потужних можливостей універсальних програмних комплексів і врахування специфіки того чи іншого класу досліджуваних об'єктів за допомогою спеціалізованих модулів.

Таким чином, створено гнучкий і ефективний інструмент розв'язання задач аналізу процесів і станів, а також синтезу проектних рішень і параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин.

#### Список літератури

1. Внаслідок підриву військового автомобіля на міні загинули 7 українських військових [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mil.gov.ua>.
2. Військові ЗС України та Національної гвардії на трасі неподалік Ізюма виявили та знешкодили закладений терористами саморобний вибуховий пристрій загальною потужністю 6-7 кг у тротиловому еквіваленті [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mil.gov.ua/>.
3. Summary of global armoured vehicle market report 2013 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.defenceiq.com/armoured-vehicles/articles/summaryof-global-armoured-vehicle-market-report-2>.
4. Чепков І. Б., М. І. Васильківський, С. П. Бісик, С. І. Шереметов, В. Г. Корбач Дослідження підриву мін у каналі ствола 120-мм міномета. *Озброєння та військова техніка*. 2017. № 2. С. 23–28.
5. Бісик С. П. Підхід до оцінки протимінної стійкості корпусів бойових броньованих машин з урахуванням зварних з'єднань. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. 2017. № 3. С. 121–127.
6. Бісик С. П., І. Б. Чепков, М. І. Васильківський, Л. С. Давидовський, В. Г. Корбач, О. М. Висоцький, Д. М. Захаревич Теоретична оцінка

7. Бісик С. П., О. М. Купріненко, В. Г. Корбач Оцінка протимінної стійкості легкої бойової колісної машини. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2015. № 31. С. 11–20.
8. Давидовський Л. С., С. П. Бісик Аналіз механогенезу травмування екіпажу бойових броньованих машин при підриві на мінновибухових пристроях. *Військово-технічний збірник*. 2015. № 13. С. 34–40.
9. Чернозубенко О. В., О. М. Купріненко, С. П. Бісик Дослідження впливу уражаючих факторів підриву мінновибухових пристроїв на організм людини. *Системи озброєння і військова техніка*. 2014. № 2. С. 39–44.
10. Бараников Я.Н., Н.А. Ткачук, А.В. Литвиненко Интегрированный модуль для расчета процессов взрыва при помощи препостпроцессора ANSYS и решателя LS-DYNA. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2006. №3. С. 3–9.
11. Ткачук Н.А., Г.Д. Грищенко, Я.Н. Бараников, А.В. Литвиненко К вопросу создания интегрированных специализированных систем для моделирования процессов пробивания преград. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2006. №3. С.165–173.
12. Бусяк Ю.М., А.В. Ткачук, Н.А. Деміна, Н.Б. Скрипченко, І.В. Мазур Проблема обеспечения защищенности корпусов легкобронированных машин: постановки и подходы к решению. *Проблемы машиностроения*. 2015. Том 18. № 1. С. 40–45.
13. Васильев А. Ю., А. Ю. Танченко, М. М. Ткачук, Н. Б. Скрипченко, Я. М. Лісовол Обгрунтування структури та параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин за критеріями захищеності. *Наука: безпека країни та розвиток військово-промислового комплексу. Інформаційно-комунікативний захід*. – Київ: ТОВ «Міжнародний виставковий центр», 2016. С. 32–36.
14. Мазур І. В., А. В. Грабовський, Н. А. Ткачук, Я. М. Морміло Оптимізація расчета конструктивных параметров элементов рещетчатых противоккумулятивных экранов. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2016. №39 (1211). С. 86–92.
15. Мазур І.В., Н.А. Ткачук, А.В. Набоков Разработка противоминной защиты, исходя из специфики требований к транспорту специального назначения для миротворческих гуманитарных миссий. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 12 (1234). С. 65–75.
16. Бісик С.П. Аналіз пріоритетних напрямів вдосконалення протимінного захисту бойових броньованих машин. *ЦНДІ ОВТ ЗСУ. Зб. наук. праць*. – К.: ЦНДІ ОВТ ЗСУ, 2011. Вип. 19(41). С. 77–81.
17. Радковець Ю. І. [та ін.] Основні типи мін, їх тактико-технічні характеристики та застосування в збройних (локальних) конфлік-

- тах. Інформаційно-тематичне зведення. Головне управління розвідки. – 2001. №2(8). 106 с.
18. Guardia M. *US Army and Marine Corps MRAPs. Mine Resistant Ambush Protected Vehicles* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [www.ospreypublishing.com](http://www.ospreypublishing.com)].
  19. STANAG 4569 edition 1. *Protection levels for occupants of logistic and light armored vehicles*, NSA/0533-LAND/4569.
  20. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008. – pp. 135–141.
  21. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008, pp. 151–155.
  22. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008. pp. 182–192.
  23. Бісик С.П., І.Б. Чепков, В.А. Голуб, О.Ю. Ларін Дослідження вибухового навантаження Vподібної моделі днища бойової машини. ЦНДІ ОБТ ЗСУ. *Збірник наук. праць*. К.: ЦНДІ ОБТ, 2012. № 1 (22). С. 232–240.
  24. Бісик С.П., К.Б. Круковський-Сіневич, І.Б. Чепков [та ін.] Дослідження навантаження вибухом макетів днищ бойових машин. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ "ХПІ", 2012. № 2. С. 110–118.
  25. Чепков І.Б. Модель обоснования технических решений защитных устройств боевых бронированных машин. *Артиллер. и стрелковое вооружение*. 2011. № 4. С. 42–46.
  26. Основы военно-технических исследований. Теория и приложения: монография: [в 4 т.]. Т. 4. Методология исследования сложных систем военного назначения / С.В. Лапицкий, А.В. Кучинский, А.И. Сбитнев [и др.]; ред.: С.В. Лапич.
  27. Бісик С.П., В.А. Голуб, В.П. Корбач Числове вирішення задачі ударно-хвильового навантаження пластини. *Військово-технічний збірник. Академія Сухопутних військ*. Львів: АСВ, 2011. Вип. 2(5). С. 3–6.
  28. Tkachuk M., M. Bondarenko, A. Grabovskiy [и др.] Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 1/7 (91). P. 18–29.
  29. Васидзу К. *Вариационные методы в теории упругости и пластичности*. М.: Мир, 1987. – 542 с.
  30. Карапейчик И.Н., С.Т. Бруль, В.М. Мазин [и др.] Численное моделирование реакции тонкостенной конструкции на действие ударно-волновой нагрузки. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ "ХПІ". 2011. № 51. С. 59–65.
  31. Ткачук Н.А., Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной [и др.] Конечные элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ «ХПІ». 2006. № 1. С. 57–79.
  32. Ткачук Н.А., С.Т. Бруль, А.Н. Малакей [и др.] Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения. *Механіка та машинобудування*. Харків: НТУ «ХПІ». 2005. № 1. С. 184–194.
  33. Бруль С.Т., Н.А. Ткачук, А.Ю. Васильев [и др.] Моделирование физико-механических процессов в корпусах легкобронированных машин: подходы, модели, эффекты. *Механіка та машинобудування*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2011. № 1. С. 66–73.
  34. Бойко Г. О., С. В. Лапицкий Деякі дані сучасного стану й тенденцій розвитку безпілотних літальних апаратів. *Озброєння та військова техніка*. 2015. № 1. С. 21–25.
  35. Дейч М.Е. *Техническая газодинамика*. Изд. 2-е, переработ. М.-Л. Госэнергоиздат, 1961. 667 с.
  36. Ландау Л.Д., Е.М. Лифшиц *Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика*. М.: Наука, 1986. 736 с.
  37. Грін О.Г. *Газова динаміка*. Одеса: Астропринт, 2007. 208 с.
  38. Грін О.Г. *Чисельні методи у газовій динаміці*. Одеса: Астропринт, 2006. 168 с.
  39. Чепков І.Б., С.А. Лавриков Модель процесса проникания составного удлиненного поражающего элемента в экранированную преграду. *Пробл. прочности*. 2003. № 2. С. 102–111.
  40. Морозов Е.М., А.Ю. Муйземнек, А.С. Шадский. *ANSYS в руках инженера: механика разрушения: монография*. Москва : ЛЕНАНД, 2010. 453 с.
  41. Муйземнек А.Ю., А.А. Богач *Математическое моделирование процесса удара и взрыва в программе LS-DYNA*. Пенза: Инф.-изд. центр ПГУ, 2005. 106 с.
  42. Программный комплекс SolidWorks // <http://www.solidworks.ru>, 17.03.2018.
  43. Дударева Н.Ю., С.А. Загайко. *Solidworks на примерах*. СПб.: БХВ-Петербург, 2011. 496 с.
  44. Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. *ANSYS в руках инженера: Практическое руководство*. М.: Едиториал УРСС, 2003. 272 с.
- #### References (transliterated)
1. *Vnaslidok pidryvu viys'kovoho avtomobilya na mini zahynuly 7 ukrayins'kykh viys'kovykh* [Elektronnyy resurs]. – Rezhym dostupu: <http://www.mil.gov.ua>.
  2. *Viys'kovi ZS Ukrainy ta Natsional'noi hvardiyi na trasi nepodalik Izyuma vyuvyly ta zneshkodyly zakladenyi terorstamy samorobnyy vybukhovyy prystriy zahal'noyu potuzhnistyu 6-7 k-h u trotylovoomu ekvivalenti* [Elektronnyy resurs]. – Rezhym dostupu: <http://www.mil.gov.ua/>.
  3. *Summary of global armoured vehicle market report 2013* [Elektronnyy resurs]. – Rezhym dostupu: <http://www.defenceiq.com/armoured-vehicles/articles/summary-of-global-armoured-vehicle-market-report-2>.
  4. Chepkov I. B., M. I. Vas'kivs'kyi, S. P. Bisyk, S. I. Sheremetov, V. H. Korbach *Doslidzhennya pidryvu min u kanali stvola 120-mm minometu. Ozbroyennya ta viys'kova tekhnika*. 2017, no 2, pp. 23–28.
  5. Bisyk S. P. *Pidkhid do otsinky protyminnoyi stiykosti korpusiv boyovykh bron'ovanykh mashyny z urakhuvanniam zvamykh z'yednan'*. *Nauka i tekhnika Povitryanykh Syl Zbroynykh Syl Ukrainy*. 2017, no 3, pp. 121–127.
  6. Bisyk S. P., I. B. Chepkov, M. I. Vas'kivs'kyi, L. S. Davydovs'kyi, V. H. Korbach, O. M. Vysots'kyi, D. M. Zakharevych *Teoretychna otsinka protyminnoyi stiykosti bahatotsil'ovoho taktynohoho avtomobilya «Kozak-2»*. *Ozbroyennya ta viys'kova tekhnika*. 2016, no 1, pp. 26–31.
  7. Bisyk S. P., O. M. Kuprinenko, V. H. Korbach *Otsinka protyminnoyi stiykosti lehkoyi boyovoyi kolisnoyi mashyny. Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivs'kyi politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2015, no 31, pp. 11–20.
  8. Davydovs'kyi L. S., S. P. Bisyk *Analiz mekhanohenezu travmuvannya ekipazhu boyovykh bron'ovanykh mashyn pry pidryvi na minno-vybukhovyykh prystroyakh. Viys'kovo-tekhnichnyy zbirnyk*. 2015, no 13, pp. 34–40.
  9. Chernozubenko O. V., O.M. Kuprinenko, S.P. Bisyk *Doslidzhennya vplyvu urazhayuchykh faktoriv pidryvu minno-vybukhovyykh prystroyiv na orhanizm lyudyny. Systemy ozbroynennya i viys'kova tekhnika*. 2014, no 2, pp. 39–44.
  10. Baranyk YA.M., N.A. Tkachuk, A.V. Lytvynenko *Intehrovanyy modul' dlya rozrakhunku protsesiv vybukhu za dopomohoy pre-postprotsesora ANSYS i reshatelya LS-DYNA. Visnyk natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivs'kyi politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2006, no 3, pp. 3–9.
  11. Tkachuk N.A., H.D. Hrytsenko, YA.M. Baranyk, A.V. Lytvynenko *Do pytannya stvorennya intehrovanykh spetsializovanykh system dlya modelyuvannya protsesiv probyvannya pereshkod. Visnyk natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivs'kyi politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2006, no 3, pp. 165–173.
  12. Busyak YU.M., A.V. Tkachuk, N.A. Domina, N.B. Skripchenko, I.V. Mazur *Problema obespecheniya zashchishchennosti korpusov legkobrironirovanykh mashin: postanovki i podkhody k resheniyu. Problemy mashinostroyeniya*. 2015. Vol. 18, no 1, pp. 40–45.
  13. Vasylyev A. YU., A. YU. Tanchenko, M. M. Tkachuk, N. B. Skripchenko, YA. M. Lisovol *Obruntuvannya Struktury ta parametriv bronekorpusiv lehkobron'ovanykh mashyn za kriteriyami zakhishchennosti. Nauka: bezpeka krajinu ta rozvytok viys'kovopromyslovoho kompleksu. Informatsiyno-komunikativnyi Zakhid*. Kyiv: TOV «Mizhnarodnyy vystavkovyy tsentr». 2016, pp. 32–36.
  14. Mazur I. V., A. V. Hrabovs'kyi, N. A. Tkachuk, YA. M. Mormilo *Optymizatsiya rozrakhunku konstruktivnykh parametriv elementiv gratchastykh protyvokumulyativnyy ekraniv. Visnyk natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivs'kyi politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KhPI». 2016, no 39(1211), pp. 86–92.
  15. Mazur Y.V., N.A. Tkachuk, A.V. Nabokov *Razrabotka protyvomynnoy zashchyty, yskhodya yz spetsyfyky trebovanyy k transportu spetsyal'noho naznachenyya dlya myrotvorcheskykh humanityamykh myssyy. Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivs'kyi politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KHPI». 2017, no 12 (1234), pp.65–75.

16. Bisyk S.P. Analiz priorytetnykh napryamiv vdoskonalennya protyminnogo zakhystu boyovykh bron'ovanykh mashyn. TSNDI OVT ZSU. Zb. nauk. prats'. Kiev, TSNDI OVT ZSU, 2011, no 19(41), pp. 77–81.
17. Radkovets' YU. I. [ta in.] Osnovni typy min, yikh taktyko-tekhnichni kharakterystyky ta zastosuvannya v zbroynykh (lokal'nykh) konfliktakh. *Informatsiyno-tematychno zvedennya. Holovne upravlinnya rozvidky*. 2001, no 2(8), 106 p.
18. Guardia M. *US Army and Marine Corps MRAPs. Mine Resistant Ambush Protected Vehicles* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [www.ospreypublishing.com](http://www.ospreypublishing.com).
19. STANAG 4569 edition 1. *Protection levels for occupants of logistic and light armored vehicles*. NSA/0533-LAND/4569.
20. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008. pp. 135–141.
21. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008, pp. 151–155.
22. Adisak Showichen, A. Hameed *Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions*. Cranfield University. 2008. pp. 182–192.
23. Bisyk S.P., I.B. Chepkov, V.A. Holub, O.YU. Larin Doslidzhennya vybukhovoho navantazhennya Vpodibnoyi modeli dnyshcha boyovoyi mashyny. *TSNDI OVT ZSU. Zbirnyk nauk. prats'*. Kiev, TSNDI OVT, 2012, no 1 (22), pp. 232–240.
24. Bisyk S.P., K.B. Krukovskyy-Sinevych, I.B. Chepkov [ta in.] Doslidzhennya navantazhennya vybukhom maketiv dnyshch boyovykh mashyn. *Mekhanika ta mashynobuduvannya*. Kharkiv: NTU «KHPi», 2012, no 2, pp. 110–118.
25. Chepkov Y.B. Model' obosnovannya tekhnicheskyykh reshenyy zashchytykh ustroystv boevykh bronirovanykh mashyn. *Artyller. y strelkovoje vooruzhenye*. 2011, no 4, pp. 42–46.
26. Osnovy voenno-tekhnycheskykh yssledovanyu. Teoryya y prylozhenyya: monohrafyya: [v 4 t.]. T. 4. Metodolohyya yssledovannya slozhnykh system voennoho naznachennya / S.V. Lapytskyu, A.V. Kuchynskyy, A.Y. Sbytnyev [y dr.]; red.: S.V. Lapyts.
27. Bisyk S.P., V.A. Holub, V.P. Korbach Chyslove vyryshennya zadachi udamo-khvylovoho navantazhennya plastyny. *Viys'kovo-tekhnichnyy zbirnyk. Akademiya Sukhoputnykh viys'k*. L'viv: ASV, 2011, no 2(5), pp.3–6.
28. Tkachuk M., M. Bondarenko, A. Grabovskiy [и др.] Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no 1/7 (91), pp. 18–29.
29. Vasidzu K. *Variatsionnyy metody v teorii uprugosti i plastichnosti*. Moscow: Mir, 1987. - 542 p.
30. Karapeychyk Y.N., S.T. Brul', V.M. Mazyn [y dr.] Chyslennoe modelirovaniye reaksyy tonkostennoy konstruksyy na deystviye udamo-volnovnoy nahruzky. *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskyy politekhnichnyy instytut»*. Kharkiv: NTU «KHPi», 2011, no 51, pp. 59–65.
31. Tkachuk N.A., H.D. Hrytsenko, A.D. Chepurnoy [y dr.] Konechno-élementnye modeli élementov slozhnykh mekhanicheskyykh system: tekhnolohyya avtomatyzirovannoy heneratsyy y parametryzovannoho opysanyya. *Mekhanika ta mashynobuduvannya*. Kharkiv: NTU «KHPi». 2006, no 1, pp. 57–79.
32. Tkachuk N.A., S.T. Brul', A.N. Malakey [i dr.] Struktura spetsializirovanykh integrirovanykh sistem avtomatizirovannoho analiza i sinteza élementov transportnykh sredstv spetsial'nogo naznachennya. *Mekhanika i mashinostroyeniye*. Kharkov: NTU «KHPi». 2005, no 1 pp.184-194.
33. Brul' S.T., N.A. Tkachuk, A.YU. Vasil'yev [i dr.] Modelirovaniye fiziko-mekhanicheskikh protsessov v korpusakh legkobronirovanykh mashin: podkhody, modeli, efekty. *Mekhanika i mashinostroyeniye*. Kharkov: NTU «KHPi». 2011, no 1, pp. 66-73
34. Girin A.G. *Chislennyye metody v gazovoy dinamike*. Odessa: Astroprint, 2006. 168 p.
35. Boyko H. O., S. V. Lapyts'kyy Deyaki dani suchasnoho stanu y tendentsiy rozvytku bezpilotnykh lital'nykh aparatyv. *Ozbroyennya ta viys'kova tekhnika*. 2015, no 1, pp.21–25.
36. Deych M.E. *Tekhnicheskaya hazodynamiya*. Yzd. 2-e, pererabot. M.-L. Hosénerhoizdat, 1961. 667 p.
37. Landau L.D., E.M. Lyfshyts *Teoreticheskaya fizyka*. T. VI. *Hydrodynamika*. Moscow, Nauka, 1986. 736 p.
38. Hirin O.H. *Hazova dynamika*. Odesa: Astroprint, 2007. 208 p.
39. Chepkov I.B., S.A. Lavrikov Model protsessa pronikaniya sostavnogo udlinenno porazhayushchego élementa v ekranirovannuyu pregradu. *Probl. prochnosti*. 2003, no 2, pp. 102-111
40. Morozov Ye.M., A.YU. Muzyemnek, A.S. Shadskiy. *ANSYS v rukakh inzhenera: mekhanika razrusheniya: monografiya*. Moscow, LENAND, 2010. 453 p.
41. Muzyemnek A.YU., A.A. Bogach *Matematicheskoye modelirovaniye protsessa udara i vzryva v programme LS-DYNA*. Penza: inf.-izd. tsentr PGU, 2005. 106 p.
42. *Programmnyy kompleks SolidWorks* // <http://www.solidworks.ru>, 17.03.2018.
43. Dudareva N.YU., S.A. Zagayko. *Solidworks na primerakh*. SPb.: BKHV-Peterburg, 2011. 496 p.
44. Kaplan A. B., Morozov Ye. M., Olfer'yeva M. A. *ANSYS v rukakh inzhenera: Prakticheskoye rukovodstvo*. Moscow, Yeditorial URSS, 2003. 272 p.

Надійшло (received) 12.10.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Васильєв Антон Юрійович (Васильев Антон Юрьевич, Vasiliev Anton)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8106-0950>; e-mail: [AVasiliev@tmm-sapr.org](mailto:AVasiliev@tmm-sapr.org).

**Куценко Сергій Володимирович (Куценко Сергей Владимирович, Kutsenko Serhii)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна, викладач-стажист кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; Харків, e-mail: [skutsenko@tmm-sapr.org](mailto:skutsenko@tmm-sapr.org).

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [marina.bondarenko@tmm-sapr.org](mailto:marina.bondarenko@tmm-sapr.org).

**Шеманська Вікторія Вікторівна (Шеманская Виктория Викторовна, Shemanska Viktoriya)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студентка гр. ТМ-86б; м. Харків, Україна

**Васильєва Тетяна Олександрівна (Васильева Татьяна Александровна, Vasilieva Tatjana)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м Харків, Україна

**Бараніков Ярослав Миколайович (Бараников Ярослав Николаевич, Baranikov Yaroslav)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», здобувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна

*Д. Р. ВАСИЛЬЧЕНКО, І. П. ГРЕЧКА, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ*

### ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АМПЛІТУД КОЛИВАНЬ НЕВРІВНОВАЖНОГО РОТОРА

У статті наведено результати проведення дослідження коливальних характеристик спроектованої роторної системи, а саме побудовано амплітудно-частотні характеристики на різних діапазонах частот та при різних неврівноважених масах. Висвітлюються основні етапи проведення динамічного аналізу в ANSYS на прикладі гармонійного аналізу. Визначено критичні частоти для неврівноваженого ротора, при яких спостерігається резонанс. Проаналізовані значення амплітуд переміщень при критичних частотах та на робочій частоті при різних величинах дисбалансу. Побудований графік залежності амплітуди від величини дисбалансу на робочій частоті обертання насоса. Отримані значення порівняні з максимальною допустимою величиною зазору між роторною та статорною частинами насоса та з урахуванням цього визначені допустимі значення величин дисбалансу для спроектованого насоса. На основі дослідження розроблені практичні рекомендації щодо динамічного балансування насоса при визначеній допустимій величині дисбалансу.

**Ключові слова:** консольний насос, коливання ротора, критичні частоти, дисбаланс, балансування ротора, амплітудно-частотні характеристики, динамічний аналіз, гармонійний аналіз

*Д. Г. ВАСИЛЬЧЕНКО, И. П. ГРЕЧКА, А. В. ГРАБОВСКИЙ*

### ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ КОЛЕБАНИЙ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА

В статье приведены результаты проведения исследования колебательных характеристик спроектированной роторной системы, а именно построены амплитудно-частотные характеристики на разных диапазонах частот и при различных неуравновешенных массах. Освещаются основные этапы проведения динамического анализа в ANSYS на примере гармонического анализа. Определены критические частоты для неуравновешенного ротора, при которых наблюдается резонанс. Проанализированы значения амплитуд перемещений при критических частотах и на рабочей частоте при различных величинах дисбаланса. Построен график зависимости амплитуды от величины дисбаланса на рабочей частоте вращения насоса. Полученные значения сравнению с максимальной допустимой величине зазора между роторной и статорной частями насоса и с учетом этого определены допустимые значения величин дисбаланса для спроектированного насоса. На основе исследования разработаны практические рекомендации по динамической балансировке насоса при определенной допустимой величине дисбаланса.

**Ключевые слова:** консольный насос, колебания ротора, критические частоты, дисбаланс, балансировка ротора, амплитудно-частотные характеристики, динамический анализ, гармонический анализ

*D. R. VASILCHENKO, I. P. GRECHKA, A. V. GRABOVSKIY*  
**NOMERICAL ANALYSIS OF UMBALANCED ROTOR**

The article presents the research results of the vibrational characteristics of the designed rotor system, namely, the amplitude-frequency characteristics are constructed in different frequency ranges and at various unbalanced masses. The main stages of conducting dynamic analysis in ANSYS are highlighted on the example of harmonic analysis. The critical frequencies for unbalanced rotor are determined at which resonance is observed. The values of the displacement amplitudes at critical frequencies and at the operating frequency under different imbalance values are observed. The plot of amplitude dependence is constructed on the imbalance magnitude at the pump operating frequency. The obtained values are compared with the maximum allowable gap between the rotor and stator pump parts, and with that in mind, the permissible values of the unbalance values for the designed pump are determined. On the basis of the research, practical recommendations for the pump dynamic balancing have been developed for a given permissible imbalance magnitude.

**Keywords:** cantilever pump, rotor oscillation, critical frequencies, imbalance, rotor balancing, amplitude-frequency characteristics, dynamic analysis, harmonic analysis

**Постановка проблеми.** На сьогодні при проектуванні насосів [1–13] виникають проблеми, що суперечать одна одній: бажання підвищити продуктивність та спростити конструкцію.

На вихідні характеристики насосів впливають різні чинники. Основними факторами, що визначають надійну, довговічну роботу відцентрового насоса, є: конструктивна схема, забезпечення зовнішньої герметичності, розрахунок проточної частини та інших елементів насоса, правильний підбір матеріалів основних деталей і якісне виготовлення, кваліфікований монтаж та експлуатація.

При проектуванні або модернізації насоса значну увагу приділяють його проточній частині. Від якості проектування і виготовлення проточної частини багато в чому залежить економічність (ККД) відцентрового насоса.

При проектуванні машин та механізмів із урахуванням процесів, що з ними відбуваються, та їх фізичної природи часто використовують цілий ряд

припущень. Такий вид моделювання процесів пов'язаний з тим, що математичний апарат, що повинен дозволити описати ці процеси, відсутній або настільки складний, що його застосування досить ускладнене громіздкими розрахунками, що потребують багато часу, та як наслідок, унеможливає проектування.

З іншої сторони, моделювання шляхом спрощення з кожним таким припущенням дає немало похибку на поточному етапі розрахунку. Таким чином, в результаті дослідження дуже важко судити про правдоподібність результатів зроблених при накопиченій похибці.

Тому одним із важливих завдань для конструктора є знайти баланс між спрощеною та реальною моделлю процесів у машині, що проектується. Засобами, що дають можливість вирішити цю проблему, є, з однієї сторони, вже розроблена теорія певних фізичних процесів (наприклад, теорія коливань), що дає їх математичний опис, та, з іншої сторони, пакет комп'ютерних про-

© Д. Р. Васильченко, І. П. Гречка, А. В. Грабовський, 2019

грам САЕ для аналізу (ANSYS), що дає незамінну допомогу у виконанні громіздких розрахунків за певною математичною моделлю.

Саме для того, щоб перевірити, чи здатна буде працювати спроектована на основі припущень машина за реальних умов, описаних складними математичними рівняннями та функціями, зашитими в основі САЕ-системи, було запропоновано провести один із видів динамічного аналізу ротора – гармонійний аналіз для визначення його поведінки при втраті стабільної роботи внаслідок дисбалансу.

**Аналіз конструкції.** Об'єктом дослідження став вже спроектований та описаний у попередній статті [1] модернізований насос ЗКО 32-150. Модернізація проходила на основі насоса-аналога ЗКО 32-150 шляхом зменшення числа ступенів.

Насос консольного типу ЗКО 32-150, який є відцентровим, горизонтальним, триступінчастим, з осьовим входом, ущільненнями сальникового типу, з підшипниками кочення, з приводом від електродвигуна. Насос ЗКО 32-150 призначений для перекачування конденсату в пароводяних мережах теплових електростанцій, що працюють на органічному паливі, а також для перекачування води в системах тепло- і водопостачання.

**Аналіз останніх досліджень.** Джерелом коливань або вібрацій відцентрових насосів, що породжують нестабільну роботу насоса, є невідносна вага ротора (дисбаланс), відхилення валів насоса і привода від співвісного положення (розцентрування) і гідродинамічні фактори, що діють у проточній частині, головним чином – у шпаринних ущільненнях [14].

Роторні машини перестають бути стабільними при чергуванні сил на підшипниках (динамічна реакція) і допоміжних структурах. Ці сили мають відцентровий характер, виникають в результаті обертання невідносно вагового ротора і викликають різноманітні відхилення в залежності від швидкості обертання. Невідносна вага (дисбаланс) ротора мають різну природу: неоднорідність матеріалу ротора, похибки виготовлення і складання, зношення вузлів, осідання на роторі забруднюючих частинок, зміна стану ротора під час роботи машини.

Крім того, роторні машини, можуть втратити стабільність при обертанні разом із машиною тіл, що випадково потрапили в її камери, якщо їх маса перевищує допустиму, визначену при попередньому балансуванні.

Традиційним розрахунком динаміки ротора відцентрового насоса є розрахунок на критичні частоти обертання або «на критику», який передбачає визначення власних частот поперечних коливань ротора.

У [14] було проведено аналіз роторної динаміки на визначення форм і власних частот обертання ротора, також визначено частоти, за яких настає резонанс частот обертання та власних частот ротора. На основі цього виникла ідея дослідити виникнення резонансу для системи, що піддається впливу розбалансування, наприклад, шляхом додавання в

неї невідносно вагової маси.

Цінним також буде вважатися дослідження амплітуд коливання ротора при робочій частоті обертання. Побудувавши графік залежності амплітуди коливань від маси невідносно вагової частинки та порівнявши значення амплітуд з мінімально можливими зазорами між роторною на статорною частиною насоса, також можна зробити висновок про максимально дозвалені за масою невідносно вагової частинки та дати рекомендації щодо динамічного балансування ротора.

Вважається [15], що нормальна робота насоса з точки зору динаміки його ротора забезпечується послідовним виконанням декількох умов:

1. Розрахункове значення першої власної частоти ротора повинно бути вище частоти обертання із запасом більше 30% при номінальних і «зношених» зазорах.

2. Добротність системи [14], що визначається відношенням амплітуди «резонансних» коливань вала при співпадінні власних частот з частотами обертання до початкової амплітуди коливання ротора при нульовій частоті обертання, повинна лежати у проміжку

$$A = \frac{a_{\max}}{a_0} < 1,2 - 1,5.$$

Добротність системи можна визначити за безрозмірною амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) (рис. 1).

Якщо одночасно не виконується жодна з вище описаних умов, то насос буде працювати з високим рівнем вібрацій або взагалі виявиться непридатним.

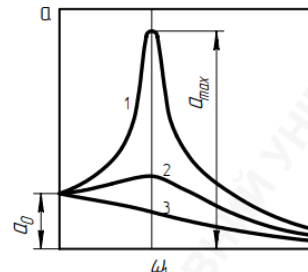


Рисунок 1 – Амплітудно-частотна характеристика ротора відцентрового насоса при низькому (1), середньому (2) і високому (3) демпфюванні у шпаринних ущільненнях

Існують рекомендації щодо максимально можливих значень амплітуд [15], при яких ще можлива нормальна робота насоса: якщо амплітуда коливань ротора не перевищує 30%–40% величини радіального зазору у шпаринному ущільненні.

Сучасні засоби чисельного моделювання дають змогу провести розрахунок не лише власних частот і форм ротора, але і амплітуд його вимушених коливань, амплітудних частотних характеристик. Такі розрахунки відкривають можливості підвищення ефективності та технічних характеристик спроектованого або модернізованого насосного обладнання.

**Мета і задачі досліджень.** Метою дослідження є провести один із видів динамічного аналізу ротора – гармонійний аналіз для визначення його поведінки при втраті стабільної роботи внаслідок дисбалансу.

Для цього поставлені такі задачі:



1) Визначити критичні частоти для неврівноваженого ротора, при яких спостерігається резонанс;

2) Дослідити коливання та значення амплітуд при знайдених резонансних частотах, при значеннях частот, близьких до них, а також при частотах обертання від 0 до робочої частоти обертання валу насоса.

3) Дослідити значення амплітуд коливання ротора при робочій частоті обертання при різних значеннях дисбалансу (неврівноваженості маси): 1г, 10г, 100 г, 1000 г;

4) Побудувати графік залежності амплітуди коливань від маси неврівноваженості при робочій частоті обертання насоса;

5) Визначити максимально дозволена величину дисбалансу, яка відповідає допустимій величині зазору між статорною і роторною частинами насоса;

6) Дати рекомендації по динамічному балансуванню ротора.

**Постановка задачі, методика та основні етапи розрахунку.** Процедура динамічного аналізу ротора в ANSYS аналогічна іншим видам аналізу. Наступні кроки пояснюють загальну процедуру виконання такого типу аналізу за допомогою ANSYS:

1) побудувати геометричну модель роторної системи;

2) визначити тип елементів і відповідний ключовий параметр;

3) визначити необхідні реальні значення постійних параметрів;

4) створити скінченно-елементну сітку для моделі;

5) призначити властивості матеріалу;

6) застосувати відповідні граничні умови;

7) визначити силу і швидкість обертання;

8) врахувати гіроскопічний ефект;

9) визначити тип аналізу;

10) вибрати потрібний вирішувач;

11) запустити вирішувач потрібного типу аналізу;

12) проаналізувати отримані з постпроцесу результати.

Вхідними параметрами для аналізу слугують побудована тривимірна розрахункова модель ротору у зборі (рис. 2) та скінченно-елементна модель ротору у зборі методом Tetrahedrons (рис. 3).

Задані граничні умови: ділянки валу під підшипники (жорсткість підшипників – 100 кН/мм) (рис. 3); напрям обертання ротора (рис. 4), діапазон частот обертання (0 – 700 Гц); величина незбалансованої маси (1г, 10г, 100г, 1000г).

Гармонійний аналіз або аналіз гармонійного відгуку застосовується для визначення відгуку конструкції, щоб стабілізувати гармонійні навантаження. При гармонійному аналізі оцінюється напружено-деформований стан конструкції при вимушених коливаннях, які порушуються зовнішніми періодично змінними силами. Особливо небезпечними є

резонансні коливання, що виникають при збігу власної частоти конструкції і частоти зовнішніх сил.

Усі вали, що обертаються (навіть за відсутності зовнішнього навантаження) будуть відхилятися від початкового положення (відхилятиметься вісь вала) [16].



Рисунок 2 – Тривимірна розрахункова модель ротору у зборі

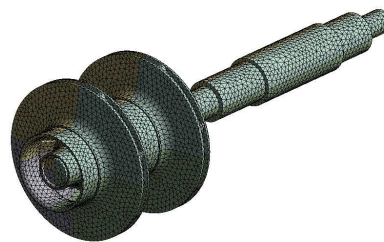


Рисунок 3 – Скінченно-елементна модель ротору у зборі

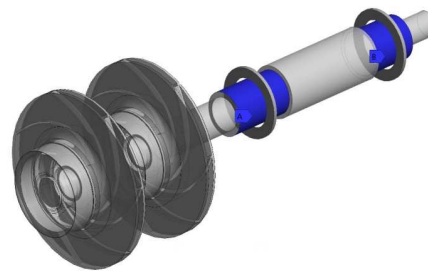


Рисунок 4 – Ділянки валу під підшипники: закріплення у зонах А, В

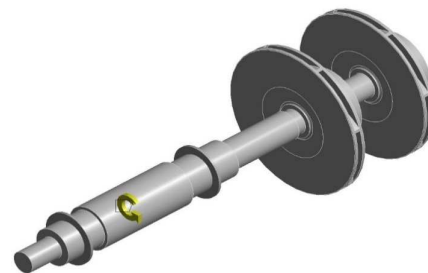


Рисунок 5 – Напрямок обертання ротора

Гармонійний аналіз у контексті аналізу роторної динаміки можна провести з метою визначення можливої поведінки ротора при виведенні його зі збалансованого стану шляхом попадання в систему обертання незбалансованої маси. Дана незбалансована маса приводить до деформації вала ротора і створює резонансну вібрацію при критичній швидкості. Такий дисбаланс призводить до виникнення сили на підшипники, що змінюється за синусоїдальним законом.

Встановлені такі параметри для гармонічного аналізу (Harmonic Response): метод – Full; ефект Коріоліса – On; демпфірування – без демпфірування (Structural Damping Coefficient – 0 RPM).



**Результати досліджень.** Отримано для невеликого числа точок приблизні амплітудно-частотні характеристики коливань неврівноваженого ротора при дисбалансі 10 г для діапазону – від 0 до 700 Гц (робочий діапазон частот – 0÷50 Гц) (рис. 6).

На основі побудованої АЧХ визначено в першому наближенні для нової системи неврівноваженого ротора значення критичних частот, при яких відбувається резонанс: 1 – 122,5 Гц (амплітуда – 1,4508 мм); 2 – 140 Гц (амплітуда – 28,531 мм); 3 – 423,5 Гц (амплітуда – 0,34808 мм); 4 – 700 Гц (амплітуда – 0,11402 мм);

У зв'язку з тим, що для дослідження було взято великий діапазон частот та невелика кількість точок з нього, дійсні значення резонансних частот можуть відрізнятися від визначених за графіком. Тому додатково проведено дослідження коливань та амплітуд у діапазонах частот, близьких до визначених резонансних. Визначені такі діапазони: 1 – 110÷130 Гц; 2 – 130÷150 Гц; 3 – 400÷440 Гц; 4 – 680÷720 Гц. Отримано амплітудно-частотні характеристики коливань ротора при дисбалансі 10 г для визначених діапазонів (рис. 7). Таким чином, з отриманих графічних та табличних даних визначено уточнені значення критичних частот коливання неврівноваженого ротора: 1 – 122 Гц (амплітуда – 2,6377 мм); 2 – 141 Гц (амплітуда – 49,185 мм); 3 – 423 Гц (амплітуда – 6,0457 мм); 4 – 698 Гц (амплітуда – 0,33338 мм);

Порівнявши значення можливих амплітуд коливань ротора в резонансі, отриманих в результаті приближеного та уточненого розрахунку, можна зробити висновок про доцільність другого дослідження. Отримано амплітудно-частотні характеристики коливань ротора для робочої частоти 50 Гц при дисбалансі 1 г, 10 г, 100 г, 1000 г для визначених діапазонів.

З вище наведених графіків можна зробити висновок, що амплітуда коливань неврівноваженого ротора лінійно залежить від маси неврівноваженості – з ростом маси в 10 разів максимальна амплітуда на проміжку зростає в 10 разів.

Наглядним підтвердженням цього висновку слугує графік, наведений на рис. 8 (даний результат отримано в лінійній постановці задачі).

Визначимо за відношенням першої власної

частоти обертання насоса до робочої частоти обертання, чи можлива нормальна робота насоса. З попередньо виконаної [14] роботи встановлено, що перша власна частота ротора становить  $\omega_1 = 123,8$  Гц при його робочій частоті  $\omega_p = 50$  Гц. Тоді  $\omega_1 / \omega_p = 2,476$ . Розрахункове значення першої власної частоти ротора вище частоти обертання на 248%, що задовольняє умові.

Визначимо за показником добротності, чи можлива нормальна робота насоса з неврівноваженим ротором (величина неврівноваженості – 10 г) для робочого діапазону частот 0 – 50 Гц.

Для даних умов максимальна амплітуда складає  $a = 0,0381870$  мм. Початкова амплітуда коливання ротора при нульовій частоті обертання відповідає статичному прогину ротора як консольної балки під дією ваги неврівноваженої маси. Для визначення прогину було проведено для даної моделі статичний структурний аналіз (static structural analysis) з прикладенням до ротора сили від неврівноваженої маси (10 г). Величина сили складала 0,1 Н.

Отримані деформації ротора при статичному навантаженні показані на рис. 10.

Максимальні деформації склали –  $4,1835 \cdot 10^{-5}$  мм. Добротність системи становить:

$$A = \frac{a_{\max}}{a_0} = 15975,53145.$$

Отримане значення набагато перевищує допустиму величину. Отже, за умовою добротності для цієї системи недоволена неврівноважена маса такої величини.

Мінімальний зазор між статорною і роторною частиною спроектованого насоса знаходиться у передньому шпаринному ущільненні, радіальний розмір якого складає  $\delta = 2,5$  мм.

За рекомендаціями щодо максимально можливих значень амплітуд [15], при яких ще можлива нормальна робота насоса: якщо амплітуда коливань ротора не перевищує 30%–40% величини радіального зазору у шпаринному ущільненні. Таким чином,

$\frac{a_{\max}}{\delta} \cdot 100\% = 1,528\%$ . Дана умова виконується зі значним запасом при неврівноваженості 10 г.

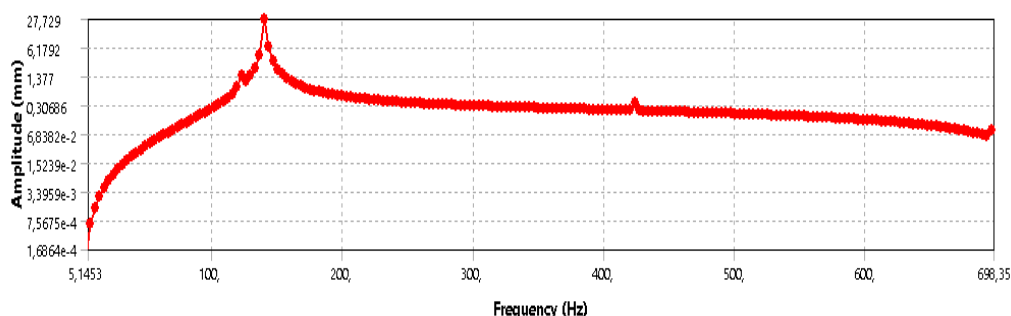


Рисунок 6 – Амплітудно-частотна характеристика неврівноваженого ротора у діапазоні частот 0÷700 Гц при дисбалансі 10г

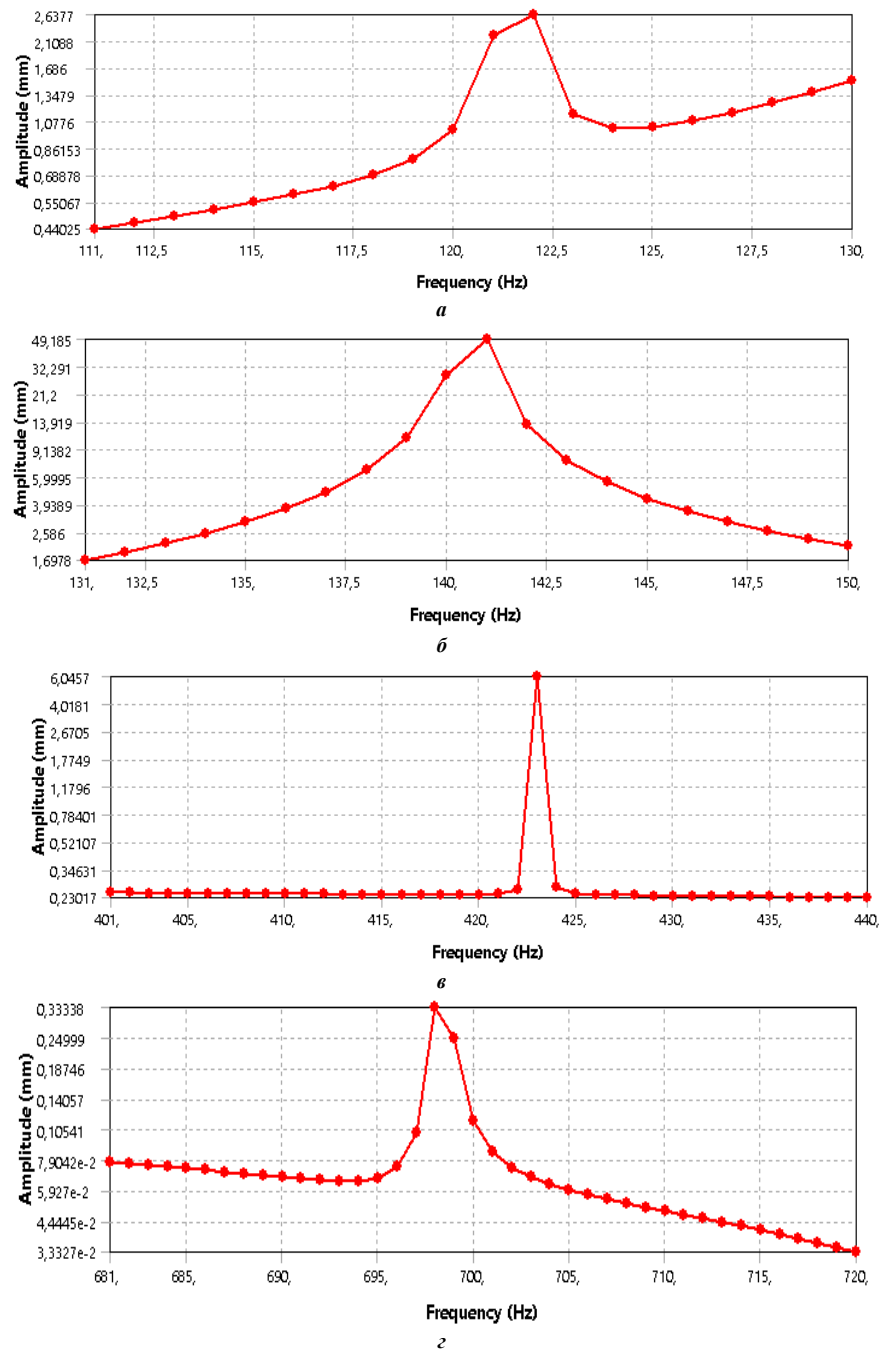


Рисунок 7 – Амплітудно-частотні характеристики для діапазонів: а – 110÷130 Гц; б – 130÷150 Гц; в – 400÷440 Гц; г – 680÷720 Гц

Визначимо максимально можливу величину нерівноваженості для даної умови. Амплітуда коливань, створених нерівноваженою частинкою максимальної маси, складає  $a'_{\max} = 0,4 \cdot \delta = 1$  мм.

За функціональною залежністю, приведеною на рис. 8, визначаємо методом інтерполяції, яке значення максимальної нерівноваженості відповідає отриманому значенню амплітуди  $m'_{\max} = 261,869$  г.

**Висновки.** У результаті виконання роботи було визначено критичні частоти для нерівноваженого ротора, при яких спостерігається резонанс; досліджено коливання та значення амплітуд при знайдених

резонансних частотах, при значеннях частот, близьких до них, а також при частотах обертання від 0 до робочої частоти обертання вала насоса; досліджено значення амплітуд коливання ротора при робочій частоті обертання при різних значеннях дисбалансу (нерівноваженості маси): 1г, 10г, 100 г, 1000 г; побудовано графік залежності амплітуди коливань від маси нерівноваженості при робочій частоті обертання насоса. Вібраційний стан спроектованого насоса було перевірено за двома умовами: за першою власною частотою та за максимальною амплітудою від дисбалансу. Насос відповідає лише першій умові, але і вона забезпечує нормальну роботу насоса при відсутності дисбалансу або при його незначній величині.

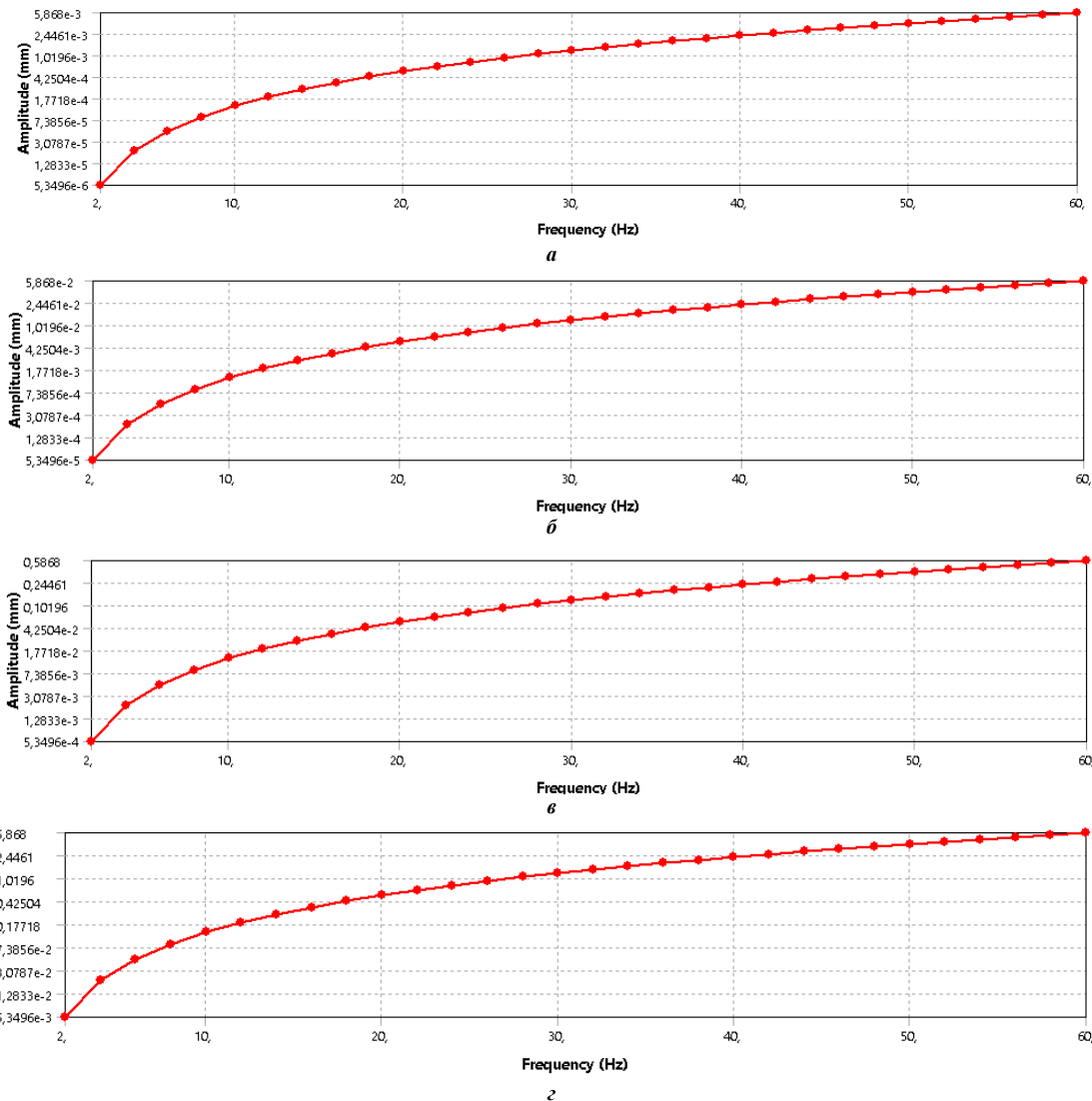


Рисунок 8 – Амплітудно-частотні характеристики для робочої частоти 50 Гц при дисбалансі: а – 1 г; б – 10 г; в – 100 г; г – 1000 г

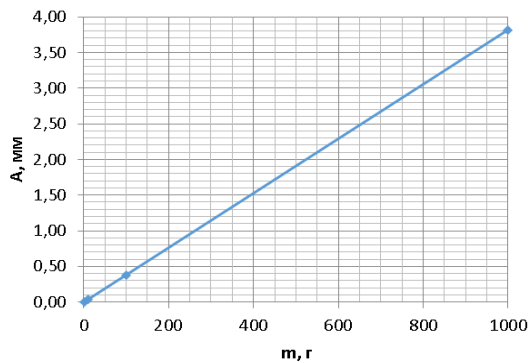


Рисунок 9 – Графік залежності амплітуди коливань (A, мм) нерівноваженого ротора від маси нерівноваженої частинки (m, г)

Крім того, було здійснено перевірку за знайденими рекомендаціями щодо максимальних амплітуд по відношенню до величини радіального зазору у шпаринному ущільненні, в результаті якої спроектовані зазори забезпечать нормальну роботу насоса в робочому діапазоні при дисбалансі в 10 г.

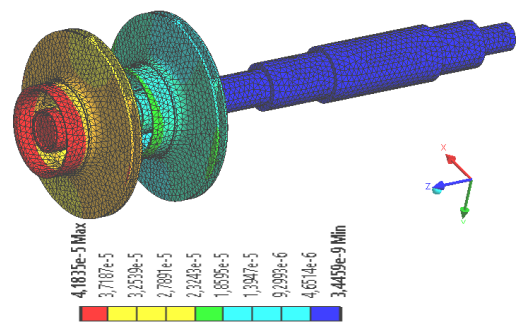


Рисунок 10 – Деформації ротора при статичному навантаженні

На основі останньої умови було визначено максимально дозволена величина дисбалансу, яка склала 262 г і відповідає допустимій величині зазору між статорною і роторною частинами насоса.

**Список літератури**

1. Ржебаева Н. К. Ржебаев Э. Е. *Расчет и конструирование центробежных насосов*: учеб. пос. Сумы: СумГУ, 2009. С. 41–50.

2. Методичні вказівки до виконання курсового проекту зі спеціальності «Розрахунок та проектування консольного насоса з використанням теорії подібності» / укладачі: Е. В. Колісниченко, В. О. Панченко. Суми: СумДУ, 2011. 37 с.
3. Михайлов А. К., Малюшенко В. В. *Лопастные насосы. Теория, расчет и проектирование*: учеб. пос. М.: Машиностроение, 1977. 288 с.
4. Ковалев И. А. *Исследование путей повышения экономичности ступени центробежного насоса низкой удельной быстроходности  $n_s = 40$* : автореф. дис. канд. техн. наук: 05.05.17. Х., 1970. 20 с.
5. Алексенский В. А. *Совершенствование методики расчета вязкого течения и проектирования насосов низкой быстроходности*: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.04.13. СПб.: СПбГТУ, 2012. 18 с.
6. Щуцкий С. Ю. *Оценка гидравлических показателей и проектирование многоступенчатых насосов на основе квазитрехмерных методов*: дис. ... канд. техн. наук: 05.04.13. СПб.: СПбГТУ, 2011. 143 с.
7. Луговая С. О. *Гидродинамические особенности проектирования сменных проточных частей при создании унифицированного ряда центробежных насосов*: дис. ... канд. техн. наук: 05.05.17. Сумы, 2009. 144 с.
8. Кретинин А.В., Иванов А.В., Галдин Д.Н. Расчётный сравнительный анализ вариантов профилирования рабочего колеса центробежного насоса. *Вестник Воронежского государственного технического университета*. Воронеж, 2016. Т. 12. №4. С. 26–31.
9. Медведченко А.С. *Разработка и оптимизация проточных частей насосов типа ЦНС с использованием трехмерных методов расчета течения: диплом. работа ... магистра*: 13.04.03. СПб., 2017. 89 с.
10. Шевченко Н. Г., Шудрик О. Л., Бондаренко Е. Ю. Исследование течения газожидкостной смеси в проточной части ступени погружного насоса для добычи нефти. *Вісник НТУ «ХПИ»*. Харків: НТУ «ХПИ», 2017. № 22 (1244). С. 31–37.
11. Родионов Л. В., Крючков А. Н., Гафуров С.А. *Численное моделирование структуры потока жидкости в проточной части шнеко-центробежного насоса газотурбинного двигателя* [Электронный ресурс]: электрон. учеб. пособие; Минобрнауки России, Самар. гос. аэрокосм. ун-т. С.П. Королева. Электрон. текстовые и граф. дан. Самара, 2011.
12. Pantell K. *Versuche Uber Sheibenreibung*. *Forschung a. d. Geb. d. Ingwes*, 1949. т. 16. №4. С. 48–64
13. Тимофеев Д. В., Савельев А. И., Панаиотти С. С. *Автоматизированное профилирование лопастей центробежных рабочих колес: Руководство пользователя*. Калуга, 2008. 66 с.
14. Васильченко Д.Р., Головин А.М., Гречка І.П., Зарубіна А.О., Хованський С.О. Модернізація консольного насоса ЗКО 32-150 шляхом скорочення кількості ступенів. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. Мелітополь: ТДАТУ, 2018. Вип. 18, т. 2. С. 133–152.
15. Гульий А. Н. *Методические указания к курсовому и дипломному проектированию "Расчет динамических параметров роторов центробежных насосов"* [Текст]: для студ. спец. 7.090209 "Гидравлические и пневматические машины" дневной формы обучения. Сумы: СумГУ, 2004. 35 с.
16. Srikrishnanivas, Deepak Rotor Dynamic Analysis of RM12 Jet Engine Rotor using ANSYS – Independent thesis Advanced level (degree of Master (Two Years)), 2012

## References (transliterated)

1. Rzhebaeva N. K. Rzhebaev Je. E. *Raschet i konstruirovaniye centrobeznyh nasosov: ucheb. pos.* Sumy: SumGU, 2009. P. 41–50.
2. Metodichni vkazivki do vikonannya kursovogo projektu zi special'nosti «Rozrahunok ta proektuvannya konsol'nogo nasosa z vikoristannym teorii podibnosti» / ukladachi: E. V. Kolisnichenko, V. O. Panchenko. Sumi: SumDU, 2011. 37 p.
3. Mihajlov A. K., Malyushenko V. V. *Lopastnye nasosy. Teoriya, raschet i konstruirovaniye: ucheb. pos.* Moscow: Mashinostroenie, 1977. 288 p.
4. Kovalev I. A. *Issledovanie putej povysheniya ehkonomichnosti stupeni centrobezhnogo nasosa nizkoj udel'noj bystrohodnosti  $n_s = 40$* : avtoref. dis. kand. tekhn. nauk: 05.05.17. Kharkov, 1970. 20 p.
5. Aleksenskij V. A. *Sovershenstvovanie metodiki rascheta vyzkogo techeniya i proektirovaniya nasosov nizkoj bystrohodnosti*: avtoref. dis. kand. tekhn. nauk: 05.04.13. SPb.: SPbGTU, 2012. 18 p.
6. SHCHuckij S. YU. *Ocenka gidravlicheskih pokazatelej i proektirovaniye mnogostupenchatyh nasosov na osnove kvazitrehkhnemnyh metodov*: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.04.13. SPb.: SPbGTU, 2011. 143 p.
7. Lugovaya S. O. *Gidrodinamicheskie osobennosti proektirovaniya smennyh protochnykh chastej pri sozdanii unificirovannogo ryada centrobezhnyh nasosov*: dis. ... kand. tekhn. nauk: 05.05.17. Sumy, 2009. 144 p.
8. Kretinin A.V., Ivanov A.V., Galdin D.N. Raschyotnyj sravnitel'nyj analiz variantov profilirovaniya rabocheho kolesa centrobezhnogo nasosa. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. Voronezh, 2016, vol. 12, no. 4, pp. 26–31.
9. Medvedchenkov A.S. *Razrabotka i optimizaciya protochnykh chastej nasosov tipa CNS s ispol'zovaniem trekhmernih metodov rascheta techeniya: diplom. rabota ... magistra*: 13.04.03. SPb., 2017. 89 p.
10. SHEvchenko N. G., SHudrik O. L., Bondarenko E. YU. *Issledovanie techeniya gazozhidkostnoj smesi v protochnoj chastii stupeni pogruzhnogo nasosa dlya dobychi nefi. Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv: NTU «KhPI», 2017, no. 22 (1244), pp. 31–37.
11. Rodionov L. V., Kryuchkov A. N., Gafurov S.A. *Chislennoe modelirovaniye struktury potoka zhidkosti v protochnoj chastii shneko-centrobezhnogo nasosa gazoturbinnogo dvigatelya [EHlektronnyj resurs]*: ehlektron. ucheb. posobie; Minobrnauki Rossii, Samar. gos. aehroskm. un-t. S.P. Koroleva. – EHlektron. tekstovye i graf. dan. Samara, 2011.
12. Pantell K. *Versuche Uber Sheibenreibung*. *Forschung a. d. Geb. d. Ingwes*, 1949, vol. 16, no. 4, pp. 48–64.
13. Timofeev D. V., Savel'ev A. I., Panaiotti S. S. *Avtomatizirovannoe profilirovaniye lopastej centrobezhnyh rabochih koles: Rukovodstvo pol'zovatelia*. Kaluga, 2008. 66 p.
14. Vasil'chenko D.R., Golovin A.M., Grechka I.P., Zarubina A.O., Hovans'kij S.O. *Modernizaciya konsol'nogo nasosa ZKO 32-150 shlyahom skorochennya kil'kosti stupeniv. Praci Tavrijskogo derzhavnogo agrotekhnologichnogo universiteta*. Melitopol: T DATU, 2018. vol. 18, t. 2, pp. 133–152.
15. Gulyj A. N. *Metodicheskie ukazaniya k kursovomu i diplomnomu proektirovaniyu "Raschet dinamicheskikh parametrov rotorov centrobezhnyh nasosov"* [Tekst]: dlya stud. spec. 7.090209 "Gidravlicheskie i pnevmaticheskie mashiny" dnevnoj formy obuche-niya. Sumy: SumGU, 2004. 35 p.
16. Srikrishnanivas, Deepak Rotor Dynamic Analysis of RM12 Jet Engine Rotor using ANSYS – Independent thesis Advanced level (degree of Master (Two Years)), 2012

Надійшла (received). 12.12.2018

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Васильченко Дар'я Романівна (Васильченко Дарья Романовна, Vasylychenko Daria)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ст. гр. 2.МІТ212п.8; м. Харків, Україна

**Гречка Ірина Павлівна (Гречка Ирина Павловна, Grechka Irina)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4907-9170>; e-mail: girinap7@gmail.com

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Andrey Grabovskiy)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: andrej8383@gmail.com.

*А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, М. О. БОНДАРЕНКО, Є. В. ПЕЛІШКО, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ,  
А. Ю. ТАНЧЕНКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. В. ШЕВЧЕНКО*

### **РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛІ МАКЕТУ БРОНЕКОРПУСУ**

У роботі наведено розрахунково-експериментальне порівняння динамічних характеристик фрагменту макету корпусу БТР-80. Методика експериментального дослідження полягала у визначенні динамічного відгуку від дії ударного навантаження прогумованим ударником. Результати знімалися аналізатором спектру вібрацій 795М за допомогою датчика прискорень ДН-3-М1. Чисельні дослідження виконані в модулі перехідного динамічного аналізу. Для отриманих залежностей побудовані перетворення Фур'є. Окремим етапом розрахунково-експериментальних досліджень було виконано варіювання маси бойового модуля. Визначено, що результати, отримані експериментальним методом, добре узгоджуються з аналогічними результатами, які отримані розрахунковими методами.

**Ключові слова:** динамічна система; експериментальні дослідження; чисельні дослідження; метод скінченних елементів; бронетранспортер; макет

*А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. А. ТКАЧУК, М. А. БОНДАРЕНКО, Е. В. ПЕЛІШКО, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ,  
А. Ю. ТАНЧЕНКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. В. ШЕВЧЕНКО*

### **РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ МАКЕТА БРОНЕКОРПУСА**

В работе приведено расчётно-экспериментальное сравнение динамических характеристик фрагмента макета корпуса БТР-80. Методика экспериментального исследования заключалась в определении динамического отклика от действия ударной нагрузки прорезиненным ударником. Результаты снимались анализатором спектра вибраций 795М с помощью датчика ускорений ДН-3-М1. Численные исследования выполнены в модуле переходного динамического анализа. Для полученных зависимостей построены преобразования Фурье. Отдельным этапом расчётно-экспериментальных исследований было выполнено варьирование массы боевого модуля. Определено, что результаты, полученные экспериментальным методом, хорошо согласуются с аналогичными результатами, которые получены расчётными методами.

**Ключевые слова:** динамическая система; экспериментальные исследования; численные исследования; метод конечных элементов; бронетранспортер; макет

*A. GRABOVSKIY, M. A. TKACHUK, M. BONDARENKO, E. PELESHKO, A. VASILIEV,  
A. TANCHENKO, H. TSENDRA, A. SHEVCHENKO*

### **COMPUTATION AND EXPERIMENTAL STUDIES OF THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE ARMOUR HULL MODEL**

The paper presents a computational experimental comparison of the dynamic characteristics of a fragment of a model body of an armored personnel carrier. The method of experimental research was to determine the dynamic response from the action of a shock load by a rubberized drummer. The results were recorded with a 795M vibration spectrum analyzer using an acceleration sensor DN-3-M1. Numerical studies are performed in the module of transient dynamic analysis. For the obtained dependencies, the Fourier transform is constructed. A separate stage of computational and experimental studies was performed varying the mass of the combat module. It is determined that the results obtained by the experimental method are in good agreement with the similar results obtained by calculation methods. The comparison was performed for accelerations, velocities and displacements at control points and for Fourier transform also. The influence of tower mass on the natural oscillations spectrum was also analyzed in the work. Studies have shown that increasing of tower mass reduces the system's natural frequency.

**Keywords:** Dynamic system; experimental studies; numerical studies; finite element method; armored personnel carrier; layout

**Вступ.** Сучасні дослідження в більшості випадків виконуються за допомогою чисельних методів із застосуванням комп'ютерів [1–5]. Такий підхід дозволяє отримувати велику кількість даних про досліджуваний об'єкт, кількість яких суттєво перевершує одержуваний обсяг при виконанні експерименту. Більш того, такі розрахунки виконуються для «ідеалізованої» конструкції, тобто матеріал, з якого виготовляється об'єкт, буде без дефектів, всі зварні шви «ідеальними», листи однієї товщини тощо. Однак такі методи моделювання можуть привести до помилкових результатів, це може бути пов'язано з постановкою завдання, а саме: неврахування фізичних ефектів, неправильний вибір типу аналізу, застосування лінійних моделей. Для верифікації чисельних моделей застосовуються розрахунково-експериментальні методи [6–8]. Суть цього методу полягає в тому, що окремі розрахункові моделі перевіряються експериментальним шляхом для верифікації та коригування чисельних досліджень. Ці методи на початкових етапах можуть

виконуватися на макетах, а перед етапом запуску виробу у серію – на реальних зразках.

**Мета і завдання досліджень.** Із урахуванням зазначених обставин актуальною і важливою науково-практичною проблемою є верифікація чисельних моделей, отриманих на попередніх етапах досліджень [9–11], а саме дослідження власних частот і власних форм коливань та спроба їх зміни у необхідний діапазон. Для проведення експерименту розглянуто верхній пояс корпусу бронетранспортера як його найбільш навантажену частину. Верхній пояс корпусу являє собою зварену тонкостінну просторову конструкцію і складається з підбаштового, передніх, бічних і задніх листів, верхньої частини моторно-трансмійного відділення. Макет корпусу виготовлений з листів металу товщиною 1,5 мм методом зварювання і має наступні габаритні розміри: довжина –

© А. В. Грабовський, М. А. Ткачук, М. О. Бондаренко, Є. В. Пелішко, А. Ю. Васильєв, А. Ю. Танченко, Г. В. Цендра, А. В. Шевченко, 2019

810 мм, ширина – 310 мм, висота – 33 мм, вага отриманої конструкції дорівнює 3,3 кг. Зовнішній вигляд макета фрагмента корпусу БТР-80 представлений на рис. 1.

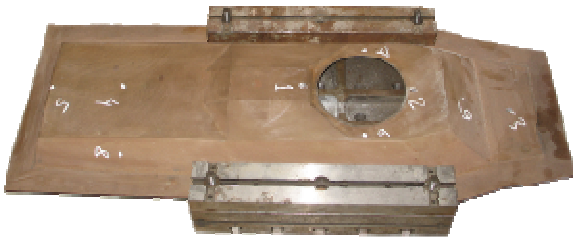


Рисунок 1 – Макет фрагменту корпусу БТР-80 з місцями кріплення датчику

**Чисельні дослідження фрагменту макету.** Чисельні дослідження фрагмента макету корпусу БТР-80 були виконані в модулі для дослідження перехідних динамічних процесів. Геометрична та скінченно-елементна моделі з умовами закріплення представлена на рис. 2. На рис. 3. наведена функція силового імпульсного навантаження, яке прикладалася по черзі до вказаних на рис. 1 точках.

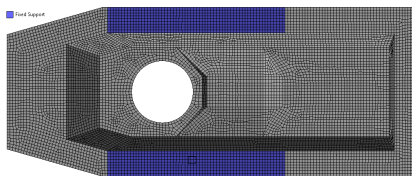


Рисунок 2 – Геометрична та скінченно-елементна моделі з умовами закріплення

На рис. 4–15 наведені чисельні розрахунки для прискорень, швидкостей, та переміщень від імпульсного навантаження в заданих точках. Інтегрування виконувалося 0.1с, з 1000 шагами інтегрування.

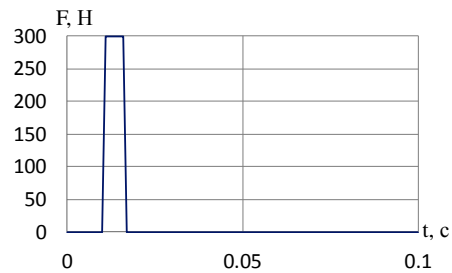


Рисунок 3 – Силове імпульсне навантаження при чисельному розрахунку

**Експериментальні дослідження.** Експериментальні дослідження макету (рис. 1) виконані шляхом силового впливу в області зазначених точок гумовим ударником. В якості досліджуваних характеристик виступали затухаючі вільні коливання, а саме прискорення, швидкості та переміщення. Характерні точки конструкції вибиралися виходячи з результатів попереднього розрахунку її власних частот і форм коливань, і є місцями виникнення найбільших переміщень, або найбільш чутливими з точки зору працездатності досліджуваного корпусу (коливання навколо погону башти). Частотні характеристики визначалися за допомогою аналізатора спектра вібрацій 795М та віброперетворювача ДН-3-М1, рис. 16.

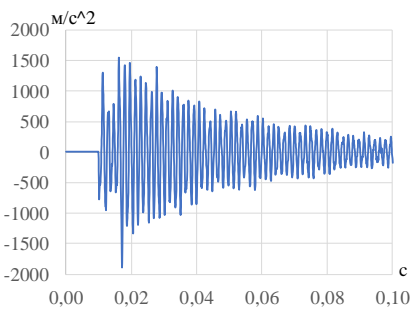


Рисунок 4 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 1 з відкритим верхом

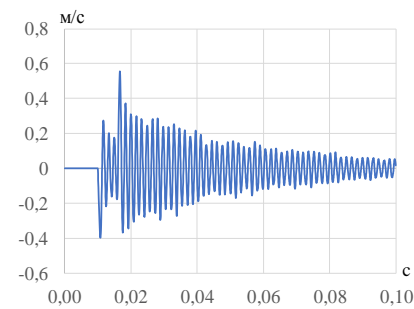


Рисунок 5 – Графік розподілу швидкостей в часі в точці 1 з відкритим верхом

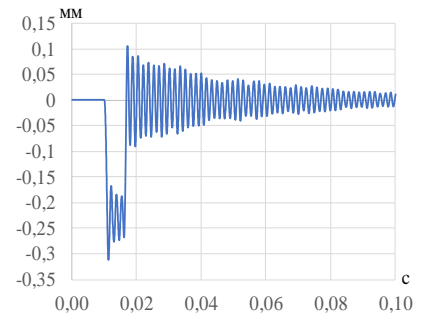


Рисунок 6 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 1 з відкритим верхом

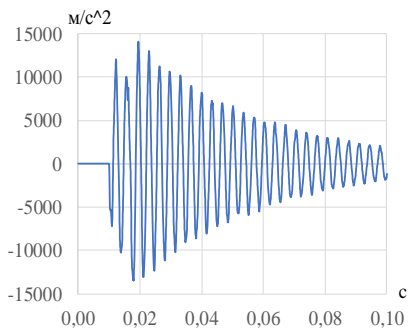


Рисунок 7 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 2 з відкритим верхом

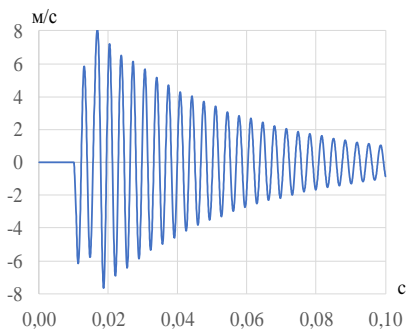


Рисунок 8 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з відкритим верхом

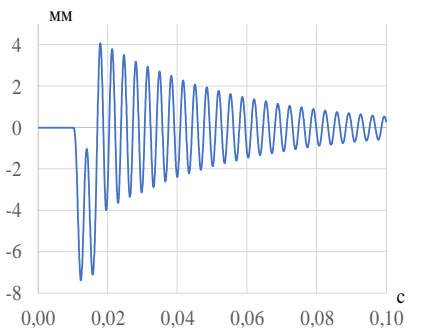


Рисунок 9 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з відкритим верхом



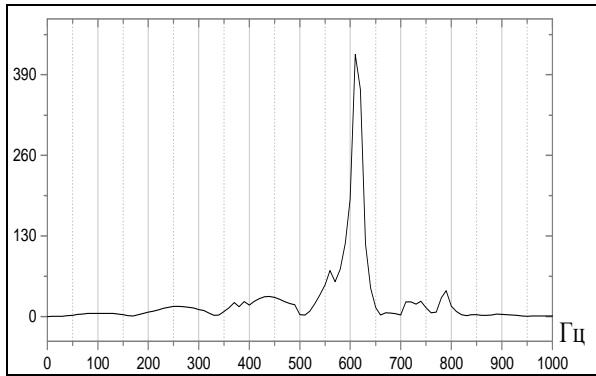


Рисунок 10 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 4

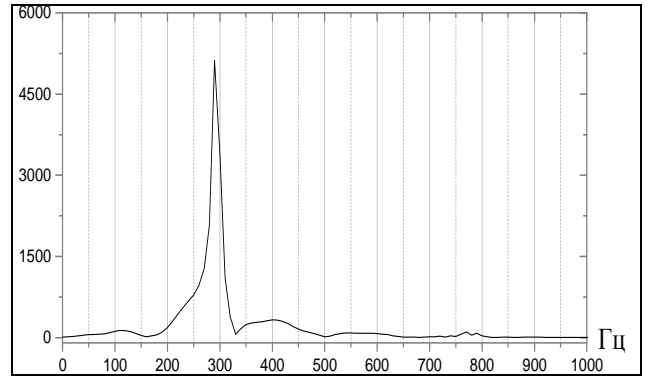


Рисунок 11 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 8

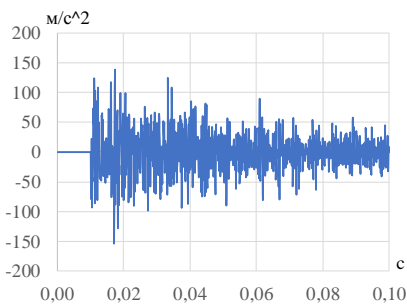


Рисунок 12 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 6 з відкритим верхом

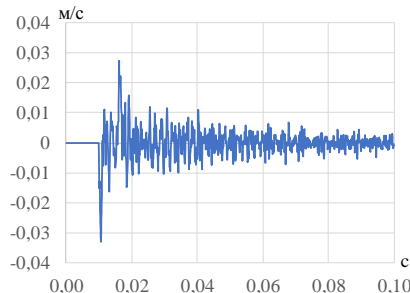


Рисунок 13 – Графік розподілу швидкостей в часі в точці 6 з відкритим верхом

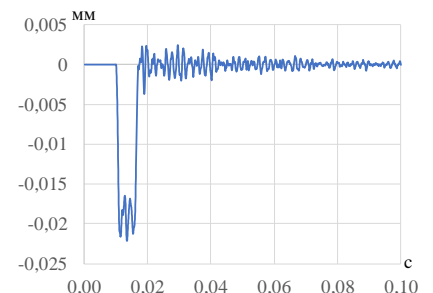


Рисунок 14 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 6 з відкритим верхом

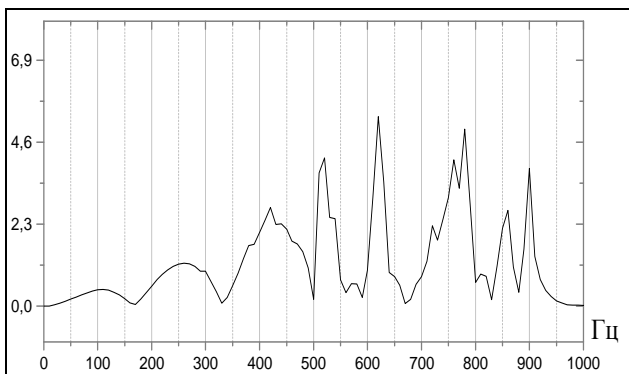


Рисунок 15 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 12



Рисунок 16 – Аналізатор спектра вібрацій та датчик ДН-3-М1

На рис. 17–28 в графічній формі представлені отримані в ході експериментальних досліджень розподіли прискорень в часі макету бронетранспортеру з відкритим верхом в точках 1, 2, 6, що описують його відгук на ударну дію.

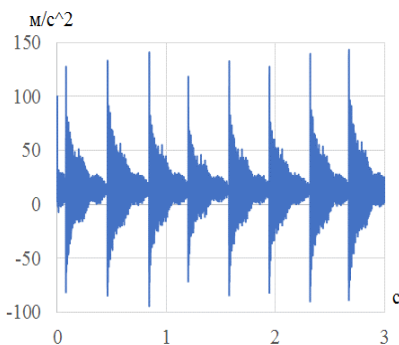


Рисунок 17 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 1 з відкритим верхом на інтервалі 3 с

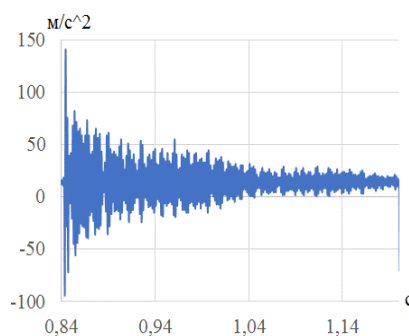


Рисунок 18 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 1 з відкритим верхом на інтервалі від 0,84 до 1,15 с

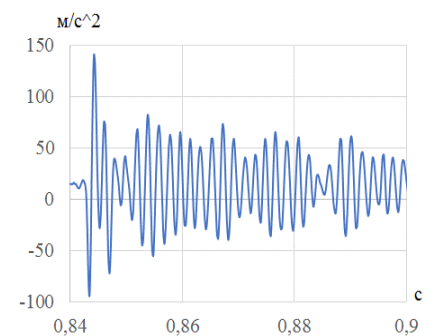


Рисунок 19 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 1 з відкритим верхом на інтервалі від 0,84 до 0,9 с

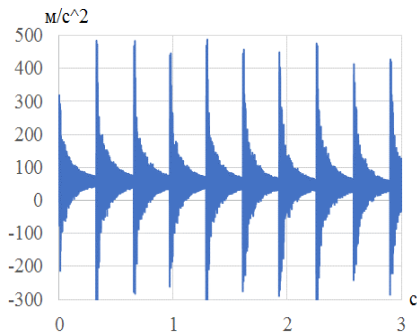


Рисунок 20 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 2 з відкритим верхом на інтервалі 3 с

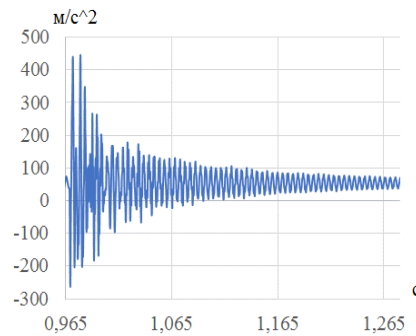


Рисунок 21 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 2 з відкритим верхом на інтервалі від 0,965 до 1,27 с

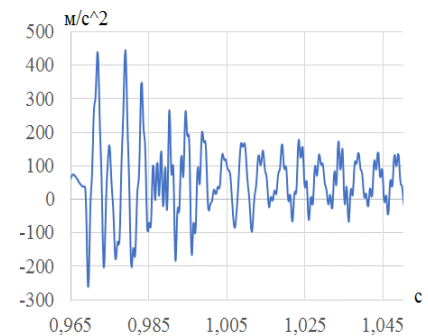


Рисунок 22 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 2 з відкритим верхом на інтервалі від 0,965 до 1,05 с

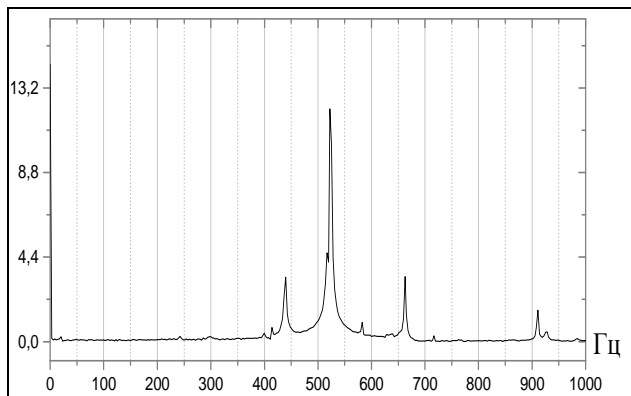


Рисунок 23 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 18

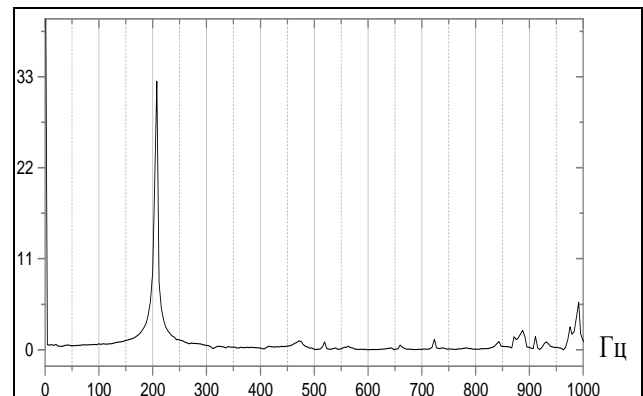


Рисунок 24 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 22

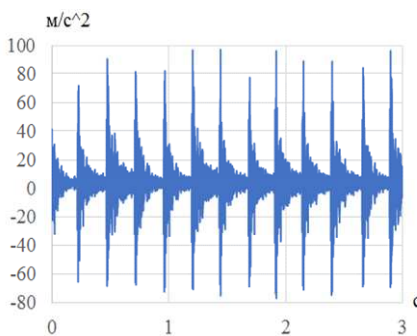


Рисунок 25 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 6 з відкритим верхом на інтервалі 3 с

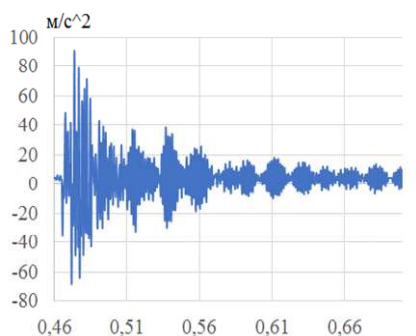


Рисунок 26 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 6 з відкритим верхом на інтервалі від 0,46 до 0,7 с

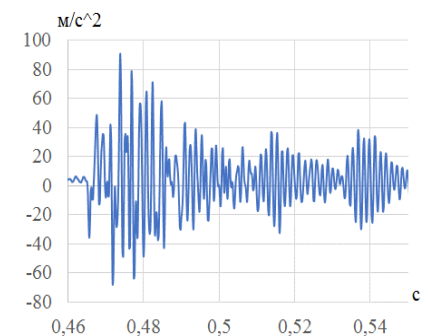


Рисунок 27 – Графік розподілу прискорень в часі в точці 6 з відкритим верхом на інтервалі від 0,46 до 0,55 с

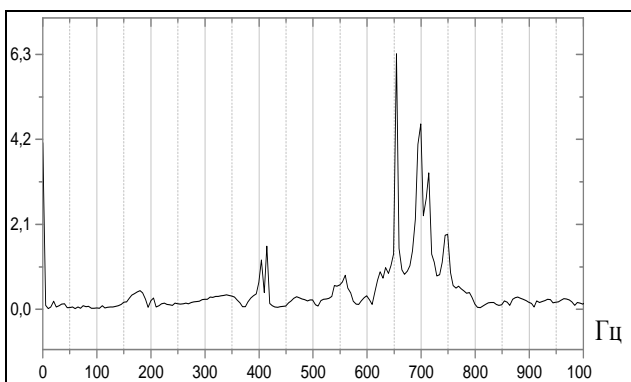


Рисунок 28 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 26

Аналогічні графіки були отримані і для інших

точок, в тому числі графіки швидкостей і переміщень.

**Чисельні дослідження фрагменту макету з варійованою масою башти.** На другому етапі досліджень фрагменту макету корпусу були виконані розрахунки з варійованою масою башти. В розрахунках башта була замінена плоским листом з подвійною товщиною. Лист з'єднано з корпусом макету сумісною скінченно-елементною сіткою, до якого приєднувалася точкова маса (рис. 29). Всі інші параметри розрахунку залишилися незмінними відносно попередніх розрахунків.

На рис. 30–37 наведені переміщення та частотний спектр для точки 2, зазначеній на рис. 1 з різними варіантами моделювання башти, а саме: башта відсутня; місце під башту «зашиито» листом; додаткова маса 1 кг; та додаткова маса 2,5 кг.

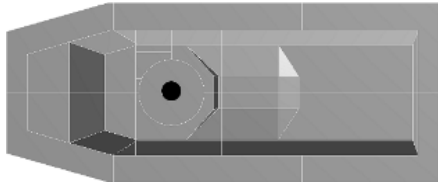


Рисунок 29 – Зображення моделювання башти

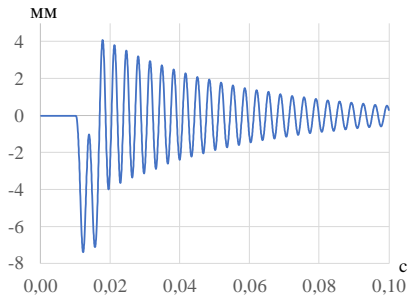


Рисунок 30 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з відсутньою баштою

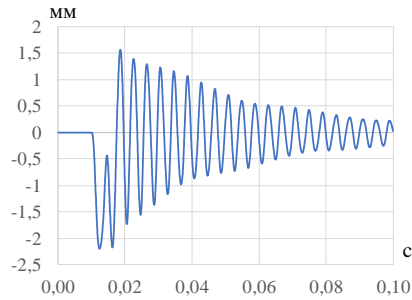


Рисунок 32 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням підбаштового листа

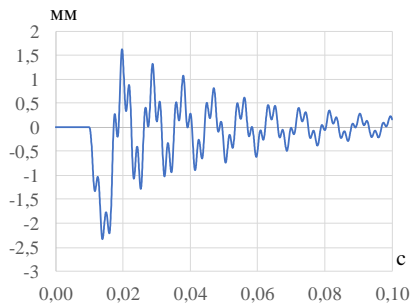


Рисунок 34 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 1 кг

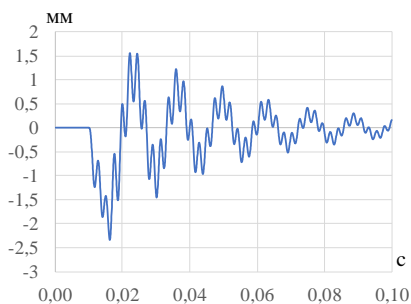


Рисунок 36 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 2,5 кг

**Експериментальні дослідження з варійованою масою башти.** Варто зазначити, що експеримент був виконаний з різною вагою башти, умовно замінені залізними пластинами вагою 0.5 кг кожна (рис. 38). Тобто були виконані експерименти з відкритим верхом, закритим верхом, масою башти 1 кг і масою башти 2,5 кг.

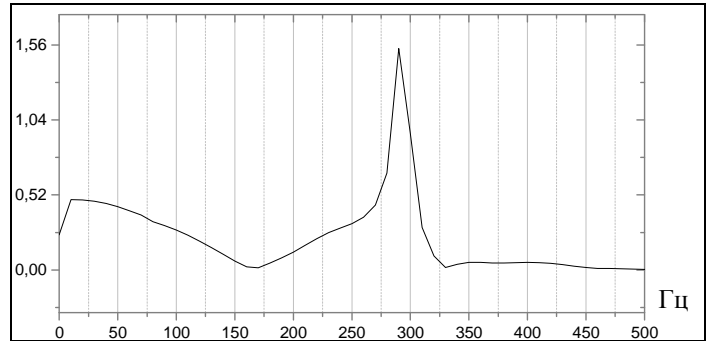


Рисунок 31 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 30

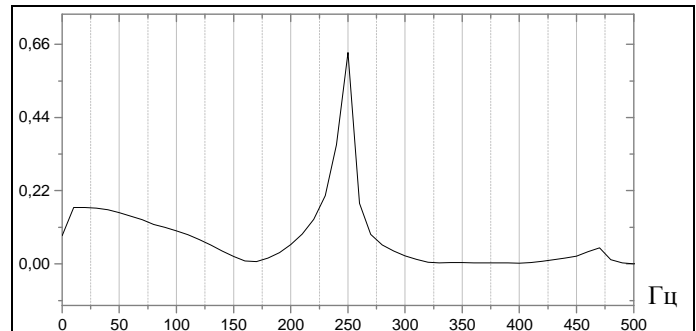


Рисунок 33 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 32

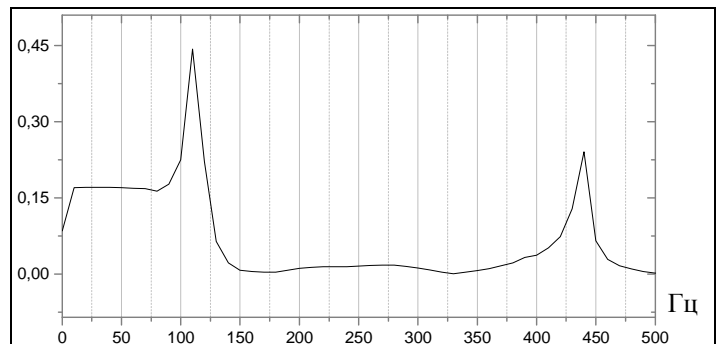


Рисунок 35 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 34

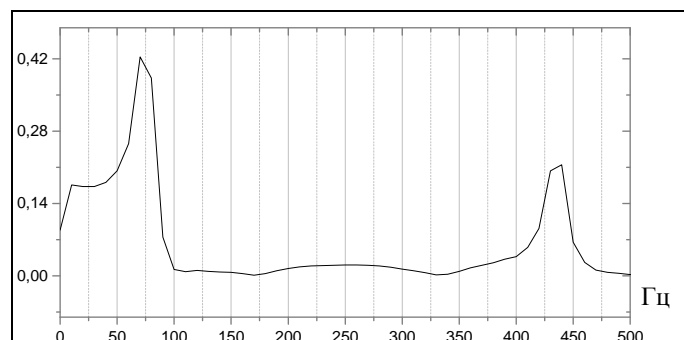


Рисунок 37 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 36

На рис. 39–50 наведені переміщення та спектральні відгук для точки 2, аналогічно чисельному розраху-

нку. Всі характеристики були отримані і для інших точок, які в наведеній статті не показані.



Рисунок 38 – Приклад моделювання башти (на наведеному рисунку 1 кг)

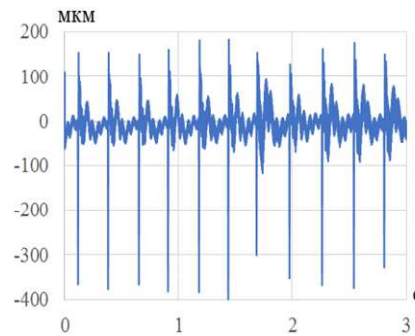


Рисунок 39 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з відсутністю баштою

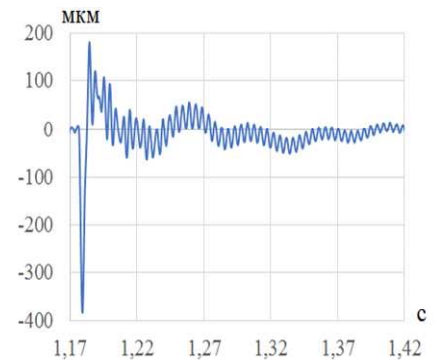


Рисунок 40 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з відсутністю баштою (1 імпульс)

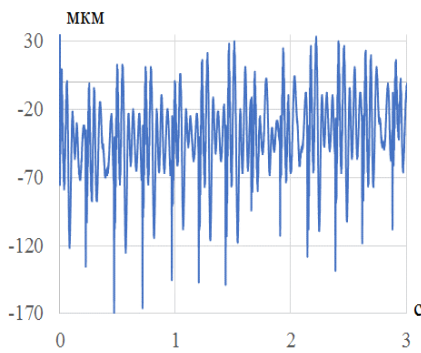


Рисунок 41 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням підбаштового листа

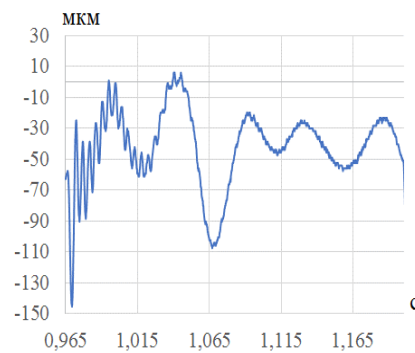


Рисунок 42 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням підбаштового листа (1 імпульс)

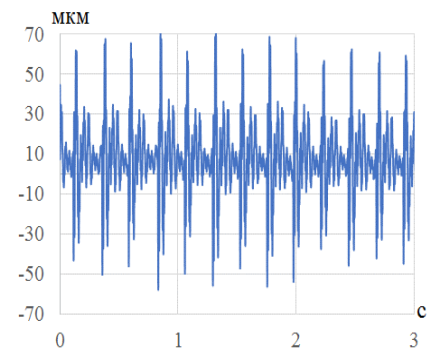


Рисунок 43 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 1 кг

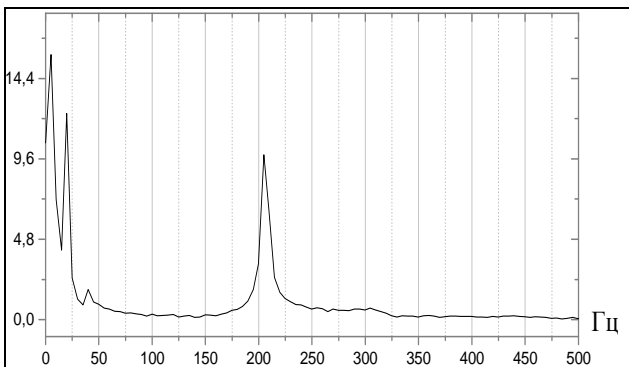


Рисунок 44 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 40

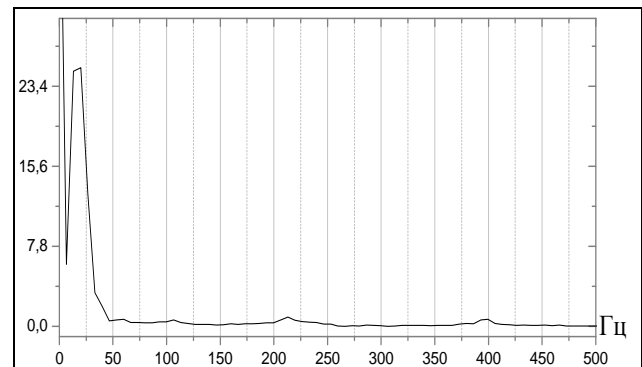


Рисунок 45 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 43

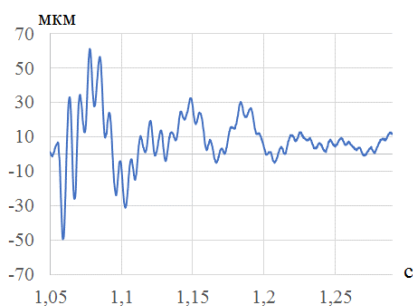


Рисунок 46 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 1 кг (1 імпульс)

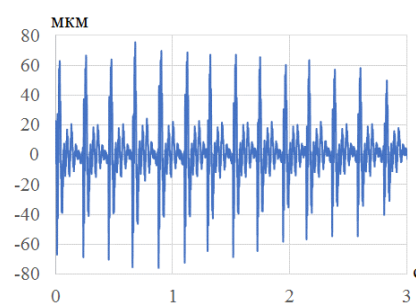


Рисунок 47 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 2,5 кг



Рисунок 48 – Графік розподілу переміщень в часі в точці 2 з моделюванням башти масою 2,5 кг (1 імпульс)

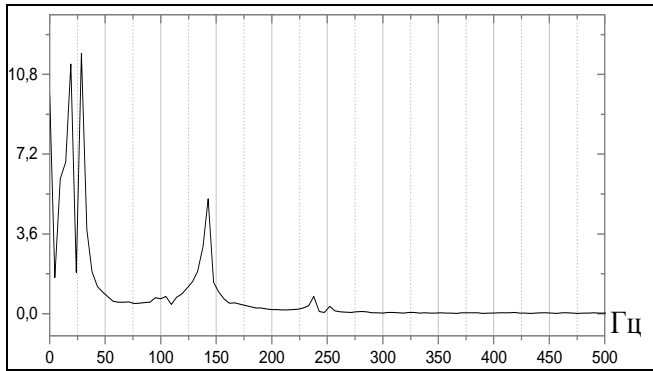


Рисунок 49 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 46

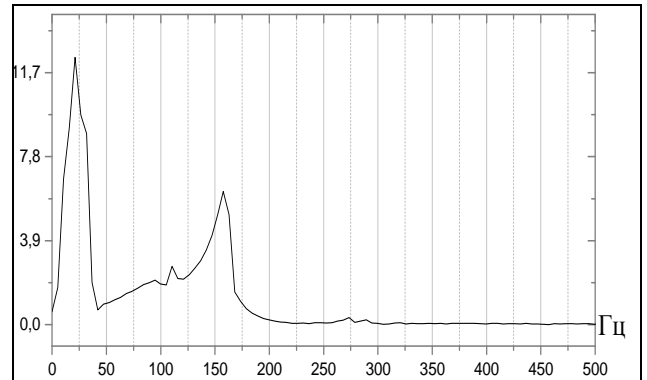


Рисунок 50 – Перетворення Фур'є функції, показаної на рис. 49

**Висновки.** У роботі наведено порівняння розрахункових та експериментальних результатів. Ці дослідження показали задовільну відповідність результатів. Порівняння виконувалося за прискореннями, швидкостями та переміщеннями в контрольних точках, а також за перетвореннями Фур'є. В роботі також було проаналізовано вплив маси башти на спектр власних коливань. Дослідження показали, що збільшення маси башти зменшує власну частоту системи.

#### Список літератури

1. Qiong, Z., L. Zhengnong, W. Honghua Modal analysis of trough solar collector. *Solar Energy*. 2017. Vol. 141. P. 81–90.
2. Yu, H., C. Wujun, C. Yufeng, Z. Daxu, Q. Zhenyu Modal behaviors and influencing factors analysis of inflated membrane structures. *Engineering Structures*. – 2017. Vol. 132. P. 413–427..
3. Apedo K. L., S.Ronel, E.Jacquelin, S.Tiem Free vibration analysis of inflatable beam made of orthotropic woven fabric. *Thin-Walled Structures*. 2014. Vol. 78. P. 1–15.
4. Wei, S., Z. Mingwei, W. Zhuo Free vibration analysis of a hard-coating cantilever cylindrical shell with elastic constraints. *Aerospace Science and Technology*. 2017. Vol. 63. P. 232–244.
5. Tkachuk M., M. Bondarenko, A. Grabovskiy [и др.] Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 1/7 (91). – P. 18–29.
6. Peter S., F. Schreyer, R. I. Leine A method for numerical and experimental nonlinear modal analysis of nonsmooth systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2019. Vol 120. P. 793–807.
7. Honarpardaz M., M. Tarkian, J. Ölvander, X. Feng Experimental verification of design automation methods for robotic finger. *Robotics and Autonomous Systems*. 2017. Vol. 94. P. 89–101..
8. Zieliński T. G., F. Chevillotte, E. Deckers Sound absorption of plates with micro-slits backed with air cavities: Analytical estimations, numerical calculations and experimental validations. *Applied Acoustics*. 2019. Vol. 146. P. 261–279.
9. Грабовский А. В., Н. А. Ткачук, Н. Н. Ткачук, А. Ю. Танченко, И. В. Мазур Чувствительность собственных форм колебаний систем с несколькими степенями свободы к варьированию параметров динамической системы. *Вестник НТУ «ХПИ»*. Серия: Транспортное машиностроение. Х.: НТУ «ХПИ». 2015. № 43. С. 25–29.
10. Грабовский А. В. Влияние варьируемых инерционно-жесткостных параметров на характеристики динамических многомассовых систем. *Вестник НТУ «ХПИ»*. Серия: Новые решения в современных технологиях. Х.: НТУ «ХПИ». 2016. № 12 (1184). С. 17–22.

11. Грабовський А. В., М. А. Ткачук, К. О. Мерецька, М. М. Ткачук, А. Ю. Васильєв, М. О. Бондаренко, Н. Б. Скрипченко Вплив варійованих параметрів на власні коливання бронекорпусів легкоброньованих машин. *Механіка та машинобудування*. – 2018. № 1. С. 65-74.

#### References (transliterated)

1. Qiong, Z., L. Zhengnong, W. Honghua Modal analysis of trough solar collector. *Solar Energy*. 2017, vol. 141, pp. 81–90.
2. Yu, H., C. Wujun, C. Yufeng, Z. Daxu, Q. Zhenyu Modal behaviors and influencing factors analysis of inflated membrane structures. *Engineering Structures*. 2017, vol. 132, pp. 413–427..
3. Apedo K. L., S.Ronel, E.Jacquelin, S.Tiem Free vibration analysis of inflatable beam made of orthotropic woven fabric. *Thin-Walled Structures*. 2014, vol. 78, pp. 1–15.
4. Wei, S., Z. Mingwei, W. Zhuo Free vibration analysis of a hard-coating cantilever cylindrical shell with elastic constraints. *Aerospace Science and Technology*. 2017, vol. 63, pp. 232–244.
5. Tkachuk M., M. Bondarenko, A. Grabovskiy [и др.] Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no 1/7 (91), pp. 18–29.
6. Peter S., F. Schreyer, R. I. Leine A method for numerical and experimental nonlinear modal analysis of nonsmooth systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2019, no 120, pp.793–807.
7. Honarpardaz M., M. Tarkian, J. Ölvander, X. Feng Experimental verification of design automation methods for robotic finger. *Robotics and Autonomous Systems*. 2017, vol. 94, pp. 89–101..
8. Zieliński T. G., F. Chevillotte, E. Deckers Sound absorption of plates with micro-slits backed with air cavities: Analytical estimations, numerical calculations and experimental validations. *Applied Acoustics*. 2019, vol. 146, pp. 261–279.
9. Grabovskiy A. V., N. A. Tkachuk, N. N. Tkachuk, A. Yu. Tanchenko, I. V. Mazur Chuvstvitel'nost' sobstvennykh form kolebaniy sistem s neskol'kimi stepenyami svobody k var'irovaniyu parametrov dinamichekoj sistemy. *Vestnik NTU «KhPI»*. Seriya: *Transportnoe mashinostroenie*. – Kh.: NTU «KhPI». 2015, no 43, pp. 25 – 29.
10. Grabovskiy A. V. Vliyanie var'iruemykh inertsionno-zhestkostnykh parametrov na kharakteristiki dinamichekkikh mnogomassovykh sistem. *Vestnik NTU «KhPI»*. Seriya: *Novye resheniya v sovremennykh tekhnologiyakh*. Kh.: NTU «KhPI». 2016, no 12(1184), pp. 17–22.
11. Grabovskiy A. V., M. A. Tkachuk, K. O. Meretska, M. M. Tkachuk, A. Yu. VasilEv, M. O. Bondarenko, N. B. Skripchenko Vpliv var'iyovanih parametrlv na vlasnl kolivannya bronekorpuslv legkobronovanih mashin. *Mehanika ta mashinobuduvannya*. 2018, no 1, pp. С. 65-74.

Надійшла (received).12.11.2018

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Andrey Grabovskiy)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [marina.bondarenko@tmm-sapr.org](mailto:marina.bondarenko@tmm-sapr.org).

**Пелешко Євген Віталійович (Пелешко Евгений Витальевич, Peleshko Ievgen)** – кандидат технічних наук, інженер-конструктор ТОВ «БІР Україна», м. Одеса, Україна.

**Васильєв Антон Юрійович (Васильев Антон Юрьевич, Anton Vasiliev)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; e-mail: [AVasiliev@tmm-sapr.org](mailto:AVasiliev@tmm-sapr.org).

**Танченко Андрій Юрійович (Танченко Андрей Юрьевич, Tanchenko Andriy)** – кандидат технічних наук (PhD.), старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0388-0192>; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: [ATanchenko@tmm-sapr.org](mailto:ATanchenko@tmm-sapr.org).

**Цендра Георгій Вікторович (Цендра Георгий Викторович, Tsendra Heorgii)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ст. гр. МІТ-836МП(ТМ); м. Харків, Україна

**Шевченко Андрій Валерійович (Шевченко Андрей Валерьевич, Shevchenko Andriy)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ст. гр. МІТ-836МП(ТМ); м. Харків, Україна



*Е. И. ЗИНЧЕНКО, С. А. НАЗАРЕНКО, С. И. МАРУСЕНКО, И.Я. ХРАМЦОВА*

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

Обсуждается вопрос постановки задач оптимизации параметров кулачковых механизмов в свете системного подхода к проектированию. При оптимизации параметров этих механизмов в качестве целевой функции принимают различные критерии: износ профиля кулачка, максимальный угол давления, габариты механизма и т.д. Ограничения при этом могут накладываться на максимальное значение угла давления, минимальное значение радиусов кривизны выпуклого и вогнутого участков профиля кулачка, максимальное значение контактных напряжений и т.д. Наличие большого числа критериев затрудняет решение задачи в рамках системного подхода к проектированию. В работе доказано, что минимизация целевой функции – максимальные контактные напряжения в высшей паре – приводит к уменьшению критерия, который характеризует максимальный нормальный износ. Также доказано, что при одном или втором упомянутом критерии не следует накладывать ограничения на величины максимального угла давления и минимального радиуса кривизны выпуклого участка профиля кулачка.

**Ключевые слова:** кулачковые механизмы, оптимизация, целевая функция, нормальный износ профиля кулачка, угол давления, критерии оптимизации, нормальная реакция, контактные напряжения.

### *О. І. ЗІНЧЕНКО, С. О. НАЗАРЕНКО, С. І. МАРУСЕНКО, І.Я. ХРАМЦОВА* ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ КУЛАЧКОВИХ МЕХАНІЗМІВ

Обговорюється питання постановки задач оптимізації параметрів кулачкових механізмів у світі системного підходу до проектування. При оптимізації параметрів цих механізмів за цільову функцію приймають різні критерії: знос профілю кулачка, максимальний кут тиску, габарити механізму тощо. Обмеження при цьому можуть накладатися на максимальні значення кута тиску, мінімальні значення радіусів кривизни опуклої і увігнутої ділянок профілю кулачка, максимальні значення контактних напружень тощо. Наявність великого числа критеріїв ускладнює розв'язок задачі у рамках системного підходу до проектування. У роботі доведено, що мінімізація цільової функції – максимальні контактні напруження у вищій парі – приводить до зменшення критерію, який характеризує максимальний нормальний знос. Також доведено, що при одному або другому згаданому критерію не слід накладати обмеження на значення максимального кута тиску і мінімального радіусу кривизни опуклої ділянки профілю кулачка.

**Ключові слова:** кулачкові механізми, оптимізація, цільова функція, нормальний знос профілю кулачка, кут тиску, критерії оптимізації, нормальна реакція, контактні напруження.

### *O. I. ZINCHENKO, S. A. NAZARENKO, S. I. MARUSENKO, I. YA KHRAMTSOVA* OPTIMIZATION OF PARAMETERS OF CAM MECHANISMS

The problem of task setting for cam mechanisms parameters optimization is discussed in the light of a system approach. The modern state of cam gear optimization synthesis is analyzed. Various criteria such as cam profile wear, maximum pressure angle, mechanism dimensions, etc. are set as objective functions at gear parameters optimization. Constraints can be imposed on the maximum value of pressure angle, the minimum value of curvature radii of cam profile convex and concave sections, the maximum value of contact stresses etc. The presence of a large number of criteria makes it difficult to solve the problem within the framework of a system approach to design. It is proved that minimization of the objective function (the maximum contact stresses in the highest pair), which characterizes the cam profile wear, leads to a criterion decrease, which characterizes the maximum normal wear. It is also proved that with first or second mentioned criteria, it is not necessary to impose constraints on the values of the maximum pressure angle and the minimum curvature radius of the cam profile convex portion.

**Keywords:** cam mechanisms, optimization, objective function, normal cam profile wear, pressure angle, optimization criteria, normal reaction, contact stresses.

**Введение.** Вопросы проектирования кулачковых механизмов достаточно разработаны, им посвящено множество научных статей и монографий [1–7].

В настоящее время при оптимизации параметров кулачковых и кулачково–рычажных механизмов в качестве целевой функции принимаются самые различные критерии: одна из характеристик износа профиля кулачка [8], максимальные контактные напряжения в высшей паре [9], габариты механизма [10], его КПД [11], вес кулачка [12], давление в высшей паре [13], крутящий момент на кулачковом валу [14], угол давления [15], ошибка положения ведомого звена и др. Не меньшим разнообразием характеризуются и накладываемые на проектирование ограничения. Так, ограничения накладываются на максимальную величину угла давления [16], максимальное значение контактных напряжений в высшей паре [17], износ профиля кулачка [17], минимальные значения радиусов кривизны выпуклого и вогнутого участков профиля кулачка [16] и ряд других величин, большинство из которых обусловлено габаритами машины.

Наличие такого разнообразия критериев оптими-

зации затрудняет решение задачи в рамках системного подхода к проектированию. Обосновываются основные критерии оптимизации и рациональная постановка задачи оптимизации параметров.

**Обоснование выбора критериев оптимизации параметров и ограничений кулачковых механизмов.** Кулачковые и кулачково–рычажные механизмы нашли широкое распространение в цикловых технологических машинах и автоматах. Рассмотрим обобщенную кинематическую схему с кулачком (рис. 1). Она содержит кулачковый механизм, соединенный с ведомым звеном *CD* при помощи передаточного механизма. Вращающийся кулачок может быть плоским либо пространственным. Он образует высшую пару с роликом, закрепленным на коромысле *AB*. Замыкание высшей пары может быть как силовым, так и кинематическим. Роль передаточных могут выполнять либо рычажные, либо зубчатые механизмы, причем

© Е. И. Зинченко, С. А. Назаренко,  
С. И. Марусенко, И.Я. Храмцова, 2019

последние могут иметь как неподвижные, так и подвижные оси. Передаточный механизм может вообще отсутствовать.

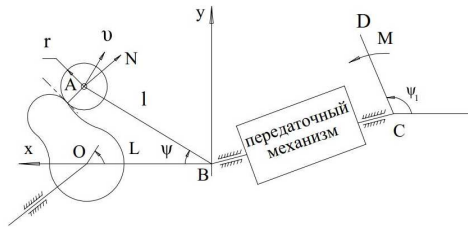


Рисунок 1 – Обобщенная схема механизма с кулачком

Представленная на рис. 1 обобщенная схема не отражает всего многообразия механизмов с кулачками. Однако подавляющее большинство кулачковых, кулачково-рычажных и кулачково-зубчатых механизмов, используемых в технологических машинах и автоматах, соответствует принятой схеме. На эту схему и будем ориентироваться.

Исходными данными при оптимизации параметров кулачковых и кулачково-рычажных механизмов являются: перемещение ведомого звена на всех участках интервала движения, соответствующие им фазовые углы поворота кулачка и закон изменения внешней нагрузки. Искомыми являются параметры передаточного механизма, параметры кулачкового механизма (межцентровое расстояние, длина коромысла, радиус ролика, минимальный радиус-вектор профиля кулачка) и параметры законов движения ведомого звена на каждом интервале его перемещения.

Долговечность и работоспособность механизма определяется износом всех кинематических пар. Однако при правильном конструировании кинематических пар наибольшему износу подвержены высшие пары. Поэтому естественно принять в качестве основного критерия оптимизации (целевой функции) одну из величин, характеризующих износ профиля кулачка, т.е. либо максимальное значение контактных напряжений

$$F_1(x) = \max_{\varphi \in [0, 2\pi]} \sigma_n(X, \varphi), \quad (1)$$

либо максимальную величину нормального износа профиля кулачка

$$F_2(x) = \max_{\varphi \in [0, 2\pi]} \Delta\rho(X, \varphi). \quad (2)$$

Контактные напряжения и величина нормального износа зависят от радиуса кривизны профиля кулачка и значения нормальной реакции  $N$  в высшей паре:

$$\sigma_n = 0,418 \sqrt{\frac{NE_{np}(\rho_k + r)}{br\rho_k}}, \quad (3)$$

$$\Delta\rho = cN_u \left(\frac{N}{b}\right)^{\tau_1} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\rho_k}\right)^{\tau_2}, \quad (4)$$

где  $N$  – нормальная составляющая реакции в высшей паре;

$b$  – ширина линии контакта кулачка и ролика;

$r$  – радиус ролика;

$\rho_k$  – радиус кривизны рабочего профиля кулачка;  $\rho_k = \rho - r$ , где  $\rho$  – радиус кривизны теоретического (центрового) профиля;

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \text{ – приведенный модуль}$$

упругости,  $E_1$  и  $E_2$  – соответственно модули упругости материала ролика и кулачка;

$\tau_1$  и  $\tau_2$  – показатели степени, изменяющиеся в зависимости от вида износа в пределах:  $\tau_1 = 1,5 \div 1,8$ ,  $\tau_2 = 0,5 \div 0,65$ ;

$c$  – экспериментальный коэффициент;

$N_u$  – число циклов нагружения, соответствующее числу оборотов кулачка.

Нормальная реакция определяется в результате силового расчета коромысла. Для кулачкового механизма, представленного на рис. 1, нормальная реакция находится из системы нелинейных уравнений [18]:

$$\begin{aligned} N &= (M + R e_1 \text{sign} \psi' + Ne_2 \alpha) / l \cos \theta, \\ R &= \sqrt{R_x^2 + R_y^2}, \\ R_x &= N \sin(\psi - \theta) - P_x, \\ R_y &= -N \cos(\psi - \theta) - P_y, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $e_1$  и  $e_2$  – радиусы кругов трения соответственно в шарнирах  $A$  и  $B$ ;

$P$  – главный вектор всех внешних сил и сил инерции коромысла;

$M$  – главный момент всех активных сил и сил инерции ведомых звеньев, приведенный к оси коромысла  $AB$ .

При фиксированных значениях фазовых углов движения минимизация  $F_i(X)$  ( $i=1$  или  $2$ ) позволяет обеспечить требуемую работоспособность механизма при повышенной частоте вращения кулачка. Когда одновременно присутствуют оба вида износа профиля кулачка (контактное выкрашивание и истирание), то в качестве целевой функции можно принять одну из функций  $F_i(X)$  ( $i=1, 2$ ), а другую ввести в виде критериального ограничения. Однако, как будет показано ниже, в этом случае достаточно минимизировать функцию (1).

Ставшие традиционными ограничения на максимальное значение угла давления  $\theta$ , от которого зависит нормальная реакция  $N$ , и на минимальное значение радиуса кривизны выпуклого участка теоретического профиля кулачка  $\rho$  продолжают присутствовать практически во всех работах, посвященных проектированию кулачковых механизмов [1]. Критическое отношение к необходимости ограничения угла давления можно встретить лишь в некоторых работах [11, 17, 19, 20]. Очень неудобные с точки зрения математического программирования нелинейные огра-

ничения на  $\theta$  и на  $\rho$  чаще всего являются лишними. Если в качестве целевой функции или функции ограничения введена хотя бы одна из функций  $F_i(X)$  ( $i=1, 2$ ), то в результате оптимизации параметров механизма экстремальные значения  $\theta$  и  $\rho$  примут автоматически оптимальные значения. При этом исключается как случай заклинивания механизма из-за больших значений угла давления, так и подрезание рабочего профиля кулачка из-за малого значения радиуса кривизны выпуклого участка его теоретического профиля. Действительно, при  $\theta$ , стремящемся к  $\pi/2$  или к углу заклинивания, нормальная реакция  $N$  согласно (5), увеличивается и стремится к бесконечности. Следовательно, и критерий  $F_i(X)$  ( $i=1,2$ ) будет увеличиваться и стремиться к бесконечности, что противоречит требованиям минимизации или ограничения этого критерия. Аналогичная картина будет наблюдаться при приближении значения радиуса кривизны выпуклого участка профиля кулачка к нулю: при  $\rho_k$ , стремящемся к нулю, критерий  $F_i(X)$  ( $i=1, 2$ ) стремится к бесконечности.

Отказ от ограничений на максимальное значение  $\theta$  и минимальное значение  $\rho$  не только облегчает решение задачи оптимизации параметров механизма, но и увеличивает эффект оптимизации. Связано это с тем, что существующие рекомендации по выбору максимального значения угла давления ( $\theta \leq 45^\circ$ ) и минимального значения  $\rho$  ( $\rho \leq (0,7 \div 0,8)r$ ) не учитывают специфики работы механизма, в частности, характера нагружения ведомого звена. Так, при решении тестовых задач были получены оптимальные механизмы, у которых максимальный угол давления был меньше  $45^\circ$ , но были механизмы и с  $\theta_{\max} = 71^\circ$ . В последнем случае нагрузки на коромысло кулачкового механизма на интервалах удаления и сближения резко отличались друг от друга.

При больших значениях угла давления существенное влияние на величину нормальной реакции могут оказывать силы трения во вращательных кинематических парах. Если при определении нормальной реакции силы трения не учитываются ( $e_1 = e_2 = 0$ ), то  $N$  определяется из первого уравнения системы (5). В противном случае для определения нормальной реакции необходимо решить систему нелинейных уравнений (5). На первый взгляд это должно существенно усложнить решение оптимизационной задачи. В действительности же система (5) легко решается методом итераций. На каждой  $(n+1)$ -ой итерации реакции определяются последовательно по формулам:

$$\begin{aligned} N_{i+1} &= (M + R_i e_1 \operatorname{sign} \psi' + N_i e_2 \alpha) / l \cos \theta, \\ R_{x,i+1} &= N_{i+1} \sin(\psi - \theta) - P_x, \\ R_{y,i+1} &= -N_{i+1} \cos(\psi - \theta) - P_y, \\ R_{i+1} &= \sqrt{R_{x,i+1}^2 + R_{y,i+1}^2}, (i = 0, 1, \dots, k), \end{aligned} \quad (6)$$

причем при  $i=0$   $R_i = N_i = 0$ . Процесс вычислений продолжается до тех пор, пока не будет достигнута требуемая точность, то есть пока не будет выполняться условие

$$(N_{i+1} - N_i) / N_i \leq \varepsilon, \quad (7)$$

где  $\varepsilon$  характеризует требуемую относительную точность вычисления нормальной реакции  $N$ .

Число итераций  $k$  зависит от заданной точности определения  $N$ , величин радиусов кругов трения и степени приближения угла  $\theta$  к углу заклинивания  $\theta_3$ . Представление об этой зависимости дают результаты расчетов, приведенные в таблице 1. В ней, кроме числа итераций  $k$ , приведены значения коэффициента возрастания усилий  $\lambda = N / N_0$  для различных значе-

ний относительного радиуса трения  $e_{om} = e/l$  и углов давления  $\theta$ , где  $N_0$  – значение нормальной реакции при  $\theta=0$  и  $e_{om}=0$ . Каждому значению  $e_{om}$  соответствует определенный угол заклинивания  $\theta_3$ , который также указан в таблице 1. Расчеты приведены для случая, когда все внешние силы приводятся к главному моменту ( $P=0$ ). Расчеты выполнялись при  $\psi=0$ . При  $\psi = \pi/2$  получились практически те же результаты.

**Выводы.** Из табл. 1 видно, что реально требуемая точность определения нормальной реакции достигается за 1–3 итерации при углах давления до  $60^\circ$ . Таблица свидетельствует также о том, что задавать значение  $\varepsilon$ , меньшее 0,01, нецелесообразно. При  $\varepsilon = 0,01$  фактическое значение относительной ошибки вычисления  $N$  не превышает 0,1% даже при углах давления, близких к заклиниванию.

Таким образом, обосновано сделанное выше предположение: если минимизируется критерий, который увеличивается с увеличением нормальной реакции, например критерий (1) или (2), то вводить ограничение на максимальное значение угла давления не следует. Этот вывод распространяется и на минимальный радиус кривизны рабочего профиля кулачка. Ограничение его может быть оправдано только технологическими соображениями.

Все приведенные выше рассуждения справедливы для случая, когда достоверно известен диапазон изменения сил, действующих на коромысло кулачкового механизма. При проектировании реальных механизмов такая информация чаще всего имеется. Если же нагрузки носят случайный характер или расчеты ведутся для составления справочных данных по проектированию целого класса механизмов, и при этом не учитываются реально действующие нагрузки, то отказываться от ограничений как на максимальную величину угла давления, так и на величину минимального радиуса кривизны не следует, но в этих случаях нево-

зможно и вычислить значения функций (1) и (2). В качестве целевых функций следует принимать другие

критерии, отражающие требования, предъявляемые к механизмам.

Таблица 1 – Результаты расчетов

|               |                     | $e_{OT} = 0$<br>( $\theta_3 = 90^0$ ) |           | $e_{OT} = 10^{-3}$<br>( $\theta_3 = 89^057'$ ) |           | $e_{OT} = 10^{-2}$<br>( $\theta_3 = 89^025'$ ) |           | $e_{OT} = 10^{-1}$<br>( $\theta_3 = 84^015'$ ) |           |
|---------------|---------------------|---------------------------------------|-----------|--|-----------|--|-----------|--|-----------|
| $\varepsilon$ | $\theta$<br>(град.) | $k$                                   | $\lambda$ | $k$  | $\lambda$ | $k$  | $\lambda$ | $k$  | $\lambda$ |
| $10^{-2}$     | 0                   | 1                                     | 1.000     | 1  | 1.002     | 2  | 1.020     | 3  | 1.222     |
|               | 10                  | 1                                     | 1.015     | 1  | 1.017     | 2  | 1.036     | 3  | 1.242     |
|               | 20                  | 1                                     | 1.064     | 1  | 1.066     | 2  | 1.086     | 3  | 1.306     |
|               | 30                  | 1                                     | 1.155     | 1  | 1.157     | 2  | 1.179     | 3  | 1.425     |
|               | 40                  | 1                                     | 1.305     | 1  | 1.308     | 2  | 1.334     | 3  | 1.628     |
|               | 50                  | 1                                     | 1.556     | 1  | 1.559     | 2  | 1.592     | 3  | 1.979     |
|               | 60                  | 1                                     | 2.000     | 1  | 2.005     | 2  | 2.054     | 3  | 2.649     |
|               | 70                  | 1                                     | 2.924     | 1  | 2.934     | 2  | 3.026     | 4  | 4.303     |
|               | 80                  | 1                                     | 5.760     | 1  | 5.793     | 2  | 6.125     | 7  | 13.694    |
| $10^{-4}$     | 0                   | 1                                     | 1.000     | 2  | 1.002     | 3  | 1.020     | 5  | 1.222     |
|               | 10                  | 1                                     | 1.015     | 2  | 1.017     | 3  | 1.036     | 5  | 1.242     |
|               | 20                  | 1                                     | 1.064     | 2  | 1.066     | 3  | 1.084     | 5  | 1.306     |
|               | 30                  | 1                                     | 1.155     | 2  | 1.157     | 3  | 1.179     | 5  | 1.425     |
|               | 40                  | 1                                     | 1.305     | 2  | 1.308     | 3  | 1.334     | 5  | 1.629     |
|               | 50                  | 1                                     | 1.556     | 2  | 1.559     | 3  | 1.592     | 5  | 1.981     |
|               | 60                  | 1                                     | 2.000     | 2  | 2.005     | 3  | 2.054     | 6  | 2.654     |
|               | 70                  | 1                                     | 2.924     | 2  | 2.934     | 3  | 3.026     | 8  | 4.312     |
|               | 80                  | 1                                     | 5.760     | 2  | 5.794     | 4  | 6.125     | 16   | 13.860    |
| $10^{-6}$     | 0                   | 1                                     | 1.000     | 3  | 1.002     | 4  | 1.020     | 7  | 1.222     |
|               | 10                  | 1                                     | 1.015     | 3  | 1.017     | 4  | 1.036     | 7  | 1.242     |
|               | 20                  | 1                                     | 1.064     | 3  | 1.066     | 4  | 1.086     | 7  | 1.306     |
|               | 30                  | 1                                     | 1.155     | 3  | 1.157     | 4  | 1.179     | 7  | 1.425     |
|               | 40                  | 1                                     | 1.305     | 3  | 1.308     | 4  | 1.334     | 7  | 1.629     |
|               | 50                  | 1                                     | 1.556     | 3  | 1.559     | 4  | 1.592     | 8  | 1.981     |
|               | 60                  | 1                                     | 2.000     | 3  | 2.005     | 4  | 2.054     | 9  | 2.654     |
|               | 70                  | 1                                     | 2.924     | 3  | 2.934     | 4  | 3.026     | 11   | 4.312     |
|               | 80                  | 1                                     | 5.760     | 3  | 5.794     | 5  | 6.126     | 24   | 13.861    |

#### Список литературы

- Левитский Н.И. *Кулачковые механизмы*. М.: Машиностроение, 1964. 287 с.
- Ротбарт Г.А. *Кулачковые механизмы*. М.: Судпромгиз, 1960. 336 с.
- Тир К.В. *Комплексный расчет кулачковых механизмов*. Киев. М.: Машгиз, 1958. 308 с.
- Алехина Г.Б., Кузнецов Э.А., Рыбникова Е.В., Рыбников Г.Л., Швецов В.Т. *К синтезу кулачковых механизмов на ЭВМ: монография* // Под общ. Ред. В.Т. Швецова. Омск: ОТИИ, 2005. 246 с.
- Алехина Г.Б., Швецов В.Т. *Критерии синтеза кулачковых механизмов, их согласие и противоречивость* // Деп. в ВИНТИ № 3406–В 99 Деп. Омск, 1999. 19 с.
- Алехина Г.Б., Швецов В.Т. *Синтез кулачковых механизмов по заданному мгновенному коэффициенту полезного действия*. Омск: Изд-во ОмГТУ, 1999.
- Шоев А.Н. Некоторые аспекты повышения долговечности кулачковых механизмов. *Доклады академии наук республики Таджикистан*. 2010, том 53, № 11. С 846–850.
- Белецкий В.Я., Хомченко В.Г. Синтез пятизвенных кулачковых механизмов по заданной долговечности рабочей поверхности кулачка при абразивном износе. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1977, вып. 22. С. 72–76.
- Хомченко В.Г. Синтез кулачково-рычажных механизмов из условия минимизации контактных напряжений между кулачком и роликом. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1974, вып. 16. С. 56–64.
- Хитрик В.Э., Ковнер В.Я. О динамической оптимизации передаточных функций механизма. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1974, вып. 16. С. 92–97.
- Грунауэр А.А., Тартаковский И.И., Пивоварова А.А. и др. К вопросу об ограничении угла давления при синтезе кулачковых механизмов. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1981, вып. 31. С. 31–36.
- Воскресенский М.И., Конциц Е.В. Пути совершенствования методов синтеза плоских кулачковых механизмов с роликовым коромыслом. В кн.: *Механика машин*. М.: Наука, 1979, вып. 56. С. 72–74.
- Солдаткин Л. П. Проектирование кулачково-рычажных механизмов по заданному закону движения рабочего звена с минимизированным максимальным давлением в высшей паре. В кн.: *Теория машин и механизмов*. М.: Наука, 1962, вып. 92–93. С. 128–141.
- Солдаткин Л. П. О проектировании шарнирно-рычажных групп, присоединенных к трехзвенному кулачковому механизму. *Труды института машиноведения, семинар по ТММ*. М.: Изд-во АН СССР, 1962, вып. С. 144–155.
- Шишилова Д. Г. Оптимизация функции угла давления выбором свободных параметров кулачковых механизмов. В кн.: *Механика машин*. М.: Наука, 1977, вып. 52. С. 87–97.
- Белецкий В.Я. Синтез кулачкового механизма с роликовым коромыслом и пазовым кулачком. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1976, вып. 21. С. 21–28.
- Новгородцев В.А., Фишин М.Е. Оптимальное проектирование кулачковых механизмов на ЭВМ. В кн.: *Труды казахского филиала семинара по ТММ*. Алма-Ата: КазГУ, 1977, вып. 2. С. 205–215.
- Новгородцев В.А. Силовой расчет механизмов с учетом сил трения. В кн.: *Материалы 6 и 7 научно-методических конференций*. М.: МТИЛП, 1976. С. 127–128.
- Новгородцев В.А. Некоторые вопросы проектирования оптимальных механизмов. В кн.: *Применение методов оптимизации*

в теории машин и механизмов. М.: Наука, 1979. С. 7–13.

20. Новгородцев В.А. Некоторые вопросы оптимального проектирования механизмов при помощи ЭВМ. В кн.: *Теория механизмов и машин*. Харьков, 1979, вып. 27. С. 104–111.

#### References (transliterated):

- Levitskij N.I. *Kulachkovye mehanizmy* [Cam mechanisms]. Moscow, Mashinostroenie, 1964. 287 p.
- Rotbart G.A. *Kulachkovye mehanizmy* [Cam mechanisms]. Moscow, Sudpromgiz, 1960. 336 p.
- Tir K.V. *Kompleksnyj raschet kulachkovih mehanizmov* [Complex calculation of cam mechanisms]. Kiev–Moscow, Mashgiz, 1958. 308 p.
- Alehina G.B., Kuznecov Je.A., Rybnikova E.V., Rybnikov G.L., Shvecov V.T. *K sintezu kulachkovih mehanizmov na JeVM: mono-grafija* [On the synthesis of cam mechanisms on a computer: monograph]. Pod obshh. Red. V.T. Shvecova. Omsk: OTII, 2005. 246 p.
- Alehina G.B., Shvecov V.T. *Kriterii sinteza kulachkovih mehani-zmov, ih soglasie i protivorechivost'* [Criteria for the synthesis of cam mechanisms, their agreement and inconsistency]. Dep. v VINITI no. 3406–V 99 Dep. Omsk, 1999. 19 p.
- Alehina G.B., Shvecov V.T. *Sintez kulachkovih mehanizmov po zadannomu mgnovennomu koeficientu poleznogo dejstviya* [Synthesis of cam mechanisms for a given instantaneous efficiency]. Omsk: Izd-vo OMTU, 1999.
- Shoiev A.N. *Nekotorye aspekty povysheniya dolgovechnosti ku-lachkovih mehanizmov. Doklady akademii nauk respubliki Ta-dzhikistan* [Some aspects of improving the durability of cam mechanisms. Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan]. 2010, tom 53, no. 11, pp. 846–850.
- Beleckij V.Ja., Homchenko V.G. *Sintez pjatizvennyh kulachkovih mehanizmov po zadannoj dolgovechnosti rabochej poverhnosti kulachka pri abrazivnom iznose* [Synthesis of five-cam cam mechanisms for a given durability of the cam working surface under abrasive wear]. V kn.: *Teoriya mehanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1977, vol. 22, pp. 72–76.
- Homchenko V.G. *Sintez kulachkovo-rychaznyh mehanizmov iz uslovija minimizacii kontaktnyh naprjazhenij mezhdru kulachkom i rolikom* [The synthesis of cam-lever mechanisms from the condition of minimizing contact stresses between the cam and roller]. V kn.: *Teoriya mehanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1974, vol. 16, pp. 56–64.
- Hitrik V.Je. Kovner V.Ja. *O dinamichej optimizacii pereda-tochnyh funkcij mehanizma* [On the dynamic optimization of the transfer functions of the mechanism]. V kn.: *Teoriya mehanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1974, vol. 16, pp. 92–97.
- Grunaujer A.A., Tartakovskij I.I. Pivovarova A.A. i dr. *K voprosu ob ogranicenii ugla davlenija pri sinteze kulachkovih mehanizmov* [On the issue of limiting the pressure angle in the synthesis of cam mechanisms]. V kn.: *Teoriya mehanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1981, vol. 31, pp. 31–36.
- Voskresenskij M.I., Konchic E.V. *Puti sovershenstvovaniya metodov sinteza ploskih kulachkovih mehanizmov s rolikovym koromyslom* [Ways to improve the methods of synthesis of flat cam mechanisms with a roller beam]. V kn.: *Mehanika mashin* [Machine mechanics]. Moscow: Nauka, 1979, vol. 56, pp. 72–74.
- Soldatkin L.P. *Proektirovanie kulachkov-rychaznyh meha-nizmov po zadannomu zakonu dvizhenija rabocheho zvena s mini-mizirovannym maksimal'nyim davleniem v vysshej pare* [Designing cam-lever mechanisms for a given law of movement of the working level with a mini-maximized maximum pressure in the highest pair]. V kn.: *Teoriya mashin i mehanizmov* [Theory of Machines and Mechanisms]. Moscow: Nauka, 1962, vol. 92–93, pp. 128–141.
- Soldatkin L.P. *O proektirovanii shamirno-rychaznyh grupp, prisoedinnennyh k trehzhvennomu kulachkovomu mehanizmu* [About the design of the hinge groups attached to the three-cam mechanism]. *Trudy instituta mashinovedeniya, seminar po TMM* [Proceedings of the Institute of Engineering, seminar on TMM]. Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1962, pp. 144–155.
- Shishilova D.G. *Optimizacija funkcii ugla davlenija vyborom svobodnyh parametrov kulachkovih mehanizmov* [Optimization of the pressure angle function by choosing free parameters of cam mechanisms]. V kn.: *Mehanika mashin* [Machine mechanics]. Moscow: Nauka, 1977, vol. 52, pp. 87–97.
- Beleckij V.Ja. *Sintez kulachkovogo mehanizma s rolikovym koromyslom i pazovym kulachkom* [Synthesis of a cam mechanism with a roller rocker and groove cam]. V kn.: *Teoriya mehanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1976, vol. 21, pp. 21–28.
- Novgorodcev V.A., Fishin M.E. *Optimal'noe proektirovanie kulachkovih mehanizmov na JeVM* [Optimum design of cam mechanisms on a computer]. V kn.: *Trudy kazhskogo filiala seminaru po TMM* [Proceedings of the Kazakh branch of the seminar on TMM]. Alma-Ata: KazGU, 1977, vol. 2, pp. 205–215.
- Novgorodcev V.A. *Silovoj raschet mehanizmov s uchetoм sil trenija* [Force calculation of mechanisms taking into account friction forces]. V kn.: *Materialy 6 i 7 nauchno-metodicheskikh konferencij* [Materials 6 and 7 scientific conferences]. Moscow: MTILP, 1976, pp. 127–128.
- Novgorodcev V.A. *Nekotorye voprosy proektirovaniya opti-mal'nyh mehanizmov* [Some issues of designing optimal mechanisms]. V kn.: *Primenenie metodov optimizacii v teorii mashin i mehanizmov* [Application of optimization methods in the theory of machines and mechanisms]. Moscow: Nauka, 1979, pp. 7–13.
- Novgorodcev V.A. *Nekotorye voprosy optimal'nogo proekti-rovaniya mehanizmov pri pomoshhi JeVM* [Some issues of optimal design of mechanisms using a computer]. V kn.: *Teoriya meha-nizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Kharkov, 1979, vol. 27, pp. 104–111.

Поступила (received) 05.10.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Зінченко Олена Іванівна (Zinchenko Elena Ivanovna, Zinchenko Olena Ivanivna)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2961-5861>; e-mail: [zinchenko.zinchenko@gmail.com](mailto:zinchenko.zinchenko@gmail.com)

**Назаренко Сергій Олександрович (Nazarenko Sergej Aleksandrovich, Nazarenko Sergej Aleksandrovich)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8213-6590>; e-mail: [nazarenkoserzh7@gmail.com](mailto:nazarenkoserzh7@gmail.com)

**Марусенко Світлана Іванівна (Marusenko Svetlana Ivanovna, Marusenko Svitlana Ivanivna)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1340-5491>; e-mail: [svivmar@ukr.net](mailto:svivmar@ukr.net)

**Храмцова Ірина Яківна (Храмцова Ирина Яковлевна, Khramtsova Iryna)** – науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9506-790X>. тел.: (057)7076901; e-mail: [iyakhram@gmail.com](mailto:iyakhram@gmail.com)

**С. О. НАЗАРЕНКО, С. І. МАРУСЕНКО, О. І. ЗІНЧЕНКО**

### **АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ ФУНКЦІОНАЛІВ ДИНАМІКИ ТА МІЦНОСТІ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ МАШИНОБУДІВНИХ КОНСТРУКЦІЙ**

У роботі проведено огляд досліджень у області аналізу чутливості функціоналів динаміки та міцності машинобудівних конструкцій до варіювання параметрів проектування. Умовно методи аналізу чутливості можна розділити на скінченно-різницево наближення градієнта; методи прямого диференціювання і методи введення спряжених змінних. Аналіз чутливості дозволяє ефективно побудувати поліпшену варіацію у системах оптимального автоматизованого і інтерактивного проектування машинобудівних конструкцій; виробляти оперативні оціночні розрахунки великого числа варіантів при коригуванні або ідентифікації їх математичних моделей, стохастичному аналізі характеристик у полі випадкових відхилень властивостей матеріалу і геометричних параметрів при вібродіагностиці і неруйнівному контролі, призначенні полів допусків при виготовленні. У процесі досліджень доцільно використовувати різні методи (або їх поєднання) з деякої доступної їх бази. Наведені приклади реалізованих прикладних інжинірингових розробок і проектування промислових виробів.

**Ключові слова:** аналіз чутливості, математичне моделювання, комп'ютерна механіка, життєвий цикл, машинобудівні конструкції, оптимізація.

**С. А. НАЗАРЕНКО, С. И. МАРУСЕНКО, Е. И. ЗИНЧЕНКО**

### **АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ И ПРОЧНОСТНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

В работе проведен обзор исследований в области анализа чувствительности динамических и прочностных характеристик машиностроительных конструкций к варьированию параметров проектирования. Условно методы анализа чувствительности можно разделить на конечно-разностное приближение градиента; методы прямого дифференцирования и методы введения сопряженных переменных. Анализ чувствительности позволяет эффективно построить улучшенную вариацию в системах оптимального автоматизированного и интерактивного проектирования; производит оперативные оценочные расчеты большого числа вариантов машиностроительных конструкций при корректировке или идентификации их математических моделей, стохастическом анализе характеристик в поле случайных отклонений свойств материала и геометрических параметров при вибродиагностике и неразрушающем контроле, назначении полей допусков при изготовлении. В процессе исследований целесообразно использовать в качестве базы различные методы (или их сочетание) из некоторого доступного их множества. Приведены примеры реализованных прикладных инженеринговых разработок и проектирования промышленных изделий.

**Ключевые слова:** анализ чувствительности, математическое моделирование, компьютерная механика, жизненный цикл, машиностроительные конструкции, оптимизация.

**S. NAZARENKO, S. MARUSENKO, O. ZINCHENKO**

### **ANALYSIS OF THE SENSITIVITY OF DYNAMIC AND STRENGTH FUNCTIONALS OF MULTICOMPONENT MACHINE-BUILDING STRUCTURES**

In this paper, a review was made of studies in the sensitivity analysis of the dynamic and strength characteristics of machine-building structures to design parameters varying. Derivatives with respect to design variables (sensitivity coefficients) characterize, without modifying the entire model, the direction and speed of changing the target criteria (quality functional) of machine-building structures when the parameters are varied. Conventionally, sensitivity analysis methods can be divided into the finite-difference gradient approximation; methods of direct differentiation and methods for introducing conjugate variables. Sensitivity analysis allows you to effectively build improved variation in systems of optimal automated and interactive design; produce operational estimates of a large number of variants of machine-building structures when adjusting or identifying their mathematical models, stochastic analysis of characteristics in the field of random deviations of material properties and geometrical parameters during vibration diagnostics and non-destructive testing, designation of tolerance fields during manufacturing. In the process of research, it is advisable to use as a base various methods (or their combination) of some available set. Examples of implemented applied engineering developments and design of industrial products are given.

**Keywords:** sensitivity analysis, mathematical modeling, computer mechanics, life cycle, machine-building structures, optimization.

**Вступ.** Аналіз чутливості характеристик компонентів машин дозволяє вирішити цілий ряд практичних завдань проектування, доведення, технологічної підготовки виробництва і контролю ефективної експлуатації конструкцій [1–16]. Похідні по проектним змінним (коефіцієнти чутливості) характеризують без модифікації всієї моделі напрямок і швидкість зміни критеріїв мети (функціоналів якості)  $J$  машинобудівних конструкцій при варіюванні параметрами проектування  $u$ .

У статті [2] представлено огляд існуючих дискретних технологій диференціювання обчислювальних моделей у єдиній математичній структурі. Схеми диференціювання описуються як двоетапний процес: оцінка частинних похідних і обчислення повних похідних, що залежать від частинних похідних. В роботі [4] розрізняють три види технологій: скрінінг (грубе сортування параметрів серед їх великої кіль-

кості на найбільший вплив), заходи значущості (кількісні показники чутливості) і повне дослідження поведінки моделі (вимір впливу вхідних даних на всі варіації функціоналів якості).

Великий теоретичний і практичний інтерес при дослідженні життєвого циклу складних машинобудівних конструкцій представляють проблеми створення математичної моделі, яка адекватно описує масово – інерційні, міцнісні та динамічні характеристики, їх корекцію за результатами експериментів на реальних прототипах при використанні методів аналізу чутливості та кількісної оцінки невизначеності (Verification, Validation), пов'язаної з неточною або неповною інформацією. Невизначеності, справжні і коректовані значення складно структурно пов'язані [11–14].

Аналіз чутливості характеристик машинобудів-

© С. О. Назаренко, С. І. Марусенко, О. І. Зінченко 2019



них конструкцій до варіювання проектних параметрів дозволяє виконувати оперативні оціночні розрахунки великого числа варіантів при коригуванні або ідентифікації їх математичних моделей. Попередній аналіз розподілу похідних дозволяє виділити зони найбільшої чутливості відповідних функціоналів до зміни змінних проектування, внаслідок чого з'являється можливість шляхом зміни мінімального числа проектних змінних підвищити ефективність і швидкість обчислювального процесу [6–10].

Формально у процесі досліджень можна виділити групу уточнюючих моделей та модель, що уточнюється. Побудова картин чутливості характеристик машинобудівних конструкцій до зміни параметрів дозволяє підвищити ефективність подальшої кількісної оцінки невизначеності і калібрування параметрів моделі, включає виявлення як вилучаємих, так і уточнюючих параметрів [11–14].

Аналіз чутливості до зміни приведенного модуля пружності може використовуватися при дослідженні конструкцій, виготовлених з композитних матеріалів, а також при обліку нерівномірності фізико-механічних властивостей, що виникає як при виготовленні (наприклад, перехідні зони між різними матеріалами, що утворилися в результаті зварювання або паяння), так і при експлуатації (наприклад, під впливом градієнта температури, механічного зносу, корозійного деградування, ерозії тощо) [12–16]. Крім того, градієнти функціоналів також можуть застосовуватися при вирішенні нелінійних задач (наприклад, у методі інваріантного занурення).

Умовно методи аналізу чутливості можна розділити на скінченно-різницеve наближення градієнта; методи прямого диференціювання і методи введення спряжених змінних. Відзначимо велику гнучкість застосування та доступність прямого диференціювання, оскільки розрахунок може проводитися незалежно від аналізу чутливості з використанням різноманітних популярних програмних комплексів і скінченно-елементних пакетів [2, 11].

У той же час методи введення спряжених змінних відрізняються більшою чисельною ефективністю, що може компенсувати необхідність модифікації програмного забезпечення. Якщо у постановці задачі кількість проектних змінних значно перевищує число функціоналів, то використання методу, заснованого на введенні спряженої задачі, більш ефективно ніж пряме диференціювання [2, 6–11].

Багато програмних продуктів (NX Nastran, ANSYS Workbench, Abaqus тощо) оснащуються блоками, які реалізують процедури обчислень чутливості до варіювання параметрів (типу «чорної» або «білої скриньки»). У роботах [14, 16] застосовуються технології «сірої скриньки» для визначення залежності характеристик динаміки, міцності та жорсткості варіацій машинобудівних конструкцій від проектних параметрів, причому на основі обмеженої кількості базових розрахунків на основі скінченно-елементного аналізу.

У роботі [12] будуються залежності характеристик конструкцій від конструктивних параметрів моделі у всьому або у виділеному діапазоні варіювання,

а також «експрес – моделі» (обґрунтовано структурно спрощені на підставі різноманітних досліджень) і «експрес – системи» оцінки характеристик окремих елементів машинобудівних конструкцій (у вигляді аналітичних залежностей, таблиць, графіків, програмних модулів або баз даних).

Так як змінні проектування, як правило, входять у коефіцієнти операторів, то рівняння стану щодо варіюваних функцій нелінійні. Математична проблема полягає в тому, щоб проводити дослідження нелінійної задачі аналізу чутливості за допомогою методів, які мають переваги математичних властивостей лінійних операторів стану [6–10].

Досягнення функціонального аналізу і теорії лінійних операторів дали основу для точного математичного аналізу проблеми. Математична теорія показує, що позитивна визначеність (фактично, неухильна еліптичність) операторів є властивістю, яка породжує більшість теоретичних результатів і робить чисельні методи працездатними [8–11]. Однак нерозвиненість теорії і чисельних методів аналізу чутливості для реальних задач проектування, що відрізняються складною просторовою геометрією і необхідністю використання комплексних моделей функціонування конструкції, стримує створення і застосування відповідних програмних засобів.

**Результати теоретичних досліджень.** Структуру рівнянь стану машинобудівних конструкцій визначає тип досліджуваного процесу, склад системи, граничні умови, навантаження й умови сполучення [5]. Реальні експлуатаційні режими машинобудівних конструкцій моделюються навантаженнями, які залежать від характеру взаємодії з навколишнім середовищем (газом, рідиною) або з зовнішнім полем (температурне, електромагнітне), а також від можливого контакту з іншими елементами у структурі об'єкта.

Перший базовий підхід (скінченно-вимірний) до аналізу чутливості передбачає таку послідовність обчислювальних етапів (на прикладі задачі статики):

1) скінченно-елементна дискретизація задачі аналізу

$$A(\mathbf{u}, \mathbf{y}) = K(\mathbf{u})\mathbf{y} - \mathbf{F}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}, \quad (1)$$

де  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{F}$  – «узагальнені» вектори вузлових переміщень і навантажень;

$K(\mathbf{u})$  – «узагальнена» матриця жорсткості;

$\mathbf{u}$  – вектор змінних параметрів конструкції;

2) введення вектора спряжених змінних  $\boldsymbol{\psi}$  при обліку рівності  $K^T = K$  і того, що спряжена задача повторює за винятком правої частини структуру задачі статики

$$K^T(\mathbf{u})\boldsymbol{\psi} = K(\mathbf{u})\boldsymbol{\psi} = \mathbf{g} = \nabla_{\mathbf{y}} J \quad (2)$$

дозволяє знайти в вираженні скалярний добуток найбільш економічним чином:

$$\left( \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}}, \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial u_i} \right) = -\mathbf{y}^T K_{u_i} \boldsymbol{\psi} + \mathbf{F}_{u_i}^T \boldsymbol{\psi}. \quad (3)$$

3) обчислення градієнтів від функціоналів якості машинобудівної конструкції

$$\nabla_u J = \left\{ \left( \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}}, \mathbf{y}'_{u_i} \right) + \frac{\partial J^a}{\partial u_i} = - \frac{\partial H^a}{\partial u_i}, i = \overline{1, n} \right\}, \quad (4)$$

де похідну від гамільтоніану  $H = (K(u)\mathbf{y}, \Psi) - J(\mathbf{u}, \mathbf{y})$  беремо лише по явно вхідним змінним параметрам.

У другій базовій методиці спряжені змінні вводяться безпосередньо для варіаційного або диференціального формулювання задачі аналізу

$$a(y, z) = (f, z). \quad (5)$$

Після чого редукція початкової та спряженої задачі (перехід від безперервних змінних до дискретних з одночасним позбавленням від операцій диференціювання і/або інтегрування), а також варіювання функції форми конструкції (введення поняття матеріальної похідної) може виконуватися як три формально незв'язаних етапи. При цьому для деякого фіксованого віртуального переміщення можна взяти варіацію від обох частин рівняння стану:

$$a(y', z) = f'(z) - a'(y, z), \quad (6)$$

де в правій частині штрих ' означає варіацію білінійної форми  $a$  і лінійної форми навантаження  $f$  по аргументу  $u$ , який входить явно. Відзначимо, що  $y'$  залежить від значення змінної проектування  $u$ , при якій обчислюється варіація, та є функцією незалежної змінної системи координат  $x$  і лінійно залежить від  $\delta u$ , представляючи похідну Фреше від змінної стану  $y$  по  $u$ , обчисленому в напрямку  $\delta u$ . Припускаючи, що  $y$  – розв'язок (5), можна сказати, що (6) – варіаційне рівняння з такою ж енергетичною білінійною формою для першої варіації  $y'$ .

Перевагою другої методики є те, що для похідних можуть бути отримані явні вирази у термінах фізичних величин, а не в термінах сум похідних від матриць скінченних елементів машинобудівних конструкцій. Скінченно-вимірний і континуальний підходи пов'язані між собою (перший є апроксимацією другого). Після дискретизації геометрії системи і введення набору змінних параметрів проводиться перерахунок функціональних похідних в матеріальні

$$\nabla_t J = \int_{\Omega_i} \frac{\partial H^T}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} dx, \quad (7)$$

де  $t_i$  – варіюваний параметр,

$\Omega_i$  – підобласть інтегрування в системі координат  $x$ , «що відноситься» до параметру  $t_i$ ;

$\mathbf{u}(x)$  – варіювана вектор – функція.

Розглянемо задачу пошуку власних значень машинобудівної конструкції (скінченно-вимірний підхід)

$$[K - \lambda M] \mathbf{y} = \mathbf{0}, \quad (8)$$

Градієнт власного значення у випадку ізольова-

ного простого резонансу має вигляд

$$\lambda'_{u_i} = \mathbf{y}^T [K' - \lambda M'] \mathbf{y} / \mathbf{y}^T M \mathbf{y}. \quad (9)$$

Як видно, із співвідношень аналізу чутливості власних частот або характеристик напружено-деформованого стану (НДС) машинобудівних конструкцій до варіювання параметрів обчислення похідних від критерію оптимізації (або функціоналів у постановці Парето) і функціональних обмежень включає не тільки диференціювання рівнянь стану, але і співвідношень для градієнтів від скінченно-елементних матриць.

Вибір способу дискретизації і типів проектних змінних, критерію якості і функціональних обмежень проводиться залежно від призначення конструкції, її розрахункової моделі та інших факторів. Цей комплекс вимог реальних задач проектування ставить вирішення проблеми аналізу чутливості у ряд атрибутів інженерного конструкторського мистецтва, що погано формалізуються. Сучасні машинобудівні конструкції створюються як комбінація множини взаємодіючих між собою і з зовнішнім середовищем конструктивних елементів, яка описується досить складною математичною моделлю. При аналізі чутливості складових конструкцій обсяг і складність обчислень настільки великі, що необхідно сегментування системи.

Машинобудівна конструкція представляється у вигляді сукупності ієрархічно субпідрядних підсистем різних рівнів зі збереженням структур і приналежності. Дослідження чутливості всієї конструкції можна базувати на незалежному аналізі природно заданих субструктур, а потім пов'язувати ці підконструкції у єдину систему. Області підконструкцій на своїх границях взаємопов'язані за допомогою кінематичних обмежень, т. ч. компоненти взаємодіють за допомогою з'єднань, що зв'язують сусідні субструктури, і обмежують поля можливих переміщень усередині елементів. Граничні області у залежності від геометричної форми підконструкції можуть складатися як з однієї, так і з декількох незв'язаних ділянок. Принцип Гамільтона–Остроградського призводить до об'єднаного варіаційного формулювання рівнянь поведінки машинобудівної конструкції, яке застосовується для аналізу чутливості складових систем. При цьому передбачається, що задовольняються гіпотези суворої еліптичності енергетичних білінійних форм.

Викладений підхід робить можливим вилучення з повної розрахункової моделі певної її частини, перестроювання сітки і більш детальний аналіз для виділеної області. Це може підвищити ефективність чисельного моделювання, так як спочатку робиться аналіз для грубої сітки, а потім для області, що цікавить, подрібнюється сітка і уточнюється аналіз чутливості. При цьому можна отримати більш точну інформацію для частини конструкції, не збільшуючи складність повної її моделі.

Способи зниження розмірності задач і зменшення часу аналізу чутливості складових конструкцій можна умовно розділити на облік окремих еле-

ментів як зосереджених чинників, суперелементний підхід (статична конденсація і динамічне редукування), облік симетрії і регулярності. Аналіз чутливості багатокомпонентних поворотно-симетричних конструкцій (ПСК) специфічний тим, що повний набір перемінних параметрів визначається комплектом, що описує змінні проектування окремого сектора, а подібні функціоналі відшукуються для цілої ПСК [11].

Повна або часткова статична конденсація внутрішньої області сектора багатокомпонентної поворотно-симетричної конструкції принципово не модифікує методику розв'язку. Коригування чисельної моделі аналізу чутливості машинобудівної конструкції повинно проводитися незалежно для кожної підконструкції, тому структуру даних необхідно організувати ієрархічно. Облік повторюваності підсистем призводить до значного зменшення кількості арифметичних операцій та істотного зниження обсягів збереженої і оброблюваної інформації.

Знаходження функціональних похідних багатокомпонентних поворотно-симетричних конструкцій складається з ряду обчислювальних задач, об'єм і точність рішення яких не залежить від кількості секторів  $N$  і визначається розмірністю виключно окремого сектора. Наявність симетрії дозволяє перевести задачу аналізу чутливості з накладеними умовами циклічності до аналізу моделі окремого сектора.

Принциповою особливістю динаміки машинобудівної ПСК є існування кратного резонансу, при якому визначаються групи взаємозалежних власних форм, які мають фіксоване число хвиль деформацій. Аналіз чутливості систем ускладнюється принципово недиференційовністю (у сенсі Фреше) кратної власної частоти у довільному околі точки повного простору змінних проектування, «підозрюваної на оптимальність», проте диференційовністю (у сенсі Гато) у напрямку.

Відповідний математичний апарат розглянемо для кратності 2 з потенціалом поширення на випадки більш високої кратності основоположних результатів. Нехай  $\mathbf{y}_1$  і  $\mathbf{y}_2$  – два взаємно ортогональних, нормованих вектора, що відповідають кратному значенню  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ .

При цьому простір рішень вихідної задачі (8) включає два довільних параметра

$$\mathbf{y} = \gamma_1 \mathbf{y}_1 + \gamma_2 \mathbf{y}_2 = B(\mathbf{y}_1 \cos \varphi + \mathbf{y}_2 \sin \varphi), \quad (10)$$

що характеризують норму власного вектора  $B$  і його поворот  $\varphi$  в підпросторі власних форм. Для визначеності  $\mathbf{y}_1$  і  $\mathbf{y}_2$ , крім умов ортогональності і нормування

$$\mathbf{y}_j^T M \mathbf{y}_i = \delta_{ij}; \quad i, j = 1, 2, \quad (11)$$

треба зафіксувати "кутове" положення однієї з мод

$$\mathbf{n}^T M \mathbf{y}_1 = 0. \quad (12)$$

Аналіз збуреної  $(\mathbf{u} + \delta \mathbf{u})$  системи рівнянь (8) приводить до співвідношення для "розщеплення" кратного власного значення

$$\delta \lambda_{1,2} = 0.5(\alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + \alpha_{12}^2}), \quad (13)$$

$$\text{де} \quad \alpha_{ij} = \mathbf{y}_i^T (\delta K - \lambda \delta M) \mathbf{y}_j, \quad \delta M_{r,s} = \delta \mathbf{u}^T \nabla_u M_{r,s}, \\ \delta K_{r,s} = \delta \mathbf{u}^T \nabla_u K_{r,s}.$$

Спільне рішення вихідної (12) і спряжених задач

$$[K - \lambda M] \Psi_{1,2} = \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}_{1,2}} \quad (14)$$

приводить до умов  $\mathbf{y}_i^T \frac{\partial J}{\partial \mathbf{y}_j} = 0$ .

Повні співвідношення для похідної у підпросторі кратних мод формуються підсумовуванням однотипних виразів  $\nabla_u J = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} + \frac{\partial \lambda}{\partial \mathbf{u}} \Psi^T M \mathbf{y}$  і мають у своєму розпорядженні фільтрувальну властивість до загальної частини спряжених рішень:

$$\Psi_1 = \gamma_{11} \mathbf{y}_1 + \gamma_{12} \mathbf{y}_2 + \Psi_1^*, \quad \Psi_2 = \gamma_{21} \mathbf{y}_1 + \gamma_{22} \mathbf{y}_2 + \Psi_2^*. \quad (15)$$

Відзначимо, що відхилення конструктивно-технологічних параметрів машинобудівних конструкцій при виробництві та експлуатації носять випадковий характер і складні для виявлення. Їх можна для поворотно-симетричних конструкцій умовно розчленувати на 2 видозміни:

1) конструкція, повернена щодо осі обертання на довільний кут, кратний  $2\pi/N$ , збереже інваріантність власних фізичних і геометричних параметрів (властивості циклічної симетрії) – регулярні похибки;

2) порушується властивість суворої циклічної симетрії – нерегулярні похибки.

При аналізі чутливості власних частот і резонансних характеристик машинобудівних конструкцій ПСК, що залежать від власних форм, існують принципово відмінні підходи. У першому підході відповідні варіації  $M$  і  $K$  мають квазіциклічну структуру, при цьому зберігаються вирази для похідних по Фреше, виконується умова нерозщеплення спектра  $\delta \lambda_1 = \delta \lambda_2 = \delta \lambda$ , що накладає на варіацію змінних проектування додаткові обмеження  $\alpha_{11} = \alpha_{22}$ . Принциповим наслідком у підпросторі  $\mathbf{u}$  кратного резонансу є збереження однозначного лінійного зв'язку між  $\delta \mathbf{u}$ ,  $\delta \lambda$  і  $\delta \mathbf{u}$ . При другому підході відбувається порушення симетрії, розщеплення кратного спектра, «прив'язка» в окружному напрямку форм. Варіації власних частот і мод коливань характеризуються нелінійними співвідношеннями (13). При вимушених коливаннях відбувається підвищення динамічної навантаженості (перевантаження).

**Результати прикладних досліджень.** З метою демонстрації запропонованих методів аналізу чутливості машинобудівних конструкцій наведемо приклади розв'язання практичних задач.

На рис. 1 наведено приклад розрахунку багатокомпонентної поворотно-симетричної конструкції – оборотної гідромашини високонапірної ГАЕС. Кришка гідротурбіни є несучою просторовою ПСК, що

складається з оболонок обертання, об'єднаних  $N$  ребрами. Отвори призначені для зменшення ваги і розміщення механізмів, а також для ремонту і демонтажу окремих лопаток без повного розбирання направляючого апарату. На рис. 1 у якості форми ілюстрації результатів наведено розподіл коефіцієнтів чутливості четвертої власної частоти гідромашини до зміни приведенного модуля пружності. Синім кольором представлена зона близьких до нуля коефіцієнтів чутливості власних частот на відповідних формах коливань, червоним – екстремальних.

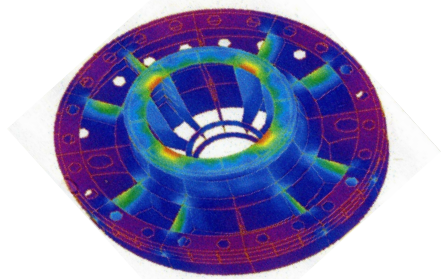


Рисунок 1 – Аналіз чутливості оборотної гідромашини

Розглянемо складову конструкцію – вертикальну установку підйому сталкової ємністю 300 т, що складається з набору складних конструктивних елементів (див. рис. 2).

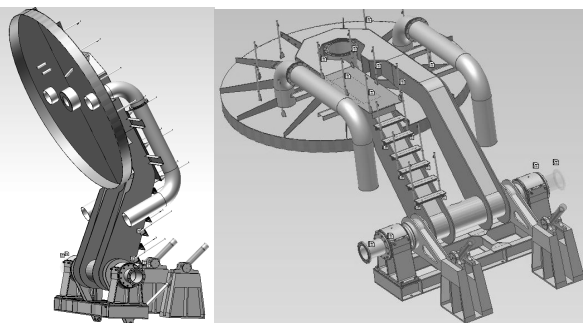


Рисунок 2 – Вертикальна установка підйому сталкової

Розподіл полів коефіцієнтів чутливості інтегральної піддатливості до зміни приведенного модуля пружності взаємодіючих конструктивних елементів наведено на рис. 3. Синім кольором представлена зона близьких до нуля коефіцієнтів чутливості інтегральної піддатливості, червоним – екстремальних.

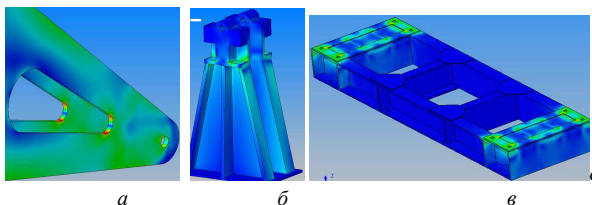


Рисунок 3 – Аналіз чутливості:

$a$  – зворотного важеля;  $b$  – опори гідроциліндру;  $c$  – рами

**Висновки.** У роботі проведено огляд досліджень в області аналізу чутливості функціоналів динаміки та міцності машинобудівних конструкцій до варіювання параметрів проектування. Умовно методи аналізу чутливості можна розділити на скінченно-

різницеve наближення градієнта; методи прямого диференціювання і методи введення спряжених змінних.

Аналіз чутливості дозволяє ефективно побудувати поліпшену варіацію в системах оптимального автоматизованого і інтерактивного проектування машинобудівних конструкцій; виробляти оперативні оціночні розрахунки великого числа варіантів при коригуванні або ідентифікації їх математичних моделей, стохастичному аналізі характеристик в полі випадкових відхилень властивостей матеріалу і геометричних параметрів при вібродіагностиці і неруйнівному контролю, призначенні полів допусків при виготовленні.

У процесі досліджень доцільно використовувати різні методи (або їх поєднання) з деякої доступної їх бази. Наведені приклади реалізованих прикладних інжинірингових розробок і проектування промислових виробів.

#### Список літератури

1. Ткачук Н. А., Климов В.Ф., Хлань А. В., Шейко А.И., Малакей А. Н., Кохановский В.И., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Бондаренко М.А., Зарубина А.А., Набоков А. В. Компьютерный программно-аппаратный комплекс для анализа и синтеза моделей элементов объектов бронетанковой техники. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР.* 2017. № 12 (1234). С. 96–109.
2. Martins J.R.R.A., Hwang J. T. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models. *AIAA journal.* 2013. Vol. 51. № 11. P. 2582–2599.
3. NTU «KhPI» in the field of mathematical modeling in engineering. *Bulletin of NTU «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technologies.* 2015. № 18 (1127). P. 14–19.
4. Iooss B. A., Lemaitre P. Review on global sensitivity analysis methods. *Uncertainty Management in Simulation–Optimization of Complex Systems.* Springer US, 2015. P. 101–122.
5. Назаренко С. А., Симсон Э. А. Математические модели элементов машин при воздействии физических полей и внешней среды. *Механика та машинобудування.* 2009. № 1. С. 69–77.
6. Allaire G. A review of adjoint methods for sensitivity analysis, uncertainty quantification and optimization in numerical codes. *Ingénieurs de l'Automobile.* 2015. Vol. 836. P. 33–36.
7. Nazarenko S. A. Most important phases of development optimization of complex structure. *Bulletin of NTU «KhPI». Series: Dynamics and strength of machines.* 2015. № 57 (1166). P. 87–90.
8. Benek J. A., Luckring J. M. Overview of the AVT–191 Project to Assess Sensitivity Analysis and Uncertainty Quantification Methods for Military Vehicle Design. *AIAA Paper.* 2017. № 1196.
9. Назаренко С. А. Математические модели мультифизического анализа конструкций для CALS технологий. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин.* 2008. № 1. С. 125–132.
10. Deng S., Suresh K. Multi-constrained topology optimization via the topological sensitivity. *Structural and Multidisciplinary Optimization.* 2015. Vol. 51. № 5. P. 987–1001.
11. Симсон Э. А., Назаренко С. А., Трохан М. В. Методика анализа чувствительности вибрационных параметров механических систем. *Восточно – европейский журнал передовых технологий.* 2008. № 2/4. С. 44–47.
12. Веретельник Ю. В., Ткачук А.В., Кохановская О.В., Храмова И.Я., Зарубина А.А., Кохановский В.И., Ткачук Н.А., Малакей А. Н., Набоков А. В., Головин А.М., Веретельник О.В. Компьютерное моделирование процессов и состояний сложных систем: обоснование параметров моделей расчетно-экспериментальным путем. *Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Машинознавство та САПР.* 2017. № 12 (1234). С. 14–25.
13. U. V. Mehta *Simulation Credibility. Advances in Verification, Validation, and Uncertainty Quantification.* NASA/TP–2016–219422. JANNAF/GL–2016–0001. JDOC Abstract Number: 2016–0002. 2016. 530 p.
14. Ткачук Н. А., Хлань А.В., Шейко А.И., Малакей А.Н., Набоков А.В., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Ткачук

- А.В. Разработка математического аппарата для решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем. *Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Машинознавство та САПР*. 2017. № 12 (1234). С. 110–131.
15. Назаренко С. А. Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы. *Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Динаміка і міцність машин*. 2006. № 32. С. 119–122.
  16. А.Ю. Танченко, Литвиненко А.В., Чепурной А.Д., Костенко Ю.В., Ткачук Н.А. Метод прямого конечного возмущения численных моделей при исследовании динамических, жесткостных и прочностных характеристик тонкостенных элементов машиностроительных конструкций. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2014. № 4 (44). С. 114–124.
- References (transliterated)**
1. Tkachuk N. A., Klimov V.F., Hlan' A. V., Shejko A.I., Malakej A. N., Kohanovskij V.I., Grabovskij A.V., Tanchenko A.Ju., Vasil'ev A.Ju., Bondarenko M.A., Zarubina A.A., Nabokov A. V. Komp'yuternyj programmo-apparatnyj kompleks dlja analiza i sinteza modelej jelementov ob'ektov bronetankovoj tehniki [Computer software and hardware system for the analysis and synthesis of models of elements of armored vehicles objects]. *Visnyk NTU "XPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2017, no. 12 (1234), pp. 96–109.
  2. Martins J.R.R.A., Hwang J. T. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models. *AIAA journal*. 2013, vol. 51, no. 11, pp. 2582–2599. doi:10.2514/1.J052184.
  3. Nazarenko S. A., Marusenko S. I. Main achievements of scientists of NTU «KhPI» in the field of mathematical modeling in engineering. *Bulletin of NTU «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technologies*. 2015, no. 18 (1127), pp. 14–19.
  4. Iooss B. A., Lemaître P. Review on global sensitivity analysis methods. *Uncertainty Management in Simulation–Optimization of Complex Systems*. Springer US, 2015. P. 101–122. Martins J.R.R.A. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models / J.R. R. A. Martins, J. T. Hwang // *AIAA journal*. 2013, vol. 51, no. 11, pp. 2582–2599. doi:10.2514/1.J052184.
  5. Nazarenko S. A., Simson Je. A. Matematicheskie modeli jelementov mashin pri vozdejstvii fizicheskikh polej i vneshnej sredy [Mathematical models of machine elements under the influence of physical fields and the external environment] *Mexanika ta mashynobuduvannya*. 2009, no. 1, pp. 69–77.
  6. Allaire G. A review of adjoint methods for sensitivity analysis, uncertainty quantification and optimization in numerical codes. *Ingénieurs de l'Automobile*. 2015, vol. 836, pp. 33–36.
  7. Nazarenko S. A. Most important phases of development optimization of complex structure. *Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines*. 2015, no. 57 (1166), pp. 87–90. doi: 10.20998/2078–9130.2015.57.72583.
  8. Benek J. A., Luckring J. M. Overview of the AVT–191 Project to Assess Sensitivity Analysis and Uncertainty Quantification Methods for Military Vehicle Design. *AIAA Paper*. 2017, no. 1196.
  9. Nazarenko S. A. Matematicheskie modeli mul'tifizichnogo analiza konstrukcij dlja CALS tehnologij [Mathematical models of multiphysical analysis of structures for CALS technologies]. *Visnyk NTU «XPI». Seriya: Dy`namika i micznist' mashyn*. 2008, no. 36, pp. 125–132.
  10. Deng S., Suresh K. Multi-constrained topology optimization via the topological sensitivity. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 2015, vol. 51, no. 5, pp. 987–1001.
  11. Simson Je. A., Nazarenko S. A., Trohman M. V. Metodika analiza chuvstvitel'nosti vibracionnyh parametrov mehanicheskikh system [Methods of analyzing the sensitivity of vibration parameters of mechanical systems]. *Vostochno – evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij*. 2008, no. 2/4, pp. 44–47.
  12. Veretel'nik Ju. V., Tkachuk A.V., Kohanovskaja O.V., Hramcova I.Ja., Zarubina A.A., Kohanovskij V.I., Tkachuk N.A., Malakej A. N., Nabokov A. V., Golovin A.M., Veretel'nik O.V. Komp'yuternoe modelirovanie processov i sostojanij slozhnyh sistem: obosnovanie parametrov modelej raschetno-jeksperimental'nym putem [Computer modeling of processes and states of complex systems: justification of model parameters by calculation and experimentally]. *Visnyk NTU "XPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2017, no. 12 (1234), pp. 14–25.
  13. U. B. Mehta *Simulation Credibility. Advances in Verification, Validation, and Uncertainty Quantification*. NASA/TP–2016–219422. JANNAF/GL—2016–0001. JDOC Abstract Number: 2016–0002. 2016, 530 p.
  14. Tkachuk N. A., Hlan' A.V., Shejko A.I., Malakej A.N., Nabokov A.V., Grabovskij A.V., Tanchenko A.Ju., Vasil'ev A.Ju., Tkachuk A.V. Razrabotka matematicheskogo apparata dlja reshenija zadach raschetno-jeksperimental'nogo issledovanija jelementov mehanicheskikh sistem. *Visnyk NTU "XPI". Seriya: Mashynoznavstvo ta SAPR*. 2017. no. 12 (1234), pp. 110–131.
  15. Nazarenko S. A. Analiz chuvstvitel'nosti konstrukcij pri vozdejstvii fizicheskikh polej razlichnoj prirody x Analysis of the sensitivity of structures when exposed to physical fields of different nature]. *Visnyk NTU «XPI». Seriya: Dy`namika i micznist' mashyn*. 2006, no 32, pp. 119–122.
  16. А.Ю. Танченко, Литвиненко А.В., Чепурной А.Д., Костенко Ю.В., Ткачук Н.А. Метод прямого конечного возмущения численных моделей при исследовании динамических, жесткостных и прочностных характеристик тонкостенных элементов машиностроительных конструкций [The method of direct final perturbation of numerical models in the study of the dynamic, stiffness and strength characteristics of thin-walled elements of machine-building structures]. *Vestnik Brjanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta*. 2014, no. 4 (44), pp. 114–124.

Надійшла (received) 01.12.2018

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Назаренко Сергій Олександрович (Назаренко Сергей Александрович, Nazarenko Sergej Aleksandrovich)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8213-6590>; e-mail: nazarenkoserzh7@gmail.com

**Марусенко Світлана Іванівна (Марусенко Светлана Ивановна, Marusenko Svitlana Ivanivna)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1340-5491>; e-mail: svivmar@ukr.net

**Зінченко Олена Іванівна (Зинченко Елена Ивановна, Zinchenko Olena Ivanivna)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2961-5861>; e-mail: zinchenko.zinchenko@gmail.com

*А. С. ПАРХОМЕНКО, А. В. БОНДАРЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, Н. А. ЛЕВИН*

### **ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО ПРОТЕЗИРОВАНИЯ КОНЕЧНОСТЕЙ. ОПЫТ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И СИНТЕЗИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ПРОТЕЗА РУКИ**

Рассмотрены современные существующие решения по протезированию верхних конечностей, проведен их анализ с последующим вычленением проблем, связанных с темой научной статьи, на территории Украины. Также произведен опыт по проектированию и расчёту протеза кисти человека ориентированным на антропометрию входных данных аналогичных среднестатистическим размерам руки человека, а также последующим его возможным выполнением на принтере с применением технологии 3-D печати. Для моделирования геометрии был использован программный комплекс Autodesk Inventor, а для расчёта конечно-элементной модели был использован Autodesk Nastran In-CAD. В конце работы была произведена нагрузка элемента конструкции и высчитан НДС, а также подведены итоги по проведённой работе.

**Ключевые слова:** протез, модель кисти руки, антропометрические данные, 3-D печать, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние

*А. С. ПАРХОМЕНКО, О. В. БОНДАРЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, Н. О. ЛЕВИН*

### **ПРОБЛЕМИ СУЧАСНОГО ПРОТЕЗУВАННЯ КІНЦІВОК. ДОСВІД ПРОЕКТУВАННЯ І СИНТЕЗУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРОТЕЗА РУКИ**

Розглянуто сучасно існуючі рішення із протезування верхніх кінцівок на території України, проведено їх аналіз і подальше вичленювання проблем, пов'язаних з темою даної статті. Також проведений досвід з проектування та розрахунку протеза кисті людини, який орієнтований на антропометрію вхідних даних, аналогічних середньостатистичним розмірами руки людини, а також подальшим його можливим виконанням на принтері із застосуванням технології 3D-друку. Для моделювання геометрії був використаний програмний комплекс Autodesk Inventor, а для розрахунку скінченно-елементної моделі був використаний Autodesk Nastran In-CAD. На завершення було проведено навантаження елемента конструкції і розрахований напружено-деформований стан, а також підведені підсумки за проведеною роботою.

**Ключові слова:** протез, модель кисті руки, антропометричні дані, 3D-друк, метод скінченних елементів, напружено-деформований стан.

*A. PARKHOMENKO, O. BONDARENKO, R. PROTASOV, N. LEVIN*

### **PROBLEMS OF MODERN LIMBS PROSTHESIS. DESIGN AND SYNTHESIS EXPERIENCE OF HAND PROSTHESIS ELEMENTS**

The current existing solutions for upper limb prosthetics in Ukraine are considered, their analysis and subsequent isolation of problems related to the topic of a scientific article is carried out. An experiment was also conducted in designing and calculating a human prosthesis with anthropometric-oriented input data similar to the average size of a human hand, as well as its subsequent implementation on a printer using 3D printing technology. Autodesk Inventor software was used to model the geometry, and Autodesk Nastran In-CAD was used to calculate the finite element model. In conclusion, the loading of the structural element was carried out and the stress-strain state was calculated, and the results of the work were summed up.

**Keywords:** prosthesis, hand model, anthropometric data, 3D-printing, finite element method, stress-strain state

**Введение.** Тема статьи посвящена анализу имеющейся литературы проблеме потери верхних конечностей на территории современной Украины. Одним из основных факторов возникновения вопроса, связанного с поиском подходящего протеза верхних конечностей на Украине, является тяжёлая форма военного положения на территории страны, а конкретно зоны АТО. Также важен дефицит специализированных медико-технологических решений для адаптации инвалидов, переживших потерю конечности и старающихся вернуть обычный образ жизни в социуме. Проанализировав рынок протезирования верхних конечностей было обнаружено 270 протезных предприятий, из которых около 70 занимаются протезированием верхних конечностей, и только 10 из них имеют технологии по созданию многофункциональных протезов. В это число вводят 8 казённых предприятий Украины, у которых имелись проблемы с финансированием персонала с задержкой по 3-6 месяцев. К сожалению, это лишь собственные подсчёты, проверить их можно аналогичным образом по ссылке [1]. Данная информация предложена с целью ознакомления и понимания основной причины недостатка

специализированных протезов для нуждающихся в них людей. На данный момент, со слов Алексея Краснощекова (Главы Экспертной группы по вопросам протезирования при Народном Совете Фонда социальной защиты инвалидов), несколько тысяч граждан Украины имеют повреждённую верхнюю конечность и требуют протезирования [2]. Для более подробного разбора темы статьи, не лишним будет разобратся в основных терминах, связанных с данным вопросом и уже существующими решениями для более широкого и глубокого понимания вопроса.

Протезирование – это замена утраченных или необратимо повреждённых частей тела искусственными заменителями – протезами. Протезирование представляет собой важный этап процесса социально-трудовой реабилитации человека, утратившего конечности или страдающего заболеваниями опорно-двигательного аппарата. Протезирование является смежной дисциплиной между медициной и техникой, тесно связано с ортопедией, травматологией, восстановительной хирургией и др. Хотя протезирование как отдельная дисциплина

© А. С. Пархоменко, А. В. Бондаренко, Р. В. Протасов, Н. А. Левин, 2019



выделилась в XIX веке, сведения о нем встречаются еще в древние времена – у греческого историка Геродота, римского историка Плиния и других.

**Виды протезов.** *Анализ существующих протезов.* При создании протеза важным фактором является: определения степени поражения конечности, индивидуальные характеристики пациента, целевая функция использования протезов, а также способ его изготовления. В зависимости от исходных данных все протезы разделяются на два основных направления: по степени ампутации конечности и по функционалу.

По степени ампутации конечности разделяют такие виды: протезы пальца, протезы кисти, протезы предплечья, протезы плеча.

По назначению (функционалу) протезы делятся на две группы: косметические – выполняющие декоративную функцию, функциональные – протезы, способные совершать хват за счёт использования вспомогательных механизмов.

В свою очередь функциональные протезы разделяют по категориям в зависимости от механизмов управления самих протезов: рабочие, тяговые (механические), биоэлектрические.

Кроме того, протезы также должны крепиться к культе человека. На данный период есть два основных способа крепления протезов к культе, а именно: ременные и вакуумные.

В ремennom креплении ремни фиксируются к культе, дабы обеспечить комфортную фиксацию протеза для его последующего использования.

В вакуумном способе основой крепления является создания вакуумного пространства между приемной гильзы и кожей пациента, благодаря которому и создается фиксация устройства. Также в данном способе могут использоваться «протягивающий чехол», который позволяет сглаживать складки на культе, для крепления вакуумной гильзы без излишнего дискомфорта.

Ниже будут описаны одни из немногих особо популярных многофункциональных биоэлектрических и функциональных протезов.



Рисунок 1 – Активный тяговый протез предплечья «Киби» (Моторика)

*Активный тяговый протез предплечья «Киби» (Моторика).* Тяговый протез предплечья «Киби» (рис. 1) состоит из приёмной гильзы предплечья, каркасного элемента, который изготавливается по индивидуальным меркам на 3D-принтере, и

тяговых тросов [3].

В тяговом протезе предплечья «Киби» хват осуществляется за счёт сгибания в локтевом суставе. Тяговые тросы установлены на опорной части протеза и регулируются индивидуально. Ротация в лучезапястном сочленении осуществляется пассивно. Возможность сгибания кисти отсутствует.

*Протез предплечья биоэлектрический с кистью Michelangelo (OttoBock).* Управление в протезе предплечья с кистью Michelangelo (рис. 2) осуществляется с помощью биоэлектрических сигналов, подающихся на микропроцессор. К особенностям этой кисти можно отнести наличие отдельного привода для большого пальца, что позволяет устанавливать кисть в общей сложности в семь различных позиций. Активно задействованными являются средний и указательный пальцы, безымянный палец и мизинец пассивно следуют вместе с ними [4].



Рисунок 2 – Протез предплечья биоэлектрический с кистью Michelangelo

Многоосный лучезапястный шарнир позволяет осуществлять ротацию кисти. Возможность сгибания кисти в лучезапястном сочленении отсутствует.

*Протез предплечья с биоэлектрическим управлением «Страдивари» (Моторика).* Протез предплечья биоэлектрическим управлением «Страдивари» (рис. 3) состоит из модуля кисти с микропроцессором, ниспадающей гильзы предплечья, двигателей и датчиков зарубежных производителей и косметической оболочки [5].



Рисунок 3 – Протез предплечья с биоэлектрическим управлением «Страдивари» (Моторика)

*Активный биоэлектрический протез руки «Vebionic» (Моторика).* Vebionic (рис. 4) – биоэлектрическая искусственная кисть с электромеханическим приводом и микропроцессорным контролем, созданная для

восстановления функции и внешнего вида утраченной верхней конечности (руки), дает возможность совершать ампутированной(ыми) конечностью(ями) повседневные дела. Биоэлектрическая кисть использует энергию аккумулятора, питающего отдельные электродвигатели в каждом пальце и микропроцессор, контролирующий работу каждого электродвигателя и позволяющий пользователю получать движения, близкие к реальной руке.

Управление кистью осуществляется при помощи электрических импульсов, полученных от сохранившихся мышц ампутированной конечности [6]. Различные комбинации электрических импульсов позволяют не только управлять работой каждого пальца, но и переключать виды хвата.

Крепление осуществляется с помощью дополнительной приёмной гильзы, в которую вкручивается протез.

*Активный тяговый протез предплечья «Handiii» (eXiii).* Особого внимания заслуживает биоэлектрический протез предплечья Handiii (рис. 5), так как он имеет особую структуру движения пальцев руки, реализованную через систему сложных кинематических связей. К сожалению, в стандартном поиске информацию о данном протезе не найти, взамен можно пообщаться с создателями протеза, данная компания свободно раздаёт свои технические решения и делится накопленным опытом [7].



Рисунок 4 – Протез руки с биоэлектрическим управлением «Bebionic» (OttoBock)



Рисунок 5 – Протез руки с биоэлектрическим управлением «Handiii» (eXiii)

Ориентируясь на эталонные варианты изготовления протезов в современном мире, были выделены основные проблемы, связанные со всеми изделиями в большей или меньшей степени. А именно: заряд аккумулятора, которого хватает приблизительно на 6 часов (в биоэлектрических протезах); крепление к культе, а именно создаваемый дискомфорт и создаваемое дополнительное напряжение в точке крепления; не всегда полное индивидуальное соответствие размеров для конкретного человека; выполняемые хваты и способ их воссоздания, инженерия ещё не представила необходимых решений для данного вопроса; время досылки сигнала от мышц до самого протеза у самого «быстрого» протеза Michelangelo это занимает 300 мс; последней проблемой является цена итогового продукта, что равняется от ~15000 грн. В опыте, представленном ниже, была попытка привести значения массы, цены близкими

к минимуму, а соответствие индивидуальным размерам – к максимуму. Для этого было решено проектировать протез с учётом его последующего изготовления на 3-D принтере из АБС пластмассы, движущими элементами должны стать стальные тросы диаметром 1 мм оцинкованные 6:7, а также система управляющих сервомоторов SG5010.

### Проектирование протеза для 3-D принтера.

**Теоретическая часть.** Изначально эскизная составляющая предполагает индивидуальные замеры человеческой культи с применением всевозможных приемов, способствующих сглаживанию неровностей на кожном покрове для уменьшения дискомфорта при одевании протеза. Немаловажным фактором также являются антропометрические данные кисти для создания естественных движений пальцами и более правильных их сгибаний с точки зрения теории кинематики и динамики. В угоду разнообразным техническим решениям, придуманным инженерами, размеры могут варьироваться от протеза к протезу, однако всегда существует определённая норма. Ниже в табл. 1 представлены среднестатистические размеры проксимальной, средней и дистальной фаланги пальцев, а также обхват руки человека [8, 9].

Таблица 1 – Среднестатистические размеры элементов руки (антропометрические данные кисти), мм

| Название элементов руки | Высота | Длина | Дистальная        | Средняя | Проксимальная |
|-------------------------|--------|-------|-------------------|---------|---------------|
| Большой                 | 20,4   | 20    | 28,297            | 36,487  | –             |
| Указательный            | 18,4   | 16    | 37,233            | 21,333  | 19,133        |
| Средний                 | 18,4   | 16    | 21,767            | 28,067  | 42,967        |
| Безымянный              | 18,4   | 16    | 21,967            | 25,567  | 39,967        |
| Мизинец                 | 18,4   | 16    | 18,333            | 16,533  | 29,533        |
| Кисть                   | 18     | 95,4  | Обхват кисти – 86 | –       | –             |

**Экспериментальная часть. Построение 3D-модели, синтез элементов, сгибание разгибание модели (выполнения антропометрической кинематики кисти).** Далее приведены основные данные о протезе, построение геометрии и расчет проксимальной фаланги на прочность. Протез был спроектирован в CAD системе Autodesk Inventor и рассчитан в Nastran InCAD. Сам протез сегментирован для уменьшения его дальнейшего веса/стоимости и более легкой сборки или ремонта отдельных деталей. Всего модель состоит из 35 деталей, из которых 28 – это детали, которые имитируют фаланги пальцев человека, а именно дистальную, среднюю и проксимальную в соответствии с каждым пальцем. Каждая из фаланг представляет из себя элемент, разбитый пополам. Соединение сегментов выполняется с помощью креплений с лепестками. Большое внимание уделялось соответствию протеза антропометрическим данным человека. На рис. 6 продемонстрировано

последовательное построение сегмента проксимальной фаланги указательного пальца.

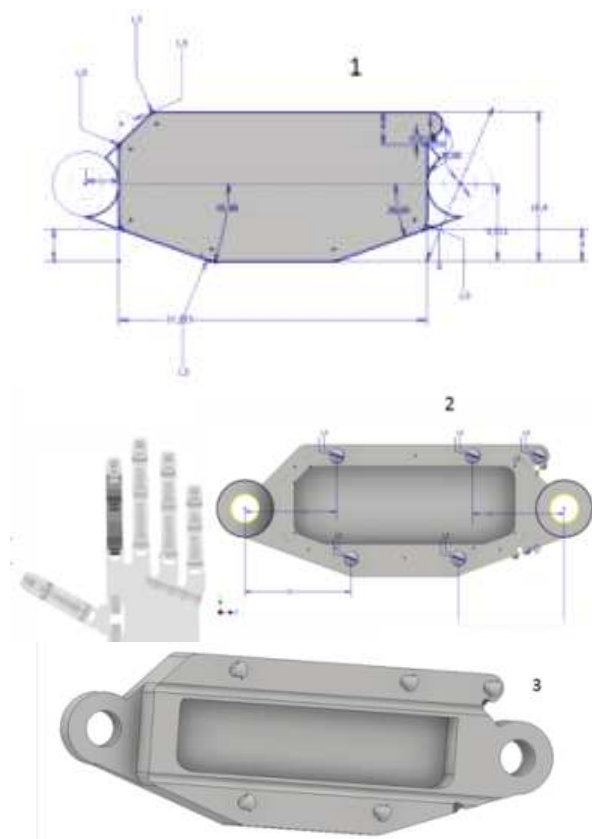


Рисунок 6 – Последовательное выполнение сегмента проксимальной фаланги указательного пальца, нумерацией указаны этапы разработки

Аналогичным образом выполнялось построение других фаланг, кроме дистальных, в соответствии с их антропометрическими мерами и

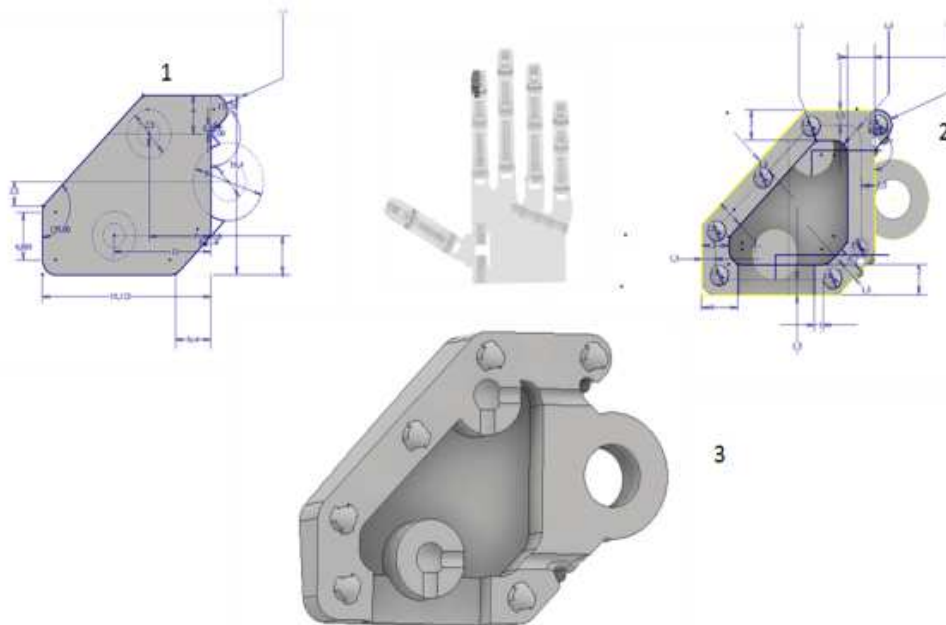


Рисунок 7 – Последовательное выполнение сегмента дистальной фаланги указательного пальца

функциональными особенностями. На рис. 7 продемонстрировано последовательное построение сегмента дистальной фаланги указательного пальца.

При выполнении условия антропометрии протеза возникла необходимость создания отдельных элементов, которые имитировали привычные движения большого пальца, безымянного и мизинца и одновременно выполняли бы функцию креплений сборников этих пальцев к основанию кисти. На рис. 8 продемонстрировано последовательное выполнение этих конструкций.

Была построена и основа, которая имитирует функцию ладони человека и представляет собой систему, вокруг которой и синтезируются все последующие элементы. На рис. 9 продемонстрировано ее построение.

Для лучшего понимания принципа соединения элементов приведены примеры сборки дистальных частей, изображенные на рис. 10. Чтобы закрепить два сегмента, например, дистальную и среднюю фалангу, использовались осевые соединения, аналогичным путем детали фиксировались на основе кисти протеза. Все элементы фиксации унифицированы, для уменьшения затрат на изготовление протеза. Сборка элементов изображена на рис. 11.

Одной из особенностей протеза является движения большого пальца, безымянного и мизинца. Для соединения этих элементов использовалось болтовое крепление, выгравированное внутри тела кисти. Сборка элементов изображена на рис. 11, 12. Также на рис. 13 изображена модель протеза в полной сборке в «обычном» разгибе и пример сгиба сборки.





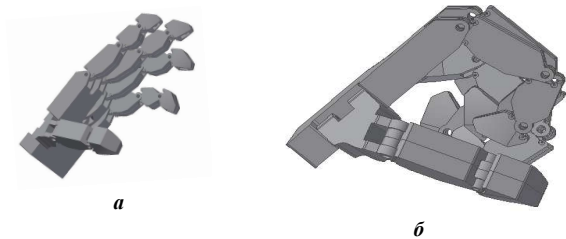


Рисунок 13 – Модель протеза в полной сборке: а – в развернутом виде; б – в сгибе

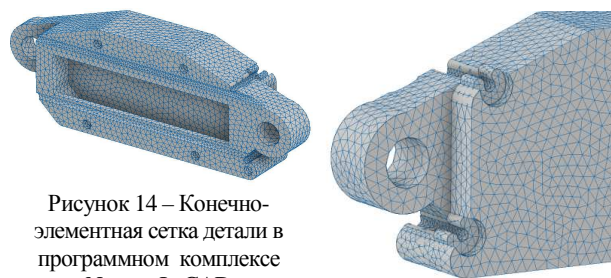


Рисунок 14 – Конечно-элементная сетка детали в программном комплексе Nastran In CAD

На рис. 15 показано задание условий симметрии, граничных условий и приложение внешней нагрузки 100 Н.

На рис. 16 и 17 изображены распределения напряжений по Мизесу (максимальное напряжение 8,5 МПа) и перемещений (максимальное перемещение 0,04 мм) в проксимальной фаланге указательного пальца соответственно.

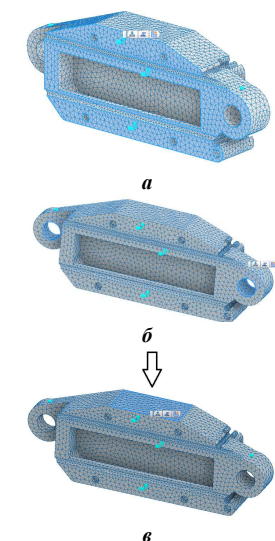


Рисунок 15 – Задание: а – условия симметрии, б – шарнирное закрепление; в – приложение внешней нагрузки

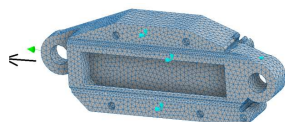


Рисунок 18 – Приложения силы на отверстие под шарнир

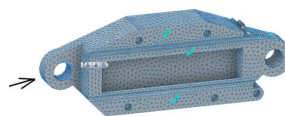


Рисунок 21 – Приложения силы 100 Н на отверстие для шарнира

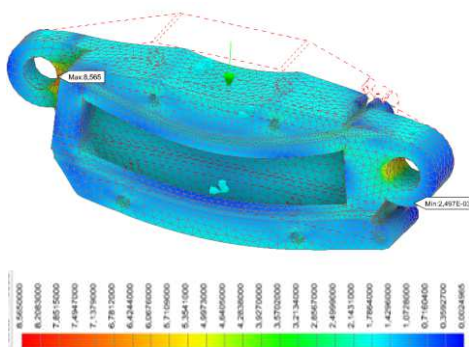


Рисунок 16 – Распределение напряжений по Мизесу

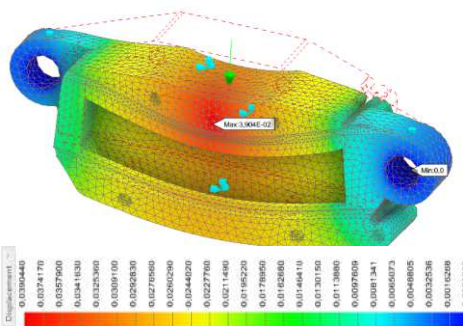


Рисунок 17 – Распределение перемещений

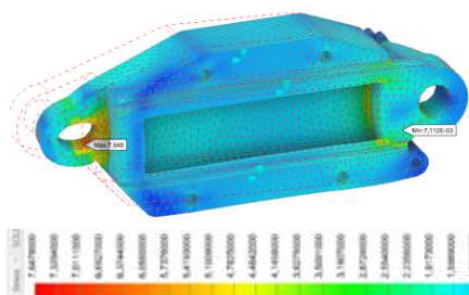


Рисунок 22 – Распределение напряжений при сжатии

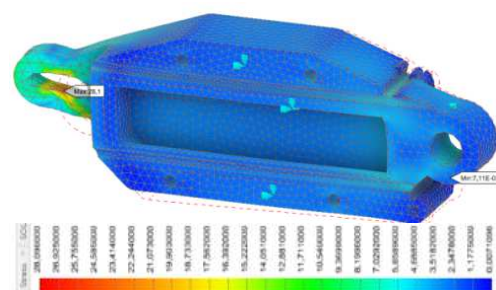


Рисунок 19 – Распределение напряжений при растяжении

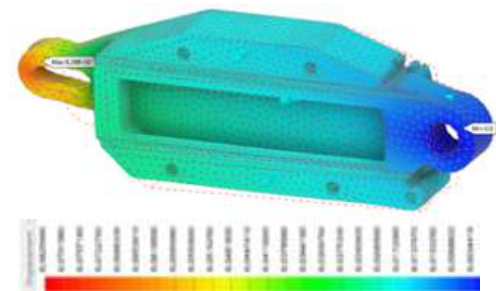


Рисунок 20 – Распределение перемещений при растяжении

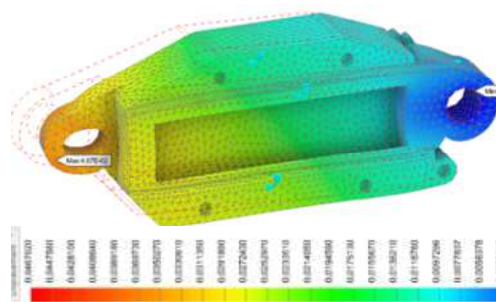


Рисунок 23 – Распределение перемещения при сжатии

**Задача 3.** Завершающей задачей является противоположная предыдущему пункту. В этой задаче нужно проверить напряжение при сжатии при аналогичных для задачи 1 граничных условиях и такой же приложенной силе 100 Н (рис. 21). На рис. 22 и 23 изображены распределения при сжатии напряжений (максимальное напряжение – 7,6 МПа) и перемещения (максимальное перемещение – 0,04 мм). Данные задачи демонстрируют действие сил на проксимальную фалангу указательного пальца, поскольку именно он воспринимает наибольшую нагрузку. Результаты для других элементов будет аналогичным, за счет идентичности методов построения модели.

**Вывод.** Проанализировав всю информацию и проведя эксперимент, можно подытожить, что никакой протез не способен решить проблему потери конечности. Никакое техническое решение на данный момент не способно выполнить такие же функции, как и обычная рука. Инженерной науке и медицине в целом потребуется огромное количество ресурсов и кадров для продвижения и развития темы протезирования. К сожалению, по итогу анализа информации можем констатировать, что подготовка необходимых квалифицированных специалистов в сфере протезирования и наличие научной литературы по данной теме на территории Украины нуждается в активном продвижении, т.к., если ничего не делать, наука о восстановлении потерянной конечности будет подниматься только в момент необходимости («крайнего срока»), как и показывает опыт с АТО. Однако данный опыт показывает, что, несмотря на всевозможные проблемы, в настоящее время существует программное обеспечение и оборудование, которые могут быть использованы для успешного решения возникающих задач. В частности, разработанные модели дают возможность оценить уровень напряжений и перемещений в исследуемых элементах протезов.

Предложенные подходы и модели в дальнейшем будут использованы для обоснования структуры и параметров современных протезов с

высоким уровнем функциональности.

#### Список літератури

1. Материалы с интернет директориі списка производств по протезированию – <https://ua.kompass.com/a/протезы-медицинские/23320>.
2. Материалы с интернет ресурса YouTube – <https://www.youtube.com/watch?v=b4vD2hf-w8g>
3. Материалы с официального сайта – <https://motorica.org/wp-content/uploads/2018/10/Протез-предплечья-активный-«Кибі».pdf>.
4. Материалы с официального сайта – [https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/646d501-michelangelo\\_for\\_technicians.pdf](https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/646d501-michelangelo_for_technicians.pdf)
5. Материалы с официального сайта – <https://motorica.org/wp-content/uploads/2018/10/Протез-предплечья-биоэлектрический-«Страдивари».pdf>.
6. Материалы с официального сайта – [https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/upper-limbs/bebionic\\_hand\\_technicians.pdf](https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/upper-limbs/bebionic_hand_technicians.pdf).
7. Материалы с официального сайта – <http://exiii-hackberry.com>
8. Бикбаева Т.С. Изменчивость и половой диморфизм фаланг II-V пальцев кисти взрослых людей: дис. канд. мед. наук: 14.00.02. Саратов, 2009. 118 с.
9. Констрування виробу зі шкіри. – М.: Московське відділення «Легкої і харчової промисловості», 1982. – 50 с.

#### References (transliterated)

1. Materials from the Internet directory of the production list for prosthetics - <https://ua.kompass.com/a/prosthesis-medical/23320>.
2. Materials from the Internet resource YouTube - <https://www.youtube.com/watch?v=b4vD2hf-w8g>.
3. Materials from the official site - <https://motorica.org/wp-content/uploads/2018/10/Protez-predplechya-active-«Kibi».pdf>.
4. Materials from the official site - [https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/646d501-michelangelo\\_for\\_technicians.pdf](https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/646d501-michelangelo_for_technicians.pdf).
5. Materials from the official site - <https://motorica.org/wp-content/uploads/2018/10/Prosthesis-shoulder-straps-bioelectric-«Straight Divider».pdf>.
6. Materials from the official site - [https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/upper-limbs/bebionic\\_hand\\_technicians.pdf](https://www.ottobock.ru/media/local-media/for-specialists/prosthetics/upper-limbs/bebionic_hand_technicians.pdf).
7. Materials from the official site - <http://exiii-hackberry.com>.
8. Bikbaeva T.S. Zmenchivost' i polovoj dimorfizm falang II-V pal'cev kisti vzroslyh ljudej: dis. kand. med. nauk: 14.00.02. Saratov, 2009. 118 p.
9. Constructive virobu ry shkiri. Moscow, Moskovskie viddilennya "Easy i i харчово ї промисловості", 1982. 50 p.

Поступила (received) 23.11.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Пархоменко Андрій Сергійович (Пархоменко Андрей Сергеевич, Parkhomenko Andriy)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ст. гр. 2.МІТ212п.8; м. Харків, Україна

**Бондаренко Олексій Вікторович (Бондаренко Алексей Викторович, Bondarenko Oleksiy)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; м. Харків, Україна; <https://orcid.org/0000-0002-2693-5301>; e-mail: avbondko@gmail.com

**Протасов Роман Васильович (Протасов Роман Васильович, Protasov Roman)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-saprg.org.

**Левін Нікіта Олександрович (Левин Микита Александрович, Levin Nikita)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», ст. гр. 2.МІТ212п.8; м. Харків, Україна



**М.В. ПРОКОПЕНКО, В.І. СЕРИКОВ, М.О. БОНДАРЕНКО**

### **АНАЛІЗ ВПЛИВУ ПОХИБКИ ЗАВДАННЯ ГРАНИЧНИХ УМОВ НА РОЗРАХУНОК ТЕМПЕРАТУРНОГО СТАНУ ПОРШНІВ ФОРСОВАНИХ ДИЗЕЛІВ**

Робота присвячена розрахунковому аналізу впливу похибки завдання граничних умов на розрахунок температурного стану поршнів форсованих дизелів. Проведено аналіз впливу похибки завдання граничних умов на точність розв'язання задачі теплопровідності щодо швидкохідного дизеля з різними формами камери згоряння. Проаналізовано вплив похибки завдання граничних умов вздовж чотирьох характерних зон поршня. Надано рекомендації щодо способу завдання граничних умов для вирішення задачі теплопровідності поршня. Результати роботи можуть бути використані для отримання емпіричних залежностей визначення граничних умов на різноманітних режимах роботи дизелів із різними формами камер згоряння.

**Ключові слова:** температурний стан, граничні умови, швидкохідний дизель, камера згоряння, коефіцієнт теплопровідності, поршень

**Н.В.ПРОКОПЕНКО, В.И. СЕРИКОВ, М.А. БОНДАРЕНКО**

### **АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОГРЕШНОСТИ ЗАДАНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ ПОРШНЕЙ ФОРСИРОВАННЫХ ДИЗЕЛЕЙ**

Работа посвящена расчетному анализу влияния погрешности задания граничных условий на расчет температурного состояния поршней форсированных дизелей. Проведен анализ влияния погрешности задания граничных условий на точность решения задачи теплопроводности относительно быстроходного дизеля с различными формами камеры сгорания. Проанализировано влияние погрешности задания граничных условий вдоль четырех характерных зон поршня. Предоставлены рекомендации относительно способа задания граничных условий для решения задачи теплопроводности поршня. Результаты работы могут быть использованы для получения эмпирических зависимостей определения граничных условий на разнообразных режимах работы дизелей с различными формами камер сгорания.

**Ключевые слова:** температурное состояние, граничные условия, быстроходный дизель, камера сгорания, коэффициент теплопроводности, поршень

**M. PROKOPENKO, V. SIERYKOV, M. BONDARENKO**

### **ANALYSIS OF INFLUENCE OF ERROR TASK OF BORDER TERMS ON CALCULATION OF THE TEMPERATURE STATE PISTONS OF FORCE DIESELS**

Work is sanctified to the calculation analysis of influence of error of task of border terms on a calculation temperature соостояния pistons of force diesels. The analysis of influence of error of task of border terms is conducted on exactness of decision of task of heat conductivity of relatively high-speed diesel with the different forms of combustion chamber. Analyzed influence of error of task of border terms along four characteristic zones of piston. Given to recommendation in relation to the method of task of border terms for the decision of task of heat conductivity of piston. results of work can be used for the receipt of empiric dependences of determination of border terms on the various modes of operations of diesels with the different forms of combustion chambers.

**Keywords:** the temperature state, border terms, high-speed diesel, combustion, thermal heat conductivity coefficient, piston

**Вступ.** Відомо, що для чисельного моделювання температурного стану поршнів форсованих дизелів можуть використовуватись граничні умови 3-го роду. Відповідно, питання саме коректного прогнозування граничних умов є актуальною задачею. При цьому при розв'язанні задачі теплопровідності для поршнів форсованих швидкохідних дизелів можуть бути розходження між експериментальними та розрахунковими значеннями до 30% [1-4].

Таким чином, аналіз впливу похибки завдання граничних умов на точність розв'язання задачі теплопровідності є актуальним та складає *мету і зміст роботи*.

Аналіз впливу похибки завдання граничних умов на точність розв'язку задачі теплопровідності був проведений щодо поршнів з відкритою та напіввідкритою камерами згоряння (КЗ) швидкохідного дизеля 4ЧН12/14 на режимах номінальної потужності (відповідно  $N_n = 19,5$  кВт/л і  $N_n = 12$  кВт) та холостого ходу (при  $n = 2000$  хв<sup>-1</sup>).

Вихідні граничні умови (коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  і температура середовища  $T_{cp}$ ) були прийняті за даними [5]. Задача розв'язувалась регіонально-структурним методом за допомогою програмного комплексу [6]. Результати розрахунків

наведено в табл. 1. Тут  $t_1-t_4$  – значення температур в контрольних точках з рис. 1. Похибка розрахункових значень температур порівняно з експериментальними даними не перевищує 3%.

Стосовно основних зон поршня (див. рис.1) було проведено аналіз впливу похибки завдання граничних умов. Слід зазначити, що в зоні юбки поршня значення  $\alpha$  і  $T_{cp}$  в усіх розрахунках приймалися згідно [5].

Таблиця 1 – Розрахункові значення температур в контрольних точках поршня дизеля 4ЧН12/14

| Режим        | Тип КЗ        | $t_1, ^\circ\text{C}$ | $t_2, ^\circ\text{C}$ | $t_3, ^\circ\text{C}$ | $t_4, ^\circ\text{C}$ |
|--------------|---------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Номін. режим | Відкрита      | 312                   | 281                   | 244                   | 263                   |
|              | Напіввідкрита | 334                   | 263                   | 229                   | 231                   |
| Холостий хід | Відкрита      | 201                   | 189                   | 173                   | 176                   |
|              | Напіввідкрита | 219                   | 190                   | 181                   | 174                   |

Проаналізуємо отримані результати за всіма зонами.

**Зона І.** Як відомо, для оцінки коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha$  використовують різноманітні емпіричні та напівемпіричні залежності [2, 3, 7–10].

© М.В. Прокопенко, В.І. Сериков, М.О. Бондаренко, 2019

У [3, 8] зазначено, що спосіб завдання і похибка визначення  $\alpha$  несуттєво впливає на температурний стан поршня. У роботах [9, 10], навпаки, вказано на те, що значення  $\alpha$  сильно впливає на загальний температурний стан поршня. У цій зоні запропоновано використовувати квадратичну

апроксимацію  $\alpha$ :

$$\alpha_l = a + b \cdot l + c \cdot l^2, \quad (1)$$

де  $l$  – поточна координата утворюючої огневої поверхні донця поршня, яка рахується від осі КЗ.

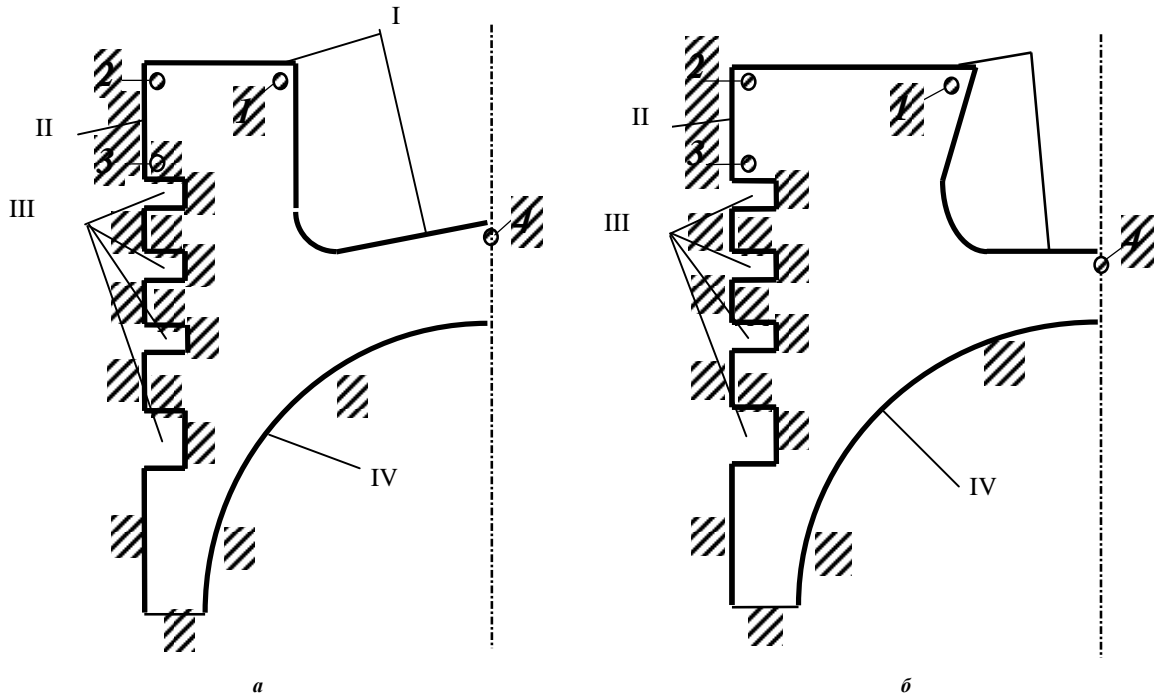


Рисунок 1. – Основні зони завдання граничних умов:

I – зона вогневої поверхні донця поршня; II – бокова зона поршня до поршневих кілець; III – зона поршневих кілець; IV – зона внутрішньої поверхні поршня, що охолоджується мастилом; а – з відкритою КЗ; б – з напіввідкритою КЗ; цифри у колах – номери контрольних точок

Коефіцієнти  $a$ ,  $b$  та  $c$  можуть бути визначені на основі завдання трьох значень функції для трьох характерних точок, наприклад, точки 1, 2 та 4 на рис. 1.

Установлено, що при зміні значень  $\alpha_l$  в точках 2 або 4 на 50% (0,2...0,3 кВт/(м<sup>2</sup>град)) розрахункове температурне поле поршня відрізняється від вихідного не більше, ніж на 0,6–2%. З іншого боку, зміна  $\alpha_l$  в точці 1 на 10% (0,4...0,45 кВт/(м<sup>2</sup>град)) призводить до зміни розрахункового значення температури в цій точці до 4%. Для поршнів форсованих швидкохідних дизелів в точках 2 та 4 значення коефіцієнту  $\alpha_l$  знаходяться в межах 0,2...0,3 кВт/(м<sup>2</sup>град), а в точці 1 – в межах 0,4...0,8 кВт/(м<sup>2</sup>град). Таким чином, суттєвий вплив на температурний стан поршня чинить точність завдання коефіцієнту  $\alpha_l$  в зоні кромки КЗ (точка 1).

У роботах [2, 3, 5, 7], запропоновано враховувати локальність значення температури газу в різних зонах камери згорання. Виконано співставлення результатів розрахунку з використанням граничних умов відносно  $T_{срI}$  з [5] з результатами розрахунків при  $T_{срI} = \text{const}$ . Отримано

розходження результатів не більше 1%. Таким чином, в зоні I допустимо задавати  $T_{срI} = \text{const}$ .

**Зона II.** Уздовж цієї зони в [5,12] пропонують  $\alpha_{II}$  приймати постійним, близьким до  $\alpha_l$  в точці 2, а  $T_{срII} = \text{var}$ . Для цієї зони виконано ряд розрахункових експериментів із визначення раціонального закону апроксимації  $T_{срII}$ . Отримані результати і похибка розрахунку дає можливість зробити висновок, що в зоні II можна  $\alpha_{II}$  задавати постійним значенням, а  $T_{срII}$  лінійно апроксимувати від  $T_{срI}/2$  в точці 2 до  $T_{срII} = T_{срIII}$  в точці 3.

**Зона III.** У роботах [7,8] зауважено, що через кільця відводиться значна (до 65%) частина тепла, яка підведена до вогневої поверхні донця поршня, а значить, важливо точно визначати  $\alpha_{III}$ . І, навпаки, у [3, 10] зазначається, що похибка при завданні  $\alpha_{III}$  не призводить до суттєвих похибок у розрахунках температур. З урахуванням цього виконано низку розрахункових експериментів, які дають можливість оцінити вплив похибки завдання  $\alpha_{III}$  на температурний стан поршня. Було доведено, що зміна значень  $\alpha_{III}$  незначним чином впливає на

загальний тепловий стан поршня.

На відміну від коефіцієнта  $\alpha_{III}$  зміна  $T_{срIII}$ , наприклад, на 10% (200...220°C) призводить до зміни температурного поля поршня не менше, ніж на 4%. При цьому зміна  $T_{срIII}$  на 10% тільки в зоні перших двох кілець призводить до зміни температур в контрольних точках на 3,3%.

За різними літературними джерелами  $T_{срIII}$  в зоні перших двох кілець приймається в межах 175...230°C і залежить від режиму роботи двигуна, режиму охолодження гільзи циліндра, розмірів порожнини охолодження, профіля бокової поверхні поршня тощо. Зрозуміло, що значення  $T_{срIII}$  при розрахунках теплового стану поршня слід задавати достатньо точно.

**Зона IV.** Відносно завдання граничних умов в цій зоні в [2, 5] відзначається, що  $\alpha_{IV}$  залежить від способу охолодження поршня і може відрізнитись до 7 разів. При цьому в [7] зазначено, що при підвищенні інтенсивності масляного охолодження вплив коефіцієнтів  $\alpha_I$ – $\alpha_{III}$  на точність розрахунків зменшується. У [8] зауважується, що  $\alpha_{IV}$  впливає на температурний стан поршня більш суттєво, ніж  $\alpha_I$ , тобто необхідно найбільш точно задавати граничні умови в зоні IV.

Із цієї причини було оцінено вплив похибки завдання  $\alpha_{IV}$  на результати температурного стану поршнів. Установлено, що при зростанні  $\alpha_{IV}$  у 7 разів з 0,5 до 3,5 кВт/(м<sup>2</sup>град) похибка визначення температур у контрольних точках сягає 6–7,5%. Ці результати добре корелюються з експериментальними даними, які підтверджують, що спосіб охолодження поршня суттєво впливає на його тепловий стан. У випадку зміни  $\alpha_{IV}$  на 50%, наприклад, з 0,5 до 0,75 кВт/(м<sup>2</sup>град) похибка розрахунків не перевищує 0,9...1,2%. Разом із тим, установлено, що при зміні  $T_{срIV}$  (температура мастила) від 75°C до 100°C різниця результатів розрахунків не перевищує 0,3%. Таким чином, похибка у завданні  $\alpha_{IV}$  і  $T_{срIV}$  суттєво не впливає на рівень температур поршня.

**Висновки.** У результаті проведеного розрахункового дослідження можна зробити наступні висновки:

1. В зоні вогневої поверхні донця поршня (зона I) похибка завдання  $\alpha_I$  суттєво впливає на точність визначення температурного поля поршня. Температуру газів  $T_{срI}$  можна при цьому задавати постійною по всій зоні.

2. На боковій поверхні поршня до поршневих кілець (зона II) можна прийняти  $\alpha_{II} = \text{const}$  [2-3,5-8], а температуру газів  $T_{срII}$  лінійно апроксимувати від  $T_{срI}/2$  в точці 2 до температури  $T_{срIII}$  в точці 3.

3. В зоні поршневих кілець (зона III) важливо забезпечити точність завдання температури газів  $T_{срIII}$ , особливо в зоні першого і другого кілець.

Точність завдання  $\alpha_{III}$  в рекомендованих межах практично не впливає на температурний стан поршня.

4. Похибка при завданні  $\alpha_{IV}$  і  $T_{срIV}$  (зона IV) в межах одного типу масляного охолодження не впливає суттєво на розрахункові температури.

Результати, отримані при аналізі впливу похибки завдання граничних умов 3-го рода на результати розрахунків теплового стану поршнів форсованих дизелів, можуть бути використані для отримання емпіричних залежностей, які визначають ці граничні умови на різноманітних режимах роботи дизелів із різними камерами згоряння. При цьому математичне моделювання теплонапруженого стану деталей стає більш достовірним.

#### Список літератури

1. В.Д.Аршинов, С.С.Воробьев, В.И.Колпаков и др. Улучшение теплового состояния поршней дизелей с турбонаддувом. *Автомобильная промышленность*. 1983. № 1. С. 4–5.
2. Розенблит Г.Б. *Теплопередача в дизелях*. М.: Машиностроение, 1977. 216 с.
3. Дьяченко Н.Х., Костин А.К., Бурин М.М. К определению граничных условий при моделировании температурных полей в поршнях ДВС. *Энергомашиностроение*. 1968. № 4. С.18–21.
4. Овсянников М.В., Волочков В.Н. *Тепловые потоки в днище поршня форсированного четырехтактного дизеля*. В кн.: Судовые силовые установки. 1974, Вып. 12. С.19–24.
5. *Процессы в перспективных дизелях* / Под ред. А.Ф. Шеховцова. Х.: Изд-во «Основа» при Харьк. ун-те, 1992. 352 с.
6. Шеховцов А.Ф., Пылев В.А., Шевченко Л.П., Прокопенко Н.В. Методика и программная реализация определения теплового состояния поршня структурным методом в САПР. *Труды Таврической государственной агротехнической академии*. Мелитополь: ТГАТА, 1999. Вып.2. Т.10. С. 10–15.
7. *Двигатели внутреннего сгорания: Конструирование и расчет на прочность поршневых и комбинированных двигателей* / Под ред. А.С. Орлина, М.Г. Круглова. М.: Машиностроение, 1984. 384 с.
8. В.Л. Рвачев, А.П. Слесаренко, В.Г. Павловский *Определение температурных полей в теле поршня двигателей внутреннего сгорания* / Препринт НАН Украины ИПМаш, 1974. 62с.
9. Стефановский Б.С. *Теплонапряженность деталей быстроходных поршневых двигателей*. М.: Машиностроение, 1978. 128 с.
10. Петриченко Р.М., Батурин С.А., Исаков Ю.Н. и др. *Элементы системы автоматизированного проектирования ДВС: Алгоритмы прикладных программ* / Под общ. ред. Петриченко Р.М. Л.: Машиностроение, 1990. 328 с.
11. Шеховцов А.Ф., Пылев В.А., Шевченко Л.П., Прокопенко Н.В. Выбор закона аппроксимации граничных условий поршней быстроходных дизелей со стороны теплоподвода. *Двигуни внутрішнього згоряння: Вісник Харківського державного політехнічного університету*. Харків, ХДПУ, 1999. Вып. 58. 190 с.
12. *Рабочий процесс и теплонапряженность автомобильных дизелей* / Под общ. ред. Г.Д. Чернышева. М.: Машиностроение, 1986. 216 с.
13. Прокопенко Н.В. *Прогнозирование в САПР ДВС длительной прочности камер сгорания поршней при эксплуатации форсированных быстроходных дизелей: Дис....канд. техн. наук:05.05.03. – Х.,2000. 201 с.*
14. Пильов В. О., Клименко О. М. Попередня оцінка резервів

- підвищення ресурсної міцності поршня при використанні систем автоматичного регулювання його масляного охолодження. *Вісник НТУ«ХПІ»*. Серія: *Транспортне машинобудування*. Х.: НТУ «ХПІ». 2014. № 14 (1057). С. 83–88.
15. Пильов В. О., Клименко О. М., Обозний С. В. Експериментальне дослідження впливу регулювання теплового стану поршня на показники дизеля. *Двигуни внутрішнього згорання*. 2014. № 2. С. 24–27.
  16. Триньов О. В. *Наукові основи локального охолодження теплонапружених деталей ДВЗ: монографія*. Х.: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ»», 2014. 240 с.
  17. Матвеев В.В. Оценка ресурсной прочности поршня на различных скоростных режимах работы двигателя. *Вісник НТУ «ХПІ»: Транспортне машинобудування*. Харків, НТУ «ХПІ», 2012. № 19. С. 32–38
  18. Клименко О.М., Пильов В.О., Шульга І. М. Оптимізація техніко-економічних показників автомобільного дизеля з використанням функції бажаності Харінгтона. *Вісник НТУ «ХПІ»: Транспортне машинобудування*. Харків, НТУ «ХПІ», 2015. № 43. С. 44–51
  19. Турчин В.Т. Оцінка резервів підвищення ресурсної міцності поршня швидкохідного дизеля *Вісник НТУ «ХПІ»: Транспортне машинобудування*. Харків, НТУ «ХПІ», 2007, № 33. С. 29–34
- References (transliterated)**
1. Arshinov V.D., Vorob'ev S.S., Kolkpakov V.I. i dr. Uluchshenie teplovogo sostoyaniya porshnej dizelej s turbonaddvom. *Avtomobil'naya promyshlennost'*. 1983, no. 1, pp. 4–5.
  2. Rozenblit G.B. *Teplotperedacha v dizelyah*. M.: Mashinostroenie. 1977. 216 p.
  3. D'yachenko N.H., Kostin A.K., Burin M.M. K opredeleniyu granichnyh uslovij pri modelirovanii temperaturnyh polej v porshnyah DVS. *Ehnergomashinostroenie*, 1968, no. 4, pp.18–21.
  4. Ovsyannikov M.V., Volochkov V.N. *Teplovye potoki v dnishche porshnya forsirovannogo chetyrehtaktmogo dizelya. V kn.: Sudovye silovye ustanovki*, 1974, vol. 12, pp.19–24.
  5. *Processy v perspektivnyh dizelyah* / Pod red. A.F. SHEKHovcova. Kharkov: Izd-vo «Osнова» pri Kharkov. un-te, 1992. 352 p.
  6. SHEKHovcov A.F., Pylev V.A., SHEVchenko L.P., Prokopenko N.V. Metodika i programmaya realizaciya opredeleniya teplovogo sostoyaniya porshnya strukturnym metodom v SAPR. *Trudy Tavricheskaya gosudarstvennaya agrotekhnicheskaya akademiya*. Melitopol': TGATA, 1999, vol. 2, T.10, pp. 10–15.
  7. *Dvigateli vnutrennego sgoraniya: Konstruirovaniye i raschet na prochnost' porshnevyyh i kombinirovannyh dvigatelej* / Pod red. A.S. Orlina, M.G. Kruglova. Moscow: Mashinostroenie, 1984. 384 p.
  8. Rvachev V.L., Slesarenko A.P., Pavlovskij V.G. Opredelenie temperaturnyh polej v tele porshnya dvigatelej vnutrennego sgoraniya / Preprint NAN Ukrainy IPMash, 1974, 62 p.
  9. Stefanovskij B.S. *Teplonapryazhennost' detalej bystrohodnyh porshnevyyh dvigatelej*. Moscow: Mashinostroenie, 1978. 128 p.
  10. Elementy sistemy avtomatizirovannogo proektirovaniya DVS: Algoritmy prikladnyh programm / Petrichenko R.M., Baturin S.A., Isakov YU.N. i dr. / Pod obshch. red. Petrichenko R.M. Leningrad: Mashinostroenie, 1990. 328s.
  11. SHEKHovcov A.F., Pylev V.A., SHEVchenko L.P., Prokopenko N.V. Vybora zakona approksimacii granichnyh uslovij porshnej bystrohodnyh dizelej so storony teplopodvoda // Dviguni vnutrishn'ogo zgoraniya: Visnik Kharkovskogo derzhavnogo politekhnichnogo universitetu. Zbirka naukovih prac'. Kharkov, HDPU, 1999, no. 58, 190 p.
  12. *Rabochij process i teplonapryazhennost' avtomobil'nyh dizelej* / Pod obshch. red. G.D. CHernysheva. Moscow: Mashinostroenie, 1986. 216 p.
  13. Prokopenko N.V. *Prognozirovaniye v SAPR DVS dlitel'noj prochnosti kamer sgoraniya porshnej pri ehkspluatacii forsirovannyh bystrohodnyh dizelej: Dis....kand. tekhn. nauk:05.05.03*. Kharkov, 2000. 201 p.
  14. Pil'ov V. O., Klivenko O. M. Poperednya ocinka rezerviv pidvishchennya resursnoї micnosti porshnya pri vikoristanni sistem avtomatichno-go reguluyuvannya jogo maslyanogo oholodzhennya. *Visnik NTU«KhPI»*. Zbirk naukovih prac'. Seriya: Transportne mashinobuduvannya. Kharkov: NTU «KhPI». 2014, no. 14 (1057), pp. 83–88.
  15. Pil'ov V. O., Klivenko O. M., Oboznij S. V. Eksperimental'ne doslidzhennya vplivu reguluyuvannya teplovogo stanu porshnya na pokazniki dizelya. *Dviguni vnutrishn'ogo zgoraniya*. 2014, no. 2, pp. 24–27.
  16. Trin'ov O. V. *Naukovi osnovi lokal'nogo oholodzhennya teplonapruzhennyh detalej DVZ: monografiya*. Kharkov: Vid-vo «Pidruchnik NTU «KhPI»», 2014. 240 p.
  17. Matveenko V.V. Ocenka resursnoj prochnosti porshnya na razlichnyh skorostnyh rezhimakh raboty dvigatelya. *Visnik NTU «KhPI»*, 2012, no. 19, pp. 32–38
  18. Klivenko O.M., Pil'ov V.O., SHul'ga I. M. Optimizaciya tekhniko-ekonomichnih pokaznikov avtomobil'nogo dizelya z vikoristanniam funkciї bazhanosti Haringtona. *Visnik NTU «KhPI»: Transportne mashinobuduvannya*. Kharkov: NTU «KhPI», 2015, no. 43, pp. 44–51
  19. Turchin V.T. Ocinka rezerviv pidvishchennya resursnoї micnosti porshnya shvidkohidnogo dizelya. *Visnik NTU «KhPI»: Transportne mashinobuduvannya*. Kharkov: NTU «KhPI», 2007, no. 33, pp. 29–34

Надійшла (received) 23.11.2018

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Прокопенко Микола Вікторович (Прокопенко Николай Викторович, Prokopenko Mykola)** – кандидат технічних наук (PhD), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: kola0123@ukr.net.

**Сериков Володимир Іванович (Сериков Владимир Иванович, Sierykov Volodymyr)** – кандидат технічних наук (PhD), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: serikovvi@tmm-sapr.org.

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – кандидат технічних наук (PhD), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: marina.bondarenko@tmm-sapr.org.

*А.В. РУДИЙ, Я.С. МІЩЕНКО, О.Є. ШАТАЛОВ*

### **АНАЛІЗ ДОЦІЛЬНОСТІ ВИКОРИСТАННЯ ТЯГОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПРИВОДІВ НА ЗРАЗКАХ ОЗБРОЄННЯ ТА ВІЙСЬКОВОЇ ТЕХНІКИ**

Розглянута проблема доцільності використання двигунів внутрішнього згорання на перспективних зразках озброєння та військової техніки. Проведено аналіз останніх досліджень та публікацій щодо зовнішніх характеристик дизельних та електричних двигунів з метою визначення перспектив їх застосування у складі силових установок бойових броньованих машин. Показано недосконалість існуючих науково-методичних підходів. Обґрунтовано актуальність науково-технічної проблеми вибору типу силової установки для перспективних зразків бойових броньованих машин. Аналіз модельного ряду асинхронних електричних двигунів вітчизняного виробництва вказав на значне зростання маси електроприводу у залежності від встановлюваної потужності, що значно обмежує діапазон використання тягових електроприводів на наземній військовій техніці середньої та важкої категорії за масою.

**Ключові слова:** озброєння та військова техніка, бойова броньована машина, двигун внутрішнього згорання, тяговий електричний двигун, силова установка

*А.В. РУДИЙ, Я.С. МИЩЕНКО, О.Е. ШАТАЛОВ*

### **АНАЛИЗ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТЯГОВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРИВОДОВ ДЛЯ ОБРАЗЦОВ ВООРУЖЕНИЯ И ВОЕННОЙ ТЕХНИКИ**

Рассмотрена проблема целесообразности использования двигателей внутреннего сгорания на перспективных образцах вооружения и военной техники. Проведен анализ последних исследований и публикаций по внешним характеристикам дизельных и электрических двигателей с целью определения перспектив их применения в составе силовых установок боевых бронированных машин. Показано несовершенство существующих научно-методических подходов. Обоснована актуальность научно-технической проблемы выбора типа силовой установки для перспективных образцов боевых бронированных машин. Анализ модельного ряда асинхронных электрических двигателей отечественного производства указал на значительный рост массы электропривода в зависимости от установочных мощности, что значительно ограничивает диапазон использования тяговых электроприводов на наземной военной технике средней и тяжелой категории по массе.

**Ключевые слова:** вооружение и военная техника, боевая бронированная машина, двигатель внутреннего сгорания, тяговый электрический двигатель, силовая установка

*A. RUDIJ, YA. MISHCHENKO, O. SHATALOV*

### **FEASIBILITY STUDY OF THE USE OF TRACTORY ELECTRIC DRIVES FOR SAMPLES OF ARMAMENT AND MILITARY TECHNIQUE**

The feasibility problem is considered of internal combustion engines use on perspective models of weapons and military technique. The analysis of recent researches and publications concerning the external characteristics of diesel and electric motors was conducted in order to determine the prospects for their use in the armored vehicle power units. The imperfection of existing scientific and methodological approaches is shown. The relevance of the scientific and technical problem of choosing a power unit type for perspective models of armored combat vehicles is substantiated. The analysis of range of domestic production asynchronous electric motors is indicated a significant increase in electric drive mass, depending on the installation capacity, which significantly limits the range of use of traction electric drives on the ground military equipment of medium and heavy category by mass.

**Keywords:** armament and military technique, military armored vehicle, internal combustion engine, traction electric motor, power plant

**Постановка проблеми.** Досвід воєнних конфліктів останніх десятиріч, у тому числі військові дії на сході України, свідчать про те, що бойові броньовані машини (ББМ) продовжують відігравати важливу роль у вирішенні широкого спектру бойових завдань, що покладаються не тільки на підрозділи сухопутних військ, а і на підрозділи інших силових структур.

Сучасний парк ББМ Збройних Сил (ЗС) України, сформований у 70-х роках минулого століття, склад якого визначався вимогами воєнної доктрини, прийнятої в СРСР після Другої світової війни та орієнтованої на ведення наступальних фронтових та армійських операцій на усій території Європи в умовах застосування зброї масового ураження, не враховує змін умов бойового застосування ББМ, які відбулися з тих часів.

В основі існуючих підходів до розробки ББМ лежать фундаментальні підходи, що ґрунтуються на намаганні реалізувати в ББМ максимальні експлуатаційні властивості. При цьому вони не враховують змінених умов бойового застосування ББМ, обмежених економічних можливостей України та існуючих

інноваційних способів компоновок їх трансмісії. Це призводить до створення високовартісної, енергонасиченої техніки, параметри та режими функціонування якої не завжди відповідають реальним умовам її застосування.

Оборонний характер Воєнної доктрини України [1] дозволяє стверджувати те, що ББМ повинні бути максимально пристосовані до ведення бойових дій, у першу чергу, на власній території. В той же час, обмежені економічні можливості України зобов'язують до пошуку раціональних шляхів компоновки трансмісії перспективних ББМ для потреб її ЗС.

Для вирішення сучасних бойових задач необхідні ББМ, які б мали силову установку, спроможну підтримувати необхідні параметри рухомості в залежності від зміни вагових показників зразка ББМ та умов місцевості.

Проведений аналіз існуючих науково-методичних підходів [2, 3] щодо вибору компоновки

© А.В. Рудий, Я.С. Міщенко, О.Є. Шаталов, 2019

трансмисії ББМ показав, що вони не дозволяють достатньо враховувати необхідні показники тягових зусиль в умовах сучасного бойового застосування ББМ при різних навантаженнях на силову установку та визначати їх клас за призначенням. Зокрема, вони не дозволяють враховувати переваги сучасних підходів компоновки військової техніки (у тому числі роботизованої) з електричним тяговим приводом при різних умовах їх бойового застосування.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Під час аналізу різних типів силових установок встановлено, що найбільшою популярністю користуються дизельні або бензинові двигуни внутрішнього згоряння (ДВЗ). Силові блоки з електричними та гібридними силовими установками зразків техніки військового спрямування знаходяться на етапі експериментальних випробовувань та використовуються на дослідних зразках, до прикладу: машина AHED з колісною формулою 8x8, з гібридною силовою установкою, бойова система Thunderbolt компанії United Defense з гібридною силовою установкою, бойова машина розвідки, спостереження та цілевказання RST-V та інші. Використання тягового електричного приводу, яка, наприклад, дозволяє зробити днище машини плоским і суцільним, забезпечує конструктивну перевагу. Метою військових, в першу чергу, є інтеграція сучасних підходів розробки перспективних зразків для власних ЗС. Наприклад, в американській програмі – бойовій системі майбутнього (FCS) – дизель-електричний комбінований привід став основною формою приводу, перетворившись на один з найважливіших елементів конфігурації всього сімейства машин. Незважаючи на призупинення програми FCS в цілому, результатом її став повноцінний окремий зразок самохідної гаубиці XM1203 NLOS-C з гібридною силовою установкою.

На даний момент близькі до серійних дослідні зразки машин, оснащені електричними приводами, проходять стадію випробувань (AHED фірми GDLS з електричним приводом в маточині колеса фірми Magnet-Motor).

Під час проектування зразка військової техніки виникає питання щодо оцінки його пробігу шляхом вибору конструктивних параметрів тягового приводу, що включають параметри електродвигуна, трансмісії і джерела живлення.

Існуючі методики вибору конструктивних параметрів тягового приводу електромобіля для досягнення заданого пробігу, засновані на вже добре вивчених характеристиках батарей (свинцево-кислотних, нікель-кадмієвих та ін.). Виробники сучасних тягових акумуляторних батарей (ТАБ) (нікель-металогідридних, літій-іонних і ін.) вказують ємності батарей і інші характеристики при різних умовах (температура, час і струм розряду), що ускладнює їх порівняльний аналіз і призводить до неоднозначного підходу у оцінці зарядно-розрядних характеристик, що істотно впливає на оцінку пробігу перспективного зразка техніки. Крім цього існуючі методики використовують спрощені рівняння руху елект-

ромобіля при постійній швидкості або в циклах, що не відповідають реальним умовам їх бойового застосування. Тому вдосконалення методик розрахунку і вибору конструктивних параметрів електромобіля з урахуванням процесу розряду сучасних ТАБ і повномасштабної моделі руху транспортного засобу в сучасних бойових умовах є актуальним напрямком розвитку методик з метою підвищення експлуатаційних характеристик перспективних зразків військової техніки під час його проектування [4].

**Метою статті** є проведення аналізу зовнішніх характеристик дизельних та електричних двигунів з метою визначення перспектив їх застосування у складі силових установок ББМ.

За результатами аналізу типових компоновальних схем існуючих зразків техніки з різними видами тягових приводів встановлено, що як одні, так і інші не позбавлені недоліків.

Одним із суттєвих недоліків силової установки з тяговим електричним двигуном та живленням виключно від акумуляторів є невисока автономність зразка техніки, оснащеного нею. Втім, важливою перевагою такого приводу є відносна його безшумність. Враховуючи це, такі технічні рішення доцільно використовувати на перспективних зразках ББМ невеликої маси, призначених для визначення спеціфічних завдань військової розвідки.

Вагомим недоліком тягового приводу від ДВЗ є його габаритні показники і відповідно нижчі тягові характеристики на початку руху зразка ББМ, а також велика кількість пально-мастильних матеріалів під час експлуатації на відміну від трансмісій з приводом від електродвигуна. Також слід пам'ятати про те, що дизельні двигуни зазвичай випромінюють звукові хвилі у спектрі низьких частот, що є значною демаскуючою ознакою.

У порівнянні з вищевказаними типами трансмісій більш збалансованими характеристиками володіють зразки ББМ з гібридними силовими установками. Принцип дії гібридних зразків техніки полягає у циклічній роботі системи «ДВЗ – накопичувач енергії – привід». В залежності від завдань, які ставляться перед конструкторами сучасних ББМ, можуть бути виконані за різними схемами, що мають як переваги, так і недоліки. За способом підключення двигуна та накопичувача енергії до приводу схеми поділяються на: послідовні, паралельні та паралельно-послідовні.

Послідовна схема виключає можливість механічного зв'язку ведучого колеса з первинним джерелом енергії, використовуються подвійне перетворення енергії, виникає необхідність використання електромашин та силового перетворювача на повну потужність двигуна привода, відносно висока вартість комплекту тягового обладнання. Проте електрична схема також доволі проста, її можна використовувати як з ДВЗ, так і з альтернативними джерелами енергії (паливними елементами тощо). Вона дозволяє стабілізувати режим роботи теплового двигуна в плані максимальної паливної ефективності, виключити конструктивні елементи механічної передачі, а також забезпе-



чити будь-яку компоновку елементів привода (відсутня передача енергії по механічному каналу).

Паралельна схема забезпечує передачу енергії на колеса як від ДВЗ, так і паралельно від електродвигуна. При цьому накопичувач енергії працює так само, як в послідовній схемі. Електродвигун компенсує нерівномірності роботи ДВЗ та коливання крутного моменту і при цьому забезпечує плавність ходу і економію палива за рахунок енергії, отриманої при рекуперативному гальмуванні. При невеликих навантаженнях рух може забезпечувати тільки електродвигун, а ДВЗ вмикається в роботу лише для підтримання необхідного тягового зусилля через диференціал, який забезпечує формування необхідного передавального числа трансмісії. Схема має відносно вищий ККД та хороші масогабаритні показники, до того ж вона відносно недорога (електрообладнання застосовується тільки на частину повної потужності). До недоліків схеми відноситься складність механічної синхронізації роботи ДВЗ та електропривода, обмеження в компоновці, необхідність застосування пристроїв механічної синхронізації (коробок передач спеціальної конструкції).

Комбінована схема поєднує переваги послідовної і паралельної схем за рахунок спеціального при-

строю узгодження роботи ДВЗ і електродвигуна (наприклад, несиметричний планетарний диференціал). У такій схемі може працювати як одне джерело енергії (ДВЗ або накопичувач електроенергії), так і відразу два (ДВЗ і накопичувач), а обертання передається на колеса як механічним, так і електричним двигунами, або тільки одним з них (будь-яким). Така схема забезпечує високу економічність, максимальну гнучкість в режимах роботи системи тягового приводу, але є досить складною в розробці і реалізації, вимагає створення складних і дорогих механічних елементів [5, 6].

Головне завдання гібридного зразка БМ – зниження витрати палива, а також зниження шуму роботи силової установки в районах їх бойового застосування.

Аналіз існуючих зразків БМ, що знаходяться на озброєнні ЗСУ, показав, що найбільш вживаними для них є двигуни з діапазоном потужностей 87-330 кВт. На відміну від існуючих зразків БМ, що обладнані дизельними двигунами сучасні електродвигуни мають більші значення потужностей з діапазоном 109–778 кВт. Порівняльні характеристики двигунів внутрішнього згоряння та електродвигунів представлені в табл. 1.

Таблиця 1 – Зовнішні характеристики двигунів внутрішнього згоряння та електродвигунів

| Марка машини          | Маса машини, т | Марка двигуна              | Потужність двигуна, к.с./(кВт) | Крутний момент, Нм |
|-----------------------|----------------|----------------------------|--------------------------------|--------------------|
| <b>ДВЗ</b>            |                |                            |                                |                    |
| КрАЗ «Cougar»         | 4,2            | Toyota 1GR-FE 4.0i         | 239/(178)                      | 377                |
| Козак                 | 4,7            | Iveco Daily 3.0TDI         | 176/(130)                      | 400                |
| Дозор-Б               | 6,3            | Deutz BF4M 1013FC          | 118/(87)                       | 700                |
| БРДМ-2                | 7,0            | Газ-41                     | 140/(103)                      | 350                |
| Козак-2               | 11,0           | Iveco Eurocargo 5.9        | 279/(205)                      | 950                |
| БТР-80                | 13,6           | КамАЗ-7403                 | 260/(191)                      | 765                |
| БМП-2                 | 14,0           | УТД-20С1                   | 300/(221)                      | 980                |
| БТР-4Е                | 22,1           | Deutz BF6M 1015CP          | 453/(330)                      | 2080               |
| <b>ЕЛЕКТРОДВИГУНИ</b> |                |                            |                                |                    |
| Tesla Model S         | 2,4            | Трифазна асинхронна машина | 420/(310)                      | 600                |
| Tesla Model X P90D    | 2,5            |                            | 762/(560)                      | 967                |
| Tesla 3               | 1,6            |                            | 238/(175)                      | 430                |
| Tesla Model S P100D   | 1,8            |                            | 778/(572)                      | 734                |
| Chevrolet EV1         | 1,4            |                            | 137/(100)                      | 149                |
| Nissan Leaf           | 1,5            | Синхронна машина           | 109/(80)                       | 280                |
| BMW i3                | 1,3            |                            | 170/(125)                      | 250                |

Перспектива використання тягових електроприводів на зразках БМ обумовлена результатом аналізу наявних на ринку електроавтомобілів (Zero Emission), які є серійними і вже використовуються. Вагомою перевагою електродвигунів у порівнянні з ДВЗ є те, що максимальний крутний момент можна отримати від початку обертання валу двигуна, тобто від нуля обертів. З метою визначення різниці ефективності коефіці-

єнта тягового зусилля ДВЗ та електродвигунів для порівняння були обрані подібні за значеннями максимального крутного моменту двигуни Deutz BF4M 1013FC та Tesla Model S P100D (рис. 1). Характеристики зазначених двигунів були апроксимовані із точністю  $R^2=0,99$  і отримані відповідні емпіричні залежності для дизельних двигунів (1) та для електродвигунів (2)

$$M_1(n) = 5,4315n^3 - 14,255n^2 + 11,642n - 2,0363; \quad (1)$$

$$M_2(n) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } 0 < n \leq 0,429 \\ -1,3522n + 1,5737, & \text{якщо } 0,429 < n \leq 1. \end{cases} \quad (2)$$

З метою визначення ефективності застосування електродвигунів отримані функції коефіцієнтів корисного тягового зусилля ( $K_{kz}$ ), які були проінтегровані в межах робочих обертів двигунів (3), (4).

$$K_{kzD} = \int_0^1 M_1(n)dn, \quad (3)$$

$$K_{kzE} = \int_0^1 M_2(n)dn = \int_0^{0,429} 1dn + \int_{0,429}^1 (-1,3522n + 1,5737)dn. \quad (4)$$

За результатом обчислення отриманих функцій  $K_{kz}$  для зазначених двигунів коефіцієнти складають: для електродвигуна –  $K_{kzE} = 0,776$ , для ДВЗ –  $K_{kzD} = 0,518$ , що дозволяє стверджувати про більш ефективне використання потужності електродвигунами, особливо в нижньому діапазоні обертання вала двигуна, який характеризує етап розгону зразка ББМ.

З метою обґрунтування комплексного коефіцієнту

доцільності використання електродвигунів на зразках ББМ необхідно провести аналіз залежності вагових параметрів електродвигунів від їх зовнішніх характеристик. Сучасні підходи з використанням інноваційних матеріалів та технологій під час розробки електродвигунів дозволяють отримувати тягові електродвигуни номінальної потужності до 600 кВт при їх масі до 70кг. Втім на вітчизняному ринку такі технології недоступні. На даний час в Україні активно впроваджується технологія обмотки асинхронних електродвигунів за комбінованою схемою «Слов'янка», яка використовує у якості основи існуючі на ринку промислові електродвигуни. Модернізовані таким чином двигуни використовуються під час розробки перспективних вітчизняних зразків автономного електротранспорту. Однак використання даної інновації не позбавляє сучасні вітчизняні тягові електричні двигуни основного недоліку – значного зростання маси при збільшенні необхідної потужності двигуна. Частково ця проблема вирішується шляхом підняття обертів двигуна, що дозволяє зменшити габаритні розміри. Але, в цілому, отримана емпіричним шляхом залежність маси тягового електроприводу від його потужності представлена на рис. 2 і виглядає як (5):

$$m_e(P) = -0,0121P^2 + 9,5691P - 183,1, \quad (5)$$

де  $m_e$  – маса тягового електродвигуна, кг;  
 $P$  – потужність тягового електродвигуна.

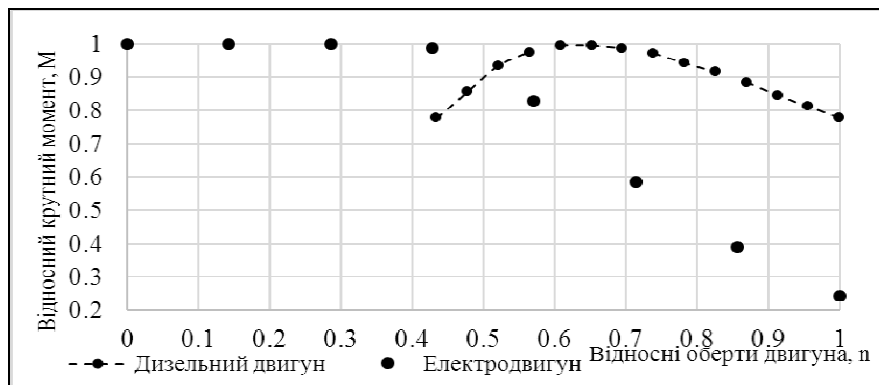


Рисунок 1 – Порівняльні характеристики двигунів Deutz BF4M 1013FC та Tesla Model S P100D

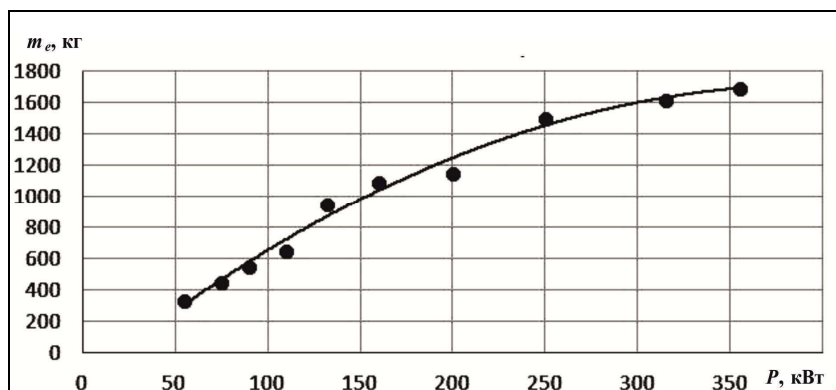


Рисунок 2 – Залежність маси асинхронних електродвигунів від їх потужності

Точність апроксимації функції  $m_e(P)$  склала  $R^2=0,9866$ .

За результатами аналізу отриманої функції встановлено, що маси електродвигунів вітчизняного виробництва високої потужності є більшими від аналогічних за потужністю ДВЗ. Проте маси електродвигунів з меншими потужностями цілком порівняні з масами ДВЗ, що дає підстави стверджувати про наявність перспективи використання тягових електродвигунів невеликої потужності замість ДВЗ на ряді ББМ вузькоспеціалізованого призначення. Таким чином, постає наукова проблема пошуку та обґрунтування критеріїв, які дозволять визначити доцільність використання силових установок того чи іншого типу для перспективних зразків ББМ.

**Висновки.** За результатами проведених досліджень зроблені наступні висновки.

1. Зі зростанням рівня сучасних технологій набуває актуальності питання використання альтернативних джерел механічної енергії на наземних зразках військової техніки, зокрема тягового електроприводу.

2. Порівняльний аналіз зовнішніх характеристик дизельних та електричних силових установок вказує на переваги останніх з питання раціонального використання потужності.

3. Аналіз модельного ряду асинхронних електричних двигунів вітчизняного виробництва вказує на значне зростання маси електроприводу у залежності від встановлюваної потужності, що значно обмежує діапазон використання тягових електроприводів на наземній військовій техніці середньої та важкої категорії за масою.

4. Враховуючи вищезазначене, актуальним завданням залишається пошук критерію визначення доцільності використання тягових електроприводів для

перспективних зразків ББМ.

#### Список літератури

1. Воєнна доктрина України // Про нову редакцію Воєнної доктрини України: Указ Президента України від 24.09.2015р. № 555/2015. К.: РНБОУ, 2015. 27 с.
2. Теория и конструкция танка: [в 10 т.] М.: Машиностроение, 1990. – Т.1: Основы системы управления развитием военных гусеничных машин / [сост. Потемкин Э.К., Вильховченко Н.Н. и др.; ред. Исакова П.П.]. 1982. 212 с.
3. Теория, конструкция и расчёт боевых колёсных машин / [Агейкин Я.С., Антонов Д.А и др.; ред. Медведкова В.И.] Москва: Академия бронетанковых войск, 1976. 405 с.
4. Advanced Hybrid Vehicle Propulsion System Study – Режим доступу: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19830016161.pdf>
5. Beunk H. Stepless changing with diesel-electric power. Profi International. 1999. № 12. P. 28–30.
6. Ксеневиц И. П., Изосимов Д. Б. Идеология проектирования электромеханических систем для гибридной мобильной техники // Тракторы и сельхозмашины. 2007. № 2. С. 12–20.

#### References (transliterated)

1. *Voenna doktrina Ukraini* // Pro novu redakciyu Vo-ennoi doktrini Ukraini: Ukaz Prezidenta Ukraini vid 24.09.2015r. № 555/2015. Kyiv: RNBOU, 2015. 27 p.
2. *Teoriya i konstrukciya tanka*: [v 10 t.] M.: Mashinostroenie, 1990. – T.1: Osnovy sistemy upravleniya razvitiem voennyh gusenichnyh mashin / [sost. Potemkin E.H.K., Vil'hovchenko N.N. i dr.; red. Isakova P.P.]. 1982. 212 p.
3. *Teoriya, konstrukciya i raschyot boevykh kolyosnyh mashin* / [Agejkin Y.A.S., Antonov D.A i dr.; red. Medvedkova V.I.] Moscow: Akademiya bronetankovyh vojsk, 1976. 405 p.
4. *Advanced Hybrid Vehicle Propulsion System Study* – Режим доступу: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19830016161.pdf>
5. Beunk H. Stepless changing with diesel-electric power. Profi International. 1999, no 12, pp. 28–30.
6. Ksenevich I. P., Izosimov D. B. Ideologiya proekti-rovaniya ehlektromekhanicheskikh sistem dlya gibridnoj mobil'noj tekhniki // *Traktory i sel'hozmashiny*. 2007, no 2, pp. 12–20.

Надійшло (received) 22.10.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Рудий Андрій Володимирович (Рудий Андрей Владимирович, Rudij Andrij)** – кандидат технічних наук, Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, викладач кафедри бронетанкової техніки, Львів, тел. 093-995-61-57, E-mail: [rasty82@ukr.net](mailto:rasty82@ukr.net)

**Мищенко Ярослав Сергійович (Мищенко Ярослав Сергеевич, Mishchenko Yaroslav)** – кандидат технічних наук, Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, старший викладач кафедри бронетанкової техніки, Львів, тел. 093-720-82-66, E-mail: [sl.1983@ukr.net](mailto:sl.1983@ukr.net)

**Шаталов Олег Євгенійович (Шаталов Олег Евгеньевич, Shatalov Oleg)** – кандидат технічних наук, Національна Академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, доцент кафедри бронетанкової техніки, Львів, тел. 097-457-38-31, e-mail: [shatl-oleg-ua@ukr.net](mailto:shatl-oleg-ua@ukr.net)

**А.Ю. ТАНЧЕНКО**

### **ВПЛИВ АПРОКСИМАЦІЙНИХ СПОТВОРЕНЬ ГЕОМЕТРІЇ ІМПУЛЬСУ ЗМУШУЮЧОГО ПЕРІОДИЧНОГО СИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ НА СТАБІЛЬНІСТЬ СУБГАРМОНІЙНИХ РЕЖИМІВ КОЛИВАНЬ НА ПРИКЛАДІ СИСТЕМИ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ СВОБОДИ**

Робота присвячена подальшому тестуванню запропонованого раніше підходу до дослідження субгармонійних режимів в нелінійних коливальних системах. Підхід передбачає оцінку кожного коливання окремо та їх безпосереднє порівняння між собою, використовуючи базові, первинні результати коливального процесу - амплітуди та швидкості їх зміни. Даний аспект дозволяє працювати з неспотвореними даними, а також не вносити додаткові зміни в процедуру чисельного розв'язання. На відміну від методу оцінки по перетинах Пуанкаре, де бере участь лише одна точка з фазової площини для кожного коливання, запропонований підхід проводить інтегральну оцінку відразу для множини точок, що виключає помилкове, випадкове спрацьовування в разі збігу лише декількох точок. Для оцінки стабільності субгармонійних режимів коливань в рамках даної статті акцент зроблено на варіюванні геометрії імпульсу періодичного впливу змушуючої сили. Для цієї мети був застосований алгоритм апроксимації, заснований на Фур'є-перетворенні та виникаючих при цьому особливостей - паразитних осциляцій, також відомих як явище Гіббса. На прикладі двохмасової системи з двома ступенями свободи наведено результати, що підтверджують стабільність виявлених раніше субгармонійних режимів коливань.

**Ключові слова:** вимушені коливання, нелінійна коливальна система, апроксимація, явище Гіббса, базис Фейєра, субгармонійний режим, фазовий портрет, перетин Пуанкаре

**А.Ю. ТАНЧЕНКО**

### **ВЛИЯНИЕ АППРОКСИМАЦИОННЫХ ИСКАЖЕНИЙ ГЕОМЕТРИИ ИМПУЛЬСА ВЫНУЖДАЮЩЕГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ СУБГАРМОНИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ КОЛЕБАНИЙ НА ПРИМЕРЕ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ**

Работа посвящена дальнейшему тестированию предложенного ранее подхода исследования субгармонических режимов в нелинейных колебательных системах. Подход подразумевает оценку каждого колебания в отдельности и их непосредственное сравнение между собой, используя базовые, первичные результаты колебательного процесса – амплитуды и их скорости изменения. Данный аспект позволяет работать с неискаженными данными, а также не вносить дополнительные искажения в процедуру численного решения. В отличие от метода оценки по сечениям Пуанкаре, где участвует лишь одна точка из фазовой плоскости для каждого колебания, предложенный подход проводит интегральную оценку сразу для множества точек, что исключает ложное, случайное срабатывание в случае совпадения лишь нескольких точек. Для оценки устойчивости субгармонических режимов колебаний в рамках данной статьи упор сделан на искажение геометрии импульса периодического воздействия вынуждающей силы. Для этой цели был применен алгоритм аппроксимации, основанный на Фурье-преобразовании и возникающих при этом особенностей – паразитных осцилляций, также известных как явление Гиббса. На примере двухмассовой системы с двумя степенями свободы представлены результаты, подтверждающие устойчивость выявленных ранее субгармонических режимов.

**Ключевые слова:** вынужденные колебания, нелинейная колебательная система, аппроксимация, явление Гиббса, базис Фейера, субгармонический режим, фазовый портрет, сечение Пуанкаре

**A.Y. TANCHENKO**

### **THE INFLUENCE OF APPROXIMATION DISTORTIONS OF GEOMETRY STABILITY PROMOTIONAL PERIODIC POWER INFLUENCE ON THE IMPULSE OF VIBRATION SUBHARMONIC REGIMES ON THE EXAMPLE OF VIBRATING SYSTEM WITH TWO DEGREES OF FREEDOM**

The work is devoted to further testing the previously proposed approach to the study of subharmonic modes in nonlinear oscillatory systems. The approach implies an assessment of each vibration separately and their direct comparison with each other, using the basic, primary results of the oscillatory process — the amplitudes and their rates of change. This aspect allows you to work with undistorted data, and also does not introduce additional distortions in the procedure of numerical solution. Unlike the Poincare' section estimation method, where only one point from the phase plane for each oscillation is involved, the proposed approach carries out an integral assessment for a set of points at once, which eliminates false, random triggering if only a few points coincide. To assess the stability of subharmonic oscillation modes in this article, emphasis is placed on the distortion of the pulse geometry of a periodic effect of a driving force. For this purpose, an approximation algorithm was applied, based on the Fourier transform and the resulting features — parasitic oscillations, also known as the Gibbs phenomenon. Using the example of a two-mass system with two degrees of freedom, the results are presented confirming the stability of previously identified subharmonic modes.

**Keywords:** forced vibrations, nonlinear vibration system, approximation, Gibbs phenomenon, Fejer basis, subharmonic mode, phase portrait, Poincare's cross section

**Вступ.** Багато коливальних процесів характеризуються яскраво вираженими фазами, безпосередньо пов'язаними з фазами активного навантаження [1–6]. Так, багато швидкоплинних процесів прийнято описувати прямокутним імпульсом певної тривалості, «ступінчасті» функції типу Хевісайда, які характеризуються логічним елементом («1» або «0») і деякою тривалістю імпульсу. Прикладами можуть бути  $\text{signum}(\sin(x))$  або  $|x/x|$ .

Складність в даному випадку полягає в аналітичному описі «активного» імпульсу, однак завжди може бути застосований універсальний механізм Фур'є-перетворення. З іншого боку, в разі Фур'є-перетворення ступінчастих функцій на перший план можуть вийти паразитні зміни в найбільш значущих для апроксимації місцях – областях зміни зон моделюемого процесу [7, 8]. Часом навіть

© А.Ю. Танченко, 2019

утримання досить значної кількості членів ряду (десятки і сотні) не повною мірою покращує картину опису ступеневої зміни – рис.1.

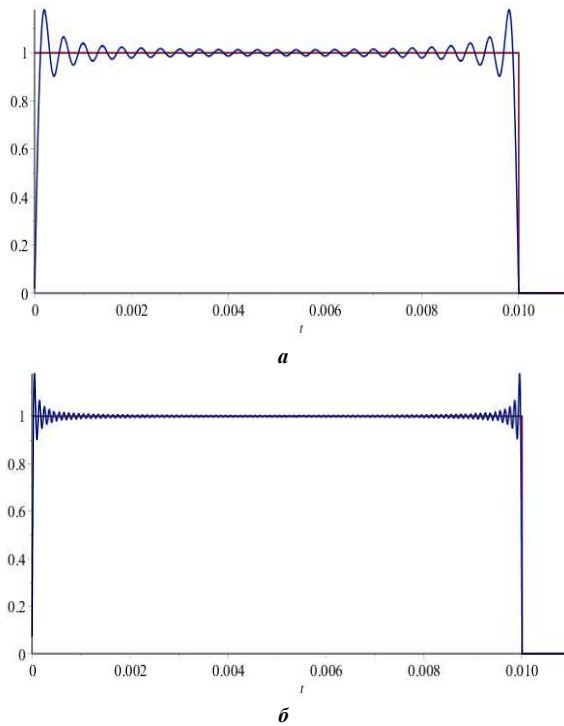


Рисунок 1 – Апроксимація ступінчастої функції сумами Фур'є: а – 50 членів ряду; б – 200 членів ряду

З наведених графічних розподілів видно, що поблизу зламу має місце суттєве відхилення від заданої ступінчастої траєкторії, яке при класичному розкладанні практично непереборне і характеризується величиною локального відхилення порядку 10% (див. рис. 1). Крім того, збільшення числа утримуваних членів ряду, спрямовано на підвищення точності опису вихідної функції, само по собі може стати ініціатором паразитного коливального процесу, який обумовлений лише математичним апаратом апроксимації і нічим більше. Особливо небезпечна подібна апроксимація при використанні такої функції як кінематичне навантаження.

Також існує метод, що дає можливість нівелювати паразитні спотворення одержуваного графіка: для цього пропонується вибрати особливим чином базис елементарних функцій, на якому буде будуватиме розкладання в ряд, і сформувати ядро – так зване ядро Фейєра [7, 8]. Цей підхід передбачає заміну класичного базису функцій  $\sin(nx)$ ,  $n = 1, \dots, N$ , базисом  $\sin(nx+x/2)/(\sin(x/2))$ , (де  $n$  – номер базисної функції,  $N$  – кількість утримуваних членів ряду). На основі підібраних таким чином базисних функцій може бути отримане ядро  $\sin^2(nx/2)/(n \sin^2(x/2))$ , також відоме як ядро Фейєра:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\sin(k+1/2)x}{\sin(x/2)} = \frac{1}{n} \frac{\sin^2(nx/2)}{\sin^2(x/2)}. \quad (1)$$

При цьому сама апроксимуюча функція з використанням ядра Фейєра запишеться наступним чином:

$$F_n(x) = \frac{1}{T \cdot n} \int_0^T f(\xi) \cdot \left( \frac{\sin(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{n(\xi-x)}{2})}{\sin(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{\xi-x}{2})} \right)^2 d\xi, \quad (2)$$

де  $T$  – період функції, а  $f(\xi)$  – функція, що апроксимується.

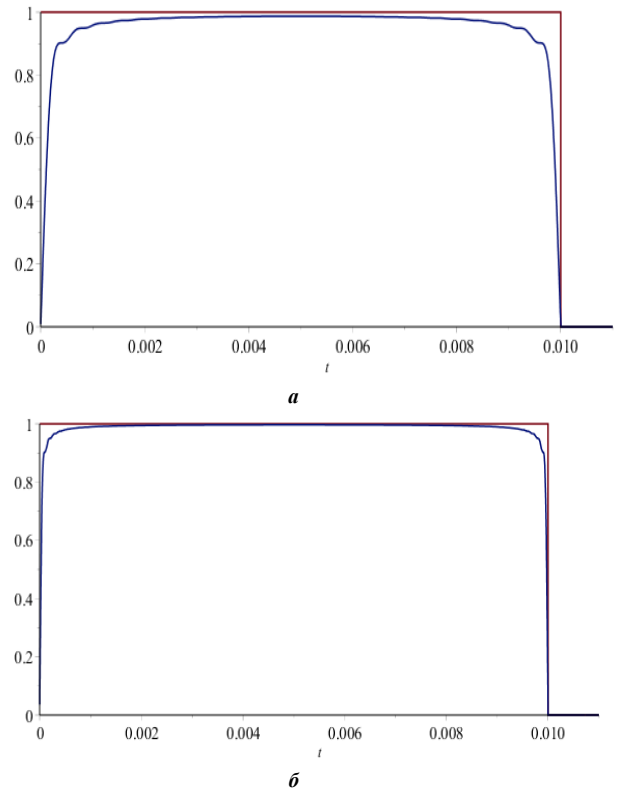


Рисунок 2 – Апроксимація ступінчастої функції чезаровськими сумами Фур'є з використанням ядра Фейєра: а – 50 членів ряду, б – 200 членів ряду

З графіків, наведених на рис. 2, видно, що при використанні такого підходу (2) результуюча функція виходить набагато більш плавною, і з ростом кількості утримуваних членів точність опису вихідного ступеневого імпульсу підвищується без внесення штучних осциляцій (також відомих як явище Гіббса).

В рамках цієї статті досліджується можливий вплив подібного роду спотворень на стабільність коливального процесу.

*Мета і завдання досліджень* – дослідити стабільність виявлених раніше [9, 10] субгармонійних режимів коливань на прикладі системи з двома ступенями свободи внаслідок зміни форми імпульсу активної фази навантаження.

**Постановка задачі.** Як досліджувана модель використана нелінійна двомасова система з двома ступенями свободи (вільності) з нелінійним елементом – рис. 3 (перша з двох пружин має білінійну залежність жорсткості від переміщення – рис. 4).

Параметри, використані при математичному моделюванні, представлені у табл.1. Базою для математичного модулювання був програмний пакет Maple, який має широкий функціонал для розв'язання поставленої задачі [11–14].

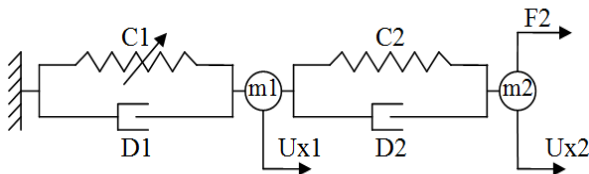
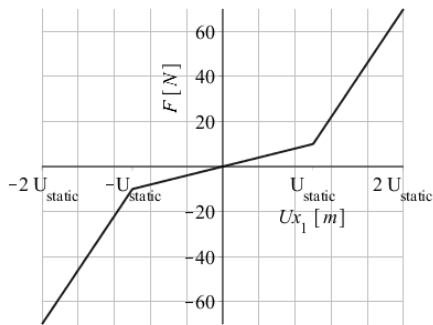


Рисунок 3 – Схема досліджуваної коливальної системи

Рисунок 4 – Характеристика білінійної пружини  
( $C1 \Rightarrow C11/C12$ )

Система рівнянь буде мати вигляд

$$\begin{cases} m_1 \ddot{u}_1 + D_1 \dot{u}_1 + D_2 (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) + C_1 u_1 + C_2 (u_1 - u_2) = 0, \\ m_2 \ddot{u}_2 + D_2 (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) + C_2 (u_2 - u_1) = f_2(t), \end{cases} \quad (3)$$

де  $f_2(t)$  – збуджуюча функція, графік якої наведено на рис. 5.

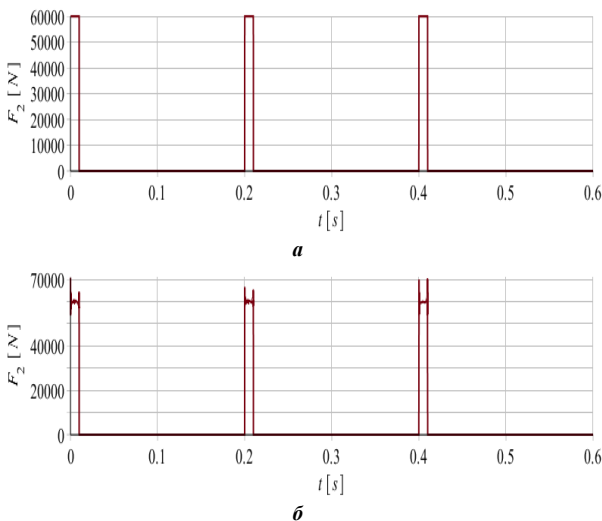


Рисунок 5 – Графік збуджуючої сили:  
а – періодичне імпульсне навантаження  $F_2$  / кусочно-лінійний прямокутний імпульс; б – за допомогою Фур'є-перетворення

Задля кількісної оцінки відмінності коливань одне від іншого, використовуючи період збуджуючого навантаження  $T$  як опорний, пропонується скористатися формулою (4)

$$k_i = \sum_q \frac{\left| |u_q(\tau + jT)| - |u_q(\tau)| \right|}{\left| |u_q(\tau + jT)| + |u_q(\tau)| \right|}, \quad (4)$$

нульові значення котрої будуть свідчити про повний збіг досліджуваних номерів коливань між собою. Таким чином, стає можливо дослідити кратність (дольність) субгармонійних (або гіпергармонійних) режимів.

**Результати досліджень.** На рис. 6–13 наведено графіки, що характеризують коливальний процес із параметрами, які відповідають табл. 1. Так, рис. 6, 7 демонструють початок коливального процесу та сталий режим відповідно. Обрані параметри відповідають субгармонійному режиму кратності три. Видно, що змінений після перетворення Фур'є імпульс практично не впливає на отримані результати коливального процесу ні на початковій стадії, ні після стабілізації.

Таблиця 1 – Параметри розрахункової моделі

|                                 |   |
|---------------------------------|---|
| Маса $m1$ , [кг]                | 10 000  |
| Маса $m2$ , [кг]                | 1300  |
| Момент інерції $I1$ , [кг*град] | 10000   |
| Момент інерції $I2$ , [кг*град] | 5200  |
| Жорсткість $C1$ , [Н/град]      | $C1=8 \cdot 10^5 \cdot C1coef$                  |
| $C1coef$                        | 1   |
| Жорсткість $C2$ , [Н/град]      | $C21=3.5 \cdot 10^5$<br>$C22=C21 \cdot C22coef$ |
| $C22coef$                       | 5   |
| Демпфування $D1$ , [Н/град*с]   | $1 \cdot 10^6$                                  |
| Демпфування $D2$ , [Н/град*с]   | $1 \cdot 10^3$                                  |
| Амплітуда імпульсу $F2$ , [Н]   | 60 000  |
| Тривалість імпульсу $F2$ , [с]  | 0,01  |
| Частота збудження $F2$ , [Гц]   | 5   |

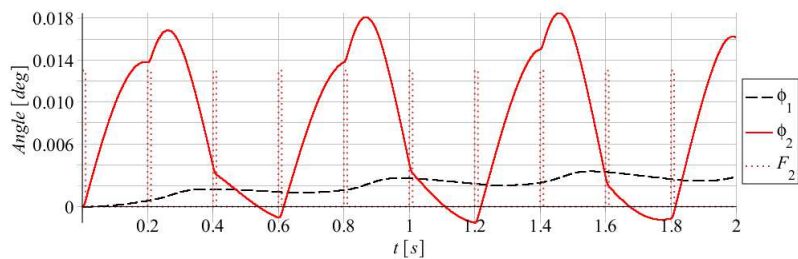
Звертає на себе увагу майже повна ідентичність результатів. Так, зображені на рис. 8 та 9 результати дозволяють наочно дослідити, співставити кожне коливання окремо та порівняти їх в межах одного періоду. Так, рис. 8, 9 демонструє безпосередньо амплітуди коливань та їх зміни в межах одного періоду, рис. 10 – порівняння за формулою (4), нульові значення якої свідчать про повний збіг досліджуваних номерів коливань.

Розроблений програмно-модельний комплекс дозволяє порівнювати як окремі коливання та фази, так і їх набори. Так створюється тривимірний графічний розподіл для всього коливального процесу – кожне коливання сепарується та зберігається окремо, створюється матриця результатів, що дає змогу надалі використовувати повною мірою математичний апарат лінійної алгебри.

Рис. 11 демонструє фазові портрети для різних діапазонів. На рис. 12 наведено окремі фазові портрети для маси  $m1$  і  $m2$  та зображено періоди кожного з трьох характерних повторюваних коливань.

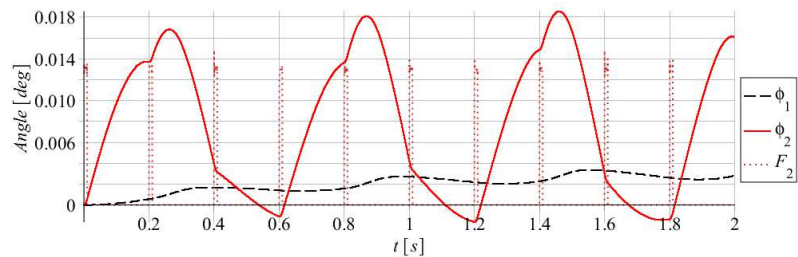
Також одним з наочних засобів аналізу субгармонійних режимів є використання перерізів Пуанкаре – рис. 13 (умовні позначки: коло – перше коливання з діапазону, прямий та похилий хрест – останнє парне та непарне коливання відповідно), що в цьому випадку також підтверджує субгармоніку кратності три. Графічне відображення траєкторій сумісного руху коливань мас  $m1$  та  $m2$  наведено на рис. 14, що також дає змогу вести мову про сталий коливальний процес.





Vibrations from 0 to 10 Subharm # 3

**a**



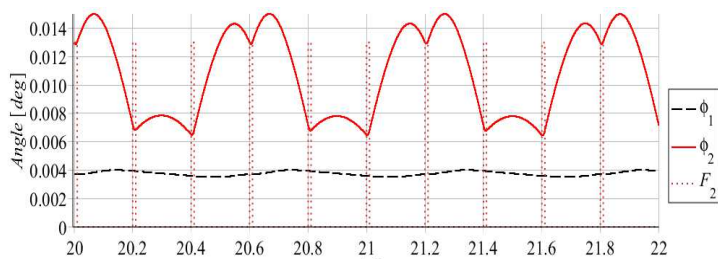
Vibrations from 0 to 10 Subharm # 3

**б**

Субгармонійний кратності 3

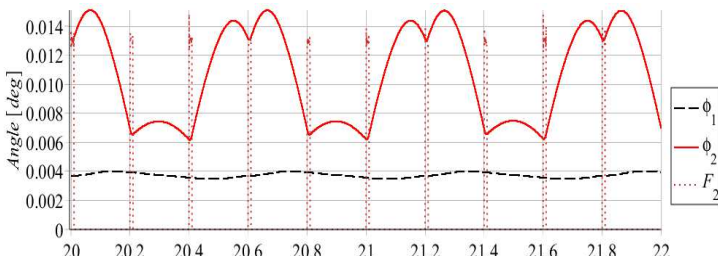
Рисунок 6 – Часові розподіли переміщень:

*a* – перші 10 коливань / кусочно-лінійний прямокутний імпульс; *б* – після перетворення Фур’є



Vibrations from 100 to 110 Subharm # 3

**a**



Vibrations from 100 to 110 Subharm # 3

**б**

Рисунок 7 – Часові розподіли переміщень:

*a* – сталий режим / кусочно-лінійний прямокутний імпульс; *б* – за допомогою перетворення Фур’є

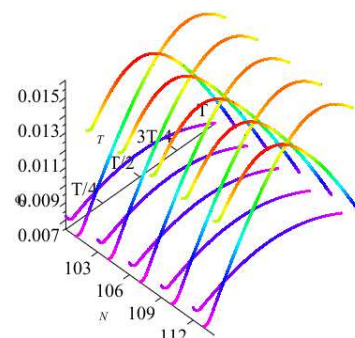
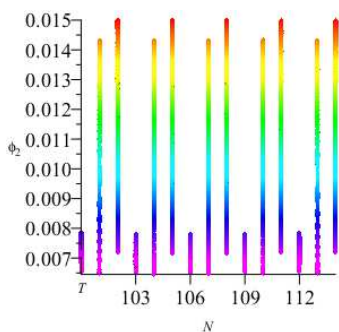
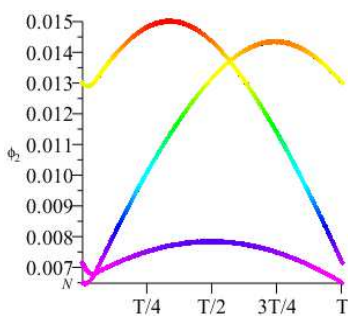


Рисунок 8 – Часові розподіли переміщень (субгармоніка кратності три) – прямокутний імпульс

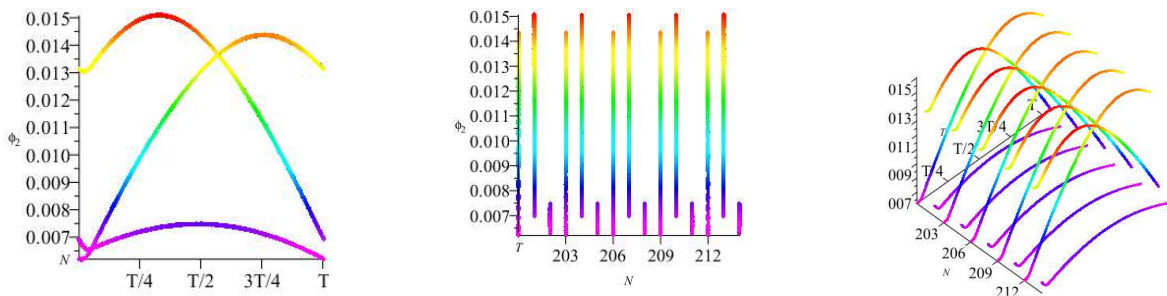


Рисунок 9 – Часові розподіли переміщень (субгармоніка кратності три) – за допомогою перетворення Фур'є

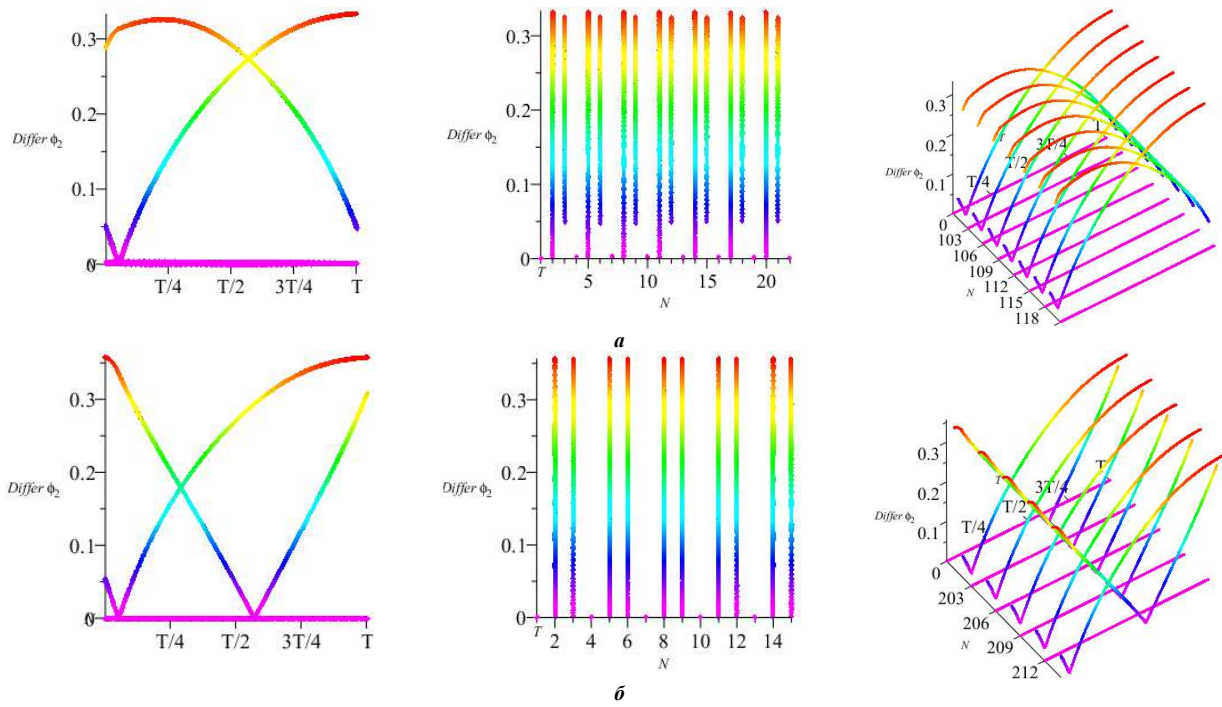


Рисунок 10 – Характеристика зміни коливання, обчислена за формулою (4):  
 а – прямокутний імпульс, б – за допомогою перетворення Фур'є

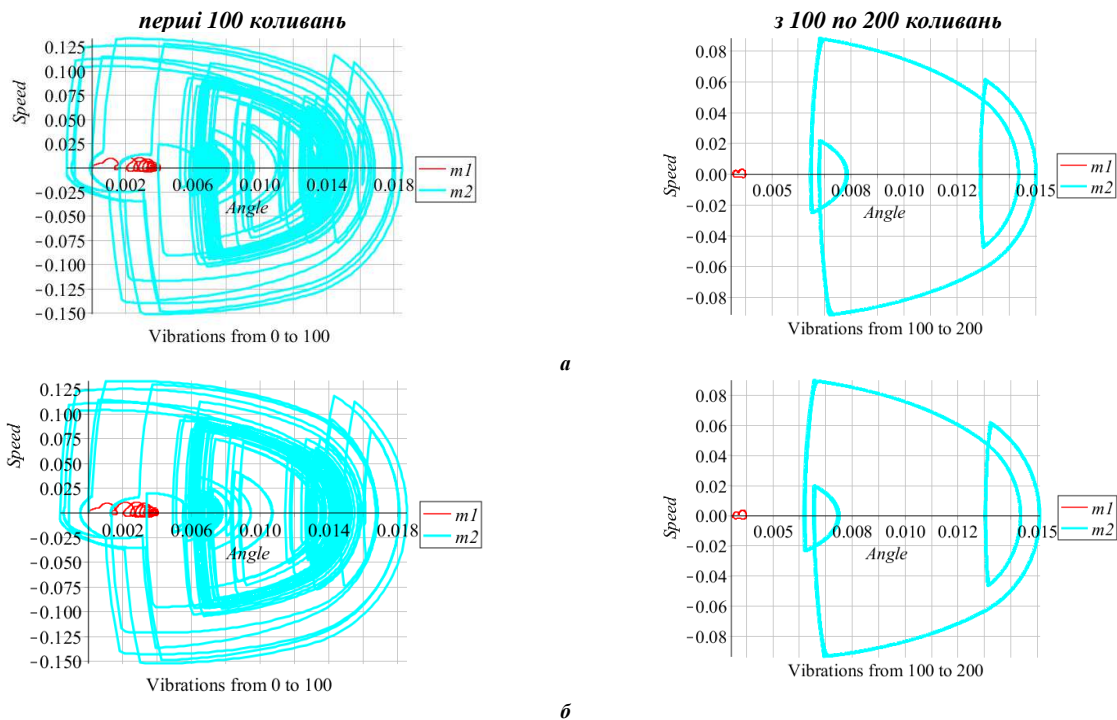


Рисунок 11 – Фазові траєкторії: а – прямокутний імпульс, б – після перетворення Фур'є

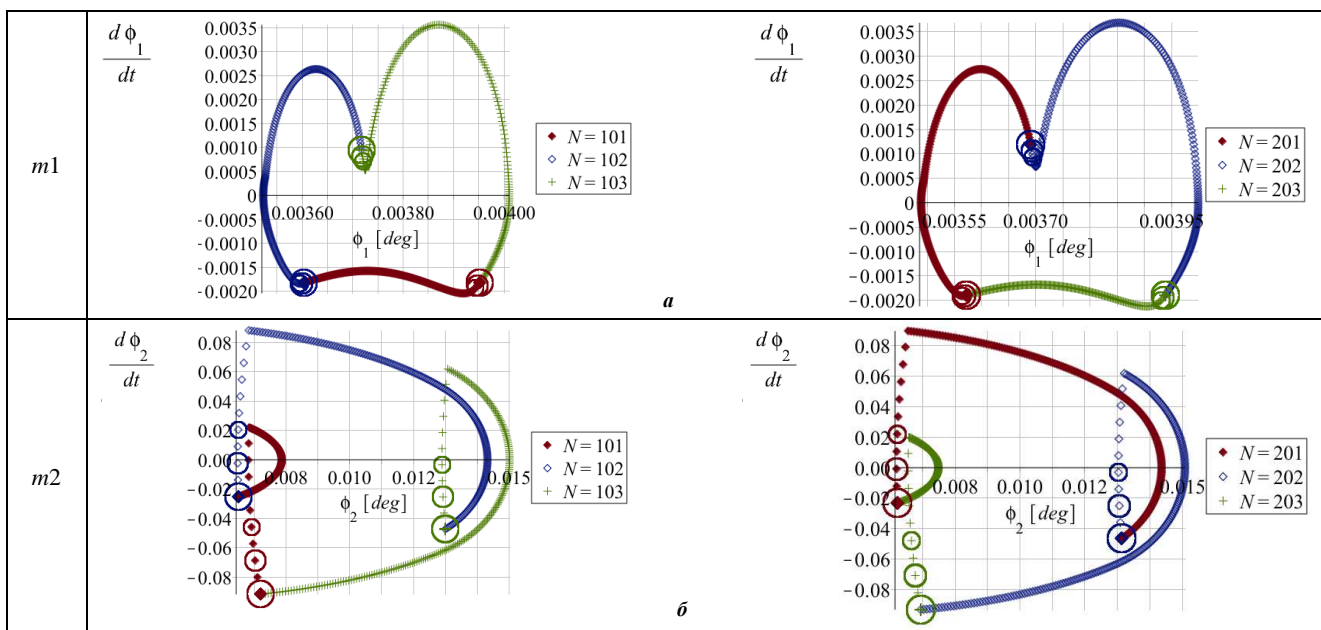


Рисунок 12 – Фазові траєкторії для повторюваної трійки коливань (колами позначено початок та напрямок руху кожного коливання): *a* – прямокутний імпульс, *б* – за допомогою перетворення Фур’є

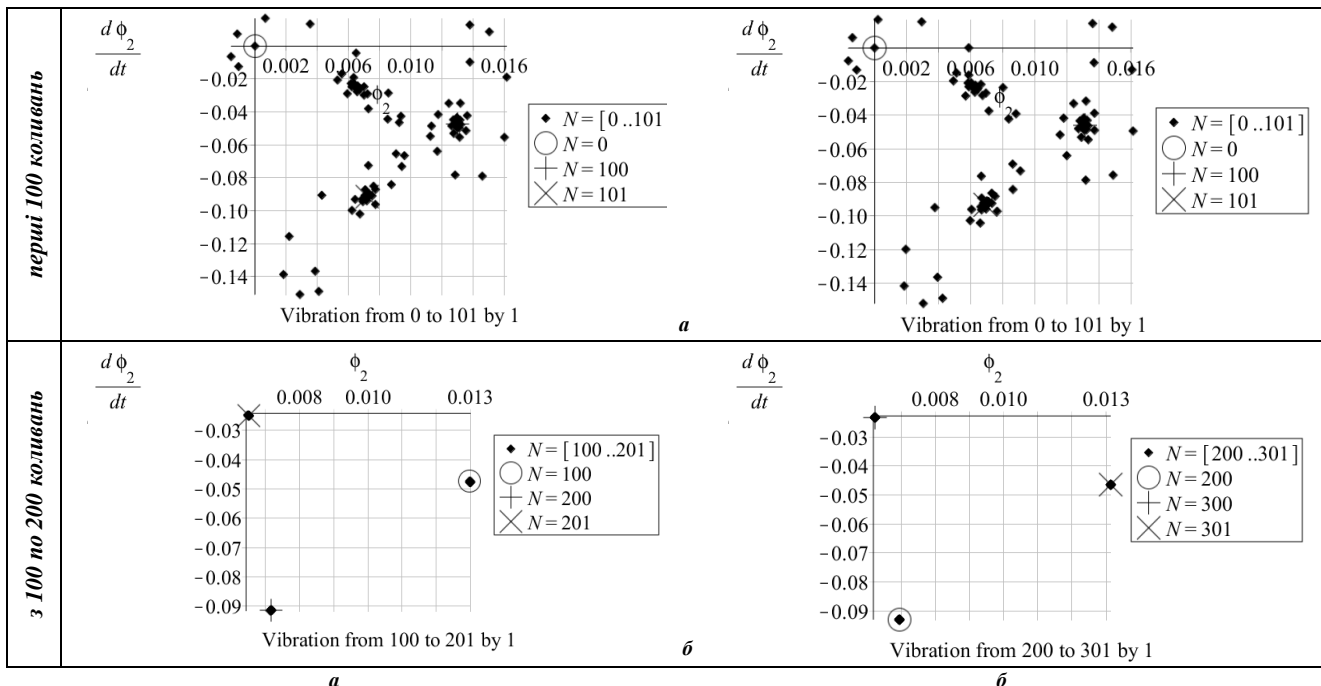


Рисунок 13 – Переріз Пуанкаре: *a* – прямокутний імпульс, *б* – за допомогою перетворення Фур’є

**Висновки.** Аналіз отриманих результатів дає підґрунтя для наступних висновків:

- 1) запропонований підхід може бути базою для виявлення та досконалого дослідження субгармонійних режимів у нелінійних системах;
- 2) змодельовані спотворення прямокутного імпульсу після перетворення Фур’є призвели до незначної зміни характеру коливального процесу – субгармонійного режиму. Однак слід зауважити, що збуджуючий імпульс використовувався як силове навантаження, що певною мірою нівелювало паразитне викривлення. Напрямоком подальших досліджень може бути аналіз ситуації при кінематичному наван-

таженні.

3) на прикладі системи з двома ступенями вільності продемонстровано стабільність субгармонійних режимів при зміні параметрів збуджуючого силового навантаження;

4) створений програмний комплекс дає змогу наочно та з високою долею вірогідності дослідити можливість виникнення субгармонійних режимів коливань для різноманітних діапазонів варійованих параметрів нелінійної системи.

У подальшому запропонований підхід може бути застосовано до дослідження широкого класу реальних машинобудівних конструкцій.



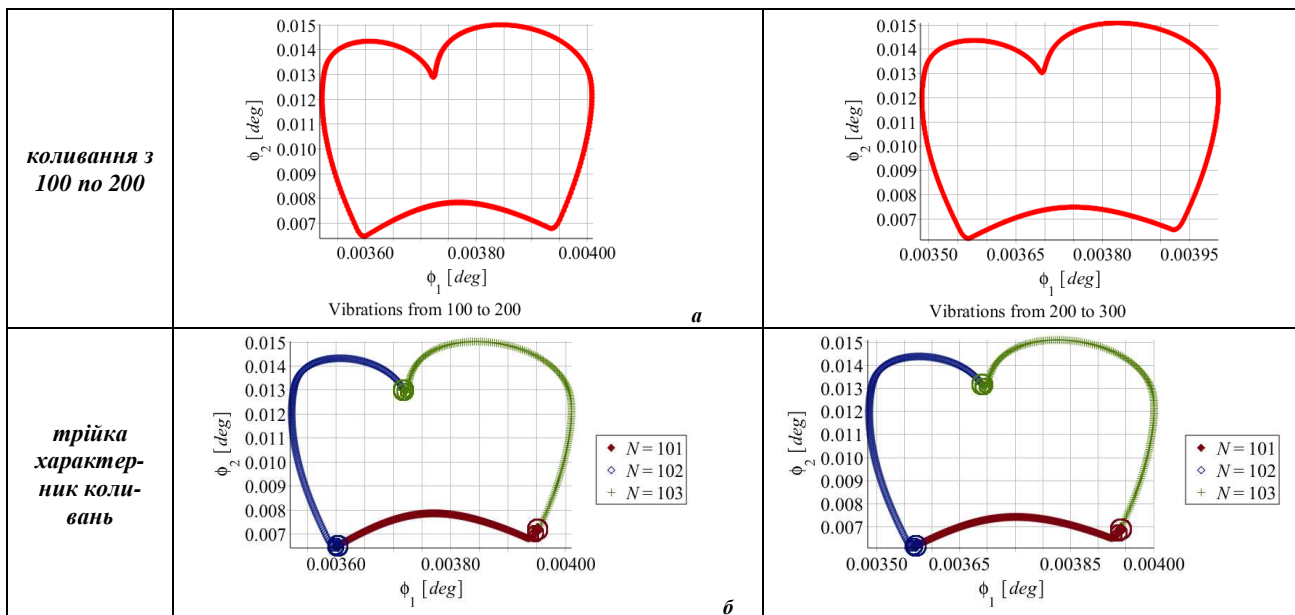


Рисунок 14 – Траєкторії сумісного руху мас  $m_1$  та  $m_2$ . *a* – прямокутний імпульс, *б* – за допомогою Фур'є перетворення

#### Список літератури

1. Бабаков И.М. *Теория колебаний*. Москва, Дрофа, 2004. 591 с.
2. *Вибрації в техніці. Колебания нелинейных механических систем*. Т. 2 / Под ред. И. И. Блехмана. Москва: Машиностроение, 1979. 351 с.
3. Хаяси Т. *Нелинейные колебания в физических системах*. Москва, Мир, 1968. 432 с.
4. Малкин И. Г. Методы Ляпунова и Пуанкаре в теории нелинейных колебаний. Из-во «Ленанд», 2014. 248 с.
5. Гритченко В. Т., Маципура В. Т., Снарский А.А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М.: Изд. ЛКИ, 2007.
6. Blanchard P., Devaney R.L., Hall G.R. *Differential equations*. Brooks/Coll, 2002.
7. Лодкин А.А. *Иллюстрации к теме "Ряды Фурье"*. СПб.: С-Петербург. гос. ун-т, 2004. - 7 с.
8. Танченко А.Ю., Веретельник О.В. К вопросу о моделировании изменяемой во времени и перемещаемой в пространстве нагрузки *Механіка та машинобудування*. Харків: НПКП "Механіка", 2014. № 1. С. 24–28.
9. А. Ю. Танченко, М. А. Ткачук, А. В. Набоков, А. В. Грабовський, А. М. Малакей Нелінійні коливання елементів легкоброньованих машин: модельні задачі та якісні особливості. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Транспортне машинобудування*. 2018. №29 (1305). С. 108–129
10. Танченко А.Ю. Дослідження субгармонійних режимів коливань на прикладі системи з двома ступенями свободи при імпульсному навантаженні. *Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Динаміка і міцність машин*. 2018. №38 (1314). С. 49–55.
11. Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. СПб.: Питер, 2004. 539 с.
12. Дьяконов В.П. *Maple 9.5 10 в математике, физике и образовании*. М.: Солон-Пресс, 2006. 720 с.
13. Кондратьев В.П. Язык программирования. Система Maple. Полный курс Учеб. пособие. 2006. 216 с.
14. Коптев А.А., Пасько А.А., Баранов А.А. *Maple в инженерных расчетах*. Учебное пособие. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. 80 с.

#### References (transliterated)

1. Babakov I.M. *Teoriya kolebaniy* [Theory of vibrations]. Moscow, Drofa, 2004. 591 p.
2. *Vibratsii v tekhnike. Kolebaniya nelineynykh mekhanicheskikh sistem* [Vibrations in technology. Oscillations of nonlinear mechanical systems]. Vol. 2 / Ed. I. I. Blekhnman. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979, 351 p.
3. Khayasi T. *Nelineynyye kolebaniya v fizicheskikh sistemakh* [Nonlinear oscillations in physical systems]. Moscow, Mir Publ., 1968. 432 p
4. Malkin I. G. *Metody Lyapunova i Puankare v teorii nelineynykh kolebaniy* [Methods of Lyapunov and Poincaré in the theory of nonlinear oscillations]. Lenand Publ., 2014. 248 p.
5. Gritchenko B. T., Matsipura B. T., Snarskiy A.A. *Vvedenie v nelineynuyu dinamiku: Haos i fraktaly*. Moscow: Izd. LKI, 2007.
6. Blanchard P., Devaney R.L., Hall G.R. *Differential equations*. Brooks/Coll, 2002.
7. Lodkin A.A. *Ilyustratsii k teme "Ryadyi Fure"*. SPb.: S-Peterb. gos. un-t, 2004. 7 p.
8. Tanchenko A.Yu., Veretelnik O.V. K voprosu o modelirovani izmenyaemoy vo vremeni i peremeschaemoy v prostranstve nagruzki *Mehaniika ta mashinobuduvannya*. 2014, no 1, pp. 24-28.
9. Tanchenko A. Yu., M. A. Tkachuk, A. V. Nabokov, A. V. Grabovskiy, A. M. Malakey Nelineyni kolivannya elementiv legkobronovanih mashin: modelni zadachi ta yakisni osoblivosti. *Visnik NTU "KhPI"*. 2018, no 29 (1305), pp. 108–129
10. Tanchenko A.Yu. Doslidzhennya subgarmoniynih rezhimiv kolivan na prikladi sistemi z dvoma stupenyami svobody pri impulsnomu navantazheni. *Visnik NTU "KhPI"*. 2018, no 38 (1314), pp. 49–55
11. Goloskovov D.P. *Uravenniya matematicheskoy fiziki. Reshenie zadach v sisteme Maple*. SPb.: Piter, 2004. 539 p.
12. Dyakonov V.P. *Maple 9.5 10 v matematike, fizike i obrazovanii*. M.: Solon-Press, 2006. 720 h.
13. Kondratev V.P. *Yazyki programmirovaniya. Sistema Maple. Polnyi kurs. Ucheb. posobie*. 2006, 216 p.
14. Koptev A.A., Pasko A.A., Baranov A.A. *Maple v inzhenernykh raschetah Uchebnoe posobie*. Tambov: Izd-vo Tamb. gos. tehn. un-ta, 2003. 80 p.

Надійшла (received). 12.11.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Танченко Андрій Юрійович (Танченко Андрей Юрьевич, Tanchenko Andrii Yuriovich)** – кандидат технічних наук (PhD), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0388-0192>; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org

*М. А. ТКАЧУК, М. О. БОНДАРЕНКО, Р. І. ШЕЙЧЕНКО, О. Ю. ШУТЬ, Я. М. ЛІСОВОЛ,  
А. В. ЗАВОРОТНІЙ, А. В. НАБОКОВ*

### **НОВИЙ ПІДХІД ДО ПРОЕКТУВАННЯ ІННОВАЦІЙНИХ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ**

Для визначення раціональних технічних рішень для інноваційних виробів, у складі яких є тонкостінні машинобудівні конструкції, запропоновано постадійний процес. Цей процес передбачає визначення структури і параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій, які задовольняють традиційним критеріям та обмеженням. Надалі здійснюється варіативний аналіз та будується функція відгуку, яка характеризує залежність техніко-економічних показників від варіювання певної групи параметрів. Після цього проектні параметри обираються із умови незначної зміни техніко-економічних показників при варіюванні проектних та економічних умов. Завдяки такій процедурі визначається технічне рішення та проектні параметри, які забезпечують задовільні техніко-економічні показники для визначеної області варіювання усіх обставин життєвого циклу виробу.

**Ключові слова:** тонкостінна машинобудівна конструкція, інноваційний виріб, конструктивні параметри, транспортер, метод скінчених елементів

*Н. А. ТКАЧУК, М. А. БОНДАРЕНКО, Р. И. ШЕЙЧЕНКО, А. Ю. ШУТЬ, Я. Н. ЛИСОВОЛ,  
А. В. ЗАВОРОТНИЙ, А. В. НАБОКОВ*

### **НОВЫЙ ПОДХОД К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ИННОВАЦИОННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Для определения рациональных технических решений для инновационных изделий, в составе которых есть тонкостенные машиностроительные конструкции, предложено постадийный процесс. Этот процесс предполагает определение структуры и параметров тонкостенных машиностроительных конструкций, которые удовлетворяют традиционным критериям и ограничениям. В дальнейшем осуществляется вариативный анализ и строится функция отклика, характеризующая зависимость технико-экономических показателей от варьирования определенной группы параметров. После этого проектные параметры выбираются из условия незначительного изменения технико-экономических показателей при варьировании проектных и экономических условий. Благодаря такой процедуре определяется техническое решение и проектные параметры, которые обеспечивают удовлетворительные технико-экономические показатели для определенной области варьирования всех обстоятельств жизненного цикла изделия.

**Ключевые слова:** тонкостенная машиностроительная конструкция, инновационный продукт, конструктивные параметры, транспортер, метод конечных элементов

*M. TKACHUK, M. BONDARENKO, R. SHEYCHENKO, O. SHUT, Ya. LISOVOL,  
A. ZAVOROTNIY, A. NABOKOV*

### **THE NEW APPROACH TO DESIGNING OF INNOVATIVE THIN-WALLED STRUCTURES**

To determine the rational technical solutions for innovative products, which include thin-walled machine-building constructions, a fast-moving process is proposed. This process involves structure and parameters determining of thin-walled engineering constructions that meet the traditional criteria and constraints. Then the variational analysis is carried out and a response function is constructed, which characterizes dependence of technical and economic factors on parameters variation. After that, design parameters are chosen from condition of slight technical and economic factors change with variation of design and economic conditions. This procedure determines the technical solution and design parameters that provide satisfactory technical and economic performance for a given region of all circumstances variation in the product life cycle.

**Keywords:** thin-walled engineering structure, innovative product, design parameters, carrier, finite-element method

**Вступ.** Новітні тенденції при проектуванні, технологічній підготовці виробництва та виготовлення тонкостінних машинобудівних конструкцій (ТСМБК) полягають у тому, щоби забезпечити їхні високі технічні та тактико-технічні характеристики за дотримання певних додаткових умов. Таким чином, формується група критеріальних вимог. Перша з них (традиційно звана функцією якості) визначає показник, який прагнуть зробити екстремальним (мінімізувати чи максимізувати). Друга група – обмеження, які накладаються на створювані конструкції (вимоги до міцності, ступеня деформування, до збудливості коливань тощо). Досить часто ці вимоги формуються у вигляді нормативів, які обов'язкові для задоволення для тих чи інших груп конструкцій. Третя група є, як правило, сукупністю техніко-економічних показників, які визначають конкурентні переваги виробів порівняно із аналогічними або попередниками. Звільнення перших двох груп критеріальних вимог формує традиційну оптимізаційну постановку для визначення проектно технологічних рішень нових ТСМБК. Третя ж група чинників призводить до неоднозначних рішень. Це пояснюється, зокрема, тим, що ця група вимог досить чутлива до економічних обставин, параметрів та характеристик. Дійсно, для цивільних ма-

шин вимагається більш низька вартість виготовлення (критерії виробника), більш висока ефективність експлуатації (для користувача), а також адаптованість до ремонту, експлуатації та утилізації. Крім цих вимог, для машин військового призначення актуальними є питання уніфікації, бойового постачання, авіатранспортабельності тощо.

Таким чином, спільною для критеріальних вимог третьої групи чинників є сильна залежність від вартості матеріалів, спектру можливих та доступних технологічних операцій при виготовленні, наявності відповідного обладнання виробничих потужностей тощо. Усі ці чинники слід приймати до уваги на етапі виготовлення. На етапі експлуатації важливими є, наприклад, рівень споживання електроенергії, паливно-мастильних матеріалів, обсяг витрат на поточне обслуговування та ремонт тощо.

У результаті складається ситуація, коли традиційна постановка та розв'язки задач синтезу втрачають цінність при розв'язанні конкретних задач на практиці: розв'язок, оптимальний за одних значень критеріїв із

© М. А. Ткачук, М. О. Бондаренко, Р. І. Шейченко,  
О. Ю. Шуть, Я. М. Лісовол, А. В. Заворотній,  
А. В. Набоков, 2019

третьої групи, перестас ним бути за незначних коливань чи то цін на матеріали, чи то експлуатаційних витрат, чи то рівня розвитку інфраструктури тощо. Це становить суттєву перепону при створенні тонкостінних машинобудівних конструкцій.

Таким чином, необхідно здійснювати адаптацію традиційних постановок до розв'язання прикладних задач обґрунтування раціональних технічних рішень інноваційних ТСМБК із урахуванням мінливих техніко-економічних вимог. Це становить зміст цієї роботи.

**Аналіз існуючих методів обґрунтування технічних рішень тонкостінних машинобудівних конструкцій.** Питання структурної та параметричної оптимізації дуже часто підіймаються у сучасній науково-технічній літературі [1–7]. Розроблений проект приймається або відхиляється після порівняння змінних стану (наприклад, напруження, переміщення, власні частоти тощо) із діючими нормами та вимогами замовника. Після цього проектні змінні можуть змінюватися, і знову здійснюється чисельний аналіз, поки критерій міцності не буде виконаний. Це є первинною задачею процесу проектування.

Останніми роками у багатьох областях науки і техніки набрав популярність метод аналізу поверхні відгуку, який дає можливість скоротити кількість чисельних розрахунків та залучити методи оптимізації, використовуючи для опису залежності змінних стану від проектних змінних поліноміальні моделі різного ступеня точності. Також стає можливим одночасне накладання додаткових вимог (наприклад, за масою, жорсткістю тощо). Завдяки цьому техніка аналізу поверхні відгуку отримала практичне застосування у проектних дослідженнях. Для розв'язання таких задач сьогодні дуже часто застосовують програмні комплекси для скінченно-елементного аналізу, в яких уже реалізовані алгоритми пошуку «найкращої» конструкції [3, 4].

Ще одним підходом до розв'язання задач оптимізації є застосування еволюційного моделювання [5, 6]. Еволюційні алгоритми відрізняються від інших чисельних методів самою стратегією пошуку оптимального розв'язку. Він проводиться в цьому випадку шляхом моделювання розвитку деякої ситуації замість розрахунку за детермінованими залежностями. Методи еволюційного моделювання на теперішній час є дуже популярними і стрімко розвиваються, у тому числі вони знайшли своє застосування і були адаптовані до розв'язання прикладних задач оптимізації просторових тонкостінних конструкцій [7–9].

На противагу традиційним підходам, моделям та засобам у деяких роботах [10–13] пропонуються альтернативні підходи до розв'язання задачі обґрунтування проектно-технологічних параметрів ТСМБК із урахуванням додаткових мінливих техніко-економічних вимог та технології виготовлення. На основі розвитку цих підходів пропонується розв'язувати прикладні задачі для інноваційних ТСМБК.

**Підходи, моделі та методи обґрунтування проектно-технологічних рішень інноваційних ТСМБК.** Інноваційними є такі вироби, які суттєво переважають існуючі аналоги та попередники насамперед за техні-

ко-економічними показниками, у той же час задовольняючи традиційним та нормативним технічним вимогам. Отже, можна поставити задачу обґрунтування таких рішень для створюваної ТСМБК, які є близькими до оптимальних рішень із точки зору критеріїв першої групи та обмежень – другої (див. вище) за певного варіювання вимог третьої групи (тобто техніко-економічних). Для цього пропонується застосувати підхід, який дає можливість обчислювати чутливість контрольованих характеристика ТСМБК до варіювання цих параметрів.

Для цього будуватиметься поверхня відгуку, яка формується на розв'язанні деякої множини (області) варіюваних параметрів, розв'язок відшукується у області із незначним рівнем чутливості техніко-економічних показників до варіювання техніко-економічних вимог.

Таким чином, задача умовно розділяється на три етапи. На першому етапі на основі аналізу існуючого досвіду евристичним шляхом пропонується більш досконале загальне технічне рішення ТСМБК (тобто структура, основні проектні параметри (постійні та варіювані), області варіювання тих чи інших параметрів). Надалі на другому етапі для дискретної множини техніко-економічних умов визначаються оптимальні параметри ТСМБК. І, нарешті, маючи в розпорядженні множину допустимих розв'язків, відшукується та область параметрів, у якій техніко-економічні критерії (тобто вимоги третьої групи, див. вище) змінюються незначною мірою. Таке поєднання різнотипних етапів, підходів, методів та моделей дає можливість визначати не оптимальне, проте прийнятне технічне рішення для інноваційних ТСМБК, але воно залишається достатньо ефективним у заданому діапазоні варіювання техніко-економічних вимог та обставин.

Запропоновані етапи, підходи, методи, моделі та засоби дають можливість створювати так звані «метамоделі» для тієї чи іншої групи ТСМБК, бази даних і знань та експертні системи для розв'язання поточних та перспективних задач обґрунтування їх ефективних технічних рішень. Ці розробки природним чином інтегруються у технології автоматизованого проектування, технологічної підготовки дослідження та виробництва (CAD/CAM/CAE/PDM), які пронизують увесь життєвий цикл усіх виробів. Такі CAD/CAM/CAE/PDM системи інтегруються із спеціалізованими моделями аналізу чутливості отримуваних рішень до варіювання зовнішніх умов та внутрішніх параметрів. У кінцевому підсумку одержується рішення, стійке до стохастичної, заданої чи цілеспрямованої зміни різних параметрів, умов та вимог.

**Розв'язання прикладних задач.** Ілюстрація запропонованих підходів здійснена на прикладі задачі обґрунтування раціональних рішень для інноваційних ТСМБК, які є зразками транспорту спеціального призначення. Дослідження здійснюються на моделях, які моделюють корпуси легкоброньованих машин і побудовані оболонковими елементами однієї товщини; але розроблений підхід так само може застосовуватися для проектування тонкостінних елементів справжніх зразків військової техніки, а також ТСМБК цивіль-



ного призначення (наприклад, вагонів, кранів-перевантажувачів, автобусів, тракторів, тощо) [10, 14].

Обґрунтування раціональних конструктивних параметрів для корпусу багатопільового тягача. МТ-Л та МТ-ЛБ – плаваючі тягачі, рис. 1. Одна з вимог, які висуваються до їх конструкції, – зберігати цілісність і виконувати свої функції при зануренні у воду зі збереженням плавучості. Таким чином, щоб спроектований або модернізований корпус відповідав цій вимозі, моделювання знаходження тягача у воді доцільно включати до переліку розрахункових режимів. Розроблена схема навантаження включає дію гідростати-

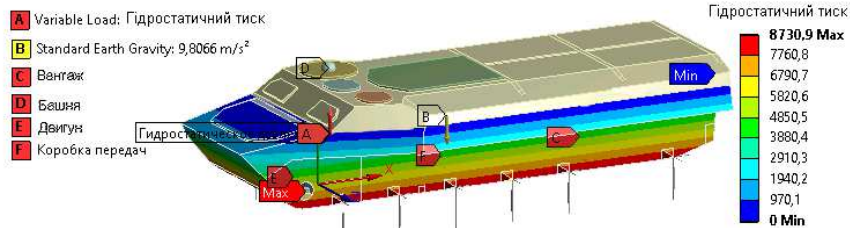


Рисунок 1 – Схема накладання обмежень та навантажень

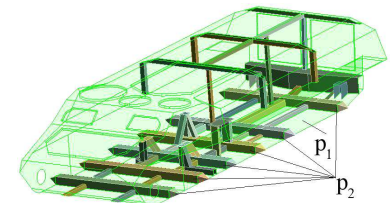


Рисунок 2 – Змінні параметри корпусу

Ставилася задача визначення залежності переміщень, еквівалентних напружень за Мізесом і маси конструкції від товщини його конструктивних елементів. Група параметрів  $p_1$  – товщина листів обшивки днища, яка варіювалася в межах  $2-6 \cdot 10^{-3}$  м з кроком  $10^{-3}$  м,  $p_2$  – товщина стінок поперечних швелерів в

нижній частині рами тягача, яка змінювалася в діапазоні  $2-10 \cdot 10^{-3}$  м з кроком  $2 \cdot 10^{-3}$  м, рис. 2.

На рис. 3 наведені відповідно поверхні відгуку максимальних величин переміщень і напружень, а також маси корпусу на варіювання параметрів  $p_1, p_2$  при дії прикладених зовнішніх навантажень.

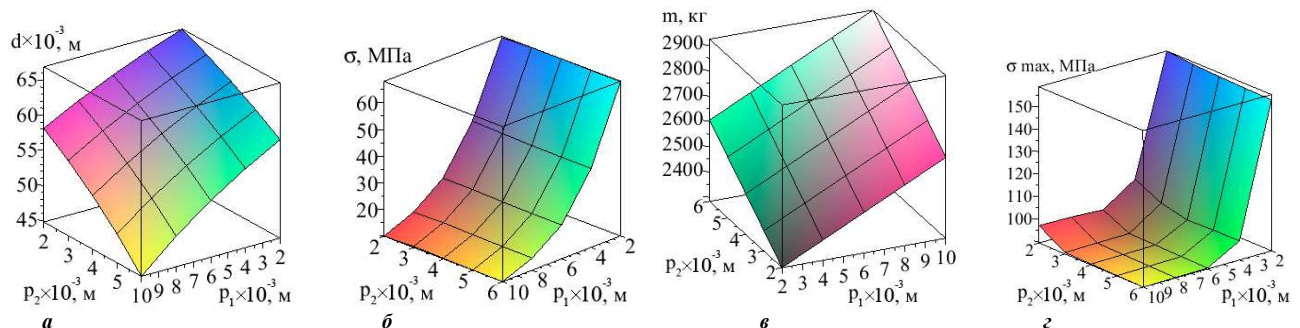


Рисунок 3 – Поверхні відгуку на варіювання конструктивних параметрів корпусу: а – переміщення; б – напруження за Мізесом у деякій точці обшивки корпусу; в – маса; г – максимальні еквівалентні напруження

Видно, що прогини днища різко зростають при зменшенні його товщини. Ще більш різко зростають еквівалентні напруження як у контрольованій точці днища, так і, особливо, максимальні у корпусі. У поєднанні з лінійною залежністю маси корпусу дослідженого тягача від варіювання параметрів отримуємо інформацію для прийняття проектних рішень щодо обґрунтування варіюваних параметрів. Що важливо – цей підхід можна поширити на широкий клас подібних конструкцій.

На рис. 4 представлені характерні розподіли напружень за Мізесом  $\sigma$ , у корпусі з рекомендованими параметрами.

Підвищення характеристик міцності корпусу

легкоброньованої машини. Розглядається макет корпусу транспортера під дією рівномірного тиску величиною 5 кПа, прикладеного до його стінок. З метою статичного визначення встановлені граничні умови закріплення від усіх переміщень точки кріплення одного з коліс; заборона переміщень уздовж поздовжньої і поперечної осей корпусу для точок кріплення інших коліс, рис. 5.

Для варіювання визначено 2 групи параметрів:  $p_1$  – товщини панелей даху і днища корпусу (умовна тестова),  $p_2$  – панелі боковин корпусу – з інтервалом варіювання  $3-7 \cdot 10^{-3}$  м (умовна тестова).

Оцінка міцності та прийняття проектних рішень здійснювалися на основі побудови і дослідження поверхонь відгуку (переміщення, еквівалентні напру-

ження і маса конструкції) при варіюванні проектних параметрів, рис. 6.

Пошук раціональних проектних рішень здійснювався з метою зниження напружень та прогинів в конструкції корпусу, а також із урахуванням необхідності забезпечення найменшого відхилення одержаних значень параметрів від номінальних, рис. 7.

Для оцінки ефективності розробленого підходу розглянута задача обґрунтування параметрів корпусу транспортера була поставлена у середовищі програмного комплексу ANSYS Workbench, рис. 8. Застосувавши до цієї функції якості методи оптимізації, знаходимо мінімум, який відповідає точці (0,0047; 0,0035; 0,7667624035), траєкторію пошуку розв'язку наведено на рис. 8.

Рекомендований розв'язок (відмічений найбіль-

шою кількістю зірочок) знаходиться у точці (0,0048; 0,0038; 0,68316), рис. 9. При цьому точне значення цільової функції, отримане у результаті проведення процедури «верифікації» – повторного розв'язку при рекомендованих значеннях параметрів – (0,0048; 0,0038; 0,87372), рис. 6. Це дозволяє судити про похибку застосованих методів. Ітераційний процес пошуку оптимальних параметрів, що забезпечують мінімальне значення функції якості, в ANSYS представлений на рис. 10. Порівнюючи картини розподілу переміщень і напружень у корпусі бронетранспортера зі значеннями параметрів, обґрунтованими за допомогою запропонованого підходу та у програмному комплексі ANSYS, спостерігаємо незначну розбіжність результатів, рис. 11, 12.

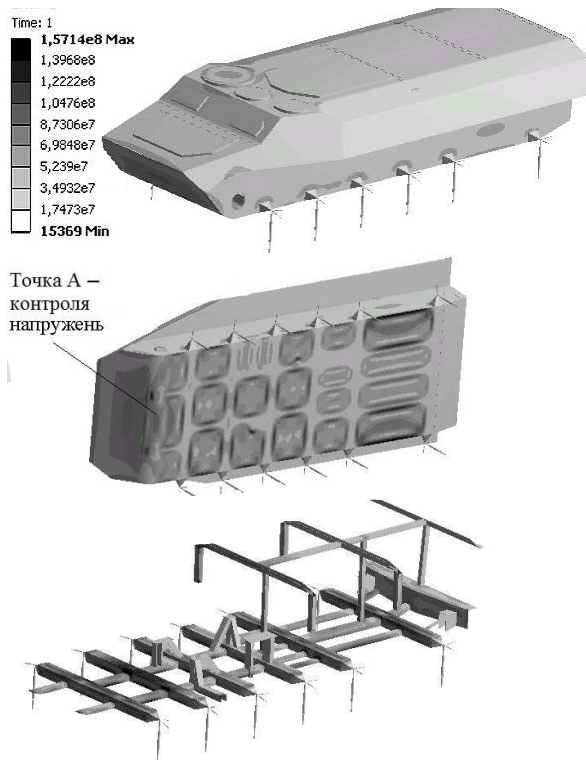


Рисунок 4 – Розподіли напружень за Мізесом у корпусі тягача при  $p_1=2 \cdot 10^{-3}$  м та  $p_2=6 \cdot 10^{-3}$  м

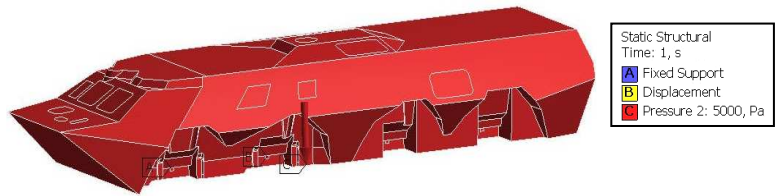


Рисунок 5 – Крайові умови задачі

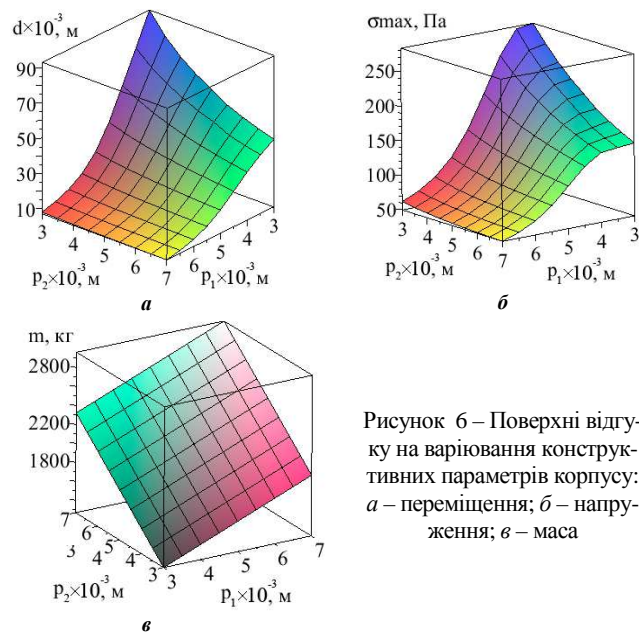


Рисунок 6 – Поверхні відгук на варіювання конструктивних параметрів корпусу: а – переміщення; б – напруження; в – маса

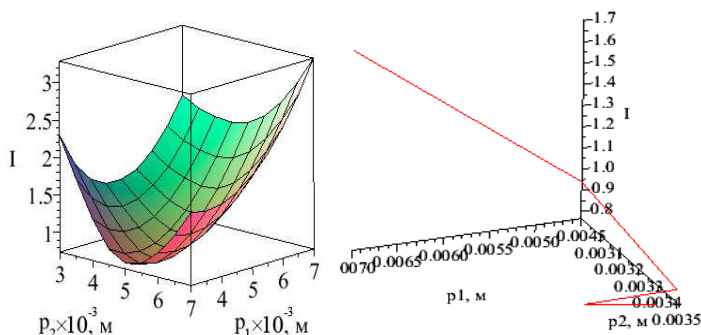


Рисунок 7 – Функція якості  $I(p)$ , що підлягає мінімізації, та траєкторія пошуку мінімуму

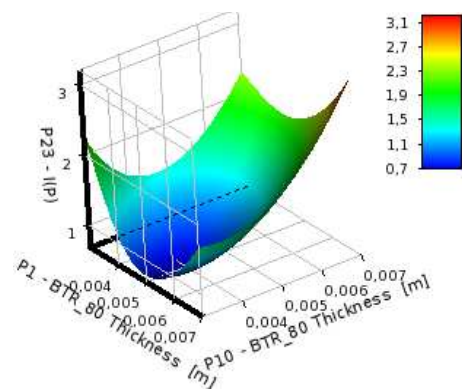


Рисунок 8 – Функція якості, побудована в ANSYS

|                            | Candidate Point 1 | Candidate Point 1 (verified) |
|----------------------------|-------------------|------------------------------|
| P1 - BTR_80 Thickness (m)  |                   | 0,0048355                    |
| P10 - BTR_80 Thickness (m) |                   | 0,0037984                    |
| P23 - I(P)                 | ★ ★ 0,68316       | ★ ★ 0,87372                  |

Рисунок 9 – Розв'язання задачі оптимізації в ANSYS

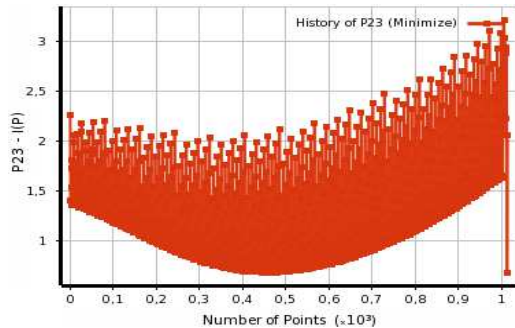


Рисунок 10 – Ітераційний процес мінімізації

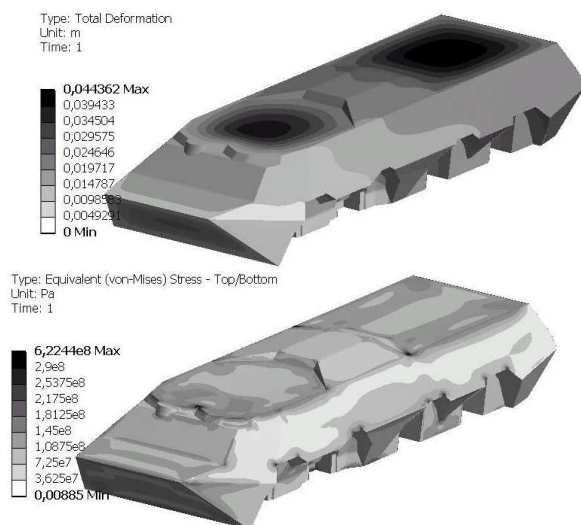


Рисунок 11 – Результати аналізу НДС корпусу зі значеннями оптимальних параметрів, знайденими за допомогою запропонованого в роботі алгоритму

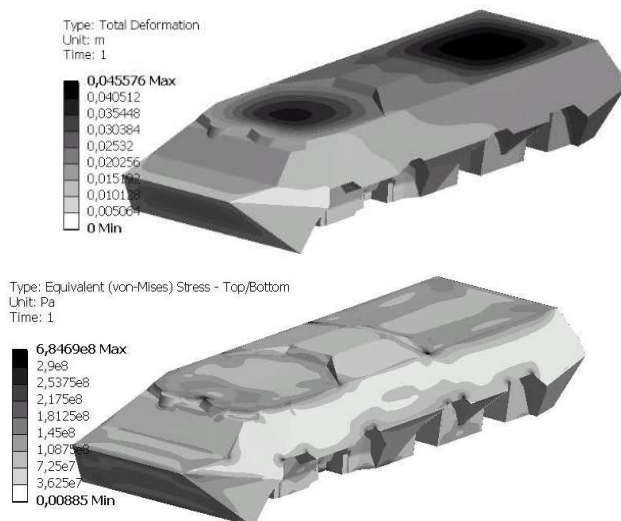


Рисунок 12 – Результати аналізу НДС корпусу зі значеннями оптимальних параметрів, знайденими засобами ANSYS

**Висновки.** У роботі запропоновано підхід до обґрунтування проектно-технологічних параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій, який поєднує етапи евристичного визначення структури інноваційних конструкцій та їх параметричного синтезу із залученням технічних та економічних критеріїв та обмежень. Розроблений підхід має перспективи застосування для широкого класу інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій та уможливорює підвищення технічних характеристик до рівня кращих світових зразків.

#### Список літератури

- Кіндрацький Б.І. Концепція і алгоритм багатокритеріального структурно-параметричного синтезу машинобудівних конструкцій. *Вісник ТДТУ імені Івана Пулюя*. 2003. Том 8, № 1. С.73–82.
- Симсон Э.А., Назаренко С.А., Прево И.Д. Методы анализа и оптимизации нагруженных элементов технологических систем. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2014. № 42. С. 187–192.
- Neittaanmäki P., Repin S., Tuovinen T. *Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures*. Switzerland: Springer, 2016. 328 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-23564-6>.
- Zarchi M., Attaran B. Performance improvement of an active vibration absorber subsystem for an aircraft model using a bees algorithm based on multi-objective intelligent optimization. *Engineering Optimization*. 2017. Vol. 49, No. 11. P. 1905–1921.
- Ashlock D. *Evolutionary Computation for Modeling and Optimization*. New York: Springer, 2010. 572 p.
- Аверченков В.И., Казаков П.В. *Эволюционное моделирование и его применение: монография*. 2-е изд. М.: ФЛИНТА, 2011. 200 с.
- Lagaros N.D., Papadrakakis M., Kokossalakis G., Lagaros N.D. Structural optimization using evolutionary algorithms. *Computers and Structures*. 2002. № 80. P. 571–589.
- Ghasemi M.R., Yousefi M. Reliability-based optimization of steel frame structures using modified genetic algorithm. *Asian Journal of Civil Engineering*. 2011. № 12. P. 449–475.
- Magalhães-Mendes J., Greiner D. *Evolutionary algorithms and metaheuristics in civil engineering and construction management*. Switzerland: Springer, 2015.
- Ткачук М., Бондаренко М., Грабовский А., Васильев А., Шейченко Р., Граборов Р., Посохов В., Лунюев Е., Набоков А. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. Харків: УДАЗТ. 2018. 1/7 (91). С. 18–29.
- Гусев Ю. Б., Шейченко Р. И., Граборов Р.В., Бондаренко М. А., Танченко А. Ю., Ткачук Н. А., Набоков А. В., Лунев Е.О. Компьютерное моделирование в процессе обоснования технических решений при проектировании инновационных изделий. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 5. С. 95–107.
- Бондаренко М. О. Методи оптимізації із застосуванням поєрхонь відгуку, адаптовані до розв'язання задач аналізу та синтезу конструктивних параметрів тонкостінних машинобудівних конструкцій. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2016. № 42. С. 22–28.
- Бондаренко М. О., Гречка І.П., Хованський С.О. Обґрунтування раціональних параметрів тонкостінних конструкцій у ході проектних досліджень. *Prospects for the development of technical sciences in EU countries and Ukraine: international scientific and practical conference*. Wloclawek: «Baltija Publishing». 2018. С.149.
- Ткачук М.А. Забезпечення міцності тонкостінних конструкцій із підвищеними технічними характеристиками / М.А. Ткачук, Р.І.Шейченко, М.О. Бондаренко, М.М. Ткачук, А.В. Грабовский, А.Ю. Танченко, В.В. Шеманська, О.Ю. Шуть // *Вісник Національного*



ного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Харків: НТУ «ХПІ». 2019. № 7(1332). С. 95–105.

#### References (transliterated)

1. Kindratskiy B.I. Kontseptsiya i algoritm bagatokriterialnogo strukturno-parametrichnogo sintezu mashinobudivnih konstruktsey [Concept and algorithm of multicriteria structural-parametric synthesis of machine-building constructions]. *Visnik TDTU Imeni Ivana Pulyuya* [Bulletin of the TDTU Imeni Ivana Pulyuya], 2003, Tom 8, no. 1, pp.73–82.
2. Simson E.A., Nazarenko S.A., Prevo I.D. Metody analiza i optimizatsii nagruzhennykh elementov tehnologicheskikh sistem [Analysis and optimization methods of technological systems loaded elements]. *Visnik nats. tehn. un-tu «Khark. politehn. in-t»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv, NTU «KhPI», 2014, no. 42, pp. 187–192
3. Neittaanmaki P., Repin S., Tuovinen T. *Mathematical Modeling and Optimization of Complex Structures*, Switzerland, Springer, 2016. 328 p. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-23564-6>.
4. Zarchi M., Attaran B. Performance improvement of an active vibration absorber subsystem for an aircraft model using a bees algorithm based on multi-objective intelligent optimization. *Engineering Optimization*, 2017. Vol. 49, no. 11, pp. 1905–1921.
5. Ashlock D. *Evolutionary Computation for Modeling and Optimization*, New York, Springer, 2010, 572 p.
6. Averbchenkov V.I., Kazakov P.V. *Evolutsionnoe modelirovanie i ego primenenie: monografiya*. 2-e izd [Evolutionary modeling and its application: monograph], Moscow, FLINTA, 2011, 200 p.
7. Lagaros N.D., Papadrakakis M., Kokossalakis G., Lagaros N.D. Structural optimization using evolutionary algorithms. *Computers and Structures*, 2002, no. 80, pp. 571–589.
8. Ghasemi M.R., Yousefi M. Reliability-based optimization of steel frame structures using modified genetic algorithm. *Asian Journal of civil Engineering*, 2011, no. 12, pp. 449–475.
9. Magalhaes-Mendes J., Greiner D. *Evolutionary algorithms and metaheuristics in civil engineering and construction management*. Switzerland, Springer, 2015.
10. Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Vasiliev A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Shidno-Evropeyskiy zhurnal peredovih tehnologiy* [Eastern-European Journal of Enterprise Technologies], Kharkiv, UDAZT, 2018, 1/7 (91), pp. 18–29.
11. Gusev Yu. B., Sheychenko R. I., Graborov R.V., Bondarenko M. A., Tanchenko A. Yu., Tkachuk N. A., Nabokov A. V., Lunev E.O. Kompyuternoe modelirovanie v protsesse obosnovaniya tehnicheskikh resheniy pri proektirovanii innovatsionnykh izdeliy [Computer simulation in process of substantiating technical solutions in the design of innovative products], *Visnik nats. tehn. un-tu «Khark. politehn. in-t»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv, NTU «KhPI», 2017, no. 5. pp. 95–107.
12. Bondarenko M. O. Metodi optimizatsiyi iz zastosuvanniam poverhon vidguku, adaptovanl do rozv'yazannya zadach analizu ta sintezu konstruktivnih parametriv tonkostinnih mashinobudivnih konstruktsey. *Visnik nats. tehn. un-tu «Khark. politehn. in-t»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv, NTU «KhPI», 2016, no. 42. pp. 22–28.
13. Bondarenko M. O., Grechka I.P., Hovanskiy S.O. Obgruntuvannya ratsionalnih parametriv tonkostinnih konstruktsey u hodi proektnih doslidzen [Rational parameters justification of thin-walled structures in course of design studies]. *Prospects for the development of technical sciences in EU countries and Ukraine: international scientific and practical conference*, Wloclawek, «Baltija Publish-ing», 2018, p.149.
14. Tkachuk M.A., Sheychenko R.I., Bondarenko M.O., Tkachuk M.M., Grabovskiy A.V., Tanchenko A.Iu., Shemanska V.V., Shut O.Iu. Zabezpechennia mitsnosti tonkostinnykh konstruktsiy iz pidvyshchenymy tekhnichnymy kharakterystykamy. *Visnik nats. tehn. un-tu «Khark. politehn. in-t»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv, NTU «KhPI», 2019, no. 7(1332), pp. 95–105.

Надійшла (received) 05.12.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [marina.bondarenko@tmm-sapr.org](mailto:marina.bondarenko@tmm-sapr.org).

**Шейченко Роман Ігоревич (Шейченко Роман Игоревич, Sheychenko Roman)** – головний конструктор проекту вагонів-цистерн ТОВ Науково-інженерний центр КК «РейлТрансХолдинг»; м. Маріуполь, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7925-3673>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [sheychenko@urtg.net](mailto:sheychenko@urtg.net).

**Шуть Олександр Юрійович (Шуть Александр Юрьевич, Shut Oleksandr)** – заступник головного інженера, ДП «Завод ім. В.О. Малишева»; м. Харків, Україна; тел.: (ЛЮ57) 707-69-02.

**Лисовол Яна Миколаївна (Лисовол Яна Николаевна, Lisovol Yana)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [yana.lisovol@gmail.com](mailto:yana.lisovol@gmail.com).

**Заворотній Антон Валерійович (Заворотний Антон Валерьевич, Zavorotnii Anton)** – заст. генерального директора, ДП "Завод ім. В.О. Малишева", м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02.

**Набоков Анатолій Володимирович (Набоков Анатолий Владимирович, Nabokov Anatoliy)** – аспірант, «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна, e-mail: [avnabokov@gmail.com](mailto:avnabokov@gmail.com).

**М.А. ТКАЧУК, Р.І.ШЕЙЧЕНКО, М.О. БОНДАРЕНКО, М.М. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ,  
А.Ю. ТАНЧЕНКО, В.В. ШЕМАНСЬКА, О.В. ХЛАНЬ, О.Ю. ШУТЬ, А. М. МАЛАКЕЙ**

### **ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ МІЦНОСТІ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ ІЗ ПІДВИЩЕНИМИ ТЕХНІЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

Робота присвячена удосконаленню методів і моделей для проектного забезпечення міцності тонкостінних машинобудівних конструкцій при дії комплексу експлуатаційних навантажень. Обґрунтування раціональних параметрів і конструктивних рішень для тонкостінних машинобудівних конструкцій здійснюється за критеріями мінімізації маси, зниження напружень, підвищення терміну експлуатації. Ураховуються апроксимації залежностей критеріальних величин, що поступово локалізуються, від варійованих параметрів. Узагальненими параметрами виступають структура, проектно-технологічні рішення для тонкостінних машинобудівних конструкцій, конструктивні параметри і експлуатаційні режими. При цьому забезпечується розв'язання задач одиничного аналізу, багатоваріантних досліджень, а також обґрунтування раціональних проектно-технологічних рішень. На розвиток відомих підходів розглянуті наступні узагальнення: уніфікація, доцільність, ефективність, ідентифікація навантажень, прогнозування, відлаштування. Здійснена алгоритмізація запропонованих методів розрахунку напружено-деформованого стану тонкостінних машинобудівних конструкцій на основі поєднання переваг універсальних і спеціальних систем. Проведено розв'язання низки прикладних задач. Обґрунтовано раціональні проектні параметри інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій. Представлено результати експериментальних досліджень інноваційних вагону-цистерни, вагону-платформи і крана-перевантажувача, які спроектовано і виготовлено на основі впровадження рекомендацій за підсумками досліджень.

**Ключові слова:** міцність машин, напружено-деформований стан, тонкостінна машинобудівна конструкція, параметрична модель, метод скінчених елементів, проектно-технологічне рішення, вагон-цистерна, вагон-платформа, кран-перевантажувач

**Н.А. ТКАЧУК, Р.И.ШЕЙЧЕНКО, М.А. БОНДАРЕНКО, Н.Н. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСКИЙ,  
А.Ю. ТАНЧЕНКО, В.В. ШЕМАНСКАЯ, А.В. ХЛАНЬ, А.Ю. ШУТЬ, А. Н. МАЛАКЕЙ**

### **ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ПОВЫШЕННЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

Работа посвящена совершенствованию методов и моделей для проектного обеспечения прочности тонкостенных машиностроительных конструкций при действии комплекса эксплуатационных нагрузок. Обоснование рациональных параметров и конструктивных решений тонкостенных машиностроительных конструкций осуществляется по критериям минимизации массы, снижения напряжений, повышения срока эксплуатации. Учитываются апроксимации зависимостей критериальных величин, которые постепенно локализируются, от варьируемых параметров. Обобщенными параметрами выступают структура, проектно-технологические решения тонкостенных машиностроительных конструкций, конструктивные параметры и эксплуатационные режимы. При этом обеспечивается решение задач единичного анализа, многовариантных исследований, а также обоснование рациональных проектно-технологических решений. На развитие известных подходов рассмотрены следующие обобщения: унификация, целесообразность, эффективность, идентификация нагрузок, прогнозирование, отстройка. Осуществлена алгоритмизация предложенных методов расчета напряженно-деформированного состояния тонкостенных машиностроительных конструкций на основе сочетания преимуществ универсальных и специальных систем, решение ряда прикладных задач. Обоснованы рациональные проектные параметры инновационных тонкостенных машиностроительных конструкций. Представлены результаты экспериментальных исследований инновационных вагона-цистерны, вагона-платформы и крана-перегрузателя, которые спроектированы и изготовлены на основе внедрения рекомендаций по итогам исследований.

**Ключевые слова:** прочность машин, напряженно-деформированное состояние, тонкостенная машиностроительная конструкция, параметрическая модель, метод конечных элементов, проектно-технологическое решение, вагон-цистерна, вагон-платформа, кран-перегрузатель

**М.А. ТКАЧУК, Р. ШЕЙЧЕНКО, М. БОНДАРЕНКО, М.М. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСКИЙ,  
А. ТАНЧЕНКО, В. ШЕМАНСКА, О. ХЛАНЬ, О. ШУТЬ, А. МАЛАКЕЙ**

### **STRENGTH ASSURANCE OF THIN-WALLED STRUCTURES WITH INCREASED TECHNICAL CHARACTERISTICS**

The work is devoted to the improvement of methods and models for design ensuring of strength of thin-walled engineering structures under the action of operational loadings complex. Justification for rational parameters and design solutions for thin-walled engineering structures is carried out according to the criteria of mass minimizing, stresses reducing, and service life increasing. Various additional criteria such as cost, manufacturability, economy, energy efficiency, can be taken into account in the formation of the quality function. The dependences approximations of criterion values, which are gradually localized, from variable parameters are taken into account. The structure, design and technological solutions of thin-walled engineering structures, structural parameters and operating modes are the generalized parameters. This provides a solution to the problems of a single analysis, multivariate studies, as well as the justification for rational design and technological solutions. The following generalizations are considered: unification, expediency, efficiency, loading identification, forecasting, tune-up in development of known approach. The algorithmization of proposed methods for calculating of the stress-strain state of thin-walled engineering structures has also been carried out based on a combination of the advantages of universal and special systems. A number of applied problems are solved. Parametric finite element models of researched objects are developed based on a set of studies of the stress-strain state of the power elements. The rational design parameters of innovative thin-walled engineering structures are determined. The results of experimental studies of innovative tank cars, platform cars and loading cranes, which are designed and manufactured based on the implementation of recommendations from research, are presented. Comparative experimental and computational studies of the structures stress-strain state were carried out. They are combined with certification tests with stresses evaluation in power elements. During the tests, regularities were established that determine the dependence of the loadings components on the structure from various factors. Numerical models parameters verification of thin-walled engineering constructions elements was carried out. Designed on the basis of researches innovative structures have improved technical and economic characteristics compared with similar ones.

**Keywords:** strength of machines, stress-strain state, thin-walled engineering structure, parametric model, finite element method, design and technological solution, tank wagon, platform wagon, loading crane

**Вступ.** Потреби сучасної промисловості, транспорту і аграрно-промислового комплексу у виробках із підвищеними техніко-економічними характеристиками останнім часом різко зростають. Це змушує машинобудівні підприємства переорієнтуватися

на проектування, технологічну підготовку і випуск саме таких інноваційних виробів. При цьому велику

© М. А. Ткачук, Р. І. Шейченко, М. О. Бондаренко, М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, А. Ю. Танченко, В. В. Шеманська, О. В. Хлань, О. Ю. Шуть, А. М. Малакей, 2019

частку серед такої продукції займають тонкостінні машинобудівні конструкції (ТСМБК). Це зумовлено тим, що у цих конструкціях раціонально поєднуються масові та характеристики міцності. У той же час на багато виробів (літаки, судна, рухомий склад залізниць, крани, перевантажувачі, ємності високого тиску, апарати хімічної промисловості, устаткування агропромислового комплексу), а, відповідно, на їхні силові елементи, поширюються досить суворі офіційні правила і норми, спрямовані, у першу чергу, на забезпечення безпеки експлуатації. Регламентуються діючі напруження в силових елементах конструкцій, граничні величини переміщень (прогинів), довговічність тощо. Відповідно, при проектних дослідженнях використовуються усталені методика розрахунку, а також традиційні технічні рішення. У результаті вироби різних фірм, які створено в різний час, для різних споживачів, несуть на собі тягар консервативних конструктивно-технологічних рішень. Відступ від них вимагає значних зусиль.

Незважаючи на тиск усталеної практики, що схиляється до створення виробів у вигляді «клонів» давно створених аналогів, діє також протилежна тенденція. Вона породжується загальним прагненням до прогресу, навіть у консервативних областях діяльності, а також економічними міркуваннями. Наприклад, це чітко простежується на вантажних залізничних вагонах. Для них характерна наявність обмеження на осьове навантаження (23,5; 25; 27 тон залежно від країни або регіону) у навантаженому стані. Відповідно, чим менша маса тари, тим більша маса вантажу, що перевозиться. З іншого боку, зниження маси, як правило, призводить до зростання рівня діючих напружень, а це у певний момент суперечить нормативним вимогам. Таким чином, об'єктивно складається протиріччя між можливостями існуючих методик розрахунку з точки зору обґрунтування технічних рішень за критеріями міцності, з одного боку, і потребами машинобудування в інноваційних výroбах, – з іншого. Особливо це стосується ТСМБК.

Більш того, багато споживачів інноваційних виробів установлюють свої додаткові вимоги до продукції, яку отримують, що спрямовані на продовження терміну служби тих чи інших конструкцій, підвищення їхньої продуктивності, інтенсивності експлуатаційних режимів або навантажувальної здатності. У цих обставинах, окрім нормативних обмежень, з'являються додаткові, що додатково ускладнює виконання вимог до проєктованих конструкцій, а ще більшою мірою – до інноваційних. Таким чином, виникла і посилюється у своїй актуальності та важливості науково-практична задача розробки методів забезпечення міцності інноваційних ТСМБК при дії комплексу експлуатаційних навантажень. Її постановка, розв'язання та впровадження у практику проектних досліджень склала мету, зміст і напрями досліджень, описаних у роботі.

**Методи аналізу напружено-деформованого стану ТСМБК та обґрунтування технічних рішень.**

Здійснено аналіз тенденцій у машинобудуванні у напрямі збільшення випуску інноваційних виробів, проектних вимог до ТСМБК та умов їх експлуатації на прикладі вантажних вагонів [1]. Визначено, що на сьогоднішній день різко зросли вимоги до міцності та довговічності інноваційних ТСМБК, з одного боку, разом із тим набрали значної ваги додаткові вимоги від споживачів стосовно економічних характеристик таких виробів [1–3]. Ці обставини спонукають удосконалювати методи та засоби для аналізу напружено-деформованого стану (НДС) ТСМБК, а також для обґрунтування їхніх раціональних параметрів. Зокрема, методам аналізу НДС та міцності ТСМБК присвячені роботи багатьох вчених [4–9]. Разом із тим повного та завершеного розв'язання перелічені вище проблемні питання у цих роботах не знайшли.

Здійснений аналіз нормативних документів, практики проєктування, виготовлення та експлуатації ТСМБК і методів їх розрахунків дав підстави для окреслення основних напрямків та завдань досліджень.

*Метою роботи є розробка нових підходів, методів і моделей для проектного забезпечення міцності інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій із підвищеними технічними характеристиками.*

Поставлена мета визначила наступні завдання досліджень:

1. Удосконалити (на розвиток робіт [10–12]) методи і моделі для обґрунтування проектних параметрів інноваційних ТСМБК за критеріями міцності при дії комплексу експлуатаційних навантажень із урахуванням нормативних обмежень.

2. Провести розв'язання низки прикладних задач проектного обґрунтування технічних рішень для ТСМБК за критеріями міцності та довговічності.

3. Здійснити розрахунково-експериментальні дослідження напружено-деформованого стану інноваційних ТСМБК, які спроектовано на основі рекомендацій із застосуванням результатів досліджень.

**Математична модель напружено-деформованого стану тонкостінних машинобудівних конструкцій та підходи до обґрунтування їх проектних рішень за критеріями міцності та підвищення технічних характеристик.** Запропонована математична модель напружено-деформованого стану ТСМБК при дії комплексу експлуатаційних навантажень і варіюванні проектних параметрів. Забезпечення міцності інноваційних ТСМБК пов'язане з великою кількістю варіантів розрахункових досліджень їх НДС. При цьому слід взяти до уваги логіку щодо: багатоваріантності діючих навантажень; вимог, які змінюються; варіативності методів і моделей, що застосовуються. Ця логіка доповнюється невизначеністю структурних і параметричних рішень. Таким чином, на відміну від традиційних підходів, коли рішення приймається на основі стандартних критеріїв, нормативних навантажень і чітких методик для дуже обмеженого набору варіантів, у разі інноваційних виробів це може призвести до тупикових ситуацій при обґрун-



туванні проектних рішень.

У зв'язку з цим необхідна розробка таких підходів, які забезпечують варіативність фізичних, математичних і чисельних моделей на етапі проектних досліджень НДС ТСМБК. Цей підхід передбачає створення таких моделей, які дають можливість проведення різноманітних досліджень із забезпеченням цілеспрямованого варіювання всіх проектних параметрів за результатами дослідження НДС інноваційних ТСМБК.

Розв'язана задача розробки методу обґрунтування раціональних параметрів і конструктивних рішень ТСМБК за критеріями мінімізації маси, зниження напружень, підвищення терміну експлуатації тощо з урахуванням апроксимацій залежностей критеріальних величин, що поступово локалізуються, від варіюваних параметрів [4, 11]. Під апроксимаціями розуміється наближення у деякій підобласті області варіювання параметрів точної поверхні відгуку тієї чи іншої величини на зміну параметрів. Під локалізацією розуміється та особливість процедури лінеаризації, що самі розміри і розташування області, в межах якої здійснюється апроксимація, можуть змінюватися у ході розв'язання задачі (переміщатися і звужуватися). Якщо перша процедура (лінеаризація) є компромісним (порівняно із алгоритмом «прозорої скриньки») варіантом апроксимації, який «затемняє» дійсну поведінку функції, що описується таким чином, то друга – теж компромісна, але її «робить більш прозорою». Отримана у результаті послідовності функцій апроксимації відображає перехід від «майже чорної скриньки» до «майже прозорої скриньки». Якщо назвати цей підхід методом «сірої скриньки», то для такого компромісного алгоритму виникає проблема розробки альтернативного традиційним способу лінеаризації критеріальних функцій. При цьому необхідні відносна простота, точність і універсальність такого методу.

Розглянемо задачу обґрунтування параметрів ТСМБК у вигляді:

$$\begin{aligned} P^* &= \arg \min I(H, u, P) \rightarrow \min; \\ H(u, P) &\geq H^*; L(u, f, P, H) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут  $P^*$  – шуканий розв'язок;  $I$  – функція якості (маса, максимальні еквівалентні напруження  $\sigma_{\text{екв}}$  тощо);  $u$  – змінна, що описує той чи інший стан або процес в об'єкті, що досліджується;  $P$  – множина узагальнених параметрів  $p$  (під узагальненими параметрами мається на увазі набір величин, структур, форм, розподілів, які, по-перше, повністю визначають математичну модель досліджуваного процесу; по-друге, вони незмінні при розв'язанні задачі аналізу; по-третє, вони є варіюваними у ході розв'язання задачі синтезу);  $H$  – технічні характеристики досліджуваного об'єкта;  $H^*$  – обмеження на технічні характеристики  $H$ ;  $L$  – оператор задачі аналізу фізико-механічного процесу або стану, що реалізу-

ється в ході експлуатації конструкції;  $f$  – зовнішні навантаження. Такий підхід дає можливість розповсюдити технологію традиційного оперування із параметрами на множині узагальнених параметрів.

Пропонується на початкових етапах проектних досліджень ставити і розв'язувати дві основні задачі: 1) визначення структури («скелета»)  $Z$  тонкостінної конструкції у вигляді об'єднання серединних поверхонь її елементів; 2) обґрунтування раціонального розподілу товщини цих елементів  $t(Z)$ . У цьому контексті задача 1) є задачею структурної, а задача 2) – параметричної оптимізації, причому  $t(Z)$  – розподілений узагальнений параметр. Виходячи з цього підходу, можна трансформувати початкову континуальну постановку задачі (1) у дискретну. Для цього слід ввести у розгляд, окрім дискретизації  $u, f, L$ , ще і дискретизацію множини узагальнених параметрів  $P$ . Зважаючи, що надалі розглядається задача параметричної оптимізації  $t(Z)$ , слід обмежитися саме дискретизацією цього розподіленого параметра. Якщо застосувати для цього метод скінченних елементів (МСЕ), то задачі «фізичної» і «параметричної» дискретизації виявляться природним чином пов'язаними. При цьому у співвідношеннях МСЕ, які формулюються, параметр  $t(Z)$  автоматично буде присутнім у вигляді розподілу товщини скінченних елементів (СЕ)  $t_e$ . Тоді, не порушуючи стандартних процедур МСЕ, можна отримати явні або неявні залежності контрольованих величин, що визначають властивості досліджуваного об'єкта, від набору варіюваних параметрів. Так, якщо розглядати статичний і динамічний НДС тонкостінної конструкції, спектр її власних частот  $\omega$ , і критичних зусиль  $Q_i$  (із умов втрати стійкості), то приходимо до відповідних систем рівнянь:

$$\begin{aligned} K \cdot u &= f; & M \ddot{u} + C \dot{u} + K u &= f(t); \\ \text{Det}(K - \omega^2 M) &= 0; & (K + \lambda_i S_1) \psi_i &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут  $K, M, C$  – матриці жорсткості, мас і демпфування скінченно-елементного ансамблю, що моделює початкову тонкостінну конструкцію;  $u, f$  – вектори вузлових навантажень і зовнішніх сил;  $S_1$  – матриця початкових напружень;  $\lambda_i - i$ -і власні значення за критерієм стійкості;  $\psi_i - i$ -і форми втрати стійкості.

Залежності  $K = K(t_e)$ ,  $M = M(t_e)$ ,  $C = C(t_e)$ ,  $f = f(t_e)$  можна подати у околі деякої базової точки  $t^{(0)}$  з достатнім ступенем точності у лінійному вигляді:

$$\left. \begin{aligned} K(t) &\approx K(t^{(0)}) + K'(t^{(0)}) \cdot \alpha; & M(t) &\approx \\ &\approx M(t^{(0)}) + M'(t^{(0)}) \cdot \alpha; \\ C(t) &\approx C(t^{(0)}) + C'(t^{(0)}) \cdot \alpha; \\ f(t) &\approx f(t^{(0)}) + f'(t^{(0)}) \cdot \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де  $\alpha = \left[ (t_1 - t_1^{(0)})/t_1^{(0)}, (t_2 - t_2^{(0)})/t_2^{(0)}, \dots, (t_{N_c} - t_{N_c}^{(0)})/t_{N_c}^{(0)} \right]^T$ ,

$t^{(0)} = [t_1^{(0)}, t_1^{(0)}, \dots, t_{N_t}^{(0)}]^T$ ,  $t = \{t_1, t_2, \dots, t_{N_t}\}^T$ , а матриці  $K, M, C, K', M', C'$  і вектори  $f, f'$  не залежать від  $t$ .

У цьому випадку декларується справедливість лінеаризації властивостей СЕМ досліджуваного об'єкту в околі деякої точки  $t^{(0)}$  багатовимірного параметричного підпростору, що дискретизує безперервно розподілений параметр  $t(Z)$ . Тут  $\alpha$  – масив відносних (безрозмірних) величин, що характеризують міру зміни товщини окремих скінчених елементів. Маючи у розпорядженні подання (3) і підставляючи їх у співвідношення (2), можна стверджувати, що розв'язки задач (2) при варіюванні масиву параметрів  $t$  (а, значить, і  $\alpha$ ), з достатньою мірою точності подаються у вигляді лінійної залежності від ступеня їх варіювання:

$$\begin{aligned} u(\alpha) &\approx u(0) + \nabla_1(0) \cdot \alpha; \quad u(\alpha) \approx u(0) + \nabla_2(0) \cdot \alpha; \\ \lambda_j(\alpha) &\approx \lambda_j(0) + \nabla_j^1(0) \cdot \alpha; \quad \omega_i(\alpha) \approx \omega_i(0) + \nabla_3^i(0) \cdot \alpha; \\ & \quad i=1,2,\dots; \quad j=1,2,\dots \end{aligned} \quad (4)$$

Тут  $\nabla_q$  ( $q=1 \div 4$ ) – деякі матриці, що описують чутливість розв'язків до варіювання параметрів. Можна стверджувати, що співвідношення (4) задають потенційну можливість визначення відгуку досліджуваного процесу чи стану на зміну (варіювання) параметрів (чи безрозмірних мір їх варіювання). Пропонується альтернативний спосіб обчислення компонент матриць чутливості, вводячи у розгляд деяку характерну величину інтенсивності  $\alpha_e^*$  (різну в загальному випадку для різних СЕ). Можна задати множину так званих «реперних» точок:  $\alpha_e^* = \{0, 0, \dots, 0, \alpha_e^*, 0, \dots, 0\}^T$ , де ненульовим компонентом масиву  $\alpha_e^*$  є тільки компонент із номером  $\tau$ . Тоді для обчислення компонент матриць чутливості  $\nabla_q^{(\varphi, \psi)} \approx [u_\varphi(\alpha_\psi^*) - u_\varphi(0)] / \alpha_\psi^*$ , ( $q=1 \div 4$ ),  $(\varphi, \psi) = 1 \div N_e$  можна використати їх скінченно-різницеву апроксимацію. Тут  $u_\varphi(\alpha_\psi^*)$  – «реперні» розв'язки, тобто чисельні розв'язки (2) при  $\alpha = \alpha_\psi^*$ .

Також у роботі розглядається як варіювана сама множина параметрів, а не тільки їх значення. Таким чином, вводиться принципово нова якість досліджень. Окрім визначення традиційної чутливості, також можна розрахувати чутливість «до поповнення» множини варіюваних параметрів. За рівнем цієї величини можна судити про її значимість, і, відповідно, поповнювати множину варіюваних параметрів, або ні.

Аналіз особливостей технічних рішень інноваційних ТСМБК демонструє, що до інноваційних конструкцій пред'являються не лише підвищені вимоги за характеристиками міцності, жорсткості і динамічними характеристиками, але і сама множина таких вимог надзвичайно зростає. У цьому сенсі різко розширюється і множина задач аналізу (причому різнотипних, а також у багатьох випадках зв'язаних між собою), і множина критеріїв, обмежень

при розв'язанні задач синтезу. Більш того, у таких умовах побудова традиційних оптимізаційних процедур не результативна. Більш доречні різні компромісні підходи із урахуванням варійованості та мінливості початкових даних, результуючих процесів, станів і характеристик. Це накладає відбиток і на самі ранні етапи проектування: вже початково необхідно закладати такі технічні рішення, які створять стартові переваги з точки зору інноваційності, а також потенційні можливості виконання усіх висунутих обмежень за рахунок відповідного параметричного синтезу.

Виходячи із цих міркувань, було розглянуто процес формування вихідних варіантів технічних рішень на характерному прикладі інноваційного вагону-цистерни для перевезення рідкої сірки. Були запропоновані рішення, що поліпшують техніко-економічні характеристики вагона-цистерни порівняно із аналогами.

Один з найважливіших аспектів – підвищення навантаження на вісь з 23,5 до 25,0 т. Це дає прибавку до маси бруто 6 тон. З урахуванням коефіцієнта тари вагону очікувана прибавка вантажопідйомності складає 3,5÷4,5 т. Проте вона недосяжна при використанні традиційних підходів. Це вимагає розробки нових методів розв'язання поставленої задачі.

З цією метою пропонується новий підхід. Він базується на узагальненому параметричному моделюванні ТСМБК [12]. Узагальненими параметрами виступають структура, проектно-технологічні рішення цих конструкцій, конструктивні параметри і експлуатаційні режими. При цьому забезпечується і розв'язання задач одиничного аналізу, і багатоваріантних досліджень, і обґрунтування раціональних проектно-технологічних рішень.

На розвиток відомих підходів розглянемо наступні узагальнення:

1. Нехай є не один об'єкт дослідження, а деяка їх множина  $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{N_z}\}$ . Тоді, індексуєючи усі співвідношення для попередніх співвідношень, отримуємо їх множину. У результаті можна поставити низку нових задач:

1.1 уніфікації: нехай для декількох об'єктів додатково встановлені обмеження типу

$$P_q^z = P_q^{z_i}; \quad q=1,2,\dots,N_{q_i}; \quad (z_i, z_j) \in Z, \quad (5)$$

тобто для двох (чи більше) об'єктів  $z_i$  і  $z_j$  необхідна ідентичність деякого проектно-технологічного рішення; тоді розв'язок  $P_q$  систем співвідношень (1)–(3) є обмеженнями типу (5), і замість оптимального розв'язку  $P^*$  отримується розв'язок  $P^{**}$ ;

1.2 доцільності: якщо, наслідуючи п. 1.1), розвивати уніфікацію ряду виробів  $Z$ , поширюючи її, з одного боку, на більшу кількість об'єктів  $(z_i, z_j, z_k, \dots)$ , а, з іншого, на більшу множину розв'язків  $(q_1, q_2, q_3, \dots)$ , будемо отримувати нові оптимальні розв'язки  $P^{**}$ , увівши у розгляд функцію «вигоди» від уніфікації

$$J = J_1 - J_2, \quad (6)$$

де  $J_1$  – економія від введення уніфікації, а  $J_2$  – додаткові витрати внаслідок введеної уніфікації, можна поставити задачі  $J(P^u) \rightarrow \max$ ;  $J(P^u) \geq 0$ , з яких перша полягає у максимізації вигоди, а друга забезпечує зону беззбитковості;

1.3 **ефективності**: маючи на увазі можливі різні програми випуску різних виробів  $z_1, z_2, \dots$ , співвідношення (6) може зазнати модифікації  $J(P^*) = \gamma_1 J_1(P^*) - \gamma_2 J_2(P^*)$ , де  $\gamma_1, \gamma_2$  – питомі ваги економії та збитків, що визначаються програмами випуску виробів, отримуємо зважену «оцінку ефективності».

2. Нехай є результати випробувань ряду об'єктів  $z_1, z_2, \dots$ . Маючи у розпорядженні результати проектних досліджень (індекс "K") і експериментально зафіксовані (індекс "E"), можна ставити наступні задачі:

2.1 **ідентифікація навантажень**  $F$  –  $\|F^{(K)} - F^{(E)}\| \rightarrow \min$  (тут  $\|F^{(K)} - F^{(E)}\|$  – деяка оцінка невідповідності результатів досліджень), тобто визначення уточненої оцінки реально діючих навантажень.

2.2 **верифікація** параметрів  $P^* = O_z(P^*)$ , тобто визначення такого набору параметрів  $P^*$ , який поготів задовольняє усім вимогам (1) з переважанням обмежень.

3. Нехай є низка спроектованих, випробуваних і сертифікованих об'єктів  $Z$ . Базуючись на цих даних, можна ставити задачі:

3.1 **прогнозування**: ґрунтуючись на наявній базі даних розв'язків (1), можна побудувати апроксимації  $\Pi$ , що пов'язують параметри  $P$ , характеристики  $H$  і функцію якості  $I$ , а потім оперативно, за цими апроксимаціями, спрогнозувати раціональні параметри для нового об'єкту, що не входить у набір  $Z$ :  $P^\Pi = \Pi(H, I, F)$ ;

3.2 **відлаштування**: ґрунтуючись на результатах досліджень для набору об'єктів  $Z$  можна ставити задачі, наприклад, відлаштування від резонансних частот

$$\omega(p_0 + \Delta p) \approx \omega(p_0) + \nabla_{\omega} \cdot \Delta p \Rightarrow \Delta p = \nabla_{\omega}^{-1}(\omega^* - \omega(p_0)),$$

де  $\nabla_{\omega, \sigma}$  – відповідно матриці чутливості власної частоти коливань  $\omega$  до варіювання параметрів  $\Delta p$ , а  $\omega^*$  – характеристики, які бажано досягти.

Здійснена також алгоритмізація запропонованих методів розрахунку НДС ТСМБК на основі поєднання переваг універсальних і спеціальних систем. Ці методологічні розробки є основою для розв'язання низки прикладних задач.

**Результати чисельного аналізу НДС ТСМБК.** Розглянемо низку прикладних задач для інноваційних вагону-цистерни, вагону-платформи, крана-перевантажувача.

При моделюванні НДС силових елементів конс-

трукції інноваційного вагону-цистерни (рис. 1) були враховані компоненти навантажень від квазістатичної сили розтягування та стиснення, від навантаження власною вагою та від дії ваги вантажу, від вертикального динамічного навантаження, від внутрішнього тиску пари вантажу тощо [13]. Зокрема, поздовжнє навантаження (квазістатична сила розтягування) складає до 3,5 МН, бічне навантаження – 201 кН, вертикальне динамічне навантаження – із коефіцієнтом динамічності 0,361, тиск пари рідини – до 0,6 МПа.

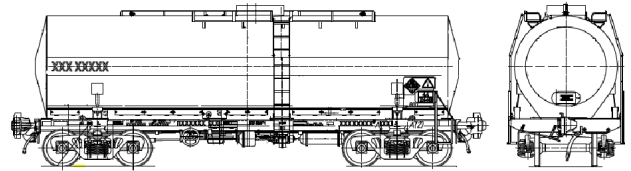


Рисунок 1 – Загальний вигляд вагону

Розрахункові напруження при нормативних режимах розрахунків було отримано шляхом прикладання до скінченно-елементної моделі СЕМ вагону більш ніж 20-ти комбінацій компонент навантажень. Контролювалися напруження у більш ніж 100 точках вагону-цистерни. Допустимі величини напружень для елементів вагона були прийняті відповідно до чинних нормативів для матеріалів, що застосовуються для виготовлення несучих елементів метало-конструкції вагона. Зокрема, для сталі 09Г2С допустимі напруження для різних режимів приймалися від 292,5 до 327,75 МПа, а для сталі 12Х18Н10Т – від 133,8 до 213,6 МПа. На рис. 2, а наведено як ілюстрацію розподіл еквівалентних напружень при сьомому розрахунковому випадку (ривок 2,5 МН). Для кожного із випадків будувалася діаграма розподілу еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{екв}$  у контрольованих точках конструкції (див. рис. 2, б) наведено таку діаграму для сумісної дії подовжнього навантаження 3,5 МН, від дії власної ваги вагону та вантажу, а також внутрішнього тиску на цистерну 0,6 МПа).

За підсумками багатоваріантних досліджень рекомендовано набір параметрів, що відповідають комплексу чинних норм і критеріїв за показниками міцності. Найбільші напруження в елементах вагона виникають у випадку навантаження поздовжньою силою 3,5 МН. Найбільш навантаженими елементами є хребтова балка за шкворневою балкою ( $\sigma_{екв} = 330$  МПа,  $[\sigma] = 345$  МПа) та котел ( $\sigma_{екв} = 203$  МПа,  $[\sigma] = 211,5$  МПа). Рекомендований набір параметрів вагону-цистерни, що досліджувався, забезпечує міцність при дії статичних, динамічних і ударних навантажень протягом 32 років.

Також здійснено аналіз НДС і обґрунтування параметрів ТСМБК інноваційних вагонів-платформ за критерієм міцності та довговічності [4]. Для цього розв'язані наступні задачі:

- 1) обґрунтування загальнокомпонувальних рішень і очікуваних технічних характеристик інноваційного вагону-платформи;
- 2) визначення найбільш несприятливих режи-

мів навантаження;

3) аналіз впливу окремих параметрів на характеристики міцності силових елементів вагону-платформи та розробка рекомендацій із обґрунтування проектних параметрів інноваційного виробу;

4) аналіз НДС силових елементів вагону-платформи при різних варіантах поєднань експлуатаційних навантажень;

5) аналіз довговічності силових елементів вагону-платформи.

Загальнокомпонувальні рішення інноваційного вагону-платформи моделі 13-9990 обґрунтовано на базі узагальнення і вдосконалення досвіду проектування подібних виробів. Вагон-платформа призначена для транспортування контейнерів, колісної і гусеничної техніки і насипних вантажів. Інноваційними її характеристиками є підвищені габаритні розміри і

універсальність схем завантаження різними поєднаннями контейнерів. У силу цього традиційні рішення для подібних конструкцій, а також варіанти розрахункових схем навантаження вимагають коригування. На рис. 3 представлено загальний вигляд вагону-платформи. Його відповідні технічні характеристики: довжина вагону по осях зчеплення  $2L_C = 14,22$  м, довжина вагону по кінцевих балках  $L_k = 13$  м, довжина вагону між упорними плитами автотзчеплень  $2L = 12,22$  м, база вагону  $2l = 9,3$  м, відстань між центрами фітингу по ширині  $l_{шф} = 2,259$  м, конструкційна швидкість руху  $V = 33,3$  м/с. Матеріал елементів кузова і рами вагону і допустимі напруження для сталі 09Г2С – такі ж, як і для випадку вагона-цистерни (див. вище).

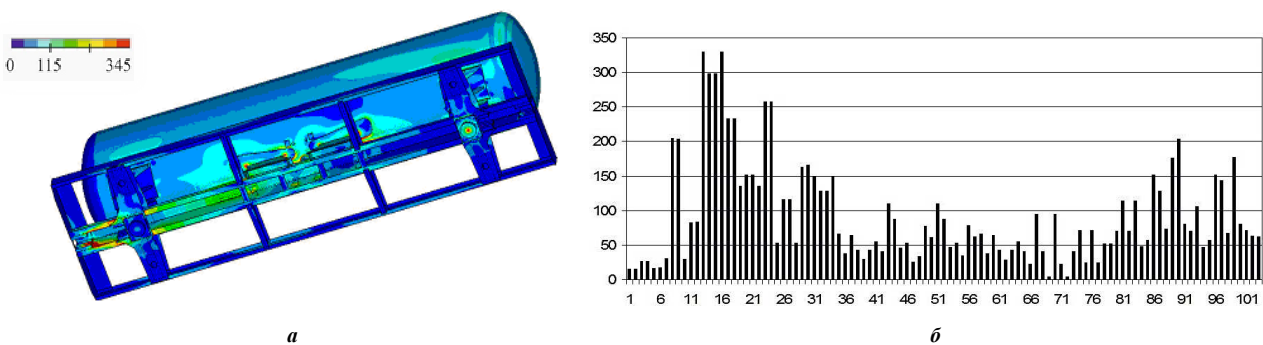


Рисунок 2 – Розподіли  $\sigma_{екв}$  (МПа): а – розрахунковий випадок; б – діаграми розподілу в елементах конструкції (уздовж осі абсцис – номери точок контролю)



Рисунок 3 – Загальний вигляд рами вагону-платформи

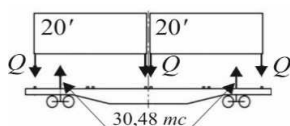


Рисунок 4 – Схема прикладення навантажень і обмежень

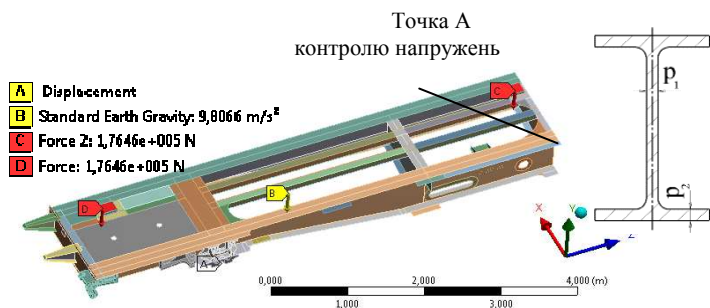


Рисунок 5 – Розрахункова модель (1/4 вагону) та параметри елемента хребтової балки вагону-платформи, що змінюються

Попередній аналіз дав змогу визначити найбільш несприятливі варіанти навантажень. Зокрема, розглядалася схема навантаження двома 20-ти футовими контейнерами (рис. 4, 5). Для варіювання було обрано товщину елементів хребтової балки – найбільш відповідального елемента силової структури (див. рис. 5). Параметри  $p_1$  і  $p_2$  змінювались у діапазонах відповідно  $6,5 \div 15,5$  мм і  $9,5 \div 24,5$  мм. На базі розрахунків побудовані поверхні відгуку переміщень і максимальних еквівалентних напружень. На рис. 6 наведено відповідну поверхню відгуку та розподіл напружень для значень параметрів  $p_1 = 15,5$  мм та  $p_2 = 9,5$  мм.

Розглядався також другий варіант навантажен-

ня – при розміщенні 40-футового контейнера. Третій варіант НДС – навантаження рівномірним навантаженням 60 тон для середньої ділянки подовжніх балок, яке розподілено на довжині 4,3 м, що відповідає довжині опорної поверхні важкої гусеничної техніки.

З точки зору пошуку несприятливих поєднань навантажень у загальному випадку варіювання проектних параметрів  $p_1$ ,  $p_2$  побудовано цільові функції  $\sigma_{екв \max} = \sigma_{екв \max}(p_1, p_2, n_v)$ . Тут  $n_v$  – номер варіанту навантаження. На рис. 7 наведено графік розподілу функцій  $\sigma^N = \sigma_{екв \max}(p_1, p_2, n_v)$ . Видно, що найбільш несприятливим в діапазоні варіювання проектних па-



раметрів, що представляє інтерес ( $p_1 > 9 \cdot 10^{-3}$  м,  $p_2 < 18 \cdot 10^{-3}$  м), є третій варіант навантаження. У іншій області варіювання параметрів  $p_1, p_2$  несприятливим є перший варіант навантаження. Функцію відгуку можна побудувати з верхніх пелюсток окремих поверхонь, представлених на рис. 7. Таким чином, саме такий варіант навантаження необхідно реалізувати при чисельних дослідженнях і експериментальних випробуваннях вагону-платформи. За поверхнею відгуку, що є

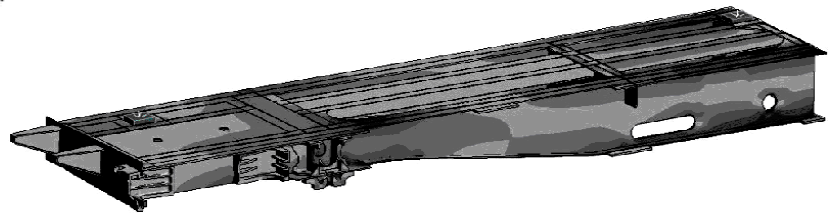
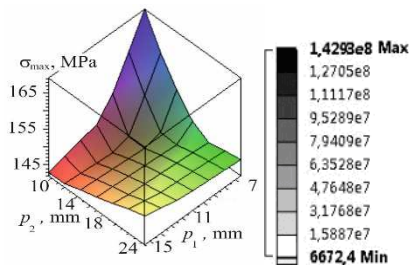


Рисунок 6 – Величини максимальних  $\sigma_{екв\ max}$  при варіюванні параметрів хребтової балки вагону-платформи та розподіл напружень у платформі (Па)

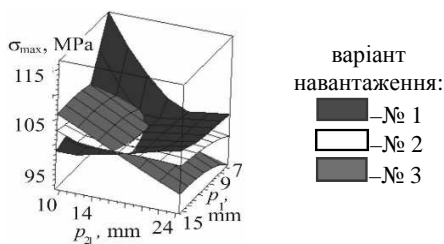


Рисунок 7 – Функції  $\sigma_{екв\ max}$  у разі різних варіантів навантаження конструкції

Для проведення розрахунку інноваційної конструкції вагону-платформи з рекомендованими параметрами МСЕ створена її розрахункова модель. На рис. 8 – ілюстрація НДС рами при дії поздовжнього навантаження 3,0 МН. При цьому  $\sigma_{екв\ max}$  у хребтовій балці не перевищують 243 МПа. Із отриманих результатів розрахунку випливає, що напруження в усіх елементах рами вагону-платформи універсальної моделі 13–9990 та її модифікації при рекомендованих параметрах при усіх розрахункових режимах не перевищують допустимих. Також було проведено аналіз довговічності рами шляхом осереднення циклічного навантаження із урахуванням імовірних значень коефіцієнтів динаміки на різних його циклах. Для оцінки опору втомі було здійснено також перерахунок амплітуд ударних сил з урахуванням їх статистичного розподілу. З урахуванням дії на вагон двох спектрів поєднання навантажень (поздовжні та вертикальні навантаження) визначено термін служби вагону-платформи – 32 роки. У результаті забезпечено технічні характеристики інноваційного вагону-платформи, які перевершують показники попередників і аналогів [14].

Також було здійснено чисельне дослідження НДС силових елементів крана-перевантажувача з підвищеними технічними характеристиками [15–17].

об'єднанням вище розташованих фрагментів (пелюсток) сімейства поверхонь, які представлено на рис. 7, побудовано апроксимуючу поверхню відгуку. За допомогою методу покоординатного спуску був проведений пошук раціонального технічного рішення. Для вагону-платформи з рекомендованими параметрами було проведено аналіз НДС при різних варіантах навантаження.

Традиційне компонування мостового крану-перевантажувача припускає наявність масивної основної балки, якою переміщається візок грейфера разом з вантажем, що транспортується. Ця балка є, як правило, тонкостінною коробчастою багатосекційною конструкцією. Для її зміцнення та посилення над балкою створюється шпренгельна система – сукупність стійок і розкосів, що утворюють просторову (також тонкостінну) рамну конструкцію (рис. 9), на рис. 10 – ілюстративний розподіл напружень у крані-перевантажувачі. Основна балка і шпренгельна система спільно утворюють верхню частину конструкції крану, яка в основному визначає міцність, навантажувальну здатність, властивості деформування та довговічність виробу в цілому.

Таким чином, при розробці інноваційних кранів-перевантажувачів основна увага зосереджена на обґрунтуванні проектних параметрів силових елементів надбудови. За рахунок цілеспрямованого перерозподілу матеріалу балки крана-перевантажувача в шпренгельну систему вдалося на 15÷25 % знизити металоемність конструкції крану, підвищити його вантажопідйомність і термін служби. Розроблені моделі та рекомендації передані для використання у виробництві.

**Результати розрахункових та експериментальних досліджень інноваційних ТСМБК.** Для оцінки ефективності розроблених моделей та програмних засобів було здійснено експериментальні дослідження вагону-цистерни, вагону-платформи і крана-перевантажувача, які спроектовано і виготовлено на основі впровадження рекомендацій за підсумками здійснених досліджень.

*Експериментальні дослідження вагону-цистерни.* У процесі експериментальних досліджень міцності вагону-цистерни реєструвалися (рис. 11): горизонтальні (рамні) сили, що діють від колісної пари на рейки; коефіцієнти вертикальної динаміки необресорених

(бічна рама) частин візка; коефіцієнт динаміки надресорної балки; вертикальні і горизонтальні прискорення кузова. Випробування здійснювались у навантаженому і порожньому режимах. До початку проведення випробувань вагон було обладнано первинними вимірювальними перетворювачами і пристосуваннями для фіксації досліджуваних величин і процесів. Схеми установки і з'єднань тензорезисторів наведено на рис. 11. При проведенні випробувань датчики встановлювались на бічні рами і надресорні балки двох візків. Необхідний

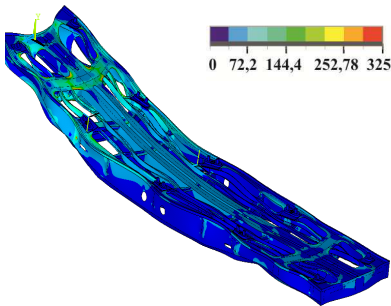


Рисунок 8 – Еквівалентні напруження (МПа) у рамі вагону-платформи від дії поздовжнього навантаження 3,0 МН

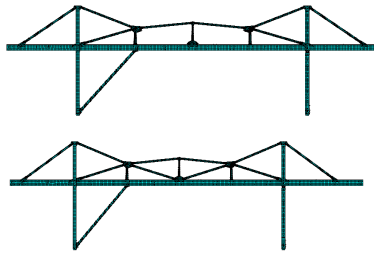


Рисунок 9 – Варіанти конструктивного виконання надбудови кранів-перевантажувачів: верхній – традиційний; нижній – інноваційний

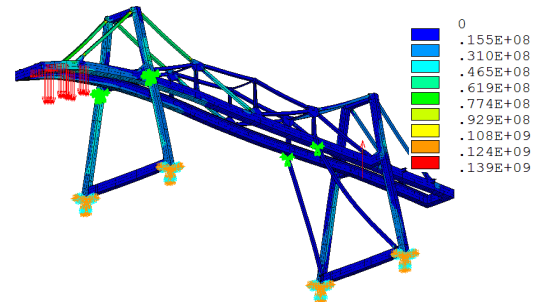


Рисунок 10 – Еквівалентні напруження за Мізесом (Па) в елементах верхньої надбудови крану-перевантажувача – візок на шарнірній консолі

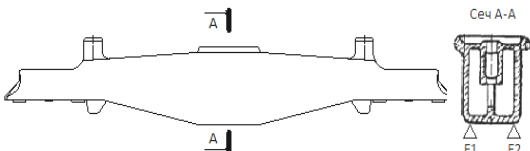


Рисунок 11 – Схема установки і з'єднання тензорезисторів для визначення коефіцієнтів вертикальної динаміки в перерізах надресорної балки візка

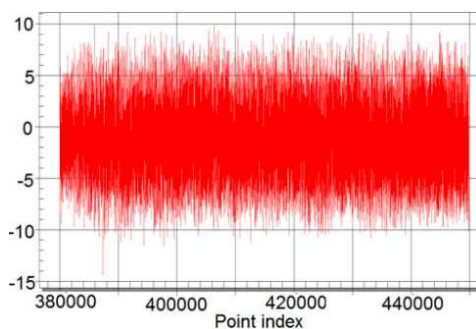


Рисунок 12 – Осцилограма, що характеризує дію бічних сил на раму вагона (вісь абсцис – номери точок запису із дискретизацією 0,125 с, вісь ординат – зусилля, кН)

На підставі висновків за оцінкою міцності і динамічних якостей дослідного зразка чотиривісний вагон-цистерна для сірки розплавленої моделі 15–9544 з параметрами, які рекомендовано на основі проведених раніше чисельних досліджень, відповідає вимогам чинних норм для розрахунку і проектування вагонів залізниць колії 1520 мм (несамохідних) з урахуванням діючих швидкісних обмежень. Отримано задовільну відповідність із даними чисельних досліджень (відмінність резуль-

масив експериментальної інформації про досліджувані величини при ходових динамічних випробуваннях утворився шляхом послідовного набору записів (реалізації) процесів при різних швидкостях і режимах руху потягу як на характерних заздалегідь вибраних (намічених), так і на випадкових (довільно змінюваних) відрізках залізничної колії. Як приклад – осцилограма на рис. 12.

татів за напруженнями не перевищує 10-15%).

*Експериментальні дослідження вагону-платформи.* Також були здійснені та описані розширені дослідження на міцність і динамічні дослідження при експериментальних випробуваннях довгобазних платформ.

Необхідно відмітити, що кінцевою метою комплексу сертифікаційних випробувань, що проводяться на заключних стадіях створення нових перспективних зразків вантажного рухомого складу, є підтвердження відповідності їх ходових, динамічних характеристик і характеристик міцності вимогам чинних норм. У той же час, окрім виконання своєї базової задачі, яка розуміється у вузькому сенсі як випробування на міцність, ці дослідження можуть виконувати задачі у більш широких межах обсягів.

Дійсно, комплекси ходових, динамічних випробувань і випробувань на міцність, які здійснюються, регламентовано чинними методиками і документами. У той же час вони задають, так би мовити, тільки нижню межу обсягу випробувань, мінімальний обсяг інформації і необхідний набір результатуючих висновків. При цьому не існує обмежень «зверху» на обсяг досліджень, що здійснюються. Таким чином, паралельно з мінімально необхідним обсягом випробувань і результатів, які отримуються за існуючими методиками, можна отримати додатковий обсяг інформації. Це – перший напрям розвитку традиційних підходів. Він полягає в отриманні максимально можливого обсягу дослідницької інформації при одиничних випробуваннях того чи іншого зразка виробу. Інший, не менш важливий напрям, – аналіз, систематизація і узагальнення великого обсягу дослідницької інфо-



рмації, яка накопичена при проведенні випробувань серії виробів. Обґрунтування стратегії взаємозгодження при здійсненні, з одного боку, регламентованих необхідних випробувань, а, з іншого, – бажаних додаткових досліджень об'єктів у вигляді інноваційних ТСМБК, здійснено на прикладі вагону-платформи. Випробування платформи (рис. 13) здійснене за такою ж методикою, як і вагона-цистерни [18].



Рисунок 13 – Загальний вигляд рами вагону-платформи моделі 13-9975

Після обробки даних отримані результати за максимальними динамічними еквівалентними напруженнями при ходових випробуваннях. Установлено, що максимальні їх динамічні значення у елементах рами вагону-платформи в порожньому режимі не перевищують 18,4 МПа, у навантаженому режимі – 30,0 МПа, а статичні не перевищують 108,2 МПа у порожньому режимі та 210,0 МПа – у навантаженому. Аналіз міцності конструкції різних схем завантаження довгобазної платформи дав можливість виявити найбільш несприятливі зони з точки зору згинних моментів і напружень. Стосовно цієї довгобазної платформи найбільш небезпечними зонами є середня і консольна частини в зоні

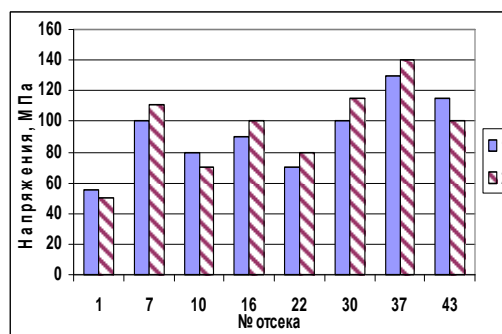
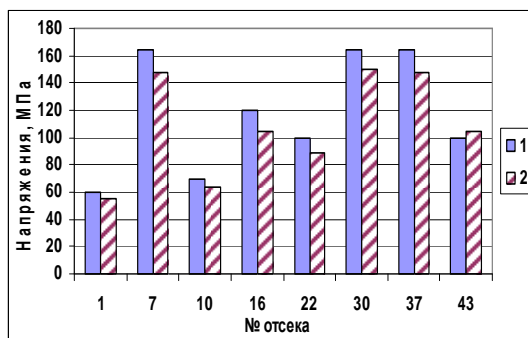


Рисунок 14 – Результати розрахункових та експериментальних досліджень НДС крана-перевантажувача: 1 – експериментальні дані магнітного контролю; 2 – результати проведеного чисельного експерименту

Отримані результати свідчать про те, що спостерігається задовільна відповідність результатів чисельних і експериментальних досліджень (відмінність не перевищує  $10 \div 15$  %).

**Висновки.** Робота містить розв'язок актуальної та важливої науково-практичної задачі динаміки та міцності машин – розробка нових підходів, методів і моделей для проектного забезпечення міцності інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій із підвищеними технічними характеристиками.

У роботі отримано наступні результати:

1. На основі параметричного моделювання розроблено новий підхід до проектного забезпечення

змінного перерізу бічних балок, а найбільш несприятливі схеми завантаження – 20-тифутовими контейнерами – 5,4–29,4 – 29,4–5,4 тон) і 40-кафутовими контейнерами – 34,75–34,75 тони.

Розрахунково-експериментальні дослідження НДС крана-перевантажувача [19, 20]. Серед ТСМБК є широкий клас конструкцій, які представляють не лише потенційні можливості дослідження впливу варіюваних параметрів на НДС їх основних елементів, але і є нормативно обмеженими. Йдеться про вимоги, наприклад, до підйомно-транспортних машин, до яких пред'являються нормативні вимоги за періодичними обстеженнями їхнього корозійного стоншування, НДС, наявності товщин і перевірки навантажувальної здатності. Великий масив даних, що отримуються в ході таких багаторічних обстежень, можна використати також і для оцінки точності та достовірності запропонованих в роботі методів і моделей. Зокрема, для таких цілей були залучені результати обстежень кранів-перевантажувачів фірми TAKRAF та «Азовмаш» (рис. 14). На основі цих даних були реалізовані наступні етапи досліджень: чисельний аналіз НДС конструкції мостового крана-перевантажувача при номінальних проектних параметрах; розрахунково-експериментальний аналіз НДС крана-перевантажувача при реально зафіксованій товщині силових елементів крана; порівняння отриманих результатів і визначення адекватності розроблених моделей, точності отриманих результатів і достовірності рекомендацій, які розробляються на цій основі.

міцності інноваційних ТСМБК, який, на відміну від традиційних, містить два етапи. На першому етапі на основі евристичних прийомів та із урахуванням досвіду аналогічних проектів розробляється структура та загальнокомпонувальні рішення інноваційних виробів, а на другому – здійснюється досягнення проектних критеріїв і обмежень шляхом цілеспрямованого варіювання проектно-технологічних параметрів. Таке поєднання неформалізованих і формалізованих складових дає можливість (порівняно з традиційними методиками) приймати більш досконалі технічні рішення.

2. Удосконалено підхід до апроксимації функції відгуку на основі комбінації переваг технологій

«чорної» скриньки і «прозорої» скриньки. На відміну від них, пропонується підвищувати ступінь дискретизації зон пошуку за ходом ітераційного процесу уточнення поточного наближення розв'язку, разом із цим змінюючи область уточнення дискретизації до цього поточного наближення. Виходить двоєдиний процес, який, на відміну від традиційних підходів, має підвищену швидкість збіжності та прийнятну точність. Крім того, ця технологія так званої «сірої» скриньки доповнена можливістю корекції складу параметричного простору вже у ході розв'язання. Для цього пропонується регулярно розраховувати чутливість контрольованих критеріальних і обмежувальних величин до варіювання розширеної множини параметрів. За результатами розрахунків чутливостей визначається поточна множина значимих параметрів, на якій і здійснюється наступний раунд уточнення поточного розв'язку, а значення інших параметрів «заморожуються». Таким чином, процес уточнення поточного розв'язку адаптується за складом параметричного простору, зберігаючи в ньому значимі компоненти. Це також підвищує ефективність чисельного уточнення поточного розв'язку.

3. На прикладі низки виробів (вагон-цистерна, вагон-платформа, кран-перевантажувач) встановлено залежності контрольованих характеристик (напруження, маса, пружні переміщення тощо) від варіюваних параметрів (наприклад, розміри у плані, у перерізі і за товщиною елементів ТСМБК). Шляхом цілеспрямованого варіювання параметрів визначається їх раціональне поєднання, а, відповідно, і рекомендації із проектно-технологічних рішень. У результаті обґрунтовуються нові технічні рішення інноваційних виробів, у яких ТСМБК є силовими елементами. Крім того, до складу критеріальних та обмежувальних величин вводиться, окрім нормативно запропонованих, ще і низка додаткових, які характеризують вимоги експлуатанта щодо умов роботи, експлуатаційних витрат, енергоефективності тощо. У результаті отримане рішення носить не вузький, а комплексний техніко-економічний характер, що в цілому відображає сенс пошуку інноваційних (у різних аспектах і зрізах) рішень для тонкостінних машинобудівних конструкцій.

4. У ході розв'язання прикладних задач рекомендовано нові технічні рішення, які захищені відповідними патентами, і визначено нові проектно-технологічні параметри низки тонкостінних машинобудівних конструкцій інноваційних виробів. Зокрема, для вагону-цистерни для перевезення сірки розплавленої і вагону-платформи універсальної забезпечується рівень еквівалентних напружень при різних варіантах поєднань навантажень із запасом 1,1÷1,5 порівняно із допустимими за нормативами, запасом за стійкістю до перекидання – 1,4÷1,7, запасом за втратою стійкості – 1,7÷3,5. При цьому металоемність конструкції знижено на 8–10% порівняно із аналогами, коефіцієнт тари знижено до 0.35–0.4, що знаходиться на рівні кращих світових зразків.

Довговічність конструкцій забезпечується упродовж 27–32 років експлуатації, що на 15–25% вище, ніж у попередніх конструктивних рішень конкуруючих розробників. Для крану-перевантажувача підвищено вантажопідйомність на 25% – із 20 т до 25 т, збільшено термін служби – з 20 років до 25 років, на 8% знижено металоемність конструкції порівняно із аналогами.

5. Здійснено розрахунково-експериментальні дослідження низки виробів, які виготовлено за рекомендаціями, що з'явилися в ході досліджень. Установлено, що одержані результати чисельних та експериментальних досліджень перебувають у задовільній відповідності, відмінність між ними не перевищує 8÷15%. При цьому, на відміну від традиційних підходів, розроблено вдосконалений метод розрахунково-експериментальної верифікації розрахункових моделей досліджуваних об'єктів. Він полягає у тому, що поєднуються сертифікаційні (чи інші обов'язкові) випробування дослідного (чи серійного) зразка інноваційного виробу і розрахунково-експериментальні дослідження. На об'єкт додатково встановлюються датчики (тензо-, акселерометри тощо), свідчення яких порівнюються з розрахунково прогнозованими величинами і розподілами. Крім того, уточнюється величина та характер просторово-часового розподілу навантаження. Така організація розрахунково-експериментальних досліджень спрямована на отримання максимально можливого обсягу інформації при здійсненні планових випробувань. Більш того, вона органічно поширюється не лише на одиничні об'єкти, але і на їх серії. Таким чином, відбувається поєднання переваг оперативності та точності, причому тим істотніше, чим більша серія виробів. Це є принциповою і важливою перевагою запропонованого варіанту розрахунково-експериментального методу досліджень сучасних інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій.

У подальшому планується розширити множини досліджуваних інноваційних ТСМБК.

#### Список літератури

1. ДСТУ 33211:2017 Вагони вантажні. Вимоги до міцності та динамічних якостей. Державне підприємство «Український науково-дослідний і навчальний центр проблем стандартизації, сертифікації та якості». З наданням чинності від 2017-07-01.
2. Лозбинев В. П. Анализ факторов обеспечения работоспособности несущих элементов кузовов вагонов. *Вестник Брянского государственного технического университета*. 2015. № 3 (47). С. 52–56.
3. Фомін О. В. Визначення перспективних напрямків проектування несучих систем у вантажному вагонобудуванні. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. Харків, 2012. № 3/7(57). С. 32–35.
4. Lvov G., A. Pupazescu, D. Beschetikov, M. Zaharia Buckling analysis of a thin-walled cylindrical shell strengthened by fiber - Reinforced polymers. *Materiale Plastice*. 2015. Vol. 52, no. 1. pp. 28–31.
5. Altenbach H., G. Lvov, K. Naumenko, V. Okorokov Consideration of damage in the analysis of autofrettage of thick-walled pressure vessels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2016. Vol. 230 no. 20. pp. 3585–3593.

6. Daryazadeh S., G. Lvov, S.R. Kiahosseini A numerical method of calculation of total stress in reinforced plates with pressurized hole. *International Journal of Modelling and Simulation*. 2015. Vol. 35, no. 1. pp. 7–12.
7. Asmolovskiy N., A. Tkachuk, M. Bischoff Numerical approaches ton stability analysis of cylindrical composite shells based on load imperfections. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*. 2015. Vol. 32, no. 2. pp. 498–518.
8. Bokov I.P., E. A. Strelnikova Construction of fundamental solution of static equations of medium-thickness isotropic plates. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. – 2015. Vol. 4, no. 7(76). pp. 27–33.
9. Awrejcewicz J., L. Kurpa, A. Osetrov Investigation of the stress-strain state of the laminated shallow shells by R-functions method combined with spline-approximation. *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2011. Vol. 91, no. 6. pp.458-467.
10. Tkachuk M., M. Bondarenko, A. Grabovskiy, A. Vasiliev, R. Sheychenko, R. Graborov, V. Posohov, E. Lunyov, A. Nabokov Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation. *Східно-Європейський журнал передових технологій*. – Харків: УДАЗТ. 2018. № 1/7 (91). С. 18–29.
11. Чубань М.А., Р.И.Шейченко, Р.В. Граборов Модели аппроксимации поверхности отклика в оптимизационных исследованиях машиностроительных конструкций. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2015. № 62. С. 46–51.
12. Ткачук Н.А., Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной, Е.А. Орлов, Н.Н. Ткачук Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания. *Механіка та машинобудування*. 2006. № 1. С.57–79.
13. Шейченко Р.И., Н. А. Ткачук, М. А. Бондаренко, Е.А. Лунев Численное моделирование напряженно-деформированного состояния инновационных тонкостенных машиностроительных конструкций. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 12. С. 137–145.
14. Пат. на корисну модель UA 97543 U, МПК B61D 3/00, B61F 1/08. *Багатоцільовий залізничний вагон-платформа / С.О.Шпак, А.Д.Чепурний, О.В.Литвиненко, Л.Ю.Полетун, А.П.Копілаш, Р.І.Шейченко, О.К.Шевченко; Власник ООО УК «РейлТрансХолдинг»*, заявл. 01.09.2014; опубл. 25.03.2015. – Бюл. № 6.
15. Гусев Ю.Б., А.Ю. Танченко К вопросу об оптимальном синтезе элементов мостовых перегружателей. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2008. № 9. С. 43–66.
16. Гусев Ю.Б. Общий подход к обеспечению долговечности, работоспособности и грузозной способности мостовых перегружателей. *Восточно-европейский журнал передовых технологий*. 2008. № 3/1(33). С. 39–45.
17. Orobey V., O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko, Y. Ovcharov Mathematical modeling of the stressed- deformed state of circular arches of specialized cranes. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. Applied mechanics*. 2017. Vol. 5. No 7 (89). С. 4–10.
18. Чепурной А.Д., В.И. Сенько, С.В.Макеев, Р.И.Шейченко, Р.В. Граборов, Н.А.Ткачук Методологические основы расширенных прочностных и динамических исследований при испытаниях длиннобазных платформ. *Механіка та машинобудування*. – Харків: НТУ «ХПІ». 2015. №1. С. 67–81.
19. Гусев Ю.Б., Р.И. Шейченко, Р.В. Граборов, М.А. Бондаренко, А.Ю. Танченко, Н.А. Ткачук, А.В. Набоков, Е.О. Лунев Компьютерное моделирование в процессе обоснования технических решений при проектировании инновационных изделий. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 5. С. 95–107.
20. Гусев Ю.Б., Р.И. Шейченко, Н.А. Ткачук, А.Ю. Танченко, А.В. Грабовский, А.В. Набоков, М.А. Бондаренко, А.М. Головин, В.В. Шеманская Экспериментальные исследования тонкостенных конструкций. *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. Харків: НТУ «ХПІ». 2017. № 14. С. 140–155.
21. Derzhavne pidpriyemstvo «Ukrainskyi naukovo-doslidnyi i navchalnyi tsentr problem standartyzatsii, sertyfikatsii ta yakosti» [State Enterprise "Ukrainian Research and Training Center for Standardization, Certification and Quality"]. Z nadanniam chynnosti vid 2017-07-01.
22. Lozbynev V. P. Analiz faktorov obespecheniya rabotosposobnosti nesushchykh elementov kuzovov vahonov [Factors analysis of operating capacity providing for car bodies carriers] *Vestnyk Brianskoho hosudarstvennogo tekhnicheskoho unyversytetu* [Bulletin of the Bryansk State Technical University], Briansk, 2015, no. 3 (47), pp. 52–56.
23. Fomin O.V. Vyznachennia perspektyvnykh napriamkiv proektuvannia nesuchykh system u vantazhnomu vahonobuduvanni [Determination of perspective directions of bearing systems design in freight wagon construction], *Східно-Європейський журнал передових технологій* [Eastern-European Journal of Enterprise Technologies], Kharkiv, 2012, no. 3/7(57), pp. 32–35.
24. Lvov G., Pupazescu A., Beschetskiv D., Zaharia M. Buckling analysis of a thin-walled cylindrical shell strengthened by fiber - Reinforced polymers. *Materiale Plastice*, 2015, Vol. 52 no. 1, pp. 28–31.
25. Altenbach H., Lvov G., Naumenko K., Okorokov V. Consideration of damage in the analysis of autofrettage of thick-walled pressure vessels. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2016, Vol. 230 no. 20, pp. 3585–3593.
26. Daryazadeh S., Lvov G., Kiahosseini S.R. A numerical method of calculation of total stress in reinforced plates with pressurized hole. *International Journal of Modelling and Simulation*, 2015, vol. 35, no. 1, pp. 7–12.
27. Asmolovskiy N., Tkachuk A., Bischoff M. Numerical approaches ton stability analysis of cylindrical composite shells based on load imperfections. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, 2015, vol. 32, no. 2, pp. 498–518.
28. Bokov I.P., Strelnikova E. A. Construction of fundamental solution of static equations of medium-thickness isotropic plates. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2015, vol. 4, no. 7(76), pp. 27–33.
29. Awrejcewicz J., Kurpa L., Osetrov A. Investigation of the stress-strain state of the laminated shallow shells by R-functions method combined with spline-approximation. *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, 2011, vol. 91, no. 6, pp. 458–467.
30. Tkachuk M. Thin-walled structures: analysis of the stressed-strained state and parameter validation / M. Tkachuk, M. Bondarenko, A. Grabovskiy, A. Vasiliev, R. Sheychenko, R. Graborov, V. Posohov, E. Lunyov, A. Nabokov // *Східно-Європейський журнал передових технологій* [Eastern-European Journal of Enterprise Technologies], Kharkiv, UDAZT, 2018, no.1/7 (91), pp. 18–29.
31. Chuban M.A., Sheichenko R.Y., Hraborov R.V. Modely approksymatsyy poverkhnosti otklyka v optymyzatsyonnikh yssledovaniakh mashynostroytelnykh konstruktsiyi [Approximation models of response surface in machine-building constructions optimization studies], *Vіsnyk Natsionalnoho tekhnichnoho unyversytetu «Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2015, no. 62, pp. 46–51.
32. Tkachuk N.A., Hrytsenko H.D., Chepurnoi A.D., Orlov E.A., Tkachuk N.N. Konechno-elementnie modely elementov slozhnykh mekhanicheskyykh system: tekhnolohiya avtomatyzirovannoi generatsyy u parametryzovannoho opysanyia [Finite elemental models of elements of complex mechanical systems: automated generation technology and parametric descriptions], *Mekhanika ta mashynobuduvannia* [Mechanics and machine building], 2006, no. 1, pp. 57–79.
33. Sheychenko R.Y., Tkachuk N. A., Bondarenko M. A., Lunev E.A. Chylennoe modelyrovanye napriazhenno-deformirovannoho sostoiannya ynnovatsyonnikh tonkostennikh mashynostroytelnykh konstruktsiyi [Numerical modeling of stress-strain state of innovative thin-walled engineering constructions], *Vіsnyk Natsionalnoho tekhnichnoho unyversytetu «Kharkivskiyi politekhnichnyi instytut»*, [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv: NTU «KhPI» Publ., 2017, no. 12, pp. 137–145.
34. Shpak S.O., Chepurnyi A.D., Lytvy-nenko O.V., Poletun L.Iu., Kopilash A.P., Sheychenko R.I., Shevchenko O.K. Pat. na korysnu model UA 97543 U, МПК B61D 3/00, B61F 1/08.

## References (transliterated)

1. DSTU 33211:2017 *Vahony vantazhni. Vymohy do mitsnosti ta dynamichnykh yakosteï* [Freight cars. Requirements for durability

- Bahatotsilovyi zaliznychnyi vahon-platforma [Multipurpose railway carriage platform], Vlasnyk OOO UK «RieilTransKholdinh», zaiavl. 01.09.2014; opubl. 25.03.2015, Biul. no. 6.
15. Husev Yu.B., Tanchenko A. Yu. K voprosu ob optymalnom synteze elementov mostovikh perehruzhatelei [On the question of optimal synthesis of bridge overloaders elements], *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv: NTU «KhPI», 2008, no. 9, pp. 43–66.
  16. Husev Yu. B. Obshchyi podkhod k obespecheniyu dolhovechnosti, rabotosposobnosti y nahruzochnoi sposobnosti mostovikh perehruzhatelei [General approach for durability, operating capacity and load capacity ensuring of bridge overloaders], *Vostochno-evropeyskiy zhurnal peredovikh tekhnolohiy* [Eastern-European Journal of Enterprise Technologies], 2008, no. 3/1 (33), pp. 39–45.
  17. Orobey V., Daschenko O., Kolomiets L., Lymarenko O., Ovcharov Y. Mathematical modeling of the stressed-deformed state of circular arches of specialized cranes, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2017, vol. 5, no. 7 (89), pp. 4–10.
  18. Shepurmoi A.D., Senko V.Y., Makeev S.V., Sheychenko R. I., Hraborov R.V., Tkachuk N.A. Metodolohycheskye osnovy rasshyrennikh prochnostnikh y dynamycheskykh yssledovaniy pry yspytaniyakh dlynnobaznykh platform [Methodological bases of extended strength and dynamic research in tests of long-base platforms], *Mekhanika ta mashynobuduvannya* [Mechanics and machine building], Kharkiv: NTU «KhPI», 2015, no. 1, pp. 67–81.
  19. Husev Yu.B., Sheychenko R.I., Hraborov R.V., Bondarenko M.A., Tanchenko A.Yu., Tkachuk N.A., Nabokov A.V., Lunev E.O. Kompiuternoe modelyrovanye v protsesse obosnovaniya tekhnicheskikh resheniy pry proektyrovanyi ynnovatsyonnikh yzdelyi [Computer modeling in process of technical solutions justification in innovative products design], *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv: NTU «KhPI» Publ., 2017, no. 5, pp. 95–107.
  20. Husev Yu.B., Sheychenko R.Y., Tkachuk N.A., Tanchenko A.Iu., Hrabovskiy A.V., Nabokov A.V., Bondarenko M.A., Holovyn A.M., Shemanskaia V.V. Eksperymentalnie yssledovaniya tonkostennikh konstruksiyi [Experimental studies of thin-walled structures], *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «Kharkivskiy politekhnichnyi instytut»* [Bulletin of the Kharkov Polytechnic Institute], Kharkiv: NTU «KhPI» Publ., 2017, no. 14, pp. 140–155.

Надійшла (received) 01.12.2018

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Шейченко Роман Ігорович (Шейченко Роман Игоревич, Sheychenko Roman)** – головний конструктор проекту вагонів-цистерн ТОВ Науково-інженерний центр КК «РейлТрансХолдинг»; м. Маріуполь, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-7925-3673>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [sheychenko@urtg.net](mailto:sheychenko@urtg.net).

**Бондаренко Марина Олександрівна (Бондаренко Марина Александровна, Bondarenko Maryna)** – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», молодший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1856-3648>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [marina.bondarenko@tmm-sapr.org](mailto:marina.bondarenko@tmm-sapr.org).

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola)** – кандидат технічних наук (PhD.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; тел.: (057) 707-69-02; e-mail: [m.tkachuk@tmm-sapr.org](mailto:m.tkachuk@tmm-sapr.org).

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andriy)** – кандидат технічних наук (PhD.), старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: [Grabovskiy@tmm-sapr.org](mailto:Grabovskiy@tmm-sapr.org).

**Танченко Андрій Юрійович (Танченко Андрей Юрьевич, Tanchenko Andriy)** – кандидат технічних наук (PhD.), старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0388-0192>; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: [ATanchenko@tmm-sapr.org](mailto:ATanchenko@tmm-sapr.org).

**Шеманська Вікторія Вікторівна (Шеманская Виктория Викторовна, Shemanska Viktoriia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. МІТ-866(ТМ) кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02.

**Хлань Олександр Володимирович (Хлань Александр Владимирович, Khlan Oleksandr)** – генеральний директор ДП «Завод ім. В.О. Малишева», м. Харків, Україна; тел. (057) 7076902, e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org)

**Шуть Олександр Юрійович (Шуть Александр Юрьевич, Shut Oleksandr)** – заступник головного інженера, ДП «Завод ім. В.О. Малишева»; м. Харків, Україна; тел.: (057) 707-69-02.

**Малакей Андрій Миколайович (Малакей Андрей Николаевич, Malakei Andrii)** – державне підприємство «Завод імені В.О. Малишева», м. Харків; заступник генерального директора з якості, тел. (057) 784-40-08, e-mail: [kanc@malyshev.kharkov.ua](mailto:kanc@malyshev.kharkov.ua)

*М.М. ТКАЧУК***МЕТОД ПРУЖНОЇ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ БІМОДАЛЬНИХ МЕРЕЖ**

Досліджуються властивості м'яких матеріалів із неоднорідним складом мережі. Ці матеріали відрізняються в першу чергу своїм особливим складом. Бімодальні мережі утворюються двома видами хімічно ідентичних, наприклад, полідиметилсилоксанових полімерних ланцюгів. Однак молекулярна вага кожного з компонентів є відмінною. Довгі та короткі ланцюги змішуються, після чого вони випадковим чином поєднуються на кінцях за допомогою спільного вулканізуючого реагенту. На відміну від перехресної зшивки такий спосіб зберігає початковий чіткий поділ у довжині ланцюжків та відповідно дає змогу його контролювати. Для визначення макромеханічних властивостей цих матеріалів побудовано удосконалену мікромеханічну модель. Із цією метою для бімодальних матеріалів введено до розгляду два окремих статистичних простори. Кожен із них містить мікросферу одиничних векторів початкових орієнтацій у відповідній фракції. Осереднення на суцільній мережі здійснено із урахуванням питомих часток кожної фракції. Побудоване співвідношення, яке встановлює кінематичний зв'язок між макроскопічними деформаціями та мікродеформаціями, які для обох фракцій у мережі розглядаються окремо. Відгук мережі до зовнішньої макроскопічної деформації зводиться до рівноваги пов'язаних з нею внутрішніх мікродеформацій та визначається із розв'язку наступної задачі мінімізації з обмеженнями. Використання розробленої моделі продемонстровано на прикладі декількох реальних зразків. Установлено якісну та кількісну відповідність із даними експериментальних досліджень.

**Ключові слова:** мікромакромеханічна модель, мережева структура, пружна гомогенізація, бімодальна мережа, м'який матеріал, гідрогель, гумоподібний еластомер

*Н.Н. ТКАЧУК***МЕТОД УПРУГОЇ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ БІМОДАЛЬНИХ СЕТЕЙ**

Исследуются свойства мягких материалов с неоднородным составом сети. Эти материалы отличаются в первую очередь своим особым составом. Бимодальные сети образуются двумя видами химически идентичных, например, полидиметилсилоксановых полимерных цепей. Однако молекулярный вес каждого из компонентов является отличным. Длинные и короткие цепи смешиваются, после чего они случайным образом соединяются на концах с помощью общего вулканизующего реагента. В отличие от перекрестной сшивки таким образом сохраняется первоначальное четкое разделение по длине цепочек и соответственно представляется возможность его контролировать. Для определения макромеханических свойств этих материалов построена усовершенствованная микромеханическая модель. С этой целью для бимодальных материалов вводятся два отдельных статистических пространства. Каждое из них содержит микросферу единичных векторов начальных ориентаций цепочек в соответствующей фракции. Осреднение на сплошной сети осуществлено с учетом удельных долей каждой фракции. Построено соотношение, устанавливающее кинематическую связь между макро- и микродеформациями каждой отдельной фракции. Отклик сети на внешнюю макроскопическую деформацию сводится к равновесию соответствующих ей внутренних микродеформаций и определяется решением задачи минимизации с ограничениями. Использование разработанной модели продемонстрировано на примере нескольких ранее исследованных образцов бимодальных эластомеров. Результаты демонстрируют хорошее качественное и количественное соответствие с данными экспериментальных исследований.

**Ключевые слова:** микромакромеханическая модель, сетевая микроструктура, упругая гомогенизация, бимодальная сеть, мягкий материал, гидрогель, резиноподобный эластомер

*М. ТКАЧУК***A METHOD FOR ELASTIC HOMOGENIZATION OF BIMODAL NETWORKS**

The properties of soft materials with heterogeneous network composition are studied. These materials are distinguished by their particular composition. Bimodal networks are formed by two types of chemically identical polymer chains, for example, polydimethylsiloxane. However, they differ in molecular weight of each of the components. Long and short chains are mixed, after which they are randomly connected at the ends with the help of a common vulcanizing agent. In contrast to cross-linking, the original clear dispersion of the chain lengths is thus preserved and, accordingly, it is possible to control it. To determine the macromechanical properties of these materials, an improved micromechanical model was developed. Two separate statistical spaces are introduced for bimodal materials. Each of them contains the microsphere of unit vectors of initial chain orientations in the corresponding fraction. The averaging on a solid network is performed taking into account the specific shares of each fraction. A relationship that establishes the kinematic relationship between macro- and microdeformations of each individual fraction is derived. The response of the network to an external macroscopic deformation is determined by the equilibrium of internal microstretches and is found by solving a minimization problem with constraints. The performance of the developed model is demonstrated by the example of several previously examined bimodal elastomers. The results display good qualitative and quantitative agreement with experimental data.

**Keywords:** micro-micromechanical model, network microstructure, elastic homogenization, bimodal network, soft material, hydrogel, rubber-like elastomer

**Вступ.** Коли мова йде про сучасні матеріали з високими механічними властивостями, то набуває значення радше сукупність властивостей, ніж один єдиний фізичний параметр. Для інженерного застосування, як правило, потрібна комбінація часто суперечливих характеристик в одному матеріалі. Цієї мети може бути досягнуто шляхом упровадження композиційної структури матеріалу. Вочевидь, такий підхід буде виправданим лише за умов, якщо отримані властивості композиційного матеріалу є «кращими», аніж у його окремих складових. Для м'яких матеріалів вступають у протиріччя між собою дві характеристики: жорсткість і пластичність. З одного боку, тверді полімери є крихкими і легко ламаються. З іншого боку, більш еластичні матеріали мають

надзвичайно малий пружний модуль та не здатні витримувати дійсно високі навантаження. Останнім часом було докладено значних зусиль, щоб поєднати їхні позитивні риси та отримати матеріал, який одночасно здатний розтягуватися, однак є достатньо жорстким та стійким до руйнування. Пропонується розглянути три різних типи таких матеріалів, які було синтезовано та експериментально досліджено. Вони представлені еластомерами з бімодальним розподілом довжини полімерних ланцюжків [1], подвійними гелевими мережами, які утворені перехресними ковалентними зв'язками [2], та надзвичайно тягучими та міцними гідрогелями з ковалентними та іонними зв'язками [3]. Для цих матеріалів відсутні мік-

© М. М. Ткачук, 2019

ромакромеханічні моделі для визначення їх властивостей. Це спонукає до побудови таких моделей.

**М'які матеріали з неоднорідним складом мережі: склад, властивості, моделі та методи аналізу властивостей.** Узагальнені дані про матеріали із неоднорідним складом мережі наведені в табл. 1.

У роботі [1] було використано багатофункціональний реагент тризоціанат, який здатен утворювати з'єднання кінцевих гідроксильних груп полідиметилсилоксан (ПДМС), для створення модельних

мереж з відомою полідисперсністю. Мета цього дослідження полягала у визначенні механізмів розриву еластомерів, зокрема перевірку теорії «слабкої ланки». Неочікуваним відкриттям, здійсненим його авторами, було чудове поліпшення міцності та своєрідна форма пружного відгуку отриманих еластомерних мереж. Остаточні властивості синтезованого таким чином матеріалу визначаються співвідношенням часток окремих складових та молярною вагою коротких та довгих ланцюжків.

Таблиця 1 – Інформація про різновиди композиційних полімерних матеріалів та їхні властивості

| Тип                        | Складові                |                       | Модуль Юнга, МПа | Межа міцності, МПа | Подовження при розриві, % | Енергія руйнування, Дж/м <sup>2</sup> |
|----------------------------|-------------------------|-----------------------|------------------|--------------------|---------------------------|---------------------------------------|
|                            | 1                       | 2                     |                  |                    |                           |                                       |
| Бімодальні мережі [1]      | ПДМС*                   |                       | 0.2-0.8          | 1.5-12             | 10-150                    | 10 <sup>2</sup>                       |
| Подвійні гелеві мережі [2] | поліАМПС**              | ПАА***                | 0.3              | 20 (стис.)         | 80 (стис.)                | 10 <sup>3</sup>                       |
| Гібридні гідрогелі [3]     | Іонично зшитий альгінат | Ковалентно зшитий ПАА | 0.029            | 0.16               | 2200                      | 10 <sup>4</sup>                       |

*Примітка:* \*ПДМС – полідиметилсилоксан, \*\*поліАМПС – полі(2-акріламід-2-метил-1-пропансульфонова) кислота, \*\*\*ПАА – поліакриламід

Подвійні мережеві гідрогелі, розроблені Гонгом та його колегами [2], належать до іншого класу матеріалів, які тут розглядаються. Вони містять до 90% води та складаються з двох загалом незалежних мереж. Перша утворюється за рахунок агрегації поліелектроліту (такого як поліАМПС) у стан гелю, тоді як інша утворюється гнучкими нейтральними полімерними ланцюгами, наприклад, ПАА, які необов'язково зазнають хімічної зшивки. Ця розробка була покликана конкретною практичною потребою збільшення механічної міцності гідрогелів для майбутніх інженерних застосувань. Експериментальні дослідження показали, що з точки зору оптимальної будови перша мережа має бути щільно з'єднаною, тоді як друга має залишатися вільною.

Нещодавно групою дослідників [3] було запропоновано принципово новий тип надзвичайно еластичних і міцних гідрогелів. Вони запропонували змішувати два типи полімерів із різними механізмами зшивки у єдиній мережі. Ковалентні перехресні зв'язки поєднують поліакриламідні ланцюжки один з одним і одночасно з ланцюгами альгінату, тоді як останні додатково пов'язуються іонно. Як і попередній із наведених типів гідрогелів, у цьому випадку також є характерним високий (до 86 %) вміст води.

**Механічні властивості та механізми зміцнення.** Як видно із даних табл. 1, розглянуті м'які матеріали демонструють підвищені механічні властивості. Якщо порівнювати ці характеристики з характеристиками окремих компонентів, то можна зауважити, що їх комбінація призвела до різкого поліпшення здатності розтягуватися та міцності (на декілька порядків). Це явище пояснюється механізмами зміцнення, пов'язаними з конкретними особливостями структури матеріалів, які реалізуються насамперед на мікроскопічному рівні. Відгук матеріалу створюється силами, утвореними окремими полімерними молекулами, та їхню взаємодію

є в межах нерегулярної тривимірної мережі. Розглянуті три матеріали демонструють суттєву різницю у всіх цих аспектах: природі макромолекул (жорсткі або гнучкі, нейтральні або гідрофільні полімери), різновидах внутрішньомолекулярної взаємодії (ковалентні або іонні зв'язки, зплутування) та структурі мережі (суцільна або подвійна, однорідна або кластеризована).

Особливістю *бімодальних мереж*, досліджених Марком та колегами [1, 4], є високий вміст коротких ланцюгів у молярному співвідношенні до довгих ланцюгів. Типовий розподіл довжин ланцюжків був мотивований спостереженням, раніше здійсненими для мереж із помірним (10-20 %) вмістом коротких ланцюгів, що їхнє додавання не призводить до значного зниження механічних властивостей матеріалу. Автори прийшли до висновку, що теорія слабкої ланки є недійсною. Якщо би всі ланцюги слідували однаковій афінній деформації, найкоротші з них розривалися б уже при зовсім незначному подовженні матеріалу, адже вони мають найменшу межу розтягуваності. Це б відповідно викликало пошкодження матеріалу, чого насправді не спостерігається. Отже, цей випадок є наочним підтвердженням висновків цієї роботи щодо неафінності деформацій у мережі. Подовження зазнає перерозподілу енергетично вигідним шляхом, за якого використовується здатність довгих ланцюгів до значного розтягнення. При цьому короткі ланцюги уникають розриву всупереч тому, що прогнозували ранні теорії міцності таких матеріалів. Одночасно з тим, завдяки своїй великій кількості в одиниці об'єму, вони створюють значний внесок у пружний відгук матеріалу. За рахунок цього досягається істотний виграв у механічних властивостях матеріалу.

У першу чергу молекулярні мережі такої будови демонструють істотне посилення пружного відгуку зі збільшенням розтягування. Оскільки полідиметилсилоксан не кристалізується за звичайних температур, близь-



ких до 25°C, явище деформаційно індукованої кристалізації може бути виключеним. Отже єдиним чинником, який пояснює зміцнення мережі та зростання пружного модуля, є негаусова поведінка полімерних ланцюжків, близьких до межі розтягнення. Кінцеві властивості бімодальної мережі залежать від молярної частки коротких ланцюжків. Із її збільшенням матеріал набуває жорсткості та утворює вищі напруження у відповідь до розтягнення. Однак, разом із тим, руйнація відбувається значно раніше, адже короткі ланцюжки досягають своєї межі розтягнення вже за доволі невеликої загальної деформації матеріалу. Навпаки, за більшого вмісту саме довгих ланцюжків відгук матеріалу є набагато м'якшим, а сам він демонструє дивовижну здатність розтягуватись. Із точки зору такої важливої характеристики як кількість пружної енергії, яку запасав матеріал до того, як зазнає руйнації, існує певний оптимум композиції цих двох складових. Випробування зразків на розрив, з іншого боку, свідчать про те, за більшого вмісту коротких ланцюжків енергія руйнування є вищою. Це пояснюється тим, що утворення тріщини вимагає розриву більшої кількості ланцюжків та зв'язків на одиницю площі її поверхні.

*Подвійні гелеві мережі*, синтезовані Гонгом та групою його співробітників [2], також складаються з «жорстких» і «м'яких» компонент. Як жорсткі елементи виступає щільно зшитий поліелектроліт поліАМПС, який утворює суцільну матрицю, яка розповсюджується всім об'ємом гелю та складає його основу. М'яку частину матеріалу складає поліакриламід, який є слабо зшитим або присутній у лінійному стані. Те, яким чином ПАА виявляється включеним у структуру композитного гелю, залежить від молекулярної ваги цього полімеру. Цукешіба та інші [5] стверджують, що за достатньої довжини макромолекул поліакриламід у гелі утворюються неоднорідні включення. ПАА не просто змішується зі щільно зшитою матрицею, а й заповнює порожнечі у базовій мережі. У цих включеннях поліакриламід існує у вигляді в'язкої сплутаної мережі за умов, якщо розміри прогалин перевищують радіус гнучких ланцюжків. Вважається, що ці м'які кластери виконують роль уповільнювачів розповсюдження тріщин, зменшуючи концентрацію напружень у пружній матриці та дисипуючи енергію. Така синергія призводить до того, що композитний гель має властивості, що істотно перевищують властивості кожного із його компонентів.

Ефект від комбінованої структури є навіть більш значущим для *гібридних гідрогелів*, які були розроблені у співпраці між вченими з США та Південної Кореї [3]. У них поєднані альгінат та поліакриламід. Алегінатні ланцюги утворюють іонні перехресні зв'язки у присутності катіонів  $\text{Ca}^{2+}$  у розчиннику. Одночасно із цим поліакриламід піддається ковалентній зшивці. Також між амініними групами на поліакриламіді та карбоксильними групами на ланцюгах альгінату забезпечується утворення додаткових ковалентних перехресних зв'язків, завдяки чому обидві компоненти виявляються включеними у спільну поєднану мережу. Отриманий гібридний гель має модуль пружності 29 кПа, близький до суперпозиції модулів його компонентів (17 кПа для альгінату та 8 кПа для акриламідних гелів відповідних концентрацій). Одночасно із цим новий матеріал відрізняється від своїх

складових неймовірно поліпшеними значеннями напруження та подовження при розриві. Гібридний гель може бути розтягнутий у 23 рази від початкової довжини та витримувати напруження у 156 кПа, тоді як ці числа дорівнюють 3,7 кПа та 1,2 рази для альгінатного гелю і 11 кПа та 6,6 разів для поліакриламідного гелю.

Така поведінка може бути пов'язана з істотною дисипацією енергії, яка забезпечується іонними зв'язками. Це підтверджується яскраво вираженим гістерезисом при простому навантаженні та розвантаженні. Зі збільшенням деформації іонні зв'язки розриваються, чим досягається ефект застібки-блискавки вздовж ланцюгів альгінату. Незважаючи на такі пошкодження мікробудови, матеріал не зазнає істотної залишкової деформації та зберігає здатність відновлювати початкову форму. Цим він завдячує тому, що поліакриламідна мережа залишається неушкодженою. Для того, щоб утворилася тріщина та матеріал зазнав необерненої руйнації, необхідно, щоби були розірвані ковалентно зшиті ланцюжки. Це відбувається вже за дуже істотного подовження матеріалу, якому передують значна дисипація енергії у великій зоні навколо вершини тріщини. Будь-яке інше пошкодження матеріалу, що не супроводжується утворенням тріщин, може бути відновлене, адже розірвані іонні зв'язки є відновлюваними. Отже, від цього матеріалу можна також очікувати і вкрай задовільних втомісних характеристик.

**Подвійні мережі**, синтезовані Гонгом та його колегами [2], у свою чергу, становлять значно складніший об'єкт для запропонованої схеми моделювання. По-перше, два типи ланцюгів не пов'язані між собою в єдину мережу, між ланцюгами різних видів відсутні хімічні перехресні зв'язки. Це означає, що взаємодія між мережами здійснюється за допомогою механічного контакту. Контактні ділянки та їх щільність не є наперед визначеними, як у випадку постійних сполучень, розглянутих в моделі МАРС. По-друге, як зазначають експериментальні дослідження [5], ці гелі мають неоднорідну структуру. Хоча гнучкі ланцюги можуть взаємно проникати у жорсткий поліелектролітовий скелет, вони також утворюють кластери в існуючих порожнинах. Таким чином, подвійні мережі мають чітко виражену мезоструктуру, масштаби довжини якої є більшими за розмір сітки.

Поточне формулювання моделі МАРС [6] сильно залежить від припущень, що мережа є суцільною та однорідною. Це суттєво для розповсюдження розглянутих шляхів максимального просування через усі компоненти мікроструктури. Крім того, визначення приналежності ланок у шляхах до жорсткого скелету або в'язкої порожнечі не передбачено у поточній моделі мережі. Принаймні перше питання може бути вирішене в межах запропонованої теорії гомогенізації. Це вимагає певного переформулювання щодо несталого характеру переплетень. Зрештою саме завдяки механічному контакту обидві компоненти подвійної мережі деформуються не окремо. У кожен окремий момент є активні контакти, які утворюють тимчасову структуру з'єднань. Перехідні теорії мережі, подібні до [7], добре підходять для опису в'язких ефектів, пов'язаних із динамікою механічно сплутаних ланцюгів, і навіть здатні пояснити ефекти Мулліна зміною кількості пружно активних ланцюжків

у незшитій частині мережі [8, 9]. Згідно із таким уявленням, запропонована теорія має бути здатною описувати тимчасові шляхи, їхню кінематику та перебудову

*Гібридні гідрогелі* з іонними зв'язками мають однорідну структуру. Поліелектроліт і нейтральні ланцюги рівномірно розподілені у просторі. Крім того, завдяки наявності ковалентних зв'язків між двома різновидами ланцюгів вони утворюють суцільну мережу. Само по собі те, що в цій мікроструктурі об'єднані гнучкі та жорсткі ланцюги, обумовлює незвичайний характер поведінки матеріалу. Зокрема, як зазначено в [6], жорсткі ланки не можуть зазнавати стискаючого зусилля за стійкого відгуку мережі. Філаменти з різномірним відгуком до подовження неминуче деформуватимуться у неафінний спосіб. Як і у випадку напівгнучких полімерних гелів, можливо очікувати своєрідну реологію пружних напружень, зокрема під час чистого зсуву [10]. Однак допоки цьому не існує експериментальних підтверджень.

Окремої уваги заслуговують відновлювані іонні зв'язки між ланцюгами альгінату, які, на відміну від решти з'єднань у мережі, можуть порушуватись. Коли такі вони руйнуються, а швидше дисоціюються, кількість активних ланцюгів у мережі зменшується. Цей процес характеризується певною енергією активації [11], тож кількість активних іонних зв'язків можна визначити за допомогою рівняння термодинамічного балансу.

#### Модель осереднення бімодальних мереж

Оригінальна мікромеханічна модель базувалася на припущенні, що геть усі ланки мережі є ідентичними. Вочевидь, для бімодальних мереж виникає необхідність вирізняти окремі її компоненти. У першу чергу це стосується статистичного опису. Якщо для випадку монодисперсної мережі було достатньо розглянути лише випадкову початкову орієнтацію ланцюжків, то бімодальність вимагає залучити принаймні два окремих статистичних простори. Кожен із них становитиме мікросферу одиничних векторів початкових орієнтацій у відповідній фракції:

$$S_0^p = \{\lambda_0^p : |\lambda_0^p| = 1\}; \quad (1) \quad S_0^q = \{\lambda_0^q : |\lambda_0^q| = 1\}. \quad (2)$$

Якщо припуститися ізотропії обох складових мережі, то цільність вірогідності на обох сферах буде однорідною та дорівнюватиме з урахуванням множника  $1/|S_0| = 1/4\pi$  одиниці, тобто  $p_0^p(\lambda_0^p) = 1$  та  $p_0^q(\lambda_0^q) = 1$ . Відповідно до цього, осереднення всередині окремої фракції буде здійснюватися так само, як і раніше: будь яка величина  $\xi^{p,q}$ , що залежить від початкової орієнтації ланок фракції  $p$  або  $q$ , матиме середнє значення

$$\langle \xi^{p,q} \rangle = \frac{1}{|S_0^{p,q}|} \int_{S_0^{p,q}} \xi^{p,q}(\lambda_0^{p,q}) d\lambda_0^{p,q}. \quad (3)$$

Осереднення на суцільній мережі вже вимагатиме урахування питомих часток  $p$  та  $q$  ( $p + q = 1$ ) кожної із фракцій, а також різниці властивостей між обома типами ланок мережі. Зокрема, якщо початкова

відстань між кінцями ланцюжків складатиме  $\mathbf{R}_0^p$  та  $\mathbf{R}_0^q$ , то шлях максимального просування, що складатиметься з  $n_{i_0}$  ланцюжків, становитиме

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{i_0} &= n_{i_0} (p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q) \langle \lambda_0^m \rangle = \\ &= n_{i_0} (p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q) \frac{f-2}{f} \mathbf{I}_0, \end{aligned} \quad (4)$$

адже за умов дійсно випадкового поєднання ланок різних типів у мережі випадкова орієнтація  $\lambda_0^m$  не залежатиме від того, уздовж ланок якої із фракцій,  $p$  або  $q$ , розповсюджується шлях у тому чи іншому вузлі. Більш того, розподіл вектора  $\lambda_0^m$  збагатиметься з оцінкою

$$p^m(\lambda_0, \mathbf{I}_0) = (f-1) \left( \frac{\lambda_0 \cdot \mathbf{I}_0 + 1}{2} \right)^{f-2}. \quad (5)$$

Однак у деформованому шляху ця обставина вже матиме значення, адже функції розтягнення  $\lambda^p(\lambda_0^p)$  та  $\lambda^q(\lambda_0^q)$  взагалі-то різняться між собою.

Отже, зіставивши вектор подовження шляху, який обчислюється, з одного боку, як осереднення вкладу мікродеформацій ланок, а з іншого, – є афінним перетворенням свого початкового значення відповідно до мікроскопічної деформації матеріальної точки тіла, отримуємо наступну тотожність:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_l &= n_{i_0} (p\mathbf{R}_0^p \langle \lambda^{m,p} \rangle + q\mathbf{R}_0^q \langle \lambda^{m,q} \rangle) = \\ &= n_{i_0} (p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q) \frac{f-2}{f} \mathbf{I}, \quad \mathbf{I} = \mathbf{F}\mathbf{I}_0. \end{aligned} \quad (6)$$

Це співвідношення встановлює кінематичний зв'язок між макроскопічними деформаціями та мікродеформаціями, які для обох фракцій у мережі розглядаються окремо. Як і у випадку ізотропної монодисперсної мережі, це рівняння може бути піддане подальшим перетворенням, які спираються на властивості ядра розподілу вірогідності напряму максимального просування, а саме

$$\frac{1}{|S_0|} \int_{S_0} (p\mathbf{R}_0^p \lambda^p(\lambda_0) + q\mathbf{R}_0^q \lambda^q(\lambda_0)) \times p^m(\lambda_0, \mathbf{I}_0) d\lambda_0 = \quad (7)$$

$$= \frac{1}{|S_0|} \int_{S_0} (p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q) \bar{\lambda} p^m(\lambda_0, \mathbf{I}_0) d\lambda_0;$$

$$\frac{1}{|S_0|} \int_{S_0} (\tilde{p}\lambda^p + \tilde{q}\lambda^q - \bar{\lambda}) p^m(\lambda_0, \mathbf{I}_0) d\lambda_0 = 0, \quad (8)$$

$$\text{де } \tilde{p} = \frac{p\mathbf{R}_0^p}{p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q}, \quad \tilde{q} = \frac{q\mathbf{R}_0^q}{p\mathbf{R}_0^p + q\mathbf{R}_0^q}.$$

Як і раніше, ця тотожність має виконуватись для усіх можливих напрямів шляхів максимального просування  $\mathbf{I}_0 \in S_0$ . У разі, коли функціональність мережі дорівнює 4, ядро рівняння є поліномом та

має скінченний ранг. Відповідно до цього, інтегральне рівняння Фредгольма (8) тотожно зводиться до вже знайомої тензорної форми

$$\frac{1}{|S_0|} \int (\tilde{p}\lambda^p + \tilde{q}\lambda^q) \otimes \lambda_0 |d\lambda_0| = \frac{1}{3} \mathbf{F}. \quad (9)$$

Кінематичне співвідношення (9) обмежує варіацію невідомих полів  $\lambda^p$  та  $\lambda^q$ . Для того, щоб визначити цей деформований стан мережі, застосовується принцип мінімуму осередненої внутрішньої енергії. Остання обчислюється для бімодальної мережі наступним чином:

$$\Psi_{\text{net}}[\lambda^p, \lambda_0] = n \left\{ p \langle \psi_f^p \rangle + q \langle \psi_f^q \rangle \right\}, \quad (10)$$

де 
$$\langle \psi_f^{p,q} \rangle = \frac{1}{|S_0|} \int \psi_f^{p,q}(\lambda^{p,q}) |d\lambda_0|. \quad (11)$$

Таким чином, відгук мережі до зовнішньої макроскопічної деформації зводиться до рівноваги пов'язаних з нею внутрішніх мікродеформацій та визначається із розв'язку наступної задачі мінімізації з обмеженнями:

$$\begin{cases} \langle \psi_f^{p,q} \rangle n \frac{1}{|S_0|} = \\ = \frac{1}{|S_0|} \int \left\{ p \psi_f^p(\lambda^p) + q \psi_f^q(\lambda^q) \right\} |d\lambda_0| \rightarrow \min; \\ \frac{1}{|S_0|} \int (\tilde{p}\lambda^p + \tilde{q}\lambda^q) \otimes \lambda_0 |d\lambda_0| = \frac{1}{3} \mathbf{F}. \end{cases} \quad (12)$$

Функціонал Лагранжа для неї має наступний вигляд:

$$\begin{aligned} L[\lambda^p, \lambda^q, \mathbf{v}] &= \\ &= n \frac{1}{|S_0|} \int \left\{ p \psi_f^p(\lambda^p) + q \psi_f^q(\lambda^q) \right\} |d\lambda_0| - \mathbf{v} : \\ &\frac{1}{|S_0|} \int (\tilde{p}\lambda^p + \tilde{q}\lambda^q) \otimes \lambda_0 |d\lambda_0| - \frac{1}{3} \mathbf{F} \rightarrow \text{stat}. \end{aligned} \quad (13)$$

Умови його стаціонарності, в свою чергу, визначають афінний розподіл термодинамічно спряжених до розтягування сил  $\mathbf{f}_f^{p,q} = \partial \psi_f^{p,q} / \partial \lambda^{p,q}$ :

$$\begin{cases} n p \mathbf{f}_f^p(\lambda^p) = n p \mathbf{f}_f(\lambda^p) \left[ (\lambda^p) / |\lambda^p| \right] = \tilde{p} \mathbf{v} \lambda_0; \\ n q \mathbf{f}_f^q(\lambda^q) = n q \mathbf{f}_f(\lambda^q) \left[ (\lambda^q) / |\lambda^q| \right] = \tilde{q} \mathbf{v} \lambda_0. \end{cases} \quad (14)$$

Мікроскопічні деформації волокон та сили складають відгук внутрішньої будови матеріалу, який піддають заданій макроскопічній деформації. Результатом цього зовнішнього впливу є певний напружений стан тіла. Він визначається, зокрема, тензором напружень Піола-Кірхгофа, що є термодинамічно спряженим до градієнта деформації та дорівнює похідній пружної внутрішньої енергії

$$\mathbf{P} = \partial_{\mathbf{F}} \Psi_{\text{net}}^* = n \left\{ p \left\langle \partial_{\mathbf{F}} \Psi_f^p \left( |\lambda^p| \right) \right\rangle + q \left\langle \partial_{\mathbf{F}} \Psi_f^q \left( |\lambda^p| \right) \right\rangle \right\}. \quad (15)$$

Використовуючи певні перетворення, актуальні для бімодальних мереж кінематичні співвідношення (9) та тотожностей (14) для мікроскопічних сил, можна отримати наступний вираз для шуканого першого тензора напружень Піола-Кірхгофа

$$\mathbf{P} = n \left\{ p \left\langle \mathbf{f}_f^p \otimes \lambda_0^p \right\rangle + q \left\langle \mathbf{f}_f^q \otimes \lambda_0^q \right\rangle \right\} = \frac{1}{3} \mathbf{v}, \quad (16)$$

який знову ж таки подібний до раніше отриманого для монодисперсних мереж результату.

Аналіз питання існування та єдиності умовного мінімуму задачі (12) містить у собі: більшу варіативність порівняно з випадком монодисперсних мереж із гнучких ланцюжків та жорстких ланок. У композитних матеріалах мова може йти про досить довільні комбінації цих двох типів елементів. Найочевиднішим є випадок, коли обидві фракції складаються з гнучких ланцюжків. У цьому разі енергія розтягнення  $\psi_f^{p,q}$  для кожної із них є опуклим функціоналом, а, отже, функціонал  $\Psi_{\text{net}}[\lambda^p, \lambda_0]$  є також опуклим відносно невідомих полів мікродеформації. Це значить, що мережа досягатиме стійкої рівноваги за будь-якої макроскопічної деформації  $\mathbf{F}$ . Більш того, усі ланцюжки передаватимуть зусилля осьового розтягнення. Додатні величини сил  $\mathbf{f}_f^{p,q}$  при цьому є взаємнооднозначними функціями абсолютних величин розтягнень  $\lambda_f^{p,q}$ .

Слід зазначити, що стійка рівновага має спостерігатися і у початковому недеформованому стані. Вочевидь цей стан має характеризуватися відсутнім розтягненням ланцюжків  $\lambda^p \equiv \lambda_0$  та  $\lambda^q \equiv \lambda_0$  в обох фракціях. Відповідно до умов стаціонарності (14) за одиничних  $|\lambda^p|=1$  та  $|\lambda^q|=1$  матимемо наступні співвідношення відносно осьових сил та множника Лагранжа:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} p \mathbf{f}_f^p(1) \lambda_0 = \tilde{p} \mathbf{v} \lambda_0; \\ q \mathbf{f}_f^q(1) \lambda_0 = \tilde{q} \mathbf{v} \lambda_0 \end{cases} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{cases} \mathbf{v} = \mathbf{v} \mathbf{1}; \\ \frac{p \mathbf{f}_f^p(1)}{q \mathbf{f}_f^q(1)} = \frac{\tilde{p}}{\tilde{q}} \Rightarrow \frac{\mathbf{f}_f^p(1)}{\mathbf{f}_f^q(1)} = \frac{R_0^p}{R_0^q} \\ \text{або } F_f^p(1) = F_f^q(1). \end{cases} \quad (17) \end{aligned}$$

Перший висновок полягає у тому, що розподіл зусиль у мікромережі є радіально ізотропним та створює гідростатичний напружений стан. У той саме час друге співвідношення дає можливість встановити зв'язок між абсолютними величинами осьового розтягнення у кожній із фракцій, який зумовлює встановлення між ними рівноваги у початковому стані. Зокрема, це дає змогу правильно оцінити невідомі структурні фактори мережі,

яку утворюють ланцюжки різних типів.

**Застосування моделі осереднення бімодальних мереж.** Для бімодальних мереж окремі складові є макромолекулами ідентичного хімічного складу, що відрізняються лише молекулярною вагою або довжиною. У випадку гумоподібних еластомерів поведінка гнучких полімерів добре описується моделлю ланцюжків вільного обертання, що враховує скінченну здатність до подовження та передбачає негауссову поведінку з нелінійною силою, що визначається співвідношеннями (див. табл. 2):

$$F_f(R) = \frac{\partial \Psi_f}{\partial R} = \frac{k_B T}{b} \mathfrak{Z}^{-1} \left( \frac{R}{Nb} \right); \quad (18)$$

$$f_f(\lambda) = \frac{\partial \Psi_f}{\partial \lambda} = \frac{k_B T}{b} R_0 \mathfrak{Z}^{-1} \left( \frac{\lambda R_0}{Nb} \right), \quad (19)$$

де  $b$  – довжина статистичного сегмента;  $N$  – кількість цих сегментів у ланцюжці або його довжина;  $k_B$  – константа Больцмана,  $T$  – температура,  $\mathfrak{Z}^{-1}$  – обернена функція Ланжевина. Треба звернути увагу на те, що фізична ентропійна  $F_f$  та термодинамічно спряжена до величини розтягнення відносна сила

$$f_f(\lambda) = \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} = \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \lambda} = R_0 F_f(\lambda), \quad (20)$$

де  $R_0$  – це відстань між кінцями ланцюжків у недеформованій мережі, відносно якої і визначаються розтягнення  $R = R_0 \cdot \lambda$ , відрізняється між собою на множник  $R_0$ . Поширене припущення полягає в тому, що у результаті утворення мережі поєднання між ланцюжками утворюються в їхній найбільш вірогідній конфігурації, коли відстань між кінцями окремих відтінків складає

величину порядку  $\sqrt{Nb}$ . Саме того межу розтягнення негауссових ланцюжків оцінюють як  $\sqrt{N}$ , що дорівнює відношенню між максимальним подовженням  $R_{\max} = Nb$  та початковою відстанню  $R_0 = \sqrt{Nb}$ . Однак у дійсності відхилення у пружних характеристиках та поведінці при розбуханні під дією розчинника свідчать про те, що ця оцінка є неточною. Вихід із цієї ситуації знаходиться, якщо прийняти величину  $R_0$  за невідомий параметр або ж декілька параметрів, як у випадку бімодальних мереж. Адже кожна із фракцій ланцюжків у недеформованому стані може мати своє специфічне початкове подовження  $R_0^p$  та  $R_0^q$  відповідно. І тут слід зазначити, що значення цих параметрів не можуть бути обрані довільно. Справді, якщо підставити значення відносно сили  $f_f$  з рівняння (19) за одиничного розтягнення  $\lambda \equiv 1$

$$f_f^{p,q}(1) = \frac{k_B T}{b} R_0^{p,q} \mathfrak{Z}^{-1} \left( \frac{R_0^{p,q}}{N^{p,q} b} \right). \quad (21)$$

в умови стаціонарності (17), то отримаємо наступну тотожність:

$$R_0^p \mathfrak{Z}^{-1} \left( \frac{\lambda R_0^p}{N^p b} \right) / R_0^q \mathfrak{Z}^{-1} \left( \frac{\lambda R_0^q}{N^q b} \right) = \frac{R_0^p}{R_0^q}. \quad (22)$$

Звідси остаточно встановлюється рівняння, яке поєднує початкові розтягнення у різних фракціях недеформованої бімодальної мережі:

$$\frac{R_0^p}{N^p b} = \frac{R_0^q}{N^q b} \quad (23)$$

Таблиця 2 – Моделі гнучких ланцюжків

| Модель   | Вільна енергія $\Psi_f$   | Термодинамічна сила $F_f$   |
|--|---|---|
| Гауссовий ланцюжок <sup>1</sup>                            | $\frac{3}{2} k_B T \frac{R^2}{Nb^2}$  | $3k_B T \frac{R}{Nb^2}$   |
| Негауссовий ланцюжок, що вільно обертається <sup>1,2</sup> | $Nk_B T \left( \lambda_r \mathcal{L}^{-1}(\lambda_r) + \ln \frac{\mathcal{L}^{-1}(\lambda_r)}{\sinh \mathcal{L}^{-1}(\lambda_r)} \right)$ | $k_B T \frac{1}{b} \mathcal{L}^{-1}(\lambda_r)$   |
| Черв'якоподібний ланцюжок <sup>3</sup>                     | $\frac{k_B T}{4l_p} \frac{R^2}{\Lambda} \left( 2 + \frac{1}{1 - R/\Lambda} \right)$   | $\frac{k_B T}{4l_p} \left( 4 \frac{R}{\Lambda} + \frac{1}{(1 - R/\Lambda)^2} - 1 \right)$ |

Примітки: <sup>1</sup>  $N$  – число ланок ланцюжка,  $b$  – довжина Куна сегментів; <sup>2</sup>  $\lambda_r = R/L$  – відносне розтягнення в порівнянні з довжиною  $L = Nb$ ;  $\mathcal{L}^{-1}$  – зворотна функція Ланжевина  $\mathcal{L}(\bullet) = \coth(\bullet) - 1/(\bullet)$ ; <sup>3</sup> наведено наближення, справедливе в межі  $l_p \ll L$ , де  $l_p$  – персистентна довжина черв'якоподібного ланцюжка, а  $\Lambda$  – його повна довжина

Одразу видно, що найбільш вигідне значення початкової відстані  $R_0^{p,q} = \sqrt{N^{p,q}}$ , обчислене для кожного із окремих типів ланцюжків, цьому співвідношенню не задовольняє.

Зі співвідношення (23) добре видно, що в

обох складових мережі ланцюжків матимуть однакову межу розтягнення відносно початкового стану. Дійсно, величина

$$\lambda_{\lim}^{p,q} = \frac{R_{\lim}^{p,q}}{R_0^{p,q}} = \frac{N^p b}{R_0^{p,q}} \quad (24)$$

є тотожною для обох фракцій. Таким чином, модель ланцюжків вільного обертання у разі її застосування призводить до наступного результату. Деформації в обох складових бімодальної мережі  $\lambda^p$  та  $\lambda^q$  виявлятимуться однаковими. Це впливає із того, що за будь-якого значення тензора  $\mathbf{v}$  розв'язок першого рівняння умов стаціонарності (14) задовольнятиме другому рівнянню автоматично. Цей висновок підтверджується результатами чисельного моделювання для модельної мережі з  $p = 0.1$ ,  $N^p = 36$  та  $q = 0.9$ ,  $N^q = 4$ , представлених на рис. 1.

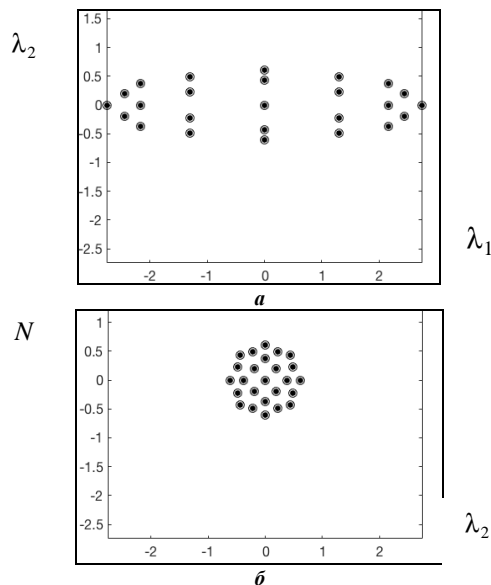


Рисунок 1 – Розподіл мікродеформацій  $\lambda^p$  та  $\lambda^q$  за одноосного розтягнення  $\lambda_{11} = 3$  у фракціях довгих ланцюжків з  $p = 0.1$ ,  $N^p = 36$  та коротких ланцюжків з  $q = 0.9$ ,  $N^q = 4$ : а – в площині ху; б – в площині уz

**Моделювання комбінованих полімерних мереж.** Наведені вище матеріали відрізняються надзвичайними в'язкопружними та міцнісними характеристиками. Їх походження криється в особливостях мережевої мікроструктури, в якій поєднуються різні типи складові. Структура цих мереж дає можливість урівноважувати зусилля всередині матеріалу та розподіляти мікроскопічні деформації між окремими елементами. За вдало підбраного складу такої мережі окремі компоненти можуть виконувати чітко визначену функціональну роль: наприклад, частина мережі може забезпечувати пружність, а інша – міцність. Однак передбачити наперед ефект від впровадження комбінованої будови з тими чи іншими параметрами надзвичайно складно. На додачу до експериментальних досліджень створених матеріалів, може виявитись надзвичайно корисним чисельне моделювання. І мова йде саме про мікромеханічно обґрунтовані моделі.

Запропоновані підходи можуть бути застосовані і для означеного класу комбінованих полімерних матеріалів. Статистичні методи репрезентативних напрямків [12] і, зокрема, представлена у роботі модель шляхів максимального просування [6] придатні для визначення

мікродеформацій та осереднення відгуку постійно поєднаних мереж. Разом із тим формалізм динаміки Смолюховського, застосований до мобільних ланцюжків [13], дає можливість враховувати і в'язкий внесок від мінливої частини мережі.

Складність у застосуванні цих методів полягає у неоднорідності будови комбінованих полімерних матеріалів. Тим не менш, для бімодальних мереж можна запропонувати поширення оригінальної моделі МАРС. Слід зауважити, що модельні полідисперсні еластомери, досліджені у роботах [1, 4, 14], демонструють поведінку, яка істотно відрізняється від традиційних гумоподібних матеріалів. Автори оригінальних робіт припускали, що цим вони завдякують синергетичному ефекту. Він має полягати у тому, що окремі складові мікробудови проявляють відмінний відгук до розтягнення. У поєднанні їхні внески переважатимуть той результат, який можна було б отримати простим додаванням пружних властивостей. Вочевидь, попередньо розглянута модель, що призводить до однорідних мікродеформацій, не погоджується з цими міркуваннями жодною мірою.

Недолік моделі ланцюжків вільного обертання полягає в тому, що вона перестає бути точною для коротких ланцюжків. А саме такі ланцюжки, що складаються лише з декількох мономерів, і входять до складу тих бімодальних мереж, які показали найбільш відмінні властивості.

З огляду на це більш придатною можна вважати іншу модель напівгнучкого ланцюжка, запропоновану Бланделом і Терентьєвим [15]. Згідно з нею ланцюг представлено скоріше не як дискретно сполучений набір ланок певної довжини, а радше як суцільну стрічку, що вигинається довільним чином у просторі. Відповідні до статистики усіх можливих форм, вільна енергія розтягнення такого ланцюжка визначається виключно ентропійною складовою

$$\Psi_S(R) = k_B T \left\{ \frac{l_p \pi^2}{2L} \left( 1 - \frac{R^2}{L^2} \right) + \frac{2L}{\pi l_p \left( 1 - \frac{R^2}{L^2} \right)} \right\}, \quad (25)$$

де  $k_B$ ,  $T$  – звичайні константа Больцмана та температура,  $L$  – контурна довжина ланцюжка, а  $l_p$  – персистентна довжина, що характеризує, наскільки гнучкою є та чи інша макромолекула.

Термодинамічна осьова сила, що діє на кінці такого хробакоподібного ланцюжка, обчислюється за похідною

$$F_S(R) = \frac{\partial \Psi_S(R)}{\partial R} = k_B T \frac{R}{L^2} \left\{ \frac{4L}{\pi l_p \left( 1 - \frac{R^2}{L^2} \right)^2} - \frac{l_p \pi^2}{L} \right\}. \quad (26)$$

Для довгих або надзвичайно гнучких ланцюжків, для яких  $l_p / L \ll 1$ , ця модель добре збігається з моделлю негауссового ланцюжка вільного обертання.

Однак для коротких чи надто жорстких ланцюжків відгук на розтягнення є принципово відмінним. Це позначається вже на початковому етапі мережі. Як і раніше, початкове подовження ланцюжків визначається умовами (2). Однак розв'язок цього рівняння у випадку, коли сила визначається виразом (26), істотно відрізняється від простого співвідношення (8), отриманого раніше. У цьому випадку, для отримання рівноважних початкових значень подовжень  $R_0^p$  та  $R_0^q$  доводиться використовувати чисельну процедуру розв'язання методом Ньютона. Приклад її застосування наведено на рис. 2, де представлені криві сил  $F_S^p(R^p)$  та  $F_S^q(R^q)$ , а також точки перетину лінії спільної ординати.

Використання моделі напівгнучких ланцюжків для визначення відгуку бімодальної мережі далі продемонструємо на прикладі декількох реальних зразків, які були експериментально досліджені у роботах [1, 4, 14].

Параметри використаних матеріалів та відповідні

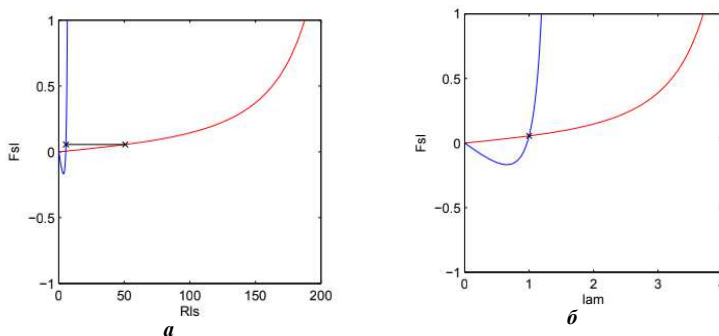


Рисунок 2 – Визначення рівноважних початкових подовжень  $R_s, R_l$  коротких та довгих ланцюжків в окремих компонентах бімодальних мереж за умовами рівності сил  $\mathbf{F}_s = \mathbf{F}_l$

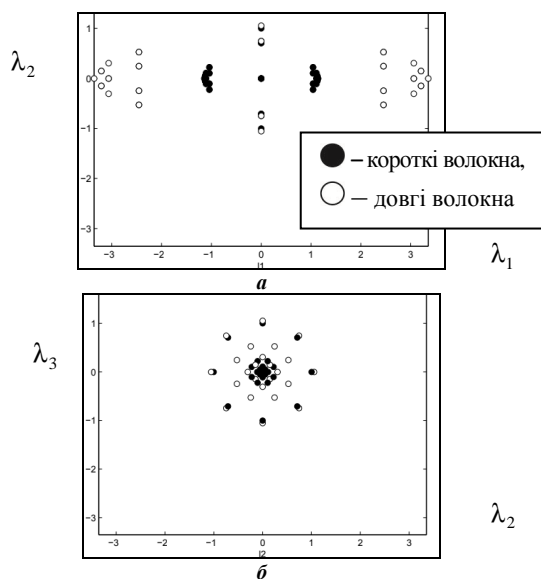


Рисунок 4 – Мікродформації у бімодальній мережі за одновісного розтягнення у проєкціях:

$$a - \lambda_1 - \lambda_2 ; b - \lambda_2 - \lambda_3$$

**Висновки.** Демонстрацією саме здатності пе-

їм параметри чисельної моделі зведені у табл. 2. Звертає на себе увагу надзвичайно мала довжина коротких ланцюжків, що складає за молярної маси 660 г/моль лише 6 мономерів, тоді як за молярної маси 220 г/моль – лише 2 мономерів. З іншого боку, молекула полідіметилсілоксану є надзвичайно гнучкою завдяки одиничним зв'язкам між атомами кремнію, відповідно до чого було обрано відносно мале значення персистентної довжини. Утім все одно короткі ланцюжки мають дуже обмежену здатність до розтягнення.

Тим не менш, завдяки перерозділу мікродформацій у мережі невелика частка довгих макромолекул, що міститься у ній, дає можливість уникнути передчасного досягнення межі розтягнення коротких ланцюжків. У результаті цього істотно підвищується гнучкість еластомера. У той самий час завдяки великій кількості активних коротких ланцюжків матеріал досягає високих значень модуля пружності. Тим самим, повною мірою розв'язується протиріччя між цими двома механічними властивостями матеріалу. Цей ефект наочно демонструють результати, представлені на рис. 3, 4.

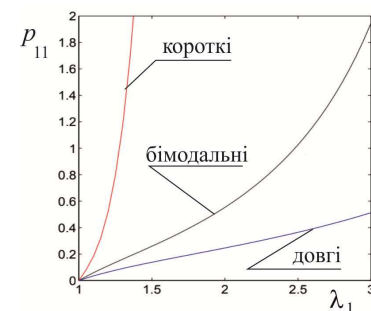


Рисунок 3 – Осереднені напруження у бімодальній мережі порівняно із унімодальними мережами з коротких та довгих волокон однакової щільності

редбачати поведінку нових матеріалів, а не відтворювати вимірний відгук вже існуючих, служить модель композиційних полімерних мереж. На прикладі бімодальних модельних еластомерів, що складаються з коротких і довгих макромолекул, показано, як запропонований підхід до гомогенізації може бути розповсюджений на випадок декількох відмінних складових мікробудови. Це дає змогу оцінити вплив вмісту окремих фракцій полімерів, а також їхньої молекулярної ваги на пружні властивості та міцність модельного еластомеру. Звертає на себе увагу, що це співвідношення є неочевидним та не підкорюється правилу сумішей. Наприклад, за поєднання 10% довгих ланцюжків та 90% надзвичайно коротких ланцюжків можна отримати матеріал, модуль пружності якого в 10 разів вищий за модуль монодисперсного полімеру, що на 100% складається з першої фракції, проте при цьому, як і той, здатний розтягуватися на 300%.

#### Список літератури

1. Mark J.E. Elastomeric Networks with Bimodal Chain-Length Distributions. *Accounts of Chemical Research*. 1994. No. 27(9). P. 271–278.



2. Gong J.P., Y. Katsuyama, Kurokawa T., Osada Y. Double-Network Hydrogels with Extremely High Mechanical Strength. *Advanced Materials*. – 2003. – No. 15(14). – P. 1155–1158.
3. Sun J.Y., Zhao X., Illeperuma W.R., Chaudhuri O., Oh K.H., Mooney D.J., Vlassak J.J., Suo Z. Highly stretchable and tough hydrogels. *Nature*. 2012. No. 489(7414). P. 133–136.
4. Erman B., J. E. Mark Calculations on Trimodal Elastomeric Networks. Effects of Chain Length and Composition on Ultimate Properties. *Macromolecules*, 1998. No. 31(9). P. 3099–3103.
5. Tsukeshiba H., M. Huang, Y.-H. Na, T. Kurokawa, R. Kuwabara, Y. Tanaka, H. Furukawa, Y. Osada, Gong J.P. Effect of Polymer Entanglement on the Toughening of Double Network Hydrogels. *The Journal of Physical Chemistry B*. 2005. No 109(34). P. 16304–16309. PMID: 16853073.
6. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов / Н.Б. Скрипченко, Н.Н. Ткачук, Н.А. Ткачук, Д.С. Мухин // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ «ХПІ». 2013. № 41. С. 133–142.
7. Green M., Tobolsky A. A new approach to the theory of relaxing polymeric media. *Journal of Chemical Physics*. 1946. No. 14. P. 80–92.
8. Yamamoto M. The Visco-elastic Properties of Network Structure I. General Formalism. *Journal of the Physical Society of Japan*. 1956. No. 11. P. 413.
9. Tanaka F., Edwards S. F. Viscoelastic properties of physically crosslinked networks. 1. Transient network theory. *Macromolecules*. 1992. No. 25(5). P. 1516–1523.
10. P.A. Janmey, M.E. McCormick, S. Rammensee, J.L. Leight, P.C. Georges, MacKintosh F.C. Negative normal stress in semiflexible biopolymer gels. *Nature Materials*. 2007. Vol. 6(1). P. 48–51.
11. R.J.J. Jongschaap, R.H.W. Wientjes, M.H.G. Duits, Mellema J. A generalized transient network model for associative polymer networks. *Macromolecules*. 2001. No. 34(4). P. 1031–1038.
12. Miehe C., S. Göktepe, Lulei F.A micro-macro approach to rubber-like materials – Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004. Vol. 52. P. 2617–2660.
13. Tkachuk M.M., N. Skripchenko, M.A. Tkachuk, Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 5/7(95). P. 22–31
14. Llorente M.A., A.L. Andraday, Mark J.E. Model networks of end-linked polydimethylsiloxane chains. XI. Use of very short chains to improve ultimate properties. *Journal of Polymer Science: Polymer Physics Edition*. 1981. No. 19(4). P. 621–630.
15. Blundell J., Terentjev E. Forces and extensions in semiflexible and rigid polymer chains and filaments. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2007. Vol. 40. P. 10951–10964.
1. Mark J.E. Elastomeric Networks with Bimodal Chain-Length Distributions. *Accounts of Chemical Research*. 1994, no. 27(9), pp. 271–278.
2. J.P. Gong, Y. Katsuyama, T. Kurokawa, Osada Y. Double-Network Hydrogels with Extremely High Mechanical Strength. *Advanced Materials*. 2003, no. 15(14), pp. 1155–1158.
3. Sun J.Y., Zhao X., Illeperuma W.R., Chaudhuri O., Oh K.H., Mooney D.J., Vlassak J.J., Suo Z. Highly stretchable and tough hydrogels. *Nature*. 2012, no. 489(7414), pp. 133–136.
4. Erman B., Mark J. E. Calculations on Trimodal Elastomeric Networks. Effects of Chain Length and Composition on Ultimate Properties. *Macromolecules*, 1998, no. 31(9), pp. 3099–3103.
5. Tsukeshiba H., M. Huang, Y.-H. Na, T. Kurokawa, R. Kuwabara, Y. Tanaka, H. Furukawa, Y. Osada, J.P. Gong Effect of Polymer Entanglement on the Toughening of Double Network Hydrogels. *The Journal of Physical Chemistry B*. 2005, no. 109(34), pp. 16304–16309. PMID: 16853073.
6. Tkachuk N.N. Analiz kontaktnogo vzaimodejstviya gladkih i sherohovatyh tel metodom granichnyh ehlementov / N.B. Skripchenko, N.N. Tkachuk, N.A. Tkachuk, D.S. Muhin // Visnik Nacional'nogo tekhnichnogo universitetu «Kharkivsk'ij politekhnichnij institut». – Kharkiv, NTU «KhPI». 2013, no. 41, pp. 133–142.
7. Green M., A. Tobolsky A new approach to the theory of relaxing polymeric media. *Journal of Chemical Physics*. 1946, no. 14, pp. 80–92.
8. Yamamoto M. The Visco-elastic Properties of Network Structure I. General Formalism. *Journal of the Physical Society of Japan*. 1956, no. 11, pp. 413.
9. Tanaka F., S. F. Edwards Viscoelastic properties of physically crosslinked networks. 1. Transient network theory. *Macromolecules*. 1992, no. 25(5), pp. 1516–1523.
10. P.A. Janmey, M.E. McCormick, S. Rammensee, J.L. Leight, P.C. Georges, F.C. MacKintosh Negative normal stress in semiflexible biopolymer gels. *Nature Materials*. 2007, vol. 6(1), pp. 48–51.
11. R.J.J. Jongschaap, R.H.W. Wientjes, M.H.G. Duits, J. Mellema A generalized transient network model for associative polymer networks. *Macromolecules*. 2001, no. 34(4), pp. 1031–1038.
12. Miehe C., S. Göktepe, F. Lulei A micro-macro approach to rubber-like materials – Part I: the non-affine micro-sphere model of rubber elasticity. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2004, vol. 52, pp. 2617–2660.
13. Tkachuk M.M., N. Skripchenko, M.A. Tkachuk, A. Grabovskiy Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 5/7(95), pp. 22–31
14. Llorente M.A., A.L. Andraday, J.E. Mark Model networks of end-linked polydimethylsiloxane chains. XI. Use of very short chains to improve ultimate properties. *Journal of Polymer Science: Polymer Physics Edition*. 1981, no. 19(4), pp. 621–630.
15. Blundell J., Terentjev E. Forces and extensions in semiflexible and rigid polymer chains and filaments. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2007, vol. 40, pp. 10951–10964.

## References (transliterated)

Надійшло (received) 22.10.2018

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

**М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, Н. Б. СКРІПЧЕНКО, М. А. ТКАЧУК, Г. А. КРОТЕНКО,  
М. С. САВЕРСЬКА**

### **КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ СКЛАДНОПРОФІЛЬНИХ ТІЛ ЗА НАЯВНОСТІ МІЖ НИМИ ПРОМІЖНИХ ШАРІВ ІЗ НЕЛІНІЙНИМИ ВЛАСТИВОСТЯМИ**

У роботі описані методи аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл за наявності між ними проміжних шарів із нелінійними властивостями. Ці задачі зводяться до фізично та структурно нелінійних задач. Описано моделі, які базуються на варіаційних формулюваннях типу принципу Калькера. Дискретизація здійснена методом граничних елементів, також описані чисельні методи розв'язання системи нелінійних розв'язувальних рівнянь та нерівностей. Вони базуються на методах типу Ньютона–Рафсона або на розвитку методів мінімізації опуклих функціоналів на множині, яка задана системою нерівностей. Крім того, розроблені методи зведення фізично та структурно нелінійних задач до послідовності структурно нелінійних, проте фізично лінійних задач. Це – метод додаткових зазорів та метод змінних параметрів податливості. Описано розв'язання низки тестових задач. Це продемонструвало сходиність та точність отримуваних розв'язків задач. Також описано розв'язання серії прикладних задач. Здійснено аналіз закономірностей зміни розподілів контактної тиску у спряженні складнопрофільних тіл при варіюванні геометричних параметрів та фізико–механічних властивостей матеріалів проміжних шарів. Крім того, запропоновані нові характеристики для опису балансу переміщень у зоні контактної взаємодії складнопрофільних тіл.

**Ключові слова:** контактна механіка, контактна взаємодія, складнопрофільне тіло, проміжний шар, варіаційний принцип Калькера, метод додаткових зазорів, метод змінних параметрів податливості

**Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. Б. СКРИПЧЕНКО, Н. А. ТКАЧУК, Г. А. КРОТЕНКО,  
М. С. САВЕРСКАЯ**

### **КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ТЕЛ ПРИ НАЛИЧИИ МЕЖДУ НИМИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ СЛОЕВ С НЕЛИНЕЙНЫМИ СВОЙСТВАМИ**

В работе описаны методы анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел при наличии между ними промежуточных слоев с нелинейными свойствами. Эти задачи сводятся к физически и структурно нелинейным задачам. Описаны модели, основанные на вариационных формулировках типа принципа Калькера. Дискретизация осуществлена методом граничных элементов, также описаны численные методы решения системы нелинейных разрешающих уравнений и неравенств. Они базируются на методах типа Ньютона–Рафсона или на развитии методов минимизации выпуклых функционалов на множестве, заданном системой неравенств. Кроме того, разработаны методы приведения физически и структурно нелинейных задач к последовательности структурно нелинейных, однако физически линейных задач. Это – метод дополнительных зазоров и метод переменных параметров податливости. Описано решение ряда тестовых задач. Это продемонстрировало сходиность и точность получаемых решений задач. Также описано решение серии прикладных задач. Осуществлен анализ закономірностей изменения распределений контактного давления в сопряжении сложнопрофильных тел при варьировании геометрических параметров и физико–механических свойств промежуточных слоев. Кроме того, предложены новые характеристики для описания баланса перемещений в зоне контактного взаимодействия сложнопрофильных тел

**Ключевые слова:** контактная механика, контактное взаимодействие, сложнопрофильное тело, промежуточный слой, вариационный принцип Калькера, метод дополнительных зазоров, метод переменных параметров податливости

**М. М. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСКИЙ, Н. СКРИПЧЕНКО, М. А. ТКАЧУК, Г. КРОТЕНКО,  
М. САВЕРСКА**

### **CONTACT INTERACTION OF COMPLEX–PROFILE BODIES IN EXISTENCE BETWEEN THEM INTERMEDIATE LAYERS WITH NONLINEAR PROPERTIES**

The methods of analysis of contact interaction of complex–profile bodies in the presence of intermediate layers with non–linear power–systems are described in this work. These tasks are reduced to physically and structurally nonlinear problems. The models, based on variational formulations of the Kalker principle type, are described. Discretization is made using the method of boundary elements. Numerical methods for solving the system of nonlinear equations and inequalities are also described. They are based on Newton–Ruffson–type methods or on the development of methods for minimizing convex functionals on a set given by a system of inequalities. In addition, methods of reduction physically and structurally nonlinear problems to a sequence of structurally nonlinear, but physically linear problems are developed. There are a method of additional gaps and a method of variable compliance parameters. A solution for a number of test tasks is described. It demonstrated the convergence and accuracy of the problem solving. Also the solution for a series of applied tasks is described. An analysis of change regularities for the contact pressure distribution in the conjugation of geometrically-complex bodies during the variation of geometrics, physical and mechanical properties of transitional layer materials is carried out. In addition, new characteristics are proposed for describing the displacement balance in the contact area of geometrically-complex bodies.

**Keywords:** contact mechanics, contact interaction, geometrically-complex body, transitional layer, Kalker variational principle, method of additional gaps, method of variable compliance parameters

**Вступ.** Існує широкий клас пружних тіл, які здійснюють силову контактну взаємодію, по–перше, уздовж поверхонь близької форми, а, по–друге, – за наявності нелінійних проміжних шарів між ними. Це, наприклад, робочі поверхні зубчастих передач, роликопідшипників, елементів двигунів внутрішнього згоряння та гідропередач, система «снаряд – ствол танкової гармати», механізм нахилу плавильної печі тощо. У таких машинобудівних конструкціях реалізується прагнення до контактної взаємодії складнопрофільних тіл (СПТ) на поверхнях якомога більш близької геометричної форми. У цих умовах початковий геометричний зазор між такими тілами у навантаженому стані вибирається при навантаженні за рахунок переміщень, які викликаються двома складовими: 1) пружні переміщення контактуючих деталей, що моделюються гладкими тілами; 2) пружні

рофільних тіл (СПТ) на поверхнях якомога більш близької геометричної форми. У цих умовах початковий геометричний зазор між такими тілами у навантаженому стані вибирається при навантаженні за рахунок переміщень, які викликаються двома складовими: 1) пружні переміщення контактуючих деталей, що моделюються гладкими тілами; 2) пружні

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, Н. Б. Скрипченко,  
М. А. Ткачук, Г. А. Кротенко, М. С. Саверська, 2019

переміщення за рахунок обтискання фізично нелінійних проміжних шарів (шорсткість та хвилястість поверхонь деталей, пливки, напилення, покриття тощо). Характерною особливістю є те, що вклад цих складових у загальний баланс переміщень на контактуючих поверхнях є сумірним один із одним. Тому у моделі контактної взаємодії не можна нехтувати жодною компонентою. Відповідно, для аналізу таких тіл потрібно удосконалювати такі моделі, які враховують, на відміну від традиційних, перелічені чинники.

Такі ж аргументи можна віднести також і до елементів біологічних об'єктів, наприклад, суглобів скелета людини, сегментів хребта тощо. На додаток до цього множина подібних об'єктів поповнюється біомеханічними об'єктами, зокрема, із ендо- та екзопротезами.

Усі перелічені об'єкти потребують розвитку моделей контактної взаємодії складнопрофільних тіл у частині урахування усіх значущих чинників. Крім того, розв'язувальні системи рівнянь та нерівностей вимагають нових методів дискретизації розв'язувальних співвідношень, а також методів розв'язання одержаних співвідношень, описаних у цій роботі.

**Аналіз існуючих моделей та методів дослідження контактної взаємодії.** Механіка контактної взаємодії [1] є надзвичайно розгалуженою областю механіки деформованого твердого тіла. Це викликано тим, що самі досліджувані об'єкти володіють значним різноманіттям за формою та фізично-механічними властивостями матеріалів контактуючих тіл. Крім того, для формування та для дискретизації розв'язувальних рівнянь та нерівностей застосовуються різні методи [1–6]: метод скінченних елементів (МСЕ), варіаційні формулювання, граничні інтегральні рівняння тощо. Серед цих методів особливу увагу привертає варіаційний принцип Калькера [5, 6], який формулюється відносно контактного тиску. Така форма є достатньо плідною стосовно подальшого розвитку та удосконалення. Відповідно, вона була визначена як база при формуванні розв'язувальних співвідношень аналізу СПТ за наявності між ними проміжних шарів із нелінійними властивостями.

Окремим напрямком досліджень є моделі властивостей шорсткості, яка є одним із найбільш розповсюджених видів проміжних шарів між контактуючими тілами. Зокрема, як відзначається у роботі [7], урахування впливу шорсткості на характер контактної взаємодії далеке від повного вирішення. Перші спроби побудувати модель контакту шорстких тіл пов'язані із застосуванням теорії Герца до окремих вершин нерівностей. Однак отримані таким чином теоретичні оцінки не узгоджувалися із експериментально встановленим законом пропорційності між величиною притискного зусилля  $P$  і площею плями контакту  $A$ . Протириччя полягало у тому, що з ростом навантаження не тільки збільшується площа існуючих контактних площадок, а й виникають нові [8]. Для вирішення проблеми запропоновано наближення, згідно з яким на нерівностях розташовуються мікронерівності, на яких, у свою чергу, присутні ще менші мікронерівності. Така модель зі зро-

станням числа ступенів збільшення у граничному значенні давала шукану пропорційність. Наступні уточнення теорії шорсткого контакту мали на меті отримання не тільки якісно вірних, а й кількісно точних оцінок поведінки. Для цього були задіяні методи статистичного осереднення. Вичерпна теорія, що описує статистичні властивості випадкових поверхонь, запропонована у роботі [9]. Однак ще до її появи Грінвуд і Вільямсон розробили модель контакту, засновану на спрощених припущеннях щодо розподілу характеристик нерівностей [10]. Зокрема, форма тіл була прийнята сферичною, так що при навантаженні контакт здійснюється на кругових областях, а кривизна – постійна для всіх вершин незалежно від висоти. На розвиток цієї моделі, запропонованої у роботі [11], враховується випадковий розподіл кривизн вершин нерівностей. У подальшому окремі положення моделі були переглянуті у [12]. Запропоновано використовувати двопараметричний розподіл Вейбулла для опису висот нерівностей [13]. У оригінальній теорії Грінвуда–Вільямсона контакт окремих нерівностей враховувався незалежно. Було враховано взаємний вплив від деформацій, викликаних прикладанням контактних зусиль у сусідніх вершинах [14]. Окремі моделі містять режим пластичних деформацій [15, 16]. Наявність цих деформацій зазвичай заперечується тим, що нерівності не збільшують значення максимального контактного тиску відносно середнього значення настільки сильно, щоб це призводило до істотних пластичних деформацій. Крім того, навіть у разі виникнення пластичних деформацій є всі підстави вважати, що всі наступні навантаження після декількох циклів змінання найбільш навантажених ділянок поверхні відбуватимуться пружно. Недоліки моделей поведінки проміжних шарів, які описані у роботах [8–13], полягають у тому, що у них не враховується взаємний вплив від деформацій сусідніх мікронерівностей. Деяке просування у напрямках взаємного впливу нерівностей запропоноване у [14].

Надалі розвиток теорії шорсткого контакту пов'язано із фрактальною природою геометрії тіл. Результати теоретичних досліджень [17] показали значимість впливу масштабного ефекту топографії поверхонь на прогнозовану контактну поведінку. Перссон розробив детальну модель, у якій обґрунтував обернено-потенціальну залежність значення контактного тиску від величини середнього зазору між притискуваними поверхнями. Така поведінка очікується при помірному притисканні поверхонь, коли зближення призводить до розвитку контакту на великому числі вершин нерівностей, але далеко від встановлення повного контакту. Для перевірки основних положень цієї теорії було проведено чисельне моделювання, яке підтвердило якісно і в цілому також кількісно основні оцінки.

Ще однією величиною, що відображає властивості шорсткого контакту, є контактна жорсткість. У [18] розглянута пряма аналогія між задачею пружного контакту і електричною провідністю, вона безпосередньо пов'язана з опором контактуючих тіл [10, 19]. Відповідно до теорії Грінвуда–Вільямсона, так само як і теорії Перссона, контактна жорсткість прямо пропорційна притиск-

ному зусиллю. Однак у низці інших досліджень вказується ступенева залежність із показником від 0.5 до одиниці [20]. Ключовим параметром, що впливає на точне його значення, є фрактальна розмірність поверхні, що знайшло вираження в аналітичній оцінці [21].

Фрактальна природа геометрії реальних деталей урахована у роботі [17]. Проте положення робіт [14, 17] застосовне тільки для помірного тиску. На розвиток теоретичних положень у роботах [10, 18–21] запропоновані ступеневі залежності між переміщеннями точок поверхневих шарів та контактним тиском. Окремим випадком є контакт із шорсткістю та адгезією, що відрізняється принципово іншим законом поверхневої взаємодії [22, 23].

Застосування будь-якої із вище зазначених теорій у практиці інженерного аналізу вимагає істотних змін засобів моделювання, що наразі використовуються. МСЕ [1, 2] та метод граничних елементів (МГЕ) [1, 3, 4] мають обмежені можливості для моделювання нелінійних властивостей проміжних шарів. Варіаційний принцип Калькера [5] також потребує для випадку нелінійно пружних тіл розвитку та адаптації. При цьому з огляду на різноманіття нелінійних моделей шорсткості є бажаним, щоби нове формулювання було універсальним, тобто передбачало довільний закон залежності змінних стану всередині проміжного шару. У роботі [6] було запропоновано додатковий член у варіаційному функціоналі Калькера, який враховує у загальному вигляді внесок лінійної податливості шорстких поверхонь. У подальшому цей підхід було застосовано для побудови макромоделей контактної взаємодії та реалізовано із використанням авторських методів розв'язання системи контактних рівнянь та нерівностей, описаних у роботах [22, 24–28].

Таким чином, здійснений аналіз існуючих моделей та методів дослідження контактної взаємодії дає підстави для інтегрування мікромеханічних моделей жорсткості у варіаційні формулювання на основі принципу Калькера. Відповідно, надалі запропоновано формувати розв'язувальні співвідношення, відштовхуючись від зазначених принципів.

**Мета і завдання досліджень.** Із урахуванням зазначених обставин актуальною і важливою науково-практичною проблемою є вдосконалення та розробка нових моделей і чисельних методів визначення напружено-деформованого стану складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій із урахуванням їх контактної взаємодії як гладких або шорстких тіл. Вирішення цієї проблеми є метою цієї роботи.

Зокрема, у роботі поставлена та розв'язана задача про розробку математичних моделей взаємодії гладких і шорстких тіл, а також тіл із нелінійним пружним шаром між ними. Задача зводиться до граничного інтегрального рівняння або варіаційної задачі. Дискретизація шуканого контактного тиску здійснена за допомогою методу граничних елементів. Вплив шорсткості чи інших шарів моделюється за допомогою нелінійного вінклерового пружного шару. У кінцевому підсумку, отримується система структурно-фізично нелінійних співвідношень. Для їх розв'язання розроблені нові іте-

раційні методи, що зводять розв'язання структурно-фізично нелінійної задачі до послідовності структурно-нелінійних, але фізично лінійних задач.

**Формування системи розв'язувальних співвідношень для аналізу контактної взаємодії з урахуванням фізично та структурно нелінійної поведінки поверхневих шарів взаємодіючих тіл.** Математична модель напружено-деформованого стану складнопрофільних тіл із урахуванням їх контактної взаємодії може будуватися, як це зазначалося вище, на основі різних постановок. Ця задача зводиться до проблеми мінімізації функціоналу повної внутрішньої енергії системи взаємодіючих тіл на множини переміщень, які відповідають умові їх непроникнення одне в одне. Крім того, можлива постановка на основі граничних інтегральних рівнянь, а також правомірна постановка на основі узагальнення варіаційного принципу Калькера.

У першому випадку приходимо до проблеми [29, 30]

$$I(\mathbf{u}, \mathbf{u}) \rightarrow \min, \mathbf{u} \in K, \quad (1)$$

де  $\mathbf{u} = \bigcup_{\alpha} u^{(\alpha)}$  – множина полів переміщень точок контактуючих тіл, а  $\alpha = 1, 2, \dots, N_{\alpha}$  – номери контактуючих тіл;

$$I = \sum_{\alpha} I^{(\alpha)}(u^{(\alpha)}, u^{(\alpha)}) - \quad (2)$$

функціонал повної внутрішньої енергії системи взаємодіючих тіл;

$$I(u, v) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} a^{(\alpha)}(u^{(\alpha)}, v^{(\alpha)}) - \sum_{\alpha} L(v^{(\alpha)}); \quad (3)$$

$$a^{(\alpha)}(u^{(\alpha)}, v^{(\alpha)}) = \int_{\Omega^{(\alpha)}} (\sigma_{ij}(u^{(\alpha)}) - \varepsilon_{ij}(v^{(\alpha)})) d\Omega -$$

білінійна форма на полях  $u^{(\alpha)}, v^{(\alpha)}$ ;

$\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$  – компоненти тензорів напружень і деформацій відповідно;

$$L(v^{(\alpha)}) = \int_{\Omega^{(\alpha)}} f_{\Omega}^{(\alpha)} v^{(\alpha)} d\Omega + \int_{S^{(\alpha)}} f_S v dS -$$

лінійна форма на полях переміщень  $v^{(\alpha)}$ .

Множина  $K$  визначається наступною умовою:

$$K = \left\{ u : u_{v^{(\alpha_1)}}^{(\alpha_1)} + u_{v^{(\alpha_2)}}^{(\alpha_2)} \leq \delta^{(\alpha_1, \alpha_2)} \right\},$$

де  $v^{(\alpha)}$  – вектори нормалі до тіл на поверхнях  $S^{(\alpha)}$ , а  $\delta^{(\alpha_1, \alpha_2)}$  – початкові (у ненавантаженому стані) зазори у сполученні тіл  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ .

За наявності фізичної нелінійності «напруження – деформації» у  $I$  замість квадратичного доданка з'являється опуклий функціонал  $I^{(\alpha)}(u^{(\alpha)})$ .

У другому випадку приходимо до проблеми мінімізації функціоналу

$$\Phi(p) = \frac{1}{2} a(p, p) + L(p) + \Phi_n(p), \quad (4)$$

де  $a(p, p)$ ,  $L(p)$  – квадратична та лінійна форма від контактної тиску  $p$ , а  $\Phi_n(p)$  – нелінійна частина функціонала, що відповідає нелінійному вкладу проміжних шарів.

У цьому випадку, як впливає з аналізу постановки, представлені у роботах [5, 6, 21–28], при використанні базисних функцій для апроксимації контактної тиску  $p$  у вигляді кусково–лінійних пірамідальних розподілів на трикутній регулярній сітці (з шестикутною основою та вузловими значеннями  $p_m$ , рис. 1), отримуємо для випадку гладких тіл систему співвідношень

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_m C_{nm} p_m + h_n - \delta = 0, \text{ вузол } J_n - \text{ в контакті, } n \in J; \\ \sum_m C_{nm} p_m + h_n - \delta > 0, \text{ вузол } J_n - \text{ поза зоною} \\ \text{контакту, } n \notin J; \\ p_m \geq 0, m \in J; p_m = 0, m \notin J; \\ \sum_m \sqrt{3} c^2 p_m / 2 = P. \end{array} \right. \quad (5)$$

При введенні між контактуючими тілами (рис. 1) лінійно–пружного шару всі співвідношення (5) залишаються у силі, за винятком заміни коефіцієнтів матриці жорсткості  $C$  на коефіцієнти модифікованої матриці

$$C^\Sigma = C + \text{diag}(\lambda), \quad (6)$$

де  $\lambda$  – вузлова контактна податливість (в загальному випадку – нерівномірна у вузлах, на відміну від рівномірної (тобто коли  $C^\Sigma = C + \lambda E$ , а  $E$  – одинична матриця).

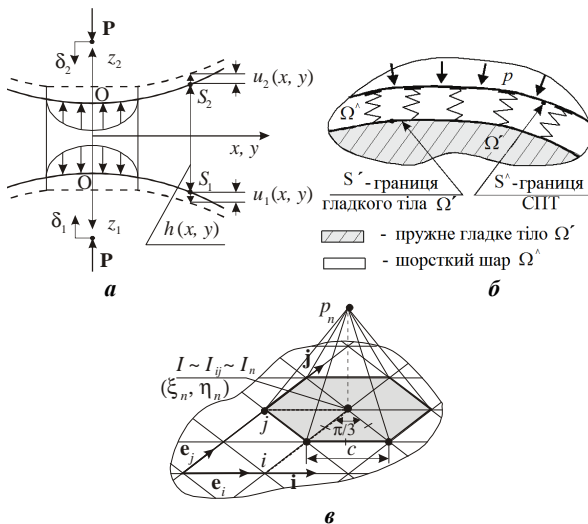


Рисунок 1 – Подання локального зору між контактуючими тілами, деформація тіл і утворення контактної площадки під дією нормального зусилля (а), схема контакту за наявності проміжного лінійно-пружного шару (б) та кусково-лінійна апроксимація контактної тиску за допомогою подання у вигляді лінійної комбінації пірамідальних елементів тиску на регулярній трикутній сітці (в)

Для варіанту використання варіаційної постановки (на базі принципу Калькера) із застосуванням пев-

них квадратурних формул [31] отримана система співвідношень відповідає (5) з урахуванням (6). Як зауваження слід зазначити, що співвідношення (5), модифіковані з урахуванням (6), як уже зазначалося, зберігають структуру не тільки для рівномірного розподілу податливості  $\lambda$ , але і при її нерівномірному розподілі на контактній площадці. У цьому випадку маємо покомпонентно співвідношення (6) у вигляді:

$$C_{nm}^\Sigma = C_{nm} + \lambda_n \delta_{nm}, \quad (7)$$

де  $\lambda_n$  – "вузлова" податливість, тобто податливість у вузлі з номером  $n$ .

Ці співвідношення впливають як із дискретизації прямого варіанта методу граничних інтегральних рівнянь, так із варіаційного принципу Калькера. Дійсно, квадратична складова функціоналу (4), що мінімізується,

$$a(p, p) = \int_{(S)} \lambda(S) p^2 dS \quad (8)$$

при її наближенні квадратурними формулами [31] із точками інтегрування, які збігаються з вузлами введеної на  $S$  триангуляції, породжує складові, пропорційні квадратам вузлових контактних тисків і вузловим податливостям  $\lambda_n$ . Це після мінімізації дає такі ж співвідношення для  $C^\Sigma$ , як і для (7).

На розвиток цього формулювання можна поширити використовуваний підхід і на випадок ненульової розподільчої здатності лінійно пружного шару. У цьому випадку замість (7) отримуємо:

$$C_{nm}^\Sigma = C_{nm} + \lambda_{nm}, \quad (9)$$

де компоненти матриці  $\lambda_{nm}$  визначають переміщення у вузлі  $n$  при дії базисного зусилля у вузлі  $m$  (тільки за рахунок деформування проміжного шару).

Наведені зауваження визначають напрямки розвитку відомих постановок без зміни загальної структури розв'язувальних співвідношень. У той же час представлені співвідношення у цілому не вичерпують постановку контактної задачі. Йдеться про те, що, виходячи з мікромеханіки контактної взаємодії шорстких тіл типу  $w = kp^n$  ( $w$  – переміщення точок проміжного шару,  $p$  – контактний тиск,  $k$  і  $n$  – деякі коефіцієнти), приходимо у загальному випадку до фізично нелінійної залежності в описі зміни нормальних переміщень  $w$  від контактної тиску  $p$ . До такого типу нелінійності призводять також фізично нелінійні моделі тонких плівок, напильень, прокладок тощо. Таким чином, потрібна розробка більш сучасних постановок, які враховують нелінійність у залежностях «нормальні переміщення – контактний тиск».

При аналізі контактної взаємодії СПТ із проміжним нелінійно пружним шаром пропонується провести розвиток раніше запропонованих методів і моделей для випадку гладких або шорстких тіл із лінійно-пружним вінклеровим шаром між ними.

*Модель контакту тіл із розташованим між ними*

нелінійним вінклеровим шаром. Моделі, запропоновані раніше [1, 32, 33], а також описані у роботах [6, 22, 24, 27, 28, 34, 35], мають, серед інших, ще й деяку додаткову цінну якість, що дає можливість «нарошувати» початкове ядро, доповнюючи його відповідно до нових враховуваних чинників. Це зумовлено тим, що прийняті за основу співвідношення є нічим іншим, як умовами сумісності переміщень точок взаємодіючих у контакті тіл. Ці геометричні співвідношення у вихідному вигляді не залежать від фізико–механічних властивостей контактуючих тіл і виконуються в актуальному стані для будь–якої досліджуваної системи об'єктів. Вплив же пружних властивостей взаємодіючих тіл проявляється у кожному випадку у вигляді залежності переміщень точок їх поверхні від контактної тиску. Таким чином, з огляду на ті чи інші фізичні співвідношення, що зв'язують нормальні переміщення точок поверхонь із контактним тиском та іншими величинами (наприклад, описують вплив мастила, швидкості взаємного руху, температури тощо), можна істотно модифікувати вихідну математичну модель. При цьому не зачіпаються вихідний принцип і структура моделі самого «нижнього» рівня (для випадку гладких тіл). Модель нібито «обростає» новими компонентами, що у деяких випадках змінюють її якісно (за наповненням), але зі збереженням успадкованої початкової форми.

Так, для моделювання поведінки шорсткості або іншого пружного шару між контактуючими тілами можна застосувати не тільки лінійну модель, але і модель загального вигляду (що випливає із аналізу мікромеханіки контакту [36, 37])

$$w \equiv u_z^{\wedge} = u_z^{\wedge}(p) \equiv w(p). \quad (10)$$

Зокрема, у низці робіт [1, 36] описана ступенева залежність переміщень від контактної тиску (для урахування властивостей шорсткості). Можливі, доречні та реалізовані також й інші залежності, аби вони тільки адекватно описували властивості шорсткості, прокладок, напильників, плівок чи інших шарів між контактуючими тілами.

Тоді отримуємо, доповнюючи, наприклад, співвідношення (5), наступну систему у розгорненому і матричному вигляді відповідно:

$$\left. \begin{cases} \sum_{m_c \in N_c} C_{n_c, m_c} p_{m_c} + w(p_{m_c}) - \delta = -h_{n_c}, \quad n_c \in N_c; \\ \sum_{m_c \in N_c} \sqrt{3} / 2 \cdot c^2 p_{m_c} = P; \quad p_{m_c} \geq 0; \\ Cp + D(p) + h = \delta; \\ \delta^- p = \frac{2\sqrt{3}}{3c^2} P; \quad p \geq 0. \end{cases} \right\} \quad (11)$$

Тут  $D(p)$  – діагональна матриця з компонентами  $w(p)$ ,  $C$  – матриця коефіцієнтів впливу, а  $\delta^- = \{1; 1; \dots; 1\}$  – одиничний вектор–рядок.

Таким чином, вихідна система (11), що містить у лівій частині умов сумісності переміщень раніше тільки лінійні члени, приростає нелінійними складовими

$w(p)$ . Іншими словами, структурна нелінійність доповнюється фізичною, і в записі співвідношень верхнього рядка (11) провести пряму лінеаризацію, як прийнято у відомих постановках [38, 39], у загальному випадку не уявляється можливим. У цьому – принципова відмінність цієї моделі, у роботі названої структурно–фізично нелінійною, від традиційних структурно нелінійних, але фізично лінійних.

Співвідношення (11) або їм аналогічні можуть бути отримані також із узагальнення варіаційного принципу Кальєра (4):

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi(p) &= \frac{1}{2} \int_{(S)} p u_z dS + \\ &+ \int_{(S)} p(h - \delta) dS + \int_{(S)} \left[ \int_0^p w(p) dp \right] dS \rightarrow \min; \\ p(\xi, \eta) &\geq 0 \text{ в } S. \end{aligned} \right. \quad (12)$$

Тут третій доданок у виразі  $\Phi(p)$  описує енергію деформування нелінійно пружного шару  $\Phi_n(p)$  у (4) (для окремого випадку лінійно пружного шару маємо для цього вираз  $\frac{1}{2} \int_{(S)} \lambda p^2 dS$ ). Застосовуючи ту ж, що і

вище, квадратурну формулу [31], отримуємо співвідношення, аналогічні (11).

Таким чином, можна запропонувати досить універсальний спосіб побудови математичної моделі контактної взаємодії системи складнопрофільних тіл за наявності нелінійно деформівних проміжних шарів. Він полягає у формуванні функціоналу  $\Phi(p)$ , що містить енергію пружного деформування усіх компонентів системи. У силу адитивності функціоналу  $\Phi(p)$  така процедура не становить значної складності. При цьому кожний додатковий доданок  $\Phi_n(p)$  може привносити нові види нелінійності. Це буде проявлятися на етапі застосування гранично–елементної апроксимації та квадратурних формул для обчислення дискретизованого аналога цього функціоналу. Після накладання вимоги мінімізації вже дискретизованого функціоналу  $\Phi(p)$  можна або отримати умови у вузлах дискретизації, або запропонувати процедуру мінімізації на невід'ємних значеннях вузлових величин контактної тиску.

Запропонований підхід до побудови математичної моделі контактної взаємодії володіє не тільки універсальністю, але і математичною строгістю, причому на всіх етапах досліджень. Він оперує із проблемою мінімізації варійованого функціоналу  $\Phi(p)$  на опуклій множині невід'ємних вузлових значень контактної тиску  $p$ . Цим самим обходяться всі проблеми обґрунтування існування та єдиності розв'язку задач, їх збіжності та точності при використанні дискретизованих моделей [38, 39].

*Модифікація запропонованих підходів до тіл скінченних розмірів.* Підхід, розроблений і описаний вище для випадку контакту напівнескінченних тіл (тобто тіл, площа плями контакту яких набагато менше розмірів



контактуючих тіл), може бути розширений і на випадок контактування відносно великого (напівнескінченного) тіла з тілом скінченних розмірів. На рис. 2 представлена схема такої взаємодії. Тут тіло  $\Omega_1$  закріплене, а між ним і напівнескінченим тілом  $\Omega_2$  міститься нелінійно пружний шар  $\Omega_3$ . До такої системи застосовано запропонований вище підхід із тією лише різницею, що змінюється спосіб подання функціоналу (12):

$$\Phi(p) = \Phi_1(p) + \Phi_2(p) + \Phi_3(p), \quad (13)$$

де  $\Phi_i(p)$  – функціонали, відповідні вкладкам компонент  $\Omega_i$ :

$$\Phi_1(p) = \frac{1}{2} \int_{(S)} pu_z^{(1)} dS; \quad (14)$$

$$\Phi_2(p) = \frac{1}{2} \int_{(S)} pu_z^{(2)} dS + \int_{(S)} p(h - \delta) dS; \quad (15)$$

$$\Phi_3(p) = \int_{(S)} \left[ \int_0^p w(p) dp \right] dS. \quad (16)$$

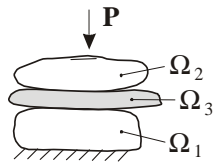


Рисунок 2 – Контакт із тілом скінченних розмірів

З огляду на, що тіло  $\Omega_1$  закріплене, нормальне переміщення його поверхні лінійно залежить від контактних навантажень, а функціонал  $\Phi_1(p)$  є квадратичним. Однак, на відміну від аналітичного виразу для випадку напівпростору [1, 40], має місце більш складна залежність [40]:

$$u_z^{(1)}(x, y) = \int_{(S)} p(\xi, \eta) \cdot G(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (17)$$

де  $G(x, y, \xi, \eta)$  – функція Гріна для крайової задачі визначення напружено–деформованого стану тіла  $\Omega_2$ , що визначає переміщення його точок на поверхні як функцію зосередженого навантаження у точці з координатами  $(\xi, \eta)$ .

Таким чином, у цьому випадку втрачається аналітичний зв'язок  $u_z^{(1)}$  і  $p$ , оскільки для тіла в загальному випадку довільної форми побудова функції Гріна – складне завдання. Для вирішення цієї проблеми у роботі пропонується підхід, заснований на твердженні, що при дискретизації, аналогічній використовуваній вище, функціонал  $\Phi_1(p)$  набуває вигляду:

$$\Phi_1(p) = \frac{1}{2} \sum C_{nm}^{(1)} p_n p_m, \quad (18)$$

де  $C_{nm}^{(1)}$  – коефіцієнти впливу, що визначають перемі-

щення у вузлі  $n$  від дії тиску із розподілом базисної функції, що відповідає вузлу  $m$ .

Таким чином, втрачається простота обчислення компонент матриці коефіцієнтів впливу «за шаблоном». Однак сама структура матриці зберігається.

Залишається проблема обчислення цих самих коефіцієнтів впливу  $C_{nm}^{(1)}$ . Пропонується для цих цілей використовувати процедуру МСЕ. Дійсно, якщо на контактну поверхню  $S$  тіла 1 нанести трикутну сітку аналогічно нанесеній гранично–елементній сітці, а далі згенерувати сітку призматичних або тетраедральних скінченних елементів, які «замоцують» область  $\Omega_1$  (рис. 3), то при прикладанні навантаження у вузлі з індексом  $m$  можна зафіксувати за підсумками розв'язання за допомогою методу скінченних елементів нормальне переміщення у вузлі  $n$ .

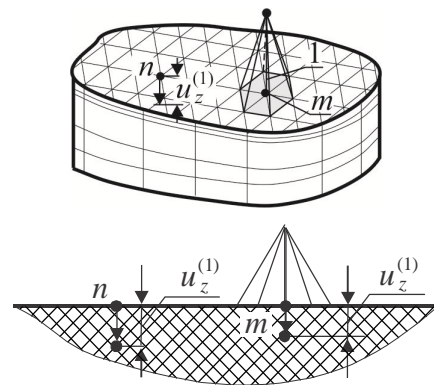


Рисунок 3 – До визначення коефіцієнтів впливу  $C_{nm}^{(1)}$

Це легко здійснити, зберігши обернену матрицю жорсткості МСЕ:

$$K \cdot X = f \Rightarrow X = K^{-1} f, \quad (19)$$

де  $K$  – матриця жорсткості скінченно–елементного ансамблю, яка описує поведінку тіла  $\Omega_1$  під вузловими навантаженнями  $f$ .

Якщо у другому виразі у (19) взяти компоненту вузлового навантаження  $f$ , відповідну базисному одиничному розподілу тиску  $p$  (див. рис. 3), то для компонент вузлових переміщень, які відповідають нормальним переміщенням у вузлах  $n$ , отримуємо можливість визначення

$$C_{nm}^{(1)} = \kappa_m^{(n)} = K_{(n)(m)}^{-1} \cdot f_{(m)}. \quad (20)$$

Сукупність  $\kappa_m^{(n)}$  формує матрицю впливу  $C^{(1)}$ .

Якщо ж у силу будь–яких міркувань застосування сітки скінченних елементів, що збігається із регулярною розбивкою  $S$  на трикутники, недоцільне, то можна застосувати розв'язок на іншій, відмінній від "породжуваної" описаним вище способом скінченно–елементній моделі, а потім коефіцієнти впливу можуть бути обчислені шляхом апроксимації отриманих результатів на трикутну сітку граничних елементів на границі  $S$ .

Для обчислення же матриці коефіцієнтів впливу  $C_{nm}^{(2)}$  застосовна звичайна процедура, використана вище.

Таким чином, у результаті отримуємо матрицю коефіцієнтів впливу

$$C^{\vee} = C^{(2)} + C^{(1)}, \quad (21)$$

а співвідношення (11) зберігають свій вигляд за винятком заміни  $C$  на  $C^{\vee}$ .

У результаті отримуємо узагальнення запропонованого в роботі підходу на більш широкий клас контактуючих тіл. Аналогічно цей підхід може бути поширений і на випадок контакту системи тіл скінченних розмірів з нелінійно пружними шарами між ними.

**Методи розв'язання структурно та фізично нелінійних задач контактної взаємодії.** У роботі (див. вище) описана нова математична модель напружено-деформованого стану і контактної взаємодії складнопрофільних тіл – гладких, шорсткуватих і тіл за наявності між ними у загальному випадку нелінійних пружних шарів. При цьому у результаті отримуємо структурно-фізично нелінійну систему співвідношень. Для розв'язання цієї системи співвідношень необхідно розробити нові методи, оскільки традиційні орієнтовані на розв'язання контактних задач із лінійно пружними компонентами.

Якщо, як приклад, не знижуючи загальності, прийняти нелінійну модель пружного шару, що моделює шорсткість контактуючих тіл або нелінійність проміжного шару, вигляду [36]

$$w = \bar{\lambda} \cdot p^s, \quad (22)$$

де  $\bar{\lambda}, s$  – деякі емпіричні або обчислювані параметри, то, як зазначалося вище, зміниться сам вигляд рівнянь сумісності переміщень точок контактуючих поверхонь взаємодіючих тіл (із лінійних вони перетворяться у нелінійні).

Таким чином, структурні нелінійності, тобто умови контактної взаємодії у вигляді умов непроникнення взаємодіючих тіл одне в одне, які у першому наближенні традиційно містять тільки лінійні функції від переміщень [32, 41], доповнюються у разі моделі (22) (чи іншої) нелійними складовими (див. вище). У результаті формально співвідношення сумісності можна звести до системи нелінійних рівнянь. Таким чином, виникає задача розробки методів розв'язання таких задач, що і складає, як уже зазначалося, мету даного дослідження.

**Метод додаткових зазорів.** Якщо записати співвідношення сумісності переміщень, що входять у систему (11), у вигляді підсистеми

$$C p = \delta - h - \bar{\lambda} q; \quad q = \{p_1^s, p_2^s, \dots, p_N^s\}^T, \quad (23)$$

то формально її можна подати як

$$C p = \delta - \bar{h}. \quad (24)$$

Тоді співвідношення (24) формально повторюють лінійні співвідношення в (11), але в яких початковий

зазор  $h$  доповнений деякими компенсаційними складовими  $\Delta h(p)$ . За аналогією з методом додаткових навантажень [42] ці складові можна назвати додатковими зазорами.

Рівняння (24) є нелінійним операторним рівнянням, для якого дійсний розподіл контактної тиску є нерухомою точкою оператора повної системи рівнянь  $K\{h, \delta\}^T = \{h, P\}^T$  за умов  $p \geq 0$ . Таким чином, можна організувати ітераційний процес:

$$\begin{cases} \tau = 0 & (*) \\ p^{(0)} = 0 & (**) \\ q^{(0)} = \left\{ \begin{bmatrix} p_1^{(0)} \\ \vdots \\ p_N^{(0)} \end{bmatrix} \delta \right\}^T; & (***) \\ \Delta h^{(0)} = \bar{\lambda} q^{(0)}; & (^) \\ \bar{h}^{(0)} = h^{(0)} + \Delta h^{(0)}; & (^^) \\ \{p^{(0)}, \delta^{(0)}\}^T = K^{-1} \left\{ \bar{h}^{(0)}; P \right\}^T; & (^^^) \\ \tau = \tau + 1. & (:) \end{cases} \quad (25)$$

У (25) величини  $P, q, h, \delta$  беруть участь у ітераційному уточненні розв'язку  $(^^)$ . При цьому  $h^{(0)}$  – вектор початкових (номінальних) зазорів між поверхнями контактуючих тіл. Ітерації здійснюються у межах циклу  $(***) \rightarrow (:) \rightarrow (***)$ . Умовою закінчення цього процесу може бути або критерій щодо уточнення додаткових зазорів, або – тиску:

$$\begin{cases} \Delta h^{(\tau)} = \left\| \Delta h^{(\tau)} - \Delta h^{(\tau-1)} \right\| / \left\| \Delta h^{(\tau)} \right\| \leq \varepsilon_h; \\ \Delta p^{(\tau)} = \left\| \Delta p^{(\tau)} - \Delta p^{(\tau-1)} \right\| / \left\| \Delta p^{(\tau)} \right\| \leq \varepsilon_p. \end{cases} \quad (26)$$

Тут  $\Delta h^{(\tau)}, \Delta p^{(\tau)}$  – контрольовані параметри збіжності процесу,  $\varepsilon_h, \varepsilon_p$  – наперед задані порогові значення відповідно для  $\Delta h^{(\tau)}, \Delta p^{(\tau)}$ , після досягнення яких згаданий ітераційний процес припиняється; а  $\|\bullet\|$  – деяка норма (наприклад, евклідова або чебишевська) для оцінки величин векторів.

Крім того, можна також контролювати ітераційний процес за швидкістю зміни  $\delta^{(\tau)}$ :

$$\Delta \delta^{(\tau)} = \left| \delta^{(\tau)} - \delta^{(\tau-1)} \right| / \left| \delta^{(\tau)} \right| \leq \varepsilon_{\delta}, \quad (27)$$

де зміст величин відповідає введеним у (26).

Таким чином, розв'язок поставленої задачі еквівалентний розв'язку задачі (11) для контакту гладких тіл, але зі скоригованим розподілом зазорів.

Природно, що сама область контакту внаслідок введення нелінійного пружного шару змінюється, тому задоволення у ході ітераційного уточнення вимагають не тільки умови типу рівності для переміщень у області контакту і тиску – поза нею, а й умови типу нерівності для тиску всередині області контакту і щодо переміщень – поза областю. У (11) всі вони сформульовані щодо шуканих  $p_n$ . У ході цього процесу змінюється

відповідно множина  $J^{(\tau)}$  вузлів, які відповідають умовам (11) на  $\tau$ -му кроці ітераційного процесу. Таким чином, уточнюється і сама область контакту  $S^{(\tau)}$ . Саме по собі зрозуміле виконання рівняння  $\sqrt{3}/2 \cdot c^2 \sum_m p_m = P$ .

Розв'язання задачі визначення контактних тисків по алгоритму (25) вимагає обернення матриці із підматрицею  $C$ . Для підвищення чисельної стійкості у деяких випадках може бути доцільно модифікувати розв'язувальну систему рівнянь шляхом додавання у ліву і праву частини співвідношень (24) додаткових лінійних доданків. У цьому випадку результуюча система співвідношень, а також ітераційна процедура (25) залишаються незмінними.

*Метод змінних коефіцієнтів впливу.* Подавши рівняння сумісності переміщень в системі (11) за наявності на границі тіл вінклерова шару (22) у вигляді:

$$C p + (\bar{\lambda} p^{(s-1)}) \cdot p = \delta - h, \quad (28)$$

і ввівши позначення  $\bar{\lambda}(p) = \bar{\lambda} p^{(s-1)}$ , за аналогією із методом змінних параметрів пружності [42] рівняння (28) можна переписати у вигляді:

$$\bar{C} p = \delta - h, \quad (29)$$

де  $\bar{C}(p) = C + \bar{\lambda} \cdot E$  ( $E$  – одинична матриця).

Для розв'язання (29) можна організувати ітераційний процес:

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta := 0; \quad (*) \\ \bar{C}^{(\beta)} := C; \quad (**) \\ K^{(\beta)} = K \left( \bar{C}^{(\beta)} \right); \quad (***) \\ \Pi^{(\beta)} = \{p^{(\beta)}, \delta^{(\beta)}\}^T = (K^{(\beta)})^{-1} \cdot H = \\ = (K^{(\beta)})^{-1} \cdot \{h, P\}^T; \quad (\wedge) \\ J^{(\beta)} : \{p_n \geq 0 \forall n \in J^{(\beta)}; p_n = 0 \forall n \notin J^{(\beta)}; \} \quad (\wedge\wedge) \\ \Delta_n = 0 \forall n \in J^{(\beta)}; \Delta_n \geq 0 \forall n \notin J^{(\beta)}; \} \\ \bar{C}^{(\beta)} := C + \bar{\lambda} [p^{(\beta)}]^{(s-1)} \cdot E; \quad (\wedge\wedge\wedge) \\ \beta := \beta + 1. \quad (\dagger) \end{array} \right. \quad (30)$$

У (30) ітераційний процес йде у послідовності  $(***) \rightarrow (\dagger) \rightarrow (***)$ . При цьому етап  $(***)$  означає складання матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь  $K^{(\beta)}$  за скоригованою на етапі  $(\wedge\wedge\wedge)$  підматрицею  $\bar{C}^{(\beta)}$  (тобто аналогічно  $K$  у (25), але з підматрицею  $\bar{C}$  замість  $C$ ), причому множина контактуючих вузлів  $J^{(\beta)}$  уточнюється на етапі  $(\wedge\wedge)$ .

Припинення ітераційного процесу (29) можна здійснювати за умовою стабілізації ітераційного наближення множина вузлів, у яких реалізується контакт:

$$J^{(\beta)} = J^{(\beta-1)}. \quad (31)$$

Представлений алгоритм (30) відрізняється від алгоритму (25) тим, що перебудові піддається не права частина системи рівнянь при незмінній за структурними компонентами підматрицею  $C$ , а, навпаки, змінюється сама матриця, у той час як права частина – постійна.

Запропонований підхід можна трактувати як узагальнення (7), а саме: у ході розв'язання (29) за алгоритмом (30) визначається такий розподіл на вузлах сітки коефіцієнтів податливості  $\lambda_n$  ( $n \in J$ ) лінійно пружного вінклерова шару з нерівномірною за площею контакту жорсткістю, що розв'язок задачі з матрицею

$$C : C_{nm} = C_{nm} + \lambda_n \cdot \delta_{nm}, \quad \delta_{nm} = \begin{cases} 0, & m \neq n, \\ 1, & m = n \end{cases} \quad (32)$$

дає той же розподіл контактного тиску, що і в разі нелінійно пружного шару (22).

*Зауваження:* а) зазначена тут для обох методів незмінність матриці або правої частини дотримується у межах незмінності множини контактуючих вузлів. У іншому випадку перебудові піддаються всі компоненти підматриці впливу і відповідного підвектора правих частин; б) запропоновані вище методи додаткових зазорів і змінних коефіцієнтів впливу є всього лише окремими випадками розв'язання задачі про контактну взаємодію двох шорсткуватих тіл, модельованих півпростором із нелінійним вінклеровим шаром, розташованим на границі: описані лише два частинних методи із множини можливих до застосування для розв'язання систем нелінійних рівнянь; при цьому необхідно відзначити, що вони мають явне фізичне трактування, яке не завжди наявне при використанні інших методів; використана лише ступенева модель для опису властивостей шару шорсткості на контактуючих поверхнях, хоча у літературі міститься багато інших залежностей «переміщення – контактний тиск»; тут доречно, однак, відзначити, що ступенева залежність досить часто застосовується для розв'язання множини прикладних задач [36] зі збереженням прийнятної точності; також можна повторно відзначити, що такий вибір у вигляді ступеневої залежності  $w(p)$  не знижує загальності підходу.

Слід зауважити, що збіжність алгоритмів (25), (30) залежить від властивостей нелінійно-пружного шару (тут – від параметрів  $\bar{\lambda}, s$  у (22)). Аналіз умов збіжності є окремою задачею [43] і буде розглянутий у подальших дослідженнях. Проте, запропонований підхід у принципі природним чином може бути узагальнений за кожним із двох зазначених напрямків із точки зору розширення застосовності.

Розглянемо врешті загальну постановку задачі про контактування шорсткуватих тіл, модельованих напівпростором. Відволікаючись від виду залежності « $w-p$ », її у загальному випадку можна подати у вигляді:

$$w = w(p). \quad (33)$$

Ця залежність може мати складний характер у зв'язку із урахуванням різних чинників, бути найрізноманітнішою за способом використовуваних статистичних моделей для опису форми мікронерівностей або за

використовуваним типом моделі одиначної мікронерівності у контакті, а також впливати з обробки масиву експериментальних даних тощо [36, 37, 44, 45]. Ці залежності не вичерпують усієї множини типів співвідношень (33), а лише ілюструють їх різноманіття. Тоді система розв'язувальних рівнянь, дискретизованих за методом граничних елементів, може бути подана у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_m C_{mm} p_m + w(p_n) = \delta - h_n, \quad n \in J; \quad m \in J; \quad (i) \\ \frac{\sqrt{3}}{2} c^2 \sum_n p_n = P, \quad n \in J; \quad (ii) \\ p_n \geq 0, \quad n \in J; \quad (iii) \\ p_n = 0, \quad n \notin J; \quad (iii') \\ \sum_m C_{mm} p_m < \delta - h_n, \quad n \notin J; \quad (iii'') \end{array} \right. \quad (34)$$

Цю систему співвідношень можна трактувати як нелінійну систему рівнянь (i), (ii) щодо вектора невідомих  $\{p, \delta\}^T = \Pi$  за обмежень (iii), (iii'), (iii''), що одночасно формують і кількість вузлів  $J$ , що контактують, а з ним – і компоненти підвектора  $p$ . Звідси, переписавши (34), отримуємо:

$$U(\Pi_J) = 0; \quad V(\Pi_J) \geq 0. \quad (35)$$

Тут  $U$  – оператор нелінійної системи рівнянь (i, ii) у (34), а  $V$  – оператор обмежень, записаних у (34) нижче.

Тоді для відшукування розв'язку (35) можна застосувати, наприклад, процедуру Ньютона–Рафсона [43]

$$Cp + D(p) + h = \delta \quad (p \geq 0). \quad (36)$$

Перевагами постановки (34) і алгоритму Ньютона–Рафсона є загальність, універсальність, стійкість і збіжність. Разом із тим втрачається наочність фізичного трактування (25) і (29).

Взагалі-то ключові співвідношення сумісності переміщень містять два типи нелінійностей: у  $D(p)$  зосереджена фізична нелінійність, а у  $p \geq 0$  – структурна. Традиційні методи задовільно «працюють» з одним або іншим типом нелінійностей окремо. Проблема якраз полягає в поєднанні ефективності у рамках єдиного підходу. Часткове вирішення цієї проблеми запропоновано вище у підрозділі. Можливі також й інші підходи. Зокрема, це – релаксаційні процедури для мінімізації функціоналу, що збігаються із методами типу методу послідовної верхньої релаксації з проекцією для розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

*Модифікація методів мінімізації функціоналу Калькера при аналізі контактної взаємодії складнопрофільних тіл.* Підхід до визначення контактного тиску як до задачі мінімізації квадратичного функціоналу Калькера  $\Phi(p)$  на опуклій множині обмежень  $p_n \geq 0$  дає можливість застосувати релаксаційні методи з проекцією. Це стає особливо актуальним із зростанням розмірності задачі, оскільки призводить до необхідності вирішувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь

(СЛАР) із щільно заповненою матрицею. Застосування ж релаксаційних процедур не вимагає обернення всієї матриці СЛАР.

*Варіант 1.* При здійсненні релаксаційної процедури за методом послідовної верхньої релаксації (МПВР) маємо:

$$p_m^{(k+1)} = p_m^{(k)} + \omega \cdot (\Delta_m^{(k)} / C_{mv}), \quad (37)$$

де  $\Delta_m^{(k)}$  – вузлова нев'язка  $m$ -го рядка систем рівнянь сумісності переміщень, а  $\omega = ]0; 2[$  – параметр прискорення процесу.

Проекція розв'язку проводиться в межах кожного кроку за умовою

$$\text{if } (p_m^{(k+1)} < 0) \Rightarrow p_m := 0. \quad (38)$$

Таким чином, у рамках єдиного процесу об'єднуються релаксаційні поліпшення розв'язку і виконання обмеження типу нерівностей, тобто пошук границь контакту.

*Варіант 2.* Застосування МПВР з проекцією (див. вар. 1) передбачає перехід на кожному кроці ітераційного процесу з деякої вихідної точки (на рис. 4 – точка 1) залежно від значення параметра прискорення релаксаційного процесу до будь-якої внутрішньої точки з інтервалу 1–2–3 (див. рис. 4), де точка 2 відповідає мінімуму  $\Phi(p)$  у обраному його перетині, а точка 3 симетрична точці 1 щодо точки 2. У цьому випадку можливі кілька ситуацій: при малому  $\omega$  отримуємо наступну точку 6, і вона приймається за наступне наближення; при  $\omega=1$  – точка 2 з тим же результатом; при зростанні  $\omega$  можемо потрапити в точку 5 і прийняти її за наступне наближення. При подальшому зростанні можливе попадання в точку 7, і в такому випадку наближенням буде призначена точка 4 як проекція точки 7 на систему обмежень.

Ідея блочної релаксації полягає в одночасному русі за декількома, а не за одним, напрямками (рис. 5). При цьому можливий більш широкий спектр ситуацій, ніж у попередньому випадку (див. вар. 1), при різних  $\omega$ . Так, крок у точку 4 за напрямком 1–2–3 (де точка 2 відповідає мінімуму  $\Phi(p)$  в цьому перетині, а точка 3 симетрична вихідній точці 1 щодо точки 2) є остаточним. Крок у точку 5 передус проекції на обмеження  $p_m \geq 0$ , тобто перехід до точки 6. Крок до точки 7 призводить до проектування на точку 8.

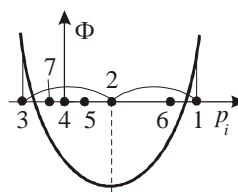


Рисунок 4 – Процедура методу послідовної верхньої релаксації з проекцією

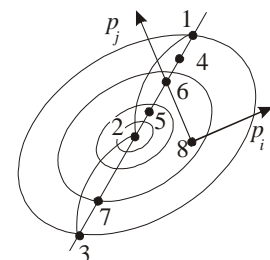


Рисунок 5 – Крок блочної релаксації з проекцією

Формально блочна релаксація полягає у виділенні

у векторі  $\mathbf{p} = \{p_1; p_2; \dots; p_N\}^T$  блоків (підвекторів)  $\mathbf{p} = \{q_1; q_2; \dots; q_{N_q}\}^T$ . Відповідно, матриця  $C$  підрозділяється на блоки  $\Lambda_{lm}$ . Тоді  $(k+1)$ -й крок релаксації полягає у процедурі:

$$q_r^{(k+1)} = q_r^{(k)} + \omega \cdot \Lambda_{rr}^{-1} \cdot \bar{\Delta}_r^{(k)}, \quad (39)$$

де  $\bar{\Delta}_r^{(k)}$  – блок нев'язки, що відповідає блоку  $q_r$ ,  $\omega$  – параметр прискорення релаксаційного процесу.

Незважаючи на те, що у (39), на відміну від (37), з'являється операція обернення матриці, проте ця матриця  $\Lambda$  має, як правило, менший порядок, ніж  $C$ . Таким чином, виникає задача оптимізації розбиття  $p$  на блоки, оскільки при цьому є сусідніми дві тенденції: скорочення кількості кроків при охопленні процедурою релаксації всього вектора  $\mathbf{p}$ , з одного боку, збільшення кількості кроків за рахунок зростання операцій з обернення підматриць. Супутньою проблемою при цьому є оптимізація параметра прискорення  $\omega$ . Підсумовуючи, можна зробити висновок, що алгоритм блочної релаксації може привести до підвищення швидкості збіжності релаксаційного процесу.

*Варіант 3.* Застосування традиційної процедури блочної релаксації передбачає розбивку  $\mathbf{p}$  на блоки будь-яким чином. Однак ніщо не перешкоджає більш гнучкому розбиттю на блоки, коли замість принципів неперетинання між собою ( $q_i \cap q_j = \emptyset$ ) і охоплення всього масиву вузлових значень тиску  $\mathbf{p}$  ( $\mathbf{p} = \bigcup_j q_i$ )

можна ввести принципи допустимості перетинів ( $q_i \cap q_j \neq \emptyset$ ) при збереженні – охоплення. Більш того, від кроку до кроку склад блоків може змінюватися, тобто порушується ще один принцип – стабільності розбивки. Природно, що апіорно досить важко вказати процедуру вибору схеми розбивки  $\mathbf{p}$  на блоки. Це можна зробити на основі розв'язання ряду тестових задач або шляхом коригування цієї розбивки за швидкістю збіжності релаксаційного процесу вже у ході обчислень.

У кінцевому підсумку вибір варіанта організації релаксаційного процесу може призводити до комбінації запропонованих методів. Усі зусилля при цьому спрямовані на прискорення всього процесу розв'язання. Важливо зауважити, що на кожному кроці проводиться суміщення процедур уточнення поточного наближення і уточнення зони контакту. Узагальнення релаксаційних алгоритмів на випадок добавки нелінійних доданків у функціонал, що мінімізується, відбувається природним способом, тому що функціонал залишається опуклим, а вимагає уточнення лише вибір  $\omega$ .

*Аналіз розроблених методів.* Підсумовуючи у цілому аналіз запропонованих методів розв'язання контактних задач, слід зазначити, що у підрозділі поставлені нові проблеми, запропоновані нові підходи і методи для дослідження контактної взаємодії складнопрофільних шорсткуватих тіл. При цьому враховані такі особливості: нелінійність пружних властивостей вінклерового шару, що моделює шорсткість, а також різних

прокладок, плівок, напилень тощо; можливість зведення задачі до описаних раніше постановок для гладких і шорстких тіл із лінійної моделлю заміщуваного вінклерового шару; пристосованість до розв'язання прямих задач аналізу розподілу контактного тиску.

Представлені результати дають підставу для наступних висновків.

1. Розроблено метод додаткових зазорів, що дає можливість звести контактну задачу за наявності нелінійного пружного шару до ітераційної послідовності розв'язань задач про контактну взаємодію гладких тіл, але зі скоригованими (порівняно із дійсним) розподілом початкових зазорів між контактуючими тілами.

2. Як один з варіантів розв'язання задач аналізу контактної взаємодії розроблений метод змінних коефіцієнтів впливу (МЗКВ), або метод змінних параметрів податливості (МЗПП), за допомогою якого задача із нелінійно пружним вінклеровим шаром зводиться до ітераційної послідовності задач із введенням пружного шару, проте із нерівномірним розподілом характеристик жорсткісних властивостей на площадці контакту. При цьому жорсткісні характеристики цього шару уточнюються у процесі розв'язання на кожному циклі ітераційного процесу.

3. Для розв'язання задачі аналізу контактної взаємодії шорстких тіл і тіл з нелінійним проміжним шаром у загальному випадку запропоноване формулювання, яким передбачається застосування різних методів розв'язання системи нелінійних рівнянь із обмеженнями типу рівностей і нерівностей. Зокрема, запропоновано використання для цих цілей методу Ньютона-Рафсона.

4. Для випадків великої розмірності сітки граничних елементів запропоновані релаксаційні схеми для мінімізації функціоналу Калькера на основі модифікації методу послідовної верхньої релаксації з проекцією.

5. Для розширення спектру застосування методів мінімізації функціоналу Калькера розроблені варіанти методу блочної релаксації з проекцією. При цьому запропонована, на відміну від традиційних жорстких процедур розбивки масиву невідомих на блоки, гнучка розбивка, що перебудовується і адаптується в ході розв'язання.

Перевагою запропонованих постановок, розглянутих моделей і розроблених методів є свобода від будь-яких спрощуючих припущень, крім адекватності властивостей «глобальної» податливості контактуючих тіл на поверхнях можливого контакту властивостям напівпросторів або тіл скінченних розмірів, а також про плавність повороту нормалі при обході цих поверхонь за довільними шляхами. При цьому «локальна» податливість, що описує властивості шорсткості, прокладок або плівок, моделюється нелінійними співвідношеннями «зближення – контактний тиск».

Важливою обставиною при цьому є та особливість, що відрізняє і систему розв'язувальних рівнянь, і розроблені методи їх розв'язання, що, на противагу звичайним нелінійним рівнянням, сам склад множини невідомих, щодо яких сформовані ці розв'язувальні співвідношення, є змінним (поповнюваним або урізваним). Уже в силу цих особливостей застосування традиційних методів є складним. З урахуванням тільки цього чинника розробка

нових методів розв'язання є актуальним завданням. Крім того, спонукальним додатковим мотивом є можливість поєднання в єдиному циклі і процесу ітераційного уточнення поточного наближення розв'язку, і процесу коригування складу активних обмежень, а з ним – і самої множини шуканих змінних і області контакту. Саме таким вимогам відповідають запропоновані у роботі методи додаткових зазорів і змінних параметрів податливості. У поєднанні із природним фізичним змістом, властивим цим методам, ця методологічна особливість становить новизну, яка має відмінність і перевагу перед традиційними методами розв'язання систем нелінійних рівнянь і нерівностей.

Також природне трактування мають розроблені варіанти на основі методу послідовної верхньої релаксації з проекцією. Вони реалізують зв'язок задачі про пошук мінімуму квадратичного (у загальному випадку – опуклого) функціоналу за наявності обмежень типу нерівностей, з одного боку, і МПВР для розв'язання породжуваної СЛАР, доповненого проекцією розв'язку на обмеження, – з іншого. Методологічною новизною при цьому є метод виділення окремих блоків з масиву змінних, для компонентів яких проводиться черговий крок ітераційного процесу уточнення поточного розв'язку.

У цілому розроблені методи розв'язання виникаючих задач аналізу контактної взаємодії СПТ із нелінійно пружним проміжним шаром пристосовані для розв'язання розв'язувальних систем рівнянь і нерівностей. Це визначає їх перевагу перед відомими традиційними методами розв'язання систем нелінійних рівнянь.

**Розв'язання тестових задач.** Розроблені методи та моделі аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл за наявності нелінійного пружного проміжного шару вимагають апробації на прикладах розв'язання тестових задач. Зокрема, проблемним місцем є питання збіжності чисельного рішення із використанням розроблених ітераційних процедур. У силу цього було запропоновано вирішити задачі про контакт двох тіл, обмежених параболоїдами обертання з розміщеними між ними нелійними пружними шарами (рис. 6).

Варійованими тут є пружні характеристики, тобто залежності  $w(p)$ . При цьому, зокрема, були розглянуті наступні типи нелінійностей (див. рис. 6): пружно-жорстка характеристика (рис. 6, а); «коренева» характеристика типу  $w = \bar{\lambda}\sqrt{p}$  (рис. 6, б); білінійна характеристика (рис. 6, в).

На рис. 7 представлені розподіли контактних тисків залежно від зміни порога переходу на горизонтальну ділянку залежності  $w(p)$  (див. рис. 6, а). Поріг виставляється за значенням коефіцієнта  $\alpha_a = p_{кр} / p_{\max}^\lambda$ , де  $p_{\max}^\lambda$  – максимальний контактний тиск у розподілі, отриманий під час розв'язання задач без обмежень  $p_{кр}$  (випадок  $\alpha_a = 0$  відповідає контакту гладких тіл).

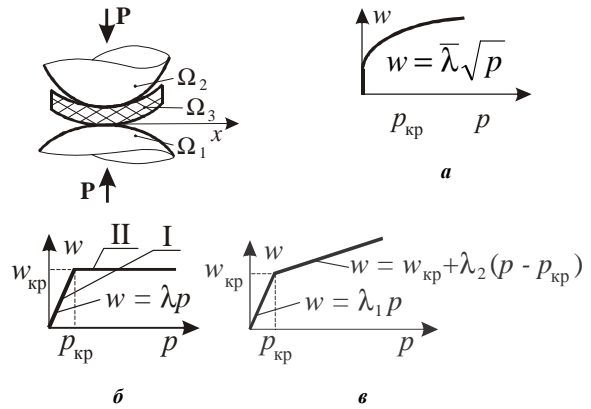


Рисунок 6 – Розрахункова схема взаємодії параболоїдів  $\Omega_1, \Omega_2$  із розміщеним між ними нелінійним шаром та варіанти нелінійних характеристик  $w(p)$

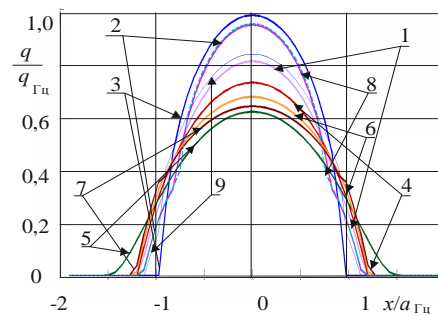


Рисунок 7 – Розподіл контактних тисків, віднесеного до максимального тиску за моделлю Герца, в осьовому перерізі: 1 – білінійна залежність,  $\alpha_a = \arctg 0,5$  (див. рис. 6, в); 2 – пружно-жорстка залежність  $w(p)$ ,  $\alpha_a = 1/2$ ; 3 – контакт гладких параболоїдів; 4 – контакт параболоїдів з лінійно-пружним вінклеровим шаром,  $\lambda = 10 C_{mn}$ ; 5 – "коренева" залежність  $w(p)$  (див. рис. 6, б); 6 – білінійна залежність,  $\alpha_a = \arctg 1,5$  (див. рис. 6, в); 7 – білінійна залежність,  $\alpha_a = \arctg 2$  (див. рис. 6, в); 8 – пружно-жорстка залежність  $w(p)$ ,  $\alpha_a = 1/2$ ; розв'язок отримано МЗПП; 9 – білінійна залежність,  $\alpha_a = \arctg 1,5$  (див. рис. 6, в); розв'язок отримано МЗПП

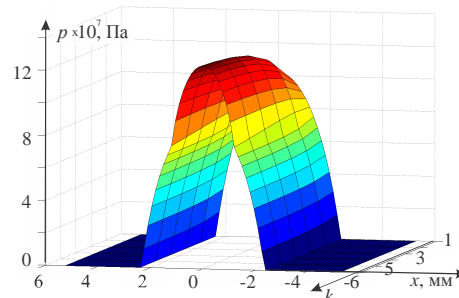


Рисунок 8 – Зміна картин розподілення контактних тисків в осьовому перерізі в ході ітераційного процесу їх уточнення для пружно-жорсткої моделі проміжного шару (див. рис. 6, а) при  $\alpha_a = 0,6$

Як видно із представлених розподілів, спостерігається плавна їх видозміна при варіюванні коефіцієнта  $\alpha_a$  в інтервалі  $[0; 1]$  (рис. 8,  $k$  – номер ітерації).



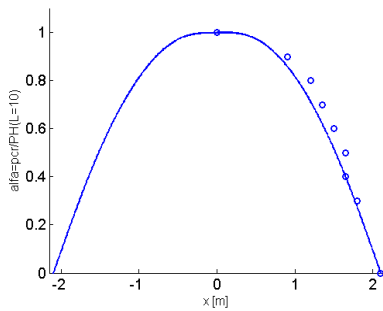


Рисунок 9 – Лінія переходу між пружною і «жорсткою» ділянкою залежності  $w(p)$  (див.рис. 6, а) при зміні параметра  $\alpha_a \in [0;1]$

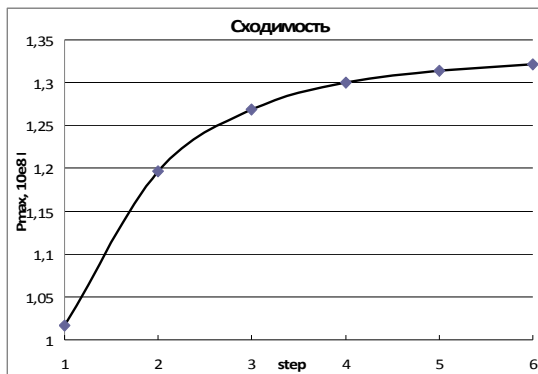


Рисунок 10 – Зміна відносного максимального контактного тиску у ході ітераційного процесу

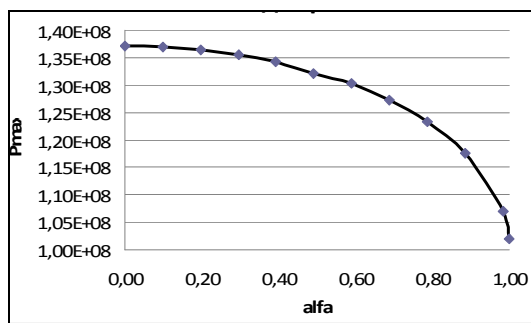


Рисунок 11 – Зміна відносного максимального контактного тиску у залежності від параметра  $\alpha_a$  (див. рис. 6, а)

Чітко видно зону переходу між областями  $I$  і  $II$  (рис. 9). В зоні  $\alpha_a \approx 0,5$  спостерігається різна картина розподілів контактного тиску  $q$  в областях  $I$  і  $II$ , а між ними – перехідна зона. При наближенні  $\alpha_a$  до 0 або 1 розподіли  $q$  наближаються до граничних (відповідно, при  $\alpha_a=0$ ,  $\alpha_a=1$ ).

На рис. 10 проілюстровано зміну відносного максимального контактного тиску в ході ітераційного процесу, а на рис. 11 – відносного максимального контактного тиску залежно від параметра  $\alpha_a$  (див. рис. 6, а). Видно, що ітераційний процес сходиться досить швидко. Крім того, при варіюванні  $\alpha_a$  рівень контактного тиску змінюється плавно, проте в досить широких межах.

На рис. 12–14 наведено зміну картин розподілів

контактного тиску у осьовому перерізі залежно від номера ітерації (номер ітерації – у полі рисунка) за різних значень  $P_{кр}$  (позначення кривих – як на рис. 7).

На рис. 15, 16 проілюстровано зміни розподілу контактного тиску при зміні параметра  $\alpha_a$ . Помітна еволюція картин розподілів контактного тиску, а також перехідні зони між реалізаціями гілок  $I$  і  $II$  залежності  $w(p)$  (див. рис. 6, а).

На рис. 17, 18 наведені картини розподілу контактного тиску при реалізації «кореневої» залежності  $w(p)$  (див. рис. 6, б). Відстежується коефіцієнт  $\alpha_\delta = p_{\max}^{\sqrt{\lambda}} / p_{\max}^{\lambda}$ , де  $p_{\max}^{\sqrt{\lambda}}$  – максимальний контактний тиск при «кореновому» розподілі  $w(p)$ ,  $p_{\max}^{\lambda}$  – те ж, але для лінійного вінклерового шару. Видно, що «коренева» модель породжує більш плавний розподіл контактного тиску, особливо в зоні периферії, в якій рівень тиску різко знижується.

На рис. 7 також представлені розподіли контактного тиску при варіюванні коефіцієнта  $\alpha_\delta = \arctg(\lambda_2 / \lambda_1)$  (див. рис. 6). Як впливає з аналізу отриманих розподілів, при наближенні  $\alpha_\delta$  до нуля розподіл контактного тиску прагне до такого ж для пружно–жорсткої моделі (див. рис. 6). При наближенні до  $\pi/2$  отримуються розподіли контактного тиску, що мають більш низький рівень в середній частині, а, відповідно, ширші площадки контакту. Тут же (див. рис. 7) представлені розподіли контактного тиску, отримані не тільки методом додаткових зазорів, а й методом змінних параметрів податливості. Видно, що отримані різними методами результати в цілому збігаються.

Таким чином, як видно з отриманих результатів, коефіцієнти  $\alpha_a$ ,  $\alpha_\delta$ ,  $\alpha_\delta$  досить сильно впливають і на характер розподілу контактного тиску, і на їх рівень. З цього випливає, що, варіюючи ці коефіцієнти, можна відчутно впливати на напружено-деформований стан контактуючих тіл.

Також необхідно відзначити, що при розв'язанні тестових задач в досліджених випадках не можна звернутися ні до відомих аналітичних розв'язків, ні до розв'язків, отриманих чисельно (наприклад, за допомогою методу скінченних елементів). Важко проводити порівняння з експериментальними даними в силу того, що залежності  $w(p)$  для того чи іншого шару можуть бути отримані зі значною похибкою. У зв'язку з цим пропонується оцінювати точність розв'язку за рівнем нев'язки рівнянь.

Для цього обчислюється повузлова нев'язка для розв'язуваної системи співвідношень, а потім оцінюється їх відносний рівень. Наприклад, для рівнянь

$$\sum C_{nm} p_m + w(p_n) - \delta + h_n = 0, \quad (40)$$

рівень нев'язки визначається як

$$\bar{\Delta}_n = \left[ \sum C_{nm} p_m + w(p_n) - \delta + h_n \right] / \delta, \quad (41)$$

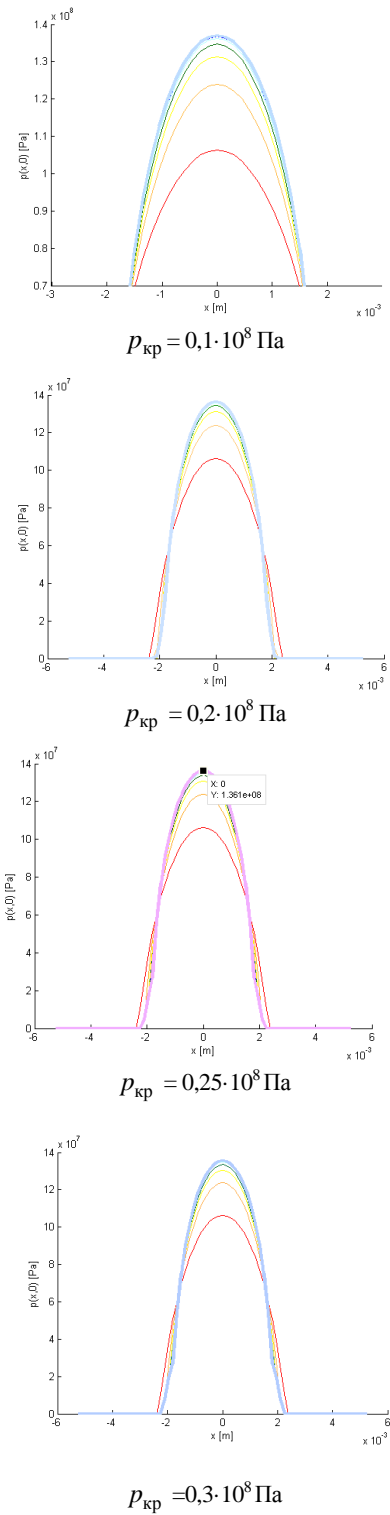


Рисунок 12 – Зміна картин розподілів контактного тиску в осьовому перерізі залежно від номера ітерації (номер ітерації – в полі рисунка) при різних значеннях  $P_{кр}$

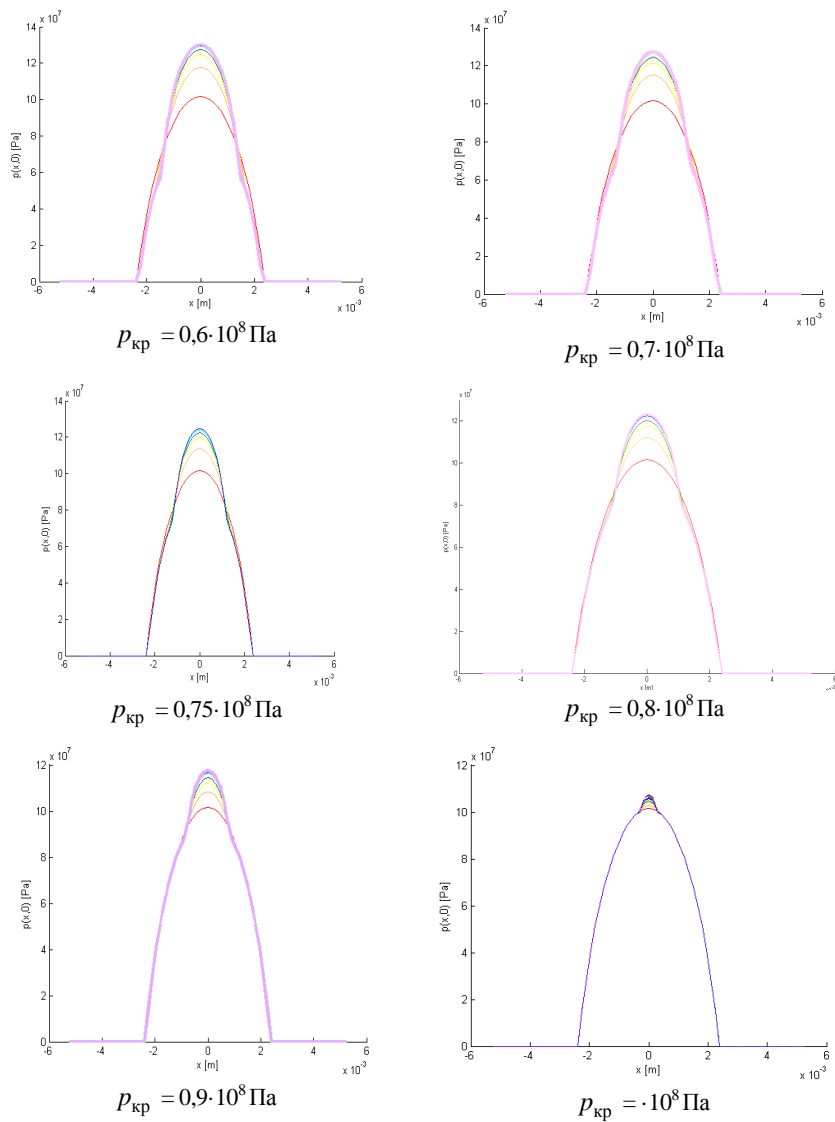


Рисунок 13 – Картина розподілів контактного тиску в осьовому перерізі залежно від номера ітерації (номер ітерації – в полі рисунка) при різних значеннях  $P_{кр}$

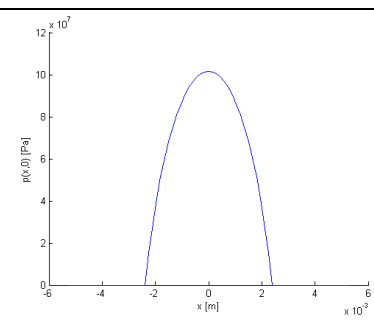


Рисунок 14 – Картина розподілів контактного тиску в осьовому перерізі залежно від номера ітерації (номер ітерації – в полі рисунка) при різних значеннях  $P_{кр} = 1,02 \cdot 10^8$  Па

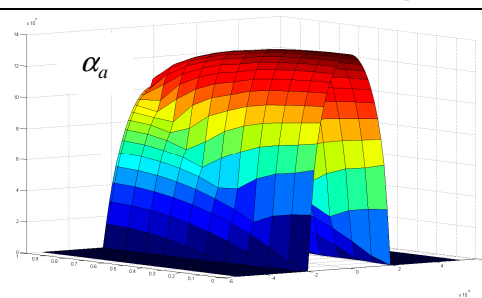


Рисунок 15 – Зміна картини розподілу контактного тиску в осьовому перерізі при варіюванні параметра  $\alpha_a$  (див. рис. 6, а) (в ізометрії)

де  $\delta$  – зближення тіл. Так, на рис. 19, 20 представлені розподіли нев'язки  $\Delta_n$  для випадку моделі, представленої на рис. 6, а при  $\alpha_a = 0,5$  (отримано методом

додаткових зазорів). Видно, що досягається досить точний розв'язок (рівень нев'язки – до 0,1% після сьомої ітерації). На рис. 21 – зміна характеру розподілу контактного тиску при ітераційному уточненні

розв'язку. Очевидне різке уточнення отриманих результатів відразу після 3–4 ітерацій. На рис. 22, 23 представлений характер зміни невязки – максимуму  $\epsilon$  в центральній точці контакту. Видно, що спостері-

гається лінійна збіжність розв'язку до точного, що прийнятно для багатьох прикладних задач з помірною за розмірами гранично-елементною сіткою.

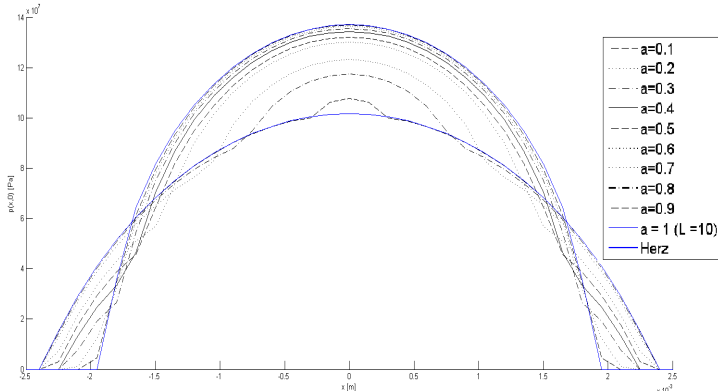


Рисунок 16 – Зміна картини розподілу контактної тиску в осьовому перерізі при варіюванні параметра  $\alpha_d$  (див. рис. 6, а)

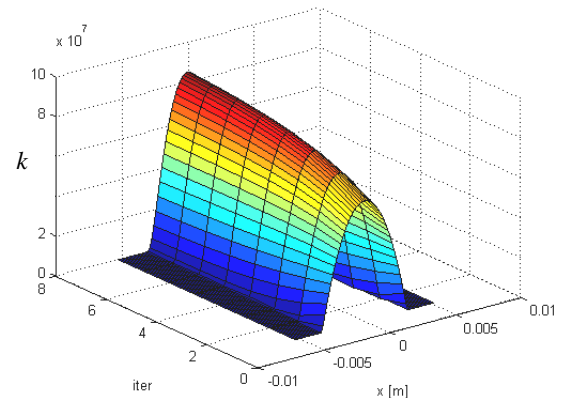


Рисунок 18 – Зміна картини розподілу контактної тиску при «кореневій» залежності  $w(p)$  (див. рис. 6, б) залежно від номера  $k$  ітераційного процесу (в ізометрії)

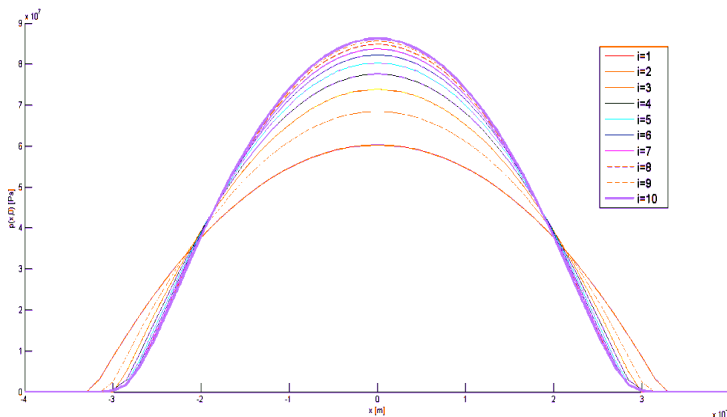


Рисунок 17 – Зміна картини розподілу контактної тиску при "кореневій" залежності  $w(p)$  (див. рис. 6) залежно від номера  $k$  ітераційного процесу

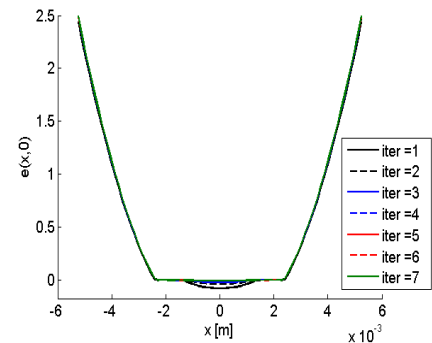


Рисунок 19 – Розподіл невязки рівнянь сумісності переміщень (центральна частина – область контакту, периферія – поза контактом) за ітераціями (iter = 1÷7)

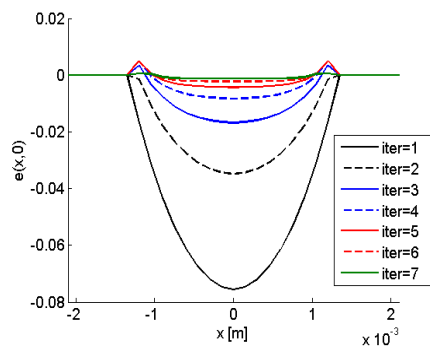


Рисунок 20 – Розподіл невязки рівнянь сумісності переміщень в області контакту за ітераціями (iter = 1÷7)

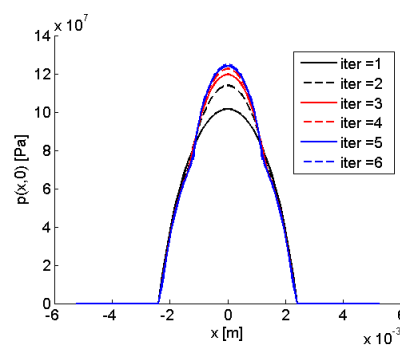


Рисунок 21 – Розподіл контактної тиску при ітераційному уточненні розв'язку (див. рис. 16, 17), номер ітерації (iter = 1÷6)

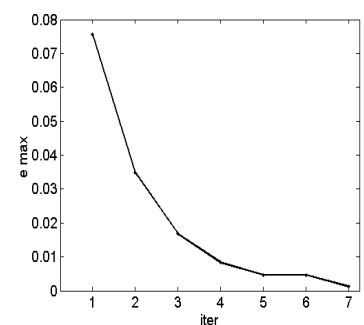


Рисунок 22 – Зміна максимальної невязки розв'язку контактної задачі в зоні контакту

Таким чином, можна зробити висновок, що розроблені методи розв'язання розв'язувальної системи співвідношень продемонстрували досить високу точність. Це дає можливість переходити до розв'язання прикладних задач із застосуванням методів додаткових зазорів та змінних параметрів податливості, а також інших запро-

понованих методів.

**Висновки.** У роботі описані нові моделі та методи розв'язання структурно-фізично нелінійних задач.

Аналіз отриманих результатів дає підґрунтя для наступних висновків.

1. Задача про контактну взаємодію лінійно пружних

тіл із нелінійно пружним шаром між ними за допомогою методу граничних інтегральних рівнянь і варіаційного принципу Калькера зведена до структурно-фізично нелінійної задачі. Побудована математична модель, на відміну від традиційних постановок, зводиться до системи рівнянь і нерівностей, що складають умови сумісності переміщень, у яких містяться нелінійні доданки відносно невід'ємного контактного тиску. Таким чином, структурна нелінійність, математично відображена у співвідношеннях типу нерівностей, доповнюється фізичною, що породжує наявність нелінійних доданків у рівняннях сумісності. Це, у свою чергу, ускладнює математичну модель, проте робить її більш адекватною, що точніше описує поведінку реальних об'єктів. З іншого боку, це з неминучістю вимагає розробки нових методів розв'язання побудованої системи розв'язувальних співвідношень.

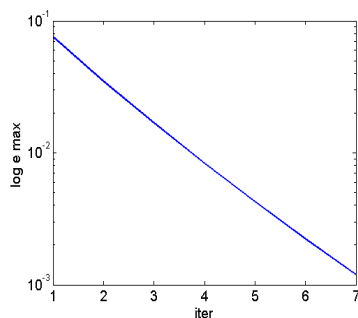


Рисунок 23 – Зміна нев'язки в центральній точці контакту в процесі ітераційного уточнення розв'язку (в напівлогарифмічному масштабі)

2. Для побудови математичних моделей про контактну взаємодію пружних тіл з нелінійно пружними шарами між ними, а також з урахуванням інших чинників запропоновано новий підхід, заснований на поступовому ускладненні їх структури відповідно зі введенням у розгляд того чи іншого чинника. Початковим ядром у цій послідовності є рівняння сумісності переміщень точок поверхонь гладких тіл (в актуальному стані) відносно контактної тиску. Далі на це ядро нарощуються компоненти, які відповідають за вплив того чи іншого чинника. У результаті отримується система співвідношень, що описує вплив різних чинників у сукупності.

3. Альтернативним (і досить ефективним) способом побудови математичної моделі про контактну взаємодію системи тіл і шарів є використання варіаційної постановки. При цьому, крім компонент початкового рівня (енергії деформування пружних гладких тіл), поступово можуть бути додані складові, що описують внесок інших компонент. Після їх вичерпання або застосовується пряма процедура мінімізації функціоналу, або будується система рівнянь і нерівностей із умов мінімуму і вимог обмежень, відповідно.

4. Для дискретизації математичної моделі використовується підхід, заснований на залученні гранично-елементних апроксимацій шуканого контактної тиску на регулярній трикутній сітці. У результаті задача зводиться до мінімізації опуклої функції на опуклій множині вузлових значень контактної тиску.

5. Для розв'язання сформованих структурно-

фізично нелінійних співвідношень розроблено метод додаткових зазорів. Він полягає у зведенні структурно-фізично нелінійної задачі до послідовності структурно нелінійних, проте фізично лінійних задач, але зі спеціально підібраним розподілом фіктивних додаткових зазорів. Оскільки для таких задач раніше розроблені ефективні ітераційні алгоритми розв'язання, то це дає можливість розв'язувати фізично нелінійні задачі, причому досить оперативно і точно.

6. На додаток до методу додаткових зазорів розроблений метод змінних параметрів податливості. Його ідея – зведення фізично нелінійної задачі до послідовності фізично лінійних, але зі спеціально скоригованою нерівномірно розподіленою на площі контакту податливістю лінійного вінклерового шару.

7. Як узагальнення, на додаток до методів додаткових зазорів і змінних параметрів податливості розроблений загальний підхід до розв'язання структурно-фізично нелінійних контактних задач, заснований на модифікації методу Ньютона-Рафсона. На відміну від традиційних варіантів цього методу, на кожному кроці модифікованого методу може змінюватися сама множина розв'язувальних співвідношень. Це викликано зміною поточної множини активних обмежень у процесі ітераційного уточнення розв'язку. Таким чином, на етапах розв'язання змінюються і поточне рішення, і масив шуканих вузлових значень контактної тиску.

8. Для мінімізації опуклого функціоналу Калькера на опуклій множині вузлових значень розроблені модифікації методу послідовної верхньої релаксації для системи лінійних алгебраїчних рівнянь (рівнянь сумісності переміщень) із проекцією на множину обмежень. На доповнення до відомих варіантів вузлової та блочної релаксації розроблений варіант «плаваючого», «адаптивного», «кориговного» розбиття масиву змінних на блоки. Це становить потенційну можливість прискорення релаксаційного процесу уточнення шуканого розв'язку.

9. Розв'язання тестових задач про контактну взаємодію пружних тіл зі структурно-фізично нелійними шарами між ними продемонструвало точність, збіжність і високу оперативність розроблених методів.

10. Виявлено нові закономірності у розподілі контактної тиску між складнопрофільними тілами для різних варіантів залежностей  $w(p)$ . Для випадку «пружно-жорсткої» характеристики властивостей проміжного пружного шару встановлено, що отримувані розподіли контактної тиску мають дві характерні ділянки з перехідною зоною. При цьому зміна «порога» переходу від пружної до жорсткої гілки цієї характеристики призводить до безперервної зміни одержуваних розподілів контактної тиску. Для варіанту «кореневої» характеристики, що описує властивості проміжного пружного шару, визначено, що отримувані розподіли контактної тиску мають більш плавний перехід до нульового розподілу поза зоною актуального контакту порівняно із випадком лінійного пружного шару.

Підсумовуючи одержані результати, можна зробити висновок, що у роботі запропоновані нові методи, підходи і моделі для аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл із нелінійним проміжним шаром між

ними. Одержані структурно-фізично нелінійні співвідношення розв'язуються за допомогою зведення до низки структурно нелінійних, але фізично лінійних задач. При цьому встановлені якісно нові ефекти впливу виду фізичної нелінійності на розподіл контактного тиску. Виявлено, що шляхом варіювання певних параметрів, що визначають ті чи інші фізичні нелінійності, можна істотно впливати на вигляд розподілу контактного тиску, а також на його максимальні значення. Це дає підставу для висновку про можливість, доречність, доцільність та ефективність розв'язання задач синтезу у розрізі відновлення геометричної форми поверхонь контактуючих тіл і обґрунтування властивостей матеріалу проміжного шару за деякими критеріями, причому у зв'язній постановці.

#### Список літератури

- Johnson K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
- Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
- Yastrebov V. A. *Numerical methods in contact mechanics*. John Wiley & Sons, 2013. doi: 10.1002/9781118647974
- Александров В. М., Пожарский Д. А. Трехмерные контактные задачи при учете трения и нелинейной шероховатости. *Прикладная математика и механика*. 2004. № 68(3). С. 516–527.
- Kalker J. J. Variational Principles of Contact Elastostatics. *IMA Journal of Applied Mathematics*. 1977. № 20, 2. P. 199–219. doi: 10.1093/imamat/20.2.199
- Ткачук Н. Н. Контактное взаимодействие сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями. Харьков: ФОП Панов А.Н., 2017. 188 с.
- Tkachuk M. M., Skripchenko N., Tkachuk M. A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 5/7(95). P. 22–31.
- Archard JF. Elastic deformation and the laws of friction. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society*. 1957. № 243. P. 190–205. doi: 10.1098/rspa.1957.0214
- Nayak P. R. Random Process Model of Rough Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*. 1971. № 93(3). P. 398–407. doi: 10.1115/1.3451608
- Greenwood JA., Williamson JB. Pl. Contact of nominally flat surfaces. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society*. 1966. № 295. P. 300–319. doi: 10.1098/rspa.1966.0242
- Bush A. W., Gibson R. D., Thomas T. R. The elastic contact of a rough surface. *Wear*. 1975. vol. 35(1). P. 87–111. doi: 10.1016/0043-1648(75)90145-3
- Greenwood J. A. A simplified elliptic model of rough surface contact. *Wear*. 2006. № 261(2). P. 191–200. doi: 10.1016/j.wear.2005.09.031
- John I. McCool. Non-gaussian effects in microcontact. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*. 1992. № 32(1-2). P. 115–123. doi: 10.1016/0890-6955(92)90068-R
- Paggi M., Ciavarella M. The coefficient of proportionality  $\kappa$  between real contact area and load, with new asperity models. *Wear*. 2010. № 268(7). P. 1020–1029. doi: 10.1016/j.wear.2009.12.038
- Demkin N. B., Udalov S. V., Alekseev V. A., Izmaylov V. V., & Bolotov A. N. Contact between rough wavy surfaces allowing for the mutual effect of the asperities. *Journal of Friction and Wear*. 2008. № 29(3). P. 76–181.
- Demkin N. B., & Izmailov V. V. The relation between the friction contact performance and the microgeometry of contacting surfaces. *Journal of Friction and Wear*. 2010. № 31(1). P. 48–55.
- Persson BNJ. Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*. 2001. № 87(11). 116101. doi: 10.1103/PhysRevLett.87.116101
- Barber J. R. Bounds on the electrical resistance between contacting elastic rough bodies. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, The Royal Society*. 2003. № 459 P. 53–66. doi: 10.1098/rspa.2002.1038.
- Ragnar Holm. Electric contacts: theory and application. *Springer Science & Business Media*. 2013. 482p. doi: 10.1007/978-3-662-06688-1
- Paggi M., Barber J. R. Contact conductance of rough surfaces composed of modified rmd patches. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2011. № 54(21). P. 4664–4672. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.06.011
- Pohrt R., Popov V. L. Contact mechanics of rough spheres: Crossover from fractal to hertzian behavior. *Advances in Tribology*, 2013, 974178. doi: 10.1155/2013/974178
- Tkachuk M. A numerical method for axisymmetric adhesive contact based on Kalker's variational principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 3, 7 (115) P. 34–41. doi: 10.15587/1729-4061.2018.130996.
- Goryacheva I. G., & Makhovskaya Y. Y. Elastic contact between nominally plane surfaces in the presence of roughness and adhesion. *Mechanics of Solids*. 2017. № 52(4). P. 435–443.
- Ткачук Н. Н., Скрипченко Н. Б., Ткачук Н. А. Решение задач о контактном взаимодействии шероховатых тел с применением модели нелинейного винклеровского слоя. *Механіка та машинобудування*. 2016. №1. С. 3–14.
- Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A., Vasiliev A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-stained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. № 1, 7 (91) P. 18–29. doi: 10.15587/1729-4061.2018.120547
- Atroshenko O., Tkachuk M., Ustinenko O., Bondarenko O., Diomina N. A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. № 1, 7 (79). P. 24–29. doi: 10.15587/1729-4061.2016.60087
- Atroshenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saveriska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. (in print).
- Ткачук Н. Н., Скрипченко Н. Б., Ткачук Н. А., Грабовский А. В. Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя. Харьков: ФОП Панов А.Н., 2017. 148 с.
- Кравчук А. С. Вариационные и квазивариационные неравенства в механике. Москва: Изд-во Московской государственной академии приборостроения и информатики, 1997. 339 с.
- Мартьяняк Р. М. Взаимодействие упругих полуплоскостей при неполном механическом контакте. *Мат. методы и физ.-мех. поля*. 1985. Вып. 22. С. 89–92.
- Николюский С. М. Квадратурные формулы. Москва: Изд-во Наука, 1974. 226 с.
- Кравчук А. С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров. *Прикладная математика и механика*. Том 41. 1977. С. 329–337.
- Martins J. A. C., Oden J. T. Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws. *Non-linear analysis, theory, methods and applications*. 1987. Vol. 11. P.407–428.
- Скрипченко Н. Б. Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – Динаміка та міцність машин. Харьков, 2016. 20 с.
- Ткачук М. М. Аналіз контактної взаємодії складнопрофильних елементів машинобудівних конструкцій з кінематично спряженими поверхнями. Дис. кандидата технічних наук: 05.02.09. Харків, 2011. 203 с.
- Решетов Д. Н., Портман В. Т. *Точность металлорежущих станков*. Москва: Машиностроение, 1986. 336 с.
- Демкин Н. Б. *Контактирование шероховатых поверхностей*. Москва: Наука, 1970. 227 с.
- Сеза Ж. *Оптимизация. Теория и алгоритмы*. Москва: Мир, 1973. 244 с.
- Гловинский Р., Лионс Ж. Л., Тремольер Р. *Численное исследование*

вариационных неравенств. Москва: Мир, 1979. 574 с.

40. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. Москва: Наука. Гл. ред. физ.–мат. лит., 1988. 712 с.
  41. Кравчук А. С. *Вариационные и квазивариационные неравенства в механике*. Москва: Изд-во Московской государственной академии приборостроения и информатики, 1997. 339 с.
  42. *Прочность. Устойчивость. Колебания. Справочник в трех томах / Под общей ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко*. Москва: Машиностроение, 1968.
  43. Трауб Дж. *Итерационные методы решения уравнений*. Москва: Мир, 1985. 264 с.
  44. *Трение, изнашивание и смазка: справочник в 2-х кн. Кн. 1.* / Под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алисина. Москва: Машиностроение, 1978. 400 с.
  45. *Ткачук А. Н. Методы анализа конструкционной прочности элементов машин при термомеханическом контакте: дисс... канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – динамика и прочность машин*. Харьков, 2010. 180 с.
- References (transliterated)**
1. Johnson K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge, UK: Cambridge University Press Publ., 1987. 464 p.
  2. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag Publ., 2006. 518 p. doi: 10.1007/978-3-540-32609-0
  3. Yastrebov V. A. *Numerical methods in contact mechanics*. John Wiley & Sons Publ., 2013. doi: 10.1002/9781118647974
  4. Aleksandrov V. M., Pozharskiy D. A. Trehmernye kontaktnye zadachi pri uchete treniya i nelinejnoj sherohovatosti [Three-dimensional contact problems taking into account friction and nonlinear roughness]. *Prikladnaja matematika i mehanika*, 2004, no 68(3), pp. 516–527.
  5. Kalker J. J. Variational Principles of Contact Elastostatics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 1977, no 20, 2, pp. 199–219. doi: 10.1093/imamat/20.2.199
  6. Tkachuk N. N. *Kontaktnoe vzaimodejstvie slozhnoprofil'nyh jelementov mashinostroitel'nyh konstrukcij s kinematičeski soprjazhennymi poverhnostjami* [Contact interaction of complex profile elements of machine-building structures with kinematically coupled surfaces]. Har'kov: FOP Panov A.N. Publ., 2017. 188 p.
  7. Tkachuk M. M., Skripchenko N., Tkachuk M. A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technology*, 2018, no 5/7(95), pp. 22–31.
  8. Archard JF. Elastic deformation and the laws of friction. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society*, 1957, no 243, pp. 190–205. doi: 10.1098/rspa.1957.0214
  9. Nayak P. R. Random Process Model of Rough Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, 1971, no 93(3), pp. 398–407. doi: 10.1115/1.3451608
  10. Greenwood JA., Williamson JB. Pl. Contact of nominally flat surfaces. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society*, 1966, no 295, pp. 300–319. doi: 10.1098/rspa.1966.0242
  11. Bush A. W., Gibson R. D., Thomas T. R. The elastic contact of a rough surface. *Wear*, 1975, vol. 35(1), pp. 87–111. doi: 10.1016/0043-1648(75)90145-3
  12. Greenwood J. A. A simplified elliptic model of rough surface contact. *Wear*, 2006, no 261(2), pp. 191–200. doi: 10.1016/j.wear.2005.09.031
  13. John I. McCool. Non-gaussian effects in microcontact. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 1992, no 32(1-2), pp. 115–123. doi: 10.1016/0890-6955(92)90068-R
  14. Paggi M., Ciavarella M. The coefficient of proportionality  $\kappa$  between real contact area and load, with new asperity models. *Wear*, 2010, no 268(7), pp. 1020–1029. doi: 10.1016/j.wear.2009.12.038
  15. Demkin N. B., Udalov S. V., Alekseev V. A., Izmaylov V. V., & Bolotov A. N. Contact between rough wavy surfaces allowing for the mutual effect of the asperities. *Journal of Friction and Wear*, 2008, no 29(3), pp. 76–181.
  16. Demkin N. B., & Izmailov V. V. The relation between the friction contact performance and the microgeometry of contacting surfaces. *Journal of Friction and Wear*, 2010, no 31(1), pp. 48–55.
  17. Persson BNJ. Elastoplastic contact between randomly rough surfaces. *Physical Review Letters*, 2001, no 87(11), 116101. doi: 10.1103/PhysRevLett.87.116101
  18. Barber J. R. Bounds on the electrical resistance between contacting elastic rough bodies. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. The Royal Society*, 2003, no 459, pp. 53–66. doi: 10.1098/rspa.2002.1038.
  19. Ragnar Holm. Electric contacts: theory and application. *Springer Science & Business Media*, 2013, 482 p. doi:10.1007/978-3-662-06688-1
  20. Paggi M., Barber J. R. Contact conductance of rough surfaces composed of modified rmd patches. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2011, no 54(21), pp. 4664–4672. doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.06.011
  21. Pohrt R., Popov V. L. *Contact mechanics of rough spheres: Cross-over from fractal to hertzian behavior*. *Advances in Tribology*, 2013, 974178. doi: 10.1155/2013/974178
  22. Tkachuk M. A numerical method for axisymmetric adhesive contact based on Kalker's variational principle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2018, no 3, 7 (115), pp. 34–41. doi: 10.15587/1729-4061.2018.130996.
  23. Goryacheva I. G., & Makhovskaya Y. Y. Elastic contact between nominally plane surfaces in the presence of roughness and adhesion. *Mechanics of Solids*, 2017, no 52(4), pp. 435–443.
  24. Tkachuk N. N., Skripchenko N. B., Tkachuk N. A. Reshenie zadach o kontaktom vzaimodejstvii sherohovatyh tel s primeneniem modeli nelinejnogo vinklerovskogo sloja [Solving problems on the contact interaction of rough bodies using the nonlinear Winkler layer model]. *Mehanika ta mashinobuduvannja*, 2016, no1, pp. 3–14.
  25. Tkachuk M., Bondarenko M., Grabovskiy A., Sheychenko R., Graborov R., Posohov V., Lunyov E., Nabokov A., Vasiliev A. Thin-walled structures: analysis of the stressed-stained state and parameter validation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2018, no 1, 7 (91), pp. 18–29. doi: 10.15587/1729-4061.2018.120547
  26. Atroshenko O., Tkachuk M., Ustinenko O., Bondarenko O., Diomina N. A numerical analysis of non-linear contact tasks for the system of plates with a bolted connection and a clearance in the fixture. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2016, no 1, 7 (79), pp. 24–29. doi: 10.15587/1729-4061.2016.60087
  27. Atroshenko O., Tkachuk M., Martynenko O., Tkachuk M., Saveriska M., Hrechka I., Khovansky S. The study of multicomponent loading effect on thin-walled structures with bolted connections. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. (in print).
  28. Tkachuk N. N., Skripchenko N. B., Tkachuk N. A., Grabovskiy A. V. *Kontaktnoe vzaimodejstvie slozhnoprofil'nyh detalej mashinostroitel'nyh konstrukcij s uchedom lokal'noj podatljivosti poverhnostnogo sloja* [Contact interaction of complex-shaped parts of machine-building structures, taking into account the local pliability of the surface layer]. Har'kov: FOP Panov A.N. Publ., 2017. 148 p.
  29. Kravchuk A. S. *Variacionnye i kvazivariacionnye neravenstva v mehanike* [Variational and quasi-variational inequalities in mechanics]. Москва: Изд-во Московскоj gosudarstvennoj akademii priborostroenija i informatiki Publ., 1997. 339 p
  30. Martynjak R. M. Vzaimodejstvie uprugih poluploskostej pri nepolnom mehanicheskom kontakte [The interaction of elastic half-planes with incomplete mechanical contact]. *Mat. metody i fiz.-meh. polja*. 1985. Vyp. 22. С. 89–92. Мартыняк Р. М.
  31. Nikol'skij S. M. *Kvadraturnye formuly* [Quadrature formulas]. Москва: Изд-во Nau-ka, 1974. 226 p.
  32. Kravchuk A. S. K zadache Gerca dlja linejno– i nelinejno–uprugih tel konečnyh razmerov [On the Hertz problem for linear and nonlinear elastic bodies of finite size]. *Prikladnaja matematika i mehanika*. 1977, tom 41, pp. 329–337.
  33. Martins J. A. C., Oden J. T. Existence and uniqueness results for dynamic contact problems with nonlinear normal and friction interface laws. *Nonlinear analysis, theory, methods and applications*, 1987, Vol. 11, pp. 407–428.
  34. Skripchenko N. B. *Kontaktnoe vzaimodejstvie slozhnoprofil'nyh detalej mashinostroitel'nyh konstrukcij s uchedom lokal'noj podatljivosti poverhnostnogo sloja* [Contact interaction of complex-shaped parts of machine-building structures, taking into account the local compliance of the surface layer]: avtoref. dy's. na zdobuttya nauk. stupenya kand. texn. nauk: specz. 05.02.09 – Dy'namičeska ta miznist' mashyn. Har'kov Publ., 2016. 20 p.



35. Tkachuk M. M. Analiz kontaktnoyi vzayemodiyi skladnoprofil'ny'x elementiv mashynobudivny'x konstrukcij z kinematy'chno spryazheny'my' po-verxnyamu' [Analysis of contact interaction of complex elements of machine-building constructions with kinematically conjugated surfaces]. Dy's. kandydata tekhnichny'x nauk: 05.02.09. Xarkiv Publ., 2011. 203 p.
36. Reshetov D. N., Portman V. T. *Tochnost' metallovezhushhih stankov* [Precision machine tools]. Moskva: Mashinostroenie Publ., 1986. 336 p.
37. Djomkin N. B. *Kontaktirovanie sherohovatyh poverhnostej* [Contacting rough surfaces]. Moskva: Nauka, 1970. 227 p.
38. Sea Zh. *Optimizacija. Teorija i algoritmy* [Optimization. Theory and Algorithms]. Moskva: Mir Publ., 1973. 244 p.
39. Glovinski R., Lions Zh. L., Tremol'er R. *Chislennoe issledovanie variacionnyh neravenstv* [Numerical research of variational inequalities]. Moskva: Mir Publ., 1979. 574 p.
40. Rabotnov Ju. N. *Mehanika deformiruemogo tverdogo tela* [Mechanics of a deformable solid]. Moskva: Nauka. Gl. red. fiz.–mat. lit. Publ., 1988. 712 p.
41. Kravchuk A. S. *Variacionnye i kvazivariacionnye neravenstva v mehanike*. [Variational and quasi-variational inequalities in mechanics] Moskva: Izd-vo Moskovskoj gosudarstvennoj akademii priborostroeniya i informatiki Publ., 1997. 339 p.
42. *Prochnost'. Ustojchivost'. Kolebanija* [Strength. Sustainability. Fluctuations]. Spravochnik v treh tomah / Pod obshhej red. I. A. Birgera i Ja. G. Panovko. Moskva: Mashinostroenie Publ., 1968.
43. Traub Dzh. *Iteracionnye metody reshenija uravnenij* [Iterative methods for solving equations]. Moskva: Mir Publ., 1985. 264 p.
44. *Trenie, iznashivanie i smazka: spravocnik v 2-h kn.* [Friction, wear and lubrication: a reference book in 2 kn.]. Kn. 1. / Pod red. I.V. Kragel'skogo, V.V. Alisina. Moskva: Mashinostroenie Publ., 1978. 400 p.
45. Tkachuk A. N. *Metody analiza konstrukcionnoj prochnosti jelementov mashin pri termomehanicheskom kontakte* [Methods for analyzing the structural strength of machine elements during thermomechanical contact]: diss... kand. tehn. nauk: spec. 05.02.09 – dinamika i prochnost' mashin. Har'kov Publ., 2010. 180 p.

Надійшло (received).12.11.2018

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola Mykolayovych)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри інформаційних технологій та систем колісних і гусеничних машин імені О.О. Морозова; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>; e-mail: [m.tkachuk@tmm-saprg.org](mailto:m.tkachuk@tmm-saprg.org)

**Грабовський Андрій Володимирович (Грабовский Андрей Владимирович, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Скрипченко Наталія Борисівна (Скрипченко Наталья Борисовна, Skripchenko Nataliia)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5324-9553>; e-mail: [negrobova@gmail.com](mailto:negrobova@gmail.com)

**Ткачук Микола Анатолійович (Ткачук Николай Анатольевич, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: [tma@tmm-saprg.org](mailto:tma@tmm-saprg.org).

**Кротенко Галина Анатоліївна (Кротенко Галина Анатольевна, Krotenko Galina)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (066) 764-24-46; e-mail: [krotenko.galina@gmail.com](mailto:krotenko.galina@gmail.com).

**Саверська Марія Сергіївна (Саверская Мария Сергеевна, Saverska Mariia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: [m.saverska@tmm-saprg.org](mailto:m.saverska@tmm-saprg.org)

*М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, О. В. ХЛАНЬ, М. С. САВЕРСЬКА, Г. В. ТКАЧУК*

### **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ КУЛЬКОВОГО ПОРШНЯ РАДІАЛЬНОЇ ГІДРОПЕРЕДАЧІ З ПРОФІЛЬОВАНОЮ БІГОВОЮ ДОРІЖКОЮ**

Експериментальні дослідження взаємодії кулькового поршня радіальної гідропередачі із біговою доріжкою здійснювалися з використанням методу контактних відбитків, орієнтованого на технологію із застосуванням чутливих до контактної тиску плівок. Результати дослідження контактної взаємодії кулькового поршня радіальної гідрооб'ємної передачі із її статорним кільцем (із біговою доріжкою складного поперечного профілю) однозначно свідчать про справедливість чисельно визначених тенденцій зміни картини розподілу контактної тиску при варіюванні форми бігової доріжки та властивостей проміжного шару. При цьому прослідковується збіжність як форми областей контакту та розподілів контактної тиску, так і характеру їх збурення при зміні тих чи інших чинників. При зміні радіуса поперечного перерізу бігової доріжки від значення, меншого за радіус поршня, до більшого відбувається поступовий перехід від двох краплевидних контактних плям до однієї гантелевидної, а надалі – до еліпсоїдної. Контактний тиск при цьому змінює свій розподіл, знижуючи максимум на периферії та поступово змінюючи розташування максимуму на центральне. При цьому у геометричному центрі можливого контакту спочатку (зі зростанням критичної сили) контактний тиск нульовий, потім зростає, набуваючи локального мінімуму, а врешті – глобального максимуму (за певних параметрів геометричної форми та рівня навантаження).

**Ключові слова:** напружено-деформований стан, контактна взаємодія, кінематично генерована поверхня, радіальна гідропередача, контактний тиск

### **Н. Н. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСКИЙ, Н. А. ТКАЧУК, А. В. ХЛАНЬ, М. С. САВЕРСКАЯ, А. В. ТКАЧУК ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ШАРИКОВОГО ПОРШНЯ РАДИАЛЬНОЙ ГИДРОПЕРЕДАЧИ С ПРОФИЛИРОВАННОЙ БЕГОВОЙ ДОРОЖКОЙ**

Экспериментальные исследования взаимодействия шарикового поршня радиальной гидropередачи с беговой дорожкой осуществлялись с использованием метода контактных отпечатков, ориентированного на технологию с применением чувствительных к контактному давлению пленок. Результаты исследования контактного взаимодействия шарикового поршня радиальной гидрообъемной передачи с ее статорным кольцом (с беговой дорожкой сложного поперечного профиля) однозначно свидетельствуют о справедливости определенных численно тенденций изменения картины распределения контактного давления при варьировании формы беговой дорожки и свойств промежуточного слоя. При этом прослеживается сходимость как формы областей контакта и распределений контактного давления, так и характера их возмущения при изменении тех или иных факторов. При изменении радиуса поперечного сечения беговой дорожки от значения, меньшего радиуса поршня, к большему, происходит постепенный переход от двух каплевидных контактных пятен в одном гантелевидном, а в дальнейшем – к эллиптическому. Контактное давление при этом меняет свое распределение, снижая максимум на периферии и постепенно меняя расположение максимума на центральное. При этом в геометрическом центре возможного контакта сначала (с ростом критической силы) контактное давление нулевое, затем растет, достигая локального минимума, а в конце – глобального максимума (при определенных параметрах геометрической формы и уровне нагрузки).

**Ключевые слова:** напряженно-деформированное состояние, контактное взаимодействие, кинематически генерируемая поверхность, радиальная гидropередача, контактное давление

### **М.М. ТКАЧУК, А. ГРАБОВСКИЙ, М.А. ТКАЧУК, О. ХЛАНЬ, М. САВЕРСКА, Г. ТКАЧУК EXPERIMENTAL RESEARCH OF CONTACT INTERACTION OF RADIAL HYDROTRANSMISSION'S BALL ROLLER WITH PROFILED BACKGROUND**

Experimental research of the interaction of the radial hydrotransmission's ball roller with a treadmill were carried out using the contact marks method, oriented on the technology, using sensitive to the contact pressure of the films. The research results of contact interaction of the ball piston of the radial hydrotransmission with its stator ring (with a treadmill of complex transverse profile) clearly indicate the validity of numerically determined tendencies in the pattern of the contact pressure distribution when changing the shape of the track and the properties of the intermediate layer. At the same time, convergence is observed as the form of contact areas and distribution of contact pressure, as well as the nature of their perturbation when changing certain factors. When the radius of the cross-section of the treadmill changes from a value less than the radius of the piston, to a greater extent, there is a gradual transition from two drop-like contact spots to one dumbbell, and then to an elliptic one. The contact pressure at the same time changes its distribution, reducing the maximum at the periphery and gradually changing the maximum position at the central. At the same time, at the geometric center of the possible contact, the contact pressure is initially zero (with increasing critical force), and then it increases, gaining a local minimum, and eventually it reaches the global maximum (for certain parameters of the geometric form and level of loading).

**Keywords:** stress-strain state, contact interaction, kinematically generated surface, radial hydrovolumetric drive, contact pressure

**Вступ.** Значна кількість машинобудівних конструкцій містить елементи, які знаходяться в умовах контактної силового та кінематичного сполучення. З метою зменшення контактної тиску в цих зонах проектувальники прагнуть використовувати як спряжені поверхні близької, а також частково, фрагментарно або майже співпадаючої (конгруентної) форми. Це, наприклад, «бочкування» робочих поверхонь зубів різних зубчастих передач, модифікація поверхонь роликотітників, профілювання форми бігових доріжок гідрооб'ємних передач (ГОП) і поршнів двигунів внутрі-

шнього згоряння (ДВЗ) за висотою та в оточуючому напрямку тощо. Традиційні методи моделювання контактної взаємодії призводять у таких випадках або до значних похибок в одержуваних результатах, або до надмірно громіздких чисельних моделей. Ще одним суттєвим чинником є недостатньо адекватне моделювання умов контактної сполучення на границях тіл.

© М. М. Ткачук, А. В. Грабовський, М. А. Ткачук, О. В. Хлань, М. С. Саверська, Г. В. Ткачук, 2019

Найчастіше для цього записується, наприклад, умова непроникнення для гладких тіл у лінеаризованому вигляді. Як один із найбільш адекватних варіантів – урахування шорсткості, що моделюється, наприклад, вінклеровим шаром, що дає дещо уточнені, але також лінеаризовані умови контактної взаємодії, які є умовами сумісності переміщень відповідних точок сполучених поверхонь.

У той же час сам поверхневий шар шорсткості володіє в загальному випадку нелінійними властивостями у залежності «тиск – переміщення», і, крім того, в зоні контактної взаємодії може реалізовуватися контакт із мастильними матеріалами або через гідродинамічний шар, сама поверхня деталей може бути піддана хімічній, механічній або температурній обробці, а також здійснене розміщення між тілами пружних прокладок, прошарків, напилень, плівок, ущільнень, що істотно позначається сукупно на фізико-механічних характеристиках контактуючих поверхневих шарів (або проміжних шарів між гладкими тілами). У результаті отримуваних залежностей «локальної» контактної жорсткості (податливості) від тиску, швидкостей, температури, режимів і технологій зміцнення тощо, що базуються на мікромеханічних моделях, стають істотно нелінійними. До теперішнього часу для формування цих залежностей залучаються або дані експериментальних досліджень, або різні спрощені моделі контактної взаємодії мікронерівностей у вигляді стрижнів, напівсфер тощо. У цьому випадку на основі одержуваних даних встановлюються різні моделі локальної податливості, які народжуються мікронерівностями поверхні (або іншими джерелами).

Тут слід виділити, зокрема, роботи І.В. Крагельського, Н.Б. Дьомкіна, Перссона (Persson BNJ), Грінвуда (Greenwood JA) та інших. У той же час до теперішнього часу відсутня єдина завершена теорія мікромеханіки контактної взаємодії, що зумовлено складною формою мікронерівностей, стохастичним розподілом їх на площі контакту, неоднорідністю та анізотропією властивості матеріалу поверхневих шарів деталей тощо. Однак відразу можна відмітити, що вже запропоновані до теперішнього часу нові моделі, які описують зв'язок «нормальні переміщення – контактний тиск», є істотно нелінійними, тобто такими, що не лінеаризуються без втрати фізичної адекватності, математичної коректності та чисельної точності.

Таким чином, у записі умов контактної взаємодії (непроникнення) з'являються нелінійні доданки, зумовлені нелінійністю фізико-механічних характеристик матеріалів шарів шорсткості, що принципово відрізняє їх від традиційних лінеаризованих. У результаті структурна нелінійність задачі доповнюється фізичною, причому друга присутня у співвідношеннях, які відображають суть першої. Для розв'язання таких задач, що містять нелінійні доданки в умовах контактної взаємодії, необхідне розроблення нових методів і підходів. Більш того, потрібна розробка нових шляхів розв'язання обернених задач, тобто геометричного синтезу таких профілів поверхонь взаємодіючих тіл і фізико-механічних властивостей проміжних або поверхневих шарів, які дають можливість управляти (наприклад, мінімізувати) контактним тиском, напруженнями або

іншими характеристиками, що впливають на конструкційну міцність деталей машин. Ці обставини формують актуальну наукову проблему розробки нових методів аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням не тільки структурної, а й додаткової фізичної нелінійності, а також обґрунтування геометричної форми поверхонь і властивостей поверхневих шарів матеріалів контактуючих тіл за критеріями міцності.

Це визначило напрямок досліджень, описаних у роботі.

**Аналіз методів контактної взаємодії.** Аналіз контактної взаємодії є одним із найбільш важливих напрямків у механіці. Це викликано як потребами машинобудування, де потужність у багатьох випадках передається за допомогою механічного контакту деталей, так і багатством математичних постановок контактних задач. Таким чином, сформувався цілий напрямок – механіка контактної взаємодії (або контактна механіка) [1].

Піонерською роботою у механіці контактної взаємодії вважається робота Г. Герца [2]. Аналітичний розв'язок, що був запропонований, із певними змінами, доповненнями та уточненнями дійшов до нашого часу. Дійсно, він має надзвичайну привабливість, адже оперує із обмеженою кількістю параметрів – кривизнами контактуючих тіл у зоні стикування, фізико-механічними властивостями їхніх матеріалів та величиною притискового зусилля. Разом із тим модель Герца має жорсткі обмеження щодо геометричної форми та розмірів тіла у співставленні із розмірами контактної плями. Задача у загальному випадку зводиться до контакту двох параболоїдів, реакція котрих на дію контактних зусиль аналогічна реакції пружних напівпросторів.

Більш широка постановка задач контактної взаємодії та їх виділення у окремий клас сформульована у роботі Сіньоріні [3]. У ній була описана загальна постановка задачі про контакт двох пружних тіл з гладкою границею без урахування тертя – т.з. задача Сіньоріні.

На розв'язання контактних задач у різних постановках були спрямовані зусилля багатьох дослідників: [1–16]. Ними були задіяні та розвинені методи математичної фізики та функціонального аналізу, у т.ч. – асимптотичні методи [14], методи однорідних розв'язків [15], парних рівнянь [16], R-функцій [13] тощо.

Постановки і методи розв'язання контактних задач про кочення із проковзуванням твердих і деформованих тіл за наявності між ними тонкого в'язкопружного шару, що моделює вплив проміжного середовища на характер взаємодії, викладені у [4]. Результати використовуються для аналізу залежності величини сили опору перекочування від властивостей цього шару, а також від коефіцієнта тертя ковзання між шаром і тілом, що котиться по ньому.

Разом із тим бурхливий розвиток останнім часом отримали чисельні методи, пов'язані із дискретизацією тіл методом скінченних (МСЕ) [17] та граничних елементів (МГЕ) [18]. Теоретичною базою цих чисельних методів для контактних задач можуть бути відповідно варіаційні формулювання та граничні інтегральні рів-

няння.

Що стосується варіаційних постановок, то вони, починаючи із роботи [19], отримали суттєвий розвиток на основі теорії варіаційних нерівностей [20-28]. Ця теорія адаптована для глибокого аналізу задач такого типу, оскільки не передбачає ніяких додаткових гіпотез відносно форми та розмірів контактних плям. Сам розподіл контактного тиску, а також форма і розміри контактної плями не задаються, а визначаються, наприклад із умов екстремуму деяких функціоналів. Зокрема, одним із варіантів такого типу постановок є варіаційний принцип Калькера [24]. Він оперує із функціоналом, визначеним на множині невід'ємних розподілів контактного тиску, на якій, власне, і розшукується його мінімум.

Крім того, можливі самі розманітні напрямки розвитку варіаційних постановок [1, 9-31].

Метод граничних елементів як один із варіантів дискретизації граничних інтегральних рівнянь має свої переваги та недоліки. Перші відзначаються тим, що за його допомогою фізична розмірність задачі знижується на одиницю. Тим самим різко зменшується обсяг дискретизованої моделі. З іншого боку, йому властиві й недоліки, пов'язані із труднощами застосування до випадку контакту тіл скінчених розмірів, а також із тим, що у дискретизованій моделі доводиться оперувати не із рідкозаповненою, а із матрицею загального вигляду.

Різноманітні постановки, формулювання та методи й моделі разом із тим не вичерпують усього набору чинників, які потрібно врахувати. Так, у загальній постановці важко об'єднати довільну форму контактуючих тіл, нелінійні властивості поверхневих шарів, шорсткості, прокладок, напильних, плівок тощо. У той же час, як показано, у роботах [32, 33] є певна кореляція між гранично-елементною постановкою контактної задачі та варіаційним формулюванням: за певних умов дискретизовані їх форми співпадають. Це спонукає шукати загальні формулювання, які об'єднують, з одного боку, гранично-інтегральні та варіаційні постановки, а з іншого – різні додаткові чинники. Серед них значну роль відіграють неканонічність форми розподілів зазорів, а також нелінійні властивості приповерхневих, поверхневих або міжповерхневих шарів у системі контактуючих тіл.

На основі розвитку варіаційних формулювань та методу граничних елементів у роботах [30, 31, 34-38] розроблені нові підходи до розв'язання задач контактної взаємодії складнопрофільних тіл. Разом із тим вони потребують експериментального підтвердження.

**Постановка задач та методика досліджень.** Наведений і описаний у роботах [30, 31, 34-38] комплекс чисельних досліджень стосовно реальних машинобудівних виробів вимагає обґрунтування адекватності створених математичних і докладності створених чисельних методів і моделей, точності отриманих із їх застосуванням результатів та достовірності розроблених на цій основі рекомендацій щодо обґрунтування проектних і технологічних параметрів. При цьому важливо виділити 2 аспекти:

- *методологічний*, тобто об'єктивне обґрунту-

вання адекватності розроблених у цих роботах підходів, методів і моделей для аналізу напружено-деформованого стану складнопрофільних тіл з урахуванням контактної взаємодії;

- *практичний*, тобто створення нових виробів з підвищеними технічними та тактико-технічними характеристиками на основі технічних рішень, які одержані із урахуванням властивостей характеристик поверхневих шарів матеріалів і модифікації геометричної форми контактуючих поверхонь в зонах контактної взаємодії.

Для розв'язання цих задач, що виникають, необхідно спиратися на результати експериментальних досліджень. З огляду на масштаб і ресурсомісткість цих досліджень, були залучені результати серії експериментів стосовно аналізу контактної взаємодії кулькового поршня із біговою доріжкою гідропередачі. Це викликано тим, що при створенні нової гідропередачі для перспективних важких бойових машин виникає ряд проблемних ситуацій. Вони зумовлені, з одного боку, обмеженнями на габаритні розміри гідропередачі унаслідок оригінальних компоувальних рішень моторно-трансмісійного відділення вітчизняних танків, а з іншого, – із-за високого рівня потужності, яку необхідно передавати від двигуна до рушія. Відповідно, в зонах контактної взаємодії елементів гідропередачі діють високі контактні навантаження. Саме вони є основним стримуючим чинником при забезпеченні високих технічних характеристик проектованих гідропередач.

Це зумовлює необхідність визначити вплив форми поверхонь контактуючих тіл і властивостей поверхневих шарів на величину і характер розподілів контактного тиску у сполученні найбільш навантаженої пари деталей – кулькового поршня та складнопрофільної бігової доріжки гідропередачі.

Гідропередача ГОП-900, створена в ДП «Харківське конструкторське бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова» [www.morozov.com.ua], є ключовою ланкою при створенні перспективних важких бойових броньованих машин з високим рівнем рухливості, маневреності та керованості (рис. 1), а в табл. 1 наведені її технічні характеристики.

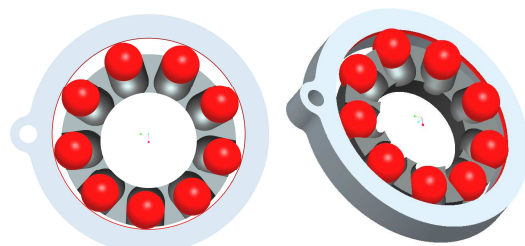


Рисунок 1 – Гідропередача ГОП-900 із кульковими поршнями [www.morozov.com.ua]

Основним найбільш навантаженим і відповідальним елементом гідропередачі є пара «кульковий поршень – бігова доріжка». У зоні їх контактної взаємодії виникає контактний тиск, на який істотний вплив чинять два фактори: форма поверхонь контактуючих тіл і фізико-механічні властивості поверхневих шарів. З огляду на те, що форма і розміри кулькового поршня радіальної гідропередачі визначаються її проектними

характеристики, то варіативність геометричної форми забезпечується тільки формою профілю осьового перерізу бігової доріжки (рис. 2).

Що стосується властивостей поверхневих шарів контактуючих деталей, то вони визначаються механічною обробкою, термообробкою і властивостями матеріалу кулькового поршня та бігової доріжки. При цьому раніше останній чинник не отримував експериментального дослідження свого впливу на контактну взаємодію цих СПТ, а був досліджений у обмеженій постановці без урахування впливу іншого.

Таблиця 1 – Базові параметри елементів ГОП-900

| Позн.  | Параметри  | Значення |
|--|--|----------|
| <i>Геометричні параметри</i>                       |  |          |
| $R_p$  | радіус поршня, м                                     | 0.03175  |
| $R_{sp}$   | радіус кругової траєкторії центра поршня, м          | 0.128    |
| $R_{st}$   | радіус статорного кільця, м                          | 0.15975  |
| $R_{rot}$  | радіус корпусу ротора, м                             | 0.145    |
| $\delta$   | максимальний ексцентриситет, м                       | 0.012    |
| <i>Пружні константи матеріалу поршня і статора</i> |  |          |
| $E$  | модуль пружності, ГПа                                | 200      |
| $\nu$  | коефіцієнт Пуассона                                  | 0.3      |
| <i>Параметри навантаженості передачі</i>           |  |          |
| $P$  | притискне зусилля у спряженні поршня зі статором, кН | 15 ÷ 120 |

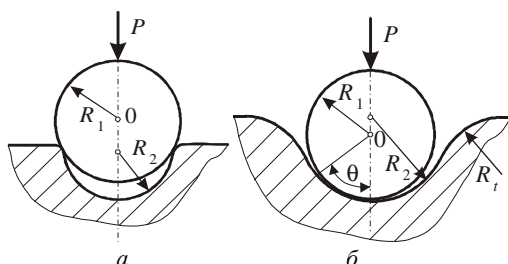


Рисунок 2 – Характер профілю бігової доріжки початкового контакту з кульковим поршнем при значеннях радіуса її центральної частини: а – менших радіуса поршня, б – більших радіуса поршня

З огляду на перелічені обставини, з досліджуваного об'єкта був вицлений базовий елемент – кульковий поршень і фрагмент бігової доріжки. Цей фрагмент матеріалізований у вигляді фізичного макету (рис. 3). У зборі об'єкт досліджень наведений на рис. 4. Кульковий поршень був узятий оригінальним (із дослідного зразка ГОП-900), а фрагмент бігової доріжки виготовлений з блоку плексигласу. З точки зору варіативності форми у блоці плексигласу виконані вирізи різного профілю (рис. 5).



Рисунок 3 – Фізичний макет об'єкта у розборі



Рисунок 4 – Об'єкт досліджень у зборі

Для реалізації ж варіативності фізико-механічних

характеристик поверхневих шарів між контактуючими тілами розміщувався багатошаровий набір з гумової смуги. Властивості і товщина цієї смуги відповідають наведеним у роботі [39] (рис. 6), однак максимальну кількість шарів збільшено з трьох до п'яти. Це відчутно розширило діапазон варіювання фізико-механічних властивостей модельованого таким чином проміжного шару. Таким чином, потрібне проведення додаткових експериментальних досліджень у лабораторних умовах.



Рисунок 5 – Профілі бігової доріжки

Для реалізації навантаження досліджуваного об'єкта був зібраний спеціальний стенд (рис. 7). Він складається з основи 1, на якій змонтована збірка універсально-збірного пристосування 2. Вона призначена для розміщення і базування блоку плексигласу 3 з фігурними вирізами. Кульковий поршень 4 розміщується у відповідному фігурному вирізі та навантажується за допомогою гвинта 5, вмонтованого в силову рамку 6.

Як реєструюча апаратура застосовувалися: прилад тензометричний набору ІСД-3, приєднаний до тензодатчиків типу КФ-5 на силовому гвинті (на рис. 7 – № 5) (рис. 8); чутлива до контактного тиску плівка фірми Фуїї, яка розміщена між притискуваною кулею та профільним вирізом у блоці (рис. 9).

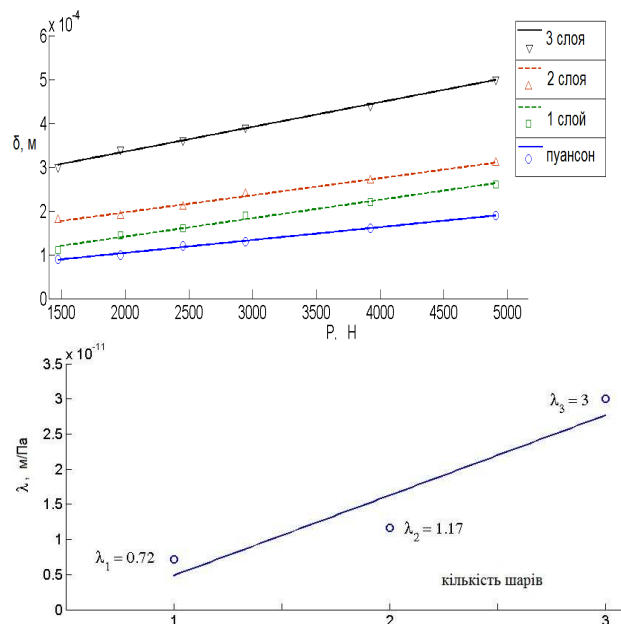


Рисунок 6 – Фізико-механічні властивості гумової смуги при дії притискного зусилля [39]:

а – залежність переміщень пуансона при варіюванні прикладеним навантаженням для різної кількості шарів гуми; б – крива для варіювання податливості гуми, використаної для проведення експериментів

Цим забезпечується вимірювання притискного зусилля кулі  $P$  і контактного тиску  $p$  між цією кулею та профільним вирізом у блоці плексигласу. Система



«гвинт – тензодатчики – ІСД-3» протарована за допомогою динамометра зразкового стиснення ДОСМ-3.

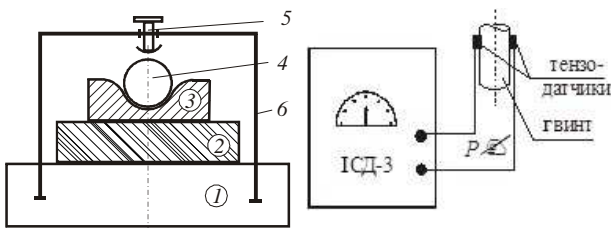


Рисунок 7 – Схема спеціального стенда

Рисунок 8 – Схема вимірювання притискного зусилля

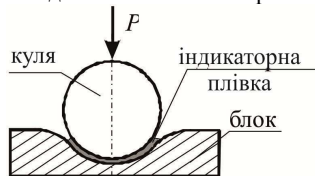
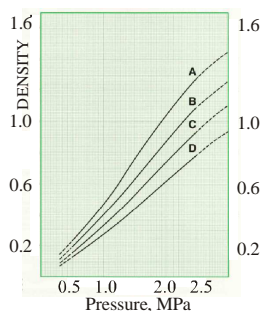
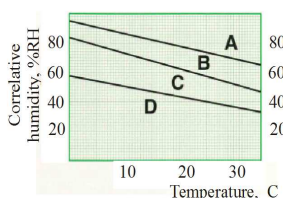


Рисунок 9 – Схема вимірювання розподілу контактної тиску

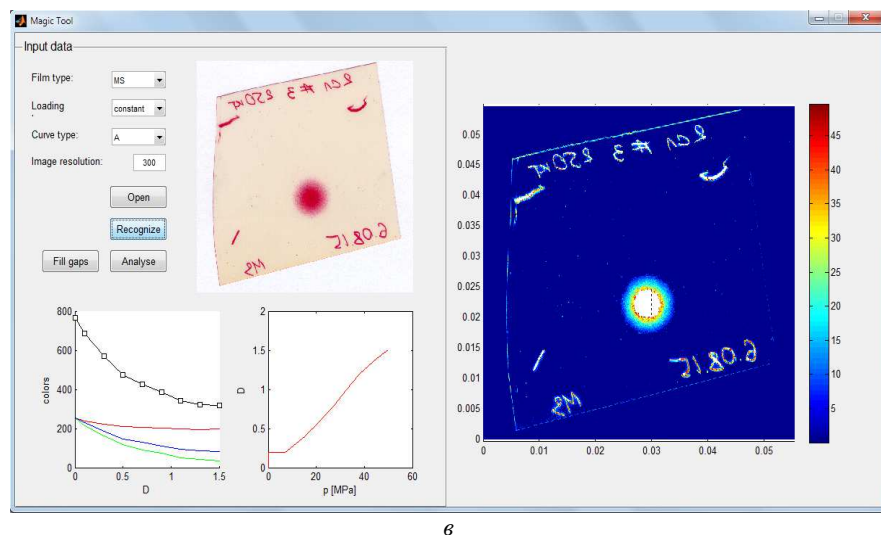
Чутлива до тиску плівка різних типів працює у рі-



а



б



в

Рисунок 10 – Програма розшифровки картини розподілу контактної тиску: а – криві залежності «тиск – інтенсивність кольору відбитка» для плівки LLW, б – залежність кривих від умов проведення вимірювань, в – робоче вікно програми Pressure Mapping Tool (PMT)

У ході досліджень варіювався діаметр профілю бігової доріжки і податливість проміжного шару між нею та кульковим поршнем. У табл. 2 зібрані варіанти характеристик досліджуваної збірки.

Таблиця 2 – Варіанти поєднання характеристик досліджуваного макета складання «кульковий поршень – проміжний шар – бігова доріжка гідропередачі»

| № п/п | № експ. | Радіус профіля бігової доріжки, мм | Кількість шарів гумової полоси | Типи плівки     |
|-------|---------|------------------------------------|--------------------------------|-----------------|
| 1     | 8       | 62                                 | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 2     | 9       |                                    | 1                              |                 |
| 3     | 10      |                                    | 4                              | «М», «Н»        |
| 4     | 0       | 68,5                               | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 5     | 4       |                                    | 1                              |                 |
| 6     | 6       |                                    | 4                              |                 |
| 7     | 12      | 73                                 | 0                              | «М», «Н» і «НМ» |
| 8     | 14      |                                    | 2                              |                 |

зних діапазонах чутливості. Використовувані у роботі типи плівок із зазначенням діапазону вимірюваних тисків, МПа: *складені* – Ultra Super Low Pressure (LLLW), діапазон вимірюваного тиску – 0,2–0,6 МПа; Super Low Pressure (LLW), 0,5–2,5 МПа; Low Pressure (LW), 2,5–10 МПа; Medium Pressure (MW), 10–50 МПа; *одинарні* – Medium Pressure (MS), 10–50 МПа; High Pressure (HS), 50–130; Super High Pressure (HHS), 130–300 МПа. Кожен забезпечений калібрувальною таблицею кольорів, що ставить у відповідність інтенсивності контактної відбитки відповідний контактний тиск. Крім того, для розшифровки картини розподілу контактної тиску була залучена розроблена раніше [33] і вдосконалена (для проведення поточних випробувань) програма Pressure Mapping Tool (PMT) (рис. 10). Зокрема, вона доповнена можливостями визначення площі контакту, дво- та одновимірних розподілів тиску (вздовж площадок та ліній), а також можливістю роботи не з одним, а з декількома пакетами плівок, зібраними в єдиний фіксуєуючий шар.

Крім того, у деяких випадках здійснювалися вимірювання з п'ятьма шарами з гумової смуги. Навантаження здійснювалося або за допомогою ударника, або на стенді (див. рис. 7). Вимірювання проводилися по 3÷5 разів із застосуванням як вимірювача або чутливої плівки MS, або HS, або їх набору. Відповідно, наведені у табл. 2 варіанти забезпечуються індексами «М», «Н» і «НМ».

**Результати досліджень.** На рис. 11 представлені стенд і робочі моменти випробувань, на рис. 12–19 та у табл. 3 наведені результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 2) для плівок «Н», «М» і «НМ» відповідно. На рис. 18 і у табл. 4 наведені результати окремої серії експериментів для радіусу профіля бігової доріжки 68,5 мм, у яких притискання здійснювалося поступово за допомогою гвинтового важеля. Отримані контактні відбитки були проаналізовані із більш



точно обчисленими значеннями притискної сили, площі контакту та максимального контактного тиску, які наведені в табл. 5.

Як видно з представлених картин розподілів контактних майданчиків і тиску, спостерігається повна якісна і задовільна кількісна відповідність отриманих експериментально (див. табл. 3) і чисельно [30–38] даних. Зокрема, простежується (для випадку, див.

рис. 2, а) відповідно, варіанти 0/62, 9/62, 4/68,5 і 6/68,5 (див. табл. 3), гантелевидний вигляд контактних майданчиків і розподілів контактного тиску. Також при цьому простежується згладжувальний ефект від наявності пружного проміжного шару: зі зростанням кількості шарів контактна площадка збільшується, максимальний контактний тиск зменшується, а їх розподіл набуває більш рівномірного характеру.

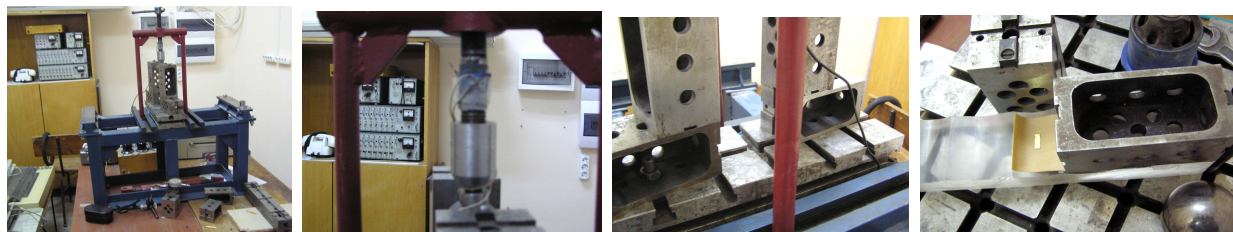
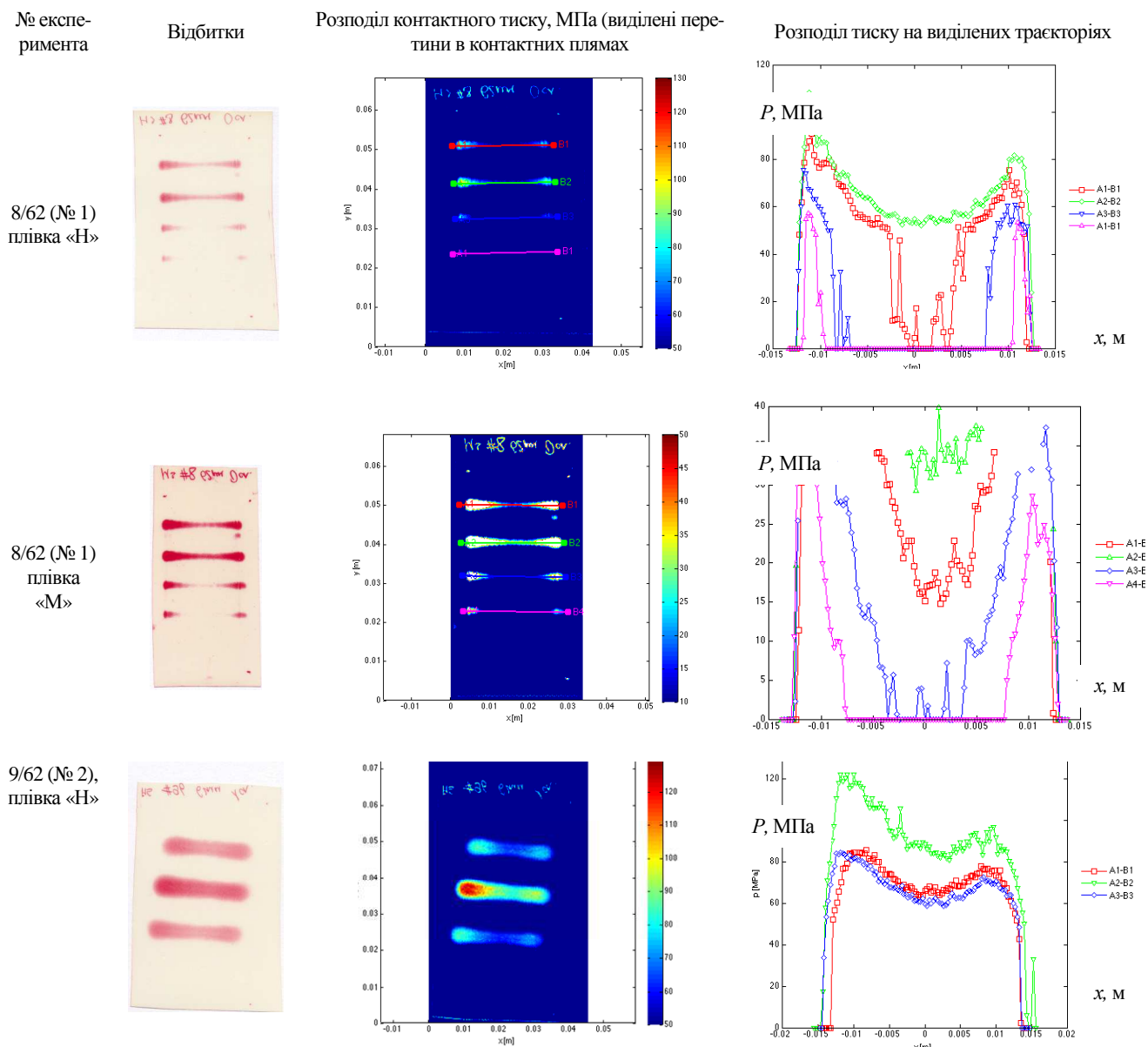


Рисунок 11 – Стенд і робочі моменти випробувань контактної взаємодії кульового поршня з макетом бігової доріжки гідропередачи ГОП-900

Таблиця 3 – Результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 2) для плівок «Н» і «М»

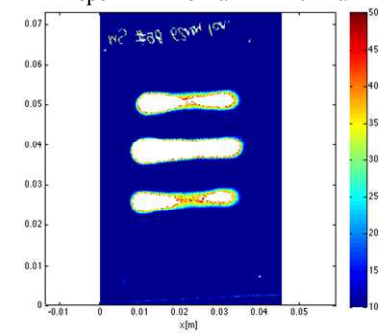


№ експе-  
римента  
9/62  
(№ 2)  
плівка  
«М»

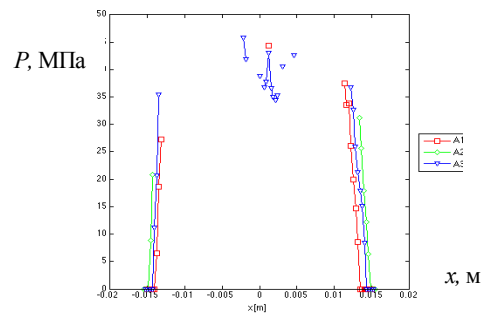


Відбитки

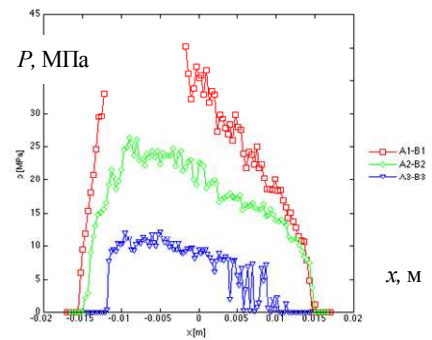
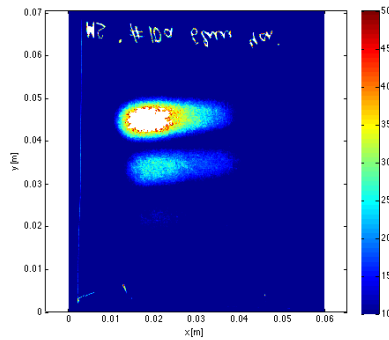
Розподіл контактного тиску, МПа (виділені перетини в контактних плямах)



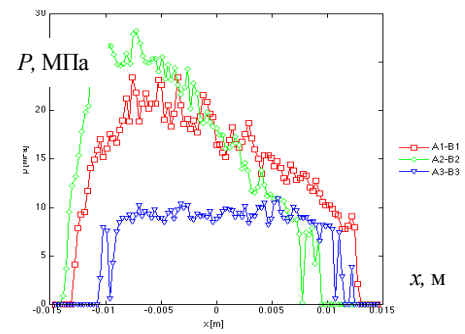
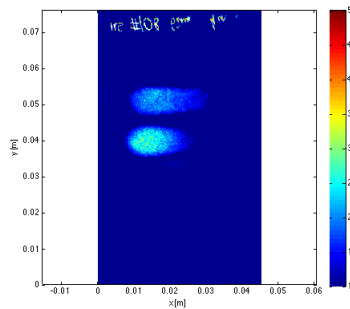
Розподіл тиску на виділених траекторіях



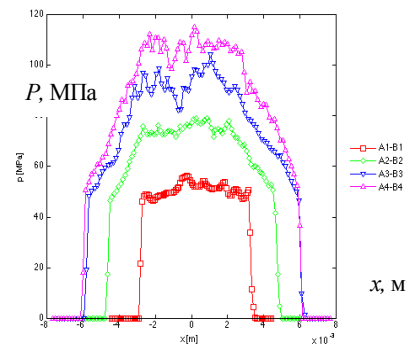
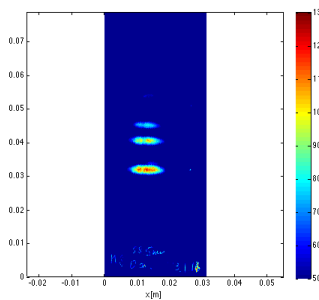
10/62  
(№ 3)  
плівка «Н»



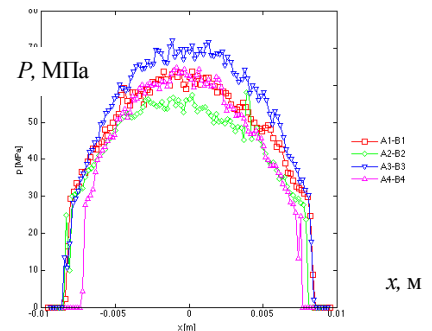
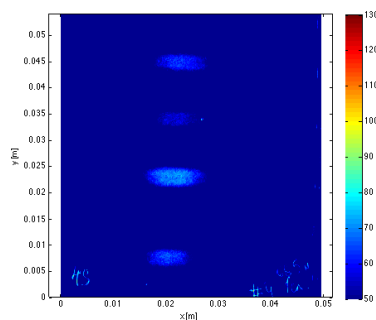
10/62  
(№ 3)  
плівка  
«М»



0/68,5  
(№ 4)  
плівка «Н»



4/68,5  
(№ 5)  
плівка «Н»



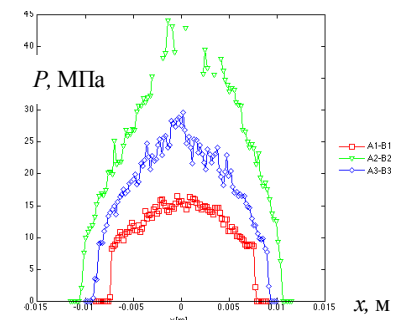
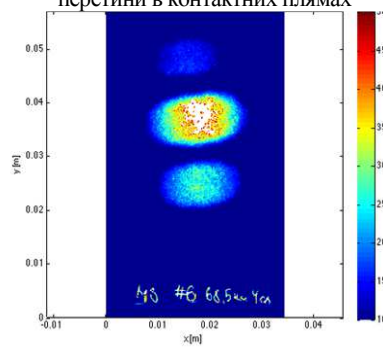
№ експе-  
римента

Відбитки

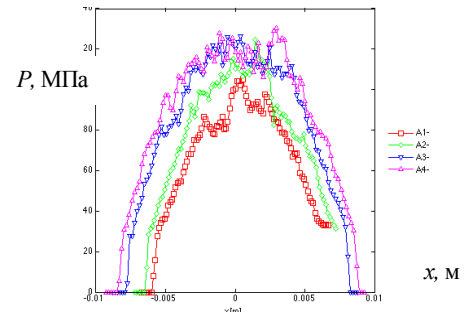
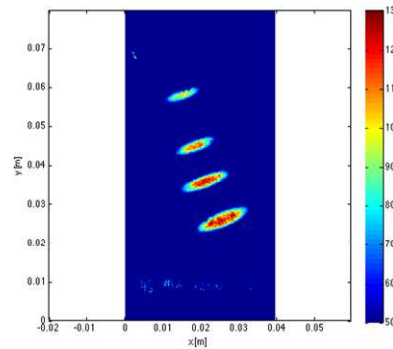
Розподіл контактного тиску, МПа (виділені  
перетини в контактних плямах

Розподіл тиску на виділених траєкторіях

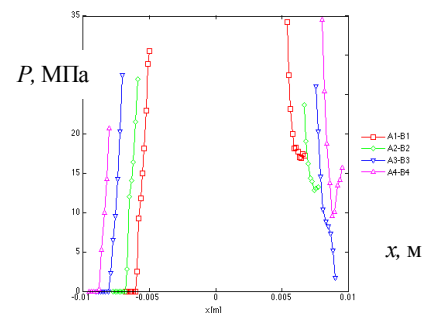
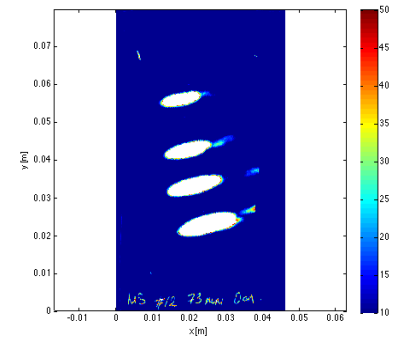
6/68,5  
(№ 6)  
(див. табл.  
2), плівка  
«М»



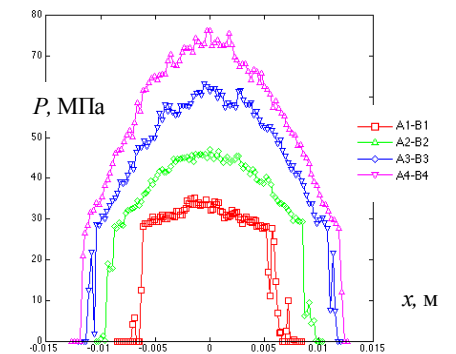
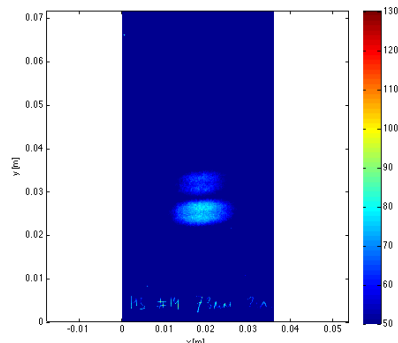
12/73  
(№ 7)  
плівка  
«Н»:



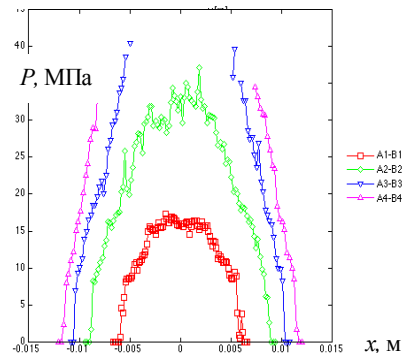
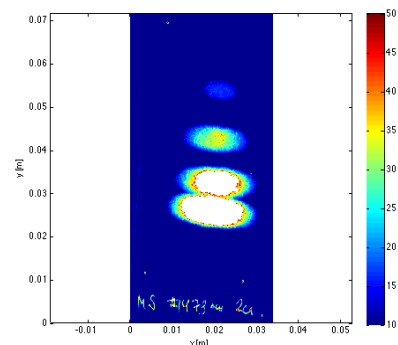
12/73  
(№ 7)  
плівка  
«М»:



14/73  
(№ 8)  
плівка  
«Н»:



Експери-  
мент 14/73  
(№ 8)  
плівка  
«М»:



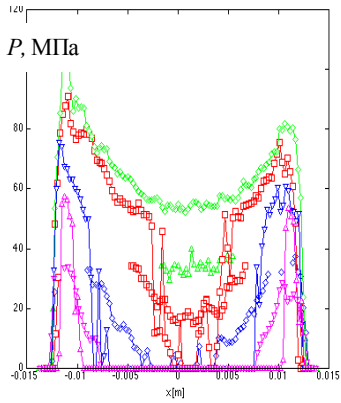


Рисунок 12 – Експеримент 8/62 (№ 1) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

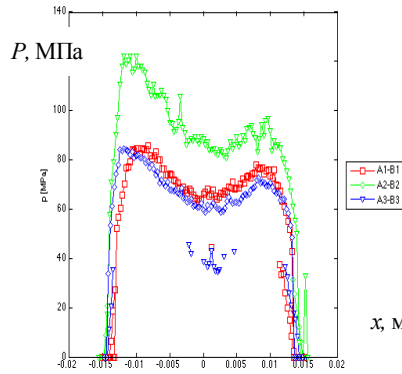


Рисунок 13 – Експеримент 9/62 (№ 2) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

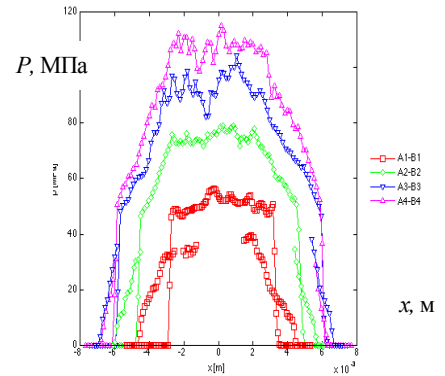


Рисунок 14 – Експеримент 0/68,5 (№ 4) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

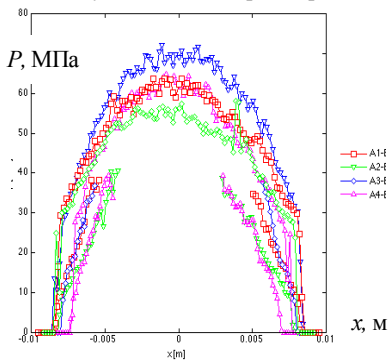


Рисунок 15 – Експеримент 4/68,5 (№ 5) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

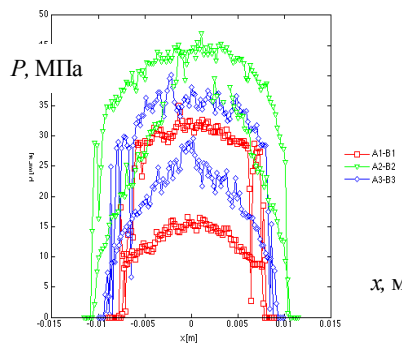


Рисунок 16 – Експеримент 6/68,5 (№ 6) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

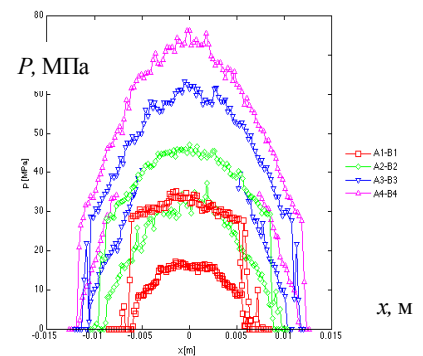
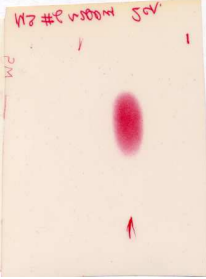
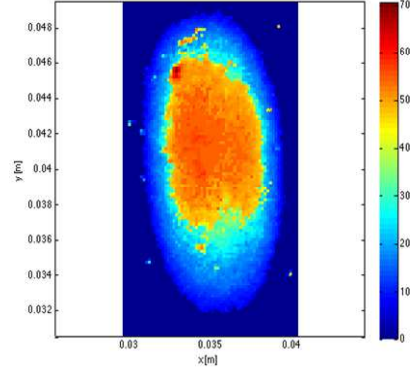
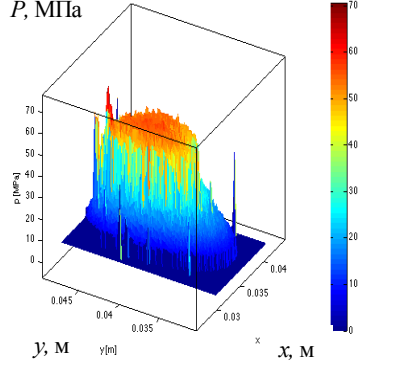

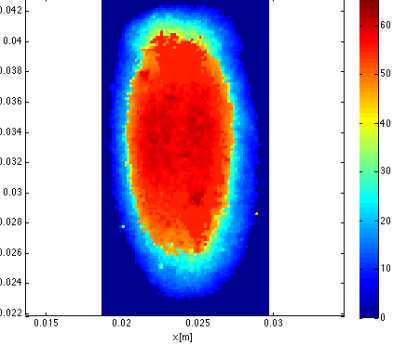
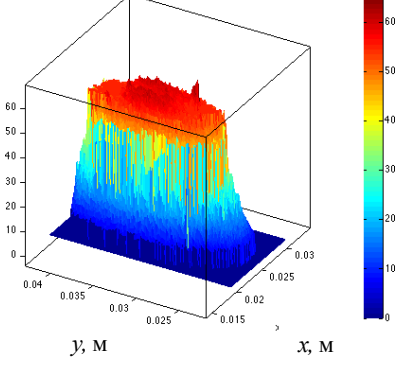

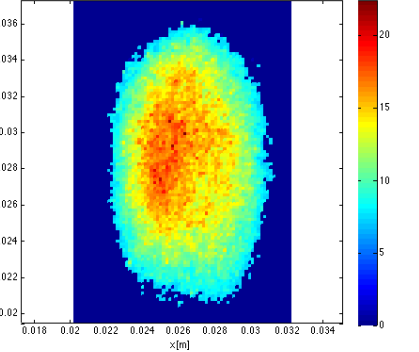
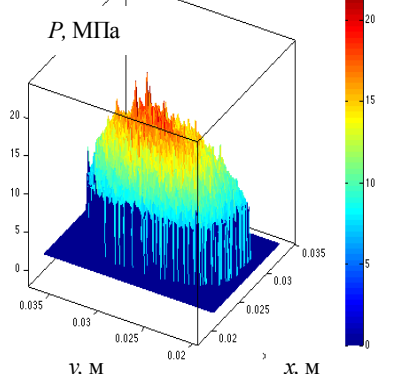

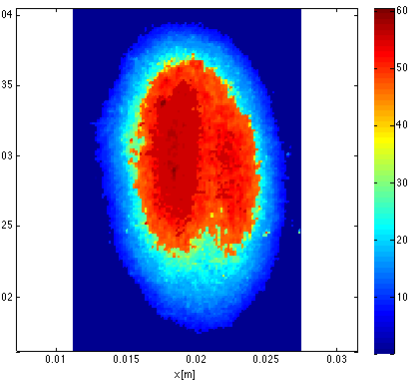
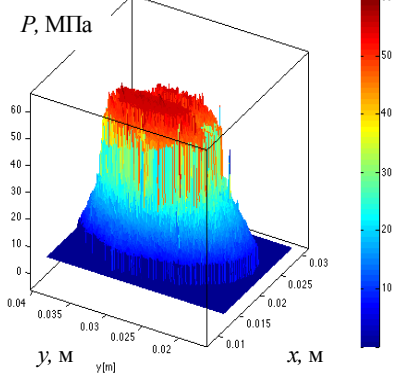


Рисунок 17 – Експеримент 14/73 (№ 8) (див. табл. 2), плівка «НМ»: розподіл тиску на виділених траєкторіях

Таблиця 4 – Результати експериментів при варіюванні радіусів профіля бігової дорожки та кількості шарів гумової смуги (див. табл. 5) для плівок «Н», «М»

| № експеримента               | Відбитки | Розподіл контактної тиску, МПа | Розподіл контактної тиску (ізометрія) |
|------------------------------|----------|--------------------------------|---------------------------------------|
| 4 (№ 1)<br>плівки «Н» і «М»: |          |                                |                                       |
| 5 (№ 2)<br>плівки «Н» і «М»: |          |                                |                                       |

| № експе-<br>римента  | Відбитки  | Розподіл контактного тиску, МПа   | Розподіл контактного тиску (ізометрія)  |
|--|---|---|---|
| 6 (№ 3)<br>(див. табл.<br>3), плівки<br>«Н» і «М»            |    |    |    |
| 7 (№ 4)<br>(див. табл.<br>3), плівки<br>«Н» і<br>«М»:        |   |   |   |
| 8 (№ 5)<br>(см. табл.<br>3), плівка<br>«М»:                  |  |  |  |
| 9 (№ 6)<br>(див. табл.<br>7.4.3),<br>плівки<br>«Н» і<br>«М»: |  |  |  |



Таблиця 5 – Значення притискової сили ( $P$ ), площі контакту ( $A$ ) та максимального контактної тиску ( $p_{\max}$ ), отримані у серії експериментів для радіусу профілю бігової доріжки 68,5 мм

| № п/п | nr | Число шарів | Плівки | $P$ , Н | $A$ , мм <sup>2</sup> | $P_{\max}$ , МПа | № п/п | nr | Число шарів | Плівки | $P$ , Н | $A$ , мм <sup>2</sup> | $P_{\max}$ , МПа |
|-------|----|-------------|--------|---------|-----------------------|------------------|-------|----|-------------|--------|---------|-----------------------|------------------|
| 1     | 4  | 1           | HS+MS  | 4202,27 | 88,2                  | 83,44            | 4     | 7  | 2           | HS+MS  | 5730,74 | 158,22                | 65,56            |
| 2     | 5  | 1           | HS+MS  | 3235,89 | 80,97                 | 68,47            | 5     | 8  | 4           | MS     | 1300,5  | 108,73                | 22,375           |
| 3     | 6  | 2           | HS+MS  | 3657,25 | 119,37                | 57,65            | 6     | 9  | 4           | HS+MS  | 6983,37 | 230,14                | 60,47            |

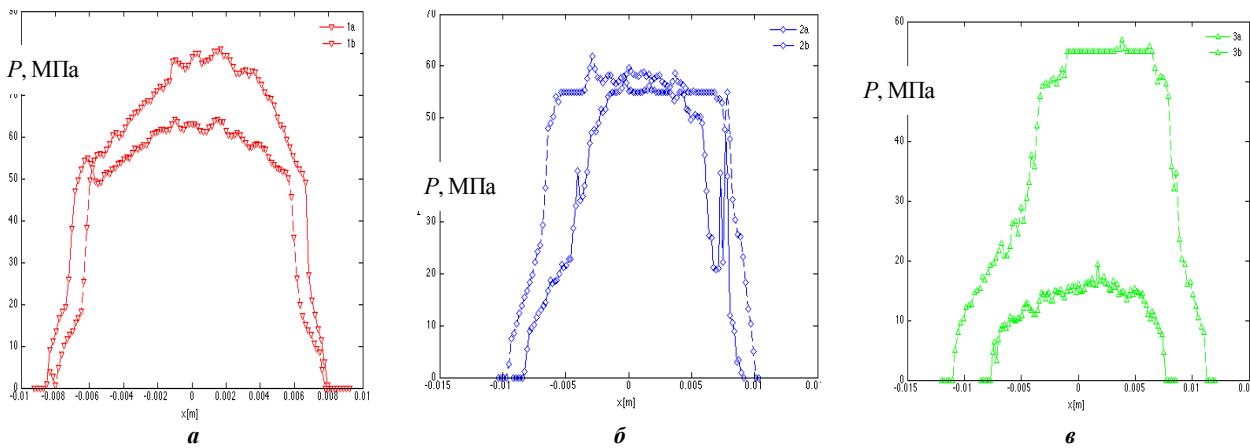


Рисунок 18 – Осьові розподіли контактної тиску, МПа (див. табл. 5) для експериментів: а – 4 та 5; б – 6 та 7; в – 8 та 9

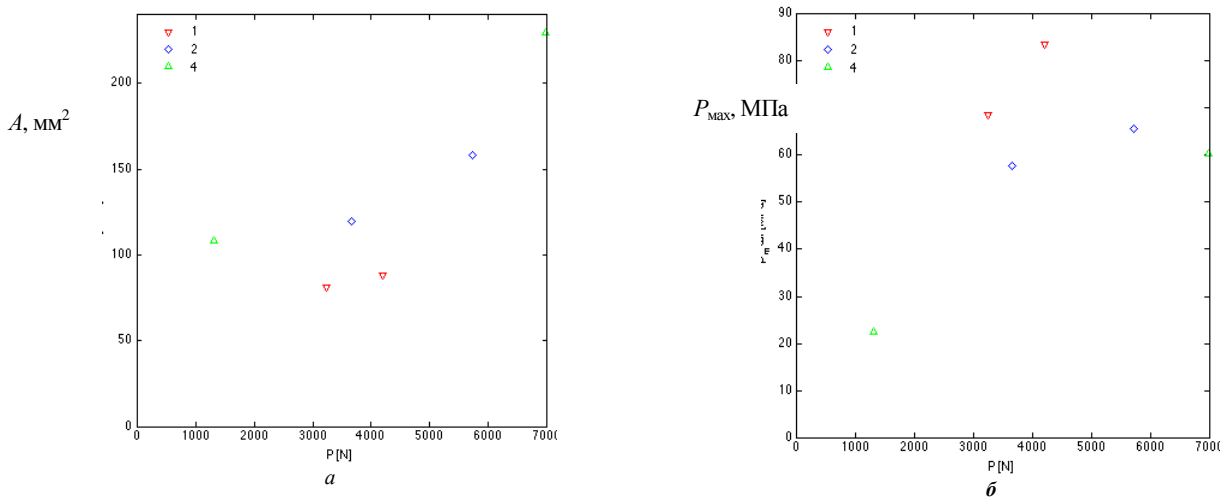


Рисунок 19 – Залежність площі контакту (а) та максимальних значень контактної тиску (б) від притискової сили в експериментах 4–9 з різною кількістю шарів (1, 2 та 4)

Такий же згладжувальний ефект спостерігається і для інших випадків. Крім того, встановлена істотно нелінійна залежність між притисковою силою, з одного боку, і площею контакту та тиском, – з іншого (рис. 19). Так, для випадку з одним проміжним шаром при збільшенні притискової сили з 3,24 кН до 4,2 кН (тобто на третину) контактна площадка зростає лише на 10%, а максимальний контактний тиск – менше, ніж на 25%. Для варіанту двох проміжних шарів зростання сили з 3,66 кН до 5,73 кН (тобто майже на 60%) призводить до зростання контактних майданчиків лише на третину, а тиску – менш ніж на 15%.

Таким чином, отримано підтвердження адекватності розробленої математичної та точності чисельних моделей, а також точності і достовірності одержаних

результатів розв'язання тестових і прикладних задач, а також обґрунтованості розроблених на їх основі рекомендацій.

**Висновки.** У роботі здійснено дослідження контактної тиску в зоні сполучення тіл, що відрізняється від традиційних урахуванням властивостей нелінійно деформованого поверхневого шару. Цим доповнюється ступінь достовірності одержаних чисельним шляхом результатів. При цьому дослідження контактної взаємодії кулькового поршня радіальної гідрооб'ємної передачі із її статорним кільцем (із біговою доріжкою складного поперечного профілю) однозначно свідчить про справедливості чисельно визначених тенденцій зміни картини розподілу контактної тиску при варіюванні форми



бігової доріжки та властивостей проміжного шару. При цьому прослідковується збіжність як форми областей контакту та розподілів контактної тиску, так і характеру їх збурення при зміні тих чи інших чинників. При зміні радіуса поперечного перерізу бігової доріжки від значення, меншого за радіус поршня, до більшого, відбувається поступовий перехід від двох краплеподібних контактних плям до однієї гантелеподібної, а надалі – до еліпсоїдної. Контактний тиск при цьому змінює свій розподіл, знижуючи максимум на периферії та поступово змінюючи розташування максимуму на центральне. Також при цьому у геометричному центрі можливого контакту спочатку (зі зростанням критичної сили) контактний тиск нульовий, потім зростає, набуваючи локального мінімуму, а врешті – глобального максимуму (за певних параметрів геометричної форми та рівня навантаження).

#### Список літератури

- Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1987. 464 p.
- Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. *J. Reine Angew. Math.* 1881. Vol. 92. P. 156–171.
- Signorini A. Sopra alcune questioni di elastostatica // *Atti della Societa Italiana per il Progresso delle Scienze*. 1933. P. 513–533.
- Горячева И. Г. Контакт упругих тел в условиях трения качения при наличии промежуточного слоя // *Вестник Ростовского государственного университета путей сообщения*. Ростов-на-Дону, Ростовский государственный университет путей сообщения, 2016. № 4 (64). С. 24–28.
- Панасюк В.В., Теплий М.Й. *Деякі контактні задачі теорії пружності*. Київ: Наукова думка, 1975. 196 с.
- Подгорный А.Н., Гонтаровский П.П., Киркач Б.Н. *Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций* / ред. В.Л. Рвачев. Киев: Наукова думка, 1989. 229 с.
- Развитие теории контактных задач в СССР* / Под ред. Л. А. Галина. Москва: Наука, 1976. 493 с.
- Штаерман И.Я. *Контактная задача теории упругости*. Москва, Ленинград: Гостех-издат, 1949. 272 с.
- Gladwell G.M.L. *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Alphen an den Rijn: Sijthog and Noordhoff. 1980. 717 p.
- Угрімов С., Шупіков О. Динамічна контактна задача для двох смуг // *Машинознавство*. 2003. № 4. С. 13–17.
- Пожарский Д. А. Пространственные контактные задачи для упругих тел сложной геометрии // *Механика контактных взаимодействий*. Москва: Физматлит, 2001. С. 181–198.
- Гузь А.Н., Зозуля В.В. Упругие динамические одностронние контактные задачи для тел с трещинами // *Прикладная механика*. 2002. №8. С. 3–45.
- Рвачев В.Л., Проценко В.С. *Контактные задачи теории упругости для неклассических областей*. Киев: Наукова думка, 1977. 235 с.
- Александров В.М. Асимптотические методы в контактных задачах теории упругости // *Прикладная математика и механика*. 1968. Т. 32, вып. 4. С. 672–683.
- Стеклов В.А. О равновесии упругих тел вращения // *Сообщения Харьк. мат. об-ва. Сер. 2*. 1982. Т. 3. №4–5. С. 172–251.
- Уфлянд Я.С. *Метод парных уравнений в задачах математической физики*. Ленинград: Наука, 1977. 220 с.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
- Крауч С., Старфилд А. *Методы граничных элементов в механике твердого тела*. Москва: Мир, 1987. 328 с.
- Signorini A. Questioni di elasticitanon linearizzata o semilinearizzata e semilinearizzata // *Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni*. 1959. Т. 18. № 1–2. P. 95–139.
- Дюво Г., Лионс Ж.–Л. *Неравенства в механике и физике*. Москва: Наука, 1980. 383 с.
- Kikuchi N., Oden J.T. Contact Problems in Elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods // *SIAM Studies in Applied and Numerical Mathematics*, Philadelphia. 1986. Vol. 8. P. 156–161.
- Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно– и нелинейно–упругих тел конечных размеров // *Прикладная математика и механика*. 1977. Том 41. С. 329–337.
- Львов Г.И. Вариационная постановка контактной задачи для линейно упругих и физически нелинейных пологих оболочек // *Прикладная математика и механика*. 1982. Т. 46, вып. 5. С. 841–846.
- Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977. Vol. 20. 199–221.
- Wriggers P. *Computational Contact Mechanics* / P. Wriggers.– Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. – 518 p.
- Simo J.C., Wriggers P., Taylor R.L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985. Vol. 50. P. 163–180.
- Wohlmuth B.I. A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 2000. Vol. 38. P. 989–1012.
- Fischer K.A., Wriggers P. Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006. P. 641–656.
- Аргатов И.И., Дмитриев Н.Н. *Основы теории упругого дискретного контакта*. Санкт-Петербург: Политехника, 2003. 233 с.
- Ткачук М. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker's Variational Principle // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 3/7(93). P. 34–41.
- Ткачук М.М., Скрипченко Н., Ткачук М.А., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. No 5/7(95). P. 22–31.
- Скрипченко Н.Б. *Контактное взаимодействие сложнопрофильных деталей машиностроительных конструкций с учетом локальной податливости поверхностного слоя*: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – Динаміка та міцність машин. Харьков, 2016. 20 с.
- Ткачук М.М. *Аналіз контактної взаємодії складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій з кінематично спряженими поверхнями*. Дис. кандидата технічних наук: 05.02.09. Харків, 2011. 203 с.
- Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А., Мухин Д.С. Аналіз контактної взаємодії гладких і шероховатих тел методом граничних елементів // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2013. № 41. С. 133–142.
- Ткачук Н.Н., Мовшович І.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. Аналіз контактної взаємодії гладких і шероховатих тел методом граничних елементів: моделі і розв'язуючі співвідношення. 1. Постановка задачі. 2. Кінематична модель контакту гладких тел // *Кузнечно-штамповочне виробництво. Обробка матеріалів тиском*. Москва, ООО «Тисо Принт». 2014. № 3. С. 3–10.
- Ткачук Н.Н., Мовшович І.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. Аналіз контактної взаємодії гладких і шероховатих тел методом граничних елементів: моделі і розв'язуючі співвідношення. 3. Прямий і варіаційний методи рішення задачі негерцевського нормального контакту гладких тел. 4. Модель контакту шероховатих тел // *Кузнечно-штамповочне виробництво. Обробка матеріалів тиском*. Москва, ООО «Тисо Принт». 2014. № 4. С. 3–8.
- Ткачук Н.Н., Скрипченко Н.Б., Ткачук Н.А. Контакт складнопрофільних тел: зв'язана задача аналізу напружено-деформованного стану і геометричного синтезу // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2014. №14 (1057). С. 155–169.
- Ткачук Н.Н., Львов Г.И., Грабовский А.В., Скрипченко Н.Б. Контактное взаимодействие элементов машин с нелинейно упругим промежуточным слоем // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Харків, НТУ «ХПІ». 2018. № 33 (1309). С. 43–63.
- Dal H., Kaliske M. A micro-continuum-mechanical material model for failure of rubberlike materials: Application to ageing-induced fracturing. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009. No. 57(8). P. 1340–1356.

#### References (transliterated)

- Johnson, K. L. *Contact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University

- Press, 1987. 464 p.
2. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper // *J. Reine Angew. Math.* 1881, vol. 92, pp. 156–171.
  3. Signorini A. Sopra alcune questioni di elastostatica // *Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze.* 1933, pp. 513–533.
  4. Goryacheva I. G. Kontakt uprugih tel v usloviyah treniya kacheniya pri nalichii promezhutochnogo sloya [Contact of elastic bodies under rolling friction in the presence of an intermediate layer] *Vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta putey soobscheniya. Rostov-na-Donu*, Rostovskiy gosudarstvennyy universitet putey soobscheniya, 2016, no. 4 (64), pp. 24–28.
  5. Panasyuk V.V., Teplyy M.Y. *Deyaki kontaktni zadachi teorii pruzhnosti* [Some contact problems of elasticity theory]. Kyiv: Naukova dumka, 1975. 196 p.
  6. Podgomyiy A.N., Gontarovskiy P.P., Kirkach B.N. *Zadachi kontaktynogo vzaimodeystviya elementov konstruktivnykh* [Tasks of contact interaction of structural elements] / red. V.L. Rvachev. Kiev: Naukova dumka, 1989. 229 p.
  7. *Razvitiye teorii kontaktynih zadach v SSSR* [Development of the theory of contact problems in the USSR] / Pod red. L. A. Galina. Moskva: Nauka, 1976. 493 p.
  8. Shtaerman I.Ya. *Kontaktynaya zadacha teorii uprugosti*. [The contact problem of the theory of elasticity]. Moskva, Leningrad: Gostehizdat, 1949. 272 p.
  9. Gladwell G.M.L. *Contact problems in the classical theory of elasticity*. Alphen an den Rijn: Sijthog and Noordhoff. 1980. 717 p.
  10. Ugrimov S., Shupikov O. Dy`namichna kontaktna zadacha dlya dvox smug [The dynamic contact problem for two bands] // *Mashynoznavstvo*. 2003, no. 4, pp. 13–17.
  11. Pozharskiy D. A. Prostranstvennyye kontaktnyye zadachi dlya uprugih tel slozhnoy geometrii [Spatial contact problems for elastic bodies of complex geometry] // *Mekhanika kontaktynih vzaimodeystviy*. Moskva: Fizmatlit, 2001. P. 181–198.
  12. Guz A.N., Zozulya V.V. Uprugie dinamicheskie odносторонnie kontaktnyye zadachi dlya tel s treschinami [Elastic dynamic one-sided contact problems for bodies with cracks] *Prikladnaya mehanika*. 2002, no. 8, pp. 3–45.
  13. Rvachev V.L., Protsenko B.C. *Kontaktynyye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastey* [Contact problems of elasticity theory for nonclassical domains]. Kiev: Naukova dumka, 1977. 235 p.
  14. Aleksandrov V.M. Asimptoticheskie metody v kontaktnykh zadachah teorii uprugosti [Asymptotic methods in contact problems of elasticity theory] *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1968. T. 32, issue 4, pp. 672–683.
  15. Steklov V.A. O ravnesovii uprugih tel vrascheniya // *Soobscheniya Hark. mat. ob-va*. Ser. 2. 1982, T. 3, no. 4–5, pp. 172–251.
  16. Uflyand Ya.S. Metod pamyih uravneniy v zadachah matematicheskoy fiziki. Leningrad: Nauka, 1977. 220 p.
  17. Zienkiewicz, O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. *The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals*. 7th ed. Oxford: Butterworth-Heinemann. 2013. 756 p.
  18. Krauch S., Starfild A. *Metody granichnykh elementov v mehanike tverdogo tela*. Moscow: Mir, 1987. 328 p.
  19. Signorini A. Questioni di elasticitanon linearizzata o semilinearizzata e semilinearizzata // *Rendiconti di Matematica e delle sue Applicazioni*. 1959, T. 18, no. 1–2, pp. 95–139.
  20. Dyuvo G., Lions Zh.-L. *Neravenstva v mehanike i fizike*. Moskva: Nauka, 1980. 383 p.
  21. Kikuchi N., Oden J.T. Contact Problems in Elasticity: A study of variational inequalities and finite element methods // *SIAM Studies in Applied and Numerical Mathematics*, Philadelphia. 1986, vol. 8, pp. 156–161.
  22. Kravchuk A.S. K zadache Gertsya dlya lineynoy– i nelineynoy–uprugih tel konechnykh razmerov. *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1977, T. 41, pp. 329–337.
  23. Lvov G.I. Variatsionnaya postanovka kontaktnoy zadachi dlya lineynoy uprugih i fizicheskoy nelineynoykh pologih obolochek // *Prikladnaya matematika i mehanika*. 1982, T. 46, vol. 5, pp. 841–846.
  24. Kalker J.J. Variational principles of contact elastostatics. *J. Inst. Math. and Appl.* 1977, vol. 20, pp. 199–221.
  25. Wriggers P. *Computational Contact Mechanics*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2006. 518 p.
  26. Simo J.C., Wriggers P., Taylor R.L. A perturbed Lagrangian formulation for the finite element solution of contact problems // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985, vol. 50, pp. 163–180.
  27. Wohlmuth B.I. A mortar finite element method using dual spaces for the lagrange multiplier // *SIAM Journal of Numerical Analysis*. 2000, vol. 38, pp. 989–1012.
  28. Fischer K.A., Wriggers P. Mortar based frictional contact formulation for higher order interpolations using the moving friction cone // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2006, pp. 641–656.
  29. Argatov I.I., Dmitriev N.N. *Osnovnyy teorii uprugogo diskretnogo kontakta*. Sankt-Peterburg: Politehnika, 2003. 233 p.
  30. Tkachuk M. A Numerical Method for Axisymmetric Adhesive Contact Based on Kalker’s Variational Principle // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 3/7(93), pp. 34–41.
  31. Tkachuk M.M., Skripchenko N., Tkachuk M.A., Grabovskiy A. Numerical Methods for Contact Analysis of Complex-Shaped Bodies with Account for Non-Linear Interface Layers. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018, no. 5/7(95), pp. 22–31.
  32. Skripchenko N.B. *Kontaktnoye vzaimodeystviye slozhnoprofilnykh detaley mashinostroitelnykh konstruktivnykh s uchedom lokalnoy podatlivosti poverhnostnogo sloya: avtoref. dis. na zdobutyya nauk. stupeniya kand. tehn. nauk: spets. 05.02.09*. Dinamika ta mitsnist mashin . Kharkov, 2016. 20 p.
  33. Tkachuk M.M. *Analiz kontaktnoyi vzyayemodiyi skladnoprofilny`x elementiv mashynobudivny`x konstrukcij z kinematy`chno spryazheny`my` poverxnyamy`*. Dy`s. kandydata texnichny`x nauk: 05.02.09. Xarkiv, 2011. 203 p.
  34. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A., Muhin D.S. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2013, no. 41, pp. 133–142.
  35. Tkachuk N.N., Movshovich I.Ya., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov: modeli i razreshayuschie sootnosheniya. 1. Postanovka zadachi. 2. Kinematicheskaya model kontakta gladkih tel. *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. Moskva, OOO «Tiso Print». 2014, no. 3, pp. 3–10.
  36. Litvinenko A.V. Analiz kontaktnogo vzaimodeystviya gladkih i sherohovatyih tel metodom granichnykh elementov: modeli i razreshayuschie sootnosheniya. 3. Pryamoy i variatsionnyy metody resheniya zadachi negertsevskogo normalnogo kontakta gladkih tel. 4. Model kontakta sherohovatyih tel // *Kuznechno-shtampovochnoye proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem*. Moskva, OOO «Tiso Print». 2014, no. 4, pp. 3–8.
  37. Tkachuk N.N., Skripchenko N.B., Tkachuk N.A. Kontakt slozhnoprofilnykh tel: svyazannaya zadacha analiza napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i geometricheskogo sinteza. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2014, no. 14 (1057), pp. 155–169.
  38. Tkachuk N.N., Lvov G.I., Grabovskiy A.V., Skripchenko N.B. Kontaktnoye vzaimodeystviye elementov mashin s nelineynoy uprugim promezhutochnym sloem. *Visnik NTU «KhPI»*. Kharkiv, NTU «KhPI». 2018, no. 33 (1309), pp. 43–63.
  39. Dal H., Kaliske M. A micro-continuum-mechanical material model for failure of rubberlike materials: Application to ageing-induced fracturing. // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2009, no. 57(8), pp. 1340–1356.

Поступила (received) 09.12..2018

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Ткачук Микола Миколайович (Ткачук Николай Николаевич, Tkachuk Mykola)** – кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Інформаційні технології і системи колісних та гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4753-4267>, тел.: (057)7076902, e-mail: m.tkachuk@tmm-sapir.org.

**Грабовський Андрій Володимирович (Grabovskiy Andrey Vladimirovich, Grabovskiy Andrey)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший науковий співробітник кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6116-0572>; e-mail: [andrej8383@gmail.com](mailto:andrej8383@gmail.com).

**Ткачук Микола Анатолійович (Tkachuk Nikolai Anatolyevich, Tkachuk Mykola)** – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідуючий кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4174-8213>; e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org).

**Хлань Олександр Володимирович (Khlan Oleksandr Vladimirovich, Khlan Oleksandr)** – генеральний директор ДП «Завод ім. В.О. Малишева», м. Харків, Україна; тел. (057) 7076902, e-mail: [tma@tmm-sapr.org](mailto:tma@tmm-sapr.org)

**Саверська Марія Сергіївна (Saverska Mariia Sergeevna, Saverska Mariia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9271-9586>; e-mail: [m.saverska@tmm-sapr.org](mailto:m.saverska@tmm-sapr.org).

**Ткачук Ганна Володимирівна (Tkachuk Anna Vladimirovna, Tkachuk Ganna)** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», кафедра «Інформаційні технології та системи колісних і гусеничних машин ім. О. О. Морозова», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0435-1847>. e-mail: [TkachuckAV@tmm-sapr.org](mailto:TkachuckAV@tmm-sapr.org)

**О.В. УСТИНЕНКО, Р.В. ПРОТАСОВ, К.О. МЕРЕЦЬКА, А.М. КОБА**

### **ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ КОНСТРУКЦІЇ СОНЯЧНОГО КОЛЕКТОРА ПРИ ДІЇ ЗОВНІШНІХ ФАКТОРІВ**

В ході роботи були досліджені напружено-деформований стан та власні коливання сонячного колектора. Проаналізовані найпоширеніші види сонячних колекторів та їх актуальність на теперішній час. Приведений опис та аналіз застосованих програмних продуктів з метою виявлення їх відповідності для виконання даної роботи. Побудовано просторову модель дискового сонячного колектору, на основі якої був проведений аналіз конструкції. У результаті отримані величини переміщень, напружень та власних коливань конструкції для різних кутів нахилу до горизонту. Виявлені слабкі місця конструкції для подальшої модернізації. Запропоновані шляхи усунення виявлених конструктивних недоліків.

**Ключові слова:** метод скінченних елементів, напружено-деформований стан, системи автоматизованого проектування, сонячний колектор, власні коливання.

**А.В. УСТИНЕНКО, Р.В. ПРОТАСОВ, К.А. МЕРЕЦКАЯ, А.М. КОБА**

### **ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАБОТОСПОСОБНОСТИ КОНСТРУКЦИИ СОЛНЕЧНОГО КОЛЛЕКТОРА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ**

В ходе работы были исследованы напряженно-деформированное состояние и собственные колебания солнечного коллектора. Проанализированы самые распространенные виды солнечных коллекторов и их актуальность в настоящее время. Приведено описание и анализ примененных программных продуктов с целью выявления их соответствия для выполнения данной работы. Построена пространственная модель дискового солнечного коллектора, на основе которой был проведен анализ конструкции. В результате получены величины перемещений, напряжений и собственных колебаний конструкции для различных углов наклона к горизонту. Выявлены слабые места конструкции для дальнейшей модернизации. Предложены пути устранения выявленных конструктивных недостатков.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, системы автоматизированного проектирования, солнечный коллектор, собственные колебания

**A. USTYNENKO, R. PROTASOV, K. MERETSKA, A. KOBA**

### **EFFICIENCY PARAMETER ESTIMATION OF SOLAR COLLECTOR DESIGN UNDER ACTION OF EXTERNAL FACTORS**

The stress-strain state and natural vibrations of the solar collector were investigated in this work. The most common types of solar collectors and their relevance are analyzed at present. The resulted description and analysis of applied software products are given for the purpose of revealing their conformity to perform this work. The spatial model of the disk solar collector was constructed, on the basis of which the analysis of the design was carried out. As a result, the values of displacements, tensions and internal fluctuations of the design for different angles of inclination to the horizon are obtained. The design weaknesses for further modernization are revealed. The ways of elimination of identified structural defects are proposed

**Keywords:** finite element method, stress-strain state, CAD-systems, solar collector, natural vibrations

**Вступ.** Більшість енергетичних ресурсів нашої планети є обмеженими. Більш того, багато з них вже досягли своєї межі. Ось чому все більшої популярності набувають альтернативні джерела енергії, лідируючу позицію серед яких впевнено займає сонце. Завдяки йому ми щомігті отримуємо понад 85 трильйонів кВт, причому безкоштовно.

Енергія сонця є одним із найбільш доступних і перспективних поновлюваних джерел енергії. Зростання інтересу до використання саме цього виду енергії обумовлений, з одного боку, постійним зростанням цін на органічне паливо, зокрема, на природний газ і нафту, з іншого – постійно набирає вагомості рух за охорону навколишнього середовища. Важливим фактором є і свого роду мода у світі на використання поновлюваних джерел енергії, яка, як можна констатувати, дійшла і до України.

Сонячний водонагрівач – різновид сонячного колектору. Призначений для виробництва гарячої води шляхом поглинання сонячного випромінювання, перетворення його в тепло, акумуляції та передачі споживачеві. Ці нові конструкції потребують дослідження напружено-деформованого стану (НДС) і власних коливань.

Означені аспекти стали змістом цієї роботи.

**Аналіз конструкцій та методів досліджень.** Задіявши сонячну енергію для нагрівання води, в 1767 р. швейцарський ботанік Орас Бенедикт де Сосюр створив перший сонячний водонагрівач, який за своєю потужністю давав можливість приготувати суп.

Сонячний колектор (СК) – пристрій для збору теплової енергії Сонця (геліоустановка) [1], яку переносять видимим світлом і ближнім інфрачервоним випромінюванням. На відміну від сонячних батарей, які виробляють безпосередньо електрику, сонячний колектор здійснює нагрівання матеріалу-теплоносія.

Сучасний тип водонагрівачів був створений у 1953 р. в Ізраїлі інженером Леви-Іссар і вдосконалений доктором Цві-Тавор у 1955 р., за що останній отримав через 3 роки премію у 1000 ізраїльських лір від прем'єр-міністра країни Давида Бен-Гуріона.

На поточний момент сонячні колектори використовуються для гарячого водопостачання в основному приватних житлових будинків. Експлуатація побутового сонячного водонагрівача дає можливість скоротити викиди CO<sub>2</sub> пропорційно кількості зекономленого палива [1]. Крім того, у цьому випадку скорочується парниковий ефект від викидів вуглекислого газу. Загальноприйнятій у розвинених країнах потенціал використання сонячних колекторів становить 1 м<sup>2</sup> на людину. Сонячне гаряче водопостачання у світі розвивається дуже інтенсивними темпами. Такі країни, як Греція та Ізраїль, давно досягли цього рівня. Це не дивно, тому що в умовах жаркого сонячного клімату енергія сонця може покривати до 100 % витрат на приготування гарячої води. Що ж стосується обсягів впровадження, тут безумовним лідером є Китай. У 2007 р. в Китаї сонячними водонагрівачами користувалися близько 40 млн. сімей

© О.В. Устиненко, Р.В. Протасов, К.О. Мерецька, А.М. Коба, 2019

загальною чисельністю у 150 млн. чоловік. До 2020 р. 300 млн. м<sup>2</sup> приміщень у Китаї буде обладнано сонячними водонагрівачами. У Європі лідерами із впровадження сонячних колекторів є Німеччина, Швеція, Австрія, Швейцарія. За своїми кліматичними умовами Україна належить до територій із середньою інтенсивністю сонячної радіації.

Для проведення дослідження сонячних колекторів використовувалися такі програмні продукти як SolidWorks та SiemensFemap. SolidWorks – програмний комплекс САПР для автоматизації робіт промислового підприємства на етапах конструкторської та технологічної підготовки виробництва [2]. Забезпечує розробку виробів будь-якого ступеня складності і призначення. Працює в середовищі Microsoft Windows. Розроблено компанією SolidWorks Corporation, створеної з нуля Джоном Хірштіком.

Femap є всесвітньо відомим і визнаним у багатьох областях промисловості інструментом для проведення ефективного скінченно-елементного (СЕ) моделювання з широкими можливостями. Використання Femap with NX Nastran, а також додаткових модулів і розв'язувачів дає можливість істотно знизити кількість натурних випробувань виробів і замінити їх віртуальними чисельними експериментами [3].

Для розв'язання завдань механіки деформованого твердого тіла, механіки рідин і газів, механіки теплопереносу у Femap як базовий використовується метод скінченних елементів (МСЕ). Застосування МСЕ вимагає створення математичної та дискретної (скінченно-елементної) моделі. Femap надає необхідний набір інструментів для побудови СЕ сіток на основі вихідної геометрії, прямого створення і редагування розрахункової сітки, роботи з геометричними даними, створення розрахункової моделі, обробки і аналізу отриманих результатів. Велике значення має якість СЕ моделі (сітки). Якщо сітка буде низької якості (великі елементи), то можна не отримати збіжності або вірний результат при розв'язанні. Але при цьому висока ступінь дискретизації моделі повинна бути виправдана метою.

**Мета та постановка завдання.** Метою роботи є дослідження працездатності сонячного колектору під дією зовнішніх факторів для подальшого удосконалення конструкції за рахунок її зміцнення або зменшення собівартості.

**Матеріали досліджень.** Усі сонячні колектори умовно ділять на плоскі (плоскопанельні) та вакуумні. Крім того, є ще такі типи сонячних колекторів: сонячні колектори-концентратори, сонячні башти, параболічні концентратори. Проте для домашніх умов вони не підходять через високу вартість [4]. Діскові сонячні колектори, або, як їх ще називають, сонячні тарілки Стірлінга, зазвичай представляють собою дзеркальну структуру висотою 38 або 40 футів, яка виглядає як великий блискучий супутниковий ресивер. Дісковий сонячний колектор – на рис. 1.

Блюдо фокусує сонячні промені на двигуні Стірлінга, нагріваючи водневий газ, і підвищений тиск в нагрітому циліндрі натискає на силовий поршень. Рух поршня повертає колінчастий вал, який здійснює роботу. У

конструкції двигуна використовуються матеріали з низькими коефіцієнтами тертя, а деякі конструкції повністю виключають ковзання шляхом використанням діафрагм замість поршнів [5].

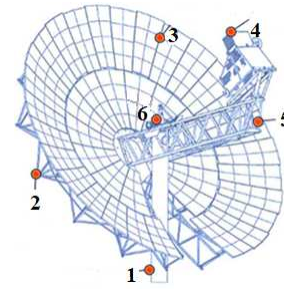


Рисунок 1 – Дісковий сонячний колектор:  
1 – опора; 2 – передня структура підтримки дзеркал;  
3 – дзеркальні ферми; 4 – двигун Стірлінга;  
5 – сталеві конструкції для підтримки двигуна Стірлінга;  
6 – пристрій відстеження Сонця

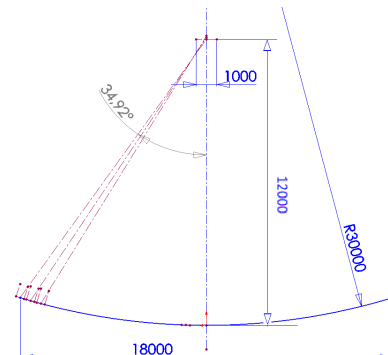


Рисунок 2 – Початкова геометрія дзеркала

У цій роботі було побудоване дзеркало та поперечна ферма, яка спирається на опору. Як геометричні вихідні дані для побудови дзеркала були використані наступні параметри: потужність двигуна Стірлінга становить 28 кВт; ККД двигуна Стірлінга – 35 %; відстань від дзеркала до теплоприймача двигуна – не більше 12 м. З огляду на ці дані було побудовано дзеркало з діаметром 18 м та кривизною 30 м (рис. 2).

Для можливості зміни кута нахилу дзеркала відносно горизонту та зменшення навантаження на опору колектора силову структуру дзеркала закріплено близько до його геометричного центру. Для розрахунку використовували вуглецеву сталь марки Ст.3.

**Розрахунок напружено-деформованого стану.** Напружено-деформований стан (НДС) конструкції – сукупність внутрішніх напружень і деформацій, що виникають при дії на неї зовнішніх навантажень, температурних полів та інших факторів. НДС визначається розрахунковими і експериментальними методами у вигляді розподілу напружень, деформацій і переміщень в конструкції і є підставою для оцінки статичної міцності та ресурсу конструкції на всіх етапах життєвого циклу різноманітних виробів. При розрахунках НДС певним чином ідеалізується розрахункова схема. Розрізняють загальний і місцевий напружено-деформований стан: загальний визначається в силових елементах конструкції без урахування концентрації напружень, викли-



каних місцевими конструктивно-технологічними особливостями, а місцевий – поблизу концентратора напружень із урахуванням виду концентратора і прикладеного навантаження. При розрахунковому методі дослідження місцевого НДС вид навантаження може бути визначений з попереднього розрахунку загального НДС. Місцевий напружено-деформований стан – розподіл напружень у перетині отвору. У разі лінійної пружності матеріалу і малості переміщень (при лінійному НДС) розрахунок конструкції можна здійснювати на поодинокі випадки навантаження. Результати розрахунку НДС повинні підтверджуватися експериментально.

Сукупність напружень повністю характеризує напружений стан частинки тіла. Цю сукупність записують в вигляді тензора напружень.

Тензор напружень (тензор напружень Коші) – тензор другого рангу, який складається з дев'яти величин, які є механічними напруженнями у довільній точці навантаженого тіла. Ці дев'ять величин записуються у вигляді таблиці, в якій на головній діагоналі стоять нормальні напруження у трьох взаємно перпендикулярних осях, а у рештах позицій – дотичні напруження, які діють на трьох взаємно перпендикулярних площинах.

Компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}$  у декартовій системі координат  $Ox_i$  вводять наступним чином. Розглядають нескінченно малий об'єм тіла (суцільного середовища) у вигляді прямокутного паралелепіпеда, грані якого ортогональні координатним осям і мають площу  $dS_i$ . На кожній грані  $dS_i$  паралелепіпеда діють поверхневі сили  $dF_i$ . Якщо позначити проекції цих сил на осі  $Ox_j$  як  $dF_{ij}$ , то компонентами тензора напружень називають відношення проекцій сили до величини площі грані, на якій діє ця сила:  $\sigma_{ij} = dF_{ij} / dS_i$ .

За відсутності власного моменту імпульсу суцільного середовища, а також об'ємних і поверхневих пар тензор напружень симетричний (так званий закон парності дотичних напружень), що є наслідком рівняння балансу моменту імпульсу.

Зокрема, тензор напружень симетричний у класичній теорії пружності та гідродинаміці ідеальної та лінійно-в'язкої рідин.

Основні види напружено-деформованого стану: розтягнення, стиск та плоский чистий зсув. При розтягненні і стисковій осьової деформації визначається законом Гука:  $\epsilon_z = \sigma_z / E$ , де  $E$  – модуль пружності першого роду або модуль Юнга, а  $\epsilon_z$ ,  $\sigma_z$  – деформації та напруження уздовж осі  $z$ .

При розтягненні і стисненні поперечні деформації визначаються законом Пуассона:  $\epsilon_z = \epsilon_y = -\mu \epsilon_x$ , де  $\mu$  – коефіцієнт Пуассона (величина відношення відносного поперечного стиску до відносного повздовжнього розтягнення). Цей коефіцієнт залежить не від розмірів тіла, а від природи матеріалу, з якого виготовлене тіло.

Результати розрахунку напружено-деформованого стану за методом скінченних елементів в різному положенні відносно горизонту проілюстровані на рис. 3–10 та наведені в табл. 1.

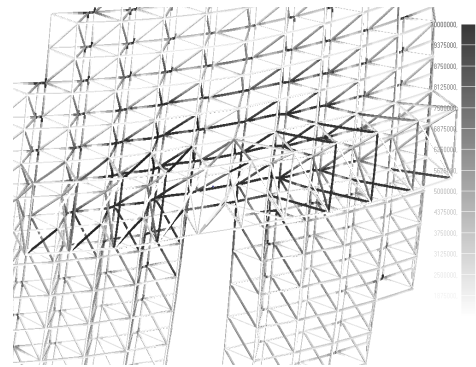


Рисунок 3 – Напруження у сонячному колекторі, розташованому горизонтально

Таблиця 1 – Результати НДС

| Кут нахилу, ° | Напруження, МПа | Переміщення, мм |
|---------------|-----------------|-----------------|
| 45            | 119             | 12,9            |
| 90            | 66              | 5,6             |
| 0             | 113             | 12,9            |

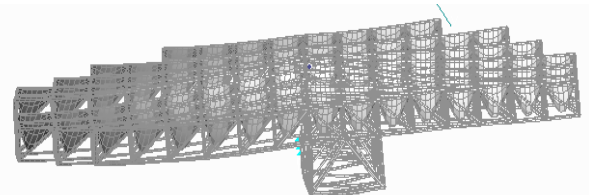


Рисунок 4 – Переміщення у сонячному колекторі, розташованому горизонтально

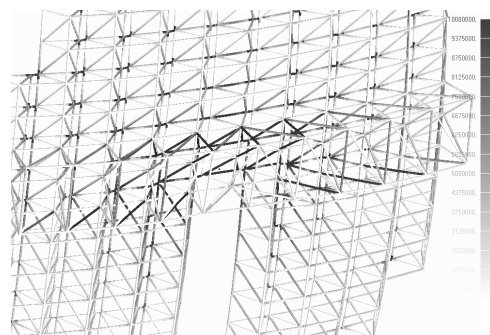


Рисунок 5 – Напруження у сонячному колекторі, розташованому під кутом

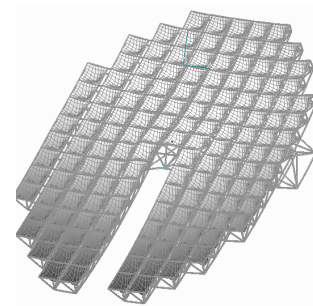


Рисунок 6 – Переміщення у сонячному колекторі, розташованому під кутом



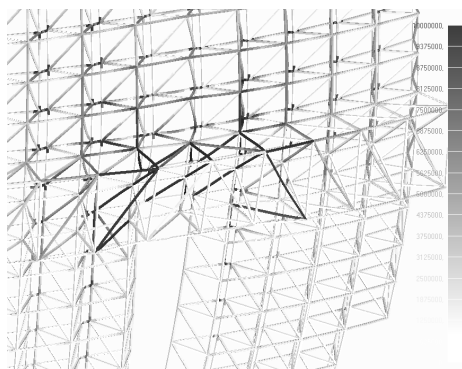


Рисунок 7 – Напруження у сонячному колекторі, розташованому вертикально

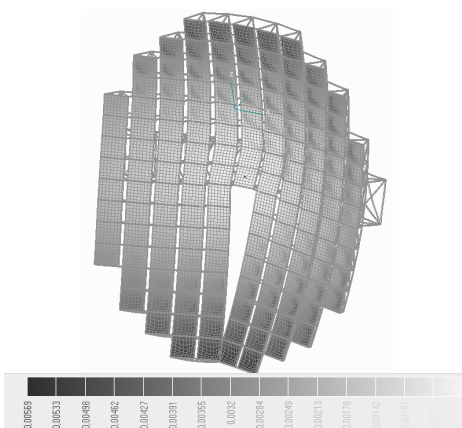


Рисунок 8 – Переміщення у сонячному колекторі, розташованому вертикально

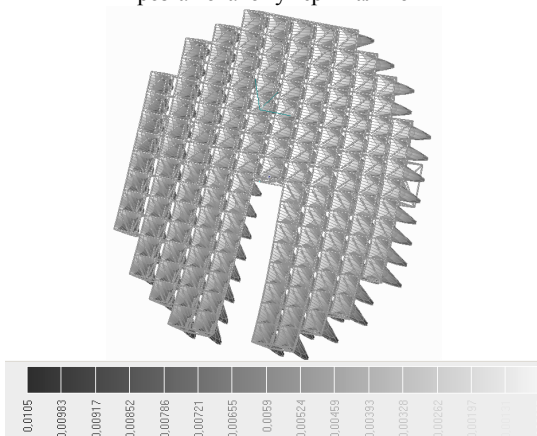


Рисунок 9 – Переміщення від дії сили вітру з товщиною дзеркала 2мм

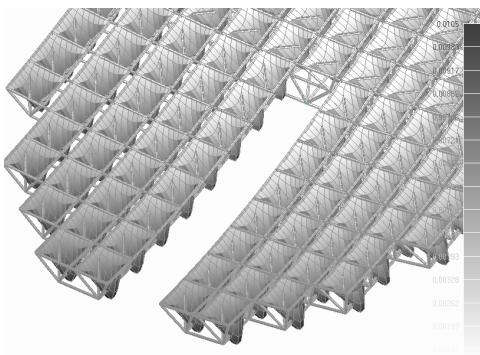


Рисунок 10 – Переміщення від дії сили вітру з товщиною дзеркала 2 мм

**Розрахунок власних частот.** Власними (вільними) коливаннями називаються коливання, які відбуваються в системі за відсутності змінних зовнішніх впливів і виникають внаслідок початкового відхилення одного з параметрів системи від стану рівноваги. У реальних макроскопічних системах через втрату енергії вільні коливання завжди затухають.

При малих відхиленнях від стану рівноваги рух системи задовольняє принципу суперпозиції, згідно з яким сума двох довільних рухів також становить допустимий рух системи; такі рухи описуються лінійними (зокрема, диференціальними) рівняннями. Якщо система ще й консервативна (в ній немає втрат або припливу енергії ззовні), а її параметри не змінюються в часі, то будь-яке власне коливання може бути однозначно представлено як сума нормальних коливань, синусоїдально змінюваних у часі з певними власними частотами. Якщо положення системи у будь-який час може бути описано єдиним параметром, то система має одну ступінь вільності.

Приклади таких систем: маятник, що коливається в заданій площині; маса, пов'язана з пружиною, LC-ланцюжок (рис. 11). Дійсно, положення маятника може бути визначено кутом відхилення нитки маятника від вертикалі  $\varphi$ . Для LC-ланцюжка таким параметром може служити величина заряду на ємності. Маятник, здатний коливатися у будь-якому напрямку подібно гирі, підвішеній на нитці, має два ступені вільності; потрібні дві координати, щоб задати його положення. Маятник у стінному годиннику закріплений так, що може гойдатися тільки в певній площині і тому має одну ступінь вільності.

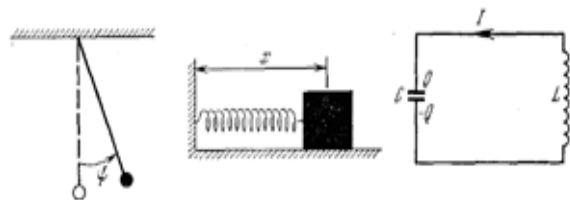


Рисунок 11 – Системи з одним ступенем свободи (вільності)

У природі існує безліч цікавих систем, що мають два ступені свободи. Найбільш красиві – приклади молекул і елементарних частинок (особливо нейтральних  $K$ -мезонів). Більш простими прикладами є подвійний маятник (один маятник підвішений до опори, а другий – до гирі першого маятника); два маятника, пов'язані пружиною; горизонтальна нитка з двома кульками; два пов'язані LC-ланцюги (рис. 12). Щоб описати стан таких систем, потрібні дві змінні. Наприклад, в разі сферичного маятника ці змінні – це положення маятника у двох взаємно перпендикулярних напрямках. У разі пов'язаних маятників ці змінні відповідають положенням кожного маятника; для двох пов'язаних LC-ланцюгів – це заряди на двох ємностях або струми в обох ланцюгах.

У загальному випадку рух системи з двома ступенями вільності може мати дуже складний вигляд, не схожий на простий гармонійний рух.

Для двох ступенів вільності і при лінійних рівнян-

нях руху найбільш загальний рух є суперпозицією двох незалежних простих гармонійних рухів, що відбуваються одночасно. Ці два простих гармонійних рухи називаються нормальними або власними коливаннями, або гармоніками, а також нормальними модами коливань або просто модами.

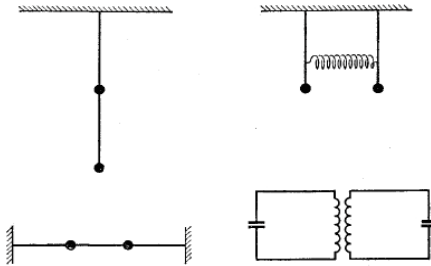


Рисунок 12 – Системи з двома ступенями свободи

У коливальних системах із зосередженими параметрами, що складаються з  $n$  зв'язаних осциляторів (наприклад ланцюжок із коливальних електричних контурів або із зв'язаних пружними пружинками кульок), існує  $n$  частот з  $n$  зв'язаних та  $n$  нормальних мод. У системах із розподіленими параметрами (струна, мембрана, полий або відкритий резонатор) таких коливань існує безліч. Наприклад, для струни із закріпленими кінцями довжиною  $L$  моди відрізняються числом напівхвиль, які можна укласти на всій довжині струни. Якщо швидкість поширення хвиль уздовж струни дорівнює  $v$ , то спектр власних частот визначиться формулою [6]:  $\omega_n = k_n \cdot v = n(\pi v / L)$ .

Наявність дисперсії хвиль ( $v = v(\omega)$ ) спотворює цей простий квазидистантний розподіл частот, спектр яких визначиться вже з дисперсійного рівняння.

У реальних системах власні коливання будуть затухати через втрати, тому їх можна вважати приблизно гармонійними лише в інтервалі часу, меншому  $1/\delta$ . Загасаюче коливання може бути представлено у вигляді пакету гармонійних коливань, які безперервно заповнюють інтервал частот  $(\omega_0 \pm \Delta\omega)$  (інтеграл Фур'є), тим вужчим, ніж менше  $\delta$ . У цьому випадку мова йде про розширення спектральної лінії, що іноді характеризується її добротністю  $Q$ , яке дорівнює відношенню збереженої енергії  $W$  до втрат  $P$  за період коливань  $2\pi/\omega$ . Таким чином, згущення спектра через втрати тягне за собою перетворення дискретного спектра в суцільний, коли ширина ліній приблизно дорівнює інтервалу між ними.

Власні коливання нелінійних систем менш доступні для класифікації. Нелінійність систем із дискретним спектром власних частот призводить до перекачування енергії між спектральними компонентами: при цьому виникають процеси конкуренції мод – виживання одних і придушення інших. Дисперсії можуть стабілізувати ці процеси і призвести до формування стійких просторово-часових утворень, прикладами яких в системах з безперервним спектром є солітони.

Особливе значення при порушенні коливань має явище резонансу, що полягає у різкому збільшенні відгуку системи (амплітуди коливань) при наближенні частоти зовнішнього впливу до деякої резонансної час-

тоти, що характеризує систему. Якщо остання лінійна і параметри її не залежать від часу, то резонансні частоти збігаються із частотами її власних коливань, і відповідний відгук тим сильніше, чим вище добротність коливної системи. Розгойдування відбувається до тих пір, поки енергія, яку вносить ззовні (наприклад, при кожному відхиленні маятника), перевищує втрати за період осциляції. Для лінійних коливань енергія, що отримується від джерела, пропорційна першому ступеню амплітуди, а втрати зростають пропорційно її квадрату, тому баланс енергій завжди досяжний.

Кожна деталь має нескінченну кількість частот власних коливань, що утворюють спектр. Кожній частоті власних коливань відповідає своя форма коливань. Форма коливань визначається картиною знакозмінних зміщень або прогинів і положенням вузлових ліній. У вузлових лініях переміщення нескінченно малі і вважаються нульовими. По різні боки вузлових ліній переміщення ділянок, які коливаються, знаходяться у протифазі. Сукупність форм коливань деталі утворюють спектр форм. Спосіб кріплення деталі змінює спектр частот і форм коливань.

Розрахункова формула для визначення частот згинальних коливань балок має наступний вигляд:  $f = (a^2 / 2\pi l^2) \cdot (\sqrt{EI / m})$ , де  $l$  – довжина балки,  $EI$  – жорсткість балки на вигин,  $m$  – погонна маса балки, а  $a$  – розрахунковий коефіцієнт.

На рис. 13–15 наведені форми згинальних коливань балки при різних способах кріплення [6]. Значення частот власних коливань однієї і тієї ж балки при різних способах кріплення і різних формах залежать тільки від розрахункового коефіцієнта.



Рисунок 13 – Консольна балка



Рисунок 14 – Балка з опертими кінцями

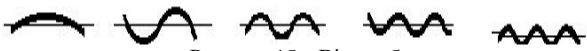


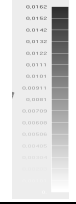
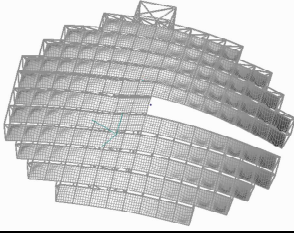

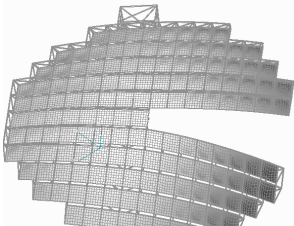

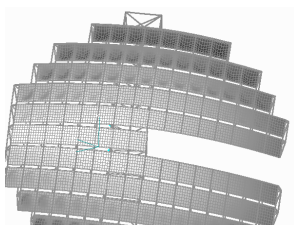
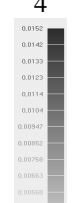
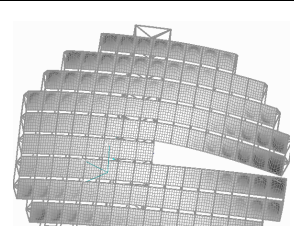
Рисунок 15 – Вільна балка

У табл. 2 відображені форми коливань, що виникають у СК, розташованому горизонтально під дією сили тяжіння (вони розраховані за допомогою МСЕ [6]), а у табл. 3 наведені десять форм коливань та їх відповідні частоти.

Таблиця 2 – Результати розрахунку власних частот коливань

| Номер частоти | Частота, Гц | Номер частоти | Частота, Гц |
|---------------|-------------|---------------|-------------|
| 1             | 4,5         | 6             | 9,53        |
| 2             | 4,72        | 7             | 9,93        |
| 3             | 5,6         | 8             | 12,7        |
| 4             | 7,1         | 9             | 13          |
| 5             | 8,05        | 10            | 13,07       |

Таблиця 3 – Форми коливань, що виникають у СК, розташованому горизонтально під дією сили тяжіння

| Форми коливань   | Вид форми коливань  |
|--|---|
| <p>1</p>    |    |
| <p>2</p>    |    |
| <p>3</p>   |   |
| <p>4</p>  |  |

На рис. 18–19 відображені третя та четверта форми коливань, що виникають у СК, розташованому горизонтально, під дією сили тяжіння.

**Висновки.** Аналіз розрахунку напружено-деформованого стану показав, що при використанні металевих дзеркал товщиною 2 мм спостерігається значна деформація від вітрового навантаження та від окремих положень дзеркального диску. При дії вітру максимально напружені елементи конструкції – поперечна ферма у місці її кріплення до опори та крайні елементи дзеркала. Але для випадку, коли швидкість вітру становитиме 30 м/с, найбільш важливим є міцність всієї конструкції. Тому пропонується використовувати профілі із більшою площею перетину, ніж у дзеркалі. Аналіз розрахунку власних частот показав низькі значення перших двох, які менше 10 Гц. Це дозволяє зробити висновок про нечутливість до резонансу.

#### Список літератури

1. Плячкова С.Г., Плячков І.В., Дунаєвська Н.І. та інш. *Електроенергетика та охорона навколишнього середовища*. Київ: Українські енциклопедичні знання, 2012. 441 с.
2. Сотников Н.Н., Козарь Д.М. *Основы моделирования в SOLIDWORKS*: учеб. пособ. Москва: НИТЛУ, 2013. 129 с.
3. Рычков С. П. *Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran* : [для Windows XP/Vista/7]. Москва: ДМК Пресс, 2016. 783 с.
4. Алмаев А.Ю., Лукшин И.А. Преимущества и недостатки плоских и вакуумных коллекторов солнечной энергии. *Вестник НГТУ*. 2015. №6 (49). С. 16–20.
5. William B. Stine, Richard B. *Diver A compendium of solar dish/stirling technology*. 1994. 451 p.
6. *МКЭ. Основы* / под ред. Н.В. Бондарчука; пер. с англ. Москва: Мир, 1984. 428 с.

#### References (transliterated)

1. Plachkova S.G., Plachkov I.V., Dunaevska N.I. et al. *Elektro-energetika ta ohorona navkolishn'ogo seredovishcha*. Kyiv: Ukraïns'ki encyklopedichni znannya, 2012. 441 p.
2. Sotnikov N.N., Kozar' D.M. *Osnovy modelirovaniya v SOLID-WORKS: ucheb. posob.* Moscow: NITLU, 2013. 129 p.
3. Rychkov S. P. *Modelirovanie konstrukcij v srede Femap with NX Nastran* : [dlya Windows XP/Vista/7]. Moscow: DMK Press, 2016. 783 p.
4. Almaev A.YU., Lukshin I.A. Preimushchestva i nedostatki plo-skikh i vakuumnyh kollektorov solnechnoj ehnergii. *Vestnik NGIEHI*. 2015, no. 6 (49), pp. 16–20.
5. William B. Stine, Richard B. *Diver A compendium of solar dish/stirling technology*. 1994. 451 p.
6. *MKE. Osnovy* / pod red. N.V. Bondarchuka; per. s angl. Moscow: Mir, 1984. 428 p.

Надійшла (received) 22.11.2018

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Устиненко Олександр Віталійович (Устиненко Александр Витальевич, Ustynenko Oleksandr)** – кандидат технічних наук (PhD in Eng. S.), доцент, старший науковий співробітник, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; <https://orcid.org/0000-0002-6714-6122>; e-mail: [ustin1964@tmm-sapr.org](mailto:ustin1964@tmm-sapr.org)

**Протасов Роман Васильович (Протасов Роман Васильевич, Protasov Roman)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: [protasov@tmm-sapr.org](mailto:protasov@tmm-sapr.org).

**Мерецька Кароліна Олександрівна (Мерецкая Каролина Александровна, Meretska Karolina)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студентка гр. 2МІТ212п.8(ТМ-846), м. Харків, Україна. тел.: 099-38-43-924; e-mail: [BaseeK24@gmail.com](mailto:BaseeK24@gmail.com)

**Коба Андрій Миколайович (Коба Андрей Николаевич, Koba Andriy)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», студент гр. 2МІТ212п.8(ТМ-846), м. Харків, Україна

## ЗМІСТ

|   |     |
|---|-----|
| <i>Є. С. АНАНЬІН, А. С. ЛЯШЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ</i><br>Дослідження напружено-деформованого стану та власних частот і форм коливань мостових конструкцій.....   | 3   |
| <i>Д. В. БІБІК</i><br>Синтез геометрії робочого каналу та її вплив на продуктивність гідрооб'ємної передачі типу ГОП-900.....   | 8   |
| <i>С.П. БІСІК, А.В. ШИРОКОВ, О.А. СЛИВІНСЬКИЙ, О.М. АРИСТАРХОВ</i><br>Визначення ударної в'язкості сталі Weldox 460-E за допомогою чисельного моделювання.....  | 13  |
| <i>О. В. БОНДАРЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, О. В. УСТИНЕНКО</i><br>Алгоритм оптимального проектування трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою .....   | 18  |
| <i>О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, В. І. СЕРИКОВ</i><br>Можливість використання та адаптація генетичних алгоритмів для раціонального проектування зубчастих циліндричних редукторів та коробок передач.....  | 23  |
| <i>А.Ю. ВАСИЛЬЄВ, С.В. КУЦЕНКО, М.О. БОНДАРЕНКО, В.В. ШЕМАНСЬКА, Т.О. ВАСИЛЬЄВА, Я.М. БАРАНИКОВ</i><br>Створення інструменту для розв'язання задач аналізу процесів і станів, а також синтезу проектних рішень і параметрів бронекорпусів легкоброньованих машин..... | 30  |
| <i>Д. Р. ВАСИЛЬЧЕНКО, І. П. ГРЕЧКА, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ</i><br>Чисельне дослідження амплітуд коливань неврівноважного ротора.....   | 40  |
| <i>А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М.А. ТКАЧУК, М.О. БОНДАРЕНКО, Є. В. ПЕЛЕСЬКО, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, А. Ю. ТАНЧЕНКО, Г. В. ЦЕНДРА, А. В. ШЕВЧЕНКО</i><br>Розрахунково-експериментальні дослідження динамічних характеристик моделі макету бронекорпусу .....                           | 47  |
| <i>Е. И. ЗИНЧЕНКО, С. А. НАЗАРЕНКО, С. И. МАРУСЕНКО, И.Я. ХРАМЦОВА</i><br>Оптимізація параметрів кулачкових механізмів.....   | 55  |
| <i>С. О. НАЗАРЕНКО, С. І. МАРУСЕНКО, О. І. ЗИНЧЕНКО</i><br>Аналіз чутливості функціоналів динаміки та міцності багатокомпонентних машинобудівних конструкцій.....   | 60  |
| <i>А. С. ПАРХОМЕНКО, А. В. БОНДАРЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, Н. А. ЛЕВИН</i><br>Проблеми сучасного протезування кінцівок. Опыт проектирования и синтезирования элементов конструкций протеза руки.....  | 66  |
| <i>М.В. ПРОКОПЕНКО, В.І. СЕРИКОВ, М.О. БОНДАРЕНКО</i><br>Аналіз впливу похибки завдання граничних умов на розрахунок температурного стану поршнів форсованих дизелів.....   | 73  |
| <i>А.В. РУДИЙ, Я.С. МІЩЕНКО, О.Є. ШАТАЛОВ</i><br>Аналіз доцільності використання тягових електричних приводів на зразках озброєння та військової техніки.....   | 77  |
| <i>А.Ю. ТАНЧЕНКО</i><br>Вплив апроксимаційних спотворень геометрії імпульсу змушуючого періодичного силового навантаження на стабільність субгармонійних режимів коливань на прикладі системи з двома ступенями свободи.....  | 82  |
| <i>М. А. ТКАЧУК, М. О. БОНДАРЕНКО, Р. І. ШЕЙЧЕНКО, О. Ю. ШУТЬ, Я. М. ЛІСОВОЛ, А. В. ЗАВОРОТНІЙ, А.В. НАБОКОВ</i><br>Новий підхід до проектування інноваційних тонкостінних конструкцій.....   | 89  |
| <i>М.А. ТКАЧУК, Р.І.ШЕЙЧЕНКО, М.О. БОНДАРЕНКО, М.М. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, В.В. ШЕМАНСЬКА, О.В. ХЛАНЬ, О.Ю. ШУТЬ, А.М. МАЛАКЕЙ</i><br>Забезпечення міцності тонкостінних конструкцій із підвищеними технічними характеристиками.....                | 95  |
| <i>М.М. ТКАЧУК</i><br>Метод пружної гомогенізації бімодальних мереж.....  | 107 |
| <i>М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, Н. Б. СКРІПЧЕНКО, М. А. ТКАЧУК, Г.А. КРОТЕНКО, М. С. САВЕРСЬКА</i><br>Контактна взаємодія складнопрофільних тіл за наявності між ними проміжних шарів із нелінійними властивостями.....   | 116 |
| <i>М. М. ТКАЧУК, А. В. ГРАБОВСЬКИЙ, М. А. ТКАЧУК, О.В. ХЛАНЬ, М. С. САВЕРСЬКА, Г.В. ТКАЧУК</i><br>Експериментальне дослідження контактної взаємодії кульового поршня радіальної гідропередачі з профільованою біговою доріжкою.....                                   | 134 |
| <i>О.В. УСТИНЕНКО, Р.В. ПРОТАСОВ, К.О. МЕРЕЦЬКА, А.М. КОБА</i><br>Оцінка параметрів працездатності конструкції сонячного колектора при дії зовнішніх факторів.....  | 148 |

## CONTENTS

|   |    |
|---|----|
| <i>E. ANANIN, A. LIASHENKO, R. PROTASOV, A. GRABOVSKIY</i><br>Research of stress-strain state and natural frequencies and waveforms of bridge constructions vibrations.....   | 3  |
| <i>D. BIBIK</i><br>Synthesis of the working channel geometry and its effect on the performance of the GOP-900 type hydrostatic transmission.....                              | 8  |
| <i>S. BISYK, A. SHIROKOV, O. SLYVINSKYI, O. ARISTARXOV</i><br>Numerical modeling of impact toughness determination of WELDOX 460-E STEEL.....                                 | 13 |
| <i>O. BONDARENKO, I. KLOCHKOV, O. USTYNENKO</i><br>Algorithm of optimal design for transmission of tracked load-carrier/prime mover MT-LB by mass.....                        | 18 |
| <i>O. BONDARENKO, O. USTYNENKO, V. SIERYKOV</i><br>Possibility of use and adaptation of genetic algorithms for rational design of toothed helical REDUCERS and gearboxes..... | 23 |



|  |     |
|--|-----|
| <i>A. VASILIEV, S. KUSENKO, M. BONDARENKO, V. SHEMANSKA, T. VASILIEVA, YA. BARANIKOV</i><br>Creation of the tool for problems solving of processes and states analysis and also synthesis of design solutions<br>and parameters of armored hulls of lightly armored vehicles ..... | 30  |
| <i>D. VASILCHENKO, I. GRECHKA, A. GRABOVSKIY</i><br>Numerical analysis of unbalanced rotor .....   | 40  |
| <i>A. GRABOVSKIY, M.A. TKACHUK, M. BONDARENKO, E. PELESHKO, A. VASILIEV, A. TANCHENKO,<br/>H. TSENDRA, A. SHEVCHENKO</i><br>Computation and experimental studies of the dynamic characteristics of the armour hull model.....  | 47  |
| <i>O. ZINCHENKO, S. NAZARENKO, S. MARUSENKO, I. KHRAMTSOVA</i><br>Optimization of parameters of cam mechanisms .....   | 55  |
| <i>S. NAZARENKO, S. MARUSENKO, O. ZINCHENKO</i><br>Analysis of the sensitivity of dynamic and strength functionals of multicomponent machine–building structures.....  | 60  |
| <i>A. PARKHOMENKO, O. BONDARENKO, R. PROTASOV, N. LEVIN</i><br>Problems of modern limbs prosthesis. Design and synthesis experience of hand prosthesis elements.....   | 66  |
| <i>M. PROKOPENKO, V. SIERYKOV, M. BONDARENKO</i><br>Analysis of influence of error task of border terms on calculation of the temperature state pistons of force diesels.....  | 73  |
| <i>A. RUDIJ, YA. MISHCHENKO, O. SHATALOV</i><br>Feasibility study of the use of tractory electric drives for samples of armament and military technique.....   | 77  |
| <i>A. TANCHENKO</i><br>The influence of approximation distortions of geometry stability promotional periodic power influence on the impulse of<br>vibration subharmonic regimes on the example of vibrating system with two degrees of freedom.....                                | 82  |
| <i>M.A. TKACHUK, M. BONDARENKO, R. SHEYCHENKO, O. SHUT, YA. LISOVOL, A. ZAVOROTNIY, A. NABOKOV</i><br>The new approach to designing of innovative thin-walled structures.....  | 89  |
| <i>M.A. TKACHUK, R. SHEYCHENKO, M. BONDARENKO, M.M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, A. TANCHENKO,<br/>V. SHEMANSKA, O. KHLAN, O. SHUT, A. MALAKEI</i><br>Strength assurance of thin-walled structures with increased technical characteristics .....                                       | 95  |
| <i>M. M. TKACHUK</i><br>A method for elastic homogenization of bimodal networks.....   | 107 |
| <i>M.M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, N. SKRIPCHENKO, M.A. TKACHUK, G. KROTENKO, M. SAVERSKA</i><br>Contact interaction of complex–profile bodies in existence between them intermediate layers with nonlinear properties.....   | 116 |
| <i>M.M. TKACHUK, A. GRABOVSKIY, M.A. TKACHUK, O. KHLAN, M. SAVERSKA, G. TKACHUK</i><br>Experimental research of contact interaction of radial hydrotransmission’s ball roller with profiled background.....  | 134 |
| <i>A. USTYNENKO, R. PROTASOV, K. MERETSKA, A. KOBAYASHI</i><br>Efficiency parameter estimation of solar collector design under action of external factors.....   | 148 |

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

СЕРІЯ: МАШИНОЗНАВСТВО ТА САПР

Збірник наукових праць

**№ 7 (1332) 2019**

Відповідальний редактор: Ткачук М. А., д-р техн. наук, професор, НТУ НТУ «ХПІ», Україна

Заст. відповідального редактора: Устиненко О. В., с. н. с., НТУ НТУ «ХПІ», Україна

Технічний редактор: Ткачук М. М., канд. техн. наук, с.н.с., НТУ НТУ «ХПІ», Україна

Відповідальний за випуск Костякова Е. В.

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2, НТУ «ХПІ».

Кафедра «Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин»

Тел.: (057) 707-69-02, (057) 707-61-66; e-mail: m.tkachuk@tmm-sapr.org.

Обл.-вид. № 7-19.

Підп. до друку 06.03.2019 р. Формат 60×84 1/8. Папір офсетний.  
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 8,0. Облік.-вид. арк. 9,25.  
Тираж 100 пр. Зам. № 23. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію  
суб'єкта видавничої справи ДК №5478 від 21.08.2017 р.  
61002, Харків, вил Кирпичова, 2

Друкарня «ФОП Пісня О. В.»  
Свідоцтво про державну реєстрацію ВО2 №248750 від 13.09.2007 р.  
61002, Харків, вул. Гіршмана, 16а, кв. 21, тел. (057) 764-20-28