



ISSN 2078-9130
40'2017

ВІСНИК

Національного технічного університету
«Харківський політехнічний інститут»

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ВІСНИК

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

Серія: Динаміка і міцність машин

№ 40 (1262) 2017

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків
НТУ «ХПІ», 2017

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».
Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2017. – № 40 (1262). – 88 с.

Державне видання

Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України

КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Мова статей – українська, російська, англійська.

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого рішенням Атестаційної колегії МОН України щодо діяльності спеціалізованих вчених рад, від 15 грудня 2015 р. Наказ № 1328 (додаток 8) від 21.12.2015 р.

Координаційна рада:

Голова: Л. Л. Тovaжнянський, д-р техн. наук, проф., чл.-кор. НАН України;

Секретар: К. О. Горбунов, канд. техн. наук, доц.;

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.; Є.І.Сокол, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;

Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.; А. В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф. Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.; М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;

А. І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.; В. Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В. Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;

В. В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П. О. Качанов, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С. І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.; В. М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В. І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.; Г. В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;

О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.; В. І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;

П. Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.; В. А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.;

М. І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г. М. Сучков, д-р техн. наук, проф.; Ю. І. Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;

М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Редакційна колегія серії:

Відповідальний редактор: О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.

Відповідальний секретар: А. Г. Андреев, канд. техн. наук, доц.

К. В. Аврамов, д-р техн. наук, проф.; Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Д. В. Бреславський, д-р техн. наук, проф.; Ю. С. Воробйов, д-р техн. наук, проф.;

А. П. Зиньковський, д-р техн. наук, проф.; Л. В. Курпа, д-р техн. наук, проф.;

Г. І. Львов, д-р техн. наук, проф.; Ю. В. Міхлін, д-р фіз.-мат. наук, проф.;

К. Науменко, д-р техн. наук, проф., Магдебург, Німеччина;

М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

*У 2013 р. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», серія «Динаміка і міцність машин», включений у довідник періодичних видань бази даних **Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA)**.*

*У 2014 р. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», серія «Динаміка і міцність машин», включений у індекс **Копернікус**; індекс ICV (Index Copernicus Value): 63.25, режим доступу: <http://journals.indexcopernicus.com/+++++++,p24783013,3.html>*

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

Протокол № 8 від 27 жовтня 2017 р.

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCES OF UKRAINE
National technical university
"Kharkiv polytechnic institute"

BULLETIN
OF THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
" KHARKIV POLYTECHNIC INSTITUTE"

Series: Dynamics and Strength of Machines

№ 40 (1262) 2017

Collected Works

The publication was founded in 1961

Kharkiv
NTU "KhPI", 2017

Bulletin of the National technical university "Kharkiv polytechnic institute". Collected Works. Series: Dynamics and Strength of Machines. – Kharkiv: NTU "KhPI". – 2017. – № 40 (1262). – 88 p.

State edition

Certificate of State Committee of Ukraine for Information Policy

KB № 5256 from July, 2, 2001

The collection is published on Ukrainian, Russian and English.

The Bulletin of the National Technical University "Kharkiv polytechnic institute" is put on "The List of Scientific Professional Editions of Ukraine that publish the data of theses for the degree of candidate of sciences and the degree of doctor" approved by the Decision of the Certifying Board of the Ministry of Education and Science of Ukraine as to the Activities of Special Academic Councils of December 2015. Order No 1328 (Supplement No 8) of 21.12.2015.

Coordinating Board:

L. L. Tovazhnyanskyy, Dr. Tech. Sci., Prof. (chief), member NAS of Ukraine;
K.A. Gorbunov, PhD. Tech.Sci., Assistant Prof. (secretary);
A. P.Marchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ye. I. Sokol, Dr. Tech. Sci., Prof., member NAS of Ukraine;
Ye.Ye. Aleksandrov, Dr. Tech. Sci., Prof.; A.V. Boyko, Dr. Tech. Sci., Prof.;
F.F. Gladkiy, Dr. Tech. Sci., Prof.; M.D. Godlevskiy, Dr. Tech. Sci., Prof.;
A.I. Grabchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.G. Danko, Dr. Tech. Sci., Prof.;
V.D. Dmित्रienko, Dr. Tech. Sci., Prof.; I.F. Domnin, Dr. Tech. Sci., Prof.;
V.V. Yepifanov, PhD. Tech. Sci., Prof.; Yu.I. Zaytsev, PhD. Tech. Sci., Prof.;
P.O. Kachanov, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.V. Klepikov, Dr. Tech. Sci., Prof.;
S.I. Kondrashov, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.M. Koshel'nik, Dr. Tech. Sci., Prof.;
V.I. Kravchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; G.V. Lisachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.;
O.K. Morachkovskiy, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.I. Nikolaenko, PhD. Hist. Sci., Prof.;
P.G. Pererva, Dr. Econ. Sci., Prof.; V.A. Pulyaev, Dr. Tech. Sci., Prof.;
M.I. Rishchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.B. Samorodov, Dr. Tech. Sci., Prof.;
G.M. Suchkov, Dr. Tech. Sci., Prof.; Yu.V. Timofeev, Dr. Tech. Sci., Prof.;
M.A. Tkachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.

Editorial Board:

O.K. Morachkovskij, Dr. Tech. Sci., Prof. (editor);
A.G. Andreev, PhD. Tech.Sci., Assistant Prof. (secretary);
K.V. Avramov, Dr. Tech. Sci., Prof.; E.E. Aleksandrov, Dr. Tech. Sci., Prof.;
D.V. Breslavskij, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ju.S. Vorobjev, Dr. Tech. Sci., Prof.;
A.P. Zin'kovskij, Dr. Tech. Sci., Prof.; L.V. Kurpa, Dr. Tech. Sci., Prof.;
G.I. L'vov, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ju.V. Mihlin, Dr. Tech. Sci., Prof.;
K. Naumenko, Prof. Dr.-Ing. habil., Magdeburg, Germany; N.A. Tkachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.

In 2013 Bulletin of the National Technical University "Kharkiv polytechnic institute" series "Dynamics and Strength of Machines" included in the directory database of periodicals "Uirich's Periodicals Directory" (New Jersey, USA).

Recommended for publication by the Academic Council of NTU "KhPI"
Protocol number 8, October, 27, 2017

Х. АЛЬТЕНБАХ, Д. ЛАВІНСЬКИЙ, К. НАУМЕНКО

КОНТАКТНЕ ДЕФОРМУВАННЯ СКЛАДЕНОГО ІНДУКТОРА ІЗ ДОПОМІЖНИМ ЕКРАНОМ ПРИ ДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

У статті обговорюються питання розрахунків напружено деформованого стану складеного багатовиткового індуктора із допоміжним екраном, який призначено для притягнення тонкостінних заготовок за умов технологічних операцій МІОМ. Для розв'язання використовується чисельний метод, що засновано на методі скінчених елементів. Для врахування контактної взаємодії використано спосіб введення шарів контактних елементів. За результатами аналізу визначені раціональні значення деяких конструкційних параметрів.

Ключові слова: контактне деформування, напружено-деформований стан, метод скінчених елементів, електромагнітне поле, магнітно-імпульсна обробка.

В статье обсуждаются вопросы расчетов напряженно-деформированного состояния поставного многовиткового индуктора со вспомогательным экраном, который предназначен для притяжения тонкостенных заготовок в условиях технологических операций МИОМ. Для решения используется численный метод, основанный на методе конечных элементов. Для учета контактного взаимодействия использован способ введения слоев контактных элементов. По результатам анализа определены рациональные значения некоторых конструкционных параметров.

Ключевые слова: контактное деформирование, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов, электромагнитное поле, магнитно-импульсная обработка.

The paper discusses issues concerning the deformation of a system of conductive bodies under the action of the electromagnetic field. Problem of nonlinear deformation of the compound coil with an assistant for electromagnetic forming of sheet workpieces is considered as a practical application. The problem is solved by the finite element method. Contact interaction is modeled by the introduction of special layers of contact finite elements. Spatial-temporal distributions of the main components of the electromagnetic field are obtained. The ability to review the problem of deformation in the quasi-stationary formulation is justified. The distribution of the main component of the stress-strain state is presented. The influence of the current magnitude at the maximum stresses is evaluated.

Keywords: contact deformation, stress-strain state, finite element method, electromagnetic field, electromagnetic forming.

Вступ. Одним із напрямів використання енергії електромагнітного поля (ЕМП) у технологічних процесах є магнітно-імпульсна обробка (МІОМ) тонкостінних елементів конструкцій. Дана технологічна операція може застосовуватись з метою виправлення різноманітних дефектів на корпусних елементах транспортних засобів. Певні проблеми виникають у разі, коли необхідно здійснити притягнення заготовки до інструменту технологічної операції – індуктора. У роботах [1-3] обґрунтована можливість застосування складених індукторів із допоміжними сталевими екранами для притягнення тонких заготовок із неферомагнітних матеріалів.

Ключовим моментом при створенні технологічного оснащення для МІОМ є забезпечення працездатності та довговічності індуктора, як ключової складової частини інструменту. З іншого боку, велике значення має досягнення мети технологічної операції, що проявляється, у першому наближенні, у виникненні зон пластичних деформацій. Таким чином, аналіз пружно-пластичного деформування індукторів та заготовок під час технологічних операцій МІОМ є актуальною проблемою. Цей аналіз повинен спиратись на винайдені розподіли основних компонент напружено-деформованого стану (НДС). Складність геометрії та умов навантаження об'єктів, що розглядаються вимагає створення та застосування відповідних розрахункових методів, які повинні спиратись на чисельні методи механіки.

Постановка завдання. У роботі [4] було проведено аналіз просторово-часових розподілів основних векторних компонент ЕМП для випадку модельного варіанту складеного індуктора із допоміжним екраном. Було проведено порівняння деяких результатів із результатами експериментальних досліджень та аналітичних розрахунків інших авторів. Порівняння дозволили зробити висновки про можливість застосування використаного чисельного методу аналізу [5-7] до розрахунків ЕМП у подібних технологічних системах.

На другому етапі було проведено аналіз розподілу тензорних характеристик процесу пружно-пластичного деформування складеного одновиткового індуктора із допоміжним екраном разом із заготовкою із неферомагнітної сталі. Проведений аналіз дозволив зробити висновок, що сили притягнення, які виникають при запропонованих величинах сили струму не є достатніми, для того, щоб у матеріалі заготовки виникали зони пластичних деформацій. При цьому рівні напружень безпосередньо в околі витка струмопроводу індуктора є достатньо великими, майже співставними із межею текучості матеріалу, що унеможливує збільшення амплітуди сили струму, бо це призведе не лише до збільшення рівнів напружень у заготовці, а й до збільшення напружень у елементах складеного індуктора, що негативно вплине на його працездатність та довговічність.

Частково або цілком вирішити дані про проблеми можна, якщо розглянути багатовитковий індуктор із допоміжним екраном, який закриває струмопро-

від, і, відповідно, розташовується поміж ним та заготовкою. Ідея конструкції подібного складеного індуктора запропонована у роботах [8,9]. Як відомо, збільшення кількості витків струмопроводу призводить до значного збільшення величини сили вихоревих струмів і, відповідно, до збільшення величини електромагнітної сили. Вочевидь, струмопровід повинен бути розміщеним у масивному діелектричному бандажі, який повинен відігравати роль не лише ізоляції, а й підвищувати показники міцності конструкції. До діелектричного бандажу приєднано тонкий екран, який виконується із неферомагнітного матеріалу. Вихореві струми виникають одночасно і у екрані і у заготовці, причому вони мають одноковий напрям, що призведе до притягнення поміж екраном та заготовкою. Екран у даному випадку є суцільним, що виключає можливість відштовхування поміж витком та заготовкою. Відзначимо, що результати аналітичного дослідження із розподілу векторних компонент ЕМП, наведені у роботі [8,9], не надають змоги зробити остаточний висновок ні про досягнення мети технологічної операції, ні про те чи залишається індуктор працездатним.

Для того, щоб дати відповідь на ці запитання проведемо розрахункові дослідження пружно-пластичного деформування багатовиткового індуктора із діелектричним бандажем і допоміжним екраном та заготовки для розрахункової схеми, яка наведена на рис.1. Розрахункова схема створена з урахуванням досвіду аналогічних розрахунків складених одновиткових індукторів та містить усі основні елементи складеного індуктора, які є підданими силовому впливу: струмопровід, діелектричний бандаж та допоміжний екран.

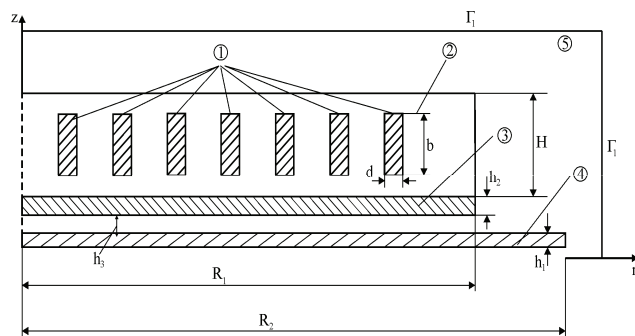


Рисунок 1 – Розрахункова схема складеного багатовиткового індуктора із допоміжним екраном та заготовки: 1 – багатовитковий струмопровід; 2 – допоміжний екран; 3 – діелектричний бандаж; 4 – заготовка; 5 – оточуюче середовище (повітря)

Задача розглядалась за таких геометричних розмірів: $R_1 = 70 \text{ mm}$; $R_2 = 100 \text{ mm}$; $H = 22 \text{ mm}$; $h_1 = 1 \text{ mm}$; $h_2 = 2 \text{ mm}$; $h_3 = 1 \text{ mm}$; $d = 1 \text{ mm}$, радіальна відстань поміж витків струмопроводу – 2 mm . Кількість витків струмопроводу – 11. Розміри оточуючого середовища варіювались з метою досягнення умови затухання ЕМП на віддаленні від джерела (індуктора). Фізико-механічні характеристики матеріалу елементів розрахункової схеми обирались наступними: струмопровід

(мідь), $\mu_r = 1$; $\gamma = 7 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$; $E = 180 \text{ ГПа}$; $\nu = 0,33$; $\sigma_T = 180 \text{ ГПа}$; допоміжний екран (сталь), $\mu_r = 1$; $\gamma = 0,2 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$; $E = 215 \text{ ГПа}$; $\nu = 0,27$; $\sigma_T = 270 \text{ ГПа}$; заготовка (сталь), $\mu_r = 1$; $\gamma = 0,2 \times 10^7 (\Omega\text{m})^{-1}$; $E = 200 \text{ ГПа}$; $\nu = 0,29$; $\sigma_T = 220 \text{ ГПа}$; ізоляція (капрон), $\mu_r = 1$; $\gamma = 0 (\Omega\text{m})^{-1}$; $E = 2,5 \text{ ГПа}$; $\nu = 0,3$; $\sigma_+ = 70 \text{ ГПа}$; $\sigma_- = 90 \text{ ГПа}$; оточуюче середовище (повітря), $\mu_r = 1$; $\gamma = 0 (\Omega\text{m})^{-1}$. Тут μ_r – відносна магнітна проникність, γ – електрична провідність, E – модуль пружності, ν – коефіцієнт Пуассона, σ_T – межа текучості, σ_+ – межа міцності на розтяг, σ_- – межа міцності на стиск. Джерелом ЕМП обирався струм, що був рівномірно розподіленим по перерізу витків струмопроводу, у часі густина струму змінювалась за законом: $j(t) = I_m e^{-\delta 2\pi f t} \cdot \sin(2\pi f t)$, де амплітуда сили струму $I_m = 40 \text{ kA}$, частота $f = 2 \text{ кГц}$, відносний коефіцієнт затухання $\delta = 0,3$.

Граничні умови, за допомогою яких моделюємо затухання ЕМП на віддаленні від джерела поля, а також закріплення торців індуктора та заготовки, розглядались у вигляді: $A|_{\Gamma_1} = 0$; $u_r|_{\Gamma_2} = 0$; $u_z|_{\Gamma_2} = 0$.

Повна математична постановка задачі розподілу компонентів ЕМП та аналізу пружно-пластичного деформування систем електропровідних тіл наведено у [5, 6]. Як видно з розрахункової схеми, індуктор є суттєво неоднорідною конструкцією, отже одним із важливих кроків при розв'язанні є врахування контактної взаємодії, у роботах [6, 10] наведені математичні формулювання умов контактної взаємодії з точки зору розповсюдження ЕМП та деформування.

Задача розв'язувалась методом скінчених елементів (МСЕ) із застосуванням вісесиметричного скінченного елемента із білінійною апроксимацією окружної компоненти векторного магнітного потенціалу та переміщень. Для адекватного моделювання контактної взаємодії використовувалось введення спеціальних контактних шарів, які потім дискретизувались за допомогою контактних скінчених елементів. Властивості матеріалу контактних шарів враховують можливість виникнення ефектів сухого тертя поміж складовими (коефіцієнти тертя у парах: «мідь – капрон» – 0,2; «капрон – сталь» – 0,18) та наявність натягу поміж складовими частинами індуктора.

Аналіз результатів. На першому етапі було віднайдене розподіл компонент ЕМП. Було проведено низку розрахунків, у яких варіювались розміри оточуючого середовища, при першому розрахунку розмір розрахункової області уздовж осі z дорівнював $1,5 H$, уздовж осі r – $1,3 R_2$, при другому, відповідно, $2 H$ та $1,6 R_2$, при третьому – $2,5 H$ та $1,9 R_2$. Оцінка проводилась відносно максимальних значень дотичної компоненти напруженості магнітного поля на поверхні заготовки. Різниця поміж результатами другого та першого розв'язків склала приблизно 9 %, поміж результатами третього та другого – приблизно 1,3 %, отже розміри оточуючого середовища, що відповідають другому розрахунку, були прийняті остаточно і використовувались у подальших дослідженнях. Окремі результати з розподілу компонентів ЕМП порівнюва-

лись із результатами аналітичних досліджень, які наведено у [9]. Порівняння показали високій ступінь збігу чисельних та аналітичних результатів.

На другому етапі проводились розрахунки НДС. Задача будемо розглядалась у квазістаціонарній постановці для моменту часу 0,001 с, що відповідає максимальним значенням компонентів ЕМП, які викликають максимальні значення виникаючих електромагнітних сил, за яких індуктор буде найбільш навантаженим. Відзначимо, що максимальні значення електромагнітних сил діють в даному випадку в околі центру індуктора.

Одним з критеріїв працездатності багатовиткового індуктора із допоміжним екраном, як складеної конструкції, є його цілісність. Мається на увазі, що у процесі експлуатації поміж окремих складових індуктора (струмопровід, бандаж та допоміжний екран) може частково або цілком порушитись взаємодія. Це є неприпустимим. Відзначимо, що при цьому напруження у складових індуктора можуть і не досягати небезпечних рівнів.

Натяг, який виникає внаслідок особливостей з'єднання екрану та бандажу, задавався для шару контактних скінчених елементів (КСЕ), що розташовувався у безпосередній близькості від місця розташування гвинтового з'єднання. Розглядалися наступні значення величини натягу: 0,1 мм, 0,2 мм та 0,3 мм. Натяг поміж витками струмопроводу та бандажем задавався у вертикальних шарах КСЕ, розглядалися такі значення: 0,001 мм, 0,002 мм, 0,003 мм та 0,006 мм.

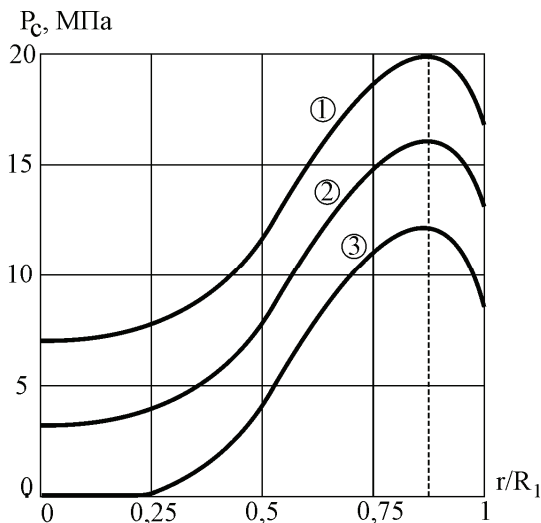


Рисунок 2 – Розподіл контактної тиску поміж допоміжним екраном та бандажем при різних значеннях величини натягу: 1 – 0,3 мм; 2 – 0,2 мм; 3 – 0,1 мм

На рис. 2 наведено просторові розподіли контактної тиску уздовж границі розділу поміж екраном та бандажем при різних значеннях величини натягу. В усіх випадках можна стверджувати про неоднорідність у розподілі контактної тиску – має місце яскраво виражений максимум у зоні, де екран прикріплюється до бандажу. На віддаленні від зони кріплення величина контактної тиску значно (в околі центру індуктора більш ніж удвічі) зменшується. Факт змен-

шення величини контактної тиску може бути пояснений тим, що поміж екраном та струмопроводом є наявними ефекти відштовхування (взаємодіючі струми протікають у різних напрямках), а максимальні значення електромагнітних сил спостерігаються у зоні, що безпосередньо знаходиться в околі центру індуктора. Як видно з рисунку, при найменшому значенні величини натягу (0,1 мм) в околі центру індуктора (приблизно в області 25 % величини радіуса допоміжного екрану) спостерігаються нульові значення контактної тиску – це означає, що у цій зоні екран відходить від бандажу. Тобто, порушується цілісність індуктора, що із загальних міркувань є неприпустимим. Відповідно, можна очікувати, що при збільшенні величини сили струму у індукторі (а це традиційний підхід, який використовується для збільшення силового впливу на заготовку) збільшуватимуться і розміри області, у межах якої екран може відходити від бандажу.

Для того, щоб оцінити наскільки порушення цілісності за розглянутих експлуатаційних умов є суттєвим, необхідно проаналізувати розподіл переміщень уздовж лінії розмежування поміж екраном та бандажем. Розглянемо різницю переміщень точок, що належать бандажу та екрану, уздовж границі розмежування. З точки зору чисельної процедури ця величина являє собою різницю поміж переміщеннями вузлів КСЕ, які зв'язані із вузлами СЕ сітки бандажу та екрану, відповідно. На рис. 3 наведено графік різниці значень переміщень точок, які належать екрану та бандажу, у межах області, де порушується цілісність.

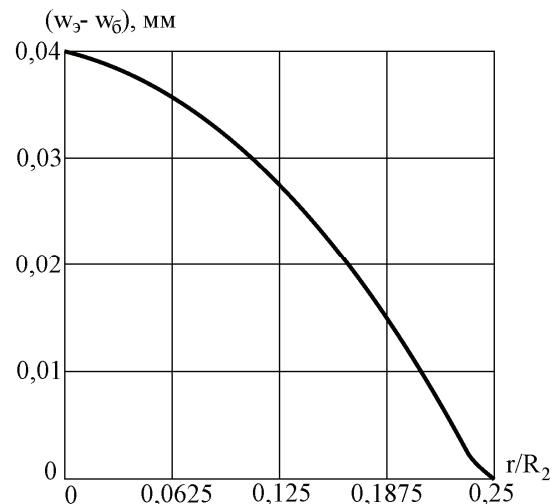


Рисунок 3 – Різниця переміщень точок екрану та бандажу в області відходу при натягу 0,1 мм

Максимальна різниця дорівнює 0,04 мм і спостерігається безпосередньо у центрі індуктора. Відзначимо, що повітряний прошарок таких розмірів, який з'являється внаслідок відходу частини екрану від бандажу не повинен оказувати значний вплив на розподіл основних характеристик ЕМП та процесу пружно-пластичного деформування індуктора та заготовки. Це пояснюється зокрема тим, що за розглянутих умов максимальна інтенсивність напружень у матеріалі екрану не перевищує межу текучості (для розглянутого

варіанту максимальна інтенсивність напружень у матеріалі екрану складає приблизно 280 МПа), отже зони незворотних деформацій не виникають, а значить при зменшенні параметрів ЕМП (це відбувається навіть під час імпульсу) буде зменшуватись силовий вплив на екран і зазор поміж ним та бандажем також буде зменшуватись.

Отже за розглянутих конструкційних параметрах елементів індуктору та експлуатаційних параметрах зовнішнього впливу цілісність індуктора буде забезпечена уразі величини натягу поміж екраном та бандажем більшої за 0,1 мм. При цьому слід відзначити, що з огляду на величини контактного тиску (див. рис. 2) елементи індуктору будуть найбільш навантажені при величині натягу 0,3 мм, тобто цей випадок є найбільш небезпечним з точки зору забезпечення працездатності та довговічності індуктора. Тому подальші розрахунки будемо проводити саме при цьому значенні величини натягу. Далі оцінимо вплив, який здійснює натяг поміж витками струмопроводу та бандажем на розподіл компонентів НДС. Для цього було проведено серію розрахунків, у яких варіювалась величина цього натягу, розглядалися випадки за відсутності натягу, а також за наявності натягу із величинами, які було вказано раніше. Найбільші значення інтенсивності напружень у струмопроводі спостерігаються у витках, які розташовані найближче до центру індуктора. Величина максимальної інтенсивності напружень збільшуються із збільшенням величини натягу, проте, за розглянутих значень натягу вона не досягає межі текучості, тобто не стає небезпечною.

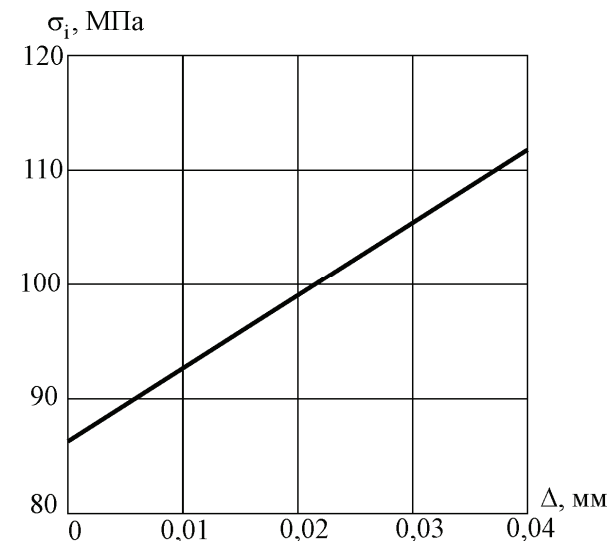


Рисунок 4 – Залежність максимальної інтенсивності напружень у витках струмопроводу від величини натягу поміж витків та діелектричним бандажем

Особливості поведінки матеріалу бандажу під час деформування потребує розгляду інших характеристик напруженого стану з метою визначення безпечних та раціональних конструкційних та технологічних умов. Тому розглядалися розподіли максимальних позитивних нормальних напружень в залежності від величини натягу. Виявилось, що максимальні нормальні напруження (окружні) виникають у матеріалі ба-

ндажу поміж першим та другим витком від центру індуктора. На рис. 5 наведена залежність максимальних окружних напружень у матеріалі бандажу від величини натягу. З наведених даних видно, що вже при мінімальних значення величини натягу максимальні окружні напруження перевищують межу міцності при розтягу, тобто стають небезпечними. Одержані значення величин окружних напружень дозволяють прогнозувати можливість руйнування діелектричного бандажу у проміжку поміж витків струмопроводу. Дана можлива ситуація може призвести до втрати ізоляційної здатності бандажу, що призведе до втрати працездатності індуктора. Таким чином, за розглянутих конструкційних та експлуатаційних параметрах індуктора наявність натягу поміж витками струмопроводу та бандажем є неприпустимою.

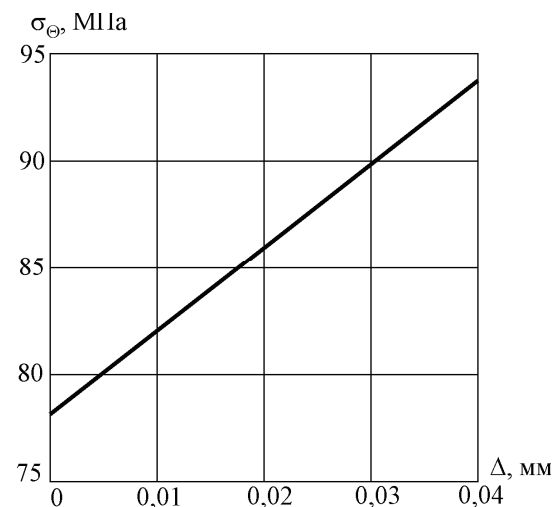


Рисунок 5 – Залежність максимальної величини окружних напружень у діелектричному бандажі від величини натягу поміж витків та діелектричним бандажем

Висновки. Розглянуто проблему деформування складеного багатовиткового індуктора із допоміжним екраном для притягнення неферромагнітних тонких заготовок. При розв'язанні враховані ефекти контактної взаємодії поміж складовими елементами індуктора. На базі аналізу розподілу компонент напружено-деформованого стану визначені раціональні значення деяких конструкційних параметрів.

Список литературы:

1. *Batygin Y.V.* Pulsed electromagnetic attraction of non-magnetic sheet metals / *Y.V. Batygin, S.F. Golovashchenko, A.V. Gnatov* // *Journal of Materials Processing Technology*. – 2014. – Vol. 214 (2). – P. 390-401.
2. *Batygin Y.V.* Pulsed Electromagnetic Attraction of Sheet Metals – Fundamentals and Perspective Applications / *Y.V. Batygin, S.F. Golovashchenko, A.V. Gnatov* // *Journal of Materials Processing Technologies*. – 2013. – Vol. 213 (3). – P. 444-452.
3. *Batygin Y.V.* Experimental Test of the Tool for the External EMF Removing Dents on a Car Body / *Y.V. Batygin* // *International Journal of Energy and Power Engineering*. – 2014. – Vol. 214 (2). – P. 204-208.
4. *Лавінський Д.В.* Пружно-пластичне деформування складених конструкцій при дії електромагнітного поля / *Д.В. Лавінський, О.К. Морачковський* // *Вібрації в техніці та тех-*

нологіях. – 2016. – № 3 (83). – С. 103-108.

5. Altenbach H. Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields / H. Altenbach, O. Morachkovsky, K. Naumenko, D. Lavinsky // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2016. – Vol. 28 (5). – P. 1421-1433.

6. Lavinskii D.V. Elastoplastic Deformation of Bodies Interacting Through Contact Under the Action of Pulsed Electromagnetic Field / D.V. Lavinskii, O.K. Morachkovskii // Strength of Materials. – 2016. – Vol. 48, No.6. – P. 760-767.

7. Лавінський Д.В. Пружно-пластичне деформування систем тіл при дії електромагнітних полів / Д.В. Лавінський, О.К. Морачковський // Вісник Запорізького національного університету : зб. наук. ст. Фізико-математичні науки. – Запоріжжя: ЗНУ, 2015. – № 2. – С. 125-135.

8. Чаплыгин Е.А. Анализ процессов в индукторной системе с притягивающим экраном, возбуждаемой внешним круговым соленоидом / Е.А. Чаплыгин // Электротехника і Електромеханіка. – 2015. – № 6. – С. 53-55.

9. Batygin Yu.V. Magnetic-pulse car body panels flattening. Theoretical aspects and practical results / Yu.V. Batygin, E.A. Chaplygin, O.S. Sabokar // Electrical engineering & electromechanics. – 2016. – No.4. – P. 54-57. – DOI: 10.20998/2074-272X.2016.4.07.

10. Bondar' S.V. Study of thermoelastoplastic contact deformation of production tooling mixed structures / S.V. Bondar', D.V. Lavinskii // Strength of Materials. – 2011. – Vol. 43, № 4. – P. 447-454.

Bibliography (transliterated):

1. Batygin Y.V., Golovashchenko S.F., Gnatov A.V. Pulsed electromagnetic attraction of nonmagnetic sheet metals. Journal of Materials Processing Technology. 2014. Vol. 214 (2). PP. 390-401.

2. Batygin Y.V., Golovashchenko S.F., Gnatov A.V. Pulsed Electromagnetic Attraction of Sheet Metals – Fundamentals and Perspective Applications. Journal of Materials Process-

ing Technologies. 2013. Vol. 213 (3). PP. 444-452.

3. Batygin Y.V. Experimental Test of the Tool for the External EMF Removing Dents on a Car Body. International Journal of Energy and Power Engineering. 2014. Vol. 214 (2). PP. 204-208.

4. Lavinsky D.V., Morachkovsky O.K. Pruzhno-plastychne deformuvannya skladenykh konstrukcii pry dii elektromagnitnogo polva. Vibracii v tekhnici ta technologiyyakh. 2016. No 3 (83). PP. 103-108.

5. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Lavinsky D. Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields. Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2016. Vol. 28 (5). PP. 1421-1433.

6. Lavinskii D.V., Morachkovskii O. K. Elastoplastic Deformation of Bodies Interacting Through Contact Under the Action of Pulsed Electromagnetic Field. Strength of Materials. 2016. Vol. 48, No.6. PP. 760-767.

7. Lavinsky D.V., Morachkovsky O.K. Pruzhno-plastychne deformuvannya system til pry dii elektromagnitnykh poliv. Visnyk Zaporiz'kogo nacional'nogo universitetu: zb.nauk. st. phizyko-matematychni nauky. Zaporizhzhya: ZNU, 2015. No 2. PP. 125-135.

8. Chaplygin E.A. Analiz processov v induktornoj sisteme s prityagivayuschim ekranom, возбуждаемой внешним круговым соленоидом. Electrotechnika i Electromechanika. 2015. No 6. PP. 53-55.

9. Batygin Yu.V., Chaplygin E.A., Sabokar O.S. Magnetic-pulse car body panels flattening. Theoretical aspects and practical results. Electrical engineering & electromechanics. 2016. No.4. PP. 54-57. DOI: 10.20998/2074-272X.2016.4.07.

10. Bondar' S.V., Lavinskii D.V. Study of thermoelastoplastic contact deformation of production tooling mixed structures. Strength of Materials. 2011. Vol. 43, No 4. PP. 447-454.

Поступила (received) 24.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Контактне деформування складеного індуктора із допоміжним екраном при дії електромагнітного поля / Х. Альтенбах, Д. Лавінський, К. Науменко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 5–9. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Контактное деформирование составного индуктора со вспомогательным экраном при действии электромагнитного поля / Х. Альтенбах, Д. Лавинский, К. Науменко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 5–9. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Contact deformation of the compound coil with an assistant screen under the action of electromagnetic field / H. Altenbach, D. Lavinsky, K. Naumenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 5–9. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Альтенбах Хольм – доктор технічних наук; професор; Магдебурзький університет ім. Отто фон Геріке; м. Магдебург; Німеччина; e-mail: holm.altenbach@ovgu.de

Альтенбах Хольм – доктор технічних наук; професор; Магдебургський університет ім. Отто фон Геріке; г. Магдебург; Германия; e-mail: holm.altenbach@ovgu.de

Altenbach Holm – Prof. Dr.-Ing.habil.Dr.h.c.mult; Otto-von-Guericke University of Magdeburg; Magdeburg; Germany; e-mail: holm.altenbach@ovgu.de

Лавінський Денис – кандидат технічних наук; доцент; кафедра теоретичної механіки; НТУ «ХПІ»; тел.: (057)-707-63-73; e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Лавинский Денис – кандидат технических наук; доцент; кафедра теоретической механики; НТУ «ХПИ»; тел.: (057)-707-63-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Lavinsky Denis – Candidate of Technical Sciences; Associate Professor; Department of Theoretical Mechanics; NTU «KhPI»; tel.: (057)-707-63-73; e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Науменко Костянтин – доктор технічних наук; професор; Магдебурзький університет ім. Отто фон Геріке; м. Магдебург; Німеччина; e-mail: konstantin.naumenko@ovgu.de

Науменко Константин – доктор технических наук; профессор; Магдебургский университет им. Отто фон Герике; г. Магдебург; Германия; e-mail: konstantin.naumenko@ovgu.de

Naumenko Konstantin – Prof. Dr.-Ing.habil.; Otto-von-Guericke University of Magdeburg; Magdeburg; Germany; e-mail: konstantin.naumenko@ovgu.de

А.Г. АНДРЕЄВ, О.В. ЩЕПКИН**ОЦІНКА МІЦНОСТІ І ПРИДАТНОСТІ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ З'ЄДНАНЬ З НАТЯГОМ З ГЕОМЕТРИЧНИМИ АНОМАЛІЯМИ**

Предметом дослідження є порівняльний аналіз з'єднань з натягом, які мають відхилення від правильної геометричної форми. Розглядаються різні геометричні аномалії форми валу: конічна, бочкоподібна, сідлоподібна, посадка валу еліптичної форми в круглу втулку. Результати наводяться у формі таблиць і рисунків. Виконані дослідження дозволяють дослідити вплив параметрів з'єднання на його міцність, намітити раціональні шляхи його зміцнення.

Ключові слова: втулка, вал, посадка з натягом, геометричні аномалії, метод скінченних елементів.

Предметом исследования является сравнительный анализ соединений с натягом, имеющих отклонения от правильной геометрической формы. Рассматриваются различные геометрические аномалии формы вала: коническая, бочкообразная, седлообразная, посадка вала эллиптической формы в круглую втулку. Результаты приводятся в форме таблиц и рисунков. Выполненные исследования позволяют проследить влияние параметров соединения на его прочность, наметить рациональные пути его упрочнения.

Ключевые слова: втулка, вал, посадка с натягом, геометрические аномалии, метод конечных элементов.

In machinery and manufacturing equipment the process of details connection by heavy-shrink fitting is widely applied. Such type of connection allows to transfer heavy axial forces and twisting moments. Connection durability in the heavy-shrink fitting is due to elastic, and sometimes also plastic deformation, which arise at technological process of assembly. Connection durability depend from relative size of a tightness, material characteristics, quality of surfaces, assembly procedure. Connection durability depend also from geometrical form abnormalities of connecting details.

The work carry out the analysis of deflected mode of heavy-shrink fitted bush and shaft. We consider all possible options such as planting: tapered shaft, barrel shaft, saddle shaft, elliptical shaft to bush with round hole. The results are summarized in the form of tables and figures. The executed researches allow to trace influence of parameters of connection on his durability, to plan the rational approach of his work-hardening.

Keywords: bush, shaft, heavy-shrink fitting, geometric anomaly, finite element method.

Вступ. У машинах і технологічному устаткуванні знаходять широке застосування з'єднання з деталей посадкою з натягом, яка дозволяє передавати значні осьові зусилля та крутячі моменти. Міцність з'єднання в нерухомих посадках досягається за рахунок пружної, а іноді також пластичної деформації сполучних деталей, яка виникає при технологічному процесі складання. Від відносної величини натягу, характеристик матеріалу деталей, якості поверхонь, способу складання залежить міцність з'єднання. Міцність нерухомих з'єднань також залежить від відхилень від правильної геометричної форми сполучних деталей, відхилення можуть призводити до ослаблення з'єднання [1-7].

Із практики відомо, що з'єднання з натягом при всіх їх перевагах відрізняються низькою втомною міцністю валів і осей. Межі витривалості деталей з конструкційних сталей в посадках є в 2-3 рази нижчими за межі витривалості гладких зразків, а межі витривалості з тріщиноутворення є приблизно в два рази нижчими за межі витривалості по зламу. Основними факторами, які спричиняють таке різке зниження втомної міцності валів і осей, прийнято вважати концентрацію контактної тиску у торців маточин або корозію тертя на підматочинних частинах цих деталей, що призводить до появи тріщин і руйнування. Результати досліджень впливу цих факторів, які викладені в роботі Балацького Л. Т. [8, 9], свідчать про те, що жоден з цих факторів не може розглядатися як основний. У даний час найбільшого поширення як метод розраху-

нкового дослідження напружено-деформованого стану машинобудівних конструкцій з натягом набув метод скінченних елементів [10-14].

Основна частина. Предметом дослідження є порівняльний аналіз з'єднань з натягом, які мають відхилення від правильної геометричної форми. Для дослідження характеристик з'єднань з натягом розв'язується задача НДС посадки втулки з натягом на вал з різними геометричними аномаліями (рис. 1): конусоподібного вала у втулку з отвором, сідлоподібного вала, діжкоподібного вала. Втулка і вал мають однакову довжину. Для розрахунку напружено-деформованого стану застосований метод скінченних елементів, з використанням торіодальних скінченних елементів трикутного поперечного перетину; також використовуються стикувальні елементи, які моделюють стан сила-зсув на поверхнях деталей.

Геометрична модель досліджуваного з'єднання втулки з валом показана на рис. 2. Контактні елементи розташовано між втулкою і валом. Довжина конструкції становить 0,1 м. Згідно емпіричної формули [1], діаметральний зазор S у міліметрах, який є необхідним при складанні

$$S = 0,01 \sqrt{d} = 0,0775 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Таким чином, максимально припустимий радіальний натяг при нагріві втулки до 400 °С становить

$$\delta_{\max, 400} = (\Delta d - S) / 2 = 0,0969 \cdot 10^{-3} \text{ м,}$$

при нагріві втулки до 300 °С

$$\delta_{\max, 300} = 0,0612 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Характеристики матеріалу конструкції:

- модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа,
- коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$,
- межа текучості $\sigma_T = 296$ МПа,
- межа міцності $\sigma_B = 396$ МПа,
- коефіцієнт тертя сталь-сталь $f = 0,15$,
- коефіцієнт температурного розширення

$$\alpha = 11,9 \cdot 10^{-6} \text{ град.}^{-1}.$$

Максимальні напруження в з'єднанні виникають на внутрішньому радіусі втулки, при натягу більше $0,0502 \cdot 10^{-3}$ м там же виникають пластичні деформації, які призводить до зменшення контактного тиску у з'єднанні та міцності з'єднання. На рис. 3 показано залежність тиску у з'єднанні від натягу.

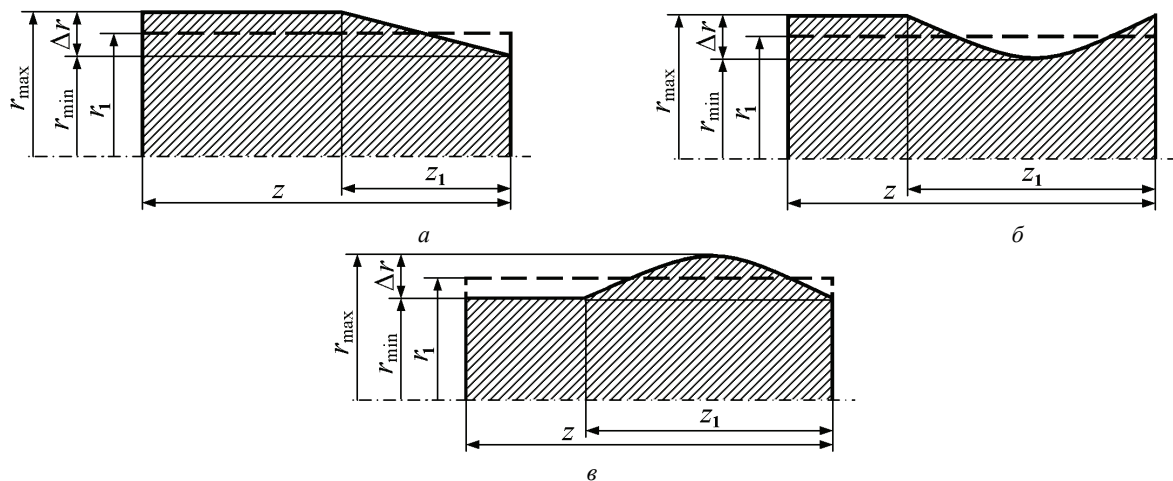


Рисунок 1 – Модель досліджуваного вала: *a* – конусоподібний вал; *б* – сідлоподібний вал; *в* – діжкоподібний вал; *z* – довжина втулки (валу); *z*₁ – довжина геометричної аномалії; — — — — вал правильної геометричної форми

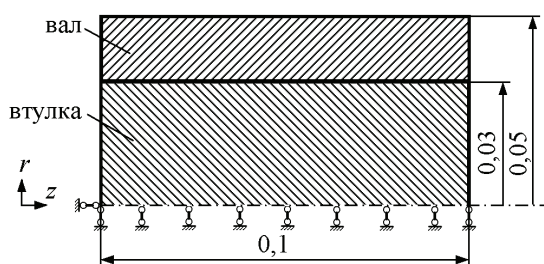


Рисунок 2 – Геометрична модель досліджуваного з'єднання

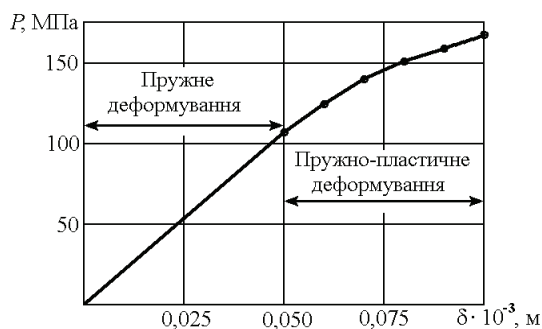


Рисунок 3 – Залежність тиску у з'єднанні P від натягу

На рис. 1, *a* представлена модель досліджуваного вала з дефектом конусоподібної форми. Конусність дефекту у з'єднанні визначається формулою

$$k = (d_{\max} - d_{\min})/z_1 = 2 (r_{\max} - r_{\min})/z_1,$$

середній радіальний натяг у з'єднанні – $\delta = 0,04 \cdot 10^{-3}$ м. Результати розрахунків для з'єднання з дефектним валом представлені в табл. 1. На рис. 4 показаний розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі на поверхні вала, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на втулці z_1 відповідно 0,05 м і 0,0125 м.

Зсувне зусилля F для з'єднання практично не залежить від довжини дефекту, максимальні напруження суттєво підвищені у зоні переходу поверхні від циліндричної частини до дефекту. Найбільші напруження у конструкції виникають, якщо довжина дефекту дорівнює довжині вала $z_1 = z$. При значній конусності вала контакт у з'єднанні може бути частково відсутній, така конструкція є бракованою. Для даної конструкції при довжині дефекту $z_1 = 0,0125$ м контакт у з'єднанні частково відсутній.

На рис. 1, *б* представлена модель досліджуваного вала з дефектом сідлоподібної форми. Значення натягу вздовж осі z для контактних елементів в зоні дефекту встановлена за формулою

$$\delta(z) = \delta_{\max} + (\delta_{\min} - \delta_{\max}) \cdot \sin(\pi \cdot z/l),$$

де l – довжина зони дефекту, z змінюється від нуля до l .

На рис. 5 показаний розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі на валу, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на втулці z_1 відповідно 0,05 м, 0,025 м. Результати розрахунків представлені в табл. 2.

Зсувне зусилля F для з'єднання майже не залежить від довжини дефекту, максимальні напруження суттєво підвищені у торці деталі з боку дефекту. При значній конусності вала у втулці з'являються пластичні деформації, при цьому контакт у з'єднанні частково відсутній, така конструкція є бракованою. Для даної конструкції при довжині дефекту $z_1 = 0,025$ м і $z_1 = 0,0125$ м контакт у з'єднанні частково відсутній.

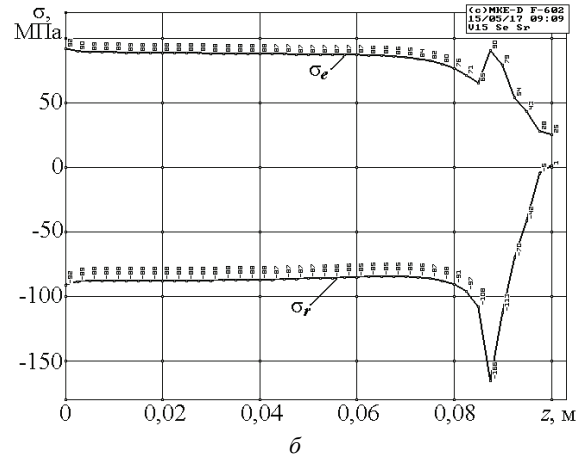
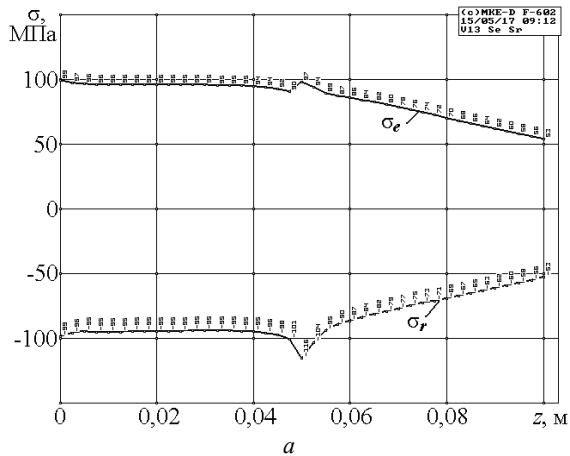
На рис. 1, *в* представлена модель досліджуваного вала з дефектом діжкоподібної форми. Значення натягу вздовж осі z для контактних елементів в зоні дефекту встановлена за формулою

$$\delta(z) = \delta_{\min} + (\delta_{\max} - \delta_{\min}) \cdot \sin(\pi \cdot z/l),$$

де l – довжина зони дефекту, z змінюється від нуля до l .

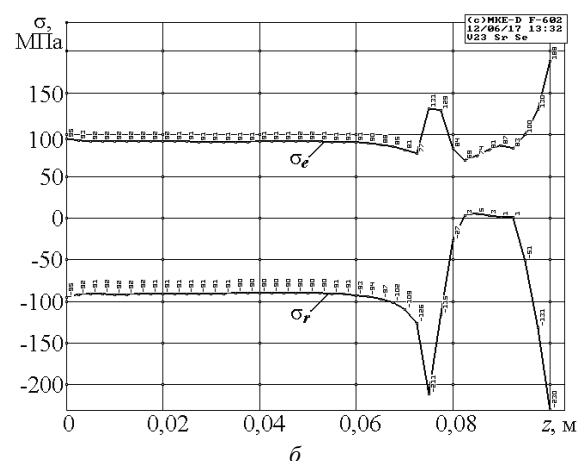
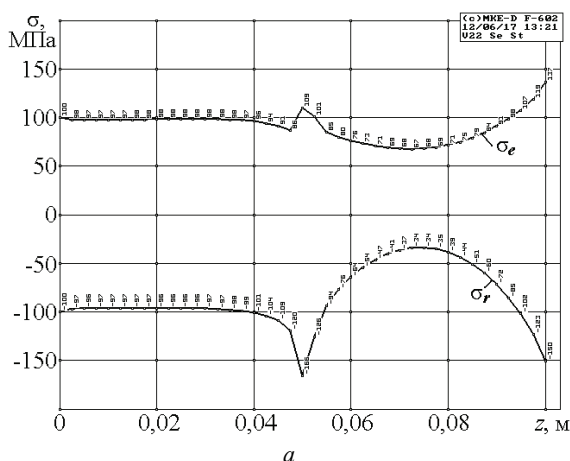
Таблиця 1 – Характеристики з'єднання втулки з конусоподібним валом

Довжина дефекту, z_1 , м	Максимальний тиск P у з'єднанні, МПа	Максимальне еквівалентне напруження σ_e , МПа	Зсувне зусилля F , МН	Мінімальний і максимальний натяг у з'єднанні, м	Конусність дефекту k у з'єднанні	Примітки
0	85	234	0,242	$0,04 \cdot 10^{-3}$	—	Без дефекту
0,1	111	290	0,241	$0,03 \cdot 10^{-3} \dots 0,05 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	
0,05	116	266	0,242	$0,025122 \cdot 10^{-3} \dots 0,045122 \cdot 10^{-3}$	$0,8 \cdot 10^{-3}$	
0,025	131	256	0,242	$0,022683 \cdot 10^{-3} \dots 0,042683 \cdot 10^{-3}$	$1,6 \cdot 10^{-3}$	
0,0125	166	259	0,243	$0,021463 \cdot 10^{-3} \dots 0,041463 \cdot 10^{-3}$	$3,2 \cdot 10^{-3}$	Брак

Рисунок 4 – Розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі валу, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на валу $z_1 = 0,05$ м (а), $z_1 = 0,0125$ м (б); дефект конусоподібної форми

Таблиця 2 – Характеристики з'єднання втулки з сідлоподібним валом

Довжина дефекту, z_1 , м	Максимальний тиск P у з'єднанні, МПа	Максимальне еквівалентне напруження σ_e , МПа	Зсувне зусилля F , МН	Мінімальний і максимальний натяг у з'єднанні, м	Конусність дефекту k у з'єднанні	Примітки
0	85	234	0,242	—	—	Без дефекту
0,1	129	291	0,240	$0,032415 \cdot 10^{-3} \dots 0,052415 \cdot 10^{-3}$	$1,257 \cdot 10^{-3}$	
0,05	156	271	0,240	$0,026198 \cdot 10^{-3} \dots 0,046198 \cdot 10^{-3}$	$2,514 \cdot 10^{-3}$	
0,025	230	291	0,242	$0,023080 \cdot 10^{-3} \dots 0,043080 \cdot 10^{-3}$	$5,028 \cdot 10^{-3}$	Брак
0,0125	206	291	0,244	$0,021501 \cdot 10^{-3} \dots 0,041501 \cdot 10^{-3}$	$10,053 \cdot 10^{-3}$	Пластичність

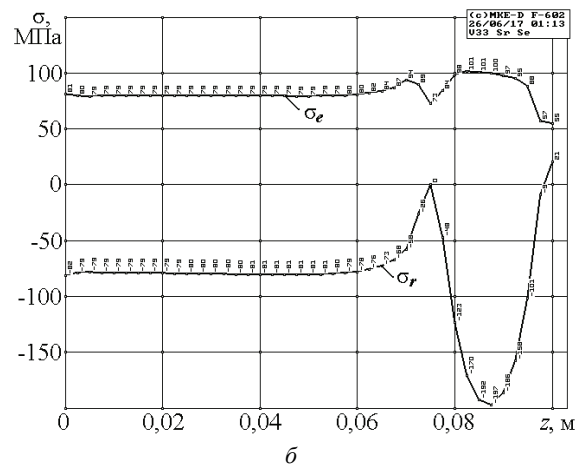
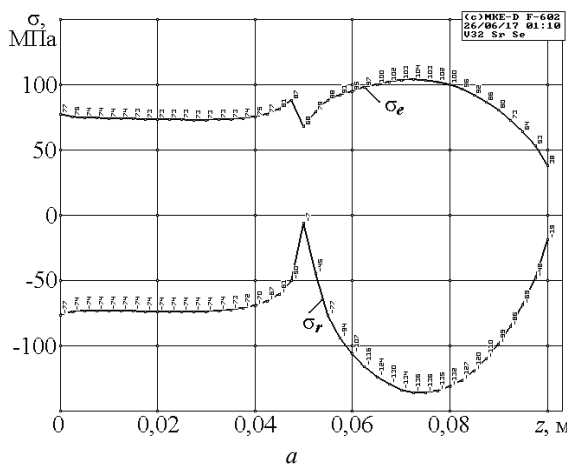
Рисунок 5 – Розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі на валу, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на валу $z_1 = 0,05$ м (а), $z_1 = 0,025$ м (б); дефект сідлоподібної форми

На рис. 6 показаний розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі на валу, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на втулці z_1 відповідно 0,05 м, 0,025 м. Результати розрахунків представлені в табл. 3. При зна-

чній конусності валу у втулці з'являються пластичні деформації, при цьому контакт у з'єднанні частково відсутній, така конструкція є бракованою. Для даної конструкції при довжині дефекту $z_1 = 0,025$ м і $z_1 = 0,0125$ контакт у з'єднанні частково відсутній.

Таблиця 3 – Характеристики з'єднання втулки з діжкоподібним валом

Довжина дефекту, z_1 , м	Максимальний тиск P у з'єднанні, МПа	Максимальне еквівалентне напруження σ_e , МПа	Зсувне зусилля F , МН	Мінімальний і максимальний натяг у з'єднанні, м	Конусність дефекту k у з'єднанні	Примітки
0	85	234	0,242	—	—	Без дефекту
0,1	103	264	0,243	$0,027585 \cdot 10^{-3} \dots 0,047585 \cdot 10^{-3}$	$1,257 \cdot 10^{-3}$	
0,05	136	291	0,243	$0,033802 \cdot 10^{-3} \dots 0,053802 \cdot 10^{-3}$	$2,514 \cdot 10^{-3}$	
0,025	197	291	0,243	$0,036920 \cdot 10^{-3} \dots 0,056920 \cdot 10^{-3}$	$5,028 \cdot 10^{-3}$	Брак Пластичність
0,0125	281	296	0,242	$0,038499 \cdot 10^{-3} \dots 0,058499 \cdot 10^{-3}$	$10,053 \cdot 10^{-3}$	

Рисунок 6 – Розподіл радіальних σ_r та еквівалентних σ_e напружень в осьовому напрямі на валу, обумовлений з'єднанням посадкою з натягом, довжина дефекту на валу $z_1 = 0,05$ м (а), $z_1 = 0,025$ м (б); дефект діжкоподібної форми

Висновки. У роботі досліджувалась залежність міцності з'єднань з натягом від величини аномалії геометричної форми сполучних деталей. Для геометрії досліджуваного з'єднання встановлено натяг, при якому виникають пластичні деформації, та оцінено зменшення міцності з'єднання із-за наявності пластичних деформацій.

Для з'єднання втулки з геометричними аномаліями зсувне зусилля практично не залежить від довжини дефекту, якщо середній натяг у з'єднанні порівнюваних конструкцій співпадає. Практичне значення отриманих результатів полягає в оцінці міцності з'єднань з натягом, які мають відхилення від правильної геометричної форми і придатності їх для використання.

Список літератури:

1. Берникер Е. И. Посадки с натягом в машиностроении / Е. И. Берникер. – М.-Л.: Машиностроение, 1968. – 168 с.
2. Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении / Н.Д. Тарабасов. – М.: Машгиз, 1961. – 264 с.
3. Дунаев П.Ф. Допуски и посадки. Обоснование выбора: Учеб. пособие для студентов машиностроительных вузов / П. Ф. Дунаев, О. П. Леликов, Л. П. Варламова. – М.: Высшая школа, 1984. – 112 с.
4. Пригоровский Н. И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений / Н. И. Пригоровский. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
5. Серенсен С. В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С. В. Серенсен., В. П. Когаев, Р.

М. Шнейдерович. – М.: Машгиз, 1963. – 452 с.

6. Зенкин А.С. Сборка неподвижных соединений термическими методами / А. С. Зенкин, Б. М. Арпентьев. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с.
7. Гречишев Е.С. Соединения с натягом: расчеты, проектирование, изготовление / Е. С. Гречишев, А. А. Ильишенико. – М.: Машиностроение, 1981. – 247 с.
8. Балацкий Л. Т. Усталость валов в соединениях / Л. Т. Балацкий. – К.: Техніка, 1972. – 180 с.
9. Балацкий Л.Т. Прочность прессовых соединений / Л. Т. Балацкий. – К.: Техника, 1982. – 151 с.
10. Подгорный А.Н. Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций / А. Н. Подгорный, П. П. Гонтаровский, Б. Н. Киркач. – К.: Наукова думка, 1989. – 232 с.
11. Миллер В.С. Контактный теплообмен в элементах высокотемпературных машин / В. С. Миллер. – К.: Наукова думка, 1966. – 164 с.
12. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
13. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
14. Виноградский Д.Г. Взаимное влияние соединений с натягом / Д.Г. Виноградский, А.Г. Андреев // Вісник НТУ «ХП». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП», 2016. – № 26 (1198). – С. 37-44. – <http://dx.doi.org/10.20998/2078-9130.2016.26.79925>

Bibliography (transliterated):

1. Berniker E.I. Posadki s natyagom v mashinostroenii. Moscow-Leningrad: Mashinostroenie, 1968. 168 p.
2. Tarabasov N.D. Raschet napryazhennykh posadok v mashinostroenii. Moscow: Mashgiz, 1961. 264 p.

3. Dunaev P.F., Lelikov O.P., Varlamova L.P. Dopuski i posadki. Obosnovanie vybora: Ucheb. posobie dlya studentov mashinostroitel'nyh vuzov. Moscow: Vysshaya shkola, 1984. 112 p.

4. Prigorovskij N.I. Metody i sredstva opredeleniya polej deformacij i napryazhenij. Moscow: Mashinostroenie, 1983. 248 p.

5. Serensen S.V., Kogaev V.P., Shnejderovich R.M. Nesushaya sposobnost' i raschety detalej mashin na prochnost'. Moscow: Mashgiz, 1963. 452 p.

6. Zenkin A.S., Arpent'ev B.M. Sborka nepodviznyh soedinenij termicheskimi metodami. Moscow: Mashinostroenie, 1987. 128 p.

7. Grechishev E.S., Il'yashenko A.A. Soedineniya s natyagom: raschety, proektirovanie, izgotovlenie. Moscow: Mashinostroenie, 1981. 247 p.

8. Balackij L.T. Ustalost' valov v soedineniyah. Kyiv: Tehnika, 1972. 180 p.

9. Balackij L.T. Prochnost' pressovyh soedinenij. Kyiv: Tehnika, 1982. 151 p.

10. Podgornij A.N., Gontarovskij P.P., Kirkach B.N. Zadachi kontaktного vzaimodejstviya elementov konstrukcij. Kyiv: Naukova dumka, 1989. 232 p.

11. Miller V.S. Kontaktnyj teploobmen v elementah vysokotemperaturnykh mashin. Kyiv: Naukova dumka, 1966. 164 p.

12. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike. Moscow: Mir, 1975. 541 p.

13. Segerlind L. Primenenie metoda konechnykh elementov. Moscow: Mir, 1979. 392 p.

14. Vinogradskij D.G., Andreev A.G. Vzaimnoe vliyanie soedinenij s natyagom. Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Dynamika i micnist' mashyn. Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. No 26 (1198). P. 37-44. <http://dx.doi.org/10.20998/2078-9130.2016.26.79925>

Надійшла (received) 15.09.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Оцінка міцності і придатності для використання з'єднань з натягом з геометричними аномаліями / А.Г. Андреев, О.В. Щепкин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 10-14. – Бібліогр.: 14 назв. – ISSN 2078-9130.

Оценка прочности и пригодности для использования соединений с натягом с геометрическими аномалиями / А.Г. Андреев, О.В. Щепкин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 10-14. – Бібліогр.: 14 назв. – ISSN 2078-9130.

Estimation of durability and fitness for use of connections with a heavy-shrink fitting with geometrical abnormalities / A.G. Andreev, O. Schepkin // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 10-14. – Bibliogr.: 14. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Андреев Арнольд Георгійович – кандидат технічних наук, доцент, кафедра «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Андреев Арнольд Георгиевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Andreev Arnol'd Georgievich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Щепкин Олександр Віталійович – науковий співробітник, кафедра «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: sah4199@ukr.net.

Щепкин Александр Витальевич – научный сотрудник, кафедра «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: sah4199@ukr.net.

Schepkin Oleksandr – Research Officer, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: sah4199@ukr.net.

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, О. А. ТАТАРІНОВА, К. Ф. ЧЕШКО

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ЗВАЖЕНИХ ВІДХИЛІВ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ РОЗПОДІЛУ ТЕМПЕРАТУР ТА ДЕФОРМАЦІЙ РАДІАЦІЙНОЇ ПОВЗУЧОСТІ В ПЛАСТИНАХ

Статтю присвячено опису застосування методу зважених відхилів у формі методу Гальоркіна для розв'язання задач нестационарної теплопровідності та радіаційної повзучості у прямокутних пластинах. Розглянуто основні залежності, які застосовано до отримання розв'язків даних задач. Задачу нестационарної теплопровідності зведено до послідовного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь для коефіцієнтів при розкладенні функції температур у ряд за базисними функціями для різних моментів часу. Для розв'язання задачі радіаційної повзучості попередньо розглядається визначення функції переміщення у задачі згину прямокутної пластини при заданому перепаді температур на її сторонах. Наведено приклади розв'язання у вигляді розподілів температур та деформацій радіаційної повзучості за координатами та у різні моменти часу.

Ключові слова: пластина, температура, нестационарна теплопровідність, радіаційна повзучість, метод зважених відхилів, метод Гальоркіна.

Статья посвящена описанию применения метода взвешенных невязок в форме метода Галеркина для решения задач нестационарной теплопроводности и радиационной ползучести в прямоугольных пластинах. Рассмотрены основные зависимости, использованные для получения решений данных задач. Задача нестационарной теплопроводности сведена к последовательному решению систем линейных алгебраических уравнений для коэффициентов в разложении функции температур в ряд по базисным функциям для различных моментов времени. Для решения задачи радиационной ползучести предварительно рассматривается определение функции перемещения в задаче изгиба прямоугольной пластины при заданном перепаде температур на ее сторонах. Приведены примеры решения в форме распределений температур и деформаций радиационной ползучести в зависимости от координат и в различные моменты времени.

Ключевые слова: пластина, температура, нестационарная теплопроводность, радиационная ползучесть, метод взвешенных невязок, метод Галеркина.

The paper is devoted to the description of the Weighted Residuals Method in Galerkin form for solution of the non-stationary heat transfer and irradiation creep problems in rectangular plates. The basic methods and dependencies were used for the solution of these problems are considered. The non-stationary heat problem is derived to sequential decisions of the systems of linear algebraic equations for the coefficients in expansions of temperature function in series on the basis functions for the different time moments. The problem of rectangular plate's bending with specified temperature drops in its sides is preliminary solved in order to obtain the solution of irradiation creep problem. The stress tensor components were found in the plate's points, are used in associated flow rule for the obtaining the components of creep irradiation strain tensor. The non-stationary heat transfer problem in quadratic area with boundary conditions of Newton and Diriclet types is considered as well as the calculated temperature distributions on co-ordinates in plane and time are presented. The irradiation creep of rectangular plate made from high resistant steel 15X1M1Ф is considered. Obtained distributions of irradiation creep strains for three regarded values of temperature drops allow us to evaluate the plate deformation and service ability at different time moments.

Key words: plate, temperature, non-stationary heat transfer, irradiation creep, method of weighted residuals, Galerkin method.

Вступ. Теперішній час характеризується переважанням застосування методу скінченних елементів (МСЕ) [1] для отримання розв'язків будь-яких задач математичної фізики, насамперед механіки та термодинаміки. Між іншим, його переваги повною мірою проявляються при розв'язанні завдань, що характеризується складною геометричною формою об'єктів та складними граничними умовами. При аналізі елементів канонічної форми, наприклад колової чи прямокутної, переваги МСЕ зникають. Навпаки, при цьому для досягнення необхідної точності розв'язків є необхідним застосування зайвих обсягів ресурсів ЕОМ, що призводить до недостатньо швидкого отримання результатів, а при замалому ступеню дискретизації є ризик отримання невірних результатів.

Альтернативний підхід полягає у залученні приближних варіаційних методів розв'язання, серед яких виділяється метод зважених відхилів [1, 2]. Застосування цього методу в завданнях механіки твердого деформованого тіла та пов'язаних з нею напрямках [1, 3, 4] доводить його достатню точність та ефектив-

ність.

У даній статті представлено підхід до комплексного аналізу процесів перерозподілу температур та компонентів напружено-деформованого стану у тонких прямокутних пластинах, що піддані впливу нестационарних теплових та радіаційних полів, з застосуванням методу зважених відхилів у формі методу Гальоркіна [1, 2]. Такі конструктивні елементи, незважаючи на їхню просту геометричну форму, є достатньо поширеними у авіакосмічному та енергетичному машинобудуванні [5, 6]. Послідовно розглянуто дві задачі – нестационарної теплопровідності та радіаційної повзучості, при цьому у багатьох випадках розв'язок першої з них є необхідним для визначення початкового розподілу компонентів термолупного напружено-деформованого стану у другій.

Розв'язання задачі нестационарної теплопровідності у прямокутній пластині. Розглянемо розв'язок рівняння нестационарної теплопровідності [1], яке записано відносно функції розподілу темпера-

тур $\varphi(x, y, t)$ для прямокутної області:

$$\frac{k}{c\rho} \Delta \varphi + \frac{g}{c\rho} = \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}, \quad (1)$$

Розв'язок має задовольняти наступним граничним і початковим умовам:

$$\begin{aligned} -k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_x &= k_n \varphi(0, y, t) = k_n \varphi_{lco}; \\ k \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_x &= \bar{\alpha} + k_n \varphi(a, y, t) = k_n \varphi_{nco}; \\ -k \frac{\partial \varphi}{\partial y} \Big|_y &= k_H \varphi(x, 0, t) = k_H \varphi_{Hco}; \\ \varphi(x, b, t) &= \varphi_b, \quad \varphi(x, y, 0) = \varphi^0. \end{aligned}$$

Розв'язання задачі виконуємо за допомогою методу Гальоркіна [1, 7]:

$$\varphi_n(x, y, t) = v_0(x, y, t) + \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^M H_k(t) \cdot N_{km}(x, y), \quad (2)$$

де $N_{km}(x, y)$ – базисні та вагові функції. Візьмемо їх у вигляді [2]:

$$N_{km}(x, y) = \frac{P_{k-1}(x) \cdot P_{m-1}(y)}{\|P_{k-1}\| \cdot \|P_{m-1}\|}, \quad k, m = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де

$$\|P_k\| = \sqrt{\int_0^{\pi} (P_k(x))^2 dx} = \left(\frac{\pi}{2k+1} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Для пошуку функцій H_i розв'язується система диференціальних рівнянь [7, 8]:

$$A \frac{dH}{dt} = C v + B. \quad (4)$$

Матриці $A = (a_{kj})_n$, $C = (c_{kj})_n$ і вектор $B = (b_k)_n$ знаходяться з рівнянь:

$$\sum_{j=1}^n a_{kj} \cdot \frac{dH_j}{dt} - \sum_{j=1}^n C_{kj} H_j = b_k, \quad k = \overline{1, n}; \quad (5)$$

$$a_{kj} = (L[v_j], N_k) = \iint_D L[v_j] \cdot N_k dx dy; \quad (6)$$

$$b_k = (f - L[v_0], N_k) = \iint_D (f - L[v_0]) \cdot N_k dx dy;$$

$$c_{kj} = \iint_D \left(K \frac{\partial^2 v_k}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 v_k}{\partial y^2} \right) \cdot N_k dx dy.$$

Для розв'язання задачі (6) будується задача Коші. Отримаємо:

$$H(0) = A^{-1} D, \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} d_k &= (g_k(x, y) - V_0(x, y, 0), N_k(x, y)) = \\ &= \iint_D (g_k(x, y) - v_0(x, y, 0)) N_k(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (8)$$

Як приклад, розглянемо задачу щодо розповсюдження тепла у квадратній області зі стороною 0.6 м. Прийнято наступні крайові умови. Ліва границя області розсіює тепло зі сталим коефіцієнтом теплопередачі $k_L = 400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$ до оточуючого середовища з

температурою $\varphi_{Lco} = 100^\circ \text{C}$, а права границя розсіює тепло зі сталим коефіцієнтом теплопередачі

$k_H = 400 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$ до оточуючого середовища з тем-

пературою $\varphi_{Hco} = 20^\circ \text{C}$. Нижня границя розсіює тепло зі сталим коефіцієнтом теплопередачі

$k_H = 100 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$ до оточуючого середовища з тем-

пературою $\varphi_{Hco} = 20^\circ \text{C}$, а верхня поверхня підтримується при сталій температурі $\varphi_b = 50^\circ \text{C}$. Коефіцієнт теплової провідності матеріалу $k = 60 \text{ Вт/(м} \cdot \text{град)}$, а коефіцієнт теплоємності $c = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. В початковий момент область нагріто до однорідної температури $\varphi = 50^\circ \text{C}$. Теплова енергія генерується з питомою потужністю $g = 5,0 \cdot 10^5 \text{ Вт/м}^2$. Застосовано тригонометричні базисні функції.

На рис. 1 представлено розподіл ліній рівня температур для моменту $t = 10 \text{ с}$, а на рис. 2 наведено графік змінювання температури у серединному горизонтальному перерізі пластини для різних моментів часу. На рис. 2 крива 1 відповідає моменту $t = 10 \text{ с}$; крива 2 – $t = 20 \text{ с}$; крива 3 – $t = 30 \text{ с}$; крива 4 – $t = 40 \text{ с}$; крива 5 – $t = 50 \text{ с}$; крива 6 – $t = 100 \text{ с}$.

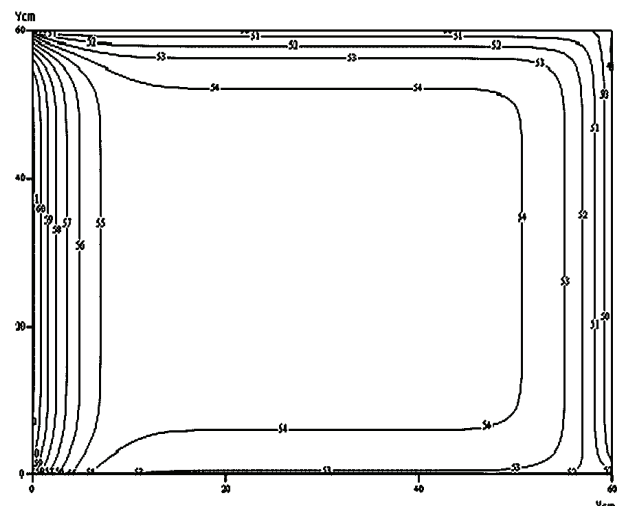


Рисунок 1 – Лінії рівня температур для моменту $t = 10 \text{ с}$

Як видно з наведених графіків, застосований метод надає ефективні можливості для встановлення розподілу температур у будь-якій точці та у будь-який момент часу для областей з різними типами крайових умов.

Розв'язання задачі радіаційної повзучості прямокутної пластини. Як відомо [5], найчастіше радіаційна повзучість визначається за фізичними рівняннями, що реалізують лінійний зв'язок між компонентами тензору швидкостей деформацій повзучості $\dot{\epsilon}_{ij}^r$ та девіатору напружень S_{ij} :

$$\dot{\epsilon}_{ij}^r = \frac{3}{2} B \sigma_i S_{ij}, \quad (8)$$

де B – константа радіаційної повзучості, яку знаходять експериментально [5, 9].

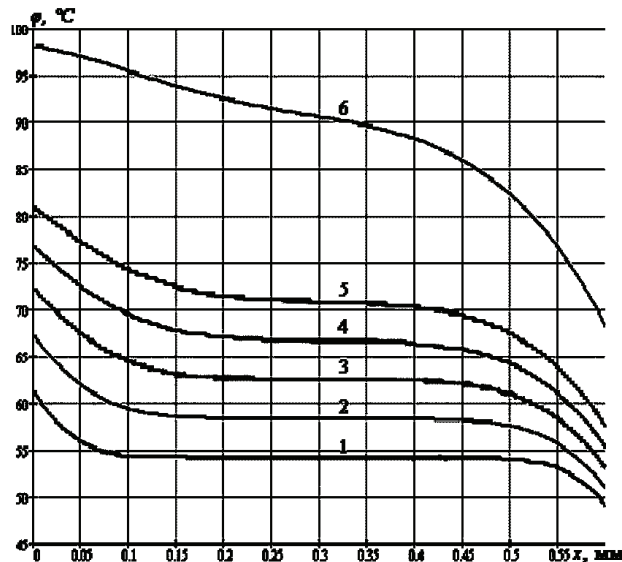


Рисунок 2 – Залежність температури від часу для серединного горизонтального перерізу пластини

Для визначення напружено-деформованого стану у пластині товщиною h , що за даними попереднього теплового розрахунку має стаціонарний розподіл температури, який характеризується різницею температур $T = \varphi_1 - \varphi_2$ між нагрітими поверхнями, розв'язується наступне диференціальне рівняння [10]:

$$\Delta w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \alpha T \frac{1+\nu}{h}, \quad (9)$$

де α – коефіцієнт теплового розширення; E та ν – модуль пружності й коефіцієнт Пуассона.

За знайденою функцією прогину w визначаються деформації у точках пластини з аплікатою z [10]:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad \varepsilon_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad \gamma_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

та напруження:

$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right);$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right);$$

$$\gamma_{xy} = -\frac{Ez}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}.$$

За їхніми значеннями визначають компоненти девіатора S_{ij} та інтенсивності напружень Мізеса σ_i . Далі за проінтегрованим за часом співвідношенням (8) розраховують величини компонентів тензору деформацій радіаційної повзучості c_{ij}^r .

Таким чином, має бути знайденим приблизний розв'язок рівняння (9). Застосуємо для цього також метод зважених відхилів у формі Гальоркіна [1].

$$w(x, y) = \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M a_{nm} N_{nm}(x, y). \quad (10)$$

Як базисні, оберемо тригонометричні функції. Розв'язок стаціонарної задачі отримуємо аналогічно, за співвідношеннями (3)–(8), записаними у незалежній

від часу формі. Розв'язання рівняння

$$\int_{\Omega} N_l R_{\Omega} d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{N}_l R_{\Gamma} d\Gamma = 0, \quad l = 1, \dots, M, \quad (11)$$

де $\bar{N}_l$ – вагові функції на границях пластини, які методом Гальоркіна обираються такими, що дорівнюють базисним (можливо, з іншим знаком); R_{Ω} та R_{Γ} – відхилення за областю Ω та границею Γ , що обчислюються підстановкою розкладень (10) до рівняння (9) та рівнянь крайових умов, дозволяє отримати значення функції прогинів $w(x, y)$.

Як приклад, розглянемо розв'язок задачі радіаційної повзучості шарнірно опертої прямокутної пластини зі сторонами $0,1 \times 0,05$ м та товщиною $0,005$ м, виготовленої зі сталі 15X1M1Ф. Вважаємо, що за результатами теплового перерозподілу температури у площині є однаковими, а різниця температур між сторонами пластини T дорівнює 40°C , 50°C та 60°C . Коефіцієнт $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-5}$ ($1/^\circ\text{C}$). Константу B до закону (8) за даними роботи [9] прийнято рівною $3,375 \cdot 10^{-13}$ ($\text{МПа}^{-1}/\text{с}$).

Наведемо результати розрахунку для $t = 100000$ г при $T = 40^\circ\text{C}$. На рис. 3 представлено розподіл лінійної деформації пластини ε_x вздовж більшої її сторони за середньою лінією, що поділяє меншу сторону.

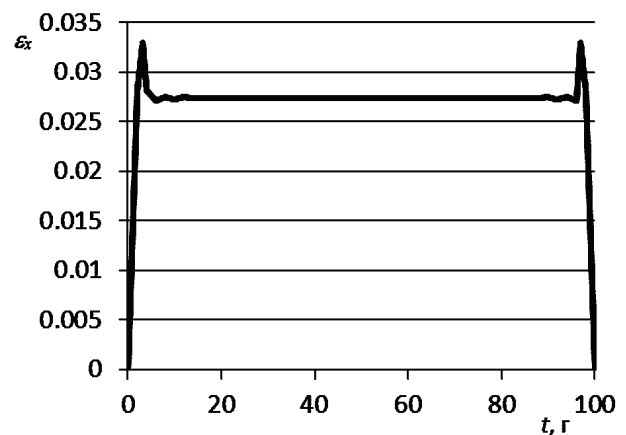


Рисунок 3 – Розподіл лінійної деформації вздовж сторони пластини, $t = 100000$ г

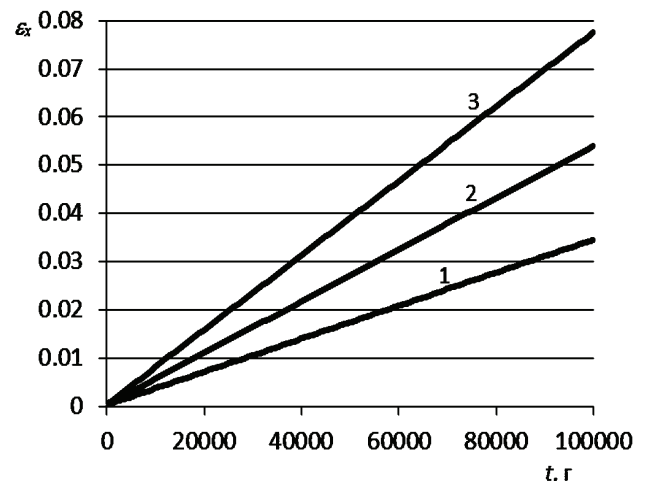


Рисунок 4 – Залежність максимальної лінійної деформації радіаційної повзучості від часу

Рис. 4 містить порівняльні криві зростання максимальних значень цієї ж компоненти для $T=40^{\circ}\text{C}$ (крива 1), $T=50^{\circ}\text{C}$ (крива 2) та $T=60^{\circ}\text{C}$ (крива 3).

За час радіаційного впливу максимальне значення деформації ε_x зростає більш ніж на два порядки: наприклад для $T=40^{\circ}\text{C}$ – від $3 \cdot 10^{-4}$ до $3,46 \cdot 10^{-2}$. Таке істотне формозмінення має, безперечно, враховуватись при оцінці стану елементів активної зони атомних реакторів.

Висновки. В статті міститься викладення основних залежностей методу зв'язаних відхилів, що їх застосовано у формі Гальоркіна для задач нестационарної теплопровідності та теорії тонких пластин. Результати розв'язання, у вигляді розподілів за координатами у площині та часом температур й компонентів напружено-деформованого стану, можуть бути застосовані при оцінюванні деформування та довговічності тонкостінних конструктивних елементів, які знаходяться під спільним впливом температурних та радіаційних полів.

Список літератури:

1. *Зенкевич К.* Конечные элементы и аппроксимация / *К. Зенкевич, О. Морган.* – М.: Мир, 1986. – 309 с.
2. *Марчук Г. И.* Методы вычислительной математики / *Г. И. Марчук.* – М.: Наука, 1980. – 535 с.
3. *Morachkovskii O. K.* Solving initial-boundary-value creep problems / *O. K. Morachkovskii, Y. V. Romashov* // International Applied Mechanics. – 2009. – Vol. 45, № 10. – P. 1061-1070.
4. *Morachkovskii O. K.* Analysis of flexural-flexural-torsional nonlinear vibrations of twisted rotating beams with cross-sectional deplanation / *K. V. Avramov, O. S. Galas, O. K. Morachkovskii, C. Pierre* // Strength of Materials. – 2009. – Vol. 41, № 2. – P. 200-208.
5. *Ма Б. М.* Материалы ядерных энергетических установок / *Б. М. Ма.* – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 408 с.
6. *Гладкий В. Ф.* Прочность, вибрация и надежность конструкции летательного аппарата / *В. Ф. Гладкий.* – М.: Наука, 1975. – 456 с.
7. *Флетчер К.* Численные методы на основе метода Галеркина / *К. Флетчер.* – М.: Мир, 1988. – 352 с.
8. *Патанкар С. В.* Численное решение задач теплопроводности и конвективного теплообмена при течении в каналах / *С. В. Патанкар.* – М.: Издательство МЭИ, 2003. – 312 с.

9. Длительная прочность элементов кассеты насыпного типа для быстрого газоохлаждаемого реактора: Препринт ХФТИ 85-37 / *О. В. Бирюков, А. А. Золочевский, А. Г. Лаврук, О. К. Морачковский, С. М. Школьный.* – М.: ЦНИИАтоминформ, 1985. – 39 с.

10. *Тимошенко С. П.* Пластинки и оболочки / *С. П. Тимошенко.* – М.: Гос.тех.теор.издат, 1948. – 460 с.

References (transliterated):

1. *Zenkevich K., Morgan O.* Konechnye elementy i approksimacija. [Finite Elements and Approximation]. Moscow: Mir Publ., 1986. 309 p.
2. *Marchuk G. I.* Metody vychislitel'noj matematiki. [Methods of Computational Mathematics]. Moscow: Nauka Publ., 1980. 535 p.
3. *Morachkovskii O. K., Romashov Y. V.* Solving initial-boundary-value creep problems. International Applied Mechanics. 2009. Vol. 45, no. 10. PP. 1061-1070.
4. *Avramov K. V., Galas O. S., Morachkovskii O. K., Pierre C.* Analysis of flexural-flexural-torsional nonlinear vibrations of twisted rotating beams with cross-sectional deplanation. Strength of Materials. 2009. Vol. 41, no. 2. PP. 200-208.
5. *Ma B. M.* Materialy jadernyh jenergeticheskikh ustanovok. [Materials of nuclear power plants]. Moscow: Jenergoatomizdat Publ., 1987. 408 p.
6. *Gladkij V. F.* Prochnost', vibracija i nadezhnost' konstrukcii letatel'nogo apparata. [Strength, vibration and reliability of aircraft design]. Moscow: Nauka Publ., 1980, 456 p.
7. *Fletcher K.* Chislennye metody na osnove metoda Galerkina. [Numerical methods based on the Galerkin method]. Moscow: Mir Publ., 1988. 352 p.
8. *Patankar S. V.* Chislennoe reshenie zadach teploprovodnosti i konvektivnogo teploobmena pri techenii v kanalah. [Numerical solution of the problems of heat conduction and convective heat transfer during flow in channels]. Moscow: MJEI Publ., 2003. 312 p.
9. *Birjukov O. V., Zolochevskij A. A., Lavruk A. G., Morachkovskij O. K., Shkol'nyj S. M.* Dlitel'naja prochnost' jelementov kassety nasypnogo tipa dlja bystrogo gazoox-lazhdaemogo reaktora: Preprint HFTI 85-37. [Continuous strength of bulk-type cassette elements for fast gas-cooled reactor: Preprint HFTI 85-37]. Moscow: CNIIatominform Publ., 1985. 39 p.
10. *Timoshenko S. P.* Plastinki i obolochki. [Plates and shells]. Moscow: Gos.teh.teor. Publ., 1948. 460 p.

Надійшла (received) 05.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Застосування методу зв'язаних відхилів для визначення розподілу температур та деформацій радіаційної повзучості в пластинах / *Д. В. Бреславський, О. А. Татарінова, К. Ф. Чешко* // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 15-19. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Применение метода взвешенных невязок для определения распределения температур и деформаций радиационной ползучести в пластинах / *Д. В. Бреславский, О. А. Татаринова, К. Ф. Чешко* // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 15-19. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Application of the method of weighted residuals for determining the distribution of temperatures and radiation creep strains in plates / *D. V. Breslavsky, O. A. Tatarinova, K. F. Cheshko* // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 15-19. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Бреславський Дмитрій Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua.

Татарінова Оксана Андріївна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54; e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Татарінова Оксана Андріївна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ», tel.: (057) 707-60-58; e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Tatarinova Oksana Andriivna – Candidate of Technical Sciences, Dozent, NTU "KhPI"; tel.: (057) 707-60-58; e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Чешко Ксенія Федорівна – аспірант, Інститут проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України, м. Харків, тел.: (050) 254-66-35; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

Чешко Ксенія Федоровна – аспирант, Институт проблем машиностроения имени А.Н. Подгорного НАН Украины, г. Харьков; тел.: (050) 254-66-35; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

Cheshko Kseniya Fedorivna – PHD student, Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine, Kharkiv; tel.: (050) 254-66-35; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

УДК 539.3

DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2017.40.119709>**В.М.ГРИЩЕНКО**

АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ ТА АНАЛІЗ СИЛОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ МОДЕЛІ НОЖИЧНОГО ПІДЙОМНИКА НА РІЗНИХ СТАДІЯХ ПІДЙОМУ

Одним з найбільш популярних універсальних та доступних підйомних механізмів є ножичний підйомник (НП). Важливого значення набувають методи моделювання їх роботи, зокрема, розрахунки силового навантаження (розрахунки на міцність). В даній роботі на базі методу скінченних елементів (МСЕ) розглядається алгоритм визначення силового навантаження типової моделі ножичного підйомника та його аналіз на різних стадіях підйому, який можна використовувати для розрахунків подібних конструкцій. Як приклад, розглянуто навантаження зосередженою силою, прикладеною з ексцентриситетом, моделі ножичного підйомника, з двома парами ножиць.

В роботі приведені результати обчислень згідно наведеного алгоритму деформованого стану НП, розподілу силового навантаження при підйомі вантажу від 0,33 м до 2,03 м. Показана важлива роль структури конструкції на формування величин та характер розподілу максимальних зусиль по її ланкам. Приведена залежність тягового зусилля в гідроциліндрі від висоти підйому вантажу.

Ключові слова: ножичний підйомник, метод скінченних елементів, силове навантаження, алгоритм.

Одним из наиболее популярных универсальных и доступных подъемных механизмов есть ножничный подъемник (НП). Важное значение приобретают методы моделирования их работы, в частности, расчеты силового нагружения (расчеты на прочность). В данной работе на базе метода конечных элементов (МКЭ) рассматривается алгоритм определения силового нагружения типовой модели ножничного подъемника и его анализ на различных стадиях подъема, который можно использовать для расчета подобных конструкций. Как пример, рассмотрено нагружение сосредоточенной силой, приложенной с эксцентриситетом, модели ножничного подъемника, с двумя парами ножиц.

В работе приведены результаты вычислений в соответствии с приведенным алгоритмом деформированного состояния НП, распределения силового нагружения при подъеме груза от 0,33 м до 2,03 м. Показана важная роль структуры конструкции на формирование величин и характер распределения максимальных усилий по ее звеньям. Приведена зависимость тягового усилия в гидроцилиндре от высоты подъема груза.

Ключевые слова: ножничный подъемник, метод конечных элементов, силовое нагружение, алгоритм.

One of the most popular universal and accessible liftings mechanisms is a scissors-lift (NP). Important part acquire the methods of design of their work, in particular, calculations of power ladening (calculations on durability). In this work on the base of finite element method (FEM) the algorithm of determination of power ladening of typical model of scissors-lift and his analysis is examined on the different stages of getting up, which can be utilized for the calculation of similar constructions. As an example, the ladening of force with an excentricity is consider for models of scissors- lift, with two pair of scissors.

The results of calculations are in-process resulted in accordance with the resulted algorithm of the deformed state of NP, distributing of power ladening at getting up of load from a 0,33 m code to 2.03 m. The important role of structure of construction is retined on forming of sizes and character of distributing of maximal powers on its links. Dependence of hauling effort is resulted in a hydro-cylinder from the height of getting up of load.

Keywords: scissors lift, finite element method, power ladening, algorithm.

1. Актуальність проблеми. Створення конструкцій, механізмів, машин представляє собою творчий процес проектування, конструювання та супроводжується неперервним моделюванням їх поведінки при різних умовах. Послідовне рішення задач аналізу дозволяє ще на стадії проектування вибрати для них

раціональні параметри. Одним з основних розрахунків є силовий. Визначення силового навантаження (розрахунки на міцність) з використанням розрахункових моделей різної ступені складності, врахування гнучкості ланок та реальних властивостей матеріалів дозволяє ціленаправлено модифікувати схеми механізмів з метою

зниження ваги, вибору раціональної форми та розмірів окремих вузлів, спрощення структури та інше.

В останні роки у зв'язку з погасанням бізнесу в країнах з ринковою економікою, розвитком сфери обслуговування, ростом об'ємів будівництва значно посилюється інтерес до об'єктів «малої» механізації при виконанні різного роду робіт виробничої сфери. До їх числа можна віднести велике різноманіття підйомників [1,2].



Рисунок 1 – Багатоножичний підйомник

В наш час в світі випускається велика кількість підйомників різноманітних як по конструкції так і по призначенню.



Рисунок 2 – Двох ножичні підйомники

В Німеччині їх випуском зайнято більше 2-х десятків фірм, в Англії – більше десятка, причому їх асортимент також досягає десятків. Актуальною ця проблема стала також і для України. Окремі більш відомі фірми [1,2] а також значна частина приватних підприємств виявляють значний інтерес до проблем виробництва, реклами та супроводу окремих типів підйомників.

Одним з найбільш популярних універсальних та доступних підйомних механізмів є ножичний підйомник (НП) – ножичний підйомний стіл, гідравлічна платформа, тощо. Пристрій працює по принципу ножиць: платформа піднімається вертикально вгору за рахунок роздвигання та складання опор.

НП мають досить широку область використання

(яка постійно розширюється) та призначені для:

- виконання вантажних робіт на малих та великих висотах;
- роботи на важкодоступних ділянках;
- роботи в приміщеннях торгових центрів, аеропортах, спорткомплексах, складах, на вулицях, на промислових об'єктах, будівництві і таке інше.

Це є базове устаткування для станцій технічного обслуговування (СТО), які набули масового поширення у зв'язку з інтенсивним ростом парку автомобілей та модернізації устаткування в них. Це ефективне, просте, зручне та сучасне підйомне обладнання. До переваг НП слід віднести також надійність та значний строк експлуатації.

Фірми випускають НП з технічними характеристиками в широкому діапазоні по розмірам, потужності, вантажопідйомності, що сягає понад 10 т, робочій висоті підйому платформи до 25-30 м. З гідравлічним, електрогідравлічним, електромеханічним та іншими типами приводів.

В останні роки широкого розповсюдження набула практика аренди ножичних підйомників [1,2].

Поряд з цим, підйомне устаткування такого типу повинно мати значний запас міцності, проходити відповідні випробування та відповідати діючим технічним умовам та регламентним вимогам безпеки роботи машин. У зв'язку з цим важливого значення набувають методи моделювання їх роботи.

Аналіз публікацій по будівельній механіці [3-6], вантажопідйомній техніці [7-10] показав, що в існуючій літературі проблемі силового розрахунку ножичних підйомників (НП) приділено мало уваги.

При цьому використовуються переважно кінестатичні моделі механізмів, методи будівельної механіки та її загальні принципи для формування розрахункових рівнянь конструкції [10].

Разом з тим, в наш час накопичено значний теоретичний арсенал та практичні підходи в області будівельної механіки, теорії пружності, міцності конструкцій, чисельних методів. На сьогодні існує значна кількість літератури по проблемам розрахунків НДС складних конструкцій і серед неї потрібно виділити ту, в якій розглядаються сучасні підходи метода скінченних елементів (МСЕ) [11-12].

МСЕ – добре розроблений алгоритм, фізично обґрунтований, має високу точність та інші переваги.

2. Постановка задачі. Таким чином, основним помічником при виконанні особливо важких робіт є різні механізми. Сфера використання різного роду підйомників, як найбільш зручних, універсальних засобів переміщення вантажів стрімко розвивається. Важливим фактором забезпечення безпечної роботи цих пристроїв є моделювання їх роботи та встановлення допустимих меж при експлуатації. Разом з цим, робіт по використанню сучасних чисельних методів обчислення несучої здатності підйомників обмаль.

Задачею даної роботи є розробка алгоритму визначення силового навантаження типової моделі ножичного підйомника, аналіз його характерних особливостей на різних стадіях підйому, та який можна використовувати

для розрахунків подібних конструкцій. В якості прикладу розглянуто навантаження зосередженою силою P , прикладеною з ексцентриситетом e , моделі ножичного підйомника Lift, зображеної на рис. 3.

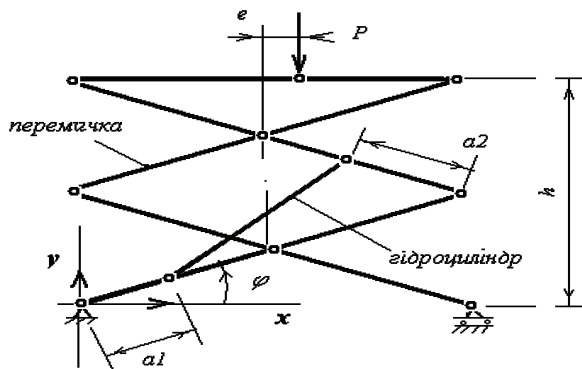


Рисунок 3 – Модель ножичного підйомника Lift

Вона представляє собою одну з двох груп паралельно працюючих ланок, з'єднаних в обертальних кінематичних парах осьовими елементами, які представляють собою дві секції ножиць. Привід робочої площадки з корисним вантажем P здійснюється гідравлічним циліндром через шарнірно-ричажний механізм, який шарнірно приєднаний до вантажної площадки, а нижня секція з'єднана з корпусом нерухомих шарнірів. Праві кінці верхніх та нижніх перемичок ковзають в горизонтальному напрямку по направляючим в корпусі і вантажній площадці.

Складну задачу можна суттєво спростити, якщо прийняти ряд припущень:

- будемо вважати, що механізм плоский, тобто паралельні групи ланок ідентичні по геометрії, характеристикам, закріпленню та при деформуванні зміщення здійснюється лише в одній площині;
- кожна з ланок механізму (перемички) - це кусково-постійні стержневі елементи з індивідуальними характеристиками, які знаходяться в згинально-поздовжній деформації в площині механізму;
- всі кінематичні пари, що з'єднують перемички, є обертальними;
- при деформуванні механізму тертям нехтуємо;
- зважаючи на незначні швидкості переміщень при робочих операціях, динамічними складовими зусиль нехтуємо;
- розглядаємо деформування однорідного матеріалу в рамках лінійного закону Гука;
- при визначенні силових потоків гідроциліндр також моделюється кусково-постійним стержневим елементом, що здійснює згинально-поздовжню деформацію.

Зауваження: в разі потреби кожне з цих припущень може бути зняте, але приведе до певних ускладнень в алгоритмі задачі.

3. Основні положення алгоритму. Приведемо послідовно основні етапи рішення поставленої задачі, згідно з підходами метода скінченних елементів (МСЕ).

1. *Вибираємо глобальну систему координат.* Во-

на призначена для інтеграції інформації, що відноситься до всієї конструкції, а саме: введення та обчислення координат точок конструкції, глобальних векторів зусиль, переміщень, формування рівнянь всієї конструкції і таке інше.

2. *Дискретизація конструкції.* Конструкція розбивається на прості області (скінченні елементи (СЕ)). Це такі, для яких нескладно записати та вирішити відповідні рівняння. В нашому прикладі це перемички та гідроциліндр, напружено-деформований стан яких будемо моделювати 13 стержневими СЕ постійного поперечного перерізу, що здійснюють згинально-поздовжню деформацію в площині механізму (рис.4).

Зауваження: в разі потреби кількість СЕ може зростати до сотень, тисяч.

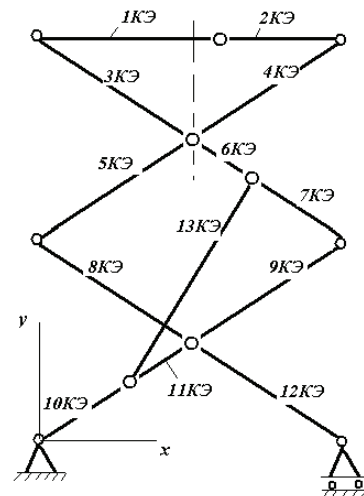


Рисунок 4 – Скінченно-елементна модель ножичного підйомника Lift

3. *Вибираємо тип стандартного скінченного елемента (СЕ), який відповідає характеру деформування.* Призначаємо локальну систему координат, локальні вузлові точки, локальні вузлові невідомі. Наприклад, нехай це буде 2-х вузловий стержневий СЕ з трьома параметрами у кожному з вузлів (рис. 5).

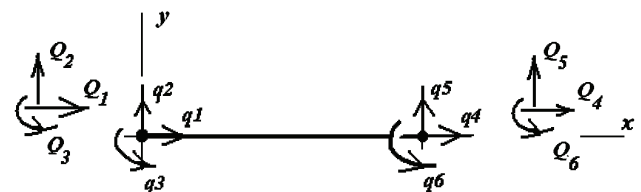


Рисунок 5 – СЕ з 6-ю степенями вільності в локальній системі координат:

q_1, q_2, q_3 – вузлові значення переміщень в продольному, поперечному напрямках та кут повороту на лівому краї (вузлі); q_4, q_5, q_6 – відповідні вузлові значення на правому краї (вузлі);

Q_1, Q_2, Q_3 – вузлові значення зовнішніх реакцій-сил в продольному, поперечному напрямках та згинальний момент на лівому краї (вузлі); Q_4, Q_5, Q_6 – відповідні вузлові значення зовнішніх реакцій на правому краї (вузлі).

($Q_1 - Q_6$) – це такі зовнішні реакції, які відповідають степені деформування СЕ, тобто утримують його в рівновазі в деформованому стані ($q_1 - q_6$).

Зауваження: в разі потреби можна використовувати СЕ різних типів, з різною кількістю вузлових точок. Вузлові невідомі на стандартному СЕ введені в проекціях на осі локальної системи координат.

Зрозуміло, що між векторами вузлових реакцій та вузлових переміщень можна встановити залежності, на основі відповідних рівнянь деформування СЕ (стержня). Ці залежності називають рівняннями СЕ і представляють в матричній формі так:

$$Q = Kq, \quad (1)$$

де $q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ – вектор вузлових значень переміщень всього СЕ; $Q = \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6\}$ – вектор вузлових значень реакцій всього СЕ; K – матриця жорсткості СЕ такого типу може бути визначена з рівнянь згинальної та поздовжньої деформації стержня та записана так:

$$K = \begin{vmatrix} c & \cdot & \cdot & -c & \cdot & \cdot \\ \cdot & 12a & 6la & \cdot & -12a & 6la \\ \cdot & 6la & 4l^2a & \cdot & -6la & 2l^2a \\ -c & \cdot & \cdot & c & \cdot & \cdot \\ \cdot & -12a & -6la & \cdot & 12a & -6la \\ \cdot & 6la & 2l^2a & \cdot & -6la & 4l^2a \end{vmatrix}. \quad (2)$$

де $c = EF / l$; $a = EI / l^3$; EF, EI – жорсткості на розтягнення та згинання; l – довжина стержня.

4. **Призначаємо глобальні вузлові невідомі всієї конструкції.** Це – переміщення кінематичних пар (вузлових точок) та кути повороту від згинальної деформації (рис. 6).

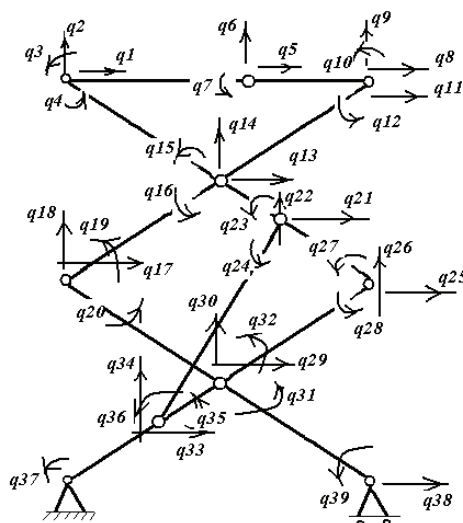


Рисунок 6 – 39 глобальних вузлових невідомих конструкції

Зауваження: для правого верхнього вузла введено два вузлових переміщення в горизонтальному напрямку (q_8 і q_{11}). Прийнято, що вантажна площадка та перемичка 4СЕ ковзають між собою в горизонтальному напрямку. А два різні кути повороту в деяких вузлах враховують повертання в кінематичних парах різних ланок.

5. **Формування рівнянь всієї конструкції, рішення для глобальних вузлових невідомих та кожного СЕ.** Для цього спочатку потрібно підготувати рівняння кожного з 13 СЕ в локальній системі координат по формі (1,2). Потім виконати перетворення цих рівнянь

до глобальної системи координат. Побудова 39 рівнянь для всієї конструкції полягає у формуванні умов сумісності переміщень у вузлах та рівнянь рівноваги сил та моментів по кожній з глобальних координат.

Для цього зручно використати матрицю індексів, яка ставить у відповідність локальну та глобальну нумерацію вузлів та враховує їх спосіб закріплення.

Для приведеної конструкції вона має такий вигляд:

$$\text{Ind}(13, 6) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 2 & 4 & 13 & 14 & 15 \\ 13 & 14 & 16 & 11 & 9 & 12 \\ 17 & 18 & 19 & 13 & 14 & 16 \\ 13 & 14 & 15 & 21 & 22 & 23 \\ 21 & 22 & 23 & 25 & 26 & 27 \\ 17 & 18 & 20 & 29 & 30 & 31 \\ 29 & 30 & 32 & 25 & 26 & 28 \\ \cdot & \cdot & 37 & 33 & 34 & 35 \\ 33 & 34 & 35 & 29 & 30 & 32 \\ 29 & 30 & 31 & 38 & \cdot & 39 \\ 33 & 34 & 36 & 21 & 22 & 24 \end{vmatrix} \quad (3)$$

Рівняння всієї конструкції можна привести до наступної форми:

$$R = Kq. \quad (4)$$

Рішення цієї системи рівнянь можна одержати одним з чисельних методів лінійної алгебри. Після того як буде знайдено вектор (q) конструкції, потрібно визначити вектори (q^e) вузлових значень кожного з СЕ і провести детальний аналіз їх силового поля.

4. **Результати чисельних розрахунків.** Для чисельних розрахунків модельної задачі прийняті такі параметри.

$$\begin{aligned} F_{\text{плити}} &= 0,504 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \\ (I_z)_{\text{плити}} &= 0,106 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4; \\ F_{\text{штока}} &= 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \\ (I_z)_{\text{штока}} &= 0,306 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4; \\ F_{\text{труби}} &= 0,12 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2; \\ (I_z)_{\text{труби}} &= 0,107 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4; \\ F_{\text{усилителя}} &= 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2; \\ (I_z)_{\text{усилителя}} &= 0,427 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4; \\ l &= 1,36 \text{ м}; \\ a_1 = a_2 &= 0,35 \text{ м}. \end{aligned}$$

Характеристики матеріалів для всіх ланок прийняті як для сталі з параметрами:

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}; \quad \nu = 0.3.$$

Вага корисного вантажу, прикладеного на модель Lift з ексцентриситетом $e = 0,2$ м, складає $P = 10000$ Н. (~1 т).

Таким чином, розглядається деформування однієї з двох частин конструкції в площині, що супроводжується згинально-поздовжньою деформацією ланок при їх шарнірній взаємодії між собою. В основі на лівому краї (початок координат) встановлено нерухомий шарнір, а на правому – рухомий в горизонтальному напрямку.

В робочому діапазоні висоти підйому вантажу, який прийнято від 0.33 м до 2.03 м вибрано декілька контрольних точок. У вибраних позиціях розглядається статичне деформування механізму при дії навантаження $P = 10000$ Н, а також врівноваженого значення

сил в гідроциліндрі.

Як приклад, результати рішення системи рівнянь (4) для висоти підйому Lift $h = 1,23$ м наведено на рис. 7. Незначний перекид конструкції визваний введенням ексцентриситету прикладеної сили P . Спостерігається також ефект ковзання правих країв плити та верхньої та нижньої перемичок.

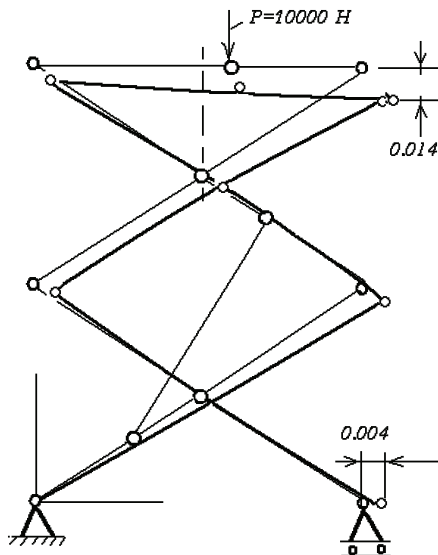


Рисунок 7 – Деформований стан конструкції для $h = 1,23$ м

Після визначення глобальних вузлових переміщень конструкції стає можливим обчислити їх локальні вузлові аналоги та привести детальний розподіл силового потоку по всьому механізму. Результати розрахунків зведено до таблиць.

В табл. 1 для 3-х значень висоти підйому (0,33 м, 1,23 м та 2,03 м) наведені значення поздовжніх сил в межах СЕ, які для прийнятого типу СЕ вважаються постійними. А на рис. 8, 9, 10 для приведених значень h (0,33 м, 1,23 м та 2,03 м) показаний розподіл відносних значень поздовжніх сил N по всім перемичкам.

На рисунках виділені найбільш значимі відносні величини зусиль (по відношенню до P). Додатнім значенням відповідає розтягнення.

В табл. 2 для 3-х позицій висоти (0,33 м, 1,23 м та 2,03 м) наведені максимальні значення згинального моменту, які в межах СЕ змінюються лінійно.

Таблиця 1 – Поздовжні зусилля в скінч. елементах

№ СЕ	$N \cdot 10^{-4}, \text{Н}$		
	$h = 0.33 \text{ м}$	$h = 1.23 \text{ м}$	$h = 2.03 \text{ м}$
1	.	.	.
2	.	.	.
3	-0,0430	-0,1515	-0,2083
4	-0,0786	-0,3007	-0,5381
5	0,0786	0,3007	0,5381
6	-0,1990	-0,7529	-1,2845
7	-10,2040	-1,8028	-0,0850
8	0,0786	0,3007	0,5381
9	10,4890	2,6632	1,4215
10	-0,0430	-0,1516	-0,0208
11	10,6000	3,2646	2,4980
12	-0,0786	-0,3007	-0,5831
13	-10,7220	-3,6221	-2,8500

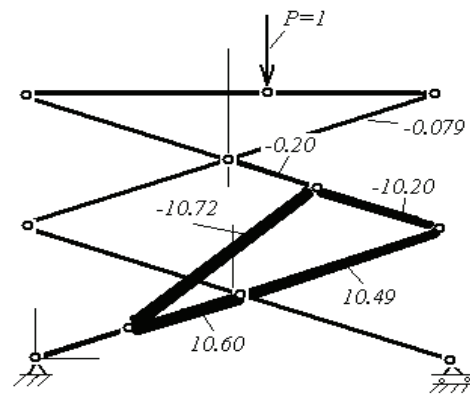


Рисунок 8 – Відносні значення поздовжніх сил N в перемичках при $h = 0,33$ м

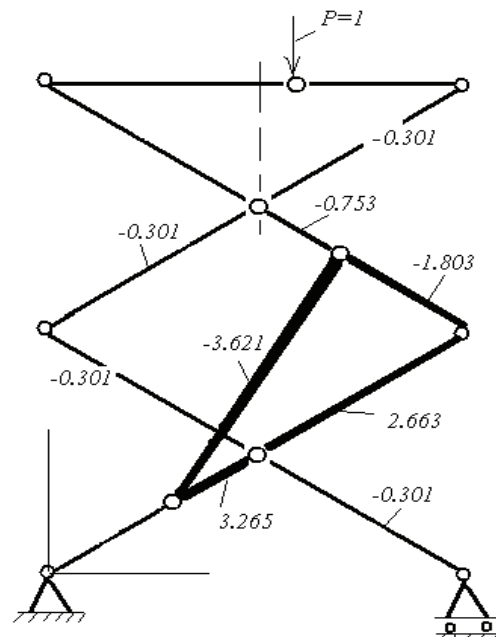


Рисунок 9 – Відносні значення поздовжніх сил N в перемичках при $h = 1,23$ м

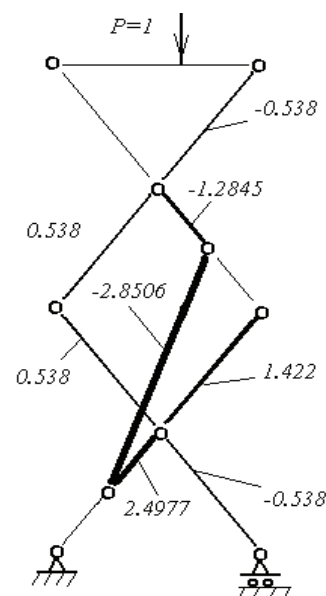
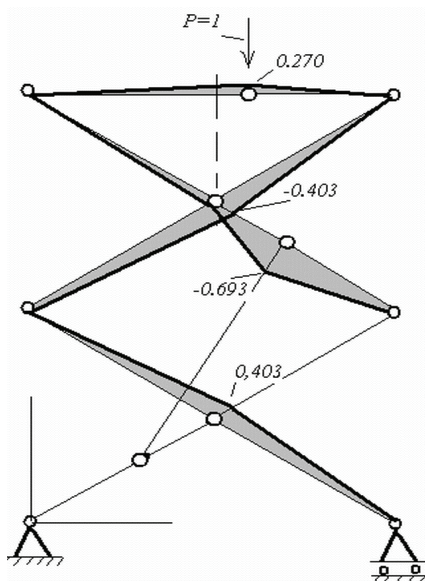
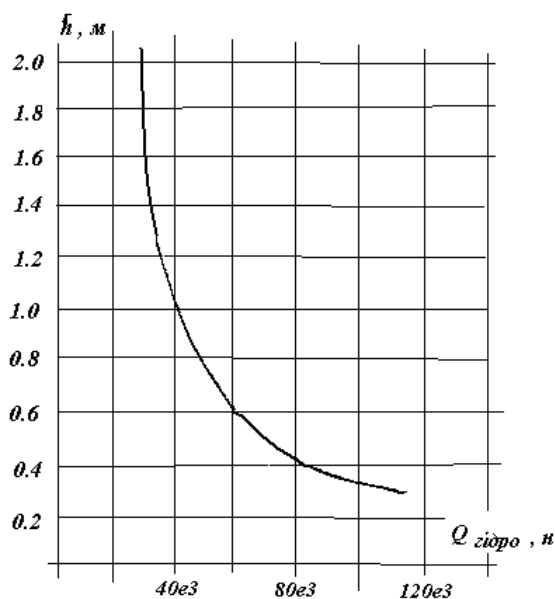


Рисунок 10 – Відносні значення поздовжніх сил N в перемичках при $h = 2,03$ м

Таблиця 2 – Максимальні значення згинального моменту в межах скінченних елементів

№ СЕ	$M \cdot 10^{-4}, \text{Н} \cdot \text{м}$		
	$h = 0,33 \text{ м}$	$h = 1,23 \text{ м}$	$h = 2,03 \text{ м}$
1	0,308	0,2702	0,182
2	0,308	0,2702	0,182
3	-0,237	-0,2032	-0,126
4	-0,438	-0,4032	-0,3263
5	-0,438	-0,4032	-0,3263
6	-0,777	-0,6932	-0,5042
7	-0,777	-0,6932	-0,5042
8	0,438	0,4032	0,3263
9	-0,204	-0,1931	-0,169
10	0,122	0,1041	0,065
11	-0,204	-0,193	-0,169
12	0,438	0,4032	0,3263
13	.	.	.

Рисунок 11 – Відносні величини згинального моменту M в перемичках при $h = 1,23 \text{ м}$ Рисунок 12 – Графік функціональної залежності $Q_{\text{гідро}} = Q_{\text{гідро}}(h)$

Як приклад, характер розподілу відносних значень M по конструкції для $h = 1,23 \text{ м}$, показаний на рис. 11 та є типовим для інших h . Епюри нарисовані на стиснутих волокнах.

5. Функціональна залежність величини зусилля в гідроциліндрі від висоти підйому вантажу. Така функціональна залежність має велике значення. Вона дає можливість підбору величини тягового зусилля в гідроциліндрі для нормальної роботи Lift у всьому діапазоні h . Для її побудови треба узагальнити результати проведених розрахунків. Графік залежності $Q_{\text{гідро}} = Q_{\text{гідро}}(h)$ (зусилля в гідроциліндрі – висота підйому вантажу) представлений на рис.12.

Аналіз силового навантаження НП показує, що головний недолік НП полягає в її конструкції, коли на малих висотах підйому силові потоки найбільш значимі, тому що замикаються. Показовим є рис.8, коли гідроциліндр займає майже горизонтальне положення; тягове зусилля стискання в штоку в понад 10 разів перевищує вагу вантажу (це $\sim 10 \text{ т}$); і це зусилля локалізується та майже повністю компенсується розтягненням сусідніх перемичок (9 СЕ, 11 СЕ) з зусиллям в них біля 10 т .

Висновки. По результатам проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

- Ефективний алгоритм силового розрахунку ножничних підйомників(НП) різного типу може бути побудований на базі методу скінченних елементів.
- Існує потреба в пошуках більш економічних структурних схем НП, так як значним недоліком багатьох існуючих конструкцій з гідравлічним приводом є необхідність генерації значних зусиль в приводах на малих висотах підйому вантажів.

Список літератури:

1. Ножичні підйомники. Режим доступу: http://kievlift.com.ua/ru/nozhnichnye-podemniki/?gclid=Cj0KCQiAgZTRBRDmARIsAJvVWAt12J4WNR7i26_GZkncjdIKTgd7Tamultpyn0v8j-D9AAQXZrjSl_oaAnSuEALw_wcB.
2. Ножичні підйомники. Режим доступу <http://www.sing.ru/katalog/podemnoe-oborudovanie/nozhnichnye-podjomniki/f3000.html>.
3. Дарков А.В. Строительная механика: Учеб. / А.В. Дарков, Н.Н. Шапошиников. – М.: Высшая школа, 1986. – 607 с.
4. Леонтьев Н.Н. Основы строительной механики стержневых систем / Н.Н. Леонтьев, Д.Н. Соболев, А.А. Амосов. – М.: АСВ, 1996. – 541 с.
5. Киселев В.А. Строительная механика. Общий курс / В.А. Киселев. – М.: Госстройиздат, 1976. – 511 с.
6. Бояришинов С.В. Основы строительной механики машин: Уч. пособ. / С.В. Бояришинов. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
7. Фролов К.В. Теория механизмов и машин: Учеб. / К.В. Фролов и др. – М.: Высшая школа, 1987. – 496 с.
8. Александров М.П. Подъемно-транспортные машины / М.П. Александров. – М.: Высшая школа, 1985. – 520 с.

9. Барсов И.П. Строительные машины и оборудование / И.П. Барсов. – М.: Стройиздат, 1986. – 511 с.

10. Астахов Э.И. Динамический анализ движения поршня гидропривода ножничного подъемника / Э.И. Астахов и др. // Машиностроение. – 2008. – Вып. 24, т. 2. – С. 34–37.

11. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

12. Постнов В.А. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций / В.А. Постнов, И.Я. Хархурим. – Л.: Судостроение, 1974. – 344 с.

Bibliography (transliterated):

1. Nozhychni pidjomnyky. Available at: Режим доступа http://kievlift.com.ua/ru/nozhnichnye-podemniki/?gclid=Cj0KCQiAgZTRBRDmARIsAJvVWAt12J4WNR7i26_GZkncjdIKTgd7Tamultpyn0v8j-D9AAQXZrjSl_oaAnSuEALw_wcB.

2. Nozhychni pidjomnyky. Available at: <http://www.sing.ru/katalog/podemnoe-oborudovanie/nozhnichnye-pidjomniki/f3000.html>.

3. Darkov A.V., Shaposhnikov N.N. Stroitel'naya mehanika: Ucheb. Moscow: Vysshaja shkola, 1986. 607 p.

4. Leont'ev N.N., Sobolev D.N., Amosov A.A. Osnovy stroitel'noj mehaniki sterzhnevyyh sistem. Moscow: ASV, 1996. 541 p.

5. Kiselev V.A. Stroitel'naya mehanika. Obschij kurs. Moscow: Gosstrojizdat, 1976. 511 p.

6. Boyarshinov S.V. Osnovy stroitel'noj mehaniki mashin: Ucheb. posobie. Moscow: Mashinostroenie, 1973. 456 p.

7. Frolov K.V. i dr. Teoriya mehanizmov i mashin: Ucheb. Moscow: Vysshaja shkola, 1987. 496 p.

8. Alekandrov M.P. Pod'emno-transportnye mashiny. Moscow: Vysshaja shkola, 1985. 520 p.

9. Barsov I.P. Stroitel'nye mashiny i oborudovanie. Moscow: Strojizdat, 1986. 511 p.

10. Astahov E.I. i dr. Dinamicheskij analiz dvizheniya porshnya gidroprivoda nozhichnogo pod'emnika. Mashinostroenie. 2008. Vol. 24, T. 2. PP. 34–37.

11. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tehnikе. Moscow: Mir, 1975. 541 p.

12. Postnov V.A., Harhurim I.Ya. Metod konechnykh elementov v raschetakh sudovykh konstrukcij. Leningrad: Sudostroenie, 1974. 344 p.

Надійшла (received) 26.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Алгоритм розрахунку та аналіз силового навантаження моделі ножничного підйомника на різних стадіях підйому/ В.М. Грищенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 19–25. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Алгоритм расчета и анализ силового нагружения модели ножничного подъемника на различных стадиях подъема/ В.Н. Грищенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 19–25. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Algorithm of calculation and analysis of power ladening of model of scissors lift on the different stages of getting up/ V.N. Grishchenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 19–25. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Грищенко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net.

Грищенко Владимир Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net.

Grishchenko Volodymir Mykolayovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net.

Є.В. ДУДНИК, Г. І. ЛЬВОВ

СПЕЦІАЛІЗОВАНА СИСТЕМА АВТОМАТИЗОВАНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ТА АНАЛІЗУ МІЦНОСТІ РЕМОНТНИХ З'ЄДНАНЬ ТРУБОПРОВОДУ

Створена програма керування процесом побудови моделі та проведення розрахунків на міцність. Додаток дає можливість вводити дані для розрахунку, включаючи геометричні характеристики, навантаження, властивості матеріалів. Побудовано геометричну модель труби з корозійним пошкодженням та приєднанням композитного бандажу. Інтерактивна взаємодія в моделюванні відбувається за допомогою графічної бібліотеки OpenGL. Розрахунок відбувається з використанням системи ANSYS. Додаток дозволяє перегляд і аналіз отриманих результатів.

Ключові слова: композитний бандаж, труба, напруження, МСЕ, САПР.

Создана программа управления процессом построения модели и проведения расчетов на прочность. Приложение позволяет вводить данные для расчета, включая геометрические характеристики, нагрузки, свойства материалов. Построена геометрическая модель трубы с коррозионным повреждением на поверхности и присоединением композитного бандажа. Интерактивное взаимодействие с моделью производилось с помощью графической библиотеки OpenGL. Расчет проведен с использованием системы ANSYS.

Ключевые слова: композитный бандаж, труба, напряжения, МКЭ, САПР.

The program has been created to control of model building and carrying out calculations for strength. An application allows users to input data for calculations, including geometrical parameters, pressure, materials. A construction of a geometrical model of pipe with both a corrosion deformation and a joining of composite bandage is developed. Interactive interaction is made by using the OpenGL graphics library. The ANSYS CAD system is used for FEM calculations.

Keywords: composite bandage, pipe, stress, FEM, CAD/CAE.

Вступ. Бандажовані труби знаходять широке застосування при спорудженні трубопроводів. Бандажування вигідно відрізняється від відомих конструкцій, оскільки дозволяє суттєво підвищити продуктивність діючих трубопроводів. Ефективним є також використання бандажів для підсилення несучої здатності технологічних трубопроводів, об'єкти компресорних і насосних станцій, а також можуть бути застосовані для зменшення рівня вібрацій за рахунок збільшення моменту опору поперечного перерізу трубопроводу, підсиленого бандажем[1].

В даній роботі розглядається побудова геометричної моделі труби з корозійним пошкодженням та приєднанням композитного бандажу. Модель реалізована за допомогою системи ANSYS. Створена програма керування процесом побудови моделі та проведення розрахунків на міцність.

Існує велика кількість різноманітних трубопроводів і часто виникає проблема у тому, щоб мати інструмент для аналізу міцності елементів трубопроводів за різних геометричних параметрів конструкції та різних умов експлуатації. [2]

Важливою задачею є створення спеціалізованої системи автоматизованого проектування (САПР) для аналізу міцності труб як з бандажем, так і без нього. Це можливо завдяки вбудованій в САПР ANSYS мові параметризованого проектування APDL.

1 Постановка задачі. Мета роботи полягає у створенні автоматизованої системи визначення напружено-деформованого стану в трубі з корозійним пошкодженням, проведенням аналізу впливу композитного бандажу, що приєднується до труби в місці корозії на міцність конструкції. Автоматизувати про-

цес створення скінчено-елементної моделі в ANSYS.

Об'єкт дослідження – фрагмент магістрального трубопроводу, що має посередині корозійний дефект із випадковою геометрією його поверхні (рис. 1).

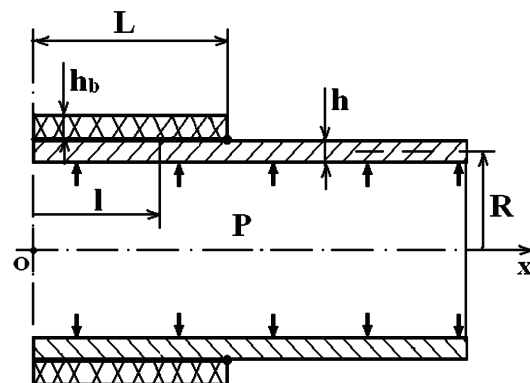


Рисунок 1 – Розрахункова схема: R – радіус внутрішньої поверхні оболонки; h – товщина оболонки; h_b – товщина бандажа

Для побудови сітки використано 4 елемента: *Solid92* і *Solid95* – елементи для твердотільних об'єктів, *Conta170* і *Conta174* – елементи для моделювання контактів.

Елемент *Solid92* підходить для моделювання нерегулярних сіток. Елемент визначається десятима вузлами, що мають по три ступені свободи в кожному вузлі. Може переміщатися в вузлових напрямках X , Y , і Z . Елемент також має пластичність, повзучість, великі відхилення, а також великі можливості деформації.

Елемент *SOLID95* це 3D версія 8-вузла елемента

SOLID45 більш високого порядку. Він може витримувати нерівні форми без значних втрат точності. *SOLID95* добре підходить для моделювання криволінійних границь.

Елемент визначається 20 вузлами, що мають три ступені свободи на вузол. Переміщення в вузлових напрямках X , Y , і Z . *SOLID95* має пластичність, повзучість, великі відхилення, а також великі можливості деформації.

Опис характеристик матеріалів, використаних при побудові моделі представлений в табл. 1.

Таблиця 1 – Характеристики матеріалів

Труба (Сталь 09Г2С)		Бандаж (склопластик)					
Е, ГПа	200	Е1, ГПа	18,6	μ 12	0,15	Г12, ГПа	4
		Е2, ГПа	24,6	μ 13	0,42	Г13, ГПа	3
μ	0,3	Е3, ГПа	6	μ 23	0,18	Г23, ГПа	3

2 Теоретичні відомості зі створення програми.

Створення програми – це процес, що складається з наступних етапів: постановка задачі, визначення технічних характеристик, програмування, підтримка.

Задача полягає у створенні клієнта для роботи з САПР *ANSYS*. Програма повинна виконувати наступні функції:

1. Програмно вказувати розміри моделі, навантаження, матеріали.
2. Запускати розрахунок попередньо створеного макросу в окремому процесі.
3. Створення моделі за допомогою відкритої графічної бібліотеки *OpenGL* з можливістю змінювати розміри окремих частин графічної моделі.
4. Перегляд отриманих при розрахунку результатів за допомогою вбудованого журналу та перегляд отриманих зображень.
5. Можливість самостійно налаштовувати параметри програми та макросу(шляхи, назви).



Рисунок 2 – Діаграма прецедентів

Діаграма прецедентів демонструє взаємодію користувача з програмою (рис. 2). [3]

Для створення програми використовувалися наступні програми та бібліотеки:

Qt – крос-платформовий інструментарій розробки програмного забезпечення(ПЗ)мовою програмування *C++*. Дозволяє запускати написане за його допомогою ПЗ на більшості сучасних операційних сис-

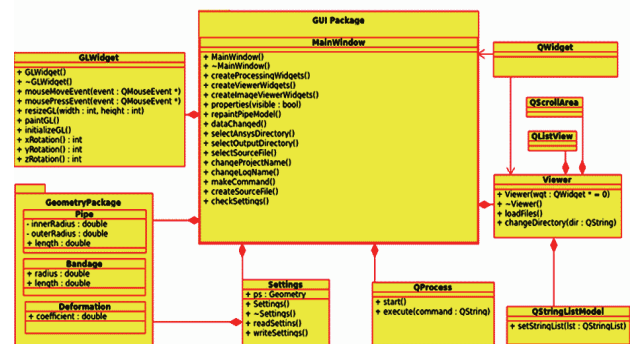
тем (ОС), як для ПК, так і для мобільних пристроїв, просто компілюючи текст програми для кожної операційної системи без зміни сирцевого коду. Містить всі основні класи, які можуть бути потрібні для розробки прикладного програмного забезпечення, починаючи з елементів графічного інтерфейсу й закінчуючи класами для роботи з мережею, базами даних, *OpenGL*, *SVG* і *XML*. Бібліотека дозволяє керувати нитями, працювати з мережею та забезпечує крос-платформовий доступ до файлів.

Qt Creator – інтегроване середовище розробки, призначене для створення крос-платформових застосунків з використанням бібліотеки *Qt*. Підтримується розробка як класичних програм мовою *C++*, так і використання мови *QML*, для визначення сценаріїв, в якій використовується *JavaScript*, а структура і параметри елементів інтерфейсу задаються *CSS*-подібними блоками. *QtCreator* може використовувати *GCC* або *MicrosoftVC++* в якості компілятора і *GDB* як дебагер. Для *Windows* версій бібліотека комплектується компілятором, заголовними і об'єктними файлами *MinGW*.

OpenGL – (англ. *OpenGraphics Library* – відкрита графічна бібліотека) – специфікація, що визначає незалежний від мови програмування крос-платформовий програмний інтерфейс (API) для написання застосунків, що використовують 2D та 3D комп'ютерну графіку. Цей інтерфейс містить понад 250 функцій, які можуть використовуватися для малювання складних тривимірних сцен з простих примітивів. Широко застосовується індустрією комп'ютерних ігор і віртуальної реальності, у графічних інтерфейсах (*Compi3*, *Clutter*), при візуалізації наукових даних, в системах автоматизованого проектування тощо.

InstallCreator – зручна програма для створення файлів встановлення в ОС *Windows*.

Структура проекту зображена у вигляді дерева елементів проекту (рис.3):

Рисунок 3 – Файлова структура проекту в *QtCreator*

Діаграма класів демонструє особливості проектування програми (рис. 3) [4]. Можна помітити, що деяких класів із діаграми класів немає в структурі проекту. Це пов'язано з тим, що багато класів бібліотеки *Qt* було використано під час створення програми. Без включення їх до діаграми класів опис був би не повним. Для опису структури потрібно зрозуміти призначення файлів на рис. 4, а потім описати докладно кожен клас в структурі програми.

Структура проекту представляє собою дерево, в

системі представлена звичайним XML-файлом. Корнем є назва проекту (Process). Файл *Process.pro* – файл проекту в QtCreator. В ньому зберігається список усіх файлів із заголовками та класами, файли форм, ресурсів, тип проекту (програма, бібліотека, плагін та інші). За допомогою ключового слова LIBS можна додати бібліотеки сторонніх розробників, а за допомогою слова QT додаються модулі бібліотеки Qt, наприклад, в даному проектному файлі є рядок `QT += opengl`, що говорить про необхідність додавання модуля OpenGL, котрий є адаптацією графічної бібліотеки OpenGL в Qt. При необхідності в Qt можна додати модулі для роботи з мережею, мультимедіа, формами, webkit, sql, xml та інших. За замовчуванням в QtCreator додано модулі core і gui, в версії 5 бібліотеки Qt модулі core та gui замінив модуль widgets. Якщо необхідно працювати в консольному режимі і жодні віджети не потрібні, можна виключити модуль графічного інтерфейсу з проекту шляхом додавання рядка `Q -= gui`. HEADERS і SOURCES в структурі дерева представляють собою заголовки класів відповідно. Ключове слово RESOURCES включає список файлів з ресурсами. Файл ресурсів може включати різноманітні сторонні файли: зображення, іконки, звукові файли, файли баз даних чи будь-яких інших, що можуть використовуватися в проекті. Файл ресурсів з розширенням .qrc представляє собою XML-документ.

3 Опис класової структури програми. Головний клас в проекті представлений центральним віджетом – QTabWidget. Даний клас є аналогом всім відомих вкладень в веб-браузерах. Він був вибраний у якості основного для компактності і легкості переключення між вікнами, при створенні проекту вкладки замінили компоненти меню. QTabWidget має метод для створення підвікон – `addTabWidget(QWidget *, const QString&)`. Цей метод перевантажений, в конкретному випадку з його структури видно, що метод дозволяє використовувати будь-який успадкований від QWidget клас як елемент вкладки, другий параметр відповідає за назву вкладки.

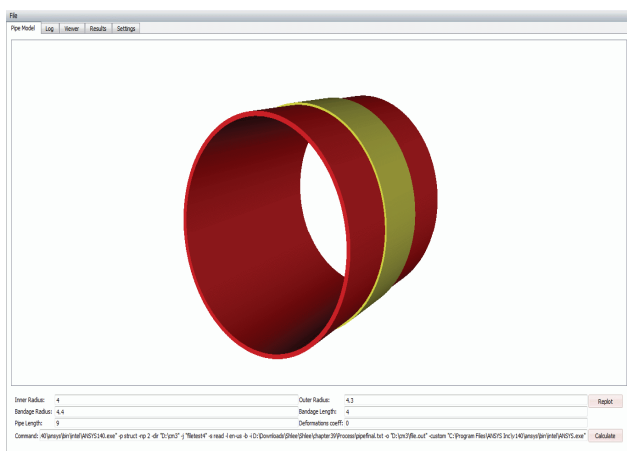


Рисунок 4– Модель труби, реалізована за допомогою OpenGL

Клас головного вікна програми представлений на рисунку 7.5. В ньому головним об'єктом є вікно, а

центральним віджетом – вкладки, кожна з яких має свій власний віджет, що реалізують визначений функціонал.

Модель труби (рис. 4) реалізована за допомогою OpenGL модуля бібліотеки Qt, котрий є нічим іншим як адаптацією графічної бібліотеки OpenGL до бібліотеки Qt, використовуючи переваги об'єктно-орієнтованого стилю програмування і популярною бібліотекою для роботи з комп'ютерною графікою. Ці дві бібліотеки крос-платформові, що дозволяє використовувати їх поєднання на великій кількості операційних систем. Різним може бути контекст рисування, що дозволяє виводити інформацію не тільки на монітор ПК, а й у графічний-файл, на принтер, у текстові файли (ODF, PDF), буфер обміну.

3.1 Опис класу GLWidget. Клас *GLWidget* успадкований від *QWidget*. Конструктор цього класу має такий вигляд:

```
GLWidget(PipeStruct pipeStruct, QWidget *parent = 0);
```

Структура *PipeStruct* представляє собою опис характеристик труби та бандажу. Вона включає наступні дані:

1. *innerRadius* – внутрішній радіус труби
2. *outerRadius* – зовнішній радіус труби
3. *bandageRadius* – радіус бандажної частини із зовнішнім радіусом
4. *pipeLength* – довжина труби
5. *bandageLength* – довжина бандажу

Другий параметр класу *GLWidget* говорить про те, що він є лише успадкований від *QWidget*, а й використовує його у якості базового. Стандартне значення об'єкту класу *QWidget*, що дорівнює нулю говорить про те, що цей віджет є кореневим у структурі класів. Клас використовує механізм сигналів/слотів, а також подій, тому написаний макрос `Q_OBJECT` одразу після визначення класу.

Методи класу *GLWidget* дозволяють визначити положення труби у просторі, її зміщення відносно початкових координат, задати значення геометричних характеристик труби, а також отримати ці значення. Крім того за допомогою захищених методів класу *mousePressEvent* і *mouseMoveEvent* можна маніпулювати геометричною фігурою за допомогою мишки. Методи *initializeGL*, *paintGL*, *resizeGL* потрібні для відображення графічної інформації за допомогою бібліотеки OpenGL. Закриті методи включають методи створення графічної моделі труби – *makeGear*, *drawGear*, *normalizeAngle*. [5]

В методі *initializeGL* відбувається встановлення освітлення та створюються два елемента типу *GLuint* за допомогою *makeGear*, що представляють собою трубу та бандаж. В методі *paintGL* відбувається перерисовування у відповідності до поточних значень повороту за кожною з осей. В методі *resizeGL* створюється сам елемент на якому відображена модель, його початкові координати і геометричні розміри. Метод *makeGear* реалізовує графічну модуль допомогою графічних примітивів бібліотеки OpenGL, а метод *drawGear* відображає модель.

Окрім об'єкту класу *GLWidget* у вкладці *PipeModel* розміщені елементи для вводу значень параметрів моделі. А також розміщена елемент-кнопка для перерисовування моделі у відповідності до визначених. Найдовший елемент вводу представляє собою строку в якій записана команда для подальшого запуску через консоль використовуючи сторонній процес. Команду можна створити самостійно або згенерувати у вкладці *Settings*.

Для запуску команд, що обробляють макрос в *ANSYS*, додаток використовує клас *QProcess* із бібліотеки *Qt*. Коли спрацює сигнал *returnPressed*, тобто користувач після редагування тексту натиснув *Enter*, починається запуск команди системою *ANSYS*, якщо команда і макрос правильні користувач отримує результат розрахунку. Процес запускається методом *start* або *execute*, перший запускає процес асинхронно, не блокуючи основну програму, *execute* блокує. Якщо логіка програми потребує блокування, крім запуску через *execute* можна також використати методи *waitForStarted* чи *waitForFinished* для очікування початку запуску процесу чи закінчення операції відповідно. Після закінчення виконання операції про це надсилає відповідні сигнали: *started* та *finished*. Можна також отримати статус виходу з процесу. Статуси можуть бути *NormalExit* (нормальний вихід) і *CrashExit* (аварійний вихід). [6]

Досить поширена операція – читання запущеного процесу. Багато програм спочатку створюються у якості консольних, а потім для них створюється графічний інтерфейс. Одне з можливих рішень при проектуванні полягає у створенні кількох процесів. Значна частина програм проектується саме таким чином. Прикладами таких програм написаних на *Qt* є мультимедіа плеєр *SMPlayer* та *bittorrent* клієнт *qtorrent*. Для читання процесу клас *QProcess* дає два розподілені канали: канал стандартного виводу (*stdout*) і канал помилок (*stderr*). Канали можна переключати за допомогою методу *setReadChannel*. Якщо канал може надати дані у встановленому каналі, то надсилається сигнал *readyRead*.

Клас *QIODevice* є базовим для будь-якого типу операцій вводу/виводу, включно з *QProcess*. Даний клас працює з усіма типами файлів, розглядаючи їх як бінарні, сонетами в мережах, буфером обміну, а також процесами. Це дає змогу працювати з даними процесу як зі звичайним файлом, зчитуючи чи записуючи інформацію. Таким чином, для обробки інформації можна використовувати методи *read*, *write*, *readLine*, *writeLine*, *getChar*. Під час оброблення великих об'ємів інформації важливо критично важлива відсутність так званих «зависань» [7]. Для того, щоб процес обробив до кінця подібну задачу в даному додатку використано статичний метод *qApp->processEvents()*;

Метод *processEvents* є методом класу *QApplication* – головного класу для роботи з додатками в *Qt*. *qApp* – глобальний вказівник, що вказує на унікальний об'єкт класу *QCoreApplication*. Аналогічний об'єкт можна отримати використавши метод *QCoreApplication::instance()*. Метод реалізований з допомогою відомого шаблону проектування одинак (*Singleton*) [8]. Клас

QCoreApplication пускає на виконання програму з графічним інтерфейсом, *QCoreApplication* потрібен для запуску кожної консольної програми.

3.2 Система налаштувань. Клас *Settings*. Клас *Settings* створено для збереження інформації про роботу даної програми. До такої інформації відносяться: геометричні розміри вікна, позиція вікна, стандартні розміри труби та бандажу, маршрути до вихідних файлів, директорія з файлами результатів, назва проекту для *ANSYS*, лог-файл, проте для кожного конкретного видадку роботи програми створюються свої власні налаштування. Команда також є у системі налаштувань, хоча вона і складається з окремих даних з цієї системи. Для створення класу агрегується клас бібліотеки *QtQSettings*. Він дозволяє зберігати дані в реєстрі чи спеціальних файлах налаштувань (*.ini). Для створення подібного класу часто використовується шаблон проектування *singleton*, щоб мати доступ з будь якої частини програми, або під час використання пишеться ключове слово мови *C++* *extern*, за умови, що є дані в різних класах, які потрібно зберігати, а використання декількох класів налаштувань не бажане. [9] В даному проекті всю необхідну інформацію можна отримати безпосередньо з класу *MainWindow* і тому потрібно лише об'явити об'єкт класу *Settings* і використовувати його у методах *readSettings* і *writeSettings*. Останній запускається у деструкторі і саме під час виходу з додатку зберігає всю необхідну інформацію. Дані методи демонструють використання об'єктів класу *QSettings*. У конструкторі вказується назва компанії розробника та проекту. Метод *voidQSettings::setValue* застосовується для запису налаштувань, а метод *QVariantQSettings::value* для зчитування. Початок та закінчення читання виділяють методами *beginGroup* та *endGroup*. Клас *Settings* реалізований як структура, тобто навмисне ігнорувалася інкапсуляція де це було необхідно. Всі дані зберігаються в цьому класі і тому для запису чи зчитування не потрібно створювати окремі методи.

Для редагування налаштувань створено п'ять слотів (методи, які можна обробляти за допомогою механізму сигналів/слотів *Qt*):

selectAnsysDirectory – директорія з файлом *ANSYS[version].exe*

selectOutputDirectory – директорія з файлами результатів

selectSourceFile – вибір макросу *ANSYS*

changeProjectName – зміна назви проекту

changeLogName – вибір файлу до якого відбуватиметься запис результатів розрахунку.

Після завершення налаштувань необхідно натиснути на кнопку *MakeCommand*. За допомогою сигналу *clicked* буде визвано слот *makeCommand*, що генерує команду для обробки макросу в *ANSYS*. Ця команда змінює поточну команду, спочатку очищаючи її, заповнюючи необхідними значеннями з системи налаштувань і наприкінці змінює значення директорії в котрій система відображення результатів розрахунку шукає зображення та змінює рядок для запуску через консоль на актуальний (згенерований).

3.3 Опис класів Viewer і ModelViewer. Viewer – система відображення результатів. Клас Viewer (рис. 5) представляє собою головний клас за допомогою якого додаток відображає результати. Жодних особливих функцій відображення немає, система представляє собою звичайний переглядач зображень зі списком усіх файлів-зображень у лівій частині. Система має за предка клас QWidget. На ньому розташовано основні об'єкти. Відображення списку відбувається за рахунок класу QListView.

Перша функція говорить про те, що через даний об'єкт редагування елементів моделі даних заборонено. Друга вказує режим перегляду моделі даних, у випадку даної програми використовується спискова модель. Цих режимів всього два, інший – режим піктограм, що добре виглядає, наприклад, у файловій системі.

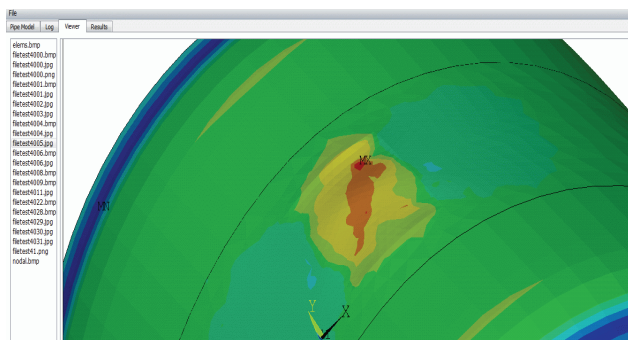


Рисунок 5– Система відображення результатів

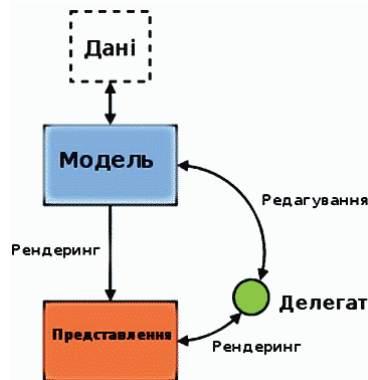


Рисунок 6 – Qt-версія шаблону проектування MVC

Реалізація системи відображення побудована за шаблоном проектування інтерв'ю або як ще його називають модель/представлення (MVC, ModelViewController) [10]. В Qt широко застосовується цей шаблон проектування (рис. 6). Його суть полягає у відмежуванні представлення від моделі даних, що дозволяють використовувати одну і ту ж саму модель з різними формами представлення та не змінювати представлення при редагуванні даних, якщо звісно редагування не веде до зміни структури даних. Інформація про зміни в моделі даних (додавання, видалення, редагування) автоматично змінює представлення. За кожен окремий елемент моделі відповідає так званий делегат, котрий можна змінити, надавши системі відображення вигляду, що необхідний програмісту. Модель даних у випадку цього додатку використовує

спискову модель (клас QListModel), що повністю відповідає шаблону проектування інтерв'ю.

При натисненні на якийсь елемент у списку відбувається зміна попереднього зображення на зображення, що відповідає натиснутому елементу. Перехід відбувається за допомогою системи сигналів/слотів. При зміні директорії у об'єкті класу MainWindow методом makeCommand відбувається виклик слоту об'єкту Viewer і цим самим змінює директорію пошуку зоб

Оцінка отриманих результатів. Програма дозволила отримати наступні результати розрахунків:

Під час розрахунків отримали напруження в місці корозійного пошкодження (Рис. 7) в 30 МПа.

Отримані результати свідчать про зменшення напружень, що виникають в трубі при приєднанні бандажа (рис. 8).

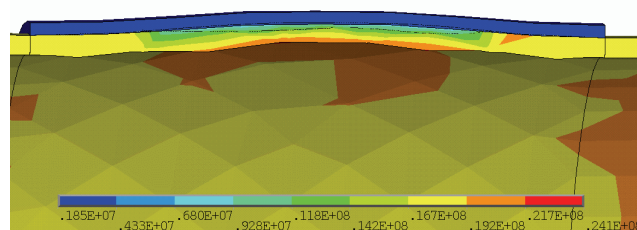


Рисунок 7 – Контурний графік місця деформації у розрізі

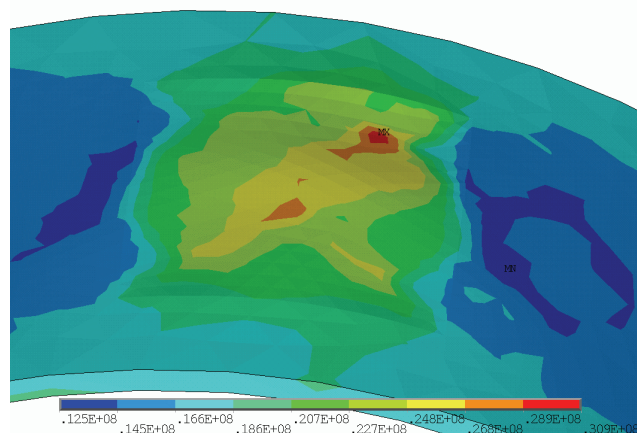


Рисунок 8 – Контурний графік деформованої частини

Без бандажа та філера напруження становлять 30,9 МПа (рис. 7), при приєднанні бандажа вони складають 24,1 МПа (рис. 8).

Напруження, що діють на філер складають 8,45 МПа, а на бандажну частину 3,1 МПа. Це демонструє зменшення напруження у напрямку від місця деформації.

Через випадковий характер поверхні, створюваної під час роботи макросу, отримані результати мають різні значення. Для тестування макросу була погіршена сітка SE. Результатом стало значне зменшення часу розрахунку (час зменшився в 50 разів), хоча отримані результати близькі до тих, що отримуємо з добре розбитою сіткою.

Висновки. Отримані результати розрахунків свідчать про зменшення напружень, що виникають в трубі при приєднанні бандажа.

Розроблено керуючу програму, що дозволяє у зручному для користувача вигляді застосовувати створені геометричну та розрахункову моделі для аналізу міцності фрагменту трубопроводу із корозійним пошкодженням, в тому числі посиленого композитним бандажем. Для розрахунку на міцність використовується САПР *ANSYS* в автоматизованому режимі. Дана програма дозволяє проводити велику кількість розрахунків автоматизовано, що дозволяє стверджувати, що розроблена керуюча програма, макроси та *ANSYS* утворюють інтегровану комп'ютерну систему.

Додаток дозволяє проводити розрахунки як з композитним бандажем, так і без нього. Є можливість оцінювання отриманих результатів.

Список литературы:

1. Остсемин А.А. К расчету предельного состояния бандажированных труб / А.А. Остсемин, В.Ю. Заварухин // Проблемы прочности. – 1990. – № 1. – С. 76-82.
2. Львов Г.И. О влиянии кинематических гипотез на характер контактного взаимодействия цилиндрической оболочки с бандажом / Г.И. Львов, А.Н. Ткачук // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – Вып. 32. – С. 98-104.
3. Буч Г. UML 2.0 / Г. Буч, А. Якобсон, Дж. Рамбо. – СПб.: Питер, 2006. – 735 с.
4. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++ / Г. Буч. – М.: Бином, СПб.: Невский диалект, 1998. – 560 с.
5. Блишет Ж. Qt 4. Программирование GUI на C++ (+ CD-ROM) / Ж. Блишет, М. Саммерфилд. – М.: КУДИЦ-Пресс, 2008. – 718 с.
6. Саммерфилд М. Qt. Профессиональное программирование. Разработка кроссплатформенных приложений на C++ / М. Саммерфилд. – М.: Символ-плюс, 2011. – 719 с.
7. Шлее М. Qt 4.8. Профессиональное программирование на C++ / М. Шлее. – М.: БХВ-Петербург, 2012. – 1473 с.

8. Вандевурд Д. Шаблоны C++: справочник разработчика: Пер. с англ. / Д. Вандевурд, Н. М. Джосаттис. – М.: Вильямс, 2003. – 544 с.

9. Саттер Г. Стандарты программирования на C++: Пер. с англ. / Г. Саттер, А. Александреску. – М.: Вильямс, 2005. – 224 с.

10. Гамма Э. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования: Пер. с англ. / Э. Гамма, Р. Хелм, Р. Джонсон, Дж. Влиссидес. – СПб.: Питер, 2001. – 368 с.

Bibliography (transliterated):

1. Ostsemin A.A., Zavaruhin V.Yu. K raschetu predel'nogo sostoyaniya bandazhirovannyh trub. Problemy prochnosti. 1990. No 1. P. 76-82.
2. L'vov G.I., Tkachuk A.N. O vliyaniy kinematischeskih gipotez na harakter kontaktного vzaimodejstviya cilindricheskoj obolochki s bandazhom. Vestnik NTU "KhPI". 2006. Vol. 32. PP. 98-104.
3. Buch G., Yakobson A., Rambo Dzh. UML 2.0. Sankt Petersburg: Piter, 2006. 735 p.
4. Buch G. Ob'ektno-orientirovannyj analiz i proektirovanie s primerami prilozhenij na S++. Moscow: Binom, Sankt Petersburg: Nevskij dialekt, 1998. 560 p.
5. Blanshet Zh., Sammerfild M. Qt 4. Programmirovanie GUI na C++ (+ CD-ROM). Moscow: KUDIC-Press, 2008. 718 p.
6. Sammerfild M. Qt. Professional'noe programmirovanie. Razrabotka krossplatformennyh prilozhenij na S++. Moscow: Simvol-plyus, 2011. 719 p.
7. Shlee M. Qt 4.8. Professional'noe programmirovanie na C++. Moscow: BHV-Peterburg, 2012. 1473 p.
8. Vandevurd D., Dzhosattis N.M. Shablony C++: spravochnik razrabotchika: Per. s angl. Moscow: Vil'yams, 2003. 544 p.
9. Satter G., Aleksandresku A. Standarty programmirovaniya na S++: Per. s angl. Moscow: Vil'yams, 2005. 224 p.
10. Gamma E., Helm R., Dzhonson R., Vliissides Dzh. Priemy ob'ektno-orientirovannogo proektirovaniya. Patterny proektirovaniya: Per. s angl. Sankt Petersburg: Piter, 2001. 368 p.

Надійшла (received) 19.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Спеціалізована система автоматизованого проектування та аналізу міцності ремонтних з'єднань трубопроводу / Є.В. Дудник, Г. І. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 26-31. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Специализированная система автоматизированного проектирования и анализа прочности ремонтных соединений трубопровода / Е.В. Дудник, Г. И. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 26-31. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Specialized system of automated designing and strength analysis of pipeline repair connections / E.V.Dudnik, G.I.L'vov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 26-31. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Дудник Євгеній Володимирович – аспірант; кафедра Динаміки та міцності машин; НТУ «ХПІ»; тел.: (099) 624-72-45; e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Дудник Євгеній Володимирович – аспірант; кафедра Динаміки та міцності машин; НТУ «ХПІ»; тел.: (099) 624-72-45; e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Dudnik Yevhenii Volodymyrovych – Postgraduate student; Dynamic and Strength of Machines Department; NTU "KhPI"; тел.: (099) 624-72-45; e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Львов Геннадій Іванович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Динаміки та міцності машин; НТУ «ХПІ»; тел.: (057) 707-63-43; e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Львов Геннадий Иванович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой Динамики и прочности машин, НТУ «ХПИ»; тел.: (057) 707-63-43; e-mail: lvovdpm@ukr.net.

L'vov Gennadii Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of the Dynamic and Strength of Machines Department, NTU "KhPI"; тел.: (057) 707-63-43; e-mail: lvovdpm@ukr.net.

А.О. ЛОВСЬКА, В.О. БАЖУРА, О.М. ПІРЄЄВ

УДОСКОНАЛЕННЯ НЕСУЧОЇ КОНСТРУКЦІЇ КУЗОВА УНІВЕРСАЛЬНОГО НАПІВВАГОНУ ДЛЯ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЙОГО МІЦНОСТІ ПРИ МАНЕВРОВИХ СПІВУДАРЯННЯХ

В статті проводиться дослідження міцності несучої конструкції кузова універсального напіввагону при маневровому співударянні. Визначено найбільш навантажені зони рами напіввагона. Запропоновано заходи щодо удосконалення несучої конструкції кузова напіввагона, які дозволять знизити концентрацію напружень в найбільш навантажених вузлах рами, а також підтримувати технічний ресурс напіввагона при існуючій ремонтній базі.

Ключові слова: напіввагон, несуча конструкція кузова, напружено-деформований стан, міцність, удосконалення конструкції.

В статье проводится исследование прочности несущей конструкции кузова универсального полувагона при маневровом соударении. Определены наиболее нагруженные зоны рамы полувагона. Предложены мероприятия по усовершенствованию несущей конструкции кузова полувагона, которые позволят снизить концентрацию напряжений в наиболее нагруженных узлах рамы, а также поддерживать технический ресурс полувагона при существующей ремонтной базе.

Ключевые слова: полувагон, несущая конструкция кузова, напряженно-деформированное состояние, прочность, усовершенствование конструкции.

The article presents results of the research into the support structure capacity of universal open wagons in shunting impacts. It is determined that at actual average speeds of impacts at sorting humps the maximum equivalents loads in the support structure of open wagon bodies exceed the admissible loads. In order to provide the support structure capacity of open wagon bodies in operation the article proposes to diagonally mount braces from the back stops of the automatic coupling to the bolster beam (the location of the external strengthening diaphragm) which will allow the partial relieving of the bolster beam at longitudinal stresses. Besides, the mounting of braces on the open wagon frame will not hamper opening the hatch covers during unloading bulky cargo through it. Calculation of the open wagon support structure capacity with considering the improvement techniques made it possible to conclude about the efficiency of engineering solutions taken. The improvement techniques for the support structure of a universal open wagon body make it possible to provide its capacity at shunting impacts, and also sustain a technological lifespan of an open wagon at present repair base.

Key words: open-top wagon, bearing body structure, stress-deformed state, strength, improvement of a structure.

Вступ. Прискорений темп інтеграції України в систему міжнародних транспортних коридорів зумовлює необхідність адаптації залізничного рухомого складу, як однієї з провідних транспортних галузей, до роботи у ринкових умовах. Для підвищення конкурентоспроможності вантажних вагонів у експлуатації необхідним є на стадії їх проектування та розрахунку вибір оптимальних параметрів конструкційних елементів з дотриманням умов міцності та надійності. Ступінь поповнення вагонного парку Укрзалізниці за останні роки є незначним. Це зумовлює необхідність впровадження в експлуатацію нових технічних рішень щодо удосконалення несучих конструкцій кузовів вагонів, технологій їх обслуговування та ремонту тощо, які дозволять підтримувати технічний стан рухомого складу при існуючій ремонтній базі.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями. Підвищення інтенсивності експлуатації вантажних вагонів супроводжується збільшенням швидкостей їх співударянь при маневрових операціях, а відповідно, і підвищенням силових навантажень на їх несучі конструкції [1].

Аналіз статистичних даних пошкоджень вагонів при здійсненні маневрових операцій за останні роки, показав, що найбільша кількість пошкоджень приходить на їх несучі конструкції. Тому необхідним є розробка заходів, спрямованих на забезпечення міцності вагонів при маневрових співударяннях.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. З метою забезпечення міцності кузова напіввагона при маневрових співударяннях ведуться роботи, щодо удосконалення його несучої конструкції. Відома рама вагона, запропонована російськими конструкторами [2].

Шворнева балка зв'язана з хребтовою за допомогою додаткових підсилюючих елементів, короткі з яких спрямовані у бік центра рами. Підсилюючі елементи виконані у вигляді пластин і встановлені паралельно повздовжній осі хребтової балки. При цьому кожна з пластин встик сполучена з нижнім листом шворневої балки та приварена до нижньої полиці Z-подібного профілю хребтової балки, перекриваючи при цьому повздовжню крайню грань.

Недоліком зазначеного удосконалення є недостатнє забезпечення міцності несучої конструкції кузова

напіввагона при маневрових співударяннях з урахуванням підвищених швидкостей.

З метою зниження собівартості виготовлення та експлуатації вагонів відоме технічне рішення, яке полягає у виготовленні їх несучих конструкцій з круглих труб при дотриманні умов міцності та експлуатаційної надійності [3, 4]. Отримання оптимальних параметрів круглих труб, які пропонується використовувати в якості несучих елементів кузовів вагонів здійснюється за резервом міцності типових елементів конструкції. Результати розрахунків на міцність удосконалених несучих конструкцій кузовів вагонів показали, що з урахуванням запропонованих рішень забезпечується дотримання умов міцності.

Аналіз конструктивних матеріалів кузовів вагонів нового покоління наведений в [5]. В роботі зазначені переваги використання нових прогресивних матеріалів для окремих складових конструкцій вагонів.

В даних роботах не розглянуті питання щодо удосконалення несучих конструкцій кузовів вагонів для забезпечення їх міцності при маневрових співударяннях.

Заходи щодо удосконалення несучої конструкції кузова універсального напіввагону наведені в [6]. Для зменшення максимальних еквівалентних напружень в вузлі взаємодії хребтової балки зі шворневою пропонується встановлення на нижніх полицях хребтової балки підсилюючих накладок.

Важливо зазначити, що таке рішення дозволяє здійснити зниження напружень в хребтовій балці рами

вагона у її консольній частині, а не в вузлі взаємодії зі шворневою балкою.

Мета статті. Метою досліджень, які наведені в статті є удосконалення несучої конструкції кузова універсального напіввагону для забезпечення його міцності при маневрових співударяннях.

Викладення основного матеріалу статті. Для дослідження міцності несучої конструкції кузова напіввагону при маневрових співударяннях побудовано його просторову модель в середовищі програмного забезпечення SolidWorks. В якості вагону-прототипу обраний напіввагон моделі 12-757 побудови ПАТ «КВБЗ».

Розрахунок на міцність проведений за методом скінчених елементів в середовищі програмного забезпечення CosmosWorks. При визначенні кількості елементів сітки застосований графоаналітичний метод. В якості скінчених елементів застосовувалися ізопараметричні тетраедри.

Скінчено-елементну модель (СЕМ) напіввагону наведено на рис. 1. Кількість елементів сітки склала 473652, вузлів – 154365, максимальний розмір елементу склав 80 мм, мінімальний – 16 мм, максимальне співвідношення боків – 566,7, відсоток елементів зі співвідношенням боків менше 3 – 25, більше 10 – 27,4. Мінімальна кількість елементів в колі склала 9, співвідношення збільшення розмірів елементів у сітці – 1,7.

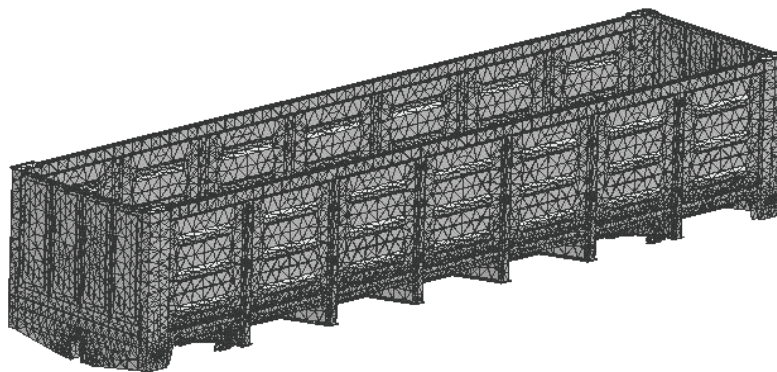


Рисунок 1 – Скінчено-елементна модель несучої конструкції кузова напіввагону

При складанні моделі не враховані зварні шви в зонах взаємодії окремих елементів конструкції кузова між собою.

Модель міцності несучої конструкції кузова напіввагону (рис. 2) враховує наступні навантаження: вертикально статичне $P_{\text{ст}}^{\text{cm}}$, ударне $P_{\text{уд}}$ на вертикальну стінку заднього упору автозчепу та зусилля розпору насипного вантажу P_p (кам'яне вугілля).

Закріплення моделі здійснювалося у зонах обпирання кузова на ходові частини.

Результати розрахунку на міцність несучої конс-

струкції кузова напіввагону при маневровому співударянні дозволили зробити висновок, що максимальні еквівалентні напруження при швидкостях співударяння вище 5 км/год перевищують допустимі для марки сталі металоконструкції кузова [7] та зосереджені в зоні взаємодії хребтової балки зі шворневою.

З метою забезпечення міцності несучої конструкції кузова напіввагону при маневровому співударянні пропонується постановка розкосів від заднього упору по діагоналі до шворневої балки (зона розміщення крайньої підсилюючої діафрагми), що дозволить част-

ково розвантажити шворневу балку при дії повздовжніх зусиль на неї (рис. 3). При цьому розміщення розкоса не буде перешкоджати відкриванню кришки люка напіввагона при вивантаженні з нього насипного вантажу.

Для визначення профілю виконання розкосів проведений розрахунок на міцність рами напіввагону за методом сил. У зв'язку з тим, що рама має симетричну конструкцію при розрахунках розглянута 1/4 її частина, а відсутність відкинutoї частини замінено дією відповідних зусиль. Результати розрахунку дозволили отримати оптимальний профіль виконання розкосів – двотавр № 10.

З метою дослідження міцності кузова напіввагона з урахуванням заходів щодо удосконалення його несучої конструкції проведено розрахунок.

Кількість елементів сітки склала 493357, вузлів – 159910. При цьому максимальний розмір елементу склав 80 мм, мінімальний – 16 мм, максимальне співвідношення боків – 680,33, відсоток елементів зі співвідношенням боків менше 3 – 25,7, більше 10 – 26,3. Мінімальна кількість елементів в колі склала 9, співвідношення збільшення розмірів елементів у сітці – 1,8.

Розрахунок проведений для швидкості співударяння 7 км/год [1]. Результати розрахунку на міцність несучої конструкції кузова напіввагону наведені на рис. 4.

З проведених досліджень можна зробити висновок, що максимальна величина еквівалентних напружень складає близько 315 МПа, що нижче напружень плинності матеріалу конструкції [7], максимальні переміщення в конструкції виникають у середній частині рами та складають 2,55 мм, деформації в конструкції становлять $2,31 \cdot 10^{-3}$.

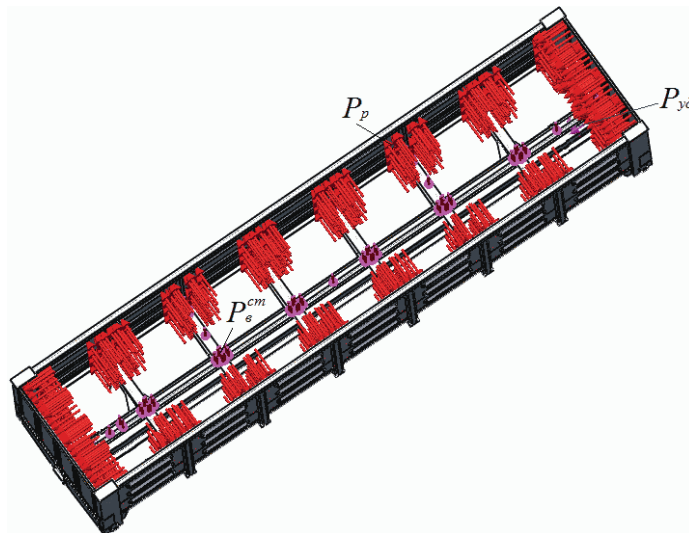


Рисунок 2 – Модель міцності несучої конструкції кузова напіввагону при маневровому співударянні

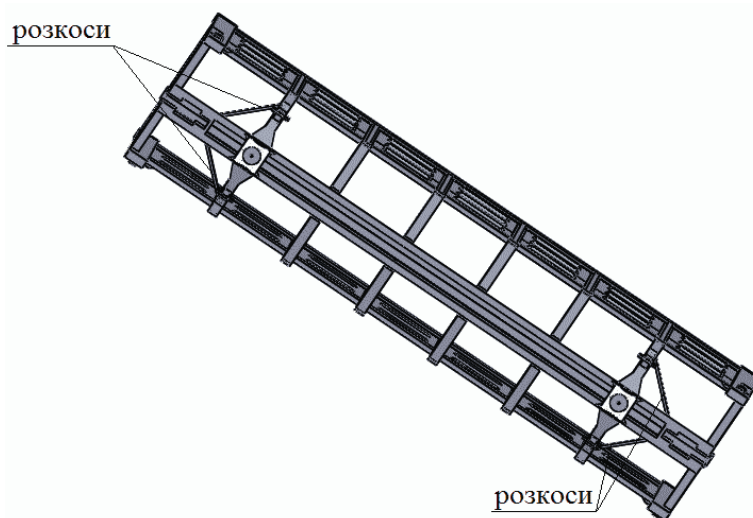
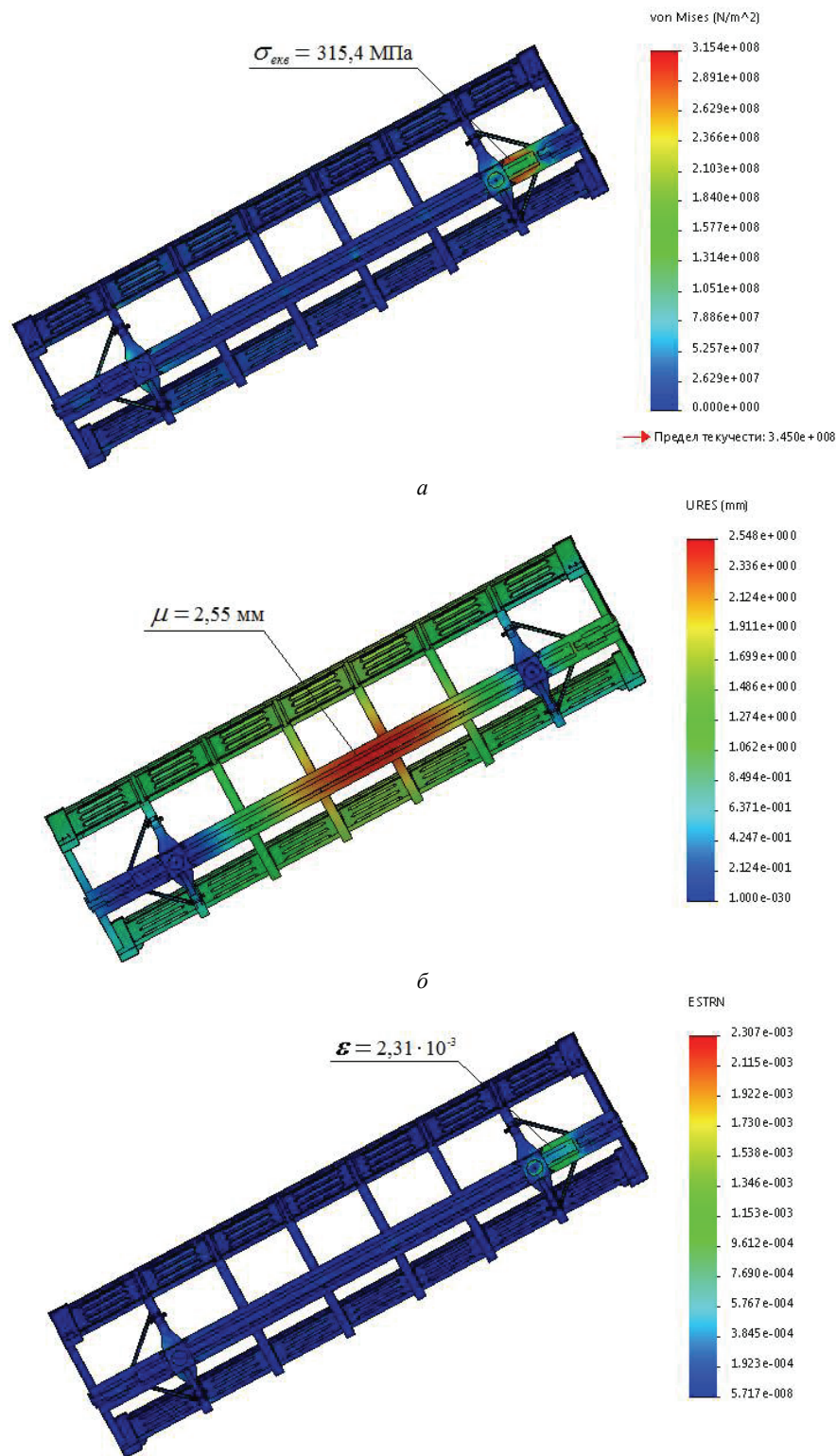


Рисунок 3 – Розміщення розкосів на рамі напіввагону



а – напружений стан; б – переміщення в вузлах; в – деформації
Рисунок 4 – Результати розрахунку на міцність несучої конструкції кузова універсального напіввагону з урахуванням заходів щодо удосконалення

Висновки з дослідження і перспективи, подальший розвиток у даному напрямку. На підставі проведених досліджень можна зробити висновок, що запропоновані заходи щодо удосконалення несучої конструкції кузова універсального напіввагону дозволяють забезпечити його міцність при маневрових співуда-

ряннях, а також підтримувати технічний ресурс напіввагону при існуючій ремонтній базі.

Список літератури:

1. Сендеров Г. К. Сохранность вагонов при погрузочно-разгрузочных и маневровых работах / Г. К. Сендеров, П. Р. Лосев, С. А. Другаль. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.:

Транспорт, 1984. – 158 с.

2. Пат. 2325295 Россия, МПК⁷ B61D. Рама кузова полувагона / А. С. Курочкин, О. В. Удалова, М. В. Агинских, И. Н. Михина, Г. А. Старостин, Е. С. Васильева, А. А. Поликарпов, И. В. Галиева, Л. М. Васильева, В. А. Андронов, А. И. Тиссен, В. П. Ефимов, А. Б. Левин, А. Н. Пасенко, К. П. Демин; заявитель и патентообладатель Закрытое акционерное общество «Инженерный центр Объединения вагоностроителей»; заявл. 17.11.03; опубл. 27.07.04.

3. Fomin O.V. Modern requirements to carrying systems of railway general-purpose gondola cars / O.V. Fomin // Scientific and technical journal «Metallurgical and Mining Industry». – 2014. – No. 5. – P.31-43.

4. Fomin, O.V. Increase of the freight wagons ideality degree and prognostication of their evolution stages / O.V. Fomin // Scientific Bulletin of National Mining University. – 2015. – Iss. 2. – P. 68-76.

5. Freight cars major metals // Trains. – 2015, Marts. – 20 p.

6. Ловська А. О. Удосконалення несучої конструкції кузова напіввагону з метою забезпечення його міцності при маневрових співудареннях / А. О. Ловська, Ю. Ю. Шафунів // 36. наук. праць. Харків: УкрДУЗТ. – 2015. – Вип. 158. – с. 29 – 35.

7. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). – М.: ГосНИИВ – ВНИИЖТ, 1996. – 319 с.

References (transliterated):

1. Senderov G. K., Losev P. R., Drugal S. A. Sohrannost vagonov pri pogruz ochno-razgruzochnykh i manevrovnykh rabotah. Moscow: Transport, 1984. 158 p.

2. Pat. 2325295 Rossiya, MPK⁷ B61D. Rama kuzova poluvagona. Kurochkin A. S., Udalova O. V., Aginskiy M. V., Mihina I. N., Starostin G. A., Vasileva E. S., Polikarpov A. A., Galieva I. V., Vasileva L. M., Andronov V. A., Tissen A. I., Efimov V. P., Levin A. B., Pasenko A. N., Demin K. P.; zayavitel i patentoobladatel Zakryitoe aktsionernoe obschestvo "Inzhenernyy tsentr Ob'edineniya vagonostroiteley"; zayavl. 17.11.03; opubl. 27.07.04.

3. Fomin, O.V. Modern requirements to carrying systems of railway general-purpose gondola cars. Scientific and technical journal "Metallurgical and Mining Industry". 2014. No. 5. P.31-43.

4. Fomin, O.V. Increase of the freight wagons ideality degree and prognostication of their evolution stages. Scientific Bulletin of National Mining University. 2015. Iss. 2. P. 68-76.

5. Freight cars major metals. Trains. 2015, Marts. 20 p.

6. Lovska A. O., Shafunov Yu. Yu. Udokonalennya nesuchoyi konstruktsiyi kuzovu naplvvagonu z metoyu zabezpechennya yogo mitsnostl pri manevrovih splvudaryanniah. Zb. nauk. prats. Kharkiv: UkrDUZT. 2015. Vol. 158. P. 29-35.

7. Normy dlya rascheta i proektirovaniya vagonov zheleznykh dorog MPS kolei 1520 mm (nesamohodnykh). Moscow: GosNIIV–VNIIZhT, 1996. 319 p.

Надійшла (received) 27.09.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Удосконалення несучої конструкції кузова універсального напіввагону для забезпечення його міцності при маневрових співудареннях / А. О. Ловська, В. О. Бажура, О. М. Піреєв // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 32-36. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Усовершенствование несущей конструкции кузова универсального полувагона для обеспечения его прочности при маневровых соударениях / А. А. Ловская, В. А. Бажура, А. М. Пиреев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 32-36. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Improvement of the support structure of universal open wagons bodies for providing their capacity in shunting impacts / A. O. Lovska, V. O. Bazhura, O. M. Pireev // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 32-36. – Bibliogr.: 7. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ловська Альона Олександрівна – кандидат технічних наук; доцент кафедри вагонів; Український державний університет залізничного транспорту; тел.: (057) 730-10-35; e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

Ловская Алена Александровна – кандидат технических наук; доцент кафедры вагонов; Украинский государственный университет железнодорожного транспорта; тел.: (057) 730-10-35; e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

Lovska Alyona Oleksandrivna – Candidate of technical sciences; Associate Professor at the Department of wagons; Ukrainian State University of railway transport; tel.: (057) 730-10-35; e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

Бажура Вадим Олексійович – магістрант; кафедра вагонів; Український державний університет залізничного транспорту; тел.: (057) 730-10-35.

Бажура Вадим Алексеевич – магістрант; кафедра вагонов; Украинский государственный университет железнодорожного транспорта; тел.: (057) 730-10-35.

Bazhura Vadim Oleksiyovich – Student-master; Department of wagons; Ukrainian State University of railway transport; tel.: (057) 730-10-35.

Піреєв Олександр Мехманович – магістрант; кафедра вагонів; Український державний університет залізничного транспорту; тел.: (057) 730-10-35.

Пиреев Александр Мехманович – магістрант; кафедра вагонов; Украинский государственный университет железнодорожного транспорта; тел.: (057) 730-10-35.

Pireev Oleksandr Mehmanovich – Student-master; Department of wagons; Ukrainian State University of railway transport; tel.: (057) 730-10-35.

І.Г. ЛЬВОВ**ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ КОМПОЗИТНИХ БАНДАЖІВ
ДЛЯ РЕМОНТУ ТРУБОПРОВОДІВ**

Представлена методологія оптимізації композиційних систем ремонту трубопроводів з об'ємними поверхневими дефектами. Через великий розмір задачі, що вирішується, ця методика розроблена з використанням методу експериментального проектування та техніки поверхонь відгуку. Для доведення ефективності пошкодженої ділянки до рівня непошкодженого трубопроводу в даному дослідженні формулюється та вирішується задача оптимізації, що базуються на еквівалентній міцності. Особливості, переваги та обмеження підходу обговорюються в їх застосуванні для оптимального проектування композитних систем ремонту трубопроводів.

Ключові слова: трубопровід, об'ємний дефект поверхні, композитний ремонт, оптимізація.

Представлена методология оптимизации композиционных систем ремонта трубопроводов с объемными поверхностными дефектами. Из-за большого размера решаемой задачи, эта методика разработана с использованием метода экспериментального проектирования и техники поверхностей отклика. Для доведения эффективности поврежденного участка до уровня неповрежденного трубопровода в данном исследовании формулируется и решается задача оптимизации, основанная на эквивалентной прочности. Особенности, преимущества и ограничения подхода обсуждаются в их применении для оптимального проектирования композитных систем ремонта трубопроводов.

Ключевые слова: трубопровод, объемный дефект поверхности, композитный ремонт, оптимизация.

Optimization methodology for composite repair systems of transmission pipelines with volumetric surface defects is presented. The inner diameter of the bandage is taken equal to the outer diameter of the pipeline and varying parameters are the thickness and length of the bandage. Due to large dimension of the numerical tasks to be solved, this methodology is developed employing the method of experimental design and response surface technique. To bring an efficiency of damaged section up to the level of undamaged pipeline, an optimization problem based on equivalent resistant (equiresistant) design is formulated and solved in the present study. Experimental design is generated by the minimal square distance Latin Hypercube sampling method, while the optimization problem was solved using random search method. To perform analysis of the stress state of the pipeline-bandage system the finite element method implemented in software ANSYS is used. Objective function values were obtained for every sample number and the objective function was approximated with second order polynomial. Obtained results showed that bandage length parameter did not have significant effect on the stress intensity values. Features, advantages and limitations of this approach are discussed in its applicability for the optimal design of composite repair systems of transmission pipelines.

Keywords: pipe, volumetric surface defect, composite repair, optimisation.

Вступ. Трубопроводи мають виключне значення для ефективного функціонування галузі, що забезпечує європейські ринки енергетичними ресурсами: сирою нафтою, природним газом та рідкими нафтопродуктами. З цієї причини дуже важливим є забезпечення їх безперервної та безвідмовної роботи. На жаль, об'ємні дефекти поверхні, що виникають внаслідок корозійних або ерозійно-корозійних процесів, значно зменшують міцність трубопроводу. Проте, застосування композитних матеріалів в сучасних системах ремонту пошкоджених трубопроводів дає можливість зробити ремонт більш ефективним і не вимагає припинення експлуатації трубопроводу.

При проектуванні ефективного ремонту трубопроводів з об'ємними поверхневими дефектами в основному розглядаються два параметри композиційних ремонтних систем: товщина та ширина композиційного бандажу. Ці значення можна визначити, використовуючи наступні стандарти [1, 2]. Застосування цих стандартів для проектування композитних систем ремонту пошкоджених трубопроводів продемонстровано у роботах [3, 4]. Крім того, товщину композитного бандажу можна було б оцінити, використовуючи результати параметричних досліджень, проведених для різних діаметрів труб [5], розмірів дефектів [6] та внутрішніх тисків [7]. Оскільки ширина бандажу має незначний вплив на напружений стан у пошкодженій

ділянці, вона в основному оцінюється за розробленими стандартами [1, 2].

Слід зазначити, що тільки дослідження спільного впливу обох геометричних параметрів композиційного бандажу на властивості міцності ремонтної системи може забезпечити оптимальне рішення. З цієї причини розроблено оптимізаційну методологію, засновану на плануванні експериментів та технології поверхонь відгуку для оптимального проектування композитних систем ремонту трубопроводів. У даному дослідженні формулюється та вирішується задача оптимізації, що базуються на еквівалентній міцності відремонтованої ділянки до непошкодженої.

Методологія оптимізації. Через великий розмір чисельних задач, які потрібно вирішити, розроблена методологія оптимізації що базується на методі експериментального проектування [8] та методі поверхонь відгуку [9]. Ця методологія являє собою сукупність математичних і статистичних методів, корисних для моделювання та аналізу проблем, в яких на відгук впливає кілька змінних, а метою є оптимізація цього відгуку.

Процедура оптимізації, заснована на експериментальному проектуванні є не лише ефективним інструментом для оптимального проектування різних систем та процесів, що потребують чисельно-витратних роз-

рахунків, але також легко об'єднує етапи моделювання та оптимізації та вимагає менше втручання аналітика у порівнянні з іншими підходами. Крім того, цей підхід є загальним в тому сенсі, що дозволяє оптимізувати будь-які системи або процеси в довільних умовах щодо будь-якої цільової функції (наприклад, продуктивність, довговічність, цілісність, надійність, вар-

тість) з урахуванням всіх практичних вимог [10-12]. Інженерний підхід до оптимізації, що базується на технології експериментального проектування та поверхні відгуку, представлений на рис. 1. Необхідно зазначити, що на кожному з цих етапів можна вирішити проблему різними методами.

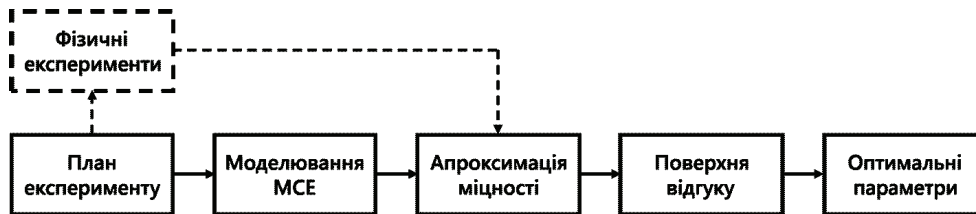


Рисунок 1 – Інженерний підхід до оптимізації

План експерименту. План експериментів може бути отриманий різними методами [8]. Після визначення плану експерименту, в цих точках проводяться чисельні розрахунки та/або фізичні експерименти. Добре відомо, що якщо для глобальної апроксимації планується використати функції поліномів другого порядку, то найбільш підходящим є D-оптимальний план експерименту, а якщо задача оптимізації містить дискретні та безперервні змінні параметри, то слід вибрати план експерименту D-Оптимальний комбінований латинський гіперкуб [13]. Мінімальна кількість запланованих експериментів у задачі оптимізації визначається в такому випадку як $n = 2L$, де $L = (k + 1)(k + 2)/2$ та k – це кількість параметрів конструктора.

Методика поверхонь відгуку. Для чисельних та/або фізичних експериментів, проведених в точках розробленого плану експериментів, можна застосовувати різну методику апроксимації. Існують поліноміальна методика, нейронні мережі, радіальні базисні функції, сплайн, раціональні функції, тощо [9]. Апроксимації можна отримати, використовуючи звичайну незвішену оцінку методом найменших квадратів з усуненням деяких точок і описати поліномами другого порядку:

$$\bar{F}(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^K \beta_i x_i + \sum_{i=1}^K \sum_{j=i}^K \beta_{ij} x_i x_j. \quad (1)$$

Похибка апроксимації розраховується за допомогою наступних виразів

$$\sigma_{err} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (F(x^i) - \bar{F}(x^i))^2}{N}}; \quad (2)$$

$$\sigma_{err}^0 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (F(x^i) - \bar{F}(x^i))^2}{N - L}}, \quad (3)$$

де σ_{err} є квадратичною похибкою, σ_{err}^0 є стандартним відхиленням $F(x^i)$ і $\bar{F}(x^i)$ – значення оригінальних та апроксимованих функцій у точці вибірки i х плану експерименту, а N – число точок що використовуються для наближення. Відносна похибка визначається

відносно діапазону апроксимуючої функції:

$$\sigma_r = \frac{100\sigma}{A_F}, \quad (4)$$

$$\text{де } A_F = \max_{i=1,2,\dots,N} F(x_i) - \min_{i=1,2,\dots,N} F(x_i).$$

Нелінійна оптимізація. Обмежену нелінійну задачу оптимізації можна записати у такому вигляді

$$\min F(x); \quad H_i(x) \geq 0; \quad G_j(x) = 0, \quad (5)$$

$$i = 1, 2, \dots, I; \quad j = 1, 2, \dots, J,$$

де I та J – число обмежень нерівності та рівності. Ця проблема замінюється проблемою необмеженої мінімізації, де обмеження беруться до уваги за допомогою штрафних функцій. Нова версія методу випадкового пошуку [14] використовується для вирішення сформульованих задач оптимізації.

Скінчено-елементне моделювання. Оптиміальний дизайн композитних систем ремонту продемонстровано на корозійній ділянці газопроводу з зовнішнім діаметром 220 мм, товщиною стінки 6 мм та довжиною 953 мм, закриті з обох сторін кришкою. Ремонтована труба вироблена зі сталі 20 з механічними властивостями, що наведено в табл. 1. Об'ємний дефект поверхні розташований на зовнішній поверхні труби (рис. 2) і має наступні розміри: $102 \times 130 \times 3,3$ мм. Труба з дефектом відремонтована, так щоб підвищити ефективність пошкодженої ділянки до рівня не пошкодженої труби без будь-яких пластичних деформацій. Для цього дефект заповнюється наповнювачем та покривається композитним бандажем з механічними властивостями матеріалів, наведеними у табл. 2 та 3 відповідно. Нарешті, відремонтована секція труби піддається внутрішньому тиску 3,34 МПа.

Для визначення поля напруги в досліджуваній секції труби під дією внутрішнього тиску лінійний статичний аналіз методом скінченних елементів застосовується в точках розробленого плану експериментів. Скінчено-елементні 3D моделі відремонтованої труби (рис. 3) побудовано за допомогою коду ANSYS [15], де всі компоненти композитної системи ремонту моделюються тривимірними 8-вузловими скінченними елементами SOLID185.

Таблиця 1 – Механічні властивості сталі 20

Межа міцності σ_b , МПа		Межа текучості σ_{02} , МПа		Відносне подовження δ_5 , %		Модуль Юнга, Е, МПа	Коеф. Пуассона, ν
Кільцевий напрям	Осьовий напрям	Кільцевий напрям	Осьовий напрям	Кільцевий напрям	Осьовий напрям	2.0×10^5	0,3
474,76	461,40	305	314	33,13	40,97		

Таблиця 2 – Механічні властивості наповнювача

Модуль Юнга Е, МПа	Межа міцності σ_b , МПа	Щільність ρ , г/см ³	Коеф. Пуассона ν
4500	80	1.2	0,5

Таблиця 3. Механічні властивості композитного бандажу

Модуль Юнга Е, МПа		Межа міцності σ_b , МПа		Коеф. Пуассона ν
Кільцевий напрям	Осьовий напрям	Кільцевий напрям	Осьовий напрям	
48465.21	3000	678.51	75	0.17

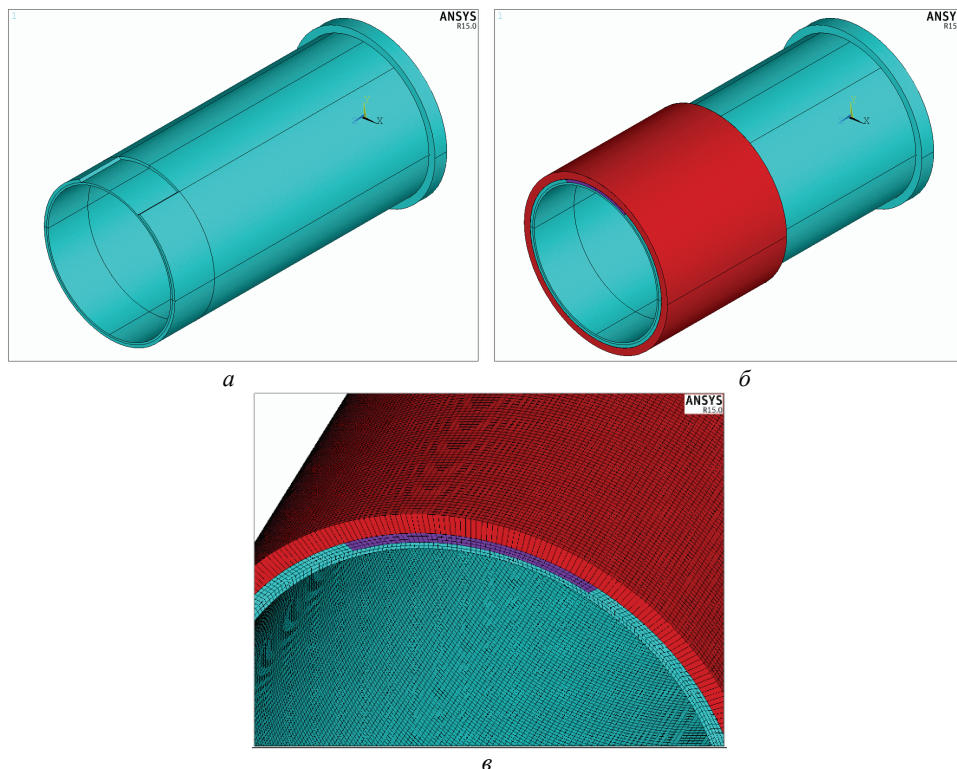


Рисунок 2 – Модель труби: а – без бандажу; б – з бандажем; в – скінчено-елемента модель

Через велику різницю між модулями Юнга матеріалів різних компонентів, проведено дослідження збіжності скінчено-елементної сітки. З цього дослідження (рис. 3) та через кратність ширини бандажу було обрано розмір ребра елемента у 2 мм.

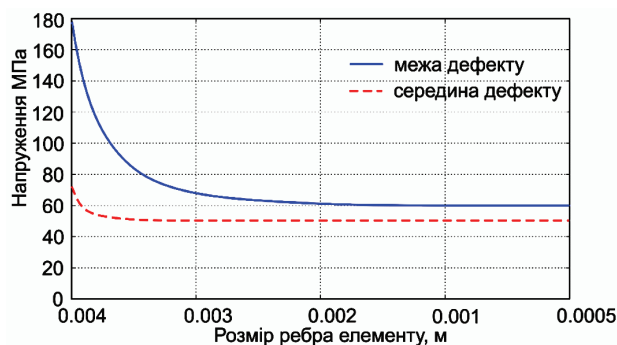


Рисунок 3 – Збіжність СЕ сітки

Це значення дає можливість проводити лінійний статичний аналіз з регулярною скінчено елементною сіткою для всіх точок з плану експериментів.

Формулювання проблем оптимізації. Сформульовано задачу оптимізації, що базується на рівномірності для композитних систем ремонту трубопроводів. Вона має два конструктивні параметри: товщина h і ширина l накладених композитних бандажів. Крім того, один проектний параметр, ширина, розглядається як безперервний, в той час як інший, товщина, як дискретне значення за рахунок того що композит накладається шарами. Ці проектні параметри розшукуються в таких межах:

$$\begin{aligned} 15 &\leq k \leq 43; \\ 140 &\leq l \leq 400, \end{aligned} \quad (4)$$

де $k = h/t$ – кількість шарів у композитному бандажі та

$t = 0,39$ мм товщина окремого шару. Цільова функція визначається таким способом, щоб забезпечити однакову міцність відремонтованої частини та непошкодженої ділянки трубопроводу:

$$Q = \left(\frac{\sigma_{\max} - \sigma_0}{\sigma_0} \right)^2 \Rightarrow \min, \quad (5)$$

де $\sigma_{\max}$ є максимальним напруженням в зоні об'ємного дефекту поверхні та $\sigma_0 = 61,2$ МПа – це напруження непошкодженої ділянки при прикладеному внутрішньому тиску в 3,34 МПа.

Рішення проблем оптимізації. На початку процесу оптимізації поле напруження розраховується в 20 точках плану експерименту, створеного методом вибірки латинського гіперкуба [16], оскільки сформульовані задачі оптимізації містять дискретні та безперервні проектні змінні. Мінімальна кількість точок вибірки для полінома другого порядку з n змінними (параметрами проектування) є $(n+1)(n+2)/2$. Загальноприйнята практика – використовувати більше, ніж подвоєну кількість точок вибірки. Оскільки скінченно-елементні розрахунки при лінійному статичному аналізі не потребують багато часу, було використано 20 точок вибірки. Відповідний план експериментів представлений на рис. 4.

Використовуючи результати скінченно-елементного аналізу та звичайного незваженого методу най-

менших квадратів [9], поліноми другого порядку були отримані зі стандартним відхиленням $\sigma_{err}^0 = 0.009121$ для апроксимації цільової функції, описаної у рівнянні (6):

$$Q = 0,755 + 0,855 \cdot 10^{-3} k^2 + 0,504 \cdot 10^{-9} l^2 + 0,572 \cdot 10^{-5} kl - 0,0513k - 0,186 \cdot 10^{-3} l. \quad (6)$$



Рисунок 4 – Точки вибірки у полі всіх можливих значень у заданому інтервалі

Відповідна поверхня відгуку представлена на рис. 6, а, де видно, що ширина пов'язки не має суттєвого впливу на цільову функцію, особливо в точках, близьких до оптимального рішення.

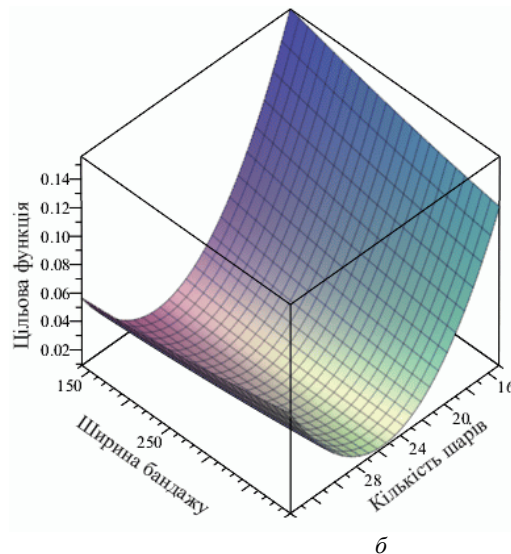
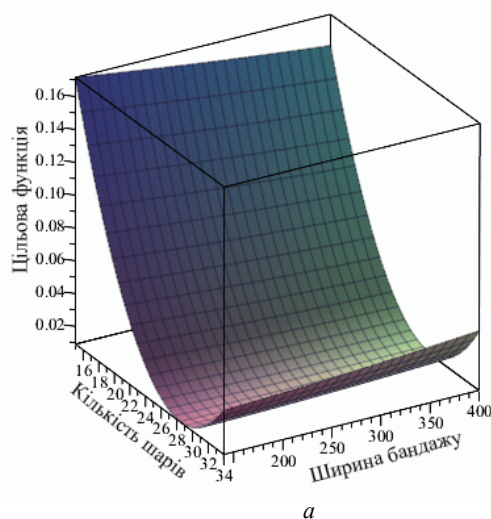


Рисунок 5 – Графік цільової функції для аналізу труби під дією внутрішнього тиску: а – 3,34 МПа, б – 8,99 МПа

Далі проблема оптимізації вирішується методом випадкового пошуку [17] за допомогою програмного забезпечення для оптимізації EDAOpt [18] з метою мінімізації цільової функції, представленої у рівнянні (6). Застосовуваний алгоритм – поліпшений багатостадійний алгоритм з генерацією нових початкових точок шляхом обміну випадково вибраними координатами точок з раніше знайденим найкращим рішенням. Алгоритм оптимізації EDAOpt використовує тільки обчислення вибірки типу латинського гіперкуба з послідовним зменшенням розміру області пошуку (неподалік області можливого рішення). Насправді область по-

шуку переміщається після кожного оновлення цільової функції, а її розмір зменшується після невдалого розрахунку даної кількості точок вибірки. Значення для дискретних змінних отримують як найближче дискретне значення зразка Латинського гіперкуба. Слід зазначити, що в цьому алгоритмі немає суттєвих відмінностей між неперервними та дискретними змінними. Практично можна припустити, що безперервна змінна – це дискретна змінна з великою кількістю кроків дискретизації. На практиці використовується 1001 крок дискретизації для безперервних змінних. Проте процес оптимізації організований таким чином,

що навіть для безперервних змінних початкове число кроків дискретизації встановлюється рівним 3 або 5, відбувається пошук оптимального значення, а потім збільшується кількість кроків. Більш детальна інформація про вибірку точок плану методом Латинського гіперкуба та метод випадкового пошуку, використаний у даному дослідженні, наведено в [18]. У роботі [14] наведено короткий огляд глобальних методів оптимізації та порівняння відповідного програмного забезпечення шляхом вирішення заданих задач оптимізації.

Результати оптимізації, товщини та ширини бандажу наведені в табл. 4. Оскільки замість оригінальних функцій використовуються поверхні відгуку, оптимальні результати перевірено за допомогою рішення на скінчено елементній моделі в ANSYS. Спостерігається хороший збіг результатів між скінчено елементним аналізом та розробленими апроксимаціями. Напружений стан для оптимального дизайну системи композитного ремонту досліджуваної секції труби представлено на рис. 6.

Таблиця 4 – Оптимальні параметри ремонтного бандажу

Ширина бандажу, l, мм	Кількість шарів, k	Об'єм бандажу, м ³	Напруження в зоні дефекту (апроксимація), МПа	Напруження в зоні дефекту (MCE), МПа	Напруження в недоформованій зоні труби, МПа
260	28	2060	61.2	61.1	61.2

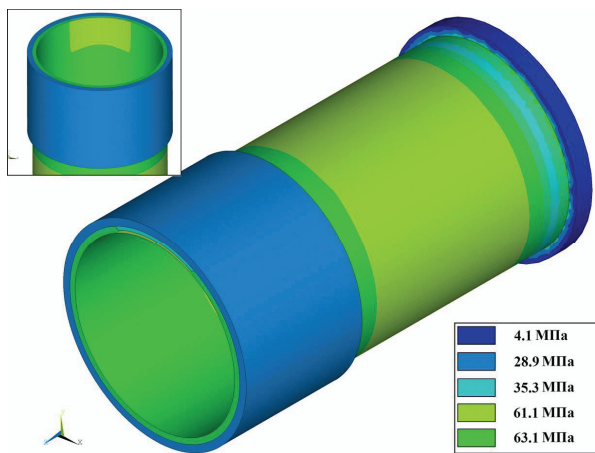


Рисунок 6 – Інтенсивність напружень по фон Мізеса в ремонтній трубі з дефектом під дією внутрішнього тиску в 3.34 МПа.

Оскільки досліджується лише лінійна поведінка конструкції, оптимальні рішення, отримані для прикладеного внутрішнього тиску (3,34 МПа), можуть бути використані також для інших значень тиску. Найвищий рівень тиску в цьому випадку обмежений виникаючими напруженнями у непошкодженій трубі, яка повинна бути меншою, ніж межа пластичності матеріалу труби (табл. 1). Іншими словами, отримані оптимальні рішення залишаються в силі для рівнів внутрішнього тиску менше 16,64 МПа.

Висновки. Розглянуто та вирішено задачу оптимізації параметрів ремонтного бандажу, на основі рівномірності, для забезпечення робочої здатності пошкодженій зоні трубопроводу на рівні з непошкодженою. Розроблена методологія оптимізації що базується на методі експериментального проектування та методі поверхонь відгуку. План експерименту визначено за допомогою D-оптимального латинського гіперкубу.

Для визначення значень цільової функції застосовувались результати скінчено-елементного аналізу відремонтованої труби під дією внутрішнього тиску.

Використовуючи незважений метод найменших квадратів апроксимовано цільову функцію та створено поверхню відгуку. За допомогою алгоритму оптимізації EDAOpt визначено оптимальні значення ширини та товщини композитного бандажу.

Список літератури:

1. ISO 24817:2015: Petroleum, Petrochemical and Natural Gas Industries – Composite Repairs for Pipeworks – Qualification and Design, Installation, Testing and Inspection.
2. ASME PCC-2-2015: Repair of Pressure Equipment and Piping.
3. Chan P.H., Tshai K.Y., Johnson M., Li S. The flexural properties of composite repaired pipeline: Numerical simulation and experimental validation // Composite Structures. – № 133, 312 (2015).
4. Chris A., Souza J., Whalen C. Materials and Fabrication // Proceedings of the ASME 2014 Pressure Vessels & Piping Conference. Anaheim, California (2014).
5. Orlov V. Computer simulation of optimal thickness of polyurea coating using for trenchless renovation of potable water pipes // Procedia Engineering. – № 165, 1168 (2016).
6. Kovalska A., Eiduks M. Investigation of composite repair of pipelines with volumetric surface defect // Proceedings of the 9th International DAAAM Baltic Conference Industrial Engineering. Tallinn, Estonia. – 360 (2014).
7. Chris A., Cercone L., Lockwood J. Development of a carbon-Fiber composite repair system for offshore risers // Proceedings of the 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. Estoril, Portugal (2008).
8. Wu C.F.J. Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimisation / C.F.J. Wu, M. Hamada. – John Wiley & Sons Inc., New York (2000).
9. Myers R.H. Response Surface Methodology: Process and Product Optimisation Using Designed Experiments / R.H. Myers, D.C. Montgomery. – John Wiley & Sons Inc., New York (2002).
10. Barkanov E.N., Rikards R.B., Chate A.K. Optimisation of Sandwich Structures with Damping Properties // Mechanics of Composite Materials. – № 1, 485 (1993).
11. Barkanov E., Gluhik S., Kovalov A. Optimal Design of the Active Twist for Helicopter Rotor Blades with C-Spar // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – № 15(3-4), 325 (2008).

Bibliography (transliterated):

1. ISO 24817:2015: Petroleum, Petrochemical and Natural Gas Industries – Composite Repairs for Pipeworks – Qualification and Design, Installation, Testing and Inspection.
2. ASME PCC-2-2015: Repair of Pressure Equipment and Piping.
3. Chan P.H., Tshai K.Y., Johnson M., Li S., The flexural properties of composite repaired pipeline: Numerical simulation and experimental validation. *Composite Structures*, 133, 312 (2015).
4. Chris A., Souza J., Whalen C., Materials and Fabrication. Proceedings of the ASME 2014 Pressure Vessels & Piping Conference. Anaheim, California (2014).
5. Orlov V., Computer simulation of optimal thickness of polyurea coating using for trenchless renovation of potable water pipes. *Procedia Engineering*, 165, 1168 (2016).
6. Kovalska A., Eiduks M., Investigation of composite repair of pipelines with volumetric surface defect. Proceedings of the 9th International DAAAM Baltic Conference Industrial En-

gineering. Tallinn, Estonia, 360 (2014).

7. Chris A., Cercone L., Lockwood J., Development of a carbon-Fiber composite repair system for offshore risers. Proceedings of the 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. Estoril, Portugal (2008).
8. Wu C.F.J., Hamada M., Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimisation. John Wiley & Sons Inc., New York (2000).
9. Myers R.H., Montgomery D.C., Response Surface Methodology: Process and Product Optimisation Using Designed Experiments. John Wiley & Sons Inc., New York (2002).
10. Barkanov E.N., Rikards R.B., Chate A.K., Optimisation of Sandwich Structures with Damping Properties. *Mechanics of Composite Materials*, 1, 485 (1993).
11. Barkanov E., Gluhik S., Kovalov A., Optimal Design of the Active Twist for Helicopter Rotor Blades with C-Spar. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 15(3-4), 325 (2008).

Надійшла (received) 05.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

- Оптимальне проектування композитних бандажів для ремонту трубопроводів / І.Г. Львов** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 37-42. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.
- Оптимальное проектирование композитных бандажей для ремонта трубопроводов / И.Г. Львов** // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 37-42. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.
- Optimal design of composite repair systems of transmission pipelines / I.G. Lvov** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 37-42. – Bibliogr.: 11. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Львов Иван Геннадійович – доктор філософії; асистент; кафедра Теоретичної механіки; НТУ «ХПІ», тел.: (095) 473-53-63; e-mail: ivan.lvov@ukr.net.

Львов Иван Геннадьевич – доктор філософії; асистент; кафедра Теоретической механики; НТУ «ХПІ»; тел.: (095) 473-53-63; e-mail: ivan.lvov@ukr.net.

Lvov Gennadii Ivanovych – PhD; Assistant; Theoretical mechanics Department; NTU "KhPI", tel.: (095) 473-53-63; e-mail: ivan.lvov@ukr.net.

Г. Ю. МАРТИНЕНКО, О. М. МАРУСЕНКО

ОСОБЛИВОСТІ МОДЕЛЮВАННЯ РОТОРНОЇ ДИНАМІКИ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМНОЇ ДІЇ ДЕМПФУЮЧИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ТУРБОМАШИН

Розглянуто особливості моделювання параметрів динаміки ротора з використанням конструкційного та конструктивного демпфування (з урахуванням зміни коефіцієнтів жорсткості опор, демпфування в опорах та демпфування в матеріалі ротора). Розглянуто трансляційні, деформаційні і змішані форми коливань ротора. Проаналізовано вплив взаємодії демпфуючих властивостей елементів ротора на його динаміку. Результати наведено у вигляді амплітудно-частотних характеристик і орбіт траєкторій руху вузлів осі ротора при різних параметрах.

Ключові слова: роторні системи, коефіцієнт демпфування, жорсткість, амплітудно-частотна характеристика, орбіти руху.

Рассмотрены особенности моделирования параметров динамики ротора с использованием конструкционного и конструктивного демпфирования (с учетом изменения коэффициентов жесткости опор, демпфирования в опорах и демпфирования в материале ротора). Рассмотрены трансляционные, деформационные и смешанные формы колебаний ротора. Проанализировано влияние взаимодействия демпфирующих свойств элементов ротора на его динамику. Результаты представлены в виде амплитудно-частотных характеристик и орбит траекторий движения узлов оси ротора при разных параметрах.

Ключевые слова: роторные системы, коэффициент демпфирования, жесткость, амплитудно-частотная характеристика, орбиты движения.

Features of modeling of rotor dynamic parameters with the use of structural and constructive damping (taking into account the change in the coefficients of stiffness, damping in supports and damping in the material of the rotor) are considered. The translation, deformation and mixed forms of rotor oscillations are considered. The influence of the interaction of the damping properties of the rotor elements on the dynamic of the rotor are analyzed. The results are presented in the form of amplitude-frequency characteristics and orbit trajectories of movement nodes of the rotor axis at different parameters. The questions of construction of different models for calculations and analysis of dynamic behavior of rotors of the gas-pumping unit, taking into account damping characteristics of the rotor and supporting elements are considered. Investigation of the damping characteristics of rotor systems was carried out during their design with the help of mathematical modeling, which allowed us to determine by calculation the influence of the applied material and design features on the dynamic characteristics of the rotor system as a whole. The use of the beam-mass model allows to obtain bending and longitudinal forms of the proper oscillations and their frequencies, to perform a refinement analysis of critical velocities using the Campbell diagram, which allows to take into account the dependence of the frequencies of the proper oscillations and critical velocities on the speed of rotation, to conduct a forced oscillation analysis (for example, amplitude-frequency characteristics and trajectory of the rotor nodes movement), as well as the ability to take into account different models of resistance forces.

Keywords: rotor systems, damping coefficient, rigidity, amplitude-frequency characteristic, orbit of motion.

Вступ. В роторних системах сучасних машинобудівних конструкцій для збільшення надійності і зниження рівня зносу вузлів необхідно здійснювати контроль за рівнем амплітуд їх коливань. Багато в чому амплітуди залежать від демпфувальних характеристик. При створенні роторних систем особлива увага приділяється двом видам демпфування - конструкційному (розсіюванню енергії в елементах конструкцій - вузлах з'єднання, опорних вузлах) і конструктивному (зміна демпфуючих характеристик системи). Характер змін динамічної поведінки коливальної системи за рахунок варіювання демпфувальними властивостями конструкційних матеріалів і елементів конструкції відносяться до пасивних способів контролю коливань динамічної системи і розглянуто в [1-3]. Зміни демпфувальних властивостей впливають на рівень амплітуд вимушених коливань і напружень в зонах концентрації.

Дослідження демпфуючих характеристик роторних систем можливо проводити при їх проектуванні за допомогою математичного моделювання, що дозволяє розрахунковим шляхом визначити вплив застосованого матеріалу або конструктивних особливостей на

динамічні характеристики системи в цілому. Тому моделювання роторної динаміки з адекватним урахуванням взаємодії демпфуючих властивостей елементів конструкцій є актуальною задачею.

Постановка задачі. Особливості побудови різних моделей для розрахунків та аналізу динамічної поведінки роторів газоперекачувальних агрегатів (ГПА) з урахуванням демпфуючих характеристик ротора і опорних елементів розглянуто в попередніх роботах авторів [4-5]. Було побудовано балково-масову та об'ємну моделі ротора ГПА з урахуванням типу опор для аналізу частот власних коливань, критичних швидкостей обертання. Метою даної роботи є дослідження впливу демпфуючих властивостей конструктивних елементів турбомашин та особливостей їх взаємодії при моделюванні роторної динаміки.

Опис розрахункової моделі. Ескіз ротора компресора ГПА та його складові частини показано на рис.1.

Геометричну модель ротора показано на рис.2.

В ході попередніх досліджень [4] визначено пе-

ревагу в використанні балково-масової моделі (рис. 3), яка дозволяє проводити детальний аналіз динаміки роторів, де наразі з розрахунком частот власних коливань виконується аналіз критичних швидкостей обертання з урахуванням гіроскопічних моментів, а також без втрати якості розрахунків використовувати менш ресурсоємну модель, що впливає на час проведення певного дослідження. Навісні елементи в такій моделі замінюються зосередженими масами (m) з екваторіальними (I_e) і полярними (I_p) моментами інерції.

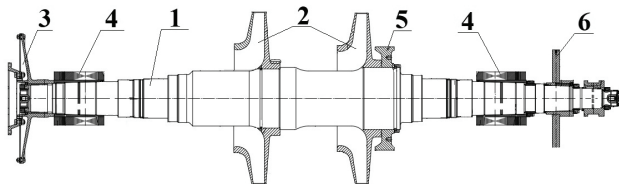


Рисунок 1 – Ескіз ротора компресора агрегату для перекачки газу: 1 – вал; 2 – робочі колеса; 3 – півмуфта; 4 – цапфи радіальних активних магнітних підшипників; 5 – думіс; 6 – диск осевого активного магнітного підшипника

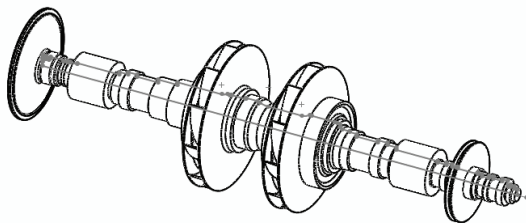


Рисунок 2 – Об'ємна геометрична модель ротора

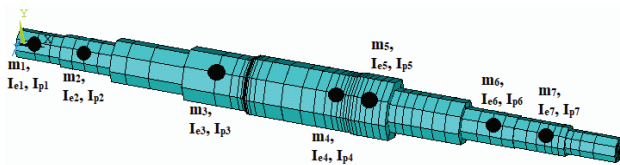


Рисунок 3 – Скінченно-елементна балково-масова модель ротора

Такий тип моделі дозволяє отримати згинальні та поздовжні форми власних коливань і їх частоти, виконати уточнюючий аналіз критичних швидкостей за допомогою діаграми Кемпбелла, що дозволяє враховувати залежність частот власних коливань і критичних швидкостей від швидкості обертання, провести аналіз вимушених коливань з побудовою амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) та траєкторій руху вузлів ротора. Такий підхід також надає змогу урахування різних моделей сил опору.

Метод розрахунку. Моделювання динамічної поведінки машинобудівних конструкцій за допомогою методу скінченних елементів (МСЕ) є одним з найбільш поширених способів на даний момент.

Динамічне рівняння для розрахунку динамічної поведінки ротора з урахуванням гіроскопічних ефектів і демпфування, пов'язаного з обертальним рухом, має вигляд [5]:

$$[M]\{\ddot{U}\} + ([C] + [G])\{\dot{U}\} + ([K] + [B])\{U\} = \{f\}, \quad (1)$$

де $[M]$, $[C]$, $[K]$ – матриці мас, демпфування, жорстко-

сті; $\{f\}$ – вектор зовнішнього навантаження, залежний від часу; $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$, $\{U\}$ – вектори вузлових прискорень, швидкостей і переміщень, $[G]$ – гіроскопічна матриця; $[B]$ – матриця демпфування, пов'язаного з обертальним рухом.

При моделюванні конструктивного демпфування застосовуються його різні види (глобальне Релея, залежне від матеріалу структурне, в'язко-пружне, демпфування в окремих елементах та інші) [6].

В даному аналізі для врахування демпфуючих властивостей валу з навісними елементами використано модель в'язкого демпфування, найбільш загальною формою якого є релеєвське демпфування [6]:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K], \quad (2)$$

де α – постійний множник до матриці мас; β – постійний множник до матриці жорсткості.

Оскільки для різних частин конструкції демпфуючі властивості однакові, а масове демпфування (фрикційне) можна не враховувати через відсутність контактуючих поверхонь, то залишається тільки β – демпфування.

При моделюванні пружно-демпферних опор використовуються скінченні елементи, що мають характеристики в'язкого демпфування, і дозволяють враховувати характеристики жорсткості і демпфування.

При розв'язанні задачі про вимушені коливання зовнішні навантаження задаються у вигляді проекцій відцентрових сил, що змінюються у протифазі за гармонійним законом, на осі системи координат Y і Z (перпендикулярні осі валу X):

$$F_y = \omega^2 m_e e (\cos \alpha \cos \omega t + \sin \alpha \sin \omega t),$$

$$F_z = \omega^2 m_e e (\cos \alpha \sin \omega t + \sin \alpha \cos \omega t), \quad (3)$$

де ω – кутова швидкість обертання; α – фаза неврівноваженості; m_e – неврівноважена маса; e – ексцентриситет.

Скінченно-елементну розрахункову модель ротора з урахуванням пружних опор та зосереджених мас з моментами інерції показано на рис. 4. Зовнішні навантаження задаються як дисбаланс в місцях розташування робочих колес.

Для балково-масової моделі ротора використовують жорстке закріплення зовнішніх вузлів пружних елементів.

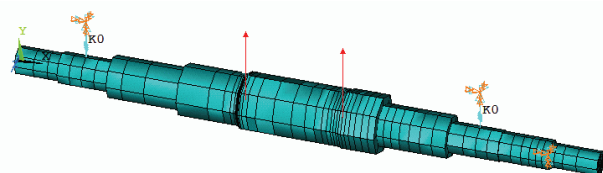


Рисунок 4 – Розрахункова модель ротора

Результати розрахунків та їх аналіз. Проведено серію розрахунків динамічної поведінки ротора при зміні коефіцієнтів жорсткості опор, демпфування в опорах та демпфування матеріалу ротора. Жорсткість опор впливає на частоти коливань ротора і на амплітуди вимушених коливань. При її зміні виникають різні власні частоти коливань ротора, які відповідають трансляційним, деформаційним та змішаним формам

коливань. При частоті, що відповідає трансляційній формі коливань, ротор не деформується, а переміщується як жорстке ціле тіло, при частоті, що відповідає деформаційній формі коливань, виникає згинальна форма коливань, а при частотах, що відповідають змішаним формам, присутні як деформація, так і переміщення в опорах.

При моделюванні динамічної поведінки ротора початкові значення коефіцієнтів: демпфування в пружно-демпферних опорах ротора - 0,03 кг/с, жорсткості опор - 10^9 Н/м, демпфування матеріалу - 0,000025 кг/с, що наближено до реальних значень.

На рис. 5 зображено АЧХ ротора у вузлах кріплення пружних елементів на валу (UY_Magn_r_l – для лівої опори, UY_Magn_r_p – для правої опори) та вузлах дисбалансу на кожному з робочих колес (UY_Unb_K1, UY_Unb_K2). Трансляційні форми коливань відсутні, частота деформаційної (згинальної) форми 79,5 Гц.

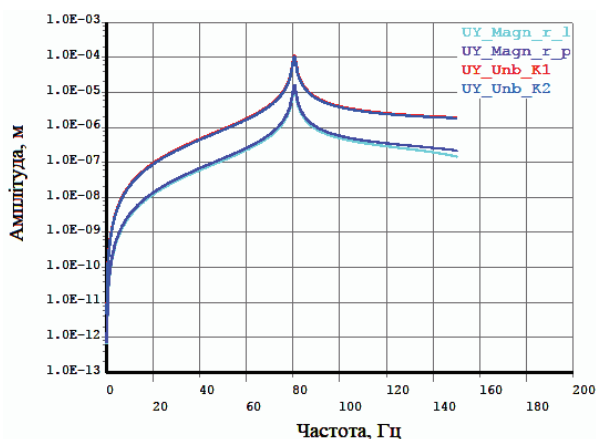


Рисунок 5 – АЧХ ротора, коефіцієнт жорсткості опор 10^9 Н/м

Деформаційну форму ротора з жорсткістю опор 10^9 Н/м показано на рис. 6. Для даного ротора жорсткість опор 10^9 Н/м представляє собою аналогію жорсткого закріплення, зони кріплення пружних елементів практично не деформуються.

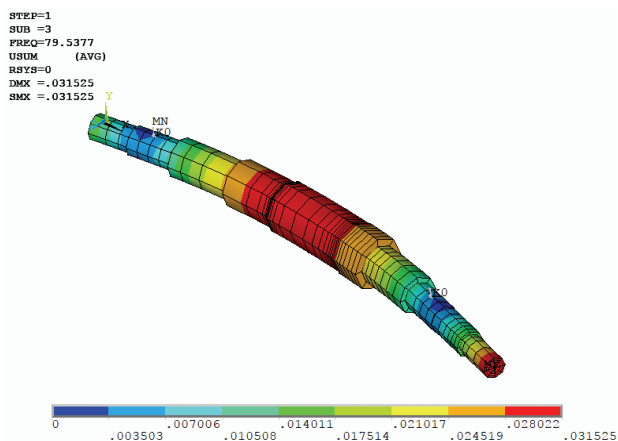


Рисунок 6 – Деформаційна форма ротора, коефіцієнт жорсткості опор 10^9 Н/м

При незмінних значеннях коефіцієнтів демпфування в пружно-демпферних опорах та матеріалі ротора і зменшенні коефіцієнта жорсткості пружних елементів до 10^6 Н/м з'являються трансляційні форми коливань в діапазоні частот 7 Гц - 10 Гц (рис. 7), частота деформаційної форми збільшується (рис. 8).

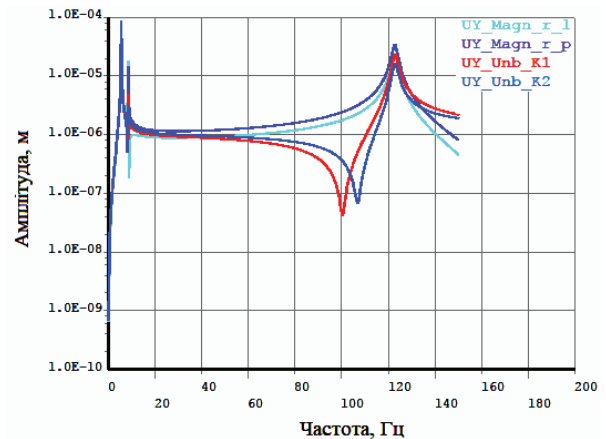


Рисунок 7 – АЧХ ротора, коефіцієнт жорсткості опор 10^6 Н/м

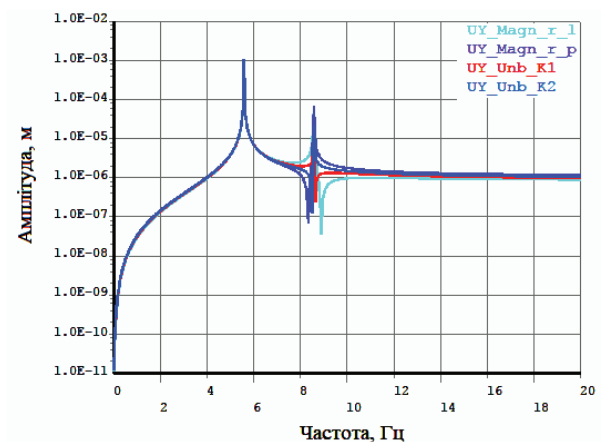


Рисунок 8 – АЧХ ротора з резонансами в зоні трансляційних форм коливань, коефіцієнт жорсткості опор 10^6 Н/м

Орбіти руху вузлів ротора на частотах, що відповідають трансляційним формам коливань, в діапазоні 7 Гц - 10 Гц показано на рис. 9. Вісь валу при таких параметрах опор залишається прямою, не зазнаючи прогину. На частоті, що відповідає першій трансляційній формі коливань, ротор здійснює рух типу циліндричної прецесії. При цьому він переміщується на обох опорах (рис. 9, а). На частоті, що відповідає другій трансляційній формі коливань, ротор переміщується на лівій опорі, а права залишається у вихідному положенні (рис. 9, б). На частоті третьої трансляційної форми коливань ротор переміщується на правій опорі, ліва залишається у вихідному положенні (рис. 9, в), що відповідає конічній прецесії.

Збільшуючи коефіцієнт демпфування в пружно-демпферних опорах ротора з початкового значення 0,03 кг/с до 3000 кг/с (для наочності) та зберігаючи коефіцієнт жорсткості опор 10^6 Н/м і коефіцієнт демпфування у матеріалі ротора 0,000025 кг/с, прослідуються наступні зміни в поведінці ротора: амплітуди

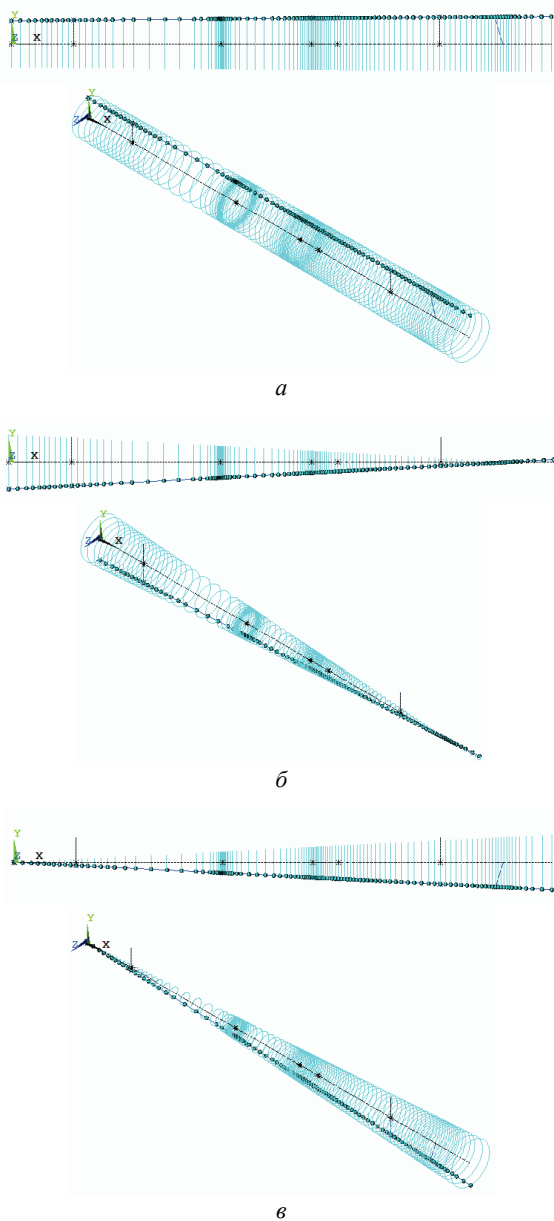


Рисунок 9 – Орбіти руху вузлів ротора частотах, що відповідають трансляційним формам коливань
а – перша; б – друга; в – третя

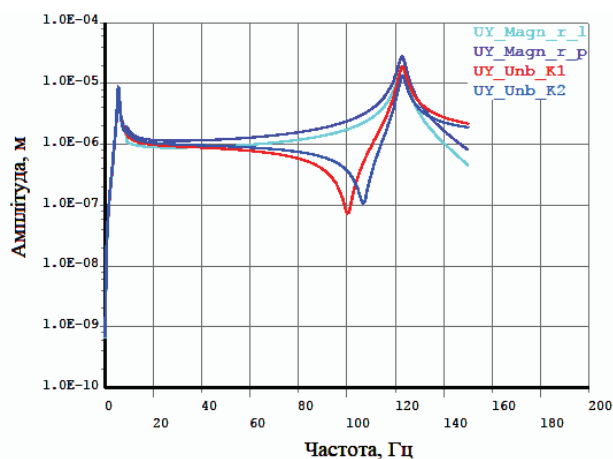


Рисунок 10 – АЧХ ротора, коефіцієнт демпфування опор 3000 кг/с

частот на трансляційних формах коливань зменшуються, а на частотах деформаційних форм залишаються незмінними (рис. 10, 11).

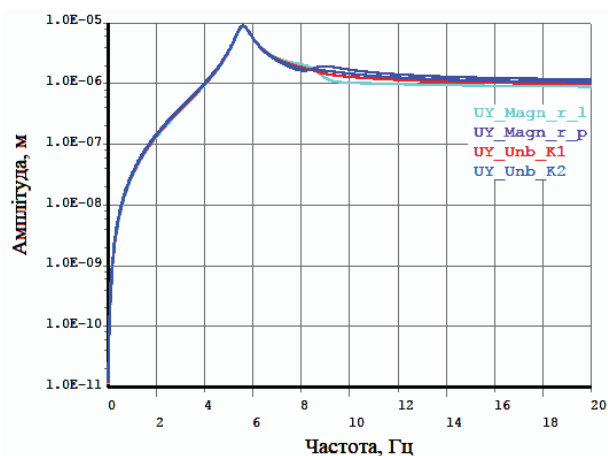


Рисунок 11 – АЧХ ротора з резонансами в зоні трансляційних форм коливань, коефіцієнт демпфування в опорах 3000 кг/с

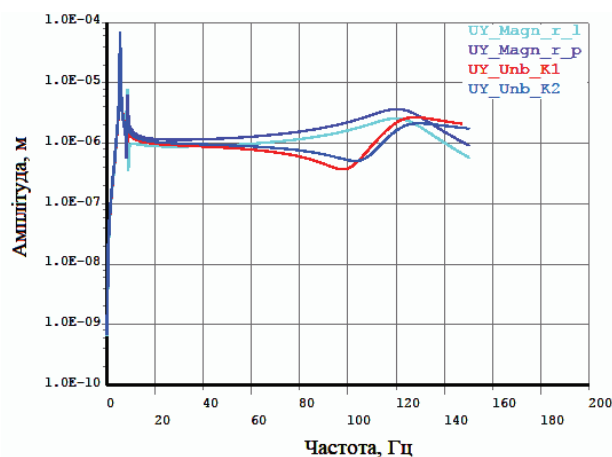


Рисунок 12 – АЧХ ротора, коефіцієнт демпфування матеріалу 0,00025 кг/с

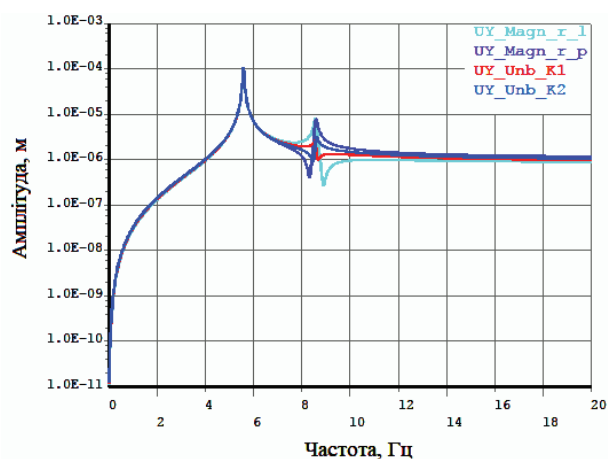


Рисунок 13 – АЧХ ротора з резонансами в зоні трансляційних форм коливань, коефіцієнт демпфування матеріалу 0,00025 кг/с

Змінюючи коефіцієнт демпфування матеріалу ротора з 0,000025 кг/с до 0,00025 кг/с та залишаючи без змін коефіцієнти демпфування в пружно-демпферних

опорах ротора 0,03 кг/с і жорсткості опор 10^6 Н/м, отримано, що частоти коливань трансляційних форм залишаються на рівні початкових значень а їх амплітуди незначно знизилася. Амплітуда частоти деформаційної форми зменшилась (рис. 12, 13). Ці зміни вказують на наявність змішаної форми коливань.

При такому заданні демпфуючих властивостей елементів конструкції орбіти руху вузлів ротора показано на рис. 14. Із рисунку видно, що вісь валу прогинається.

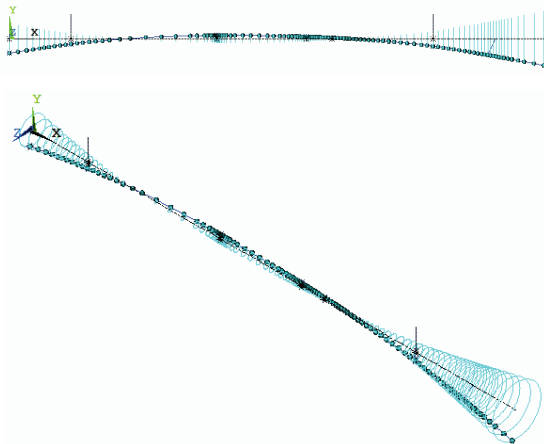


Рисунок 14 – Орбіти руху вузлів ротора, що відповідають деформаційній формі коливань

Порівняльний аналіз розрахунків в залежності від параметрів демпфування наведено в таблиці 1.

Таблиця 1 – Порівняльний аналіз розрахунків

Параметри			Амплітуди, 10^{-5} м		Графічні Результати, рис.	
Жорсткість в опорах, кг/с	Демпфування в опорах, Н/м	Демпфування в матеріалі, 10^{-4} Н/м	Трансляційні	Деформаційні	АЧХ	Орбіти
10^9	0,03	0,25	-	1,1	5	-
10^6	0,03	0,25	$1,7 \cdot 10^{-3}$ - 1,9	1,3	7, 8	9
10^6	3	0,25	1,0	1,3	10, 11	-
10^6	3000	2,5	$1,4 \cdot 10^{-2}$ - 1,0	$1,4 \cdot 10^{-1}$	12, 13	14

Висновки. В роботі розглянуто особливості моделювання динаміки ротора з урахуванням взаємодії демпфуючих властивостей його елементів. Для наочності аналізу взаємодії демпфуючих властивостей в елементах конструкції використовувалися параметри жорсткості і демпфування, які завідомо не реалізу-

ються в реальних конструкціях, але дають змогу наочно відстежувати залежність явищ, що виникають в конструкції, від співвідношення значень параметрів демпфування та жорсткості. Для цього проведено розрахунки динамічної поведінки ротора при зміні коефіцієнтів жорсткості опор, демпфування в опорах та демпфування в матеріалі ротора. Виявлено, що при зміні цих властивостей виникають різні форми коливань ротора: трансляційні, деформаційні, змішані. Аналіз вимушених коливань ротора показав, що взаємодія демпфуючих властивостей елементів ротора впливає на поведінку ротора, що ілюструється амплітудно-частотними характеристиками і траєкторіями руху вузлів осі ротора при різних параметрах.

Список літератури:

1. Нашиф А. Демпфирование колебаний / А. Нашиф., Д. Джоунс., Дж. Хендерсон. – М.: Мир, 1988. – 488 с.
2. Пановко Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Я. Г. Пановко. – М.: Физматгиз, 1960. – 193 с.
3. Писаренко Г. С. Вибропоглощающие свойства конструкционных материалов: справочник / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1971. – 376 с.
4. Мартиненко Г. Ю. Возможности стандартных программных средств с учетом жесткостных свойств опор при расчетах динамики роторов турбомашин / Г. Ю. Мартиненко, О. М. Марусенко // Всеукраїнський науково-технічний журнал «Вібрації в техніці та технологіях». – Вінниця, 2017.
5. Мартиненко Г. Ю. Способы учета и моделирования сил сопротивления различной физической природы в механических динамических, колебательных и роторных системах / Г. Ю. Мартиненко, О. М. Марусенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка та міцність машин. – Х. НТУ «ХПІ». – 2016. – № 46 (1218). – С. 52-60.
6. Моделирование демпфирующих свойств материалов в ANSYS. Режим доступа: http://caeclub.ru/sites/default/files/users/files/2907/modelirovanie_dempfiruyushchih_svoystv_materialov_v_ansys.pdf

References (transliterated):

1. Nashif A. Dampirovanie kolebanij. Moscow: Mir, 1988. 488 p. 2
2. Panovko Ja. G. Vnutrennee trenie pri kolebanijah uprugih sistem. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 193 p.
3. Pysarenko G. S., Jakovlev A. P., Matveev V. V. Vybropogloshhajushhie svoystva konstrukcyonnyh materiyalov: spravochnyk. Kyiv: Naukova dumka, 1971. 376 p.
4. Martynenko G. Ju., Marusenko O. M. Mozhlyvosti standartnyh programnyh zasobiv z urahuvannya zhorstkisnyh vlastyvostry opor pry rozrahunkah dynamiky rotoriv turbomashyn. Vseukrai'ns'kyj naukovo-tehnichnyj zhurnal "Vibracii" v tehnicji ta tehnologijah". Vinnycja, 2017.
5. Martynenko G. Ju., Marusenko O. M. Sposoby ucheta y modelirovaniya syl soprotivleniya razlychnoj fizycheskoj pryrody v mehanicheskijh dynamicheskijh kolebatel'nyh y ro-tornyh systemah. Visnyk NTU "KhPI". Serija: Dynamika ta micnist' mashyn. – Kharkiv: NTU "KhPI". 2016. No 46 (1218).

Р. 52-60.

2907/modelirovanie_dempfiruyushchih_svoystv_materialov_v_ansys.pdf

6. Modelirovanie dempfiruyushchih svoystv materialov v ANSYS. Web: <http://caecclub.ru/sites/default/files/users/files/>

Поступила (received) 10.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Особливості моделювання роторної динаміки за допомогою методу скінченних елементів з урахуванням взаємної дії демпфуючих властивостей конструктивних елементів турбомашин / Г. Ю. Мартиненко, О. М. Марусенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 43-48. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

Особенности моделирования роторной динамики с помощью метода конечных элементов с учетом взаимного действия демпфирующих свойств конструктивных элементов турбомашин / Г. Ю. Мартыненко, А. Н. Марусенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 43-48. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

Features of modeling of rotor dynamics with the help of the finite element method taking into account the mutual effect of damping properties of structural elements of turbomachinery / G. Yu. Martynenko, O. M. Marusenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 43-48. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мартиненко Геннадій Юрійович – кандидат технічних наук; доцент; кафедра «Динаміка і міцність машин»; НТУ «ХПІ»; тел.: +38(057) 707-68-79; e-mail: gmartynenko@ukr.net.

Мартыненко Геннадий Юрьевич – кандидат технических наук; доцент; кафедра «Динамика и прочность машин»; НТУ «ХПИ»; тел.: +38 (057) 707-68-79; e-mail: gmartynenko@ukr.net.

Martynenko Gennadii Yuriyovych – Candidate of Technical Sciences; Associate Professor; Department "Dynamics and Strength of Machines"; NTU "KhPI"; tel.: +38 (057) 707-68-79; e-mail: gmartynenko@ukr.net.

Марусенко Олексій Миколайович – аспірант; Інститут проблем машинобудування ім. А. Підгорного НАН України; тел.: 096-411-70-59; e-mail: alexeymars.am@gmail.com.

Марусенко Алексей Николаевич – аспирант; Институт проблем машиностроения им. А. Подгорного НАН Украины; тел.: 096-411-70-59; e-mail: alexeymars.am@gmail.com.

Marusenko Oleksii Mykolayovych – Postgraduate student; Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems National Academy of Sciences of Ukraine; tel.: 096-411-70-59, e-mail: alexeymars.am@gmail.com.

С. Ю. МІСЮРА, О.М. ШУПІКОВ

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ, КОЛИВАНЬ ТА ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ НЕСУЧИХ КОНСТРУКЦІЙ ГІДРОТУРБІН

На основі методу скінченних елементів розроблено математичну модель кришки поворотно-лопатевої гідротурбіни. Проведено аналіз напружено деформованого стану (НДС) і оптимальне проектування кришки гідротурбіни на основі градієнтного методу. Виявлено зони концентрації максимальних напружень. Виконано чисельні дослідження власних частот коливань вихідної конструкції кришки гідротурбіни і конструкції зі зменшеною масою.

Ключеві слова: кришка гідротурбіни, частота коливань, метод скінченних елементів, градієнтний метод.

На основе метода конечных элементов разработана математическая модель крышки. Проведен анализ НДС конструкции крышки поворотно-лопастной гидротурбины. Проведено оптимальное проектирование крышки гидротурбины на основе градиентного метода. Выявлены зоны концентрации максимальных напряжений. Выполнены численные исследования собственных частот колебаний исходной конструкции крышки гидротурбины и конструкции с уменьшенной массой.

Ключевые слова: крышка гидротурбины, частота колебаний, метод конечных элементов, градиентный метод.

The thesis is devoted to solving scientific and technical problems, that consist in developing the models and methods for stress-strain state (SSS) investigation, determining the vibration characteristics and optimal design (OD) of hydro turbine covers, differed by the most comprehensive view of the design features and range of external influences in service.

Based on the finite element method, a mathematical model of the cover was developed. The analysis of the SSS of the design of the cover of the turning-paddle hydro turbines is carried out. The optimal design of the hydraulic turbine cover is based on the gradient method. Are detected zones of concentration of maximum stresses. Numerical studies of the natural frequencies of the oscillations of the original construction of the cover of the hydroturbine and the reduced-weight structure have been performed.

Keywords: hydroturbine cover, oscillation frequency, finite element method, gradient method.

Вступ. Створення надійних і довговічних циклічно симетричних деталей і вузлів гідротурбін, до яких можна віднести кришку, вимагає проведення аналізу їх міцності теоретичними методами на стадії проектування і, що особливо важливо, при визначенні обсягів реконструкції (модернізації) обладнання після закінчення нормативного терміну експлуатації. Ця проблема є актуальною як в Україні, так і за кордоном [1].

Проектуванню елементів гідротурбін присвячений ряд фундаментальних робіт [2-5]. Проте, розробок, що включають в себе уточненні методики дослідження динаміки і міцності енергомашин з урахуванням реальних умов експлуатації недостатньо.

При вивченні НДС кришок гідротурбіни виникає необхідність у використанні чисельних методів механіки деформованого твердого тіла, оскільки отримання аналітичних (точних) розв'язків неможливо в зв'язку зі складністю форми і структури кришки. Практично у всіх відомих в цій галузі дослідженнях для розв'язання задачі застосовується метод скінченних елементів (МСЕ) [1].

МСЕ активно використовується для вирішення різних задач механіки і динаміки, що описують стан конструкцій складної структури. Він досить широко представлений в літературі [6-10].

Значний внесок у розвиток МСЕ для розрахунку елементів конструкцій гідротурбін зробили Б.Я. Кантор і В.М. Міткевич [11, 12].

Кришка гідротурбіни є просторовою конструкцією, що складається з тонких тіл обертання (обичайок), підкріплених системою радіально розташованих ребер - меридіональних багатозв'язних пластин. Кріплення її до статора здійснюється великою кількістю вібростій-

ких шпильок з контрольованим затягуванням [13]. Характерною особливістю таких конструкцій є той факт, що їх можна представити у вигляді n однакових секторів, геометричні і механічні параметри яких зберігають свою інваріантність під час обертання на кут $2\pi/N$ [14, 15].

В роботі [16] задача про визначення НДС конструкцій кришок гідротурбін вирішена в осесиметричній постановці, причому радіально-осьові ребра приведені до тіла обертання еквівалентної жорсткості. В роботі [12] запропонований альтернативний підхід, що включає в себе метод підконструкцій, розкладання переміщень в ряди Фур'є і МСЕ. У публікаціях [17, 18] проведено аналіз конструктивних особливостей кришок гідротурбін і їх навантаження, який дозволив розробити ефективний підхід до оцінки міцності і динамічних характеристик конструкції (в вакуумі). Це дає можливість звести обчислення переміщень до вирішення задач для кожної гармоніки ряду Фур'є. Достовірність результатів, отриманих за цією методикою, підтверджена в публікаціях [19, 20]. Наведений підхід застосовувався в статтях Т.Ф. Медведовської та інших авторів [21, 13] для визначення НДС кришки як конструктивно-ортотропного тіла при несиметричному навантаженні.

Основною вимогою до проектування гідротурбін є створення надійних конструкцій з мінімальною масою.

У зв'язку з вирішенням актуальних практичних проблем забезпечення міцності і надійності, а також зниження матеріаломісткості конструкцій, значний розвиток отримала теорія оптимального проектування. Більшість практичних задач оптимального проекту-

вання конструкцій, що деформуються, найефективніше вирішуються методами нелінійного програмування [22, 23].

Слід зазначити, що оптимального проектування кришок гідротурбін практично не проводилося. Тому виникає необхідність у вирішенні задач оптимального проектування реальних конструкцій. Важливо не тільки виконати їх оптимізацію за масою при обмеженнях по міцності і жорсткості, а також проаналізувати можливість мінімізувати номенклатуру товщин оболонкових елементів конструкції. Тому подальший розвиток ефективних методів розрахунку напружень та частот коливань кришок, а також їх оптимального проектування є важливою актуальною задачею.

В даній роботі пропонується на основі МСЕ підхід до визначення НДС і оптимального проектування таких об'єктів при впливі реальних експлуатаційних навантажень.

Методика розрахунку НДС кришки поворотного-лопатевої гідротурбіни. На основі МСЕ розроблено методику аналізу НДС гідротурбін. Створено скінченноелементну модель кришки, яка найбільш повно враховує конструктивні особливості та комплекс зовнішніх впливів.

Оскільки кришка являє собою просторову конструкцію, що складається з тонкостінних елементів, для яких відношення товщини елементів конструкції до характерного розміру не перевищує 1/10, застосовується теорія тонких пластин і оболонок.

Для розв'язання задачі статичного аналізу НДС використовується МСЕ. Розв'язувальна система рівнянь у матричному вигляді записується так:

$$[K]\{u\} = \{F\},$$

де $[K]$ – матриця жорсткості; $\{u\}$ – вектор вузлових переміщень; $\{F\}$ – компоненти вектора сил, що визначають вплив зовнішніх навантажень.

При цьому враховується циклічна симетрія конструкції. Дослідження НДС циклічно симетричних конструкцій починається з побудови моделі секторів, з яких складається досліджуваний об'єкт. На границях сусідніх секторів виконуються умови циклічної симетрії.

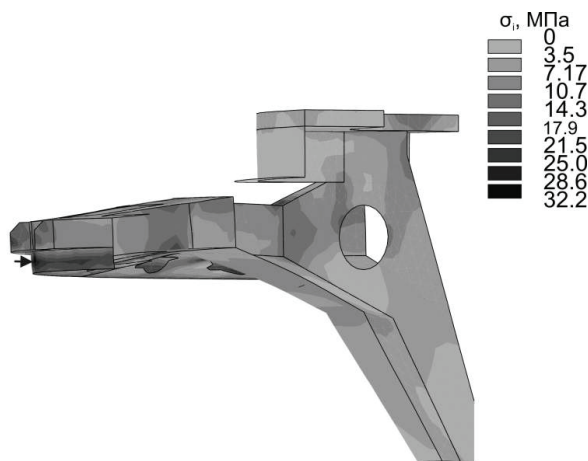


Рисунок 1 – Розподіл інтенсивності напружень

Для розв'язання задачі використовується трикутний пружний оболонковий скінченний елемент (СЕ) з трьома вузлами. Елемент в кожному вузлі має шість ступенів свободи: переміщення в напрямку осей X, Y, Z і повороти навколо осей X, Y, Z. На модель наноситься скінченноелементна сітка, після чого на границях з сусідніми секторами вводяться умови циклічної симетрії, а також умови закріплення та навантаження конструкції. На рис. 1 наведено розподіл інтенсивності напружень в конструкції кришки поворотного-лопатевої гідротурбіни.

Область максимальних напружень знаходиться в зоні розташування ребер, яка позначена стрілкою ($\rightarrow$).

Методика розрахунку частот коливань кришок гідротурбін. Задача знаходження частот і форм коливань у вакуумі розв'язується МСЕ. Матричне диференціальне рівняння руху конструкції має вигляд

$$[M]\{\ddot{v}\} + [K]\{v\} = 0,$$

де $[M]$ – матриця мас; $[K]$ – матриця жорсткості конструкції; $\{v\}$ – вектор переміщень.

Розв'язок цього рівняння шукаємо у вигляді

$$\{v\} = \{w\} \cos \omega t,$$

де ω – частота; $\{w\}$ – форма коливань.

Інерційні сили від маси обладнання, яке розташовано на кришці, можуть бути враховані зведеною густиною верхнього кільця.

Досліджуються вільні коливання кришки поворотного-лопатевої гідротурбіни. На поверхні верхнього кільця кришки закріплено генератор, вал і робоче колесо, сумарна маса яких становить $M = 25$ т. До днища прикладений гідравлічний тиск $q_2 = 0,0965$ МПа і $q_1 = 0,1254$ МПа; RL – радіус кола, на якому розташовані лопатки направляючого апарата; RS – радіус кола, на якому розташовані шпильки фланцевого з'єднання. Схема навантаження і закріплення кришки зображені на рис. 2.

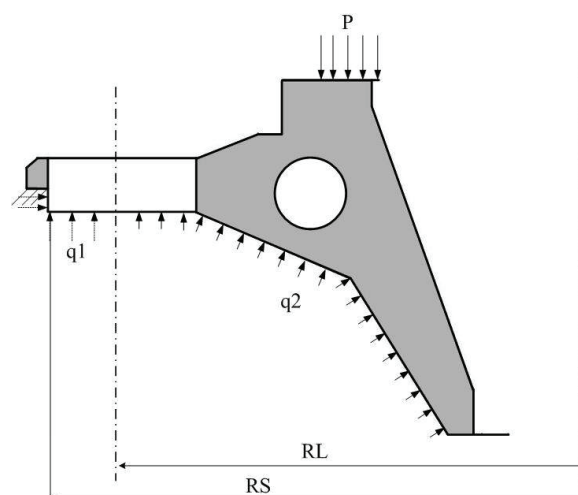


Рисунок 2 – Схема навантаження і закріплення конструкції

Найважливіше дослідити першу власну частоту, тому що вона найбільш близька до частоти збурення. Значення першої частоти у вакуумі становить 25,45 Гц, а її відповідна форма коливань показана на рис. 3.

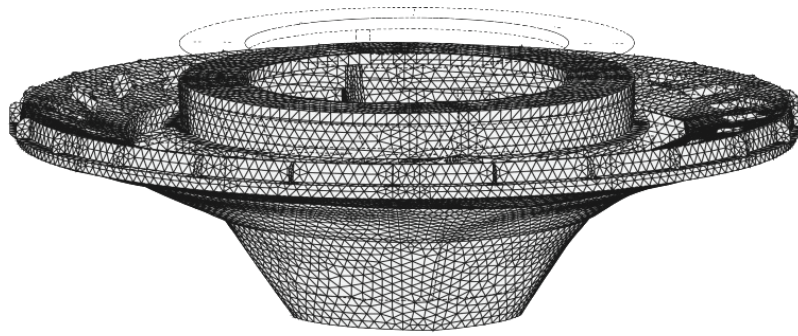


Рисунок 3 – Зонтична форма власних коливань, яка відповідає першій частоті

Оптимальне проектування. У загальному випадку задача оптимального синтезу, сформульована в термінах нелінійного програмування, полягає в знаходженні вектора $\bar{C}^*$, компонентами якого є варійовані параметри задачі оптимізації:

$$\bar{C} = \bar{C}^*, \bar{C} \in E_m,$$

де E_m – простір варійованих параметрів, при яких функція цілі $F(\bar{C})$ досягає мінімального значення

$$F^* = F(\bar{C}^*) = \min F(\bar{C}),$$

і виконуються обмеження

$$G_j(\bar{C}^*) \geq 0, j = \overline{1, J}.$$

Однією з основних вимог до проектування гідротурбін є створення надійних конструкцій з мінімальною масою, тому розроблено підхід для оптимального проектування кришок гідротурбін з метою мінімізації маси.

Параметрами оптимізації є товщини елементів конструкції. Функцією мети вважаємо масу кришки. Обмежуються найбільші та найменші значення параметрів. Як нижня межа товщини всіх елементів введена величина 0,016 м. Верхню межу напруження обмежуємо його допустимим значенням $[\sigma] = 107$ МПа. Задача розв'язується на основі градієнтного методу.

У вихідній конструкції максимальне значення інтенсивності напружень дорівнює 32,26 МПа та маса становить 4080,7 кг, а в оптимальній – максимальне значення інтенсивності напружень 57,97 МПа та маси 2578,5 кг. В результаті оптимізації товщини всіх елементів оптимальної кришки поворотного-лопатевої гідротурбіни мають однакову товщину, що дорівнює 0,016 м.

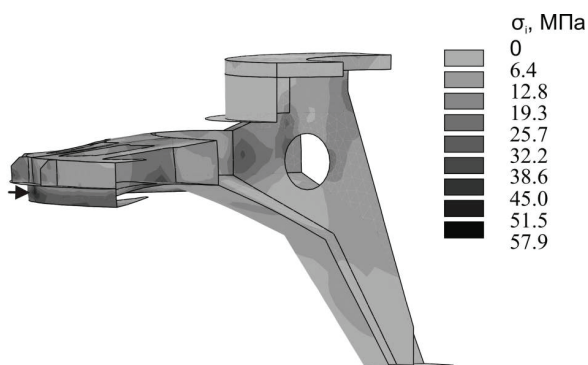


Рисунок 4 – Розподіл інтенсивності напружень

На рис. 4 показано розподіл інтенсивності напружень в конструкції при статичному навантаженні, що отримано в результаті оптимізації. Область максимальних напружень знаходиться в зоні розташування ребер, яка позначено стрілкою ($\rightarrow$).

У табл. 1 представлені максимальні значення інтенсивності напружень, маси і частоти вихідної і оптимальної конструкцій.

Таблиця 1 – Максимальні значення інтенсивності напружень, маси і частоти

Вихідна конструкція			Оптимальна конструкція		
Напруження, МПа	Маса, кг	Частота, Гц	Напруження, МПа	Маса, кг	Частота, Гц
32,26	4080	25	57,97	2578	32

Видно, що оптимальний проект конструкції має масу приблизно на третину менше, ніж вихідній. Крім того, номенклатура товщини прокату оптимальної конструкції знизилась на п'ять позицій, що є її перевагою. При цьому в оптимальному проекті максимальні напруження на 42% менші, ніж їх допустимі значення. Співвідношення маси до жорсткості вийшло таке, що частота підвищилася з 25 до 32 Гц.

Висновки. На основі методу скінченних елементів розроблено методики розрахунку НДС і частот і мінімізації маси кришок гідротурбін.

Проведено аналіз НДС конструкції кришки поворотного-лопатевої гідротурбіни. Виявлено зони концентрації максимальних напружень.

Проведено оптимальне проектування кришки гідротурбіни на основі градієнтного методу. При оптимізації в якості функції цілі прийнята маса конструкції. Змінними параметрами є товщини всіх елементів конструкції. Вводяться обмеження по міцності конструкції.

Оптимальна конструкція має масу на третину менше, ніж вихідна. Крім того, перевагою даної конструкції є, те що номенклатура використовуваного прокату зменшилася на п'ять позицій.

Виконано чисельні дослідження власних частот коливань вихідної конструкції кришки гідротурбіни і конструкції зі зменшеною масою.

Список літератури:

1. Кантор Б.Я. Исследование напряженно-деформированного состояния крышки гидротурбины и возможностей совершенствования ее конструкции / Б.Я. Кантор, С.А. Андрущенко, С.Ю. Мисюра // Вісник НТУ «ХПІ» 36. наук. праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Х.:

НТУ «ХП», 2010. – № 69. – С. 58-67.

2. *Этинберг И.Э.* Теория и расчет проточной части поворотного-лопастных гидротурбин / *И.Э. Этинберг*. – Л.: Машиностроение, 1965. – 350 с.

3. *Ковалев Н.Н.* Гидротурбины / *Н.Н. Ковалев*. – М.; Л.: Машгиз, 1961. – 615 с.

4. *Ковалев Н.Н.* Проектирование гидротурбин / *Н.Н. Ковалев*. – Л.: Машиностроение, 1974. – 280 с.

5. *Биргер И.А.* Приближенный расчет на прочность рабочих колес центробежных турбомашин с двусторонним входом / *И.А. Биргер* // Прочность и динамика авиационных двигателей. – 1964. – Вып. I. – С. 104-123.

6. *Бате К.* Численные методы анализа и метод конечных элементов / *К. Бате, Е. Вилсон*. – М.: Наука, 1982. – 448 с.

7. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике / *О. Зенкевич*. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

8. *Зенкевич О.* Конечные элементы и аппроксимация / *О. Зенкевич, К. Морган*. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

9. *Галлагер Р.* Метод конечных элементов. Основы / *Р. Галлагер*. – М.: Мир, 1984. – 428 с.

10. *Норри Д.* Введение в метод конечных элементов / *Д. Норри, Ж. Де Фриз*. – М.: Мир, 1981. – 304 с.

11. *Кантор Б.Я.* Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек / *Б.Я. Кантор*. – К.: Наукова думка, 1971. – 136 с.

12. *Кантор Б.Я.* Эффективный метод определения напряженно-деформированного состояния конструкций из оболочек или тел вращения, подкрепленных регулярной системой радиальных пластин при несимметричном радиальном и осевом нагружении / *Б.Я. Кантор, В.М. Миткевич*; АН УССР, Ин-т проблем машиностроения. – Х.: 1985. – 16 с. – Деп. в ВИНТИ 26.03.85, № 2484.

13. *Медведовская Т.Ф.* Анализ напряженно-деформированного состояния и динамики конструкций проточной части Киевской ГАЭС / *Т.Ф. Медведовская, И.Е. Ржевская, Е.Л. Медведева* // Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія. – 2011. – Вип. 120. – С. 6 – 21.

14. *Ларін О.О.* Дослідження вимушених коливань тривимірних цикло-симетричних конструкцій з випадковим розладом методом МОНТЕ-КАРЛО / *О.О. Ларін* // Вісник НТУ «ХП» 36. наук. праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХП», 2008. – Вип. 47. – С. 190-197.

15. *Лукин Б.С.* Об исследовании колебаний циклически симметричных конструкций методом конечных элементов / *Б.С. Лукин* // Вестник НТУ «ХП». Динамика и прочность машин. – 1979. – Вып. 31. – С. 12 – 21.

16. *Медведовская Т.Ф.* Прочность, динамика и ресурс несущих конструкций гидротурбин / *Т.Ф. Медведовская, О.Н. Зеленская, А.В. Медведовский* // Проблемы машиностроения. – 2007. – Т. 10, № 3. – С. 49-55.

17. *Миткевич В.М.* Применение метода конечных элементов и разложения Фурье к расчету циклически симметричных конструкций из тел вращения и радиальных пластин / *В.М. Миткевич, Т.Ф. Медведовская*; АН УССР. Ин-т проблем машиностроения. – Харьков, 1981. – 47 с. – Деп. в ВИНТИ 2.07.81, №3251.

18. Исследование динамики циклически симметричных несущих конструкций гидротурбин / *Б.Я. Кантор, И.С. Веремеенко, Т.Ф. Медведовская, О.Н. Зеленская, Е.В. Еселева* // Совершенствование физического моделирования: тр. междунар. науч.-техн. конф. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 1997. – С. 503 – 506.

19. *Эйгенсон С.Н.* Экспериментальное исследование напряженного состояния ребер крышек гидротурбин поляризационно-оптическим методом / *С.Н. Эйгенсон, В.Б. Титов* // Энергомашиностроение. – 1978. – № 11. – С. 11 – 14.

20. Конечноеэлементный анализ прочностных и динамических характеристик крупногабаритных несущих конструкций гидротурбин / *И.С. Веремеенко, О.Н. Зеленская, Т.Ф. Медведовская, П.Н. Полтавцев* // Совершенствование турбоустановок методами математического и физического моделирования: тр. междунар. науч.-техн. конф. – Х.: ИПМаш НАН Украины, 2000. – С. 502 – 508.

21. Метод конечных элементов в задаче определения радиальной жесткости циклически симметричных несущих конструкций гидротурбин / *Т.Ф. Медведовская, А.В. Медведовский, Е.В. Еселева, О.Н. Зеленская* // Проблемы машиностроения. – 1999. – Т. 2, № 1-2. – С. 58 – 63.

22. *Мину М.* Математическое программирование. Теория и алгоритмы / *М. Мину*. – М.: Наука, 1999. – 488 с.

23. *Химмельблау Д.* Прикладное нелинейное программирование / *Д. Химмельблау*. – М.: Мир, 1975. – 534 с.

References (transliterated):

1. Kantor B.Ya., Andryushchenko S.A., Misyura S.Yu. Issledovanie napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya kryshki gidroturbiny i vozmozhnostey sovershenstvovaniya ee konstruktii. Visnik NTU "KhPI" Zb. nauk. prats'. Tematichnyi випуск: Динаміка і міцність машин. Kharkiv: NTU "KhPI", 2010. No 69. PP. 58-67.

2. Etinberg I. E. Teoriya i raschet protochnoy chasti povorotno-lopastnykh gidroturbin. Leningrad: Mashinostroenie, 1965. 350 p.

3. Kovalev H.N. Gidroturbiny. Moscow, Leningrad: Mashgiz, 1961. 615 p.

4. Kovalev H.N. Proektirovanie gidroturbin. Leningrad: Mashinostroenie, 1974. 280 p.

5. Birger I.A. Priblizhennyy raschet na prochnost' rabochikh koles tsentrobezhnykh turbomashin s dvustoronnim vkhodom. Prochnost' i dinamika aviatsionnykh dvigateley. 1964. Vol. I. PP. 104-123.

6. Bate K., Vilson E. Chislennyye metody analiza i metod konechnykh elementov. Moscow: Nauka, 1982. 448 p.

7. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike. Moscow: Mir, 1975. 541 p.

8. Zenkevich O., Morgan K. Konechnyye elementy i aproksimatsiya. Moscow: Mir, 1986. 318 p.

9. Gallager R. Metod konechnykh elementov. Osnovy. Moscow: Mir, 1984. 428 p.

10. Norri D., De Friz Zh. Vvedenie v metod konechnykh elementov. Moscow: Mir, 1981. 304 p.

11. Kantor B.Ya. Nelineynyye zadachi teorii neodnorodnykh pologikh obolochek. Kyiv: Naukova dumka, 1971. 136 p.

12. Kantor B.Ya., Mitkevich V.M. Effektivnyy metod opredeleniya napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya konstruktii iz obolochek ili tel vrashcheniya, podkreplennykh regul'yarnoy sistemoy radial'nykh plastin pri nesimmetrichnom radial'nom i osemvom nagruzhennii nagruzhennii. AN USSR, In-t problem mashinostroeniya. Kharkiv, 1985. 16 p. Dep. v VINITI 26.03.85, № 2484.

13. Medvedovskaya T.F., Rzhetskaya I.E., Medvedeva E.L. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya i dinamiki konstruktiiy protochnoy chasti Kievskoy GAES. Visnik SevNTU. Mekhanika, energetika, ekologiya. 2011. Vol. 120. PP. 6-21.

14. Larin O.O. Doslidzhennya vimushenikh kolivan' trivimirnykh tsiklo-simetrichnykh konstruktiiy z vipadkovim rozladom metodom MONTE-KARLO. Vestnik NTU "KhPI". Dinamika i prochnost' mashin. 2008. Vol. 47. PP. 190-197.

15. Lukin B.S. Ob issledovanii kolebaniy tsiklicheski simmetrichnykh konstruktiiy metodom konechnykh elementov. Vestnik NTU "KhPI". Dinamika i prochnost' mashin. – 1979. – Vyp. 31. – S. 12 – 21.

16. Medvedovskaya T.F., Zelenskaya O.N., Medvedovskiy

A.V. Prochnost', dinamika i resurs nesushchikh konstruktсий gidroturbin. Problemy mashinostroeniya. 2007. Vol. 10, No 3. PP. 49-55.

17. Mitkevich V.M., Medvedovskaya T.F. Primenenie metoda konechnykh elementov i razlozheniy Fur'e k raschetu tsiklicheski simmetrichnykh konstruktсий iz tel vrashcheniya i radial'nykh plastin. AN USSR. In-t problem mashinostroeniya. Kharkiv, 1981. 47 p. – Dep. v VINITI 2.07.81, №3251.

18. Issledovanie dinamiki tsiklicheski simmetrichnykh nesushchikh konstruktсий gidroturbin. B.Ya. Kantor, I.S. Veremeenko, T.F. Medvedovskaya, O.N. Zelenskaya, E.V. Eseleva. Sovershenstvovanie fizicheskogo modelirovaniya: tr. mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. Kharkiv: IPMash NAN Ukrainy, 1997. PP. 503-506.

19. Eygenson S.N., Titov V.B. Eksperimental'noe issledovanie napryazhennogo sostoyaniya reber kryshek gid-roturbin polarizatsionno-opticheskim metodom. Energomashinostroenie. 1978. No 11. PP. 11-14.

20. Konechnoelementnyy analiz prochnostnykh i dinamicheskikh kharakteristik krupnogabaritnykh nesushchikh konstruktсий gidroturbin. I.S. Veremeenko, O.N. Zelenskaya, T.F. Medvedovskaya, P.N. Poltavtsev. Sovershenstvovanie turbostanovok metodami matematicheskogo i fizicheskogo modelirovaniya: tr. mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. Kharkiv: IPMash NAN Ukrainy, 2000. PP. 502-508.

21. Metod konechnykh elementov v zadache opredeleniya radial'noy zhestkosti tsiklicheski simmetrichnykh nesushchikh konstruktсий gidroturbin. T.F. Medvedovskaya, A.V. Medvedovskiy, E.V. Eseleva, O.N. Zelenskaya. Problemy mashinostroeniya. 1999. Vol. 2, No 1-2. PP. 58-63.

22. Minu M. Matematicheskoe programmirovaniye. Teoriya i algoritmy. Moscow: Nauka, 1999. 488 p.

23. Khimmel'blau D. Prikladnoe nelineynoe programmirovaniye. Moscow: Mir, 1975. 534 p.

Надійшла (received) 10.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Дослідження напружено деформованого стану, коливань та оптимальне проектування несучих конструкцій гідротурбін / С.Ю. Місюра, О.М. Шупіков // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 49-53. – Бібліогр.: 23 назв. – ISSN 2078-9130.

Исследование напряженно-деформированное состояние, колебаний и оптимального проектирования несущих конструкций гидротурбин / С.Ю. Мисюра, А.Н. Шупиков // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 49-53. – Бібліогр.: 23 назв. – ISSN 2078-9130.

Investigation of stress-strain state, vibrations and optimal design of hydroturbine cover / S.Y. Misiura, A.N. Shupikov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 49-53. – Bibliogr.: 23. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Місюра Сергій Юрійович – кандидат технічних наук, мол. наук. співр., Інститут проблем машинобудування НАН України, тел.: (057) 349-47-04, e-mail: misurasy@gmail.com.

Мисюра Сергей Юрьевич – кандидат технических наук, младший научный сотрудник, Институт проблем машиностроения НАН Украины, тел.: (057) 349-47-04, e-mail: misurasy@gmail.com.

Misiura Serhii Yurievich - Candidate of Technical Sciences, Junior Researcher, Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, tel.: (057) 349-47-04, e-mail: misurasy@gmail.com.

Шупіков Олександр Миколайович – доктор технічних наук, головн. наук. співр., Інститут проблем машинобудування НАН України, тел.: (057) 349-47-04, e-mail: shupikov@ipmach.kharkov.ua.

Шупиков Александр Николаевич – доктор технических наук, главный научный сотрудник, Институт проблем машиностроения НАН Украины, тел.: (057) 349-47-04, e-mail: shupikov@ipmach.kharkov.ua.

Shupikov Alexander Nikolaevich – Doctor of Technical Sciences, Chief Researcher Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine; tel: (057) 349-47-04; e-mail: shupikov@ipmach.kharkov.ua.

С.А. НАЗАРЕНКО

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВОРОТНО-СИММЕТРИЧНЫХ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ КОНСТРУКЦИЙ К ВАРЬИРОВАНИЮ ПАРАМЕТРОВ

Аналіз чутливості може застосовуватися в системах оптимального інтерактивного і автоматизованого проектування конструкцій, при ідентифікації або коригуванні математичних моделей, неруйнівному контролі і вібродіагностиці виробництва і експлуатації, стохастичному аналізі характеристик в полі випадкових відхилень геометричних параметрів і властивостей матеріалу. При оптимальному проектуванні циклічно-симетричної конструкції з урахуванням технологічної спадковості замість детермінованого критерію може розглядатися оцінка функціоналу за найгіршими або за середньостатистичними відхиленнями параметрів проектування в рамках допусків. Розглянута проблема оптимального призначення допусків при мінімальній вартості виготовлення при обмеженнях на найгірші (в рамках допусків) відхилення динамічних або міцносних функціоналів. Аналіз чутливості скінчено елементної моделі дозволяє врахувати кінематичні обмеження, складну просторову геометрію, розподіл навантажень і фізичних властивостей матеріалів. Аналіз чутливості циклічно-симетричної конструкції специфічний тим, що повний набір змінних параметрів визначається комплектом, що описує змінні проектування окремого сектора. Похідні функціоналів відшукуються для цілої циклічно-симетричної конструкції. Облік циклічної симетрії призводить до значного зменшення кількості арифметичних операцій і істотного зниження обсягів збереженої і оброблюваної інформації. Проаналізовано методики аналізу чутливості міцносних і динамічних характеристик. Наведено приклади розв'язання задач для підшипникового вузла кочення і гідромашини.

Ключові слова: аналіз чутливості, оптимізація, механіка, поворотно-симетричні конструкції, підшипники кочення, модель, сектор.

При оптимальном проектировании циклически-симметричной конструкции с учетом технологической наследственности вместо детерминированного критерия может рассматриваться оценка функционала по наихудшим или по среднестатистическим отклонениям варьируемых параметров в рамках допусков. Анализ чувствительности циклически-симметричной конструкции специфичен тем, что полный набор варьируемых параметров определяется комплектом, описывающим переменные проектирования отдельного сектора. Производные функционалов отыскиваются для целой циклически-симметричной конструкции. Учет циклической симметрии приводит к значительному уменьшению количества арифметических операций и существенному снижению объемов хранимой и обрабатываемой информации. Проанализированы методики анализа чувствительности прочностных и динамических характеристик. Приведены примеры решения задач для подшипникового узла качения и обратимой гидромашини.

Ключевые слова: анализ чувствительности, оптимизация, механика, поворотно-симметричные конструкции, подшипники качения.

Sensitivity analysis can be used in systems of optimal interactive and automated design, when identifying or updating mathematical models, debugging; non-destructive testing and vibration diagnostics of production and operation, stochastic analysis of characteristics in the field of random deviations of geometric parameters and material properties. In the optimal design of a cyclically symmetric design, taking into account the technological heredity, instead of a deterministic criterion, an evaluation of the functional by the worst or the average statistical deviations of the variable parameters within the limits of tolerances can be considered. The problem of the optimal designation of tolerances at a minimum manufacturing cost with constraints on the worst (within tolerances) deviations of dynamic or strength functionals is considered.

The sensitivity analysis of the finite element model allows taking into account the kinematic constraints, the complex geometry of the volumetric form, the distribution of loads and the physical properties of materials. The analysis of the sensitivity of a cyclically symmetrical design is specific in that a complete set of variable parameters is determined by a set describing the design variables of a particular sector. Derivatives of functionals are sought for an entire cyclically symmetric construction. Accounting for cyclic symmetry leads to a significant reduction in the number of arithmetic operations and a significant reduction in the amount of stored and processed information. The methods for analyzing the sensitivity of strength and dynamic characteristics are analyzed. Examples of solving problems for a bearing rolling unit and a reversible hydraulic machine are given.

Keywords: sensitivity analysis, optimization, mechanics, cyclically symmetric structure, finite element method, rolling bearing, stress, sector.

Введение. Анализ чувствительности многокомпонентных конструкций позволяет, с одной стороны, совершать оценочные оперативные расчеты большого количества вариантов при стохастическом анализе характеристик в поле случайных отклонений геометрических параметров и свойств материала, идентификации или корректировке их математических моделей, доводке; неразрушающем контроле и вибродиагностике производства и эксплуатации, с другой стороны, создать улучшенную вариацию в системах оптимального интерактивного и автоматизированного проекти-

рования [1–4]. Специфика поворотно (циклически) симметричных конструкций (ЦСК) позволяет путем формирования специализированных теорий и численных методик перейти от общих методов анализа многокомпонентных систем к специальным, значительно меньшей размерности [5–8].

Основная часть. При оптимальном проектировании многокомпонентных ЦСК с учетом технологической наследственности вместо детерминированного

критерия $\min J(\bar{u}, \bar{y})$ может рассматриваться оценка функционала по наихудшему отклонению $\bar{u}$ в рамках допусков d_i : $\min_{u_i} \max_{|\Delta u_i| < d} J(\bar{u} + \Delta \bar{u}, \bar{y} + \Delta \bar{y})$, заменяемая при использовании анализа чувствительности на основе гамильтониана H [3, 4]

$$\min_{u_i} (J(\bar{u}, \bar{y}) + \sum_i |H'_{u_i}| d_i),$$

или по среднестатистическому отклонению

$$\min_{u_i} (J(\bar{u}, \bar{y}) + 3(\sum_{ij} H'_{u_i} H'_{u_j} r_{ij} \sigma_i \sigma_j)^{1/2}).$$

Штрихом обозначено явное дифференцирование по варьируемому переменным u_i . При наличии достаточного технико-экономического анализа цикла «формирования и сборки» MultiStage [8], может быть решена задача оптимального назначения допусков ЦСК с учетом технологической наследственности при минимальной стоимости изготовления при ограничениях на наихудшие (в рамках допусков) отклонения динамических или прочностных функционалов

$$J_j \pm \sum_i |H'_{j,u_i}| d_i \in [\bar{J}_j \pm \Delta J_j].$$

Анализ чувствительности многокомпонентных ЦСК специфичен тем, что полный набор варьируемых параметров определяется комплектом $\{u_i\}_{i=1}^r$, описывающим переменные проектирования отдельного сектора, а производные функционалов отыскиваются для целой поворотно-симметричной конструкции

$$\bar{\nabla}_u J = \left\{ \left(\frac{\partial J}{\partial \bar{y}}, \bar{y}'_{u_i} \right) + \frac{\partial J^a}{\partial u_i} = -\frac{\partial H^a}{\partial u_i} \right\}, \quad i = \overline{1, r} \quad (1)$$

Вначале рассмотрим соотношения анализа чувствительности ЦСК (1) для случая статического нагружения конечноэлементной (КЭ) модели, позволяющей учесть кинематические ограничения, сложную пространственную геометрию, распределение нагрузок и физических свойств материалов [3, 6]. Производную от гамильтониана $H = (K(\bar{u})\bar{y}, \bar{y}) - J(\bar{u}, \bar{y})$ берем только по явно входящему параметру проектирования.

Введение вектора сопряженных переменных $\bar{\psi}$ для задач статики многокомпонентных конструкций ЦСК при учете равенства $K^T = K$

$$K^T(\bar{u})\bar{\psi} = K(\bar{u})\bar{\psi} = \bar{g} = \bar{\nabla}_y J. \quad (2)$$

позволяет найти скалярное произведение в выражении для производных гамильтониана H наиболее экономным образом:

$$\left(\frac{\partial J}{\partial \bar{y}}, \frac{\partial \bar{y}}{\partial u_i} \right) = -\bar{y}^T K_{u_i} \bar{\psi} + \bar{F}_{u_i}^T \bar{\psi}, \quad (3)$$

где $K(\bar{u})$ – матрица жесткости ЦСК; $\bar{F}$ и $\bar{y}$ – векторы узловых нагрузок и перемещений.

Сопряженная задача (2) повторяет за исключением правой части структуру задачи статики $K\bar{y} = \bar{F}$. Для ее решения приложим разработанный ранее алгоритм [8], причем используются матрицы, матричные разложения и промежуточные результаты ранее решенной задачи анализа ЦСК. Тогда градиент функционала задачи статики многокомпонентной ЦСК

$$\frac{\partial J}{\partial u_i} = \frac{\partial J^{ab}}{\partial u_i} + \sum_{j=1}^N \bar{y}_j^T (A_{1u_i} \bar{\psi}_j + A_{2u_i} \bar{\psi}_{j+1} + A_{3u_i} \bar{\psi}_{j-1}) + \sum_{j=1}^N \bar{F}_{ju_i}^T \bar{\psi}_j,$$

где $\bar{\psi}_0 = \bar{\psi}_N$; $\bar{\psi}_{N+1} = \bar{\psi}_1$; $i = \overline{1, r}$. Соотношения для матриц A_1, A_2, A_3 и вектора F_j приведены в работе [8].

Формулировка замыкает вместе с решением прямой и сопряженной задач проблему определения производных статических функционалов ЦСК. Учет поворотной симметрии приводит к значительному уменьшению количества арифметических операций и существенному снижению объемов хранимой и обрабатываемой информации. Корректировка численной модели конструкции может производиться независимо для каждого сектора, поэтому структуру данных необходимо организовывать иерархически. Полная или частичная статическая конденсация внутренней области сектора многокомпонентной ЦСК принципиально не модифицирует методику решения.

Для нерезонансных задач динамики ЦСК выражения для анализа чувствительности отличаются только физическим значением матрицы коэффициентов, которая в данном случае является матрицей динамической жесткости

$$K_d = K - \omega^2 M,$$

где M – матрица масс, ω – частота вынуждающей силы.

Матричное уравнение колебаний ЦСК соответственно для синусной (s) и косинусной (c) составляющих нагрузки приобретает вид:

$$[K(\bar{u}) - \omega^2 M(\bar{u})] \bar{y}_{c,s} = \bar{F}_{c,s}(\bar{u}). \quad (4)$$

Исходная и сопряженная задачи интегрального динамического функционала ЦСК в этом случае не содержат особенностей, так как матрица динамической жесткости – невырожденная:

$$J = \int_0^T f(\bar{u}, \bar{y}_c \cos \omega t + \bar{y}_s \sin \omega t) dt = J(\bar{u}, \bar{y}_c, \bar{y}_s);$$

$$[K - \omega^2 M] \bar{\psi}_{c,s} = \bar{\nabla}_{c,s} J;$$

$$\bar{\nabla}_c J = \frac{\partial J}{\partial \bar{y}_c}; \quad \bar{\nabla}_s J = \frac{\partial J}{\partial \bar{y}_s}. \quad (5)$$

Выражения для гамильтониана и коэффициентов чувствительности ЦСК с учетом квазициклической структуры потенциальных вариаций КЭ – матриц приобретают соответствующий вид:

$$H = \sum_{c,s} \bar{\psi}_{c,s}^T [K - \omega^2 M] \bar{y}_{c,s} - \bar{\psi}_{c,s}^T \bar{F}_{c,s} - J;$$

$$\bar{\nabla}_u J = \left\{ -\frac{\partial H}{\partial u_i}, i = \overline{1, r} \right\}. \quad (6)$$

Нахождение функциональных производных многокомпонентных ЦСК состоит из ряда вычислительных задач, объем и точность решения которых не зависит от количества секторов и определяется размерностью исключительно отдельного сектора.

Принципиальной особенностью динамики ЦСК является существование кратного резонанса, при котором определяются группы взаимосвязанных собственных форм, располагающих фиксированным числом волн деформаций [8]. Анализ чувствительности кон-

струкций осложняется принципиальной недифференцируемостью (в смысле Фреше) кратной собственной частоты в произвольной окрестности точки полного пространства переменных проектирования, «подозреваемой на оптимальность», однако дифференцируемостью (в смысле Гато) по направлению.

Соответствующий математический аппарат рассмотрим для кратности 2 с потенциалом распространения на случаи более высокой кратности основополагающих результатов. Пусть $\vec{y}_1$ и $\vec{y}_2$ – два взаимно ортогональных, нормированных вектора, отвечающих кратному собственному значению $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$. При этом пространство решений исходной задачи $[K - \lambda M]\vec{y} = \vec{0}$ включает два произвольных параметра

$$\vec{y} = \gamma_1 \vec{y}_1 + \gamma_2 \vec{y}_2 = B(\vec{y}_1 \cos \varphi + \vec{y}_2 \sin \varphi), \quad (6)$$

характеризующих норму собственного вектора B и его поворот φ в подпространстве собственных форм. Для определенности $\vec{y}_1$ и $\vec{y}_2$ помимо условий ортогональности и нормировки

$$\vec{y}_j^T M \vec{y}_i = \delta_{ij} \quad : \quad i, j = 1, 2 \quad (7)$$

надо зафиксировать «угловое» положение одной из мод $\vec{n}^T M \vec{y}_1 = 0$.

Анализ возмущенной $(\vec{u} + \delta \vec{u})$ системы уравнений приводит к соотношению для «расщепления» кратного собственного значения

$$\delta \lambda_{1,2} = 0,5 (\alpha_{11} + \alpha_{22} \pm \sqrt{(\alpha_{11} - \alpha_{22})^2 + \alpha_{12}^2}),$$

где $\alpha_{ij} = \vec{y}_i^T (\delta K - \lambda \delta M) \vec{y}_j$, $\delta M_{r,s} = \delta \vec{u}^T \vec{\nabla}_u M_{r,s}$, $\delta K_{r,s} = \delta \vec{u}^T \vec{\nabla}_u K_{r,s}$.

Совместное решение исходной и сопряженных задач $[K - \lambda M]\vec{y}_{1,2} = \frac{\partial J}{\partial \vec{y}_{1,2}}$ приводит к условиям

$$\vec{y}_i^T \frac{\partial J}{\partial \vec{y}_j} = 0.$$

Полные соотношения для производной ∇J в подпространстве кратных мод формируются суммированием однотипных выражений

$$\vec{\nabla}_u J = -\frac{\partial H}{\partial \vec{u}} + \frac{\partial \lambda}{\partial \vec{u}} \vec{\psi}^T M \vec{y}$$

и располагают фильтрующим свойством к общей частоте сопряженных решений:

$$\vec{\psi}_1 = \gamma_{11} \vec{y}_1 + \gamma_{12} \vec{y}_2 + \vec{\psi}_1^*,$$

$$\vec{\psi}_2 = \gamma_{21} \vec{y}_1 + \gamma_{22} \vec{y}_2 + \vec{\psi}_2^*$$

Отметим, что отклонения конструктивно-технологических параметров многокомпонентных поворотно-симметричных конструкций при производстве и эксплуатации носят случайный характер и сложны для обнаружения [1-3, 6-8]. Их можно условно расчленить на 2 разновидности:

1) конструкция, повернутая относительно оси вращения на произвольный угол, кратный $2\pi/N$ (порядок симметрии N – число секторов), сохранит инвариантность физических и геометрических параметров (т.е. свойства циклической симметрии) – регулярные погрешности;

2) нарушается свойство строгой циклической симметрии – нерегулярные погрешности.

При анализе чувствительности собственных частот и резонансных характеристик ЦСК, зависящих от собственных форм, имеется принципиальное отличие. В первом видоизменении соответствующие вариации M и K располагают квазициклической структурой, при этом сохраняются выражения для производных по Фреше, выполняется условие нерасщепления спектра

$$\delta \lambda_1 = \delta \lambda_2 = \delta \lambda,$$

что накладывает на вариацию переменных проектирования дополнительные ограничения

$$\alpha_{11} = \alpha_{22}; \quad \alpha_{12} = 0.$$

Принципиальным следствием в подпространстве $\vec{u}$ кратного резонанса является сохранение однозначной линейной связи между $\delta \vec{u}$, $\delta \lambda$ и $\delta \vec{u}$.

При второй разновидности происходит нарушение симметрии, расщепление кратного спектра, «привязка» в окружном направлении форм колебаний. Вариации собственных частот и мод колебаний характеризуются нелинейными соотношениями. При вынужденных колебаниях конструкций происходит повышение динамической нагруженности (перегрузка) [1, 8].

С целью демонстрации предлагаемых методов анализа чувствительности приведены примеры решения прикладных задач при нелинейной изменчивости характеристик материалов с учетом технологической наследственности. На рис. 1 и 2 в качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности конструкций. Синим цветом представлена зона близких к нулю коэффициентов чувствительности собственных частот на соответствующих формах колебаний, красным – экстремальных.

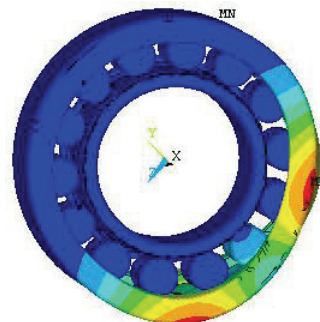


Рисунок 1 – Распределение коэффициентов чувствительности четвертой собственной частоты подшипника качения к изменению плотности материалов

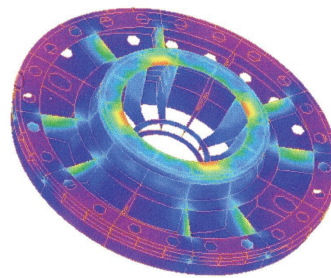


Рисунок 2 – Распределение коэффициентов чувствительности четвертой собственной частоты гидромашины к изменению приведенного модуля упругости

На рис. 1 приведен пример расчета модели подшипникового узла качения при условии постоянного контакта роликов и колец. Распределение коэффициентов чувствительности собственных частот проводилось с учетом сложной геометрии объемной модели и соответствующего закрепления внутреннего и наружного колец с приставными бортиками [8].

На рис. 2 приведен пример расчета модели обратной гидромашины высоконапорной ГАЭС. Крышка гидротурбины является несущей пространственной ЦСК, состоящей из оболочек вращения, объединенных N ребрами [7]. Отверстия предназначены для уменьшения веса и размещения механизмов, а также для ремонта и демонтажа отдельных лопаток без полной разборки направляющего аппарата.

Выводы. В статье рассмотрены варианты оптимизации многокомпонентных поворотно-симметричных конструкций с учетом технологической наследственности по наихудшему или по среднестатистическому отклонениям в рамках допусков, назначения допусков при минимальной стоимости изготовления при ограничениях на наихудшие отклонения динамических или прочностных функционалов. Проанализированы методики анализа чувствительности прочностных и динамических характеристик ЦСК. Приведены примеры решения задач для подшипникового узла качения и обратной гидромашины.

Список литературы:

1. Андреев А.Г. Основные направления исследований ученых НТУ «ХПИ» в области механики / А.Г. Андреев, С.А. Назаренко // Вестник НТУ «ХПИ». – 2015. – № 57 (1166). – P. 3-7.
2. Martins J.R.R.A. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models / J.R. R. A. Martins, J. T. Hwang // AIAA journal. – 2013. – Vol. 51, № 11. – P. 2582-2599.
3. Назаренко С. А. Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы / С. А. Назаренко // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – № 32. – С. 119–122.
4. Симсон Э. А. Методика анализа чувствительности вибрационных параметров механических систем / Э. А. Симсон, С. А. Назаренко, М. В. Трохман // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2008. – № 2/4. – С. 44-47.

5. Shi C. Vibration mode structure and simplified modelling of cyclically symmetric or rotationally periodic systems / C. Shi, R. G. Parker // Proceedings of the Royal Society of London. – 2015. – V. 471, №. 2173. – P. 20140672.

6. Симсон Э.А. Математические модели элементов машин при воздействии физических полей и внешней среды / Э.А. Симсон, С.А. Назаренко // Механіка та машинобудування. – 2009. – № 1. – С. 69-77.

7. Шупиков А.Н. Расчет напряжений циклически-симметричных пространственных конструкций / А.Н. Шупиков, С.Ю. Мисюра // Вісник НТУ «ХПІ». – 2013. – № 63 (1036). – С. 139-147.

8. Simson E.A. Strength and dynamic analysis multicomponent cyclically symmetric structures (rolling bearings) / E.A. Simson, S. A. Nazarenko // Bulletin of NTU "KhPI". – 2016. – № 26 (1198). – P. 71-74. – doi: 10.20998/2078-9130.2016.26.79933.

Bibliography (transliterated):

1. Andreev A.G., Nazarenko S.A. Main achievements of scientists of NTU «KhPI» in the field of mechanics. Bulletin of NTU "KhPI". 2015. No 57 (1166). PP. 3-7.
2. Martins J.R.R.A., Hwang J.T. Review and unification of methods for computing derivatives of multidisciplinary computational models. AIAA journal. 2013. Vol. 51, No 11. PP. 2582-2599.
3. Nazarenko S.A. Analiz chuvstvitel'nosti konstrukcij pri vozdejstvii fizicheskikh polej razlichnoj prirody. Bulletin of NTU "KhPI". 2006. No 32. PP. 119–122.
4. Simson E.A., Nazarenko S.A., Trohman M.V. Metodika analiza chuvstvitel'nosti vibracionnyh parametrov mekhanicheskikh sistem. Vostochno-evropejskij zhurnal peredovyh tehnologij. 2008. No 2/4. PP. 44-47.
5. Shi C., Parker R.G. Vibration mode structure and simplified modelling of cyclically symmetric or rotationally periodic systems. Proceedings of the Royal Society of London. 2015. Vol. 471, No 2173. PP. 20140672.
6. Simson E.A., Nazarenko S.A. Matematicheskie modeli elementov mashin pri vozdejstvii fizicheskikh polej i vneshnej sredy. Mekhanika ta mashynobuduvannya. 2009. No 1. PP. 69-77.
7. Shupikov A.N., Misyura C.Yu. Raschet napryazhenij ciklicheski-simmetrichnyh prostranstvennyh konstrukcij. Bulletin of NTU "KhPI". 2013. No 63 (1036). PP. 139-147.
8. Simson E.A., Nazarenko S.A. Strength and dynamic analysis multicomponent cyclically symmetric structures (rolling bearings). Bulletin of NTU "KhPI". 2016. No 26 (1198). PP. 71-74. doi: 10.20998/2078-9130.2016.26.79933.

Поступила (received) 05.09.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Аналіз чутливості характеристик поворотно-симетричних багатокомпонентних конструкцій до варіювання параметрів / С. О. Назаренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 54-57. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Анализ чувствительности характеристик поворотно-симметричных многокомпонентных конструкций к варьированию параметров / С. А. Назаренко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 54-57. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Analysis of the sensitivity of the characteristics of rotationally symmetric multicomponent structures to the variation of parameters / S. A. Nazarenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 54-57. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Назаренко Сергій Олександрович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, кафедра «Механіка суцільних середовищ та опір матеріалів», НТУ «ХПІ», тел.: 700-29-72; e-mail: nazarenkoserzh7@gmail.com.

Назаренко Сергей Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, кафедра «Механика сплошных сред и сопротивления материалов», НТУ «ХПІ», тел.: 700-29-72; e-mail: nazarenkoserzh7@gmail.com.

Nazarenko Sergej – Candidate of Technical Sciences, Senior Staff Scientist, Department of Continuum Mechanics and Strength of Materials, NTU «KhPI», tel.: (057) 700-29-72; e-mail: nazarenkoserzh7@gmail.com.

В.П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С.В. ОЛЬШАНСЬКИЙ**ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ОСЦИЛЯТОРА З СИНУСОЇДАЛЬНОЮ СИЛОВОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ**

Розглянуто нелінійні коливання, спричинені або початковим відхиленням осцилятора від положення рівноваги або наданою йому в цьому положенні початковою швидкістю. Припускається, що відновлююча сила пропорційна синусу переміщення коливної системи. Передбачено два варіанти синуса: тригонометричний і гіперболічний. У першому варіанті силова характеристика осцилятора м'яка, а в другому – жорстка. При м'якій силовій характеристиці введено потрібні обмеження на початкові збурення системи. Побудовано в еліптичних функціях точні аналітичні розв'язки нелінійної задачі Коші. Виведено та апробовано розрахунками замкнені формули для обчислення переміщень осцилятора та періода циклічного руху. Щоб спростити розрахунки, у разі відсутності таблиць еліптичних функцій Якобі, запропоновано наближені подання їх в елементарних функціях. Наведено приклади розрахунків.

Ключові слова: вільні нелінійні коливання, пружний осцилятор, синусоїдальна силова характеристика, нелінійна задача Коші, аналітичний розв'язок, еліптичні функції.

Рассмотрены нелинейные колебания, вызванные или начальным отклонением осциллятора от положения равновесия или данной ему в этом положении начальной скоростью. Предполагается, что восстанавливающая сила пропорциональна синусу перемещения колебательной системы. Предусмотрено два варианта синуса: тригонометрический и гиперболический. В первом варианте силовая характеристика осциллятора мягкая, а во втором – жесткая. При мягкой силовой характеристике введено необходимые ограничения на начальные возмущения системы. Построено в эллиптических функциях точные аналитические решения нелинейной задачи Коши. Выведено и апробировано расчетами замкнутые формулы для вычисления перемещений осциллятора и периода циклического движения. Чтобы упростить расчеты, в случае отсутствия таблиц эллиптических функций Якоби, предложено приближенные представления их в элементарных функциях. Приведены примеры расчетов.

Ключевые слова: свободные нелинейные колебания, упругий осциллятор, синусоидальная силовая характеристика, нелинейная задача Коши, аналитическое решение, эллиптические функции.

Nonlinear oscillations caused by the initial deviation of the oscillator from the equilibrium position or the initial velocity given to it in this position are considered. It is assumed that the restoring force is proportional to the sine of the displacement of the oscillatory system. There are two variants of the sine: trigonometric and hyperbolic. In the first variant, the power characteristic of the oscillator is soft, and in the second, it is rigid. With a soft power characteristic, restrictions on the initial perturbations of the system are introduced. The exact analytic solutions of the nonlinear Cauchy problem are constructed in elliptic functions. Closed formulas for calculating the displacements of the oscillator and the period of cyclic motion are derived and tested by calculations. To simplify the calculations, in the absence of tables of elliptic Jacobi functions, approximate representations of them in elementary functions are proposed. Examples of calculations are given.

Keywords: free nonlinear oscillations, elastic oscillator, sinusoidal force characteristic, nonlinear Cauchy problem, analytic solution, elliptic functions.

Вступ. Теорії нелінійних коливань осцилятора, у якого відновлююча сила пропорційна тригонометричному синусу від переміщення системи, присвячено багато публікацій, з яких, перш за все, виділимо довідник [1], де наведено формули для обчислення частоти вільних коливань, спричинених початковим відхиленням від положення рівноваги. У математичному аспекті ця задача аналогічна задачі нелінійних коливань математичного маятника, де відновлюючою силою є сила гравітації. Про коливання математичного маятника йдеться в [2-4] та інших публікаціях, в яких для опису руху використано різні наближені й точні методи. На відміну від згаданих робіт, нижче робимо наголос на описі руху з використанням затабульованих спеціальних функцій.

Метою статті є побудова нових форм замкнутих аналітичних розв'язків нелінійної задачі Коші та ілюстрація можливостей одержаних розрахункових формул.

Досягнення поставленої мети здійснено внаслідок зведення другого інтегралу диференціального рів-

няння руху до неповного еліптичного інтеграла першого роду та використання функцій Якобі.

Граничним переходом із розв'язків нелінійної задачі одержано відомі результати в теорії лінійних коливань осциляторів.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо спочатку варіант апроксимації силової характеристики тригонометричним синусом.

1. Рух осцилятора з м'якою силовою характеристикою описуємо диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + \alpha \sin(\beta x) = 0. \quad (1)$$

У ньому $|\beta x| < \pi$; m – маса осцилятора; $x = x(t)$ – лінійне переміщення в напрямі координатної вісі ox ; $\alpha, \beta > 0$ – сталі коефіцієнти; крапка над x означає похідну за часом t .

Рівняння (1) доповнюємо двома варіантами початкових умов:

$$\begin{aligned} \text{а) } x(0) &= a, \quad \dot{x}(0) = 0 & \text{або} \\ \text{б) } x(0) &= 0, \quad \dot{x}(0) = v_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Тут a – амплітуда вільних коливань (початкове відхилення системи); v_0 – надана початкова швидкість.

Уведенням позначення $\beta x = y$ рівнянню (1) можна надати форму:

$$m\ddot{y} + F(y) = 0,$$

де $F(y) = \alpha\beta \sin(y) = 0$.

Таку форму рівняння (1), при $\beta = 1$, знаходимо в [1].

З метою інтегрування (1) подамо його у вигляді:

$$\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{\alpha}{m} \sin(\beta x).$$

Провівши інтегрування цього виразу, отримуємо з точністю до сталої c

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \pm \sqrt{2 \frac{\alpha}{m\beta} \cos(\beta x) + c}. \quad (3)$$

Далі знайдемо залежність $x(t) > 0$ для початкових умов а) в (2), коли $c = -2 \frac{\alpha}{m\beta} \cos(\beta a)$.

У цьому випадку маємо:

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{\frac{2\alpha}{m\beta}} \sqrt{\cos(\beta x) - \cos(\beta a)}$$

і його інтегрування дає:

$$\int_x^a \frac{dx}{\sqrt{\cos(\beta x) - \cos(\beta a)}} = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{\cos(\beta x) - \cos(\beta a)}} - \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{\cos(\beta x) - \cos(\beta a)}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{m\beta}} t. \quad (4)$$

Початкове (амплітудне) відхилення осцилятора від положення $x = 0$ обмежуємо нерівністю $\beta a < \pi$, коли $\sin(\beta a) > 0$.

Ліва частина в (4) виражається через неповні еліптичні інтеграли першого роду. Дійсно, згідно з [5, с. 197]:

$$\int_0^x \frac{dz}{\sqrt{b \cos z + d}} = \frac{\sqrt{2}}{b} F(\gamma_1, k), \quad (5)$$

де $\gamma_1 = \arcsin \sqrt{\frac{b(1 - \cos x)}{b + d}}$; $k = \sqrt{\frac{b + d}{2b}}$, $|d| \leq b$, $F(\gamma_1, k)$

– неповний еліптичний інтеграл першого роду.

Поклавши в (5) $b = 1$, $d = -\cos(\beta a)$;

$b + d = 2 \sin^2 \frac{\beta a}{2}$, вираз (4) зводимо до співвідношення:

$$K(k) - F(\gamma, k) = \omega t,$$

у якому $\gamma = \arcsin \frac{\sin(\beta x/2)}{\sin(\beta a/2)}$; $k = \sin \frac{\beta a}{2}$; $\omega = \sqrt{\frac{\alpha\beta}{m}}$;

$K(k)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду.

Оскільки: $\sin \frac{\beta x}{2} = \sin \frac{\beta a}{2} \sin \gamma$, а

$F(\gamma, k) = K(k) - \omega t = \tau$, то за теорією еліптичних функцій [6, 7], одержуємо:

$$x(t) = \frac{2}{\beta} \arcsin[k \cdot \operatorname{sn}(\tau, k)]. \quad (6)$$

Тут $\operatorname{sn}(\tau, k)$ – еліптичний синус Якобі.

Формула (6) описує переміщення осцилятора на першому напівциклі коливань, коли $\omega t \in [0; 2K(k)]$.

Біля кінцевих точок проміжку маємо:

$$\omega t \rightarrow 0, \tau \rightarrow K(k); \operatorname{sn}(\tau, k) \rightarrow 1, x \rightarrow a;$$

$$\omega t \rightarrow 2K(k), \tau \rightarrow -K(k); \operatorname{sn}(\tau, k) \rightarrow -1, x \rightarrow -a.$$

Період коливань становить:

$$T = 4 \sqrt{\frac{m}{\alpha\beta}} K(k), \quad (7)$$

що при $\beta = 1$ узгоджується з [1, с. 256].

Період збільшується зі збільшенням амплітуди коливань, що властиво нелінійним системам з м'якою характеристикою пружності.

Поряд з (6) можлива й інша форма розв'язку розглянутої задачі руху. Якщо виходити з неперетвореної залежності:

$$\gamma = \arcsin \sqrt{\frac{b(1 - \cos \beta x)}{b + d}},$$

то:

$$x(t) = \frac{1}{\beta} \arccos[1 - 2k^2 \cdot \operatorname{sn}^2(\tau, k)] \operatorname{sign}(\tau).$$

Ця формула дає такі ж значення переміщення, як і (6).

Із (6) і (7) випливають загальновідомі результати в теорії лінійних коливань осцилятора, коли у рівнянні (1) $\sin(\beta x)$ замінити на βx , що допустимо при малих βa . Тоді: $k \sim 0$, $K(k) \sim \pi/2$, $\tau \sim \pi/2 - \omega t$, $\operatorname{sn}(\tau, k) \sim \sin(\tau)$ і замість (6) і (7) отримуємо:

$$x(t) = a \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right) = a \cos \omega t,$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{\alpha\beta}} = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (8)$$

Побудуємо далі розв'язок рівняння (1) для початкових умов б) в (2). У цьому випадку $c = v_0^2 - \frac{2\alpha}{m\beta}$ і

вираз (3) набуває вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\sqrt{\beta m}} \sqrt{\cos(\beta x) - \left(1 - \frac{\beta m v_0^2}{2\alpha}\right)}. \quad (9)$$

Тут накладаємо обмеження на початкову швидкість:

$$v_0 < 2 \sqrt{\frac{\alpha}{\beta m}},$$

бо маємо систему з м'якою характеристикою пружності.

Подальше інтегрування виразу (9) призводить до співвідношення:

$$\int_0^x \frac{dz}{\sqrt{\cos \beta z - \left(1 - \frac{\beta m v_0^2}{2\alpha}\right)}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\beta m}} t,$$

яке, з урахуванням (5), зводиться до:

$$F(\varphi, k_*) = \omega t. \quad (10)$$

$$\text{Тут } \varphi = \arcsin \frac{\sin(\beta x/2)}{k_*}, \quad k_* = \frac{v_0}{2} \sqrt{\frac{\beta m}{\alpha}}.$$

У підсумку одержуємо розв'язок:

$$x(t) = \frac{2}{\beta} \arcsin[k_* \cdot \text{sn}(\omega t, k_*)], \quad (11)$$

який описує переміщення осцилятора на інтервалі $\omega t \in [0, 2K(k_*)]$. Враховуючи, що період коливань становить:

$$T_* = \frac{4}{\omega} K(k_*), \quad (12)$$

результати обчислень по формулі (11) легко поширити і на більші ωt . Для обчислення значення повного еліптичного інтеграла першого роду $K(k_*)$ можна використовувати його таблицю, надруковану в [7, с. 114]. Як бачимо, період T_* залежить від v_0 , що властиво нелінійним системам.

$$\text{Якщо враховувати, що } \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{1 - \cos(\beta x)}{2k_*^2}},$$

то розв'язок задачі, яку розглядаємо, можна також подати у вигляді:

$$x = \frac{1}{\beta} \arccos[1 - 2k_*^2 \cdot \text{sn}^2(\omega t, k_*)].$$

При малих k_* граничний перехід: $k_* \rightarrow 0$; $\text{sn}(\omega t, k_*) \rightarrow \sin(\omega t)$; $K(k_*) \rightarrow \pi/2$ в (11) і (12) дає відповідно:

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t), \quad T_* = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (13)$$

що загальновідомо в теорії лінійних коливань.

2. Розглянемо далі коливання осцилятора з жорсткою силовою характеристикою. Рух описуємо диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + \alpha \cdot \text{sh}(\lambda x) = 0, \quad (14)$$

у якому $\alpha, \lambda > 0$.

При цьому зберігаємо початкові умови (2).

Для інтегрування рівняння (14) подамо його у вигляді:

$$\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{\alpha}{m} \text{sh}(\lambda x).$$

Провівши інтегрування, отримуємо з точністю до сталої c_1 :

$$\frac{dx}{dt} = \dot{x} = \pm \sqrt{c_1 - \frac{2\alpha}{\lambda m} \text{ch}(\lambda x)}. \quad (15)$$

У випадку початкових умов а) в (2), коли $c_1 = \frac{2\alpha}{\lambda m} \text{ch}(\lambda a)$, $\dot{x} < 0$, подальше інтегрування виразу (15) дає:

$$\int_{\lambda x}^{\lambda a} \frac{dz}{\sqrt{\text{ch}(\lambda a) - \text{ch} z}} = \sqrt{2} \omega_1 t, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{\alpha \lambda}{m}}. \quad (16)$$

Ліва частина в (16) виражається через неповний еліптичний інтеграл першого роду, бо в [5, с. 157]:

$$\int_x^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{a_1 - b \text{ch} x}} = \frac{2}{\sqrt{a_1 + b}} F(\psi_1, r_1). \quad (17)$$

При цьому $a_1 > b > 0$, $0 < x < x_1$,

$$\psi_1 = \arcsin \sqrt{\frac{a_1 - b \text{ch} x}{a_1 - b}}, \quad r_1 = \sqrt{\frac{a_1 - b}{a_1 + b}}; \quad x_1 = \text{Ar ch} \left(\frac{a_1}{b} \right).$$

Тому, прийнявши $a_1 = \text{ch}(\lambda a)$, $b = 1$, виразу (17) надаємо форму:

$$F(\psi, r) = \frac{\sqrt{\text{ch}(\lambda a) + 1}}{\sqrt{2}} \omega_1 t = \text{ch} \left(\frac{\lambda a}{2} \right) \omega_1 t = \xi. \quad (18)$$

$$\text{Тут } \psi = \arcsin \sqrt{1 - \frac{\text{ch}^2(\lambda x/2)}{\text{ch}^2(\lambda a/2)}}; \quad r = \text{th} \frac{\lambda a}{2}.$$

Із залежності (18) випливає, що:

$$x(t) = \frac{2}{\lambda} \text{Ar sh} \left[\text{sh} \left(\frac{\lambda a}{2} \right) \text{cn}(\xi, r) \right], \quad (19)$$

де $\text{ch}(\xi, r)$ – еліптичний косинус Якобі.

Формула (19) описує переміщення осцилятора на першому напівциклі коливань, коли $\xi \in [0; 2K(r)]$.

Біля кінців вказаного проміжку маємо:

$$\xi \rightarrow 0, \quad \text{cn}(\xi, r) \rightarrow 1, \quad x(t) \rightarrow a;$$

$$\xi \rightarrow 2K(r), \quad \text{cn}(\xi, r) \rightarrow -1, \quad x(t) \rightarrow -a.$$

Результати обчислень по формулі (19) потім легко поширити і на більші значення ξ , оскільки період коливань T становить:

$$T = \frac{4}{\omega_1 \text{ch} \left(\frac{\lambda a}{2} \right)} K(r). \quad (20)$$

Характерно, що зі збільшенням амплітуди коливань зменшується їх період T , що властиво системам з жорсткою характеристикою пружності.

Якщо виходити з того, що

$$\psi = \arcsin \sqrt{\frac{\text{ch}(\lambda a) - \text{ch}(\lambda x)}{\text{ch}(\lambda a) - 1}},$$

то:

$$x(t) = \frac{1}{\lambda} \text{Ar ch} [\text{ch}(\lambda a) - (\text{ch}(\lambda a) - 1) \text{sn}^2(\xi, r)] \times \\ \times \text{sign}(K(r) - \xi).$$

У випадку малих амплітуд коливань, коли: $\xi \sim \omega_1 t$, $r \sim 0$, $\text{cn}(\xi, r) \sim \cos(\omega_1 t)$, $K(r) \sim \pi/2$, із (19) і (20) одержуємо (8), що відповідає лінійному варіанту теорії.

З'ясуємо далі яким буде розв'язок рівняння (14) при початкових умовах б) в (2). Для цих початкових умов $c_1 = v_0^2 + \frac{2\alpha}{\lambda m}$ і вираз (15) набуває формулу:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\sqrt{2\alpha}}{\sqrt{\lambda m}} \sqrt{1 + \frac{\lambda m v_0^2}{2\alpha} - \text{ch}(\lambda x)}.$$

Подальше інтегрування призводить до залежності:

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1 + \frac{\lambda m v_0^2}{2\alpha} - \text{ch}(\lambda x)}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda m}} t,$$

або

$$\int_0^{\lambda a_*} \frac{dz}{\sqrt{\operatorname{ch} \lambda a_* - \operatorname{ch} z}} - \int_{\lambda x}^{\lambda a_*} \frac{dz}{\sqrt{\operatorname{ch} \lambda a_* - \operatorname{ch} z}} = \sqrt{2} \omega_1 t, \quad (21)$$

$$\text{де } \operatorname{ch} \lambda a_* = 1 + \frac{\lambda m v_0^2}{2\alpha} \Rightarrow \lambda a_* = \operatorname{Arch} \left(1 + \frac{\lambda m v_0^2}{2\alpha} \right).$$

Приймаючи до уваги (17), залежності (21) надає-мо вигляд:

$$F(\psi_*, r_*) = K(r_*) - \operatorname{ch} \frac{\lambda a_*}{2} \cdot \omega_1 t = \eta. \quad (22)$$

$$\text{Тут } \psi_* = \arcsin \sqrt{1 - \frac{\operatorname{ch}^2(\lambda x/2)}{\operatorname{ch}^2(\lambda a_*/2)}}; \quad r_* = \operatorname{th} \frac{\lambda a_*}{2}.$$

Із (22) витікає, що:

$$x = \frac{2}{\lambda} \operatorname{Arsh} \left[\operatorname{sh} \left(\frac{\lambda a_*}{2} \right) \operatorname{cn}(\eta, r_*) \right] \quad (23)$$

або

$$x = \frac{1}{\lambda} \operatorname{Arch} \left[\operatorname{ch}(\lambda a_*) - (\operatorname{ch}(\lambda a_*) - 1) \operatorname{sn}^2(\eta, r_*) \right]. \quad (24)$$

Формули (23), (24) описують рух осцилятора на проміжку $t \in [0; T^*/2]$, причому період коливань становить:

$$T^* = \frac{4}{\omega_1 \operatorname{ch} \left(\frac{\lambda a_*}{2} \right)} K(r_*). \quad (25)$$

Період T^* зменшується при збільшенні початкової швидкості v_0 .

Аналіз формул (23) і (24) показує, що при:

$$t \rightarrow 0, \quad \eta \rightarrow K(r_*), \quad \operatorname{cn}(\eta, r_*) \rightarrow 0, \quad \operatorname{sn}(\eta, r_*) \rightarrow 1, \quad x \rightarrow 0;$$

$$t \rightarrow T^*/4, \quad \eta \rightarrow 0, \quad \operatorname{ch}(\eta, r_*) \rightarrow 1, \quad \operatorname{sn}(\eta, r_*) \rightarrow 0, \quad x \rightarrow a;$$

$$t \rightarrow T^*/2, \quad \eta \rightarrow -K(r_*), \quad \operatorname{cn}(\eta, r_*) \rightarrow 0, \quad \operatorname{sn}(\eta, r_*) \rightarrow -1, \quad x \rightarrow 0,$$

що відповідає першому напівциклу коливань. Обчислені на цьому проміжку часу $x(t)$ потім легко поширити і на більші t .

Якщо початкова швидкість мала, то $\lambda a_* \ll 1$. Тоді $r_* \sim 0$, $K(r_*) \sim \pi/2$, $\eta \sim \pi/2 - \omega_1 t$, $\operatorname{cn}(\eta, r_*) \sim \cos \eta$, $\operatorname{sn}(\eta, r_*) \sim \sin \eta$ і формули (23) і (25) мають наближення (13).

Для розрахунку переміщень осцилятора за допомогою побудованих розв'язків потрібно обчислювати значення періодичних еліптичних функцій. У разі відсутності таблиць названих функцій, це можна проводити наближено по формулах:

$$\operatorname{sn}(\tau, k) = \sin[\theta(\tau, k)], \quad \operatorname{cn}(\tau, k) = \cos[\theta(\tau, k)], \quad (26)$$

де

$$\theta(\tau, k) = \frac{\pi \tau}{2K} + \frac{2q}{1+q^2} \sin \frac{\pi \tau}{K} + \frac{q^2}{1+q^4} \sin \frac{2\pi \tau}{K};$$

$$q = \exp \left(-\frac{\pi K_*}{K} \right); \quad K = K(k), \quad K_* = K(\sqrt{1-k^2}).$$

Тут для розрахунків потрібна лише таблиця повного еліптичного інтеграла першого роду, надрукова-

на, наприклад, в [7, с. 114].

З метою перевірки вірогідності виведених формул розглянемо числові приклади.

Приклад 1. Користуючись формулою (6), обчислимо переміщення осцилятора при $\beta a = \frac{5\pi}{6}$,

$k = \sin 75^\circ$, $K(k) = 2,7681$. Одержані значення переміщення для різних моментів часу у безрозмірній формі записано в табл. 1.

Таблиця 1 – Безрозмірні переміщення, обчислені по (6)

ωt	τ	βx	x/a
0,0000	2,7681	2,618	1,000
1,1213	1,6468	2,275	0,869
1,7710	0,9971	1,666	0,636
2,2207	0,5474	1,008	0,385
2,5927	0,1754	0,337	0,129
2,7681	0,0000	0,000	0,000
3,1240	-0,3539	-0,673	-0,257
4,0518	-1,2837	-1,982	-0,757
4,9020	-2,1339	-2,514	-0,961
5,5362	-2,7681	-2,618	-1,000

Тут значення $\operatorname{sn}(\tau, k)$ обчислювали за допомогою таблиці неповного еліптичного інтеграла першого роду [7, с. 101]. Одержані результати легко поширити і на більші значення ωt .

Приклад 2. Користуючись формулою (11), обчислимо переміщення осцилятора, спричинені наданою йому початковою швидкістю, коли $k_* = 0,866 = \sin 60^\circ$. Результати обчислень для різних моментів часу заносимо в табл. 2.

Таблиця 2 – Результати розрахунків по (11)

ωt	βx	x/a	ωt	βx	x/a
0,0000	0,000	0,000	2,1565	2,094	1,000
0,3545	0,601	0,287	2,5005	2,043	0,975
0,7436	1,181	0,564	3,1004	1,696	0,810
1,2126	1,696	0,810	3,5694	1,181	0,564
1,8125	2,043	0,975	3,9585	0,601	0,287

При цьому було враховано, що $K(r_*) = 2,1565$. При $\omega t = K(k_*)$ досягається максимальне відхилення системи від положення рівноваги. Цей час залежить і від величини наданої осцилятору початкової швидкості v_0 , в чому проявляється особливість нелінійної системи.

Приклад 3. Обчислимо переміщення осцилятора з жорсткою характеристикою пружності. Для проведення розрахунків задаємо $\lambda a = 3,4708$, чому відповідає $r = \sin 70^\circ$, $K(r) = 2,5046$. Результати обчислень λx по формулі (19) заносимо в табл. 3.

Ці переміщення одержано для першого розмаху коливань з крайнього правого у крайнє ліве положення. Їх легко поширити і на інші розмахи.

Таблиця 3 – Результати розрахунків по (19)

$\omega_1 t$	ξ	λx	x/a
0,0000	0,000	3,471	1,000
0,1216	0,3555	3,354	0,966
0,2577	0,7535	2,979	0,858
0,4316	1,2619	2,245	0,647
0,6881	2,0118	0,921	0,265
0,8566	2,5045	0,000	0,000
1,0252	2,9974	-0,921	-0,265
1,1674	3,4132	-1,676	-0,483
1,3755	4,0216	-2,668	-0,769
1,5266	4,4634	-3,203	-0,923
1,6533	4,8339	-3,442	-0,992
1,7133	5,0093	-3,471	-1,000

Приклад 4. З'ясуємо якими будуть переміщення осцилятора з жорсткою характеристикою пружності при наданні йому початкової швидкості v_0 . Для проведення розрахунків по формулі (23), приймаємо $\lambda a_* = 2,02134$, чому відповідає $r_* = \sin 50^\circ$, $K(r_*) = 1,9356$. Результати обчислень по формулі (23) заносимо в табл. 4.

Таблиця 4 – Результати розрахунків по (23)

$\omega_1 t$	η	λx	x/a_*
0,0000	1,9356	0,000	0,000
0,1733	1,6660	0,411	0,203
0,4958	1,1643	1,131	0,559
0,7735	0,7323	1,637	0,810
1,0171	0,3533	1,927	0,954
1,2442	0,000	2,021	1,000
1,4713	-0,3533	1,927	0,954
1,7149	-0,7323	1,637	0,810
1,9926	-1,1643	1,131	0,559
2,3151	-1,6660	0,411	0,203
2,4884	-1,9356	0,000	0,000

Маємо симетричний розподіл переміщень x/a_* відносно $\eta = 0$.

У наведених прикладах, для розрахунку руху осцилятора, значення еліптичних функцій знаходили за допомогою таблиць неповного еліптичного інтеграла першого роду [7, с. 101-103].

Таблиця 5 – Обчислені двома способами значення еліптичних функцій

τ	$\theta(\tau, k)$, град.	$\sin(\tau, k)$	$\operatorname{cn}(\tau, k)$
0,1753	10,000	0,174	0,985
	9,939	0,173	0,985
0,5459	30,000	0,500	0,866
	29,920	0,499	0,867
0,9876	50,000	0,766	0,643
	50,054	0,767	0,642
2,0119	80,000	0,985	0,174
	79,922	0,985	0,175
2,5046	90,000	1,000	0,000
	90,000	1,000	0,000

При відсутності таких таблиць обчислення $\sin(\tau, k)$ і $\operatorname{cn}(\tau, k)$ можна проводити наближено по фор-

мулі (26). Про похибки цієї формули надана інформація в табл. 5, де дані в чисельниках одержано за допомогою таблиць неповного еліптичного інтеграла, а в знаменниках по формулі (26). Для проведення розрахунків задавали $k = \sin 70^\circ$; $K = 2,5046$; $K_* = 1,6200$.

Як бачимо, формула (26) з досить високою точністю подає значення еліптичних функцій, причому її точність підвищується зі зменшенням k .

Висновки. Проведене дослідження показало, що рівняння руху осцилятора з синусоїдальними характеристиками пружності мають точні аналітичні розв'язки в еліптичних функціях. Проведені розрахунки підтвердили вірогідність виведених формул для обчислення переміщень коливальної системи. Для обчислення значень еліптичних функцій, окрім відомих їх таблиць, можна використовувати одержані наближені їх вирази через елементарні функції.

Список літератури:

1. Прочность устойчивость, колебания : справочник в 3-х тт. / Под ред. И. А. Биргера, Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968. – Том. 3. – 568 с.
2. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Дрофа, 2004. – 591 с.
3. Боголюбов Н. Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. – М.: Наука, 1974. – 504 с.
4. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям / Э. Камке. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
5. Прудников А.П. Интегралы и ряды / А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев // Элементарные функции. – М.: Наука, 1981. – 800 с.
6. Абрамовиц А. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами) / А. Абрамовиц, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
7. Янке Е. Специальные функции / Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. – М.: Наука, 1977. – 344 с.

References (transliterated):

1. Strength stability, fluctuations : a reference book in 3 vol.; Ed. I. A. Birger, G. G. Panovko. Moscow: Mashinostroenie, 1968. Vol. 3. 568 p.
2. Babakov I M. Theory of fluctuations. Moscow: Drofa, 2004. 591 p.
3. Bogolyubov N.N., Mitropol'skii Yu. A. Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations. Moscow: Science, 1974. 504 p.
4. Kamke E. Handbook of ordinary differential equations. Moscow: Science, 1976. 576 p.
5. Prudnikov A.P., Brychkov Ju.A., Marichev O.I. Integrals i rjady. Jelementarnye funkci. Moscow: Nauka, 1981. 800 p.
6. Abramovits A., Stigan I. Handbook of special functions (with formulas, graphs and mathematical tables). Moscow: Science, 1979. 832 p.
7. Janke E., Jemde F., Ljosh F. Special'nye funkci. Moscow: Nauka, 1977. 344 p.

Надійшла (received) 15.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Вільні коливання осцилятора з синусоїдальною силовою характеристикою / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 58-63. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Свободные колебания осцилятора с синусоидальной силовой характеристикой / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 58-63. – Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2078-9130.

Free oscillation oscillator with sinusoidal power characteristic / V. P. Olshanskiy, S. V. Olshanskiy // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 58-63. – Bibliogr.: 7. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ольшанський Василь Павлович – доктор фізико-математичних наук, професор, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, тел. (066) 010-09-55, e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Ольшанський Василь Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, тел. (066) 010-09-55; e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Olshanskiy Vasyly Pavlovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Full Professor, Petro Vasilenk Kharkiv National Technical University of Agriculture, Tel. (066) 010-09-55, e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Ольшанський Станіслав Васильович – кандидат фізико-математичних наук, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, тел. (057) 343-29-41, e-mail: stasolsh77@gmail.com

Ольшанський Станіслав Васильевич – кандидат физико-математических наук, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, тел. (057) 343-29-41; e-mail: stasolsh77@gmail.com

Olshanskiy Stanislav Vasilevich – Phd in Physical and Mathematical Sciences, Petro Vasilenk Kharkiv National Technical University of Agriculture, Tel. (057) 343-29-41, e-mail: stasolsh77@gmail.com

УДК 534.1 : 539.3

DOI: <https://doi.org/10.20998/2078-9130.2017.40.119717>**В.П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С.В. ОЛЬШАНСЬКИЙ****ПРО КОЕФІЦІЄНТ ДИНАМІЧНОСТІ НЕЛІНІЙНОГО ОСЦИЛЯТОРА**

Сформульована і доведена геометричним способом теорема про коефіцієнт динамічності нелінійної коливальної системи з одним ступенем вільності, згідно з якою коефіцієнт динамічності менший двох при жорсткій силовій характеристиці системи і більший двох – при м'якій характеристиці. Показано, що на відміну від лінійних систем, у загальному випадку, коефіцієнт динамічності нелінійної системи залежить від величини миттєво прикладеної сталої сили, але виконуються вказані вище нерівності. Наведено приклади розрахунків, які підтверджують теорему.

Ключові слова: нелінійний осцилятор, миттєво прикладена стала сила, оцінки коефіцієнта динамічності.

Сформулирована и доказана геометрическим способом теорема о коэффициенте динамичности нелинейной колебательной системы с одной степенью свободы, согласно которой коэффициент динамичности меньше двух при жесткой силовой характеристике системы и больше двух – при мягкой характеристике. Показано, что в отличие от линейных систем, в общем случае, коэффициент динамичности нелинейной системы зависит от величины мгновенно приложенной постоянной силы, но выполняются указанные выше неравенства. Приведены примеры расчетов, которые подтверждают теорему.

Ключевые слова: нелинейный осцилятор, мгновенно приложена постоянная сила, оценки коэффициента динамичности.

A theorem on the coefficient of dynamism of a nonlinear oscillatory system with one degree of freedom is formulated and proved by a geometric method, according to which the dynamic coefficient is less than two for a rigid power characteristic of the system and more than two for a soft characteristic. It is shown that, in contrast to linear systems, in general, the dynamic coefficient of a nonlinear system depends on the magnitude of the instantaneously applied constant force, but the above inequalities are satisfied. Examples of calculations are presented, confirm the theorem.

Keywords: a nonlinear oscillator, instantaneous constant force, an estimate of the dynamic coefficient.

Вступ. Коефіцієнт динамічності використовують для розрахунку максимальних переміщень, а іноді й напружень, при дії силових імпульсних навантажень. У лінійних недисипативних систем [1, 2] від залежить від тривалості дії (ширини) і не залежить від величини

прикладеної сили, тобто висоти прямокутного імпульса. У випадку миттєво прикладеної сталої сили коефіцієнт динамічності дорівнює двом. Але ці властивості не виконуються для нелінійних систем [3, 4, 5]. Тому зупинимось на визначенні коефіцієнта динамічності у

нелінійного осцилятора при загальних припущеннях стосовно його силової характеристики.

Метою статті є виведення нерівностей для загальної оцінки значень коефіцієнтів динамічності в осциляторів з різними варіантами силових характеристик.

Викладення основного матеріалу. Переміщення коливальної системи $x(t)$ у часі t описуємо диференціальним рівнянням:

$$m\ddot{x} + f_1(x) = P_1 H(t), \quad (1)$$

у якому m – маса осцилятора; $f_1(x)$ характеристика його пружності або відновлююча сила; P_1 – величина миттєво прикладеної сили; $H(t)$ – одинична функція Хевісайда; крапка над x означає похідну по t .

Далі рівнянню (1) надаємо форму:

$$\dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = PH(t) - f(x), \quad (2)$$

де $f(x) = f_1(x)/m$; $P = P_1/m$.

Його доповнюємо нульовими початковими умовами:

$$x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = 0. \quad (3)$$

Першим інтегралом (2), з урахуванням (3), є:

$$\dot{x} = \pm \sqrt{Px - \int_0^x f(u) du}. \quad (4)$$

Позначимо через x_c і x_g відповідно статичне і максимальне динамічне відхилення системи від положення $x = 0$. Статичне відхилення задовольняє рівнянню:

$$f(x_c) = P. \quad (5)$$

При $\dot{x} = 0$ $x = x_g$. Тому, згідно з (4), максимальне динамічне відхилення повинно задовольняти рівнянню:

$$Px_g = \int_0^{x_g} f(u) du \quad \text{або} \quad P = \frac{1}{x_g} \int_0^{x_g} f(u) du. \quad (6)$$

Коефіцієнт динамічності K_g визначаємо за традиційною формулою:

$$K_g = x_g / x_c. \quad (7)$$

Для зручності формулювань далі $f(x)$ будемо називати силовою функцією, оскільки вона характеризує відновлюючу силу, що дістається на одиницю маси.

Враховуючи (5), виразу (6) надаємо вигляд:

$$f(x_c) = \frac{1}{x_g} \int_0^{x_g} f(u) du. \quad (8)$$

Отже, значення силової функції при статичному переміщенні дорівнює середньому інтегральному значенню цієї функції на проміжку динамічного деформування $x \in [0; x_g]$.

Вирази (7) і (8) використаємо для геометричного доведення наступної теореми.

Якщо на проміжку динамічного деформування нелінійної системи $x \in (0; x_g]$ функції $f(x)$ і $f'_x(x)$ неперервні й монотонні, причому $f(0) = 0$, то при

$f''_x(x) > 0$ коефіцієнт динамічності $K_g < 2$, а при $f''_x(x) < 0$ – $K_g > 2$.

Розглянемо спочатку випадок, коли $f''_x(x) > 0$, тобто графік $f(x)$ вгнутий при $x \in [x; x_g]$. Цей графік зображено на рис. 1. Разом з координатними вісями він утворює заштриховану фігуру OCx_g . Площа цієї фігури більша, ніж площа прямокутника $OB'B'x_g$, що має висоту $f(x_g/2)$, тобто виконується нерівність:

$$\int_0^{x_g} f(u) du > x_g f(x_g/2)$$

або

$$f(x_c) = \frac{1}{x_g} \int_0^{x_g} f(u) du > f(x_g/2). \quad (9)$$

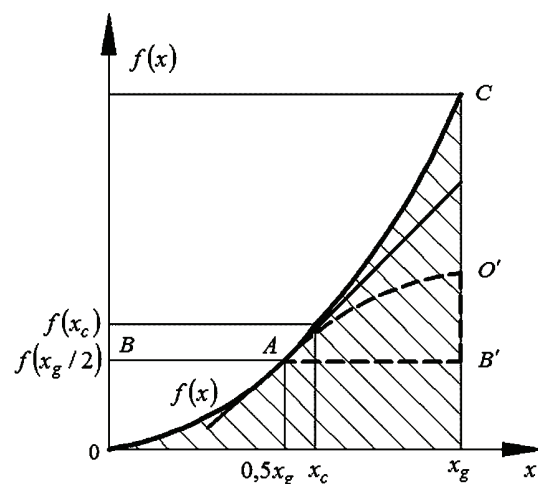


Рисунок 1 – До визначення x_c при $f''_x(x) > 0$

Щоб переконатись у цьому, повернемо фігуру ABO навколо точки A на 180° , у положення $AB'O'$. Після такого повороту стає видно, що площа фігури $AB'O'$ менша, ніж у фігури $AB'C$, бо за умовою теореми дуга AO' лежить під дотичною до графіка $f(x)$ в точці A , а дуга AC – над цією дотичною. Тому має місце нерівність (9), з якої випливає, що: $x_c > x_g/2$, або, згідно з (7): $K_g < 2$.

У другому випадку, коли $f''_x(x) < 0$, графік функції $f(x)$ випуклий, що показано на рис. 2. Площа заштрихованої фігури OCx_g менша, ніж у прямокутника $OB'B'x_g$. Це наслідок того, що площа фігури OAB' більша, ніж у фігури ABC . Тому виконується нерівність:

$$x_g f(x_g/2) > \int_0^{x_g} f(u) du \quad \text{або} \quad f(x_g/2) > f(x_c).$$

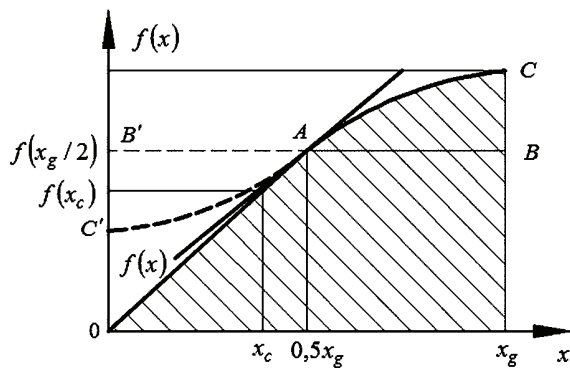
Із неї, з урахуванням (7), випливає, що:

$$x_c < x_g/2 \Rightarrow K_g > 2.$$

Для лінійного осцилятора $f(x) = kx$ і підстановка цієї залежності в (8) дає:

$$k x_c = k \frac{x_g^2}{2} \Rightarrow x_c = \frac{1}{2} x_g \Rightarrow K_g = 2,$$

що узгоджується з загальноприйнятим положенням.

Рисунок 2 – До визначення x_c при $f''_x(x) < 0$

Щоб перевірити виконання тверджень теореми розглянемо приклади розрахунків.

Приклад 1. Нехай силова функція подається виразом [5] $f(x) = k|x|^v \cdot \text{sign}(x)$, у якому $v > 0$. При $0 < v < 1$, $x > 0$, $f''_x(x) < 0$, силова характеристика осцилятора м'яка, а при $v > 1$, $x > 0$, $f''_x(x) > 0$ вона жорстка. Підстановка прийнятої степеневі функції $f(x)$ в (8) дає:

$$kx_c^v = k \frac{x_g^v}{v+1} \Rightarrow \frac{x_g}{x_c} = K_g = (1+v)^{1/v}.$$

При $v = 2$ $K_g = \sqrt{3} \approx 1,732 < 2$. Раніше таке значення K_g було одержано в [3]. При $v = 3$ $K_g = \sqrt[3]{4} \approx 1,587$. До такого значення K_g раніше прийшли в [4]. Як бачимо, в цих випадках виконуються положення теореми.

Приклад 2. При коливаннях математичного маятника його рух описується рівнянням [6]:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l} \sin \varphi = \frac{P_1}{ml} H(t),$$

у якому φ – кут відхилення маятника від вертикалі; g – прискорення вільного падіння; l – довжина маятника; m – його маса; P_1 – величина миттєво прикладеної сили, яка залишається перпендикулярною до нитки маятника. Силова функція подається виразом:

$$f(\varphi) = \frac{g}{l} \sin \varphi. \quad (10)$$

Для визначення статичного відхилення маятника φ_c від вертикалі маємо рівняння:

$$f(\varphi_c) = \frac{g}{l} \sin \varphi_c = \frac{P_1}{ml}.$$

Звідки знаходимо, що:

$$\varphi_c = \arcsin \frac{P_1}{mg}.$$

Підстановкою (10) в (8) отримуємо:

$$\sin \varphi_c = \frac{1 - \cos \varphi_g}{\varphi_g},$$

що дає залежність між максимальним динамічним відхиленням φ_g і статичним φ_c . Це трансцендентне рівняння підлягає числовому розв'язуванню. Щоб не

виконувати його, задамо три різних значення φ_g і знайдемо відповідні їм значення K_g . Результати розрахунків заносимо в табл. 1.

Таблиця 1 – Значення коефіцієнта динамічності математичного маятника

φ_g	φ_c	K_g	P_1/mg
$\pi/4$	0,3822	2,055	0,373
$\pi/3$	0,4978	2,104	0,477
$\pi/2$	0,6901	2,276	0,636

Тут коефіцієнт динамічності зростає зі збільшенням величини прикладеної сили. Він більший двох, бо математичний маятник відноситься до коливальних систем з м'якою силовою характеристикою.

Приклад 3. Розглянемо осцилятор з м'якою силовою характеристикою:

$$f(x) = \alpha x + \beta \sqrt{|x|} \text{sign}(x),$$

де $\alpha > 0$, $\beta \geq 0$; $f''_x(x) < 0$ при $x > 0$.

У цьому випадку:

$$x_c = \left(\sqrt{\frac{P}{\alpha} + \left(\frac{\beta}{2\alpha} \right)^2} - \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2;$$

$$x_g = \left(\sqrt{\frac{2P}{\alpha} + 4 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} - \frac{2\beta}{3\alpha} \right)^2;$$

$$K_g = \frac{\left(\sqrt{\frac{2P}{\alpha} + 4 \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} - \frac{2\beta}{3\alpha} \right)^2}{\left(\sqrt{\frac{P}{\alpha} + \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2} - \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2}. \quad (11)$$

При $\beta = 0$ $K_g = 2$, що відповідає теорії лінійного осцилятора. При $\beta > 0$ $K_g > 2$, в чому переконують результати обчислень K_g по формулі (11), записані в табл. 2.

Результати розрахунків K_g відповідають теоремі.

Таблиця 2 – Значення K_g при $P/\alpha = 0,05$ м і різних β/α

$\beta/\alpha, \text{ м}^{1/2}$	0,00	0,0	0,5	1,0	1,5
K_g	2,000	2,051	2,180	2,228	2,238

Приклад 4. Знайдемо коефіцієнти динамічності в осцилятора з жорсткою характеристикою пружності, коли

$$f(x) = \alpha (e^{\lambda|x|} - 1) \cdot \text{sign}(x),$$

$$\alpha > 0, \lambda > 0.$$

Тут $f''_x(x) > 0$ при $x > 0$.

Маємо співвідношення:

$$\alpha (e^{\lambda x_c} - 1) = P = \frac{\alpha}{\lambda x_g} (e^{\lambda x_g} - 1 - \lambda x_g).$$

Із нього випливає, що:

$$\lambda x_c = \ln \left[\frac{1}{\lambda x_g} (e^{\lambda x_g} - 1 - \lambda x_g) + 1 \right].$$

Користуючись цією залежністю, при заданні λx_g , легко обчислити λx_c , а потім і K_g . Одержані таким чином результати записано в табл. 3.

Таблиця 3 – Значення K_g і P для різних λx_g

λx_g	λx_c	K_g	P/a
0,1	0,0504	1,984	0,0517
0,5	0,2604	1,920	0,2974
1,0	0,5413	1,847	0,7182
1,5	0,8421	1,781	1,3212

Розрахунки показують, що при жорсткій характеристиці пружності з ростом величини миттєво прикладеної сили відбувається зменшення коефіцієнта динамічності і він залишається меншим двох.

Висновки. На відміну від лінійних систем, у нелінійних осциляторів, при дії миттєво прикладеної сили, коефіцієнт динамічності залежить від величини навантаження. Він менший двох при жорсткій характеристиці пружності та більший двох при м'якій характеристиці.

Список літератури:

1. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с.
2. Вибрации в технике: Справочник в 6-и томах – М.: Машиностроение, 1978. – Т. 1. Колебания линейных систем / Под ред. В. В. Болотина. – 352 с.
3. Ольшанський В. П. Коливання квадратично нелінійного осцилятора, спричинені імпульсним навантаженням / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 39 (1261). – С. 62-67.

4. Ольшанський В. П. Коливання кубічно нелінійного осцилятора, спричинені імпульсним навантаженням / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 6 (1228). – С. 86-94.

5. Ольшанський В. П. Про рух осцилятора зі степеневою характеристикою пружності / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вібрації в техніці та технологіях : Всеукраїнський науково-технічний журнал. – Вінниця, 2017. – № 3 (86). – С. 34-40.

6. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Дрофа, 2004. – 591 с.

References (transliterated):

1. Panovko Ya. G. Fundamentals of the Applied Theory of Oscillations and Shock. Leningrad: Mechanical Engineering, 1976. 320 p.
2. Vibrations in technics: A guide in 6 volumes – Moscow: Mechanical Engineering, 1978. Vol. 1. Oscillations of linear systems; Ed. V.V. Bolotin. 352 p.
3. Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. Oscillations of a quadratically nonlinear oscillator caused by impulse loading. Bulletin of NTU «KhPI». Series : Dynamics and strength of machines. Kharkiv: NTU «KhPI», 2017. No 39 (1261). PP. 62-67.
4. Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. Oscillations of a cubically nonlinear oscillator caused by impulse loading. Bulletin of the NTU «KhPI». Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. Kharkiv: NTU «KhPI», 2017. No 6 (1228). PP. 86-94.
5. Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. On the motion of an oscillator with a power characteristic of elasticity. Vibrations in technics and technologies: All-Ukrainian scientific and technical journal. Vinnytsya, 2017. No 3 (86). PP. 34-40.
6. Babakov I.M. Theory of fluctuations. Moscow: Drofa, 2004. 591 p.

Надійшла (received) 22.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Про коефіцієнт динамічності нелінійного осцилятора / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 63-66. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

Про коэффициент динамичности нелинейного осцилятора / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 63-66. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

The coefficient of dynamism of a nonlinear oscillator / V. P. Olshanskiy, S. V. Olshanskiy // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 63-66. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ольшанський Василь Павлович – доктор фізико-математичних наук, професор, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, тел. (066) 010-09-55, e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Ольшанський Василий Павлович – доктор физико-математических наук, профессор, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, тел. (066) 010-09-55; e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Olshanskiy Vasyly Pavlovych – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Full Professor, Petro Vasilenkj Kharkiv National Technical University of Agriculture, Tel. (066) 010-09-55, e-mail: OlshanskiyVP@gmail.com

Ольшанський Станіслав Васильович – кандидат фізико-математичних наук, Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. Петра Василенка, тел. (057) 343-29-41, e-mail: stasolsh77@gmail.com

Ольшанський Станислав Васильевич – кандидат физико-математических наук, Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. Петра Василенка, тел. (057) 343-29-41; e-mail: stasolsh77@gmail.com

Olshanskiy Stanislav Vasilevich – Phd in Physical and Mathematical Sciences, Petro Vasilenkj Kharkiv National Technical University of Agriculture, Tel. (057) 343-29-41, e-mail: stasolsh77@gmail.com

С. В. ПОГРЕБНЯК, О. О. ВОДКА

ОСОБЛИВОСТІ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТУ ЗА ДОПОМОГОЮ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

У XXI сторіччі нейронні мережі широко використовуються в різних сферах, в тому числі в комп'ютерному моделюванні і в механіці. Така популярність через те, що вони дають високу точність, швидко працюють та мають дуже широкий спектр налаштувань. Мета роботи створення програмного продукту з використанням елементів штучного інтелекту, для інтерполяції та апроксимації експериментальних даних. Програмне забезпечення повинно коректно працювати, та давати результати з мінімальною похибкою. Інструментом вирішення було використання елементів штучного інтелекту, а точніше нейронних мереж прямого поширення. В роботі збудована та навчена нейронна мережа прямого поширення. Вона була навчена вчителем (вчитель з використанням метода зворотного розповсюдження похибки) на основі навчаючої вибірки попередньо проведеного експерименту. Для тестування було побудовано декілька мереж різної структури, які отримували на вхід однаковий набір даних який не використовувався при навчанні, але був відомий з експерименту, таким чином була знайдена похибка мережі за кількістю виділеної енергії та за середньо-квадратичним відхиленням. В статті детально описується тип мережі та її топологія, метод навчання і підготовки навчаючої вибірки, також описано математично. В результаті проведеної роботи було збудоване та протестоване програмне забезпечення з використанням штучної нейронної мережі та визначена її похибка.

Ключові слова: штучна нейрона мережа, комп'ютерне моделювання, штучний інтелект, апроксимація, інтерполяція, програмне забезпечення.

В XXI веке нейронные сети часто используются в разных сферах, в том числе и компьютерном моделировании и механике. Такая популярность, потому что, они дают высокую точность, быстро работают и имеют очень обширный спектр настроек. Целью работы является создание программного продукта с использованием элементов искусственного интеллекта, для интерполяции и аппроксимации экспериментальных данных. Программное обеспечение должно корректно работать, и давать результаты с минимальной ошибкой. Инструментом для решения было использовано элементы искусственного интеллекта, а точнее нейронные сети прямого распространения. В работе построена и обучена нейронная сеть прямого распространения. Она обучалась с учителем (учитель с использованием метода обратного распространения ошибки) на основе обучающей выборки предварительно проведенного эксперимента. Для тестирования было построено несколько сетей разной структуры, которые на вход получали одинаковый набор данных который не использовался при обучении, но был известен из эксперимента, таким образом была найдена ошибка сети по количеству выделенной энергии и по среднеквадратическому отклонению. В статье подробно описывается тип сети и ее топология, метод обучения и подготовка обучающей выборки, также описывается математически. В результате проведенной работы было построено та протестировано программное обеспечение с использованием искусственной нейронной сети и определена ошибка ее работы.

Ключевые слова: искусственная нейронная сеть, компьютерное моделирование, искусственный интеллект, аппроксимация, интерполяция, программное обеспечение.

In the XXIst century, neural networks are widely used in various fields, including computer simulation and mechanics. This popularity is due to the fact that they give high precision, work fast and have a very wide range of settings. The purpose of creating a software product using elements of artificial intelligence, for interpolation and approximation of experimental data. The software should work correctly, and yield results with minimal error. The solution tool use of elements of artificial intelligence, but rather neural networks of direct distribution. The neural network of direct distribution has been built and trained in this work. It has been trained with a teacher (a teacher using the method of reverse error propagation) based on a learning sample of a pre-experiment. Several networks of different structures were built for testing, which received the same dataset that was not used during the training, but was known from the experiment, thus finding a network error in the amount of allocated energy and in the mean square deviation. The article describes in detail the type of network and its topology, the method of training and preparation of the teaching sample, is also described mathematically. As a result of the work, the software was constructed and tested using the artificial neural network and its error was determined.

Keywords: artificial neural network, computer modeling, artificial intelligence, approximation, interpolation, software.

Вступ

Комп'ютерне моделювання у XXI сторіччі широко використовується у різних сферах науки та техніки. Вони дають можливість швидко обробляти та відновлювати результати. Нейронні мережі все частіше і частіше застосовуються у наукових та прикладних програмних комплексах. Вони дають змогу швидко та якісно обробляти результати, давати прогноз та проміжні значення. За умови гарної побудови їх структури та навчання, вони здатні давати результати з мінімальною похибкою. Таким чином використання нейронних мереж у моделюванні, це можливість отримувати

результати високої якості за мінімальний проміжок часу, також вони спроможні відтворювати результати за інших умов або давати прогноз. Отже, для обробки результатів експерименту це досить гарний інструмент, який зможе апроксимувати та інтерполювати данні з високою точністю.

Літературний огляд

В статті [1] приводиться приклад створення рекурентної мережі, яка на вхід отримує, наступні параметри: кут напруження, напруження, кут циклу, та дельта напруження. На виході дана мережа дає дефо-

рмацію. Недоліком даної мережі, є те що нормалізація даних проводилась в діапазоні від 0,1 до 0,9 та 1,0 до 12,0, за таких вхідних даних існує вірогідність того що данні з більшим значенням будуть мати пріоритет, це може вплинути на швидкість навчання мережі, так і на виникнення помилок при використанні мережі, так як данні дуже сильно розбігаються. Також пропонується створення рекурентної мережі, за такої мережі неможливо відстежити внутрішні перебіги, коли вони виконуються а коли ні, за таких умов також можна потрапити в зону коли мережа буде давати не коректні відповіді.

В роботі [2] використовувалась мережа прямого поширення для пошуку інтегралу напруження по деформації. На вхід подаються 3 напруження (1 поточне та 2 попередніх) та 3 деформації (1 поточне та 2 попередніх). Недоліком даної моделі є те що вона рахує лише кількість виділеної енергії що можна вирахувати чисельно звичайним інтегралом, для чого не обов'язково використовувати нейронну мережу. Також у даного способу відсутня апроксимація та інтерполяція.

В статті [3] використовувалися мережа прямого поширення, на вхід якої подавалися наступні параметри: напруження та деформації (4 напруження, 3 з яких були попередніми та 3 попередні деформації) на виході отримували поточну деформацію, детальніше про даний тип мережі описано в статті [12]. В результаті проведених експериментів було встановлено що мережа дає досить гарний результат при гарно навченій мережі. Так як, на відміну від попередньої статті використовували данні відмаштабовані в проміжок від -1 до 1, таким чином зменшилась вірогідність впливу тих чи інших даних на відповідь мережі, а отже і вірогідність отримати значну похибку зменшилась. Така мережа дає змогу в подальшому інтерполювати проміжні результати з високою точністю, та з легкістю отримати кількість виділеної енергії. Тобто дана робота об'єднала в собі можливості двох попередніх.

Постановка задачі

В роботі пропонується розробити програмний комплекс, що дозволяє автоматизувати обробку експериментальних даних з використанням штучних нейронних мереж. Для цього необхідно виконати наступні задачі:

- З літературних оглядів визначити типові способи побудови штучної нейронної мережі (ШНМ) та результати їх роботи;
- Розробити ШНМ для апроксимації та інтерполяції експериментальних даних за допомогою бібліотеки `ruBrain` та мови програмування `Python`;
- Підготувати данні для навчання та провести навчання;
- Протестувати роботу програмного комплексу та оцінити точність її роботи.

Навчання ШНМ

Загальний вигляд ШНМ:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i\right), \quad (1)$$

де, n – кількість вхідних параметрів, w_i – вагові коефіцієнти, x_i – вхідні сигнали, $f(\dots)$ – функція активації.

Першочергово вагові коефіцієнти задаються випадковим чином, тому для їх корекції проводять навчання.

Моделювання навчання за допомогою комп'ютера передбачає постійну зміну ваг і порогів таким чином, що класифікація набуває більш високий рівень після кожного кроку. Навчання може бути реалізовано різними алгоритмами:

- Навчання з учителем – відомі вихідні результати нейронної мережі;
- Навчання без вчителя – нейронна мережа опрацьовує тільки вхідні дані та самостійно формує вихідні результати. Такі мережі називають само організаційними;
- Навчання з підкріпленням – система призначення штрафів і заохочень від середовища.

Метою навчання є зменшення похибки відповіді мережі [10]. При кожному з типів навчання відбувається знаходження подібностей. При навчанні з учителем відбувається корекція вагових коефіцієнтів, після кожної ітерації вчитель порівнює відповідь мережі та яку повинні були отримати та корегує їх з метою зменшення різниці між відповіддю мережі та відповіддю експерименту (ця помилка називається помилкою навчання).

В роботі використовувалось навчання з учителем, методом зворотного розповсюдження помилки [5]. Алгоритм дії наступний:

- 1) Задаються початкові вагові коефіцієнти випадковим чином;
- 2) Подається на вхід ШНМ наступний вектор з навчаючої вибірки;
- 3) Обчислюється вихідне значення мережі;
- 4) Обчислюється різниця між відповіддю мережі та потрібним значенням;
- 5) Корегуються вагові коефіцієнти для зменшення похибки;
- 6) Повторюються кроки з 2 по 5 доки не мінімізується похибка до заданої або до кількості ітерацій.

Корекція вагових коефіцієнтів вихідного шару:

Вводиться величина δ яка відповідає наступній формулі:

$$\delta_q = OUT_q (1 - OUT_q) (T_q - OUT_q), \quad (2)$$

де T_q – потрібне значення, OUT_q – відповідь мережі, індекс p – нейрон з якого виходить синоптична вага, q – нейрон в який входить.

Далі корегуємо вагові коефіцієнти:

$$w_{p-q}(i+1) = w_{p-q}(i) + \mu \delta_q OUT_p, \quad (3)$$

де i – номер поточної ітерації навчання, w_{p-q} – вага синоптичного нейрону з'єднуючого нейрон p з нейроном q , μ – коефіцієнт швидкості навчання, OUT_p – вихід з нейрона p .

Корекція вагових коефіцієнтів прихованого шару:

$$\delta_q = OUT_q (1 - OUT_q) \sum_{k=1}^N \delta_k w_{q-k}. \quad (4)$$

Корекція вагових коефіцієнтів відбувається за формулою аналогічною для корекції вихідного шару.

Опис попередньо проведеного експерименту

Дослідження статичної міцності і визначення кривої деформації проводили з використанням спеціалізованого вимірювального комплексу Цвік/Роелл Z100 [24-25]. Зразки відповідали геометричним стандартам для механічних випробувань гумових подібних матеріалів і резинокордних композитів ISO 527-2 1A.

Зразки мали такі геометричні параметри: фактичну товщину: $10 \pm 0,1$ мм; ширина: 10 мм; довжина робочої частини: 80 мм; Загальна довжина: 150 мм. Товщина зразків має варіації 1 % через технологічні допуски, який існує у виробництві композитних листів. Інші параметри мають точні значення, тому що всі зразки були отримані шляхом розрізання їх, використовуючи один і той же штамп зі стандартним розміром. На рис. 1 показаний схематичний креслення геометрії зразків та його фотографії.

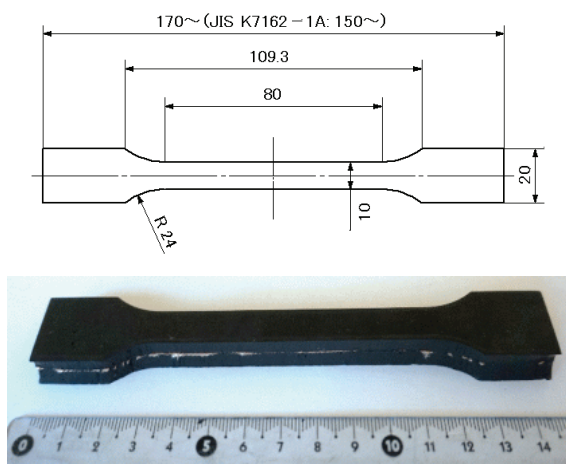


Рисунок 1 – Геометрія зразків для випробувань

Зразки були жорстко закріплені за допомогою механічних затискачів. Таким чином, виміряли зусилля, які відбуваються в нижніх затискачах за допомогою стандартних датчиків (максимальне зусилля $10 \text{ кН} \pm 0,01 \text{ Н}$). Результати автоматично записуються кожні 0,1 секунди. В ході випробувань зразки мали циклічні навантаження з фіксованими рівнями деформації, що дозволяє визначати пружні властивості таких матеріалів в стабілізованому стані.

Характерні криві деформації-напруження експерименту проводились за програми навантаження рис. 2. Напруження отримані за цими програмними навантаженнями наведені на рис. 2, б та рис. 3, б.

Після проведення даного експерименту було отримано файл з даними залежності часу, напруження та деформації. Так як проводити даний експеримент це коштвна річ, було вирішено розробити програмний комплекс який відтворював результати. Цей спосіб є менш затратний фінансово та займає менше часу.

Із даного експерименту було обрано 2 цикли для навчання та 1 цикл для оцінки похибки мережі. На рис. 3, зображені дані для навчання та для оцінки похибки роботи нейронної мережі (номера 1 та 3 використовувалися для навчання, для оцінки похибки використовувалися дані під номером 2).

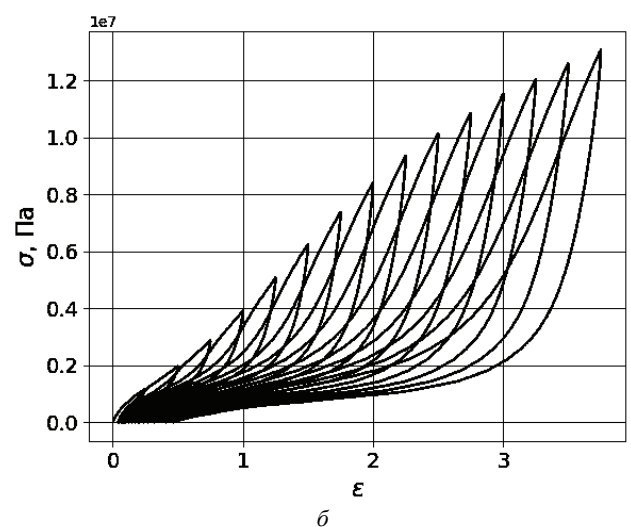
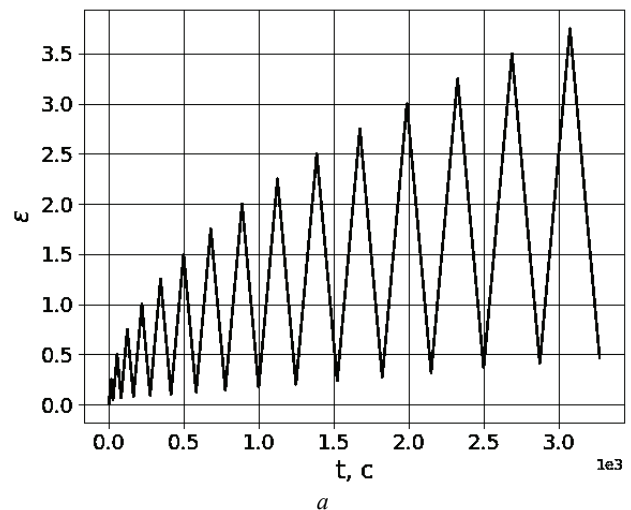


Рисунок 2 – Цикли навантаження, що використовувалось для навчання мережі:

а – програма навантаження, б – результат експерименту

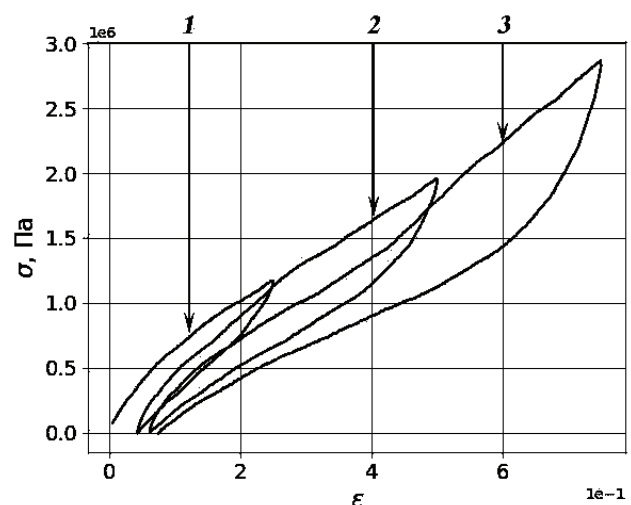


Рисунок 3 – Вхідні дані для навчання ШНМ

За площею петель можна визначити кількість теплоти яка виділилась під час проведення експерименту. Або за формулою:

$$W = \frac{1}{2T} \int_0^T \sigma(t) \varepsilon(t) dt, \quad (5)$$

де T – час.

Визначене тепловиділення композитних матеріалів є важливою практичною задачею при дослідженнях теплового стану композитних матеріалів при циклічному навантаженні.

Розробка програмного забезпечення

Структура мережі

Для побудови ПЗ використовували мережу прямого поширення, в якій всі дії відбуваються лише від початку до кінця. Першочергово було зведено початкові данні в проміжок від -1 до 1 . Таким кроком ми нормалізували початкові данні. Експериментальним шляхом було встановлено таку конфігурацію мережі (рис. 4) при якій вхідних нейронів 4, та вихідних 1. На вхід подаються: попередня деформація, тип деформації, максимальна деформація яка була до поточного моменту, та номер петлі. На виході мережа дає поточне напруження.

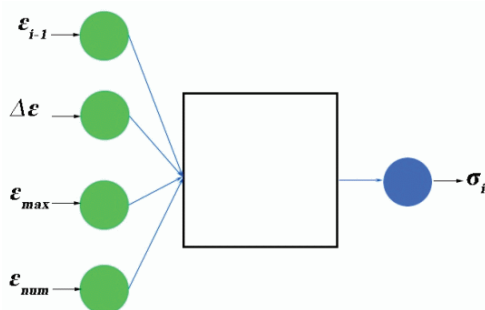


Рисунок 4 – Загальна схема мережі 1

Також була побудована мережа наступного типу: кількість нейронів на вході – 2, на виході – 1. На вхід подається попередня деформація та макисмальна деформація до поточного моменту. На виході також поточне напруження. Загальний вигляд представлений на рис. 5.

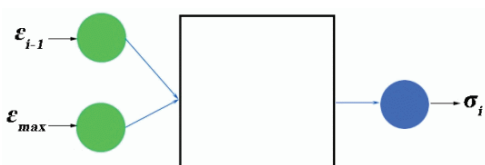


Рисунок 5 – Загальна схема мережі 2

Навчання. Після того як ми нормалізували данні ми додаємо всі набори даних до навчаючої вибірки, починаємо тренувати її з учителем (тобто подаємо значення і відразу відповідь яку ми повинні отримати), таким чином тренер порівнює відповідь яку дала ШНМ з заданим корегує в ту чи іншу сторону вагові коефіцієнти, добиваючись кращого результату мережі. В даному варіанті використовувався звичайний цикл який запускав тренера на одну епоху навчання (один повний прохід по вибірці називається епохою навчання) і отримували квадратичну помилку. Таким чином ми могли слідувати за процесом навчання та за значенням квадратичної похибки будувати графік залежності кількості ітерацій від похибки, та слідувати за швидкістю навчання, в ручному режимі задавати похибку або кількість ітерацій. Квадратична похибка це половинна сума різниць між відповіддю мережі та тою яку повинні були отримати в квадраті. Використаний тип навчання з тренером: метод зворотного розповсюдження похибки.

$$H = \frac{1}{2} \sum_0^n (Z(x) - Z^*(x))^2, \quad (6)$$

де $Z^*(x)$ – результат з експерименту; $Z(x)$ – відповідь мережі; n – кількість елементів навчаючої вибірки.

Результати роботи ШНМ

Для тестування ШНМ було побудовано 5 типів нейронних мереж (рис. 6, а, б, в, г, д). Таким чином було побудовано 10 нейронних мереж структури яких були максимально однакові за кількістю вагових коефіцієнтів, при навчанні використовувався однаковий набір вхідних даних, навчання було до 1000 епох, використовувалися лінійна функція активації на вхідних та вихідних шарах та сигмоїдальна в прихованих, та тестування проводилось на однакових вхідних даних, які були відомі з проведеного експерименту, але не використовувалися при навчанні, опитування проводилось на петлі 2 (див. рис. 3) а навчання на 1 та 3 (див. рис. 3).

Відповідні результати представлені у таблиці 1. Похибка повторення – це відсоткове відношення кількості виділеної енергії експериментальної петлі гістерезису та петлі отриманої після побудови її нейронною мережею. Середньоквадратична похибка це по точкова різниця між експериментом та відповіддю мережі.

Виходячи з вище представлених даних мережа яка має 4 входи, та кожний наступний прихований шар у двічі менше нейронів ніж попередній дає кращий результат за похибкою повторення та добрий результат за середньоквадратичним відхиленням.

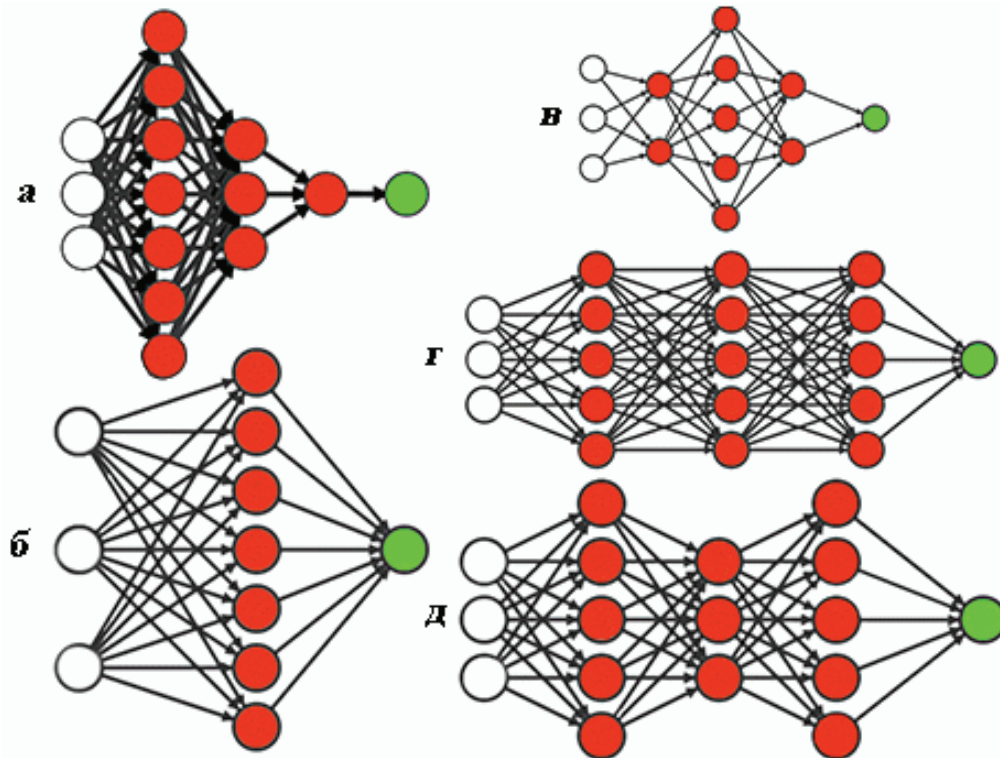
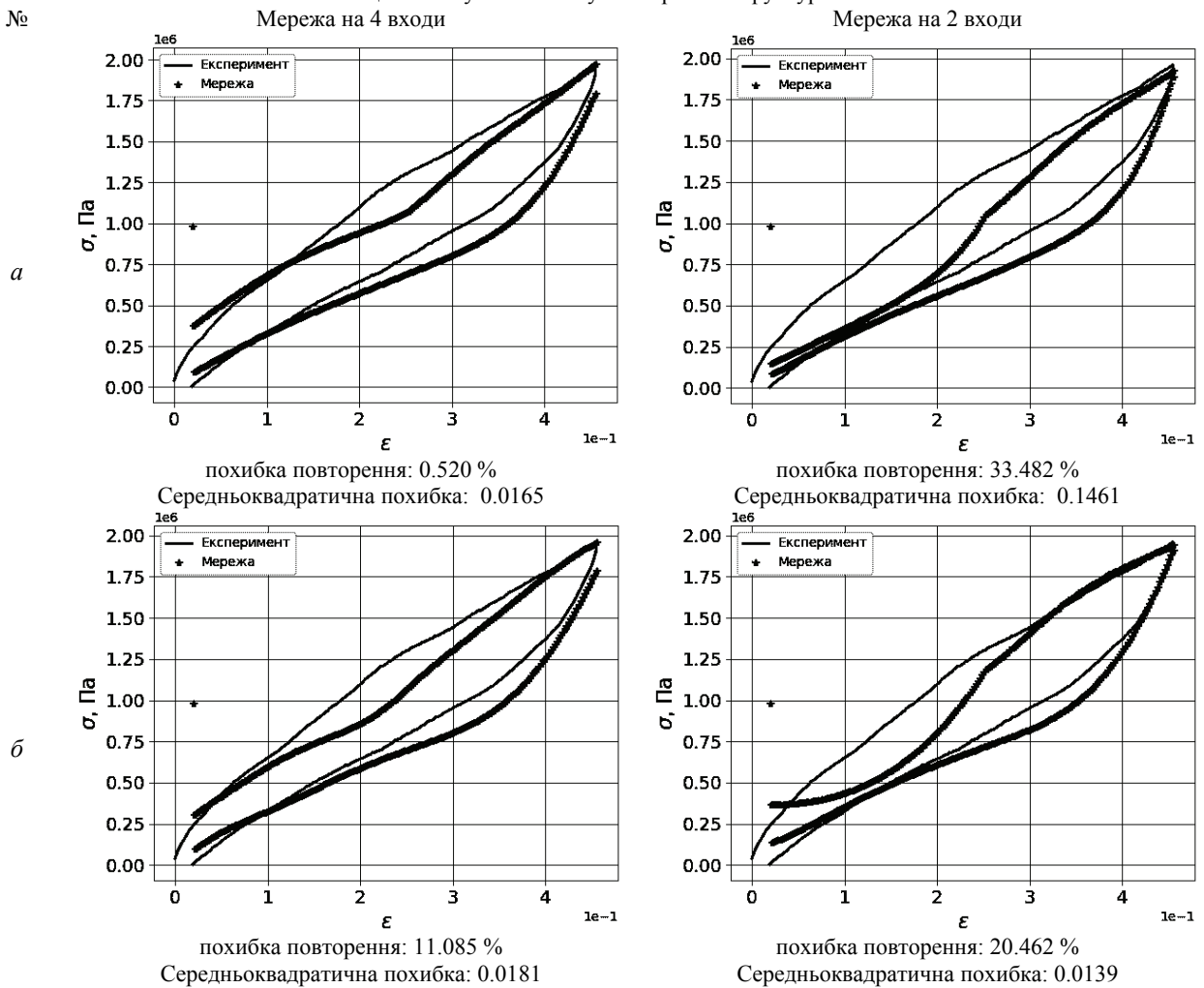


Рисунок 6 – Структури нейронних мереж, які використовувались для тестування

№

Таблиця 1 – Результати тестування різних структур ШНМ

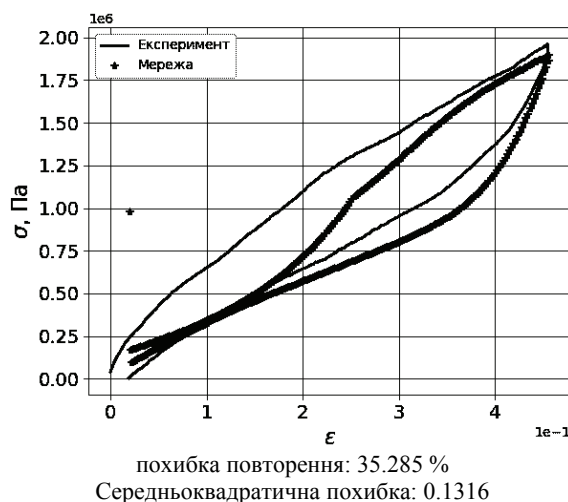
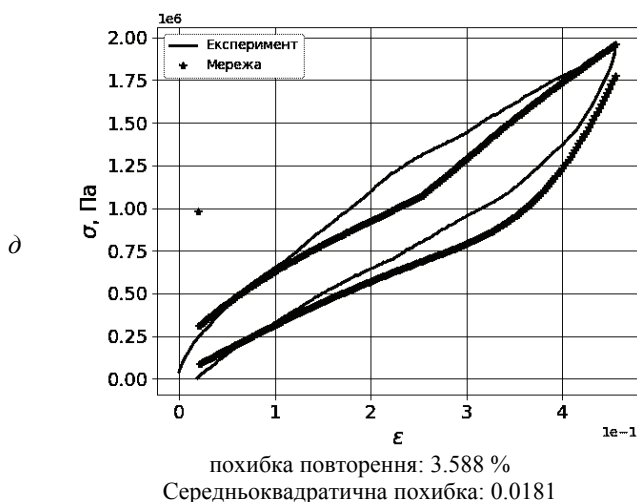
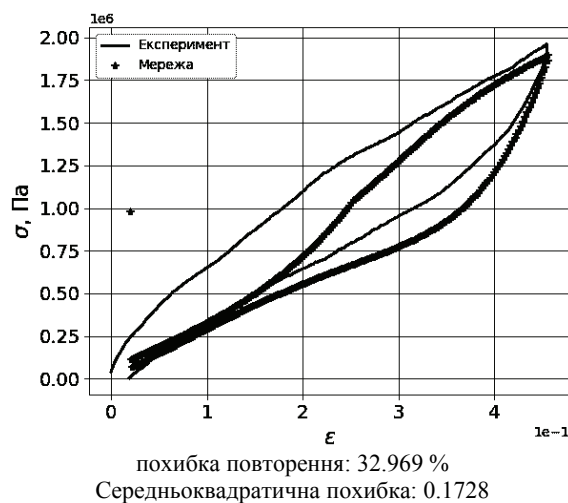
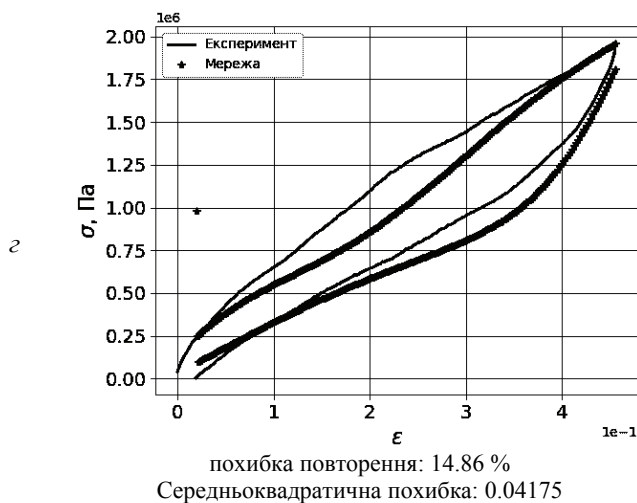
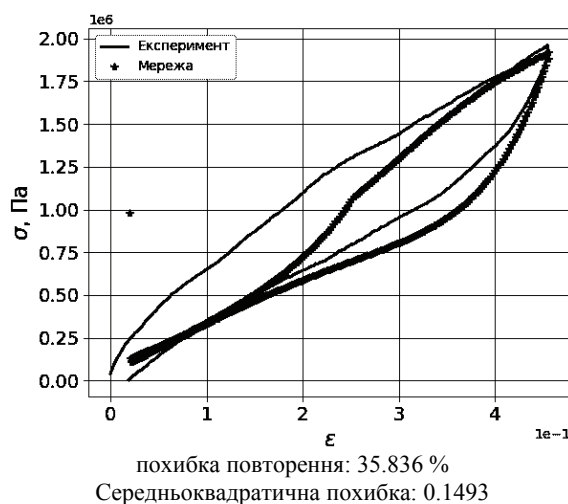
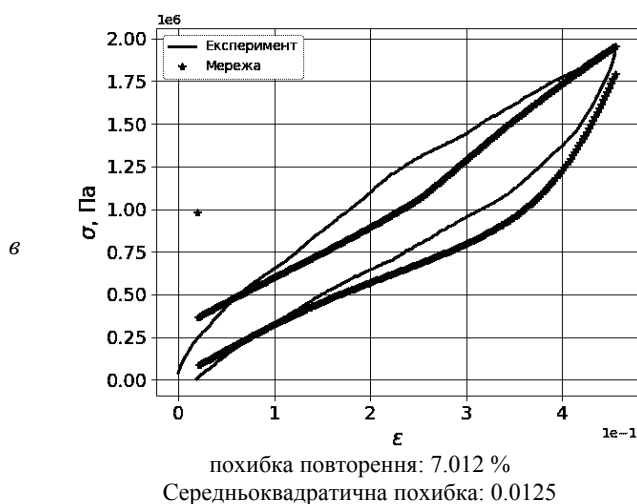


Продовження таблиці 1

№

Мережа на 4 входи

Мережа на 2 входи

**Висновки**

В роботі побудовано два типи штучних нейронних мереж, які дають змогу апроксимувати та інтерполювати експериментальні данні. Проведено експеримент, який в подальшому використовувалися для навчання побудованої ШНМ та оцінки похибки її роботи. Виходячи з вивченої літератури були запрогра-

мовані та навчені мережі прямого поширення оптимального типу з мінімальною похибкою роботи.

Виходячи з поставленої задачі було виконано:

- Вивчена допоміжна література, на базі якої отримані необхідні знання для подальшого розроблення ШНМ;
- Розроблена ШНМ апроксимуюча проведений

експеримент;

– 3 результату експерименту були підготовлені данні на основі яких була навчена модель;

– 3 результату експерименту були підготовлені дані для тестування розроблених типів нейронних мереж;

– Були протестовані різні типи нейронних мереж та оцінена похибка за кількістю виділеної енергії та за середньо-квадратичним відхиленням.

Список літератури:

1. Bowers J.R. FSCBG: An Aerial Spray Dispersion Model for Predicting the Fate of Released Material Behind Aircraft / J.R. Bowers, J.K. Rafferty, J.W. Barry // *Environmental Toxicology and Chemistry*. – 1993. – Vol. 12, No. 3. – PP. 453-464.

2. Furukawa T. Engineering Analysis with Boundary Elements / T. Furukawa, M. Hoffman. 28 (2004). PP. 195-204.

3. Elnashai A.S., Ambraseys N.N. Development of Neural Network Based Hysteretic Models for Steel Beam-Column Connections Through Self-Learning Simulation // *Journal of Earthquake Engineering*. 2007. – Vol. 11. – PP. 453–467.

4. Розенблатт Ф. Принципы нейродинамики: Перцептроны и теория механизмов мозга / Ф. Розенблатт. – М.: Мир, 1965. – 480 с.

5. Lau K.M. Comparison of the Hopfield scheme to the hybrid of Lagrange and transformation approaches for solving the travelling salesman problem / K.M. Lau, S.M. Chan, L. Xu // *Proceedings of Intelligence in Neural and Biological Systems*, 1995.

6. Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D1%82%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D1%80%D0%BE%D0%BD (дата звернення: 20.10.2016).

7. Режим доступу: <https://habrahabr.ru/post/134998/> BD (дата звернення: 10.11.2016).

8. Режим доступу: <http://www.aiportal.ru/articles/neural-networks/back-propagation.html> (дата звернення: 10.11.2016).

9. Режим доступу: <http://monographies.ru/ru/book/section?id=2465> (дата звернення: 22.10.2016).

10. Фогель Л. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование / Л. Фогель, А. Оуэнс, М. Уолш. – М.: Мир, 1969.

11. Смолин Д.В. Введение в искусственный интеллект: конспект лекций / Д.В. Смолин. – М.: 2004. – 208 с.

12. Круглов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика: 2-е изд. / В.В. Круглов, В.В. Борисов. – 2002.

13. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская и др. – 2006.

14. Zhang Z. Dynamic mechanical properties of PTFE based short carbon fibre reinforced composites: experiment and artificial neural network prediction / Z. Zhang, P. Klein, K. Friedrich // *Composites Science and Technology*. – 2002. – Т. 62. №. 7. – С. 1001-1009. [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(02\)00036-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(02)00036-2).

15. Bahrami A. Prediction of mechanical properties of DP steels using neural network model / A. Bahrami, S.H.M. Anijdan, A. Ekrami // *Journal of alloys and compounds*. – 2005. – Т. 392. – №. 1. – С. 177-182. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jallcom.2004.09.014>.

16. Sterjovski Z. Artificial neural networks for modelling the mechanical properties of steels in various applications / Z. Sterjovski et al. // *Journal of Materials Processing Technology*. – 2005. – Т. 170. – №. 3. – С. 536-544. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.05.040>.

17. Malinov S. Modelling the correlation between process-

ing parameters and properties in titanium alloys using artificial neural network / S. Malinov, W. Sha, J.J. McKeown // *Computational materials science*. – 2001. – Т. 21, № 3. – С. 375-394. [http://dx.doi.org/10.1016/S0927-0256\(01\)00160-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-0256(01)00160-4).

18. Okuyucu H. Artificial neural network application to the friction stir welding of aluminum plates / H. Okuyucu, A. Kurt, E. Arcaklioglu // *Materials & design*. – 2007. – Т. 28, №. 1. – С. 78-84. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2005.06.003>.

19. Zhang Z. Artificial neural networks applied to polymer composites: a review / Z. Zhang, K. Friedrich // *Composites Science and technology*. – 2003. – Т. 63. – №. 14. – С. 2029-2044. [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00106-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00106-4).

20. Zhou C. C. Multi-objective optimization of material selection for sustainable products: artificial neural networks and genetic algorithm approach / C.C. Zhou, G.F. Yin, X.B. Hu // *Materials & Design*. – 2009. – Т. 30, № 4. – С. 1209-1215. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2008.06.006>.

21. McBride J. Modelling tensile properties of gamma-based titanium aluminides using artificial neural network / J. McBride, S. Malinov, W. Sha // *Materials Science and Engineering: A*. – 2004. – Т. 384, № 1. – С. 129-137. <http://dx.doi.org/10.1016/j.msea.2004.05.072>.

22. Mandal S. Artificial neural network modeling to evaluate and predict the deformation behavior of stainless steel type AISI 304L during hot torsion / S. Mandal et al. // *Applied Soft Computing*. – 2009. – Т. 9, № 1. – С. 237-244. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2008.03.016>.

23. Altinkok N. Modelling of the prediction of tensile and density properties in particle reinforced metal matrix composites by using neural networks / N. Altinkok, R. Koker // *Materials & design*. – 2006. – Т. 27. – №. 8. – С. 625-631. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2005.01.005>.

24. Larin O. Two-scale approach to modelling of pneumatic tyres / O. Larin, Yu. Petrova, V. Mateichyk // *Rzeszow: Politechnika Pzszowska Im. Ignacego Lukasiewicza*. – 2013. – P. 123-128.

25. Larin O. Experimental observations of orthotropic elastic and viscoelastic characteristics of the elastomeric textile reinforced composites / O. Larin, E. Barkanov, I. Petrova // *Innovative solutions in repair of gas and oil pipelines*, Bulgarian Society for destructive testing Publishers, BAS, Sofia. – 2016. – P. 192-203.

Bibliography (transliterated):

1. Bowers J.R., Rafferty J.K., Barry J.W. FSCBG: An Aerial Spray Dispersion Model for Predicting the Fate of Released Material Behind Aircraft. *Environmental Toxicology and Chemistry*, Vol. 12, No. 3, 1993. PP. 453-464.

2. Furukawa T., Hoffman M. Engineering Analysis with Boundary Elements. 28 (2004). PP. 195-204.

3. Elnashai A.S., Ambraseys N.N. Development of Neural Network Based Hysteretic Models for Steel Beam-Column Connections Through Self-Learning Simulation // *Journal of Earthquake Engineering*, 11:453–467, 2007

4. Rozenblatt F. Principles of Neurodynamic: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms. Moscow: Mir, 1965. 480 p.

5. Lau K.M., Chan S.M., Xu L. Comparison of the Hopfield scheme to the hybrid of Lagrange and transformation approaches for solving the travelling salesman problem. *Proceedings of Intelligence in Neural and Biological Systems*, 1995.

6. Available at: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D1%82%D1%83%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D1%80%D0%BE%D0%BD (accessed: 20.10.2016).

7. Available at: <https://habrahabr.ru/post/134998/> BD (accessed: 10.11.2016).

8. Available at: <http://www.aiportal.ru/articles/neural->

networks/back-propagation.html (accessed: 10.11.2016).

9. Available at: <http://monographies.ru/ru/book/section?id=2465> (accessed : 22.10.2016).

10. Fogel' L., Owens A., Uolsh M. *Iskusstvennyy intellekt i evolyucionnoe modelirovanie*. Moscow: Mir, 1969.

11. Smolin D.V. *Vvedenie v iskusstvennyy intellekt: konспект lekcij*. Moscow: 2004. 208 p.

12. Kruglov V.V., Borisov V.V. *Iskusstvennye neyronnye seti. Teoriya i praktika*. 2-e izd. 2002.

13. Rutkovskaya D. i dr. *Neyronnye seti, geneticheskie algoritmy i nechetkie sistemy*. 2006.

14. Zhang Z., Klein P., Friedrich K. Dynamic mechanical properties of PTFE based short carbon fibre reinforced composites: experiment and artificial neural network prediction. *Composites Science and Technology*. 2002. Vol. 62. No 7. PP. 1001-1009. [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(02\)00036-2](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(02)00036-2).

15. Bahrami A., Anijdan S. H. M., Ekrami A. Prediction of mechanical properties of DP steels using neural network model. *Journal of alloys and compounds*. 2005. Vol. 392, No 1. PP. 177-182. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jallcom.2004.09.014>.

16. Sterjovski Z. et al. Artificial neural networks for modelling the mechanical properties of steels in various applications. *Journal of Materials Processing Technology*. 2005. Vol. 170, No 3. PP. 536-544. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2005.05.040>.

17. Malinov S., Sha W., McKeown J. J. Modelling the correlation between processing parameters and properties in titanium alloys using artificial neural network. *Computational materials science*. 2001. Vol. 21. No 3. PP. 375-394. [http://dx.doi.org/10.1016/S0927-0256\(01\)00160-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-0256(01)00160-4).

18. Okuyucu H., Kurt A., Arcaklioglu E. Artificial neural network application to the friction stir welding of aluminum plates. *Materials & design*. 2007. Vol. 28. No 1. PP. 78-84. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2005.06.003>.

19. Zhang Z., Friedrich K. Artificial neural networks applied to polymer composites: a review. *Composites Science and Technology*. 2003. Vol. 63. No 14. PP. 2029-2044. [http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538\(03\)00106-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0266-3538(03)00106-4).

20. Zhou C. C., Yin G. F., Hu X. B. Multi-objective optimization of material selection for sustainable products: artificial neural networks and genetic algorithm approach. *Materials & Design*. 2009. Vol. 30. No 4. PP. 1209-1215. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2008.06.006>.

21. McBride J., Malinov S., Sha W. Modelling tensile properties of gamma-based titanium aluminides using artificial neural network. *Materials Science and Engineering: A*. 2004. Vol. 384. No 1. PP. 129-137. <http://dx.doi.org/10.1016/j.msea.2004.05.072>.

22. Mandal S. et al. Artificial neural network modeling to evaluate and predict the deformation behavior of stainless steel type AISI 304L during hot torsion. *Applied Soft Computing*. 2009. Vol. 9. No 1. PP. 237-244. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2008.03.016>.

23. Altinkok N., Koker R. Modelling of the prediction of tensile and density properties in particle reinforced metal matrix composites by using neural networks. *Materials & design*. 2006. Vol. 27. No 8. PP. 625-631. <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2005.01.005>.

24. Larin O., Petrova Yu., Mateichyk V. Two-scale approach to modelling of pneumatic tyres. Rzeszow: Politechnika Pzszowska Im. Ignacego Lukasiewicza, 2013. PP. 123-128.

25. Larin O., Barkanov E., Petrova I. Experimental observations of orthotropic elastic and viscoelastic characteristics of the elastomeric textile reinforced composites. Innovative solutions in repair of gas and oil pipelines, Bulgarian Society for destructive testing Publishers, BAS, Sofia. 2016. PP.192-203.

Надійшла (received) 12.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Особливості обробки результатів експерименту за допомогою штучної нейронної мережі / С. В. Погребняк, О.О. Водка // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 67-74. – Бібліогр.: 25 назв. – ISSN 2078-9130.

Особенности обработки результатов эксперимента с помощью искусственной нейронной сети / С. В. Погребняк, А. А. Водка // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 67-74. – Бібліогр.: 25 назв. – ISSN 2078-9130.

Features of processing of experiment results with the use of an artificial neural network / S. Pogrebnyak, O. Vodka // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 67-74. – Bibliogr.: 25. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Водка Олексій Олександрович – кандидат технічних наук; доцент; кафедра динаміки та міцності машин; НТУ «ХПІ»; e-mail: oleksii.vodka@gmail.com.

Водка Алексей Александрович – кандидат технических наук; доцент; кафедра динамики и прочности машин; НТУ «ХПІ»; e-mail: oleksii.vodka@gmail.com.

Oleksii Vodka – Ph. D., Docent; Dynamics and Strength of Machines Department; NTU "KhPI"; e-mail: oleksii.vodka@gmail.com.

Погребняк Сергій Віталійович – студент; кафедра динаміки та міцності машин; НТУ «ХПІ»; e-mail: pogrebnyak.etal@mail.ru

Погребняк Сергей Витальевич – студент; кафедра динамики и прочности машин; НТУ «ХПІ»; e-mail: pogrebnyak.etal@mail.ru

Sergij Pogrebnyak – Student; Dynamics and Strength of Machines Department; NTU "KhPI"; e-mail: pogrebnyak.etal@mail.ru.

В. Г. РАВЛЮК**ЩОДО ВИЗНАЧЕННЯ СИЛОВИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ПРИ КЛИНОПОДІБНОМУ ЗНОСІ ГАЛЬМІВНИХ КОЛОДОК ВАНТАЖНИХ ВАГОНІВ**

Розглядаються питання вирішення задач, що пов'язані з дослідженням проблем верхнього зносу гальмівних колодок на шарнірному підвишуванні візків вантажних вагонів. Приводяться результати досліджень, які базуються на кінетостатичному аналізі причин нерівномірного зносу колодок, пов'язаних з гальмуванням коліс в односторонньому та двосторонньому їх обертанні. Дано оцінку ремонтного втручання, пов'язаного з особливостями підвишування зношених гальмівних колодок відносно коліс. Описуються причини нерівномірного зносу гальмівних колодок при експлуатації вантажних вагонів на залізницях України.

Ключові слова: вантажний вагон, гальмівна колодка, знос, колесо, тертя, точка, сила.

Ислагаются вопросы решения задач, связанных с исследованием проблем верхнего износа тормозных колодок на шарнирной подвеске тележек грузовых вагонов. Приводятся результаты исследований, базирующихся на кинетостатическом анализе причин неравномерного износа колодок, связанных с торможением колес в одностороннем и двухстороннем их вращении. Дается оценка ремонтного вмешательства, связанного с особенностями подвешивания изношенных тормозных колодок относительно колес. Описываются причины неравномерного износа тормозных колодок при эксплуатации грузовых вагонов на железных дорогах Украины.

Ключевые слова: грузовой вагон, тормозная колодка, износ, колесо, трение, точка, сила.

The problems of solving problems connected with the problem of wear of brake pads on the hinged suspension of freight cars trolleys are considered. The results of researches, which are based on kinetostatic analysis of causes of uneven wear of pads connected with braking of wheels in one-way and two-way rotation, are presented. The estimation of the repair intervention, connected with features of suspension of the worn brake pads with respect to wheels, is given. The reasons of uneven wear of brake pads during operation of freight cars on Ukrainian railways are described.

Keywords: freight car, brake shoe, wear, wheel, friction, point, force.

Вступ. Техніко-економічні показники роботи вантажних вагонів ПАТ «Укрзалізниця» свідчать про те, що за чверть століття незалежності України гальмівні системи вантажних поїздів стали найбільш вразливі в сучасних умовах експлуатації у більшості вагонного парку знаходиться у незадовільному стані. У зв'язку з цим в ПАТ «Укрзалізниця» і у провідних установах, які відносяться до залізничного транспорту, виконуються роботи щодо підвищення довговічності та надійності гальм вантажних поїздів [1, 2, 11, 14].

Мета досліджень. Забезпечення надійної роботи гальмівного обладнання вантажних вагонів, що в найбільшій мірі сприяє ефективній та безпечній їх експлуатації на залізницях України. А це є однією з головних проблем удосконалення розрахункових методів конструкції механічної частини гальмівної системи технічного обслуговування та ремонту вантажних вагонів в цілому [3, 9].

Стан проблеми. Для зменшення кількості транспортних подій на залізничному транспорті України щорічно виконується аналіз [4], за яким розробляють ряд заходів, які дають можливість покращити ситуацію на залізницях. У багатьох випадках причиною виникнення транспортних подій є несправність механічної частини гальмівного обладнання, яке не завжди вдається достовірно прогнозувати та своєчасно виявити при виконанні технічного обслуговування вантажних вагонів. Тим самим запобігти виникнення аварійних ситуацій на шляху їх прямування.

Питанням удосконалення гальмівної важільної передачі вантажних вагонів, зокрема визначенню силових перетворень при клиноподібному зносі гальмівних колодок вантажних вагонів, його попередження та збільшення нормативного ресурсу гальмівних колодок присвячено багато наукових праць. Зокрема у роботі [7] при розробці вітчизняного візка нового покоління для вантажних вагонів запропонований пристрій для відведення колодок із автоматичним корегуванням взаємного положення гальмівних колодок і поверхонь кочення коліс. У китайській гальмівній важільній передачі оригінальне конструктивне виконання у візку ZK-1 має підвіска триангеля [6]. Вона виконана на шатуні не підресореної частини, яка, в свою чергу, спирається на конусні втулки через гуму, а для запобігання падіння триангеля на залізничну колію активно використовуються запобіжні троси чи скоби.

Можна навести інші приклади виданих наукових робіт [5, 8, 10, 15], де особливу увагу приділено впливу негативних чинників гальмівної системи вантажних потягів, що призводять до збитків залізничної галузі від масового клиноподібного спрацювання гальмівних колодок. Все це зайвий раз підкреслює актуальність роботи, результати якої викладено в нашому дослідженні.

Основна частина досліджень. У гальмівних важільних передачах вантажних вагонів із колодковим гальмом характерною особливістю є однобічне розташування колодок, які притискаються до поверхонь

кочення колісних пар. При цьому самі гальмівні колодки жорстко закріплені на загальній гальмівній балці – тріангелі.

Для таких гальмівних передач конструктивно визначають так званий кут заниження гальмівної колодки α , а також інші кути, що пояснюють процес гальмування (рис. 1).

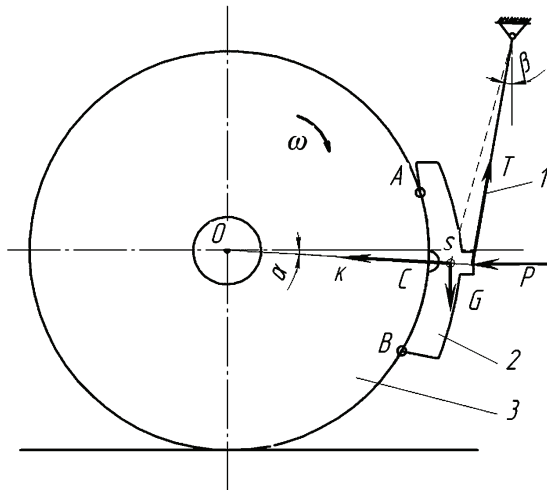


Рисунок 1 – Схема гальмування колодковим гальмом вантажного вагона за наявності верхньої стерсті

Кут β , що зветься кутом підвішування, існує для полегшення відводу гальмівних колодок від коліс при відпуску гальма так, щоб підвіска 1, разом з башмаком і гальмівною колодкою 2, після припинення гальмування, під дією власної ваги рівномірно відходили від коліс 3 [2].

Чисельне співвідношення між силою K , що виникає між колодкою і колесом, і силою P , яка діє під час гальмування на колодку вочевидь дорівнює:

$$K = P \cdot \cos \alpha, \quad (1)$$

де P – сила натиснення гальмівної колодки на колесо; α – кут між горизонтальною віссю, яка проходить через центр колеса і середину гальмівної колодки C .

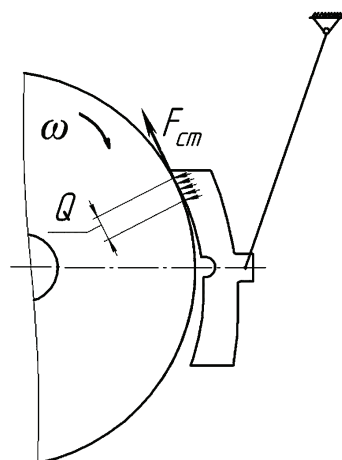


Рисунок 2 – Початковий стан повномірної схиленої колодки до спирання верхнім краєм у колесо із здійсненням тертя під час руху без гальмування

Необхідно зазначити, що і величини діаметрів коліс і товщини гальмівних колодок (через їх зношу-

вання) не є постійними. Тому колодки нахилиються до упору верхніми краями в поверхню кочення коліс та під час руху без гальмування в них виникає місцеве фрикційне зношування (рис. 2).

Внаслідок цього, при гальмуванні верхня стерта частина колодки Q не доходить до колеса та не приймає участі у створенні гальмівної сили. Фрикційна взаємодія колодок з колесами, а значить і гальмівний процес істотно спотворюються через перерозподіл силових тисків по довжині колодок. Тому в роботі запропоновано підійти до силового аналізу таких ситуацій дезінтегровано, на основі квазістатичного аналізу.

Особливості квазістатичного підходу до створення теорії зношування гальмівних колодок вантажних вагонів.

Постановочна частина. В наших дослідженнях, контактну площу силової взаємодії гальмівних колодок, що примикають і труться при гальмуванні об колесо, запропоновано розглядати дезінтегровано – як композицію елементарних секторальних майданчиків, до яких прикладена протидіюча реакція F у вигляді розподілених дискретних сил dF , спрямованих під кутом тертя φ_k до нормалей дискретних поверхонь колодки ds і колеса типу OC (рис. 3).

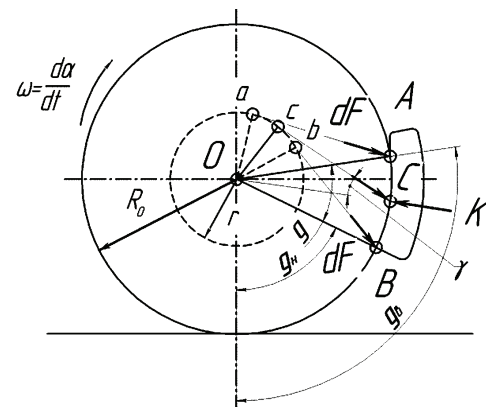


Рисунок 3 – Формування реакції колеса $F = K = P \cos \alpha$, як суми сил dF , що діють на ділянках ds поверхні колодки S

Тобто, врівноважений стан тут визначається для кожної ділянки ds робочої площі колодки S :

$$ds = b (D_0/2) dg, \quad (2)$$

де b – ширина колодки; D_0 – діаметр кола кочення колеса в площині, що «розсікає» колодку симетрично; dg – секторальний кут дискретного поділення S від верху (g_0) до низу (g_k) робочій поверхні колодки в секторі g .

У цьому випадку гальмівна сила F розкладається на сили dF , які діють по площі S :

$$F = \int_S dF, \quad S = \int_{g_0}^{g_k} ds = b(D_0/2) \int dg. \quad (3)$$

Природно вважають, що всі розглянуті сили лежать в площині перетину колодки, що збігається з площиною рисунка. А лінії дії сил dF (в секторі охоплення колеса колодкою g) практично сходяться до точки c кола з радіусом r :

$$r = \frac{\varphi_K(D_0/2)}{\sqrt{1 + \varphi_K^2}}, \quad (4)$$

де φ_k – коефіцієнт тертя між колодкою і колесом.

Самі сили dF , як вже сказано, утворюють кути тертя γ із своїми нормаллями до площини поверхонь тертя ds . Причому, цей кут у секторі $(g_k - g_n)$ від місця розташування майданчика ds не залежить. Тобто, не залежить від змін сектору $(g_k - g_n)$ під час експлуатації (відлік зношеності колодки ведемо від кута g_k). У зв'язку з цим в межах гальмівного сектору $(g_k - g_n)$, для будь-якого ступеню зношеності, лінії дії сил dF є дотичними до кола тертя радіуса $r = Oc$, утворюючи з відповідними радіусами прямі кути. Так що:

$$Oc = 1/2 D_0 \sin \gamma. \quad (5)$$

Вираз формули (4) виводиться при підстановці в (5) залежності (6), відомої із тріботехніки [10, 13]:

$$\varphi_K = \operatorname{arctg} \gamma. \quad (6)$$

Тут і далі коло з радіусом r , який залежить тільки від коефіцієнта тертя ϕ_k , будемо називати колом тертя.

Очевидно, крайні сили dF , що дотичні кола тертя в крайніх точках a й b , утворюють на ньому дугу $\cup ab$, також одночасно мають точки A і B дуги $\cup AB$, де у межах гальмівного сектора $g = (g_s - g_n)$ діють розподілені сили dF , що протидіють гальмівній силі K .

Слід зазначити, що в сучасних гальмівних системах вантажних вагонів кут охоплення коліс колодками гальма практично у всіх конструкціях однаковий. При цьому значення $(g_e - g_n)$ такі, що елементарні реакції dF , прикладені до елементарних майданчиків ds для всіх точок гальмівного сектора практично сходяться в середині дуги $\cup ab$ – у точці c .

Інакше кажучи, композиція елементарних реакцій dF утворить збіжну в одній точці систему сил. Звідки слідує, що рівнодіюча цієї системи сил F визначається й за величиною й за напрямком з багатокутника збіжних сил і також проходить через точку середини дуги $\cup ab$ – точку c [10].

Цю особливість гальмування колодковим гальмом будемо відзначати й надалі, називаючи точки, подібні *c*, унікальними точками.

Зрозуміло, що координати унікальних точок у різних конструкціях механізмів гальмування залежать від коефіцієнта тертя ϕ_k , а також від деяких інших показників механічної частини гальмівної системи візка. Наприклад, від геометричних параметрів колодкового гальма, зокрема, від положення бісектриси OC , що у рівних частках ділить кут охоплення колодкою колеса: $(g_6 - g_H)/2$.

Разом з тим відомо, що проблема експлуатації й призначення строків технічного обслуговування й ремонту гальмівних систем вантажних вагонів пов'язана з усуненням явищ нерівномірного зносу гальмівних колодок вантажних вагонів і на наш погляд ще недостатньо вивчена. У зв'язку з цим на кафедрі «Вагони» більше десяти років у рамках виконання держбюджетних робіт проводяться науково-технічні дослідження, присвячені цій проблемі [11].

Так чи інакше, успішне вирішення цієї проблеми пов'язано з удосконалюванням механічної частини гальмівної системи вантажних вагонів у тому числі з

визначенням силових факторів при клиноподібному зносі гальмівних колодок вантажних вагонів.

Основне припущення в дослідженнях. Суть запропонованого підходу в дійсних дослідженнях полягає в тому, що практично для всіх механізмів гальмування вантажних вагонів (незалежно від модифікації важільних передач і тріангелів) геометричне місце кругових точок являє собою дугу кола радіуса $r_0 = 0,25 D_0$ (рис. 4).

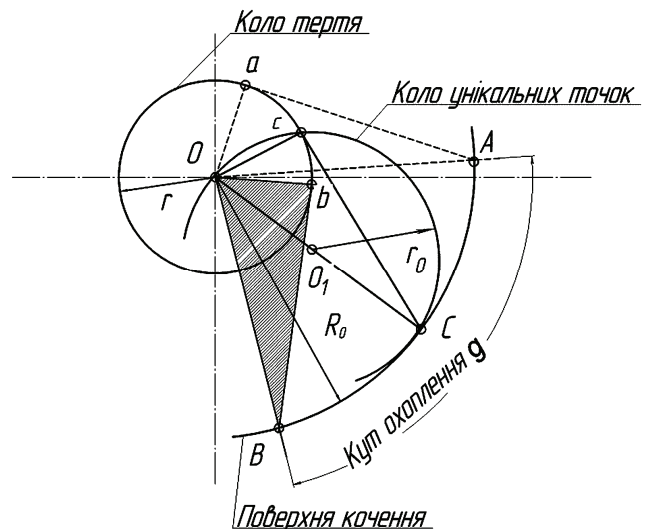


Рисунок 4 – Побудова кола унікальних точок

Це коло описується із центра O_1 , що лежить на середині бісектриси OC гальмівного сектору g , який ми назвали колом унікальних точок.

Зауважимо, що дотичні Aa й Bb , проведені з точок A і B до кола тертя, утворюють рівні трикутники $\triangle OaA$ й $\triangle ObB$, які збігаються один з одним при повороті одного з них на кут $(g_e - g_H)$. Тобто:

$$\angle bOa = \angle BOA = g_{\beta} - g_H. \quad (7)$$

Відомо, що при гальмуванні колодковим гальмом коефіцієнт тертя між колодкою й колесом змінюється не тільки внаслідок зміни тиску в зоні їх контакту, а також і змінних в експлуатації колових швидкостей колеса, температури та ін. факторів. Тому для визначення векторної величини реакції колеса F і точки її прикладення в різних режимах гальмування необхідно знати положення унікальних точок при різних коефіцієнтах тертя. Для цього покажемо, що точки c і C ділять наполовину кожен з дуг ab і AB відповідно.

Дійсно, з'єднуючи точки s і S із центром O , маємо рівність:

$$\angle bOc = \angle BOC = (g_e - g_u)/2.$$

З рис. 4 зрозуміло, що $\triangle O B b$ теж можна з'єднати з рівним йому $\triangle O C c$ шляхом повороту на кут $(g_s - g_n) / 2$. Кут $\angle O C c$ — прямий, а пряма $c C$ — дотична до кола тертя. Так, що точку c знайдемо як точку перетинання кола тертя з колом, побудованим на $O C$ як на діаметрі. Це коло і є колом унікальних точок, які при змінах коефіцієнта тертя μ_k змінюють своє місце розташування.

Визначення унікальних точок при гальмуванні колодковим гальмом для різних коефіцієнтів тертя. Нехай є деякі значення коефіцієнтів пари тертя $\varphi_k = 0,05$; $\varphi_k = 0,2$; $\varphi_k = 0,4$. Для наочності й простоти викладу процедури визначення унікальних точок (при різних φ_k) скористаємося розрахунково-графічним методом побудови багатокутників сил, що діють на об'єкти квазістатичної рівноваги.

Із цією метою зобразимо відповідно до конкретного φ_k конкретно коло тертя, відзначивши серединні точки C_1 і C_2 контактних дуг поверхонь тертя гальмівних колодок колеса колісної пари. Тут же побудуємо на відрізках OC_1 і OC_2 , як на діаметрах, кола унікальних точок для передньої (правої) і задньої (лівої) по ходу руху колодок (рис. 5).

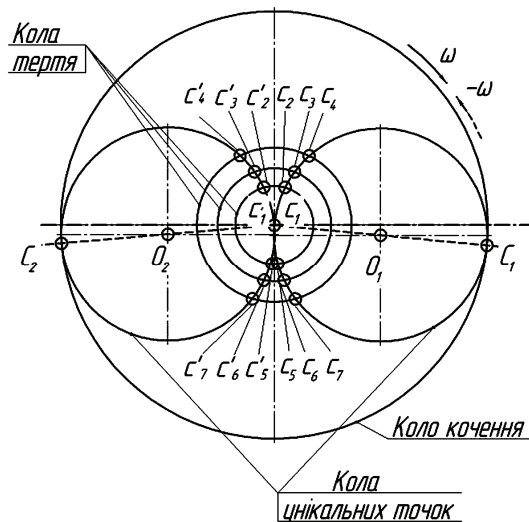


Рисунок 5 – Унікальні точки правих та лівих гальмівних колодок при обертанні колеса за годинниковою стрілкою

Тоді, вочевидь, точки перетинання кіл тертя з колами будуть унікальними точками $c_1, c_2, \dots, c_8$ відповідно для правої й лівої колодок при обертанні колеса за годинниковою стрілкою. При обертанні колеса в протилежному напрямку унікальними точками будуть c_5, c_6, c_7, c_8 – для правої й c_1, c_2, c_3, c_4 – для лівої колодки.

Однак, знання координат тільки однієї унікальної точки c недостатньо для визначення напрямку дії сумарної реакції F . Тому слід зайти ще точку, через яку проходить вектор F .

У зв'язку з цим представимо всі діючі силові фактори, які забезпечують квазістатичну рівновагу зчленованих елементів підвищеної гальмівної колодки при гальмуванні візка (рис. 6). І нехай такою точкою є деяка точка ϕ , що лежить на лінії з'єднання шарніру підвішування колодки e з точкою d (шарнір зчленування колодки і її підвіски).

Щоб знайти місце знаходження точки ϕ , розглянемо умови рівноваги колодки разом з її шарнірною підвіскою під дією таких сил і моментів: сили $-K = F$ – взаємодії колеса й колодки; сили ваги G колодки, прикладеної в її центрі ваги s ; сили P важільного тиску з боку триангеля на колодку, вектор дії якої відповідно до досліджень проф. Б. Л. Карвацького [12] варто на-

правити горизонтально; сили T – реакції підвіски, яку можна (приблизно) вважати спрямованою вертикально уздовж лінії ed елемента підвіски гальмівної колодки; $M_{тр}$ – моменту тертя в шарнірі D .

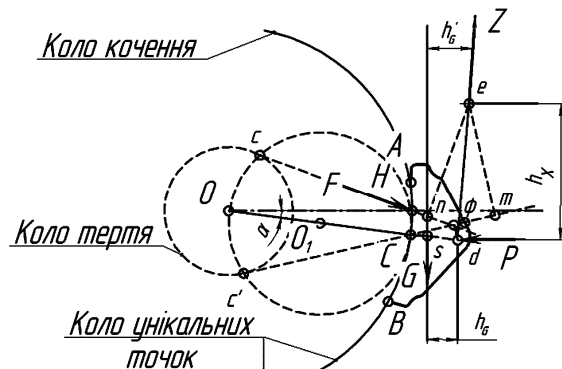


Рисунок 6 – Схема діючих на колодку сил з підвищенням ed

Тому що колодка разом з елементами своєї підвіски (на рис. 6 відображено як ed) знаходиться під дією зазначених силових факторів у рівновазі, тому згідно до цього, їхній головний вектор і головний момент дорівнюють нулю. Отже, система рівнянь квазістатичної рівноваги всіх елементів колодкового гальма відносно точки їх підвищення e запишеться у векторно-скалярній формі в такий спосіб:

$$F + G + P + T = 0; \quad (8)$$

$$F(ne) + Gh'_G - Ph_x = 0, \quad (9)$$

де h' і h_x – плечі дії моментів відповідних сил. Плече ne , для зручності запису, позначимо через a .

Крім того, з умови рівноваги системи відносно точки d для моментів сил, що діють на саму колодку, як окремої ланки, маємо:

$$F(\phi d) + Gh_G \pm M_{тр} = 0, \quad (10)$$

де ϕd (надалі будемо позначати через b , теж для зручності) і h – два плеча для моментів сил F і G відносно шарніра d ; $M_{тр}$ – момент сил тертя, що у шарнірі d буде позитивним при розташуванні колодки поперед колеса й при його обертанні за годинниковою стрілкою і негативним – у зворотному напрямку.

Виключивши F з рівнянь (9) і (10), одержимо співвідношення:

$$\frac{(Gh_G \pm M_{тр})}{b} = \frac{(Ph_x - Gh'_G)}{a}. \quad (11)$$

Останній вираз (11), після перетворень, зводиться до рівності:

$$\frac{Ph_x - Gh'_G}{Gh_G \pm M_{тр}} = \frac{a}{b} = q = const, \quad (12)$$

Позначивши співвідношення між чисельними параметрами, взятими з рис. 6, запишемо:

$$l_1/l_2 = a/b = q; \quad l_1 + l_2 = l, \quad (13)$$

де прийнято: $l = ed$ – довжина підвіски; $l_1 = e\phi$ – відстань від точки ϕ до точки e ; $l_2 = \phi d$ – відстань від

точки ϕ до шарніра в точці d .

З урахуванням (13) місце розташування точки ϕ визначиться із співвідношень:

$$l_1 = q/(1 + q); \quad l_2 = l/(1 + q). \quad (14)$$

Тобто знайдено обидві точки s і ϕ , через які під час активного гальмування проходить лінія дії реакції F , тим самим знайдено і напрямки її дії. Тобто маємо усе необхідне для замикання багатокутника сил, тим самим задачу аналізу дії силових факторів, які обумовлюють реальний верхній знос гальмівних колодок вантажних вагонів вирішено.

Висновки

1. Лінія дії реактивної сили колеса на колодку F під час гальмування завжди проходить через унікальну точку s і через точку ϕ шарнірного з'єднання колодки і її підвіски. Координати точки s залежать від φ_k і від положення бісектриси OC кута охоплення колеса колодкою g , а координати точки ϕ – від багатокутника сил, що діють на колодку.

2. Унікальна точка s є точкою перетинання кола тертя, радіус якого відповідно до (2) дорівнює: $r = (\varphi_k (D_0 / 2)) / (1 + \varphi_k^2)$, для будь-якого кола унікальних точок, побудованих на OC , як на діаметрі (див. рис. 6). Положення точки ϕ на осі підвіски визначається згідно (14), наприклад: $l_1 = q/(1 + q)$, де величина q повинна розраховуватися за формулою (13).

3. Кут охоплення g гальмівної колодки зменшується в результаті верхнього зносу і переломного профілю відбувається зміна площі прилягання колодки, це призводить до збільшення питомих тисків у верхній та нижній частинах колодки, а також до збільшення експлуатаційних витрат на тягу поїздів.

Список літератури:

1. Асадченко В.Р. Автоматические тормоза подвижного состава : учеб. пособие / В. Р. Асадченко. – М.: Маршрут, 2006. – 392 с.
2. Бабаєв А.М. Принцип дії, розрахунки та основи експлуатації гальм рухомого складу залізниць : навч. посіб. / А.М. Бабаєв, Д.В. Дмитрієв. – К.: ДЕТУТ, 2007. – 176 с.
3. Нечволода С.І. Проблеми нерівномірного зносу гальмівних колодок у вантажних вагонах / С.І. Нечволода, М.О. Романюха, К.С. Нечволода // Зб. наук. праць. – Х.: УкрДАЗТ, 2007. – Вип. 86. – С. 50-56.
4. Аналіз стану безпеки руху поїздів на залізницях України за 2013 рік / Головне управління вагонного господарства. – К.: 2013. – 24 с.
5. Нечволода С.І. Неузгодженість силових факторів із триботехнічними процесами – причина клиновидного зносу гальмівних колодок / С.І. Нечволода, І.Е. Мартинов // Вагонний парк. – 2013. – №10(79). – С. 14-17.
6. Блохин Е.П. Тележки ЗК1 полувагонов, построенных в КНР / Е.П. Блохин, К.Т. Алпысбаев, В.Я. Панасенко и др. // Вагонный парк. – 2012. – № 9 (66). – С. 12-14.
7. Радзиховский А.А. Системный подход к проектированию тележек для грузовых вагонов с повышенными осевыми нагрузками / А.А. Радзиховский, И.А. Омельяненко,

Л.А. Тимошина // Вагонный парк. – 2008. – № 8. – С. 10-16.

8. Болотина А.Б. Исследование параметров и совершенствование механической части тормозной системы грузовых вагонов с учетом перспективных условий эксплуатации : дисс... канд. техн. наук / А.Б. Болотина; Моск. гос. ун-т путей сообщ. – М., 2000. – 244 с.

9. Мартынов И.Э. О способе полной ликвидации клиновидного износа тормозных колодок грузовых вагонов / И.Э. Мартынов, К.С. Нечволода // Вагонный парк. – 2010. – № 4. – С. 36-39.

10. Щепетильников В. А. К вопросу о неравномерном износе колодок. Вопросы эксплуатации и ремонта подвижного состава / В.А. Щепетильников // Сб. науч. тр. / Тр. Моск. ин-та инж. ж.-д. трансп. – М.: Трансжелдориздат, 1955. – Вып. 82/3. – С. 366-381.

11. Розробка конструкторсько-технологічної документації на проведення модернізації гальмових важільних передач візків вантажних вагонів : Звіт про НДР (заключ.): Укр. держ. акад. залізнич. трансп.; кер. Мартинов І.Е.; викон.: Равлюк В.Г. та ін. – Х.: 2012. – 53 с. – Бібліогр.: с. 44. – № ДР 0111U008972.

12. Карвацкий Б.Л. Определение нормального нажатия тормозных колодок / Б.Л. Карвацкий // Сб. трудов МЭМИИТ. – М.: 1948. – № 55. – С. 48-53.

13. Лоренц Ф.В. Лабораторные исследования изношенных тормозных колодок / Ф.В. Лоренц // Сб. трудов МЭМИИТ. – М.: 1949. – С. 72-77.

14. Vakkalagadda M. R. K. Performance analyses of brake blocks used by Indian Railways / M.R.K. Vakkalagadda, D.K. Srivastava, A. Mishra, V. Racherla // Original Research Article. 2015. – Vol. 328–329. – P. 64-76.

15. Vernersson T. Thermally induced roughness of tread-braked railway wheels : Part 1: brake rig experiments / T. Vernersson // Wear. – 1999. – Vol. 236. – P. 96-105.

References (transliterated):

1. Asadchenko V.R. Avtomaticheskiye tormoza podvyzhnogo sostava : ucheb. posobie. Moscow: Marshrut, 2006. 392 p.
2. Babaiev A.M., Dmytriiev D.V. Pryntsyp dii, rozrakhunky ta osnovy ekspluatatsii halm rukhomoho skladu zaliznyts: navch. posib. Kyiv: DETUT, 2007. 176 p.
3. Nechvoloda S.I., Romaniukha M.O., Nechvoloda K.S. Problemy nerivnomirnogo znosu halmivnykh kolodok u vantznykh vahonakh. Zb. nauk. prats. Kharkiv: UkrDAZT, 2007. Vol. 86. PP. 50-56.
4. Analiz stanu bezpeky rukhu poizdiv na zaliznytsiakh Ukrainy za 2013 rik. Holovne upravlinnia vahonnoho hospodarstva. Kyiv: 2013. 24 p.
5. Nechvoloda S.I., Martynov I.E. Neuzghodzhennist sylovykh faktoriv iz tribotekhnichnymy protsesamy – prychyna klynovydnoho znosu halmivnykh kolodok. Vahonnyi park. 2013. No 10(79). PP. 14-17.
6. Blokhyn E.P., Alpysbaev K.T., Panasenkov V.Ya. y dr. Telezhky ZK1 poluvahonov, postroennykh v KNR. Vahonnyi park. 2012. No 9 (66). PP. 12-14.
7. Radzykhovskiy A.A., Omelianenko Y.A., Tymoshyna L.A. Systemnyi podkhod k proektyrovaniyu telezhek dlia hruzovukh vahonov s povushennymy osevimy nahrzskamy. Vahonnyi park. 2008. No 8. PP. 10-16.
8. Bolotyna A.B. Yssledovanye parametrov y sovershenstvovanye mekhanycheskoi chasty tormoznoi systemy

hruzovykh vahonov s uchetom perspektyvnykh uslovyi ekspluatatsyy: dyss... kand. tekhn. nauk; Mosk. hos. un-t puteisooobshch. Moscow: 2000. 244 p.

9. Martynov I.E., Nechvoloda K.S. O sposobe polnoi lykvydatsyy klynovydnoho yznosa tormoznykh kolodok hruzovykh vahonov. Vahonnyi park. 2010. No 4. PP. 36-39.

10. Shchepetylnykov V.A. K voprosu o neravnomernom yznose kolodok. Voprosy ekspluatatsyy y remonta podvyzhnoho sostava. Sb. nauch. tr. Tr. Mosk. yn-taynz. zh.-d. tras. Moscow: Transzheldoryzdat, 1955. Vol. 82/3. PP. 366-381.

11. Rozrobka konstruktorsko-tekhnolohichnoi dokumen-tatsii na provedennia modernizatsii halmovykh vazhilnykh pere-dach vizkiv vantazhnykh vahoniv : Zvitpro NDR (zakliuch.): Ukr. derzh. akad. zaliznych. transp. ; ker. Martynov I.E.; vykon.: Ravlyuk V.G. Kharkiv: 2012. 53 p. Bibliohr.: p. 44. № DR

0111U008972.

12. Karvatskyi B.L. Opredelenye normalnoho nazhatyia tormoznoi kolodky. Sb. trudov MЭMYYT. Moscow: 1948. No 55. PP. 48-53.

13. Lorents F.V. Laboratornye yssledovaniya yznoshen-nykh tormoznykh kolodok. Sb. trudov MЭMYYT. Moscow: 1949. PP. 72-77.

14. Vakkalagadda M.R.K., Srivastava D.K., Mishra A., Racherla V. Performance analyses of brake blocks used by Indian Railways. Original Research Article. 2015. Vol. 328-329. P. 64-76.

15. Vernersson T. Thermally induced roughness of tread-braked railway wheels : Part 1: brake rig experiments. Wear. 1999. Vol. 236. PP. 96-105.

Надійшла (received) 15.09.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Щодо визначення силових перетворень при клиноподібномузносі гальмівних колодок вантажних вагонів / В. Г. Равлюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 75-80. – Бібліо-гр.: 15 назв. – ISSN 2078-9130.

К установлению силовых преобразований при клиновидном износе тормозных колодок грузовых вагонов / В. Г. Равлюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 75-80. – Бібліо-гр.: 15 назв. – ISSN 2078-9130.

On the issue of determination of the force transformations under wedge-shaped wear of the brake shoes of freight cars / V. G. Ravlyuk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 75-80. – Bibliogr.: 15. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Равлюк Василь Григорович – кандидат технічних наук, доцент, кафедра вагонів, Український державний університет залізничного транспорту, тел.: (057) 730-10-35, E-mail: ravvg@ukr.net.

Равлюк Василий Григорьевич – кандидат технических наук, доцент, кафедра вагонів, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, тел.: (057) 730-10-35, E-mail: ravvg@ukr.net.

Ravlyuk Vasyl Grygorovych – candidate of technical sciences, docent, chair of cars, Ukrainian state University of railway transport, tel.: (057) 730-10-35, E-mail: ravvg@ukr.net.

К.Ф. ЧЕШКО, О.Ф. ПОЛИЩУК, К.В. АВРАМОВ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛОГОЙ ОБОЛОЧКИ

Отримано модель з кінцевим числом ступенів свободи, що описує вільні коливання пологої оболонки. Для виведення цієї динамічної системи застосовується метод Релея-Рітца і енергетичний підхід Лагранжа. Для апроксимації коливань використовувалися В-сплайни. Розглянуто збіжність власних частот, визначено внутрішні резонанси. Проведено експеримент з порушенням вільних і вимушених коливань оболонки, що підтверджує результати розрахунку. Для експериментального визначення форм коливань оболонки порушувалися її вимушені коливання за допомогою кінематичного руху защемлення. Крім амплітуд для побудови форм коливань вимірювалися фазові зрушення між коливаннями в опорній точці і коливаннями в інших точках. Представлено таблиці для порівняння результатів розрахунку і експерименту для власних форм і власних значень.

Ключові слова: вільні коливання, полого оболонка, В-сплайни, власні значення, власні форми.

Получена модель с конечным числом степеней свободы, описывающая свободные колебания пологой оболочки. Для вывода этой динамической системы применяется метод Рэлея-Ритца и энергетический подход Лагранжа. Для аппроксимации колебаний использовались В-сплайны. Рассмотрена сходимость собственных частот, определены внутренние резонансы. Проведен эксперимент с возбуждением свободных и вынужденных колебаний оболочки, подтверждающий результаты расчета. Для экспериментального определения форм колебаний оболочки возбуждались ее вынужденные колебания с помощью кинематического движения заделки. Кроме амплитуд для построения форм колебаний измерялись фазовые сдвиги между колебаниями в опорной точке и колебаниями в остальных точках. Представлены таблицы для сравнения результатов расчета и эксперимента для собственных форм и собственных значений.

Ключевые слова: свободные колебания, пологая оболочка, В-сплайны, собственные значения, собственные формы.

A model with the finite number of degrees of freedom was obtained, which describes free oscillations of a shallow shell. To derive this dynamical system, the Rayleigh-Ritz method and Lagrange's energy approach were applied provided that the deformations and displacements are related by the Cauchy relations. B-splines were used to approximate the oscillations. The convergence of natural frequencies was considered, for which calculations were made for a different number of basis functions in the expansion of the modes of oscillations. Internal resonances that significantly affect the nonlinear deformation of the structure are determined. The experiment was performed with excitation of free and forced oscillations of the shell, which confirms the results of the calculation. For the experimental determination of the modes of oscillation of the shell, its forced oscillations were excited with the aid of the kinematic motion of the embedding. Tables are presented for comparing the results of calculation and experiment for eigenmodes and eigenvalues.

Keywords: free vibrations, shallow shell, B-splines, eigenvalues, eigenmodes.

1 Введение. Оболочечные конструкции широко используются в аэрокосмической технике, энергомашиностроении и строительстве. Эти конструкции обладают высокой жесткостью при относительно малой их массе. Поэтому много усилий было предпринято для исследования колебаний этих конструкций. Подробный обзор литературы и основные результаты в этой области подробно изложены в монографиях [1-3] и обзорной статье [4].

В этой статье описывается установка для проведения экспериментальных исследований свободных линейных колебаний пологой оболочки постоянной толщины. Описываются результаты экспериментального анализа линейных колебаний пологой оболочки. В работе построена модель свободных линейных колебаний консольной пологой оболочки. Для аппроксимации колебаний используются В-сплайны. Результаты численного моделирования сравниваются с экспериментальными данными.

2 Описание эксперимента. Целью эксперимента является исследование колебаний консольно закрепленной пологой цилиндрической панели постоянной толщины. Фотография установки для эксперимен-

тального исследования колебаний этой конструкции представлена на рис. 1. Оболочка закреплена по одной стороне; по трем другим сторонам оболочка свободна. Как показано на рис. 1, по закрепленной стороне с помощью специального устройства оболочка крепится к платформе вибростенда ВЭДС – 400 А. С помощью вибростенда создавалось кинематическое движение заделки. Для измерения параметров вибрации использовались виброметр ВШВ-003, частотомер ЧЗ-34А, измеритель разности фаз Ф2-34 и анализатор спектра 2033.

Основной целью экспериментальных исследований оболочки являлось определение ее частот и форм колебаний. Поверхность оболочки расчерчивалась эквидистантными линиями с шагом 15 мм на маленькие прямоугольники. В результате образовалась сетка с 224 узлами, в каждом из которых последовательно устанавливался вибропреобразователь ДН-4, входящий в состав ВШВ-003. Для определения формы во всех этих узлах измерялись амплитуды, резонансные частоты и фазы колебаний.

Экспериментально исследовались свободные колебания. В режиме свободных колебаний определялись резонансные частоты оболочки для этого вибро-

преобразователь ДН-4 устанавливался в каждой из 224 точек. Способ получения этих точек описан в разд. 2. С помощью анализатора 2033 определялись спектры свободных колебаний оболочки.



Рисунок 1 – Фотография установки для экспериментального исследования колебаний оболочки

Для экспериментального определения форм колебаний оболочки возбуждались ее вынужденные колебания с помощью кинематического движения заделки. Амплитуда кинематического движения заделки поддерживалась постоянной, и составляла 5 м/с². Кроме амплитуд для построения форм колебаний прибором Ф2-34 измерялись фазовые сдвиги между колебаниями в опорной точке и колебаниями в остальных точках.

Оболочка изготовлена из стали 10. Параметры оболочки принимались следующими:

$$E = 2,06 \times 10^{11} \text{ Па}; \quad \rho = 7,856 \times 10^3 \text{ кг/м}^3; \quad a = 0,2 \text{ м};$$

$$b = 0,24 \text{ м}; \quad \mu = 0,3, \quad h = 3 \times 10^{-3} \text{ м}; \quad R = 0,26 \text{ м},$$

где E, μ – модуль Юнга, коэффициент Пуассона; ρ – плотность материала оболочки; R, h – радиус кривизны и толщина оболочки; b, a – длина и ширина оболочки.

3 Постановка задачи и основные уравнения.

Исследуем свободные линейные колебания консольной цилиндрической панели (см. рис. 1). Для этого свяжем с оболочкой криволинейную систему координат (x, θ, z) . Ось x направим вдоль образующей оболочки перпендикулярно ее заделки; ось θ направлена в окружном направлении оболочки; ось z перпендикулярна срединной поверхности оболочки. Проекция перемещений точек срединной поверхности на оси (x, θ, z) обозначим через $u(x, \theta, z)$, $v(x, \theta, z)$, $w(x, \theta, z)$. Так как оболочка тонкая, то сдвигом и инерцией вращения можно пренебречь. Элементы тензоров напряжений и деформаций удовлетворяют закону Гука. Так как рассматриваются линейные колебания, то деформации и перемещения связаны между собой соотношениями Коши:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{w}{R}; & \varepsilon_{22} &= \frac{\partial v}{\partial x}; & \varepsilon_{12} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial \theta}; \\ k_1 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2}; & k_2 &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; & k_3 &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial \theta \partial x}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}$ – элементы тензора деформаций срединной поверхности оболочки; k_1, k_2, k_3 – изменения кривизны срединной поверхности. Потенциальная энергия оболочки принимает следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{Eh}{2(1-\mu^2)} \int_0^a \int_0^b \left\{ \varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + 2\mu\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \frac{1-\mu}{2} \varepsilon_{12}^2 \right\} d\theta dx + \\ &+ \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ k_1^2 + k_2^2 + 2\mu k_1 k_2 + \frac{1-\mu}{2} k_3^2 \right\} d\theta dx + \\ &+ \frac{D}{R} \int_0^a \int_0^b \left\{ \varepsilon_{11} k_1 + \varepsilon_{22} k_2 + \mu \varepsilon_{11} k_2 + \mu \varepsilon_{22} k_1 + \frac{1-\mu}{2} \varepsilon_{12} k_3 \right\} d\theta dx, \end{aligned} \quad (2)$$

где $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$; h – толщина оболочки; E, μ – модуль Юнга и коэффициент Пуассона; b, a – длины сторон пологой оболочки. Кинетическая энергия оболочки имеет следующий вид:

$$T = \frac{\rho h}{2} \int_0^a \int_0^b (\dot{w}^2 + \dot{u}^2 + \dot{v}^2) d\theta dx, \quad (3)$$

где ρ – плотность материала оболочки.

Для расчета собственных частот и форм колебаний воспользуемся методом Релея-Ритца. При использовании этого метода приходится удовлетворять только геометрическим граничным условиям. Естественные граничные условия можно не рассматривать. Геометрические граничные условия на защемленной стороне оболочки принимают следующий вид:

$$w|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x}|_{x=0} = 0; \quad u|_{x=0} = 0; \quad v|_{x=0} = 0. \quad (4)$$

4 Анализ линейных колебаний. Колебания оболочки представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} u &= U(x, \theta) \cos(\omega t); \\ v &= V(x, \theta) \cos(\omega t); \\ w &= W(x, \theta) \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (5)$$

где $U(x, \theta), V(x, \theta), W(x, \theta)$ – функции, подлежащие определению. Тогда кинетическую и потенциальную энергию оболочки можно представить так:

$$\begin{aligned} T &= \omega^2 \tilde{T} \sin^2(\omega t); \\ \Pi &= \tilde{\Pi} \cos^2(\omega t). \end{aligned} \quad (6)$$

Формы колебаний оболочки разложим по базисным функциям так:

$$\begin{aligned} W(x, \theta) &= \sum_{k=1}^{N_1} A_k w_k(x, \theta); \\ U(x, \theta) &= \sum_{k=1}^{N_2} A_{k+N_1} u_k(x, \theta); \\ V(x, \theta) &= \sum_{k=1}^{N_3} A_{k+N_1+N_2} v_k(x, \theta), \end{aligned} \quad (7)$$

где $w_k(x, \theta), u_k(x, \theta), v_k(x, \theta)$ – базисные функции, удовлетворяющие геометрическим граничным условиям; $A_1, \dots, A_{N_*}$ – подлежащие расчету константы; $N_* = N_1 + N_2 + N_3$. В качестве базисных функций используются В-сплайны [5, 6]. Для объяснения вида

В-сплайна, собственные формы колебаний представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} W(x, \theta) &= \sum_{k_1=1}^{M_1+3} \sum_{k_2=1}^{M_2+3} a_{k_1 k_2}^{(w)} \bar{w}_{k_1 k_2}(x, \theta); \\ U(x, \theta) &= \sum_{k_1=1}^{M_1+3} \sum_{k_2=1}^{M_2+3} a_{k_1 k_2}^{(u)} \bar{u}_{k_1 k_2}(x, \theta); \\ V(x, \theta) &= \sum_{k_1=1}^{M_1+3} \sum_{k_2=1}^{M_2+3} a_{k_1 k_2}^{(v)} \bar{v}_{k_1 k_2}(x, \theta), \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{w}_{k_1 k_2}(x, \theta) &= x^2 B_3 \left(\frac{M_1 \theta}{a} + k_1 - 2 \right) B_3 \left(\frac{M_2 x}{b} + k_2 - 2 \right); \\ \bar{u}_{k_1 k_2}(x, \theta) &= \bar{v}_{k_1 k_2}(x, \theta) = x B_3 \left(\frac{M_1 \theta}{a} + k_1 - 2 \right) B_3 \left(\frac{M_2 x}{b} + k_2 - 2 \right); \\ B_3(\phi) &= \begin{cases} 0; & -\infty < \phi \leq -2; \\ 0,25(\phi+2)^3; & -2 < \phi \leq -1; \\ -0,75\phi^3 - 1,5\phi^2 + 1; & -1 < \phi \leq 0; \\ 0,75\phi^3 - 1,5\phi^2 + 1; & 0 < \phi \leq 1; \\ -0,25\phi^3 + 1,5\phi^2 - 3\phi + 2; & 1 < \phi \leq 2; \\ 0; & 2 < \phi < \infty; \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

$M_1 + 3$ – число сплайнов в направлении θ ; $M_2 + 3$ – число сплайнов в направлении x ; $B_3(\phi)$ – сплайн Шенберга третьего порядка. Неизвестные параметры разложения (8) представим в следующем виде:

$$\mathbf{a} = (a_{1,1}^{(w)}, \dots, a_{M_1+3, M_2+3}^{(w)}, a_{1,1}^{(u)}, \dots, a_{1,1}^{(v)}, \dots) = (a_1, \dots, a_{N_*}).$$

Для исследования линейных колебаний оболочки воспользуемся следующим функционалом, в который введем разложение (8):

$$\int_0^{2\pi/\omega} (\Pi - T) dt = \frac{\pi}{\omega} [\tilde{\Pi}(a_1, \dots, a_{N_*}) - \omega^2 \tilde{T}(a_1, \dots, a_{N_*})]. \quad (10)$$

Колебания системы соответствуют минимуму функционала (10), который удовлетворяет соотношениям:

$$\frac{\partial}{\partial a_j} (\tilde{\Pi} - \omega^2 \tilde{T}) = 0; \quad j = 1, \dots, N_*. \quad (11)$$

Из (11) следует проблема собственных значений:

$$(K - \omega^2 M) \mathbf{A}^T = 0, \quad (12)$$

где K, M – матрицы масс и жесткости.

5 Численный анализ колебаний. Для исследования колебаний полой оболочки воспользуемся методом Релея-Ритца. Рассмотрим сходимость собственных частот. Для этого произведем расчеты для разного числа функций в разложении (7) и сравним полученные результаты. Результаты анализа собственных частот представлены в табл. 1 в Гц. В первой строке таблицы показано число слагаемых в разложении (7), при которых производились расчеты собственных частот. В таблице 1 представлены первые десять собственных частот. Номера этих собственных частот показаны в первом столбце таблицы. Во втором, третьем и четвертом столбцах таблицы показаны собственные частоты при $N_1 = N_2 = N_3 = 5$; $N_1 = N_2 = N_3 = 7$ и $N_1 = N_2 = N_3 = 8$, соответственно. Результаты расчетов, полученные с помощью программного комплекса ANSYS, представлены в пятом столбце таблицы. Итак, при $N_1 = N_2 = N_3 = 8$ наблюдается сходимость полученных результатов, то есть результаты полученные методом Релея-Ритца и с помощью ANSYS близки. В шестом столбце таблицы представлены первые пять собственных частот, полученных экспериментально. В седьмом столбце таблицы представлена относительная разница собственных частот δ , полученных экспериментально и с помощью программного комплекса ANSYS. Относительная разница собственных частот δ находится в рамках допустимых значений.

Таблица 1 – Собственные частоты колебаний оболочки

	$N_1 = N_2 = N_3 = 5$	$N_1 = N_2 = N_3 = 7$	$N_1 = N_2 = N_3 = 8$	ANSYS	Эксперимент	δ
ω_1	154,76	152,83	152,76	152,38	140,00	0,08
ω_2	246,47	242,67	242,56	246,49	231,00	0,06
ω_3	528,60	499,24	498,82	487,61	445,00	0,09
ω_4	624,48	602,42	600,93	600,76	545,00	0,1
ω_5	750,96	719,35	718,80	714,15	714,00	$2,1 \cdot 10^{-4}$
ω_6	1345,94	1209,47	1178,90	1153,30		
ω_7	1386,65	1298,25	1287,23	1281,90		
ω_8	1457,81	1303,60	1303,03	1295,60		
ω_9	1728,89	1429,28	1428,60	1419,80		
ω_{10}	2047,07	1659,62	1616,69	1584,30		

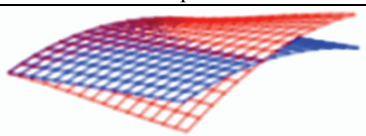
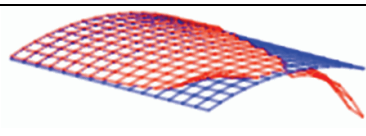
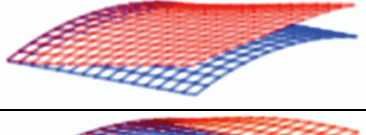
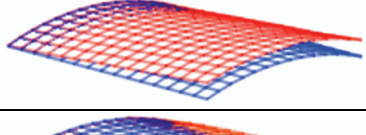
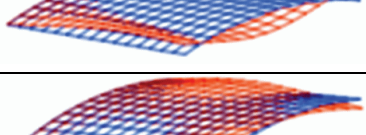
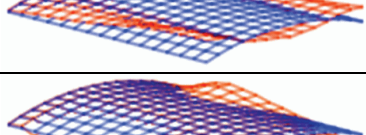
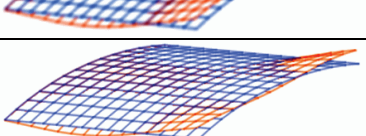
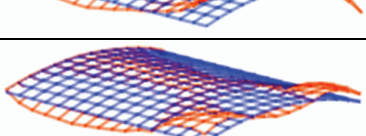
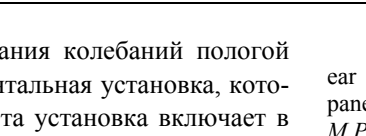
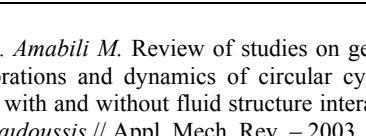
Как следует из табл. 1, рассматриваемая оболочка чрезвычайно богата внутренними резонансами:

$$\begin{aligned} 3\omega_1/\omega_3 &= 0,91; \quad 2\omega_2/\omega_3 = 0,97; \quad 3\omega_2/\omega_5 = 1,01; \\ 2\omega_4/\omega_6 &= 1,01; \quad 2\omega_4/\omega_7 = 0,93; \quad 2\omega_5/\omega_9 = 1,006; \\ \omega_6/\omega_7 &= 0,91; \quad \omega_7/\omega_8 = 0,98; \quad \omega_8/\omega_9 = 0,91. \end{aligned} \quad (13)$$

Существование внутренних резонансов существенно влияет на нелинейное деформирование конструкции.

Собственные формы колебаний оболочки представлены в табл. 2. В первом столбце таблицы представлены номера собственных частот, которым соответствуют собственные формы, показанные во втором столбце таблицы. В третьем столбце таблицы представлены собственные формы, полученные экспериментально. Расчетные и экспериментальные собственные формы близки.

Таблиця 2 – Собственные формы колебаний оболочки

№ частоты	Результаты численного моделирования	Результаты экспериментального анализа
1		
2		
3		
4		
5		

Выводы. Для исследования колебаний пологой оболочки создана экспериментальная установка, которая описана в этой статье. Эта установка включает в себя исследуемую конструкцию и вибростенд. Предложена методика экспериментальных исследований пологих оболочек. Для численного моделирования колебаний пологой оболочки использован метод Релея-Ритца. Для аппроксимации колебаний конструкций чрезвычайно эффективно использовать разложения по В-сплайнам. Полученные численно собственные частоты сравнивались с данными, рассчитанными с помощью программного комплекса ANSYS. Собственные частоты и собственные формы колебаний, полученные численно и экспериментально, близки. Пологая оболочка чрезвычайно богата внутренними резонансами, которые существенно влияют на нелинейные колебания конструкции.

Литература:

1. Amabili M. Nonlinear vibrations and stability of shells and plates / M. Amabili. – Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
2. Аврамов К.В. Нелинейная динамика упругих систем. Т.1. Подходы, методы, явления. 2-е изд. перераб. и доп. / К.В. Аврамов, Ю.В. Михлин. – М.: Институт компьютерных исследований, 2015. – 716 с.
3. Аврамов К.В. Нелинейная динамика упругих систем. Т. 2. Приложения. / К.В. Аврамов, Ю.В. Михлин. – М.: Институт компьютерных исследований, 2015. – 700 с.

4. Amabili M. Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid structure interaction / M. Amabili, M.P. Paidoussis // Appl. Mech. Rev. – 2003. – P. 349-381.

5. Awrejcewicz J. Investigation of the stress-strain state of the laminated shallow shells by R-functions method combined with spline-approximation. ZAMM / J. Awrejcewicz, L. Kurpa, A. Osetrov. – J. of Appl. Math. and Mech. – 2001. – P. 458-467.

6. Hollig K. Weighted extended B-spline approximation of Dirichlet problems / K. Hollig, U. Reif, J. Wipper // SIAM J. on Num. Anal. – 2001. – P. 442-462.

References (transliterated):

1. Amabili M. Nonlinear vibrations and stability of shells and plates. Cambridge University Press, Cambridge, 2008
2. Avramov K.V., Mihlin U.V. Nelinejnaya dinamika uprugih system. Vol. 1. Podhodi, metodi, yavleniya. 2-e izdanie pererbotanoy i dopolnenoye. Moscow: Institute komputerih issledovaniy, 2015. 716 p.
3. Avramov K.V., Mihlin U.V. Nelinejnaya dinamika uprugih system. Vol. 2. Applications. Moscow: Institute komputerih issledovaniy, 2015. 700 p.
4. Amabili M, Paidoussis M.P. Review of studies on geometrically nonlinear vibrations and dynamics of circular cylindrical shells and panels, with and without fluid structure interaction. Appl. Mech. Rev. 2003. PP. 349-381.
5. Awrejcewicz J., Kurpa L., Osetrov A. Investigation of the stress-strain state of the laminated shallow shells by R-functions method combined with spline-approximation. ZAMM. J. of Appl. Math. and Mech. 2001. PP. 458-467.
6. Hollig K., Reif U., Wipper J. Weighted extended B-spline approximation of Dirichlet problems. SIAM J. on Num. Anal. 2001. PP. 442-462.

Поступила (received) 17.10.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Про коливання осцилятора з кубічно-нелінійною жорсткістю Експериментальний і чисельний аналіз вільних коливань пологої оболонки / К.Ф. Чешко, К.В. Аврамов, О.Ф. Поліщук // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 81-85. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

Експериментальний і чисельний аналіз свободних коливань пологої оболонки / К.Ф. Чешко, К.В. Аврамов, О.Ф. Поліщук // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2017. – № 40 (1262). – С. 81-85. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2078-9130.

Experimental and numerical analysis of free shallow shell oscillations / K.F. Cheshko, K.V. Avramov, O.F. Polischuk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 40 (1262). – P. 81-85. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Чешко Ксенія Федорівна – аспірант, ІПМаш НАН України; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

Чешко Ксения Федоровна – аспирант, ИПМаш НАН Украины; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

Cheshko Kseniya Fedorivna, PHD student, IPMach NAS of Ukraine ; e-mail: cheshko.ks@gmail.com

Аврамов Костянтин Віталійович – доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник, ІПМаш НАН України, тел.: (068) 605-74-21, e-mail: kvavr@kharkov.ua

Аврамов Константин Витальевич – доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник ИПМаш НАН Украины, тел.: (068) 605-74-21, e-mail: kvavr@kharkov.ua

Avramov Konstantin Vitalievich – Doctor of Technical Sciences, Professor, Leading Researcher, IPMach NAS of Ukraine, tel.: (068) 605-74-21, e-mail: kvavr@kharkov.ua

Поліщук Олег Федорович – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, ІПМаш НАН України, e-mail: PolischukOleg@nas.gov.ua

Полищук Олег Федорович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник ИПМаш НАН Украины, e-mail: PolischukOleg@nas.gov.ua

Polischuk Oleg Fedorovich – Candidate of Technical Sciences, Senior Research Officer, IPMach NAS of Ukraine, e-mail: PolischukOleg@nas.gov.ua

ЗМІСТ

Альтенбах Х. Лавінський Д.В. Науменко К.В. Контактне деформування складеного індуктора із допоміжним екраном при дії електромагнітного поля	5
Андрєєв А.Г., Щепкін О.В. Оцінка міцності і придатності для використання з'єднань з натягом з геометричними аномаліями	10
Бреславський Д.В., Татарінова О.А., Чешко К.Ф. Застосування методу зважених відхилів для визначення розподілу температур та деформацій радіаційної повзучості в пластинах	15
Грищенко В.М. Алгоритм розрахунку та аналіз силового навантаження моделі ножичного підйомника на різних стадіях підйому	19
Дудник Є.В., Львов Г. І. Спеціалізована система автоматизованого проектування та аналізу міцності ремонтних з'єднань трубопроводу	26
Ловська А.О., Бажура В.О., Пірєєв О.М. Удосконалення несучої конструкції кузова універсального напіввагону для забезпечення його міцності при маневрових співударяннях	32
Львов І.Г. Оптиміальне проектування композитних бандажів для ремонту трубопроводів	37
Мартиненко Г.Ю., Марусенко О.М. Особливості моделювання роторної динаміки за допомогою методу скінченних елементів з урахуванням взаємної дії демпфуючих властивостей конструктивних елементів турбомашин	43
Місюра С.Ю., Шупіков О.М. Дослідження напружено деформованого стану, коливань та оптимальне проектування несучих конструкцій гідротурбін	49
Назаренко С.А. Анализ чувствительности характеристик поворотно-симметричных много-компонентных конструкций к варьированию параметров	54
Ольшанський В.П., Ольшанський С.В. Вільні коливання осцилятора з синусоїдальною силовою характеристикою	58
Ольшанський В.П., Ольшанський С.В. Про коефіцієнт динамічності нелінійного осцилятора	63
Погребняк С.В., Водка О.О. Особливості обробки результатів експерименту за допомогою штучної нейронної мережі	67
Равлюк В.Г. Щодо визначення силових перетворень при клиноподібномузносі гальмівних колодок вантажних вагонів	75
Чешко К.Ф., Полищук О.Ф., Аврамов К.В. Экспериментальный и численный анализ свободных колебаний пологой оболочки	81

ЗМІСТ

Altenbach H., Lavinsky D., Naumenko K. Contact deformation of the compound coil with an assistant screen under the action of electromagnetic field	5
Andreev A.G., Schepkin O. Estimation of durability and fitness for use of connections with a heavy-shrink fitting with geometrical abnormalities	10
Breslavsky D.V., Tatarinova O.A., Cheshko K.F. Application of the method of weighted residuals for determining the distribution of temperatures and radiation creep strains in plates	15
Grischenko V.N. Algorithm of calculation and analysis of power lading of model of scissors lift on the different stages of getting up	19
Dudnik E.V., Lvov G.I. Specialized system of automated designing and strength analysis of pipeline repair connections	26
Lovska A.O., Bazhura V.O., Pireev O.M. Improvement of the support structure of universal open wagons bodies for providing their capacity in shunting impacts	32
Lvov I.G. Optimal design of composite repair systems of transmission pipelines	37
Martynenko G.Yu., Marusenko O.M. Features of modeling of rotor dynamics with the help of the finite element method taking into account the mutual effect of damping properties of structural elements of turbomachinery	43
Misiura S.Y., Shupikov A.N. Investigation of stress-strain state, vibrations and optimal design of hydroturbine cover	49
Nazarenko S.A. Analysis of the sensitivity of the characteristics of rotationally symmetric multicomponent structures to the variation of parameters	54
Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. Free oscillation oscillator with sinusoidal power characteristic	58
Olshanskiy V.P., Olshanskiy S.V. The coefficient of dynamism of a nonlinear oscillator	63
Pogrebnyak S., Vodka O. Features of processing of experiment results with the use of an artificial neural network	67
Ravluk V.G. On the issue of determination of the force transformations under wedge-shaped wear of the brake shoes of freight cars	75
Cheshko K.F., Avramov K.V., Polischuk O.F. Experimental and numerical analysis of free shallow shell oscillations	81

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Збірник наукових праць

Серія:
Динаміка і міцність машин

№ 40 (1262) 2017

Науковий редактор: д-р техн. наук, проф. О. К. Морачковський
Технічний редактор: О. В. Щепкін
Відповідальний за випуск: канд. техн. наук Г. Б. Обухова

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2,
НТУ «ХПІ». Каф. ДММ
Тел. (057) 707-68-79. E-mail: andreev@kpi.kharkov.ua

Обл.-вид № 60-17.

Підп. до друку 27.11.2017 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 9,95. Облік.-вид. арк. 10,00.
Тираж 300 пр. 1-й завод 1-100. Зам. № 23. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта видавничої
справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.

61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Цифрова друкарня «Зебра»

Свідоцтво про Державну реєстрацію 24800000000115022 від 01.01.2011 р.

Адреса: 61002, м. Харків, вул. Чернишевська, 28-А
