# МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"

# ВІСНИК

# НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"

Серія: Машинознавство та САПР

**№** 12 (1234)

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків НТУ "ХПІ", 2017 **Вісник Національного технічного університету "ХПІ"**. Збірник наукових праць. Серія: Машинознавство та САПР. – X. : НТУ "ХПІ". – 2017. – № 12 (1234). – 146 с.

# Державне видання

Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Мова статей – українська, російська, англійська.

Вісник Національного технічного університету "ХПІ" внесено до "Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук", затвердженого рішенням Атестаційної колегії МОН України щодо діяльності спеціалізованих вчених рад, від 15 грудня 2015 р. Наказ № 1328 (додаток 8) від 21.12.2015 р.

У збірнику представлені результати досліджень кінематики, динаміки, напруженодеформованого стану елементів сучасних машин, а також методи, моделі та системи їх автоматизованого проектування.

Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів

# Координаційна рада:

- Л. Л. Товажнянський, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України, проф. (голова);
- К. О. Горбунов, канд. техн. наук, доц. (секретар);
- А. П. Марченко, д-р техн. наук, проф.; Є. І. Сокол, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;
- Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.; А. В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;
- Ф. Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.; М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;
- А. І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.; В. Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;
- В. Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;
- В. В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;
- П. О. Качанов, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Клепіков, д-р техн. наук, проф.;
- С. І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.; В. І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;
- Г. В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.; О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.;
- В. І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.; П. Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.;
- В. А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.; М. І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.;
- В. Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.; Г. М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;
- М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

# Редакційна колегія серії:

Відповідальний редактор: М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

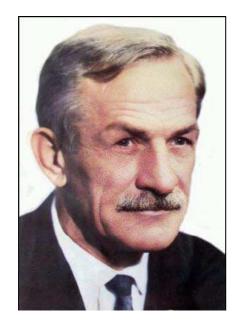
Відповідальний секретар Г. В. Ткачук, канд. техн. наук. с.н.с.

Члени редколегії: К. Б. Арнаудов, д-р техн. наук, проф.;

- М. Бошанскі, д-р філософії, проф.; А. В. Грабовський, канд. техн. наук, с.н.с.;
- Г. М. Жолткевич, д-р техн. наук, проф.; А. О. Зарубіна, канд. техн. наук, доц.;
- Г. І. Львов, д-р техн. наук, проф.; В. О. Малащенко, д-р техн. наук, проф.;
- Х. С. Огли Самідов, д-р техн. наук, проф.; В. Є. Старжинський, д-р техн. наук, с.н.с.;
- А. Д. Чепурний, д-р техн. наук, проф.

Вісник Національного технічного університету "ХПІ", серія " Машинознавство та САПР", індексується в наукометричних базах WorldCat і Google Scholar і включений у довідник періодичних видань бази даних Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA).

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ "ХПІ". Протокол № 3 від 24 березня 2017 р.



# До 110-річчя від дня народження С.М. Кожевникова

Відомий вчений в області механіки і теорії механізмів, член-кореспондент Академії наук УРСР (1951 р.), професор (1942 р.). Заслужений діяч науки УРСР (1976 р.). Лауреат Державної премії СРСР (1968 р.) — за участь у створенні і широкому впровадженні в промисловість гами високопродуктивних універсальних станів прокатування труб з комплексом нових механізмів.

Сергій Миколайович Кожевников народився 23 вересня 1906 року у м. Катеринослав (нині м. Дніпро) у сім'ї робітника – токаря металургійного комбінату. У 1922 р. він закінчив Катеринославську класичну гімназію.

У 1922–1925 рр. Кожевников був учнем слюсаря фабрично-заводського училища при Дніпропетровському металургійному заводі, а коли закінчив навчання в училищі, вступив на підготовче, згодом – на фізико-технічне відділення на механіко-математичну спеціальність Московського

індустріально-педагогічного інституту, який закінчив у 1930 р.

3 1930 до 1934 рр. С.М. Кожевников – аспірант кафедри технічної механіки, працював асистентом та очолював лабораторію кафедри деталей машин та опору матеріалів цього ж інституту. Пізніше (1934–1943 рр.) він викладав у Московському авіаційному інституті, з 1942 р. – завідувач кафедри.

У 1937 р. С.М. Кожевников отримав науковий ступінь кандидата технічних наук за сукупністю робіт в області динаміки металорізальних верстатів; у 1940 р. захистив докторську дисертацію в Московському вищому технічному училищі (МВТУ) ім. Баумана на тему: "Динаміка нестаціонарних процесів у машинах". У 1944—1960 рр. він завідував кафедрою теорії механізмів Дніпропетровського металургійного інституту, у 1960—1962 рр. — відділом Інституту чорної металургії АН УРСР.

3 1962 до 1968 рр. С.М. Кожевников очолював кафедру теорії механізмів і машин і теоретичної механіки Київського інституту інженерів цивільної авіації, 1968–1971 рр. – завідував кафедрою опору матеріалів Української сільськогосподарської академії. Одночасно з 1970 до 1977 рр. він завідував сектором (потім відділом) теорії машин і механізмів Інституту геотехнічної механіки АН УРСР.

Протягом 1978–1988 рр. С.М. Кожевников працював в Інституті механіки АН України на посаді керівника відділу машин і механізмів. У 1983 р. як один із засновників Міжнародної федерації з теорії механізмів і машин (ІFTOMM) був обраний її почесним членом.

С.М. Кожевников заклав основи принципово нового наукового напряму – нестаціонарної динаміки машин із реальними фізичними властивостями ланок приводу (нелінійними характеристиками, пружністю) у гідравлічних, електричних та інших підсистемах. Вчений здійснив вагомий внесок у розвиток теорії структурного аналізу і синтезу механізмів, біомеханіку, експериментальні методи дослідження динаміки важких машин, кінематику та інші розділи механіки машин.

У 1949 р. вийшло перше видання підручника С.М. Кожевникова з теорії механізмів, який перевидавався чотири рази не тільки рідною, але й польською, чеською, угорською та китайською мовами. У 1950 р. уперше опубліковано довідник "Механізми", де описано понад 2500 механізмів.

Професор С.М. Кожевников був членом Вченої ради з теорії машин і робочих процесів АН СРСР. Основні його праці стосуються проблеми механізації й автоматизації металургійного виробництва, динаміки перехідних процесів у машинах, синтезу епіциклічних передач, кулачкових і просторових механізмів; створив методику розрахунку перехідних процесів у пневматичних і гідравлічних системах важких машин.

С.М. Кожевников нагороджений двома орденами Трудового Червоного Прапора (1949,

1953 рр.), Почесною грамотою Президії Верховної ради УРСР (1986 р.). Ним підготовлено 80 кандидатів і сім докторів наук; опубліковано понад 550 наукових праць, у тому числі 14 монографій.

Керівник Дніпропетровської та Київської філій Всесоюзного семінару з теорії механізмів і машин, мав 85 авторських свідоцтв на винаходи, 20 іноземних патентів.

С.М. Кожевников підтримував ділові та дружні стосунки з науковцями Харківського політехнічного інституту. Згідно даних Інституту архівознавства Національної бібліотеки України ім. В.І. Вернадського, він листувався з відомими вченими ХПІ: О.А. Грунауером, Я.Л. Геронімусом, Л. І. Штейнвольфом та інш.

С.М. Кожевников був членом редакційної колегії республіканського міжвідомчого науково – технічного збірника "Динаміка та міцність машин". Заслужений діяч науки і техніки, членкореспондент Національної академії наук України О. М. Боголюбов, який був випускником та викладачем з теорії машин і механізмів нашого інституту, написав зі співавторами книгу "Сергей Николаевич Кожевников. 1906-1988" (Москва: Наука, 1998. – 236 с.).

УДК 629.11.032+519.863

О. В. БОНДАРЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, О. В. УСТИНЕНКО

# ОПТИМІЗАЦІЯ ТРАНСМІСІЇ ГУСЕНИЧНОГО ТРАНСПОРТЕРА-ТЯГАЧА МТ-ЛБ ЗА МАСОЮ: ЦІЛЬОВА ФУНКЦІЯ, ЗМІННІ ПРОЕКТУВАННЯ ТА ОБМЕЖЕННЯ

Розв'язання задачі оптимізації трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ  $\varepsilon$  перспективним напрямком досліджень, тому що дозволяє поліпшити масові характеристики машини, забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації машини. Побудовано цільову функцію оптимізації за масою, яка досить коректно моделює трансмісію. Визначені змінні проєктування, у якості яких обрані основні геометричні параметри зачеплень: модулі m, числа зубців  $z_1$ ,  $z_2$  та кути нахилів зубців  $\beta$ . Також обчислено розмірність задачі. Побудовано систему обмежень, що накладаються на змінні проєктування. Вони дозволяють раціонально окреслити простір пошуку та повністю характеризують усі зв'язки геометрії, конструкції, міцності та інших показників трансмісії. У подальших дослідженнях планується обрання методів розв'язання задачі оптимізації, побудова прикладних методик і алгоритмів, виконання тестових і перевірочних розрахунків щодо підтвердження та оцінки отриманих теоретичних результатів.

**Ключові слова:** оптимізація, багатоцільовий транспортер-тягач МТ-ЛБ, трансмісія, цільова функція, змінні проектування, обмеження змінних проектування

Решение задачи оптимизации трансмиссии легкого многоцелевого гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ является перспективным направлением исследований, так как позволяет улучшить массовые характеристики машины, обеспечить нагрузочную способность и долговечность трансмиссии при модернизации машины. Построена целевая функция оптимизации по массе, которая достаточно корректно моделирует трансмиссию. Определены переменные проектирования, в качестве которых выбраны основные геометрические параметры зацеплений: модули m, числа зубьев  $z_1$ ,  $z_2$  и углы наклона зубьев  $\beta$ . Также определена размерность задачи. Построена система ограничений, налагаемых на переменные проектирования. Они позволяют рационально определить пространство поиска и полностью характеризуют все связи геометрии, конструкции, прочности и других показателей трансмиссии. В дальнейших исследованиях планируется избрание методов решения задачи оптимизации, построение прикладных методик и алгоритмов, выполнение тестовых и проверочных расчетов для подтверждения и оценки полученных теоретических результатов.

*Ключевые слова:* оптимизация, многоцелевой транспортер-тягач МТ-ЛБ, трансмиссия, целевая функция, переменные проектирования, ограничения переменных проектирования

Solving the problem of optimizing for transmission of light multipurpose tracked load-carrier/prime mover MT-LB is a perspective area of research because it improves the mass characteristics of the machine, to ensure the load capacity and durability of transmission at upgrading the machine. Optimization objective function by weight was built, which is quite correct transmission models. It takes into account the geometry, dimensions, weight and strength properties of the main parts and aggregates. Variables planning are defined, which selected as basic geometric parameters of gearings: module m, number of teeth  $z_1$ ,  $z_2$  and helix angles  $\beta$ . Also the dimension of the problem calculate. The system of limits imposed on the variable planning are imposed. They allow you to efficiently define search space and fully characterize all communications of geometry, structure, strength and other indicators of transmission. In further studies planned election methods for solving the optimization problem, the construction of the applied methods and algorithms, performance testing and verification calculations for verification and evaluation of the theoretical results.

**Keywords:** optimizing, multipurpose load-carrier/prime mover MT-LB, transmission, objective function, variables planning, limits of the variables planning

#### Актуальність задачі

Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги до масогабаритних характеристик машин. Безумовно, на масу машини у цілому суттєво впливає маса її окремих агрегатів, таких як трансмісія. Отже, максимально можливе зниження маси останньої є актуальною науково-технічною задачею.

Одним з перспективних шляхів в цьому напрямку  $\epsilon$  розв'язання задачі оптимального проектування трансмісій [1] за критерієм мінімальної маси. Ця задача виника $\epsilon$  у двох випадках:

- 1. Створення нової машин та, відповідно, нової трансмісії. В цьому випадку оптимальне проектування обмежується технічними та технологічними можливостями виробництва та вимогами до трансмісії.
- 2. Модернізація існуючої машини, наприклад, при заміні двигуна на більш потужний, підвищенні маси та (або) максимальної швидкості та ін. В цьому випадку оптимальне проектування додатково обмежується існуючими габаритами моторно-трансмісійного відділення (МТВ) машини.

На теперішній час для військової гусеничної та колісної техніки Збройних сил України особливо актуальна саме задача модернізації. Це пов'язано з високою собівартістю виробництва нової техніки (модернізація існуючої в рази дешевше) та довготривалим

виробничим циклом [2]. А теперішня ситуація на сході України, викликана російською агресію, потребує поставки до військ у найкоротший термін бронетанкової техніки, що відповідає найсучаснішим вимогам.

#### Постановка задачі

Одна із найбільш поширених в Україні та в інших країнах військових гусеничних машин – легкий багатоцільовий гусеничний транспортер-тягач МТ-ЛБ. Він був прийнятий на озброєння ще у 1964 р. та випущений (Харківським тракторним заводом, у Польщі та Болгарії) у кількості приблизно 9600 машин, з яких орієнтовно 7500 на теперішній час ще знаходяться у експлуатації [3]. Сьогодні він вже не відповідає сучасним тактико-технічним характеристикам з точки зору потужності двигуна та середніх швидкостей руху. У зв'язку з цим за останні роки запропоновано багато варіантів його модернізації, більшість з яких полягає в заміні двигуна на більш потужний. При цьому виникає проблема перевантаження інших агрегатів, насамперед трансмісії. Просте підвищення її навантажувальної здатності шляхом збільшення габаритів практично неможливе, що пов'язано з вищезгаданими обмеженнями габаритів МТВ.

Вихід із цієї ситуації полягає в оптимальному за

© Бондаренко О.В., Клочков І.Є., Устиненко О.В., 2017

масою проектуванні нової трансмісії при забезпеченні її навантажувальної здатності, довговічності та вимоги розміщення в існуюче МТВ.

Аналогічна задача розв'язувалась у роботах [4-7] для трансмісій та коробок передач автомобілів. Особливо слід відмітити підхід, що розроблено у роботах [4, 5 та ін.], який полягає у розв'язанні задачі оптимально-раціонального проектування співвісного механічного приводу на прикладі тривальної коробки передач автомобіля.

Отже, *метою роботи*  $\epsilon$  розв'язання задачі оптимізації трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою.

## Послідовність розв'язання задачі

Як відомо [8], розв'язання будь-якої задачі оптимізації складається з наступних етапів:

- 1. Постановка оптимізаційної задачі, яка складається з побудови цільової функції, визначення змінних проектування та формування системи обмежень.
- 2. Обрання чи розробка методів розв'язання задачі оптимізації.

- 3. Побудова методик і алгоритмів розв'язання задачі.
- 4. Виконання тестових і перевірочних розрахунків щодо підтвердження та оцінки отриманих теоретичних результатів.

Таким чином, *метою цієї статі* буде етап 1, а саме, постановка вищезгаданої оптимізаційної задачі.

# Конструкція та геометро-кінематичні особливості трансмісії МТ-ЛБ

Кінематична схема трансмісії наведена на рисунку 1 [9]. Конструктивно трансмісію поділено на механізм передач та повороту (МПП), зупиночні гальма та бортові передачі. Але умовно усю трансмісію можна поділити на наступні структурні частини:

- головна передача (ГП);
- коробка передач (КП);
- додатковий редуктор (ДР);
- фрикціон ( $\Phi$ ) та гальмо ( $\Gamma$ ) МПП;
- сумуючий планетарний ряд (СПР);
- зупиночне гальмо (ЗГ);
- бортова передача (БП).

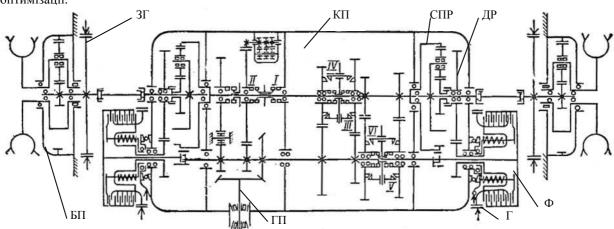


Рисунок I — Кінематична схема трансмісії транспортера-тягача МТ-ЛБ:  $\Gamma\Pi$  — головна передача; К $\Pi$  — коробка передач; ДP — додатковий редуктор;  $\Phi$  — фрикціон М $\Pi\Pi$ ;  $\Gamma$  — гальмо М $\Pi\Pi$ ; С $\Pi P$  — сумуючий планетарний ряд;  $3\Gamma$  — зупиночне гальмо; Б $\Pi$  — бортова передача

# Побудова цільової функції

Критерій оптимальності для нашої задачі сформулюється досить просто: маса трансмісії повинна приймати мінімально можливе значення при виконанні усіх обмежень. Тоді запишемо цільову функцію у наступному вигляді:

$$F_M = \sum M \to \min, \tag{1}$$

де  $\sum M$  – сумарна маса усіх основних елементів трансмісії.

Сумарна маса трансмісії складається насамперед з мас зубчастих коліс, валів, водил планетарних передач, підшипників, синхронізаторів, фрикціонів, гальм, картерів та їхніх кришок. Масами інших деталей будемо нехтувати. Тоді

$$\sum M = \sum_{i=1}^{2} M_{3K\Pi Ii} + M_{B\Pi I} + \sum_{i=1}^{n_{3K\Pi II}} M_{3K\Pi Ii} + \sum_{i=1}^{2} M_{3K\Pi Ii} + \sum_{i=1}^{2} M_{BK\Pi Ii} + \sum_{i=1}^{n_{CK\Pi}} M_{CK\Pi Ii} + 2\sum_{i=1}^{2} M_{3K\Pi Pi} + 2M_{B\Phi} + 2M_{\Phi\Gamma} + 2\sum_{i=1}^{n_{3K\Pi P}} M_{3K\Pi Pi} + \sum_{i=1}^{n_{B\Pi P}} M_{B\Pi Pi} + 2M_{BOJ\Pi P} + 2M_{KB} + 2M_{3\Gamma} + 2\sum_{i=1}^{n_{3KB\Pi}} M_{3KB\Pi Ii} + 2\sum_{i=1}^{n_{BB\Pi}} M_{BB\Pi Ii} + 2M_{BOJIII} + \sum_{i=1}^{n_{\Pi}} M_{\Pi Ii} + M_{KM\Pi II} + 2M_{KB\Pi},$$

$$(2)$$

де 
$$\sum_{i=1}^{2} M_{3K\Gamma\Pi i}$$
 — сумарна маса зубчастих коліс ГП;

 $M_{\rm B\Gamma\Pi}$  – маса вхідного валу ГП;

$$\sum_{i=1}^{n_{3 \text{K K}\Pi}} M_{3 \text{K K}\Pi i}$$
 — сумарна маса зубчастих коліс КП,

 $n_{3\text{ККП}}$  – кількість зубчастих коліс КП ( $n_{3\text{ККП}} = 2k+1$ , де k – кількість передач переднього та заднього ходу, а одиниця враховує паразитну шестерню заднього ходу);

$$\sum_{i=1}^{2} M_{\text{ВКП}i} - \text{сумарна маса валів КП};$$

 $n_{\text{СКП}}$  – кількість синхронізаторів;

$$2\sum_{i=1}^{2} M_{3KДРi}$$
 – сумарна маса зубчастих коліс ДР;

 $2M_{\,{
m B}\Phi}\,\,$  – сумарна маса валів фрикціонів МПП;

 $2M_{\Phi\Gamma}$  – сумарна маса фрикціонів та гальм МПП;

$$2\sum_{i=1}^{n_{
m 3K\,\Pi P}}\!\!M_{
m 3K\,\Pi P}{}_i$$
 — сумарна маса зубчастих коліс СПР,

 $n_{3 \text{КПР}}$  – кількість зубчастих коліс СПР;

$$2\sum_{i=1}^{n_{\mathrm{BIIP}}} M_{\mathrm{B\Pi P}i}$$
 – сумарна маса валів та осей СПР,  $n_{\mathrm{B\Pi P}}$  –

кількість валів та осей СПР;

 $2M_{\rm BOДПР}$  – сумарна маса водил СПР;

 $2M_{\rm KB}$  – сумарна маса карданних валів;

 $2M_{3\Gamma}$  – сумарна маса зупиночних гальм;

$$2\sum_{i=1}^{n_{
m 3K\,B\Pi}}\!\!M_{
m 3K\,B\Pi}i$$
 — сумарна маса зубчастих коліс БП,

 $n_{3KB\Pi}$  — кількість зубчастих коліс БП;

$$2\sum_{i=1}^{n_{\mathrm{B}\mathrm{B}\Pi}} M_{\,\mathrm{B}\,\mathrm{B}\Pi i}\,$$
 – сумарна маса валів та осей БП,  $n_{\mathrm{B}\Pi}$  – кі-

лькість валів та осей БП;

 $2M_{\rm ВОДБП}$  – сумарна маса водил БП;

$$\sum_{i=1}^{n_{\Pi}} M_{\Pi i}$$
 – сумарна маса підшипників трансмісії,

 $n_{\Pi}$  – кількість підшипників трансмісії;

 $M_{\rm КМПП}$  – маса картеру МПП;

 $2M_{KB\Pi}$  – сумарна маса картерів БП.

Маси зубчастих коліс будуть обчислюватись, безпосередньо виходячи із значень змінних проектування з урахуванням системи обмежень (дивись наступні розділи). Маси інших деталей та вузлів – виходячи із розрахунків на міцність, витривалість та (або) жорсткість у відповідності із навантаженням на них, яке будемо розраховувати для кожного набору змінних проектування.

### Визначення змінних проектування

Виділимо змінні проектування та визначимо розмірність задачі N. У якості змінних проектування аналогічно роботі [4] використаємо основні геометричні

параметри зачеплень, а саме, модулі зачеплень m, числа зубців  $z_1$ ,  $z_2$  та кути нахилів зубців  $\beta$  (тут і подалі індекс 1 означає ведуче, а індекс 2 — ведене колесо зубчастої пари). При цьому зробимо наступні зауваження.

- 1. Усі циліндричні колеса трансмісії МТ-ЛБ виконані прямозубими, але у процесі модернізації може виникнути потреба у суттєвому підвищенні її навантажувальної здатності за рахунок косозубого зачеплення КП та ДР (планетарні передачі розглядаємо тільки у прямозубому виконанні). Тому будемо враховувати  $\beta$  для КП та ДР при побудові цільової функції, але при основних розрахунках приймати  $\beta$ =0°.
- 2. На даному етапі приймемо, що зачеплення трансмісії виконуються із сумарним коефіцієнтом зміщення похідного контуру  $x_{\Sigma}=0$  (лише коли не вдається вписати усі зубчасті пари в задану міжосьову відстань, для окремих зачеплень будемо додатково приймати  $x_{\Sigma} \neq 0$ ). Це зменшить кількість змінних проектування та суттєво спростить розв'язання задачі.
- 3. Виключімо зі змінних проектування параметри зубчастих зачеплень заднього ходу, що теж дозволить скоротити розмірність задачі.
- 4. Також зменшити кількість параметрів проектування допоможе можливість обчислювати числа зубців ведених коліс КП через числа зубців ведучих коліс та наперед задані передавальні відношення трансмісії  $i_{T_i}$  [4].

Тоді маємо наступні змінні проектування:

- для ГП  $m_{n\Gamma\Pi}$ ;  $z_{\Gamma\Pi1}$ ;  $z_{\Gamma\Pi2}$ ;  $\beta_{m\Gamma\Pi}$ ;  $N_{\Gamma\Pi}=4$ ; для КП  $m_{K\Pi1},\dots,m_{K\Pi k-1}$ ;  $z_{K\Pi1,1},\dots,z_{K\Pi k-1,1}$ ;  $\beta_{K\Pi1},\dots,\beta_{K\Pi k-1}$ ;  $N_{K\Pi}=3(k-1)$ , де k-1 кількість передач на передньому ходу;
- для ДР  $m_{\text{ДР}}$ ,  $z_{\text{ДР1}}$ ,  $z_{\text{ДР2}}$ ,  $\beta_{\text{ДР}}$ ;  $N_{\text{ДР}} = 4$ ; для СПР  $m_{\text{СПР}}$ ;  $z_{\text{СПРe}}$ ;  $z_{\text{СПРe}}$ ;  $N_{\text{СПР}} = 3$ , де  $z_{\text{СПРe}}$  та  $z_{\text{СПРe}}$  числа зубців сонячної шестерні та епіциклу СПР;
- для БП  $m_{\rm БП}$ ;  $z_{\rm БПc}$ ;  $z_{\rm БПe}$ ;  $N_{\rm Б\Pi}=3$ , де  $z_{\rm БПc}$  та  $z_{\rm БПe}$  числа зубців сонячної шестерні та епіциклу БП.

Обчислимо сумарну кількість змінних проектування для трансмісії МТ-ЛБ, яка має 6 передач переднього ходу (k–1 = 6),

 $N = N_{\Gamma\Pi} + N_{K\Pi} + N_{ДР} + N_{СПР} + N_{Б\Pi} = 3(k-1) + 14 = 32.$ У випадку прямозубих зачеплень КП та ДР маємо:

$$N_{\text{KII}} = 2(k-1); \quad N_{\text{JIP}} = 3; \quad N = 2(k-1) + 13 = 25.$$

Розглянуті змінні проектування безпосередньо входять до цільової функції у вигляді формул для розрахунку маси зубчастих коліс. Наприклад, циліндричне зубчасте колесо будемо спрощено розглядати у вигляді суцільного диска, діаметр якого дорівнює ділильному діаметру. Тоді його маса

$$M_{3K} = \frac{\pi m^2 z^2 b_w \rho_{3K}}{4\cos^2 \beta},$$
 (3)

де  $\rho_{3K}$  – щільність матеріалу зубчастого колеса;  $b_w$  – робоча ширина зубчастого вінця.

#### Формування системи обмежень

Обмеження повинні враховувати конструктивні особливості трансмісії, геометричні та кінематичні характеристики зубчастих передач, міцність та витривалість зачеплень, а також габарити існуючого МТВ.

1) Для схеми МПП, що розглядається, міжосьові відстані зачеплень КП на передньому ходу та ДР по-

винні бути рівні між собою, тобто

$$a_{w\mathsf{K}\Pi 1} = a_{w\mathsf{K}\Pi 2} = \ldots = a_{w\mathsf{K}\Pi \, k-1} = a_{w\mathsf{ДP}} \; .$$

3 урахуванням змінних проектування для кожної передачі отримаємо умову

$$\frac{m_{\text{KIII}}(z_{\text{KIII},1} + z_{\text{KIII},2})}{2\cos\beta_{\text{KIII}}} = \frac{m_{\text{KII2}}(z_{\text{KII2},1} + z_{\text{KII2},2})}{2\cos\beta_{\text{KII2}}} = \dots = 
= \frac{m_{\text{KIIk-I}}(z_{\text{KIIk-I,1}} + z_{k-1,2})}{2\cos\beta_{\text{KIIk-I}}} = \frac{m_{\text{ДP}}(z_{\text{ДP,1}} + z_{\text{ДP,2}})}{2\cos\beta_{\text{ДP}}}.$$
(4)

- 2) Зубці коліс повинні мати необхідну контактну витривалість, а також міцність при перевантаженнях. Тому введемо обмеження, які будуть відображати перевірочний розрахунок зубців за контактними напруженнями, а саме,
  - а) для конічного зачеплення ГП:

$$\sigma_{H\Gamma\Pi} \le \sigma_{HP\Gamma\Pi}, \sigma_{HM\Gamma\Pi} \le \sigma_{HPM\Gamma\Pi};$$
 (5)

б) для циліндричних зачеплень КП та ДР:

$$\sigma_{Hi} \leq \sigma_{HPi}, \ \sigma_{HMi} \leq \sigma_{HPMi}, \ i = 1, k - 1;$$
  
$$\sigma_{H\Pi P} \leq \sigma_{HP\Pi P}, \ \sigma_{HM\Pi P} \leq \sigma_{HPM\Pi P};$$
 (6)

в) для циліндричних зачеплень планетарних рядів СПР та БП:

$$\begin{split} & \sigma_{H\text{C}\Pi\text{P}\text{c}-\text{c}\text{T}} \leq \sigma_{HP\text{C}\Pi\text{P}\text{c}-\text{c}\text{T}}, \ \sigma_{H\text{C}\Pi\text{P}\text{c}\text{T}-3} \leq \sigma_{HP\text{C}\Pi\text{P}\text{c}\text{T}-3}, \\ & \sigma_{HM\text{C}\Pi\text{P}\text{c}-\text{c}\text{T}} \leq \sigma_{HPM\text{C}\Pi\text{P}\text{c}-\text{c}\text{T}}, \ \sigma_{HM\text{C}\Pi\text{P}\text{c}\text{T}-3} \leq \sigma_{HPM\text{C}\Pi\text{P}\text{c}\text{T}-3}; \\ & \sigma_{H\text{D}\Pi\text{c}-\text{c}\text{T}} \leq \sigma_{HP\text{D}\Pi\text{c}-\text{c}\text{T}}, \ \sigma_{H\text{D}\Pi\text{c}\text{T}-3} \leq \sigma_{HP\text{D}\Pi\text{c}\text{T}-3}, \end{split}$$

 $\sigma_{\mathit{HMB\Pi c}-ct} \leq \sigma_{\mathit{HPMB\Pi c}-ct}, \ \sigma_{\mathit{HMB\Pi c}t-9} \leq \sigma_{\mathit{HPMB\Pi c}t-9},$ 

де  $\sigma_H$  та  $\sigma_{HM}$  – розрахункові контактні напруження при дії номінального та максимального навантаження;

- $\sigma_{HP}$  та  $\sigma_{HPM}$  контактні напруження, що допускаються при дії номінального та максимального навантаження.
- 3) Зубці коліс повинні мати необхідну згинну витривалість, а також міцність при перевантаженнях. Наступні обмеження відображають перевірочний розрахунок зубців на міцність при згині,
  - а) для конічного зачеплення ГП:

$$\sigma_{F\Gamma\Pi1(2)} \le \sigma_{FP\Gamma\Pi1(2)}, \ \sigma_{FM\Gamma\Pi1(2)} \le \sigma_{FPM\Gamma\Pi1(2)};$$
 (8)

б) для циліндричних зачеплень КП та ДР:

$$\sigma_{Fi1(2)} \le \sigma_{FPi1(2)}, \ \sigma_{FMi1(2)} \le \sigma_{FPMi1(2)}, \ i = 1, k - 1;$$

$$\sigma_{FДP1(2)} \le \sigma_{FPДP1(2)}, \ \sigma_{FMДP1(2)} \le \sigma_{FPMДP1(2)}; \tag{9}$$

в) для циліндричних зачеплень планетарних рядів СПР та БП:

$$\begin{split} \sigma_{F \text{CMPc}} &\leq \sigma_{FP \text{CMPc}}, \ \sigma_{F \text{CMPcT}} \leq \sigma_{FP \text{CMPcT}}, \\ \sigma_{F \text{CMP3}} &\leq \sigma_{FP \text{CMP3}}, \\ \sigma_{F \text{CMPc}} &\leq \sigma_{FP \text{MCMPc}}, \ \sigma_{FM \text{CMPcT}} \leq \sigma_{FP \text{MCMPcT}}, \\ \sigma_{FM \text{CMP3}} &\leq \sigma_{FP \text{MCMP3}}; \\ \sigma_{F \text{BMC}} &\leq \sigma_{FP \text{BMC}}, \ \sigma_{F \text{BMCT}} \leq \sigma_{FP \text{BMCT}}, \\ \sigma_{F \text{BMC}} &\leq \sigma_{FP \text{BMC}}, \ \sigma_{F \text{BMCT}} \leq \sigma_{FP \text{BMCT}}, \end{split}$$

$$\sigma_{FM \to \Pi_{C}} \leq \sigma_{FPM \to \Pi_{C}}, \ \sigma_{FM \to \Pi_{CT}} \leq \sigma_{FPM \to \Pi_{CT}},$$

$$\sigma_{FM \to \Pi_{D}} \leq \sigma_{FPM \to \Pi_{D}}, \tag{10}$$

де  $\sigma_F$  та  $\sigma_{FM}$  – розрахункові згинні напруження при дії номінального та максимального навантаження;

 $\sigma_{FP}$  та  $\sigma_{FPM}$  – згинні напруження, що допускаються при дії номінального та максимального навантаження.

4) Модуль зубців  $\epsilon$  основним параметром зубчастого зачеплення. Для циліндричних передач величини модулів стандартизовані у діапазоні 0,5...100 мм. Тому введемо обмеження рівності, згідно якого модулі повинні приймати конкретні числові значення з наступного ряду:

$$m_n = 2, 2, 25, 2, 5, 2, 75, 3, 3, 5, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, ..., m_{n \text{max}}$$
 (11)

Приймаємо  $m_{n \max} = 6$ мм, тому що ця величина традиційно є максимальною для трансмісій легких гусеничних машин [10, 11] (при необхідності значення можна збільшити).

У конічної передачі модуль може бути нестандартною величиною (завдяки особливостям технології зубонарізання). Тому для неї обмеження по середньому нормальному модулю запишемо в наступному вигляді:

$$m_{n\min} \le m_n \le m_{n\max} \,. \tag{12}$$

Виходячи з традицій проектування трансмісій [10], попередньо приймаємо  $m_{n\min} = 2 \,\mathrm{mm}, \ m_{n\max} = 6 \,\mathrm{mm}.$ 

5) Числа зубців коліс повинні приймати цілі значення (мають бути натуральними — N), а також обмежені верхнім  $z_{\rm max}$  та нижнім значенням  $z_{\rm min}$  з міркувань області існування зачеплення та технології виготовлення. Таким чином, можна записати наступні обмеження:

$$\{z_{\Gamma\Pi1}, z_{\Gamma\Pi2}, z_{K\Pi1,1}, ..., z_{K\Pi k-1,1}, z_{K\Pi1,2}, ..., z_{K\Pi k-1,2}, z_{\Pi P1}, z_{\Pi P2}, z_{C\Pi Pe}, z_{C\Pi Pe\tau}, z_{C\Pi Pe}, z_{E\Pi c}, z_{E\Pi c\tau}, z_{E\Pi e}\} \in N;$$
 $z_{\min} \leq \{z_{\Gamma\Pi1}, z_{\Gamma\Pi2}, z_{K\Pi1,1}, ..., z_{K\Pi k-1,1}, z_{K\Pi1,2}, ..., z_{K\Pi k-1,2}, z_{\Pi P1}, z_{\Pi P2}, z_{C\Pi Pe\tau}, z_{C\Pi Pe\tau}, z_{E\Pi c}, z_{E\Pi c\tau}, z_{E\Pi c}\} \leq z_{\max}. (13)$ 

Приймемо наступні значення:

- для циліндричних коліс із зовнішніми зубцями мінімальне число зубців  $z_{\min} = 13$ , для якого відсутнє підрізання при орієнтовному середньому значенню кута нахилу  $\beta \approx 15...28^{\circ}$ , а максимальне число зубців для трансмісій гусеничних машин  $z_{\max} = 80$  [10, 11];
- для циліндричних коліс із внутрішніми зубцями  $z_{\min} = 40$  (при менших z різко підвищується ймовірність інтерференції у зачепленні),  $z_{\max} = 120$ ;
  - для конічних коліс  $z_{\min} = 12$ ,  $z_{\max} = 80$ .
- 6) *Числа зубців коліс планетарних рядів* повинні задовольняти умовам існування останніх, а саме:
  - співвісності

$$z_{\rm cr} = 0.5(z_{\rm s} - z_{\rm c});$$
 (14)

- збірки (симетричного розміщення сателітів)

$$(z_{\rm c} + z_{\rm s})/n_{\rm cr} = C;$$
 (15)

- сусідства (гарантованого зазору між сателітами)

$$(z_{\rm c} + z_{\rm cr}) \sin \frac{\pi}{n_{\rm cr}} > (z_{\rm cr} + 2),$$
 (16)

де C -ціле число;  $n_{CT} -$ кількість сателітів.

7) Обмеження на передавальні відношення зубчастих пар трансмісії. З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс передавальні відношення не повинні перевищувати граничні значення  $i_{\min}$  та  $i_{\max}$ , тоді маємо для циліндричних та конічних пар:

$$\left|i_{\min}\right| \le \left|i\right| = \left|\frac{\omega_1}{\omega_2}\right| = \frac{z_2}{z_1} \le \left|i_{\max}\right|.$$
 (17)

Для подальших розрахунків, зважаючи на загальні рекомендації при проектуванні трансмісій [11], приймемо  $|i_{\min}|=0.5,\ |i_{\max}|=5.$ 

Для планетарних рядів обмеження (14) записується через внутрішнє передавальне відношення p

$$\left| p_{\min} \right| \le \left| p \right| = \frac{z_3}{z_c} \le \left| p_{\max} \right|. \tag{18}$$

Приймаємо, виходячи з рекомендацій щодо проектування планетарних трансмісій [11],  $|p_{\min}| = 2$ ,  $|p_{\max}| = 5$ .

8) *Кути нахилу зубців коліс* повинні бути у межах від  $\beta_{min}$  до  $\beta_{max}$  , тоді

$$\beta_{\min} \le \beta \le \beta_{\max} . \tag{19}$$

Для циліндричних коліс традиційно при проектуванні трансмісій приймають  $\beta_{min}=8^{\circ}$ . Максимальне значення кута нахилу обирається з умови обмеження осьових навантажень на підшипники та найчастіше дорівнює  $\beta_{max}=25^{\circ}$ . Зрозуміло, що для планетарних рядів та при проектуванні трансмісії з прямозубими зачепленнями КП та ДР ці обмеження відпадають.

Для конічних коліс приймаємо наступні обмеження кута нахилу у середньому перерізі [12]:  $\beta_{m\,\mathrm{min}}=0^\circ$  (зерол-колеса),  $\beta_{m\,\mathrm{max}}=40^\circ$ .

9) Коефіцієнти ширини зубчастого колеса  $\psi_{bd} = b_w/d_{wl}$  для циліндричних зачеплень та  $\psi_m = b_w/R_m$  для конічних повинні не перевищувати максимальні значення, це можна представити у вигляді наступних обмежень-нерівностей:

$$\psi_{bd} \le \psi_{bd \max}; \ \psi_m \le \psi_{m \max}.$$
(20)

Для циліндричних коліс трансмісій традиційно у якості максимального значення приймають  $\psi_{bd \max} = 0.5$  [11]. Для конічних коліс приймаємо  $\psi_{m\max} = 0.35$  [12].

10) Габаритні обмеження (необхідність розміщення нової трансмісії в існуюче МТВ). Для картеру МПП:

$$L_{\text{MIII}} \leq L_{\text{MIII max}}; \quad B_{\text{MIII}} \leq B_{\text{MIII max}};$$

$$H_{\text{MIII}} \le H_{\text{MIII max}},$$
 (21)

де  $L_{\rm M\Pi\Pi}$ ,  $B_{\rm M\Pi\Pi}$  та  $H_{\rm M\Pi\Pi}$  – довжина, ширина та висота картеру нового МПП;

 $L_{
m M\Pi\Pi\,max}$  ,  $B_{
m M\Pi\Pi\,max}$  та  $H_{
m M\Pi\Pi\,max}$  — відповідні максимально можливі габарити із умови розміщення МПП.

Для картеру БП:

$$D_{\rm B\Pi} \leq D_{\rm B\Pi\,max}\,; \quad B_{\rm B\Pi} \leq B_{\rm B\Pi\,max}\,, \eqno(22)$$

де  $D_{\rm B\Pi}$  та  $B_{\rm B\Pi}$  – зовнішній діаметр та ширина карте-

ру нової БП;

 $D_{\rm Б\Pi\, max}\;$  та  $B_{\rm Б\Pi\, max}\;$  – відповідні максимально можливі габарити із умови розміщення БП.

I наостанок підкреслимо, що усі вищенаведені числові значення обмежень носять орієнтовний характер. При необхідності та достатньому обгрунтуванні, виходячи з досвіду проектування, вони можуть бути розширені.

#### Висновки

- 1. Розв'язання задачі оптимізації трансмісії легкого багатоцільового гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ  $\epsilon$  перспективним напрямком досліджень, тому що дозволя $\epsilon$ :
  - поліпшити масові характеристики машини;
- забезпечити навантажувальну здатність та довговічність трансмісії при модернізації машини для забезпечення більшої потужності та (або) максимальної швидкості руху.
- 2. Побудовано цільову функцію оптимізації за масою, яка досить коректно моделює трансмісію, тому що враховує геометричні, міцнісні та масогабаритні властивості основних деталей та вузлів.
- 3. Визначені змінні проектування, у якості яких обрані основні геометричні параметри зачеплень: модулі m, числа зубців  $z_1$ ,  $z_2$  та кути нахилів зубців  $\beta$ . Також обчислено розмірність задачі.
- 4. Побудовано систему обмежень, які накладаються на змінні проектування. Вони дозволяють раціонально окреслити простір пошуку та повністю характеризують усі зв'язки геометрії, конструкції, міцності та інших показників трансмісії.
- 5. У подальших дослідженнях планується обрання методів розв'язання задачі оптимізації, побудова прикладних методик і алгоритмів, виконання тестових і перевірочних розрахунків щодо підтвердження та оцінки отриманих теоретичних результатів.

### Список літератури

- 1. **Александров Е. Е.** Проблемы многокритериальной оптимизации трансмиссий транспортных средств // Машиноведение и техносфера на рубеже 21 века. Т. 1 / **Е. Е. Александров, В. Б. Самородов.** Донецк, 1999. С. 26–29.
- 10:1 на користь "Булатів" // Народна армія. 2 лютого, 2017. №5 {5485}. – С. 4.
- МТ-ЛБ і його модифікації // Військова панорама. 11 грудня 2011. Режим доступу: http://wartime.org.ua/455-mt-lb-yogo-modifkacyi.html. – Дата звернення: 12 лютого 2017.
- Бондаренко О. В. Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач / Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2012. – № 22. – С. 16–27.
- Бондаренко О. В. Суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів при оптимізації тривальних коробок передач / Олексій Бондаренко // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – № 1. – С. 78–84.
- Калінін П. М. До питання оптимально-раціонального проектування коробки передач автомобіля / П. М. Калінін, М. Є. Сергієнко, Ю. В. Жережон-Зайченко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Харків: НТУ "ХПІ". – 2013. – № 41 (1014). – С. 49–53.
- Калінін П. М. До питання оптимально-раціонального проектування ступінчастих зубчастих редукторів / П. М. Калінін, Ю. О. Остапчук, Ю. В. Жережон-Зайченко, В. І. Юсов, В. І. Сериков // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. Харків: НТУ "ХПІ", 2016. № 23 (1195). С. 64–71.
- Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т. 1. – 349 с.
- 9. Легкий многоцелевой гусеничный транспортер-тягач МТ-ЛБ. Тех-

- ническое описание и инструкция по эксплуатации. М.: Военнное изл-во. 1985. 447 с.
- Платонов В. Ф. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины / Платонов В. Ф., Леиашвили Г. Р. – М.: Машиностроение, 1986. – 296 с.
- Волонцевич Д. О. Колесные и гусеничные машины высокой проходимости (конструкции, теория, расчет, производство, эксплуатация) в 10-ти томах. Том 3. Трансмиссии. Кн. 1. Ступенчатые трансмиссии: расчет и основы конструирования / Волонцевич Д. О., Епифанов В. В., Белов В. К. [под ред. Александрова Е. Е.]. Харьков: ХГПУ, 1996. 202 с.
- Загребельный В. Н. Конструирование, расчет геометрии и технология производства зубчатых конических колес центральных передач тракторов: Учеб. пособие. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2001. – 380 с.

#### References (transliterated)

- Aleksandrov E. E. Problemy mnohokryteryal'noy optymyzatsyy transmyssyy transportnykh sredstv / E. E. Aleksandrov, V. B. Samorodov // Mashynovedenye y tekhnosfera na rubezhe 21 veka. T. 1.. – Donetsk, 1999. – P. 26–29.
- 2. 10:1 na koryst' "Bulativ". Narodna armiya. 2.02.2017, No. 5 {5485}, P. 4.
- MT-LB i yogo modyfikatsiyi Viys'kova panorama [The military view]. 11.12.2011. Available at: http://wartime.org.ua/455-mt-lb-yogo-modifkacyi.html (accessed 12.02.2017).
- Bondarenko O. V. Optymizatsiyi spivvisnykh stupinchastykh pryvodiv mashyn po masohabarytnym kharakterystykam na prykladi tryval'nykh korobok peredach / Oleksiy Bondarenko, Oleksandr Ustynenko. // Visnyk NTU "KhPI". Tem vyp.: Mashynoznavstvo ta SAPR. –Kharkiv: NTU "KhPI", 2012. – No. 22. – P. 16–27.
- Bondarenko O. V. Sumishchennya metodiv LPτ-poshuku ta zvuzhennya okoliv pry optymizatsiyi tryval'nykh korobok peredach / Oleksiy

- **Bondarenko.** Mekhanika ta mashynobuduvannya. Kharkiv: NTU "KhPI", 2010. No. 1. P. 78–84.
- Kalinin P. M. Do pytannya optymal'no-ratsional'noho proektuvannya korobky peredach avtomobilya / P. M. Kalinin, M. Ye. Serhiyenko, Yu. V. Zherezhon-Zaychenko // Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy mekhanichnoho pryvodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2013. – No. 41 (1014). – P. 49–53.
- Kalinin P. M. Do pytannya optymal'no-ratsional'noho proektuvannya stupinchastykh zubchastykh reduktoriv / P. M. Kalinin, Yu. O. Ostapchuk, Yu. V. Zherezhon-Zaychenko, V. I. Yusov, V. I. Syerykov // Visnyk NTU "KhPI". Seriya: Problemy mekhanichnoho pryvodu. Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. No. 23 (1195). P. 64–71.
- Rekleytys H. Optymyzatsyya v tekhnyke / Rekleytys H., Reyvyndran A., Rjehsdel K. Moscow: Myr Publ., 1986. Vol. 1. 349 p.
- Lehkyy mnohotselevoy husenychny transporter-tyahach MT-LB. Tekhnycheskoe opysanye i instruktsiya po ekspluatatsii. – Moscow, Voennnoe izd-vo, 1985. – 447 p.
- Platonov V. F., Husenychnye y kolesnye transportno-tyahovye mashyny / Platonov V. F., Leyashvyly H. R. – Moscow: Mashynostroenie Publ., 1986. – 296 p.
- 11. Volontsevich D. O. Kolesnye y husenychnye mashyny vysokoy prokhodymosty (konstruktsyi, teoryja, raschet, proizvodstvo, ekspluatatsyya) v 10-ty tomakh. Vol. 3 Transmyssii, book 1 Stupenchatye transmissii: raschet i osnovy konstruirovanija / Volontsevich D. O., Epifanov V. V., Belov V. K. [pod red. Aleksandrova E. E.]. Kharkov: KhGPU, 1996. 202 p.
- Zahrebel'nyj V. N. Konstruirovanie, raschet geometrii i tekhnologiya proizvodstva zubchatykh konicheskikh koles tsentral'nykh peredach traktorov / Zahrebel'nyj V. N. – Kharkov: NTU "KhPI", 2001. – 380 p.

Надійшла (received) 15.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Оптимізація трансмісії гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою: цільова функція, змінні проектування та обмеження / О. В. Бондаренко, І. Є. Клочков, О. В. Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 3–8. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2079-0775.

Оптимизация трансмиссии гусеничного транспортера-тягача МТ-ЛБ по массе: целевая функция, переменные проектирования и ограничения / А. В. Бондаренко, И. Е. Клочков, А. В. Устиненко // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 3—8. — Библиогр.: 12 назв. — ISSN 2079-0775.

Optimization for transmission of tracked load-carrier/prime mover MT-LB: objective function, variables planning and limits / O. V. Bondarenko, I. E. Klochkov, O. V. Ustynenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. − Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. − № 12 (1234). − P. 3−8. − Bibliogr.: 12. − ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бондаренко Олексій Вікторович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

**Бондаренко Алексей Викторович** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", доцент кафедры ТММ и САПР; тел.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

**Bondarenko Olexiy** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Associate Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

*Клочков Ілля Євгенович* – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

**Клочков Илья Евгеньевич** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

*Klochkov Illia* – NTU "KhPI", postgraduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

**Устиненко Олександр Віталійович** — кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Устиненко** Александр Витальевич — кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", профессор кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Ustynenko Oleksandr* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, SRF, NTU "KhPI", Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

# УДК 62-23+519.863+004.94

#### О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, І. Я. ХРАМЦОВА

### КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИМАЛЬНО-РАЦІОНАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

Стаття присвячена задачі комп'ютерного моделювання оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач за критеріями мінімальних міжосьової відстані, довжини та маси з врахуванням навантажувальної здатності основних елементів. Розроблено комп'ютерну модель оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач, яка включає всі аспекти проектування за рекомендованою комбінованою методикою на основі суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів, що дає змогу спростити процес проектування та уникнути недоліків цих двох методів, а також організацію багаторівневого зондування, яке дає змогу значно збільшити кількість пробних точок для підвищення точності отриманих даних. Надано основні схеми та блок-схеми елементів алгоритму. Реалізація комп'ютерної моделі здійснювалася у програмному середовищі Delphi 7. Ключові слова: оптимально-раціональне проектування, модель, алгоритм, критерії, цільова функція, раціональні параметри, ЛПт-пошук

Статья посвящена задаче компьютерного моделирования оптимально-рационального проектирования трехвальных коробок передач по критериям минимальных межосевого расстояния, длины и массы с учетом нагрузочной способности основных элементов. Разработана компьютерная модель оптимально-рационального проектирования трехвальных коробок передач, которая включает все аспекты проектирования по рекомендованной комбинированной методике на основе совмещения методов ЛПт-поиска и сужения окрестностей, что позволяет упростить процесс проектирования и избежать недостатков двух методов, а также организацию многоуровневого зондирования, которое позволяет значительно увеличить количество пробных точек для повышения точности полученных данных. Предоставлено основные схемы и блок-схемы элементов алгоритма. Реализация компьютерной модели осуществлялась в среде Delphi 7.

*Ключевые слова:* оптимально-рациональное проектирование, модель, алгоритм, критерии, целевая функция, рациональные параметры, *ЛПт*-поиск

The article is devoted to the problem of computer modeling of rational design of three-shaft gearboxes according to criteria of minimum center distance, length and mass taking into account load capacity of the main elements. Existing methods and approaches to optimization coaxial step machine drives and the basis of common methods of mathematical optimization were considered, on the basis of which the direction of the improvement of methods optimization three-shaft gearboxes was chosen. An algorithm is combination of methods of LPr-sequences and narrowing of parameters space. The chart of optimization algorithm is resulted. The stages of calculations and feature of optimization algorithm work are consistently described. The replacing the logic operations in LPr-sequences is proposed. This allowed to obtain test points with coordinates, which are natural numbers. The implementation of the methodology in the form of a complex algorithm is given, which combines the objective functions, limits and methods of optimization with the rational sequence of check limits, narrowing of parameters space and the analysis and treatment of the obtained results. The algorithm was implemented in Delphi 7.

 $\textit{Keywords:} \ \text{rational design, model, algorithm, criteria, objective function, rational parameters, LP$\tau-search}$ 

## Актуальність задачі

Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги за масогабаритними характеристиками до приводів машин і, отже, до такого їх елементу, як коробки передач. Тому максимально можливе зниження маси та габаритів останніх  $\epsilon$  актуальною задачею. Одним з перспективних шляхів в цьому напрямку  $\epsilon$  розв'язання задачі оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач [1] за критерієм мінімізації маси та (або) габаритів.

# Постановка задачі

Найбільше розповсюдженими у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали коробки передач (КП), виконані за тривальною схемою [2]. Деякі питання щодо задачі оптимальнораціонального проектування таких коробок передач, а також багатоступеневих зубчастих приводів загального призначення розглянуті у статтях [3, 4] та книгах [5, 6].

Оптимально-раціональне проектування коробок передач може проводитись за багатьма критеріями: маса, габаритні розміри (довжина, ширина, висота, міжосьова відстань), вібрація та інше. Але, на погляд авторів, з усього різноманіття критеріїв найбільш відповідають за масогабаритні характеристики КП її міжосьова відстань, довжина та маса.

#### Шляхи розв'язання задачі

Як відомо, послідовність розв'язання будь-якої задачі складається з наступних етапів (рис. 1): введен-

ня вхідних даних, безпосередньо розв'язання задачі, отримання результатів, проведення перевірки та аналіз отриманих результатів.



Рисунок 1 – Загальна схема розв'язання задачі

Зважаючи на обставини та потреби при проектуванні нової коробки передач, можна виділити два концептуальних шляхи процедури оптимальнораціонального проектування (рис. 2).

Перший – оптимально-раціональне проектування вже існуючої коробки передач у якості базової. Цей шлях обумовлено тими факторами, що раніше було дуже складно проводити розв'язання задач оптимально-раціонального проектування високої складності.

© Бондаренко О.В., Устиненко О.В., Клочков І.Є., Храмцова І.Я., 2017 Це спричинено відсутністю на той час швидкодіючих алгоритмів оптимально-раціонального проектування, що не потребують ручної перевірки, та потужностей електронно-обчислювальної техніки, тому проектувальник оперував здобутками попередників, деякими підходами і власними досвідом та інтуїщією. У межах цього шляху є можливість розв'язувати задачу оптимально-раціонального проектування за двома підходами: оптимально-раціональне проектування у просторі параметрів змінних проектування, що обмежується границями технічних та технологічних можливостей виробництва, а також оптимально-раціональне проектування у просторі параметрів змінних проектування, що є окільним відносно прототипної коробки передач.

Другий – оптимально-раціональне проектування нового зразка коробки передач. Зрозуміло, що оптимально-раціональне проектування на даному шляху проводиться виключно у просторі параметрів змінних проектування, що обмежується границями технічних та технологічних можливостей виробництва та вимог до самої коробки передач.

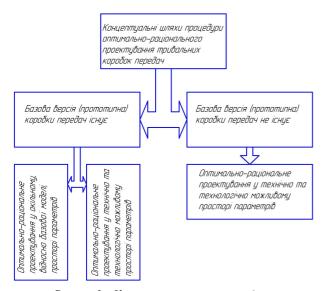


Рисунок 2 – Концептуальні шляхи процедури оптимально-раціонального проектування

Зважаючи на шлях оптимально-раціонального проектування, проектувальник обирає ті чи інші вхідні дані (параметри базової коробки передач чи вхідні дані для проектування нової коробки передач). Вони обираються ним в залежності від різних особливостей тієї чи іншої конструкції тривальних коробок передач, технологічних та технічних обмежень, наявності чи відсутності базових варіантів конструкції коробок передач, вимог, що висуваються до майбутньої конструкції та інших чинників.

Схема запропонованого алгоритму оптимальнораціонального проектування з урахуванням суміщення методів пошуку [3] проілюстрована на рис. 3.

Зважаючи на представлений алгоритм оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач, який об'єднує математичну модель задачі (цільові функції та обмеження на змінні проектування), методи розв'язання та раціональні логічні послідовності операцій, було розроблено інтегрально-

об'єднаний програмний комплекс. Його реалізація здійснювалася у середовищі Delphi 7, бо програмна мова цього пакету дає змогу якісно та раціонально описати увесь алгоритм,  $\varepsilon$  досить зручною у використанні.

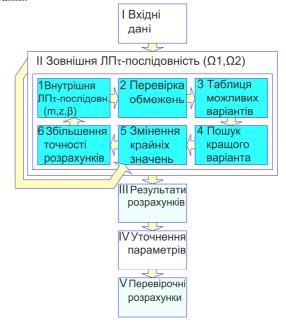


Рисунок 3 – Схема запропонованого алгоритму оптимально-раціонального проектування

Отримана програма має блочно-процедурну структуру, тому може бути з легкістю модифікована за бажанням проектувальника, це дає можливість проводити оптимально-раціональне проектування інших типів зубчастих приводів з нерухомими паралельними вісями валів. Блок-схема програми оптимальнораціонального проектування представлена на рис. 4.

Також, однією з переваг Delphi 7 є можливість створення візуальної оболонки програми у вигляді стандартного вікна. Це дає можливість користувачу легко вводити потрібні вхідні дані та зручно здійснювати перегляд отриманих даних.

Загальний вигляд вікна програми для введення вхідних даних представлений на рис. 5.

**Функціонування алгоритму** оптимально-раціонального проектування проходить наступним чином.

1. У першу чергу проектувальником задаються ехідні данні. Вони обираються ним в залежності від різних особливостей тієї чи іншої конструкції тривальних коробок передач, технологічних та технічних обмежень, наявності чи відсутності базових варіантів конструкції коробок передач, вимог, що висуваються до майбутньої коробки передач та інших чинників.

У даному алгоритмі прийняті наступні вхідні дані:

- числові обмеження на змінні проектування:
- дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам.
- **2.** Генерування ЛПт-послідовності для зондування двохвимірного простору у координатах  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  коефіцієнтів звуження околів параметрів проектування. Для кожної точки проводяться обчислення внутрішнього кола алгоритму, особливості якого приведено нижче відповідно до блоків.

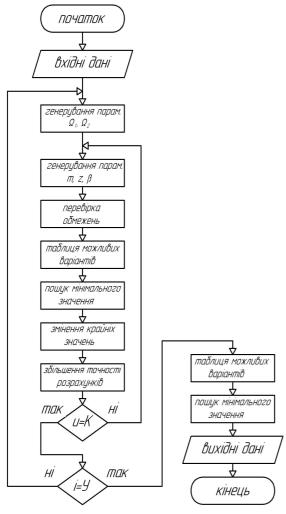


Рисунок 4 — Блок-схема програми оптимально-раціонального проектування: і та и — номер кроку; Y та K — кількість кроків

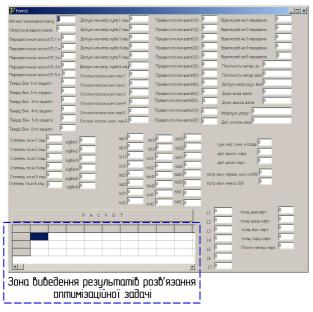


Рисунок 5 – Вікно програми

3. Генерування ЛП $\tau$ -послідовності ( $m, z, \beta$ ). Розглянемо змінні проектування — модулі зачеплень. Особливістю цієї групи є те, що вони повинні прийма-

ти стандартні (фіксовані) значення. Вибір модулів з стандартного ряду пропонується здійснювати шляхом збільшення координати  $q_{i,j}$  [2] на порядок з наступним математичним округленням до цілого значення. За отриманим числом (порядковим номером) обираємо модуль з ряду.

Наступна група параметрів — числа зубців коліс. Числа зубців повинні приймати тільки цілі значення, на відміну від координат, отриманих за ЛПтпослідовністю. Застосування математичного округлення на ці параметри дозволяє уникнути цієї проблеми, пробні точки зсуваються за відповідними координатами.

Деякі з параметрів (  $z_{2,2}$ ,  $z_{3,2}$ ,  $z_{4,2}$ ,  $z_{5,2}$ ,...) будемо розраховувати через інші у відповідності до конструктивно-технологічних особливостей тривальних коробок передач, це суттєво зменшить кількість параметрів, що варіюються. Це також дозволить забезпечити передаточні числа коробки передач для кожної передачі (у межах похибки, що допускається).

Наведемо схему вибору координат пробних точок за цією групою параметрів, як більш складну, на рис. 6.

Розглянемо наступну групу. Кути нахилу зубців у зачеплені знаходимо у відповідності до ЛПт-послідовністю у певному діапазоні значень.

З наведеного вище видно, що кількість параметрів проектування є мінімально можливою. Це було досягнуто завдяки можливості виразити деякі параметри проектування через інші (деякі значення чисел зубців, це мінус чотири параметри від загальної їх кількості), та додавання двох додаткових (коефіцієнтів звуження околів, це плюс два параметри до загальної їх кількості).

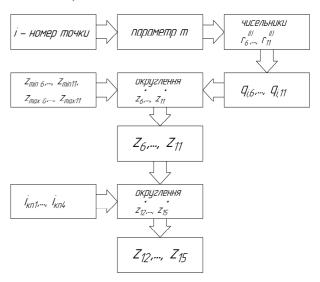


Рисунок 6 — Схема вибору координат пробних точок за параметрами чисел зубців

**4.** Наступним етапом у внутрішньому колі алгоритму оптимізації є *перевірка обмежень*. Розглянемо цей етап детальніше.

Перевірка обмежень на змінні проектування (пробні точки) здійснюється у певній послідовності, що дозволяє зменшити загальний час оптимізації за рахунок своєчасного відсіву пробних точок, котрі не відповідають ряду вимог. Пробна точка проходить послідовно перевірку за числовими та функціональними обмеженнями рівності та нерівності, і, якщо вона не задовольняє на певному етапі якійсь вимозі, то відкидається, а послідовну перевірку починає наступна точка.

Загальна схема перевірки для однієї точки може бути представлена у вигляді рис. 7 (тут наведені позначення: A – габаритне співвідношення зубчастих коліс; B – числове обмеження на числа зубців; B – перевірка похибки передавальних відношень коробки передач;  $\Gamma$  – перевірка похибки розрахункових міжосьових відстаней відносно середнього значення;  $\mathcal{I}$  – перевірка зубців на контактну витривалість та міцність; E – перевірка зубців на згинну витривалість та міцність; E – чи всі точки перевірено).

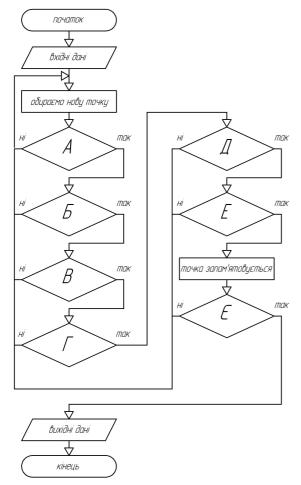


Рисунок 7 – Блок-схема послідовності перевірки точок за обмеженнями

Саме таку послідовність проходження перевірки обмежень пробною точкою було обрано з урахуванням обсягу математичних обчислень. Якщо точка не задовольняє малим за обсягом математичних обчислень умовам, то вона відкидається і не витрачається час на перевірку великих за обсягом математичних обчислень умов.

Якщо пробна точка проходить усі умови, то вона потрапляє до таблиці можливих варіантів. Таблиця— це двовимірний масив, у якому кожному номеру точки відповідає набор параметрів проектування та зна-

чення цільових функцій.

5. Після того, як було складено таблицю можливих комбінацій параметрів, проводиться *пошук найкращого варіанта* (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції). Пошук найкращого варіанту здійснюється сортуванням. З усього різноманіття методів сортування було обрано метод сортування вставками, який не є самим швидким із методів, але дуже простий у програмній реалізації.

Сортування масиву проводиться окремо за кожним критерієм оптимізації. Наприкінці всіх етапів сортування маємо три впорядковані масиви, що очолюються мінімальними значеннями цільових функцій та відповідними наборами параметрів, що відповідають їх значенням.

6. Якщо точності розрахунків недостатньо, проводиться наступний етап алгоритму, а саме, змінення крайніх значень параметрів (звуження околів простору параметрів). У якості точок, відносно яких звужуються околи на кожному кроці, беруться точки з попереднього кроку, що відповідають мінімальним значенням цільової функції.

Як результат, на кожному кроці внутрішнього кола алгоритму граничні значення для деяких параметрів проектування звужуються, об'єм n-вимірного паралелепіпеда зменшується. З урахуванням того, що кількість пробних точок залишається постійною, це призводить до більш високої щільності дослідження, а як наслідок — і до максимально можливого наближення до абсолютного мінімуму цільової функції.

7. На етапі збільшення точності розрахунків проводиться поступове зменшення на кожному кроці похибки рівності міжосьових відстаней між зубчатими зачепленнями.

### Висновок

Розроблена комп'ютерна модель алгоритму оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач поєднує методи ЛПт-пошуку та звуження околів, що дозволило збільшити кількість пробних точок для більш точного результату. Урахування конструктивних, технічних та технологічних особливостей тривальних коробок передач у даному алгоритмі дозволило задовольнити вимоги, що висуваються до агрегатів такого класу. Особлива послідовність алгоритму дозволила скоротити час розрахунків.

#### Список літератури

- 1. Соболь И. М. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями / Соболь И. М., Статников Р. Б. М. : Дрофа, 2006. 175 с.
- 2. **Бондаренко О. В.** Оптимізація співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач / **О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко** // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип. "Машинознавство та САПР". Харків: НТУ "ХПІ", 2012. № 22. С. 16—27.
- 3. **Бондаренко О. В.** Суміщення методів ЛІПт-пошуку та звуження околів при оптимізації тривальних коробок передач / **О.В. Бондаренко** // Механіка та машинобудування. Харків: НТУ "ХПІ", 2010. № 1. С. 78—84.
- 4. **Бондаренко О. В.** Раціональне проектування зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів з урахуванням рівня напруженості зачеплень/ **О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, В. І. Сєріков** // Вісник НТУ "ХПІ". Тем. вип. "Проблеми механічного приводу". Харків : НТУ "ХПІ", 2015. № 15. С. 23—27.

- 5. **Кудрявцев В. Н.** Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / Под общ. ред. В. Н. Кудрявцева. / **Кудрявцев В. Н., Кузьмин И. С., Филипенков А. Л.** СПб.: Политехника, 1993. 448 с.
- 6. Иосилевич Г. Б. Детали машин. / Иосилевич Г. Б. М.: Машиностроение, 1988. 368 с.

#### References (transliterated)

- 1. **Sobol' I. M.** Vybor optimal'nyh parametrov v zadachah so mnogimi kriterijami / **Sobol' I. M., Statnikov R. B.** Moscow : Drofa, 2006 175 p.
- 2. **Bondarenko O. V.** Optimizacija spivvisnih stupinchastih privodiv mashin po masogabaritnimi harakteristikami na prikladi trival'nih korobok peredach / **O. Bondarenko, O. Ustinenko** // Visnik NTU "KhPI". Kharkiv: NTU "KhPI", 2012. No 22. P. 16–27.
  - 3. Bondarenko O. V. Cumishhennja metodiv LPτ-poshuku ta

- zvuzhennja okoliv pri optimizacii trival'nih korobok peredach / **Bondarenko O. V.** // Mehanika ta mashinobuduvannja. ¬¬ Kharkiv : NTU "KhPI", 2010. No 1. P. 78–84.
- 4. **Bondarenko O. V.** Racional'ne proektuvannja zubchastih cilindrichnih dvostupinchastih reduktoriv z urahuvannjam rivnja napruzhenosti zacheplen'/ **O. Bondarenko, O. Ustinenko, V. Scrikov** // Visnik NTU "KhPI". Kharkiv: NTU "KhPI", 2015. No 15. P. 23–27.
- 5. **Kudrjavcev V. N.** Raschet i proek-tirovanie zubchatyh reduktorov: Spravochnik / Pod obshh. red. V. N. Kudrjavceva / **Kudrjavcev** V. N., Kuz'min I. S., Filipenkov A. L. S-Pb.: Politehnika, 1993. 448 p.
- 6. **Iosilevich G. B.** Detali mashin / **Iosilevich G. B.** Moscow : Mashinostroenie, 1988. 368 p.

Надійшла (received) 19.01.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Комп'ютерне моделювання оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач / О. В. Бондаренко, О. В. Устиненко, І. Є. Клочков, І. Я. Храмцова // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Х.: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 9–13. – Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2079-0775.

Компьютерное моделирование оптимально-рационального проектирования трехвальних коробок передач / А. В. Бондаренко, А. В. Устиненко, И. Е. Клочков, И. Я. Храмцова // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Х.: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 9–13. – Библиогр.: 6 назв. – ISSN 2079-0775.

Computer modeling of rational design of three-shaft gearboxes / O. V. Bondarenko, O. V. Ustynenko, I. E. Klochkov, I. Ya. Khramtsova // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 9–13. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Бондаренко Олексій Вікторович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", доцент кафедри ТММ і САПР; тел.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

**Бондаренко Алексей Викторович** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", доцент кафедры ТММ и САПР; тел.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

**Bondarenko Olexiy Viktorovych** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Associate Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (067) 189-97-00; e-mail: avbondarenko@yandex.ua.

**Устиненко Олександр Віталійович** — кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Устиненко** Александр Витальевич — кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", профессор кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Ustynenko Oleksandr Vitaijovych* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, SRF, NTU "KhPI", Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Клочков Ілля Євгенович* – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

*Клочков Илья Евгеньевич* – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

*Klochkov Illia Evgenovych* – NTU "KhPI", postgraduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: s008@tmm-sapr.org.

**Храмцова Ірина Яківна** – НТУ "ХПІ", науковий співробітник кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: iyakhram@gmail.com.

**Храмцова Ирина Яковлевна** – НТУ "ХПИ", научный сотрудник кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: iyakhram@gmail.com.

*Khramtsova Iryna Yakivna* – NTU "KhPI", Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-61-66; e-mail: iyakhram@gmail.com.

УДК 539.3: 004.94

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ И СОСТОЯНИЙ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ: ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛЕЙ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ПУТЕМ

Ю.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, А.В. ТКАЧУК, О.В. КОХАНОВСКАЯ, И.Я. ХРАМЦОВА, А.А. ЗАРУБИНА, В.И. КОХАНОВСКИЙ, Н.А. ТКАЧУК, А. Н. МАЛАКЕЙ, А. В. НАБОКОВ, А.М. ГОЛОВИН, О.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК

Комп'ютерне моделювання процесів і станів є на сьогодні зазвичай основою прийняття основних проектно-технологічних рішень при створенні нових машин, споруд і агрегатів. Для отримання обгрунтованих рекомендацій необхідно мати у розпорядженні адекватні, точні та негроміздкі числові моделі досліджуваних обєктів. З цією метою пропонується розрахунково-експериментальний метод обгрунтування структури та параметрів цих моделей. Як приклад розглядаються елементи бойових броньованих машин, а як базові – метод скінченних елементів, з одного боку, та метод голографічної інтерферометрії – з іншого. На прикладі декількох обєктів продемонстровано алгоритм і результати застосування запропонованого методу.

*Ключові слова*: комп'ютерне моделювання, розрахунково-експериментальний метод, метод скінченних елементів, напружено-деформований стан, метод спекл-голографічної інтерферометрії

Компьютерное моделирование процессов и состояний является на сегодня обычно основанием для принятия основных проектно-технологических решений при создании новых машин, сооружений и агрегатов. Для получения обоснованных рекомендаций необходимо иметь в распоряжении адекватные, точные и негромоздки числовые модели изучаемых объектов. С этой целью предлагается расчетно-экспериментальный метод обоснования структуры и параметров этих моделей. В качестве примера рассматриваются элементы боевых бронированных машин, а как базовые - метод конечных элементов, с одной стороны, и метод голографической интерферометрии - с другой. На примере нескольких объектов продемонстрировано алгоритм и результаты применения предложенного метода.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, расчетно-экспериментальный метод, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, метод спекл-голографической интерферометрии

Today computer modeling of processes and states is a basis for making of fundamental design and technological solutions for creation of new machines, buildings and units. For well-founded recommendations it is necessary to have available adequate, accurate and not cumbersome numerical models of research objects. For this purpose calculation and experimental method is proposed for justification of structure and parameters of these models. As an example, elements of armored combat vehicles are considered; basic methods are finite element method and holographic interferometry method. The algorithm and results of the proposed method are demonstrated by several objects. The proposed method is theoretical and practical basis for building of reasonable model of research objects, processes and states. Later it will be a base for a series of computer researches and development of recommendations on choice of rational technical solutions in design of various engineering structures.

Keywords: computer modeling, calculation and experimental method, finite element method, stress-strain state, speckle-holographic interferometry method

# Введение

В процессе автоматизированного проектирования различных машиностроительных конструкций, в частности, объектов бронетанковой техники (ОБТТ), а также оборудования и средств технологической оснастки для производства их деталей, возникают задачи обеспечения достоверности расчетных схем, применяемых ДЛЯ исследования напряженнодеформированного состояния (НДС) тел сложной формы при действии сложной системы нагрузок. Применение расчетных схем в методе конечных элементов (МКЭ), который фактически является наиболее мощным современным численным методом исследования НДС, требует в качестве исходных данных знания: параметров конечно-элементной разбивки исследуемых объектов, граничных условий и нагрузок. Точность исходных данных обеспечивает высокую точность численных результатов. В последующем при использовании данных моделей в специализированных интегрированных системах автоматизированного анализа и синтеза элементов сложных механических систем обеспечивается и точность исследований, и высокие прочностные и жесткостные характеристики проектируемых изделий. В конечном итоге обеспечивается высокая точность моделирования НДС, b, соответственно, высокие технические и тактико-технические характеристики объектов бронетанковой техники, а также других машин, оборудования и сооружений.

Существующие в настоящее время численные

методы исследования НДС, среди которых, как уже отмечалось, лидирующее положение занимает МКЭ, не обеспечивают только за счет внутренних средств контроль точности результатов моделирования по сравнению с поведением реальных объектов. Актуальной становится задача обеспечения достоверности используемых расчетных схем при численном исследовании элементов исследуемых объектов. В работе предлагается расчетно-экспериментальный метод (РЭМ) исследований, при использовании которого в качестве основного результата выступают достоверные и точные расчетные модели исследуемых объектов, в частности, элементов объектов бронетанковой техники, а также технологической оснастки для изготовления ее деталей.

## Анализ состояния проблемы

Как известно, при разработке новых машин основной упор делается именно на использование компьютерных средств моделирования, которые обеспечивают оперативную разработку конструкторской и технологической документации, компьютерное моделирование процессов и состояний, возникающих при изготовлении, эксплуатации и боевом применении этих машин. Таким образом, все этапы жизненного цикла машин сначала реализуются на виртуальных

© Веретельник Ю.В., Ткачук А.В., Кохановская О.В., Храмцова И.Я., Зарубина А.А., Кохановский В.И., Ткачук Н.А., Малакей А.Н., Набоков А.В., Головин А.М., Веретельник О.В., 2017

моделях, и только затем претворяются в реальные изделия. В результате особую ценность приобретают адекватность, точность и ресурсозатратность при создании упомянутых выше компьютерных моделей. В частности, это относится к численным моделям для исследования процессов и состояний тех или иных объектов, т.к. именно результаты расчетов прочности, жесткости, газо- и гидрообтекания, колебаний, теплообмена играют определяющую роль в обосновании проектно-технологических параметров создаваемых машин. При этом не существует универсальных отработанных методик, способов или рекомендаций относительно параметров численных моделей, создаваемых для исследования тех или иных процессов и состояний. Так, для широко применяемого метода конечных элементов основными вопросами, на которые нельзя ответить априори, являются: степень адекватности физически или геометрически нелинейной постановки задачи, тип (Solid, Shell, Beam и т.п.) применяемых для дискретизации конечных элементов (КЭ), требуемое количество КЭ для описания исследуемого процесса или состояния в конкретном объекте, расположение зон сгущения-разрежения КЭ, необходимость задания тех или иных опций в конечных элементах и т.п.

К сожалению, на большинство из перечисленных вопросов однозначного ответа только с применением внутренних средств систем CAD/CAM/CAE, в которых МКЭ реализован в виде коммерческого программного обеспечения, как правило, получить не удается. Существуют только общие рекомендации [1, 2], а также результаты решения тестовых или отдельных прикладных задач [3, 4]. В то же время процессы исследования элементов боевых бронированных машин (ББМ) постоянно порождают все новые и новые вопросы применительно к новым объектам и задачам. Учитывая высокую степень ответственности принимаемых при создании ББМ решений, а также необходимость обеспечения при этом достаточной оперативности, возникает противоречие между потребностями машиностроения, в частности, бронетанкостроения, с одной стороны, и возможностями существующих инструментов исследований, - с другой.

Разрешение этого противоречия составляет актуальную и важную научно-практическую проблему. Для ее частичного решения применимы различные методы [5–7]. Однако полного решения весь комплекс возникающих задач до настоящего времени не получил.

#### Постановка задачи

*Целью работы* является разработка общих подходов к расчетно-экспериментальному обоснованию структуры и параметров компьютерных моделей для конечно-элементного исследования процессов и состояний в сложных механических системах.

Для достижения сформулированной цели, следуя работам [5–7], решены следующие задачи.

- 1. Общая постановка задачи расчетноэкспериментального исследования в сложных механических системах.
  - 2. Разработка метода количественной оценки не-

соответствия результатов численного моделирования и экспериментального исследования состояния объекта на примере МКЭ и метода спекл-голографической интерферометрии (МСГИ).

3. Иллюстрация применимости предложенного метода к исследованию элементов проектируемых объектов.

В дальнейшем в качестве механической системы рассматриваются элементы ББТ и технологической оснастки для их изготовления, в качестве численного метода – метод конечных элементов, а в качестве экспериментального – метод спекл-голографической интерферометрии.

# Постановка задачи синтеза расчетных моделей на базе МКЭ и МСГИ

Задачу исследования НДС элементов сложных механических систем, в том числе элементов ББТ и технологической оснастки, можно рассмотреть таким образом. Пусть  ${\bf R}$  — реальный объект, поведение которого формально описывается при помощи в общем случае неизвестного оператора  $L_R$ :

$$L_R(u_R, P_R, f, t) = 0,$$
 (1)

где  $u_R$ ,  $P_R$ , f, t — переменные состояния, параметры, внешняя нагрузка и время соответственно.

Математическую модель  ${\bf M}$ , получаемую в результате процесса идеализации  ${\it I}$ , описывает известный оператор  ${\it L}_{\it M}$  :

$$L_M(u_M, P_M, f, t) = 0,$$
 (2)

где в скобках – переменные состояния, параметры, внешняя нагрузка и время соответственно.

Численную модель **N**, получаемую в результате процесса дискретизации D, описывает в каждом конкретном случае оператор  $L_N$ :

$$L_N(u_N, P_N, f, t) = 0.$$
 (3)

Индексы N в данном выражении соответствуют некоторой создаваемой численной модели исследуемого процесса или состояния.

Численная модель подразумевает совокупность собственно дискретизированных уравнений, численных методов их решения, алгоритмов и программного обеспечения.

Если объект или его физическая модель (при физическом моделировании **F**) подвергаются экспериментальному исследованию, то сам объект или его модель, метод исследований, измерительные схемы (регистрация, усиление, расшифровка, представление) и измерительная аппаратура образуют экспериментальную модель **E**, поведение которой в операторном виде можно записать следующим образом:

$$L_F(u_F, P_F, f, t) = 0.$$
 (4)

Соотношения (1)–(4) описывают различные формы реального объекта и исследуемого процесса или состояния (на рис. 1 приведена схема исследова-

ния и процесс сравнения данных численных и экспериментальных исследований (обозначен через С)).



 ${f R}$  — реальный объект;  ${f M}$  — математическая модель;  ${f N}$  — численная модель;  ${f E}$  — экспериментальная модель;  ${f \Phi}$ ,  ${f F}$  — физическое моделирование;  ${f M}$ ,  ${f I}$  — идеализация;  ${f Д}$ ,  ${f D}$  — дискретизация;  ${f C}$  — сравнение

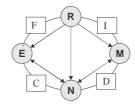


Рисунок I – Общая структура соотношений этапов исследования элементов исследуемых объектов

Ставится задача разработки математического аппарата для расчетно-экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния элементов машиностроительных конструкций, в т.ч. — деталей объектов бронетанковой техники и оснастки в автоматизированном режиме.

### Формализация задачи

При выборе метода экспериментального исследования для расчетно-экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния элементов машиностроительных конструкций в автоматизированном режиме предпочтение было отдано методу спекл-голографической интерферометрии, который является одним из наиболее точных и информативных методов исследований [8–10].

Как показывает практика, именно этап сравнения результатов численных и экспериментальных результатов, причем в автоматизированном режиме, разработан недостаточно: нет отработанных механизмов сравнения полей  $u_R, u_M, u_N, u_E$ ; не производится верификация модели в части достоверности параметров P, f; не определяется полнота модели (полнота множества P, f); не проводится рационализация моделей (определение значимых факторов).

Исходя из предположений: этап I — достаточно корректен; этап D — в принципе отработанный в литературе этап; этап F — при использование МСГИ достаточно точен, требование соответствия результатов исследований  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{E}$  предполагает соответствие результатов в звене C (см. рис. 1).

В реальных случаях в силу того, что этап I — недостаточно "полный", подробный; на этапе F присутствуют погрешности физического моделирования, измерений, расшифровки; на этапе D нельзя избежать погрешностей дискретизации (размеры и расположение сетки конечных элементов, типы КЭ, методы решения систем уравнений), возникает несоответствие в конкретной цепочке С.

Поскольку в схеме на рис. 1 этап I — это аппарат механики деформированного твердого тела, достаточно разработанный для большей части спектра возникающих задач моделирования реакции сложных механических систем на различные типы воздействий; этап M — МСГИ, который дает интегральную точность измерения до долей микрона, в т.ч. на реальном объекте; этап D — МКЭ, который в принципе дает достаточно точное и полное описание любой сложности математической модели процесса в механических системах, то на первый взгляд погрешности в цепочках этапов I — M — Д должны быть сведены (в принципе) к минимуму. Однако при этом узким местом является обоснованный выбор на различных этапах следующего:

этап D: задание параметров дискретизации;

этап I: определение значимых параметров;

этапы I, D: степени полноты множества (отсюда возникает необходимость обоснованного *пополнения* набора параметров модели).

Сведя к минимуму погрешности в цепочке этапа F (физическое моделирование и измерение), а также обоснованно допустив возможность добиться структурного и параметрического изменения математической и численной модели таким образом, чтобы обеспечить адекватное описание R, исходную задачу можно представить в виде определения такой рациональной структуры и множества параметров значений  $P_N$ , чтобы с заданной точностью описать поведение реального объекта:

$$P_N^*, f_N^* : I(u_N - u_E) \le \varepsilon, \tag{5}$$

где I — некоторая мера, определяющая несоответствие результатов экспериментальных и численных исследований (  $\Delta$   $u_{NE} = u_N - u_E$  ).

При этом можно выделить следующие типы задач:

- определение типа численных моделей и (или) характеристик конечно-элементных разбивок;
- величины, структуры, типов и (или) закона распределения нагрузок на исследуемые объекты;
  - граничных условий и условий сопряжения;
  - свойств материалов;
  - значимых параметров моделей;
- полноты множества значимых параметров; минимального полного множества параметров;
  - границ применимости моделей;
- чувствительности моделей к изменению параметров;
- зависимости характеристик модели (например, прочностных и жесткостных) от конструктивных или иных параметров модели во всем или в выделенном диапазоне изменения, а также построение "экспресс-моделей" (обоснованно структурно упрощенных на основе многовариантных исследований) и "экспресс-систем" оценки прочностных и жесткостных характеристик отдельных элементов исследуемых объектов машиностроительных конструкций (аналитических зависимостей, графиков, таблиц, программных модулей или баз данных), в том числе справедливых не только для отдельно взятого, но и

для семейства объектов.

# Обобщение исходной постановки при разработке расчетно-экспериментального метода исследований

Исходная постановка задачи по сравнению с соотношениями (5) может быть расширена, в частности, возможны следующие обобщения предлагаемого подхода.

Для классов конструкций или для множеств моделей при исследовании НДС элементов механических систем во многих случаях возникает проблема оценки достоверности результатов, получаемых при численном моделировании реакции исследуемых систем на различные виды воздействий. Чаще всего эта проблема разрешается сравнением полученных результатов с данными, полученными другим способом (численно, аналитически, экспериментально). Естественно, что данные, полученные в ходе экспериментальных исследований (при соблюдении определенных требований к условиям их проведения, а также характеристикам используемой регистрирующей и измерительной аппаратуры) представляют особый интерес, поскольку при этом могут проявиться такие свойства объекта, которые учитываются исходной математической моделью или не в полной мере, или вообще ею не учитываются. Анализ результатов экспериментальных исследований может также заставить изменить используемые при исследовании численные модели (например, при использовании МКЭ – типы применяемых конечных элементов, их размеры, расположение зон сгущения-разрежения конечноэлементных сеток). Существенными являются и следующие факторы: характер зависимости напряженнодеформированного состояния от времени, степень влияния на него условий контактного сопряжения, параметров окружающей среды и т.д.

В связи с этим большое развитие в последнее время получили методы исследований прочностных и жесткостных характеристик элементов механических систем, сочетающие численные и экспериментальные этапы. Традиционный подход К расчетноэкспериментальным исследованиям (рис. 2) направлен на исследование конкретного объекта, параметра, эффекта, и предполагает сопоставление результатов исследований "по горизонтали", т.е. полученных для одного объекта каким-либо из численных методов (или несколькими) и каким-либо из экспериментальных методов (или несколькими).

Данный подход эффективен во многих случаях, когда поведение исследуемого объекта достаточно полно описывается одним или небольшим количеством определяющих параметров. Однако при исследовании реальных механических систем в большинстве случаев имеет место ситуация, когда в исследуемом объекте нельзя заранее выделить эти определяющие параметры. Машина или механизм, состоящие из единиц, десятков и сотен основных элементов, находящихся в десятках, сотнях и тысячах взаимосвязей между собой и с внешней средой, описываются достаточно сложной математической моделью.

При использовании традиционной схемы проис-

ходит сопоставление как параметров  $P_M$ ,  $P_N$ ,  $P_E$ , так и зависимостей между ними, описываемых  $L_M$  ,  $L_N$  ,  $L_E$  , и последующая корректировка моделей до получения удовлетворительного соответствия. Одновременно может производиться как обоснованное расширение, так и сужение набора определяющих параметров, усложнение или упрошение зависимостей между ними.

Предлагается новая схема организации исследований, в которой можно устанавли-

Рисунок 2 – Традиционная схема расчетноэкспериментальных исследований

вать взаимосвязь не только между параметрами  $P_M$ ,  $P_N$ ,  $P_E$  и операторами  $L_M$ ,  $L_N$ ,  $L_E$ , а и между множествами тех и других (рис. 3).



Рисунок 3 – Предлагаемая схема расчетноэкспериментальных исследований

Это позволяет использовать при организации баз данных, содержащих результаты численных и экспериментальных исследований, описывающих различные механические системы, проводимые в различное время различными исследователями с применением различной аппаратуры, различных численных методов, различных вычислительных методов и средств для устанавления искомых зависимостей. Более того, избыточность информации (которая имеет место в некоторых случаях) на самом деле не приводит к противоречиям, а служит дополнительным источником повышения достоверности результатов, степени адекватности моделей и точности методов. Причем сопоставление результатов можно производить как между элементами множеств М, N и Е (математические модели, результаты численных и экспериментальных

исследований соответственно), так и внутри множеств, используя при этом различные весовые коэффициенты для выделения результатов более значимых исследований.

Получаемая в результате база знаний за счет постоянного пополнения множеств M, N и E не только растет в объеме, но и повышает достоверность содержащихся в ней элементов знаний. Предложенная схема нуждается в определенной формализации. Отдельной крупной задачей является организация, создание и сопровождение баз данных хотя бы по отдельным классам объектов, по тем или иным областям. Кроме того, еще одной важной проблемой является выбор критериев сопоставимости различных элементов различных множеств.

Естественно, что данный подход требует особой организации соответствующих баз данных, поскольку количество учитываемых факторов, параметров, воздействий и взаимосвязей в механических системах чрезвычайно велико, даже если ограничиться отдельным классом объектов. Лавинообразного роста информации можно избежать, используя иерархические структуры ее хранения, основанные на различных типах классификаций исследуемых объектов: по форме, по составу, по типам внешних воздействий, по функциональному назначению и т.д. При этом можно устанавливать различные виды соответствия: внутри определенного класса, подкласса, подподкласса, а также между элементами разных классов, подклассов, подподклассов и т.д.

Аналогичные подходы могут быть использованы для исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов самых разнообразных по форме, структуре, предназначению механических систем с применением различных вариантов РЭМ.

Формализация предложенного подхода может быть следующей. Пусть множество R — объединение элементов  $\overline{P}^i$ . Тогда множество параметров  $\overline{P}$  является объединением множество отдельных параметров отдельных представителей класса (для каждой из типов моделей R, N, M, E), и задача (5) записывается в виде

$$\overline{P}_{N}^{*}: I(\overline{P}, \overline{P}_{N}, \Delta u_{NF}) \leq \varepsilon.$$
 (6)

Для расширенного множества параметров, исходя из идеи о формальной равноправности параметров  $P_E, P_N, P_M$ , можно формировать расширенное обобщенное параметрическое пространства варьируемых параметров, уточняемых параметров, критериальных параметров, ограничительных параметров. При этом в процессе исследований все эти категории могут быть пересекающимися, перетекающими друг в друга. Тогда задача (5) записывается в виде

$$\overline{P}_{V}^{*}: I(\overline{P}, \overline{P}_{V}, \Delta u_{NE}) \leq \varepsilon, \qquad (7)$$

где  $\overline{P}_V$  – множество варьируемых параметров.

На случай динамического процесса обобщение

задачи

$$P_N^*, f^*: I(t) \leq \varepsilon$$
 (8)

предполагает формирование критерия, позволяющего распространить функционал на некоторый характерный интервал времени.

*На случай нелинейного процесса* справедлива формулировка

$$P_N^*, \tau^*: I(\tau) \leq \varepsilon,$$
 (9)

где  $\tau$  — множество параметров, описывающих нелинейный процесс (например, параметры нагружения при упруго-пластическом деформировании).

Ha случай резко возрастающих требований к вычислительным ресурсам возникает проблема, если требование увеличения точности вступает в противоречие с существующими в распоряжении исследователя вычислительными ресурсами  $R_S$  (выступает в качестве штрафа: величина его резко возрастает при приближении к ограничению на имеющиеся ресурсы):

$$P_N^*, f^* : I(P_N, f) + R_S(P_N, f) \le \varepsilon. \tag{10}$$

На случай сравнения состояний объекта через большие промежутки времени можно использовать идею хронологического "портретирования" (т.е. серия "снимков" объекта через большие промежутки времени, а отсюда — определение или изменения самого объекта, или физико-механических характеристик материала). Происходит как бы "привязка" "ромба" (см. рис. 1) предлагаемого РЭМ к разделенным моментам времени. В данном случае

$$P_N^*, f^*: I(t_1, t_2, ...t_n) \le \varepsilon.$$
 (11)

Здесь  $t_1, t_2, ...t_n$  — моменты времени, при которых производится сравнение состояний объекта.

Для формирования баз данных, знаний и экспертных систем на основе расчетно-экспериментальных исследований во многих случаях самостоятельную ценность имеют не только и не столько экспериментально проверенные результаты численных исследований, но и рационально сбалансированная достоверная численная модель объекта.

Конечно-элементная модель (КЭМ) сложного объекта может иметь также и большую коммерческую ценность. Кроме того, предложенная методика может быть положена в основу иерархической базы данных и знаний о том или ином классе объектов, причем объектами сравнения могут быть множества баз данных (как численных, так и экспериментальных). Здесь также могут быть введены соответствующие критерии улучшения модели, причем для сравнения могут быть взяты модели, полученные независимо из различных источников и в разное время.

Окончательным результатом исследования является достоверная численная модель для определения напряженно-деформированного состояния (НДС) тех или иных объектов или классов объектов. При решении поставленной задачи при помощи предложенного расчетно-экспериментального метода ее можно обра-

тить: пусть имеется достаточно точный инструмент исследования численных моделей, однако существует сомнение в применимости тех или иных математических моделей. То же — на любом участке цепи "математическая модель — численная модель — экспериментальная модель с измерительной аппаратурой". В этом случае можно: определить структуру и параметры той или иной модели (узкая задача); определить в пространстве варьируемых параметров области, в пределах которых справедливы различные модели (широкая задача).

Формально в процессе исследований можно "уравнять в правах" все типы моделей, выделив группу уточняющих моделей и уточняемую модель. Кроме того, возможна и постановка "смешанной" задачи, т.е. задачи, в которой объектом уточнения является множество параметров, представляющее совокупность параметров из различных типов моделей. В этом случае вместо уточняющих и уточняемых моделей (и их параметров) в качестве основных объектов выступают соответственно подмножества параметров. Более того, состав этих множеств может изменяться за счет "миграции" параметров из группы в группу.

Предложенные схемы РЭМ позволяют оперативно проводить *серии* исследований групп конструкций, причем наиболее трудоемкая часть, а именно экспериментальная, проводится в минимально возможном объеме.

INTERNET-Используя преимущества технологий, исследования с применением предложенного расчетно-экспериментального метода можно, вопервых, распараллелить (т.е. одновременно выполнять отдельные этапы и подэтапы силами различных исследователей и исследовательских групп), а, вовторых, разнести географически и хронологически. При организации сервера баз данных возможна также определенная организация хранения результатов исследований, позволяющая создавать банки данных по тем или иным группам конструкций. Придав таким базам данных свойства открытости и доступности, на определенной стадии их развития можно создавать "верификационные эталоны" для различных видов механических систем. Это в свою очередь позволяет создавать экспертные системы, само существование которых избавило бы от необходимости проводить большую часть экспериментальных исследований, поскольку перед предстоящим циклом исследований всегда была бы возможность обратиться к соответствующей (и все время пополняемой) базе знаний. Чем полнее и совершеннее эта база, тем больше вероятность получить необходимые рекомендации для построения достоверной численной модели исследуемой механической системы.

Естественно, что при проведении расчетноэкспериментальных исследований в предложенной постановке одним из требований является некоторая степень *избыточностии* экспериментальных данных, которая позволяет повысить степень точности и полноты создаваемой численной модели.

Таким образом, предложенный подход позволяет устранить существующие недостатки традиционной технологии расчетных и экспериментальных исследований НДС элементов сложных механических систем,

а именно формализовать процесс сравнения, автоматизировать процесс улучшения численной модели и повысить оперативность всего цикла исследований с привлечением современных информационных технологий, что дает возможность провести географическое и временное разделение процесса исследований.

Многошаговое уточнение параметров расчетных моделей элементов технологической оснастки. Процесс исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов современных машиностроительных конструкций характеризуется следующими особенностями: быстрая сменяемость изделий; предельно сжатые сроки проектирования и необходимость дальнейшего уменьшения сроков, отведенных для расчетов и испытаний изделий, подготовки производства, а также необходимость снижения стоимости данных этапов; высокие требования к техническим характеристикам изделий и к экологической безопасности их эксплуатации; наличие достаточного числа мощных универсальных CAD/CAM/CAE систем, которые автоматизируют большую часть этапов конструирования, исследований и технологической подготовки производства; высокая стоимость и большая исследований; длительность экспериментальных сложность формы, а также условий эксплуатации проектируемых машин; наличие большого количества разъемных и неразъемных соединений; необходимость учета явлений предварительного натяга, наличия микрозазоров, остаточных напряжений, односторонних ограничений в зонах контакта; неоднородность, анизотропность материала; уникальность некоторых объектов и недостаток в этой связи данных по исследованиям аналогичных конструкций.

Указанные обстоятельства предполагают необходимость во многих случаях производить в сжатые сроки и теоретические, и экспериментальные исследования элементов вновь проектируемых машин. Целый ряд конструкций при этом естественным образом вписывается В интенсивную схему расчетноэкспериментальных исследований. Однако дальнейшее ужесточение требований к достоверности результатов исследований требует создания РЭМ исследований, которые позволяют учитывать индивидуальные особенности исследуемых конструкций. Это возможно только в том случае, когда процессы теоретических и экспериментальных исследований: параллельны во времени; взаимосвязаны по данным; взаимно интегрированы; согласованы по используемым подходам; взаимно корректируемые по моделям.

Предлагается многошаговая схема расчетноэкспериментальных исследований элементов механических систем, которая предполагает следующие этапы: создание пробной расчетной модели объекта (модель первого уровня) с использованием специализированной или универсальной системы автоматизированного проектирования; проведение численного исследования объекта; проведение экспериментального исследования объекта и сравнение результатов численных и экспериментальных исследований и определение значимых факторов модели; корректировка структуры и параметров расчетных моделей объекта (модель второго уровня); проведение повторного численного исследования объекта; корректировка расчетной *модели третьего уровня;* проведение численных исследований объекта с различным набором конструктивных и эксплуатационных параметров и расчет значений параметров, обеспечивающих необходимый уровень прочности, жесткости, вибраций и т.д., а также корректировка исходной модели в САПР.

Одна из основных идей метода заключается в создании единой базы данных, в которую записываются в согласованной форме результаты численных и экспериментальных исследований, проводимых параллельно. Полученные расчетным и экспериментальным путем распределения искомых величин должны быть численно сопоставлены. В частности, наиболее естественным образом для сравнения при использовании МСГИ подходят величины перемещений точек поверхности исследуемого тела. В качестве критериев соответствия в некоторых случаях предлагается вычисление коэффициентов

$$k_B = \frac{\|u_E\|}{\|u_N\|}, \ k_{\Phi} = \frac{\|u_E - k_B u_N\|}{\|u_E\|}.$$
 (12)

Здесь  $u_E$  ,  $u_N$  — поля перемещений точек поверхности, полученные соответственно экспериментальным и численным путями,  $\|.\|$  — некоторая норма, а  $k_B$  ,  $k_{\phi}$  — коэффициенты соответствия величин и форм распределения.

Первый из коэффициентов описывает для многих случаев степень несоответствия характеристик материала (могут не соответствовать принятые расчетные и реальные для материала модели и самого объекта), применяемых гипотез (несоответствие расчетных и фактических моментов раскрытия стыков, величин предварительных натягов, а также дефекты материала или дефекты технологической операции), параметров КЭМ (неудачный выбор типов применяемых элементов, вида и густоты конечно-элементной сетки) и т.д. При этом необходимо заранее определять предельно допустимое значение  $k_{B}$  (в идеальном случае  $k_B = 1$ , и чем больше он отличается от 1, тем хуже соответствие). Коэффициент  $k_{\phi}$  в идеальном случае равен 0, а причины отклонения от идеального случая – те же, что и для  $k_B$ . Отличительной особенностью данного коэффициента является то, что в некоторых случаях он не может быть уменьшен ниже некоторой предельной величины  $k_{\Phi}^{np}$  вследствие того, что расчетная модель несет в себе неустранимые погрешности. В этом случае (если порог  $k_{\Phi}^{np}$  неприемлемо высок) необходимо производить корректировку исходной расчетной модели.

Область применения предложенного метода охватывает самые широкие классы исследуемых конструкций, виды решаемых задач и типы анализируемых процессов.

# Формирование критериев расчетноэкспериментального метода при построении рациональных расчетных моделей элементов исследуемых объектов

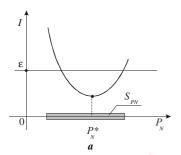
C учетом ограничений на варьируемые параметры P в реальных ситуациях, в предположении адекватной математической модели, минимизации различного вида погрешностей (измерения, округления, расшифровки), основную идею предполагаемого РЭМ можно представить в виде задачи:

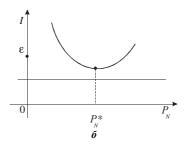
$$P_N^*: I(P_N) \to \min \ \textit{Ha} \ S_{P_N},$$
 (13)

где  $S_{PN}$  — область варьирования  $P_N$  .

Возможные варианты решения задачи:

- 1.  $I(P_N^*) \le \varepsilon$  полученная расчетная модель признается удовлетворяющей критерию точности (рис. 4, *a*), а множество параметров требованию полноты.
- 2.  $I({P_N}^*) \ge \epsilon$ , и не существует в пространстве параметров  $P_N$  такой точки, что  $I(P) \le \epsilon$ . Тогда пространство параметров неполное, и необходимо добавлять параметры в структуру модели (рис. 4,  $\delta$ ).
- 3.  $I(P_N^*) \ge \varepsilon$ , но существует в пространстве параметров  $P_N$  точка или область, где  $I(P) \le \varepsilon$ . Отсюда некорректные ограничения на параметры модели (или достоверная модель лежит за пределами возможностей варьирования параметров, например, размерность задачи очень высокая) (рис. 4,  $\epsilon$ ).





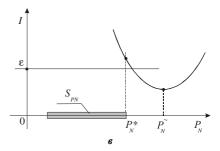


Рисунок 4 – К вопросу минимизации функционала несоответствия

Общая схема построения программноаппаратного комплекса при реализации расчетно-экспериментального метода

Основное противоречие в процессе исследований

по традиционной схеме – отсутствие *взаимовлияния* результатов теоретических и экспериментальных исследований в процессе самих исследований непосредственно, причем на базе *текущих* результатов исследований.

Основной функциональной особенностью предла-

гаемого подхода является механизм *обратной связи* в цепи расчет-эксперимент, обеспечивающей *параллельное* и *взаимосогласованное* (и *взаимовлияющее*) изменение плана расчетно-экспериментальных исследований в ходе *самокорректирующегося* процесса.

При этом сформулированная в работе задача решается при *скользящем* изменении состава пространств значимых параметров. Результатом работы процесса (рис. 5) является достоверная КЭМ, обеспечивающая получение прочностных и жесткостных характеристик класса исследуемых конструкций с заданной точностью.



Рисунок 5 — Структурная схема системы автоматизированного расчетно-экспериментального исследования

Таким образом, предложенный РЭМ дает возможность создавать *самокорректирующийся* процесс уточнения параметров расчетной параметрической модели.

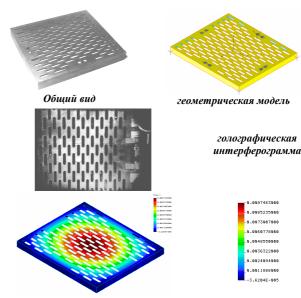
Общая постановка и схема построения программно-аппаратного комплекса (ПАК) на базе РЭМ предполагает в своей реализации решение следующих задач: определение структуры ПАК, разработку методов решения задачи автоматизации процессов расшифровки интерферограмм, разработку конкретной структуры программно-аппаратной реализации предложенных подходов, численную реализацию предложенных подходов.

#### Примеры применения предложенного метода

На рис. 6—8 представлены примеры объектов, исследованных с применением предложенного подхода, что дало возможность не только построить их качественные конечно-элементные модели, но и разработать удачные технические решения на этапе проектных разработок и технологической подготовки производства. Сравнение результатов численных и экспериментальных исследований дало возможность обосновать расчетные модели технологической оснастки.

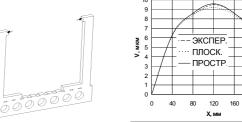
Предложенный метод расчетно-экспериментального обоснования структуры и параметров численных моделей исследуемых элементов механических систем применим к различным объектам. Так, для боевых бронированных машин одним из важнейших вопросов при компьютерном моделировании напряженнодеформированного состояния элементов сварного бронекорпуса является точность описания НДС сварных панелей гомогенными по свойствам материалами, т.е. без выделения сварного шва в отдельную область.

Кроме того, важным является выбор того или иного типа КЭ (Solid или Shell). Действительно Shell-модель в этом случае дает возможность более оперативного проведения многовариантных исследований.



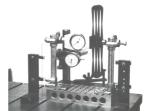
Картина распределения прогибов (Shell-модель)

Рисунок 6 — Базовая плита для универсально-сборных приспособлений для сварочных работ

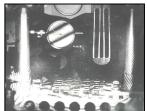


Расчетная схема р

Распределения прогибов плиты по результатам экспериментального и численного исследования



Запись спекл-интерферограммы



240

Спекл-интерферограмма



Картины распределения перемещений, полученные численно

Рисунок 7 — Переналаживаемое сборно-разборное приспособление для сборки трубопроводов под сварку

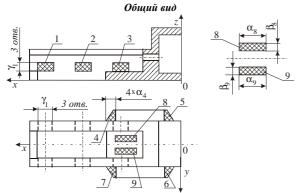
Для определения допустимости использования Shell-элементов был проведен конечно-элементный расчет и исследования с применением МСГИ. На рис. 9–11 представлены рабочие моменты и спеклинтерферограммы сварной и сплошной панелей.

Проведенные исследования дают основание для следующих выводов.

Для компьютерного моделирования НДС сварных бронекорпусов легкобронированных боевых машин применимо (в пределах упругого их деформирования)

использование конечных элементов типа Shell. Естественно, что на этапе оценки и прочностных характеристик необходимо дифференцировать механические свойства основного материала свариваемых панелей, материала сварного соединения и материала зоны термического влияния (околошовная область).





Зоны удаляемого металла в корпусах тисков



Голографическая интерферограмма в сопряжении корпус – подвижная губка

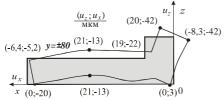


Схема деформирования корпуса тисков, полученная численно

Рисунок 8 – Станочное приспособление тисочного типа







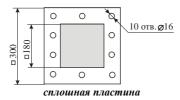
Система ввода графической информации в компьютер на базе цифровых камер

Рисунок 9 — Рабочие моменты лабораторных исследований на голографической установке СИН-1

Анализ картин и тенденций изменения решения при измельчении сетки КЭ создают почву для назначения необходимой густоты конечных элементов исходя из принятого уровня требуемой точности.

Кроме результатов по обоснованию структуры и

параметров конечно-элементных моделей исследуемых фрагментов бронепанелей, косвенно была получена также и оценка качества проведения технологической операции сварки. Действительно, как видно из представленных интерферограмм (см. рис. 10, 11), по ним практически невозможно отличить сплошную пластину от сварной с точки зрения реакции на действие нагрузки. Таким образом, НДС как сплошной, так и сварной пластин оказываются практически идентичными. Это свидетельствует скорее не о "равнопрочности" (поскольку образцы тестировались только в пределах упругой деформации и делать вывод о механических свойствах различных зон образца нет основания), а, так сказать, о "равножесткости", с одной стороны, сварной пластины, а с другой, сплошной. Качество же проведения сварки обеспечивает гомогенные физико-механические свойства различных зон свариваемой пластины.



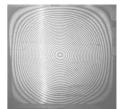


Рисунок 10 – Голографическая интерферограмма сплошной панели, полученные при помощи МСГИ



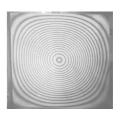
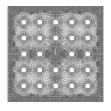


Рисунок 11 – Голографические интерферограммы сплошной и сварной панелей, полученные при помощи МСГИ

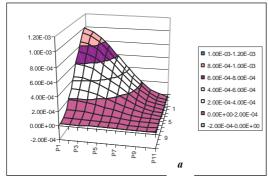
Дополнительно к анализу напряженнодеформированного состояния сварной пластины были проведены исследования образцов густоперфорированных пластин, которые используются, например, как базирующие элементы технологической оснастки на предприятиях бронетанкостроения. На рис. 12–14 представлены результаты расчетов по МКЭ и экспериментов по МСГИ, а также сравнительные распределения прогибов для пластин с системой круговых отверстий.

Рисунок 12 – Конечноэлементная модель для исследования напряженно-деформированного состояния перфорированных пластин



Из анализа представленных картин и распределений следуют такие выводы. В целом картина деформирования густоперфорированных пластин по характеру соответствует случаю сплошной пластины, но ослабленной (например, за счет уменьшения толщины). В зоне каждого отверстия наблюдается местное искажение общей картины деформирования. Таким образом, для опре-

деления коэффициента концентрации напряжений следует локально сгущать сетку конечных элементов в зоне отверстий. Если же речь идет только о перемещениях (прогибах), то такое местное сгущение нецелесообразно, т.к. только дает незначительное уточнение прогибов при существенном росте конечно-элементных моделей.



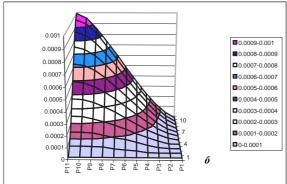


Рисунок 13 — Поля распределений прогибов сплошной и перфорированной пластин с дополнительно наклеенной фиксирующей пленкой:

а – расчет (2 мм); б – расшифровка – эксперимент

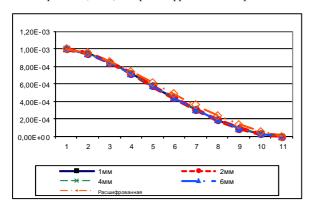


Рисунок 14 — Результаты численного сравнения экспериментальных и численных данных анализа напряженно-деформированного состояния тест-пластин (одна четверть)

Наличие тонкой регистрирующей (индикаторной) пленки, иногда применяемой для получения односвязной области фиксации голограмм вместо многосвязной, практически не искажает картину (качественно) и величины (количественно) прогибов ни сплошной, ни густоперфорированной пластин. С точки зрения фиксации и последующего сравнения результатов конечно-элементного и голографического исследования этот способ превращения многосвязной области в односвязную является удобным, правомерным и не вносящим существенных иска-

жений в первоначальный объект.

Таким образом, на нескольких примерах были проиллюстрированы этапы обоснования параметров численных моделей НДС исследуемых объектов. На этих этапах были обоснованы типы конечных элементов, их количество и граничные условия. Это дало возможность оптимизировать технические и тактико-технические характеристики создаваемых объектов БТТ, технологической оснастки для их производства, а также других машин, агрегатов и сооружений.

#### Заключение

- В работе описана технология расчетноэкспериментального исследования элементов механических систем, для которой характерны следующие особенности.
- 1. Предложенный РЭМ дает возможность организовывать самокорректирующийся процесс расчетноэкспериментальных исследований, основным результатом которого является достоверная расчетная параметрическая модель элементов механических систем.
- 2. Общая постановка и схема построения программно-аппаратного комплекса на базе расчетно-экспериментального метода и специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза предполагает решение следующих задач: определение структуры ПАК; организация информационных потоков; разработку конкретной структуры программно-аппаратной реализации предложенных подходов и численную реализацию.
- 3. Предложенный РЭМ устраняет противоречие, следующее из линейного характера процесса исследований в традиционной их постановке.
- 4. Разработанная технология расчетноэкспериментальных исследований встраивается в цикл проектирования, исследования, технологической подготовки производства и изготовления элементов машиностроительных конструкций, в т.ч — деталей объектов бронетанковой техники.
- 5. Предложена схема определения значимых факторов расчетных моделей элементов механических систем по результатам экспериментальных исследований. Для изучения влияния конструктивных, технологических и эксплуатационных параметров на НДС наиболее нагруженных и ответственных деталей исследуемых объектов предлагается производить комплекс экспериментальных исследований, в которых при варьировании условий определяется реакция исследуемого объекта. При этом представляется возможным построение сбалансированных расчетных моделей с необходимым уровнем детализации.

По результатам опыта использования предложенного метода в условиях исследования реальных конструкций можно заключить:

- 1. Метод обеспечивает высокую эффективность, оперативность, достоверность, точность и низкую стоимость исследований.
- 2. Результатом применения метода (или его частичной схемы) могут быть или согласованные распределения искомых перемещений, напряжений, деформаций, или согласованная расчетная модель, готовая для прове-

дения дальнейших расчетов.

- 3. Класс конструкций и явлений, на которые может быть распространен предложенный метод исследований, достаточно широк, а сам метод достаточно гибок и легко модифицируем.
- 4. На примере ряда объектов проиллюстрирована широкая область применения разработанного подхода.

Это дает основание утверждать, что применение предложенного подхода приводит к многократному сокращению сроков, стоимости исследований, дает сбалансированную модель для анализа и оптимизации элементов машиностроительных конструкций.

#### Список литературы

- Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике / О.К. Зенкевич. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
- Стренг Э. Теория метода конечных элементов / Стренг Э., Фикс Дж.. – М.: Мир, 1977. – 349 с.
- Основы военно-технических исследований. Теория и приложения: монография: [в 4 т.]. Т. 4. Методология исследования сложных систем военного назначения / С.В. Лапицкий, А.В. Кучинский, А.И. Сбитнев [и др.]; ред.: С.В. Лапицкий. – Киев: 2013. – 477 с.
- Чепков І.Б. Основні напрями розвитку озброєння і військової техніки. Організаційні і економічні механізми державної підтримки оборонної промисловості / Чепков І.Б. // Перспективи науковотехнологічного забезпечення оборонно-промислового комплексу України: Інформаційно-комунікативний захід (Київ, 22-23 вересня 2015 р.). – Київ: ТОВ "Міжнародний виставковий центр", 2015. – С. 8–13.
- Ткачук Н.А. Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения / Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д., Орлов Е.А. // Механіка та машинобудування, 2005. – № 1. – С.184-194.
- Ткачук Н.А. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. // Механіка та машинобудування, 2006. № 1. –С.57-79.
- Ткачук Н.А. Решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем / Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, Э.В. Глущенко, А.В. Ткачук // Механіка та машинобудування Харків: НТУ "ХПІ", 2004. №2. С.85-96.
- Капустин А.А. Теория спекл—интерферометрических измерений напряженно—деформированного состояния элементов натурных конструкций. В кн.: Физические основы голографии / Капустин А.А. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137–159.
- Капустин А.А. Использование методов голографической и спекл– интерферометрии в задачах технической диагностики элементов

- конструкций. В кн.: Тезисы докл. Всесоюзн. научно—технической конференции "Применение лазеров в науке и технике" / **Капустин А.А., Мажура С.О.** Ленинград, 1981. С.116–118.
- Вест Ч. Голографическая интерферометрия / Ч. Вест. М.: Мир, 1982. – 504 с.

#### References (transliterated)

- Zenkevich O.K. Metod konechnyh jelementov v tehnike / O.K. Zenkevich. Moscow: Mir, 1975. 541 p.
- Streng Je. Teorija metoda konechnyh jelementov / Streng Je., Fiks Dzh.
   – Moscow: Mir, 1977. 349 p.
- Osnovy voenno-tehnicheskih issledovanij. Teorija i prilozhe-nija: monografija: [v 4 t.]. T. 4. Metodologija issledovanija slozhnyh sistem voennogo naznachenija / S.V. Lapickij, A.V. Kuchinskij, A.I. Sbitnev [i dr.]; red.: S.V. Lapickij. – Kiev: 2013. – 477 p.
- 4. Chepkov I.B. Osnovni napryamy rozvytku ozbroyennya i viys'kovoyi tekhniky. Orhanizatsiyni i ekonomichni mekhanizmy derzhavnoyi pidtrymky oboronnoyi promyslovosti / Chepkov I.B. // Perspek-tyvy naukovo-tekhnolohichnoho zabezpechennya oboronno-promyslovoho kompleksu Ukrayiny: Informatsiyno-komunikatyvnyy zakhid (Kyyiv, 22-23 veresnya 2015 r.). Kyiv: TOV "Mizhnarodnyy vystavkovyy tsentr", 2015. P. 8–13.
- Tkachuk N.A. Struktura specializirovannyh integriro-vannyh sistem avtomatizirovannogo analiza i sinteza jelementov transportnyh sredstv special'nogo naznachenija / Tkachuk N.A., Brul' S.T., Malakej A.N., Gricenko G.D., Orlov E.A. // Mehanika ta mashinobuduvannja, 2005. – No 1. – P.184–194.
- Tkachuk N.A. Konechno-jelementnye modeli jelementov slozhnyh mehanicheskih sistem: tehnologija avtomatizirovannoj generacii i parametrizovannogo opisanija / Tkachuk N.A., Gri-cenko G.D., Chepurnoj A.D., Orlov E.A., Tkachuk N.N. // Mehanika ta mashinobuduvannja, 2006. – Npo1. – P. 57–79.
- Tkachuk N.A. Reshenija zadach raschetno-jeksperimental'nogo issledovanija jelementov clozhnyh mehani-cheskih sistem / N.A. Tkachuk, G.D. Gricenko, Je.V. Glushhenko, A.V. Tkachuk // Mehanika ta mashinobuduvannja Kharkov: NTU "KhPI", 2004. No 2. P.85–96.
- Kapustin A.A. Teorija spekl–interferometricheskih izmerenij naprjazhenno–deformirovannogo sostojanija jelementov naturnyh konstrukcij. V kn.: Fizicheskie osnovy golografii / Kapustin A.A. – Leningrad: LIJaF, 1979.– P. 137–159.
- Kapustin A.A. Ispol'zovanie metodov golograficheskoj i speklinterferometrii v zadachah tehnicheskoj diagnostiki jelementov konstrukcij. V kn.: Tezisy dokl. Vsesojuzn. nauchno-tehnicheskoj konferencii "Primenenie lazerov v nauke i teh-nike" / Kapustin A.A., Mazhura S.O. – Leningrad, 1981. – P. 116–118.
- Vest Ch. Golograficheskaja interferometrija / Ch. Vest. Moscow: Mir, 1982. – 504 p.

Поступила (received) 19.01.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Комп'ютерне моделювання процесів і станів складних систем: обгрунтування параметрів моделей розрахунково-експериментальним шляхом / Веретельник Ю.В., Ткачук Г.В., Кохановська О.В., Храмцова І.Я., Зарубіна А.О., Кохановський В.І., Ткачук М.А., Малакей А.М., Набоков А.В., Головін А.М., Веретельник О.В. //Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків : НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 14 –25. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-0775.

Компьютерное моделирование процессов и состояний сложных систем: обоснование параметров моделей расчетно-экспериментальным путем / Веретельник Ю.В., Ткачук А.В., Кохановская О.В., Храмцова И.Я., Зарубина А.А., Кохановский В.И., Ткачук Н.А., Малакей А.Н., Набоков А.В., Головин А.М., Веретельник О.В. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 14 –25. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-0775.

Computer modeling of processes and states of complex systems: justification of model parameters by computational and experimental way / Veretelnik Yu.V., Tkachuk AV, Kokhanovska O.V., Khramtsova I.Ya., Zarubina A.A., Kokhanovsky V.I., Tkachuk N.A., Malakey A.N., Nabokov A.V., Golovin A.M., Veretelnik O.V.//

Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 14–25. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Веретельник Юрій Вікторович** – ТОВ "БІІР Україна", Одеса.

**Веретельник Юрий Викторович** – ООО "БИИР Украина", Одесса.

Veretelnyk Yuriy - "BIIR Ukraine", Odessa.

*Ткачук Ганна Володимирівна* – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПП", старший науковий співробітник кафедри "Інформаційні технології і системи колісних і гусеничних машин ім. О.О. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

*Ткачук Анна Владимировна* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Информационные технологии и системы колесных м гусеничных машин им. А.А. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

*Tkachuk Ganna* – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, NTU "KhPI", Senior Researcher at Information Technology and Systems of Wheeled and Tracked Machines behalf of A.A. Morozov Department; tel.: (057) 707-63-35.

*Кохановська Ольга Владиславівна* – НТУ "ХПІ", провідний інженер кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076672.

**Кохановская Ольга Владиславовна** – НТУ "ХПИ", ведущий инженер кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 7076672.

Kokhanovska Olga – NTU "KhPI", lead engineer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076672.

**Храмцова Ірина Яківна** — НТУ "ХПІ", науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01.

**Храмцова Ирина Яковлевна** – НТУ "ХПИ", научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-61-66; e-mail: iyakhram@gmail.com.

Khramtsova Irina – NTU "KhPI", research associate of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01.

Зарубіна Алла Олександрівна — кандидат технічних наук, доцент, НТУ "ХПІ", професор кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01.

Зарубина Алла Александровна – кандидат технических наук, доцент, НТУ "ХПИ", профессор кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 707-69-01.

Zarubina Alla - Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, NTU "KhPI", Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01

*Кохановський Володимир Ілліч* – кандидат технічних наук, керівник відділу впровадження CAD/CAM систем, ПАТ "У.П.Е.К.", тел. (057) 707-69-02, tma@tmm-sapr.org.

**Кохановский Владимир Ильич** – кандидат технических наук, руководитель отдела внедрения CAD/CAM систем, ПАТ "У.П.Е.К.", тел. (057) 707-69-02, tma@tmm-sapr.org.

*Kokhanovskyi Volodymyr* – Ph.D., Head of implementation of CAD/CAM-systems Department, UPEC Industrial Group, tel.: (057) 707-69-02, <a href="mailto:tma@tmm-sapr.org">tma@tmm-sapr.org</a>.

*Ткачук Микола Анатолійович* – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Ткачук Николай Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Tkachuk Mykola* – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057)7076902; e-mail: <a href="mailto:tma@tmm-sapr.org">tma@tmm-sapr.org</a>.

*Малакей Андрій Миколайович* – заступник генерального директора з якості ДП "Завод ім. Малишева", Харків; тел. (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Малакей Андрей Николаевич* — заместитель генерального директора по качеству ГП "Завод им. Малышева", Харків; тел. (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Malakei Andrii* – deputy general director for quality at "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

**Набоков Анатолій Володимирович** – НТУ "ХПІ", аспирант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901.

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 7076901.

Nabokov Anatoliy - NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076901.

**Головін Андрій Михайлович** – НТУ "ХПІ", студент гр. ТМ-84б кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів та машин", тел.: (057) 707-69-01.

**Головин Андрей Михайлович** – НТУ "ХПИ", студент гр. ТМ-84б кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 707-69-01.

Golovin Andrey – NTU "KhPI", student gr. TM-84b of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01.

**Веремельник Олег Вікторович** — НТУ "ХПІ", молодший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів та машин"; тел.: (057) 707-69-01.

**Веремельник Олег Викторович** – НТУ "ХПИ", младший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 707-69-01;

Veretelnyk Oleg – NTU "KhPI", junior researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057) 707-69-01

#### УДК 621.01

#### В.И. ГОЛОВЧЕНКО, Г.П. ГЛИНИН, Н.Л. ИВАНИНА

# ПРОВЕРКА ПРОЧНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ КРЕПЛЕНИЯ ЦИСТЕРНЫ К ШАССИ АВТОТОПЛИВОЗАПРАВЩИКА ОТ ДЕЙСТВИЯ ПОПЕРЕЧНОЙ И ВЕРТИКАЛЬНОЙ НАГРУЗОК

В статье на примере аэродромного топливозаправщика летательных аппаратов АТЗ-10 изложен ход выполнения расчетов по проверке прочности элементов крепления цистерны к шасси автомобиля от действия поперечных и вертикальных инерционных сил. Ею завершается рассмотрение темы расчетов элементов крепления цистерны от действия всего комплекса нагрузок, которое было выполнено в предыдущих трех статьях. В ней изложены особенности расчетов болтовых и сварных соединений элементов с учетом их конструкции и условий работы.

*Ключевые слова*: цистерна, шасси, опора, кронштейн, болт, сварной шов, сдвиг, отрыв, опрокидывание, смятие, напряжение, прочность

У статті на прикладі аеродромного паливозаправника літальних апаратів АТЗ-10 викладений хід виконання розрахунків по перевірці міцності елементів кріплення цистерни до шасі автомобіля від дії поперечних та вертикальних інерційних сил. Нею завершується розгляд теми розрахунків елементів кріплення цистерни від дії всього комплексу навантажень, який проводився в попередніх трьох статтях. В ній викладені особливості розрахунків болтових та зварних з'єднань елементів з урахуванням їх конструкції та умов роботи.

*Ключові слова*: цистерна, шасі, опора, кронштейн, болт, зварний шов, зсув, відрив, перекидання, зминання, напруження, міцність

A strength checking procedure for tank-to chassis fastening elements of flying vehicle fueler is described in the paper. Elements that hold ATZ-10 fueler tank from its shifting and overturning in the lateral direction as well as from its separation from the fueler chassis in the vertical direction due to the tank's lateral and vertical inertial forces are checked. This paper completes the consideration of the problem of fastening elements strength checking for the whole set of loads which was being performed in previous three ones. Some peculiarities of bolts and welding joints strength checking that account for their structure and working conditions are considered here.

Keywords: tank, chassis, support, bracket, bolt, weld, shifting, separation, overturning, crushing, stress, strength

#### Введение

В статьях [1–3] изложены положения, которые принимаются за основу при выполнении расчетов прочности элементов крепления цистерны к шасси автомобильного топливозаправщика летательных аппаратов, и на примере автотопливозаправщика AT3-10 (рис. 1) описан ход выполнения расчетов по проверке прочности элементов, удерживающих цистерну от смещения и опрокидывания под действием продольной нагрузки.

В данной статье рассматриваются ход и особенности выполнения расчетов прочности элементов крепления цистерны от действия поперечной и вертикальной нагрузок.

# Объекты проверки

Общий вид топливозаправщика AT3-10 представлен на рис. 1. Подробное описание способа крепления цистерны к шасси дано в [1-3].

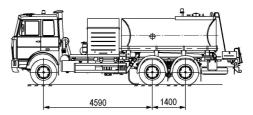


Рисунок 1 – Общий вид аэродромного топливозаправщика AT3-10

Для крепления цистерны от поперечной и вертикальной нагрузок используются те же кронштейны и болты, что и для крепления цистерны от опрокидывания при действии продольной инерционной силы (рис. 2, 3): поперечные упоры – ребра кронштейнов цистерны – удерживают ее от поперечного смещения, а кронштейны и болты – от опрокидывания и от отрыва. С каждой стороны цистерны на ее левом и правом лонжеронах имеется три таких узла. Прочность этих узлов, а также подкладок (деревянных брусьев), уложенных в полости лонжеронов цистерны (рис. 3, 6), подлежит проверке при проектировании цистерны.

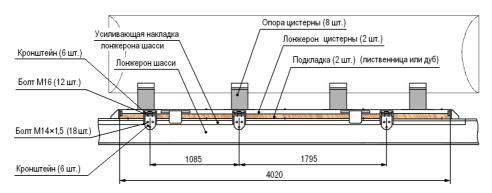
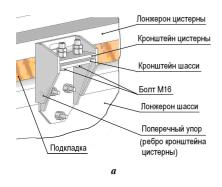


Рисунок 2 – Элементы крепления цистерны топливозаправщика к шасси автомобиля

© Головченко В.И., Глинин Г.П., Иванина Н.Л., 2017



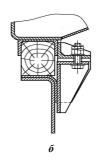


Рисунок 3 — Узел крепления цистерны к шасси от действия поперечной и вертикальной нагрузок: а — общий вид, б — сечение вертикальной поперечной плоскостью по оси болта

#### Действие поперечной нагрузки

Согласно [4–6] расчетная величина поперечной нагрузки, которую должно выдерживать крепление цистерны, равна общему весу цистерны с топливом, что составляет  $N_n = 94961$  H. Поскольку эта величина больше силы трения на поверхности стыка лонжеронов цистерны и лонжеронов шасси от общего веса цистерны с топливом и суммы сил затяжки крепежных болтов  $F_{mp} = 86335$  H, а создаваемый ею опрокидывающий момент  $M_{onp}^{\,n} = 92,4\cdot 10^6 \, \text{ H}\cdot \text{мм} \,$  больше удерживающего момента  $M_{yo}^n = 36,1 \cdot 10^6 \text{ H} \cdot \text{мм}$  [1], нагружение от поперечной силы испытывают все элементы узлов крепления: и упоры, и кронштейны, и болты, и подкладки. Схема действия поперечной силы  $N_n$  на узлы крепления цистерны представлена на рис. 4, a: сдвигающая сила  $H = N_n - F_{mp} = 8626$  H нагружает поперечные упоры кронштейнов цистерны, а разность опрокидывающего и удерживающего моментов создает пару вертикальных  $V = \left(M_{onp}^n - M_{vo}^n\right)/a = 6.9 \cdot 10^4$  H, одна из которых отрывает цистерну от шасси, а другая - прижимает к нему. В результате действия первой из этих сил создается дополнительная нагрузка на болты и кронштейны одной стороны цистерны, а в результате действия второй - дополнительное сжатие подкладки - деревянного бруса, уложенного в полости лонжерона другой стороны цистерны (прижимающая сила V через опоры цистерны, установленные в четырех поперечных сечениях по ее длине, передается на лонжерон цистерны, а от него – на подкладку).

Поскольку точное решение задачи определения долей величин сил H и V, приходящихся на каждый из трех узлов крепления цистерны и каждую из четырех нагружаемых при опрокидывании опор, ввиду статической неопределимости и наличия случайных производственных факторов получить весьма затруднительно, расчетные значения сил, действующих на один узел крепления, условно принимаем равными половине найденных выше общих величин сил H и V:  $H_{1\kappa p} = H/2 = 4313$  H и  $V_{1\kappa p} = V/2 = 34500$  H, а расчетное значение вертикальной прижимающей силы, действующей на одну опору, — равной одной трети общей вертикальной силы V:  $V_{1on} = V/3 = 23000$  H.

В статическом состоянии автотопливозаправщика узлы крепления цистерны находятся под воздействием сил затяжки болтов, а подкладки – еще и

под действием силы веса цистерны с топливом. Затяжка болтов выполняется дважды: предварительно (при установке цистерны на шасси) и окончательно (во время подготовки топливозаправщика к испытаниям при заполненной топливом цистерне). Момент на ключе для затяжки составляет 50 Нм, усилие в болте, создаваемое затяжкой, — 10073 H [1].

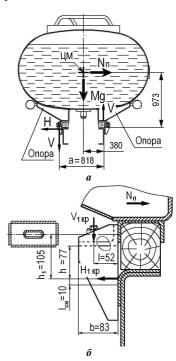


Рисунок 4 — Схема нагружения узла крепления при действии на цистерну поперечной нагрузки

Далее выполняем проверку прочности каждого элемента крепления.

Кронштейн цистерны. Кронштейн цистерны изготовлен из прокатного уголка 100×100×10 мм длиной 136 мм, к торцам которого приварены поперечные пластины-упоры толщиной 10 мм. Вдоль продольной и частично вдоль поперечных сторон вертикальной полки уголка, а также по контуру специального выполненного в ее средней части выреза кронштейн приваривается к лонжерону цистерны угловыми швами катетом 6 мм.

Материал кронштейна — низколегированная конструкционная сталь марки 09Г2С, имеющая предел текучести  $\sigma_T=325$  МПа и предел прочности  $\sigma_g=450$  МПа. Допускаемое нормальное напряжение для нее принимаем равным

 $[\sigma]$ = 0,85 $\sigma_T$  = 275 МПа [1], допускаемое касательное напряжение –  $[\tau]$ = 0,6 $[\sigma]$ = 165 МПа.

Горизонтальная сила  $H_{1\kappa p}$  вызывает смятие и срез, а создаваемый ею на плече  $h_I$  момент — изгиб упоров кронштейна и отрыв кронштейна от лонжерона по соединяющим их сварным швам. Напряжения смятия, среза и изгиба упоров определяются по общепринятым формулам:

$$\sigma_{CM} = H_{1KD} / (2l_{CM}t) = 22 \text{ M}\Pi a,$$

где расчетная длина площадки смятия принята равной толщине ребра t=10 мм;

в поперечном сечении на высоте  $h=77\,$  мм от точки приложения силы

$$\tau_{\text{max}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{H_{1\kappa p}}{2bt} = 4 \text{ M}\Pi \text{a}, \ \sigma_u = \frac{6H_{1\kappa p}h}{2h^2t} = 15 \text{ M}\Pi \text{a}.$$

Как видно, величины напряжений весьма низкие, следовательно, прочность упоров обеспечивается.

Действие на кронштейн вертикальной силы  $V_{1\kappa\rho}$ аналогично действию вертикальной силы, вызываемой продольным опрокидывающим моментом [3]: кронштейн, находящийся под действием силы предварительной затяжки двух болтов, нагружается дополнительной внешней силой, отрывающей его от кронштейна шасси. Отличие состоит в величине внешней силы. Внешняя сила, действующая на наиболее нагруженный кронштейн от продольного опрокидывания цистерны (ближайший от заднего днища цистерны) [3], значительно меньше суммарной силы затяжки болтов этого кронштейна. Это значит, что соединяемый болтами стык лонжеронов цистерны с лонжеронами шасси при продольном опрокидывании цистерны не раскрывается и, следовательно, на кронштейн внешняя нагрузка передается не полностью. Результирующую вертикальную нагрузку на кронштейн при таких условиях можно определить, используя формулу  $P_{\kappa p} = Q_0 + \chi V$  [7], где  $Q_0$  – суммарная сила предварительной затяжки болтов кронштейна; V – внешняя сила;  $\chi$  – коэффициент внешней нагрузки. В данном же случае величина внешней силы ( $V = V_{1\kappa\rho} = 34500$  H) превышает силу затяжки болтов ( $Q_0 = 2P_{3am} = 20146$  H), что указывает на возможность раскрытия стыка и необходимость выполнения соответствующей проверки. Проверка показывает, что внешняя сила  $V_{1\kappa p}$  превышает вели-

чину [7] 
$$N_0 = \frac{Q_0}{1-\chi} = 27982$$
 H (  $\chi = 0.28$  [3]) и стык,

следовательно, раскрывается, а на болты и на кронштейн передается полная величина внешней нагрузки  $V_{1\kappa p}=34500\,$  Н. Таким образом, величина расчетной вертикальной нагрузки на кронштейн составляет  $P_{\kappa p}=V_{1\kappa p}=34500\,$  Н.

Прочность кронштейна проверяем с помощью конечно-элементного программного комплекса AN-SYS. Расчетные геометрическая и конечноэлементная модели кронштейна представлены на рис. 5. Они описаны в [3].



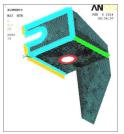


Рисунок 5 — Модели кронштейна цистерны: а — геометрическая модель, б — конечно-элементная модель

Нагрузку от болтов прикладываем по кольцевым площадкам горизонтальной полки кронштейна в виде равномерно распределенного давления с интенсивно-

стью 
$$q = P_{\kappa p} / \left[ 2 \cdot \frac{\pi}{4} \left( D_0^2 - d_0^2 \right) \right] = 77$$
 H/мм², где

 $D_0 = 24$  мм и  $d_0 = 17$  мм — соответственно диаметр опорной поверхности гайки и внутренний диаметр шайбы. Картина напряженного состояния кронштейна от данной нагрузки в виде картины распределения эквивалентных по Мизесу напряжений приведена на рис. 6.

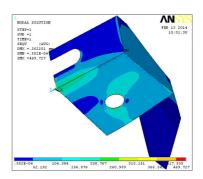


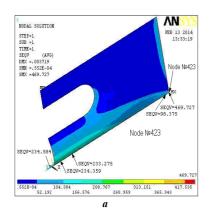
Рисунок 6 – Картина напряженного состояния кронштейна крепления цистерны к шасси (МПа) от действия на цистерну поперечной нагрузки

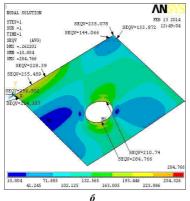
Согласно полученным результатам, наиболее нагруженными областями кронштейна являются: угловая область, в которой сходятся полки уголка и пластина поперечного упора; область сопряжения полок уголка; область кромки отверстия для болта. Наибольшее напряжение действует в угловом узле № 423, его величина составляет 469 МПа. Более полное представление о напряженном состоянии данных областей можно получить из рис. 7.

Из рис. 7 следует, что напряжения в данных областях весьма высоки, однако допускаемое значение превышается только в угловой области вертикальной полки. Анализ показал, что повышенное по сравнению с допускаемым напряжение действует только в одном — угловом узле данной полки, а на расстоянии половины толщины примыкающих к этой полке пластин напряжение составляет всего лишь 120 МПа. Поскольку в пластинчатых конечно-элементных моделях угловые узлы находятся в точке или на линии пересечения срединных (не наружных или внутренних) по-

верхностей моделируемых пластин, вычисляемые программой величины напряжений в них являются величинами *условными*. Поэтому считаем, что проч-

ность угловой области вертикальной полки и кронштейна в целом обеспечивается.





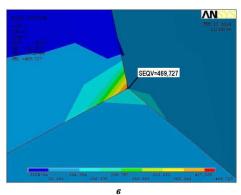


Рисунок 7 — Картины распределения эквивалентных напряжений в наиболее нагруженных областях кронштейна: а — в вертикальной полке; б — в горизонтальной полке; в — в угловой области

Далее проверяем прочность сварных швов, соединяющих кронштейн с лонжероном (см. рис. 4,  $\delta$ ). На сварные швы через упоры передается горизонтальная поперечная сила  $H_{1\kappa p}$ , а через болты – вертикальная сила  $V_{1\kappa p}$ , направленная вниз. Вертикальная сила вызывает сдвиг кронштейна относительно лонжерона, а горизонтальная сила и момент, создаваемый совместным действием обеих сил, вызывают отрыв его от лонжерона. Величина момента, действующего на швы, равна  $M_{uu} = V_{1\kappa p} \cdot l - H_{1\kappa p} h_1 = 1,34 \cdot 10^6 \ \text{H} \cdot \text{мм}.$ 

Расчетное сечение сварных швов и принятая эпюра напряжений в швах от момента изображены на рис. 8. Расчетная толщина шва принята равной 0.7k = 4 мм, где k = 6 мм — катет шва. Для упрощения вычислений контур внутренних сварных швов принят прямоугольным.

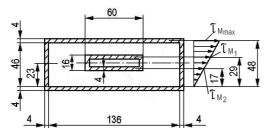


Рисунок 8 – Расчетное сечение сварных швов и эпюра напряжений от момента

Величины напряжений от сил определяем непосредственно  $\tau_H = H_{1\kappa p}/F = 2\,$  МПа,  $\tau_V = V_{1\kappa p}/F = =$  17 МПа, где F – площадь расчетного сечения сварных швов ( $F=2064\,$  мм²), а от момента – с использованием расчетной схемы, аналогичной предложенной в [2] для сварных соединений, когда между свариваемыми деталями отсутствует конструктивный зазор. В рассматриваемом соединении кронштейна с лонжероном зазора нет. При нагружении кронштейна моментом в сварных швах практически отсутствует сжатая часть, поэтому эпюра напряжений в них может быть принята в виде

треугольника, изображенного на рис. 8.

Максимальное напряжение  $au_{M\, {
m max}}$  от момента действует в верхнем продольном шве. При принятой эпюре величина напряжения в верхнем шве внутреннего контура равна  $au_{M\, {
m max}} = (29/48) au_{M\, {
m max}}$ , в нижнем шве этого контура —  $au_{M\, {
m max}} = (17/48) au_{M\, {
m max}}$ . Величину максимального напряжения  $au_{M\, {
m max}}$  определяем из уравнения равновесия в виде равенства внешнего момента  $au_{M\, {
m max}}$  сумме моментов внутренних сил, вызванных напряжениями в каждом шве. С целью упрощения вычислений и ввиду малой значимости вертикальных швов внутреннего контура, ими пренебретаем:

$$\begin{split} M_{ul} &= \tau_{M \text{ max}} \cdot 136 \cdot 4 \cdot 48 + \frac{29}{48} \tau_{M \text{ max}} \cdot 52 \cdot 4 \cdot 29 + \\ &+ \frac{17}{48} \tau_{M \text{ max}} \cdot 52 \cdot 4 \cdot 17 + 2 \cdot \frac{1}{2} \tau_{M \text{ max}} \cdot 48 \cdot \frac{2}{3} \cdot 48, \\ &\Rightarrow \tau_{M \text{ max}} = 43 \text{ M}\Pi \text{a}. \end{split}$$

Результирующее максимальное напряжение от совместного действия сил и момента равно  $au_{pe3.\,\mathrm{max}} = \sqrt{( au_{M\,\mathrm{max}} + au_{H})^2 + au_{V}^2} = 50$  МПа. Допускаемое напряжение для данного типа швов принимаем в соответствии с [1] равным  $[ au]_{uu} = 0.8 \cdot 0.6 [\sigma] = 130$  МПа. Как видно, прочность сварных швов приварки кронштейна обеспечивается.

**Кронитейн шасси.** Проверка прочности кронштейнов шасси выполняется аналогично. Согласно полученным результатам, прочность кронштейнов обеспечивается.

**Болты.** Общая нагрузка на болты, соединяющие одну пару кронштейнов (кронштейн цистерны и кронштейн шасси), при поперечном опрокидывании цистерны равна  $V_{1\kappa p}=34500$  H, следовательно, нагрузка на один болт составляет  $P_6=V_{1\kappa p}/2=17250$  H. В данном соединении используются болты М16 из стали 40X, имеющей предел текучести  $\sigma_T=900$  МПа, предел

прочности  $\sigma_6=1000$  МПа, относительное удлинение  $\delta_5=10$ . При проверке прочности болтов вычисляем нормальное напряжение от силы  $P_6: \sigma=4P_6/(\pi d_1^2)=$  = 123 МПа (  $d_1=13,385$  мм – внутренний диаметр резьбы болта), касательное напряжение от момента, скручивающего болт при затяжке (  $M_{\kappa p}=38,2$  Н·м), определяемого по формуле  $M_{\kappa p}=P_{3am}\cdot\frac{d_2}{2}tg(\lambda+\rho)$  [8], в которой  $P_{3am}=10,08$  кН — усилие в болте от затяжки,  $d_2=14,701$  мм — средний диаметр резьбы,  $\lambda=0,0433$  рад и  $\rho$   $\rho=0,4327$  рад — соответственно угол подъема витков резьбы и приведенный угол трения в резьбе [1]:

 $\sigma_{_{3K6}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = 192\,$  МПа. Допускаемое напряжение принимаем равным  $[\sigma] = \sigma_T/2 = 450\,$  МПа. В данном случае, поскольку материал болтов имеет низкое значение относительного удлинения, коэффициент запаса прочности n=2 принят бо́льшим по сравнению с указанным в [1] значением для пластичных сталей. Как видно, прочность болтов крепления цистерны к шасси обеспе-

 $\tau = 16M_{\kappa p}/(\pi d_1^3) = 74$  МПа; и эквивалентное напряже-

теории

прочности)

(по третьей

чивается.

Подкладки лонжеронов цистерны. Данные подкладки находятся между лонжеронами цистерны и лонжеронами шасси и испытывают сжатие в вертикальном направлении. Как отмечалось выше, в статическом состоянии автотопливозаправщика обе подкладки (с левой и правой его стороны) сжимаются силой веса цистерны с топливом и силами затяжки болтов крепления цистерны к шасси, а при поперечном опрокидывании цистерны одна из подкладок (та, относительно которой происходит опрокидывание) испытывает дополнительное сжатие от вертикальной силы V, создаваемой опрокидывающим моментом (см. рис. 4). Непосредственно на подкладку сжимающие силы от весовой нагрузки и нагрузки, создаваемой опрокидывающим моментом, передаются через опоры цистерны и приваренный к ним лонжерон, а от сил затяжки болтов - через кронштейны и лонжерон.

Аналогично принятому выше расчетному значению вертикальной силы, действующей на одну опору при поперечном опрокидывании цистерны (равному одной трети общей вертикальной силы V, действующей на всю подкладку,  $V_{1on} = V/3 = 23000$  Н), расчетное значение весовой нагрузки, приходящейся на одну опору цистерны, принимаем равной одной шестой веса цистерны с топливом (общее количество опор цистерны равно восьми) [1]:

$$G_{1on} = \frac{(m_u + m_m)g}{2 \cdot 3} = 15827 \text{ H},$$

где  $m_{\rm u}=1680~{\rm kr}$  и  $m_{m}=8000~{\rm kr}$  — соответственно массы цистерны и топлива.

Проверку прочности подкладки на смятие вы-

полняем для ее наиболее нагруженных зон — зон передних опор цистерны, так как напротив каждой из этих опор (в отличие от задних опор) имеются кронштейны крепления цистерны к шасси, нагрузка от затяжки болтов которых практически полностью передается подкладке в пределах этих зон и добавляется к нагрузкам от веса и опрокидывания. Сила затяжки болтов одного узла крепления составляет  $Q_0 = 2P_{3am} = 20146~\mathrm{H}.$ 

Напряжение смятия определяем на поверхности контакта подкладки с лонжероном шасси. Расчетную длину площадки контакта принимаем равной длине нижней горизонтальной грани призмы давления (рис. 9), аналогичной рассмотренной в [3], однако в данном случае длина верхней грани  $m_I$  призмы принята равной не длине кронштейна, а ширине опоры b цистерны.

При ширине опоры b=225 мм, высоте, номинальной ширине и расчетной ширине подкладки соответственно h=100 мм, t=84 мм и  $t_p=0.9\cdot 84=75$  мм, тангенсе угла призмы давления  $tg\alpha=0.4$  [3] длина нижней грани призмы составляет  $m_2=305$  мм, а расчетная площадь смятия —  $F_{cM}=m_2t_p=22875$  мм².

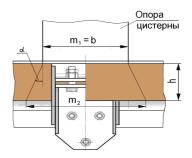


Рисунок 9 – Призма давления в подкладке лонжерона цистерны

В статическом состоянии топливозаправщика напряжение смятия равно

$$\sigma_{cm.cmam} = (G_{1on} + Q_0)/F_{cm} = 1,57 \text{ M}\Pi a.$$

При поперечном опрокидывании цистерны подкладка в зоне опоры, как уже отмечалось, дополнительно нагружается сжимающей силой  $V_{1on}=23000$  Н. Предварительная непосредственная оценка динамической добавки напряжения дает величину

$$\sigma_{cM,\partial uH} = V_{1on} / F_{cM} = 1,01 \text{ M}\Pi a.$$

Суммарное напряжение при этом

$$\sigma_{cm.cym} = \sigma_{cm.cmam} + \sigma_{cm.\partial un} = 2,58$$
 M $\Pi$ a.

Несмотря на то, что эта величина на 7,5% превышает справочное значение допускаемого значения для материала подкладки — лиственницы —  $[\sigma_{\scriptscriptstyle CM}]$  = 2,4 МПа [3], ее можно считать приемлемой. Во-первых, потому что допускаемые напряжения на смятие, приводимые в справочной литературе, соответствуют нагружению деталей по типу внедрения

до величины

одной в другую, в то время как здесь имеет место значительно более благоприятное локальное нагружение протяженной детали, контактирующей с другой по всей своей длине. Во-вторых, потому что в результате дополнительного сжатия подкладки нагрузкой, вызванной опрокидыванием цистерны, предварительная затяжка болтов ослабевает, в результате чего суммарное напряжение смятия подкладки уменьшается. Вычисленное по используемой в [3] расчетной схеме уменьшение высоты подкладки составляет

$$\Delta h = \frac{V_{1on}h}{E_n F_{cp}} = 0.174 \text{ MM},$$

где  $F_{cp}=\frac{m_1+m_2}{2}\cdot t==22260~\mathrm{mm}^2$  – среднее арифметическое значение площадей горизонтальных граней призмы давления;  $E_n=595~\mathrm{M\Pi a}$  – модуль упругости материала подкладки. При податливости узла крепления (кронштейнов и болтов)  $\lambda_{y_3.\kappa p}=2,99\cdot10^{-5}~\mathrm{mm/H}$  [3] нагрузка от затяжки болтов уменьшается на  $\Delta Q_0=\Delta h/\lambda_{y_3.\kappa p}=5820~\mathrm{H}$ , а сум-

$$\sigma_{c.m.c.y.m} = \frac{G_{1on} + (Q_0 - \Delta Q_0) + V_{1on}}{F_{c.m}} = 2,32 \text{ M}\Pi a,$$

марное напряжение смятия подкладки уменьшается

что не превышает справочное значение допускаемого напряжения.

Проверку прочности на смятие верхней грани призмы не выполняем, поскольку возможность ее разрушения значительно меньше, чем нижней вследствие того, что верхняя часть подкладки устанавливается в полость лонжерона с натягом по боковым граням (см. рис. 4,  $\delta$ ), что стесняет ее поперечную деформацию и, следовательно, способствует увеличению ее прочности. Таким образом, прочность подкладок лонжеронов цистерны считаем обеспеченной.

### Действие вертикальной нагрузки

Согласно [4-6] крепление цистерны должно быть рассчитано также на действие вертикальной нагрузки в направлении сверху вниз, равной удвоенному общему весу цистерны с топливом  $(N_{\rm в.н} = 189922 \text{ H})$ , и в направлении снизу вверх, равной общему весу цистерны с топливом  $(N_{H,6} = 94961 \text{ H})$ . Данные величины нагрузок следует понимать так, что расчетная нагрузка в направлении сверху вниз  $N_{\mathit{e.н}}$  представляет собой сумму статической и динамической составляющих, каждая из которых равна весу цистерны с топливом, а расчетная нагрузка в направлении снизу вверх  $N_{\scriptscriptstyle H.6}$  представляет собой разность динамической и статической составляющих, первая из которых равна удвоенному весу цистерны с топливом. Нагрузка  $N_{e,H}$  прижимает цистерну к шасси, а нагрузка  $N_{\scriptscriptstyle H.6}$  отрывает ее от шасси.

При действии вертикальной нагрузки в направ-

лении сверху вниз кронштейны и болты узлов крепления цистерны к шасси не нагружаются. Нагружение испытывают лишь лонжероны и уложенные в них подкладки. Последние проверяем на смятие. Проверку выполняем аналогично проведенной выше, но с учетом того, что при действии вертикальной нагрузки сверху вниз опрокидывания цистерны ни в продольном, ни в поперечном направлениях не происходит, а нагружение подкладок происходит так, как если бы к ним была приложена дополнительная статическая нагрузка от силы веса цистерны с топливом. Как отмечалось выше, в статическом состоянии топливозаправщика подкладки испытывают действие весовой нагрузки и сил затяжки болтов крепления цистерны к шасси, при котором расчетное значение напряжения смятия подкладки равно  $\sigma_{cm.cmam} = (G_{1on} + Q_0)/F_{cm} =$ = 1,57 МПа. Очевидно, при действии вертикальной нагрузки, равной удвоенному весу цистерны с топливом, дополнительная динамическая добавка на одну цистерны равна статической  $G_{100} = 15827$  Н. Если при нагружении динамической добавкой не учитывать уменьшение силы от затяжки болтов вследствие деформации подкладки, суммарное смятия будет  $\sigma_{\scriptscriptstyle CM.CYM} = (2G_{\scriptscriptstyle 1on} + Q_{\scriptscriptstyle 0})/F_{\scriptscriptstyle CM} = 2,26$  МПа. Как видно, данное значение напряжения меньше допускаемого.

При действии на цистерну вертикальной нагрузки в направлении снизу вверх дополнительное нагружение испытывают только узлы крепления цистерны к шасси – кронштейны и болты, подкладки же при этом разгружаются. Принимаем для расчета, что всю нагрузку воспринимают узлы крепления, расположенные лишь в двух поперечных сечениях цистерны (аналогично тому, как проверялась прочность узлов крепления от действия поперечной инерционной силы, с тем, однако, отличием, что в данном случае нагрузка передается не на два узла одной стороны цистерны, а на четыре узла на обеих ее сторонах). Следовательно, расчетное значение нагрузки, приходящейся на один узел, равно  $N_{\rm H.6.1} = N_{\rm H.6}/4 = 23740$  Н. Это значение меньше значения вертикальной силы ( $V_{1\kappa\rho}$  = 34500 H), на которое выполнялась проверка прочности узла крепления при действии опрокидывающего момента от поперечной инерционной силы. Поскольку прочность и кронштейнов, и болтов при действии поперечной инерционной силы обеспечивается (что показано выше), она также обеспечивается и при действии вертикальной нагрузки при ее направлении снизу вверх.

Как показывают результаты проверки, прочность элементов крепления цистерны при действии вертикальной силы в обоих направлениях обеспечивается.

# Заключение

В статье изложен ход выполнения расчетов по проверке прочности элементов крепления цистерны к шасси автомобиля от действия поперечной и вертикальной нагрузок на примере реальной конструкции автотопливозаправщика АТЗ-10 и описаны некото-

рые особенности их выполнения. Предложенные способы уточнения традиционно применяемых расчетных моделей элементов узлов крепления позволяют выявить и более полно использовать имеющиеся в них запасы прочности, не прибегая к увеличению их размеров и, следовательно, их массы.

#### Список литературы

- 1. Головченко В.И. Основные положения расчета крепления цистерны к шасси автомобиля автотопливозаправщика / Головченко В.И., Иванина Н.Л. // Вестник НТУ "ХПИ". 2012. №22. С. 40–47.
- Головченко В.И. Проверка прочности элементов крепления цистерны к шасси автотопливозаправщика от смещения при действии продольной нагрузки / Головченко В.И., Иванина Н.Л. // Вестник НТУ "ХПИ". – 2013. – №1. – С. 22–35.
- 3. **Головченко В.И.** Проверка прочности элементов крепления цистерны к шасси автотопливозаправщика от опрокидывания при действии продольной нагрузки / **Головченко В.И., Иванина Н.Л.** // Вестник НТУ "ХПИ". 2013. №23. С. 45–58.
- ГОСТ Р 50913-96 Автомобильные транспортные средства для транспортирования и заправки нефтепродуктов. Типы, параметры и общие технические требования. – М.: Издательство стандартов, 1996. – 31 с (с изм. 1 от 01.08.98).
- ГОСТ Р 52906-2008. Оборудование авиатопливообеспечения. Общие технические требования. – М.: Стандартинформ, 2008. – 37 с.
- 6. ДОПОГ. Европейское соглашение о международной перевозке опасных грузов. ECE/TRANS/160. В 2-х томах. Том 2. Нью-Йорк Женева: Изд-во ООН, 2002.
- 7. **Биргер И.А.** Расчет на прочность деталей машин: Справочник. Изд. 3/ **Биргер И.А.**, **Шорр Б.Ф.**, **Иосилевич Г.Б.**. М.: Ма-

- шиностроение, 1979. 702 с.
- Детали машин. Изд. 6. / Батурин А.Т., Ицкович Г.М. и др. М.: Машиностроение, 1971. – 466 с.

#### References (transliterated)

- Golovchenko V.I. Osnovnye polozhenija rascheta kreplenija cisterny k shassi avtomobilja avtotoplivozapravshhika / Golovchenko V.I., Ivanina N.L. // Vestnik NTU "KhPI". – 2012. – No 22. – P. 40–47.
- Golovchenko V.I. Proverka prochnosti elementov kreplenija cisterny k shassi avtotoplivozapravshhika ot smeshhenija pri dejstvii prodol'noj nagruzki / Golovchenko V.I., Ivanina N.L. // Vestnik NTU "KhPI". – 2013. – No 1. – P. 22–35.
- 3. **Golovchenko V.I.** Proverka prochnosti elementov kreplenija cisterny k shassi avtotoplivozapravshhika ot oprokidyvanija pri dejstvii prodol'noj nagruzki / **Golovchenko V.I., Ivanina N.L.** // Vestnik NTU "KhPI". 2013. No 23. P. 45–58.
- 4. **GOST R 50913-96.** Avtomobil'nye transportnye sredstva dlja transportirovanija i zapravki nefteproduktov. Tipy, parametry i obshhie tehnicheskie trebovanija. M.: Izdatel'stvo standartov, 1996. 31 p. (s izm. 1 ot 01.08.98).
- GOST R 52906-2008. Oborudovanie aviatoplivoobespechenija. Obshhie tehnicheskie trebovanija. – Moscow: Standartinform, 2008. – 37 p.
- DOPOG. Evropejskoe soglashenie o mezhdunarodnoj perevozke opasnyh gruzov. ECE/TRANS/160. V 2-h tomah. Tom 2. – N'ju-Jork – Zheneva: Izd-vo OON, 2002.
- Birger I.A. Raschet na prochnost' detalej mashin: Spravochnik. Izd. 3/ Birger I.A., Shorr B.F., Iosilevich G.B. – Moscow: Mashinostroenie, 1979. – 702 p.
- Detali mashin. Izd. 6. / Baturin A.T., Ickovich G.M. i dr. Moscow: Mashinostroenie, 1971. 466 p.

Надійшла (received) 19.01.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Перевірка міцності елементів кріплення цистерни до шасі автопаливозаправники від дії поперечної і вертикальної навантажень / В.І. Головченко, Г.П. Глінін, Н.Л. Іванина // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 26—32. — Бібліогр.: 8 назв. — ISSN 2079-0775.

Проверка прочности элементов крепления цистерны к шасси автотопливозаправщика от действия поперечной и вертикальной нагрузок / Головченко В.И., Глинин Г.П., Иванина Н.Л. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 26–32. – Библиогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0775.

Checking the strength of the fastening elements of the tank to the chassis of the autoplanker from the effect of transverse and vertical loads / Holovchenko V.I., Glinin G.P., Ivanina N.L. // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No. 12 (1234). – P. 26–32. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Головченко Владимир Иванович* – кандидат техничних наук, ПРАТ "ГСКТІ", інженер-конструктор, Маріуполь; тел.: (097) 156-04-05; e-mail: v.i.gol@yandex.ua.

*Головченко Влодимир Іванович* — кандидат технических наук, ПРАТ "ГСКТИ", инженер-конструктор, Мариуполь; тел.: (097) 156-04-05; e-mail: v.i.gol@yandex.ua.

*Holovchenko Volodymyr* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), PRJSC "GSKTI", design engineer, Mariupol; tel. (097) 156-04-05; e-mail: v.i.gol@yandex.ua.

*Глинін Генадій Павлович* – ПРАТ "ГСКТІ", Головний конструктор, Мариуполь; тел.: (0629) 51-83-35; e-mail: info@gskti.com.ua.

*Глинин Геннадий Павлович* – ПРАТ "ГСКТИ", Главный конструктор, Мариуполь; тел.: (0629) 51-83-35; e-mail: info@gskti.com.ua.

Glinin Genady - PRJSC "GSKTI", Chief engineer, Mariupol; tel. (0629) 51-83-35; e-mail: info@gskti.com.ua.

**Іваніна Ніна Леонідівна** — ПРАТ "ГСКТІ", інженер-конструктор, Мариуполь; тел.: (050) 681-86-09; e-mail: on-inl@yandex.ru.

**Іванина Нина Леонидовна** – ПРАТ "ГСКТИ", инженер-конструктор, Мариуполь; тел.: (050) 681-86-09; e-mail: on-inl@yandex.ru.

Ivanina Nina - PRJSC "GSKTI", design engineer, Mariupol; tel.: (050) 681-86-09; e-mail: on-inl@yandex.ru.

УДК 539.3

# В.Б. ГРИНЬОВ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, М.А. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ, Ю.Б. ГУС $\epsilon$ В, А.В. НАБОКОВ, Я.М. ЛІСОВОЛ

# МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТОНКОСТІННИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ВАРІЮВАННІ ТОВЩИНИ

У роботі поставлена та розв'язана задача забезпечення конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням зміни товщини в процесі експлуатації, зокрема, викликаної впливом корозійного зношування. Запропонований у роботі підхід передбачає обчислення чутливостей компонент напружено-деформованого стану та власних частот форм коливань із використанням скінченно-різницевих співвідношень. При цьому чутливість визначається за допомогою залучення т.з. "реперних" розв'язків, які відповідають гранично допустимим стоншуванням окремих елементів конструкції. У результаті лінеаризовані співвідношення для визначення власних частот і форм коливань та компонент напружено-деформованого стану розповсюджуються не тільки на нескінченно малі варіації товщин окремих елементів, але й на малі, але скінченні їх величини.

*Ключові слова:* напружено-деформований стан, тонкостінні конструкції, корозійне стоншування, чутливість, збурення, метод скінченних елементів.

В работе поставлена и решена задача обеспечения конструкционной прочности тонкостенных элементов машиностроительных конструкций с учетом изменения толщины в процессе эксплуатации, в частности, вызванной воздействием коррозионного износа. В работе предложен подход, предусматривающий вычисления чувствительностей компонент напряженно-деформованного состояния и собственных частот и форм колебаний с использованием конечно-разностных соотношений. При этом чувствительность определяется посредством привлечения т.н. "реперных" решений, которые соответствуют предельно допустимым утонениям отдельных элементов конструкции. В результате линеаризованные соотношения для определения собственных частот и форм колебаний и компонент напряженно-деформованного состояния распространяются не только на бесконечно малые вариации толщин отдельных элементов, но и на малые, но конечные их величины.

*Ключевые слова:* напряженно-деформированное состояние, тонкостенные конструкции, коррозионное утоншение, чувствительность, возмущение, метод конечных элементов.

The problem for ensuring the structural strength of thin-walled engineering structures components taking into account thickness change during service was solved. Thickness change could be caused by corrosion, in particular. In the given work approach is proposed for computing sensitivity of the stress-strain state components and natural frequencies using finite-difference relations. With this method sensitivity is determined with the help of the "reference" solutions, which is matched with the maximum allowable (standard setting) thinning of the individual construction elements. As a result, the linearized relations for the determination of the natural frequencies fluctuations and stress-strain state components are applied not only to infinitesimal variations of the thickness of individual elements, but also to small finite magnitudes.

Keywords: stress-strain state, thin-walled structures, corrosion thinning, sensitivity, disturbance, finite element method.

# Вступ

Для сучасного машинобудування однією із характерних тенденцій є намагання на етапі проектування та виготовлення забезпечити тривалий термін експлуатації унікальних машин. Подібні машини призначені для виконання своїх функцій у механічно та хімічно агресивних середовищах, при дії атмосферних опадів, вітрових, а також циклічних змінюваних навантаженнях. Структура конструкції багатьох таких машин переважно складається із металевих трубчасто-коробчастих тонкостінних елементів. Прикладами таких машин є крупнотонажні крани, екскаватори, відвалоутворювачі, перевантажувачі вугілля, руди та інших матеріалів, тягачі, бронетранспортери, вібраційні машини, вагони, а також багато інших машин. Одна з головних проблем багаторічної безпечної та продуктивної їх експлуатації полягає в деградації властивостей силових елементів внаслідок механічного або хімічного зношування, в першу чергу - в результаті корозійного або механічного пошкодження поверхневих шарів. З огляду на тривалий термін експлуатації металоконструкцій (десятки років) чинник корозійного та іншого впливу враховується на етапі проектування, що дає можливість ефективно їх експлуатувати при стоншенні складових елементів до рівня 0,7 – 0,8 від номінальних товшин, тобто на 20-30%.

Проте, як показав аналіз публікацій, нормативних документів та матеріалів багатьох технічних оглядів, на даний час відсутні методики розрахунків даного типу машин при сукупній дії чинників нерівномірного стоншування та змінюваного напружено-деформованого стану (НДС) (як процесів у часі та просторі) силових елеме-

нтів цих машин. У результаті виникає ситуація, коли на етапі проектування структура і параметри елементів створюваної машини визначаються виходячи із розрахунків або для початкового, або для рівномірно стоншеного до кінцевого граничного стану. При цьому ігнорується чинник нерівномірного стоншування протягом довготривалої експлуатації. А це може призвести до вичерпання конструкційної міцності елементів машини у деякому проміжному стані.

Таким чином, удосконалення методів визначення НДС тонкостінних елементів високонавантажених машин із урахуванням нерівномірного стоншування  $\varepsilon$  актуальним і важливим науково-технічним завданням динаміки та міцності машин. Вирішення даної задачі визначило напрямок досліджень, які описані в роботі.

## Мета і завдання роботи

Метою роботи  $\epsilon$  удосконалення методів аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій (ТЕМК) з урахуванням нерівномірного стоншування внаслідок зношування протягом тривалого терміну експлуатації.

Для досягнення поставленої мети у роботі розв'язані наступні задачі:

 – аналіз та узагальнення методів визначення власних частот і форм коливань (ВЧФК) і напруженодеформованого стану машин з урахуванням стоншення

© Гриньов В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук М.А., Грабовський А.В., Гусєв Ю.Б., Набоков А.В., Лісовол Я.М., 2017

елементів металоконструкцій;

- розробка комплексної математичної моделі напружено-деформованого стану, власних частот і форм коливань тонкостінних елементів машин з урахуванням нерівномірного стоншування;
- розробка спеціалізованого програмно-модельного комплексу (СПМК) для комп'ютерного аналізу НДС та ВЧФК, що реалізує запропоновану математичну модель, та його апробація на тестових задачах;
- розв'язання прикладних задач аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів реальних машинобудівних конструкцій;
- оцінка достовірності отриманих числових результатів шляхом порівняння з даними експериментальних досліджень.

#### Аналіз стану питання

Серед робіт, що присвячені аналізу аналітичних та числових методів розрахунку ТЕМК, основою є праці [1-3]. Для визначення НДС складних тонкостінних елементів конструкцій найбільшими можливостями володіє метод скінченних елементів (МСЕ) [4]. Для аналізу чутливості ТЕМК широко використовуються методи теорії збурень. Обґрунтування структури і параметрів конструкцій проводиться на основі методів оптимізації, представлених у працях [5-7] та інших. Аналіз методів розрахунку ТЕМК, умов експлуатації проведено на прикладі кранів-перевантажувачів; широкий огляд таких методів наведено у [2] та інших роботах. Як видно із аналізу, для подібних конструкцій існують нормативні граничні ступені стоншування їх стінок (до 20-25% та більше), проте існуючі методики розрахунку конструкційної міцності не враховують нерівномірного стоншування протягом усього терміну експлуатації. Таким чином, у ході проектних досліджень для забезпечення конструкційної міцності цих машин необхідно багатоваріантне дослідження НДС їхніх силових елементів з урахуванням зазначених вище чинників. Для оцінки довговічності конструкцій застосовуються різні підходи: методи континуальної механіки пошкоджуваності, механіки руйнування, багатоциклової і малоциклової втоми [8–10] та інші. Окремої уваги заслуговують роботи, у яких розглядається взаємозв'язок НДС тонкостінних елементах конструкції з урахуванням стоншування внаслідок корозійних явищ. З цього напрямку можна відзначити роботи [11–16].

У той же час для багатьох відповідальних машинобудівних конструкцій, призначених для роботи протягом тривалого терміну експлуатації в агресивних середовищах і при важких навантаженнях, важливо не тільки і не стільки точно оцінити їхню довговічність, а гарантовано її забезпечити. Таким чином, є необхідність удосконалення підходів, математичних моделей і створення СПМК для розв'язання задач аналізу НДС і спектру власних частот (ВЧ) та форм (ВФ) коливань ТЕМК при зміні їх товщини на всіх етапах життєвого циклу. Приймається, що несучу здатність забезпечує частина перерізу, яка є стоншеною, а матеріал поверхневих шарів розчиняється і видаляється. У такій постановці потрібна розробка методів оцінки впливу кількості матеріалу, що видаляється, на НДС досліджуваної конструкції.

Математичне моделювання НДС елементів тонкостінних конструкцій з урахуванням стоншування їх стінок. Пропонується врахувати специфічні властивості досліджуваних пластинчастих, стержневих та оболонкових об'єктів: тонкостінність, малий ступінь стоншення, можливість параметризації величини і положення діючих навантажень. Крім того, вважається справедливою гіпотеза про істотно нижчу швидкість процесу стоншення порівняно зі швидкістю решти процесів, а також про відсутність значних динамічних ефектів. Таким чином, дослідження просторових пластинчасто-оболонковостержневих конструкцій зі змінюваною у просторі та часі товщиною (перерізом) описується за допомогою ступеня стоншення, що дорівнює відношенню зміни поточного розміру до вихідного.

На прикладі стержнів, оболонок та пластин поставлена у роботі задача зводиться до інтегрування систем рівнянь. Ця система рівнянь еквівалентна проблемі мінімізації квадратичного функціоналу енергії системи [17]

$$\Im(u,h) \to \min$$
, (1)

де h(x), h(x, y) — розподіл товщини уздовж довжини або площі поперечного перерізу тонкостінного елемента в певний момент часу (рис.1).

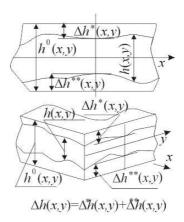


Рисунок 1 – Зміна поточної товщини ТЕМК порівняно з початковою

На основі методу скінченних елементів розглядається запропонований удосконалений загальний підхід до розв'язання поставленої задачі.

Тонкостінна (пластинчаста в даному випадку) конструкція займає в просторі область  $\Omega$  (рис. 2) та подається у вигляді композицій тонкостінних поверхневих ділянок (листів)  $s_k$ , k=1,...,N, на які в напрямку нормалей  $\vec{n}_k$  в одну (або в дві) сторону нарощено матеріал номінальної товщини  $h_k^0$ . Надалі вводиться скінченноелементна Shell-модель, у якої  $S_k = const$ , k=1,...,N;  $h_k = h_k(t)$  залежить від часу t. У результаті отримана система рівнянь відносно вузлових невідомих

$$[K] \cdot \{x\} = \{f\},$$
 (2)

де K — змінювана при стоншуванні матриця жорсткості;  $h(t) = \{h_1(t)...h_N(t)\}^T$  — масив поточних товщин (для кожної ділянки  $S_k$ ); f — вектор зовнішніх навантажень, які зводяться до вузлів. При цьому і матриця жорсткості, і масив правих частин у загальному випадку залежать па-

раметрично від масиву вузлових (або елементних) ступенів стоншування.

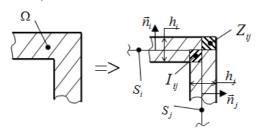


Рисунок 2 — Представлення області  $\Omega$  у вигляді об'єднання підобластей  $S_{\iota}$  х  $h_{\iota}$ 

Для розв'язання задачі потрібно: 1) встановити характер зміни елементів матриці жорсткості при малій зміні h; 2) визначити розв'язок x як функцію параметрів h; 3) запропонувати алгоритм обчислення компонент НДС конструкції при довільних змінах ступеня стоншування її окремих елементів.

Процес стоншування у часі t має вигляд

$$h_{\nu} = h_{\nu}(0) - \Delta h_{\nu}(t) = h_{\nu}(0)(1 - \alpha_{\nu}), \tag{3}$$

де  $\alpha_k = \Delta h_k(t)/h_k(0) \ge 0$  — відносне стоншення листа k, яке відповідає моменту часу t.

Тоді масив  $\alpha(t) = \{\alpha_1...\alpha_N\}^T$  задає ступінь стоншення всіх елементів конструкції. Особливістю відповідних тонкостінних конструкцій (типу силових елементів кранів, перевантажувачів, відвалоутворювачів, конвеєрів) є встановлювана нормативно гранична величина  $\alpha^*$ , як правило,  $\alpha^* << 1$ . У цьому випадку компоненти матриці жорсткості окремих елементів  $k_e$ , що відповідають згінній складовій і плоскому НДС, представимо у вигляді:

$$k_e^{(u_{32})} = h_e^3 \cdot k_e^{\hat{}}, \ k_e^{(\Pi\Pi)} = h_e \cdot k_e^{\hat{}},$$
 (4)

де  $k_e^{\hat{}}$  ,  $k_e^{\hat{}}$  – незалежні від  $\alpha_e$  величини.

Утримування тільки лінійних членів у (4) дає:

$$k_e^{(uz)} = k_e^{\hat{}} \cdot h_{0e}^3 (1 - 3\alpha), k_e^{(n\pi)} = k_e^{\hat{}} h_{0e} (1 - \alpha).$$
 (5)

Відповідно, глобальна матриця жорсткості має виглял:

$$[K] \approx [K_0] - [K_0'(\alpha)],$$
 (6)

де  $K_0=K_0(h(0))$  — матриця жорсткості конструкції у початковому стані;  $K_0'$  — матриця жорсткості, складена з комбінацій потроєних компонент "згінних" та одинарних — "плоских" компонент матриці жорсткості  $K_0$ . Таким чином,  $K_0 \neq K_0(\alpha)$ ,  $K_0' = K_0'(\alpha)$ . При цьому  $K_0'$  — симетрична матриця, елементи якої набагато менші компонент матриці  $K_0$  та є їх лінійною комбінацією з коефіцієнтами  $\alpha_k <<1$ .

Розв'язок системи рівнянь (2) з урахуванням варіювання товщини має вигляд [18]

$$\{x\} = [K]^{-1} \cdot \{f\} = ([K_0] - [K_0])^{-1} \cdot \{f\}. \tag{7}$$

Обернена матриця подається у вигляді суми двох матриць:

$$([K_0] - [K'_0])^{-1} \approx [C] + [D],$$

$$[C] = [K_0]^{-1}; [D] = [K_0]^{-1} \cdot [K'_0] \cdot [K_0]^{-1},$$
(8)

де C не залежить від параметра  $\alpha$ , а D – залежить. Таким чином, розв'язок (7) може бути поданий у вигляді

$$\{x(\alpha)\} = \{x(0)\} + ([K_0]^{-1} \cdot [K'_0]) \cdot \{x(0)\} =$$

$$= ([E] + [K_0]^{-1} \cdot [K'_0]) \cdot \{x(0)\} \cdot$$
(9)

Цей запис аналогічний співвідношенням, одержуваним при розв'язанні задачі чутливості, однак у даному випадку явно визначені вирази для знаходження коефіцієнтів матриці  $K_0^{-1}K_0^{\prime}$ , компоненти якої лінійно залежать від компонент вектора  $\alpha$ . Таким чином,  $x(\alpha)$  є лінійною формою параметрів  $\alpha$ .

Для організації багатоваріантних досліджень НДС тонкостінних конструкцій з урахуванням стоншування стінок (тобто при різних наборах  $\alpha$ ) можна використовувати розв'язок (10), який є компонентним записом виразу (9):

$$x^{(p)} = x_0^{(p)} + \sum_{k=1}^{N} \rho_{\kappa p} \alpha_{\kappa} x_0^{(p)}, \ \forall p \ , \tag{10}$$

де  $\rho_{\kappa p} \alpha_{\kappa}$  – елементи матриці  $K_0^{-1} K_0'$ , p – загальна кількість варіантів розрахунків.

Оскільки ці співвідношення виведені із наближених виразів, то їх застосування обмежене малими  $\alpha$ , але з ростом  $\alpha_k$  точність хоч і погіршується, однак загальні тенденції зміни компонент розв'язку  $x(\alpha)$  будуть задовільними. Тому, задавшись гранично допустимими дозволеними  $\alpha^*$  (які встановлюються нормативами на експлуатацію), можна за точними розв'язками при завданні різних комбінацій  $\alpha^{\sim} = \{0,...,\alpha^*,...,0\}$  отримати співвідношення для визначення  $\rho_{\rm kp}^{\wedge}$  (або чутливості  $\Delta^{(p)}$ ):

$$\Delta^{(p)} = \left\{ \Delta_1^{(p)}, \Delta_2^{(p)}, \dots, \Delta_{N_e}^{(p)} \right\}^T,$$

$$\sum_{k=1}^{N} \hat{\rho_{\kappa\rho}} \tilde{\alpha_k} x_0^{(p)} = x_*^{(p)} - x_0^{(p)} = \alpha^* \cdot \Delta^{(p)},$$
(11)

де  $x_* = \{x_*^{(p)}\}$  — точні "реперні" розв'язки (2) при  $\alpha = \alpha^{\sim}$  . Таким чином, розв'язки  $x(\alpha)$  визначаться як лінійна комбінація "номінального" та набору "реперних"

$$x_{(\alpha)}^{(i)} = x_0^{(i)} + \sum_{k} \Delta_i^k \alpha_k . \tag{12}$$

При цьому "реперні" розв'язки знаходяться методом прямого скінченного збурення СЕМ досліджуваної тонкостінної конструкції (тобто маємо точний розв'язок для граничного випадку за кожним із параметрів набору  $\alpha = \{0,...,\alpha^*,...,0\}$ ), що є альтернативою методам теорії збурень (ТЗ) з обчисленням відповідних чутливостей за виразом (9).

Також запропонований підхід застосовний і для ви-

значення тенденцій зміни власних частот коливань.

Власні коливання

$$x_i = A_i \sin \omega_i \tag{13}$$

здійснюються за власними формами  $A_i$  та з власними частотами коливань  $\omega_i$ . Вони задовольняють системі рівнянь:

$$\left(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}\right) A_i = 0 \; ; \quad Det\left(\mathbf{K} - \omega_i^2 \mathbf{M}\right) = 0 \; . \tag{14}$$

Тут К — матриця жорсткості; М — матриця мас досліджуваної конструкції; i — номери власних форм та власних частот коливань.

Власні частоти  $\omega_i = \omega_i(\alpha)$ , і їхня залежність від параметрів  $\alpha$  в околі нуля можуть бути лінеаризовані. Більш того, власні форми коливань теж можуть бути лінеаризованими в околі номінальних значень:

$$A(\alpha) = A(0) + A'(0) \cdot \alpha; \omega_i(\alpha) = \omega(0) + \omega'(0) \cdot \alpha. \quad (15)$$

Таким чином, представлені вище співвідношення установлюють тенденції зміни власних частот і форм коливань при варіюванні товщин елементів тонкостінних машинобудівних конструкцій.

#### Частинні задачі

У результаті отримані співвідношення для визначення розв'язку використані для різноманітних розрахунків НДС при різних поєднаннях стоншувань стінок, без необхідності розв'язання кожного разу повної системи рівнянь МСЕ (2) та без обчислення компонент матриці чутливості при використанні теорії збурень (9).

Для демонстрації загальних залежностей ефективним  $\epsilon$  аналіз частинних випадків. Із застосуванням запропонованого підходу здійснено розв'язання низки тестових задач про зв'язаний НДС та стоншування стінок ТЕМК. Так, прийнявши (без зниження загальності) до розгляду модель Долинського [11, 12]

$$dh / dt = -C_1 - C_2 \cdot \sigma_z(z, t) , \qquad (16)$$

де  $C_1, C_2$  – деякі фізико-механічні характеристики процесу корозійного стоншення, що визначаються властивостями середовища і матеріалу,  $\sigma = \sigma_z(z,t)$  – згінні напруження на нижній кородованій поверхні стержня, початкові умови:  $h|_{t=0} = h_0$ , для задачі вигину стержня (рис. 3) розподіл згинальних моментів М вздовж осі заловольняє системі

$$d^{2}M/dz^{2} = f(z), M|_{z=0} = 0, M|_{z=1} = 0.$$
 (17)

Максимальні згинні напруження (на поверхні  $S^{\wedge}$ )

$$\sigma(z,t) = M(z,t)/W , \qquad (18)$$

де W – момент опору ( $W = bh^2/6$ ).

Толі

$$dh/dt = -C_1 - C_2 \cdot \left[ 6 \cdot M(z) / (b \cdot h^2) \right] =$$

$$= -C_1 - \hat{C}_2(z) / h^2(t), \qquad (19)$$

$$\hat{C}_2 = C_2 \cdot 6 \cdot M(z) / b.$$

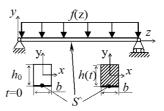


Рисунок 3 — Розрахункова схема стержня під дією розподіленого поперечного навантаження (S^-поверхня, що піддається корозії)

Для розв'язання (19) аналітично можна записати рівняння в оберненій формі:

$$\dot{h} = 1/t' \implies t' = -1/(C_1 + C_2/h^2) = h^2/(C_1h^2 + C_2),$$
(20)

а його розв'язок матиме вигляд

$$t(h) = -(h - h_0) / C_1 + 1 / C_1 \sqrt{C_2 / C_1} \cdot \left( arctg(\sqrt{C_1 / C_2} \cdot h) - arctg(\sqrt{C_1 / C_2} \cdot h_0) \right).$$
 (21)

Тут  $t(0) = T_{kr}$  характерний критичний час, тобто час повного розчинення (внаслідок зношування в умовах поверхневої корозії) найбільш навантаженої ділянки.

Проаналізовано характерні навантаження стержня. У випадку рівномірно розподіленого навантаження  $(q = const\ )$ 

$$d^{2}M / dz^{2} = q \Rightarrow$$

$$M(z) = q \cdot z(l-z) / 2 \Rightarrow$$

$$\sigma(z,t) = (3q \cdot z(l-z)) / (b \cdot h^{2}(t)).$$
(22)

Тоді з урахуванням (22) закон стоншування можна записати у вигляді:

$$dh/dt = -C_1 - C_2 \cdot 3q \cdot z(l-z)/(b \cdot h^2) =$$

$$= -C_1 - \hat{C}_2(z)/h^2(t).$$
(23)

Задаючись конкретними значеннями (для модельної задачі)  $C_1=1,\,C_2=1,\,$  а також  $l=10,\,q=1,\,b=1,\,h_0=1,\,$  отримано залежності напружень на нижній поверхні S^, що змінюються в часі (рис. 4). На графіках рис. 4 час "t" та просторова координата "z" представлені в інтервалах  $[0..T_{kr}]$  та [0..l] відповідно (числами позначені номери точок дискретизації по "t" та по "z").

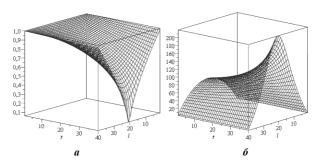


Рисунок 4 — Результати розрахунку товщини і напружень у стержні під дією розподіленого навантаження: а — зміна товщини, б — зміна згинних напружень

урахуванням взаємопов'язаності процесів стоншування та НДС на основі розв'язків модельних задач для шарнірно опертого стержня про дію розподіленого рухомого навантаження, раціонального розподілу матеріалу тощо, показано, що характер зростання напружень і зменшення товщини стержня  $\epsilon$  процесом, який на початковому етапі  $\epsilon$  майже лінійним, а далі – різко прогресуючим у часі та локалізованим у зонах високих напружень. Ці при особливості враховані програмно-модельній реалізації запропонованого підходу до аналізу і синтезу складних просторових тонкостінних конструкцій.

# Комп'ютерна реалізація створеного інструменту аналізу НДС та ВЧФК для дослідження тонкостінних машинобудівних конструкцій

Структура створеного спеціалізованого програмномодельного комплексу показана на рис. 5. Запропоновано спосіб організації числових досліджень із залученням СПМК, що об'єднують спеціальним чином підготовлені параметричні геометричні та скінченно-елементні моделі досліджуваних об'єктів, спеціалізовані програмні модулі, що здійснюють варіювання цих моделей, а також універсальні програмні комплекси-розв'язувачі (типу Ansys, Abaqus, Nastran) і додаткові програмні модулі для постпроцесингу одержуваних результатів.

У аналітичній формі розглянуто декілька сценаріїв стоншення шарнірно опертого стержня складного поперечного перерізу (рис. 6-8). Тут і далі вводяться відносні величини  $\lambda_W = w(\alpha)/w(0)$ ;  $\lambda_\omega = \omega(\alpha)/\omega(0)$ ; де  $w,\sigma,\omega$  — прогини, напруження та ВЧ стержня відповідно. Виявлено тенденції зміни НДС та ВЧ і форм коливань для ряду оболонково-стержневих конструкцій. Установлено, що при малому змінюванні товщин ТЕМК відбувається лінійна зміна компонент НДС та ВЧФК коливань.

Процес стоншування описується або відношенням лінійних розмірів  $\alpha$ , або площі  $\delta$ . Видно, що лінеаризовані за теорією збурень — ТЗ (штрихова лінія, рис. 6) залежності дають значну похибку, в той час як апроксимація за запропонованим підходом (ЗП) за січною точкою на кривій, яка відповідає максимально допустимому

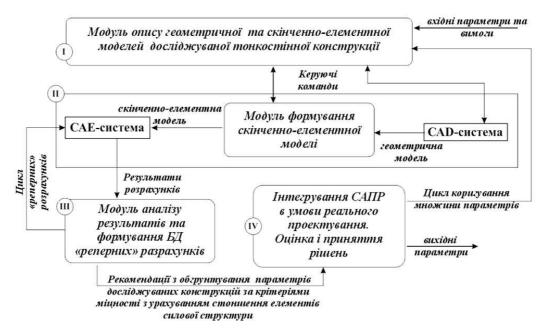


Рисунок 5-Структура СПМК для аналізу НДС та ВЧФК ТЕМК з урахуванням стоншування

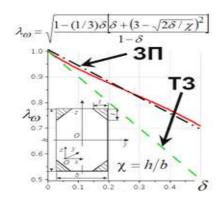


Рисунок 6 — Відносна зміна ВЧ в інтервалі  $\delta$ ∈[0,0,5]

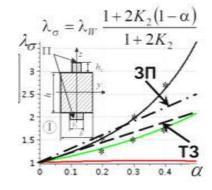
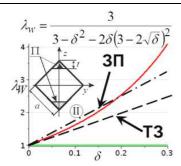
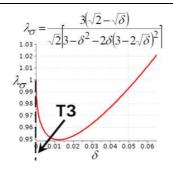
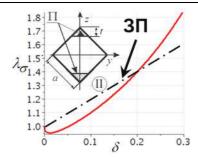


Рисунок 7 — Відносна зміна прогину  $\lambda_W$  (a) та напруження  $\lambda_{\sigma}$  від параметра стоншування  $\alpha$  при різних параметрах перетину (маркерами позначено розв'язки, отримані за допомогою МСЕ)







Pисунок 8 – Bідносні залежності  $\lambda_w$  та  $\lambda_\sigma$  від параметру стоншування  $\delta$ 

рівню стоншення (в даному випадку  $\delta = 0.25$ , на рисунку — штрих-пунктир), дає можливість зменшити похибку до 2%, причому вона мінімальна при  $\delta \to 0$  та  $\delta \to 0.25$  (тобто для номінального та максимально стоншеного поперечного перерізу).

3 рис. 7 видно, що у всіх випадках "січні" (відповідають запропонованому у роботі підходу, на рисунках - штрих-пунктир) набагато ближче до аналітично отриманої кривої, ніж "дотичні" (які відповідають ТЗ, на рис. 7 – штрихова лінія).

Результати розрахунку контрольних величин для шарнірно опертого стержня ромбовидного (  $\alpha = t/a$ ,  $\delta = 2t^2/a^2$ ) поперечного перерізу представлені на рис. 8. За аналогією з наведеними вище співвідношеннями для цього випадку отримано вирази:

$$\lambda_{w} = 3/\left(3 - \delta^{2} - 2\delta\left(3 - 2\sqrt{\delta}\right)^{2}\right);$$

$$\lambda_{\sigma} = 3\left(1 - \sqrt{\delta}\right)/\left(3 - \delta^{2} - 2\delta\left(3 - 2\sqrt{\delta}\right)^{2}\right).$$
(24)

Залежність відносного прогину  $\lambda_{_{W}}$  (рис. 8, a) схожа з аналогічними залежностями, а от залежність напружень  $\lambda_{\sigma}$  демонструє специфічну поведінку при малих  $\delta(<0,05)$ . Ця особливість полягає, по-перше, у наявності спаданої ділянки  $\lambda_{\sigma}(\delta)$  на інтервалі приблизно до  $\delta\approx0,012$ , а по-друге, лінеаризована залежність має кореневу особливість похідної при  $\delta\to0$ . Таким чином, лінеаризація за ТЗ в околі нуля не є коректною. Це свідчить, що в деяких випадках застосування залежностей, отриманих на основі ТЗ, призводить не тільки до кількісних, але і до якісних невідповідностей одержуваних результатів.

Також досліджено більш складні оболонкові конструкції. На рис. 9 представлені дані для коробчастого шарнірно закріпленого стержня. Характерним є окремий випадок: зміна ВЧ коливань стержня при одночасному стоншенні короба зсередини та зовні. Стоншення задається збільшенням/зменшенням параметрів  $h_1$  та  $h_2$  (рис. 10):

$$h_{1} = h_{1}^{0}(1 + \psi); h_{2} = h_{2}^{0}(1 - \varphi)$$

$$h_{1}^{0} / h_{2}^{0} = K \in [0,1].$$
(25)

Тоді зміна ВЧ описується виразом:

$$\lambda_{\omega} = \sqrt{\frac{(1 - K)((1 - \varphi)^3 - K^3(1 + \psi)^3)}{(1 - K^3)(1 - \varphi - K(1 + \psi))}}.$$
 (26)

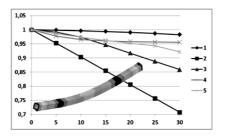


Рисунок 9 – Відносна зміна власних частот №1-5 при стоншенні (%) стінок елементів стержня коробчастого перетину

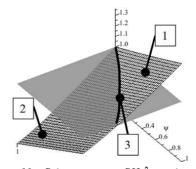


Рисунок 10 — Відносна зміна ВЧ  $\lambda_{\omega}$  від ступеня стоншення  $\phi, \psi$ 

Як видно з рис. 10, в площині  $(\varphi, \psi)$  існують області збільшення параметра  $\lambda_{\omega}$  (відповідають номеру 1), області зменшення (номер 2), а також "лінія стабільності" 3 на границі областей 1 та 2. Уздовж цієї лінії  $\lambda_{\omega}=1$ , тобто при заданні такого спеціального сценарію стоншування, ВЧ залишаються незмінними. Аналіз наведених вище результатів свідчить про можливість реалізації різноспрямованих змін спектру ВЧ коливань за рахунок вибору сценаріїв стоншування (в тому числі— і стабілізації спектра).

Аналіз результатів розв'язання представлених тестових задач підтверджує можливість застосування запропонованого в роботі підходу до лінеаризації розв'язків задач визначення НДС і спектру ВЧ за ступенями стоншення тонкостінних елементів досліджуваних конструкцій. Крім того, продемонстрована у багатьох випадках більша (порівняно із залежностями на основі теорії збурень) точність апроксимації на інтервалі стоншення (до 20–30%). Таким чином, прогнозовані раніше тенденції та особливості отримали підтвердження на низці частинних задач і об'єктів.

# Розв'язання прикладних задач

Розроблений інструмент числових досліджень застосовано для розв'язання прикладних задач для реальних машинобудівних конструкцій. На прикладі дослідження НДС металоконструкції крана-перевантажувача ПМГ-20 проведено оперативне розв'язання задач визначення раціонального перерозподілу матеріалу між основною балкою перевантажувача ПМГ-20 та його шпренгельною системою (рис. 11), змінено структуру верхньої будови (рис. 12) та визначено її раціональні параметри.

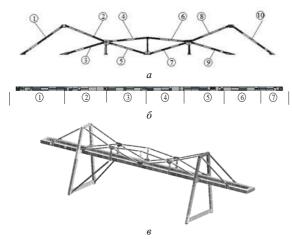


Рисунок 11 — Основні елементи силової структури перевантажувача ПМГ-20 з номерами структурних елементів: а — шпренгельна система (розкоси №1-10), б — головна мостова балка (секції №1-7), в — повна модель перевантажувача

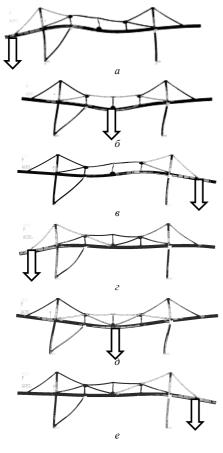


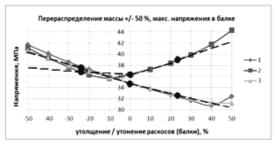
Рисунок 12— Варіанти конструктивних рішень та відповідний НДС: а, б, в – варіант без серединних опорних розкосів (прототип), г, д, е – посилений варіант

Якщо позначити площу серединних поверхонь балки як  $S_{M}$ , а шпренгельної системи  $S_{III}$ , то позначаючи через  $\alpha_{M}$ ,  $\alpha_{III}$  ступені стоншування цих елементів відповідно, задача формулюється у вигляді мінімізації еквівалентних напружень:

$$\sigma_V^{\mathcal{G}} \to \min \; ; \; \sigma_V^{\mathcal{G}} \le [\sigma] \; ; w^{\max} \le [w] \; ,$$
 (27)

де  $\alpha$  — загальна інтенсивність зменшення товіцини усіх стінок металоконструкції,  $[\sigma]$  — допустимі напруження, [w] — максимально допустимий прогин прольоту основної балки.

Залежності максимальних напружень від ступеня зміни товщини елементів крана-перевантажувача наведені на рис. 13–15. Видно, що ці залежності можна лінеаризувати в околі номінальних товщин. Таким способом вдалося на 10% зменшити масу верхньої будови перевантажувача на етапі проектування.



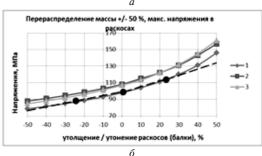


Рисунок 13 — Зміна максимальних напружень при перерозподілі маси між шпренгельною системою та головною балкою для трьох характерних положень грейферного візка (дві консолі та середина прольоту): a - b балці, b - b розкосах

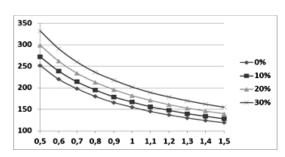


Рисунок 14— Зміна максимальних напружень (МПа) при зниженні маси мостової балки та шпренгельної системи

Для розв'язання зазначених задач використовувалися лінеаризовані залежності маси, напружень та прогинів від зміни товщини елементів (  $\alpha, \alpha_M, \alpha_{III}$ ). Це значно зекономило час та витрати обчислювальних ресурсів,

оскільки кількість розрахунків зменшується на декілька порядків при використанні лінеаризації "реперними" розв'язками порівняно із багатоваріантними розрахунками. Такий же підхід застосовано при визначенні впливу стоншування як окремих елементів, так і одночасно всієї конструкції (рис. 15) перевантажувача.

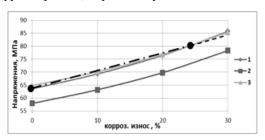


Рисунок 15 – Збільшення максимальних напружень в балці при одночасному стоншенні всіх елементів

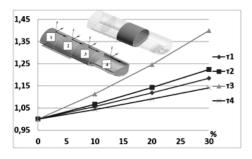


Рисунок 16 – Відносні зміни переміщень у напрямку вертикальної осі для чотирьох контрольних точок при стоншенні секції паливної цистерни

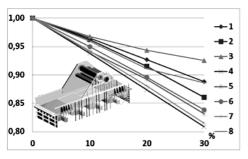


Рисунок 17 — Зміна власних частот (%) при стоншенні другої вибивної решітки конструкції вібромашини "грохот"

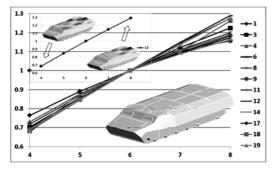


Рисунок 18 – Зміна окремих власних частот (%) корпусу МТ-ЛБ при зміні товщини листів, мм (порівняно із базовим, 6 мм)

Подібні дослідження НДС та ВЧ коливань проведено і продемонстровано можливості лінеаризації результатів для автоцистерни аеродромного паливозаправника (рис. 16), вібромашини "грохот" (рис. 17), багатоці-

льового тягача МТ-ЛБ (рис. 18).

Отримані при розв'язанні прикладних задач результати дають підстави для наступних висновків: запропоновані в роботі моделі продемонстрували свою застосовність, точність і ефективність не тільки для модельних задач, але і для реальних машинобудівних конструкцій.

# Експериментальні дослідження

Для підтвердження тенденцій зміни компонент НДС та власних частот коливань тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій, а також оцінки точності числових досліджень проведено їх порівняння з результатами експериментальних досліджень. Дослідження проведено на двох об'єктах: на макеті секції основної балки перевантажувача до ПМГ-20 (рис. 19), а також в умовах реального виробництва — на перевантажувачах подібної до ПМГ-20 конструкції. У ході проведення розрахунково-експериментальних досліджень виконано співставлення результатів числового моделювання (за допомогою МСЕ) і даних, отриманих експериментальним шляхом.

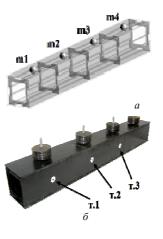




Рисунок 19— Збурення, що вносяться в конструкцію шляхом розміщення додаткових мас:

а — масові елементи в розрахунковій комп'ютерній моделі, б — вантажі, закріплені на макеті секції, в — внутрішня структура секції

При лабораторних дослідженнях на макет здійснювався вплив шляхом закріплення низки точкових мас, якими виступали вантажі з масами кожного  $0.5 \div 2$  кг, розташовані у середніх частинах відсіків (рис.  $19~a,~\delta$ ). Отримано розподіли амплітуд при частотах, що містяться в Фур'є-сигналі відгуку, який вдалося зареєструвати у результаті ударного збудження. Абсолютна та відносна відмінність результатів розрахунку і експерименту показані на рис. 20. Видно, що результати добре узгоджуються (похибка на рівні 10%).

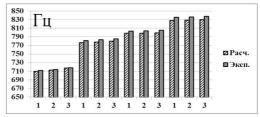


Рисунок 20 — Співставлення результатів числового і натурного експериментів

Проведені лабораторні дослідження демонструють, що, як і прогнозувалося в ході числових досліджень, при малих збуреннях інерційно-жорсткісних властивостей

ТЕМК зміна ВЧ приблизно прямо пропорційна збуренню, що вноситься (рис. 21).

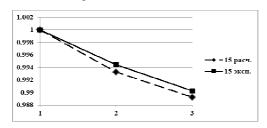


Рисунок 21 – Порівняння розрахункових і експериментальних змін ВЧ

Крім лабораторних вимірювань, також для оцінки точності проведених числових досліджень використано результати технічних обстежень машини-аналога фірми

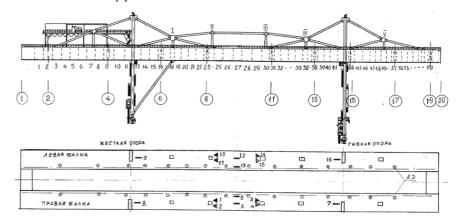
ТАКRАF (рис. 22), в яких вимірювалися товщини листів конструкції методом ультразвукової товщинометрії, НДС – методом електротензометрії і структуроскопії.

Отримані дані (карта розподілу товщин) дають можливість для порівняння експериментально виміряних напружень з обчисленими за допомогою скінченно-елементних моделей МСЕ, товщини окремих панелей у якій відповідають дійсним товщинам елементів конструкції реального перевантажувача, зафіксованим при вимірюваннях поточного його стану. Порівняльні результати розрахункового і експериментального дослідження наведені на рис. 23. Ці результати відповідають випадку знаходження грейферного візка посередині прольоту моста.

Рисунок 22 — Перевантажувач грейферний: розташування п'єзоперетворювачів АЕ та тензорезисторів на мостовій балці:
1...59 — номери відсотків;

∇ — тензорезистори;
1,2...,20 — мостові балки між вісями;

I — V — шпренгельні стойки



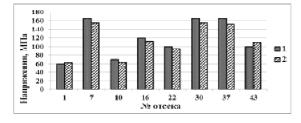


Рисунок 23 – Напруження у досліджуваних відсіках правої основної балки: 1 - дані магнітного контролю, 2 – результати проведеного числового експерименту

Таким чином, узгодженість результатів числового моделювання із низкою експериментальних даних (похибка не перевищує 15%) свідчить про застосовність запропонованого в роботі підходу: відновлення шуканого розв'язку на підставі суперпозиції набору "реперних" розв'язків.

## Висновки

У роботі запропоновано підхід до розв'язання задач аналізу конструкційної міцності тонкостінних елементів машинобудівних конструкцій шляхом подання компонент напружено-деформованого стану та ВЧФК у вигляді лінеаризованих залежностей, одержуваних на основі прямого збурення їхніх скінченно-елементних моделей. Основні результати роботи полягають в наступному.

1. Аналіз методів визначення чутливості компонент НДС та ВЧФК із застосуванням апарату теорії збурень показав, що їх точність з ростом ступеня стоншування до малих, але скінченних, значень суттєво знижується. Ця обставина висуває до розгляду задачу удосконалення

цих методів, що сформувало задачі досліджень.

- 2. Для визначення залежностей компонент НДС та ВЧФК від ступенів стоншування ТЕМК пропонується їх лінеаризація за цими ступенями, коефіцієнти якої обчислюються на основі аналізу результатів розрахунків так званих "реперних" варіантів, тобто таких, що відповідають гранично допустимим (нормативно установленим) стоншенням окремого елемента конструкції (або їх групи). Після цього розв'язок при будь-яких сценаріях стоншування отримується лінійною комбінацією "реперних". При цьому забезпечується точність цих виразів, причому при наближенні до граничних стоншень точність збільшується, а не падає, як у традиційних методиках аналізу чутливості.
- 3. На прикладі розв'язання тестових задач про пов'язані процеси стоншування та НДС тонкостінних конструкцій установлено, що вони є взаємоприскорюваними прогресуючими в часі та переважно локалізованими в зонах високих напружень процесами. У той же час на початкових етапах спостерігається приблизно лінійна поведінка, що підтверджує можливість лінеаризації залежностей між компонентами НДС, ВЧФК та ступенями стоншення тонкостінних конструкцій. Ця встановлена та підтверджена особливість була використана в роботі, що відрізняє запропонований підхід від традиційних.
- 4. Для окремих випадків стержнів, пластин та оболонок встановлено характер зміни компонент НДС та власних частот коливань при розвитку процесу стоншування. Показана можливість реалізації різноспрямованих тенденцій зміни переміщень та напружень, а також власних частот, що відповідають різним формам коливань.

Продемонстрована можливість лінеаризації залежностей компонент НДС від ступеня стоншення аж до 20-30% від розмірів поперечного перерізу з допустимою похибкою на рівні 5%.

- 5. У ході розв'язання прикладних задач для забезпечення конструкційної міцності перевантажувача ПМГ-20 із застосуванням запропонованого підходу поставлені та розв'язані задачі обгрунтування раціональної структури верхньої будови, а також доцільність перерозподілу матеріалу з основної балки у шпренгельну систему. Обґрунтовано параметри металоконструкції, які забезпечують зниження маси верхньої будови на 10% та забезпечення заданого рівня напружень та переміщень при різних сценаріях стоншення до рівня 20% товщини стінок.
- 6. Експериментально на макетних та натурних зразках перевантажувачів підтверджена точність проведених числових розрахунків. Відмінність чисельно та експериментально отриманих результатів не перевищує 10-15%.

Розроблені підходи, методи і моделі у подальшому планується застосувати до досліджень широкого класу ТЕМК. При цьому зміну товщини елементів цих конструкцій можуть викликати не тільки експлуатаційні чинники, але й варіювання на етапі проектних досліджень із метою поліпшення технічних характеристик ТЕМК. оскільки природа виникнення зміни товщини ТЕМК не обмежувалася, то відповідні тенденції зміни компонент НДС і ВЧФК залишаються чинними за будь-яких варіантів причин їх виникнення. Це дає змогу варіювати ці параметри відповідно до конкретних умов тих чи інших задач.

#### Список літератури

- Гольденвейзер А.Л. Теория тонких упругих оболочек **А.Л. Гольденвейзер**. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
- Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. / В.Л. Бидерман. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
- Власов В.З. Избранные труды. Общая теория оболочек. Том 1 / **В.З. Власов.** – М.: Изд-во Академии наук СССР, 1962. – 528 с.
- Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. / Перев. с англ. под ред. Б.Е. Победри. / **О. Зенкевич**. – М.: Мир, 1975. – 542.
- Гринев В.Б. Оптимизация элементов конструкций по механическим характеристикам / В.Б. Гринев, А.П. Филиппов. – К.: Наук. думка, 1975 - 294 c
- Гринев В.Б. Оптимизация стержней по спектру собственных значений / **В.Б. Гринев, А.П. Филиппов.** – К.: Наук. думка, 1979. – 211 с.
- Гусев Ю.Б. Обоснование параметров высоконагруженных машин на основе моделирования напряженно-деформированного состояния с учетом деградации свойств основных элементов: дис... кандидата техн. наук: 05.02.02 / Гусев Юрий Борисович. – Мариуполь, 2009. – 227 с.
- Панасюк В. Методи оцінки корозійно-механічної пошкоджуваності та роботоздатності елементів конструкцій теплоенергетичного устаткування / В. Панасюк, І. Дмитрах, А. Сиротюк // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Пр. конф. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД. – 2008. – С. 7-8.
- Панасюк В. Прогнозування довговічності циклічно навантажуваних елементів конструкцій / В. Панасюк, О. Осташ, Р. Чепіль // 8-й між нар. симпозіум укр. інж.-механіків у Львові: Тези доп. – Львів: КІН-ПАТРІ ЛТД. – 2007. – С. 5-6.
- 10. Бобир М. Прогнозування ресурсу елементів конструкцій для умов малоциклового навантаження / М. Бобир, В. Коваль // Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій: Пр. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД. – 2008. – С. 10-11.
- 11. Долинский В.М. Расчет нагруженных труб, подверженных коррозии В.М. Долинский // Химическое и нефтяное машиностроение. -1967. - №2. - C. 9-10.
- 12. Долинский В.М. Изгиб труб под действием внешней агрессивной среды / В.М. Долинский, В.А. Сиротенко, В.И. Черемская // В сб.: Расчет элементов конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред. - Саратов, 1985. - С. 26-27.
- 13. Пронина Ю.Г. Оценка долговечности упругой трубы под действием продольной силы и давления в условиях равномерной поверхностной коррозии / Ю.Г. Пронина // Деформация и разрушение материалов. – 2009. - №2. - C. 41-44.

- 14. Пронина Ю.Г. Расчет долговечности упругой трубы под действием продольной силы, давления и осесимметричного нагрева в условиях равномерной коррозии / Ю.Г. Пронина // Проблемы прочности и пластичности. – 2009. – Вып. 71. – С. 129-135.
- 15. Петранов Э.Г. Долговечность упругого полого цилиндра под действием продольной силы в агрессивных средах / Э.Г. Петранов, Ю.Г. Пронина // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Сб. тр. СПбГУ. - СПб: СПбГУ, 2005. - Вып. 9. -
- 16. Дворядкина М.В. Равномерный коррозионный износ упругой сферической оболочки под постоянным давлением / М.В. Дворядкина, Ю.Г. Пронина // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Сб. тр. СПбГУ. - СПб.: СПбГУ, 2005. -Вып. 9. – С. 245-259.
- 17. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
- Танченко А. Ю. Методы расчета напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций при изменении толщины в процессе эксплуатации: дис... кандидата техн. наук: 05.02.09 / Танченко Андрей Юрьевич. – Харьков, 2013. – 209 с.

#### References (transliterated)

- Gol'denvejzer A.L. Teorija tonkih uprugih obolochek A.L. Gol'denvejzer. – Moscow: Nauka, 1976. – 512 p.
- Biderman V.L. Mehanika tonkostennyh konstrukcij. Statika. / V.L. Biderman. – Moscow: Mashinostroenie, 1977. – 488 p. Vlasov V.Z. Izbrannye trudy. Obshhaja teorija obolochek. Tom 1 / V.Z.
- Vlasov. Moscow: Izd-vo Akademii nauk SSSR, 1962. 528 p.
- Zenkevich O. Metod konechnyh jelementov v tehnike. / Perev. s angl. pod red. B.E. Pobedri. / O. Zenkevich. - Moscow: Mir, 1975. - 542 p.
- Grinev V.B. Optimizacija jelementov konstrukcij po mehani-cheskim harakteristikam / V.B. Grinev, A.P. Filippov. – Kiev: Nauk. dumka, 1975.
- Grinev V.B. Optimizacija sterzhnej po spektru sobstvennyh znachenij / V.B. Grinev, A.P. Filippov. – Kiev: Nauk. dumka, 1979. – 211 p.
- Gusev Ju.B. Obosnovanie parametrov vysokonagruzhennyh ma-shin na osnove modelirovanija naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija s uchetom degradacii svojstv osnovnyh jelementov: dis... kandidata tehn. nauk: 05.02.02 / Gusev Jurij Borisovich. - Mariupol', 2009. - 227 p.
- Panasyuk V. Metody otsinky koroziyno-mekhanichnoyi poshkodzhuva-nosti ta robotozdatnosti elementiv konstruktsiy teploenerhetychnoho ustatkuvannya / V. Panasyuk, I. Dmytrakh, A. Syrotyuk // Teoriya ta praktyka ratsional'noho proektuvannya, vyhotovlennya i ekspluatatsiyi mashynobudivnykh konstruktsiy: Pr. konf. – L'viv: KINPATRI LTD, 2008. – P. 7-8.
- Panasyuk V. Prohnozuvannya dovhovichnosti tsyklichno navantazhuvanykh elementiv konstruktsiy / V. Panasyuk, O. Ostash, R. Chepil' // 8-y mizh nar. sympozium ukr. inzh.-mekhanikiv u L'vovi: Tezy dop. L'viv: KINPATRI LTD. - 2007. - P. 5-6.
- 10. Bobyr M. Prohnozuvannya resursu elementiv konstruktsiy dlya umov malotsyklovoho navantazhennya / M. Bobyr, V. Koval' // Teoriya ta praktyka ratsional'noho proektuvannya, vyhotovlennya i ekspluatatsiyi mashy-nobudivnykh konstruktsiy: Pr. – L'viv: KINPATRI LTD, 2008.
- 11. Dolinskij V.M. Raschet nagruzhennyh trub, podverzhennyh korrozii V.M. Dolinskij // Himicheskoe i neftjanoe mashinostroenie. – 1967. – №2. P. 9-10
- 12. Dolinskij V.M. Izgib trub pod dejstviem vneshnej agressivnoj sredy / V.M. Dolinskij, V.A. Sirotenko, V.I. Cheremskaja // V sb.: Raschet jelementov konstrukcij, podvergajushhihsja vozdejstviju agressivnyh sred. Saratov, 1985. - P. 26-27.
- 13. Pronina Ju.G. Ocenka dolgovechnosti uprugoj truby pod dejstviem prodol'noj sily i davlenija v uslovijah ravnomernoj poverhnostnoj korrozii / **Ju.G. Pronina** // Deformacija i razrushenie materialov. – 2009. – No 2. -
- 14. Pronina Ju.G. Raschet dolgovechnosti uprugoj truby pod dejstviem prodol'noj sily, davlenija i osesimmetrichnogo nagreva v uslovijah ravnomernoj korrozii / Ju.G. Pronina // Problemy prochnosti i plastichnosti. - 2009. - No 71. - P. 129-135.
- 15. Petranov Je.G. Dolgovechnosť uprugogo pologo cilindra pod dejstviem prodol'noj sily v agressivnyh sredah / Je.G. Petranov, Ju.G. Pronina // Nelinejnye problemy mehaniki i fiziki deformiruemogo tverdogo tela: Sb. tr. SPbGU. - SPb: SPbGU, 2005. - No 9. - P. 233-244.
- 16. Dvorjadkina M.V. Ravnomernyj korrozionnyj iznos uprugoj sfericheskoj obolochki pod postojannym davleniem / M.V. Dvorjadkina, Ju.G. Pronina // Nelinejnye problemy mehaniki i fiziki deformiruemogo tverdogo tela: Sb. tr. SPbGU. – SPb.: SPbGU, 2005. – No 9. – P. 245-259.
- Vasidzu K. Variacionnye metody v teorii uprugosti i plastichnosti / K. Vasidzu. - Moscow: Mir, 1987. - 542 p.
- Tanchenko A. Ju. Metody rascheta napriazhennotonkostennyh konstrukcij pri deformirovannogo sostojanija

izmenenii tolshhiny v processe jekspluatacii: dis... kandidata tehn. nauk: 05.02.09 / **Tanchenko Andrej Jur'evich**. – Kharkov, 2013. –

209 p.

Надійшла (received) 19.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Методи дослідження напружено-деформованого стану тонкостінних конструкцій при варіюванні товщини / Гриньов В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук М.А., Грабовський А.В., Гусєв Ю.В., Набоков А.В., Лісовол Я.М.// Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 33–43. – Бібліогр.: 18 назв. – ISSN 2079-0775.

Методы исследования напряженно-деформированного состояния тонкостенных конструкций при варьировании толщины / Гринев В.Б., Танченко А.Ю., Ткачук Н.А., Грабовский А.В., Гусев Ю.В., Набоков А.В., Лисовол Я.М. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 33-43. – Библиогр.: 18 назв. – ISSN 2079-0775.

Methods of stress-strain state research for thin-walled structures at thickness varying / Grinev V.B., Tanchenko A.Yu., Tkachuk N.A., Grabovsky A.V., Gusev Yu.V., Nabokov A.V., Lisovol Ya.M. // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 33–43. – Bibliogr.: 18. – ISSN 2079-0775.

#### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Гриньов Володимир Борисович* – доктор технічних наук, професор, Харківський національний університет будівництва та архітектури, завідувач кафедри будівельної механіки.

*Гринев Владимир Борисович* – доктор технических наук, профессор, Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, заведующий кафедрой строительной механики.

*Grinyov Volodymyr* – doctor of technical sciences, professor, Kharkov National University of Construction and Architecture, Head of the Department of Construction Mechanics.

**Танченко Андрій Юрійович**— кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

**Танченко Андрей Юрьевич** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

*Tanchenko Andrii* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

*Ткачук Микола Анатолійович* – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Ткачук Николай Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Tkachuk Mykola* – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Грабовський Андрій Володимирович* – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com.

**Грабовский Андрей Владимирович** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедри "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com.

Grabovskiy Andrey – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Senior Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

*Гусєв Юрій Борисови*ч — генеральний конструктор КБ важкого машинобудування ТОВ Науково-інженерний центр КК "РейлТрансХолдинг", Маріуполь.

*Гусев Юрий Борисович* – генеральный конструктор КБ тяжелого машиностроения ООО Научно-инженерный центр УК "РэйлТрансХолдинг", Мариуполь

Gusev Yuriy - general designer of heavy machinery DB at the JSC "Science Engineering Center UK" RailTransHolding", Mariupol.

**Набоков Анатолій Володимирович** – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901.

**Набоков Анатолий Владимирович** – HTУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

Nabokov Anatoliy – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076901.

**Лісовол Яна Миколаївна** — аспірант, НТУ "ХПІ", кафедра "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел .: (057) 707-69-01 ; e mail : yana.lisowol@yandex.ru.

**Лисовол Яна Николаевна** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ru.

*Lisovol Yana* – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: +38 (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ru.

УДК 947.091: 378.6

## Е.И. ЗИНЧЕНКО, Г.А. КРОТЕНКО

# ВКЛАД УЧЕНЫХ ХАРЬКОВСКОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА В РАЗВИТИЕ ОБРАЗОВАНИЯ УЧЕБНОГО ЗАВЕДЕНИЯ. ПЕРВЫЕ ВЫДАЮЩИЕСЯ УЧЕНЫЕ

Сьогодні ми пишаємося нашим Національним технічним університетом "ХПІ". Пишаємося завдяки тому, що перші професори нашого ВНЗ приділяли дуже велику увагу вищій технічній освіті: вони добре розуміли необхідність прикладних знань і практичної підготовки для майбутнього інженера і керівника. Вироблялася десятиліттями система читання потрібних лекційних курсів, яка мала на меті виховувати у студента прогресивне інженерне мислення. Пропонується дослідження внеску науковців Харківського технологічного інституту у розвиток освіти навчального закладу. Наведено імена перших найкращих викладачів та науковців з розглядом області їх досліджень. Славна історія нашого університету, його високий вітчизняний і міжнародний авторитет зросли завдяки закладеним у ньому ідей розвитку ВНЗ багатьох вчених і педагогів.

*Ключові слова:* Харківський технологічний інститут, вища технічна освіта, директор інституту, значні діячі вітчизняної технічної освіти, викладачі інституту.

Сегодня мы гордимся нашим Национальным техническим университетом "ХПИ". Гордимся благодаря тому, что первые профессоры нашего ВУЗа придавали очень большое внимание высшему техническому образованию: они хорошо понимали необходимость прикладных знаний и практической подготовки для инженера и будущего руководителя. Десятилетиями вырабатывалась система чтения нужных лекционных курсов, которая имела целью воспитывать в студенте прогрессивное инженерное мышление. Предлагается исследование вклада ученых Харьковского технологического института в развитие образования учебного заведения. Приведены имена первых лучших преподавателей и научных деятелей с рассмотрением области их исследований. Славная история нашего университета, его высокий отечественный и международный авторитет выросли благодаря заложенным в нем идеям развития ВУЗа многих ученых и педагогов.

**Ключевые слова:** Харьковский технологический институт, высшее техническое образование, директор института, великие деятели отечественного технического образования, преподаватели института.

Today we are proud of our University. Proud of due to the fact that the first professors of the University gave much attention to higher technical education: they are well aware of the need for applied knowledge and practical training for engineer and future leader. For decades developed a system to read the desired lectures, which were intended to educate the student in advanced engineering thinking. The study of contribution of the Kharkiv Technological Institute scientists is proposed for development of teaching in educational institution. The names of first best teachers and scientists with the consideration of their field of research are given. The glorious history of our University, its high domestic and international prestige grew thanks to it laid in the development of the University of many scientists and teachers. The contribution of scientists, HPTI to the development of education of our University is undeniable. Today on rating the higher educational establishments of Ukraine for UNESCO "Top 200" of NTU "KHPI" is among the five best Universities in Ukraine, and the quality of education in the top three. Kharkiv Polytechnic securely retain its glorious history.

Keywords: the Kharkiv Technological Institute, higher technical education, director of the Institute, great figures of domestic technical education, teachers of the Institute.

# Введение

Сегодня мы гордимся нашим ВУЗом. Гордимся благодаря тому, что первые профессоры ВУЗа придавали очень большое внимание высшему техническому образованию: они хорошо понимали необходимость прикладных знаний и практической подготовки для инженера и будущего руководителя. Десятилетиями вырабатывалась система чтения нужных лекционных



Кирпичев Виктор Львович

курсов, которая имела целью воспитывать в студенте прогрессивное инженерное мышление. В более, чем 130-летней истории Харьковского политехнического института — большое количество славных имен, которые стали гордостью отечественной науки и образования.

Одно из них – Виктор Львович Кирпичев (1845– 1885 гг.) – идеолог и созда-

тель системы высшего технического образования Российской империи, основатель и первый директор Харьковского и Киевского политехнических институтов, председатель Строительной комиссии и "лучший лектор" Санкт-Петербургского политехнического института. В.Л. Кирпичев принял активное участие в создании политехнических ВТУЗов, создав в них на столетия

вперед предпосылки для зарождения крупных научных центров. Ряд его учеников: С.П. Тимошенко, Д.С. Зернов, Б.Г. Галеркин, И.И. Бобарыков, Н.И. Карташов, Г.М. Хоткевич и др. вошли в историю мировой науки. Почти половина преподавателей созданного в 1898 г. первого в Сибири высшего технического учебного заведения - Томского технологического института - составляли профессора и выпускники ХПТИ. В дальнейшем на базе факультетов и филиалов нашего института возникли различные институты Харькова и других городов (Харьковский строительный институт, Харьковский институт самолетои авиамоторостроения, Восточноукраинский национальуниверситет им. В. Даля, Сумской технологический институт и др.).

История нашего университета — неотъемлемая часть научно-технической, интеллектуальной, культурной истории Украины. С Харьковским политехническим связаны такие имена: лауреата Нобелевской премии Л.Д. Ландау, академика Н.Н. Бекетова, который читал лекции по физической химии в 1886/1887 учебном году, первого профессора-химика Н.А.Черная, читавшего лекции по неорганической и аналитической химии.

Начало транспортного направления в нашем ВУЗе было положено в 1892 г. созданием кафедры паровозостроения. Основоположником направления обучения инженеров-паровозостроителей был профессор П.М. Мухачев [1].

К преподаванию в институте В.Л. Кирпичев при-

© Зинченко Е.И., Кротенко Г.А., 2017

влек начинающих ученых, а в дальнейшем – всемирно известных академиков: А.М. Ляпунова, В.А. Стеклова, Д.А. Граве, А.П. Пшеборского.



Группа преподавателей Харьковского технологического института в 1910 г. (Мухачев П.М. шестой в первом ряду)

Крупнейший деятель отечественного высшего технического образования Д.С. Зернов указывал, что в систему ВУЗовского проектирования необходимо внести ряд изменений, чтобы повысить ее эффективность. Он считал ненормальным такое положение, когда студент, получив задание на проект, разбирался в нем, рассчитывал, обдумывал конструкцию и только в конце работы охватывал задачу в целом. Рациональнее было бы дополнить основной проект дополнительным — однородным эскизным, который бы конкретизировал общую задачу проектирования до разработки конкретного технического узла с элементами новизны решения. Он также считал, что среди многих заданий на проектирование, которые выдаются студенту на протяжении его учебы, следует требовать оформлять в полном объеме три-четыре проекта, остальные проекты должны быть лишь эскизными [2]. К задачам проектирования следует приспособить и всю остальную систему преподавания во втузах, в частности, лекционные курсы, разграничив их на обязательные и факультативные [3].

Перспективное значение для дальнейшего прогресса высшего технического образования имели мысли В.Л. Кирпичева о роли математики в воспитании инженерного мышления. Выдающийся деятель отечественного технического образования рассматривал математику не только как важнейшее подспорье при расчетах машин, механизмов и сооружений, но как "единственный способ квалифицированной подготовки инженеров". Это утверждалось задолго до активного внедрения математических методов в инженерию, до развертывания процессов математизации естествознания, связанных с современной научнотехнической революцией. Благодаря В.Л. Кирпичеву и другим энтузиастам научной постановки технического образования высшая техническая школа в нашей стране с ранних этапов ее становления развивалась по верному пути: математическое образование стало сердцевиной процесса подготовки квалифицированных инженеров. Преподавателями математики в ВУЗе в разные времена были: академики В.Л. Рвачев,

Н.Н. Салтыков, Н.А. Столяров, члены-корреспонденты АН К.А. Андреев, Н.И. Ахиезер, Е.И. Ким.

Перспективной оказалась идея В.Л. Кирпичева о необходимости научить в высшей школе будущих специалистов умению пользоваться счетной и вычислительной техникой. В то время эта техника была примитивна, но самой идеей предугадана выдающаяся роль вычислительной техники и информатики в инженерной деятельности.

Основополагающее значение он придавал графическим методам и техническому черчению: инженер должен уметь читать технические чертежи, владеть основами графического искусства, уметь рисовать. В.Л. Кирпичев стал одним из основоположников новой науки — графической статики, которую, исходя из ее методов и целей, трактовал как инженерную науку, считая, что с помощью методов графической статики могут быть решены многие инженерные задачи, которые с трудом решаются аналитическими методами. Причем эти решения приобретают наглядное и изящное выражение, поэтому приемы графической статики широко применимы в инженерной практике [3].

Обсуждая вопросы последовательности введения тех или иных учебных курсов, Д.С. Зернов считал, что первые два года должны быть посвящены исключительно изучению фундаментальных наук: высшей математики, начертательной геометрии, физики, химии, теоретической механики. Лишь в силу крайней необходимости следует отступать от этого правила. Так, обучая машиностроительным специальностям, необходимо на первом же курсе научить студентов чертить, преподать им основы сопротивления материалов, деталей машин и теории механизмов [2]. Директор ХПТИ Д.С. Зернов аргументированно изложил мнение о целесообразности создания в институте новых отделений — горного, инженерного и электротехнического.

В 1906 г. профессор ХПТИ Н.Д. Пильчиков боролся за создание в институте агрономического отделения для подготовки инженеров-агрономов [4].

Профессор Д.С. Зернов, занимавший должность директора с 1898 по 1902 гг., продолжил дело, начатое В.Л. Кирпичевым. Он предпринял ряд мер по усовершенствованию программ обучения, хлопо-

тал об открытии в институте новых отделений. Под председательством Д.С. Зернова специальная комиссия, состоявшая из профессоров и преподавателей, разработала проект инженерно-механического корпуса для размещения в нем новых лабораторий

и мастерских.



Профессор Зернов Д. С.

В 1903-1905 гг. директором ХТИ был профессор Н.Н. Шиллер, деятельность которого, как отмечалось, нанесла ущерб развитию передовых идей подготовки специалистов. В 1905 г. занятия в институте прекратились. Но и после их возобновления положение дел в институте не улучшилось. В прессе появились статьи, указывающие на низкий уровень подготовки выпускников ХТИ.

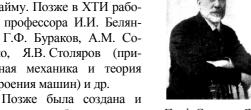
27 августа 1905 г. вышло постановление о предоставлении ВУЗам прав избрания из числа ординарных

профессоров ректора, его помощника и секретаря учебного комитета. Одновременно с этим ответственность за поддержание нормального хода учебного процесса возлагалась на советы институтов. Согласно избранию профессорской коллегии ХТИ, состоявшемуся 7 сентября 1905 г., первым выборным директором стал профессор П.Л. Мухачев, его помощником избран профессор В.С. Кнаббе, секретарем учебного комитета — профессор В.Л. Немолодышев [5].

Первый выборный директор профессор П.М. Мухачев не отличался либеральными взглядами, но учитывая ошибки предыдущей администрации, развернул интенсивную работу по улучшению обстановки в ВУЗе. Он сумел найти подход к покинувшим институт профессорам, многие из которых вновь вернулись на преподавательскую работу. Учебные планы значительно расширились за счет введения новых основных и факультативных курсов. Учебный комитет принял необходимые меры для перехода по примеру других ВУЗов страны к предметной системе обучения. При П.М. Мухачеве был разработан новый проект устава ХТИ, усиливший требования, предъявляемые к профессорскому составу ВУЗа и расширивего автономию. Благодаря деятельности П.М. Мухачева закончилось строительство и оборудование новых учебно-вспомогательных подразделений института. В результате этих мер обстановка в ВУЗе нормализовалась, качество подготовки студентов улучшилось.

К 1907 г. штаты XTИ были в основном укомплектованы. В ВУЗе работали известные профессора того времени: В.И. Альбицкий (механика, гидротехника), В.Ф. Гербурт-Гейбсвич, В.С. Кнаббе (механическая технология), П.П. Копняев (электротехника), И.А. Красуский (химическая технология), Г.А. Латы-(сельскохозяйственное машиностроение), А.П. Лидов (химическая технология), И.П. Осипов (органическая химия), Н.Д. Пильчиков (физика), В.М. Серебровский, В.Э. Тир (прикладная механика и теория построения машин). Профессора Харьковского университета А.П. Пшеборский (аналитическая геометрия), Н.Н. Салтыков (теоретическая механика)

были приглашены в Технологический институт по вольному найму. Позже в ХТИ работали профессора И.И. Белянкин, Г.Ф. Бураков, А.М. Соломко, Я.В. Столяров (прикладная механика и теория построения машин) и др.



Проф. Столяров Я.В.

физическая лаборатория, в которой не только проводи-

лись практические занятия, но и выполнялись научные работы. Например, под руководством преподавателя П.В. Шепелева в 1913 г. А.М. Ильев исследовал термоэлектрические способности металлических проволок при физических деформациях и получал оксиды азота. П.П. Кудряшов занимался изучением способов измерения внутреннего сопротивления элементов [6]. При физической лаборатории работала небольшая мастерская по изготовлению инструментов и приборов.

Гидравлической лабораторией заведовал профессор В.И. Альбицкий, электротехнической – профессор П.П. Копняев, лабораторией по испытанию частей машин – профессор А.М. Соломко, физической лабораторией – преподаватель П.В. Шепелев, лабораторией сахарного производства – преподаватель М.Д. Зуев, лабораторией механической технологии волокнистых веществ -Э.Н. Борисенко, лабораторией питательных веществ – профессор И.А. Красуский [3].

Многие профессора ВТУЗов работали в области теоретических проблем машиностроения. Особенно актуальной была проблематика станкостроения, в разработку которой весомый вклад внесли профессора В.С. Кнаббе и К. Л. Зворыкин. В.С. Кнаббе начал педагогическую деятельность в ХПТИ в 1888 г., обладая большим практическим опытом работы на промышленных предприятиях России и будучи знакомым с работой машиностроительных заводов многих стран Европы. В 1892 г. В.С. Кнаббе опубликовал работу о фрезеровании, которая сыграла огромную роль в распространении в России этой технологии обработки металла. Внедрение фрезерных станков в различных отраслях машиностроения шло неравномерно. Заслуга В.С. Кнаббе состояла в анализе процесса резания на фрезерных станках и сравнении его с обработкой на других типах станков, определении условий и областей производства, где бы могла эффективно применяться эта технология.

В.С. Кнаббе провел сравнительное исследование показателей однородных работ, выполненных на строгальных, долбежных и фрезерных станках [7]. Он занимался вопросами чугунолитейного дела и обработки металлов. Его деятельность охватывала различные отрасли технических наук.

Во второй половине XIX в. развитие железнодорожного строительства, судостроения, увеличение номенклатуры машин, механизмов и двигателей, выпускаемых промышленностью, стимулировали значительное развитие кузнечного производства. Оно шло по пути усовершенствования кузнечных машин, среди которых основное место стали занимать паровые молоты и гидравлические прессы. Проблемами технологии кузнечного производства занимались профессора ХПТИ В.С. Кнаббе и П.М. Мухачев. Труд П.М. Мухачева "Машины металлургических производств: Молоты и ковочные прессы" (1902) сыграл существенную роль в научном освоении техники кузнечного производства. Эта книга вместе с атласом чертежей явилась обстоятельной работой, посвященной не только молотам и прессам, но и технологии ковки и объемной штамповки. Многие положения, выдвинутые автором, актуальны и в настоящее время.

Работая в Харькове, В.С. Кнаббе постоянно давал консультации и оказывал техническую помощь при строительстве и эксплуатации таких железных дорог Юга России, как Курск – Харьков – Азов, Лозовая – Севастополь, Джанкой – Феодосия. Кроме того, он представлял правление этих дорог на XVII и XVIII совещательных съездах инженеров путей сообщения.

В начале XX в. В. С. Кнаббе выполнил ряд инженерных проектов крупных промышленных предприятий: Казенного хирургического завода военного ведомства в Петербурге, Латунного завода для артиллерийского ведомства, большой литейной Невского завода и т.д.

Профессор ХПТИ и КПИ К.А. Зворыкин продолжил анализ технологии резания металлов, начатый В.С. Кнаббе, и разработал оригинальную теорию резания металлов. Он впервые теоретически определил величину угла скалывания и нашел, что стружка при резании скалывается в направлении наибольшего напряжения скалывания. Впервые было установлено, что толщина и ширина стружки неодинаково влияют на силу резания. Он предложил формулу для расчета силы резания. К.Л. Зворыкин сконструировал и внедрил в практику самопишущий гидравлический динамометр для измерения силы резания при строгании, который устанавливался непосредственно на резце. Его труд составил реальную теоретическую основу для изучения и анализа последующими поколениями ученых вопросов механики и динамики процесса резания металлов.

К.А. Зворыкин известен также как крупнейший специалист в области технологии обработки дерева и мукомольного производства. К.А. Зворыкин впервые разработал теорию процесса помола зерна и обосновал пути решения новых задач мукомольного производства [8]. Он был последовательным сторонником внедрения передовых технических новшеств: паровых мельниц, вальцевого станка вместо жернова, рассева вместо бурата. Он являлся консультантом и техническим экспертом в различных учреждениях и на промышленных предприятиях.

В центре внимания многих профессоров (А.А. Радцига, Ю.В. Ломоносова, П.М. Мухачева, А.В. Гречанинова, А.И. Предтеченского и др.) находились проблемы совершенствования конструкций и производства паровых машин или шире – проблемы теплотехники, теплоэнергетики и теплоиспользования.

В области котлостроения в России прослеживалась отчетливая разница между отсталой техникой производства котлоагрегатов и прогрессивными конструктивными формами, предлагавшимися учеными и инженерами. Профессор ХПТИ А.И. Предтеченский, занимавшийся вопросами надежной циркуляции в паровых котлах, установил несостоятельность ряда методов, предлагавшихся зарубежными фирмами. Эффективность применения регенерации теплоты в паросиловых циклах установил профессор ХПТИ А.В. Гречанинов.

В предреволюционные годы актуальными были вопросы турбиностроения. В их научную разработку внес вклад молодой профессор ХТИ Г.Ф. Проскура. Он внедрил в практику метод конформных отражений для профилирования лопастей водяных турбин и насосов.

К началу XX века важную роль в подготовке инженеров имела электротехника. Становление преподавания электротехники на Украине связано с именами профессоров Н.П. Клобукова, П.П. Копняева, Н.А. Артемьева.

В 1891 г. первый директор ХПТИ В.Л. Кирпичев пригласил на должность лаборанта физического кабинета Н.П. Клобукова, имевшего высокую научную квалификацию в области физической химии: до этого он работал несколько лет в Мюнхенском техническом училище ассистентом при электротехнической лаборатории. В том же году Н.П. Клобуков читал лекции по теории электричества и основал электрическую

лабораторию. Его интерес к исследованию электрохимических систем, гальванических элементов, разработке проблем электрометаллургии отразился на формировании учебного курса.

В 1898 г. совет ХТИ принял решение о введении в учебный план прикладной электрохимии, и Н.П. Клобукову было поручено чтение курса теории электричества и электротехники и ведение практических занятий. Н.П. Клобуков разработал программы курса прикладной электрохимии и лабораторных работ.

Инициатором расширения преподавания электротехники в ХТИ стал преподаватель П.П. Копняев, приглашенный в институт в 1898 г. В том же году по его настоянию было увеличено количество часов, отведенных для лекций по электротехнике. Институт начал выпускать инженеров-технологов, специализирующихся по электротехнике. П.П. Копняев много сделал для развития и укрепления материально-технической базы электротехнической лаборатории, в частности, по его инициативе была построена современная институтская электростанция [3].

Большое значение имели труды П.П. Копняева по методам расчета трехфазных синхронных генераторов. Он упростил и уточнил существовавшие методы расчета и разработал более совершенные конструктивные формы машин с надежными эксплуатационными качествами.

Многие научные разработки П.П. Копняева оказались промышленно применимыми. Так, им была предложена форма полюсного наконечника электромашин постоянного и переменного тока, которая позволила получить наиболее близкое к синусоидальному распределение поля и была принята на Харьковском электромеханическом заводе при производстве синхронных электромашин. Он предложил также методику расчета проводов, аналитический метод расчета электроосвещенности. Большое значение имели его работы в области трамвайной тяги. Он разработал простой графический метод определения скорости движения вагона, времени пробега, величины силы тока и количества электрической энергии, потребляемой в зависимости от профиля пути [9]. В 1911 г. П.П. Копняев разработал технический проект городского электрического трамвая для Мариуполя.

Профессор металлургии ХПТИ А.Ф. Мевиус – выдающийся специалист в области металлургии, много сделавший для развития отечественной металлургической промышленности. В 1851 г. А.Ф. Мевиус не только наладил выплавку чугуна из керченских руд, но и переработку его в железо в пудлинговых печах, отапливавшихся генераторным газом, что было передовым техническим новшеством в металлургическом производстве [10].

Чтя память известных предшественников сегодняшних политехников, в НТУ "ХПИ" сооружаются памятники и устанавливаются им мемориальные доски. В электротехническом корпусе открыт памятник-бюст П.П. Копняеву; в химическом корпусе – мемориальные доски известному физику, химику и философу А.Н. Щукареву и др.; в физическом корпусе – основателю физико-механического факультета, первому директору Украинского физико-технического института И.В. Обреимову; на здании кафедры турбиностроения – основателю отечественной школы газотурбиностроения В.М. Маковскому и другие.

#### Заключение

Славная история нашего университета, его высокий отечественный и международный авторитет выросли благодаря заложенным в нем идеям развития ВУЗа многих ученых и педагогов.

Вклад ученых ХПТИ в развитие образования нашего Вуза неоспоримо. Сегодня по рейтингу ВУЗ Украины ЮНЕСКО "Топ 200" НТУ "ХПИ" входит в пятерку лучших Вузов Украины, а по качеству образования – в тройку. Харьковские политехники надежно сохраняют свою славную историю.

#### Список литературы

- Факультет транспортного машиностроения национального технического университета "Харьковский политехнический институт" (к 50-летию основания). История. Достижения. Перспективы / ред. кол.: В.В. Епифанов, Д.О. Волонцевич, А.П. Марченко и др. – Харьков: Планета-принт, 2015. – 148 с.
- Зернов Д.С. К вопросу о высшем техническом образовании / Зернов Д.С. – СПб., 1898. – 16 с.
- Оноприенко В. И. Становление высшего технического образования на Украине / В. И. Оноприенко, Т. Л. Щербань // АН УССР. Центр исслед. научн.-техн. потенциала и истории науки.

  – Киев: Наук. думка, 1990. – 140 с.
- Об агрономическом отделении Харьковского технологического института // Изв. Харьков. технол. ин-та. – 1907. – Ч. неофиц. – С. 1–16.
- Отчет Харьковского технологического института за 1905 г. // Изв. Харьков. технол. ин-та. – 1907. – С. 1–52.
- 6. Отчет о состоянии Харьковского технологического института за 1913 г. // Изв. Харьков. технол. ин-та. 1915. С. 1–92.
- Очерки истории техники в России: 1861–1917. М.: Наука, 1973. – 404 с.
- Воронцов О. Крупнейший ученый-мукомол К.А.Зворыкин / Воронцов О. // Мукомольно-элеваторная пром-сть. 1953. №2. С 26

- Каменева В.А. Значение деятельности П.П. Копняева в развитии отечественной электротехники / Каменева В.А. // Сб., посвященный памяти засл. проф. Павла Петровича Копняева. – Харьков: Обл. изд-во, 1955. – С. 7–40.
- Доброхотов Н.Н. А.Ф.Мевиус первый профессор металлургии чугуна и стали на Украине / Доброхотов Н.Н., Гнып П.И. // Вопр. производства стали. – 1958. – Вып. 3. – С. 191–197.

#### Bibliography (transliterated)

- Fakultet transportnogo mashinostroeniya natsionalnogo tehnicheskogo universiteta "Harkovskiy politehnicheskiy institut" (k 50-letiyu osnovaniya). Istoriya. Dostizheniya. Perspektivyi / red. kol.: V.V. Epifanov, D.O. Volontsevich, A.P. Marchenko i dr. – Harkov:Planeta-print, 2015. – 148 p.
- Zernov D.S. K voprosu o vyisshem tehnicheskom obrazovanii / Zernov D.S. SPb., 1898. –16 p.
- Onoprienko V. I. Stanovlenie vyisshego tehnicheskogo obrazovaniya na Ukraine / V. I. Onoprienko, T. L. Scherban // AN USSR. Tsentr issled. nauchn.-tehn. potentsiala i istorii nauki. – Kiev: Nauk. dumka, 1990. – 140 p.
- Ob agronomicheskom otdelenii Harkovskogo tehnologicheskogo instituta // Izv. Harkov. tehnol. in-ta. – 1907. – Ch. neofits. – P. 1–16.
- Otchet Harkovskogo tehnologicheskogo instituta za 1905 g. // Izv. Harkov. tehnol. in-ta. – 1907. – P. 1–52.
- Otchet o sostoyanii Harkovskogo tehnologicheskogo instituta za 1913 g. // Izv. Harkov. tehnol. in-ta. –1915. – P. 1–92.
- Ocherki istorii tehniki v Rossii: 1861-1917. Moscow: Nauka, 1973. 404 p.
- Vorontsov O. Krupneyshiy uchenyiy-mukomol K.A.Zvoryikin | Vorontsov O.// Mukomolno-elevatomaya prom-st. – 1953. – No 2. – P. 26.
- Kameneva V.A. Znachenie deyatelnosti P.P. Kopnyaeva v razvitii otechestvennoy elektrotehniki / Kameneva V.A. // Sbornik, posvyaschennyiy pamyati zasluzhennogo professora Pavla Petrovicha Kopnyaeva. – Kharkov: Obl. izd-vo, 1955. – P. 7 –40.
- Dobrohotov N.N. A.F.Mevius pervyiy professor metallurgii chuguna i stali na Ukraine / Dobrohotov N.N., Gnyip P.I. // Vopr. proizvodstva stali. – 1958. – No 3. – P. 191 –197.

Поступила (received) 09.03.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Внесок вчених Харківського технологічного інституту у розвиток освіти навчального закладу. Перші видатні вчені / О. І. Зінченко, Г. А. Кротенко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С.44—48. — Бібліогр.: 10 назв. — ISSN 2079-0775.

Вклад ученых Харьковского технологического института в развитие образования учебного заведения. Первые выдающиеся ученые / Е. И. Зинченко, Г. А. Кротенко // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 44–48. – Библиогр.: 10 назв. – ISSN 2079-0775.

The contribution of the Kharkiv Technological Institute scientists is proposed for development of teaching in educational institution. The first outstanding scientists / O. I. Zinchenko, G. A. Krotenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkov: NTU "KhPI", 2017. – No. 12 (1234). – P. 44–48. – ISSN 2079-0775.

# Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Зінченко Олена Іванівна* — кандидат технічних наук, доцент, НТУ "ХПІ", доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (066) 719-99-53; e-mail: zinchenko.zinchenko@gmail.com.

Зинченко Елена Ивановна — кандидат технических наук, доцент, НТУ "ХПИ", доцент кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (066) 719-99-53; e-mail: <a href="mailto:zinchenko@gmail.com">zinchenko@gmail.com</a>.

**Zinchenko Olena** – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, NTU "KhPI", Associate Professor at the Department of Theory and Computer-Aided Design of Mechanisms and Machines; tel.: (066) 719-99-53; e-mail: zinchenko.zinchenko@gmail.com.

**Кротенко Галина Анатоліївна** — кандидат технічних наук, доцент, НТУ "ХПІ", доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (066) 764-24-46; e-mail: krotenko.galina@gmail.com.

*Кротенко Галина Анатольевна* — кандидат технических наук, доцент, НТУ "ХПИ", доцент кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (066) 764-24-46; e-mail: krotenko.galina@gmail.com.

Krotenko Galina – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, NTU "KhPI", Associate Professor at the Department of Theory and Computer-Aided Design of Mechanisms and Machines; тел.: (066) 764-24-46; e-mail: krotenko.galina@gmail.com.

УДК 539.3: 331.45: 685.7

# С. В. КУЦЕНКО, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, Д. С. МУХІН

# ДО ПИТАННЯ ВИКОНАННЯ БАГАТОВАРІАНТНИХ РОЗРАХУНКІВ НА МІЦНІСТЬ НА ПРИКЛАДІ КАРАБІНІВ

У роботі проводиться серія розрахунків напружено-деформованого стану конструкції методом скінченних елементів. Метою цих розрахунків є аналіз впливу низки геометричних параметрів на напружено-деформований стан. Даний аналіз проводиться для пошуку раціональних меж проектних параметрів з точки зору міцності. Серія розрахунків включає в себе поодиноке варіювання одним з параметрів. Об'єктом дослідження виступає сталевий туристичний карабін у формі трапеції. На завершення статті проводиться аналіз отриманих даних.

*Ключові слова:* метод скінченних елементів, напружено-деформований стан, параметричний аналіз, альпінізм, елементи страховки, індивідуальне спорядження, карабін.

В работе проводится серия расчетов напряженно-деформированного состояния конструкции методом конечных элементов. Целью этих расчетов является анализ влияния ряда геометрических параметров на напряженно-деформированое состояние. Данный анализ проводится для поиска рациональных границ проектных параметров с точки зрения прочности. Серия расчетов включает в себя поодиночное варьирование одним из параметров. Объектом исследования выступает стальной туристический карабин трапециевидной формы. В заключение статьи проводится анализ полученных данных.

*Ключевые слова:* метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, параметрический анализ, альпинизм, элементы страховки, индивидуальное снаряжение, карабин.

In this work, a series of calculations of structure stress-strain state by the finite element method is conducted. The objective of these calculations is to analyze the influence of some geometrical parameters on stress-strain state. This analysis is performed to find the boundaries of rational design parameters in terms of strength. Calculations series includes a single variation of one parameter. The object of research is steel tourist carbine of trapezoidal shape. This object has five main parameters: the length of longitudinal portion of the carbine, the sectional diameter, the height, the radius of the arc bending and longitudinal section. Each parameter varies 4-5 times in range 0.5 to 1.5 from baseline value. For each of parameters static strength calculations were performed. The results are displayed in graphs and tabulated. The influence of each parameter was analyzed. For each parameter recommendations were issued for practical application. Finally, the paper presents conclusions and specifies ways for further research. The path is represented for further automation of calculation process for simplification and more detailed analysis of some aspects of design parameters.

Keywords: finite element method, stress-strain state, parametric analysis, alpinism, climbing belay elements, personal equipment, carbine.

#### Вступ

У попередній статті [1] було проведено дослідження застосовності різних матеріалів для виготовлення карабінів, так само були визначені раціональні розміри скінченно-елементної сітки. Даний напрямок досліджень має свою актуальність, оскільки від надійності індивідуального спорядження безпосередньо залежать життя людей [2-6]. Запобігання травматизму або смерті людей під час виконання своїх обов'язків має дуже важливе значення для створення безпечних умов життя і здоров'я [7-8]. Особливо це важливо для ситуацій, що пов'язані з екстремальними умовами: альпінізм, туризм, рятувальні операції, військова справа. Нещасні випадки були і залишаються трагедією. Для запобігання травматизму розроблено безліч нормативних документів, розпорядчих правил поведінки і використання обладнання [7-8]. Але дана задача вимагає проектного пошуку параметрів, котрі при зменшенні витрат на виготовлення збережуть або збільшать надійність конструкції. Тому в даній статті виділені основні геометричні параметри карабіна і за ними проведений пошук оптимальних конструктивних характеристик для даного типу конструкцій. Як і в попередній роботі, дослідження буде проходити на базі туристичного карабіна у формі трапеції.

# Постановка задачі

Дослідження надійності особистого спорядження буде виконуватись на основі геометричної моделі туристського сталевого карабіну у формі трапеції з муфтованою засувкою. Основними параметрами для варіювання будуть: довжина поздовж-

ньої частини карабіна, діаметр перетину, висота, поздовжній зріз і радіує вигину дуги (рис. 1). Кожен з параметрів змінювався в межах від 0,5 до 1,5 відносно початкового значення (табл. 1).

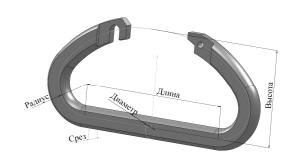


Рисунок 1 – Основні варійовані параметри

Таблиця 1 – Межі варіювання параметрів

Назва параметру	1	2	3	4	5
Довжина, мм	40	52	70*	87	105
Діаметр перетину, мм	6	8	10*	12	15
Висота, мм	34	45*	56	67	_
Поздовжній зріз, мм	4	6	8*	10	_
Радіус дуги, мм	7	11	15*	19	22

Примітка: \* – початкове значення параметрів

Задача складається у проведенні багатопараметричного аналізу для пошуку раціональних меж

© Куценко С.В., Васильєв А.Ю., Мухін Д.С., 2017

проектних параметрів з точки зору перевищення напруженнями межі текучості і витривалості та розробки рекомендацій щодо автоматизованої системи дослідження напружено-деформованого стану карабінів

У рамках поточної роботи об'єкт розглядається у відкритому незамуфтованому положенні через те, що в такому стані карабін витримує значно менші навантаження, ніж у інших. Саме тому такий стан вважається найбільш небезпечним для життя людини [1, 6–8]. Карабін може знаходиться в такому стані при зчепленні/розчепленні різних вузлів і згідно з ДСТУ ЕN 362–2001 [8] повинен проходити перевірку у відкритому положенні. З метою зменшення ресурсоємності завдання, розрахункова модель була спрощена до однієї дуги без механізму замикання.

Як було зазначено раніше, переважна більшість характеристик матеріалів, що застосовуються при виготовленні карабінів, є комерційною таємницею. Але через те, що робота присвячена дослідженню впливу геометричних параметрів на напруженодеформований стан конструкції, то для тестових розрахунків була взята високоміцна загартована сталь з межею міцності не менше 800 МПа. Такі сталі здебільшого мають модуль пружності, близький до 1,9•10<sup>11</sup> Па і коефіцієнт Пуассона, який дорівнює 0,3 (табл. 2). Густина, взята для обчислення маси — 7800 кг/м<sup>3</sup>. Додатково результати розрахунків порівнюються з переліком матеріалів, наведеним в попередній роботі [1].

Таблиця 2 – Приклади характеристик матеріалів

№	Матеріал	б₁, МПа	б <sub>т</sub> зміц- нення, МПа	б <sub>в</sub> , МПа	б <sub>в</sub> зміц- нення, МПа	<i>E</i> , ГПа	μ
1	Ст3	185- 250	250- 350	380- 490	380-490	2,05	0,27
2	Сталь45	245- 395	410- 830	470- 690	610-980	2,0	0,31
3	30Γ2	375	375	590	590	1,98	0,33
4	30ХН3М2ФА	750	750	900	900	1,95	0,28
5	Сталь85	980	1650	1130	1750	1,91	0,31
6	50ХГ	1177	1177	1275	1275	1,85	0,3
7	30ХГСН2А	1375	1500	1620	1900	1,95	0,29

Умови закріплення та навантаження у вигляді сили в 7000 Н уздовж поздовжньої осі карабіна зображені на рис. 2. Таке навантаження зумовлене середнім значенням граничного навантаження при відкритій засувці для даного виду карабінів.

Також на основі досліджень, проведених раніше [1], раціональним розміром скінченно-елементної сітки для даного типу конструкцій є розмір 2 мм. Такий розмір забезпечує задовільну точність і збіжність, забезпечуючи при цьому високу швидкість розрахунку.

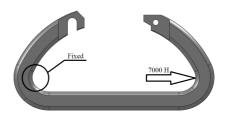


Рисунок 2 – Граничні умови

# Результати розрахунків

Для того, щоб мати базу для аналізу, була проведена низка розрахунків при різних характерних розмірах. Варіювання при цьому відбувалося за одним параметром, інші приймали початкове значення. Конструкція перебувала під дією сили, прикладеної на одну з поверхонь. Протягом розрахунків не змінювалися характеристики матеріалу, закріплення, тип та розмір скінченного елемента. Через зміни і перебудову геометрії при варіюванні параметрами поверхні навантаження і закріплення іноді змінювали свою площу і відносне розташування.

Як зазначалось у попередній статті [1], порівнювати напруження за максимальним значенням не зовсім доречно. Скінченно-елементна сітка обумовлює появу концентраторів напружень, пов'язаних з розмірністю сітки, а не тільки з особливостями конструкції. Також поза комп'ютерними розрахунками не існує абсолютно жорстких умов закріплення та ідеально пружніх матеріалів. Ці чинники зумовлюють появу концентраторів напружень, які в реальній конструкції будуть проявлятися в меншому обсязі. Згідно з європейською термінологією, hotspots stress (HS) – напруження в концентраторах і general stress (GS) – загальний напружений стан без урахування концентраторів. Загальний напружений стан визначався шляхом точкового виміру напружень безпосередньо біля місця концентратора та апроксимації отриманих значень.

Початковими значеннями параметрів були: довжина — 70 мм, поздовжній зріз — 8 мм, висота — 45 мм, діаметр перетину — 10 мм, радіус дуги — 15 мм. При цьому напруження у концентраторі (HS) становили 1000 МПа та 762 МПа поза його межами (GS). Переміщення склали 3,67 мм, а маса — 112,76 г. Доречно зазначити, що під масою тут і далі мається на увазі тільки скоба, без урахування засувки і кріплень. Картина розподілу напружень для початкових значень наведена на рис. 3.

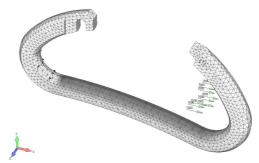


Рисунок 3 – Напруження за Мізесом

Нижче наведені графіки залежності маси, напружень і переміщень від досліджуваного параметра. Маса була включена в дані графіки для того, щоб визначити доцільність варіювання параметром. По горизонтальній осі відкладені зміни розміру в частках. Тобто безрозмірна величина, що показує, на скільки збільшили або зменшили певний розмір. На графіках трикутними точками позначені переміщення, квадратними — напруження, круглими — маса скоби карабіна.

Початкове значення параметру "поздовжній зріз" (рис. 4) було 8 мм. При зміні параметра від 4 до 10 мм напруження змінювалися від 1460 до 820 МПа у концентраторі (НS) та від 885 до 574 МПа поза його межами (GS); переміщення складали від 5,35 до 2,45 мм; маса — від 62,62 до 120,98 г відповідно. Всі результати варіювання даним параметром наведені в табл. 3. Також в таблиці наведені мінімально допустимі сталі, опираючись на дані табл. 1. Для спрощення тут і далі наводиться номер сталі.

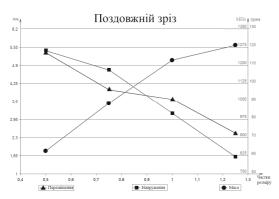


Рисунок 4 – Параметр "поздовжній зріз"

Таблиця 3 — Результати розрахунків для параметру "поздовжній зріз"

Назва параметру	1	2	3	4
Значення параметру, мм	4	6	8	10
Значення в частках	0,5	0,75	1	1,25
Маса, г	62,62	88,95	112,76	120,98
Переміщення, мм	5,35	4,02	3,67	2,45
Напруження HS, МПа	1260	1180	1000	820
Напруження GS, МПа	885	826	762	574
Допустима сталь, №	5	5	2	2

Початкове значення параметру "висота" (рис. 5) було 45 мм. При зміні параметра від 34 до 67 мм напруження у концентраторі (НS) змінювалися від 1110 до 630 МПа та від 785 до 410 МПа поза його межами (GS); переміщення складали від 4,59 до 2,98 мм; маса — від 104,65 до 130,59 г відповідно. Всі результати варіювання даним параметром наведені в табл. 4. Також в таблиці наведені мінімально допустимі сталі, спираючись на дані в табл. 1.

Початкове значення параметру "діаметр перетину" (рис. 6) було 10 мм. При зміні параметра від 6 до 15 мм напруження у концентраторі (НS) змінювалися від 3060 до 572 МПа та від 2400 до 205 МПа поза його межами (GS); переміщення складали від 16,7 до 1,09 мм; маса — від 45,1 до 177,72 г відповідно. Всі результати варіювання даним параметром наведені в табл. 5. Також в таблиці наведені мінімально допустимі сталі (див. табл. 1).

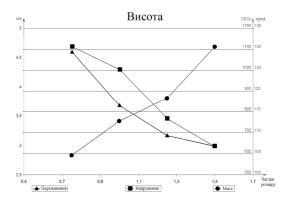


Рисунок 5 – Параметр "висота"

Таблиця 4 — Результати розрахунків для параметру "висота"

Назва параметру	1	2	3	4
Значення параметру, мм	34	45	56	67
Значення в частках	0,75	1	1,25	1,5
Маса, г	104,65	112,76	118,28	130,59
Переміщення, мм	4,59	3,67	3,16	2,98
Напруження HS, МПа	1110	1000	765	632
Напруження GS, МПа	785	762	525	410
Допустима сталь, №	2	2	2	2

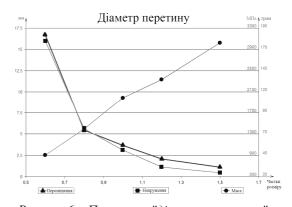


Рисунок 6 – Параметр "діаметр перетину"

Початкове значення параметру "довжина" (рис. 7) було 70 мм. При зміні параметра від 40 до 105 мм напруження у концентраторі (HS) змінювалися від 1050 до 951 МПа та від 782 до 733 МПа поза його межами (GS); переміщення складали від 1,99 до 5,65 мм; маса — від 104,65 до 130,59 г відповідно. Всі результати варіювання даним параметром

наведені в табл. 6. Також в таблиці наведені мінімально допустимі сталі згідно з даними табл. 1.

Таблиця 5 — Результати розрахунків для параметру "діаметр перетину"

Назва параметру	1	2	3	4	5
Значення параметру, мм	6	8	10	12	15
Значення в частках	0,6	0,8	1	1,2	1,5
Маса, г	45,1	76,21	112,76	134,61	177,72
Переміщення, мм	16,7	5,45	3,67	2,07	1,09
Напруження HS, МПа	3060	1400	1000	580	415
Напруження GS, МПа	2400	1030	762	390	205
Допустима сталь, №	1	5	2	2	1

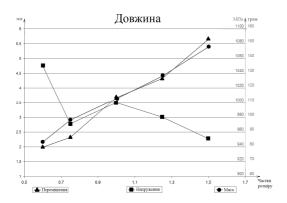


Рисунок 7 – Параметр "довжина"

Таблиця 6 – Результати розрахунків для параметру "довжина"

Назва параметру	1	2	3	4	5
Значення параметру, мм	40	52	70	87	105
Значення в частках	0,6	0,75	1	1,25	1,5
Маса, г	83,25	98,15	112,76	128,25	147,77
Переміщення, мм	1,99	2,32	3,67	4,32	5,65
Напруження HS, МПа	1050	971	1000	980	951
Напруження GS, МПа	782	742	762	733	750
Допустима сталь, №	2	2	2	2	2

Початкове значення параметру "радіус дуги" (рис. 8) було 15 мм. При зміні параметра від 7 до 22 мм напруження у концентраторі (НS) змінювалися від 2500 до 708 МПа та від 1250 до 434 МПа поза його межами (GS); переміщення — від 7,61 до 1,97 мм; маса — від 95,14 до 128 г відповідно.

Всі результати варіювання даним параметром наведені в табл. 7. Також в таблиці наведені мінімально допустимі сталі (див. табл. 1).

У всіх розрахунках характер деформацій і загальні картини розподілу напружень залишалися незмінними. Для прикладу наведено результат розподілу напружень за Мізесом з варіюванням параметра "радіус дуги" (рис. 9).

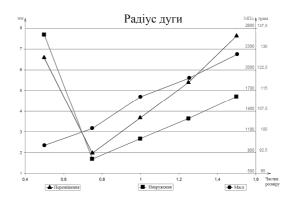


Рисунок 8 – Параметр "радіус дуги"

Таблиця 7 — Результати розрахунків для параметру "радіус дуги"

Назва параметру	1	2	3	4	5
Значення параметру, мм	7	11	15	19	22
Значення в частках	0,5	0,75	1	0,15	1,5
Маса, г	95,14	101,31	112,76	119,46	128
Переміщення, мм	6,56	1,97	3,67	5,38	7,61
Напруження HS, МПа	2500	708	1000	1290	1610
Напруження GS, МПа	1250	434	762	895	1170
Допустима сталь, №	7	2	2	5	7

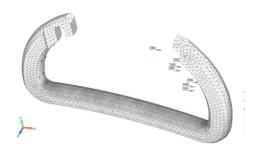


Рисунок 9 – Параметр "радіус дуги", 7 мм

## Аналіз отриманих результатів

Розрахунки показали, що деякі параметри більшою мірою позитивно впливають на НДС конструкції. Так, при збільшенні діаметру перетину (див. рис. 6, табл. 5) значення напружень значно знижуються. Це, в свою чергу, призводить до збі-

льшення загальної маси конструкції, але з урахуванням того, що це дозволить застосовувати для виготовлення марки сталей з низьким запасом міцності. Даний варіант призведе до зниження вартості виробництва і може використовуватися в галузях і напрямках, де спорядження транспортується переважно технікою (МНС, військові та рятувальні операції, і т.д.).

Параметр довжина (див. рис. 7, табл. 6) практично не впливає на напружено-деформований стан конструкції, як наслідок, ним можна відносно вільно варіювати з точки зору міцності конструкції. При цьому варто відзначити, що даний параметр може мати велику значимість для конструкції через те, що він впливає на розміри засувки, яка не враховується в даному дослідженні. А її розміри, в свою чергу, впливають на зручність та можливість користування.

Використання і застосування бічного поздовжнього зрізу приносить значне полегшення конструкції, але при цьому сильно і прямо пропорційно зменшує міцність даного типу конструкції (див. рис. 4, табл. 3). Його застосовність можлива і доцільна спільно з використанням зміцнюючих конструктивних елементів, наприклад, додаткових локальних ребер жорсткості в слабких місцях конструкції. В даному випадку існує необхідність додаткового дослідження, яке б більш детально і точно визначало раціональні межі варіювання і використання даного параметра у сукупності зі зміцнюючими елементами.

Радіус дуги (див. рис. 8, табл. 7) незначною мірою впливає на масу, але при цьому значно змінює геометрію деталі, тим самим змінюючи характер навантаження і, як наслідок, впливає на напруженедеформований стан. Оскільки графік залежності напружень від даного параметра має точку перегину, то вимагає більш детального дослідження зі значно більш дрібним кроком варіювання в околі даної точки.

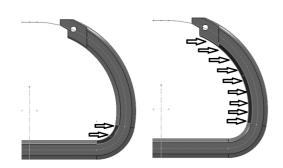


Рисунок 10 – Можливі варіанти навантаження

При варіюванні параметром висота (см. рис. 5, табл. 4) виник ряд додаткових питань. По-перше, варіювання даним параметром без урахування засувки не зовсім доречно. По-друге, оскільки навантаження і закріплення задавалися до поверхонь, то в даній низці розрахунків проявилася нефізичність, пов'язана з тим, що прикладені граничні умови пе-

ребували вище або нижче тих місць, де в реальності розташовувалися б точки закріплення і навантаження (рис. 10, 11).

Це призвело до того, що важіль прикладеної сили задавався невірно, що, відповідно, призвело до помилкових і невірних результатів розрахунків. Для даного параметра необхідний перерахунок результатів з урахуванням виявлених недоліків.

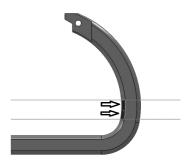


Рисунок 11 – Місце реального навантаження

#### Висновки

У роботі були проведені дослідження впливу конструктивних параметрів на НДС конструкції. Встановлено, які з обраних конструктивних параметрів більшою мірою впливають на міцність і НДС конструкції: діаметр перетину, радіус дуги та повздовжній зріз. Так само встановлена залежність маси карабіна від позначених параметрів.

В ході дослідження було встановлено доцільність розробки і створення методів автоматизації процесу перебудування геометрії і подальшого її розрахунку. Це дозволить більш детально і з меншим кроком досліджувати як проблемні місця, виявлені в ході даного дослідження, так і конструкцію в цілому. Так само з'явиться можливість синтезу і дослідження конструкцій з декількома одночасно змінними параметрами, що значно розширить область вивчення. Так само доцільно більш детально вивчити питання концентраторів напружень та розробити методику їх автоматизованого виявлення та можливості аналізувати конструкцію як з їх урахуванням, так і без нього.

При впровадженні даних досліджень в практичне застосування може знадобитися розв'язання задачі аналізу та синтезу в більш точній постановці за рахунок більш високих вимог до спорядження і його використання. Для більш точного розв'язання задачі аналізу та синтезу параметрів досліджуваних об'єктів (в даному випадку карабінів) після пошуку первинних зон для допустимих параметрів слід проводити повторні дослідження в уточненій постановці: карабін моделювати як складальний об'єкт з урахуванням всіх наявних деталей і контактів між ними, використовувати моделі матеріалів з урахуванням їх нелінійної поведінки, проводити розрахунки на багатоциклову і динамічну міцність. Так само необхідно розраховувати модель за всіма застосованими до неї вимогами і регламентами, описаними у низці документів з випробувань і допуску до

використання [7, 8].

#### Список літератури

- Куценко С.В. Дослідження міцності індивідуального спорядження шляхом комп'ютерного моделювання НДС на прикладі карабінів / С.В. Куценко, А.Ю. Васильєв, Д.С. Мухін, Ю.К. Васильєв // Вісник НТУ "ХПІ", – Харків: НТУ "ХПІ". – 2017 (у друку).
- 2 Васильев А.Ю. К вопросу исследования надежности индивидуального снаряжения / А.Ю. Васильев, Ю.К. Васильев // Вестник НТУ "ХПИ". Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. Вып. 53. С. 35–39.
- 3 Бондаренко О.В. Проектування засобів організації штучних точок страховки та опори для альпінізму / О.В. Бондаренко // Вісник НТУ "ХПІ". Харків: НТУ "ХПІ", 2015. № 31 (1140). С. 20–28.
- 4 Scott V. Design of a composite carabiner for rock climbing / Scott V. – 2008
- M. Walk Strain/displacement of a carabiner via interferometry /
   M. Walk // Laser Interferometry. X, 4101, 409–417 (2000).
- 6 Okal M. Carabiner Testing / Okal M. // 16.621 Final Report. 2001. – C. 8–10.
- 7 Сертификация снаряжения. Стандарты. http://krok.biz/info/docs/gosty
- 8 ДСТУ EN 362–2001. Індивідуальне спорядження для захисту від падіння з висоти. З'єднувачі.

#### References (transliterated)

- 1 Kutsenko S.V. Strength investigation of individual equipment based on example of carbines stress state computer simulation./ S.V. Kutsenko, A.Yu. Vasiliev, D. M. Mukhin, Yu. K. Vasiliev // Bulletin of NTU "KhPI". – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017, (In press)
- Vasil'yev A.Yu. K voprosu issledovaniya nadezhnosti individual'nogo snaryazheniya / A.Yu. Vasil'yev, Yu. K. Vasil'yev // Vestnik NTU "KHPI". Khar'kov: NTU "KhPI", 2005. No 53. P 35–39.
- 3 **Bondarenko O.V.** Proyektuvannya zasobív organízatsíí shtuchnikh tochok strakhovki ta opori dlya al'pínízmu / **O. V. Bondarenko** // Vísnik NTU "KhPI". Kharkov : NTU "KhPI", 2015. № 31 (1140). P. 20–28.
- 4 Scott V. Design of a composite carabiner for rock climbing.— 2008.
- M. Walk Strain/displacement of a carabiner via interferometry / M. Walk // Laser Interferometry. X, 4101, 409–417 (2000).
- Okal M. Carabiner Testing // 16.621 Final Report. 2001. –
   C. 8–10.
- 7 Certification of equipment. Standards. <a href="http://krok.biz/info/docs/gosty">http://krok.biz/info/docs/gosty</a>
- DSTÜ ÉN 362–2001. Individual'ne sporyadzhennya dlya zakhistu vid padinnya z visoti. Z'ednuvachi.

Поступила (received) 05.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

До питання виконання многоваріантних розрахунків на міцність на прикладі карабінів / С.В. Куценко, А.Ю. Васильєв, Д.С. Мухін // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. - № 12 (1234). - C. 49–54. - Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0775.

К вопросу выполнения многовариантних прочностных расчетов на примере карабинов / С.В. Куцен-ко, А.Ю. Васильев, Д.С. Мухин // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. - № 12 (1234). - C. 49–54. – Библиогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0775.

**To a question of multivariant calculations of the strength on the example of carabiners / S.V. Kutsenko, A.Yu. Vasiliev, D.M. Mukhin** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No 12 (1234). – P. 49–54. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2079-0775.

# Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Куценко Сергій Володимирович* – НТУ "ХПІ", викладач-стажист кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; Харків, e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org.

*Куценко Сергей Владимирович* – НТУ "ХПИ", преподаватель-стажер кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; Харков, Украина; e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org.

*Kutsenko Serhii* – NTU "KhPI", teacher-trainee of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; e-mail: skutsenko@tmm-sapr.org

**Васильєв Антон Юрійович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

**Васильев Антон Юрьевич** — кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", Харков; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

*Vasiliev Anton* – Ph.D., NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

*Мухін Дмитро Сергійович* — НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; Харків, Україна; е-mail: s814@tmm-sapr.org.

*Мухин Дмитрий Сергеевич* – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; Харков, Украина; e-mail: s814@tmm-sapr.org

*Mukhin Dmitriy* – NTU "KhPI", postgraduate of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; e-mail: s814@tmm-sapr.org

УДК 539.3

# Е.А. ЛУНЕВ, Е.Н. БАРЧАН, <u>И.В. АРТЕМОВ</u>, А. В. НАБОКОВ, Я.Н. ЛИСОВОЛ, А.В. ГРАБОВСКИЙ, Ю.В. КОСТЕНКО, А.С. ЛЯШЕНКО, М.Р. ХУЗЯХМЕТОВА

# **ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИБРОУДАРНЫХ** МАШИНАХ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ НАГРУЖЕНИИ

В работе получили реализацию новый подход и усовершенствованная математическая модель для обоснования параметров виброударных машин по критерию отстройки от ударного резонанса на высоких частотах. Для этого создан специализированный программно-модельный комплекс "Виброудар", отличающийся адаптацией к исследованию конструкций машин с варьируемой структурой и параметрами. Это создает потенциальные возможности для целенаправленного варьирования и тех, и других по критерию отстройки от резонансных режимов.

*Ключевые слова:* виброударная машина, динамический процесс, импульсное нагружение, спектр собственных частот колебаний, резонанс

У роботі отримали реалізацію новий підхід і вдосконалена математична модель для обгрунтування параметрів віброударних машин за критерієм відбудови від ударного резонансу на високих частотах. Для цього створено спеціалізований програмно-модельний комплекс "Віброудар", що відрізняється адаптацією до дослідження конструкцій машин з варійованою структурою і параметрами. Це створює потенційні можливості для цілеспрямованого варіювання і тих, і інших за критерієм відбудови від резонансних режимів.

Ключові слова: віброударна машина, динамічний процес, імпульсне навантаження, спектр власних частот коливань, резонанс

New approach and advanced mathematical model is realized for justification of vibro-impact machine parameters according to the criterion of detuning of impact resonance at high frequencies. For this purpose, the specialized software and model complex "Vibro-impact" is created. It's characterized by adaptation to research of machines constructions with a variable structure and parameters. This creates a potential for targeted variation of those and other by criteria for detuning of resonant modes. The algorithms are proposed for creation and variation of geometrical models of vibro-machines elements based on the technology of generalized parametric descriptions. The possibilities of changing of parametric models are demonstrated. The amount of variable parameters can be replenished depending on specific of designed machine. This creates a basis for organization of multiple calculations of dynamic characteristics for investigated vibro-machines taking into account potential impact resonance.

Keywords: vibro-impact machine, dynamic process, impulse loading, spectrum of normal mode frequencies, resonance

#### Введение

Как отмечается в [1], расчет и обоснование рациональных параметров тяжелонагруженных виброударных машин с учетом периодического ударного воздействия сдерживается тем, что существующие методики [1-11] не нацелены на учет и предотвращение возможности возникновения в элементах машины резонансных режимов. В то же время такая возможность для современных крупногабаритных тяжелонагруженных машин возрастает, поскольку режимы их работы интенсифицируются, а диктуемые ограничения на качество выполнения технологических операций и стремление снизить массу этих машин приводит к тому, что спектр собственных частот колебаний из-за упругого деформирования конструкции распространяется вниз вплоть до рабочих частот ее возбуждения. При этом важно прогнозировать возможные эксплуатационные проблемы и предотвратить их уже на этапе проектирования.

В связи с этим в работе [2] разработаны основы математического и численного моделирования динамических процессов в виброударных машинах (ВМ). Необходимо отметить, что в отличие от традиционных методов расчета параметров проектируемых машин [12], которые базируются на применении аналитических соотношений, допускающих простую алгоритмизацию и реализацию, в случае расчета виброударных машин с учетом возможности ударного резонанса на высоких (деформационных) частотах ситуация осложняется. Это вызвано, во-первых, сложностью описания основных силовых элементов этих машин, имеющих громоздкую структуру и неканонические формы. Во-вторых, решение базовой для этого случая задачи анализа (то есть определение спектра собственных частот и форм колебаний исследуемой дискретно-континуальной системы с учетом упругого деформирования сложной пространственной конструкции) возможно только с применением численных методов, в частности, метода конечных элементов. В-третьих, критериальные соотношения (в первую очередь, функция качества), выражаемые через значения ряда собственных частот, также не всегда допускают в связи с этим аналитическое представление через числовые, а тем более, нечисловые параметры. Этим самым создается ситуация, когда реализация математической модели, описанной в работе [1], требует создания специализированного программно-модельного комплекса (СПМК), в котором через отдельные программные модули и специально подготовленные параметрические модели осуществляется последовательное решение задач анализа и синтеза проектируемой конструкции. Соответственно, общая задача создания эффективного инструмента численного расчета виброударных машин становится отдельным этапом исследований.

В свою очередь эта задача разбивается на подзадачи создания структуры создаваемого программно-модельного комплекса, алгоритмов и программных модулей для управления параметрами проектируемой машины, программных средств для генерирования геометрических, расчетных и численных моделей исследуемых объектов, подсистем решения задач анализа динамических характеристик исследуемой конструкции, а также целенаправленного их варьирования для улучшения функции качества. Кроме того, нужны интерфейсный и управляющий модули, интегрирующие все компоненты создаваемого программно-модульного комплекса в единую компьютерную среду. Решение описанного комплекса задач на примере ВМ составляет содержание данной работы.

> © Лунев Е.А., Барчан Е.Н., Артемов И.В., Набоков А.В., Лисовол Я.Н., Грабовский А.В., Костенко Ю.В., Ляшенко А.С., Хузяхметова М.Р., 2017

# Структура программно-модельного комплекса для расчета параметров виброударных машин с учетом ударного резонанса

Специализированные программно-модельные комплексы [12, 13] являются мощным инструментом проектных исследований виброударных машин. Они направлены на решение задач анализа процессов и состояний, верификации характеристик и синтеза параметров того или иного класса машин. В данном случае в число учитываемых физических явлений включен ударный резонанс, возможный в проектируемых ударных машинах. В предшествующих работах [12, 13] это явление не учитывалось. В связи с этим необходимо адаптировать структуру создаваемого специализированного программно-модельного комплекса к новому набору и типу задач. Соответственно, в структуре создаваемого СПМК "Виброудар" учтены все основные модули, а также информационные потоки и связи между ними (рис. 1).

Исходный этап исследований, соответствующий анализу чувствительности модели машины к изменению тех или иных параметров и формированию параметрического пространства, в котором будет производиться синтез виброударной машины, сконцентрирован в модуле I (см. рис. 1). В модуле II по текущему набору параметров  $p_i$  формируется геометрическая модель ВМ  $G(p_i)$  в виде набора команд  $K_G(p_i)$ , которые преобразуются в универсальном редакторе (в данном случае в SolidWorks) в конкретную виртуальную конструкцию. После этого в модуле III создается набор команд  $K_F(p_i)$ , посредством которых в универсальной САЕсистеме (в данном случае ANSYS) создается конечно-элементная модель исследуемой конструкции. Далее модуль IV производит с привлечением универсального решателя (тот же ANSYS) вычисление спектра и собственных форм текущего варианта конструкции. Далее модуль V осуществляет оценку функции качества, а модуль VI – вариативное целенаправленное изменение  $p_i$  по условию отстройки

от ударного резонанса.

Приведенная выше структура СПМК описана в общем виде. При ее реализации в каждом конкретном случае отдельные модули модифицируются, адаптируя СПМК к тому или иному объекту. Далее в работе все исследования проводятся на примере виброударной машины для выбивки крупного вагонного литья [12, 13].

# Анализ динамики многомассовых систем при импульсном нагружении

Полный анализ динамических процессов, протекающих в виброударной машине, осуществляемый, например, прямым интегрированием уравнений движения конечно-элементного ансамбля, сдерживается большими размерами конечноэлементной модели, а также необходимостью осуществления многовариантных расчетов динамических процессов. Все это лавинообразно увеличивает затраты вычислительных ресурсов и времени, необходимого для проведения цикла исследований. Между тем на начальных этапах исследований на первый план выступает оперативность, а не высокая точность проводимых расчетов. В связи с этим привлекательным вариантом становится использование упрощенных моделей исследуемой динамической системы. В то же время такая упрощенная система должна отображать основные качественные свойства и количественные характеристики исходного объекта.

Основными свойствами исследуемой системы являются: спектр и реакция отдельных собственных движений на приложение внешней нагрузки. Таким образом, построение "эквивалентной" упрощенной модели должно сопровождаться сохранением этих свойств и характеристик, присущих исходной.

С целью построения упрощенных "эквивалентных" динамических систем (УЭДС) предлагается следующий алгоритм.

1. Исходная система моделируется в виде линейной многомассовой системы (рис. 2).

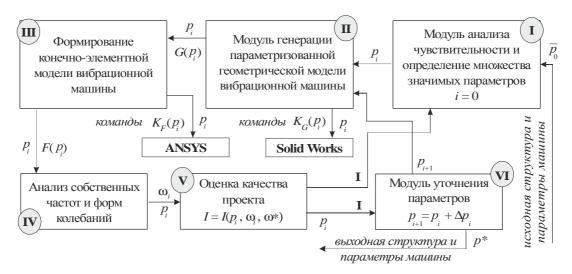


Рисунок 1 – Структура СПМК "Виброудар"

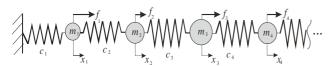


Рисунок 2 – Структура "эквивалентной" динамической системы

- 2. Количество элементов в создаваемой УЭДС  $(N_2)$  подбирается из того минимально необходимого количества собственных частот и форм, которое требуется для практических целей в конкретном случае. Обычно это число можно оценить по амплитудно-частотной характеристике аналога проектируемой машины, помещенной на стенд с вибровозбудителем.
- 3. Соотношения  $m_i$  и  $c_i$  ( $i=1...N_3$ ) подбираются таким образом, чтобы проимитировать у этой системы спектр колебаний, идентичный той части спектра исследуемого объекта, который предполагается удержать в УЭДС (см. п. 2).
- 4. Проводится анализ динамических процессов в УЭДС путем интегрирования уравнений ее движе-

$$(m_1\ddot{x}_1 + c_1x_1 + c_2(x_1 - x_2) = f_1(t);$$
 (1)

$$\begin{cases} m_{1}\ddot{x}_{1} + c_{1}x_{1} + c_{2}(x_{1} - x_{2}) = f_{1}(t); \\ m_{i}\ddot{x}_{i} + c_{i}(x_{i} - x_{i+1}) + c_{i-1}(x_{i} - x_{i-1}) = f_{i}(t), \\ i = 2, \dots N_{3}; \\ m_{N_{3}}\ddot{x}_{N_{3}} + c_{N_{3}}(x_{N_{3}} - x_{(N_{3}-1)}) = f_{N_{3}}. \end{cases}$$
(2)

$$\left(m_{N_3}\ddot{x}_{N_3} + c_{N_3}\left(x_{N_3} - x_{(N_3 - 1)}\right) = f_{N_3}.$$
 (3)

Здесь  $f_k(t)$  – внешние силы, прикладываемые к отдельным массам. Кроме сил инерции и упругих восстанавливающих сил, в системе уравнений (1)-(3) в левой части можно задать также и диссипативные слагаемые, обуславливаемые вязким трением.

5. Проводится варьирование параметров  $c_i$ ,  $m_i$ в некоторых пределах. При этом контролируется спектр частот УЭДС, определяемый из уравнения

$$\begin{vmatrix} c_{1} + c_{2} - \\ -m_{1}\omega^{2} \end{vmatrix} - c_{2} & 0 & \dots & 0 \\ -c_{2} & \begin{pmatrix} c_{2} + c_{3} - \\ -m_{2}\omega^{2} \end{pmatrix} - c_{3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & c_{(N_{3})} & \dots & \begin{pmatrix} c_{N_{3}} - \\ -m_{N_{3}}\omega^{2} \end{pmatrix} = 0 \cdot (4)$$

"Миграция" спектра собственных частот должна укладываться в "миграцию" спектра собственных частот исходной системы. Для этих измененных УЭДС (вернее, с измененными характеристиками, но с постоянной структурой) проводится анализ динамических процессов в соответствии с п. 4.

- 6. Определяется влияние массовых и жесткостных характеристик на исследуемую УЭДС и разрабатываются рекомендации по обоснованию конструктивных параметров проектируемой ВМ.
- 7. Проводится анализ динамических характеристик усовершенствованной машины на ее полной конечно-элементной модели. В случае несоответствия результатов изменяется количество звеньев УЭДС  $N_3$ , и цикл исследований п.п. 2-7 повторяется.

В качестве иллюстрации проведен анализ трехмассовой системы. Первая частота системы соответствует трансляционной частоте колебаний исходной системы. Вторая - первой деформационной, третья - второй деформационной (рис. 3).

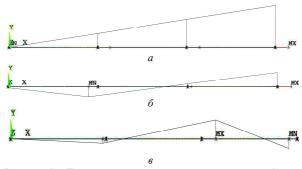


Рисунок 3 – Тестовая упрощенная "эквивалентная" динамическая система, моделирующая динамические свойства виброударной машины:

a - 1-я частота  $\omega_1 = 2.21 \, \Gamma \mu$ ;

6 - 2-я частота  $\omega_2 = 12.25 \ \Gamma \mu$ ;

в-3-я частота  $\omega_3=23.75$  Гц

При этом  $m_1 = 13200$  кг,  $m_2 = 6600$  кг,  $m_3 = 6600$  кг,  $c_1 = 5.28*10^6 \text{ H/m}, c_2 = 5.28*10^7 \text{ H/m}, c_3 = 5.28*10^7 \text{ H/m}.$ Было проведено варьирование  $m_2$  и  $m_3$  в интервалах ±10% от номинальных. "Осциллограммы" временных распределений перемещений  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ , полученные путем интегрирования уравнений движения для базового варианта, а также для некоторых сочетаний варьируемых параметров, представлены в табл. 1, 2. Интегральные характеристики процессов сведены в табл. 3. Здесь контролируемые величины отнесены к своим номинальным значениям.

В табл. 1 приведены графики изменения положения масс 1, 2 и 3 упрощенных "эквивалентных" динамических систем при базовых параметрах. При этом частота воздействия импульсной нагрузки ω<sub>1</sub> = 13.91908072  $c^{-1}$ ,  $\omega_2 = 77.02122233 c^{-1}$ ,  $\omega_3 =$ 149.2447337 с<sup>-1</sup>, промежуток времени – 18 с., 50000 расчетных точек.

В табл. 2 приведены графики изменения положения масс 1, 2 и 3 упрощенных "эквивалентных" динамических систем:

- при  $m_3 = 0.9 m_2$ :  $\omega_1 = 14.11206424$  c<sup>-1</sup> (2,2 Гц) – частота воздействия импульсной загрузки,  $\omega_2 = 79.08768129 \text{ c}^{-1}, \ \omega_3 = 151.1121345 \text{ c}^{-1}, \ \text{проме-}$ жуток времени – 36 с., 50000 расчетных точек;
- при  $m_3 = 1.1 m_2$ :  $\omega_1 = 13.73311169 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_2 =$ = 75.18108507  $c^{-1}$ ,  $\omega_3$ = 147.7563310  $c^{-1}$ , промежуток времени – 36 с., 50000 расчетных точек;
- при  $m_2 = 0.9 m_3$ :  $\omega_1 = 4.10287178$  c<sup>-1</sup>,  $\omega_2 =$ = 77.15179387  $c^{-1}$ ,  $\omega_3$ = 155.0047983  $c^{-1}$ , промежуток времени – 36 с., 50000 расчетных точек;
- при  $m_2 = 1.1 m_3$ :  $\omega_1 = 13.74203827$  c<sup>-1</sup>,  $\omega_2 =$ =  $76.89160148 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_3 = 144.3755262 \text{ c}^{-1}$ , промежуток времени – 36 с., 50000 расчетных точек.

Временные распределения  $x_1, x_2$  и  $x_3$  приведены на рис. 4-7.

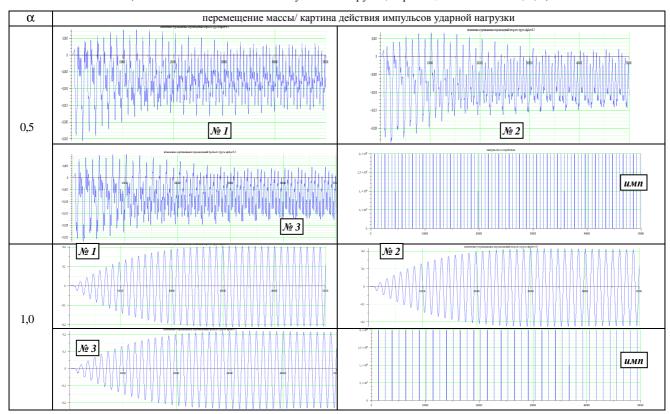


Таблица 1 – Результаты расчета упрощенной "эквивалентной" системы при базовых параметрах ( α – относительная частота импульсной нагрузки, перемещение масс №№ 1, 2, 3)

Таблица 2 – Результаты расчета упрощенной "эквивалентной" системы при базовых параметрах (перемещение масс №№ 1, 2, 3 аналогичны)

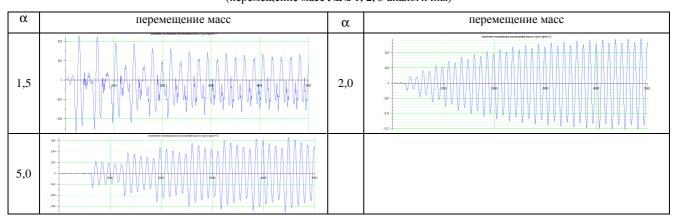
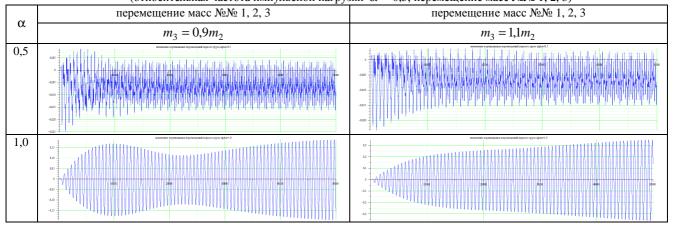
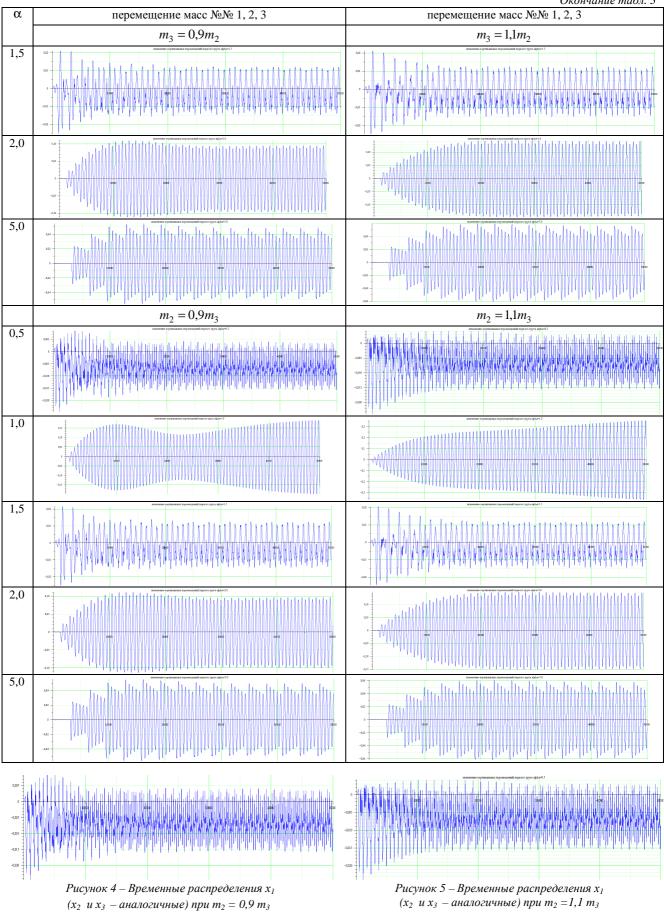
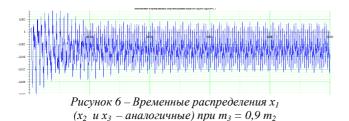


Таблица 3 — Результаты расчета упрощенной "эквивалентной" системы (относительная частота импульсной нагрузки  $\alpha=0.5$ , перемещение масс №№ 1, 2, 3)



Окончание табл. 3





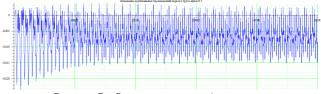


Рисунок 7 — Временные распределения  $x_1$  ( $x_2$  и  $x_3$  — аналогичные) при  $m_3 = 1, 1$   $m_2$ 

Таблица 4 – Интегральные характеристики процессов

Параметры	$m_2 = 0.9 \ m_{2homuh}$	$m_2 = 1,1 \; m_{2 + 0 M U H}$	$m_3 = 0.9  m_{3homuh}$	$m_3 = 1,1 \; m_{3 HOMUH}$
$m_2 / m_{2 + o M u H}$	0,9	1.1	1	1
$m_3 / m_{3 HOMUH}$	1	1	0.9	1.1
$\omega_1 / \omega_2 / \omega_3 \ (c^{-1})$	14.102/77.151/155.004	13.742/76.891/144.375	14.112/79.087/151.112	13.733/75.181/147.756
$x_1 / x_1$	0.878	0.902	0.096	0.853
$x_2 / x_2$	0.937	0.95	1	0.906
x <sub>3</sub> / x <sub>3</sub> номин	0.909	0.9	0.981	0.827
$\omega_1/\omega_{1_{HOMUH}}$	1.013	0.987	1.014	0.986
$\omega_2/\omega_2_{_{_{_{_{_{_{_{_{_{_{_{1}}}}}}}}}}}$	1.001	0.998	1.026	0.976
$\omega_3/\omega_3$ номин	1.038	0.967	1.012	0.99

Анализ полученных временных распределений  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , а также спектра  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  УЭДС при варьировании массово-жесткостных характеристик дает основание для следующих выводов.

- 1. Спектр колебаний УЭДС при варьировании  $m_2$ ,  $m_3$  на 10 % реагирует по-разному. Частота  $\omega_1$  изменяется слабо (до 2,5 %). Частоты  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  сильнее (до 7 %). Таким образом, нижняя частота более консервативна, и свойства конструкции можно варьировать, практически оставляя постоянной нижнюю (для исходной системы трансляционную) собственную частоту колебаний.
- 2. Характер движения трех масс при варьировании  $m_2$ ,  $m_3$  изменяется незначительно, практически повторяя движение  $m_1$ . При приближении к частотам, кратным частоте возмущающей силы, наступает ударный резонанс. При изменении масс и жесткостей происходит быстрая отстройка от резонанса.

Таким образом, этого эффекта можно добиваться и в реальной конструкции за счет незначительного изменения массово-жесткостных характеристик элементов проектируемых вибромашин.

# Параметрические модели виброударных машин как дискретно-континуальных динамических систем

В основе функционирования создаваемого СПМК "Виброудар" лежит подход, проводящий и реализующий на конкретном классе машин метод обобщенного параметрического описания исследуемых механических систем [6]. Соответственно, при этом все операции производятся с варьируемыми, изменяемыми, управляемыми, модифицируемыми конструктивными схемами и параметрами их моделей.

В работе основное внимание сосредоточено на тяжелонагруженных технологических машинах для выбивки крупного вагонного литья [12, 13]. Соответственно требуется разработка способа параметризации элементов этих машин. Поскольку речь идет о такой трудноформируемой информации как структуры и конструктивные решения, то необходимо обратиться к опыту проектирования машинаналогов [12, 13].

На основе анализа существующих решений в качестве базового варианта принята машина, описанная в [12]. В дополнение к известной номинальной структуре (рис. 8) предлагается рассмотреть несколько вариантов усиления боковин, щек, подрешетных балок толщин, решеток и т.д. (рис. 9). Соответствующие изменяемые модели вибромашины представлены в табл. 5, 6 ( $p_i$  – обобщенный параметр).

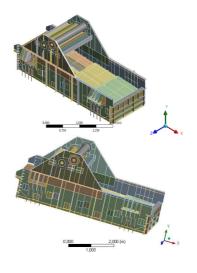


Рисунок 8 — Номинальная структура конструкции выбивной виброударной машины

Рисунок 9— Варианты усиления базового варианта корпуса выбивной машины

геометрические модели корпуса ВМ геометрические модели корпуса ВМ  $p_i$  $p_2$ варьируется  $p_1$ количество ребер варьируются (модель с все толщины в горизонтально модели расположенными ребрами) 2 3  $p_3$ варьируются схемы усиления корпуса 5 вертикальными ребрами  $p_4$  $p_5$ варьируются варьируются толщины толщины щеки боковой стенки  $p_7$  $p_6$ варьируется варьируются толщина толщины полотна кожуха (финальная дебалансных модель) валов

Таблица 5 – Геометрические модели корпуса вибромашины при варьировании конструктивных схем и параметров

Видно, что разработанный механизм варьирования предоставляет возможность изменять и конструктивные схемы, и параметры, тем самым осуществляя варьирование самой исследуемой конструкции, а, значит, и ее динамических характеристик. Это свойство используется при исследовании и синтезе реальной выбивной машины.

Таблица 6 – Геометрические модели корпуса ВМ при варьировании конструктивных схем и параметров

$p_i$	геометрические модели корпуса ВМ
P8 варьируются толщины балки (толщины и высоты)	
Р <sub>9</sub> варьируются толщины и высоты полок (модель с балками в виде двутавра, расположенными горизонтально)	AN STORY

 $p_i$  геометрические модели корпуса ВМ  $p_{10}$  модель с балками в виде двутавра (варьируются их параметры — толщины и высоты полок)

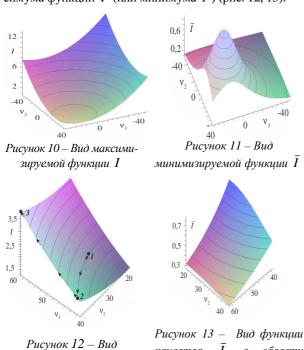
# Алгоритмы обоснования параметров вибромашин по критерию отстройки от ударного резонанса

Конечным и наиболее ценным результатом работы специализированного программно-модельного комплекса "Виброудар" являются решения задачи обоснования параметров ВМ, обеспечивающих отстройку от ударного резонанса. Для этого в работе [1] предложена формулировка оптимизационной задачи поиска максимума некоторой функции качества с учетом ограничений и системы уравнений состояния. Естественно, что и целевая функция, и ограничения, и спектральные свойства исследуемого объекта являются варьируемыми и зависят от условий работы, конструкции, свойств технологи-

ческого груза и ряда других факторов, свойственных конкретной виброударной машине. В то же время требуют апробации сами подходы и алгоритмы оптимизационных алгоритмов. В связи с этим в данной работе рассмотрена тестовая пробная задача. В качестве объекта выбрана трехмассовая система, первая из частот которой имеет фиксированное значение  $v_1 = 20 \, \Gamma$ ц. В качестве варьируемой спектра рассматриваются  $v_2 \in [20;40]$  Гц и  $v_3 \in [40;60]$  Гц. Частота возмущающей силы  $v_0 = 16 \ \Gamma$ ц. Вид функции качества

$$I = \sum_{k=1}^{5} \sum_{i=1}^{3} \frac{(v_i - kv_0)^2 (6 - k)}{15k^2 (v_0)^2} \to \text{max} .$$
 (5)

Можно рассмотреть также задачу минимизации функции  $\bar{I}=1/I 
ightarrow \min$ . Вид функций  $I,\bar{I}$  в пространстве варьируемых параметров V2, V3 представлен на рис. 10, 11. Видно, что наиболее неблагоприятным будет сочетание спектральных характеристик при  $v_2 = v_3 = 64 \ \Gamma$ ц. В то же время при отсутствии ограничений функция I стремится к максимуму (а I к мимимуму) при  $v_2 \to \infty, v_3 \to \infty$ . Учитывая ограничения на V2, V3, можно провести процедуру поиска максимума функции I (или минимума  $\bar{I}$ ) (рис. 12, 13).



На рис. 12 представлен также алгоритм покоординатного спуска, проводящий достаточно быстро (за 3 шага) к рациональному набору  $(v_2)^* =$  $40 \, \Gamma$ ц,  $(v_3)^* = 60 \, \Gamma$ ц. Здесь учитывается квадратичность минимизируемой функции I (5). Вполне естественно, что процедура максимизации привела к угловой точке ограничений сначала до ограничения

качества

 $v_2 \in [20;40]$ 

ν<sub>3</sub> ∈ [40;60] Γц

области

(точка 2 на рис. 12), а затем вдоль ограничения – до точки 3. При этом функция качества отстройки оказалась примерно в 3 раза лучше, чем для начального приближения.

Таким образом, структура функции качества Iблагоприятствует быстрому поиску оптимального решения. В то же время для реальных конструкций и применяемая функция качества, и сам характер процесса оптимизации может иметь более сложный характер. Тем не менее, на тестовом примере продемонстрирована возможность, целесообразность и действенность предлагаемых подходов к синтезу рациональных параметров исследуемых вибромашин по критерию отстройки от ударного резонанса.

#### Заключение

В работе описан новый подход к созданию СПМК для обоснования параметров виброударных машин. По представленным результатам можно сделать следующие выводы.

- 1. В работе получили реализацию новый подход и усовершенствованная математическая модель для обоснования параметров виброударных машин по критерию отстройки от ударного резонанса на высоких частотах. Для этого создан СПМК "Виброудар", отличающийся адаптацией к исследованию конструкций машин с варьируемой структурой и параметрами. Это создает потенциальные возможности для целенаправленного варьирования и тех, и других по критерию отстройки от резонансных режимов.
- 2. В работе для экспресс-анализа динамических процессов и характеристик дискретно-континуальных виброударных систем разработан алгоритм построения упрощенных "эквивалентных" динамических систем. Критерием эквивалентности служит соответствие амплитудно-частотных характеристик исходной системы и создаваемой УЭДС. На тестовых примерах продемонстрированы возможности моделирования с точки зрения оценки влияния отдельных параметров на поведение динамической системы при действии серии импульсных нагрузок. Данный подход и создаваемые УЭДС отличаются от традиционных алгоритмов повышенной оперативностью при сохранении качественных особенностей поведения исходной динамической системы, а также итерационным уточнением количественных характеристик путем сравнения результатов цикла расчетов на упрощенной модели с результатами контрольных расчетов на полной.
- 3. В работе предложены алгоритмы создания и варьирования геометрических моделей элементов исследуемых вибромашин на основе технологии обобщенного параметрического описания. Продемонстрированы возможности изменения параметрических моделей. Объем варьируемых параметров при этом может пополняться в зависимости от особенностей проектируемой машины. Тем самым создается основа для организации многовариантных расчетов динамических характеристик исследуемых виброударных машин с учетом возможного ударного резонанса. Это - новые возможности, закладываемые в созданный СПМК "Виброудар" для решения задачи обоснования параметров проектируемых вибромашин.

функции качества 1

в области  $v_2 \in [20;40]$ 

 $\Gamma$ ц  $\nu_3 \in [40;60]$   $\Gamma$ ц

4. На тестовом примере проведена апробация алгоритмов поиска максимума функционала отстройки от ударного резонанса. Поиск рациональных параметров осуществляется достаточно быстро, а функция качества улучшается в несколько раз. Этим самым подтверждается возможность совершенствования параметров проектируемых ВМ.

Созданный и описанный в работе СПМК является инструментом расчетов, которые в дальнейшем будут положены в основу рекомендаций по проектированию виброударных машин.

#### Список литературы

- 1. Математическое и численное моделирование динамических процессов в виброударных машинах и обоснование их рациональных параметров / И.В. Артемов, Е.Н. Барчан, Я.Н. Лисовол [и др.] // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. Харьков: НТУ "ХПИ", 2016. № 31(1140). С. 3-11.
- Костенко Ю.В. Аналіз параметрів динамічних процесів у віброударних машинах зі змінними масово-жорсткісними характеристиками: автореф. дисс. на здлбуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.09 – "Динаміка та міцність машин" / Костенко Ю.В. – Харків, 2016. – 20 с.
- Kostenko Y.V. Sybharmonical modes in vibroimpact system / Y.V. Kostenko, I.V. Artemov, N.N. Tkachuk // Research Journal of International Studies №3(22) 2014 часть 2. Екатеринбург: ООО "Импекс", 2014. С. 27–30.
- Костенко Ю.В. Метод прямого конечного возмущения численных моделей при исследовании динамических, жесткостных и прочностных характеристик тонкостенных элементов машиностроительных конструкций / А.Ю. Танченко, А.В. Литвиненко, А.Д. Чепурной, Ю.В. Костенко, Н.А. Ткачук // Вестник БГТУ. Брянск: БГТУ. 2014. № 4(44). С.114—124.
- Костенко Ю.В. Резонанси у віброударних машинах: моделі, методи, розрахунки / М.А. Ткачук, Ю.В. Костенко, І.В. Артьомов, А.В. Грабовський // Вібрації в техніці та технологіях. 2014. №2(74). С.39–51.
- Нестеренко М.П. Принципи раціонального конструювання стаціонарних вібраційних форм та інженерна методика їх динамічного розрахунку / М.П. Нестеренко, Д.С. Педь // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). — Полтава: ПолтНТУ, 2012. — Випуск 2 (32) Том 2 2012. — С.234 — 241.
- 7. **Нестеренко М.П.** Дослідження коливань вібраційної установки для формування довгомірних залізобетонних виробів у режимі холостого ходу / **М.П. Нестеренко, О.П. Воскобійник, Д.С. Педь** // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). Полтава: ПолтНТУ, 2013. Вип. №1 (36) том 2 2013. С.20—26.
- Нестеренко М.П. Прогресивний розвиток вібраційних установок з просторовими коливаннями для формування залізобетонних виробів / М.П. Нестеренко // Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво). – Полтава: ПолтНТУ, 2015. – Вип. № 2 (44) 2015. – С.16–23.
- Грабовский А.В. Методы и алгоритмы верификации сил ударного взаимодействия в виброударных системах / А.В. Грабовский // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2010. – № 3/9(45). – С. 42 –46.
- Grabovskiy A.V. An approach to identification of impact interaction model for a vibroimpact system / N.N. Tkachuk, A.V. Grabovskiy, N.A. Tkachuk / The Third Conference Nonlinear Dynamics. – Харьков: ООО "ЭДЕНА", 2010. – P. 207-212.
- Ольшанский В.П. О резонансных колебаниях механизмов линейно-переменной массы/ В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вісник Харк. нац. техн. ун-ту сільськ. гос-ва ім. П. Василенка. — 2014. — Вип. 152. — С. 34—42.
- Барчан Є. М. Удосконалення методів розрахунку та конструкції вибивної транспортуючої машини для формувальних ліній круп-

- ного литва: дис. канд. техн. наук: 05.02.02 / **Барчан Євген Ми-колайович.** Маріуполь. 2008. 178 с.
- Грабовский А.В. Ударное взаимодействие и динамические процессы в виброударных машинах с частичным разрушением технологического груза: дис. кандидата техн. наук: 05.02.09 / Грабовский Андрей Владимирович. – Харків, 2010. – 181 с.

#### References (transliterated)

- Matematicheskoe i chislennoe modelirovanie dinamicheskih processov v vibroudarnyh mashinah i obosnovanie ih racional'nyh parametrov / LV. Artemov, E.N. Barchan, Ja.N. Lisovol [i dr.] // Vestnik NTU "KhPI". Serija: Mashinovedenie i SAPR. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – No 31(1140). – P. 3-11.
- Kostenko Yu.V. Analiz parametriv dynamichnykh protsesiv u vibroudarnykh mashynakh zi zminnymy masovo-zhorstkisnymy kharakterystykamy: avtoref. dyss. na zdlibuttya nauk. stupenya kand. tekhn. nauk: spets. 05.02.09 – "Dynamika ta mitsnist' mashyn" / Kostenko Yu.V. – Kharkiv, 2016. – 20 p.
- Kostenko Y.V. Sybharmonical modes in vibroimpact system / Y.V. Kostenko, I.V. Artemov, N.N. Tkachuk // Research Journal of International Studies. Chast' 2. Ekaterinburg: OOO "Impeks", 2014. No 3(22). P. 27–30.
- Kostenko Ju.V. Metod prjamogo konechnogo vozmushhenija chislennyh modelej pri issledovanii dinamicheskih, zhestkostnyh i prochnostnyh harakteristik tonkostennyh jelementov mashino-stroitel'nyh konstrukcij / A.Ju. Tanchenko, A.V. Litvinenko, A.D. Chepurnoj, Ju.V. Kostenko, N.A. Tkachuk // Vestnik BGTU. – Brjansk: BGTU, 2014. – No 4(44). – P.114–124.
- Kostenko Yu.V. Rezonansy u vibroudarnykh mashynakh: mode-li, metody, rozrakhunky / M.A. Tkachuk, Yu.V. Kostenko, I.V. Art'omov, A.V. Hrabovs'kyy // Vibratsiyi v tekhnitsi ta tekhnolohiyakh. – 2014. – No 2(74). – P.39–51.
- 6. **Nesterenko M.P.** Pryntsypy ratsional'noho konstruyuvannya statsionarnykh vibratsiynykh form ta inzhenema metodyka yikh dynamich-noho rozrakhunku / **M.P. Nesterenko, D.S. Ped'** // Zbirnyk naukovykh prats' (haluzeve mashynobuduvannya, budivnytstvo). Poltava: Polt-NTU, 2012. No 2 (32). Tom 2. 2012. P. 234 241.
- Nesterenko M.P. Doslidzhennya kolyvan' vibratsiynoyi usta-novky dlya formuvannya dovhomirnykh zalizobetonnykh vyrobiv u rezhy-mi kholostoho khodu / M.P. Nesterenko, O.P. Voskobiynyk, D.S. Ped' // Zbirnyk naukovykh prats' (haluzeve mashynobuduvannya, budivnytstvo). – Poltava: PoltNTU, 2013. – No 1 (36). Tom 2. – 2013. – P. 20–26.
- 8. **Nesterenko M.P.** Prohresyvnyy rozvytok vibratsiynykh ustanovok z prostorovymy kolyvannyamy dlya formuvannya zalizobe-tonnykh vyrobiv / **M.P. Nesterenko** // Zbirnyk naukovykh prats' (halu-zeve mashynobuduvannya, budivnytstvo). Poltava: PoltNTU, 2015. No 2 (44). 2015. P. 16–23.
- Grabovskij A.V. Metody i algoritmy verifikacii sil udamogo vzaimodejstvija v vibroudarnyh sistemah / A.V. Grabov-skij // Vostochno-Evropejskij zhumal peredovyh tehnologij. – Kharkiv, 2010. – No 3/9(45). – P. 42 – 46.
- Grabovskiy A.V. An approach to identification of impact interaction model for a vibroimpact system / N.N. Tkachuk, A.V. Grabovskiy, N.A. Tkachuk / The Third Conference Nonlinear Dynamics. – Kharkiv: OOO "JeDENA", 2010. – P. 207-212.
- Ol'shanskij V.P. O rezonansnyh kolebanijah mehaniz-mov linejnoperemennoj massy / V.P. Ol'shanskij, S.V. Ol'-shanskij // Visnik Kharkivs'kogo nacional'nogo tehnichnogo universitetu sil's'kogo gospodarstva im. P. Vasilenka. – 2014. – No 152. – P. 34-42.
- Barchan Ye. M. Udoskonalennya metodiv rozrakhunku ta konstruktsiyi vybyvnoyi transportuyuchoyi mashyny dlya formuval'nykh liniy krupnoho lytva: dys. kand. tekhn. nauk: 05.02.02 / Barchan Yevhen Mykolayovych. – Mariupol'. – 2008. – 178 p.
- Grabovskij A.V. Udarnoe vzaimodejstvie i dinamiche-skie processy v vibroudarnyh mashinah s chastichnym razrusheniem tehnologicheskogo gruza: dis. kandidata tehn. nauk: 05.02.09 / Gra-bovskij Andrej Vladimirovich. – Kharkiv, 2010. – 181 p.

Поступила (received) 19.01.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Численное моделирование динамических процессов в виброударных машинах при импульсном нагружении / Лунев Е.А., Барчан Е.Н., Артемов И.В., Набоков А.В., Лисовол Я.Н., Грабовский А.В., Костенко Ю.В., Ля-

**шенко А.С., Хузяхметова М.Р.** // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков : НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 55–64. – Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2079-0775.

Чисельне моделювання динамічних процесів в віброударних машинах при імпульсному навантаженні / Луньов Є.О., Барчан Є.М., Артемов І.В., Набоков А.В., Лісовол Я.М., Грабовський А.В., Костенко Ю.В., Ляшенко А.С., Хузяхметова М.Р.// Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 55–64. – Бібліогр.: 13 назв. – ISSN 2079-0775.

Numerical simulation of dynamic processes in vibro-impact machines under impulse loading / Lunev E.A., Barchan E.N., Artemov I.V., Nabokov A.V., Lisovol Ya.N., Grabowski A.V., Kostenko, Yu.V., Lyashenko A.S., M.R. Huzyahmetova // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – C. 55–64. – Bibliogr.: 13. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Луньов Євген Олександрович** – НТУ "ХПІ", здобувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01

**Лунев Евгений Александрович** – НТУ "ХПИ", соискатель кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01

Lunyov Eugene - NTU "KhPI", applicant of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: +38 (057) 707-69-01

**Барчан Євген Миколайович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", кафедра "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; тел.: (057) 707-69-01

**Барчан Евгений Николаевич** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", кафедра "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел .: (057) 707-69-01

Barhan Eugene – candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv, tel.: +38 (057) 707-69-01

*Набоков Анатолій Володимирович* – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПІ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 7076901

Nabokov Anatoliy – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076901

*Лісовол Яна Миколаївна* – НТУ "ХПІ", аспирант, кафедра "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел .: ( 057 ) 707-69-01 ; e mail : <u>yana.lisowol@yandex.ru</u>

**Лисовол Яна Николаевна** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: yana.lisowol@yandex.ru.

*Lisovol Yana* – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv, tel.: +38 (057) 707-69-01; e-mail: <a href="mailto:yana.lisowol@yandex.ru">yana.lisowol@yandex.ru</a>

*Грабовський Андрій Володимирович* – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057)707-61-66; e-mail: andrej8383@gmail.com.

*Грабовский Андрей Владимирович* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057)707-61-66; e-mail: andrej8383@gmail.com.

*Grabovskiy Andrey* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Senior Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

**Костенко Юрій Вікторович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", молодший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів та машинтел.: (057) 707-69-01; e-mail: kostenko.yuriy@gmail.com.

*Костенко Юрий Викторович* — кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", младший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01.

*Kostenko Yuriy* – candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", junior of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv, tel.: +38 (057) 707-69-01; e-mail: kostenko.yuriy@gmail.com

**Ляшенко Анастасія Сергіївна** — НТУ "ХПІ", студент гр. 846 кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01

*Ляшенко Анастасия Сергеевна* – НТУ "ХПИ", студент гр. 84б кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01

*Lyashenko Anastasiya* – NTU "KhPI", student gr. 84b of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv, tel.: +38 (057) 707-69-01

*Хузяхметова Марія Радіївна* – НТУ "ХПІ", студент гр. 84б кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01

**Хузяхметова Мария Радиивна** – НТУ "ХПІ", студент гр. 84б кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин";тел.: (057) 707-69-01

*Khuzyakhmetova Mariya* – NTU "KhPI", student gr. 84b of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: +38 (057) 707-69-01

УДК 623.4.08: 623.45: 539.3

## И.В. МАЗУР, А.В. ТКАЧУК, А.В. НАБОКОВ

# РАЗРАБОТКА ПРОТИВОМИННОЙ ЗАЩИТЫ, ИСХОДЯ ИЗ СПЕЦИФИКИ ТРЕБОВАНИЙ К ТРАНСПОРТУ СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ ДЛЯ МИРОТВОРЧЕСКИХ ГУМАНИТАРНЫХ МИССИЙ

В работе рассмотрены транспортные средства, на которых уже установлена или может быть установлена дополнительная защита от минного подрыва, от поражения стрелковым оружием и гранатометами. Опыт создания защиты армейской техники можно применить и при разработке транспорта для доставки гуманитарных грузов и безопасной транспортировки людей. Уделено особое внимание расчетному проектированию с применением программных продуктов, что позволило получить предварительные результаты на любой стадии проектирования ходовой, корпуса, двигателя, любого узла транспортного средства. В статье рассмотрены особенности конструкции, общие тенденции и концепции системы противоминной защиты, исходя из специфики требований, предъявляемых к технике специального назначения гуманитарных миссий.

*Ключевые слова*: транспортное средство, минный подрыв, противоминная защита, транспорт специального назначения, численное моделирование

В роботі розглянуті транспортні засоби, на яких вже встановлений або може бути встановлений додатковий захист від мінного підриву, від ураження стрілецькою зброєю і гранатометами. Досвід створення захисту армійської техніки можна застосувати і при розробці транспорту для доставки гуманітарних вантажів та безпечного транспортування людей. Приділено особливу увагу розрахунковому проектуванню із застосуванням програмних продуктів, що дозволило отримати попередні результати на будь-якій стадії проектування ходової, корпусу, двигуна, будь-якого вузла транспортного засобу. У статті розглянуто особливості конструкції, загальні тенденції і концепції системи протимінного захисту, виходячи із специфіки вимог, що пред'являються до техніки спеціального призначення гуманітарних місій.

Ключові слова: транспортний засіб, мінний підрив, протимінний захист, транспорт спеціального призначення, чисельне моделювання

In this work transpor vehicles are considered, on which additional protection has been installed or can be installed against mine explosion, from the defeat of light weapons and grenade launchers. The experience of creating of military equipment protection can also be applied in the development of transport for the delivery of humanitarian supplies and the safe transportation of people. Special attention was paid to calculation design with using software products, which allowed obtaining preliminary results at any stage of designing of undercarriage, body, engine and any vehicle unit. The paper deals with the design features, general trends and concepts of mine protection system, based on the specifics of the requirements for special purpose equipment for humanitarian missions.

Keywords: transport vehicle, mine explosion, mine protection, special purpose transport, numerical modeling

# Введение. Состояние проектирования и исследования конструкций спецтранспорта

По всему миру время от времени возникают вооруженные конфликты, и население вынуждено жить в условиях локальных военных противостояний. И в эти периоды, и в нестабильное время после окончания противостояния крайне важно, чтобы гуманитарные поставки продовольствия, медикаментов, а также перевозки нуждающихся в этом людей были обеспечены необходимой защитой [1-3]. Если для нужд армии и полицейских подразделений специально спроектированы и применяются различного типа бронированные автомобили и гусеничная техника, то для гуманитарных миротворческих целей приходится применять либо транспорт сугубо гражданского назначения, либо армейский или демилитаризованный, или кустарно изготовленные бронеавтомобили и забронированную технику.

В последнее время во многих странах мира разрабатываются транспортные средства (ТС), на которых уже установлена или может быть установлена дополнительная защита от минного подрыва, от поражения стрелковым оружием и гранатометами. Как правило, этот транспорт разработан для армии и исходя из ее требований. Тем не менее, опыт создания защиты армейской техники можно применить и при разработке транспорта для доставки гуманитарных грузов и безопасной транспортировки людей. На разработку новых технологий и конструктивных методов комплексной защиты ежегодно выделяются огромные средства. Повышенное внимание уделяется расчетному проектированию с применением программных про-

дуктов, позволяющих получить предварительные результаты на любой стадии проектирования ходовой, корпуса, двигателя, любого узла транспортного средства [4–8].

В этой работе рассмотрены особенности конструкции, общие тенденции и концепции системы противоминной защиты, исходя из специфики требований, предъявляемых к технике специального назначения гуманитарных миссий.

Воспользуемся результатами работы аналитической группы DefenceIQ, которая опубликовала доклад "Боевые бронированные машины – 2012: перспективы развития" [3]. В качестве базовой информации для этого доклада послужили результаты опроса 196 ведущих специалистов в данной области - военных и сокомпаний-разработчиков/производителей боевых бронированных машин (ББМ) из разных стран мира. В основном респонденты - представители Соединенных Штатов и Великобритании (соответственно 19 и 28%). Для обеспечения необходимой полноты и объективности авторы доклада обработали мнения экспертов из разных государств, включая Австралию, Германию, Израиль, Индию, Италию, Пакистан, Саудовскую Аравию, Францию и даже Иран. Хотя данный доклад касается армейских ББМ, но его выводы аппроксимировано можно применить при разработке гуманитарного спецтранспорта. По мнению подавляющего большинства опрошенных, главными требованиями к боевым бронированным машинам станут модульность конструкции (как об обязательном требовании об этом заявил каждый третий специалист), вы-

© Мазур И.В., Ткачук А.В., Набоков А.В., 2017

сокая мобильность и адаптивность по применению (можно сказать, многозадачность применения) [8]. В качестве методологических основ привлечены также работы [4–15].

Несмотря на широкий интерес к данной проблематике, на сегодняшний момент задачи, возникающие перед разработчиками техники такого типа, решены далеко не в полной мере. Это определяет актуальность данной работы.

## Методика исследования

Для выбора схем защиты необходимо выстроить иерархическую лестницу средств поражения ТС. В целом на спецтранспорт гуманитарных миссий действует тот же ряд угроз, что и на военные (боевые бронированные машины). Отталкиваясь от армейских образцов техники, рассмотрим, какие факторы и уровень угроз воздействуют на боевую бронированную машину [3] на основе диаграммы распределения средств поражения (рис. 1).

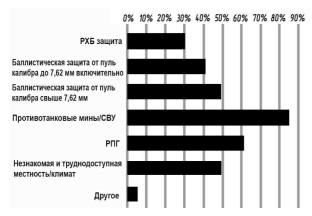


Рисунок 1 – Угрозы для ББМ

Данные диаграммы позволяют определить порядок приоритетов защиты:

- защита от различного рода фугасов и самодельных взрывных устройств;
- защита от гранат ручных противотанковых гранатометов (РПГ);
- защита от пуль калибра свыше 7,62 мм и осколков;
- противоминная защита является приоритетной и в дальнейшем будет считаться основополагающей в выборе решений построения комплексной защиты.

# Цель работы

В данной работе предлагается рассмотреть различные виды и способы противоминной защиты и выработать общие требования и подходы к построению противоминной защиты, интегрированной в общую систему комплексной защиты транспорта специального назначения (ТСН). Конечной целью является разработка принципиальной схемы комплексной защиты ТСН.

Рассмотрим имеющиеся конструкции TC. Цельнометаллический корпус обладает определен-

ным преимуществом — он при одинаковой с модульным шасси массой обеспечивает лучшую защиту. Однако при этом теряется гибкость переназначения для выполнения различного рода задач. Как пример можно назвать семейство бронеавтомобиля RG-31 Charger (рис. 2, 3) с невзаимозаменяемыми корпусами.

Наиболее целесообразным представляется применение универсального шасси с максимальной унификацией основных узлов, на которое исходя из поставленных задач устанавливаются те или иные модули с возможностью быстрой замены (рис. 4): одно- или двурядная кабина; бронированный кузов или грузовая платформа, или различного типа оборудование.



Рисунок 2 – Бронеавтомобиль RG-31 Mk5



Рисунок 3 – Бронеавтомобиль RG-31 Sabre



Рисунок 4 – Быстрозаменяемые модули

Рассмотрим, какие факторы влияют при минном подрыве на живучесть транспортного средства [5]:

- ударный импульс, который вызывает деформацию корпуса и разрушение его элементов;
- высокие ускорения, возникающие в ТС при подрыве и воздействующие на элементы корпуса, внутреннее оборудование и экипаж;
- повреждения, возникающие при опрокидывании транспортного средства.

Определим требования, предъявляемые к кабине и защищенному кузову:

- толщина листов капсулы должна обеспечивать стойкость к разрушению под воздействием ударной волны:
  - капсула должна быть герметичной для обеспе-

чения защиты от проникающей ударной волны;

- двери и люки должны иметь несколько запоров, чтобы не допустить самопроизвольного открывания при прогибах корпуса под воздействием динамических нагрузок;
- капсула должна иметь достаточную жесткость,
   чтобы исключить влияние динамических прогибов на внутреннее оборудование и людей, но при этом должна иметь сдающие звенья, которые позволят уменьшить воздействие ударных нагрузок и ускорений;
- капсула должна иметь минимальное количество сварных швов.

Рассмотрим способы, позволяющие удовлетворить вышеперечисленные требования. Имеется специальные формулы для расчета ударного импульса приминном подрыве, также можно воспользоваться графиком распределения избыточного давления в зависимости от величины заряда и расстояния от центра взрыва (рис. 5) [5].

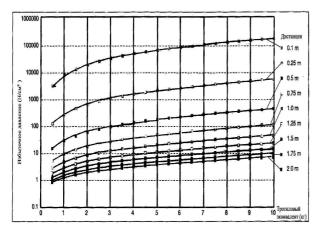


Рисунок 5 – Распределение избыточного давления ударной волны в зависимости от тротилового эквивалента ВВ

Можно сделать вывод, что одним из решений для уменьшения влияния ударных нагрузок является размещение капсулы как можно выше над уровнем грунта. Этот вывод подтвердится чуть позже в ходе рассмотрения вариантов корпусов транспортного средства.

Следующим шагом является выбор конструкции днища капсулы.

# Выбор конструкции днища капсулы

Рассмотрим применяемые в транспортных средствах виды днища корпуса [9]. Для наглядности и упрощения расчетной модели примем несколько допущений:

- для расчетов возьмем только 1/4 часть корпуса, вырезанную симметрично относительно двух вертикальных плоскостей;
- корпус находится параллельно плоскости отражения. Распространение продуктов взрыва имеет полусферическую форму.

Наиболее простым в изготовлении является корпус с днищем "одинарный лист" (рис. 6).

Следующим к рассмотрению предлагается кор-

пус с днищем, состоящим из двух симметричных параллельных листов с воздушным зазором, так называемым днищем "Коробка" (рис. 7).

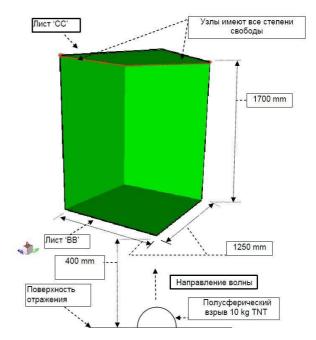


Рисунок 6 – Модель "Корпус с днищем "Одинарный лист"

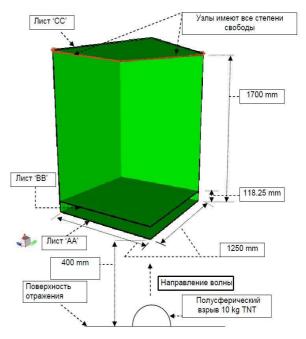


Рисунок 7 – Модель "Корпус с днищем "Коробка""

В выборе типа корпуса целесообразно будет провести сравнение данных численного моделирования корпусов в различных условиях [9].

Предварительное сравнение корпуса с днищем "Одинарный лист" и корпуса "Коробка". Первоначально сравним модель корпуса с днищем "Одинарный лист" № 1 с моделью корпуса с днищем "Коробка" № 2, поддерживая расстояние от поверхности отражения до днища транспортного средства постоянным, 400 мм (рис. 8). Общая высота транспортного средства поддерживается на постоянном уровне, что делает высоту обитаемого отсека корпуса с днищем "Коробка" на 118,25 мм меньше, чем у корпуса с днищем "Одинарный лист". Данный зазор 118,25 мм выбирается для того, чтобы обеспечить последующее сравнение с 'V'-образным днищем корпуса.

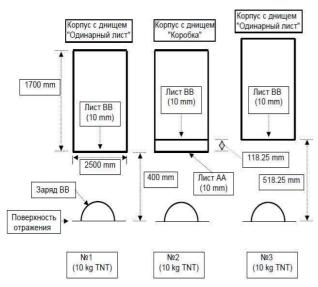


Рисунок 8 — Схематическое изображение сравнения корпусов с днищем "Одинарный лист" № 1, № 3 и "Коробка" №2

В случае № 3 высота от поверхности отражения до корпуса с днищем "одинарный лист" выбрана 518,25 мм для сравнения листов ВВ № 2 и № 3, находящихся на одном уровне. Первоначально толщина каждого листа принимается 10 мм, а заряд взрывчатого вещества составляет 10 кг ТНТ.

В последующих разделах будут рассмотрены другие вариации параметров для сравнения.

# Результаты численного моделирования и предварительного сравнения

Из данных рис. 9 и 10 видно, что примерно на 1 и 9 мс лист АА в №2 воздействует на лист ВВ. В результате можно наблюдать в этих двух точках пик ускорения. Также видно, что лист ВВ в №1 деформируются сильнее, чем лист АА в №2. Это связано с упиранием листа АА в лист ВВ в №2, который предотвращает дальнейшее деформирование листа АА. Максимальные скорости листа ВВ №1 и листа АА в №2 очень похожи, потому что эти пики пришлись на одно и то же время и на листы одинаковой толщины под одинаковой взрывной нагрузкой.

Из приведенных на рис. 11 данных видно, что максимальные деформация и скорость листа ВВ, который является полом обитаемого отсека в № 1 и № 3, больше, чем в № 2. Хотя масса в № 2 и увеличивается на величину дополнительного листа, но в сравнении с № 1 и № 3 видно, что для № 2 наблюдается снижение максимальной деформации и скорости на 49,9% и 62,0% соответственно. В сравнении № 1 и № 3 с увеличением высотного размера от плоскости отражения до 518,25 мм максимальные

деформация и скорость в № 3 снизились на 12,1% и 29,3% соответственно. Из этого следует, что добавление листа уменьшает влияние воздействия взрыва больше, чем увеличение расстояния от поверхности отражения. Но дополнительный лист ведет к увеличению массы.

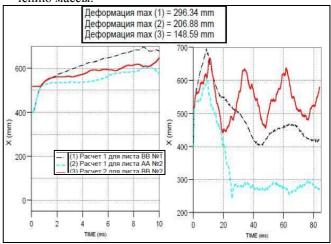


Рисунок 9 — Результаты численного моделирования — динамическая деформация для листа ВВ № 1, листа АА № 2, и листа ВВ № 2

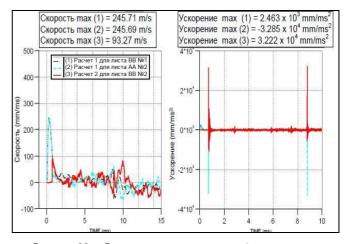


Рисунок 10 — Результаты численного моделирования — скорости и ускорения для листа ВВ №1, листа АА №2 и листа ВВ №2

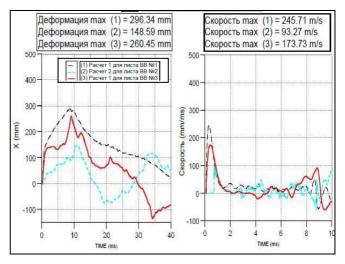


Рисунок 11 — Результаты численного моделирования — деформации и скорости для листа ВВ в № 1, № 2 и № 3

Также из рис. 12 видно, что максимальное ускорение в листе ВВ в № 2 в сравнении с № 1 и № 3 больше в 13 и 16 раз соответственно. Это связано в № 2 с воздействием на лист ВВ листа АА в процессе деформации последнего. Тем не менее, если рассматривать ускорение до этой точки, видно, что ускорение в № 2 в сравнении с № 1 и № 3 существенно снижено.

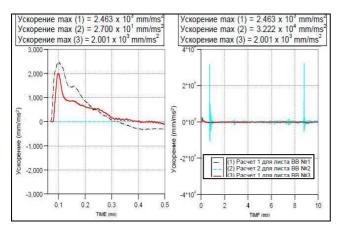


Рисунок 12 — Результаты численного моделирования — ускорения листа ВВ для № 1, № 2 и № 3

Сравнение корпусов с днищем "Одинарный лист" и днищем "Коробка" [9]. Для сравнения выбирается масса всех корпусов одинаковой, то есть лист ВВ для "одинарного листа" имеет толщину 20 мм. Из рис. 13 видно, что высотные размеры № 4 и № 5 соответствуют размерам № 1 и № 3, рассмотренным ранее. Результаты сравнения листа ВВ в №4 и №5 относительно № 2 представлены на рис. 14, 15.

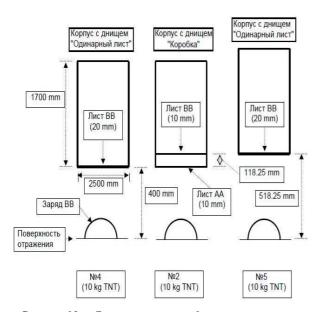


Рисунок 13 — Схематическое изображение сравнения корпусов с днищем "Одинарный лист"№ 4 и № 5 и "Коробка" № 2

Из анализа результатов, приведенных на рис. 14, можно сделать вывод о том, что в № 2 и № 5 по сравнению с №4 максимальная деформация листа ВВ

уменьшена на 10.9 %, и 9.2 %, а максимальная скорость уменьшена соответственно на 29.4% и 29.7%. Это показывает, что результаты деформации и скорости в листе ВВ в № 2 и № 5 очень подобны, однако видны большие различия в ускорении, что видно из рис. 15.

По сравнению с листом ВВ в № 4 в № 2 (перед взаимодействием с листом АА), максимальное ускорение уменьшено на 98% и в №5 на 18%. Воздействие между листами АА и ВВ в № 2 создает пик ускорения в 26 раз больше, чем в № 4. Можно сделать вывод, что для корпуса с днищем "Коробка" необходимо увеличить зазор между листами АА и ВВ для предотвращения взаимодействия в процессе деформации листа АА.

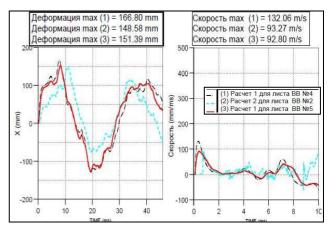


Рисунок 14 — Результаты численного моделирования — деформации и скорости листа ВВ для № 2, № 4 и № 5

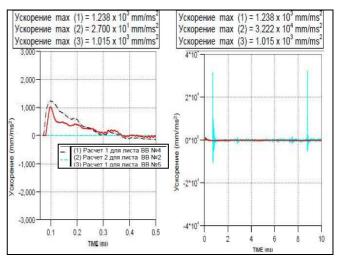


Рисунок 15 — Результаты численного моделирования — ускорения листа ВВ для № 2, № 4 и № 5

Изменение высотного размера. Рассмотрим, следуя [10], реакцию корпуса при взрыве на изменение высотного размера от плоскости отражения до нижнего листа корпуса. Из рис. 16 виден ряд изменения высоты: 400, 450, 500 и 600 мм. Заряд ВВ остается неизменным – 10 kg TNT. Результаты численного моделирования представлены на рис. 17–19.

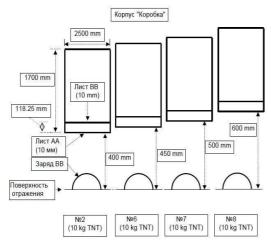


Рисунок 16 – Схематическое изображение сравнения вариаций высотного размера от поверхности отражения до листа AA

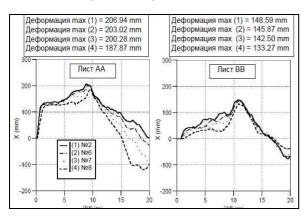


Рисунок 17 — Результаты численного моделирования — максимальные деформации листов AA и BB в № 2, N26—N28

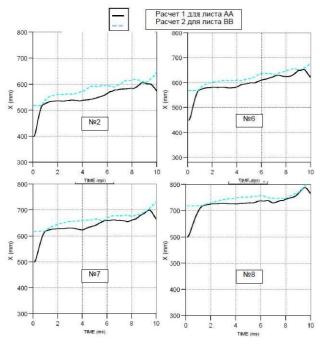


Рисунок 18 − Результаты численного моделирования — деформации № 2, № 6, № 7 и № 8 (кривые деформации основаны на фактических позициях замеров)

Из рис. 17 видно, что лист ВВ в № 6, № 7, № 8 в

сравнении с № 2 деформируется меньше на 2%, 4% и 10% соответственно. Это говорит об уменьшении эффекта от взрыва с увеличением дистанции и несмотря на увеличение высотного размера, все еще наблюдаются ударные нагрузки на лист ВВ со стороны листа АА (см. рис. 18).

Из анализа результатов, приведенных на рис. 19, можно констатировать, что в каждом случае виден скачок ускорения в момент удара, хотя пик уменьшается с увеличением дистанции. Результаты № 6, № 7 и № 8 соответственно показывают 22%, 51% и 77% сокращения максимального ускорения листа ВВ по сравнению с № 2.

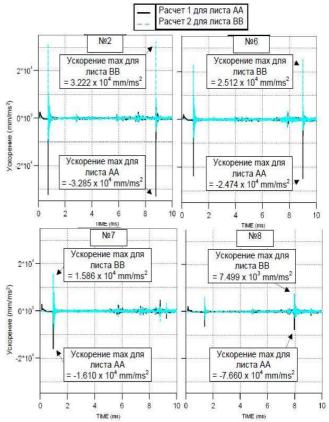


Рисунок 19 – Результаты численного моделирования — ускорения листов АА и ВВ для № 2, № 6, № 7 и № 8

**Изменение размера зазора.** Проведем, следуя [11], численное моделирование, в ходе которого будет изменяться величина зазора между листами АА и ВВ корпуса с днищем "Коробка" от 118.25 мм, до 270 мм и 315 мм для № 2, № 9 и № 10 соответственно (рис. 20). Результаты моделирования представлены на рис. 21 и 22.

С расширением зазора от 118.25 мм (№ 2) до 270 мм (№9) и 315 мм (№10), результаты (рис. 21) указывают, что лист АА в № 9 и № 10 уже не воздействует на лист ВВ. Данные ускорения (рис. 22) также подтверждают этот вывод, так как в № 9 и № 10 отсутствуют высокие пики ускорения.

Результаты вычислений (рис. 21) показывают, что поскольку зазор увеличился, максимальная деформация листа AA также увеличилась, хотя нагрузка от взрыва — неизменна во всех случаях.

Это может быть объяснено тем, что, поскольку зазор увеличился, объем воздуха также стал больше, и в результате воздух в большем объеме сжимается меньше. В № 9 зазор увеличился в сравнении с № 2 на 151.75 мм, в то время как максимальная деформация листа AA увеличилась на 32.06 мм.

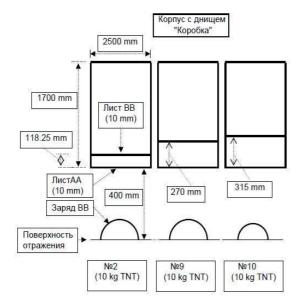


Рисунок 20 — Схематическое сравнение № 2, № 9 и № 10

Аналогично в №10 зазор увеличился в сравнении с № 2 на 196.75 мм, в то время как максимальная деформация листа АА увеличилась на 57.08 мм. При этом рис. 21 показывает, что с увеличением

зазора лист ВВ деформируется меньше. Максимальная деформация листа ВВ в № 9 и № 10 уменьшилась на 37 % и 57 %. Лист АА деформируется тем сильнее, чем больше воздушный зазор и меньше давление сжатого воздуха, но при этом увеличение деформации — меньше, чем увеличение зазора. Следовательно, сжатый воздух создает давление в №10 меньше, чем в № 9. Лист ВВ в № 10 деформирован меньше, чем в №9. В №2 лист ВВ деформирован больше вследствие воздействия со стороны листа АА.

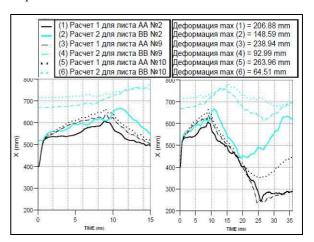


Рисунок 21 – Результаты численного моделирования – деформации № 2, № 9 и № 10

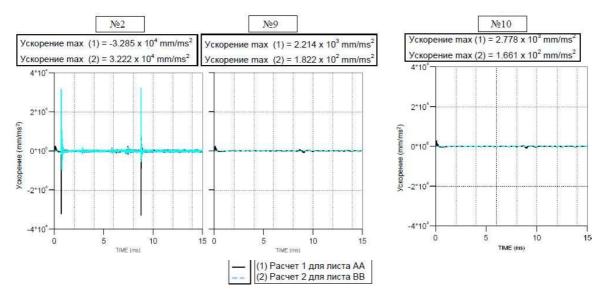


Рисунок 22 – Результаты численного моделирования – ускорения для № 2, № 9 и № 10

Модели корпусов с днищем "Одинарный лист", "Коробка" и с "V-образным" днищем. Рассмотрим, следуя [12], и сравним 3 различных модели корпусов с днищем "Одинарный лист", "Коробка" и с "V-образным" днищем (рис. 23). Во всех 3 моделях высота обитаемого отделения и полный вес транспортного средства постоянны,

поэтому толщина листа BB в №11 - 21.66 мм, а толщина листов AA и BB в №8 и №12 - 10 мм. Расстояние от грунта до листа BB во всех случаях 718.25 мм.

Высота обитаемого отделения транспортного средства была сокращена до 1581.75 мм. Рис. 24 показывает, что лист АА в № 8 и № 12 взаимодей-

ствует с листом BB, что приводит к деформации листа BB. По сравнению с N2 11 максимальная деформация в листе BB в N28 увеличилась на 6 %, в то время как максимальная деформация в листе BB в N2 12 уменьшилась на 22 %.

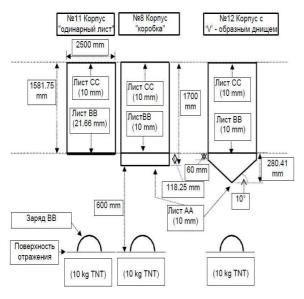


Рисунок 23 - Сравнение корпусов № 11, № 8 и № 12

Рис. 25 демонстрирует, что максимальное ускорение в листе ВВ в № 8 увеличилось по сравнению с № 11 из-за воздействия листа АА, в то время как максимальное ускорение в листе ВВ в № 12 возросло только на 18 %, при том, что на него также происходит воздействие. Ускорение в листе АА от соударения в № 12 (примерно на 4 миллисекунде и 6 миллисекунде) подобно ускорению в листе ВВ, но направлено противоположно, и фактически ниже, чем ускорение во время деформации (~0.2 миллисекунды). В сравнении № 8 и № 12, где в обоих случаях имеется взаимодействие между листом АА и листом ВВ, № 12 предпочтительнее, чем № 8, из-за более низких максимальной деформации и ускорения.

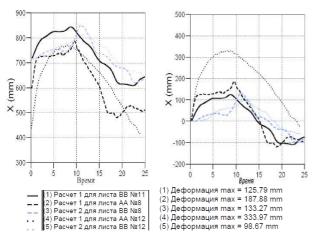
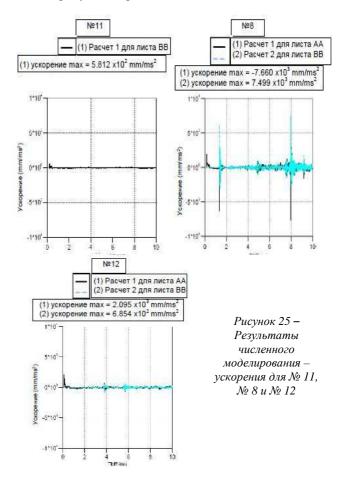


Рисунок 24 — Результаты численного моделирования — деформации № 11, № 8 и № 12 (кривые основаны на фактических расчетах)

Исходя из предыдущих сравнений результатов

корпусов с днищем "Одинарный лист" и "Коробка" одной и той же массы, где нет никакого соударения между листами АА и ВВ в корпусе с днищем "Коробка", видим, что ускорение в корпусах с днищем "Коробка" ниже, чем с днищем "Одинарный лист". Следовательно, при отсутствии воздействия листа АА на лист ВВ ускорения в листе ВВ в "V"-образном корпусе также будет меньше, чем ускорение в листе ВВ в корпусе с днищем "Одинарный лист". Из отмеченного выше можно сделать однозначный вывод: для транспортного средства с корпусом одной и той же массы, с одинаковой высотой обитаемого отделения "V"-образный корпус – лучшая альтернатива корпусам с днищем "Одинарный лист" и "Коробка".

Для упрощения предположим, что усредненное давление продуктов взрыва, действующее на площадь 2.5х2.5 (м), с наклоном в 0° равно 1 х 105 кН/м². С наклоном листа АА на 10° получаем соѕ10° х (1 х 105) = 9.848 х 104 кН/м². В № 12 площадь листа АА увеличилась от 6.25 м² до 6.346 м². С увеличением площади давление будет уменьшаться. То есть усредненное давление в листе АА, наклоненном под 10°, уменьшилось до 9.698 х 104 кН/м². Это приводит к уменьшению усредненного давления на 1.52%. Однако эти цифры основаны на многочисленных допущениях. В действительности прогрессия давления взрыва напрямую связана с динамикой распространения потока продуктов взрыва [12].



Рассматривая давление взрыва на рис. 27, из-

меренное на метках A1–A9, расположение которых показано на рис. 26, можно видеть, что на метках A1, A2 и A3 максимальное давление в № 12 выше, чем в № 8 и № 11. Замер на метке A2, которая находится на расстоянии 100 мм от оси X, во всех

случаях регистрирует более высокое максимальное давление, чем на метке A1, которая находится на оси г

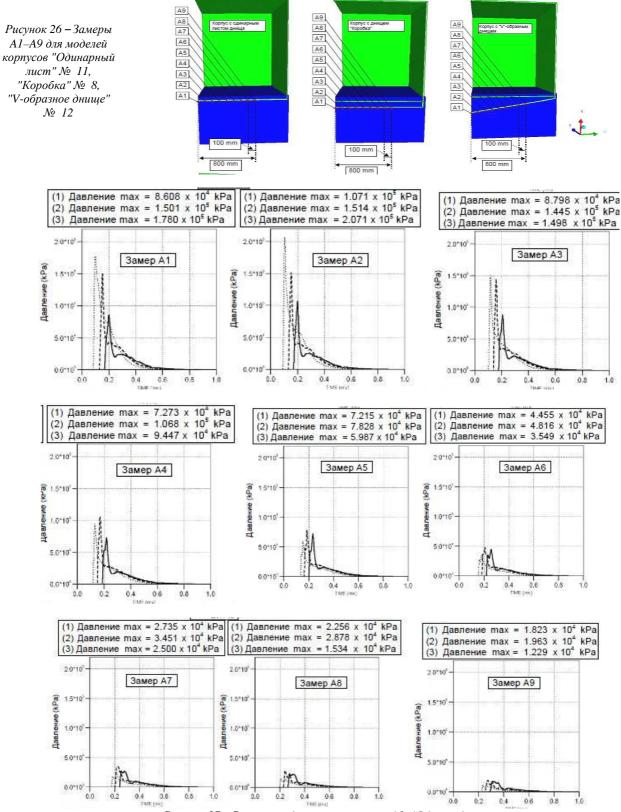


Рисунок 27 – Расчетное давление в замерах A1–A9 для моделей "Одиночный лист" № 1, "Коробка" № 2 и"V-образное днище" № 3

Однако уже на метках A4–A9 максимальное давление в № 12 стало меньше, чем в № 8 и № 11. При этом можно видеть, что по положению датчики A4 и A5 в №12 фактически ближе к центру взрыва (571 мм и 643 мм), чем в № 8 (666 мм и 717 мм) и № 11 (774 мм и 818 мм). Результаты показали, что при изменении угла падения на  $10^{\circ}$  отраженное давление падает, даже если метки замеров находятся на близком от взрыва расстоянии, а область высокого давления меньше, чем при угле падения  $0^{\circ}$ . Это происходит из-за того, что отраженное давление может легче распространяться в сторону более низкого давления [13].

### Заключение

В случае проектирования корпуса транспортного средства специального назначения для гуманитарных миссий с максимально возможной противоминной защитой необходимо отталкиваться от поэтапных выводов данной работы. Результаты демонстрируют, что при том же самом весе транспортного средства модель корпуса с днищем "Коробка" дает более низкие максимальные деформацию, скорость и ускорение, чем модель корпуса с днищем "Одинарный лист", при условии, что лист АА не взаимодействует при деформации с листом ВВ. Поэтому при одном и том же высотном размере от плоскости отражения до листа ВВ добавление дополнительного листа пола дает больший результат, чем увеличение толщины листа ВВ.

Избежать нежелательное высокое ускорение в корпусе с днищем "Коробка", где лист АА воздействует на лист ВВ, можно увеличивая толщину листа АА, увеличивая расстояние зазора между листами АА и ВВ или же используя V-образный низ корпуса. Используя V-образный низ корпуса, можно уменьшить или устранить воздействие между листами АА и ВВ, направляя давление продуктов взрыва больше в стороны и в итоге снизить нагрузку на внутренний лист корпуса в виде деформации, скорости и ускорения.

### Список литературы

- Внаслідок підриву військового автомобіля на міні загинули 7 українських військових [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <a href="http://www.mil.gov.ua">http://www.mil.gov.ua</a>.
- 2. Військові ЗС України та Національної гвардії на трасі неподалік Ізюма виявили та знешкодили закладений терористами саморобний вибуховий пристрій загальною потужністю 6-7 кг у тротиловому еквіваленті [Електронний ресурс]. Режим доступу: <a href="http://www.mil.gov.ua/">http://www.mil.gov.ua/</a>.
- 3. Summary of global armoured vehicle market report 2013 [Електронний ресурс]. Режим доступу: <a href="http://www.defenceiq.com/amoured-vehicles/articles/">http://www.defenceiq.com/amoured-vehicles/articles/</a> summary-of-global-armoured-vehicle-market-report-2.
- 4. **Бісик С.П.** Аналіз пріоритетних напрямів вдосконалення протимінного захисту бойових броньованих машин / **Бісик С.П.** // ЦНДІ ОВТ ЗСУ. 36. наук. праць. К.: ЦНДІ ОВТ ЗСУ, 2011. Вип. 19(41). С. 77–81.
- Основні типи мін, їх тактико-технічні характеристики та застосування в збройних (локальних) конфліктах / Ю. І. Радковець [та ін.] // Інформаційно-тематичне зведення / Головне управління розвідки. – 2001. - № 2 (8). – 106 с.
- Guardia M. US Army and Marine Corps MRAPs. Mine Resistant Ambush Protected Vehicles [Електронний ресурс]. – Режим доступу: www.ospreypublishing.com].
- STANAG 4569 edition 1. Protection levels for occupants of logistic and light armored vehicles, NSA/0533-LAND/4569.

- 8. Бісик С.П. Числове вирішення задачі ударно-хвильового навантаження пластини / С.П. Бісик, В.А. Голуб, В.П. Корбач // Військово-технічний збірник / Академія Сухопутних військ. Львів: АСВ, 2011. Вип. 2 (5). С. 3–6.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed // Cranfield University. 2008. C. 135–141.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed // Cranfield University. 2008. C. 151–155.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed// Cranfield University. 2008. C. 182–192.
- 12. **Бісик С.П.** Дослідження вибухового навантаження V-подібної моделі днища бойової машини / **С.П. Бісик, І.Б. Чепков, В.А. Голуб, О.Ю. Ларін** // ЦНДІ ОВТ ЗСУ. Збірник наук. праць. К.: ЦНДІ ОВТ, 2012. Вип. 1 (22). С. 232–240.
- 13. Дослідження навантаження вибухом макетів днищ бойових машин / С.П. Бісик, К.Б. Круковський-Сіневич, І.Б. Чепков [та ін.] // Механіка та машинобудування. Харків: НТУ "ХПІ", 2012. № 2. С. 110–118.
- 14. **Чепков И.Б.** Модель обоснования технических решений защитных устройств боевых бронированных машин / **И.Б. Чепков** // Артиллер. и стрелковое вооружение. -2011. № 4. C. 42-46.
- 15. Основы военно-технических исследований. Теория и приложения: монография: [в 4 т.]. Т. 4. Методология исследования сложных систем военного назначения / С.В. Лапицкий, А.В. Кучинский, А.И. Сбитнев [и др.]; ред.: С.В. Лапицкий. Киев: 2013. 477 с.

#### References (transliterated)

- Vnaslidok pidryvu viiskovoho avtomobilia na mini zahynuly 7 ukrainskykh viiskovykh [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: http://www.mil.gov.ua.
- Viiskovi ZS Ukrainy ta Natsionalnoi hvardii na trasi nepodalik Iziuma vyiavyly ta zneshkodyly za-kladenyi terorystamy samorobnyi vybukhovyi prystrii zahalnoiu potuzhnistiu 6-7 kh u trotylo-vomu ekvivalenti [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: http://www.mil.gov.ua/.
- 3. Summary of global armoured vehicle market report 2013 [Elektronnyi resurs]. Rezhym dostupu: http://www.defenceiq.com/amoured-vehicles/articles/summary-of-global-armoured-vehicle-market-report-2.
- Bisyk S.P. Analiz priorytetnykh napriamiv vdo-skonalennia protyminnoho zakhystu boiovykh brono-vanykh mashyn / Bisyk S.P. // TsNDI OVT ZSU. Zb. nauk. prats. – Kyiv: TsNDI OVT ZSU, 2011. – No 19(41). – P. 77–81.
- Osnovni typy min, yikh taktyko-tekhnichni kharakterystyky ta zastosuvannia v zbroinykh (lokalnykh) konfliktakh / Iu.I. Radkovets [ta in.] // Informatsiino-tematychne zvedennia / Holovne upravlinnia rozvidky. – 2001. – No 2 (8). – 106 p.
- Guardia M. US Army and Marine Corps MRAPs. Mine Resistant Ambush Protected [Elektronnyi resurs]. – Rezhym dostupu: www.ospreypublishing.com].
- STANAG 4569 edition 1. Protection levels for occupants of logistic and light armored vehicles, NSA/0533-LAND/4569.
- Bisyk S.P. Chyslove vyrishennia zadachi udarno-khvylovoho navantazhennia plastyny / S.P. Bisyk, V.A. Holub, V.P. Korbach // Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk / Akademiia Sukhoputnykh viisk. Lviv: ASV, 2011. – No 2 (5). – P. 3–6.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed // Cranfield University. 2008. P. 135–141.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed // Cranfield University. 2008. P. 151–155.
- Adisak Showichen Numerical analysis of vehicle bottom structures subjected to anti-tank mine explosions / Adisak Showichen, Supervisor Dr. A. Hameed// Cranfield University. 2008. P. 182–192.
- Bisyk S.P. Doslidzhennia vybukhovoho navantazhennia Vpodibnoi modeli dnyshcha boiovoi mashyny / S.P. Bisyk, I.B. Chepkov, V.A. Holub, O.Iu. Larin // TsNDI OVT ZSU.

- Zbirnyk nauk. prats. Kyiv: TsNDI OVT, 2012. No 1 (22). P 232–240
- Doslidzhennia navantazhennia vybukhom maketiv dnyshch boiovykh mashyn / S.P. Bisyk, K.B. Krukovskyi-Sinevych, I.B. Chepkov [ta in.] // Mekhanika ta mashynobuduvannia. Kharkiv: NTU "KhPI", 2012. № 2. P. 110–118.
- 14. Chepkov I.B. Model' obosnovanija tehnicheskih reshenij zashhitnyh ustrojstv boevyh bronirovannyh mashin / I.B. Chepkov // Artiller. i strelkovoe vooruzhenie. 2011. No 4. P. 42-46.

15. Osnovy voenno-tehnicheskih issledovanij. Teorija i prilozhenija: monografija: [v 4 t.]. T. 4. Metodologija issledovanija slozhnyh sistem voennogo naznachenija / S.V. Lapickij, A.V. Kuchinskij, A.I. Sbitnev [i dr.]; red.: S.V. Lapickij. – Kiev: 2013. – 477 p.

Поступила (received) 19.01.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Розробка протимінного захисту, виходячи зі специфіки вимог до транспорту спеціального призначення для миротворчих гуманітарних місій / Мазур І.В., Ткачук Г.В., Набоков А.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 65—75. — Бібліогр.: 15 назв. — ISSN 2079-0775.

Разработка противоминной защиты, исходя из специфики требований к транспорту специального назначения для миротворческих гуманитарных миссий / Мазур И.В., Ткачук А.В., Набоков А.В. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 65—75. — Бібліогр.: 15 назв. — ISSN 2079-0775.

The development of mine protection, based on the specific requirements for special purpose transport for peacekeeping humanitarian missions / Mazur I.V., Tkachuk A.V., Nabokov A.V. // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – 12 (1234). – P. 65–75. – Bibliogr.: 15. – ISSN 2079-0775.

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Мазур Ігор Віталійович* — Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", інженер — конструктор, ДП "Харківське конструкторське бюро з машинобудування імені О.О. Морозова"

*Мазур Игорь Витальевич* — Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", инженер — конструктор, ГП "Харьковское конструкторское бюро по машиностроению имени А.А. Морозова"

*Mazur Igor* – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", past graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, engineer–designer of State Enterprise "Kharkiv Machine Building Design Bureau named after A.A. Morozov"

*Ткачук Ганна Володимирівна* — кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", старший науковий співробітник кафедри "Інформаційні технології і системи колісних і гусеничних машин ім. О.О. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

*Ткачук Анна Владимировна* — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", старший научный сотрудник кафедры "Информационные технологии и системы колесных и гусеничных машин им. А.А. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

**Tkachuk Ganna** – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Senior Researcher at Information Technology and Systems of Wheeled and Tracked Machines behalf of A.A. Morozov Department; tel.: (057) 707-63-35

**Набоков Анатолий Владимирович** — Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", аспирант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01.

*Набоков Анатолий Владимирович* — Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел ∴ (057) 707-69-01.

*Nabokov Anatoliy* – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", post-graduate student Department of Theory and Computer-Aided Design of Mechanisms and Machines; tel.: (057) 707-69-01.

### УДК 621.833+621.85

# А. И. ПАВЛОВ, С. В. АНДРИЕНКО, Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. УСТИНЕНКО, И. П. ГРЕЧКА

### СИНТЕЗ ЗУБЧАТЫХ И ЦЕПНЫХ ВТУЛОЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С ЭВОЛЮТНЫМ ПРОФИЛЕМ

У статті розглянуто побудову Бобіл'є, яка полягає в заміні зубчастого механізму еквівалентним шарнірно-важільним. На її основі запропоновано спосіб знаходження робочого профілю зубців колеса зубчастої передачі або зірочки ланцюгової передачі. Перевага цього способу полягає в можливості управляти якісними показниками ланцюгового зачеплення на етапі синтезу. Виконано чисельне рішення задачі синтезу інтегруванням диференціального рівняння, яке описує профіль зуба колеса або зірочки: а) наближене у вигляді полінома за допомогою програмного комплексу Vissim; б) чисельне методом Рунге-Кутта.

Ключові слова: еволютне зачеплення, зубчаста передача, ланцюгова передача, зуб, зірочка, побудова Бобіл'є, синтез.

В статье рассмотрено построение Бобилье, которое заключается в замене зубчатого механизма эквивалентным шарнирно-рычажным. На его основе предложен способ нахождения рабочего профиля зубьев колеса зубчатой передачи или звездочки цепной передачи. Преимущество этого способа заключается в возможности управлять качественными показателями цепного зацепления на этапе синтеза. Выполнено решение задачи синтеза интегрированием дифференциального уравнения, которое описывает профиль зуба колеса или звездочки: а) приближенное в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim; б) численное методом Рунге-Кутта.

*Ключевые слова:* эволютное зацепление, зубчатая передача, цепная передача, зуб, звездочка, построение Бобилье, синтез.

The article considers the Bobillier construction which is to replace the gear mechanism equivalent to hinge-lever mechanism. Based on it is proposed a method for finding the working tooth profile of gear or chain drive sprocket. The advantage of this method is smiling in-ability to manage quality indicators of chain mesh on a stage for the synthesis. Differential equations that describes the basic rack profile for gear or sprocket tooth profile for chain drive were obtained. The solution of the synthesis by integration of the differential equation was obtained: a) as a polynomial approximation using Vissim software; b) numerically by the Runge-Kutta method. For evolute gear rack the initial equation is transformed to a parametrical kind for its use in a method of profile normal. The working profile of a gear and sprocket tooth has been received.

Keywords: evolute mesh, gear, chain drive, tooth, sprocket, Bobillier construction, synthesis.

### Введение. Актуальность задачи

Основные причины выхода из строя зубчатых передач - усталостное выкрашивание и износ активных поверхностей зубьев. Также интенсивный износ зубьев звездочек характерен для гусеничного движителя и для цепных передач с втулочными цепями без роликов при их применении в передачах сельскохозяйственных и горных машин. Как известно, выкрашивание и износ зубьев зависят от интенсивности контактных напряжений и скоростей скольжения в зацеплении. В свою очередь, контактные напряжения снижаются при увеличении приведенного радиуса кривизны р в зацеплении, что можно достичь применением зубьев с выпукловогнутым контактом. Следовательно, разработка и исследование новых зацеплений для зубчатых и передач, обеспечивающих вогнутый контакт и позволяющих снизить скорости скольжения профилей, является актуальной задачей современного машиностроения.

### Постановка задачи

Одним из перспективных путей решения этой задачи является применение так называемого эволютного зацепления. Это семейство профилей для зубчатых и цепных передач с выпукло-вогнутым контактом. Оно разработано украинским ученым А. И. Павловым [1] и основано на построении Бобилье [2]. Это построение заключается в замене зубчатого зацепления эквивалентным четырехзвенным шарнирно-рычажным механизмом, исследование которого существенно упрощает задачу синтеза зацепления. Регулируя геометрические размеры механизма, можно получать передачи с различными

геометро-кинематическими свойствами. В нашем случае особое внимание следует уделить изменению приведенного радиуса кривизны  $\rho$  (основной геометрический параметр, влияющий на интенсивность контактных напряжений) и скорости относительного скольжения в зацеплении  $\lambda$  (оказывает основное влияние на интенсивность износа профилей зубьев).

# Построение Бобилье для зубчатого и цепного зацеплений

На рис. 1 приведено построение Бобилье в общем виде для двух зубчатых колес наружного зацепления [1]. Центры радиусов кривизны контактирующих в точке P' поверхностей находятся в точках  $C_1$  и  $C_2$ ; P – полюс зацепления.

Касательная к рабочим поверхностям при контакте в полюсе, проведенная до пересечения с лучами из центров вращения  $O_1$  и  $O_2$ , дает положения мгновенного центра скоростей D шатуна  $C_1C_2$  и определяет радиусы кривизны  $C_1C'$  и  $C_2C'$  контактирующих поверхностей. Для прямозубой передачи положение точки D может быть любым и в каждый момент времени иным. Один из важнейших параметров, позволяющий управлять геометрическими характеристиками синтезируемой передачи — коэффициент разновидности k, определяемый по зависимости

$$k = h \sin \alpha_0$$
,

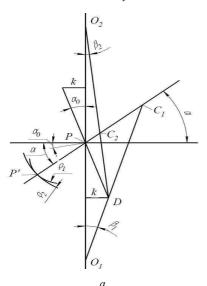
где h – расстояние между полюсом зацепления P и центром вращения шатуна D заменяющего ме-

© Павлов А.И., Андриенко С.В., Протасов Р.В., Устиненко А.В., Гречка И.П., 2017 ханизма;

 $\alpha_0$  – угол зацепления в полюсе.

На основании построения Бобилье в работе [1] получено обыкновенное дифференциальное уравнение (ОДУ) 2-го порядка, которое описывает внешнее прямозубое зацепление с выпукло-вогнутым контактом зубьев:

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{-ky'+x}.$$
 (1)



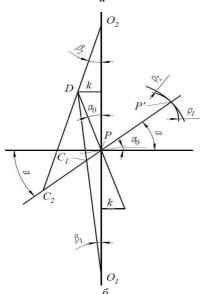


Рисунок 1 — Построение Бобилье для зубчатого зацепления: a — дополюсного;  $\delta$  — заполюсного  $|OP_1|=r_1; |OP_2|=r_2; |KP|=l; \rho_1=l+|PC_1|; \rho_2=l+|PC_2|$  P' — текущая точка контакта; P — полюс зацепления; k — коэффициент разновидности;  $\alpha$  — текущий угол зацепления;  $\alpha_0$  — угол зацепления в полюсе;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — углы смещения

Уравнение получено в системе координат, начало которой находится в полюсе зацепления P, а оси x и y направлены соответственно вдоль и перпендикулярно межцентровой линии (трением скольжения в зацеплении пренебрегаем).

В случае цепной передачи заменим одно из

зубчатых колес цевочным и придадим цевке движение, характерное втулке цепи, с учетом фазы выстоя и условия контакта втулки с дном впадины между зубьями в этой фазе. В этом случае мы получаем построение, приведенное на рис. 2 [3]. На нем показано текущее положение, соответствующее перемещению втулки по профилю зуба до момента начала фазы выстоя.

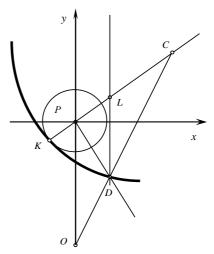


Рисунок 2 – Построение Бобилье для зацепления зуба звездочки со втулкой цепи:

K – текущая точка контакта втулки с зубом;

С – центр кривизны боковой поверхности зуба; KP – полюсное расстояние

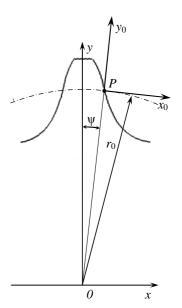


Рисунок 3 — Системы координат, применяемые при синтезе профиля зуба звездочки цепной передачи: P — полюс зацепления;  $r_0$  — радиус делительной окружности

На основании этого построения в работе [3] получено следующее обыкновенное дифференциальное уравнение 2-го порядка:

$$\frac{1+y_0'^2}{y_0''} = \frac{x_0}{y_0'} + \frac{r_0 k f}{(r_0 f - k)(1 - Ay_0')},\tag{2}$$

где  $x_0$ ,  $y_0$  – координаты точек профиля зуба звездочки в системе координат, центр которой совпадает с полюсом зацепления P, а ось  $x_0$  является касательной к делительной окружности радиусом  $r_0$  (рис. 3);

f – коэффициент трения скольжения в зацеплении:

$$A = \frac{k}{\sqrt{(r_0 - k/f)^2 + k^2}}.$$

Для удобства решения с помощью программных средств запишем ОДУ (5) в форме Коши:

$$y_0'' = \frac{y_0' (1 + y_0'^2) (r_0 f - k) (1 - A y_0')}{x_0 (r_0 f - k) (1 - A y_0') + y_0' r_0 k f}.$$
 (3)

## Решение дифференциальных уравнений (1) и (3)

Решая уравнение (1), мы получаем исходный контур, от которого известными методами [2] можно перейти к профилю зуба. При решении уравнения (3) мы сразу получаем профиль зуба звездочки.

Для решения этих дифференциальных уравнений предложено два подхода.

1. Приближенное решение в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim [1]. В качестве начальных условий использовано прохождение кривой, описывающей профиль зуба, в начальный момент зацепления через полюс зацепления. В этом случае решение имеет вид

$$y_0(x_0) = C_1 x_0 + C_2 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n.$$
 (4)

Преимуществом такого подхода является получение уравнения профиля зуба в явном виде, что позволяет достаточно просто профилировать зуборезный инструмент и исследовать геометрокинематические характеристики передачи. Однако аппроксимация профиля полиномами высоких нечетных степеней (чаще всего 7-й) часто приводит к неустойчивости решения и большим отклонениям от теоретически точного профиля в приполюсной зоне (в особых точках и их окрестностях при смене знака кривизны профиля).

- 2. Численное решение на основе современных методов, например, Рунге-Кутта [4], может быть выполнено при помощи программных пакетов, таких как Maple и MathCAD. В этом случае решение представляет собой набор координат точек профиля зуба звездочки. Преимущество такого подхода заключается в простоте компьютерной реализации, а недостаток в отсутствии уравнения профиля зуба, что не дает возможность напрямую исследовать характеристики зацепления. Однако этот недостаток может быть устранен двумя факторами:
- исследование контактного взаимодействия зуба и втулки целесообразно выполнять методом

конечных элементов. Для его применения вполне достаточно иметь координаты точек профиля зуба;

– при исследовании качественных показателей зацепления (кривизны профиля, скоростей скольжения, контактных давлений, интенсивности износа и т.д.) можно применить подход, предложенный в работах [5–6]. Он заключается в аппроксимации профиля сплайнами, например, кривыми Безье. В дальнейшем по этой аппроксимации можно получить значения кривизны профиля и других геометро-кинематических характеристик.

При применении системы MathCAD решение находится при помощи встроенной функции **Rkadapt**, основанной на методе Рунге-Кутта четвертого порядка с адаптивной подстройкой шага интегрирования по требуемой точности решения,

**Rkadapt**(
$$\mathbf{y}, x_1, x_2, m, \mathbf{F}$$
),

которая возвращает матрицу решений методом Рунге-Кутта с переменным шагом. Здесь  $\mathbf{y}$  – вектор начальных условий размерности n (n – порядок ОДУ или число уравнений в системе);  $x_1$ ,  $x_2$  – начало и конец интервала интегрирования, на котором ищется решение; m – число точек (не считая начальной), в которых ищется решение;  $\mathbf{F}$  – символьный вектор, содержащий правые части уравнений.

### Моделирование эволютных профилей зубьев

Ниже рассмотрим построение эволютного профиля для зубчатой передачи в случае получения решения в виде полинома (4), а для цепной передачи – в случае численного решения.

Зубчатая передача. Уравнение профиля зуба исходного контура (4) получено в относительных величинах [1], где  $x_0$  изменяется в пределах от -1 до +1, см. рис. 4, a. Для удобства моделирования выполнялось его преобразование в параметрический вид (5), с заменой координатных осей на традиционные в абсолютных единицах (рис. 4,  $\delta$ ):

$$\begin{cases}
 x_1 = f_1(x_0); \\
 y_1 = f_2(x_0).
 \end{cases}
 \tag{5}$$

Для построения профиля зуба шестерни по заданному профилю исходного контура был использован метод профильных нормалей [2].

Сопряженный профиль в системе координат  $x_2$ ,  $y_2$ , связанной с центром зубчатого колеса, получается применением уравнений перехода:

$$x_2 = (x_1 - a)\cos\varphi_2 + (y_1 + r_2)\sin\varphi_2; y_2 = -(x_1 - a)\sin\varphi_2 + (y_1 + r_2)\cos\varphi_2,$$
 (6)

где  $r_2$  – радиус центроиды (начальной окружности) колеса;

a — текущее значение поступательного перемещения рейки;

$$\varphi_2 = a / r_2$$
.

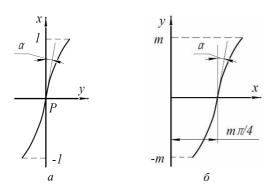


Рисунок 4 — Профиль зуба исходного контура: а — в исходной системе координат; б —в принятой системе координат

На рис. 5 показана синтезированная пара сопряженных зубьев со следующими основными параметрами: модуль m=4 мм; угол зацепления в полюсе  $\alpha_0=15^\circ$ ; числа зубьев  $z_1=20,\ z_2=40$ ; коэффициент разновидности k=5 [7].

На рис. 6 приведены варианты эволютных передач: с двусторонним (дозаполюсным) и односторонним (до- или заполюсным) зацеплением.

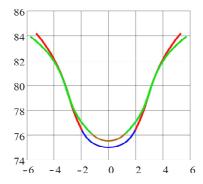


Рисунок 5 — Профили синтезированной пары зубьев с параметрами: m=4 мм;  $\alpha_0=15^\circ; z_1=20; z_2=40; k=5$ 



Рисунок 6 — Сопряженные профили шестерни и колеса: а — двустороннее зацепление; б, в — одностороннее зацепление

*Цепная передача.* В качестве примера на рис. 7 показан синтезированный по предложенной методике профиль зуба звездочки со следующими основными параметрами: число зубьев z=20; шаг цепи t=25,4 мм; коэффициент трения скольжения f=0,2; коэффициент разновидности k=-5 [6]. Профиль построен в системе координат x,y, центр которой совпадает с центром вращения колеса, а ось y

совпадает с осью симметрии зуба (рис. 3). Координаты точек профиля рассчитываются по зависимостям

$$\begin{cases} x_j = r_0 \sin \psi + x_{0j} \cos \psi + y_{0j} \sin \psi; \\ y_j = r_0 \cos \psi - x_{0j} \sin \psi + y_{0j} \cos \psi, \end{cases}$$
(7)

где  $\psi$  – центральный угол, соответствующий половине толщины зуба по дуге делительной окружности;

j = 1, 2, ..., n (n - задаваемое нами количество расчетных точек профиля).

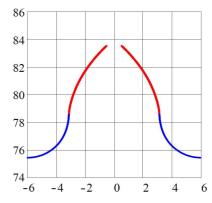


Рис. 7 — Профиль синтезированного зуба звездочки цепной передачи с параметрами: шаг цепи t = 25.4 мм; z = 20; k = -5

### Выводы

- 1. Эволютное зацепление с выпукло-вогнутым контактом позволяет повысить нагрузочную способность зубчатых и цепных передач по критериям контактной выносливости и износостойкости.
- 2. Выполнен синтез профилей эволютного зубчатого и цепного зацеплений на основе построения Бобилье, которое позволяет получать передачи с требуемыми геометро-кинематическими свойствами
- 3. Получено решение разрешающих дифференциальных уравнений, полученных на основе построения Бобилье, двумя способами:
- приближенное в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim;
- численное методом Рунге-Кутта в системе MathCAD.

### Список литературы

- Павлов А. И. Современная теория зубчатых зацеплений / Павлов А. И. – Х. : ХНАДУ, 2005. – 100 с.
- Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений/ Литвин Ф.Л. М.: Наука, 1968. – 584 с.
- Андриенко С. В. Численное решение задачи синтеза профиля зуба звездочки цепной втулочно-роликовой передачи / Андриенко С. В., Устиненко А.В., Протасов Р. В. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. Х.: НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С. 11–15.
- Турчак Л.И. Основы численных методов / Турчак Л.И., Плотников П.В. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002 – 304 с.
- Воронцов Б. С. Интерактивное управление синтезом зубчатых передач / Воронцов Б. С. // Вестник НТУ "ХПИ": Тем.

- вып.: Проблемы механического привода. X. : НТУ "ХПИ", 2005. № 40. С. 182–187.
- Андриенко С. В. Численное моделирование профиля зуба звездочки цепной передачи / Андриенко С. В., Устиненко А. В., Воронцов Б. С. // Механіка та машинобудування. – X.: НТУ "ХПИ", 2014. – № 1. – С. 11–17.
- Протасов Р. В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач / Протасов Р. В., Устиненко А. В. // Вестник НТУ "ХПИ": Тем. вып.: Машиноведение и САПР. Х.: НТУ "ХПИ", 2010. № 19. С. 124–128.

### References (transliterated)

- Pavlov A. I. Sovremennaya teoriya zubhcatikh zaceplenij / Pavlov A. I. Kharkov, KhNADU, 2005. 100 p.
- Litvin F. L. Teoria zubchatikh zaceplenij / Litvin F. L. Moscow: Nauka, 1968. 584 p.
- Andrienko S. V. Chislennoe reshenie zadachi sinteza profilja zuba zvezdochki cepnoj vtulochno-rolikovoj peredachi / Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Protasov R. V. // Visnik NTU

- "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu Kharkiv, NTU "KhPI", 2014. No. 31 (1074). P. 10–15.
- Turchak L. I. Osnovi chislennikh metodov. / Turchak L. I., Plotnikov P. V. – Moskov: FIZMATLIT, 2002. – 304 p.
- Vorotsov B. S. Interaktivnoe upravlenie sintezom zubchatikh peredach / Vorotsov B. S. // Visnik NTU "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2005. – No 40. – P. 182–187.
- Andrienko S. V. Chislennoe modelirovanie profilja zuba zvezdochki cepnoj peredachi / Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Vorontsov B. S. // Mekhanika ta mashinobuduvannya. Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. No 1. P. 11–17.
- Protasov R. V. Postroenie rabochikh profilej zub'ev evolutnikh peredach / Protasov R. V., Ustinenko A. V. // Vestnik NTU "KhPI". Vyp.: Mashinovedenie i SAPR. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2010. – No 10. – P. 124–128.

Поступила (received) 01.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Синтез зубчастих та ланцюгових втулкових передач з еволютним профілем / А. І. Павлов, С. В. Андрієнко, Р. В. Протасов, О. В. Устиненко, І. П. Гречка // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 76 — 80. — Бібліогр.: 7 назв. — ISSN 2079-0775.

Синтез зубчатых и цепных втулочных передач с эволютным профилем / А. И. Павлов, С. В. Андриенко, Р. В. Протасов, А. В. Устиненко, І. П. Гречка // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 76–80. – Библиогр.: 7 назв. – ISSN 2079-0775.

Synthesis of gear and bushing chain drive with evolute profile / A. I. Pavlov, S. V. Andrienko, R. V. Protasov, A. V. Ustinenko, I. P. Grechka // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No 12 (1234). – P. 76 –80. –ISSN 2079-0775.

### Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Андрієнко Сергій Володимирович** — Харківський національний автомобільно-дорожній університет, викладач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Андриенко Сергей Владимирович** – Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, преподаватель кафедры инженерной и компьютерной графики; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergeji@rambler.ru.

Andrienko Sergej Vladimirovich – Kharkov National Automobile and Highway University, Lecturer at the Department of engineering and computer graphics; tel.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Проти Васильович** – НТУ "ХПІ", старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

*Протасов Роман Васильевич* – НТУ "ХПИ", старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Protasov Roman Vasyl'evich** – NTU "KhPI", Senior Lecturer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Устиненко Олександр Віталійович** — кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Устиненко** Александр Витальевич – кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", профессор кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Ustinenko Aleksandr Vital'evich* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, SRF, NTU "KhPI", Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Гречка Ірина Павлівна* — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", доцент кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел. (057) 707-69-01; e-mail: Iri-@mail.ru.

*Гречка Ирина Павловна* – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", доцент кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: Iri-@mail.ru.

Grechka Iryna Pavlivna - Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Associate Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707–69–01; e-mail: Iri-@mail.ru.

# УДК 621.833+621.85+004.94

### Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. УСТИНЕНКО, С. В. АНДРИЕНКО, О. Е. КОНОВАЛЕНКО

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ В CAD-СИСТЕМЕ AUTODESK INVENTOR И АНАЛИЗ ЕГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В CAE-МОДУЛЕ NASTRAN IN-CAD

У статті розглянуті можливості програмного комплексу Autodesk Inventor при проектуванні зубчастих та ланцюгових передач, а також аналіз напружено-деформованого стану в програмному комплексі Nastran In-CAD. Наведена методика синтезу та аналізу прямозубої зубчастої та ланцюгової передачі з еволютним типом зачеплення, яка характеризується опукло-увігнутим контактом. Тестові розрахунки напружено-деформованого стану та контактного тиску показали збіжність результатів з аналітичними розрахунками. Використання програмного комплексу Autodesk Inventor з доповненням Nastran In-CAD дозволило пришвидшити дослідження нових еволютних передач.

Ключові слова: еволютне зачеплення, зубчаста передача, ланцюгова передача, зуб, МСЕ, НДС, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

В статье рассмотрены возможности программы Autodesk Inventor при проектировании зубчатых и цепных передач, а также анализ напряженно-деформированного состояния в системе Nastran In-CAD. Приведена методика синтеза и анализа прямозубой зубчатой и цепной передачи с эволютным зацеплением, которое характеризуется выпукло-вогнутым контактом. Тестовые расчеты напряженно-деформированного состояния и контактного давления показали сходимость результатов с аналитическими расчетами. Использование программного комплекса Autodesk Inventor с дополнением Nastran In-CAD позволило ускорить исследование новых эволютных передач.

Ключевые слова: эволютное зацепление, зубчатая передача, цепная передача, зуб, МКЭ, НДС, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

The article discusses the capabilities of the Autodesk Inventor program in the design of gears and chain drive, as well as analysis of the stress-strain state in the Nastran In-CAD system. The technique of synthesis and analysis of spur gear and chain drive with an evolute gearing is described, which is characterized by a convex-concave contact. A simplified geometric model and finite element model was created in the software Autodesk Inventor and Nastran In-CAD. Test calculations of the stress-strain state and contact pressure for gear pair and pair of sprocket-bushing showed the convergence of the results with analytical calculations. The use of the Autodesk Inventor software package with Nastran In-CAD supplement allowed to speed up the research of new evolute gears.

Keywords: evolute mesh, gear, chain drive, tooth, FEA, strain-stress state, Autodesk Inventor, Nastran In-CAD.

### Введение. Актуальность задачи

Современное проектирование и расчет деталей машин часто выполняется при помощи компьютерных программ. Появление высокопроизводительной компьютерной техники выводит процесс синтеза и анализа машиностроительных изделий сложной формы на новый уровень, что способствует уменьшению массы и габаритов машин и механизмов.

К изделиям сложной формы можно отнести новые зубчатые колеса и звездочки цепных передач с эволютным зацеплением, обеспечивающим выпукловогнутый контакт [1]. В работах [1–3] были рассмотрены методики синтеза рабочего профиля и переходной кривой, а в работе [4] описан процесс построения трехмерной модели в системе Pro/ENGINEER и создания на ее основе конечно-элементной модели для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) в САЕ-системе ANSYS. Однако эти САDи САЕ-системы имеют низкую степень взаимной интеграции при передаче данных, а также достаточно сложны при работе с ними.

На сегодняшний день компания Autodesk успешно решила задачу интеграции CAD- и CAE-систем в программном комплексе для моделирования Autodesk Inventor при условии установки модуля Nastran In-CAD для анализа НДС.

*Цель работы*. Работа посвящена разработке методики построения 3D-моделей зубчатого и цепного эволютного зацеплений в CAD-системе Autodesk Inventor и анализу НДС зацеплений методом конечных элементов (МКЭ) в CAE-модуле Nastran In-CAD. Использование данного комплекса программ позволит сократить время расчета и повы-

сить гибкость при варьировании параметров передачи, сохранив при этом точность результатов.

### Постановка задачи

Результатами расчетов по методикам синтеза, представленным в [1-3], являются массивы с координатами точек рабочего профиля эволютного зуба и его переходной кривой. Далее по данным массивов были построены графики, отображающие полный профиль эволютного зуба. Для решения этой задачи была выбрана система MathCAD, которая обладает удобством работы, наглядностью проводимых вычислений и отображения результатов. Однако, использование только MathCAD не позволяет выполнить исследование объемного НДС зуба. Решить подобную задачу могут такие CAE-системы, как ANSYS, Femap, Abaqus, COSMOS и другие. Перечисленные САЕ-системы имеют возможность импортировать координаты точек, построить по ним кривые профиля эволютного зуба, создать твердотельную модель и провести анализ НДС. Однако ряд особенностей данных программ при их взаимодействии с САD-системами приводит к некоторым сложностям при двусторонней передаче данных 3D-модели, связанных с параметризацией. В некоторых случаях возможна полная потеря параметризации ввиду передачи модели через нейтральный формат (step, parasolid).

Большинство современных САD-систем имеют в своем составе программу для анализа НДС, но

© Протасов Р.В., Устиненко А.В., Андриенко С.В., Коноваленко О.Е., 2017 точность расчетов в них невысока. Поэтому компания Autodesk для своей CAD-системы Inventor создала встраиваемое приложение Nastran In-CAD, позволяющее проводить расчет НДС, используя известный решатель Nastran. Последний хорошо сбалансирован по скорости расчетов, требуемым ресурсам компьютера и точности полученных результатов.

Рассмотрим основные этапы синтеза эволютного зацепления, подготовки модели к созданию конечно-элементной (КЭ) сетки и расчету при помощи МКЭ.

# Синтез рабочего профиля и переходной кривой передачи с эволютным зацеплением

Эволютное зацепление описывается обыкновенным дифференциальным уравнением (ОДУ) (1) для зубчатой передачи и (2) – для цепной:

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{-ky'+x};$$
 (1)

$$y_0'' = \frac{y_0' (1 + y_0'^2) (r_0 f - k) (1 - A y_0')}{x_0 (r_0 f - k) (1 - A y_0') + y_0' r_0 k f},$$
 (2)

где k — так называемый коэффициент разновидности эволютной передачи [1];

$$A = \frac{k}{\sqrt{(r_0 - k/f)^2 + k^2}}.$$

Приближенное решение этих ОДУ было получено в работах [1, 3]:

а) в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim,

$$y_0(x_0) = C_1 x_0 + C_2 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n.$$
 (3)

б) численно в системе MathCAD при помощи встроенной функции **Rkadapt**, основанной на методе Рунге-Кутта четвертого порядка.

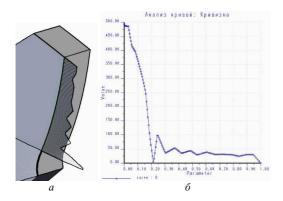


Рисунок I — Погрешность кривизны профиля зуба эволютной шестерни при низкой точности расчетов: а — отображение кривизны кривой на трехмерной модели; б — график кривизны кривой в относительных единицах

Далее в системе MathCAD для получения координат точек рабочей и переходной кривых была

задана высокая степень точности, т.к. значительная погрешность при расчете координат проявится в переменной кривизне ("дребезге") профиля на участке в несколько точек (рис. 1). Путем тестовых расчетов и построений была выбрана точность в 7 знаков после запятой. По этой же причине задано количество точек, описывающих рабочий профиль, равное 200. Полученные данные с координатами точек можно экспортировать в файл Excel либо в формат csv.

# Импорт координат точек эволютного профиля в систему Autodesk Inventor

Результат решения уравнений, описывающих синтезированные рабочий профиль и переходную кривую, выдается системой MathCAD в виде табличных данных с координатами точек отдельно для осей x и y. Перед импортом точек в систему Autodesk Inventor необходимо сохранить эти данные в одном файле Excel. Таблица точек должна находиться в начале файла и начинаться в ячейке A1.

По умолчанию точки импортируются в качестве точек 2D-эскиза. Импортированные точки не связаны с исходным файлом Excel. Изменения, вносимые в исходный файл после импорта, не влияют на геометрию в модели Inventor.

Точки соответствуют строкам таблицы. Первая импортированная точка соответствует первой строке координат и так далее.

При импорте точек в Autodesk Inventor есть возможность выбрать способ интерпретации данных: импорт только точек; импорт точек и их соединение отрезками; импорт точек и соединение сплайном. В последнем способе автоматическое построение сплайна или линии начинается в первой точке через другие точки в зависимости от порядка, в котором они были импортированы. Этот способ является наиболее предпочтительным, так как позволяет получить готовый профиль зуба шестерни или звездочки цепной передачи.

Используя инструмент "Кривизна" можно проанализировать качество кривизны импортированной кривой. Как видно на рис. 2, полученный профиль зуба имеет плавное изменение кривизны, что соответствует полученным ранее результатам в системе MathCAD.

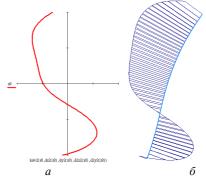


Рисунок 2 – Кривизна эволютного профиля: а – график кривизны в системе MathCAD; б – отображение кривизны в системе Inventor

# Построение твердотельной и конечно-элементной моделей

Кривая профиля эволютного зуба, импортированная в систему Inventor, расположена на делительном радиусе и симметрична относительно вертикальной оси координат. Для создания трехмерной модели была создана зеркальная копия кривой, что позволило получить полный контур впадины между зубьями шестерни или звездочки цепной передачи. Далее, с использованием инструменты "Выдавливание" и "Массив по окружности" была получена полная 3D-модель.

В качестве расчетной модели зубчатой пары приняты секторы шестерни и колеса, а для цепной передачи использован сектор звездочки и одна втулка цепи. В обоих случаях сектор состоит из пяти зубьев и обода рекомендуемой толщиной 3 модуля [5]. Используется половина ширины шестерни и звездочки, так как расчетная модель предполагает нагрузку передачи без перекоса. Также принято допущение, что фаски и скругления не оказывают влияние на НДС, в результате чего они были удалены. В зоне контакта зубьев зубчатой передачи и контакта втулки с зубом звездочки создается область в виде полуцилиндра диаметром 1 мм. Это необходимо для задания размера КЭ, сопоставимых с размером пятна контакта. Такие упрощения позволят сэкономить время расчета и ресурсы компьютера без ухудшения точности результата.

В зубчатой передаче расчет проводился для случая контакта в полюсе зацепления, а для цепной передачи — в момент входа ролика цепи в зацепление с зубом звездочки.

### Выполнение тестовых расчетов и анализ НДС

Переход из среды проектирования Inventor в среду расчета НДС Nastran In-CAD осуществляется соответствующей командой на панели инструментов "Среды". Для расчета нужно внести или создать следующие данные [6]:

- создание поверхностей контакта в полюсе с коэффициентом трения 0,1;
- применение свойств материала (сталь): коэффициент Пуассона  $\nu=0,3$ ; модуль упругости  $E_1=E_2=2,1\cdot 10^5$  МПа; плотность  $\rho=7850$  кг/м³;
  - тип элементов "tetrahedrons";
- размер элемента: для области в зоне контакта
   0,1 мм; для остальной части 3 мм;
- создание крутящего момента на шестерне вокруг оси z величиной 280 H·м; вокруг оси z звездочки 2 H·м;
- внесение граничных условий для зубчатого колеса полное фиксирование; для шестерни шарнир вращения вокруг оси z;
- внесение граничных условий для звездочки цепной передачи шарнир вращения с заданным крутящим моментом, для торца ролика цепи фиксация.

В результате создания КЭ модели зубчатой пары было получено 295 тыс. узлов и 198 тыс. эле-

ментов. Для цепной передачи эти показатели составили 61 тыс. узлов и 36 тыс. элементов. На рис. 3, a показан общий вид КЭ модели зубчатой пары, а на рис. 3,  $\delta$  — область в зоне контакта зубьев с более мелкой сеткой.

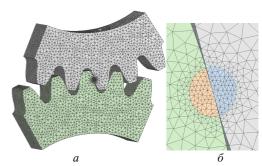


Рисунок 3 — Конечно-элементная модель зубчатой пары: а — общий вид КЭ сетки; б — КЭ сетка в зоне контакта

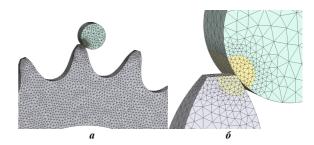


Рисунок 4 – Конечно-элементная модель цепной передачи:

а – общий вид КЭ сетки;

б – КЭ сетка в зоне контакта

На рис. 4, a показана КЭ модель цепной передачи, а на рис. 4,  $\delta$  – КЭ сетка в зоне контакта.

По результатам расчета были получены общая картина НДС и контактные давления исследуемых передач с эволютным зацеплением.

Из анализа результатов видно, что в зубчатой передаче перемещения составили 0,19 мм (рис. 5, a), а напряжения по Мизесу – 620 МПа (рис.  $5, \delta$ ).

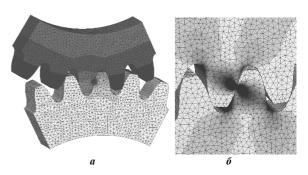


Рисунок 5 — НДС зубчатой пары с эволютным зацеплением:
а — перемещения;
б — напряжения по Мизесу в зоне контакта

Анализ цепной передачи показал, что перемещения составили 0,12 мм (рис. 6, *a*), а напряжения

по Мизесу – 450 МПа (рис. 6, б).

Также ниже рассмотрены результаты расчета контактных давлений в зубчатой и цепной передачах (рис. 7, a,  $\delta$ ; 8).

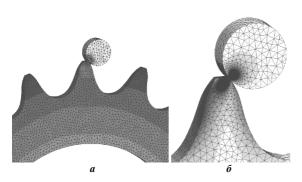


Рисунок 6 – НДС цепной передачи с эволютным зацеплением: а – перемещения; б – напряжения по Мизесу в зоне контакта

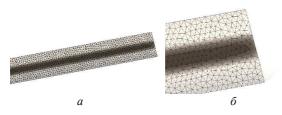


Рисунок 7 – Контактные давления в зубчатой передаче: а – пятно контакта; б – краевой эффект



Рисунок 8 – Контактные давления в цепной передаче

При расчете контактных давлений по формуле Герца полученные значения одинаковы по всей длине контактной линии. Расчет с использованием МКЭ учитывает краевые эффекты, поэтому в случае равной ширины зубчатых венцов шестерни и колеса контактные напряжения у торцов зубьев уменьшаются (рис 7, a).

Как видно из рис. 7, *а* и рис. 8, размер КЭ в области контакта удовлетворяет условию – 4 элемента на ширину пятна контакта, что является достаточным при решении контактной задачи [6].

Был проведен повторный расчет с размером КЭ в зоне контакта 0,05 мм для определения погрешности расчета. Статистика КЭ моделей и результаты расчетов по МКЭ и формуле Герца приведены в табл. 1.

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением размера КЭ повышается точность результата, что вполне очевидно, однако серьезно возрастают временные и вычислительные

затраты.

Таблица 1 – Анализ результатов расчета с различными КЭ сетками

Размер элемента, мм	Узлы, тыс.	Элементы, тыс.	Контактные напряжения по МКЭ, МПа	Контактные напряжения по Герцу, МПа
0,1	295	198	680	802
0,05	490	387	750	802

### Выводы

- 1. Эволютное зацепление с выпукло-вогнутым контактом позволяет повысить нагрузочную способность зубчатых и цепных передач по критериям контактной выносливости и износостойкости.
- 2. Обзор существующих САD- и САЕ-систем демонстрирует низкую степень их взаимной интеграции, что снижает скорость расчета НДС и приводит к частичной потере данных. Использование САD-системы Autodesk Inventor совместно с САЕмодулем Nastran In-CAD устраняет этот недостаток.
- 3. Выполнен синтез профилей эволютного зубчатого и цепного зацеплений в программе Math-CAD. Получены координаты точек рабочих профилей и переходных кривых.
- 4. Массивы координат были экспортированы через файл Excel в систему Autodesk Inventor для построения 3D-моделей зубчатых колес и звездочек с последующим анализом НДС и контактных давлений в CAE-модуле Nastran In-CAD.
- 5. Усовершенствованные методики построения компьютерной модели и анализа ее НДС показали высокую точность результатов, сопоставимых с полученными при помощи других CAD/CAE-систем. Общее время на подготовку модели к расчету и ее анализ оказалось ниже, чем при использовании CAD/CAE-систем от разных производителей. Основной необходимостью для этого была экономия ресурсов компьютера и времени для расчетов по МКЭ.
- 6. Проведен анализ НДС зуба цилиндрической и цепной передач. Определены контактные напряжения и эквивалентные напряжения по Мизесу.
- 7. Анализ данных, полученных при помощи МКЭ и на основе решения контактной задачи Герца, показал схожие результаты при расчете с размером КЭ в зоне контакта, равным 0,1 мм, погрешность составила 15%, а при размере КЭ 0,05 мм 10%, что является допустимым для инженерных расчетов.

### Список литературы

- 1. **Павлов А. И.** Современная теория зубчатых зацеплений / **Павлов А. И.** X. : XHAДУ, 2005. 100 с.
- Протасов Р. В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач / Протасов Р. В., Устиненко А. В. // Вестник НТУ "ХПИ": Тем. вып. "Машиноведение и САПР". Х.: НТУ "ХПИ", 2010. № 19. С. 124–128.
- 3. **Андриенко С. В.** Численное решение задачи синтеза профиля зуба звездочки цепной втулочно-роликовой передачи / **Андриенко С. В., Устиненко А. В., Протасов Р. В.** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. X.: НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С. 11–15.
- 4. **Протасов Р. В.** Формирование конечно-элементной модели и анализ напряженно-деформированного состояния эволютной

- передачи / **Протасов Р. В., Устиненко А. В., Сериков В. И.** // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Серія: Проблеми механічного приводу. Х.: НТУ "ХПІ", 2014. № 31 (1074). С 140—144
- Иванов М. Н. Детали машин. Учеб. для студентов вузов / Иванов М. Н. Под ред. В. А. Финогенова. – М.: Высш. шк., 2000. – 383с.
- Чернявский И. С. Оценка напряженности и долговечности зубчатых передач трансмиссии трактора Т-150К / Чернявский И. С., Устиненко А. В. // Вестник СевНТУ: Зб. наукових праць. Вип. 133/2012. Сер.: Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2012. – С. 44–48.

#### References (transliterated)

- Pavlov A. I. Sovremennaya teoriya zubhcatikh zaceplenij Kharkov, KhNADU, 2005, 100 p.
- Protasov R. V.Postroenie rabochikh profilej zub'ev evolutnikh peredach. / Protasov R. V., Ustinenko A. V. // Vestnik NTU KhPI. – Kharkov, 2010, No. 10. – P. 124–128.
- Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Protasov R. V. Chislennoe reshenie zadachi sinteza profilja zuba zvezdochki cepnoj vtu-

- lochno-rolikovoj peredachi / **Andrienko S. V., Ustinenko A. V., Protasov R. V.** // Visnik NTU "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu. Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. No. 31 (1074). P. 10–15.
- Protasov R. V. Formirovanie konechno-elementnoj modeli i analiz napryagenno-deformirovannogo sostoyaniya evolutnoj peredachi / Protasov R. V., Ustinenko A. V., Serikov V. I. // Visnik NTU "KhPI". Serija: Problemy mehanichnogo privodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. – No. 31 (1074). – P. 140–144.
- 5 Ivanov M. N. Detali mashin. Uchebnik dlya vuzov / Ivanov M. N. Pod red. V. A. Fiogenova. –. Moscow: Vysh. shk., 2000. 383 p.
- 6 Chernyavskij I. S. Ocenka napryagennosti i dolgovechnosti zubchatikh peredach traktora T-150K /Chernyavskij I. S., Ustinenko A. V.// Vestnik SevNTU. Zb. nauk prac. Serija: Mekhanika, energetika, ekologiaya. Sevastopol. 2012. P. 44–48.

Поступила (received) 01.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Комп'ютерне моделювання еволютного зачеплення в CAD-системі Autodesk Inventor і аналіз його НДС в САЕ-модулі Nastran In-CAD / Р. В. Протасов, О. В. Устиненко, С. В. Андрієнко, О. Є. Коноваленко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 81–85. — Бібліогр.: 6 назв. — ISSN 2079-0775.

Компьютерное моделирование эволютного зацепления в CAD-системе Autodesk Inventor и анализ его НДС в CAE-модуле Nastran In-CAD / Р. В. Протасов, А. В. Устиненко, С. В. Андриенко О. Е. Коноваленко // Вестник НТУ "ХПИ". Серія: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 81—85. — Библиогр.: 6 назв. — ISSN 2079-0775.

Computer modeling of evolute gear in the CAD-system Autodesk Inventor and analysis of its stress-strain state in the CAE-module Nastran In-CAD / R. V. Protasov, A. V. Ustinenko, S. V. Andrienko, O. E. Konovalenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No. 12 (1234). – P. 81–85. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Протасов Роман Васильович** – НТУ "ХПІ", старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Протасов Роман Васильевич** – НТУ "ХПИ", старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Protasov Roman Vasyl'evich** – NTU "KhPI", Senior Lecturer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

**Устиненко Олександр Віталійович** — кандидат технічних наук, доцент, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", професор кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Устиненко** Александр Витальевич — кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", профессор кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

*Ustinenko Aleksandr Vital'evich* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, SRF, NTU "KhPI", Professor at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

**Андрієнко Сергій Володимирович** — Харківський національний автомобільно-дорожній університет, викладач кафедри інженерної та комп'ютерної графіки; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Андриенко Сергей Владимирович** – Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, преподаватель кафедры инженерной и компьютерной графики; тел.: (057) 707-37-24

Andrienko Sergej Vladimirovich – Kharkov National Automobile and Highway University, Lecturer at the Department of engineering and computer graphics; tel.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

**Коноваленко Ольга Євгенівна** — HTV "XПІ", старший викладач кафедри теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: koe2010@ukr.net.

**Коноваленко Ольга Евгеньевна** – НТУ "ХПИ", старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: koe2010@ukr.net.

Konovalenko Ol'ga Evgen'evna – NTU "KhPI", Senior Lecturer of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: koe2010@ukr.net.

УДК 539.3

### М.М. ТКАЧУК

# ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИСОКИХ ТЕХНІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАШИН ВІЙСЬКОВОГО ТА ЦИВІЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ НА ОСНОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ СКЛАДНОПРОФІЛЬНИХ ДЕТАЛЕЙ

3 метою забезпечення високих тактико-технічних характеристик машин цивільного та військового призначення необхідно підвищувати міцність найбільш навантажених та відповідальних елементів конструкцій, якими є складнопрофільні деталі у процесі інтенсивних контактних навантажень. Для випадку близької форми поверхонь контактуючих тіл стають важливими чинники, які раніше не враховувалися, зокрема, нелінійна контактна жорсткість поверхневих шарів деталей. Відповідно, в умовах непроникнення контактуючих тіл замість традиційних лінійних компонентів з'являються також нелінійні. Для дослідження контактної взаємодії тіл із урахуванням такого типу обмежень необхідно розробити нові підходи, методи та моделі. Ця проблема вирішується у роботі не тільки для задач аналізу, але й синтезу нових геометричних форм складнопрофільних тіл за критеріями міцності. Завдяки цьому можуть бути розв'язані задачі проектних досліджень перспективних гідропередач танкових трансмісій, модифікації форми робочих поверхонь зубчастих передач та тіл кочення у погонах башт і бойових модулів військових машин. У свою чергу це дасть змогу підвищити міцність та довговічність, а також поліпшити загальні технічні і тактико-технічні характеристики машин цивільного та військового призначення.

*Ключові стова:* тактико-технічна характеристика, міцність, довговічність, напружено-деформований стан, складнопрофільне тіло, контактна жорсткість

С целью обеспечения высоких тактико-технических характеристик машин гражданского и военного назначения необходимо повышать прочность наиболее нагруженных и ответственных элементов конструкций, каковыми являются сложнопрофильные детали в процессе интенсивных контактных нагрузок. Для случая близких по форме поверхностей контактирующих тел становятся важными факторы, которые ранее не учитывались, в частности, нелинейная телефона жесткость поверхностных слоев деталей. Соответственно, в условиях непроникновения контактирующих тел вместо традиционных линейных компонентов появляются также нелинейные. Для исследования контактного взаимодействия тел с учетом такого типа ограничений необходимо разработать новые подходы, методы и модели. Эта проблема решается в работе не только для задач анализа, но и синтеза новых геометрических форм сложнопрофильных тел по критериям прочности. Благодаря этому могут быть решены задачи проектных исследований перспективных гидропередач танковых трансмиссий, модификации формы рабочих поверхностей зубчатых передач и тел качения в погонах башен и боевых модулей военных машин. В свою очередь это позволит повысить прочность и долговечность, а также улучшить общие технические и тактико-технические характеристики машин гражданского и военного назначения.

*Ключевые слова:* тактико-техническая характеристика, прочность, долговечность, напряженно-деформированное состояние, сложно-профильных тело, контактная жесткость

In order to attain high performance characteristics of military and civil purpose machines one needs to increase strength of the most loaded and crucial structural elements, including complex-shaped parts engaged in intense contact interaction. In case of the close surface geometry of the contacting bodies such previously excluded factors as nonlinear contact flexibility of the surface layers gain importance. Accordingly, the nonlinear terms besides the linear components appear in the impenetration conditions. The analysis of contact interaction with account for this type of constraints requires new approach, methods and models. This problem is solved not only in analysis but for the synthesis of new geometrical forms of complex-shaped bodies according to the strength criteria as well. This allows to justify new design solutions of perspective hydraulic drives in tank transmissions, modification of gear teeth surface geometry and rolling components of turret rings in combat vehicles. This in turn will enhance strength and durability as well as general tactical and technical characteristics of military and civil purpose machines.

Keywords: tactical and technical characteristics, strength, durability, stress-strain state, complex-shaped body, contact stiffness

# Вступ. Аналіз результатів, отриманих іншими вітчизняними та закордонними вченими

Актуальність проблеми обумовлена тим, що велика кількість машин військового і цивільного призначення містить елементи, що знаходяться в умовах контактного силового і кінематичного сполучення (спряження). З метою зменшення контактного тиску в цих зонах проектувальники прагнуть виконати спряжені поверхні близької форми або такими, що збігаються. Це, наприклад, "бочкування" робочих поверхонь зубців різних зубчастих передач, модифікація поверхонь роликопідшипників, модифікація бігових доріжок гідропередач танкових трансмісій і погонів танкових башт, профілювання поршнів двигунів внутрішнього згоряння за висотою і в окружному напрямку, їх корундування або дискретне зміцнення тощо. Традиційні методи моделювання контактної взаємодії призводять в таких випадках або до значних похибок в отриманих результатах, або до надмірно громіздких числових моделей.

Ще одним істотним чинником  $\varepsilon$  недостатньо адекватне моделювання умов контактного сполу-

чення на границях тіл. Найчастіше для цього записується, наприклад, умова непроникнення для гладких тіл в лінеаризированому вигляді. Як один з найбільш адекватних варіантів - врахування шорсткості, яка моделюється, наприклад, вінклеровим шаром, що дає дещо уточнені, але також лінеаризовані умови контактної взаємодії, які є умовами сумісності переміщень. У той же час, сам поверхневий шар шорсткості має в загальному випадку нелінійні властивості в залежності "тиск - переміщення". У результаті отримувані залежності контактної жорсткості (податливості) від тиску, швидкостей, температури, режимів і технологій зміцнення тощо, які базуються на мікромеханічних моделях, стають істотно нелінійними. Таким чином, у записі умов контактної взаємодії (непроникнення) з'являються нелінійні доданки, зумовлені нелінійністю фізико-механічних характеристик матеріалів поверхневих шарів. Отже, структурна нелінійність задачі доповнюється фізичною, причому друга присутня у співвідношеннях, що відображають суть першої. Для розв'язання таких задач, що містять нелінійні доданки в умовах контактної взаємодії, необ-

© Ткачук М.М., 2017

хідна розробка нових методів і підходів. Більш того, потрібна розробка нових шляхів розв'язання обернених задач, тобто синтезу геометричної форми профілів поверхонь взаємодіючих тіл, які дають можливість управляти (наприклад, мінімізувати) контактним тиском, напруженнями або іншими характеристиками. Ці обставини формують актуальну наукову проблему розробки нових методів аналізу контактної взаємодії елементів машинобудівних конструкцій з урахуванням не тільки структурної, а й додаткової фізичної нелінійності, а також синтезу геометричної форми поверхонь контактуючих тіл за критеріями контактної міцності.

Вирішення всіх перерахованих проблемних питань повною мірою і в завершеному вигляді до теперішнього часу відсутнє. У свою чергу, потреби машинобудування в розробці методів розв'язання даного типу задач переоцінити важко. У результаті склалося протиріччя між потребами машинобудування, з одного боку, і можливостями механіки, - з іншого. Усунення цього протиріччя передбачає вирішення масштабної науково-практичної проблеми, яка полягає в розробці і реалізації методів розв'язання фізично і структурно нелінійних задач визначення напружено-деформованого стану (НДС) задля забезпечення конструкційної міцності складнопрофільних елементів машинобудівних конструкцій. Це особливо важливо із огляду на те, що подібні елементи зазвичай є тими, що в основному визначають технічні і тактико-технічні характеристики машин військового та цивільного призначення.

Теоретичні розробки, описані у роботі, спираються на значний доробок богатьох вітчизняних та зарубіжних вчених [1-10].

Проблема, що вирішується у роботі - формування нових фізично і структурно нелінійних моделей та методів розв'язання задач аналізу контактної взаємодії, синтезу геометричної форми контактуючих складнопрофільних тіл (СПТ) на основі єдиної системи розв'язувальних рівнянь, а також дослідження впливу чинників форми та властивостей матеріалу контактуючих тіл на розподіл контактного тиску та їхній напружено-деформований стан. При забезпеченні міцності складнопрофільних елементів машин фізична та структурна нелінійності поєднуються у рамках однієї моделі, це дасть можливість розв'язувати складні задачі як аналізу контактної взаємодії, так і синтезу геометричної форми контактуючих тіл. Ця наукова проблема тісно пов'язана із практичною проблемою підвищення міцності складнопрофільних елементів військових та цивільних машин за рахунок обґрунтування їхньої раціональної геометричної форми та властивостей поверхневих шарів деталей з підвищенням зносостійкості та довговічності

Механіка контактної взаємодії отримала значний розвиток як в Україні, так і у світі. Роботи Александрова, Галіна, Джонсона, Кравчука є класичними із цього напрямку. Зокрема, останнім часом суттєвий розвиток отримали варіаційні постановки контактних задач [1–3]. Вони базуються на методі варіаційних нерівностей, варіаційному принципі

Калькера, методі граничних інтегральних рівнянь тощо. Для розв'язання системи співвідношень застосовуються методи скінченних елементів (МСЕ) та декомпозиції області [4, 5]. При цьому моделюється як контакт гладких пружних тіл [6], так і нелінійно пружних тіл [7]. Зокрема, досліджується характер пружних властивостей у контакті [8–10], у т.ч. — залежність цих властивостей від форми мікронерівностей та фізико-механічних характеристик матеріалів контактуючих тіл.

Таким чином, спостерігається високий рівень розвитку методів та моделей досліджень механіки контактної взаємодії. Разом із тим для розв'язання виникаючих прикладних задач у багатьох випадках існуючі підходи, методи та моделі напряму непридатні. Особливо це стосується випадку контакту шорстких складнопрофільних тіл із близькою геометричною формою контактуючих поверхонь або при модифікації поверхонь при технологічному зміцненні. У цьому випадку лінеаризовані умови непроникнення контактуючих тіл призводять до значних похибок визначення контактного тиску та, відповідно, напружено-деформованого стану контактуючих тіл. Поява ж нелінійних компонент в умовах непроникнення суттєво ускладнює постановку контактної задачі порівняно з традиційними лінійними постановками.

3 іншого боку, для практичних потреб сучасного машинобудування, у першу чергу — бронетанкобудування, енергетичного та транспортного машинобудування, важливо володіти підходами, методами та моделями, які надають можливість розв'язувати обернені задачі. Ці задачі полягають у синтезі геометричної форми та способів обробки поверхонь відповідальних контактуючих складнопрофільних деталей, які визначають міцність, навантажувальну здатність, довговічність та енергетичну ефективність машин, вузлів та агрегатів. На цій основі формуються рекомендації щодо обгрунтування проектнотехнологічних рішень, які забезпечують підвищення технічних і тактико-технічних характеристик машин військового та цивільного призначення.

Таким чином, створилося протиріччя між потребами промисловості, з одного боку, та можливостями науки — з іншого. Це протиріччя потребує розвитку застосовуваних підходів, методів та моделей. На вирішення саме цих проблем спрямовано дослідження, що започатковані у цій роботі.

### Постановка задачі

За напрямом контактної механіки проведено розробку теоретичних основ аналізу контактної взаємодії тіл довільної форми без обмежень та недоліків, властивих традиційним моделям та методам. За проблемою аналізу НДС складнопрофільних тіл із урахуванням контактної взаємодії запропоновано нові варіанти методу граничних елементів. Розв'язано низку задач, зокрема, здійснено аналіз закономірностей розподілу контактного тиску між тілами при варіюванні геометричної форми їхніх поверхонь та властивостей лінійно пружного поверхневого шару, дослідження міцності елементів гідропередач танкових

трансмісій, стволів танкових гармат, модифікованих зубчастих передач трансмісій бойових броньованих машин. Обгрунтована геометрична форма контактуючих елементів шахтових конвеєрів, вугільних перевантажувачів. Таким чином, розроблені підвалини нового перспективного наукового напрямку, що має пряме прикладне застосування для потреб промисловості, безпеки та обороноздатності України. Вони викладені у роботах [11-19]. Разом із тим певні аспекти здійснених розробок потребують доповнення та вдосконалення, зокрема, стосовно формування фізично і структурно нелінійних (на противагу лінійним) умов контакту, що дають більш адекватну модель контактної взаємодії, а також щодо нових методів розв'язання задач аналізу НДС та синтезу геометричної форми. На цій основі доцільне проведення додаткових досліджень.

Метою роботи є розроблення теоретичних основ дослідження напружено-деформованого стану та забезпечення міцності шляхом створення і застосування у розрахунковій практиці нелінійних моделей поведінки матеріалу поверхневих шарів контактуючих складнопрофільних деталей машин військового і цивільного призначення на основі нових нелінійних моделей та нових методів досліджень.

Для досягнення поставленої мети в роботі передбачено розв'язання таких завдань досліджень.

- 1. Розробка нових методів і моделей для опису контактної взаємодії складнопрофільних тіл з урахуванням мікромеханічних властивостей поверхневих шарів матеріалів.
- 2. Розробка нових методів розв'язання обернених задач синтезу геометричної форми поверхонь взаємодіючих тіл за критерієм забезпечення контактної міцності.
- 3. Розробка методів і числових алгоритмів на основі запропонованих фізично і структурно нелінійних математичних моделей НДС складнопрофільних тіл, проведення аналізу результатів досліджень та встановлення закономірностей розподілу контактного тиску.
- 4. Установлення закономірностей залежностей характеристик контактної взаємодії тіл від співвідношення їхньої локальної та глобальної жорсткості.
- 5. Розробка оптимізаційної постановки для задачі синтезу геометричної форми поверхонь складнопрофільних тіл за критеріями міцності.
- 6. Розв'язання прикладних задач дослідження напружено-деформованого стану та забезпечення конструкційної міцності елементів машин військового та цивільного призначення.

### Основні підходи, методи та моделі

Принциповою новизною підходу, що пропонується у роботі, є формування єдиної системи розв'язувальних рівнянь для аналізу контактної взаємодії та синтезу геометричної форми складнопрофільних елементів машин військового та цивільного призначення, причому із побудовою моделей контактної взаємодії, які поєднують фізичну та структурну нелінійність. Це забезпечує більш адекватне (порівняно

із традиційними підходами, методами і моделями) визначення напружено-деформованого стану контактуючих складнопрофільних тіл, а також формування більш достовірних рекомендацій із формування проектнотехнологічних рішень, які, у кінцевому підсумку, забезпечують підвищення технічних і тактико-технічних характеристик машин військового та цивільного призначення. Отже, в теоретичному плані створюється поєднання у єдиних співвідношеннях різних типів нелінійностей та розробляються нові методи досліджень контактної взаємодії. У практичному ж аспекті створюється нова, більш досконала методологія забезпечення міцності елементів машин. Таким чином, більш коректне та адекватне теоретичне підгрунтя, що пропонується до розроблення, дає змогу різко підвищити ефективність розв'язання практичних задач. Крім того, важливою відмітною рисою запропонованого у роботі підходу є те, що він зорієнтований на дослідження широкого класу об'єктів, контактна взаємодія та міцність яких не можуть бути досліджені із застосуванням існуючих традиційних підходів, методів та моделей. На додаток слід зазначити, що між етапами теоретичних розробок та прикладних досліджень передбачається створення власних програмних засобів моделювання на основі дискретизації варіаційних постановок із залученням кусочно-лінійних апроксимацій полів розподілу контактного тиску у сполученні складнопрофільних деталей.

Таким чином, запропонований підхід володіє новизною і в теоретичному плані, і з точки зору програмної реалізації, і з огляду на розширений клас об'єктів для прикладного дослідження.

У ході досліджень розроблені нові методи розв'язання систем нелінійних співвідношень для моделювання контактної взаємодії складнопрофільних тіл із нелінійною контактною жорсткістю поверхневого шару. Ці методи реалізовані у вигляді програмного коду, який  $\epsilon$  засобом досліджень контактної взаємодії складнопрофільних тіл.

Методологія досліджень полягає у поетапному виконанні етапів від формування системи нелінійних розв'язувальних співвідношень, розробки програмного коду і до проведення багатоваріантних комп'ютерних розрахунків із варіюванням низки параметрів (форма контактуючих поверхонь, залежність контактної жорсткості від тиску тощо).

У результаті установлюються закономірності впливу варійованих параметрів на характеристики контактної міцності складнопрофільних тіл, а також рекомендації щодо обгрунтування технічних рішень задля забезпечення міцності деталей військових та цивільних машин.

Особливості структури та складових проведення досліджень. За структурою дослідження містять: теоретичні розробки; програмну реалізацію створення моделей та методів; числові дослідження контактної міцності при варіюванні окремих геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей матеріалів тіл; узагальнення результатів досліджень та формування відповідних рекомендацій.

Основними складовими досліджень  $\varepsilon$  створення нових методів розв'язання фізично і структурно нелі-

нійних рівнянь для моделювання контактної взаємодії складнопрофільних тіл; розробка структури та формування програмного коду для аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл; рекомендації щодо обгрунтування технічних рішень при проектуванні конструкцій військових та цивільних машин за критеріями міцності.

У роботі запропоновано удосконалення теорії контактної взаємодії на основі розвитку варіаційних принципів механіки: варіаційних нерівностей для контакту нелінійно пружніх тіл та принципу Калькера. При цьому здійснене суттєве доповнення, яке полягатиме у введенні в систему розв'язувальних співвідношень фізичної нелінійності для опису властивостей поверхневих шарів тіл, що контактують. Задля більш адекватного моделювання НДС контактуючих складнопрофільних тіл створено удосконалену модель контактної взаємодії, яка, на відміну від традиційних, містить у складі умов непроникнення нелінійні компоненти, якими зазвичай нехтують. З метою підвищення ефективності проектнотехнологічних рішень для виробів, що складаються з деталей складної форми, змінено концепцію формування задач аналізу НДС та синтезу геометричної форми поверхонь контактуючих тіл. Ця зміна полягає у об'єднанні розв'язувальної системи співвідношень вищезгаданих задач аналізу та синтезу спряжених поверхонь тіл у єдину систему. На основі проведених досліджень будуть встановлені закономірності впливу геометричної форми та пружних властивостей поверхневих шарів складнопрофільних тіл на розподіл контактного тиску та компонент НДС в цих тілах. Аналіз та узагальнення результатів проведених досліджень є основою для напрацювання науково обґрунтованих рекомендацій щодо проектно-технологічних рішень для складнопрофільних елементів машин військового та цивільного призначення, що забезпечують їхню міцність і, як наслідок, підвищені технічні і тактико-технічні характеристики цих виробів.

### Виклад основних моделей та методів досліджень

У роботі представлені нові методи і моделі аналізу контактної взаємодії складнопрофільних тіл з розділяючим їх нелінійно пружним шаром. При цьому, слідуючи роботі [6], можна виділити два випадки: контакт тел неузгодженої і узгодженої форм. У першому випадку початковий зазор між тілами може бути поданий у вигляді квадратичної форми координат (або іншої функції) в площині, дотичній до точки геометричного контакту тіл (у багатьох випадках може бути застосована модель Герца). У другому випадку має місце збіг (конгруентність) поверхонь контактуючих тіл на деякій ділянці поверхні.

У то же час прагнення до поліпшення функціональних властивостей вузлів машин визначає тенденцію проектування деталей з близькими, але не співпадаючими поверхнями. У цьому випадку не застосовні ні модель Герца, ні Штаєрмана, ні інші моделі [6]. Більш того, не завжди контактуючі

поверхні можуть бути описані аналітично. Таким чином, на додаток до традиційної класифікації, можна ввести третій тип контактуючих складнопрофільних тел. Він характерний тим, що локалізація контакту в номінальному вихідному стані або лінійна, або точкова. При цьому 1) величини зазорів, 2) пружних переміщень, 3) зближень за рахунок обтискання проміжних шарів — співрозмірні. А, значить, незастосовні моделі і методи, що працюють для двох перших випадків за [6]. Цим і визначається досліджуваний у роботі випадок контакту тіл, названих складнопрофільними.

Для розв'язання задачі про контактну взаємодію в одержуваной системі складнопрофільних тіл залучаються 3 підходи. Перший з них заснований на локальному формулюванні задачі про контакт напівнескінченних тел. Він базується на виконанні умов спільності нормальних переміщень точок поверхні взаємодіючих тіл (рис. 1):

$$u_{\nu}^{(1)} + u_{\nu}^{(2)} \le h \ .$$
 (1)

Тут  $u_{\rm v}^{(1)},\,u_{\rm v}^{(2)}$  — нормальні переміщення точок поверхні тіл 1 і 2 відповідно, а  $h=h_1+h_2$  — зазор у спряженні контактуючих тіл за нормаллю ( ${\rm v}^{(1)}=-{\rm v}^{(2)}$ ).

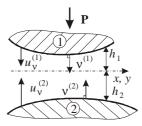


Рисунок 1 – Контактна взаємодія тіл 1 і 2

Подаючи нормальні переміщення точок поверхонь складнопрофільних тіл у вигляді

$$u_{v}^{(i)} = \delta^{(i)} - w^{(i)}, i = 1, 2,$$
 (2)

де  $\delta^{(i)}$  – зміщення нескінченно віддалених точок тіл 1 і 2,  $w^{(i)}$  – розподіл прогинів точок границі напівпростору, викликане контактним тиском p,

отримуємо співвідношення, що зв'язує локальне зближення  $w=w^{(1)}+w^{(2)}$ , загальне зближення тіл  $\delta=\delta^{(1)}+\delta^{(2)}$ , розподіл зазору h і контактний тиск p (рис. 2):

$$w = \left[\frac{1 - v_1^2}{E_1} + \frac{1 - v_2^2}{E_2}\right] \int_{(S)} \frac{p(\xi, \eta)}{\rho(x, u, \xi, \eta)} d\xi d\eta \le \delta - h. \quad (3)$$

Це граничне інтегральне рівняння може бути дискретизоване із застосуванням, наприклад, базисних функцій, представлених на рис. 3. Тоді система співвідношень набирає вигляду [21]:

$$\begin{cases} \sum_{j} C_{i,j} p_{j} = \delta - h_{i}, p_{j} \ge 0, \\ \frac{\sqrt{3}}{2} c^{2} \sum_{i} p_{i} = P. \end{cases}$$
 (4)

Тут C — матриця коефіцієнтів впливу, що визначає переміщення у i —му вузлі сітки дискретизації при дії тиску  $p_j$  одиничної величини і з розподілом за базисною функцією, відповідного j —му вузлу (рис. 3),  $h_i$  — вузлові зазори.

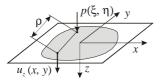
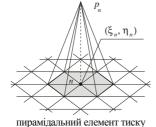


Рисунок 2 – Переміщення точок границі напівпростору під дією нормального зусилля



Рисунок 3 – Пропонована базисна функція

ΜИ



Якщо між контактуючими тілами знаходиться пружний шар з фізично нелінійними характеристика-

$$w^{(i)} = w^{(i)}(p), i = 3,4,$$
 (5)

то у співвідношення (4) увійдуть додаткові складові:

$$\sum_{j} C_{ij} p_{j} + w_{i}^{(3)}(p) + w_{i}^{(4)}(p) = \delta - h_{i}. \quad (6)$$

Тут  $w_i^{(3)}(p), w_i^{(4)}(p)$  — додаткові прогини за рахунок деформування шарів на поверхнях контактуючих тіл 1 і 2. Це можуть бути, наприклад, шари шорсткості, для яких справедливі співвідношення [20]

$$w = \lambda p^{s} . (7)$$

Тут  $\lambda, p$  — параметри, які визначаються мікромеханічними характеристиками шорсткості (середня висота виступів шорсткості  $R_a$ , фізикомеханічні характеристики матеріалу і вид механічної обробки поверхні). Ці параметри можуть бути розраховані на основі статистичних мікромеханічних моделей контакту шорстких тіл або з експериментальних даних [20].

Виходить в загальному випадку нелінійна система рівнянь і нерівностей, відмінною рисою якої є наявність нелінійних доданків в умовах сумісності переміщень. Ця особливість відрізняє створену модель від традиційних [6, 21 –23], у яких в лівій частині рівнянь і нерівностей (1) присутні тільки лінійні члени. Структурна нелінійність цих співвідношень, яка обумовлена наявністю умов типу нерівностей, доповнюється також і фізичною. При цьому складові, відповідальні за останню, присутні в співвідношеннях, що описують першу. У результаті отримуємо пов'язані нелінійні умови контактної взаємодії, далі в роботі названі структурно-фізичною нелінійністю.

Таким чином, застосування локальної постановки дало можливість різко розширити коло досліджуваних об'єктів механіки контактної взаємодії за рахунок включення в цей процес, крім гладких тіл [21], і тіл з лінійнопружним шаром на поверхні [22], також і тіл з нелінійно-пружним проміжним шаром між ними. Важливо, що методологія формування розв'язувальної системи рівнянь залишилася в цілому аналогічною, хоча результат — якісно відмінний. Це дає можливість розглядати випадки контакту гладких тіл і тіл з лінійнопружним шаром між ними як частинні випадки одержуваних співвідношень.

Постановкою, альтернативною локальній, є варіаційне формулювання контактної задачі. В даному випадку можна розглянути два найбільш перспективних варіанти. Перший варіант випливає з постановок задач про контактну взаємодію пружних тіл на основі теорії варіаційних нерівностей [23–25].

У досліджуваному випадку у ролі такого нелінійного пружного тіла в системі присутній шар, матеріал якого підкоряється закону (7). Перетворивши це співвідношення, контактний тиск *р* можна надалі трактувати як напруження в тонкому контактному шарі типу вінклерового, а, відповідно, можна змінити підхід теорії варіаційних нерівностей, що зводить вихідну задачу в кінцевому рахунку до мінімізації функціоналу повної внутрішньої енергії досліджуваної системи тіл (включаючи і нелінійний шар):

$$I(u) \to \min$$
 . (8)

Тут u — множина розподілів переміщень точок взаємодіючих тіл, в.т.ч і нелінійно-пружного шару.

Застосовуючи до цього функціоналу (8) процедуру дискретизації, наприклад, за методом скінченних елементів, отримуємо у результаті функціонал у вигляді суми квадратичної і лінійної форм, що відповідають за енергію лінійно-пружної частини досліджуваної системи, і нелінійного доданку, відповідного енергії нелінійно-пружного шару:

$$I(u) \approx \frac{1}{2} X^T K X - F X + I^n(X) . \tag{9}$$

Процедура лінеаризації отриманого опуклого функціоналу (9) може бути здійснена методами множників Лагранжа [26], штрафу [27], застосуванням інших процедур [25] або шляхом прямої лінеаризації із проекцією на множину обмежень (1). У будь-якому випадку такі відомі методи володіють тим загальним недоліком, що як масив шуканих величин (при застосуванні, наприклад, МСЕ) виступають вузлові переміщення всіх вузлів скінченно-елементної сітки взаємодіючих тіл: і в об'ємі, і на поверхні. Таким чином, при застосуванні ітераційних процедур для розв'язання задачі потрібно оперування з великими масивами вузлових змінних, в той час як в контактних умовах задіяна тільки та частина вузлових переміщень, яка знаходиться в зоні можливого контакту.

Даного недоліку позбавлений підхід, заснований на застосуванні варіаційного принципу Калькера [6]. Він формується щодо шуканого контактного тиску, тобто фізична розмірність задачі знижується на одиницю. У підсумку, розширивши відоме формулювання

принципу Калькера, отримуємо задачу мінімізації функціонала додаткової енергії

$$\Phi(p) = \frac{1}{2} \int_{S} p(u_{z_1} + u_{z_2}) dS +$$

$$+ \int_{S} p(h - \delta) dS + \Phi_n \to \min$$
(10)

на невід'ємному тиску p. Даний опуклий функціонал складається з суми квадратичної форми тиску і нелінійної частини  $\Phi_n$ , що відповідає нелінійнопружному шару. Застосування квадратурних формул [28] переводить задачу (10) до вигляду:

$$Cp + D(p) = \delta - h. \tag{11}$$

Тут С — матриця коефіцієнтів впливу (породжується квадратичною частиною функціоналу), D(p) — компонента, що породжується нелінійною частиною функціоналу, p — масив значень контактного тиску у вузлах квадратурних формул, а  $\delta,h$  — мають той же сенс, що і у (4).

При застосуванні певного виду квадратурних формул, як це було показано у [21], отримані співвідношення (11) для випадку контакту гладких тіл збігаються із співвідношеннями, отриманими у локальній постановці. У той же час варіаційна постановка дає можливість більш строго обгрунтувати існування, єдиність і збіжність чисельного розв'язку контактної задачі.

3 трьох описаних вище підходів як провідний був обраний останній. Це пояснюється тим, що він володіє математичної строгістю, універсальністю і природним переходом до дискретної формі. З іншого боку, порівняно із традиційною скінченноелементною постановкою різко знижується розмірність масиву шуканих змінних (оскільки як варійовані виступають вузлові значення тиску на сітці, що накинута тільки на поверхню, а не на весь об'єм, який займає СПТ), і у багатьох випадках це дає можливість підняти оперативність розв'язання задач аналізу при збереженні точності одержуваних результатів. Така властивість особливо важлива на перших етапах проектних досліджень, коли потрібне різноманітних проведення великого обсягу розрахунків напружено-деформованого стану складнопрофільних тіл з урахуванням контактної взаємодії.

Метод, заснований на використанні варіаційного принципу Калькера, природно підходить до застосування у випадку контакту напівнескінченних тіл, деформування яких від дії нормального тиску на поверхні мало відрізняється від деформування пружного напівпростору. Одним з обмежень при цьому є вимога значного перевищення габаритів контактуючого тіла над розмірами плями контакту. У той же час при невиконанні цієї вимоги можна адаптувати запропонований метод, замінивши аналітичний розв'язок задачі Бусінеска для напівпростору на функцію Гріна для тіл скінченних розмірів. У дискретному варіанті це означає заміну аналітично обчислюваних компонент матриці коефіцієнтів впливу C на такі, що визна-

чаються чисельно (наприклад, за допомогою МСЕ). При цьому матриця C видозмінюється, проте додаткові операції будуть потрібні тільки на етапі формування системи розв'язувальних рівнянь, не зачіпаючи етапи розв'язання, які формують переважну складову загального обсягу розв'язання задачі.

Отримання розв'язувальних рівнянь типу (11) є тільки початковою частиною поставленої у роботі проблеми. Найважливішим же компонентом є розробка методів розв'язання даної системи співвідношень, принциповою відмінністю якої від, наприклад, традиційної системи нелінійних рівнянь, є те, що невідомими є не тільки шукані вузлові змінні, але і склад їх множини, оскільки шуканою є також і область контакту.

Таким чином, застосування традиційних методів розв'язання у даному випадку напряму неприйнятне. З іншого боку, вже існують методи розв'язання подібних задач для гладких тіл і тіл з лінійно-пружними шарами, що продемонстрували працездатність і ефективність [21, 22]. У зв'язку з цим перспективним є розвиток та узагальнення цих методів на досліджуваний випадок.

Зокрема, систему (11) можна подати у вигляді

$$Cp = \delta - [h + D(p)], \tag{12}$$

що дає можливість організувати ітераційний процес уточнення розв'язку, трактуючи останній доданок у (12) як певний додатковий зазор (s = 0,1,2,...):

$$\begin{cases} p^{(s+1)} = C^{-1} \left[ \delta - \tilde{h}(p^{(s)}) \right]; \\ \tilde{h}(p^{(s)}) = h + D(p^{(s)}). \end{cases}$$
(13)

Співвідношення (13) відображають суть методу додаткових зазорів (МДЗ). З іншого боку, систему (11) можна подати у вигляді:

$$[C + \lambda^{\hat{}}(p)]p = \delta - h, \qquad (14)$$

де змінна контактна податливість  $\lambda^{\wedge}(p)$  визначається рівністю

$$\lambda^{\wedge}(p) \cdot p = D(p). \tag{15}$$

Це дає можливість організувати ітераційний процес (s = 0,1,2,...):

$$\begin{cases} p^{(s+1)} = [C^{(s)}]^{-1} [\delta - h]; \\ C^{(s)}(p) = C + \lambda^{\wedge}(p^{(s)}). \end{cases}$$
 (16)

Співвідношення (16) реалізують метод змінних параметрів податливості (МЗПП).

Представлені методи (МДЗ і МЗПП) зводять вихідну структурно-фізично нелінійну задачу до послідовності контактних задач для гладких тіл або тіл з лінійно пружним проміжним шаром між ними. Фізичне трактування цих методів полягає у тому, що розв'язок вихідної задачі збігається з розв'язком задачі для контакту гладких тіл зі спеціально підібраною корекцією профілю поверхні (МДЗ) або з вінклеровим шаром зі спеціально підібраною нерівномірною податливістю (МЗПП).

Крім цих методів, можливе застосування, наприклад, процедур, аналогічних методу Ньютона-Рафсона,

проте доповнених процедурою коригування множини активних обмежень (тобто тих вузлів, у яких виконуються умови контакту).

Також для мінімізації нелінійного функціоналу Калькера на опуклій множині невід'ємного вузлового тиску запропоновано застосовувати релаксаційні методи, що складаються з реалізації алгоритмів для розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь типу методу послідовної верхньої релаксації, доповненого процедурою покрокової проекції поточного наближення розв'язку на обмеження. Запропоновано також нові процедури блокової релаксації з проекцією.

Крім того, були розроблені нові підходи до якісного аналізу і кількісного опису контактної взаємодії складнопрофільних тіл. При цьому відгук картини розподілу контактного тиску на варіювання значущих параметрів, які фігурують співвідношеннях для опису їх контактної взаємодії, трактується у вигляді двох процесів: зміна форми і розмірів плями контакту, а також зміна форми і розмірів купола розподілу тиску, що спирається на дану область контакту. При цьому можна визначити чутливість контрольованих областей зміни розподілів на варіювання тих чи інших параметрів. В першу чергу, це дає уявлення про тенденції та інтенсивності зміни розв'язку задач аналізу контактної взаємодії при зміні певних величин. Відповідно, визначається множина параметрів, шляхом варіювання якими в першу чергу доцільно оптимізувати розв'язок задач за тим або іншим критерієм.

В результаті виробляється побудова системи розв'язувальних співвідношень, що описують структурно-фізичну нелінійність в контакті, а також розроблення методів їх вирішення, і, крім того, способів аналізу і оцінки зміни одержуваних рішень при варіюванні вихідних даних. Створені моделі, методи і способи складають теоретичні основи, що лежать в основі наступних досліджень.

Сформульовані фізично-структурно нелінійні співвідношення, а також розроблені методи їх розв'язання, послужили основою для розробки методів розв'язання обернених задач. Зокрема, становить інтерес задача синтезу геометричної форми контактуючих тіл з метою формування заданого розподілу контактного тиску p. В роботі для цього передбачається використовувати ті ж співвідношення (4), (6) і (11), що і для розв'язання задач аналізу.

Дійсно, з формальної точки зору дані співвідношення можна трактувати і як щодо набору шуканих величин  $(p,\delta)$  при заданих (h,P), і як навпаки. Таким чином, вдається на єдиній системі співвідношень будувати як розв'язання задач аналізу, так і синтезу.

У той же час пряме задоволення всієї системи сформованих співвідношень не завжди дає прийнятний гладкий розв'язок, у силу чого необхідно звертатися до інших постановок задач синтезу

Слід зазначити, що розглядаючи розподіл зазорів h між контактуючими тілами як формоутворювальну інформацію, її можна також трактувати і як керівну. Керуючи розподілом h, можна впливати на розподіл

контактних зон і контактного тиску в контакті. Однак при цьому виникає проблема апроксимації h з використанням базисних функцій з локальним носієм. У цих випадках спроби локального варіювання зазору призводять, як правило, до негладкої поведінки розв'язку. Це ілюструється, наприклад, варіюванням початкового нульового зазору між плоскими частинами поверхонь контактуючих тіл: тиск у вузлі при такому варіюванні – нульовий в разі зміни зазору "в плюс", номінальний – при відсутності варіювання, різко зростаючий - при зміні зазору "в мінус". Такі "нефізичні" осциляції розподілів р при варіюванні h змушують перейти до альтернативних постановок. Зокрема, в роботі запропоновано проводити варіювання ні h, а p. Навіть якщо варіювати р через вузлові значення в розкладанні функції з локальним негладким носієм, будемо отримувати як реакцію гладку, хоча і нелокальну, зміну зазору h. Таким чином, цей спосіб є кращим (саме завдяки гладкості відгуку) для розв'язання задачі синтезу сприятливого профілю поверхонь контактуючих тіл.

Як критерій при цьому можуть выступати:

$$p_{\text{max}} \to \text{min}, \ \sigma \to \text{min}, \ w_{\text{max}} \to \text{min},$$
 (17)

де  $\sigma$  – деяка функція компонент напруженодеформованого стану (наприклад, інтенсивність напружень), а w – стискання проміжного шару.

У будь-якому з варіантів отримуємо деяку проблему типу

$$\tau(h(p)) \to \min$$
, (18)

сформульовану, у кінцевому рахунку, "у контактному тиску", а одержувана форма (розподіл h) є "витікаючим" результатом з розв'язку p. Тут  $\tau$  – деяка функція якості, яка конкретизована з набору (17) або іншим чином визначена, виходячи зі специфіки конкретної розв'язуваної залачі

Крім методу формування сприятливого вихідного профілю контактуючих тіл, доцільна також і нова постановка задачі про корекцію цього профілю за рахунок додаткового навантаження, яке спеціально підбирається, і, відповідно, зміни початкового зазору внаслідок деформування взаємодіючих тіл. Така постановка викликана тим, що профіль, сприятливий з тієї чи іншої точки зору при одному рівні навантаження, перестає бути таким при його (рівня) зміні. Це наслідок нелінійності задачі. Крім того, багато конструкцій працюють в умовах високих навантажень, що змінюються, і підібрати загальний сприятливий профіль не завжди уявляється можливим.

В результаті у постановку привноситься додаткове зовнішнє навантаження  $F_{\rm кop}$ , і воно визначається за критерієм

$$\tau \left\{ h \left[ p(f, F_{\text{kop}}) \right] \right\} \rightarrow \min.$$
 (19)

Таким чином,  $F_{\text{кор}} = F_{\text{кор}}(F)$ , і різним зовнішнім навантаженням F відповідає різне додаткове навантаження.

Перелічені вище постановки можуть бути узагальнені у двох напрямках. Перший напрямок стосується подвійності системи розв'язувальних рівнянь для аналізу контактної взаємодії (11). Будучи доповнені

інтегральним співвідношенням для вузлових значень контактного тиску  $\sqrt{3/2} \cdot c^2 \sum_j p_j = P$  , де P – величи-

на зусилля притискання, вони містять:

- фізико-механічні характеристики: "глобальні", що породжуються контактуючими пружними тілами, описуються матрицею коефіцієнтів впливу C, і "локальні", що породжуються нелінійним пружним шаром і описуються оператором D;
- геометричні характеристики, що відображаються набором вузлових зазорів h;
- силові характеристики (зусилля притискання P);
- статичні характеристики (розподіл контактного тиску p);
- кинематичні характеристики (зміщення тіла  $\delta$  ).

Пряме формулювання контактної задачі визначає у якості заданих масивів  $\{h,P\}$ , а як шуканих —  $\{p,\delta\}$ . Формально ці дві постановки рівноправні, і за вихідною системою співвідношень для аналізу контактної взаємодії можна ставити і розв'язувати обернену задачу синтезу геометричної форми, що задовольняє бажаному розподілу контактного тиску.

Другий напрямок полягає у трактуванні всіх вхідних у побудовані розв'язувальні співвідношення не як постійних, а як варійованих величин і розподілів. Тоді запис цих співвідношень у розгорнутому вигляді —

$$\begin{cases} Cp + D(p) \ge \delta - h; \\ 2P = \sqrt{3} \cdot c^2 \sum_i p_i, \ p_k \ge 0, \end{cases}$$
 (20)

і в операторному їх еквіваленті

$$Z(C, D, p, \delta, h, P) \ge 0 \tag{21}$$

дає можливість ставити і розв'язувати низку нових задач:

- 1) визначення чутливості розв'язку задачі аналізу до варіювання властивостей системи, наприклад, C, D, P, h, причому як при малому, так і при значному діапазоні такого варіювання;
- визначення оптимальних значень і розподілів одних величин при варіюванні інших;
- визначення тенденцій зміни розв'язків виникаючих задач при зміні варійованих величин у певних скінченних діапазонах;
- 4) аналіз впливу стохастичного варіювання параметрів і розподілів, що входять у (21), на параметри і розподіли, що з них одержуються;
- 5) аналіз і виявлення якісних особливостей, що викликаються урахуванням тих чи інших чинників, що вносяться у розрахункову модель досліджуваної системи.

Крім задачі обгрунтування раціональної геометричної форми контактуючих тіл, поставлені і запропоновані підходи до розв'язання задачі корекції умов взаємодії в області контактування тіл шляхом додавання керованого додаткового навантаження. За рахунок дії цього навантаження внаслідок пружної

деформації можливо вплинути на поточну форму профілю контактуючих тіл, а, відповідно, на розподіл зазорів в актуальному стані. Таким чином, створюється механізм "адаптації" умов контактування під рівень навантаження. Це особливо важливо для випадку тіл з частково співпадаючою або близькою формою контактуючих поверхонь, а також при зміні характеру картини визначення контактного тиску з ростом навантаження, наприклад, в разі виходу плями контакту на периферію області можливого контакту. За цих обставин рівень зазорів, реалізованих за рахунок формоутворення поверхонь контактуючих тіл, рівень зміни цих зазорів за рахунок пружної деформації від дії додаткової системи сил, а також рівень переміщень, що викликаються дією сил контактної взаємодії, - всі вони виявляються співмірними. Відповідно, доцільність застосування додаткового керованого навантаження, яке "відслідковує" рівень основного навантаження, зростає порівняно із випадком контакту сильно неузгоджених поверхонь.

З використанням запропонованих постановок розв'язано ряд тестових задач, що продемонструвало, у кінцевому підсумку, можливість і доцільність (а також ефективність) запропонованих методів створення сприятливих профілів поверхонь контактуючих тіл, а також виявлення якісних особливостей і кількісних характеристик зміни розв'язку при випадковому або цілеспрямованому варіюванні властивостей досліджуваної системи взаємодіючих тіл з проміжним нелінійним пружним шаром.

Таким чином, можна зробити наступні висновки.

- 1. Отримала нове формулювання задача про синтез геометричної форми контактуючих тіл за наявності нелінійно пружного шару між ними на основі єдиної взаємооберненої системи співвідношень для розв'язання задач аналізу та синтезу.
- 2. Розроблено нові постановки задачі про оптимізацію форми поверхонь контактуючих тіл, сформульовані, на відміну від традиційних, не "у зазорах", а "у контактному тиску". Цим самим вдається уникнути негладкості при розв'язанні поставлених залач.
- 3. Вперше в загальному вигляді поставлена задача про контактну взаємодію з урахуванням варіювання всіх величин і розподілів, що дає можливість оцінювати тенденції та кількісні характеристики зміни розв'язку при стохастичній, заданій або цілеспрямованій зміні цих величин і розподілів.
- 4. Запропоновано метод аналізу особливостей при внесенні в систему контактуючих тіл нових елементів або урахуванні нових факторів.
- 5. Розроблено нову постановку та запропоновано методи розв'язання задачі про корекцію умов контактування за рахунок застосування додаткового керованого навантаження і виникнення у зв'язку з цим додаткових зазорів внаслідок пружних деформацій.

### Висновки

Усі одержані результати є науково обгрунтованими та спираються на природні закони та принципи механіки. Створювані моделі базуються на строгих математичних постановках механіки суцільного се-

редовища. Розв'язувальні співвідношення виводяться з загальних варіаційних принципів, які доповнені для нового класу задач. Дискретизація цих співвідношень здійснюватиметься із застосуванням числових методів для рівнянь математичної фізики та теорії аппроксимації. Метод розв'язання кінцевих систем співвідношень буде розроблений на основі числових алгоритмів для нелінійних систем рівнянь та нерівностей. Для визначення обґрунтованих проектно-технологічних рішень за критеріями міцності будуть залучені методи опуклого математичного програмування. Сформовані на основі аналізу отриманих результатів рекомендації у ході подальших проектних досліджень впроваджені у нових більш досконалих технічних рішеннях, а весь комплекс теоретичних розробок складає методологічну основу подальших прикладних досліджень.

#### Список литературы

- Sysala S. Discretization and numerical realization of contact problems for elastic-perfectly plastic bodies. PART I – discretization, limit analysis / Sysala S. & oth. // ZAMM. –2015. – Vol. 95. – No. 4. – P. 333–353.
- Vollebregt E.A.H. 100-fold speed-up of the normal contact problem / E.A.H. Vollebregt // Proceedings of the 9th International CCM WRWS. – China, 2012. – Vol. 96. – P. 201–209.
- 3. **Vollebregt E.A.H.** Assessing the accuracy of different simplified frictional rolling contact algorithms / **Vollebregt E.A.H.** // Vehicle System Dynamics. 2012. Vol. 50. P. 1–17.
- 4. **Popov** V. Method of Dimensionality Reduction in Contact Mechanics and Friction / **Popov** Valentin, **Heß** Markus. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2016 265 p.
- 5. Дияк І.І. Комбінований алгоритм декомпозиції області та һадаптації для розв'язування контактних задач теорії пружності / Дияк І.І. // Мат. методи та фіз.-мех. поля. 2013. Т. 56. № 4. С.96—109.
- 6. **Johnson KL.** Adhesive Contact of Elastic Bodies: The JKR Theory, Encyclopedia of Tribology / **KL Johnson, JA Greenwood.** Publisher Springer US, 2013. P. 42–49.
- 7. **Мартиняк Р.М.** Контакт пружних тіл за наявності нелінійних вінклерівських поверхневих шарів / **Р.М. Мартиняк** // Математичні методи та фізико-механічні поля. 2013. Т.56. № 3. С. 43–56.
- 8. **Nowell D.** Measurement and modelling of interface stiffness in frictional contacts / **D. Nowell, D. Mulvihill, H. Brunskill, M. Kartal, R. Dwyer-Joyce** // 5th WTC. 2013. Iss. 3. P. 2232-2235.
- 9. **Goltsberg R.** A universal model for the load–displacement relation in an elastic coated spherical contact Wear / **R. Goltsberg, I. Etsion.** Publisher Elsevier, 2015/1/15. Vol. 322. P. 126–132.
- Scaraggi M. The effect of finite roughness size and bulk thickness on the prediction of rubber friction and contact mechanics / M. Scaraggi, BNJ. Persson // Proceedings of IME, Part C: JME, 2016/4/21
- 11. **Tkachuk M.** The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure / **Tkachuk M., Linder C.** // Philosophical Magazine. 2012. Vol. 92. Iss. 22. P. 2779–2808.
- 12. **Tkachuk M.A.** Numerical tools for analysis of complex-shaped bodies in mechanical contact / **M.A. Tkachuk, N. Skripchenko, A. Grabovskiy, M.M. Tkachuk** // Book of Proceedings of the 56th International Conference of Machine Design Departments (ICMD 2015). P. 393–398.
- 13. **Ткачук Н.Н.** Моделирование контактного взаимодействия плоского штампа с полупространством / **Ткачук Н.Н., Н.А. Ткачук** // КШП. ОМД. . М.: ООО "Тисо Принт", 2012. №10. С. 11–17.
- 14. **Чепурной А.Д.** Расчетно-экспериментальная идентификация математических и численных моделей элементов сложных механических систем / **Чепурной А.Д., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В., Ткачук Н.А.** // КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт", 2014. № 2. С. 3–9.
- 15. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие соотношения. 1. Постановка задачи. 2. Кинематическая модель контакта гладких тел / Ткачук Н.Н., Мовшович И.Я., Тка-

- чук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В.// КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт", 2014. № 3. С. 3 –10.
- 16. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия гладких и шероховатых тел методом граничных элементов: модели и разрешающие соотношения. 3. Прямой и вариационный методы решения задачи негерцевского нормального контакта гладких тел. 4. Модель контакта шероховатых тел / Н.Н. Ткачук, Мовшович И.Я., Ткачук Н.А., Скрипченко Н.Б., Литвиненко А.В. // КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт", 2014. № 4. С. 3 –8.
- 17. **Ткачук Н.Н.** Многоуровневые модели в задаче анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел: алгоритмы, реализация и анализ применимости / **Н.Н. Ткачук**, **А.Д. Чепурной**, **Н.Б. Скрипченко**, **А.В. Литвиненко**, **Н.А. Ткачук** // КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт". 2014. №6. С. 10–16.
- 18. Ткачук Н.Н. Многоуровневые модели в задаче анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел: алгоритмы, реализация и анализ применимости (продолжение) / Н.Н. Ткачук, А.Д. Чепурной, Н.Б. Скрипченко, А.В. Литвиненко, Н.А. Ткачук // КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт". 2014. № 7. С. 10–20.
- 19. Ткачук Н.Н. Многоуровневые модели в задаче анализа контактного взаимодействия сложнопрофильных тел: алгоритмы, реализация и анализ применимости (окончание) / Н.Н. Ткачук, А.Д. Чепурной, Н.Б. Скрипченко, А.В. Литвиненко, Н.А. Ткачук // КШП. ОМД. М.: ООО "Тисо Принт". 2014. № 8. С. 6–8.
- 20. Решетов Д.Н., Точность металлорежущих станков / Решетов Д.Н., Портман В.Т. М.: Машиностроение, 1986. 336 с.
- 21. **Ткачук Н.Н.** Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: дисс... канд. техн. наук: спец. 05.02.09. –Харьков, 2011. – 203 с.
- 22. Скріпченко Н.Б. Контактна взаємодія складнопрофільних деталей машинобудівних конструкцій з урахуванням локальної податливості поверхневого шару: автореф. дисс. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.02.09 "Динамика и прочность машин" / Н.Б. Скріпченко. Харьков, 2016. 24 с.
- 23. **Кравчук А.С.** Вариационные и квазивариационные неравенства в механике / **А.С. Кравчук.** М.: Изд-во Московской государственной академии приборостроения и информатики, 1997. 339 с.
- 24. Гловински Р. Численное исследование вариационных неравенств / Р. Гловински, Ж.Л. Лионс, Р. Тремольер., перев. с фр. А.С. Кравчука под ред. Б.Е. Победри. М.: Мир, 1979 574 с.
- 25. **Прокопишин И.А.** Асимптотический анализ решения теории упругости для трансверсально-изотропного слоя и построение уточненных теорий пластин для контактных задач / **Прокопишин И.А.**, **Хлебников** Д.Г // Исследоавния по теории пластини оболочек. Казань, 1992. № 24. С.108–113.
- 26. **Сеа Ж.** Оптимизация. Теория и алгоритмы / **Ж. Сеа.** М.: Мир, 1973. 244 с.
- 27. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. М.: Мир, 1975. 534 с.
- 28. **Никольский С. М.** Квадратурные формулы **Никольский С. М.** М: Наука, 1974. 224 с.

### Bibliography (transliterated)

- Sysala S. Discretization and numerical realization of contact problems for elastic-perfectly plastic bodies. PART I – discretization, limit analysis / Sysala S. & oth. // ZAMM. –2015. – Vol. 95. – No. 4. – P. 333–353.
- 2. **Vollebregt E.A.H.** 100-fold speed-up of the normal contact problem / **E.A.H. Vollebregt**  $/\!/$  Proceedings of the 9th International CCM WRWS. China, 2012. Vol. 96. P. 201–209.
- 3. **Vollebregt E.A.H.** Assessing the accuracy of different simplified frictional rolling contact algorithms / **Vollebregt E.A.H.** // Vehicle System Dynamics. 2012. Vol. 50. P. 1–17.
- 4. **Popov** V. Method of Dimensionality Reduction in Contact Mechanics and Friction / **Popov** Valentin, **Heß** Markus. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2016 265 p.
- 5. **Dyyak I.I.** Kombinovanyy alhorytm dekompozytsiyi oblasti ta hadaptatsiyi dlya rozv"yazuvannya kontaktnykh zadach teoriyi pruzhnosti / **Dyyak I.I.** // Mat. metody ta fiz.-mekh. polya. 2013. Vol. 56. No 4. P. 96–109.
- Johnson KL. Adhesive Contact of Elastic Bodies: The JKR Theory, Encyclopedia of Tribology / KL Johnson, JA Greenwood. – Publisher Springer US, 2013. – P. 42–49.
- 7. **Martynyak R.M.** Kontakt pruzhnykh til za nayavnosti neliniynykh vinklerivs'kykh poverkhnevykh shariv / **R.M. Martynyak** // Matematychni metody ta fizyko-mekhanichni polya. 2013. Vol. 56. No 3. P. 43–56.
  - 8. Nowell D. Measurement and modelling of interface stiffness in

- frictional contacts / **D. Nowell, D. Mulvihill, H. Brunskill, M. Kartal, R. Dwyer-Joyce** // 5th WTC. 2013. Iss. 3. P. 2232-2235.
- 9. **Goltsberg R.** A universal model for the load–displacement relation in an elastic coated spherical contact Wear / **R. Goltsberg, I. Etsion.** Publisher Elsevier, 2015/1/15. Vol. 322. P. 126-132.
- Scaraggi M. The effect of finite roughness size and bulk thickness on the prediction of rubber friction and contact mechanics / M. Scaraggi, BNJ. Persson // Proceedings of IME, Part C: JME, 2016/4/21.
- 11. **Tkachuk M.** The maximal advance path constraint for the homogenization of materials with random network microstructure / **Tkachuk M., Linder C.** // Philosophical Magazine. 2012. Vol. 92. Iss. 22. P. 2779-2808.
- 12. **Tkachuk M.A.** Numerical tools for analysis of complex-shaped bodies in mechanical contact / **M.A. Tkachuk, N. Skripchenko, A. Grabovskiy, M.M. Tkachuk** // Book of Proceedings of the 56th International Conference of Machine Design Departments (ICMD 2015). P. 393-398.
- 13. **Tkachuk N.N.** Modelirovanie kontaktnogo vzaimodejstvija ploskogo shtampa s poluprostranstvom / **Tkachuk N.N., N.A. Tkachuk** / KShP. OMD. Moscow: OOO "Tyso Prynt", 2012. No 10. P. 11–17
- 14. **Chepurnoj A.D.** Raschetno-jeksperimental'naja identifikacija matematicheskih i chislennyh modelej jelementov slozhnyh mehanicheskih sistem / **Chepurnoj A.D., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V., Tkachuk N.A.** //KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print", 2014. No 2. P. 3–9.
- 15. **Tkachuk N.N.** Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija gladkih i sherohovatyh tel metodom granichnyh jelementov: modeli i razreshajushhie sootnoshenija. 1. Postanovka zadachi. 2. Kinematicheskaja model' kontakta gladkih tel / **N.N. Tkachuk, Movshovich LJa., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., A.V. Litvinenko** // KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print", 2014. No 3. P. 3 10.
- 16. **Tkachuk N.N.** Analiz kontaktnogo vzaimodejstvija gladkih i sherohovatyh tel metodom granichnyh jelementov: modeli i razreshajushhie sootnoshenija. 3. Prjamoj i variacionnyj metody reshenija zadachi negercevskogo normal'nogo kontakta gladkih tel. 4. Model' kontakta sherohovatyh tel / **Tkachuk N.N., Movshovich I.Ja., Tkachuk N.A., Skripchenko N.B., Litvinenko A.V.** // KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print", 2014. No 4. P. 3 –8.
- 17. **Tkachuk N.N.** Mnogourovnevye modeli v zadache analiza kontaktnogo vzaimodejstvija slozhnoprofil'nyh tel: algoritmy, realizacija i

- analiz primenimosti / **N.N. Tkachuk, A.D. Chepurnoj, N.B. Skripchenko, A.V. Litvinenko, N.A. Tkachuk** // KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print". 2014. No 6. P. 10–16.
- 18. **Tkachuk N.N.** Mnogourovnevye modeli v zadache analiza kontaktnogo vzaimodejstvija slozhnoprofil'nyh tel: algoritmy, realizacija i analiz primenimosti (prodolzhenie) / **N.N. Tkachuk, A.D. Chepurnoj, N.B. Skripchenko, A.V. Litvinenko, N.A. Tkachuk** // KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print". 2014. No 7. P. 10–20.
- 19. **Tkachuk N.N.** Mnogourovnevye modeli v zadache analiza kontaktnogo vzaimodejstvija slozhnoprofil'nyh tel: algoritmy, realizacija i analiz primenimosti (okonchanie) / **N.N. Tkachuk, A.D. Chepurnoj, N.B. Skripchenko, A.V. Litvinenko, N.A. Tkachuk** // KShP. OMD. Moscow: OOO "Tiso Print". 2014. No 8. P. 6–8.
- Reshetov D.N. Tochnost' metallorezhushhih stankov / Re-shetov D.N., Portman V.T.. Moscow: Mashinostroenie, 1986. 336 p.
- 21. **Tkachuk N.N.** Analiz kontaktnogo vzaimo-dejstvija slozhnoprofil'nyh jelementov mashino-stroitel'nyh konstrukcij s kinematicheski so-prjazhennymi poverhnostjami: diss... kand. tehn. na-uk: spec. 05.02.09. Kharkov, 2011. 203 p.
- 22. **Skripchenko N.B.** Kontaktna vzaiemodiia skladnoprofilnykh detalei mashynobudivnykh konstruktsii z urakhuvanniam lokalnoi podatlyvosti poverkhnevoho sharu: avtoref. dyss. na zdobuttia nauk. stupenia kand. tekhn. nauk: spets. 05.02.09 "Dynamyka y prochnost mashyn" / **N.B. Skripchenko**. Kharkov, 2016. 24 p.
- 23. **Kravchuk A.S.** Variacionnye i kva-zivariacionnye neravenstva v mehanike / **A.S. Kravchuk**. Moscow: Izd-vo Moskovskoj gosudarstvennoj akademii priborostroe-nija i informatiki, 1997. 339 p.
- 24. Glovinski R. Chislennoe issledo-vanie variacionnyh neravenstv / R. Glo-vinski, Zh.L. Lions, R. Tremol'er., pe-rev. s fr. A.S. Kravchuka pod red. B.E. Pobedri. Moscow: Mir, 1979-574 p.
- 25. **Prokopishin I.A.** Asimptotiche-skij analiz reshenija teorii uprugosti dlja transversal'no-izotropnogo sloja i po-stroenie utochnennyh teorij plastin dlja kontaktnyh zadach / **Prokopishin I.A., Hlebnikov D.G.** // Issledoavnija po teorii plastini obolochek. Kazan', 1992. No 24. P.108–113.
- 26. **Sea Zh.** Optimizacija. Teorija i algoritmy / Zh. Sea. Moscow: Mir, 1973. 244 p.
- 27. **Himmel'blau D.** Prikladnoe nelinejnoe programmirovanie / **D. Himmel'blau**. Moscow: Mir, 1975. 534 p.
- 28. Nikol'skij S. M. Kvadraturnye formuly / Nikol'skij S. M. Moscow: Nauka, 1974. 224 p.

Надійшла (received) 17.10.2016

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Теоретичні основи забезпечення високих технічних характеристик машин військового та цивільного призначення на основі дослідження міцності складнопрофільних деталей / М.М. Ткачук // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 86-95. – Бібліогр. 28 назв. – ISSN 2079-0775.

Теоретические основы обеспечения высоких технических характеристик машин военного и гражданского назначения на основе исследования прочности сложнопрофильных деталей / Н.Н. Ткачук // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 86—95. — Библиогр.: 28 назв.— ISSN 2079-0775.

Theoretical bases of maintenance of high technical characteristics of military and civilian machines on the basis of research of durability of complex profile details / M.M. Tkachuk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Machines and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No 12 (1234). – P. 86–95. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Ткачук Микола Миколайович* – кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01; e-mail: mikolei@rambler.ru

*Ткачук Николай Николаевич* — кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы ав-томатизованого проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 707-69-01; e-mail: mikolei@rambler.ru

*Tkachuk Mykola* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057) 707-69-01; e-mail: mikolei@rambler.ru

УДК 539.3: 621.9: 004.94

Н.А. ТКАЧУК, В.Ф. КЛИМОВ, А. В. ХЛАНЬ, А.И. ШЕЙКО, А. Н. МАЛАКЕЙ, В.И. КОХАНОВСКИЙ, А.В. ГРАБОВСКИЙ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, М.А. БОНДАРЕНКО, А.А. ЗАРУБИНА, А. В. НАБОКОВ

# КОМПЬЮТЕРНЫЙ ПРОГРАММНО-АППАРАТНЫЙ КОМПЛЕКС ДЛЯ АНАЛИЗА И СИНТЕЗА МОДЕЛЕЙ ЭЛЕМЕНТОВ ОБЪЕКТОВ БРОНЕТАНКОВОЙ ТЕХНИКИ

При проектних дослідженнях об'єктів бронетанкової техніки широко застосовується комп'ютерне моделювання. У силу складності необхідно нарошувати потужності та розширювати можливості програмно-апаратних засобів, які до цього залучаються. У роботі описано структуру й функціонування спеціалізованого програмно-апаратного комплексу для комп'ютерного моделювання на цій основі проектних рішень елементів та об'єктів бронетанкової техніки.

*Ключові слова:* комп'ютерне моделювання, програмно-апаратний комплекс, об'єкт бронетанкової техніки

При проектных исследованиях объектов бронетанковой техники широко применяется компьютерное моделирование. В силу сложности необходимо наращивать мощности и расширять возможности программно-аппаратных средств, которые до этого привлекаются. В работе описана структура и функционирование специализированного программно-аппаратного комплекса для компьютерного моделирования на этой основе проектных решений элементов и объектов бронетанковой техники.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, программно-аппаратный комплекс, объект бронетанковой техники

Computer modeling is widely used in design researches of armored technics objects (ATO). Due to complexity, it is necessary to increase the capacity and expand the capabilities of software and hardware, which are involved. On this basis the paper describes the structure and functioning of the specialized software and hardware complex (SSHC) for computer modeling of design solutions for elements and objects of armored technics. The conducted complex of calculated and experimental researches has confirmed reliability and accuracy of single modules of the software and hardware complex. The developed SSHC makes it possible to construct spatial parametric models and finite-element networks of ATO elements in an automated mode

Keywords: computer modeling, software and hardware complex, armored technics object

### Введение

С целью обоснования технических решений объектов бронетанковой техники (ОБТ) на этапе проектных разработок широко используются универсальные САD/САМ/САЕ-системы. Однако, в силу специфики проектируемых изделий, в настоящее время или отсутствуют, или находятся вне легального доступа специальные програмноаппаратные средства, которые нацелены на решение всего комплекса задач для объектов бронетанковой техники. Поскольку разработка таких средств "с нуля" достаточно затратна по времени и ресурсам, то в работах [1-3] предложен подход, предполагающий создание специализированного программноаппаратного комплекса (СПАК). Они опираются на соединение широких возможностей универсальных САD/САМ/САЕ-систем, с одной стороны, и на создание специализированных программных модулей, а также параметрических моделей ОБТ, - с другой.

*Целью данной работы* является реализация предложенного подхода в виде СПАК, а также его тестирование на примерах решения ряда задач.

# Структура и схема функционирования программно-аппаратного комплекса

Предложенная в работе технология исследований реализована в виде специализированного программно-аппаратного комплекса (рис. 1). Используя единый формат данных, носители информации и единую технологию работы с информацией, на основе обобщенного параметрического подхода [1–3] строится работа с моделями и массивами данных, представленная на рис. 2.

Рассмотрим функционирование отдельных звеньев созданного СПАК. Для обеспечения параллельного проведения исследований на всех этапах

работ (параллельно с разработкой моделей, чертежей, оснастки и т.д.) необходимы или использование единой информационной базы для всех этапов работ, или разработка специальных процедур согласования структур данных на различных этапах. Это может быть осуществлено как в ручном режиме, так и путем создания специализированных систем автоматизированного проектирования, исследования и изготовления.



Рисунок 1 – Общая схема анализа и синтеза элементов ОБТ

Специализированные системы ориентированы на те или иные классы объектов. Для обмена информацией между этими системами и универсальными системами могут быть разработаны специальные форматы и программное обеспечение. В то же время некоторые системы (например, Pro/ENGINEER (Creo)), обеспечивают единый формат хранения и обработки данных. Основой их функционирования является параметрический подход к пространственным, расчетным моделям и конструкторским документам. Естественным образом предлагается использовать параметрический подход, в частности, к построению и исследованию моделей даже без обеспечения сквозной цепочки ассоциативных связей в течение выполнения проекта создания той

© Ткачук Н.А., Климов В.Ф., Хлань А.В., Шейко А.И., Малакей А. Н., Кохановский В.И., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Бондаренко М.А., Зарубина А.А., Набоков А.В., 2017

или иной сложной механической системы (рис. 3). В параметрической модели определяющими параметрами могут быть как конструктивные размеры, так и силовые воздействия, технологические параметры, физико-механические свойства материалов и т.д., а также варианты конструктивных решений. Важно то, что при параметризации моделей исследуемых элементов соблюдается целостность конструкции при варьировании отдельных их параметров или наборов таких параметров. Параметризация также является основным шагом на пути применения того или иного метода оптимизации конструкции. В данном случае предлагается параметрический подход предложить для уточнения параметров достоверных численных моделей исследуемых элементов (типы конечных элементов, их размеры, зоны сгущения и т.д.).



Рисунок 2 — Структурная схема системы автоматизированного расчетно-экспериментального исследования

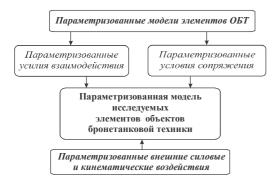


Рисунок 3 – Параметризованные модели элементов сложной механической системы

Существующие в настоящее время направления исследования механических конструкций можно разделить по типу используемого программного обеспечения (специализированное и универсальное), преимущества и недостатки которых обусловлены их структурой, сложностью и областью применения. Для устранения недостатков указанных типов программного обеспечения и объединения их преимуществ предлагается использовать интегрированные схемы исследований. Данные подходы объединяют универсальные САД-системы (например, Стео), универсальные CAE-системы (ANSYS), а также специальное ПО. Результатом работы всего указанного комплекса являются параметризованные конечно-элементные модели, которые позволяют оперативно проводить построение баз данных и их модификацию для возникающих задач.

Использование специализированных программных модулей позволяет дополнить современ-

ные мощные компьютерные системы проектирования и анализа накопленным опытом, знаниями и учетом специфики проектируемых изделий. При этом объединяются тенденции универсализации, возможностей интеллектуализации моделей и специализации их направленности.

Таким образом, комплексная схема построения конечно-элементной модели элементов сложных механических систем и исследования их напряженно-деформированного состояния (НДС) принимает многозвенный вид, представленный на рис. 4.

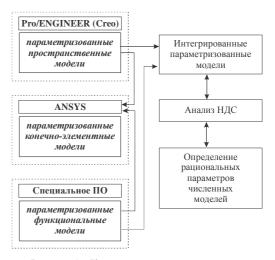


Рисунок 4 – Комплексная схема построения параметрических моделей для исследования НДС элементов объектов бронетанковой техники

Предложенный подход соединяет преимущества параметрического моделирования, универсальности и учета специфики исследуемых конструкций, специализированного программного обеспечения, а также классического метода конечных элементов. Полученные параметрические модели в соответствие со схемой, приведенной на рис. 2, используются для поливариантных расчетов напряженнодеформированного состояния элементов ОБТ с целью определения параметров достоверных численных моделей.

Предложенный подход позволяет устранить существующие недостатки традиционной технологии расчетных и экспериментальных исследований НДС элементов сложных механических систем, а именно формализовать процесс сравнения, автоматизировать процесс улучшения численной модели и повысить оперативность всего цикла исследований на основе применения параметрических пространственных твердотельных и конечно-элементных моделей.

Взаимодействие отдельных модулей СПАК показано на рис. 5. Как указывалось ранее [1–3], самостоятельную ценность имеют не только и не столько экспериментально проверенные результаты численных исследований, но и рационально сбалансированная достоверная численная модель объекта. Конечно-элементная модель сложного объекта может иметь также и большую коммерческую ценность. Кроме того, предложенная методика может быть положена в основу иерархической базы данных и знаний о том или ином классе объектов, причем объектами сравнения могут быть множества баз данных (как численных, так и экспериментальных). Здесь также могут быть введены соответствующие критерии улучшения модели, причем для сравнения могут быть взяты модели, полученные неза-

висимо из различных источников и в разное время. Окончательным результатом исследования является достоверная численная модель для определения НДС тех или иных объектов или классов объектов.



Рисунок 5 — Взаимодействие модулей созданного СПАК на базе метода конечных элементов и спекл-голографической интерферометрии

При решении поставленной задачи при помощи предложенного расчетно-экспериментального метода (РЭМ) [1–3] ее можно обратить: пусть имеется достаточно точный инструмент исследования численных моделей, однако существует сомнение в применимости тех или иных математических моделей. То же на любом участке цепи "математическая модель исленная модель — экспериментальная модель с измерительной аппаратурой". В этом случае можно определить структуру и параметры той или иной модели или определить область в пространстве варьируемых параметров, в пределах которой справедливы созданные модели.

Формально в процессе исследований можно "уравнять в правах" все типы моделей, выделив группу уточняющих моделей и уточняемую модель. Кроме того, возможна и постановка "смешанной" задачи, т.е. задачи, в которой объектом уточнения является множество параметров, представляющее совокупность параметров из различных типов моделей. В этом случае вместо уточняющих и уточняемых моделей (и их параметров) в качестве основных объектов выступают соответственно подмножества параметров. Более того, состав этих множеств может изменяться за счет "миграции" параметров из группы в группу.

Предлагаемый метод изучения НДС элементов объектов бронетанковой техники допускает глубокую степень формализации, однако большую роль в

процессе исследований играет сам исследователь (или группа исследователей). В его компетенции – определение, изменение (удаление, пополнение) множества параметров, а также границ их изменения, разрешение коллизий, а также текущий контроль за процессом. Это обусловлено, вопервых, невозможностью на данном этапе полной формализации предлагаемой технологии исследований, вовторых, необходимостью исключения тупиковых ситуаций и, в-третьих, очень высокой стоимостью ошибки (неоправданное усложнение плана экспериментальных исследований может повлечь такой рост общей стоимости всего комплекса исследований группы или класса конструкций, что он превысит стоимость аналогичных работ по традиционному способу).

Предложенные схемы расчетно-экспериментальных исследований позволяют оперативно проводить *серии* исследований групп конструкций, причем наиболее трудоемкая часть, а именно экспериментальная, проводится в минимально необходимом объеме.

Используя преимущества Web-технологий, исследования с применением предложенного РЭМ можно, вопервых, распараллелить (т.е. одновременно выполнять отдельные этапы и подэтапы силами различных исследователей и исследовательских групп), а, во-вторых, разнести географически и хронологически. При организации сервера баз данных возможна также определенная организация хранения результатов исследований, позволяющая создавать банки данных по тем или иным группам конструкций. Придав таким базам данных свойства открытости и доступности, на определенной стадии их развития можно создавать "верификационные эталоны" для различных видов механических систем. Это в свою очередь позволяет создавать экспертные системы, само существование которых избавило бы от необходимости проводить большую часть экспериментальных исследований, поскольку перед предстоящим циклом исследований всегда была бы возможность обратиться к соответствующей (и все время пополняемой) базе знаний. Чем полнее и совершеннее эта база, тем больше вероятность получить необходимые рекомендации для построения достоверной численной модели исследуемых объектов бронетанковой техники.

при проведении расчетно-Естественно, что экспериментальных исследований в предложенной постановке одним из требований является некоторая степень избыточности экспериментальных данных, которая позволяет повысить степень точности и полноты создаваемой численной модели. Таким образом, предложенный подход позволяет устранить существующие недостатки традиционной технологии расчетных и экспериментальных исследований НДС элементов сложных механических систем, а именно формализовать процесс сравнения, автоматизировать процесс улучшения численной модели и повысить оперативность всего цикла исследований.

# Состав программного и аппаратного комплексов

При оснащении создаваемого программно-аппаратного комплекса программным обеспечением учитывались следующие факторы: максимальные функциональные возможности программного обеспечения; беспроблемность обмена данными; соответствие потребностей программного обеспечения возможностям аппаратного обеспечения; возможностям аппаратного обеспечения; возможностям аппаратного обеспечения;

ность использования лицензионного программного обеспечения в научных исследованиях и учебном процессе. В связи с этим в состав ПО были включены следующие программные комплексы (рис. 6).

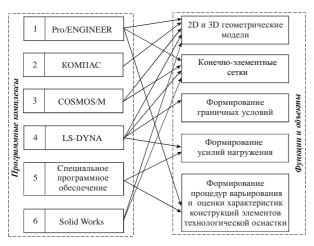


Рисунок 6 – Программные комплексы, их функции и объекты оперирования в создаваемом программно-аппаратном комплексе



Рисунок 7 — Состав и функции элементов аппаратного обеспечения программно-аппаратного комплекса

Для реализации всех возможностей разработанного и привлекаемого программного обеспечения при формировании аппаратного обеспечения созданного программно-аппаратного комплекса предъявлялись следующие требования: максимальное использование возможностей, представляемых ПО и операционными системами; сбалансированность отдельных звеньев аппаратного обеспечения и каналов передачи информации; унификация платформ и оборудования отдельных звеньев аппаратного обеспечения; сравнительно низкая стоимость.

Комплексу данных требований отвечает аппаратное обеспечение, приведенное на рис. 7. Созданный СПАК обеспечивает расчетно-экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния сложных механических систем практически любой степени сложности в короткие сроки. Так, характеристики кластера: количество процессорных ядер – 64 (процессор Intel Core Quad); объем оперативной памяти – 128 Гб (дополнительно в 2010 г. установлен мощный 12-ти ядерный решатель на базе процессоров Хеоп с ОЗП 48 Гб) позволяют размещать в оперативной памяти задачи, по объему соответствующие граничным возможностям операционной системы Windows и системы ANSYS. При этом RAIDмассивы накопителей на жестких магнитных дисках позволяют размещать сверхгромоздкие базы данных и оперативно их обрабатывать. Голографическая установка СИН-1 (рис. дает возможность фиксации спеклинтерферограмм проектируемых элементов технологической оснастки, причем точность определения перемещений - до 0,1 мкм. Для ввода графической информации в компьютер используется комплекс на основе цифровых камер (см. рис. 8). Передача и хранение информации осуществляется при помощи накопителей на жестких магнитных дисках, собранных в массивы RAID.

Разделение задачи численных исследований на препроцессинг, решение систем уравнений и постпроцессинг позволяет эффективно использовать вычислительные ресурсы программно-аппаратного комплекса (ПАК), привлекая на первый и третий этапы этого процесса компьютеры с более скромными требованиями к их техническим характеристикам и сосредотачивая всю вычислительную мощь, требуемую на втором этапе, на кластерной системе и многопроцессорных рабочих станциях.

Особенностью созданного ПАК является блочномодульная структура аппаратного обеспечения и программного обеспечения, способность к развитию и модернизации, универсальность.







Рисунок 8 — Элементы созданного программно-аппаратного комплекса — спекл-голографическая интерферометрия:

а – элементы оптической схемы, б – лазер гелий-неоновый, в – голографическая установка СИН-1,
 г – система ввода графической информации в компьютер на базе цифровых камер

### Решение модельных задач

С использованием разработанного программно-

аппаратного комплекса было проведено решение ряда тестовых задач. В частности, для апробации функционирования экспериментальной части ПАК было спроекти-

ровано, изготовлено и смонтировано устройство под условным названием "Краб" (рис. 9). Данное устройство позволяет проводить крепление и нагружение сплошных и перфорированных пластин, геометрия которых может быть достаточно произвольной. В частности, были спроектированы, изготовлены и исследованы сплошные и перфорированные пластины для имитации поведения базовых плит приспособлений и других объектов с особенностями геометрии.

На рис. 10 приведены некоторые голографические интерферограммы, характеризующие деформированное состояние пластин при действии центрально приложенной внешней силы (имитировалось при помощи силового винта приспособления "Краб"). Параллельно с экспериментом проводился численный анализ напряженно-деформированного состояния

данных пластин толщиной 2 и 4 мм, материал — Сталь 20X, размеры по контуру закрепления — 0,18x0,18 м (рис. 11), конечно-элементные модели тест-пластин приведены на рис. 12.

На рис. 13 приведены результаты количественного сравнения данных, полученных численно и экспериментально. Видно, что при уменьшении среднего размера конечного элемента в конечно-элементных моделях повышается точность результатов. Однако это приводит к значительному росту требуемых для расчетов вычислительных ресурсов. Таким образом, исходя из конкретных условий и требований, возникающих на практике, можно путем варьирования конечно-элементной модели обеспечивать необходимую точность численных моделей элементов ОБТ.

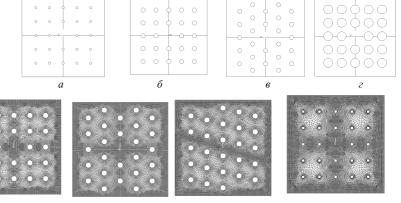


Рисунок 9 – Экспериментальное устройство "Краб"

Рисунок 10 – Голографические интерферограммы тест-пластин

Рисунок 11. Схема сплошных и перфорированных тест-пластин с диаметром отверстий:  $a - 0.005 \text{ м}; \ \delta - 0.01 \text{ м}; \ \varepsilon - 0.01 \text{ м}; \ \varepsilon - 0.02 \text{ м}$ 

Рисунок 12 – Конечноэлементные модели тест-пластин



Наблюдаемый в ходе расчетно-экспериментальных исследований эффект неустраняемой ошибки связан с погрешностями записи и расшифровки спеклинтерферограмм. В связи с этим для определения влияния собственно эффекта сгущения конечно-элементной сетки на точность вычисления компонент НДС был проведен численный эксперимент. Объект исследований: прямоугольная пластина со сторонами

 $a \times b$  (рис. 14). Условия закрепления: свободное опирание пластины по краям (шарнирное закрепление). Условия нагружения: распределенное по пластине постоянное давление. Необходимо найти: аналитическое и численное решения с помощью метода конечных элементов (МКЭ). Контролируемые параметры: деформации; напряжения; полная энергия пластины; погрешности указанных величин; сходимость решения; ресурсы, затрачиваемые компьютером, при вы-

числении НДС с заданной точностью.

Без снижения общности для конкретных вычислений были выбраны следующие параметры: геометрические параметры: a = b = 1 м – длина и ширина пластины соответственно; h = 0.1 м – толщина пластины; физические параметры: E = 2.1E+11– модуль

Юнга (модуль упругости материала);  $\nu=0.28$  – коэффициент Пуассона; параметры нагружения:  $q=10^{\circ}000~{\rm H/m}^2$  – величина плотности распределения давления.

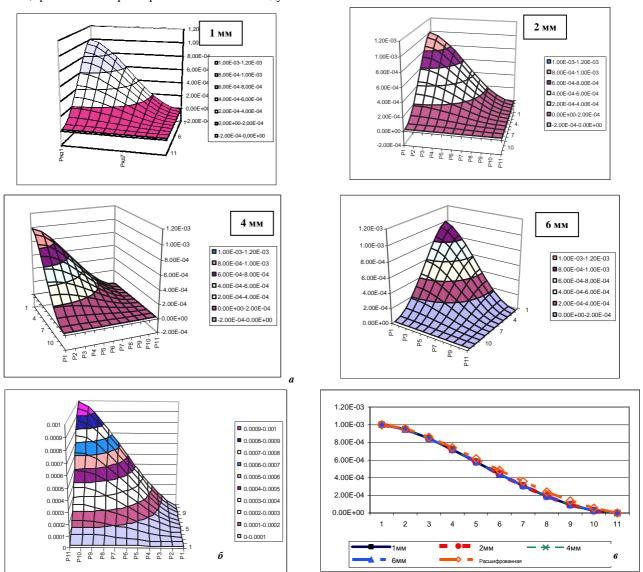


Рисунок 13— Результаты численного сравнения экспериментальных и численных данных анализа НДС тест-пластин (одна четверть):

а – распределение перемещений в пластине, полученное на конечно-элементной модели с размером конечного элемента;
 б – распределение перемещений в пластине, полученное при расшифровке картины интерференционных полос;
 в – распределение разности перемещений, полученных численно и экспериментальным путем

Точное решение для пластины получено в виде тригонометрического ряда [4] с его программированием в программном пакете Maple.

При нахождении численного решения с помощью МКЭ было принято решение воспользоваться возможностями, предоставляемыми САЕ пакетами ANSYS и Femap. Кроме того, был проведен проверочный расчет в программе.

Было проведено 55 расчетов с различной сеткой, которая варьировалась в пределах от 11 до 101 элемента на сторону. В качестве элемента был выбран "Shell 4" — 4-х узловой оболочечный элемент с 6-ю степенями свободы в узле, предназначенный для рас-

чета упругого деформирования пластинчатооболочечных конструкций. Интегральные результаты расчетов для количества узлов от 11x11 до 101x101 представлены в виде относительной погрешности вычислений на рис. 15.

График зависимости точности получаемых результатов от качества разбивки (сравнение разницы энергий) приведен на рис. 16.

Коэффициент пропорциональности получаемой точности (  $\ln \left| \Delta U / U \right|$  ) от качества разбивки (  $\ln N$  , где N – число элементов) равен 0,97576.

График зависимости точности получаемых резуль-

татов от качества разбивки (сравнение разницы перемещений) показан на рис. 17.

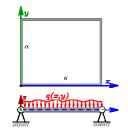


Рисунок 14 — Тестпластина для численного эксперимента

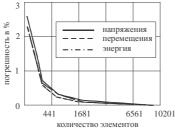


Рисунок 15 – Относительная погрешность вычислений

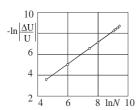


Рисунок 16— Зависимость погрешности в энергии от количества узлов конечно-элементной модели в логарифмическом масштабе

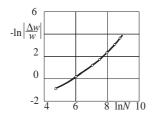


Рисунок 17 — Зависимость погрешности в перемещениях от количества узлов конечно-элементной модели в логарифмическом масштабе

Картины, приведенные на рис. 16, 17, позволяют для исследуемого элемента определить вклад собственно эффекта количества конечных элементов на все характерные параметры численного определения НДС элементов ОБТ.

Методы, алгоритмы и программные модули для минимизации нелинейного функционала несоответствия результатов экспериментальных и численных расчетно-При применении исследований. экспериментального метода исследования физикомеханических процессов в элементах сложных механических систем центральной проблемой является создания достоверной, сбалансированной оптимизированной расчетной конечно-элементной модели данных элементов. Задача приводится к проблеме минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Численные методы и алгоритмы минимизации этого функционала могут быть самыми разнообразными. Однако они должны в данном случае отвечать специфике решаемой задачи, а именно:

- минимизируемый функционал может иметь произвольный вид, то есть заведомо нельзя предусмотреть, что он выпуклый, наблюдается ли один экстремум (или несколько, или бесконечное количество), или может быть ситуация типа "овраг";
- область параметрического пространства, в пределах которой происходит поиск минимума функционала, может быть ограниченной или неограниченной, выпуклой или невыпуклой, состоять из нескольких подобластей, в том числе вырожденных;
  - чувствительность функционала к изменению

тех или иных параметров может отличаться на несколько порядков.

Таким образом, методы, алгоритмы и программное обеспечение для решения задачи минимизации функционала несоответствия должны быть такими, чтобы позволять определять минимум функционала произвольного вида при произвольных ограничениях. Эта задача является достаточно сложной, единого метода ее решения на сегодняшний день не существует. В то же время в цепи расчетно-экспериментального метода предусмотрено участие исследователя, который для конкретной задачи может сформулировать те или иные дополнения, уточнения, которые могут устранить полную неопределенность, характерную для сформированных выше обстоятельств.

Ниже приведены методы, алгоритмы и программное обеспечение, которые применены для минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований.

Объектом исследований является функционал  $J(x_1,x_2)$ , где  $x_1,x_2$  – варьируемые параметры. Эти параметры изменяются в области  $x_1 \in \Delta x_1, \ x_2 \in \Delta x_2$ , где  $\Delta x_1 = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \end{bmatrix}, \Delta x_2 = \begin{bmatrix} x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$ . Функционал является мерой несоответствия результатов экспериментальных и численных исследований. Чем меньше значение этого функционала, тем точнее описывает математическая модель расчет напряженно-деформированного состояния сложного трехмерного механического объекта. Функционал  $\left\{J_{ij}, x_{1i}, x_{2i}, i=1,2,...,m, \ j=1,2,...,n\right\}$  задан в табличном виде на сетке (равномерной или неравномерной) значений  $x_1,x_2$  из области  $\left\{\Delta x_1,\Delta x_2\right\}$ .

Таким образом, задача состоит в нахождении некоторых  $x_1^*$ ,  $x_2^*$ , для которых функционал  $J(x_1,x_2)$  достигает глобального минимума на области  $\{\Delta x_1,\,\Delta x_2\}$  с заведомо заданной точностью  $\epsilon$ .

В общем случае функционал J зависит не только от параметров  $x_1, x_2$ , а также от ряда других параметров. Параметры  $x_1, x_2$  являются основными в поведении функционала. Изложенный ниже метод поиска минимума функционала описан для двух параметров —  $x_1, x_2$ . Однако этот метод возможно без особой сложности распространить на любое количество параметров.

Для изложения метода в терминах алгоритмов вводятся новые обозначения:  $\mathbf{x}=(x_1,x_2),$   $\Delta \mathbf{x}=(\Delta x_1,\Delta x_2),$   $\mathbf{x}^*=\begin{pmatrix} x_1^*,x_2^* \end{pmatrix}.$  Они обеспечивают использование индексов для векторов и их координат. Таким образом, задача состоит в поиске вектора  $\mathbf{x}^*$  в ограниченной области  $\Delta x$ , для которого функционал  $J(\mathbf{x})$  достигает наименьшего значения. В общем случае функционал J является нелинейной функцией  $x_i$ . Кроме того, функционал задан лишь на сетке точек области  $\Delta x$ , а именно как совокупность чисел  $\{J_{ij}, x_{1i}, x_{2i}, i=1,2,...,m, j=1,2,...,n\}.$ 

Итак, поиск минимума функционала J является задачей нелинейного дискретного программирования с ограничениями. При этом спецификой задачи является возможность (хотя и ограниченная ресурсами в каждом

конкретном случае) изменения шага дискретизации по некоторым параметрам.

Как правило, при решении задач нелинейного программирования градиентные методы и методы, использующие вторые производные, сходятся быстрее, чем методы, которые не вычисляют производных (так называемые методы поиска). Тем не менее, применение на практике методов, которые используют производные, приводит к двум довольно сложным ограничениям. Во-первых, в задачах с дискретно заданной функцией довольно тяжело или даже невозможно получить производные в виде аналитических функций, которые необходимы для градиентного алгоритма или для алгоритма, который использует производные второго порядка. Хотя расчет аналитических производных можно заменить расчетом производных с помощью разностных схем, ошибка, которая возникает при этом, в особенности в окрестности экстремума, может ограничить применения подобной аппроксимации. В то же время методы поиска не требуют регулярности и непрерывности целевой функции (функционала) и существования производных. Вторым обстоятельством является то, что при использовании методов оптимизации, которые основаны на расчете первых и в случае потребности – вторых производных, необходимо, в отличие от методов поиска, довольно большое время на подготовку задачи к решению.

Для преодоления изложенных выше сложностей были разработанные алгоритмы оптимизации, которые используют прямой поиск. Несмотря на то, что эти методы в случае простых задач реализуются медленнее, на практике они оказываются более удовлетворительными, чем градиентные методы или методы, которые используют вторые производные. Решение задачи с их помощью может обойтись дешевле, если стоимость подготовки задачи к решению больше по сравнению со стоимостью машинного времени.

По своей сути методы поиска простейшего типа состоят в изменении каждый раз одной переменной, тогда как другие остаются постоянными, пока не будет достигнут минимум. Например, в одном из таких методов переменная  $x_1$  устанавливается постоянной, а  $x_2$  изменяется до тех пор, пока не будет достигнут минимум. После этого переменная  $x_2$  сохраняет свое новое значение как постоянное, а  $x_1$  изменяется, пока не будет достигнут минимума и т.д. Однако такой алгоритм работает плохо, если имеет место взаимозависимость между  $x_1$  и  $x_2$ , то есть если в выражении для целевой функции входят члены, которые содержат произведение  $x_1$ ,  $x_2$ .

Изложенный метод называют методом циклического покоординатного спуска. Сходимость этого метода выходит из предположений: минимум целевой функции в любом направлении области поиска единственен; последовательность точек, которую рассчитывает алгоритм, содержится в компактном множестве области поиска. Стратегия покоординатного спуска гарантированно приводит к минимуму целевой функции. Но скорость этого процесса довольно невысокая.

В особенности медленно работает этот метод для функций, минимум которых находится в области, где функции имеют вид оврага, который тянется вдоль направления  $x_1=x_2$ . Для ускорения метода в случаях оврагов предлагается на каждой p-й итерации выполнять поиск вдоль направления  $x_1-x_2$ , где p устанавливается экспериментальным путем.

Предложена логически простая стратегия поиска, использующая комбинацию покоординатного спуска с одномерной минимизацией по направленному "поиска по образцу". В интерпретации Вуда [5] этот алгоритм включает два основных этапа: "исследовательский поиск" вокруг базисной точки и "поиск по образцу", то есть в выбранном для минимизации направлении.

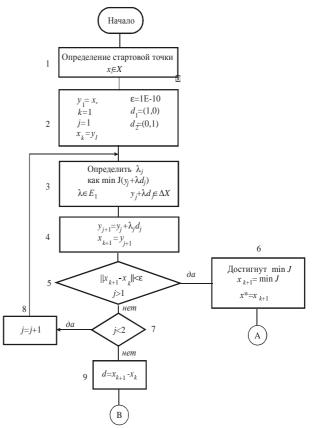


Рисунок 18 — Блок-схема алгоритма минимизации (часть 1)

На рис. 18 предложена блок-схема модификации этого метода для поиска минимума дискретно заданной нелинейной целевой функции — функционала J в ограниченной области  $\Delta x$ . В блоке 1 рассчитываются координаты стартовой точки. В блоке 2 задаются: точность  $\varepsilon$  поиска минимума, вводим векторы  $d_1, d_1$  — орты координатных направлений, а также начальные значения некоторых вспомогательных переменных.

В блоке 3 решается задача поиска минимума в направлении  $y_j + \lambda d_j$ , где  $\lambda$  — искомое число. Это задача поиска минимума в одномерной ограниченной области. Поиск выполняется на основе комбинации метода золотого сечения и последовательной параболической интерполяции. Метод изложен ниже.

В блоке 4 формируется точка  $x_{j+1}$  как следствие

решения задачи минимизации предыдущего блока. То есть  $x_{j+1}$  — это точка на пути спуска к минимуму. Сравнения расстояния между точками спуска выполняются в блоке 5. Причем сравнения выполняются не для соседних точек, а через одну точку. Это связано с необходимостью спуска как по одной координате, так и по второй. Лишь после этих спусков нужно сравнивать точки минимумов. В другом случае сравнения соседних точек минимума могут показать незначительные перемещения вдоль одной координаты, тогда как функция существенно уменьшается вдоль второй координаты. Как следствие, будет рассчитана точка минимума, которая находится на значительном расстоянии от реального минимума.

Если расстояние между соответствующими точками минимума меньше заданной точности  $\varepsilon$ , то считаем, что достигнут минимум целевой функции. Последняя точка спуска  $x_{k+1}$  является точкой минимума. В ином случае, в блоке 6 проверяем, был ли спуск по обеим координатам. Если нет, то возвращаемся на начало блока 3 и выполняем спуск по второй координате. Иначе — в блоке 8 формируется новое направление спуска — вдоль вектора  $d = x_{k+1} - x_k$ . Это направление разрешает ускорить спуск для функций с участками, которых похожие на овраг.

В блоке 9, аналогично блоку 3, рассчитывается минимум функции вдоль направления  $x_{k+1} + \lambda d$ . Потом в блоке 10 формируется следующая точка минимума целевой функции соответственно результатам одномерной минимизации в предыдущем блоке. Рассчитанная точка минимума  $x_{k+1}$  сравнивается с соответствующим минимумом  $x_k$ . Если точность расчетов поиска минимума удовлетворительная (блок 11), то считаем, что минимум функционала достигнут, и процесс поиска прекращается. Иначе в качестве стартовой точки выбирается последняя точка минимума, и процесс поиска следующей точки минимума повторяется из блока 3.

Модификация метода (то есть его новизна) состоит в следующем:

- в новом алгоритме определения стартовой точки для поиска минимума в многомерной ограниченной области;
- в решении задачи поиска минимума в одномерной ограниченной области на основе использования комбинации метода золотого сечения и последовательной параболической интерполяции.

Рассмотрим поэтапное выполнение метода в соответствия с упрощенной блок-схемой на рис. 18, 19.

Другими словами, стартовая точка размещена ближе к узлам с меньшими значениями целевой функции. В целом возможно осуществлять поиск минимума: раздробить клетку на сетку клеток и повторить поиск клетки с минимальными значениями функционала, как описано выше. В работе [6] показано, что этот метод (метод вложенных разбивок для глобальной оптимизации) сходится со скоростью 1. Для решения нашей задачи это довольно низкая скорость. В качестве ограничений поиска на первом этапе считаем границу клетки, в которой расположена стартовая точка. Если минимум

будет достигнут на границе клетки, процесс поиска минимума повторяется в соседней клетке, на границе с которой получен минимум. В этом случае стартовой точкой будет точка минимума, полученная в предыдущей клетке.

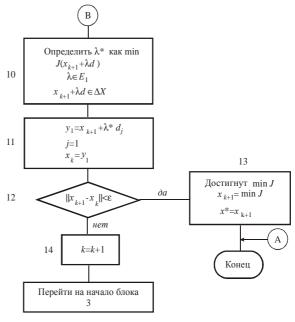


Рисунок 19 — Блок-схема алгоритма минимизации (часть 2)

В блоке 1 определяется стартовая точка  $x_s$ . Идея расчета стартовой точки состоит в следующем. В цикле анализируем каждую клетку сетки, на которой задана целевая функция. Для клетки рассчитывается среднее арифметическое значение  $f_a$  функции в узлах клетки. Находим клетку, для которой  $f_a$  является наименьшим. Тогда стартовая точка рассчитывается как

$$x_s=a_1\,r_1'+a_2\,r_2'+a_3\,r_3'+a_4\,r_4',$$
 где 
$$a_i=1-J_i\,/(J_1+J_2+J_3+J_4)\,;$$
  $r_i'=1-(J_1+J_2+J_3+J_4)/4-r_i;$ 

 $r_i$  — радиус-вектор i-го узла клетки ( i = 1, 2, 3, 4);

 $J_i$  – значения целевой функции в i-му узле ( i = 1, 2, 3, 4).

В блоках 3, 10 (см. рис. 18, 19) для поиска минимума двумерной целевой функции используется метод минимизации одномерной функции. Далее изложен один из таких методов, который был использован для решения общей задачи поиска оптимальных параметров нелинейного дискретного функционала. Этот метод основан на комбинации метода золотого сечения и последовательной параболической интерполяции. Исходными данными метода являются интервал поиска  $\Delta x_1$ , функция расчета  $f_1$  и граница погрешности  $\varepsilon$ .

Интервал поиска  $\Delta x_1$  рассчитывается соответственно следующему алгоритму.

1) В алгоритме на рис. 18, 19 поиск одномерной функции выполняется в направлениях  $y_j + \lambda d_j$  (блок 3),  $x_{k+1} + \lambda d$  (блок 10). Проводим прямую линию вдоль указанного направления.

- 2) Рассчитываем две точки  $p_1$ ,  $p_2$  сечения прямой с линиями границы клетки.
- 3) Систему координат для одномерной оптимизации расположим таким образом, что начало координат совпадает с точкой  $p_1$ , а положительная ось x от точки  $p_1$  к точке  $p_2$ . Переносим ось значений функционала J в точку  $p_1$ . Эта ось отвечает значениям функции  $f_1$ .
- 4) Плоскость изменения одномерной функции расположена в разрезе трехмерной области поиска минимума функционала J плоскостью, которая проходит через ось x и ось значений функции  $f_1$ .

Функция  $f_1$  представляет собой целевую функцию J, у которой параметры изменяются только вдоль новой оси x. Ограничениями для поиска минимума функции  $f_1$  являются интервал на оси x: от 0 к числу A, равный расстоянию между точками  $p_1$ ,  $p_2$ . Граница погрешности  $\varepsilon$  совпадает с погрешностью поиска минимума для двумерной целевой функции.

Алгоритм поиска минимума x состоит в постепенном сужении интервала, в котором находится минимум. Начальным интервалом поиска является [0,A]. Таким образом, задача сводится к тому, чтобы найти в [0,A] множество абсцисс  $x_1,x_2,...,x_k$ , в которых рассчитывается такая функция, оптимальное значение  $f_1$  которой лежит и в интервале  $x \in [x_i, x_{i+1}]$ . Такой интервал называется интервалом неопределенности.

Для поиска интервала неопределенности в данной работе применялся метод золотого сечения, который имеет линейную сходимость.

Для поиска минимума функции  $f_1$  метод золотого сечения используется в комбинации с методом последовательной параболической интерполяции. Рассмотрим этот метод. Метод начинается с трех произвольных действительных чисел  $v_1, v_2, v_3$ . В общем случае имеем числа  $v_{k-2}, v_{k-1}, v_k$ . Пусть  $v_{k+1}$  — абсцисса вершины параболы (с вертикальной осью), проходящей через точки  $(v_i, f_i(v_i), i = k-2, k-1, k)$ . Продолжаем итерации с числами  $v_{k-2}, v_{k-1}, v_k$ . Для близких к минимуму начальных приближений этот метод имеет сходимость порядка 1,324.

Таким образом, комбинация двух методов одномерной оптимизации позволяет ускорить поиск минимума целевой функции. Разные авторы методов и алгоритмов нелинейной оптимизации использовали для их проверки большое количество тестовых задач. Некоторые из этих тестов использовались так часто, что стали фактически стандартом для тестирования, поскольку много раз применялись для сравнения качества работы разных алгоритмов. Как правило, эти сравнения выполнялись, чтобы показать, что новый алгоритм не хуже или лучше предыдущего.

Изложенный в данной работе алгоритм оптимизации тестировался на 12 функциях, описанных в [6]. На рис. 20, 21 приведены две из этих целевых функций. Рассмотрим результаты тестирования по каждой из этих функций.

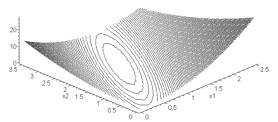
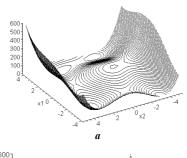


Рисунок 20 - Случай функции с "оврагом"



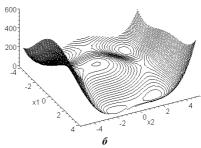


Рисунок 21 – Случай функции с несколькими минимумами

На рис. 20 изображена функция

$$J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2.$$
 (1)

Эта функция привлекает внимание прежде всего тем, что ее минимум (точка (1,2), J(1,2)=0) находится на участке поверхности, которая имеет вид оврага. Причем этот овраг тянется вдоль линии  $2x_1 = x_2$ . Для метода покоординатного спуска такого класса целевые функции являются наименее благоприятными для поиска минимума. Но модифицированный метод Хука-Дживса справляется с этой задачей. В табл. 1 приведены результаты поиска минимума данной функции ( $(x_{1s}, x_{2s}) = (1,4; 2.3)$  – стартовая точка,  $\varepsilon = 1E-10 - точность)$ , а на рис. 22 – графическое изображение поиска минимума. В соответствии с алгоритмом (см. рис. 18, 19) на первом шаге работы программы были рассчитаны координаты узлов клетки поиска минимума в области  $\{0,5 \le x_1 \le 2,5;\ 0,5 \le x_2 \le 3,5;$  $\Delta x_1 = 1$ ,  $\Delta x_2 = 1$ }, a именно: {(0,5;1,5;0,5),(1,5;1,5;2,5), (1,5;2,5;0,5),(0,5;2,5;2,5).

Для расчета момента завершения вычислительной процедуры была применена довольно высокая точность  $\varepsilon = 10^{-10}$ . На реальных данных такая точность, как правило, не используется. Но для тестирования алгоритма в целом важно изучить поведение алгоритма при условии жестких требований к точности расчетов. Практически для всех стартовых точек, начиная с десятого шага, точки спуска попадают в область минимума с  $\varepsilon = 10^{-2}$ . Далее продолжаются очень медленные перемещения к минимуму. Этот путь занимает от 55 до 65 шагов спуска.

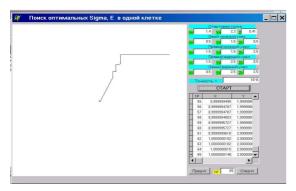


Рисунок 22 — Путь поиска минимума функции  $J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2$ 

Рассмотрим вторую целевую функцию тестирования (см. рис. 21):

$$J(x_1, x_2) = [(x_1)^2 + x_2 - 11]^2 + [x_1 + (x_2)^2 - 7]^2.$$
 (2)

Таблица 1 — Результаты поиска минимума функции  $J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2$ 

№ п/п	$J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2$				
	$x_1$	$x_2$	$J(x_1,x_2)$		
1	1,4	2,3	0,41		
2	1,12	2,3	0,018		
3	1,12	2,24	0,0144		
4	1,0913520097	2,2338611449	0,0109622412		
5	1,093544458	2,2338611449	0,010938207		
6	1,093544458	2,187088916	0,0087505656		
7	1,0933729566	2,1907476114	0,0087345226		
8	1,0762990446	2,1907476114	0,0072769303		
9	1,0762990446	2,1525980891	0,0058215442		
10	1,0039729866	1,9909945533	0,0003031353		
		•••			
63	1,0000000182	2,0000000018	8,6482675897766E-17		
64	1,0000000150	2,000000 0019	7,133834270713E-16		
65	1,0000000148	2,0000000019	4,290775105632E-16		

Таблица 2 — Результаты поиска минимума функции  $J(x_1,x_2) = \left[ (x_1)^2 + x_2 - 11 \right]^2 + \left[ x_1 + (x_2)^2 - 7 \right]^2$ 

№ п/п	$J(x_1, x_2) = \left[ (x_1)^2 + x_2 - 11 \right]^2 + \left[ x_1 + (x_2)^2 - 7 \right]^2$				
	$x_1$	$x_2$	$J(x_1, x_2)$		
1	1	1	106		
2	3,2293912229	1	7,8602862581		
3	3,2293912229	1,8506452995	1,7569321922		
4	3,0765688401	1,7923344745	0,5718389794		
5	3,054133731	1,7923344745	0,5522967098		
6	3,054133731	1,9674476292	0,0927589281		
7	3,0521873335	1,9826398804	0,08938209		
8	3,0046775202	1,9826398804	0,0042703618		
9	3,0046775202	1,9972433859	0,000681841		
10	3,0001941486	1,9986214789	2,83271E-5		
		•••			
30	3,0000000027	1,9999999984	6,2211031501087E-15		
31	3,0000000022	1,9999999984	1,2319681489144E-14		
32	3,000000002	1,9999999984	1,1120729406087E-14		

С точки зрения поиска минимума эта функция интересна тем, что имеет четыре локальных минимума. На этом тесте проверяется эффективность метода в условиях существования нескольких локальных

минимумов.

Исходные данные для теста следующие:

• точка глобального минимума: (3,2), где J (3,2) = 0:

- область поиска: {-4  $\le x_1 \le 4$ ; -5 $\le x_2 \le$ 5;  $\Delta x_1 =$ 2;  $\Delta x_2 =$ 2};
- точность поиска минимума для стартовых точек:  $\epsilon = 10^{-8}$ .

Рассчитаны координаты узлов клетки поиска минимума:{(2,1;5,2); (4,1;40); (4,3;100); (2,3;32)}.

В табл. 2 приведенные результаты поиска минимума данной целевой функции ( $(x_{1s}, x_{2s})$ =(1, 1);  $\varepsilon$ = 1E-8). На рис. 23 отображено графическое представление шагов метода поиска минимума в выбранной клетке сетки для соответствующей стартовой точки. В область минимума с точностью  $\varepsilon$ =  $10^{-2}$  точки спуска попадают начиная с 5-6 шага для всех стартовых точек. Глобальный минимум достигается за 26-32 шага с точностью  $\varepsilon$  =  $10^{-8}$ .

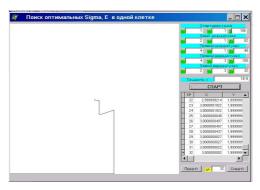


Рисунок 23 – Путь поиска минимума функции (2)

Сравнения результатов поиска минимума для функций (1), (2) показывают, что уменьшение точности на два порядка (с  $\varepsilon = 10^{-10}$  до  $\varepsilon = 10^{-8}$ ) сокращает количество шагов к точке минимума более чем в 2 раза (с 65 до 26). В то же время поиск промежуточных точек спуска к минимуму для реального функционала расчета НДС сложного трехмерного механического объекта требует значительно больше времени, чем для тестовых функций. Поэтому нужно максимально ускорить процедуру поиска промежуточных точек минимума, в особенности для расчета минимума с точностью, высшей чем  $10^{-2}$ .

Очевидно, для расчета минимума в области, близкой к точке минимума, нужно использовать другой метод оптимизации. В дальнейшем развитии метода был использован метод Ньютона в непосредственной близости от точки минимума. Такой подход разрешил сократить количество шагов на пути к точке минимума приблизительно на порядок (табл. 3, 4; рис. 24, 25). В таблицах приведены результаты расчетов для входных данных (соответственно табл. 1, 2). На рис. 24, 25 отображенные шаги приближения к точке минимума согласно модификации метода соответственно данным табл. 3 ( $(x_{1s}, x_{2s}) = (0,5; 1,5)$ ;  $\varepsilon = 1E-8$ ), 4 ( $(x_{1s}, x_{2s}) = (1,1)$ ;  $\varepsilon = 1E-8$ ).

Программа, которая разработанная на основе алгоритма поиска, написана в среде объектноориентированного программирования Delphi 5. На всех тестах точки минимума были рассчитаны практически мгновенно (1-2 сек).

Таблица 3 – Результаты поиска минимума функции
$J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2$

№ п/п	$J(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2x_1)^2$						
	$x_1$	$x_2$	$J(x_1,x_2)$				
1	0,5	1,5	0,5				
2	0,8	1,5	0,05				
3	0,8	1,6	0,04				
4	0,8529411765	1,6176470588	0,0294117647				
5	0,8470588235	1,6176470588	0,0292387543				
6	0,8470588235	1,6941176471	0,0233910035				
7	0,8477355544	1,6853201458	0,0232875034				
8	1,0000000001	2,00000000002	9,9836936826551E-21				
9	1	2	9,8607613152626E-32				

Таблица 4 — Результаты поиска минимума функции  $J(x_1, x_2) = \left[ (x_1)^2 + x_2 - 11 \right]^2 + \left[ x_1 + (x_2)^2 - 7 \right]^2$ 

№ г/п	$J(x_1, x_2) = [(x_1)^2 + x_2 - 11]^2 + [x_1 + (x_2)^2 - 7]^2;$								
	$x_1$	$x_2$	$J(x_1, x_2)$						
1	1	1	106						
2	3,2293912229	1	1						
3	3,2293912229	1,8506452996	7,8602862581						
4	3,0765688401	1,7923344745	1,7569321922						
5	3,054133731	1,7923344745	0,5718389793						
6	3,054133731	1,9674476292	0,5522967097						
7	3,0521873335	1,9826398804	0,0927589281						
8	3,0013836236	1,9994352431	0,08938209						
9	3,0000009862	1,999999663	6,06563E-5						
10	2,9999999988	1,9999999983	3,1268134712261E-11						
11	2,9999999988	1,9999999983	1,3681667815377E-16						

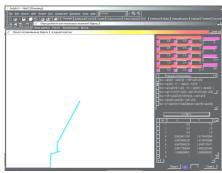


Рисунок 24 — Шаги приближения к точке минимума согласно модификации метода соответственно данным табл. 3

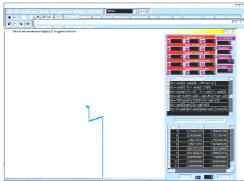


Рисунок 25 — Шаги приближения к точке минимума согласно модификации метода соответственно данным табл. 4

Использованные целевые функции для тестирования разработанной программы являются классиче-

скими для оценки эффективности реализованных методов нелинейной оптимизации. Точность и скорость работы программы поиска точек минимума тестовых функций подтверждают эффективность реализованного метола.

Таким образом, предложенная комбинация методов поиска минимума функционала несоответствия результатов исследования НДС элементов сложных механических систем является определенным образом оптимальным объединениям методов, ориентированных на достижение экстремума с высокой скоростью и с высокой степенью гарантии.

#### Выводы

Проведенный комплекс расчетных и экспериментальных исследований подтвердил достоверность и точность работы отдельных модулей программно-аппаратного комплекса и позволяет сделать следующие выволы.

- 1. Предложенный в работах [1–3] подход к решению задачи синтеза численных моделей элементов объектов бронетанковой техники реализован в виде *сбалансированного* по составу, производительности, емкости аппаратного и программного обеспечения программноаппаратного комплекса.
- 2. Разработанный СПАК дает возможность в автоматизированном режиме производить построение пространственных параметрических моделей и конечноэлементных сеток элементов объектов бронетанковой техники.
- Исследователь в процессе расчетов и экспериментов имеет возможность корректировки процесса синтеза моделей на всех этапах исследований.
- 4. Тестовые расчеты подтвердили высокую эффективность и точность разработанного ПАК.
- 5. Разработанный программно-аппаратный комплекс построен на базе соединения возможностей современных эффективных методов, технологий аппаратных средств и программных комплексов, что в совокупности создает качественно новую среду автоматизации расчетно-экспериментального исследования элементов объектов бронетанковой техники.

Таким образом, создан реальный мощный инструмент решения любых задач анализа и синтеза для изготовления деталей объектов бронетанковой техники с обеспечением высокой точности и достоверности результатов.

#### Список литературы

- Ткачук Н.А. Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения / Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д., Орлов Е.А. // Механіка та машинобудування, 2005. № 1. С.184-194.
- Ткачук Н.А. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. // Механіка та машинобудування, 2006. № 1. С.57-79.
- Ткачук Н.А. Решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем / Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, Э.В. Глущенко, А.В. Ткачук // Механіка та машинобудування Харків: НТУ "ХПГ", 2004. №2. С.85-96.
- 4. Донелл  $\Gamma$ . Балки, пластины и оболочки / Донелл  $\Gamma$ . М.: Наука, 1982.

- -568 c.
- Wood C.F. Application of "Direct Search" to the Solution of Engineering Problems / Wood C.F. – Westinghouse Res. Lab. Sci paper 6–41210–1–P1, 1960.
- Shi Leyuan Nested partitions method for global optimizations / Shi Leyuan, Olafsson Sigurdur // Oper. Res. 2000. Vol.48. No 3. P. 390–407.

#### Bibliography (transliterated)

- Tkachuk N.A. Struktura specializirovannyh integriro-vannyh sistem avtomatizirovannogo analiza i sinteza jelementov transportnyh sredstv special'nogo naznachenija / Tkachuk N.A., Brul' S.T., Malakej A.N., Gricenko G.D., Orlov E.A. // Mehanika ta mashinobuduvannja, 2005. – No 1. – P.184–194.
- Tkachuk N.A. Konechno-jelementnye modeli jelementov slozhnyh mehanicheskih sistem: tehnologija avtomatizirovannoj generacii i parametrizovannogo opisanija / Tkachuk N.A., Gri-cenko G.D.,

- **Chepurnoj A.D., Orlov E.A., Tkachuk N.N.** // Mehanika ta mashinobuduvannja, 2006. Npo1. P. 57–79.
- Tkachuk N.A. Reshenija zadach raschetno-jeksperimental'nogo issledovanija jelementov clozhnyh mehani-cheskih sistem / N.A. Tkachuk, G.D. Gricenko, Je.V. Glushhenko, A.V. Tkachuk // Mehanika ta mashinobuduvannja Kharkov: NTU "KhPI", 2004. No 2. P.85–96.
- Donell G. Balki, plastiny i obolochki / Donell G. Moscow: Nauka, 1982.
   568 p.
- Wood C.F. Application of "Direct Search" to the Solution of Engineering Problems / Wood C.F. – Westinghouse Res. Lab. Sci paper 6–41210–1– P1, 1960.
- Shi Leyuan Nested partitions method for global optimizations / Shi Leyuan, Olafsson Sigurdur // Oper. Res. – 2000. – Vol.48. – No 3. – P. 390–407.

Надійшла (received) 10.09.2016

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Комп'ютерний програмно-апаратний комплекс для аналізу і синтезу моделей елементів об'єктів бронетанкової техніки / Ткачук М.А., Климов В.Ф., Хлань О. В., Шейко О.І., Малакей А. М., Кохановський В.І., Грабовський А.В., Танченко А.Ю., Васильєв А.Ю., Бондаренко М.О., Зарубіна А.О., Набоков А. В. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 96–109. – Бібліогр. 6 назв. – ISSN 2079–0775.

Компьютерный программно-аппаратный комплекс для анализа и синтеза моделей элементов объектов бронетанковой техники / Ткачук Н.А., Климов В.Ф., Хлань А.В., Шейко А.И., Малакей А. Н., Кохановский В.И., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Бондаренко М.А., Зарубина А.А., Набоков А.В.// Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 96—109. — Библиогр. 6 назв. — ISSN 2079—0775.

Computer software and hardware complex for analysis and synthesis of models of elements of objects of the armored vehicles / Tkachuk M.A., Klimov V.F., Khlan A.V., Sheiko A.I., Malakey A.N., Kokhanovskyi V.I., Grabovsky A.V., Tanchenko A.Yu., Vasiliev A. Y., Bondarenko M.A., Zarubina A.A., Nabokov A.V.// Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – No 12 (1234). – P. 96–109. – ISSN 2079-0775.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

*Ткачук Микола Анатолійович* – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Ткачук Николай Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедрой "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Tkachuk Mykola* – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Климов Віталій Федорович* — кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, головний науковий співробітник, ДП "Харківське конструкторське бюро з машинобудування ім. О.О. Морозова", Харків

*Климов Виталий Федорович* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, главный научный сотрудник, ГП "Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А.А.Морозова", Харьков

*Klimov Vitaly* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Researcher, Principal Researcher State Enterprise "Kharkiv Machine Building Design Bureau named after AA Morozov"

**Хлань Олександр Володимирович** – генеральний директор ДП"Завод ім. В.О. Малишева", Харків, тел. (057) 707-69-02, <u>tma@tmm-sapr.org</u>.

**Хлань Александр Владимирович** – генеральный директор ГП "Завод им. В.А. Малышева", Харьков, тел. (057) 707-69-02, tma@tmm-sapr.org.

Khlan Oleksandr - General Director at SE "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 7076902

**Шейко Олександр Іванович** – головний інженер, ДП "Завод ім. В.О. Малишева", Харків, тел. (057) 707-69-02.

*Шейко Александр Иванович* – главный инженер, ГП "Завод им. В.А. Малышева", Харьков, тел. (057) 707-69-02.

Sheyko Oleksandr - chief engineer at SE "Malyshev Plant", tel.: (057) 7076902, tma@tmm-sapr.org.

*Малакей Андрій Миколайович* — заступник генерального директора з якості ДП "Завод ім. Малишева", Харків; тел. (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Малакей Андрей Николаевич* — заместитель генерального директора по качеству ГП "Завод им. Малышева", Харьков; тел. (057) 784-40-08, е mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Malakei Andrii* – deputy general director for quality at SE "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 784-40-08, e-mail: NTU "KhPI", kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Кохановський Володимир Ілліч* — кандидат технічних наук, керівник відділу впровадження CAD/CAM систем, ПАТ "У.П.Е.К.", тел. (057) 707-69-02, <u>tma@tmm-sapr.org</u>.

*Кохановский Владимир Ильич* – кандидат технических наук, руководитель отдела внедрения CAD / CAM систем, ОАО "У.П.Э.К.", тел. (057) 707-69-02, tma@tmm-sapr.org.

*Kokhanovskyi Volodymyr* – Ph.D., Head of Implementation of CAD/CAM-systems Department, UPEC Industrial Group, tel.: (057) 707-69-02, <u>tma@tmm-sapr.org</u>.

*Грабовський Андрій Володимирович* – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

*Грабовский Андрей Владимирович* — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

Grabovskiy Andrey - Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Senior Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

*Танченко Андрій Юрійович*— кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>ATanchenko@tmm-sapr.org</u>.

**Танченко Андрей Юрийович** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", Харьков; тел.: (057) 707-69-01; e mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

*Tanchenko Andrii* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>ATanchenko@tmm-sapr.org</u>.

**Васильєв Антон Юрійович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>AVasiliev@tmm-sapr.org</u>.

**Васильев Антон Юрьевич** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", Харьков; тел.: (057) 707-69-01; e mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

*Vasiliev Anton* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiy; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

**Бондаренко Марина Олександрівна** – НТУ "ХПІ", аспірант каф. "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057) 707-69-01; е-mail: <u>marina.bondarenko @tmm-sapr.org</u>.

**Бондаренко Марина Александровна** – НТУ "ХПИ", аспирант каф. "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; е mail: marina.bondarenko @ tmm-sapr.org.

**Bondarenko Maryna** – NTU "KhPI", postgraduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: marina.bondarenko @tmm-sapr.org.

Зарубіна Алла Олександрівна — кандидат технічних наук, доцент, НТУ "ХПІ", професор кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01

Зарубина Алла Александровна – кандидат технических наук, доцент, НТУ "ХПИ", профессор кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел .: (057) 707-69-01

Zarubina Alla - Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor, NTU "KhPI", Professor of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01

*Набоков Анатолій Володимирович* – НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901.

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 7076901.

Nabokov Anatoliy – NTU "KhPI", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01

УДК 623.4: 681.7: 539.3

Н.А. ТКАЧУК, А.В. ХЛАНЬ, А.И. ШЕЙКО, А.Н. МАЛАКЕЙ, А.В. НАБОКОВ, А.В. ГРАБОВСКИЙ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, А.В. ТКАЧУК

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В работе разработан единый подход к расчетно-экспериментальному исследованию элементов механических систем и, в частности, деталей объектов бронетанковой техники, на базе обобщенного параметрического подхода. Все этапы исследования – от составления систем уравнений до сравнения численных результатов с экспериментальными данными – соединяет разработанная обобщенная математическая модель для исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов механических систем. Задача синтеза расчетных моделей элементов механических систем получила полную математическую формализацию. Разработаны методы автоматизированного перевода графического портрета деформирования элементов сложных механических систем в численный формат данных, которые обладают свойствами устойчивости и обеспечиваности получаемых при расшифровке полей искомых функций. Поиск параметров, обеспечивающих высокое качество расчетных моделей исследуемых объектов, производился модифицированными методами минимизации функционала. Достоверность расчетных моделей элементов технологической оснастки обеспечивается соединением преимуществ метода конечных элементов и метода спекл-голографической интерферометрии.

*Ключові слова:* расчетно-экспериментальный метод, механическая система, метод конечных элементов, метод спекл-голографической интерферометрии

В роботі розроблений єдиний підхід до розрахунково-експериментального дослідження елементів механічних систем і, зокрема, деталей об'єктів бронетанкової техніки, на базі узагальненого параметричного підходу. Всі етапи дослідження — від складання систем рівнянь до порівняння чисельних результатів із експериментальними даними — об'єднує розроблена узагальнена математична модель для дослідження міцності і характеристик жорсткості елементів механічних систем. Задача синтезу розрахункових моделей елементів механічних систем отримала повну математичну формалізацію. Розроблено методи автоматизованого переведення графічного портрета деформування елементів складних механічних систем в чисельний формат даних, які мають властивості стійкості і забезпеччня плавності полів шуканих функцій, які отримуються при розшифровці. Пошук параметрів, що забезпечують високу якість розрахункових моделей досліджуваних об'єктів, проводився модифікованими методами мінімізації функціоналу. Достовірність розрахункових моделей елементів технологічного оснащення забезпечується об'єднанням переваг методу скінченних елементів і методу спекл-голографічної інтерферометрії.

*Ключові слова:* розрахунково-експериментальний метод, механічна система, метод скінченних елементів, метод спекл-голографічної інтерферометрії

A unified approach to the calculation and experimental research of mechanical systems elements and, in particular, details of armored technics object has been developed based on the generalized parametric approach. All research stages, from preparation of equations systems to the comparison of numerical results with experimental data, are combined by developed generalized mathematical model for research of strength and rigidity characteristics of mechanical systems elements. The problem of computational models synthesis for mechanical systems elements has received a complete mathematical formalization. Methods for automated translation of deformation graphic portrait of complex mechanical systems elements into a numerical data format are developed. These methods have properties of stability and ensure the smoothness of fields of unknown functions obtained during decoding. The parameters search for ensuring high quality of calculated models of investigated objects was carried out by modified methods of functional minimization. The reliability of computational models of technological equipment elements is ensured by combining the advantages of the finite element method and the speckle-holographic interferometry method.

Keywords: calculation and experimental method, mechanical system, finite element method, speckle-holographic interferometry method.

## Введение

Для отечественного бронетанкостроения огромное значение имеют современные эффективные методы обеспечения высоких технических и тактикотехнических характеристик боевых машин легкой и тяжелой категории по массе, а также технологического оборудования и оснастки для изготовления их элементов. Этим вопросам уделяется значительное внимание в [1–7]. В этих работах описаны математические и численные модели, а также методы решения задач анализа процессов и состояний в исследуемых объектах и синтеза рациональных технических решений по критериям огневой мощи, защищенности, подвижности и обитаемости боевых бронированных машин.

В то же время узким местом при этом является обоснование расчетных моделей исследуемых процессов и состояний. Для этого предлагается расчетно-экспериментальный метод, основанный на применении технологии обобщенного параметрического моделирования [8]. При формулировке задачи расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем, в частности, объектов бронетанковой техники (БТТ) можно вычленить следующие основные проблемы математического характера: сравнение полей разной природы и происхождения; оценка точности

численных исследований при помощи метода конечных элементов (МКЭ); модификация теоретических основ метода спекл-голографической интерферометрии (МСГИ) с точки зрения оценки точности и взаимодействия с МКЭ; построение меры несоответствия результатов экспериментальных и численных исследований; выбор методов минимизации меры несоответствия; разработка методов "регуляризации" формы областей, в которых формулируется некоторая краевая задача, ее численный и экспериментальный аналоги (учитывая сложную геометрическую форму элементов БТТ, например, наличие большого количества отверстий, пазов, выборок).

# Формулировка задачи анализа прочностных и жесткостных характеристик элементов машиностроительных конструкций

Рассмотрим элементы объектов бронетанковой техники как механическую систему взаимодействующих тел, поведение которой (математическая модель) описывается в общем виде в операторной форме

© Ткачук Н.А., Хлань А.В., Шейко А.И., Малакей А.Н., Набоков А.В., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Ткачук А.В., 2017

$$\overline{L}_{M}\left(u_{M}, P_{M}, f_{M}, t\right) = 0. \tag{1}$$

Здесь  $L_{_{\it M}}$  — некоторый оператор, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого процесса или состояния, состава системы, граничных условий, нагрузки и условий сопряжения (структурно данный оператор содержит описание всех элементов системы);  $u_{M}$  — массив переменных состояния, относительно которых сформулирована задача, образующих пространство решений  $U_M$ ;  $P_{_{\!{\scriptscriptstyle M}}}$  – массив параметров (характеристики физико-механических свойств, геометрические размеры, величины присоединенных масс, жесткости), составляющих параметрическое пространство  $P_{\scriptscriptstyle M}$ ;  $f_{\scriptscriptstyle M}$  — массив, характеризующий действующие на систему внешние нагрузки (поверхностные, объемные сосредоточенные, тепловые нагрузки), составляющие пространство нагрузок  $F_M$ ; t — время или иной параметр, характеризующий исследуемое явление как процесс.

В частности, для большинства случаев удобно сформулировать уравнения (1) для напряженно-деформированного состояния (НДС) в перемещениях. В этом случае  $U_{_{M}}=\bigcup_{_{S}}u_{_{M_{i}}}^{(s)},$  где  $u_{_{M_{i}}}^{(s)}=u_{_{M_{i}}}^{(s)}\big(r_{i},t\big)$  – мас-

сив перемещений точек элемента s исследуемой системы функций с радиус-вектором  ${\bf r}$  с компонентами  $r_i$  (i=1,2,3), соответствующих моменту времени t. Соответственно

$$P_{_{M}} = \bigcup_{s} p_{_{M}}^{(s)}, F_{_{M}} = \bigcup_{s} f_{_{M}}^{(s)}.$$

Например, для некоторого элемента исследуемой системы (массивное тело) общее уравнение (1) расписывается в виде системы уравнений (индексы  $*._{_{M}}^{(s)}$  опущены) в области  $\Omega$ , занимаемой телом [9]:

$$2\varepsilon_{ii} = u_{i,i} + u_{i,i}; \tag{2}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \, \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl}; \tag{3}$$

$$\sigma_{ii,j} + \overline{f}_{i} = 0. \tag{4}$$

Здесь  $\sigma_{ij}$ ,  $\epsilon_{ij}$  — компоненты тензоров напряжений и деформаций, связь между которыми задается тензором упругих постоянных  $C_{ijkl}$ , а  $\overline{f}_i$  — составляющая объемной нагрузки.

Соотношения (2)–(4) дополняются граничными условиями

$$u_i|_{S_u} = g_i(\mathbf{r}),$$
 (5)  $\sigma_i|_{S_\sigma} = \bar{f}_i(\mathbf{r}).$  (6)

Здесь  $S_u$ ,  $S_\sigma$  — части поверхности тела, на которых заданы геометрические и силовые граничные условия, а  $g_i$ ,  $\bar{f}_i$  — заданные вектор-функции перемещений и поверхностных нагрузок.

В случае контактного взаимодействия тел p,q с гладкими поверхностями на части поверхности  $S_c$  каждого тела добавляются условия непроникнове-

ния:

$$\left. \left( u_{v}^{p} + u_{v}^{q} \right) \right|_{S} \leq \delta(\mathbf{r}), \tag{7}$$

где  $u_{_{_{\rm V}}}$  – составляющая перемещения по нормали V к поверхности, а  $\delta$  – начальный зазор в сопряжении тел.

Как известно [10–12], исходная задача (1)–(7) приводится к вариационной задаче

$$(\overline{L}_{\scriptscriptstyle M} u_{\scriptscriptstyle M}, v_{\scriptscriptstyle M}) = (f_{\scriptscriptstyle M}, v_{\scriptscriptstyle M}), \ \forall v_{\scriptscriptstyle M}, \qquad (8)$$

где  $\overline{L}_{_{M}}$  — оператор краевой задачи внутри области  $\Omega$  ; а  $\left(*,**\right)$  — соответствующая билинейная форма, или вариационному неравенству

$$(\overline{L}_{\scriptscriptstyle M} u_{\scriptscriptstyle M}, v_{\scriptscriptstyle M} - u_{\scriptscriptstyle M}) \ge (f_{\scriptscriptstyle M}, v_{\scriptscriptstyle M} - u_{\scriptscriptstyle M}), \ \forall v_{\scriptscriptstyle M} \in G, \quad (9)$$

где G – множество, задаваемое ограничениями (7).

Вариационная задача (8) или неравенство (9) приводятся к проблеме минимизации функционала  $I(u_{_M})$  [13]:

$$I(u_{_{M}}) = 1/2(\overline{L}u_{_{M}}, u_{_{M}}) - (f_{_{M}}, u_{_{M}}) \rightarrow \min.$$
 (10)

Для случая (8) ищется безусловный минимум, а для случая (9) — минимум на множестве G в пространстве функций  $u_{_M}$ . Данный квадратичный функционал состоит из квадратичной  $a(u_{_M},u_{_M})$  и линейной  $b(u_{_M})$  форм. При этом квадратичная форма в (10) представляет собой потенциальную энергию деформации исследуемой системы, а линейная — работу внешних сил. Например, для пространственной задачи теории упругости билинейная форма, порождающая квадратичную составляющую (10), имеет вид:

$$a(u_{_{M}},v_{_{M}}) = (\overline{L}u_{_{M}},v_{_{M}}) = \int_{\Omega} \sigma_{ij}(u_{_{M}}) \varepsilon_{ij}(v_{_{M}}) d\Omega, \quad (11)$$

а линейная –

$$b(u_{_{M}}) = (f_{_{M}}, u_{_{M}}) = \int_{(S_{u})} \overline{f}_{i} \cdot u_{_{M_{i}}} dS + \int_{(\Omega)} \overline{\overline{f}}_{i} \cdot u_{_{M_{i}}} d\Omega. \quad (12)$$

Для определения НДС тел исследуемой системы, т.е. решения некоторой текущей задачи анализа, необходимо или решить систему уравнений (2)-(6) (или неравенств (7) для случая контактного взаимодействия), или вариационное уравнение (8) (соответственно, неравенство (9)), или произвести минимизацию функционала (10).

При решении задачи определения напряженнодеформированного состояния предполагается, что она поставлена корректно (по Адамару) [14]. При этом кроме классических требований разрешимости, единственности и устойчивости, т.е.:

$$\forall f_{M} \exists u_{M} : L_{M}(u_{M}, p_{M}, f_{M}, t) = 0,$$
 (13)

$$[L_{M}(u_{M}^{1}) = 0, L_{M}(u_{M}^{2})] = 0 \Rightarrow u_{1} = u_{2},$$
 (14)

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \left\| f_{M}^{\varepsilon} - f_{M} \right\| = 0 \Rightarrow \lim_{\varepsilon \to 0} \left\| u_{\varepsilon} - u \right\| = 0, \tag{15}$$

где  $\left\| * \right\| -$  некоторая норма, а  $u_{\varepsilon}$  – решение (1) для  $f_{_M} = f_{_M}^{\,\varepsilon} \,,$ 

предполагается еще и требование устойчивости по отношению к изменению оператора  $\overline{L}_{\scriptscriptstyle M}$  (как структурному, так и параметрическому), а также граничных условий (5), (6) и условий контактного непроникновения (7). Последние условия распространяются и на функции  $g_i$ ,  $f_i$ ,  $\delta$  из (5)–(7), и, соответственно, на поверхности  $S_u$ ,  $S_\sigma$ ,  $S_c$ . Соотношения (1)–(15) составляют математическую модель для определения напряженно-деформированного состояния элементов механических систем, в т.ч – для деталей объектов бронетанковой техники.

Оператор  $L_{\scriptscriptstyle M}$  исследуемой задачи действует как оператор  $\overline{L}_{\scriptscriptstyle M}$  в области  $\Omega$  и характеризуется типом оператора, его структурой, физико-механическими характеристиками, определяемыми свойствами материала, а также физической размерностью области  $\Omega$ . На границе действуют различные граничные условия, характеризующие тип краевых условий, внешние нагрузки, условия контактного взаимодействия. Кроме того, сама область  $\Omega$  имеет некоторую форму и геометрические размеры. То же относится к границе S и ее составляющим.

Все указанные данные различной природы составляют множество обобщенных параметров математической модели исследуемого элемента механических систем. Естественно, что при переходе от реального объекта к его математической модели допускается некоторая погрешность. В соответствии с этим необходимо в различных случаях решать следующие типы задач: уточнение оператора краевой задачи (тип, структура); уточнение краевых условий; уточнение нагрузок (тип, величина, распределение); уточнение условий сопряжения; уточнение формы, размеров, гладкости областей  $\Omega$ , S.

## Конечно-элементное описание поведения исследуемых элементов

Для численного решения задачи минимизации функционала (10), в настоящее время часто применяется метод Ритца с базисными кусочно-полиномиальными функциями — метод конечных элементов [15]. Тогда, вводя пространство  $V^n$  (n — количество узлов сетки конечных элементов) базисных функций МКЭ [15], исходную задачу можно привести к проблеме минимизации функционала

$$I^{n}(q^{n}) = 1/2 K_{ii} q_{i} q_{j} - b_{i}q_{i}, i, j = 1,...n.$$
 (16)

Здесь  $K_{ij} = (L\varphi_i, \varphi_j)$  — коэффициенты матрицы жесткости конструкции K,  $\varphi_i$  — базисная функция МКЭ, а  $b_i = (f_i^{\ N}, q_i)$  — элементы массива узловых нагрузок.

Условия минимальности (16) дают систему линейных алгебраических уравнений [15]

$$K \cdot q = b, \tag{17}$$

которая соответствует операторному аналогу (1):

$$\overline{L}_{N}(u_{N}, P_{N}, f_{N}, t) = 0,$$
 (18)

где  $u_{_N}, P_{_N}, f_{_N}$  — соответственно аналоги  $u_{_M}, P_{_M}, f_{_M}$  в пространстве функций  $u_{N}$  , параметров  $P_{N}$  и нагрузок  $f_{N}$  .

Таким образом, при дискретизации исходной задачи производится переход от функционального пространства функций  $U_N$  к пространству конечной размерности  $V^N$  . Поскольку  $V^N$  является замкнутым подпространством  $U_M$  , то для решения  $u_N$  и ошибки МКЭ

$$\Delta_N = (u_{_M} - u_{_N})$$

справедливы следующие утверждения [15]:

$$a(u_{_{M}}-u_{_{N}},u_{_{M}}-u_{_{N}}) = \min_{v_{_{N}} \in V^{^{N}}} a(u_{_{M}}-v_{_{N}},u_{_{M}}-v_{_{N}}); (19)$$

$$a(u_{_{M}} - u_{_{N}}, v_{_{N}}) = 0, \ \forall v_{_{N}} \in V^{N};$$
 (20)

$$a(u_{N}, v_{N}) = b(v_{N}) \quad \forall v_{N} \in V^{N}; \tag{21}$$

$$a(\Delta_{N}, \Delta_{N}) = a(u_{M}, u_{M}) - a(u_{N}, u_{N});$$
 (22)

$$a(u_{N}, u_{N}) \le a(u_{M}, u_{M}).$$
 (23)

Таким образом, в пространстве с энергетической нормой решение  $u_{_N}$  является проекцией решения  $u_{_M}$  на пространство  $V^N$ , причем энергия ошибки равна ошибке в энергии.

Для эвклидовой нормы ошибки справедлива оценка [15]

$$\left\| \Delta_{N} \right\| \le C_{N} h^{\xi} \left\| u_{N} \right\|, \tag{24}$$

где h — размер конечного элемента, а  $\xi$  — показатель, зависящий от типа задачи.

Зависимости и соотношения (1)—(24) носят качественный характер. Тем не менее из этих зависимостей можно сделать вывод о том, что теоретическая точность МКЭ в силу эллиптичности исследуемых задач может быть оценена качественно в различных нормах (энергетическая, эвклидова, чебышевская). При этом тенденция изменения нормы ошибки должна быть монотонной: начиная с некоторого момента с уменьшением размеров конечных элементов ошибка уменьшается по обратной степенной зависимости.

Поскольку измельчение сетки конечных элементов приводит к росту требований к объему вычислительных ресурсов, то закономерно возникает вопрос об узости постановки задачи, предполагающей повышение точности конечно-элементной модели. Здесь можно сделать 2 замечания:

1. Процесс улучшения конечно-элементной модели должен быть ограничен наперед заданным значением погрешности  $\alpha_i$  (i – номер варианта для вычисления погрешности МКЭ)

$$\alpha_i \leq \overline{\alpha}_i$$
 (25)

2. Процесс повышения точности конечноэлементной модели ограничивается также вычислительными ресурсами.

Последнее замечание можно трансформировать в систему ограничений

$$V_{RAM}(\alpha) \le \overline{V}_{RAM}(\alpha); \quad V_{HD}(\alpha) \le \overline{V}_{HD}(\alpha); \quad (26)$$

$$V_{t}(\alpha) \le \overline{V}_{t},$$

где в правых частях соотношений (26) находятся предельные объемы оперативной памяти, дискового пространства и времени решения на компьютере или системе компьютеров соответственно.

Неявно заданные ограничения (26) и явное ограничение (25) образуют условие ограничения процесса улучшения численной модели:

$$\alpha_{i} \leq \alpha_{i}^{+} = \max \left\{ \overline{\alpha}_{i}, \overline{\alpha}_{i}^{-RAM}, \overline{\alpha}_{i}^{-HD}, \overline{\alpha}_{i}^{-t} \right\}. \tag{27}$$

Здесь  $\alpha_i^{RAM}$ ,  $\alpha_i^{-HD}$ ,  $\alpha_i^{-t}$  — соответственно решения соотношений (26) в случае равенства:

$$V_{RAM}(\alpha_i) = \overline{V}_{RAM}; \ V_{HD}(\alpha_i) = \overline{V}_{HD}; \ V_t(\alpha_i) = \overline{V}_t. \ (28)$$

Наиболее существенными при повышении качества конечно-элементной модели являются задачи уточнения следующих обобщенных параметров: тип задачи; тип конечных элементов; схема конечно-элементной разбивки; размеры конечных элементов; расположение зон сгущения-разрежения сетки конечных элементов; ограничения вычислительных ресурсов

## Применение метода спекл-голографической интерферометрии для исследования поведения сложных механических систем

Экспериментальное исследование напряженнодеформированного состояния элементов сложных механических систем предполагает наличие самого объекта исследований или его физической модели, измерительной аппаратуры, регистрирующих приборов, оборудования для расшифровки полученных результатов. Все эти элементы объединены при помощи специально разработанных схем, которые реализуют тот или иной способ измерений. Так, в частности, голографическая интерферометрия [16–18] предоставляет исследователю мощный инструмент определения перемещений точек поверхности исследуемых элементов механических систем. Особенностью голографической интерферометрии является возможность проведения бесконтактных измерений как на физической модели исследуемого объекта, так и на самом объекте. При этом, как и любой другой метод экспериментальных измерений, метод голографической и спекл-интерферометрии допускает формальную запись в виде:

$$\overline{L}_E(u_E, P_E, f_E, t) = 0. \tag{29}$$

Здесь  $\overline{L}_E$  — некоторый оператор, который можно трактовать как способ преобразования интерференционной картины в информацию о деформации объекта в некоторый формат данных,  $u_E$  — массив переменных состояния (в большинстве случаев — вектор перемещений точек поверхности исследуемого тела),  $P_E$  — массив параметров  $p_E$ , включающий в себя (в соответствие с концепцией обобщенной параметризации) и метод измерений, и измерительные схемы, и количественные параметры используемой аппаратуры, и методы расшифровки и обработки результатов измерений,  $f_E$  — массив, характеризующий внешнее воздействие на исследуемый объект, а t — время.

Задачу согласования результатов численных и экспериментальных исследований можно сформулировать в виде

$$I = \|u_E - u_N\| \to \min , \qquad (30)$$

где функционал I — некоторая мера  $\|*\|$  несоответствия полей распределений  $u_E, u_N$ 

Основные соотношения метода спекл-голографической интерферометрии и оценка погрешностей измерений. При исследовании напряженно-деформированного состояния непрозрачных тел при помощи метода голографической и спекл-интерферометрии их поверхность освещается электромагнитным излучением.

Электромагнитную волну, в частности, световую, можно описать, задав временную и пространственную зависимости ее вектора напряженности электрического поля **E**. Для более полного описания необходимо еще задать вектор напряженности магнитного поля, вектор электрического смещения и вектор магнитной индукции, связь между которыми устанавливается уравнениями Максвелла. При рассмотрении метода спеклголографической интерферометрии можно ограничиться заданием лишь вектора **E**, поскольку исследователя интересует форма волны, а не ее физическая природа. К тому же регистрирующие фотографические материалы, используемые в голографической интерферометрии, реагируют главным образом на электрическое поле **E**.

Простейшим типом электромагнитной волны является линейно-поляризованная плоская волна. Если такая волна поляризована в направлении y и распространяется в направлении z, то три компоненты электрического поля E можно записать как [18]

$$E_{\lambda} = 0; \quad E_{\nu} = A^{\sim} \cos(\omega t - kz); \quad E_{z} = 0.$$
 (31)

Здесь  $A^{\sim}$  – амплитуда волны. Ее круговая частота  $\omega$  и волновое число k определяются формулами

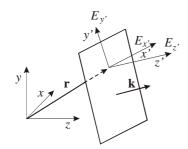
$$\omega = 2\pi v, \ k = 2\pi/\lambda, \tag{32}$$

где частота света  $\nu$  составляет величину порядка  $10^{15}$  Гц, а длина волны видимого света  $\lambda$  лежит в интервале 0,38 мкм<  $\lambda$  <0,76 мкм. Световая волна распространяется с фазовой скоростью  $\nu=\omega/k$ . Эта скорость зависит от среды, в которой распространяется свет. Ее

максимальное значение  $c=3\div 10^8$  м/с достигается в вакууме.

В общем случае задаются направление распространения световой волны волновым вектором  ${\bf k}$ , величина которого равна  $k=2\pi/\lambda$ , а направление совпадает с направлением распространения волны. Плоская волна – это волна, фаза которой в любой момент времени постоянна во всех точках плоскости, нормальной вектору  ${\bf k}$ . Если  ${\bf r}={\bf i}x+{\bf j}y+{\bf k}z$  — радиус-вектор произвольной точки в пространстве с координатами (x,y,z), как показано на рис. 1, то уравнения линейнополяризованной плоской волны имеют вид:

$$E_{x'} = 0$$
,  $E_{y'} = A^{\sim} \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ ,  $E_{z'} = 0$ . (33)



Pисунок 1 — Плоская световая волна, распространяющаяся в направлении, определяемом волновым вектором k

Поверхность, на которой фаза постоянна (в данном случае плоскость  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = const$ ), называется волновым фронтом.

В подавляющем большинстве применений голографической интерферометрии источником света служит лазер. Лазеры излучают световые волны очень простой формы, причем их характеристики постоянны во времени и могут быть измерены с большой точностью. Узкие пучки практически монохроматического лазерного излучения с плоскими волновыми фронтами очень близки к идеальным. Большая часть лазеров испускает линейно-поляризованный свет. Излучение обычного Не-Nе-лазера непрерывного действия, используемого в голографической интерферометрии, имеет длину волны  $\lambda = 632,8$  нм. Оно испускается в виде узкого пучка диаметром около 2 мм с угловой расходимостью, не превышающей 0,7 мрад, и имеет линейную поляризацию не хуже чем 1:103 (число характеризует степень деполяризации лазерного пучка). Наиболее важной характеристикой лазерного излучения с точки зрения применения в методе голографической спекл-интерферометрии является его высокая когерентность. Сферические и плоские волны, которые используются в голографической интерферометрии, могут быть получены с помощью узкого лазерного пучка, как показано на рис. 2. Пучок пропускают через небольшую положительную линзу, например микрообъектив с малым фокусным расстоянием  $f_1$ . Пройдя через фокус, лучи расходятся, образуя сферическую волну. Эту волну можно коллимировать при помощи второй линзы с большим фокусным расстоянием  $f_2$ . Если вторую линзу поместить на расстоянии  $f_2$  от источника сферической волны, то образуется плоская волна (см. рис. 2). Обычно излучение лазера поляризовано чаще всего в вертикальном направлении.

Явление интерференции занимает центральное место в методе спекл-голографической интерферометрии. На регистрирующей среде фиксируется картина освещенности, которая представляет собой усредненный во времени световой поток. Освещенность  $I^o$  определяется по формуле:

$$I^0 = \varepsilon \nu \left( \mathbf{E}^2 \right), \tag{34}$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды, в которой распространяется свет, а  $\nu$  — скорость его распространения.

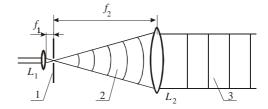


Рисунок 2 — Схема получения плоской волны: 1 — точечное отверстие; 2 — сферическая волна; 3 — плоская волна;  $L_1$  — короткофокусная линза c фокусным расстоянием  $f_1$ ;  $L_2$  — длиннофокусная линза c фокусным расстоянием  $f_2$ 

Освещенность  $I^o$  пропорциональна усредненному во времени квадрату электрического вектора  ${\bf E}^2$ . Рассмотрим явление интерференции. Пусть имеются две различные световые волны  ${\bf E}_1$  и  ${\bf E}_2$  одинаковой частоты, которые налагаются друг на друга. Поскольку  ${\bf E} = {\bf E}_1 + {\bf E}_2$ , освещенность определяется выражением

$$I^{1} = \overline{\mathbf{E}^{2}} = \overline{\mathbf{E}^{2}}_{1} + \overline{\mathbf{E}^{2}}_{2} + 2\overline{\mathbf{E}_{1} \cdot \mathbf{E}_{2}}, \tag{35}$$

где  $I^1 = I^0 / \omega$  — величина, пропорциональная  $I^0$  , а  $\stackrel{-}{*}$  — величина, усредненная по времени.

Пусть  ${\bf E}_1$  и  ${\bf E}_2$  – две линейно-поляризованые в одном направлении волны:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}), E_2 = A_2 \cos(\omega t - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} + \phi), (36)$$

где ф – постоянный относительный фазовый сдвиг между двумя волнами. При комбинировании выражения (36) и усреднении во времени

$$I^{1} = I_{1}^{1} + I_{2}^{1} + 2\sqrt{I_{1}^{1} \cdot I_{2}^{1}} \cos \delta, \qquad (37)$$

где  $I_1^1 = A_1^2$ ,  $I_2^1 = A_2^2$ ,  $\delta = (\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})$  – разность фаз между двумя волнами в произвольной точке.

Освещенность меняется от минимального значения

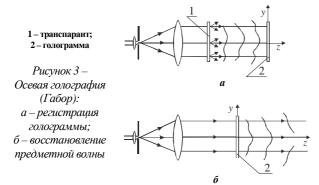
$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cos \delta$$

в точках, где  $\delta=(2N+1)\pi$ , до максимального  $I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1\cdot I_2}\cos\delta$ , где  $\delta=2N\pi$  (здесь N

- целое положительное число).

Распределение освещенности в произвольной плоскости можно зарегистрировать, поместив в эту плоскость фотопластинку. Его можно также наблюдать на диффузном экране, например, на матовом стекле. В том и другом случае мы имеем картину, состоящую из чередующихся светлых и темных полос. Эта интерференционная картина позволяет определить пространственное распределение разности фаз между рассматриваемыми волнами, а , соответственно, определить при помощи интерференционной картины [18] перемещения точек поверхности исследуемого объекта.

В явлении интерференции распределение фаз преобразуется в распределение освещенности в интерференционной картине, которое может быть зарегистрировано на фотослое. На этом основан голографический метод, изобретенный и детально описанный Габором [18]. Габор предложил получать интерференционную картину, добавляя к предметной волне когерентную с ней опорную волну. Картина интерференции этих волн может быть зарегистрирована на фотопластинке. Проявленная и освещенная должным образом фотопластинка дифрагирует свет так, что в ее плоскости восстанавливается комплексная амплитуда  $\mathbf{U}_0$ . На практике все это можно проделать при помощи простой системы, изображенной на рис. 3.



Обычно в голографической интерферометрии используют внеосевые голограммы, записываемые по методу Лейта и Упатниекса. Их схема позволяет пространственно разделить три волны, возникающие при дифракции в процессе восстановления. Она основана на общеизвестном в теории связи способе кодирования и декодирования сигналов с помощью их модуляции высокочастотной несущей волной. В голографии, правда, имеют дело с пространственными частотами, однако принцип остается тем же. Опорная волна, используемая для записи внеосевой голограммы, распространяется под некоторым углом к предметной волне. На рис. 4, a показана регистрация внеосевой голограммы с использованием плоской опорной волны. Комплексные амплитуды в плоскости фотослоя (z=0) имеют вид:

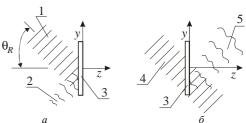
• предметная волна –

$$\mathbf{U}_{0}(x, y) = a_{0}(x, y)e^{[-i\phi_{0}(x, y)]}, \tag{38}$$

• опорная волна –

$$\mathbf{U}_{R}(x,y) = a_{R}e^{i2\pi f_{y}y}, \qquad (39)$$

где  $f_y = (\sin \theta_R)/\lambda$  — пространственная частота опорной волны.



1 – опорная волна; 2 – предметная волна; 3 – фотослой (голограмма); 4 – восстанавливающая волна; 5 – восстановленная предметная волна

Рисунок 4 – Внеосевая голография (Лейт и Упатниекс): а – регистрация голограммы; б –восстановление предметной волны

Освещенность в плоскости фотослоя равна

$$I^{1}(x, y) = \left| \mathbf{U}_{0} + a_{R} e^{i2\pi f_{y}y} \right|^{2} =$$

$$= a_{R}^{2} + \left| \mathbf{U}_{0} \right|^{2} + a_{R} \mathbf{U}_{0} e^{-i2\pi f_{y}y} + a_{R} \mathbf{U}_{0}^{*} e^{i2\pi f_{y}y}. \tag{40}$$

Фотопластинка экспонируется распределением освещенности, соответствующим формуле (40), и затем проявляется так, что ее амплитудное пропускание  $\mathbf{t}^1(x,y)$  оказывается пропорциональным  $I^1(x,y)$ :

$$\mathbf{t}^{1}(x,y) = \mathbf{t}_{b}^{1} + \beta \left( \mathbf{U}_{0} \right)^{2} + a_{R} \mathbf{U}_{0} e^{-i2\pi f_{y} y} + a_{R} \mathbf{U}_{0}^{*} e^{i2\pi f_{y} y}$$
(41)

или

$$\mathbf{t}^{1}(x, y) = \mathbf{t}_{b}^{1} + \beta a_{0}^{2}(x, y) + + 2\beta a_{R} a_{0}(x, y) \cos[i2\pi f_{y} y + \phi_{0}(x, y)].$$
(42)

Из выражения (42) ясно видно, что голограмма состоит из совокупности "несущих" интерференционных полос с пространственной частотой  $f_y$ , которые промодулированы по амплитуде за счет величины  $a_0(x,y)$  и по фазе за счет величины  $\phi(x,y)$ .

Для восстановления предметной волны голограмму освещают плоской волной, распространяющейся в том же самом направлении, что и исходная опорная волна. Ее комплексная амплитуда в плоскости голограммы

$$\mathbf{U}_c(x,y) = a_c e^{i2\pi f_y y}. \tag{43}$$

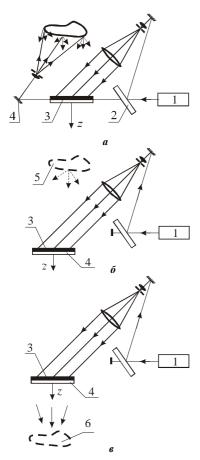
Результирующая комплексная амплитуда света непосредственно за голограммой ( z=0 +) равна

$$\mathbf{U}_{I}(x, y) = \left(\mathbf{t}_{b} + \beta |\mathbf{U}_{0}|^{2}\right) a_{c} e^{i2\pi f_{y}y} + \beta a_{c} a_{R} \mathbf{U}_{0} + \beta a_{c} a_{R} \mathbf{U}_{0}^{*} e^{i4\pi f_{y}y}.$$

$$(44)$$

Первый член выражения (44) представляет собой часть восстанавливающей волны, которая проходит через голограмму, испытывая ослабление и некоторую модуляцию освещенности. Второй член описывает дифрагированную волну, являющуюся копией исход-

ной предметной волны. Она формирует мнимое изображение объекта, причем восстановленная предметная волна пространственно отделена от части восстанавливающей волны, прошедшей через голограмму (см. рис. 4,  $\delta$ ). Третий член выражения (44) дает волну, сопряженную исходной предметной волне. Она распространяется под углом  $\arcsin(2\sin\theta)$  к оси z. Обычно наблюдаются только восстановленная предметная волна и прошедшая через голограмму компонента.



1 – лазер, 2 – светоделитель, 3 – фотоэмульсия, 4 – голограмма, 5 – мнимое изображение, 6 – действительное изображение

Рисунок 5 – Внеосевая голография: а – оптическая система для записи голограмм; б – восстановление прямого мнимого изображения; в – восстановление сопряженного действительного изображения

На рис. 5, а представлена типичная оптическая система для записи внеосевых голограмм. Используя метод внеосевой голографии, можно получать трехмерные изображения диффузно отражающих объектов, которые кажутся покрытыми интерференционными полосами. Присутствие интерференционных полос на изображении объекта говорит о том, что объект испытал деформацию, смещение или вращение. Аналогично в случае прозрачных объектов может быть получена интерференционная картина, свидетельствующая об изменениях показателя преломления или толщины объекта. Интерферометрия такого типа возможна благодаря тому, что голографический метод позволяет зарегистрировать волну, рассеянную объектом, а затем восстановить ее с точностью, допускающей ее интер-

ферометрическое сравнение с волной, рассеянной тем же объектом, но в другое время. Возможен и иной способ – интерферометрическое сравнение восстановленной волны с другой голографически зарегистрированной и восстановленной волной, рассеянной тем же объектом.

Результат сложения двух или более таких волн – голографическая интерферограмма. Термин "интерферограмма" – эта картина интерференционных полос, зарегистрированная на фотослое, а также образованная на двумерном экране или сетчатке глаза.

Голография – линейный процесс в том смысле, что она позволяет зарегистрировать последовательно во времени две или более оптических волны, которые впоследствии могут быть восстановлены одновременно. Поэтому с ее помощью можно производить суммирование, вычитание или даже усреднение во времени совокупности волн.

Освещенность, создаваемая восстановленной волной [18]:

$$I^{1}(x, y) = 2a^{2}(x, y)\{1 + \cos[\Delta\phi(x, y)]\}. \tag{45}$$

Выражение (45) дает освещенность объекта  $a^2(x,y)$ , промодулированную интерференционными полосами  $2\{1+\cos[\Delta\phi(x,y)]\}$ . Темные полосы — это линии, вдоль которых значения фазы  $\Delta\phi$  являются нечетными кратными числа  $\pi$ , светлые полосы — линии постоянных значений фазы  $\Delta\phi$ , являющихся четными кратными числа  $\pi$ .

Голографическая интерферометрия во многих случаях является эффективным и единственно возможным методом исследования. В основе этого лежат следующие ключевые свойства: высокая информативность, разделение амплитуды во времени, непрерывная запись событий, временная фильтрация.

Принимается следующая модель. Поверхность объекта состоит из набора точечных рассеивателей. Если произвольная точка поверхности P претерпевает смещение  $\mathbf{L}$  в новое положение P', то голографическая интерференционная картина образуется в результате интерференции света, рассеянного точками P и P', тогда как интерференции света, рассеянного точкой P, со светом, рассеянным всеми другими точками поверхности, не происходит. Эта модель удобна и достаточна для целей интерпретации полос.

Роль голограммы состоит в том, чтобы воспроизвести свет, рассеянный объектом как в исходном, так и в смещенном положении. На рис. 6 приведены основные элементы схемы расшифровки, причем основной задачей является увязывание сдвига фаз  $\delta$  и перемещения точек L.

Исходя из соотношений на рис. 6, можно записать в виде:

$$\phi_1 = \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + \mathbf{k}_2 (\mathbf{R} - \mathbf{r}_1) + \phi_r; \tag{46}$$

$$\phi_2 = \mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{r}_3 + \mathbf{k}_4 (\mathbf{R} - \mathbf{r}_3) + \phi_r. \tag{47}$$

Здесь  $\phi_1$  и  $\phi_2$  — фазы световой волны, рассеянной точкой P до и после смещения, а  $\phi_r$  — произвольная фаза, приписываемая этим волнам в точке O, в которой рас-

положен источник.

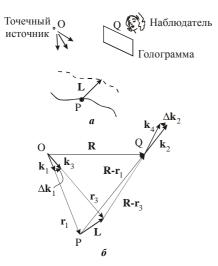


Рисунок 6 — Обозначения, используемые при анализе интерференционных полос: а — схема установки;

б – векторы положения точек и волновые векторы

Разность фаз, измеряемая наблюдателем, равна

$$\delta = \phi_2 - \phi_1. \tag{48}$$

Тогда

$$\delta = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) + \Delta \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_3 + \Delta \mathbf{k}_2(\mathbf{R} - \mathbf{r}_3). \quad (49)$$

В реальной системе величины  ${\bf r}_1$  и  ${\bf r}_3$  гораздо больше, чем  ${\bf L}={\bf r}_3-{\bf r}_1$ , так что для практических целей можно считать, что  $\Delta {\bf k}_1 \perp {\bf r}_3$  и  $\Delta {\bf k}_2 \perp ({\bf R}-{\bf r}_3)$ . Поэтому два последних скалярных произведения в равенстве (49) пренебрежимо малы, и мы приходим к соотношению



Рисунок 7 – Вектор чувствительности

$$\delta = (\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{L} . \tag{50}$$

Это простое соотношение является основой количественной интерпретации полос в голографической интерферометрии. Удобно ввести вектор чувствительности  $\mathbf{K} \equiv \left(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1\right)$ , так что  $\delta = \mathbf{K} \cdot \mathbf{L}$ .

Пусть 20 – угол между направлениями освещения и наблюде-

ния, как показано на рис. 7. Вектор чувствительности имеет величину  $2k\cos\theta$  и совпадает с биссектрисой угла между направлениями освещения и наблюдения. Таким образом, одно наблюдение интерферограммы дает величину  $\delta$ , которая позволяет определить компоненту  $\mathbf{L}$  в этом направлении.

Для компланарных смещений (рис. 8)

$$\delta = 2kL\cos\theta\cos\psi. \tag{51}$$

Для определения компонент вектора  ${\bf L}$  необходимо провести серию измерений. Один из способов осуществления таких наблюдений показан на рис. 9, a. Регистрируются три отдельные голографические интерферограммы и измеряются разности фаз  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$  в

трех точках  $Q_1,Q_2,Q_3$  соответственно. Для каждой точки наблюдения  $Q_N$  определяется волновой вектор, который компланарен вместе с волновым вектором освещающей волны  ${\bf K}$ . Эти векторы показаны на рис. 9,  $\delta$ . Для каждого направления наблюдения можно записать уравнение, связывающее разность фаз со смещением:

$$\delta_{1} = (\mathbf{k}_{2} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L} = \mathbf{K}_{1} \cdot \mathbf{L};$$

$$\delta_{2} = (\mathbf{k}_{3} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L} = \mathbf{K}_{2} \cdot \mathbf{L};$$

$$\delta_{3} = (\mathbf{k}_{4} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L} = \mathbf{K}_{3} \cdot \mathbf{L}$$
(52)

или в матричной форме

$$\begin{bmatrix} K_{1x} & K_{1y} & K_{1z} \\ K_{2x} & K_{2y} & K_{2z} \\ K_{3x} & K_{3y} & K_{3z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = 2\pi \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix},$$
 (53)

где  $N_i$  – номера полос в каждом случае.



Рисунок 8 – Компланарное смещение

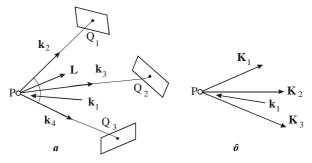


Рисунок 9 — Многоголограммный метод: а — схема установки; б — векторы чувствительности для этой схемы

Матричные коэффициенты полностью определяются геометрией голографической системы и длиной световой волны. Вектор, стоящий справа, находят в результате наблюдения интерференционных полос. Систему уравнений (52) можно решить относительно трех ортогональных компонент смещения  $L_{\rm x}$ ,  $L_{\rm y}$ ,  $L_{\rm z}$ .

Другим подходом к измерению вектора смещения является одноголографический метод [18]. Рассмотрим схему, изображенную на рис. 10. Три независимых измерения фазы можно сделать, наблюдая точку объекта P через три различные точки голограммы  $Q_1, Q_2, Q_3$ . Если измерять  $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ , ведя счет полос от нулевой полосы, соответствующей несмещенному участку, то применимы все рассуждения и расчеты, сделанные для многоголограммного метода. Однако для одной большой голограммы можно использовать другую методи-

ку, которая не требует нахождения нулевой полосы. Если наблюдатель непрерывно перемещает глаз из точки  $Q_1$  в точку  $Q_2$ , фиксируя свой взгляд (через небольшую диафрагму или телескоп) на точке P, то ему будет казаться, что полосы пересекают поле зрения. Число полос  $N_{1-2}$ , прошедших через поле зрения, является мерой разности  $\delta_1-\delta_2$ , а именно  $\delta_1-\delta_2=2\pi N_{1-2}$ .

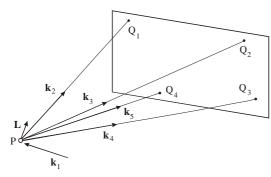


Рисунок 10 – Одноголограммный метод (наблюдение ведется из четырех положений на одной голограмме)

Имея это в виду, уравнение вида (50) можно записать для каждого из четырех направлений наблюдения, показанных на рис. 10,

$$\delta_{1} = (\mathbf{k}_{2} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L}; \ \delta_{2} = (\mathbf{k}_{3} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L};$$

$$\delta_{3} = (\mathbf{k}_{4} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L}; \ \delta_{4} = (\mathbf{k}_{5} - \mathbf{k}_{1}) \cdot \mathbf{L}.$$
(54)

Попарно вычитая эти уравнения, можно получить

$$\delta_{1} - \delta_{2} = (\mathbf{k}_{2} - \mathbf{k}_{3}) \cdot \mathbf{L} = \overline{\mathbf{K}}_{1} \cdot \mathbf{L};$$
  

$$\delta_{2} - \delta_{3} = (\mathbf{k}_{3} - \mathbf{k}_{4}) \cdot \mathbf{L} = \overline{\mathbf{K}}_{2} \cdot \mathbf{L};$$
  

$$\delta_{3} - \delta_{4} = (\mathbf{k}_{4} - \mathbf{k}_{5}) \cdot \mathbf{L} = \overline{\mathbf{K}}_{3} \cdot \mathbf{L}$$

или

$$\begin{bmatrix} \overline{K}_{1x} & \overline{K}_{1y} & \overline{K}_{1z} \\ \overline{K}_{2x} & \overline{K}_{2y} & \overline{K}_{2z} \\ \overline{K}_{3x} & \overline{K}_{3y} & \overline{K}_{3z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix} = 2\pi \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix}.$$
 (55)

Хотя приведенная ранее теория измерения вектора смещения достаточно ясна, при ее экспериментальном применении может возникнуть ряд проблем, влияющих на точность измерений. Наиболее очевидный источник ошибок связан с вектором чувствительности. Если общая ориентация смещений известна априори, то можно таким образом расположить голографическую систему, чтобы вектор чувствительности был почти параллелен L, что позволяет производить точные измерения величины L. Если направление вектора L неизвестно, следует использовать более общие схемы, приводящие к уравнениям (52) и (55). Рассмотрим метод одной голограммы. Обычно телесный угол, охватываемый голограммой, невелик, и, следовательно,  $\mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3$  почти параллельны. В результате система уравнений (55) оказывается плохо обусловленной, и малые ошибки в измерении  $\,N_{1\!-\!2}\,,\,N_{2\!-\!3}\,$ и  $N_{3-4}$  усиливаются и приводят к большим ошибкам в величинах  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_z$ . Решение будет также чувствительным к точности геометрических измерений при определении матричных коэффициентов. Для количественного решения этих вопросов справедливы соотношения:

$$\overline{\mathbf{K}} \cdot \mathbf{L} = 2\pi N, \tag{56}$$

где 
$$\overline{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \overline{K}_{1x} & \overline{K}_{1y} & \overline{K}_{1z} \\ \overline{K}_{2x} & \overline{K}_{2y} & \overline{K}_{2z} \\ \overline{K}_{3x} & \overline{K}_{3y} & \overline{K}_{3z} \end{bmatrix}$$
;  $\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_x \\ L_y \\ L_z \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{1-2} \\ N_{2-3} \\ N_{2-4} \end{bmatrix}$ .

Для относительной ошибки можно записать

$$\|\Delta \mathbf{L}\| / \|\mathbf{L}\| \le cond(\overline{\mathbf{K}}) \|\Delta \mathbf{N}\| / \|\mathbf{N}\|,$$
 (57)

$$\|\Delta \mathbf{L}\| / \|\mathbf{L}\| \le cond(\mathbf{K}) \|\Delta \overline{\mathbf{K}}\| / \|\overline{\mathbf{K}}\|$$
 (58)

Здесь  $cond(\mathbf{K})$  — обусловленность матрицы,  $\|\Delta \mathbf{L}\|/\|\mathbf{L}\|$  — относительная погрешность определения перемещений, а  $\|\Delta \mathbf{N}\|$ ,  $\|\Delta \overline{\mathbf{K}}\|$  — соответственно ошибка в определении номеров полос и ошибка определения коэффициентов матрицы  $\mathbf{K}$ , обусловленная неточностью геометрических измерений.

Для повышения точности измерений удобно использовать методику, соединяющую в одной измерительной схеме запись голограммы во встречных пучках по схеме Денисюка и фиксацию спекл-фотографии [16, 17]. Для определения компонент перемещений, перпендикулярных плоскости голограммы, используется соотношение

$$u_n = (\lambda N)/2, \tag{59}$$

где N — номер полосы,  $u_n$  — нормальная составляющая вектора перемещения  ${\bf u}$  , а  $\lambda$  — длина волны лазера.

Для определения перемещений  $u_{\tau}$  в плоскости спекл-фотографии используются соотношения (рис. 11)

$$u_{\tau} = \frac{\lambda a^{9}}{L^{9}},\tag{60}$$

где  $a^9$  — расстояние между полосами на экране, а  $L^9$  — расстояние до экрана.

При этом вектор  $\mathbf{u}_{\tau}$  направлен по перпендикуляру к полосам, наблюдаемым на экране при освещении спекл-интерферограммы неразведенным лучом лазера (см. рис. 11).

Рассмотрим природу погрешностей метода голографической и спекл-интерферометрии.

Природа и источники погрешноствей: погрешность самой модели; погрешность измерительной схемы; погрешность носителя (шум); погрешность расшифровки; погрешность дальнейшей интерполяции и обработки (вычисление перемещений в промежуточных точках, численное дифференцирование).

Влияние погрешности модели является неуправляемой величиной в ходе эксперимента. Она минимизируется при соблюдении технологии изготовления объекта или его физической модели, а также путем ста-

тистической обработки результатов множества измерений на некоторой выборке исследуемых объектов. Что касается остальных компонент погрешности, то они минимизируются путем разработки новых измерительных схем, методов расшифровки и обработки информации.

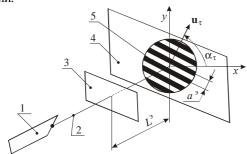


Рисунок 11 — Схема поточечной расшифровки спекл-интерферограмм: 1 — лазер; 2 — неразведенный луч; 3 — спекл-интерферограмма; 4 — экран; 5 — картина полос

Погрешность измерительной схемы в данном случае сводится к минимуму путем использования схемы, соединяющей запись метода голографической интерферограммы и спекл-фотографии на одном носителе одновременно [16, 17]. В этом случае удается избежать погрешностей, обусловленных традиционными технологиями расшифровки (46)–(58). Соотношения (59) и (60), в которых нормальная и тангенциальная составляющие вектора перемещений разделены по способу их получения, а также формально, позволяет исключить взаимовлияние этих компонент, что максимально увеличивает точность измерений. В этом случае погрешности измерений определяются по соотношениям

$$\frac{\left\|\Delta u_N\right\|}{\left\|u_N\right\|} = \frac{\left\|\Delta N\right\|}{\left\|N\right\|}, \quad \frac{\left\|\Delta u_\tau\right\|}{\left\|u_\tau\right\|} = \frac{\left\|\Delta a\right\|}{\left\|a\right\|}. \tag{61}$$

Соответственно в данном случае относительная погрешность гораздо меньше, поскольку отсутствует влияние  $cond(\mathbf{K})$ .

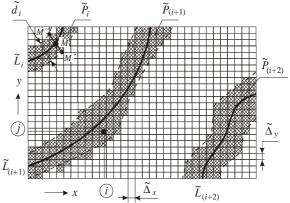
Погрешность носителя (регистрирующей среды) уменьшается с применением высококачественных фотопластин ПФГ-03, позволяющих регистрировать с высокой разрешающей способностью интерференционные полосы, что для практических приложений обеспечивает и точность фиксации, и допустимую густоту полос на голограмме.

Вклад указанных выше составляющих погрешности измерений можно уменьшить практически до долей процента. В то же время существенно возрастает значение компонент погрешностей расшифровки, интерполяции и обработки данных, поскольку предполагается автоматизированное выполнение этих операций.

Автоматизация процессов расшифровки и интерполяции результатов экспериментальных исследований. Рассмотрим эти стадии расшифровки интерферограмм. Задача расшифровки может быть сформулирована следующим образом: по заданному множеству полос  $M_p$  определить непрерывное поле перемещений  $u_i$  (i=1,2,3) на части исследуемой поверхности  $\Gamma$  с

минимальной погрешностью. Для решения данной задачи используются полученные выше соотношения (59) и (60). Однако при этом возникают вопросы: идентификации номеров полос N; идентификации средних линий  $\widetilde{L}_s$  полос; интерполяции промежуточных значений компонент вектора перемещений на заданной сетке  $S^{\sim}$ ; определение путем интерполирования значений компонент вектора  $u_i^I$  перемещений в произвольных точках.

Решение задачи идентификации средних линий интерференционных полос предполагается осуществлять по следующему алгоритму (рис. 12).



Pисунок 12 — Картина полос  $\ \widetilde{P}_l$  , заданных в системе ячеек  $J(i,j)\colon \widetilde{\Delta}_x, \ \widetilde{\Delta}_y$  — размеры ячеек, (i,j) — номер ячеек;  $\ \widetilde{L}_i$  — средняя линия;  $\ \widetilde{P}_i$  — полоса интерферограммы

1. Над полем дискретно заданных (в ячейках  $J(i,j) = \{0;1\}$  на рис. 12) булевых значений, идентифицирующих наличие-отсутствие полосы, совершается операция выделения "средних" линий  $L_l$  по правилу:

точка 
$$\widetilde{M} \in \widetilde{L}_k$$
 , если  $\frac{absig(distig|MM'ig|-distig|MM''ig|ig)}{ig|M'M''ig|} < \widetilde{\pi},$ 

где  $\tilde{\pi}$  — некоторый заданный параметр точности; M', M'' — точки, образуемые расширением зоны примыкания к текущей внутренней точке M (круг с центром M и нарастающим радиусом) до одновременной встречи с двух сторон с ячейками, в которых J(i,j) = 0.

- 2. Множеству точек  $\widetilde{M} \in \widetilde{L}_q$  присваивается численное значение  $q \cdot \lambda/2$  (начиная с некоторой указанной исследователем полосы с условно "нулевым" номером).
- 3. При повторном обходе линий  $\widetilde{L}_i$  проводится операция замыкания средней линии интерференционных полос (рис. 13): если точка  $M_0$  исходная на некоторой линии, то при обходе за и против часовой стрелки образуется множество текущих точек  $M_T^R$ ,  $M_T^L$ , принадлежащих веткам  $\widetilde{L}^R$ ,  $\widetilde{L}^L$ ; точки  $M_T^R$ ,  $M_0$ ,  $M_T^L$  и некоторая внутренняя точка

 $M_C \in S_{\Gamma int}, \, M_C \in S_{\Gamma out}$ , где  $S_{\Gamma int}, \, S_{\Gamma out}$  — области, ограниченные внутренним и внешним контурами и образующие при пересечении область между  $\Gamma_{int}, \, \Gamma_{out}$ . Луч  $M_c \, M_T$  образует углы  $\widetilde{\varphi}_L, \, \widetilde{\varphi}_R$ ; тогда определяются замыкающие точки  $M_0^R, \, M_0^L$  по правилу:

$$\widetilde{\varphi}_L(M_T^L) = 2\pi, \ \widetilde{\varphi}_R(M_T^R) = 2\pi.$$
 (62)

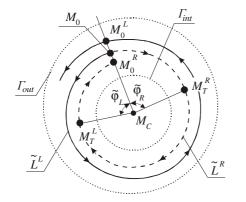


Рисунок 13 – Операция замыкания средней линии интерференционных полос

В связи с тем, что в силу дискретности задания картины полос линии  $\widetilde{L}^R$ ,  $\widetilde{L}^L$  в общем случае не совпадают, то для выделения единой линии предлагаются следующие способы:

1) строится "коридор" линий:

$$\widetilde{\rho}_{D}(\widetilde{\varphi}) = \min \left\{ \left| M_{C} M_{T}^{L} \right|, \left| M_{C} M_{T}^{R} \right| \right\},$$

$$\widetilde{\rho}_{U}(\widetilde{\varphi}) = \max \left\{ \left| M_{C} M_{T}^{L} \right|, \left| M_{C} M_{T}^{R} \right| \right\},$$
(63)

2) строится непрерывное или дискретно заданное множество  $\Omega_{\widetilde{L}}$  линий, удовлетворяющих ограничениям

$$\widetilde{\rho}_{D}(\widetilde{\varphi}) \leq \widetilde{\rho}(\widetilde{\varphi}) \leq \widetilde{\rho}_{U}(\widetilde{\varphi}), 
\widetilde{\rho}(\widetilde{\varphi}_{0}) = |M_{C}M_{0}|,$$
(64)

где  $\widetilde{\rho}(\widetilde{\phi})$  — текущий радиус-вектор точки с началом в точке  $M_c$  ;

3) на множестве  $\Omega_{\widetilde{L}}$  определяется линия  $\widetilde{L}^*$  , удовлетворяющая некоторому дополнительному условию

$$F_{\widetilde{L}}(\widetilde{L}) = 0, \tag{65}$$

например, требованию минимальной кривизны линии.

Таким образом, описанный выше подход позволяет произвести идентификацию средних линий полос и попутно присвоить их точкам числовую характеристику, соответствующую перемещению точек полосы с определенным номером.

Задача интерполяции значений перемещений по картине линий уровня может решаться различными способами. Пусть  $\tilde{P}$  — некоторая точка (узел сетки  $S^{\sim}$ , наброшенной на исследуемую область). На рис. 14 приведена схема к двум способам интерполяции значе-

ния компоненты  $\,\widetilde{w}\,$  вектора перемещений в точке  $\,\widetilde{P}\,$  .

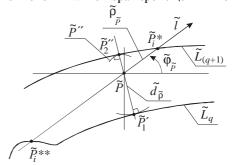


Рисунок 14 – К вопросу интерполяции перемещений в промежуточных точках

1. Полиноминальная интерполяция вдоль сечения. Рассмотрим луч  $\widetilde{l}$  из точки  $\widetilde{P}$ , проходящей под углом  $\widetilde{\phi}_{\widetilde{p}}$  к горизонтали. Пусть  $\widetilde{P}_i^*$  — точки встречи луча с полосами,  $\widetilde{P}_i^{**}$  — точки встречи луча под углом  $\left(\widetilde{\phi}_{\widetilde{p}}+\pi\right)$ . Из условия прохождения некоторым полиномом соответствующей степени через точки  $\left(-\widetilde{\rho}_{\widetilde{P}_i^{**}},\widetilde{q}\left(\widetilde{P}_i^{**}\right)\right)$  и  $\left(+\widetilde{\rho}_{\widetilde{P}_i^*},\widetilde{q}\left(\widetilde{P}_i^{*}\right)\right)$  (рис. 15) строится интерполирующий полином  $\widetilde{F}$  от переменной  $\widetilde{l}$ , изменяющейся при изменении угла  $\widetilde{\phi}$ . Значение  $\widetilde{F}$  при  $\widetilde{l}=0$  (обозначим  $\widetilde{F}_0\left(\widetilde{\phi}_{\widetilde{p}}\right)$ ) интерполирует искомое значение перемещения в точке  $\widetilde{P}$ . Естественно, что при изменении угла  $\widetilde{\phi}$  меняется значение  $\widetilde{F}_0$ , и в результате выбранной точке  $\widetilde{P}$  соответствует множество значений  $\widetilde{w}$ , являющихся функцией угла  $\widetilde{\phi}$  (рис. 16).

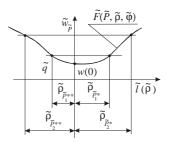


Рисунок 15 – Интерполяция искомой функции вдоль сечений

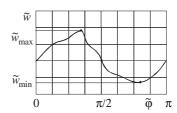


Рисунок 16-K вопросу зависимости  $\widetilde{w}$  от угла  $\widetilde{\phi}$ 

Для определения единственного значения  $\widetilde{w}$  возможны различные подходы. Их можно условно разбить на 2 группы. При использовании локального подхода задача рассматривается изолированно для выбранной точки  $\widetilde{P}$ , и тогда из функции  $\widetilde{w}$  по некоторому закону

определяется "средневзвешенное" значение  $\widetilde{w}$  :

$$\overline{w} = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left[ \widetilde{w}(\widetilde{\varphi}) - \widetilde{g}(\widetilde{\varphi}) \right] d\widetilde{\varphi}$$
 (66)

или

$$\overline{w} = \frac{1}{2\pi \tilde{N}} \sum_{i=1}^{\tilde{N}} \widetilde{w}(\tilde{\varphi}_i) \cdot \widetilde{g}(\tilde{\varphi}_i), \qquad (67)$$

где  $\widetilde{g}(\widetilde{\phi})$  — некоторая заданная весовая функция, подчиняющаяся условиям нормировки

$$\int_{0}^{2\pi} \widetilde{g}(\widetilde{\varphi}) d\widetilde{\varphi} = 2\pi \text{ или } \sum_{i=1}^{\widetilde{N}} \widetilde{g}(\widetilde{\varphi}_i) = 2\pi$$
 (68)

соответственно.

Рассматривая значения  $\widetilde{w}$  во взаимосвязи с множеством значений  $\widetilde{w}$  в остальных точках исследуемой области, можно построить некоторый относительно глобальный критерий. Например, можно потребовать от поверхности  $\widetilde{S}_{\widetilde{p}}$ , образованной точками  $\widetilde{P}$ , некоторых свойств гладкости, минимальности кривизны или наименьшего значения некоторой нормы. В частности, представляет интерес для множества практически важных задач критерий минимальности нормы

$$\widetilde{I} = \widetilde{\alpha} \int_{\left(\widetilde{S}_{\widetilde{P}}\right)} \left[ \left(\widetilde{w}\right)^{2} \right] d\widetilde{S}_{\widetilde{P}} + \widetilde{\beta} \int_{\left(\widetilde{S}_{\widetilde{P}}\right)} \left[ \left(\frac{d\widetilde{w}}{dx}\right)^{2} + \left(\frac{d\widetilde{w}}{dy}\right)^{2} \right] d\widetilde{S}_{\widetilde{P}} + \\
+ \widetilde{\gamma} \int_{\left(\widetilde{S}_{\widetilde{P}}\right)} \left[ \left(\frac{d^{2}\widetilde{w}}{dx^{2}}\right)^{2} + \left(\frac{d^{2}\widetilde{w}}{dy^{2}}\right)^{2} \right] d\widetilde{S}_{\widetilde{P}}, \tag{69}$$

где  $\widetilde{\alpha}$ ,  $\widetilde{\beta}$ ,  $\widetilde{\gamma}$  — некоторые задаваемые из специфики задач весовые коэффициенты  $(\widetilde{\alpha}+\widetilde{\beta}+\widetilde{\gamma}=1)$ .

Также оправданно использование в качестве функционала  $\widetilde{I}$  величины внутренней энергии или другого функционала, выбор структуры которого диктуется спецификой исследуемой конструкции, явления, процесса. В таком случае задача может быть формализована следующим образом:

$$\widetilde{w}^{\wedge}: \widetilde{I}(\widetilde{w}) \rightarrow \min$$
 на множестве  $\widetilde{M}_{\widetilde{w}}$ , (70)

где 
$$\widetilde{M}_{\widetilde{w}} = \{\widetilde{w} : \widetilde{w}_{\min}(\widetilde{P}) \le \widetilde{w}(\widetilde{P}) \le \widetilde{w}_{\max}(\widetilde{P})\}.$$
 (71)

Здесь  $\widetilde{w}_{\min}(\widetilde{P})$ ,  $\widetilde{w}_{\max}(\widetilde{P})$  — значения ограничений коридора варьирования искомых перемещений (см. рис. 16).

2. Полиномиальная интерполяция вдоль радиусов касательных окружностей. При рассмотрении интерполяции значений  $\widetilde{w}(\widetilde{P})$  (см. рис. 15) некоторые направления выделяются естественным образом. Например, это направления из точки  $\widetilde{P}$  по кратчайшему расстоянию до линии  $\widetilde{L}_q$ . При достаточно гладких линиях в локальной окрестности  $\widetilde{P}$  это множество точек касания окружностей растущего радиуса с центром в точке  $\widetilde{P}$  (т.е. точки  $\widetilde{P}_i'$ ,  $\widetilde{P}_i''$  на рис. 14). В данном случае в качестве независимых переменных выступают рас-

стояния  $d_{\widetilde{P}'}$ ,  $d_{\widetilde{P}''}$  (рис. 17).

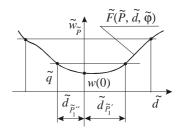


Рисунок 17 — Интерполяция искомой функции вдоль радиус-векторов с началом в точке  $\widetilde{P}$  и концом на ближайших точках линии

Значение интерполирующего полинома в нуле интерполирует искомую функцию в точке  $\widetilde{P}$ . Кроме рассмотренных вариантов интерполяции с выбором определенных направлений интерполирования, возможно использование локальной интерполяции искомой функции как функции двух переменных. Действительно, искомую функцию локально можно представить в виде квадратичной формы

$$\tilde{F}_{\tilde{\mu}}(x,y) = \tilde{\mu}_1 x^2 + \tilde{\mu}_2 y^2 + \tilde{\mu}_3 xy + \tilde{\mu}_4 x + \tilde{\mu}_5 y + \tilde{\mu}_6.$$
 (72)

Неопределенные коэффициенты  $\widetilde{\mu}_i$  в выражении

(72) могут быть рассчитаны из условий прохождения интерполирующей поверхности через некоторое множество точек. Основной проблемой при этом является обоснованный выбор данного множества точек. Он может быть продиктован или спецификой решаемой задачи, или характером поведения полос в локальной окрестности точки  $\widetilde{P}$  . Для однозначного определения коэффициентов  $\tilde{\mu}_i$  в выражении (72) необходимо минимум 6 значений функции или задание множества точек с количеством, превышающим минимально необходимое, и заданием дополнительного критерия (т.е. применения критерия минимального квадратичного отклонения или иного условия, которое позволяет однозначно определить функцию  $\widetilde{F}_{\widetilde{p}}(x,y)$ ). Значение  $\widetilde{\widetilde{F}}_{\widetilde{p}}(0,0)$  интерполирует  $\widetilde{w}\Bigl(\widetilde{P}\Bigr)$ . В общем случае нельзя выделить приоритетный способ интерполяции. Наиболее разумным представляется использование различных способов и их комбинаций. При получении значительного разброса значений  $\widetilde{w}(\widetilde{P})$ , получаемых при использовании различных методов, необходимо дополнительное исследование поведения функции  $\widetilde{w}$  в окрестности точки  $\widetilde{P}$  .

Таким образом, для определения значений  $\widetilde{w}$  в узлах сетки  $S^{\sim}$ , наброшенной на исследуемую область, можно использовать описанные выше методы. Это дает возможность перехода к интерполяции значений функции  $w^{\wedge}$  в произвольной точке  $P^{\wedge}$ . Прямое определение  $w^{\wedge}$  возможно, но только при использовании так называемого (см. выше) локального подхода. При неизбежном наличии шумов на носителе, погрешностей процессов расшифровки и интерполяции более

предпочтительным путем является использование описанного выше глобального подхода, что требует обязательной первичной интерполяции  $\tilde{w}$  на узлах сетки  $S^{\sim}$ , последующего "сглаживания"  $\hat{w}$ , а затем интерполяции  $\hat{w}$  в произвольных точках исследуемой области.

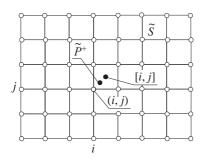


Рисунок 18 – Интерполяция значений функции по узловым значениям функции  $\hat{w}$ 

Рассмотрим интерполяцию функции  $\hat{w}$  по значениям  $\hat{w}_{i,j}$  в узлах сетки  $S^-$  с номерами i,j (рис. 18). Пусть  $\tilde{P}^+$  — заданная точка, в которой требуется определение значения  $\hat{w}$ . Пусть также [i,j] — принятое обозначение (нумерация) ячейки сетки  $S^-$  (при этом i,j — минимальные номера узлов, образующих ячейку). Обозначая через  $\{i,j\}$  "звезду" ячеек с центром в узле (i,j), можно ввести в рассмотрение локальный базис  $\hat{f}(i,j)$ . Функции базиса с локальным носителем — "звездой" ячеек  $\{i,j\}$ . Тогда значение функции в произвольной точке  $\tilde{P}^+$  определяется в виде разложения по базисным функциям

$$\hat{w}(\tilde{P}^{+}) = \sum_{\hat{s} = 1}^{2} \left[ \hat{w}(i + \hat{s} - 1, j + \hat{t} - 1) \cdot \hat{f}(i + \hat{s} - 1, j + \hat{t} - 1) \right].$$
 (73)

В общем случае выражение (73) может быть записано с учетом значений функций и их производных в узлах. В частности, по значениям функций, производных первого порядка и смешанной производной второго порядка строятся интерполяционные полиномы Эрмита [15, 19]:

$$\hat{f}_1 = \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); \quad \hat{f}_2 = \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j);$$

$$\hat{f}_3 = \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); \quad \hat{f}_4 = \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j),$$

где  $\hat{\Phi}, \hat{\Psi}$  — функции аргументов с локальным носителем, определяемые по формулам

$$\Phi(\eta) = (|\eta| - 1)^2 (2|\eta| + 1); \tag{74}$$

$$\Psi(\eta) = \eta(|\eta| - 1)^2. \tag{75}$$

Приведенные функции характеризуются следующими свойствами:

$$\Phi_i(x_i) = 1, \ \Phi_i(x_{i \neq i}) = 0, \ \Phi'_i(x_i) = 0;$$
 (76)

$$\Psi_{i}(x_{i}) = 0, \Psi_{i}'(x_{i \neq j}) = 0, \Psi_{i}'(x_{i}) = 1;$$
 (77)

$$\hat{f}_{1}(x_{i}, y_{i}) = \frac{\partial \hat{f}_{2}(x_{i}, y_{i})}{\partial y} = \frac{\partial \hat{f}_{3}(x_{i}, y_{i})}{\partial x} =$$

$$= \frac{\partial^{2} \hat{f}_{4}(x_{i}, y_{i})}{\partial x \partial y} = 1.$$
(78)

Остальные сочетания функций, производных и их узловых аргументов в выражении (78) дают нулевые значения.

Таким образом, обобщение формулы (73) в виде

$$\hat{w}\left(\tilde{P}^{+}\right) = \sum_{i, j \in \bar{J}_{s+}} \left[\hat{w}^{(s)}\left(i, j\right) \cdot \hat{f}_{s}\left(i, j\right)\right], \tag{79}$$

где 
$$\hat{w}^{(1)} = \hat{w}, \ \hat{w}^{(2)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial y}, \ \hat{w}^{(3)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}, \ \hat{w}^{(4)} = \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial x \partial y}, \quad a$$

 $\widehat{J}_{\widetilde{P}^+}$  — множество узлов, принадлежащих ячейке, в которую попадает точка  $\widetilde{P}^+$ , дает возможность получить локальное полиномиальное представление функции  $\widehat{w}$ . При этом обеспечиваются условия непрерывности функции и ее производных на границах ячеек.

Таким образом, в данной работе предложены: способ перехода от непрерывного поля интерференционных полос к дискретному полю изолиний, далее – к дискретно заданному множеству значений функций на узлах некоторой сетки и последующий переход к непрерывному полю компонент вектора перемещений, которое описывается интерполяционными полиномами.

Особенностью предложенного подхода является формализация всех этапов экспериментальных исследований. Это позволяет, во-первых, автоматизировать процессы измерений, регистрации, расшифровки и интерполяции результатов. Во-вторых, соотношения (62)—(79) составляют математический аппарат, посредством которого формально расширяется поле действия аппарата математической физики на экспериментальные исследования. Кроме того, предложенный математический аппарат позволяет идентифицировать источники и провести оценки накопленных на разных этапах ошибок.

Основные задачи, возникающие в ходе экспериментальных исследований. В процессе проведения экспериментальных исследований возникают следующие задачи уточнения обобщенных параметров:

- определение адекватности объекта или его модели множеству исследуемых объектов (т.е. соответствие свойств конкретного изделия или группы изделий, на которых проводятся измерения, свойствам, которыми обладают элементы всего множества аналогичных объектов);
- определение соответствия моделируемых величин, законов распределения нагрузки и граничных условий реально действующим;
- определение диапазона нагрузок, позволяющих проверить измерение картины деформирования исследуемого тела с приемлемой точностью (т.е. подбор диапазона нагрузок, в котором интерференционные полосы, во-первых, присутствуют на регистрирующей

среде; во-вторых, их количество позволяет проводить сам процесс расшифровки);

• определение схем измерений, методов расшифровки и интерполяции, которые в конкретном случае дают необходимую точность измерений.

Анализ предложенных подходов позволяет сделать следующие выводы:

- 1. Разработанные методы получения информации о деформации объекта по результатам экспериментальных исследований элементов сложных механических систем позволяют перейти от графического образа (картины интерференционных полос), т.е. практически непрерывного распределения исследуемых функций, к дискретной системе значений на наперед заданной сетке узлов, а в завершении к непрерывному заданию данных функций через интерполяционные функции.
- 2. Предложенная совокупность методов позволяет регулировать точность регистрации измерений, аппроксимаций и вычислений на каждом этапе исследований.
- 3. На основе разработанных подходов возможна формализация операций сравнения с результатами экспериментальных исследований и приведение информации, с которой производятся различные операции в дальнейшем, к удобному виду.
- 4. Методы сглаживания полей распределений искомых функций позволяют уменьшить влияние факторов дискретности на всех этапах экспериментальных исследований методом голографической и спеклинтерферометрии (зернистость регистрирующей среды, наложение спекл-структуры на картину интерференционных полос, дискретный характер сетки узловых значений исследуемых функций).
- 5. Система поэтапной обработки информации позволяет провести автоматизацию процесса исследований и решить основную задачу: определение с достаточной точностью значений искомых функций в заданной точке.
- 6. Предложенные методы позволяют реализовать идею расширенного параметрического подхода применительно к этапу экспериментальных исследований.
- 7. Предложены методы уменьшения погрешностей измерений за счет применения технологии измерений, соединяющих голографию и спекл-фотографию.
- 8. Описанные методы обработки информации в конечном счете позволяют привести ее к форме, которая легко трансформируется к виду, используемому в системах автоматизированного проектирования, исследования и изготовления машиностроительных конструкций.

# Численная оценка несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований

В работе поставлена задача повышения достоверности численных моделей исследуемых элементов механических систем, в частности, деталей объектов бронетанковой техники. При этом формулируется, в частности, проблема минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Основная специфика и сложность по-

становки задачи состоит в том, что, во-первых, сравниваются распределения (поля, процессы, функций многих переменных) и, во-вторых, сравниваются данные, имеющие различную структуру и происхождение. Для корректировки и повышения достоверности численных моделей необходимо решить следующие задачи:

- сформулировать оценочный функционал несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований;
- разработать процедуру вычисления функционала через приведения численных и экспериментальных данных к единому формату;
- разработать методы минимизации сформулированного функционала;
- разработать методы устранения вычислительных трудностей при исследовании элементов реальных машиностроительных конструкций, поверхность которых имеет множество отверстий, пазов, фасок, т.е. нарушений "регулярности" геометрической формы.

Мера несоответствия результатов численного и экспериментального исследований. Применение предлагаемого в работе подхода приводит к замене  $u_{_R}$  на  $u_{_E}$  при сравнении приближенного и точного решений. Схематически соотношения искомых полей для реального объекта и его математической модели, а также численного решения задачи и результатов экспериментальных исследований, можно представить в виде точек в пространстве решений u. Предполагаемые соотношения близости различных описаний исследуемого объекта можно трактовать следующим образом:

$$\left\{ \Delta_{RE} \leq \overline{\varepsilon}_1; \ \Delta_{RM} \leq \overline{\varepsilon}_2; \ \Delta_{MN} \leq \overline{\varepsilon}_3 \right\} \Longrightarrow \left\{ \Delta_{NR} \leq \overline{\varepsilon}_4 \right\}, \ (80)$$

где  $\overline{\epsilon}_1$ ,  $\overline{\epsilon}_2$ ,  $\overline{\epsilon}_3$  — погрешности моделирования и измерений при экспериментальном исследовании, математической модели, дискретизации соответственно,  $\overline{\epsilon}_4$  — ограничение на меру несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований,  $\Delta_{RE}$  — погрешность физического моделирования,  $\Delta_{RM}$  — погрешность математической модели,  $\Delta_{MN}$  — погрешность перехода к численной модели, а  $\Delta_{EN}$  — минимизируемая погрешность.

В данном случае предполагается естественным, что все фигурирующие в (80) составляющие представляют собой величины одного порядка малости. При решении реальных задач к величине  $\Delta_{RE}$ , в частности, предьявляются высокие требования, поскольку речь идет обычно о перемещениях точек исследуемого объекта под нагрузкой на несколько микрометров. В связи с этим в качестве метода экспериментальных исследований *необходимо выбрать метод*, обеспечивающий высокую точность, и, кроме того, обеспечивающий естественное приведение  $u_E$  к виду представления  $u_N$ . В этом случае замена в выражениях (25)–(27)  $u_M$  на  $u_E$  не приводит к значительным вычислительным трудностям и погрешностям.

Введем меру оценки различия результатов численных и экспериментальных исследований:

$$I = I(u_N, u_F). \tag{81}$$

Естественно, при идеальном выборе численной модели, условий эксперимента и теоретической модели явления

$$I \equiv 0. \tag{82}$$

Однако в реальных условиях  $I \neq 0$ , и задача получения достоверных численных моделей может быть сформулирована как задача определения  $p_N^*$ , минимизирующих I:

$$p_N^* = \arg\min I(u_N, u_E, p_N). \tag{83}$$

Ценность решения данной задачи состоит в том, что полученный набор параметров  $p_N^*$  может быть использован при численном анализе целого ряда *аналогичных* конструкций без проведения дорогостоящих экспериментов.

Отдельной задачей является определение конкретного вида функционала I . Это может быть:

• эвклидова норма

$$I_1 = \int_{(s)} (\vec{u}_N - \vec{u}_E)^2 ds, \tag{84}$$

• аналогичная величина для выбранной части поверхности

$$I_2 = \int_{(s_i^p)} (\vec{u}_N - \vec{u}_E)^2 ds, \tag{85}$$

• аналогичная величина для некоторой линии  $l \in S$  :

$$I_3 = \int_{(l)} (\vec{u}_N - \vec{u}_E)^2 dl, \tag{86}$$

 $\bullet$  аналогичная величина для некоторой точки  $p_{\,j} \in S$  :

$$I_4 = (\vec{u}_N - \vec{u}_E)^2. \tag{87}$$

Величины (84)–(87) могут в некоторой комбинации с весовыми коэффициентами  $\gamma$  образовывать комплексный функционал  $I^C$ :

$$I^{C} = \sum_{k} \gamma_{k} \sum_{j,s,t} \gamma_{j,s,t} I_{k} \left( S, S_{j}^{p}, l_{s}, p_{t} \right). \tag{88}$$

Кроме того, в качестве функционала I может быть принята некоторая энергетическая норма, норма абсолютной разности или любая другая норма, диктуемая спецификой исследуемого объекта и спецификой задачи.

На параметры  $p_N$  в общем случае могут быть наложены дополнительные ограничения

$$G(p_N) \ge 0, \tag{89}$$

которые описывают в пространстве данных параметров  $V_{p_N}$  некоторую область  $V_{p_N}^0$ . Тогда исходная задача сводится к проблеме поиска минимума функционала I на множестве  $V_{p_N}^0$ :

$$p_N^* = \arg\min I(u_N, u_E, p_N), p_N \in V_{p_N}^0$$
 (90)

Важно, что подход, описываемый соотношениями (83)–(90), распространяется без ограничений на случай на любые подмножества из множества параметров  $P_N \cup P_E$ .

Численная оценка функционала несоответствия. Одним из важнейших аспектов построения функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований является процедура его вычисления. Действительно, при сравнении полей компонент перемещений, заданных на поверхностях в пространстве трех измерений, важно получить численную характеристику, которая отражает две стороны:

- совпадение *качественное*, т.е. степень соответствия закона распределения по пространственным координатам, тенденции изменения во времени или реакция на изменение того или иного параметра;
- совпадение *количественное*, т.е. точность численного моделирования измеряемой экспериментально функции.

Естественно, что в интегральной оценке совмещены оба приведенных требования. Рассмотрим форматы сравниваемых величин. При использовании метода конечных элементов искомые компоненты вектора перемещений формально определяются в любой точке исследуемого тела, в том числе и на поверхности, через базисные функции  $\phi_N^{\vee}$  и узловые значения  $u_N^{\vee}$ . Таким образом, в рассмотрении находятся следующие данные: описание области  $\Omega^{\vee}$ , занимаемой телом, в виде ансамбля конечных элементов (т.е. при численном исследовании задаются массив координат узлов  $\chi^{\vee}$ , матрица конечных элементов  $M^{\vee}$ , определяющая узлы, которые образуют различные конечные элементы); узловые параметры  $u_N^{\vee}$ ; тип представления искомой компоненты вектора перемещений через узловые пара-

$$\overline{u}_{N}^{\circ}(x) = \sum_{E^{\circ}} u_{N}^{\circ} (E^{\circ}) \varphi_{N}^{\circ} (E^{\circ}, x), \tag{91}$$

где  $E^{\cup}$  — подмножество узлов, образующих элемент, которому принадлежит точка x, а  $\phi_N^{\cup}$  — базисная функция метода конечных элементов.

метры и базисные функции МКЭ:

Результаты экспериментальных исследований методом спекл-голографической интерферометрии имеют следующую структуру данных: сетка  $S^{\sim}$  узлов  $J^{\wedge}$ , покрывающих исследуемую часть поверхности объема S; узловые параметры  $u_E^{\wedge}$ ; выражение искомой компоненты вектора перемещений в заданной точке x через узловые параметры и интерполяционные функции  $\hat{f}$ :

$$\overline{u}_{E}^{\wedge}(x) = \sum_{j \wedge} u_{E}^{\wedge}(j) \hat{f}(j, x), \tag{92}$$

где  $j^{\wedge}$  – подмножество узлов ячейки, в которую попадает точка x .

Несмотря на кажущуюся эквивалентность структуры выражений (91) и (92), их сопоставление через непосредственное вычисление по приведенным формулам применимо для сравнения данных только в отдельных точках. В то же время непосредственное применение формул (91) и (92) для вычисления функционала несоответствия  $I(u_N, u_E)$  проблематично. Действительно, основное отличие представлений  $u_N$  и  $u_E$  на данном этапе состоит в том, что они определяются через различные дискретные множества (множества конечных элементов и узлов конечных элементов, с одной стороны, и множество ячеек и узлов интерполяции – с другой).

Для устранения возникающих при этом проблем возможны следующие пути:

- 1. Приведение численных данных, вычисляемых по выражению (91), к узлам  $J^{\wedge}$  сетки  $S^{\sim}$ , используемой при представлении результатов экспериментальных исследований.
- 2. Приведение экспериментальных данных, вычисляемых по формуле (92), к узлам  $\chi^{\cup}$  множества конечных элементов  $M^{\cup}$  (из конечно-элементной модели исследуемого объекта).
- 3. Приведение численных и экспериментальных результатов к некоторому искусственно созданному дискретному множеству  $R^*$  узлов ячеек (элементов)  $T^*$  с базисными функциями  $\xi^*$ . Тогда

$$\bar{u}_N = \sum_{r^*} \bar{u}_N^{(r^*)} (x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \tag{93}$$

$$\bar{u}_E = \sum_{r^*} \bar{u}_E^{\hat{}}(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \tag{94}$$

где  $r^*$  – подмножество узлов, образующих элементарный фрагмент искусственно созданной сетки  $T^*$  .

Формально третий путь оказывается наиболее универсальным, поскольку отсутствует привязка к формам представления численных и экспериментальных данных. Тогда с учетом выражений для функционала  $I(u_N, u_E)$ , содержащего операции суммирования  $\sum_{\bullet}$  и (или) интегрирования  $\int_{\bullet}$ , и выражений (91)— (94), можно записать для некоторых случаев:

$$I(\overrightarrow{u_N} - \overrightarrow{u_E}) = \left\{ \sum_{\bullet} , \int_{\bullet} \left\{ \sum_{r^*} (\overrightarrow{u_N} - \overrightarrow{u_E}) \cdot \xi(r^*, x) \right\}^2 \right\}.$$
(95)

Учитывая перестановочность операций суммирования и интегрирования, выражение (95) может быть представлено в виде:

$$I(\overrightarrow{u}_{N}^{\cup} - \overrightarrow{u}_{E}^{\wedge}) =$$

$$= \sum_{r_{1}^{*}} \sum_{r_{2}^{*}} \left[ \overrightarrow{u}_{N}^{\cup} (r_{1}^{*}) - \overrightarrow{u}_{E}^{\wedge} (r_{1}^{*}) \right] \cdot \left[ \overrightarrow{u}_{N}^{\cup} (r_{2}^{*}) - \overrightarrow{u}_{E}^{\wedge} (r_{2}^{*}) \right] \cdot (96)$$

$$\cdot \left\{ \sum_{\bullet} , \int_{\bullet} \left\{ \xi(r_{1}^{*}, x) \cdot \xi(r_{2}^{*}, x) \right\} \right\}$$

Введя обозначение

$$\Delta \overline{u}_{NE}^* = \overline{u}_{N}^{\circ} (r_1^*) - \overline{u}_{E}^{\circ} (r_1^*), \tag{97}$$

выражение для функционала  $I(u_N^-, u_E^-)$  можно записать в виде

$$I(\Delta u_{NE}^{-*}) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[ \overline{\alpha} * \left( r_1^*, r_2^* \right) \cdot \Delta u * \left( r_1^* \right) \cdot \Delta u * \left( r_2^* \right) \right]$$
(98)

где через  $\alpha * (r_1^*, r_2^*)$  обозначен результат применения операции интегрирования (суммирования) в выражении (96):

$$\overline{\alpha} * (r_1^*, r_2^*) = \left\{ \sum_{\bullet} , \int_{\bullet} \right\} \cdot \left[ \xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x) \right]. \quad (99)$$

Таким образом, вычисление функционала  $I(u_N^{-}, u_E^{-})$  сводится к определению квадратичной формы (99) с известными коэффициентами.

Указанный способ вычислений формально остается в силе при использовании любого формата представления данных численных и экспериментальных результатов.

Методы минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Специфика минимизируемого функционала  $I(\Delta u_{NE}, p)$  (здесь p — множество варьируемых параметров), состоит в том, что заранее неизвестен характер изменения I по параметрам p. Кроме того, сама область варьирования этих параметров может быть задана при помощи достаточно сложной системы трудноформализуемых соотношений. В связи с этим нельзя заранее определить тип возникающей задачи математического программирования [13, 20], а также ни предпочтительный метод минимизации, ни критерий окончания процесса поиска минимума.

Следующим специфическим моментом является то, что для определения значений функционала в различных точках параметрического пространства требуется численное решение задачи определения НДС. В работе [8] приведены методы автоматизации процесса построения параметризованных конечно-элементных моделей исследуемых объектов и описаны методы автоматизации расчетов и анализа результатов исследований в единой базе. Таким образом, большая часть задачи решается в автоматизированном режиме, что существенно ускоряет весь процесс исследований. Особенно это важно при многовариантных исследованиях, когда требуется чрезвычайно большое количество решений задач анализа.

Важным фактором является также тот факт, что в связи с бурным развитием возможностей вычислительной техники время решения задач резко уменьшается, особенно для задач средней размерности. Учитывая эти обстоятельства, можно заключить, что "цена" решения отдельной задачи анализа методом конечных элементов уменьшается. Следовательно, появляется возможность увеличения количества вычислительных циклов,

связанных с определением значения минимизируемого функционала в отдельных точках параметрического пространства.

Отмеченные особенности выдвигают на первый план такие особенности применяемых методов минимизации, как их универсальность, высокую вероятность отыскания минимума функционала І, устойчивость, сходимость и достигаемую точность даже в ущерб вычислительным затратам.

Поскольку на данный момент не существует универсального алгоритма определения минимума функции общего вида многих переменных, а каждый отдельный метод имеет свои преимущества и недостатки, то представляется целесообразным при решении возникающей задачи использовать комбинации различных методов [13, 20].

Предлагается следующий комплексный метод поиска минимума.

Этап 1. Определение подобластей  $P_P^{\alpha}$  области  $P_{P}$  параметрического пространства, в которых вероятность достижения минимума максимальна. Формально, если  $I^{\sim}(P)$  – минимизируемый функционал, где  $P\in P_P=igcup_{eta}P_P^{eta}$  ( eta — номера подобластей, покрывающих без перекрытия  $P\in P_P=igcup_{eta}P_P^{eta}=arnothing$  — область

 $P_{P}$  ), то множество  $\alpha$  и, соответственно, множество  $P_P^{\alpha}$  можно определить следующим образом:

$$P_{P}^{\alpha} = \left\{ P_{P}^{\beta} : \frac{\left| I^{\sim} \left( P_{*}^{\beta} \right) - \min_{\beta} I^{\sim} \left( P_{*}^{\beta} \right) \right|}{\left| \max_{\beta} I^{\sim} \left( P_{*}^{\beta} \right) - \min_{\beta} I^{\sim} \left( P_{*}^{\beta} \right) \right|} \le \varepsilon_{P}^{\alpha} \right\}, \quad (100)$$

где  $P_*^{eta}$  — характерная точка подобласти  $P_P^{eta}$  , а  $~\epsilon_P^{lpha}$  параметр, определяющий ширину коридора для отбора "перспективных" подобластей

Если, например, область  $P_{P}$  представима в виде объединения параллелепипедов в параметрическом пространстве, образованных координатными гиперплоскостями, то в качестве характерных точек можно выбрать центры образуемых таким образом параллелепипедов.

Этап 2. Определенные на 1 этапе множества  $P_P^{\alpha}$ и  $p_*^{\alpha}$  являются исходными точками и областями ограничения параметров при осуществлении некоторых процедур минимизации. В частности, представляется целесообразным рассмотреть комбинации следующих методов минимизации [13, 20].

Метод покоординатного спуска. В данном случае поиск  $\min I^{\sim}(p)$  осуществляется вдоль координатных направлений  $p_i$ , соответствующих отдельным компонентам вектора параметров р . Тогда

$$I^{\sim}\left(p^{(n+1)}\right) = I^{\sim}\left(p^{(n)} + \widetilde{\alpha}p_i\right) = I^{\sim}\left(\alpha^{\sim}\right),\tag{101}$$

и для одномерной минимизации задачи  $I^{\sim}(\tilde{\alpha}^*)$  опре-

деляются из условий

$$\tilde{\alpha}^* : \frac{dI^{\sim}}{d\tilde{\alpha}} = 0, \qquad (102)$$

причем  $I^{\sim}(p^{(n)} + \tilde{\alpha} * p_i) < I^{\sim}(p^{(n)})$ . Последовательность шагов по координатам  $p_i$  параметрического пространства и циклов этих шагов по соотношениям (101)–(102) приводит в каждой подобласти  $P_P^{\alpha_k}$  к ло-= кальным минимумам  $p_{\alpha_k}$  , и в качестве решения задачи можно принять

$$= p^* = \arg\min_{\alpha_k} I^{\sim} \begin{pmatrix} = \\ p_k \end{pmatrix}. \tag{103}$$

Важно отметить, что в качестве возможных направлений на границах между циклами покоординатного спуска можно выбирать некоторую взвешенную комбинацию координатных направлений, что может ускорить процесс сходимости в "овражной ситуации", когда ось оврага образует углы одного порядка с несколькими координатными осями.

Метод сопряженных направлений. При применении данного метода используется информация о векторе производных функционала  $I^{\sim}(p)$  по параметрам [13, 20]

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \tilde{\alpha}^{(n)} q^{(n)}; \tag{104}$$

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \widetilde{\alpha}^{(n)} q^{(n)}; \tag{105}$$

$$q^{(0)} = (I^{\sim})'; \ q^{(n)} = (I^{\sim})' - \delta^{(n)}q^{(n-1)};$$
 (106)

$$\alpha^{(n)} = \arg\min(I(p^{(n+1)})). \tag{107}$$

Здесь  $\delta^{(n)}$  – скаляр или матрица, "корректирующие" степень отклонения вектора изменения параметров на текущем шаге решения от направления антиградиента.

Метод Ньютона. Располагая информацией о матрице вторых производных функционала  $I^{\sim}(p)$ , на каждом шаге текущее решение задачи определения минимума  $I^{\sim}$  приводит к многошаговому процессу

$$p^{(n+1)} = p^{(n)} - \left[ \left( I^{\sim} \right)'' \right]^{-1} \cdot \left( I^{\sim} \right)'. \tag{108}$$

Соотношения (101)–(108) определяют различные способы спуска к минимуму функционала  $I^{\sim}$ . Однозначно определить границы областей с преимущественным применением того или иного способа решения исходной задачи в общем случае невозможно, т.к. в принципе характер зависимости  $I^{\sim}(p)$  может быть самым разнообразным. Для выбора метода необходимо провести решение тестовых задач. Однако при этом нельзя обобщить полученные результаты на все множество решаемых задач, поскольку на практике требуется решение сформулированных задач для различных конструкций, при различных условиях эксплуатации и нагружения и для различных варьируемых параметров.

В результате перспективным является комбини-

рованный пошаговый метод: после задания начального приближения осуществляется последовательность циклов минимизации по соотношениям (101)—(108), причем конечная точка одного цикла является стартовой точкой для следующего цикла. Оценивая текущую эффективность этих циклов по формуле

$$\tilde{i_n} = \|\Delta p^{(n)}\| / \|p^{(n)}\|$$
 (109)

или по аналогичному критерию для оценки скорости сходимости (с учетом необходимого числа операций), можно из набора методов выбирать более эффективный.

"Регуляризация" формы областей с системой отверстий и с другими особенностями геометрии. Элементы многих исследуемых объектов, например, технологической оснастки для оснащения технологических систем предприятий бронетанкостроения Украины, имеют большое количество крепежных и базирующих деталей. Отверстия, пазы, вырезы в данных деталях имеют различные функциональные назначения: закрепление, базирование, центрирование и т.д. При этом часть поверхности  $S_r^{\sim}$  детали состоит из регулярного "паркета" элементарных поверхностей:

$$S_r^{\sim} = \bigcup_i S_{e_i}^{\sim} . \tag{110}$$

Если  $S_p^{\sim}$  — полная исследуемая поверхность элемента механической системы, т.е. поверхность, ограниченная наружным контуром  $\Gamma_P^{\sim}$  (рис. 19), то во многих случаях ее можно представить в виде:

$$S_p^{\sim} = S_r^{\sim} \left( J S_d^{\sim} \right) J S_a^{\sim}, \tag{111}$$

где  $S_d^\sim = \bigcup_i S_{d_i}^\sim$  – воображаемая поверхность, "занятая"

вырезами, пазами, а  $S_a^{\sim}$  — сплошной участок поверхности  $S_p^{\sim}$  .

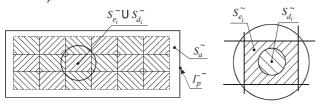


Рисунок 19 – Полная исследуемая поверхность  $S_n^{\sim}$ 

Оценка погрешности, вносимой в исследуемый объект фиксирующим элементом. На голографической

интерферограмме, фиксирующей поле перемещений точек поверхности элемента механических систем, основным информационным носителем являются интерференционные полосы. Естественно, что при расшифровки картины полос в автоматизированном режиме возникает ситуация (рис. 20), когда некоторые подобласти  $S_{d_i}^{\sim}$  пересекают несколько интерференционных полос. Следуя формальному правилу принадлежности некоторой точке полосе с определенным номером (например, правило: все выбранные точки (ячейки) принадлежат одной и той же полосе, если из каждой точки (ячейки) в каждую можно попасть вдоль линии, каждая точка которой принадлежит данной полосе), можно получить, что все полосы, проходящие через одну и ту же область выборки материала, имеют один и тот же номер. Искаженная картина может быть исправлена дополнительной процедурой идентификации, причем в некоторых ситуациях необходимо проводить эту операцию вручную.

В то же время достаточно часто при исследовании аналогичных элементов механических систем задачу можно разбить на 2 подзадачи: определение картины НДС в зонах выборки материала и определение общей картины деформирования исследуемого объекта.

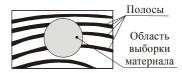


Рисунок 20 – Наложение картин интерференционных полос на подобласти выборок материала

Первая из указанных задач решается для обособленных фрагментов общей картины распределения компонент НДС и сформулированных выше трудностей не содержит. При решении второй задачи возникает проблема избавления от множества особенностей формы. Действительно, более удобной при обработке является картина полос по области  $S_p^{\sim}$  без особенностей. Для решения данной задачи необходимо рассмотреть ее физическую и математическую стороны.

Физически область  $S_p^{\sim}$  можно получить, покрыв исследуемую поверхность тонкой эластичной пленкой (которая и будет новым фиксирующим слоем), создающую сплошную однородную поверхность и, в то же время, практически не искажает картину напряженно-деформированного состояния в оригинальной детали, получаемую без наложения пленки.

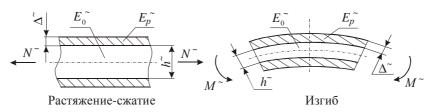


Рисунок 21 – Схема наложения пленки на исследуемый объект

С математической точки зрения важно оценить количественно вносимую покрытием погрешность и определить область применимости предложенного метода. На рис. 21 представлена схема наложения пленки на исследуемый объект при растяжении-сжатии и изгибе. Здесь  $E_o^{\sim}$  — модуль упругости основного материала,  $E_p^{\sim}$  — модуль упругости материала пленки. Жесткость на растяжение и изгиб изменяется в пределах

$$\lambda_1^{\sim} = 1 + \frac{E_p^{\sim}}{E_0^{\sim}} \cdot \frac{2\Delta^{\sim}}{h^{\sim}}; \quad \lambda_2^{\sim} = 1 + \frac{E_p^{\sim}}{E_0^{\sim}} \cdot \frac{\Delta^{\sim}}{h^{\sim}} \cdot 6 \tag{112}$$

соответственно.

Обозначая соотношение модулей в выражениях (112)  $\lambda_{E^-}$ , а отношения толщин —  $\lambda_{h^-}$ , можно записать выражение для относительной погрешности при использовании пленки

$$\varepsilon^{\sim} = k^{\sim} \cdot \lambda_{E^{\sim}} \cdot \lambda_{h^{\sim}}, \tag{113}$$

где  $k^{\sim}$  — некоторый ограниченный коэффициент, зависящий от типа напряженно-деформированного состояния в окрестности той или иной выборки материала. Видно, что для уменьшения погрешности измерений необходимо наклеивать относительно тонкую пленку из относительно податливого материала.

Внесение в исследуемую систему дополнительного покрытия формально означает, например, что исходный функционал полной внутренней энергии системы изменяется. Так, квадратичная его часть состоит в таком случае из двух слагаемых:

$$a_{N}^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_{o}^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) + a_{p}^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}),$$
 (114)

где составляющие  $a_o^{\sim}$ ,  $a_p^{\sim}$  выражают вклад основного материала и материала пленки.

Тогда с учетом выражения (113)

$$a_N^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_0^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim})(1 + 2k^{\sim}),$$
 (115)

где  $k^{\sim} << 1$  — среднеинтегральный коэффициент, отражающий специфику НДС исследуемого объекта.

Поскольку в исходной постановке задачи предполагается устойчивость исследуемой задачи к изменению параметров системы, то погрешность, вносимая наклеиваемой индикаторной пленкой, будет того же порядка, что и  $k^-$  в выражении (115).

Кроме требований, предъявляемых к материалу и толщине индикаторной пленки, необходимо соблюдение дополнительных требований, диктуемых особенностями используемого МСГИ.

1. Поскольку при появлении в областях выборки материала зон сжатия или сдвига в тонких пленках могут возникать "выпучины", то во избежание наложения локальных всплесков распределений перемещений необходимо создать в индикаторной пленке предварительное деформированное состояние (например, двухосное растяжение), такое, что в каждой точке  $\varepsilon_0^* + \varepsilon_E^* \ge 0$ , где  $\varepsilon_0^* - \varepsilon_0^*$  предварительная деформация в пленке;  $\varepsilon_E^* - \varepsilon_0^*$  деформация в процессе нагружения исследуемого объекта эксплуата-

ционными нагрузками.

- 2. В областях  $S_{e_i}^{\sim}$  требуется высокая адгезия индикаторной пленки, поскольку в противном случае в отдельных областях может быть получена существенно искаженная картина напряженно-деформированного состояния исследуемого объекта.
- 3. Индикаторная пленка должна обеспечивать удовлетворительные светоотражающие качества, т.е. быть достаточно равномерно по всей области, диффузно отражающей поверхностью, что обеспечивает хорошее качество голографических интерферограмм.

Таким образом, индикаторная пленка является своеобразной "маской", устраняющей нерегулярности геометрии поверхности исследуемых объектов, но полностью отражающей в целом характерные свойства их деформированного состояния. Показано, что достаточно тонкая пленка из низкомодульного материала, нанесенная на исследуемую поверхность способом, обеспечивающим высокую адгезию с основным материалом с одновременным созданием предварительного растяжения, позволяет получать практически неискаженную картину деформированного состояния исследуемого элемента механической системы.

Формально трактуя выражение (115), которое по структуре соответствует структуре функционала при применении процедуры регуляризации задач математической физики [14], можно говорить о "регуляризации" в том смысле, что в исследуемую систему вносится незначительный дополнительный фиксирующий элемент, позволяющий для корректной задачи устранить некорректность формы границы области.

Таким образом, в результате применения индикаторной пленки образуется новая система, практически совпадающая по жесткостным характеристикам с исследуемым объектом, но при этом позволяющая в автоматизированном режиме интерпретировать картину интерференционных полос.

Предложен также комплекс методов для решения задачи вычисления и минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Разработана процедура приведения данных различной природы к универсальному формату. Задание массива данных в виде совокупности параметров, привязанных к узлам создаваемой исследователем сетки, которая покрывает исследуемую область, позволяет распространять на поля различного происхождения операции вычитания, суммирования (интегрирования по областям или подобластям), а также любые другие операции. Этот формат, отделенный от форматов данных эксперимента и численных исследования, можно трактовать как некоторый "экран", на который проецируются два потока информации ("Е" и "Л"). При этом данный носитель информации по структуре формально независим от структуры носителей "E", "N". Указанные особенности позволяют абстрагироваться от технологии проведения численных и экспериментальных исследований в каждом конкретном случае, а также распространить на задачу минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований классические методы математического программирования. Предложенная технология "зашивания" нерегулярностей геометрической формы позволяет привести все операции на поверхностях исследуемых объектов к операциям с односвязными областями. Таким образом, предложенные подходы обеспечивают приведение исходной задачи к ряду задач, технология решения которых достаточно отработана.

#### Заключение

В работе разработан единый подход к расчетноэкспериментальному исследованию элементов механических систем и, в частности, деталей объектов бронетанковой техники на базе обобщенного параметрического подхода. При этом:

- 1. Разработанная обобщенная математическая модель для исследования прочностных и жесткостных характеристик элементов механических систем соединяет все этапы от составления систем уравнений до сравнения численных результатов с экспериментальными данными.
- 2. Задача синтеза расчетных моделей элементов механических систем элементов механических систем получила полную математическую формализацию.
- 3. Достоверность расчетных моделей элементов технологической оснастки обеспечивается соединением преимуществ метода конечных элементов и метода спеклголографической интерферометрии: путем сравнения полей различного происхождения (причем каждый из методов МКЭ и МСГИ обладает высокой точностью и широкими возможностями) удается замкнуть цикл расчетно-экспериментальных исследований, получив не только конкретные результаты для конкретной задачи, но также достоверную численную модель.
- 4. Разработанные методы автоматизированного перевода графического портрета деформирования элементов сложных механических систем в численный формат данных обладают свойствами устойчивости и обеспечения плавности получаемых при расшифровке полей искомых функций.
- 5. Конкретизация функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований, проведенная в работе, позволяет получить численную характеристику при сравнении полей перемещений точек элементов сложных механических систем.
- 6. Разработка единого формата данных для вычисления функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований дает возможность удобного и точного его вычисления.
- 7. Модифицированные методы минимизации функционала позволяют экономно, с достаточной универсальностью и гарантированностью произвести поиск параметров, обеспечивающих высокое качество расчетных моделей исследуемых объектов.
- 8. Метод "регуляризации" формы элементов технологической оснастки с большим количеством отверстий, пазов, выборок позволяет формально перейти к сравнению распределения искомых величин в односвязной области.

Таким образом, предложенный в работе подход после формализации основных этапов исследований при помощи соответствующего математического аппарата реализован в виде последовательности конечного числа задач. Для перехода к решению конкретных прикладных задач разработанные методы должны быть реализованы в виде соответствующего программно-аппаратного комплекса. Это составляет направление дальнейших исследований.

#### Список литературы

- Ткачук М.А. Науковий супровід проектно-технологічних розробок задля забезпечення тактико-технічних характеристик бойових броньованих машин / М. А. Ткачук, О.В. Литвиненко, А.В. Грабовський // Перспективи науково-технологічного забезпечення оборонно-промислового комплексу України: Інформаційнокомунікативний захід (Київ, 22-23 вересня 2015 р.). – Київ: ТОВ "Міжнародний виставковий центр", 2015. – С. 61–65.
- Чепков И.Б. Модель обоснования технических решений защитных устройств боевых бронированных машин / И.Б. Чепков // Артиллер. и стрелковое вооружение. – 2011. – № 4. – С. 42-46.
- Основы военно-технических исследований. Теория и приложения: монография: [в 4 т.]. Т. 4. Методология исследования сложных систем военного назначения / С.В. Лапицкий, А.В. Кучинский, А.И. Сбитнев [и др.]; ред.: С.В. Лапицкий. – Киев: 2013. – 477 с.
- Чепков І.Б. Основні напрями розвитку озброєння і військової техніки. Організаційні і економічні механізми державної підтримки оборонної промисловості / Чепков І.Б. // Перспективи науковотехнологічного забезпечення оборонно-промислового комплексу України: Інформаційно-комунікативний захід (Київ, 22-23 вересня 2015 р.). Київ: ТОВ "Міжнародний виставковий центр", 2015. С. 8–13
- Ткачук М.А. Залежність динамічних характеристик бронекорпусів від варійованих параметрів / Ткачук М.А., Грабовський А.В., Набоков А.В., Мазур І.В., Рикунов О.М. // Перспективи розвитку озброєння та військової техніки Сухопутних військ. Зб. тез доп. Міжн. наук.-техн. конф. (Львів, 14-15 травня 2015 р.). – Львів: АСВ, 2015. – С. 57–58.
- Толстолуцкий В.А. Математическое моделирование и анализ процессов в шасси колесных и гусеничных машин / В.А. Толстолуцкий; под ред. Д.О. Волонцевича. – Харьков: НТУ "ХПИ". – 2013. – 171 с.
- Математическое моделирование процессов возмущенного движения агрегатов и систем бронетанковой техники: Учеб. пособие в 2-х т. – Т.1. / Е.Е. Александров, Д.О. Волонцевич, В.В. Дущенко, В.В. Епифанов, Н.В. Кохановский. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2012. – 356 с.
- Ткачук Н.А. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Н.А. Ткачук, Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной, Е.А. Орлов, Н.Н. Ткачук // Механіка та машинобудування – Харків: НТУ "ХПІ", 2006. – № 1. – С. 57–79.
- Лурье А.Й. Теория упругости / А.И. Лурье. М.: Наука, 1970. 940 с.
- Гловински Р. Численное исследование вариационных неравенств / Гловински Р., Лионс Ж.Л., Тремольер Р. – М.: Мир, 1979. – 574 с.
- Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Г.И. Марчук.
   – М.: Наука, 1980. 536 с.
- Кравчук А.С. Вариационный метод в контактной задаче теории упругости. В кн.: Упругость и неупругость / Кравчук А.С., Васильев В.А. – М.: Наука, 1978. – С.23–31.
- Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы / Ж. Сеа. М.: Мир, 1973. – 244 с.
- Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. – М.: Наука, 1974. – 224 с.
- Стренг Э. Теория метода конечных элементов / Стренг Э., Фикс Дж. М.: Мир, 1977. 349 с.
- Капустин А.А. Теория спекл–интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натурных конструкций. В кн.: Физические основы голографии / Капустин А.А. – Л.: ЛИЯФ, 1979.— С.137—159.
- Капустин А.А. Использование методов голографической и спеклинтерферометрии в задачах технической диагностики элементов конструкций. В кн.: Тезисы докл. Всесоюзн. научно-технической конференции "Применение лазеров в науке и технике" / Капустин А.А., Мажура С.О. – Ленинград, 1981. – С.116–118.
- Вест Ч. Голографическая интерферометрия / Ч. Вест. М.: Мир, 1982. – 504 с.
- Чубань М.А. Аппроксимация поверхности отклика для использования в процессе параметрического синтеза машиностроительных конструкций / М.А. Чубань // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Транспортне машинобудування. Харков: НТУ "ХПИ", 2015. № 43 (1152). С. 161–164.

Карманов В.Г. Математическое программирование / В.Г. Карманов.
 – М.: Наука, 1980. – 536 с.

#### References (transliterated)

- Tkachuk M.A. Naukovyy suprovid proektno-tekhnolohichnykh rozrobok zadlya zabezpechennya taktyko-tekhnichnykh kharakterystyk boyovykh bron'ovanykh mashyn / M.A. Tkachuk, O.V. Lytvynenko, A.V. Hrabovs'kyy // Perspektyvy naukovo-tekhnolohichnoho zabezpechennya oboronno-promyslovoho kompleksu Ukrayiny: Informatsiyno-komunikatyvnyy zakhid (Kyiv, 22-23 veresnya 2015 r.). Kyiv: TOV "Mizhnarodnyy vystavkovyy tsentr", 2015. P. 61–65.
- Chepkov I.B. Model' obosnovanija tehnicheskih reshenij zashhit-nyh ustrojstv boevyh bronirovannyh mashin / I.B. Chepkov // Artiller. i strelkovoe vooruzhenie. – 2011. – No 4. – P. 42–46.
- Osnovy voenno-tehnicheskih issledovanij. Teorija i prilozhe-nija: monografija: [v 4 t.]. T. 4. Metodologija issledovanija slozhnyh sistem voennogo naznachenija / S.V. Lapickij, A.V. Kuchinskij, A.I. Sbitnev [i dr.]; red.: S.V. Lapickij. – Kiev: 2013. – 477 p.
- Chepkov I.B. Osnovni napryamy rozvytku ozbroyennya i viys'kovoyi tekhniky. Orhanizatsiyni i ekonomichni mekhanizmy derzhavnoyi pidtrymky oboronnoyi promyslovosti / Chepkov I.B. // Perspek-tyvy naukovo-tekhnolohichnoho zabezpechennya oboronno-promyslovoho kompleksu Ukrayiny: Informatsiyno-komunikatyvnyy zakhid (Kyyiv, 22-23 veresnya 2015 r.). – Kyiv: TOV "Mizhnarodnyy vystavkovyy tsentr", 2015. – P. 8–13.
- Tkachuk M.A. Zalezhnist' dynamichnykh kharakterystyk bronekorpusiv vid variyovanykh parametriv / Tkachuk M.A., Hrabovs'kyy A.V., Nabokov A.V., Mazur I.V., Rykunov O.M. // Perspektyvy rozvytku ozbroyennya ta viys'kovoyi tekhniky Sukhoputnykh viys'k. Zb. tez dop. Mizhn. nauk.-tekhn. konf. (L'viv, 14-15 travnya 2015 r.). – L'viv: ASV, 2015. – P. 57–58.
- Tolstołuckij V.A. Matematicheskoe modelirovanie i analiz processov v shassi kolesnyh i gusenichnyh mashin / V.A. Tolstołuckij; pod red. D.O. Voloncevicha. – Kharkov: NTU "KhPI". – 2013. – 171 s.
- Matematicheskoe modelirovanie processov vozmushhennogo dvizhenija agregatov i sistem bronetankovoj tehniki: Ucheb. posobie v 2-h t. Vol. 1.
   / E.E. Aleksandrov, D.O. Voloncevich, V.V. Dushhenko, V.V. Epifanov, N.V. Kohanovskij. Kharkov: NTU "KhPI", 2012. 356 p.
- 8. **Tkachuk N.A.** Konechno-jelementnye modeli jelementov slozhnyh

- mehanicheskih sistem: tehnologija avtomatizirovannoj genera-cii i parametrizovannogo opisanija / **N.A. Tkachuk, G.D. Gricenko, A.D. Chepurnoj, E.A. Orlov, N.N. Tkachuk** // Mehanika ta mashinobuduvannja Kharkov: NTU "KhPI", 2006. No 1. P. 57–79.
- Lur'e A.I. Teorija uprugosti / A.I. Lur'e. Moscow: Nauka, 1970. 940 p.
- Glovinski R. Chislennoe issledovanie variacionnyh nera-venstv / Glovinski R., Lions Zh.L., Tremol'er R. – Moscow: Mir, 1979. – 574 p.
- Marchuk G.I. Metody vychislitel'noj matematiki / G.I. Marchuk. Moscow: Nauka, 1980. – 536 p.
- Kravchuk A.S. Variacionnyj metod v kontaktnoj zadache teorii uprugosti. V kn.: Uprugost' i neuprugost' / Kravchuk A.S., Vasil'ev V.A. Moscow: Nauka, 1978. P. 23–31.
- Sea Zh. Optimizacija. Teorija i algoritmy / Zh. Sea. Moscow: Mir, 1973. – 244 p.
- Tihonov A.N. Metody reshenija nekorrektnyh zadach / Tihonov A.N., Arsenin V.Ja. – Moscow: Nauka, 1974. – 224 p.
- Streng Je. Teorija metoda konechnyh jelementov / Streng Je., Fiks Dzh.
   – Moscow: Mir, 1977. 349 p.
- Kapustin A.A. Teorija spekl-interferometricheskih izmerenij naprjazhenno-deformirovannogo sostojanija jelementov naturnyh konstrukcij. V kn.: Fizicheskie osnovy golografii / Kapustin A.A. – Leningrad: LIJaF, 1979.– P. 137–159.
- Kapustin A.A. Ispol'zovanie metodov golograficheskoj i speklinterferometrii v zadachah tehnicheskoj diagnostiki jelementov konstrukcij. V kn.: Tezisy dokl. Vsesojuzn. nauchno-tehnicheskoj konferencii "Primenenie lazerov v nauke i teh-nike" / Kapustin A.A., Mazhura S.O. – Leningrad, 1981. – P. 116–118.
- Vest Ch. Golograficheskaja interferometrija / Ch. Vest. Moscow: Mir, 1982. – 504 p.
- Chuban' M.A. Approksimacija poverhnosti otklika dlja ispol'zovanija v processe parametricheskogo sinteza mashinostroitel'nyh konstrukcij / M.A. Chuban' // Visnik NTU "KhPI". Serija: Transportne mashinobuduvannja. – Kharkov: NTU "KhPI", 2015. – No 43 (1152). – P. 161–164.
- Karmanov V.G. Matematicheskoe programmirovanie V.G. Karmanov. – Moscow: Nauka, 1980. – 536 p.

Поступила (received) 15.01.2017

#### Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Розробка математичного апарата для розв'язання задач розрахунково-експериментального дослідження елементів механічних систем / Ткачук М.А., Хлань О.В., Шейко О.І., Малакей А.М., Набоков А.В., Грабовський А.В., Танченко А.Ю., Васильєв А.Ю., Ткачук Г.В. // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків : НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 110—131. — Бібліогр.: 20 назв. — ISSN 2079-0775.

Разработка математического аппарата для решения задач расчетно-экспериментального исследования элементов механических систем / Ткачук Н.А., Хлань А.В., Шейко А.И., Малакей А.Н., Набоков А.В., Грабовский А.В., Танченко А.Ю., Васильев А.Ю., Ткачук А.В. // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. — Харьков: НТУ "ХПИ", 2017. — № 12 (1234). — С. 110—131. — Бібліогр.: 20 назв. — ISSN 2079-0775.

Development of mathematical apparatus for tasks solving of calculation and experimental research of mechanical systems elements / Tkachuk N.A., Khlan A.V., Sheiko A.I., Malakey A.N., Nabokov A.V., Grabovsky A.V., Tanchenko A.Yu., Vasiliev A.Yu., Tkachuk A.V./ Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 110–131. – Bibliogr.: 20. – ISSN 2079-0775.

#### Відомості про авторів / About the Authors

*Ткачук Микола Анатолійович* – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057)7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Ткачук Николай Анатольевич** – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедрой "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org

*Tkachuk Mykola* – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057)7076902; e-mail: <a href="mailto:tma@tmm-sapr.org">tma@tmm-sapr.org</a>.

**Хлань Олександр Володимирович** – генеральний директор ДП "Завод ім. В.О. Малишева", Харків, тел. (057) 707-69-02, <u>tma@tmm-sapr.org</u>.

**Хлань Александр Владимирович** — генеральный директор ГП "Завод им. В.А. Малышева", Харьков, тел. (057) 707-69-02, tma@tmm-sapr.org.

Khlan Oleksandr – General Director at SE "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 7076902

**Шейко Олександр Іванович** – головний інженер, ДП "Завод ім. В.О. Малишева", Харків, тел. (057) 707-69-02.

**Шейко Александр Иванович** – главный инженер, ГП "Завод им. В.А. Малышева", Харьков, тел. (057) 707-69-02

Sheyko Oleksandr – chief engineer at SE "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 7076902, tma@tmm-sapr.org.

*Малакей Андрій Миколайович* — заступник генерального директора з якості ДП "Завод ім. Малишева", Харків; тел. (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Малакей Андрей Николаевич* — заместитель генерального директора по качеству ГП "Завод им. Малышева", Харьков; тел. (057) 784-40-08, е mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

*Malakei Andrii* – deputy general director for quality at SE "Malyshev Plant", Kharkov; tel.: (057) 784-40-08, e-mail: kanc@malyshev.kharkov.ua.

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПІ", аспирант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 7076901.

**Набоков Анатолий Владимирович** – НТУ "ХПИ", аспирант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 7076901.

*Nabokov Anatoliy* – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", post-graduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 7076901.

*Грабовський Андрій Володимирович* – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057)7076166; е-mail: andrej8383@gmail.com

*Грабовский Андрей Владимирович* — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

*Grabovskiy Andrey* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), NTU "KhPI", Senior Researcher of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: (057)7076166; e-mail: andrej8383@gmail.com

*Танченко Андрій Юрійович*— кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>ATanchenko@tmm-sapr.org</u>.

**Танченко Андрей Юрийович** – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", Харьков; тел.: (057) 707-69-01; е mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

*Tanchenko Andrii* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: ATanchenko@tmm-sapr.org.

**Васильєв Антон Юрійович** — кандидат технічних наук, НТУ "ХПІ", докторант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", Харків; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>AVasiliev@tmm-sapr.org</u>.

*Васильев Антон Юрьевич* – кандидат технических наук, НТУ "ХПИ", докторант кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", Харьков; тел.: (057) 707-69-01; е mail: AVasiliev@tmm-sapr.org.

*Vasiliev Anton* – Candidate of Technical Sciences (Ph.D.), NTU "KhPI", doctorante of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, Kharkiv; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: <u>AVasiliev@tmm-sapr.org</u>.

**Ткачук Ганна Володимирівна** – кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, НТУ "ХПІ", старший науковий співробітник кафедри "Інформаційні технології і системи колісних і гусеничних машин ім. О.О. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

*Ткачук Анна Владимировна* — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, НТУ "ХПИ", старший научный сотрудник кафедры "Информационные технологии и системы колесных и гусеничных машин им. А.А. Морозова", тел.: (057) 707-63-35.

*Tkachuk Ganna* – Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, NTU "KhPI", Senior Researcher at Information Technology and Systems of Wheeled and Tracked Machines behalf of A.A. Morozov Department; tel.: (057) 707-63-35

УДК 621.833

## Д.А. ФЕДИН, Б.В. ВИНОГРАДОВ

## О РЕЗОНАНСНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ОТКРЫТЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ БАРАБАННЫХ МЕЛЬНИЦ

Приведено літературний огляд математичних моделей динаміки зубчастих передач з урахуванням змінної жорсткості та кінематичної похибки зачеплення. З використанням методу скінченних елементів проведено інженерний аналіз характеру зміни жорсткості зубчастої передачі барабанного млина. Запропоновано математичну модель динаміки зубчастої передачі барабанного млина, яка враховує характер зміни жорсткості та кінематичної похибки зачеплення. Визначено межі виникнення параметричного та силового резонанса.

*Ключові слова:* зубчаста передача, барабанний млин, коливання, параметричний резонанс.

Приведен литературный обзор математических моделей динамики зубчатых передач с учетом переменной жесткости и кинематической погрешности зацепления. С использованием метода конечных элементов проведен инженерный анализ характера изменения жесткости зубчатой передачи барабанной мельницы. Предложена математическая модель динамики открытой зубчатой передачи барабанной мельницы с учетом переменной жесткости и кинематической погрешности зацепления. Определены области возникновения параметрического и силового резонанса.

Ключевые слова: зубчатая передача, барабанная мельница, колебания, параметрический резонанс.

The aim of the study is the creation of mathematical model of tumbling mill open gearing which taking into account parametric and kinematic excitation of vibration and analysis of resonance mode of tumbling mill gearing work. Analytical review of resent work in the field of mathematical models of gearings is done. Investigation of stiffness variation of tumbling mill gearing using finite elements analysis is carried out. Mathematical model of tumbling mill open gearing which taking into account parametric and kinematic excitation of vibration is proposed. Ranges resonant frequencies of tumbling mill open gearing are determined. Dangerous velocities of pinion rotation are determined.

Keywords: gearing, drum mill, vibration, parametric resonance

#### Введение

При работе зубчатых передач возможны резонансные режимы нагружения, вызванные кинематической погрешностью и периодическим изменением жесткости зубчатой передачи. В первом случае при определенных условиях возможен силовой, а во втором — параметрический резонанс. Поскольку резонансные режимы работы зубчатых передач недопустимы, то задача определения областей их возникновения и выбора динамических параметров, исключающих их возникновение, представляет большой практический интерес.

*Цель работы* – разработка математической модели зубчатой передачи, позволяющей учесть влияние вынужденных и параметрически возбуждаемых колебаний, и определение с ее использованием областей динамической неустойчивости открытой зубчатой передачи барабанной мельницы.

## Анализ исследований

Возникновение внутренних динамических нагрузок на зубья связано с периодическим действием сил при входе зубьев в зацепление, а также ударов, вызванных кинематической погрешностью зубьев. Расчет динамических нагрузок на зубья является сложной задачей, которая до сих пор не решена полностью. Одним из основных направлений исследования является теоретический расчет усилий, возникающих в зубчатой передаче.

К первым работам, в которых зубатая передача представлена как колебательная система, следует отнести работы [1]. Петрусевич А.И. и Генкин М.Д. рассмотрели простейшую модель зубчатой передачи как колебательной системы с одной степенью свободы, состоящей из приведенной массы шестерни и зубчатого колеса и упругой связи с жесткостью, эквивалентной жесткости зубчатой передачи [1].

С тех пор опубликовано много работ, посвященных моделированию зубчатых передач с рассмотрением различных возмущающих факторов. Наиболее полный обзор и классификация моделей сделана авторами Ozgüven и Houser [2]. С точки зрения прочности зубчатой передачи наибольший интерес представляет группа моделей, в которой все элементы привода, кроме зубчатых колес, приняты абсолютно жесткими. Данное допущение справедливо для большинства задач, так как жесткость зубчатой передачи намного больше жесткости валов, подшипников и т.д. Поэтому колебания в других элементах привода незначительно влияют на динамику зубчатой передачи. Такая модель позволяет учесть влияние переменной жесткости, демпфирования колебаний кинематической погрешности на внутреннюю динамику зубчатой передачи [3].

Система дифференциальных уравнений движения зубчатых колес, записанная в матричной форме, имеет вид [4]

$$J\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + Kf(\theta) = F(t, \theta, \dot{\theta}),$$
 (1)

где  $\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \dots]^T$  — угловое перемещение элементов зубчатой передачи, J — матрица моментов инерции; C — матрица, определяющая затухание колебаний; K — матрица жесткостей;  $F(t,\theta,\dot{\theta})$  — функция, описывающая возмущение движущего момента;  $f(\theta)$  — функция, описывающая изменение жесткости зацепления. C использованием указанной модели показано [4], что периодическое изменение жесткости является источником динамической нагрузки на зубчатую передачу, величина которой сильно зависит от геометрии зубьев и кинематической погрешности зубчатой передачи.

© Д. А. Федин, Б. В. Виноградов, 2017

Функция жесткости  $f(\theta)$  задается зависимостями, вычисленными аналитически, или полученными путем аппроксимации экспериментальных данных рядом Фурье. При исследовании параметрического возбуждения динамических явлений в зубчатой передаче необходимо тщательное обоснование выбора соответствующей функции, вид которой должен учитывать геометрию зацепления и в то же время не должен значительно усложнять математическую модель [5].

#### Обоснование расчетной схемы

Открытая зубчатая передача барабанной мельницы выполнена в виде приводной шестерни 1 (рис. 1), посаженой на вал с ротором двигателя 2, и зубчатого венца 3, посаженного на барабан мельницы.

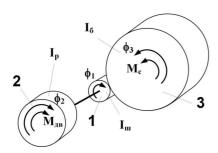


Рисунок 1 – Схема привода барабанной мельницы

Крутящий момент двигателя  $M_{\rm дв}$  передается через вал шестерне 1 и через зубчатое зацепление зубчатому венцу 3. На барабан мельницы действует момент сопротивления  $M_{\rm c}$ . Жесткость зубчатой передачи намного больше жесткости валопровода, как правило, оснащенного упругой муфтой, что позволяет при рассмотрении внутренней динамики перейти к двухмассовой динамической модели зубчатого зацепления (рис. 2). Здесь  $I_1$  — момент инерции приводной шестерни,  $I_2$  — момент инерции зубчатого венца с барабаном мельницы.

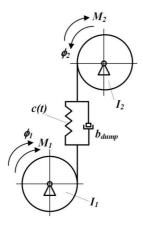


Рисунок 2 – Расчетная схема привода барабанной мельницы

#### Обоснование математической модели

Число степеней свободы системы, приведенной на рис. 2, составляет i=2. Следовательно, уравнения движения в форме Лагранжа представляют собой систему из двух уравнений

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_1}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial T_1}{\partial \varphi_1} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} + Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_2}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial T_2}{\partial \varphi_2} = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_2} + Q_2 \end{cases} , \tag{2}$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — кинетическая энергия тел 1 и 2 соответственно;  $\varphi_1$  и  $\varphi_1$  — обобщенные координаты, представляющие собой угловые перемещения зубчатых колес  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ ;  $\Pi$  — потенциальная энергия силы упругости зубчатой передачи;  $Q_1$  и  $Q_2$  — обобщенные непотенциальные силы.

Учитывая, что

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = -c(\phi_1 - \phi_2 - \Delta(t)), \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = c(\phi_1 - \phi_2 - \Delta(t)), \quad (3)$$

где  $\Delta(t)$  — кинематическая погрешность зубчатой передачи, а также

$$Q_1 = M_1 - \mu \left( \dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2 \right), \tag{4}$$

$$Q_2 = -M_2 - \mu (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_2), \tag{5}$$

после несложных преобразований получаем уравнение пвижения

$$\ddot{\alpha} + 2b\dot{\alpha} + \frac{c}{I_{\text{TI}}}\alpha = c\Delta(t), \qquad (6)$$

где 
$$\alpha \! = \! \phi_1 - \! \phi_2 \, ; \ 2b = \! \frac{\varepsilon}{I_\Pi} \, ; \ I_\Pi = \! \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \, ; \ b$$
 — коэффици-

ент, учитывающий диссипацию энергии колебаний.

При составлении уравнения (6) начало системы отсчета перенесено в положение статического равновесия. Уравнение (6) представляет собой обыкновенное дифференциальное уравнение движения с учетом затухания и в общем случае имеет переменные коэффициенты. Сложность получения решения уравнения (6) приводит к тому, что путем принятия существенных допущений в зависимости от целей исследования его приводят к тому или иному виду уравнения, решения которого достаточно изучены.

Поскольку предметом исследования являются параметрические колебания, целесообразно привести уравнение (6) к уравнению Матье-Хилла.

Если утверждать, что жесткость зубчатой передачи изменяется по гармоническому закону, то

$$c(t) = c_0 - \Delta c \cos(\Theta t) = c_0 \left( 1 - \frac{\Delta c}{c_0} \cos(\Theta t) \right), \quad (7)$$

где  $\Delta c = c_{\text{max}} - c_0$ ;  $\Theta$  – частота изменения параметра жесткости. Подставляя (7) в (6), получаем

$$\ddot{\alpha} + 2\varepsilon\dot{\alpha} + \Omega_0^2 (1 - 2\mu\cos(\Theta t))\alpha = c\Delta(t), \qquad (8)$$

где 
$$\, \Omega_0 = \sqrt{\frac{c_0}{I_\Pi}} \, ; \, \, 2\mu = \frac{\Delta c}{c_0} \, ; \, \, \mu \, - \, \, \mbox{коэффициент, опреде-}$$

ляющий глубину изменения параметра жесткости.

Решение уравнения (8) хорошо изучено, в частности получены аналитические выражения для границ области динамической неустойчивости колеблющейся

системы [6]. Однако допущение о гармоническом характере изменения жесткости должно быть в каждом конкретном случае обосновано экспериментально либо путем решения контактной задачи методом конечных элементов.

## Инженерный анализ характера изменения жесткости зубчатой передачи

Жесткость зубчатого зацепления привода мельницы МШРГУ 4500х6000, параметры которой приведены в табл. 1 и табл. 2, определялась методом конечных элементов. Значения в табл. 1 над косой чертой и под ней соответствуют прямозубому и косозубому исполнению шестерни соответственно.

Таблица 1 – Геометрические параметры зубчатой передачи

Пополети	Обозначение	МШЦ 5500x6500			
Параметр	Ооозначение	Шестерня	Колесо		
Число зубьев	Z	46	252		
Ширина зуба	<i>b</i> , мм	1000	1000		
Начальный диаметр	d, mm	1150/1156	6300/6334		
Угол зацепления	α, °	20 0/6 25 3725/3745			
Угол наклона зуба	β, °				
Модуль зацепления	m, MM				
Межосевое расстояние	$a_{\scriptscriptstyle W}$ , MM				

Таблица 2 – Данные по нагрузке зубчатой передачи

Параметр	Обозначение	Значение
Частота вращения шес- терни	n <sub>1</sub> , об/мин	75
Крутящий момент на шестерне	$T_1$ , к $H$ ·м	509,3
Передаточное число	u	5,5

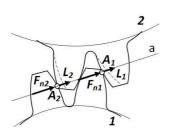


Рисунок 3 – Расчетная схема определения жесткости передачи

Методика расчета жесткости зубчатого зацепления приведена в работах [7, 8]. Зависимость жесткости от времени определялась путем интерполяции значений в последовательных фазах зубчатого зацепления. Расчетная схема определения жесткости зубчатого зацепления при двупарном контакте приведена на рис. 3. В расчетной схеме принято, что сила в зацеплении распределена между зубьями равномерно  $(F_{n1} = F_{n2} = F_{n}/2)$ . Статическая деформация зубьев под

действием сил  $F_{n1}$  и  $F_{n2}$  равна  $L_1$  и  $L_2$  соответственно.

На рис. 4 приведена форма пятна контакта зубчатой передачи.

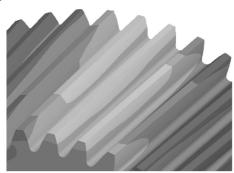


Рисунок 4 – Пятно контакта зубьев в зубчатой передаче

На рис. 5 приведен график зависимости жесткости зубчатого зацепления от времени. Сплошные линии получены путем нелинейной аппроксимации экспериментальных данных функцией

$$y(t) = A + B\cos(\omega t + \varphi), \qquad (9)$$

где  $A, B, \omega, \phi$  – параметры уравнения регрессии.

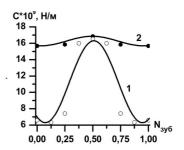


Рисунок 5 — Зависимость линейной жесткости зубчатой передачи барабанной мельницы от времени при прямозубом (1) и косозубом исполнении (2)

Дисперсионный анализ показал, что зависимость жесткости от времени с достаточной для поставленной цели точностью описывается функцией вида (2). Чем больше коэффициент перекрытия, тем более функция жесткости приближается к виду (9). Это позволяет для анализа устойчивости колебаний рассматриваемой системы использовать уравнение Матье-Хилла (8).

#### Исследование динамики зубчатой передачи

Момент инерции зубчатого венца вместе с барабаном  $I_2$  на несколько порядков больше момента инерции ротора двигателя  $I_2$ , поэтому можно записать, что

$$I_{\Pi} = \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \approx \frac{I_1 I_2}{I_2} = I_1, \tag{10}$$

который составляет  $I_1 = 1, 3 \cdot 10^3 \text{ H} \cdot \text{м}^2$ .

Как известно, диссипация энергии колебаний оказывает заметное влияние в резонансных областях. Учитывая, что силовой резонанс возникает на частоте собственных колебаний  $\Omega_{01}$ , а параметрический – на

удвоенной частоте  $\Omega_{02}=2\Omega_0$ , то эквивалентный коэффициент силы вязкого сопротивления при расчете силового и параметрического резонанса можно определить по формулам

$$\mu_1 = \frac{c_0 \Psi}{2\pi\Omega_{01}}, \mu_1 = \frac{c_0 \Psi}{2\pi\Omega_{02}},$$
(11)

где  $\Psi$  – коэффициент затухания, определяемый опытным путем, а  $c_0$  – среднее значение жесткости зубчатой передачи при ее изменении по гармоническому закону.

Определим динамический момент, вызванный действием кинематической погрешности на зубчатую передачу

$$c\Delta(t) = c_0 \frac{\Delta_0}{r_1} \cos(\omega t), \qquad (12)$$

где  $\Delta_0$  – ошибка шага зацепления. Тогда уравнение колебаний зубчатой передачи барабанной мельницы принимает вид

$$\ddot{\alpha} + \Omega_0^2 \left( 1 - \frac{\varepsilon^2}{\Omega_0^2} - 2\mu \cos(\Theta t) \right) \alpha = c_0 \frac{\Delta_0}{r_1 I_1} \cos(\omega t). \quad (13)$$

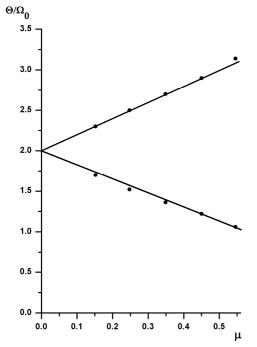


Рисунок 6 – Границы области неустойчивости колебаний зубчатой передачи барабанной мельницы МШЦ 5500x6500 в косозубом исполнении: 1 – теоретические:

2, 3 – по данным математического моделирования

Решение уравнения (13) производилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка точности. На рис. 6 приведены результаты исследования области динамической неустойчивости (параметрического резонанса) зубчатой передачи барабанной мельницы МШЦ 5500х6500. Из рис. 6 видно, что с увеличением параметра µ область параметрического резонанса расширяется. В рассматриваемой передаче при прямозубом исполнении µ = 0,2 и

при косозубом исполнении  $\mu = 0.02$ . Применение косозубых зубчатых колес позволяет уменьшить величину параметра  $\mu$  в десятки раз.

На рис. 7 приведена амплитудно-частотная характеристика зубчатой передачи барабанной мельницы МІШЦ 5500х6500 в окрестности основного силового резонанса. Из рис. 7 видно, что колебания жесткости с зубцовой частотой вызывают и в прямозубой и в косозубой передаче малый силовой резонанс на частоте  $0,5\Omega_0$ . Однако заметный рост амплитуд колебаний наблюдается при частоте более  $0,2\Omega_0$ , что при частотах вращения шестерен в приводах мельниц 75-150 об/мин нереально.

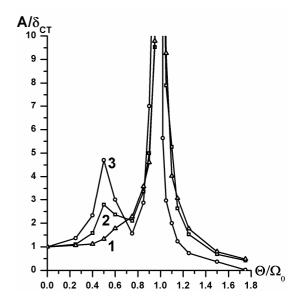


Рисунок 7 — Амплитудно-частотная характеристика зубчатой передачи барабанной мельницы МШЦ 5500х6500: I — без учета колебаний жесткости;  $2 - \mu = 0.02$ ;  $3 - \mu = 0.2$ 

#### Выводы

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

- 1. В процессе работы зубчатой передачи в результате изменения числа пар зубьев, находящихся в зацеплении, и суммарной длины контактных линий зацепления происходит периодическое изменение жесткости зубчатой передачи. Глубина изменения параметра жесткости µ прямозубой открытой зубчатой передачи барабанной мельницы МШЦ 5500х6500 в 12,3 раза больше, чем для косозубой.
- 2. При установке вал-шестерни открытой зубчатой передачи барабанной мельницы МШЦ 5500х6500 на жесткую опору резонансные режимы работы передачи вследствие колебаний жесткости невозможны, так как частота изменения параметра жесткости, а, следовательно, и зубчатая частота, в 4,7 раза меньше собственной частоты зубчатого зацепления в прямозубом исполнении и в 5,6 раз меньше собственной частоты зубчатого зацепления в косозубом исполнении.
- 3. Установка приводного узла шестерни на податливую опору приведет к снижению приведенной жесткости и собственной частоты зубчатой передачи, что может вызвать возникновение силового и параметрического резонанса. Поэтому подрессоривание узла привод-

ной шестерни в целях борьбы с ее виброактивностью недопустимо.

#### Список литературы

- 1. **Петрусевич А.Н.** Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колесами / **А.Н. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гриневич** // **М.**: Изд-во АН СССР, 1956. 134 с.
- Ozgüven H.N. Mathematical models used in gear dynamics a review / Ozgüven H.N., Houser D.R. // Journal of sound and vibration. – 1988. – No 121(3). – P. 383–411.
- Amabili M. Dynamic analysis of spur gear pairs: steady-state response and stability of the SDOF model with time-varying meshing damping / Amabili M., Rivola A. // Mechanical systems and signal processing. 1997. No 11(3). P. 375–390.
- Shiven He Modeling and dynamics analysis of planetary gear transmission joints with backlash / Shiven He, Qinxuan Jia, Gang Chen, Hanxu Sun// International Journal of Control and Automotion. – 2015. –Vol. 8. – No 2. – P. 153–162.
- Калинин Д. В. Моделирование нелинейных колебаний циллиндрических зубчатих передач авиационных приводов / Д. В. Калинин, Ю. М. Темис // Вісник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2015. – Т.14. – № 3. – С. 193– 202.
- Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем / В.В. Болотин // Москва: Наука, 1956. – 600 с.
- 7. **Виноградов Б.В.** The stress state of heavy loaded open gearing with incomplete teeth contact / **Б.В. Виноградов**, Д. А. **Федин** // Науковий вісник НГУ, 2016, № 3 С. 35-40.
- Виноградов Б.В. The stiffness of the open gearing of tumbling mill / Б.В. Виноградов, Д. А. Федин // Науковий вісник НГУ, 2016, № 2 – С. 24-29.

## References (transliterated)

- Petrusevich A.N. Dinamicheskie nagruzki v zubchatyh peredachah s prjamozubymi kolesami [Dynamic loads in gearings with spur gears] / A.N. Petrusevich, M.D. Genkin, V.K. Grinevich // Moscow: Izd-vo AN SSSR, 1965. – 134 p.
- Ozgüven H.N. Mathematical models used in gear dynamics a review / Ozgüven H.N., Houser D.R. // Journal of sound and vibration. – 1988. – No 121(3). – P. 383–411.
- Amabili M. Dynamic analysis of spur gear pairs: steady-state response and stability of the SDOF model with time-varying meshing damping / Amabili M., Rivola A. // Mechanical systems and signal processing. 1997. No 11(3). P. 375–390.
- Shiven He Modeling and dynamics analysis of planetary gear transmission joints with backlash / Shiven He, Qinxuan Jia, Gang Chen, Hanxu Sun// International Journal of Control and Automotion. – 2015. –Vol. 8. – No 2. – P. 153–162.
- Kalinin D.V. Modelirovanie nelinejnyh kolebanij cillindricheskih zubchatih peredach aviacionnyh privodov [Modeling of nonlinear vibrations of spur gearings of aviation drives] / D.V. Kalinin, YU.M. Temis // Visnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmycheskogo universiteta. – 2015. – T.14. – No 3. – P. 193-202.
- Bolotin V.V. Dinamicheskaja ustijchivost' uprugih system [Dynamic equilibrium of flexible structures] / V.V. Bolotin // Moscow: Nauka, 1956. – 600 p.
- Vinogradov B.V. The stress state of heavy loaded open gearing with incomplete teeth contact / B.V. Vinogradov, D. A. Fedin // Naukovij visnik NGU. – 2016. – No 3 – P. 35-40.
- Vinogradov B.V. The stiffness of the open gearing of tumbling mill / B.V. Vinogradov, D. A. Fedin // Naukovij visnik NGU. – 2016. – No 2. – P. 24-29.

Поступила (received) 06.03.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Про резонансні режими роботи відкритих зубчастих передач барабанних млинів / Д. О. Федін, Б. В. Виноградов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. — Харків: НТУ "ХПІ", 2017. — № 12 (1234). — С. 132—136. — Бібліогр.: 8 назв. — ISSN 2079-0775.

О резонансных режимах работы открытых зубчатых передач барабанных мельниц/ Д. А. Федин, Б. В. Виноградов // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С.132–136. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2079-0775.

**About resonance modes of work of tumbling mill gearings / D. O. Fedin, B. V. Vinogradov** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – № 12 (1234). – P. 132–136. – Bibliogr.: 6. – ISSN 2079-0775.

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Федін Дмитро Олександрович** — кандидат технічних наук, доцент, Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет", доцент кафедри матеріалознавства; Дніпро, тел.: (068) 852-38-00; e-mail: tm.i.sm.master@gmail.com.

**Федин Дмитрий** Александрович — кандидат технических наук, доцент, Государственное высшее учебное заведение "Украинский государственный химико-технологический университет", доцент кафедры материаловедения; Днепр, тел.: (068) 852-38-00; e-mail: tm.i.sm.master@gmail.com.

*Fedin Dmytro* – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, State Higher Education Institute "Ukrainian State University of Chemical Technology", Associate Professor at the Department of Materials Science; Dnieper, tel.: (068) 852-38-00; e-mail: tm.i.sm.master@gmail.com.

**Виноградов Борис Володимирович** – доктор технічних наук, професор, Державний вищий навчальний заклад "Український державний хіміко-технологічний університет", професор кафедри матеріалознавства; Дніпро, тел.: (067) 258-46-91; e-mail: bvvin@mail.ru.

**Виноградов Борис Владимирович** – доктор технических наук, профессор, Государственное высшее учебное заведение "Украинский государственный химико-технологический университет", профессор кафедры материаловедения; Днепр, тел.: (067) 258-46-91; e-mail: bvvin@mail.ru.

*Vinogradov Boris* – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, State Higher Education Institute "Ukrainian State University of Chemical Technology", Associate Professor at the Department of Materials Science; Dnieper, tel.: (067) 258-46-91; e-mail: bvvin@mail.ru.

#### УДК 539.3:629.463: 004.94

## Р. И. ШЕЙЧЕНКО, Н. А. ТКАЧУК, М. А. БОНДАРЕНКО, Е.А. ЛУНЕВ

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ИН-НОВАЦИОННЫХ ТОНКОСТЕННЫХ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

У роботі описані результати числового моделювання напружено-деформованого стану тонкостінних машинобудівних конструкцій. На прикладі вагона-цистерни для перевезення рідкої сірки досліджено вплив різних варіантів навантаження та конструктивних параметрів на міцність елементів вагона. Обгрунтовані рекомендації щодо технічних рішень інноваційного вагона-цистерни.

*Ключові слова:* напружено-деформований стан, тонкостінна машинобудівна конструкція, інноваційний виріб, міцність, вагонцистерна

В работе описаны результаты численного моделирование напряженно-деформированного состояния тонкостенных машиностроительных конструкций. На примере вагона-цистерны для перевозки жидкой серы исследовано влияние различных вариантов нагружения и конструктивных параметров на прочность элементов вагона. Обоснованы рекомендации по техническим решениям инновационного вагона-цистерны.

*Ключевые слова*: напряженно-деформированное состояние, тонкостенная машиностроительная конструкция, инновационное изделие, прочность, вагон-цистерна

The paper describes results of numerical modeling of stress-strain state of thin-walled engineering structures. For example, for tank wagon for liquid sulfur transportation effect of different load modes and design parameters on strength of wagon components was studied. Recommendations for technical solutions of innovative tank-wagon were justified. According to results of multiple studies set of parameters, which is conformed to a complex of existing rules and criteria in terms of strength, is recommended. As a result of strength analysis the equivalent stresses for wagon structure are obtained. Evaluation of wagon structure conformity to normalized parameters of strength by I and III regimes was made by comparison of calculated stresses with the permissible values. Analysis of results led to conclusion that maximum equivalent stresses in all structural wagon elements don't exceed the allowable ones for all load modes. This allows to conclude that wagon structure with recommended design solutions corresponds to the normalized strength parameters.

Keywords: stress-strain state, thin-walled machine engineering structure, innovative product, strength, tank-wagon

#### Введение

В разных отраслях промышленности в настоящее время значительное внимание уделяется созданию инновационных тонкостенных машиностроительных конструкций. К таким изделиям предъявляются разнонаправленные требования к нагрузочной способности, долговечности, экономичности и т.п. Соответственно, необходимо проводить значительный объем исследований для обоснования удовлетворительных технических решений. В частности, в работах [1–9] описаны результаты численных и экспериментальных исследований различных грузовых вагонов. В то же время уделяется мало внимания к исследованию инновационных вагонов-цистерн. В связи с этим возникает актуальная задача, состоящая в проведении численного моделирования напряженнодеформированного состояния таких конструкций.

## Численное моделирование напряженно-деформированного состояния вагона-цистерны: конструкция и условия нагружения

В ряде работ [7–11] разработаны методологические основы многовариантных численных исследований элементов машиностроительных конструкций с целью обоснования их рациональных проектнотехнологических параметров. Для реализации разработанных подходов, моделей и методов в данной работе проведено, в частности, обоснование проектных решений вагона-цистерны модели 15-9544 конструкции Научно-инженерного центра (НИЦ) Управляющей Компании "РэйлТрансХолдинг" (УК "РТХ") (г. Мариуполь). Основные технические характеристики вагона представлены в табл. 1. Общий вид вагона представлен на рис. 1. Все геометрические параметры вагона были приняты в расчете в соответствии с ком-

плектом документации 9544.00.000. Исходные данные для расчетов приведены в табл. 2 [12].

Таблица 1 – Основные технические характеристики

Наименование характеристики	Значение
Грузоподъемность, т	71,5
Масса тары вагона, максимальная, т	27,6±0,9
Длина вагона по осям сцепления	12,02
автосцепок, м	12,02
База вагона, м	7,80
Скорость конструкционная, км/ч	120
Модель тележки	ГОСТ 9246, тип 3

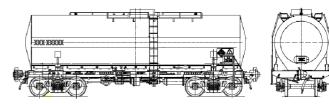


Рисунок 1– Общий вид вагона

Таблица 2 – Исходные данные

	Обозна-	
	чение	
Цанмоноронно поромотро	или	Зна-
Наименование параметра	расчет-	чение
	ная	
	формула	
Масса вагона брутто, максимальная, т	$Q_{бp}$	100
Коэффициент вертикальной динамики	$K_{\scriptscriptstyle  m JB}$	в [12]
Ускорение свободного падения, м/c <sup>2</sup>	g	9,81
Длина по осям сцепления автосцепок, м	2Lc	12,02
База вагона, м	21	7,80
Диаметр котла внутренний, мм	D	2300
Скорость конструкционная, км/ч	V	120

© Шейченко Р. И., Ткачук Н. А., Бондаренко М. А., Лунев Е.А., 2017

Продолжение табл. 2

Наименование	Обозна- чение или расчетная формула	Значе-			
Радиус расчетно	ой кр	ивой, м	1	R	250
Длина корпуса а	втосі	цепки,	M	а	1
Возможное боково шкворневого сеч	_			δ	0,04
Разность уровней	pac	счет-	I		0,1
осей сцепленных	Н	ый	***	e	,
вагонов, м	pe	жим	III		0,05
, ,	Длина жесткого стерж- ня, образованного двумя тяже				1,81
ками по условным ш нирам в точках опорь вагоны А и В, м	при с ти		b	2,00	
Конструктивный вы за плоскость лобо				С	0,61
Полный ход пог аппарат	,	ающего	)	h	0,12
Расстояние точки п жения поперечной со ляющей продолы	- pa	ри стя- нии	$a = \frac{b}{c} - c \pm h$	0,175	
квазистатической силы от плоскости лобового бруса, м			ри атии	С	0,510
Давление паров	груз	а, МПа	ı	$P_{nap}$	0

#### Методика расчета

Согласно рекомендации [12] расчет был выполнен с использованием специализированного программного вычислительного комплекса ANSYS, реализующего метод конечных элементов. Подготовка данных о топологии конечно-элементной расчетной схемы, приложение нагрузок, вычисление перемещений и напряжений в элементах, а также создание распределения компонент напряженно-деформированного состояния конструкции производились с использованием прикладного программного обеспечения на основе параметризации расчетных моделей.

Для описания подкрепляющих и несущих элементов конструкции вагона были использованы пространственные пластинчатые восьмиузловые и объемные десятиузловые конечные элементы.

В качестве глобальной системы координат при составлении расчетной схемы была выбрана правая Декартова система с центром на продольной оси вагона. Ось «X» системы координат направлена вдоль продольной оси вагона, ось «Y» — вертикально вверх, ось «Z» — поперек вагона. Общий вид расчетной модели с сеткой конечных элементов приведен на рис. 2.

В качестве кинематических граничных условий в расчетных случаях были приняты следующие: в узлах расчетной модели, соответствующих опиранию на пятник, были введены закрепления от перемещений в направлении поперечной оси «Z» и вертикальной оси «Y»; в узлах расчетной схемы, соответствующих ударным поверхностям упоров автосцепного устройства, с противоположной стороны действия силы, были введены закрепления в направлении горизонтальной оси «X».

При расчете было принято следующее допуще-

ние: материал конструкции работает в упругой стадии деформирования и обладает постоянными механическими характеристиками: для элементов рамы – модулем упругости, равным 200 ГПа, и коэффициентом Пуассона, равным 0,27; для элементов котла – модулем упругости, равным 200 ГПа и коэффициентом Пуассона, равным 0,3. При расчете прочности учтено утонение элементов котла за счет допуска на прокат и вследствие коррозии. Оценка прочности вагона проводилась в соответствии с расчетными режимами согласно [12]. Перечень сочетаний расчетных нагрузок приведен в табл. 3, а некоторые компоненты нагрузки описаны ниже.



Рисунок 2 – Общий вид расчетной модели с сеткой конечных элементов

Bнутреннее давление  $P_{_{
m B}}=P_{_{
m Tap}}+P_{_{
m yA}},$  где  $P_{_{
m Tap}}-$  давление паров груза, МПа;  $P_{_{
m yA}}=\left(4Nrac{Q_{_{
m rp}}}{Q_{_{
m fp}}}
ight)\!/\pi D^2-$ 

давление гидравлического удара (здесь N – сила удара (рывка), МН,  $Q_{\rm rp}$  – сила тяжести груза, МН,  $Q_{\rm бp}$  – сила тяжести брутто вагона, МН, D – диаметр котла внутренний, м).

В результате расчета  $P_{\mbox{\tiny B}}$  и  $P_{\mbox{\tiny уд}}$  получены следующие значения:

- при действии растягивающей квазистатической силы растяжения по I режиму [12] – 0,344 МПа;
- при действии сжимающей квазистатической силы растяжения по I режиму [12] 0,430 МПа;
- при действии силы рывка по I режиму [12] 0,430 МПа;
- при действии силы удара по I режиму [12] 0,602 МПа;
- при действии продольных сил по III режиму [12] 0,172 МПа.

Вертикальная нагрузка на консоль вагона, возникающая от действия растягивающих или сжимающих сил при положительном и отрицательном нецентральном взаимодействии автосцепок двух соседних вагонов, прикладывалась в соответствии с [12]. Расчет усилий производился по следующей зависимости:  $a = (b/2) - c \pm h$ , где P – вертикальное  $P = \pm Ne/b$ , усилие, действующее на консоль вагона, Н; N - расчетная продольная сила, Н; е – разность уровней осей автосцепок сцепления вагонов (e = 0.1 м при I расчетном режиме и e = 0.05 м – при III режиме); b – длина жесткого стержня, образованного двумя сцепленными автосцепками по условным шарнирам в точках опоры на вагоны A и B (принимается b = 2,0 м при сжатии, b = 1.81 м при растяжении); a - расстояние точки приложения силы P от плоскости концевого бруса, м;  $c=0,61\,\mathrm{m}$  — конструктивный вылет автосцепки за плоскость концевого бруса;  $h=0,12\,\mathrm{m}$  — полный ход поглощающего аппарата (знак "+" — при сжатии, знак "-" при растяжении).

Был получен ряд значений вертикальных состав-

ляющих сил от нецентренного взаимодействия автосцепок вагонов при растяжении-сжатии при различных величинах продольной силы (табл. 3). Место приложения нагрузки и значение вычислено согласно [12].

Таблица 3 – Сочетания расчетных наргузок

Расче	тный											
случай	режим		Сочетание нагрузок	Значение								
		1.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила растяжения	+2,0 MH см. табл. 1, 2								
1	I		1.2 Вертикальная нагрузка собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза									
-	-	1.3 Боковая нагрузка поперечная составляющая продольной квазистатической силы										
		1.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		2.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия	-2,5 MH								
2 I		2.2 Вертикальная нагрузка	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2.								
		2.3 Боковая нагрузка	поперечная составляющая продольной квазистатической силы	201 кН								
		2.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		3.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила растяжения	+2,0 MH								
2	т .	3.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2								
3	I		вертикальная нагрузка на консоль вагона	+110 кH								
		3.3 Боковая нагрузка	поперечная составляющая продольной квазистатической силы	48 кH								
		3.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		4.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия	-2,5 MH								
	_	4.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2								
4	I		вертикальная нагрузка на консоль вагона	+125 кН								
		4.3 Боковая нагрузка	поперечная составляющая продольной квазистатической силы	201 кН								
		4.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		5.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила растяжения	+2,0 MH								
	I	I	I	I	I	I	5.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2.			
5							I	I	I	I	I	
		5.3 Боковая нагрузка	поперечная составляющая продольной квазистатической силы	48 кН								
		5.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		6.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия	-2,5 MH								
		6.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2								
6	I		вертикальная нагрузка на консоль вагона	-125 кН								
					6.3 Боковая нагрузка	поперечная составляющая продольной квазистатической силы	201 кН					
		6.4 Самоуравновешенная внутреннее давление		[12]								
		7.1 Продольные нагрузки	рывок	+2,5 MH								
			нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]								
7	I	I	I	I	I	I	I	I	Ι	7.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2
			вертикальная нагрузка на консоль вагона	+138 кН								
		7.3 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		8.1 Продольные нагрузки	удар	-3,5 MH								
	8 I	ол продольные нагрузан	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]								
8		I	I	I	I	8.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2				
		ол вертнальные нагрузки	вертикальная нагрузка на консоль вагона	+175 кН								
		8.3 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		9.1 Продольные нагрузки	рывок	+2,5 MH								
		эл продольные нагрузан	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]								
9	I	9.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2								
			вертикальная нагрузка на консоль вагона	-138 kH								
		9.3 Самоуравновешенная	внутреннее давление удар	[12] -3,5 MH								
		10.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]								
10	I		собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2								
	_	10.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная нагрузка на консоль вагона	-175 кH								
		10.3 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								
		11.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила растяжения	+1,0 MH								
			собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2.								
11	III	11.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]								
11	111	11.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]								
			-									
		11.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]								

Расче	тный		0		
случай	режим		Сочетание нагрузок	Значение	
		12.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия	-1,0 MH	
		12.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
12	III		вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
		12.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		12.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12] +1,0 MH	
		13.1 Продольная нагрузка квазистатическая сила растяжения			
13	III	12.2 D	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
		13.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
		12.2 Гангана на при	вертикальная нагрузка на консоль вагона	+28 ĸH	
13	III	13.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		13.4 Самоуравновешенная 14.1 Продольная нагрузка	внутреннее давление	-1,0 MH	
		14.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия		
		14.2 Вертикальные	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2 [12]	
14	III	14.2 Бертикальные	вертикальная динамическая нагрузка	+25 ĸH	
		14.3 Боковая нагрузка	вертикальная нагрузка на консоль вагона центробежная сила	[12]	
		14.4 Самоуравновешенная	-	[12]	
-		15.1 Продольная нагрузка	внутреннее давление квазистатическая сила растяжения	+1,0 MH	
		15.11 продольная пагрузка	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
		15.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
15	III	13.2 Бертикальные нагрузки	вертикальная нагрузка на консоль вагона	-28 ĸH	
		15.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		15.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]	
-		16.1 Продольная нагрузка	квазистатическая сила сжатия	-1,0 MH	
		10.1 Продольная нагрузка	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
		16.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
16	III	10.2 Бертикальные нагрузки	вертикальная нагрузка на консоль вагона	-25 кH	
		16.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		16.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]	
		**	рывок	+1,0 MH	
		17.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]	
			собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
17	III	17.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
1,		17.2 Deptimedibilible nearpystar	вертикальная нагрузка на консоль вагона	+28 ĸH	
		17.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		17.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]	
		**	удар	-1,0 MH	
		18.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]	
			собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
18	Ш	18.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
				вертикальная нагрузка на консоль вагона	+25 ĸH
		18.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
		18.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]	
		**	рывок	+1,0 MH	
		19.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]	
			собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
19	III	19.2 Вертикальные нагрузки	вертикальная динамическая нагрузка	[12]	
			вертикальная нагрузка на консоль вагона	-28 кН	
		19.3 Боковая нагрузка	центробежная сила	[12]	
ŀ		19.4 Самоуравновешенная	внутреннее давление	[12]	
1		JI	удар	-1,0 MH	
		20.1 H			
		20.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона	[12]	
		20.1 Продольные нагрузки	нагрузка от сил инерции кузова вагона собственный вес вагона и нагрузка от лействия веса груза	[12] см. табл. 1, 2	
20	Ш		собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза	см. табл. 1, 2	
20	III	20.1 Продольные нагрузки 20.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза вертикальная динамическая нагрузка	см. табл. 1, 2 [12]	
20	III	20.2 Вертикальные нагрузки	собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза вертикальная динамическая нагрузка вертикальная нагрузка на консоль вагона	см. табл. 1, 2 [12] -25 кН	
20	III		собственный вес вагона и нагрузка от действия веса груза вертикальная динамическая нагрузка	см. табл. 1, 2 [12]	

Поперечная составляющая продольной квазистатической силы, возникающая при взаимодействии между вагонами в кривых, при движении поезда и маневровой работе, прикладывалась в узлах расчетной схемы, соответствующих ударным поверхностям задних (в случае сжатия) и передних (в случае растяжения)

упоров рамы вагона. Значения поперечной силы рассчитывались согласно [12]. Нагрузка от действия боковых сил взаимодействия между вагонами в кривых при движении поезда и маневровой работе определяется также в соответствии с [12]. Для случая действия растягивающих сил расчет нагрузки  $P_N$ , кH, производился в соответствии с формулой:  $P_N = N L_c / R$ , где N — сила, приложенная вдоль оси автосцепки, величина которой устанавливается в соответствии с расчетными режимами, кH;  $2L_c$  — длина вагона по осям сцепления автосцепок, 2Lc=12,02 м; R=250 м — радиус кривой.

Для случая действия сжимающих сил расчет нагрузки производился в соответствии с формулой:

$$P_{N} = \frac{1}{L}H = N\left[\frac{\delta L}{l^{2}}\left(1 + \frac{L}{a}\right) + \frac{L_{c}}{R}\right]\frac{l}{L}.$$

Здесь 2l = 7,8 м, 2L = 10,02 м – база вагона, расстояние между упорными плитами автосцепок соответственно, a = 1 м – расчетная длина корпуса автосцепки CA-3;  $\delta = 0,04$  м – возможное боковое перемещение шкворневого сечения рамы вагона за счет зазоров колесной пары в рельсовой колее и зазоров в буксах и пятниках.

Был получен ряд значений поперечных сил при растяжении и сжатии вагона для различных величин продольной силы. Значения поперечной нагрузки для принятых расчетных случаев приведены в табл. 3.

Нагрузка от силы инерции кузова вагона, возникающая при действии ударов и рывков, прикладывалась в виде ускорения в каждом узле расчетной схемы вдоль оси координат «Х». Величина ускорения  $a=N/m_{\rm 5p}$  вычислена согласно [12]. Здесь a — ускорение испытываемое груженым вагоном, м/с²; N — сила ударного взаимодействия между вагонами, H;  $m_{\rm 5p}$  — масса брутто вагона, кг. Тогда для I расчетного режима при ударе 3,5 МН a = 35,0 м/с²; при рывке 2,5 МН a = 25,0 м/с²; для III расчетного режима при рывке и ударе 1,0 МН a = 10,0 м/с².

Нагрузка от силы инерции тележек, возникающая при действии ударов и рывков, учитывалась в расчете с помощью силы, направленной вдоль оси координат «Х». Нагрузка прикладывалась к поверхностям пятников. Значение силы для каждой тележки  $N_{\rm тел}$ , Н, определялось по формуле:  $N_{\rm тел}=a\cdot m_{\rm тел}$ , где a — ускорение, испытываемое груженым вагоном, м/с², а  $m_{\rm тел}=5000~{\rm kr}$  — масса одной тележки.

*Центробежная сила*, действующая на вагон при движении в кривых, прикладывалась в виде ускорения в каждом узле расчетной схемы вдоль оси координат «Z». Величина ускорения была вычислена согласно [12] по формуле:  $a_{\rm u} = gk$ , где g – ускорение свободного падения, м/ $c^2$ , а k = 0,075 – коэффициент учета горизонтальной силы в зависимости от силы тяжести брутто вагона (в соответствии с [12]).

Центробежная сила, действующая на груз при движении в кривых, направленная вдоль горизонтальной оси координат «Z», прикладывалась в виде силы  $P_j$ , H, и рассчитывалась по формуле  $P_j = Q_{6p} \, k = 73.6 \, \mathrm{kH}$ .

Центробежная сила, действующая на тележки

при движении в кривых, учитывалась в расчете с помощью силы, направленной вдоль горизонтальной оси координат «Z» и приложенной к узлам расчетной схемы, соответствующим плоскостям пятников. Значение силы  $F_{\text{гор}} = m_{\text{тел}} \ a_{\text{п}}$ , H.

Расчет котла вагона на прочность в соответствии с [12] при действии наибольшего внутреннего давления. Величина наибольшего внутреннего испытательного давления  $P_{\text{исп}}$ , МПа, определялась в соответствии с "Правилами устройства и безопасной эксплуатации сосудов, работающих под давлением" по формуле  $P_{\text{исп}} = 1,25(P_{\text{пар}} + P_{\text{уд}})[[\sigma]_{20}/[\sigma]_t)$ , где  $P_{\text{пар}}$  — давление паров, МПа;  $P_{\text{уд}}$  — максимальное расчетное давление гидроудара, МПа;  $[\sigma]_{20} = 184$  МПа,  $[\sigma]_t = 168$  МПа — допускаемое напряжение материала сосуда соответственно при 20 °C. В результате расчета величина испытательного давления равна 0,824 МПа.

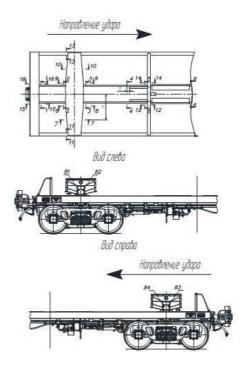


Рисунок 3 – Схема расположения контрольных точек на раме вагона

Расчетные напряжения при нормативных расчетных режимах были получены путем приложения к конечно-элементной модели вагона комбинаций нагрузок, приведенных в табл. 3. В металлоконструкции вагона было выбрано 104 контрольные точки, расположенных согласно рис. 3, 4 и табл. 4. Место расположения этих точек выбиралось в зонах, где ожидаются наибольшие напряжения, в наиболее ответственных элементах, от которых зависит безопасность движения поездов, а также в местах, позволяющих проверить расчетную схему. По информации о максимальных расчетных напряжениях можно судить о напряженном состоянии конструкции вагона. Оценка соответствия конструкции вагона нормируемым параметрам прочности по I и III режимам производилась путем сравнения полученных расчетных напряжений с допускаемыми величинами согласно [12].

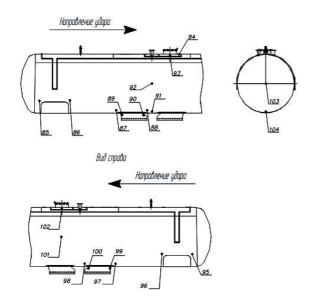


Рисунок 4 — Схема расположения контрольных точек на котле вагона

Допускаемые величины напряжений для элементов вагона были приняты в соответствии с [12] для материалов, применяемых для изготовления несущих элементов металлоконструкции вагона, и материалов, приведенных в [12]. Принятые допускаемые напряжения приведены в табл. 5.

Допускаемые напряжения для элементов котла определялись по формулам:

– для квазистатического растяжения/сжатия по I режиму  $[\sigma]^l=k_1\,k_2\,k_3\,0.95\sigma_m$ , где  $k_1=1.00$  – коэффициент безрамности,  $k_2=0.90$  – температурный коэффициент, учитывающий максимальную температуру,

при которой эксплуатируется вагон,  $k_3 = 1,00$  – коэффициент, учитывающий воздействие на котел высокого давления,

- для удара/рывка по I режиму  $[\sigma]^{y\pi} = k_1 k_2 k_3 \sigma_m$ , для III режима  $[\sigma]^{III} = k_1 k_2 k_3 155,0 \times (235/245)133,8$  МПа по соотношению пределов текучести сталей Ст. 3 и 12X18H10T;
- для испытательного давления  $[\sigma]^{\text{исп}} = \sigma_m / n$ , где n = 1, 1 коэффициент запаса прочности по ГОСТ 14249.

Таблица 5 – Допускаемые напряжения

	Ky-	Допускаемые напряжения по режимам [σ], МПа				
Наиме-	дел те чести	I	P	[-],		
нование элемента	Предел теку чести	Растяже- ние/ сжатие	удар/ рывок	III	испыта- тельное давление	
	Ma	арка стали –	- 09Г2С			
Хребтовая балка	345	310,50	345	210	345	
Шкворне- вая балка	325	292,50	325	195	325	
Боковая балка	345	327,75	345	220	345	
Промежу- точная балка	325	308,75	325	205	325	
Элемент опоры котла	345	310,50	345	210	345	
Лапы котла	325	308,75	325	205	325	
	Марі	ка стали – 12	2X18H10T	1		
Котел	235	200,90	211,50	133,8	213,60	

Таблица 4 – Схема расположения контрольных точек в контрольных сечениях

№ сече ния	Схема располо- жения контроль- ной точки	№ сече ния	Схема рас- положения контроль- ной точки	№ сече ния	Схема рас- положения контроль- ной точки хребтовая	№ се че ни я	Схема рас- положения контрольной точки	№ сече ния	Схема располо- жения контроль- ной точки	№ се че ни я	Схема расположения контрольной точки
1	İ	2	5	2	"H-f"		17 38	-	27		**************************************
1	<u>Ļ</u> ,	2	7	3	13 15	4	2 21	5	25 28 26 27	6	31 34 32 33
			шкворне	вая бал	ка				боковая	балк	а
7	35, 36 37 37 38 37 38 40 41	8	43, 44 45 43, 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	9	51 52 53 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	10	59 60 61 62 63 4 65	11	67, 68	12	71 72
	попереч	ная бал	ка		консо.	льная	балка				
13	75.b	14	77 p	15	48	16	- 500				

## Результаты анализа напряженнодеформированного состояния вагона-цистерны

Напряженно-деформированные состояния вагона от действия наиболее неблагоприятных комбинаций расчетных нагрузок, приведенных в табл. 3, представ-

лены в табл. 6, 7. В результате расчета прочности получены данные о распределении эквивалентных напряжений в несущих элементах конструкции вагона (см. табл. 6, 7).

Таблица 6 – Максимальные напряжения в элементах конструкции

Наименование элемента	Максимальные напряжения, МПа					
	І реж	сим*	III режим**			
элемента	расчетные	допускаемые	расчетные	допускаемые		
Хребтовая балка	330	345	52	210		
Шкворневая балка	110	325	78	195		
Боковая балка	95	345	39	220		
Промежуточная балка	71	325	9	205		
Элементы опоры котла	114	345	72	210		
Лапы котла	177	325	111	205		
Котел	203	211,5	46	133,8		

Примечание: \* – удар 3,5 МН, 10 расчетный случай, \*\* – вертикальная нагрузка + рывок 1,0 МН, 17 расчетный случай

Таблица 7 – Распределение эквивалентных напряжений для различных расчетных случаев

	таолица <i>т</i> – Распределение эквивалентні		n Ain pushi indik pue ieriidik eny lueb
Пара- метры	Эквивалентные напряжения, МПа	Парамет- ры	Эквивалентные напряжения, МПа
Нагрузка Растяжение, 2,0 МН		Нагрузка – Сжатие, 2,5 МН	
Расчетный случай/ режим 3/ I	0 36.4167 <sup>72.8333</sup> 109.25 <sup>145.667</sup> 182.083 <sup>218.5</sup> 254.917 <sup>291.333</sup> 327.75МПа	Расчетный случай/ режим 6/ I	36,4167 <sup>72,8333</sup> 109.25 <sup>145,667</sup> 182,083 <sup>218,5</sup> 254,917 <sup>291,333</sup> 327.75
Нагрузка Рывок, МН		Нагрузка Удар, 3,5 МН	
Расчетный случай/ режим 7/ I	0 38.3333 <sup>76.6667</sup> 115 153.333 191.667 <sup>239</sup> 268.333 <sup>306.667</sup> 345MIla	Расчетный случай/ режим 10 / I	0 38.3333 <sup>76.6667</sup> 115 153.333 191.667 <sup>230</sup> 268.333 <sup>306.667</sup> 345 MIIa
Нагрузка Растяжение, 1,0 МН		Нагрузка Сжатие 1,0 МН	
Расчетный случай/ режим 13, III	о 24.4444 <sup>48.6869</sup> 73.3333 <sup>97.7770</sup> 122.222 <sup>146.667</sup> 171.111 <sup>195.556</sup> 220МПа	Расчетный случай/ режим 16\ III	O 24.4444 <sup>48.8889</sup> 73.3333 <sup>97.7778</sup> 122.222 <sup>146.667</sup> 171.111 <sup>195.556</sup> 229MHa
Нагрузка Рывок, 1,0 МН		Нагрузка Удар, 1,0 III	
Расчетный случай/ режим 17/ III	0 24.4444 <sup>48.8889</sup> 73.3333 <sup>97.7778</sup> 122.222 <sup>146.667</sup> 171.111 <sup>195.556</sup> 220MIIa	Расчетный случай/ режим 20 / III	0 24.4444 <sup>48.6889</sup> 73.3333 <sup>97.7778</sup> 122.222 <sup>146.667</sup> 171.111 <sup>195.556</sup> 220МПа

Пара- метры	Эквивалентные напряжения, МПа	Парамет- ры	Эквивалентные напряжения, МПа
Расчетный случай — испытательное давление	0 23.7333 <sup>47,4667</sup> 71.2 94,9333 118,667 <sup>142,4</sup> 166,133 <sup>189,867</sup> 213.6 MIIa		

#### Заключение

Итоговые выводы по результатам исследований состоят в следующем:

- 1. По итогам многовариантных исследований рекомендован набор параметров, соответствующих комплексу действующих норм и критериев по показателям прочности.
- 2. В результате расчета прочности получены эквивалентные напряжения для конструкции вагона, анализ которых позволил сделать вывод, что максимальные расчетные эквивалентные напряжения во всех элементах конструкции вагона не превышают допускаемые [12] для всех расчетных режимов
- 3. Наибольшие напряжения возникают в случае нагружения по I режиму при нагрузках, соответствующих 10 расчетному случаю (удар 3,5 МН). Наиболее нагруженными элементами являются хребтовая балка за шкворневой балкой (точка 13,  $\sigma_{\text{экв}} = 330$  МПа, точка 16,  $\sigma_{\text{экв}} = 330$  МПа,  $[\sigma] = 345$  МПа), котел (точка 91,  $\sigma_{\text{экв}} = 203$  МПа,  $[\sigma] = 211.5$  МПа).
- 4. Наибольшие напряжения при III расчетном режиме возникают при нагрузках, соответствующих 16 расчетному случаю (сжатие 1,0 МН) и 17 расчетному случаю (рывок 1,0 МН). Наиболее нагруженным элементом при 16 расчетном случае является хребтовая балка (точка 16,  $\sigma_{_{3KB}}$ =110 МПа, точка 13,  $\sigma_{_{3KB}}$ = 101 МПа, [ $\sigma$ ] = 210 МПа). Наиболее нагруженным элементом при 17 расчетном случае является котел (точка 83,  $\sigma_{_{3KB}}$ =111 МПа, [ $\sigma$ ]=133,8 МПа).
- 5. Наибольшие напряжения при испытательном давлении (21 расчетный случай) возникают в котле в точке 35,  $\sigma_{3KB}$ =49 МПа, [ $\sigma$ ]=292,5 МПа.

Это позволяет заключить, что конструкция вагона с рекомендованными проектными решениями соответствует нормируемым параметрам прочности.

## Список литературы

- Carolan M. Crippling Test of a Budd M-1 Passenger Railcar: Test and Analysis Results / M. Carolan, B. Perlman, D. Tyrell, J. Gordon // Proceedings of the 2014 Joint Rail Conference, JRC2014-3824, April 2014. – 11 p.
- Baykasoglu C. Numerical static and dynamic stress analysis on railway passenger and freight car models / C. Baykasoglu // International Iron & Steel Symposium, 02-04 April 2012, Karabük, Türkive – P. 579–586.
- Liana P. Finite Element Analysis and Full-Scale Testing of Locomotive Crashworthy Components / P. Liana, R. Stringfellow,

- **R. Mayville** // American Society of Mechanical Engineers, Paper No. JRC2013-2546, April 2013. 51 p.
- Freight railcars testing methods and diagnostics improvement: a collection of scientific articles / edited by A.A. Bitiutskiy / Railcarbuilding Engineering Center. – St. Petersburg: Publishing house "OM-Press", 2007. – Edition 2. – 120 p.
- Чепурной А. Д. Экспериментальные исследования грузового вагона / А. Д. Чепурной, А.В. Литвиненко, А.Н. Баранов, Р.И. Шейченко, М.А. Бондаренко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Транспортне машинобудування. – Харків: НТУ "ХПІ", 2014. – №22 (1065). – С. 44-61.
- Сенько В. И. Испытания вагона-платформы универсальной / В.И. Сенько, С.В. Макеев, А.Д. Чепурной, Р.И. Шейченко, А.В. Литвиненко, Р.В. Граборов, Н.А. Ткачук, М.А. Чубань // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. — Харків: НТУ "ХПІ". – 2016. – №12 (1184). – С. 71–83. – doi:10.20998/2413-4295.2016.12.10.
- Сенько В. И. Методологические основы расширенных прочностных и динамических исследований при испытаниях длиннобазных платформ / В. И. Сенько, С. В. Макеев, А. Д. Чепурной, А. В. Литвиненко, Р. И. Шейченко, Р. В. Граборов, Н. А. Ткачук, М. А. Чубань // Механіка та машинобудування. Харків: НТУ "ХПІ", 2015. №1. С. 67–81.
- Литвиненко А. В. Метод линеаризации поверхности отклика в задаче обоснования проектных параметров тонкостенных элементов машиностроительных конструкций / А. В. Литвиненко, Р. И. Шейченко, Р. В. Граборов, М. А. Бондаренко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Харків: НТУ "ХПІ", 2014. – № 31 (1074). – С. 88-99.
- Бондаренко М. А. Билинеаризация поверхности отклика в оптимизационных исследованиях тонкостенных элементов машиностроительных конструкций / М. А. Бондаренко, Р. И. Шейченко, Р. В. Граборов, Д Г. Шинкин, Д. В. Киричук // Механіка та машинобудування. Харків: НТУ "ХПІ", 2014. № 1. С. 18-23.
- Чубань М. А. Модели аппроксимации поверхности отклика в оптимизационных исследованиях машиностроительных конструкций / М.А. Чубань, Р.И. Шейченко, Р.В. Граборов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Нові рішення в сучасних технологіях. Харків: НТУ "ХПІ". 2015. № 62 (1171). С. 46–51.
- 11. Ткачук Н.А. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания / Н.А Ткачук, Г.Д. Гриценко, А.Д. Чепурной, Е.А Орлов, Н.Н. Ткачук // Механіка та машинобудування. Харків: НТУ "ХПІ", 2006. №1. С.57–79.
- Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). – М.: ВНИИЖТ-ГосНИИВ, 1996. – 319 с.

#### References (transliterated)

- 1 Carolan M. Crippling Test of a Budd M-1 Passenger Railcar: Test and Analysis Results. / Carolan M., Perlman B., Tyrell D., Gordon J. // Proceedings of the 2014 Joint Rail Conference, JRC2014-3824, April 2014. – 11 p.
- Baykasoglu C. Numerical static and dynamic stress analysis on railway passenger and freight car models / Baykasoglu C. // International Iron & Steel Symposium, 02-04 April 2012, Karabük, Türkiye, P. 579–586.

- 3 Liana P. Finite Element Analysis and Full-Scale Testing of Locomotive Crashworthy Components / Liana P., Stringfellow R., Mayville R. // American Society of Mechanical Engineers, Paper No. JRC2013-2546, April 2013. – 51 p.
- 4 Freight railcars testing methods and diagnostics improvement: a collection of scientific articles / Edited by A. A. Bitiutskiy // Railcarbuilding Engineering Center, St. Petersburg, Publishing house "OM-Press", 2007, Edition 2. 120 p.
- 5 Eksperimentalnyie issledovaniya gruzovogo vagona / Chepurnoy A. D., A. V. Litvinenko, Baranov A. N., Sheychenko R. I., Bondarenko M. A. // Vestnik NTU "KhPI". Seriya: Transportne mashinobuduvannya. Kharkov: NTU "KhPI", 2014. No. 22 (1065). P. 44–61.
- 6 Ispyitaniya vagona-platformyi universalnoy / Senko V. I., Makeev V.I., Chepurnoy A.D., Sheychenko R.I., Litvinenko A.V., Graborov R.V., Tkachuk N.A., Chuban M.A. // Visnik NTU "KhPI". Seriya: Novi rishennya v suchasnih tehnologiyah. – Kharkov: NTU "KhPI", 2016. – No.12 (1184). – P. 71–83, doi:10.20998/2413-4295.2016.12.10.
- Metodologicheskie osnovyi rasshirennyih prochnostnyih i dinamicheskih issledovaniy pri ispyitaniyah dlinnobaznyih platform / Senko V. I., Makeev S. V., Chepurnoy A. D., Litvinenko A. V., Sheychenko R.I., Graborov R. V., Tkachuk N. A., Chuban M. A. // Mehanika ta mashinobuduvannya. Kharkov: NTU "KhPI", 2015. No. 1. P. 67–81.

- 8 Metod linearizatsii poverhnosti otklika v zadache obosnovaniya proektnyih parametrov tonkostennyih elementov mashinostroitelnyih konstruktsiy / Litvinenko A. V., Sheychenko R. I., Graborov R. V., Bondarenko M.A. // Visnik NTU "KhPI". Seriya: Problemi mehanichnogo privodu. – Kharkov: NTU "KhPI", 2014. – No. 31 (1074). – P. 88–99.
- 9 Bilinearizatsiya poverhnosti otklika v optimizatsionnyih issledovaniyah tonkostennyih elementov mashinostroitelnyih konstruktsiy / Bondarenko M. A., Sheychenko R. I., Graborov R. V., Shinkin D. G., Kirichuk D.V. // Mehanika ta mashinobuduvannya. Kharkov: NTU "KhPI", 2014. No. 1. P. 18–23.
- 10 Chuban M. A. Modeli approksimatsii poverhnosti otklika v optimizatsionnyih issledovaniyah mashinostroitelnyih konstruktsiy / Chuban M. A., Sheychenko R. I., Graborov R. V. // Visnik NTU "KhPI". Seriya: Novi rishennya v suchasnih tehnologiyah. Kharkov: NTU "KhPI", 2015. No. 62 (1171). P. 46–51.
- 11 Konechno-elementnyie modeli elementov slozhnyih mehanicheskih sistem: tehnologiya avtomatizirovannoy generatsii i parametrizovannogo opisaniya / Tkachuk N.A., Gritsenko G.D., Chepurnoy A.D., Orlov E.A., Tkachuk N.N. // Mehanika ta mashinobuduvannya. Kharkov: NTU "KhPI", 2006. No.1. P.57–79.
- 12 Normyi dlya rascheta i proektirovaniya vagonov zheleznyih dorog MPS kolei 1520 mm (nesamohodnyih). – Moscow: VNIIZhT-GosNIIV, 1996. – 319 p.

Поступила (received) 05.02.2017

Бібліографічні onucu / Библиографические onucaния / Bibliographic descriptions

Числове моделювання напружено-деформованого стану інноваційних тонкостінних машинобудівних конструкцій / Р. І. Шейченко, М. А. Ткачук, М. О. Бондаренко, Є.О. Луньов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Машинознавство та САПР. – Харьков: НТУ "ХПІ", 2017. – № 12 (1234). – С. 137–145. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2079-0775.

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния инновационных тонкостенных машиностроительных конструкций / Р. И. Шейченко, Н. А. Ткачук, М. А. Бондаренко, Е.А. Лунев // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Машиноведение и САПР. – Харков : НТУ "ХПИ", 2017. – № 12 (1234). – С. 137–145. – Библиогр.: 12 назв. – ISSN 2079-0775.

Numerical simulation of stress-strain state of thin-walled innovative engineering structures / **R. I. Sheychenko, M. A. Tkachuk, M. O. Bondarenko, E.A. Lunev** // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Engineering and CAD. – Kharkov: NTU "KhPI", 2017. – No. 12 (1234). – P. 137–145. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2079-0775.

#### Відомості про авторів / About the Authors

*Шейченко Роман Ігорович* – головний конструктор проекта вагонів-цистерн ТОВ Науково-інженерний центр КК "РейлТрансХолдинг", Маріуполь.

**Шейченко Роман Игоревич** – главный конструктор проекта вагонов-цистерн ООО Научно-инженерный центр УК "РейлТрансХолдинг", Мариуполь.

**Sheychenko Roman** – chief designer of the tank-car project at the JSC "Science Engineering Center UK" RailTransHolding", Mariupol.

*Ткачук Микола Анатолійович* – доктор технічних наук, професор, НТУ "ХПІ", завідуючий кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; е-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Ткачук Николай Анатольевич* – доктор технических наук, профессор, НТУ "ХПИ", заведующий кафедрой "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин", тел.: (057) 7076902; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

*Tkachuk Mykola* – doctor of technical sciences, professor, NTU "KhPI", Chief of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; e-mail: tma@tmm-sapr.org.

**Бондаренко Марина Олександрівна** — НТУ "ХПІ", аспірант кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин"; тел.: (057) 707-69-01; e-mail: marina.bondarenko@tmm-sapr.org.

**Бондаренко Марина Александровна** – НТУ "ХПИ", аспирант каф. "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: (057) 707-69-01; е mail: marina.bondarenko @ tmm-sapr.org.

**Bondarenko Maryna** – NTU "KhPI", postgraduate student of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department; tel.: (057) 707-69-01; e-mail: marina.bondarenko @tmm-sapr.org.

*Луньов Євген Олександрович* – НТУ "ХПІ", здобувач кафедри "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин", тел.: (057) 707-69-01

*Лунев Евгений Александрович* – НТУ "ХПИ", соискатель кафедры "Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин"; тел.: ( 057 ) 707-69-01

Lunyov Eugene – NTU "KhPI", applicant of Theory and Systems of Mechanisms and Machines Automated Design Department, tel.: +38 (057) 707-69-01

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>О. В. БОНДАРЕНКО, І. Є. КЛОЧКОВ, О. В. УСТИНЕНКО</b> Оптимізація трансмісії гусеничного	
транспортера-тягача МТ-ЛБ за масою: цільова функція, змінні проектування та обмеження	3
О. В. БОНДАРЕНКО, О. В. УСТИНЕНКО, І. €. КЛОЧКОВ, І. Я. ХРАМЦОВА Комп'ютерне	
моделювання оптимально-раціонального проектування тривальних коробок передач	9
Ю.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, А.В. ТКАЧУК, О.В. КОХАНОВСКАЯ, И.Я. ХРАМЦОВА, А.А. ЗАРУБИНА,	
В.И. КОХАНОВСКИЙ, Н.А. ТКАЧУК, А. Н. МАЛАКЕЙ, А. В. НАБОКОВ, А.М. ГОЛОВИН,	
<b>О.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК</b> Компьютерное моделирование процессов и состояний сложных систем:	
обоснование параметров моделей расчетно-экспериментальным путем	14
<b>В.И. ГОЛОВЧЕНКО, Г.П. ГЛИНИН, Н.Л. ИВАНИНА</b> Проверка прочности	
элементов крепления цистерны к шасси автозаправщика от действия поперечной и	
вертикальной нагрузок	26
В.Б. ГРИНЬОВ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, М.А. ТКАЧУК, А.В. ГРАБОВСЬКИЙ, Ю.Б. ГУСЄВ,	
<b>А.В. НАБОКОВ, Я.М. ЛІСОВОЛ</b> Методи дослідження напружено-деформованого стану	
тонкостінних конструкцій при варіюванні товщини.	33
<b>Е.И. ЗИНЧЕНКО, Г.А. КРОТЕНКО</b> Вклад ученых Харьковского технологического института	
в развитие образования учебного заведения. Первые выдающиеся ученые	44
<i>С. В. КУЦЕНКО, А. Ю. ВАСИЛЬЄВ, Д. С. МУХІН</i> До питання виконання багатоваріантних	
розрахунків на міцність на прикладі карабінів	49
Е.А. ЛУНЕВ, Е.Н. БАРЧАН, И.В. АРТЕМОВ, А. В. НАБОКОВ, Я.Н. ЛИСОВОЛ,	
<b>А.В. ГРАБОВСКИЙ, Ю.В. КОСТЕНКО, А.С. ЛЯШЕНКО, М.Р. ХУЗЯХМЕТОВА</b> Численное	
моделирование динамических процессов в виброударных машинах при импульсном нагружении	55
<b>И.В. МАЗУР</b> , <b>А.В. ТКАЧУК</b> , <b>А.В. НАБОКОВ</b> Разработка противоминной защиты,	
исходя из специфики требований к транспорту специального назначения для миротворческих	
гуманитарных миссий	65
<u>А.И. ПАВЛОВ</u> , С.В. АНДРИЕНКО, Р.В. ПРОТАСОВ, А.В. УСТИНЕНКО, И.П. ГРЕЧКА	
Синтез зубчатых и цепных втулочных передач с эволютным профилем	76
Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. УСТИНЕНКО, С. В. АНДРИЕНКО, О. Е. КОНОВАЛЕНКО	
Компьютерное моделирование эволютного зацепления в CAD-CИСТЕМЕ AUTODESK INVENTOR	
и анализ его напряженно-деформированного состояния в CAE-модуле NASTRAN IN-CAD	81
<b>М.М. ТКАЧУК</b> Теоретичні основи забезпечення високих технічних характеристик	
машин військового та цивільного призначення на основі дослідження міцності	
складнопрофільних деталей	86
Н.А. ТКАЧУК, В.Ф. КЛИМОВ, А. В. ХЛАНЬ, А.И. ШЕЙКО, А.Н. МАЛАКЕЙ,	
В.И. КОХАНОВСКИЙ, А.В. ГРАБОВСКИЙ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, А.Ю. ВАСИЛЬЕВ,	
<b>М.А. БОНДАРЕНКО, А.А. ЗАРУБИНА, А. В. НАБОКОВ</b> Компьютерный программно-аппаратный	
комплекс для анализа и синтеза моделей элементов объектов бронетанковой техники	96
Н.А.ТКАЧУК, А.В. ХЛАНЬ, А.И. ШЕЙКО, А.Н. МАЛАКЕЙ, А.В. НАБОКОВ,	
<b>А.В. ГРАБОВСКИЙ, А.Ю. ТАНЧЕНКО, А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, А.В. ТКАЧУК</b> Разработка	
математического аппарата для решения задач расчетно-экспериментального исследования	
элементов механических систем	110
Д. А. ФЕДИН, Б. В. ВИНОГРАДОВ О резонансных режимах работы открытых зубчатых	100
передач барабанных мельниц	132
Р. И. ШЕЙЧЕНКО, Н. А. ТКАЧУК, М. А. БОНДАРЕНКО, Е.А. ЛУНЕВ Численное	
моделирование напряженно-деформированного состояния инновационных тонкостенных	105
машиностроительных конструкций	137

## НАУКОВЕ ВИДАННЯ

## ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ "ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

## Збірник наукових праць

Серія:

## МАШИНОЗНАВСТВО та САПР

**№** 12 (1234)

Науковий редактор д-р техн. наук, проф. М.А.Ткачук Технічний редактор канд. техн. наук, ст.н.с. Г.В. Ткачук Відповідальний за випуск канд. техн. наук Обухова І.Б.

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002 Харків, вул. Кирпичова, 2, НТУ "ХПІ". Кафедра "Теорія і системи автоматизованого проектування механізмів і машин". Тел.: (057) 707-69-02, (057) 707-68-11; e-mail: tkachuckav@tmm-sapr.org

Обл. вид. № 4-17

Підп. до друку 04.04.2017 р. Формат 60х90/16. Папір офісний. Віддруковано на ризографі. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 8,9. Обл.-вид. арк. 9,0. Тираж 300 прим. Зам. № 08/06/17. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ "ХПІ".

Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р. 61002, Харків, вул. Кирпичова, 2

Надруковано в поліграфцентрі "Влавке" Харків, вул. Жон Мироносиць, 10, оф. 6 тел. +38 (057) 714-06-74, +38 (050) 976-32-87 copy@vlavke.com.ua, http://vlavke.com.ua