



ISSN 2078-9130
46'2016

ВІСНИК

Національного технічного університету
«Харківський політехнічний інститут»

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ВІСНИК

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»**

Серія: Динаміка і міцність машин

№ 46 (1218) 2016

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків
НТУ «ХПІ», 2016

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут».
Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2016. – № 46
(1218). – 99 с.

Державне видання

Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України

КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Мова статей – українська, російська, англійська.

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Постановою президії ВАК України від 26 травня 2010 р., № 1 – 05/4 (Бюлетень ВАК України, № 6, 2010 р., с. 3, № 20).

Координаційна рада:

Голова: Л. Л. Товажнянський, д-р техн. наук, проф., чл.-кор. НАН України;

Секретар: К. О. Горбунов, канд. техн. наук, доц.;

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.; Є.І.Сокол, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;

Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.; А. В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф. Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.; М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;

А. І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.; В. Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В. Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;

В. В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П. О. Качанов, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Клепіков, д-р техн. наук, проф.;

В. І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.; Г. В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;

О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.; В. І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;

П. Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.; В. А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.;

М. І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г. М. Сучков, д-р техн. наук, проф.; Ю. В. Тимофієв, д-р техн. наук, проф.;

М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Редакційна колегія серії:

Відповідальний редактор: О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.

Відповідальний секретар: А. Г. Андрєєв, канд. техн. наук, доц.

К. В. Аврамов, д-р техн. наук, проф.; Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Д. В. Бреславський, д-р техн. наук, проф.; Ю. С. Воробійов, д-р техн. наук, проф.;

А. П. Зиньковський, д-р техн. наук, проф.; Л. В. Курпа, д-р техн. наук, проф.;

Г. І. Львов, д-р техн. наук, проф.; Ю. В. Міхлін, д-р фіз.-мат. наук, проф.;

К. Науменко, д-р техн. наук, проф., Магдебург, Німеччина;

М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

*У 2013 р. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», серія «Динаміка і міцність машин», включений у довідник періодичних видань бази даних **Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA)**.*

*У 2014 р. Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут», серія «Динаміка і міцність машин», включений у індекс **Копернікус**; індекс **ICV (Index Copernicus Value)**: 63.25, режим доступу: <http://journals.indexcopernicus.com/+++++++,p24783013,3.html>*

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

Протокол № 7 від 23 вересня 2016 р.

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCES OF UKRAINE
National technical university
"Kharkiv polytechnic institute"

BULLETIN
OF THE NATIONAL TECHNICAL UNIVERSITY
" KHARKIV POLYTECHNIC INSTITUTE"

Series: Dynamics and Strength of Machines

№ 46 (1218) 2016

Collected Works

The publication was founded in 1961

Kharkiv
NTU "KhPI", 2016

Bulletin of the National technical university "Kharkiv polytechnic institute". Collected Works. Series: Dynamics and Strength of Machines. – Kharkiv: NTU "KhPI". – 2016. – № 46 (1218). – 99 p.

State edition

Certificate of State Committee of Ukraine for Information Policy

KB № 5256 from July, 2, 2001

The collection is published on Ukrainian, Russian and English.

The Bulletin of the National Technical University "Kharkiv polytechnic institute" is put on "The List of Scientific Professional Editions of Ukraine that publish the data of theses for the degree of candidate of sciences and the degree of doctor" approved by the Decision of the Certifying Board of the Ministry of Education and Science of Ukraine as to the Activities of Special Academic Councils of December 2015. Order No 1328 (Supplement No 8) of 21.12.2015.

Coordinating Board:

L. L. Tovazhnyansky, Dr. Tech. Sci., Prof. (chief), member NAS of Ukraine;

K.A. Gorbunov, PhD. Tech.Sci., Assistant Prof. (secretary);

A. P.Marchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ye. I. Sokol, Dr. Tech. Sci., Prof., member NAS of Ukraine;

Ye.Ye. Aleksandrov, Dr. Tech. Sci., Prof.; A.V. Boyko, Dr. Tech. Sci., Prof.;

F.F. Gladkiy, Dr. Tech. Sci., Prof.; M.D. Godlevskiy, Dr. Tech. Sci., Prof.;

A.I. Grabchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.G. Danko, Dr. Tech. Sci., Prof.;

V.D. Dmित्रienko, Dr. Tech. Sci.; Prof.; I.F. Domnin, Dr. Tech. Sci., Prof.;

V.V. Yepifanov, PhD. Tech. Sci., Prof.; Yu.I. Zaytsev, PhD. Tech. Sci., Prof.;

P.O. Kachanov, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.V. Klepikov, Dr. Tech. Sci., Prof.;

V.I. Kravchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; G.V. Lisachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.;

O.K. Morachkovskiy, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.I. Nikolaenko, PhD. Hist. Sci., Prof.;

P.G. Pererva, Dr. Econ. Sci., Prof.; V.A. Pulyaev, Dr. Tech. Sci., Prof.;

M.I. Rishchenko, Dr. Tech. Sci., Prof.; V.B. Samorodov, Dr. Tech. Sci., Prof.;

G.M. Suchkov, Dr. Tech. Sci., Prof.; Yu.V. Timofeev, Dr. Tech. Sci., Prof.;

M.A. Tkachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.

Editorial Board:

O.K. Morachkovskij, Dr. Tech. Sci., Prof. (editor);

A.G. Andreev, PhD. Tech.Sci., Assistant Prof. (secretary);

K.V. Avramov, Dr. Tech. Sci., Prof.; E.E. Aleksandrov, Dr. Tech. Sci., Prof.;

D.V. Breslavskij, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ju.S. Vorobjev, Dr. Tech. Sci., Prof.;

A.P. Zin'kovskij, Dr. Tech. Sci., Prof.; L.V. Kurpa, Dr. Tech. Sci., Prof.;

G.I. L'vov, Dr. Tech. Sci., Prof.; Ju.V. Mihlin, Dr. Tech. Sci., Prof.;

K. Naumenko, Prof. Dr.-Ing. habil., Magdeburg, Germany; N.A. Tkachuk, Dr. Tech. Sci., Prof.

In 2013 Bulletin of the National Technical University "Kharkiv polytechnic institute" series "Dynamics and Strength of Machines" included in the directory database of periodicals "Urich's Periodicals Directory" (New Jersey, USA).

Recommended for publication by the Academic Council of NTU "KhPI"

Protocol number 7 September, 23, 2016

А. А. ЛАРИН, О. К. МОРАЧКОВСКИЙ, А. И. ТРУБАЕВ

ПРОФЕССОР ЖОВДАК ВАЛЕРИЙ АЛЕКСЕЕВИЧ – 70-ЛЕТ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ

Статтю присвячено до 70-річчя з дня народження професора В.О. Жовдака (9.03.46 -26.03.2009). Наведено короткі біографічні відомості. Виділено основні результати наукової роботи, які дозволили створити одне з важливих напрямів досліджень на кафедрі динаміки та міцності машин НТУ «ХПІ», що пов'язане з розробкою методів аналізу випадкових коливань, оцінки надійності та прогнозування ресурсу механічних систем. Представлений перелік деяких важливих публікацій В.О. Жовдака.

Ключові слова: біографічний нарис, надійність, прогнозування ресурсу, статистична динаміка, випадкові коливання.

Статья посвящена 70-летию со дня рождения профессора В.А. Жовдака (9.03.46 -26.03.2009). Приведены краткие биографические сведения. Выделены основные результаты научной работы, которые позволили создать одно из важных направлений исследований на кафедре динамики и прочности машин НТУ ХПИ, связанного с разработкой методов анализа случайных колебаний, оценки надежности и прогнозирования ресурса механических систем. Представлен список некоторых важных публикаций В.А. Жовдака.

Ключевые слова: биографический очерк, надежность, прогнозирование ресурса, статистическая динамика, случайные колебания.

The article is devoted to the 70th birthday of Professor Valery Zhovdak (9.03.46 -26.03.2009). It presents a brief biographical information. The paper describes some his basic scientific results, which forms the foundation of one of the most important research area developed in the department of dynamics and strength of machines of National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute". It deals with the development of the methods for random vibration analysis, reliability assessment and a prediction of mechanical systems lifetime. A short list of some important scientific publications of professor Zhovdak is cited.

Keywords: biographical essay, reliability, service life prediction, statistical dynamics, random vibration.



9 марта 2016 года исполнилось 70 лет со дня рождения **ВАЛЕРИЯ АЛЕКСЕЕВИЧА ЖОВДАКА** – доктора технических наук, профессора. С именем профессора Жовдака В.А. связано развитие научных исследований в области моделирования случайных процессов в механических системах, изучения случайных колебаний и разработке методов прогнозирования надежности элементов машиностроительных конструкций. Это направление научных исследований под руководством и при непосредственном участии В.А. Жовдака получило развитие на кафедре динамики и прочности машин Харьковского политехнического института. Валерий Алексеевич был выдающимся ученым, талантливым и строгим педагогом, человеком с тонким чувством юмора, спортсменом (мастер спорта по горному туризму).

Родился Валерий Алексеевич в Харькове в семье Алексея Васильевича и Ольги Степановны Жовдак. Многие личные качества он унаследовал от родителей. Отец – Алексей Васильевич был демократичным

и веселым человеком, легким в общении. Все кто знали Ольгу Степановну, отмечали ее врожденную аристократичность, сочетавшуюся с открытостью и простотой. Образованные и интеллигентные родители воспитали человека, обладающего широким кругозором и спектром интересов – от математики и искусства (выпускник харьковской художественной школы им. И. Е. Репина, физико-математической школы академика А.К. Вальтера), до профессионального занятия спортом.

После окончания средней школы в 1964 г. Жовдак В.А. поступил на специальность «Динамика и прочность машин» инженерно-физического факультета Харьковского политехнического института (ХПИ). Валерий Алексеевич был весьма любознательным студентом, который особое внимание уделял математике и решению прикладных задач механики, дополнительно посещал лекции на механико-математическом факультете Харьковского университета. Обучение на кафедре В.А. Жовдак закончил с отличием, защитив в 1970 г. дипломную работу под руководством Алевтины Матвеевны Журавлевой. Среди преподавателей факультета того времени были известные ученые: академики А. П. Филиппов, профессора И.М. Глазман, И. М. Бабаков, А. В. Бураков, С. И. Богомолов, Е. Г. Голоскоков и многие другие. Особую роль в становлении Жовдака В.А. как ученого сыграл профессор Богомолов С.И., заведовавший кафедрой динамики и прочности машин.

Будучи студентом, В.А. Жовдак активно занимался спортом, начиная с гандбола (был членом сборной команды ХПИ), а затем увлекся подводным плаванием и туризмом. Валерий Алексеевич пронес через всю свою жизнь любовь к туризму. Впоследствии он стал мастером спорта по горному туризму, дипломированным инструктором, чемпионом Украины и при-

зером чемпионатов страны по этому виду спорта. Жовдак В.А. был руководителем и участником более чем 15 походов высшей категории сложности в горах Кавказа, Памира, Алтая, Урала, Тянь-Шаня, участником подводных экспедиций на Курильских островах и Камчатке. В возрасте 60 лет Жовдак В.А. в составе команды политехников покорил Эльбрус. Валерий Алексеевич также очень увлекался акварельными рисунками и фотографией, на кафедре и у родных сохранились целые коллекции потрясающих пейзажей сделанных во время его походов в горы.



По окончании вуза Валерий Алексеевич работает на кафедре динамики и прочности машин инженером, с 1978 – ассистентом и после защиты кандидатской диссертации – доцентом, а с 1998 г - профессором. Он проводил исследования по новой и нетипичной для кафедры тематике. Прежде всего, это колебания и прогнозирование вероятности безотказной работы механических систем, находящихся под действием нагрузок случайной природы. Еще молодым ученым Валерию Алексеевичу пришлось во многом самостоятельно прокладывать свой путь в науке, осваивать новое для кафедры научное направление [4-6]. И он справился с этой задачей, защитив в 1978 году кандидатскую диссертацию по теме: «Исследование некоторых задач надежности механических систем с применением к фильтрующим центрифугам». В основу исследований им были положены имеющиеся разработки кафедры динамики и прочности машин для решения задач о свободных и вынужденных колебаниях сложных элементов конструкций в детерминированной постановке. Одним из первых прикладных объектов в его исследованиях были промышленные центрифуги [5-7]. Им, при участии Кирилловой Н.А., Иглина С.П., Смирнова М.М. проводились теоретические и экспериментальные исследования надежности и случайных колебаний этих конструкций. Он осуществлял поддержку в работе аспиранта кафедры Иглина С.П., который в 1980 г. защитил кандидатскую диссертацию, посвященную решению задачи весовой оптимизации роторов центрифуг с учетом случайной природы нагружения и ограничениями на вероятность безотказной работы с учетом прочностных отказов.

С 1985 года доцент Жовдак В.А. принимал активное участие в работах, связанных с проектированием космического корабля многоразового использования «Буран», где были решены задачи о случайных колеба-

ниях панелей фюзеляжа и о прогнозировании ресурса трубопроводных систем при случайных воздействиях.

Дальнейшая научная работа Жовдака В.А. была направлена на исследование случайных колебаний различных машиностроительных конструкций, а также на развитие методов прогнозирования их надежности. Валерий Алексеевич активно принимает участие в исследовательской работе кафедры – консультирует, руководит молодыми специалистами: Демидовым Н.И., Марченко Т.Н., Мищенко И.В., Тарасовой Л.Ф., Трубаевым А.И.

В этот период все сотрудники научной группы вместе с руководителем были непременными участниками школ молодых ученых «Расчет и управление надежностью больших механических систем» (Тернополь-1986, Ташкент-1988, Кобулет-1990).

Под руководством доцента Жовдака В.А. защитили кандидатские диссертации в 1988 году Трубаев А. И., а в 1996 – Мищенко И. В.

В диссертационной работе Трубаева А.И. были представлены результаты решения задачи статистической динамики пространственных разветвленных трубопроводов при стационарных и нестационарных кинематических случайных воздействиях, определены параметры сейсмического воздействия на основе статистической обработки натурных акселерограмм. Разработаны численные методы определения характеристик надежности при накоплении усталостных повреждений при стационарных и нестационарных воздействиях. Выполнены численные исследования случайных колебаний и надежности реальных трубопроводных систем при различных видах воздействия.

В работе Мищенко И.В. были разработаны численные методы, алгоритмы и программные реализации для задач надежности при постепенных отказах различной физической природы. Показана эффективность применения одномерных и двухмерных марковских моделей при решении задач надежности в области много- и малоциклового усталости. Для этих моделей учитывался случайный разброс характеристик конструкционной прочности материала. Решены практические задачи для пространственных разветвленных трубопроводов летательных аппаратов и навесных узлов автомобиля КамАЗ.

В 1997 году Жовдак Валерий Алексеевич защитил докторскую диссертацию на тему: «Разработка методов прогнозирования надежности элементов машиностроительных конструкций при случайных колебаниях». Важные результаты диссертационной работы были опубликованы в монографии [2]. В 2002 г. ВАК Украины присвоил Валерию Алексеевичу ученое звание профессора.

Для студентов инженерно-физического факультета и ряда факультетов института он начал преподавать дисциплины по математической статистике и теории вероятности, читал лекционные курсы по теории колебаний. Разработал новые курсы по технической диагностике и надежности [1].

Валерий Алексеевич создает на кафедре научную группу, которая занималась вопросами развития методов прогнозирования надежности и их применения к решению прикладных задач современного машиностроения. При этом на основе конечно-элементных подходов были разработаны методы решения линей-

ных и нелинейных задач статистической динамики с учетом случайного стационарного и нестационарного воздействия в виде случайных функций, случайных свойств самой конструкции [8-10]. Предложены методы идентификации вероятностных характеристик внешних воздействий по результатам тензометрирования в эксплуатационных условиях с использованием подходов к решению некорректных задач [11].

Отдельно нужно выделить, как наиболее значимый результат, разработанную Валерием Алексеевичем группу методов прогнозирования надежности, которые основаны на применении математического аппарата теории марковских процессов [8,9,12]. Так, на их основе были предложены методы решения задач надежности при внезапных и постепенных отказах, на основе линейных и нелинейных кинетических уравнений повреждаемости, позволяющие учитывать: нестационарность и широкополосность случайного нагружения; вероятностное описание свойств конструкций и материала; неполноту информации о характеристиках внешнего воздействия [17, 19, 20, 22].

На основе разработанных методов и созданного программного обеспечения решено ряд задач надежности для конкретных элементов конструкции: трубопроводов при кинематическом случайном нагружении [13,16]; лопаточного аппарата рабочих колес осевых турбомашин с учетом коррозионного воздействия и неполной информации о внешнем нагружении [14,15]; панелей летательных аппаратов при усталостных отказах в условиях акустического случайного воздействия [21]; подшипниковых узлов погружных электродвигателей при отказах в результате износа с учетом технологических отклонений основных конструктивных параметров [18].

Под его руководством проводят свои исследования аспиранты и научные сотрудники. Направления научной работы сохраняют свою «случайную» направленность, но при этом затрагивают еще более широкий класс прикладных задач, которые основаны на традиционных работах ученых кафедры многих лет. Среди исследуемых объектов можно выделить рабочие колеса турбокомпрессоров [23-25], системы турбоагрегат-фундамент-основание [26, 27, 32], рамы тележек вагонов метрополитена [28], лопаточные аппараты паровых турбин [29-31, 35] и промышленные трубопроводные системы [33].

В 2003 году свои кандидатские диссертации, подготовленные под руководством проф. Жовдака В.А., защищают аспиранты кафедры Смирнова Л. М. и Красников С. В.

В работе Смирновой Л.М. были разработаны методы прогнозирования надежности рабочих колес турбокомпрессоров с учетом случайного характера нагружения и случайного отклонения колес от циклической симметрии. Выполнены расчеты основных показателей надежности и исследовано влияние расстройки на вероятность безотказной работы и среднее время до разрушения при усталостных отказах.

В кандидатской работе Красникова С.В. рассмотрены вопросы вибрационной надежности систем турбоагрегат-фундамент-основание, позволяющие учитывать

случайность параметров системы. Разработаны модели соответствующих систем, учитывающие изменение параметров вызванное возникновением за длительную эксплуатацию случайных просадок колонн фундамента.

В этот период проф. Жовдак В.А. активно участвует в процессе аттестации специалистов высшей квалификации – он является членом специализированных ученых советов по защите кандидатских и докторских диссертаций, многократно выступает в роли официального оппонента на защите диссертаций разного уровня. В течении нескольких лет является экспертом ВАК Украины по специальности динамика и прочность машин. Становится членом Научного совета по проблемам механики деформированного твердого тела при НАН Украины.

Исследовательская работа, которая проводится в это время научной группой динамической прочности и надежности, осуществляется в тесном сотрудничестве с крупными промышленными предприятиями: НПО им. Фрунзе (г. Сумы), ОАО «Турбоатом» (г. Харьков), СКБ «Потенциал» (г. Харьков), ОАО «Запорожсталь», КП Харьковский метрополитен. Для металлургического комбината «Запорожсталь» были выполнены численные исследования ресурса трубопроводов гидросистемы кантователя рулонов прокатного стана. Для метрополитена была проведена уникальная работа по оценке остаточного ресурса и продления срока службы рам пассажирских вагонов. Для проведения этих работ было специально разработано экспериментальное оборудование, которое позволило получить статистическую информацию об характеристиках случайных колебаний в условиях эксплуатации. Экспериментальный аппаратный комплекс по сбору и обработке первичной информации на подвижном составе метрополитена установка был разработан Смирновым М.М и Ульяновым Ю. Н. Использование полученных экспериментальных данных совместно с разработанными математическими моделями позволили изучить случайные вынужденные колебания рам тележек вагонов метрополитена с учетом запаздывания кинематического случайного внешнего воздействия на колесные пары. Были разработаны методы прогнозирования безотказности рам тележек по данным об отказах прототипа. Практическая составляющая полученных результатов была внедрена в практику на харьковском метрополитене, а научная составляющая была успешно защищена в 2006 г. аспирантом Белоцерковским А. Б.

Вместе с активной работой по прикладным направлениям Валерий Алексеевич успешно занимается развитием теоретических основ по применению математического аппарата теории марковских процессов к решению задач надежности. Им были разработаны полуаналитические подходы к определению характеристик надежности механических систем при постепенных отказах на основе теории многомерных марковских процессов. Разработано несколько подходов основанных на применении характеристических функций к плотности вероятности параметра работоспособности и на применении моментного подхода. На основе предложенной теории, совместно с научным сотрудником кафедры Тарасовой Л. Ф. были разработаны алгоритмы их численной реализации и соот-

ветствующее программное обеспечение. Проведены тестовые расчеты, которые для ряда классических примеров, имеющих известные решения, показали достоверность разработанных методов. Теоретические основы разработанных методов и результаты тестовых расчетов опубликованы в виде учебно-методического пособия [3] и ряда научных публикаций [34, 36, 37].

Валерием Алексеевичем вместе с его учениками осуществлялось широкое применение разработанных методов оценки надежности к решению практических задач. Поставлена новая теоретическая проблема в решении задач рационального проектирования элементов конструкций. Рациональное проектирование обеспечивает требуемые показатели надежности в условиях неполной исходной информации.

В период с 2006 по 2009 г. под руководством Валерия Алексеевича его аспиранты занимались различными прикладными исследованиями. Рассматривались проблемы оценки вибрационной надежности лопаточных аппаратов паровых турбин с детерминированной и случайной расстройкой параметров межлопаточной бандажной связи (Ларин А.А.). Разрабатывались методы изучения нелинейных колебаний лопаток паровых турбин с учетом динамического контактного взаимодействия в разъемном бандаже (Демус Я.Д.). Предложены критерии для оценки вибрационной надежности системы турбоагрегат-фундамент-основание, а также рассмотрены методы структурной оптимизации этой конструкции с целью обеспечения необходимых вибрационных характеристик и учтено возникновение эксплуатационных просадок фундамента (Торяник А.В., Дудкина Е.С.). Получены оценки ресурса и надежности промышленных трубопроводов с учетом наличия коррозионных внутренних дефектов (Демидов П.Н.). Разработаны методы оценки напряженно-деформированного состояния болтовых соединений гидротурбин, что послужило основой для проведения в последующем цикла работ по оценке ресурса болтовых соединений рабочих колес гидротурбин по заказу ОАО «Укрэнерго». Под руководством проф. Жовдака В.А. в 2008 г свои исследования проводили 7 аспирантов. В марте 2009 г. в результате тяжелой болезни Валерий Алексеевич Жовдак ушел из жизни.

Идеи и научные планы Валерия Алексеевича продолжают развиваться вместе с созданным им на кафедре научным направлением. Так, в конце 2009 г. его ученики А.А. Ларин и в 2011 г. - Я.Д. Демус (Круглий) защитили кандидатские диссертации. Продолжает развиваться научное направление, связанное с разработкой методов прогнозирования ресурса для машиностроительных конструкций. В этом направлении в 2014 г. под руководством Трубаева А.И. защитил кандидатскую диссертацию А.А. Водка. Вопросы прогнозирования надежности элементов машиностроительных конструкций с учетом старения материала рассмотрены на эластомеры и их композиты. Развиваются подходы к численному и экспериментальному моделированию случайных нелинейных колебаний конструкций транспортного и энергетического машиностроения.

Благодарность.

Авторы признательны коллегам и ученикам Ва-

лерия Алексеевича: Иглину Сергею Петровичу, Кирилловой Наталье Александровне, Мищенко Игорю Викторовичу и Тарасовой Любови Федоровне за помощь в написании статьи.

Некоторые публикации профессора Жовдака В.А.:

1. Жовдак В.А. Прогнозирование ресурса, прочности и надежности элементов машиностроительных конструкций: Учеб. пособие. – К.: УМК ВО, 1989. – 96 с.
2. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности элементов конструкции с учетом технологических и эксплуатационных факторов. Монография / В.А. Жовдак, И.В. Мищенко. – Х.: ХГПУ, 1999. – 120 с.
3. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности механических систем / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова. – Х.: НТУ ХПИ, 2007. – 108 с.
4. Жовдак В.А. Определение показателей надежности механических систем с конечным числом степеней свободы / В.А. Жовдак // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1976. – Вып. 23. – С. 105-110.
5. Богомолов С.И. Экспериментальное исследование и статистический анализ динамических нагрузок центрифуг типа ФГН и ФГП / С.И. Богомолов, В.А. Жовдак, Ю.О. Пахомов, Н.А. Кириллова // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1977. – Вып. 26. – С. 104-108.
6. Богомолов С.И. Исследование случайных колебаний роторов центрифуг / С.И. Богомолов, В.А. Жовдак, С.П. Иглин, М.М. Смирнов // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1978. – Вып. 28. – С. 95-100.
7. Богомолов С.И. Весовая оптимизация роторов центрифуг с учетом случайного нагружения / С.И. Богомолов, В.А. Жовдак, С.П. Иглин // Динамика и прочность тяжелых машин. – Днепропетровск: 1979. – Вып. 4. – С. 127-131.
8. Жовдак В.А. Применение теории марковских процессов к анализу надежности механических систем / В.А. Жовдак // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1979. – Вып. 30. – С. 90-98.
9. Жовдак В.А. Об одном подходе к решению задач надежности систем марковского типа / В.А. Жовдак, Н.А. Кириллова // Сб. Проблемы машиностроения. – К.: Наукова думка, 1981. – Вып. 14. – С. 58-64.
10. Жовдак В.А. Определение средней продолжительности работы деталей при случайном циклическом нагружении / В.А. Жовдак, Н.А. Кириллова // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1983. – Вып. 38. – С. 84-88.
11. Жовдак В.А. Экспериментальные исследования динамических напряжений в рабочих лопатках турбин / В.А. Жовдак, А.Н. Игнатев // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1985. – Вып. 41. – С. 84-87.
12. Жовдак В.А. Анализ надежности при усталостных отказах на основе марковских моделей / В.А. Жовдак, А.Е. Землицкий // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1986. – Вып. 43. – С. 60-65.
13. Жовдак В.А. Прогнозирование ресурса трубопроводов при случайном возбуждении / В.А. Жовдак, А.И. Трубаев // Известия ВУЗов: Машиностроение. – М.: 1987. – Вып. 6. – С. 24-28.
14. Жовдак В.А. Случайные колебания и прогнозирование ресурса лопаток ГТД / В.А. Жовдак, Е.П. Петров, Л.Ф. Тарасова // Известия ВУЗов: Машиностроение. – М.: 1987. – Вып. 8. – С. 67-71.
15. Жовдак В.А. Экспериментально-расчетное определение характеристик блока напряжений рабочих лопаток турбин с целью прогнозирования их ресурса / В.А. Жовдак, А.Н. Игнатев, Л.В. Петренко // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1987. – Вып. 46. – С. 14-18.
16. Жовдак В.А. О построении корреляционной матрицы параметров НДС трубопроводов при сейсмическом воздействии / В.А. Жовдак, А.И. Трубаев, Ф. Шнайдер // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1988. – Вып. 47.
17. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности элементов конструкций с трещинами при случайном воздействии / В.А. Жовдак, И.В. Мищенко // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1988. – Вып. 48. – С. 56-62.
18. Жовдак В.А. Влияние технологических факторов на динамику и надежность роторов погружных электродвигателей / В.А. Жовдак, В.А. Дмитренко, Г.В. Курилов и др. // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1989. – Вып. 49. – С. 101-106.
19. Жовдак В.А. Прогнозирование ресурса элементов конструкций при широкополосном случайном воздействии / В.А. Жовдак,

Л.Ф. Тарасова // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1989. – Вып. 50. – С. 118-124.

20. Жовдак В.А. Применение двумерных марковских моделей к решению задач надежности при узкополосном случайном нагружении / В.А. Жовдак, И.В. Мищенко // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1993. – Вып. 53. – С. 161-172.

21. Жовдак В.А. Случайные колебания панелей летательных аппаратов / В.А. Жовдак, С.П. Иглин // Динамика и прочность машин. – Х.: «Вища школа», 1994. – Вып. 54. – С. 175-182.

22. Zhovdak V.A. The reliability prediction of structures with random parameters subjected to stationary stochastic input / V.A. Zhovdak, S.P. Zhovdak, I.V. Mishchenko // Technische mechanik. – Magdeburg, 1996. – Band 16, heft 14. – P. 114-129.

23. Жовдак В.А. Собственные колебания циклически симметричных систем со случайной расстройкой / В.А. Жовдак, Л.М. Смирнова // Динамика и прочность машин. – Х.: ХГПУ. 1998. – № 56. – С.95-101.

24. Жовдак В.А. Влияние натяга на напряженно деформированное состояние вращающегося колеса турбокомпрессора / В.А. Жовдак, В.В. Левашиов, Л.М. Смирнова // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2001. – № 6. – С. 76-80.

25. Жовдак В.А. Задача статистической динамики для циклически симметричных систем со случайной расстройкой / В.А. Жовдак, Л.М. Смирнова, В.А. Солошенко // Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Сборник научных трудов ХГПУ. – Х.: ХГПУ, 1999. – № 7, ч. 1. – С. 280-283.

26. Жовдак В.А. Исследование динамики статорных частей турбин К-300-240 и К-325-23,5 ХГТЗ / В.А. Жовдак, А.Ф. Кабанов, С.В. Красников, А.С. Степченко // Проблемы машиностроения. – Х.: «Контраст», 2001. – Т. 4, № 3-4. – С. 4-12.

27. Жовдак В.А. Влияние просадок колонн фундамента на его вибрационные характеристики / В.А. Жовдак, Я.Л. Кранцфельд, С.В. Красников, А.С. Степченко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2002. – № 9, т. 8. – С. 69-74.

28. Белоцерковский А.Б. Случайные колебания рам тележек вагонов метрополитена с учетом неровности пути / А.Б. Белоцерковский, В.А. Жовдак, О.В. Черных, Ю.А. Ярошок // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2003. – № 12, т. 1. – С.10-17.

29. Жовдак В.А. Исследование влияния технологических отклонений в бандажном соединении на спектр собственных частот лопаточного аппарата / В.А. Жовдак, Я.Д. Демуз, А.Ф. Кабанов и др. // Надій-

ність і довговічність машин і споруд. – К.: Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України, 2006. – Вип. 26. – С. 59-67.

30. Жовдак В.А. Исследование динамического контактного взаимодействия в межбандажных соединениях пакетов лопаток паровых турбин с расстройкой / В.А. Жовдак, Я.Д. Демуз, А.Ф. Кабанов, А.А. Ларин, А.С. Степченко, Ю.В. Соляникова // Проблемы численной механики і міцності конструкцій: Збірник наукових праць. – Дніпрпетровськ: ДНУ, 2007. – Вип. 11. – С. 53-63.

31. Жовдак В.А. Статистическая динамика рабочих колес турбомашин с технологической расстройкой / В.А. Жовдак, А.А. Ларин, А.Ф. Кабанов // Проблемы прочности. – К.: Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренко НАН України, 2008. – № 5 (395). – С. 105-113.

32. Жовдак В.А. Исследование явления расстройки в многокорпусных турбоагрегатах на основе компьютерной модели / В.А. Жовдак, А.С. Степченко, А.В. Торяник, С.В. Красников // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2008. – №47. – С. 70-78.

33. Демидов П.Н. Применение информационных технологий для прогнозирования остаточного ресурса трубопроводов АЭС / П.Н. Демидов, В.А. Жовдак, А.С. Кипоренко, В.В. Локошко, С.М. Полищук, А.И. Трубаев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2008. – № 36. – С. 65-74.

34. Жовдак В.А. Применение марковских моделей для расчета остаточного ресурса при усталостных отказах / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2005. – №47. – С. 70-77.

35. Жовдак В.А. Исследование вынужденных колебаний лопаточных аппаратов со случайной технологической расстройкой по модели одного сектора / В.А. Жовдак, А.А. Ларин // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – № 42. – С. 89-99.

36. Жовдак В.А. Применение двумерных марковских моделей для расчета надежности при усталостных отказах / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – № 42. – С. 56-64.

37. Жовдак В.А. Прогнозирование остаточного ресурса элементов конструкций с использованием двумерных марковских процессов / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Динаміка та міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 63. – С. 36-45.

Поступила (received) 18.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Професор Жовдак Валерій Олексійович - до 70-річчя від дня народження / О.О. Ларін, О.К. Морачковський, О.І. Трубаєв // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 5-9. – Бібліогр.: 37 назв. – ISSN 2078-9130.

Професор Жовдак Валерій Алексеевич – к 70-летню со дня рождения / А. А. Ларин, О.К. Морачковский, А.И. Трубаев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 5-9. – Бібліогр.: 37 назв. – ISSN 2078-9130.

Professor Valery Zhovdak - 70th anniversary / О.О. Larin, О.К. Morachkovsky, О.І. Trubaev // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 5-9. – Bibliogr.: 37. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ларін Олексій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: AlexeyA.Larin@gmail.com

Ларин Алексей Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПИ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: AlexeyA.Larin@gmail.com

Larin Olexsiy Olexsandrovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: AlexeyA.Larin@gmail.com

Морачковський Олег Константинович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки НТУ «ХПІ», e-mail: morachko@ukr.net

Морачковский Олег Костянтинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики НТУ «ХПИ», e-mail: morachko@ukr.net

Morachkovsky Oleg Konstantinovich – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of theoretical mechanics department NTU «KhPI», e-mail: morachko@ukr.net

Трубаєв Олександр Іванович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: trubayev@gmail.com

Трубаев Александр Иванович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПИ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: trubayev@gmail.com

Trubaev Olexsandr Ivanovych – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: trubayev@gmail.com

А.Г. АНДРЕЕВ, Д.Г. ВИНОГРАДСКИЙ

ВЗАИМНОЕ ВЛИЯНИЕ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМИ СОПРЯЖЕННЫХ С НИМИ КОНСТРУКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

У даній задачі припускається, що у деталей з'єднання з натягом (вала і втулки) є пов'язані з ними конструктивні елементи, які є їх продовженнями. Через це НДС з'єднання з натягом впливає на ці пов'язані конструктивні елементи, які, через зв'язаність, у свою чергу впливають на деталі з'єднання з натягом. Аналізуються 6 типів з'єднань з натягом, які мають пов'язані з ними конструктивні елементи, для яких визначаються компоненти НДС, які характеризують міру взаємного впливу з'єднань з натягом і конструктивних елементів.

Ключові слова: з'єднання з натягом, метод скінченних елементів, напруження, деформації.

В рассматриваемой задаче предполагается, что у деталей соединения с натягом (вала и втулки) имеются сопряженные с ними конструктивные элементы, являющиеся их продолжениями. В силу этого НДС соединения с натягом воздействует на эти сопряженные конструктивные элементы, которые, в силу сопряженности, в свою очередь влияют на детали соединения с натягом. Анализируются 6 типов соединений с натягом, имеющих сопряженные с ними конструктивные элементы, для которых определяются компоненты НДС, характеризующие степень взаимного влияния соединений с натягом и конструктивных элементов.

Ключевые слова: соединения с натягом, метод конечных элементов, напряжения, деформации.

In this problem, it is assumed that the connection parts with interference (shaft and bushing) are structural elements with them, which are their continuation. By virtue of this compound with stress-strain, state interference affects these conjugates structural elements that, by virtue of conjugation in turn affect the interference fit connection details. Analyzed six types of connections with a tightness that have associated with them the elements (I – bush console solid shaft, II – Solid shaft with cantilever sleeve, III – bush console hollow shaft, IV – hollow shaft with cantilever sleeve, V - connection Type III to reduce the thickness of the shaft and sleeve, VI - compound type IV with a reduction in the thickness of the shaft and sleeve), which are determined by stress-strain state, characterizing the degree of mutual influence of connections with a tightness conjugate components.

Keywords: connections with a tightness, finite element method, stress, strain.

Введение. В условиях современного производства соединения с натягом широко применяются в машиностроении, на железнодорожном транспорте, при проектировании артиллерийских систем и в других областях механики, когда требуется передача больших осевых усилий и крутящих моментов. Прочность и относительная неподвижность этих соединений обеспечиваются силами трения, которые зависят от давления между соединяемыми деталями, и определяются величиной натяга - разницы размеров охватывающей и охватываемой деталей. После соединения посадочный размер деталей становится общим, при этом посадочный размер охватывающей детали в результате упругих деформаций увеличивается, а охватываемой – уменьшается. Наибольшее распространение получили цилиндрические соединения с натягом, у которых одна деталь охватывается второй по цилиндрической поверхности.

Постановка задачи. В сложных механических схемах конструктивные элементы могут объединяться между собой соединениями с натягом, находящимися в некоторых местах схем, между которыми располагаются конструктивные элементы. Естественно, что НДС соединения с натягом влияет на НДС конструктивных элементов, являющихся продолжением соединений с натягом, а эти конструктивные элементы в свою очередь корректируют НДС деталей соединений с натягом.

Эта взаимосвязь представляется следующим образом:

1) Конструктивные элементы, сопряженные с соединениями с натягом, являются продолжениями деталей, входящие в соединение, в виде консольного вала или консольной втулки, на которые передаются деформации соединения с натягом. В этом случае задача состоит в определении характеристик НДС и зоны их распространения в конструктивных элементах под воздействием соединения с натягом.

2) В свою очередь, сами конструктивные элементы в виде консольных валов и втулок, сопряженные с соединением с натягом, влияют на это соединение, т.к. в этом случае проявляется «консольный эффект» из-за разных осевых размеров вала и втулки соединения. Это предполагается исследовать, оценивая влияние сопряженного конструктивного элемента в виде консольного вала или втулки на НДС соединения с натягом.

Целью данной работы является выявление, в какой мере это справедливо.

Рассмотрим 6 типов соединений с натягом: тип I – втулка с консольным сплошным валом (рис. 1), тип II – сплошной вал с консольной втулкой (рис. 2), тип III – втулка с консольным пустотелым валом (рис. 3), тип IV – пустотелый вал с консольной втулкой (рис. 4), тип V – соединение тип III с уменьшенными толщинами вала и втулки (рис. 3), тип VI – соединение тип IV с уменьшенными толщинами вала и втулки (рис. 4).

Геометрические размеры и характеристики материала соединений с натягом и сопряженных элементов представлены в табл. 1 и 2.

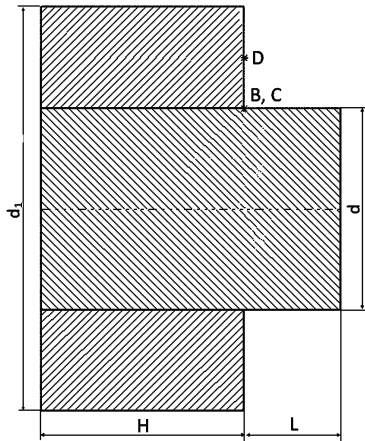


Рисунок 1 – Втулка с консольным сплошным валом (Тип I)

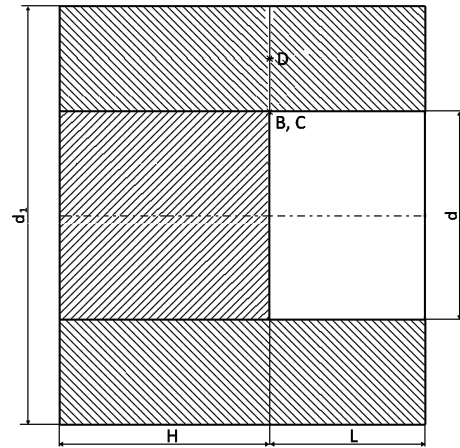


Рисунок 2 – Сплошной вал с консольной втулкой (Тип II)

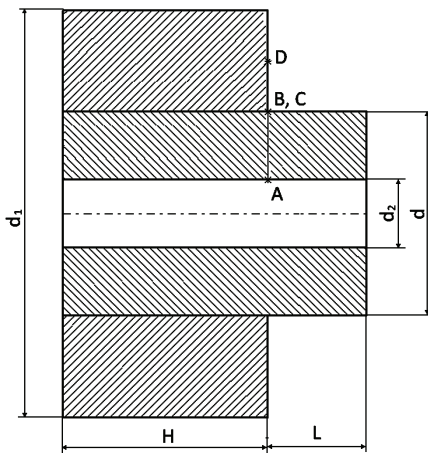


Рисунок 3 – Втулка с консольным пустотелым валом (Тип III, V)

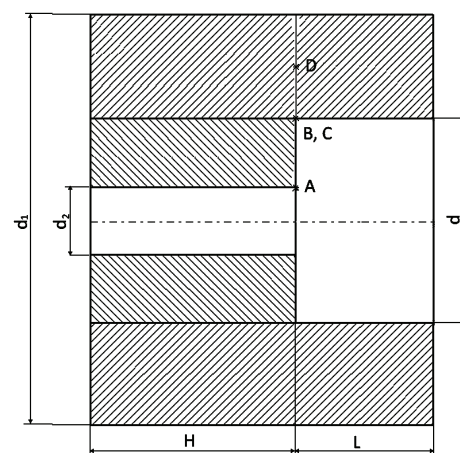


Рисунок 4 – Пустотелый вал с консольной втулкой (Тип IV, VI)

Таблица 1 – Геометрические размеры соединений с натягом и сопряженных элементов, мм

Геометрический параметр	Тип I-II	Тип III-IV	Тип V-VI
Диаметр зоны контакта d	120	120	120
Внешний диаметр втулки d1	240	240	200
Диаметр отверстия вала d2	0	40	60
Длина короткой втулки, короткого вала H	120	120	120
Длина изменяемой части втулки, вала L	0→100	0→200	0→100
Диаметральный натяг соединения Δ	0,12	0,12	0,12
Радиусы расчетных точек втулки и вала			
A	0	20	30
B-вал	60	60	60
C- втулка	60	60	60
D	90	90	80

Предварительные исследования показали целесообразность характеризовать НДС соединений с натягом через соответствующие характеристики торцевого сечения соединения с натягом в точках A, B, C, D, что отражено на рис. 1-4 и в табл. 1.

Таблица 2 – Характеристики материала сталь 40x

Физический параметр	Значение
Модуль упругости E, МПа	$2,1 \cdot 10^5$
Коэффициент Пуассона ν	0,3
Плотность ρ, кг/м ³	7800
Предел текучести σ _т , МПа	785
Предел прочности σ _в , МПа	980
Коэффициент трения μ	0,15

Теоретические основы. Поставленная задача моделировалась с помощью МКЭ в ПК ANSYS. Для решения использовался стандартный конечный элемент программного пакета - трехмерный восьмиузловой объемный элемент PLANE82, который имеет три степени свободы в каждом узле. Для создания контактной пары в ПК ANSYS использовались конечные элементы CONTA 172 и TARGET 169. Точки фиксации на рисунках 1-4 обозначены *. Решение задачи МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений:

$$[K]\{U\} = \{F\}, \quad (1)$$

где [K] – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов; {U} – вектор--

столбец узловых перемещений; {F} – вектор приведенной внешней нагрузки.

Результаты расчетов

На рис. 5-9 изображены графики изменения НДС (эквивалентных напряжений, контактных давлений, радиальных перемещений) в соединениях с натягом типов I-VI под влиянием сопряженных конструктивных элементов в виде изменяемых консолей L.

Влияние на эквивалентные напряжения σ_{Σ} в соединениях с натягом различных типов со стороны сопряженных конструктивных элементов в виде консольных валов и втулок показано на графиках рис. 5 и 6 где приведены кривые для расчетных точек A, B, C, D торцевого сечения в зависимости от величины L консольного элемента в виде выступающей части вала или втулки.

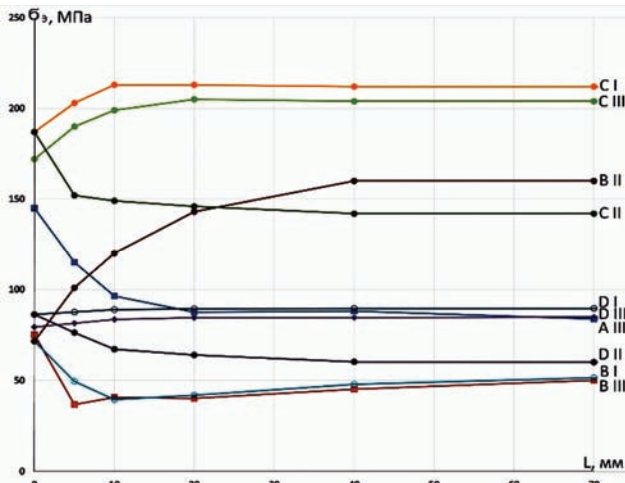


Рисунок 5 – Эквивалентные напряжения в соединениях с натягом типов I, II, III под влиянием конструктивных элементов: A, B, C, D – расчетные точки; L – размер консоли

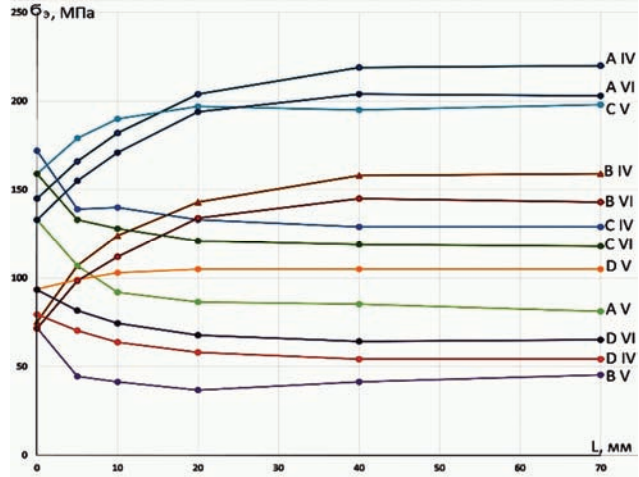


Рисунок 6 – Эквивалентные напряжения в соединениях с натягом типов IV, V, VI под влиянием конструктивных элементов: A, B, C, D- расчетные точки; L- размер консоли.

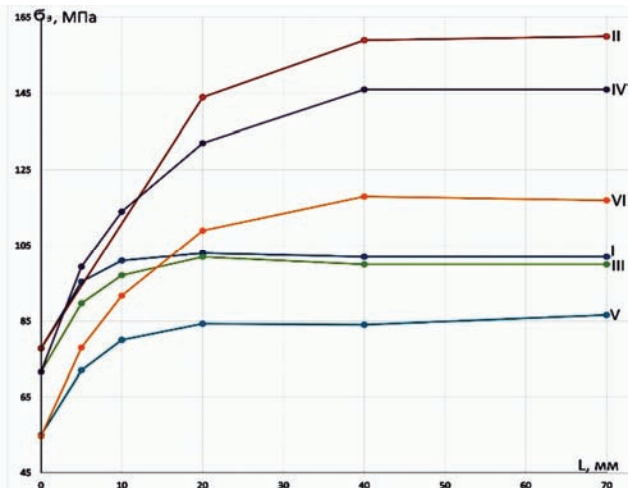


Рисунок 7 – Контактные давления в торцевом сечении соединений с натягом типов I-VI под влиянием конструктивных элементов: L- размер консоли

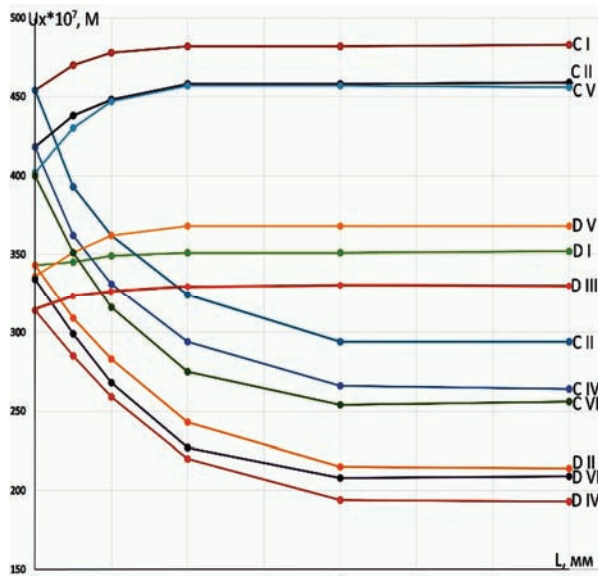


Рисунок 8 – Радиальные перемещения в соединениях с натягом типов I-VI под влиянием конструктивных элементов: C, D- расчетные точки; L- размер консоли

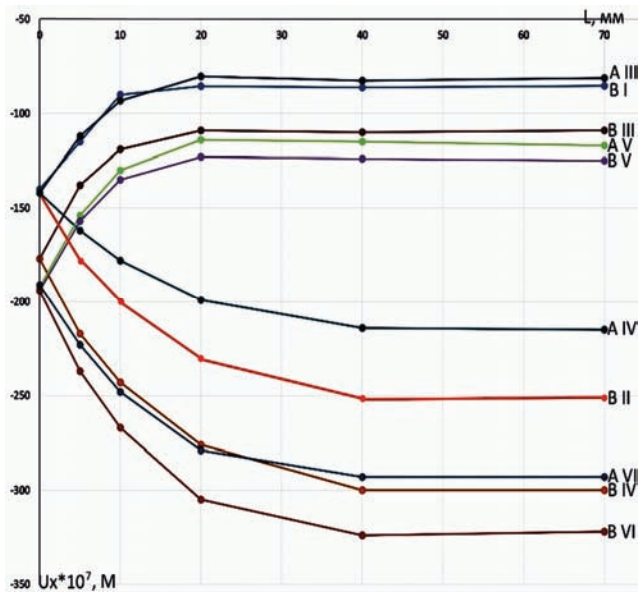


Рисунок 9 – Радиальные перемещения в соединениях с натягом типов I-VI под влиянием конструктивных элементов: A, B - расчетные точки; L- размер консоли

Таблица 3 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, σ_3 , МПа

L, мм	Тип I				Тип II							
	Внешний контур консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R90			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
0				49,7				137				75,7
10		21		24,8		120		101		67,1		65,1
20		16,7		3,54		79,2		69,9		52,2		44
40	23,9	13	2,91	3,7	61,6	47,7	22,2	18,1	47,6	34	21,8	12,3
70	21,6	10,5	3,19	3,1	55,5	25,7	6,99	17,8	40,7	17,3	3,22	10,8
100	18,8	6,22	1,56	0,8	40,5	18,2	5,41	10,3	27,1	10	6,48	4,2
200					26,5	12,8	4,98	3,27	9,56	6,19	3,99	2

Таблица 4 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, σ_3 , МПа

L, мм	Тип III								Тип IV							
	Внутренний контур пустотелого консольного вала R20				Внешний контур пустотелого консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R90			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
5				108				62				127				69,8
10		84,6		73,1		30,9		31,3				91,3				59,6
20		48,8		14,9		21,6		5,3		71,8		63,1		48,2		39,7
40	53,3	22,8	10,1	29,9	28,8	13,4	2,66	5,44	55,6	42,9	28,7	15,7	42,8	20,5	19,4	10,8
70	35,5	15,4	9,47	19,5	27	13,1	3,6	5,76	46,2	23	3,55	16,5	33,7	15,5	2,84	10
100	25,7	11,9	6	5,15	22,7	7,26	2,19	1,51	39,7	16,4	5,57	21,2	26,8	8,99	6,17	13

Таблица 5 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, σ_3 , МПа

L, мм	Тип V								Тип VI							
	Внутренний контур консольного пустотелого вала R30				Внешний контур пустотелого консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R80			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
5				99,5				64,7				125				80,4
10		79,1		65,4		37,7		35,4		102		89,1		69,8		65,8
20		46,2		10,3		24,1		6,79		66,6		55,8		53		39,4
40	49,7	21	5	28,4	30,5	14,1	25,3	12,4	54,4	73,3	13,6	2,64	47,4	29,3	14,5	21,3
70	35,1	17,9	9,49	16,3	28,7	15,2	4,57	7,08	45,2	20,5	3,84	22,5	36	14	4,9	15,7
100	27,3	14,5	5,25	3,17	23,5	10,3	2,31	1,36	37,4	17,2	8	17,9	26,4	8,13	7,55	12,5

Таблица 6 – Радиальные перемещения в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, $U_x \cdot 10^7$, м

L, мм	Тип I				Тип II							
	Внешний контур консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R90			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
0				-58,6				354				309
10		-53,1		-34,2		324		305		277		273
20		-27,9		4,81		245		201		216		193
40	-32,7	-10,8	4	18,4	197	153	95	51,5	172	129	89,1	53,1
70	-13,5	-6,5	2,95	8,75	153	76,1	2,5	-51,4	139	70,6	2,63	-46,9
100	-7,53	1,64	1,8	2,28	124	42,6	-10,7	-62,4	127	48,3	-10,6	-37,2
200					44,6	-5,94	-9,96	-8,8	53,7	-2,84	-9,9	-9,4

На рис. 7 приведены графики контактных давлений P между валом и втулкой в торцевом сечении соединения в зависимости от величины L консольного элемента для разных типов соединений.

На рис. 8, 9 приведены радиальные перемещения в соединениях с натягом разных типов под влиянием

сопряженных конструктивных элементов.

В табл. 3-5 приведены эквивалентные напряжения σ_3 , а в табл. 6-8 радиальные перемещения. U_x в различных сечениях сопряженных элементов (консольных валов и втулок) в зависимости от величины консоли и типов соединений.

Таблица 7 – Радиальные перемещения в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, $U_X \cdot 10^7$, м

L, мм	Тип III								Тип IV							
	Внутренний контур консольного пустотелого вала R20				Внешний контур пустотелого консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R90			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
5				-106				-88,3				362				284
10		-82,4		-71		-80		-62,1				249				250
20		-46,9		-15		-45		-5,38		222		182		195		174
40	-52,1	-23,1	3,3	29,4	-50,2	-20	3,8	26,6	178	127	85	44,8	155	116	79,4	46,3
70	-35,1	-7,14	6,7	19,3	-29,9	-5,5	5,9	16,4	138	68,3	96	-47,6	125	63	9,06	-43,5
100	-19,8	1,75	4,2	5,1	-16	1,65	3,7	4,3	115	43,3	-10	-6,13	104	38	-10,1	-56,9

Таблица 8 – Радиальные перемещения в сопряженных элементах конструкций под влиянием соединений с натягом, $U_X \cdot 10^7$, м

L, мм	Тип V								Тип VI							
	Внутренний контур консольного пустотелого вала R30				Внешний контур пустотелого консольного вала R60				Внутренний контур консольной втулки R60				Середина консольной втулки R80			
	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L	L/4	L/2	3L/4	L
5				-144				-111				317				298
10		-113		-95,1		-99,2		-80,7		285		272		259		252
20		-64,9		-15,4		-57,9		-10,3		205		161		188		154
40	-72,7	-31,4	5,2	42,2	-64,3	-26,5	46	35,1	168	110	58	7,41	115	103	54	7,93
70	-47,4	-8,79	9,1	15,4	-39,6	-7,31	7,8	13,1	134	59	-4	-64,9	125	54,1	-4,2	-60,8
100	-7,92	5,6	5,0	4,51	-6,58	4,76	4,3	3,86	135	20,5	-18	-51,6	125	16,7	-17	-48,4

Анализ полученных результатов. Эквивалентные напряжения σ_3 в соединениях с натягом под влиянием сопряженных конструктивных элементов по мере увеличения консоли L сначала резко изменяются (как в сторону увеличения, так и в сторону уменьшения), затем стабилизируются в интервале $L=20 \rightarrow 50$ мм, что характеризуется коэффициентом K_s , представляющим отношение стабилизированных эквивалентных напряжений соединений с натягом к соответствующим базовым исходным величинам при $L = 0$ (рис. 5, 6, табл. 9).

Таблица 9 – Значение коэффициента K_s для соединений с натягом

Тип	Расчетные точки			
	A	B	C	D
I	-	0,72	1,13	1,04
II	-	2,25	0,75	0,71
III	0,57	0,66	1,19	1,07
IV	1,52	2,1	0,75	0,69
V	0,61	0,61	1,24	1,12
VI	1,54	2,01	0,74	0,7

Контактные давления P в соединениях с натягом под влиянием сопряженных конструктивных элементов после резкого увеличения при начальных изменениях консоли стабилизируются в интервале длины консоли $L = 20 \rightarrow 40$ мм, что характеризуется коэффициентом K_k , представляющим отношение стабилизированных контактных давлений соединений с натягом к соответствующим базовым исходным величинам при $L = 0$ (рис. 7, табл. 10).

Радиальные перемещения в соединениях с натягом под влиянием сопряженных конструктивных элементов при увеличении консоли L , сначала резко из-

меняют свою величину (как в одну, так и в другую сторону), затем стабилизируются в интервале $L = 40 \rightarrow 70$ мм. Процесс характеризуется коэффициентом K_n , представляющим отношение стабилизированных перемещений к соответствующим базовым величинам при $L = 0$ (рис. 8, 9, табл. 11).

Таблица 10 – Значение коэффициента K_k для соединений с натягом.

Тип	I	II	III	IV	V	VI
	1,32	2,04	1,43	2,04	1,54	2,17

Таблица 11 – Значение коэффициента K_n для соединений с натягом

Тип	Расчетные точки			
	A	B	C	D
I	-	0,61	0,96	1,02
II	-	1,84	0,64	0,61
III	0,56	0,61	1,1	1,06
IV	1,51	1,69	0,64	0,61
V	0,6	0,65	1,14	1,1
VI	1,54	1,67	0,61	0,62

Влияние соединений с натягом на сопряженные конструктивные элементы проявляется в резком возрастании σ_3 в этих элементах при малых размерах консоли L и затухании в интервале длины консоли $L = 20 \rightarrow 40$ мм (табл. 3-5), а также резком изменении радиальных перемещений U_X и смене их направлений при малых значениях консоли L , а затем стабилизации или их полном исчезновении в интервале $L = 40 \rightarrow 70$ мм (табл. 6-8). Уменьшение толщины деталей соединения с натягом (тип III заменяется типом V, тип IV – типом VI) приводит к уменьшению напряжений σ_3 в вале и увеличению во втулке (рис. 5, 6).

Выводы. Установлено, что между соединениями с натягом и сопряженными с ними конструктивными элементами имеется взаимное влияние, которое проявляется в изменении характеристик НДС (эквивалентных напряжений σ_{Σ} , контактных давлений P_K , радиальных перемещений U_X) в силу этого эффекта. Определены величины характеристик НДС, зоны их распространения и диапазон изменений, которые являются источником или следствием таких влияний.

Список литературы:

1. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности. Учеб. пособие / В.И. Самуль. – М.: Высшая школа, 1982. – 264 с.
2. Берникер Е.И. Посадки с натягом в машиностроении / Е.И. Берникер. – М.; Л.: Машиностроение, 1966. – 166 с.
3. Тарабасов Н.Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении / Н.Д. Тарабасов. – М.: Mashgiz, 1961. – 264 с.
4. Шевченко Р.А. Компьютерное моделирование некоторых типов профильных соединений с натягом при осевых нагрузках / Р.А. Шевченко, А.Г. Андреев // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 57. – С. 106-114.
5. Данилов Д.В. НДС профільних з'єднань з натягом під дією контактних навантажень / Д.В. Данилов, А.Г. Андреев // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 52. С. 63-76.

6. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А. Басов. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

7. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / К.А. Басов. Под общ. ред. Д.Г. Красковского. – М.: Компьютер-Пресс, 2002. – 224 с.

8. Басов К.А. Графический интерфейс комплекса ANSYS / К.А. Басов. – М.: ДМК Пресс 2006. – 248 с.

Bibliography (transliterated):

1. Samul V.I. Osnovi teorii uprugosti i plastichnosti. Uchebnoe posobie. Moscow: Vissaya shkola, 1982, 264 p.
2. Bemiker E.I. Posadka s natyagom v mashinostroenii. Moscow: Mashinostroenie, 1968, 168 p.
3. Tarabasov N.D. Raschet napryazhennykh posadok v mashinostroenii. Moscow: Mashgiz, 1961. 264 p.
4. Shevchenko R.A., Andreev A.G. Komp'yuternoe modelirovaniye nekotorykh tipov profil'nykh soedineniy s natyagom pri osevykh nagruzkah. Visnyk NTU "KhPI", 2014, No 57, pp. 106-114.
5. Danilov D.V., Andreev A.G. NDS profil'nykh soedineniy s natyagom pod dejstviem kontaknykh nagruzkok. Visnyk NTU "KhPI", 2011, No 52, pp. 63-76.
6. Basov K.A. ANSYS: spravochnik pol'zovatelya. Moscow: DMK Press, 2005, 640 p.
7. Basov K.A. ANSYS v primerah i zadachah. Pod red. D.G. Kraskovskogo. Moscow: Komp'yuter Press, 2002, 224 p.
8. Basov K.A. Graficheskii interfeice kompleksa ANSYS. Moscow: DMK Press, 2006, 248 p.

Поступила (received) 21.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Взаємний вплив з'єднань з натягом і пов'язаних з ними конструктивних елементів / Д.Г. Віноградський, А.Г. Андреев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 10–15. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Взаимное влияние соединений с натягом и сопряженных с ними конструктивных элементов / А.Г. Андреев, Д.Г. Віноградський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 10–15. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Mutual influence of connections with a tightness and associated structural elements / A.G. Andreev, D.G. Vinogradsky // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 10–15. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Андреев Арнольд Георгійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Андреев Арнольд Георгиевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Динамика и прочность машин», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Andreev Arnol'd Georgievich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel.: (057)707-68-79, e-mail: andreev@kpi.kharkov.ua.

Віноградський Дмитро Георгійович – студент, кафедра «Динаміка та міцність машин», НТУ «ХПІ», тел.: (063) 426-13-64, e-mail: cikmon@mail.ru

Віноградський Дмитрій Георгиевич – студент, кафедра Динамика и прочность машин, НТУ «ХПІ»; тел.: (063) 426-13-64, e-mail: cikmon@mail.ru

Vinogradsky Dmitry Georgievich – Student, Department of Dynamics and strength of machines, NTU «KhPI»; tel.: (063) 426-13-64, e-mail: cikmon@mail.ru

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, М. В. КОНОВАЛОВ, О. А. ТАТАРІНОВА

ПРЕПРОЦЕСОРНІ ПРОГРАМИ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ СКІНЧЕННОЕЛЕМЕНТНИХ СІТОК У ВИПАДКУ ВЕЛИКИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Надано опис програмного забезпечення для препроцесорної підготовки даних при розв'язанні задач механіки деформівного твердого тіла методом скінчених елементів. Для випадку великих деформацій передбачено застосування узагальненого підходу Лагранжу-Ейлера. Для генерації трьохвимірних моделей призматичних тіл застосовано програми триангуляції двовимірних областей складної геометрії. Розглянуто основні алгоритми побудови сіток при розбитті матеріальних та додаткових «повітряних» областей, їхню програмну реалізацію виконано за допомогою мови програмування Python. Наведено приклади побудови сіток для моделей різних форм.

Ключові слова: метод скінчених елементів, скінченноелементна сітка, узагальнений підход Лагранжу-Ейлера, препроцесорна програма.

Приведено описание программного обеспечения для препроцессорной подготовки данных при решении задач механики деформированного твердого тела методом конечных элементов. Для случая больших деформаций предусмотрено использование обобщенного подхода Лагранжа-Эйлера. Для генерации трехмерных моделей призматических тел использованы программы триангуляции двумерных областей сложной геометрии. Рассмотрены основные алгоритмы построения сеток при разбиении материальных и дополнительных «воздушных» областей, программная реализация которых выполнена с помощью языка программирования Python. Приведены примеры построения сеток для моделей различных форм.

Ключевые слова: метод конечных элементов, конечноэлементная сетка, обобщенный подход Лагранжа-Эйлера, препроцессорная программа.

The description of algorithms and software for Finite Element Method data preprocessing, which is designed for solution the problems of Solid Mechanics, is presented. Three dimensional Finite Element models for prismatic solids are regarded. For the case of large strains the arbitrary Lagrange-Euler approach is used. Two approaches which are realized in separate program unit are presented. Both of them are based on preliminary two-dimensional triangulation of the areas with complex shape. The first approach bases on the figure triangulation with use of triangles with optional shape, the second demands uniform mesh with rectangular triangles. The algorithms for meshing of material and additional 'air' areas with simultaneous generation of elements are regarded. The procedures of the generation of elements groups and their integration into the model are presented. The code design strategy with description of entity-relationship diagram is discussed. The graphical user interface for the data preprocessing including the matrix of index and co-ordinates array is described, the procedure of user's actions is presented. The program realization of above described algorithms was done by use of programming language Python. The examples of mesh building with information of each stage of meshing for models of different shape are presented.

Keywords: finite element method, finite element mesh, arbitrary Lagrange-Euler approach, preprocessor program.

Вступ. В останній час поширюється інтерес до розв'язання задач механіки деформівного твердого тіла у випадку, коли деформації є великими [1, 2]. Одним з поширених підходів є застосування при цьому узагальненого підходу Лагранжу-Ейлера ALE [3, 4]. Згідно ньому, скінченноелементна сітка залишається нерухомою впродовж всього процесу деформування [3], а матеріал тіла, що деформується «тече» крізь неї. Для використання цього підходу застосовують методику, що потребує створення у скінченноелементних сітках двох зон – одна з яких містить «матеріальні» елементи, а інша – «повітряні».

Останні є необхідними для прийому матеріальних точок при деформуванні. Зрозуміло, що інші елементи, які на початку були «матеріальними», при цьому набувають ознаки «повітряних»

Реалізація описаного підходу потребує створення додаткового програмного забезпечення, в якому працюють такі алгоритми. Для його проектування та розробки у теперішніх умовах застосовують комбінації структурно-логічної та об'єктно-орієнтованих методологій [5], при чому останню застосовують для реалізації сервісних модулів скінченноелементного програмного забезпечення [6].

Програмну реалізацію алгоритмів препроцесорної обробки даних виконують з використання різних алгоритмічних мов, серед яких найбільш поширеними є Fortran, C++, Java, та в останні роки й швидко поширювану мову Python [7].

В статті розглянуто опис одного з варіантів препроцесорного програмного забезпечення, створеного на мові програмування Python для підготовки двох- та трьохвимірних моделей, які є потрібними при застосуванні в розрахунках методом скінчених елементів у випадку великих деформацій.

Опис алгоритмів. Розглянемо програмне забезпечення, що побудовано на базі раніш розроблених препроцесорів – *Divider* [8] та *Transformer* [9] для генерації трьохвимірних сіток для призматичних моделей чи одного *Divider* для двовимірних. На мові Python розроблено окремий додаток *RD*, в якому відлагоджено нову технологію розв'язання задач створення двохкомпонентних сіток.

У новостворену версію 2.7 програми *Divider* додано характеристику «матеріал елемента» з подальшою модифікацією *Transformer* та *Builder* [9] для підтримки альтернативного шляху до вирішення проблем

додавання й видалення нових елементів. При достатньо малій сітці розбиття вказані операції ототожнюються з переводом складу групи комірок з матеріальної моделі фігури на «повітря».

Робота з *Divider* передбачає побудову контуру фігури, для якої потрібно провести розрахунки, шляхом створення вузлових точок. Кожна точка є складовою контуру – тому при початку роботи спершу треба додати його. Далі додаються нові чи редагуються існуючі вузли з необхідним розташуванням.

Після завершення формування моделі проводиться її розбиття на скінченні елементи та генерація файлу вхідних даних. Для створення з двовимірної сітки трьохвимірної цей файл передається до програми *Transformer*. Візуалізація нової сітки пройде у програмі *Builder*.

Запропонований алгоритм – розбиття моделі спільно з «матеріалом» слугує для прискорення подальшого маніпулювання її формою і дозволяє уникати коштовних операцій побудови додаткової сітки та її приєднання до початкової: «зниклі» у результаті деформування елементи змінюють «матеріал» з «фігури» на «повітря». Аналогічно, у випадку «появи» «нових вузлів» у фігурі (наприклад, при згині), відповідні «повітряні» елементи «переходять» до фігури. Такий процес у програмному представленні відповідає швидким операціям пошуку у масиві та перепризначення змінної-індикатора.

Відмінності розробленого на мові Python програмного додатку *RD* від раніш створеної програми *Divider* [8] полягає у способі побудови фігури (компошування прямокутниками проти завдання вузлів полігону) та формі трикутників (прямокутні проти довільних). Візуально зіставити роботу двох програм можна на рис. 1 та рис. 2.

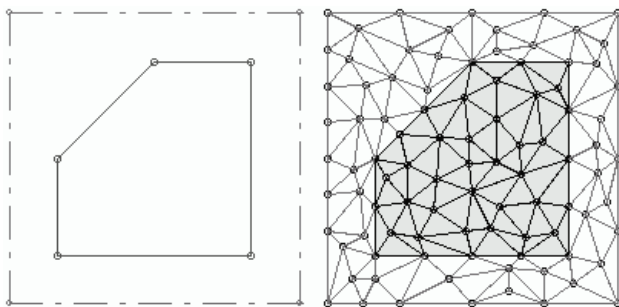


Рисунок 1 – Приклад роботи додатку *Divider* 2.7

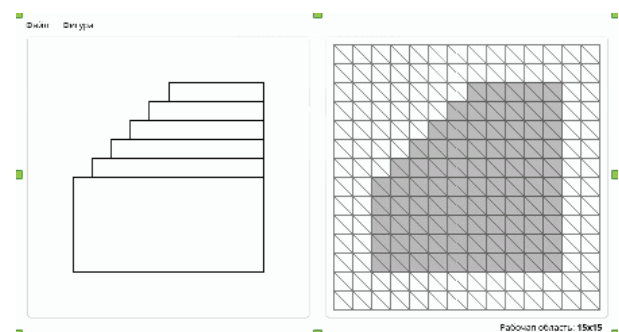


Рисунок 2 – Приклад роботи додатку *RD*

Надамо функціональний опис програми *Divider*.

Користувач формує фігуру шляхом завдання точок замкненої лінії, що її окреслюють, після чого точки об'єднуються у прямокутники, виправляються порушені контури – і, нарешті, відбувається поділ завеликих за площею трикутників на менших до отримання фінальної сітки розбиття. Для цього існує два методи: методом серединної точки (з одного елементу створюється три, з спільною вершиною, що одночасно є центром старого трикутника) та поділом на два (обирається точка на одній з граней елементу).

Формування відбувається наступним чином. Після створення контуру з першим вузлом треба викликати його контекстне меню натиском правої клавіші миші і обрати пункт *Split contour* – з'явиться меню редагування новоствореного вузла і користувач отримує можливість завдання його положення. Дане меню можна викликати у будь-який момент і змістити вузол. Основною перевагою програми *RD* у порівнянні з *Divider* є те, що вона формує регулярну сітку. Також певним позитивним моментом є те, що *Divider* характеризується кодовою базою у 6000+ строк, у той час як додаток *RD* обмежується 2000+ строками (виграш досягнуто за рахунок побудови інтерфейсу у конструкторі та використання готових рішень *Qt* – супроти написання власних аналогів на *Swing*).

Недоліки: не всі типи фігур доступні для побудови (порівняйте рис. 1 та 2), та за підходом програми *RD* потрібно створювати дуже дрібну сітку, що не унебезпечує від похибок у розрахунках. В деяких випадках, для моделювання задач з прямокутними областями, рівномірна сітка нового додатку має переваги.

Розглянемо алгоритм роботи програми створення сітки з двома типами елементів. Базовим структурним блоком для алгоритму є прямокутник, з котрих користувач конструює фігуру. Його представлено наступними даними: координати верхнього лівого кута, ширина, висота, кількість вузлів сітки по горизонталі, кількість вузлів по вертикалі та кількості повітряних вузлів для кожної із сторін (починаючи з верхньої, за годинниковою стрілкою).

Слід зауважити, що повітряні вузли не входять у число «кількість вузлів по горизонталі чи вертикалі», а добудовуються понад це число з обох боків (знизу та гори). Також варто пам'ятати, що повітряні області мають один спільний вузол з фігурою і той завжди враховується при розбитті: тому повітряна сітка шириною у два вузли дає чотири елементи – у той час як сітка фігури шириною у два вузли задає лише два елементи (рис. 3, елементи фігури зафарбовано).

Сітка у програмі представлена множиною вузлів та трикутників (елементів). Вузол характеризується координатами, «матеріалом» (приймає значення «фігура»/«повітря») та своїм індексом у масиві вузлів. Елементи визначаються переліком індексів своїх вершин. «Матеріал» елементу розраховується за відповідної характеристикою його вершин: якщо хоч один з них є «повітряним», то увесь елемент вважається «повітряним».

Розбиття формується шляхом об'єднання складових сіток, що утворені на базі прямокутників, з яких зібрано фігуру. Прямокутники розбиваються згідно з

заданими користувачем при їх створенні параметрами (кількість вузлів, крок сітки) за наступною схемою: 1) створюються вузли майбутньої сітки; 2) перші два елементи першого рядка та два елементи другого умовно об'єднуються у прямокутник, який розділяється діагоналлю з верхнього лівого кута у правий нижній. 3) утворені діагоналлю трикутники (елементи) додаються до сітки; 4) виконуються зсув ліворуч на один вузол; 5) повторюються кроки 2-3 для відповідних вузлів. При досягненні кінця рядка відбувається перехід до першого вузла наступного рядку.

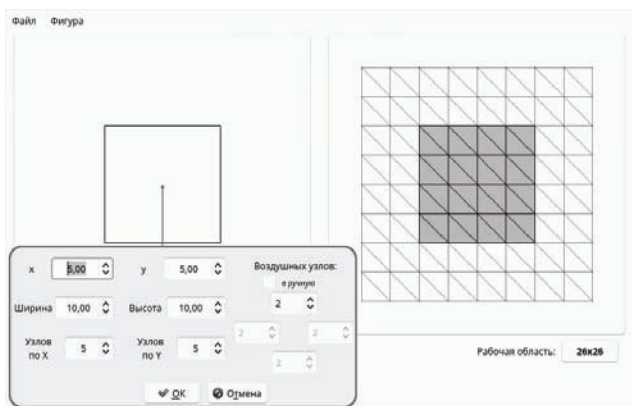


Рисунок 3 – Робоче вікно програми з накладеним зверху діалогом створення фігури (закруглений прямокутник)

Побудовані таким чином сітки переносяться на полотно цільової сітки за винятком вузлів (та елементів, що на них побудовано) розташованих у граничних зонах. Гранична зона – лінія крайніх нижніх чи правих вузлів сітки прямокутника, при умові, що той має сусіда (відповідно) знизу чи праворуч. Слід зауважити, що крайні верхні чи ліві вузли прямокутника, що має сусіда згори чи ліворуч, не вважаються присутніми у граничній зоні цього прямокутника і переносяться на даному етапі. Одночасно, з точки зору сусіднього згори/зліва прямокутника вони належать його граничній зоні і він їх не переносить на полотно цільової сітки. Причина такої поведінки в уникненні дублювання спільних вузлів.

Після того, як перенос вузлів завершено, починається обробка граничних зон. Беруться перші два вузли однієї сторони і перші два вузли сусідньої (на рис. 3 це, відповідно, верхні та нижні вузли лівого зафарбованого прямокутника) та на них формуються трикутники сітки. У випадку, коли сусідній прямокутник не має відповідного вузла, той спершу генерується і його так само використовують для генерації сітки.

На рис. 4 представлено процес розбиття фігури.

Збереження розбиття у файл відбувається за наступним алгоритмом:

- 1) сортуються прямокутники фігури за координатами (спершу по осі OX);
- 2) записується преамбула (замість N та M залишаємо пробіли);
- 3) для кожного прямокутника записується його сітка, за винятком елементів із граничної зони;
- 4) опрацьовуються граничні зони (зберігаючи індекси новостворених вузлів у буфер, розраховуючи їх

координати і матеріал);

5) для кожного примітиву записуються координати вузлів його сітки;

6) записуються координати вузлів з буферу вузлів граничних зон;

7) для кожного примітиву записується матеріал вузлів його сітки;

8) записується матеріал вузлів з буферу вузлів граничних зон;

9) записується поверх пробілів з кроку 2 дійсні величини N, M.

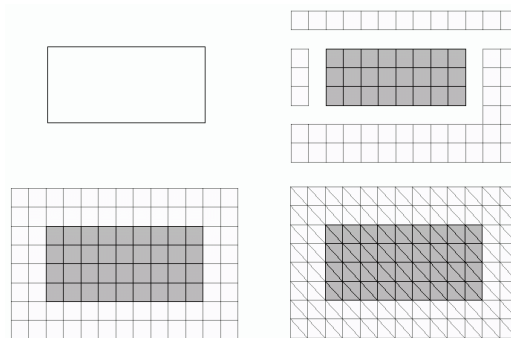


Рисунок 4 – Процес розбиття

Суттєвою перевагою такого рішення є те, що до сіток не висувається додаткових вимог, що обмежували б їх форму. Звичайно, аби об'єднати дві сітки, необхідно, щоб вузли відповідних сторін зійшлись для об'єднання, проте ніяких обмежень на «перпендикулярні» сторони не накладається. Згадане розширення функціоналу потребувало внесення коректив у алгоритми поділу трикутниками (зادля збереження новоствореними вузлами складу відповідних їм вузлів-предків).

Опис препроцесорної програми. Програмний додаток RD написано на мові програмування Python (v3.5) з графічним інтерфейсом, побудованим на фреймворку Qt (v5.3). «Віджети» робочого та допоміжних вікон створено за допомогою його інструменту Qt Designer. За посередництвом між Qt та Python відповідає бібліотека PyQt (v5.3).

Python – це інтерпретована об'єктно-орієнтована мова програмування високого рівня з динамічною семантикою. Структури даних високого рівня разом із динамічною семантикою та динамічним зв'язуванням роблять її привабливою для швидкої розробки програм [7], що у купі з зрілою стандартною бібліотекою й було основним критерієм при виборі мови програмування.

Програма має три ієрархічні рівні (рис. 5). На верхньому зосередження вся GUI-логіка, обробка натискань клавіш клаватури чи миші, графічне представлення фігури та сітки розбиття.

Другим є абстракція фігури, що відповідає за наступні операції: компоновання фігури з прямокутників; редагування фігури; управління робочим простором (розміщення позиціонування «камери», масштаб зображення); підготовка даних для малювання на верхньому рівні; основний алгоритм розбиття та збере-

ження розбиття.

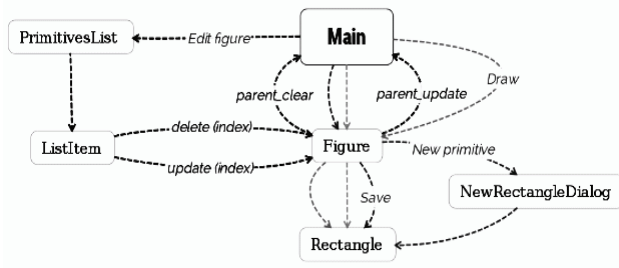


Рисунок 5 – Діаграма відношення між класами програми

Третій рівень: представлення прямокутника, розбиття (без граничних зон), відображення прямокутника.

Інтерфейс побудовано на базі Qt – крос-платформового інструментарію розробки програмного забезпечення, з використанням «обгортки» для мови Python - PyQt.

Робоче вікно програми розділено на дві області, розташовані горизонтально (рис. 6). Ліва представляє фігуру, права зображує її розбиття. Поле фігури надає контекстне меню по правому кліку мишею. У верхній частині вікна знаходиться панель дій з двома пунктами «Файл» та «Фігура».

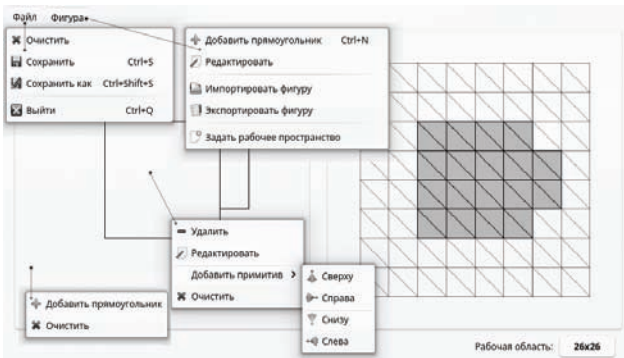


Рисунок 6 – Приклад робочого вікна із активними віджетами меню

Пункт «Файл» містить стандартні дії завдання нової моделі, її збереження тощо. :

Пункт «Фігура» містить наступні дії:

– «Додати прямокутник»: викликається діалог створення;

– «Редагувати»: викликається діалог з переліком усіх прямокутників для зміни параметрів прямокутника чи його видалення з фігури;

– «Імпортувати фігуру»: завантажує з файлу фігуру (вона замінить ту фігуру, над якою велась робота до цього - якщо велася);

– «Експортувати фігуру»: зберігає у файл створену фігуру;

– «Задати робочий простір»: параметри відображення робочого простору (масштаб камери та її зміщення відносно робочого простору).

Контекстне меню прямокутника викликається у випадку знаходження кліку над площею даного прямокутника. Містить дії:

– «Видалити»: видаляє даний прямокутник з фі-

гури;

– «Редагувати»: дозволяє змінити параметри даного прямокутника;

– меню «Додати примітив»: аналогічно пункту «Додати прямокутник» із тою різницею, що створений прямокутник матиме спільні вузли з даним (використовується саме для побудови багатокомпонентних фігур);

– «Очистити»: видаляє даний прямокутник.

Контекстне меню вільного простору містить дії:

– «Додати прямокутник»: викликається діалог створення;

– «Очистити»: видаляє даний прямокутник.

Інтерфейс програми виконано у конструкторі Qt Designer і збережено у XML-сумісному форматі інструменту, вікна програми ініціалізуються ними при завантаженні програми.

Для додавання/редагування прямокутника викликається окреме вікно (рис. 6), через яке користувач передає програмі параметри. У випадку добування прямокутника до існуючого, на певні поля накладаються наступні обмеження для збереження сумісності сіток:

1) блокується відповідна координата аби фігури не розійшлися (відповідно – х-координата для додавання зліва/справа, у – для вертикального розширення);

2) крок відповідного поля «Ширина»/«Висота» виставляється рівним кроку сітки «батьківського» прямокутника, кількість елементів розраховується автоматично;

3) накладаються обмеження на другу координату, так щоб зсувом не можна було роз'єднати сітки і вони мали хоча б один спільний вузол (повітряні вузли не рахуються);

4) фіксується на позначці «0» кількість повітряних елементів зі сторони, до якою приєднано інший трикутник.

При виклику діалогу «Додати примітив» той автоматично попереджає перекриття елементів чи роз'єднання прямокутників (розбіжність вузлів) у результаті позиціонування. Однак під час редагування перевірка на дані помилки не здійснюється і користувач має пильнувати свої дії.

Конструювання фігури відбувається шляхом конструювання прямокутників довільних розмірів. Завдання шару повітряних елементів навкруги відбувається шляхом введення кількості повітряних вузлів, що будуть згенеровані у той чи інший бік.

Висновки. В статті розглянуто дві препроцесорні програми, які призначено для генерації скінченноелементних сіток для розв'язання задач механіки деформованого твердого тіла при великих деформаціях. Обговорено альтернативні підходи до алгоритмічного забезпечення. Наголосимо, що підхід додатку *RD* забезпечить кращі результати за умов його модифікації на випадок границь у вигляді ламаних ліній.

Список літератури:

1. Кукуджанов В. Н. Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушения неупругих материалов и конструкций / В. Н. Кукуджанов. – М.: МФТИ, 2008. – 215 с.
2. Рудаков К. М. Алгоритмы развязания крайовых задач методом скінченних елементів при великих пружно-пластичних деформаціях та з урахуванням пошкоженості структури матеріалу. Повідомлення 1. Логарифмічні деформації / К. М. Рудаков, І. Л. Сидоренко // Вісник НТУУ «ХПІ». Машинобудування. – 2012. – Вип. 66. – С. 138-144.
3. Муйземнек А. Ю. Математическое моделирование процессов удара и взрыва в программе LS DYNA / А. Ю. Муйземнек, А. А. Богач. – Пенза: ИИЦ ПГУ, 2005. – 106 с.
4. Hallquist J. LS DYNA Theoretical Manual – Livermore Software Technology / J. Hallquist. – USA : Corporation Livermore, 2005. – 320 p.
5. Одинцов И. О. Профессиональное программирование. Системный подход / И. О. Одинцов. – СПб : БХВ-Петербург, 2002. – 512 с.
6. Mackerle J. Object-oriented programming in FEM and BEM: a bibliography (1990–2003) / J. Mackerle // Advances in Engineering Software. – 2004. – № 35. – P. 325-336.
7. Маккини У. С. Python и анализ данных: пер. с англ. / У. С. Маккини. – М.: ДМК-Пресс, 2009. – 482 с.
8. Бреславский Д. В. Программные средства для конечноэлементного моделирования двумерных задач теории ползучести / Д. В. Бреславский, Ю. Н. Корытко, П. М. Лисак // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2007. – № 38. – С. 24-29.
9. Бреславський Д. В. Розробка препроцесорного програмного забезпечення для побудови трьохвимірних моделей / Д. В. Бреславський, О. А. Татарінова, М. С. Кокорев и др. // XXIV Міжнародна науково-практична конференція. –

X.: 2016. – С. 50.

References (transliterated):

1. Kukudzhanov, V. N. Kompjuterное modelirovanie deformirovanija, povrezhdaemosti i razrushenija. Moskow: MFTI, 2008. 215 p.
2. Rudakov K. M., Sydorenko I. L. Alhorytmy rozvyazannya krayovykh zadach metodom skinchennykh elementiv pry velykykh pruzhno-plastychnykh deformatsiyakh ta z urakhuvanniam poshkodzhenosti struktury materialu. Povidomlennya 1. Loharyfmichni deformatsiyi. Visnuk NTUU "KPI". 2012. Vol. 66. pp. 138-144.
3. Mujzemnek A. Ju., Bogach A. A. Matematicheskoe modelirovanie processov udara i vzryva v programme LS DYNA. Penza: IIC PGU, 2005. 106 p.
4. Hallquist J. LS DYNA Theoretical Manual – Livermore Software Technology. USA : Corporation Livermore, 2005. 320 p.
5. Odincov I. O. Professionalnoe programmirovaniye. Sistemyj podhod. Sankt-Peterburg : BHV-Peterburg, 2002. 512 p.
6. Mackerle J. Object-oriented programming in FEM and BEM: a bibliography (1990–2003). Advances in Engineering Software. 2004. No 35. pp. 325–336.
7. Makkini U. S. Python I analiz dannyh: per. s angl. Moskow : DMK-Press, 2009. 482 p.
8. Breslavskij D. V., Korytko Ju. N., Lisak P. M. Programmnye sredstva dlja konechnoelementnogo modelirovanija dvumernyh zadach teorii polzuchesti. Visnuk nacionalnogo tehničnogo universitetu «KhPI». 2007. No 38. pp. 24-29.
9. Breslavskij D. V., et al. Rozrobka preprocesornogo programnogo zabezpechennja dlja pobudovi trohvimirnih modelej. XXIV Mizhnarodna naukoivo-praktična konferencija. Kharkiv, 2016. p. 50.

Надійшла (received) 20.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Препроцесорні програми для підготовки скінченноелементних сіток у випадку великих деформацій / Д. В. Бреславський, М. В. Коновалов, О. А. Татарінова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 16–20. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-9130.

Препроцесорные программы для подготовки конечноэлементных сеток в случае больших деформаций / Д. В. Бреславский, М. В. Коновалов, О. А. Татарінова // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 16–20. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-9130.

Preprocessors for Finite Element Method meshes generation for the case of large strains / D. V. Breslavsky, M. V. Kononov, O. A. Tatarinova // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 16–20. – Bibliogr.: 9. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Бреславський Дмитрій Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Коновалов Микола Володимирович – студент інженерно-фізичного факультету, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: mkonovalow@ukr.net

Коновалов Николай Владимирович – студент інженерно-фізичного факультета, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: mkonovalow@ukr.net

Kononov Mykola Volodymyrovych – student of the Faculty of Physical Engineering, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: mkonovalow@ukr.net

Татарінова Оксана Андріївна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-58, e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Татарінова Оксана Андріївна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-58, e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

Tatarinova Oksana Andriivna – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-60-58, e-mail: ok.tatarinova@gmail.com

В.М.ГРИЩЕНКО

ВАРІАНТ АЛГОРИТМУ ОДНОЧАСНОГО ПРИВЕДЕННЯ ПУЧКА ДВОХ МАТРИЦЬ ДО ЛАНЦЮГОВОЇ ФОРМИ

Розглядається узагальнена проблема власних значень та власних векторів. Один з найбільш відомих та конструктивних підходів рішення цієї проблеми є QR алгоритм. Він застосовується у більшості випадків до матриці, підготовленої до правої майже трикутної форми. В роботі запропоновано один з підходів попереднього розрідження пучка двох матриць до канонічної ланцюгової форми, що містить мінімальну кількість ненульових позицій. Перетворення здійснюються з використанням стійких ортогональних та елементарних матриць.

Для чисельної апробації вибрана модельна невироджена матриця «спіральної» форми 7-го порядку. В роботі приведені результати обчислень згідно наведеного алгоритму для трикутної форми матриці мас, узагальненої форми Хесенберга та ланцюгової форми з обмеженою кількістю значущих цифр. Приведено також невироджені ліві та праві перетворення, що вирішують цю проблему. Результати мають задовільну для практичних розрахунків точність.

Ключові слова: узагальнена проблема власних значень, матриця, канонічна форма, ортогональні матричні перетворення.

Рассматривается обобщенная проблема собственных значений и собственных векторов. Одним из наиболее известных и конструктивных подходов решения этой проблемы является QR алгоритм. Он применяется в большинстве случаев к матрице, подготовленной к правой почти треугольной форме. В работе предложен один из подходов предварительного разрежения пучка двух матриц к канонической цепной форме, которая содержит минимальное количество ненулевых позиций. Преобразование осуществляется с использованием устойчивых ортогональных и элементарных матриц.

Для численной апробации выбрана модельная невырожденная матрица «спиральной» формы 7-го порядка. В работе приведены результаты вычислений согласно приведенного алгоритма для треугольной формы матрицы масс, обобщенной формы Хесенберга и цепной формы с ограниченным количеством значащих цифр. Приведены также невырожденные левые и правые преобразования, которые решают эту проблему. Результаты имеют удовлетворительную для практических расчетов точность.

Ключевые слова: обобщенная проблема собственных значений, матрица, каноническая форма, ортогональные матричные преобразования.

The generalized eigenvalue problem is considered. One of the most known and structural approaches of decision of this problem is QR algorithm. It is used in most cases to the matrix, to be geared-up to the right almost three-cornered form. One of approaches of previous dilution of bunch of two matrix is in-process offered to the canonical chain form which contains the least of unzero positions. Transformations are carried out with the use of firm orthogonal and elementary matrix.

For numeral approbation the model unzero matrix of "spiral" form of 7th order is chosen. The results of calculations are in-process resulted in obedience to the resulted algorithm for the three-cornered form of matrix of the masses, generalized form of Hesenbergs and chain form, with the limited amount of meanings numbers. The unzero left and right transformations which settle this problem are resulted also. Results have satisfactory to the practical calculations exactness.

Keywords: eigenvalue problem, matrix, canonical form, orthogonal matrix transformations.

1 Актуальність проблеми. Стрімкий розвиток сучасної техніки обумовлений з одного боку запитами промисловості, а з іншого тими можливостями, які надає потужне впровадження ЕОМ у всі галузі науки і техніки, пред'являє підвищені вимоги до теоретичного обґрунтування та впровадження нових підходів рішення задач математики. Зокрема, розробки тих її напрямків, які пов'язані з рішеннями прикладних задач. Так як на практиці у більшості випадків знайти точне рішення задачі не вдається, то основним засобом моделювання процесів, рішення складних задач стають чисельні методи. Чисельні методи перетворились в самостійний напрямок досліджень, з допомогою яких здобуто важливі досягнення в різних галузях.

Одним з найбільш значимих напрямків обчислювальної математики, що успішно розвивається, стабільно залишається розвиток методів лінійної алгебри. Причому актуальними залишаються як розвиток теорії алгоритмів так і їх реалізація у вигляді програмних засобів на ЕОМ. Різноманіття задач лінійної алгебри

значне. Класичними стали такі проблеми як рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь у різних варіантах, різні форми проблеми власних значень та власних векторів (EigenValue), приведення лінійних операторів з постійними коефіцієнтами до однієї з канонічних форм (трикутної, діагональної, Хесенберга, Шура, Жордана тощо).

Алгоритмів рішення значної частини задач лінійної алгебри багато, вони добре розроблені, особливо для задач невеликих розмірів. Але все ж відчувається нестача більш стабільних, робочих програм, що працюють в широкому діапазоні значень матриць. При відборі кращих зразків приймаються до уваги такі критерії як потреби у зменшенні активної пам'яті ЕОМ, зменшенні часу реалізації, більш проста логіка програм, досягнення більш високої точності. Такий аналіз стає неминучим коли постають питання розробки методів рішення задач великого розміру. При відборі способу рішення конкретної прикладної проблеми є сенс використати значний арсенал теоретичних та практичних знань в області лінійної алгебри.

На сьогодні склалась обширна література по обчислювальній математиці взагалі та лінійній алгебрі зокрема [1-17]. Видана значна кількість оригінальних книг, деякі з них стали рідкістю. Слід відмітити фундаментальні праці Уілкінсона Дж.Х.[1, 2]. Систематичне викладання теоретичних основ чисельних методів визначення проблеми EigenValue в них супроводжується детальним аналізом помилок округлення результатів проміжних обчислень на точність рішень поставлених задач. Ці роботи та праці Воєводіна В.В.[3, 4], Ікрамова Х.Д. [5] носять також конструктивний характер. Ідеологічні стержні методів супроводжуються практичними засобами та прийомами побудови алгоритмів, демонструються наслідками на модельних прикладах. Робота [6] присвячена систематичному описанню чисельних методів рішення симетричної проблеми EigenValue. В ній представлені важливі методи, що знайшли в останній час практичне втілення в програмних комплексах. Це достатньо повна теорія метода Ланцоша та метода одночасних ітерацій. Величезна кількість робіт представляє загальну теорію матриць, обчислювальні основи лінійної алгебри та інші. Окрім спеціальних монографій, питання обчислювальної математики та розділи лінійної алгебри викладаються в загальних курсах математики, довідниках, підручниках з прикладних дисциплін.

2 Постановка задачі. Проблема власних значень та векторів (EigenValue) є однією з важливих та складних задач лінійної алгебри. Для інженерних розрахунків важливо мати надійний робочий алгоритм визначення спектру досліджуваних прикладних задач, які, зокрема, є важливою складовою задачі лінійної та нелінійної теорії коливань, задач динаміки машин, стійкості конструкцій, тощо. Узагальнена проблеми EigenValue має наступний вигляд:

$$Kx = \lambda Mx, \tag{1}$$

де (K, M) – задані квадратні матриці порядку n ; (λ, x) – власні значення та власні вектори проблеми. Запропоновано багато підходів обчислення цих параметрів. Одним з найбільш відомих та корисних є QR – алгоритм. Для суттєвого прискорення ітераційних методів пошуку (λ, x) дві матриці (K, M) попередньо спрощують. Є декілька важливих прийомів прискорення збіжності. Це попереднє приведення матриці до правої майже трикутної $(K, M) \rightarrow (H, E)$, без якого QR – алгоритм, як правило, не застосовується; це – використання зсувів для підвищення швидкості зниження по модулю піддіагональних елементів; та заміна малих піддіагональних елементів нулями.

В реалізації такого сценарію є деякі проблеми. Це вибір стратегії визначення величин зсувів, хоча в літературі приведені непогані варіанти поведінки. Також невпевненість у збіжності алгоритму у всіх випадках.

Тому в даній роботі розглядаються корективи у наведену схему алгоритму. Вони полягають в тому, щоб попереднє приведення матриці здійснювати не до форми Хесенберга а до більш розрідженої – ланцюгової форми $(K, M) \rightarrow (L, E)$. Ціль даної роботи - побудова алгоритму приведення пучка матриць (K, M) до форми з міні-

мальною кількістю ненульових позицій. Внесені зміни надалі, безумовно, потребуватимуть перевірки шляхом обчислювальних експериментів на ЕОМ.

3 Основні положення алгоритму. Таким чином, поставлена задача побудувати алгоритм перетворення пучка (K, M) до еквівалентної розрідженої форми, яка має наступний вигляд:

$$(K, M) \rightarrow (L, E) \rightarrow \begin{bmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \times & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E. \tag{2}$$

Ланцюгова матриця L по формі нагадує матрицю Фробеніуса, але має відмінні від нуля позиції в останньому стовбці.

Для рішення задачі логічно скористатись підходом, що вже себе виправдав і полягає в послідовному виконанні простих лівих та правих стійких перетворень еквівалентності. Для елементарних перетворень рядків та стовбців матриць використані матриці перестановок π_{ij} , матриці повертань R_{ij} , елементарні неунітарні матриці типу T_{ij} .

Нагадаємо структуру цих матриць та їх призначення. Ліві перетворення π_{ij} переставляють місцями (i, j) рядки а праві перетворення – місцями (i, j) стовбці та мають вигляд:

$$\pi_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \end{matrix}$$

Ліві чи праві перетворення R_{ij} можна налаштувати так, щоб один з елементів заданої матриці в позиції (i, j) чи (j, i) анулювати:

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & c & \bullet & -s & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & s & \bullet & c & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \end{matrix}$$

де: $c^2 + s^2 = 1$.

Ліве неунітарне стійке елементарне перетворення T_{ij} до i -го рядка заданої матриці додає j рядок помножений на t_{ij} . Праве перетворення T_{ij} до j -го стовбця матриці додає i стовбець домножений на t_{ij} :

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & t_{ij} & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} i \\ j \end{matrix}$$

Для цілеспрямованого перетворення пучка матриць $(K, M) \rightarrow (L, E)$ формуються ланцюги з наведених елементарних матриць. Потрібно відмітити, що алгоритм використовує лише ортогональні та стійкі елементарні перетворення, що суттєво не впливає на обумовленість обчислювальної задачі. Тому сконструйований з них метод є близьким до чисельно стійкого. А особливі ситуації можуть виникати лише через виродженість матриць пучка.

Варіантів побудови еквівалентної ланцюгової форми пучка декілька. Приведемо один з них для випадку невироджених матриць.

1. *Маштабування пучка.* Одна з важливих особливостей алгоритмів – врахування (аналіз) помилок округлення. Відомо, що помилки результатів суттєво залежать від евклідової норми матриць. Тому бажано перед використанням процедур понизити її, наприклад, з допомогою діагональної матриці. Можна також скористатись рекомендаціями, що приведені в алгоритмах роботи Уїлкінсона Дж.[2], і в яких на тестових прикладах проаналізовані ці впливи на результати.

2. *Приведення матриці M до трикутної форми.* Тобто виконуються послідовні ліві та праві перетворення матриць пучка згідно схеми:

$$v^T(K, M) u \rightarrow (K_1, M_1). \quad (3)$$

Схематично алгоритм процесу показаний нижче.

• *Перестановка максимального по всій матриці M елемента t_{sj} в позицію (1,1).*

$$\pi_{1s} (K - \lambda M) \pi_{1j}.$$

• *Анулювання піддіагональних елементів 1-го стовбця матриці M*

$$\begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ t_{21} & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ t_{31} & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ t_{41} & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ t_{51} & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \right)$$

• *Перестановка максимального елемента по головному мінору 1-го елемента в позицію (2,2).*

• *Анулювання піддіагональних елементів 2-го стовбця матриці M*

$$\begin{bmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & t_{32} & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & t_{42} & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & t_{52} & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} \right)$$

Еквівалентні операції послідовно виконуються для наступних стовбців так що в результаті пучок матриць набуває наступної форми:

$$(K - \lambda M) \rightarrow \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \end{bmatrix} \end{pmatrix}$$

3. *На наступному кроці матрицю M з допомогою лівих елементарних перетворень приводимо до діагонального виду згідно схеми.*

• *Анулювання 2-го наддіагонального стовбця матриці M*

$$\begin{bmatrix} 1 & t_{12} & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \end{bmatrix} \right)$$

• *Анулювання 3-го наддіагонального стовбця матриці M*

$$\begin{bmatrix} 1 & \bullet & t_{13} & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & t_{23} & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} \times & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \end{bmatrix} \right)$$

В результаті послідовного виконання цієї групи перетворень пучок матриць набуває стандартної форми:

$$(K - \lambda M) \rightarrow (K_1 - \lambda E).$$

На наступних кроках виконуються подібні ортогональні перетворення

4. *Ортогональне приведення матриці K до форми Хесенберга*

• *Анулювання елементів 1-го стовбця матриці K в позиціях (5,1), (4,1) і (3,1).*

$$R_{45}^T \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right) R_{45} \rightarrow \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right)$$

$$R_{34}^T \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right) R_{34} \rightarrow \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right)$$

$$R_{23}^T \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right) R_{23} \rightarrow \left(\begin{bmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{bmatrix} - \lambda E \right)$$

• *Аналогічні перетворення анулюють елементи 2-го стовбця в позиціях (5,2), (4,2) та 3-го в позиції (5,3).*

Заключне перетворення обертань приводить пучок матриць до узагальненої форми Хесенберга

$$R_{34}^T R_{45}^T \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \end{pmatrix} - \lambda E \rightarrow R_{45} R_{34} \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{pmatrix} - \lambda E$$

Надалі, зазвичай, для пошуку спектру пучка використовується добре відомий апарат QR алгоритму, в основі якого ітераційна процедура подальшого подібного перетворення пучка з метою анулювати деякі з піддіагональних елементів матриці Хесенберга. Як вище зазначалось такий шлях має як переваги так і недоліки. В даній роботі вивчається така схема алгоритму, коли з допомогою елементарних подібних перетворень продовжується спрощення форми Хесенберга до ланцюгової.

Подальші трансформації пучка здійснюються згідно схеми.

5. Приведення матриці Хесенберга до ланцюгової форми

- Анулювання елементів в 1-му рядку матриці K подібними перетвореннями типу T_{ij}

$$T_{15}^{-1} T_{14}^{-1} T_{13}^{-1} T_{12}^{-1} \begin{pmatrix} \times & \times & \times & \times & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{pmatrix} - \lambda E \rightarrow T_{12} T_{13} T_{14} T_{15} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times \end{pmatrix} - \lambda E$$

- Анулювання елементів в 2-му рядку

$$T_{25}^{-1} T_{24}^{-1} T_{23}^{-1} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \times & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{pmatrix} - \lambda E \rightarrow T_{23} T_{24} T_{25} \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \times & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times \end{pmatrix} - \lambda E$$

- Подальші очевидні перетворення переводять пучок матриць EigenValue до ланцюгової форми

$$(K - \lambda M) \rightarrow \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \times & \bullet & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \times & \bullet & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \times & \bullet & \times \\ \bullet & \bullet & \bullet & \times & \times \end{pmatrix} - \lambda \begin{pmatrix} 1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Таким чином, теоретично існують схеми еквівалентних перетворень проблеми EigenValue до ланцюгової форми – форми з мінімальною кількістю ненульових позицій що надає переваги. При цьому бажано, щоб чисельні результати, пов'язані з приведенням до ланцюгової форми також мали практичну цінність.

4. Результати чисельних розрахунків. Для чисельних розрахунків вибрана модельна задача пучка невідроджених матриць виду:

$$(K - \lambda M) \rightarrow (A^T - \lambda A)$$

В якості A вибрана невідроджена «спіральна» матриця 7-го порядку, побудована з чисел натурального ряду:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 24 & 23 & 22 & 21 & 20 & 19 \\ 2 & 25 & 40 & 39 & 38 & 37 & 18 \\ 3 & 26 & 41 & 48 & 47 & 36 & 17 \\ 4 & 27 & 42 & 49 & 46 & 35 & 16 \\ 5 & 28 & 43 & 44 & 45 & 34 & 15 \\ 6 & 29 & 30 & 31 & 32 & 33 & 14 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

Тобто розглядаємо узагальнену проблему Eigen. Результати проміжних та заключної форми пучка запропонованого алгоритму приведені з обмеженою кількістю значущих цифр.

- Приведена форма Хесенберга така:

$$\begin{pmatrix} 0.0636 & -0.1668 & 0.3436 & -0.4280 & -0.0369 & -0.5031 & -1.4348 \\ 1.1662 & 0.4231 & -1.9683 & -3.4550 & -1.9416 & 1.8136 & -12.4292 \\ \bullet & 1.1514 & 0.5121 & 0.8933 & 0.2356 & -0.2099 & 4.2822 \\ \bullet & \bullet & 0.9053 & 2.5428 & 0.8977 & -0.2718 & 4.9324 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0.8495 & 1.0061 & 0.6818 & 2.0481 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.1426 & 0.7672 & 0.1926 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.0365 & 0.9633 \end{pmatrix}$$

- Знайдені ліве (v^T) та праве (u) перетворення до ланцюгової форми

$$v^T = \begin{pmatrix} -0.0391 & -0.6778 & -0.8309 & -0.0176 & 1.6189 & 3.7790 & -3.8301 \\ -0.0033 & 4.8900 & 2.4468 & 3.0267 & -1.00109 & -2.41498 & 2.38422 \\ 0.1428 & -1.20725 & -2.8549 & -1.00799 & 2.25590 & 5.69699 & -5.45326 \\ -0.0332 & 1.33184 & 1.6741 & 1.23061 & -2.39060 & -6.24101 & 5.90201 \\ 0.0527 & -9.6556 & -0.0721 & -9.9132 & 1.67631 & 4.48046 & -4.19308 \\ -0.0037 & 0.7050 & -0.0988 & 0.8163 & -1.1509 & -3.2785 & 3.0073 \\ 0.0001 & -0.0049 & 0.0012 & -0.0061 & 0.0076 & 0.02310 & -0.0208 \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} 1 & 0.0545 & -0.1418 & 0.2917 & 0.3883 & -6.9765 & -7.142648 \\ 0 & 0.1158 & -0.5342 & -0.6221 & 0.9028 & 2.47842 & 1.52729 \\ 0 & 0.7126 & 0.2136 & -1.8740 & -6.0671 & -9.6984 & -6.839013 \\ 0 & -0.5701 & -0.4680 & 1.1890 & 5.6935 & 10.1540 & 7.13695 \\ 0 & -0.2138 & 0.3403 & 1.0755 & 0.8858 & -3.6793 & -4.013578 \\ 0 & -0.0757 & 0.4665 & 0.3079 & -1.2766 & -2.32080 & -1.212575 \\ 0 & 0.3196 & 0.5433 & 0.5617 & 0.8124 & 1.62801 & 1.246457 \end{pmatrix}$$

- Та заключна матриця представляє собою ланцюгову форму:

$$L = \begin{pmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 185564 \\ 1.1662 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & -1358748 \\ \bullet & 1.1514 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 3930805 \\ \bullet & \bullet & 0.9053 & \bullet & \bullet & \bullet & -5199631 \\ \bullet & \bullet & \bullet & 0.8495 & \bullet & \bullet & 4417221 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.1426 & \bullet & -431158 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 0.0365 & 6.278 \end{pmatrix}$$

Вона схожа своєю структурою та розрідженістю на матрицю Фробеніуса.

5. Висновки. По результатам проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

Запропоновано алгоритм побудови еквівалентної

ланцюгової форми пучка матриць, який розглядається як стартова форма для подальшої процедури визначення спектра власних значень та власних векторів.

Ця форма пучка матриць з мінімальною кількістю ненульових позицій. Її розріджена форма може надавати певні вигоди та виграти у економічності подальших операцій. Чисельні результати надають оптимізм у можливостях реалізації запропонованого підходу.

Список літератури:

1. Уилкинсон Дж. Х. Алгебраическая проблема собственных значений / Дж. Х. Уилкинсон. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
2. Уилкинсон Дж.Х. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра / Дж.Х. Уилкинсон, К. Райнш. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.
3. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры / В.В. Воеводин. – М.: Наука, 1977. – 304 с.
4. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления / В.В. Воеводин, Ю.А. Кузнецов. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
5. Икрамов Х.Д. Численное решение матричных уравнений / Х.Д. Икрамов. – М.: Наука, 1970. – 564 с.
6. Парлет Б. Симметричная проблема собственных значений / Б. Парлет. – М.: Мир, 1983. – 384 с.
7. Березин И.С. Методы вычислений / И.С. Березин, Н.П. Жидков. – Т. 1. – М.: Наука, 1966; Т. 2. – М.: Физматгиз, 1962.
8. Агеев М.И. Алгоритмы (1-50) / М.И. Агеев, В.П. Алик, Р.П. Галис. – М.: ВЦ АН СССР, 1966. – 106 с.
9. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
10. Беклемисhev Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры / Д.В. Беклемисhev. – М.: Наука, 1983. – 336 с.
11. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры / А.И. Мальцев. – М.: Наука, 1970.
12. Фадеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры / Д.К. Фадеев, В.Н. Фадеев. – М.-Л.: Физматгиз, 1963.
13. Ланкастер П. Теория матриц / П. Ланкастер. – М.: Наука, 1978. – 280 с.
14. Бахвалов Н.С. Численные методы: Учебное пособие / Н.С. Бахвалов. – М.: Наука, 1987. – 600 с.

15. Демидович В.П. Основы вычислительной математики / В.П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Наука, 1970. – 664 с.

16. Калиткин Н.Н. Численные методы / Н.Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978.

17. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 575 с.

Bibliography (transliterated):

1. Uilkinson Dzh. H. Algebraicheskaya problema sobstvennykh znachenij. Moscow: Nauka, 1970. 564 p.
2. Uilkinson Dzh.H., Rajnsh K. Spravochnik algoritmov na yazyke ALGOL. Linejnaya algebra. Moscow: Mashinostroenie, 1976. 389 p.
3. Voevodin V.V. Vychislitel'nye osnovy linejnoy algebrы. Moscow: Nauka, 1977. 304 p.
4. Voevodin V.V., Kuznecov Yu.A. Matricy i vychisleniya. Moscow: Nauka, 1984. 320 p.
5. Ikramov H.D. Chislennoe reshenie matrichnyh uravnenij. Moscow: Nauka, 1970. 564 p.
6. Parlet B. Simmetrichnaya problema sobstvennykh znachenij. Moscow: Mir, 1983. 384 p.
7. Berezin I.S., Zhidkov N.P. Metody vychislenij. Vol.1. Moscow: Nauka, 1966. Vol. 2. Moscow: Fizmatgiz, 1962.
8. Ageev M.I., Alik V.P., Galis R.P. Algoritmy(1-50). Moscow: VC AN SSSR, 1966. 106 p.
9. Bate K., Vilson E. Chislennye metody analiza i metod konechnykh elementov. Moscow: Strojizdat, 1982. 448 p.
10. Beklemishev D.V. Dopolnitel'nye glavy linejnoy algebrы. Moscow: Nauka, 1983. 336 p.
11. Mal'cev A.I. Osnovy linejnoy algebrы. Moscow: Nauka, 1970.
12. Fadeev D.K., Fadeev V.N. Vychislitel'nye metody linejnoy algebrы. Moscow-Leningrad: Fizmatgiz, 1963.
13. Lankaster P. Teoriya matric. Moscow: Nauka, 1978. 280 p.
14. Bahvalov N.S. Chislennye metody: Uchebnoe posobie. Moscow: Nauka, 1987. 600 p.
15. Demidovich V.P., Maron I.A. Osnovy vychislitel'noj matematiki. Moscow: Nauka, 1970. 664 p.
16. Kalitkin N.N. Chislennye metody. Moscow: Nauka, 1978.
17. Gantmaher F.R. Teoriya matric. Moscow: Nauka, 1967. 575 p.

Поступила (received) 07.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Варіант алгоритму одночасного приведення пучка двох матриць до ланцюгової форми / В.М. Грищенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 21–25. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-9130.

Вариант алгоритма одновременного приведения пучка двух матриц к цепной форме / В.Н. Грищенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 21–25. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-9130.

A variant of algorithm of simultaneous adduction of bunch of two matrices is to chain form / V.M. Grischenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 21–25. – Bibliogr.: 17. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Грищенко Володимир Миколайович – кандидат технічних наук, доцент кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: 707 68 79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net

Грищенко Владимир Николаевич – кандидат технических наук, доцент кафедры динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», тел.: 707 68 79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net

Grischenko Volodymir Mykolayovich – Candidate of Technical Sciences (Ph.D), Docent of the Dynamical and strength Department, NTU "KhPI", tel.: 707 68 79, e-mail: grivn_dmm@ukr.net

О.А. КОСТРОМИЦЬКА

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПРОБИТТЯ МЕТАЛЕВИХ ТА МЕТАЛОКЕРАМІЧНИХ ПЛАСТИН

Виконано чисельне параметричне моделювання пробивання алюмінієвої пластини сталеву кулею. Створена тривимірна модель, деформування пластини вважається пружно-пластичним. Далі моделюється пробивання керамічної пластини з металеву підложкою. Розраховується металокерамічна двошарова мішень з різним співвідношенням товщини кераміки і стали. Будується двовимірний осесиметричний скінченно-елементний модель. Використовується модель крихкого руйнування Джонсона-Холмквіста. Проводиться порівняння отриманих скінченно-елементних рішень в ANSYS/LS-DYNA з наведеними в літературі.

Ключові слова: удар, проникнення, кераміка, пошкоджуваність, ANSYS/LS-DYNA.

Выполнено численное параметрическое моделирование пробивания алюминиевой пластины стальной пулей. Создана трехмерная модель, деформирование пластины считается упруго-пластическим. Далее моделируется пробивание керамической пластины с металлической подложкой. Рассчитывается металлокерамическая двухслойная мишень с различным соотношением толщины керамики и стали. Строится двумерная осесимметричная конечно-элементная модель. Используется модель хрупкого разрушения Джонсона-Холмквиста. Проводится сравнение полученных конечно-элементных решений в ANSYS/LS-DYNA с приведенными в литературе.

Ключевые слова: удар, проникновение, керамика, повреждаемость, ANSYS/LS-DYNA.

Numerical parametric simulation of penetration of aluminum plate by steel bullet is done. A three-dimensional model is constructed, the deformation of the plate is considered to be elastic-plastic. Further is modeling a projectile impacting on a ceramic layer backed by a metal plate. Is studied the two-layer metal-ceramic target with a different ratio of the thickness of the ceramic and steel. Is constructed a two-dimensional axisymmetric finite element Lagrangian model. The Johnson-Holmquist model of brittle fracture is used. Is simulated real boundary conditions of the system during penetration. Finite element models are prepared in Ansys, and key file is generated in the LS-DYNA. To locate the damaged section on impact is using thickening finite element mesh. To study the main stages of the bullets penetration into metal and metal-ceramic targets are used models, which provide visibility penetration. The main stages of bullet penetration and damage to a target are studied by analysis of plastic deformation and bullet velocity versus time. Also is studied absorption energy by the metal and metal-ceramic target. A comparison of the results of finite element solutions ANSYS / LS-DYNA with data reported in the literature is done.

Keywords: impact, penetration, ceramics, damage, ANSYS/LS-DYNA.

Вступ. Кераміка є важливим компонентом систем бронезахисту завдяки низькій щільності і високій твердості [1]. Розроблено досить багато динамічних моделей руйнування крихких матеріалів. Практично всі сучасні моделі використовують концепцію руйнування як процес зародження і розвитку в матеріалі пошкоджень (дефектів, тріщин і т.п.). Цей процес описується різними кінетичними рівняннями, побудованими на підставі тих чи інших механізмів руйнування [2-5]. Механічні характеристики деформованого матеріалу вважаються залежними від міри пошкоджуваності матеріалу, пов'язаної з історією зміни напружено-деформованого стану матеріальних частинок деформованого тіла.

Відгук кераміки залежить від розміру, швидкості, конструкції і матеріалу снаряда, матеріалу підложки, що підтримує кераміку, і механічних властивостей кераміки [6]. При простих умовах навантаження кераміка може розглядатися як пружно-крихкий матеріал. Однак, коли розглядається балістичний удар, велике значення має післяударна реакція матеріалу. Однією з найбільш відомих моделей стану, що описують наступну після удару реакцію кераміки, є модель JH-2, розроблена Джонсоном і Холмквістом (Johnson-Holmquist) [6]. Модель JH-2 являє собою рівняння стану, яке описує відгук матеріалу і включає пошкодження щодо залишкової міцності матеріалу і набу-

вання при руйнівному стисненні керамічного матеріалу. Модель інтегрована в поширені програмні комплекси LS-DYNA, ABAQUS, AUTODYN.

В останні десятиліття вивчається надзвичайно складна проблема снаряда, що ударяє по керамічній пластині з металеву підложкою. Wilkins [7] і Florence [8] були в числі перших дослідників механіки проникнення композитної броні. Florence [8] розробив аналітичну модель для двокомпонентної броні. Модель передбачає жорстке керамічне облицювання і пластичну захисну пластину від впливу жорсткого снаряда. Модель забезпечує захист від проникнення снаряда і прогнозує балістичну межу швидкості. Woodward [9] пізніше запропонував одновимірну модель для проникнення снаряда в керамічну броню, використовуючи зосереджено-масовий підхід, який враховує ерозію як снаряда, так і мішені простим способом. Reijer [10] дав більш складну модель, яка передбачає ерозію снаряда, а також різні режими деформації для опорних (металевих) пластин. Ven-Dog та ін. [11] запропонували дещо модифіковану модель Florence шляхом введення коефіцієнта для того, щоб підвищити точність прогнозування.

Оскільки модель Florence продемонструвала задовільне узгодження з експериментальними даними [12-14], вона широко використовується в якості керівництва для оптимального проектування двокомпонен-

тної броні. На підставі цієї моделі Netherington [15] розробив рівняння для отримання оптимального співвідношення товщини передньої і задньої пластин, що забезпечує кращий захист для даної поверхневої щільності. Wang і Lu [16] запропонували критерій проектування для розрахунку оптимального співвідношення товщини таким чином, щоб забезпечити оптимальну продуктивність двокомпонентної керамічної броні для даної загальної товщини. Ben-Dog та ін. [11] представили оптимальне проектне рішення для двокомпонентної броні в безрозмірних змінних, в результаті чого всі характеристики снаряда і броні виражаються як функції двох змінних.

Пробиття металевої пластини. Перед тим, як розглядати пробиття металокерамічних пластин, логічним є розглянути процес пробиття металевих пластин.

При ударі кінетична енергія снаряда переходить в енергію пластини. Частина енергії використовується для деформації пластини. Інша частина енергії виділяється у вигляді світла і тепла, решта енергії передається фрагментам у вигляді кінетичної енергії. Вимірювання або знаходження кожної з цих енергій складно. Для аналізу пробивання основним аспектом є прогнозування кінетичної енергії (швидкості і маси) фрагментів.

Вплив напруг і деформацій при ударі зазвичай відчутний в межах 3-6 діаметрів снаряда ударної зони [17].

Процес пробивання при високошвидкісному ударі може бути представлений чотирма стадіями: перехідний процес, первинне проникнення, вторинне проникнення і відновлення [18]. *Перша, або перехідна, стадія* характеризується дуже коротким інтервалом часу прикладання тиску і відбувається, коли снаряд вперше контактує з поверхнею мішені. *Стадія первинного проникнення* описується як період, протягом якого снаряд діє як сила, що передає свою кінетичну енергію мішені гідродинамічним способом. *Стадія вторинного проникнення* (більш ніж одна стадія можуть відбуватися одночасно), яка іноді називається кавітацією, починається, коли снаряд повністю деформований і ефективно видаляється з системи в якості джерела енергії. Відзначається деформацією мішені, що не викликається безпосередньо матеріалом снаряда. Замість цього щільність енергії за ударною хвилею, що розширюється, продовжує деформувати матеріал мішені. *Четверта стадія, або відновлення*, відноситься до періоду, протягом якого кратер (воронка від снаряда) відновлюється або злегка стискається. Матеріал трохи нижче поверхні мішені (снаряд пробиває мішень зверху вниз) загартовується і рекристалізується.

Інша модель проникнення [19] подібна моделі ерозії, але має більш гідродинамічний характер. У цій моделі передній кінець снаряда і ударні поверхні моделюються як текуча рідина. Области безпосередньо за цими поверхнями потім моделюються як тверді тіла. Снаряд знищується від ударного краю у міру того, як проходить крізь матеріал мішені. Надалі це забезпечує, що велика частина випробувального матеріалу мішені зміщується вперед і назовні по ходу руху сна-

ряду протягом проникнення і що невелика кількість викидається в зворотному напрямку. Для опису руйнування матеріалу використовується критерій максимальної деформації.

Кінетична енергія снаряда витрачається на збільшення потенційної і кінетичної енергії пластини (мішені) і частина енергії втрачається у формі зруйнованого матеріалу:

$$E_{trans} = IE_{plate} + KE_{plate} + KE_{eroded} + IE_{eroded}, \quad (1)$$

де E , IE , KE – відповідно, повна, внутрішня і кінетична енергія; нижній індекс *trans* означає енергію, що передається, *plate* – пов'язану з пластиною енергію, верхній індекс *eroded* указує на еродовану, зруйновану масу.

Розрахунок пробиття металевої пластини. Розраховується пластина з матеріалу AL2024 T-3, матеріал кулі – інструментальна сталь.

Розрахунки проведені для пластини, яка точно поводить як в реальному сценарії [18, 20]. Щоб зрозуміти вплив співвідношення L/D (L – довжина і D – діаметр кулі), побудовано параметричну модель для різної товщини і співвідношень L/D . Мішенню при цьому є квадратна пластина, а куля являє собою циліндр. Фактичні розміри пластини з AL2024 T-3 взяті з [18]. Для локалізації пошкодженої ділянки при ударі використовується згущення скінченно-елементної (SE) сітки. Експериментальні дані взяті з [18].

Таблиця 1 – Властивості матеріалу AL2024 T-3 пластини

Параметр	Значення
Щільність, ρ	2780 кг/м ³
Модуль пружності, E	$73.1 \cdot 10^9$ Па
Коефіцієнт Пуассона, ν	0.3
Тангенціальний модуль, E_{tan}	$1.47 \cdot 10^9$ Па
Межа текучості, σ	$345 \cdot 10^6$ Па

Таблиця 2 – Властивості інструментальної сталі кулі

Параметр	Значення
Щільність, ρ	7924 кг/м ³
Модуль пружності, E	$210 \cdot 10^9$ Па
Коефіцієнт Пуассона, ν	0.28

Таблиця 3 – Розміри пластини

Параметр	Значення
Довжина	82.5 мм
Ширина	82.5 мм
Товщина	3.175 мм

Таблиця 4 – Розміри кулі

Параметр	Значення
Діаметр	7.5946 мм
L/D	0.713

Початкова швидкість кулі – 1115.8728 м/с [18]. Куля вважається жорстким тілом. Граничні умови – жорстке заземлення пластини по зовнішніх краях. Розглядається одна четверта частина моделі (рис.1), записуються умови симетрії.

Рис. 2-5 показують етапи впливу кулі на пластину, рис. 6 – зміну швидкості кулі і залишкову швидкість після пробиття пластини. На рис. 7, 8 представ-

лені кінетична енергія, яка втрачається снарядом через тертя, і зростання внутрішньої енергії мішені. Підвищення внутрішньої енергії мішені менше в порівнянні з втратою кінетичної енергії кулі. Результати отримані в ANSYS/LS-DYNA.

Визначення балістичної межі металевої пластини. Однією із задач, з якими стикаються при вивченні явищ зіткнення, є визначення граничної швидкості, нижче якої снаряд вже не в змозі пробити захисний пристрій навиліт.

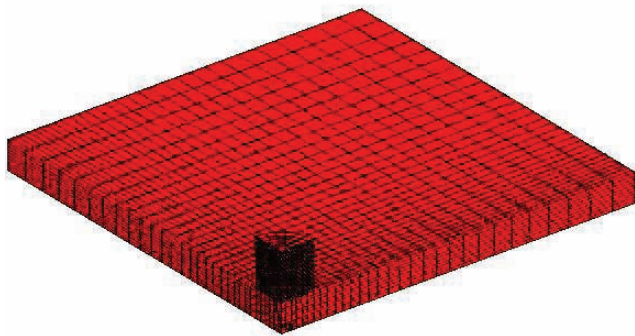


Рисунок 1 – Скінченно-елементна модель

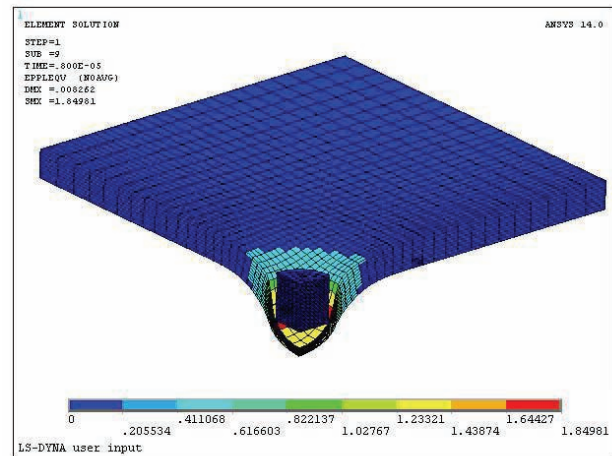


Рисунок 2 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.8 \cdot 10^{-5}$ с

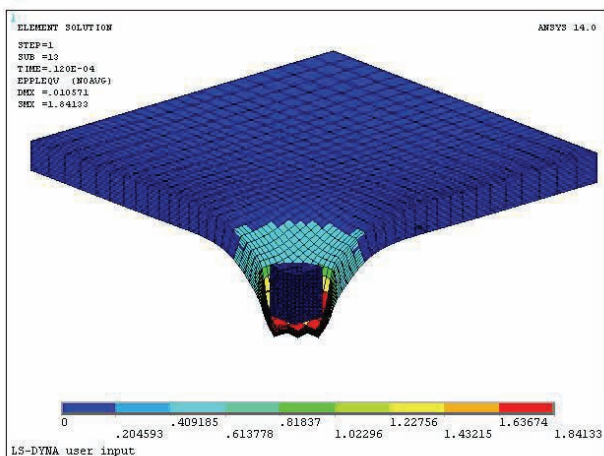


Рисунок 3 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.12 \cdot 10^{-4}$ с

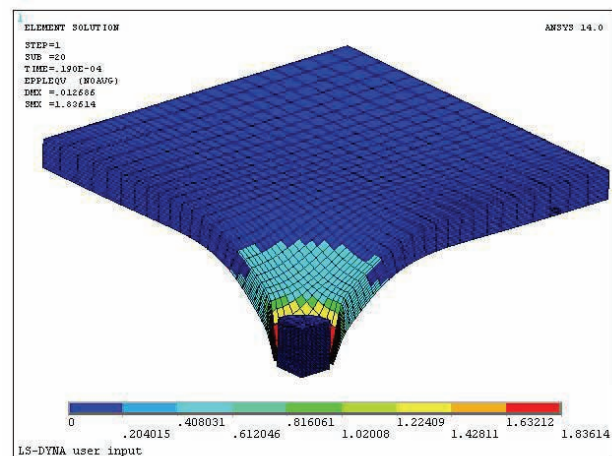


Рисунок 4 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.19 \cdot 10^{-4}$ с

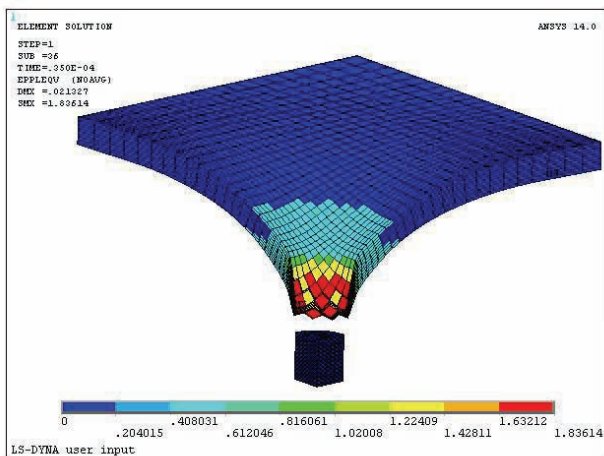


Рисунок 5 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.35 \cdot 10^{-4}$ с

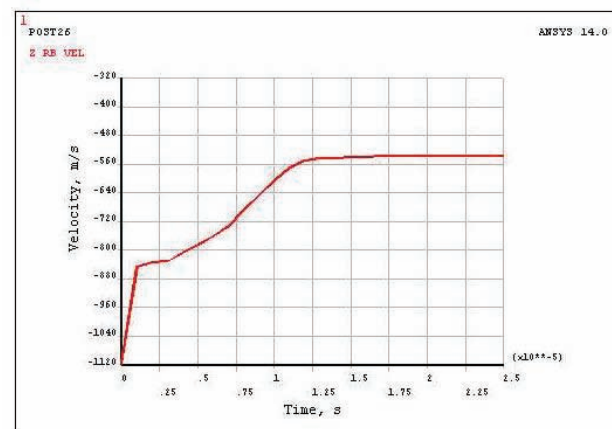


Рисунок 6 – Швидкість кулі, м/с

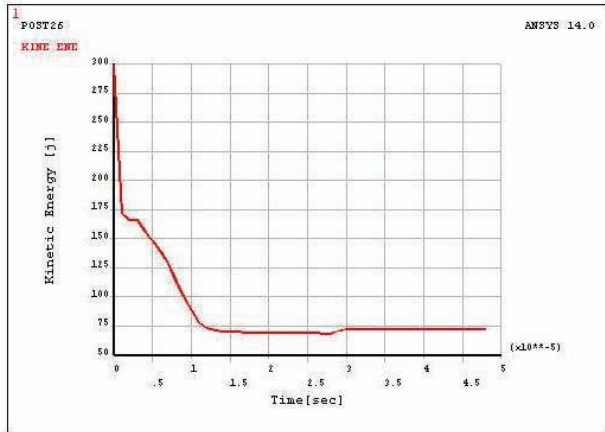


Рисунок 7 – Кінетична енергія кулі, Дж

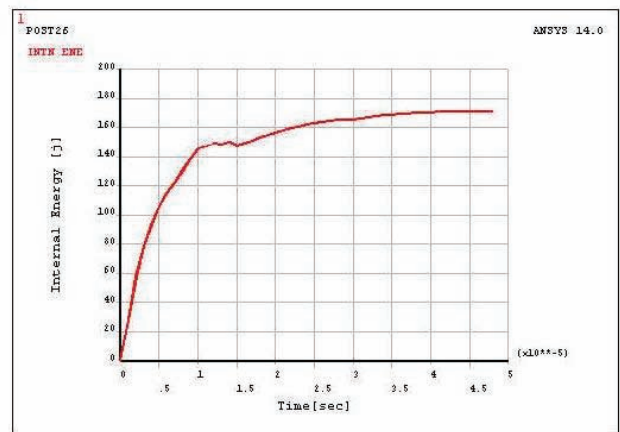


Рисунок 8 – Внутрішня енергія пластини, Дж

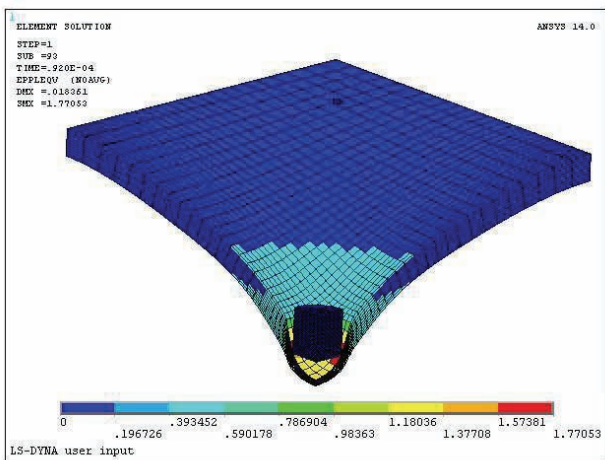


Рисунок 9 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.92 \cdot 10^{-4}$ с

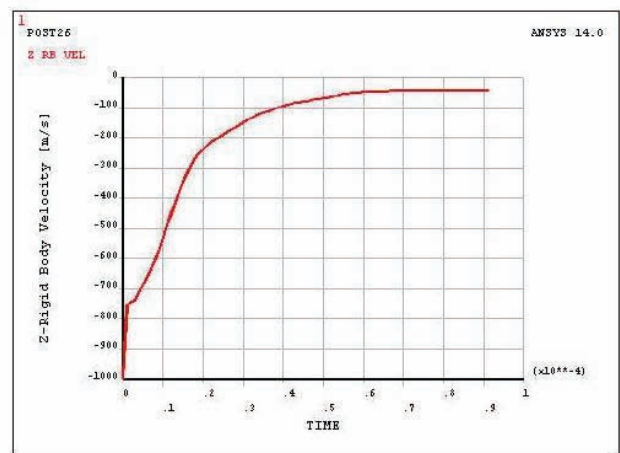


Рисунок 10 – Швидкість кулі, м/с

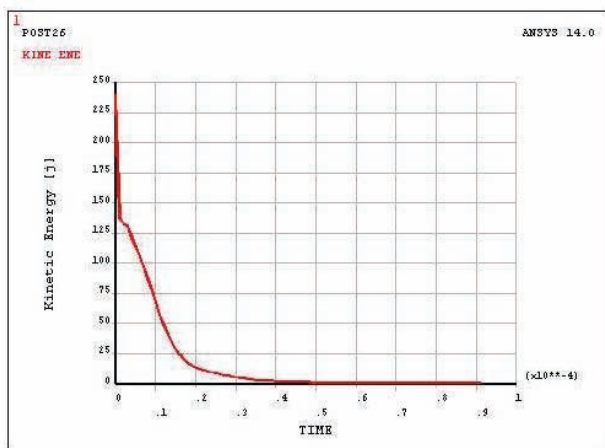


Рисунок 11 – Кінетична енергія кулі, Дж

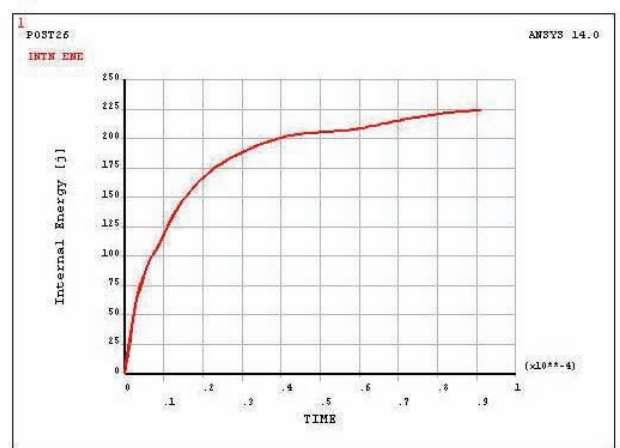


Рисунок 12 – Внутрішня енергія пластини, Дж

Проведено серію розрахунків для визначення балістичної межі для розглянутих мішені і кулі. Виявлено, що при швидкості 1000 м/с пластина не пробивається. Це узгоджується з результатом, наведеним в [18]. На рис. 9-12 наведені результати, що відповідають швидкості кулі, яка дорівнює балістичній межі (1000 м/с).

Порівняння з експериментальними даними. Значення залишкової швидкості кулі (після пробивання) в момент часу $3.19 \cdot 10^{-5}$ с (рис. 6) порівнюється з експериментальним значенням [18] в табл. 5.

Модель кераміки Джонсона-Холмквіста. Модель стану кераміки Джонсона-Холмквіста є першою запропонованою моделлю для опису відгуку крихкого

матеріалу на великі деформації. Перша версія моделі JH-1 [6] не допускає розвитку пошкоджуваності матеріалу. Міцність матеріалу представляється декількома лінійними ділянками, відповідними певним режимам тиску і пошкоджуваності. Існує також Johnson-Holmquist-Beissel модель (JHB). Ця модель аналогічна моделі JH-1, обидві мають дискретну модель ушкодження. Друга версія моделі Джонсона-Холмквіста, відома як JH-2, подає міцність і пошкоджуваність матеріалу як функції деяких змінних і, що більш важливо, враховує зміну пошкоджуваності матеріалу. Модель JH-2 також включає нормування міцності параметрів за допомогою Гюгоніівської (динамічної) межі пружності для прямого порівняння різних матеріалів.

Таблиця 5 – Порівняння з експериментом

Початкова швидкість кулі (з [18]), м/с	Експериментальна залишкова швидкість (м/с)	Розрахункова залишкова швидкість (м/с)	Похибка (%)
1115.9	545.90	546.95	0.19

Пошкодження кераміки починається в формі дрібних тріщин, які ростуть і зливаються, утворюючи дроблення матеріалу [2]. Однак, моделювання початку і розвитку пошкодження на цьому рівні визнано чисельно непрактичним і в деякій мірі непотрібним. Пошкоджуваність в моделі JH-2 подається за допомогою змінної стану damage, відповідної середньої пошкоджуваності в межах конкретного об'єму матеріалу скінченного елемента. Міцність матеріалу і, отже, пошкоджуваність - обидві є функціями тиску в даному місці матеріалу.

У моделі JH-2 межа міцності кераміки в процесі її руйнування змінюється від межі міцності неушкодженого матеріалу до повністю зруйнованого (подрібненого) матеріалу. Межа міцності крихкого матеріалу описується рівнянням:

$$\sigma^* = \sigma_0^* - D(\sigma_0^* - \sigma_f^*), \quad (2)$$

де D – пошкоджуваність ($0 \leq D \leq 1$), при цьому

$$\sigma_0^* = A(P^* + T^*)^N (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \quad (3)$$

визначає поведінку неушкодженого матеріалу, а матеріал, що руйнується, описується так:

$$\sigma_f^* = B(P^*)^M (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \leq SF \max. \quad (4)$$

В рівняннях (3), (4) A, B, C, M, N – константи матеріалу, $SF \max$ – максимальна нормована межа міцності зруйнованої кераміки, $\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}$ – нормована швидкість деформації, $\dot{\epsilon}$ – елементарна швидкість деформації за один крок обчислень, $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ c}^{-1}$ – еталонна швидкість деформації. Верхній індекс «*» означає безрозмірну, нормовану величину. Величина $P^* = P/P_{HEL}$ – безрозмірний тиск, P_{HEL} – тиск, при якому матеріал переходить з пружного в пружно-пластичний стан після удару (рис. 13), HEL – Гюгоніівська межа пружності (межа пружності на ударній адиабаті матеріалу).

Величина $T^* = T/P_{HEL}$ – безрозмірне максималь-

не напруження всебічного розтягнення, яке може витримати матеріал без руйнування. $\sigma^*, \sigma_0^*, \sigma_f^*$ нормалізовані еквівалентною напругою на Гюгоніівській межі пружності, наприклад: $\sigma^* = \sigma/\sigma_{HEL}$.

Межа міцності зруйнованої кераміки σ_f^* (4) обмежена зверху величиною $SF \max = g \cdot HEL$, де g – константа.

Хоча модель JH-2 враховує ефекти швидкості деформації, ці ефекти другорядні в порівнянні з ефектами тиску. Це помічено в експериментах і відображено в типових значеннях констант A, B, C, M, N моделі JH-2.

На основі прирощень поточної деформації і часу можна обчислити сумарну деформацію і поточну ефективну швидкість деформації. Для визначення поточного прирощення пластичної деформації $\Delta \epsilon^p$ може бути використана (за методом радіального повернення) поточна межа міцності (2). Пошкоджуваність визначається як відносна накопичена пластична деформація

$$D = \sum \Delta \epsilon^p / \epsilon_f^p, \quad (5)$$

де $\Delta \epsilon^p$ – елементарна пластична деформація (приріст пластичної деформації за один крок обчислень), ϵ_f^p – умовна гранична пластична деформація руйнування при постійному тиску P . При обчисленні ϵ_f^p враховується те, що, по-перше, дія напруг, що стискають, призводить до деякого зміцнення крихких матеріалів, і, по-друге, руйнування крихких матеріалів може відбуватися під дією як напруг, що розтягують, так і тих, що стискають:

$$\epsilon_f^p = D_1(P^* + T^*)^{D_2}, \quad (6)$$

тут D_1, D_2 – константи. Параметр D_1 контролює швидкість, при якій накопичується пошкоджуваність. Якщо цей параметр дорівнює нулю, повне пошкодження відбувається за один крок за часом, тобто миттєво.

Приріст пошкоджуваності $\Delta D = \Delta \epsilon^p / \epsilon_f^p$ веде до набухання матеріалу, тобто збільшення об'єму матеріалу, що руйнується, в порівнянні з незруйнованим в початковому стані. Обмеження матеріалу веде до локального підвищення тиску. Тиск набухання дорівнює нулю в недеформованому матеріалі. Для недеформованого матеріалу гідростатичний тиск визначається як

$$P = k_1 \mu + k_2 \mu^2 + k_3 \mu^3 \quad (7)$$

при стисканні і

$$P = k_1 \mu \quad (8)$$

при розтягуванні, де $\mu = \rho/\rho_0 - 1$, ρ_0 – початкова і ρ – фінальна щільність матеріалу, k_1, k_2, k_3 – константи.

Коли починається пошкодження, тиск збільшується. Частина β , $0 \leq \beta \leq 1$, пружної енергії зменшується і перетворюється в гідростатичну потенційну енергію, що приводить до тиску стиснення. Знаючи HEL і g, μ_{HEL} можна знайти ітеративно з формули:

$$HEL = k_1 \mu_{HEL} + k_2 \mu_{HEL}^2 + k_3 \mu_{HEL}^3 + (4/3)g(\mu_{HEL}/(1 + \mu_{HEL})) \quad (9)$$

і, в подальшому, для нормування величин гідростати-

чного тиску і напруги знаходяться

$$P_{HEL} = k_1 \mu_{HEL} + k_2 \mu_{HEL}^2 + k_3 \mu_{HEL}^3, \quad (10)$$

$$\sigma_{HEL} = 1.5(HEL - P_{HEL}). \quad (11)$$

Пробиття металокерамічної пластини. Параметрично моделюється проникнення кулі в мішень з різним співвідношенням товщини кераміки і сталі за допомогою ANSYS/LS-DYNA. Для дослідження обрані керамічна (AlN) пластинка з металевою підложкою зі сталі і сталева куля відповідно до [21]. Представлені в [21] результати потім порівнюються з отриманими в даній роботі.

Побудовано двовимірну осесиметричну SE модель Лагранжа. Ескіз кулі, керамічного і металевого шарів показаний на рис. 14. Використовується 2D-осесиметричний квадратичний елемент з чотирма вузлами з y – віссю симетрії. Скінченні елементи кулі і керамічного блоку мають розмір 0.5×0.5 мм, а для металевого матеріалу розмір елемента $0.5 \text{ мм} \times 0.2 \text{ мм}$. SE модель використовує реальні граничні умови системи

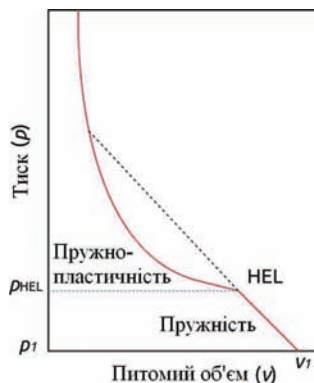


Рисунок 13 – Ударна адиабата матеріалу

під час пробиття. Нульові значення задаються для переміщень в напрямку z і обертань в x - і y -напрямку для всіх елементів, а краї керамічних і металевих шарів фіксуються. Задається початкова швидкість.

Для керамічного матеріалу використовується модель крихкого руйнування JH-2. Параметри керамічного (AlN) матеріалу наведені в табл. 6.

Щоб охарактеризувати пластичну поведінку матеріалу при високому тиску, пластивому високо динамічним процесам, використовується співвідношення між гідростатичним тиском, локальною щільністю (або питомим об'ємом) і місцевою питомою енергією. У даній роботі для опису поведінки сталевго шару мішені (рис. 14) використовується рівняння стану Мі-Грюнаїзена (Mie-Gruneisen EOS). Базова крива для рівняння стану Мі-Грюнаїзена (табл. 7) для твердих матеріалів - адиабата Гюгоньо. Крім того для опису поведінки сталевго підложки використовується рівняння Джонсона-Кука (Johnson-Cook), що враховує ефекти зміцнення, швидкості деформації та температури в механічній поведінці (табл. 8).



Рисунок 14 – Геометрична модель кулі і металокерамічної пластини

Таблиця 6 – Параметри кераміки (AlN) для моделі JH-2

Density	Elastic Constants		Damage Constants			Equation of State				
ρ (kg/m ³)	G(GPa)	K(GPa)	D1	D2	K1(GPa)	K2(GPa)	K3(GPa)	β		
3226	127	201	0.02	1.85	201	260	0	1.0		
Strength Constants										
HEL (GPa)	σ_{HEL} (GPa)	P_{HEL} (GPa)	T	T*	A	B	C	N	M	$\sigma^* f_{max}$
9.0	6.0	5.0	0.32	0.064	0.85	0.31	0.013	0.29	0.21	N/A

Таблиця 7 – Параметри сталі пластини для рівняння Мі-Грюнаїзена

C	S1	S2	S3	GAMAO	A	EO	VO
0.4569	1.49	0	0	2.17	0.46	0	1.0

Таблиця 8 – Параметри сталі пластини для рівняння Джонсона-Кука (JC)

Density ρ (g/cm ³)		Shear modulus G(100GPa)				D5	C2/P
7.80		0.77				0	0
A	B	N	C	M	TM	TR	EPSO
0.00792	0.0051	0.26	0.014	1.03	1793	294	1.0E-6
CP	PC	SPALL	IT	D1	D2	D3	D4
4.77E-6	-9	3.0	0	3.0	0	0	0

Таблиця 9 – Властивості сталі кулі

Density ρ (g/cm ³)	Elastic modulus E(GPa)	Poisson ratio ν	Yield stress σ_s (GPa)	Tangent modulus σ_t (GPa)	Beta β
7.65	200	0.29	1.6	80	1.0

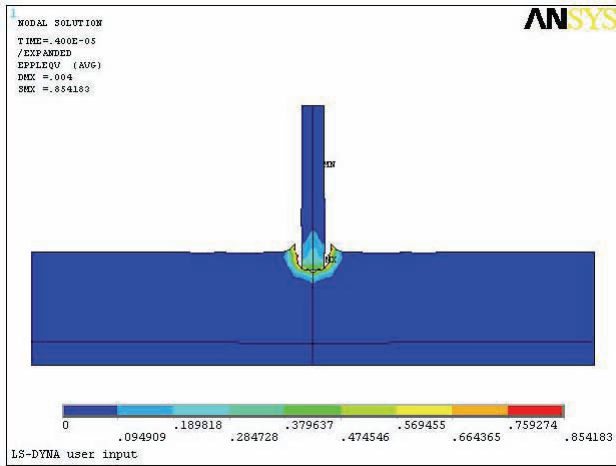


Рисунок 15 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.4 \cdot 10^{-5}$ с

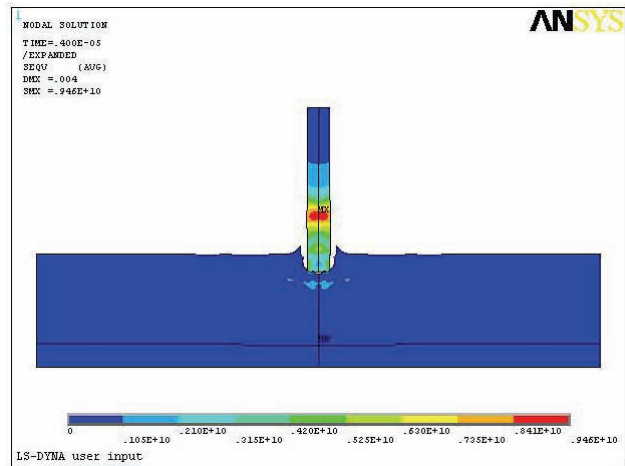


Рисунок 16 – Еквівалентні напруги по Мізесу Seqv, Па для $t = 0.4 \cdot 10^{-5}$ с

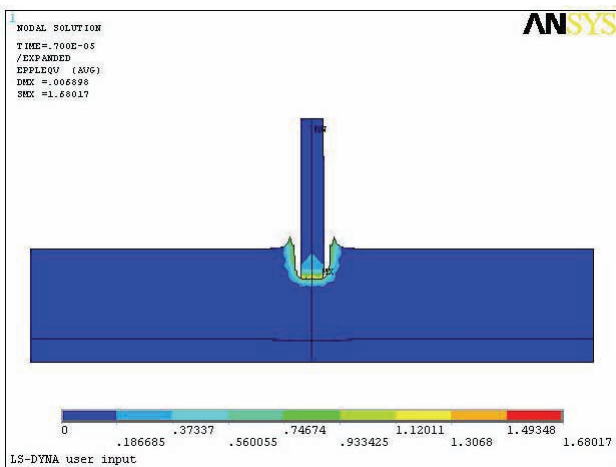


Рисунок 17 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.7 \cdot 10^{-5}$ с

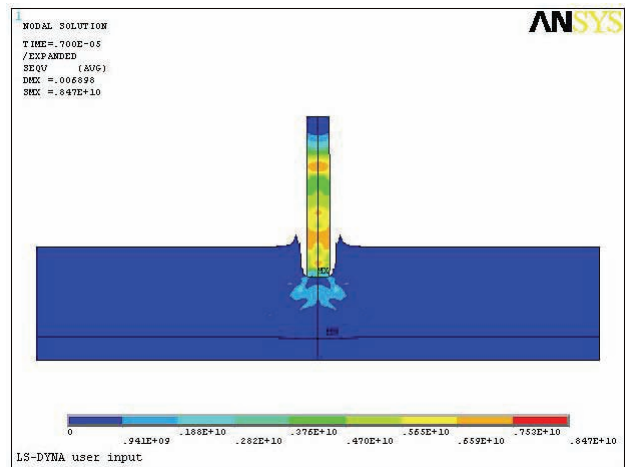


Рисунок 18 – Еквівалентні напруги по Мізесу Seqv, Па для $t = 0.7 \cdot 10^{-5}$ с

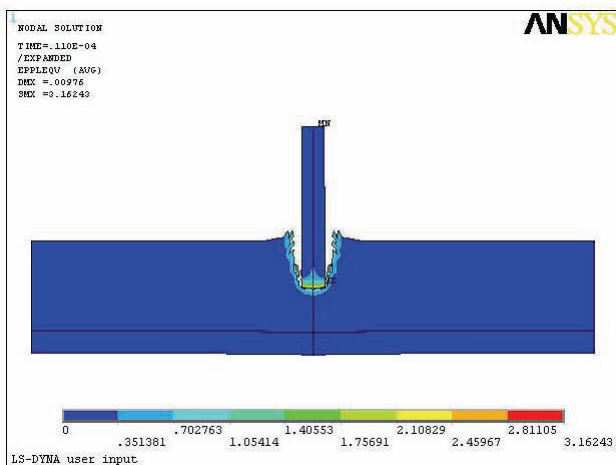


Рисунок 19 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.11 \cdot 10^{-4}$ с

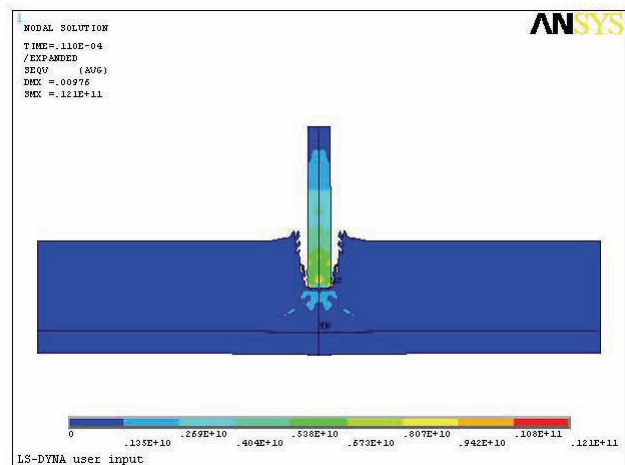


Рисунок 20 – Еквівалентні напруги по Мізесу Seqv, Па для $t = 0.11 \cdot 10^{-4}$ с

Для сталеві кулі підходить моделювання її матеріалу як ізотропного пластичного матеріалу з кінематичним зміцненням і можливістю включення ефектів швидкості (табл. 9).

В LS-DYNA перераховані вище матеріали і рівняння стану ϵ вбудованими: *Mat_Johnson_Holmquist_Ceramics (параметри відпо-

відно табл. 6), *Mat_Johnson_Cook (табл. 7), *EOS_Gruneisen (табл. 8), *Mat_Plastic_Kinematic (табл. 9).

Результати розрахунку пробивання металокерамічної пластини. На рис. 15-22 представлено еквівалентні пластичні деформації та еквівалентні напруги по Мізесу для різних моментів часу проникнення кулі

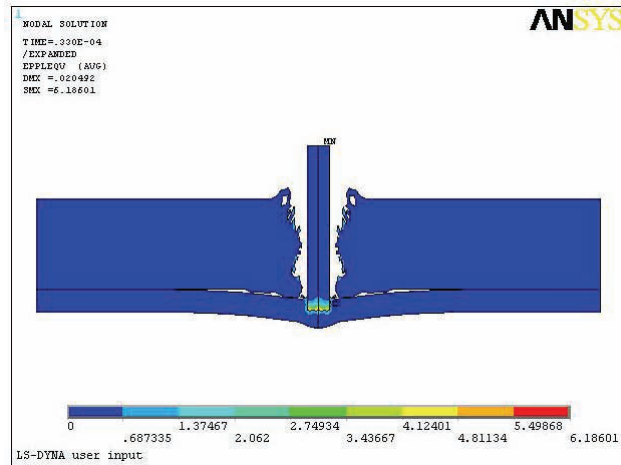


Рисунок 21 – Еквівалентні пластичні деформації EPPL для $t = 0.33 \cdot 10^{-4}$ с

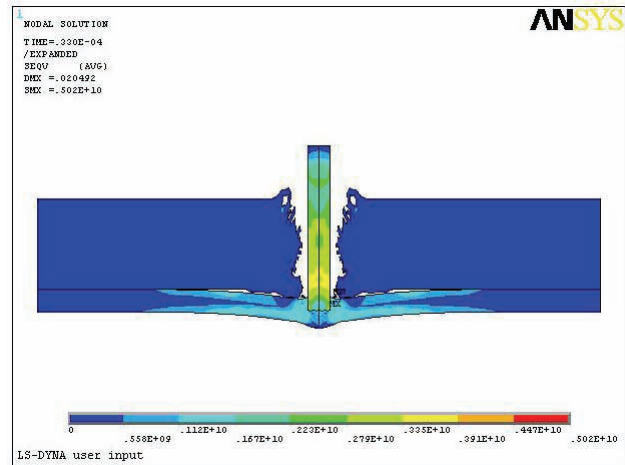


Рисунок 22 – Еквівалентні напруги по Мізесу Seqv, Па для $t = 0.33 \cdot 10^{-4}$ с

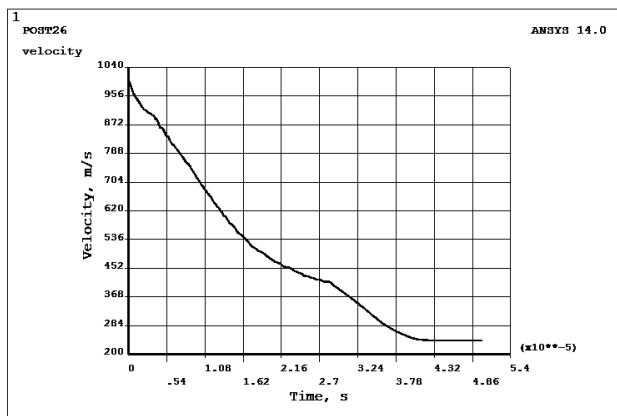


Рисунок 23 – Швидкість кулі, м/с

через металокерамічну мішень. Рис. 23 показує зміну швидкості при проникненні кулі в металокерамічну мішень. Отримані результати досить добре збігаються з наведеними в [21].

Висновки. В роботі досліджуються проникаючі удари по металевим та металокерамічним пластинам за допомогою CE параметричного моделювання в ANSYS/LS-DYNA. Отримані результати добре збігаються з опублікованими експериментальними і розрахунковими даними. Використані методики дозволяють розраховувати конкретні, що мають практичний інтерес, моделі елементів бронезахисту.

Список літератури:

1. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие: в 4 т. / Под ред. В.В. Панасюка. – К.: Наукова думка. Т. 1: 1988. – 488 с.; Т. 2: 1988. – 620 с.; Т. 3: 1988. – 436 с.; Т. 4: 1990. – 680 с.
2. Meyers M.A. Dynamic Behavior of Materials / M.A. Meyers. – John Wiley & Sons Inc., Canada, 1994.
3. Johnson G.R. A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates and high pressures / G.R. Johnson, T.J. Holmquist // Shock-wave and High-strain Rate Phenomena in Materials. – New York, 1992. – P. 1075-1081.
4. Ravid M. Penetration analysis of ceramic armor with composite material backing / M. Ravid, S.R. Bodner, I.S. Chochron // Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Ballistics. – Interlaken, Switzerland, 2001.
5. Поведение керамической брони при ударном воздействии пули. Режим доступа: <http://materialy-bronirovaniya.ru/keramicheskaya-bronya/povedenie-keramicheskoi-broni-udarnom-vozdeistvii-pul>.
6. Cronin S. Implementation and Validation of the Johnson-Holmquist Ceramic Material Model in LS-Dyna / S. Cronin, K. Bui, C. Kaufmann, C. McIntosh, T. Berstat // 4th European LS-Dyna Users Conference, Waterloo 2008.
7. Wilkins M.L. Mechanics of penetration and perforation / M.L. Wilkins // Int J Eng Sci. – 1978. – № 16. – P. 793-807.
8. Florence A. L. Interaction of projectiles and composite armour, Part II / A. L. Florence // Standford Research Institute

Menlo Park California AMMRC-CR-69-15 August 1969.

9. Woodward R. L. A basis for modelling ceramic composite armour defeat / R. L. Woodward // Material research laboratory DSTO Ascot Vale Victoria, Australia MRL-RR-3-89, 1989.
10. Den Reijer P.C. Impact on ceramic faced armour. / P.C. Den Reijer // Ph.D. thesis Delft Univ Tech Delft, The Netherlands, 1991.
11. Ben-Dor G. Optimisation of two-component ceramic armor for a given impact velocity / G. Ben-Dor, A. Dubinsky, T. Elperin, N. Frage // Theor Appl Fract Mech. – 2000. – № 33. – P. 185-190.
12. Prior A. M. The ballistic impact of small calibre ammunition on ceramic composite armour / A. M. Prior // Ph.D. thesis RMCS Shrivenham, 1988.
13. Gagne M.P. The penetration mechanics of small arms projectiles in ceramic-faced vehicle armours / M.P. Gagne // 16 MVT Course RMCS Shrivenham UK, 1989.
14. Rajagopalan B. P. The experimental validation of an analytical model for use in composite armour design / B. P. Rajagopalan // 17 MVT Course RMCS Shrivenham UK, 1989.
15. Hetherington J.G. The optimization of two-component composite armors / J.G. Hetherington // Int J Impact Eng. – 1992. – № 12. – P. 409-414.
16. Wang B. On the optimization of two-component plates against ballistic impact / B. Wang, G. Lu // J Mater Process Tech. – 1996. – № 57. – P. 141-145.
17. Zook J. An Analitical Model of Kinetic Energy Projectile/Fragment Penetration / J. Zook // U.S.A. Ballistic Reserch

Laboratory, BRL MR 2797, Aberdeen Proving Grounds, MD, Oct. 1977.

18. Sai Kiran Chelluru Finite element simulations of ballistic impact on metal and composite plates / Sai Kiran Chelluru. – Wichita State University, 2007, 114 p.

19. Blythe R. M. Preliminary Empirical Characterization of Steel Fragment Projectile Penetration of Graphite / R. M. Blythe // Epoxy Composite and Aluminum Target. Flight Dynamics Directorate, Wright Laboratory, WL-TR-94-3046, Wright-Patterson, 1994.

20. Staley T. Finite Element Simulation of Ballistic Impact in Survivability Studies / T. Staley, J. Baker // 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Material Conference 19-22 April 2004, Palm Springs, California.

21. Mei H. Numerical investigation on anti-penetration behavior of ceramic/metal target under ballistic impact / H. Mei, Y. C. Wang, X. Liu, D. F. Cao, L. S. Liu // Journal of Physics: Conference Series 419 (2013) 012054. doi:10.1088/1742-6596/419/1/012054.

Bibliography (transliterated):

1. Mehanika razrusheniya i prochnost' materialov: Spravochnoe posobie: v 4 t. Fracture mechanics and strength of materials: Handbook: in 4 vol. / Pod red. V.V. Panasjuka. Kiev, Naukova Dumka. T. 1: 1988, 488 p. T. 2: 1988, 620 p. T. 3: 1988, 436 p. T. 4: 1990, 680 p.

2. Meyers M.A. Dynamic Behavior of Materials. John Wiley & Sons Inc., Canada, 1994.

3. Johnson G.R., Holmquist T.J. A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates and high pressures. Shock-wave and High-strain Rate Phenomena in Materials, New York, 1992, pp. 1075-1081.

4. Ravid M., Bodner S.R., Chochron I.S. Penetration analysis of ceramic armor with composite material backing. Proceedings of the Nineteenth International Symposium on Ballistics. Interlaken, Switzerland, 2001.

5. Povedenie keramicheskoy broni pri udarnom vozdejstvii pul'. The behavior of the ceramic armor on impact of bullets. <http://materialy-bronirovaniya.ru/keramicheskaya-bronya/povedenie-keramicheskoy-broni-udarnom-vozdejstvii-pul>.

6. Cronin S., Bui K., Kaufmann C., McIntosh C., Berstat T. Implementation and Validation of the Johnson-Holmquist Ceramic Material Model in LS-Dyna. 4th European LS-Dyna Users Conference, Waterloo 2008.

7. Wilkins M.L. Mechanics of penetration and perforation.

Int J Eng Sci, 16, 1978, pp. 793-807.

8. Florence A.L. Interaction of projectiles and composite armour, Part II. Stanford Research Institute Menlo Park California AMMRC-CR-69-15 August 1969.

9. Woodward R.L. A basis for modelling ceramic composite armour defeat. Material research laboratory DSTO Ascot Vale Victoria, Australia MRL-RR-3-89, 1989.

10. Den Reijer P.C. Impact on ceramic faced armour. Ph.D. thesis Delft Univ Tech Delft, The Netherlands, 1991.

11. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T., Frage N. Optimisation of two-component ceramic armor for a given impact velocity. Theor Appl Fract Mech, 33, 2000, pp. 185-190.

12. Prior A.M. The ballistic impact of small calibre ammunition on ceramic composite armour. Ph.D. thesis RMCS Shrivenham, 1988.

13. Gagne M.P. The penetration mechanics of small arms projectiles in ceramic-faced vehicle armours. 16 MVT Course RMCS Shrivenham UK, 1989.

14. Rajagopalan B.P. The experimental validation of an analytical model for use in composite armour design. 17 MVT Course RMCS Shrivenham UK, 1989.

15. Hetherington J.G. The optimization of two-component composite armors Int J Impact Eng, 12, 1992, pp. 409-414.

16. Wang B., Lu G. On the optimization of two-component plates against ballistic impact J Mater Process Tech, 57, 1996, pp. 141-145.

17. Zook J. An Analytical Model of Kinetic Energy Projectile/Fragment Penetration. U.S.A. Ballistic Research Laboratory, BRL MR 2797, Aberdeen Proving Grounds, MD, Oct. 1977.

18. Sai Kiran Chelluru Finite element simulations of ballistic impact on metal and composite plates. Wichita State University, 2007, 114 p.

19. Blythe R.M. Preliminary Empirical Characterization of Steel Fragment Projectile Penetration of Graphite/Epoxy Composite and Aluminum Target. Flight Dynamics Directorate, Wright Laboratory, WL-TR-94-3046, Wright-Patterson, 1994.

20. Staley T., Baker J. Finite Element Simulation of Ballistic Impact in Survivability Studies. 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics & Material Conference 19-22 April 2004, Palm Springs, California.

21. Mei H., Wang Y.C., Liu X., Cao D.F., Liu L.S. Numerical investigation on anti-penetration behavior of ceramic/metal target under ballistic impact. Journal of Physics: Conference Series 419 (2013) 012054. doi:10.1088/1742-6596/419/1/012054.

Надійшла (received) 15.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Комп'ютерне моделювання процесів пробиття металевих та металокерамічних пластин / О.А. Костромицька // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 26–34. – Бібліогр.: 21 назв. – ISSN 2078-9130.

Компьютерное моделирование процессов пробития металлических и металлокерамических пластин / О.А. Костромицкая // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 26–34. – Бібліогр.: 21 назв. – ISSN 2078-9130.

Computer modeling of processes penetration of metal and metal-ceramic plates / O. Kostromitskaya // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 26–34. – Bibliogr.: 21. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Костромицька Ольга Анатоліївна, науковий співробітник кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел. (057)-70-76-879, e-mail: kostrom_olga@ukr.net

Костромицкая Ольга Анатольевна, научный сотрудник кафедры динамики та прочності машин, НТУ «ХПІ», тел. (057)-70-76-879, e-mail: kostrom_olga@ukr.net

Kostromitskaya Olga Anatoliivna, Researcher of the Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU «KhPI», tel. (057)-70-76-879, e-mail: kostrom_olga@ukr.net

Д.В. ЛАВІНСЬКИЙ

МАГНІТОПРУЖНЕ ДЕФОРМУВАННЯ ТІЛА ІЗ ПОРОЖНИНОЮ

Розглядається задача магнітопружного деформування тіла нескінченних розмірів із порожниною за рахунок магнітострикції, яке знаходиться у стаціонарному однорідному магнітному полі. Наведена математична постановка задачі. В якості чисельного методу обрано метод скінчених елементів. Одержані результати, щодо розподілу тензорних компонент, які описують процес деформування. Порівняння чисельних результатів в околі порожнини із результатами аналітичного розв'язку, дозволили зробити висновок про можливість застосування методу скінчених елементів для аналізу магнітопружного деформування тіл із неоднорідністю структури.

Ключові слова: електромагнітне поле, магнітопружне деформування, магнітострикція, метод скінчених елементів.

Рассматривается задача магнитоупругого деформирования тела бесконечных размеров с полостью за счет магнитоstriction, которое находится в стационарном однородном магнитном поле. Представлена математическая постановка задачи. В качестве численного метода выбран метод конечных элементов. Получены результаты, иллюстрирующие распределение тензорных компонент процесса деформирования. Сравнение численных результатов в окрестности полости с результатами аналитического решения, позволили сделать вывод о возможности использования метода конечных элементов для анализа магнитоупругого деформирования тел с неоднородностью структуры.

Ключевые слова: электромагнитное поле, магнитоупругое деформирование, магнитоstriction, метод конечных элементов.

We consider the problem of magneto-elastic deformation of an infinite size body with the cavity due to magnetostriction. A ferromagnetic body is placed in a stationary homogeneous magnetic field. Mathematical formulation of the problem is presented. The finite element method was chosen as the numerical method for the analysis of the distribution of the vector component of the electromagnetic field and the tensor component of the deformation process. The results, which illustrate the distribution of the tensor component of the forming process, were obtained. Comparison of the numerical results in the vicinity of the cavity with the results of analytical solutions allowed us to conclude about the possibility of using the finite element method for the analysis of magneto-elastic deformation of bodies with heterogeneity of structure.

Keywords: electromagnetic field, magneto-elastic deformation, magnetostriction, finite element method.

Вступ. Електромагнітне поле (ЕМП) є невід'ємною умовою роботи для безлічі елементів конструкцій і машин. Високоінтенсивні ЕМП призводять до виникнення значних рівнів енергії в електропровідних тілах, що може призводити до їх руйнування. Даний факт робить необхідним створення методів визначення напружено-деформованого стану (НДС) електропровідних тіл для подальшої оцінки їх працездатності.

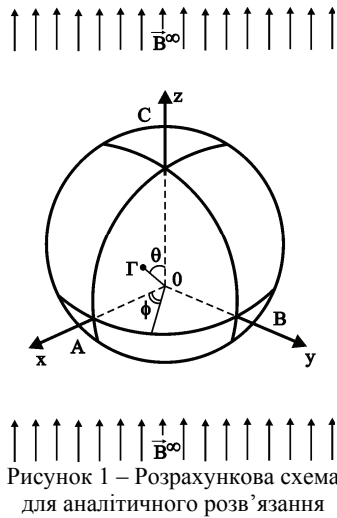
Проблеми врахування зв'язаних полів постають при розв'язанні задач у рамках: теорії п'єзоелектрики (п'єзомагнетизма і п'єзонепровідності) тіл завдяки широкому використанню електромеханічних перетворювачів енергії; теорії магнітопружності, яка досліджує механічну поведінку (зокрема, стійкість та міцність) електропровідного тіла в сильному магнітному полі; теорії поширення хвиль в деформованому тілі з урахуванням зв'язку між механічними і електромагнітними полями (для проблем геофізики і сейсмології).

Вплив ЕМП на електропровідне тіло може моделюватись за допомогою введення електромагнітних сил та моментів. Рівні сил, які викликаються «магнітною» складовою ЕМП є набагато вищими ніж ті, які викликаються «електричною» складовою. Тому, для задач, в яких головною метою є оцінювання конструктивної міцності основою може служити теорія магнітопружності. Також магнітопружне деформування може спостерігатись у випадку магнітострикції, коли феромагнітні тіла деформуються, знаходячись у магнітному полі.

Основи теорії магнітопружності з урахуванням ефектів зв'язаності ЕМП і механічних полів напружень і деформацій в рухомому електропровідному тілі (у загальному випадку тіло є поляризованим і таким, що намагнічується), були закладені в роботах Кнопоффа і Чадвіка [1,2]. Вони розглядали поширення пружних хвиль з урахуванням магнітного поля Землі. Відзначимо, що існуючи аналітичні та напіваналітичні методи розв'язання задач деформування електропровідних тіл за наявності ЕМП добре розроблені лише для тіл канонічної форми. Вони можуть використовуватись при аналізі реальних конструкцій лише як оціночні. Також слід відзначити, що лише у малій кількості літературних джерел розглядаються питання створення методів аналізу або оцінювання конструкційної міцності тіл підданих впливу ЕМП. Таким чином, створення ефективних методів аналізу пружно-пластичного деформування електропровідних складених тіл з метою подальшого оцінювання їхньої конструкційної міцності є актуальною науково-практичною проблемою.

Окремий клас задач розглядає деформування неоднорідних тіл підданих дії ЕМП. Неоднорідність може бути обумовлена як наявністю вкраплень різних матеріалів так і порожнинами, які заповнені повітрям. У багатьох випадках порожнини у матеріалі мають місце при розгляді ізоляційних конструкцій, які є важливою складовою частиною різноманітних струмопровідних об'єктів. Вочевидь, неоднорідність структури тіла призводить до неоднорідності розподілу ком-

понент, що описують процес деформування, в свою чергу це викликає певні труднощі при розв'язанні. Таким чином, якщо для аналізу деформування застосовуються чисельні методи, вони повинні адекватно описувати різноманітні неоднорідності структури тіла.



Постановка задачі. Повна математична постановка задачі пружно-пластичного деформування тіл під дією ЕМП надана у роботах [3,4], там же розглядаються питання створення ефективного чисельного методу на основі МСЕ для аналізу подібного деформування.

У даній роботі розглянемо магнітопружне деформування нескінченного тіла із сферичною порожниною, яке знаходиться у стаціонарному однорідному магнітному полі (рис.1), тобто деформування уданому випадку є наслідком явища магнітострикції. Математичну постановку задачі та аналітичний розв'язок надано у роботі [5]. У цьому випадку векторні компоненти ЕМП та тензорні компоненти, що описують процес деформування піддані наступним співвідношенням:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \times \vec{H} &= 0; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0; \quad \vec{\nabla} \times \vec{H}^e = 0; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}^e = 0; \\ \vec{B} &= \mu_0(1 + \chi)\vec{H}; \quad \vec{B}^e = \mu_0\vec{H}^e; \\ (\sigma'_{ij} + \sigma^M_{ij})_i &= 0; \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \mu_0\chi H_i H_j; \\ \sigma^M_{ij} &= \mu_0(1 + \chi)H_i H_j - \frac{1}{2}\mu_0\delta_{ij}H_k H_k. \end{aligned} \quad (1)$$

де $\vec{H}, \vec{B}, \vec{H}^e, \vec{B}^e$ – вектори напруженості магнітного поля та магнітної індукції у матеріалі тіла та у вакуумі; μ_0 – магнітна проникність вакууму, χ – параметр намагнічування; $\sigma'_{ij}, \sigma^M_{ij}$ – компоненти тензорів напружень та натягнень Максвелла; δ_{ij} – символ Кронекера; $i, j, k = 1 \dots 3$. Ці співвідношення доповнюються граничними умовами:

$$\begin{aligned} B_r &= 0; \quad H_\theta = H_\phi = 0; \quad B|_{r \rightarrow \infty} = B^\infty; \\ \sigma'_{rr} + \sigma^M_{rr} &= 0; \quad \sigma'_{r\theta} + \sigma^M_{r\theta} = 0; \quad \sigma'_{r\phi} + \sigma^M_{r\phi} = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

тут B^∞ – значення магнітної індукції на значному віддаленні від порожнини. Розв'язок поставленої задачі має вигляд:

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r^3} \left(\begin{aligned} &-C(5 - \nu)(3\cos 2\theta + 1) + 2D_0 + \\ &+ \frac{3D(3\cos 2\theta + 1)}{r^2} \end{aligned} \right); \quad (3)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{2r^3} \left(\begin{aligned} &C(3(1 - 2\nu)\cos 2\theta + (3 - 2\nu)) - 2D_0 - \\ &- \frac{3D(7\cos 2\theta + 1)}{2r^2} \end{aligned} \right);$$

$$C = \frac{5\chi r_0^3 (B^\infty)^2}{3\mu_0(1 + \chi)^2(7 - 5\nu)} \left(1 - \frac{5\chi + 6}{2(2\chi + 3)^2} \right);$$

де

$$D = -\frac{\chi r_0^3 (B^\infty)^2}{3\mu_0(1 + \chi)^2} \left(1 + \frac{5\chi + 6}{4(2\chi + 3)^2} \right);$$

$$D_0 = \frac{2\chi r_0^5 (B^\infty)^2}{\mu_0(1 + \chi)^2(7 - 5\nu)} \left(1 - \frac{5\chi + 6}{2(2\chi + 3)^2} \right);$$

Розглянемо чисельний розв'язок цієї задачі, для чого, по-перше, застосуємо векторний магнітний потенціал \vec{A} , та одержимо наступні співвідношення для компонент ЕМП:

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}; \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0. \quad (4)$$

Розв'язок відшукуємо з умови:

$$\delta E = \delta U + \delta W = 0, \quad (5)$$

де U – енергія пружного деформування, W – енергія ЕМП. Вирази для енергій наведені, наприклад, у [3]. Зводимо задачу до вісесиметричної розрахункової схеми – рис. 2. На віддаленні від порожнини задаємо граничні умови для відповідних компонент векторного магнітного потенціалу та переміщень. В якості базового обираємо вісесиметричний чотирьохвузловий скінчений елемент (СЕ) із білінійною апроксимацією переміщень та компонент векторного магнітного потенціалу, подібні елементи зручно використовувати для розрахунку та аналізу зв'язаного деформування за умов дії ЕМП [6-8]

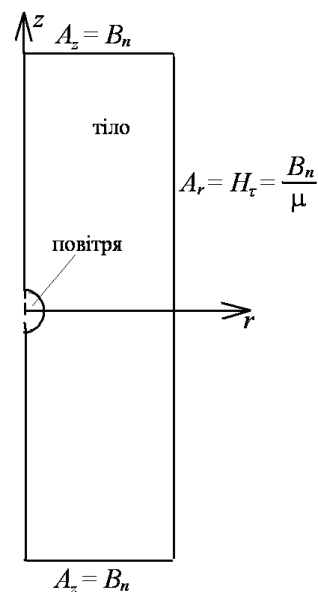


Рисунок 2 – Розрахункова схема для чисельного розв'язання

Аналіз результатів. Розрахунки проводились для наступних даних: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{H}{A^2} \right); \nu = 0,294;$

$\chi = 121,9$; $B^\infty = 1(\text{Тл})$; $E = 2 \cdot 10^{11}(\text{Па})$. З метою встановлення адекватних розмірів моделі, за яких вона могла б вважатись нескінченним тілом, варіювались розміри тіла відносно до радіуса порожнини r_0 , початковий вертикальний розмір (уздовж координати z) обирався рівним $5 r_0$, радіальний розмір – $3 r_0$. Було проведено серію розрахунків, у яких послідовно збільшувались розміри тіла на r_0 . У випадку, коли вертикальний розмір досягнув величини $15 r_0$, а радіальний дорівнював $9 r_0$, максимальна відмінність результатів у порівнянні із попереднім розрахунком не перевищувала 3 %, що розглядалось як прийнятний результат. Порівнювались значення компонент векторного магнітного потенціалу (максимальна розбіжність спостерігалась в точках наближених до границі порожнини).

Після цього варіювались розміри СЕ шляхом збільшення їх кількості (відзначимо, що розбивка робилась нерівномірною – біля порожнини розглядалось згущення СЕ). Початкова розбивка містила 1700 СЕ, при другому розрахунку кількість СЕ було збільшено до 3600, при третьому – 5200. Максимальна відмінність результатів другого розрахунку порівняно із першим не перевищувала 8 % (максимальна розбіжність спостерігалась біля границі порожнини, на віддаленні від порожнини розбіжність ставала несуттєвою), максимальна відмінність третього розрахунку порівняно із другим не перевищувала 1,5 % (характер локації розбіжностей не відрізнявся від першого випадку). Для подальшого аналізу деформування розглядався другий варіант розбивки.

Далі розглянемо деякі результати, які ілюструють розподіл компонент тензору напружень біля порожнини. На рис. 3 наведено розподіл окружних напружень уздовж границі порожнини. Суцільна лінія – аналітичний розв'язок (відповідно до [5]), дотична лінія – розв'язок МСЕ. Наведені результати свідчать про добре узгодження результатів, одержаних двома різними способами (максимальна розбіжність не перевищує 10 %). Також відзначимо, що найбільші (за модулем) значення окружних напружень спостерігаються у верхній та нижній точках порожнини.

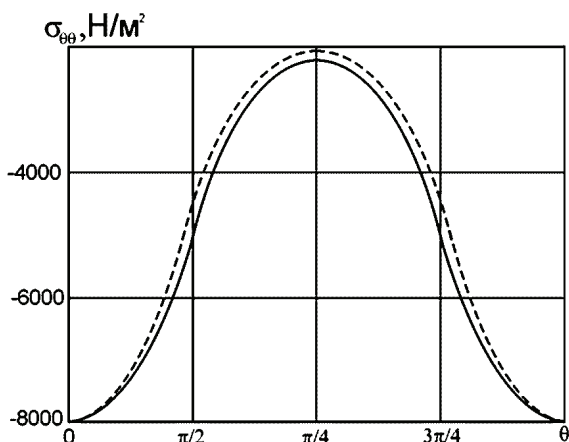


Рисунок 3 – Розподіл окружних напружень по границі порожнини

На рис.4 наведено розподіл радіальних напру-

жень уздовж радіальної координати, розпочинаючи із границі порожнини у глибину тіла (ці графіки побудовані для значення кута $\theta = 0; \pi$). Максимальні значення радіальних напружень спостерігаються біля границі порожнини, тут же локалізується і максимальна розбіжність (не більша за 12 %) поміж аналітичним (суцільна лінія) та чисельним (дотична лінія) розв'язками, на віддаленні від порожнини значення радіальних напружень прагнуть до нуля.

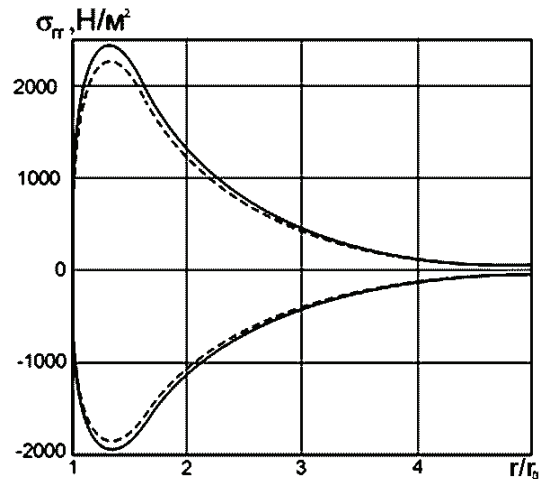


Рисунок 4 – Розподіл радіальних напружень у радіальному напрямі

Таким чином, можна відзначити, що у даному випадку найбільші величини компонент тензору напружень спостерігаються безпосередньо біля порожнини, на віддаленні від порожнини вони значно зменшуються та прагнуть до нуля.

Висновки. У роботі розглянуте магнітопружне деформування тіла із порожниною, яке знаходиться у стаціонарному однорідному магнітному полі. Із застосуванням МСЕ одержані результати розподілу компонент тензору напружень, які порівняно із існуючими аналітичними розв'язками. За результатами порівняння можна зробити висновок про можливість застосування запропонованого методу до аналізу деформування тіл із неоднорідностями структури під дією ЕМП.

Список літератури:

1. *Knopoff L.* The interactions between elastic waves motions and a magnetic field in electric conductor / *L. Knopoff* // *J. Geophys.* – 1955. – Res. 60. – P. 441–456.
2. *Chadwick P.* Elastic wave propagation in a magnetic field / *P. Chadwick* // *Actes IX Congr. Intern. Mech. Appl.* – Univ. Bruxelles, Bruxelles, 1957. – Vol. 7. – P. 143–158.
3. *Altenbach H.* Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields / *H. Altenbach, O. Morachkovsky, K. Naumenko, D. Lavinsky* // *Continuum Mechanics and Thermodynamics*. 2015. – Vol. 27, iss. 12. – P. 1-13. – DOI: 10.1007/s00161-015-0484-8
4. *Лавінський Д. В.* Пружно-пластичне деформування систем тіл при дії електромагнітних полів / *Д. В. Лавінський, О. К. Морачковський* // *Вісник Запорізького національного університету: зб. наук. ст. Фізико-математичні науки.* – Запоріжжя: ЗНУ, 2015. – № 2. – С. 125-135.

5. Дашко О.Г. Несвязанная задача магнитоупругости для ферромагнитного тела со сферической полостью / О.Г. Дашко // Прикладная механика. – 2007. – Том 43, № 10. – С. 42–48.

6. Belokon' A.V. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectroelasticity / A.V. Belokon', V.A. Eremeyev, A.V. Nasedkin, A.N. Solov'yev // J. Appl. Math. Mech. – 2000. – № 64 (3). – P. 367–377.

7. Nasedkin A.V. Harmonic vibrations of nanosized piezoelectric bodies with surface effects / A.V. Nasedkin, V.A. Eremeyev // ZAMM. – 2014. – № 94 (10). – P. 878–892.

8. Cazzani, A. Four-noded mixed finite elements, using unsymmetric stresses, for linear analysis of membranes / A. Cazzani, S.N. Atluri // Comput. Mech. – 1993. – № 11 (4). – P. 229–251.

Bibliography (transliterated):

1. Knopoff L. The interactions between elastic waves motions and a magnetic field in electric conductor, J. Geophys., Res. 60, 1955, pp. 441–456.

2. Chadwick P. Elastic wave propagation in a magnetic field, in: Actes IX Congr. Intern. Mech. Appl., 1957, Vol. 7, Univ. Bruxelles, Bruxelles, pp. 143–158.

3. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Lavinsky D.

Inelastic deformation of conductive bodies in electromagnetic fields Continuum Mechanics and Thermodynamics. 2015. Vol. 27, iss. 12. pp. 1–13. DOI: 10.1007/s00161-015-0484–8

4. Lavinsky D.V., Morachkovsky O.K. Pruzhno-plastychno deformuvannya system til pry dii elektromagnitnykh poliv. Visnyk Zaporiz'kogo nacional'nogo universitetu: zb.nauk. st. phizyko-matematychni nauky. Zaporizhzhya: ZNU, 2015. No 2. pp. 125–135.

5. Dashko O.G. Nesvyazannaya zadacha magnitoupругosti dlya ferromagnitnogo tela so sfericheskoy polost'yu. Prikladnaya mekhanika. 2007. Vol. 43 (10). pp. 42–48.

6. Belokon' A.V., Eremeyev V.A., Nasedkin A.V., Solov'yev A.N. Partitioned schemes of the finite-element method for dynamic problems of acoustoelectroelasticity. J. Appl. Math. Mech. 2000. No 64 (3). pp. 367–377.

7. Nasedkin A.V., Eremeyev V.A. Harmonic vibrations of nanosized piezoelectric bodies with surface effects. ZAMM. 2014. No 94 (10). pp. 878–892.

8. Cazzani A., Atluri S.N. Four-noded mixed finite elements, using unsymmetric stresses, for linear analysis of membranes. Comput. Mech. 1993. No 11 (4). pp. 229–251.

Поступила (received) 22.09.2016.

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Магнітопружне деформування тіла із порожниною / Д.В. Лавінський // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 35–38. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Магнитоупругое деформирование тела с полостью / Д.В. Лавинский // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 35–38. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Magnetoelastic deformation of a body with a cavity / D.V. Lavinsky // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 35–38. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Лавінський Денис Володимирович – кандидат технічних наук, доцент, кафедра теоретичної механіки, НТУ «ХПІ», тел.: (057)-70-763-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Лавинский Денис Владимирович – кандидат технических наук, доцент, кафедра теоретической механики, НТУ «ХПІ», тел.: (057)-70-763-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

Lavinsky Denis Vladimirovich – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Theoretical Mechanics, NTU "KhPI", tel.: (057)- 70-763-73, e-mail: denis.lavinsky@ukr.net

А. О. ЛОВСЬКА

УДОСКОНАЛЕННЯ ЗАХОДІВ ЩОДО НАДІЙНОСТІ ЗАКРІПЛЕННЯ НЕСУЧИХ КОНСТРУКЦІЙ КУЗОВІВ ВАГОНІВ НА ЗАЛІЗНИЧНИХ ПОРОМАХ

В статті проводиться дослідження динаміки кузова вагона з урахуванням заходів щодо удосконалення його несучої конструкції для забезпечення надійності закріплення на залізничному поромі. Розроблено математичну модель коливань кузова вагона для визначення динамічних навантажень, що діють на нього при перевезенні залізничним поромом в умовах морської хитавиці.

Отримані результати дозволять забезпечити міцність несучих конструкцій кузовів вагонів при перевезенні залізничними поромами в міжнародному сполученні.

Ключові слова: вагон, динаміка вагона, навантаження конструкції, залізнично-водний транспорт, залізнично-поромні перевезення.

В статье проводится исследование динамики кузова вагона с учетом мероприятий по усовершенствованию его несущей конструкции для обеспечения надежности закрепления на железнодорожном пароме. Разработана математическая модель колебаний кузова вагона для определения динамических нагрузок, которые действуют на него при перевозке железнодорожным паромом в условиях морской качки.

Полученные результаты позволят обеспечить прочность несущих конструкций кузовов вагонов при перевозке железнодорожными паромами в международном сообщении.

Ключевые слова: вагон, динамика вагона, нагружение конструкции, железнодорожно-водный транспорт, железнодорожно-паромные перевозки.

The article analyzes standard wagon fixation schemes on the desks of train ferries and deals with main reasons of wagon body damages during sea transportation regarding the existing fixation technologies. It proposes measures aimed at higher reliability of fixation of wagons on desks of train ferries by adopting their structure to interaction with chain binders. Besides it proposes introduction of viscous connection between the wagon body and the train ferry desk. A mathematical model for investigation into wagon body accelerations in the new fixation scheme on the desk has been developed. Angular displacements of the body relative to the cross axis (roll) as an example of oscillation process mostly influencing its loading and stability relative to the desk have been considered. It has been established that according to the accepted engineering solutions the accelerations influencing the wagon body in heavy sea nearly 50% lower than those influencing it in a standard fixation scheme.

The results obtained make it possible to provide stability of supporting structures of the wagon body during sea transportation, and also increase the efficiency of international rail-sea transportation.

Key words: wagon, the dynamic's of wagon, loading of construction, railway-ferry transport, railway-ferry boat transportation.

Вступ. Процес інтеграції України в систему міжнародних транспортних коридорів зумовлює перспективи її участі у перевезеннях європейських країн. Для підвищення об'ємів перевезень вантажів через територію України, як зв'язуючого ланцюга між країнами Європи та Азії, дістали поширення комбіновані транспортні системи. Однією з найбільш перспективних серед таких систем є залізнично-поромні перевезення, які успішно функціонують на території України ще з ХХ сторіччя.

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими та практичними завданнями. З метою забезпечення стійкості вагона відносно палуби залізничного порому (ЗП) здійснюється його закріплення за допомогою комплексу багатообертових засобів закріплення [1]. Важливо зазначити, що внаслідок відсутності технічної пристосованості несучої конструкції кузова вагона до взаємодії з засобами закріплення його відносно палуби воно здійснюється за елементи конструкції, які не призначені для цього. Це зумовлює пошкодження конструкційних елементів кузова вагона, оскільки вони не призначені для сприйняття підвищених навантажень, які переви-

щують ті, що діють на вагони при експлуатації відносно магістральних колій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Останнім часом для закріплення вагонів відносно палуб ЗП їх кузови почали оснащувати спеціальними конструкційними елементами для взаємодії з гаками ланцюгових стяжок (рис. 1). Наприклад, вагони побудови ПАТ «КВБЗ» (м. Кременчук).

Для дослідження міцності конструкційних елементів кузовів для закріплення відносно палуб в умовах морської хитавиці побудовані їх просторові моделі та проведений розрахунок, який дозволив зробити висновок, що напруження в елементах взаємодії вагонів з багатообертовими засобами закріплення при кутових переміщеннях ЗП навколо повздовжньої осі (крен), як випадку найбільшої навантаженості кузова вагона, перевищують допустимі, тому таке технологічне закріплення не є надійним [2].

Для забезпечення безпеки руху вагонів на ЗП морем в умовах його хвилювання на кафедрі вагонів УкрДУЗТ розроблений вузол несучої конструкції кузовів вагонів для взаємодії з засобами закріплення ЗП (рис. 2).



а



б

Рисунок 1 – Вузли для закріплення гаків ланцюгових стяжок на вагонах:
а – на напіввагоні; б – на пасажирському вагоні



а



б

Рисунок 2 – Розміщення вузлів для закріплення вагонів відносно палуб на шворневих балках напіввагонів:
а – вид спереду; б – вид збоку

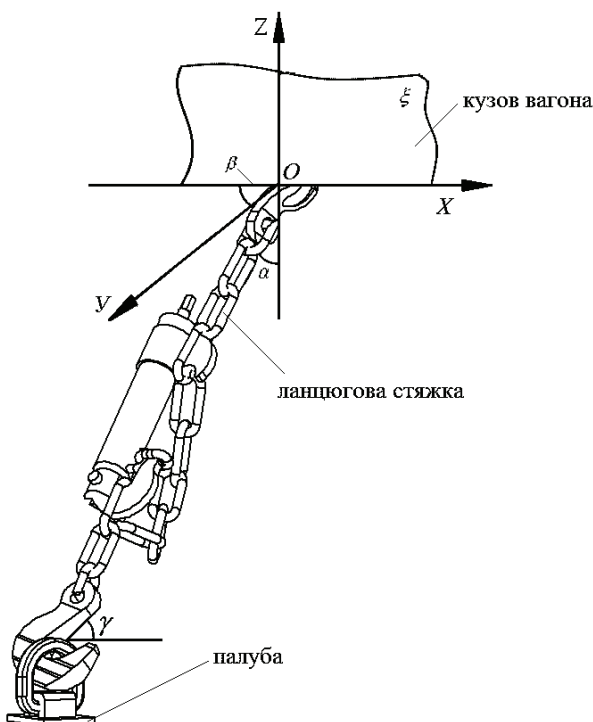


Рисунок 3 – Просторове розміщення ланцюгової стяжки відносно кузова вагону. α, β, γ – кути розміщення ланцюгової стяжки відносно площин кузова вагону

Дослідження НДС несучої конструкції кузова напіввагону з урахуванням закріплення його відносно палуби ЗП за розроблені вузли дозволило зробити висновок, що міцність його забезпечується. Запропоновані заходи, щодо удосконалення несучої конструкції кузовів напіввагонів при перевезенні ЗП в умовах морської хитавиці дозволять забезпечити їх міцність та підвищити безпеку руху комбінованого транспорту [3].

Важливо зазначити, що при жорсткій схемі закріплення кузова вагону відносно палуби (відсутність власних переміщень) він повторює траєкторію переміщень ЗП при коливаннях, а ланцюгова стяжка розглядається як жорсткий стрижень, що з'єднує кузов вагону з палубою ЗП (рис. 3).

Мета статті. Удосконалення заходів щодо надійності закріплення несучих конструкцій кузовів вагонів на ЗП.

Викладення основного матеріалу статті. З метою пом'якшення дії навантажень від ланцюгових стяжок на кузов вагону пропонується здійснювати не жорсткий зв'язок між ними, а в'язкий, посередництвом встановлення демфера, як конструкційного вузла закріплення вагону або в самій стяжці. При цьому коефіцієнт в'язкого опору елемента між кузовом та палубою повинен бути підібраний таким чином, щоб

він починав працювати при навантаженні на стяжку, яке перевищує зусилля її натягіння.

До складу вузла входить корпус нижньої частини, що включає напрямну гака 1 (рис. 4), яка повністю відображає геометрію контуру зачеплення гака ланцюгової стяжки та призначена для взаємодії його з вузлом закріплення, радіальний прилив 2, призначений для зменшення концентрації навантажень в зоні взаємодії вузла з опорною частиною, циліндричну частину 3, яка забезпечує чітку взаємодію гака з вуз-

лом, а також корпус верхньої частини, який складається з призматичної частини 4, призначеної для об'єднання робочої частини вузла з допоміжною, до складу якого входить технологічне посилення 5. Опорні частини 6 вузла призначені для закріплення його на шворневій балці вагона. Для підвищення жорсткості шворневої балки в зонах розміщення вузлів встановлюються підсилюючі діафрагми, що складаються з підсилюючих накладок 7 та з'єднувальної накладки 8.

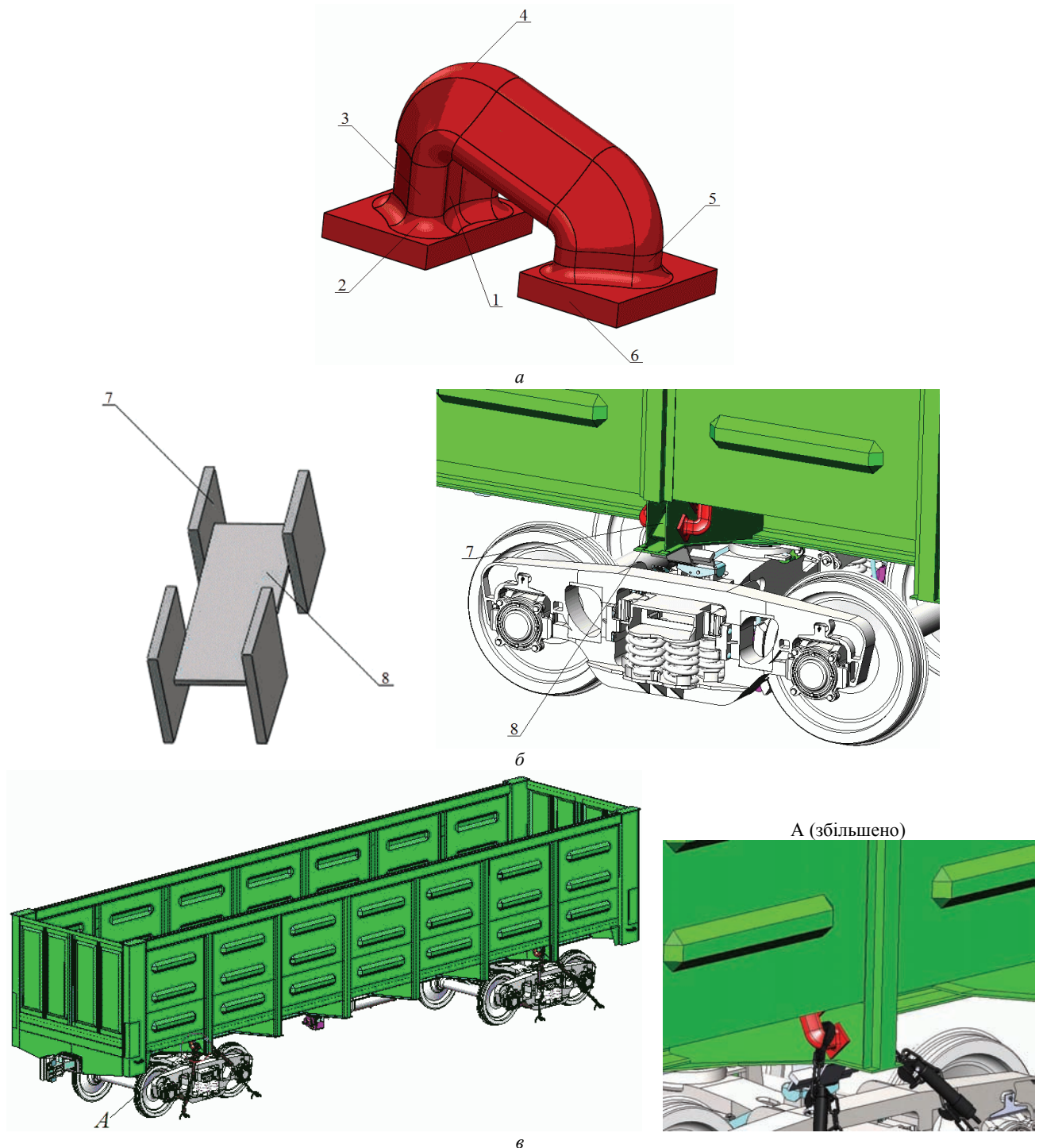


Рис. 4 – Удосконалення несучої конструкції кузова вагона для забезпечення надійності його закріплення відносно палуби: а – вузол для закріплення кузова вагона; б – розміщення підсилюючих діафрагм у перетині шворневої балки; в – закріплення кузова напіввагона відносно палуби ЗП

Для визначення прискорень, які будуть діяти на кузов вагона з урахуванням запропонованих технічних рішень побудовано математичну модель коливань ЗП з кузовами вагонів в умовах кутових переміщень навколо повздовжньої осі. При цьому перше рівняння системи характеризує переміщення ЗП при кутовому переміщенні відносно повздовжньої осі, а друге – кузова вагона відносно палуби.

$$\begin{cases} \frac{D}{12 \cdot g} \cdot (B^2 + 4 \cdot z_g^2) \cdot \ddot{q} + \left(\Lambda_\theta \cdot \frac{B}{2} \right) \cdot \dot{q} = \\ = p' \cdot \frac{h}{2} + \Lambda_\theta \cdot \frac{B}{2} \cdot \dot{F}(t), & (1) \\ I_k \cdot \ddot{q} + \beta \cdot \frac{6}{2} \cdot \dot{q} = p_k \cdot \frac{h_k}{2}, & (2) \end{cases}$$

де $q = \theta$ – узагальнена координата, що відповідає кутовому переміщенню навколо повздовжньої осі X . Початок системи координат розміщений в центрі мас ЗП; D – вагове водовитіснення ЗП, кН; B – ширина ЗП, м; h – висота борта ЗП, м; Λ_θ – коефіцієнт опору коливанням ЗП, кН·с·м⁻¹; z_g – координата центру

ваги ЗП, м; p' – вітрове навантаження, кН; $F(t)$ – закон дії зусилля, яке збурює рух ЗП з кузовами вагонів, розміщеними на його палубах; I_k – момент інерції несучої конструкції кузова вагона відносно повздовжньої осі, т·м²; β – коефіцієнт в'язкого опору елемента, кН·с·м⁻¹; ϵ – ширина кузова напіввагона, м; p_k – вітрове навантаження на бокову стіну кузова вагону, кН; h_k – висота бокової стіни кузова вагону, м.

Ударна дія морських хвиль на корпус ЗП з вагонами, розміщеними на його борту не враховувалася.

Для розв'язання диференціальних рівнянь руху (1, 2) складено програму розрахунку в середовищі програмного забезпечення Mathcad [4], для чого вони зводилися до нормальної форми Коші, після чого інтегрувалися за методом Рунге – Кутта.

На рис. 5 наведено графічні залежності прискорень, які діють на ЗП з кузовами вагонів при кутових переміщеннях відносно повздовжньої осі. Для порівняльного аналізу на рис. 5, а) наведено прискорення, які діють на ЗП при курсовому куті хвилі по відношенню до його корпусу $\chi = 0^\circ$.

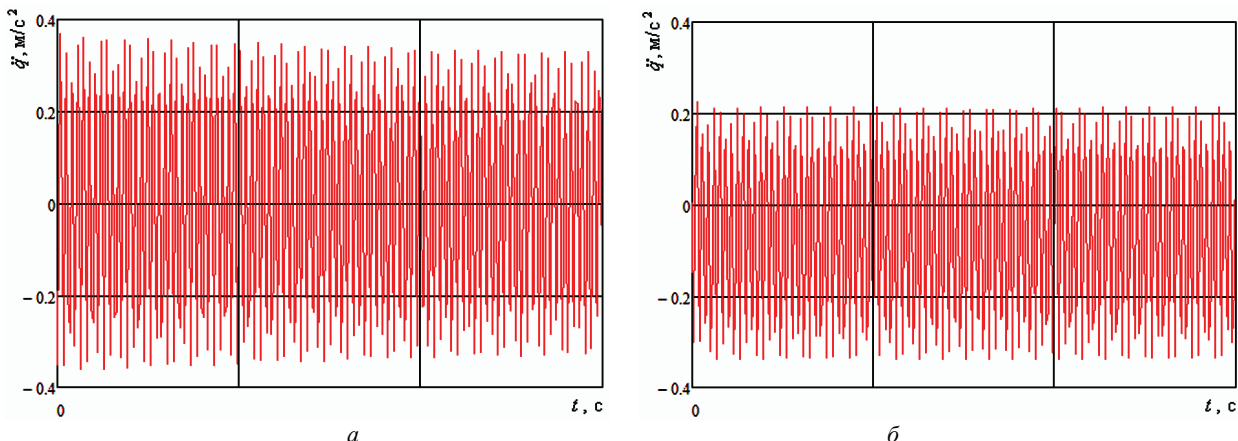


Рисунок 5 – Прискорення, які діють на ЗП з кузовами вагонів при кутових переміщеннях відносно повздовжньої осі: а – ЗП; б – кузов вагона

З представлених залежностей можна зробити висновки, що при встановленні між кузовом вагона та палубою ЗП в'язкого зв'язку є можливим знизити величини прискорень, які діють на несучу конструкцію кузова майже на 50 %. Важливо зазначити, що при цьому робоча рідина, яка буде створювати в'язкий опір між кузовом та палубою повинна мати коефіцієнт в'язкого опору від 3,5 кН·с/м.

Висновки. На підставі проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Запропоновано заходи щодо надійності закріплення несучих конструкцій кузовів вагонів на ЗП. Розрахунок прискорень, які діють на несучу конструкцію кузова вагону з урахуванням нової схеми закріплення його відносно палуби дозволив зробити висновок, що з урахуванням введення в'язкого зв'язку між кузовом та палубою стає можливим знизити величини прискорень майже на 50 %.

2. Проведені дослідження сприятимуть підвищенню безпеки руху вагонів на ЗП морем, а також

розширенню п. 2.18 «Норм для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных)» [5], з урахуванням внесення уточнених величин прискорень, які діють на кузова вагонів при перевезенні ЗП.

Список літератури

1. Наставление по креплению генеральных грузов при морской перевозке для т/х «Герои Шипки». Cargo securing manual for m/v «Geroi Shipky» № 2512. 02. – Офиц. изд. / Одесса: Мин. транспорта Украины, Гос. департамент морского и речного транспорта, 1997. – 51 с.
2. Візньак Р. І. Дослідження міцності елементів кузовів вагонів при взаємодії їх з засобами закріплення залізнично-поромних суден в умовах хвилювання моря / Р. І. Візньак, А. О. Ловська. // 36. наук. праць ХарДАЗТ. – Х.: ХарДАЗТ, 2011. – Вип. 123. – С. 73-78.
3. Lovskaya A. Peculiarities of computer modeling of strength of body bearing construction of gondola car during transportation by ferry-bridge / A. Lovskaya // Metallurgical and mining industry. – 2015. - №1. – p. 49 – 54.
4. Кирьянов Д. В. Mathcad 13 / Д. В. Кирьянов. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 608 с.

5. Нормы для расчета и проектирования вагонов железных дорог МПС колеи 1520 мм (несамоходных). – М.: ГосНИИВ – ВНИИЖТ, 1996. – 319 с.

References (transliterated)

1. Nastavlenie po krepleniyu generalnykh gruzov pri morskoy perevozke dlya t/h «Geroi Shipki». [Cargo securing manual for m/v «Geroi Shipky»]. № 2512. 02. Ofits. izd. Odessa: Min. transporta Ukrainy. Gos. departament morskogo i rechnogo transporta. 1997. 51 p.

2. Viznyak R. I., Lovska A. O. Doslidzhennya mitsnosti elementiv kuzoviv vagoniv pri vzaemodiyi yih z zasobami zakriplennya zaliznichno-poromnih suden v umovah hvilyuvannya

morya. – Zb. nauk. prats. Kharkiv: HarDAZT. 2011. Vol. 123. pp. 73-78.

3. Lovskaya A. Peculiarities of computer modeling of strength of body bearing construction of gondola car during transportation by ferry-bridge. – Metallurgical and mining industry. 2015. № 1. pp. 49-54.

4. Kiryanov D. V. Mathcad 13. SPb.: BHV-Peterburg, 2006. 608 p.

5. Normy dlya rascheta i proektirovaniya vagonov zheleznykh dorog MPS kolei 1520 mm (nesamohodnykh). Moscow: GosNIIV – VNIIZhT, 1996. 319 p.

Надійшла (received) 16.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Удосконалення заходів щодо надійності закріплення несучих конструкцій кузовів вагонів на залізничних пороммах / А. О. Ловська // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 39–43. – Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2078-9130.

Усовершенствование мероприятий по надежности закрепления несущих конструкций кузовов вагонов на железнодорожных пароммах / А. А. Ловская // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 39–43. – Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2078-9130.

Improvement of measures for reliable fixation of supporting structures of wagon bodies on train ferries / A. A. Lovskaya // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", № 46 (1218). – P. 39–43. – Bibliogr.: 5. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ловська Альона Олександрівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри вагонів, Український державний університет залізничного транспорту, тел.: (057) 730-10-35, e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

Ловская Алена Александровна – кандидат технических наук, доцент кафедры вагонов, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, тел.: (057) 730-10-35, e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

Lovskaya Alyona Aleksandrovna – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of wagons, Ukrainian State University of Railway Transport, tel.: (057) 730-10-35, e-mail: alyonaLovskaya.vagons@gmail.com.

В. Г. МАРТИНЕНКО, Г. І. ЛЬВОВ

ЧИСЕЛЬНА МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ АНІЗОТРОПНИХ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ОРТОГОНАЛЬНО АРМОВАНОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ

Представлено методику отримання в'язкопружних властивостей ортогонально армованого композиційного матеріалу за відомими пружними властивостями скляних волокон та в'язкопружними властивостями епоксидного наповнювача. Метод складається у серії чисельних експериментів на одновісне розтягування та зсув представницького об'єму композиту з подальшим отриманням змінної у часі матриці жорсткості, безрозмірні компоненти якої можуть бути порівняні у часі. Проаналізований ступень анізотропії в'язкопружних властивостей композиту для різних відносних концентрацій волокон та отримані змінні у часі технічні константи матеріалу.

Ключові слова: в'язкопружність, ортотропія, ядро релаксації, метод скінченних елементів, представницький об'єм композиту.

Представлена методика получения вязкоупругих свойств ортогонально армированного композиционного материала по известным упругим свойствам стеклянных волокон и вязкоупругим свойствам эпоксидного наполнителя. Метод состоит в серии численных экспериментов на одноосное растяжение и сдвиг представительного объема композита с последующим получением параметров ядер релаксации композита. Проанализирована степень анизотропии вязкоупругих свойств композита для различных относительных концентраций волокон и получены переменные во времени технические константы материала.

Ключевые слова: вязкоупругость, ортотропия, ядро релаксации, метод конечных элементов, представительный объем композита.

The paper presents a technique for obtaining the viscoelastic properties of an orthogonally reinforced composite material considering an elastic properties of glass fibers and viscoelastic properties of epoxy matrix. The method consists in a series of experiments under the representative volume of composite that results in a time-dependent stiffness matrix which can be rearranged to a relaxation tensor of the composite material. Dimensionless comparison of the components of the stiffness matrix shows the different level of anisotropy of viscoelastic properties of composite for different concentration ratio of fibers. It increases with an increasing concentration ratio of fibers. The obtained results indicate that the standard way of an accounting of the viscoelasticity does not reflects them well enough for the orthogonally reinforced composite material.

Keywords: viscoelasticity, orthotropy, relaxation kernel, finite-element method, composite representative volume.

Вступ. Композиційні матеріали широко використовуються у різних елементах конструкцій – від комп'ютерних плат до обшивки космічних апаратів – завдяки набору властивостей, які вигідно відрізняють їх від металевих аналогів, а саме: високої діелектричній спроможності, корозійній стійкості, поєднанню низької середньої щільності з високими характеристиками міцності [1]. Серед композитів склопластик відіграє важливу роль. Прикладами його застосування служать елементи літаків, корпуси суден, лопатки вітряної турбіни, ремонтний бандаж магістрального трубопроводу, тощо [2].

Оцінка напружено-деформованого стану склопластику є доволі складною інженерною задачею враховуючи ортотропію його пружних та в'язкопружних властивостей [3]. Для цього застосовується два підходи – феноменологічний та структурний [4]. Перший полягає у розгляді деталі з композиту як однорідної. При цьому пружні й в'язкопружні властивості є усередненими й визначаються за допомогою проведення серії експериментів, що викликає недоліки цього методу – неможливість узагальнення його результатів на весь клас конструктивних елементів та, як результат, багато зусиль на експеримент при розрахунках нової конструкції. Другий підхід враховує неоднорідну структуру композиційного матеріалу й різницю в пружних і в'язкопружних властивостях його шарів. Разом з великими передбачуваними можливостями цього методу він також має недоліки, а

саме складність аналітичної або чисельної моделі, що описує механічну поведінку об'єкту з композиційного матеріалу і, як результат, неможливість його застосування до задач, що розглядають дуже складні конструкції або враховують багато ефектів. Ситуація ускладнюється необхідністю врахування в'язкопружних властивостей, що можуть бути ізотропними та анізотропними.

З цієї точки зору ефективним є підхід, що полягає у поєднанні двох вищезгаданих методів. Розглядається серія експериментів на одновісне розтягування та зсув представницького об'єму композиційного матеріалу, який складається з матеріалів волокна та матриці, а його вигляд та розміри залежать від характеру армування композиту [5]. Після цього може бути отримана матриця жорсткості матеріалу, з неї – матриця податливості та технічні пружні постійні. Такий підхід до отримання макроскопічних властивостей волокнистого композиційного матеріалу був використаний в багатьох роботах. Зокрема в роботі [6] описаний метод обчислення ефективних пружних характеристик композиційного матеріалу при різному процентному вмісті волокон. В статті [7] авторами представлена методика отримання гомогенних властивостей перехідної повзучості, засновуючись на аналогічних властивостях матриці та армуючих елементів. В [8] автори синтезували макроскопічні пружні властивості композиційного матеріалу, засновуючись на властивостях його складових на молекулярному рівні. В статті [9] пред-

ставлений мікроструктурний аналіз тривимірного зсуву композиту з волокнами з оксиду титану. В [10] досліджується ефективні характеристики та мікрOMEХАнічний відгук композитних волокон, що піддані зсуву.

Таким чином, описаний метод є популярним, перспективним та здатним бути застосованим до оцінки в'язкопружних властивостей композиту.

Розгляду в'язкопружних властивостей композиційного матеріалу приділяється достатня увага. Наприклад, в роботі [11] автор проводить комплексне дослідження релаксації напружень в композиті, що складається з вугільних волокон та епоксидного наповнювача, включаючи експериментальне знаходження таких важливих показників в'язкопружних властивостей, як температури склування, коефіцієнтів рядів Проні, температурної зсувної функції, динамічний відгук зразків, тощо. В [12] пропонується аналітичний метод розв'язання задачі анізотропної в'язкопружності посиленних волокнами матеріалів. Робота [13] представляє результати експериментального дослідження ізотропних в'язкопружних властивостей композиційного

матеріалу. В [14] описаний чисельний метод розв'язання плоскої задачі анізотропної в'язкопружності волокнистого композиту з наведенням прикладів його застосування. В статті [15] представлена аналітична методика розв'язання динамічної задачі анізотропної в'язкопружності плоских композиційних пластин при розтягуючому навантаженні.

Незважаючи на важливість врахування анізотропних в'язкопружних властивостей волокнистого композиту, тема отримання їхніх чисельних значень є недостатньо освітленою. Дана робота описує метод отримання таких властивостей.

1 Методика дослідження. Розглядається склопластик із ортогональною схемою армування, представницький об'єм якого з відносними розмірами 1x1x2 разом із системою координат показані на рис. 1, а. Він ілюструє об'ємну модель, що підготована для побудови скінченно-елементної моделі, показаної на рис. 1, б.

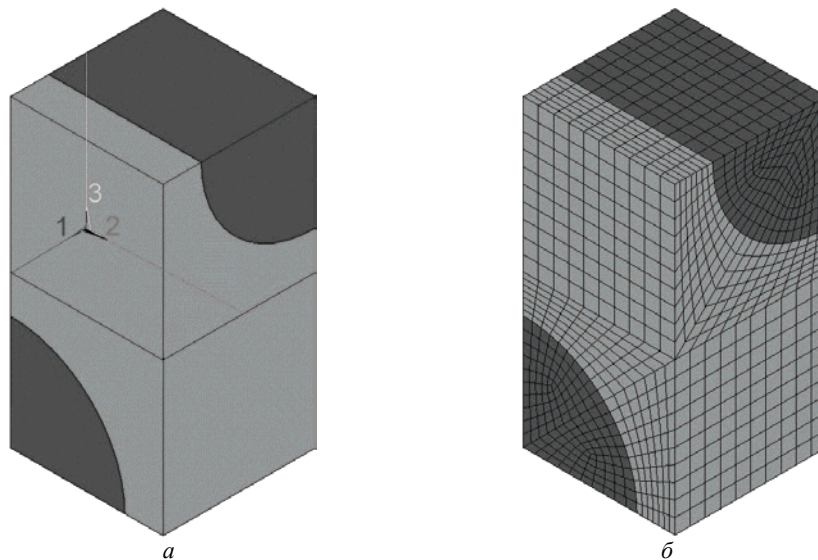


Рисунок 1 – Представницький об'єм ортогонально армованого композиту: а – геометрична модель; б – скінченно-елементна модель

Задача розв'язувалась в програмному комплексі скінченно-елементного аналізу ANSYS Mechanical Student Products 17.2. Була побудована впорядкована скінченно-елементна модель та перевірена її збіжність для різних геометричних параметрів волокна, що показало похибку менше 1 % для всіх випадків.

Пружні властивості скляних волокон отримані з [16]. Їхній модуль пружності $E_f = 7.85 \cdot 10^{10}$ Па, а коефіцієнт Пуасона $\nu_f = 0.22$. Коефіцієнт Пуасона епоксидної смоли, що виступає матрицею склопластику, складає $\nu_m = 0.22$. Її в'язкопружні властивості описані в роботі [17] та представлені в таблиці 1 через множники E_s , модуль на нескінченності E_∞ та часи релаксації τ_s експоненціального ряду Проні з числом членів S , що описує залежне від часу t ядро релаксації матеріалу:

$$E(t) = E_\infty + \sum_{s=1}^S E_s \exp(-t/\tau_s). \quad (1)$$

Таблиця 1 – В'язкопружні властивості матриці склопластику

Номер параметру, s	Час релаксації, τ_s , с	Множник E_s , 10^6 Па
1	10^{-4}	200
2	10^{-3}	800
3	10^{-2}	1500
4	10^{-1}	1000
5	10^0	1100
6	10^1	2700
7	10^2	2900
8	10^3	2500
9	10^4	900
10	10^5	950
11	10^6	600
12	10^7	120
13	10^8	180
14	10^9	200
15	10^{10}	250
E_∞		700

Фізичні співвідношення анізотропного в'язкопружного матеріалу розглядалися для постійних за часом деформацій з використанням нотації Фойгта:

$$\sigma_i(t) = \sum_j C_{ij}(t) \epsilon_j \quad (2)$$

При проведенні чисельних експериментів отримуються залежні від часу коефіцієнти матриці жорсткості $[C](t)$ ортотропного матеріалу, яким є склопластик:

$$[C](t) = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & & & \\ sym & C_{22} & C_{23} & & 0 & & & \\ sym & sym & C_{33} & & & & & \\ & & & C_{44} & 0 & 0 & & \\ & sym & & sym & C_{55} & 0 & & \\ & & & sym & sym & C_{66} & & \end{bmatrix} \quad (3)$$

Оскільки розглядається ортогонально армований композит, то напрямки 1 та 2 на рис. 1, а є еквівалентними, що дозволяє врахувати наступні спрощення:

$$C_{22} = C_{11}; C_{23} = C_{13}; C_{66} = C_{55}.$$

Для визначення компонентів матриці жорсткості задавалися середні значення вектору деформації $\langle \epsilon_j \rangle$ та за результатами експерименту інтегруванням визначалися середні за представницьким об'ємом V значення вектору напружень $\langle \sigma_i \rangle$, де $i, j = 1 \dots 6$:

$$\langle \sigma_i \rangle = \int_V \sigma_i dV / V \quad (4)$$

Компоненти C_{ij} визначалися для кожного моменту часу за формулами:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \langle \sigma_1 \rangle / \langle \epsilon_1 \rangle; C_{12} = \langle \sigma_2 \rangle / \langle \epsilon_1 \rangle; \\ C_{13} &= \langle \sigma_3 \rangle / \langle \epsilon_1 \rangle; C_{33} = \langle \sigma_3 \rangle / \langle \epsilon_3 \rangle; \\ C_{44} &= \langle \sigma_4 \rangle / \langle \epsilon_4 \rangle; C_{55} = \langle \sigma_5 \rangle / \langle \epsilon_5 \rangle. \end{aligned} \quad (5)$$

В табл. 2 наведені експерименти, що необхідні для визначення всіх коефіцієнтів матриці жорсткості склопластику, які описані деформованим станом, характерним для них. В табл. 3 показані граничні умови для переміщень u_i та напружень, що відповідають деформованим станам експериментів.

Таблиця 2 – Чисельні експерименти на представницькому об'ємі

Номер експерименту	$\langle \epsilon_{11} \rangle$	$\langle \epsilon_{22} \rangle$	$\langle \epsilon_{33} \rangle$	$\langle \epsilon_{12} \rangle$	$\langle \epsilon_{23} \rangle$	$\langle \epsilon_{31} \rangle$	Коефіцієнти, що отримуються
1	10^{-3}	0	0	0	0	0	$C_{11}, C_{22}, C_{12}, C_{13}, C_{23}$
2	0	0	$10^{-3}/2$	0	0	0	C_{33}
3	0	0	0	$10^{-3}/2$	0	0	C_{44}
4	0	0	0	0	$10^{-3}/2$	0	C_{55}, C_{66}

Таблиця 3 – Граничні умови для чисельних експериментів

Номер експерименту	Грань $x_1 = 0$	Грань $x_1 = 1$	Грань $x_2 = 0$	Грань $x_2 = 1$	Грань $x_3 = -1$	Грань $x_3 = 1$
1	$u_1 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_1 = 10^{-3}$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_2 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_2 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$
2	$u_1 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_1 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_2 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_2 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_3 = 10^{-3}$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$
3	$u_2 = 0$ $\sigma_1 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_2 = 10^{-3}$ $\sigma_1 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_1 = 0$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_1 = 0$ $\sigma_2 = 0$ $\sigma_5 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_5 = 0$ $\sigma_6 = 0$
4	$u_1 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_1 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_2 = 0$	$u_3 = 0$ $\sigma_4 = 0$ $\sigma_2 = 0$	$u_2 = 0$ $\sigma_3 = 0$ $\sigma_6 = 0$	$u_2 = 10^{-3}$ $\sigma_3 = 0$ $\sigma_6 = 0$

Для визначення ступеню анізотропії в'язкопружних властивостей доцільно порівнювати між собою відносні коефіцієнти матриці жорсткості:

$$\{C_{ij}(t)\} = C_{ij}(t) / C_{ij}(0) \quad (6)$$

Таким чином можливо визначити, наскільки ступінь анізотропії в'язкопружних властивостей відрізняється від ступеню анізотропії пружних властивостей – в даному випадку ортотропії.

2 Результати досліджень. Тензор релаксації склопластику досліджувався при трьох різних коефіцієнтах концентрації волокон η , що можуть бути визначені за формулою:

$$\eta = V_r / V = \pi r^2 / 4 = \eta(r), \quad (7)$$

де V_r – об'єм, що займається волокном; $V = 1$ – об'єм, що займається композитом; r – радіус волокна.

В табл. 4 наведені коефіцієнти матриці жорсткості склопластику, отримані при різних коефіцієнтах η в

початковий момент часу, а в табл. 5 – технічні пружні постійні для початкового моменту часу, що знаходилися з компонентів матриці податливості, визначеної як зворотна матриці жорсткості.

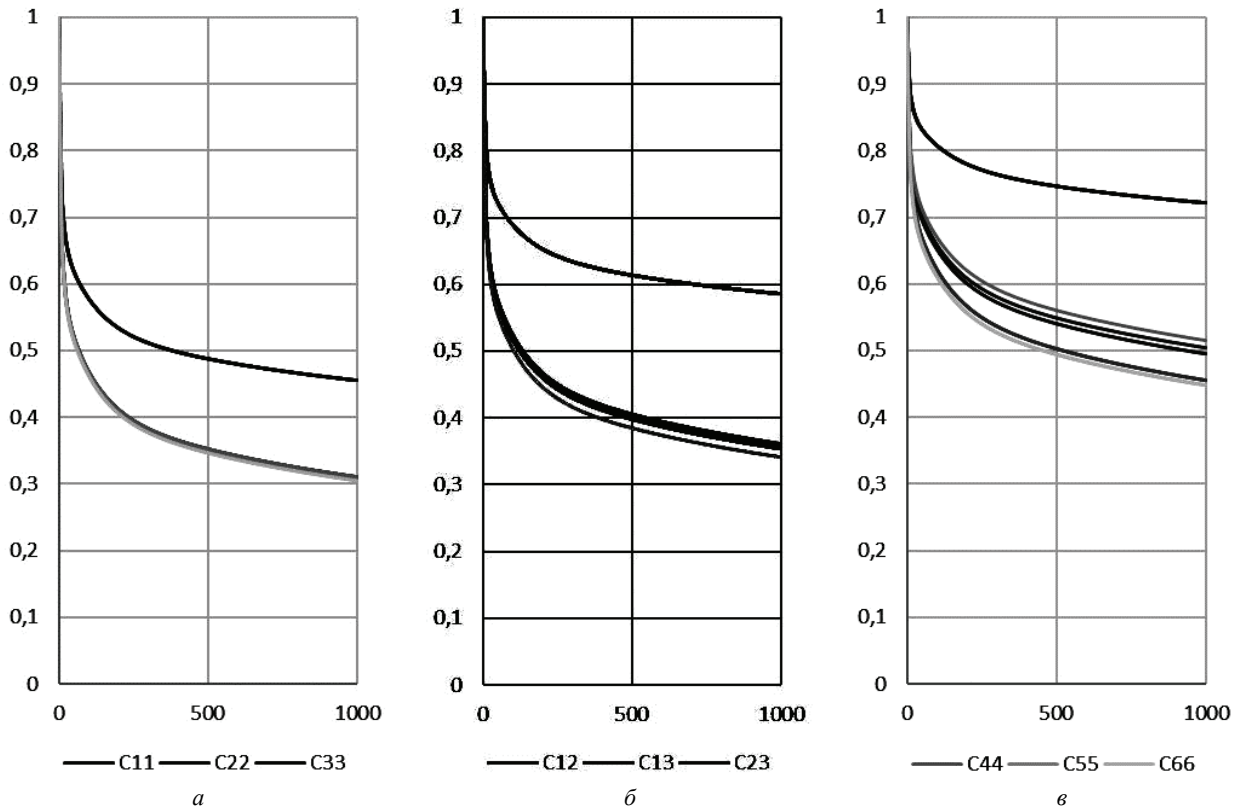
На рис. 2, а-в показані графіки зміни у часі безрозмірних коефіцієнтів матриці жорсткості для різних об'ємних концентрацій волокон. Як виходить з рисунків, ступінь анізотропії в'язкопружних властивостей для різних компонентів тензору релаксації відмінна. Для компонентів C_{11} та C_{22} в'язкопружні властивості проявляються менше, ніж для інших компонентів, що обумовлено значним вкладом пружних та більш жорстких волокон при розтягуванні вздовж них. Зростаюча об'ємна концентрація волокон в композиційному матеріалі збільшує відмінність в'язкопружних властивостей для всіх компонентів. Якщо для $\eta = 0.393$ безрозмірні компоненти для $C_{33}, C_{12}, C_{13}, C_{23}, C_{44}, C_{55}$, та C_{66} з часом релаксують майже ідентично (рис. 2, а), то для $\eta = 0.589$ та $\eta = 0.746$ вони наочно відрізняються.

Таблиця 4 – Миттєві коефіцієнти матриці жорсткості

r	$\eta(r)$	C_{11} , ГПа	C_{22} , ГПа	C_{33} , ГПа	C_{12} , ГПа	C_{13} , ГПа	C_{23} , ГПа	C_{44} , ГПа	C_{55} , ГПа	C_{66} , ГПа
0.5	0.393	35.3	35.3	31.9	15.4	15.7	15.7	8.0	7.8	7.8
0.75	0.589	47.8	47.8	41.3	17.1	17.5	17.5	11.4	10.8	10.8
0.95	0.746	65.1	65.1	57.5	20.2	20.3	20.3	18.6	16.8	16.8

Таблиця 5 – Технічні пружні постійні для початкового моменту часу

r	$\eta(r)$	E_1 , ГПа	E_2 , ГПа	E_3 , ГПа	G_{12} , ГПа	G_{13} , ГПа	G_{23} , ГПа	ν_{12} , [-]	ν_{13} , [-]	ν_{23} , [-]
0.5	0.393	25.5	25.5	22.2	8.0	7.8	7.8	0.278	0.355	0.355
0.75	0.589	38.1	38.1	31.9	11.4	10.8	10.8	0.241	0.321	0.321
0.95	0.746	55.1	55.1	47.9	18.6	16.8	16.8	0.225	0.273	0.273

Рисунок 2 – Графіки зміни у часі, [с] безрозмірних коефіцієнтів матриці жорсткості, [-]:
а – при $\eta = 0.393$; б – при $\eta = 0.589$; в – при $\eta = 0.746$

На рис. 3 показана релаксація модулів пружності в напрямку волокон (E_1) та перпендикулярно до них (E_3) для різних r , тобто різних об'ємних концентрацій волокон η . На рис. 4 приведені аналогічні результати для модулів зсуву G_{12} та G_{13} . Як видно з рисунків, модулі для фіксованої концентрації волокна релаксують неоднаково, тобто E_1/E_3 та G_{12}/G_{13} не є постійними за часом.

Аналогічна ситуація спостерігається і для коефіцієнтів Пуассона ν_{12} та ν_{13} , що показані на рис. 5, але тут коефіцієнт ν_{13} збільшується у часі, а ν_{12} – зменшується.

3 Обговорення та обробка результатів. Очевидно, що у тому випадку, якби в'язкопружні властивості композиту були пропорційними пружним, то графіки безрозмірних коефіцієнтів матриці жорсткості на рис. 2 повністю би співпадали. Оскільки це не виконується, можна зробити висновок про те, що традиційного опису в'язкопружної поведінки, що засновується саме на такому припущенні та застосовується при розв'язанні багатьох інженерних задач, у тому числі в програмних комплексах скінченно-елементного аналі-

зу, наприклад, ANSYS, в такому випадку недостатньо або він є приблизним.

Окрім того, зміна у часі коефіцієнтів Пуассона також протирічить стандартним припущенням, що приймаються при розрахунках в'язкопружної поведінки конструкцій та елементів машин.

В пункті 2 був описаний метод отримання коефіцієнтів залежної від часу матриці жорсткості композиційного матеріалу. Але для застосування цієї інформації доцільно проводити її обробку в звичних для теорії в'язкопружності параметрах.

Традиційний підхід до опису в'язкопружних властивостей матеріалу в зворотній формі має наступний вигляд:

$$\sigma_{lm}(t) = \int_0^t \sum_n \sum_p R_{lmnp}(t-\xi) \frac{d\varepsilon_{np}(\xi)}{d\xi} d\xi, \quad (8)$$

де σ_{lm} – компоненти тензору напружень ($l, m = 1..3$); ε_{np} – компоненти тензору деформацій ($n, p = 1..3$); R_{lmnp} – тензор релаксації; ξ – час, що сплинув.

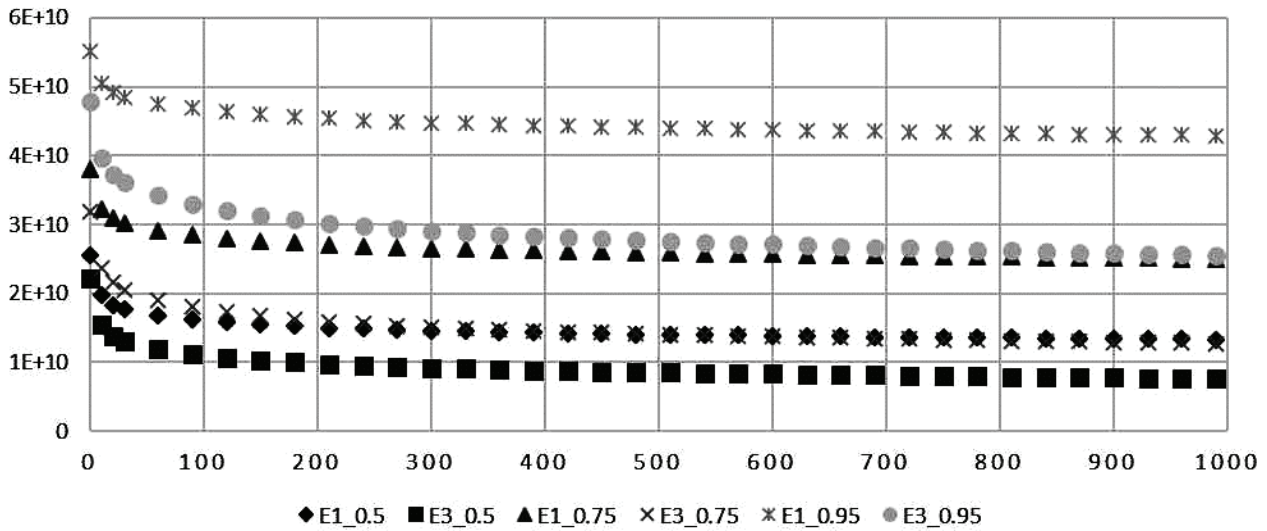


Рисунок 3 – Графіки зміни у часі, [с] модулів пружності, [Па] при $r = 0.5, 0.75, 0.95$

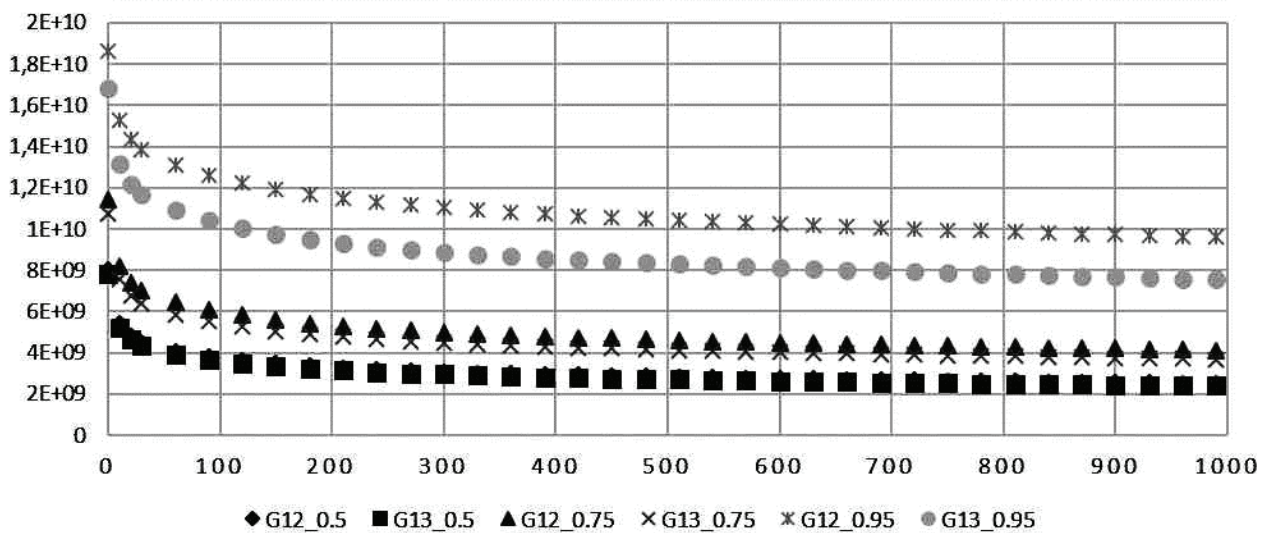


Рисунок 4 – Графіки зміни у часі, [с] модулів зсуву, [Па] при $r = 0.5, 0.75, 0.95$

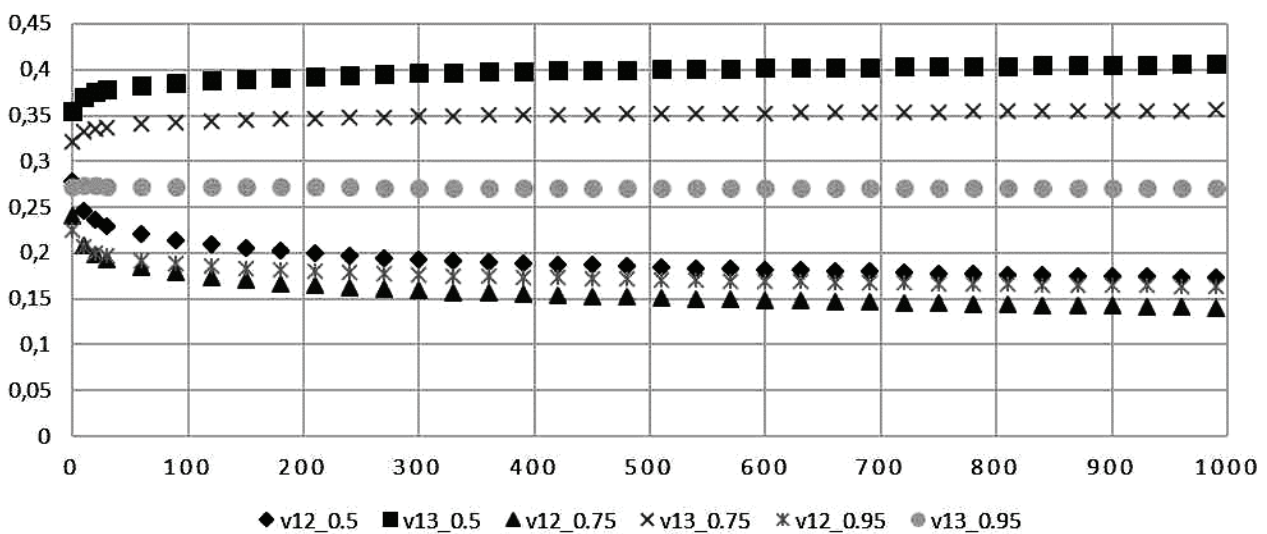


Рисунок 5 – Графіки зміни у часі, [с] коефіцієнтів Пуассона, [-] при $r = 0.5, 0.75, 0.95$

Інша форма запису співвідношення (7) – через тензор миттєвих постійних пружності з компонентами R_{lmnp} та безрозмірний тензор функцій швидкості релаксації з компонентами Γ_{lmnp} , що зазвичай апроксимуються рядами Проні [4]:

$$\sigma_{lm}(t) = \sum_n \sum_p R_{lmnp} [\varepsilon_{np}(t) - \int_0^t \Gamma_{lmnp}(t-\xi) \varepsilon_{np}(\xi) d\xi]. \quad (9)$$

Приводячи вигляд (9) до нотації Фойгта маємо:

$$\sigma_i(t) = \sum_j C_{ij}(0) [\varepsilon_j(t) - \int_0^t \Gamma_{ij}(t-\xi) \varepsilon_j(\xi) d\xi]. \quad (10)$$

Порівнюємо (10) із формою запису, в якій отримувались компоненти залежної від часу матриці жорсткості в пункті 2. Для цього перепишемо (2):

$$\sigma_i(t) = \sum_j C_{ij}(0) [\varepsilon_j - (1 - \{C_{ij}(t)\}) \varepsilon_j]. \quad (11)$$

Порівнюючи (10) та (11) для постійних за часом деформацій маємо:

$$\int_0^t \Gamma_{ij}(t-\xi) d\xi = 1 - \{C_{ij}(t)\}. \quad (12)$$

Після апроксимації відносних компонент матриці швидкості релаксації рядами Проні, інтегрування та

підстановки табличних значень коефіцієнтів $\{C_{ij}\}$ отримаємо систему рівнянь відносно невідомих множників $(\alpha_{ij})_s$ та часів релаксації $(\tau_{ij})_s$ рядів Проні, до якої можна застосувати метод найменших квадратів:

$$\sum_{s=1}^S (\alpha_{ij})_s (\tau_{ik})_s [1 - \exp(-t_z / (\tau_{ij})_s)] = 1 - \{C_{ij}(t_z)\}, \quad (13)$$

де $z = 1 \dots Z$, Z – число точок за часом, $Z > S$.

Окрім того, можливо апроксимувати технічні пружні постійні, представлені на рис. 3-5 аналогічно виразу, представленому в рівності (1):

$$\begin{cases} E_{1,2,3}(t) = (E_\infty)_{1,2,3} + \sum_{s=1}^S (E_s)_{1,2,3} \exp(-t/\tau_s) \\ G_{12,13,23}(t) = (G_\infty)_{12,13,23} + \sum_{s=1}^S (G_s)_{12,13,23} \exp(-t/\tau_s) \\ \nu_{12,13,23}(t) = (\nu_\infty)_{12,13,23} + \sum_{s=1}^S (\nu_s)_{12,13,23} \exp(-t/\tau_s) \end{cases} \quad (14)$$

Часи релаксації та число членів апроксимації зберігаються аналогічним до наведених в табл. 1.

В табл. 6 наведені результати для коефіцієнтів апроксимації технічних пружних постійних рядами Проні для концентрації волокон в композиті $\eta = 0.746$.

Таблиця 6 – Коефіцієнти апроксимації технічних пружних постійних рядами Проні для концентрації $\eta = 0.746$

s	τ_{s}, c	$(E_s)_{1}, Pa$	$(E_s)_{3}, Pa$	$(G_s)_{12}, Pa$	$(G_s)_{13}, Pa$	$(\nu_s)_{12}, [-]$	$(\nu_s)_{13}, [-]$
1	10^{-4}	3.56E+08	6.24E+08	2.56E+08	2.79E+08	1.20E-03	0.00E+00
2	10^{-3}	3.56E+08	6.24E+08	2.56E+08	2.79E+08	1.20E-03	0.00E+00
3	10^{-2}	3.56E+08	6.24E+08	2.56E+08	2.79E+08	1.20E-03	0.00E+00
4	10^{-1}	3.56E+08	6.24E+08	2.56E+08	2.79E+08	1.20E-03	0.00E+00
5	10^0	3.59E+08	6.26E+08	2.57E+08	2.80E+08	1.21E-03	0.00E+00
6	10^1	3.88E+09	7.01E+09	2.81E+09	3.11E+09	1.64E-02	0.00E+00
7	10^2	3.58E+09	6.75E+09	2.74E+09	2.75E+09	1.91E-02	1.10E-03
8	10^3	4.56E+09	8.68E+09	3.49E+09	3.19E+09	3.10E-02	2.27E-03
9	10^4	2.14E-07	0.00E+00	1.22E-06	2.49E-06	0.00E+00	0.00E+00
10	10^5	4.81E+09	2.87E+09	1.07E+09	7.90E+08	1.96E-02	3.54E-02
11	10^6	5.97E+09	3.22E+09	1.20E+09	9.21E+08	2.19E-02	3.91E-02
12	10^7	6.09E+09	3.25E+09	1.21E+09	9.34E+08	2.21E-02	3.95E-02
13	10^8	6.10E+09	3.26E+09	1.21E+09	9.35E+08	2.22E-02	3.95E-02
14	10^9	6.11E+09	3.26E+09	1.21E+09	9.36E+08	2.22E-02	3.95E-02
15	10^{10}	6.11E+09	3.26E+09	1.21E+09	9.36E+08	2.22E-02	3.95E-02
$E_\infty, G_\infty, \nu_\infty$		6.07E+09	3.26E+09	1.21E+09	9.37E+08	2.21E-02	3.75E-02

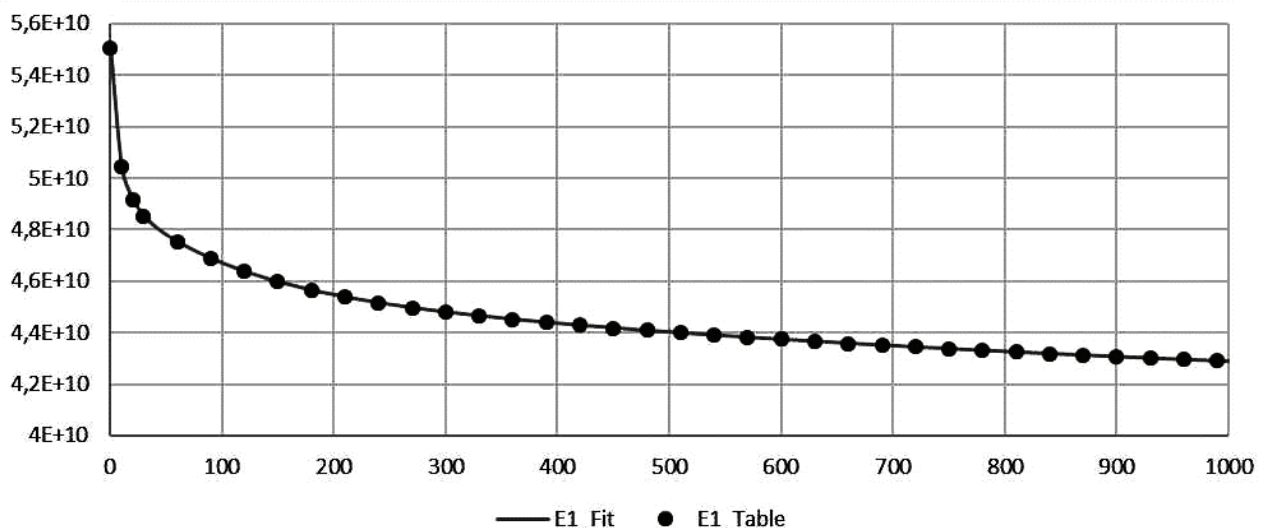


Рисунок 6 – Порівняння у часі, [с] табличних даних для $E_1(t)$ при $\eta = 0.746$ з кривою апроксимації

Аналогічні дані для інших концентрацій волокон можуть бути отримані у той же спосіб.

При застосуванні методу найменших квадратів використовувався математичний апарат пакету Microsoft Office Excel. Для постійних часів релаксації потребує розв'язання система лінійних алгебраїчних рівнянь відносно множників при експонентах

На рис. 6 наведений порівняльний графік отриманої кривої та точок, за якими проводилась побудова кривої для модуля пружності $E_1(t)$.

Як витікає з графіку, проведена апроксимація експоненціальними рядами Проні з постійними часами релаксації дає нехтовно малу похибку, яка зберігається такою й для інших модулів пружності, модулів зсуву та коефіцієнтів Пуассона.

Таким чином, наведена методика дозволяє знайти аналітичний вигляд параметрів ортотропної в'язкопружності ортогонально армованого склопластику.

Висновки. Описана чисельна методика отримання анізотропних в'язкопружних властивостей склопластику, що представляє собою ортогонально армований композиційний матеріал, за наявними ізотропними пружними властивостями скляних волокон та ізотропними в'язкопружними властивостями епоксидної матриці. Отримана залежна від часу матриця жорсткості композиту, а також технічні константи матеріалу, що релаксують у часі. Розроблено спосіб знаходження аналітичного вигляду безрозмірного тензору швидкостей релаксації композиту, а також коефіцієнтів апроксимації технічних констант рядами Проні. Проаналізовано ступінь анізотропії в'язкопружних властивостей та зроблено висновок щодо відсутності пропорції між ними та аналогічними пружними властивостями композиту. Наведена методика може бути поширена на інші схеми армування композиту. Таким чином, кількість натурних експериментів з визначення в'язкопружних властивостей може бути звужена з багатьох наборів експериментів на одновісне розтягання композиційних зразків до одного набору з розтягання зразків з матриці завдяки можливості застосування до отриманих даних чисельних експериментів, аналогічних представленим у роботі.

Список літератури:

1. Нарисаева И. И. Прочность полимерных материалов / И. И. Нарисаева. – М.: Химия, 1987. – 400 с.
2. Батаев А. А. Композиционные материалы: строение, получение, применение / А. А. Батаев, В. А. Батаев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – 384 с.
3. Уорд М. Механические свойства твердых полимеров / И. Уорд. – М.: Химия, 1975. – 357 с.
4. Адамов А. А. Методы прикладной вязкоупругости / А. А. Адамов, В. П. Матвеевко, Н. А. Труфанов. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 411 с.
5. Schmauderand S. Micromechanics and nanosimulation of metals and composites / S. Schmauderand, L. Mishnaevsky. – Germany: Springer, 2009. – 420 p.
6. Darya zadeh S. Numerical procedure of determining the effective mechanical characteristics of an aligned fiber composite / S. Darya zadeh, G. I. Lvov // Strength of materials. – New York, USA: Springer. – 2015. – Vol. 47, No. 4. – P. 636-643.
7. Altenbach H. Structural elastic and creep models of a

UD composite in longitudinal shear / H. Altenbach, V. A. Fedorov // Mechanics of composite materials. – 2007. – Vol. 43, No. 4. – P. 289-298.

8. Odegard G. M. Comparison of two models of SWCN polymer composites / G. M. Odegard, R. B. Pipes, P. Hubert // Composites Science and Technology. – 2004. – Vol. 64, No. 7-8. – P. 1011-1020.

9. Nguyen D. D. Bending analysis of three-phase polymer composite plates reinforced by glass fibers and titanium oxide particles / D. D. Nguyen, K. Minh // Computational Materials. – 2010. – Vol. 49, No. 4. – P. 194-198.

10. Andrianov I. V. Effective properties and micromechanical response of filamentary composite wires under longitudinal shear / I. V. Andrianov, V. V. Danishevskii, A. Guillet [et al] // European Journal of Mechanics. – 2005. – Vol. 24. – P. 195-206.

11. Das R. Stress relaxation behavior of carbon fiber-epoxy composite during and after cure / R. Das. – Bangladesh University of Engineering and Technology, 2008. – 82 p.

12. Nedjar B. An anisotropic viscoelastic fibre-matrix model at finite strains. Continuum formulation and computational aspects / B. Nedjar // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. – 2007. – Vol. 196. – P. 1745-1756.

13. Kohl J. G. Determining the viscoelastic behavior of polyester fiberglass composite by continuous micro-indentation and friction properties / J. G. Kohl, N. Bierwisch, T. T. Ngo [et al] // Wear. – 2016. – Vol. 350-351 – P. 63-67.

14. Staub S. Multi-scale simulation of viscoelastic fiber-reinforced composites / S. Staub, H. Andra, M. Kabel [et al] // Technische mechanik. – 2012. – Vol. 32, No. 1 – P. 70-83.

15. Assie A. E. Behavior of a viscoelastic composite plates under transient load / A. E. Assie, M. A. Eltahir, F. F. Mahmoud // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2011. – Vol. 25, No. 5. – P. 1129-1140.

16. AZO Materials. E-Glass-Fibre properties / AZO Materials. – Режим доступу: <http://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=764>. Дата звертання: 19 вересня 2016 року.

17. Guojun H. A theoretical and numerical study of crack propagation along a bimaterial interface with applications to IC packaging / H. Guojun. – Department of Mechanical Engineering, National University of Singapore, 2006. – 195 p.

References (transliterated):

1. Narisaeva I. I. Prochnost' polimernyh materialov [Strength of polymer materials]. Moscow, Himija Publ., 1987. 400 p.
2. Bataev A. A., Bataev V. A. Kompozitsionnyye materialy: stroyeniye, polucheniye, primeneniye [Composite materials: structure, obtaining, application]. Novosibirsk, NGTU Publ., 2002. 384 p.
3. Word M. Mekhanicheskiye svoystva tvordykh polimerov [Mechanical properties of solid polymers]. Moscow, Himija Publ., 1975. 357 p.
4. Adamov A. A., Matveenko V. P., Trufanov N. A. Metody prikladnoy vjaskouprugosti. [Methods of applied viscoelasticity]. Ekaterinburg: UrO RAN Publ., 2003. 411 p.
5. Schmauderand S., Mishnaevsky L. Micromechanics and nanosimulation of metals and composites. Germany: Springer, 2009. 420 p.
6. Darya zadeh S., Lvov G. I. Numerical procedure of determining the effective mechanical characteristics of an aligned fiber composite. Strength of materials. 2015, vol. 47, no. 4, pp. 636-643.
7. Altenbach H., Fedorov V. A. Structural elastic and creep models of a UD composite in longitudinal shear. Mechanics of composite materials. 2007, vol. 43, no. 4, pp. 289-298.
8. Odegard G. M., Pipes R. B., Hubert P. Comparison of two models of SWCN polymer composites. Composites Science

and Technology. 2004, vol. 64, no. 7-8, pp. 1011-1020.

9. Nguyen D. D., Minh K. Bending analysis of three-phase polymer composite plates reinforced by glass fibers and titanium oxide particles. Computational Materials. 2010, vol. 49, no.4, pp. 194-198.

10. Andrianov I. V., Danishevskii I. V., Guillet A., et al Effective properties and micromechanical response of filamentary composite wires under longitudinal shear. European Journal of Mechanics. 2005, vol. 24, pp. 195-206.

11. Das R. Stress relaxation behavior of carbon fiber-epoxy composite during and after cure. Bangladesh University of Engineering and Technology, 2008, 82 p.

12. Nedjar B. An anisotropic viscoelastic fibre-matrix model at finite strains. Continuum formulation and computational aspects. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2007, vol. 196, pp. 1745-1756.

13. Kohl J. G., Bierwisch N., Ngo T. T., et al Determining the viscoelastic behavior of polyester fiberglass composite by

continuous micro-indentation and friction properties. Wear. 2016, vol. 350-351, pp. 63-67.

14. Staub S., Andra H., Kabel M., et al Multi-scale simulation of viscoelastic fiber-reinforced composites. Technische mechanik. 2012, vol. 32, no. 1, pp. 70-83.

15. Assie A. E., Eltaher M. A., Mahmoud F. F. Behavior of a viscoelastic composite plates under transient load. Journal of Mechanical Science and Technology. 2011, vol. 25, no. 5. pp. 1129-1140.

16. AZO Materials. E-Glass-Fibre properties. Access mode: <http://www.azom.com/properties.aspx?ArticleID=764>. Access date: September, 19th 2016.

17. Guojun H. A theoretical and numerical study of crack propagation along a bimaterial interface with applications to IC packaging. Department of Mechanical Engineering, National University of Singapore, 2006, 195 p.

Надійшла (received) 20.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Чисельна методика визначення анізотропних в'язкопружних властивостей ортогонально армованого композиційного матеріалу / В. Г. Мартиненко, Г. І. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 44–51. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-9130.

Численная методика определения анизотропных вязкоупругих свойств ортогонально армированного композиционного материала / В. Г. Мартыненко, Г. И. Львов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 44–51. – Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2078-9130.

The numerical technique for prediction of anisotropic viscoelastic properties of orthogonally fiber reinforced composite material / V. G. Martynenko, G. I. Lvov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 44–51. – Bibliogr.: 17. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мартиненко Володимир Геннадійович – магістр комп'ютерної механіки, аспірант кафедри Динаміки і міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Мартыненко Владимир Геннадьевич – магістр комп'ютерної механіки, аспірант кафедри Динаміки і прочності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Martynenko Volodymyr Gennadiyovych – Master of Computational Mechanics, Postgraduate of the Dynamic and Strength of Machines Department, NTU "KhPI", tel.: (099) 624-72-45, e-mail: martynenko.volodymyr@gmail.com.

Львов Геннадій Іванович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 70-76-34, e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Львов Геннадий Иванович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры Динаміки і прочності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 70-76-34, e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Lvov Gennadii Ivanovych – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", Head of the Dynamic and Strength of Machines Department, tel.: (057) 70-76-34, e-mail: lvovdpm@ukr.net.

Г. Ю. МАРТЫНЕНКО, А. Н. МАРУСЕНКО

СПОСОБЫ УЧЕТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ В МЕХАНИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ, КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ И РОТОРНЫХ СИСТЕМАХ

Розглядаються теоретичні основи урахування демпфування і сил опору в динамічних системах, способи урахування демпфуючих властивостей конструкційних елементів при розрахунках динамічних характеристик систем, математичний опис сил опору. Аналізується ефективність використання демпферів в залежності від їх конструктивних особливостей. Наводяться приклади використання демпфуючих елементів різного типу в механічних системах, в тому числі роторах.

Ключові слова: демпфер, гасіння коливань, сила опору, логарифмічний декремент, гістерезис.

Рассматриваются теоретические основы учета демпфирования и сил сопротивления в динамических системах, способы учета демпфирующих свойств конструкционных элементов при расчете динамических характеристик систем, математическое описание сил сопротивления. Анализируется эффективность использования демпферов в зависимости от их конструктивных особенностей. Приводятся примеры использования демпфирующих элементов различного типа в механических системах, в том числе роторах.

Ключевые слова: демпфер, гашение колебаний, сила сопротивления, логарифмический декремент, гистерезис.

The theoretical basis of accounting the damping and the forces of resistance in dynamic systems, methods of accounting for the damping properties of structural elements in the calculation of dynamic characteristics of the systems, the mathematical description of the resistance forces. Consideration of the resistance forces of different nature. Efficiency dampers analyzed according to their structural features. Examples of using different types of damping elements in mechanical systems, including rotors. The article presents the resistance forces that characterize linear and Coulomb friction, the degree of resistance (linear, quadratic and cubic), dry friction. Some forces are a product of functions, depending on the generalized coordinates and velocities (model Van der Pol model positional viscous friction model positional viscous Coulomb friction). Considered dampers, which are divided into oscillation absorbers, dynamic dampers and dynamic dampers with friction. Consideration of the two models of friction applied theory of mechanical oscillations, which are used for modeling the dynamics of the system, for which the generalized friction force depends on the amplitude of the oscillations does not depend on speed (hysteresis model) and when the friction force depends on the speed of motion (the model of viscous friction or speed model). The article consists of five parts, which contain the statement of the problem, the theoretical basis of accounting and the damping forces of resistance in dynamic systems, modeling of the resistance forces, damping elements in a variety of mechanical systems, and as a special case in rotary systems.

Keywords: damper, vibration damping, resistance force, logarithmic decrement, hysteresis.

Вступлення. Одним из требований к эксплуатации создаваемых конструкций различного назначения является способность контролировать и управлять возникающими в процессе их работы колебаниями. Способы контроля колебаний могут быть пассивными или активными [1].

К пассивным способам относятся изменение жесткости, массы и демпфирования колебательной системы с целью сделать ее менее чувствительной к колебательному возбуждению.

В качестве метода пассивного контроля для гашения колебаний в конструкции используется демпфирование – принудительное уменьшение амплитуды колебаний за счет преобразования получаемой энергии в тепло или разрушения материала, за счет демпфирующих способностей материала, трения в соединениях.

При использовании активных методов гашения вибраций их уменьшение происходит, например, за счет преобразования энергии колебаний самой динамической системы в силовое воздействие на объект, которое и гасит колебания. Для этого вводят в конструкцию дополнительную колебательную систему, настроенную на необходимую частоту и создающую силу, которая равна по величине, и противоположна направлению силе, вызывающей колебания.

1 Постановка задачи. В работе ставятся задачи по обобщению известных подходов к математическому описанию сил сопротивления различной физической природы, а также по определению наиболее приемлемых на практике демпферов для принудительного гашения колебаний и обоснованию использования математического представления сил сопротивления, порожаемых конструктивными элементами, как при аналитическом, так и при численном моделировании динамического поведения колебательных систем, в том числе роторных.

2 Теоретические основы учета демпфирования и сил сопротивления в динамических системах. Увеличение демпфирования динамической системы за счет использования демпфирующих свойств материалов один из наиболее известных способов влияния на колебания системы. Несмотря на успехи, достигнутые при изучении природы внутреннего трения в материале, механизм этого сложного явления до сих пор остается недостаточно выясненным. Однако накопленный к настоящему времени экспериментальный материал позволяет сформулировать вполне определенные феноменологические представления, достаточные для решения конкретных технических задач.

Демпфирующие способности материала могут

приводит к подавлению свободных колебаний динамической системы, снижению амплитуд вынужденных колебаний и напряжений в зоне концентрации. Это происходит за счет внутреннего трения. Решение задач о колебаниях систем с внутренним трением требует понимания закономерностей, описывающих соответствующие неупругие сопротивления. Эти закономерности определяются экспериментально, а затем описываются таким образом, чтобы облегчить последующее решение соответствующих дифференциальных уравнений.

Можно выделить два направления развития теории внутреннего трения [2]:

– учет временного фактора и создание теории сплошной среды наследственного вида (теория вязкого сопротивления Максвелла, теория вязкого трения Кельвина-Фойгта, вязкоупругого тела и др.);

– учет роли пластических деформаций в механизме демпфирования энергии при колебаниях (гипотезы Н.Н. Давиденкова, Е.С. Сорокина).

При замене деформируемых тел упругими моделями и малых деформациях для характеристики поведения материала используется закон Гука. При больших деформациях используют нелинейные зависимости, устанавливающие однозначное соответствие между деформациями и напряжениями.

В случае отсутствия потерь в системе, ее колебательное движение может продолжаться бесконечно долго. В реальных конструкциях существующие механизмы демпфирования (например, сухое трение) приводят к затуханию колебаний за определенное время. Характеристикой затухания колебаний служит логарифмический декремент, то есть отношение амплитуд n -го и $(n + N)$ -го цикла [2]:

$$\delta = \frac{1}{N} \ln \frac{W_n}{W_{n+N}}, \quad (1)$$

где W_n, W_{n+N} – амплитуда n -го и $(n + N)$ цикла.

Такое определение демпфирования дает правильный результат лишь в том случае, когда огибающая затухающих колебаний имеет форму экспоненты, то есть в случае вязкого и гистерезисного демпфирования, описываемого комплексным модулем. Формула (1) в случае демпфирования трением непригодна [2, стр. 62].

При выборе модели внутреннего трения определяющую роль играет ее простота и адекватность реальному процессу. Как правило, вместо колебания реальной механической системы заменяют **моделью колебаний идеализированной линейной системы** с учетом **эквивалентного вязкого трения**. Для слабо демпфированных систем применение модели вязкого трения является обоснованным, если коэффициенты демпфирования определены на основе экспериментальных значений – в этом случае результат практически не зависит от того, какой механизм диссипации реализуется, гистерезисного типа или вязкого [3, стр. 19].

Во многих материалах энергия колебаний может поглощаться внутри ограниченной площадки при циклическом демпфировании. При этом происходят

изменения во внутренних структурах, например, перестройка атомной структуры или дефекты в кристаллических решетках. Также наблюдаются определенные эффекты на молекулярном уровне (термоупругие, фотоэлектрические эффекты, магнитомеханический гистерезис, фазовые процессы).

Независимо от конкретного вида физического механизма все реальные материалы при циклическом деформировании поглощают некоторую энергию. Подобные эффекты часто носят существенно нелинейный характер, поэтому подробный анализ динамических перемещений с учетом указанных механизмов демпфирования обычно очень затруднен. Однако, для получения качественной оценки образцов отдельных материалов с помощью эксперимента используют [2]: особый параметр D – энергию демпфирования (поглощенную за цикл колебаний энергию, отнесенную к единице объема); параметры петли гистерезиса.

Во многих исследованиях нелинейных динамических перемещений в конструкциях используются аналитические представления для подобных гистерезисных петель, причем каждой половине петли соответствует специальная функция [2, 4]:

$$\sigma_{\pm} = E(\varepsilon) \left\{ \varepsilon \pm \eta(\varepsilon) \varepsilon_0 \left| 1 - \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon_0^2} \right|^n \right\}, \quad (2)$$

где σ_+ – напряжения, соответствующие нагружающей части цикла; σ_- – напряжения, соответствующие разгружающей части цикла.

Для нахождения параметров, входящих в эту зависимость, требуется очень точно определять петли гистерезиса для различных уровней деформаций, частот и температур.

Отклонение гистерезисной петли от одиночной кривой для многих конструкционных металлов очень мало. За счет этого и демпфирование, зависящее от свойств материала, несущественно по сравнению с демпфированием, которое достигается известными способами.

Итак, в прикладной теории механических колебаний при моделировании динамики системы используют две модели трения [5]. Для одной модели обобщенная сила трения зависит от амплитуды колебаний и не зависит от скорости движения (гистерезисная модель). Для второй модели сила трения зависит от скорости движения (модель вязкого трения или скоростная).

При вязком демпфировании сила сопротивления среды пропорциональна скорости колеблющегося тела, ее можно представить в виде:

$$F = -c\dot{q}, \quad (3)$$

где c – коэффициент пропорциональности (демпфирования); \dot{q} – скорость движущегося тела

При использовании модели вязкого трения количественными характеристиками демпфирования колебаний являются следующие величины [4, 5]:

– логарифмический декремент колебаний δ и коэффициент относительного демпфирования $\xi \approx \delta/2\pi$ в долях от критического, характеризующие быстроту затухания колебаний;

– относительное рассеяние упругой энергии за один период колебаний $\eta = \Delta E/E$ (E – запасенная энергия, ΔE – потери энергии за период);

– ширина резонансной кривой на уровне убывания квадрата амплитуды вынужденных колебаний в 2 раза $\Delta\omega/\omega_p$ ($\Delta\omega$ – отклонение от резонансной частоты ω_p , при котором амплитуда уменьшается в $\sqrt{2}$ раза).

При слабом рассеянии энергии перечисленные выше характеристики связаны между собой соотношением $\xi \approx \delta/2\pi \approx \eta/2 \approx \Delta E/2E$.

При скольжении двух сухих поверхностей возникает **кулоновское демпфирование**, при котором демпфирующая сила определяется как произведение нормального усилия N на коэффициент трения μ и считается не зависящей от скорости: $F = \mu N$.

При **гистерезисном демпфировании** кривая «деформация – напряжение» на одном цикле нагрузки-разгрузки образует петлю гистерезиса. Площадь петли выражает потерю энергии в единице объема тела за один цикл вследствие демпфирования. Потеря энергии от внутреннего трения за один цикл не зависит от частоты, но пропорциональна квадрату амплитуды [4]. Эквивалентный коэффициент демпфирования c_{eq} обратно пропорционален частоте и определяется по формуле:

$$c_{eq} = \frac{h}{\omega}, \quad (4)$$

где h – коэффициент гистерезисного демпфирования.

Энергия, рассеиваемая при гистерезисном демпфировании за один цикл колебаний, определяется как:

$$\Delta W = \pi h X^2, \quad (5)$$

Для моделей гистерезисного типа демпфирования сила сопротивления демпфера пропорциональна смещению и однонаправлена со скоростью, коэффициент демпфирования является мнимой величиной. Тогда, используя демпфер совместно с упругим элементом, модель гистерезисного демпфирования представляется в виде комплексной жесткости или комплексного модуля упругости [4, 6]:

$$k = k_0(1 - i\eta), \quad (6)$$

где k_0 – жесткость; η – коэффициент потерь, величины положительные и не зависят от частоты.

Гистерезисные модели используют при анализе установившихся гармонических колебаний. Один из недостатков этих моделей состоит в несоответствии принципу причинности, который состоит в том, что отклик системы на произвольное внешнее силовое воздействие не происходит до того момента, когда сила начала действовать. Более точными, но и более сложными являются наследственные модели внутреннего трения.

Наряду с коэффициентом вязкого демпфирования c , коэффициентом гистерезисного демпфирования h и степенью демпфирования ξ для описания свойств демпфирующих материалов применяется коэффициент конструкционного демпфирования:

$$\gamma = \frac{h}{k}. \quad (7)$$

Для повышения уровня демпфирования конст-

рукций используют специальные материалы (композиты, полимеры и др.) и сплавы.

Материалы, используемые для изготовления конструкций с очень высоким уровнем демпфирования, ведут себя иначе, чем большинство конструкционных металлов или сплавов с высокими демпфирующими характеристиками. Специальные сплавы с высокими демпфирующими свойствами в большинстве своем теряют в жесткости, прочности или других характеристиках (долговечности, стабильности). Подобные сплавы имеют нелинейные характеристики. Зависимость демпфирования от собственных частот колебаний определяется только экспериментально, свойства петель гистерезиса не изучаются.

Композитные материалы кроме высокой удельной прочности и жесткости имеют и высокую демпфирующую способность (в 20...40 раз выше, чем у металлов и их сплавов). Наибольшее применение имеют многослойные материалы, армированные высокопрочными и высокомодульными однонаправленными волокнами.

Один из известных способов увеличения демпфирования состоит в применении в ответственных местах конструкции хорошо демпфирующих полимерных материалов [1]. Конструкция и полимер должны взаимодействовать таким образом, чтобы в полимере рассеивалось как можно больше энергии. Демпфирование материалов из полимеров и стекла происходит за счет восстановления полимерной цепочки после ее деформирования, так как частота колебаний и температура взаимосвязаны, а температура влияет на характер молекулярного движения.

При использовании полимерных материалов, необходимо учитывать, что демпфирование конструкции зависит от жесткости и демпфированности материала, то есть учитывается комплексная жесткость $k(1 - i\eta)$, где $\eta = \frac{h}{k}$ – фактор потерь, величина, характеризующая демпфирующую способность материала [4]. С физической точки зрения:

$$\eta = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{U_m}, \quad (8)$$

где ΔW – энергия, рассеиваемая за цикл; U_m – максимальная запасенная энергия упругой деформации.

При рассмотрении вопросов демпфирования в сочленениях выделяют демпфирование в подвижных и неподвижных сочленениях (конструктивное демпфирование) [2]. При решении задач в подвижных сочленениях (например, в подшипниках), не учитывают деформируемость элементов кинематической пары. При исследовании конструкционного демпфировании необходим учет и сил трения по контактными поверхностям и деформаций сочлененных элементов.

3 Моделирование сил сопротивления. Для учета диссипации энергии динамической системы не существует единого строго обоснованного подхода. При моделировании заданной системы учитывают процессы диссипации энергии за счет демпфирующих свойств элементов конструкции и упругих связей.

Демпфирующие силы, связанные с диссипацией энергии, могут зависеть от перемещений, скоростей, напряжений или от других факторов. Различают линейные и нелинейные модели трения. К линейным моделям трения относят вязкое демпфирование, гистерезисное демпфирование и наследственные модели. Большинство механизмов диссипации энергии в колебательных системах являются нелинейными и не могут быть сведены ни к линейному вязкому демпфированию, ни к линейному гистерезисному демпфированию [1-2, 7].

При решении многих динамических задач кроме внутреннего трения в материале присутствуют сопротивления неупругого характера, такие как трение в опорах систем, гидродинамическое сопротивление среды, сопротивление, создаваемое специально вводимыми в систему демпферами, трение в неподвижных соединениях (заклепочных, резьбовых и др.). Учет таких неупругих сопротивлений важен при определении амплитуд вынужденных колебаний в резонансной зоне, для оценки устойчивости вращения роторов при закритических скоростях, и в ряде других задач динамики твердых и деформируемых тел.

В основе всех моделей диссипации энергии механических систем лежит зависимость сил сопротивления в элементах системы от их смещения или скорости. Такая зависимость определяется природой рассматриваемого колебательного процесса и, как правило, описывается нелинейной функцией. Лучшее описание механизма демпфирования достигается использованием зависимостей диссипативных сил от смещения или скорости, представленных в виде петли гистерезиса, которая различна для вязкого, упруго-вязкого, статического (нелинейного) или общего нелинейного демпфирования. На практике при моделировании колебаний сложных механических систем часто используются более простые модели внутреннего трения, удобные для применения численных методов, например, модель вязкого трения и простейшие упруго-вязкие модели внутреннего трения, полученные на основе метода реологических моделей (модели Фохта, Максвелла и др.).

Силы неупругого сопротивления описываются, как правило, нелинейными функциями скоростей $F = F(\dot{q})$, где \dot{q} и q – обобщенные координата и скорость, а F – обобщенная сила сопротивления, взятая с обратным знаком [7, стр. 11]. Для практических расчетов силы неупругого сопротивления можно линеаризовать если считать сопротивление линейно-вязким. Линеаризацию сил сопротивления производят, если известно малое влияние сил сопротивления на колебательные процессы. Линеаризованные характеристики сил трения используют при исследовании свободных колебаний системы. Силы трения можно не учитывать при вычислении амплитуд вынужденных колебаний вдали от резонанса. Необходимо учитывать нелинейность сил сопротивления при исследовании свободных затухающих колебаний и вычислении резонансных амплитуд вынужденных колебаний, а также при рассмотрении автоколебаний и переходных процессов в автоколебательных системах, параметрическом ре-

зонансе.

Определенному типу сопротивления соответствует свое представление силовой характеристики [7], например:

$$- \text{кулоновское трение: } F = b_0 \dot{q} / |\dot{q}|;$$

- сила сопротивления, характеризующая линейное и кулоновское трение: $F = b_0 \dot{q} / |\dot{q}| \pm b_1 \dot{q}$;

$$- \text{степенное сопротивление: } F = b |\dot{q}|^{n-1} \dot{q};$$

$$- \text{квадратичное сопротивление: } F = b_2 |\dot{q}| \dot{q};$$

- линейное и кубическое сопротивление: $F = b_1 \dot{q} \pm b_3 \dot{q}^3$;

$$- \text{сухое трение: } F = b_0 \dot{q} / |\dot{q}| - b_1 \dot{q} + b_3 \dot{q}^3,$$

где b, b_0, b_1, b_2, b_3 – положительные постоянные.

Диссипативными силами считают силы, удовлетворяющие неравенству $F(\dot{q})\dot{q} > 0$. Если же $F(\dot{q})\dot{q} < 0$, то в системе происходит приток энергии. Если в системе силы сопротивления осуществляют то положительную, то отрицательную работу, возникают автоколебания.

Если силы сопротивления нельзя представить в виде суммы слагаемых, которые зависят либо от обобщенных координат, либо от обобщенных скоростей, то их относят к нелинейным силам смешанного типа. Их можно записать в виде произведения функции, зависящей от обобщенных координат, и функции, зависящей от обобщенных скоростей: $F = F_1(q)F_2(\dot{q})$. Такие силы характеризуют позиционное трение. Например [7]:

$$- \text{модель Ван-дер-Поля: } F = -\lambda \dot{q}(1 - q^2);$$

- усложненная модель Ван-дер-Поля:

$$F = -\lambda \dot{q}(1 - q^2 + \alpha q^4);$$

- модель позиционного вязкого трения:

$$F = b \dot{q} \operatorname{sign}(q - a);$$

- модель позиционного вязкого кулоновского трения $F = b_0 \operatorname{sign}(\alpha q + \beta \dot{q})$,

где $a, b, b_0, \alpha, \beta, \lambda$ – положительные постоянные.

4 Демпфирующие элементы в различных механических системах. Современные машины и механизмы представляют собой сложные конструкции, которые работают за счет взаимодействия отдельных составляющих частей (деталей, узлов и т. п.). Эти взаимодействия отражаются в расчетных схемах, при построении моделей систем. Динамические расчеты систем должны учитывать колебательные процессы, возникающие при работе, особенно в случае неуравновешенности отдельных узлов или особенностей их работы. Для уменьшения вибраций в механических системах, наряду с естественными силами сопротивления, определяемыми демпфирующими свойствами применяемых материалов, трением в соединениях и силами сопротивления в конструктивных элементах, используют различные демпфирующие элементы, настроенные демпфирующие устройства. Например, в качестве настроенного демпфирующего устройства можно использовать систему с одной степенью свобо-

ды из массивных тел, соединенную с вязкоупругим элементом или вязкоупругим демпфером, настроенную вязкоупругую связь, соединяющую различные элементы конструкции и т. п. [1]. Демпфирующие устройства такого типа влияют на конструкцию путем поглощения энергии и действуют в конечном диапазоне частот, и в некоторых случаях один такой демпфер может эффективно влиять на динамические перемещения конструкции для нескольких форм колебаний. В настроенных демпфирующих устройствах поглощенная энергия определяется локальным перемещением в конструкции. Главными предпосылками для того, чтобы система с одной степенью свободы использовалась как настроенный демпфер, являются возможность установки такого демпфера в точке с большими динамическими перемещениями и наличие либо единственной резонансной частоты, либо группы резонансных частот с одинаковыми значениями энергии деформаций. Кроме того, настроенный демпфер может быть спроектирован таким образом, что он будет иметь несколько резонансов, которые обычно возникают для достаточно хорошо разделенных частот колебаний, и поэтому он может обеспечивать демпфирование в широком диапазоне частот колебаний конструкций.

Для решения задач вибро- и шумоизоляции используются устройства для поверхностного демпфирования. Устройства поверхностного демпфирования обычно относятся к одному из двух типов в зависимости от того, возникают ли в демпфирующем материале деформации растяжения-сжатия или поперечного сдвига.

Гасители колебаний можно подразделить на поглотители колебаний, динамические гасители и динамические гасители колебаний с трением [7, 8]. К поглотителям колебаний относятся – гасители сухого трения, гидравлические, ударные. Это масса, которая с помощью элемента трения добавляется к системе и способствует снижению уровня колебаний за счет поглощения энергии. Динамические гасители колебаний (массы на пружине, маятниковые демпферы) изменяют характеристики системы без рассеяния энергии. А динамические гасители колебаний с трением способствуют и рассеянию энергии, и уравниванию возбуждающего момента, например, резиновые демпферы. Конструктивно выполняются в виде дополнительных масс, связанных с основной системой при помощи элементов как упругого, так и вязкого типа. При этом для достижения необходимого эффекта, необходимо чтобы вид колебаний основной системы был идентичен колебаниям присоединенных устройств. Виды динамических гасителей, проблемы конструкционной разработки рассматриваются в работах [7, 9, 10].

Конструктивной особенностью динамических резонансных гасителей колебаний является использование упругих элементов в виде стержней, которые работают на изгиб и кручение одновременно [11]. Различие значений моментов инерции стержней относительно главных осей поперечного сечения приводит к появлению плавной нелинейной упругой характеристики, вследствие чего происходит уменьшение напряжений в упругих элементах.

При колебаниях систем с определенной, заранее установленной амплитудой для виброзащиты может использоваться упругий элемент с двумя устойчивыми положениями равновесия (ферма Мизеса, хлопающая мембрана), который самопроизвольно теряет устойчивость. При этом система переходит на другой нелинейный режим.

Известен способ изменения демпфирующих свойств конструкции летательного аппарата введением в конструкцию бака демпфирующих перегородок различных форм и размеров [12]. Применение таких демпферов в виде кольцевых и радиальных перегородок является эффективным средством ограничения подвижности жидкости, а правильный подбор их параметров способствует улучшению демпфирующих свойств конструкции.

На практике известно использование нелинейных демпферов, например, силиконовых демпферов, широко применяемых для гашения амплитуд крутильных колебаний судовых дизелей [13]. Такие силиконовые демпферы с полиметилсилоксановыми наполнителями отличаются простой конструкцией и надежностью в эксплуатации. Причем свойства силиконовой жидкости остаются удовлетворительными при использовании их в течение 20–40 тысяч часов, после чего необходимо заменить либо демпфер, либо силиконовую жидкость.

Явление неустойчивости продольных колебаний в системе ракетносителей космических аппаратов и межконтинентальных баллистических ракет привело к необходимости использования специальных демпферов – гидроаккумуляторов. Использование стыковочных шпангоутов специального профиля с нелинейной упругой характеристикой для соединения ступеней ракеты приводит к снижению амплитуды продольных колебаний ракеты при прохождении через резонанс [11].

5 Демпфирование колебаний в роторных системах. Для улучшения работоспособности и надежности роторной системы необходимо уметь воздействовать на их вибрационные характеристики, для чего используют демпфирующие устройства [14]. Демпферы могут иметь различные конструкции, их разнообразие продиктовано классом решаемых задач. Для роторов особенное значение имеет уровень демпфирования в опорах. Классификация основных типов демпферов опор роторов показана на рис. 1.

Видно, что гидравлические демпферы и демпферы сухого трения применяются чаще, чем демпферы других видов. Одним из распространенных типов демпферов, используемых в опорах роторов турбомашин, являются гидродинамические демпферы (ГДД) или демпферы с выдавливанием пленки смазки. ГДД могут иметь различную конструкцию, различаясь при этом по направлению воспринимаемой силы, наличию или отсутствию регулирования, виду зазора, а так же по отсутствию или наличию упругого элемента. При проектировании демпферов необходимо учитывать динамические нагрузки и температуру, особенности подвода и отвода смазки в демпферный зазор. Существует схема исследования системы «ротор-опоры» с линейными и нелинейными ха-

рактическими, в ней установлено, что изменение механизма подвода-отвода смазки к зазору может существенно изменить демпферные способности [14]. Например, наличие питающих отверстий может увеличить

демпфирование на 20 %. Описана методология проектирования ГДД, в которую входит алгоритм выбора типа демпфера и оптимизация его параметров для жесткого ротора.

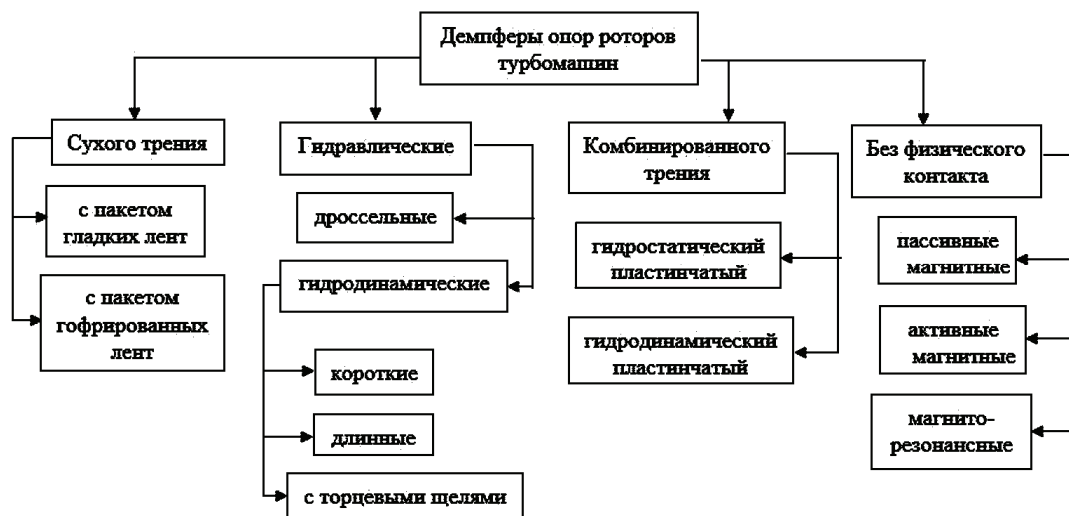


Рисунок 1 – Классификация демпферов опор роторов

Разработке, исследованию и способам применения ГДД посвящено много работ. Гидродинамические демпферы с упругими элементами являются составляющими элементами опор роторов турбин авиационных двигателей [15]. К ним выдвигаются требования по жесткому ограничению места размещения и необходимости работать при высоких температурах. Рассеяние энергии колебаний в них происходит при перетекании вязкой жидкости по тонкому демпферному зазору, а также за счет внешнего трения в сопряженных деталях. Демпфирующие свойства в основном зависят от толщины слоя масла, подаваемого под давлением, и особенностей его течения, а также от длины активного участка. Повышение эффективности демпфирующих устройств достигается разными методами, например, применением так называемого «длинного» гидродинамического демпфера [16].

На увеличение ресурса турбины влияет выбор оптимальной конструкции и места расположения ГДД [16]. Отмечено, что для обеспечения нужной амплитуды колебаний необходимо спроектировать ГДД с определенной величиной демпфирования, которая и будет влиять на уровень дисбаланса.

В то же время, зависимость свойств жидкости, применяемой в ГДД, от внешней температуры, особенности подвода и отвода смазки можно отнести к недостаткам, которых нет у электромагнитных демпфирующих элементов [18]. Магнитные и электромагнитные демпфирующие элементы при больших величинах демпфирующих сил имеют подвижные элементы малой инерционности, не имеют трущихся частей. Они используются в качестве электродинамических тормозов в транспорте, в амортизационных системах стыкующихся объектов.

Одним из вариантов демпфера является электромагнитный демпфирующий элемент с цилиндрическим ротором с аксиальными прорезями [19]. В роторе увели-

чивается электромагнитный тормозной момент из-за увеличения аксиальной плотности вихревых токов.

Представляют интерес электромагнитные демпфирующие элементы с двойными роторами, отличающиеся широким диапазоном рабочих скоростей. Различные типы движения роторов (согласованное или встречное) дают различные механические характеристики, которые позволяют управлять процессом торможения эффективнее, чем в случае электромагнитных демпфирующих элементов с одним ротором [20].

В высокоскоростных роторах магнитные подшипники выступают и в качестве опор, и в качестве упруго-демпферных элементов [21]. Их демпфирующие свойства зависят от параметров магнита (геометрии, материала, уровня намагниченности) и могут изменяться при изменении электрических параметров цепей электромагнитов.

Одним из наиболее эффективных методов борьбы с колебаниями роторов (в частности, для турбокомпрессора двигателя судна) является установка демпфера, реагирующего на скорость вращения ротора. Причем, устанавливать его необходимо в сечении с наибольшей амплитудой колебаний. Так, для рассматриваемого ротора демпфер встраивался в технологическую полость ступицы колеса компрессора. В этом случае при конструктивном демпфировании коэффициент демпфирования β крутильной системы без специально установленного демпфера составлял $\beta = 0,1 \dots 0,2$; то с демпфером увеличивался до 0,5. Выполненные исследования, которые показали, что после установки такого демпфера пиковые значения амплитуд крутильных колебаний при критических частотах вращения снизились на 59 % и при этом критические частоты сместились из зоны рабочих частот [22]. Такой же подход может быть реализован и при установке ротора в пассивные или активные магнитные подшипники (с регулируемыми силовыми и демпфиру-

щими свойствами) [23-25].

Выводы. В статье проведен обзор методов гашения вибраций. Рассмотрены теоретические основы учета демпферования и сил сопротивления в динамических системах. Показаны механизмы демпфирования в конструкции (демпфирование в материале конструкции, использование специальных материалов для повышения демпфирования, демпфирование в соединениях). Представлены модели сил трения и задачи, в которых основным вопросом является использование полезных свойств демпфирования в различных механических системах. Проведен анализ эффективности применения демпферов в зависимости от их конструктивных особенностей и места установки.

Список литературы:

1. *Нашиф А.* Демпфирование колебаний / *А. Нашиф., Д. Джоунс., Дж. Хендерсон.* – М.: Мир, 1988. – 488 с.
2. *Пановко Я. Г.* Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / *Я. Г. Пановко.* – М.: Физматгиз, 1960. – 193 с.
3. *Николаев А. Д.* Учет диссипативных сил при математическом моделировании продольных колебаний корпуса жидкостной ракеты / *А. Д. Николаев, Н. В. Хоряк, В. А. Серенко, Д. В. Клименко, В. Ф. Ходоренко, И. Д. Башлий* // Техн. механика. – 2016. – № 2. – С. 16-31.
4. Моделирование демпфирующих свойств материалов в ANSYS. Режим доступа: http://caeclub.ru/sites/default/files/users/files/2907/modelirovanie_dempfiruyushchih_svoystv_materialov_v_ansys.pdf
5. *Хромов О. В.* Выбор модели внутреннего трения на основе экспериментальных осциллограмм затухающих колебаний системы / *О. В. Хромов.* – Севастополь, 2011. – С. 35-39.
6. *Бобровницкий Ю. И.* Гистерезисное демпфирование и причинность / *Ю. И. Бобровницкий* // Акустический журнал. – М.: 2013. – Т. 59, № 3. – С. 291-295.
7. Вибрации в технике: справочник. В 6 т. / под ред. *В. Н. Челомей.* – М.: Машиностроение, 1978.
8. *Пивень В. В.* Проблемы снижения вредной вибрации в вибрационных сепарирующих машинах / *В. В. Пивень, О. Л. Уманская* // Современные научные исследования и инновации. – 2014. – № 3.
9. *Алексеев А. М.* Судовые виброгасители / *А. М. Алексеев, А. К. Сборовский.* – Л.: Судпромгиз, 1962. – 196 с.
10. *Елисеев С. В.* Динамические гасители колебаний / *С. В. Елисеев, Г. П. Нерубенко.* – Новосибирск: Наука, 1982. – 144 с.
11. *Цыфанский С. Л.* Нелинейная вибродиагностика машин и механизмов : моногр. / *С. Л. Цыфанский, В. И. Бересневич, Б. В. Лушиков.* – Рига: Изд-во РТУ, 2008.
12. *Кеменяш Ю. М.* Построение математической модели демпфирования колебаний жидкости в баках сложной конструкции / *Ю. М. Кеменяш, А. З. Гайдамака* // Электроника та системи управління. – К.: Інститут електроніки і систем управління НАУ. – 2010. – № 1 (23). – С. 149-154.
13. *Кораблин А. В.* Стенд для натурных испытаний силиконовых демпферов В-790 судовых дизелей / *А. В. Кораблин., М. В. Протасов* // Вестник АГТУ. Серия: Морская техника и технология. – Астрахань, Астраханского государственного технического университета. – 2009. – № 2. – С. 174-178.
14. *Новиков Д. К.* Проектирование гидродинамических демпферов опор роторов двигателей летательных аппаратов: моногр. / *Д. К. Новиков.* – Самара: Изд-во Самарского науч. центра РАН, 2000. – 165 с.
15. *Ефименко А. В.* Влияние внешнего трения на эффективность демпферов опор роторов турбин авиадвигателей и двигателей наземного применения / *А. В. Ефименко, Н. В. Польшикова, В. Н. Доценко* // Вестник двигателестроителя. Серия: Конструкция и прочность. – Запорожье, Запорожский национальный технический университет. – 2010. – №1 – С. 50-52.
16. *Новиков Д. К.* Проектирование гидродинамических демпферов опор роторов двигателей летательных аппаратов: моногр. / *Д. К. Новиков.* – Самара: Изд-во Самарского науч. центра РАН, 2000. – 165 с.
17. *Новиков Д. К.* Динамика ротора ГТД с учетом нелинейности демпферов опор / *Д. К. Новиков, К. Н. Чаадаев* // Вестник двигателестроения. Серия: Конструкция и прочность. – Запорожье, Запорожский национальный технический университет. – 2012. – № 2. – С. 191-194.
18. *Исмагилов Ф. Р.* Математическое моделирование динамических режимов электромагнитных демпфирующих элементов / *Ф. Р. Исмагилов, Р. Р. Самтаров, М. Б. Гумерова* // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета – 2010. – № 5 (40), т. 14. – С. 86-90.
19. *Самтаров Р. Р.* Электромагнитные демпфирующие элементы амортизационных систем с аксиальными прорезями в цилиндрической вторичной среде / *Р. Р. Самтаров.* – Уфа: Уфимский государственный авиационный технический университет, 1999. – 170 с.
20. *Самтаров Р. Р.* Механические характеристики электромагнитных демпфирующих элементов с двойным ротором / *Р. Р. Самтаров, Ф. Р. Исмагилов, М. Б. Гумерова* // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Энергетика – Уфа, 1999. – № 32 (208). – С. 59-63.
21. *Мартыненко Г. Ю.* Магнитные подшипники как упруго-демпферные опоры роторов с управляемой жесткостью / *Г. Ю. Мартыненко* // Вестник НТУ «ХПИ». Серия: Динамика и прочность машин. – Х.: 2008. – №47. – С. 111-124.
22. *Горбенко О. М.* Аналіз причин виникнення крутильних коливань у турбокомпресорі суднового двигуна / *О. М. Горбенко, М. В. Демьяненко* // Рибе господарство України. Серия: Наука і освіта. – Керч, Керченський державний морський технологічний інститут. – 2013. – № 3. – С. 54-61.
23. *Martynenko G.* The Interrelated Modelling Method of the Nonlinear Dynamics of Rigid Rotors in Passive and Active Magnetic Bearings / *G. Martynenko* // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – № 2/5(80). – P. 4-13. – DOI: 10.15587/1729-4061.2016.65440.
24. *Martynenko G.* Application of Nonlinear Models for a Well-Defined Description of the Dynamics of Rotors in Magnetic Bearings / *G. Martynenko* // Eureka: Physics and Engineering. – 2016. – № 3. – P. 3-12. – DOI: 10.21303/2461-4262.2016.00074.
25. *Martynenko G.* Resonance Mode Detuning in Rotor Systems Employing Active and Passive Magnetic Bearings with Controlled Stiffness / *G. Martynenko* // International Journal of Automotive and Mechanical Engineering. – 2016. – Vol. 13, Iss. 2. – P. 3293-3308. – DOI: 10.15282/ijame.13.2.2016.2.0274.

Bibliography (transliterated):

1. *Nashif A.* Dempfirovanie kolebanij. Moscow: Mir, 1988. 488 p.
2. *Panovko Ja. G.* Vnutrennee trenie pri kolebanijah uprugih sistem. Moscow: Fizmatgiz, 1960. 193 p.
3. *Nikolaev A. D., Horjak N. V., Serenko V. A., Klimentov D. V., Hodorenko V. F., Bashlij I. D.* Uchet dissipativnyh sil pri matematicheskom modelirovanii prodol'nyh kolebanij korpusa zhidkostnoj rakety. Tehn. mehanika, 2016. No 2. pp. 16-31.
4. *Modelirovanie dempfiyushchih svoystv materialov v ANSYS.* Web. <http://caeclub.ru/sites/default/files/users/files/2907/modelirovanie_dempfiruyushchih_svoystv_materialov_v_ansys.pdf>
5. *Hromov O. V.* Vybor modeli vnutrennego trenija na os-

нове експериментальних осцилограмм затухаючих коливань системи. Севастополь, 2011. pp. 35-39.

6. Bobrovnickij Ju. I. Gisterizisnoe dempfirovanie i prichinost. Akusticheskij zhurnal, 2013. Vol. 59, No 3. pp. 291-295.

7. Vibracija v tehnikе: spravocnik. In 6 vol. pod red. V.N.Chelomej. Moscow: Mashinostroenie, 1978.

8. Piven' V. V., Umanskaja O. L. Problemy snizhenija vrednoj vibracii v vibracionnyh separirujushhijh mashinah. Sovremennye nauchnye issledovanija i innovacii, 2014. No 3.

9. Alekseev A. M., Sborovskij A. K. Sudovye vibrogasiteli. Leningrad: Sudpromgiz, 1962. 196 p.

10. Eliseev S. V., Nerubenko G. P. Dinamicheskie gasiteli kolebanij. Novosibirsk: Nauka, 1982. 144 p.

11. Cyfanskij S. L., Beresnevich V. I., Lushnikov B. V. Nelinejnaja vibrodiagnostika mashin i mehanizmov: monogr. Riga: Izd-vo RTU, 2008.

12. Kemenjash Ju. M., Gajdamaka A. Z. Postroenie matematicheskoi modeli dempfirovanija kolebanij zhidkosti v bakah slozhnoj konstrukcii. Elektronika ta sistemi upravlinnja. Kyyiv: Institut jelektroniki i sistem upravlenija NAU, 2010. No 1 (23). pp. 149-154.

13. Korablin A. V., Protasov M. V. Stend dlja naturnyh ispytanij silikonovyh dempferov V-790 sudovyh dizelej. Vestnik AGTU. Serija: Morskaja tehnika i tehnologija. Astraan', Astrahanskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta, 2009. No 2. pp. 174-178.

14. Novikov D. K. Proektirovanie gidrodinamicheskijh dempferov opor rotorov dvigatelej letatel'nyh apparatov: monogr. Samara: Izd-vo Samarskogo nauch. centra RAN, 2000. 165 p.

15. Efimenko A. V., Pol'nikova N. V., Docenko V. N. Vlijanie vneshnego trenija na jeffektivnost' dempferov opor rotorov turbin aviadvigatel'ej i dvigatelej nazemnogo primenenija. Vestnik dvigatelestroitelja. Serija: Konstrukcija i prochnost'. Zaporozh'e, Zaporozhskij nacional'nyj tehničeskij universitet, 2010. No 1. pp. 50-52.

16. Novikov D. K. Proektirovanie gidrodinamicheskijh dempferov opor rotorov dvigatelej letatel'nyh apparatov: monogr. Samara: Izd-vo Samarskogo nauch. centra RAN, 2000. 165 p.

17. Novikov D. K., Chaadaev K. N. Dinamika rotora GTD s uchetom nelinejnosti dempferov opor. Vestnik dvigatelestro-

nija. Serija: Konstrukcija i prochnost'. Zaporozh'e, Zaporozhskij nacional'nyj tehničeskij universitet, 2012. No 2. pp. 191-194.

18. Ismagilov F. R., Sattarov R. R., Gumerova M. B. Matematicheskoe modelirovanie dinamicheskijh rezhimov jelektromagnitnyh dempfirujushhijh jelementov. Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviacionnogo tehničeskogo universiteta, 2010. No 5 (40), Vol. 14. pp. 86-90.

19. Sattarov R. R. Jelektromagnitnye dempfirujushhie jelementy amortizacionnyh sistem s aksial'nymi prorezjami v cilindricheskoi vtorighnoj srede. Ufa, Ufimskij gosudarstvennyj aviacionnyj tehničeskij universitet. 1999. 170 p.

20. Sattarov R. R., Ismagilov F. R., Gumerova M. B. Mehanicheskie harakteristiki jelektromagnitnyh dempfirujushhijh jelementov s dvojnym rotorom. Vestnik Juzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Serija: Jenergetika. Ufa, 1999. No 32 (208). pp. 59-63.

21. Martynenko G. Ju. Magnitnye podshipniki kak uprugodemferyne opory rotorov s upravljaemoj zhestkost'ju. Vestnik NTU "KhPI". Serija: Dinamika i prochnost' mashin, Kharkiv: 2008. No 47. pp. 111-124.

22. Gorbenko O. M., Dem'janenko M. V. Analiz prichin viniknennja krutil'nyh kolivan' u turbokompresori sudnovogo dviguna. Ribne gospodarstvo Ukraїni. Serija: Nauka i osvita. Kerch, Kerchensk'ij derzhavnij mors'kij tehnologichnij institut, 2013. No 3. pp. 54-61.

23. Martynenko G. The Interrelated Modelling Method of the Nonlinear Dynamics of Rigid Rotors in Passive and Active Magnetic Bearings. G. Martynenko. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2016. No 2/5 (80). pp. 4-13. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.65440.

24. Martynenko G. Application of Nonlinear Models for a Well-Defined Description of the Dynamics of Rotors in Magnetic Bearings. G. Martynenko. Eureka: Physics and Engineering, 2016. No 3. pp. 3-12. DOI: 10.21303/2461-4262.2016.00074.

25. Martynenko G. Resonance Mode Detuning in Rotor Systems Employing Active and Passive Magnetic Bearings with Controlled Stiffness. G. Martynenko. International Journal of Automotive and Mechanical Engineering, 2016. Vol. 13, Iss. 2. pp. 3293-3308. DOI: 10.15282/ijame.13.2.2016.2.0274.

Надійшла (received) 14.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Способи урахування та моделювання сил опору різної фізичної природи в механічних, динамічних, коливальних і роторних системах / Г. Ю. Мартиненко, О. М. Марусенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 52–59. – Бібліогр.: 25 назв. – ISSN 2078-9130.

Способы учета и моделирование сил сопротивления различной физической природы в механических, динамических, колебательных и роторных системах / Г. Ю. Мартыненко, А. Н. Марусенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 52–59. – Бібліогр.: 25 назв. – ISSN 2078-9130.

Methods of accounting and modeling of the resistance forces of different physical nature in mechanical, dynamic, vibration and rotary systems / G. Y. Martynenko, O. M. Marusenko // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 52–59. – Bibliogr.: 25. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мартиненко Геннадій Юрійович – кандидат технічних наук, доцент кафедри Динаміки і міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: gmartynenko@ukr.net

Мартыненко Геннадий Юрьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры Динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-68-79, e-mail: gmartynenko@ukr.net

Martynenko Gennadii Yuriyovych – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Associate Professor at the Department of Dynamics and strength of machines, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-68-79, e-mail: gmartynenko@ukr.net

Марусенко Олексій Миколайович – аспірант, Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України, тел.: (057) 707-68-79, e-mail: alexeymars@mail.ru

Марусенко Алексей Николаевич – аспірант, Институт проблем машиностроения им. А.М. Подгорного НАН Украины, тел.: (057) 707-68-79, e-mail: alexeymars@mail.ru

Marusenko Oleksii Mukolayovych – Graduate Student, Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems, tel.: (057) 707-68-79, e-mail: alexeymars@mail.ru

К.Е. ПОТОПАЛЬСЬКА**ОГЛЯД СУЧАСНИХ МОДЕЛЕЙ РОЗВИТКУ КОРОЗІЙНИХ ПОШКОДЖЕНЬ ТА НАПРЯМІВ ДОСЛІДЖЕННЯ ЇХ ВПЛИВУ НА МІЦНІСТЬ І НАДІЙНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ ТРУБОПРОВІДНИХ СИСТЕМ**

У даній роботі приводиться огляд сучасного стану досліджень в області корозійно пошкоджених трубопроводів. Розглядаються підходи для аналізу міцності та надійності магістральних трубопроводів з дефектами. Виділено два основних напрямки до дослідження даних конструкцій: це підходи в яких аналіз надійності проводиться на основі оцінки зміни фізико-механічних властивостей матеріалу, та ті, в яких за допомогою сучасних програмних комплексів з використанням методу скінченних елементів проводиться явне моделювання пошкоджених трубопроводів та визначається напружено-деформований стан та залишковий ресурс конструкції.

Ключові слова: магістральний трубопровід, корозія, пошкодження, надійність, корозійний дефект.

В работе приводится обзор современного состояния исследований в области коррозионно поврежденных трубопроводов. Рассматриваются подходы для анализа прочности и надежности магистральных трубопроводов с дефектами. Выделены два основных направления исследований данных конструкций: это подходы, в которых анализ надежности проводится на основе оценки изменения физико-механических свойств материала, и те, в которых с помощью современных программных комплексов с использованием метода конечных элементов проводится явное моделирование поврежденных трубопроводов и определяются характеристики напряженно деформированного состояния и остаточный ресурс конструкции.

Ключевые слова: магистральный трубопровод, коррозия, повреждения, надежность, коррозионный дефект.

The analysis of current research in the field of reliability analysis, corrosion damaged pipelines was made in this paper. The methods used to determine the life-time of pipelines have been divided into two groups: those in which the reliability analysis is based on the assessment of changes in physical and mechanical properties of the material, and those which are used the finite element method made a explicit modeling of damage on surface of pipelines, whereby the numerically defined characteristics of stress strain state and analyzes the strength and reliability. From the analysis of works was defined, appearance of corrosion defects on the surface of the pipeline leads to plastic deformation even at relatively small size of damage, and speed up the development of corrosion. This suggests that in the determination of residual life, it is necessary to use methods of accumulation is low cyclic fatigue.

Keywords: pipeline, corrosion, damage, reliability, corrosion defects.

Вступ. Транспортування нафтопродуктів за допомогою магістральних трубопроводів є найбільш поширеним, надійним та економічно вигідним засобом їх доставки до кінцевого споживача. При експлуатації ці конструкції зазнають суттєвих динамічних навантажень, а також відчувають дію агресивного середовища, що за певний час роботи може привести до їх пошкодження. Накопичення втоми та корозії, здатне призвести до утворення та росту тріщин і, внаслідок цього, розгерметизації конструкції. Слід відзначити, що несвоєчасне виявлення таких пошкоджень конструкції може призвести до виникнення аварійно-небезпечних ситуацій, стати причиною екологічних катастроф, забруднення, завдати суттєвих споживчих збитків, а також бути загрозою для життя людини. Попередження таких подій за рахунок вчасного проведення технічного обслуговування та ремонту є вкрай важливою задачею. Тому визначення ресурсу магістральних трубопроводів з корозійними дефектами є актуальною проблемою на вирішення якої спрямовано велику кількість наукових досліджень з використанням експериментальних методів, теоретичних підходів та комп'ютерних засобів.

На цей час отримано досить багато результатів у області визначення дії різних чинників на працездатність трубопроводів. Більша частина досліджень відомих в літературі з питань вирішення задач з оцінки надійності систем з корозійними дефектами. Методи, які використовуються для визначення ресурсу таких

конструкцій можна розділити на дві групи: ті, в яких аналіз надійності проводиться на основі оцінки зміни фізико-механічних властивостей матеріалу, та ті, в яких за допомогою сучасних програмних комплексів з використанням методу скінченних елементів проводиться явне моделювання пошкоджених трубопроводів, за допомогою чого чисельно визначаються характеристики напружено-деформованого стану, та проводиться аналіз міцності та надійності. На рис.1 зображено вигляд реальних корозійних пошкоджень на магістральних трубопроводах.

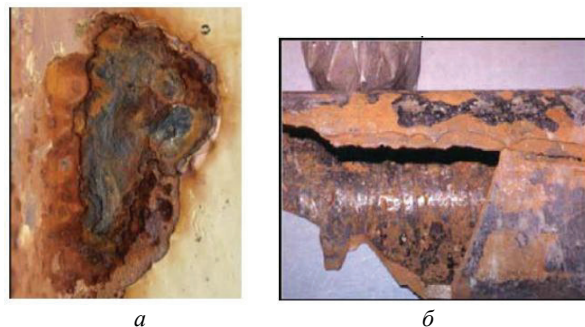


Рисунок 1 – Приклади реальних корозійних пошкоджень: а – одиночний дефект складної форми [1], б – корозійний дефект, який призвів до тріщини [2]

1 Підходи до визначення ресурсу пошкодженого трубопроводу без явного моделювання корозійного дефекту

Визначення залишкового ресурсу пошкодженого трубопроводу проводиться за допомогою методів, в яких враховуються зміна фізико-механічних властивостей матеріалу [3-11]. В даному випадку не враховуються геометричні особливості виникаючих дефектів та їх розташування, але розвиток пошкодження задається за допомогою різноманітних моделей росту корозії, яка визначається параметром швидкості розвитку корозії [3-5,7] та впливу середовища [6,8-10], в якому знаходиться матеріал.

Наприклад, у роботі [9] показано як впливає ґрунт у якому знаходиться трубопровід на швидкість росту корозії. Результати цих досліджень зображені на рис.2.

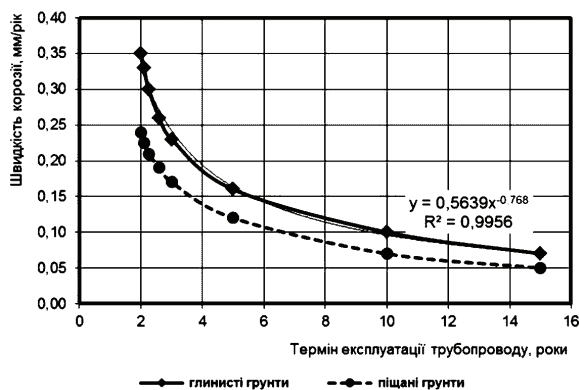


Рисунок 2 Швидкість росту корозії в залежності від типу ґрунту [9]

З рис.2. видно, що більш агресивним середовищем для розвитку корозії в магістральних трубопроводах є глинисті ґрунти.

Зазвичай, при використанні такого підходу у розрахунках розвиток корозії моделюється у вигляді ступеневої функції, яка пов'язує час експлуатації та середнє значення максимальної глибини дефекту ($d_m(t)$) [7].

$$d_m(t) = k(t - t_0)^\alpha, \quad (1)$$

де t_0 – це час появи корозійного пошкодження, а α та k це показники кінетики росту пошкоджуваності, які у більшості досліджень вважаються постійними та змінюються у межах від 0,3 до 1.

Також треба зазначити, що при дослідженні впливу корозії на магістральні трубопроводи застосовуються експериментальні статистичні вимірювання та на основі цих даних визначається довговічність конструкції [3, 11].

В роботі [3] порівнюється лінійна модель росту корозії та експериментальні дані, які отримані шляхом спостереження за розвитком корозійних пошкоджень. Лінійна модель росту корозії розглядає глибину дефекту h , як лінійну функцію часу t .

$$h(t) = h_0 + ht. \quad (2)$$

Визначено, що за допомогою лінійної моделі можна оцінювати параметри глибини дефекту, але вона дає не коректні результати щодо відмов, тобто або

переоцінює або недооцінює ресурс трубопроводу. Отже, оскільки виникнення корозійних пошкоджень має стохастичний характер, необхідно використовувати методи, які можуть врахувати цей факт та давати найбільш точні результати, наприклад модель Маркова.

У роботі [11] на основі механіки розсіяного руйнування побудована континуальна модель зростання тріщин внаслідок корозійного розтріскування сталей та за допомогою експериментальних досліджень встановлені лінійні залежності логарифму часу руйнування t^* від напружень σ та процентного вмісту хлориду натрію.

$$\frac{d\omega}{dt} = \begin{cases} 0, \sigma \leq 0; \\ A \cdot 10^{n\sigma + m\chi} (1 - \omega)^{-k}, \end{cases} \quad (3)$$

де ω це швидкість нормованої довжини пошкодження, яка залежить від розтягу чого напруження σ .

В даних роботах [3,5,7] розвиток корозійних пошкоджень розглядається в ймовірнісній постановці, тобто розроблена стохастична модель росту корозії, яка враховує розвиток дефекту та момент його появи як випадковий процес.

Загалом можна зробити висновок, що при визначенні залишкового ресурсу за допомогою таких підходів треба використовувати або статистичні, або ймовірнісні методи, тому що параметри росту корозії мають випадковий характер.

2 Підходи до аналізу надійності трубопроводів на основі явного моделювання корозійних пошкоджень

В умовах експлуатації виникнення корозії це випадковий процес, який залежить від часу. Вона може з'являтися на трубопроводах у вигляді невеликої точки, та може досягати достатньо великих розмірів не утворюючи при цьому тріщину.

В сучасних дослідженнях досить часто оцінюють міцність та надійність конструкції за допомогою явного моделювання корозійного пошкодження [1, 2, 12-38]. Моделювання корозійно-пошкодженого трубопроводу зазвичай проводиться у програмних комплексах з подальшим використанням методу скінчених елементів. Сам трубопровід моделюється у вигляді симетричної чверті, що суттєво зменшує час розрахунків. Такий підхід дозволяє чисельно дослідити зміни напружено-деформованого стану трубопроводу з дефектами різної форми та в різних місцях конструкції.

Відповідно до DNV RP F101 [40], корозійні дефекти, що виникають можна розділити на три типи, а саме: одиночний дефект [1, 2, 13-17, 21, 22, 25-27, 29], система дефектів [18-20, 23, 24, 38] та дефекти складної форми [20, 37]. В системі дефектів важливо проводити аналіз взаємодії з сусідніми дефектами в осьовому або окружному напрямку; дефект складної форми – виникає в результаті об'єднання декількох дефектів в групи або кластери [38]; або має місце одиничний дефект з відомим складним профілем [37, 39]. Такі дефекти можуть виникати у різних місцях одночасно.

Приклади скінченно-елементних моделей які використовуються в дослідженнях показані на рис. 3.

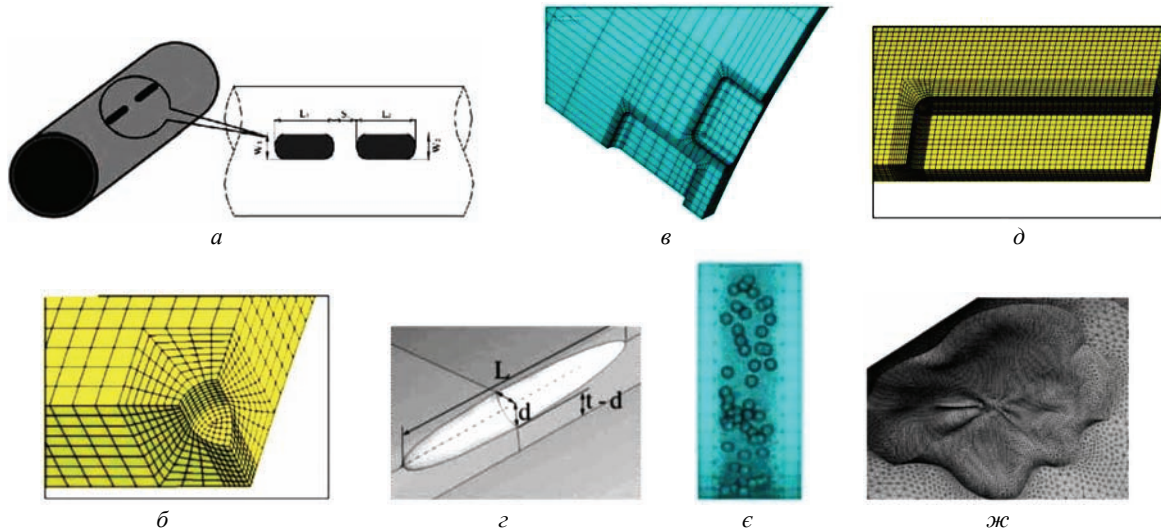


Рисунок 3 – Приклади явного моделювання дефектів: *а* – два еліптичних дефекти у поздовжньому напрямку [20]; *б* – одиночний точковий дефект [30]; *в* – два сусідніх бокс-дефекти [18]; *г* – одиночний еліптичний дефект [21]; *д* – одиночний бокс-дефект [30]; *е* – група взаємодіючих точкових дефектів [38]; *ж* – одиночний дефект зі складним профілем [37]

2.1 Аналіз міцності пошкоджених трубопроводів

Підхід до оцінки працездатності пошкоджених ділянок магістральних трубопроводів з використанням результатів статичних розрахунків є досить поширеним. При такому аналізі найчастіше використовуються скінченно-елементні моделі трубопроводу з дефектами різної форми. У багатьох роботах досліджується одиночний дефект, який виникає на прямолінійній частині трубопроводу. Дефект моделюють у вигляді пошкодження сферичної форми [21, 31, 34], еліптичної форми [16, 21, 34, 24, 36, 29] або бокс-дефекту [30, 13, 14, 17, 21, 22, 34, 28]. Також, треба зазначити, що існують дослідження, в яких моделюється гібридний дефект (комбінація бокс-дефекту та тріщини) [19]. У деяких роботах [30, 13, 22, 27] досліджується вплив зміни геометричних параметрів дефекту або діаметру трубопроводу на виникаючі напруження та деформації у зоні дефекту. В роботі [27] зроблено висновок, що при глибині дефекту більш ніж 20 % від товщини трубопроводу його експлуатація є небезпечною. У роботі [27] досліджується вплив бокс-дефекту різної глибини (40 %, 60 %, 75 % відносно товщини трубопроводу) та проводиться оцінка працездатності трубопроводу з такими дефектами за допомогою методу ASMEB31G 1, та визначено, що трубопровід з дефектами таких розмірів потребує ремонту. Також аналізується вплив розташування дефекту на напружено-деформований стан пошкодженого трубопроводу. В таких дослідженнях оцінка міцності показала, що при появі дефекту у трубопроводі виникають пластичні деформації.

У роботі [36] проводиться аналіз діапазону зміни геометричних параметрів. Знайдено, для параметрів таких як довжина та ширина поверхні дефекту можна оцінити два кордони за межами яких спостерігається дуже незначний ефект на НДС конструкції. Визначено, що дефекти слід розглядати з параметром довжини (l) не більше ніж l/D 1.5, а ширини (c) не менше ніж 0.0785, де D – діаметр.

З огляду на проведені дослідження можна зробити висновок, що найбільш небезпечним дефектом,

який визиває максимальні еквівалентні напруження, є дефект, який розташований у поздовжньому напрямку трубопроводу [16, 20, 22, 36].

Треба зазначити, що в даних роботах досліджується корозійні дефекти на прямолінійній частині трубопроводу, але недостатньо уваги приділено дослідженню дефектів, які виникають на криволінійній частині трубопроводу, де також досить часто виявляються пошкодження. Наприклад, у роботі [22] досліджується два сусідні бокс-дефекти розташовані на криволінійній частині трубопроводу у поздовжньому напрямку.

Також треба враховувати, що виникнення корозійного дефекту на поверхні трубопроводу призводить до появи пластичних деформацій навіть при відносно невеликих його розмірах та пришвидшує розвиток корозії. Це дозволяє зробити висновок, що при визначенні залишкового ресурсу, треба використовувати методи накопичення саме мало циклової втоми.

Прогнозування відмови при виникненні групи [21, 39] близько розташованих дефектів є набагато складнішим, ніж дослідження ізольованого дефекту. Взаємодія між сусідніми дефектами значно впливає на залишковий ресурс і працездатність трубопроводу з групами корозійних дефектів. Наприклад, у роботі [39] розроблено модель, яка відображає точкову корозію, та після аналізу результатів виявлено, що при взаємодії таких дефектів виникає значно складніша картина НДС, ніж при розрахунках моделі трубопроводу з одиночним дефектом.

2.2 Оцінка надійності пошкоджених трубопроводів в ймовірнісній постановці

При експлуатації магістральних трубопроводів присутні багато чинників, які є випадковими, а саме зовнішнє навантаження та форма дефекту. Ці чинники змушують розглядати дану задачу у ймовірнісній постановці. У роботі [36] проводиться аналіз ступеню впливу таких чинників та оцінка зміни цього впливу при використанні різних методів. Та зазначається, що випадковість зовнішнього навантаження та глибина виникаючого дефекту мають найбільш вагомий вплив

на зменшення ресурсу конструкції.

Зазвичай, при експлуатації використовується номінальний тиск, але скачки тиску при вмиканні/вимиканні призводять до того, що цей процес розглядається як випадковий. Тому, при визначенні залишкового ресурсу магістральних трубопроводів досить суттєвим є врахування випадковості навантаження.

У багатьох роботах [32, 34-36] враховується цей факт, завдяки якому вдається визначити залишковий ресурс та ймовірність відмови. Треба відмітити, що у роботі [33] при знаходженні імовірнісних характеристик та їх порівнянні між собою зроблений висновок, що доцільніше оцінювати надійність не по щільності ймовірності, а використовувати кумулятивну функцію розподілення.

В імовірнісній постановці було визначено значення тиску, при якому відбувається руйнування.

Треба відмітити роботу [32], в якій при оцінці надійності враховується просторова кореляція корозії на трубопроводі, тобто корозія описується як випадковий процес з заданими імовірнісними характеристиками.

У роботі [35] використовувався імовірнісний метод оцінки розриву пошкоджених ділянок трубопроводів на основі розробленого авторами алгоритму. Для знаходження потрібних параметрів пропонується використовувати метод три етапної оцінки визначення впливу таких дефектів. На першому етапі для одиночного дефекту методом ASME B31G, який є модифікованим методом B31G (метод RSTRENG 0.85dL) виконується простий розрахунок, який спирається на одиничні вимірювання максимальної глибини і осьової протяжності дефекту. На другому етапі розмір дефекту залежить від детального вимірювання профілю поверхні з корозією та врахування фактичного розподілу втрат металу. На третьому етапі проводиться детальний аналіз, для якого найкраще використовувати метод скінченних елементів, за умови, що скінченно-елементна модель була підтверджена експериментальними результатами. Після чого визначаються параметри надійності з урахуванням випадковості навантаження.

У деяких роботах враховується не тільки випадковість зовнішнього навантаження, а також випадковість форми корозійного дефекту. Наприклад у роботі [37], явним чином моделюється випадкова форма корозійного дефекту, та проводиться серія розрахунків при змінній формі дефекту. Певна група робіт посвячена дослідженню точеної корозії [31, 35, 40], яка моделюється випадковим чином на поверхні трубопроводу. Наприклад, у роботі [35] розроблено метод для імітації точкової корозії в комбінації двох фізичних процесів: зародження корозії та її зростання. Випадковість корозійного дефекту враховується через його ймовірнісні характеристики (математичне очікування та середньоквадратичне значення), а також порівнюються результати при різних законах (нормальний та логнормальний) розподілення ймовірності.

Висновки. В даній роботі розглянуто та проаналізовано підходи до дослідження корозійно пошкоджених трубопроводів. Виділено два методи по визначенню залишкового ресурсу трубопроводів такі як, дослідження пошкоджених трубопроводів з неявним

врахування корозії, а з використанням співвідношень фізико-механічних змін у матеріалі; та при явному моделюванні корозійних пошкоджень, та використання програмних комплексів для чисельних розрахунків. Слід зазначити, що більшість робіт цієї групи знаходиться в площині аналізу статичної міцності прямолинійних ділянок трубопроводу або пластин, а при прогнозуванні залишкового ресурсу для цих систем використовують статистичні симуляції з метою визначення ймовірності втрати статичної міцності або виникнення протікання трубопроводів. При цьому зрозуміло, що оцінка надійності цих конструкцій має проводитись за критеріями не лише статичної міцності, яка може бути порушена при різких експлуатаційних викидах навантажень (тиску), але й за критеріями довготривалої міцності, наприклад внаслідок накопичення багато чи мало циклової втоми, що відбуваються через наявність експлуатаційної циклічності навантажень, посилені наявністю концентрації напружень навколо дефекту.

Таким чином, актуальною науково-практичною задачею є розвиток методів та підходів для аналізу міцності та прогнозу надійності конструкцій, які використовуються при транспортуванні нафтопродуктів з корозійним пошкодженням їх ділянок з метою визначення їх залишкового ресурсу для подальшого планування ремонтних робіт.

З огляду літературних джерел можна зробити висновок, що навіть при наявності багатьох досліджень, ще залишається багато чинників які враховані недостатньо, та потребують подальших досліджень та уточнення результатів.

Список літератури:

1. *Chebakov M.* On a method of reduction of stress concentrators in damaged transmission pipelines / *M. Chebakov, A. Dumitrescu, I. Lambrescu, R. Nedin* // Innovative solutions in repair of gas and oil pipelines, Bulgarian Society for destructive testing Publishers, BAS, Sofia. – 2016. – P. 229-234.
2. *Adib-Ramezani H.* Structural integrity evaluation of x52 gas pipes subjected to external corrosion defects using the SIN-TAP procedure / *H. Adib-ramezani, J. Jeong, G. Pluvinage* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2006. – Vol. 83. – P. 420-432.
3. *Valor A.* Reliability assessment of buried pipelines based on different corrosion rate models / *A. Valor, F. Caleyo, J. M. Hallen, J. C. Velazquez* // Corrosion Science. – 2013. – Vol. 66. – P. 78-87.
4. *Zhang S.* Inverse gaussian process-based corrosion growth model for energy pipelines considering the sizing error in inspection data / *S. Zhang, W. Zhou, H. Qin* // Corrosion Science. – 2013. – Vol. 73. – P. 309-320.
5. *Alexander F.* Stochastic process corrosion growth models for pipeline reliability / *F. Alexander, V. Bazin, A. T. Beck* // Corrosion Science. – 2013. – Vol. 74. – P. 50-58.
6. *Супотюк А. М.* Оцінка працездатності та ризику руйнування та дефектного трубопроводу теплоенергетичного устаткування / *А. М. Супотюк, Р. А. Барна, О. Л. Білуні* // Міжвуз. Збірник «Наукові нотатки». – 2014. – Вип. № 47. – С. 182-187.
7. *Caleyo F.* Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: a montecarlo study / *F. Caleyo, J. C. Velazquez, A. Valor, J. M. Hallen* // Corrosion Science. – 2009. – Vol. 51, No. 9. – P. 1925-1934.
8. *Степова О.В.* Аналіз стану корозійної безпеки газопроводів полтавської області / *О.В. Степова, В.І. Галькевич, Я.В. Гудзь* // Вісник ПДАА. – 2013. – Вип. № 2. – С. 132-135.
9. *Ждек А.Я.* Визначення залишкового ресурсу тривало

експлуатованих нафтопроводів із врахування неявних корозійних дефектів та умов експлуатації / А.Я. Ждек, В.Я. Груз // Науковий вісник ІФНТУНГ. – 2013. – Вип. № 2 (32). – С. 132-135.

10. *Побережний Л.* Корозійний моніторинг транзитних трубопроводів / Л. *Побережний* // Вісник ТНТУ. – 2011. – Т. 16, вип. № 3. – С. 20-26.

11. *Морачковський О. К.* Континуальна модель роста трещин коррозионного растрескивания для расчета ресурса конструкций, / О. К. *Морачковський*, Ю. В. *Ромашов* // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2011. – № 2. – С. 111-116.

12. *Лужецький В.С.* Визначення характеристик циклічної корозійної тріщиностійкості матеріалу труби нафтопроводу / В.С. *Лужецький*, О.М. *Лепак* // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій. – 2012. – С. 126-131.

13. *Ma B.* Assessment on failure pressure of high strength pipeline with corrosion defects / B. *Ma*, J. *Shuai*, D. *Liu*, K. *Xu* // Engineering Failure Analysis. – 2013. – Vol. 32. – P. 209-219.

14. *Li X.* Effect of interaction between corrosion defects on failure pressure of thin wall steel pipeline / X. *Li*, Y. *Bai*, C. *Su*, M. *Li* // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2016.

15. *Han Y.-L.* Artificial neural network technology as a method to evaluate the failure bending moment of a pipe with a circumferential crack / Y.-L. *Han*, S.-M. *Shen*, S.-H. *Dai* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 1996. – Vol. 0161, No. 95. – P. 1-6.

16. *Fekete G.* The effect of the width to length ratios of corrosion defects on the burst pressures of transmission pipelines / G. *Fekete*, L. *Varga* // Engineering Failure Analysis. – 2012. – Vol. 21. – P. 21-30.

17. *Silva R. C. C.* A study of pipe interacting corrosion defects using the fem and neural networks / R. C. C. *Silva*, J. N. C. *Guerreiro*, A. F. D. *Loula* // Advances in Engineering Software. – 2007. – Vol. 38. – P. 868-875.

18. *Al-Owaisi S.S.* Analysis of shape and location effects of closely spaced metal loss defects in pressurised pipes / S. S. *Al-Owaisi*, A. A. *Becker*, W. *Sun* // EFA. – 2016. – P. 22.

19. *Bedairi B.* Failure prediction for crack-in-corrosion defects in natural gas transmission pipelines / B. *Bedairi*, D. *Cronin*, A. *Hosseini*, A. *Plumtree* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2012. – Vol. 96-97. – P. 90-99.

20. *Chen Y.* Failure assessment of x80 pipeline with interacting corrosion defects / Y. *Chen*, H. *Zhang*, J. *Zhang* [et al.] // Engineering failure analysis. – 2015. – Vol. 47. – P. 67-76.

21. *Filho J. E. A.* On the failure pressure of pipelines containing wall reduction and isolated pit corrosion defects / J. E. A. *Filho*, R. D. *Machado*, R. J. *Bertin*, M. D. *Valentini* // Computers and Structures. – 2014. – Vol. 132. – P. 22-33.

22. *Khalajestani M. K.* Investigation of pressurized elbows containing interacting corrosion defects / M. K. *Khalajestani*, M. R. *Bahaari* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2014. – Vol. 123-124. – P. 77-85.

23. *Li X.* Effect of interaction between corrosion defects on failure pressure of thin wall steel pipeline / X. *Li*, Y. *Bai*, C. *Su*, M. *Li* // International Journal of Pressure Vessels and Piping. – 2016.

24. *Netto T. A.* On the effect of corrosion defects on the collapse pressure of pipelines / T. A. *Netto*, U. S. *Ferraz*, A. *Botto* // Int. J. of Sol. & Str. – 2007. – Vol. 44. – P. 7597-7614.

25. *Xu L. Y.* International journal of pressure vessels and piping reliability and failure pressure prediction of various grades of pipeline steel in the presence of corrosion defects and pre-strain / L. Y. *Xu*, Y. F. *Cheng* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2012. – Vol. 89.

26. *Логонов О.А.* Моделирование напряженно-деформированного состояния участка магистрального трубопровода с трещиноподобным дефектом / О.А. *Логонов*, А.Н. *Мисейко* // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. – 2008. – № 1 (16). – С. 164-166.

27. *Пічугін С.Ф.* Дослідження впливу корозійних пошкоджень на напружено-деформований стан сталевих труб магист-

рального нафтопроводу шляхом моделювання методом скінченних елементів / С.Ф. *Пічугін*, О.В. *Семко*, Ж.Ю. *Бескровна* // Збірник наукових праць (галузево-машинобудування, будівництва). – ПолтНТУ: 2013. – Вип. 4 (39). Т.1. – С. 209-215.

28. *Vasilev I.* Calculations of the admissible corrosion damages in piping by FEM / I. *Vasilev*, Y. *Mirchev*, M. *Mihovski*, V. *Sergienko* // «NDT days 2014»/«Днина без разрушительния контрол 2014» – 2014. – № 1 (150). – P. 506-509.

29. *Демидов П.Н.* Прогнозирование остаточного ресурса трубопроводов с учетом эрозивно-коррозионного износа / П.Н. *Демидов*, А.И. *Трубаев* // Вісник НТУ «ХПІ». – 2011. – № 52. – С. 209-215.

30. *Cunha D. J. S.* International journal of pressure vessels and piping fatigue analysis of corroded pipelines subjected to pressure and temperature loadings / D. J. S. *Cunha*, A. C. *Benjamin*, R. C. C. *Silva* [et al.] // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2014. – Vol. 113. – P. 15-24.

31. *Caleyo F.* Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: a montecarlo study / F. *Caleyo*, J. C. *Velazquez*, A. *Valor*, J. M. *Hallen* // Corrosion Science. – 2009. – Vol. 51, No. 9. – P. 1925-1934.

32. *Leon D. De* Effect of spatial correlation on the failure probability of pipelines under corrosion / D. *De Leon*, O. F. *Maci* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2005. – Vol. 82. – P. 123-128.

33. *Li S.* Predicting corrosion remaining life of underground pipelines with a mechanically-based probabilistic model / S. *Li*, S. *Yu*, H. *Zeng* [et al.] // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – Vol. 65, No. 3-4. – P. 162-166.

34. *Meliani M. H.* Corrosion defect assessment on pipes using limit analysis and notch fracture mechanics q / M. H. *Meliani*, Y. G. *Matvienko*, G. *Pluvinage* // Engineering Failure Analysis. – 2011. – Vol. 18, No. 1. – P. 271-283.

35. *Qian G.* Probabilistic analysis of pipelines with corrosion defects by using fitnetffs procedure / G. *Qian*, M. *Niffenegger*, S. *Li* // Corrosion Science. – 2011. – Vol. 53, No. 3. – P. 855-861.

36. *Teixeira A. P.* Reliability of pipelines with corrosion defects / A. P. *Teixeira*, C. G. *Soares*, T. A. *Netto*, S. F. *Estefen* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2008. – Vol. 85. – P. 228-237.

37. *Larin O.* Prediction of reliability of the corroded pipeline considering the randomness of corrosion damage and its stochastic growth / O. *Larin*, E. *Barkanov*, O. *Vodka* // Engineering Failure Analysis. – 2016. – Vol. 66. – P. 60-71.

38. *Witek M.* Gas transmission pipeline failure probability estimation and defect repairs activities based on in-line inspection data / M. *Witek* // EFA. – 2016. – Vol. 70. – P. 255-272.

39. *Vodka O.O.* Computation tool for assessing the probability characteristics of the stress state of the pipeline part detected by pitting corrosion / O.O. *Vodka* // Advances in Engineering Software – 2015. – Vol. 90. – P. 159-168.

40. *Veritas D. N.* Recommended practice DNV RP F101. Corroded pipelines october 2010 / D. N. *Veritas* // Int. J. of Pres. Ves. and Pip. – 2010. – P. 42.

References (transliterated):

1. Chebakov M., Dumitrescu A., Lambrescu I., Nedin R. On a method of reduction of stress concentrators in damaged transmission pipelines. Invasive solutions in repair of gas and oil pipelines, Bulgarian Society for destructive testing Publishers, BAS, Sofia. 2016. pp. 229-234.

2. Adib-Ramezani H., Jeong J., Pluvinage G. Structural integrity evaluation of x52 gas pipes subjected to external corrosion defects using the SINTAP procedure. Int. J. of Pres. Ves. and Pip. 2006. Vol. 83. pp. 420-432.

3. Valor A., Caleyo F., Hallen J. M., Velazquez J. C. Reliability assessment of buried pipelines based on different corrosion rate models. Corrosion Science. 2013. Vol. 66. pp. 78-87.

4. Zhang S., Zhou W., Qin H. Inverse gaussian process-based corrosion growth model for energy pipelines considering the sizing error in inspection data. Corrosion Science. 2013. Vol. 73. pp. 309-320.

5. Alexander F., Basin V., Beck A. T. Stochastic process corrosion growth models for pipeline reliability. Corrosion Science. 2013. Vol. 74. pp. 50-58.

6. Syrotyk A. M., Barna R. A., Bilyi O. L. Assessment of serviceability and fracture risk of defective pipeline of heat-and-power equipment. *Mizhvuz. Zbirnyk Naykovi notayky*, 2014. No 47. pp. 182–187.
7. Caley F., Velazquez J. C., Valor A., Hallen J. M. Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: a monte-carlo study. *Corrosion Science*. 2009. Vol. 51, No. 9. pp. 1925–1934.
8. Stepanova O.V., Galkevich V.I., Gyzd V.I. Analysis of corrosion safety of gas pipelines in Poltava region. *Visnik PDAA*, 2013. No 2. pp. 132–135.
9. Zhdek A. Ya., Gruz V.Ya. Determination of residual life long oil pipeline operated by subject available corrosion defects and conditions fuse. *Naukoviy visnik IFNTUNG*, 2013. No 2 (32). pp. 132–135.
10. Poberegny L. Corrosion monitoring transit pipelines. *Visnyk TNTU*, 2011. Vol.16, No 3. pp. 20–26.
11. Morachkovskiy O. K., Romashov Yu. V. Continual grow the model crack corrosion cracking for resource calculation of structures. *Physicochemical Mechanics of Materials*. 2011. No 2. pp. 111–116.
12. Lujekiy V.S., Lepak O.M. Determination of cyclic corrosion crack pipe material pipeline. *Problems numerical mechanics and strengths of design*. 2012. pp. 126–131.
13. Ma B., Shuai J., Liu D., Xu K. Assessment on failure pressure of high strength pipeline with corrosion defects. *Engineering Failure Analysis*. 2013. Vol. 32. pp. 209–219.
14. Li X., Bai Y., Su C., Li M. Effect of interaction between corrosion defects on failure pressure of thin wall steel pipeline. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2016.
15. Han Y.-L., Shen S.-M., Dai S.-H. Artificial neural network technology as a method to evaluate the failure bending moment of a pipe with a circumferential crack. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 1996. Vol. 0161, No. 95. pp. 1–6.
16. Fekete G., Varga L. The effect of the width to length ratios of corrosion defects on the burst pressures of transmission pipelines. *Engineering Failure Analysis*. 2012. Vol. 21. pp. 21–30.
17. Silva R. C. C., Guerreiro J. N. C., Loula A. F. D. A study of pipe interacting corrosion defects using the fem and neural networks. *Advances in Engineering Software*. 2007. Vol. 38. P. 868–875.
18. Al-Owaisi S.S., Becker A.A., Sun W. Analysis of shape and location effects of closely spaced metal loss defects in pressurised pipes. *EFA*. 2016. pp. 22/
19. Bedairi B., Cronin D., Hosseini A., Plumtree A. Failure prediction for crack-in-corrosion defects in natural gas transmission pipelines. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2012. Vol. 96–97. pp. 90–99.
20. Chen Y., Zhang H., Zhang J. [et al.] Failure assessment of x80 pipeline with interacting corrosion defects. *Engineering failure analysis*. 2015. Vol. 47. pp. 67–76.
21. Filho J. E. A., Machado R. D., Bertin R. J., Valentini M. D. On the failure pressure of pipelines containing wall reduction and isolated pit corrosion defects. *Computers and Structures*. 2014. Vol. 132. pp. 22–33.
22. Khalajestani M. K., Bahaari M. R. Investigation of pressurized elbows containing interacting corrosion defects. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2014. Vol. 123–124. pp. 77–85.
23. Li X., Bai Y., Su C., Li M. Effect of interaction between corrosion defects on failure pressure of thin wall steel pipeline. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2016.
24. Netto T. A., Ferraz U. S., Botto A. On the effect of corrosion defects on the collapse pressure of pipelines. *Int. J. of Sol. & Str.* 2007. Vol. 44. P. 7597–7614.
25. Xu L. Y., Cheng Y. F. International journal of pressure vessels and piping reliability and failure pressure prediction of various grades of pipeline steel in the presence of corrosion defects and pre-strain. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2012. Vol. 89.
26. Loginov O.A., Moiseyko A.H. Modeling stress strain state of pipeline section with crack-like defect. *Ves. Sam. gos.tech. unt. Ser.: Phiz.-mat. nauk*. 2008. No 1 (16). pp. 164–166.
27. Pichugin S.F., Semko O.V., Beskrovna J.Yu. The influence of corrosion damage on the mode of deformation of steel pipe main pipeline by finite element simulations. *Zbirnyk naukovych prac. PolNTU*, 2013. V. 4 (39). Vol. 1. P. 209–215.
28. Vasilev I., Mirchev Y., Mihovski M., Sergienko M. Calculations of the admissible corrosion damages in piping by FEM. «NDT days 2014»/«Длина без разрушительного контроля 2014». 2014. No 1 (150). pp. 506–509.
29. Demidov P. N., Trubaev A.I. Forecasting of residual life pipelines with erosion-corrosion wear. *Visnyk NTU «KhPI»*. 2011. No 52. C. 209–215.
30. Cunha D. J. S., Benjamin A. C., Silva R. C. C. [et al.] International journal of pressure vessels and piping fatigue analysis of corroded pipelines subjected to pressure and temperature loadings. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2014. Vol. 113. pp. 15–24.
31. Caley F., Velazquez J. C., Valor A., Hallen J. M. Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: a monte-carlo study. *Corrosion Science*. 2009. Vol. 51, No. 9. pp. 1925–1934.
32. De Leon D., Maci O. F. Effect of spatial correlation on the failure probability of pipelines under corrosion. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2005. Vol. 82. pp. 123–128.
33. Li S., Yu S., Zeng H. [et al.] Journal of petroleum science and engineering predicting corrosion remaining life of underground pipelines with a mechanically-based probabilistic model. *Journal of Petroleum Science and Engineering*. 2009. Vol. 65, No. 3–4. P. 162–166.
34. Meliani M. H., Matvienko Y. G., Pluvina G. Corrosion defect assessment on pipes using limit analysis and notch fracture mechanics q. *Engineering Failure Analysis*. 2011. Vol. 18, No. 1. P. 271–283.
35. Qian G., Niffenegger M., Li S. Probabilistic analysis of pipelines with corrosion defects by using fitnetffs procedure. *Corrosion Science*. 2011. Vol. 53, No. 3. pp. 855–861.
36. Teixeira A. P., Soares C. G., Netto T. A., Estefen S. F. Reliability of pipelines with corrosion defects. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2008. Vol. 85. pp. 228–237.
37. Larin O., Barkanov E., Vodka O. Prediction of reliability of the corroded pipeline considering the randomness of corrosion damage and its stochastic growth. *Engineering Failure Analysis*. 2016. Vol. 66. pp. 60–71.
38. Witek M. Gas transmission pipeline failure probability estimation and defect repairs activities based on in-line inspection data. *EFA*. 2016. Vol. 70. pp. 255–272.
39. Vodka O. Computation tool for assessing the probability characteristics of the stress state of the pipeline part defected by pitting corrosion. *Advances in Engineering Software*. 2015. Vol. 90. pp. 159–168.
40. Veritas D. N. Recommended practice DNV RP F101. Corroded pipelines october 2010. *Int. J. of Pres. Ves. and Pip.* 2010. pp. 42.

Надійшла (received) 03.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Огляд сучасних моделей розвитку корозійних пошкоджень та напрямів дослідження їх впливу на міцність і надійність елементів трубопровідних систем / К.Є. Потопальська // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 60–65. – Бібліогр.: 40 назв. – ISSN 2078-9130.

Обзор современных моделей развития коррозионных повреждений и исследований тенденции их влияния на прочность и надежность элементов трубопроводных систем / К.Е.Потопальская // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 60–65. – Бібліогр.: 40 назв. – ISSN 2078-9130.

Review of modern models of development of corrosion damage and research tendency of their influence to strength and reliability of elements of pipeline systems / К.Е. Potopalska // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 60–65. – Bibliogr.: 40. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Потопальська Ксенія Євгенівна – аспірант кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», email: ks.potopalskaya@gmail.com

Потопальская Ксения Евгеньевна – аспирант кафедры динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», email: ks.potopalskaya@gmail.com

Potopalska Kseniia – Master, Ph.D student; Dynamics and strength of machines department, NTU «KhPI», email: ks.potopalskaya@gmail.com

О.В. ФОМІН, О.А. ЛОГВІНЕНКО, О.В. БУРЛУЦЬКИЙ, А.М. ФОМІНА

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ ТА ПЕРСПЕКТИВНИХ ПРОФІЛІВ СКЛАДОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ НЕСУЧИХ СИСТЕМ ОДИНИЦЬ РУХОМОГО СКЛАДУ ЗАЛІЗНИЦЬ

Виділена важлива роль залізничного транспорту в транспортній інфраструктурі України. Відмічена необхідність оновлення існуючого парку залізничного рухомого складу одиницями з сучасним рівнем техніко-економічних та експлуатаційних показників. Зазначені актуальність та важливість проведення науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт в напрямку розробки нових конкурентоспроможних моделей одиниць рухомого складу. Обґрунтовано доцільність удосконалення їх конструкції за рахунок модернізації вузлових та базових елементів. Наведені існуючі та перспективні профілі складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу, які складають відповідні парки залізниць України.

Ключові слова: залізничний транспорт, рухомий склад, техніко-економічні показники, одиниці рухомого складу, несучі системи, профілі.

Выделена особая роль железнодорожного транспорта в транспортной инфраструктуре Украины. Отмечена необходимость обновления существующего парка железнодорожного подвижного состава единицами с современным уровнем технико-экономических и эксплуатационных показателей. Выделена актуальность и важность проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ в направлении разработки новых конкурентоспособных моделей единиц подвижного состава. Обоснована целесообразность усовершенствования их конструкции за счет модернизации узловых и базовых элементов. Представлены существующие и перспективные профили составляющих элементов несущих систем единиц подвижного состава, которые составляют соответствующие парки железных дорог Украины.

Ключевые слова: железнодорожный транспорт, подвижной состав, технико-экономические показатели, единицы подвижного состава, несущие системы, профили.

It highlighted the special role of railways in the transport infrastructure of Ukraine. There was a need to update the existing fleet of rolling stock units to the state of technical, economic and operational indicators. It highlighted the relevance and importance of the research and development activities towards the development of new competitive models of rolling stock units. The expediency of improving their design by upgrading hubs and basic elements. Presents the existing and future profiles of constituent elements of bearing systems of rolling stock units, which make up the respective parks railways of Ukraine.

Keywords: rail, rolling stock, technical and economic indicators of the vehicle carrying the system profiles.

Вступ. Залізничний транспорт є однією з базових галузей економіки України. Його стабільне та ефективне функціонування є необхідною умовою для забезпечення обороноздатності, національної безпеки і цілісності держави, підвищення рівня життя населення [1-8]. На даний час залізниці, в основному, задовольняють потреби суспільного виробництва та населення у перевезеннях. Проте стан виробничо-технічної бази залізниць і технологічний рівень перевезень за багатьма параметрами не відповідає зростаючим потребам суспільства та європейським стандартам якості надання транспортних послуг [1, 5-7], що найближчим часом може стати перешкодою для подальшого соціально-економічного розвитку держави. Проведення ринкових перетворень на залізничному транспорті сприятиме прискоренню темпів європейської інтеграції, налагодженню більш тісного міжнародного економічного співробітництва та підвищенню конкурентоспроможності українських залізниць на ринку транспортних послуг, дасть можливість ефективно використовувати вигідне геополітичне розташування України, а також збалансувати інтереси залізниць та споживачів їх послуг.

Постановка проблеми. Особливе місце в залізничній транспортній структурі відводиться ефективності перевезень. Тому, у зв'язку з гострою необхідністю оновлення існуючого парку залізничного рухомого складу одиницями з сучасним рівнем техніко-

економічних та експлуатаційних показників, обумовлюється актуальність та важливість проведення науково-дослідних та дослідно-конструкторських робіт вітчизняними організаціями в напрямку розробки нових конкурентоспроможних моделей одиниць рухомого складу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій показав, що перспективними завданнями для виробників рухомого складу та організацій які експлуатують його одиниці, є вирішення задач з удосконалення процедур дослідження та проектування несучих систем їх кузовів [1, 3, 5, 7]. В результаті вирішення вищезазначених задач можливо буде підвищити рівень ефективності використання металоконструкцій рухомого складу (за рахунок визначення та використання відповідних резервів міцності) та визначити їх ресурс (в тому числі залишковий) з відповідним прогнозуванням [2, 4]. Одним із перспективних напрямків поліпшення техніко-економічних та експлуатаційних показників рухомого складу є комплексне удосконалення їх конструкцій за рахунок модернізації окремих складових модулів (екіпажної частини, кузова та рами) та базових елементів (стойок, поясів, балок, обв'язувань, тощо). При цьому удосконалення вищенаведених складових передбачає використання у якості їх елементів нових профілів, які характеризуються меншою матеріаломісткістю, кращими міцнісними якостями та меншою собівартістю виготовлення при забезпеченні умов

безпеки руху.

Метою статті є аналіз існуючих та перспективних профілів складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу, а також отримання та наведення математичних моделей, які описують зміну головних масо-міцнісних показників вказаних профілів від варіації їх геометричних параметрів.

Викладення основного матеріалу дослідження.

Рухомий склад залізниць (в тому числі локомотиви, вантажні та пасажирські вагони, які складають парк ПАТ «Укрзалізниця» та парк внутрішньозаводського транспорту) має складну класифікаційну структурно-ієрархічну систему.

Розгляд всього різноманіття конструкцій локомотивів [9, 10], які складають локомотивний парк ПАТ «Укрзалізниця», дозволив виділити основні їх вузли, а саме головну раму та кузов. Ці два вузла повинні забезпечувати нормальні умови роботи устаткування і локомотивної бригади, а саме: зручність управління локомотивом; можливість контролю за роботою агрегатів; безпеку і дотримання санітарно-гігієнічних норм; розміщення силового і допоміжного обладнання та встановлення візків; міцність та довговічність конструкції при мінімальній масі; технологічність виробництва та ремонту локомотивів; дотримання сучасних вимог естетики та аеродинаміки.

Головна несуча рама локомотива є одним з найважливіх і громіздких вузлів локомотива. Її довжина досягає 16-18 м, а на її виготовлення разом з кузовом витрачається дуже багато металу (приблизно 20-25 % загальної маси локомотива). Вона сприймає вагу обладнання, а також статичні та динамічні навантаження, які виникають під час руху локомотива. Основу головної несучої рами вантажних тепловозів (які мають не несучий кузов) складають дві центральні поперечні двотаврові балки, а пасажирських тепловозів (які мають несучий кузов) – бокові (зовнішні) поперечні балки коробчатого перерізу. До основних складових елементів головної рами локомотива відносяться: хребтові та бокові балки, стяжні ящики, поперечні кріплення та кронштейни, настільні листи під допоміжне обладнання.

Для зовнішньої огорожі та захисту від атмосферних впливів основних вузлів і агрегатів локомотива, а також створення необхідних умов для роботи локомотивної бригади, служить його кузов. При цьому розрізняють кузова вагонного та капотного типів. Кузова вагонного (повністю закритого) типу застосовуються на всіх сучасних вітчизняних магістральних тепловозах і електровозах. Характерною особливістю цього типу кузова є те, що локомотивна бригада має можливість контролювати роботу вузлів і агрегатів і переходити з секції в секцію (на двох і багатосекційних локомотивах) без виходу назовні. Відповідно, між стінкою кузова і силовим обладнанням (наприклад, тепловозних дизелем) локомотива передбачені проходи, по яких можна пройти з секції в секцію. Кузова капотно-го типу знайшли застосування, в основному, на маневрових і промислових локомотивах. В цьому випадку

для огляду і обслуговування устаткування, що знаходиться під знімним капотом, з кабіни машиніста потрібно вийти на бічні площадки, огорожені поручнями. Ці кузова легше і дешевше, простіше вести монтаж і демонтаж обладнання при ремонтах локомотивів. Кузови локомотивів мають розкрито-стійкову (фермову) або решітчасту (оболонкову) конструкції, які обшиваються металевими листами. Елементами цих конструкцій є стержні, що з'єднані між собою вертикально чи за діагоналлю, або які утворюють прямокутну решітку.

Особливе місце в залізничній транспортній структурі відводиться вантажним перевезенням, ефективна робота яких залежить від технічного стану одиниць існуючого вагонного парку країни. Вантажні вагони [1, 3, 4, 7, 8], які складають вагонний парк ПАТ «Укрзалізниця», класифікують на: криті вагони, платформи, піввагони, цистерни, ізотермічні вагони та вагони спеціального призначення. Криті вагони призначені для перевезення вантажів, які потребують захисту від атмосферного впливу. Вони мають металевий кузов із засувними дверима в обох бокових стінах. На платформах перевозять довгомірні, масивні і великовагові вантажі. Їх обладнують невисокими відкидними металевими бортами і пристосуваннями для установки стійок, необхідних при перевезенні колод, стовпів, дощок тощо. Напіввагони призначені для перевезення кам'яного вугілля, лісу, металів та інших сипучих та штучних вантажів, які не потребують захисту від атмосферних опадів. Кузов напіввагона не має даху, що забезпечує зручність завантаження і розвантаження. Рідкі вантажі (нафта, бензин, кислоти, масло, газ тощо) перевозять у цистернах, які представляють собою спеціальний металевий зварний резервуар циліндричної форми, що має у верхній частині люки для наливання вантажу, очищення та ремонту. Ізотермічні вагони використовуються для транспортування швидкопсувних вантажів таких, як жива риба, молочні та інші продукти. Вагони спеціального призначення призначені для вантажів, що потребують особливих умов перевезення, наприклад, скота або масивних і великовагових машин та устаткування.

Незважаючи на різноманіття конструкцій вагонів, вони складаються із чотирьох основних вузлів, що мають певне і однаково важливе функціональне значення: кузов, ходові частини, ударно-тягові прилади та автогальма. Кузов – це головний для всіх вагонів вузол, який визначає тип конструкції. Він є найбільш матеріаломістким та складним у виготовленні. Умови роботи кузова важкі, адже в експлуатації він сприймає всі види навантажень, а також зазнає кліматичного впливу. Ходові частини – другий основний вузол вагонів. Їх функціональне призначення полягає у забезпеченні безпечної взаємодії вагона із залізничним шляхом в усьому діапазоні швидкостей руху, передбаченому технічним завданням. Умови роботи деталей ходових частин ще більш складні, ніж у кузовів вагонів. Через них здійснюється передача навантажень від вагону на елементи шляху. Ударно-тягові прилади відносяться до третього вузла вагонів. Їх функціональне призначення полягає в тому, щоб забез-

печувати зчеплення одиниць рухомого складу між собою, утримувати їх на певній відстані одна від одної, передавати поздовжні тягові та стискаючі зусилля, що виникають у потязі. Умови роботи ударно-тягових приладів характеризуються високою динамічною навантаженістю їх деталей, яка призводить до зносу і руйнування останніх. Автогальмівне обладнання належить до четвертого основного вузла вагону. Його призначення – забезпечувати можливість регулювання швидкостей руху поїздів та їх зупинки. Умови роботи елементів конструкцій, які забезпечують гальмування, як і всіх інших вузлів вагонів, також важкі. Вони піддаються впливу кліматичних факторів, різноманітних видів механічних навантажень, які виникають при русі, а вузли тертя зазнають термічного навантаження високого рівня. Тож при проектуванні вагонів повинні бути виконані вимоги по забезпеченню функціонального призначення його вузлів [1]. Слід зазначити, що актуальності у цьому питанні набувають розрахунки на міцність складових несучих систем вантажних вагонів, оскільки вони є основою для обґрунтування раціональних параметрів елементів рухомого складу та підвищення їх технічних характеристик.

У відповідності до формалізованих описань вантажних вагонів [3,4] в якості основних складових елементів їх несучих систем можна виділити: хребтову, проміжні, шворневі, лобові (кінцеві) балки; стійки, обв'язування верхнє та нижнє стін бокових; обв'язування верхнє та нижнє, пояси, стійки стін торцевих; елементи каркасу даху вагона.

До основних видів існуючих на сьогоднішній день профілів складових елементів несучих систем, які використовуються у вантажному вагонобудуванні слід віднести: прокатні (наприклад двотавр ГОСТ

5267.5-90, профіль вагонної стійки ГОСТ 5267.6-90 та інші), гнуті (наприклад гнутий швелер, гнутий профіль вагонної стійки), зварювальні (наприклад зварювальний варіант двотавра з стійки та двох полок), можливі поєднання вище перелічених профілів (наприклад замкнутий профіль з перерізом прямокутної труби, який сформовано в результаті зварювального з'єднання двох прокатних кутників чи гнутих швелерів). При цьому для кузовів напіввагонів найпоширенішими їх виконаннями для обв'язування верхнього стін бокових є: два зварювальних між собою швелери 14П (ГОСТ 8240) (рис. 1, а); гнутий профіль прямокутного перерізу розміром 140x110x7мм по ТУ У 27.3-00190319-1316-2004 зварений по перерізу у коробку (рис. 1, б); два зварювальних між собою кутка 100x100x10-В (ДСТУ 2551) (рис. 1, в); для обв'язування верхнього стін торцевих: два зварювальних між собою швелери 14П (ГОСТ 8240) (рис. 1, а); гнутий профіль прямокутного перерізу розміром 140x110x7мм по ТУ У 27.3-00190319-1316-2004 зварений по перерізу у коробку (рис. 1, б); для горизонтальних поясів та вертикальних стійок стін торцевих: два зварювальних між собою швелери 14П (ГОСТ 8240) (рис. 1, а); профіль вагонної стійки (ГОСТ 5267.6-90) (рис. 1, з); для вертикальних стійок стін бокових: профіль вагонної стійки (ГОСТ 5267.6-90) (рис. 1, з); для обв'язування нижнього стін бокових: кутник 160x100x10-В (ДСТУ 8510) (рис. 2, а); для верхньої балки хребтової: профіль двотавровий № 19 (ГОСТ 5267.5) (рис. 2, б); для двох зварених між собою Z-подібних профілів №31 балки хребтової: Z-подібні профілі № 31 (ГОСТ 5267.3) (рис. 2, в); для поперечних балок усереднений профіль показаний на рис. 2, г.

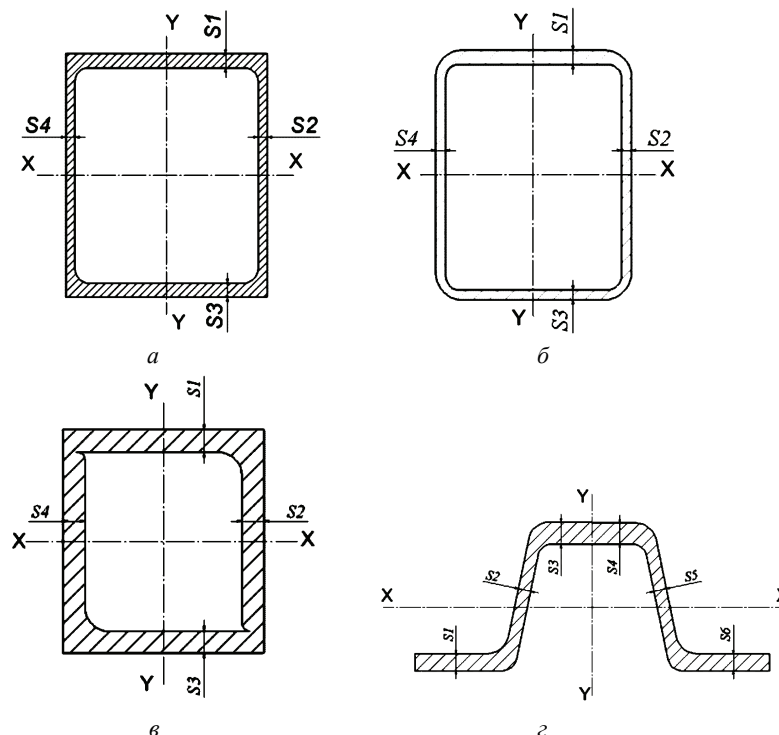


Рисунок 1 – Перерізи базових несучих елементів кузовів напіввагонів (S1-S6– товщини перерізу досліджуваного профілю)

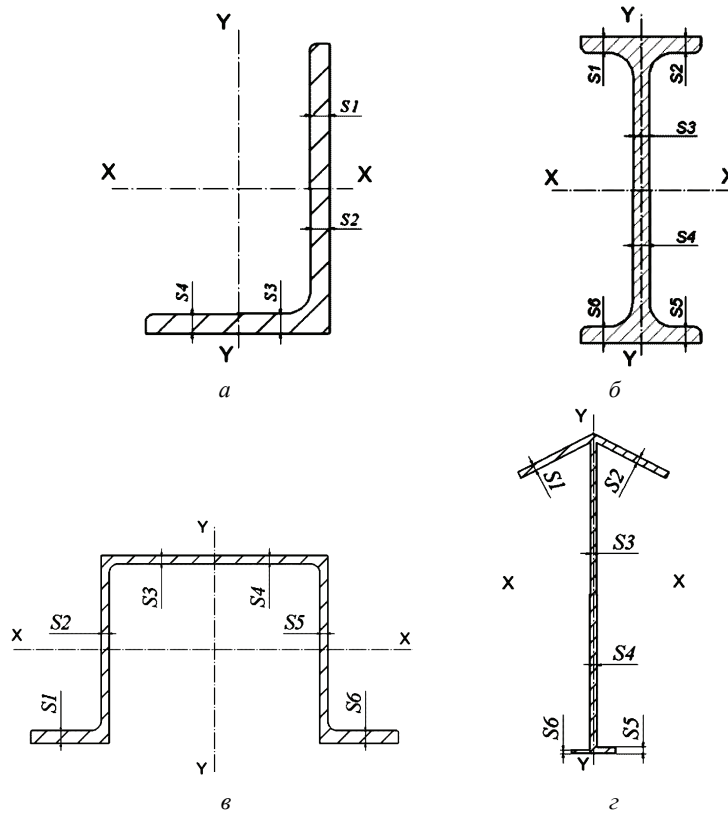


Рисунок 2 – Перерізи базових несучих елементів кузовів напіввагонів (S1-S6 – товщини перерізу досліджуваного профілю)

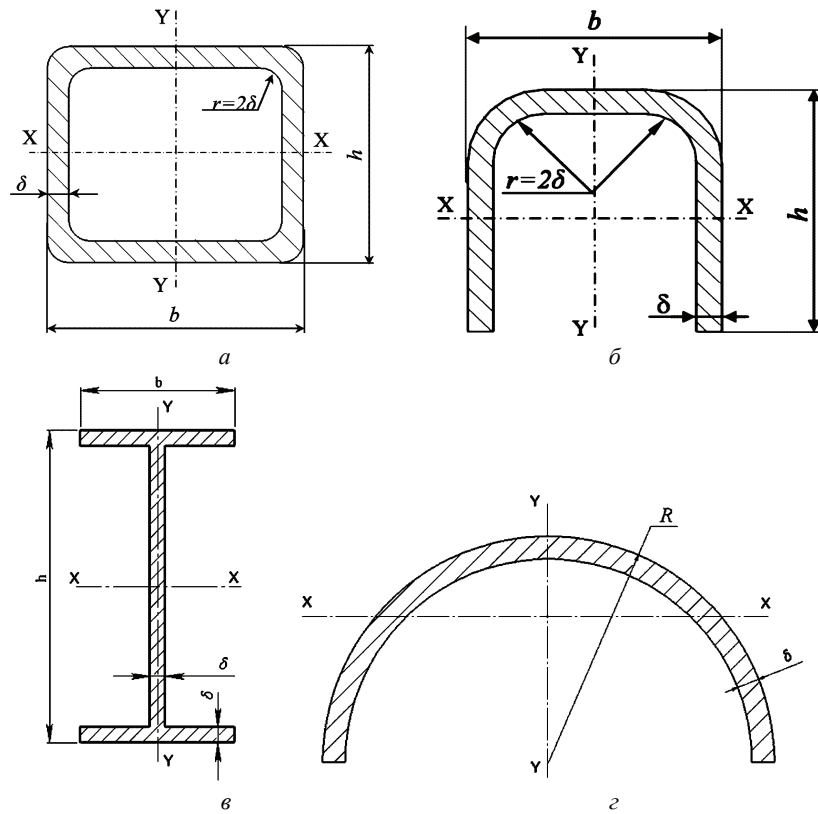


Рисунок 3 – Перерізи перспективних профілів несучих елементів кузовів напіввагонів (висота h ; ширина b ; радіуси r, R ; товщина стінки δ)

Аналіз впровадження вищенаведених профілів у якості елементів вантажних вагонів дозволив визначити їх перспективні варіанти, до яких можна віднести наступні: профіль з перерізом у вигляді прямокутної труби (рис. 3, а); гнучий швелер (рис. 3, б); двотавр

(рис. 3, в); профіль у вигляді півкулі (рис. 3, з); кутник гнучий (рис. 4, а); круглу трубу (рис. 4, б); шестигранний порожнистий профіль (рис. 4, в); D - подібну трубу (рис. 4, з).

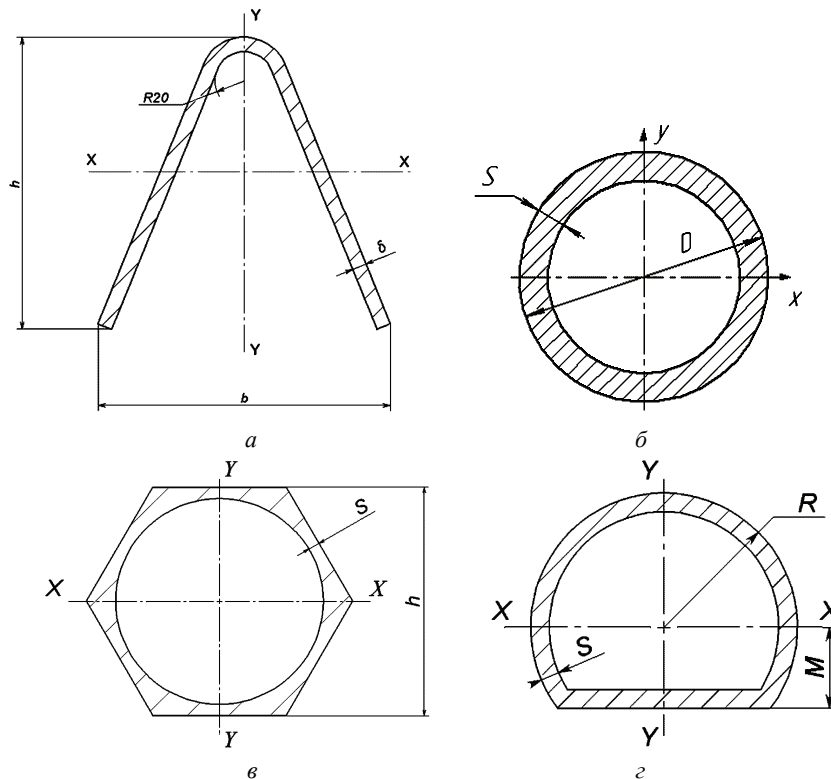


Рисунок 4 – Перерізи перспективних профілів несучих елементів кузовів напіввагонів (висота h ; ширина b ; радіус R ; діаметр D ; товщини стінок δ , S)

В результаті проведеного авторами аналізу існуючих та перспективних профілів складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу залізниць встановлено, що найбільш перспективними їх варіантами є профілі у вигляді круглої труби та півкулі. В свою чергу використання вищезазначених профілів обумовлює необхідність визначення закономірностей зміни їх основних показників – характеристик міцності (моментів опору W_x , W_y) та відповідних значень погонної матеріалоемності (m) від варіації їх геометричних параметрів (висот, ширин, радіусів, товщин стінок). Нижче наведені розроблені авторами узагальнені математичні моделі (отримані з використанням методу математичного планування експерименту), які описують зміну характеристик міцності та погонної матеріалоемності в залежності від варіації геометричних параметрів найбільш перспективних профілів, а саме: для профілю у вигляді круглої труби математичні моделі (1, 2); для профілю у вигляді півкулі математичні моделі (3, 4, 5).

$$W_{x,y} = 4037,78 - 141,55 \cdot D - 2356,98 \cdot S + 1,217 \cdot D^2 - 127,16 \cdot S^2 + 86,95 \cdot D \cdot S; \quad (1)$$

$$m = 16,58 \cdot 10^{-8} - 25,32 \cdot 10^{-8} \cdot D - 10,22 \cdot 10^{-8} \cdot S - 1 \cdot 10^{-16} \cdot D^2 - 2,42 \cdot S^2 + 2,42 \cdot D \cdot S; \quad (2)$$

$$W_x = 16,56724 - 5,01476 \cdot R - 19,672 \cdot \delta + 0,350529 \cdot R^2 - 2,696553 \cdot \delta^2 + 6,31042 \cdot R \cdot \delta; \quad (3)$$

$$W_y = 105,4545 - 32,889 \cdot R - 115,56 \cdot \delta + 2,355232 \cdot R^2 - 28,66431 \cdot \delta^2 + 40,0848 \cdot R \cdot \delta; \quad (4)$$

$$m = 2,763 \cdot 10^{-7} - 1,285 \cdot 10^{-8} \cdot R - 6 \cdot 10^{-7} \cdot \delta + 1,89 \cdot 10^{-16} \cdot R^2 - 1,211084 \cdot \delta^2 + 2,42217 \cdot R \cdot \delta. \quad (5)$$

На рис. 5 в якості прикладу подано допоміжний графік до визначення оптимальних значень показників перерізу круглої труби, на якому пунктирними лініями позначені ізолінії погонної матеріалоемності m , а суцільними – значення моменту опору W_x .

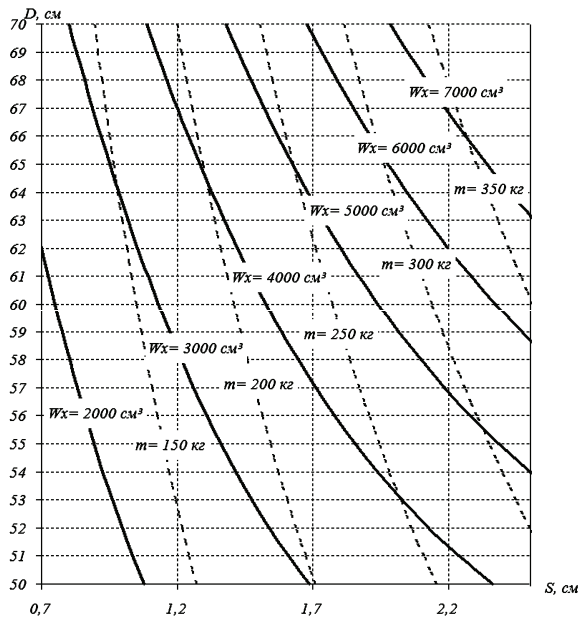


Рисунок 5 – Бінарний переріз

Висновки. Виконаний в статті аналіз та наведені матеріали дозволяють зробити висновок, що застосування у якості складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу нових перспективних профілів, які характеризуються меншими матеріаломісткістю та собівартістю виготовлення при забезпеченні умов міцності, дозволить значно поліпшити техніко-економічні та експлуатаційні показники як локомотивів так і вагонів. Результати проведеного аналізу можуть бути використані фахівцями в галузі створення нових та удосконалення існуючих одиниць рухомого складу залізниць, а також інших засобів транспортного машинобудування.

Список літератури:

1. Fomin O.V. Modern requirements to carrying systems of railway general-purpose gondola cars / O.V. Fomin / Scientific and technical journal «Metallurgical and Mining Industry». – 2014. – No. 5 – P. 31-43.
2. Фомін О.В. Теоретичні основи програмного комплексу визначення та використання математичних моделей складових вантажних вагонів / О.В. Фомін // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2013. – № 6. – С. 87-91.
3. Fomin O. Development and application of cataloging in structural design of freight car building / O.V. Fomin, O.V. Burlutsky, Yu.V. Fomina / Scientific and technical journal «Metallurgical and Mining Industry». – 2015. – No. 2. – P. 250-256.
4. Фомін О.В. Математичні моделі зміни основних показників базових несучих елементів кузовів напіввагонів / О.В. Фомін, О.А. Логвіненко, Р.Ю. Дьомін, Г.П. Бородай, В.В. Фомін, О.В. Бурлуцький // Науково-практичний журнал «Залізничний транспорт України». – К.: ДНДЦ УЗ, 2013. – № 5/6 (102/103). – С. 95-104.
5. Panchenko S.V. Formation of an automated traffic capacity calculation system of rail networks for freight flows of mining and smelting enterprises / S.V. Panchenko, T.V. Butko, A.V. Prokhorchenko, L.O. Parkhomenko // Natsional'nyi Hirnychiy Universytet. Naukovyi Visnyk. – 2016. – Vol. 2. – P. 93-99.
6. Бут'ко Т.В., Горобченко О.М. Моделювання керуючої діяльності машиніста локомотива за допомогою теорії нечітких графів // Наука та прогрес транспорту. Вісник

Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту. – Д.: ДНУЗТ, 2015. – № 2 (56). – С. 88-96 (doi 10.15802/stp2015/42164).

7. Lovska A.A. Peculiarities of computer modeling of strength of body bearing construction of gondola car during transportation by ferry-bridge / A.A. Lovska // Metallurgical and mining industry. – 2015. – № 1. – P. 49-54.

8. Lovska A. The study of dynamic load on a wagon-platform at a shunting collision / A. A. Lovska, A. Rybin // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2016. – № 3 – P. 4–8.

9. Макаренко М.В. Комплексний аналіз економічного ефекту від життєвого циклу сучасного напіввагону / М.В. Макаренко, М.Б. Кельріх, О.В. Фомін // Науково-практичний журнал «Залізничний транспорт України». – К.: ДНДЦ УЗ, 2014. – № 5 (107). – С. 47-59.

10. Рябенко Б.З. Классификация кузовов тепловозов / Б.З. Рябенко // Вісник СХУ ім. В. Даля. – 2010. – № 5 (147). – Частина 1. – С. 71–73.

References (transliterated)

1. Fomin O.V. Modern requirements to carrying systems of railway general-purpose gondola cars. Scientific and technical journal "Metallurgical and Mining Industry". 2014, No. 5, pp. 31–43.
2. Fomin O.V. Teoretychni osnovy programnoho kompleksu vyznachennya ta vykorystannya matematychnykh modely skladovykh vantazhnykh vagoniv [Theoretical Foundations software package definition and use of mathematical models of components of freight wagons]. Visnyk Kremenchuts'koho natsional'noho universytetu imeni Mykhayla Ostrogradsk'oho [Bulletin of the Kremenchug National University Mykhailo Ostrogradskiy]. Kremenchug, 2013, No. 6, pp. 87–91.
3. Fomin O.V., Burlutsky O.V., Fomina Yu.V. Development and application of cataloging in structural design of freight car building. Scientific and technical journal "Metallurgical and Mining Industry". 2015, No. 2, pp. 250–256.
4. Fomin O.V., Logvinenko O.A., Domin R.Yu., Fomin V.V., Boroday G.P., Burlutskiy O.V. Matematychni modeli zminy osnovnykh pokaznykiv bazovykh nesuchykh elementiv kuзовiv napivvagoniv [Mathematical models of the main indicators of change in the basic elements of gondolas carrying bodies]. Zaliznychnyi transport Ukrainy – Railway transport of Ukraine, 2013, iss. 5/6(102/103), pp. 95-104.
5. Panchenko S.V., Butko T.V., Prokhorchenko A.V., Parkhomenko L.O. Formation of an automated traffic capacity calculation system of rail networks for freight flows of mining and smelting enterprises. Natsional'nyi Hirnychiy Universytet. Naukovyi Visnyk. 2016, Vol. 2, pp. 93–99.
6. But'ko T.V., Gorobchenko O.M. Modelyuvannya keruyuchoyi diyal'nosti mashynista lokomotyva za dopomogoyu teoriiy nechitkykh grafiv [Simulation of the control activities of the locomotive driver with the help of the theory of fuzzy graphs]. Nauka ta prohres transportu. Visnyk Dnipropetrovsk'oho natsional'nogo universytetu zaliznychnogo transportu [Science and Progress transport. Bulletin of Dnipropetrovsk National University of Railway Transport]. Dnipropetrovsk, DNUZT Publ., 2015, No. 2(56), pp. 88–96.
7. Lovska A.A. Peculiarities of computer modeling of strength of body bearing construction of gondola car during transportation by ferry-bridge. Metallurgical and mining industry, 2015, No. 1, pp. 49–54.
8. Lovska A., Rybin A. The study of dynamic load on a wagon-platform at a shunting collision. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2016, No. 3, pp. 4–8.
9. Makarenko M.V., Kelrih M.B., Fomin O.V. Kompleksnyy analiz ekonomichnoho efektu vid zhyttyevoho tsykladu suchasnoho napivvagonu [Complex analysis of economic effect

from life cycle of modern freight gondola]. *Naukovo-praktychnyy zhurnal "Zaliznychnyy transport Ukrayiny"*. Kiev: DNDC UZ, 2014. № 5 (107). pp. 47-59.

10. Rjabenko B.Z. Klassifikacija kuzovov teplovozov [The classification of bodies of locomotives]. *Visnyk Skhidnoukray-*

ins'koho natsional'noho universytetu imeni Volodymyra Dalja [Journal of East Ukrainian National University of Vladimir Dal]. Sjevyerodonets'k, 2010, No. 5(147), Part 1, 2010, pp. 71–73.

Надійшла (received) 23.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Аналіз існуючих та перспективних профілів складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу залізниць / О.В. Фомін, О.А. Логвіненко, О.В. Бурлуцький, А.М. Фомина // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 66–72. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Анализ существующих и перспективных профилей составляющих элементов несущих систем единиц подвижного состава железных дорог / А.В. Фомин, А.А. Логвиненко, А.В. Бурлуцкий, А.Н. Фомина // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 66–72. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2078-9130.

Analysis of existing and future profiles of constituent elements of the supporting systems of railway rolling stock units / O.V. Fomin, O.A. Logvinenko, O.V. Burlutsky, A.M. Fomina // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 66–72. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Фомін Олексій Вікторович – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри Вагони та вагонне господарство, Державний економіко-технологічний університет транспорту, тел.: (067) 813-97-88, e mail: fomin1985@list.ru.

Фомин Алексей Викторович – доктор технических наук, доцент, профессор кафедры Вагоны и вагонное хозяйство, Государственный экономико-технологический университет транспорта, тел.: (067) 813-97-88, e mail: fomin1985@list.ru.

Fomin Olexsiy Viktorovich – Doctor of Technical Sciences, Docent, Professor at the Department of Car and Carriages' Economy, State Economy and Technology University of Transport, tel.: (067) 813-97-88, e mail: fomin1985@list.ru.

Логвіненко Олександр Анатолійович – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри механіки і проектування машин, Український державний університет залізничного транспорту, тел.: (066) 373-03-50, e-mail: logvinenko.alexandr@rambler.ru.

Логвиненко Александр Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры механики и проектирования машин, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, тел.: (066) 373-03-50, e-mail: logvinenko.alexandr@rambler.ru.

Logvinenko Olexsandr Anatoliyovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Associate Professor at the Department of "Mechanics and Machine Design", Ukrainian State University of Railway Transport, tel.: (066) 373-03-50, e-mail: logvinenko.alexandr@rambler.ru.

Бурлуцький Олексій Вікторович – завідувач навчальними лабораторіями кафедри механіки і проектування машин, Український державний університет залізничного транспорту, тел.: (095) 735-66-87, e-mail: leha200681@mail.ru.

Бурлуцкий Алексей Викторович – заведующий учебными лабораториями кафедры механики и проектирования машин, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, тел.: (095) 735-66-87, e-mail: leha200681@mail.ru.

Burlutsky Olexiy Viktorovich – Head of the educational laboratories at the Department of "Mechanics and Machine Design", Ukrainian State University of Railway Transport, tel.: (095) 735-66-87, e-mail: leha200681@mail.ru.

Фомина Анна Николаевна – інженер філії «ПВРЗ» ПАТ «Укрзалізниця».

Фомина Анна Николаевна – инженер филиала «ПВРЗ» ПАО «Укрзалізниця».

Fomina Anna Mikolaevna - the branch of engineering «PVRZ» PAT «Ukrzaliznytsia».

D. V. BRESLAVSKY, O. O. BRESLAVSKA, A. V. KOZLYUK

WEB TOOLS FOR LONG TERM STRENGTH DATA PROCESSING

В статті розглянуто питання розробки спеціалізованого програмного забезпечення для обробки даних з довготривалої міцності. Описано підхід, застосований для зберігання даних, та представлено опис інтерфейсу, що застосовується при цьому. Обговорено два алгоритми з отримання констант для кінетичного рівняння для параметру пошкоджуваності, перший з яких розроблено для умов постійної температури, а другий - для визначеного інтервалу температур. Наведено приклад опису процесу отримання значень констант для жароміцного нікелевого сплаву. Програмне забезпечення, що обговорюється, призначено для інженерів та наукових співробітників, які працюють у напрямку моделювання високотемпературних властивостей матеріалів та елементів конструкцій.

Ключові слова: повзучість, довготривала міцність, експериментальні дані, зберігання даних про матеріали, кінетичне рівняння для параметру пошкоджуваності, скалярний параметр пошкоджуваності.

В статье рассмотрены вопросы разработки специализированного программного обеспечения для обработки данных о длительной прочности. Описан подход, использованный для хранения данных, представлено описание интерфейса, используемого при этом. Обсуждаются два алгоритма получения констант для кинетического уравнения для параметра повреждаемости, первый разработан для условий постоянной температуры, а второй - для определенного интервала температур. Приведен пример описания процесса получения значений констант для жаропрочного никелевого сплава. Рассмотренное программное обеспечение предназначено для инженеров и научных сотрудников, работающих в области моделирования высокотемпературных свойств материалов и элементов конструкций.

Ключевые слова: ползучесть, длительная прочность, экспериментальные данные, хранение данных о материалах, кинетическое уравнение для параметра повреждаемости, скалярный параметр повреждаемости.

The paper concerns the questions of development the specialized web-based software for processing of the long term strength data. The goal is to develop the web tools which could fill up the gap between high theoretical background in Continuum Damage Mechanics and insufficient knowledge about the experimental data by way of storage them and processing the values of constants. The approach for storing of the experimental physical and mechanical properties for different temperatures is described. The structure of database as well as the interface section for selection of different data sets, which include the fracture stress values with appropriate values of time, are presented. Selected fields of database are used for deriving the constants for damage kinetic equations. Two algorithms of deriving are discussed, the first was designed for constant temperature conditions as well as the second assigns for definite interval of temperatures. The numbers of experimental data sets for each algorithm are determined. The example of the deriving process for nickel based alloy is presented and plots of time dependencies for damage parameter are built. The discussed software is designed for engineers and research associates who are working in area of modeling of high temperature properties in materials and structural elements.

Keywords: creep, long term strength, experimental results, web-application, material data storing, kinetic damage equation, scalar damage parameter.

Introduction. The growing demands for data processing speed bring the necessity of their allocation in world wide web Internet. The data bases with free access which solve the problem of organization of storage and browsing the information about physical and mechanical properties of modern structural materials won the competition with different similar desktop applications.

The strategy, which is realized in wide spread web-application, like *matweb.com* [1], *splav-kharkov.com* [2], contains in giving to user the possibility of obtaining the information about the properties of material in search.

The next step of service has to be connected with the possibility of processing the selected data from the definite database. This processing can brings the different forms, like obtaining the values of constants for physical laws from another data, the mathematical expressions of experimental distributions, different graphical representations etc.

The presented paper concerns the second stage of the method presented in previous publication [3], where the web-based facilities for the archiving of creep and long-term strength data were discussed. The web-application,

which is located at *worldmech.net*, with the interface for input of experimental creep curves up to fracture as well as pure long term strength curves, was discussed here. By use of developed graphical tools users have the possibility of viewing the graphical representation of their data.

This publication contains the description of developed new methods and algorithms for processing the data of long term strength curves, which are stored in database at *worldmech.net*. The procedure consists the use of the above data for obtaining the values of constants for kinetic damage equation with scalar damage parameter.

This approach was suggested in well known works by Yu. N. Rabotnov [4] and L. M. Kachanov [5], and during last five decades it have been developed by J. Lemaitre, J.-L. Chaboche [6], S. Murakami [7], M. Chrzanowski [8], R. Viswanathan [9] and many others.

Now the approach of hidden damage simulation by use of scalar damage parameter became the standard procedure which includes in different calculational methods directed to the analysis of the hidden fracture processes in materials and structures [6]. The main problem here is absence of necessary information about

the long term strength data for definite material as well as temperature and stress varying ranges.

The aim of presented paper is an attempt to develop the web tools which could fill up the gap between high theoretical background in Continuum Damage Mechanics (CDM, [6]) and insufficient knowledge about the experimental data by way of storage them and processing the values of constants.

Description of the approach for data storing. As it is well known, the long term strength data for definite material and fixed temperature range can be stored by two means, which are connected one with another. The first way is publishing or storage in database the values of stresses which cause the fracture in uniaxial specimen after the definite time moment. Such representations can be found in different handbooks, for example in [10]. The second type of the above data presentation is graphical, which contains in building the plot of dependence between fracture values of stress and corresponding time values. Usually this plots are built in logarithmic coordinates. This possibility of experimental data presentation was realized in first stage of the work and is described in [3].

Let us discuss the first mean. The large amount of the data were obtained by experimental way during last seven decades. The uniqueness of this information consists in the fact that obtaining of each value demand many

months and, in many cases, the years of experimental observations. These data were published in scientific journals and handbooks like [10].

In this work we realize the approach which consists in transferring the published data into database. It was built by use of PHP and SQL language [11] as well as MySQL database control system.

The user interface contains from the sequential input operations for the type of material (steel, nickel, titanium alloy etc.), its grade, temperature of experiments and the values of stresses which caused to fracture after the standard number of hours (100, 1000, 10000 etc.). The possibility of input the data for another specified time value and corresponding stress is realized additionally.

It is provided in current version of the web-site, that only administrators can fill the blanks of above mentioned data. The possibility for input data for any user will be added in future versions, but the managing of the information, its checking will be kept by administrator like the procedure had been done for experimental curves storing and described in [3].

Fig. 1 contains the general view of the database.

In this figure the general menu of the web-site *worldmech.net* can be seen as well as the form for adding the above described information. The bottom part of the screenshot contains the ready strings for nickel based alloy (here, for example the grade *ЭИ437Б* is presented for three temperature values).

id	metal_type	metal_subtype	metal_grade	T	σ100_mpa	σ1000_mpa	σ10000_mpa	T_add_h	σ_add	
0	alloy	nickel	ХН77ТЮР(ЭИ437Б)	600	680	560	450	0	0	delete
1	alloy	nickel	ХН77ТЮР(ЭИ437Б)	650	600	470	350	0	0	delete
2	alloy	nickel	ХН77ТЮР(ЭИ437Б)	700	410	300	180	0	0	delete

Figure 1 – The view of database for high temperature long term strength data

Algorithm for processing of long term strength data. The filled strings of database are presented on Fig. 1 can be used for finding the unknown constants for the kinetic damage equations.

Let us regard two options of this equation. The first is formulated for constant temperature [6]:

$$\dot{\omega} = D \frac{\sigma^m}{(1-\omega)^l} \quad \omega(0) = 0. \quad (1)$$

Here σ is acting stress, ω is the damage parameter,

D , m and l are the constants which have to be determined for fixed temperature by use the data are presented on Fig. 1. Due to the presence of three constant values, the user have to switch to next panel for selected material and select three values of stresses with corresponding values of times to fracture. The equation (1) is integrated on time and system of three linear algebraic equations for three unknowns D , m and l has to be solved.

The second option is obtaining of the constants for the case when the temperature dependence has to be con-

sidered in kinetic damage equation. The modified law can be presented as follows [6]:

$$\dot{\omega} = d \frac{\sigma^m}{(1-\omega)^l} \exp(-\bar{Q}/T) \quad \omega(0) = 0, \quad (2)$$

where \bar{Q} presents the product of creep damage energy activation on the value of the universal gas constant. In using phenomenological approach this value can be determined from experimental data sets. Two values of temperature T_1 and T_2 have to be considered as well as the additional values of total creep strain at the fracture moment c^* , Norton law [4] creep constants B , n and the product of energy of activation on the universal gas constant Q . The system of four linear algebraic equations about constants D , m , l and \bar{Q} can be written in the following form:

$$\begin{aligned} t_{1*}^{T_1} &= \frac{1}{(l+1)D(\sigma_{1*}^{T_1})^m \exp(-\bar{Q}/T_1)}; \\ t_{2*}^{T_1} &= \frac{1}{(l+1)D(\sigma_{2*}^{T_1})^m \exp(-\bar{Q}/T_1)}; \\ t_{4*}^{T_2} &= \frac{1}{(l+1)D(\sigma_{4*}^{T_2})^m \exp(-\bar{Q}/T_2)}; \\ c_{3*}^{T_1} &= \frac{B}{D} (\sigma_{3*}^{T_1})^{n-m} \exp\left(\frac{-Q+\bar{Q}}{T_1}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Here the digit in subindexes denotes the number of experimental data set.

For the second mode the sequence of user's actions has to be the following. After the selecting two temperature values it is necessary to select in new window the four long term strength data sets. By special function these data will be processed and the four constants D , m , l and \bar{Q} will be determined.

After actions due to first and second options the obtained constant's values have to be written in another database. In this stage it is realized at web-portal 'Handbook of Steels and Alloys' at splav-kharkov.com.

Let us consider an example in which the constants for equation (1) are found. We regard the nickel based alloy ЭИ867 at $T=950^\circ\text{C}$. The processed data were written into database which is presented on Fig. 2, where the web-site window is presented.

1. Введите напряжения:

σ1 Кг/мм² σ2 Кг/мм² σ3 Кг/мм²

2. Введите константы ползучести материала или выберите материал из списка, затем нажмите кнопку:

(График строится в новом окне, которое после просмотра можно закрыть)

Марка материала	Константы ползучести (см. ниже. Дополнительная информация)						Примечание
	B (Кг/мм²)·h ^m	D (Кг/мм²)·h ^m	n	k	m	l	
ЭИ867	2.48E-7	5.38E-6	2.36	3.4	2.36	3.4	Важно! Экспоненциальная форма числа не воспринимает кавычки!
Дополнительная информация							
ЭИ867 (ЭИ867)	4.4E-27	1.2E-18	13.89	1.24	9.65	1.24	при T=850 град
ЭИ867 (ЭИ867)	1.33E-14	2E-9	6.77	7.06	3.92	7.06	при T=800 град
ЭИ867 (ЭИ867)	2.48E-7	5.38E-6	2.36	3.4	2.36	3.4	при T=950 град
20	4.21E-11	2.95E-11	6.12	6.12	6.12	11.513	при T=500 град
20	5.38E-12	4.12E-9	5.79	6.8	5.79	6.8	при T=427 град

Figure 2 – Database containing creep and long term strength data

User has the possibility of building the plots of dependencies between damage parameter and time obtained

by use of damage kinetic equation (1) with determined values of constants. They are: $D = 5.36 \cdot 10^{-6} (\text{MPa}^{-1})^{-m}/\text{h}$, $m = 2.36$, $l = 3.4$. Now software provides building three curves in one plot, so, it is necessary to input three stress values. For this example they are $\sigma_1 = 100 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 110 \text{ MPa}$ and $\sigma_3 = 200 \text{ MPa}$. This plot is situated in another window and is presented on Fig. 3. Here the numbers of curves correspond to the numbers of input stress values.

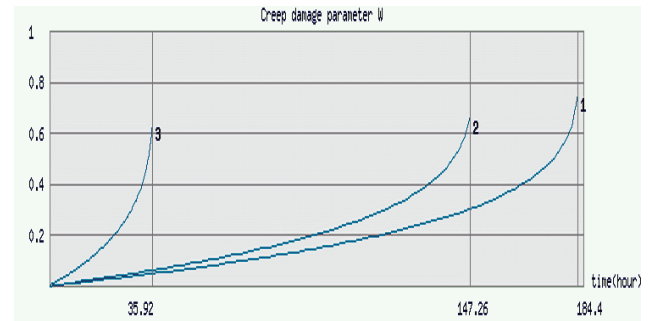


Figure 3 – Dependencies 'damage parameter versus time' are built in web-application

By analyzing the damage curves and their comparison with long term strength data sets the user can make the conclusion about validity of obtained values of constants. He can return to the procedure and select another data set in negative case as well as use these constants in his numerical simulation in positive.

Conclusions. The paper contains the description of the developed web tools for processing of long term strength data. The description of procedures for storing into database the experimental information which contains in a scientific literature is described. These data are used for obtaining the values of constants for damage kinetic equation with scalar damage parameter. The examples of work stages of described algorithm as well as example of graphical representation of damage curves are presented.

The above described web-tool will be useful for engineers and research associates who are working in area of modeling of high temperature properties in materials and structural elements.

References:

1. MatWeb. Material Property Data [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа: <http://matweb.com>.
2. Марочник стали и сплавов [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. – Режим доступа: <http://www.splav-kharkov.com>.
3. *Breslavsky D. V.* Web-application for archiving of creep and long term strength data / *D. V. Breslavsky, O. A. Breslavsky, A. S. Khoroshun* // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2015. – № 57 (1166). – С. 11-14.
4. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций / *Ю. Н. Работнов*. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
5. *Качанов Л. М.* Основы механики разрушения / *Л. М. Качанов*. – М.: Наука, 1974. – 311 с.
6. *Lemaitre J.* Mechanics of solid materials / *J. Lemaitre, J.-L. Chaboche*. – Cambridge: University press, 1994. – 556 p.
7. *Murakami S.* Modelling of the coupled effect on plastic damage and creep damage in Nimonic 80A / *S. Murakami*,

Y. Sanomura, M. Hattori // International Journal of Solids and Structures. – 1986. – Vol. 22, № 4. – P. 373-386.

8. Chrzanowski M. Use of damage concept in describing creep-fatigue interaction under prescribed stress / M. Chrzanowski // International Journal of Mechanical Sciences. – 1976. – Vol. 18. – P. 69-73.

9. Viswanathan R. Damage Mechanisms and Life Assessment of High-Temperature Components / R. Viswanathan. – Metals Park, Ohio : ASM International, 1995. – 497 p.

10. Масленков С. Б. Жаропрочные стали и сплавы. Справочное издание / С. Б. Масленков. – М.: Металлургия, 1983. – 192 с.

11. Кригель А. SQL. Библиотека пользователя / А. Кригель, Б. Трухнов. – М.: Диалектика, 2009. – 752 с.

References (transliterated):

1. MatWeb. Material Property Data. MatWeb. Material Property Data, <<http://matweb.com>>.

2. Marochnik stali I splavov. Marochnik stali I splavov, <<http://www.splav-kharkov.com>>.

3. Breslavsky D. V., Breslavskaya O. A., Khoroshun A. S. Web-application for archiving of creep and long term strength data. Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI».

Dynamika i mitsnist mashyn. 2015. Vol. 57. pp. 11-14.

4. Rabotnov Ju. N. Polzuchest' jelementov konstrukcij. Moscow: Nauka, 1966. 752 p.

5. Kachanov L. M. Osnovy mehaniki razrusheniya. Moscow: Nauka, 1974. 311 p.

6. Lemaitre J., Chaboche J.-L. Mechanics of solid materials. Cambridge : University press, 1994. 556 p.

7. Murakami S., Sanomura Y., Hattori M. Modelling of the coupled effect on plastic damage and creep damage in Nimonic 80A. International Journal of Solids and Structures. 1986. Vol. 22, № 4. pp. 373-386.

8. Chrzanowski M. Use of damage concept in describing creep-fatigue interaction under prescribed stress. International Journal of Mechanical Sciences. 1976. Vol. 18. pp. 69-73

9. Viswanathan R. Damage mechanics and life assessment of high temperature components. ASM International, 1989. 497 p.

10. Maslenkov S. B. Zharoprochnye stali I splavy. Spravochnoe izdanie. Moscow: Metallurgija, 1983. 192 p.

11. Krigel A., Truhnov B. SQL. Biblioteka polzovatelja. Moscow : Dialektika, 2009. 752 p.

Надійшла (received) 19.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Web-інструменти для обробки даних щодо довготривалої міцності / Д. В. Бреславський, О. О. Бреславська, А. В. Козлюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 73–76. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.

Web-инструменты для обработки данных о длительной прочности / Д. В. Бреславский, Е. А. Бреславская, А. В. Козлюк // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 73–76. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.

Web tools for long term strength data processing / D. V. Breslavsky, O. O. Breslavskaya, A. V. Kozlyuk // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 73–76. – Bibliogr.: 11. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Бреславський Дмитрій Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры компьютерного моделирования процессов и систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Бреславська Олена Олександрівна – кандидат технічних наук, науковий співробітник кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-63-73, e-mail: breslavska@ukr.net

Бреславская Елена Александровна – кандидат технических наук, научный сотрудник кафедры динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-63-73, e-mail: breslavska@ukr.net

Breslavskaya Olena Oleksandrivna – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Research Associate of the Department of Dynamics and Strength of Machines, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-63-73, e-mail: breslavska@ukr.net

Козлюк Альона Володимирівна – аспірант, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: alenakozlyk@gmail.com

Козлюк Алена Владимировна – аспирант, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: alenakozlyk@gmail.com

Kozlyuk Alyona Volodymyrivna – Postgraduate Student, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: alenakozlyk@gmail.com

D. V. BRESLAVSKY, V. O. MIETIELOV

CONSIDERATION THE INFLUENCE OF RESIDUAL STRESSES AND CREEP STRAINS ON ROLLING THE STEEL SHEETS

Обговорюється метод для врахування залишкових напружень, що виникають внаслідок пластичного деформування при прокатці, у визначенні напружено-деформованого стану при повзучості розтягнутих сталевих пластин. Надано математичну постановку задачі, яка включає рівняння стану, що побудовані за допомогою визначених анізотропних властивостей повзучості сталі, що розглядається. Описано схему технологічного процесу та його чисельне моделювання. Отримані залишкові напруження застосовано як початкові умови при розв'язанні початково-крайовій задачі, що виконано за допомогою розробленого двовимірного скінченноелементного програмного забезпечення. Обговорюються чисельні результати та рекомендації для організації безпечного технологічного процесу.

Ключові слова: процес прокатки, сталеві листи, залишкові напруження, повзучість, рівняння стану, анізотропія властивостей повзучості, напружено-деформований стан, скінченноелементний аналіз.

Обсуждается метод учета остаточных напряжений, возникающих вследствие пластического деформирования при прокатке, при определении напряженно-деформированного состояния при ползучести растянутых стальных пластин. Приведена математическая постановка задачи, включающая уравнения состояния, созданные с помощью определенных анизотропных свойств ползучести рассматриваемой стали. Описана схема технологического процесса и его численное моделирование. Полученные остаточные напряжения использованы в качестве начальных условий при решении начально-краевой задачи, проведенного с помощью разработанного двумерного конечноэлементного программного обеспечения. Обсуждаются численные результаты и рекомендации для организации безопасного технологического процесса.

Ключевые слова: процесс прокатки, стальные листы, остаточные напряжения, ползучесть, уравнения состояния, анизотропия свойств ползучести, напряженно-деформированное состояние, конечноэлементный анализ.

The method for considering the residual stresses which occur by plastic deformation during the rolling process in creep stress-strain state of steel plates in tension is discussed. The problem's solution is divided on two stages. First one presents the modeling of the problem of plasticity with consideration of finite strains. The rolling process of steel sheets with two rolling mills is regarded. The scheme of technological process and its numerical simulation are described. Obtained stress-strain field in a plate after rolling was considered as a residual for creep initial-boundary value problem, which presents the second stage of analysis. The mathematical problem statement including state equations are built by use of the determined anisotropic creep properties of considering steel 3 at room temperature is presented. The transition procedure from three dimensional to two dimensional stress strain state in considered plate is discussed. Creep problem solution was done by use of developed two-dimensional Finite Element Method codes which include time step integration schemes. The numerical results like stress and strain fields, dependencies between the traction values and maximum plate's displacements, deformed shape of the plate edge as well as the recommendations for safety conditions of technological process are presented.

Keywords: rolling process, steel sheets, residual stresses, creep, state equations, anisotropy of creep properties, stress-strain state, finite element analysis.

Introduction. The processes of metal forming present the complex mechanical problems. Modern state of art of them is characterized by strong mathematical statements considering the plastic flow of the material and finite strains [1-3]. Due to the complexity of the problem as well as initial and boundary conditions practically only the numerical methods are used for simulation. In this way the Finite Element Method (FEM) in combination with numerical step integration methods were wide spread [4-5]. During last twenty years the approach was realized in special commercial software like *LS Dyna* [6].

As it can be analysed from the literature [1-3], the basic amount of works concentrate their attention on the character of complex stress-strain state during plastic flow of rolling material. However, there are a significant number of materials with essential creep behavior in room temperatures [7]. During the long-lasting action of the force of sheet pulling in the technological process of rolling the above force can cause the creep deformation in a sheet.

The level of creep strains limits the values of the

force, the velocity of gripper motion etc. The problem can be solved by solution of general creep problem with consideration of residual stresses as well as the anisotropy of creep properties in a metal sheet after rolling.

This way demands the use of problem-oriented FEM software in which the possibility of anisotropic creep description is realized.

The paper presents the example of the complex investigations in which the initial distribution of stresses obtained after the rolling process is considered in creep calculations for steel sheet in extension by the technological pulling forces. The plates from steel 3 which is widely used in industry and demonstrate substantial creep behavior at room temperatures [8] was selected for the analysis. The program complex *FEM CREEP* [9], designed by authors for FEM numerical simulation of two-dimensional problems, was used in creep calculations.

Preliminary analysis of plastic stress-strain state after rolling. Let us regard the simple cold rolling machine which action chart is presented on Fig. 1. The plane

steel metal billet passes through the mill and pulls by the action of traction is distributed on its front edge.

The sheet dimensions are:

width: $a = 0.12$ m; length of the first part $l_1 = 0.64$ m; length of the second part $l_2 = 0.36$ m; thickness $h_1 = 0.006$ m;

The bottom of the sheet is located on the unmoveable rectangular basis. The rolling mills are characterized by the distance between them $h_2 = 0.0038$ m; The mill's height $b = 0.18$ m, its radius $R = 0.5$ m.

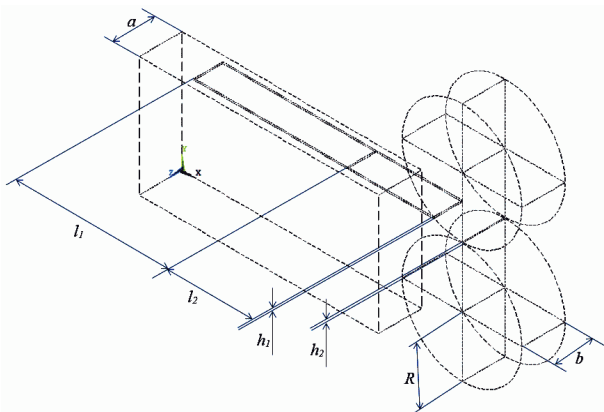


Figure 1 – The model of the rolling mill

For the determining of the residual stress-state after rolling the engineering FEM program complex was used. The basis and mills were considered as rigid. The calculations were performed in 3d statement with use of the FE mesh with 55800 elements for the aggregate model.

The stress-strain diagram with linear hardening was obtained experimentally [8].

The different velocities of sheet's motion were numerically analysed. Let us regard the example with $v = 1$ m/s. The von Mises strain redistribution after rolling is presented on the Fig. 2.

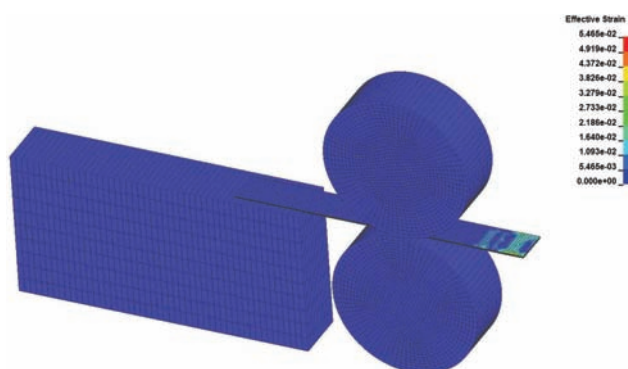


Figure 2 – Von Mises strains in the plate after rolling

The analysis of numerical data shows that the plate becomes thinner after the rolling process and the inhomogeneous stress-strain distribution was obtained.

Mathematical model for creeping plate with residual stresses after rolling. From the mechanical point of view the problem will be formulated as following: it is necessary to found the evolution of stress-strain state in

the rectangular plate with initially obtained stress and strain distribution caused by plastic deformation through rolling. The small strains as well as plane stress state will be considered.

Let us write the total system of motion equations of solid Ω with border Γ with standard description of unknowns: stress σ , total strain ε with plastic p and creep c components :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} &= \rho u_i; \quad \sigma_{ij} n_j = t_{ri}(x); \quad x \in \Gamma_2; \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}); \quad x \in \Omega; \quad u_i|_{\Gamma_1} = \tilde{u}_i; \quad x \in \Gamma_1; \quad i = 1,2; \quad (1) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl}(\varepsilon_{ij} - p_{ij} - c_{ij}); \\ u_i(x_i, 0) &= u_i^0(x_i); \quad \sigma_{ij}(x_i, 0) = \sigma_{ij}^0(x_i); \\ \varepsilon_{ij}(x_i, 0) &= \varepsilon_{ij}^0(x_i); \quad c_{ij}(x_i, 0) = 0. \end{aligned}$$

Here n is outer normal vector, ρ is the material density. The addition of strains is considered. Zero subindex denotes the initial distribution of the value.

The experimental investigations are presented in [8] shows that this steel 3 is characterized by creep at room temperatures. It was shown here, that elastic properties are isotropic but creep ones are orthotropic.

Let us briefly present the state equations. The plastic strains are considered by Huber-Mises plasticity condition with Prandl-Reuss flow rule [7]:

$$dp_{ij} = \frac{3}{2} \frac{d\bar{p}_i}{\sigma_i} s_{ij}, \quad (2)$$

where s_{ij} presents the deviatoric stress components σ_i is von Mises equivalent stress.

Experiments [8] show the essential creep hardening in specimen made from steel 3 at $T=20$ C. Therefore the following creep state equations (3) were used

$$c_{ij} = \tilde{B} c_{vm}^{-\alpha} \sigma_V^{n-1} [\bar{B}] \sigma_{ij}, \quad (3)$$

where $[\bar{B}]$ is the matrix of the creep constants, σ_V is equivalent stress, built by use the creep constants of material, c_{vm} is von Mises equivalent strain, $((\alpha + 1)\tilde{B})^{\frac{1}{\alpha+1}} = 3.166 \cdot 10^{-31} (10 \text{ MPa})^{-m}/h$, $n = 97.35$, $\alpha = 4.32$ [8].

Results of FEM numerical simulations. The problem (1-3) was solved by use of combination of FEM with plane triangle element and direct numerical integration of initial problems.

Let us regard the metal sheet by use the calculation scheme of the thin plate 0.36×0.12 m, which is fixed in one edge and loaded by different values by traction t_r .

By use of special designed code the part of FE mesh with 864 elements and 481 nodes with subsequent stress-strain component distributions was imported into the FEM CREEP program complex [9].

The top layer of 3d elements was selected for import. The values here are equal to the bottom layer's values and are greater than inner ones. Due to smallness of y -displacements in 3d model, the y coordinates in 2d model had not changed. x -coordinates were increased on 2.5 mm due to the results of 3d calculations.

The values of stress tensor components for 2d model

were obtained by re-calculation procedure, in which longitudinal normal components were the same, and other values were obtained due to principle of equality of the stress tensor invariants – von Mises equivalent stresses in each elements.

This von Mises equivalent stress distribution is presented in Fig. 3. The map shows its inhomogeneous character after the rolling process.

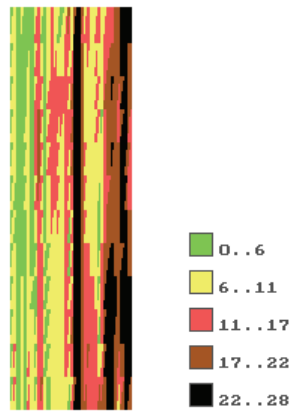


Figure 3 – Von Mises equivalent stress distribution in a plate after rolling, MPa 10^{-1}

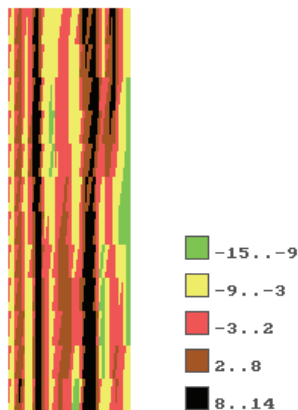


Figure 4 – Distribution of normal stress σ_x in a plate, MPa 10^{-1}

Fig. 4 contains distribution of the normal stress σ_x in a plate. As one can see, the considerable areas of compression after rolling are presented.

Practically similar character of distribution along the plate length can be used for justifying the use of FE model dimensions.

Let us regard the results of numerical simulation of creep in plate. The values of traction are equal to 64, 128, 220, 230 та 250 MPa were used in calculations. The creep time 30 s was analysed.

Fig. 5 contains the total von Mises equivalent stress distribution in a plate, which is obtained by addition to initial stress field the value of traction $t_r = 250$ MPa. This distribution can be regarded as maximum possible, because the equivalent stress values in definite places are closer to the rupture stress 395.3 MPa.

As one can see, there are areas with equivalent stress values 330-390 MPa, in which significant creep strains up to 2.2 % occur in a plate material [8].

Fig. 6 illustrates the dependence between traction values and maximum longitudinal displacement in a plate. By this figure's analysis the border between 'safety' values of the traction without considerable creep can be determined. This value can be determined as 200 MPa. Even we think that the displacement of 0.5 mm is not so big, we must assume the irregular character of creep strain accumulation in a plate due to the irregular initial stress distribution. Fig. 7 contains the graphical illustration of plate's edge displacements in points along the plate width at $t=30$ s and $t_r=250$ MPa.

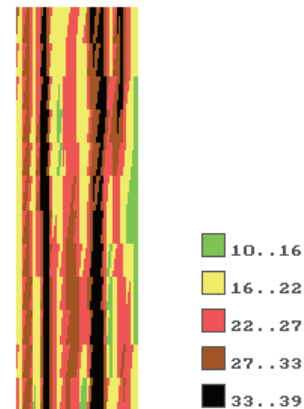


Figure 5 – Total von Mises equivalent stress distribution in a plate in the case $t_r = 250$ MPa, MPa 10^{-1}

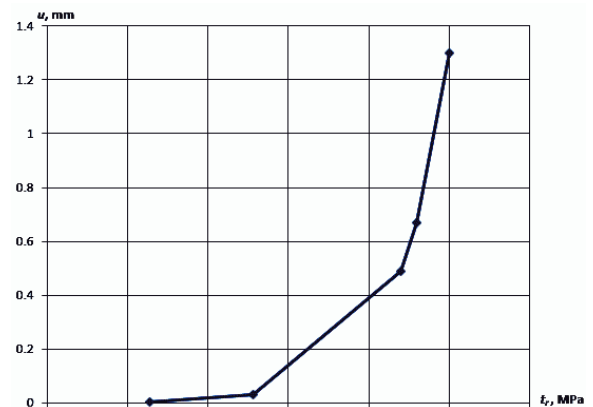


Figure 6 – Dependence between traction values and maximum longitudinal displacement in a plate

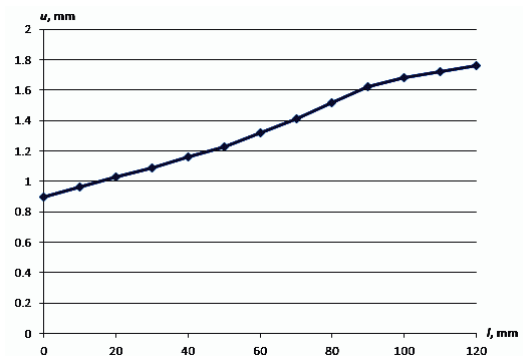


Figure 7 – Plate's edge displacements in points along the plate width at $t = 30$ s and $t = 250$ MPa

This non-symmetric character of displacement dis-

tribution can be justified by the non-symmetric character of initial stress field as well as strain compatibility conditions in creep process.

Conclusions. The paper contains the results of numerical modeling the creep process in thin plate, which models the steel sheet in tension during the rolling process. Preliminary deformation of the sheet in rolling mills is determined by numerical simulation of this technological process by use of the approach which includes the finite plastic strains consideration. Obtained stress-strain fields were used as initial conditions in creep process. It was determined, that these distributions had inhomogeneous character through the plate's width. Solutions show that after increasing the traction from the determined value is equal to 200 MPa, the significant non-symmetric distribution of displacements occurs in plate, which can be considered as invalid from the point of view of technology. Creep calculations of the described problem allow to find the 'safe' modes of extension, where the creep strains can be consider as negligible.

References:

1. Saanouni K. On the numerical prediction of the ductile fracture in metal forming / K. Saanouni // Engineering Fracture Mechanics. – 2008. – Vol. 75. – P. 3545-3559.
2. Brokken D. Discrete ductile fracture modeling for the metal blanking process / D. Brokken, W. A. M. Brekelmans, F. P. T. Baaijens // Computational Mechanics. – 2000. – Vol. 26. – P. 104-114.
3. Badreddine H. On non associative anisotropic finite plasticity fully coupled with isotropic ductile damage for metal forming / H. Badreddine, K. Saanouni, A. Dogui // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol. 26. – P. 1541-1575.
4. Bonet J. Nonlinear continuum mechanics for Finite Element analysis / J. Bonet, R. D. Wood. – Cambridge : University press, 1997. – 283 p.
5. Criesfield M. A. Nonlinear Finite Element analysis of Solids and Structures / M. A. Criesfield. – Chichester : John Wiley and Sons, 2000. – 360 p.
6. Hallquist J. LS DYNA Theoretical Manual - Livermore Software Technology / J. Hallquist. – USA : Corporation Livermore, 2005. – 320 p.

Бібліографічні опису // Bibliographic descriptions

Врахування впливу залишкових напружень та деформацій повзучості при прокатці сталевих листів / Д. В. Бреславський, В. О. Метельов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 77-81. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-9130.

Учет влияния остаточных напряжений и деформаций ползучести при прокатке стальных листов / Д. В. Бреславский, В. А. Метелев // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 77-81. – Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2078-9130.

Consideration the influence of residual stresses and creep strains on rolling the steel sheets / D. V. Breslavsky, V. O. Mietielov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 77-81. – Bibliogr.: 9. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Бреславський Дмитро Васильович – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерного моделювання процесів та систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Бреславський Дмитрій Васильевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедры компьютерного моделирования процессов и систем, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Breslavsky Dmytro Vasylovych – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: brdm@kpi.kharkov.ua

Метельов Володимир Александрович – ассистент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: vometel@gmail.com

Метелев Владимир Александрович – ассистент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-64-54, e-mail: vometel@gmail.com

Mietielov Volodymyr Oleksandrovych – Assistant, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-64-54, e-mail: vometel@gmail.com

7. Lemaitre J. Mechanics of solid materials / J. Lemaitre, J.-L. Chaboche. – Cambridge : University press, 1994. – 556 p.

8. Бреславський Д. В. Пластичність та повзучість сталі 3 при кімнатній температурі / Д. В. Бреславський, В. М. Конкін, В. О. Метельов // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2015. – № 57 (1166). – С. 14-19.

9. А. с. № 64660. Україна. Комп'ютерна програма "Розрахунки повзучості методом скінченних елементів" ("FEMCreep v. 1.3") / Д. В. Бреславський, Ю. М. Коритко, В. О. Метельов. – Заявл. 02.02.16, № 65155. – Опубл. 24.03.16.

References (transliterated):

1. Saanouni K. On the numerical prediction of the ductile fracture in metal forming. Engineering Fracture Mechanics. 2008. vol. 75. pp. 3545-3559.

2. Brokken D., Brekelmans W. A. M., Baaijens F. P. T. Discrete ductile fracture modeling for the metal blanking process. Computational Mechanics. 2000. vol. 26. pp. 104-114.

3. Badreddine H., Saanouni K., Dogui A. On non associative anisotropic finite plasticity fully coupled with isotropic ductile damage for metal forming. International Journal of Plasticity. 2010. vol. 26. pp. 1541-1575.

4. Bonet J., Wood R. D. Nonlinear continuum mechanics for Finite Element analysis. Cambridge : University press, 1997. 283 p.

5. Criesfield M. A. Nonlinear Finite Element analysis of Solids and Structures. Chichester : John Wiley and Sons, 2000. 360 p.

6. Hallquist J. LS DYNA Theoretical Manual – Livermore Software Technology. USA : Corporation Livermore, 2005. 320 p.

7. Lemaitre J., Chaboche J.-L. Mechanics of solid materials. Cambridge : University press, 1994. 556 p.

8. Breslavskij D. V., Konkin V. M., Mietielov V. O. Plastichnist ta povzuchist stali 3 pry kimnatniy temperaturi. Visnik Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu «KhPI». 2015. No 57 (1166). pp. 14-19.

9. Breslavskij D. V., Korytko Yu. M., Mietielov V. O. A.s. No 64660. Ukrayina. Kompyuterna prohrama «Rozrakhunky povzuchosti metodom skinchennykh elementiv» («FEM-Creep v. 1.3»). Opubl. 24.03.16.

Надійшла (received) 13.09.2016

V. I. GULYAYEV, O. V. VASHCHILINA, S. M. GLAZUNOV

INCIPIENT REGIMES OF DRILL BIT WHIRLINGS ON UNEVEN BOTTOMS OF DEEP BORE-HOLES

Поставлена задача про коливання кружляння бурового долота, що обертається, в умовах його контактної взаємодії із шорсткуватим дном свердловини. Оскільки такий тип вібрацій зустрічається в 40% випадків буріння глибоких свердловин, проблема їх вивчення представляє як науковий, так і прикладний інтерес.

Встановлено, що ефект самозбурення таких коливань пов'язаний зі збільшенням сили контактної тиску між долотом та свердловиною і її наближенням до критичного значення Ейлера. У цих умовах згинна жорсткість бурильної колони зменшується й вона може випучувати. При цьому вісь долота нахилиється й починає прецесувати. В результаті долото втрачає здатність ковзати по дну й починає котитися по його поверхні, відстаючи або випереджаючи обертання бурильної колони. При такому русі точка контакту долота із зазначеною поверхнею (миттєвий центр швидкостей) може описувати надзвичайно складні траєкторії у вигляді петель і точок загострення й змінювати напрямок руху. В якості прикладу розглянуті коливання кружляння доліт сферичної форми.

Ключові слова: глибоке буріння, долото, неголономна динаміка, прямі та зворотні кружляння.

Поставлена задача о колебаниях кружения вращающегося бурового долота в условиях его контактного взаимодействия с шероховатым дном скважины. Поскольку такой тип вибраций встречается в 40% случаев бурения глубоких скважин, проблема их изучения представляет как научный, так и прикладной интерес.

Установлено, что эффект самовозбуждения таких колебаний связан с увеличением силы контактного давления между долотом и скважиной и ее приближением к критическому значению Эйлера. В этих условиях изгибная жесткость бурильной колонны уменьшается и она может выпучивать. При этом ось долота наклоняется и начинает прецессировать. В результате долото теряет способность скользить по дну и начинает катиться по его поверхности, отставая или опережая вращение бурильной колонны. При таком движении точка контакта долота с указанной поверхностью (мгновенный центр скоростей) может описывать чрезвычайно сложные траектории в виде петель и точек заострения и изменять направление движения. В качестве примера рассмотрены колебания кружения долот сферической формы.

Ключевые слова: глубокое бурение, долото, неголономная динамика, прямое и обратное кружение.

This paper studies the problem of whirl vibrations of rotating drill string bit under conditions of its contact interaction with the bore-hole bottom surface. The destructive effects of whirl vibrations of drill bits and drill strings have long been recognized. The backward whirling is believed to randomly happen to some degree in 40 % of all wells.

It is shown that the situation is essentially associated with enlargement of the compressive thrust force and its approaching to the Eulerian critical value. Then, the bending stiffness of the drill string reduces, it hogs and the diamond impregnations existing in the bit surface penetrate into the rock medium. As this takes place, the bit axis tilts and nutates. It should be particularly emphasized that at this stage, the bit is under action of the vertical force (weight on bit) which essentially exceeds all other forces. It presses the bit to the hole bottom (not to the hole wall) and the bit loses its ability to slide on the bore-hole bottom and begins to roll on its surface, lagging behind or outstripping the drill string rotation. As a result, the point of the bit contact with the reference surface (the instantaneous centre of velocities) may describe extremely complicated trajectories with loops and cuspidal points and to change the motion directions. As examples, whirling of spherical bit is considered.

Keywords: deep drilling, drill bits, nonholonomic dynamics, forward and backward whirls.

Introduction

In the majority of cases, previous studies of drill bit whirl have concentrated primarily on assumption that in whirling the rotating drill bit is compressed to the bore-hole wall and is rolling on its surface [1-3]. But in our opinion, a prominent phase of this effect proceeds at the initial stage of its generation. These phenomena occur when the drilling bit changes over from being in sliding contact to rolling contact with the bore-hole bottom and then instantaneous center of its rotation begins to move around the DS axis on the bore-hole bottom surface [4]. Depending on the rotative movement direction, the forward and backward whirls are distinguished [2, 5]. As this takes place, the backward whirl can achieve frequencies somewhere in the range from 5 to 30 times the speed of the DS rotation [4]. This speed makes the generated force effect especially detrimental, producing a set of high fatigue-loading and strong impact-loading conditions that can be responsible for intensive bending vibration and irremediable detriment to downhole tools when the bit does not

achieve the well wall, does not touch it, and is rolling on the well bottom.

In this case, the most influential axial force can be resolved into a vertical force or weight on bit (WOB) and a near-zero transverse component called the bit imbalance force. This force is usually referred to as a percentage of the WOB. Numerous measurements of the bit imbalanced evidence that commercial bits might be 2% imbalanced, nevertheless, 10% imbalanced is more typical. Hence, it can be concluded that the bit is compressed to the well bottom by the WOB force, while only 10% of its value are responsible for the tendency to compress it to the well wall. Therefore, it is more reasonable to associate these vibrations with the bit rolling on the bottom surface rather than on the well, as is traditionally considered in theoretical researches.

According to field observation, the main factor influencing whirl is the bit geometry. In papers [3, 5], the phenomena of the bits spinning and rolling on the well bottoms are simulated with the use of nonlinear frictional and

nonholonomic models for bits with different shapes. As an example, spherical bit whirling on spherical bore-hole bottom is numerically studied. It permitted to find three types of its stable and unstable motions associated with forward and backward rolling as well as pure spinning.

The problem on whirling of rigid ellipsoidal bits on well bottoms is considered in [4]. The oblong and oblate ellipsoidal shapes are selected for investigation. Two mathematic models of the bit whirling founded on supposition of the capability of their pure rolling whirl and rolling with sliding are proposed. The unsteady regimes of their rolling initiated by their initial perturbations are analyzed through computer simulations. The oblate bits are shown to be more disturbance-sensitive and curves of their whirling trajectories have ansiform outlines with sharp turns. Summarizing, it may be noted that the effects considered in these papers are simulated on the basis of nonlinear statements. They are multi-parametric as depend on elastic, dynamic, geometric, kinematic, frictional, and structural characteristics of the system. Therefore, the particular cases treated by computer simulations are only intriguing and inviting attention to their beauty. To establish general regularities of these processes proceeding, the object-oriented analytic studies should be performed. They cannot be performed through the application of created non-linear mathematic models and should be oriented to incipient stage of the process evolvment which can be described by linearized equations.

1 Whirling of a spheric bit on spheric bottom surface

To elaborate mathematic model of a drill bit whirling, take into account that this vibration process is attended with elastic bending of the DS tube adjacent to its bottom hole assembly (BHA). Assume that it is possible to separate mentally the lower sections AB and BC located between two lower centralizers A and B, and the collar boundary C with the bit at its end (Fig. 1). In the model constructing, the feature of fundamental importance is simulation of the bit motion which can be dynamic or kinematic. To perform the choice, it is necessary to compare frequencies of free vibrations of the separated piece of the DS and angular velocity of the bit. For example, the first frequency of free vibrations of the steel three-point beam ABC with lengths $e = 2$ m, $l = 9$ m (Fig.1) and cross-section diameters $d_1 = 0,18$ m, $d_2 = 0,18$ m equals $f_1 = 106,7$ s⁻¹, while the DS angular velocity may achieve only $\omega \approx 10-20$ s⁻¹. Besides, the bit represents a hollow-centered body with small inertia moment. So, the considered whirlings represent quasi-static processes of the DS deforming, inertia forces can be neglected at its analysis, and the whirling motions can be reckoned as kinematic, proceeding with velocities determined by angular velocity ω of the DS rotation. Therefore, in the whirling study only elastic and constraint forces will be taken into account and kinematic stimulation of the system motion will be analyzed.

2 Model of a spherical bit rolling on a spherical bottom surface

Assume that a DS is elastically deflected from vertical and its spherical bit, rotating with angular velocity ω around its axis, begins to roll on uneven spherical surface of the well bottom π (Fig. 2). Then, depending on the position of contact

point G with respect to the D point, lying in the rotation axis, the bit center C can rotate in the direction of the bit rotation (forward whirling – Fig. 2, a) or, every so often, in the opposite direction (backward whirling – Fig. 2, b). Introduce immovable coordinate system $OXYZ$ and reference frame $Oxyz$ fixed in the beam of the rotating DS. Vertical axes OZ and Oz coincide. As is traditional in nonholonomic mechanics [5], it is conveniently to examine this motion relative to its instantaneous center G of total rotation, because in this case the unknown constraint reaction \mathbf{R} is excluded from the constitutive equations and only elastic axial (\mathbf{T}) and shear (\mathbf{Q}) forces and bending moment (\mathbf{M}) participate in the force equilibrium. Let the radii of the bit and hole bottom surfaces be a and b , correspondingly.

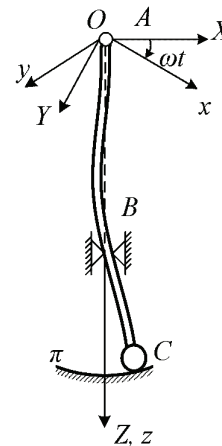


Figure 1 – Schematic of lower sections of a drill string

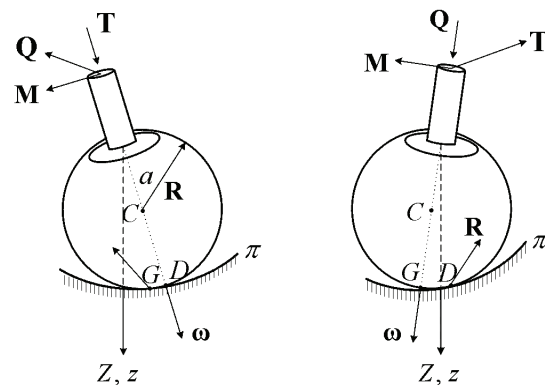


Figure 2 – Nonholonomic rolling of a spherical bit: a) forward whirling; b) backward whirling

If to assume that the contacting surfaces are absolutely uneven, then the sliding effects becomes impossible. In this case, $\mathbf{v} = 0$ and pure rolling with spinning is realized. Such model belongs to the nonholonomic type.

It is shown in paper [4] that the possibility of bit sliding the bore-hole bottom is severely reduced through the presence of diamond thorns on its surface. This effects is amplified by enlargement of the bit pressure on the hole bottom and decrease of the DS stiffness. Then, the non-holonomic model application is thoroughly justified.

In paper [3], nonlinear kinematic and dynamic equations were constructed, stemming from conditions of the spherical drill bit rolling without sliding and equilibrium of elastic moment \mathbf{M} and shear force \mathbf{Q} applied to the bit

(Fig. 2). They are based on the use of classical mechanics methods [6] and the theory of elastic beams [7, 8].

A special feature of this system of four equations lies in the fact that it contains eight unknown values u, u', u'', u''' , and v, v', v'', v''' prescribed at the C edge of the DS beam. But this impediment can be surmounted if to take into account that the considered problem is quasi-static and consequently displacements u, v and turn angles u', v' can be expressed via bending moments $M_u = EIu''$, $M_v = EIv''$ and shear forces $Q_u = EIu'''$, $Q_v = EIv'''$ applied at this point. Then, the following equalities are valid:

$$\begin{aligned} u &= w_M \cdot M_u + w_Q \cdot Q_u = w_M EIu'' + w_Q EIu'''; \\ v &= w_M \cdot M_v + w_Q \cdot Q_v = w_M EIv'' + w_Q EIv'''; \\ u' &= w_M^{(1)} \cdot M_u + w_Q^{(1)} \cdot Q_u = w_M^{(1)} EIu'' + w_Q^{(1)} EIu'''; \\ v' &= w_M^{(1)} \cdot M_v + w_Q^{(1)} \cdot Q_v = w_M^{(1)} EIv'' + w_Q^{(1)} EIv''', \end{aligned}$$

where w_M is the elastic displacement of free edge C of the console beam shown in Fig.1 under action of unit bending moment $M = 1$ applied at this point, w_Q is the similar displacement resulted under action of unit shear force $Q = 1$ applied at the same point, $w_M^{(1)}$ is the elastic turn angle of the beam caused by the unit moment and $w_Q^{(1)}$ is the angle produced by the unit shear force.

With the aid of Eqs. (4), the next equalities can be gained

$$\begin{aligned} u'' &= \frac{w_Q^{(1)} u - w_Q u'}{EI(w_M w_Q^{(1)} - w_Q w_M^{(1)})}; \\ u''' &= \frac{w_M u' - w_M^{(1)} u}{EI(w_M w_Q' - w_Q w_M')}; \\ v'' &= \frac{w_Q^{(1)} v - w_Q v'}{EI(w_M' w_Q^{(1)} - w_Q w_M^{(1)})}; \\ v''' &= \frac{w_M v' - w_M^{(1)} v}{EI(w_M w_Q' - w_Q w_M')}; \end{aligned}$$

In this paper, small whirling vibrations are studied. Therefore, the nonlinear equations can be linearized and represented in the form:

$$\begin{aligned} \dot{u} + au' - \omega \left(1 + \frac{a}{b-a}\right) v + a\omega v' &= 0; \\ \dot{v} + av' + \omega \left(1 + \frac{a}{b-a}\right) u - a\omega u' &= 0; \\ \left[g^{(1)} - ah^{(1)} - \frac{Ta}{EI(b-a)} \right] u + \left(-g + ah + \frac{Ta}{EI} \right) u' &= 0; \quad (1) \\ \left[g^{(1)} - ah^{(1)} - \frac{Ta}{EI(b-a)} \right] v + \left(-g + ah + \frac{Ta}{EI} \right) v' &= 0. \end{aligned}$$

Here, the notations

$$\begin{aligned} D = EI(w_M w_Q^{(1)} - w_Q w_M^{(1)}); \quad \frac{w_M}{D} = h; \quad \frac{w_M^{(1)}}{D} = h^{(1)}; \\ \frac{w_Q}{D} = g; \quad \frac{w_Q^{(1)}}{D} = g^{(1)} \end{aligned} \quad (2)$$

are introduced.

This system of four equations with four desired vari-

ables u, u', v and v' can receive further simplification through exclusion of variables u' and v' . Indeed, two last equations in this system permits one to write

$$u' = qu, \quad v' = qv. \quad (3)$$

Substituting Eqs. (3) into two first Eqs. (1), one gains the ultimate form of this system

$$\dot{u} - \omega pv = 0, \quad \dot{v} + \omega pu = 0. \quad (4)$$

Here,

$$p = \left(1 + \frac{a}{b-a} - aq\right) / (1 + aq). \quad (5)$$

System (4) is equivalent to equations

$$\ddot{u} + \omega^2 p^2 u = 0; \quad \ddot{v} + \omega^2 p^2 v = 0. \quad (6)$$

They have solutions

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 \sin \omega pt + C_2 \cos \omega pt, \\ v(t) &= C_3 \sin \omega pt + C_4 \cos \omega pt. \end{aligned} \quad (7)$$

Here, constants C_1, C_2, C_3 and C_4 are determined from initial conditions.

They describe trajectories of the C center movement in the $Oxyz$ coordinate system rotating with angular velocity ω . Denote $\omega p = \Omega_1$. Then, these correlations can be represented as follows:

$$\begin{aligned} u(t) &= C_1 \sin \Omega_1 t + C_2 \cos \Omega_1 t, \\ v(t) &= -C_2 \sin \Omega_1 t + C_1 \cos \Omega_1 t. \end{aligned} \quad (8)$$

Here, Ω_1 is the whirling frequency in the rotating coordinate system.

3 Basic peculiarities of the whirl process

Though movement of a drill bit in rotating reference frame $Oxyz$ is governed by simple Eqs.(6), it can assume large variety of modes, depending on initial conditions (constants C_1 and C_2) and value of parameter p which, in its turn, is specified by geometric values a and b , DS stiffness EI , and flexibility parameters $w_M, w_Q, w_M^{(1)}$, and $w_Q^{(1)}$. But it can outline much more complicated paths in fixed coordinate system $OXYZ$. These trajectories are traced with the use of equalities

$$\begin{aligned} X(t) &= u(t) \cos \omega t - v(t) \sin \omega t; \\ Y(t) &= u(t) \sin \omega t + v(t) \cos \omega t. \end{aligned} \quad (9)$$

They testify that in the fixed reference frame, the bit moves with angular velocity $\Omega_2 = \omega(p-1)$ and its motion is determined by equations

$$\begin{aligned} X(t) &= C_1 \sin \Omega_2 t + C_2 \cos \Omega_2 t; \\ Y(t) &= -C_2 \sin \Omega_2 t + C_1 \cos \Omega_2 t. \end{aligned} \quad (10)$$

Eqs.(8) and Eqs.(10) permit one to analyze the possible tendencies for the spherical bit to perform different self-triggered whirlings depending on the frequency p values. Thus, if $p < -1$, then, as Eqs. (8) and (9) testify, the bit center C moves along circular trajectory with angular velocity $\Omega_1 > \omega$ in rotating reference frame $Oxyz$ and performs forward whirling with angular velocity $\Omega_2 > 2\omega$, outstripping the DS rotation in fixed coordinate system $OXYZ$. Value $p = -1$ is in line with $\Omega_1 = \omega, \Omega_2 = 2\omega$.

Special regime is generated at $p = 0$. In this situation, the bit is motionless in rotating reference frame ($\Omega_1 = 0$) but performs forward whirling with frequency $\Omega_2 = \omega$ in

still space. The opposite situation occurs at $p = 1$ when the bit rotates in reverse direction with frequency $\Omega_1 = \omega$, though comes to a standstill at point $X = C_2$, $Y = C_1$ in the still space. Accentuate that this state is also unfavorable because here the bit performs pure spinning without rolling and sliding and the drilling direction begins to change its direction.

The subsequent enlargement of the parameter entails change-over from forward whirling of the bit to backward motion with further essential enhancement of the Ω_2 frequency. Note once again that this detrimental effect is in compliance with the unexpected field observations cited in paper [3] and consisting in essential increase in the whirl frequency which can be 30 times greater than the angular velocity of the DS, while the generally recognized model of the bit touch with the bore-hole wall [2] cannot reveal it.

The established correspondences between the values of parameter p and types of the spherical bit whirling allow one to simulate the modes of its motion at the initial stage of its perturbation. But now, the further interest is provoked by the question of how the p values change with varying of the system parameters. Among the most essential values affecting the whirling stimulation are bending stiffness EI of the DS, radii of the bit a and well bottom surface b , spans l and e , WOB force T , and correlations between parameters of elasticity w_M , w_Q , $w_M^{(1)}$ and $w_Q^{(1)}$. Assume that typical magnitudes of these values for steel DSs comprise $EI = 4.07 \cdot 10^6$ Pa·m⁴; $l = 9$ m; $e = 2$ m; $a = 0,1$ m; $b = 0,3$ m; $w_M = 1,968 \cdot 10^{-6}$ m; $w_Q = 3,618 \cdot 10^{-6}$ m; $w_M^{(1)} = 1,23 \cdot 10^{-6}$; $w_Q^{(1)} = 1,97 \cdot 10^{-6}$; $T = -1 \cdot 10^4$ N. In this

case, $p = 1,376$ and the whirling proceeds with the frequencies $\Omega_1 = 1,376 \omega$ in the rotating reference frame and $\Omega_2 = 0,376 \omega$ in the fixed coordinate system.

Acknowledgments

The authors gratefully acknowledge the financial support from the Ministry of Education and Science of Ukraine (project 0115 U 002270)

References:

1. Aldred W., Plumb D., Bradford I., Cook J., Gholkar V., Cousins L., Minton R., Fuller J., Goraya S., Tucker D. Managing drilling risk. Oilfield Review, 1999, Vol. 11(2), pp. 2-19.
2. Leine R.I., Van Campen D.H., Keultjes W.J.G. Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics. Journal of Vibration and Acoustics, 2002, Vol. 124 (April), pp. 209-220.
3. Stroud D., Pagett J., Minett-Smith D. Real-time whirl detector improves RSS reliability, drilling efficiency. Hart Exploration & Production Magazine, 2011, Vol. 84(8), pp. 42-43.
4. Gulyayev V.I., Shevchuk L.V. Drill string whirl simulation with the use of frictional and nonholonomic models. Journal of Vibration and Acoustics, 2015, Vol. 1, pp. 011021-1-011021-9.
5. Neimark Ju.L., Fufaev N.A. Dynamics of Non-holonomic Systems. Providence RI: American Mathematical Society; 1972.
6. Goldstein H., Poole Ch., Safko J. Classical Mechanics. Boston: Addison Wesley; 2011.
7. Gulyayev V.I., Borschch O.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2011, 78, pp. 759- 764.
8. Gulyayev V.I., Glushakova O.V. Large-scale and small-scale self-excited torsional vibrations of homogeneous and sectional drill strings. Interaction and Multiscale Mechanics, 2011, 4(4), pp. 291 - 311.

Надійшла (received) 06.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Зародження режимів кружляння бурового долота на шорсткуватому дні глибокої свердловини / В.І. Гуляєв, О. В. Ващіліна, С. М. Глазунов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 81–84. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Зарождение режимов кружения бурового долота на шероховатом дне глубокой скважины / В.И. Гуляев, Е. В. Ващилина, С. Н. Глазунов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 81–84. – Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2078-9130.

Incipient Regimes of Drill Bit Whirlings on Uneven Bottoms of Deep Bore-Holes / V. I. Gulyayev, O. V. Vashchilina, S. M. Glazunov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 81–84. – Bibliogr.: 8. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гуляєв Валерій Іванович, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Національний транспортний університет, тел. +38(044)2847109, e-mail: valery@gulyayev.com.ua

Гуляев Валерий Иванович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики, Национальный транспортный университет, тел. +38(044)2847109, e-mail: valery@gulyayev.com.ua

Gulyayev Valery Ivanovich, Doctor of Technical Sciences, Head of the Department of the Department of Mathematics, National Transport University, tel. +38(044)2847109, e-mail: valery@gulyayev.com.ua

Ващіліна Олена Валеріївна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, Національний транспортний університет, тел. +38(044)2847109, e-mail: vashchilina@ukr.net

Ващилина Елена Валериевна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Национальный транспортный университет, тел. +38(044)2847109, e-mail: vashchilina@ukr.net

Vashchilina Olena Valeriyivna, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor at the Department of Mathematics, National Transport University, tel. +38(044)2847109, e-mail: vashchilina@ukr.net

Глазунов Сергій Миколайович, аспірант кафедри вищої математики, Національний транспортний університет, тел. +38(044)2847109, e-mail: S.glazunov@smart-energ.com

Глазунов Сергей Николаевич, аспирант кафедры высшей математики, Национальный транспортный университет, тел. +38(044)2847109, e-mail: S.glazunov@smart-energ.com

Glazunov Sergiy Mykolajovyich, Postgraduate Student at Department of Mathematics, National Transport University, tel. +38(044)2847109, e-mail: S.glazunov@smart-energ.com

L. KURPA, G. TIMCHENKO, A. OSETROV

RESEARCH OF NONLINEAR VIBRATIONS OF LAMINATED SHALLOW SHELLS WITH CUTOUTS BY R-FUNCTIONS METHOD

У цій роботі запропоновано ефективний метод дослідження геометрично нелінійних власних коливань тонкостінних елементів конструкцій, які можуть моделюватися багатошаровими пологими оболонками зі складною формою в плані. Запропонований метод базується на сумісному використанні теорії R-функцій, варіаційних методів і процедури Бубнова-Галеркіна. Це дозволяє звести спочатку нелінійну систему рівнянь руху до задачі Коші. Математична постановка задачі виконана у рамках уточненої теорії першого порядку. Створено відповідне програмне забезпечення в системі POLE-RL для поліноміальних результатів і з використанням C++ програми для сплайнів. Розв'язані нові задачі лінійних і нелінійних коливань багатошарових пологих оболонок з вирізами. Для підтвердження надійності отриманих результатів проведено їх порівняння з отриманими за допомогою сплайн-апроксимації та з відомими із літератури. Досліджений ефект граничних умов на вирізі.

Ключові слова: теорія R-функцій, теорія Тимошенко, багатошарові пологі оболонки, нелінійні коливання.

В настоящей работе предложен эффективный метод исследования геометрически нелинейных собственных колебаний тонкостенных элементов конструкций, которые могут моделироваться многослойными пологими оболочками со сложной формой в плане. Предложенный метод базируется на совместном использовании теории R-функций, вариационных методов и процедуры Бубнова-Галеркина. Это позволяет свести изначально нелинейную систему уравнений движения к задаче Коши. Математическая постановка задачи выполнена в рамках уточненной теории первого порядка. Создано соответствующее программное обеспечение в системе POLE-RL для полиномиальных результатов и используя C++ программы для сплайнов. Решены новые задачи линейных и нелинейных колебаний многослойных пологих оболочек с вырезами. Для подтверждения надежности получаемых результатов проведено их сравнение с полученными посредством сплайн-аппроксимации и известными в литературе. Исследован эффект граничных условий на вырезе.

Ключевые слова: теория R-функций, теория Тимошенко, многослойные пологие оболочки, нелинейные колебания.

In present work an effective method to research geometrically nonlinear free vibrations of elements of thin-walled constructions that can be modeled as laminated shallow shells with complex planform is applied. The proposed method is based on joint use of R-functions theory, variational methods and Bubnov-Galerkin procedure. It allows reducing an initial nonlinear system of motion equations of a shallow shell to the Cauchy problem. The mathematical formulation of the problem is performed in a framework of the refined first-order theory. The appropriate software is created within POLE-RL program system for polynomial results and using C++ programs for splines. New problems of linear and nonlinear vibrations of laminated shallow shells with cutouts are solved. To confirm reliability of the obtained results their comparison with the ones obtained using spline-approximation and known in literature is provided. Effect of boundary condition on cutout is studied.

Keywords: R-function theory, Timoshenko's theory, laminated shallow shells, geometrically nonlinear vibrations.

Introduction

Investigation of geometrically nonlinear vibrations of multi-layered shallow shells with complex planform and a cutout is carried out. The mathematical statement of this class of problems is well developed in literature [1, 2]. However, due to the complexity of the motion equations system, there are practically no works, which contain numerical results for these problems in the case of complex planforms, the presence of cutouts and different types of boundary conditions. Therefore, development of methods solving such problems is an important task. In this paper we propose a method based on the theory of R-functions [3, 4] and variational methods, which allows one to solve such problems.

1 The mathematical statement of the problem

We consider the multi-layered thin shell of the constant thickness h , on the assumption that the slip and separation between the layers are absent. We confine ourselves to the symmetrical structure of layers. The mathematical formulation of the problem is performed via refined theory of multi-layered shells based on the Timoshenko's shear assumptions. Then the problem of geometrically nonlinear vibrations of shallow shells is reduced to the

solution of the system of nonlinear differential equations of motion [5, 6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{11}}{\partial x} + \frac{\partial N_{12}}{\partial y} &= m_1 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; & \frac{\partial N_{22}}{\partial y} + \frac{\partial N_{12}}{\partial x} &= m_2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}; \\ \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + k_1 N_{11} + k_2 N_{22} + N_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + & \\ + 2N_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} &= m_1 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; & \\ \frac{\partial M_{11}}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} - Q_x &= m_2 \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2}; & \\ \frac{\partial M_{22}}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} - Q_y &= m_2 \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2}, & \end{aligned} \quad (1)$$

where $u(x, y, t)$, $v(x, y, t)$, $w(x, y, t)$ are displacements of the coordinate surface points; ψ_x , ψ_y are rotation angles of the normal to the coordinate surface; N_{11} , N_{12} , N_{22} are the in-plane resultants per unit length; M_{11} , M_{12} , M_{22} are the internal moment resultants per unit length; Q_x , Q_y are the transverse shear resultants per unit length. Components of these resultants are defined as:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}C_{12}C_{16}K_{11}K_{12}K_{16} \\ C_{12}C_{22}C_{26}K_{12}K_{22}K_{26} \\ C_{16}C_{26}C_{66}K_{16}K_{26}K_{66} \\ K_{11}K_{12}K_{16}D_{11}D_{12}D_{16} \\ K_{12}K_{22}K_{26}D_{12}D_{22}D_{26} \\ K_{16}K_{26}K_{66}D_{16}D_{26}D_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \\ \psi_{x,x} \\ \psi_{y,y} \\ \psi_{x,y} + \psi_{y,x} \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} Q_x &= k_5^2 C_{55} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \right) + k_4^2 C_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y \right); \\ Q_y &= k_5^2 C_{45} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \right) + k_4^2 C_{44} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y \right). \end{aligned} \quad (2)$$

The expressions of deformations, taking nonlinear terms in account, are expressed as

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} - k_1 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} - k_2 w + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}. \end{aligned}$$

The expressions (2) contain coefficients C_{ij} , K_{ij} , D_{ij} and m_1 , m_2 , which are calculated by the known formulas [7-10], k_4 , k_5 are shear correction coefficients, k_1 , k_2 are curvatures of a shell.

The system (1) is supplemented by appropriate boundary and initial conditions.

1.1 The solution method

Accordingly to the algorithm proposed in [8-10], we represent the unknown functions $u(x,y,t)$, $v(x,y,t)$, $w(x,y,t)$, $\psi_y(x,y,t)$, $\psi_x(x,y,t)$ in the form of an expansion by eigenfunctions of the corresponding linear problem solution of free vibrations of shells

$$\begin{aligned} w(x,y,t) &= y_1(t) \cdot w_1(x,y); & \psi_x(x,y,t) &= y_1(t) \cdot \psi_{x1}(x,y); \\ \psi_y(x,y,t) &= y_1(t) \cdot \psi_{y1}(x,y); \\ u(x,y,t) &= y_1(t) \cdot u_1(x,y) + y_1^2(t) \cdot u_2(x,y); \\ v(x,y,t) &= y_1(t) \cdot v_1(x,y) + y_1^2(t) \cdot v_2(x,y). \end{aligned} \quad (3)$$

The functions $u_1, v_1, \psi_{x1}, \psi_{y1}$ are the components of the eigenvector $\vec{U} = (u, v, w, \psi_x, \psi_y)$, and functions u_2, v_2 must be a solution of the system of differential equations

$$\begin{cases} L_{11}u_2 + L_{12}v_2 = -Nl_1^{(2)}(w_1); \\ L_{21}u_2 + L_{22}v_2 = -Nl_2^{(2)}(w_1). \end{cases} \quad (4)$$

The expressions for the right-hand sides of (4), designated by operators $Nl_k^{(2)}(w_1), (k=1,2)$ are described in [8-10].

The system of equations (4), supplemented with the appropriate boundary conditions, as well as a linear problem of free oscillations of multi-layered shallow shells, can be solved using RFM method [3, 4] for almost any form of the shell's plan and various types of boundary conditions.

Substituting the expression (3) for the unknown functions in the system (1) and applying the Bubnov-Galerkin procedure, we obtain the nonlinear ordinary differential equation

$$y_1''(t) + \omega_l^2 y_1(t) + \beta \cdot y_1^2(t) + \gamma \cdot y_1^3(t) = 0. \quad (5)$$

Formulas for the coefficients presented in the equation (5) are given in [8-10].

The solution of the obtained ordinary differential equation may be accomplished through a variety of approximation methods. For example, the Runge-Kutta method, Bubnov-Galerkin and others.

2 Numerical results

To validate the proposed method and created software a number of test problems were solved. The obtained results were compared with the once of other authors [7, 11]. One of the test cases is discussed in Example 1.

Example 1. Consider the problem of free vibrations of a shallow geometrically nonlinear isotropic square shell of constant thickness of double curvature. The following geometric and material parameters are used: $a/b = 1$; $R_x/R_y = 1$; $R_x/R_y = 0$; $R_x = 10$; $h = 0,01$; $\nu = 0,3$. The shear correction factors are: $k_4^2 = k_5^2 = 5/6$. The boundary conditions correspond to a simply-supported edge. Figure 1 shows a comparison of the frequencies ratios dependence on the basic mode amplitude for cylindrical and spherical shells, obtained by RFM with the known results of [11]. To obtain the dependency ratio of the frequencies to the amplitude the Runge-Kutta method was used.

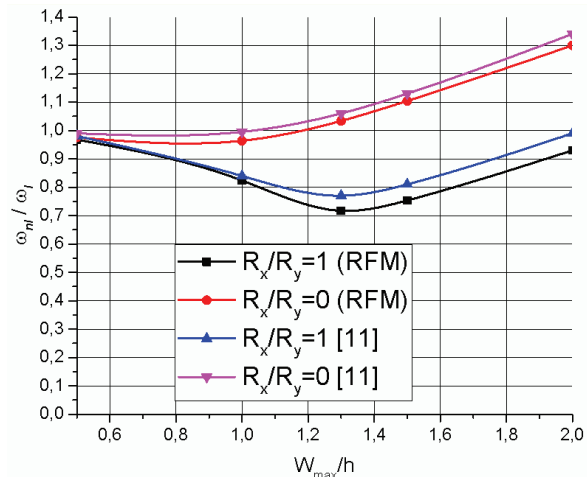
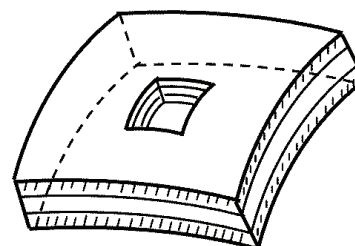


Figure 1 – Convergence of amplitude-frequency curves of shallow shells

The observed divergence of obtained results with the once of [11] does not exceed 2 %.

Example 2. Consider the problem of a 3-layered cylindrical shallow shell free nonlinear vibration with a square planform and a central square cutout (fig. 2).



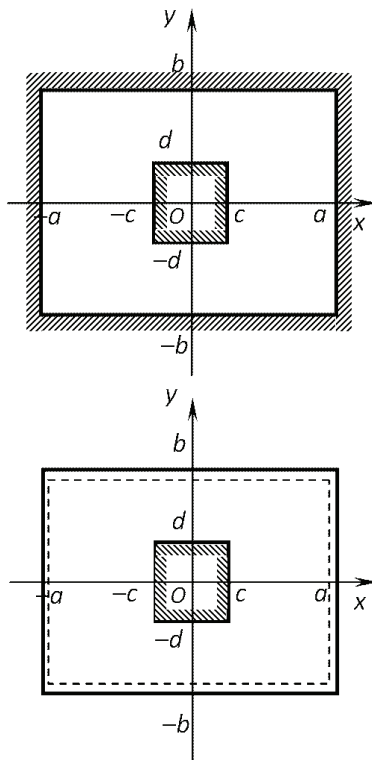


Figure 2 – Geometry of a shell with a central cutout and different boundary conditions

It is assumed that all layers are made of the material with the following characteristics:

Material 1 (M1): $E_1 = 40E_2; G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0,5E_2; \nu_{12} = 0,25$.

Material 2 (M2): $E_1 = 10E_2; G_{12} = G_{13} = G_{23} = 0,5E_2; \nu_{12} = 0,25$.

The shear correction factors are taken as $k_4^2 = k_5^2 = 5/6$, dimensionless parameters of the curvature are defined as $R_x/h = 300; h/(2a) = 0,01$. Three types of boundary conditions are investigated: completely clamped edge (CC), simply supported on external edge and clamped cutout (SC), simply supported on external edge and free cutout (SF). Comparison of the obtained fundamental frequencies for two types of materials (M1, M2) with the once in [7] is presented in table 1. Results presented by RFM were obtained both by polynomial approximation (POLY) and splines [12] (SPLI) using mesh of 10×10 .

Table 1 – Comparison of the non-dimensional frequency $\omega_1 = \omega_1 a^2 (\rho/E_{22} h^2)^{1/2}$ for cross ply (0/90/0) laminated shells with the boundary condition (SF)

c/a	M1	M1	M2	M2
0	29,3565 [7]	29,481 [POLY]	23,8253 [7]	23,933 [POLY]
		29,476 [SPLI]		23,921 [SPLI]
0,2	29,4182 [7]	30,252 [POLY]	24,2845 [7]	24,749 [POLY]
		29,859 [SPLI]		24,552 [SPLI]

The observed divergence of obtained results with the once of [7] does not exceed 3 %.

Further, new results are presented by using the theory of R-functions.

The amplitude-frequency dependence for cylindrical shells of SC boundary condition with the cutout of size $c/a = 0,2$ for two types of materials (M1, M2) is presented in figure 3.

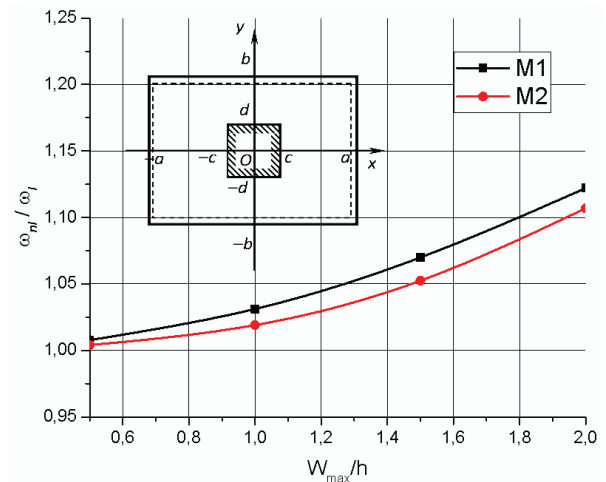


Figure 3 – Amplitude-frequency curves of SC cylindrical shallow shells

According to the observed curves we can state that the behavior of investigated shell of M1 material is more rigid than the one of M2 with the amplitude increase.

The amplitude-frequency dependence for cylindrical shells of CC boundary condition with the cutout of size $c/a = 0,2$ for two types of materials (M1, M2) is presented in figure 4.

According to the observed curves we can state that the investigated shell of M1 material becomes more rigid than the one of M2 when the ratio W_{max}/h exceeds 1,4.

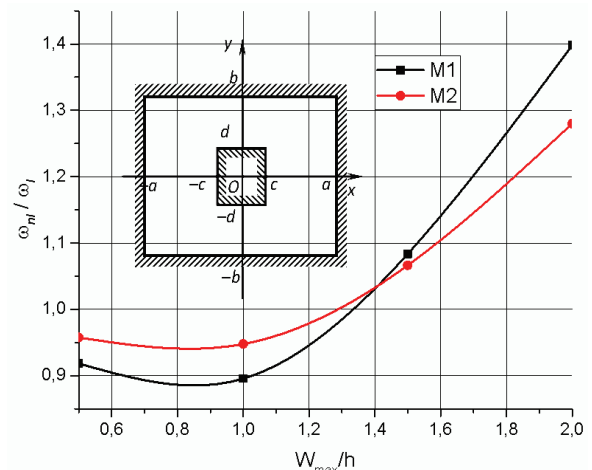


Figure 4 – Amplitude-frequency curves of CC cylindrical shallow shells

Conclusions

A proposed numerical-analytically approach based on R-functions theory is used to research free nonlinear vibration problems of laminated shallow shells with cutouts. Three-layered shells made of different materials with different curvatures and square cutout are investigated. Different types of boundary conditions are examined. The amplitude-frequency curves of vibrations of considered

shells have been constructed using the first-mode approximation by the Runge-Kutta method. A comparison with known results confirms the reliability of the proposed approach.

References:

1. Chia C. Y. Nonlinear Analysis of Doubly Curved Symmetrically Laminated Shallow Shells with Rectangular Planform. *Ingenieur-Archiv*, 1988, Vol. 58, pp. 252–264.
2. Reddy J. N., Liu C. F. A Higher-Order Shear Deformation Theory of Laminated Elastic Shells. *International Journal of Engineering Science*, 1985, Vol. 23 (Iss. 3), pp. 319–330.
3. Rvachev V.L. Theory of R-functions and some of its Applications. Kiev: Nauka Dumka, 1982 (in Russian).
4. Rvachev V.L., Kurpa L.V. The R-functions in Problems of Plate Theory. Kiev: Nauka Dumka, 1987 (in Russian).
5. Ambartsumian S.A. The general theory of anisotropic shells. Moscow: Nauka, 1974 (in Russian).
6. Vol'mir A.S. Nonlinear Dynamics of Plates and Shells. Moscow: Nauka, 1972 (in Russian).
7. Nanda N., Bandyopadhyay J.N. Nonlinear Free Vibration Analysis of Laminated Composite Cylindrical Shells with Cutout. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2007,

Vol. 26 (Iss. 14), pp. 1413–1427.

8. Kurpa L.V. Nonlinear Free Vibrations of Multilayer Shallow Shells with Asymmetric Structure and With a Complicated Form of the Plan. *Journal of Mathematical Sciences*, 2009, Vol. 162 (Issue 1), p. 85-98.
9. Timchenko G.N., Budnikov N.A. Geometrically Nonlinear Vibrations of Laminated Shallow Shells with Mixed Boundary Conditions. *Proceedings of the Fourth Int. Conference "Nonlinear Dynamics"*, June 19-22, Sevastopol. Kharkiv: Tochka, 2013, pp. 347-350.
10. Awrejcewicz J., Kurpa L., Shmatko O. Investigating geometrically nonlinear vibrations of laminated shallow shells with layers of variable thickness via the R-functions theory. *Composite Structures*, 2015, Vol. 125, pp. 575-585.
11. Kobayashi Y., Leissa W. Large amplitude free vibration of thick shallow shells supported by shear diaphragms. *Int. J. Non-Linear Mechanics*, 1995, Vol. 30 (Iss. 1), pp. 57-66.
12. Kurpa L.V., Osetrov A.A. Study of natural vibrations of shallow shells using R-functions method and spline-approximation. *Mat. metodi ta fiz.-meh. Polya*, 2007, Vol. 50 (Iss. 4), pp. 83-93.

Надійшла (received) 09.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Дослідження нелінійних коливань багатошарових пологих оболонок з вирізами методом R-функцій / Л. Курпа, Г. Тимченко, А. Осетров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 85–88. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Исследование нелинейных колебаний многослойных пологих оболочек с вырезами методом R-функций / Л. Курпа, Г. Тимченко, А. Осетров // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 85–88. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Research of Nonlinear Vibrations of Laminated Shallow Shells with Cutouts by R-functions Method / L. Kurpa, G. Timchenko, A. Osetrov // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 85–88. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Курпа Лідія Василівна – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри «Прикладна математика», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32, e-mail: kurpa@kpi.kharkov.ua.

Курпа Лидия Васильевна – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика», НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32, e-mail: kurpa@kpi.kharkov.ua.

Kurpa Lidiya Vasyilivna – Doctor of Technical Sciences, Full Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-60-32, e-mail: kurpa@kpi.kharkov.ua.

Тимченко Галіна – кандидат технічних наук, доцент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32.

Тимченко Галина – кандидат технических наук, доцент, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32.

Timchenko Galina – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-60-32.

Осетров Андрій Олександрович – кандидат технічних наук, старший викладач, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32, e-mail: andy.osetrov@gmail.com.

Осетров Андрей Александрович – кандидат технических наук, старший преподаватель, НТУ «ХПІ», тел.: (057) 707-60-32, e-mail: andy.osetrov@gmail.com.

Osetrov Andriy Olexandrovich – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Lecturer, NTU "KhPI", tel.: (057) 707-60-32, e-mail: andy.osetrov@gmail.com.

I. MORACHKOVSKA, G. TIMCHENKO, E. LYUBITSKAYA

RESEARCH OF ELASTO-PLASTIC BENDING OF THIN SHELLS AND PLATES BY THE R-FUNCTIONS METHOD

Розглядається ефективний метод розв'язання нелінійних крайових задач пружно-пластичного згину тонких пологих оболонок який базується на теорії R-функцій. Задача зводиться до знаходження точок стаціонарності запропонованих змішаних варіаційних функціоналів, лінеаризованих за схемою методу послідовних навантажень і Ньютона-Канторовича спільно з методом змінних параметрів пружності. Чисельні дослідження виконані з використанням програмуючої системи «ПОЛЕ». Встановлено нові закони нелінійного деформування пологих оболонок і пластин складної форми в плані.

Ключові слова: тонкі пологі оболонки, пружно-пластичні деформації, теорія R-функцій.

Рассматривается эффективный метод решения нелинейных краевых задач упруго-пластического изгиба тонких пологих оболочек базирующийся на теории R-функций. Задача сводится к нахождению точек стационарности, предложенных смешанных вариационных функционалов, линейризованных по схеме метода последовательных нагружений и Ньютона-Канторовича совместно с методом переменных параметров упругости. Численные исследования выполнены с использованием программирующей системы «ПОЛЕ». Установлены новые законы нелинейного деформирования пологих оболочек и пластин сложной формы в плане.

Ключевые слова: тонкие пологие оболочки, упруго-пластические деформации, теория R-функций.

The effective method basing on theory of R-functions and variational structural method is developed for solving non-linear boundary problems. Elastic-plastic bending of thin shallow shells is considered. The problems are reduced to finding stationary points of suggested mixed variational functionals according to the initial linearization due to usage of subsequent loading and Newton-Kantorovich jointly with method of varying elastic parameters. The method is used for automatic calculations in «POLE» programming system for investigations of shell structural elements. The numerical justification of the method is given. New laws of non-linear deformation of shallow shells and plates with complex shapes in plane are established.

Keywords: shallow shells, elasto-plastic deformations, R-functions theory.

Introduction

Many of the technology problems associated with the deformation of a thin shell, and this explains the development of a geometrically and physically nonlinear theory of shells, with the development of methods of research of stress strain state of shell structures, operating beyond the limits of elasticity [1-3].

Mathematical problems of elasto-plastic deformation of flexible membranes are formulated for non-linear differential equations under certain boundary and initial conditions. Mathematical methods, allowing to explore and find solutions of nonlinear differential equations, quite complicated. This paper proposes algorithms and some results of the solution of such problems on the basis of the known variational-structural method and the theory of R-functions [4-7]. This method became widespread in the international scientific literature under the name abbreviation RFM. For the first time the RFM applied to the solution of geometrically nonlinear problems of theory of plates and shells in [2] and its further development are presented in the review [6,7].

1 Mathematical Problem Formulation

Consider a thin shallow shell of constant thickness h under a transverse load. The mathematical formulation of the problem is performed via theory of small elasto-plastic deformations in the form of the method of variable elasticity parameter. Then the equations of state for the problems of bending of thin shallow shells are presented in the form

$$N = Be + C\chi; M = Ce + Y\chi, \quad (1)$$

where e, χ, N, M – vectors composed of the components

of membrane and bending deformations, forces and moments at an arbitrary point in the coordinate surface of a shell, which is specified by the metric within the Cartesian coordinate system, placed in terms of the shell. We consider an arbitrary contour of the shell $\omega(x, y) = 0$, lying in the plane x, y . The elements of matrices B, C, E represent integrals across the shell thickness calculated from the known function using variable parameters of elasticity:

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \psi / (1 + \psi / 9K); \quad \tilde{\nu} = (1/2 - \psi / 9K) / (1 + \psi / 9K); \\ \psi &= \sigma_{VM} / \varepsilon_{VM}; \quad K = E / 3(1 - 2\nu), \end{aligned} \quad (2)$$

where E, ν – the modulus of elasticity and Poisson's ratio, $\sigma_{VM}, \varepsilon_{VM}$ – Mises intensity for the stresses and strains between which the functional relationship is set for the stress-strain diagram of the material of the shell.

Elastic-plastic bending of shallow shells is described by the following system of nonlinear equations [6]

$$\begin{aligned} \nabla^2 (D_1 \nabla^2 w - S_2 \nabla^2 \varphi) - \Delta_k \varphi - L(D_2, w) - \\ - L(S_1, \varphi) - L(\varphi, w) = q; \\ \nabla^2 (S_2 \nabla^2 w + H_1 \nabla^2 \varphi) + \Delta_k w + L(S_1, w) - \\ - L(H_2, \varphi) + \frac{1}{2} L(w, w) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

where

$$\begin{aligned} L(\eta, \beta) &= \eta_{,11} \beta_{,22} + \eta_{,22} \beta_{,11} - 2\eta_{,12} \beta_{,12}; \\ H_1 &= b_{11} / (b_{11}^2 - b_{12}^2); \quad H_2 = \frac{1}{2} b_{33}; \quad S_1 = c_{33} / b_{33}; \\ S_2 &= (b_{11} c_{12} - b_{12} c_{11}) / (2b_{33}); \\ D_1 &= Y_{11} - \frac{b_{12} (c_{11}^2 - c_{12}^2) - 2c_{11} b_{11} c_{12}}{(b_{11}^2 - b_{12}^2)}; \quad D_2 = Y_{11} - Y_{12} - \frac{2c_{33}^2}{b_{33}}. \end{aligned}$$

2 Problem-Solving Method

After linearization of the nonlinear system of equations (3) by the method of subsequent loading [8], while maintaining the same step of the loading $\tilde{E} = \tilde{E}_{k-1}, \tilde{v} = \tilde{v}_{k-1}$ the system of equations (3) is transformed to the following:

$$\begin{aligned} & \nabla^2(D_1 \nabla^2 \dot{w}_{(k)} - S_2 \nabla^2 \dot{\phi}_{(k)}) - \Delta_k \dot{\phi}_{(k)} - L(D_2, \dot{w}_{(k)}) - \\ & - L(S_1, \dot{w}_{(k)}) - L(\dot{\phi}_{(k)}, w_{(k-1)}) - L(\phi_{(k-1)}, \dot{w}_{(k)}) = Q; \quad (4) \\ & \nabla^2(S_2 \nabla^2 \dot{w}_{(k)} + H_1 \nabla^2 \dot{\phi}_{(k)}) + \Delta_k \dot{w}_{(k)} + L(S_1, \dot{w}_{(k)}) + \\ & + L(H_2, \dot{\phi}_{(k)}) - L(\dot{w}_{(k)}, w_{(k-1)}) = 0, \end{aligned}$$

To verify the values of stresses due to transverse strains and non-zero deformations ε_z ($\sigma_z = 0$) iterative formula is used [9]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{z(k-1)}^{(m)} &= -\frac{1 - \alpha^{(m)}}{1 + 2\alpha^{(m)}} \left[(e_{1(k-1)} + e_{2(k-1)}) + z(\chi_{1(k-1)} + \chi_{2(k-1)}) \right]; \\ \alpha^{(m)} &= \frac{2 E_c^{(m)}}{9 K}; \quad K = \frac{E}{3(1-2\nu)}; \quad E_c^0 = 3G = \frac{3}{2} \frac{E}{(1+\nu)}; \\ C^{(m)} &= 1 + \frac{3}{(1 + 2\alpha^{(m)})^2}; \quad D^{(m)} = 1 - \frac{3}{(1 + 2\alpha^{(m)})^2}; \\ \varepsilon_{u(k-1)}^{(m)} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{P_\varepsilon^{(m)} + 2zP_{\varepsilon\chi}^{(m)} + z^2P_\chi^{(m)}}; \quad (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_\varepsilon^{(m)} &= \frac{1}{4} \left[C^{(m)} (e_{1(k-1)}^2 + e_{2(k-1)}^2) - 2D^{(m)} e_{1(k-1)} e_{2(k-1)} + \gamma_{(k-1)}^2 \right]; \\ P_{\varepsilon\chi}^{(m)} &= \frac{1}{4} \left[C^{(m)} (\chi_{1(k-1)} e_{1(k-1)} + \chi_{2(k-1)} e_{2(k-1)}) - \right. \\ & \left. - D^{(m)} (\chi_{21(k-1)} e_{1(k-1)} + \chi_{1(k-1)} e_{2(k-1)}) + 2\chi_{12(k-1)} \gamma_{(k-1)} \right]; \\ P_\chi^{(m)} &= \frac{1}{4} \left[C^{(m)} (\chi_{1(k-1)}^2 + \chi_{2(k-1)}^2) + 2D^{(m)} \chi_{1(k-1)} \chi_{2(k-1)} + 4\chi_{12(k-1)}^2 \right]; \\ E_c^{(m+1)} &= \frac{\sigma_{VM}(\varepsilon_{VM}^{(m)})}{\varepsilon_{VM}^{(m)}}; \quad m = 0, 1, \dots, M. \end{aligned}$$

The iterative process, described by the formula (5), is completed when the following inequality is satisfied $|\varepsilon_{u(k-1)}^{(m+1)} - \varepsilon_{u(k-1)}^{(m)}| / \varepsilon_{u(k-1)}^{(m)} < \delta$, where δ – prescribed quantity that determines the accuracy of calculations.

The system of equations (4) for each k-th loading step is the set of stationarity equations for the following variational functional

$$\begin{aligned} I_{(k)} &= \int_S \left\{ \frac{1}{2} D_1 (\dot{w}_{(k),11}^2 + \dot{w}_{(k),22}^2) + (D_1 - D_2) \dot{w}_{(k),11} \dot{w}_{(k),22} + \right. \\ & + D_2 \dot{w}_{(k),12}^2 - (S_1 + S_2) (\dot{\phi}_{(k),22} \dot{w}_{(k),11} + \dot{\phi}_{(k),11} \dot{w}_{(k),22}) - \\ & - S_2 (\dot{\phi}_{(k),11} \dot{w}_{(k),11} + \dot{\phi}_{(k),22} \dot{w}_{(k),22}) + \\ & + 2S_1 \dot{\phi}_{(k),12} \dot{w}_{(k),12} - \frac{1}{2} H_1 (\dot{\phi}_{(k),22}^2 + \dot{\phi}_{(k),11}^2) - \\ & - (H_1 - H_2) \dot{\phi}_{(k),11} \dot{\phi}_{(k),22} - H_2 \dot{\phi}_{(k),12}^2 - \\ & - (k_1 \dot{\phi}_{(k),22} + k_2 \dot{\phi}_{(k),11}) \dot{w}_{(k)} - \dot{\phi}_{(k),11} \dot{w}_{(k),22} w_{(k-1)} - \\ & - \dot{\phi}_{(k),22} \dot{w}_{(k),11} w_{(k-1)} + 2\dot{\phi}_{(k),12} \dot{w}_{(k),12} w_{(k-1)} - \\ & - \frac{1}{2} \dot{w}_{(k)} \dot{w}_{(k),22} \Phi_{(k-1),11} - \frac{1}{2} \dot{w}_{(k)} \dot{w}_{(k),11} \Phi_{(k-1),22} + \\ & \left. + \frac{1}{2} \dot{w}_{(k)} \dot{w}_{(k),12} \Phi_{(k-1),12} - Q \frac{1}{2} \dot{w}_{(k)} \right\} dS. \quad (6) \end{aligned}$$

It should be noted that under repeated use of the subsequent loading method an error caused by discarding the nonlinear terms in (4) is accumulated. Therefore, after a certain number of steps the Newton–Kantorovich method is used within the solution [10]. The initial approximation for the linearized via the Newton–Kantorovich method system of differential equations is the solution obtained using the method of subsequent loading. The accumulated experience of solving a large number of tasks on the proposed algorithm allows making a conclusion about its effectiveness, versatility and fast convergence.

After linearization of system (3) PHM we come to equations of the form

$$\begin{aligned} & \nabla^2(D_{1n} \nabla^2 W_{n+1} - S_{2n} \nabla^2 \Phi_{n+1}) - \Delta_k \Phi_{n+1} - \\ & - L(D_{2n}, W_{n+1}) - L(S_{1n}, \Phi_{n+1}) - \\ & - L(W_n, \Phi_{n+1}) - L(\Phi_n, W_{n+1}) = q + L(W_n, \Phi_n); \quad (7) \\ & \nabla^2(S_{2n} \nabla^2 W_{n+1} + H_{1n} \nabla^2 \Phi_{n+1}) + \Delta_k W_{n+1} + \\ & + L(S_{1n}, W_{n+1}) - L(H_{2n}, \Phi_{n+1}) + \\ & + L(W_n, W_{n+1}) + 1/2 L(W_n, W_n) = 0, \end{aligned}$$

where n is the iteration number.

The differential equations (7) are equivalent to the condition of stationarity of the following functional

$$\begin{aligned} K^{(n+1)}(w_{n+1}, \phi_{n+1}) &= \iint_S \left\{ \frac{1}{2} D_1^n (w_{n+1,xx}^2 + w_{n+1,yy}^2) + \right. \\ & + (D_1^n - D_2^n) w_{n+1,xx} w_{n+1,yy} + D_2^n w_{n+1,xy}^2 - \\ & - (S_1^n + S_2^n) w_{n+1,yy} \phi_{n+1,xx} - (S_1^n + S_2^n) w_{n+1,xx} \phi_{n+1,yy} + \\ & + 2S_1^n \phi_{n+1,xy} w_{n+1,xy} - S_2^n (w_{n+1,yy} \phi_{n+1,yy} + w_{n+1,xx} \phi_{n+1,xx}) - \\ & - \frac{1}{2} H_1^n (\phi_{n+1,xx}^2 + \phi_{n+1,yy}^2) - (H_1^n - H_2^n) \phi_{n+1,xx} \phi_{n+1,yy} - \\ & - \frac{1}{2} (\phi_{n+1,y} w_{n+1,y} w_{n,xx} + \phi_{n+1,x} w_{n+1,x} w_{n,yy} - \\ & - (\phi_{n+1,x} w_{n+1,y} + \phi_{n+1,y} w_{n+1,x}) w_n) - \\ & - [(q - \phi_{n,yy} w_{n,xx} - \phi_{n,xx} w_{n,yy}) w_{n+1} - \\ & \left. - (w_{n,yy} w_{n,xx} - w_{n,xy}^2) \phi_{n+1} \right\} dS. \quad (8) \end{aligned}$$

Thus, the original nonlinear boundary value problem for the system (3) is reduced to solving variational problems of finding the minimum of the functionals (6) and (8). Discretization of the given functional should be carried out on the set of kinematically admissible functions satisfying the given boundary conditions. To meet the given boundary conditions the solution structure using the theory of R-functions [4] is built. The developed algorithm is realized within the POLE-RL programming system.

3 Numerical Results

This paper studied the elastic-plastic deformation of square spherical shallow shells with a radius of curvature $\bar{k} = \bar{k}_1 = \bar{k}_2 = 18$ for the case of the simply supported boundaries conditions:

$$\Phi|_\Gamma = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial n^2} \Big|_\Gamma = 0; \quad w|_\Gamma = \frac{\partial w}{\partial n} \Big|_\Gamma = 0.$$

Basic physically–mechanical characteristics of the material are taken for the diagram corresponding to the

linear-hardening materials, however, for different values of the yield stress. The numerical results, as a function of the central deflection load setting, are shown in Figure 1.

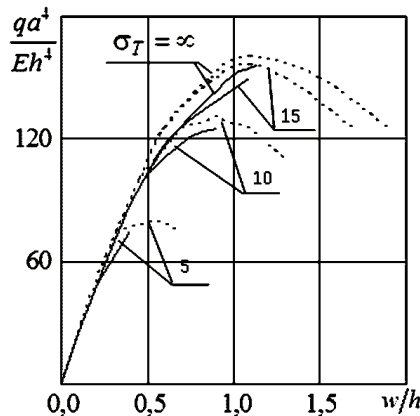


Figure 1 – Diagram "load – deflection" spherical shallow shells

From the presented data we can draw the following conclusions. If the shell material in the considered range of loading has an unlimited elasticity ($\sigma_T = \infty$), the stiffness is significantly higher than in the case of limited elasticity. With a decrease in the yield strength of the material with linear hardening, the rigidity of the shell is markedly reduced. For comparison, the dashed line in Figure 1 shows known data of work [11]. It is seen that the numerical results coincidence is quite satisfactory, which proves the above laws of the influence of plastic deformation on the bending of thin shallow shells with large displacements.

Similar conclusions follow from studies done for thin rectangular plates. The diagram "load – deflection" in this case is shown in Figure 2. Here points (x) denote data from [11].

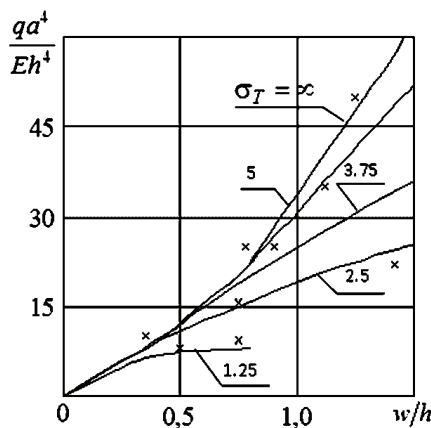


Figure 2 – Diagram "load – deflection" for square plates

In the above examples the question of the formation of plasticity zones on the surfaces of the shell and plate with proportionally increasing pressure is studied. For comparison, in Figure 3, taking into account the axial symmetry, given the plasticity zone for shells with parameters: $\bar{\sigma}_T = 15$, $\bar{E} = 0,01$. The plasticity zone are shown on the surface $z = \pm h/2$ when the central deflection $w = h$ and $w = 1,6h$. It is seen that on the surface $z = h/2$

this zone is located near the corner points of the plan, and with the deflection increase it is expanding. On the inner surface $z = -h/2$ a local zone of plasticity is forming at $w = h$ in the vicinity of the center of the shell, and as you increase the load it extends into the central part of the shell. When $w = 1,6h$ it covers the whole central part of this surface (Figure 3).

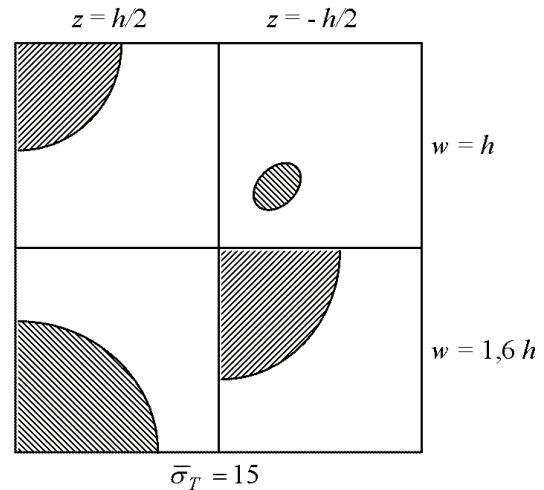


Figure 3 – Location of the plastic zones on the surface of spherical shallow shell

The formation of plastic zones in the plate is markedly different from what was observed for the shell. Calculated data of areas of plasticity in the plate of material: $\bar{\sigma}_T = 5$, $\bar{E} = 0,01$, on the surface $z = \pm h/2$, when the central deflection $w = h$ and $w = 1,6h$, is shown in Figure 4. It is seen that on the outer surface $z = h/2$ the plastic zone formed in the center of the plate and spreads with the load increase up to the corner region of the surface. However, on the inner surface these areas are significantly larger than on the outer one. Still their distribution is almost no different from that of the outer surface of the plate.

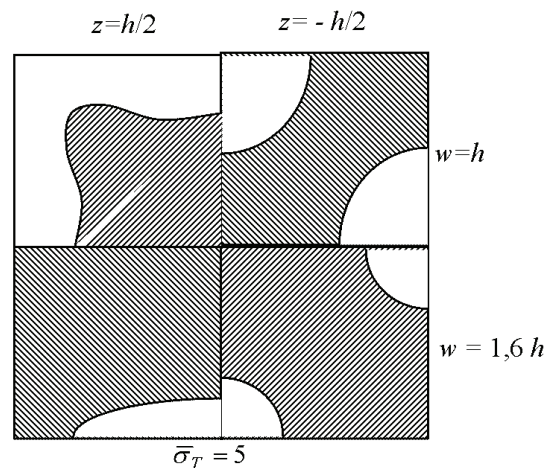


Figure 4 – The location of the plastic zones on the surface of the plate

Conclusions

The paper proposes a method to solve geometrically nonlinear elasto-plastic bending problems for thin shallow shells and plates. This method is based on the R-function

method. The solution is obtained by the Newton–Kantorovich method of subsequent loading. The developed algorithm and software are used to solve a number of test problems and to study complex-shaped shells. The paper investigates the effect of the shape of shells, boundary conditions and the load distribution on the elasto-plastic bending behavior of thin shallow shells and plates. Accumulated experience of solving a large number of tasks using the proposed algorithm allows to conclude its effectiveness, versatility and fast convergence.

References:

1. Guz A.N., Storozhuk E. A., Chernyshenko I. S. Physically and Geometrically Nonlinear Static Problems for Thin-Walled Multiply Connected Shells. *International Applied Mechanics*. Vol. 39, Iss. 6, 2003, pp. 679–687.
2. Rudenko I. B. The equilibrium elastic-plastic spherical shell with two circular holes. *Problems of computational mechanics and strength of structures*. 2011, Vol. 15, pp. 156-161 (in Ukrainian).
3. Stupishin L. U., Kolesnikov A. G. Geometric Nonlinear Shallow Shells for Variable Thickness Investigation. *Advanced Materials Research*, 2014. Vol. 919-921. pp. 144-147.
4. Rvachev V.L. *Theory of R-functions and some of its Applications*. Kiev: Naukova Dumka, 1982 (in Russian).
5. Kurpa L.V., Nasriddinov H.F. The R-functions methods in problems of bending the flexible plates. Kharkiv: AS USSR. Institute of Mechanical Engineering Problems, 1986 (in Russian).
6. Kurpa L.V., Morachkovska I.O. The calculation of flexible shallow shells with complex shapes in plan at elastic-plastic bending. *Mashinoznavstvo*. 2000. № 3 (33). pp. 21-26 (in Ukrainian).
7. Kurpa, L.V., Lyubitskaya, E.I., Morachkovskaya, I.O. The R-function method used to solve nonlinear bending problems for orthotropic shallow shells on an elastic foundation. *International Applied Mechanics*, 46 (6), 2010. pp. 660-668.
8. Petrov V.V. *The method of subsequent loading in the nonlinear theory of plates and shells*. Saratov: Izd-vo Sarat. unta, 1975 (in Russian).
9. Myachenkov V.I., Grigoriev I.V. *Calculation of composite shell designs on a computer*. Moscow: Mashinostroenie, 1981 (in Russian).
10. Grigorenko A.M., Mukoed A.P. *The solution of nonlinear problems in the theory of shells on a computer*. Kiev: Vischa shkola, 1983 (in Russian).
11. Troshin V.G. *The solution is physically and geometrically nonlinear problems of a technical theory of shells*. Izv. AN SSSR. MTT. 1985. № 3. pp. 129–135 (in Russian).

Надійшла (received) 08.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Дослідження пружно-пластичного згину тонких оболонок і пластин методом R-функцій / І. Морачковська, Г. Тимченко, К. Любицька // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 89-92. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.

Исследование упруго-пластического изгиба тонких оболочек и пластин методом R-функций / И. Морачковская, Г. Тимченко, Е. Любицкая // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 89-92. – Bibliogr.: 11. – ISSN 2078-9130.

Research of elasto-plastic bending of thin shells and plates by the R-functions method / I. Morachkovska, G. Timchenko, E. Lyubitskaya // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 89-92. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Morachkovska Irina – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Associate Professor at the Department of Applied mathematics, NTU "KhPI", tel.: (050) 2983683, e-mail: i.morachkovska@gmail.com

Морачковська Ірина Олегівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики, НТУ «ХПІ», tel.: (050) 2983683, e-mail: i.morachkovska@gmail.com

Морачковская Ирина Олеговна – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, НТУ «ХПИ», tel.: (050) 2983683, e-mail: i.morachkovska@gmail.com

Timchenko Galina – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Docent, Associate Professor at the Department of Applied mathematics, NTU "KhPI", e-mail: gntimchenko2000@gmail.com

Тимченко Галина Миколаївна – кандидат технічних наук, доцент кафедри прикладної математики, НТУ «ХПІ», e-mail: gntimchenko2000@gmail.com

Тимченко Галина Николаевна – кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной математики, НТУ «ХПИ», e-mail: gntimchenko2000@gmail.com

Lyubitskaya Ekaterina – Candidate of Technical Sciences (Ph. D.), Senior Lecturer at the Department of Applied mathematics, NTU "KhPI", e-mail: lyubitska@mail.ua

Любицька Катерина Ігорівна – кандидат технічних наук, старший викладач кафедри прикладної математики, НТУ «ХПІ», e-mail: lyubitska@mail.ua

Любицкая Екатерина Игоревна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики, НТУ «ХПИ», e-mail: lyubitska@mail.ua

А. В. МОРОЗ, А. А. ВОДКА

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ ДЛЯ АВТОМАТИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ МИКРОСТРУКТУРЫ МЕТАЛЛОВ НА ОСНОВЕ ФОТОГРАФИЙ МИКРОШЛИФОВ

При розробці нових матеріалів, а також в процесі виготовлення деталей з металевих матеріалів, важливим етапом є вимір розміру зерна. Для проведення досліджень параметрів мікроструктури на механічні властивості матеріалів важливо мати можливість генерувати мікроструктуру з заданим розміром зерна. Для цього в роботі була створена комп'ютерна програма, яка аналізує методом січних розмір зерна матеріалу, а також на основі отриманих даних дозволяє моделювати нові мікроструктури за раніше отриманими статистичними параметрами зернистості. У програмі реалізовані методи обробки фотознімку, використаний алгоритм Вороного для генерації зернистості металу. Характеристики отриманої зернистої структури металу порівнювалася з результатами аналізу оригінальних фотознімків структури металу. Додаток розроблено з використанням програмної платформи .NET і мови програмування C #.

Ключові слова: мікроструктура, діаграма Вороного, розмір зерна, .NET, C#.

При разработке новых материалов, а также в процессе изготовления деталей из металлических материалов важным этапом является измерение размера зерна. Для проведения исследований параметров микроструктуры на механические свойства материалов важно иметь возможность генерировать микроструктуру с заданным размером зерна. Для этого в работе была создана компьютерная программа, которая анализирует методом секущих размер зерна материала, а также на основе полученных данных позволяет моделировать новую микроструктуру по ранее полученным статистическим параметрам зернистости. В программе реализованы методы обработки фотоснимка, использован алгоритм Вороного для генерации зернистости металла. Характеристики полученной зернистой структуры металла сравнивались с результатами анализа оригинальных фотоснимков структуры металла. Приложение разработано с использованием программной платформы .NET и языка программирования C#.

Ключевые слова: микроструктура, диаграмма Вороного, размер зерна, .NET, C#.

The development of new materials and during manufacturing process of parts from metallic materials it is an important step to measure the material grain size. In order to study the microstructure of parameters on the mechanical properties of materials it is important to be able to generate a microstructure with predetermined grain size. This approach allows using computer aided modeling of the mechanical behavior at the micro scale. Analyzing of grain size manually is quite time-consuming task. To automate this process, a computer program has been created, which uses method of intersecting lines and determine the grain size of the material. Based on these results, it allows to build a new microstructure on the previously obtained statistical parameters of grain, which is equivalent to photographs of the microstructure. The program implemented methods of image processing; the algorithm of Voronoi diagram is used. Characteristics of the obtained granular metal structure compared with the results of analysis of the original photographs of metal structure. The application developed using .NET software platform and the C # programming language.

Keywords: microstructure, Voronoi diagram, grain size, .NET, C #.

Введение. Микроструктура металлического материала является одной из основных его характеристик, а ее качество в значительной мере определяет его механические свойства. Одним из показателей качества микроструктуры является размер и форма зерен. Для их оценки применяются методы количественной металлографии, что позволяет определить параметры структуры сплавов: величины включений, размер и форму зерен отдельных фаз, присутствующих в сплаве, и, особенно, размеры зерна основной фазы.

Величина зерна в значительной степени влияет на свойства металла, это приводит к необходимости контролировать размер зерен. На практике он определяется с помощью микроскопа различными методами, один из которых заключается в подсчете границ зерен, пересекаемых отрезками прямых линий с последующим определением среднего условного диаметра [1].

Контроль зернистости металла осуществляется различными способами (ультразвуковым, пластическими деформациями и т.д.), однако для их применения необходимо ясно представлять какую структуру необходимо создать. В связи с этим, широко распространены компьютерные системы моделирования структуры металла, вариант такой системы представлен в данной работе.

Анализ последних исследований и литературы. Зерна металлов – это отдельные кристаллы поликристаллического конгломерата, разделенные между собой смежными поверхностями, называемыми границами зерен. Металлы, которые используются на практике производства, состоят из зерен различных размеров. При анализе микроструктуры выделяют два типа: однородная и разнородная. Однородная структура соответствует одному фотоэталоноу шкалы [1, 2]. Такую структуру оценивают одним номером. Разнородной структурой считается структура, в которой имеются зерна, отличающиеся от основного номера, фотоэталоноу шкалы [1-2] более чем на один номер.

Разработке программного обеспечения для оценки параметров микроструктуры посвящено большое количество работ. В работе [3] рассматривается экспериментальные исследования 3х-мерной микроструктуры аустенитной стали. В работах [4-7] рассматриваются вопросы разработки прикладных программ для анализа изображений микроструктуры. Алгоритмы обработки изображений рассмотрены в работах [8-10].

К методам обработки фотоснимка структуры металла относится метод секущих [1-2], который заключается в подсчете пересечений зерен линиями, проведенными на матовом стекле микроскопа или на фото-

графиях, на которых проводят несколько отрезков произвольной длины, при этом отрезок должен пересекать не менее 10 зерен. Увеличение подбирают таким образом, чтобы на исследуемой поверхности в видимом поле было видно не менее 50 зерен. Зерна на концах прямой, не пересекаемые ею целиком, принимают за одно. Определяют суммарную длину отрезков L , выраженную в мм натуральной величины на шлифе, и суммарное число пересеченных зерен N . Графическая иллюстрация метода приведена на рис. 1. Средний условный диаметр зерна в мм вычисляют по формуле:

$$dL = L/N. \tag{1}$$

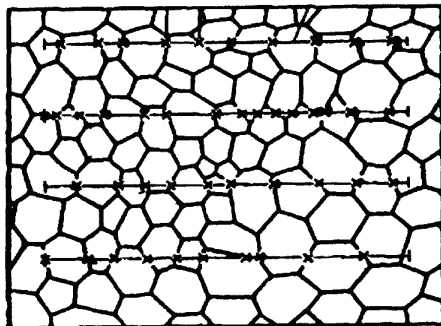


Рисунок 1 – Иллюстрация метода секущих для определения размера зерна

Для моделирования новой макроструктуры металла необходимо разработать или применить существующий метод создания изображений с многоугольными объектами, одним из существующих методов является построение диаграммы Вороного, посредством которой и будут сгенерирована зернистая структура металла. Принципы построения диаграммы Вороного описаны в [11], а эффективная реализация алгоритмом Форчуна в [12].

Постановка задачи. Целью данной статьи является разработка приложения для определения размера зерна микроструктуры металла, а также генерация эквивалентной микроструктуры. Предполагается, по заранее выбранному, оригинальному изображению микроструктуры металла, генерировать новую зернистую структуру в виде двухмерного растрового изображения. Анализ и моделирование структуры должны быть применимы к однородной зернистой структуре металла, у которой геометрия зерен приблизительно одинакова. Выполнение поставленной цели проводилось поэтапно:

- анализ фотоснимка зернистой структуры металла в ранее разработанной программе;
- генерация новой зернистой структуры в виде двухмерного изображения с использованием диаграммы Вороного;
- приведение в соответствие генерируемого изображения с действительным изображением зерен металла;

В результате работы приложения предполагается получить номер зерна G по ГОСТ5639-82 [1], и сгенерированную структуру, чтобы иметь возможность сравнить ее с исходной и оценить точность работы реализованного метода.

Разработка программы. Исходными данными для задачи является цифровой фотоснимок микроструктуры металла, выполненный с увеличением 100 раз.

Для реализации поставленной цели, было написано настольное приложение с использованием программной платформы .NET Framework в среде разработки Visual Studio.

Приложение, в исходных данных, принимает изображения с протравленного шлифа металла четкими границами зерен, и, при необходимости, обработанные графическими фильтрами, для получения более точных результатов. Также возможно регулировать размер включений, для учета в анализе, и его цветовую чувствительность.

В программе реализован метод секущих линий для определения среднего условного размера зерна, таким образом, на анализируемом изображении будет построена сетка из линий, вдоль которых будет подсчитываться количество пересечений с границами зерен металла (рис. 2). Зная суммарную длину всех линий и количество пересечений, можно подсчитать средний условный размер зерна.

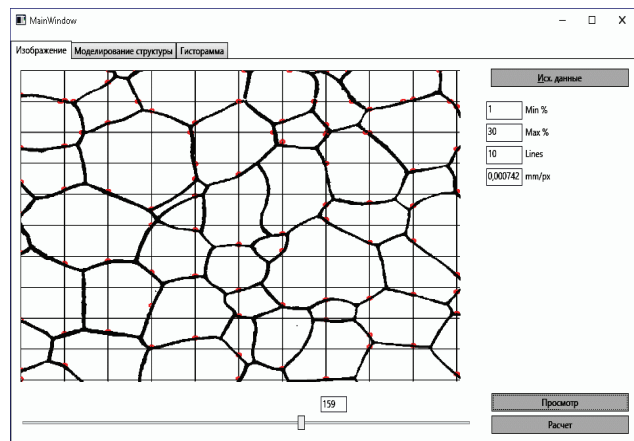


Рисунок 2 – Главное окно приложения

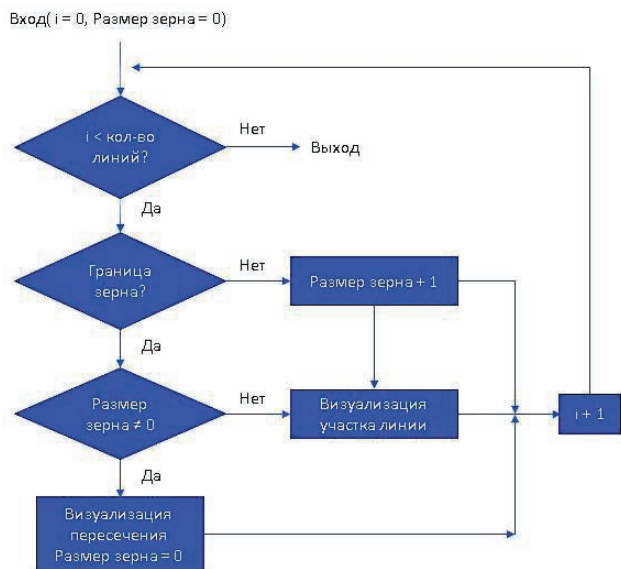
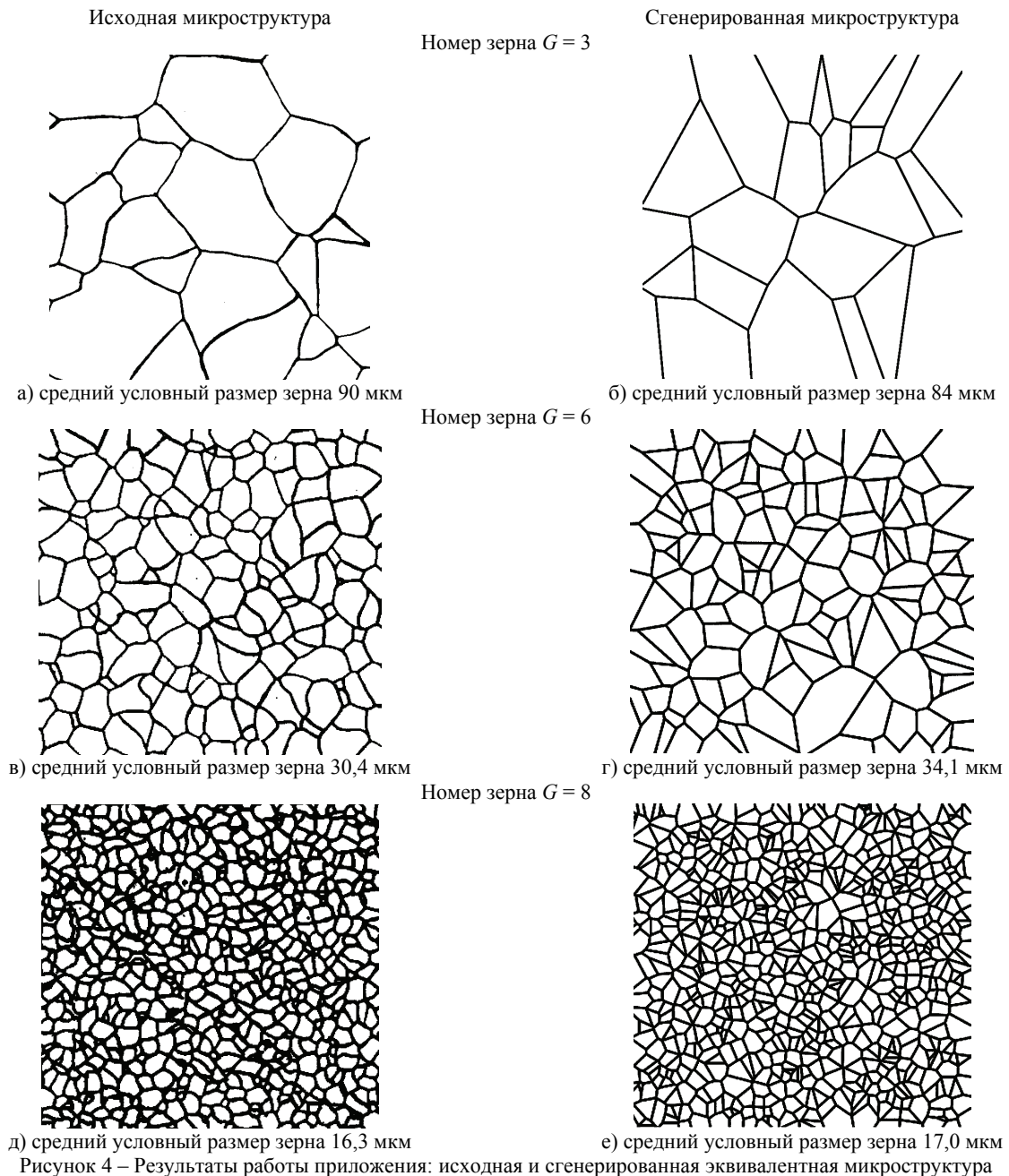


Рисунок 3 – Алгоритм определения размера зерна

При построении сетки, подсчитывается количество пересечений и визуально отображаются границы зерен, упрощенный алгоритм представлен на рис. 3.



Таким образом, изображения зернистой структуры с нанесенными секущими линиями и отображением границ зерен будет выглядеть следующим образом рис. 1.

Данные анализа исходного изображения необходимы для генерации новой структуры с помощью алгоритма Вороного. В приложении, алгоритм Вороного используется как сторонняя динамическая библиотека, рассмотрим интерфейс взаимодействия с библиотекой на примере кода C#:

```
public class Voronoi
{
    public Voronoi(double minDistanceBetweenSites);
    public List<GraphEdge> generateVoronoi(double[] xValuesIn, double[] yValuesIn, double minX, double maxX, double minY, double maxY);
}
```

Здесь ключевыми для являются конструктор класса *Voronoi*, который принимает число – минимальное в расстоянии в пикселях изображения между ячейками Вороного и метод *generateVoronoi* – первые

два параметра которого координаты центров ячеек Вороного. Данные для метода будут получены при анализе исходного изображения зерен металла, т. к. обрабатывается однородная структура зернистости металла, геометрия зерен приблизительно одинакова, что дает возможность с легкостью вычислить координаты центров для ячеек Вороного.

Результаты. Рассмотрим результаты работы приложения. Вид главного окна представлен на рис. 2. На форме приложения пользователь может выбрать изображения для анализа, минимальный и максимальный размеры зерен для учета в анализе, количество линий на сетке и масштаб для приведения условного среднего размера зерна в миллиметры.

Для тестирования было выбрано 10 изображений шлифа металла, каждое из которых отвечает номеру зерна G по ГОСТ5639-82 [1], для каждого исходного изображения, по результатам анализа, были сгенерированы ячейки Вороного. Результаты анализа размера

зерна и сгенерированная эквивалентная микроструктура предоставлены на рис. 4.

Как видно из рисунка, наблюдается достаточно хорошее качественное и количественное согласование размеров зерен, построенных программой, и полученных из анализа микроструктуры.

Выводы. В работе рассмотрены вопросы построения микроструктур поликристаллических материалов на основе диаграммы Вороного. Для этого разработано приложение, которое позволяет автоматически определять размер зерна по ГОСТ 5639-82, и на основе полученных результатов строить диаграммы Вороного, которые эквивалентны по размерам зерна. Сравнения размеров зерен исходных и сгенерированных микроструктур показало хорошее количественное и качественное соответствие.

Список литературы:

1. Сталы и сплавы. Методы выявления и определения величины зерна: ГОСТ 5639-82. – [Действителен от 1983.01.01]. – М.: Издательство стандартов. – 1994. – С. 45.
2. ASTM International // ASTM E112 Standard Test Methods for Determining Average Grain Size // ASTM Int'l // Center For Library Initiatives. – 2013. – P. 27. – doi: 10.1520/E0112-13.1.4
3. Lewis A. C. Two- and three-dimensional microstructural characterization of a super-austenitic stainless steel / A. C. Lewis, J. F. Bingert, D. J. Rowenhorst [et al.] // Materials Science and Engineering: A. – 2006. – Vol. 418, No. 1–2. – P. 11–18. – doi: 10.1016/j.msea.2005.09.088
4. Lewis A. C. Image-based modeling of the response of experimental 3d microstructures to mechanical loading / A. C. Lewis, A. B. Geltmacher // Scripta Materialia. – 2006. – Vol. 55, No. 1. – P. 81–85. – doi: 10.1016/j.scriptamat.2006.01.043
5. Madej L. Digital material representation as an efficient tool for strain inhomogeneities analysis at the micro scale level / L. Madej, L. Rauch, K. Perzynski, P. Cybulka // Archives of Civil and Mechanical Engineering. – 2011. – Vol. 11, No. 3. – P. 661–679. – doi: 10.1016/S1644-9665(12)60108-3
6. Rauch L. Application of the automatic image processing in modeling of the deformation mechanisms based on the digital representation of microstructure / L. Rauch, L. Madej // International Journal for Multiscale Computational Engineering. – 2010. – Vol. 8, No. 3. – P. 343–356. – doi: 10.1615/IntJMultCompEng.v8.i3.90
7. Shan Z. Digital image analysis and microstructure modeling tools for microstructure sensitive design of materials / Z. Shan, A. M. Gokhale // International Journal of Plasticity. – 2004. – Vol. 20, No. 7. – P. 1347–1370. – doi: 10.1016/j.ijplas.2003.11.003
8. Литовченко С. В. Автоматизация анализа металлографических структур / С. В. Литовченко, Т. В. Мальхина, Л. О. Шпагина, В. О. Шпагина // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія: Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління. – 2011. – No. 16. – P. 215–223.
9. Мартюшев Н. В. Программные средства для автоматического металлографического анализа / Н. В. Мартюшев // Современные проблемы науки и образования. – 2012. – No. 5.

10. Чичко А. Н. Программное обеспечение и алгоритмы для анализа изображений микроструктур перлитных сталей / А. Н. Чичко, О. А. Сачек, С. Г. Лихозов // Программные продукты и системы. – 2010. – No. 4. – P. 123–127.

11. Aurenhammer F. Voronoi diagrams – a survey of a fundamental geometric data structure / F. Aurenhammer, Franz // ACM Computing Surveys. – 1991. – Vol. 23, No. 3. – P. 345–405. – doi: 10.1145/116873.116880

12. Fortune S. A sweepline algorithm for voronoi diagrams / S. Fortune // Algorithmica. – 1987. – Vol. 2, No. 1–4. – P. 153–174. – doi: 10.1007/BF01840357

Bibliography (transliterated):

1. Stali i splavy. Metody vyjavlenija i opredelenija velichiny zerna: GOST 5639-82. Izdatel'stvo standartov, 1994, pp. 45.
2. ASTM E112-13 (2014) 'Standard Test Methods for Determining Average Grain Size', ASTM International, pp. 1-28. doi: 10.1520/E0112-13.1.4.
3. Lewis A. C., Bingert J. F., Rowenhorst D. J., Gupta A., Geltmacher A. B., Spanos G. Two- and three-dimensional microstructural characterization of a super-austenitic stainless steel. Materials Science and Engineering: A, 2006, No 418 (1–2), pp. 11–18. doi: 10.1016/j.msea.2005.09.088.
4. Lewis A. C., Geltmacher A. B. Image-based modeling of the response of experimental 3D microstructures to mechanical loading. Scripta Materialia, 2006, No 55 (1), pp. 81–85. doi: 10.1016/j.scriptamat.2006.01.043.
5. Madej L., Rauch L., Perzynski K., Cybulka P. Digital Material Representation as an efficient tool for strain inhomogeneities analysis at the micro scale level. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 2011, No 11 (3), pp. 661–679. doi: 10.1016/S1644-9665(12)60108-3.
6. Rauch L., Madej L. Application of the Automatic Image Processing in Modeling of the Deformation Mechanisms Based on the Digital Representation of Microstructure. International Journal for Multiscale Computational Engineering, 2010, No 8 (3), pp. 343–356. doi: 10.1615/IntJMultCompEng.v8.i3.90.
7. Shan Z., Gokhale A. M. Digital image analysis and microstructure modeling tools for microstructure sensitive design of materials. International Journal of Plasticity, 2004, No 20 (7), pp. 1347–1370. doi: 10.1016/j.ijplas.2003.11.003.
8. Litovchenko S. V., Malyhina T. V., Shpagina L. O., Shpagina V. O. Avtomatizacija analiza metalograficheskikh struktur. Visnik Harkivs'kogo nacional'nogo universitetu imeni V. N. Karazina. Serija: Matematichne modeljuvannja. Informacijni tehnologii. Av-tomatizovani sistemi upravlinnja, 2011, No 16, pp. 215–223.
9. Martjushev N. V. Programmnye sredstva dlja avtomaticheskogo metalograficheskogo analiza, Sovremennye problemy nauki i obrazovanija. Obshhestvo s ogranichennoj otvetstvennost'ju "Izdatel'skij Dom Akademija Estestvozna-nija", 2012, No 5.
10. Chichko A. N., Sachek O. A., Lihozov S. G. Programmnoe obespechenie i algoritmy dlja analiza izobrazhenij mikrostruktur perlitnyh stalej, Programmnye produkty i sistemy, 2010, No 4, pp. 123–127.
11. Aurenhammer F., Franz. Voronoi diagrams – a survey of a fundamental geometric data structure. ACM Computing Surveys. ACM, 1991, No 23(3), pp. 345–405. doi: 10.1145/116873.116880.
12. Fortune, S. (1987) 'A sweepline algorithm for Voronoi diagrams', Algorithmica. Springer-Verlag, 2(1–4), pp. 153–174. doi: 10.1007/BF01840357.

Поступила (received) 01.09.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Розробка програми для автоматичного генерування микроструктури металів на основі фотографій мікрошліфів / О.В. Мороз, О.О. Водка // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 93–96. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Разработка программы для автоматической генерации микроструктуры металлов на основе фотографий микрошлифов / А.В. Мороз, А. А. Водка // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2016. – № 46 (1218). – С. 93–96. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2078-9130.

Development of programs for automatic generation of microstructure of metals based on it images/ O. V. Moroz, O. O. Vodka // Bulletin of NTU "KhPI". Series: Dynamics and strength of machines. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2016. – № 46 (1218). – P. 93–96. – Bibliogr.: 12. – ISSN 2078-9130.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Мороз Олексій Володимирович – студент кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», e-mail: oleksiy.v.moroz@gmail.com

Мороз Алексей Владимирович – студент кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», e-mail: oleksiy.v.moroz@gmail.com

Мороз Олексій – Student Dynamics and Strength of Machines Department, NTU "KhPI", e-mail: oleksiy.v.moroz@gmail.com.

Водка Олексій Олександрович – кандидат технічних наук, доцент кафедри динаміки та міцності машин, НТУ «ХПІ», e-mail: oleksii.vodka@gmail.com, тел.: (057) 707-68-79.

Водка Алексей Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры динамики и прочности машин, НТУ «ХПІ», e-mail: oleksii.vodka@gmail.com, тел.: (057) 707-68-79.

Vodka Oleksii – Ph. D., Docent of Dynamics and Strength of Machines Department, NTU "KhPI", e-mail: oleksii.vodka@gmail.com, tel.: (057) 707-68-79.

ЗМІСТ

<i>Ларин А. А., Морачковский О.К., Трубаев А.И.</i> Профессор Жовдак Валерий Алексеевич – к 70-летию со дня рождения	5
<i>Андреев А.Г., Виноградский Д.Г.</i> Взаимное влияние соединений с натягами сопряженных с ними конструктивных элементов	10
<i>Бреславський Д. В., Коновалов М. В., Татарінова О. А.</i> Препроцесорні програми для підготовки скінченноелементних сіток у випадку великих деформацій	16
<i>Грищенко В.М.</i> Варіант алгоритму одночасного приведення пучка двох матриць до ланцюгової форми	21
<i>Костромицька О.А.</i> Комп'ютерне моделювання процесів пробиття металевих та металокерамічних пластин	26
<i>Лавінський Д.В.</i> Магнітопружне деформування тіла із порожниною	35
<i>Ловська А. О.</i> Удосконалення заходів щодо надійності закріплення несучих конструкцій кузовів вагонів на залізничних поромках	39
<i>Мартиненко В. Г., Львов Г. І.</i> Чисельна методика визначення анізотропних в'язкопружних властивостей ортогонально армованого композиційного матеріалу	44
<i>Мартыненко Г. Ю., Марусенко А. Н.</i> Способы учета и моделирования сил сопротивления различной физической природы в механических динамических, колебательных и роторных системах	52
<i>Потопальська К.Є.</i> Огляд сучасних моделей розвитку корозійних пошкоджень та напрямів дослідження їх впливу на міцність і надійність елементів трубопровідних систем	60
<i>Фомін О.В., Логвіненко О.А., Бурлуцький О.В., Фоміна А.М.</i> Аналіз існуючих та перспективних профілів складових елементів несучих систем одиниць рухомого складу залізниць	66
<i>Бреславський Д. В., Бреславська О. О., Козлюк А. В.</i> Web-інструменти для обробки даних щодо довготривалої міцності (англійською мовою)	73
<i>Бреславський Д.В., Метельов В.О.</i> Врахування впливу залишкових напружень та деформацій повзучості при прокатці сталевих листів (англійською мовою)	77
<i>Гуляєв В.І., Ваціліна О. В., Глазунов С. М.</i> Зародження режимів кружляння бурового долота на шорсткуватому дні глибокої свердловини (англійською мовою)	81
<i>Курпа Л., Тимченко Г., Осетров А.</i> Дослідження нелінійних коливань багатошарових пологих оболонок з вирізами методом R-функцій (англійською мовою)	85
<i>Морачковська І., Тимченко Г., Любицька К.</i> Дослідження пружно-пластичного згину тонких оболонок і пластин методом R-функцій (англійською мовою)	89
<i>Мороз А.В., Водка А. А.</i> Разработка программы для автоматической генерации микроструктуры металлов на основе фотографий микрошлифов	93

CONTENTS

Larin O.O., Morachkovsky O.K., Trubaev O.I. Professor Valery Zhovdak – 70 th anniversary	5
Andreev A.G., Vinogradsky D.G. Mutual influence of connections with a tightness and associated structural elements	10
Breslavsky D. V., Konovalow M. V., Tatarinova O. A. Preprocessors for Finite Element Method meshes generation for the case of large strains	16
Grishchenko V.M. A variant of algorithm of simultaneous adduction of bunch of two matrices is to chain form	21
Kostromitskaya O. Computer modeling of processes penetration of metal and metal-ceramic plates	26
Lavinsky D.V. Magnetoelastic deformation of a body with a cavity	35
Lovskaya A. A. Improvement of measures for reliable fixation of supporting structures of wagon bodies on train ferries	39
Martynenko V. G., Lvov G. I. The numerical technique for prediction of anisotropic viscoelastic properties of orthogonally fiber reinforced composite material	44
Martynenko G. Y., Marusenko O. M. Methods of accounting and modeling of the resistance forces of different physical nature in mechanical, dynamic, vibration and rotary systems	52
Potopalska K.E. Review of modern models of development of corrosion damage and research tendency of their influence to strength and reliability of elements of pipeline systems	60
Fomin O.V., Logvinenko O.A., Burlutsky O.V., Fomina A.M. Analysis of existing and future profiles of constituent elements of the supporting systems of railway rolling stock units	66
Breslavsky D. V., Breslavskaya O. O., Kozlyuk A. V. Web tools for long term strength data processing	73
Breslavsky D. V., Mitielov V. O. Consideration the influence of residual stresses and creep strains on rolling the steel sheets	77
Gulyayev V. I., Vashchilina O. V., Glazunov S. M. Incipient Regimes of Drill Bit Whirlings on Uneven Bottoms of Deep Bore-Holes	81
Kurpa L., Timchenko G., Osetrov A. Research of Nonlinear Vibrations of Laminated Shallow Shells with Cutouts by R-functions Method	85
Morachkovska I., Timchenko G., Lyubitskaya E. Research of elasto-plastic bending of thin shells and plates by the R-functions method	89
Moroz O. V., Vodka O. O. Development of programs for automatic generation of microstructure of metals based on it images	93

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Збірник наукових праць

Серія:
Динаміка і міцність машин

№ 46 (1218)

Науковий редактор: д-р техн. наук, проф. О. К. Морачковський
Технічний редактор: О. В. Щепкін
Відповідальний за випуск: канд. техн. наук Г. Б. Обухова

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21,
НТУ «ХПІ». Каф. ДММ
Тел. (057) 707-68-79. E-mail: andreev@kpi.kharkov.ua

Обл.-вид № 58-16.

Підп. до друку 30.12.2016 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 9,95. Облік.-вид. арк. 10,00.
Тираж 300 пр. 1-й завод 1-100. Зам. № 23. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.

61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Цифрова друкарня «Зебра»

Свідоцтво про Державну реєстрацію 24800000000115022 від 01.01.2011 р.

Адреса: 61002, м. Харків, вул. Чернишевська, 28-А.
