

ISSN 2222-0631



**ВІСНИК**

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО  
УНІВЕРСИТЕТУ  
«ХПІ»**

**18'2014**

**Харків**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет  
«Харківський політехнічний інститут»

# **ВІСНИК**

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
«ХПІ»**

*Серія: Математичне моделювання  
в техніці та технологіях*

№ 18 (1061) 2014

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків  
НТУ «ХПІ», 2014

**Вісник Національного технічного університету «ХПІ».** Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2014. – № 18 (1061). – 217 с.

**Державне видання**

**Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України  
КВ № 5256 від 2 липня 2001 року**

Збірник виходить українською та російською мовами.

*Вісник Національного технічного університету «ХПІ» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Постановою президії ВАК України від 26 травня 2010 р., № 1 – 05/4 (Бюлетень ВАК України, № 6, 2010 р., с. 3, № 20).*

**Координаційна рада:**

Л. Л. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф. (**голова**);  
К. О. ГОРБУНОВ, канд. техн. наук, доц. (**секретар**);  
А. П. МАРЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; Є. І. СОКОЛ, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;  
Є. С. АЛЕКСАНДРОВ, д-р техн. наук, проф.; А. В. БОЙКО, д-р техн. наук, проф.;  
Ф. Ф. ГЛАДКИЙ, д-р техн. наук, проф.; М. Д. ГОДЛЕВСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.;  
А. І. ГРАБЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; В. Г. ДАНЬКО, д-р техн. наук, проф.;  
В. Д. ДМИТРИЄНКО, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. ДОМНІН, д-р техн. наук, проф.;  
В. В. СЛІФАНОВ, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. ЗАЙЦЕВ, канд. техн. наук, проф.;  
П. О. КАЧАНОВ, д-р техн. наук, проф.; В. Б. КЛЕПІКОВ, д-р техн. наук, проф.;  
С. І. КОНДРАШОВ, д-р техн. наук, проф.; В. М. КОШЕЛЬНИК, д-р техн. наук, проф.;  
В. І. КРАВЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; Г. В. ЛІСАЧУК, д-р техн. наук, проф.;  
О. К. МОРАЧКОВСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; В. І. НІКОЛАЄНКО, канд. іст. наук, проф.;  
П. Г. ПЕРЕРВА, д-р екон. наук, проф.; В. А. ПУЛЯЄВ, д-р техн. наук, проф.;  
М. І. РИШЕНКО, д-р техн. наук, проф.; В. Б. САМОРОДОВ, д-р техн. наук, проф.;  
Г. М. СУЧКОВ, д-р техн. наук, проф.; Ю. В. ТИМОФІЄВ, д-р техн. наук, проф.;  
М. А. ТКАЧУК, д-р техн. наук, проф.

**Редакційна колегія серії:**

**Відповідальний редактор:** В. А. Ванін, д-р техн. наук, проф.

**Заст. відповідального редактора:** Ю. В. Міхлін, д-р фіз.-мат. наук, проф.

**Відповідальний секретар:** С. В. Духопельников, канд. техн. наук, ст. викл.

**Члени редколегії:** Ю. В. Гандель, д-р фіз.-мат. наук, проф.; Ю. Л. Геворкян, канд. фіз.-мат. наук, проф.; О. Л. Григор'єв, д-р техн. наук, проф.; В. К. Дубовий, д-р фіз.-мат. наук, проф.; Л. В. Курпа, д-р техн. наук, проф.; О. С. Куценко, д-р техн. наук, проф.; О. М. Литвин, д-р фіз.-мат. наук, проф.; Л. М. Любчик, д-р техн. наук, проф.; О. Г. Николаєв, д-р фіз.-мат. наук, проф.; М. В. Новожилова, д-р фіз.-мат. наук, проф.; А. Г. Руткас, д-р фіз.-мат. наук, проф.; В. П. Северин, д-р техн. наук, проф.; О. М. Шелковий, д-р техн. наук, проф.; Є. Г. Янютін, д-р техн. наук, проф.

*У квітні 2013 р. Вісник Національного технічного університету «ХПІ», серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях», включений у довідник періодичних видань бази даних **Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA)**.*

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

Протокол № 5 від 30 травня 2014 р.

## К 80-ЛЕТНЕМУ ЮБИЛЕЮ ГАНДЕЛЯ Ю.В.

Приведены некоторые факты из биографии и профессиональной деятельности известного харьковского ученого и педагога Ю.В. Ганделя, которые ранее не обнародовались.

**Ключевые слова:** Гандель Юрий Владимирович.

5 июля 2014 года отмечает свой 80-ти летний юбилей один из ярчайших представителей современной Харьковской научной школы математической физики доктор физико-математических наук, профессор Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина **Гандель Юрий Владимирович**.



Гандель Юрий Владимирович

К своему восьмидесятилетию Юрий Владимирович подходит, внося значительный вклад в развитие математической науки, подготовку специалистов-математиков, общественную жизнь университета и г. Харькова. Сейчас уже можно говорить о том, что благодаря инициативе и гражданской смелости этого человека, Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина получил в 2004 году в дар от государства свой Северный корпус.

Юрий Владимирович родился в Харькове, в семье служащего. Мать – Гандель Мария Ароновна. Отец – Гандель Владимир Львович.

Детство Юрия Ганделя пришлось на военные годы. Война ворвалась в

его семью, как и в миллионы других семей, принеся много горя и страданий. Отца призвали в армию. В начале войны, при подходе фашистов к Харькову, матери с Юрием Владимировичем и его младшим братом пришлось уехать в эвакуацию в г. Кзыл-Орда Казахской ССР. Но как оказалось, эвакуация стала не самым большим горем семьи. Отец Юрия, интендант II ранга, помощник командира по хозяйственной части 76 отдельного батальона химической защиты РККА погиб при штурме немецко-фашистскими войсками г. Россошь Воронежской области. Маленькие дети остались на руках одной матери.



Ахиезер Н.И., Гандель Ю.В.

После освобождения Харькова в 1943 году семья вернулась из эвакуации. Юрий Владимирович продолжил свое обучение, начатое в Кзыл-Орде в 131 мужской гимназии г. Харькова. Учился прилежно. Дисциплина поддерживалась строгая, т.к. многие учителя были военные. При этом, по словам Юрия Владимировича, не забывали о шалостях и розыгрышах, как своих сверстников, так и учителей. В школьные годы участвовал и был призером олимпиад по математике, а на олимпиаде по физике, впервые проводимой в г. Харькове, стал победителем. Окончил гимназию в июне 1952 года с серебряной медалью.

Но гимназия была не единственным местом, где Юрий Владимирович получал знания. Он активно и с огромным интересом занимался в радиотехническом кружке харьковского дворца пионеров. Именно здесь, в кружке,

начал проявляться его талант научного исследователя и конструктора-изобретателя. Так, в 1948 году при помощи собранных своими руками радиоприемников, Юрий Владимирович сделал радостнее жизнь более чем в 20 домах колхозников Дергачевского района Харьковской области. Многие могут улыбнуться по поводу «радостной жизни» из-за приемника. Однако следует вспомнить, что прошло только три года после окончания войны. Многие кинотеатры, театры, клубы еще не восстановлены. Газеты на село поступают не регулярно. О телевидении и тем более о компьютерах с интернетом люди узнают через несколько десятилетий. Поэтому единственным, на тот момент, источником информации и развлечения являлся радиоприемник. Одновременно Юрий Владимирович привлекает к познанию радиоконструирования своих сверстников-школьников, организывает кружок в стенах своей школы. Ребята радиофицируют территорию школы собственными силами.

Мысль работала, и созданием простых приемников дело не ограничилось. В период 1951-52 учебного года Юрий Владимирович разрабатывает и конструирует сложный 10-ти ламповый супергетеродинный приемник. Приемник получил высокую оценку, а его автор был награжден грамотами Министерства просвещения.

Высокие достижения в радио исследованиях, разработках и конструировании приборов открыли дорогу на радиофакультет Харьковского политехнического института. Обучаясь на факультете, Юрий Владимирович получил по предметам глубокие знания, и почти все экзамены были сданы на «отлично». Но по состоянию здоровья Юрий Владимирович (хотя в школьные годы он активно занимался волейболом, и, многие не поверят в это, играл левой рукой) уходит из ХПИ.

Знакомство с курсом Высшей математики, который на инженерно-физическом факультете ХПИ читал выдающийся математик член-корреспондент НАУ Н.И. Ахиезер, приводит Юрия Владимировича в 1957 году в Харьковский государственный университет имени А.М. Горького, который он успешно заканчивает через пять лет. Юрий Владимирович, получив знания у всемирно известного ученого, Наума Ильича Ахиезера, становится не просто его учеником, но и последователем, реализатором многих его идей. Так, в 1964 году Юрий Гандель участвует в создании Харьковского математического лицея. В учителя принимаются ведущие преподаватели по своим направлениям. Харьковская школа №27 сразу же становится одной из лучших школ не только города, но и республики.

Многие ученики, окончившие эту школу в 60-70-е годы XX столетия, стали ведущими учеными, преподавателями, врачами.

В 1971 Юрий Владимирович защищает кандидатскую диссертацию по теме «Интегральные уравнения некоторых аксиально симметричных задач теории дифракции волн», подготовленную под руководством Наума Ильича. В 1973 становится доцентом кафедры математической физики в Харьковском государственном университете. В 1994 защищает докторскую диссертацию

«Парные сумматорные и сингулярные интегральные уравнения в задачах дифракции: теория и численные методы» и через два года становится профессором кафедры математической физики и вычислительной математики ХНУ имени В.Н. Каразина.

Много сил и энергии отдает Юрий Владимирович распространению достижений физико-математической и радиофизической науки среди молодых исследователей. Его научные изыскания передаются не только ученикам-аспирантам и студентам механико-математического факультета ХНУ имени В.Н. Каразина. Результаты своих исследований Юрий Владимирович опубликовал в более чем 220 научных трудах, в том числе и за границей. Своими глубочайшими научными знаниями Юрий Владимирович, человек широкой эрудиции, постоянно делится с подрастающими поколениями. Его лекции отличаются глубиной и широтой знания предмета. Он умело сочетает научность с доступностью понимания излагаемого материала, что привлекает на его лекции многих студентов. Все отмечают, что изложение Юрия Владимировича неспешное, четкое, с голосовыми акцентами, и с помощью жестов в нужных местах, даёт возможность воспринять и освоить большой объем информации за пару. Важным подспорьем для студентов и аспирантов являются и опубликованные Юрием Владимировичем 5 учебных пособий по читаемым им общим и специальным курсам. Кроме этого профессиональные качества Юрия Владимировича оценены многими журналами. Участие в редколлегиях различных журналов по математическим и по техническим наукам, в том числе в качестве Senior member престижной мировой организации IEEE, издающей журнал с высоким индексом цитирования. В 90-е годы Юрий Владимирович становится Соросовским стипендиатом. И полгода читает лекции в Германии.

За 30 лет у Юрия Владимировича защитилось 15 кандидатов наук, а двое из них защитили докторскую диссертацию.

Юрий Владимирович старается поддержать своих учеников не только знаниями, но и помогает с трудоустройством, причем как в Украине, так и за рубежом. Кроме этого, он входит в составы некоторых стипендиальных комиссий, которые занимаются награждениями одаренных студентов и аспирантов.

В 1983 Юрий Владимирович стал одним из соучредителей международной конференции «Методы дискретных особенностей задач математической физики». Несколько первых конференций проходили в Харькове, а затем удачно «переехали» на побережье Черного моря в Херсонскую область (пос. Лазурное). Конференция стала постоянно действующей. Она настолько хорошо совмещает отдых и работу, что многие докладчики приезжают на неделю раньше, а уезжают на неделю позже. В конференции принимают участие ученые со всего мира.

Параллельно с этой конференцией еженедельно на базе механико-математического факультета ХНУ имени В.Н. Каразина действует семинар,

который с одной стороны знакомит молодых исследователей с достижениями маститых ученых, а с другой – позволяет студентам и аспирантам представить свои скромные, но порой очень интересные результаты. Семинары хороши тем, что в дружественной обстановке, под строгим контролем Юрия Владимировича, после доклада происходит дискуссия, которая может буквально «испелить» докладчика, а может окрылить и подвигнуть на новые научные исследования.

В 2003 году профессор Ю.В. Гандель организовал и возглавил инициативную группу, которая обратилась к правительству Украины с предложением передать главный корпус ВИРТа ХНУ имени В.Н. Каразина. В 2004 году этот сложный вопрос удалось решить положительно. Харьковский университет получил прекрасный подарок к 200 летнему юбилею.

В 2004 году трудовой коллектив Харьковского национального университета имени В.Н. Каразина доверил Юрию Владимировичу возглавить комиссию по этике. И это не случайно. Всегда спокойный, готовый выслушать проблему, он принимал самое активное участие в ее решении на самом высоком уровне.

Разносторонний плодотворный труд Юрия Владимировича по достоинству оценен государством: он отличник народного образования, «Заслуженный работник образования Украины».

### **Ученики об учителе.**

**Полянская Татьяна Семеновна**, кандидат физ.-мат. наук, доцент. Юрия Владимировича Ганделя я знаю с начала семидесятых годов. Писала у него диплом, потом диссертацию. С тех пор считаю себя ученицей Юрия Владимировича и думаю, что мне очень повезло, что у меня такой учитель. Ведь, кроме того, что он обладает глубочайшей математической (и не только!) эрудицией и является широко известным в своей области ученым, Юрий Владимирович является также замечательным педагогом и вообще очень хорошим человеком.

В день юбилея хочется пожелать Юрию Владимировичу доброго здоровья и многих лет плодотворного труда.

**Душкин Владимир Давыдович**, кандидат физ.-мат. наук, профессор. В мои студенческие годы, для меня и моих друзей Юрий Владимирович был представителем легендарного Золотого Века мехмата шестидесятых. Эрудиция, интеллигентность, стиль изложения дисциплин – всё это восхищало нас, студентов второй половины восьмидесятых.

Поэтому количество желающих писать диплом у Юрия Владимировича всегда было велико. Скольким студентам он дал путь в науку! Они пополняли ряды научной школы, созданной Юрием Владимировичем. Представители этой школы разбросаны по всему земному шару, результаты исследований



представителей этой научной семьи опубликованы в авторитетных международных изданиях.

Юрий Владимирович человек широких энциклопедических знаний, общение с ним даёт заряд положительной энергии и оптимизма. Даже те выпускники мехмата, жизненный путь которых далёк от математики, с теплотой вспоминают о нём. В год своего юбилея он, как и всегда, полон планов и научных идей. Вы верите, что ему столько лет? Я – нет.

**Духопельников Сергей Владимирович**, кандидат техн. наук, ст. преп. Мой учитель может поделиться не только знаниями по математике, физике, технике, но и в различных областях культуры. Его любовь к искусству, живописи, музыке многим хорошо известна. Библиотека Юрия Владимировича огромна и включает она как книги по профессиональной деятельности, так и большое количество книг о художественном искусстве и литературе, различных жанров. Юрий Владимирович старается посещать все знаковые выставки, концерты в филармонии, которые проходят в Харькове. И самое главное – это его тонкое чувство юмора.

С днём рождения Юрия Владимировича я хотел бы поздравить и его жену Инну Михайловну. Они совсем недавно отмечали полувековой юбилей совместной жизни. И поблагодарить ее за то, что она сохранила мужа в добром здравии, и у нас, его учеников, есть такой прекрасный учитель.

**Кафедра Высшей математики** Национального технического университета «ХПИ» желает Юрию Владимировичу здоровья, педагогических новаций и учеников, готовых продолжать его научную и педагогическую линию, в том числе и на нашей кафедре.

Весь коллектив серии «Математическое моделирование в технике и технологиях» Вестника НТУ «ХПИ» присоединяется к поздравлениям и надеется на дальнейшее плодотворное сотрудничество с Ю.В. Ганделем в качестве члена редколлегии и автора научных статей.

**Список літератури:** 1. Професори Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна: Бібліографічний довідник / За редакцією В.С. Бакірова. — Х.: ХНУ імені В.Н. Каразіна, 2009. – 372 с. 2. Архів НТУ «ХПІ» Д.33473. 3. «Інформація із донесення о безвозвратних потерях». ОБД "Меморіал". 2014. - Режим доступа: <<http://www.obd-memorial.ru/html/info.htm?id=51400713>>. - Дата обращения: 22 июня 2014.

**Bibliography (transliterated):** 1. Bakirov, V. S. *Profesory Kharkivs'koho Natsional'noho Universytetu Imeni V. N. Karazina: Biobibliohrafichnyi Dovidnyk*. Kharkiv: KhNU Imeni V. N. Karazina, 2009. Print. 2. Arhiv NTU «KhPI» D.33473. 3. "Informacija iz donesenija o bezvovratnyh poterjah." OBD "Memorial". Web. 22 June 2014. <<http://www.obd-memorial.ru/html/info.htm?id=51400713>>.

*Поступила (received) 27.05.2014*

**О.О. АНДІЛАХАЙ**, д-р техн. наук, доц., ДВНЗ «ПДТУ», Маріуполь

## **РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ АБРАЗИВНОЇ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ ЗАТОПЛЕНИМИ СТРУМЕНЯМИ**

Розроблено нову математичну модель визначення енергосмності обробки з урахуванням різних форм мікрорізів: з постійною товщиною та з товщиною зрізу, що збільшується й зменшується в часі. Доведено, що найменша енергосмність досягається при мікрорізанні зі зменшуваною в часі товщиною зрізу. Це вказує на те, що найбільш ефективною областю застосування методу абразивної обробки затопленими струменями є обробка кромek заготовок, усунення задирок і зменшення мікронерівностей на оброблюваних поверхнях дрібних деталей.

**Ключові слова:** абразивна обробка, процес різання, абразивне зерно, товщина зрізу, сила різання, енергосмність обробки.

**Вступ.** У цей час у машинобудуванні технологічні операції обробки дрібних точних деталей (масою до 3 г) невеликої жорсткості й складної конфігурації залишилися не механізованими, часто здійснюються вручну й вимагають нових технологічних рішень. Це обумовлено в першу чергу низькою ефективністю застосування на даних операціях прогресивних методів струминно-абразивної обробки. Тому запропоновано ефективний метод абразивної обробки, який здійснюється за допомогою струменів стисненого повітря, затоплених абразивною суспензією. При цьому забезпечується схоронність (довговічність) сопел, які подають стиснене повітря, і стабільність процесу обробки. Однак даний метод недостатньо досліджений, відсутні методики розрахунку оптимальних параметрів обробки, що не дозволяє повною мірою виявити й реалізувати на практиці його високі технологічні можливості. У зв'язку із цим важливо обґрунтувати умови підвищення якості, продуктивності й стабільності фінішної обробки дрібних точних деталей невеликої жорсткості й складної конфігурації на основі розробки й застосування ефективного методу абразивної обробки затопленими струменями.

**Аналіз останніх досліджень.** Дослідженню традиційних методів струминно-абразивної обробки в науково-технічній літературі приділена достатньо велика увага [1, 2]. Отримано ряд важливих теоретичних рішень [3 – 5], які дозволяють науково обґрунтовано підійти до вибору оптимальних умов обробки. Однак, дотепер відсутня загальноприйнята теорія фінішної абразивної обробки деталей затопленими струменями, що відображає взаємодію незакріпленого абразивного зерна й оброблюваної деталі, які рухаються в повітряному струмені з рідиною. Враховуючи викладене вище, актуальною є задача розробки математичної моделі визначення технологічних параметрів

абразивної обробки деталей затопленими струменями й виявлення умов підвищення ефективності процесу.

**Постановка задачі.** На відміну від традиційних процесів струминно-абразивної обробки, застосування пропонованого методу абразивної обробки деталей затопленими струменями дозволяє знімання матеріалу виконувати під різними кутами входу абразивного зерна в оброблюваний матеріал. Це відкриває нові технологічні можливості формоутворення поверхонь, зниження енергоємності обробки й підвищення інтенсивності знімання матеріалу. Однак, для визначення оптимальних умов обробки необхідно знати закономірності утворення мікрорізів окремими абразивними зернами й параметри силової напруженості процесу різання, особливо енергоємності обробки. Тому важливо аналітично описати енергоємність обробки залежно від кута входу абразивного зерна в оброблюваний матеріал. Це дозволить визначити технологічні можливості підвищення якості та продуктивності обробки й науково обґрунтовано підійти до проектування установок для здійснення даного методу обробки.

**Математична модель.** В основу рішення покладена умова рівності кінетичної енергії абразивного зерна, що рухається,  $W = m \cdot V_0^2 / 2$ , і роботи різання  $A = P_z \cdot l$ , де  $m$  – маса абразивного зерна, кг;  $V_0$  – початкова швидкість руху абразивного зерна, м/с;  $P_z = \sigma \cdot a \cdot v$  – тангенціальна складова сили різання, Н;  $\sigma$  – умовне напруження різання, Н/м<sup>2</sup> (енергоємність обробки, Дж/м<sup>3</sup>);  $a, v, l$  – товщина, ширина й довжина зрізу, м. Об'єм зрізу окремим зерном визначається за формулою:

$$g_{\text{зріз}} = a \cdot v \cdot l = \frac{m \cdot V_0^2}{2 \cdot \sigma}. \quad (1)$$

Аналіз залежності (1) показує, що збільшити  $g_{\text{зріз}}$  при заданій кінетичній енергії абразивного зерна  $W = m \cdot V_0^2 / 2$  можна винятково за рахунок зменшення енергоємності обробки  $\sigma$ , а зменшити товщину зрізу (параметр шорсткості поверхні  $R_{\text{max}} \approx a$ ) при заданому значенні  $g_{\text{зріз}} = a \cdot v \cdot l$  можна збільшенням довжини зрізу  $l$  (рис. 1):

$$R_{\text{max}} = \frac{g_{\text{зріз}}}{v \cdot l}. \quad (2)$$

Для реалізації цих умов необхідно встановити функціональні зв'язки параметра  $\sigma$  залежно від кута входу  $\alpha$  зерна в оброблюваний матеріал з позицій теорії різання матеріалів. Тому розглянуті закономірності знімання матеріалу в момент входу зерна в оброблюваний матеріал (випадок різання з товщиною зрізу, що збільшується в часі) і в момент виходу зерна з контакту з

оброблюваним матеріалом (випадок різання зі зменшуваною в часі товщиною зрізу). У першому випадку (рис. 2) дотичне напруження  $\tau$ , що виникає в умовній площині зсуву  $OA$ , описується залежністю

$$\tau = \frac{P_y}{2 \cdot \delta \cdot a \cdot \sin \psi_1 \cdot \cos \alpha} \cdot [\sin(2\beta - \alpha + \psi_1) - \sin(\alpha + \psi_1)], \quad (3)$$

де  $P_y$  – радіальна складова сили різання, Н;  $\beta$  – умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу;  $\psi_1 = \psi + \gamma$ ;  $\psi$  – умовний кут тертя зерна з оброблюваним матеріалом;  $\gamma$  – негативний передній кут зерна.

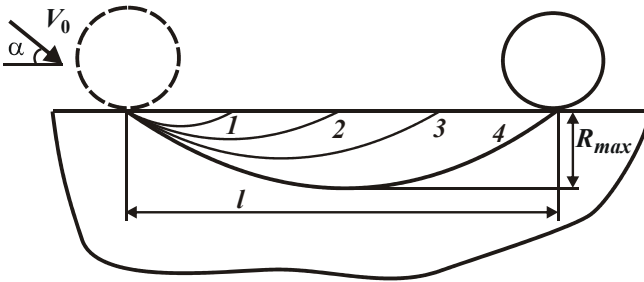


Рис. 1 – Траєкторії руху абразивного зерна в оброблюваному матеріалі залежно від його кінетичної енергії:  $W_1 < W_2 < W_3 < W_4$ .

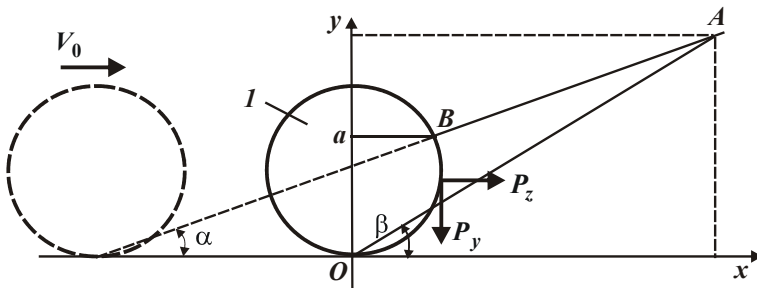


Рис. 2 – Розрахункова схема процесу різання одним абразивним зерном 1.

За умови  $\sin(2\beta - \alpha + \psi_1) = 1$  дотичне напруження  $\tau$  приймає максимальне значення  $\tau_{\max}$ , що визначає положення умовної площини зсуву оброблюваного матеріалу, яка розташована під кутом

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \psi_1}{2}. \quad (4)$$

При  $\tau_{\max} = \tau_{\text{зсув}}$  радіальна  $P_y$  й тангенціальна  $P_z$  складові сили різання, а також умовне напруження різання (енергоємність обробки)  $\sigma = P_z / (a \cdot \delta)$

визначаються за формулами:

$$P_y = 2 \cdot a \cdot \vartheta \cdot \tau_{зсув} \cdot \sin \psi_1 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{[1 - \sin(\alpha + \psi_1)]}; \quad (5)$$

$$P_z = 2 \cdot a \cdot \vartheta \cdot \tau_{зсув} \cdot \cos \psi_1 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{1}{[1 - \sin(\alpha + \psi_1)]}; \quad (6)$$

$$\sigma = \cos \psi_1 \cdot \cos \alpha \cdot \frac{2 \cdot \tau_{зсув}}{[1 - \sin(\alpha + \psi_1)]}, \quad (7)$$

де  $\tau_{зсув}$  – границя міцності на зсув оброблюваного матеріалу, Н/м<sup>2</sup>.

Із залежностей (5), (6) і (7) випливає неоднозначний характер зміни параметрів  $P_y$ ,  $P_z$  і  $\sigma$  зі збільшенням кутів  $\alpha$  і  $\psi_1$ . Для залежності (6) за необхідної умови екстремуму  $(P_z)'_{\alpha} = 0$  отримано екстремальне значення кута  $\alpha = 90^{\circ} - \psi_1$ . Установлено, що в точці екстремуму параметри  $P_y$ ,  $P_z$  і  $\sigma$  наближаються до нескінченності. Це пов'язано з тим, що умовний кут зсуву оброблюваного матеріалу  $\beta$  стає рівним куту  $\alpha$ . У результаті умовна площина зсуву  $OA$  (рис. 2) не перетинається з поверхнею  $BA$ , й процес стружкоутворення відсутній, має місце лише пластичне деформування матеріалу. Виходячи із цього, визначена умова здійснення процесу різання:

$$\psi_1 + \alpha < 90^{\circ}. \quad (8)$$

При цьому, кут  $\alpha$  залежить від кута  $\psi_1$ : чим він менше, тим ширше межі здійснення процесу різання. Передній кут  $\gamma$  визначається із залежності:  $\sin \gamma = (1 - a/R)$ , де  $a$  – товщина зрізу, м;  $R$  – радіус ріжучого зерна, м. Зі збільшенням товщини зрізу  $a$  кут  $\gamma$  безупинно зменшується. Це вказує на те, що при досягненні певного значення кута  $\gamma$  починає виконуватися умова (8), і процес пластичного деформування матеріалу переходить у процес різання (стружкоутворення). Отже, при різанні абразивним зерном на відміну від різання різцем (з фіксованим негативним переднім кутом  $\gamma$ ) процес стружкоутворення здійснимий у всьому можливому діапазоні зміни кута  $\alpha = 0 \dots 90^{\circ}$ . Однак, для цього необхідно попередньо досягти граничної товщини зрізу  $a_1$ , при якій відбувається перехід від пластичного деформування матеріалу до процесу різання. Виражаючи кут  $\gamma$  через відношення  $a/R$ , залежність (7) може бути представлена у вигляді

$$\sigma = \frac{2 \cdot \tau_{зсув} \cdot \cos^2 \alpha}{\sqrt{\frac{a}{2R} - \operatorname{tg} \frac{(\alpha + \psi)}{2}}}. \quad (9)$$

Очевидно, за умови

$$\sqrt{\frac{a}{2R}} - \operatorname{tg} \frac{(\alpha + \psi)}{2} = 0 \quad (10)$$

енергоємність обробки  $\sigma \rightarrow \infty$ , тому процес різання відсутній, відбувається лише пластичне деформування оброблюваного матеріалу. Граничне значення відношення  $a_1 / R$ , при якому процес пластичного деформування оброблюваного матеріалу переходить у процес різання, визначається на основі залежності (10):

$$\frac{a_1}{R} = 2 \cdot \operatorname{tg}^2 \frac{(\alpha + \psi)}{2}. \quad (11)$$

Таким чином, у роботі отримана узагальнена аналітична залежність (9), що встановлює взаємозв'язок між енергоємністю обробки  $\sigma$  й відношенням  $a / R$ . Доведено, що при різанні з постійною товщиною зрізу ( $\alpha = 0$ ) енергоємність обробки  $\sigma$  завжди менша, ніж при різанні з товщиною зрізу, що збільшується в часі ( $\alpha > 0$ ). У випадку  $\alpha > 0$  перехід від пластичного деформування матеріалу до процесу стружкоутворення (різання) відбувається при більшому відношенні  $a / R$  (або більшій товщині зрізу), ніж у випадку  $\alpha = 0$ . Так, при  $\alpha = 40^\circ$  отримано  $a / R = 0,265$ , тоді як при  $\alpha = 0$  маємо  $a / R = 0$ .

У роботі, виходячи з умови  $P_z = \sigma \cdot S = HV \cdot S_0$ , з урахуванням залежності (9), визначена фактична довжина контакту зерна з оброблюваним матеріалом:

$$a_0 = \frac{\sigma_{\text{час}}}{HV} \cdot \frac{a \cdot \cos^2 \alpha}{\left[ \sqrt{\frac{a}{2 \cdot R}} - \operatorname{tg} \frac{(\alpha + \psi)}{2} \right]}, \quad (12)$$

де  $S = a \cdot v$  – площа поперечного перерізу зрізу,  $\text{м}^2$ ;  $S_0 = a_0 \cdot v$  – фактична площа контакту ріжучого зерна з оброблюваним матеріалом,  $\text{м}^2$ ;  $\sigma_{\text{час}} \approx 2\tau_{\text{зсув}}$ ,  $HV$  – тимчасовий опір і твердість оброблюваного матеріалу (по Віккерсу),  $\text{Н/м}^2$ .

Відомо, що для пластичних матеріалів відношення  $\sigma_{\text{час}} / HV$  більше, ніж для крихких матеріалів. Наприклад, для міді воно дорівнює 0,5, для нікелю – 0,53, для сирової сталі У8 – 0,43, для твердого сплаву ВК8 – 0,09, для сірого чавуну СЧ 18-36 – 0,14. Отже, для пластичних матеріалів величина  $a_0$  завжди більше, ніж для крихких матеріалів, що сприяє поліпшенню умов стружкоутворення при різанні. Тому при обробці пластичних матеріалів перехід від процесу пластичного деформування матеріалу до процесу різання відбувається при менших значеннях кута  $\alpha$ , ніж при обробці крихких матеріалів, для яких кут  $\alpha$  може приймати значення, близькі або рівні  $90^\circ$ . Це узгоджується з ві-

домими експериментальними даними досліджень струминно-абразивної обробки.

**Результати розрахунків.** При різанні зі зменшуваною в часі товщиною зрізу, як встановлено розрахунками, у залежностях (5), (6) і (7) кут  $\alpha$  необхідно розглядати негативним, рівним куту виходу абразивного зерна з оброблюваного матеріалу  $\alpha_1$ . У цьому випадку ( $\alpha < 0$ ) енергоємність обробки  $\sigma$  буде приймати менші значення в порівнянні з випадками  $\alpha = 0$  і  $\alpha > 0$  (рис. 3). Виходячи із цього зроблено висновок про те, що основний ефект струминно-абразивної обробки й відповідно абразивної обробки деталей затопленими струменями полягає в забезпеченні процесу різання зі зменшуваною товщиною зрізу, що досягається при обробці кромки заготовок, усуненні задирок і зменшенні мікронерівностей на оброблених поверхнях [6]. Це й визначає основні напрямки ефективного застосування абразивної обробки деталей затопленими струменями.

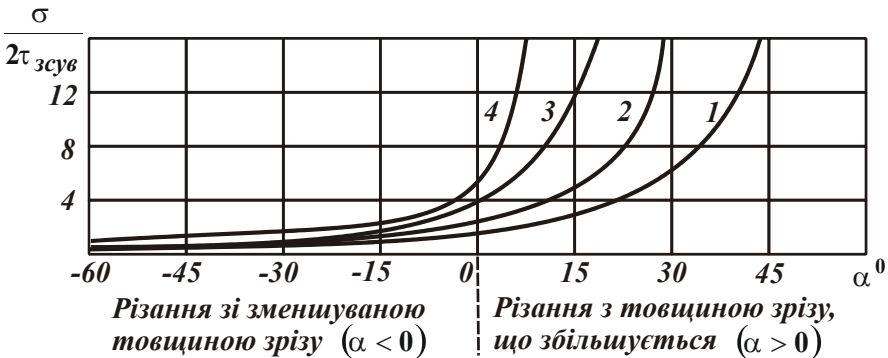


Рис. 3 – Залежність відношення  $\sigma / 2\tau_{зсув}$  від кута  $\alpha$  :

1 –  $\psi_1 = 30^\circ$ ; 2 –  $\psi_1 = 45^\circ$ ; 3 –  $\psi_1 = 60^\circ$ ; 4 –  $\psi_1 = 70^\circ$ .

У роботі теоретично обґрунтовані закономірності змінання матеріалу при струминно-абразивній обробці з кутом атаки, рівним  $90^\circ$ . Виходячи з розрахункової схеми (рис. 4), встановлено, що дотичне напруження  $\tau$ , що виникає в умовній площині зсуву  $OA$ , описується аналітичною залежністю (3) за умови  $\alpha = 0$ , тобто випадки  $\alpha = 0$  і  $\alpha = 90^\circ$  по енергоємності обробки  $\sigma$  рівносильні:

$$\sigma = \frac{2 \cdot \tau_{зсув} \cdot \cos \psi_1}{(1 - \sin \psi_1)} \quad (13)$$

У випадку  $\alpha = 0$  енергоємність обробки менше, ніж у випадку  $\alpha > 0$ . Отже, реалізуючи випадок струминно-абразивної обробки, коли кут атаки

дорівнює  $90^\circ$ , з'являється можливість зменшення енергоємності й відповідно підвищення продуктивності обробки, що свідчить про ефективність застосування даної схеми для обробки деталей з відносно крихких матеріалів, схильних до стружкоутворення. Це ще одне підтвердження того, що струминно-абразивну обробку й відповідно абразивну обробку затопленими струменями деталей із пластичних матеріалів з точки зору підвищення продуктивності ефективно виконувати з невеликими кутами атаки (на рівні  $10^\circ - 30^\circ$ ), а обробку деталей з крихких матеріалів – з більшими кутами атаки, рівними або близькими  $90^\circ$ .

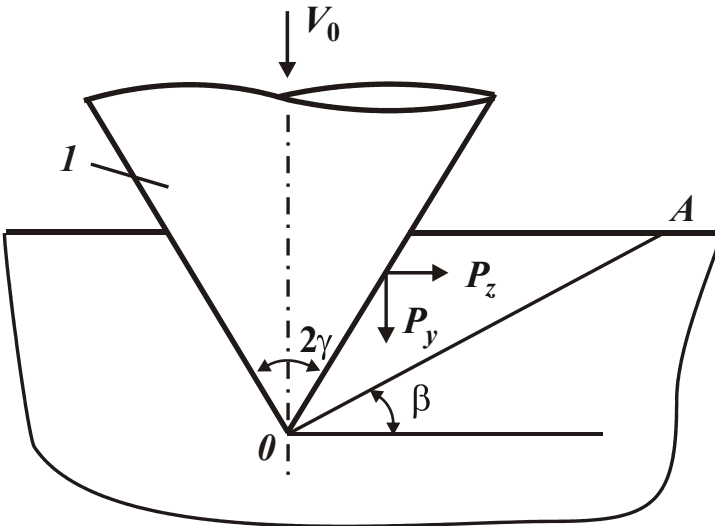


Рис. 4 – Розрахункова схема параметрів обробки для випадку  $\alpha = 90^\circ$ :  
1 – зерно у формі конуса.

Це узгоджується з відомими експериментальними даними, отриманими при дослідженні традиційних методів струминно-абразивної обробки, і свідчить про вірогідність отриманих теоретичних рішень. На основі проведених теоретичних і експериментальних досліджень розроблено ефективне устаткування. Їхнє застосування виключає трудомісткі ручні зачисні операції, підвищує якість, продуктивність і стабільність обробки за рахунок поліпшення товарного вигляду оброблених деталей і одночасної обробки великої кількості деталей, завантажених у робочу камеру *навалом*.

**Перспективи подальших досліджень.** Автор вважає перспективними напрямки досліджень, пов'язані зі створенням математичної моделі визначення шорсткості поверхні з урахуванням динаміки руху абразивних зерен в



оброблюваному матеріалі. Це дозволить аналітично описати траєкторії руху абразивних зерен у процесі обробки й принципово, по-новому, обґрунтувати основні технологічні закономірності знімання матеріалу й формоутворення поверхонь деталей. Важливо також провести експериментальні дослідження швидкості руху абразивних зерен при використанні різних по конструктивному виконанню сопел, в тому числі *сопла Лаваля*, яке забезпечує надзвукову швидкість витікання стисненого повітря.

**Висновки.** Розроблено теоретичний підхід до визначення технологічних закономірностей формування параметрів якості та продуктивності при абразивній обробці деталей затопленими струменями. З умови рівності кінетичної енергії абразивного зерна, що рухається, і роботи різання доведено, що основними напрямками підвищення ефективності обробки є зменшення енергоємності обробки. Розроблено нову математичну модель визначення енергоємності обробки з урахуванням різних форм мікрорізів: з постійною товщиною та з товщиною зрізу, що збільшується й зменшується в часі. Доведено, що найменша енергоємність досягається при мікрорізанні зі зменшуваною в часі товщиною зрізу. Це вказує на те, що найбільш ефективною областю застосування методу абразивної обробки затопленими струменями є обробка кромки заготовок, усунення задирок і зменшення мікронерівностей на оброблених поверхнях дрібних деталей.

**Список літератури:** 1. *Проволоцкий А.Е.* Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техніка. – 1989. – 177 с. 2. *Шманев В. А.* Струйно-абразивная обработка деталей ГТД / *В. А. Шманев, А. П. Шулепов, А. В. Мецераков.* – М.: Машиностроение. – 1995. – 143 с. 3. *Исупов М. Г.* Разработка, исследование технологии струйно-абразивной финишной обработки: дис. на соискание научн. степени докт. техн. наук. 05.02.08 Технология машиностроения / *Исупов Максим Георгиевич.* – М.: РГБ. – 2007. – 432 с. 4. *Зверев Е. А.* Влияние режимов струйно-абразивной обработки на шероховатость поверхности деталей под плазменное напыление покрытий / *Е. А. Зверев* // *Материаловедение: сб. науч. тр.* – Новосибирск: Новосиб. гос. техн. ун-т. – 2008. – № 2 (52). – С. 109 – 114. 5. *Цыгановский А. Б.* Технологические возможности гидроабразивной обработки затопленными струями / *А. Б. Цыгановский* // *Вибрации в технике и технологиях.* – Ростов-на-Дону: ДГТУ. – 2010. – № 2(58). – С. 205 – 215. 6. *Андилахай А. А.* Абразивная обработка деталей затопленными струями / *А. А. Андилахай.* – Мариуполь: ПГТУ, 2006. – 190 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Provolotsky, A. E.* *Struyno-abrazivnaya obrabotka detaley mashyn.* Kiev: Tekhnika. 1989. Print. 2. *Shmanev, V. A., A. P. Shulepov and A. V. Mesheryakov.* *Struyno-abrazivnaya obrabotka detaley GTD.* Moscow: Mashinostroenie. 1995. Print. 3. *Isupov, M. G.* *Razrabotka, issledovanie tekhnology struyno-abrazivnoy finishnoy obrabotki. Dis. na soiskanie nauchn. stepeni d-ra. tekhn. Nauk.* Moscow: RGB. 2007. Print. 4. *Zverev, E. A.* "Vliyanie rezhimov struyno-abrazivnoy obrabotki na sherokhovatost poverkhnosti detaley pod plazmennoe napylenie pokrytyy." *Sb. nauch. trudov. "Materialovedenie."* No. 2 (52). Novosibirsk: Novosibir. gos. tekhn. un-t, 2008. 109–114. Print. 5. *Tsyganovskiy, A. B.* "Tekhnologicheskie vozmozhnosti gidroabrazivnoy obrabotki zatoplennymi struyami." *Vibratsii v tekhnike i tekhnologiyakh.* No. 2 (58). Rostov-na-Donu: DGТУ, 2010. 205–215. Print. 6. *Andilakhay, A. A.* *Abrazivnaya obrabotka detaley zatoplennymi struyami.* Mariupol: PGТУ, 2006. Print.

*Надійшла (received) 29.05.2014*

**Є.В. БОДЯНСЬКИЙ**, д-р техн. наук, проф., ПНДЛ АСУ ХНУРЕ,  
Харків;

**О.К. ТИЩЕНКО**, канд. техн. наук, ст. наук. співр., ПНДЛ АСУ ХНУРЕ,  
Харків;

**Д.С. КОПАЛІАНІ**, аспірант, ХНУРЕ, Харків

## **БАГАТОВИМІРНА КАСКАДНА НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА З ОПТИМІЗАЦІЄЮ ПУЛУ НЕЙРОНІВ**

Запропоновано архітектуру та методи навчання багатовимірної гібридної каскадної нейронної мережі з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді, що відрізняються від відомих каскадних систем обчислювального інтелекту можливістю опрацювання багатовимірних часових рядів в режимі online, що дає можливість обробляти нестационарні стохастичні та хаотичні сигнали нелінійних об'єктів з необхідною точністю.

**Ключові слова:** нейронна мережа, нео-фаззі-нейрон, обчислювальний інтелект, еволюціонуюча гібридна система.

**Вступ.** У наш час *штучні нейронні мережі* (ANNs) і *нейро-фаззі системи* (NFSs) отримали широке поширення для розв'язання широкого класу проблем, пов'язаних з обробкою інформації, заданої або у формі таблиць *об'єкт – властивість*, або часових рядів, що часто породжуються нестационарними нелінійними стохастичними або хаотичними системами. Переваги ANNs і NFSs перед іншими підходами пояснюються, перш за все, їх універсальними апроксимуючими можливостями і здатністю до навчання.

**Аналіз літератури.** Традиційно під *навчанням* розуміють процес налаштування синаптичних ваг мережі за допомогою тієї або іншої процедури оптимізації, що відшукує екстремум заздалегідь заданого критерію навчання [1, 2]. Якість навчання може бути покращена шляхом налаштування не тільки синаптичних ваг, але й власне і архітектури мережі. Ця ідея лежить в основі так званих *еволюційних систем обчислювального інтелекту* [3, 4], які отримують у теперішній час усе більш широке поширення. У межах цього підходу можна виділити *каскадні нейронні мережі* [5 – 8] завдяки їх високій ефективності та простоті налаштування як синаптичних ваг, так і власне архітектури. Ця мережа стартує з найпростішої архітектури (перший каскад), утвореної пулом [5] нейронів, які навчаються незалежно. Кожен з нейронів пулу може відрізнитися від інших або активаційною функцією, або методом навчання, при цьому нейрони пулу в процесі навчання між собою не взаємодіють. Після того, як усі нейрони пулу першого каскаду налаштовані, з них обирається один найкращий у сенсі прийнятого критерію, всі ж інші видаляються, в результаті чого і формується перший каскад, утворений єдиним нейроном, синаптичні ваги якого надалі не налаштовуються – *заморожуються*.

Після цього формується другий каскад, який, як правило, утворено пу-

лом тих же нейронів з тією лише різницею, що ці нейрони мають додатковий вхід (а, отже, і додаткову синаптичну вагу), утворений виходом першого каскаду. Надалі все відбувається аналогічно до попереднього каскаду, в результаті чого другий каскад також складається з єдиного найкращого нейрону із замороженими вагами. Нейрони третього каскаду мають вже по два додаткових входи: виходи першого і другого каскадів, надалі все відбувається аналогічно до попереднього каскаду. Процес нарощування каскадів еволюційної архітектури продовжується доти, доки не буде досягнуто необхідної якості розв'язання задачі на навчальній вибірці.

Автори найбільш популярної каскадної нейронної мережі CasCorLa *Фальман* та *Леб'єр* у якості нейронів мережі використовували *елементарні персептрони Ф. Розенблатта* із традиційними сигмоїдальними активаційними функціями, синаптичні ваги яких налаштовуються за допомогою Quickprop-алгоритму, що є модифікацією  $\delta$ -правила навчання. Оскільки вихідний сигнал цих нейронів нелінійно залежить від синаптичних ваг, було використано навчання за епохами так, що говорити про оптимізацію процесу навчання за швидкістю в цьому випадку не доводиться.

У зв'язку із цим в [9 – 16] у якості вузлів каскадної мережі були використані різні типи нейронів, вихідний сигнал яких лінійно залежить від синаптичних ваг. Це дозволило використовувати оптимальні за швидкістю методи навчання та реалізувати online-режим обробки інформації по мірі її надходження на вхід нейронної мережі. Тут, однак, слід зазначити, що при роботі в такому режимі неможливо виділити в пулі єдиний найкращий нейрон. При роботі з нестационарними об'єктами може виникнути ситуація, коли на одній частині навчальної вибірки найкращим виявиться один нейрон, а на другій – зовсім інший. У зв'язку з цим цілком природно в пулі зберігати всі нейрони (без визначення найкращого нейрона-переможця), а вихідний сигнал каскаду формувати шляхом об'єднання виходів усіх вузлів пулу на основі деякої оптимізаційної процедури, що породжується загальним критерієм якості роботи нейронної мережі.

**Мета дослідження.** Необхідно зазначити, що відомі каскадні нейронні мережі реалізують нелінійне відображення  $R^n \rightarrow R^1$ , тобто це системи з одним виходом. У той же час існує низка завдань, що вирішуються за допомогою ANNs і NFSs та вимагають реалізації багатовимірного відображення  $R^n \rightarrow R^g$ , яке веде до того, що в кожному каскаді має навчатися в  $g$  разів більше нейронів, ніж у звичайній мережі, і це робить таку систему надмірно громіздкою. У зв'язку з цим є доцільним у якості вузлів каскадної мережі використовувати спеціалізовані багатовимірні конструкції нейронів з множиною виходів замість звичайних традиційних нейронів типу елементарних персептронів Розенблатта.

Синтезу такої багатовимірної гібридної системи обчислювального інтелекту з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді і присвячено цю статтю.

## Архітектура багатовимірної каскадної оптимізованої нейро-фазі

**мережі.** На вхід мережі (рецепторний шар) подається векторний сигнал

$$x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))^T, \text{ де } k = 1, 2, \dots$$

– або номер образу в таблиці *об'єкт – властивість*, або поточний дискретний час. Цей сигнал подається на входи всіх нейронів мережі  $MN_j^{[m]}$  ( $j = 1, 2, \dots, q$  – число нейронів у пулі,  $m = 1, 2, \dots$  – номер каскаду), на виходах яких з'являються векторні сигнали

$$\hat{y}_d^{[m]j}(k) = (\hat{y}_1^{[m]j}(k), \hat{y}_2^{[m]j}(k), \dots, \hat{y}_g^{[m]j}(k))^T, \quad d = 1, 2, \dots, g.$$

Надалі ці сигнали об'єднуються за допомогою узагальнюючого нейрону  $GMN^{[m]}$ , котрий формує оптимальний векторний вихід  $m$ -го каскаду  $\hat{y}^{*[m]}(k)$ . При цьому, якщо на нейрони першого каскаду подається тільки вектор  $x(k)$ , то нейрони другого каскаду мають додаткові  $g$  входів для сигналу  $\hat{y}^{*[1]}(k)$ , третього каскаду –  $2g$  додаткових входів  $\hat{y}^{*[1]}(k), \hat{y}^{*[2]}(k)$ ,  $m$ -го каскаду –  $(m-1)g$  додаткових входів  $\hat{y}^{*[1]}(k), \hat{y}^{*[2]}(k), \dots, \hat{y}^{*[m-1]}(k)$ . Каскади формуються в процесі навчання мережі, коли стає зрозуміло, що всі попередні каскади не забезпечують необхідну якість навчання.

**Принципи навчання нео-фаззі-нейронів у багатовимірній каскадній нейро-фаззі мережі.** Низька швидкість навчання перцептронів Розенблатта, який використовується у традиційних каскадних ANNs, а також неінтерпретованість одержуваних результатів, що притаманна всім ANNs в цілому, змушує шукати альтернативні підходи до синтезу еволюційних систем та, зокрема, каскадних нейронних мереж. Інтерпретованість та прозорість поряд з апроксимуючими властивостями і здатністю до навчання є головними властивостями нейро-фаззі систем [17], що поклали початок *гібридним системам обчислювального інтелекту*. У [10, 11, 13] були запропоновані каскадні гібридні системи, що використовують у якості вузлів нео-фаззі нейрони [18 – 20], які володіють не тільки гарними апроксимуючими властивостями, але й дозволяють різко підвищити швидкість налаштування своїх синаптичних ваг. Нео-фаззі-нейрони (NFN) є нелінійною системою з багатьма входами і одним виходом, що реалізує нелінійне відображення

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^n f_i(x_i),$$

де  $x_i$  –  $i$ -й вхід ( $i = 1, 2, \dots, n$ );  $\hat{y}$  – вихід нео-фаззі нейрону.

Структурними блоками нео-фаззі нейрону є нелінійні синапси  $NS_i$ , що виконують перетворення  $i$ -ого вхідного сигналу у вигляді

$$f_i(x_i) = \sum_{l=1}^h w_{li} \mu_{li}(x_i),$$

де  $w_{li}$  –  $l$ -а синаптична вага  $i$ -ого нелінійного синапсу,  $l = 1, 2, \dots, h$  – загальна кількість синаптичних ваг та, відповідно, функцій належності  $\mu_{li}(x_i)$

у тому ж нелінійному синапсі.

При цьому  $NS_i$  реалізує нечітке виведення

ЯКЩО  $x_i \in X_{li}$ , ТОДІ ВИХІД  $w_{li}$ ,

де  $X_{li}$  – нечітка множина з функцією належності  $\mu_{li}$ ;  $w_{li}$  – сингтон (синаптична вага в консеквенті).

Нескладно помітити, що фактично нелінійний синапс реалізує нечітке виведення Такагі-Сугено нульового порядку.

Схема  $j$ -го ( $j=1, 2, \dots, q$ ) нео-фаззі-нейрону  $d$ -го ( $d=1, 2, \dots, g$ ) виходу першого каскаду архітектури може бути записана у вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{y}_d^{[1]j}(k) = \sum_{i=1}^n f_{di}^{[1]j}(x_i(k)) = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[1]j} \mu_{dli}^{[1]j}(x_i(k)), \\ \text{ЯКЩО } x_i(k) \in X_{li}^j, \text{ ТОДІ ВИХІД } w_{dli}^{[1]j}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Автори нео-фаззі-нейрону [18-20] у якості функцій належності використовували традиційні трикутні конструкції, що відповідають умовам розбиття Руспіні:

$$\mu_{dli}^{[1]j}(x_i) = \begin{cases} \frac{x_i - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}{c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}, & \text{якщо } x_i \in [c_{d,l-1,i}^{[1]j}, c_{dli}^{[1]j}], \\ \frac{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - x_i}{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}}, & \text{якщо } x_i \in [c_{dli}^{[1]j}, c_{d,l+1,i}^{[1]j}], \\ 0 & \text{у протилежному випадку,} \end{cases}$$

де  $c_{dli}^{[1]j}$  – досить довільно обрані (найчастіше рівномірно розподілені) параметри центрів функцій належності на інтервалі  $[0, 1]$ , при цьому  $0 \leq x_i \leq 1$ .

Такий вибір функцій належності веде до того, що вхідний сигнал  $x_i$  активує тільки дві сусідні функції належності, при цьому їх сума завжди дорівнює одиниці (розбиття Руспіні), тобто

$$\mu_{dli}^{[1]j}(x_i) + \mu_{d,l+1,i}^{[1]j}(x_i) = 1$$

та

$$f_{di}^{[1]j}(x_i) = w_{dli}^{[1]j} \mu_{dli}^{[1]j}(x_i) + w_{d,l+1,i}^{[1]j} \mu_{d,l+1,i}^{[1]j}(x_i).$$

Зауважимо, що в якості функцій належності в нелінійних синапсах можуть використовуватись й інші конструкції, наприклад, сплайни, гармонійні функції, вейвлети, ортогональні функції і т.п. При цьому все одно не можна сказати заздалегідь, яка з функцій забезпечить найкращі результати, а тому ідея використання всіх нейронів пулу, що відрізняються функціями належності або активації, представляється конструктивною.

Аналогічно (1) можна записати вихідні сигнали інших каскадів: виходи нео-фаззі-нейронів другого каскаду:

$$\hat{y}_d^{[2]j} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[2]j} \mu_{dli}^{[2]j}(x_i) + \sum_{d=1}^g \sum_{l=1}^h w_{dl,n+1}^{[2]j} \mu_{dl,n+1}^{[2]j}(\hat{y}_d^{*[1]}) \quad \forall d=1, 2, \dots, g;$$

⋮

виходи  $m$ -го каскаду:

$$\hat{y}_d^{[m]j} = \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^h w_{dli}^{[m]j} \mu_{dli}^{[m]j}(x_i) + \sum_{d=1}^g \sum_{p=n+1}^{n+m-1} \sum_{l=1}^h w_{dlp}^{[m]j} \mu_{dlp}^{[m]j}(\hat{y}_d^{*[p-n]}) \quad \forall d=1, 2, \dots, g.$$

Таким чином, каскадна мережа, яка утворена нео-фаззі-нейронами та складається з  $m$  каскадів, містить  $gh \left( n + \sum_{p=1}^{m-1} p \right)$  параметрів.

Вводячи до розгляду надалі вектор функцій належності  $j$ -ого NFN  $d$ -виходу  $m$ -ого каскаду:

$$\begin{aligned} \mu_d^{[m]j}(k) &= \left( \mu_{d11}^{[m]j}(x_1(k)), \dots, \mu_{dh1}^{[m]j}(x_1(k)), \mu_{d12}^{[m]j}(x_2(k)), \dots, \mu_{dh2}^{[m]j}(x_2(k)), \dots, \right. \\ &\mu_{dli}^{[m]j}(x_i(k)), \dots, \mu_{dhn}^{[m]j}(x_n(k)), \mu_{d1,n+1}^{[m]j}(\hat{y}_1^{*[1]}(k)), \dots, \mu_{dh,n+h}^{[m]j}(\hat{y}_g^{*[1]}(k)), \dots, \\ &\left. \mu_{dh,g(n+m-1)}^{[m]j}(\hat{y}_g^{*[m-1]}(k)) \right)^T \end{aligned}$$

та відповідний йому вектор синаптичних ваг

$$w_d^{[m]j} = \left( w_{d11}^{[m]j}, \dots, w_{dh1}^{[m]j}, w_{d12}^{[m]j}, \dots, w_{dh2}^{[m]j}, \dots, w_{dhn}^{[m]j}, w_{d1,n+1}^{[m]j}, \dots, w_{dh,n+h}^{[m]j}, \dots, w_{dh,g(n+m-1)}^{[m]j} \right)^T,$$

можна остаточно записати вихідний сигнал у компактній формі:

$$\hat{y}_d^{[m]j}(k) = \left( w_d^{[m]j} \right)^T \mu_d^{[m]j}(k).$$

Оскільки цей сигнал лінійно залежить від синаптичних ваг, для навчання нео-фаззі-нейронів мережі може бути використаний будь-який з методів адаптивної ідентифікації [21 – 23], наприклад, експоненційно-зважений рекурентний метод найменших квадратів у формі

$$\left\{ \begin{aligned} w_d^{[m]j}(k+1) &= w_d^{[m]j}(k) + \\ &+ \frac{P_d^{[m]j}(k) \left( y^d(k+1) - \left( w_d^{[m]j}(k) \right)^T \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)}{\alpha + \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1)} \mu_d^{[m]j}(k+1), \\ P_d^{[m]j}(k+1) &= \frac{1}{\alpha} \left( P_d^{[m]j}(k) - \frac{P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1) \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k)}{\alpha + \left( \mu_d^{[m]j}(k+1) \right)^T P_d^{[m]j}(k) \mu_d^{[m]j}(k+1)} \right). \end{aligned} \right. \quad (2)$$

Тут  $y^d(k+1)$ ,  $d=1, 2, \dots, g$  – зовнішній навчальний сигнал;

$0 < \alpha \leq 1$  – фактор забування.

Або *градієнтний метод навчання*, що відзначається як згладжувальними, так і слідкуючими властивостями [24]

$$\begin{cases} w_d^{[m]j}(k+1) = w_d^{[m]j}(k) + \frac{y^d(k+1) - (w_d^{[m]j}(k))^T \mu_d^{[m]j}(k+1)}{r_d^{[m]j}(k+1)} \mu_d^{[m]j}(k+1), \\ r_d^{[m]j}(k+1) = \alpha r_d^{[m]j}(k) + \|\mu_d^{[m]j}(k+1)\|^2, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \end{cases} \quad (3)$$

Архітектура звичайного нео-фаззі-нейрону в якості елемента багатовимірного нейрону  $MN_g^{[1]}$  каскадної системи, що описана вище, є надмірною, оскільки вектор вхідних сигналів  $x(k)$  (для першого каскаду) подається на однотипні нелінійні синапси  $NS_{di}^{[1]j}$  нео-фаззі-нейронів, кожен з яких на своєму виході генерує сигнал  $\hat{y}_d^{[1]j}(k)$ ,  $d = 1, 2, \dots, g$ . У результаті компоненти вихідного вектора

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = (\hat{y}_1^{[1]j}(k), \hat{y}_2^{[1]j}(k), \dots, \hat{y}_g^{[1]j}(k))^T$$

обчислюються незалежно один від одного. Уникнути цього можна, якщо ввести до розгляду багатовимірний нео-фаззі-нейрон [25], який є модифікацією системи, запропонованої в [26]. Вузлами цієї конструкції є складені нелінійні синапси  $MNS_i^{[1]j}$ , кожен з яких містить  $h$  функцій належності  $\mu_{li}^{[1]j}$  та  $gh$  настроєваних синаптичних ваг  $w_{dli}^{[1]j}$ . Отже, багатовимірний нео-фаззі-нейрон першого каскаду містить  $ghn$  синаптичних ваг, але тільки  $hn$  функцій належності, що в  $g$  разів менше, ніж якби каскад був сформований із звичайних нео-фаззі-нейронів.

Вводячи надалі до розгляду  $(hn \times 1)$  – вектор функцій належності

$$\mu^{[1]j}(k) = (\mu_{11}^{[1]j}(x_1(k)), \mu_{21}^{[1]j}(x_1(k)), \dots, \mu_{h1}^{[1]j}(x_1(k)), \dots, \dots, \mu_{hn}^{[1]j}(x_n(k)))^T$$

та  $(g \times hn)$  – матрицю синаптичних ваг

$$W^{[1]j} = \begin{pmatrix} w_{111}^{[1]j} & w_{112}^{[1]j} & \dots & w_{1li}^{[1]j} & \dots & w_{1hn}^{[1]j} \\ w_{211}^{[1]j} & w_{212}^{[1]j} & \dots & w_{2li}^{[1]j} & \dots & w_{2hn}^{[1]j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ w_{g11}^{[1]j} & w_{g12}^{[1]j} & \dots & w_{gli}^{[1]j} & \dots & w_{ghn}^{[1]j} \end{pmatrix},$$

можна записати сигнал на виході  $MN_j^{[1]}$  у  $k$ -й момент часу в вигляді

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = W^{[1]j} \mu^{[1]j}(k).$$

Навчання багатовимірного нео-фаззі-нейрону може бути реалізовано за

допомогою матричної модифікації експоненційно-зваженого рекурентного методу найменших квадратів (2) у формі

$$\begin{cases} W^{[1]j}(k+1) = W^{[1]j}(k) + \frac{(y(k+1) - W^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1))(\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)}{\alpha + (\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)}, \\ P^{[1]j}(k+1) = \frac{1}{\alpha} \left( P^{[1]j}(k) - \frac{P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)(\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)}{\alpha + (\mu^{[1]j}(k+1))^T P^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)} \right), \end{cases} 0 < \alpha \leq 1$$

або багатомірною версією методу (3) [27]:

$$\begin{cases} W^{[1]j}(k+1) = W^{[1]j}(k) + \frac{y(k+1) - W^{[1]j}(k)\mu^{[1]j}(k+1)}{r^{[1]j}(k+1)} (\mu^{[1]j}(k+1))^T, \\ r^{[1]j}(k+1) = \alpha r^{[1]j}(k) + \|\mu^{[1]j}(k+1)\|^2, \end{cases} 0 \leq \alpha \leq 1,$$

тут  $y(k+1) = (y^1(k+1), y^2(k+1), \dots, y^g(k+1))^T$ .

Аналогічним чином проводиться навчання інших каскадів, при цьому вектор функцій належності  $m$ -го каскаду  $\mu^{[m]j}(k+1)$  збільшує свою розмірність на  $(m-1)g$  компонент, утворених виходами попередніх каскадів.

**Метод оптимізації вихідних сигналів пулу багатомірних неофаззі-нейронів.** Вихідні сигнали всіх нейронів  $MN_d^{[m]}$  пулу кожного каскаду об'єднуються узагальнюючим нейроном  $GMN^{[m]}$ , вихідні сигнали якого

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = (\hat{y}_1^{*[m]}(k), \hat{y}_2^{*[m]}(k), \dots, \hat{y}_g^{*[m]}(k))^T$$

за точністю повинні перевершувати будь-який з сигналів  $\hat{y}_j^{[m]}(k)$ . Розв'язати це завдання можна, скориставшись апаратом *невизначених множників Лагранжа* та *адаптивного багатомірного узагальненого прогнозування* [28, 29].

Введемо до розгляду вихідний сигнал нейрону  $GMN^{[m]}$  у вигляді

$$\hat{y}^{*[m]}(k) = \sum_{j=1}^q c_j^{[m]} \hat{y}_j^{[m]}(k) = \hat{y}^{[m]}(k) c^{[m]},$$

де  $\hat{y}^{[m]}(k) = (\hat{y}_1^{[m]}(k), \hat{y}_2^{[m]}(k), \dots, \hat{y}_q^{[m]}(k)) - (g \times q)$

– матриця,  $c^{[m]} - (q \times 1)$  – вектор коефіцієнтів узагальнення, що відповідають умовам незміщеності

$$\sum_{j=1}^q c_j^{[m]} = E^T c^{[m]} = 1, \quad E = (1, 1, \dots, 1)^T$$



$-(q \times 1)$  – вектор, утворений одиницями.

Вводячи критерій навчання

$$E^{[m]}(k) = \sum_{\tau=1}^k \left\| y(\tau) - \hat{y}^{[m]}(\tau) c^{[m]} \right\|^2 = \text{Tr} \left( \left( Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]} \right)^T \times \right. \\ \left. \times \left( Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]} \right) \right)$$

де  $Y(k) = (y^T(1), y^T(2), \dots, y^T(k))^T$  –  $(k \times s)$  – матриця спостережень;

$$\hat{Y}^{[m]}(k) = \begin{pmatrix} \hat{y}_1^{[m]T}(1) & \hat{y}_2^{[m]T}(1) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(1) \\ \hat{y}_1^{[m]T}(2) & \hat{y}_2^{[m]T}(2) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{y}_1^{[m]T}(k) & \hat{y}_2^{[m]T}(k) & \dots & \hat{y}_q^{[m]T}(k) \end{pmatrix} - (k \times gq) - \text{матриця,}$$

$I$  – одинична  $(g \times g)$  – матриця,  $\otimes$  – символ тензорного добутку), з урахуванням обмежень (6) запишемо функцію Лагранжа

$$L^{[m]}(k) = E^{[m]}(k) + \lambda (E^T c^{[m]} - 1) = \sum_{\tau=1}^k \left\| y(\tau) - \hat{y}^{[m]}(\tau) c^{[m]} \right\|^2 + \lambda (E^T c^{[m]} - 1) = \\ = \text{Tr} \left( \left( Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]} \right)^T \cdot \left( Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]} \right) \right) + \lambda (E^T c^{[m]} - 1) = \\ = \text{Tr} \left( V^{[m]T}(k) V^{[m]}(k) \right) + \lambda (E^T c^{[m]} - 1),$$

$V^{[m]}(k) = Y(k) - \hat{Y}^{[m]}(k) I \otimes c^{[m]}$  –  $(k \times g)$  – матриця оновлень.

Розв'язання системи рівнянь Каруша-Куна-Таккера

$$\begin{cases} \nabla_{c^{[m]}} L^{[m]}(k) = \vec{0}, \\ \frac{\partial L^{[m]}(k)}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}$$

призводить до очевидного результату

$$\begin{cases} c^{[m]} = \left( R^{[m]}(k) \right)^{-1} E \left( E^T \left( R^{[m]}(k) \right)^{-1} E \right)^{-1}, \\ \lambda = -2 E^T \left( R^{[m]}(k) \right)^{-1} E, \end{cases}$$

де  $R^{[m]}(k) = V^{[m]T}(k) V^{[m]}(k)$ .

Таким чином, можна організувати оптимальне об'єднання виходів усіх нейронів пулу кожного каскаду. Зрозуміло, що в якості таких нейронів можуть використовуватися не тільки багатовимірні нео-фаззі-нейрони, але й будь-які інші конструкції, що реалізують нелінійне відображення  $R^{n+(m-1)g} \rightarrow R^g$ .

**Висновки.** У статті запропоновано архітектуру та методи навчання багатовимірної гібридної каскадної нейронної мережі з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді, що відрізняються від відомих каскадних систем обчислювального інтелекту можливістю обробки багатовимірних часових рядів в online-режимі, що дає можливість обробляти нестационарні стохастичні та хаотичні сигнали нелінійних об'єктів з необхідною точністю. У порівнянні зі своїми прототипами запропонована система відрізняється обчислювальною простотою і відзначається як слідкуючими, так і фільтруючими властивостями.

**Список літератури:** **1.** *Cichocki A.* Neural Networks for Optimization and Signal Processing / *A. Cichocki, R. Unbehauen.* – Stuttgart: Teubner, 1993. – 526 p. **2.** *Haykin S.* Neural Networks. A Comprehensive Foundation / *S. Haykin.* – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. – 842 p. **3.** *Kasabov N.* Evolving Connectionist Systems / *N. Kasabov.* – London: Springer-Verlag, 2003. – 307 p. **4.** *Lughofer E.* Evolving Fuzzy Systems – Methodologies, Advanced Concepts and Applications / *E. Lughofer.* – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. – 454 p. **5.** *Fahlman S. E.* / The cascade-correlation learning architecture / *S. E. Fahlman, C. Lebiere* // *Advances in Neural Information Processing Systems* / Ed. by *D. S. Touretzky.* – San Mateo, CA: Morgan Kaufman, 1990. – P. 524 – 532. **6.** *Prechelt L.* Investigation of the CasCor family of learning algorithms / *L. Prechelt* // *Neural Networks.* – 1997. – 10. – P. 885 – 896. **7.** *Schalkoff R. J.* / *Artificial Neural Networks* / *R. J. Schalkoff.* – N.Y.: The McGraw-Hill Comp., 1997. – 528 p. **8.** *Avedjan E. D.* Cascade neural networks / *E. D. Avedjan, G. V. Barkan, I. K. Levin* // *Avtomatika i telemekhanika.* – 1999. – №3. – С. 38 – 55. **9.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded orthogonal neural network / *Ye. Bodyanskiy, A. Dolotov, I. Pliss, Ye. Viktorov* // *Information Science and Computing* / Eds. by *K. Markov, K. Ivanova, I. Mitov.* – Sofia, Bulgaria: FOI ITHEA. – 2008. – Vol. 2. – P. 13 – 20. **10.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded neo-fuzzy architecture and its on-line learning algorithm / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov* // *Intelligent Processing* / Eds. by *K. Markov, P. Stanchev, K. Ivanova, I. Mitov.* – 9. – Sofia: FOI ITHEA, 2009. – P. 110 – 116. **11.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov* // *Int. J. “Information Theories and Applications”.* – 2009. – 16. – №3. – P. 245 – 259. **12.** *Bodyanskiy Ye.* The cascade growing neural network using quadratic neurons and its learning algorithms for on-line information processing / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov, I. Pliss* // *Intelligent Information and Engineering Systems* / Eds. by *G. Setlak, K. Markov.* – 13. – Rzeszov-Sofia: FOI ITHEA, 2009. – P. 27 – 34. **13.** *Kolodyazhnyi V.* Cascaded multi-resolution spline-based fuzzy neural network / *V. Kolodyazhnyi, Ye. Bodyanskiy* // *Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems* / Eds. by *P. Angelov, D. Filev, N. Kasabov.* – Leicester, UK: De Montfort University, 2010. – P. 26 – 29. **14.** *Bodyanskiy Ye.* Cascaded GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network / *Ye. Bodyanskiy, O. Vynokurova, N. Teslenko* // *Proc 4<sup>th</sup> Int. Workshop on Inductive Modelling “IWIM 2011”.* – Kyiv, 2011. – P. 22 – 30. **15.** *Bodyanskiy Ye.* Hybrid cascaded neural network based on wavelet-neuron / *Ye. Bodyanskiy, O. Kharchenko, O. Vynokurova* // *Int. J. Information Theories and Applications.* – 2011. – 18. – №4. – P. 335 – 343. **16.** *Bodyanskiy Ye.* Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov’s kernels and its learning algorithm / *Ye. Bodyanskiy, P. Grimm, N. Teslenko* // *Int. J. Information Technologies and Knowledge.* – 2011. – 5. – №1. – P. 25 – 30. **17.** *Yamakawa T.* A neo fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior / *T. Yamakawa, E. Uchino, T. Miki, H. Kusanagi* // *Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks “FIZUKA-92”.* – Iizuka, Japan, 1992. – P. 477 – 483. **18.** *Uchino E.* Soft computing based signal prediction, restoration and filtering / *E. Uchino, T. Yamakawa* // *Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms* / Ed. by *Da Ruan.* – Boston: Kluwer Academic Publisher, 1997. – P. 331 – 349. **19.** *Miki T.* / Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning / *T. Miki, T. Yamakawa* // *Computational Intelligence and Applications* / Ed. by *N. E. Mastorakis.* – Piraeus: WSES Press, 1999. – P. 144 – 149.

**Bibliography (transliterated):** 1. Cichocki, A., and R. Unbehauen. *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Stuttgart: Teubner, 1993. Print. 2. Haykin, S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. Print. 3. Kasabov, N. *Evolving Connectionist Systems*. London: Springer-Verlag, 2003. Print. 4. Lughofer, E. *Evolving Fuzzy Systems – Methodologies, Advanced Concepts and Applications*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. Print. 5. Fahlman, S. E., and C. Lebiere. "The cascade-correlation learning architecture." *Advances in Neural Information Processing Systems*. Ed. by D. S. Touretzky. San Mateo, CA: Morgan Kaufman, 1990. 524–532. Print. 6. Prechelt, L. "Investigation of the CasCor family of learning algorithms." *Neural Networks*. No. 10. 1997. 885–896. Print. 7. Schalkoff, R. J. "Artificial Neural Networks." N.Y.: The McGraw-Hill Comp., 1997. Print. 8. Avedjan, E. D., G. V. Barkan and I. K. Levin. "Cascade neural networks." *Автоматика і телемеханіка*. No. 3. 1999. 38–55. Print. 9. Bodyanskiy, Ye., et al. "The cascaded orthogonal neural network." *Information Science and Computing*. Eds. by K. Markov, K. Ivanova, I. Mitov. Vol. 2. Sofia, Bulgaria: FOI ITHEA, 2008. 13–20. Print. 10. Bodyanskiy, Ye., and Ye. Viktorov. "The cascaded neo-fuzzy architecture and its on-line learning algorithm." *Intelligent Processing*. Eds. by K. Markov, P. Stanchev, K. Ivanova, I. Mitov. No. 9. Sofia: FOI ITHEA, 2009. 110–116. Print. 11. Bodyanskiy, Ye., and Ye. Viktorov. "The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions." *Int. J. Information Theories and Applications*. Vol. 16. No. 3. 2009. 245–259. Print. 12. Bodyanskiy, Ye., Ye. Viktorov and I. Pliss. "The cascade growing neural network using quadratic neurons and its learning algorithms for on-line information processing." *Intelligent Information and Engineering Systems*. Eds. by G. Setlak, K. Markov. No. 13. Rzeszov-Sofia: FOI ITHEA, 2009. 27–34. Print. 13. Kolodyazhnyi, V., and Ye. Bodyanskiy. "Cascaded multi-resolution spline-based fuzzy neural network." *Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems*. Eds. by P. Angelov, D. Filev, N. Kasabov. Leicester, UK: De Montfort University, 2010. 26–29. Print. 14. Bodyanskiy, Ye., O. Vynokurova and N. Teslenko. "Cascaded GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network." *Proc 4th Int. Workshop on Inductive Modelling "IWIM 2011"*. Kyiv, 2011. 22–30. Print. 15. Bodyanskiy, Ye., O. Kharchenko and O. Vynokurova. "Hybrid cascaded neural network based on wavelet-neuron." *Int. J. Information Theories and Applications*. Vol. 18. No. 4. 2011. 335–343. Print. 16. Bodyanskiy, Ye., P. Grimm and N. Teslenko. "Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov's kernels and its learning algorithm." *Int. J. Information Technologies and Knowledge*. Vol. 5. No. 1. 2011. 25–30. Print. 17. Yamakawa, T., et al. "A neo fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior." *Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks "IIZUKA-92"*. Iizuka, Japan, 1992. 477–483. Print. 18. Uchino, E., and T. Yamakawa. "Soft computing based signal prediction, restoration and filtering." *Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms*. Ed. by Da Ruan. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1997. 331–349. Print. 19. Miki, T., and T. Yamakawa. "Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning." *Computational Intelligence and Applications*. Ed. by N. E. Mastorakis. Piraus: WSES Press, 1999. 144–149. Print.

Надійшла (received) 28.03.2014

УДК 74.580.25: 531.8(045/046)

**Е.О. ВЛАДИМІРОВ**, канд. техн. наук, доц., ННППІ УПА, Артемівськ;  
**Д.В. ГАВВА**, зав. лаб., ННППІ УПА, Артемівськ;  
**П.О. ЧИКУНОВ**, ст. викл., ННППІ УПА, Артемівськ

## РОЗКРИТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ КІНЕМАТИКИ ГРАФІЧНИМ СПОСОБОМ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН

© Е.О. Владіміров, Д.В. Гавва, П.О. Чукунов, 2014

Розглянуто аналіз методів рішень завдань аналітичної та нарисної геометрії, що пов'язані з формою і взаємним положенням геометричних об'єктів. Показано єдність аналітичних і графічних методів на прикладі кінематичного аналізу плоского механізму. Для завдання по визначенню швидкостей елементів плоских механізмів показано єдність подолання проблеми розкриття невизначеності. Для механізмів паралелограма і антипаралелограма виконано аналіз для окремого положення ланок, коли неможлива побудова плану швидкостей. Для рішення поставленого завдання графічним методом залучено побудову плану прискорень, оскільки прискорення є похідною від швидкості. Лінійну та кутову швидкості точок плоских механізмів визначено побудовою трикутника швидкостей. В якості підказки для вирішення розглянутої задачі використане правило Лопітала, згідно з яким межа відносини двох функцій, що прагнуть до нуля, замінюється відношенням їх похідних.

**Ключові слова:** нарисна геометрія, аналітична геометрія, кінематика механізму, розкриття невизначеності, правило Лопітала.

**Вступ та постановка проблеми.** При проведенні різних навчальних та інженерних розрахунків застосовують аналітичний або графічний методи. Кожен з них має певні переваги та недоліки. Аналітичний метод характеризується високою точністю при використанні мікрокалькуляторів, однак великою трудомісткістю і відсутністю наочності. У свою чергу, графічні методи мають гарну наочність. Всі ці характеристики справедливі при проведенні розрахунків вручну без використання комп'ютерної техніки. Впровадження в останні роки обчислювальної техніки практично зрівняло якості двох методів розрахунків. Трудомісткість аналітичних методів знижується за рахунок використання комп'ютерних програм, а наочність підвищується за рахунок використання графічних засобів цих програм.

В свою чергу, використання, наприклад, середовища AutoCad дозволяє при великій наочності графічних побудов отримати високу точність результатів.

У зв'язку з цим можна констатувати, що при вирішенні тієї чи іншої задачі оптимальний метод її розв'язання слід вибирати залежно від характеру цього завдання.

В інженерних вузах (машинобудівних, будівельних, транспортних та інших) завдання, що пов'язані з формою і взаємним положенням геометричних об'єктів, вирішуються як аналітичними, так і графічними методами. Традиційно ці методи вивчаються в різних курсах: аналітичні – в курсі «Аналітична геометрія» і графічні – в курсі «Нарисна геометрія». Тому що ці курси найчастіше викладаються на різних кафедрах, студенти (а іноді й викладачі) не розуміють внутрішньої єдності між цими, на перший погляд різними, методами розрахунків. У зв'язку з цим нам здається доцільним читання цих дисциплін в рамках об'єднаного курсу, в якому аналітичні рішення ілюструються графічними побудовами.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** Перші публікації та навчальні посібники, що об'єднують викладання аналітичної та нарисної геометрії, від-

носяться до шістдесятих років минулого століття [1]. З тих пір в колишньому СРСР і країнах СНД були захищені дисертації на цю тему і видано ряд підручників, наприклад [2 – 4]. Але до цих пір немає єдиної думки про оптимальне вирішенні цієї проблеми.

**Формулювання цілей статті.** У цій статті розглянуто частинне питання, що ілюструє єдність аналітичних і графічних методів розрахунків на прикладі рішення одного із завдань кінематики.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Розглянемо рішення задачі по визначенню швидкостей елементів плоских механізмів, що може бути виконане як графічним, так і аналітичним методами [5]. На рис. 1 а наведена схема шарнірного чотириланковика, що дозволяє перетворити обертальний рух кривошипа  $OA$  в зворотно-обертальний рух ланки  $CB$ . Якщо відома кутова швидкість кривошипа  $OA$  дорівнює  $\omega$ , то лінійна швидкість точки  $A$  складає  $V_A = \omega \cdot OA$  і вона спрямована перпендикулярно поздовжній осі кривошипа у бік обертання. Якщо кутова швидкість  $\omega = 1c^{-1}$ , то модуль швидкості точки  $A$  складає  $V_A = OA$ .

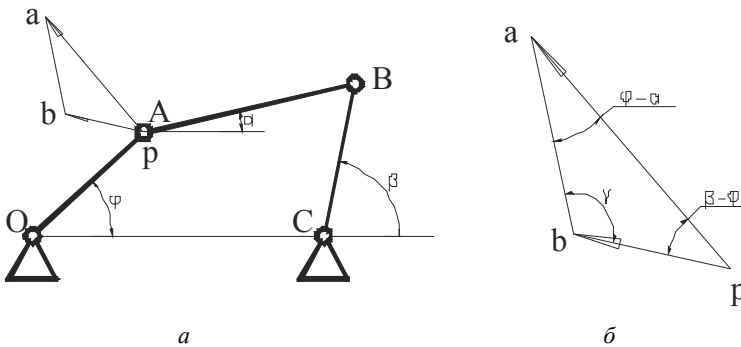


Рис. 1 – Блок-схема алгоритма настройки параметров моделі.

Швидкість точки  $B$  можна визначити графічним методом побудовою трикутника (плану) швидкостей, скориставшись тим, що точка  $B$  одночасно належить двом ланкам:  $AB$ , що здійснює плоский рух, та  $CB$ , що обертається з ланкою  $C$ .

Для першої умови можна записати векторне рівняння, що зв'яже швидкості точок  $B$  і  $A$  у формі:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}. \tag{1}$$

При цьому вектор  $\vec{V}_A$  спрямований перпендикулярно  $OA$ , а вектор  $\vec{V}_{BA}$  перпендикулярний  $AB$ . Оскільки точка  $B$  належить також ланці  $CB$ , то вектор

її швидкості спрямований перпендикулярно поздовжньої осі ланки  $CB$ .

Побудову *плану швидкостей* показано на рис. 1 б, при цьому полюс плану  $P$  збігається з точкою  $A$ , та напрямком векторів визначається кутами  $\varphi$ ,  $\alpha$  і  $\beta$ . На рис. 1 б також показаний план швидкостей з позначенням кутів при вершинах цього трикутника. При цьому кут  $\gamma = 180 - (\beta - \alpha)$ . На підставі *теорему синусів* можна отримати співвідношення між швидкостями точок  $B$  і  $A$  для аналітичного визначення лінійної швидкості точки  $B$ :

$$V_B = V_A \frac{\sin(\phi - \alpha)}{\sin(\beta - \alpha)}. \quad (2)$$

Розглянемо окремий випадок такого механізму, коли  $CB = OA$ . Він представлений на рис. 2 і носить назву *механізму паралелограма*. У цьому випадку  $\alpha = 0$  і  $\beta = \varphi$ , тоді  $V_B = V_A$ .

Тепер розглянемо ще більш частинний випадок, представлений на рис. 3, коли поздовжні осі ланок опиняються на одній прямій. У цьому випадку всі перераховані вище кути дорівнюють нулю і вираз (2) приводиться до вигляду  $V_B = V_A \cdot \sin(0)/\sin(0)$ , тобто в правій частині виходить невизначеність  $0/0$ .

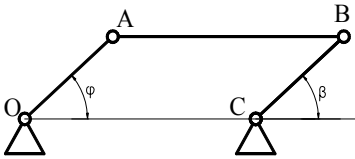


Рис. 2 – Схема механізму паралелограма.

Якщо це проілюструвати графічними побудовами, то отримуємо, що три вектори  $V_A$ ,  $V_B$  і  $V_{BA}$  розташовуються на одній вертикальній прямій, і є проблематичним визначення положення точки  $b$  на плані швидкостей. Правда, якщо обидва кривошипа механізму паралелограма обертаються в одному напрямку, то з простих фізичних уявлень неважко показати, що точки  $b$  і  $a$  співпадуть, та швидкості  $V_B$  і  $V_A$  будуть однаковими. Проте можливий випадок, коли обидва кривошипа будуть обертатися в протилежних напрямках, і чотириланковик в цьому випадку перетворюється на *механізм антипаралелограма*. Як же в цьому випадку визначити положення точки  $b$  на плані швидкостей?

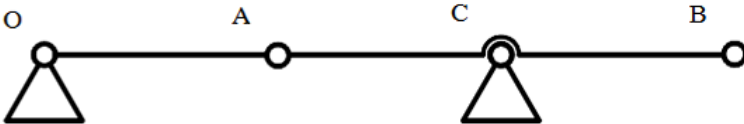


Рис. 3 – Окремий випадок положення ланок механізму паралелограма.

Рішення поставленої задачі побудуємо на підставі єдності графічних і

аналітичних методів розрахунку. Як відомо з курсу математичного аналізу, розкриття невизначеності виду  $0/0$  виконується за допомогою *правила Лопітала* [6], згідно з яким межа відносини двох функцій, що прагнуть до нуля, замінюється відношенням їх похідних. У зв'язку з цим для вирішення поставленого завдання залучимо побудовою плану прискорень, оскільки прискорення є похідною від швидкості.

Розглянемо побудову плану прискорень, що представлений на рис. 4.

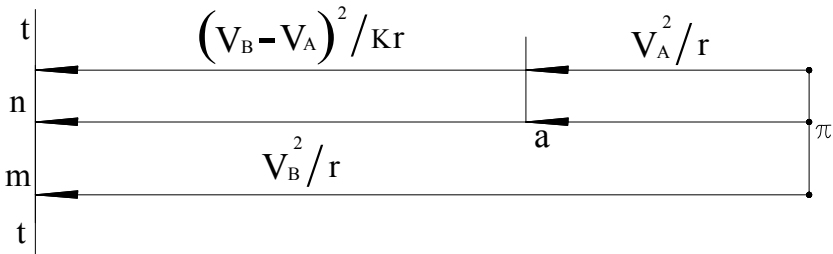


Рис. 4 – План прискорень для положення механізму паралелограму.

Прискорення точки  $A$  визначається як  $a_A = \omega^2 \cdot OA$ . Позначимо  $OA = r$ . Тоді прискорення можна визначити, як  $a_A = V_A^2 / r$ .

Прискорення точки  $B$  можна визначити за допомогою двох векторних рівнянь:

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^\tau, \quad (3)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^\tau. \quad (4)$$

При кутовій швидкості кривошипа  $\omega = 1c^{-1}$ , прискорення  $a_A = OA$ . Тоді на плані прискорень  $\pi a = r$ .

Нормальне прискорення:

$$a_{BA}^n = \frac{V_{BA}^2}{OC} = \frac{(V_B - V_A)^2}{kr}. \quad (5)$$

Тут ми прийняли  $OC = kr$ , де  $k > 1$  – коефіцієнт, що визначає відстань між опорами  $O$  і  $C$ . Оскільки швидкість  $V_B$  ще не відома, на плані прискорень відкладемо відрізок  $an$  довільної довжини, що відображає прискорення  $a_{BA}^n$ . Тоді вектор  $a_{BA}^\tau$  спрямований перпендикулярно  $\pi n$ , і на цій лінії повинна знаходитися точка  $b$ . На підставі другого рівняння  $a_{BC}^n = V_B^2 / r$ . Початок цього вектора – в полюсі  $\pi$ , а кінець в деякій точці  $m$ , що лежить на промені  $\pi n$ . Вектор  $a_{BC}^\tau$  спрямований перпендикулярно  $\pi m$  і на цьому промені повинна знаходитися точка  $b$ .

Таким чином, завдання має рішення, якщо точки  $m$  і  $n$  співпадають. При цьому повинна дотримуватися рівність:

$$\frac{V_A^2}{r} + \frac{(V_B - V_A)^2}{kr} = \frac{V_B^2}{r}. \quad (6)$$

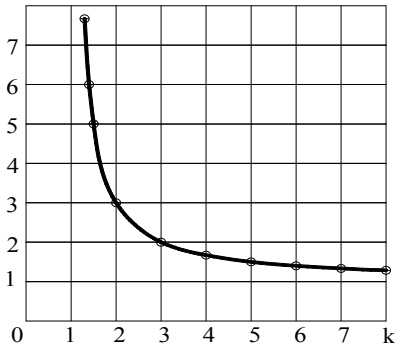


Рис. 5 – Графік залежності  $V_A$  та  $V_B$ .

На рис. 5 представлений графік залежності  $V_B/V_A = f(k)$ .

Перетворимо цей вираз і отримаємо зв'язок між  $V_B$  і  $V_A$  у вигляді квадратного рівняння:

$$(V_B - V_A)^2 - k(V_B - V_A) \times (V_B + V_A) = 0. \quad (7)$$

Перший корінь  $V_B = V_A$  відповідає механізму паралелограма, а другий корінь  $V_B = V_A(k+1)/(1-k)$  – механізму антипаралелограма.

Наприклад, для  $k=2$  корінь  $V_B = -3V_A$ .

**Висновки.** У результаті аналізу рішення одного із завдань кінематики графічним і аналітичним методами показано єдність подолання виниклої проблеми розкриття невизначеності.

**Список літератури:** 1. Маневич В.А., Котов И.И., Зенгин А.Р. Аналитическая геометрия с теорией изображений – М.: «Высшая школа», 1969. – 304с. 2. Куперштох Л.М. Анализ развития технической графики и линейной начертательной геометрии от их зарождения до современной НТР: автореф. дис. на соискание степени док. техн. наук. – М., 1986. – 36с. 3. Киселева Н.Н. Квалиметрическая составляющая организационно-методического обеспечения графической подготовки студентов ВУЗа: дис. канд. пед. наук. – Екатеринбург, 2001. – 190с. 4. Котов И.И., Полозов В.С., Широкова Л.В. Алгоритмы машинной графики – М.: Машиностроение, 1977. – 231с. 5. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1975. – 638 с. 6. Смирнов В.И. Курс высшей математики, том первый. – М.: Наука, 1974. – 380с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Manevich, V. A., I. I. Kotov and A. R. Zengin. *Analiticheskaja geometrija s teoriej izobrazhenij*. Moscow: Vysshaja shkola, 1969. Print. 2. Kupershtoh, L. M., *Analiz razvittija tehničeskoj grafiki i linejnoj nachertatel'noj geometrii ot ih zarozhdenija do sovremennoj NTR*. Avtoref. dis. na soiskanie stepeni d-ra. tehn. nauk. Moscow, 1986. Print. 3. Kiseleva, N. N. *Kvalimetriceskaja sostavljajushhaja organizacionno-metodicheskogo obespechenija graficheskogo podgotovki studentov VUZa*. Dis. kand. ped. nauk. Ekaterinburg, 2001. Print. 4. Kotov, I. I., V. S. Polozov and L. V. Shirokova. *Algoritmy mashinnoj grafiki*. Moscow: Mashinostroenie, 1977. Print. 5. Artobolevskij, I. I. *Teorija mehanizmov i mashin*. Moscow: Nauka, 1975. Print. 6. Smirnov, V. I. *Kurs vysshej matematiki*. Vol. 1. Moscow: Nauka, 1974. Print.

Надійшла (received) 10.04.2014



**О.Т. ВОЗНЯК**, канд. техн. наук, доц., НУ «ЛП», Львів;

**О.М. ПОНА**, аспірант, НУ «ЛП», Львів;

**С.П. ШАПОВАЛ**, канд. техн. наук, асистент, НУ «ЛП», Львів

## **ВПЛИВ ВІТРУ НА РОБОТУ СОНЯЧНОГО КОЛЕКТОРА З ГОФРОВАНИМ ТЕПЛОПОГЛИНАЧЕМ**

Досліджено вплив повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора. Виконано порівняння результатів впливу повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора, зокрема колектора з використанням гофрованого теплопоглинача. Встановлено залежності між різними швидкостями і напрямками повітряного потоку та ефективністю колектора. Розроблена математична модель процесу тепловіддачі від пучка труб сонячного колектора, під дією вітру, при різній швидкості та напрямку повітряного потоку, при коридорному і шахматному розташуванні пучка труб.

**Ключові слова:** сонячний колектор, сонячне випромінювання, повітряний потік, коефіцієнт тепловіддачі.

**Вступ.** Існуюче загострення питань, пов'язаних із забезпеченням енергією населення і промисловості України, а також вплив паливно-енергетичного комплексу на навколишнє середовище, викликають структурні зміни у енергосистемі країни. В зв'язку із цим планується розвиток не тільки атомної енергетики, але і нетрадиційних поновлюваних джерел енергії. Необхідність заміни не відновлювальних джерел енергії пов'язана не тільки з їх вичерпуванням, а й з небезпекою планетарного масштабу, яка створюється через спалювання вугілля, нафти, газу, торфу та збільшення вмісту  $CO_2$  в атмосфері.

З кожним роком усе більше загострюються питання, пов'язані з подальшими шляхами розвитку енергетики. З одного боку, ріст населення, прагнення до підвищення життєвого рівня людей диктують доцільність нарощування потужностей енергетики, причому, просто гігантськими темпами; з іншого боку, екологічні проблеми, що виникають, виснаження природних джерел сировини, і, у першу чергу, нафти і газу, вимагають більш економічного і раціонального використання отриманої енергії. Паливно-енергетичні ресурси з кожним роком стають дорожчими як для промисловості, так і для населення.

Розвіданих запасів нафти людству вистачить на 50 – 100 років видобування, природного газу – на 150 – 200 років. Запаси вугілля дещо більші, однак основні його поклади зосереджені на великій глибині (понад 1000 м), що часто призводить до нещасних випадків та збільшує вартість його видобування. Крім того спалювання викопних палив погіршує екологічну ситуацію на планеті та призводить до виникнення глобального потепління. Паливно-енергетичні ресурси з кожним роком стають дорожчими як для промисловос-

ті, так і для населення.

Тому виникає необхідність у здійсненні комплексних заходів щодо використання нових нетрадиційних джерел енергії. Вирішення цієї проблеми вимагає істотних змін у світовому енергетичному балансі. Альтернативою у цій сфері є використання енергії Сонця. Вона є повністю безкоштовною для людства і дається нам практично в необмеженій кількості.

Сонячна енергія – це невичерпне відновлюване джерело екологічно чистої енергії. Кількість сонячної енергії, що надходить на земну поверхню, в 10 тисяч разів більша від світового загального споживання енергії. Середньорічна кількість сонячної енергії, яка поступає за 1 день на  $1\text{ м}^2$  поверхні Землі, коливається від  $7,2\text{ МДж}/\text{м}^2$  на півночі до  $21,4\text{ МДж}/\text{м}^2$  на півдні [2]. Міжнародним енергетичним агентством в 2007 році встановлено, що використання лише 1,5% кількості випромінюваної енергії Сонця могло б забезпечити всі сьгоднішні потреби світової енергетики, а реалізація 5% – повністю покрити потреби на перспективу.

Клімат України дає потенційну можливість широкого використання сонячної енергії. Річний потік сонячного випромінювання на  $1\text{ м}^2$  горизонтальної поверхні в південних районах України складає  $1100 - 1380\text{ кВт}\cdot\text{год}$ , а тривалість сонячного випромінювання складає приблизно 2000 годин на рік.

**Постановка проблеми.** Використання сонячної енергії є достатньо перспективним для поліпшення екологічної ситуації, зниження витрат органічного палива, а також для забезпечення побутових та технологічних потреб. Існує багато різноманітних конструкцій сонячних колекторів для забезпечення побутових та технологічних потреб. Але вони мають недоліки: висока вартість та низька енергетична ефективність. Тому на сьгоднішній день важливим є вивчення всіх факторів, які впливають на роботу сонячних колекторів для пошуку оптимальних режимів його роботи.

**Метою** дослідження є вивчення та порівняння результатів впливу повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора, а зокрема колектора з використанням гофрованого теплопоглинача. Важливим є встановити, як змінюється ефективність сонячного колектора при дії на нього повітряного потоку, та визначити його оптимальні характеристики.

**Модель процесу тепловіддачі у колекторі.** В даній роботі розроблена математична модель процесу тепловіддачі від пучка труб сонячного колектора, під дією вітру, при різній швидкості та напрямку повітряного потоку. Тепловіддача під час поперечного обтікання пучка гладких труб залежить від розташування труб в пучку, який буває *шаховим* та *коридорним*.

У табл. 1 подані дані про визначальні фактори та інтервали варіювання:

Таблиця 1 – Визначальні фактори та інтервали варіювання

Назва фактора	Кодоване позначення	Рівні факторів		Інтервал варіювання
		–	+	
Швидкість повітряного потоку, $V$ , м/с	$x_1$	2	6	2
Напрямок повітряного потоку, $\pm\psi$ , °	$x_2$	0	90	30

Розрахунок тепловіддачі при поперечному обтіканні повітрям пучка гладких труб здійснювався за формулою:

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}, \quad (1)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/( $m^2 \cdot K$ );  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності повітря, Вт/( $m \cdot K$ );  $d$  – діаметр циркуляційних трубопроводів, м.

Тепловіддача поступово зростає внаслідок підсилення турбулентності в напрямку потоку від першого до третього ряду труб в пучку, після цього вона стабілізується. Однак перемішування повітряного потоку за шахового розташування труб відбувається інтенсивніше, ніж за коридорного, що зумовлює ефективнішу тепловіддачу.

Для визначення коефіцієнта тепловіддачі при коридорному розташуванні труб та при  $Re > 2300$  критерій Нуссельта визначається за формулою:

$$Nu = 0,21 \cdot Re^{0,65}, \quad (2)$$

де  $Re$  – число Рейнольдса,

$$Re = \frac{V \cdot d}{\nu}, \quad (3)$$

де  $V$  – швидкість повітряного потоку, м/с;  $d$  – діаметр циркуляційних трубопроводів, м;  $\nu$  – коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря,  $m^2/s$ .

При шаховому розташуванні труб та при  $Re > 2300$ , критерій Нуссельта визначається за формулою:

$$Nu = 0,41 \cdot Re^{0,6} \cdot Pr^{0,36} \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_{\psi}, \quad (4)$$

де  $Pr$  – критерій Прандтля;  $\varepsilon_{\psi}$  – коефіцієнт, що враховує кут атаки між напрямком течії повітряного потоку і віссю труби.

Визначальним розміром у формулах є зовнішній діаметр труб, а визначальною температурою – середнє значення між температурами повітряного потоку до пучка труб і після нього.

Поправка на кількість рядів в пучку труб розраховувалась за формулою:

$$\alpha_n = \left( 1 - \frac{0,5}{n} \right) \cdot \alpha, \quad (5)$$

де  $n$  – кількість рядів в пучку труб.

Вводилась поправка на напрям повітряного потоку.

$$\alpha_f = \alpha_n \cdot k, \quad (6)$$

де  $k$  – поправка на напрям в повітряному потоці.

Результати розрахунків зведено в табл. 2.

Оскільки, коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_f^{\text{III}}$  при шаховому розташуванні є меншим, ніж коефіцієнт  $\alpha_f^{\text{K}}$  при коридорному розташуванні труб, можна зробити висновок, що для зменшення впливу повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора доцільніше використовувати похилий дах.

Таблиця 2 – Результати розрахунків значень коефіцієнтів тепловіддачі

$V$ , м/с	$\psi$ , град	Re	Nu	$\alpha$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_n$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\alpha_f^{\text{K}}$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ , при корид. розташ. труб	$\alpha_f^{\text{III}}$ , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$ , при шах. розташ. труб
2	90	2740	36,0	46,8	42,9	42,9	31,8
4	90	5479	56,5	73,5	67,3	67,3	45,2
6	90	8219	73,6	95,7	87,7	87,7	57,7
2	60	2740	36,0	46,8	42,9	39,5	26,8
4	60	5479	56,5	73,5	67,3	61,9	41,5
6	60	8219	73,6	95,7	87,7	80,7	53,1
2	45	2740	36,0	46,8	42,9	36,5	24,8
4	45	5479	56,5	73,5	67,3	57,2	38,4
6	45	8219	73,6	95,7	87,7	75,5	49,7
2	30	2740	36,0	46,8	42,9	27,9	18,9
4	30	5479	56,5	73,5	67,3	43,7	29,3
6	30	8219	73,6	95,7	87,7	57,0	37,5
2	0	2740	36,0	46,8	42,9	15,9	10,8
4	0	5479	56,5	73,5	67,3	24,9	16,7
6	0	8219	73,6	95,7	87,7	32,4	21,3

**Результати експериментальних досліджень.** Дослідження проводились на експериментальній установці, яка складалася із сонячного колектора, бака-акумулятора, джерела випромінювання та вимірювальних приладів. Сонячний колектор, що досліджувався, зображено на рис. 1.

Колектор працює наступним чином: сонячне проміння надходить на поглинач сонячної енергії та трубки для теплоносія. При цьому відбувається їх нагрівання. За рахунок різниці температур, та відповідно різниці густин теплоносія в зоні вхідного і вихідного патрубків, створюється циркуляція теплоносія. Нагрітий теплоносій через трубопровід подається у бак-акумулятор

гарячої води. Нагріта вода через патрубок подається споживачу. Охолоджений теплоносієм по зворотньому трубопроводу повертається у комбінований сонячний колектор, і нагрівається. Спуск води з бака-акумулятора відбувається через патрубок. Випуск повітря – через повітровипускний клапан. Прозоре покриття забезпечує зменшення тепловтрат.

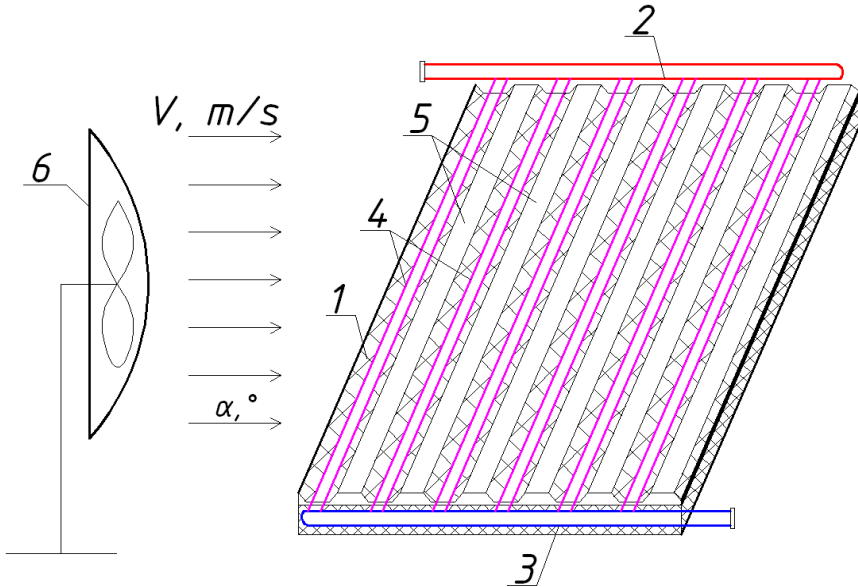


Рис. 1 – Схема експериментальної установки: 1 – сонячний колектор; 2 – подаючий трубопровід; 3 – зворотний трубопровід; 4 – пучок труб; 5 – гофрований теплопоглинач; 6 – вентилятор.

Впродовж експерименту вимірювалась температура теплоносія у трьох точках системи (на виході з комбінованого сонячного колектора, на вході в колектор та в баці-акумуляторі) ртутними термометрами. Швидкість повітряного потоку вимірювалась термоелектронанемометром TESTO 405 – V1. Інтенсивність потоку енергії, що випромінювало джерело, вимірювалась актинометром.

Бак-акумулятор був утеплений мінеральною ватою товщиною 100 мм, а також покритий тепловідбиваючим покриттям. Трубопроводи із гумових шлангів утеплені для мінімізації тепловтрат під час експериментальних досліджень.

Під час проведення експериментів кожен дослід проводився двічі, при однакових умовах, для того, щоб можна було оцінити похибки. Під час кожного дослідження отримувались значення параметрів оптимізації, які усереднювались.

Здійснювався контроль за тим, щоб на проведення експерименту не впливали інші фактори (сонячна енергія через вікно, гладкі поверхні, затінення сонячного колектора, тощо).

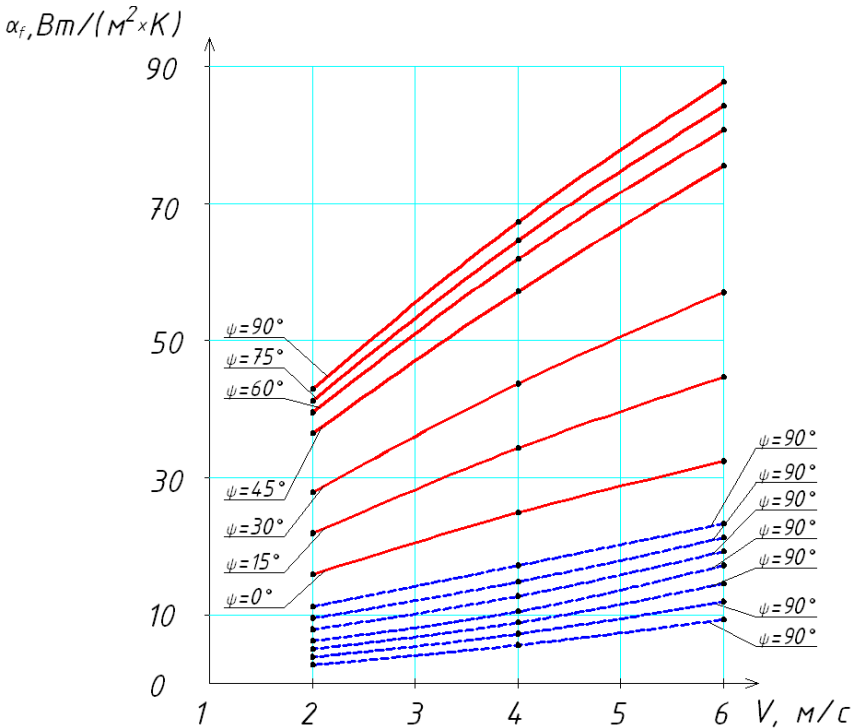


Рис. 2 – Енергетична ефективність сонячного колектора без гофрованого теплопоглинача (—) та з гофрованим теплопоглиначем (-----).

Природний потік повітря не перевищував 1 м/с, що не впливало на результати дослідів, але дало можливість видаляти надлишкову теплоту під час проведення експерименту, у результаті чого температура навколишнього повітря впродовж експерименту незначно підвищувалась. Після завершення дослідів виключались теплові випромінювачі, зупинялась циркуляція теплоносія, зливався теплоносій, і система заповнювалась новою порцією охолодженого теплоносія.

**Порівняння розрахункових та експериментальних даних.** Отримані експериментальні результати впливу повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора з гофрованим теплопоглиначем порівнювались з аналітичними результатами впливу повітряного потоку на ефективність колектора з плоским теплопоглиначем.

Порівняння експериментальних досліджень впливу повітряного потоку на ефективність сонячного колектора з гофрованим теплопоглиначем та аналітичних розрахунків впливу повітряного потоку на ефективність цього ж колектора зображені на рис. 2.

Проаналізувавши результати, можна зробити висновок, що вплив вітру на коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_f$  є меншим при гофрованому теплопоглиначі, а отже енергетична ефективність сонячного колектора при використанні гофрованого теплопоглинача є більшою на 25%, ніж без нього.

Так, при швидкості повітряного потоку 4 м/с та напрямі повітряного потоку  $45^\circ$  коефіцієнт тепловіддачі, за поперечного обтікання повітрям пучка гладких труб, без гофрованого теплопоглинача становить  $57,2 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ , тоді як коефіцієнт тепловіддачі з гофрованим теплопоглиначем становить  $10,5 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ .

**Висновки.** Важливим фактором, який впливає на енергетичну ефективність сонячного колектора, є швидкість повітряного потоку. Дослідження показали, що для її зменшення доцільно використовувати гофрований теплопоглинач, який дозволить збільшити ефективність сонячного колектора на 25%. Також важливим є використання похилого даху для зменшення впливу повітряного потоку.

**Список літератури:** 1. *Wiśniewski G., Gołębiowski S., Grycik M.* i in. *Kolektory słoneczne: energia słoneczna w mieszkalnictwie, hotelarstwie i drobnym przemyśle.* – Warszawa : «Medium», 2008. – 201 s. 2. *Твайделл Д., Уэйр А.* Возобновляемые источники энергии / пер. с англ. под ред. В. А. Коробкова. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 391 с. 3. *Возняк О.Т., Шаповал С.П.* Ефективність плоского сонячного колектора при різних інтенсивностях та кутах падіння теплового потоку // Науково-технічний журнал *Нова тема*: гол. ред. М. В. Степанов. – №3, 2010. – С. 32 – 34. 4. *Шаповал С.П., Возняк О.Т., Дацько О.С.* Ефективність системи тепlopостачання на основі сонячного колектора при зміні кута надходження теплового потоку // Вісник Національного університету «Львівська політехніка» [«Теорія і практика будівництва»]. – Л.: В-во НУ «ЛП», 2009. – № 655. – С. 299 – 302.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Wiśniewski, G., et al. Kolektory słoneczne: energia słoneczna w mieszkalnictwie, hotelarstwie i drobnym przemyśle.* Warszawa: Medium, 2008. Print. 2. *Tvaydell, D., and A. Ueyr. Vozobnovlyaemye istochniki energii. Per. s angl. pod red. V. A. Korobkova.* Moscow: Energoatomizdat, 1990. Print. 3. *Voznyak, O. T., and S. P. Shapoval. "Efektivnist ploskogo sonyachnogo kolektora pri rıznih intensivnostyah ta kutah padinnya teplovogo potoku." Naukovo-technichny zhurnal Nova tema.* Ed. M. V. Stepanov. No. 3. 2010. 32–34. Print. 4. *Shapoval, S. P., O. T. Voznyak and O. S. Datsko. "Efektivnist sistemi teplopostachannya na osnovi sonyachnogo kolektora pri zmini kuta nadhodzhennya teplovogo potoku." Visnik Natsionalnogo universitetu «Lvivska politehnika».* Ser.: *Teoriya i praktyka budivnitstva.* No. 655. Lviv: NU «Lvivska politehnika», 2009. 299–302. Print.

*Надійшла (received) 25.04.2014*

*А.В. ГАЙДАКА*, канд. техн. наук, проф. НТУ «ХПИ»

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОСЕВОЙ НАГРУЗКИ МЕЖДУ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ РОЛИКАМИ РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА

Усовершенствован метод расчёта осевой нагрузки между роликами цилиндрического подшипника путём построения моделей и аналитического определения угла перекоса колец при комбинированном (радиальном и осевом) нагружении подшипника и учёта деформации бортов колец. Приведены результаты расчёта распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника.

**Ключевые слова:** подшипник, ролики, нагрузка.

**Введение.** Радиальные подшипники с цилиндрическими роликами типов 12000, 42000, 52000, 62000, 92000 кроме значительных радиальных нагрузок могут воспринимать умеренные осевые силы [1]. Комбинированное (радиальное и осевое) нагружение подшипника существенно влияет на кинематику и динамику его деталей: вдоль линии контакта роликов с дорожками качения колец появляется концентрация радиальной нагрузки из-за несоосности колец, а по торцам роликов, контактирующих с бортами колец, возникают значительные осевые силы трения. Поэтому знание распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника необходимо не только для снижения момента трения подшипника, повышения износостойкости его торцевого контакта и осевой грузоподъёмности, но и для уточнения нагруженности дорожек качения колец, выбора и расчёта конструкции сепаратора.

**Анализ известных исследований.** В публикациях [2, 3], посвящённых изучению распределения осевой силы, действующей на тяжело нагруженный нескоростной цилиндрический роликоподшипник, *комбинированное* (радиальное и осевое) нагружение осуществляется в плоскости, проходящей через центр подшипника. Принято предположение о максимальном сближении колец в осевом направлении для зоны наиболее нагруженного радиальной силой центрального ролика  $\delta_0$  с постепенным уменьшением сближения колец для остальных роликов  $\delta_1, \dots, \delta_n$  определены величины уменьшения  $l_1, \dots, l_n$  сближения колец:

$$l_i = 0,5(d_g + h_g)(1 - \cos i\gamma) \sin \theta, \quad (1)$$

где  $i = 1, \dots, n$ ;  $d_g$  – диаметр дорожки качения внутреннего кольца;  $h_g$  – высота борта внутреннего кольца;  $\gamma$  – угол между соседними роликами;  $\theta$  – угол перекоса колец, определяемый экспериментально.

С учётом допущения о линейной зависимости между упругим перемещением в плоском стыке контактирующих деталей и давлением получено



распределение осевой нагрузки между цилиндрическими роликами:

$$F_0 = \kappa \cdot \delta_0, F_1 = \kappa \cdot \delta_1 = (\delta_0 - l_1), \dots, F_n = \kappa \cdot \delta_n = \kappa \cdot (\delta_0 - l_n), \quad (2)$$

где  $\kappa$  – коэффициент пропорциональности между  $\delta_i$  и  $F_i$  в контакте роликов с бортами;

$$F_0 = \frac{\lambda \cdot F_a}{z}; \quad \lambda = z / [1 + 2 \sum_{i=1}^n (1 - l_i / \delta_0)];$$

$z$  – количество роликов в подшипнике.

Расчёты распределения осевой нагрузки между роликами цилиндрического подшипника в публикациях [2, 3] выполняют с учётом экспериментально определённого угла перекоса колец для заданной схемы комбинированного нагружения подшипникового узла, что ограничивает теоретические исследования. Не выясненным остаётся вопрос влияния жёсткости бортов колец на осевую нагрузку, воспринимаемую роликами. Поэтому дальнейшие исследования по усовершенствованию метода расчёта осевой нагрузки между роликами цилиндрического подшипника являются актуальными.

**Постановка задачи.** Задача по усовершенствованию метода расчёта распределения осевой нагрузки  $F_a$  между роликами цилиндрического подшипника состоит в построении моделей для аналитического определения угла перекоса колец  $\theta$  с учётом любых эксцентриситетов  $e_r$  и  $e_a$  соответственно радиальной  $F_r$  и осевой  $F_a$  сил, действующих на подшипник или подшипниковый узел, а также в учёте деформации бортов колец.

**Математическая модель.** При решении задачи по усовершенствованию метода расчёта распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника приняты следующие допущения:

- перекося колец образуется за счёт поворота наружного кольца относительно неподвижного внутреннего;
- зазоры в подшипнике с идеальной геометрией деталей отсутствуют;
- упругие деформации деталей пропорциональны углу перекоса колец, а их распределение описывается линейным законом.

Для расчёта угла перекоса колец необходимо прежде представить механизм его образования. Пусть в исходном положении на подшипник действуют центральные радиальная  $F_r$  и осевая  $F_a$  силы (рис. 1 а). При отсутствии силы  $F_a$  распределение  $F_r$  вдоль образующей ролика будет равномерным. С появлением силы  $F_a$  распределение  $F_r$  вдоль образующей ролика станет неравномерным из-за стремления силы  $F_a$  повернуть наружное кольцо вокруг точки  $O$  как ближайшей точки контакта комплекта наружное кольцо – ролики от линии действия силы  $F_a$  (рис. 1 а). Сохранение полного контакта дорожек качения колец с роликом обеспечивается при условии

$$F_r \cdot b > F_a \cdot a. \quad (3)$$

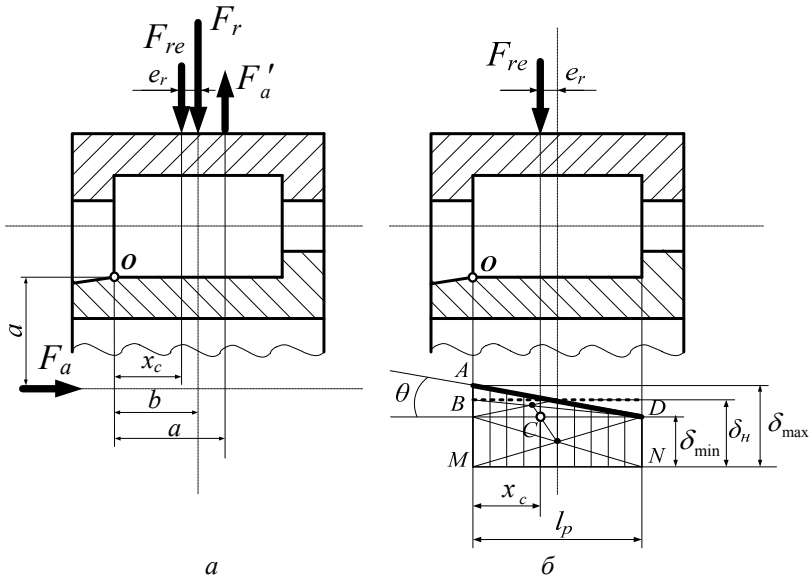


Рис. 1 – Расчётная модель внецентренного радиального нагружения радиального цилиндрического роликоподшипника: *а* – действующие силы; *б* – перекося кольца.

С учётом указанного механизма образования перекося колец предлагается следующий способ определения его угла: осуществляется перенос осевой силы из положения действия  $F_a$  вдоль оси подшипника в положение действия  $F'_a$  ( $F_a = F'_a$ ) на радиальной поверхности наружного кольца с учётом плеча  $a$  относительно точки  $O$ , определяется равнодействующая  $F_{re}$  двух параллельных разнонаправленных сил  $F'_a$  и  $F_r$  и точка её приложения (расстояние  $e_r$ ), рассчитывается угол перекося колец по формуле, полученной на основе анализа расчётной модели внецентренного радиального нагружения радиального цилиндрического роликоподшипника (рис. 1 б).

Установим, с учётом условия (3), вид эпюры сближения колец от контактных деформаций, вызванных силой  $F_{re}$  и, обозначив площадь прямоугольника  $BDMN$  – символом  $S_1$ , площадь треугольника  $ABD$  – символом  $S_2$ , определим положение центра тяжести  $x_c$  трапеции  $ADNM$  :

$$x_c = (S_1 \cdot (1/2) \cdot l_p + S_2 \cdot (2/3) \cdot l_p) / (S_1 + S_2). \quad (4)$$

С учётом соотношений  $S_1 = \delta_{min} \cdot l_p$  и  $S_2 = \delta_{max} \cdot l_p$  выражение (4) примет вид

$$x_c = \frac{l_p \cdot (\delta_{min} + 2\delta_{max})}{3(\delta_{min} + \delta_{max})}. \quad (5)$$

Согласно рис. 1 б) имеем выражения для  $\delta_{\min}$  и  $\delta_{\max}$ :

$$\delta_{\min} = \delta_n - 0,5\theta \cdot l_p, \quad \delta_{\max} = \delta_n + 0,5\theta \cdot l_p, \quad (6)$$

где  $\delta_n = 8,0 \cdot 10^{-5} \cdot F_{re}^{0,9} / l_p^{0,8}$  [1].

Окончательное выражение для  $x_c$  примет вид:

$$x_c = \frac{l_p}{6} \left( 3 + \frac{\theta \cdot l_p}{2\delta_n} \right). \quad (7)$$

С учётом равенства  $x_c = e_r + 0,5l_p$  (рис. 1 б) получаем выражение для угла  $\theta$  перекося колец:

$$\theta = \frac{12\delta_n \cdot e_r}{l_p^2}. \quad (8)$$

Осевые силы, воспринимаемые роликами, с учётом деформации бортов наружного  $u_n$  и внутреннего  $u_e$  колец определяются выражениями:

$$F_0 = \kappa \cdot (\delta_0 + u_n + u_e), F_1 = \kappa \cdot (\delta_0 + u_n + u_e - l_1), \dots, F_n = \kappa \cdot (\delta_0 + u_n + u_e - l_n), \quad (9)$$

где  $u_n$ ,  $u_e$  – деформации бортов наружного и внутреннего колец соответственно,

$$u_n = \kappa_{wn}^* \frac{F_a \cdot R_n^2}{E \cdot h_n^3}, \quad u_e = \kappa_{we}^* \frac{F_a \cdot R_e^2}{E \cdot h_e^3},$$

$R_n, R_e$  – радиусы окружностей приложения осевой нагрузки на борта наружного и внутреннего колец;  $\kappa_{wn}^*, \kappa_{we}^*$  – коэффициенты прогибов бортов наружного и внутреннего колец;  $h_n, h_e$  – толщины бортов наружного и внутреннего колец ( $h_n = h_e$ ).

Из выражения (9) следует:

$$\kappa = \frac{F_0}{\delta_0} = \frac{F_1}{\delta_0 + u_n + u_e - l_1} = \dots = \frac{F_n}{\delta_0 + u_n + u_e - l_n}$$

или

$$F_1 = F_0 \cdot \left( 1 - \frac{l_1}{\delta_0 + u_n + u_e} \right), \dots, F_n = F_0 \cdot \left( 1 - \frac{l_n}{\delta_0 + u_n + u_e} \right). \quad (10)$$

Условие равновесия для роликов, воспринимающих осевые силы, имеет вид

$$F_a = F_0 \cdot \left[ 1 + 2 \left( 1 - \frac{l_1}{\delta_0 + u_e + u_n} \right) + \dots + 2 \left( 1 - \frac{l_n}{\delta_0 + u_e + u_n} \right) \right], \quad (11)$$

откуда величина осевой силы на центральный ролик определяется так:

$$F_0 = \frac{\lambda^* \cdot F_a}{z}, \quad (12)$$

где  $\lambda^* = z / [1 + 2 \sum_{i=1}^n (1 - l_i / (\delta_0 + u_n + u_g))]$ .

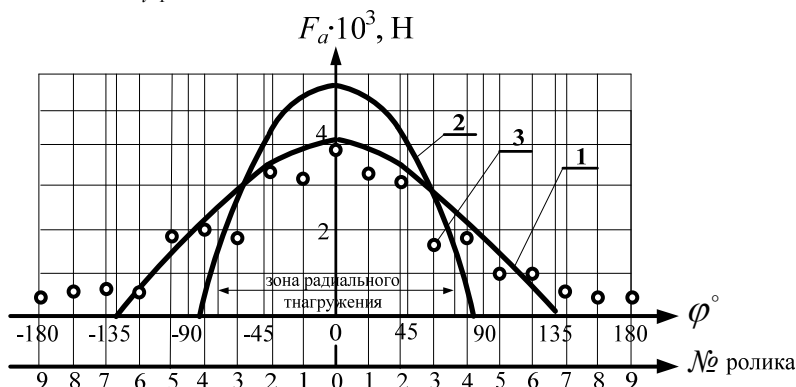


Рис. 2 – Распределения осевой нагрузки по роликам подшипника 42532:

- 1 – расчётные значения согласно методики [2];
- 2 – расчётные значения согласно методики автора;
- 3 – согласно экспериментальным данным [5].

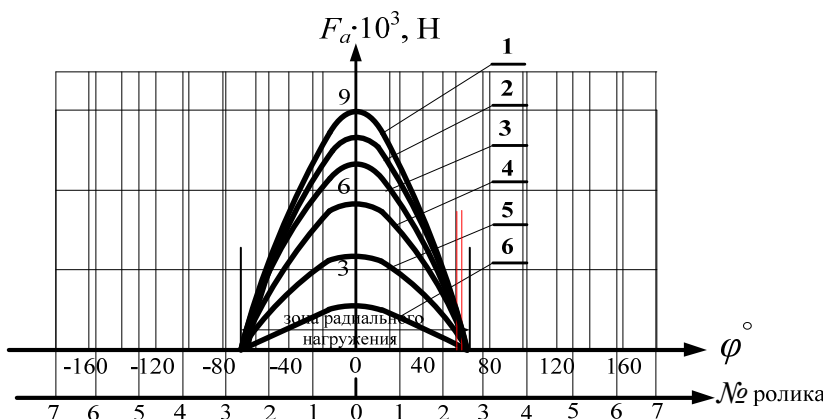


Рис. 3 – Расчётные осевые силы, действующие на ролики подшипника 42726:

- 1 –  $F_a = 30 \text{ кН}$  ; 2 –  $F_a = 25 \text{ кН}$  ; 3 –  $F_a = 20 \text{ кН}$  ;
- 4 –  $F_a = 15 \text{ кН}$  ; 5 –  $F_a = 10 \text{ кН}$  ; 6 –  $F_a = 5 \text{ кН}$  .

**Результаты моделирования.** В качестве иллюстрации усовершенствованного метода ниже приведены результаты расчёта (в виде графиков на рис. 2 и рис. 3) распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника. Расчёты проводились при следующих параметрах:

- подшипник 42532 –  $z = 18$ ;  $R_g = 4,7 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $R_n = 6,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $E = 2,12 \times$

$\times 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $\mu = 0,3$ ;  $d_g = 0,178$  м;  $h_g = 6,5 \cdot 10^{-3}$  м;  $F_a = 30$  кН;  $F_r = 100$  кН;

- подшипник 42726 –  $z = 14$ ;  $R_g = 5,3 \cdot 10^{-3}$  м;  $R_n = 5,6 \cdot 10^{-3}$  м;  $E = 2,12 \times 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $\mu = 0,3$ ;  $d_g = 0,158$  м;  $h_g = 8,0 \cdot 10^{-3}$  м;  $F_r = 100$  кН; значения  $F_a$  указаны в подрисуночной подписи.

**Перспективы дальнейших исследований.** Автор предполагает использовать усовершенствованный метод расчёта распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника для оценки сил, действующих на перемычки сепаратора.

**Выводы.** Предложены модели аналитического определения угла перекоса колец при комбинированном (радиальном и осевом) нагружении подшипника и деформации бортов колец для метода расчёта распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника.

Расчётные значения осевых сил, действующих на цилиндрические ролики подшипника 42532, при характерных радиальном и осевом эксплуатационном нагружении колёсных пар тепловозов показывают удовлетворительное приближение к экспериментально полученным (превышение расчётных значений в окрестности границ зоны радиального нагружения подшипника достигает 20%).

Расчёт осевых сил, действующих на цилиндрические ролики подшипника 42726, при характерных радиальном и осевом эксплуатационном нагружении колёсных пар вагонов показывает, что осевая нагрузка воспринимается крайне неравномерно преимущественно роликами зоны радиального нагружения подшипника.

**Список литературы:** 1. *Перель Л.Я.* Подшипники качения: расчет, проектирование и обслуживание опор: справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 543 с. 2. *Акбашев Б.З., Девин Р.В., Ершков А.Д.* Распределение осевой нагрузки между роликами цилиндрического роликподшипника // Вестник ВНИИЖТ. – 1968. – №8. – с. 35 – 38. 3. *Новиков В.Ф.* Исследование распределения осевой нагрузки между телами качения цилиндрического роликподшипника // Тр. РИИЖТ. – 1977. – Вып. 140. – С. 48 – 56. 4. *Биргер А.И., Шорр Б.Ф., Шнейдерович Р.М.* Расчёт на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 616 с. 5. *Ершков Н.Д.* Работоспособность на осевую нагрузку цилиндрических роликподшипников и радиальных однорядных шарикоподшипников букс локомотивов: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.07. – М., 1969. – 29 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. *Perel', L. Ja.* Podshipniki kachenija: raschet, proektirovanie i obsluzhivanie opor: spravochnik. Moscow: Mashinostroenie, 1983. Print. 2. *Akbashev, B. Z., R. V. Devin and A. D. Ershkov* "Raspredelenie osevoj nagruzki mezhdurolikami cilindricheskogo rolikopodshipnika." *Vestnik VNIIZhT.* No. 8. 1968. 35–38. Print. 3. *Novikov, V. F.* "Issledovanie raspredelenija osevoj nagruzki mezhdurolikami kachenija cilindricheskogo roliko-podshipnika." *Trudy RIIZhT.* No. 140. 1977. 48–56. Print. 4. *Birger, A. I., B. F. Shorr and R. M. Shnejderovich.* *Raschjot na prochnost' detalej mashin.* Moscow: Mashinostroenie, 1966. Print. 5. *Ershkov, N. D.* *Rabotosposobnost' na osevuju nagruzku cilindricheskikh rolikopodshipnikov i radial'nyh odnorjadnyh sharikopodshipnikov buks lokomotivov.*: *Avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk.* Moscow, 1969. Print.

*Поступила (received) 03.03.2014*

*І.П. ГРЕЧКА*, канд. техн. наук, ст. викл., НТУ «ХП»

## **ВСТАНОВЛЕННЯ ТЕХНІЧНОГО РІВНЯ ГІДРОАГРЕГАТУ ОБЕРТАННЯ**

Наведено номенклатуру одиничних показників якості гідроагрегатів, які використовуються в оцінюванні їх технічного рівня. Запропоновано для встановлення технічного рівня гідроагрегатів обертання використовувати комплексний критерій ефективності, який дає оцінку конструктивних та експлуатаційних показників гідромашин відносно конкретних гідрофікованих машин, а саме – безрозмірний критерій ефективності для гідромоторів. За питомими показниками якості та комплексним критерієм встановлено технічний рівень гідромоторів передових закордонних фірм та вибрано тип гідромотора для гідроагрегату обертання.

**Ключові слова:** гідроагрегат обертання, технічний рівень, комплексний показник, гідромотор.

**Вступ.** Визначення технічного рівня гідроагрегатів (ГА) обертання здобуває все більше значення при ринкових відносинах у економіці, коли споживач повинен обрати найкращу для своїх умов продукцію шляхом порівняння показників виробів різних товаровиробників. Вибір показників ефективності ГА є складною задачею та визначається сукупністю багатьох факторів: часу розробки і виготовлення, режиму та умовами його експлуатації, технологічністю, надійністю, вартістю виготовлення, експлуатації та ремонту. Важливими показниками технічного рівня ГА є точність підтримування вихідного параметра (тиску, потужності), час зміни тиску при східчастій зміні витрати від номінальної до мінімальної та навпаки, час переключення, зона нечутливості, гістерезис. Одним із ефективних напрямків підвищення технічного рівня ГА є вдосконалення методів їх розрахунку і проектування. Область застосування ГА визначає комплекс властивостей і вихідних характеристик, які потрібні для забезпечення його працездатності у машині. Оцінка технічного рівня і якості ГА є сукупністю операцій, які включають вибір номенклатури показників якості, визначення значень цих показників і зіставлення їх із базовими.

**Аналіз літературних джерел.** Технічний рівень ГА обертання значною мірою залежить від технічного рівня виконавчого механізму – гідромотора. Визначенню технічного рівня ГА присвячено багато літературних джерел, наприклад [1], але в них не встановлено технічний рівень ГА з використанням сучасних гідромоторів, що випускаються провідними світовими фірмами, такими як «REXROTH BOSCH GROUP» (ФРН), «PARKER» (США), «SEUER-DANFOSS» (ФРН), «SAI» (Італія), «POCLAIN» (Франція) і «HAGGLUNDS» (Швеція).

Проектування ГА обертання високого технічного рівня – комплексний і багатоаспектний процес, при якому базові значення технічних показників повинні відповідати значенням, які характеризують його технічну досконалість.

ГА представляє собою достатньо складну технічну систему, до показників якості якої висуваються різноманітні вимоги. Керування технічним рівнем на стадії проектування зводиться до вибору раціональних параметрів або розв'язанню задач оптимізації. Останнє виконується за рахунок розрахунку чи вибору параметрів ГА або його елементів по одному чи декількох критеріях, які є суттєвими і забезпечують відповідні показники технічного рівня при заданих обмеженнях і умовах [2].

У роботі [3] встановлено основну номенклатуру одиничних показників якості ГА і пристроїв, що використовуються при оцінюванні їх технічного рівня і якості. До них відносяться групи показників:

1) класифікаційні (для підбору аналогів);

2) оціночні (для оцінки технічного рівня якості): призначення, надійності, ергономічні, технологічні, уніфікації, патентно-правові, безпеки, економічні.

Так оцінку технологічності можна провести за допомогою сумарної та питомої трудомісткості (в якості їх співмножника може виступати ресурс пристрою). Сумарна трудомісткість виготовлення розраховується за формулою [4]

$$T = t_1 + t_2 + \dots + t_n = \sum_{i=1}^n t_i,$$

де  $t_i$  – трудомісткість за окремими видами робіт, які входять до технологічного процесу виготовлення даного ГА чи його елементів;  $n$  – число видів робіт.

Питома трудомісткість виготовлення визначається за формулою [3]

$$t_{\text{пит}} = T_p / B_{\text{п}},$$

де  $T_p$  – сумарна трудомісткість;  $B_{\text{п}}$  – визначаючий параметр, рекомендації по вибору і одиниці вимірювання якого наведено в [3].

Показники уніфікації, а саме коефіцієнт використання, розраховуються на заключному етапі проектування, на підставі даних конструкторської документації. Коефіцієнт використання характеризує ступінь насиченості ГА стандартизованими та уніфікованими елементами, їх деталями і розраховується аналогічно до [4]:

$$K_3 = K / (K - K_0) \cdot 100,$$

де  $K$  – загальна кількість елементів (складових частин), що входять до складу ГА;  $K_0$  – кількість оригінальних частин (складових частин).

Рівень шуму ГА може виступати критерієм його якості [2]. Для насосів цей показник визначається за формулою

$$k_L = 10^{\Delta p_i / 20},$$

де  $\Delta p_i$  – перепад тиску в ГА.

Увесь перелік показників, які характеризують якість ГА та пристроїв, що наведено в роботі [3], неможливо врахувати одночасно при оцінюванні технічного рівня ГА обертання. Попередня інформативна оцінка їх технічного рівня виконується за одиничним і питомими показниками. За основні критерії якості ГА обертання беруть енергетичні, масогабаритні, техніко-економічні та показники надійності. При цьому часто застосовуються питомі

показники маси і енергоємності в якості базових показників їх технічного рівня. Питома енергоємність є критерієм, за допомогою якого можна оцінити тиск, (ККД), частоту обертання вихідного вала насоса через їх пропорційність. Питома маса відображає масові і габаритні показники ГА. Масагабаритні показники для об'ємного насоса ГА розраховують у роботі [2].

*Комплексний критерій якості*, пов'язаний з енергетичними показниками, застосовується для оцінки технічного рівня ГА, як джерела гідравлічної енергії в агрегаті, і розраховується за залежністю [5]

$$k_e = (PT)/(C\varphi\Sigma B),$$

де  $T$  – гарантійний термін роботи ГА;  $C$  – вартість ГА;  $\varphi$  – коефіцієнт втрат потужності,  $\varphi = 1 - \eta$ ;  $\eta$  – ККД ГА;  $\Sigma B$  – сумарні експлуатаційні витрати.

Але при застосуванні цього показника виникають складності у визначенні експлуатаційних витрат через різницю ККД, показників надійності залежно від видів елементів, з яких збудований ГА, режимів експлуатації, систем технічного обслуговування і ремонту.

У роботі [2] для оцінки технічного рівня запропоновано критерій віддавання енергії, у якому можливо врахувати інтенсивність роботи, ресурс, питому масу.

У статті [6] наведено перелік показників технічного рівня та комплексний критерій ефективності для гідромоторів, який має свою специфіку і не може бути цілком застосований для оцінки технічного рівня ГА обертання. Наведені вище критерії є достатніми для локального оцінювання технічного рівня ГА. Виникає потреба в комплексній оцінці.

Наявність узагальнених критеріїв технічної ефективності дає можливість при проектуванні значно скоротити кількість варіантів конструктивних рішень ГА, відкидаючи вже на попередніх стадіях інженерної розробки слабкі рішення, зосередивши увагу на найбільш ефективних варіантах [7].

У роботі [4] запропоновано комплексний метод, який базується на застосуванні комплексного показника якості, який розраховується за даними одиничних відносних показників якості з урахуванням їх коефіцієнтів вагомості. Цей показник можна розрахувати за залежністю

$$k_k = \sum_{i=1}^n \alpha_i \bar{k}_i,$$

де  $\alpha_i$  – коефіцієнт вагомості показника;  $\bar{k}_i$  – відносний показник якості (відношення показників пристрою, аналогів, базових показників до верхньої границі найвищої категорії).

У статті [8] як комплексний критерій якості запропоновано міру ефективності ГА, яка визначається за залежністю

$$\beta = \bar{X}/\bar{Y},$$

де  $\bar{X}$  – вектор активних засобів;  $\bar{Y}$  – вектор вихідної величини.

Використовуючи критерій (7), при проектуванні ГА його слід розгляда-



ти як систему, на вхід якої подається вектор активних засобів

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n x_i \gamma_i,$$

де  $x_i$  – показник, який може означати вартість апаратури, електроенергії, проектування окремих апаратів, робочої рідини, показники надійності тощо;  $\gamma_i$  – коефіцієнт, який врівноважує розмірність окремих компонентів.

Вихідну характеристику ГА можна представити вектором

$$\bar{Y} = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n).$$

Показники  $y_1, y_2, y_3$  – елементи технологічної та силової циклограми (зусилля, координати, швидкість, час тощо).

Використання цього методу більше підходить для оцінювання технічного рівня окремих гідравлічних елементів, ніж ГА обертання в цілому, через складність розрахунків деяких складових критерію (7).

З проведеного аналізу літературних джерел видно, що існує велика кількість показників технічного рівня, за допомогою яких можна проводити оцінювання ГА, але відсутній єдиний підхід до визначення ефективності їх роботи. Існує потреба в створенні узагальненого критерію для визначення технічного рівня ГА з урахуванням оптимальної кількості показників, які несуть різносторонню, максимальну інформативність стосовно його технічних параметрів, умов експлуатації, ремонту тощо. Слід зазначити, що вибір оптимального комплексу показників є складним багатокритеріальним завданням.

**Мета статті.** Метою даної статті є встановлення технічного рівня ГА обертання із гідромотором сучасних фірм за комплексним показником.

**Використані критерії і показники.** Прикладом сучасного вітчизняного агрегату такого типу, що досліджується, є наступний пристрій (див. рис. 1). Нами розроблено схемне рішення ГА обертання [1], схема якого містить з'єднані послідовно гідророзподільник із гідравлічним вібраційним контуром, що дозує витрату, та клапан тиску, який складається із дроселюючого золотника, під торці якого підведені тиски – до гідророзподільника і після нього, і пружини, розташованої в камері більш низького тиску, це забезпечує постійний перепад тиску на дроселюючій щілині гідророзподільника. Клапан тиску виконує функцію керуючого дроселя (компенсатора тиску) і одночасно елемента порівняння в системі зворотного зв'язку, а гідророзподільник із гідравлічним вібраційним контуром – компенсатора витоків за рахунок введення зворотного зв'язку по тиску з входу гідромотора. Таким чином, забезпечується регулювання витрати, яка підводиться до гідромотора, та постійної частоти обертання гідромотора, незалежно від зовнішнього навантаження й витоків у ньому.

Основними технічними параметрами об'ємних гідромашин є значення робочого об'єму, тиску робочої рідини, крутного моменту, подачі (витрати) насоса, потужності, діапазону зміни частоти обертання, маси, довговічності тощо. При виборі конструктивного типу об'ємної гідромашини проводять порівняльну оцінку за вищенаведеними параметрами і вартістю.



$$P_M = (M_{кр} \cdot n_M) / 9550, \text{ кВт}, \quad (4)$$

і теоретична потужність насоса

$$P_H = (Q_H \cdot p_H) / 60, \text{ кВт}, \quad (5)$$

$n_M$  – частота обертання гідромотора,  $\text{хв}^{-1}$  (об/хв);  $Q_H$  – подача насоса, л/хв.;  
 $p_H$  – тиск нагнітання на виході насоса, МПа;

- маса, що доводиться на одиницю займаного гідромашиною об'єму (коефіцієнт компактності),

$$k_V = m/V, \text{ кг/см}^3, \quad (6)$$

$V$  – об'єм, описаний габаритами гідромашини,  $\text{см}^3$ ;

- потужність, що розвивається одиницею займаного гідромотором об'єму (коефіцієнт енергоємності),

$$k_{P/V} = P_M/V, \text{ кВт/см}^3; \quad (7)$$

- швидкісний показник (коефіцієнт швидкохідності),

$$C_n = n \cdot V_p^{1/3}, \text{ см/хв}, \quad (8)$$

$n$  – частота обертання насоса або гідромотора,  $\text{хв}^{-1}$ , що для останнього визначають за формулою

$$n_M = (10^3 \cdot Q_H) / V_p, \text{ хв}^{-1}, \quad (9)$$

$Q_H$  – теоретична подача робочої рідини насосом, л/хв,

$$Q_H = 10^{-3} V_{рн} \cdot n_M, \text{ л/хв}, \quad (10)$$

$V_{рн}$  – робочий об'єм насоса,  $\text{см}^3$ ;  $n_M$  – частота обертання насоса,  $\text{хв}^{-1}$ ;

- коефіцієнт потужності

$$C_n = \Delta p \cdot n \cdot V_p^{1/3}, \text{ МПа} \cdot \text{см/хв}. \quad (11)$$

Слід зазначити, що кожний критерій окремо недостатньо повно характеризує технічний рівень конструкції гідромашини, тому проводять порівняння за декількома критеріями або вибирають у якості основного такий, котрий найбільшою мірою відображає вимоги, що пред'являються до конкретного приводу гідрофікованої машини. Наприклад, для гідропроводів обертання гірських машин головним показником є енергоємність. Зазначимо, що з урахуванням значень ККД показники технічного рівня носять більш достовірний характер.

Становлять інтерес комплексний критерій ефективності, який дає оцінку конструктивних і експлуатаційних показників гідромашин стосовно до конкретних гідрофікованих машин. Одним із таких показників є безрозмірний критерій ефективності для гідромоторів [9]

$$K = \frac{M_{кр} \cdot n_M \cdot T}{g \cdot m \cdot L} \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{год} \cdot 60}{9,8\text{М} \cdot 9550 \cdot \text{кг} \cdot \text{хв}^{-1}} \right] = 6,12 \frac{M_{кр} \cdot n_M \cdot T}{9550 \cdot m \cdot L}, \quad (12)$$

де  $T$  – довговічність гідромотора, год.;  $n_M$  – частота обертання вала гідромотора,  $\text{хв}^{-1}$ ;  $g$  – прискорення вільного падіння,  $\text{м/с}^2$ ; 9550 – коефіцієнт розмірності у формулі для ефективної потужності гідромотора, що введений для зниження абсолютного значення коефіцієнта  $K$ ;  $L$  – характеристичний розмір гідромотора

$$L = (D_M \cdot L_M)^{1/2}, \text{ м}, \quad (13)$$

$L_M$  і  $D_M$  – довжина та діаметр гідромотора, відповідно, м, причому кожний із цих параметрів може прийматися окремо, в залежності від габариту гідромотора, що лімітує машину.

**Результат порівняльного аналізу.** Проведені розрахунки за питомими показниками і комплексним критерієм, формули (1) – (13), дозволили отримати систематизовану інформацію про сучасний технічний рівень гідромоторів передових закордонних фірм, яка наведена в таблиці.

Таблиця – Технічний рівень гідромоторів провідних світових фірм

Параметри, розмірність	Гідромотори			
	аксіально-поршнєві	радіально-поршнєві	героторні	шестеренні
Тиск, МПа	35–48	25–42	16–40	20–30
Крутний момент, Н.м	229–5565	56–91560	315–2735	124–528
Частота обертання, об/хв	1600–6900	25–3600	320–750	2400–3500
Потужність, кВт	110–915	11–494	21–49	39–118
Маса, кг	9,5–336	12–3100	10–27,8	9,5–33
$k_M$ , кг/Нм	0,04–0,060	0,003–0,2	0,013–0,04	0,04–0,1
$k_P$ , кг/кВт	0,08–0,43	0,8–6,2	0,44–0,65	0,2–0,31
$C_n$ , см/хв. $\cdot 10^{-3}$	16,5–23,7	2,0–7,9	2,4–4,4	7,4–13,3
ККД, %	92–93	90–95	85–90	86–89
$K \cdot 10^{-5}$	4,94–6,62	0,012–3,26	2,027–7,53	15,14–18,59

Аналіз таблиці дозволяє зробити наступні висновки. За допомогою коефіцієнта швидкохідності  $C_n$  гідромотори можуть бути розділені на чотири групи в порядку зростання швидкісних можливостей: героторні й радіально-поршнєві; шестеренні; аксіально-поршнєві. Найбільші тиски досягнуті в поршневих гідромоторах; найменші значення питомого моменту  $k_M$  відповідають радіально-поршневим гідромоторам – 0,003 ... 0,2 кг/Нм; найменші показники питомої потужності  $k_P$  відповідають аксіально-поршневим гідромоторам – 0,08 ... 0,43 кг/кВт. У середньому значення загального ККД у поршневих гідромоторах вище, ніж у героторних і шестерених.

Чим більше чисельне значення критерію  $K$ , тим вище технічний рівень гідромотора. При розрахунку показників технічного рівня приймали, що номінальні значення тиску, витрати, витоки, ККД та надійність гідророзподільника з гідравлічним вібраційним контуром однакові. Визначали технічний рівень ГА обертання за технічним рівнем гідромотора. Встановлено, що розроблений ГА обертання з шестеренним гідромотором має найвищий технічний рівень.

Слід зазначити, що вітчизняні гідромотори уступають закордонним за

номенклатурою, рівнем тисків і частот обертання, відсутні їх регульовані виконання, обмежений діапазон робочих температур робочої рідини і низькі їх питомі й швидкісні показники [9]. Тільки шестеренні гідромотори, що випускаються в Україні, перебивають на досить високому технічному рівні, уступаючи кращим закордонним аналогам по максимальному тиску та частоті обертання.

**Висновки.** Проведено аналіз номенклатури базових показників якості ГА, який показав, що універсальний підхід для прогнозування і оцінювання технічного рівня та економічного обґрунтування доцільності виробництва ГА обертання відсутній. Найбільш інформативна попередня оцінка технічного рівня виконувалася за одиничним і питомими показниками: енергоємності, питомим масі, металоємності, вартості тощо. Розрахунковим шляхом доведено, що найвищий технічний рівень має розроблений ГА обертання з шестеренним гідромотором, а найнижчий – ГА обертання з радіально-поршневим гідромотором.

**Список літератури:** 1. Андренко П.М. Проективання гідроагрегатів обертання : монографія / П.М. Андренко, І.П. Гречка, М.С. Свинаренко. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – 148 с. 2. Панамарьова О.Б. Узагальнений критерій для оцінки показників технічного рівня гідроагрегату живлення гідросистем / О.Б. Панамарьова // Механіка та машинобудування. – Х.: НТУ «ХПІ». – 2011. – №2'2011. – С. 34 – 42. 3. Система показателей качества продукции. Гидроприводы объемные, пневмоприводы и смазочные системы. Номенклатура показателей: ГОСТ 4.37 – 90. [Введен в действие 1990–06–09] – М.: Издательство стандартов. – 1990. – 39 с. 4. Гидроприводы объемные, пневмоприводы, и смазочные системы. Оценка технического уровня и качества: ОСТ2 Н06-35–84. – М.: ВНИИТЭМР, 1985. – 39 с. (Отраслевой стандарт). 5. Кабаков М.Г. Опыт комплексной оценки уровня качества аксиально-поршневых насосов гидроприводов самоходных машин // Вест. машиностроения. – 1979. – № 9. – С. 9 – 12. 6. Шевцов В.М. Оценка технического уровня объемных гидромашин / В.М. Шевцов, Г.А. Аврунин // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ». – 2011. – № 18. – С. 59 – 64. 7. Литвинский Г.Г. Обоснование критериев технической эффективности объемных гидромашин / Г.Г. Литвинский // Сборник научных трудов ДонГТУ. Вып. 32. – Алчевск : ДонГТУ. – 2010. – С. 14 – 21. 8. Ильин В.Ф. Обобщенный критерий эффективности гидропривода машин // Пневматика и гидравлика (приводы и системы управления). – М.: Машиностроение. – 1973. – №1. – С. 44 – 50. 9. Объемный гидропривод и гидропневмоавтоматика: учеб. пособие / Г.А. Аврунин, И.В. Грицай, И.Г. Кириченко и др. – Х.: ХНАДУ. – 2008. – 412 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Andrenko, P. M., I. P. Grechka and M. S. Svinarenko. *Proektivannja gidroagregativ obertannja: monografija*. Kharkiv: NTU «HPI», 2013. Print. 2. Panamar'ova, O. B. "Uzagal'nennij kriterij dlja ocinki pokaznikov tehničnogo ravnja gidroagregata zhi-vlennja gidrosistem." *Mehanika ta mashinobuduvannja*. No. 2. Kharkiv: NTU «HPI», 2011. 34–42. Print. 3. Nomenklatura pokazatelej: GOST 4.37–90. *Sistema pokazatelej kachestva produkcii. Gidroprivody ob'emnye, pnevmoprivody, i smazochnye sistemy*. Moscow: Izdatel'stvo standartov, 1990. Print. 4. Otraselevoj standart: OST2 N06-35–84. *Gidroprivody ob'emnye, pnevmoprivody, i smazochnye sistemy. Ocenka tehničeskogo urovnja i kachestva*. Moscow: VNIITeMR, 1985. Print. 5. Kabakov, M. G. "Opyt kompleksnoj ocenki urovnja kachestva aksial'no-porshnevyyh nasosov gidroprivodov samohodnyh mashin." *Vest. mashinostroenija*. No. 9. 1979. 9–12. Print. 6. Shevcov, V. M., and G. A. Avrunin. "Ocenka tehničeskogo urovnja ob'em-nyh gidromashin." *Visnik NTU «KhPI»*. No. 18. Kharkov: NTU «KhPI». 2011. 59–64. Print. 7. Litvinskij, G. G. "Obosnovanie kriteriev tehničeskoj jeffektivnosti ob'emnyh gidromashin." *Sbornik nauchnyh trudov DonGTU*. No. 32. Alchevsk: DonGTU. 2010. 14–21. Print. 8. Il'in, V. F. "Obobshhennyj kriterij jeffektivnosti gidroprivoda mashin." *Pnevmatika i gidravlika (privody i sistemy upravlenija)*. No. 1. Moscow: Mashinostroenie, 1973. 44–50. Print. 9. Avrunin, G. A., et al. *Ob'emnyj gidroprivod i gidropnevmoavtomatika: ucheb. posobie*. Kharkov: KhNADU, 2008. Print.

Надійшла (received) 19.05.2014

**А.Л. ГРИГОРЬЕВ**, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПИ»

## МЕТОД ПРОЧНОСТНОГО ДИНАМИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЗАПИРАЮЩЕГО МЕХАНИЗМА ДИЗЕЛЬНОЙ ФОРСУНКИ

Описан метод динамического расчета запирающего механизма дизельной форсунки. Особенностью метода является учёт разрывов кинематической цепи, а также использование подробной математической модели пружины форсунки, в которой учтены продольные, крутильные и изгибные колебания ее витков. В методе использована возможность представления общего решения уравнений этой модели в форме интегралов Дюамеля с ядрами Коши.

**Ключевые слова:** динамическая модель, существенная нелинейность, колебания витков пружины, касательные напряжения.

**Введение и постановка задачи.** Запирающий механизм дизельной форсунки (рис. 1) кроме иглы включает штангу и пружину. При работе форсунки высокооборотного дизеля динамические напряжения в пружине форсунки превышают статическую нагрузку в 3...4 раза [1], а в штанге иглы — в 3...5 раз [2]. Причины этого расхождения известны — колебания витков пружины [1–3]. Однако столь существенное расхождение между результатами динамического и квазистатического расчета не может быть объяснено в рамках известных математических моделей, используемых для описания работы запирающего механизма форсунки. Лучшая из таких моделей составлена *Б.А. Круком* [4]. В ней для описания процесса динамической деформации всех трех элементов механизма — иглы, штанги и пружины — используются волновые уравнения, которыми моделируются продольные колебания стержней малого поперечного сечения. Такое допущение справедливо для иглы и штанги иглы, но, как указывалось в [5], дает большую погрешность при расчете колебаний витков пружины. Сопоставление результатов применения различных математических моделей пружины на примере расчета форсуночных пружин, выпускаемых ПО «Волгадизельмаш», приведены в таблице (без учета операции *заневоливания*).

Для форсуночных пружин, имеющих низкое значение индекса  $z = 3...4$ , кроме продольных колебаний необходимо учитывать изгибные и крутильные колебания витков (*модель винтового бруса*). Соответствующая система дифференциальных уравнений в частных производных приведена в [5]. Там же

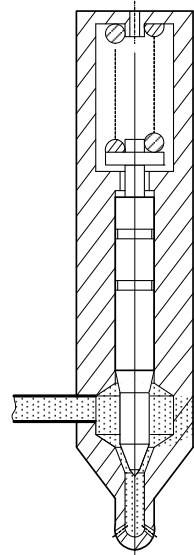


Рис. 1 – Форсунка.

описан порядок определения общего решения этой системы в форме линейного интегрального преобразования

$$Z(t) = \int_0^t V_{np}(t-\tau) dW_z(\tau), \quad (1)$$

где  $Z(t)$  – рассчитываемая характеристика пружины;  $V_{np}(t)$  – изменение скорости подвижного конца пружины;  $W_z(t)$  – ядро интеграла Дюамеля (1), не зависящее от деформации пружины.

Таблица. – Расчетные значения максимальных касательных напряжений, МПа

Пружина	Статический расчёт	Модель эквивалентного стержня [4]	Модель прямого бруса [5]	Модель винтового бруса [5]
21-140709	380	630	890	920
Г66-140707	370	720	900	960
47Б-068-134	430	750	970	1000
602-068-102	300	590	710	780
602-068-105	450	750	990	1070
Д100.17.010	470	770	1130	1220

В [6] представлен эффективный алгоритм определения ядер  $W_z(t)$  для важнейших динамических характеристик пружины – силы  $F_n(t)$  на ее движущемся конце и касательного напряжения  $\tau_k(t)$  в витке проволоки у неподвижного конца, что делает решение (1) не только удобным, но и простым. Однако, специфика работы пружины форсунки состоит в том, что для нее изменение скорости деформации  $V_{np}(t)$  не известно, но может быть определено в результате проведения динамического расчета процесса движения иглы, штанги и пружины, при котором будет учтены *размыкания кинематической цепи и продольные упругие колебания штанги форсунки* (для форсунок с короткими штангами эти колебания не столь существенны).

При проведении такого расчета может считаться известным и задаваться заранее только скорость  $V_u(t)$  или перемещения  $h_u(t)$  иглы форсунки; деформацией самой иглы, как в [4] показал Б.А. Крук, допустимо пренебрегать.

**Кусочно-линейная модель.** Теоретическое исследование по изучению условий размыкания кинематической цепи между пружиной и штангой подтвердило известный (но не очевидный) экспериментальный результат о невозможности нарушения контакта между этими элементами при работе форсунки. Единственным местом, в котором может нарушаться, и действительно нарушается, условие совместного движения элементов, является стык между штангой 2 и хвостиком иглы 1 (сечение 1 – 1' на рис. 2). Данное сечение является граничным для динамической системы «штанга – опора пружины –

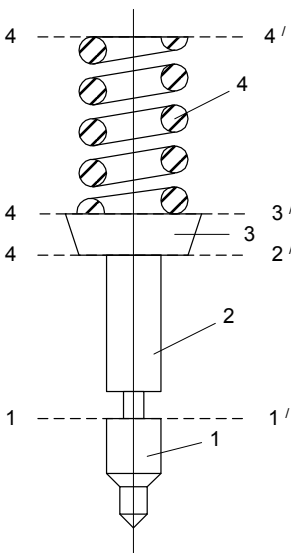


Рис. 2 – Расчётная схема.

пружина». Поэтому исследуемая динамическая система остается линейной, что является решающим обстоятельством при разработке методов ее математического моделирования.

Дадим описание метода, разработанного для математического моделирования работы этой динамической системы.

В системе выделяется три подсистемы: штанга 2, сосредоточенная масса 3 и цилиндрическая пружина 4. К штанге относится только та ее часть, которая выполнена в виде стержня постоянного сечения. Головка штанги, являющаяся опорой пружины, и движущийся опорный виток пружины отнесены к сосредоточенной массе. К цилиндрической пружине, согласно модели винтового бруса, отнесены только рабочие витки.

Движение штанги моделируется уравнениями продольных упругих колебаний стержня:

$$\rho F \partial U / \partial t = -\partial Q / \partial x; \partial Q / \partial t = -a^2 \rho F \partial U / \partial x,$$

где  $U(x, t)$  – скорость  $x$ -го сечения штанги в

момент времени  $t$ ;  $Q(x, t)$  – величина перерезывающей силы в этом сечении;  $F$  – площадь поперечного сечения штанги;  $\rho$  – плотность стали;  $a$  – скорость волны продольной деформации для стального стержня.

Движение сосредоточенной массы 3 описывается двумя дифференциальными уравнениями:

$$m \dot{V} / dt = Q(L_{um}, t) - F_n(t); \dot{y} / dt = V(t),$$

где  $m$  – величина этой массы;  $y, V$  – ее перемещение и скорость;  $L_{um}$  – длина штанги;  $F_n$  – сила пружины, действующая на массу.

Движение витков пружины описывается системой 6-ти дифференциальных уравнений в частных производных; в векторной форме она имеет вид [6]:

$$M \partial^2 \bar{x} / \partial t^2 = \partial \bar{q} / \partial s + B \bar{q}; C^{-1} \bar{q} = \partial \bar{x} / \partial s - B^T \bar{x},$$

где  $t$  – время;  $s$  – натуральный параметр винтовой оси,  $0 \leq s \leq 2\pi i_p R$ ,  $i_p$  – число рабочих витков,  $R$  – радиус навивки;  $M, C$  – диагональные матрицы инерционных коэффициентов и коэффициентов жесткости;  $B$  – матрица неперекрестных связей координат,  $B_{21} = B_{32} = -1$ ;  $B_{23} = 1$ ; остальные  $B_{ij} = 0$ .

В рамках этой модели положение поперечного сечения витка пружины задается тремя координатами  $x_i$  (продольное смещение, углы изгиба и кру-



чения, рис. 3), которым отвечают перерезывающая сила  $q_1$ , изгибающий момент  $q_2$  и крутящий момент  $q_3$ .

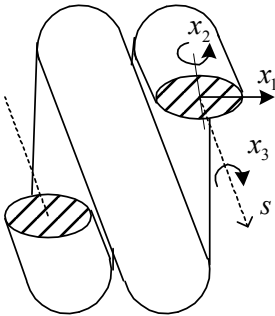


Рис. 3 – Координаты сечения.

Граничными условиями для данной системы являются обычные условия для неподвижного конца пружины (в сечении 4 – 4', см. [5]) и специфические условия для нижнего конца штанги (в сечении 1 – 1'). При наличии контакта между штангой и иглой это условие имеет вид:

$$U(0, t) = V_u(t),$$

где  $V_u(t)$  – закон изменения скорости движения иглы, а при отсутствии –

$$Q(0, t) = 0.$$

Система соотношений становится замкнутой после учета внутренних условий совместного движения элементов схемы в сечениях 2 - 2' и 3 - 3'.

Моделируется переходной процесс при нулевых начальных условиях, что обосновывается высоким коэффициентом скважности  $k_{скв} > 10$  и полным затуханием колебаний между импульсами.

**Алгоритм моделирования.** Для этой системы уравнений при использовании операционного исчисления находятся общие решения следующих 2-х вспомогательных задач.

*Задача 1* – Задана зависимость  $V_{um}(t)$  изменения скорости нижнего конца штанги. Требуется определить величину  $Q_{um}(t)$  перерезывающей силы в граничном сечении 1 - 1' этой штанги, то есть  $Q(0, t)$ , и величину касательных напряжений  $\tau_\kappa(t)$  у неподвижного конца пружины.

*Задача 2* – Задана функция  $Q_{um}(t)$  изменения перерезывающей силы в граничном сечении 1-1' штанги. Требуется определить изменения скорости  $V_{um}(t)$  нижнего конца штанги.

Решения этих задач имеют вид:

$$1- \quad Q_{um}(t) = \int_0^t V_{um}(t-\tau) dW_q(\tau) + F_{n,0}, \quad \tau_\kappa(t) = \int_0^t V_{um}(t-\tau) dW_\kappa(\tau) + \tau_{\kappa,0}; \quad (2)$$

$$2- \quad V_{um}(t) = \int_0^t [Q_{um}(t-\tau) - F_{n,0}] dW_v(\tau), \quad (3)$$

где  $W_q(t)$ ,  $W_\kappa(t)$ ,  $W_v(t)$  – ядра Дюамеля для интегральных представлений;  $F_{n,0}$  – усилие предварительной затяжки пружины форсунки;  $\tau_{\kappa,0}$  – величина касательного напряжения в витках пружины, соответствующая этому уси-

лию.

Разработаны эффективные алгоритмы построения таблиц значений ядерных функций интегральных представлений (2), (3). Для форсунок дизелей КамАЗ с короткими штангами графики  $W_q(t)$ ,  $W_k(t)$  практически

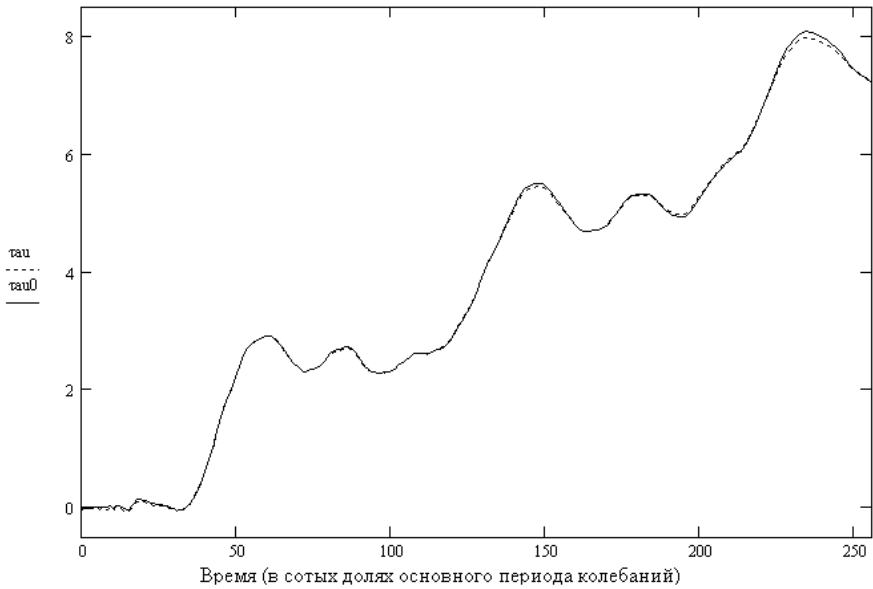


Рис. 4 – Ступенчатая форма ядра  $W_k(t)$  для расчёта касательного напряжения ( $i_p = 4.5$ ;  $z = 3$ ,  $\tau_{au0}$  – без учёта деформации короткой штанги).

совпадают с соответствующими кривыми (рис. 4), полученными в [5] при рассмотрении одной лишь пружины (без штанги и сосредоточенной массы); в большинстве форсунок влияние деформации штанги становится заметным и его следует учитывать в расчёте.

Используя полученные формулы (2) и (3) для общего решения вспомогательных задач 1 и 2, можно предложить следующий метод динамического расчёта системы «игла-штанга-пружина форсунки».

1. Подставляем в формулы (2) значения  $V_{um}(t) = V_u(t)$  и получаем графики функций  $Q_{um}(t)$ ,  $\tau_k(t)$ . Расчёт продолжаем до нарушения условия

$$Q_{um}(t) > 0, \quad (4)$$

то есть до момента  $t_0$  возникновения отрыва штанги от хвостовика иглы.

2. При  $t > t_0$  подставляем в формулу (3) значения  $Q_{um}(t) = 0$  и получаем график функции  $V_{um}(t)$ , а используя эти значения и формулы (2) – график

искомой функции  $\tau_k(t)$ . Расчет продолжается до нарушения условия

$$\int_{t_0}^t V_{um}(\tau) d\tau > \int_{t_0}^t V_u(\tau) d\tau ,$$

то есть до момента  $t_1$  ликвидации отрыва штанги от хвостика иглы.

3. При  $t > t_1$  расчет продолжается в соответствии с порядком, указанным в п. 1, до нового нарушения условия (4), и так далее.

**Выводы.** Для решаемой задачи разработан метод, который позволяет совместить использование наиболее подробной математической модели исследуемой системы с требованиями минимальной трудоемкости расчета.

Так, он даёт возможность дополнительно уточнить расчёт за счёт перехода к граничным условиям [7], адекватным реальной геометрии опорных витков и кинематическим связям, накладываемым на перемещения опор.

**Список литературы:** 1. Ageev B.S., Chursin V.V. Алгоритм расчета и выбора параметров пружин форсунок дизелей // Труды ЦНИТА. – Вып. 69. – 1977. – С. 27 – 33. 2. Смолковский Л.И., Подольный Л.Я. О силах, действующих в запирающем механизме форсунок тракторных дизелей // Труды ЦНИТА. – Вып. 77. – 1981. – С. 98 – 104. 3. Аляпишев В.Г., Смолковский Л.И., Бузова Л.П. О некоторых особенностях работы пружины запирающих механизмов форсунок автотракторных дизелей // Труды ЦНИТА. – Вып. 61. – 1974. – С. 47 – 53. 4. Крук Б.А. Моделирование движения запорного механизма форсунки с помощью волновых функций Даламбера / Труды ЦНИТА. – Вып. 81. – 1983. – С. 72 – 76. 5. Грунауэр А.А., Григорьев А.Л., Вештак И.А. Продольный удар по цилиндрической пружине с малым индексом и особенностями его динамического расчета // Теория механизмов и машин. – Харьков: Вища школа, 1987. – Вып. 42. – С. 49 – 55. 6. Григорьев А.Л. Операторный метод расчета вынужденных колебаний цилиндрических пружин // Информ. технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье. Сб. науч. труд. ХГПУ. – Вып. 6. – Ч.4. – Харьков, 1998. – С. 54 – 58. 7. Григорьев А.Л., Деряченко А.И. Моделирование граничных условий при анализе колебаний пружины со шлифованным торцом // Вестник КГПУ. – Кременчук, 2005. – Вып. №1(30). – С. 45 – 52.

**Bibliography (transliterated):** 1. Ageev, B. S., and V. V. Chursin. "Algoritm rascheta i vybora parametrov pruzhin forsunok dizelej." *Trudy CNITA*. No. 69. 1977. 27–33. Print. 2. Smolovskij, L. I., and L. Ja. Podol'nyj. "O silah, dejstvujushhijh v zapirajushhem mehanizme forsunok traktornyh dizelej." *Trudy CNITA*. No. 77. 1981. 98–104. Print. 3. Aljapishev, V. G., L. I. Smolovskij and L. P. Burova. "O nekotoryh osobennostjah raboty pruzhiny zapirajushhijh mehanizmov forsunok avtotraktornyh dizelej." *Trudy CNITA*. No. 61. 1974. 47–53. Print. 4. Kruk, B. A. "Modelirovanie dvizhenija zapornogo mehanizma forunki s pomoshh'ju volnovyh funkcij Dalambere." *Trudy CNITA*. No. 81. 1983. 72–76. Print. 5. Grunaujer, A. A., A. L. Grigor'ev and I. A. Veshtak. "Prodol'nyj udar po cilindricheskoj pruzhine s malym indeksom i osobennosti ego dinamicheskogo rascheta." *Teorija mehanizmov i mashin*. No. 42. Kharkov: Vishha shkola, 1987. 49–55. Print. 6. Grigor'ev, A. L. "Operatornyj metod rascheta vyzhdenykh kolebanij cilindricheskih pruzhin." *Sb. nauch. trudov KhGPU. "Inform. tehnologij: nauka, tehnik, tehnologija, obrazovanie, zdorov'e."* Vol. 6. No. 4. Kharkov, 1998. 54–58. Print. 7. Grigor'ev, A. L., and A. I. Derienko "Modelirovanie granichnyh uslovij pri analize kolebanij pruzhiny so shlifovannym torcom." *Vestnik KGPU*. No. 1 (30). Kremenчук, 2005. 45–52. Print.

Поступила (received) 04.05.2014

*Д. Ф. ДОНСКОЙ*, канд. техн. наук, доц. НТУ «ХПИ»;

*М. М. КУТЯ*, ассистент, НТУ «ХПИ»;

*С. А. ОЛЕШКО*, ассистент, НТУ «ХПИ»

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ДОБЫЧИ ГАЗА НА ЗАВЕРШАЮЩЕЙ СТАДИИ ЭКСПЛУАТАЦИИ МЕСТОРОЖДЕНИЯ**

Разработана и реализована для практических целей математическая модель динамики объемов добычи газа для месторождений на завершающей стадии разработки, оценено влияние образования жидкостных пробок в лифтовых трубах скважины в полости шлейфа на режимы работы системы «скважина – шлейф – установка сбора»

**Ключевые слова:** модель отбора газа, динамика добычи, природный газ, месторождение, скважина, заключительная стадия разработки, жидкостные пробки.

**Введение.** Главным залогом энергетической независимости государства является стабилизация объемов добычи углеводородов с месторождений или, по крайней мере, уменьшение темпов его падения.

Особенностями эксплуатации месторождений на завершающей стадии разработки является падение дебитов скважин, их обводнение, неполная загрузка газосборной системы, наличие солевых, глинистых и других твердых отложений в оборудовании подземной и наземной части месторождения, физическая и моральная изношенность оборудования (например, наличие «старой» неравнопроходной запорной арматуры, процессов и продуктов эрозийного и коррозионного износа, «старого» сепарационного оборудования и т. д.).

**Анализ последних достижений показывает,** что стабилизация добычи газа является непростой задачей, предполагающей учёт следующих факторов:

- уменьшение рабочего давления на месторождениях, что увеличивает темп отбора газа;
- перевод эксплуатационных скважин в ниже лежащие или выше лежащие продуктивные горизонты;
- бурение новых эксплуатационных скважин и восстановление ликвидированных, что в итоге приводит к сгущению их сетки;
- бурение боковых стволов в низкодебитных скважинах и скважинах недействующего фонда [1].

Стабилизация объемов добычи природного газа прежде всего связана с поиском резервов рабочего давления скважин, вариации уменьшения величины которого позволят увеличить разницу между пластовым давлением и давлением на устье скважины, что вызовет дополнительный приток газа.

Любое из мероприятий по совершенствованию процесса подготовки и потребления газа, как то, ввод в эксплуатацию дожимных компрессорных станций, привлечение новых мощных потребителей газа, очистка газопроводов и шлейфов скважин, замена оборудования установок сбора и подготовки газа, направлено на снижение величины рабочего давления скважин. Процесс перераспределения масс жидкости и других типов загрязнений в звеньях системы «скважина - шлейф - установка сбора и подготовки газа - промышленный газопровод», а также изменения потерь давления при транспортировании газа отрицательно сказывается на величине рабочего давления скважин месторождения.

В представленном материале дана оценка влияния факторов на объемы добычи при разработке месторождений на завершающей стадии.

Для контроля процесса добычи газа используют оперативные данные о следующих параметрах:

- давлении в затрубном пространстве скважины;
- рабочем давлении скважины;
- статистическом давлении скважин (периодическое измерение);
- давлении на входе и выходе с установки сбора и подготовки газа;
- температуре рабочей среды на устье скважины, входе и выходе из установок;
- дебите скважин месторождения и общем объеме передачи газа из установки к промышленному газопроводу.

К контролируемым величинам работы месторождения относятся: компонентный состав газа, загрязнения, объем отделенной в сепараторах жидкости, температура точки росы по воде и углеводородам, которые являются вспомогательными для получения целостной картины работы месторождения.

Величины забойного давления, потери давления на подъем продукции скважины и ее транспортировку и подготовку, температуры гидратообразования и т.п. являются расчетными и позволяют оперативно принимать решения при осложнениях в процессе добычи и транспортировки природного газа.

Потери давления на подъем продукции скважины на дневную поверхность и ее транспортировку газопроводами системы сбора газа являются реакцией на гидросопротивление системы, основными составляющими которого есть местные сопротивления загрязненных в процессе эксплуатации трубопроводов.

Внедряя комплекс мероприятий, можно уменьшить объем загрязнений, а влияние местных сопротивлений нивелировать, тогда и общее гидросопротивление системы сократится. Следовательно, сократится величина потерь давления в системе и уменьшится величина рабочего давления на устье скважины.

Общепринятыми аспектами в добыче газа обычно являются следующие два:

- первый – достаточно снизить рабочее давление месторождения, чтобы

достичь увеличения добычи газа, или, по крайней мере, его стабилизации;

- второй – шлейф скважины спроектирован так, чтобы вся жидкость, которую принято к устью скважины, направилась к установке подготовки газа.

Практика эксплуатации месторождений на завершающей стадии разработки отвечает этим утверждениям не в полной мере. В некоторых случаях некорректно рассматривать систему добычи (скважину) и систему сбора (шлейф) отдельно. Необходимо учитывать места локализации загрязнений в звеньях системы в целом (рис. 1).

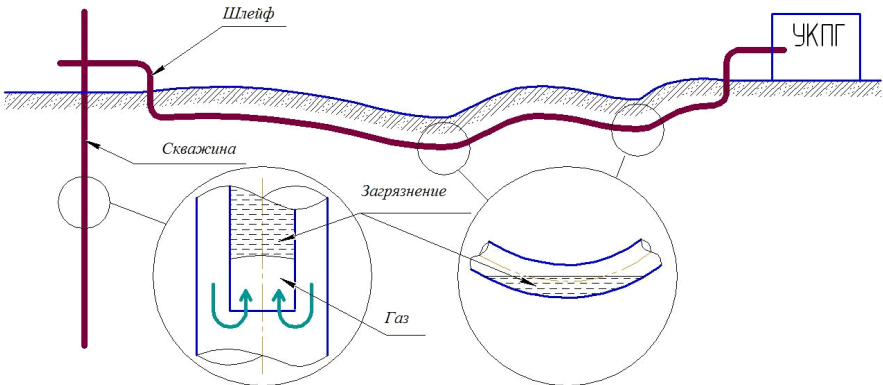


Рис. 1 – Локализация масс жидкости в системе добычи и сбора газа.

Жидкость локализуется не только в скважине, но, вследствие процессов перераспределения ее массы и как более плотная составляющая газожидкостной смеси, формирует накопление в нижней части шлейфа в благоприятных точках рельефа (*природных ловушках жидкости*) и при определенных скоростных условиях (*незагруженность шлейфа на завершающей стадии разработки месторождения*). Время образования загрязнений, условия, при которых они сформировались, и их объем являются определяющими факторами, влияющими на гидросопротивление системы наземного сбора и транспорта продукции.

**Постановка задачи.** На завершающей стадии разработки месторождений жидкость попадает и накапливается в полости труб в условиях низких дебитов за счет охлаждения газожидкостного потока во время его движения от горизонта до устья, перетоков вод водоносных горизонтов, притока воды из верхних водоносных горизонтов по тектоническим нарушениям и т. д. Во время разработки месторождения постоянно снижаются рабочие дебиты добывающих скважин, и за счет соответствующего падения скорости газа происходит накопление жидкости в *лифтовых трубах*, а газа – в затрубном пространстве. Этот процесс продлится до тех пор, пока давление газа в затрубном пространстве станет достаточным для вынесения жидкости из полости лифтовых труб на поверхность (в шлейф). То есть в течение определенного времени скважина работает с переменным дебитом и периодическим выно-

сом жидкости, подобным *залповому выбросу* [2]. Со временем объем жидкости, которая накапливается в лифтовых трубах, изменяется соответственно воздействию переменных во времени факторов:

- скорости газового потока;
- величины давления природного газа;
- качественного состава газожидкостного потока.

Жизненный цикл жидкостной пробки в пустоте вертикальной трубы представлен на рис. 2.

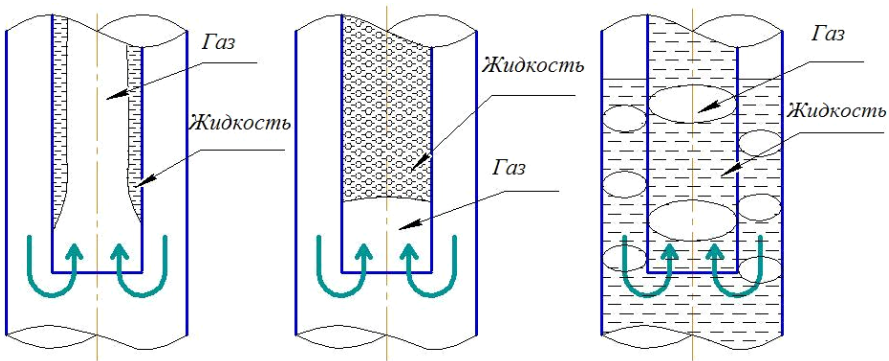


Рис. 2 – Формирование жидкости в пустоте вертикальной трубы.

Если в какой-то период объем накопленной жидкости достигнет критического значения, то скважина остановится. Очевидно, что для определенного момента времени при  $qr = const$  (соответственно  $\omega r = const$ ) в условиях неизменного качественного состава газожидкостной смеси объем жидкости в лифтовых трубах является функцией клина на изменение давления  $V_{уд}^{жидк} = f(P)$ . Оптимальной работе скважины должно соответствовать условие равенства давлений в затрубном пространстве и на устье скважины. Разница их значений соответствует высотам столбов жидкости и газа в лифтовых трубах и затрубном пространстве. Этот объем жидкости ориентировочно можно оценить по формуле

$$V_{уд}^{жидк} = 9,8135 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{P_{мп} - P_{затр}}{\rho g}, \quad (1)$$

где  $d$  – внутренний диаметр лифтовых труб, м;  $P_{мп}$  – давление на устье скважины, кгс/см<sup>2</sup>,  $P_{затр}$  – давление в затрубном пространстве скважины, кгс/см<sup>2</sup>;  $\rho$  – максимальная плотность составляющих газожидкостного потока, кг/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Накопление жидкости в шлейфе, в отличие от лифтовых труб, носит иной характер, поскольку ее объем никогда не перекрывает полностью сечения трубопровода, а накапливается на его нижней образующей в зависимости

от рельефа местности, стремясь занять форму, соответствующую состоянию покоя. Это состояние покоя жидкости в колене трубопровода определяет центральный угол к зеркалу жидкости. Во время залпового выброса жидкости из скважины, этот объем перемещается в полость шлейфа, увеличивая центральный угол к зеркалу жидкости и, соответственно, объем жидкости в колене газопровода. Возрастание угла возможно лишь до определенной величины (критического значения), при достижении которой происходит залповый выброс жидкости из этого колена газопровода и перемещения ее к другому. Угол соответственно уменьшится до нормального значения, которое соответствует состоянию покоя жидкостного формирования в колене трубопровода (рис. 3).

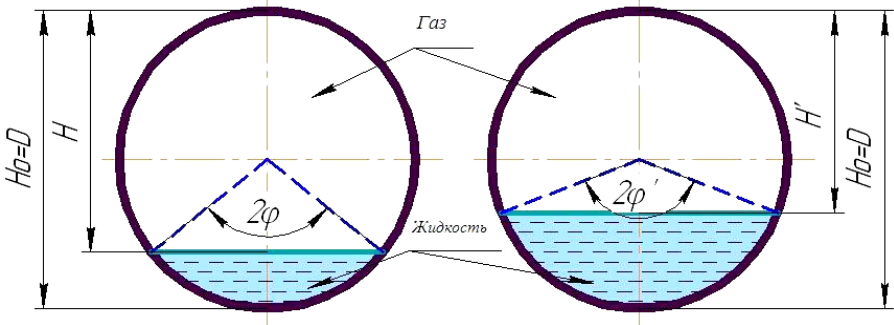


Рис. 3 – Геометрия и динамика жидкостной пробки в колене шлейфа.

**Математическая модель.** Критические значения центрального угла к зеркалу жидкости оценивают по функции критического угла, исходя из следующих двух факторов:

1. геометрии жидкостного образования (рис. 4);
2. условий, которые формируют режим работы шлейфа, при использовании формулы

$$\Phi_1(\varphi_{кр}) = \frac{2\beta \cdot 2\pi^2 \omega^2 \gamma_z / Dg}{\Delta\rho \cdot \cos \alpha} = \frac{4\pi^2 \beta \omega^2 P}{zRTDg \cos \alpha (\rho_p - P / zRT)}, \quad (2)$$

где  $\beta = 1,045 - 1,1$  – коэффициент Кориолиса (поправочный коэффициент на неравномерность распределения скоростей);  $\omega$  – линейная скорость газа, м/с;  $P$  – среднее давление газа в шлейфе, Па;  $z$  – коэффициент сжимаемости газа;  $R$  – универсальная газовая постоянная, Дж/кг·К;  $T$  – средняя температура газового потока на участке газопровода, К;  $D$  – внутренний диаметр шлейфа, м;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с;  $\alpha$  – угол наклона участка газопровода к горизонтальной поверхности, рад;  $\rho_p$  – плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

Для реальных условий эксплуатации математическая модель зависимости функции критического центрального угла к зеркалу жидкости в колене шлейфа номинальным диаметром 100 мм, собирающего газ газоконденсатно-



го месторождения с давлением  $10 \text{ кгс/см}^2$  будет соответствовать рис. 5.

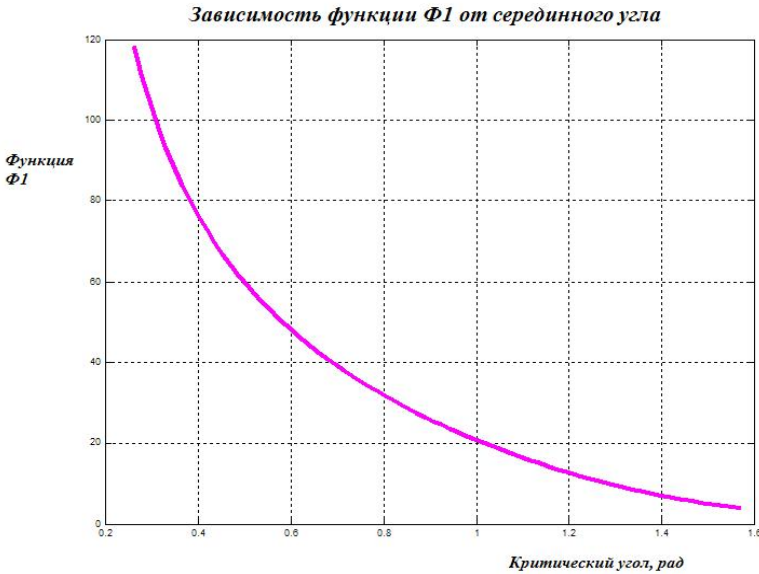


Рис. 4 – Зависимость функционального условия  $\Phi_1(\varphi_{кр})$ .

Поскольку в колене шлейфа площадь сегмента, занятого жидкостью составляет:

$$F = (D^2 / 4) \cdot (2\varphi_{кр} - \sin 2\varphi_{кр}), \quad (3)$$

то критический объем жидкости, препятствующей эффективной добыче, составляет:

$$V_{кр}^{жид} = (D^2 / 4) \cdot (2\varphi_{кр} - \sin 2\varphi_{кр}) \cdot s, \quad (4)$$

где  $s$  – длина зеркала жидкости, м.

Графически зависимость удельного критического объема загрязнений (отнесенного к единице длины зеркала жидкости) от изменения факторов отвечает рис. 6 из [3].

Итак, оперируя даже наименьшим набором диспетчерских данных (дебитом скважины, температурой потока и изменением давления) и опираясь на вышеизложенное в теоретическом подходе, возможно оценить две величины:

- объем жидкости, которая накапливается в лифтовых трубах скважины в процессе добычи газа  $V_{уд}^{жид}$ ;
- критический объем жидкости, которая формируется в полости шлейфа в процессе сбора газа  $V_{кр}^{жид}$ .

Сравнение этих величин дает возможность судить о значимости влияния на объемы добычи газа из скважины следующих факторов:

- накопленной жидкости в лифтовых трубах скважины ( $V_{уд}^{жид} > V_{кр}^{шл}$ );
- загрязнение пустоты шлейфа скважины ( $V_{уд}^{жид} < V_{кр}^{шл}$ );
- совокупное влияние перераспределения масс жидкости в скважине и ее шлейфе ( $V_{уд}^{жид} \approx V_{кр}^{шл}$ ).

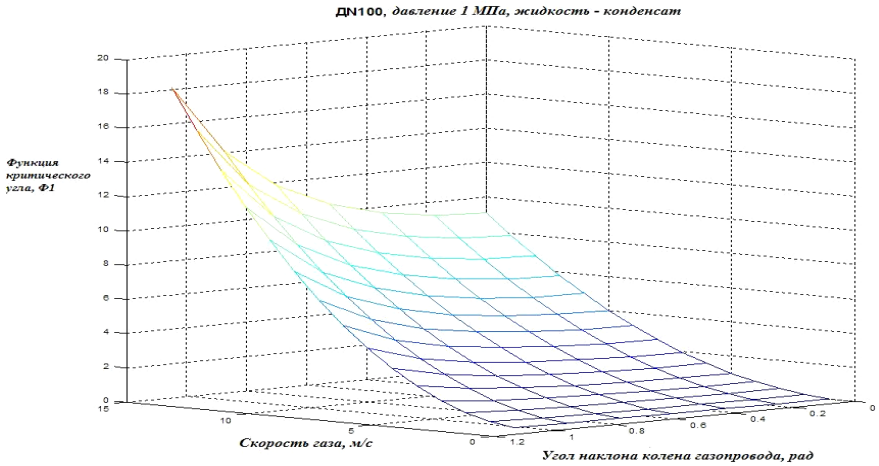


Рис. 5 – 3-D реализация математической модели для практических целей.

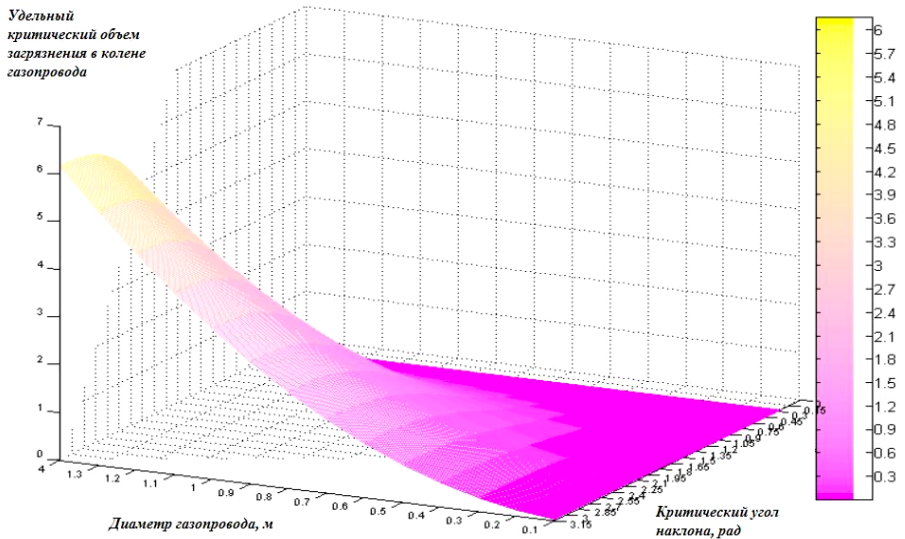
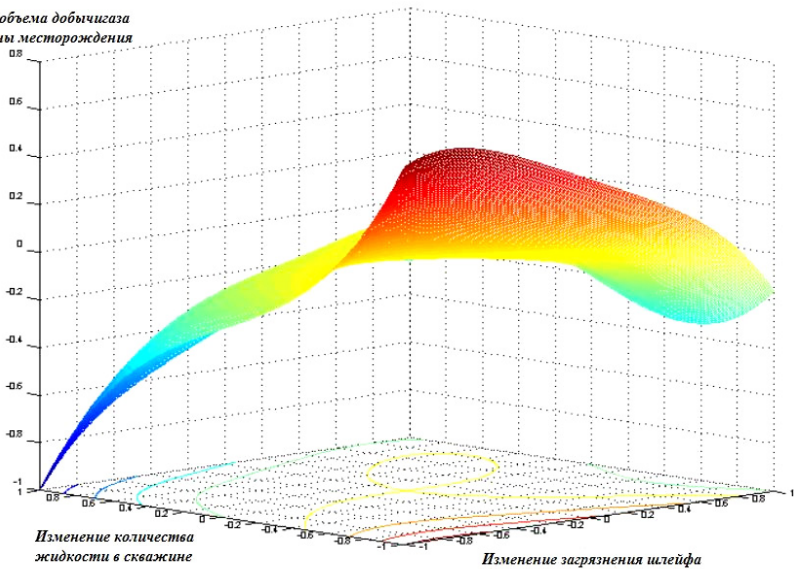


Рис. 6 – Зависимость удельного критического объема загрязнений от критического угла  $\varphi$  и диаметра газопровода.

Данный подход к оценке режимов работы системы добычи и сбора газа положен в основу разработки алгоритма и реализации математических моделей в программном обеспечении, что позволяет обрабатывать мощный массив данных, получаемый в результате проведения масштабных экспериментальных исследований, и получать для каждого конкретного месторождения 3-D реализацию модели динамики объемов добычи газа в зависимости от распределения жидких формирований в системе его добычи и сбора.

Динамика объема добычи газа из скважин месторождения



по осям  $x, y$  – «+» (плюс) относительное увеличение объема жидкости, – «-» (минус) относительное уменьшение жидкости от зафиксированного; по оси  $z$  – «+» относительное увеличения объемов добычи, – «-» относительное уменьшение объемов добычи.

Рис. 7 – Модель динамики объемов добычи газа для Бытков-Бабченского месторождения.

Модель представляет собой *уравнение регрессии*, связывающее функцию отклика с факторами, влияющими на изменение квазистационарного процесса сбора газа с месторождения. Анализируя значимость коэффициентов уравнения судят о существенности влияния режима работы газосборной или газодобывающей системы. Пример такой модели для одного из месторождений Западного добывающего региона страны – Бытков-Бабченского газоконденсатного месторождения представлены на рис. 7 (график приведен в условных единицах). Согласно уравнению регрессии:

$$\Delta q = -0,2105 \cdot \Delta V_{кр}^{жл4} - 0,421 \cdot \Delta V_{уд}^{жид3} + 0,3684 \Delta V_{кр}^{жл} \cdot \Delta V_{уд}^{жид} . \quad (7)$$

В арифметике относительное изменение величины можно записать в виде:

$$\Delta V = (V - V') / V = 1 - V' / V,$$

где  $V'$  – это величина, которая изменяется. Подставим

$$V_{\text{сврд}}^{\text{сврд}} = 9,8135 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \frac{|P_{\text{тр}} - P_{\text{затр}}|}{\rho g} \text{ и } V_{\text{кр}}^{\text{шл}} = \frac{D^2}{4} \cdot (2\varphi_{\text{кр}} - \sin 2\varphi_{\text{кр}}) \cdot s,$$

и, будем считать, что для определенного промежутка времени величины плотности жидкой составляющей газожидкостного потока, диаметра лифтовых труб, шлейфов скважин и длины зеркала жидкости являются постоянными. Тогда для данного месторождения изменение добычи во времени можно спрогнозировать по формуле:

$$\Delta q = 0,3684(1-b)(1-a) - 0,421(1-a)^3 - 0,2105(1-b)^4, \quad (8)$$

где  $a$  – коэффициент, который определяет степень загрязнения шлейфа скважины,  $a = (2 \cdot \varphi_{\text{кр}}' - \sin 2\varphi_{\text{кр}}') / (2 \cdot \varphi_{\text{кр}} - \sin 2\varphi_{\text{кр}})$ ;

$b$  – коэффициент, который определяет степень загрязнения лифтовых труб скважины  $b = \frac{|P_{\text{тр}}' - P_{\text{затр}}'|}{|P_{\text{тр}} - P_{\text{затр}}|}$ .

**Выводы.** Получена математическая модель динамики объемов добычи газа в зависимости от распределения жидкой фазы в системе его сбора и добычи. С физической точки зрения полученное уравнение изменения добычи во времени для конкретного месторождения справедливо, поскольку при идеально чистом шлейфе накопление критической массы жидкости в полости лифтовых труб скважины обуславливает ее остановку.

На основе анализа результатов расчетов по представленной математической модели можно принимать техническое решение о целесообразности снижения рабочего давления месторождения, окупаемости капиталовложений в установку дожимных компрессорных станций или внедрении мер повышения углеводородоотдачи: уплотнение сетки скважин, бурение наклонных стволов или просто освобождение шлейфов и газопроводов от накопленной жидкости.

Полученные результаты показывают, что даже идеально работающая «необводненная» скважина теряет до 30% мощности на преодоление гидросопротивления шлейфа. При этом внедрение мероприятий по повышению эффективности работы как шлейфа, так и скважины позволит увеличить добычу газа до определенной величины, а применение этих мер в отдельности отразится лишь в поддержании текущего объема добычи, то есть динамика будет нулевой.

**Список литературы:** 1. Галко Т.М., Аксьонов В.В. Особливості проектування розробки газоконденсатних родовищ на завершальній стадії промислової експлуатації // Нафтова і газова промисловість. – Київ: НАК «Нафтогаз України» – №2, 2009. – С. 26 – 28. 2. Бойко В.С., Кондрат П.М., Яремійчук Р.С. Довідник з нафтогазової справи. – К.: Львів, – 1996. – 620с. 3. Братах М.І., Топоров В.Г., Рузіна І.М., Соболева А.В. Математична модель залпового викиду рідини з порожнини газопроводу // XVIII (ежегодная) международная научно-техническая конференция «Экологическая и техногенная безопасность, охрана водного и воздушного бассейнов, утилизация отходов», 07 – 11 июня 2010 г., Бердянск, сб. научн. трудов, – С. 444 – 452. 4. Братах М.І., Топоров В.Г.,

Рузіна І.М., Хай В.В., Хоменко Г.О. Комп'ютеризація процесу контролю гідратоутворення та квазістационарних режимів роботи газопроводів системи видобутку і збору газу // «Питання розвитку газової промисловості» / Зб. наук. пр., вип. XXXVIII. – Харків: УкрНДІгаз, – 2010р., – С. 201 – 207.

**Bibliography (transliterated):** 1. Galko, T. M., and V.V. Aks'onov. "Osoblivosti proektuvannja rozrobki gazokondensatnih rodovishh na zavershal'nij stadii promislovoi ekspluatacij." *Naftova i gazova promislovist'*. Kіiv: NAK «Naftogaz Ukraїni». No. 2. 2009. 26–28. Print. 2. Bojko, V. S., R. M. Kondrat and R. S. Jaremijchuk. *Dovidnik z naftogazovoi spravi*. Kyiv.: L'viv, 1996. Print. 3. Bratah, M. I., et al. "Matematiczna model' zalpovogo vikidu ridini z porozhnini gazoprovodu." *XVIII (ezhegodnaja) mezhdunarodnaja nauchno-tehnicheskaja. konf. "Jekologicheskaja i tehnogennaja bezopasnost', ohrana vodnogo i vozdushnogo bassejnov, utilizacija othodov"*. *Sb. nauchn. trudov*. Berdyansk, 2010. 444–452. Print. 4. Bratah, M. I., et al. "Komp'juterizacija procesu kontrolju gidratoutvorennja ta kvazistacionarnih rezhimiv roboti gazoprovodiv sistemi vidobutku i zboru gazu." *Zb. nauk. pr.: Pitannya rozvitku gazovoi promislovosti*. No. XXXVIII. Kharkiv: UkrNDIgaz, 2010. 201–207. Print.

*Поступила (received) 03.05.2014*

УДК 621.43.068.4

**А.Н. КОНДРАТЕНКО**, канд. техн. наук, вед. инж., ИПМаш НАНУ,  
Харьков

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ФИЛЬТРА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ДИЗЕЛЯ. ЧАСТЬ 1: НАСТРОЕЧНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ**

Приведена и описана математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твёрдых частиц (ФТЧ) в реальных условиях эксплуатации. Модель построена на основе расходной характеристики одного модуля ФТЧ, экспериментально полученной при постоянной температуре текучей среды, и данных стендовых испытаний автотракторного дизеля 2410,5/12, оснащенного полноразмерным ФТЧ. Модель позволяет учесть ряд факторов, характеризующих условия эксплуатации ФТЧ в составе выпускной системы этого дизеля. Учет этих факторов производится путем введения соответствующих коэффициентов. В данной части работы описан физический смысл и оценены значения настроечного коэффициента модели, позволяющего связать результаты исследований на безмоторной установке и моторном стенде и учесть тип конструктивного исполнения модуля фильтрующего элемента.

**Ключевые слова:** дизель, фильтр твердых частиц, гидравлическое сопротивление, математическая модель.

**Введение.** Как известно, с 1 января 2011 года на территории Украины введены в действие нормы токсичности стандартов Правил ЕЭК ООН №№ 49 и 96 уровня EURO III, пришедшие на смену предыдущему уровню этих стандартов, действовавших с 2005 года. На территории Российской Федерации на данный момент действуют нормы уровня EURO IV, на территории Европейского Союза – уровня EURO V [1 – 4]. Для достижения автотранспортными средствами (АТС), оснащенными дизельными ДВС, уровня эколо-

© А. Н. Кондратенко, 2014

гических показателей, оговоренных этими нормами, наряду с мероприятиями по влиянию на рабочий процесс дизеля широко применяют различные системы очистки их отработавших газов (ОГ) от нормируемых вредных веществ. К таковым относят: несгоревшие углеводороды моторного топлива и масла  $\text{C}_n\text{H}_m$ , монооксид углерода  $\text{CO}$ , оксиды азота  $\text{NO}_x$ , и твердые частицы ТЧ, причем  $\text{C}_n\text{H}_m$  частично содержится в составе ТЧ, которые вместе с  $\text{NO}_x$  составляют до 95 % токсичности ОГ [5 – 8]. Для нейтрализации ТЧ в ОГ (удаления из потока, накопления в фильтрующем элементе (ФЭ) и превращения в безопасные вещества в ФЭ или вне борта АТС) в системах снижения токсичности ОГ дизелей применяют фильтры твердых частиц (ФТЧ) с цельнокерамическими ФЭ с сотовой структурой каналов, заглушенных в шахматном порядке, и каталитическими покрытиями, содержащими металлы платиновой группы [9]. Таким ФТЧ присущ ряд недостатков, связанных с их низкими показателями технологичности и себестоимости производства, эксплуатационной надежности, гидравлического сопротивления (ГС), а также массогабаритными [10]. В связи с вышесказанным следует отметить, что научно-исследовательские работы, направленные на создание принципиально новых и совершенствование известных конструкций ФТЧ, являются актуальными и экономически обоснованными.

**Анализ литературных источников.** В отделе поршневых энергоустановок (ПЭУ) Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины (ИПМаш НАНУ) разработан ФЭ, состоящий из одинаковых модулей, каждый из которых состоит из двух типов деталей (кожух – 2 шт., сетчатая кассета с насыпкой из природного цеолита – 4 шт.), изготовленных из недорогих и недефицитных материалов отечественного производства (стальной листовой нержавеющей прокат, стальная нержавеющая тканая сетка и насыпной среднефракционный природный цеолит (ПЦ)) и не содержит каталитических покрытий [10, 11].

Выполнено физическое моделирование процесса движения текучей среды (ТС) в различных вариантах конструкции модуля разработанного ФТЧ на безмоторной исследовательской установке (БИУ) [12, 13]. Экспериментальный образец при этом представлял собой один модуль ФЭ, изготовленный из плексигласа и имеющий разъемную конструкцию, позволяющую изменять его конструктивные особенности – прозрачный макет модуля (ПММ) ФЭ. Также использовались другие экспериментальные образцы, позволяющие исследовать конструктивные элементы модуля по-отдельности [14, 15]. В результате получены расходные характеристики как самого модуля, так и его конструктивных элементов по-отдельности при неизменной температуре ТС  $t_{ТС}$  (отличие от температуры окружающей среды (ОС)  $t_0$  составляло 2 – 5 °С), то есть, можно считать, что они являются линиями равного уровня температуры – изотермами [10]. В качестве ТС в БИУ используется очищенный от пыли атмосферный воздух, нагнетаемый в ее полости поршневым компрессором, который близок по значению молекулярной массы и других теплофизических свойств к ОГ дизеля. БИУ обеспечивает поток ТС  $g_m$  (мас-

совый расход ТС  $G_m$ , приходящийся на единицу площади характерного сечения  $S$ ) через входное отверстие ПММ в пределах  $0 - 120 \text{ кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$ , то есть превышает значение потока ОГ через выпускной коллектор дизеля 2Ч10,5/12 (не более  $25 \text{ кг}/(\text{с}\cdot\text{м}^2)$ ) более чем в 5 раз [12, 13].

Также проведено математическое моделирование процесса движения потока ОГ в модуле ФЭ, для чего использована лицензионная учебная версия программного комплекса COSMOS FloWorks, входящего в Solid Works 2008 [10, 16, 17], и адаптирована к объекту исследования в вычислительном центре «Тензор» (каф. «Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин» НТУ «ХПИ»). Результаты моделирования удовлетворительно согласуются с результатами экспериментального исследования ГС модуля ФЭ на БИУ и моторном испытательном стенде (МИС) [18, 19].

По результатам физического и математического моделирования процессов в модуле ФЭ разработаны действующие макетные образцы ФЭ, отличающиеся, в первую очередь, наличием (ДМЦ) и отсутствием (ДМ) насыпки из ПЦ в сетчатых кассетах. Также они отличались наличием (ДМ) и отсутствием (ДМЦ) соединительной пластины и, кроме того, количеством модулей в образце –  $z_m = 4$  шт. в ДМ и  $z_m = 20$  шт. в ДМЦ [18, 19].

Для выявления особенностей функционирования разработанного ФТЧ в условиях выпускной системы дизеля (то есть в реальных условиях эксплуатации) проведено экспериментальное исследование ДМ и ДМЦ ФЭ на МИС лаборатории отдела ПЭУ ИПМаш НАНУ. Стенд оснащен автотракторным двухцилиндровым четырехтактным двухклапанным дизелем воздушного охлаждения 2Ч10,5/12 (Д21А1) с неразделенной камерой сгорания в поршне и одноплунжерным ТНВД распределительного типа и всережимным механическим регулятором, с рабочим объемом  $2,0 \text{ дм}^3$  и номинальной мощностью  $21,3 \text{ кВт}$ , производства Владимирского тракторного завода [20]. Согласно разработанной программе, моторные испытания состояли из четырех этапов, каждый из которых проведен с целью определения физического смысла и значений соответствующих коэффициентов в формуле (1) [10].

**Цель и постановка задач исследования.** Целью исследования является описание математическим языком выявленных экспериментальным путем аспектов влияния эксплуатационных факторов на гидравлическое сопротивление фильтрующего элемента фильтра твердых частиц дизеля.

Задачами исследования являются учет влияния на ГС разработанного ФТЧ следующих факторов:

1. конструктивных особенностей модуля ФЭ – наличие или отсутствие насыпки из ПЦ в сетчатых кассетах и соединительной пластины в модуле;
2. геометрических особенностей модуля ФЭ – площади входного отверстия модуля  $S_{вх}$ ;
3. рабочего объема цилиндров дизеля – соответствующего ему количества модулей в полноразмерном ФЭ  $z_m$ ;
4. режима работы дизеля 2Ч10,5/12 – частоты вращения коленчатого ва-

ла дизеля  $n_{кв}$  (а фактически – потока ОГ  $g_{mOГ}$ ) и крутящего момента дизеля  $M_{кр}$  или среднего эффективного давления  $P_e$  (а фактически – температуры ОГ на входе в ФТЧ  $t_{ФТЧex}$ ) на стационарном режиме его работы;

5. места установки ФТЧ по длине выпускного тракта дизеля – длины выпускного тракта между выпускным коллектором дизеля и ФТЧ  $L_{вып}$  (а фактически – максимальной температуры ОГ на входе в ФТЧ  $t_{ФТЧexmax}$ );

6. динамики засорения ФЭ – времени работы дизеля 2Ч10,5/12 на стационарном режиме с  $M_{крmax}$   $\tau_M$ , эффективной мощности дизеля на  $i$ -ом режиме  $N_{ei}$  и весового фактора этого режима  $WF_i$  в стационарном испытательном цикле, являющемся моделью эксплуатации такого типа дизеля [2, 3].

В данной части исследования отражены подходы к решению первой – третьей и, частично, четвертой задач.

**Математическая модель гидравлического сопротивления ФТЧ дизеля в реальных условиях эксплуатации.** При построении модели предполагается, что вид расходной характеристики ПММ ФЭ, полученной экспериментально на БИУ при постоянной температуре ТС, сохраняется для ДМ и ДМЦ ФЭ (их модули принципиально повторяют соответствующие варианты конструкции ПММ ФЭ, что позволяет выполнить п. 1 задач исследования) в условиях выпускной системы дизеля (реальных условиях эксплуатации) при постоянной температуре ОГ. Установление связи между расходной характеристикой ПММ ФЭ и расходными характеристиками ДМЦ ФЭ, полученными экспериментально на МИС на разных этапах моторных испытаний (позволяет выполнить пп. 4, 5 и 6 задач исследования), предполагается путем представления расходной характеристики ПММ ФЭ в вид зависимости ГС от потока ТС  $g_m$  (позволяет выполнить пп. 2 и 3 задач исследования) и введения ряда коэффициентов, учитывающих соответствующие факторы – набора  $g_{mOГ}$ ,  $S_{ex}$ ,  $z_m$ ,  $t_{ФТЧex}$ ,  $t_{ФТЧexmax}$ ,  $\tau_M$ ,  $N_{ei}$ ,  $WF_i$  или набора  $n_{кв}$ ,  $S_{ex}$ ,  $z_m$ ,  $M_{кр}$ ,  $L_{вып}$ ,  $\tau_M$ ,  $N_{ei}$ ,  $WF_i$ .

Таким образом, математическая модель имеет вид:

$$\Delta P_{ФТЧ} = \Delta P_{ПММ} (g_{m\_OГi}; S_{ex}; z_m) \cdot k_0 \cdot k_t (t_{ФТЧexi}) \cdot k_L (t_{ФТЧexmax}) \cdot k_\tau (\tau_M; N_{ei}; WF_i) = \Delta P_{ПММ} (n_{квi}; S_{ex}; z_m) \cdot k_0 \cdot k_t (M_{крi}) \cdot k_L (L_{вып}) \cdot k_\tau (\tau_M; N_{ei}; WF_i), \text{ Па} \quad (1)$$

где индекс  $i$  соответствует текущему режиму работы дизеля;  $k_0$ ,  $k_t$ ,  $k_L$ ,  $k_\tau$  – настроечный, температурный, компоновочный, временной коэффициенты, соответственно.

При  $z_m = 1$  и  $S_{ex} = 55 \text{ мм}^2$ ,  $t_0 = t_{TC} = 15 \dots 20 \pm 2^\circ \text{C}$ ;  $B_0 = 95 \text{ кПа}$ ,  $g_m = 10 \dots 110 \text{ кг}/(\text{с} \cdot \text{м}^2)$  [10 – 13] получаем:

$$\Delta P_{ПММ} = 0,122 \cdot g_{m\_OГ}^3 - 1,964 \cdot g_{m\_OГ}^2 + 173,7 \cdot g_{m\_OГ}, \text{ Па}; \quad (2)$$



$$g_{m\_OG} = (1,558 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 0,956) \cdot 20 / z_m \cdot 55 / S_{ex}, \text{ кг/(с} \cdot \text{м}^2) \quad (3)$$

В данной части исследования представлены подходы и результаты экспериментального определения настроечного коэффициента  $k_0$ .

**Определение настроечного коэффициента.** Первый этап моторных исследований – сравнительных для ДМ и ДМЦ ФЭ – показал принципиальное превосходство варианта конструкции модуля ФЭ с насыпкой из ПЦ по эффективности очистки им ОГ дизеля от ТЧ как в количественном, так и в качественном плане [10 – 13]. Однако модуль ДМЦ ФЭ обладает большей массой и себестоимостью изготовления, а также существенно большим ГС и требует в связи с этим большего количества модулей в ФЭ. При этом экспериментальные образцы устанавливались в макетоудерживающую вставку (МВ), которая размещалась непосредственно за выпускным коллектором дизеля ( $L_{вып} = 0$  м,  $t_{ФТЧex} = 605^\circ\text{C}$ ) и в строго вертикальном положении (для уплотнения насыпки из ПЦ в сетчатых кассетах под собственным весом). МВ герметична, имеет разъемную конструкцию, оснащена фланцами для присоединения к другим составляющим частям выпускного тракта МИС и штуцерами для подключения дифманометров и термомпар ТХА, подающими сигнал на приборы ОВЕН ТРМ-200. Для размещения в МИС действующих макетов с различным количеством одинаковых по габаритным размерам модулей, экспериментальные образцы оснащены герметизирующими шторками. Методика проведения данного этапа моторных испытаний заключалась в измерении ГС экспериментальных образцов (и других показателей работы дизеля, в том числе и характеристик токсичности ОГ) при работе дизеля на режимах внешней скоростной характеристики (в.с.х.). Такой подход наиболее информативен при рациональных затратах времени и средств на проведение исследований, поскольку это обусловлено следующими особенностями в.с.х.:

- для этой характеристики поток ОГ, в функции которого изменяется ГС образцов, изменяется в наиболее широких пределах для дизеля;

- она содержит режим максимального крутящего момента  $M_{кр\max}$  дизеля, на котором обычно наблюдается глобальный *минимум коэффициента избытка воздуха  $\alpha$*  в поле рабочих режимов дизеля (так называемый *предел дымления*, при  $\alpha$ , равном 1,3) и, как следствие, глобальный максимум дымности ОГ  $N$ , а значит и массового выброса ТЧ  $G_{ТЧ}$ . Также на этом режиме наблюдается глобальный максимум температуры ОГ в выпускном коллекторе дизеля  $t_{OG}$ . Немаловажным является то, что на этом режиме автотракторного дизеля при отсутствии системы электронного управления (а у дизеля Д21А1 оно отсутствует) согласованы остальные параметры его работы для достижения глобального минимума удельного эффективного расхода топлива  $g_e$ ;

- она содержит номинальный режим работы дизеля с мощностью  $N_{enom}$ , на котором наблюдается глобальный максимум массового часового расхода

топлива  $B_{г}$  ;

– по ее режимам температура  $t_{ог}$  изменяется в пределах, достаточных для прогнозирования зависимости от нее рабочих характеристик экспериментального образца.

Сами внешние скоростные характеристики построены путем описания экспериментально полученных точек полиномами 1 – 4 степени *методом линейной регрессии* [21]. При этом использованы режимы работы дизеля со следующими значениями  $n_{кв}$  :

900, 1000, 1200 (режим с  $M_{кр\max}$ ), 1400, 1600 и 1800 (режим с  $N_{еном}$ ) мин<sup>-1</sup>.

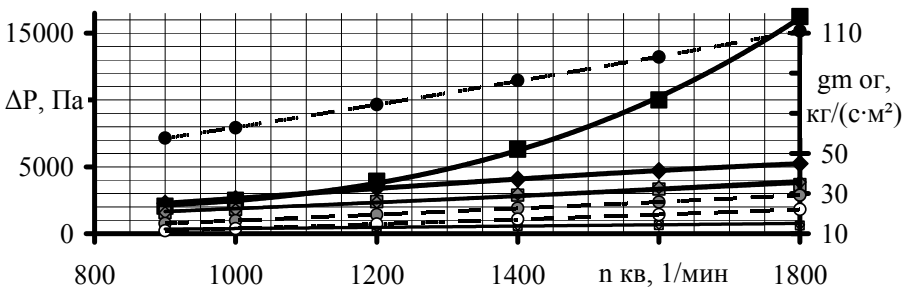


Рис. 1 – Распределение значений ГС элементов выпускного тракта МИС и значений потока ОГ в его характерном сечении по режимам в.с.х. дизеля 2410,5/12:   
 ■, □, ▣, ● – для ДМ ФЭ; ◆, ◇, ◊, ○ – для ДМЦ ФЭ; ■, ◆ –  $\Delta P_{фгч}$ ; ▣, ◇ –  $\Delta P_{вып}$ ;   
 □, ◇ –  $\Delta P_{мв}$ ; ●, ○, ◊ –  $g_{mог}$  для ДМ, ДМЦ ФЭ и выпускного коллектора дизеля.

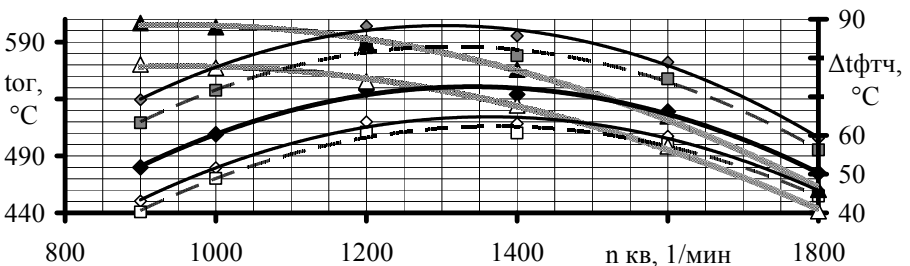


Рис. 2 – Распределение значений температуры ОГ и ее перепадов на МВ по режимам в.с.х. дизеля 2410,5/12: ◆ – без МВ ДМ и ДМЦ ФЭ; □, ▣, ▲ – ДМ ФЭ; ◇, ▣, Δ – ДМЦ ФЭ; ◆ –  $t_{ог}$ ; ▣, ◇ –  $t_{фгчвх}$ ; □, ◇ –  $t_{фгчвых}$ ; ▲, Δ –  $\Delta t_{фгч}$ .

К экспериментально полученным значениям ГС применен подход как к аддитивной величине, то есть из них вычтены значения ГС самой МВ (они получены экспериментально на МИС с пустой МВ) и пространства в МВ между герметизирующими шторками и внешними кожухами модулей экспериментальных образцов (эти данные получены расчетным путем в среде COSMOS FloWorks). Массовый расход ОГ  $G_{mог}$  на режиме определялся

суммированием массовых расходов воздуха  $G_B$  и топлива  $G_T$  дизелем, полученных косвенными однократными измерениями. Результаты исследования представлены на рис. 1 – 3.

На рис. 1 представлены зависимости значений ГС экспериментальных образцов ФЭ, МВ и остальной части выпускного тракта МИС (сплошные линии) и значений потока ОГ в характерном сечении выпускного тракта МИС (пунктирные линии) от  $n_{кв}$  дизеля 2Ч10,5/12 при его работе по внешней скоростной характеристике.

В качестве характерного сечения выпускного тракта МИС выбрано выходное отверстие выпускного коллектора дизеля 2Ч10,5/12 как единственной части штатной выпускной системы этого дизеля, установленной на МИС. Как видно на рис. 1, ГС ДМ и ДМЦ ФЭ, а также пустой МВ изменяется в функции частоты  $n_{кв}$  нелинейно. Характер зависимости значения  $g_{mOG}$  потока ОГ дизеля от  $n_{кв}$  является линейным. Для ДМ ФЭ этот параметр в среднем превосходит его значение в штатной выпускной системе этого дизеля в 4,5 раза, а для ДМЦ ФЭ, в 1,45 раза. ГС части выпускной системы МИС, находящейся за МВ, в среднем составляет около 70 % от ГС ДМЦ ФЭ, а ГС пустой МВ – около 14,3 %.

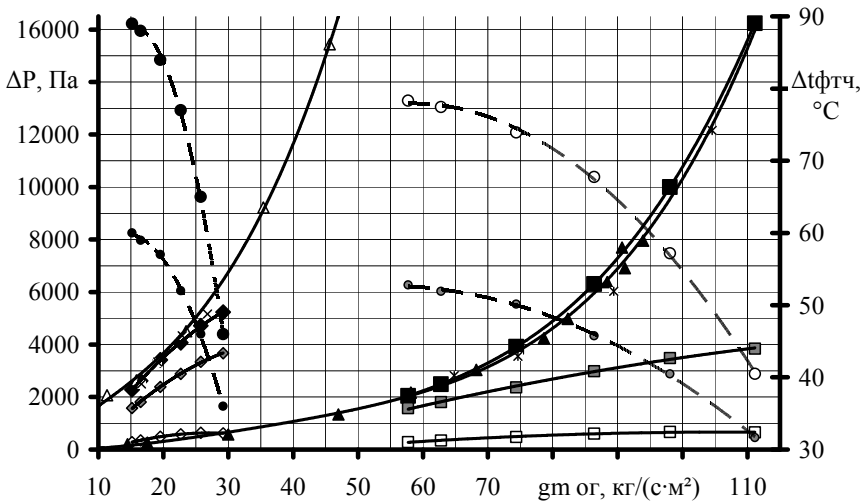


Рис. 3 – Расходные характеристики экспериментальных образцов и других частей выпускного тракта МИС и перепады температур на них для в.с.х. дизеля 2Ч10,5/12:

■, □, ▣, ●, \* – для ДМ ФЭ; ◆, ◇, ◻, ⊠, × – для ДМЦ ФЭ; ▲, △ – для ПММ ФЭ на БИУ; \*, × – расчет в COSMOS FloWorks; ■, ◆, ▲, △, \*, × –  $\Delta P_{фгч}$ ; ▣, ▤ –  $\Delta P_{вып}$ ; □, ◇ –  $\Delta P_{МВ}$ ; ●, ○ –  $\Delta t_{фгч}$ .

На рис. 2 представлены зависимости температуры ОГ за выпускным коллектором дизеля без экспериментальных образцов в МВ  $t_{ог}$  (сплошная

жирная линия), на входе  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$  и выходе  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вых}}}$  из МВ и перепада температуры на МВ  $\Delta t_{\text{ФТЧ}}$  (серые линии) с установленным в ней экспериментальным образцом (ДМ – тонкие пунктирные линии или ДМЦ – тонкие сплошные линии) от  $n_{\text{кв}}$  дизеля 2Ч10,5/12 при его работе по в.с.х.

На нем видно, что по режимам в.с.х.  $t_{\text{ОГ}}$  изменяется по степенной зависимости, достигая максимума, равного 550 °С, на режиме с  $M_{\text{кр max}}$  и снижается с убыванием или возрастанием частоты  $n_{\text{кв}}$  до уровня 480 и 515 °С соответственно. Наличие ДМ и ДМЦ ФЭ в МВ несколько повышает  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$  на величину в среднем 50 и 66 % от значения  $\Delta t_{\text{ФТЧ}}$  для ДМ и ДМЦ соответственно, что объясняется созданием значительного гидравлического сопротивления объектом исследования на выпуске. Так как температура ОГ не является аддитивной величиной, в отличие от давления, то вычлнить значения перепада температур самих действующих макетов из перепада температур на МВ затруднительно. На рис. 2 и 3 видно, что величина  $\Delta t_{\text{ФТЧ}}$  уменьшается с увеличением  $G_{\text{мОГ}}$  (в связи с увеличением скорости потока ОГ в ФЭ и снижением времени на процесс теплообмена) и увеличивается с увеличением  $t_{\text{ОГ}}$  (теплообмен с ОС интенсифицируется с повышением температурного напора). То же верно и для пустой МВ  $\Delta t_{\text{МВ}}$ .

На рис. 3 представлены расходные характеристики ДМ и ДМЦ ФЭ, МВ и остальной части выпускного тракта МИС (сплошные линии), а также перепады температур на них (пунктирные линии) в функции потока ОГ для режимов работы дизеля 2Ч10,5/12 по в.с.х. На нем видно, что зависимости ГС ДМ и ДМЦ ФЭ от потока ОГ не согласуются по форме с полученными на БИУ данными для ПММ ФЭ соответствующей конструкции. Это обусловлено тем, что расходные характеристики для соответствующих вариантов конструкции ПММ ФЭ, полученные на БИУ, являются изотермами, а по в.с.х. изменение  $t_{\text{ОГ}}$  в функции  $P_e$  существенно. То есть, характер зависимости экспериментально полученных значений ГС ДМ и ДМЦ повторяет характер зависимости  $t_{\text{ОГ}}$  от  $g_{\text{мОГ}}$  (см. рис. 1 и 2). С уменьшением  $t_{\text{ОГ}}$  уменьшается ГС всех элементов выпускного тракта дизеля на МИС, что объясняется понижением объемного расхода ОГ  $G_{\text{VОГ}}$  при постоянном массовом расходе ОГ  $G_{\text{мОГ}}$  с соответствующем увеличением плотности ОГ и уменьшением скорости движения ОГ, а также дополнительным расширением потока ОГ в добавленных в ходе модернизации МИС компонентов его выпускной системы.

Также на рис. 3 приведены результаты расчетного определения ГС модуля ФЭ в COSMOS FloWorks, которые удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными, полученными на МИС как количественно (значения ГС), так и качественно (форма графика зависимости).

Все зависимости рис. 1 – 3, описанные полиномами 1 – 4 степени методом линейной регрессии, имеют следующий вид. Для выпускной системы МИС с пустой МВ – используются формулы (4) – (8), с ДМ ФЭ в МВ – фор-

мулы (9) – (13), с ДМЦ ФЭ в МВ – формулы (14) – (22):

$$g_{m\_OG\_ДВС} = 1,179 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 0,723; R^2 = 0,99926; \quad (4)$$

$$t_{OG} = -3,590 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 0,963 \cdot n_{кв} - 94,8; R^2 = 0,98880; \quad (5)$$

$$\Delta P_{вып} = 2,458 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 1,639 \cdot n_{кв}; R^2 = 0,99157; \quad (6)$$

$$\Delta P_{MB} = 5,459 \cdot 10^{-5} \cdot n_{кв}^2 + 0,330 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}; R^2 = 0,98783. \quad (7)$$

$$\Delta t_{MB} = -2,814 \cdot 10^{-5} \cdot n_{кв}^2 + 4,992 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 37,6; R^2 = 0,99832. \quad (8)$$

$$g_{m\_OG\_ДМ} = 5,932 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 3,637; R^2 = 0,99926; \quad (9)$$

$$\Delta P_{ФТЧ} = 7,656 \cdot 10^{-6} \cdot n_{кв}^3 - 1,324 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв}^2 + 7,98 \cdot n_{кв}; R^2 = 0,99924; \quad (10)$$

$$t_{ФТЧ_{вх}} = -3,845 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 1,011 \cdot n_{кв} - 78,8; R^2 = 0,99105; \quad (11)$$

$$t_{ФТЧ_{вых}} = -3,335 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 0,914 \cdot n_{кв} - 110,8; R^2 = 0,98694; \quad (12)$$

$$\Delta t_{ФТЧ} = -5,098 \cdot 10^{-5} \cdot n_{кв}^2 + 9,676 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 32,0; R^2 = 0,99804; \quad (13)$$

$$g_{m\_OG\_ДМЦ} = 1,558 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 0,956; R^2 = 0,99926; \quad (14)$$

$$\Delta P_{ФТЧ} = 3,511 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 2,341 \cdot n_{кв}; R^2 = 0,99157; \quad (15)$$

$$t_{ФТЧ_{вх}} = -3,976 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 1,036 \cdot n_{кв} - 70,6; R^2 = 0,99213; \quad (16)$$

$$t_{ФТЧ_{вых}} = -3,397 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 0,926 \cdot n_{кв} - 106,9; R^2 = 0,98731; \quad (17)$$

$$\Delta t_{ФТЧ} = -5,793 \cdot 10^{-5} \cdot n_{кв}^2 + 0,110 \cdot n_{кв} + 36,7; R^2 = 0,99807; \quad (18)$$

$$\Delta P_{ФТЧ} = -4,766 \cdot g_{m\_OG}^2 + 423,72 \cdot g_{m\_OG} - 3061,2; R^2 = 0,99971 \quad (19)$$

$$\Delta P_{вып} = -0,253 \cdot g_{m\_OG}^2 + 86,40 \cdot g_{m\_OG} - 2603,9; R^2 = 0,99813; \quad (20)$$

$$\Delta P_{MB} = -0,164 \cdot g_{m\_OG}^2 + 34,99 \cdot g_{m\_OG} - 1195,8; R^2 = 0,99456; \quad (21)$$

$$\Delta t_{ФТЧ} = -0,2195 \cdot g_{m\_OG}^2 + 6,722 \cdot g_{m\_OG} + 37,2; R^2 = 0,99930; \quad (22)$$

Как видно из рис. 3, экспериментально полученная расходная характеристика ДМЦ ФЭ при  $t_{OG} \neq \text{const}$  не имеет ни одной общей точки с расходной характеристикой ПММ ФЭ при  $t_{OG} = \text{const}$ . При разработке БИУ, методики и экспериментальных образцов для нее варьирование температурой ТС конструкцией БИУ не предусматривалось. Кроме того, экспериментальные исследования на БИУ носили сравнительный характер и проводились с целью выбора рациональных конструкций модуля ФЭ, на основе которых должны быть построены действующие макеты ФЭ для исследования их характеристик работы в условиях выпускной системы дизеля на МИС. Таким образом, с приемлемой точностью определить, для какого именно постоянного значения температуры ОГ в МИС получены на БИУ расходные характеристики для вариантов конструкции ПММ ФЭ, соответствующих ДМ и ДМЦ ФЭ, затруднительно (приближенные расчеты давали результат около 650 °С).

Для приведения в соответствие результатов исследований на БИУ и

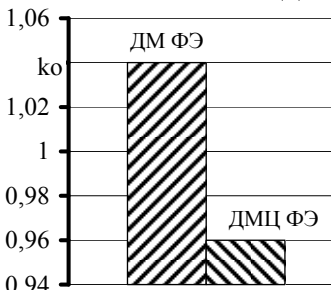
МИС (их связи с учетом принятого допущения) в формуле (1) вводится специальный коэффициент – настроечный  $k_0$ , равный отношению ГС действующего макета ФЭ на режиме с глобальным максимумом  $t_{OG}$  (режим с  $M_{кр\max}$ ) к ГС ПММ ФЭ с соответствующей плотности насыпкой из ПЦ, при том же значении  $g_{mOG}$ . То есть, его значение определяется следующей формулой

$$k_0 = \Delta P_{\Phi TЧt=const} (g_{m\_OG}) \Big|_{t_{OG}(M_{кр\max})} / \Delta P_{ПММ} (g_{m\_OG}) \Big|_{t_{OG}(M_{кр\max})}. \quad (23)$$

Он равен для ДМ ФЭ 1,04, а для ДМЦ ФЭ 0,96 (см. рис. 4). То есть, условия течения ТС, создаваемые в полостях БИУ, моделируют условия, наблюдающиеся в выпускном тракте дизеля 2Ч10,5/12 на режиме с  $M_{кр\max}$  с точностью до  $\pm 4\%$ . Разница в значении  $k_0$  для ДМ и ДМЦ ФЭ объясняется принципиальными различиями в их конструкции, а именно наличием насыпки из ПЦ, которая обеспечивает более равномерное течение потока ОГ в полости сетчатой кассеты модуля.

Таким образом (то есть, путем умножения всех коэффициентов при  $g_{mOG}$  на  $k_0$ ) может быть получена кривая, прогнозирующая зависимость ГС действующего макета ФЭ по в.с.х. при одинаковой для всех режимов  $t_{OG}$ , равной максимальному значению  $t_{OG}$  во всем диапазоне рабочих режимов дизеля 2Ч10,5/12 – расходная характеристика ДМ или ДМЦ ФЭ при  $t_{OG} = \text{const}$ .

Следующие этапы моторных испытаний проводились для действующего макета ФЭ с насыпкой – ДМЦ. В ходе этих этапов выявлены зависимости



рабочих характеристик ДМЦ от режимных и конструктивных параметров дизеля Д21А1, варьирование которыми не предусмотрено конструкцией БИУ [10, 12, 13]. Влияние этих параметров на гидравлическое сопротивление экспериментальных образцов в предложенной математической модели учитывается введением температурного  $k_t$ , компоновочного  $k_L$  и временного  $k_\tau$  коэффициентов в формуле (1). Определению физического смысла и значений этих коэффициентов посвящены следующие части данного исследования.

**Выводы.** Таким образом, разработана математическая модель связи между ГС модуля ФТЧ, исследуемым на безмоторной установке, и полноразмерного ФТЧ в реальных условиях эксплуатации. Она базируется на расходной характеристике модуля ФЭ при постоянной температуре ТС и использует набор коэффициентов, позволяющих учесть влияние ряда эксплуатационных факторов на ГС.

Приведен и обоснован физический смысл настроечного коэффициента,

позволяющего связать результаты исследований на безмоторной установке и моторном стенде и учесть тип конструктивного исполнения модуля фильтрующего элемента; экспериментально определены его значения для разных конструкций модуля ФЭ.

**Список литературы:** 1. *Величко В.* Україна відклала перехід на нові екологічні норми автомобільних вихлопів [Електронний ресурс] / *В. Величко* // Запорізька правда. – 27.10.2011. – Режим доступу: [http://www.zp-pravda.info/index.php?option=com\\_content&view=article&id=4068:2011-10-30-19-30-10&catid=34:2009-04-14-10-24-35&Itemid=63](http://www.zp-pravda.info/index.php?option=com_content&view=article&id=4068:2011-10-30-19-30-10&catid=34:2009-04-14-10-24-35&Itemid=63). 2. Regulation № 49. Revision 5. Uniform provision concerning the approval of compression ignition (C.I.) and natural gas (NG) engines as well as positive-ignition (P.I.) engines fuelled with liquefied petroleum gas (LPG) and vehicles equipped with C.I. and NG engines and P.I. engines fuelled with LPG, with regard to the emissions of pollutants by the engine. – United Nations Economic and Social Council Economics Commission for Europe Inland Transport Committee Working Party on the Construction of Vehicles. – E/ECE/TRANS/505. – 4 May 2011 – 194 p. 3. Regulation № 96. Uniform provision concerning the approval of compression ignition (C.I.) engines to be installed in agricultural and forestry tractors with the regard to the emissions of pollutants by the engine. Geneva, 1995. – 109 p. 4. *Полювянчук А.П.* Исследование степени токсичности вредных веществ, выбросы которых нормируются европейскими экологическими стандартами / *А.П. Полювянчук, Е.Ю. Щенак, Е.Ю. Тутова* // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – 2007. – № 2. – С. 112 – 115. 5. *Парсаданов І.В.* Підвищення якості і конкурентоспроможності дизелів на основі комплексного паливно-екологічного критерію: Монографія / *Парсаданов І.В.* – Харків: Видавничий центр НТУ «ХП», 2003. – 244 с. 6. *Марков В.А.* Токсичность отработавших газов дизелей. 2-е изд. перераб. и доп. / *Марков В.А., Баширов Р.М., Гамбитов И.И.* – М.: Изд-во МГТУ им. М.Э. Баумана, 2002. – 376 с. 7. *Канילו П.М.* Автотранспорт. Топливо-экологические проблемы и перспективы: монография / *П.М. Канילו* – Харьков: изд-во ХНАДУ, 2013. – 270 с. 8. Двигуни внутрішнього згоряння: серія підручників у 6 томах. Т.5. Екологізація ДВЗ / *А.П. Марченко, І.В. Парсаданов, Л.Л. Товажнянський, А.Ф. Шеховцов*; за ред. *А.П. Марченко* та *А.Ф. Шеховцова*. – Харків: Прапор, 2004. – 360 с. 9. *Строков А.П.* Современные методы очистки отработавших газов дизелей от твердых частиц / *А.П. Строков, А.Н. Кондратенко* // Двигуни внутрішнього згоряння. – 2010. – № 2. – С. 99 – 104. 10. *Кондратенко О.М.* Зниження виходу твердих частинок транспортних дизелів, що перебувають в експлуатації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец 05.05.03 «Двигуни та енергетичні установки» / *О.М. Кондратенко*. – Харків, 2013. – 20 с. 11. *Кондратенко А.Н.* Применение природного цеолита для повышения экологических характеристик транспортных дизелей, находящихся в эксплуатации / *А.Н. Кондратенко, А.П. Строков* // Энергосберегающие технологические комплексы и оборудование для производства строительных материалов: межвуз. сб. ст. Вып. XII. – Белгород: БелГТУ им. В.Г. Шухова, 2013. – С. 210 – 215. 12. *Строков А.П.* Экспериментальное определение гидравлического сопротивления макета модуля фильтра твердых частиц быстроходного дизеля. Часть 2 / *А.П. Строков, А.Н. Кондратенко* // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний збірник: Транспортне машинобудування. Харків: НТУ "ХПИ". – 2012. – №19. – С. 121 – 128. 13. *Строков А.П.* Экспериментальное определение гидравлического сопротивления макета модуля фильтра твердых частиц быстроходного дизеля / *А.П. Строков, А.Н. Кондратенко* // Автомобільний транспорт: збірник наукових праць. – 2011. Вып. 29. – С. 144 – 147. 14. *Кондратенко А.Н.* Моделирование тепло- и массообменных процессов в фильтре твердых частиц дизеля. Часть 1: модернизация конструкции фильтра и дополнение базы данных по свойствам пористого тела / *А.Н. Кондратенко, А.П. Строков, А.Н. Авраменко* // Двигуни внутрішнього згоряння. – 2012. – № 1. – С. 82 – 88. 15. *Кондратенко А.Н.* Моделирование тепло- и массообменных процессов в фильтре твердых частиц дизеля. Часть 3: вопросы использования цеолита в конструкции фильтрующего элемента / *А.Н. Кондратенко* // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний збірник: Автомобіле- і тракторобудування. – Харків: НТУ «ХП». – 2012. – № 60 (966). – С 83 – 89. 16. *Кондратенко О.М.* Моделювання тепло- і масообмінних процесів у фільтрі твердих частинок дизеля.

Частина 4: розрахункове дослідження робочих характеристик фільтра / О.М. Кондратенко, О.П. Строчков // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2013. – № 5 (979). – С. 100 – 109. **17.** Кондратенко А.Н. Моделирование тепло- и массообменных процессов в фильтре твердых частиц дизеля. Часть 5: расчетное исследование гидравлического сопротивления фильтра с цеолитовой насыпкой / А.Н. Кондратенко, А.П. Строчков // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2013. – № 37 (1010). – С. 68 – 75. **18.** Кондратенко А.Н. Экспериментальное исследование действующего макета фильтрующего элемента фильтра твердых частиц дизеля с насыпкой из природного цеолита. Часть 1 / А.Н. Кондратенко, А.П. Строчков, Н.М. Карасиченко // Двигуни внутрішнього згоряння. – 2013. – № 1. – С. 88–92. **19.** Кондратенко А.Н. Экспериментальное исследование действующего макета фильтрующего элемента фильтра твердых частиц дизеля с насыпкой из природного цеолита. Часть 2 / А.Н. Кондратенко, А.П. Строчков, С.П. Хожжаинов // Двигуни внутрішнього згоряння. – 2013. – № 2. – С. 92–97. **20.** Дизели с воздушным охлаждением Владимирского тракторного завода / В.В. Эфрос [и др.]. – М.: Машиностроение, 1976. – 277 с. **21.** Эберт К. Компьютеры. Применение в химии: Пер. с нем. / К. Эберт, Х. Эдерер. – М.: Мир, 1988. – 416 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Velychko, V., *Ukrai'na vidklala perehid na novi ekologichni normy avtomobil'nyh vyhlopiv*. Zaporizka Pravda, 27 November 2011. Web. 01 April 2014 <[http://www.zp-pravda.nfoindex.php?option\\_com\\_content&view\\_article&id\\_4068:2011-10-30-19-30-10&catid\\_34:2009-04-14-10-24-35&Itemid\\_63](http://www.zp-pravda.nfoindex.php?option_com_content&view_article&id_4068:2011-10-30-19-30-10&catid_34:2009-04-14-10-24-35&Itemid_63)> 2. Regulation No. 49. Revision No. 5. *Uniform provision concerning the approval of compression ignition (C.I.) and natural gas (NG) engines as well as positive-ignition (P.I.) engines fuelled with liquefied petroleum gas (LPG) and vehicles equipped with C.I. and NG engines and P.I. engines fuelled with LPG, with regard to the emissions of pollutants by the engine*. United Nations Economic and Social Council Economics Commission for Europe Inland Transport Committee Working Party on the Construction of Vehicles: E.ECE.TRANS.505. 2011. Print. **3.** Regulation No. 96. *Uniform provision concerning the approval of compression ignition (C.I.) engines to be installed in agricultural and forestry tractors with the regard to the emissions of pollutants by the engine*. Geneva, 1995. Print. **4.** Polivjanchuk, A. P., E. Ju. Shhepak and E.Ju. Titova. "Issledovanie stepeni toksichnosti vrednyh veshchestv, vybrosy kotoryh normirujutsja evropejskimi ekologicheskimi standartami." *Vestnik Nacional'nogo tehniceskogo universiteta «KhPI»*. No. 2. 2007. 112–115. Print. **5.** Parsadanov, I. V. *Pidvyschennja jakosti i konkurentospromojnosti dyzeliv na osnovi kompleksnogo palyvno-ekologichnogo kryteriju: monografija*. Kharkiv: Vydavnychij centr NTU «KhPI», 2003. Print. **6.** Markov, V. A., R. M. Bashirov and I. I. Gambitov. *Toksichnost' otrabotavshih gazov dizelej*. 2nd ed. *izd. pererab. i dop.* Moscow: Izd-vo MGTU im. M.Je. Baumana, 2002. Print. **7.** Kanylo, P.M. *Avto-transport. Toplyvno-ekologicheske problemy i perspektivy: monografija*. Khar'kov: izd-vo KhNADU, 2013. Print. **8.** Marchenko, A. P., et al. *Dvyguny vnutrishn'ogo zgorjannja: serija pidruchnykiv u 6 tomah. Vol. 5. Ekologizacija DVZ*. Ed. A. P. Marchenko, and A. F. Shehovcova. Harkiv: Prapor, 2004. Print. **9.** Strovok, A. P., and A.N. Kondratenko. "Sovremennye metody ochystky otrabotavshyh gazov dyzelej ot tverdyh chastyc." *Dvyguny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 2. 2010. 99–104. Print. **10.** Kondratenko, O. M. *Znyzhennja vykydu tverdyh chastynok transportnyh dyzeliv, scho perebuvajut v ekspluatatsii: Avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk*. Kharkiv, 2013. Print. **11.** Kondratenko, A. N., and A. P. Strovok. "Primenenie prirodnoho ceolyta dlja povyshennja ekologicheskikh harakterystyk transportnyh dyzelej, nahodjaschyhsja v ekspluatatsii." *Energoberegajuschie tehnologicheskie komplekxy i oborudovanie dlja proizvodstva stroytel'nyh materialov: mezhvuz. sb. st.* Vol. 12. Belgorod: BelGTU im. V.G. Shuhova, 2013. 210–215. Print. **12.** Strovok, A. P., and A. N. Kondratenko. "Eksperimental'noe opredelenie gidravlicheskogo soprotivlenija maketa modulja fil'tra tverdyh chastic bystrohodnoho dyzelja. Chast' 2." *Visnyk Nacional'nogo tehnicznogo universytetu «KhPI»*. *Zbirnyk naukovyh prac'*. *Tematychnyj zbirnyk: Transportne mashynobuduvannja*. Kharkiv: NTU «KhPI». No. 19. 2012. 121–128. Print. **13.** Strovok, A. P., and A. N. Kondratenko. "Eksperimental'noe opredelenie gidravlicheskogo soprotivlenija maketa modulja fil'tra tverdyh chastic bystrohodnoho dyzelja." *Avtomobil'nyj transport: zbirnyk naukovyh prac'*. No. 29. 2011. 144–147. Print. **14.** Kondratenko, A. N., A. P. Strovok



and A.N. Avramenko. "Modelirovanie teplo- i massoobmennykh processov v fil'tre tverdykh chastic dizelja. Chast' 1: modernizacija konstrukcii fil'tra i dopolnenie bazy dannyh po svoystvam poristogo tela." *Dviguny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 1. 2012. 82–88. Print. **15**. Kondratenko, A. N. "Modelirovanie teplo- i massoobmennykh processov v fil'tre tverdykh chastic dizelja. Chast' 3: voprosy ispol'zovanija ceolita v konstrukcii fil'trjushego elementa." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universitetu «KhPI»*. *Zbirnik naukovykh prac'. Tematychnij zbirnyk: Avtomobile- i traktorobuduvannja*. No. 60 (966). Kharkiv: NTU «KhPI», 2012. 83–89. Print. **16**. Kondratenko, O. M., and O. P. Strokov. "Modeljuvannja teplo- i masoobminnyh procesiv u fil'tri tverdykh chastynok dyzelja. Chastyna 4: rozrahunkove doslidzhennja robochych harakterystyk fil'tra." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universitetu «KhPI»*. *Ser.: Matematyčne modeljuvannja v tehnič ta tehnologijah*. No. 5 (979). Kharkiv: NTU «KhPI», 2013. 100–109. Print. **17**. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov. "Modelirovanie teplo- i massoobmennykh processov v fil'tre tverdykh chastic dizelja. Chast' 5: raschetnoe issledovanie gidravličeskogo soprotivlenija fil'tra s ceolitovoj nasypkoj." *Visnyk Nacional'nogo tehničnogo universitetu «KhPI»*. *Zbirnyk naukovykh prac'. Ser.: Matematyčne modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah*. No. 37 (1010). 2013. 68–75. Print. **18**. Kondratenko, A. N., A.P. Strokov and N. M. Karasichenko. "Eksperimental'noe issledovanie dejstvujushhego maketa fil'trjushego elementa fil'tra tverdykh chastic dizelja s nasypkoj iz prirodnogo ceolita. Chast' 1." *Dviguny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 1. 2013. 88–92. Print. **19**. Kondratenko, A. N., A. P. Strokov and S. P. Hozhainov. "Eksperimental'noe issledovanie dejstvujushhego maketa fil'trjushego elementa fil'tra tverdykh chastic dizelja s nasypkoj iz prirodnogo ceolita. Chast' 2." *Dviguny vnutrishn'ogo zgorjannja*. No. 2. 2013. 92–97. Print. **20**. Jefros, V. V., et al. *Dizeli s vozdušnym ohlazhdeniem Vladimirskogo traktornogo zavoda*. Moscow: Mashinostroenie, 1976. Print. **21**. Jebert, K., and H. Jederer. *Komp'jutery. Primenenie v himii: Per. s nem*. Moscow: Mir, 1988. Print.

*Поступила (received) 08.04.2014*

УДК 621.43.068.4

**А.Н. КОНДРАТЕНКО**, канд. техн. наук, вед. инж., ИПМаш НАНУ,  
Харьков

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ФИЛЬТРА ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ ДИЗЕЛЯ. ЧАСТЬ 2: ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ**

Описана математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твердых частиц (ФТЧ) дизеля в реальных условиях эксплуатации. Модель построена на основе расходной характеристики одного модуля ФТЧ, экспериментально полученной при постоянной температуре текущей среды, и данных стендовых испытаний автотракторного дизеля 2Ч10,5/12, оснащенного полно-размерным ФТЧ. Модель позволяет учесть ряд факторов, характеризующих условия эксплуатации ФТЧ в составе выпускной системы этого дизеля. Учет этих факторов производится путем введения соответствующих коэффициентов. В данной части работы описан физический смысл и оценены значения температурного коэффициента модели, позволяющего учесть изменение температуры отработавших газов на входе в корпус фильтра как функцию среднего эффективного давления дизеля.

**Ключевые слова:** дизель, фильтр твердых частиц, гидравлическое сопротивление, математическая модель.

---

© А. Н. Кондратенко, 2014

**Введение.** Научно-исследовательские работы, направленные на создание принципиально новых и совершенствование известных конструкций *фильтров твердых частиц* (ФТЧ), как показано в [1], являются актуальными и экономически обоснованными.

**Анализ литературных источников.** В отделе поршневых энергоустановок (ПЭУ) Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины (ИПМаш НАНУ) разработан *фильтрующий элемент* (ФЭ) для ФТЧ новой конструкции, описанный в предыдущей части исследования [1, 2]. В [1] проведены результаты физического моделирования процесса движения текучей среды (ГС) в *прозрачном макете модуля* (ПММ), разработанного для такого элемента, на *безмоторной исследовательской установке* (БИУ). Там же описаны результаты экспериментального исследования *действующего макетного образца* (ДМЦ) ФЭ с насыпкой из природного цеолита (ПЦ) в сетчатых кассетах, которое проводилось на *моторном испытательном стенде* (МИС) лаборатории отдела ПЭУ ИПМаш НАНУ, оснащенном автотракторным дизелем 2Ч10,5/12. Эксперименты на МИС состояли из четырех этапов, в каждом из которых определялись физический смысл и значения соответствующих коэффициентов в формуле (1) из [1]. В части I исследования указан физический смысл и значения настроенного коэффициента  $k_0$ ; в данной части – температурного коэффициента  $k_t$ .

**Цель и задачи всего исследования** представлены в [1]. В данной части отражены подходы к решению четвертой и, частично, пятой задачи. Там же описана математическая модель гидравлического сопротивления ФТЧ дизеля в реальных условиях эксплуатации.

**Определение температурного коэффициента.** По-анalogии с настроенным коэффициентом  $k_0$ , для разных режимов внешней скоростной характеристики (в.с.х.), характеризующихся разной температурой отработавших газов (ОГ)  $t_{ФТЧвх}$ , отличающейся от температуры ОГ  $t_{ФТЧвх\max}$  на режиме максимального крутящего момента  $M_{кр\max}$  заведомо в меньшую сторону, эта зависимость – расходная характеристика «прогноза» при  $t_{ОГ} = \text{const}$  – может быть получена путем введения специального температурного коэффициента  $k_t$ . Этот коэффициент равен отношению гидравлического сопротивления (ГС) действующего макета ФЭ к значению ГС на расходной характеристике «прогноза» при  $t_{ОГ} = \text{const}$  и соответствующем значении  $g_{m,ОГ}$ . Для режима  $M_{кр\max}$  очевидно, что  $k_t$  равен 1,0, поскольку это общая точка изотермической и прогнозной расходных характеристик при  $t_{ОГ} = \text{const}$  и  $t_{ОГ} \neq \text{const}$  (в данном случае совпадающей с экспериментально полученной на МИС расходной характеристикой для ДМ или ДМЦ ФЭ), в чем и заключается суть предложенного метода. Для остальных режимов характеристики

коэффициент  $k_t < 1,0$  и зависит от температуры  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ .

Предлагаемый подход и физический смысл температурного коэффициента описывается следующими формулами:

$$\Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{эксн}}} = \Delta P_{\text{ФТЧ}_{t \neq \text{const}}} = \Delta P_{\text{ФТЧ}_{t = \text{const}}} \cdot k_t = \Delta P_{\text{ПММ}} \cdot k_0 \cdot k_t; \quad (1)$$

$$k_t = \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{эксн}}} / \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{прогн}}} = \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{эксн}}}(g_{m\_OГ}) \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})} / \Delta P_{\text{ФТЧ}_{t = \text{const}}}(g_{m\_OГ}) \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})} =$$

$$= 1 - \Delta P_{\text{нопр}} \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})} / \Delta P_{\text{ФТЧ}_{t = \text{const}}}(g_{m\_OГ}) \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})}; \quad (2)$$

$$\Delta P_{\text{нопр}} = \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{прогн}}} - \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{эксн}}} =$$

$$= \Delta P_{\text{ФТЧ}_{t = \text{const}}}(g_{m\_OГ}) \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})} - \Delta P_{\text{ФТЧ}_{\text{эксн}}}(g_{m\_OГ}) \Big|_{t_{OГ}(n_{кв})}. \quad (3)$$

Зависимости  $k_t$  от  $g_{m\_OГ}$ ,  $t_{OГ}$  и  $n_{кв}$ , полученные экспериментально на МИС для  $\tau_M = 0$  с,  $L_{\text{вып}} = 0$  м (и, соответственно,  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вхmax}}} = 605^\circ\text{C}$ ), отражают суть описанного формулами (1) – (4) подхода. Они приведены на рис. 1 и описаны методом линейной регрессии [5] – формулы (10) и (11) для ДМ ФЭ и формулы (12) и (13) для ДМЦ ФЭ.

Для  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вхmax}}} = \text{const}$  при пустом ФТЧ (то есть, для  $L_{\text{вып}} = \text{const}$  и при  $\tau_M = 0$  с) каждая точка на в.с.х. соответствует расходной характеристике при  $t_{OГ} = \text{const}$  и своем значении  $t_{\text{ФТЧ}_{\text{вх}}}$ . То есть она имеет вид расходной характеристики ПММ ФЭ (полинома 3-й степени – см. формулу (2) в [3]), коэффициенты при  $g_{m\_OГ}$  которой умножены на  $k_0$  и  $k_t$ . А сама характеристика может называться *кривой прогноза* при  $t_{OГ} = \text{const} \neq t_{\text{ФТЧ}_{\text{вхmax}}}$ , в отличие от кривой прогноза при  $t_{OГ} = \text{const} = t_{\text{ФТЧ}_{\text{вхmax}}}$ , коэффициенты при  $g_{m\_OГ}$  которой умножены только лишь на  $k_0$ .

Температура  $t_{OГ}$  отработавших газов в выпускном коллекторе дизеля на стационарном режиме его работы (то есть с любой, но постоянной частотой  $n_{кв}$ ) обусловлена часовым массовым расходом топлива  $B_{\text{ч}}$  и эффективным коэффициентом полезного действия (КПД) дизеля  $\eta_e$ , определяющим значение среднего эффективного давления рабочего процесса  $P_e$ . Которое связано однозначной зависимостью со значением крутящего момента  $M_{кр}$  дизеля формулой

$$P_e = 30 \cdot M_{кр} \cdot \tau / (9,55 \cdot z \cdot V_h) \cdot 10^{-6}, \text{ МПа}. \quad (5)$$

Для дизеля 2Ч10,5/12: тактность  $\tau = 4$  такта/цикл, количество цилиндров  $z = 2$  шт., рабочий объем цилиндра  $V_h = 1,039 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ , тогда получаем

$$P_e = 6,05 \cdot 10^{-3} \cdot M_{кр} \text{ МПа}. \quad (6)$$

Согласно экспериментальным данным для режимов в.с.х.:

$$M_{кр} = -4,776 \cdot 10^{-5} \cdot n_{кв}^2 + 0,118 \cdot n_{кв} + 37,5;$$

$$R^2 = 0,97891, \text{ Н}\cdot\text{м}; \quad (7)$$

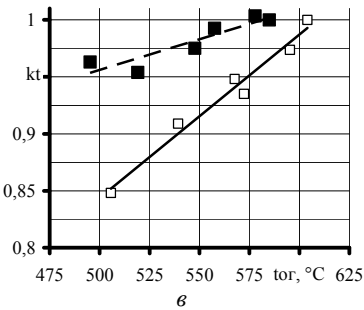
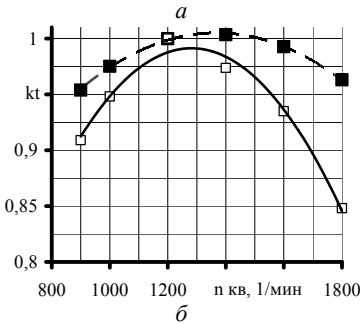
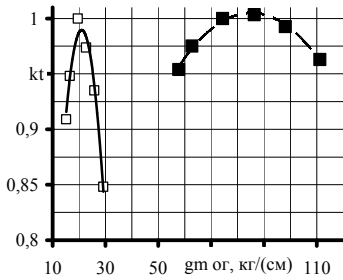


Рис. 1 – Зависимости температурного коэффициента  $k_t$  от режимных параметров дизеля 2Ч10,5/12:  
 ■ – ДМ ФЭ; □ – ДМЦ ФЭ.

$$\Delta P_{nonp} = 10,698 \cdot g_{m\_OG}^2 - 426,13 \times g_{m\_OG} + 4245,2; R^2 = 0,99479. \quad (13)$$

$$t_{OG} = -3,590 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 + 0,963 \cdot n_{кв} - 94,8; \\ R^2 = 0,98880, \text{ } ^\circ \text{C}. \quad (8)$$

То есть, формы графиков зависимости момента  $M_{кр}$  (а, значит, и  $P_e$ ) и температуры  $t_{OG}$  (а, значит, и  $t_{\Phi TЧex}$ ) от частоты  $n_{кв}$  подобны, в то время как эффективная мощность дизеля не отражает формы этих зависимостей и выражается формулой

$$N_e = M_{кр} \cdot n_{кв} / 9550, \text{ кВт}. \quad (9)$$

Указанные зависимости описываются равенствами:

$$k_t = -6,432 \cdot 10^{-5} \cdot g_{m\_OG}^2 + 1,096 \cdot 10^{-2} \times \\ \times g_{m\_OG} + 0,538 = -2,283 \cdot 10^{-7} \cdot n_{кв}^2 + \\ + 6,248 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв} + 0,577 = \\ = 5,394 \cdot 10^{-4} \cdot t_{\Phi TЧex} + 0,686; \\ R^2(g_{m\_OG}) = 0,98786; R^2(n_{кв}) = \\ = 0,99703; R^2(t_{\Phi TЧex}) = 0,83020; \quad (10)$$

$$\Delta P_{nonp} = 0,649 \cdot g_{m\_OG}^2 - 103,34 \times \\ \times g_{m\_OG} + 4047,7; R^2 = 0,94970. \quad (11)$$

$$k_t = -2,171 \cdot 10^{-3} \cdot g_{m\_OG}^2 + 9,120 \cdot 10^{-2} \times \\ \times g_{m\_OG} + 0,0321 = -5,425 \cdot 10^{-7} \cdot n_{кв}^2 + \\ + 1,391 \cdot 10^{-3} \cdot n_{кв} + 0,10 = \\ = 1,433 \cdot 10^{-3} \cdot t_{\Phi TЧex} + 0,127; \\ R^2(g_{m\_OG}) = 0,97036; R^2(n_{кв}) = \\ = 0,98092; R^2(t_{\Phi TЧex}) = 0,97201; \quad (12)$$

**Второй этап экспериментальных исследований.** Для выявления влияния температуры  $t_{\Phi TЧex}$  на эффективность очистки их от ТЧ разработанным фильтром за счет корректировки процессов конденсации  $CН_x$  на ТЧ и коагуляции самих ТЧ (а, значит, влияния на структуру, состав и размеры ТЧ), проведен второй этап моторных исследований. При этом снижение температуры  $t_{\Phi TЧex}$  вообще, и  $t_{\Phi TЧexmax}$  в частности, достигалось посредством изменения размещения МВ по длине выпускного тракта МИС при помощи набора гибких жаропрочных газопроводов, в которых происходит естественное охла-

ждение потока ОГ путем теплообмена с ОС и расширения. Таким образом, ДМЦ ФЭ исследовался путем снятия режимов в.с.х. в четырех положениях по длине выпускного тракта МИС – на расстоянии от выходного фланца выпускного коллектора дизеля  $L_{вып}$ , равном 0, 1,5, 5,0 и 8,0 м. По результатам данного этапа исследования выбрано рациональное значение  $L_{вып} = 5,0$  м [6, 7]. Влияние на ГС ФТЧ величины  $L_{вып}$  в представленной математической модели учитывается компоновочным коэффициентом  $k_L$ , физический смысл и значения которого будут предметом рассмотрения следующей части исследования. Характер изменения и соотношения между величинами  $\Delta P_{ФТЧ}$ ,  $\Delta P_{вып}$  и  $\Delta P_{МВ}$ , а также  $t_{ОГ}$ ,  $t_{ФТЧвх}$ ,  $\Delta t_{МВ}$ ,  $t_{ФТЧвых}$ , и  $\Delta t_{ФТЧ}$ , выявленные и описанные на первом этапе моторных исследований, для второго, третьего и четвертого этапов в среднем сохраняются. При этом величины  $\Delta t_{ФТЧ}$  и  $\Delta t_{МВ}$  уменьшаются с ростом  $g_{m.ОГ}$  и увеличиваются с ростом  $t_{ФТЧвх}$ .

**Третий этап исследований и анализ его результатов.** Для получения данных о среднеэксплуатационных значениях рабочих характеристик разработанного ФТЧ, в том числе и о его гидравлическом сопротивлении, проведен третий этап моторных исследований при  $L_{вып} = 5,0$  м [6, 7]. Для оценки этих значений применена стандартизированная методика испытаний АТС по 13-ти и 8-ми режимным стационарным циклам, содержащаяся в Правилах ЕЭК ООН № 49 и № 96 [1, 2]. Методика адаптирована к особенностям МИС и предполагает снятие следующих характеристик дизеля 2Ч10,5/12:

- режимов в.с.х.;
- нагрузочной характеристики (н.х.) частоты  $n_{кв}$  режима  $M_{кр\max}$  (н.х.  $M_{\max}$ );
- нагрузочной характеристики частоты  $n_{кв}$  режима номинальной мощности (н.х.  $N_{ном}$ ) и характеристики холостого хода (х.х.х.) [7].

При этом появляется возможность уточнить значения  $k_t$  в более широких пределах изменения температуры  $t_{ФТЧвх}$  в функции момента  $M_{кр}$  – от 0 Н·м (по х.х.х.) до  $M_{кр\max}$  (по н.х.  $M_{\max}$ ). Расходные характеристики ДМЦ для всех четырех характеристик работы дизеля 2Ч10,5/12 представлены на рис. 2.

На нем видно, что влияние  $t_{ФТЧвх}$  на ГС ДМЦ ФЭ при неизменном значении  $g_{m.ОГ}$  существенно. Это проявляется при сравнении экспериментально полученных расходных характеристик для в.с.х. и х.х.х., для которых расходы  $g_{m.ОГ}$  изменяются в практически одинаковом, наиболее широком для любого дизеля, диапазоне, а температуры  $t_{ФТЧвх}$  для одних и тех же значений  $g_{m.ОГ}$  существенно различаются. Также проявляется влияние характера и диапазона изменения  $t_{ФТЧвх}$  по режимам самих характеристик. Для н.х., по режимам которых изменениями расхода  $g_{m.ОГ}$  допустимо пренебречь, а тем-

пературы  $t_{фгч_{ex}}$  изменяются в самом широком диапазоне для дизеля, влияние  $t_{фгч_{ex}}$  на ГС ДМЦ ФЭ наиболее информативно.

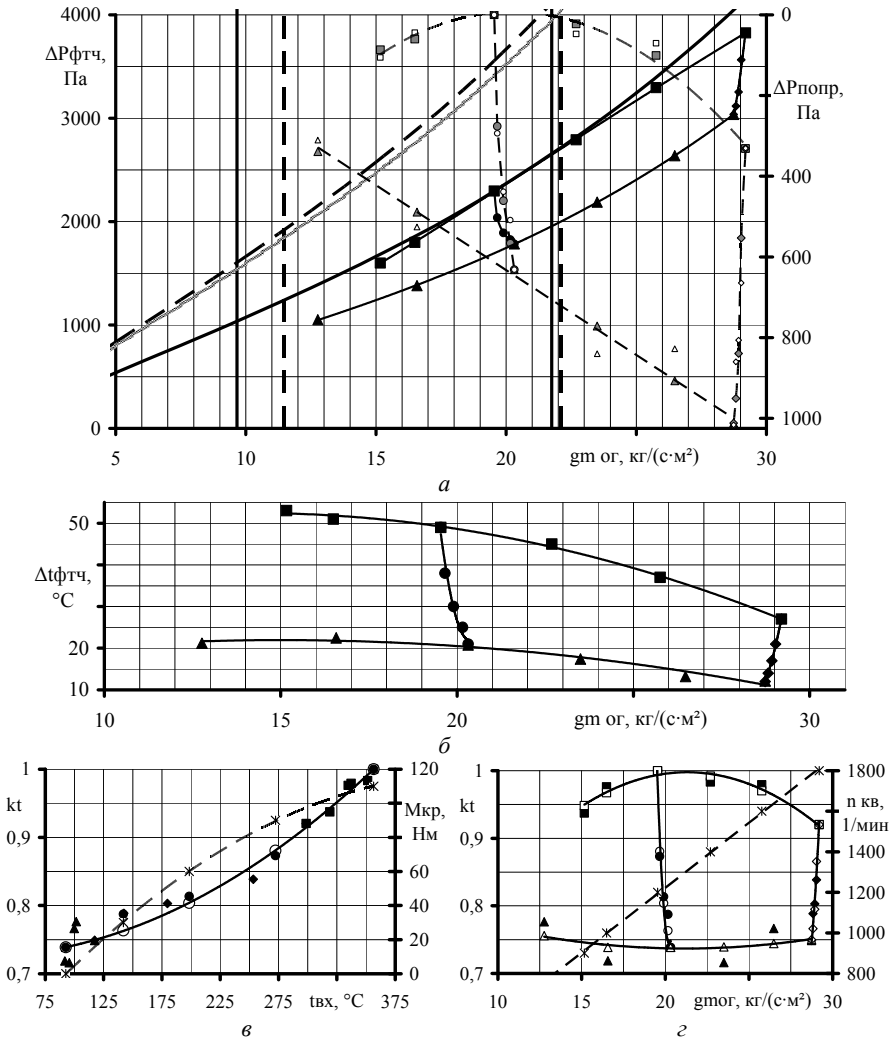


Рис. 2 – Расходные характеристики ДМЦ ФЭ, перепады температуры на нем и температурный коэффициент при испытаниях дизеля 2Ч10,5/12 по стандартизированным циклам:

■, □, ▣ – в.с.х.; ▲, △, ▴ – х.х.х.; ●, ○, ◐ – н.х. при  $n_{кв} = 1200 \text{ мин}^{-1}$ ; ◆, ◇, ◑ – н.х. при  $n_{кв} = 1800 \text{ мин}^{-1}$ ; для а: ■, ▲, ●, ◆ –  $\Delta P$ ; □, △, ○, ◇ –  $\Delta P_{попр.экс}$ ; для б: □, △, ○, ◇ –  $\Delta P_{попр.прогн}$ ; для в и г: ■, ▲, ●, ◆ –  $k_{т.экс}$ ; □, △, ○, ◇ –  $k_{т.прогн}$ ; \* –  $M_{кр}$  и  $n_{кв}$ .

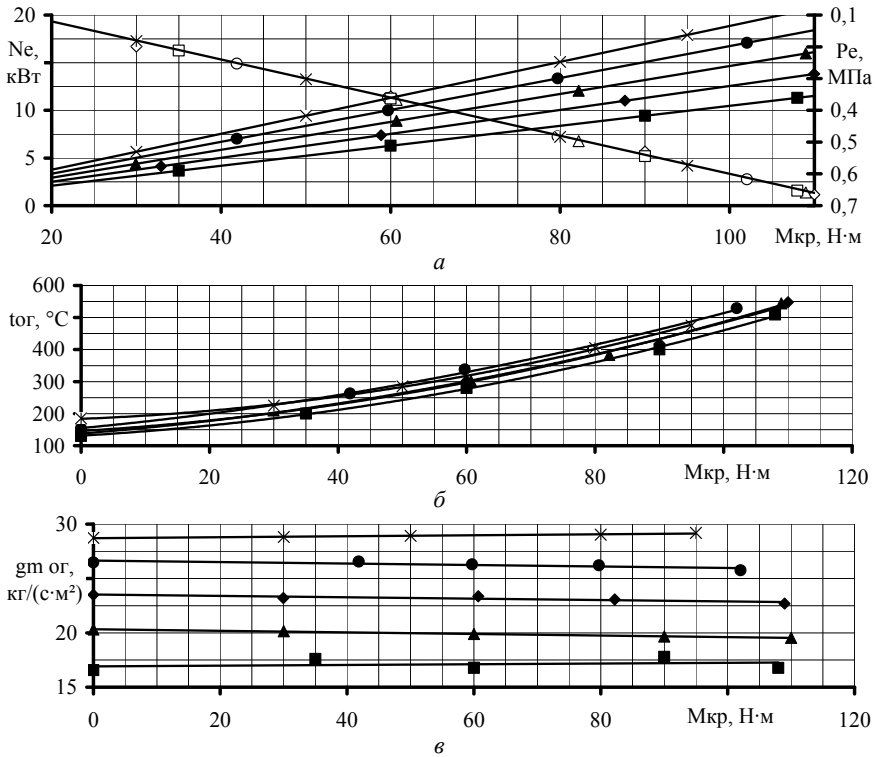


Рис. 3 – Распределения показателей дизеля 2410,5/12 по режимам н.х.: *a* – эффективной мощности, среднего эффективного давления; *б* – температуры ОГ; *в* – потока ОГ: для  $n_{кв} = 1000 \text{ мин}^{-1}$ : ■ –  $N_e$ ;  $t_{OG}$ ;  $g_{m,OG}$ ; □ –  $P_e$ ; для  $n_{кв} = 1200 \text{ мин}^{-1}$ : ◆ –  $N_e$ ;  $t_{OG}$ ;  $g_{m,OG}$ ; ◇ –  $P_e$ ; для  $n_{кв} = 1400 \text{ мин}^{-1}$ : ▲ –  $N_e$ ;  $t_{OG}$ ;  $g_{m,OG}$ ; △ –  $P_e$ ; для  $n_{кв} = 1600 \text{ мин}^{-1}$ : ● –  $N_e$ ;  $t_{OG}$ ;  $g_{m,OG}$ ; ○ –  $P_e$ ;  $n_{кв} = 1800 \text{ мин}^{-1}$ : \* –  $N_e$ ;  $t_{OG}$ ;  $g_{m,OG}$ ; × –  $P_e$ .

На рис. 2 также содержится распределение величин  $\Delta P_{нопр}$  и  $k_t$  по режимам всех снятых характеристик дизеля – экспериментально полученных (по формулам (3) и (4)) –  $\Delta P_{нопр.эксн}$  и  $k_{t.эксн}$ , и спрогнозированных с использованием предложенного подхода (по формулам (12) и (13)) –  $\Delta P_{нопр.прогн}$  и  $k_{t.прогн}$ . Величины  $\Delta P_{нопр.эксн}$  и  $\Delta P_{нопр.прогн}$  отличаются друг от друга на 18,1 – 3,3 %, в зависимости от значения  $t_{фгч_{вх}}$  по н.х. (чем ниже  $t_{фгч_{вх}}$ , тем выше погрешность прогнозирования). А величины  $k_{t.эксн}$  и  $k_{t.прогн}$  различаются в пределах 1,9 – 0,6 %, в зависимости от величины разницы температур ОГ между точками расходной характеристики при  $t_{OG} = \text{const}$  и расходной ха-

рактистике при  $t_{OG} \neq \text{const}$  для конкретных режимов в.с.х., что объясняется особенностями распределения погрешности измерения температуры ОГ термомпарами ТХА и прибором А566 по диапазону изменения  $t_{ФГЧ_{\text{вх}}}$ .

Распределение параметров работы дизеля 2Ч10,5/12 –  $N_e$ ,  $M_{кр}$ ,  $t_{OG}$  и  $g_{m,OG}$  – по режимам в.с.х., х.х.х., н.х.  $N_{ном}$  и по н.х.  $M_{max}$  приведено на рис. 3 – 5. Как следует из их формы, результаты анализа особенностей этого распределения на предмет пригодности для использования в качестве аргумента, в функции которого рационально задавать  $k_t$ , приведенного для в.с.х. в прошлой части данного исследования [3], можно распространить и на остальные характеристики.

Экспериментально полученные значения температуры и потока ОГ описываются следующими уравнениями регрессии: для н.х. с  $n_{кв} = 1200 \text{ мин}^{-1}$  форм. (14) и (15), для н.х. с  $n_{кв} = 1800 \text{ мин}^{-1}$  форм. (16) и (17), для х.х.х. форм. (18) и (19).

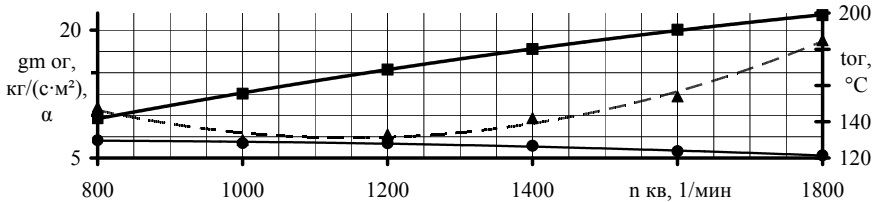


Рис. 4 – Распределение температуры и потока ОГ по режимам х.х.х. дизеля 2Ч10,5/12:

■ –  $g_{m,OG}$ ; ▲ –  $t_{OG}$ .

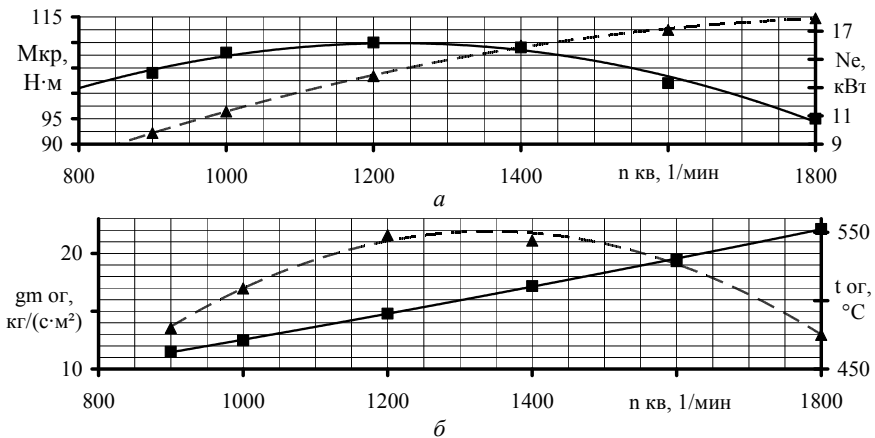


Рис. 5 – Распределения показателей дизеля 2Ч10,5/12 по режимам в.с.х.: а – эффективной мощности и крутящего момента; б – потока и температуры ОГ:

для а: ■ –  $M_{кр}$ ; ▲ –  $N_e$ ; для б: ■ –  $g_{m,OG}$ ; ▲ –  $t_{OG}$ .



$$t_{OG} = 1,866 \cdot 10^{-2} \cdot M_{кр}^2 + 1,597 \cdot M_{кр} + 137,8; R^2 = 0,99625, \text{ } ^\circ\text{C}; \quad (14)$$

$$g_{m.ог.двс} = -7,317 \cdot 10^{-3} \cdot M_{кр} + 20,338; R^2 = 0,99369, \text{ кг/(с}\cdot\text{м}^2); \quad (15)$$

$$t_{OG} = 2,438 \cdot 10^{-2} \cdot M_{кр}^2 + 0,776 \cdot M_{кр} + 183,6; R^2 = 0,99940, \text{ } ^\circ\text{C}; \quad (16)$$

$$g_{m.ог.двс} = 4,612 \cdot 10^{-2} \cdot M_{кр} + 28,709; R^2 = 0,95422, \text{ кг/(с}\cdot\text{м}^2); \quad (17)$$

$$t_{OG} = 1,254 \cdot 10^{-4} \cdot n_{кв}^2 - 0,288 \cdot n_{кв} + 296,6; R^2 = 0,98162, \text{ } ^\circ\text{C}; \quad (18)$$

$$g_{m.ог.двс} = 1,179 \cdot 10^{-2} \cdot n_{кв} + 0,723; R^2 = 0,99926, \text{ кг/(с}\cdot\text{м}^2). \quad (19)$$

Таким образом, для ДМЦ ФЭ зависимость коэффициента  $k_t$  от температуры  $t_{фгчвх}$ , описываемая формулой (12) и определенная в ходе анализа результатов первого этапа моторных экспериментов, нашла свое подтверждение в более широком диапазоне температур.

Использование в качестве аргумента для  $k_t$  величины  $t_{фгчвх}$  удобно с практической точки зрения (системы снижения токсичности ОГ дизелей оборудованы датчиком температуры ОГ) и отражает термодинамические основы этого коэффициента. Однако, значение  $t_{фгчвх}$  формируется значением момента  $M_{кр}$ , которое, в свою очередь, определяется исключительно давлением  $P_e$ . Зависимости значений  $k_t$  для ДМЦ ФЭ от  $M_{кр}$  и  $P_e$  дизеля 2Ч10,5/12, представляющие теоретический интерес, представлены на рис. 6 и имеют следующий вид:

$$k_t = 4,320 \cdot 10^{-9} \cdot M_{кр}^4 - 6,512 \cdot 10^{-7} \cdot M_{кр}^3 + 4,012 \cdot 10^{-5} \cdot M_{кр}^2 + 9,326 \cdot 10^{-5} \cdot M_{кр} + 0,739 = 2,3454 \cdot P_e^4 - 2,2103 \cdot P_e^3 + 1,045 \cdot P_e^2 - 1,422 \cdot 10^{-2} \cdot P_e + 0,739; \\ R^2(M_{кр}) = R^2(P_e) = 0,99999. \quad (20)$$

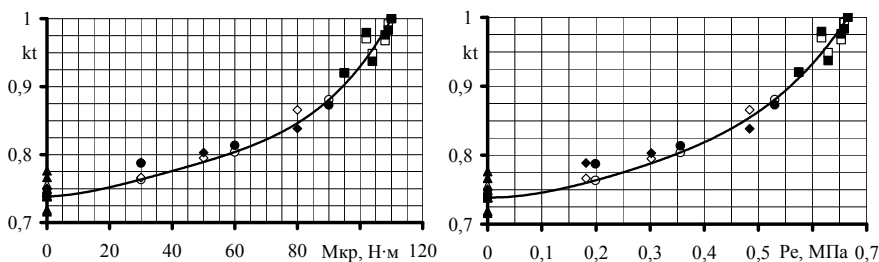


Рис. 6 – Зависимости коэффициента  $k_t$  от  $M_{кр}$  и  $P_e$ :

■, □ – в.с.х.; ▲, △ – х.х.х.; ●, ○ – н.х.  $M_{max}$ ; ◆, ◇ – н.х.  $N_{ном}$ ; ■, ▲, ●, ◆ –  $k_{t.эксп}$ ; □, △, ○, ◇ –  $k_{t.прогн}$ .

Определению физического смысла и значений компоновочного  $k_L$  и временного  $k_t$  коэффициентов посвящены следующие этапы моторных стен-

довых испытаний ДМЦ и, соответственно, части данного исследования.

**Выводы.** Разработана математическая модель для описания связи между расходными характеристиками физической модели ФТЧ и полноразмерного ФТЧ в реальных условиях эксплуатации. Она базируется на расходной характеристике модуля ФЭ при постоянной температуре ТС и использует набор коэффициентов, позволяющих учесть влияние ряда эксплуатационных факторов. Приведен и обоснован физический смысл температурного коэффициента и экспериментально определены зависимости его значения от температуры ОГ на входе в ФТЧ, которая зависит от среднего эффективного давления дизеля.

**Список литературы:** 1. Кондратенко А.Н. Математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твердых частиц дизеля. Часть 1: настроечный коэффициент / А.Н. Кондратенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. –Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 18 (1061). – С. 68 – 80. 2. Кондратенко О.М. Зниження викиду твердих частинок транспортних дизелів, що перебувають в експлуатації: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец 05.05.03 «Двигуни та енергетичні установки» / О.М. Кондратенко. – Харків, 2013. –20 с. 3. Кондратенко О.М. Стендові випробування автотракторного дизеля 2Ч10,5/12 за стандартизованими циклами для визначення ефективності роботи ФТЧ / О.М. Кондратенко, О.П. Строков, С.О. Вамболь // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування. – Х.: НТУ «ХПІ», 2014. – № 10 (1053). – С. 11 – 19.

**Bibliography (transliterated):** 1. Kondratenko, A. N. "Matematicheskaja model' gidravlicheskogo soprotivlenija fil'tra tverdyh chastic dizelja. Chast' 1: nastroecnyj koefficient." *Visnyk NTU «KhPI»*. Ser.: *Matematyčne modeljuvannja v tehnici ta tehnologijah*. No. 18 (1061). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 68–80. Print. 2. Kondratenko, O. M. *Znyzhennja vykydu tverdyh chastynek transportnyh dyzeliv, scho perebuvajut' v ekspluataciji*. Avtoref. dys. na zdobuttja nauk. stupenja kand. tehn. nauk. Kharkiv, 2013. Print. 3. Kondratenko, O. M., O. P. Strokov and S. O. Vambol'. "Stendovi vyprobuvannja avtotraktornogo dyzelja 2Ch10,5/12 za standartyzovanymy cyklamy dlja vyznachennja efektyvnosti roboty FTCh." *Visnyk NTU «KhPI»*. Ser.: *Avtomobile- ta traktorobuduвання*. No. 10 (1053). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 11–19. Print.

*Поступила (received) 26.05.2014*

УДК 621.224

**Ю.М. КУХТЕНКОВ**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПІ», Харків;  
**М.Ю. КУХТЕНКОВ**, менеджер, КП «МІЦ», Харків;  
**С.О. РИЖОВ**, нач. відділу, ЗАТ НВП «Нафтогазова техніка», Липці

## ДОСЛІДЖЕННЯ ОБЕРТОВОГО ЗРИВУ В НАСОСНОМУ РЕЖИМІ ОБОРОТНИХ ГІДРОМАШИН

Проведено експериментальні дослідження обертового зриву в оборотних гідравлічних машинах при напорах 200 м. Визначається число зон зриву і швидкість їх обертання. При зменшенні ви-

трати обертового зрив перетворюється у помпаж. Пульсації тиску між робочим колесом і напрямним апаратом у гідромашині при обертовому зриві досягають 25 %, і при помпажі – 28 %.

**Ключові слова:** обертовий зрив, пульсації тиску, робоче колесо, напрямний апарат.

**Вступ.** Для підвищення надійності гідроенергетичного устаткування необхідно дослідження нестационарних явищ у його проточних частинах [1 – 4]. Особливе місце займає проблема низькочастотних пульсацій тиску – це помпаж у насосному і джгутіві пульсації в турбінному режимах. У той же час майже не має відомостей про обертовий зрив у насосах [5] і оборотних гідромашинах [6]; у компресорах же це явище вивчене більш докладно [7, 8].

**Експериментальні випробування обертового зриву.** У зв'язку із цим кафедрою гідромашин було почато експериментальне вивчення обертового зриву у насосному режимі у модельній оборотній гідромашині ОРО230 [9] з діаметром робочого колеса 0,5 м на напори до 50 м. Ці дослідження дозволили попередньо встановити режими, при яких виникають зони зриву, їх кількість, частоту обертання, а також рівень пульсації тиску у зазорі між робочим колесом і напрямним апаратом.

Надалі з метою розширення та поглиблення інформації про обертовий зрив у насосних режимах оборотних гідромашин аналогічні дослідження проведені в проточній частині модельної гідромашини ОРО170. Досліджені також межі переходу обертового зриву у помпажну зону шляхом виміру пульсацій тисків при різних витратах –  $Q$  для даного відкриття напрямного апарату –  $a_0$  у модельній гідромашині ОРО230. У якості вимірювальної апаратури застосовувалися тензометричні датчики тиску, що були встановлені на нижньому та верхньому кільцях напрямного апарату, підсилювач і світлопроменевий реєструючий осцилограф або аналізатори спектра частот. Методика таких вимірів і обробки осцилограм описана в [4].

Одночасно можлива реєстрація декількох сигналів на осцилографічний папір, що дозволяє одержувати записи зрушень фаз коливальних процесів, що реєструються двома датчиками, встановленими з кутовим зсувом по колу. Такий спосіб реєстрації коливальних процесів дозволяє скористатися методикою, розглянутою в [7], додавши до прийнятих допускень ще одне – *кутові швидкості зон зриву передбачаються різними між собою:*

$$\omega_{31} = \omega_{32} = \dots = \omega_{3n}.$$

Використовуючи аналогічний підхід, можна записати залежності для аналізу осцилограм низькочастотних пульсації тиску при обертовому зриві:

– число зон зриву,

$$i = (2\pi \cdot \Delta T) / (\varphi \cdot T), \quad (1)$$

де  $\Delta T$  – зсув фаз на осцилограмі між двома датчиками, мм (рис. 1);  $T$  – період коливального процесу на осцилограмі, мм;  $\varphi$  – кут між двома датчиками, у радіанах;

– кутова частота обертання зони зриву,

$$\omega_3 = (2\pi \cdot \vartheta) / (i \cdot T), \quad (2)$$

де  $\mathcal{D}$  – швидкість протягування осцилографічного паперу у світлопроменевому реєструючому осцилографі,  $\text{мм} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  
– частота обертання зони зриву,

$$f_3 = \mathcal{D}/(i \cdot T). \quad (3)$$

Залежності (1) – (3) більш зручні при використанні в якості апаратури світлопроменевих реєструючих осцилографів. У цьому випадку величини, що вимірюються на осцилограмах, безпосередньо підставляються в зазначені формули.

**Аналіз результатів випробувань оберненого зриву.** Параметри режимів, де присутній обертовий зрив, а також результати обробки осцилограм для ОРО230 у насосному режимі зведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Параметри обертового зриву при випробуваннях гідромашини ОРО230

№ реж.	$a_0$ , мм	$\bar{Q}'_l$	$\bar{n}'_l$	$\frac{2A}{H}$ , %	$f_{об}$ , Гц	$f$ , Гц	$t$ , с	$\omega_3$ , $\text{с}^{-1}$	$f_3$ , Гц	$K_C$	$K_3$	$K_H$	Вид колив. процесу
1.	40	0,5	0,915	19,64	12,37	9,04						0,73	помпаж
2.	40	0,82	0,952	18,37	12,47	9,54						0,77	помпаж
3.	40	0,838	0,97	18,90	12,47	6,86	1–3	26,2	4,17	0,55	0,34		зрив
4.	50	0,09	0,836	27,58	12,6	5,77						0,46	помпаж
5.	50	0,327	0,867	28,19	12,55	5,94						0,47	помпаж
6.	50	0,7	0,92	18,89	12,52	7,76						0,62	помпаж
7.	50	0,723	0,925	24,3	12,52	7,15	1–2	38,2	6,06	0,57	0,49		зрив
8.	50	0,777	0,937	22,5	12,5	7,9	1–2	39,2	6,24	0,63	0,5		зрив

При  $a_0 = 40$  мм та  $\bar{Q}'_l = 0,838$  зареєстрована зміна числа зон зриву на одному режимі від однієї і до трьох, їх співвідношення було 5:2:1. При  $a_0 = 50$  мм на двох режимах також виявлена наявність зон обертового зриву. Їхня кількість змінювалася від однієї до двох: на режимі  $\bar{Q}'_l = 0,723$  співвідношення складало 9:4, а на режимі  $\bar{Q}'_l = 0,777$  – 7:2. Наявність на одному режимі поперемінно однієї або декількох зон зриву пояснюється нестабільністю плинності [7, 8]. Кількість зривів визначалася для ряду ділянок осцилограм даного режиму роботи гідромашини по (1) шляхом виміру відповідних періодів і зсуву фаз.

У табл. 1 прийняті позначення:  $a_0$  – відкриття лопаток напрямного апарату, мм;  $\bar{Q}'_l = Q'_l/Q'_{l\text{опт}}$  – відносна приведена витрата;  $\bar{n}'_l = n'_l/n'_{l\text{опт}}$  – відносні приведені оберти,  $f$  – частота пульсації тиску у зазорі між робочим колесом та напрямним апаратом,  $\text{с}^{-1}$ ;  $2A/H$ , % – величина розмаху пульсації тиску;  $f_{об}$  – оборотна частота (частота обертання робочого колеса),  $\text{с}^{-1}$ ;  $K_C = f/f_{об}$  – коефіцієнт, що характеризує частоту пульсації тиску при обертовому зриві;  $K_3 = f_3/f_{об}$  – коефіцієнт, що характеризує частоту обертан-

ня зон обертового зриву;  $K_n = f/f_{0Б}$  – коефіцієнт, що характеризує частоту пульсацій тиску при помпажі.

Частота пульсації тиску при обертовому зриві частота  $f$  значно нижче оборотної та залежить від числа зон зриву  $i$  на даному режимі, а частоти обертання зон –  $f_3$ . Тому що число зон зриву для даного режиму хитливо та коливається в певному діапазоні. Наведені в табл. 1 і табл. 2 значення  $f$ ,  $\omega_3$  і  $f_3$  є середніми для даного режиму.

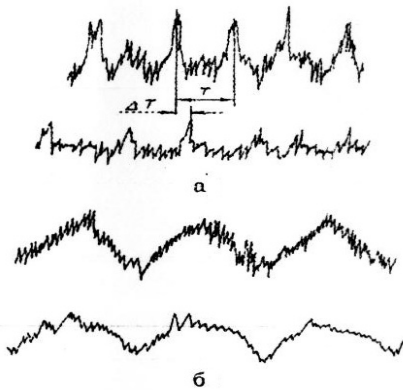


Рис. 1 – Осцилограма пульсацій тиску при обертовому зриві в схемі установки датчиків тиску: а – ілюстрація зсуву фаз; б – розташування датчиків тиску ( $\varphi = 20^\circ$ ).

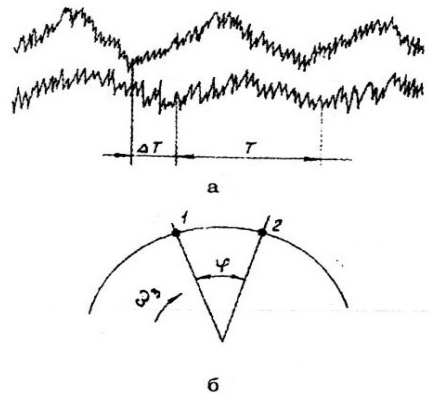


Рис. 2 – Осцилограма пульсації тиску у зазорі робоче колесо – напрямний апарат: а – при обертовому зриві – режим №7; б – при помпажі – режим № 6.

Як було зазначено вище, з метою більш докладного вивчення діапазону режимів роботи ОРО230, на яких був присутнім обертовий зрив, експерименти проводилися при зменшенні витрати до входу в помпажну зону. У цьому випадку датчики тиску, що були встановлені в різних місцях проточної частини, реєстрували, як відомо, *синфазні коливання*. Це дозволяє по виду осцилограм відрізнати помпажні явища від обертового зриву. На рис. 2 наведені осцилограми двох датчиків, зазначених на рис.1, для обертового зриву – режим випробувань №7, і помпажу – режим випробувань № 6, для ОРО230.

З табл. 1 випливає, що при однакових  $a_0$  зі зменшенням витрати  $\bar{Q}'_l$  спочатку виникає обертовий зрив, а потім він переходить у помпаж. Це узгоджується з такою ж закономірністю в компресорах [7]. Слід зазначити, що рівні пульсації тиску при обертовому зриві і помпажі високі, й тому їх треба враховувати при розрахунках елементів проточної частини, особливо лопатей і лопаток напрямного апарату, на динамічну міцність.

З метою розширення інформації про обертовий зрив аналогічні дослідження були проведені в оборотній гідромашині ОРО170. Результати наве-

дено у табл. 2.

З табл. 1 і 2 випливає, що максимальні рівні пульсації тиску модельних оборотних гідромашин ОРО230 і ОРО170, що виміряні у міжколісних зазорах «робоче колесо-напрямний апарат», приблизно однакові та становлять при максимальних відкриттях напрямного апарату  $2A/H$ , % = 24–25%.

Таблиця 2 – Параметри обертового зриву при випробуваннях гідромашини ОРО170

Параметри	Відкриття напрямний апарат – $a_0$ , мм			
	10	20	40	60
$\bar{Q}'_l$	0,52	0,356	0,69	0,698
$\bar{n}_l$	0,958	0,94	0,99	0,97
$f_{OB}$ , Гц	12,5	12,5	12,5	12,5
$f$ , Гц	3,5	6,2	12	15
$2A/H$ , %	22	18	18	25
$i$	3	3–4	4	4
$\omega_3$ , рад·с <sup>-1</sup>	8,3	10,8	21	24
$f_3$ , Гц	1,32	1,7	3,3	3,9
$K_C$	0,28	0,495	1,2	1,2
$K_3$	0,105	0,136	0,264	0,311

Спостерігається також подібна закономірність збільшення частоти обертання зони обертового зриву зі збільшенням  $a_0$ . Так, у ОРО230  $K_3$  змінюється від 0,34 до 0,5 при зміні  $a_0$  від 40 до 50 мм, а у ОРО170 відповідно від 0,105 до 0,311 при зміні  $a_0$  від 10 до 50 мм. Деяка кількісна відмінність пояснюється, мабуть, відмінністю лопатевих систем.

**Висновки.** З результатів випробувань витікає наступне. Підтверджено, встановлене нами раніше, що при випробуваннях є наявність обертових зривів у насосному режимі оборотних у РО гідромашинах при напорах порядку 200 метрів і витратах, що менші за оптимальні.

Отримані значення числа зон обертового зриву, швидкості їх обертання при різних режимах на підставі обробки осцилограм пульсацій тисків. Так, число зон зриву коливається в діапазоні 1 – 4, а коефіцієнт зони зриву  $K_3$ , що характеризує частоту обертання зони зриву, збільшується від менших  $a_0$  до більших і перебуває в межах 0,1 – 0,5 залежно від режиму роботи та особливостей лопатевих систем.

При зменшенні витрати обертовий зрив переходить у помпаж.

Пульсації тиску, відповідні до обертового зриву і помпажу, досягають найбільших рівнів у зоні між робочим колесом і напрямним апаратом відповідно до 25 % і 28 %. Тому ці низькочастотні нестационарні явища необхідно враховувати при розрахунках і проектуванні оборотних гідромашин.

**Список літератури:**1. Владиславлев Л.А. Вибрация гидроагрегатов ГЭС.– М., 1972. – 175 с. 2. Грянко Л.П., Зубарев Н.И., Умов В.А. Обратимые гидромашинны. – Л., 1981. – 288 с. 3. Фукумаса К., Инауэ С., Мадагати Х. Исследование высоконапорного и высокопроизводительного радиально-аксиального турбонасоса. – Пер. с яп. – Мицубиси Дзюхо Тихо, – 1973. – т.10, №1.– С. 31 – 40. 4. Завьялов П.С., Гришин А.М. Некоторые результаты исследования пульсаций давлений в обр-атимой гидромашине – Вестник ХПИ: Гидравл. машины. – 1983. – Вып. 17. – С. 30 – 34. 5. Дей-ли Д.У. Взаимосвязь кавитации насосов большой мощности с вибрацией и разрушениями. 8 сим-позиум МАГИ. Секция по гидромашинам, оборудованию и кавитации. – Ленинград. 6 – 9 сентя-бря 1976. – С. 109 – 133. 6. Грянко Л.П., Папиря А.Н. Лопастные насосы. – Л., – 1975. – 430 с. 7. Ершов В.Н. Неустойчивые режимы турбомашин. – М., 1966. – 179 с. 8. Rookett J.A. Modulation phenomena in stall propagation / J.A. Rookett. – "Tr. ASME", D.81, 1959. – №3. 9. Завьялов П.С., Рыжов С.А. Низкочастотные пульсации давления в насосном режиме обратимых гидромашин / П.С. Завьялов, С.А. Рыжов. – Вестник ХПИ: Гидравл. машины, – 1992. – Вып. 26. – С. 85 – 90.

**Bibliography (transliterated):** 1. Vladislavlev, L. A. *Vibracija gidroagregatov GJeS*. Moscow, 1972. Print. 2. Grjanko, L. P., N. I. Zubarev and V. A. Umov. *Obratimye gidromashiny*. Lviv, 1981. Print. 3. Fukumasa, K., S. Inauje and X. Madaguti. "Issledovanie vysokonapornogo i vysokoproizvoditel'nogo radial'no-aksial'nogo turbonasosa." *Per. s jap. Micubisi Dzjuho Tiho*, Vol. 10. No. 1. 1973. 31–40. Print. 4. Zav'jalov, P. S., and A. M. Grishin. "Nekotorye rezul'taty issledovanija pul'sacij davlenij v obratimyj gidromashine." *Vestnik KhPI. Ser.: Gidravl. mashiny*. No. 17. 1983. 30–34. Print. 5. Dejli, D. U. "Vzaimosvjaz' kavitacii nasosov bol'shoj moshhnosti s vibraciej i razrushenijami." *8 simpozium MAGI. Sekcija po gid-romashinam, oborudovaniju i kavitacii*. Leningrad, 1976. 109–133. Print. 6. Grjanko, L. P., and A. N. Papira. *Lopastnye nasosy*. Lviv, 1975. Print. 7. Ershov, V. N. *Neustojchivye rezhimy tur-bomashin*. Moscow, 1966. Print. 8. Rookett, J. A. "Modulation phenomena in stall propagation." *Tr. ASME*. No. 3. D.81, 1959. Print. 9. Zav'jalov, P. S., and S. A. Ryzhov. "Nizkochastotnye pul'sacii dav-lenija v nasosnom rezhime obratimyh gidroma-shin." *Vestnik KhPI. Ser.: Gidravl. Mashiny*. No. 26. 1992. 85–90. Print.

Надійшла (received) 27.05.2014

УДК 630\*377.4:531.8

**О.С. МАЧУГА**, канд. фіз.-мат. наук, доц., НЛТУ України, Львів

## **ОСОБЛИВОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ ЛІСОЗАГОТІВЕЛЬНОЇ ТЕХНІКИ ДЛЯ РОБОТИ НА ТЕРИТОРІЯХ З УХИЛОМ. ЧАСТИНА 2. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ**

Запропоновано методику інженерних розрахунків робочих характеристик лісозаготівельних машин – харвестерів: потужності двигуна та опорних реакцій. Методика базується на використанні рівнянь попередньо розробленої математичної моделі руху механізму площиною з ухилом, поєднаного із виконанням технологічних операцій. Розглянуто тестові приклади розрахунку, результати яких важливі для вибору відповідної до умов експлуатації техніки та коригування технологічних операцій лісозаготівлі для раніше придбаних механізмів.

**Ключові слова:** інженерні розрахунки, лісозаготівельна машина, потужність двигуна, опорні реакції, вибір техніки, коригування операцій лісозаготівлі.

© О. С. Мачуга, 2014

**Вступ.** Використання рівнянь математичної моделі, запропонованої в роботі [1], дозволяє визначати характеристики харвестерів та інших механізмів, які працюють на територіях з ухилом, у залежності від планованих режимів роботи та характеристик поверхні руху, що є особливо важливим для вибору необхідної техніки та планування способів експлуатації наявних механізмів. Можливість вибору стосується потужності двигуна механізму, типорозміру його рушіїв і, як буде показано пізніше, модифікацій конструкції рами.

**Постановка задачі.** У загальному випадку тривісний механізм із начепним знаряддям рухається довільним напрямком похилої території так, що начіпне знаряддя утворює наперед невідомий кут із напрямом руху. Як приклад, це рух лісозаготівельного комбайна – харвестера, описаний в роботі [1]. Визначення тягових характеристик такого механізму, опорних реакцій ґрунту передбачається із рівнянь моделі (22), (25), (31), (32), (33), (35), обґрунтованих у цій же роботі. Для тестових прикладів використовуватимуться харвестери [2 – 5], деякі технічні характеристики яких наведено в табл. 1.

Таблиця 1 – Окремі технічні характеристики деяких типів харвестерів

Харвестер	Потужність двигуна, кВт	Вага, кН	Вага I сек. маніпулятора, кН	Вага II сек. маніпулятора, кН	Вага хар. головки, кН	Довж. I сек. маніпулятора, м	Довж. II сек. маніпулятора, м	Ширинна колії $b$ , м	База $a$ , м
Valmet 911.3	170	159,7	4,6	3,5	12,2	5	5	2,72	4,15
Амкодор 2551	132,3	147	4,2	3,3	12,1	5	4,5	2,9	4,0
МВР Белін коммаш	59,5	67,1				4	3	2,1	3,7
Timberjack 1270D	160	142,7	4,4	3,5	13,5	6,7	5,1	2,74	4,3

**Потужнісний аналіз.** У випадку заданої потужності двигуна харвестера, рівняння (22) роботи [1] служить для визначення граничного ухилу  $\alpha$  лісосіки та кутів  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\varphi$ , за яких цей харвестер може виконувати транспортну та виробничу функції. Розглянемо харвестер Valmet 911.3 з головою 360.2, технічні дані якого подано у зведенні [2]. Припустимо, що під час виконання операцій виробничої функції максимальна швидкість руху механізму  $v_{\max} = 5 \text{ км/год} = 1,38 \text{ м/с}$ . У випадку горизонтальної лісосіки ( $\alpha = 0$ ) приймаючи узагальнений коефіцієнт опору  $f = 0,1$ , з рівняння силового балансу (4) роботи [1] отримується значення максимальної потужності двигуна під час виконання лише транспортної функції:  $N_{TP} = 117 \text{ кВт}$ . Потужність двигуна Valmet 911.3 становить 170 кВт, що достатньо для руху харвестера горизонтальною лісосікою. Із співвідношення (3) роботи [1] обчислено максимальний ухил лісосіки, який може подолати харвестер без виконання виробни-



чої функції. З цією метою будується залежність динамічного фактора  $D = D(\alpha)$  для  $\beta = 0$ . Точка перетину графіка  $D = D(\alpha)$  з прямою  $D_0 = (170 \cdot 0,95) / (1,38 \cdot 159,7) = 0,732$  (рис. 1) визначає максимальне значення кута ухилу лісосіки  $\alpha_{MAX}$ , який може подолати харвестер Valmet 911.3 під час висхідного руху.

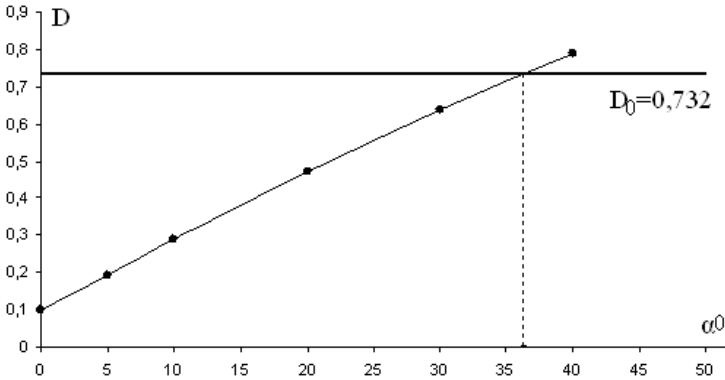


Рис. 1 – Визначення максимально допустимого кута ухилу лісосіки для висхідного руху Valmet 911.3 зі швидкістю  $v = 5$  км/год.

Значення максимально допустимого кута ухилу лісосіки, отримане графічним будованням на рис. 1 –  $\alpha_{max} = 36,3^\circ$ , є значним, можливим у ідеальному випадку гладкої, з твердим покриттям поверхні руху. Для розрахунку максимальних значень кута  $\alpha_{max}$  на реальній лісосіці слід узяти дійсне значення узагальненого коефіцієнта опору  $f$ , визначене експериментально.

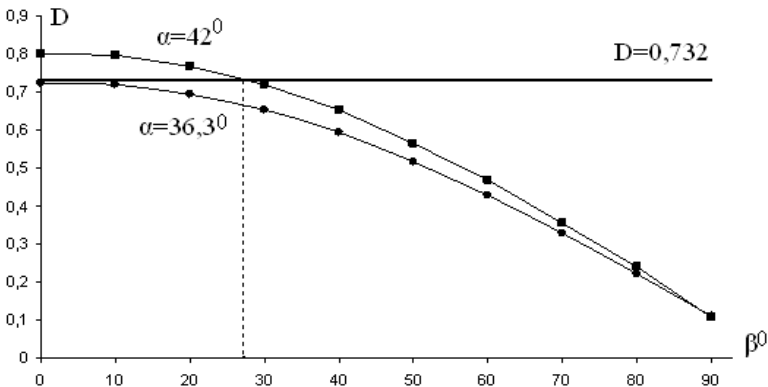


Рис. 2 – Визначення мінімального кута  $\beta_0$  – відхилення траєкторії руху харвестера від висхідної лінії лісосіки для різних ухилів  $\alpha$ .

Коли ухил лісосіки більший за величину  $\alpha_{\max}$ , з рівняння (4) роботи [1] можна отримати величину кута  $\beta_0$ , тобто мінімальне відхилення траєкторії руху харвестера від висхідної лінії, з яким він повинен рухатись за даної потужності із заданою швидкістю (рух косогірними ходами). У тестовому випадку Valmet 911.3 для кутів  $\alpha_{\max}$ , а також  $\alpha_0 = 42^\circ$ , отримано графічні залежності  $D = D(\beta)$ , подані на рис. 2, з яких легко визначити  $\beta_0$ .

Отримані результати обґрунтовують існування максимальної величини ухилу лісосіки, можливої для подолання харвестером у транспортному положення із заданим коефіцієнтом опору  $f$ . За необхідності підняття лісосікою із ухилом, більшим понад максимальне значення, харвестер із заданою потужністю двигуна повинен рухатись косогірними ходами із мінімальним кутом відхилення від висхідної лінії  $\beta_0$ , який можна отримати розв'язуванням рівняння (4) роботи [1] для заданої величини  $\alpha$ .

Викладений вище аналіз стосується транспортної функції харвестера. Для врахування виробничої функції повна потужність двигуна визначається формулою (23) роботи [1], складові цієї потужності  $N_1 \div N_9$  є функціями кутів величин  $\alpha, \beta, \gamma$  та задаються відношеннями (6), (13), (14), (16), (18), (19), (20), (21), отриманими в роботі [1].

Очевидним є співвідношення  $N_1 \ll N_9$ , оскільки для обертання маніпулятора із затисненим головою стовбуром потрібна значно більша потужність, аніж для його обертання без стовбура. В загальному випадку слід обчислювати обидві потужності, оскільки величина  $N_1$  входить у групу потужностей  $N_A^0$ , а  $N_9$  – у  $N_G^0$ . У розглядуваному тестовому прикладі вважатимемо  $N_1 \approx 0$ . Аналогічним чином приймається  $N_2 \ll N_6$ ,  $N_2 \approx 0$ . Унаслідок відсутності значних сил інерції під час колового руху ножів харвестерної головки та під час натягу стовбура зрізаного дерева, відповідними потужностями в даному випадку нехтується:  $N_3 = N_4 \approx 0$ .

Вибираючи дані демонстраційного прикладу роботи [6], зазначимо, що маса стовбура дерева із кроною становить 2670 кг, а вага –  $G_{CT} = 26166$  Н, якщо його діаметр на висоті зрізу є 62,5 см, що відповідає можливості захоплення харвестерною головою Valmet 360.2. Потужність  $N_5$ , що витрачається під час розкрязування такого стовбура, розраховується виходячи із потужності бензопили МП5 Урал-2 Електрон [7]:  $N_{БП} = 3700$  Вт. Продуктивність пиляння такою бензиномоторною пилкою  $\delta_{БП} = 100$  см<sup>2</sup>/с. Час пиляння стовбура  $d = 62,5$  см ланцюговою пилкою харвестера з гідроприводом на підставі відео фіксації складає у середньому  $t_5 = 2,5$  с. Потужність, що витрачається під час розкрязування стовбура визначається за формулою (18) роботи [1]:  $N_5 = 45383$  Вт. Кутову швидкість розкладання маніпулятора  $\omega_5$  визначено

за результатами відео фіксації:  $\omega_6 \approx 5^0 - 7^0 \text{ c}^{-1} \approx 0,105 \text{ рад/с}$ . Використовува-  
на для цієї операції потужність буде максимальною у випадку повністю роз-  
критого маніпулятора, тому, враховуючи вагу стовбура:

$$N_6 = 33367 \cdot 10 \cdot 0,105 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta - \gamma) = 35035 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta - \gamma) \text{ Вт.}$$

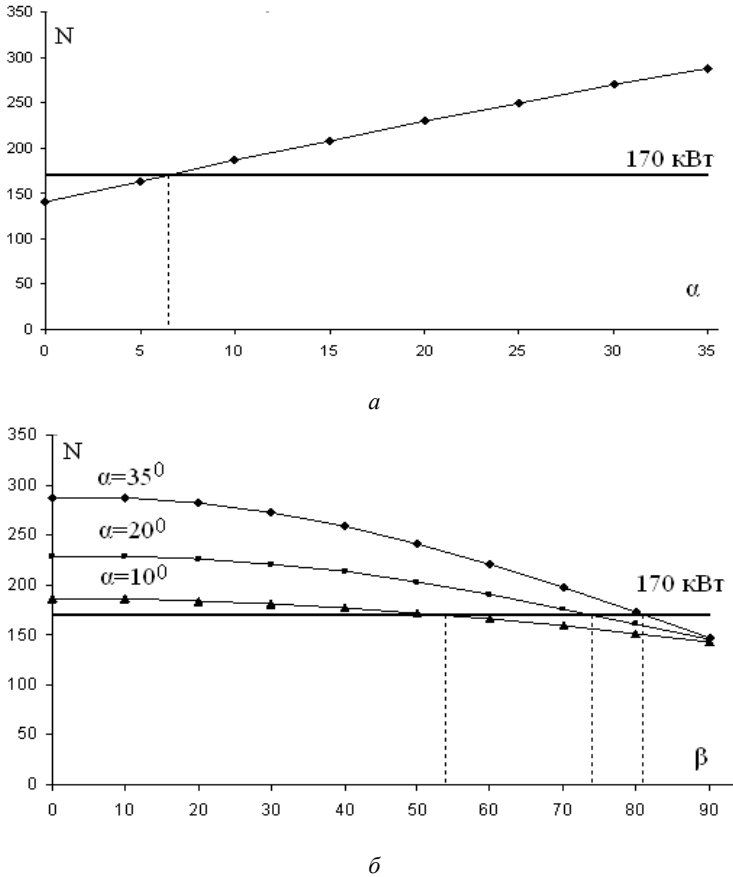


Рис. 3 – Залежність величини  $N$  від кутів  $\alpha, \beta, \gamma$ :  $a$  – кута  $\alpha$  для  $\beta = 0, \gamma = 30^\circ$ ; в області, де  $N \geq 170 \text{ кВт}$ , рух харвестера можливий лише косогірними ходами;  
 $b$  – кута  $\beta$  для  $\alpha = 35^\circ, \gamma = 30^\circ$ ; рух харвестера можливий лише в області, де  $N \leq 170 \text{ кВт}$  і тільки косогірними ходами.

Максимальна швидкість протягування стовбура через головку  $v_{\max} = 5 \text{ м/с}$ . Із аналізу відеоматеріалів визначено досягнення цієї швидкості за час  $\Delta t_8 = 1 \text{ с}$ . Отже:  $N_8 = 66750 \text{ Вт}$ .

Для визначення потужності  $N_9$ , що витрачається на поворот маніпулятора із зрубаним стовбуром, слід обчислити моменти інерції  $J_1 \div J_5$ . Першими трьома величинами  $J_1 \div J_3$  можна знехтувати у зв'язку з тим, що кабіна знаходиться на осі обертання, а вага секцій маніпулятора значно менша ваги головки разом із стовбуром. Тоді:

$$J_4 + J_5 = g / (G_T + G_{CT}) \cdot L_{M2}^2 = 279200 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

З аналізу відео спостереження випливає, що за одну секунду маніпулятор з харвестерною головою та стовбуром розкладається від  $0$  до  $\gamma = 8^\circ = 0,14 \text{ рад}$ , отже  $N_9 = 5438 \text{ Вт}$ . Рештою складників потужності виробничої функції знехтувано з огляду на їх порівняльно невеликі значення.

Сумарна потужність всіх розглядуваних тут операцій виробничої функції:

$$N_{ВІР} = 33367 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta - \gamma) + 117571,$$

її максимальне значення:

$$N_{ВІР}^{\max} \approx 150,1 \text{ кВт},$$

є порівняльним із потужністю транспортної функції.

У випадку проектуючих розрахунків двигуна харвестера, який повинен забезпечувати виконання транспортної функції одночасно з виробничою для заданих кутів (ухилів лісосіки  $\alpha$ , відхилення траси харвестера  $\beta$  та напряду маніпулятора  $\gamma$  – слід використовувати відношення:

$$N = (v \cdot (G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_T) \cdot (f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \beta)) / v_e + 33367 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\beta - \gamma) + 117571. \quad (1)$$

Залежність потужності двигуна від експлуатаційних умов для харвестера Valmet 911.3 подано на рис. 3. Горизонтальна лінія тут і в подальшому відповідає потужності двигуна харвестера  $N_{ДВ} = 170 \text{ кВт}$ .

**Аналіз результатів моделювання.** Отримані результати свідчать про значний вплив виконання виробничої функції на необхідну потужність двигуна харвестера, або на вид руху харвестера лісосікою. Зокрема для розглядуваного прикладу – харвестера Valmet 911.3 – максимальний ухил лісосіки, на якій можливий висхідний рух, поєднаний із виконанням виробничої функції з огляду на потужність механізму –  $6,3^\circ$  (рис. 3, а) є значно менший за ухил, яким цей же механізм може рухатись вгору –  $36,3^\circ$  (рис. 1). У обох випадках можливий рух механізму лісосікою із ухилами, більшими понад максимальні величини, косогірними ходами харвестера з мінімальним кутом відхилення траєкторії руху від висхідної лінії площини лісосіки, що визначається графічними залежностями на рис. 2 та 3 б.

Для планування лісозаготівельних робіт стандартним харвестером Valmet 911.3 визначено максимальний кут ухилу лісосіки  $\alpha_{\max}$  шляхом виявлення точок перетину графіка функції  $N = N(\alpha)$  для різних швидкостей

руху:  $v = (0,50; 1,38; 3,00)$  м/с ;  $\beta = 0, \gamma = 30^\circ$  із лінією  $N_{ДВ} = 170$  кВт (рис. 4).

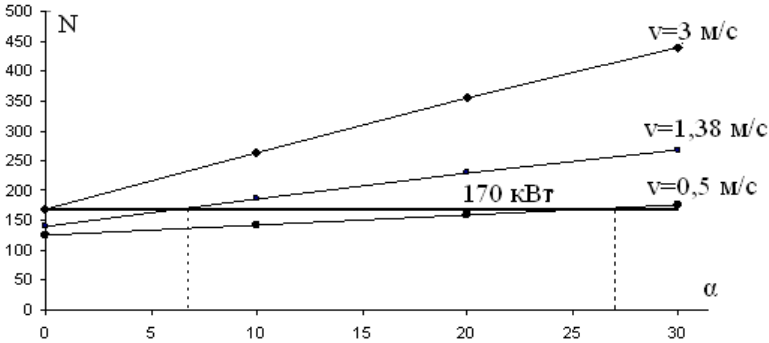


Рис. 4 – Залежність величини  $N$  від кута  $\alpha$  для різних значень швидкості  $v$  руху харвестера лісосікою із виконанням ним операцій виробничої функції.

У випадку ухилів  $\alpha$  більших за визначені з рис. 4 значень максимальних кутів підймання  $\alpha_{\max}$  для кожного із значень швидкості  $v$ , рух харвестера можливий тільки косогірними ходами, мінімальний кут відхилення напрямку руху від висхідного напрямку визначається графіком кривої  $N = N(\beta)$  для  $\alpha = \alpha_{\max} + 10^\circ$  (рис. 5).

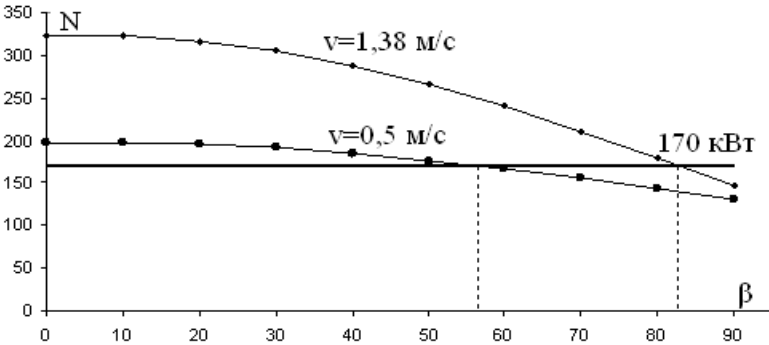


Рис. 5 – Залежність величини  $N$  від кута  $\beta$  для різних значень швидкості  $v$  руху харвестера лісосікою із виконанням ним операцій виробничої функції.

Характер графічних залежностей  $N = N(\alpha, v)$  (рис. 4) свідчить про можливість існування залежності  $\alpha_{\max} = \alpha_{\max}(v, N_{ДВ})$  у випадку, коли на серійну машину монтували б двигуни різних типів. З графіків (рис. 6) слідує, що

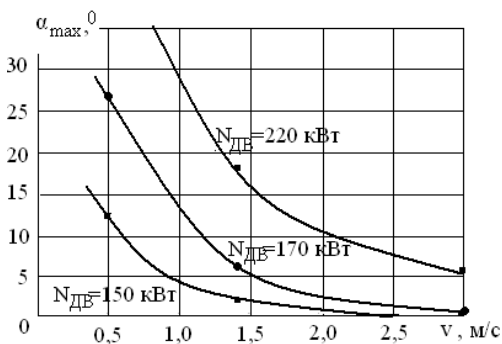


Рис. 6 – Залежність максимально можливого кута ухилу лісосіки  $\alpha_{max}$ , на який може підійматись харвестер типу Valmet 911.3 без необхідності рухатись косогірними ходами за одночасного виконання операцій виробничої функції, від швидкості руху для різних типів двигунів.

У випадку заданої потужності двигуна та параметрів поверхні лісосіки необхідно коригувати швидкісні режими руху харвестера із вибраними траєкторіями (чи навпаки) із урахуванням збудованих для кожного конкретного випадку тягових характеристик наведеним вище способом.

Важливим технічним завданням є визначення розподілу потужності між окремими групами операцій виробничої функції. Для харвестерів фірм ВАТ «Белінкоммаш» та АМКОДОР, технічні характеристики яких наведено у табл. 1, за використання рівнянь моделі руху харвестера з роботи [1] отримано наступні результати (табл. 2), де  $N_i^0 = N_i/N_{ДВ}$  у групах операцій  $i = A, B, B, \Gamma$ ;  $N_{ДВ}$  – потужність двигуна.

Таблиця 2 – Розподіл витрати додаткової питомої потужності для виробничої функції

Харвестер	$N_A^0$	$N_B^0$	$N_B^0$	$N_\Gamma^0$
АМКОДОР 2551	0,27	0,07	0,24	0,44
МВР Белінкоммаш	0,23	0,08	0,30	0,37

Подані результати свідчать про найбільше споживання потужності операціями групи  $\Gamma$  – первинне оброблення стовбура, які виконуються харвестером під час його зупинки на лісосіці. Важливим є врахування потужності на етапі В – падіння дерева, оскільки ця група операцій поєднується із пересуванням харвестера.

**Визначення опорних реакцій та вибір рушіїв.** У роботі [1] наведено основні рівняння для розрахунку опорних реакцій рушіїв харвестера у загальному випадку. Однак для деяких практичних задач немає необхідності

за необхідності, додання менших або більших максимальних ухилів може бути досягнуте шляхом підбору потужності двигуна механізму. Отримані результати свідчать про суттєву залежність необхідної потужності харвестера за одночасного виконання ним виробничої функції від заданої швидкості його руху лісосікою з ухилом. Запропонований підхід дозволяє визначати необхідну потужність механізму для конкретних умов експлуатації – параметрів лісосіки, траєкторій та швидкості руху, розміру маніпулятора, діаметрів зрушуваних стовбурів тощо.

розв'язувати повну систему рівнянь, оскільки це пов'язано із розглядом громіздких рівнянь для розкриття статичної невизначеності й застосування складних числових методів для їх розв'язування [8].

*Визначення нормальних складових реакцій опорної поверхні.* Цілком зрозуміло, що найбільш навантаженим є рушій, над яким розташований маніпулятор з багатоопераційною головою та захопленим стовбуром, розподіл реакцій між іншими рушіями є несуттєвим. Вважатимемо, що кожна із нормальних реакцій складається із двох складових. Перша складова – це усереднене значення реакції опорної поверхні у випадку транспортного положення маніпулятора, коли харвестер рухається лісосікою із ухилом. Друга – надлишкова реакція, викликана розкладанням маніпулятора та утриманням харвестерною головою зрізаного стовбура; ця реакція може бути як додатною (над найбільш навантаженим рушієм) так і від'ємною (над протилежним до розкладеного маніпулятора рушієм):

$$R_i = R_i^1 + R_i^2, \quad R_i^1 = \frac{G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_G + G_{CT}}{6} \cdot \cos \alpha, \quad i = 1 \div 6. \quad (2)$$

Величини  $R_i^1, i = 1 \div 6$  визначають реакцію опорної поверхні на рушій у випадку транспортного положення маніпулятора, а  $R_i^2, i = 1 \div 6$  – від дії моменту, який виникає внаслідок розкладання на максимальну величину маніпулятора з головою, що утримує стовбур зрубаного дерева. Для визначення величин  $R_i^2$  побудовано розрахункову схему (див. рис. 7 а); в припущенні, що дія рушіїв 2, 3, 4, 5 зосереджена у точці С на осі харвестера.

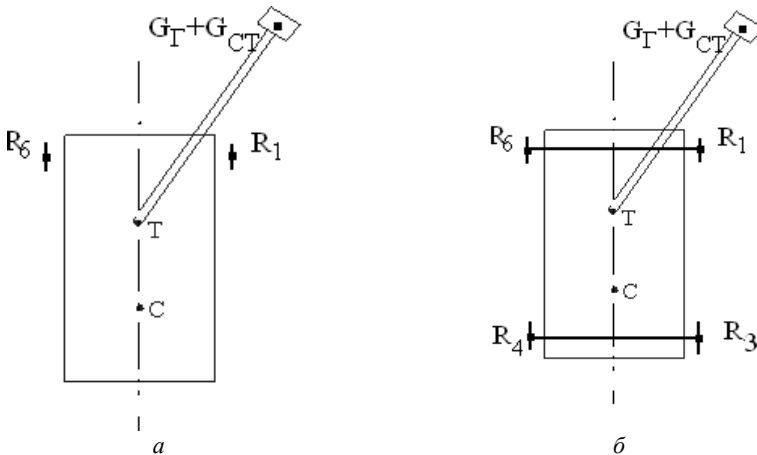


Рис. 7 – Розрахункові схеми для визначення опорних реакцій рушіїв:  
а – реакція  $R_1$ , б – реакція  $R_4$ .

Рівняння рівноваги моментів сил для складових  $R_i^2, i = 1 \div 6$  реакцій, ви-

кликаних моментом сил  $G_T, G_{CT}$  відносно вертикальної в площині рисунку осі, що проходить через точку С та основу маніпулятора – точку Т, за використання формули (31) з роботи [1], записано у наступному вигляді:

$$R_1^2 \cdot \frac{b}{2} - (G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha = 0. \quad (3)$$

Під час виведення рівняння (3) прийнято:  $\varphi = 180^\circ$ ,  $\gamma \approx \beta$ ,  $L_{M1} + L_{M2}$  – довжина стріли харвестера у розкладеному стані. Крім того, враховано, що відстань від основи маніпулятора до осі  $R_1 - R_6$  є незначною, додаткова реакція  $R_6^2$  є знехтувально малою, моментами від дії сил  $G_{M1}, G_{M2}$  можна знехтувати. Позначення в формулі (3) та подальших співвідношеннях співпадають із запропонованими в роботі [1]. Тоді сумарна реакція опори першого рушія матиме вигляд:

$$R_1 = \cos \alpha \frac{G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_T + G_{CT}}{6} + 2 \frac{G_T + G_{CT}}{b} (L_{M1} + L_{M2}) \sin \gamma \cos \alpha, \quad (4)$$

а безрозмірна реакція  $R_1^0$ , отримана відношенням сумарної реакції  $R_1$  до величини реакції цього ж рушія у випадку транспортного положення маніпулятора, є наступною:

$$R_1^0 = 1 + \frac{12}{b} \cdot \frac{(G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2})}{G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_T + G_{CT}} \cdot \sin \gamma. \quad (5)$$

Для харвестера Valmet 911.3 із стовбуром, діаметр якого на висоті зрізу становитиме 62,5 см, отримано:  $R_1^0 = 1 + 8,207 \cdot \sin \gamma$ , залежність реакції  $R_1^0$  від кута  $\gamma$  для цього харвестера, та для Амкодор 2551 і Timberjack 1270 D подано на рис. 8.

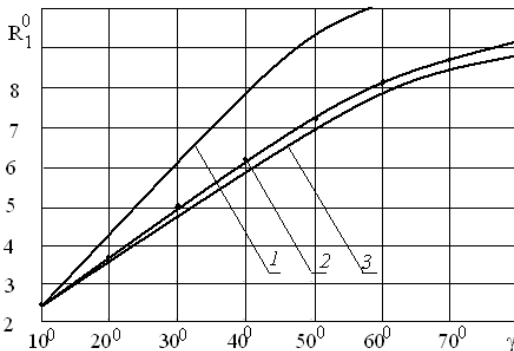


Рис. 8 – Залежність безрозмірної реакції  $R_1^0$  від положення маніпулятора:

1 – Timberjack 1270 D; 2 – Valmet 911.3; 3 – Амкодор 2551.

**Аналіз результатів розрахунку.** Аналізуючи отриманий результат за-



значимо, що ухил лісосіки  $\alpha$  та напрям  $\beta$  руху з одночасним виконання виробничої функції харвестера, суттєвим чином впливають на опорні реакції ґрунту на рушій, які можуть в декілька разів перевищувати такі ж величини під час статичного положення механізму на горизонтальній площині у складеному положенні. Зрозумілим є те, що на величину найбільшої реакції впливає асиметричне навантаження від головки харвестера із затисненим стовбуром з плечем, рівним розкладеному маніпулятору. Представлений на рис. 8 розв'язок задачі близький до реального стану в межах зміни кута  $\gamma = 20^0 \div 45^0$ , оскільки в цьому діапазоні слід очікувати виконання умови  $R_6^2 \approx 0$ , за якої збудовано рівняння (3) та отримано достатні для інженерної оцінки силових параметрів рушіїв розв'язки (4), (5). Представлені вище результати є важливими для вибору типорозмірів рушіїв під час проектування харвестерів для експлуатації в гірських умовах.

Характер графіка (рис. 8) вказує на можливість існування умовного максимуму величини  $R_1^0$  із зміною  $\gamma$ , оскільки у реальних умовах за  $\gamma \geq 45^0$  вплив маніпулятора на першу опору зменшується. Точне визначення такого максимуму можливе за побудови повного розв'язку задачі в постановці, викладеній в роботі [1].

**Моделювання умов безпечної експлуатації.** Важливим для інженерних розрахунків є визначення умов безпечної експлуатації харвестера, зокрема меж його поперечної та курсової стійкості під час руху з розкладеним маніпулятором. Розглянемо розрахункову схему (рис. 7, б), припускаючи, що рушії 2 та 5 є не навантаженими. Розкладаючи кожен із реакцій на транспортну складову та складову від асиметричної дії розкладеного маніпулятора відповідно до формули (2), запишемо три рівняння рівноваги для визначення складових  $R_i^2$ ,  $i = 1, 3, 4, 6$  опорних реакцій, а саме – дві умови рівноваги моментів сил відносно колової осі рушіїв 1 та 6 і відносно осі СТ, а також умову рівноваги проєкцій усіх нормальних реакцій на вертикальну до площини рисунку вісь. Прийемо також, що величина  $R_1^2$  визначається наближено рівнянням (3):

$$\begin{aligned} R_1^2 &= \frac{2}{b} \cdot (G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha, \\ &-(R_3 + R_4) \cdot a - (G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha = 0, \\ (R_1 + R_3 - R_4 - R_6) \cdot \frac{b}{2} - (G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha &= 0, \\ R_1 + R_3 + R_4 + R_6 &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Для тестового прикладу – серійного харвестера Valmet 911.3 – рівняння (6) набудуть вигляду:

$$\begin{aligned} R_1^2 &= 282,1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \text{ кН}, \quad R_3^2 = -141,1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \text{ кН}, \\ R_4^2 &= 141,1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - 94,45 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \text{ кН}, \end{aligned}$$

$$R_6^2 = -282,1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha + 94,45 \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \text{ кН}, \quad (7)$$

Умовою стійкості руху розглядуваного харвестера лісосікою з ухилом відповідно до схеми, поданої на рис. 7 б, є нерівність  $R_4^1 + R_4^2 \geq 0$ , або в іншій формі:

$$R_4^1 \geq -R_4^2. \quad (8)$$

Графічний розв'язок нерівності (8) із урахуванням виразів реакцій (2), (7) подано нижче (рис. 9).

Із аналізу результатів, поданих на рис. 9 відзначимо, що рух харвестера із повністю розкладеним маніпулятором та кутом відхилення  $\gamma \leq 4,4^\circ$  може супроводжуватись втратою стійкості, що виявлятиметься відривом рушіїв протилежної до маніпулятора осі від опорної поверхні (грунту). Виявляється, що така втрата стійкості не залежить від ухилу лісосіки  $\alpha$  та напряму руху харвестера лісосікою  $\beta$ .

**Визначення дотичних складових реакцій опорної поверхні** виконується способом, аналогічним підходу, сформованому для нормальних складових. Найбільш навантаженим є рушій, над яким розташований маніпулятор з багатоопераційною головкою та захопленням стовбуром; розподіл тангенційних реакцій між іншими рушійми є несуттєвим. Для побудови системи рівнянь розкладемо кожен із реакцій рушіїв на дві складові:

$$T_i = T_i^1 + T_i^2, i = 1 \div 6. \quad (9)$$

Величини  $T_i^1, i = 1 \div 6$  визначають реакцію опорної поверхні на рушій для випадку транспортного положення маніпулятора. З метою спрощення викладу вважатимемо, що всі величини  $T_i$  рівні між собою:

$$T_i^1 = \frac{G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_\Gamma + G_{CT}}{6} \sin \alpha, \quad i = 1 \div 6. \quad (10)$$

Величини  $T_i^2, i = 1 \div 6$  визначають тангенційні складові реакції опорної поверхні на рушій внаслідок дії додаткового крутного моменту від проєкцій на площину руху сил ваги харвестерної головки (та затиснутого нею стовбура дерева у випадку робочого положення маніпулятора) відносно точки кріплення основи маніпулятора  $T$ , а також дії крутного моменту  $M_\omega$ , який надається двигуном харвестера для обертання повністю розкладеного маніпулятора з головкою та стовбуром. Для визначення величин  $T_i^2$  побудуємо розрахункову схему (рис. 10) вважаючи, що дія рушіїв 2, 3, 4, 5 зосереджена у

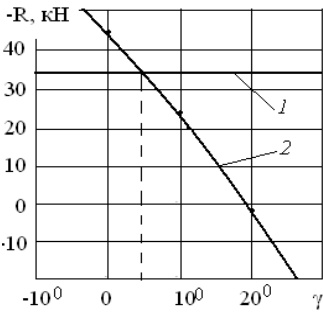


Рис. 9 – Визначення області стійкості руху: 1 –  $R_4^1 / \cos \alpha$ ;

$$2 – -R_4^2 / \cos \alpha.$$

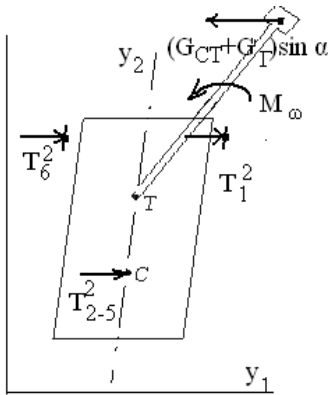


Рис. 10 – Розрахункова схема дотичних складових опорних реакцій рушіїв.

точці С; так же, як і для нормальних реакцій, відстань між точкою Т та коловою віссю рушіїв 1 та 6 прийемо зневажливо малою.

Рівняння рівноваги моментів сил відносно точки С запишемо прийнявши, що відстань від цієї точки до осі рушіїв  $i=1; 6$  рівна  $a_2$ , сила  $T_6^2$  є зневажливо малою у порівнянні з  $T_1^2$ , а також використавши формулу (35) з роботи [1]:

$$(G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\beta - \gamma) - T_1^2 \cdot a_2 + M_\omega = 0. \quad (11)$$

З формул (10) та (11) отримаємо повну дотичну реакцію для першого рушіїв:

$$T_1 = \frac{(G_T + G_{CT})(L_{M1} + L_{M2}) \sin \alpha \sin(\beta - \gamma)}{a_2} + \frac{M_\omega}{a_2} + \frac{G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_T + G_{CT}}{6} \sin \alpha, \quad (12)$$

а безрозмірна реакція  $T_1^0$ , отримана відношенням сумарної реакції  $T_1$  з виразу (12) до величини тангенційної реакції (10) цього ж рушіїв у випадку транспортного положення маніпулятора, становитиме:

$$T_1^0 = 1 + 6 \cdot \frac{M_\omega \cdot \frac{1}{\sin \alpha} + (G_T + G_{CT}) \cdot (L_{M1} + L_{M2}) \cdot \sin(\beta - \gamma)}{a_2 \cdot (G_T + G_{M1} + G_{M2} + G_T + G_{CT})}. \quad (13)$$

Співвідношення (13) свідчить про те, що величина сумарної тангенційної реакції для рушіїв під розкладеним та задіяним у операціях виробничої функції є більшим від величини тангенційної реакції для транспортного положення харвестера. У випадку тестового приклада – харвестера Valmet 911, [2]:  $a_2 = 1,65 + 1,85 = 3,5$  м,  $M_\omega = 4,05 \cdot 10^4$  Нм. Вирази для повної та відносної тангенційної реакції наберуть вигляду:

$$T_1 = 11600 + (109600 \cdot \sin(\beta - \gamma) + 34400) \cdot \sin \alpha \text{ Н},$$

$$T_1^0 = 1 + \frac{0,337}{\sin \alpha} + 3,189 \cdot \sin(\beta - \gamma), \quad (14)$$

графіки їх залежності від кута  $\gamma$  для деяких значень ухилу  $\alpha$  представлено на рис. 11. Із аналізу наведених результатів зазначимо, що абсолютні величини дотичних складових реакцій є порівняльними із значеннями нормальних складових. Це вказує на необхідність врахування  $T_1$  під час вибору типорозміру рушіїв для роботи у гірських місцевостях із забезпеченням можливості виконання механізмом операцій виробничої функції.

З наведених графіків визначаються умови експлуатації розглядуваного тестового механізму без проковзування його рушіїв для конкретного типу ґрунту та ухилу поверхні руху. Суттєве перевищення (рис. 11 б) кривих над рівнем  $T_1^0 = 1$  свідчить про домінування сумарних тангенційних складових реакцій над такими ж величинами транспортного положення. За невеликої площі контакту рушія з ґрунтом це може призвести до бокового ковзання коліс під час повороту стріли – маніпулятора та руху лісосікою з ухилом. Тому для роботи харвестера у гірських умовах слід ретельно обґрунтувати вибір шин. Представлені результати справедливі в повній мірі для  $\gamma \geq 25^\circ$ , оскільки для менших відхилень стріли втрачає сенс припущення про те, що сила  $T_6^2$  є зневажливо малою у порівнянні з  $T_1^2$ . Для деякого околу  $\gamma = 0$  логічним є припущення, що  $T_6^2 = T_1^2$ , тому подані графічні результати для симетричного положення маніпулятора стосовно напрямку руху харвестера слід розділити навпіл.

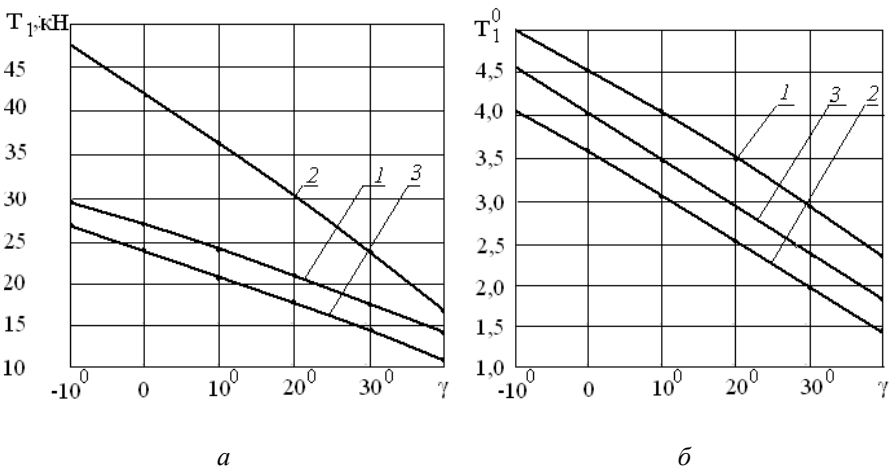


Рис. 11 – Залежності абсолютної – а та відносної – б дотичної складової реакції опори першого рушія від кута відхилення стріли-маніпулятора  $\gamma$  від напрямку руху харвестера лісосікою для деяких значень кутів: 1 –  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ;  
2 –  $\alpha = 20^\circ$ ,  $\beta = 30^\circ$ ; 3 –  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\beta = 20^\circ$ .

Нижче подано приклад вибору рушіїв для деяких харвестерів, технічні характеристики яких наведено у табл. 1 для наступних умов експлуатації:  $\alpha \leq 15^\circ$ ,  $\beta \geq 30^\circ$ ,  $15^\circ \leq \gamma \leq 25^\circ$ . З метою порівняння наведено типорозміри рушіїв, що серійно поставляються з розглядуваними машинами. Вибір рушіїв виконувався за допомогою підходу, розвинутому в роботі [9]; повне навантаження на рушій  $R$  обчислювалося як геометрична сума максимального

значення нормальної та дотичної складових реакції опорної поверхні –  $R_1^{MAX}$ ,  $T_1^{MAX}$  для усіх кутів  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  у розглядуваному діапазоні:

$$R = \sqrt{(R_1^{MAX})^2 + (T_1^{MAX})^2}.$$

Результати подано в табл. 3.

Таблиця 3 – Вибірання типорозміру шин для окремих харвестерів

Харвестер	Нормальна складова реакції рушія, $R_1^{MAX}$ , кН	Дотична складова реакції рушія $T_1^{MAX}$ , кН	Сумарна реакція рушія $R$ , кН	Рекомендовані рушії (індекси вантажності LI [10])	Рушії стандартного харвестера (індекси вантажності LI [10])
Valmet 911.3	128,9	21,5	130,7	198	600/55x26,5 (162) 710/45x26,5
Амкодор 2551	120,6	20,3	122,3	196	700/50x26,5 (166)
Timberjack 1270 D	143,4	21,1	144,8	202	700/50x26,5 (166) 700/70x34 (174)

Відзначимо, що для руху харвестера з одночасним виконанням ним операцій виробничої функції в розглядуваних експлуатаційних умовах лісосіки з ухилом слід вибирати рушії суттєво більших типорозмірів за рушії серійних машин. Це зумовлюється значною асиметрією навантаження, ухилом поверхні руху та динамічним впливом навісних знарядь на рушії. Експлуатація харвестерів із стандартними рушіями у розглядуваних умовах викликає необхідність певних обмежень: робота з маніпулятором, що розкривається не на всю довжину, а на певний кут, який можна визначити за використання запропонованого підходу; обмеження потужності повороту та підймання стріли - маніпулятора із затисненим стовбуром тощо. Певний вплив на вибір рушіїв мають дотичні складові реакції опорної поверхні (грунту), які для розглядуваних машин складають 14,5–16,5% від сумарної реакції та викликають 1,1–1,8% довантаження рушіїв у порівнянні із стандартними варіантами руху.

**Висновки.** В роботі запропоновано інженерний підхід до аналізу потужнісних характеристик харвестерів, які експлуатуються в гірських умовах із одночасним виконанням ними виробничої функції. Отримані результати дозволяють визначати потужність двигуна лісозаготівельного комбайна відповідно до планованих умов експлуатації: ухил території, напрям та швидкість руху харвестера лісосікою, ширину пасіки, потужність виконуваних технологічних операцій виробничої функції тощо. Такий підхід актуальний і для об'єктованої задачі: визначення прийнятних умов експлуатації, коригування технологічних процесів та траєкторії руху гірською лісосікою наявної серійної

машини із стандартними параметрами.

Виходячи із розробленої математичної моделі для визначення опорних реакцій рушіїв, отримано практично важливі результати стосовно залежності нормальних та дотичних складових таких реакцій від експлуатаційних умов. Зокрема виявлено умови збереження поперечної стійкості розглядуваного механізму. Із використання отриманих результатів витікає, що для заданих умов експлуатації із урахуванням ухилу поверхні руху та операцій виробничої функції слід обґрунтовувати вибір типорозмірів рушіїв у порівнянні із стандартними рушіями харвестера для запобігання їх передчасному зношенню та пошкодженню. В протилежному випадку слід дотримуватись певних обмежень щодо руху та роботи харвестера; ці обмеження можуть бути сформульовані, виходячи із запропонованого підходу.

Результати досліджень проілюстровані тестовими прикладами для окремих типів харвестерів. З метою повного та всебічного аналізу конкретної лісозаготівельної машини слід виконати окреме прикладне дослідження за використання розвинутого в роботі підходу.

**Список літератури:** 1. *Мачуга О.С.* Особливості проектування лісозаготівельної техніки для роботи на територіях з ухилом. 1. Математична модель / *О.С. Мачуга* // Вісник НТУ «ХПІ». – Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, 2014. – №6 (1049). – С. 130 – 144. 2. Produktverzeichnis Komatsu-Valmet. – Komatsu Forest. – 2007, 34 p. 3. <http://www.treelog.ru/products/amkodor/kharvester-amkodor-2551-detail>. 4. <http://www.belincom.by/kharvester-i-forvarder.html>. 5. [http://www.mascus.de/specs/forst-vollernter-harvester\\_983645/timberjack/1270-d\\_1004016](http://www.mascus.de/specs/forst-vollernter-harvester_983645/timberjack/1270-d_1004016). 6. *Барінов К. Н., Александров В. А.* Проектирование лесопромышленного оборудования: Учебное пособие. – Л.: Издательство Ленинградского университета, 1988. – 240 с. 7. *Шкыря Т.М.* Технология и машины лесосечных работ. – Львов: Выща школа, Изд. Львов. ун-та, 1988. – 264 с. 8. *Бычков Д.В.* Строительная механика стержневых тонкостенных конструкций. – М: Госиздат по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 468 с. 9. *Білик Б.В., Адамовський М.Г.* Проектування самохідних лісових машин: Вибір параметрів, компоновання і тяговий розрахунок: Навчальний посібник. – Львів: «ЗУКЦ», 2004. – 160 с. 10. [http://www.vsekolesa.com.ua/table\\_index.php](http://www.vsekolesa.com.ua/table_index.php).

**Bibliography (transliterated):** 1. Machuga, O. S. "Osoblyvosti proektuvannja lisozagotivel'noji tehniky dlja roboty na terytorijih z uhyлом. 1. Matematychna model'." *Visnyk NTU «KhPI». Ser.: Matematychna modeljuvannja v tehnicji ta tehnologijah*. No. 6 (1049). Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. 130–144. Print. 2. *Produktverzeichnis Komatsu-Valmet*. Komatsu Forest. 2007. Print. 3. Web. 10 May 2014 <<http://www.treelog.ru/products/amkodor/kharvester-amkodor-2551-detail>>. 4. Web. 09 May 2014 <<http://www.belincom.by/kharvester-i-forvarder.html>>. 5. Web. 07 May 2014 <[http://www.mascus.de/specs/forst-vollernter-harvester\\_983645/timberjack/1270-d\\_1004016](http://www.mascus.de/specs/forst-vollernter-harvester_983645/timberjack/1270-d_1004016)>. 6. Barinov, K. N., and V. A. Aleksandrov. *Proektirovanie lesopromyshlennogo oborudovanyija: Uch. Posobie*. Leningrad: Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1988. Print. 7. Shkyrja, T. M. *Tehnologija i mashyny lesosechnyh rabot*. Lviv: Vyshcha shkola. Izd. L'vov. un-ta, 1988. Print. 8. Bychkov, D. V. *Stroitel'naja mehanika sterznevyyh tonkostennyh konstrukcij*. Moscow: Gosizdat, 1962. Print. 9. Bilyk, B. V., and M. G. Adamovskij. *Proektuvannja samohidnyh lisovyh mashyn: Vybir parametrov, komponuvannja i tjavovyy rozrahnok: Navchal'nyj posibnyk*. L'viv: ZUKC, 2004. Print. 10. Web. 12 May 2014 <[http://www.vsekolesa.com.ua/table\\_index.php](http://www.vsekolesa.com.ua/table_index.php)>.

Надійшла (received) 31.03.2014

**О.С. МЕЛЬНИК**, канд. техн. наук, доц., НАУ, Київ;

**Н.В. ТРОХИМЕНКО**, асистент, НАУ, Київ;

**О.В. ОНИЩУК**, студентка, НАУ, Київ

## ПРОГРАМОВАНІ НАНОЕЛЕКТРОННІ ЛОГІЧНІ ЕЛЕМЕНТИ

Запропоновано квантові коміркові наноелектронні схеми, скомпоновані з трьох мажоритарних елементів. Семивходовий логічний елемент може бути перетворений у різноманітні пристрої, такі як: чотиривходовий елемент І, чотиривходовий елемент АБО, добуток сум сигналів, суму добутоків та їх варіації.

**Ключові слова:** квантовий комірковий автомат, мажоритарний елемент, програмовані наноелектронні схеми.

**Вступ.** Фізичні обмеження поклали кінець традиційному масштабуванню КМОН елементів. Однак, почала приділятися увага до різноманітних нанотехнологій, що конкурують з традиційними КМОН-пристроями. Квантовий комірковий автомат (КА) – одна з цих технологій, яка вперше описана у [1]. Фундаментальним елементом КА є *мажоритарний елемент* [2]. Було показано, що ці елементи можуть бути використані як більш традиційні елементи, виконуючі одну з функцій (АБО чи І). Нижче розглядається комп'ютерне проектування *програмованих логічних схем* (ПНЕС), які мають сім входів і три виходи на базі мажоритарних елементів.

**Аналіз останніх досліджень.** Схемотехніка КА пропонує зовсім іншу систему елементів ніж традиційна КМОН-технологія, де поляризація, а не рівень напруги, зберігає інформацію, комірки є провідниками замість з'єднуючих провідів. Як показано на рис. 1, квантові автомати є діелектричними нанорозмірними квадратами, що містять напівпровідникову квантову точку в кожному куті [1, 3]. Два додаткові електрони, що знаходяться в кожній комірці, які можуть тунелювати від точки до точки в середині комірки, однак вони не можуть переміщуватись поза коміркою до сусідніх комірок. Два можливих види електроненегативної поляризації, що можуть бути сформовані електронами, представляють собою логічні рівні «0» та «1», як показано на рис. 1.

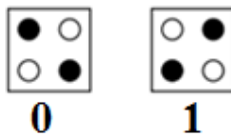


Рис. 1 – Дві поляризації комірок на КА.

На рис. 2 зображений провідник на КА. В цьому прикладі, значення логічної «1» передається по провіднику. Навіть незначної поляризації в комірці достатньо, щоб повністю поляризувати сусідню комірку. Напрямок потоку інформації через елемент чи провідник регулюється чотиритактовою системою синхронізації, що створює чи знімає бар'єри між комірками.

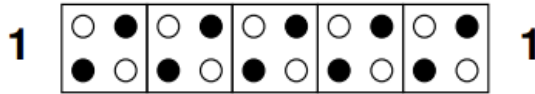


Рис. 2 – Провідник на КА.

Базовим логічним елементом на КА є мажоритарний елемент, показаний на рис. 3, що створений з п'яти комірок. Три з них – це входи елемента, позначені як  $x_2$ ,  $x_1$  та  $x_0$ . Центральна комірка реалізує логічну функцію мажоритарного вибору. Комірка, що залишилась і позначена  $f$ , виконує роль виходу.

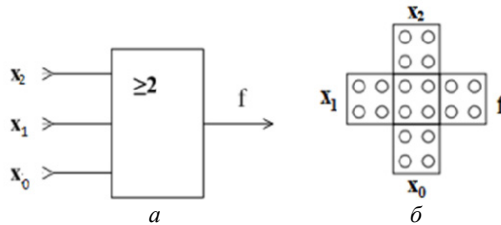


Рис. 3 – Мажоритарний елемент:  $a$  – умвне позначення;  $b$  – реалізація на КА.

Схема, наведена на рис. 3, виконує мажоритарну та булеву тотожну функцію:

$$f = maj(x_2, x_1, x_0) = x_2x_1 \cup x_2x_0 \cup x_1x_0. \quad (1)$$

Інші булеві логічні елементи формуються шляхом фіксації поляризації одного з входів. Рис. 4 відображає елементи 2-І та 2-АБО, сформовані саме за вищенаведеним принципом.

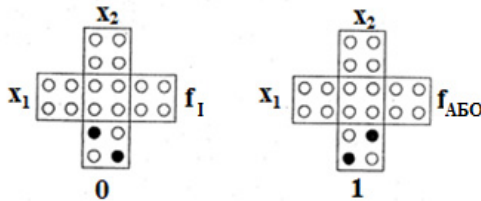


Рис. 4 – Запрограмовані логічні елементи 2-І та 2-АБО.

Заміна одного входу на комірку з фіксованою поляризацією «0» програ-



мує мажоритарний елемент на виконання логічної функції 2-І. Дійсно, спрощення рівняння (1) показує наступне:

$$f_I = maj(x_2, x_1, 0) = x_2 x_1.$$

Відповідно, замінюючи один з входів коміркою з фіксованою поляризацією «1», отримуємо логічний елемент 2-АБО:

$$f_{АБО} = maj(x_2, x_1, 1) = x_2 \cup x_1.$$

Незважаючи на те, що базовою логічною структурою КА є мажоритарний елемент, багато спроб реалізації схем на цих елементах розпочинались з обмеження потенціалу елемента до певної величини. Попередні складні елементи, що потребують більш ніж одну комірку, описані в літературі, однак ці елементи однаково обмежені виконанням декількох логічних функцій. У [2] складні елементи використовуються для реалізації функції 2-Виключне АБО. У [4] мажоритарний елемент обмежений до 2-І передувє інвертору і на виході реалізує функції 2-І-НІ; він створений для конфігурування логічних блоків типу FPGA. Альтернативою цього підходу є метод, коли з мажоритарних елементів в якості основних блоків складається ще більший та складніший FPGA, що має декілька інформаційних та програмуючих входів і кілька виходів.

**Математична модель. Програмовані нанoeлектронні елементи.** На рис. 5 зображений семивходовий з трьома виходами ПНЕС. Цей елемент складається з трьох мажоритарних елементів. Три входи  $p_2$ ,  $p_1$ ,  $p_0$  призначені для програмування функції наносхеми. Інші чотири входи призначені для реалізації булевих функцій двох чи чотирьох аргументів. Функціональність вищенаведеної ПНЕС була перевірена на системі автоматизованого проектування QCA Designer.

На виходах ПНЕС сформуються три основні функції, що можуть бути описані у мажоритарному та булевому базисах:

$$f_1 = maj(x_2, x_1, p_2) = x_3 x_2 \cup x_3 p_2 \cup x_2 p_2, \quad (2)$$

$$f_2 = maj[maj(x_3, x_2, p_2), p_1, maj(x_1, x_0, p_0)] = (x_3 x_2 \cup x_3 p_2 \cup x_2 p_2) p_1 \cup \\ \cup (x_3 x_2 \cup x_3 p_2 \cup x_2 p_2)(x_1 x_0 \cup x_1 p_0 \cup x_0 p_0) \cup p_1 (x_1 x_0 \cup x_1 p_0 \cup x_0 p_0), \quad (3)$$

$$f_3 = maj(x_1, x_0, p_0) = (x_1 x_0 \cup x_1 p_0 \cup x_0 p_0). \quad (4)$$

В таблиці записані усі 18 функцій попарно двох та чотирьох аргументів при восьми різних поляризаціях на програмованих входах  $p_2$ ,  $p_1$  та  $p_0$  на ПНЕС.

Отже, семивходова ПНЕС реалізує логічні операції «2-2-І» та «4-І», якщо поляризація на програмованих входах:

$$p_2 = p_1 = p_0 = 0,$$

та коли поляризація має вигляд

$$p_2 = p_1 = p_0 = 1,$$

то отримуємо логічні елементи 2-2-АБО та 4-АБО. Відповідно, при поляризації 0, 1, 0 матимемо добуток сум

$$f_2(1, 0, 1) = (x_3 \cup x_2)(x_1 \cup x_0).$$

Таблиця – Вихідні функції ПНЕС двох або чотирьох аргументів

			$f_1(x_3, x_2)$	$f_2(x_3, x_2, x_1, x_0)$	$f_3(x_1, x_0)$
0	0	0	$x_3x_2$	$x_3x_2x_1x_0$	$x_1x_0$
0	0	1		$x_3x_2(x_1 \cup x_0)$	$x_1 \cup x_0$
0	1	0		$x_3x_2 \cup x_1x_0$	$x_1x_0$
0	1	1		$x_3x_2 \cup (x_1 \cup x_0)$	$x_1 \cup x_0$
1	0	0	$x_3 \cup x_2$	$(x_3 \cup x_2)x_1x_0$	$x_1x_0$
1	0	1		$(x_3 \cup x_2)(x_1 \cup x_0)$	$x_1 \cup x_0$
1	1	0		$(x_3 \cup x_2) \cup x_1x_0$	$x_1x_0$
1	1	1		$x_3 \cup x_2 \cup x_1 \cup x_0$	$x_1 \cup x_0$

**Результат моделювання.** В САПР QCA Designer можна використовувати два методи моделювання: *бістабільний* і *метод когерентного вектору* [5]. Для моделювання ПНЕС з 7 входами та 3 виходами (рис. 5) використовується перший метод. При бістабільному методі кожна комірка моделюється як звичайна система з двома станами.

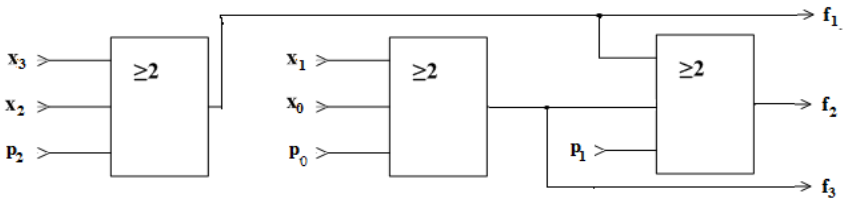


Рис. 5 – Семивходова мажоритарна ПНЕС.

Бістабільний метод використовує апроксимацію, що базується на взаємодії між комірками, зокрема сила взаємодії зменшується в залежності від відстані у мінус п'ятій степені, що розділяє їх. Однак, не всі ефекти комірки враховуються. Тільки ефекти в зоні радіусу 65 нм, який має кожна комірка.

Графічне зображення ПНЕС на проектному планшеті QCAD з фіксованими поляризаціями 0, 1, 0 зображено на рис. 6, а. Треба бути обережним при розподілі зон синхронізації, враховуючи графік часового розподілу, інакше кажучи, всі сигнали мають прибувати до їх комірки взаємодії одночасно. Також важливо щоб кожна зона синхронізації мала

однакову амплітуду та часові зони були неперервно розподілені.

ПНЕС створена з комірок розміром  $(18 \times 18)$  нм<sup>2</sup> з 4-ма квантовими точками, кожна діаметром 5 нм, а відстань між центрами комірок дорівнює 20 нм. Загальна кількість комірок – 101, а розмір всієї ПНЕС складає  $(420 \times 380)$  нм<sup>2</sup>. Наявні чотири інформаційні входи  $x_3, x_2, x_1, x_0$ , три входи для поляризації програмування  $p_2, p_1, p_0$  та три функціональні виходи  $f_1, f_2, f_3$ .

На рис. 6, б наведені результати моделювання часових характеристик ПНЕС (рис.6, а) в режимі програмування  $p_2 = 0, p_1 = 0, p_0 = 0$ . Таким чином, семивиходова ПНЕС при указаній програмуючій поляризації реалізує функції логічних елементів  $f_1 = x_3 x_2 (2 - I)$ ,  $f_2 = x_3 x_2 \cup x_1 x_0 (2 - 2 - I - АБО)$  та  $f_3 = x_1 x_0 (2 - I)$ , що відповідає третьому варіанту таблиці.

За допомогою ПНЕС такого типу можна реалізувати функції п'яти та навіть шести аргументів, якщо додатково використовувати один чи два програмованих входи в якості інформаційних. Навпаки, при програмуванні одного чи двох інформаційних входів на виході ПНЕС будуть реалізовані логічні функції 3-І чи 3-АБО. Проте ці ускладнення суттєво обмежують швидкість ПНЕС.

До того ж, ПНЕС може бути запрограмована для реалізації на другому виході  $f_2$  логічних функцій Виключне АБО (XOR):

$$f_{XOR} = \overline{x_1 x_0} \cup x_1 \overline{x_0} \quad (5)$$

чи Виключне АБО-НІ (XNOR):

$$f_{XNOR} = x_1 x_0 \cup \overline{x_1 x_0}. \quad (6)$$

Дійсно, програмування  $p_2 = 0, p_1 = 0, p_0 = 0$  та заміна аргументів  $x_3 = \overline{x_1}, x_2 = 0, x_0 = \overline{x_0}$  мінімізує початкову функцію (3) до виду (5). Для реалізації наступної функції (6) при попередніх поляризації програмування, слід замінити  $x_3 = \overline{x_1}, x_2 = \overline{x_0}$ .

Також доступна реалізація повного одно розрядного суматора доданків  $x_1, x_0$  та переносу з молодшого розряду  $C_{ex}$  [4]. В цьому випадку на програмуючі входи слід подати  $p_2 = p_0 = C_{ex}$  та  $x_2 = x_0$ , а на двох інформаційних входах зробити заміни  $x_3 = \overline{x_1}, x_2 = x_0$ . В цьому випадку на виходах  $f_2$  та  $f_3$  формуються сигнали суми  $S$ :

$$f_2 = S = maj \left[ maj \left( \overline{x_1}, x_0, C_{ex} \right), x_1, C_{вих} \right] = \overline{x_1} x_0 C_{ex} \cup \overline{x_1} \overline{x_0} C_{ex} \cup \overline{x_1} x_0 \overline{C_{ex}} \cup x_1 \overline{x_0} \overline{C_{ex}},$$

і переносу до старшого розряду  $C_{вих}$ :

$$f_3 = C_{вих} = maj \left( x_1, x_0, C_{ex} \right) = x_1 x_0 \cup x_1 C_{ex} \cup x_0 C_{ex}.$$

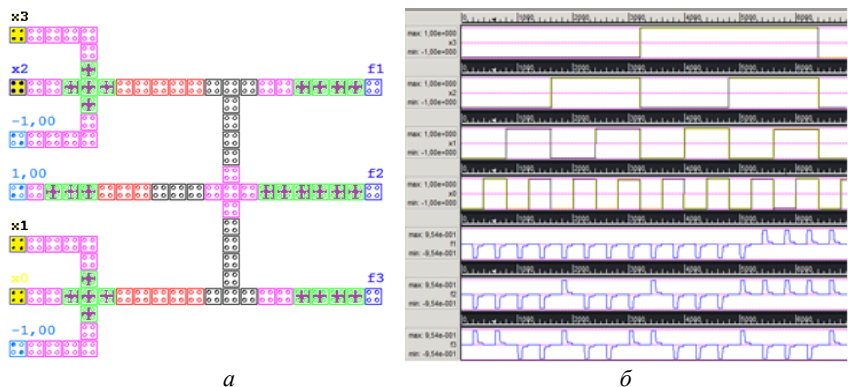


Рис. 7 – Результати роботи програми:

- a* – структурна схема ПНЕС для поляризації й програмування 0, 1, 0 ;  
*б* – результати моделювання часових характеристик ПНЕС.

**Висновки.** Таким чином, у даній роботі успішно запропонована універсальна наносхема на квантових автоматах з програмованими характеристиками. Вона побудована на трьох мажоритарних елементах і має сім входів, три з яких, звичайно, програмуються для реалізації логічних функцій двох та чотирьох аргументів на трьох виходах. Наведені приклади реалізації комбінаційних елементів, що виконують логічні операції 4-І, 4-АБО, добутка двох сум, суми двох добутків та їх варіацій, Виключного АБО та Виключного АБО-Ні. Показаний метод побудови арифметико-логічних пристроїв на базі програмованих наносхем таких як суматорів з переносом, віднімачів із започиненням, перемножувачів та послідовностних схем.

**Список літератури:** 1. C. S. Lent. Quantum cellular automata / C.S. Lent, P.D. Tougaw, W. Porod, and G.H. Bernstein // *Nanotechnology*, vol. 4, no. 1, – January 1993 pp. 49 – 57. 2. P. D. Tougaw. Bistable saturation in coupled quantum-dot cells / P.D. Tougaw, C.S. Lent and W. Porod // *Journal of Applied Physics*, vol. 74, no. 5, – September 1, 1993, pp. 358 – 366. 3. Townsend W.J. Complex gate implementation for quantum dot cellular automata. / N.J. Townsend, J.A. Abraham, J. Sign. // *Process Syst.* – 2010, n. 58, pp 87 – 103. 4. Melnyk O.S. Computer simulation of nanoelectronics arithmetic-logic devices / O.S.Melnyk, L.O.Tsapok // *Електроніка та системи управління.* – 2012. – N1. – С. 65 – 71. 5. Walus K. QCADesigner: ACAD for an emerging nanotechnology / K.Walus // *Micronet Annual Workshop* - 2003.

**Bibliography (transliterated):** 1. Lent, C. S., et al. "Quantum cellular automata." *Nanotechnology*. Vol. 4. No. 1. 1993. 49–57. Print. 2. Tougaw, P. D., C. S. Lent and W. Porod. "Bistable saturation in coupled quantum dot cells." *Journal of Applied Physics*. Vol. 74. No. 5. 1993. 358–366. Print. 3. Townsend, W. J., J. A. Abraham and J. Sign. "Complex gate implementation for quantum dot cellular automata." *Process Syst.* No. 58. 2010. 87–103. Print. 4. Melnyk, O. S., and L. O.Tsapok. "Computer simulation of nanoelectronics arithmetic-logic devices." *Elektronika ta systemy upravlinnja*. No. 1. 2012. 65–71. Print. 5. Walus, K. *QCADesigner: ACAD for an emerging nanotechnology. Micronet Annual Workshop*. 2003. Print.

Надійшла (received) 29.05.2014

**В.П. ОЛЬШАНСЬКИЙ**, д-р. фіз.-мат. наук, проф., ХНТУСГ, Харків;  
**С.В. ОЛЬШАНСЬКИЙ**, канд. фіз.-мат. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

## ФУНКЦІЯ ЛАМБЕРТА В ЗАДАЧІ КОЛИВАНЬ МАТЕМАТИЧНОГО МАЯТНИКА

Проведено короткий огляд підходів до розв'язання рівняння коливань математичного маятника з квадратичним тертям. Показано, що наближене обчислення амплітуд затухаючих коливань математичного маятника, у середовищі з квадратичним опором рухові, можна проводити за допомогою таблиці функції Ламберта від'ємного аргументу. Запропоновано варіант наближеного розв'язання оберненої задачі ідентифікації коефіцієнта опору середовища.

**Ключові слова:** математичний маятник, коливання, функція Ламберта.

**Вступ.** Вільні коливання *математичного маятника* з квадратичним тертям тривалий час привертала увагу вчених. Точний розв'язок рівняння коливань уже давно одержано у вигляді трансцендентної квадратури [1], [2], яка не виражається через відомі елементарні або спеціальні функції. Тому для спрощення розрахунків запропоновано різні варіанти наближеного розв'язання цієї нелінійної задачі динаміки. Серед них є розв'язки у вигляді простого рекурентного співвідношення між амплітудами коливань [1], [3]. Відомі також наближені формули [4], до яких приводить *асимптотичний метод Лінстедта-Ляпунова*. Для проведення інженерних розрахунків в [4], [5] викладено графічний спосіб розв'язання цієї динамічної задачі.

На відміну від перелічених досліджень, тут запропоновано для обчислення амплітуд вільних затухаючих коливань маятника використовувати таблицю *функції Ламберта* від'ємного аргументу, що складена в [6]. Цю таблицю уже застосовували для обчислення дальності польоту матеріальної точки у газоподібному середовищі [7], [8] та для проведення ідентифікації коефіцієнта опору рухові [6]. Тут мова йде про використання складеної таблиці у розрахунках нелінійних коливань маятника.

**Постановка задачі Коші та окремі її розв'язки.** Задача полягає у розв'язанні нелінійного рівняння

$$\ddot{\theta} + \alpha \dot{\theta}^2 \operatorname{sign}(\dot{\theta}) + \omega^2 \theta = 0, \quad (1)$$

де  $\alpha = kl/m$ ;  $\omega = \sqrt{g/l}$ ;  $k$  – коефіцієнт опору середовища;  $l$  – довжина маятника;  $m$  – його маса;  $g$  – прискорення вільного падіння;  $\theta$  – кут відхилення маятника від спрямованої донизу вертикальної вісі, що має свій початок у точці підвісу; крапкою позначено похідну за часом  $t$ .

Розв'язок рівняння (1) повинен задовольняти умовам:

$$\theta(0) = \theta_0; \quad \dot{\theta}(0) = 0,$$

де  $\theta_0$  – початкове відхилення маятника від положення стійкої рівноваги.

Коротко розглянемо деякі наближені розв’язки цієї задачі. Так, використовуючи метод Лінстедта-Ляпунова, в [4] одержано залежність між амплітудами  $n$ -го і  $n+1$  розмахів  $\theta_n$  і  $\theta_{n+1}$  у вигляді

$$\xi_{n+1} = \xi_n \left( 1 - \frac{2}{3} \xi_n + \frac{4}{9} \xi_n^2 - \dots \right). \quad (2)$$

Тут  $\xi_n = |2\alpha\theta_n|$ ;  $\xi_{n+1} = |2\alpha\theta_{n+1}|$ .

У монографії [1] асимптотичним методом, у першому наближенні, знайдено вираз

$$\xi_{n+1} = \frac{\xi_n}{1 + \frac{2}{3} \xi_n}. \quad (3)$$

Цю ж формулу одержав і автор роботи [3], користуючись методом енергетичного балансу.

Як зазначено в [1], першим до наближення (3) прийшов *A. De Caligny* емпіричним шляхом.

Якщо  $\frac{2}{3} \xi_n < 1$ , то, розгорнувши (3) в біноміальний ряд, отримаємо часткову суму (2).

При точному розв’язанні задачі, обчислення амплітуд коливань пов’язано з пошуком коренів трансцендентного рівняння, яке одержав *F. Brasil* [1]:

$$1 - \xi_{n+1} - \ln(1 - \xi_{n+1}) = 1 + \xi_n - \ln(1 + \xi_n). \quad (4)$$

Для цього в [4] побудовано «раз назавжди» графік, щоб розв’язувати (4) графічним способом. Саме цей спосіб рекомендують для інженерних розрахунків і у довіднику [5].

Але рівняння (4) можна розв’язувати аналітично, бо коли [7], [8] виконується

$$f - \ln f = x,$$

то

$$f = -W(-e^{-x}).$$

Тут  $W(-e^{-x})$  – функція Ламберта.

За цієї обставини із (4) одержуємо рекурентне співвідношення

$$\xi_{n+1} = 1 + W_1 \left[ -\frac{1 + \xi_n}{\exp(1 + \xi_n)} \right]. \quad (5)$$

У ньому  $W_1(-\zeta)$  – головна гілка двозначної функції Ламберта від’ємного аргументу, таблиці якої складено в [6]. Використовуючи ці таблиці та лінійну інтерполяцію, за формулою (5) можна з високою точністю обчислити амплітуди коливань маятника. Щоб переконатися в цьому, розглянемо результати обчислень.

**Аналіз результатів розрахунків.** В табл. 1 вони записані для випадку, коли  $\xi_0 = 1$ . Числа у другому стовпці одержано за формулою (3), у третьому – за формулою (5), а в четвертому наведено точні результати, запозичені з монографії [1], де їх отримали числовим розв’язанням рівняння (4) на комп’ютері.

Таблиця 1 – Одержані різними способами значення  $\xi_n$

$n$	Значення $\xi_n$		
	форм. (3)	форм. (5)	із [1]
0	1,0000	1,0000	1,0000
1	0,6000	0,5936	0,5936
2	0,4286	0,4239	0,4240
3	0,3333	0,3300	0,3301
4	0,2727	0,2703	0,2704
5	0,2308	0,2289	0,2290
6	0,2000	0,1984	0,1986

Результати обчислень по формулі (5) досить близькі до точних значень.

У табл. 2 записано значення амплітуд коливань, одержаних двома способами при  $\xi_0 = 2$ .

Таблиця 2 – Обчислені двома способами  $\xi_n$

$n$	Значення $\xi_n$		$n$	Значення $\xi_n$	
	фор. (3)	фор. (5)		фор. (3)	фор. (5)
0	2,000	2,000	4	0,3158	0,3087
1	0,8571	0,8215	5	0,2609	0,2557
2	0,5455	0,5271	6	0,2222	0,2183
3	0,4000	0,3891	7	0,1935	0,1904

Аналіз показує, що при збільшенні  $\xi_0$  зросли похибки формули (3), але вони менші 5%. Отже, компактна наближена формула (3) може бути альтернативою графічному способу визначення амплітуд коливань маятника в інженерних розрахунках.

Цінність формули (3) полягає ще і в тому, що її можна використовувати для наближеного розв’язання оберненої задачі ідентифікації коефіцієнта опору середовища. Дійсно, розв’язавши залежність (3) відносно  $\alpha$ , знаходимо

$$\alpha = \frac{3}{4|\theta_n|} \left( \left| \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right| - 1 \right).$$

Тоді, приймаючи до уваги введені вище позначення, одержуємо

$$k = \frac{3m}{4l|\theta_n|} \left( \left| \frac{\theta_n}{\theta_{n+1}} \right| - 1 \right). \quad (6)$$

Ця формула дозволяє обчислити  $k$  за результатами вимірів  $\theta_n$  і  $\theta_{n+1}$ .

Розглянемо приклад. Нехай маятник має параметри  $m = 2$  кг;  $l = 3$  м і за результатами вимірювань, при  $\theta_0 = 0,3$ , одержано  $|\theta_1| = 0,24$ . Підставивши ці числа в формулу (6), знаходимо  $k = 0,4167$  кг/м. Для перевірки результатів ідентифікації по формулі (6), розв'яжемо пряму задачу. Для одержаного  $k$  маємо:

$$\alpha = 0,6251; \xi_0 = 0,3750; (1 + \xi_0) \exp(-1 - \xi_0) = 0,34765.$$

У таблиці значень функції Ламберта [6]:

$$W_1(-0,347) = 0,6959; W_1(-0,348) = 0,7026.$$

Провівши інтерполяцію, знаходимо  $W_1(-0,34765) = -0,7070$ . Тоді за формулою (5):  $\xi_1 = 0,2930$ . При цьому амплітуда коливань становить

$$|\theta_1| = \xi_1 / (2\alpha) = 0,234.$$

Одержане амплітудне відхилення мало відрізняється від числа 0,24, яке використали для проведення ідентифікації  $k$ . Отже, перевірка підтвердила прийнятність формули (6) для розв'язання зворотної задачі.

**Висновки.** Аналіз числових результатів підтвердив, що, користуючись таблицею функції Ламберта від'ємного аргументу (основна гілка), можна з високою точністю обчислювати амплітуди затухаючих коливань математичного маятника, при дії сили опору, пропорційної квадрату швидкості руху.

**Список літератури:** 1. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский – М.: Наука, 1974. – 504 с. 2. Бутенин Н.В. Элементы теории нелинейных колебаний и удара / Н.В. Бутенин – Л.: Судпромгиз, 1962 – 193 с. 3. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я.Г. Пановко. – Л.: Машиностроение, 1976. – 320 с. 4. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики. В 2 т. Т.2 / Л.Г. Лойцянский, А.И. Лурье – М.: Дрофа, 2006 – 720 с. 5. Биргер И.А. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3 т. Т. 3 / И.А. Биргер, Я.Г. Пановко и др. – М.: Машиностроение, 1968 – 568 с. 6. Ольшанский В.П. Функция Ламберта в задачах баллистики материальной точки / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский – Х.: Изд. Савчук А.О., 2013 – 204 с. 7. Ольшанский В.П. Функция Ламберта в задаче баллистики материальной точки / В.П. Ольшанский, С.В. Ольшанский // Вісник НТУ «ХПИ»: Математичне моделювання в техніці та технологіях, 2013, № 5(979). – С. 220-224. 8. Ольшанський В.П. Інверсія розв'язку Діодона в задачі балістики матеріальної точки / В.П. Ольшанський, С.В. Ольшанський // Наукові вісті НТУУ «КПІ»: Теоретичні та прикладні проблеми фізики, 2013, № 4. – С. 145-147.

**Bibliography (transliterated):** 1. Bogoljubov, N. N., and Ju. A. Mitropol'skij. *Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij*. Moscow: Nauka, 1974. Print. 2. Butenin, N. V. *Jelementy teorii nelinejnyh kolebanij*. Leningrad: Sudpromgiz, 1962. Print. 3. Panovko, Ja. G. *Osnovy prikladnoj teorii kolebanij i udara*. Leningrad: Mashinostroenie, 1976. Print. 4. Lojczjanskij, L. G., and A. I. Lur'e. *Kurs teoreticheskoy mehaniki*. Vol. 2. No. 2. Moscow: Drofa, 2006 Print. 5. Birger, I. A., et al. *Prochnost', ustojchivost', kolebanija*. Spravochnik. Vol. 3. No. 3. Moscow: Mashinostroenie, 1968 Print. 6. Ol'shanskij, V. P., and S. V. Ol'shanskij. *Funkcija Lambert'a v zadachah ballistiki material'noj tochki*. Kharkov: Izd. Savchuk A. O., 2013. Print. 7. Ol'shanskij, V. P., and S. V. Ol'shanskij. "Funkcija Lambert'a v zadache ballistiki material'noj tochki." *Visnik NTU «KhPI». Ser.: Matematichne modeljuvannja v tehnicі ta tehnologijah*. No. 5 (979). 2013. 220–224. Print. 8. Ol'shanskij, V. P., and S. V. Ol'shanskij. "Inversija rozv'jazku Didiona v zadachi balistiki material'noї tochki." *Naukovi visti NTUU «KPI». Ser.: Teoretichni ta prikladni problemy fizyky*. No. 4. 2013. 145–147. Print.

Надійшла (received) 06.05.2014



**Ю.А. ПЛАКСІЙ**, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПІ»

## **ДВОЧАСТОТНА КВАТЕРНІОННА ЕТАЛОННА МОДЕЛЬ ОБЕРТАННЯ ТВЕРДОГО ТІЛА КОНІЧНОГО ТИПУ**

Запропонована аналітична еталонна модель обертання твердого тіла на основі мультиплікативного представлення кватерніона орієнтації. Побудовані траєкторії в конфігураційному просторі, які різняться по вигляду від траєкторій для моделей конічного руху і регулярної прецесії.

**Ключові слова:** кватерніон, орієнтація, еталонна модель, квазікоординати.

**Вступ і постановка задачі.** В безплатформених інерціальних навігаційних системах (БІНС) відтворення цифрового образу інерціального триєдра осей відбувається в автономному обчислювачі за допомогою алгоритмів визначення параметрів орієнтації, які відіграють роль *аналітичної платформи* [1]. Для коректного оцінювання похибок цих алгоритмів на етапі проектування системи зазвичай використовують еталонні моделі обертання твердого тіла, які дозволяють представити в належному вигляді первинну інформацію про обертання рухомого об'єкта, що знімається з гіроскопів, та отримати відповідні еталонні значення кватерніона орієнтації (або інших параметрів) на такті обчислень.

Вибір еталонної моделі обертання і її параметрів зрештою залежить від специфіки основної технічної задачі, що покладена на рухомий об'єкт, і повинен враховувати всі можливі режими обертання об'єкта. Кількість існуючих аналітичних еталонних моделей обертання твердого тіла достатньо обмежена. Найбільше поширення в теперішній час отримали еталонні *моделі конічного руху* [2, 3] та *регулярної прецесії* [4, 5], які засновані на існуючих точних розв'язках в елементарних функціях сукупності динамічних і кінематичних рівнянь обертання твердого тіла. В цих умовах розширення класу аналітичних неперервних моделей обертання, в тому числі на основі узагальнення існуючих моделей, є актуальною задачею.

### **Двочастотна аналітична еталонна модель обертання твердого тіла.**

Задамо кватерніон орієнтації у вигляді мультиплікативної моделі:

$$\Lambda(t) = \Lambda_1(t) \circ \Lambda_2(t). \quad (1)$$

Представимо кватерніони  $\Lambda_1(t)$ ,  $\Lambda_2(t)$  в правій частині (1) неперервними функціями часу:

$$\begin{aligned} \Lambda_1(t) &= \cos(\varphi_1(t)/2) + \vec{b}_1 \sin(\varphi_1(t)/2), \\ \Lambda_2(t) &= \cos(\varphi_2(t)/2) + \vec{b}_2 \sin(\varphi_2(t)/2), \end{aligned} \quad (2)$$

де  $\varphi_1(t), \varphi_2(t)$  – опорні функції;  $\vec{b}_1, \vec{b}_2$  – постійні вектори одиничної довжини,  $\vec{b}_1 \neq \vec{b}_2$ . З урахуванням (2) отримаємо з (1), що

$$\begin{aligned} \Lambda(t) = & \cos(\varphi_1(t)/2)\cos(\varphi_2(t)/2) - \vec{b}_1 \sin(\varphi_1(t)/2)\sin(\varphi_2(t)/2) + \\ & + \vec{b}_2 \cos(\varphi_1(t)/2)\sin(\varphi_2(t)/2) - (\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2)\sin(\varphi_1(t)/2)\sin(\varphi_2(t)/2) + \\ & + (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)\sin(\varphi_1(t)/2)\sin(\varphi_2(t)/2). \end{aligned} \quad (3)$$

Вектор кутової швидкості  $\vec{\omega}(t) = (\omega_1(t), \omega_2(t), \omega_3(t))^T$ , що відповідає кватерніону орієнтації (3), згідно з оберненим кінематичним рівнянням має вигляд:

$$\vec{\omega}(t) = \dot{\varphi}_1(t)(\vec{b}_1 \cos \varphi_2(t) + (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)\sin \varphi_2(t) + \vec{b}_2(\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2)(1 - \cos \varphi_2(t))) + \dot{\varphi}_2(t)\vec{b}_2. \quad (4)$$

Кінематична опорна модель у вигляді (3), (4) запропонована в [6] для розв'язання задач гіросилового управління орієнтацією космічного апарату і названа там *конічною*, бо в умовах  $\vec{b}_1 \perp \vec{b}_2$ ,  $\dot{\varphi}_1 = const$ ,  $\dot{\varphi}_2 = const$  вектор модельної кутової швидкості  $\vec{\omega}(t)$  має постійну довжину  $|\vec{\omega}(t)| = const$  і утворює бокову поверхню конуса. Таким чином, можна вважати, що кінематична модель (3), (4) є, в цьому сенсі, узагальненням моделі конічного руху. Параметри опорних функцій  $\varphi_1(t)$ ,  $\varphi_2(t)$  і вектори  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$  визначаються з урахуванням умов початкової і кінцевої орієнтації та заданих початкового і кінцевого вектора кутової швидкості об'єкта.

Щоб отримати еталонну модель обертання твердого тіла на основі опорної кінематичної моделі (3), (4) у випадку, коли первинною інформацією про обертання є квазікоординати [7], доповнимо кінематичну модель виразом для вектора позірного повороту

$$\vec{\theta}(t) = \int_0^t \vec{\omega}(t) dt.$$

Для цього задамо опорні функції у вигляді

$$\varphi_i(t) = p_i t + \psi_i, \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

де  $p_i = const$ ;  $\psi_i = const$ , і проінтегруємо (4) з урахуванням (5). Отримаємо в результаті:

$$\begin{aligned} \vec{\theta}(t) = & p_1(\vec{b}_1(\sin(p_2 t + \psi_2) - \sin \psi_2) / p_2 - (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2)(\cos(p_2 t + \psi_2) - \cos \psi_2) / p_2 + \\ & + \vec{b}_2(\vec{b}_1 \cdot \vec{b}_2)(t - (\sin(p_2 t + \psi_2) - \sin \psi_2) / p_2)) + \vec{b}_2 p_2 t. \end{aligned} \quad (6)$$

Квазікоординати  $\theta_{ni}^* = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \omega_i dt$  ( $i = 1, 2, 3$ ) модельного руху при цьому

визначаються аналітично згідно формули:

$$\theta_{ni}^* = \theta_i(t_n) - \theta_i(t_{n-1}), \quad i = 1, 2, 3, \quad (7)$$

де  $\theta_i(t)$ ,  $i = 1, 2, 3$  – компоненти вектора позірного повороту  $\vec{\theta}(t)$ .

Якщо належним чином задати параметри  $p_1, p_2, \psi_1, \psi_2, \vec{b}_1, \vec{b}_2$ , то отримаємо еталонну модель обертання, яка задається формулами (3), (6), (7).

Розглянемо окремо випадок *ортогональної моделі*, коли  $\vec{b}_1 \perp \vec{b}_2$ . З формул (3), (6) отримаємо, що кватерніон орієнтації та вектор позірного повороту ортогональної моделі задаються формулами:

$$\Lambda(t) = \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \cos((p_2 t + \psi_2)/2) - \vec{b}_1 \sin((p_1 t + \psi_1)/2) \times \\ \times \sin((p_2 t + \psi_2)/2) + \vec{b}_2 \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2) + \\ + (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) \sin((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2), \quad (8)$$

$$\vec{\theta}(t) = p_1 (\vec{b}_1 (\sin(p_2 t + \psi_2) - \sin \psi_2) / p_2 - (\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) (\cos(p_2 t + \psi_2) - \\ - \cos \psi_2) / p_2) + \vec{b}_2 p_2 t. \quad (9)$$

Конкретизуємо формули (8), (9) для ситуації, коли вектори  $\vec{b}_1, \vec{b}_2$  направлені по координатним осям. Якщо при цьому вектори  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3 = \vec{b}_1 \times \vec{b}_2$  утворюють праву трійку ортів, то будемо мати однотипні вирази для компонент кватерніона орієнтації з урахуванням відповідних перестановок індексів для компонент векторної частини кватерніона. Наприклад, при  $\vec{b}_1 = (1, 0, 0)^T$ ,  $\vec{b}_2 = (0, 1, 0)^T$  отримаємо з (8) наступне двочастотне представлення для компонент модельного кватерніона:

$$\lambda_0(t) = \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \cos((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_1(t) = \sin((p_1 t + \psi_1)/2) \cos((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_2(t) = \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_3(t) = \sin((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2). \quad (10)$$

Для компонент вектора позірного повороту з (9) отримаємо, що

$$\theta_1(t) = (p_1 / p_2) (\sin(p_2 t + \psi_2) - \sin \psi_2); \\ \theta_2(t) = p_2 t; \\ \theta_3(t) = -(p_1 / p_2) (\cos(p_2 t + \psi_2) - \cos \psi_2). \quad (11)$$

Якщо вектори  $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3 = \vec{b}_1 \times \vec{b}_2$  утворюють ліву трійку ортів, будемо мати інший ряд однотипних модельних кватерніонів орієнтації, які відрізняються відповідними перестановками індексів компонент у векторній частині. Наприклад, при  $\vec{b}_1 = (1, 0, 0)^T$ ,  $\vec{b}_2 = (0, 0, 1)^T$  отримаємо модельний кватерніон з компонентами:

$$\lambda_0(t) = \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \cos((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_1(t) = \sin((p_1 t + \psi_1)/2) \cos((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_2(t) = -\sin((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2); \\ \lambda_3(t) = \cos((p_1 t + \psi_1)/2) \sin((p_2 t + \psi_2)/2). \quad (12)$$

Компоненти вектора позірного повороту при цьому задаються формулами:

$$\begin{aligned}\theta_1(t) &= (p_1/p_2)(\sin(p_2t + \psi_2) - \sin\psi_2); \\ \theta_2(t) &= (p_1/p_2)(\cos(p_2t + \psi_2) - \cos\psi_2); \\ \theta_3(t) &= p_2t.\end{aligned}\tag{13}$$

**Чисельне моделювання.** Реалізуємо запропоновану двочастотну еталонну модель обертання для деяких наборів параметрів  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ ,  $\vec{b}_1$ ,  $\vec{b}_2$ . На рис. 1 показана графічна інтерпретація ортогональної моделі (10), (11), (7) при  $p_1 = 0,025$ ,  $p_2 = 0,034$ ,  $\psi_1 = \pi/4$ ,  $\psi_2 = \pi/3$  у вигляді побудованих траєкторій  $\lambda_i(\lambda_0)$ ,  $i = 1, 2, 3$  в конфігураційному просторі. Залежності отримані на інтервалі часу  $t \in [0, 1200]$  с.

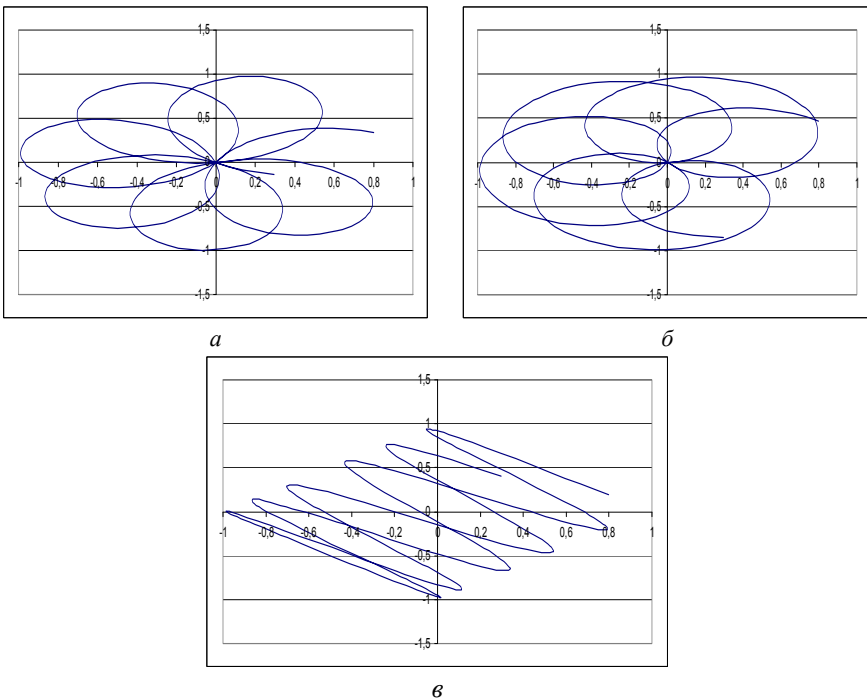


Рис. 1 – Траєкторії в конфігураційному просторі для моделі (10), (11), (7):  
 а – траєкторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; б – траєкторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ; в – траєкторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

Отримані в результаті чисельного моделювання траєкторії  $\lambda_i(\lambda_0)$  в конфігураційному просторі для ортогональної моделі (12), (13), (7) при значеннях параметрів  $p_1 = 0,045$ ,  $p_2 = 0,0345$ ,  $\psi_1 = \pi/3$ ,  $\psi_2 = -\pi/4$  на інтерва-

лі часу  $t \in [0, 1200]$  с представлені на рис. 2.

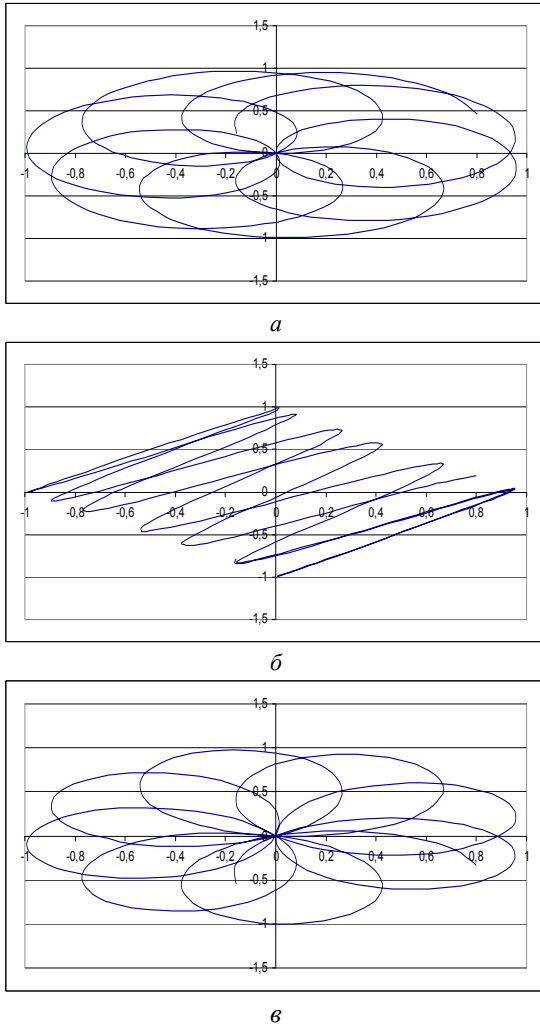


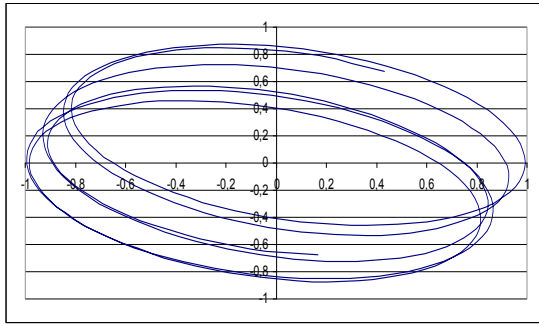
Рис. 2 – Траєкторії в конфігураційному просторі для моделі (12), (13), (7):  
*a* – траєкторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; *б* – траєкторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ; *в* – траєкторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

Розглянемо загальний випадок неортогональної моделі. Для цієї моделі, реалізованої при значеннях параметрів

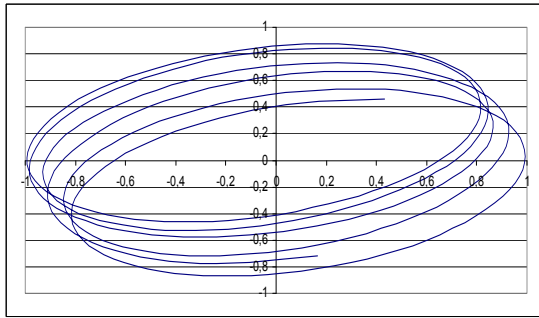
$$p_1 = 0,025, \quad p_2 = 0,034, \quad \psi_1 = \pi/2, \quad \psi_2 = \pi/4, \quad \vec{b}_1 = \left( \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^T,$$

$$\vec{b}_2 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)^T$$

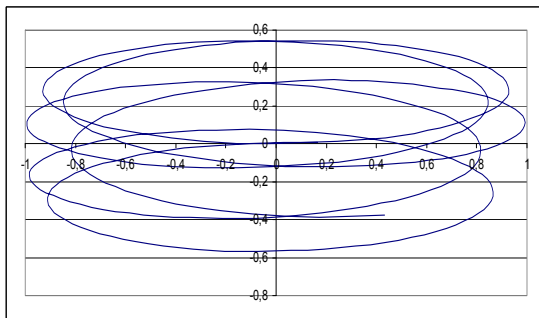
на інтервалі часу  $t \in [0, 1200]$  с, траєкторії  $\lambda_t(\lambda_0)$  в конфігураційному просторі показані на рис. 3.



*a*



*б*



*в*

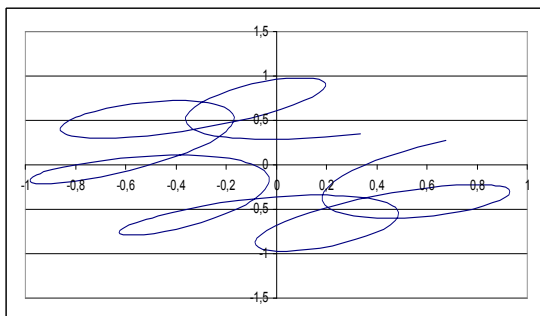
Рис. 3 – Траєкторії в конфігураційному просторі для неортогональної моделі (випадок першого набору параметрів): *a* – траєкторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; *б* – траєкторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ; *в* – траєкторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

На рис.4 представлені побудовані в конфігураційному просторі траєкторії  $\lambda_t(\lambda_0)$  для неортогональної еталонної моделі (3), (6), (7) при значеннях параметрів

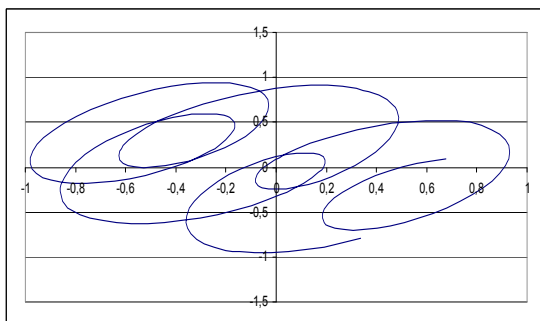
$$p_1 = 0,025, \quad p_2 = 0,034, \quad \psi_1 = \pi/2, \quad \psi_2 = \pi/3, \quad \vec{b}_1 = (2/\sqrt{5}, 0, 1/\sqrt{5})^T,$$

$$\vec{b}_2 = (-1/\sqrt{6}, 2/\sqrt{6}, 1/\sqrt{6})^T$$

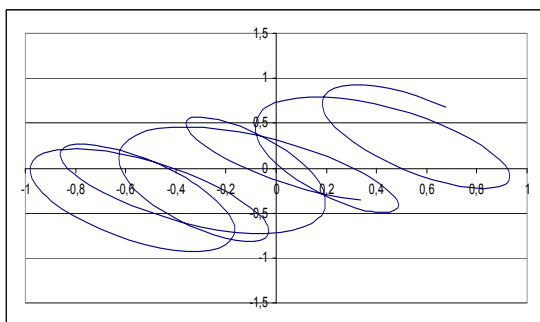
на інтервалі часу  $t \in [0, 1200]$  с.



*a*



*б*



*в*

Рис. 4 – Траєкторії в конфігураційному просторі для моделі (3), (6), (7) (випадок другого набору параметрів): *a* – траєкторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; *б* – траєкторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ;

*в* – траєкторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

**Аналіз результатів моделювання.** Порівняємо отримані графічні результати реалізації запропонованої двочастотної мультиплікативної моделі обертання твердого тіла з результатами реалізації деяких відомих еталонних моделей обертання твердого тіла.

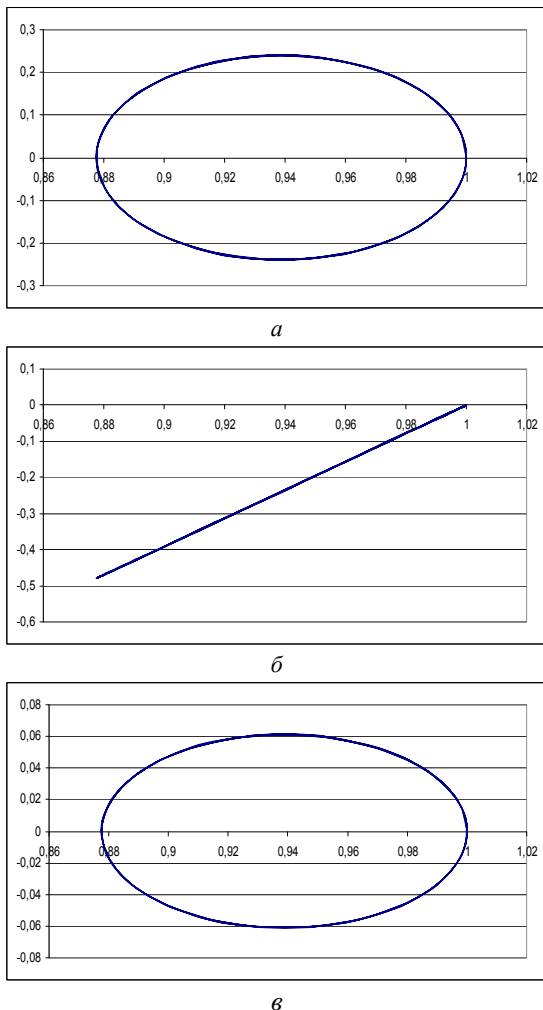


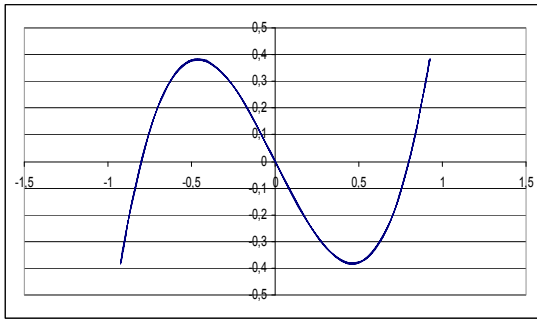
Рис. 5 – Траєкторії в конфігураційному просторі для кінчної моделі:  
*a* – траєкторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; *б* – траєкторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ; *в* – траєкторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

На рис. 5 зображені траєкторії в конфігураційному просторі для моделі кінчного руху, що наведена в [3], з вектором кутової швидкості

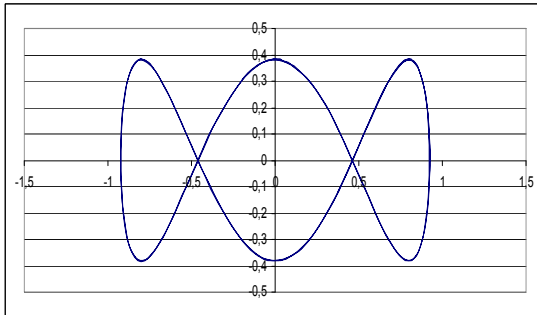


$$\vec{\omega}(t) = (\nu \sin \varphi \cos \nu t; -\nu \sin \varphi \sin \nu t; \nu(1 - \cos \varphi))^T$$

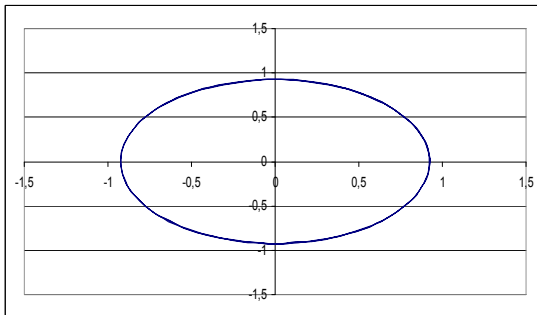
при  $\nu = 0,03$ ,  $\varphi = 0,5$ . Модель побудована на інтервалі часу  $t \in [0, 2000]$  с.



*a*



*б*



*в*

Рис. 6 – Траекторії в конфігураційному просторі для моделі регулярної прецесії:  
а – траекторія  $\lambda_1(\lambda_0)$ ; б – траекторія  $\lambda_2(\lambda_0)$ ; в – траекторія  $\lambda_3(\lambda_0)$ .

В роботі [4] приведена модель регулярної прецесії з вектором кутової швидкості

$$\vec{\omega}(t) = (\mu \sin \mathcal{G} \sin \nu t; \mu \sin \mathcal{G} \cos \nu t; \nu + \mu \cos \mathcal{G})^T.$$

Траєкторії  $\lambda_i(\lambda_0)$  в конфігураційному просторі для цієї моделі представлені на рис. 6. Модель побудована на інтервалі часу  $t \in [0, 2000]$  с при значеннях параметрів  $\nu = -0,02$ ,  $\mu = 0,04$ ,  $\mathcal{G} = \pi/4$ . Відзначимо, що траєкторії  $\lambda_i(\lambda_0)$  на рис. 5 – 6 мають вигляд форм, в той час як траєкторії для двочастотної моделі (3), (6), (7) формам не відповідають.

**Висновки.** Запропонована аналітична двочастотна квазікоординатна еталонна модель обертання твердого тіла, що основана на мультиплікативному представленні кватерніона орієнтації. В результаті побудови траєкторій  $\lambda_i(\lambda_0)$  в конфігураційному просторі показано, що при належному виборі параметрів цієї моделі можна отримати достатньо широкий набір рухів об'єкта як твердого тіла, які відрізняються від класичних випадків кіничного руху і регулярної прецесії. Отриману еталонну модель можна застосовувати для оцінювання похибок алгоритмів визначення кватерніонів орієнтації на етапі проектування безплатформених інерціальних систем орієнтації.

**Список літератури:** 1. Mortensen R.E. Strapdown Guidance Error Analysis. – IEEE Trans. Aerospace and Electr. Syst., 1974, vol.10, No 4, pp. 451 – 458. 2. Ткаченко А.И. О применении параметров Родрига-Гамильтона в алгоритмах определения ориентации объекта // Кибернет. и вычисл. техн. – К., 1970. – Вып. 5. – С. 20 – 22. 3. Панов А.П. Оптимизация методов вычисления кватернионов при конических колебаниях твердого тела // Механика гироскоп. систем. – К., 1984. – Вып. 3. – С. 105 – 112. 4. Панов А.П. Адаптивные прецессионные алгоритмы вычисления кватернионов вращения твердого тела // Кибернет. и вычисл. техн. – К., 1988. – Вып. 77. – С. 47 – 52. 5. Плаксий Ю.А. Аналитические оценки точности алгоритмов определения ориентации в кватернионах для случая регулярной прецессии объекта // Вестник Харьк. политехн. ин-та, №2. – 1992, вып. 11. – С.79 – 83. 6. Успенский В.Б. Теоретические основы гиросилового управления ориентацией космического летательного аппарата/ В.Б.Успенский. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2006. – 328 с. 7. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Введение в теорию безплатформенных инерциальных навигационных систем. – М.: Наука, 1992. – 280 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Mortensen, R. E. "Strapdown Guidance Error Analysis." *IEEE Trans. Aerospace and Electr. Syst.* Vol. 10. No. 4. 1974. 451–458. Print. 2. Tkachenko, A. I. "О применении параметров Родрига-Гамильтона в алгоритмах определения ориентации объекта." *Kybernet. i vychisl. tehn.* No. 5. Kiev, 1970. 20–22. Print. 3. Panov, A. P. "Optimizacija metodov vychislenija kvaternionov pri konicheskikh kolebanijah tverdogo tela." *Mehanika giroskop. sistem.* No. 3. Kiev, 1984. 105–112. Print. 4. Panov, A. P. "Adaptivnye precessionnye algoritmy vychislenija kvaternionov vrashhenija tverdogo tela." *Kybernet. i vychisl. tehn.* No. 77. Kiev, 1988. 47–52. Print. 5. Plakсий, Yu. A. "Analiticheskie ocenki tochnosti algoritmov opredelenija orientacii v kvaternionah dlja sluchaja reguljarnoj precessii ob'ekta." *Vestnik Har'k. politehn. in-ta.* Vol. 2. No. 11. Kharkov, 1992. 79–83. Print. 6. Uspenskij, V. B. *Teoreticheskie osnovy gيروسилового upravlenija orientaciej kosmicheskogo letatel'nogo apparata.* Kharkov: NTU «HPI», 2006. Print. 7. Branec, V. N., and I. P. Shmyglevskij. *Vvedenie v teoriju besplatformennyh inercial'nyh navigacionnyh sistem.* Moscow: Nauka, 1992. Print.

Надійшла (received) 03.03.2014

**М.И. ПРОЦЕНКО**, вед. инж., СумГУ, Сумы

## **ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СТЕНД ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ РАБОТЫ ТЕРМОТРАНСФОРМАТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТРУЙНОЙ ТЕРМОКОМПРЕССИИ И ЕГО РАСЧЁТНАЯ МОДЕЛЬ**

Рассмотрена схема экспериментального стенда термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии, который работает в режиме теплового насоса на рабочем веществе R134a. Представлены основные уравнения расчетной модели термотрансформатора и зависимости для определения показателей энергоэффективности. Приведены результаты численного исследования показателей энергоэффективности.

**Ключевые слова:** жидкостно-паровой струйный компрессор, термотрансформатор, режим теплового насоса.

**Введение.** На сегодняшний день в Украине важными являются проблемы стабильного энергосбережения всех сторон жизнедеятельности человека и общества, существенного повышения уровня энергетической эффективности, уменьшения влияния энергетики на окружающую среду. Данная проблематика вызывает большой интерес среди ученых, тем самым заставляя создавать все новые и новые энергосберегающие технологии и установки. В современном мире одним из перспективных направлений в области энергосбережения является применение *тепловых насосов*. Они являются достаточно эффективным и экологически чистым устройством для систем теплоснабжения, поскольку позволяют использовать возобновляемые источники энергии.

**Анализ последних исследований.** Основным показателем энергоэффективности термотрансформатора является коэффициент преобразования  $COP_{\Sigma}$ , представляющий сопоставление полезного эффекта и энергетических затрат на его реализацию. Коэффициент преобразования всегда больше единицы [1]. Для теплоиспользующих термотрансформаторов он составляет:

- с приводом от теплового двигателя – 1,2;
- парокompрессионных тепловых насосов – 1,5;
- абсорбционных тепловых насосов – 2,5 [2];
- струйно-термокомпрессорных модулей (СТК) – 3...3,5 [3, 4].

Как видно из работ *Петренка В.А.* [5], для пароежекторных холодильных машин  $COP_{\Sigma}$  составляет 0,5...0,8, что намного ниже, чем для термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии в режиме холодильной машины.

В работах *Шита Б.М.* [6, 7], *Kandil S.M.* [8, 9] рассмотрена схема теплового насоса с включением двухфазного эжектора на диоксиде углерода, *COP* составляет 3,5. Но в отличие от рассмотренных схем в данных работах, где в активное сопло эжектора после дроссельного устройства подается жидкостно-паровая смесь, то в нашем случае в активное сопло подается жидкость и дальше в сопле формируется мелкодисперсная жидкостно-паровая смесь [10 – 11]. Другое отличие заключается в том, что насыщенная жидкость в нашем случае по пограничной кривой дожимается насосом до необходимого давления, а в вышеуказанных работах насос не используется. В работах Шита Б. М. и *Kandil S.M.* предложены схемы и методика расчета тепловых насосов для углекислого газа. В данной статье рассматривается схема термотрансформатора для рабочих веществ НФС–типа, следовательно, неизвестно как изменится эффективность работы теплового насоса, если заменить углекислый газ на фреон.

**Постановка задачи.** Учитывая все вышеизложенное, в данной работе ставятся следующие задачи дальнейших исследований:

- создание экспериментального стенда термотрансформатора на базе СТК-модуля на рабочем веществе R134a;
- экспериментальные исследования зависимости энергетических характеристик термотрансформатора, работающего в теплонасосном и холодильном режимах, от режимных параметров, в частности температуры утилизируемой среды;
- экспериментальные исследования различных схемных решений термотрансформатора и их влияние на энергоэффективность установки;
- анализ влияния температуры кипения рабочего вещества на достижение необходимых значений коэффициента инжекции и коэффициента перепроизводства пара для максимально эффективного режима работы термотрансформатора.

**Описание работы стенда.** В лаборатории кафедры технической теплофизики Сумского государственного университета был создан опытный образец понижающего термотрансформатора на рабочем веществе R134a с применением струйной термокомпрессии на базе струйно-термокомпрессорного модуля, принципиальная схема которого представлена на рис. 1.

Экспериментальный стенд представляет собой комплекс, состоящий из сепаратора С, циркуляционного насоса Н, подогревателя жидкости П и жидкостно-парового струйного компрессора ЖПСК, которые объединены в циркуляционный контур и реализуют прямой цикл термотрансформатора. Обратный цикл реализуют сепаратор С, конденсатор КД, дроссельное устройство ДУ, испаритель И, а также ЖПСК.

Установка имеет закрытый контур, в котором циркулирует холодильный агент под давлением. Все соединения термотрансформатора выполнены

при помощи пайки медно-фосфорным припоем либо штуцерным соединением, в местах, где возможна замена элемента либо исследование его для других геометрических или режимных параметров.

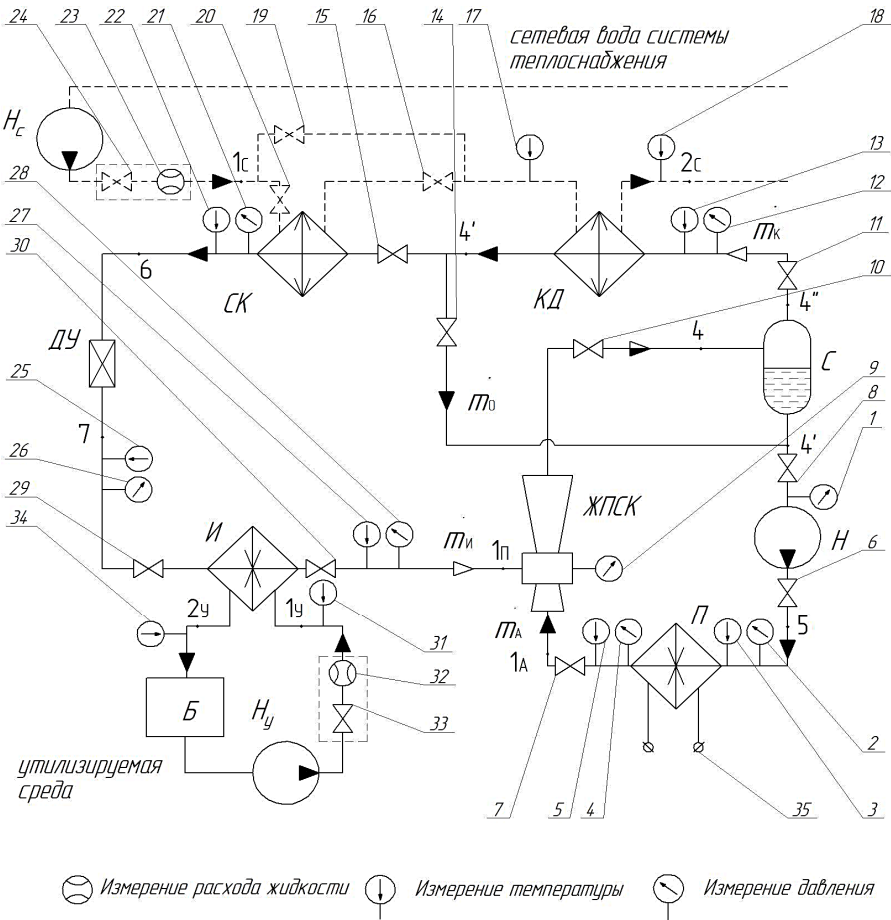


Рис. 1 – Схема экспериментального стенда:  
 1, 2, 4, 9, 12, 21, 26, 28 – манометр; 3, 5, 13, 17, 18, 22, 25, 31, 34 – цифровой мультиметр; 6 – 8, 10, 11, 14 – 16, 19, 20, 24, 29, 30, 33 – вентиль; 23, 32 – счетчик расхода; 35 – комплект ТЭНов.

При испытаниях термотрансформатора рабочее вещество предварительно нагревается при помощи блока теплоэлектронагревателей (ТЭНов) 35 до необходимой начальной температуры  $55^{\circ}\text{C}$  в подогревателе П. При этом вентили 6 и 7 находятся в закрытом положении. Давление и температура на входе и выходе в подогреватель контролируются манометрами 2, 4 и термопа-

рами с цифровыми мультиметрами 3, 5 соответственно. После подогрева до необходимой температуры подключается циркуляционный насос Н, который подогретое рабочее вещество в жидком состоянии, распространяет по контуру СТК-модуля (в состав которого входит ЖПСК, С, Н и П). При этом открываются вентили 6, 7, 8 10, а вентили 11, 14, 30 находятся в закрытом состоянии. После того как в контуре СТК-модуля установится необходимая температура, открываются вентили 11, 14, 30.

В сепараторе, после достижения требуемого давления конденсации  $p_K$ , которое там поддерживается на постоянном уровне при температуре насыщения  $t_K(p_K)$ , часть жидкости отбирается циркуляционным насосом. Насос, повышая давление жидкости до необходимого уровня  $p_O > p_K$ , подает ее в подогреватель, где происходит перегрев насыщенной жидкости.

Перегретая жидкость с температурой  $T_O > T_K$  поступает в активное сопло ЖПСК (рис. 1). Контроль давления на участке С-Н-П-ЖПСК происходит при помощи манометров: 1 – на входе в насос, 2 – на выходе из него и соответственно на входе в подогреватель, 4 – на выходе из П, и, соответственно, этим манометром контролируется давление потока, поступающего в активное сопло ЖПСК, 9 – давление в критическом сечении активного сопла и 12 – давление в сепараторе. Перегрев в подогревателе определяется как разность показаний термопар цифровых мультиметров 3 и 5, установленных на входе и выходе из П.

Пар рабочего вещества из С при открытом вентиле 11 поступает в КД с массовым расходом  $\dot{m}_K$ . Далее предусмотрено два варианта схемного решения – с переохлаждением конденсата в субкулере СК и без переохлаждения.

*Рассмотрим первый случай*, когда в схеме присутствует СК. Как было сказано ранее, пар из С поступает в КД, где конденсируется при постоянной температуре до состояния насыщенной жидкости. За счет перепроизводства пара в ЖПСК часть конденсата с массовым расходом  $\dot{m}_O$  необходимо вернуть в сепаратор (через регулирующий вентиль 14) для поддержания постоянства расхода  $\dot{m}_A$  в жидкостном циркуляционном контуре. Конденсат после КД поступает в СК (при открытом вентиле 15), где охлаждается до температуры  $t_{СК}$ . Процесс охлаждения в СК и КД происходит за счет отбора теплоты сетевой водой системы теплоснабжения. Вода из сети отбирается сетевым насосом  $H_C$  и подается на СК, а затем по тому же контуру в КД. При этом вентили 16, 20 и 24 открыты, а закрыт 19 вентиль. В контуре сетевой воды системы теплоснабжения контролируются следующие параметры: расход жидкости счетчиком воды 23, температура охлаждающей воды на входе и выходе из КД двумя техническими жидкостными термометрами 17 и 18. На выходе из СК контролируется давление и температура переохлажденного конденсата, манометром 21 и термопарой цифрового мультиметра 22.

*Проанализируем второй вариант* – без переохлаждения конденсата.

Здесь сетевая вода системы теплоснабжения после насоса поступает сразу в конденсатор, где отбирает теплоту от рабочего вещества. При этом вентили 16 и 20 закрыты, а вентиль 19 открыт.

После СК жидкий холодильный агент поступает в дроссельное устройство. В качестве дроссельного устройства выбран терморегулирующий вентиль. В нем происходит падение давления до уровня кипения холодильного агента в испарителе, и при этом часть жидкости превращается в пар.

Холодильный агент поступает после ДУ в испаритель И пластинчатого типа с массовым расходом  $\dot{m}_И$ , где отбирает теплоту от утилизируемой среды. Утилизируемая среда из бака Б откачивается циркуляционным насосом  $N_У$ . Вода подается на вход в испаритель, где отдает свою теплоту рабочему веществу, которое за счет теплообмена начинает кипеть при температуре  $t_0$ , за счет этого образуется пар низкого давления, формирующий пассивный поток для ЖПСК. После испарителя И утилизируемая среда поступает обратно в бак. При этом вентили 29, 30 и 33 открыты. В контуре утилизируемой среды контролируются следующие параметры: расход жидкости счетчиком воды 32, температура воды на входе и выходе из испарителя двумя техническими жидкостными термометрами 31 и 34. На выходе из испарителя контролируется давление и температура уже сформированного пассивного потока ЖПСК, манометром 28 и термопарой цифрового мультиметра 27.

Весь процесс продолжается до того момента времени, пока установка не выйдет на стационарный режим.

**Программа исследований.** Для решения поставленных задач будут проводиться следующие исследования:

Определение режимных и энергетических характеристик термотрансформатора (схема без субкулера), работающего в теплонасосном режиме, при разной температуре кипения холодильного агента,  $t_0 = -5; -3; 0; +3; +5^\circ\text{C}$ , учитывая изменения величины перегрева в подогревателе  $\Delta t_{П} = 2; 3; 4^\circ\text{C}$ .

Определение режимных и энергетических характеристик термотрансформатора (схема с субкулером), работающего в теплонасосном режиме при разной температуре кипения холодильного агента,  $t_0 = -5; -3; 0; +3; +5^\circ\text{C}$ , учитывая изменения величины перегрева в подогревателе  $\Delta t_{П} = 2; 3; 4^\circ\text{C}$ .

**Математическая модель.** В основу термодинамической модели рабочего процесса ЖПСК положены следующие уравнения в одномерном приближении [12]:

– уравнение состояния двухфазной среды, как выражение для удельного объема

$$v = v_{\text{ж}}(t_{\text{ж}}) + x \cdot [v_{\text{п}}(t_{\text{п,р}}) - v_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})], \quad (1)$$

где  $v_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})$ ,  $v_{\text{п}}(t_{\text{п,р}})$  – удельный объем жидкости и пара, соответственно, при указанной температуре;  $x$  – массовое паросодержание;

– уравнение сохранения массы,

$$d \left[ \frac{w(z) \cdot F(z)}{\nu} \right] = 0, \quad (2)$$

где  $w(z)$  – линейная скорость по продольной координате  $z$ ;  $F(z)$  – площадь сечения по продольной координате;

– уравнение фазового перехода, характеризующее степень завершенности фазового перехода,

$$dx = \chi(z) \cdot \frac{\nu}{w(z)} dz, \quad (3)$$

где  $\chi(z)$  – коэффициент по продольной координате;

– уравнение сохранения энергии (полной энтальпии),

$$d \left\{ h_{\text{ж}}(t_{\text{ж}}) + x \cdot [h_{\text{п}}(t_{\text{п,п}}) - h_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})] + \frac{w^2(z)}{2} \right\} = 0, \quad (4)$$

где  $h_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})$ ,  $h_{\text{п}}(t_{\text{п,п}})$  – удельная энтальпия жидкости и пара, соответственно, при указанной температуре;

– уравнение сохранения количества движения (механической энергии)

$$d [\dot{m}_1 \cdot w_1(z) - \dot{m}_2 \cdot w_2(z)] = -F(z) \cdot dp - \tau \cdot \Pi(z) \cdot dz, \quad (5)$$

где  $\dot{m}_1, \dot{m}_2$  – массовые расходы в соответствующих точках;  $\tau$  – касательное напряжение;  $\Pi(z)$  – периметр сечения по продольной координате;

– уравнение производства энтропии,

$$d \left\{ s_{\text{ж}}(t_{\text{ж}}) + x \cdot [s_{\text{п}}(t_{\text{п,п}}) - s_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})] \right\} > 0, \quad (6)$$

где  $s_{\text{ж}}(t_{\text{ж}})$ ,  $s_{\text{п}}(t_{\text{п,п}})$  – удельная энтропия жидкости и пара, соответственно, при указанной температуре.

**Результаты моделирования.** На основе вышеизложенных уравнений, а также на базе программного продукта для расчета СТК-модуля была разработана методика расчета термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии на рабочих веществах НФС-типа. В процессе численных исследований термотрансформатора были получены зависимости показателей энергоэффективности.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента инжекции и коэффициента перепроизводства пара. Как видно из графиков, коэффициент инжекции, который показывает, сколько килограмм жидкости подсасывается пассивным соплом на 1 кг жидкости, поступающей в испаритель из конденсатора, имеет максимальные значения  $u = 0,05 \div 0,059$  на всех уровнях температуры конденсации в интервале температур кипения  $t_0 = -15 \div 0^\circ\text{C}$ . При этом коэффициент перепроизводства пара, который показывает во сколько раз массовый расход на выходе из активного сопла больше массового расхо-



да по пассивному потоку, составляет  $\psi_4 = 1,14 \div 1,26$ , что соответствует максимально эффективному режиму работы ЖПСК, а как следствие и термотрансформатора в целом.

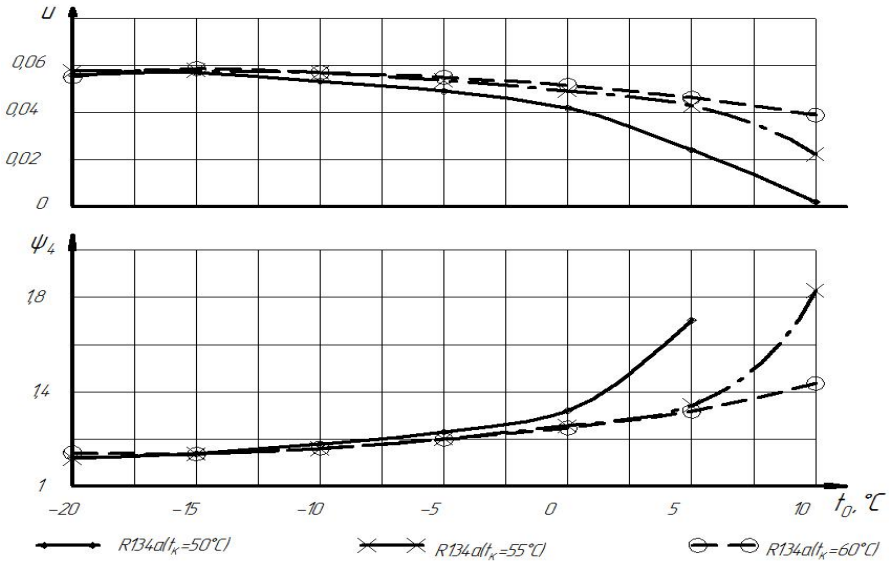


Рис. 2 – Зависимость коэффициента инжекции  $u$  и степени перепроизводства пара  $\psi_4$  от температуры кипения холодильного агента  $t_0$  при разных уровнях температуры конденсации  $t_K$  и перегреве в подогревателе  $\Delta t_{II} = 2^\circ\text{C}$ .

При уменьшении перепада температур до уровня  $(t_K - t_0) \leq 50^\circ\text{C}$  снижается коэффициент инжекции, а коэффициент перепроизводства пара начинает увеличиваться; как следствие эффективность термотрансформатора понижается.

**Выводы.** В данной статье приведено описание экспериментального стенда и сформулированы задачи исследования термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии на рабочем веществе R134a. Результаты эксперимента позволят уточнить расчетную модель термотрансформатора на базе СТК-модуля в режиме теплового насоса и холодильной машины.

Максимально эффективный режим работы термотрансформатора со струйной термокомпрессией на рабочем веществе R134a соответствует температурам кипения  $t_0 = -15 \div 0^\circ\text{C}$ .

**Список литературы:** 1. Морозюк Т.В. Теория холодильных машин и тепловых насосов – Одесса: Студия «Негоциант», 2006. – 712с. 2. Морозюк Т.В. Водоаммиачные термотрансформаторы (тео-

рия, анализ, синтез, оптимизация): дис. ... докт. техн. наук: 05.14.05 / Татьяна Владиленовна Морозюк. – Одесса, ОНТУ, 2001. – 298 с. 3. Арсеньев В.М., Марченко В.Н., Прокопов М.Г., Проценко М.И. Применение струйной термокомпрессии в понижающих термотрансформаторах // Холодильна техніка і технологія. – 2009. – №5 (121). – С. 51 – 56. 4. Арсеньев В.М., Проценко М.И., Прокопов М.Г. Возможность применения струйно-парового эжектора в составе холодильной машины // Промислова гідравліка і пневматика. – 2011. – №2 (32). – С. 10 – 14. 5. Петренко В.А., Шестопалов К., Воловик А.С., Хуанг Б. Теоретическое и экспериментальное исследование эжекторной холодильной машины, работающей на хладагенте R245fa // Холодильні машини: матеріали 7 Міжнар. наук.-техн. конф., 14 – 16 вер. 2011 р.: тези доп. / ОДАХ. – Одеса: видавн. ОДАХ, 2011. – 221с. 6. Шит М.Л., Балануца А.П., Шит Б.М. Промышленная теплонасосная установка на диоксиде углерода с испарителями, работающими на различных температурных уровнях и при переменной нагрузке // Problemele Energeticii Regionale, N2, 2010, p.47 – 58. 7. Шит Б.М. Расчет двухфазного эжектора для теплового насоса на диоксиде углерода // Problemele Energeticii Regionale, 3(14), 2010, p. 62 – 70. 8. Kandil S.M. Analysis and optimization of a jet-pumped combined power/refrigeration cycle: dis. ... doctor of philosophy: 2006 / Sherif M. Kandil; university of Florida. – USA, 2006. 9. Kandil S.M., Analysis of two-phase supersonic flow in jet pumps / S.M. Kandil, W.E. Lear, S.A. Sherif // Proceedings of FEDSM2005 (2005 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition June 19 – 32, 2005 Houston, TX, USA, FEDSM2005-77476. 10. Марченко В.Н., Куценко С.Н., Жиленко Н.А. Экспериментальное исследование процесса формирования рабочей струи пара в термокомпрессоре // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2005. – № 12 (84). – С. 48 – 57. 11. Пат. 28398 Україна, МПК (2006) F25B 1/00. Парова термотрансформатора установка / В.М. Марченко, В.М. Арсеньев, К.О. Зубров. – № u200707799; опубл. 10.12.2007, Бюл. №20. 12. Арсеньев В.М., Ванев С.М., Прокопов М.Г., Проненко М.И., Мерзляков Ю.С. Струйная термотрансформаторная установка для систем теплоснабжения // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія гірничо-електромеханічна. – 2011. – Вип. 22(195). – с. 24 – 31.

**Bibliography (transliterated):** 1. Morozjuk, T. V. *Teorija holodil'nyh mashin i teplovyh nasosov*. Odessa: Studija «Negociant», 2006. Print. 2. Morozjuk, T. V. *Vodoammichnye termotransformatory (teorija, analiz, sintez, optimizacija)*. Dis. ... d-ra. tehn. Nauk. Odessa: ONTU, 2001. Print. 3. Arsen'ev, V. M., et al. "Primenenie strujnoj termokompressii v ponizhajushhix termotransformatorah." *Holodil'na tehnikija i tehnologija*. No. 5 (121). 2009. 51–56. Print. 4. Arsen'ev, V. M., M. I. Procenko and M. G. Prokopov. "Vozmozhnost' primeneniya strujno-parovogo jezhektora v sostave holodil'noj mashiny." *Promislova gidravlika i pnevmatika*. No. 2 (32). 2011. 10–14. Print. 5. Petrenko, V. A., et al. "Teoreticheskoe i jeksperimental'noe issledovanie jezhektornoj holodil'noj mashiny, rabotajushhej na hladagente R245fa." *Holodil'ni mashini: materialy 7 Mizhnar. nauk.-tehn. konf*. Odesa: Vidavn. ODAH, 2011. Print. 6. Shit, M. L., A. P. Balanucje and B. M. Shit. "Promyshlennaja teplonasosnaja ustanovka na dioksidi ugljeroda s ispariteljami, rabotajushhimi na razlichnyh temperaturnyh urovnjah i pri perezmennoj nagruzke." *Problemele Energeticii Regionale*. No. 2. 2010. 47–58. Print. 7. Shit, B. M. "Raschet dvuhfaznogo jezhektora dlja teplovygo nasosa na dioksidi ugljeroda." *Problemele Energeticii Regionale*. No. 3 (14). 2010. 62–70. Print. 8. Kandil, S. M. *Analysis and optimization of a jet-pumped combined power/refrigeration cycle*. Dis. ... doctor of philosophy. USA: University of Florida, 2006. Print. 9. Kandil, S. M., W. E. Lear and S. A. Sherif. *Analysis of two-phase supersonic flow in jet pumps*. *Proceedings of FEDSM2005*. 2005 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting and Exhibition. USA: Houston, TX, 2005. FEDSM2005-77476. Print. 10. Marchenko, V. H., S. N. Kucenko and H. A. Zhilenko. "Jeksperimental'noe issledovanie processa formirova-nija rabochej strui para v termokompressore." *Visnik Sums'kogo derzhavnogo universitetu. Ser.: Tehnichni nauki*. No. 12 (84). 2005. 48–57. Print. 11. Marchenko, V. M., V. M. Arsen'ev and K. O. Zubrov. *Parova termotransformatora ustanovka*. Ukraina, assignee. Patent 28398, MPK (2006) F25B 1/00. № u200707799. 10 December 2007. 12. Arsen'ev, V. M., et al. "Strujnaja termotransformatornaja ustanovka dlja sistem teplosnabzhenija." *Naukovi praci Donec'kogo nacional'nogo tehničnogo universitetu. Ser.: Gірничо-електромеханічна*. No. 22 (195). 2011. 24–31. Print.

Надійшла (received) 13.05.2014

**А.Н. СЕМКО**, д-р. техн. наук, проф., ДонНУ, Донецк;  
**Н.Н. ВЛАДЫКИНА**, аспирант, ДонНУ, Донецк

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ В ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКЕ

Работа посвящена моделированию электромагнитных и гидродинамических процессов, протекающих в лабораторной установке с кольцевым и цилиндрическим электродами с жидким оловом. Приводится физическая и математическая постановка задачи, алгоритм и методика численного решения двумерной осесимметричной задачи. Приведены результаты численного моделирования – распределение плотности тока, электромагнитной силы Лоренца, поле скорости движения расплава.

**Ключевые слова:** моделирование электровихревых течений, жидкий проводник, движение расплава, метод конечных элементов.

**Введение.** Среди разнообразных магнитогидродинамических эффектов особый интерес представляют, так называемые, *электровихревые течения* (ЭВТ) [1], которые возникают в результате взаимодействия неоднородного электрического тока плотностью  $\vec{j}$  с собственным магнитным полем  $\vec{B}$ .

Причиной возникновения ЭВТ является *сила Лоренца*  $\vec{f}_e = [\vec{j}, \vec{B}]$ , которая действует на жидкий проводник с током в магнитном поле. Отличительной особенностью ЭВТ является то, что они возбуждаются собственным магнитным полем, которое создается при протекании тока по жидкому проводнику.

Этот эффект наблюдается в целом ряде промышленных устройств: электродуговая сварка, электрометаллургический переплав (включая вакуумно-дуговые печи, электролизеры и индукционные канальные печи), выращивание кристаллов полупроводников, электрореактивные двигатели и т. д. [1]. Особое внимание при этом заслуживают электрические дуговые печи постоянного тока с подовым электродом, получившие в последнее время широкое распространение в металлургии. При работе этих печей возникают интенсивные ЭВТ, которые приводят к повышенному износу футеровки вблизи подового электрода.

В работах [2 – 4] исследовано ЭВТ расплава в осесимметричной электрометаллургической печи постоянного тока с подовым электродом. Получено поле объемных электромагнитных сил Лоренца, ротора этих сил, а также гидродинамическая картина движения расплава. Практическое применение результатов работы позволит оптимизировать работу печи и сократить расходы на выплавку металла.

В работе [5] экспериментально исследовано ЭВТ в полусферическом объеме. Лабораторная установка представляла собой медную полусферическую оболочку, заполненную расплавом металла, которая являлась одним

электродом. Другой электрод в виде тонкого цилиндра с полусферическим торцом опускался сверху вертикально до погружения торца электрода в расплав металла. Когда на электроды подавалось напряжение, возникало ЭВТ. Исследовалась интенсивность ЭВТ в зависимости от силы тока. При большой силе тока в расплаве возникало азимутальное движение расплава. В экспериментах измерялась скорость и температура расплава в разных точках.

В работах [6, 7] описаны экспериментальные исследования движения расплава металла в цилиндрическом сосуде с двумя электродами, опущенными в расплав, один из которых кольцевой формы, а другой – цилиндрической формы. Сосуд с расплавом находится во внешнем магнитном поле, которое создается плоской катушкой. Установлено, что при пропускании тока через расплав, возникает интенсивное вращение расплава, направление движения которого зависит от направления тока и внешнего магнитного поля.

В настоящей работе теоретически исследуются электромагнитные и гидродинамические поля в описанной выше установке. Получены распределения плотности тока, индукции магнитного поля, силы Лоренца, джоулева тепла в расплаве, поле вектора скорости.

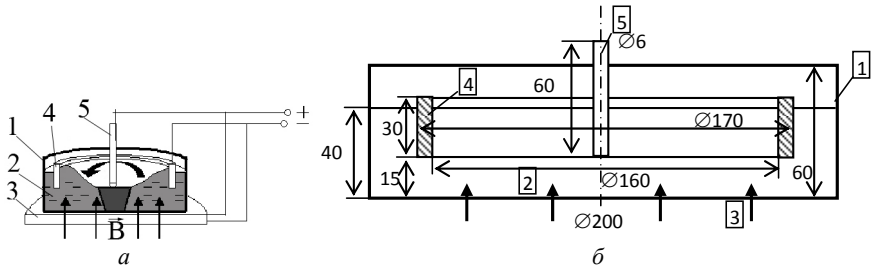


Рис. 1 – Лабораторная установка. 1 – сосуд, 2 – расплавленный металл, 3 – спиральная катушка, 4 – кольцевой электрод, 5 – цилиндрический электрод.

**Схема экспериментальной установки.** Косиновым Н.В. и Габаруком В.И. в лабораторных условиях наблюдались физические эффекты, в которых при протекании электрического тока через электропроводную среду, помещенную в магнитное поле, возникает вихревое движение среды и градиенты температуры [6, 7]. На рис. 1 приведена схема установки. Установка представляет цилиндрический сосуд 1, в котором находится расплавленное олово 2. В сосуд опущены два электрода: кольцевой 4 и цилиндрический 5. Сосуд располагается горизонтально на плоской катушке 3, которая создает вертикальное однородное магнитное поле, обозначенное стрелками. При подключении тока наблюдается вихревое движение расплавленного олова в направлении, показанном стрелкой на рис. 1 а. В центре образуется воронка. С увеличением тока скорость вихревого движения возрастает. При изменении направления магнитного поля направление вихревого движения расплавленного олова меняется на противоположное. Также наблюдается существенный градиент температуры и образование твердой фазы металла в центре сосуда.

Для моделирования указанного явления представим исследуемую установку в виде модели, геометрические параметры которой (в миллиметрах) приведены на рис. 1 б.

**Физическая и математическая постановка задачи.** В данной работе рассматривается упрощенная модель установки Косинова Н.В. и Габарука В.И. для отработки методики численных расчетов. Моделирование упрощенной задачи выполняется без внешнего вертикального магнитного поля; поверхность считалась плоской; также не рассматриваются тепловые процессы в установке.

В отсутствие внешнего магнитного поля будет возникать движение электропроводящего расплава в меридиональной плоскости установки при пространственно неоднородно распределенной плотности проходящего тока. Численное моделирование позволит установить характер и оценить интенсивность данного движения.

При азимутальном движении металла образуется воронка радиусом порядка двух радиусов цилиндрического электрода. Однако, данное искривление поверхности металла не влияет на распределение электромагнитных полей и на характер меридионального движения. Вследствие этого, для численного моделирования можно считать поверхность плоской.

Для построения физической модели в работе приняты следующие допущения:

- процесс стационарный, осесимметричный;
- среда считается немагнитной ( $\mu = 1$ , олово – парамагнетик);
- среда считается хорошим проводником ( $\varepsilon = 1$ )
- физические характеристики среды (проводимость, коэффициенты вязкости и теплопроводности и т.д.) предполагаются однородными и изотропными и не зависят от температуры и давления;
- химические реакции не учитываются.

Число Рейнольдса по оценкам составляет величину порядка  $10^5$ , что дает возможность рассматривать движение расплава металла как турбулентное. Поэтому для замыкания системы уравнений Навье-Стокса использовалась  $k - \varepsilon$  модель турбулентности.

При принятых физических допущениях, математически задача описывается следующими уравнениями магнитной гидродинамики для изотермической несжимаемой жидкости [9]:

- уравнение Навье-Стокса

$$\rho(\vec{v}\vec{\nabla})\vec{v} = \nabla \left[ -p\vec{I} + (\eta + \eta_T)(\nabla\vec{v} + (\nabla\vec{v})^T) \right] + \vec{j} \times \vec{B}; \quad (1)$$

- уравнение неразрывности

$$\nabla\vec{v} = 0; \quad (2)$$

- уравнения  $k - \varepsilon$  модели турбулентности

$$\rho\vec{v}\vec{\nabla}k = \nabla \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \eta_T P(\vec{v}), \quad (3)$$

$$\rho \bar{v} \nabla \varepsilon = \nabla \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \varepsilon \eta_T P(\bar{v})}{k} - \frac{C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon^2}{k}, \quad (4)$$

где

$$P(\bar{v}) = \frac{\nabla \bar{v}}{\nabla \bar{v} + \nabla \bar{v}^{-T}}, \quad \eta_T = \frac{C_\mu \rho k^2}{\varepsilon}; \quad (5)$$

- уравнения для скалярного и векторного потенциалов электрического и магнитного полей

$$-\nabla(-\sigma \bar{v} \times (\nabla \times \bar{A}) + \sigma \nabla V - \bar{J}^e) = 0, \quad (6)$$

$$\nabla \times (\mu_0^{-1} \mu_r^{-1} \nabla \times \bar{A}) - \sigma \bar{v} \times (\nabla \times \bar{A}) + \sigma \nabla V = \bar{J}^e. \quad (7)$$

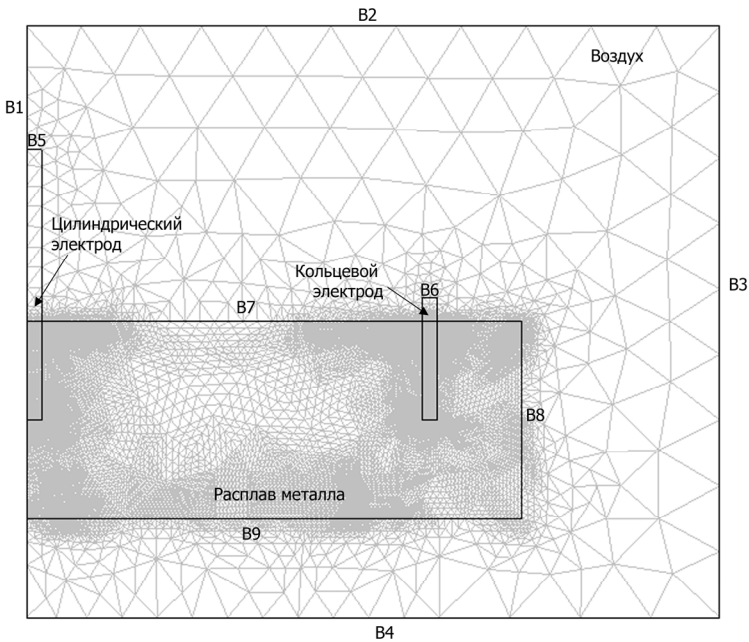


Рис. 2 – Расчетная область.

Здесь  $\rho$  – плотность;  $\bar{v}$  – векторное поле скоростей;  $p$  – давление;  $I$  – единичный тензор;  $\eta$  – динамическая вязкость;  $\eta_T$  – турбулентная вязкость;  $k, \varepsilon$  – параметры модели турбулентности;  $C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_\mu$  – константы модели турбулентности;  $\sigma$  – удельная проводимость среды;  $V$  – скалярный электрический потенциал;  $\bar{A}$  – векторный магнитный потенциал;  $\bar{J}^e$  – подаваемая плотность тока. Уравнения (6) – (7) получены из уравнений Максвелла при использовании определения скалярного электрического потенциала

$\vec{E} = -\nabla V$  и векторного магнитного потенциала  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ .

Расчетная область состоит из зоны установки (объем жидкого металла, цилиндрический, кольцевой электроды) и окружающего воздушного пространства.

При моделировании использовались следующие граничные условия на границах, указанных на рис. 2:

- для границ  $B_2, B_3, B_4$  устанавливалось условие электрической изоляции ( $\vec{n} \cdot \vec{J} = 0$ );
- для границ  $B_5, B_6$  известно значение электрического потенциала на электродах;
- для границы  $B_1$  учтено условие осевой симметрии;
- для внутренних границ  $B_7, B_8, B_9$  приняты условия непрерывности электрического ( $E_{n1} = E_{n2}, E_{\tau1} = E_{\tau2}$ ) и магнитного полей ( $B_{n1} = B_{n2}, B_{\tau1} = B_{\tau2}$ ).

Гидродинамические процессы рассматривались только в расплаве металла, ограниченном границами  $B_7, B_8, B_9$ :

- на границах  $B_8, B_9$  задавалось условие прилипания;
- на границе  $B_7$  – условие нормального давления.

На оси установки задавалось условие симметрии.

**Численное моделирование.** На данном этапе моделируются электромагнитные и гидродинамические поля в установке. Задача решалась численно, *методом конечных элементов* при помощи пакета Comsol [10, 11].

Расчеты проводились на различных сетках с разным количеством и формой конечных элементов и для разных размеров расчетной области. Были выбраны оптимальные размеры расчетной области и оптимальная расчетная сетка, конечные элементы которой имеют форму треугольника. Расчетная область разбивалась неравномерно, в зависимости от градиента электромагнитных параметров: около электродов сетка состоит из мелких элементов (порядка 0,02 от радиуса электрода), на остальных участках, где градиенты величин не столь существенны, конечные элементы имеют большие размеры (рис. 2). Данное разбиение позволяет получить приемлемую точность результатов без больших затрат расчетного времени. Границы расчетной области располагались на расстоянии, при котором условия на этих искусственных границах практически не влияли на электромагнитные и гидродинамические параметры в центральной зоне.

В силу осевой симметрии установки, задача для упрощения решалась в двумерной осесимметричной постановке. Расплавленным металлом является олово со следующими параметрами: плотность  $\rho = 6980 \text{ кг/м}^3$ , удельная электропроводность  $\sigma = 8,69 \cdot 10^6 \text{ (См/м)}$ , кинематическая вязкость  $\nu = 3,1 \times 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ , температура плавления  $t = 232^\circ \text{ С}$  [8]. Электроды медные, удель-

ная электропроводность которых  $\sigma = 58,1 \cdot 10^6$  (См/м). Напряжение, подаваемое на электроды  $U = 5$  В.

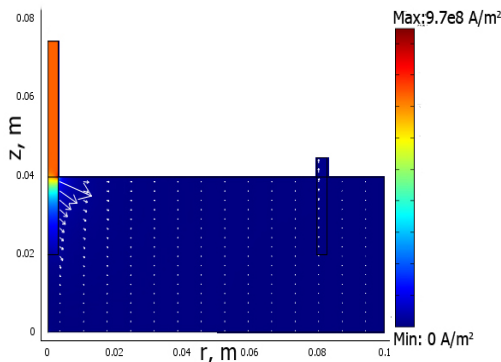


Рис. 3 – Векторное и контурное поле распределения плотности тока.

Ниже приведены некоторые результаты расчетов. На рис. 3 приведено векторное поле плотности тока. Как видно, распределение плотности тока очень неоднородно по объему расплава. Максимальные значения плотности тока локализованы вблизи анода на расстоянии порядка радиуса анода и стремительно убывают на периферии.

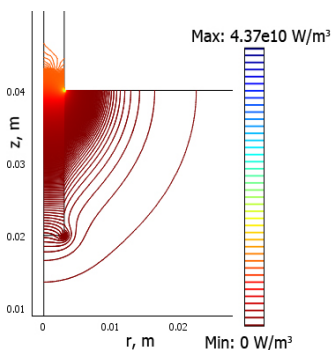


Рис. 4 – Контурное поле джоулева тепла вблизи анода.

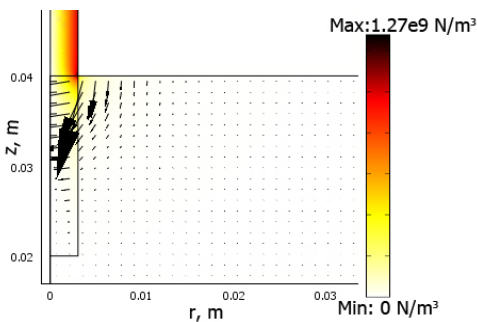


Рис. 5 – Векторное и контурное поле силы Лоренца вблизи анода.

Контурное поле распределения плотности джоулева тепла приведено на рис. 4. Количество выделяемого тепла рассчитывалось согласно формуле  $Q = \sigma^{-1} |J|^2$ . В контрастном виде представлено место контакта цилиндрического электрода и расплава олова. Контурами ограничены области, в которых плотность джоулева тепла имеет один порядок. Видно, что максимальная



плотность источников тепла наблюдается вблизи цилиндрического электрода, где наибольшая плотность тока. При удалении от электрода плотность источников тепла быстро уменьшается.

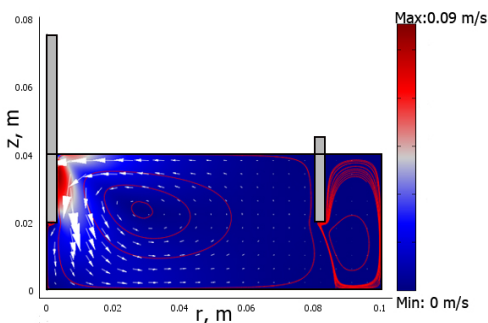


Рис. 6 – Векторное и контурное поле вектора скорости.

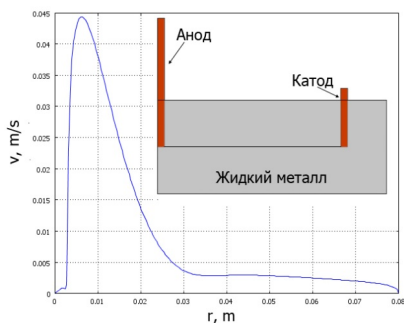


Рис. 7 – График распределения скорости между электродами.

На рис. 5 представлен контурный и векторный график распределения силы Лоренца вблизи цилиндрического электрода. В данной области, сила Лоренца принимает максимальные значения. Полученное неоднородное по объему расплава распределение силы Лоренца свидетельствуют о том, что именно она является определяющим фактором при возникновении вихревого движения расплава.

На рис. 6 представлено распределение скорости движения расплава. Наибольшие значения скорости локализованы вблизи цилиндрического электрода, который служит анодом. Под электродом металл не движется. Стрелками указано направление меридионального движения расплава металла в объеме установки. Движение при указанной полярности осуществляется против часовой стрелки.

На рис. 7 представлен график распределения модуля скорости между цилиндрическим и кольцевым электродами по сечению, соединяющем нижние концы электродов. Пик на графике соответствует области максимальной скорости (красная зона) на рис. 6.

**Выводы.** В рамках модели магнитной гидродинамики решена электромагнитная и гидродинамическая задача движения расплава металла в лабораторной установке с кольцевым и цилиндрическим электродами. Для этого адаптирован пакет Comsol Multiphysics3.5a. Определена оптимальная расчетная сетка, размеры элементов которой зависят от градиентов величин, проанализирована сходимость результатов на различных сетках. Получены распределения электромагнитных параметров, которые подтверждают гипотезу о том, что электровихревые течения являются следствием неравномерного

токораспределения в объеме электропроводной жидкости; получены распределения гидродинамических параметров расплава металла с учетом силы Лоренца. Установлен вихревой характер движения расплава. Максимальная скорость вращения расплава вокруг электрода составляет порядка нескольких сантиметров в секунду.

**Список литературы:** 1. Бояревич В.В., Фрейберг Я.Ж., Шилова Е.И. Электровихревые течения. – Рига: Знание, – 1985. – 315 с. 2. Kazak O.V. Электровихревые течения в осесимметричных сталеплавильных печах постоянного тока с подовым электродом / О.В. Казак, А.Н. Семко // Вісник Донецького Національного Університету – 2010. – № 2. – С. 39 – 42. 3. Kazak O.V. Электровихревое движение расплава в печах постоянного тока с подовым электродом / Kazak O.V., Semko A.H. // ИФЖ. 2011. – Том 84, – № 2. – С. 1 – 9. 4. Kazak O. Modelling Vortex Fields in Metal Smelting Furnaces / Kazak O., Semko O. // Int. Journal of Multiphysics, 2010. – Volume 4 – Number 4. – P. 351 – 358. 5. Исследование тепловых и гидродинамических эффектов, сопровождающих растекание электрического тока в объеме жидкого металла / В.М. Жилин, Ю.П. Ивочкин, А.А. Оксман и др. // VI minsk international heat and mass transfer for UM MIF 2008, (Minsk, May 19 – 23, 2008). – Minsk, 2008. – P. 9 – 16. 6. Косинов Н.В. Физический вакуум и гравитация / Н.В. Косинов // Физический вакуум и природа. – 2000. – N4. – С.55 – 58. 7. Научно-технический портал [http://ntpo.com/]: Необычные эффекты в электропроводной жидкости, объясняющие секрет вращения Земли и причины возникновения циклонов, тайфунов, торнадо / Косинов Н.В., Гарбарук В.И., Косинов Л.В. – Режим доступа: [http://ntpo.com/secrets\_ground/secrets\_ground/8.shtml] 8. Таблицы физических величин. Справочник. // Под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. – 1008 с. 9. Прикладная магнитная гидродинамика: Учебное пособие по теоретическому курсу / Под ред. В.Н. Тимофеева, Е.А. Головенко – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2007, – С. 450 – 452 10. Comsol 3.5 a AC/DC Module User's Guide – U.S.A. Los Angeles, November, 2008. – 503 p. 11. Егоров В.И. Применение ЭВМ для решения задач теплопроводности: Учебное пособие / В.И. Егоров – СПб: СПб ГУ ИТМО, 2006. – 77 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Bojarevich, V. V., et al. *Jelektrovihrevye techenija*. Riga: Znanie, 1985. Print. 2. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Jelektrovihrevye techenija v osesimmetrichnyh staleplavil'nyh pechah postojannogo toka s podovym jelektrodom." *Visnik Donec'kogo Nacional'nogo Universitetu*. No. 2. 2010. 39–42. Print. 3. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Jelektrovihrevoe dvizhenie rasplava v pechah postojannogo toka s podovym jelektrodom." *IFZh*. Vol. 84. No. 2. 2011. 1–9. Print. 4. Kazak, O. V., and A. N. Semko. "Modelling Vortex Fields in Metal Smelting Furnaces." *Int. Journal of Multiphysics*. Vol. 4. No. 4. 2010. 351–358. Print. 5. Zhilin, V. M., et al. "Issledovanie teplovyh i gidrodinamicheskikh jeffektov, soprovozhdajushih rastekanie jelektricheskogo toka v ob'eme zhidkogo metalla." *VI minsk international heat and mass transfer for UM MIF*. Minsk, 2008. 9–16. Print. 6. Kosinov, N. V. "Fizicheskij vakuum i gravitacija." *Fizicheskij vakuum i priroda*. No. 4. 2000. 55–58. Print. 7. Kosinov, N. V., V. I. Garbaruk and L. V. Kosinov. *Nauchno-tehnicheskij portal. Neobychnyje jeffekty v jelektroprovodnoj zhidkosti, ob'jasnjajushhie sekret vrashhenija Zemli i prichiny vznikenija ciklonov, tajfunov, tornado*. Web. 15 May 2014 <http://ntpo.com/secrets\_ground/secrets\_ground/8.shtml>. 8. *Tablicy fizicheskikh velichin. Spravochnik*. Ed. I. K. Kikoina. Moscow: Atomizdat, 1976. Print. 9. *Prikladnaja magnitnaja gidrodinamika: Uchebnoe posobie po teoreticheskomu kursu*. Ed. V. N. Timofeeva, E. A. Golovenko. Krasnojarsk: Sibirskij federal'nyj universitet, 2007. Print. 10. *Comsol 3.5 a AC/DC Module User's Guide*. U.S.A.: Los Angeles, 2008. Print. 11. Egorov, V. I. *Primenenie JeVM dlja reshenija zadach teploprovodnosti: Uchebnoe posobie*. SPb: SPb GU ITMO, 2006. Print.

*Поступила (received) 30.05.2014*

*Е.А. СІМСОН*, д-р техн. наук, проф., НТУ «ХПІ»;

*С.О. НАЗАРЕНКО*, канд. техн. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХПІ»;

*С.І. МАРУСЕНКО*, наук. співр. НТУ «ХПІ»

## АНАЛІЗ ЧУТЛИВОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

Розглянуто математичні моделі та чисельні методи комплексного аналізу чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях, які орієнтовані на високі ступені інформативності. На основі проведених досліджень було розроблено дві базові методики аналізу чутливості. Перший підхід ґрунтується на апроксимації задачі в скінченно-вимірному просторі. Другий підхід базується на формулюванні задачі в континуальному просторі, в якому визначено вихідне диференціальне, інтегральне або варіаційне рівняння, що описує модель конструкції. Можливості розробленого математичного апарату продемонстровано на прикладах крила аерокосмічної конструкції та вилівки блок-картера дизеля.

**Ключові слова:** аналіз чутливості, динамічні навантаження, математичні моделі, аерокосмічна конструкція, вилівка блок-картера дизеля.

**Постановка проблеми.** Аналіз чутливості дозволяє вирішити цілий ряд практичних завдань проектування, доведення, підготовки виробництва і контролю ефективної експлуатації конструкцій [1 – 3]. Крім основного використання в системах оптимального автоматизованого і інтерактивного проектування коефіцієнти чутливості також можуть застосовуватися при вібродіагностиці і неруйнівному контролі, стохастичному аналізі характеристик конструкцій технологічних систем в полі випадкових відхилень властивостей матеріалу і геометричних параметрів, призначенні полів допусків на виготовлення, а також коректуванні або ідентифікації математичної моделі конструкцій [1 – 3].

**Метою досліджень** є розробка методик комплексного аналізу чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях, які орієнтовані на високі ступені геометричної і фізичної інформативності.

**Методи аналізу чутливості.** Задача аналізу динаміки елементів конструкцій, як правило, зводиться до розв'язання систем нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних. Структуру рівнянь визначає тип досліджуваного процесу, склад системи, граничні умови, навантаження й умови спряження. Узагальнене рівняння руху різних математичних моделей має вигляд:

$$A[\vec{V}] + D[\vec{V}] + C[\vec{V}] - \vec{f} = 0, \quad (1)$$

де  $A$  – оператор приведених жорсткісних характеристик;  $\vec{V}(\vec{x}, t)$  – узагальнений вектор-функція переміщень;  $\vec{x}$  – координатний вектор;  $t$  – час,  $D$  – приведений інерційний оператор;  $C$  – оператор дисипативних сил.

Реальні експлуатаційні режими моделюються навантаженням  $\vec{f}(\vec{x}, t)$ , яке залежить від характеру взаємодії об'єкту з навколишнім середовищем (газом, рідиною) або із зовнішнім полем (температурним, електромагнітним), а також від можливого контакту з іншими елементами в структурі системи. Під функцією (вектором) варійованих і детермінованих параметрів  $h$  мають на увазі характеристики фізико-механічних властивостей матеріалів, геометричні розміри та інше. Вектор (функція) змінних стану  $y$  утворює простір рішень.

На основі проведених досліджень було розроблено дві базові методики аналізу чутливості. *Перший підхід* ґрунтується на апроксимації задачі в скінченно-вимірному просторі. Наприклад, варіаційні схеми приводять до матричної алгебраїчної проблеми, аналогічної співвідношенням *методу скінченних елементів* (МСЕ), який вважається найбільш потужною, універсальною і поширеною технологією розрахунку.

Для прикладу розглянемо задачу про вимушені коливання конструкцій. Для випадків, коли частота гармонійного навантаження досить віддалена від найближчих власних частот, можна знехтувати силами малого внутрішнього тертя. Матричне рівняння коливань для косинусної і синусної складових вектора навантаження  $\vec{F}$  приймає вигляд:

$$\left[ K(\vec{h}) - \omega^2 M(\vec{h}) \right] \vec{y}_{C,S} = \vec{F}_{C,S}(\vec{h}), \quad (2)$$

де  $K$ ,  $M$  – матриці жорсткості і мас конструкції.

Враховуючи, що матриця динамічної жорсткості в цьому випадку не вироджена, початкова і спряжена, при завданні інтегрального динамічного функціоналу  $J$  немає особливостей:

$$J = \int_0^T f(\vec{h}, \vec{y}_C \cos \omega t + \vec{y}_S \sin \omega t) dt = J(\vec{h}, \vec{y}_C, \vec{y}_S); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \left[ K - \omega^2 M \right] \vec{\psi}_{C,S} &= \vec{\nabla}_{C,S} J, \\ \vec{\nabla}_C J &= \frac{\partial J}{\partial \vec{y}_C}, \quad \vec{\nabla}_S J = \frac{\partial J}{\partial \vec{y}_S}, \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\vec{\psi}$  – вектор спряжених змінних. Вираз для *гамільтоніана*  $H$  і коефіцієнтів чутливості набуває наступний вигляд:

$$H = \sum_{C,S} \vec{\psi}_{C,S}^T \left[ K - \omega^2 M \right] \vec{y}_{C,S} - \vec{\psi}_{C,S}^T \vec{F}_{C,S} - J,$$

$$\bar{\nabla}_h J = \left\{ \left( \frac{\partial J}{\partial \bar{y}}, \bar{y}'_{h_i} \right) + \frac{\partial J^a}{\partial h_i} = - \frac{\partial H^a}{\partial h_i}, i = \overline{1, n} \right\},$$

де похідну від гамільтоніана беремо лише по параметру, що явно входить.

*Другий підхід* базується на формулюванні задачі в континуальному просторі, в якому визначено вихідне диференціальне, інтегральне або варіаційне рівняння, що описує модель конструкції. За другою методикою зв'язані змінні вводяться безпосередньо для варіаційного або диференціального формулювання початкової задачі аналізу (1). Після чого редукція вихідної і спряженої задач (перехід від безперервних змінних до дискретних з одночасним позбавленням від операцій диференціювання та / або інтегрування), а також варійованих функцій форми конструкції (введення поняття матеріальної похідної) може виконуватися як при формально незв'язаних етапах.

Задачі на власне значення  $\lambda$  (власні коливання і втрата стійкості) можна формально представити варіаційним рівнянням виду:

$$a_h(y, z) = \lambda b_h(y, z) \quad (5)$$

для усіх  $z$  із простору  $Z$  гладких кінематично допустимих «узагальнених» переміщень;  $a_h(y, z)$ ;  $b_h(y, z)$  – позитивно визначені і неперервні білінійні форми. Оскільки рівняння (5) однорідне по  $y$ , необхідно додати умову нормування  $b_h(y, y) = 1$  для визначення власної функції єдиним чином. Варіюючи по  $h$  обидві частини рівняння (5), враховуючи властивості симетрії  $a_h(y, z)$  і  $b_h(y, z)$ ;  $z = y$ , відкидаючи члени, рівні 0, отримаємо формулу для обчислення похідної некротного власного значення:

$$\lambda' = a'_h(y, y) - \lambda b'_h(y, y),$$

де в правій частині штрих ' позначає варіацію білінійних форм по аргументу  $h$ , який входить явно.

Скінченно-вимірний і континуальний підходи пов'язані між собою (перший є апроксимацією другого). Перевагою другої методики є те, що використовуються поля переміщень, а не вузлові параметри, які визначаються матричними рівняннями. Для похідних знаходяться явні вирази в термінах фізичних величин, а не в термінах сум похідних від матриць скінчених елементів конструкцій. Аналіз чутливості конструкцій в умовах нестационарних навантажень, використовуючи рішення через власні форми і *інтеграл Дюамеля*, можна звести до управління функціоналами від «резонуючих» (залучених) форм коливань.

**Результати моделювання.** Можливості розробленого математичного апарату продемонструємо на декількох задачах. При розрахунку конструкцій, виготовлених з композитних матеріалів, часто користуються приведеними пружними модулями. Крім того, нерівномірність фізико-механічних

властивостей може виникати як при виготовленні (наприклад, перехідні зони між різними матеріалами, що утворилися в результаті зварювання або пайки), так і при експлуатації (наприклад, під впливом градієнта температур).

Розглянемо крило аерокосмічної конструкції, яке жорстко защемлене по бортовий хорді. Деякі власні форми і розподіл полів коефіцієнтів чутливостей відповідних власних частот до зміни приведенного модуля пружності представлені на рис. 1, 2. Відзначимо, що, як правило, зони найбільших коефіцієнтів чутливості власних частот до зміни приведенного модуля пружності збігаються з областями максимальних динамічних напружень. Поліпшення якості поверхні в цих областях призводить до підвищення меж витривалості, нанесення демпфуючих покриттів – до зниження рівня динамічних напружень.

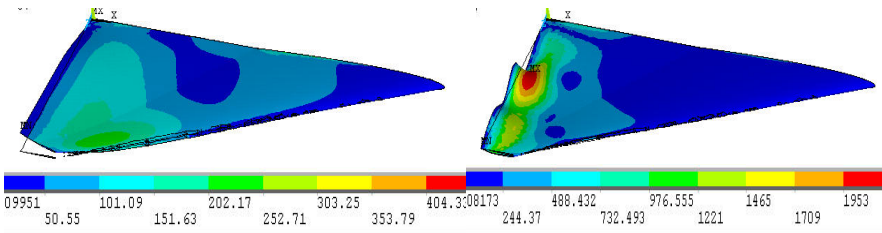
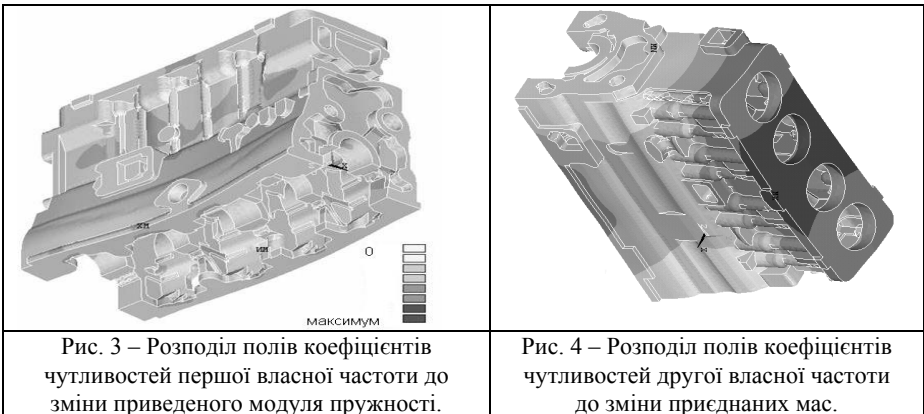


Рис. 1. – Третя власна частота.

Рис. 2. – Десята власна частота.



Дослідження вібрацій корпусу двигуна представляє інтерес у зв'язку з можливою появою форм резонансних напруг, що призводять до утворення тріщин втомленості. Ця задача безпосередньо пов'язана з аналізом динаміки охолодження виливки [4], що дозволяє виявити місця можливого формування внутрішніх усадочних дефектів; похибки формоутворення, що визначають

закономірні і випадкові зміни фізико-механічних властивостей матеріалів і геометричних розмірів. При аналізі якості відповідальних виливків складної геометричної форми в рамках так званого системного підходу, оцінка якості не зводиться лише до контролю відсутності ливарних дефектів, а визначається з вимог до литої деталі як елементу механічної системи.

При цьому ще на стадії моделювання можна порівняти зони технологічних дефектів при даній технології виготовлення з розподілом полів коефіцієнтів чутливостей функціоналів якості на поверхні виливки блок-картера дизеля (рис. 3, 4), а потім провести заходи щодо поліпшення якості виробництва. Формою ілюстрації результатів обране тонування поверхні. Світлими тонами показана зона близьких до нуля коефіцієнтів чутливостей, темними – екстремальних. Виконаний аналіз виявив для 2-ї форми власних коливань відповідність зон максимальних напруг із зоною розвитку тріщин втомленості на двигунах.

**Висновки.** Проведене дослідження дозволяє виконувати комплексний аналіз чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях. Перевагами математичного апарату є узагальнення, уніфікація та формалізуючі можливості найбільш значущих проектних, розрахункових та технологічних аспектів аналізу чутливості конструкцій. Подальшим напрямком досліджень може бути застосування розробленої методики для оптимізації сучасних конструкцій.

**Список літератури:** 1. Тимофеев Ю.В., Фадеев В.А., Степанов М.С., Назаренко С.А. Обобщенная структура жизненного цикла машиностроительного производства и его изделий // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ «ХПІ». – 2009. – № 1. – С. 86 – 95. 2. Flager F. Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building / F. Flager, B. Welle, P. Bansal, G. Soremekun, J. Haymaker // Journal of Information Technology in Construction (ITcon). – 2009. – Vol. 14. – P. 595 – 612. 3. Li M. Optimal uncertainty reduction for multi-disciplinary multi-output systems using sensitivity analysis / M. Li; J. Hamel; S. Azarm // Structural & Multidisciplinary Optimization. – 2010. – Vol. 40. P. 77 – 96. 4. Аלהин В.И., Акимов О.В., Марченко А.П. Компьютерно-интегрированное моделирование литейных процессов в блоке цилиндров Daewoo Sens // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ «ХПІ». – 2008. – Вип.2. – С. 3 – 7.

**Bibliography (transliterated):** 1. Timofeev, Ju. V., et al. "Obobshhennaja struktura zhiznennogo cikla mashinostroitel'nogo proizvodstva i ego izdelij." *Visnik NTU «KhPI»*. No. 1. 2009. 86–95. Print. 2. Flager, F., et al. "Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building." *Journal of Information Technology in Construction (ITcon)*. Vol. 14. 2009. 595–612. Print. 3. Li, M., J. Hamel and S. Azarm. "Optimal uncertainty reduction for multi-disciplinary multi-output systems using sensitivity analysis." *Structural & Multidisciplinary Optimization*. Vol. 40. 2010. 77–96. Print. 4. Alehin, V. I., et al. "Komp'uterno-integrirovannoe modelirovanie litejnyh processov v bloke cilindrov Daewoo Sens." *Visnik NTU «KhPI»*. No. 2. 2008. 3–7. Print.

Надійшла (received) 01.04.2014

*М.І. СОТНИК*, канд. техн. наук, доц., СумДУ, Суми

## **МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ РЕЖИМІВ ВІДЦЕНТРОВИХ НАСОСІВ**

Проведено дослідження робочого процесу відцентрових насосів шляхом його моделювання традиційним числовим способом та запропонованими суто електричними засобами, що базуються на схемо технічних методах електрогідравлічної аналогії. Шляхом співставлення результатів моделювання з результатами випробувань доведена адекватність другого (електричного) способу.

**Ключові слова:** відцентровий насос, схемотехнічне моделювання, електрична модель.

**Вступ.** У теперішній час в експлуатації знаходиться велика кількість відцентрових насосів (ВН) типу Д, які мають двозавитковий спіральний відвід і непарну кількість лопатей робочого колеса (РК). З них найбільш поширеними є насоси з семилопатеvim робочим колесом. Робочі процеси, які мають місце при експлуатації насосних агрегатів з такими насосами, подібні до процесів у агрегатах з восьмилопатеvim робочими колесами [1]. Разом з тим мають місце і суттєві відмінності. Тому наукові дослідження статті, присвячені моделюванню робочих режимів ВН, будуть стосуватися якраз аналізу процесів у семилопатеvim насосах з двозавитковим спіральним відводом.

Оскільки суто електричне моделювання робочих режимів відцентрових насосів слід вважати новим, розробленим авторами публікації, новим напрямом дослідження гідравлічних процесів у насосних агрегатах та інших складових гідравлічних систем, то суттєвого значення набуває питання щодо адекватності такого моделювання. Немає сумніву, що кращим підтвердженням адекватності результатів *електричного моделювання робочих режимів гідравлічних систем* було б проведення фізичного експерименту та зіставлення отриманих різним способом результатів. Однак зважаючи на складність такого експерименту [2, 3], неможливість відтворення повної ідентичності його умов та значну вартість проведення дослідження робочого процесу відцентрових насосів у повному обсязі, у наукових розробках публікації робочий процес спіральних насосів з робочим колесом двохстороннього входу був досліджений числовим методом з використанням середовища ANSYS CFX 11.0.

**Мета роботи.** Проілюструвати сутність запропонованої авторами методики дослідження робочих режимів відцентрових насосів, яка полягає у поєднанні традиційного числового аналізу гідравлічних процесів з схемотехнічним моделюванням, що ґрунтується на використанні електричних моделей насосів, та доведення адекватності такого моделювання.

**Електрична модель відцентрового насоса.** Коротко розглянемо конструктивні особливості відцентрового насоса з двозавитковим спіральним від-



водом за непарної кількості лопатей робочого колеса (рис. 1), що є важливим при створенні його електричної моделі.

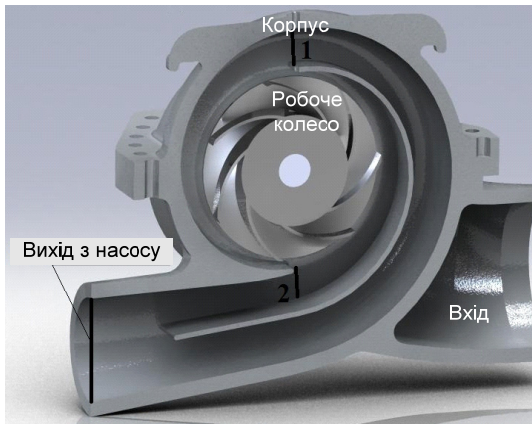


Рис. 1 – Відцентровий насос з двозавитковим спіральним відводом.

У разі поділу спіральної камери відводу на дві частини, насос має два язика, розташовані один навпроти іншого. Кожна лопать РК за один його оберт двічі проходить повз язик і двічі виштовхує рідину у зовнішню гідравлічну мережу. У зазначеному важливим є те, що якраз через непарну кількість лопатей моменти проходження їх в зоні язика не збігаються – якщо проти одного язика знаходиться лопать, то проти розташованого з іншого боку знаходиться середина проміжку між лопатями. Конструктивно поділ спірального каналу відводу на дві частини також здійснюється так, що вони не є однаковими. Ці факти мають бути врахованими при створенні електричної моделі таких насосів.

Досліджувана у публікації електрична модель відцентрового насоса з двозавитковим спіральним відводом будується на способі електричного моделювання насосних агрегатів [4], розробленому авторами. Його схема наведена на рис. 2.

Вона складається з двох половин, кожна з яких містить по  $m = 7$  паралельних гілок, за кількістю лопатей робочого колеса. У кожній гілці послідовно з'єднані джерело синусоїдної системи електрорушійних сил (ЕРС) з миттєвим значенням  $e = E_m \sin(\omega t + \Psi_j)$ , активний опір  $R_r$ , індуктивність  $L_r$ , діод  $D$ .

Для половини електричної моделі відцентрового насоса система ЕРС паралельних гілок моделі узагальнено запишеться у вигляді гармонічної функції (синусоїди) наступним чином:

$$e_j = E_m \sin \left[ \omega t + \pi \left( 0.5 + \frac{1-2j}{m} \right) \right], \quad (1)$$

де  $j$  – номер гілки електричної моделі.

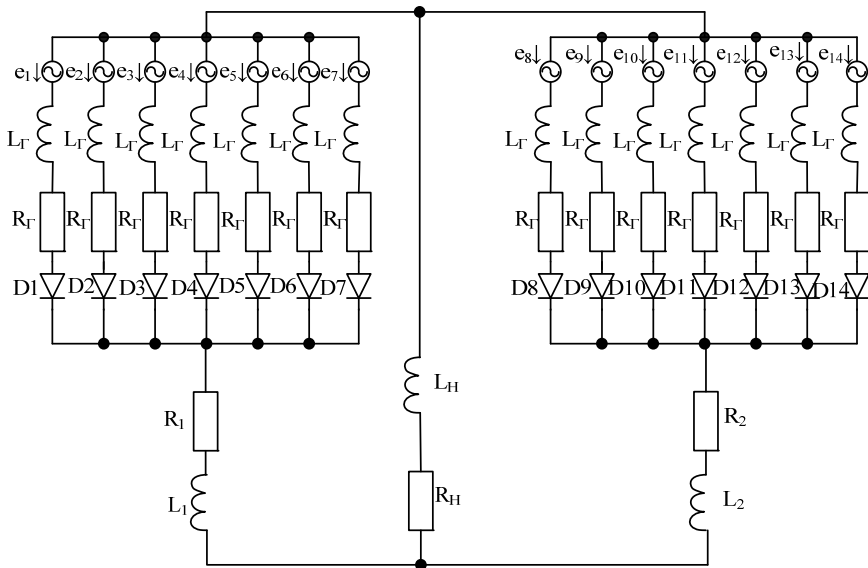


Рис. 2 – Схема електричної моделі відцентрового насоса з двозавитковим спіральним відводом та непарною кількістю лопатей РК ( $m = 7$ ).

Звернімо увагу, що формула (1) може застосовуватись лише до віток під номерами від 1 до 7 (на схемі це  $e_1 \dots e_7$ ). У ЕРС гілок з номерами від 8 до 14 (на схемі  $e_8 \dots e_{14}$ ) слід врахувати наявність зсуву за фазою, який складає  $180^\circ$ .

Кожна синусоїдна ЕРС електричної моделі має однакову кутову частоту  $\omega$ , яка дорівнює кутовій частоті обертання ротора насоса.

Обертаний рух рідини у проточній частині відцентрового насоса перетворюється на однонаправлений (з деякими пульсаціями) у відводі.

Цей факт у окремих половинах електричної моделі відображається включенням у кожен паралельну гілку одного напівпровідникового вентиля. Оскільки у самому насосі не передбачено будь-якого регулювання робочого потоку при спрямуванні його на вихід у напірну мережу, то і у моделі застосовані некеровані вентиляльні елементи – діоди ( $D1 - D14$ ).

Оскільки електрична модель відцентрового насоса з двозавитковим спіральним відводом складається з двох половин, синусоїдні ЕРС яких зсунені між собою на  $180^\circ$ , то за умови непарної кількості лопатей робочого колеса насоса її вихід є однотактним  $2m$  – пульсним випрямлячем. Випрямлений струм у опорі навантаження електричної моделі має  $2m$  пульсацій на період  $T = 2\pi$ , що відповідає подвоєнню частоти кривої напору на виході насоса за зазначених вище умов.

Запропонована і досліджувана у статті електрична модель також врахо-

ує і різну протяжність та площу перетину окремих половин спірального відводу, тому їх вихідні вітки мають різні опори (на схемі рис. 2  $R_1$  і  $L_1$  та  $R_2$  і  $L_2$ , відповідно).

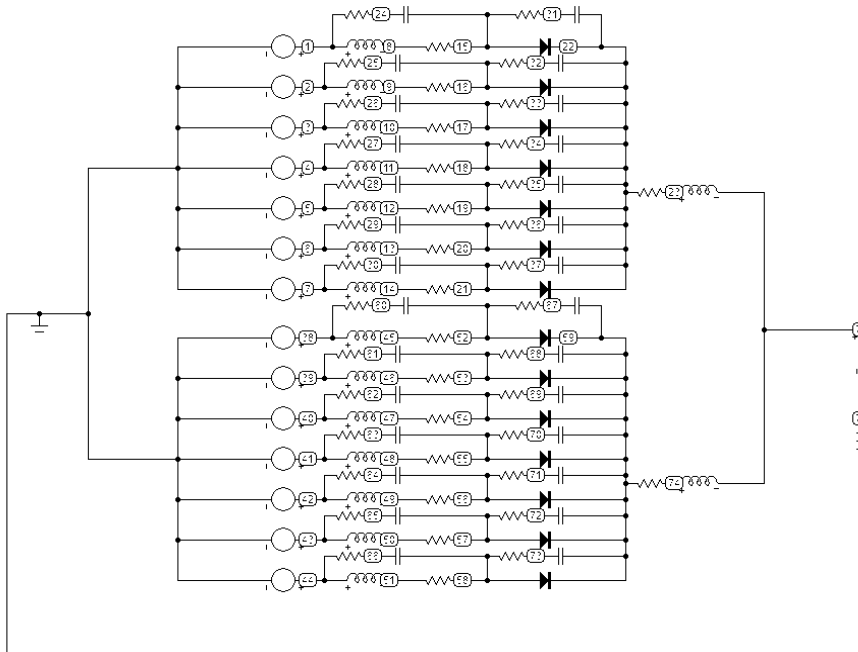


Рис. 3 – Схемотехнічна модель відцентрового насоса ( $m = 7$ ).

Сама схемотехнічна модель відцентрового насоса з двозавитковим спіральним відводом та семилопатеvim робочим колесом, побудована у системі схемотехнічного моделювання відповідно до схеми рис. 2, зображена на рис. 3.

**Операторна схема і модель вимушених коливань насосу.** Спочатку розглянемо аналіз гідравлічних процесів у відцентровому насосі з використанням його схемотехнічної моделі та електричної схеми моделі. Використання останньої дозволяє провести дослідження аналітичним шляхом. При такому підході аналогом витрати насоса  $Q$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) є струм  $i$  ( $\text{А}$ ) електричної моделі, а аналогом напору  $H$  ( $\text{м}$ ) – вихідна напруга  $u$  ( $\text{В}$ ) електричної моделі. Електромагнітний процес у схемі електричної моделі є аналогом гідравлічного процесу у відцентровому насосі.

При аналізі електромагнітних процесів у схемі електричної моделі семилопатевого відцентрового насоса (рис. 2) систему ЕРС джерел окремих гілок запишемо у вигляді:

$$\left. \begin{array}{l} e_1 = E_m \sin(\vartheta + 5\pi/14); \\ e_2 = E_m \sin(\vartheta + \pi/14); \\ e_3 = E_m \sin(\vartheta - 3\pi/14); \\ e_4 = E_m \sin(\vartheta - \pi/2); \\ e_5 = E_m \sin(\vartheta - 11\pi/14); \\ e_6 = E_m \sin(\vartheta - 15\pi/14); \\ e_7 = E_m \sin(\vartheta - 19\pi/14); \end{array} \right\} \begin{array}{l} e_8 = E_m \sin(\vartheta + 19\pi/14); \\ e_9 = E_m \sin(\vartheta + 15\pi/14); \\ e_{10} = E_m \sin(\vartheta + 11\pi/14); \\ e_{11} = E_m \sin(\vartheta + \pi/2); \\ e_{12} = E_m \sin(\vartheta + 3\pi/14); \\ e_{13} = E_m \sin(\vartheta - \pi/14); \\ e_{14} = E_m \sin(\vartheta - 5\pi/14). \end{array} \quad (2)$$

де  $\vartheta = \omega t$  – змінна, відповідно до якої виконуються всі подальші розрахунки.

Аналіз електромагнітних процесів у електричній моделі є складним та об'ємним, і в межах однієї публікації немає можливості подати інформацію щодо всього обсягу проведених досліджень. Тому приклад аналітичного аналізу в статті обмежено дослідженням питання щодо розрахунку вихідної напруги електричної моделі.

Як випливає з досліджень, у схемі рис. 2 кожний діод вступає в роботу один раз за період, і початок комутації струму вентиля збігається з моментом перетину ділянок синусоїд фазної напруги окремих гілок.

Розглянемо перехідний електромагнітний процес, який викликається вмиканням вентиля  $D1$ . Початком процесу є момент  $\vartheta = 0$ . У цей момент вентиль  $D1$  починає входити в роботу, а вентиль  $D7$  – виходить. Перехідний процес, який виникає при цьому, розраховано операторним методом.

Виходячи з алгоритму застосування операторного методу, спочатку розрахуємо вимушений режим в нескорегованому колі (рис. 4) та визначимо внутрішні операторні ЕРС реактивних елементів. При цьому скористаємося методом вузлової напруги. Згідно зазначеного методу, напруга між вузлами кола розраховується наступним чином

$$\dot{U}_{12} = \frac{\dot{E}_7 / Z_{\Gamma 1} + E_{11} / Z_{\Gamma 2}}{1 / Z_{\Gamma 1} + 1 / Z_2 + 1 / R_H}, \quad (3)$$

де  $Z_{\Gamma 1} = (R_{\Gamma} + R_1) + j\omega(L_{\Gamma} + L_1) = R_{\Gamma 1} + j\omega L_{\Gamma 1}$ ;  $Z_2 = (R_{\Gamma} + R_2) + j\omega(L_{\Gamma} + L_2) = R_{\Gamma 2} + j\omega L_{\Gamma 2}$ .

Після деяких алгебричних перетворень отримаємо вираз вузлової напруги

$$\dot{U}_{12} = \frac{(\dot{E}_7 Z_{\Gamma 2} + \dot{E}_{11} Z_{\Gamma 1}) \cdot R_H}{(Z_{\Gamma 1} + Z_{\Gamma 2}) R_H + Z_{\Gamma 1} Z_{\Gamma 2}}.$$

Відповідно комплексне значення випрямленого струму  $I_d$  у розглядуваному режимі, розрахований за законом Ома, запишеться так:

$$\dot{i}_d = \frac{\dot{U}_{12}}{R_H} = \frac{\dot{E}_7 Z_{\Gamma 2} + \dot{E}_{11} Z_{\Gamma 1}}{(Z_{\Gamma 1} + Z_{\Gamma 2}) R_H + Z_{\Gamma 1} Z_{\Gamma 2}}. \quad (4)$$

Миттєве значення випрямленого струму є уявною частиною наведеного вище виразу комплексного значення:

$$i_d = \text{Im} \left[ \frac{\dot{E}_7 Z_{\Gamma 2} + \dot{E}_{11} Z_{\Gamma 1}}{(Z_{\Gamma 1} + Z_{\Gamma 2}) R_H + Z_{\Gamma 1} Z_{\Gamma 2}} \right]. \quad (5)$$

Для побудови операторної схеми (рис. 5) необхідно знати значення струмів реактивних елементів (індуктивностей) в момент початку комутації, тобто при  $\vartheta = 0$ . Для цього потрібно спочатку з виразу (5) розрахувати числове значення  $i_d(0)$ , а потім числові значення струмів окремих гілок в момент початку комутації. У несиметричному колі струм буде ділитися між вітками обернено пропорційно їх повним опорам.

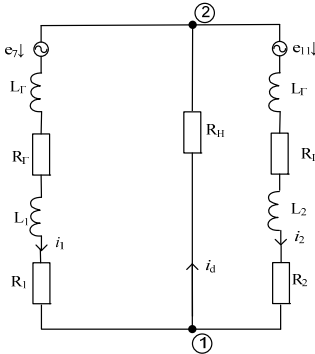


Рис. 4 – Схема вимушеного режиму в нескомутованому колі.

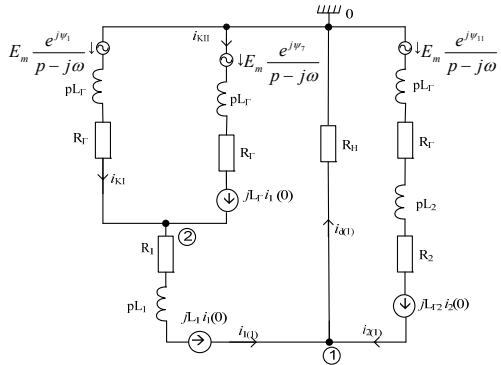


Рис. 5 – Операторна схема інтервалу  $0 \leq \vartheta \leq \gamma$ .

Система рівнянь для схеми рис. 5 в операторній формі має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} U_{10}(p)Y_{11}(p) - U_{20}(p)Y_{12}(p) &= I_{11}(p); \\ -U_{10}(p)Y_{21}(p) + U_{20}(p)Y_{22}(p) &= I_{22}(p); \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де  $Y_{11}(p) = 1/(R_1 + pL_1) + 1/(R_{\Gamma 2} + pL_{\Gamma 2}) + 1/R_H$ ;  $Y_{12}(p) = Y_{21}(p) = 1/(R_1 + pL_1)$ ;  $Y_{22}(p) = 2/(R_{\Gamma} + pL_{\Gamma}) + 1/(R_1 + pL_1)$ ;

$$I_{11}(p) = \frac{E_m e^{j\psi_{11}}}{(p-j\omega)(R_{\Gamma 2} + pL_{\Gamma 2})} + j \frac{L_{\Gamma 2} i_2(0)}{R_{\Gamma 2} + pL_{\Gamma 2}} + j \frac{L_1 i_1(0)}{R_1 + pL_1};$$

$$I_{22}(p) = \frac{E_m e^{j\psi_1} + E_m e^{j\psi_2}}{(p-j\omega)(R_{\Gamma} + pL_{\Gamma})} + j \frac{L_{\Gamma} i_1(0)}{R_{\Gamma} + pL_{\Gamma}} - j \frac{L_1 i_1(0)}{R_1 + pL_1}.$$

Доволі складний розв'язок системи (6) відносно закономірності зміни вихідної напруги електричної моделі насоса дає наступне рівняння:

$$U_{10}(p) = \frac{G_1(p)}{H(p)} = \frac{G_1(p)}{(p-j\omega)h(p)},$$

де

$$G_1(p) = E_m e^{j\psi_{11}} [(2R_1 + R_{\Gamma}) + p(2L_1 + L_{\Gamma})] + E_m (e^{j\psi_1} + e^{j\psi_2}) (R_{\Gamma 2} + pL_{\Gamma 2}) + \{jL_{\Gamma 2} i_2(0)\} [(2R_1 + R_{\Gamma}) + p(2L_1 + L_{\Gamma})] +$$

$$+ j(2L_1 + L_{\Gamma})i_1(0)(R_{\Gamma_2} + pL_{\Gamma_2})\}(p - j\omega); \quad (7)$$

$$H(p) = (p - j\omega)\{[(R_{\Gamma} + 2R_{\Gamma_2} + 2R_1) + p(L_{\Gamma} + 2L_{\Gamma_2} + 2L_1)] + (R_{\Gamma_2} + pL_{\Gamma_2})[(R_{\Gamma} + 2R_1) + p(L_{\Gamma} + 2L_1)]/R_H\}. \quad (8)$$

З рівняння знаменника  $H(p) = 0$  розраховуємо його корені ( $p_k$ ), беремо похідну від виразу знаменника (8) і остаточно записуємо таке:

$$\dot{U}_{10} = \frac{G_1(p_1)}{H'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{G_1(p_2)}{H'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{G_1(p_3)}{H'(p_3)} e^{p_3 t}.$$

Миттєве значення вихідної напруги електричної моделі  $u_{10}(t)$  є уявною частиною останнього виразу:

$$u_{10}(t) = \text{Im} \left[ \frac{G_1(p_1)}{H'(p_1)} e^{p_1 t} + \frac{G_1(p_2)}{H'(p_2)} e^{p_2 t} + \frac{G_1(p_3)}{H'(p_3)} e^{p_3 t} \right]. \quad (9)$$

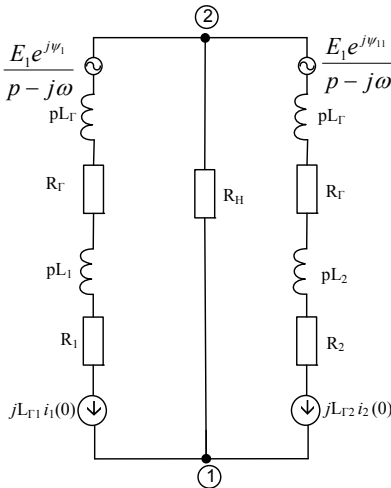


Рис. 6 – Операторна схема для інтервалу  $\gamma \leq \vartheta \leq \pi / 7$ .

Операторна схема для другого інтервалу електромагнітного процесу в проміжку часу  $\gamma \leq \vartheta \leq \pi / 7$  зображена на рис. 6. В момент часу  $\vartheta = \gamma$  діод  $D7$  виходить з роботи, і струм проводять у одній половині електричної моделі діод  $D1$ , а у іншій – діод  $D11$ .

Як і на першому інтервалі електромагнітного процесу, розрахунок проведено за методом вузлової напруги, оскільки операторна схема містить лише два вузла. Згідно з теоретичними основами зазначеного методу операторне зображення вузлової напруги  $U_{12}(p)$  запишемо так:

$$U_{12}(p) = \frac{[E_m e^{j\psi_1} + (p - j\omega)jL_{\Gamma_1}i_1(0)](R_{\Gamma_2} + pL_{\Gamma_2})}{(p - j\omega)[(R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}) + p(L_{\Gamma_1} + L_{\Gamma_2}) + (R_{\Gamma_1} + pL_{\Gamma_1})(R_{\Gamma_2} + pL_{\Gamma_2})/R_H]} + \frac{[E_m e^{j\psi_{11}} + (p - j\omega)jL_{\Gamma_2}i_2(0)](R_{\Gamma_1} + pL_{\Gamma_1})}{(p - j\omega)[(R_{\Gamma_1} + R_{\Gamma_2}) + p(L_{\Gamma_1} + L_{\Gamma_2}) + (R_{\Gamma_1} + pL_{\Gamma_1})(R_{\Gamma_2} + pL_{\Gamma_2})/R_H]} = \frac{M(p)}{N(p)}. \quad (10)$$

Застосувавши формулу розкладання дроби, із співвідношення (10) можна отримати вираз миттєвого значення вихідної напруги електричної моделі.

Інший шлях дослідження – використання схемотехнічної моделі (рис. 3) чи традиційного для гідравлічних систем числового експерименту.

жиму роботи відцентрового насоса Д 6300 – 80-2. Однак можна зазначити, що проведені нами дослідження показують: розбіжність між результатами аналітичного аналізу та схемотехнічного моделювання не перевищує 4% для миттєвих значень, і має місце майже збіг діючих значень. Причому, схемотехнічне моделювання дає більш точний результат, оскільки у схемотехнічну модель закладається характеристика реального діода, а при аналітичному аналізі діод вважається *ідеальним ключем*.

Розглянемо результати моделювання робочого процесу насоса Д 6300 – 80-2 допомогою традиційного числового експерименту. Дослідимо фізичний процес руху рідини у проточній частині насоса, подавши загальний характер руху рідини на всіх ділянках проточної частини векторами абсолютної швидкості (рис. 7).

На рис. 8 у збільшеному масштабі представлено рух рідини у двох міжлопатевих каналах, де добре видно, що цей рух має вихровий характер. Ця обставина є досить важливою для розуміння факту адекватності моделювання гідравлічного процесу у відцентровому насосі електромагнітним процесом у електричній моделі. Вона показує, що при меншій витраті насоса ( $0,6Q$ ) у більшій частині міжлопатєвого простору має місце вихровий рух рідини, і через ці міжлопатєві канали рідина у напірний трубопровід не проходить. Подібний результат отримуємо і при електричному моделюванні робочого процесу: при меншому струмі навантаження *кут комутації* менший, і інтервал спільної роботи сусідніх діодів – менший; зі збільшенням струму навантаження кут комутації зростає, і може мати режим перекриття чи накладання комутацій.

Подібний процес у насосі ілюструє рис. 9. При номінальній подачі насоса рух рідини у напірну мережу має місце практично через усі міжлопатєві канали.

Ще одним аргументом на підтвердження адекватності результатів електричного моделювання реальним процесам у відцентровому насосі, є криві, що наведені на рис. 10 та рис. 11.

Зображені вище криві напруг досліджуваної електричної моделі насоса Д6300 – 80-2 отримано в результаті схемотехнічного моделювання за схемою рис. 2. Параметри елементів електричної моделі відповідають числовим даним тестового режиму. Миттєві значення напруг окремих половин моделі  $u_1$  та  $u_2$ , зображені на рис. 9, мають зсув за фазою, що дорівнює  $180^\circ$ . На кожній з кривих чітко видно два інтервали: комутаційний та позакомутаційний.

На рис. 10 наведені криві напору, який створюється робочим колесом насоса Д6300 – 80-2 в середині площі перетину початку спіральних відводів. Легко помітити, що за формою, а також зсувом між собою, максимальними і мінімальними миттєвими значеннями, криві, наведені на двох останніх рисунках, подібні.

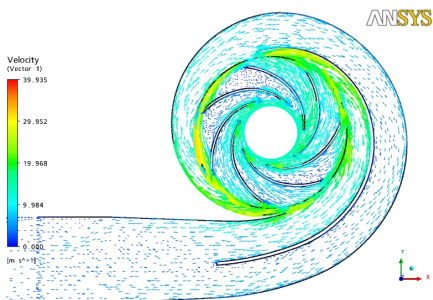


Рис. 7 – Розподілення векторів абсолютної швидкості для РК насоса Д6300-80-2 із зовнішнім діаметром 970 мм на режимі витрати 0,60Q.

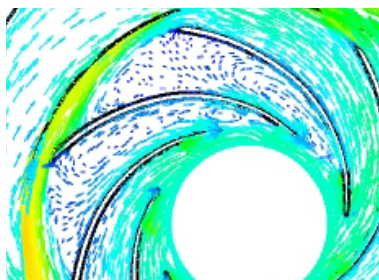


Рис. 8 – Міжлопатеві канали з вихровим рухом рідини.

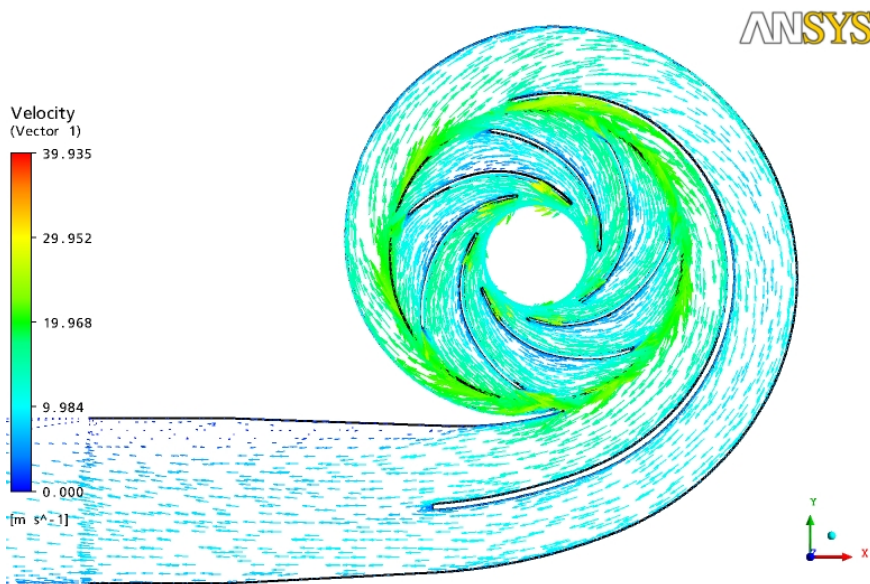


Рис. 9 – Розподілення векторів абсолютної швидкості для робочого колеса насоса Д6300 – 80-2 із зовнішнім діаметром 970 мм на режимі витрати 1,00Q.

**Висновки.** Технічне рішення поділу спіральної камери відводу на дві частини за умови непарної кількості лопатей робочого колеса насоса покращує енергетичні, механічні та віброакустичні характеристики агрегату. Таке технічне рішення є повною аналогією підходу у енергетичній електроніці, коли вирішується проблема покращення якості вихідних характеристик випрямляча за рахунок підвищення пульсності перетворення.



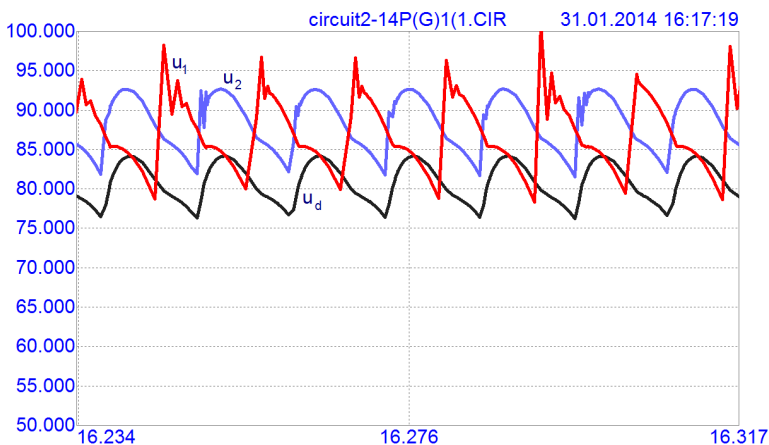


Рис. 10 – Випрямлена напруга та вихідні напруги половин схемотехнічної моделі.

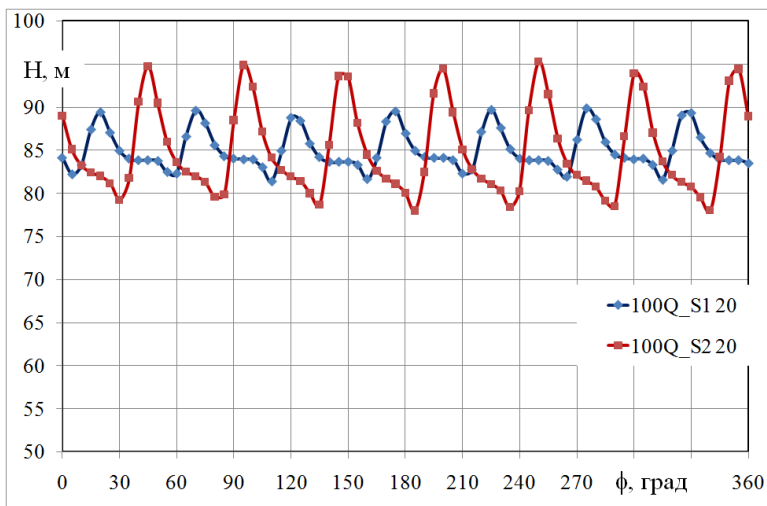


Рис. 11 – Напір робочого колеса насоса Д6300 – 80-2.

Дослідження електромагнітних процесів у системах з непарною кількістю фаз та несиметрією параметрів елементів вихідних ділянок проведені вперше, а отримані при цьому результати є як подальшим розвитком теорії напівпровідникових перетворювачів, так і складовою наукових основ застосування суто електричного моделювання для аналізу робочого процесу гідравлічних систем і пристроїв.

Комплексним дослідженням, частина якого представлена у публікації, доведена повна адекватність електричного моделювання робочого процесу

відцентрового насоса стосовно його інтегральних показників, та високий ступінь подібності фізичних особливостей гідравлічних і електромагнітних процесів, якщо аналогом витрати є електричний струм, а аналогом напору – електрична напруга.

**Список літератури:** 1. Костышин В.С. Моделирование режимов работы центробежных насосов на основе электрогидравлической аналогии / В.С. Костышин. – Ивано-Франковск, – 2000. – 163 с. 2. Сотник М.І. Электромагнітний процес в електричній моделі відцентрового насосу / М.І. Сотник, В.С. Бойко // Науковий вісник НГУ. – 2014. – №3 – С. 78 – 85. 3. Бойко В.С. Дослідження електромагнітного процесу в електричній моделі шестилопатевого відцентрового насосу / В.С. Бойко, М.І. Сотник // Энергосбережение, энергетика, энергоаудит. – 2013. – Сед. Випуск Т1 № 8 (114). – С. 101 – 103. 4. Патент UA № 80301 МПК G06G 7/57./ Бойко В.С., Бойко В.В., Сотник М.І. - у 2012 12710. Заявл. 07.11.2012. Опубл. 27.05.2013, Бюл. № 10.

**Bibliography (transliterated):** 1. Kostyshyn, V. S. *Modelirovanie rezhimov raboty centrobezhnyh насосов на основе электрогидравлической аналогии*. Ivano-Frankovsk: Dumka, 2000. Print. 2. Sotnyk, M. I., and V. S. Boiko. "Electromagnetic process in the electrical model of centrifugal pump." *Naukovij Visnik NGU*. No. 3. 2014. 78–85. Print. 3. Boiko, V. S., and M. I. Sotnyk. "Doslidzhennja elektromagnitnogo procesu v elektrichnij modeli shestilopatevogo vidcentrovogo насосу." *Jenergosberezenie, jenergetika, jenergoaudit*. Vol. 1. No. 8 (114). 2013. 101–103. Print. 4. Boiko, V. S., V. V. Boiko and M. I. Sotnyk. *Україна, assignee. Patent UA № 80301 IPC G06G 7/57. № u 2012 12710. 27 may 2013.*

*Надійшла (received) 19.05.2014*

УДК 539.1

**А.В. СТЕПУК**, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХП»;  
**Л.В. АВТОНОМОВА**, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХП»;  
**С.В. БОНДАРЬ**, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХП»

## **ВЛИЯНИЕ МОДЕЛИ СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ П-ОБРАЗНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПРИ УДАРЕ ШАРОМ**

Выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния П-образной тонкостенной конструкции при центральном ударе падающим жестким шаром. Рассмотрены особенности постановки динамической контактной задачи и ее реализации на пакете AVTODYN. Показано влияние выбора моделей определяющих состояния материала на величины численных значений перемещений и интенсивностей напряжений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, удар, модели состояния материала, конечный элемент, П-образная тонкостенная конструкция.

**Описание проблемы.** Для оценки динамической прочности конструкций под действием ударных нагрузок в процессе эксплуатации необходимо на

стадии проектирования рассматривать задачи моделирования процессов скоростного деформирования элементов конструкций при ударном воздействии с учетом динамически изменяющегося состояния свойств материала. Высокоскоростное нагружение элементов конструкций приводит к появлению обширных пластических зон деформирования, в которых происходит изменение свойств металла. Так, динамический предел текучести и скоростное упрочнение существенно зависят от величины скорости пластического деформирования. При повышении скорости относительной деформации до значений, больших  $10^3 \text{ с}^{-1}$ , заметную роль играют динамические эффекты, которые не проявляются при низких скоростях пластического течения [1, 2].

В зависимости от скорости нагружения экспериментально определяются динамические характеристики металлов, которые представляются различными моделями определяющих соотношений: эмпирические зависимости интенсивностей напряжений от деформаций, скоростей деформирования, температур, и т. д. [2, 5]. Численное моделирование таких динамических процессов высокоскоростного деформирования возможно лишь при решении нелинейной динамической задачи механики с помощью современных прикладных пакетов (AVTODYN, LSDINA и др.), которые реализуют *метод конечного элемента*.

**Цель работы.** Исследование влияния выбора физической модели состояния материала с учетом скоростного фактора на величины параметров напряженно-деформированного состояния элементов конструкции при ударном воздействии.

**Постановка задачи.** Математическая модель, которая описывает процесс ударного взаимодействия жесткого шара с закрепленной тонкостенной конструкцией П-образного профиля, включает в общем случае следующие уравнения.

- Уравнение движения:  $\sigma_{ij,j} + \rho * dv_i / dt = 0$ .
- Кинематические соотношения:  $\dot{\epsilon}_{ij} = (v_{ij} + v_{ji}) / 2$ .
- Физические уравнения в скоростной форме:  $\sigma_{ij}^T = C_{ijkl} D_{kl}$ ,

где  $\sigma_{ij}^T$  – компоненты тензора скоростей напряжений;  $C_{ijkl}$  – компоненты упругопластического тензора связи напряжений-деформаций 4-го порядка;  $D_{kl}$  – компоненты тензора скоростей деформаций.

Условия в контактной зоне на подвижной границе тел:

$$F_t = \mu_t \sigma (1 - e^{5\sigma_n / 4\sigma}) / \sqrt{3},$$

где  $\mu_t$  – коэффициент трения;  $F_t$  – контактные касательные напряжения;  $\sigma_n$  – нормальное контактное давление.

Значение коэффициента трения  $\mu_i$  для различных пар контактных материалов приведены в [2].

- Условие несжимаемости:  $v_{ii} = 0(4)$ .
- Уравнение теплопроводности:  $\rho c T = k_1 T_{ij} + \beta \sigma \dot{\epsilon}$ .
- Определяющие соотношения:  $\sigma_y = \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, \dot{\bar{\epsilon}}^p, T)$ .

При моделировании упругопластического скоростного деформирования под воздействием локальной импульсной нагрузки в областях интенсивных динамических напряжений с учетом тепловых эффектов, уравнения движения можно привести к следующему виду:

$$(\lambda + \mu)(\text{div} u) / \partial x_i + \mu \Delta u - 3\alpha K \partial T / \partial x_i = \rho \partial^2 u / \partial t^2, \quad (1)$$

где  $u$  – вектор перемещений;  $T$  – температура;  $\lambda$  и  $\mu$  – коэффициенты Ляме;  $\rho$  – плотность материала;  $\alpha$  – коэффициент теплового расширения;  $K$  – модуль объемного сжатия.

В настоящей работе исследуется влияние уравнений состояния

$$\sigma_y = \sigma_y(\bar{\epsilon}^p, \dot{\bar{\epsilon}}^p, T)$$

на поведение деформируемого объекта. Эти уравнения определяют зависимость интенсивности напряжений  $\sigma_y$  от деформаций  $\epsilon_i$ , скорости деформаций  $\dot{\epsilon}_j$  и температуры  $T$ . Основные модели состояния материалов: линейно-полиномиальная, Грюнайзена и табличная (экспериментальная), которые включаются в одну из двух моделей деформирования материалов: пластичности Джонсона-Кука или Зерилли-Армстронга.

Для линейно-полиномиальной модели зависимость от величины внутренней энергии имеет вид:

$$\sigma_y = C_0 + C_1 \mu_i^2 + C_2 \mu_i^3 + (C_4 + C_5 \mu_i + C_6 \mu_i^2) * E, \quad (2)$$

где  $C_2 \mu_i^2$  и  $C_6 \mu_i^2$  равны 0 при  $\mu_i = \rho / \rho_0 - 1 < 0$  – изменение плотности материала по сравнению с начальной плотностью  $\rho_0$ .

В модели Грюнайзена используются различные соотношения в зависимости от того, расширяется или сжимается материал. Для сжимаемых материалов:

$$\sigma_y = \sigma_0 C^2 \mu_j \left[ 1 + (1 - \gamma_0 / 2) \mu_j^2 - a \mu_j^2 / 2 \right] / \left[ 1 - (S_1 - 1) \mu_j - S_2 \mu_j^2 / (\mu_j + 1) - S_3 \mu_j^3 / (\mu_j + 1)^2 \right]^2 + (\gamma_0 + a \mu_j) * E \quad (3)$$

для расширяющихся материалов:

$$\sigma_y = \sigma_0 C^2 \mu_j + (\gamma_0 + a \mu_j) * E, \quad (4)$$

где  $C, S_1, S_2$  и  $S_3$  – константы;  $\gamma_0$  – постоянная Грюнайзена;  $a$  – коррекция объема первого порядка и  $\mu_j = \sigma_y / \sigma_0 - 1$ .

Для учета скорости деформирования используется модель Каупера-Симонда:

$$\sigma_Y = \left[ 1 + (\dot{\varepsilon}_{ij} / C)^{1/P} \right] * (\sigma_0 + \beta E_p \varepsilon_p^{eff}), \quad (5)$$

где  $\sigma_Y$  – интенсивность напряжений;  $\sigma_0$  – начальная интенсивность напряжений;  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  – скорость деформирования;  $C$  и  $P$  – параметры скорости деформирования модели Каупера-Симонда;  $\varepsilon_p^{eff}$  – эффективные пластические деформации без учета влияния скорости деформирования;  $E_p$  – модуль пластического упрочнения, который задается соотношением

$$E_p = E_{\tan} E / (E - E_{\tan}),$$

$E_{\tan}$  – сдвиговые модули.

Изменение свойств материала от температуры тут не учитывается так же, как и в модели Рамбурга-Осгуда:

$$\sigma_Y = k * \varepsilon^m * \dot{\varepsilon}^n,$$

где  $k$  – параметр свойств материала;  $m$  – коэффициент упрочнения и  $n$  – чувствительность к скорости деформирования.

Альтернативный метод учета скоростных эффектов деформирования можно реализовать в кусочно-заданной линейной модели. Эта модель позволяет учесть в зависимости от скорости деформирования и температуры кривые напряжения – деформации, линеаризуя их на отдельных участках.

Для табличной (экспериментальной) модели используется линеаризация напряжений от внутренней энергии.

**Численная реализация.** В работе представлены результаты расчета напряженно-деформированного состояния П-подобной тонкостенной конструкции при центральном ударе жестким шаром, который падает. Схема и габаритные размеры П-образной конструкции, которая деформируется, приведены в [5]. Методом конечного элемента численно решается эта краевая задача для двух моделей состояния материала: табличная модель на основе диаграмм деформирования без учета скоростного фактора и модель, которая учитывает скорости деформаций (модель Каупера-Симонда). Для данной ударной нагрузки, рассматриваемой в этой задаче, – падение шара, целесообразно применение явной (Explicit) схемы решения. В отличие от неявной схемы, используемой при длительных воздействиях и небольших нелинейностях, расчет в явной схеме выполняется только один раз и не требует обращения матриц жесткости. Решение на каждом шаге по времени зависит только от предыдущего состояния, поэтому длительность временных отрезков (исчисляемых в мксек) должны соответствовать характерным размерам конечно-элементного разбиения. Это позволяет избежать проблем со сходимостью итерационного процесса решения и удобно для расчетов сильно-

нелинейных систем, с большими перемещениями и деформациями в процессах длительностью мсек. Из трёх основных схем нахождения явных динамических решений, в ANSYS – Explicit Dynamics: ANSYS Explicit/STR, ANSYS/LS-DYNA и ANSYS AVTO DYN – использовалась последняя схема.

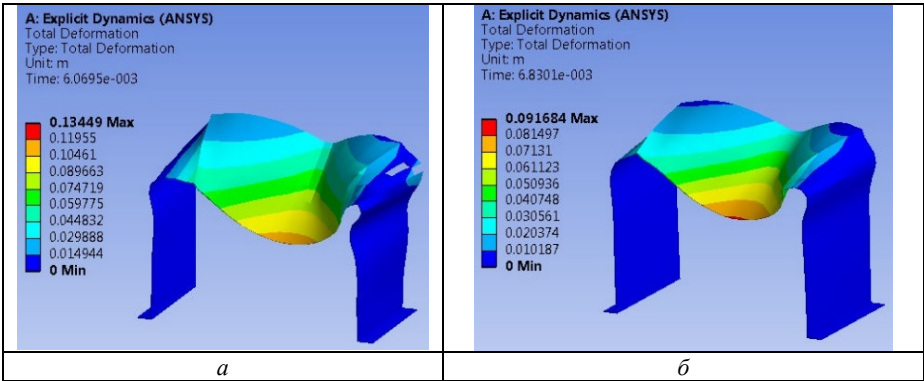


Рис. 1 – Распределение перемещений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром: *a* – табличная модель; *б* – модель Каупера-Симонда.

На рис. 1 и рис. 2 представлено распределение перемещений и эквивалентных напряжений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром, полученных при решении задачи заданием физических соотношений моделями Каупера-Симонда и табличной, позволяющей определять напряжения по кривой деформирования материала.

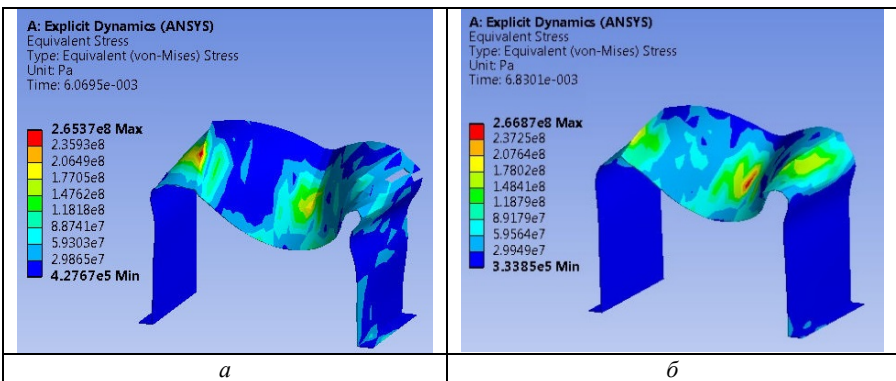


Рис. 2 – Распределение эквивалентных напряжений при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром: *a* – табличная модель; *б* – модель Каупера-Симонда.

При сравнении численных результатов следует отметить, что учет скоростей деформации дает более низкий уровень значений перемещений, но при этом наблюдается рост величин интенсивностей напряжений. Также наблюдается перераспределение зон пластических напряжений и различия в изменении первоначальной формы при деформировании П-образной конструкции после центрального удара по ней жестким шаром.

**Выводы.** Анализ распределения параметров напряженно-деформированного состояния при ударе шаром показал влияние выбора моделей, определяющих состояний материала, на процесс деформирования. Отмечается расхождение значений величин перемещений до 20% и интенсивности напряжений до 10% при неизменном ударном нагружении П-образной конструкции, что свидетельствует о необходимости количественного анализа параметров динамического процесса с целью подбора модели состояния материала, корректно отражающей поведение материала при высокоскоростном адиабатическом деформировании. Необходимо проводить предварительные тестовые расчеты для сравнения с экспериментальными данными. Это позволит более точно численно смоделировать деформирование сложных конструкций при высокоскоростном нагружении.

**Список литературы:** 1. Воробьев Ю.С., Чернобрышко М.В. Скоростное деформирование элементов конструкций в упругопластической стадии // Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій – 2010, – Вип. 14. – С. 87 – 92. 2. Бизюк А.В., Бизюк В.В., Колодяжний А.В. Скоростной удар по тонкостенным конструкциям // Вестник НТУ «ХПИ» №775, – 2007. – С. 29 – 35. 3. O'Grady H.J.P., Hayhurst C.J., Fairlie G.E. The Numerical Simulation of Warheads, Impact and Blast Phenomena using AUTODYN-2D and AUTODYN-3D. // Century Dynamics Ltd., England, – 1994. 4. Richard A. Clegg, Colin J. Hayhurst, Hartwig Nahme Validation of an advanced material model for simulating the impact and shock response of composite Materials // Shock Compression of Condensed Matter, – 2002/ American Institute of Physics. 5. Степук О.В., Автономова Л.В., Бондар С.В. Особливості деформування П-подібної тонкостінної конструкції при ударі // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Х.: НТУ «ХПІ», 2013. – № 37. – С. 193 – 199.

**Bibliography (transliterated):** 1. Vorob'ev, Ju. S., and M. V. Chernobryvko. "Skorostnoe deformirovanie jelementov konstrukcij v uprugoplasticheskoj stadii." *Problemi obchisljuval'noji mehaniki i micnosti konstrukcij*. No. 14. 2010. 87–92. Print. 2. Bizjuk, A. V., V. V. Bizjuk and A.V. Kolodjazhnyj. "Skorostnoj udar po tonkostennym konstrukcijam." *Vestnik NTU «KhPI»*. No. 775. 2007. 29–35. Print. 3. O'Grady, H. J. P., C. J. Hayhurst and G. E. Fairlie. "The Numerical Simulation of Warheads, Impact and Blast Phenomena using AUTODYN-2D and AUTODYN-3D." *Century Dynamics Ltd*. England. 1994. Print. 4. Clegg, Richard A., Colin J. Hayhurst and Hartwig Nahme. "Validation of an advanced material model for simulating the impact and shock response of composite Materials." *Shock Compression of Condensed Matter. American Institute of Physics*. 2002. Print. 5. Stepuk, O. V., L. V. Avtonomova and S. V. Bondar "Osoblivosti deformuvannja P-podibnoji tonkostinnoji konstrukcii pri udari." *Visnik NTU «KhPI»*. Ser.: *Matematichne modeljuvannja v tehnicji ta tehnologijah*. No. 37 (1010). Kharkiv: NTU «KhPI», 2013. 193–199. Print.

*Поступила (received) 27.05.2014*

**Е.Ю. ТАРСИС**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

## **ВАРИАЦИОННО-СТРУКТУРНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ПЛОСКОЙ КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

Дана вариационная и структурная постановка плоской контактной задачи теории упругости для однородных тел произвольной геометрической формы с известными и неизвестными областями контакта на основе функционала Рейсснера. На конкретном примере рассмотрена методика использования разработанных структур и ее численная реализация.

**Ключевые слова:** контактная задача теории упругости, вариационная постановка, функционал Рейсснера, метод R-функций, поиск области контакта, штамп, односторонние жесткие ограничения, теория упругости, контактная задача.

**Введение.** В данной работе предлагается систематизированное описание общей методики вариационной и структурной постановки плоских контактных задач теории упругости. При решении некоторых задач, рассмотренных, например, в работах [1, 2, 3], структуры решений строились применительно к конкретному случаю. Легко видеть, что эти решения вытекают из приведенной общей методики. В заключение приведено решение конкретной задачи, в которой, в частности, реализован алгоритм поиска неопределенной области контакта.

**Вариационная постановка задачи.** Рассмотрим упругое однородное тело  $\Omega$  с произвольной границей  $\partial\Omega$ , которое находится в условиях плоского напряженного состояния. Поясняющий рисунок можно найти далее в этой статье. На участке  $\partial\Omega_u$  границы  $\partial\Omega$  упругое тело контактирует с абсолютно твердыми телами (штампами), которые жестко связаны с ним. Это, так называемый, *случай полного сцепления*. Математически это выражается заданием вектора перемещений  $\vec{u}_s = \{u_{xs}, u_{ys}\}$ , который определяется формой штампов в районе области контакта  $\partial\Omega_u$  после их вдавливания в тело  $\Omega$ . На участке  $\partial\Omega_{st}$  границы  $\partial\Omega$  в упругое тело вдавливаются жесткие штампы, имеющие идеально гладкие основания (трение не учитывается). Принимается, что область контакта является неизменной в процессе деформирования упругого тела. На этом участке считается заданной проекция вектора перемещений на направление внешней нормали к участку  $\partial\Omega_{st}$  (нормальное смещение в области контакта определяется формой подошвы штампа и его осадкой). Касательная составляющая контактных напряжений на этом участке равна нулю. На участке  $\partial\Omega_{kp}$  границы  $\partial\Omega$  рассматриваемое тело соприкасается без зазора с абсолютно твердой и идеально гладкой поверхностью, то есть на тело наложены связи, способные воспринимать только сжимающие усилия в направлении общей нормали к контактирующим участкам, и представляющие



собой односторонние жесткие ограничения. Перемещения упругого тела на границах контакта с такими связями не могут быть произвольными и требуют выполнения *условий непроникания* контактирующих тел друг в друга. Особенностью такой постановки задачи является возможность учёта отрыва упругого тела от жесткой поверхности, что приводит к перераспределению контактных напряжений и, соответственно, к изменению параметров области контакта. На участках  $\partial\Omega_\sigma$ ,  $\partial\Omega_{st}$  и  $\partial\Omega_{kp}$  принята локальная правая система ортов, причем один из ортов направлен по внешней нормали к соответствующему участку. Векторы направляющих косинусов этих ортов обозначим через  $\vec{n}_\sigma$  и  $\vec{\tau}_\sigma$ ,  $\vec{n}_{st}$  и  $\vec{\tau}_{st}$ ,  $\vec{n}_{kp}$  и  $\vec{\tau}_{kp}$ . Матрицы направляющих косинусов обозначим так:

$$\text{для участков } \partial\Omega_\sigma - A_{\partial\Omega(\sigma)}, \partial\Omega_{st} - A_{\partial\Omega(st)}, \partial\Omega_{kp} - A_{\partial\Omega(kp)}.$$

При смешанной постановке плоской задачи теории упругости для описания напряженно-деформированного состояния упругого тела введем векторы напряжений  $\vec{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}\}$  и перемещений  $\vec{u} = \{u_x, u_y\}$ . Введем также две матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} \partial/\partial x & 0 \\ 0 & \partial/\partial y \\ \partial/\partial y & \partial/\partial x \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1/E & -\nu/E & 0 \\ -\nu/E & 1/E & 0 \\ 0 & 0 & 1/G \end{pmatrix},$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Тогда соотношения теории упругости в матричном виде относительно неизвестных компонентов векторов  $\vec{\sigma}$  и  $\vec{u}$  состоят из следующих уравнений: *условия равновесия в области  $\Omega$* ,

$$(A)^T \vec{\sigma} = 0; \quad (1)$$

*связи напряжений с перемещениями*,

$$A\vec{u} - D\vec{\sigma} = 0; \quad (2)$$

*граничных условий на участке  $\partial\Omega_\sigma$* ,

$$(A_{\partial\Omega(\sigma)})^T \vec{\sigma} = \vec{N}_s; \quad (3)$$

*граничных условий на участке  $\partial\Omega_u$* ,

$$\vec{u} = \vec{u}_s; \quad (4)$$

*условий контакта на участке  $\partial\Omega_{st}$* ,

$$(\vec{n}_{st})^T \vec{u} = h_0(x, y); (\vec{\tau}_{st})^T (A_{\partial\Omega(st)})^T \vec{\sigma} = 0, \quad (5)$$

где  $h_0(x, y)$  – функция, описывающая поверхность штампов после вдавливания.

Поскольку было принято, что в процессе вдавливания штампов площадки контакта можно считать неизменными, то добавляются *условия равновесия штампов*. В частности, должно выполняться условие

$$\int_{\partial\Omega_{st}} (\bar{n}_{st})^T (A_{\partial\Omega(st)})^T \bar{\sigma} d\partial\Omega_{st} = P, \quad (6)$$

где  $P$  – сила, прижимающая штамп к упругому телу  $\Omega$ .

Конкретизируем условия контакта тела с односторонними жесткими ограничениями. Идеальная гладкость поверхности  $\partial\Omega_{kp}$  позволяет заключить, что касательная составляющая вектора внешней нагрузки равна нулю, то есть

$$(\bar{\tau}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} = 0. \quad (7)$$

Кроме того, должны выполняться условия в виде неравенств

$$(\bar{n}_{kp})^T \bar{u} \leq 0; (\bar{n}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} \leq 0, \quad (8)$$

причем,

$$\begin{aligned} \text{если } (\bar{n}_{kp})^T \bar{u} = 0, \text{ то } (\bar{n}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} < 0, \text{ а если } (\bar{n}_{kp})^T \bar{u} < 0, \\ \text{то } (\bar{n}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} = 0. \end{aligned}$$

Уравнения (1) – (8) образуют полную систему уравнений рассматриваемой контактной задачи.

Границы контакта  $\partial\Omega_{kp}$  представляем состоящими из участка  $\partial\Omega_k$ , где выполняются условия

$$(\bar{n}_{kp})^T \bar{u} = 0; (\bar{n}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} < 0; (\bar{\tau}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} = 0, \quad (9)$$

и участка  $\partial\Omega_o$ , где выполняются условия

$$(\bar{n}_{kp})^T \bar{u} < 0; (\bar{n}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} = 0; (\bar{\tau}_{kp})^T (A_{\partial\Omega(kp)})^T \bar{\sigma} = 0. \quad (10)$$

Точки, разделяющие области реализации граничных условий в форме равенств и строгих неравенств (9, 10), заранее не известны и определяются в ходе итерационного процесса [1, 3]. На каждом шаге фиксируются предполагаемые области контакта  $\partial\Omega_k$ , и решается смешанная задача с граничными условиями в виде строгих равенств, как поиск точки стационарности функционала Рейсснера [1, 2, 3].

Справедливость сделанных предположений проверяется на основании полученного решения с помощью двух критериев, основанных на независимых аппроксимациях напряжений и перемещений. Так, для решения, полученного на основании заданных априори или установленных на предыдущем шаге итерационного процесса границ контакта, проверяется условие отрицательности контактных напряжений в зоне контакта. Если это условие не выполняется, то границей области контакта на следующем шаге нужно считать точку, в которой наблюдается изменение знака контактных напряжений. С другой стороны, для области, где предполагалось отсутствие контакта, проверяется условие отсутствия взаимного проникновения тел, а границей области в случае невыполнения этого условия считается точка, начиная с которой условия отрыва удовлетворяются. Обычно поиск неизвестных областей контакта осуществляется по одному из приоритетных критериев. Итерационно-

ный процесс завершается, если полученное на последнем шаге решение с допустимой точностью удовлетворяет заданным критериям.

Таким образом, на каждом шаге итерационного процесса функционал Рейсснера имеет вид:

$$\begin{aligned}
 I_R(\bar{u}, \bar{\sigma}) = & \iint_{\Omega} \left[ (\bar{\sigma})^T A \bar{u} - \frac{1}{2} (\bar{\sigma})^T D \bar{\sigma} \right] d\Omega - \int_{\partial\Omega_{\sigma}} (\bar{u})^T \bar{N}_s d\partial\Omega - \\
 & - \int_{\partial\Omega_u} (\bar{u} - \bar{u}_s)^T (A_s)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega - \int_{\partial\Omega_{st}} \left( (\bar{n}_{st})^T \bar{u} - h_0 \right) (\bar{n}_{st})^T \left( A_{\partial\Omega(st)} \right)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega - \\
 & - \int_{\partial\Omega_k} \left( \bar{n}_{kp} \right)^T \bar{u} \left( \bar{n}_{kp} \right)^T \left( A_{\partial\Omega(kp)} \right)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega, \quad (11)
 \end{aligned}$$

а седловая точка функционала определяется из условия его стационарности.

**Структуры решения.** Для численного решения вариационной задачи будем использовать *метод R-функций* и *метод Рунца* [4, 5]. И приведем методику построения структурных формул (структур) для однородного тела произвольной геометрической формы, которые точно удовлетворяют граничным условиям (3) и (4) на  $\partial\Omega_{\sigma}$  и  $\partial\Omega_u$ , условиям контакта (5) на  $\partial\Omega_{st}$  и условиям контакта (9) и (10) соответственно на  $\partial\Omega_k$  и  $\partial\Omega_o$ . Это приведет к тому, что в функционале (11) интегралы

$$\begin{aligned}
 & \int_{\partial\Omega_u} (\bar{u} - \bar{u}_s)^T (A_s)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega, \quad \int_{\partial\Omega_{st}} \left( (\bar{n}_{st})^T \bar{u} - h_0 \right) (\bar{n}_{st})^T \left( A_{\partial\Omega(st)} \right)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega, \\
 & \int_{\partial\Omega_k} \left( \bar{n}_{kp} \right)^T \bar{u} \left( \bar{n}_{kp} \right)^T \left( A_{\partial\Omega(kp)} \right)^T \bar{\sigma} d\partial\Omega
 \end{aligned}$$

будут равны нулю и соответствующая исходная система уравнений упрощается.

Пусть  $\omega = 0$ ,  $\omega_{st} = 0$ ,  $\omega_k = 0$ ,  $\omega_o = 0$  и  $\omega_{\sigma} = 0$ ,  $\omega_u = 0$  ( $\omega > 0$ ,  $\omega_{st} > 0$ ,  $\omega_k > 0$ ,  $\omega_o > 0$ ,  $\omega_{\sigma} > 0$ ,  $\omega_u > 0$  в  $\Omega$ ) – нормализованные до первого порядка уравнения  $\partial\Omega$ ,  $\partial\Omega_{st}$ ,  $\partial\Omega_k$ ,  $\partial\Omega_o$ ,  $\partial\Omega_{\sigma}$ ,  $\partial\Omega_u$ .

Примем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
 (\bar{n}_{st})^T \bar{u} & \equiv u_n^{st}; \quad (\bar{\tau}_{st})^T \bar{u} \equiv u_{\tau}^{st}; \quad (\bar{\tau}_{st})^T \left( A_{\partial\Omega(st)} \right)^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_{\tau}^{st}; \quad (\bar{n}_{st})^T \left( A_{\partial\Omega(st)} \right)^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_n^{st}; \\
 (\bar{\tau}_{kp})^T \left( A_{\partial\Omega(kp)} \right)^T \bar{\sigma} & \equiv \sigma_{\tau}^{kp}; \quad (\bar{n}_{kp})^T \bar{u} \equiv u_n^k; \quad (\bar{\tau}_{kp})^T \bar{u} \equiv u_{\tau}^k; \\
 (\bar{n}_{kp})^T \left( A_{\partial\Omega(kp)} \right)^T \bar{\sigma} & \equiv \sigma_n^k \text{ на } \partial\Omega_k; \quad (\bar{n}_{kp})^T \bar{u} \equiv u_n^o; \quad (\bar{\tau}_{kp})^T \bar{u} \equiv u_{\tau}^o; \\
 (\bar{n}_{kp})^T \left( A_{\partial\Omega(kp)} \right)^T \bar{\sigma} & \equiv \sigma_n^o \text{ на } \partial\Omega_o; \quad (\bar{n}_{\sigma})^T \left( A_{\partial\Omega(\sigma)} \right)^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_n^{\sigma}
 \end{aligned}$$

и  $(\bar{\tau}_{\sigma})^T \left( A_{\partial\Omega(\sigma)} \right)^T \bar{\sigma} \equiv \sigma_{\tau}^{\sigma}$ , а компоненты векторов направляющих косинусов, которые выражаются через производные от соответствующих функций оме-

га, обозначим через:  $l_{st}, m_{st}, l_k, m_k, l_o, m_o, l_\sigma, m_\sigma$ .

Перейдем к построению структур для перемещений. Граничные условия для перемещений формулируются следующим образом:

$$\bar{u} = \bar{u}_s \text{ на } \partial\Omega_u; (\bar{n}_{st})^T \bar{u} (\equiv u_n^{st}) = h_0 \text{ на } \partial\Omega_{st}; (\bar{n}_{kp})^T \bar{u} (\equiv u_n^k) = 0 \text{ на } \partial\Omega_k. \quad (12)$$

Структуры для компонентов вектора перемещений будем искать в виде разложений

$$u_x = \psi_{x1} + \omega\psi_{11}, \quad u_y = \psi_{y1} + \omega\psi_{21},$$

где  $\psi_{x1}, \psi_{y1}, \psi_{11}, \psi_{21}$  – некоторые неопределенные функции.

Из краевых условий (12) видно, что искомые функции  $u_x$  и  $u_y$  известны лишь на участке  $\partial\Omega_u$ , а на участках  $\partial\Omega_{st}, \partial\Omega_k$  известны их нормальные составляющие. Поэтому функции  $\psi_{x1}, \psi_{y1}$  удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} \psi_{x1} = u_{xs}, \quad \psi_{y1} = u_{ys} \text{ на } \partial\Omega_u \text{ и условиям } \psi_{x1} = l_{st}h_0 + m_{st}u_\tau^{st}, \\ \psi_{y1} = m_{st}h_0 - l_{st}u_\tau^{st} \text{ на } \partial\Omega_{st}; \quad \psi_{x1} = m_k u_\tau^k, \quad \psi_{y1} = -l_k u_\tau^k \text{ на } \partial\Omega_k, \end{aligned}$$

где  $u_\tau^k, u_\tau^{st}$  – неопределенные функции.

Применяя формулу «склеивания» [5] к функциям  $\psi_{x1}, \psi_{y1}$ , получаем структуры решения для перемещений в следующем виде:

$$\begin{aligned} u_x = u_{xs} \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_u + \omega_k \omega_{st}} + (l_{st}h_0 + m_{st}u_\tau^{st}) \frac{\omega_u \omega_k}{\omega_{st} + \omega_u \omega_k} + m_k u_\tau^k \frac{\omega_u \omega_{st}}{\omega_k + \omega_u \omega_{st}} + \Psi_{11} \omega_u \omega_k \omega_{st}; \\ u_y = u_{ys} \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_u + \omega_k \omega_{st}} + (m_{st}h_0 - l_{st}u_\tau^{st}) \frac{\omega_u \omega_k}{\omega_{st} + \omega_u \omega_k} - \\ - l_k u_\tau^k \frac{\omega_u \omega_{st}}{\omega_k + \omega_u \omega_{st}} + \Psi_{21} \omega_u \omega_k \omega_{st}. \end{aligned} \quad (13)$$

Если участок  $\partial\Omega_u$  отсутствует, то структуры примут вид:

$$\begin{aligned} u_x = (l_{st}h_0 + m_{st}u_\tau^{st}) \frac{\omega_k}{\omega_{st} + \omega_k} + m_k u_\tau^k \frac{\omega_{st}}{\omega_k + \omega_{st}} + \psi_{11} \omega_k \omega_{st}; \\ u_y = (m_{st}h_0 - l_{st}u_\tau^{st}) \frac{\omega_k}{\omega_{st} + \omega_k} - l_k u_\tau^k \frac{\omega_{st}}{\omega_k + \omega_{st}} + \psi_{21} \omega_k \omega_{st}. \end{aligned} \quad (14)$$

Если отсутствуют участки  $\partial\Omega_u$  и  $\partial\Omega_{st}$ , то структуры примут вид:

$$u_x = m_k u_\tau^k + \psi_{11} \omega_k; \quad u_y = -l_k u_\tau^k + \psi_{21} \omega_k. \quad (15)$$

Далее построим структуры для напряжений; здесь граничные условия формулируются следующим образом:

$$\begin{aligned} (A_s)^T \vec{\sigma} = \vec{N}_s: \quad \sigma_n = \sigma_n^\sigma, \quad \sigma_\tau = \sigma_\tau^\sigma \text{ на } \partial\Omega_\sigma; \quad \sigma_\tau = \sigma_\tau^{st} = 0 \text{ на } \partial\Omega_{st}; \\ \sigma_\tau = \sigma_\tau^{kp} = 0 \text{ на } \partial\Omega_k; \quad \sigma_n = \sigma_n^o = 0, \quad \sigma_\tau = \sigma_\tau^{kp} = 0 \text{ на } \partial\Omega_o, \end{aligned}$$

где  $\sigma_n^\sigma, \sigma_\tau^\sigma$  – заданные функции (нормальные и касательные поверхностные нагрузки).

Структуры для компонентов вектора напряжений будем искать в виде разложений:

$$\sigma_x = \Phi_{x1} + \omega\psi_{31}, \quad \sigma_y = \Phi_{y1} + \omega\psi_{41}, \quad \sigma_{xy} = \Phi_{xy1} + \omega\psi_{51},$$

где  $\Phi_{x1}, \Phi_{y1}, \Phi_{xy1}, \psi_{31}, \psi_{41}, \psi_{51}$  – некоторые неопределенные функции.

Заметим, что

$$\Phi_{x1} = (l_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma - 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (m_\sigma)^2 \Phi_\sigma, \quad \Phi_{y1} = (m_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma + 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (l_\sigma)^2 \Phi_\sigma,$$

$$\Phi_{xy1} = l_\sigma m_\sigma \sigma_n^\sigma + \left( (l_\sigma)^2 - (m_\sigma)^2 \right) \sigma_\tau^\sigma - l_\sigma m_\sigma \Phi_\sigma \text{ на } \partial\Omega_\sigma;$$

$$\Phi_{x1} = (l_{st})^2 \sigma_n^{st} + (m_{st})^2 \Phi_{st}, \quad \Phi_{y1} = (m_{st})^2 \sigma_n^{st} + (l_{st})^2 \Phi_{st},$$

$$\Phi_{xy1} = l_{st} m_{st} \sigma_n^{st} - l_{st} m_{st} \Phi_{st} \text{ на } \partial\Omega_{st}; \quad \Phi_{x1} = (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k,$$

$$\Phi_{y1} = (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k, \quad \Phi_{xy1} = l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \text{ на } \partial\Omega_k$$

$$\text{и } \Phi_{x1} = (m_o)^2 \Phi_o, \quad \Phi_{y1} = (l_o)^2 \Phi_o, \quad \Phi_{xy1} = -l_o m_o \Phi_o \text{ на } \partial\Omega_o.$$

Применяя формулу «склеивания» к функциям  $\Phi_{x1}, \Phi_{y1}, \Phi_{xy1}$ , получаем (универсальные, самые общие структуры) решения для напряжений в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_x = & \left[ (l_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma - 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (m_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o \omega_{st}} + \\ & + \left[ (l_{st})^2 \sigma_n^{st} + (m_{st})^2 \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k \omega_o}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k \omega_o} + \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st} \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st} \omega_o} + \\ & + (m_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_\sigma \omega_{st} \omega_k}{\omega_o + \omega_\sigma \omega_{st} \omega_k} + \psi_{31} \omega_\sigma \omega_{st} \omega_k \omega_o; \\ \sigma_y = & \left[ (m_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma + 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (l_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o \omega_{st}} + \\ & + \left[ (m_{st})^2 \sigma_n^{st} + (l_{st})^2 \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k \omega_o}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k \omega_o} + \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st} \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st} \omega_o} + \\ & + (l_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_\sigma \omega_{st} \omega_k}{\omega_o + \omega_\sigma \omega_{st} \omega_k} + \psi_{41} \omega_\sigma \omega_{st} \omega_k \omega_o; \\ \sigma_{xy} = & \left[ l_\sigma m_\sigma \sigma_n^\sigma + \left( (l_\sigma)^2 - (m_\sigma)^2 \right) \sigma_\tau^\sigma - l_\sigma m_\sigma \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o \omega_{st}} + \\ & + \left[ l_{st} m_{st} \sigma_n^{st} - l_{st} m_{st} \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k \omega_o}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k \omega_o} + \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st} \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st} \omega_o} - \\ & - l_o m_o \Phi_o + \psi_{51} \omega_\sigma \omega_{st} \omega_k \omega_o. \end{aligned} \quad (16)$$

Если нет участков отрыва, то общие структуры имеют вид:

$$\sigma_x = \left[ (l_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma - 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (m_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_{st}} +$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ (l_{st})^2 \sigma_n^{st} + (m_{st})^2 \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k} + \\
& + \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st}}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st}} + \psi_{31} \omega_k \omega_\sigma \omega_{st}; \\
\sigma_y = & \left[ (m_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma + 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (l_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_{st}} + \\
& + \left[ (m_{st})^2 \sigma_n^{st} + (l_{st})^2 \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k} + \\
& + \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st}}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st}} + \psi_{41} \omega_k \omega_\sigma \omega_{st}; \\
\sigma_{xy} = & \left[ l_\sigma m_\sigma \sigma_n^\sigma + \left( (l_\sigma)^2 - (m_\sigma)^2 \right) \sigma_\tau^\sigma - l_\sigma m_\sigma \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_{st}} + \\
& + \left[ l_{st} m_{st} \sigma_n^{st} - l_{st} m_{st} \Phi_{st} \right] \frac{\omega_\sigma \omega_k}{\omega_{st} + \omega_\sigma \omega_k} + \\
& + \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_{st}}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_{st}} + \psi_{51} \omega_k \omega_\sigma \omega_{st}. \tag{17}
\end{aligned}$$

Если отсутствует участок  $\partial\Omega_{st}$ , то

$$\begin{aligned}
\sigma_x = & \left[ (l_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma - 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (m_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o} + \\
& + \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_o} + \\
& + (m_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_\sigma \omega_k}{\omega_o + \omega_\sigma \omega_k} + \psi_{31} \omega_\sigma \omega_k \omega_o; \\
\sigma_y = & \left[ (m_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma + 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (l_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o} + \\
& + \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_o} + \\
& + (l_o)^2 \Phi_o \frac{\omega_\sigma \omega_k}{\omega_o + \omega_\sigma \omega_k} + \psi_{41} \omega_\sigma \omega_k \omega_o; \\
\sigma_{xy} = & \left[ l_\sigma m_\sigma \sigma_n^\sigma + \left( (l_\sigma)^2 - (m_\sigma)^2 \right) \sigma_\tau^\sigma - l_\sigma m_\sigma \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k \omega_o}{\omega_\sigma + \omega_k \omega_o} + \\
& + \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma \omega_o}{\omega_k + \omega_\sigma \omega_o} - \\
& - l_o m_o \Phi_o + \psi_{61} \omega_\sigma \omega_k \omega_o. \tag{18}
\end{aligned}$$

Если нет участков отрыва и участка  $\partial\Omega_{st}$ , то структуры приобретают

ВИД

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \left[ (l_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma - 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (m_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \\
 &+ \left[ (l_k)^2 \sigma_n^k + (m_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma}{\omega_k + \omega_\sigma} + \psi_{31} \omega_\sigma \omega_k; \\
 \sigma_y &= \left[ (m_\sigma)^2 \sigma_n^\sigma + 2l_\sigma m_\sigma \sigma_\tau^\sigma + (l_\sigma)^2 \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \\
 &+ \left[ (m_k)^2 \sigma_n^k + (l_k)^2 \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma}{\omega_k + \omega_\sigma} + \psi_{41} \omega_\sigma \omega_k; \\
 \sigma_{xy} &= \left[ l_\sigma m_\sigma \sigma_n^\sigma + \left( (l_\sigma)^2 - (m_\sigma)^2 \right) \sigma_\tau^\sigma - l_\sigma m_\sigma \Phi_\sigma \right] \frac{\omega_k}{\omega_\sigma + \omega_k} + \\
 &+ \left[ l_k m_k \sigma_n^k - l_k m_k \Phi_k \right] \frac{\omega_\sigma}{\omega_k + \omega_\sigma} + \psi_{61} \omega_\sigma \omega_k; \tag{19}
 \end{aligned}$$

где  $u_\tau^k$ ,  $u_\tau^{st}$ ,  $\psi_{11}$ ,  $\psi_{21}$ ,  $\Phi_\sigma$ ,  $\sigma_n^{st}$ ,  $\Phi_{st}$ ,  $\sigma_n^k$ ,  $\Phi_k$ ,  $\Phi_o$ ,  $\psi_{31}$ ,  $\psi_{41}$ ,  $\psi_{51}$  – неопределенные компоненты структур решения.

Использованные неопределенные компоненты представляются линейными комбинациями некоторых полных систем функций и ищутся по методу Ритца из условия стационарности функционала Рейсснера.

**Результаты численного исследования.** Одну из реализаций предложенной методики проиллюстрируем на следующей задаче. Рассмотрим упругую трапецию ( $\Omega$ ) в системе координат  $Oxy$ , с границей  $\partial\Omega = \partial\Omega_{st} \cup \partial\Omega_\sigma \cup \cup \partial\Omega_{kp}$  (рис. 1).

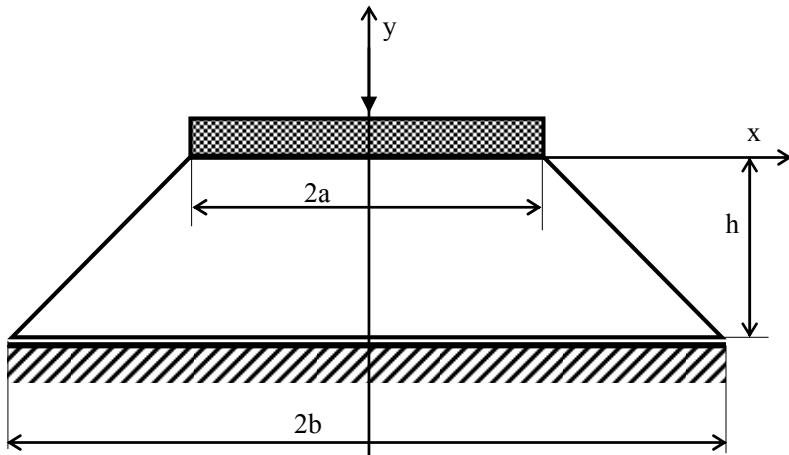


Рис. 1 – Тело, опирающееся на жесткое основание и нагруженное штампом.

Как видно из рисунка, нижнее основание трапеции ( $\partial\Omega_{kp}$ ) опирается на абсолютно жесткое идеально гладкое основание. В среднюю часть ( $\partial\Omega_{st}$ ) верхнего основания в трапецию вдавливаются жесткий штамп с прямолинейным основанием без учета трения. По верхнему основанию ( $\partial\Omega_{st}$ ) трапеция сжимается жестким штампом с прямолинейным основанием без учета трения. Боковые стороны ( $\partial\Omega^\sigma$ ) свободны. Остальные участки  $\partial\Omega^\sigma$  границы свободны.

Контактную поверхность  $\partial\Omega_k$  будем считать состоящей из  $n$  участков, для каждого из которых заданы координата центра  $d_{mi}$  и полуширина  $L_{ki}$ ,  $i = \overline{1, n}$ . Введем следующие опорные области:

$$\Omega_1 = \left[ f_1 = \frac{(h/2)^2 - (y+h/2)^2}{h} \geq 0 \right]; \quad \Omega_2 = [f_2 = -y \geq 0]; \quad \Omega_3 = [f_3 = y+h \geq 0];$$

$$\Omega_{bi} = \left[ f_{bi} = \frac{L_{ki}^2 - (x-d_{mi})^2}{2L_{ki}} \geq 0 \right]; \quad \Omega_{mi} = \left[ f_{mi} = \frac{(x-d_{mi})^2 - L_{ki}^2}{2L_{ki}} \geq 0 \right],$$

если  $d_{mi} \geq 0$  и

$$\Omega_{bi} = \left[ f_{bi} = \frac{L_{ki}^2 - (x+d_{mi})^2}{2L_{ki}} \geq 0 \right]; \quad \Omega_{mi} = \left[ f_{mi} = \frac{(x+d_{mi})^2 - L_{ki}^2}{2L_{ki}} \geq 0 \right],$$

если  $d_{mi} \leq 0$ .

Введем также опорные области

$$\Omega_4 = \left[ f_4 = \frac{-xh + y(a-b) + ha}{\sqrt{(a-b)^2 + h^2}} \geq 0 \right]; \quad \Omega_5 = \left[ f_5 = \frac{xh - y(b-a) + ha}{\sqrt{(b-a)^2 + h^2}} \geq 0 \right];$$

$$\Omega_6 = \left[ f_6 = \frac{x^2 - l^2}{2l} \geq 0 \right]; \quad \Omega_7 = \left[ f_7 = \frac{l^2 - x^2}{2l} \geq 0 \right],$$

где  $l$  – полуширина участка контакта под штампом.

На первом шаге итерационного процесса принимаем, что область контакта  $\partial\Omega_k$  состоит из одного участка и равна длине основания упругого тела, то есть  $i = 1$ ,  $2L_{k1} = 2b$ . Для решения задачи на первом шаге будем использовать структурные формулы (14), (17) в которых принято

$$l_{st} = 0; \quad m_{st} = 1; \quad l_k = 0; \quad m_k = -1; \quad u_\tau^{st} \frac{\omega_k}{\omega_{st} + \omega_k} - u_\tau^k \frac{\omega_{st}}{\omega_k + \omega_{st}} + \psi_{11} \omega_k \omega_{st} \equiv \Phi_1;$$

$$\psi_{21} \equiv \Phi_2; \quad \sigma_n^\sigma = 0; \quad \sigma_\tau^\sigma = 0; \quad \Phi_\sigma \equiv \Phi_3,$$



$$\Phi_{st} \frac{\omega_{\sigma} \omega_k}{\omega_{st} + \omega_{\sigma} \omega_k} + \Phi_k \frac{\omega_{\sigma} \omega_{st}}{\omega_k + \omega_{\sigma} \omega_{st}} + \Psi_{31} \omega_k \omega_{\sigma} \omega_{st} \equiv \Phi_4 \omega_{\sigma};$$

$$\sigma_n^{st} \frac{\omega_{\sigma} \omega_k}{\omega_{st} + \omega_{\sigma} \omega_k} + \sigma_n^k \frac{\omega_{\sigma} \omega_{st}}{\omega_k + \omega_{\sigma} \omega_{st}} + \Psi_{41} \omega_k \omega_{\sigma} \omega_{st} \equiv \Phi_5 \omega_{\sigma}; \Psi_{51} \omega_k \omega_{\sigma} \omega_{st} \equiv \Phi_6 \omega.$$

В результате они будут иметь вид:

$$u_x = \Phi_1; u_y = \frac{h_0 \omega_k}{\omega_{st} + \omega_k} + \Phi_2 \omega_k \omega_{st}; \sigma_x = (m_{\sigma})^2 \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_4 \omega_{\sigma};$$

$$\sigma_y = (l_{\sigma})^2 \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_5 \omega_{\sigma}; \sigma_{xy} = -l_{\sigma} m_{\sigma} \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma} + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_6 \omega.$$

Запишем с помощью R-операций [5, 6], входящие в структуры функции  $\omega_{\sigma}$ ,  $\omega_{st}$ ,  $\omega_k$ ,  $\omega$  следующим образом:

$$\omega_k = f_3; \omega_{\sigma} = f_4 \wedge_0 f_5; \omega_{\sigma} = (f_2 \vee_0 f_7) \wedge_0 (f_4 \wedge_0 f_5); \omega_{st} = f_2; \omega_{st} = f_2 \vee_0 f_6,$$

$$\omega = (f_4 \wedge_0 f_5) \wedge_0 f_1.$$

На последующих шагах итерационного процесса, после установления текущих областей контакта  $\partial\Omega_k$  и отрыва  $\partial\Omega_{\sigma}$ , принимаем:

$$\omega_k = f_3 \vee_0 \left( \wedge_{i=1}^n f_{mi} \right); \omega_{\sigma}^* = \omega_0 \wedge_0 \omega_{\sigma} = \left[ f_3 \vee_0 \left( \wedge_{i=1}^n f_{bi} \right) \right] \wedge_0 [f_4 \wedge_0 f_5];$$

$$\omega_{\sigma}^* = \omega_0 \wedge_0 \omega_{\sigma} = \left[ f_3 \vee_0 \left( \wedge_{i=1}^n f_{bi} \right) \right] \wedge_0 [(f_4 \wedge_0 f_5) \wedge_0 (f_7 \vee_0 f_2)].$$

Структурные формулы для перемещений останутся прежними. Поскольку предполагается наличие областей отрыва, то в качестве структур для напряжений будем использовать структурные формулы (16), в которых принимались те же обозначения, что и в структурах (17), а так же, что  $\Phi^0 = 0$ . Таким образом, они примут следующий вид:

$$\sigma_x = (m_{\sigma}^*)^2 \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma}^* + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_4 \omega_{\sigma}^*, \sigma_y = (l_{\sigma})^2 \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma}^* + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_5 \omega_{\sigma}^*,$$

$$\sigma_{xy} = -l_{\sigma} m_{\sigma} \Phi_3 \frac{\omega_k \omega_{st}}{\omega_{\sigma}^* + \omega_k \omega_{st}} + \Phi_6 \omega_{\sigma}^* \omega_{st} \omega_k (\omega).$$

Для аппроксимации неопределенных компонент структур  $\Phi_i$ ,  $i = \overline{1,6}$  использовались полиномы Чебышева. Расчеты проводились при следующих значениях физических и геометрических параметров:

$$E = 2 \cdot 10^6 \text{ кГ/см}^2, G = 0.77 \cdot 10^6, \nu = 0.3, a = 5 \text{ см}, h = 10 \text{ см},$$

$$b = 15 \text{ см}, h_0 = -8 \cdot 10^{-2} \text{ см}.$$

Окончательное решение выбрано из некоторой совокупности решений, отличающихся количеством базисных функций в аппроксимациях напряжений и перемещений, наиболее точно удовлетворяющее условиям (9) и (10), а также общим критериям [4]. При определении границы области контакта для выполнения локальных критериев с удовлетворительной точностью потребо-

валось 5 итераций. При этом критерии точности в определении точки границы контакта по напряжениям и перемещениям были выполнены с относительной погрешностью, не превышающей 2%.

Установлено что контактная поверхность состоит из одного участка с центром  $d_{m1} = 0$  и полушириной  $L_{k1} = 13.18$  см. Значения интегралов  $I_1$  и  $I_2$  оказались равными, соответственно,  $0.435 \cdot 10^4$  и  $0.433 \cdot 10^4$  с относительной погрешностью 0.46%. Выполнение условий равновесия проверялось в ряде сечений по высоте тела. Значения соответствующих интегралов приведены в таблице.

Таблица – Значения интегралов по условиям равновесия

у, см	0	-2	-4	-6	-8	-10
Значение интеграла	$0.226 \cdot 10^6$	$0.234 \cdot 10^6$	$0.228 \cdot 10^6$	$0.226 \cdot 10^6$	$0.235 \cdot 10^6$	$0.237 \cdot 10^6$

Здесь значение интеграла в сечении  $y = 0$  равно значению нагрузки, передаваемой со стороны штампа на трапецию. Как видно из таблицы различия не превышают 1.4%.

**Выводы:** Приведено систематизированное описание общей методики постановки и решения плоской задачи теории упругости на основе использования метода R-функций и функционала Рейсснера. Возможность независимой аппроксимации перемещений и напряжений и простота построения структур решений является ее существенным преимуществом. Объектами исследования являются однородные тела произвольной геометрической формы с известными и неизвестными заранее областями контакта.

Приведены структуры решений для различных граничных условий, допускающие конкретизацию и модификацию в зависимости от специфики задачи.

Одна из реализаций методики проиллюстрирована на конкретной задаче. Достоверность и точность результатов подтверждается выполнением предложенных критериев.

**Список литературы:** 1. Тарсис Е.Ю. Решение односторонних контактных задач теории упругости вариационно-структурным методом для смешанного функционала Рейсснера. Динамика и прочность машин. – Харьков: ХГПУ. – 2000. – Вып. 57. – С. 16 – 23. 2. Тарсис Е.Ю. Контактная задача для плоского тела с односторонними жесткими ограничениями // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ», 2001. – №6 – С. 251 – 255. 3. Рвачев В.Л., Тарсис Е.Ю. Вариационно-структурный метод для решения задач теории упругости на основе функционала Рейсснера // Вісник Інженерної академії України. – Київ, 2001. – №3 – С. 17 – 20. 4. Тарсис Е.Ю. Исследование эффективности вариационно-структурного метода для функционала Рейсснера в смешанных задачах теории упругости // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. – Харьков: ХГПУ, 1999. – Вып. 29. – С. 34 – 42. 5. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, – 1982. – 552 с. 6. Рвачев В.Л., Синькоп Н.С. Метод R-функций в задачах теории упругости и пластичности. – Киев: Наук. думка, – 1990. – 216 с.

**Bibliography (transliterated):** 1. Tarsis, E. Ju. "Reshenie odnostoronnykh kontaktnykh zadach teorii uprugosti variacionno-strukturnym metodom dlja smeshannogo funkcionala Rejsnsnera." *Dinamika i*

*prochnost' mashin*. No. 57. Kharkov: KhGPU, 2000. 16–23. Print. 2. Tarsis, E. Ju. "Kontaktная zadacha dlja ploskogo tela s odnostoronnimi zhestkimi ogranichenijami." *Vestnik NTU «KhPI»*. No. 6. Kharkov: NTU «KhPI», 2001. 251–255. Print. 3. Rvachev, V. L., and E. Ju. Tarsis "Variacionno-strukturnyj metod dlja reshenija zadach teorii uprugosti na osnove funkcionala Rejssnera." *Visnik Inzhenernoi akademii Ukraini*. No. 3. Kiïv, 2001. 17–20. Print. 4. Tarsis, E. Ju. "Issledovanie jeffektivnosti variacionno-strukturnogo metoda dlja funkcionala Rejssnera v smeshannyh zadachah teorii uprugosti." *Vestnik Har'kovskogo gosudarstvennogo politehnicheskogo universiteta*. No. 29. Kharkov: KhGPU, 1999. 34–42. Print. 5. Rvachev, V. L. *Teorija R-funkcij i nekotorye ee prilozhenija*. Kiev: Nauk. dumka, 1982. Print. 6. Rvachev, V. L., and N. S. Sinekop. *Metod R-funkcij v zadachah teorii uprugosti i plastichnosti*. Kiev: Nauk. dumka, 1990. Print.

*Поступила (received) 31.03.2014*

УДК 532.57:519.63

**Н.С. ТИМОШЕНКО**, аспирант ДонНУ, Донецк;

**А.Н. СЕМКО**, д-р. техн. наук, проф., ДонНУ, Донецк

## ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВЫТЯЖНОГО ГАЗОХОДА ДЛЯ ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

Выполнено исследование модели кольцевого вытяжного газохода с равномерным всасыванием газа, представляющего собой часть системы аспирации дуговой сталеплавильной печи. Разработана инженерная методика расчета параметров газохода. Предложенная конструкция газохода обеспечивает равномерное всасывание газа по всей длине, что при использовании его в системе аспирации ДСП будет способствовать снижению и локализации пылегазовых выбросов. Сравнение результатов расчетов по инженерной методике и численного решения в пакете прикладных программ с результатами экспериментов на модели линейного вытяжного газохода, показало хорошее совпадение.

**Ключевые слова:** сталеплавильная печь, модель газохода, аспирация, теория вентиляции, визуализация потока.

**Введение.** При выплавке стали в дуговых сталеплавильных печах (ДСП) выделяется большое количество запыленных технологических газов, которые надо отводить из печи и утилизировать. Средний выход газа из печи составляет  $200 - 300 \text{ м}^3$  на 1 тонну производимой стали. Запыленность газа составляет от 10 до  $50 \text{ г/м}^3$ . Как показывают исследования [1 – 3] с пылегазовыми выбросами теряется в среднем 15% вводимой энергии и до 2,5% металлошихты в виде плавильной пыли. С целью повышения энергоэффективности производства стали в ДСП и снижению количества неорганизованных выбросов представляется актуальным оптимизировать систему газоудаления. Оптимальная конструкция и правильно организованная работа вытяжного газохода позволит минимизировать неорганизованные выбросы и снизить вынос материалов из печи в виде плавильной пыли.

© Н. С. Тимошенко, А. Н. Семко, 2014

**Состояние вопроса.** Традиционно аспирация пылегазовой среды из рабочего пространства ДСП производится через газоотводящий патрубок (рис.1, а). В работе [4] авторами была предложена новая конструкция системы аспирации ДСП, представляющая собой кольцевой газоход со щелями переменной площади, установленный в верхней камере свода печи (рис.1, б). Такие конструктивные особенности газохода обеспечивают повышение гидравлического сопротивления в зоне газоотводящего патрубка и снижение его по определенному закону к противоположной стороне вытяжного газохода. Всасывание пылегазового потока равномерно через все щели вытяжного газохода создает в рабочем пространстве печи газодинамическую ситуацию со значительно меньшей средней скоростью потока, что способствует уменьшению интенсивности выноса плавильной пыли из печи. Такую систему газотудаения назвали *системой распределенной аспирации*.

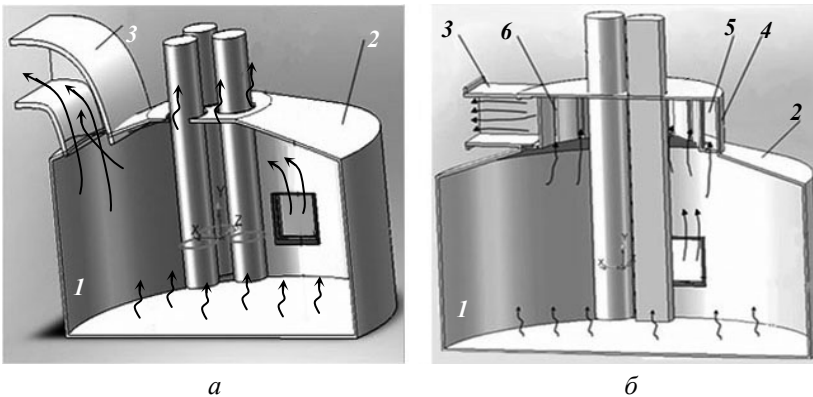


Рис. 1 – Схемы традиционной а и распределенной б систем аспирации ДСП: 1 – корпус печи, 2 – свод, 3 – газоотводящий патрубок, 4 – верхняя камера, 5 – кольцевой газоход, 6 – щели переменной площади в кольцевом газоходе, стрелками показано направление движения пылегазовой среды.

Для проверки возможности реализации равномерного притока газа в такой конструкции, была разработана математическая модель линейного вытяжного газохода со щелями переменной площади. Методика расчета газохода строится в рамках традиционной *теории вентиляции* и позволяет получить размеры щелей, обеспечивающих равномерный расход газа [5]. Было показано хорошее совпадение результатов расчетов параметров газохода по разработанной методике с результатами экспериментов и численного моделирования. На основе проведенных исследований сделан вывод о возможности реализации идеи вытяжного газохода со щелями переменной площади для замедления и обеспечения равномерности потока. Однако, по-прежнему представляет интерес получить решение данной задачи для кольцевого газохода, которое было бы максимально приближено к реальным условиям системы аспирации дуговых печей.

**Постановка задачи.** Для проверки эффективности предложенной системы распределенной аспирации пылегазовой среды из рабочего пространства ДСП, необходимо выполнить численное решение задачи всасывания воздуха кольцевым вытяжным газоходом со щелями переменной площади и сравнить полученные результаты с уже имеющимися результатами эксперимента и численным решением для линейного газохода. Таким образом, задача состоит в исследовании модели кольцевого вытяжного газохода, что подразумевает формулировку математической модели равномерного всасывания газа, разработку инженерной методики расчета параметров вытяжного газохода, выполнение численного решения при помощи пакета прикладных программ и сравнение результатов с полученными ранее экспериментальными данными.

На рис. 2 схематично представлена предложенная в работе [4] система аспирации ДСП, которая устанавливается в верхней камере свода. Она выполнена в виде кольцевого газохода 1, соединенного с газоотводящим патрубком 2. Кольцевой газоход имеет постоянное поперечное сечение, высоту  $b$ , наружный радиус  $R_1$  и внутренний радиус  $R_2$ . По внутренней поверхности кольца расположены щели переменной площади 3, через которые происходит приток технологических пылегазовых выбросов под действием разрежения, создаваемого в кольцевой камере дымососом. Скорость потока в газоотводящем патрубке обозначим  $w_k$ . Площади щелей возрастают по определенному закону по мере удаления от патрубка таким образом, чтобы расход через каждую щель был одинаковым.

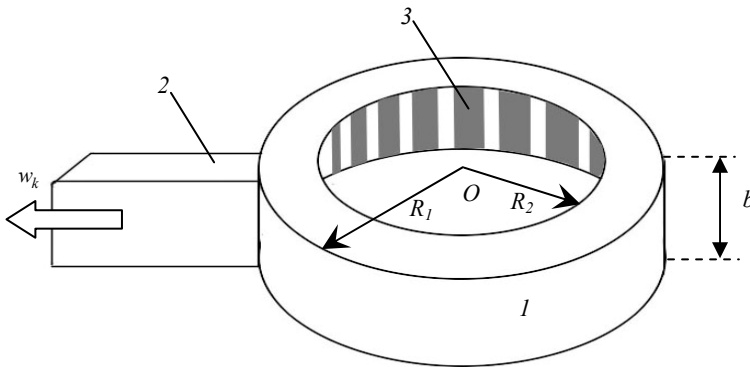


Рис. 2 – Схема кольцевого вытяжного газохода постоянного поперечного сечения.

Ввиду симметричности задачи относительно оси патрубка, будем рассматривать половину газохода, а именно – полукольцо длиной  $L$ , ограниченное с одной стороны сечением  $B$ , где происходит слияние потоков, а с другой стороны – сечением  $A$ , где потоки разделяются (рис. 3). Площадь

щелей увеличивается по определенному закону от сечения  $B$ , находящегося в области установки патрубка к сечению  $A$ , находящемуся под углом 180 градусов от газоотводящего патрубка. Очевидно, что внутри кольца движение газа будет происходить двумя встречными потоками.

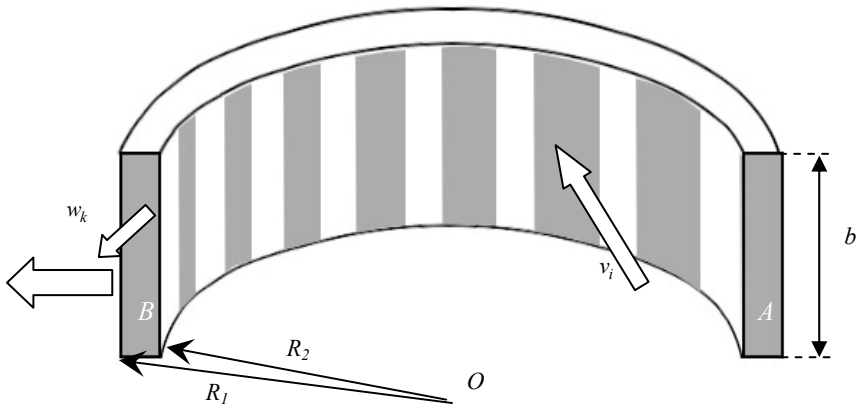


Рис. 3 – Полукольцо газохода в осесимметричной постановке задачи.

Задача инженерной методики состоит в определении всасывающей площади щелей кольцевого газохода в зависимости от угловой координаты положения щели относительно газоотводящего патрубка. При этом следует учитывать изменение гидравлического сопротивления движения газового потока от места притока из рабочего пространства печи до выхода из газохода в газоотводящий патрубок.

**Математическая модель.** Модель кольцевого вытяжного газохода постоянного поперечного сечения, обеспечивающего равномерное всасывание газа, строится в рамках теории вентиляции. При решении задачи принимаются следующие допущения:

- течение является двумерным (это возможно благодаря геометрическим размерам газохода ( $L \gg b \gg (R_1 - R_2)$ ));
- поля скоростей в поперечных сечениях газохода равномерны;
- коэффициенты расхода и сопротивления трения по длине газохода постоянные;
- плотность и температура газа в газоходе постоянные;
- всасывание воздуха происходит только под действием разряжения.

Расход газа на выходе из газоотводящего патрубка определяется соотношением  $Q = w_k F_k$ , где  $w_k$  – средняя скорость газа в выходном патрубке;  $F_k$  – площадь поперечного сечения патрубка.

Рассмотрим половину газохода – полукольцо, на внутренней поверхно-

сти которого расположено  $N$  щелей переменной площади. Участок газохода между серединами двух соседних щелей составляет отдельную секцию. Секундный объем газа (расход газа), поступающего в газоход через щель, определяется по формуле:

$$\delta Q = v_i \sigma_i, \quad (1)$$

где  $\sigma_i$  – площадь щели;  $v_i$  – средняя скорость прихода газа в щели, зависящая от разрежения на выходе из патрубка и связанная со статическим давлением  $p_i$  в секции *уравнением Бернулли*

$$p_i = p_n - (\rho v_i^2) / (2\mu^2). \quad (2)$$

Здесь  $\mu$  – коэффициент расхода;  $\rho$  – плотность газа;  $p_n$  – давление газа снаружи газохода, равное давлению в своде печи.

Расход газа  $Q_i$  через поперечное сечение кольцевого газохода в секции под номером  $i$  определяется выражением

$$Q_i = w_i \cdot F = i \delta Q, \quad (3)$$

где  $w_i$  – средняя продольная скорость движения газа внутри газохода в данной секции;  $F = (R_1 - R_2)b$  – площадь поперечного сечения газохода;  $i$  – номер секции и щели.

Запишем уравнение Бернулли для двух сечений  $i$  и  $i+1$ , расположенных посередине между двумя соседними щелями:

$$p_i + \frac{\rho w_i^2}{2} = p_{i+1} + \frac{\rho w_{i+1}^2}{2} + \delta p_{i+1/2}, \quad (4)$$

где  $\delta p_{i+1/2}$  – потери давления при движении потока на этом участке.

Потери давления складываются из потерь на трение

$$\delta p_{mp_{i+1/2}} = \lambda \frac{S_{\text{бок}}}{4F} \frac{\rho w_i^2}{2}$$

и потерь при повороте потока на угол  $\alpha$

$$\delta p_{\alpha_i} = \zeta_{\alpha} \frac{\rho w_i^2}{2}.$$

Здесь  $S_{\text{бок}}$  – площадь боковой поверхности секции;  $\lambda$  – коэффициент сопротивления трения,  $\zeta_{\alpha}$  – коэффициент местного сопротивления, значение которого берется в зависимости от угла поворота из справочника. Таким образом, потери давления определяются выражением:

$$\delta p_{i+1/2} = \frac{\rho w_i^2}{2} \left( \frac{\lambda S_{\text{бок}}}{4F} + \zeta_{\alpha} \right). \quad (5)$$

После подстановки выражений (1), (2), (3) и (5) в (4) и преобразований получим соотношение для определения площади щелей полукольца газохода:

$$\sigma_{i+1} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{1 + (\mu^2 \sigma_i^2) / F^2 (2i + 1 + i^2 (\lambda S_{\text{бок}} / 4F + \zeta_{\alpha}))}}, \quad (6)$$

Зная площади щелей и расход газа в каждой щели (изначально задан

одинаковый), можно найти из формулы (1) среднюю скорость притока газа для каждой щели:

$$v_i = \frac{\delta Q}{\sigma_i} . \quad (7)$$

В работах [6, 7] описана методика расчета параметров линейного газохода. Пользуясь представленной выше методикой, рассчитаем параметры кольцевого газохода, и сравним результаты расчетов с результатами, полученными для линейного газохода.

**Инженерный расчет.** Расчет проводится при следующих параметрах.

- Рассматривается полукольцевой газоход, длиной 1 м, высотой 0,25 м и толщиной 0,05 м, с четырьмя щелями переменной ширины.
- Средняя скорость газа на выходе из газохода  $w_k = 11$  м/с (исходя из рабочих условий в ДСП). Зная площадь поперечного сечения полукольца  $F$ , находим расход, который должен быть обеспечен на выходе из газохода. Поделив этот расход,  $Q_k$  на количество щелей газохода ( $N = 4$ ), получим, каким должен быть расход через каждую щель  $\delta Q$ .
- Пусть ширина первой, самой широкой щели равна 0,02 м. Тогда ее площадь  $\sigma_1 = 0,005 \text{ м}^2$ .
- Площадь поперечного сечения газохода составляет  $F = 0,0125 \text{ м}^2$ .
- Коэффициент расхода  $\mu$  зависит от числа Рейнольдса и определяется по эмпирической формуле:  $\mu = a + B / \sqrt{\text{Re}}$  (где  $a = 0,58 \div 0,59$ ,  $B = 0,89$  при  $\text{Re} \approx 10^5$  – для данного течения) и составляет 0,582.
- Коэффициент сопротивления трения  $\lambda$  определяется из эмпирической зависимости  $\lambda = 0,0032 + 0,221 / \text{Re}^{0,237}$  и составляет 0,018.
- Площадь боковой поверхности между выделенными сечениями составляет  $0,15 \text{ м}^2$ .

Таблица 1 – Исходные параметры газохода

Параметры газохода	$L$ , м	$a$ , м	$h$ , м	$F$ , м <sup>2</sup>	$N$	$w_k$ , м/с	$Q_k$ , м <sup>3</sup> /с	$\delta Q$ , м <sup>3</sup> /с
	1	0,05	0,25	0,0125	4	11	0,138	0,034

Подставляя эти данные в формулу (6), получаем размеры щелей, которые обеспечивают равномерный приток воздуха в кольцевой газоход. Затем по формуле (7) определяем, с какой средней скоростью воздух поступает в каждую из щелей.

В табл. 1 и 2 представлены исходные параметры и результаты расчета. Именно при таких параметрах всасывание газа моделируемым газоходом будет равномерным.



Таблица 2 – Результаты расчета по щелям газохода

Номер щели \ Параметры щелей	ширина $l_i$ , м	высота $h$ , м	Средняя скорость в щели $v_i$ , м/с
1	0,02	0,25	6,87
2	0,018	0,25	7,41
3	0,016	0,25	8,26
4	0,014	0,25	9,35

Результаты расчетов для кольцевого газохода совпадают с аналогичными расчетами для линейного газохода с точностью до сотых долей. Таким образом, можно считать, что при одинаковых геометрических размерах полукольцевого и линейного газохода, а также наличии в каждом из них четырех щелей, площади этих щелей, обеспечивающие равномерный приток газа, будут одинаковы. Это дает возможность сравнивать результаты эксперимента и моделирования, полученные для модели линейного газохода с результатами моделирования кольцевого газохода.

**Компьютерное моделирование газохода.** Было проведено компьютерное моделирование движения газа в газоходе при помощи пакета прикладных программ. Течение газа описывалось уравнениями Навье-Стокса. По результатам расчетов определены поля скоростей и давлений, найдены средние скорости в щелях и поперечных сечениях газохода, проверена равномерность расхода газа через щели.

При численном моделировании течения газа в газоходе сделаны следующие допущения:

- в виду симметрии рассматривается только половина газохода;
- течение газа в газоходе предполагается стационарным и двумерным;
- рабочим газом является воздух, который считается вязким и несжимаемым, а течение изотермическим;
- движение происходит только под действием перепада давлений;
- давление наружного воздуха равно атмосферному  $P_a$ , а на выходе газохода создается равномерное по сечению разрежение  $\Delta P = 200$  Па;
- течение газа турбулентное.

Расчеты проведены для модели газохода со следующими параметрами:

- длина и ширина газохода:  $L = 1$  м и  $a = 0,05$  м;
- на внутренней поверхности газохода расположено 4 щели, ширина которых убывает по мере приближения к выходному сечению и составляет: 20 мм, 18 мм, 16 мм и 14 мм соответственно;
- толщина стенок газохода равна 2 мм (десятая часть самой широкой щели);
- рабочим газом является воздух с параметрами при температуре  $22^\circ\text{C}$

( $\rho = 1,2 \text{ кг/м}^3$  – плотность;  $\eta = 1,72 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$  – вязкость);

Расчеты проводятся в пакете COMSOL Multiphysics в рамках  $k-\varepsilon$  модели турбулентности. В принятой постановке движение газа в газоходе описывается следующими уравнениями [8, 9]:

уравнение Навье-Стокса:

$$\rho(\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = \nabla \cdot [-p\vec{I} + (\eta + \eta_T)(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T)] + \vec{F};$$

уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0;$$

уравнения  $k-\varepsilon$  модели турбулентности:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} - \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_k} \right) \cdot \nabla k \right] + \rho U \cdot \nabla k = \frac{1}{2} \eta_T \left( \nabla U + (\nabla U)^T \right)^2 - \rho \varepsilon;$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \cdot \nabla \varepsilon \right] + \rho U \cdot \nabla \varepsilon = \frac{1}{2} C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \eta_T \left( \nabla U + (\nabla U)^T \right)^2 - C_{\varepsilon 2} \rho \cdot \frac{\varepsilon^2}{k}.$$

Здесь  $\rho$  – плотность,  $\vec{u}$  – скорость,  $p$  – давление,  $I$  – единичный тензор,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости,  $\eta_T = \rho C_\mu k^2 / \varepsilon$  – коэффициент турбулентной вязкости,  $F$  – объемная сила,  $k$  – турбулентная кинетическая энергия,  $\varepsilon$  – диссипация турбулентной энергии,  $U$  – осредненное поле скоростей,  $C_\mu = 0,09$ ,  $C_{\varepsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\varepsilon 2} = 1,92$ ,  $\sigma_k = 1,0$ ,  $\sigma_\varepsilon = 1,3$  – эмпирические константы.

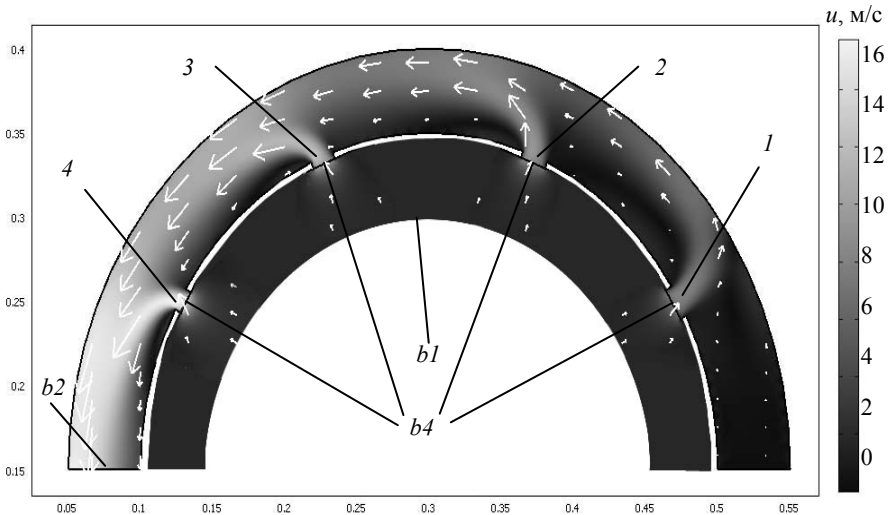


Рис. 4 – Поле скоростей в полукольце газохода:  
1-4 – щели газохода.

Расчетная область представляет собой полукольцо, ограниченное дугой  $AB$  (внешняя граница газохода), дугой  $C1D1$  (внутренняя граница расчетной области) и отрезками  $AC1$  и  $BD1$ , которые соответствуют выходному и входному сечениям газохода (рис. 4). Дуга  $A1B1$  соответствует внутренней границе газохода, которая представляет собой стенку толщиной 2 мм, вдоль которой расположены 4 щели заданной переменной ширины на одинаковом расстоянии друг от друга. Искусственная граница расчетной области в виде дуги  $C1D1$  расположена от щелей газохода на таком расстоянии, чтобы не оказывать влияние на параметры течения в газоходе. Положение границы  $C1D1$  определялось экспериментально в процессе расчетов. Расчетная сетка была неравномерной. В областях с большими градиентами параметров течения (вблизи щелей и вдоль стенок газохода) сетка существенно измельчалась, как показано на рис. 5 для увеличенного фрагмента сетки вблизи первой щели.

На границах расчетной области ставились следующие граничные условия (рис. 4 и 5):

- дуга  $C1D1$  и отрезки  $CC_1$ ,  $DD_1$  представляют собой границу  $b1$ , где воздух входит в расчетную область; на этой границе задается атмосферное давление  $P_a$ ;
- отрезок  $AA_1$  – выходное сечение газохода – представляет собой границу  $b2$ , где воздух покидает расчетную область; на этой границе задано давление, которое меньше атмосферного на  $\Delta P = 200$  Па, необходимое для обеспечения требуемого расхода воздуха в газоходе;
- на всех твердых поверхностях газохода (внешняя и внутренняя границы  $b3$  в виде дуг  $AB$  и  $A_1B_1$ ) ставилось условие прилипания  $\vec{u} = 0$ ;
- на отрезке  $BB_1$  (заглушенный торец газохода) ставилось условие отсутствия течения  $\vec{u} = 0$ ;
- на внутренней границе  $b4$ , которая проходит поперек щелей и разделяет расчетную область на две подобласти внутри и снаружи газохода (рис. 5) ставилось условие продолжения (непрерывности) потока – параметры течения по обе стороны границы задавались одинаковыми.

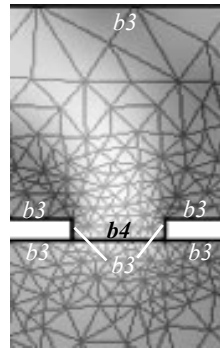


Рис. 5 – Увеличенный вид первой щели и расчетной сетки.

**Анализ полученных результатов.** На рис. 4 приведено векторное и скалярное поле скоростей в круговом воздуховоде. Как видно, внутри воздуховода от каждой щели формируется четко выраженная затопленная струя.

Скорость газа в каждой струе максимальная в центре щели и изменяется от 7 до 14 м/с при переходе от первой к последней щели. Внутри воздуховода создается круговой поток, который прижат к наружной стенке воздуховода. Такой характер потока способствует отбрасыванию частиц пыли к внешней границе воздуховода и их осаждению, как в циклоне. Снаружи перед щелями воздуховода скорость газа на расстоянии, равном ширине щели, на порядок меньше максимальной скорости в щели. Поэтому уменьшение скорости удаляемого газа способствует уменьшению выноса частиц пыли из объема печи.

Результаты расчёта расхода газа для каждой щели газохода и расход на выходе из газохода приведены в табл. 3.

Таблица 3 – Результаты численного решения плоской задачи для кольцевого газохода

Параметры Номер щели	Максимальная скорость на входе в щель $v_{i_{max}}$ , м/с	Средняя скорость на входе в щель $v_{i_{cp}}$ , м/с	Расход через каждую щель $\delta Q$ , м <sup>3</sup> /с	Расход в выходном сечении газохода $Q_k$ , м <sup>3</sup> /с
1	7,2	6,1	0,031	По заданной расходной скорости (11 м/с): 0,138 По сумме расходов в щелях: 0,134
2	8,8	7,1	0,032	
3	11,3	8,5	0,034	
4	14,2	10,9	0,038	

Как видно из таблицы, расход газа в отдельных щелях газохода различается примерно на 15%. Суммарный расход газа через все щели газохода отличается от расхода через выходное сечение газохода на 3%. Приведенные результаты показывают, что с достаточной для практических целей точностью предложенная конструкция газохода обеспечивает равномерную эвакуацию газа по периметру газохода.

Выполнено сравнение результатов численного решения с расчетом по инженерной методике и экспериментальными данными, полученными для линейного газохода. При измерении скоростей в щелях линейного газохода была произведена визуализация воздушного потока с помощью дыма. Характер всасывания воздуха в одну из щелей показан на рис. 6. Скорость на входе в щель составляет около 8 м/с.

Особый интерес представляет поведение потока на входе щели и характер струи внутри газохода. Струя огибает левый (по ходу потока) край щели и практически достигает задней стенки газохода. До середины газохода струя имеет четко выраженные границы – ядро струи. По мере приближения к задней стенке происходит размытие струи. По результатам эксперимента можно судить о характере течения затопленной струи внутри газохода и возможности численного моделирования потока в газоходе в двумерной постановке.

Сравнение картины всасывания газа в одну из щелей газохода с полем скоростей, полученным в пакете прикладных программ (рис. 5) позволяет судить о подобии результатов моделирования и эксперимента.

Сопоставление графиков распределения скорости по щелям кольцевого и линейного газохода, а так же относительного притока воздуха в щели, по результатам инженерных расчетов, численного моделирования и эксперимента приведены на рис. 7 и 8 соответственно. Маркерами в виде серых кружков обозначены результаты для кольцевого газохода, в виде черных треугольников – для линейного, ромбиками обозначены расходы, заданные в методике расчета.

Как видно экспериментальные данные и результаты численного решения показывают некоторое колебание величины относительного расхода, однако, эти колебания не превышают 20%, что приемлемо для инженерного расчета системы газодудления ДСП.

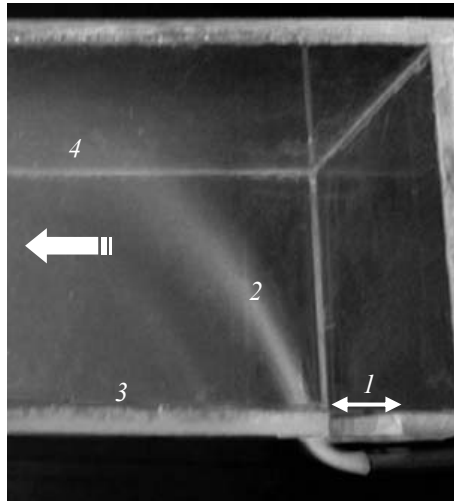


Рис. 6 – Визуализация всасывания воздуха в щель газохода: 1 – щель, 2 – струя, 3, 4 – передняя и задняя стенка газохода. Большой стрелкой показано направление потока.

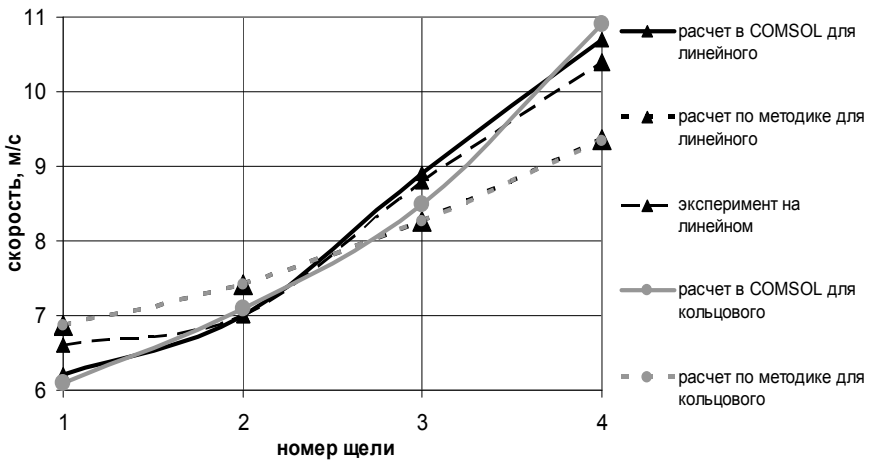


Рис. 7 – Распределение скоростей по щелям газохода.

Результаты численного моделирования и эксперимента показали удовлетворительное соответствие (для инженерного расчета). Сделан вывод об адекватности разработанной математической модели кольцевого вытяжного газохода, а также о надежности инженерной методики расчета его параметров.

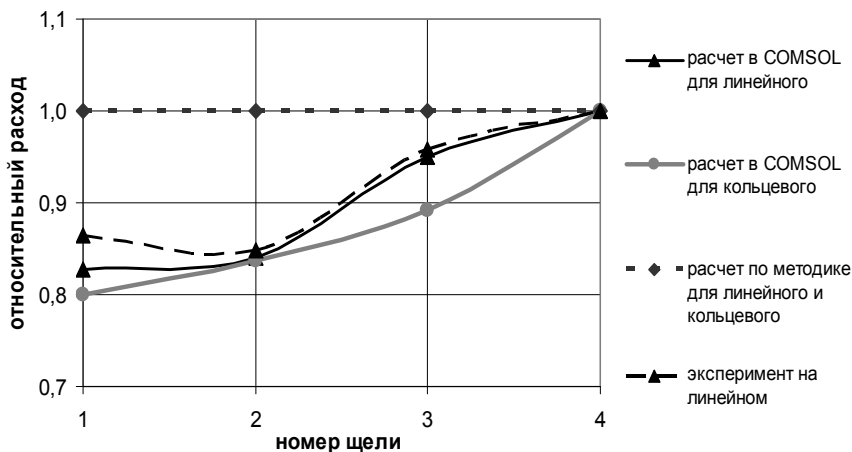


Рис. 8 – Относительный приток газа в щелях газохода.

**Перспективы дальнейших исследований.** В дальнейшем предполагается провести исследование разработанной системы аспирации ДСП со щелями в кольцевом газоходе верхней камеры применительно к промышленным ДСП в 3D постановке методом численного моделирования. Предполагается выполнить исследование газодинамических процессов в рабочем пространстве печей с традиционной системой аспирации и с разработанной. Представляет интерес исследование поведения газового потока в трехмерном кольцевом газоходе. По результатам исследований предполагается количественно оценить энергоэффективность производства с применением предложенной системы аспирации ДСП.

**Выводы.** Разработана математическая модель кольцевого вытяжного газохода со щелями переменной площади, обеспечивающего равномерное всасывание газа. На основе уравнения Бернулли, закона сохранения массы с учетом потерь давления на трение, разработана инженерная методика расчета параметров кольцевого газохода. Адекватность методики подтверждена хорошим согласованием результатов расчета с экспериментальным исследованием поля скоростей на физической модели линейного газохода, а так же с

численным решением, выполненным в пакетах прикладных программ, как для линейного, так и для кольцевого газохода. Предложенная конструкция газохода обеспечивает равномерный расход газа по всей длине газохода, что при использовании его в качестве составной части системы аспирации ДСП будет способствовать снижению и локализации пылегазовых выбросов.

**Список литературы:** 1. *Toulouevski Yu.N. Innovation in Electric Arc Furnaces. Scientific Basis for Selection / Yu.N. Toulouevski, I.Y. Zinurov.* – Berlin (Germany): Springer-Verlag, 2010. – 258 p. 2. *Гудим Ю.А. Производство стали в дуговых сталеплавильных печах. Конструкции, технология, материалы: монография / Ю.А. Гудим, И.Ю. Зинуров, А.Д. Киселев.* – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2010. – 547с. 3. *Pfeifer H. Thermodynamic analysis of EAF energy efficiency and comparison with a statistical model of electric energy demand / H. Pfeifer, M. Kirschen // 7-th European Electric steelmaking Conf. May 26 – 29, 2002. – Venice. EEC Conf Proceedings.* – P. 1413 – 1428. 4. *Тимошенко Н.С. Simulation of electric arc furnace off-gas removal system in order to increase its thermal efficiency / Н.С. Тимошенко, А.Н. Семко, С.Н. Тимошенко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія «Металургія». – 2012, №1(14) – 2(15). – С.43 – 53. 5. *Семко А.Н. Пути снижения и локализации пылегазовых выбросов дуговых сталеплавильных печей / А.Н. Семко, Н.С. Тимошенко // Вісник донецького національного університету, Сер. А: Природничі науки. – 2010, №1. – С. 145 – 151. 6. Тимошенко Н.С. Моделирование вытяжного воздуховода для дуговых сталеплавильных печей / Н.С. Тимошенко, А.Н. Семко // Современная наука: идеи, исследования, результаты, технологии. Сборник научных статей. – Киев: «НПБК Триакон», 2012. – №2(10). – С. 10 – 15. 7. Тимошенко Н.С. Теоретическое и экспериментальное исследование модели вытяжного воздуховода для электродуговых печей / Н.С. Тимошенко, А.Н. Семко // Труды второго международного научно-практического семинара «Повховские чтения»/ под ред. Ступина А.Б. – Донецк, ДонНУ, 2012. – С. 34 – 39. 8. *Повх И.Л. Техническая гидромеханика. – Л.: «Машиностроение», 1976. – 504 с. 9. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD/ D.C. Wilcox // DCW Industries Inc., 1998.***

**Bibliography (transliterated):** 1. *Toulouevski, Yu. N., and I. Y. Zinurov. Innovation in Electric Arc Furnaces. Scientific Basis for Selection.* Berlin (Germany): Springer-Verlag, 2010. Print. 2. *Gudim, Ju. A., I. Ju. Zinurov and A. D. Kiselev. Proizvodstvo stali v dugovyh staleplavil'nyh pechah. Konstrukcii, tehnologija, materialy: monografija.* Novosibirsk: Izd-vo NGTU, 2010. Print. 3. *Pfeifer, H., and M. Kirschen. "Thermodynamic analysis of EAF energy efficiency and comparison with a statistical model of electric energy demand." 7-th European Electric steelmaking Conf. Venice: EEC Conf Proceedings, 2002. 1413–1428. Print. 4. Timoshenko, N. S., A. N. Semko and C. N. Timoshenko. "Simulation of electric arc furnace off-gas removal system in order to increase its thermal efficiency." *Naukovi praci Donec'kogo nacional'nogo tehnicnogo universitetu. Ser.: Metalurgija.* No. 1 (14). No. 2 (15). 2012. 43–53. Print. 5. *Semko, A. N., and N. S. Timoshenko. "Puti snizhenija i lokalizacii pylgazovyh vybrosov dugovyh staleplavil'nyh pechey." Visnik donec'kogo nacional'nogo universitetu. Ser. A: Prirodnicni nauki.* No. 1. 2010. 145–151. Print. 6. *Timoshenko, N. S., and A. N. Semko. "Modelirovanie vytjazhnogo vozduhovoda dlja dugovyh staleplavil'nyh pechey." Sovremennaja nauka: idei, issledovanie, rezul'taty, tehnologii. Sbornik nauchnyh statej.* No. 2 (10). Kiev: NPVK Triakon, 2012. 10–15. Print. 7. *Timoshenko, N. S., and A. N. Semko. "Teoreticheskoe i jeksperimental'noe issledovanie modeli vytjazhnogo vozduhovoda dlja jelektrodugovyh pechey." Trudy vtorogo mezhdunarodnogo nauchno-prakticheskogo seminaru "Povhovskie chtenija."* Ed. A. B. Stupina. Doneck: DonNU, 2012. 34–39. Print. 8. *Povh, I. L. Tehnicheskaja gidromehanika.* Leningrad: Mashinostroenie, 1976. Print. 9. *Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD.* DCW Industries Inc., 1998. Print.*

*Поступила (received) 01.04.2014*

**В.Н. ТКАЧЕНКО**, канд. техн. наук, доц., НТУ «ХПИ»

## ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИЙ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК

Напряжения от изгиба колеса волновой передачи генератором волн можно определить решением задачи об изгибе кольца. Для выяснения влияния длины колеса на его радиальную жёсткость и на напряжения в нормальных к оси плоскостях необходимо применять теории оболочек. Проведенный сравнительный анализ различных теорий даёт предпочтение технической моментной теории оболочек, позволяющей решить поставленную задачу и получить рекомендации для выбора оптимального соотношения длины колеса к его диаметру.

**Ключевые слова:** волновая передача, напряжения, гибкое колесо, теория оболочек.

**Введение и постановка задачи.** Гибкое колесо волновой зубчатой передачи – цилиндрическая оболочка, закрученная вращающим моментом и изогнутая генератором волн упругой деформации (рис. 1). Возможное разрушение гибкого колеса начинается с возникновения трещин на торце, во впадинах между зубьями венца, где превалируют нормальные напряжения изгиба  $\sigma_\theta$ , так как деформации кручения здесь пренебрежимо малы.

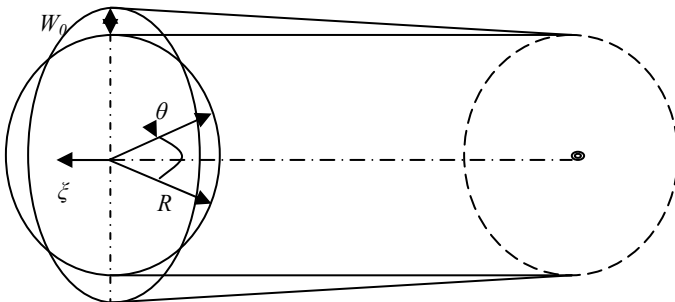


Рис. 1 – Гибкое колесо волновой зубчатой передачи.

Различные исходные теории, используемые для анализа напряженно-деформированного состояния, характеризуются теми или иными допущениями, вносящими определенные погрешности в окончательные результаты расчетов.

Целесообразно сопоставить результаты расчетов напряжений изгиба, вычисленные с использованием различных исходных теорий, с определенными экспериментально, а также оценить возможные погрешности вычисления напряжений в линейной постановке, поскольку величина деформаций гибкого колеса переводит задачу в категорию геометрически нелинейных.



**Модель для оценки прочности и выносливости.** Наибольший практический интерес для оценки прочности и выносливости гибкого колеса представляют напряжения от изгиба в сечениях плоскостями, содержащими и перпендикулярными оси оболочки –  $\sigma_\theta$  и  $\sigma_\xi$  соответственно.

Где  $\theta$  и  $\xi = L/R$  – угловая и относительная осевая координаты  $R, L$  и  $h$  – радиус, длина и толщина оболочки.

Если смоделировать гибкое колесо тонким кольцом, то напряжения изгиба  $\sigma_\theta$  можно вычислить по формуле

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot h}{2R^2} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right), \quad (1)$$

где  $w$  – функция радиальных перемещений от аргумента  $\theta$ .

Те же напряжения по формуле Тимошенко-Рейлея из [1] определяются так:

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot h}{2R^2(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + w \right). \quad (2)$$

Применяя математический аппарат теории пологих оболочек [1], получим:

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot h}{2R^2(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right), \quad (3)$$

$\nu$  – коэффициент Пуассона;  $E$  – модуль упругости.

Результаты расчета с использованием *технической моментной теории цилиндрических оболочек* приводят к формуле

$$\sigma_\theta = \frac{E \cdot h}{2R^2(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial V}{\partial \theta} \right), \quad (4)$$

где  $V$  – касательные перемещения.

Отсутствие осесимметричной составляющей в спектре нагрузки на гибкое колесо волновой зубчатой передачи позволяет использовать допущение о нерастяжимости срединной поверхности оболочки в окружном направлении, что эквивалентно соотношению  $w = \partial V / \partial \theta$ .

Предположение об отсутствии на торце колеса внешнего изгибающего момента  $M_\xi$  приводит к равенству  $\partial w^2 / \partial \xi^2 = 0$ .

В этом случае формулы (4) и (3) совпадают и отличаются от уравнения (1) множителем  $1/(1-\nu^2)$ .

Напряжения  $\sigma_\theta$ , вычисленные с учетом вышеуказанного предположения по всем приведенным формулам, отличаются незначительно (до 5%) и хорошо подтверждаются результатами тензометрирования указанных напряжений. Использование математического аппарата технической моментной теории оболочек позволяет, в отличие от других случаев, учесть меридиональный изгибающий момент  $M_\xi$ , а это в свою очередь позволяет решить

задачу оптимизации длины гибкого колеса и задачу о совместной деформации оболочки (гибкого колеса) и круглой пластины (днища гибкого колеса).

**Решение задачи оптимизации.** Рассмотрим решение первой из этих двух задач.

Если обозначить  $a^2 = h^2 / 12R^2$ , то уравнения равновесия для элемента цилиндрической оболочки примут вид [2]:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{(1-\nu^2)}{2} \frac{\partial}{\partial \theta^2} \right) u + \frac{1+\nu}{2} \cdot \frac{\partial^2 \nu}{\partial \xi \partial \theta^2} - \nu \frac{\partial w}{\partial \xi} + R^2 \frac{1-\nu^2}{E \cdot h} \cdot X = 0, \\ & \frac{1+\nu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \theta} + \left( \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + a^2 \left( 2(1-\nu) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \right) V + \\ & + \left( -\frac{\partial}{\partial \theta} + a^2 \left( (2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right) \right) w + R \frac{1-\nu^2}{E \cdot h} Y = 0, \\ & -\nu \frac{\partial u}{\partial \xi} + \left( -\frac{\partial}{\partial \theta} + a^2 \left( (2-\nu) \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right) \right) V + \\ & + (1+a^2 \Delta^2 \Delta^2) w - R \frac{1-\nu^2}{E \cdot h} Z = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\Delta^2$  – оператор Лапласа,  $u$  – смещение в осевом направлении;  $X, Y$  и  $Z$  – проекции внешней нагрузки.

Задача определения напряжений в круговой цилиндрической оболочке сведена, таким образом, к решению приведенной системы дифференциальных уравнений при заданных граничных условиях. Для замкнутой цилиндрической оболочки усилия, изгибающие моменты, перемещения и углы поворота должны удовлетворять условиям периодичности по угловой координате  $\theta$ .

Изгибающие моменты находятся по перемещениям:

$$\begin{aligned} M_\theta &= \frac{E \cdot ha^2}{(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + V \right) + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \right), \\ M_\xi &= \frac{E \cdot ha^2}{(1-\nu^2)} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \nu \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + V \right) \right), \\ M_{\xi\theta} &= \frac{E \cdot ha^2}{(1-\nu)} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{\partial w}{\partial \theta} + V \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Решение системы уравнений ищется *методом разделения переменных* с наложением условий периодичности по угловой координате  $\theta$  и возможности представления искомым перемещений тригонометрическим рядом, например:

$$W = \sum_{m=1,2,\dots}^{\infty} [\tilde{W}_m(\xi)\cos m\theta + \bar{W}_m(\xi)\sin m\theta], \quad (7)$$

где функция  $\tilde{W}_m(\xi)$  соответствует напряженно-деформированному состоянию, симметричному относительно оси  $\theta = 0$ , а  $\bar{W}_m(\xi)$  – обратно симметричному состоянию.

Если нагрузки на оболочку – гибкое колесо волновой зубчатой передачи – действуют по ее торцам, то решение неоднородной системы дифференциальных уравнений можно свести к решению однородной, но с неоднородными граничными условиями.

Например, для случая, когда гибкое колесо соединяется с выходным валом с помощью шлицевого соединения, неоднородные граничные условия запишутся в виде:

при  $\xi = L/R$ , в области зубчатого венца гибкого колеса,  $W = W(\theta)$  – функция, заданная формой генератора волн деформации;

$M_\xi = 0$  и нормальное усилие в осевом направлении  $T_1 = 0$ .

Из условия нерастяжимости срединной поверхности гибкого колеса следует равенство

$$V = \int W(\theta) d\theta.$$

Граничные условия для торца со шлицевым соединением, при  $\xi = 0$  имеют следующий вид:

$$W = V = T_1 = M_\xi = 0.$$

**Результаты моделирования.** Для определения оптимальной длины гибкого колеса рассмотрим задачу изгиба оболочки генератора волн в сечении  $\xi = L/R$  при свободном, незакрепленном противоположном ее торце с  $\xi = 0$ , где в этом случае отсутствуют поперечные, сдвигающие и нормальные усилия и отсутствует изгибающий момент соответственно.

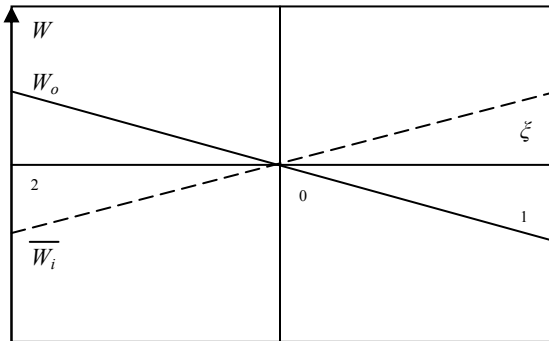


Рис. 2 – Распределение радиальных перемещений  $W$  по образующей.

При решении указанной задачи соотношение  $L/R$  варьировалось от 0,2 до 3 с шагом 0,05  $L/R$ , при изменении  $W_0/R(\theta=0)$  от 0,01 до 0,1 для каждого шага  $L/R$ .

Анализ результатов проведенные расчетов показал, что независимо от соотношения  $W_0/R$  в сечении  $\xi=0$  при  $L=2R$  перемещения  $W=0$ , а при  $L>2R$  меняют знак, причем убывание (возрастание) перемещений  $W$  при удалении от деформированного сечения происходит по линейной зависимости (рис. 2).

Такой результат хорошо объясняет существующие рекомендации по выбору длины гибкого колеса –  $L \cong D$ .

**Выводы.** Отметим, что, как показали расчеты, уменьшение  $L$  до  $(0,7...0,8)D$ , даже при шлицевом соединении гибкого колеса с валом, приводит к возрастанию нагрузки на гибкий подшипник генератора волн деформации и значительному (до 20 – 30%) росту напряжений изгиба  $\sigma_\xi$  в области перехода зубчатого венца гибкого колеса к самой его оболочке.

**Список литературы:** 1. Тимошенко С.П. Курс теории упругости. «Наукова думка», Киев, 1972 г. 2. Власов В.З. Избранные труды, Т.1, II. Изд-во АН СССР, 1963 г.

**Bibliography (transliterated):** 1. Timoshenko, S. P. *Kurs teorii uprugosti*. Kiev: Naukova dumka, 1972. Print. 2. Vlasov, V. Z. *Izbrannyye trudy*. Vol. 1, 2. Izd-vo AN SSSR, 1963. Print.

*Поступила (received) 31.03.2014*

УДК 621.646.42

**С.А. ШЕВЧЕНКО**, вед. инженер-конструктор, ГКБ «Южное»,  
Днепропетровск;

**С.А. ВАЛИВАХИН**, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., ГКБ «Южное»,  
Днепропетровск

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГУЛЯТОРА ДАВЛЕНИЯ ГАЗА

Представлена математическая модель, описывающая динамику регулятора давления газа с учётом разрыва связей между элементами его подвижной системы. Дискретная модель включает уравнения движения поршней и сжатия газа в полостях регулятора. Модель предназначена для выбора конструктивных параметров системы управления пусковой турбиной жидкостного ракетного двигателя, а также пневматических и гидравлических агрегатов автоматики для аналогичных устройств.

**Ключевые слова:** регулятор давления газа, отрыв элементов подвижной системы, нелинейная математическая модель, динамические характеристики.

**Введение.** В пневмосистемах запуска жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) многократного включения верхних ступеней ракетоносителей (РН) используются регуляторы давления газа (рис. 1). В момент запуска двигателя они должны поддерживать постоянное давление газа на входе в коллектор пусковой турбины для её раскрутки. Такие регуляторы работают при высоких темпах роста входного давления, имеют большую пропускную способность, а продолжительность их работы при одном включении двигателя составляет менее 1 с. В связи с этими особенностями к ним предъявляется ряд специфических требований – малое время переходного процесса при включении и выключении, минимальные забросы регулируемого давления и устойчивая работа. Кроме того, эти регуляторы должны иметь минимальную массу и габариты. Поэтому на стадии проектирования подобных агрегатов для расчета их динамических характеристик важно иметь адекватную математическую модель.

**Анализ последних исследований.** В системе дифференциальных уравнений, описывающих динамику газовых регуляторов давления, всегда присутствуют *существенные нелинейности*, обусловленные наличием ограничений на ход подвижных частей.

Во многих источниках, в которых освещаются вопросы динамики этих агрегатов [1 – 10], подвижная система регулятора рассматривается как одно целое, то есть делается допущение, что клапан и чувствительный элемент жёстко соединены между собой и перемещаются совместно. Такое допущение оправдано, если рассматривать стационарные режимы работы регулятора. Однако, на переходных режимах, например, при резкой подаче давления на вход, а также при его сбросе, может произойти кратковременный разрыв кинематических связей между подвижными элементами регулятора, что, безусловно, влияет на динамику. Отрыв составных элементов подвижной системы друг от друга может происходить и во время работы регулятора в *режиме автоколебаний*. При разработке математической модели это обстоятельство вынуждает рассматривать подвижную систему регулятора в виде нескольких дискретных и описывать движение каждой массы в отдельности. Строго говоря, из-за наличия зазоров между подвижными элементами регулятора мы имеем дело с виброударной системой [11, 12].

В [13] рассмотрена нелинейная динамическая модель регулятора, в которой предполагается, что чувствительный элемент должен продолжать движение после разрыва контакта с клапаном в момент посадки клапана на седло. При этом приведенная масса чувствительного элемента уменьшается на сумму масс клапана и его пружины. Эта модель не описывает движение клапана после его соударения с седлом в виду принятого допущения, что при посадке клапана на седло *коэффициент восстановления* равен нулю. Уравнение движения чувствительного элемента видоизменяется в зависимости от расположения клапана относительно седла, то есть массы и силы, действующие на клапан, приводятся или не приводятся к чувствительному элементу в зависимости от значения его текущей координаты. В реальных условиях коэффициент восстановления при соударении клапана с седлом не равен нулю.

Для учёта перемещения клапана после удара в модель необходимо ввести уравнение удара и дифференциальное уравнение движения клапана после удара [14, 15].

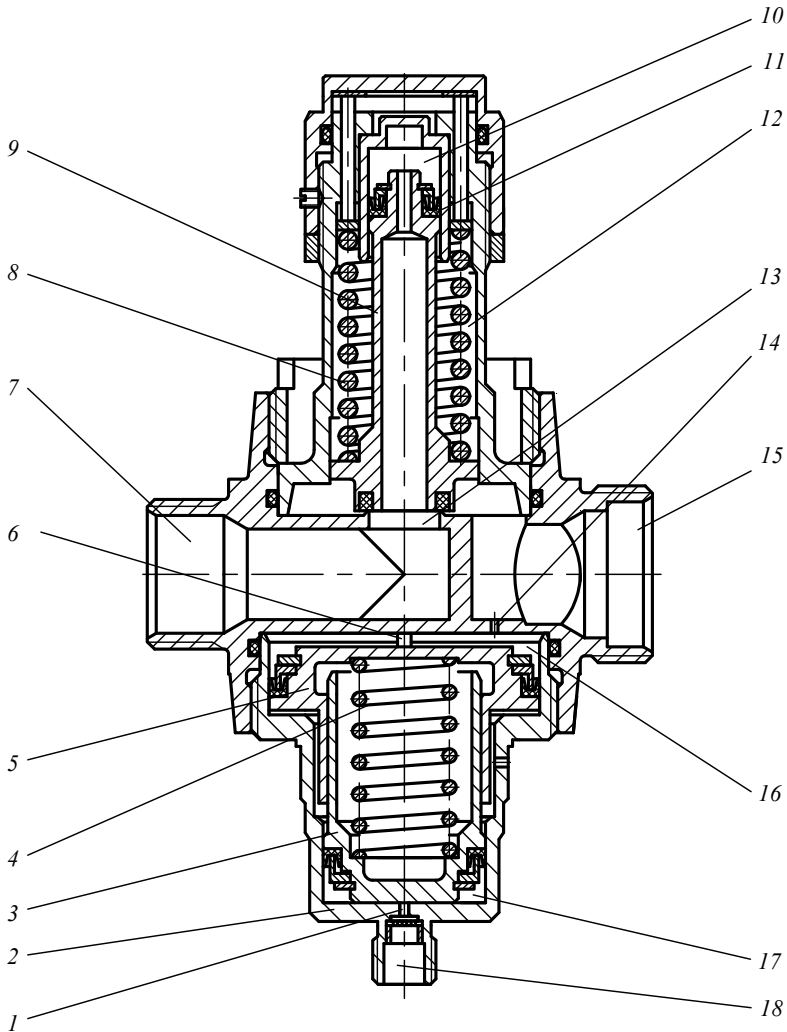


Рис. 1 – Конструкция регулятора давления.

В [15] описывается обобщенная математическая модель регулятора, в которую входят дифференциальные уравнения с ограничениями, учитывающими допустимые пределы хода подвижных частей и возникновение ударных явлений. Система решается без ограничений, когда значения перемен-

ных хода  $x$  клапана находятся в пределах между упорами  $x_{\max}$  и  $x_{\min}$ , то есть когда клапан находится между седлом и своим ограничителем хода (вторым упором). При нарушении любого из пределов полная система уравнений решается с новыми начальными условиями, учитывающими возможность появления удара с «отскоком» для той переменной, для которой нарушен предел. Например, при  $x > x_{\max}$  вводятся новые начальные условия

$$x(t) = x_{\max} \quad \dot{x}(t) = -k_r \cdot \dot{x},$$

где  $k_r$  – коэффициент восстановления. Авторы учитывают разрыв элементов регулятора только при достижении одним из них ограничений (упоров), но не учитывают разрыв между упорами. На практике в рассматриваемом авторами этой статьи регуляторе обратного хода такие случаи вряд ли возможны. Однако, в регуляторах, выполненных по схеме прямого хода, когда поток рабочего тела направлен в сторону открытия регулирующего клапана, на некоторых режимах работы разрыв может быть не только на упорах, но и когда клапан или чувствительный элемент находятся между упорами. Например, при резкой подаче давления на вход в регулятор клапан под действием перепада давлений может оторваться от чувствительного элемента. Или, если при движении клапана в сторону седла интенсивный рост давления в полости чувствительного элемента (в демпфирующей полости) приведет к росту усилия, отрывающего чувствительный элемент от клапана.

В литературе подробно не описаны особенности математических моделей, которые учитывают такие отрывы.

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является разработка математической модели регулятора давления газа, в которой учтена возможность отрыва элементов подвижной системы друг от друга при движении между упорами.

**Регулятор давления.** Регулятор давления газа предназначен для поддержания постоянного давления на входе в коллектор пусковой турбины при запуске двигателя.

Регулятор выполнен по *схеме прямого хода*, отличается большой пропускной способностью (до 0,4 кг/с гелия) а, кроме того, он нормально закрыт, и имеет пневмоуправление. Конструкция регулятора подробно описана в [16]. Здесь приведём описание только основных особенностей его работы.

Регулятор (рис. 1) включает в себя чувствительный элемент – блок поршней 3 и 5, и исполнительный элемент – дроссель типа сопло-заслонка, образованный клапаном 9 и седлом 13. Клапан и поршни кинематически связаны друг с другом толкателями 6.

В нерабочем положении усилием пружины 8 клапан 9 прижат к седлу, усилием пружины 4 поршень 3 отжат вниз до упора в доньшко крышки 2, а поршень 5 – вверх до упора в толкатели 6 (рис 3). Газ высокого давления подводится во входную полость 7. Настройка регулятора на требуемое выходное давление и приведение его в рабочее положение осуществляется подачей управляющего давления в полость 17.





подвижных элементах, клапан перемещается относительно седла, и за счет изменения расхода газа это несоответствие устраняется. Если выходное давление уменьшится, усилие от управляющего давления сместит блок поршней в сторону увеличения зазора между клапаном и седлом, расход газа увеличится и выходное давление повысится до первоначального значения. При увеличении выходного давления процесс регулирования идёт в обратном направлении.

Пружина 4 фиксирует положение поршней в нерабочем положении клапана. В рабочем положении под действием сил давления поршни прижаты друг к другу, и поэтому усилие пружины 4 не влияет на настройку и точность.

Для обеспечения требований по динамике в доньшке крышки 2 выполнен дозирующий жиклёр 1.

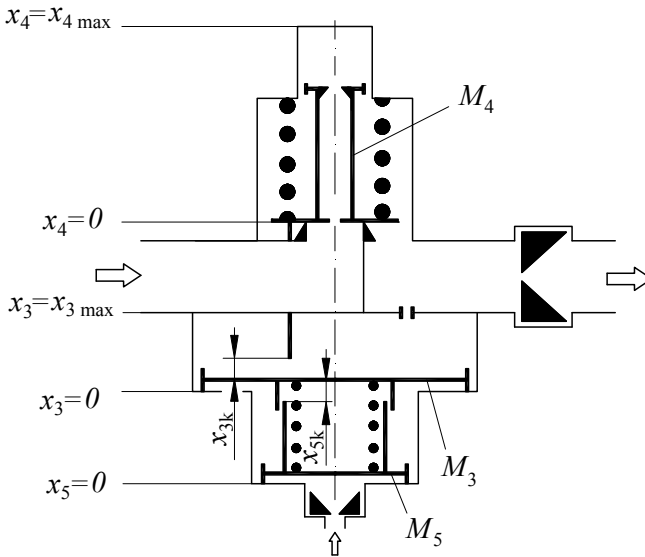


Рис. 3 – Координаты ограничительных упоров (все массы находятся на своих нижних упорах).

**Математическая модель регулятора давления.** Расчетная схема регулятора в рабочем положении представлена на рис. 2.

При выводе системы уравнений были приняты следующие допущения:

- рабочее тело – идеальный газ;
- теплообмен между газом и стенками регулятора отсутствует;
- температура газа по проточной части остается постоянной;
- переходные процессы течения газа в дросселях квазистационарны.

В качестве положительного направления перемещения подвижной системы выбрано направление на открытие седла 13. Каждая масса имеет свои

ограничительные упоры и может перемещаться между ними. Нижний упор каждой массы является началом отсчёта. Движение каждой массы рассматривается в своей системе координат.

На рис. 3 указаны координаты ограничительных упоров каждого из элементов подвижной системы (положение элементов подвижной системы показано до подачи управляющего давления). Здесь  $x_{3k}$  – ход массы  $M_3$  до соприкосновения с массой  $M_4$  (до упора в толкатели 6), при  $x_4=0$ , то есть когда масса  $M_4$  находится на своём нижнем упоре, а  $x_{5k}$  – ход массы  $M_5$  до соприкосновения с массой  $M_3$ , при  $x_3 = 0$ .

Динамика процессов в регуляторе описывается уравнениями изменения давления в выходной 14, демпфирующей 15, управляющей 16 полостях, в полости 10 над хвостовиком клапана, в пружинной полости 12 клапана.

Изменение массы газа в  $i$ -й полости определяется суммарным приходом и расходом газа через дросселирующее сечение

$$\frac{dm_i}{dt} = \dot{m}_{i \text{ прих}} - \dot{m}_{i \text{ расх}}, \quad (1)$$

где  $m_i$ ,  $\dot{m}_{i \text{ прих}}$ ,  $\dot{m}_{i \text{ расх}}$  – масса газа в  $i$ -й полости, массовый приход газа в  $i$ -ю полость, массовый расход газа из  $i$ -й полости.

В соответствии с *уравнением Менделеева-Клапейрона* для идеального газа масса газа в  $i$ -й полости равна

$$m_i = \frac{V_i}{R \cdot T_i} \cdot p_i,$$

где  $V_i$  – объем  $i$ -й полости,  $T_i$  – температура газа в  $i$ -й полости,  $R$  – газовая постоянная,  $p_i$  – давление в  $i$ -й полости.

С учетом этого уравнение (1) примет вид

$$\frac{dp_i}{dt} = (\dot{m}_{i \text{ прих}} - \dot{m}_{i \text{ расх}}) \cdot \frac{RT_i}{V_i}$$

– для постоянного объёма  $V_i$  и  $\frac{dp_i}{dt} = (\dot{m}_{i \text{ прих}} - \dot{m}_{i \text{ расх}}) \pm \frac{p_i}{RT_i} f_{ni} \frac{dx_i}{dt} \frac{RT_i}{V_i^0 \mp f_{ni} x_i}$

– для переменного объёма  $V_i$ .

Здесь  $f_{ni}$  – площадь поршня в  $i$ -й полости,  $x_i$  – перемещение  $i$ -го поршня,  $V_i^0$  – объем  $i$ -й полости при  $x_i=0$ .

Знак «+» внутри скобок и «-» в знаменателе дроби соответствуют случаю, когда при увеличении  $x_i$  объём  $V_i$  уменьшается, а противоположное сочетание этих знаков – тому случаю, когда объём  $V_i$  увеличивается.

Указанные уравнения дополняются *уравнениями динамического равновесия* на элементах подвижной системы.

$$M_i \cdot d^2x_i / dt^2 = \sum F_i, \quad (2)$$

где  $M_i$  – масса  $i$ -го элемента подвижной системы;  $\sum F_i$  – равнодействующая сил на  $i$ -м элементе подвижной системы.

Система нелинейных дифференциальных уравнений, отражающая функционирование регулятора, имеет вид:

$$\dot{p}_2 = (\dot{m}_1 - \dot{m}_2 + \dot{m}_3 + \dot{m}_6) \cdot \frac{RT_2}{V_2}, \quad (3)$$

$$\dot{p}_3 = (-\dot{m}_3 + \frac{p_3}{RT_3} f_{п3} \dot{x}_3) \frac{RT_3}{V_3^0 - f_{п3} x_3}, \quad (4)$$

$$\dot{p}_4 = (-\dot{m}_4 + \frac{p_4}{RT_4} f_{п4} \dot{x}_4) \frac{RT_4}{V_4^0 - f_{п4} x_4}, \quad (5)$$

$$\dot{p}_5 = (\dot{m}_5 - \frac{p_5}{RT_5} f_{п5} \dot{x}_5) \frac{RT_5}{V_5^0 + f_{п5} x_5}, \quad (6)$$

$$\dot{p}_6 = (-\dot{m}_6 + \frac{p_6}{RT_6} f_{п6} \dot{x}_4) \frac{RT_6}{V_6^0 - (f_{кл} - f_{п4}) x_4}, \quad (7)$$

$$\ddot{x}_i = \sum_{i=3}^5 F_i / M_i, \quad i = 1, 2, 3, \quad (8)$$

$$\sum F_3 = P_{п2} - p_3 f_{п3} + p_h f_{п3} - F_{тр3} \text{sign}(\dot{x}_3), \quad (9)$$

$$\sum F_4 = p_1 (f_c - f_{ж4}) - P_{п1} - p_4 (f_{п4} - f_{ж4}) + p_2 (f_{кл} - f_c - f_{ж6}) - p_6 (f_{кл} - f_{п4} - f_{ж6}) - F_{тр4} \text{sign}(\dot{x}_4), \quad (10)$$

$$\sum F_5 = p_5 f_{п5} - P_{п2} - p_h f_{п5} - F_{тр5} \text{sign}(\dot{x}_5), \quad (11)$$

где  $\dot{x}_i = dx_i / dt$ ;  $\ddot{x}_i = d^2 x_i / dt^2$ ;  $\dot{p}_i = dp_i / dt$ ;  $p_h$  – атмосферное давление;  $f_c$ ,  $f_{ж4}$ ,  $f_{ж6}$  – площади поперечного сечения седла клапана, осевого отверстия в клапане и проходного сечения окон в тарели клапана (сюда также включена площадь радиального кольцевого зазора между тарелью клапана и стаканом);  $F_{тр3}$ ,  $F_{тр4}$ ,  $F_{тр5}$  – силы трения в уплотнениях хвостовика клапана, чувствительного элемента, поршня пневмопривода;  $P_{п1}$ ,  $P_{п2}$  – усилия пружины 8 и пружины 4 пневмопривода,

$$P_{п1} = P_{п1}^0 + k_{п1} x_4, \quad P_{п2} = P_{п2}^0 + k_{п2} (x_5 - x_3);$$

$P_{п1}^0$ ,  $P_{п2}^0$  – начальные усилия пружины 8 при  $x_4 = 0$  и пружины 4 при  $x_3 = 0$ ,  $x_5 = 0$ ;  $k_{п1}$ ,  $k_{п2}$  – коэффициенты жесткости пружин 8 и 4.

Индексы переменных соответствуют рис. 2.

Расходы  $\dot{m}_1$  через дросселирующую щель между клапаном и седлом, через жиклеры  $\dot{m}_2$ ,  $\dot{m}_3$ ,  $\dot{m}_4$ ,  $\dot{m}_5$ , а также суммарный расход  $\dot{m}_6$  через окна в тарели клапана и зазор между тарелью и стаканом, вычислялись с учётом сжимаемости газа по формулам Сен-Венана и Венцеля:

$$\dot{m} = \mu \cdot f \cdot p_{\text{вх}} \sqrt{\frac{2k}{RT_{\text{вх}}(k-1)} \left[ \left( \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{вх}}} \right)^{2/k} - \left( \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{вх}}} \right)^{(k+1)/k} \right]}, \text{ при } \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{вх}}} > \beta_{\text{кр}}, \quad (12)$$

$$\dot{m} = \frac{\mu \cdot f \cdot A}{\sqrt{RT_{\text{вх}}}} p_{\text{вх}}, \text{ при } \frac{p_{\text{вых}}}{p_{\text{вх}}} < \beta_{\text{кр}}, \quad (13)$$

где  $p_{\text{вх}}$ ,  $p_{\text{вых}}$  – давление на входе и выходе из дросселирующего сечения;  $\mu$  – коэффициент расхода;  $f$  – площадь проходного сечения;  $T_{\text{вх}}$  – температура газа на входе в дросселирующее сечение;  $\beta_{\text{кр}}$  – критическое отношение давлений

$$\beta_{\text{кр}} = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

$k$  – показатель адиабаты;  $A$  – газодинамический коэффициент

$$A = \sqrt{2k/(k+1)(2/(k+1))^{2/(k-1)}}.$$

Приведенная выше система уравнений (8) описывает движение каждого из трёх выделенных элементов и не отличается от используемых в цитируемых работах. Она видоизменяется при описании движения объединяющихся масс. Для того чтобы определить вид системы уравнений на каждом шаге интегрирования необходимо решить несколько задач:

- определить условия для объединения масс;
- определить скорость масс после объединения;
- определить условия для разъединения объединённых масс.

Необходимым условием для объединения масс является их взаимный контакт, наличие которого определяется текущей координатой каждой массы. Например, чтобы соединились массы  $M_3$  и  $M_4$  необходимо выполнение условия  $x_3 \geq x_{3k} + x_4$ . Чтобы соединились массы  $M_3$  и  $M_5$  необходимо выполнение условия  $x_5 \geq x_{5k} + x_3$ . При одновременном выполнении обоих условий  $x_3 \geq x_{3k} + x_4$  и  $x_5 \geq x_{5k} + x_3$  объединяются все три массы.

При объединении массы  $M_3$  с массой  $M_4$  ( $x_3 = x_{3k} + x_4$ ) уравнения движения этих масс примут иной вид:

$$\ddot{x}_3 = (\sum F_3 + \sum F_4) / (M_3 + M_4), \quad \ddot{x}_4 = \ddot{x}_3, \quad \ddot{x}_5 = \sum F_5 / M_5. \quad (14)$$

Когда объединяется массы  $M_3$  и  $M_5$  ( $x_5 = x_{5k} + x_3$ ), то

$$\ddot{x}_3 = (\sum F_3 + \sum F_5) / (M_3 + M_5), \quad \ddot{x}_4 = \sum F_4 / M_4, \quad \ddot{x}_5 = \ddot{x}_3. \quad (15)$$

Если объединяются все три массы ( $x_3 = x_{3k} + x_4$  и  $x_5 = x_{5k} + x_3$ ), то

$$\ddot{x}_3 = (\sum F_3 + \sum F_4 + \sum F_5) / (M_3 + M_4 + M_5), \quad \ddot{x}_4 = \ddot{x}_3, \quad \ddot{x}_5 = \ddot{x}_3. \quad (16)$$

Отдельным вопросом является моделирование механики взаимодействия масс в момент контакта. В разработанной модели сделано предположение о том, что удар абсолютно неупругий, то есть коэффициент восстановления равен нулю. С учётом этого вычисляем скорость масс после их объединения по одной из формул

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_4 = (M_3 \cdot \dot{x}'_3 + M_4 \cdot \dot{x}'_4) / (M_3 + M_4), \quad (17)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_5 = (M_3 \cdot \dot{x}'_3 + M_5 \cdot \dot{x}'_5) / (M_3 + M_5), \quad (18)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_4 = \dot{x}_5 = (M_3 \cdot \dot{x}'_3 + M_4 \cdot \dot{x}'_4 + M_5 \cdot \dot{x}'_5) / (M_3 + M_4 + M_5), \quad (19)$$

где  $\dot{x}'_i$  – скорости масс до объединения (берутся по результатам предыдущего шага интегрирования).

Для того чтобы определить момент отрыва одной массы от другой, когда они находятся между своими упорами, можно сравнивать равнодействующие сил, действующие на каждую из масс в отдельности.

То есть, когда равнодействующая сил, действующих на массу  $M_3$ , станет меньше равнодействующей сил, действующих на массу  $M_4$  ( $\sum F_3 < \sum F_4$ ) эти массы должны разъединиться.

Но это условие не универсальное: например, когда  $M_3 \gg M_4$ , то при равенстве сил  $M_3$  может отстать от  $M_4$ , хотя на самом деле из-за инерции  $M_3$  ещё какое-то время должна толкать массу  $M_4$ . В этом случае более универсальным будет не сравнение сил, а ускорений. Ускорения нужно определять для каждой массы в отдельности, то есть  $\sum F_3 / M_3$  и  $\sum F_4 / M_4$ . Условием отставания  $M_3$  от  $M_4$  будет неравенство

$$\sum F_3 / M_3 < \sum F_4 / M_4.$$

Аналогично условием разъединения масс  $M_3$  и  $M_5$  будет неравенство

$$\sum F_5 / M_5 < \sum F_3 / M_3.$$

Однако имеется случай, когда и такого условия для проверки возможности отрыва масс будет недостаточно. Он возникает, когда толкающая масса останавливается на ограничительном упоре. Например,  $M_4$  достигает своего нижнего упора (клапан садится на седло). В этот момент её скорость и ускорение обнуляется:

$$\dot{x}_4 = 0, \quad \sum F_4 / M_4 = 0, \quad \text{а } \sum F_3 / M_3 < 0,$$

то есть условие отрыва  $\sum F_3 / M_3 < \sum F_4 / M_4$  не выполняется. Но толкаемая масса  $M_3$  должна оторваться и продолжать движение в том же направлении со скоростью, полученной до отрыва. То есть в алгоритме, в котором сравниваются ускорения масс, отрыва не происходит, хотя на самом деле он есть.

Для отделения масс друг от друга необходимо в алгоритм ввести дополнительную процедуру, в которой связь между массами будет разрываться, в момент, когда толкающая масса достигает своего упора, то есть когда  $\dot{x}_4 = 0$ . Однако, можно обойтись и без такой процедуры, если в условии отрыва сравнивать не ускорения масс, а их скорости  $\dot{y}$ , вычисляемые для каждой массы в отдельности. Для вычисления такой скорости для какой-либо массы на каждом шаге интегрирования берётся ускорение этой массы, вычисленное по действующим на неё силам (относительное ускорение), а начальная скорость берётся равной реальной скорости массы, полученной для предыдущего шага. Например, для случая, если система дифференциальных уравнений реша-

ется *методом Эйлера*, эти скорости для масс  $M_3$  и  $M_4$  на каждом шаге интегрирования будут определяться равенствами

$$\dot{y}_3 = \dot{x}_3 + \frac{\sum F_3}{M_3} \Delta t \quad \text{и} \quad \dot{y}_4 = \dot{x}_4 + \frac{\sum F_4}{M_4} \Delta t,$$

для объединённой массы ( $M_3 + M_5$ ) – равенством  $\dot{y}_{53} = \dot{x}_3 + \frac{\sum F_3 + \sum F_5}{M_3 + M_5} \Delta t$ ,

а для объединённой массы ( $M_3 + M_4$ ) – равенством  $\dot{y}_{34} = \dot{x}_3 + \frac{\sum F_3 + \sum F_4}{M_3 + M_4} \Delta t$ .

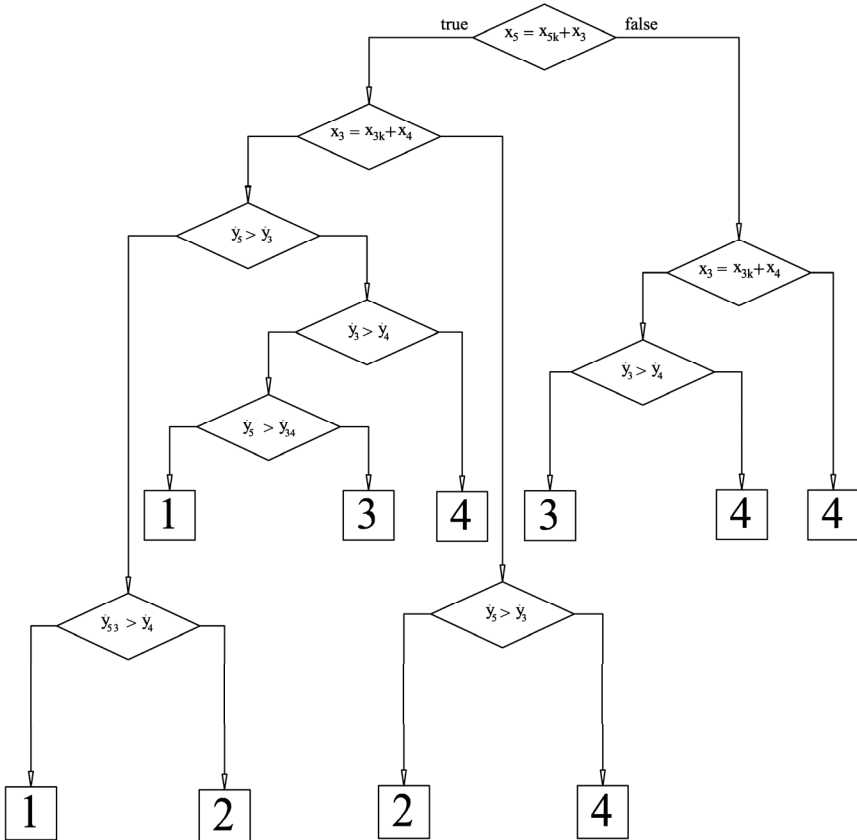


Рис. 4 – Фрагменты алгоритма: 1 – решается система (16), три массы объединены и перемещаются совместно, 2 – решается система (15), объединены массы  $M_3$  и  $M_5$ , а масса  $M_4$  перемещается отдельно; 3 – решается система (14), объединены массы  $M_3$  и  $M_4$ , а масса  $M_5$  перемещается отдельно; 4 – решается система (8) – все три массы перемещаются независимо друг от друга.

Таким образом, для разрыва связи между массами  $M_3$  и  $M_4$  необходимо выполнение условия  $\dot{y}_3 < \dot{y}_4$ , между массами  $M_3$  и  $M_5$  – условия  $\dot{y}_5 < \dot{y}_3$ . Если объединены и совместно перемещаются все три массы, то для того, чтобы от этой связки отделилась масса  $M_4$ , должно выполниться условие  $\dot{y}_{53} < \dot{y}_4$ , а масса  $M_5$  – условие  $\dot{y}_5 < \dot{y}_{34}$ .

На рис. 4 изображён алгоритм проверок для определения момента отрывов масс на каждом шаге интегрирования системы уравнений.

Необходимо коснуться ещё одной особенности подобных расчетов, связанных с применением условных операторов в языках программирования при решении задач на ЭВМ. Проверка равенства  $x_3 = x_{3k} + x_4$  может дать неправильный результат, то есть левая и правая части не будут равны, хотя на самом деле массы прижаты друг к другу. Проблема в том, что в компьютерах вещественные числа не имеют точного двоичного представления. Выбрать правильную процедуру точного сравнения чисел с плавающей точкой (запятой) сложно. В некоторых источниках, например в [17], предлагаются варианты такого сравнения. Однако, в нашем случае для упрощения ситуации можно ввести дополнительную переменную целого или логического типа, которой присваивается одно из двух различных значений в зависимости от результата выполнения условия  $x_3 \geq x_{3k} + x_4$ . В разработанном алгоритме при выполнении этого условия, то есть когда массы объединяются, целочисленной переменной  $N_{34}$  присваивается значение 1, а при отрыве масс друг от друга – значение 0. Например, для того, чтобы на каждом шаге интегрирования проверить объединены ли массы, проверяется равенство  $N_{34} = 1$  вместо проверки равенства  $x_3 = x_{3k} + x_4$ . На рис. 5 изображены фрагменты алгоритма для определения момента объединения и разъединения масс  $M_4$  и  $M_3$ . Аналогичным образом эта процедура организована и для масс  $M_3$  и  $M_5$ .

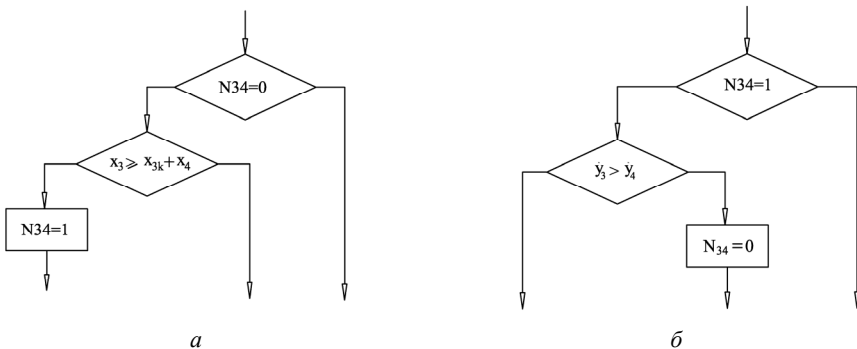


Рис. 5 – Фрагменты алгоритма: *а* – условие для объединения масс  $M_4$  и  $M_3$ ; *б* – условие для разъединения масс  $M_4$  и  $M_3$ .

Подобным же образом организована процедура проверки нахождения какой-либо массы на своём упоре.

Кроме прочего в предлагаемой модели был уточнен алгоритм учета сил трения, уже применявшийся нами ранее в подобных расчетах. В ситуациях, когда сила трения по модулю становится больше, чем перестановочное усилие  $\Sigma S_i$  от давлений и пружины, принятые изменения исключают возможность движения подвижных элементов под действием сил трения. При этом исходили из очевидного факта, что сила трения не может вызвать движение, а может только остановить его или поменять знак ускорения. Математически это выражается в виде проверки одновременного выполнения двух следующих условий

$$|\Sigma S_i| < |F_{mp}| \quad \text{и} \quad \left| \frac{dx_i}{dt} \right| \leq \left| \frac{d^2 x_i}{dt^2} \cdot \Delta t \right|, \quad (20)$$

где  $\Delta t$  – шаг интегрирования.

Если на каком-либо шаге условие (20) выполнялось, то скорость приравнивалась нулю,  $dx_i / dt = 0$ . Присутствие такой процедуры в алгоритме не меняет результат ввиду малости шага интегрирования, однако позволяет добиться строгости в вычислениях и устраняет пилообразные участки на графиках расчётных скоростей элементов подвижной системы.

**Выводы.** Разработана нелинейная математическая модель для расчёта динамических характеристик регулятора давления газа, в которой элементы подвижной системы рассматриваются как отдельные массы, и учтена возможность отрыва этих масс друг от друга. Принципы, изложенные в данной работе, могут быть использованы для разработки математических моделей пневматических и гидравлических агрегатов автоматики с многомассовой подвижной системой.

Детализация математической модели регулятора потребовалась для описания его работы в условиях больших темпов роста входного давления (до  $10^4$  МПа/с.) при вступлении в работу и выключении. Использование модели позволило еще на этапе проектирования выбрать конструктивные параметры регулятора, обеспечивающие требуемые динамические характеристики.

**Список литературы:** 1. Цай Д.Г., Кассиди Е.Ц. Динамические характеристики воздушного редуктора давления // Труды ASME, сер. Д, – 1961. – № 2. – С. 57 – 80. 2. Подчуфаров Б.М., Малиованов М.В., Саклаков Ю.П. Динамическая модель пружинного редуктора давления газа, подчиняющегося уравнению состояния Абея // Вопросы оптимизации и автоматизации конструкторских работ. – Тула, 1971. Вып. 9. – С. 7 – 16. 3. Халатов Е.М. Динамика газового агрегатного редуктора давления // Вопросы оптимизации и автоматизации конструкторских работ. – Тула, 1971. – Вып. 9. С. 17 – 28. 4. Томаев А.М., Зайцев А.Г. Анализ влияния погрешностей параметров пружинного редуктора давления на его динамические характеристики // Вопросы оптимизации и автоматизации конструкторских работ. – Тула, 1975. – Вып. 28. – С. 70 – 77. 5. Малиованов М.В., Подчуфаров Ю.Б., Нечаева О.А. Динамическая модель пружинного редуктора давления реального газа // Вопросы оптимизации и автоматизации конструкторских работ. – Тула, 1973. – Вып. 21. – С. 112 – 123. 6. Дзитоев В.Л., Есин В.И., Кузнецова В.Ф., Прядко Ю.Г. Исследование устойчивости газового редуктора с трубопроводами // Вопросы оптимизации и автоматизации конструкторских работ. – Тула, 1975. – Вып. 28. – С. 70 – 77.



торских работ. – Тула, 1975. – Вып. 28. – С. 100 – 111. 7. Кудрявцев А.И., Крутиков Г.А., Лимонов Ю.М. О влиянии дросселя обратной связи в редукционных клапанах на демпфирование колебаний давления // Гидропривод и гидропневмоавтоматика. – Киев, 1978. – Вып. 14. – С. 44 – 48. 8. Крутиков Г.А., Ефремов А.П., Пенчев В.Д. Исследование на ЭЦВМ газовых редукционных клапанов с демпфирующей камерой // Проблемы машиностроения. – Киев, 1977. – Вып. 5. – С. 94 – 98. 9. Моринага Т. Динамические характеристики редукционного клапана // Кэйсоку дзидо сэйгё гаккай ромбунсю. – 1970. Т. 6. – №1. – С. 68 – 73. 10. Артёмов В. П. Обобщённая динамическая модель газового двухступенчатого редуктора давления // Динамика и точность функционирования тепломеханических систем. – Тула, 1973. – Вып. 4. – С. 194 – 197. 11. Рагульскене В.Л. Виброударные системы (Теория и применение) // Вильнюс, «Минтис», – 1974. – 320 с. 12. Кобринский А.Е., Кобринский А.А. Виброударные системы (Динамика и устойчивость) // Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», Москва, – 1973. – 592 с. 13. Ермилов В.А., Нестеренко Ю.В., Николаев В.Г. Газовые редукторы // Л.: Машиностроение. Ленингр. Отд-ние, – 1981. – 176 с. 14. Балакшин О.Б. Исследование и расчёт на ЭЦВМ регуляторов давления газа различных способов действия // Решение задач машиноведения на вычислительных машинах. – М.: Наука, 1974. – С. 60 – 78. 15. Балакшин О.Б., Дейкун В.К., Елаев И.П., Махов В.М. Разработка нелинейных моделей и исследование при помощи ЭЦВМ динамики магистральных газовых редукторов // Решение задач машиноведения на вычислительных машинах. М.: Наука, 1977, с. 108 – 115 16. Пат. 76857 Украина, МПК<sup>(7)</sup> G05D 16/10 Регулятор тиску газу / Валівяхін С.О., Порубаймех В.І., Шевченко С.А.; власник Державне підприємство «Конструкторське бюро «Південне» ім. М.К. Янгеля». – № u20120527; заявл.26.03.2012; опубл. 25.01.2013, Бюл. №2. 17. Dawson B. Comparing floating point numbers [Электронный ресурс] – Режим доступа до статті: <http://www.cygnus-software.com/papers/comparingfloats/comparingfloats.htm>.

**Bibliography (transliterated):** 1. Caj, D. G., and E. C. Kassidi. "Dinamicheskie karakteristiki vozdušnogo reduktora davlenija." *Trudy ASME. ser. D. No. 2.* 1961. 57 – 80. Print. 2. Podchufarov, B. M., M. V. Maliovanov and Ju. P. Saklakov. "Dinamicheskaja model' pruzhinnogo reduktora davlenija gaza, podchinjajushhegosja uravneniju sostojanija Abelja." *Voprosy optimizacii i avtomatizacii konstruktorskih rabot.* No. 9. Tula, 1971. 7–16. Print. 3. Halatov, E. M. "Dinamika gazovogo agregatnogo reduktora davlenija." *Voprosy optimizacii i avtomatizacii konstruktorskih rabot.* No. 9. Tula, 1971. 17–28. Print. 4. Tomaev, A. M., and A. G. Zajcev. "Analiz vlijanija pogreshnostej parametrov pruzhinnogo reduktora davlenija na ego dinamicheskie karakteristiki." *Voprosy optimizacii i avtomatizacii konstruktorskih rabot.* No. 28. Tula, 1975. 70–77. Print. 5. Maliovanov, M. V., Ju. B. Podchufarov and O. A. Nechaeva. "Dinamicheskaja model' pruzhinnogo reduktora davlenija real'nogo gaza." *Voprosy optimizacii i avtomatizacii konstruktorskih rabot.* No. 21. Tula, 1973. 112–123. Print. 6. Dzitoev, V. L., et al. "Issledovanie ustojchivosti gazovogo reduktora s truboprovodami." *Voprosy optimizacii i avtomatizacii konstruktorskih rabot.* No. 28. Tula, 1975. 100–111. Print. 7. Kudrjavec, A. I., G. A. Krutikov and Ju. M. Limonov. "O vlijanii drosselja obratnoj svyazi v redukcijnyh klapnax na dempfirovanie kolebanij davlenija." *Gidroprivod i gidropnevmoavtomatika.* No. 14. Kiev, 1978. 44–48. Print. 8. Krutikov, G. A., A. P. Efremov and V. D. Penchev. "Issledovanie na JeCVM gazovyh redukcijnyh klapnov s dempfirujushhej kameroy." *Problemy mashinostroenija.* No. 5. Kiev, 1977. 94–98. Print. 9. Morinaga, T. "Dinamicheskie karakteristiki redukcijnogo klapana." *Kjajsoku dzido szejgo gakkaj rombunsju.* Vol. 6. No. 1. 1970. 68–73. Print. 10. Artjomov, V. P. "Obobshhonnaja dinamicheskaja model' gazovogo dvuhstupenчатого reduktora davlenija." *Dinamika i tochnost' funkcionirovanija teplomehanicheskikh sistem.* No. 4. Tula, 1973. 194–197. Print. 11. Ragul'skene, V. L. *Vibroudarnye sistemy (Teorija i primenenie).* Vil'njus: Mintis, 1974. Print. 12. Kobrinskij, A. E., and A. A. Kobrinskij. *Vibroudarnye sistemy (Dinamika i ustojchivost').* Moscow: Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoj literatury izd-va «Nauka», 1973. Print. 13. Ermilov, V. A., Ju. V. Nesterenko and V. G. Nikolaev. *Gazovye reduktory.* Leningrad: Mashinostroenie. Leningr. Otd-nie, 1981. Print. 14. Balakshin, O. B. "Issledovanie i raschjot na JeCVM reguljatorov davlenija gaza razlichnyh sposobov dejstvija." *Reshenie zadach mashinovedenija na vychislitel'nyh mashinah.* Moscow: Nauka, 1974. 60–78. Print. 15. Balakshin, O. B., et al. "Razrabotka nelinejnyh modelej i issledovanie pri pomoshhi JeCVM dinamiki magistral'nyh gazovyh reduktorov." *Reshenie zadach mashinovedenija na vychislitel'nyh mashinah.* Moscow: Nauka, 1977. 108–115.

Print. 16. Valivahin S.O., Porubajmeh V.I., Shevchenko S.A. Reguljator tisku gazu. Derzhavne pidpriemstvo «Konstruktors'ke bjuro «Pivdenne» im. M.K. Jangelja». Ukraïna, assignee. Patent. 76857, MPK(7) G05D 16/10. № u 20120527. 25 January 2013. 17. Dawson, B. Comparing floating point numbers. Web. 05 May 2014 <<http://www.cygnus-software.com/papers/comparingfloats/comparing-floats.htm>>

Поступила (received) 31.03.2014

УДК 629.017:681.532.58

**С. Н. ШУКЛИНОВ**, д-р техн. наук, доц., ХНАДУ, Харьков

## **АДАПТИВНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ТОРМОЖЕНИЕМ АВТОМОБИЛЯ С ПЕРЕНАСТРАИВАЕМОЙ МОДЕЛЬЮ**

Предложена структурная схема адаптивной автоматизированной системы управления тормозами автомобиля с перенастраиваемой моделью. Разработан метод определения порогового значения задающего воздействия, по которому определяется момент перенастройки коэффициента эффективности модели. Сформирована статическая характеристика управления торможением перенастраиваемой модели автомобиля.

**Ключевые слова:** автомобиль, торможение, управление, адаптивная система, перенастраиваемая модель, задающее воздействие, статическая характеристика.

**Введение.** Тормозное управление автомобиля в существенной мере определяет безопасность движения. В этой связи исследователи и разработчики тормозных систем уделяют значительное внимание их совершенствованию. Работы направлены на повышение эффективности торможения, сохранение устойчивости движения автомобиля при торможении, а также на повышение эффективности и качества управления. В последнем случае результаты исследований позволяют повысить комфортабельность управления торможением, которая оценивается коэффициентом эффективности тормозного управления  $k = j_a / P_n$  ( $j_a$  – замедление автомобиля;  $P_n$  – усилие на педали тормоза) [1]. Следует заметить, что при эксплуатации автомобилей различные возмущающие факторы изменяют коэффициент эффективности тормозного управления. Вследствие этого водителю приходится адаптироваться к изменившимся условиям, что увеличивает напряженность его работы и как следствие снижает безопасность движения. В этой связи при служебных торможениях автомобиля функции адаптации к меняющимся условиям рационально переложить на автоматическую систему с эталонной моделью. Для помощи водителю и повышения эффективности управления в случае экстренного торможения предлагаются автоматические системы – *Brake Assist* [2]. В этом случае обеспечивается автоматическое повышение коэффициента эффективности тормозного управления, что помогает водителю адаптироваться к изменившимся условиям и создать задающее воздействие, обеспечивающее быстрое формирование максимального управляющего воздействия на тормозные механизмы.

© С. Н. Шуклинов, 2014

**Анализ последних исследований.** Автор работы [3] отметил преимущества адаптивных систем с эталонной моделью по сравнению с обычными системами управления:

– обеспечение устойчивости и высоких качественно-точных показателей процессов управления при широких пределах изменения характеристик объекта;

– возможность упрощения основного контура управления за счет упрощения корректирующих устройств;

– простота реализации, вследствие чего их надежность может быть выше надежности обычных систем.

В работах [4, 5] авторами выполнена оценка устойчивости системы с эталонной моделью адаптивного управления тормозами и доказана целесообразность применения в качестве параметра оценки состояния системы – замедление автомобиля. Теоретические исследования параметров управления торможением автомобиля с адаптивным электропневматическим приводом тормозов при действии возмущающих факторов подтвердили достоинства систем управления с эталонной моделью [6, 7].

**Постановка задачи.** Адаптивные системы с эталонной моделью управления торможением [4] обеспечивают инвариантность статической характеристики тормозного управления, то есть обеспечивают пропорциональность замедления автомобиля усилию на педали тормоза при действии возмущающих факторов: изменении степени загрузки автомобиля, снижении коэффициентов эффективности тормозных механизмов, уменьшение эффективности тормозных контуров. Вследствие этого повышается комфортабельность управления служебным торможением и безопасность движения автомобилей.

Рациональное значение коэффициента эффективности определяется для *служебных торможений*, как наиболее распространенных. В случае экстренного торможения автомобиля рационально увеличить коэффициент эффективности тормозного управления  $k$ . При этом в адаптивных системах с моделью эту задачу можно решить, обеспечив перенастройку коэффициентов модели. То есть статическая характеристика перенастраиваемой модели должна иметь нелинейный характер.

**Уравнения состояния системы с эталонной моделью.** Динамическое состояние автомобиля при управлении торможением адаптивной системой с эталонной моделью описываются уравнениями состояния объекта управления (автомобиля) и его эталонной модели [4]

$$\ddot{y} = -a_1 \cdot \dot{y} + k \cdot \dot{u}(x), \quad (1)$$

$$\ddot{y}_m = -a_{1m} \cdot \dot{y}_m + k_m \cdot \dot{q}, \quad (2)$$

где  $\ddot{y}, \dot{y}_m$  – скорость изменения замедления автомобиля и эталонной модели;

$\dot{y}, \dot{y}_m$  – замедление автомобиля и эталонной модели;

$$a_1 = 2 \cdot \kappa_B \cdot F_a \cdot V_a / m_a \cdot \delta_{вр}, \quad a_{1m} = 2 \cdot \kappa_B \cdot F_a \cdot V_a / m_{ан} \cdot \delta_{вр}$$

– коэффициенты, характеризующие нестационарность процесса объекта

управления и эталонной модели;  $\kappa_b$  – коэффициент обтекаемости автомобиля;  $F_a$  – лобовая площадь автомобиля;  $V_a$  – скорость;  $m_a, m_{ан}$  – масса соответственно автомобиля и эталонной модели;  $\delta_{вр}$  – коэффициент учета вращающихся масс;  $\dot{i}(x)$ ,  $\dot{q}$  – функция скорости изменения управляющего воздействия соответственно автомобиля и эталонной модели;  $k, k_M$  – коэффициенты эффективности тормозного управления автомобиля и эталонной модели.

Эталонная модель описывает желаемые свойства реальной системы. Она строится в форме стационарного устройства на основе предварительных расчетов эффективности торможения. При этом параметры торможения модели соответствуют установившемуся торможению автомобиля для *снаряженного состояния*, у которого коэффициенты тормозных колес остаются постоянными. То есть масса модели  $m_{ан}$  равна сумме массы автомобиля в снаряженном состоянии и массы водителя, а коэффициент эффективности тормозного управления эталонной модели  $k_M = const$ .

**Структура системы управления с перенастраиваемой моделью.** Для формирования адаптивного тормозного управления автомобиля с нелинейной характеристикой, реализуемая аппаратным или программным путем модель должна быть перенастраиваемой. Блок-схема адаптивной автоматизированной системы управления тормозами (рис. 1) кроме водителя и основного контура управления, модели объекта (МО) и контура самонастройки включает в себя блок идентификации задающего воздействия, формируемого водителем. Блок идентификации *б* состоит из модели экстренного задающего воздействия *М*, определяющего пороговое значение  $q_n$  (переход к экстремному торможению) и блока настройки модели *7* объекта.

Входом представленной автоматизированной системы является задача управления в виде значения желаемого замедления автомобиля, определяемого водителем *1* в соответствии с дорожной обстановкой. При этом водитель формирует задающее воздействие  $x$  для основного контура управления и задающее воздействие  $q$  – для модели объекта. Результат управления водитель оценивает по сигналу обратной связи  $\gamma$ .

В соответствии с задающим воздействием  $x$  в основном контуре управления *2* на основании оценки ошибки управления  $\varepsilon$  формируется управляющее воздействие  $u(x)$ . Ошибка управления  $\varepsilon$  определяется в устройстве *3* в результате сравнения параметра оценки состояния системы – замедления автомобиля  $\dot{y}$  и замедления модели  $\dot{y}_M$ .

В блоке идентификации *б* по результатам сравнения сигналов, задающего воздействия  $q$  с выходом модели экстренного задающего воздействия  $q_n$ , реализуется модель задающего воздействия для МО с перенастраиваемыми коэффициентами. Перенастройка коэффициентов модели объекта выполняется при помощи блока настройки модели *7*.

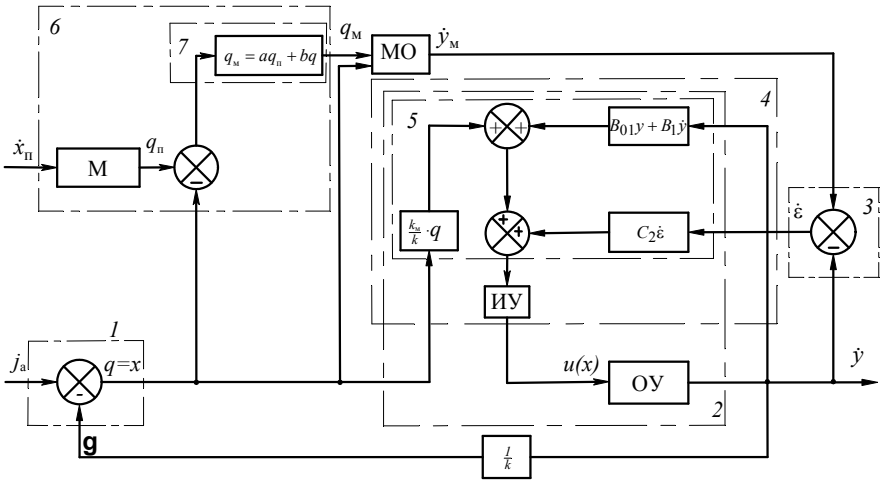


Рис. 1 – Структурная схема адаптивной автоматизированной системы управления тормозами автомобиля с перенастраиваемой моделью: 1 – водитель; 2 – основной контур управления; 3 – устройство сравнения; 4 – канал самонастройки; 5 – вычислительное устройство канала самонастройки; 6 – блок идентификации входного воздействия; 7 – блок настройки модели объекта.

Выходом блока настройки модели объекта 7 является сигнал  $q_m$ , в соответствии с которым определяется перенастраиваемый коэффициент эффективности модели  $k_m$ . Алгоритм работы блока настройки модели базируется на оценке значения задающего воздействия модели  $q_m$ , являющегося уставкой для перенастройки модели объекта,

$$q_m = a q_n + b q, \tag{3}$$

где

$$a = \begin{cases} 1, & \text{если } q \geq q_n, \\ 0, & \text{если } q < q_n; \end{cases} \quad b = \begin{cases} 1, & \text{если } q < q_n, \\ 0, & \text{если } q \geq q_n; \end{cases}$$

$q_n$  – значение порогового управляющего воздействия.

Значение порогового управляющего воздействия  $q_n$  отражает усилие на педали тормоза, определяющее экстренный характер торможения автомобиля. Следует заметить, что экстренный характер торможения определяется не только усилием на педали тормоза, но и темпом перемещения педали. Вследствие этого для определения характера торможения рационально использовать интегральный показатель – мощность, развиваемую водителем на педали тормоза. При этом значение порогового управляющего воздействия (усилия на педали тормоза) должно соответствовать пороговой мощности на педали тормоза. Пороговая мощность на педали тормоза является интегральным эргономическим параметром управления торможением автомобиля, превышение которой свидетельствует об экстренном характере формировании водителем задающего воздействия. Значение пороговой мощности определя-

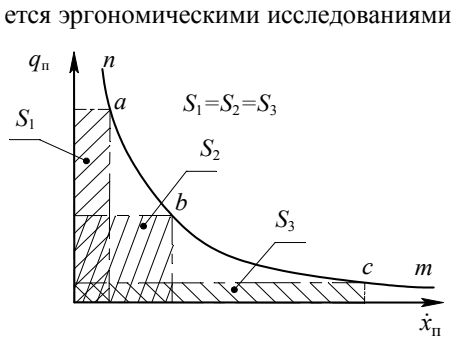


Рис. 2 – Определение порогового значения  $q_{п}$ .

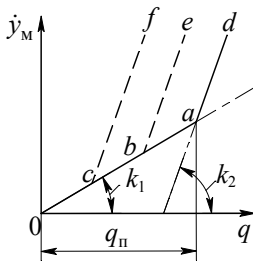


Рис. 3 – Статическая характеристика управления торможением перенастраиваемой модели автомобиля.

иается эргономическими исследованиями и является постоянной величиной при заданном уровне пороговой мощности  $N_{пор}$  зависимость порогового воздействия  $q_{п}$  от скорости перемещения педали тормоза  $\dot{x}_{п}$  отражает кривая  $nm$  на рис. 2. Каждая точка кривой  $nm$  характеризует значение пороговой мощности на педали тормоза. Площади  $S_1, S_2$  и  $S_3$  одинаковые и равны значению пороговой мощности. Исходя из этого, определяем пороговое значение задающего воздействия  $q_{п}$

$$q_{п} = N_{пор} / \dot{x}_{п}, \quad (4)$$

где  $N_{пор}$  – пороговая мощность задающего воздействия;  $\dot{x}_{п}$  – скорость перемещения педали тормоза при за- тормаживании.

**Статическая характеристика управления торможением перенастраиваемой моделью.** Статическая характеристика управления торможением отражает зависимость установившегося замедления от управляющего воздействия. Для случая управления торможением перенастра-

В соответствии со статической характеристикой управления торможением перенастраиваемой модели автомобиля зависимость замедления от задающего воздействия определяет уравнение

$$\dot{y}_M = (k_1 - k_2) \cdot q_M + k_2 q, \quad (5)$$

где  $k_1, k_2$  – соответственно коэффициенты эффективности соответственно при служебном и экстренном торможении.

Коэффициент эффективности тормозного управления перенастраиваемой модели является функцией задающего воздействия  $q$ . По определению его величина равна

$$k_M(q) = \frac{\dot{y}_M}{q}. \quad (6)$$

Коэффициент эффективности перенастраиваемой модели (6) с учетом выражения (5) в общем случае приобретает вид

$$k_M(q) = (k_1 - k_2) \cdot \frac{q_M}{q} + k_M \cdot q. \quad (7)$$

В случае служебного торможения сформированное водителем задающее воздействие  $q$  меньше порогового значения  $q_{\text{п}}$ , и в соответствии с зависимостью (3) в блоке настройки модели объекта формируется управляющее воздействие модели  $q_M = q$ . При этом перенастраиваемый коэффициент эффективности модели  $k_M(q)$  в соответствии с выражением (7) равен коэффициенту эффективности  $k_1$  (рис. 3).

Экстренное торможение характеризуется тем, что водитель быстро нажимает на педаль тормоза. При этом уровень порогового значения, задающего воздействия  $q_{\text{п}}$ , в соответствии с отношением (4) снижается. В этом случае задающее воздействие, формируемое водителем, превышает пороговое значение задающего воздействия  $q_{\text{п}}$ , и в блоке настройки модели объекта определяется в соответствии с зависимостью (3) управляющее воздействие модели  $q_M = q$ . В результате коэффициент эффективности тормозного управления перенастраиваемой модели принимает значение

$$k_M(q) = (k_1 - k_2) \cdot \frac{q_{\text{п}}}{q} + k_2. \quad (8)$$

В правой части выражения (8) имеет определенно- отрицательное значение и характеризует влияние на коэффициент эффективности  $k_M(q)$  темпа нарастания задающего воздействия  $q$ . Чем больше скорость перемещения педали тормоза  $\dot{x}_{\text{п}}$ , тем меньше пороговое значение задающего значения задающего воздействия  $q_{\text{п}}$ . И, следовательно, условие  $q > q_{\text{п}}$  выполняется при меньшем значении задающего воздействия  $q$ . Таким образом, коэффициент эффективности тормозного управления перенастраиваемой модели  $k_M(q)$  зависит не только от величины задающего воздействия  $q$ , но и от скорости пе-

ремещения педали тормоза во время приведения в действие тормозной системы.

**Выводы.** В данной работе предложена структурная схема адаптивной автоматизированной системы управления с перенастраиваемой моделью. Перенастройка модели тормозного управления выполняется при условии достижения мощности на педали тормоза, развиваемой водителем, своего порогового значения. Уставкой для перенастройки служит пороговое значение задающего воздействия. Предложенный метод позволяет определить пороговое значение задающего воздействия и коэффициента эффективности тормозного управления перенастраиваемой модели. Установлено, что коэффициент эффективности тормозного управления перенастраиваемой модели зависит не только от величины задающего воздействия, но и темпа его нарастания.

Статическая характеристика тормозного управления с адаптивной автоматизированной системой управления с перенастраиваемой моделью имеет расширенную рабочую область в случае экстренного торможения. В этом случае адаптивная система помогает водителю сформировать управляющее воздействие, причём как при служебных, так и при экстренных торможениях.

**Список литературы:** 1. Давыдов А.Д., Майборода О.В. Надежность управления автомобилем при торможении // Автомобильная промышленность. – 1981. – № 2. – С. 14. 2. Купе Mercedes CLK с новым аварийным тормозом Brems – Assistant // Автомобилестроение за рубежом. – 1998. – № 1. – С. 8 – 9. 3. Солодовников В.В., Шрамко Л.Ю. Расчет и проектирование аналитических самонастраивающихся систем с эталонными моделями – М.: Машиностроение, 1972. – 260 с. 4. Туренко А.Н., Шуклинов С.Н., Вербицкий В.И. Оценка устойчивости системы адаптивного управления тормозами // Сб. науч. тр. ХНАДУ «Автомобильный транспорт». – Вып. 28. – Х., 2011. – С. 7 – 11. 5. Туренко А.Н., Шуклинов С.Н., Вербицкий В.И. Замедление колесной машины как параметр оценки состояния системы адаптивного тормозного управления // Сб. науч. тр. ХНАДУ «Автомобильный транспорт». – Вып. 31. – Х., 2012. – С. 7 – 12. 6. Туренко А.Н., Шуклинов С.Н., Михалеви́ч Н.Г. Электропневматический привод тормозов с адаптивным управлением // Изв. ВолгГТУ. Серия «Наземные транспортные системы», Вып. 4: межвуз. сб. науч. ст. / ВолгГТУ. – Волгоград, 2011. – № 12(85). – С. 51 – 53. 7. Туренко А.Н., Шуклинов С.Н., Михалеви́ч Н.Г. Моделирование динамики колесной машины с адаптивным электропневматическим приводом тормозов // Вестник ХНАДУ. – 2012. – Вып. 56. – С. 66 – 74.

**Bibliography (transliterated):** 1. Davydov, A. D., and O. V. "Majboroda Nadezhnost' upravlenija avtomobilem pri tormozhenii." *Avtomobil'naja promyshlennost'*. No. 2. 1981. Print. 2. "Kupe Mercedes CLK s novym avarijnym tormozom Brems – Assistant." *Avtomobilestroenie za rubezhom*. No. 1. 1998. 8–9. Print. 3. Solodovnikov, V. V., and L. Ju. Shramko. *Raschet i proektirovanie analiticheskikh samonastrajvajushhihsja sistem s jetalonnymi modeljami*. Moscow: Mashinostroenie, 1972. Print. 4. Turenko, A. N., S. N. Shuklinov and V. I. Verbickij. "Ocenka ustojchivosti sistemy adaptivnogo upravlenija tormozami." *Sb. nauch. trudov HNADU "Avtomobil'nyj transport"*. No. 28. Kharkov, 2011. 7–11. Print. 5. Turenko, A. N., S. N. Shuklinov and V. I. Verbickij. "Zamedlenie kolesnoj mashiny kak parametr ocenki sostojanija sistemy adaptivnogo tormoznogo upravlenija." *Sb. nauch. trudov HNADU "Avtomobil'nyj transport"*. No. 31. Kharkov, 2012. 7–12. Print. 6. Turenko, A. N., S. N. Shuklinov and N. G. Mihalevich. "Jelektropnevmaticheskij privod tormozov s adaptivnym upravleniem." *Izv. VolgGTU. Ser.: Nazemnye transportnye sistemy*. Vol. 4. No. 12 (85). Volgograd: VolgGTU, 2011. 51–53. Print. 7. Turenko, A. N., S. N. Shuklinov and N. G. Mihalevich. "Modelirovanie dinamiki kolesnoj mashiny s adaptivnym jelektropnevmaticheskim privodom tormozov." *Vestnik HNADU*. No. 56. 2012. 66–74. Print.

*Поступила (received) 03.04.2014*



## З М І С Т

К 80-летнему юбилею Ганделя Ю.В. ....	3
<i>Анділахай О. О.</i> Розробка математичної моделі визначення параметрів абразивної обробки деталей затопленими струменями .....	9
<i>Бодяньський Є. В., Тищенко О. К., Копаліані Д. С.</i> Багатомірна каскадна нейро-фаззі система з оптимізацією пулу нейронів .....	17
<i>Владіміров Е. О., Гавва Д. В., Чикунов П. О.</i> Розкриття невизначеності вирішення задачі кінематики графічним способом при вивченні курсу теорії механізмів та машин .....	26
<i>Возняк О. Т., Пона О. М., Шаповал С. П.</i> Вплив вітру на роботу сонячного колектора з гофрованим теплопоглиначем .....	32
<i>Гайдамака А. В.</i> Распределение осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника .....	39
<i>Гречка І. П.</i> Встановлення технічного рівня гідроагрегату обертання .....	45
<i>Григорьев А. Л.</i> Метод прочностного динамического анализа запирающего механизма дизельной форсунки .....	53
<i>Донской Д. Ф., Кутя М. М., Олешко С. А.</i> Математическая модель динамики добычи газа на завершающей стадии эксплуатации месторождения.....	59
<i>Кондратенко А. Н.</i> Математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твёрдых частиц дизеля. Часть 1: настроечный коэффициент .....	68
<i>Кондратенко А. Н.</i> Математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твёрдых частиц дизеля. Часть 2: температурный коэффициент .....	80
<i>Кухтенков Ю. М., Кухтенков М. Ю., Рижов С. О.</i> Дослідження обертowego зриву в насосному режимі оборотних гідромашин.....	89
<i>Мачуга О. С.</i> Особливості проектування лісозаготівельної техніки для роботи на територіях з ухилом. Частина 2. Розв'язування практичних задач .....	94
<i>Мельник О. С., Трохименко Н. В., Онищук О. В.</i> Програмовані наноелектронні логічні елементи .....	110

<b>Ольшанський В. П., Ольшанський С. В.</b> Функція Ламберта в задачі коливань математичного маятника.....	116
<b>Плаксії Ю. А.</b> Двочастотна кватерніонна еталонна модель обертання твердого тіла конічного типу.....	120
<b>Проценко М. И.</b> Экспериментальный стенд для исследований работы термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии и его расчётная модель.....	130
<b>Семко А. Н., Владыкина Н. Н.</b> Моделирование электромагнитных и гидродинамических параметров в лабораторной установке.....	138
<b>Сімсон Е. А., Назаренко С. О., Марусенко С. І.</b> Аналіз чутливості елементів конструкцій при динамічних навантаженнях.....	146
<b>Сотник М. І.</b> Моделювання робочих режимів відцентрових насосів.....	151
<b>Степук А. В., Автономова Л. В., Бондарь С. В.</b> Влияние модели состояния материала на напряжённно-деформированное состояние П-образной конструкции при ударе шаром.....	161
<b>Тарсис Е. Ю.</b> Вариационно-структурный метод решения плоской контактной задачи теории упругости.....	167
<b>Тимошенко Н. С., Семко А. Н.</b> Теоретическое и экспериментальное исследование модели вытяжного газохода для дуговых сталеплавильных печей.....	178
<b>Ткаченко В. Н.</b> Исследование напряжённно-деформированного состояния колеса волновой зубчатой передачи с использованием теорий упругих оболочек.....	191
<b>Шевченко С. А., Валивахин С. А.</b> Математическая модель регулятора давления газа.....	195
<b>Шуклинов С. Н.</b> Адаптивная система управления торможением автомобиля с перенастраиваемой моделью.....	209
<b>Реферати</b> .....	218
<b>Рефераты</b> .....	224
<b>Abstracts</b> .....	231

## РЕФЕРАТИ

УДК 517.01

**До 80-річного ювілею Ганделя Ю.В. / С. В. Духопельников, В. Д. Душкін, Т. С. Поляська // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 3 – 8. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.**

Наведені деякі факти з біографії та професійної діяльності відомого харківського вченого та педагога Ю.В. Ганделя, які раніше не опубліковувалися.

**Ключові слова:** Гандель Юрій Володимирович.

УДК 621.923

**Розробка математичної моделі визначення параметрів абразивної обробки деталей затопленими струменями / О. О. Анділахай // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 9 – 16. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.**

Розроблено нову математичну модель визначення енергоємності обробки з урахуванням різних форм мікрорізів: з постійною товщиною та з товщиною зрізу, що збільшується й зменшується в часі. Доведено, що найменша енергоємність досягається при мікрорізанні зі зменшуваною в часі товщиною зрізу. Це вказує на те, що найбільш ефективною областю застосування методу абразивної обробки затопленими струменями є обробка кромки заготовок, усунення задирок і зменшення мікронерівностей на оброблених поверхнях дрібних деталей.

**Ключові слова:** абразивна обробка, процес різання, абразивне зерно, товщина зрізу, сила різання, енергоємність обробки.

УДК 004.032.26

**Багатомірний каскадний нейро-фазі система з оптимізацією пулу нейронів / Є. В. Бодяньський, О. К. Тищенко, Д. С. Копаліані // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 17 – 26. Бібліогр.: 19 назв. – ISSN 2222-0631.**

Запропоновано архітектуру та методи навчання багатомірної гібридної каскадної нейронної мережі з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді, що відрізняються від відомих каскадних систем обчислювального інтелекту можливістю опрацювання багатомірних часових рядів в режимі online, що дає можливість обробляти нестационарні стохастичні та хаотичні сигнали нелінійних об'єктів з необхідною точністю.

**Ключові слова:** нейронна мережа, нео-фазі-нейрон, обчислювальний інтелект, еволюціонуюча гібридна система.

УДК 74.580.25: 531.8(045/046)

**Розкриття невизначеності вирішення задачі кінематики графічним способом при вивченні курсу теорії механізмів та машин / Е. О. Владіміров, Д. В. Гавва, П. О. Чикунів // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 26 – 31. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.**

Розглянуто аналіз методів рішень завдань аналітичної та нарисної геометрії, що пов'язані з формою і взаємним положенням геометричних об'єктів. Показано єдність аналітичних і графічних методів на прикладі кінематичного аналізу плоского механізму. Для завдання по визначенню швидкостей елементів плоских механізмів показано єдність подолання проблеми розкриття невизначеності. Для механізмів паралелограма і антипаралелограма виконано аналіз для окремого положення ланок, коли неможлива побудова плану швидкостей. Для рішення поставленого завдання графічним методом залучено побудову плану прискорень, оскільки прискорення є похідною від швидкості. Лінійну та кутову швидкості точок плоских механізмів визначено побудовою трикутника швидкостей. В якості підказки для вирішення розглянутої задачі використане правило Лопітала, згідно з яким межа відносини двох функцій, що прагнуть до нуля, замінюється

ся відношенням їх похідних.

**Ключові слова:** нарисна геометрія, аналітична геометрія, кінематика механізму, розкриття невизначеності, правило Лопітала.

УДК 620.97

**Вплив вітру на роботу сонячного колектора з гофрованим теплопоглиначем / О.Т. Возняк, О.М. Пона, С.П. Шаповал // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 32 – 38. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Досліджено вплив повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора. Виконано порівняння результатів впливу повітряного потоку на енергетичну ефективність сонячного колектора, зокрема колектора з використанням гофрованого теплопоглинача. Встановлено залежності між різними швидкостями і напрямками повітряного потоку та ефективністю колектора. Розроблена математична модель процесу тепловіддачі від пучка труб сонячного колектора, під дією вітру, при різній швидкості та напрямку повітряного потоку, при коридорному і шахматному розташуванні пучка труб.

**Ключові слова:** сонячний колектор, сонячне випромінювання, повітряний потік, коефіцієнт тепловіддачі.

УДК 621.822

**Розподіл осевого навантаження між циліндричними роликами радіального підшипника / А. В. Гайдамака // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 39 – 44. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Удосконалено метод розрахунку осевого навантаження між роликами циліндричного підшипника шляхом побудови моделей і аналітичного визначення кута перекосу кілець при комбінованому (радіальному і осьовому) навантаженні підшипника і врахування деформації бортів кілець. Наведено результати розрахунку осевого навантаження між циліндричними роликами радіального підшипника.

**Ключові слова:** підшипник, ролики, навантаження.

УДК 621.221

**Встановлення технічного рівня гідроагрегату обертання / І. П. Гречка // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 45 – 52. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.**

Наведено номенклатуру одиничних показників якості гідроагрегатів, які використовуються в оцінюванні їх технічного рівня. Запропоновано для встановлення технічного рівня гідроагрегатів обертання використовувати комплексний критерій ефективності, який дає оцінку конструктивних та експлуатаційних показників гідромашин відносно конкретних гідрифікованих машин, а саме – безрозмірний критерій ефективності для гідромоторів. За питомими показниками якості та комплексним критерієм встановлено технічний рівень гідромоторів передових заводських фірм та вибрано тип гідромотора для гідроагрегату обертання.

**Ключові слова:** гідроагрегат обертання, технічний рівень, комплексний показник, гідромотор.

УДК 539.01: 621.436

**Метод міцнісного динамічного аналізу запірної механізму дизельної форсунок / О. Л. Григор'єв // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 53 – 58. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.**

Описано метод динамічного розрахунку запірної механізму дизельної форсунок. Особливостями методу є врахування розривів кінематичного ланцюга, а також використання математичної моделі пружини, в якій враховано повздовжні, крутильні та згинні коливання її вит-

ків. В методі використана можливість представлення загального рішення рівнянь цієї моделі в формі інтегралів Дюамеля із ядрами Коші.

**Ключові слова:** динамічна модель, суттєва нелінійність, коливання витків пружини, дотичні напруження.

УДК 622.691.4

**Математична модель динаміки видобутку газу на завершальній стадії експлуатації родовища / Д. Ф. Донський, М. М. Кутя, С. А. Олешко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 59 – 68. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Розроблено та реалізовано для практичних цілей математичну модель динаміки обсягів видобутку газу для родовищ на завершальній стадії розробки, оцінено вплив утворення рідинних пробок в ліфтових трубах свердловини та в порожнині її шлейфа на режими роботи системи «свердловина – шлейф – установка збору».

**Ключові слова:** модель відбору газу, динаміка видобутку, природний газ, родовище, свердловина, заключна стадія розробки, рідинні пробки.

УДК 621.43.068.4

**Математична модель гідравлічного опору фільтра твердих часток дизеля. Частина 1: настроувальний коефіцієнт / О. М. Кондратенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 68 – 80. Бібліогр.: 20 назв. – ISSN 2222-0631.**

Приведено та описано математичну модель гідравлічного опору ФТЧ у реальних умовах експлуатації. Модель побудовано на основі витратної характеристики одного модуля ФТЧ, експериментально отриманій за постійної температури текучого середовища, і даних стендових випробувань автотракторного дизеля 2Ч10,5/12, що обладнаний повнорозмірним ФТЧ. Модель дозволяє врахувати ряд факторів, що характеризують умови експлуатації ФТЧ у складі випускної системи цього дизеля. Врахування цих факторів проводиться шляхом введення відповідних коефіцієнтів. У даній частині роботи описано фізичний зміст та оцінено значення настроувального коефіцієнту моделі, що дозволяє зв'язати результати досліджень на безмоторній установці і моторному стенді та врахувати тип конструктивного виконання модуля фільтруючого елемента.

**Ключові слова:** дизель, фільтр твердих частинок, гідравлічний опір, математична модель.

УДК 621.43.068.4

**Математична модель гідравлічного опору фільтра твердих частинок дизеля. Частина 2: температурний коефіцієнт / О. М. Кондратенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 80 – 89. Бібліогр.: 3 назв. – ISSN 2222-0631.**

Описано математичну модель гідравлічного опору фільтра твердих частинок (ФТЧ) дизеля у реальних умовах експлуатації. Модель побудовано на основі витратної характеристики одного модуля ФТЧ, експериментально отриманій за постійної температури текучого середовища, і даних стендових випробувань автотракторного дизеля 2Ч10,5/12, оснащеного повнорозмірним ФТЧ. Модель дозволяє врахувати ряд факторів, що характеризують умови експлуатації ФТЧ у складі випускної системи цього дизеля. Врахування цих факторів проводиться шляхом введення відповідних коефіцієнтів. У даній частині роботи описано фізичний зміст та оцінено значення температурного коефіцієнту моделі, що дозволяє врахувати зміну температури відпрацьованих газів на вході у корпус фільтра як функцію середнього ефективного тиску дизеля.

**Ключові слова:** дизель, фільтр твердих частинок, гідравлічний опір, математична модель.

УДК 621.224

**Дослідження обертового зриву в насосному режимі оборотних гідромашин / Ю. М. Кухтенков, М. Ю. Кухтенков, С. О. Рижов // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 89 – 94. Бібліогр.: 1 назва. – ISSN 2222-0631.**

огр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.

Проведено експериментальні дослідження обертового зриву в оборотних гідравлічних машинах при напорах 200 м. Визначається число зон зриву і швидкість їх обертання. При зменшенні витрати обертовий зрив перетворюється у помпаж. Пульсації тиску між робочим колесом і напрямним апаратом у гідромашині при обертовому зриві досягають 25 %, і при помпажі – 28 %.

**Ключові слова:** обертовий зрив, пульсації тиску, робоче колесо, напрямний апарат.

УДК 630\*377.4:531.8

**Особливості проектування лісозаготівельної техніки для роботи на територіях з ухилом. Частина 2. Розв'язування практичних задач / О. С. Мачуга // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 94 – 109. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.**

Запропоновано методика інженерних розрахунків робочих характеристик лісозаготівельних машин – харвестерів: потужності двигуна та опорних реакцій. Методика базується на використанні рівнянь попередньо розробленої математичної моделі руху механізму площиною з ухилом, поєднаного із виконанням технологічних операцій. Розглянуто тестові приклади розрахунку, результати яких важливі для вибору відповідної до умов експлуатації техніки та коригування технологічних операцій лісозаготівлі для раніше придбаних механізмів.

**Ключові слова:** інженерні розрахунки, лісозаготівельна машина, потужність двигуна, опорні реакції, вибір техніки, коригування операцій лісозаготівлі.

УДК 004.94.:621.389.:53.086(045)

**Програмовані нанoeлектронні логічні елементи / О. С. Мельник, Н. В. Трохименко, О. В. Онищук // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 110 – 115. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Запропоновано квантові коміркові нанoeлектронні схеми, скомпоновані з трьох мажоритарних елементів. Семивходовий логічний елемент може бути перетворений у різноманітні пристрої, такі як: чотириходовий елемент І, чотириходовий елемент АБО, добуток сум сигналів, суму добутків та їх варіації.

**Ключові слова:** квантовий комірковий автомат, мажоритарний елемент, програмовані нанoeлектронні схеми.

УДК 539.3: 517.9

**Функція Ламберта в задачі коливань математичного маятника / В. П. Ольшанський, С. В. Ольшанський // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 116 – 119. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.**

Проведено короткий огляд підходів до розв'язання рівняння коливань математичного маятника з квадратичним тертям. Показано, що наближене обчислення амплітуд затухаючих коливань математичного маятника, у середовищі з квадратичним опором рухові, можна проводити за допомогою таблиці функції Ламберта від'ємного аргументу. Запропоновано варіант наближеного розв'язання оберненої задачі ідентифікації коефіцієнта опору середовища.

**Ключові слова:** математичний маятник, коливання, функція Ламберта.

УДК 629.7.05

**Двочастотна кватерніонна еталонна модель обертання твердого тіла кінчного типу / Ю. А. Плаксії // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 120 – 129. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.**

Запропонована аналітична еталонна модель обертання твердого тіла на основі мультиплікативного представлення кватерніона орієнтації. Побудовані траєкторії в конфігураційному просторі, які різняться по вигляду від траєкторій для моделей кінчного руху і регулярної пре-

цесії.

**Ключові слова:** кватерніон, орієнтація, еталонна модель, квазікоординати.

УДК 621.577:621.517

**Експериментальний стенд для дослідження роботи термотрансформаторів із використанням струменевої термокомпресії і його розрахункова модель / М. І. Проценко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 130 – 137. Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2222-0631.**

Розглянуто схему експериментального стенду термотрансформатора з використанням струменевої термокомпресії, який працює в режимі теплового насоса на робочій речовині R134a. Представлені основні рівняння розрахункової моделі термотрансформатора і залежності для визначення показників енергоефективності. Наведено результати чисельного дослідження показників енергоефективності.

**Ключові слова:** рідинно-паровий струменевий компресор, термотрансформатор, режим теплового насосу.

УДК 532.5:519.872:669.187

**Моделювання електромагнітних і гідродинамічних параметрів в лабораторній установці / О. М. Семко, Н. М. Владикіна // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 138 – 145. Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2222-0631.**

Робота присвячена моделюванню електромагнітних і гідродинамічних процесів, що протікають в лабораторній установці з кільцевим і циліндричним електродами з рідким оловом. Наводиться фізична і математична постановка задачі, алгоритм і методика чисельного рішення двовимірної вісесиметричної задачі. Наведені результати чисельного моделювання – розподіл густини струму, електромагнітної сили Лоренца, поле швидкості руху розплаву.

**Ключові слова:** моделювання електровихорових течій, рідкий провідник, рух розплаву, метод кінцевих елементів.

УДК 539.3

**Аналіз чутливості елементів конструкцій при динамічних навантаженнях / Е. А. Сімсон, С. О. Назаренко, С. І. Марусенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 146 – 150. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Розглянуто математичні моделі та чисельні методи комплексного аналізу чутливості конструкцій при динамічних навантаженнях, які орієнтовані на високі ступені інформативності. На основі проведених досліджень було розроблено дві базові методики аналізу чутливості. Перший підхід ґрунтується на апроксимації задачі в скінченно-вимірному просторі. Другий підхід базується на формулюванні задачі в континуальному просторі, в якому визначено вихідне диференціальне, інтегральне або варіаційне рівняння, що описує модель конструкції. Можливості розробленого математичного апарату продемонстровано на прикладах крила аерокосмічної конструкції та виливки блок-картера дизеля.

**Ключові слова:** аналіз чутливості, динамічні навантаження, математичні моделі, аерокосмічна конструкція, виливка блок-картера дизеля.

УДК 621.314

**Моделювання робочих режимів відцентрових насосів / М.І. Сотник // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 151 – 161. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Проведено дослідження робочого процесу відцентрових насосів шляхом його моделювання традиційним числовим способом та запропонованими суто електричними засобами, що базуються на схемо технічних методах електрогідрравлічної аналогії. Шляхом співставлення результатів моделювання з результатами випробувань доведена адекватність другого (електричного)

способу.

**Ключові слова:** відцентровий насос, схемотехнічне моделювання, електрична модель.  
УДК 539.1

**Вплив моделі стану матеріалу на напружено-деформований стан П-подібної конструкції при ударі кулею / А. В. Степук, Л. В. Автономова, С. В. Бондар // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 161 – 166. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Виконано скінченно-елементний аналіз напружено-деформованого стану П-подібної тонкостінної конструкції при центральному і відцентровому ударі жорсткою кулею, падає. Розглянуто особливості постановки динамічної контактної задачі та її реалізації за допомогою пакета AVTODYN. Показано вплив вибору моделей стану матеріалу на чисельні значення переміщень та інтенсивностей напружень.

**Ключові слова:** математичне моделювання, удар, моделі стану матеріалу, кінцевий елемент, П-подібна тонкостінна конструкція.

УДК 593.3

**Варіаційно-структурний метод вирішення плоскої контактної задачі теорії пружності / К. Ю. Тарсіс // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 167 – 178. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.**

Дана варіаційна і структурна постановка плоскої контактної задачі теорії пружності для однорідних тіл довільної геометричної форми з відомими і невідомими областями контакту на основі функціонала Рейсснера. На конкретному прикладі розглянуто методику використання розроблених структур і її чисельну реалізацію.

**Ключові слова:** контактна задача теорії пружності, варіаційна постановка, функціонал Рейсснера, метод R-функцій, пошук області контакту, штамп, односторонні жорсткі обмеження, теорія пружності, контактна задача.

УДК 532.57:519.63

**Теоретичне та експериментальне дослідження моделі витяжного газоходу для дугових сталеплавильних печей / Н. С. Тимошенко, О. М. Семко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 178 – 190. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.**

Виконано дослідження моделі кільцевого витяжного газоходу з рівномірним всмоктуванням газу, що є складовою частиною системи аспірації дугової сталеплавильної печі. Розроблено інженерну методику розрахунку параметрів газоходу. Запропонована конструкція газоходу забезпечує рівномірне всмоктування газу по всій довжині, що при використанні його в системі аспірації ДСП сприятиме зниженню і локалізації пило-газових викидів. Порівняння результатів розрахунку і чисельного рішення в пакеті прикладних програм з результатами експерименту, виконаного на моделі лінійного витяжного газоходу, показало хорошу для інженерного розрахунку відповідність.

**Ключові слова:** сталеплавильна піч, модель газоходу, аспірація, теорія вентиляції, візуалізація потоку.

УДК 621.833

**Дослідження напружено-деформованого стану колеса хвильової зубчастої передачі з використанням теорії пружних оболонок / В. М. Ткаченко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 191 – 195. Бібліогр.: 2 назв. – ISSN 2222-0631.**

Напруження згинання колеса хвильової передачі генератором хвиль можливо визначити рішенням задачі згинання кільця. Для з'ясування впливу довжини колеса на його радіальну жорсткість і на напруження в нормальних до осі площинах необхідно застосовувати теорії оболо-



нок. Проведений порівняльний аналіз різних теорій дозволяє віддати перевагу технічній моментній теорії, яка дозволяє вирішити поставлену задачу і отримати рекомендації для оптимального співвідношення довжини колеса до його діаметру.

**Ключові слова:** хвильова передача, напруження, гнучке колесо, теорії оболонки.

УДК 621.646.42

**Математична модель регулятора тиску газу / С. А. Шевченко, С. О. Валівихін // Вісник НТУ «ХП».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 195 – 209. Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2222-0631.

Представлено математичну модель, що описує динаміку регулятора тиску газу з урахуванням розриву зв'язків між елементами його рухомої системи. Дискретна модель включає рівняння руху поршнів і стиснення газу в порожнинах регулятора. Модель призначена для вибору конструктивних параметрів системи управління пусковою турбіною рідинного ракетного двигуна, а також пневматичних та гідравлічних агрегатів автоматики для аналогічних пристроїв.

**Ключові слова:** регулятор тиску газу, відрив елементів рухомої системи, нелінійна математична модель, динамічні характеристики.

УДК 629.017:681.532.58

**Адаптивна система управління гальмуванням автомобіля з перенастроюваною моделлю / С. М. Шуклинов // Вісник НТУ «ХП».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 209 – 215. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.

Запропоновано структурну схему адаптивної автоматизованої системи керування гальмами автомобіля з моделлю, що переналагоджується. Розроблено метод визначення граничного значення дії, що задається, та за яким визначається момент переналагоджування коефіцієнта ефективності моделі. Сформовано статичну характеристику керування гальмуванням автомобіля адаптивною системою зі моделлю яка переналагоджується.

**Ключові слова:** автомобіль, гальмування, керування, адаптивна система, модель яка переналагоджується, дія що задається, статична характеристика.

## РЕФЕРАТЫ

УДК 517.01

**К 80-летию юбилею Ганделя Ю.В. / С. В. Духопельников, В. Д. Душкин, Т. С. Полянская // Вісник НТУ «ХП».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 3 – 8. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.

Приведены некоторые факты из биографии и профессиональной деятельности известного харьковского ученого и педагога Ю.В. Ганделя, которые ранее не обнародовались.

**Ключевые слова:** Гандель Юрий Владимирович.

УДК 621.923

**Разработка математической модели определения параметров абразивной обработки деталей затопленными струями / А. А. Андилахай // Вісник НТУ «ХП».** Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 9 – 16. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.

Разработана новая математическая модель определения энергоемкости обработки с учетом различных форм микросрезов: с постоянной толщиной и с толщиной среза, которая увеличивается и уменьшается во времени. Доказано, что наименьшая энергоемкость достигается при микрорезании с уменьшающейся во времени толщиной среза. Это указывает на то, что наиболее эффективной областью применения метода абразивной обработки затопленными струями является обработка кромок заготовок, устранение заусенцев и уменьшение микронеровностей на обрабатываемых поверхностях мелких деталей.

**Ключевые слова:** абразивная обработка, процесс резания, абразивное зерно, толщина среза, сила резания, энергоёмкость обработки.

УДК 004.032.26

**Многомерная каскадная нейро-фаззи система с оптимизацией пула нейронов / Е. В. Бодянский, А. К. Тищенко, Д. С. Копалиани // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 17 – 26. Бібліогр.: 19 назв. – ISSN 2222-0631.**

Предложена архитектура и методы обучения многомерной гибридной каскадной нейронной сети с оптимизацией пула нейронов в каждом каскаде, которые отличаются от известных каскадных систем вычислительного интеллекта возможностью обработки многомерных временных рядов в режиме online, что позволяет обрабатывать нестационарные стохастические и хаотические сигналы нелинейных объектов с необходимой точностью.

**Ключевые слова:** нейронная сеть, нео-фаззи-нейрон, вычислительный интеллект, эволюционная гибридная система.

УДК 74.580.25: 531.8(045/046)

**Раскрытие неопределенности решения задачи кинематики графическим способом при изучении курса теории механизмов и машин / Э. А. Владимиров, Д. В. Гавва, П. А. Чикунов // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 26 – 31. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.**

Выполнен анализ методов решений задач аналитической и начертательной геометрии, связанные с формой и взаимным положением геометрических объектов. Показано единство аналитических и графических методов на примере кинематического анализа плоского механизма. Для задания по определению скоростей элементов плоских механизмов показано единство решения проблемы раскрытия неопределенности. Для механизмов параллелограмма и антипараллелограмма выполнен анализ при отдельном положении звеньев, при котором невозможно построение плана скоростей. Для решения поставленной задачи графическим методом использовано построение плана ускорений, поскольку ускорение является производной от скорости. Линейная и угловая скорости точек плоских механизмов определены построением треугольника скоростей. В качестве подсказки для решения рассматриваемой задачи использовано правило Лопиталья, согласно которому предел отношения двух функций, стремящихся к нулю, заменяется отношением их производных.

**Ключевые слова:** начертательная геометрия, аналитическая геометрия, кинематика механизма, раскрытие неопределённости, правило Лопиталья.

УДК 620.97

**Влияние ветра на работу солнечного коллектора с гофрированным теплопоглостителем / О.Т. Возняк, О.М. Пона, С.П. Шаповал // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 32 – 38. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Исследовано влияние воздушного потока на энергетическую эффективность солнечного коллектора. Выполнено сравнение результатов воздействия воздушного потока на энергетическую эффективность солнечного коллектора, в частности коллектора с использованием гофрированного теплопоглопителя. Установлены зависимости между различными скоростями и направлениями воздушного потока и энергетической эффективностью солнечного коллектора. Разработана математическая модель процесса теплоотдачи от пучка труб коллектора, под действием ветра, при разной скорости и направлении воздушного потока, при коридорном и шахматном расположении пучка труб.

**Ключевые слова:** солнечный коллектор, солнечное излучение, воздушный поток, коэффициент теплоотдачи.

УДК 621.822

**Распределение осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника / А. В. Гайдамака // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 39 – 44. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Усовершенствован метод расчёта осевой нагрузки между роликами цилиндрического подшипника путём построения моделей и аналитического определения угла перекоса колец при комбинированном (радиальном и осевом) нагружении подшипника и учёта деформации бортов колец. Приведены результаты расчёта распределения осевой нагрузки между цилиндрическими роликами радиального подшипника.

**Ключевые слова:** подшипник, ролики, нагрузка.

УДК 621.221

**Установление технического уровня гидроагрегата вращения / И. П. Гречка // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 45 – 52. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.**

Приведена номенклатура единичных показателей качества гидроагрегатов, которые используются при оценивании их технического уровня. Предложено для установления технического уровня гидроагрегата вращения использовать комплексный критерий эффективности, который дает оценку конструктивных и эксплуатационных показателей гидромашин относительно конкретных гидрофицированных машин, а именно безразмерный критерий эффективности для гидромоторов. По удельным показателям качества и комплексному критерию установлен технический уровень гидромоторов передовых зарубежных фирм и выбран тип гидромотора для гидроагрегата вращения.

**Ключевые слова:** гидроагрегат вращения, технический уровень, комплексный показатель, гидромотор.

УДК 539.01: 621.436

**Метод прочностного динамического анализа запирающего механизма дизельной форсунки / А. Л. Григорьев // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 53 – 58. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.**

Описан метод динамического расчета запирающего механизма дизельной форсунки. Особенностью метода является учёт разрывов кинематической цепи, а также использование подробной математической модели пружины форсунки, в которой учтены продольные, крутильные и изгибные колебания ее витков. В методе использована возможность представления общего решения уравнений этой модели в форме интегралов Дюамеля с ядрами Коши.

**Ключевые слова:** динамическая модель, существенная нелинейность, колебания витков пружины, касательные напряжения.

УДК 622.691.4

**Математическая модель динамики добычи газа на завершающей стадии эксплуатации месторождения / Д. Ф. Донской, М. М. Кутя, С. А. Олешко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 59 – 68. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Разработана и реализована для практических целей математическая модель динамики объемов добычи газа для месторождений на завершающей стадии разработки, оценено влияние образования жидкостных пробок в лифтовых трубах скважины в полости шлейфа на режимы работы системы «скважина – шлейф – установка сбора»

**Ключевые слова:** модель отбора газа, динамика добычи, природный газ, месторождение, скважина, заключительная стадия разработки, жидкостные пробки.

УДК 621.43.068.4

**Математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твердых частиц дизеля. Часть 1: настроечный коэффициент / А. Н. Кондратенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 68 – 80. Бібліогр.: 20 назв. – ISSN 2222-0631.**

Приведена и описана математическая модель гидравлического сопротивления ФТЧ в реальных условиях эксплуатации. Модель построена на основе расходной характеристики одного модуля ФТЧ, экспериментально полученной при постоянной температуре текучей среды, и данных стендовых испытаний автотракторного дизеля 2Ч10,5/12, оснащенного полноразмерным ФТЧ. Модель позволяет учесть ряд факторов, характеризующих условия эксплуатации ФТЧ в составе выпускной системы этого дизеля. Учет этих факторов производится путем введения соответствующих коэффициентов. В данной части работы описан физический смысл и оценены значения настроечного коэффициента модели, позволяющего связать результаты исследований на безмоторной установке и моторном стенде и учесть тип конструктивного исполнения модуля фильтрующего элемента.

**Ключевые слова:** дизель, фильтр твердых частиц, гидравлическое сопротивление, математическая модель.

УДК 621.43.068.4

**Математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твердых частиц дизеля. Часть 2: температурный коэффициент / А. Н. Кондратенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 80 – 89. Бібліогр.: 3 назв. – ISSN 2222-0631.**

Описана математическая модель гидравлического сопротивления фильтра твердых частиц (ФТЧ) дизеля в реальных условиях эксплуатации. Модель построена на основе расходной характеристики одного модуля ФТЧ, экспериментально полученной при постоянной температуре текучей среды, и данных стендовых испытаний автотракторного дизеля 2Ч10,5/12, оснащенного полноразмерным ФТЧ. Модель позволяет учесть ряд факторов, характеризующих условия эксплуатации ФТЧ в составе выпускной системы этого дизеля. Учет этих факторов производится путем введения соответствующих коэффициентов. В данной части работы описан физический смысл и оценены значения температурного коэффициента модели, позволяющего учесть изменение температуры отработавших газов на входе в корпус фильтра как функцию среднего эффективного давления дизеля.

**Ключевые слова:** дизель, фильтр твердых частиц, гидравлическое сопротивление, математическая модель.

УДК 621.224

**Исследования вращающегося срыва в насосном режиме обратимых гидравлических машин / Ю. М. Кухтенков, М. Ю. Кухтенков, С. А. Рыжов // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 89 – 94. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.**

Проведены экспериментальные исследования вращающегося срыва в обратимых гидравлических машинах при напорах 200 м. Определяется число зон срыва и скорость их вращения. При уменьшении расхода вращающийся срыв преобразовывается в помпаж. Пульсации давления между рабочим колесом и направляющим аппаратом при вращающемся срыве достигают 25%, и при помпаже – 28 %.

**Ключевые слова:** вращающийся срыв, пульсации давления, рабочее колесо, направляющий аппарат.

УДК 630\*377.4:531.8

**Особенности проектирования лесозаготовительной техники для работы на территориях с уклоном. Часть 2. Решение практических задач / О. С. Мачуга // Вісник НТУ «ХП».**

Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 94 – 109. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.

Предложена методика инженерных расчетов рабочих характеристик лесозаготовительных машин – харвестеров: мощности двигателя и опорных реакций. Методика базируется на использовании уравнений предварительно разработанной математической модели движения механизма плоскости с уклоном, совмещенного с выполнением технологических операций. Рассмотрены тестовые примеры расчета, результаты которых важны для выбора соответствующей эксплуатационным условиям техники, а также корректировки технологических операций лесозаготовки для ранее приобретенных механизмов.

**Ключевые слова:** инженерные расчеты, лесозаготовительная машина, мощность двигателя, опорные реакции, выбор техники, корректировки операций лесозаготовки.

УДК 004.94.:621.389.:53.086(045)

**Программируемые наноэлектронные логические элементы / О. С. Мельник, Н. В. Трохименко, Е. В. Онщук // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 110 – 115. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Предложены квантовые ячеечные наноэлектронные автоматы с использованием простых логических мажоритарных элементов. Семивходовое программированное наноэлектронное устройство может выполнять функции многих логических элементов, таких как 4-х входовой логический элемент И или 4-х входовой логический элемент ИЛИ, произведения нескольких сумм аргументов, несколько сумм разных произведений и их комбинаций.

**Ключевые слова:** квантовый ячеечный автомат, мажоритарный элемент, наноэлектронные логические элементы.

УДК 539.3: 517.9

**Функция Ламберта в задаче колебаний математического маятника / В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 116 – 119. Бібліогр.: 8 назв. – ISSN 2222-0631.**

Проведен краткий обзор подходов к решению уравнения колебаний математического маятника с трением пропорциональным квадрату скорости. Показано, что вычисление амплитуд затухающих колебаний математического маятника, в среде с квадратичным сопротивлением движению, можно проводить при помощи таблицы функции Ламберта отрицательного аргумента. Предложен вариант приближенного решения обратной задачи идентификации коэффициента сопротивления среды.

**Ключевые слова:** математический маятник, колебания, функция Ламберта.

УДК 629.7.05

**Двухчастотная кватернионная эталонная модель вращения твердого тела конического типа / Ю. А. Плаксий // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 120 – 129. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.**

Предложена аналитическая эталонная модель вращения твердого тела на основе мультипликативного представления кватерниона ориентации. Построены траектории в конфигурационном пространстве, отличающиеся по виду от траекторий для моделей конического движения и регулярной прецессии. Показано, что при надлежащем выборе параметров модели можно получить достаточно широкий набор движений объекта как твердого тела. Предложенную эталонную модель можно использовать для оценивания погрешностей алгоритмов определения кватернионов ориентации на этапе проектирования бесплатформенных инерциальных систем ориентации. Приводятся результаты численного моделирования.

**Ключевые слова:** кватернион, ориентация, эталонная модель, квазикоординаты.

УДК 621.577:621.517

**Экспериментальный стенд для исследований работы термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии и его расчётная модель / М. И. Проценко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 130 – 137. Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2222-0631.**

Рассмотрена схема экспериментального стенда термотрансформатора с использованием струйной термокомпрессии, который работает в режиме теплового насоса на рабочем веществе R134a. Представлены основные уравнения расчётной модели термотрансформатора и зависимости для определения показателей энергоэффективности. Приведены результаты численного исследования показателей энергоэффективности.

**Ключевые слова:** жидкостно-паровой струйный компрессор, термотрансформатор, режим теплового насоса.

УДК 532.5:519.872:669.187

**Моделирование электромагнитных и гидродинамических параметров в лабораторной установке / А. Н. Семко, Н. Н. Владыкина // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 138 – 145. Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2222-0631.**

Работа посвящена моделированию электромагнитных и гидродинамических процессов, протекающих в лабораторной установке с кольцевым и цилиндрическим электродами с жидким оловом. Приводится физическая и математическая постановка задачи, алгоритм и методика численного решения двумерной осесимметричной задачи. Приведены результаты численного моделирования – распределение плотности тока, электромагнитной силы Лоренца, поле скорости движения расплава.

**Ключевые слова:** моделирование электровихревых течений, жидкий проводник, движение расплава, метод конечных элементов.

УДК 539.3

**Анализ чувствительности элементов конструкций при динамических нагрузках / Э. А. Симсон, С. А. Назаренко, С. И. Марусенко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 146 – 150. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Рассмотрены математические модели и численные методы комплексного анализа чувствительности конструкций при динамических нагрузках, которые ориентированы на высокие степени информативности. На основе проведенных исследований были разработаны две базовые методики анализа чувствительности. Первый подход основывается на аппроксимации задачи в конечно-мерном пространстве. Второй подход базируется на формулировке задачи в континуальном пространстве, в котором определены исходное дифференциальное, интегральное или вариационное уравнение, описывающее модель конструкции. Возможности разработанного математического аппарата продемонстрированы на примерах крыла аэрокосмической конструкции и отливки блок-картера дизеля.

**Ключевые слова:** анализ чувствительности, математические модели, динамические нагрузки, аэрокосмическая конструкция, отливка блок-картера дизеля.

УДК 621.314

**Моделирование рабочих режимов центробежных насосов / Н. И. Сотник // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 151 – 161. Бібліогр.: 4 назв. – ISSN 2222-0631.**

Методы исследования рабочих процессов в гидравлических системах и их элементах широко используют математические, полевые, схематехнические и другие методы моделирования. Сегодня не существует универсального метода моделирования, который бы позволил получить мгновенные и интегральные характеристики рабочих процессов в стационарных и переходных

режимах. Автор предлагает применить методику моделирования рабочих процессов центробежных насосов, в которой полевой анализ совмещается с чисто электрическим моделированием. Основным элементом указанной методики являются, разработанные авторами, электрические модели центробежных насосов. Они учитывают конструктивные особенности насосов и их рабочих режимов. Моделирование можно выполнять относительно гидравлических систем, питание которых обеспечивается параллельной работой нескольких насосных агрегатов. Такое схематическое моделирование позволяет исследовать рабочий процесс не только в стационарном режиме, но и в переходном. На основании этих данных определяются энергоэффективные режимы функционирования исследуемых гидравлических систем.

**Ключевые слова:** центробежный насос, схематическое моделирование, электрическая модель.

УДК 539.1

**Влияние модели состояния материала на напряжённо-деформированное состояние П-образной конструкции при ударе шаром / А. В. Степук, Л. В. Автономова, С. В. Бондарь // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 161 – 166. Бібліогр.: 5 назв. – ISSN 2222-0631.**

Выполнен конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния П-образной тонкостенной конструкции при центральном ударе падающим жестким шаром. Рассмотрены особенности постановки динамической контактной задачи и ее реализации на пакете AVTODYN. Показано влияние выбора моделей определяющих состояния материала на величины численных значений перемещений и интенсивностей напряжений.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, удар, модели состояния материала, конечный элемент, П-образная тонкостенная конструкция.

УДК 593.3

**Вариационно-структурный метод решения плоской контактной задачи теории упругости / Е. Ю. Тарсис // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 167 – 178. Бібліогр.: 6 назв. – ISSN 2222-0631.**

Дана вариационная и структурная постановка плоской контактной задачи теории упругости для однородных тел произвольной геометрической формы с известными и неизвестными областями контакта на основе функционала Рейсснера. На конкретном примере рассмотрена методика использования разработанных структур и ее численная реализация.

**Ключевые слова:** контактная задача теории упругости, вариационная постановка, функционал Рейсснера, метод R-функций, поиск области контакта, штамп, односторонние жесткие ограничения, теория упругости, контактная задача.

УДК 532.57:519.63

**Теоретическое и экспериментальное исследование модели вытяжного газохода для дуговых сталеплавильных печей / Н. С. Тимошенко, А. Н. Семко // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2014. – №18 (1061). – С. 178 – 190. Бібліогр.: 9 назв. – ISSN 2222-0631.**

Выполнено исследование модели кольцевого вытяжного газохода с равномерным всасыванием газа, представляющего собой часть системы аспирации дуговой сталеплавильной печи. Разработана инженерная методика расчета параметров газохода. Предложенная конструкция газохода обеспечивает равномерное всасывание газа по всей длине, что при использовании его в системе аспирации ДСП будет способствовать снижению и локализации пылегазовых выбросов. Сравнение результатов расчетов по инженерной методике и численного решения в пакете прикладных программ с результатами экспериментов на модели линейного вытяжного газохода, показало хорошее совпадение.

**Ключевые слова:** сталеплавильная печь, модель газохода, аспирация, теория вентиляции,

визуализация потока.

УДК 621.833

**Исследование напряжённно-деформированного состояния колеса волновой зубчатой передачи с использованием теорий упругих оболочек / В. Н. Ткаченко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – №18 (1061). – С. 191 – 195. Бібліогр.: 2 назв. – ISSN 2222-0631.**

Напряжения от изгиба колеса волновой передачи генератором волн можно определить решением задачи об изгибе кольца. Для выяснения влияния длины колеса на его радиальную жёсткость и на напряжения в нормальных к оси плоскостях необходимо применять теории оболочек. Проведенный сравнительный анализ различных теорий даёт предпочтение технической моментной теории оболочек, позволяющей решить поставленную задачу и получить рекомендации для выбора оптимального соотношения длины колеса к его диаметру.

**Ключевые слова:** волновая передача, напряжения, гибкое колесо, теория оболочек.

УДК 621.646.42

**Математическая модель регулятора давления газа / С. А. Шевченко, С. А. Валивахи // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – №18 (1061). – С. 195 – 209. Бібліогр.: 17 назв. – ISSN 2222-0631.**

Представлена математическая модель, описывающая динамику регулятора давления газа с учётом разрыва связей между элементами его подвижной системы. Дискретная модель включает уравнения движения поршней и сжатия газа в полостях регулятора. Модель предназначена для выбора конструктивных параметров системы управления пусковой турбиной жидкостного ракетного двигателя, а также пневматических и гидравлических агрегатов автоматики для аналогичных устройств.

**Ключевые слова:** регулятор давления газа, отрыв элементов подвижной системы, нелинейная математическая модель, динамические характеристики.

УДК 629.017:681.532.58

**Адаптивная система управления торможением автомобиля с перенастраиваемой моделью / С. Н. Шуклинов // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ», 2014. – №18 (1061). – С. 209 – 215. Бібліогр.: 7 назв. – ISSN 2222-0631.**

Предложена структурная схема адаптивной автоматизированной системы управления тормозами автомобиля с перенастраиваемой моделью. Разработан метод определения порогового значения задающего воздействия, по которому определяется момент перенастройки коэффициента эффективности модели. Сформирована статическая характеристика управления торможением перенастраиваемой модели автомобиля.

**Ключевые слова:** автомобиль, торможение, управление, адаптивная система, перенастраиваемая модель, задающее воздействие, статическая характеристика.

## ABSTRACTS

UDC 517.01

**On the 80<sup>th</sup> Anniversary of Gandel Yu.V. / S. V. Dukhopelnykov, V. D. Dushkin, T. S. Polyanskaya // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 3 – 8. Bibliogr.: 8 titles. – ISSN 2222-0631.**

Several facts on the biography and professional activity of the Kharkov famous scientist and educator Gandel Yu.V., which have never been previously published, are presented.

**Key words:** Yuriy V. Gandel.



UDC 621.923

**Development of a mathematical model for determining the parameters of the abrasive machining by submerged jets / A. A. Andilakhai** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 9 – 16. Bibliog.: 6 titles. – ISSN 2222-0631.

The paper suggests a new mathematical model for determining machining energy consumption given different forms of microcuts: the ones of constant thickness and those with the slice thickness, which increases and decreases in time. It is proved that the lowest energy consumption is achieved when microcutting with slice thickness decreasing in time. This indicates that the method of abrasive machining by submerged jets can be applied most effectively for machining piece edges, removing burrs, and reducing asperities on the treated surfaces of small parts.

**Key words:** abrasion, cutting process, abrasive grain, slice thickness, cutting force, the energy intensity of treatment.

UDC 004.032.26

**A multidimensional cascade neuro-fuzzy system with neuron pool optimization / Ye. V. Bodyanskiy, O. K. Tyshchenko, D. S. Kopaliani** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 17 – 26. Bibliog.: 19 titles. – ISSN 2222-0631.

A new architecture and learning procedures of a multidimensional cascade neuro-fuzzy system with neuron pool optimization in each cascade were proposed. The proposed system differs from the well-known cascade systems in its capability to process multidimensional time series in an online mode, which makes it possible to process non-stationary stochastic and chaotic signals with the required accuracy.

**Key words:** neural network, neo-fuzzy neuron, computational intelligence, evolving hybrid system.

UDC 74.580.25: 531.8(045/046)

**Eliminating indeterminate forms when implementing graphical method for solving kinematical problem in the course of mechanism and machine theory / Ye. O. Vladimirov, D. V. Gavra, P. O. Chikunov** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 26 – 31. Bibliog.: 6 titles. – ISSN 2222-0631.

In this paper we analyze methods for solving the problems in analytical and descriptive geometry concerning the shape and relative position of geometric objects. The unity of analytical and graphical methods is demonstrated by implementing the graphical method for kinematic analysis of a planar mechanism. The unity of the approach for evaluating indeterminate forms is shown for the problem of determining the speed of planar mechanism units. In the case of parallelogram and antiparallelogram mechanisms the analysis is carried out for the position of units for which it is impossible to plan the construction speed. To solve this problem graphically the acceleration plan is constructed, as the acceleration is the derivative of the velocity. Linear and angular velocities of the points of flat mechanisms are defined by constructing the velocity triangle. The clue to solving the problem in question is L'Hopital's rule, according to which the limit of the ratio of two functions that tend to zero can be replaced by the ratio of their derivatives.

**Key words:** descriptive geometry, analytic geometry, kinematics, elimination of indeterminate forms, L'Hopital's rule.

UDC 620.97

**On the influence of air flow on the functioning of a solar collector with a corrugated heat-absorber / O. T. Voznyak, O. M. Pona, S. P. Shapoval** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 32 – 38. Bibliog.: 4 titles. – ISSN 2222-0631.

The issues related to the future ways of energy development escalate more and more each year. The solution of this problem requires significant changes in the global energy balance. An alternative in this field is the use of non-conventional renewable energy sources: energy of the sun. In this paper we investigate the influence of air flow on the energy efficiency of a solar collector. It is important to study how the efficiency of the solar collector changes under the influence of air flow and to define its optimal characteristics. The energy efficiency of a solar collector under the influence of air flow is compared to that of a solar collector with corrugated heat-absorber. The dependence of the energy-efficiency of the solar collector on the velocity and direction of air flow is determined.

**Key words:** solar collector, solar radiation, air flow, heat transfer coefficient.

UDC 621.822

**Distribution of the axial load between the cylindrical rollers of a radial bearing / A. V. Gaydamaka** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 39 – 44. Bibliog.: 5 titles. – ISSN 2222-0631.

The article addresses a method of calculation of the axial load between the cylindrical rollers of a radial bearing. The method was improved by introducing the models for analytical determination of the skew angle of the rings under combined (radial and axial) load taking into account deformations of the bearing ring rims. The calculation results for the axial load distribution between the cylindrical rollers of the radial bearing are presented.

**Key words:** bearing, rollers, load.

UDC 621.221

**Determining technological level of rotational hydraulic unit / I. P. Grechka** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 45 – 52. Bibliog.: 9 titles. – ISSN 2222-0631.

The nomenclature of individual indicators of quality of hydraulic units used for estimating their technological level is proposed. To determine the technological level of a rotational hydraulic unit we suggest a complex criterion of efficiency evaluating constructive and operational indicators of hydraulic machines relative to specific hydroficated machines, namely the dimensionless criterion of efficiency for hydraulic motors. Based on specific indicators of quality and complex criterion the technological level of hydraulic motors of the advanced foreign firms is determined and the type of the hydraulic motor for the rotational hydraulic unit is chosen.

**Key words:** the rotational hydraulic unit, a technological level, a complex indicator, the hydraulic motor.

UDC 539.01: 621.436

**A method of the dynamic strength analysis for a diesel injector locking device / A. L. Grigoriev** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 53 – 58. Bibliog.: 7 titles. – ISSN 2222-0631.

A method of the dynamic calculation of a diesel injector locking device is described. The main features of the method are considering cinematic chain gaps as well as using detailed mathematical model of the injector spring in which the longitudinal, torsion and bending oscillation of the spring coils are taken into account. The general solution of the model can be represented by the Duhamel integrals with Cauchy kernel, which fact is used for developing the method.

**Key words:** dynamic model, substantial nonlinearity, spring coil oscillations, tangential strain.

UDC 622.691.4

**A mathematical model of the dynamics of gas at the final stage of field operation / D. F. Donskoy, M. M. Kutya, S. A. Oleshko** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18

(1061). – pp. 59 – 68. Bibliog.: 4 titles. – ISSN 2222-0631.

In the article a mathematical model of the gas production dynamics for fields at the final stage of operation is developed and implemented for practical purposes. The authors also evaluate the effect of forming liquid plugs in the tubing of the well and in the cavity of its pipeline on the modes of the system «well – pipeline – collecting unit».

**Key words:** a mathematical model, dynamics, gas, field, well, the final stage of development, liquid plugs.

UDC 621.43.068.4

**Mathematical model of the hydraulic resistance of a diesel particulate matter filter. Part 1: adjusting coefficient / A. N. Kondratenko // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 68 – 80. Bibliog.: 21 titles. – ISSN 2222-0631.**

The paper deals with the mathematical model describing hydraulic resistance of a DPF under real operating conditions. The model is based on the flow characteristics of a single module of the DPF filter element obtained experimentally for a constant temperature of fluid, and data of bench tests of autotractor diesel 2Ch10.5/12 equipped with a full-sized DPF. The model also allows taking into account a number of factors that characterize operating conditions of the DPF in the exhaust system of this diesel by introducing respective coefficient. The dependence of these coefficients on the operating and design parameters of diesel 2Ch10.5/12 is experimentally obtained and described using the method of linear regression. In this part of the research we describe the physical meaning and evaluate the adjusting coefficient of this mathematical model, which allows to correlate the results of non-motorized installation studies and those obtained using engine test band, and to take into account the case design type of the DPF filter element module. Using flow characteristics of the exhaust stream, such as mass flow rate per unit area of the inlet section of the module, when designing a DPF allows taking into account the model dimensions of the model and the number of the filter element modules.

**Key words:** diesel, particulate matter filter, hydraulic resistance, mathematical model.

UDC 621.43.068.4

**Mathematical model of the hydraulic resistance of the diesel particulate matter filter. Part 2: temperature coefficient / A. N. Kondratenko // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 80 – 89. Bibliog.: 3 titles. – ISSN 2222-0631.**

The paper deals with a mathematical model describing hydraulic resistance of a diesel particulate matter filter (DPF) under real operating conditions. The model is based on the flow characteristics of a single module of the DPF filter element obtained experimentally for a constant temperature of fluid, and data of bench tests of autotractor diesel 2Ch10.5/12 equipped with a full-sized DPF. The model also allows taking into account a number of factors that characterize operating conditions of the DPF in exhaust system of this diesel by introducing respective coefficient. The dependence of these coefficients on the operating and design parameters of diesel 2Ch10.5/12 is experimentally obtained and described using the method of linear regression. In this part of the research we describe the physical meaning and evaluate the temperature coefficient of this mathematical model, which allows taking into account changes of the temperature of the exhaust gas at the filter housing inlet by the function of the mean effective pressure of the diesel. Using flow characteristics of the exhaust stream, such as mass flow rate per unit area of the inlet section of the module, when designing a DPF allows taking into account the model dimensions of the model and the number of the filter element modules.

**Key words:** diesel, particulate filter, hydraulic resistance, mathematical model.

UDC 621.224

**Investigation of rotating stall of reverse hydraulic machine pumping mode / Y. M. Kukhtenkov, M.Y. Kukhtenkov, S. A. Ryzhov // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18**

(1061). – pp. 89 – 94. Bibliog.: 8 titles. – ISSN 2222-0631.

Experimental studies of rotating stall of reverse hydraulic machines operating in the pumping mode at the head of 200 m is proposed. The number of the stall zones and speed of their rotation is determined. As the supply decreases the rotating stall transforms into a surge. The water passage pressure pulsations between the runner and the distributor reach 25% at the rotating stall and 28% at the surge.

**Key words:** rotating stall, pressure pulsations, rotor wheel, distributor.

UDC 630\*377.4:531.8

**Features of logging equipment to be used in areas with a slope. Part 2. Solving practical problems / O. S. Machuga** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 94 – 109. Bibliog.: 10 titles. – ISSN 2222-0631.

Methods for engineering calculations of harvesters' (forest machines) operating characteristics, such as engine power and basic reactions, have been proposed. The methods are based on using the equations of previously developed mathematical model of the mechanism's movement through the area with a slope, combined with the process operations' performance. Test examples of calculations have been considered. The results of the calculations are important for choosing machines, appropriate to operating conditions, and for correction of logging process operations of the mechanisms previously purchased.

**Key words:** engineering calculation, forest machine, engine power, basic reactions, choosing the machines, correction of logging operations.

UDC 004.94.:621.389.:53.086(045)

**Programmable nanoelectronic gates / O. S. Melnyk, N. V. Trokhimenko, O.V. Onyschuk** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 110 – 115. Bibliog.: 5 titles. – ISSN 2222-0631.

The article suggests a quantum dot cellular automaton programmable nanoelectronic gate composed of three simple majority gates. This 7-input gate can be configured into many useful gate structures such as a 4-input AND gate, a 4-input OR gate, a product of sums representation, a sum of products representation, and its variations.

**Key words:** quantum cellular automata, majority gate, programmable nanoelectronic gate.

UDC 539.3: 517.9

**Lambert function in the problem of oscillations of a mathematical pendulum / V. P. Olshanskii, S. V. Olshanskii** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 116 – 119. Bibliog.: 8 titles. – ISSN 2222-0631.

We have made a brief overview of approaches to solving the equation of oscillations of a mathematical pendulum with friction proportional to the square of the velocity. We show that the calculation of the amplitude of damped oscillations of a mathematical pendulum in a medium with quadratic resistance to motion can be performed using a table of the Lambert functions of the negative argument. A version of the approximate solution of the inverse problem of determining the resistance of the medium is proposed.

**Key words:** mathematical pendulum, oscillations, Lambert function.

UDC 629.7.05

**The double-frequency quaternion reference model of a conical type rigid body rotation / Yu. A. Plakhsy** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 120 – 129. Bibliog.: 7 titles. – ISSN 2222-0631.

An analytical reference model of a rigid body rotation based on multiplicative representation of

the orientation quaternion is proposed. Trajectories in the configuration space, different in the form from the trajectories for models of conical movement and regular precession, are constructed. It is shown that a proper choice of the model parameters provides a sufficiently wide range of movement of the object as a rigid body. The proposed reference model can be used for the error analyses of algorithms for determining the quaternion orientation when designing strapdown inertial orientation systems. The results of the numerical realization of the reference model for different sets of parameters are presented.

**Key words:** quaternion, orientation, reference model, quasicordinates.

UDC 621.577:621.517

**Experimental stand for studying thermo-transformer using jet thermo-compression and its computational model.** / M. I. Protsenko // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 130 – 137. Bibliog.: 12 titles. – ISSN 2222-0631.

A scheme of an experimental stand of a thermo-transformer using jet thermo-compression working in a heat pump mode on the working substance R134a is described in the article. The basic equations of the thermo-transformer computational model and also the relations for determining the energy efficiency are given. The results of numerical studies of energy efficiency indicators are presented.

**Key words:** liquid-steam jet compressor, thermotransformer, heat pump mode.

UDC 532.5:519.872:669.187

**Modeling electromagnetic and hydrodynamic parameters in a laboratory unit** / A. N. Semko, N. N. Vladykina // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 138 – 145. Bibliog.: 11 titles. – ISSN 2222-0631.

The paper deals with modeling of electromagnetic and hydrodynamic processes in a laboratory unit with annular and cylindrical electrodes with liquid tin. The physical and mathematical models, the algorithm and method of numerical solution of the two-dimensional axisymmetric problem using Comsol software package are presented. The numerical results for the distribution of current density, the electromagnetic Lorentz force, the velocity field of melt motion are given.

**Key words:** modeling of electrovortex flow, liquid conductor, melt motion, the finite element method.

UDC 539.3

**Analyzing sensitivity of construction units under dynamic load** / E. A. Simson, S. A. Nazarenko, S. I. Marusenko // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 146 – 150. Bibliog.: 4 titles. – ISSN 2222-0631.

The sensitivity analysis method is one of the most effective numerical methods for solving mathematical problems, describing states of physical systems with complicated structure. Calculating the derivatives of the most relevant magnitudes (spectrum of frequencies, stresses, etc.) in optimum design of structures allows to estimate the structural response when changes in the design variables are introduced. In this paper mathematical models and computational methods for analyzing sensitive constructions under dynamic load are considered. Based on the current investigations two basic methods of sensitivity analysis are developed. The first one uses an approximation of the problem in a finite-dimensional space. The second one is based on setting the problem in a continuum space, in which the initial differential, integral, or variational equation describing the construction model is defined. To demonstrate the potential of the mathematical apparatus developed the problems of an aerospace construction wing and a diesel block-carter cast are considered.

**Key words:** sensitivity analysis, spectrum of frequencies, stresses, design variables, mathematical model, dynamics, vibration.

UDC 621.314

**Modeling of centrifugal pumps' operating modes / M. I. Sotnyk** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 151 – 161. Bibliog.: 4 titles. – ISSN 2222-0631.

When investigating workflows in hydraulic systems and their units mathematical, field, schematechnical and other modeling methods are widely used. Today there is no universal modeling method that would allow to get instantaneous and integral characteristics of workflows in stationary and transition modes. The authors suggest to apply centrifugal pump workflow modeling method combining field analysis and purely electrical modeling. The main components of this method are electric models of centrifugal pumps, developed by the authors. They take into account structural features of pumps and their operating modes. Modeling of hydraulic systems' operation using electric models of centrifugal pumps allows to get instantaneous and integral characteristics of the workflow. Modeling can be carried out with respect to hydraulic systems, powered by several pumping units operating simultaneously. This schematechnical modeling allows to investigate the workflow not only in stationary mode, but also in transition one. Based on these data the energy-efficient modes of hydraulic systems' operation are determined.

**Key words:** centrifugal pump, circuit simulation, electric model.

UDC 539.1

**On the influence of the material state model on the stress-strain state of a II-shaped construction under the ball impact / A. V. Stepuk, L. V. Avtonomova, S. V. Bondar** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 161 – 166. Bibliog.: 5 titles. – ISSN 2222-0631.

The FEM analysis for a II-shaped thin-walled construction, its strain-stress deformations under center and off-center impact of a solid sphere are presented. Specific details of the dynamic contact problem and their implementation using AVTODYN CAD-FEM software are considered. The influence of the chosen material state models on the values of strain and stress intensities is demonstrated.

**Key words:** mathematical modeling, impact, material state models, finite element, II-shaped thin-walled construction.

UDC 593.3

**Variational structural method for solving flat contact problem in elasticity / Ye. Yu. Tarsis** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 167 – 178. Bibliog.: 6 titles. – ISSN 2222-0631.

This paper proposes a systematic description of a general method of variational and structural formulation of a plane contact problem in elasticity for a homogeneous body having arbitrary geometrical shape. Various boundary conditions with known and unknown contact areas are considered. The variational formulation is based on the Reissner functional. A general method for constructing solutions for the displacements and stresses which exactly satisfy all the boundary and contact conditions using R-functions is set forth. The solution structures obtained allow for specification and modification depending on the particular problem. The significant advantages of the proposed method are the possibility of independent approximation of displacements and stresses and the simplicity of constructing the solution structures. The problem of determining the contact areas is reduced to a sequence of mixed linear problems. The iteration algorithm applied uses two independent criteria. To illustrate a specific implementation of the proposed method a problem for an elastic trapezoid having lower base resting without gap on an absolutely smooth solid surface, lateral sides free from load, and upper base remaining under the pressure of a print is considered. The results of numerical studies are given. Validity and accuracy of the solutions are confirmed by the compliance of integral and local criteria.

**Key words:** elasticity theory, contact problem, variational formulation, the Reissner functional, the R-function method, determining contact area, print, unilateral restrictions.

UDC 532.57:519.63

**Theoretical and experimental study of the model of an exhaust duct for an electric arc furnace / N. S. Timoshenko, A. N. Semko** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 178 – 190. Bibliog.: 9 titles. – ISSN 2222-0631.

Investigation of an annular exhaust duct model, which is an integral part of the aspiration system of an electric arc furnace, was conducted. A method of calculation of the exhaust duct parameters was developed. The results of calculation and numerical solution in the application package showed good correspondence to the results of the experiment performed on a model of linear exhaust duct. The proposed design provides uniform gas inflow along the duct, which when used in aspiration system of electric arc furnace will help to reduce and localize dust-gas emissions.

**Key words:** electric arc furnace, exhaust duct model, aspiration, ventilation theory, flow visualization.

UDC 621.833

**Studying stress-deformed state of a wave gear wheel using theories of elastic shells / V. N. Tkachenko** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 191 – 195. Bibliog.: 2 titles. – ISSN 2222-0631.

Bending stresses in a wave gear elastic wheel can be defined by solutions to the ring bending problem. To determine the effect of the wheel length on its radial rigidity and stresses in the planes normal to the axis it is necessary to apply theories of shells. The comparative analysis indicates the advantages of the technical bending theory of shells, which allows solving the problem and getting recommendations for selecting the optimum ratio of the wheel length to its diameter.

**Key words:** wave gear, stress, elastic wheel, shell theory.

UDC 621.646.42

**A mathematical model of the gas pressure regulator / S. A. Shevchenko, S. A. Valivakhin** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 195 – 209. Bibliog.: 17 titles. – ISSN 2222-0631.

A mathematical model describing the dynamics of the gas pressure regulator considering breaking the bonds between the elements of its mobile system. The discrete model includes equations of motion of the pistons and the compression of the gas in the cavities of the regulator. The model is designed to select the design parameters of the control system of the turbine starter fluid pa-ketnogo engine, as well as pneumatic and hydraulic power units for automation analogous devices.

**Key words:** gas pressure regulator, separation elements of the moving system, nonlinear mathematical model, the dynamic characteristics.

UDC 629.017:681.532.58

**Adaptive system of vehicle braking control with readjusting model / S. N. Shuklinov** // Bulletin of National Technical University «KhPI» Series: Mathematical modeling in engineering and technologies. – Kharkiv: NTU «KhPI», 2014. – №18 (1061). – pp. 209 – 215. Bibliog.: 7 titles. – ISSN 2222-0631.

A structural scheme of an adaptive automated system of vehicle braking control with a readjusting model is proposed. The method of determining the impact threshold value setting the moment of readjustment of the coefficient of model efficiency is developed.

**Key words:** vehicle, braking, adaptive system, readjusting model, reference signal, static characteristic.

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**ВІСНИК  
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
«ХПІ»**

**Збірник наукових праць**

Серія:  
Математичне моделювання  
в техніці та технологіях

№ 18 (1061)

Науковий редактор д-р техн. наук, проф. В. А. Ванін,  
Технічний редактор С. Д. Нижник

Відповідальний за випуск канд. техн. наук Г. Б. Обухова

**АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ:** 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21, НТУ «ХПІ».  
Кафедра вищої математики.  
Тел.: (057) 707-60-35, (057) 707-60-87;  
e-mail: kpi\_mmtt@mail.ru

Обл.-вид. № 79 – 14.

Підп. до друку 03.07.2014 р. Формат 60×84 1/16. Папір офісний.  
Друк цифровий. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 10,0. Облік.-вид. арк. 10,0.  
Тираж 300 пр.(1-й завод 1 – 100) Зам. № ZE 1530. Ціна договірна.

---

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта  
видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.  
61002, Харків, віл Фрунзе, 21

---

Цифрова друкарня ТОВ «Цифрова друкарня №1»  
Ідент. код юридичної особи: 37190180 від 27.07.2010.  
61001, Харків, пл. Повстання, 7/8, тел. (057) 754-49-40, (057) 754-49-42.