

ISSN 2079-0791



**ВІСНИК**

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО  
УНІВЕРСИТЕТУ  
«ХПІ»**

**40'2013**

**Харків**

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,  
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет  
"Харківський політехнічний інститут"

# **ВІСНИК**

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
"ХПІ"**

*Серія: "Проблеми механічного приводу"*

**№ 40 (1013)'2013**

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків  
НТУ "ХПІ", 2013

Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – 193с.

Державне видання. Свідectво Держкомітету з інформаційної політики України КВ №5256 від 2 липня 2001 року.

Збірник виходить українською та російською мовами.

*Вісник Національного технічного університету "ХПІ" внесено до "Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук", затвердженого Постановою президії ВАК України від 26 травня 2010р., №1-05/4 (Бюлетень ВАК України, №6, 2010р., с.3, №20).*

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень і розробок в галузі зубчастих передач та редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств. Статті містять матеріали доповідей 44-ї міжнародної науково-технічної конференції "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей та вузлів" ЗП-2013.

**Координаційна рада:** Л.Л. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф. (голова); К.О. ГОРБУНОВ, канд. техн. наук, доц. (секретар); А.П. МАРЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; С.І. СОКОЛ, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;

Є.Є. АЛЕКСАНДРОВ, д-р техн. наук, проф.; А.В. БОЙКО, д-р техн. наук, проф.; Ф.Ф. ГЛАДКИЙ, д-р техн. наук, проф.; М.Д. ГОДЛЕВСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; А.І. ГРАБЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; В.Г. ДАНЬКО, д-р техн. наук, проф.; В.Д. ДМИТРИЄНКО, д-р техн. наук, проф.; І.Ф. ДОМНІН, д-р техн. наук, проф.; В.В. СПІФАНОВ, канд. техн. наук, проф.; Ю.І. ЗАЙЦЕВ, канд. техн. наук, проф.; П.О. КАЧАНОВ, д-р техн. наук, проф.; В.Б. КЛЕПІКОВ, д-р техн. наук, проф.; С.І. КОНДРАШОВ, д-р техн. наук, проф.; В.М. КОШЕЛЬНИК, д-р техн. наук, проф.; В.І. КРАВЧЕНКО, д-р техн. наук, проф.; Г.В. ЛІСАЧУК, д-р техн. наук, проф.; О.К. МОРАЧКОВСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; В.І. НИКОЛАЄНКО, канд. іст. наук, проф.; П.Г. ПЕРЕРВА, д-р екон. наук, проф.; В.А. ПУЛЯЄВ, д-р техн. наук, проф.; М.І. РИЩЕНКО, д-р техн. наук, проф.; В. Б. САМОРОДОВ, д-р техн. наук, проф.; Г.М. СУЧКОВ, д-р техн. наук, проф.; Ю.В. ТИМОФІЄВ, д-р техн. наук, проф.; М.А. ТКАЧУК, д-р техн. наук, проф.

**Редакційна колегія серії:** В.С. ГАПОНОВ, д-р техн. наук, проф. (відповідальний редактор); М.А. ТКАЧУК, д-р техн. наук, проф. (відповідальний редактор); О.В. УСТИНЕНКО, канд. техн. наук, доц. (заступник відповідального редактора); М.В. МАТЮШЕНКО, канд. техн. наук, доц. (відповідальний секретар);

Г.І. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, проф.; М.Е. ТЕРНЮК, д-р техн. наук, проф.; В.П. ШИШОВ, д-р техн. наук, проф.; В.Г. ХРОМОВ, д-р техн. наук, проф.; С.С. ГУТИРЯ, д-р техн. наук, проф.; Б.І. КІНДРАЦЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; В.М. СТРЕЛЬНИКОВ, д-р техн. наук; Д.Т. БАБИЧЕВ, д-р техн. наук, проф.; В.В. ШЕЛОФАСТ, д-р техн. наук, проф.; В.Є. СТАРЖИНСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; Х.С. САМІДОВ, д-р техн. наук, проф.; М. БОШАНСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф.; В.М. ВЛАСЕНКО, канд. техн. наук, с.н.с.

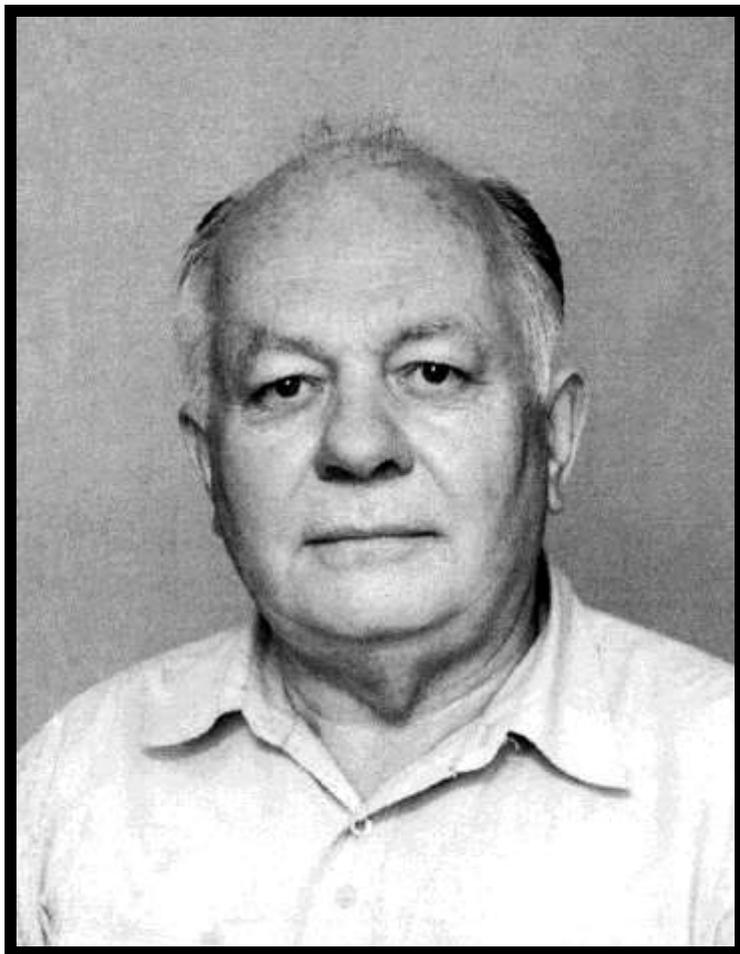
*У квітні 2013р. Вісник Національного технічного університету "ХПІ", серія "Проблеми механічного приводу", включений у довідник періодичних видань бази даних Ulrich's Periodicals Directory (New Jersey, USA).*

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ "ХПІ".

Протокол №5 від 4 червня 2013 р.

© Національний технічний університет "ХПІ", 2013

*Сборник посвящается  
памяти профессора,  
доктора технических наук*



**АНАТОЛИЯ ИВАНОВИЧА ПАВЛОВА  
(1939-2012)**

## ПАМЯТИ АНАТОЛИЯ ИВАНОВИЧА ПАВЛОВА

23 декабря 2012 года не стало профессора, доктора технических наук Анатолия Ивановича Павлова – известного ученого в области теории зубчатых зацеплений.

Анатолий Иванович много лет плодотворно преподавал в Национальном техническом университете "Харьковский политехнический институт" и Харьковском Национальном автомобильно-дорожном университете. При этом всеобщее уважение и признание в широких кругах научной общественности ему принесли два направления его деятельности.

Анатолий Иванович был бессменным членом организационного комитета международной научно-технической конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов", которая в этом году будет уже 44-й. Как неоднократно отмечали участники конференции, аналогов ей на просторах бывшего СССР просто не существует, и в том, что конференция не прекратила существование даже в 90-е годы и период экономического кризиса – большая заслуга лично Анатолия Ивановича. Последние десять лет он был ученым секретарем конференции и завоевал на этом посту большое уважение ученых и специалистов промышленности в области зубчатых передач и редукторостроения.

Многие годы Анатолий Иванович посвятил разработке теории синтеза зацеплений с выпукло-вогнутым контактом зубьев. Эта проблема была им успешно решена, в результате чего было создано новое зацепление, называемое эволютным. Оно обладает повышенной нагрузочной способностью и может существенно снизить материалоемкость (и, следовательно, себестоимость) зубчатых приводов – редукторов общего назначения, трансмиссий транспортных средств и т.д. Разработанные им теория и новые конструкции зубчатых зацеплений нашли отражение в монографии, научных статьях и патентах. А в 2009 году Анатолий Иванович успешно защитил докторскую диссертацию на тему "Синтез высоконагруженных передач на основе линейчатых зубчатых зацеплений с выпукло-вогнутым контактом рабочих поверхностей", в которой обобщил свои многолетние исследования. К сожалению, из-за плачевного состояния украинской промышленности, тяжелой болезни и безвременной кончины Анатолий Иванович не успел внедрить эволютное зацепление в производство. Возможно, сложилась его жизнь по-другому – через несколько лет мы говорили бы не о теоретических, а о практических проблемах его применения.

Память об Анатолии Ивановиче навсегда останется в сердцах его единомышленников, коллег и учеников, которые продолжают развивать заложенные им идеи по созданию и совершенствованию перспективных зубчатых зацеплений.

*Редакционная коллегия серии  
"Проблемы механического привода"  
Вестника НТУ "ХПИ"*

*Программно-организационный комитет  
международной научно-технической  
конференции ЗП-2013*

**С.В. АНДРИЕНКО**, аспирант каф. ИКГ ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;  
**А.И. ПАВЛОВ**, д.т.н., профессор каф. ИКГ ХНАДУ "ХАДИ";  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник  
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЗУБА ЗВЕЗДОЧКИ ЦЕПНОЙ ПЕРЕДАЧИ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ БОБИЛЬЕ

Рабочий профиль зубьев звездочек для приводных втулочно-роликовых цепей обычно описывается дугами окружностей. Такой профиль не соответствует требованиям теории зацеплений, что приводит к неравномерной передаче нагрузки и быстрому износу зубьев. В статье рассмотрен способ нахождения рабочего профиля зубьев звездочки цепной передачи на основе построения Бобилье.

**Ключевые слова:** цепная передача, звездочка, зуб, износ.

**Введение. Актуальность задачи.** Как известно [1], основной причиной выхода из строя цепных втулочно-роликовых передач является абразивный износ шарниров цепи. Однако во многих случаях на первый план выходит проблема ускоренного абразивного износа рабочих профилей зубьев звездочек. Это характерно, например, для цепных передач сельскохозяйственного и горного машиностроения, работающих в условиях повышенной запыленности [2], передач со втулочными цепями без роликов, часто применяемых в автомобилестроении. Также проблема абразивного износа актуальна для звездочек ведущих колес гусеничной техники [3]. Поэтому разработка новых профилей зубьев звездочек цепных передач и ведущих колес, обеспечивающих уменьшение проскальзывания ролика (или цевки для гусеничного движителя) и, соответственно снижение интенсивности износа, является актуальной научно-практической задачей современного машиностроения.

**Постановка задачи.** Рабочий профиль зуба звездочки втулочно-роликовой цепи в настоящее время стандартизован по ГОСТ 591-69 [4]. По этому стандарту он описывается дугами окружностей, которые образуют выпуклый профиль на головке зуба и вогнутый во впадине. Такой профиль не отвечает требованиям теории зацеплений, поэтому при работе происходит неравномерная передача нагрузки и быстрый износ зубьев.

Цепные втулочно-роликовые передачи (также как и цевочные) относятся к передачам зацеплением, особенностью которых является известная заранее форма контактирующей поверхности (круглая) элементов зацепления, принадлежащих одному из тел передачи. Для цевочной передачи это цевочное колесо, а для цепной – это цепь. Еще одной особенностью цепной передачи помимо фаз входа и выхода зуба из зацепления является наличие фазы выстоя. Для осуществления правильного зацепления в передаче должно выполняться не только основное уравнение зацепления [5], но и соблюдаться условие плавного пересопряжения зубьев, которое обеспечивается единством мгновенного центра скоростей шатуна заменяющего четырехзвенного механизма [6, 7] и общей центроидой.

**Цель исследований** – построение профиля боковой поверхности зуба звездочки цепной передачи, обладающей лучшими рабочими характеристиками.

© С.В. Андриєнко, А.І. Павлов, О.В. Устиненко, 2013

ками по сравнению со стандартным, в частности, меньшим износом. Для решения поставленной задачи воспользуемся последними достижениями в области теории зацеплений, в частности, методом синтеза эволютного зацепления на основе построения Бобилье [8, 9].

**Содержание исследований.** Как известно [5, 6], построение Бобилье заключается в замене зубчатого зацепления эквивалентным четырехзвенным шарнирно-рычажным механизмом, исследование которого существенно упрощает задачу синтеза зубчатого зацепления.

На рисунке 1 показано построение Бобилье для зацепления в цепной втулочно-роликовой или цевочной передаче. Расстояние  $KC$  между точкой контакта  $K$  и центром кривизны боковой поверхности  $C$  состоит из суммы полного расстояния  $KW$  и отрезка  $CW$ ,

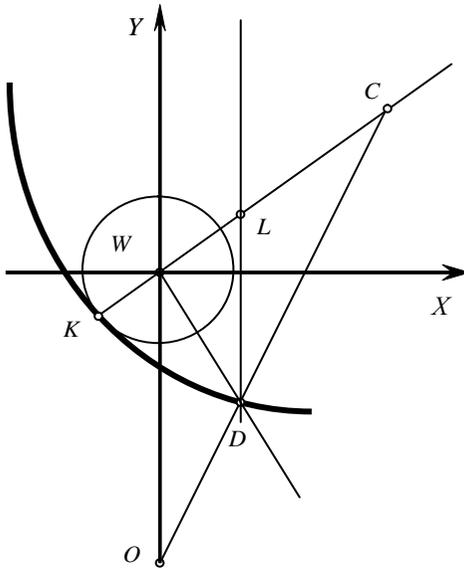


Рисунок 1 – Построение Бобилье для зацепления зуба звездочки с роликом цепи

$$KC = KW + CW.$$

Эти величины определяются по зависимостям (подробнее см. [7-10]):

$$KC = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}; \quad (1)$$

$$KW = \frac{x}{y} \sqrt{1 + y'^2}; \quad (2)$$

$$CW = \frac{r \cdot \sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)}, \quad (3)$$

где  $x, y$  – координаты текущей точки контакта профиля зуба и ролика;  $r$  – радиус делительной окружности звездочки,  $\alpha$  – текущий угол зацепления,  $\beta$  – угол трения в полюсе зацепления:

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + y'^2}}; \quad \sin \alpha = \frac{y'}{\sqrt{1 + y'^2}}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{k}{r - k/f}; \quad \sin \beta = \frac{k}{\sqrt{(r - k/f)^2 + k^2}}.$$

Здесь  $k = h \sin \alpha$  – так называемый коэффициент разновидности [8], где  $h$  – расстояние между полюсом зацепления  $W$  и центром вращения шатуна  $D$  заменяющего механизма.

Тогда для отрезка  $CW$  можно записать,

$$CW = \frac{rkf \sqrt{1 + y'^2}}{(rf - k) \left[ -y' \frac{k}{\sqrt{(r - k/f)^2 + k^2}} \right]}, \quad (4)$$

где  $f$  – коэффициент трения скольжения в зацеплении.

После подстановки всех записанных выше выражений и элементарных преобразований получаем дифференциальное уравнение 2-го порядка

$$\frac{1+y'^2}{y''} = \frac{x}{y'} + \frac{rkf}{(rf-k)(1-Ay')}, \quad (5)$$

где

$$A = \frac{k}{\sqrt{(r-k/f)^2 + k^2}}.$$

Для удобства решения с помощью программных средств запишем уравнение (5) в форме Коши,

$$y'' = \frac{y' \cdot (1+y'^2) \cdot (rf-k) \cdot (1-Ay')}{x(rf-k)(1-Ay') + y'rkf}. \quad (6)$$

В работе [10] предложено приближенное решение уравнения (6) в виде полинома с помощью программного комплекса Vissim. В качестве начальных условий использовано прохождение кривой, описывающей профиль зуба звездочки, в начальный момент зацепления через полюс зацепления. Значения коэффициента разновидности  $k$  выбрано из рекомендаций [7].

За базовые параметры при синтезе и исследовании профиля зуба звездочки были приняты: число зубьев звездочки  $z=20$ , коэффициент трения скольжения  $f=0,2$ ; коэффициент разновидности  $k=-5$ . Положительное значение коэффициента разновидности соответствует двояковыпуклому контакту, который приводит к большим значениям контактных напряжений [7]. Аппроксимация профиля в виде полинома 7-й степени, полученная с помощью программного комплекса Vissim, имеет вид

$$y = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_5x^5 + a_7x^7. \quad (7)$$

Для случая выпукло-вогнутого контакта коэффициенты полинома (7) равны:

$$a_1 = 0,190591; a_2 = -0,624821; a_3 = -0,0755168; a_5 = 0,1561; a_7 = -0,0924764.$$

Наибольшие значения в полученной методом аппроксимации формуле имеют коэффициенты при первой и пятой степенях аргумента. Изменения базовых параметров незначительно влияют на вид графика функции и, соответственно, на ее коэффициенты. Увеличение значений коэффициента разновидности и числа зубьев звездочки ведет к выпрямлению кривой профиля. К такому же эффекту приводит и уменьшение коэффициента трения скольжения.

Также было получено численное решение дифференциального уравнения (6) методом Рунге-Кутты при помощи системы MathCAD [11]. Для нахождения решения использовалась встроенная функция *Rkadapt*, основанная на методе Рунге-Кутты четвертого порядка с адаптивной подстройкой шага интегрирования по требуемой точности решения. На рисунке 2 показаны полученные в результате такого решения рабочие профили зубьев.

Синтезированный профиль зуба звездочки позволяет иметь в зацеплении выпукло-вогнутый контакт, что снижает контактные напряжения. Возрастает коэффициент перекрытия передачи, что приводит к снижению нагрузки на зуб. Также уменьшается удельное скольжение в зацеплении, что позволяет снизить износ и увеличить срок службы передачи.

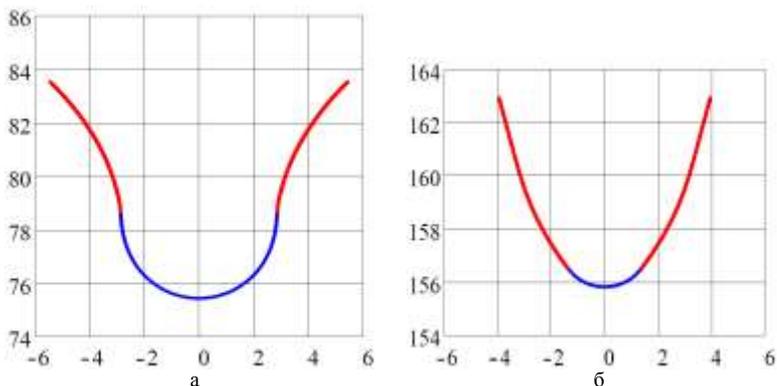


Рисунок 2 – Синтезированные профили зуба звездочки:

а – с двояковыпуклым контактом зуба и цепи; б – с выпукло-вогнутым контактом

**Выводы.** Предложенный метод построения профиля зуба звездочки цепной передачи позволяет получить зацепление с более высокими качественными характеристиками, обеспечивающими повышение износостойкости и надежности его работы. В дальнейшем планируется провести подробные исследования влияния начальных параметров при синтезе профиля звездочки на ее износостойкость.

**Список литературы:** 1. Глуценко И.П. Основы проектирования цепных передач с втулочно-роликовыми цепями. – Львов: Изд. Львовского ун-та, 1964. – 226с. 2. Детали машин и основы конструирования / Под ред. М.Н. Ерохина. – М.: КолосС, 2005. – 462с. 3. Платонов В.Ф., Леиашвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. – М.: Машиностроение, 1986. – 296с. 4. ГОСТ 591-69. Звездочки к приводным роликовым и втулочным цепям. Методы расчета и построения профиля зуба и инструмента. Допуски. – М.: Изд-во стандартов, 2001. – 70с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука. – 1968. – 584с. 6. Павлов А.И. Обкатная цепная передача // Труды междунар. конф. "MicroCAD-98". – Харьков, 1998. – С.127-129. 7. Павлов А.И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач. // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.6, т.1. – С.43-45. 8. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 9. Павлов А.И. Синтез высоконавантажених передач на основі лінійчастих зубчастих зацеплень з опукло-увігнутим контактом робочих поверхонь: Автореф. дисс. докт.техн.наук: спец. 05.02.02 – машинознавство. – Луганськ, 2009. – 42с. 10. Павлов А.И., Чайка Э.Г. Исследование приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении зацепления с выпукло-вогнутым контактом обкатной косозубой цилиндрической зубчатой передачи с помощью программного комплекса VISSIM // 36. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків, 2002. – Вып.2. – С.108-111. 11. Дьяконов В.П. Энциклопедия MathCAD 2001i, 11. Библиотека профессионала. – М.: Солон-Пресс, 2004. – 832с.

Поступила в редколлегию 25.03.2013

УДК 621.85

**Моделирование профиля зуба звездочки цепной передачи на основе построения Бобиллье / С.В. Андриенко, А.И. Павлов, А.В. Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.5-8. – Бібліогр.: 11 назв.**

Робочий профіль зубців зірочок для приводних втулочно-роликових ланцюгів звичайно описується дужками кіл. Такий профіль не відповідає вимогам теорії зачеплень, що приводить до нерівномірної передачі навантаження та швидкому зносу зубців. В статті розглянутий спосіб знаходження робочого профілю зубців зірочки ланцюгової передачі на основі побудови Бобіліє.

**Ключові слова:** ланцюгова передача, зірочка, зубець, знос.

The sprocket working profile for tools of sprocket for reducing sleeve-roller sprocket as a rule is described by arches of circles. Such s profile does not meet the requirements the theory of gearings, that results in non-uniform transfer of load and fast teeth deterioration. In paper the way of a finding of tooth working profile for chain drive is considered on the basis of Bobillier construction.

**Keywords:** chain drive, sprocket, tooth, wear.

**Д.А. БАБИЧЕВ**, инженер 1-й категории ЗАО "ТюменьНИПИнефть", Россия;  
**Д.Т. БАБИЧЕВ**, д.т.н., профессор каф. ПМ ТюмГНГУ, Тюмень, Россия;  
**М.Г. СТОРЧАК**, д.т.н., научный сотрудник ИМВ УШ, Штутгарт, Германия;  
**А.Ю. ТАЙСИН**, инженер 2-й категории ОАО Гипротюменнефтегаз, Тюмень

## ПОКАЗАТЕЛИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ К ИЗМЕНЕНИЮ МЕЖОСЕВОГО РАССТОЯНИЯ

Предложена система качественных показателей для количественной оценки чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния  $a_w$ . Эти показатели характеризуют, как при известных профилях зубьев изменение  $a_w$  влияет на: передаточное отношение, боковой зазор и положение контактной точки. Приведены формулы для вычисления всех предложенных показателей, а также диаграммы – примеры их использования для конкретных передач.

**Ключевые слова:** цилиндрическая передача, погрешности зацепления, качественные показатели.

### 1. Постановка проблемы и актуальность задачи.

*1.1. Проблема.* Пару лет назад один из авторов этой статьи был свидетелем разговора двух высококлассных специалистов по зубчатым передачам. Первому из них – работнику промышленности – нужно было модифицировать эвольвентные профили так, чтобы снизились контактные напряжения в начальной стадии пересопряжения зубьев. Второй собеседник – преподаватель вуза – предлагал с помощью разработанных им методик и компьютерных программ создать новую передачу с меньшими контактными напряжениями и удельным скольжением, нежели в эвольвентных зацеплениях. Производственный отказался от такого предложения, сказав: "В наших передачах при прогреве увеличивается межосевое расстояние, и нужно, чтобы при этом профили зубьев оставались сопряженными. Теоретически нечувствительны к изменению межосевого расстояния только эвольвентные профили и ничего, кроме них, в этих точных высоконагруженных передачах применять нельзя". Из этого разговора можно сделать такие выводы. **1)** В некоторых видах цилиндрических передач важным фактором их работоспособности является малая чувствительность профилей зубьев к изменению межосевого расстояния. **2)** В теории зацеплений используют много разных качественных показателей работы передач, но среди них отсутствуют общепризнанные числовые критерии для оценки влияния на условия работы зацеплений погрешностей взаимного положения зубчатых колес, вообще, и погрешностей межосевого расстояния, в частности. **3)** Создание системы показателей для количественной оценки влияния погрешностей взаимного положения зубчатых колес на условия их зацепления, является актуальной задачей. **4)** Разработку такой системы целесообразно начать с показателей чувствительности цилиндрических передач (как самых распространенных) к изменению межосевого расстояния (как одному из важных параметров взаимного положения).

*1.2. Качественные показатели зацеплений.* Все показатели делятся на локальные и на глобальные. Локальные показатели характеризуют свойство в одной точке на поверхности зуба (радиус кривизны шестерни, приведенный радиус кривизны в контакте, угол давления и т.п.) или внутри зуба (напряжения, деформации и т.п.). Глобальные показатели отражают свойства передачи или зубчатого колеса

в целом (коэффициент перекрытия, максимальные напряжения внутри зуба, толщина зуба на поверхности вершин и т.п.). Практически все глобальные показатели получают обработкой локальных показателей по поверхности зацепления, или по поверхности и по внутреннему объему зубьев. Работы, где широко представлены и использованы качественные показатели зацеплений: [1-8]. Систематизации качественных показателей сделаны: для пространственных зацеплений в [9-11], для плоских – в [12, 13]. В последние годы заметны тенденции введения и использования новых видов качественных показателей [13, 14], а также применение все более сложных с вычислительной точки зрения показателей: толщина масляной пленки, критерии холодного и горячего заедания, площадь и форма пятна контакта, напряженно-деформированное состояние зубьев и другие.

*1.3. Возможные пути решения проблемы качественных показателей влияния погрешностей взаимного положения зубчатых звеньев.* Оценивать влияние погрешностей положения звеньев на работу передач можно, используя одним из двух подходов: *Подход 1.* Провести компьютерное моделирование работы передачи при измененных параметрах взаимного положения. Достоинства способа: простота и универсальность подхода – можно для всех видов передач задавать все возможные виды отклонений взаимного положения звеньев и вычислять изменения любых качественных показателей. Недостатки: требуется мощный пакет программ для надежного решения обратной задачи [1] теории зацеплений в анализируемом виде передачи; большой объем вычислений; сложности в анализе результатов. *Подход 2.* Ввести систему качественных показателей влияния погрешностей взаимного положения зубчатых колес на работу передачи: вначале локальных показателей, а на их основе и глобальных. Получить необходимые расчетные уравнения (кстати, достаточно простые) и реализовать их в качестве надстройки той программы, которая используется при проектировании данного вида передач. Заметим, что и при использовании первого подхода придется вводить и использовать критерии влияния погрешностей положения на качество передачи.

*1.4. Предложенное решение.* В настоящей статье использован второй подход применительно к цилиндрическим передачам: **а)** предложена система качественных показателей для количественной оценки чувствительности передач к изменению межосевого расстояния; **б)** построены математические модели для предложенных показателей; **в)** проведено исследование чувствительности конкретных цилиндрических передач с помощью программы, в которой реализованы разработанные математические модели. Предлагаю систему качественных показателей:

Во-первых, ввели три основных геометро-кинематических локальных показателя чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния. Это следующие коэффициенты:

- изменения передаточного отношения, %/мм:

$$k_{i12} = \Delta i_{12} / i_{12} \cdot 100\% / \Delta a_w; \quad (1a)$$

- увеличения бокового зазора:

$$k_{\delta} = \Delta \delta / \Delta a_w; \quad (1б)$$

- перемещения точки контакта по профилю зуба:

$$k_{\Delta S} = \Delta S / \Delta a_w. \quad (1в)$$

Здесь (см. рисунок 1)  $\Delta i_{12}$  – приращение передаточного отношения  $i_{12}$  в дан-

ном положении зубчатых колес, вызванное смещением полюса зацепления  $W$  из-за увеличения межосевого расстояния  $a_w$  на  $\Delta a_w$ ;  $\Delta \delta$  – зазор между профилями (с одной стороны зуба), обусловленный тем же увеличением межосевого расстояния  $a_w$  на  $\Delta a_w$ ;  $\Delta S$  – перемещение точки контакта по профилю зуба, обусловленное увеличением  $a_w$  на  $\Delta a_w$  ( $\Delta S > 0$  при перемещении точки контакта в сторону головок зуба; для шестерни и колеса перемещения  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$  разные; коэффициенты  $k_{\Delta S}$  два:  $k_{\Delta S1}$  и  $k_{\Delta S2}$ ).

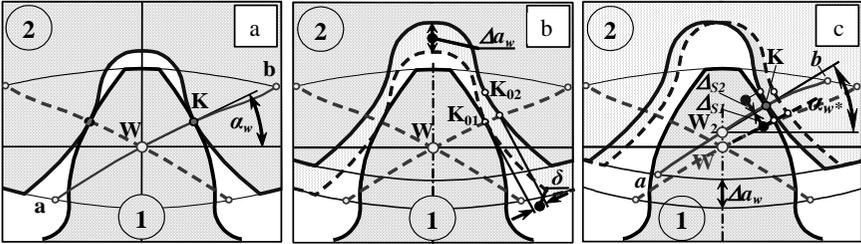


Рисунок 1 – Фазы изменения межосевого расстояния:

а – исходное плотное зацепление; б – зубчатые колеса отодвинуты без их поворота; в) сделан поворот колеса до касания зубьев

Во-вторых, ввели три вспомогательных геометрических и силовых локальных качественных показателя. Это еще три коэффициента:

- отставания колеса по начальной окружности:

$$k_{\Delta S_w} = k_{\delta} / \cos \alpha_* ; \quad (2a)$$

- изменения угла зацепления:

$$k_{\alpha} = \Delta \alpha_* / \Delta a_w \cdot 180 / \pi ; \quad (2б)$$

- увеличения радиальной силы:

$$k_{F_r} = \Delta F_r / \Delta a_w \cdot 100\% . \quad (2в)$$

В-третьих, в качестве главных глобальных показателей чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния предлагаем использовать: минимальные, максимальные и средние значения шести предложенных локальных показателей (прежде всего – трех основных геометро-кинематических). В качестве дополнительного глобального показателя предлагаем взять коэффициент изменения торцового коэффициента перекрытия (1/мм):

$$k_{\varepsilon a} = \Delta \varepsilon_{\alpha} / \Delta a_w . \quad (2г)$$

**2. Расчетная схема, исходные данные и требуемые результаты.** На рисунке 2 приведена схема цилиндрической зубчатой передачи (см. точку К контакта профилей шестерни и колеса с радиусами кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$  соответственно) и заменяющий механизм с низшими кинематическими парами  $N_1$  и  $N_2$  расположенными в центрах кривизны двух сопряженных профилей зубьев). Напомним, что в заменяющем механизме в заданном положении угловые скорости и угловые ускорения ведущего и ведомого звеньев 1 и 2 те же, что и в исходной зубчатой передаче [15]. Отметим также, что сопряженные профили в цилиндрических передачах обеспечивают постоянство передаточного числа, т.е. при  $\omega_1 = \text{const}$ , будет и  $\omega_2 = \text{const}$ . Но для этого радиусы кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$  профилей должны удовлетворять известному уравнению Эйлера-Савари

[1]:

$$\frac{1}{r_{w1}} + \frac{1}{r_{w2}} = \left( \frac{1}{\rho_1 \pm L} + \frac{1}{\rho_2 \mp L} \right) \cdot \sin \alpha. \quad (3)$$

где  $r_{w1}$ ,  $r_{w2}$  – радиусы начальных окружностей;  $L$  – расстояние точки контакта  $K$  от полюса зацепления  $W$ ;  $\alpha$  – угол зацепления (см. рисунки 1,а и 2).

Любой паре сопряженных профилей в каждый момент их касания соответствует один заменяющий механизм – существует метод построения такого механизма, предложенный Бобилье [1]. Заметим, что на рисунках 2 и 3 изображены в масштабе: профили зубьев, их радиусы кривизны и заменяющий механизм для конкретной синтезированной передачи, показанной на рисунке 5 в конце этой статьи.

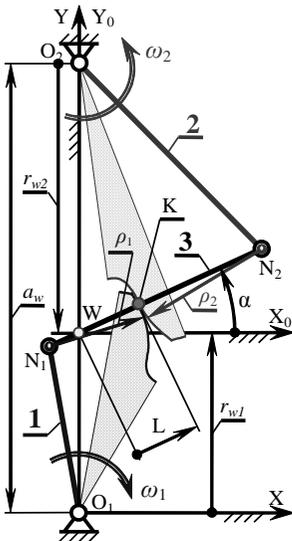


Рисунок 2 – Цилиндрическая передача и рычажный заменяющий механизм

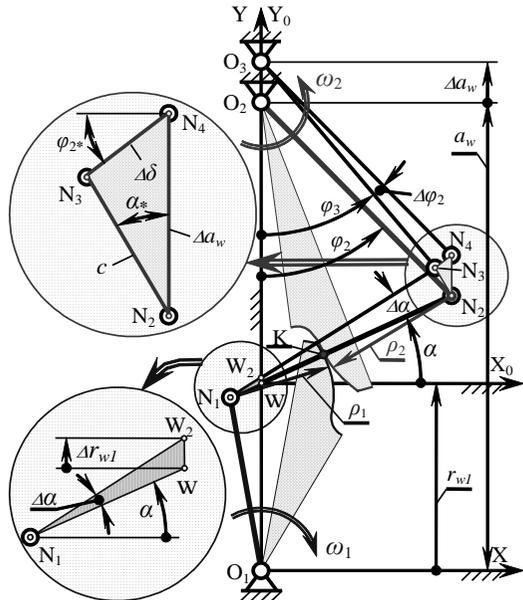


Рисунок 3 – Расчётная схема

Т.к. заменяющий механизм с точки зрения кинематики и геометрии есть аналог зубчатой передачи (до вторых производных включительно), то одинакова и чувствительность этих двух механизмов к изменению межосевого расстояния  $a_w$ . Что позволяет, анализируя поведение рычажного механизма, получить расчетные уравнения для вычисления всех показателей чувствительности цилиндрических передач к изменению  $a_w$ . На рисунке 3 дана расчетная схема, предназначенная для этой цели. На ней показан заменяющий механизм в двух положениях: в исходном положении – при расчетном межосевом расстоянии  $a_w$  (см. схему  $O_1N_1N_2O_2$  и рисунок 1,а), и при увеличении  $a_w$  на  $\Delta a_w$  (см. схему  $O_1N_1N_3O_2$ , построенную при тех же длинах шатуна 3 и ведомого звена 2). Точка  $N_4$  – положение центра кривизны профиля колеса, когда колесо отодвинули от шестерни на величину  $\Delta a_w$  (см. рисунок 1,б), но еще не повернули на угол  $\Delta \varphi_2$ , чтобы зубья шестерни и колеса соприкоснулись. На рисунках 3 и 1,с изображено, как при из-

менении  $a_w$  смещается полюс зацепления – переходит из точки W в  $W_2$ : увеличивая начальный радиус  $r_{w1}$  на  $\Delta r_{w1}$ , увеличивая угол зацепления  $\alpha$  на  $\Delta\alpha$  и создавая боковой зазор  $\Delta\delta$  на одной стороне зуба (малые перемещения показаны в крупном масштабе в левой части рисунка 3). Углы  $\varphi_{2*}$  и  $\alpha_*$ , присутствующие в треугольнике  $N_2N_3N_4$ , есть средние значения этих углов до и после изменения межосевого расстояния  $a_w$ . Т.е. следует полагать:  $\varphi_{2*} = \varphi_2 + \Delta\varphi_2/2$  и  $\alpha_* = \alpha + \Delta\alpha/2$ .

**Исходные данные для расчета:** 1) Параметры передачи:  $a_w$  – межосевое расстояние;  $i_{12}$  – передаточное отношение ( $i_{12}=z_2/z_1=\omega_1/\omega_2>0$ ). 2) Положение точки контакта:  $L$  – расстояние точки контакта K от полюса зацепления W (направление отсчета – в направлении окружной скорости);  $\alpha$  – угол зацепления в этой точке контакта. 3) Радиусы кривизны профилей в точке контакта:  $\rho_1$  и  $\rho_2$  (радиус кривизны положителен для выпуклого профиля). 4) Вычислительный параметр  $\Delta a_w$  – приращение межосевого расстояния  $a_w$ , равное, например, полю допуска на  $a_w$ .

Иногда точка контакта K может быть задана на линии зацепления не полярными координатами  $L$  и  $\alpha$ , а декартовыми:  $x_{0K}$  и  $y_{0K}$  в системе  $X_0WY_0$ . Приведем формулы пересчета исходных данных  $x_{0K}$  и  $y_{0K}$  в  $L$  и  $\alpha$ .

$$L = \text{Sign}(x_{0K}) \cdot \sqrt{x_{0K}^2 + y_{0K}^2}; \quad \alpha = \arctg(y_{0K} / x_{0K}), \quad (4)$$

где функция  $\text{Sign}(x_{0K})=+1$  при  $x_{0K}\geq 0$  и  $\text{Sign}(x_{0K})=-1$  при  $x_{0K}<0$ .

**Требуемые результаты** – формулы для вычисления всех показателей чувствительности передачи к изменению межосевого расстояния:  $k_{i12}$ ,  $k_\delta$ ,  $k_{\Delta S1}$ ,  $k_{\Delta S2}$ ,  $k_{\Delta SW}$ ,  $k_\alpha$ ,  $k_{Fr}$ .

### 3. Расчетные уравнения. Приводим их без вывода и с минимумом пояснений.

Радиусы начальных окружностей:

$$r_{w1} = a_w / (i_{12} + 1); \quad r_{w2} = r_{w1} \cdot i_{12}. \quad (5)$$

Координаты центров кривизны профилей (точек  $N_1$  и  $N_2$  в системе  $X_0WY_0$ ):

$$x_{0N1} = (L - \rho_1) \cdot \cos \alpha; \quad y_{0N1} = (L - \rho_1) \cdot \sin \alpha. \quad (6a)$$

$$x_{0N2} = (L + \rho_2) \cdot \cos \alpha; \quad y_{0N2} = (L + \rho_2) \cdot \sin \alpha. \quad (6b)$$

Длина звена 2:

$$O_2N_2 = \sqrt{x_{0N2}^2 + (r_{w2} - y_{0N2})^2}. \quad (7)$$

Угол поворота звена 2:

$$\varphi_2 = \arctan(r_{w2} - y_{0N2}, x_{0N2}). \quad (8)$$

Заметим, что функция  $\arctan(x,y)$  находит полярный угол точки, отмеряемый от оси OX, по двум ее координатам  $x$  и  $y$ ; угол лежит в интервале  $\{-\pi < \varphi \leq \pi\}$ .

Начальные размеры треугольника  $N_2N_3N_4$ :

$$\tilde{n} = \frac{\Delta a_w \cdot \cos \varphi_2}{\cos(\alpha - \varphi_2)}; \quad \Delta\delta = \frac{\Delta a_w \cdot \sin \alpha}{\cos(\alpha - \varphi_2)}. \quad (9)$$

Начальные приращения углов  $\alpha$  и  $\varphi_2$ :

$$\Delta\alpha = c / (\rho_1 + \rho_2); \quad \Delta\varphi_2 = -\Delta\delta / O_2N_2. \quad (10)$$

Углы в треугольнике  $N_2N_3N_4$ :

$$\alpha_* = \alpha + \Delta\alpha/2; \quad \varphi_{2*} = \varphi_2 + \Delta\varphi_2/2. \quad (11)$$

Размеры треугольника  $N_2N_3N_4$ :

$$\tilde{n}_* = \frac{\Delta a_w \cdot \cos \varphi_{2*}}{\cos(\alpha_* - \varphi_{2*})}; \quad \Delta \delta_* = \frac{\Delta a_w \cdot \sin \alpha_*}{\cos(\alpha_* - \varphi_{2*})}. \quad (12)$$

Приращения углов  $\alpha$  и  $\varphi_2$ :

$$\Delta \alpha_* = c_* / (\rho_1 + \rho_2); \quad \Delta \varphi_{2*} = -\Delta \delta_* / O_2 N_2. \quad (13)$$

Приращение начального радиуса шестерни:

$$\Delta r_{w1} = \Delta \alpha_* \cdot (\rho_1 - L) / \cos \alpha_*. \quad (14)$$

Приращение передаточного отношения:

$$\Delta i_{12} = [\Delta \alpha_w - (i_{12} + 1) \cdot \Delta r_{w1}] / r_w. \quad (15)$$

Приращение радиальной силы в процентах:

$$\Delta F_r = [\operatorname{tg}(\alpha + \Delta \alpha_*) / \operatorname{tg} \alpha - 1] \cdot 100\%. \quad (16)$$

Показатели чувствительности передачи к изменению межосевого расстояния:

- коэффициент изменения передаточного отношения:

$$k_{i12} = \Delta i_{12} / i_{12} \cdot 100\% / \Delta a_w; \quad (17)$$

- коэффициент бокового зазора:

$$k_\delta = \Delta \delta_* / \Delta a_w; \quad (18)$$

- коэффициенты перемещения точки контакта по профилям зубьев шестерни и колеса:

$$k_{\Delta S1} = \Delta \alpha_* \cdot \rho_1 / \Delta a_w; \quad k_{\Delta S2} = \Delta \alpha_* \cdot \rho_2 / \Delta a_w; \quad (19)$$

- коэффициент доворота колеса по начальной окружности:

$$k_{\Delta Sw} = k_\delta / \cos \alpha_*; \quad (20)$$

- коэффициент изменения угла зацепления:

$$k_\alpha = \Delta \alpha_* / \Delta a_w \cdot 180 / \pi; \quad (21)$$

- коэффициент увеличения радиальной силы:

$$k_{Fr} = \Delta F_r / \Delta a_w. \quad (22)$$

#### 4. Пример исследования чувствительности передачи к изменению $a_w$ .

Формулы (4-22) реализованы на компьютере. На рисунках 4-5 и в таблице приведены результаты исследования по созданной программе двух передач с профилями зубьев, синтезированными по методике, изложенной в [16]. На

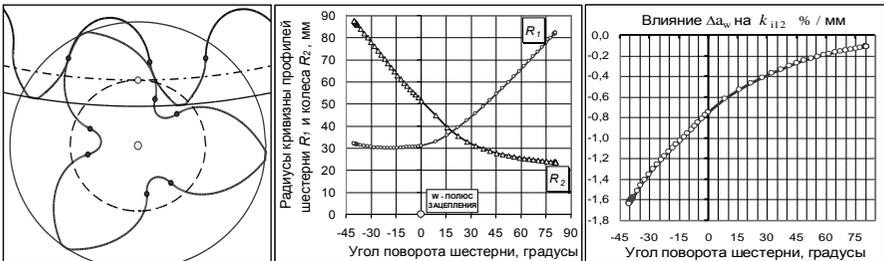


Рисунок 4 – Передача с  $\sigma_H = 1000 \text{ МПа} = \text{const}$  при  $u = 9$ ,  $a_w = 500 \text{ мм}$ ,  $b_2 = 36 \text{ мм}$ ,  $P = 100 \text{ кВт}$ ,  $n_1 = 1111, 106 / \text{мин}$ : R кривизны профилей; влияние  $\Delta a_w$  на передаточное отношение  $i_{12}$

рисунке 4 даны параметры и вид передачи, названной равнопрочной, т.к. в ней профили найдены из условия постоянства контактных напряжений вдоль всей линии зацепления. В средней части рисунка 4 видно, что на ножке шестерни профиль зуба близок к дуге окружности радиуса  $R_1 \approx 31\text{мм}$  (при начальном радиусе  $r_{w1} = 50\text{мм}$ !). При этом дуга заходит внутрь основной окружности эвольвентной шестерни с таким же  $r_{w1}$ . Эта передача вполне работоспособна: при угле зацепления в полюсе  $\alpha_w = 25,57^\circ$ , угол давления на колесо (без учета сил трения) плавно уменьшается от  $\alpha_{\text{MAX}} = 44,3^\circ$  до  $\alpha_{\text{MIN}} = 8,8^\circ$ . Справа на рисунке 4 показано влияния межосевого расстояния  $a_w$  на передаточное отношение  $i_{12}$ . Видно, что наибольшее отклонение  $i_{12}$ , равное  $\approx -0,016$  (при  $i_{12} = 9$ ), будет в начальный момент касания зубьев, если увеличим  $a_w$  на  $1\text{мм}$ . Если же  $a_w$  увеличим на  $0,2\text{мм}$ , то отклонение  $i_{12}$  будет равно  $-0,016 \times 0,2 = -0,0032$ .

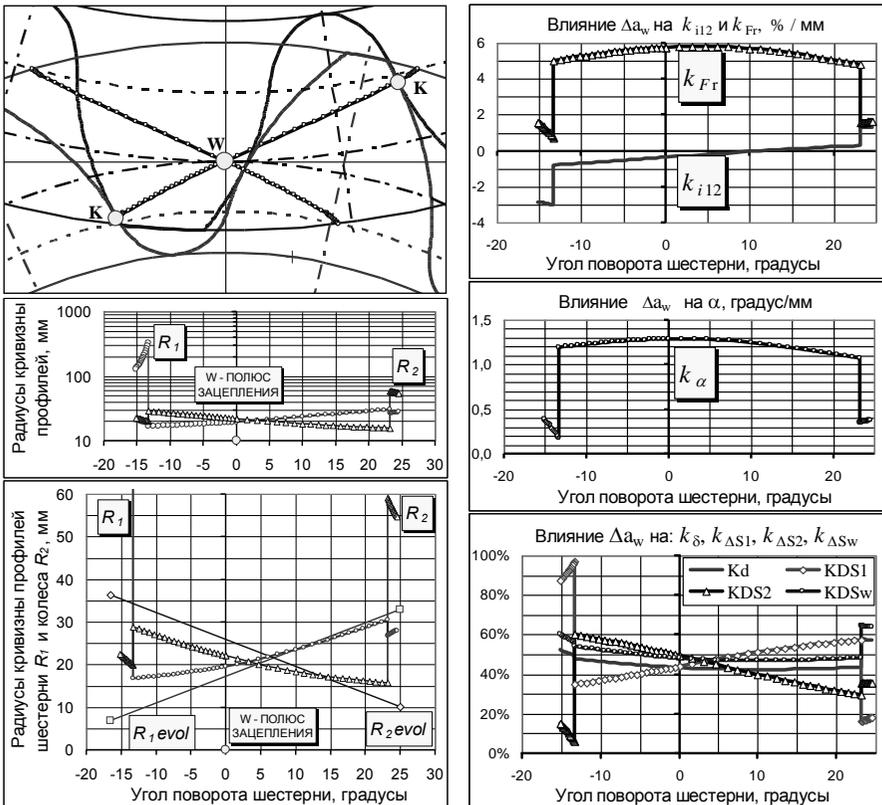


Рисунок 5 – Модифицированная передача с  $\sigma_H = 1000/750\text{МПа}$ ,  $a_w = 100\text{мм}$ ,  $b_2 = 23,44\text{мм}$ ,  $P = 100\text{кВт}$ ,  $n_1 = 4000\text{об/мин}$ :  $R$  кривизны профилей; влияние  $\Delta a_w$  на работу передачи

На рисунке 5 и в таблице приведены данные исследования модифицированной равнопрочной передачи, также с небольшими числами зубьев  $z_1 = 10$  и  $z_2 = 15$ . В ней профили зубьев найдены из условия, что на основной части ли-

нии зацепления контактные напряжения по Герцу  $\sigma_H=1000\text{Па}$ . А в начальной и конечной фазах зацепления  $\sigma_H=750\text{МПа}$  (полагая контакт однопарным). На рисунке 5 показаны графики всех предложенных локальных качественных показателей. Слева под изображением картины зацепления приведены диаграммы изменения радиусов кривизны синтезированных профилей: с логарифмической шкалой для показа больших значений радиусов кривизны на участках пересопряжения зубьев, и с линейной шкалой – для показа наиболее важного диапазона изменения радиусов кривизны. При этом на диаграмме с линейной шкалой приведены для сравнения и графики изменения радиусов кривизны в эвольвентной передаче с  $\sigma_H=1000\text{Па}$  в полюсе зацепления. В таблице – все предложенные глобальные качественные показатели.

Таблица – Глобальные показатели влияния отклонений межосевого расстояния

ПАРАМЕТРЫ ПЕРЕДАЧИ --->		$R_1=100\text{квт}$ $n_1=4000\text{об/мин}$ $u=1,5$ $a_w=100\text{мм}$ $b_1=23,44\text{мм}$									
ПОКАЗАТЕЛЬ			Начало зацепления			Основная часть			Конец зацепления		
			Min	Сред	Max	Min	Сред	Max	Min	Сред	Max
1	Радиусы кривизны профилей	$R_1, \text{мм}$	129,6	194,3	329,4	16,72	22,13	30,53	26,79	27,41	28,02
2		$R_2, \text{мм}$	19,96	21,22	22,44	15,71	20,8	28,88	54,71	56,83	59,15
3	Контактные напряжения по Герцу	$\sigma_H, \text{МПа}$	750	750	750	1000	1000	1000	750	750	750
4	Коэффициенты чувствительности передачи к изменению межосевого расстояния	$k_{i12}, \text{%/мм}$	-3,03	-2,93	-2,85	-0,8	-0,22	0,29	1,288	1,308	1,329
5		$k_d, \text{\%}$	49,3%	50,8%	52,2%	42,3%	43,7%	47,6%	57,1%	57,5%	58,0%
6		$k_{p\beta 1}, \text{\%}$	87,6%	92,1%	97,1%	34,8%	47,1%	57,2%	16,1%	17,2%	18,2%
7		$k_{p\beta 2}, \text{\%}$	5,9%	10,8%	15,2%	29,4%	44,8%	60,2%	35,5%	35,6%	35,6%
8		$k_{p\beta w}, \text{\%}$	55,9%	58,0%	60,1%	46,7%	48,5%	54,0%	63,7%	64,0%	64,4%
9		$k_{\alpha_s}, \text{°/мм}$	0,169	0,289	0,387	1,073	1,227	1,286	0,345	0,359	0,372
10	межосевого расстояния	$k_{F_T}, \text{\%/мм}$	0,71	1,188	1,57	4,792	5,487	5,831	1,538	1,59	1,635
11		$k_{w a}, \text{1/мм}$	Этот показатель программа пока не вычисляет								

**Выводы.** Предложена система качественных показателей для оценки чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния  $a_w$ ; разработаны их математические модели; создана компьютерная программа; проведено исследование нескольких передач, позволившее сделать следующие выводы:

1. При модификации любых профилей (в том числе, эвольвентных) на участках начала и окончания контакта зубьев, с целью снижения контактных напряжений  $\sigma_H$  за счет увеличения приведенного радиуса кривизны, всегда получаем существенное увеличение важного качественного показателя – коэффициента изменения передаточного отношения  $k_{i12}$ .

2. Величину роста  $k_{i12}$  можно уменьшить за счет подбора величины и закона изменения  $\sigma_H$  вдоль модифицируемых отрезков профилей зубьев.

3. В принципе, можно синтезировать основные участки профилей зубьев по комплексному критерию качества  $F=F(k_{i12}, \sigma_H)$  так, чтобы и  $\sigma_H$  стало приемлемым, и  $k_{i12}$  увеличивалось менее резко.

4. Предложенная и рассмотренная система коэффициентов качества может послужить основой более полной системы локальных и глобальных качественных показателей для оценки влияния погрешностей взаимного положения зубчатых звеньев на условия контакта зубьев и работу передач.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Дусев И.И., Васильев В.М. Аналитическая теория пространственных зацеплений и ее применение к исследованию гипоидных передач. – Новочеркасск: Изд НПИ, 1968. – 148с. 3. Гавриленко В.А. Основы теории эвольвентной зубчатой передачи. – М.: Машиностроение, 1969. – 431с. 4. Болотовский И.А., Безруков В.И., Васильев О.Ф. и др. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных цилиндрических передач. Новый подход. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2004. – 94с. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск: СНУ им. Даля, 2006. – 408с. 6. Воронцов Б.С. Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода", – Харьков, 2010. – №27. – С.49-54. 7. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1964. – №10. – С.5-15. 8. Ленский М.Ф. Инвариантная теория плоских кинематических пар с точечным касанием. // Машиноведение – 1967 – №5. 9. Бабичев Д.Т. Вопросы исследования геометрии и кинематики пространственных зацеплений: Дис... канд. техн. наук. – Новочеркасск, 1971. – 140с. (Автореф. – Новочеркасск: НПИ, 1971. – 22с.). 10. Ленский М.Ф., Прохоров В.П. Обобщенные показатели зубчатых зацеплений с параллельными осями // Машиноведение. – 1971 – №5. – С. 67-77. 11. Babichev D.A., Serebrennikov A.A., Babichev D.T. Qualitative indexes of flat engagements operation // Proceedings The 7th international scientific conference "Research and Development of mechanical Elements and Systems": IRMES 2011. Zlatibor, Serbia. – 2011. – S.623-630. 12. Бабичев Д.А. Выборочность сил трения в цилиндрических прямозубых передачах и критерии для ее оценки // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода", – Харьков, 2011. – №29. – С.3-11. 13. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам – М.: Машиностроение, 1987. – 560с. 14. Бабичев Д.Т., Сторчак М.Г., Бабичев Д.А. Основы синтеза профилей зубьев цилиндрических передач, обладающих повышенной контактной прочностью // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода", – Харьков, 2012. – №36. – С.10-19.

Поступила в редакцию 10.03.2013

УДК 621.83

**Показатели чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния / Д.А. Бабичев, Д.Т. Бабичев, М.Г. Сторчак, А.Ю. Тайсин // Вестник НТУ "ХПИ". Серия: Проблемы механического привода. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.9-17. – Библиогр.: 16 назв.**

Запропоновано систему якісних показників для кількісної оцінки чутливості циліндричних передач до зміни міжосевої відстані  $a_w$ . Ці показники характеризують, як при відомих профілях зубців зміна  $a_w$  впливає на: передавальне число, бічний зазор і положення контактної точки. Наведено формули для обчислення всіх запропонованих показників, а також діаграми – приклади їх використання для конкретних передач.

**Ключові слова:** циліндрична передача, похибки зацеплення, якісні показники.

Offer a system of quality indicators for quantity evaluation of sensitivity of cylindrical gearings from change center distance  $a_w$ . Indicators are characterizing how changing of  $a_w$  with known tooth profile is affect to: transmission ratio, backlash and meshing point position. Approved formulas for calculation all presented indicators, also diagrams – as examples of using for concretely gears.

**Keywords:** cylindrical gearing, gearing error, gearings qualitative indicators.

УДК 621.833.38

**В.В. БЕДНЯКОВ**, к.т.н., заместитель Главного конструктора  
ОАО "ЭЗТМ", Электросталь, Московская обл., Россия;  
**С.А. ЛАГУТИН**, к.т.н., ведущий конструктор ОАО "ЭЗТМ";  
**Е.А. ГУДОВ**, ведущий инженер-конструктор по редукторостроению ОАО "ЭЗТМ"

## РЕДУКТОРЫ ГЛАВНОГО ПРИВОДА ПРОКАТНЫХ СТАНОВ

Обобщен опыт Электростальского завода тяжелого машиностроения в области проектирования и производства специальных редукторов и шестеренных клетей главного привода прокатных станов различного назначения: сортовых и шаропркатных, прошивных и редукционных, станов холодной про-

© В.В. Бедняков, С.А. Лагутин, Е.О. Гудов, 2013

катки труб и станов для производства арматурного проката. При их проектировании учитывается специфика работы стана и, прежде всего циклограмма нагрузок, зависящая как от номенклатуры прокатываемых изделий, так и переменности нагрузок внутри цикла прокатки одной заготовки. Геометрические параметры зубчатых передач оптимизируются по критерию контактной и изгибной равнопрочности, как между ступенями, так и внутри каждой из них. Предусмотрено и технологически обеспечено выполнение зубчатых передач с высокотвердыми, цементованными и шлифованными зубьями.

**Ключевые слова:** редуктор, шестеренная клеть, прокатный стан, циклограмма нагрузок.

**Введение.** За 70 лет своей истории Электростальский завод тяжелого машиностроения накопил богатый опыт проектирования, изготовления и комплектной поставки прокатных станов, как для нашей страны, так и для дальнего зарубежья. Комплекс машин и механизмов прокатного стана насыщен различными специальными редукторами, используемыми как в главных приводах, так и во вспомогательном оборудовании.

Традиционная схема привода любого прокатного стана включает в себя главный редуктор, обеспечивающий необходимое передаточное число между электродвигателем и рабочей клетью, и шестеренную клеть, предназначенную для распределения передаваемого момента между валками рабочей клетки [1-3]. Для соединения шестеренной и рабочей клеток используются универсальные или зубчатые шпиндели [4], обеспечивающие возможность работы привода при изменении расстояния между рабочими валками после каждой их переточки.

Одним из направлений совершенствования рабочих линий стана является совмещение главного редуктора с шестеренной клетью и другими механизмами, что позволяет сократить производственные площади, снизить трудоемкость и себестоимость создаваемого объекта [5].

В данной статье рассматривается эволюция различных специальных редукторов прокатного оборудования. В основном, приведены сведения о разработках, защищенных патентами Российской Федерации [6-9].

**Особенности проектирования редукторов привода прокатных станов.** Редуктор общемашиностроительного применения проектируется, исходя из условия работы под постоянной нагрузкой в течение гарантийного срока. При проектировании специальных редукторов, предназначенных для привода конкретных машин, необходимо учитывать специфику работы этих машин и прежде всего циклограмму нагрузки привода.

В Конструкторском отделе ЭЗТМ расчет зубчатых передач на прочность выполняется в программном пакете REDUK 4.3, который по просьбе и с участием ЭЗТМ был разработан в конце 90-х годов Отделом технологии зубчатых передач ЦНИИТМАШ на основании ГОСТ 21354-87.

Важной особенностью этого пакета является выполнение прочностных расчетов зубчатых передач с учетом ожидаемой циклограммы нагружения. В результате расчета определяются крутящие моменты на выходном валу редуктора, допускаемые контактной и изгибной выносливостью зубьев каждой из ступеней.

При проектировании многоступенчатого редуктора его основные геометрические параметры: межосевые расстояния и передаточные числа ступеней, модули и ширины зубчатых колес, должны быть выбраны таким образом, чтобы обеспечить одинаковые запасы прочности по каждому из указанных критериев. При изменении закладываемой в исходные данные циклограммы нагружения, величины каждого из указанных моментов существенно изменяются, причем изменяются не только их абсолютные значения, но и соотношения между ними. Геометрические пропорции редуктора, оптимальные для постоянной нагрузки, как правило, требуют существенного изменения для ступенчатой циклограммы нагружения.

Проектируя специальный редуктор главного привода конкретного прокатного стана, конструктор может и должен знать и учитывать:

- номенклатуру продукции, прокатываемой на этом стане,
- ожидаемый процент загрузки стана выпуском каждого типоразмера,
- режимы (момент и скорость) прокатки для каждого из типоразмеров,
- соотношение времени рабочего и холостого ходов в цикле прокатки.

На основании этих данных необходимо построить циклограмму нагружения, для каждой из ступеней которой указываются

- крутящие моменты на ведущем валу по отношению к наибольшему,
- относительная продолжительность действия каждого из моментов,
- частота вращения ведущего вала, об/мин.

Например, на прошивном стане трубопрокатного агрегата "400" Северского трубного завода планируется прошивать заготовки диаметров Ø400 и Ø290, данные по режимам прокатки которых приведены в таблице 1.

Циклограмма нагружения составляется в относительных единицах, начиная со ступени с наибольшим крутящим моментом, и позволяет учитывать до 10 ступеней. В приведенном примере она включает в себя 5 ступеней и имеет вид, показанный в таблице 2.

В число исходных данных для расчета включается максимальный кратковременный крутящий момент, на основании которого выполняется проверка контактной и изгибной прочности зубьев при действии пиковых нагрузок, как случайных, так и повторяющихся периодически, но в течение менее 5% времени работы, например, в момент захвата заготовки. Указывается также характер приложения нагрузки – односторонний или реверсивный, симметричный или несимметричный.

В дополнение к результатам прочностного расчета зубчатых передач используемая программа выдает исходные данные для расчета валов и подшипников: усилия в зацеплении и частоты вращения каждого из валов для первой ступени циклограммы. Рассчитываются также коэффициенты приведения циклограммы к наибольшему моменту при расчете валов  $E_v$  и подшипников  $E_p$ , для рассмотренного примера  $E_v=0,721$  и  $E_p=0,624$ .

**Комбинированные редукторы главного привода сортопрокатных станов.** Сортопрокатные станы предназначены для получения круглых и многогранных прутков, уголка, швеллера и других видов сортового проката. Для обеспечения всестороннего обжатия прокатываемого материала в таких станах рабочие клетки с горизонтальным положением осей рабочих валков должны чередоваться с вертикальными клетями. Привод каждой горизонтальной клетки стана выполняется через трехступенчатый цилиндрический ре-

Таблица 1 – Данные режима прокатки

Диаметр заготовки, мм	400	400	290
Параметр режима			
Угол подачи валков, град	11	9	12
Момент прокатки, кН·м	1300	1100	850
Момент холостого хода, кН·м	65	65	65
Частота вращения заготовки, об/мин	60	60	80
Продолжительность цикла прокатки, с	65	65	40
Время под нагрузкой (машинное), с	24	27	20
Время холостого хода (пауз), с	41	38	20
Процент загрузки стана, %	20	20	60

Таблица 2 – Циклограмма нагружения

Крутящие моменты на ведущем валу в относит. единицах:				
1,000	0,850	0,050	0,650	0,050
Относительные продолжительности действия момента:				
0,074	0,083	0,243	0,243	0,300
Частота вращения ведущего вала, об/мин:				
350,0	350,0	350,0	480,0	480,0

дуктор, совмещенный с шестеренной клетью.

Привод вертикальных рабочих клетей осуществляется через комбинированные коническо-цилиндрические редукторы [5]. Последней ступенью этих редукторов являются полые шестеренные валки, внутри которых размещены соединительные шпиндели. Передаточные числа редукторов уменьшаются от

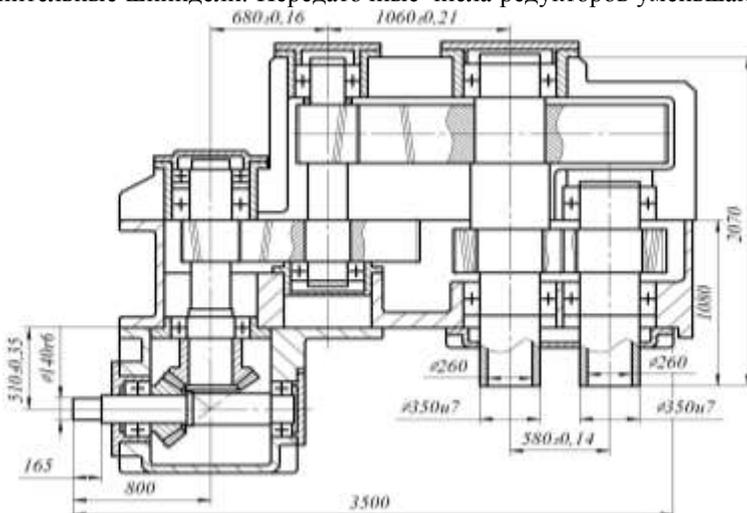


Рисунок 1 – Комбинированный редуктор главного привода сортопрокатного стана

клетки к клетке, обеспечивая увеличение скорости прокатки с учетом коэффициента вытяжки и катающего диаметра рабочих валков. Ведущие валы всех редукторов расположены на одном уровне, что позволяет разместить приводные двигатели на одной общей площадке и упростить их обслуживание.

Для перемещения вертикальной рабочей клетки при настройке и перевалке ее станина должна быть снабжена винтовыми подъемниками с приводом, который обычно выполняется в виде червячных редукторов. В одной из последних конструкций в нижней части корпуса главного редуктора удалось найти зону, свободную от главных передач и разместить в ней один червячный редуктор механизма подъема [9]. Совмещение главного и вспомогательного приводов позволило снизить себестоимость изготовления, значительно упростить обслуживание всей установки и повысить надежность привода.

Для привода горизонтальных бесстанинных рабочих клетей удалось реализовать очень компактное конструктивное решение, в котором шпиндели, приводящие в движение рабочие валки, пропущены сквозь полые шестеренные валки комбинированного редуктора, что позволяет максимально приблизить привод к рабочей клетке и значительно сократить занимаемую площадь цеха [3].

Комбинированные редукторы описанных конструкций были поставлены на таких сортопрокатных станах, как стан 350/250 металлургического завода "Электросталь", стан 450 для Хелуанского меткомбината в Египте, стана 650 Исфганского метзавода в Иране, и целом ряде других.

**Шестеренные клетки для производства арматурного проката.** Изготовление предварительно напряженного железобетона значительно упроща-

ется, если арматурный профиль выполнен с винтовой канавкой [7].

В процессе прокатки таких профилей вращение валков рабочей клетки должно быть строго синхронизировано, что обеспечивается зацеплением двух цилиндрических зубчатых валков шестеренной клетки. С другой стороны, в процессе настройки клетки рабочие валки необходимо плавно проворачивать один относительно другого, обеспечивая совпадение выполненных на них калибров.

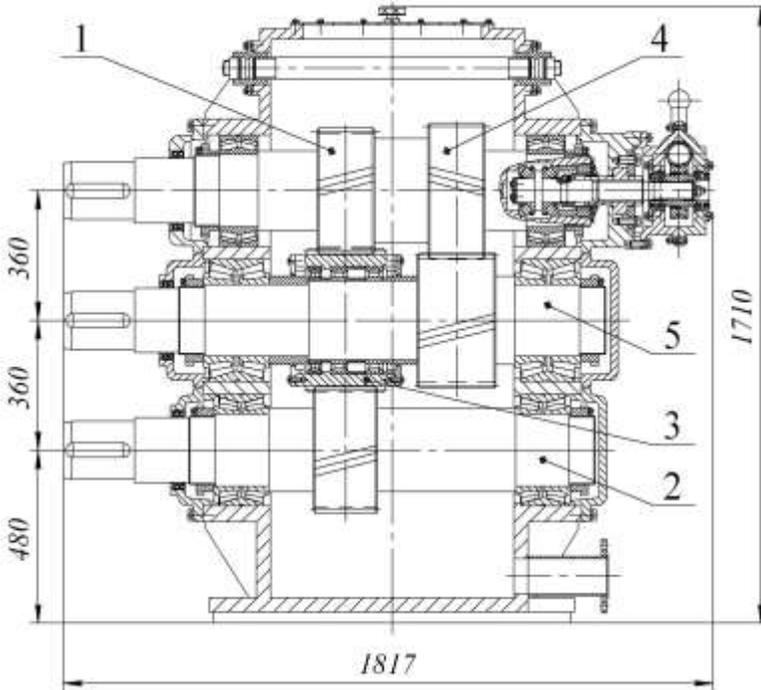


Рисунок 2 – Шестеренная клетка стана 350

Для устранения этого противоречия в конструкции шестеренной клетки предусмотрена возможность осевого смещения входного вала.

На рисунке 2 показана конструкция такой шестеренной клетки. Она содержит одну входную вал-шестерню с двумя разнонаправленными косозубыми венцами и два выходных вала. Косозубый венец 1 входного вала введен в зацепление с венцом нижнего выходного вала 2 через паразитную шестерню 3, а второй полушверон 4 сцеплен с зубчатым венцом среднего выходного вала 5.

При настройке положения калибрующих валков рабочей клетки входную вал-шестерню можно перемещать в осевом направлении с помощью специального механизма, включающего пару "винт-гайка" и червячный редуктор. При таком перемещении один выходной вал проворачивается относительно другого вплоть до совмещения калибров рабочих валков, и в этом положении блок фиксируется.

Предложенное техническое решение было реализовано при проектировании рабочей линии чистой клетки стана 350 Донецкого металлургического завода.

**Привод шаропрокатного стана.** Шары производятся методом горячей винтовой прокатки между двумя калиброванными валками, которые скрещи-

ваются под небольшим углом и вращаются в одном направлении. Сложность проектирования редуктора для этих станов состоит в необходимости передать большие крутящие моменты при малом расстоянии между выходными валами. Изменение традиционной схемы расположения редуктора по отношению к рабочей клетки позволило в станах последней конструкции уменьшить массу редуктора при сохранении его несущей способности с 23 до 8 тонн [8].

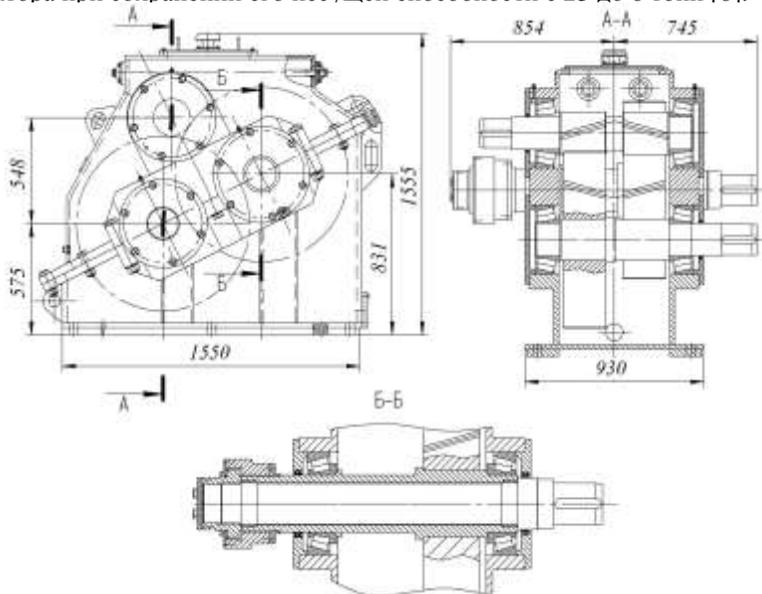


Рисунок 3 – Привод шаропрокатного стана

Для регулировки взаимного положения винтовых калибров рабочих валков в редуктор встроено устройство их относительного разворота [5]. Этот механизм выполнен в виде двухопорного вала, который проходит через полый выходной вал редуктора и соединен с ним зубчатой муфтой. Втулка муфты насажена на один из концов двухопорного вала посредством шлицев. На втором конце этого вала закреплена головка универсального шпинделя, связывающего его с рабочим валком. Числа внутренних шлицев  $Z_{Ш}$  и наружных зубьев  $Z_M$  втулки не кратны между собой. Это позволяет при настройке калибров разворачивать рабочий валок относительно выходного вала редуктора с точностью до  $2\pi/(Z_{Ш}Z_M)$ , рад. Тем самым обеспечивается необходимая точность и надежность установки винтовых калибров и, в конечном счете, повышение точности прокатываемых шаров.

Шаропрокатные станы с главным приводом через редукторы такой конструкции были поставлены и успешно эксплуатируются на металлургических заводах в Гурьевске и Бекабаде, в Мексике и в Индии.

**Привод редукционно-растяжного стана.** Одним из основных требований к конструкции этого привода является возможно более тесное расположение трехвалковых рабочих клеток. Для достижения этой цели отдельные одно- или двухступенчатые передачи расположены в три ряда в едином кор-

пусе главного редуктора. Они обеспечивают вращение 24-х выходных валов с нарастанием числа оборотов по заданному закону. Первый из таких редукторов был подробно описан в статье [1]. Дальнейшее усовершенствование конструкции этого редуктора позволило уменьшить его массу с 88 до 55 тонн.

Последним из этой серии в 2006 году был спроектирован редуктор привода 15-клетьевого стана Днепропетровского трубопрокатного завода. Его конструкция обеспечивает возможность установки с наклоном в  $60^\circ$  к горизонту, что требуется из технологических соображений.

**Редуктор главного привода прошивного стана.** Двухступенчатый шевронный редуктор ЦД-1600 предназначен для привода каждого из двух рабочих валков прошивного стана. При массе 77 тонн это один из самых крупных редукторов, изготовленных на ЭЗТМ. Но главное его достоинство состоит не в габаритах, а в технической характеристике.

При его проектировании на основе накопленного ранее опыта была выполнена тщательная оптимизация параметров зацепления по контактной и изгибной равнопрочности каждой из ступеней с учетом технологических возможностей закалочного и зуборезного оборудования завода [2]. Предложен и проверен ряд смелых конструкторских и технологических решений, таких как горячая посадка на ступицу окончательно нарезанных полушевронов с предварительным расчетом деформации зубчатых венцов после напрессовки. Благодаря этому впервые в нашей практике удалось спроектировать и изготовить редуктор с номинальным крутящим моментом на тихоходном валу 1000кН·м.

В составе трубопрокатного агрегата "400" два редуктора этого типа были поставлены на Северский трубный завод и успешно эксплуатируются на самых тяжелых режимах прокатки. Регулярный мониторинг состояния редукторов показал, что после кратковременного приработочного износа активных поверхностей зубьев их состояние стабилизировалось, и после более чем 5 лет передачи не требуют замены запасными частями.

Более того, в настоящее время руководство завода приняло решение о модернизации прошивного стана с увеличением мощности электродвигателей с 4000 до 6000кВт. При этом перед ЭЗТМ была поставлена задача, сохранив корпуса имеющихся редукторов, встроить в них передачи, позволяющие увеличить крутящий момент на тихоходном валу до 1300кН·м. Эта задача была решена путем замены материалов и повышения твердости зубчатых колес. В частности, твердость объемно закаленных быстроходных шевронных валшестерен была повышена до 42...47HRC, что потребовало существенного совершенствования технологии их термической и механической обработки.

**Редукторы главного привода станов ХПТ.** Отличительной особенностью привода станов холодной прокатки труб является быстрое возвратно-поступательное движение массивной клетки, в результате которого в приводе возникают динамические нагрузки, которые сопоставимы (даже с учетом частичного уравнивания) с рабочей нагрузкой и могут даже значительно превышать ее.

Примерное изменение крутящих моментов, приведенных к выходному валу редуктора, за один двойной ход рабочей клетки представлено на рисунке 4.

На этом графике:  $\alpha$  – угол поворота кривошипа,  $T_q$  – момент от рабочей нагрузки с учетом сил трения,  $T_d$  – момент от сил инерции,  $T$  – суммарный крутящий момент. Как видно из рисунка, момент  $T$  не только существенно переменен по величине, но в конце рабочего и особенно холостого хода мо-

жет даже менять знак, переводя электродвигатель в генераторный режим.

С учетом этого обстоятельства в приводе таких станов традиционно использовались тяжелые редукторы, зубчатые колеса которых брали бы на себя часть функций маховика. При таком подходе зубчатые передачи изготавливались с объемной закалкой шестерен до твердости 270...300НВ и колес до твердости 240...280НВ.

Так, например, для привода стана ХПТР-350, наиболее крупного из изго-

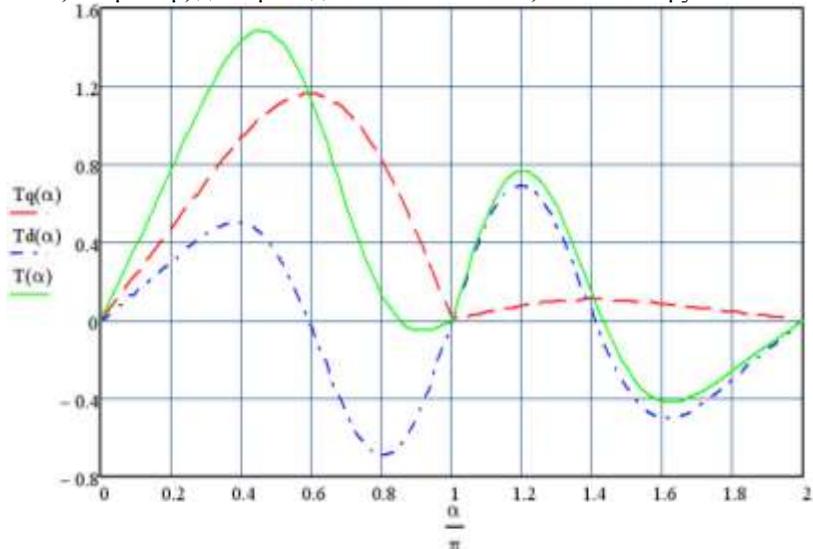


Рисунок 4 – График примерного изменения крутящих моментов в станах ХПТ товленных на ЭЗТМ, необходим крутящий момент на выходном валу редуктора  $T=450\text{кН}\cdot\text{м}$ . Этот момент вполне может быть обеспечен двухступенчатым редуктором Ц2-1200 с термически улучшенными колесами.

Однако сегодня тяжелые редукторы с такой термообработкой не копируются на мировом рынке. Поэтому, идя навстречу пожеланиям Заказчика, мы спроектировали и поставили в этот стан редуктор Ц2-715 существенно меньшей массы и габаритов с цементированными зубчатыми передачами, шлифованными по 6-й степени точности. Сопоставление некоторых показателей этих редукторов – см. таблицу 3.

Таблица 3 – Сравнительная характеристика главного привода стана ХПТ

Параметр	Типоразмер	
	Ц2-715	Ц2-1200
Межосевое расстояние т/х ступени, мм	715	1200
Наружный диаметр т/х колеса, мм	1180	1900
Масса т/х колеса, кг	2000	7000
Момент инерции т/х колеса, кг·м <sup>2</sup>	350	2500

Стан ХПТР-350 был поставлен в 2007 году для компании TISCO, Китай, и успешно запущен в работу. В настоящее время аналогичный стан изготавливается ЭЗТМ для фирмы WILH.SHULZ GmbH, Германия.

**Выводы.** Для того чтобы специальные редукторы главного привода прокатных станов различного назначения соответствовали сегодняшнему мировому уровню, при их проектировании необходимо:

- учитывать специфику работы стана и, прежде всего циклограмму нагрузки, как в зависимости от ожидаемой номенклатуры прокатываемых из-

делий, так и внутри цикла прокатки одной заготовки;

- предусмотреть и технологически обеспечить выполнение всех зубчатых передач с высокотвердыми, цементированными и шлифованными зубьями;

- оптимизировать геометрические параметры зубчатых передач по критерию контактной и изгибной равнопрочности, как между ступенями, так и внутри каждой из них.

**Список литературы:** 1. Ковтушенко А.А., Копылов А.Ф., Лагутин С.А. Редукторы трубопрокатного оборудования // Вестник машиностроения. – 1985. – №10. – С.43-47. 2. Ковтушенко А.А., Лагутин С.А. Опыт оптимизации нормализованных редукторов металлургического оборудования // Тяжелое машиностроение. – 1990. – №5. – С.5-7. 3. Ковтушенко А.А., Лагутин С.А. Шестеренные клетки прокатных станов // Тяжелое машиностроение. – 1998. – №4. – С.19-22. 4. Айрапетов Э.Л. и др. Совершенствование зубчатых муфт и шпинделей конструкции ЭЗТМ // Тяжелое машиностроение. – 2000. – №12. – С.13-15. 5. Ковтушенко А.А. и др. Комбинированные редукторы прокатных станов // Тяжелое машиностроение. – 2005. – №3. – С.13-15. 6. Пат. №1776211 СССР. МКИ В21 В35/12 Шестеренная кость главного привода прокатного стана. (А.А. Ковтушенко и др.). 7. Пат. №2009742 РФ. МКИ В21 В35/12. Стан продольной прокатки профилей периодического сечения. (Б.А. Серман и др.). 8. Пат. №2162025 РФ. МКИ В21 Н1/14. Главная линия стана для прокатки шаров. (А.А. Ковтушенко и др.). 9. Пат. №2163174 РФ. МКИ В21 В13/06. Многоручьева вертикальная кость продольной прокатки. (Б.А. Серман и др.).

*Поступила в редколлегию 25.03.2013*

УДК 621.833.38

**Редукторы главного привода прокатных станов / В.В. Бедняков, С.А. Лагутин, Е.А. Гудов** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.17-25. – Бібліогр.: 9 назв.

Узагальнено досвід Електросталського заводу важкого машинобудування в галузі проектування і виробництва спеціальних редукторів і шестерінчастих клітей головного приводу прокатних станів різного призначення: сортових та шаропркатних, прошивних та редукційних, станів холодної прокатки труб та станів для виробництва арматурного прокату. При їх проектуванні враховується специфіка роботи стану і перш за все циклограма навантажень в залежності як від номенклатури прокатуваних виробів, так і циклу прокатки однієї заготовки. Геометричні параметри зубчатих передач оптимізуються за критерієм контактної та згинальної рівномірності, як між ступенями, так і в кожній з них. Передбачено та технологічно забезпечено виконання зубчатих передач з високоміцними, цементованими та шлифованими зубами.

**Ключові слова:** редуктор, шестерінчаста кліть, прокатний стан, циклограма навантажень.

The experience of the Electrostal Heavy Machinery Plant in the design and production of special gearboxes and gear stands for main drive of various rolling mills is summed up. The specifics of rolling and ball-rolling, piercing and reduction mills, mills for cold rolling tube and for the production of reinforcing bars are considered. The load sequence diagram depends both on the range of rolled products, and variable loadings in a rolling cycle of a workpiece. Geometric parameters of gears are optimized by contact and bending equal strength, as between the stages as within each of them. Carburizing, hardening and grinding of teeth are provided and secured technologically.

**Keywords:** reducer, gear stand, rolling mill, load sequence diagram.

УДК 62-23+519.863

**О.В. БОНДАРЕНКО**, к.т.н., старший викладач каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ";  
**О.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший науковий співробітник каф. ТММ і САПР;  
**В.І. СЕРИКОВ**, к.т.н., доц., старший науковий співробітник каф. ТММ і САПР

## **ПРОЕКТУВАННЯ ЗУБЧАСТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ДВОСТУПІНЧАСТИХ РЕДУКТОРІВ З РАЦІОНАЛЬНИМИ КОНСТРУКТИВНИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

Розглянута задача проектування зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів. Надана постановка задачі та вказані параметри проектування. Записані критерій та обмеження на параметри

© О.В. Бондаренко, О.В. Устиненко, В.І. Сериков, 2013

проектування. Розроблена методика та алгоритм розв'язання задачі. Проведені тестові розрахунки.  
**Ключові слова:** проектування, редуктор, раціональні параметри, алгоритм.

**Актуальність задачі.** На сьогоднішній день у машинобудуванні для зміни обертового моменту та частоти обертання широко застосовуються зубчасті редуктори, найбільш яскравим та розповсюдженими представниками яких є циліндричні редуктори. Широко застосовуються двоступінчасті редуктори, які можуть бути виконані як у розгорнутій, так і у співвісній компоновках.

Складністю проектування такого типу приводів є розподілення передавальних чисел між ступеннями редуктора, а, як наслідок, обрання відповідних конструктивних параметрів. Також у ході проектування необхідно забезпечити рівномірність зубчастих зачеплень при головній вимозі – поліпшенні масогабаритних характеристик. З точки зору проектування редуктора, зазвичай, виділяють наступні найбільш значущі масогабаритні характеристики: міжосьова відстань (співвісні редуктори) чи сумарна міжосьова відстань, довжина та маса редуктору. У межах даної статті розглянуто проектування редуктору з раціональними конструктивними параметрами при прагненні досягти меншої міжосьової відстані.

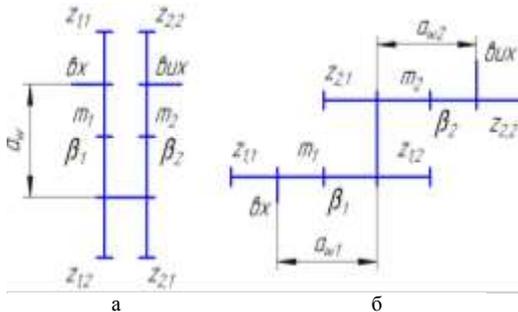


Рисунок 2 – Схема двоступінчастого редуктору:  
 а – співвісна схема; б – розгорнута схема

конструктивними параметрами є актуальним для сучасного машинобудування.

**Конструктивні параметри проектування та критерій проектування.** Для обрання конструктивних параметрів, що визначають геометрію зубчастих зачеплень та редуктора в цілому, розглянемо кінематичну схему редуктора – рисунок 1. На ньому прийняті наступні позначення:  $m_\mu$  – відповідні модулі пар зубчастих коліс ( $\mu = 1, 2$ );  $z_{\mu,k}$  – відповідні числа зубців коліс,  $k$  – номер колеса у зачепленні ( $k=1$  – ведуче колесо,  $k=2$  – ведене колесо);  $\beta_\mu$  – кути нахилу зубців у зачепленнях.

Функцію критерію представимо у вигляді [2, 3]:

- для розгорнутої компоновки, як суму міжосьових відстаней (при сумарному коефіцієнті зміщення  $x_\Sigma = 0$ ) окремих зачеплень:

$$F_a = \sum_{\mu=1}^2 a_{w\mu} = \sum_{\mu=1}^2 \frac{0.5 \cdot m_\mu \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2})}{\cos(\beta_\mu)}, F_a \rightarrow \min; \quad (1)$$

- для співвісної компоновки:

$$F_a = a_{w1} = a_{w2} = \frac{0.5 \cdot m_1 \cdot (z_{1,1} + z_{1,2})}{\cos(\beta_1)} = \frac{0.5 \cdot m_2 \cdot (z_{2,1} + z_{2,2})}{\cos(\beta_2)}, F_a \rightarrow \min. \quad (2)$$

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити міжосьову відстань (чи сумарну міжосьову відстань) редуктора.

Розглядаючи цільову функцію вкажемо на змінні проектування. Це:  $m_\mu$  – відповідні модулі пар зубчастих,  $z_{\mu,k}$  – відповідні числа зубців коліс,  $\beta_\mu$  – кути нахилу зубців у зачепленнях. Для зменшення кількості змінних проектування, було запропоновано деякі з параметрів ( $z_{2,2}$ ,  $\beta_\mu$ ) розраховувати через інші змінні (дивись алгоритм далі). Тоді кількість змінних проектування для даного типу редуктора буде дорівнювати 5.

### Обмеження та функціональні залежності між конструктивними параметрами.

1) Міжосьові відстані зачеплень при співвісній компоновці повинні бути рівні між собою, тобто:

$$a_{w1} = a_{w2}. \quad (3)$$

2) Зубці коліс повинні мати необхідну контактну витривалість:

$$\sigma_{H\mu} \leq \sigma_{HP\mu}. \quad (4)$$

3) Зубці коліс повинні мати необхідну згинну витривалість:

$$\sigma_{F\mu,k} \leq \sigma_{FP\mu,k}. \quad (5)$$

4) Модуль зубців є основним параметром зубчастого зачеплення. Вони стандартизовані (ГОСТ 9563–80). Приймаємо для розрахунків наступний ряд:

$$m_\mu = 1; \dots; 6 \text{ мм}. \quad (6)$$

5) Числа зубців коліс повинні приймати цілі значення (мають бути натуральними –  $N$ ), а також обмежені верхнім та нижнім значенням з міркувань технології виготовлення:

$$z_{\mu,k} \in N; \quad z_{\min} \leq z_{\mu,k} \leq z_{\max}. \quad (7)$$

6) З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс передавальні числа не повинні перевищувати певне значення ( $u_{\max}$ ):

$$u_\mu = \frac{\max(z_{\mu,1}, z_{\mu,2})}{\min(z_{\mu,1}, z_{\mu,2})} \leq u_{\max}. \quad (8)$$

7) Кути нахилу зубців зубчастих коліс повинні бути у межах від  $\beta_{\min}$  до  $\beta_{\max}$ :

$$\beta_{\min} \leq \beta_\mu \leq \beta_{\max}. \quad (9)$$

8) Коефіцієнт ширини вінця також обмежується крайнім значенням:

$$\Psi_{bd\mu} \leq \Psi_{bd\mu_{\max}}. \quad (10)$$

9) Повинна виконуватися умова відсутності загострення зубців по їх товщині на колі вершин:

$$S_{a\mu} \leq 0.4 \cdot m_\mu. \quad (11)$$

**Метод та алгоритм розв'язання задачі.** З усього різноманіття методів

та підходів було обрано зондування простору параметрів [4], де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПТ-послідовності. Метод ЛПТ-пошуку дозволяє оперувати значною кількістю параметрів (до 51) та кількістю рівномірно-розподілених пробних точок (до  $2^{20}$ ).

Теорія та властивості *ЛПТ-рівномірно-розподіленої послідовності* докладно розглянуті [5].

Для розв'язання задачі запропоновано підхід, який може бути проілюстрований наступним алгоритмом проектування редукторів з раціональними конструктивними параметрами (рисунок 2).

Представлений алгоритм побудований на концепції поступового зменшення міжосьової відстані на фіксовану величину, знаходженні (зондуванням простору пробними ЛПТ-точками) та дослідженні при цій міжосьовій відстані можливих комбінацій параметрів проектування.

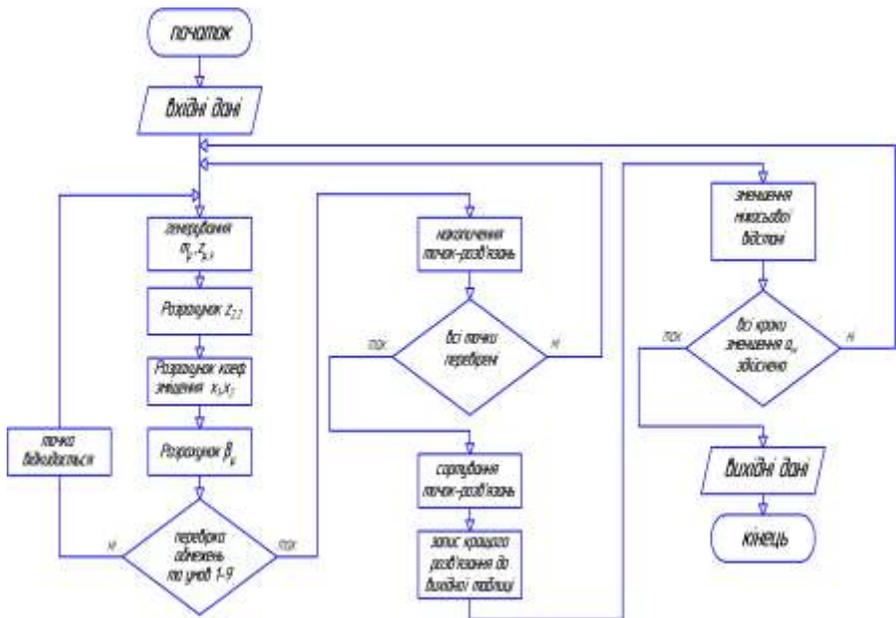


Рисунок 2 – Схема алгоритму проектування

Деякі моменти реалізації алгоритму розглянемо далі більш докладно.

Генерування ЛПТ-послідовності у просторі параметрів "модулі – числа зубців" та розрахунок  $z_{22}$  дивись в [6].

Розрахунок коефіцієнтів зміншення похідного контуру здійснюється за наступною залежністю [7] (при умові  $x_1 = -x_2$ ):

$$x_{\mu}^* = (0.015 \cdot z_{\mu}^* - 0.04) \cdot \sqrt{u_{\mu} - 1}, \quad z_{\mu}^* = \min(z_{\mu 1}, z_{\mu 2}). \quad (12)$$

У залежності (12)  $x_{\mu}^*$  – коефіцієнт зміншення меншого колеса у зачепленні.

Визначення кутів нахилу здійснюється за міжосьовою відстанню та параметрами проектування:

$$\beta_{\mu} = \arccos \left( \frac{0.5 \cdot m_{\mu} \cdot (z_{\mu,1} + z_{\mu,2})}{a_{w\mu}} \right). \quad (13)$$

Перевірка обмежень для пробних точок здійснюється у послідовності, що дозволяє зменшити загальний час оптимізації (з урахуванням об'єму математичних обчислень). Пробна точка проходить послідовно перевірку за числовими та функціональними обмеженнями рівності та нерівності, і, якщо вона не задовольняє на певному етапі якійсь вимозі, то відкидається, а послідовну перевірку починає наступна точка.

Всі точки, що пройшли перевірку записуються у відповідний масив, що потім сортується за будь-яким якісним показником редуктора. Запропоновано розглянути найбільш розповсюджений показник для редукторів – приблизно однакове занурення коліс у масляну ванну. Цей показник забезпечується відповідним співвідношенням розмірів зубчастих коліс редуктора:

$$\frac{\max(\max(d_{1,1}, d_{1,2}), \max(d_{2,1}, d_{2,2}))}{\min(\max(d_{1,1}, d_{1,2}), \max(d_{2,1}, d_{2,2}))} \rightarrow \min. \quad (14)$$

Кращій варіант записується до таблиці можливих розв'язань.

Потім зменшується значення міжосьової відстані і проводиться дослідження нового простору параметрів. Зменшення міжосьової відстані здійснюється на фіксовану величину ( $\Delta a_w$ ) за кінцеве число кроків ( $N$ ), які мають повністю вичерпати усі резерви редуктора по зменшенню міжосьової відстані, при одночасному забезпеченні навантажувальної здатності зубчастих коліс:

$$a_{wj} = a_{w(j-1)} - \Delta a_w, j=1..N. \quad (15)$$

**Приклад розв'язання задачі проектування редуктора з раціональними параметрами.** У якості приклада наведено циліндричний двоступінчастий співвісний редуктор до фланцевого електродвигуна, КРЗ. Він має наступні конструктивні параметри:  $m_1 = 1,25\text{мм}$ ,  $m_2 = 1,5\text{мм}$ ,  $\beta_1 = 16^\circ 16'$ ,  $\beta_2 = 8^\circ 07'$ ,  $z_{11} = 35$ ,  $z_{12} = 87$ ,  $z_{21} = 21$ ,  $z_{22} = 84$ ,  $a_w = 80\text{мм}$ . Відповідно до особливостей конструкції, технологічних та технічних обмежень, що на неї накладені, прийняті наступні основні вхідні дані для числового експерименту.

*Числові обмеження на змінні проектування:*

$m_{\mu}$  згідно умові (7);  $z_{\mu,k\_min} = 13$ ,  $z_{\mu,k\_max} = 100$ ;  $\beta_{\mu\_min} = 0^\circ$ ,  $\beta_{\mu\_max} = 30^\circ$ .

*Вхідні дані, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам:*

$T_{ex} = 5\text{Н}\cdot\text{м}$  – обертовий момент на вхідному валу;  $n_{ex} = 1500\text{об/хв}$  – частота обертання вхідного валу;  $i_{ред} = 9,9428$  – передавальне відношення редуктора за абсолютною величиною;  $HB_{\mu} = 350$ , – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень за Бринелем; ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень – 8; ресурс – 10000г.; крок зменшення міжосьової відстані –  $\Delta a_w = 3\text{мм}$ .

Результати числового експерименту зведено у таблицю.

Таблиця – Значення міжосьової відстані та параметрів проектування

$a_w$	$z_{11}$	$z_{12}$	$z_{21}$	$z_{22}$	$m_1$	$m_2$	$\beta_1$	$\beta_2$	$x_1$	$x_2$	$b_{w1}$	$b_{w2}$
80	27	85	17	54	1,375	2,25	15,74	3,2	0,514	0,317	30	42

Таким чином, бачимо, що у результаті проведених розрахунків отримали нові параметри редуктора та міжосьову відстань  $a_w = 71$  мм проти базового значення  $a_w = 80$  мм.

77	31	88	15	53	1,25	2,25	15,01	6,53	0,514	0,294	28	50
74	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
71	24	89	17	46	1,25	2,25	5,89	3,4	0,514	0,28	40	50

## Висновки:

1. Розглянута актуальність поставленої задачі та доведена необхідність розробки підходу до проектування редукторів з раціональними параметрами на основі окремих аспектів математичної оптимізації.
2. Записана цільова функція для запропонованого критерію та обмеження на змінні проектування. Структура цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень, а при наявності умови їх рівності між собою зберегти конструктивне розташування коліс та валів.
3. Розроблено методику та алгоритм процесу проектування редукторів, що базується на використанні ЛПТ-пошуку та поступового наближення до найбільш раціонального варіанту, що дозволяє якісно та з мінімальними витратами часу проводити розв'язання задачі.
4. Результати розрахунків на прикладі співвісного редуктора підтверджують коректність приведеного підходу: знайдене менше значення міжосьової відстані відносно прототипу при виконанні умов навантажувальної здатності зачеплень.

**Список літератури:** 1. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т.1. – 349с. 2. *Бондаренко О.В.* Критерії та шляхи оптимізації тривальних коробок передач / *Бондаренко Олексій, Устиненко Олександр* // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут": збірник наукових праць: тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.14-18. 3. *Бондаренко А.В.* Оптимізація трехвальних коробок передач по критерію мінімального межосевого расстояния / *Алексей Бондаренко, Александр Устиненко* // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – №28. – С.110-115. 4. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. 5. *Бондаренко О.В.* Суміщення методів ЛПТ-пошуку та звуження оточилів при оптимізації тривальних коробок передач / *Бондаренко Олексій* // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №1. – С.78-84. 6. *Бондаренко О.В.* Оптимізації співвісних ступінчастих приводів машин по масогабаритними характеристиками на прикладі тривальних коробок передач / *Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко* // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут": збірник наукових праць: тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2012. – №22. – С.16-27. 7. *Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А. и др.* Курсовое проектирование деталей машин. – Л.: Машиностроение 1984. – 400с.

Надійшла до редколегії 09.03.2013

УДК 62-23+519.863

**Проектування зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів з раціональними конструктивними параметрами** / О.В. Бондаренко, О.В. Устиненко, В.І. Сериков // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.25-30. – Бібліогр.: 7 назв.

Рассмотрена задача проектирования зубчатых цилиндрических двухступенчатых редукторов. Приведена постановка задачи и указаны переменные проектирования. Записаны критерий и ограничения на параметры проектирования. Разработана методика и алгоритм решения задачи. Проведены тестовые расчеты.

**Ключевые слова:** проектирование, редуктор, рациональные параметры, алгоритм.

The problem of gearbox design is considered. Problem performance and variable gearings for design are described. An objective functions and limits on the variable planning are written. The algorithm of gearbox design is presented. Numerical experiments were performed.

**Keywords:** design, gearbox, rational parameters, algorithm.

УДК 621.833

**В.Н. ВЛАСЕНКО**, к.т.н., директор ООО "Редуктор", Киев;  
**И.В. ДОБРОВОЛЬСКАЯ**, аспирант ЧВУЗ "Европейский университет", Киев

## **СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ НОРМАТИВНОЙ БАЗЫ ТК-47 "МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРИВОДЫ" ПО МЕТОДАМ ИСПЫТАНИЙ РЕМНЕЙ И ЛЕНТ КОНВЕЙЕРОВ**

Рассмотрены работы ТК-47 "Механические приводы" при создании подгруппы гармонизированных со стандартами ISO подгруппы стандартов типа ДСТУ ISO на методы испытания ремней и лент конвейеров.

**Ключевые слова:** методы испытания, ремни, ленты конвейеров.

**Актуальность задачи.** Значительная часть современных механических приводов, как общемашиностроительного, так и специального применения содержит ленты конвейерные и ремни приводные. В ТК-47 "Механические приводы" проведены работы по созданию ряда гармонизованных стандартов с ДСТУ ISO на методы испытания лент конвейерных и ремней приводов. Внедрение в отечественных отраслях промышленности (сельхозмашиностроение, автомобилестроение, перерабатывающий комплекс и др.) гармонизованных с международными методами испытаний позволяет в значительной мере упростить взаимные поставки машиностроительной продукции потребителям.

**Содержание исследований.** В таблице показана схема распределения различных методов испытаний лент в соответствии с разработками в ТК-47 стандартами ДСТУ ISO.

Все стандарты построены по аналогичной схеме, включающей: национальное вступление, сферу применения, термины и определения понятий, принцип, аппаратуру, методику, испытательный отчет, приложения.

Требования к аппаратуре и измерительным элементам заданы исходя их конкретной номенклатуры изделия. Так при испытании на электропроводность по стандартам [1-3] требования к аппаратуре и методике принципиально отличны (рисунки 1-3).

Стандарт [4] устанавливает метод испытания для определения электростатического поля, которое возникает во время движения легкой конвейерной

Таблица – Схема распределения нормативных документов по методам испытания лент и ремней на сайте ТК-47 "Механические приводы"

Методы испытаний по ДСТУ ISO				
1	2	3	4	5
Ленты конвейерные	Ленты конвейерные с тканым каркасом	Ленты конвейерные с теплостойким слоем	Ленты конвейерные легкие	Ременные привода
Отбор образцов ДСТУ ISO 282	Прочность зацепления ДСТУ ISO 252-1	Испытания резинового слоя ДСТУ ISO 4195	Определение электростатического сопротивления ДСТУ ISO 21178	Основные размеры и методы их контролирования ДСТУ ISO 1604
Электропроводность ДСТУ ISO 284	Полная толщина элементов ДСТУ ISO 583-1		Определение электростатического поля ДСТУ ISO 21178	Испытание на усталость ДСТУ ISO 5287
Определение сопротивления ДСТУ ISO 505	Определение фактической длины ДСТУ ISO 16851		Определение максимальной прочности на растяжение ДСТУ ISO 21180	Электропроводность ДСТУ ISO 9563
Поперечная гибкость ДСТУ ISO 703-1			Определение метода упругости ДСТУ ISO 21181	Метод испытания на отклонение межосевого расстояния ДСТУ ISO 9608
Определение силы соединений ДСТУ ISO 1120			Определение коэффициента трения ДСТУ ISO 21182	Испытания на усталость ДСТУ ISO 11744

Продолжение таблицы

1	2	3	4	5
Метод определения удлинения ДСТУ ISO 9856				Электропроводность ДСТУ ISO 1813
Испытательная область ДСТУ ISO 18573				

Размеры в мм

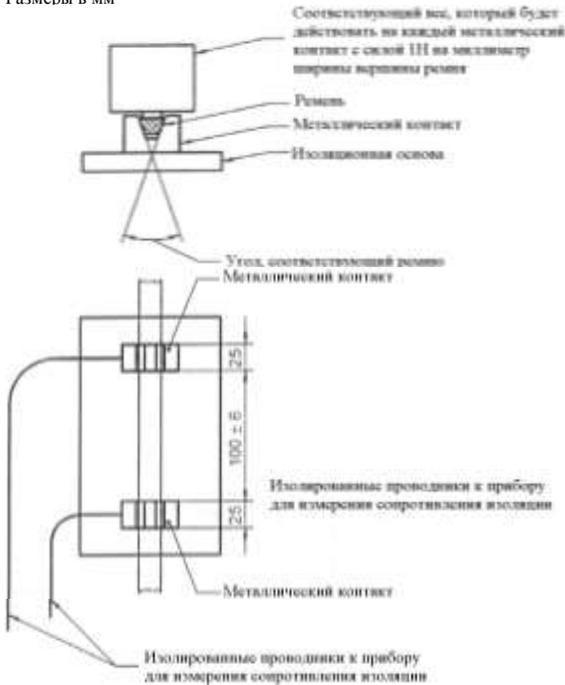


Рисунок 1 – Аппаратура для измерения электрического сопротивления лент [1]

Размеры в мм

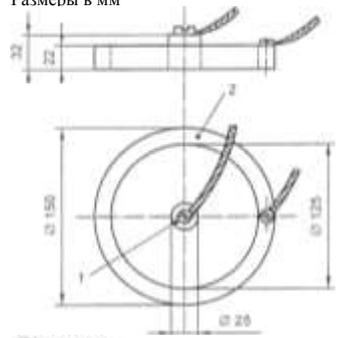


Рисунок 2 – Электроды [2]

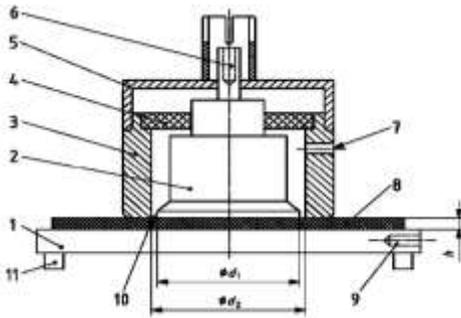


Рисунок 3 – Цилиндрический дисковый электрод с защитным кольцом ( $d_1=50\text{мм}$   $d_2=60\text{мм}$ ) [3]

ленты согласно ISO 21183-1. Этот динамический метод испытания необходим потому, что антистатическую характеристику легких конвейерных лент во многих случаях невозможно описать измерением электрических сопротивлений в соответствии с ISO 21178. Учитывая повышенное внимание к обеспечению безопасности функционирования приводов стандарт представляет интерес для отечественных пользователей продукции машиностроения.

Конструкция испытательных конвейерных лент требует применения шкивов диаметром больше, чем 200мм, с наименьшим допустимым диаметром согласно инструкциям производителя.

Методика включает следующую последовательность:

- измеряют температуру и относительную влажность в помещении для испытания;
- очищают оба шкива и, при необходимости, удаляют любую пыль из защитных стальных пластин;
- после бесконечного соединения и кондиционирования испытательного образца, его располагают на испытательном стенде с рабочей стороной в контакте со шкивами;
- прикладывают нагрузку к испытательному образцу;
- устанавливают регистрирующее устройство;
- измерительное устройство размещают на осевой линии испытательного образца на расстоянии 500мм от центра приводного шкива и на расстоянии от 10мм до 100мм до поверхности испытательного образца, который не контактирует со шкивами (рисунок 4);
- испытательный образец приводят в движение таким образом, чтобы он двигался от приводного шкива непосредственно к устройству для измерения электростатического поля;
- регистрируют напряженность электростатического поля,  $E$ , в вольтах

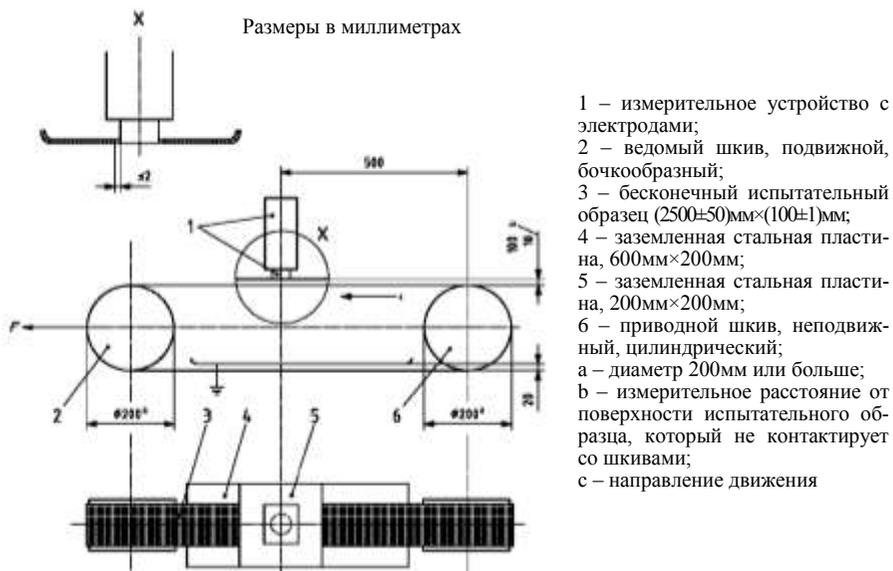


Рисунок 4 – Основная схема испытательного стенда для измерения напряжения электрического поля, которое возникает во время движения легкой конвейерной ленты [4]

на метр или, если используемое измерительное устройство дает непосредственный отсчет разнице потенциалов поверхности,  $U$ , регистрируют ее значение в вольтах (время измерения должно быть 30 мин);

– повторяют такое испытание также с другой стороны конвейерной ленты в контакте со шкивами.

Увеличение показателей долговечности механического привода одна из главных задач стоящих перед разработчиками элементов современного привода. Стандарт [5] устанавливает методы испытания на усталость узких клиновых ремней (профилей AV 10 та AV 13), предназначенных для привода вспомогательного оборудования двигателей внутреннего сгорания,

После монтирования ремня на шкивах трёхшкивной испытательной машины, к паразитному шкиву прикладывают силу растяжения и, представляя возможность опорному кронштейну паразитного шкива передвигаться в его направляющих, доводят частоту вращения привода до номинального значения. После этого к ведомому шкиву прикладывают соответствующую нагрузку. Прокручивают привод при этих условиях на протяжении  $5 \text{ мин} \pm 15 \text{ с}$ , не учитывая время разгона и остановки. Останавливают испытываемую машину и дают ей постоять не меньше чем 10 мин. Затем запускают машину и доводят частоту вращения привода до установленного значения, прикладывают испытательную нагрузку к ведомому шкиву и измеряют значение проскальзывания между приводным и ведомым шкивами.

Привод должен двигаться непрерывно при этих условиях, пока или пас повредится, или значение дополнительного проскальзывания ( $g$ ) превысит 4% от величин проскальзывания, измеренной сначала.

**Выводы.** Методические подходы по рассмотренным методам испытаний широко апробированы в странах ВТО и ЕЭС и содержат необходимые рекомендации по разработке рабочих методик испытаний в испытательных подразделениях предприятий.

Специалисты, занимающиеся проектированием, изготовлением и испытанием ременных приводов и ленточных конвейеров могут обращаться за необходимыми консультациями и дополнительной информацией на сайт и электронный адрес [6, 7].

**Список литературы:** 1. DSTU ISO 1813 Ремни поликлиновые, составные клиновые и клиновые, включая широкие и шестигранные. Электропроводность антистатических ремней. 2. DSTU ISO 284 Ленты конвейерные. Электропроводность. Технические требования и метод испытания. 3. DSTU ISO 21178 Ленты конвейерные легкие. Определение электрических сопротивлений. 4. DSTU ISO 21179 Определение электростатического поля, вызванного движением легкой конвейерной ленты. 5. DSTU ISO 5287 Ременные приводы. Ремни клиновые узкие для автомобильной промышленности. Испытание на усталость. 6. <http://www.i.com/ua/~niireduct>. 7. [niireductor@yandex.ru](mailto:niireductor@yandex.ru).

*Поступила в редакцию 30.03.2013*

УДК 621.833

**Современное состояние нормативной базы ТК-47 "Механические приводы" по методам испытаний ремней и лент конвейеров / В.Н. Власенко, И.В. Добровольская // Вісник НТУ "ХП".** Серия: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.30-34. – Бібліогр.: 7 назв.

Розглянуто роботи ТК-47 "Механічні приводи" при створенні підгрупи гармонізованих зі стандартами ISO підгрупи стандартів типу DSTU ISO на методи випробування ремнів і стрічок конвеєрів.

**Ключові слова:** методи випробування, ремені, стрічки конвеєрів.

Examined the work of TC-47 "Mechanical Drives" to create subgroups harmonized with ISO standards sub-type of DSTU ISO test methods for belts and conveyor belts.

**Keywords:** test methods, belts, conveyor belts.

*А.В. ГАЙДАМАКА*, к.т.н., профессор каф. ДМ и ПМ НТУ "ХПИ"

## РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ТЯЖЕЛОНАГРУЖЕННЫХ НЕСКОРОСТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РОЛИКОПОДШИПНИКОВ

Предложен метод расчета вероятности безотказной работы тяжело нагруженных нескоростных роликоподшипников с учетом сопротивления усталости сепаратора

**Ключевые слова:** подшипник, сепаратор, вероятность безотказной работы.

**Анализ публикаций.** Цилиндрические роликоподшипники, эксплуатируемые с радиальными и осевыми нагрузками, большими десятой части допустимой радиальной грузоподъемности, и частотами вращения, меньшими трети граничных, называют нескоростными тяжело нагруженными. Наиболее массовые нескоростные тяжело нагруженные цилиндрические роликоподшипники, применяемые в буксах колесных пар вагонов, имеют недостаточную надежность. Из возможных отказов их деталей контактно-усталостные повреждения по данным наблюдений, проведенных Украинской академией железнодорожного транспорта в 1998-2001 гг., составляют шестую часть от общего числа зарегистрированных дефектов [1].

Одним из основных направлений повышения ресурса подшипников при сохранении существующих габаритов является снижение контактных напряжений за счет увеличения количества тел качения [2]. Это требует изменения конструкции сепаратора и расчета надежности подшипника с учетом сопротивления усталости сепаратора. Однако указанного расчета в практике проектирования подшипников до сих пор не существует. Теоретических исследований кинематики и динамики деталей таких подшипников явно недостаточно [3, 4], а экспериментальные исследования [5-8] не в полной мере поясняют особенности функционирования сепараторов. Следовательно, возникает необходимость в разработке метода расчета вероятности безотказной работы тяжело нагруженных роликоподшипников с учетом сопротивления усталости сепаратора.

**Цель исследования** – разработать метод расчета вероятности безотказной работы тяжело нагруженных нескоростных роликоподшипников с учетом сопротивления усталости сепаратора.

**Основной материал.** Для достижения поставленной цели необходимо прежде решить задачу о расчете сепаратора на выносливость при изгибе.

С учетом установленной причины неравномерности движения роликов в зоне нагружения тяжело нагруженных нескоростных роликоподшипников и предложенного механизма передачи движения от роликов к сепаратору [4] анализируется качение ролика в средней части зоны нагружения подшипника и на выходе из нее при отсутствии проскальзывания роликов.

Качение ролика в средней части зоны нагружения подшипника описывается системой уравнений:

$$m\ddot{x}_c = F_{f_n}(\varphi) + F_{f_e}(\varphi) - F_{\sigma_n}(\varphi)\cos\beta_n - F_{\sigma_e}(\varphi)\cos\beta_e; \quad (1)$$

$$m\ddot{y}_c = mg + F_{\sigma_n}(\varphi)\sin\beta_n - F_{\sigma_e}(\varphi)\sin\beta_e; \quad (2)$$

$$I\ddot{\varphi}_c = [F_{f_{\text{н}}}(\varphi) - F_{f_{\text{в}}}(\varphi)] \cdot (D_w/2) - 2\kappa F_r(\varphi) - F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)h_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)h_{\text{в}}; \quad (3)$$

$$(3/16)mD_w^2(\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) = [F_{f_{\text{н}}}(\varphi) + F_{f_{\text{в}}}(\varphi) - F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{в}}] \cdot S; \quad (4)$$

$$F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi) + F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi) = F_{\bar{\sigma}}(\varphi). \quad (5)$$

Решение системы (1)-(5) имеет вид:

$$F_{f_{\text{н}}}(\varphi) = (3/64)(mD_w^2/S)(\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) - (2\kappa/D_w)F_r(\varphi) + F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)(0,5\cos\beta_{\text{н}} - (h_{\text{н}}/D_w)) + F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)(0,5\cos\beta_{\text{в}} - (h_{\text{в}}/D_w)),$$

$$F_{f_{\text{в}}}(\varphi) = (3/64)(mD_w^2/S)(\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) + (2\kappa/D_w)F_r(\varphi) + F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)(0,5\cos\beta_{\text{н}} - (h_{\text{н}}/D_w)) + F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)(0,5\cos\beta_{\text{в}} - (h_{\text{в}}/D_w)). \quad (6)$$

$$F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi) = (F_{\bar{\sigma}}(\varphi)\sin\beta_{\text{в}} + 0,5m\omega_{\text{в}}^2(D_0 - D_w) - mg) / (\sin\beta_{\text{н}} + \sin\beta_{\text{в}}),$$

$$F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi) = (F_{\bar{\sigma}}(\varphi)\sin\beta_{\text{н}} - 0,5m\omega_{\text{н}}^2(D_0 - D_w) + mg) / (\sin\beta_{\text{н}} + \sin\beta_{\text{в}}). \quad (7)$$

Качение ролика на выходе из зоны нагружения до начала проскальзывания по внутреннему кольцу описывается системой уравнений:

$$m\ddot{x}_c = F_{f_{\text{н}}}(\varphi) + F_{f_{\text{в}}}(\varphi) + mg\sin\varphi - F_c(\varphi) - F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{в}} + 2F_r(\varphi)\sin\alpha_i; \quad (8)$$

$$m\ddot{y}_c = mg\cos\varphi + F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)\sin\beta_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)\sin\beta_{\text{в}} + f \cdot F_c(\varphi); \quad (9)$$

$$I\ddot{\varphi}_c = [F_{f_{\text{н}}}(\varphi) - F_{f_{\text{в}}}(\varphi)] \cdot \frac{D_w}{2} - 2\kappa F_r(\varphi)\cos\alpha_i - F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)h_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)h_{\text{в}} - 0,5D_w f_c F_c; \quad (10)$$

$$\frac{3}{16}mD_w^2(\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) = [F_{f_{\text{н}}}(\varphi) + F_{f_{\text{в}}}(\varphi) + mg\sin\varphi - F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)\cos\beta_{\text{в}} + 2F_r(\varphi)\sin\alpha_i]S; \quad (11)$$

$$F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi) + F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi) = F_{\bar{\sigma}}(\varphi); \quad (12) \quad F_{f_{\text{в}}}(\varphi), F_r(\varphi), F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi), F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi), F_c(\varphi) \leq f_c N(\varphi), \quad (13)$$

где

$$N(\varphi) = mg\cos\varphi + F_{\bar{\sigma}_{\text{н}}}(\varphi)\sin\beta_{\text{н}} - F_{\bar{\sigma}_{\text{в}}}(\varphi)\sin\beta_{\text{в}} + F_r(\varphi)\cos\alpha_i.$$

Решение системы (8)-(13) имеет вид:

$$F_c(\varphi) = [mg(\cos\varphi + 0,5\sin\varphi) - (9/64)(mD_w^2/S)(\omega_{p1}^2 - \omega_{p0}^2) - AC - DB + S - F_r(\varphi)(2\kappa/D_w\cos\alpha_i + \cos\alpha_i - \sin\alpha_i)] / f_c(D - C + 1,5) + 0,5, \quad (14)$$

где

$$A = F_{\bar{\sigma}}(\varphi)\sin\beta_{\text{в}} - mg\cos\varphi + 0,5m\omega_{\text{в}}^2(D_0 - D_w);$$

$$B = F_{\bar{\sigma}}(\varphi)\sin\beta_{\text{н}} + mg\cos\varphi - 0,5m\omega_{\text{н}}^2(D_0 - D_w);$$

$$C = \frac{(h_{\text{н}}/D_w) + 0,5\cos\beta_{\text{н}}}{\sin\beta_{\text{н}} + \sin\beta_{\text{в}}}; \quad D = \frac{(h_{\text{в}}/D_w) + 0,5\cos\beta_{\text{в}}}{\sin\beta_{\text{н}} + \sin\beta_{\text{в}}}; \quad S = \frac{A\sin\beta_{\text{н}} - B\sin\beta_{\text{в}}}{\sin\beta_{\text{н}} + \sin\beta_{\text{в}}}.$$

С учетом гипотезы о равенстве сил взаимодействия сепаратора с роликами на входе и выходе из зоны радиального нагружения подшипника при равномерном его вращении предлагается расчетная модель сепаратора (рисунок 1).

На основе расчетной модели сепаратора производится оценка его выносливости с учетом конструктивных и эксплуатационных факторов, задаваемых коэффициен-

том нагрузки. Коэффициент нагрузки включает коэффициенты ударности динамичности ударного взаимодействия роликов с сепаратором  $K_V$ , концентрации нагружения сепаратора  $K_F$ , концентрации напряжений в сепараторе  $K_\sigma$ . Таким образом, проверочный расчет сепаратора на сопротивление усталости при изгибе по допустимым напряжениям имеет вид:

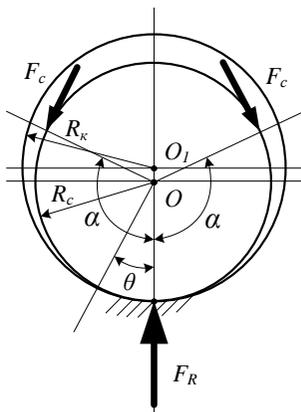


Рисунок 1 – Схема сил, действующих на сепаратор (расчетная модель сепаратора)

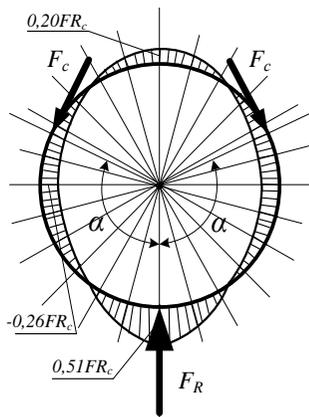


Рисунок 2 – Эпюра изменения изгибающего момента в сепараторе

$$\sigma_F = \frac{M(\theta)}{W} \cdot K_F \cdot K_V \cdot K_\sigma \leq [\sigma_F]. \quad (15)$$

Допускаемые напряжения в сепараторе от циклического изгиба определяются как

$$[\sigma_F] = \bar{\sigma}_{F0} / S_F, \quad (16)$$

где  $\bar{\sigma}_{F0}$  – экспериментально определяемый предел выносливости сепаратора от средних изгибающих нагрузок;  $S_F$  – рекомендуемый коэффициент безопасности.

Величина  $M(\theta)$  определяется для двух участков кольца сепаратора: при  $0 \leq \Theta \leq \alpha$

$$M(\Theta) = -F_c R_c \sin \alpha \sin \Theta - ((F_c R_c \cos \Theta) / \pi) (\sin^3 \alpha + \pi \cos \alpha - \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha) + ((F_c R_c) / \pi) (\pi - \alpha + \sin \alpha), \quad (17)$$

при  $\alpha \leq \Theta \leq \pi$

$$M(\Theta) = -F_c R_c \{ (\sin^2 \alpha - \cos \alpha \cos \Theta + \cos^2 \alpha) + (\cos \Theta / \pi) (\sin^3 \alpha + \pi \cos \alpha - \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos^2 \alpha) - (1/\pi) (\pi - \alpha + \sin \alpha) \}. \quad (18)$$

Коэффициент динамичности ударного взаимодействия роликов с сепаратором определяется на основе приближенного расчета, коэффициент концентрации нагружения сепаратора при перекосе – с учетом гипотезы о прямо пропорциональной зависимости между напряжениями и контактными деформациями, концентрация напряжений в сепараторе рассчитывается методом конечных элементов.

Вероятность безотказной работы подшипника представляется произведением соответствующих вероятностей по контактно-усталостным повреждениям и усталостного разрушения сепаратора

$$P = P_L \cdot P_F. \quad (19)$$

Квантиль нормального распределения  $u_{pL}$  вероятности безотказной работы

подшипника и соответствующий запас  $\bar{n}_L$  по контактно-усталостным повреждениям от средних нагрузок определяются известными выражениями [11]:

$$u_{pL} = -\frac{\bar{n}_L - 1}{\sqrt{\bar{n}_L^2 \cdot v_c^2 + v_p^2}}, \quad \bar{n}_L = \frac{\bar{c}}{p \cdot L^{1/p}}. \quad (20)$$

Квантиль нормального распределения  $u_{pF}$  вероятности безотказной работы подшипника и соответствующий запас  $\bar{n}_{F0}$  по усталостному разрушению сепаратора от действия средних нагрузок предлагается определять как:

$$u_{pF} = -\frac{\bar{n}_F - 1}{\sqrt{\bar{n}_F^2 \cdot v_\sigma^2 + v_\Sigma^2}}, \quad \bar{n}_F = \frac{\bar{\sigma}_{F0}}{\sigma_F}, \quad (21)$$

где  $\sigma_F = \frac{M}{W} \cdot K_F \cdot K_V \cdot K_\sigma$ .

Коэффициенты вариации от напряжений изгиба и факторов нагружения определяются выражением

$$v_\Sigma = \sqrt{v_F^2 + v_V^2}; \quad v_F = S_F / \bar{K}_F; \quad v_V = S_V / \bar{K}_V; \quad v_\sigma = S_\sigma / \bar{\sigma}_{F0}, \quad (22)$$

где

$$S_F = (K_{F\max} - K_{F\min}) / 6; \quad \bar{K}_F = 0,5(K_{F\min} + K_{F\max});$$

$$S_V = (K_{V\max} - K_{V\min}) / 6; \quad K_V = 0,5(K_{V\min} + K_{V\max}); \quad S_\sigma = (\sigma_{F0\max} - \sigma_{F0\min}) / 6. \quad (23)$$

### Выводы:

1. Предложена расчетная модель сепаратора с учетом разработанных моделей кинематики и динамики деталей тяжело нагруженных цилиндрических роликоподшипников.

2. Предложена методика определения коэффициента нагрузки сепаратора роликоподшипников, включающего коэффициент динамичности ударного взаимодействия роликов с сепаратором, коэффициент концентрации нагружения сепаратора, коэффициент концентрации напряжений в сепараторе.

3. Разработан метод расчета сепаратора роликоподшипников на выносливость при изгибе с учетом конструктивных и эксплуатационных факторов

4. Разработан метод расчета вероятности безотказной работы тяжело нагруженных цилиндрических роликоподшипников с учетом сопротивления усталости сепаратора.

**Список литературы:** 1. Мельничук В.А., Донченко А.В., Мартынов И.Э. К вопросу повышения надежности буксовых узлов с подшипниками качения // *Залізничний транспорт України*. – 2002. – №5. – С.34-37. 2. Волков Н.Н., Родзевич Н.В. Подшипники качения колесных пар вагонов и локомотивов. – М.: Машиностроение, 1972. – 168с. 3. Андриевский В.Г. Влияние зазоров в гнездах сепараторов на работу деталей подшипника качения / В.Г. Андриевский, А.В. Гайдамака, С.М. Шнырь // *Подшипниковая промышленность*. – 1983. – №2. – С.3-9. 4. Гайдамака А.В. О причинах появления сил между телами качения и сепаратором в подшипниках / А.В. Гайдамака // *Зб. наук. праць УкрДАЗТ*. – 2003. – Вип.54. – С.111-116. 5. Волков П.Д. К вопросу исследования работы сепараторов подшипников качения, нагруженных осевыми силами / П.Д. Волков. – М.: ОНТИ. – 1957. – С.24-30. 6. Аверин Н.А. Исследование нагруженности буксовых подшипников локомотивов при эксплуатации с повышенными осевыми нагрузками: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.07 / Н.А. Аверин. – М., 1982. – 19с. 7. Акбаев Б.З. Некоторые итоги экспериментального исследования работы сепараторов цилиндрических роликоподшипников локомотивов / Б.З. Акбаев, Р.М. Девин // *Подшипниковая промышленность*. – 1969. – №3.

– С.10. **8. Лосев А.В.** Исследование работы сепараторов железнодорожных роликовых подшипников при высоких скоростях движения: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.22.07 / *А.В. Лосев*. – М., 1972. – 21с. **9. Шавишивили А.Д.** Исследование работоспособности подшипников качения букс вагонов, предназначенных для эксплуатации со скоростями движения до 200км/ч: автореф. дис. канд. техн. наук: 05.07.22 / *А.Д. Шавишивили*. – М., 1981. – 23с. **10. Цюренко В.Н., Петров В.А.** Надежность роликовых подшипников в буксах вагонов. – М.: Транспорт, 1982. – 96с. **11. Рещетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З.** Надежность машин. – М.: Высш. школа, 1988. – 239с.

*Поступила в редколлегию 12.03.2013*

УДК 621.822

**Расчет вероятности безотказной работы тяжело нагруженных нескоростных цилиндрических роликоподшипников / А.В. Гайдамака** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.35-39. – Бібліогр.: 11 назв.

Запропоновано метод розрахунку ймовірності безвідказної роботи важконавантажених нешвидкісних роликопідшипників з урахуванням опору втомі сепаратора

**Ключові слова:** підшипник, сепаратор, ймовірність безвідказної роботи.

The method of calculation of probability of no-failure operation of hard loaded not high-speed roller bearings taking into account resistance of fatigue of a separator is offered.

**Keywords:** bearing, separator, probability of no-failure operation.

УДК 621.833.01

**В.Л. ДОРОФЕЕВ**, д.т.н., проф., главный научный сотрудник ЦИАМ им. П.И. Баранова, Москва, Россия;

**В.В. ГОЛОВАНОВ**, начальник отдела авиационных приводов ЦИАМ им. П.И. Баранова;

**Д.В. ДОРОФЕЕВ**, к.т.н., программист отдела авиационных приводов ЦИАМ им. П.И. Баранова

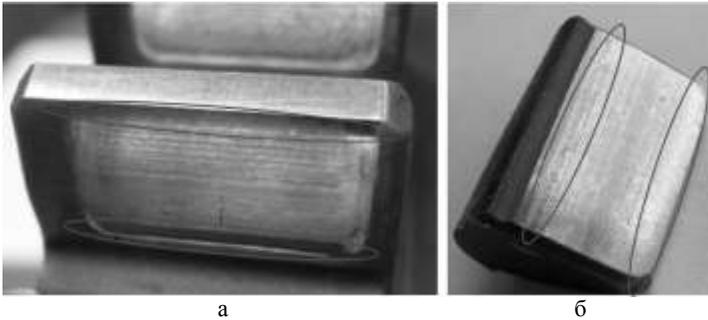
## **СИСТЕМА МОДЕЛИРОВАНИЯ "AEROFLANK" & ПРЯМОЙ СИНТЕЗ ИЗНОСОСТОЙКИХ И МАЛОШУМНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

Износ профиля зубьев высокоскоростных зубчатых колес имеет место на головках и ножках зубьев. Околополосная зона таких колес изнашивается незначительно. Показано, что использование системы прямого синтеза зубчатых передач "AEROFLANK" позволяет: 1. найти такую линию профиля, при которой зубья контактируют только через слой смазки на всем протяжении линии зацепления; 2. в несколько раз уменьшить мощность, затрачиваемую на генерацию вибраций; 3. уменьшить контактные и изгибные напряжения.

**Ключевые слова:** зубчатые колеса, синтез, износ.

**Введение.** После полной выработки заданного ресурса зубчатых передач авиационного двигателя почти на всей активной поверхности зубьев авиационных колес видны следы механической обработки. Наличие следов механической обработки свидетельствует о том, что толщина масляной пленки на этих участках превышает высоту микронеровностей. Разрушение контактной поверхности наблюдается только на ножках и головках зубьев, где имеет место вход зубьев в зацепление и выход из него (рисунок 1). На ножках ведомого колеса износ проявляется как микропиттинг, а на головках как ограниченное задание. Анализ показывает, что причиной износа является не только повышенное скольжение эвольвентных профилей зубьев, что согласуется с теорией геометрии зубчатых передач [1], но и высокий уровень контактных давлений, связанный с малым радиусом кривизны кромки зубьев.

© В.Л. Дорофеев, В.В. Голованов, Д.В. Дорофеев, 2013



а

б

Рисунок 1 – На фоне неизношенной центральной поверхности зубьев ведущего, а, и ведомого, б, колес на ножках зубьев происходит износ кумулятивного характера

Для изучения описанного явления профиль изношенных зубьев измерялся на

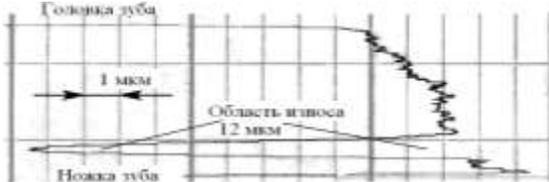


Рисунок 2 – Эвольвентограмма профиля зубчатого колеса  $z=49, \alpha=25^\circ, F_{нН}=22909Н$  после испытаний

эвольвентометре фирмы Мааg SP-100. Из результатов измерения линии профиля видно (рисунок 2), что линия износа не плавно увеличивается от полюса зацепления к ножкам и головкам зубьев, как следует из геометрической теории, а имеет кумулятивный\* характер. Наличие зон износа похожих на следы пластической деформации косвенно подтверждает это. Однако согласно классической теории пластических деформаций [2] при высоких скоростях деформации предел пластических деформаций смещается в область более высоких контактных напряжений. Вследствие отмеченных противоречий между существующими теориями и результатами экспериментов, виды износа и разрушения поверхности ножек и головок зубьев авиационных зубчатых колес можно классифицировать только весьма условно, как – связанные с пластическим течением материала. Соответственно в настоящее время нет приемлемой методики расчета контактных напряжений на зубьях при кромочном зацеплении; что делает невозможным применение для оценки прочности ножек и головок зубьев авиационных зубчатых колес основного принципа расчета деталей машин, который заключается в расчете действующих и допускаемых напряжений, одним и тем же методом расчета, с проверкой превышения допускаемых напряжений над действующими напряжениями для обеспечения заданной прочности механизма.

Таким образом, требуется иной подход для расчета авиационных зубчатых передач.

**Сущность нового подхода** в применении такой геометрии зубьев, при которой кромки будут либо "отведены" от прямого контакта, либо если и будут иметь контакт, то контактные давления при этом не будут превышать уровень напряжений допускаемых для околополюсной зоны.

Теоретической основой нового подхода к расчету зубчатых передач служит, во-первых, прямой синтез геометрии [1, 3-6], не имеющей на первом этапе расчета привязки к исходному контуру, во-вторых, функциональный расчет хода измене-

\*Кумулятивный от латинского слова *simulatio* – увеличивать, стимулировать, накапливать.

ния жесткости зацепления, напряжений, нагрузок, толщины слоя смазки, температуры, на каждом зубе, а также линейных и крутильных колебаний тел колес [7-12].

Реализация нового подхода выполняется системой компьютерного моделирования "AEROFLANK".

**Физические процессы, протекающие в зубчатой передаче.** Если кинематику зубчатого зацепления рассматривать без учета нагрузок, то перед входом зубьев в зацепление между зубьев пары 2-2 должен быть зазор, как показано на рисунке 3.

В нагруженной зубчатой передаче зубья деформируются, и пара зубьев 2-2 может войти в зацепление вне теоретической линии зацепления, при условии, что величина зазора  $F$  будет меньше деформации пары зубьев 1-1. Это происходит как на входе зубьев в зацепление, так и на выходе из зацепления.

Если на теоретической линии зацепления скольжение сопровождается качением, то вне линии зацепления в нагруженном состоянии контакт кромки зубьев с эвольвентным профилем сопряженного колеса протекает без качения, что существенно влияет на степень износа ножек и головок зубьев колес.

Для оценки процессов, протекающих при кромоном взаимодействии зубьев, сравним скорости скольжения профилей в крайних точках линии зацепления со скоростью касания зубьев в паре 2-2 при входе зубьев в зацепление в направлении теоретической линии зацепления. Эта скорость будет определять также скорость деформирования зубьев после их контакта.

Колеса, зубья которых показаны на рисунке 1, имеют  $m=4,02$ ;  $z_1=49$ ,  $z_2=51$ ,  $x_1=x_2=0$ . Частота вращения 7500об/мин. Скорость скольжения в начале теоретической линии зацепления 13,5м/с. Передаваемая мощность 1773кВт. Прогиб зубьев в однопарном зацеплении 30мкм.

Моделирование процесса сближения зубьев рассматривается, как изменение расстояния между зубьями в кромоной фазе в зависимости от угла поворота ведущего колеса и в результате выражается графиком, показанном на рисунке 4.

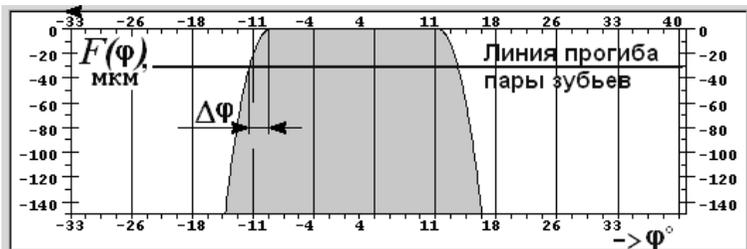


Рисунок 4 – График линии сближения зубьев

Из графика может быть определено значение  $F(\varphi)=30 \cdot 10^{-6}$  мм, что соответствует прогибу зубьев в однопарном зацеплении, а  $\Delta\varphi=4^\circ$ . Учитывая частоту вращения колес 7500об/мин, определим время от первого касания зубьев до выхода их на теоретическую линию зацепления. По полученным данным скорость сближения зубьев, а именно скорость удара зубьев, будет равна 3м/с.

Скорость удара (деформирования) 3м/с меньше той скорости, при кото-

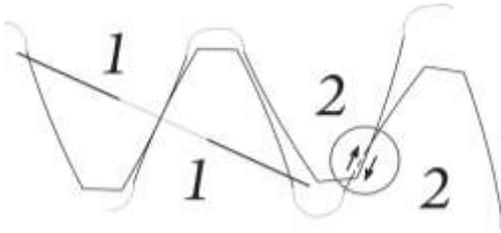


Рисунок 5 – Схема перемещения пластически деформированных частиц поверхности зубьев при входе в зацепление

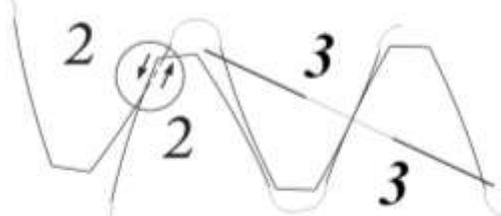


Рисунок 6 – Схема перемещения пластически деформированных частиц поверхности зубьев при выходе из зацепления

рой материал зубьев может сохранять упругие свойства при высоких контактных напряжениях. Зубья будут внедряться друг в друга, пластически деформируясь, как показано на рисунке 5. При этом, как следует из характера движения точек контакта, на входе зубьев материал кромки будет, уплотняясь сжиматься, что приводит к выкрашиванию на ножках ведомых зубьев.

При выходе зубьев из зацепления (рисунок 6), характер движения точек контакта будет иной – пластически деформированный металл кромок растягивается, что приводит к схватыванию (заеданию) поверхностей зубьев.

Таким образом, высокоскоростные высоконагруженные немодифицированные эвольвентные зубья будут иметь различные формы износа на головках и ножках колес.

Для определения кинематической погрешности одной пары зубьев на всем протяжении фактической линии зацепления, т.е. в общем виде, в "AEROFLANK" решается обратная задача теории зацепления известными методами, изложенными например, Ф.Л. Литвиным в работе [13].

Совокупность функций кинематической погрешности всех пар зубьев определит многозначную функцию кинематической погрешности. В отличие от простой кинематической погрешности – многозначная состоит из финитных перекрывающихся функций, каждая из которых определяет положение точки контакта пары относительно номинального положения.

Входными данными для решения обратной задачи теории зацепления являются погрешности профиля всех зубьев. Вся совокупность таких функций названа И.П. Нежуриным прерывной кинематической погрешностью колес [14], которая определяется следующим образом:

$$f_z(v) = f_{ff}(v) + F_p(Z),$$

где  $f_{ff}(v)$  – функция погрешности профиля, заданная так, что  $f_{ff}(v_d) = 0$ ;  $v_d$  – угол развернутости эвольвенты по начальной окружности;  $F_p(Z)$  – погрешность шагов (углового положения)  $z$ -го зуба, измеренная по начальной окружности и заданная так, что  $F_p(Z)_{Z=1} = 0$ .

При радиальном биении колес и погрешности профилей зубьев (степень точности 6-4-4) график многозначной кинематической погрешности имеет вид, показанный на рисунке 7.

В отличие от ГОСТ21354-86 в "AEROFLANK" рассчитываются контактные напряжения и другие показатели не в одной точке, а непрерывно во всех фазах зацепления. Это позволяет выполнить проектирование зубчатой передачи так, чтобы не только в полюсе зацепления была обеспечена контактная проч-

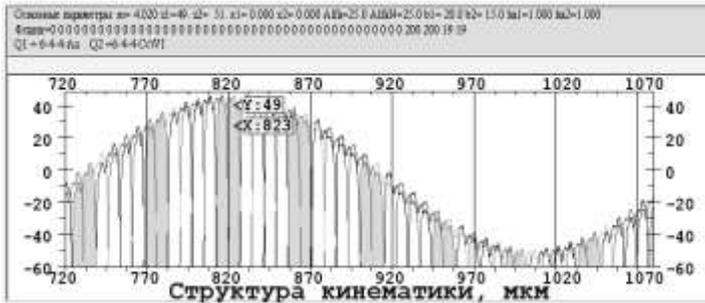


Рисунок 7 – График, определяющий положение каждой пары зубьев за один оборот ведущего колеса (График соответствует зубчатым колесам, степень точности которых 6-4-4)

ность, но и в других фазах зацепления зубьев колес, в том числе и в фазах входа зубьев в зацепление и выхода их него. Поскольку результаты расчета получаются в таком же виде, как и в натурном эксперименте, то эту методику также называют вычислительным экспериментом.

На текущий момент "AEROFLANK" применяется для решения следующих задач: расчет на выносливость зубчатых передач прямозубых, косозубых и шевронных; расчет хода изменения контактных и изгибных напряжений и распределение напряжений по ширине зубьев, что необходимо для оценки реального числа циклов нагружения зубьев; расчет процесса изменения толщины слоя смазки и мгновенной температуры; расчет кинематической и кинетической погрешности\*; расчет скоростей, ускорений, крутильных и линейных; колебаний тел колес и присоединенных деталей; расчет спектров вибраций. Особенно важно то, что с помощью "AEROFLANK" можно назначить степень точности зубчатых колес по критерию виброактивности.

В качестве примера рассмотрим синтез зубчатой передачи с параметрами:  $m=6,7$ ;  $\alpha=25^\circ$ ;  $z_1=z_2=30$ ;  $h_{a1}^*=h_{a2}^*=1$ ;  $c=0,2$ ;  $r_{k1}^*=r_{k2}^*=1$ ;  $b_1=62$ ;  $b_2=60$ ;  $\Delta_1=\Delta_2=0,02$  (рисунок 8).

Исходная степень точности передачи 4-7-4 по ГОСТ 1643-81. Частота вращения 1200об/мин; крутящий момент 3000Н·м; мощность 377кВт.

На рисунках 9,10 показан результат вычислительного эксперимента по определению контактных напряжений, мгновенной температуры и толщины слоя смазки зубчатой передачи с колесами, имеющими профиль зубьев с заданной погрешностью шага зацепления и гармонической погрешностью профиля, которые соответствуют степени точности передачи 4-7-4.

Как следует из результатов расчета, при входе зубьев в зацепление контактные напряжения достигают предела текучести 3138МПа, а толщина слоя смазки уменьшается до нуля (см. рисунок 12), что и является причиной износа зубьев.

Следует обращать внимание на то, что на входе зубьев вершина зубьев вблизи кромки дважды касается профиля. Первое касание происходит вне теоретической линии

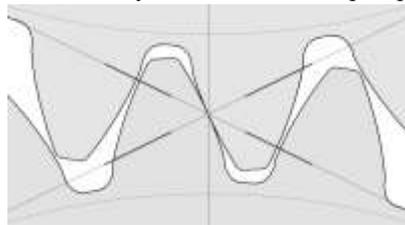


Рисунок 8 – Зацепление и форма зубьев передачи  $m=6,7$ ;  $\alpha=25^\circ$ ;  $z_1=z_2=30$

\*Кинетическая погрешность отличается от кинематической тем, что измеряется под нагрузкой, т.е. учитывается изгиб зубьев.

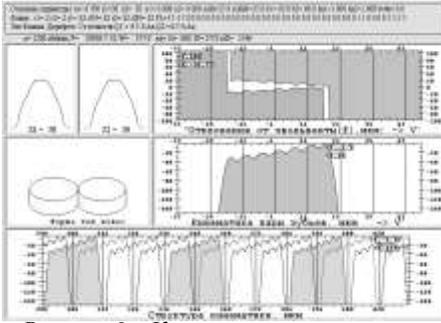


Рисунок 9 – Кинематические процессы

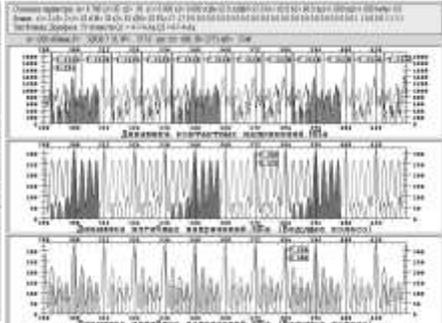


Рисунок 10 – Контактные и изгибные напряжения

зацепления (рисунок 11,а), второе касание на теоретической линии зацепления. Таким образом, число циклов контактного нагружения ножек зубьев удваивается.



Рисунок 11 – Участок профиля ведущего зуба, который дважды за цикл зацепления входит в контакт: а – вне линии зацепления; б – на линии зацепления

Основываясь на теоретических положениях, изложенных в работе [1-12] алгоритмы "AEROFLANK" дополнены модулями расчета мгновенной температуры и толщины слоя смазки, по методике [15].

На рисунке 12 показан результат вычислительного эксперимента с

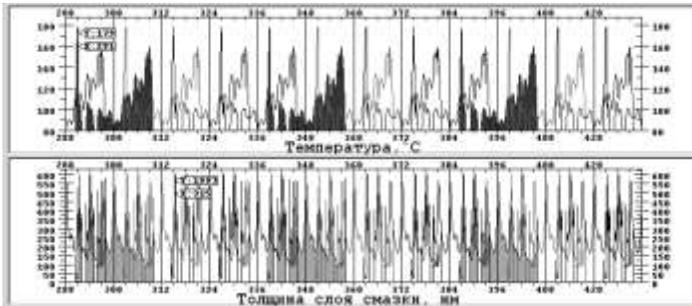


Рисунок 12 – Ход изменения мгновенной температуры и толщины слоя смазки

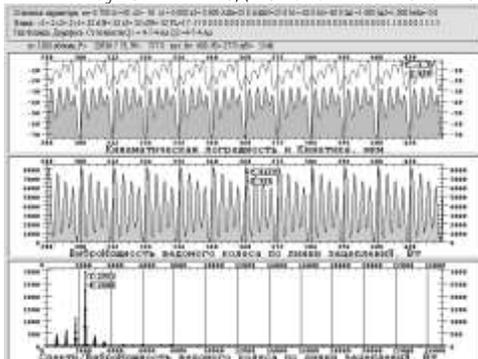


Рисунок 13 – Колебательные процессы

целью анализа хода изменения мгновенной температуры на поверхности зубьев и толщины слоя смазки. Простейший способ устранить негативные явления кромочного контакта это изменить форму профиля на головке так, чтобы кромка зуба под нагрузкой не касалась активного участка сопряженного профиля зуба. Такая процедура называется модификацией или, в некоторых странах, коррекцией профиля.

На рисунке 14 показаны отклонения от эвольвенты двух со-

пряженных профилей, отражающие линии модификации зубьев.

**Анализ модифицированной зубчатой передачи седьмой степени точности по нормам плавности ГОСТ 1643-81 с помощью программы "AEROFLANK".** Ниже рассмотрены процессы в передаче с теми же геометрическими характеристиками, как и в рассмотренной ранее, только профиль выполнен модифицированным. Глубина и форма линии профиля определялась путем вычислительных экспериментов при вариации различных параметров модификации.

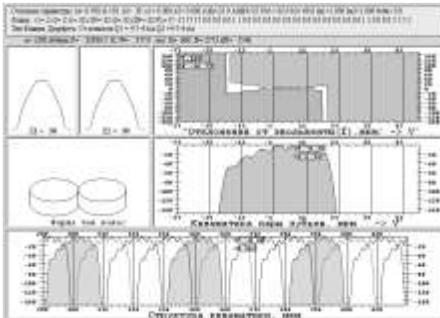


Рисунок 15 – Кинематические процессы в модифицированной передаче

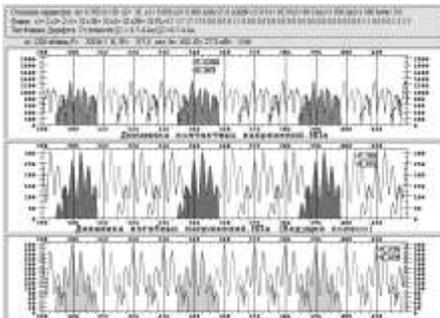


Рисунок 16 – Контактные и изгибные напряжения в модифицированной передаче

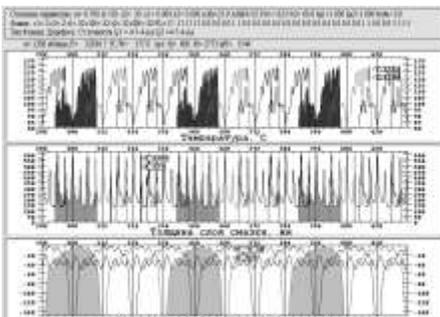


Рисунок 17 – Ход изменения мгновенной температуры и толщины слоя смазки

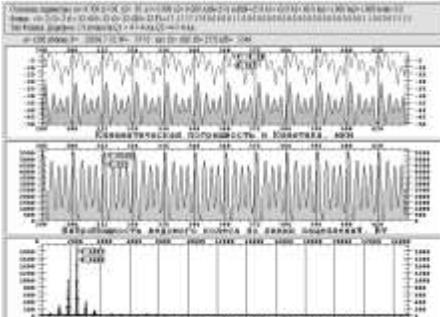


Рисунок 18 – Колебательные процессы в модифицированной передаче

Из результатов сравнения немодифицированной передачи с модифицированной видно, что контактные напряжения уменьшились в 2,4 раза, температура уменьшилась в 1,4 раза, вибрация в 1,5 раза.

С помощью программ "AEROFLANK" можно еще в большей степени повысить качество зубчатой передачи. Ниже будет показан результат синтеза передачи, рассчитанной с помощью "AEROFLANK".

**Передача, выполненная методом прямого синтеза.** Из результатов сравнения модифицированной передачи с передачей, полученной методом прямого синтеза

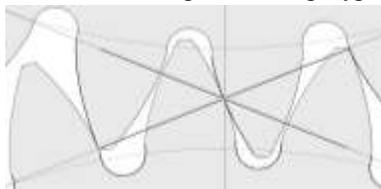


Рисунок 19 – Зацепление и форма зубьев передачи  $m=6,7$ ;  $\alpha=22^\circ$ ;  $z_1=z_2=30$ . Геометрия зубьев получена методом прямого синтеза

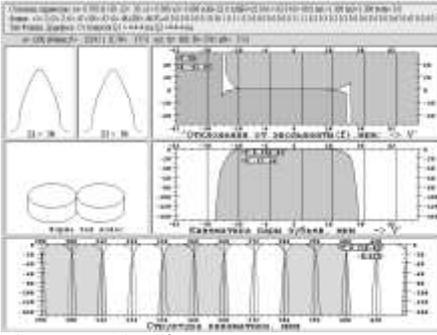


Рисунок 20 – Кинематические процессы в синтезируемой передаче

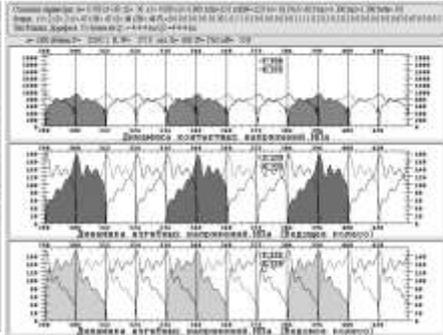


Рисунок 21 – Контактные и изгибные напряжения в синтезируемой передаче

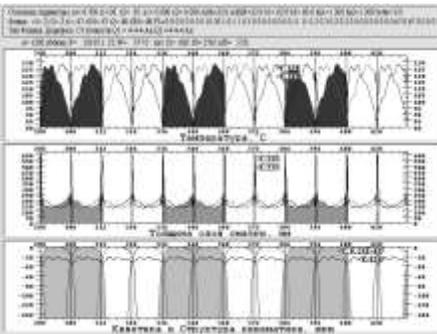


Рисунок 22 – Графики процессов изменения мгновенной температуры и толщины слоя смазки в синтезируемой передаче

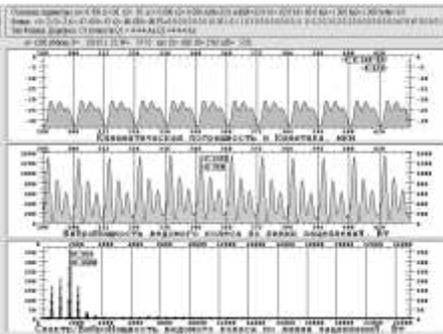


Рисунок 23 – Колебательные процессы в синтезируемой передаче

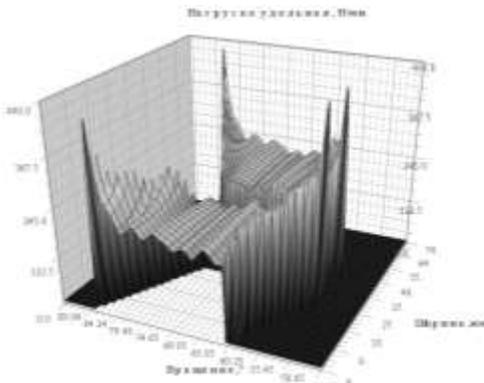


Рисунок 24 – Распределение удельных контактных нагрузок в шевронной зубчатой передаче:  
 $m=5,888$ ;  $\alpha=20^\circ$ ;  $\beta=\pm 28,5^\circ$ ;  $z_1=z_2=30$ ;  $h_{a1}^*=h_{a2}^*=1,3$ ;  $c=0,2$ ;  $b_1=74$ ;  $b_2=70$ ;  $b_f=9$ ; степень точности передачи 4 по ГОСТ 1643-81; частота вращения 1200 об/мин; крутящий момент 3000 Н·м; мощность 471 кВт

видно, что контактные напряжения уменьшились в 1,4 раза, изгибные напряжения уменьшились в 1,7 раза, вибрация в 4 раза.

Система "AEROFLANK" предназначена для проектирования не только прямозубых передач внешнего зацепления. С ее помощью можно выполнять проектирование зубчатых колес с несимметричным профилем, с внутренним зацеплением, косозубых и шевронных [6, 16].

Пример расчета нагрузок в шевронной передаче показан на рисунках 24, 25.

В работах [16-18] приведены примеры практического применения системы "AEROFLANK".

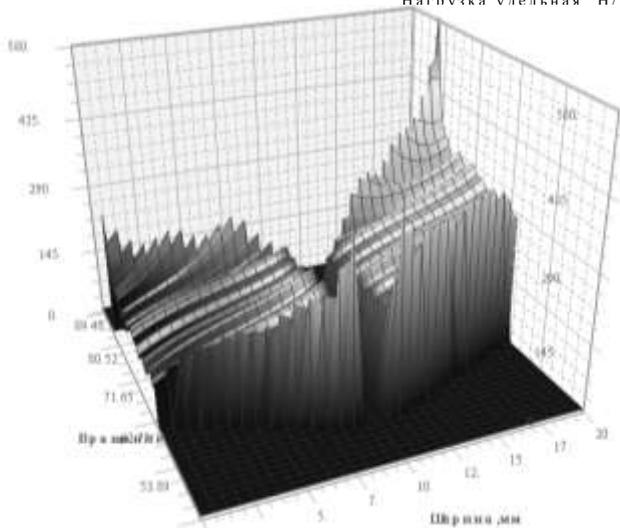


Рисунок 25 – Распределение удельных контактных нагрузок в шевронной зубчатой передаче при перекресе осей

**Выводы.** Поскольку основное требование, предъявляемое к авиационным зубчатым передачам, заключается в отсутствии износа и низком уровне вибраций, то задача проектирования сводится к такому синтезу формы профиля, при котором толщина слоя смазки в области контакта головок и ножек зубьев будет максимальна, контактные напряжения и виброактивность – минимальны. Математическая модель такого расчета разработана в работе [3-12] и реализована как программный комплекс "AEROFLANK".

Программный комплекс "AEROFLANK" применяется при доводке авиационных двигателей ТВ3-117ВМА-СБМ1, АИ-222, АИ-436-148, Д27, при этом не только уменьшался износ поверхности зубьев, но и уменьшался уровень вибрации зубчатых передач [17, 18].

**Список литературы:** 1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – М., Машиностроение, 1995. – 320с. 2. Теория пластических деформаций металлов / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров и др.: Под ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598с. 3. Дорофеев В.Л. Прямой синтез авиационных эвольвентных зубчатых передач. Ч.1. Проектирование зацепления / В.Л. Дорофеев. – М.: ФГУП ММПП "Салют", 2003. – 22с. 4. Дорофеев В.Л., Дорофеев Д.В. Применение метода прямого синтеза для проектирования зубчатых передач с углами исходного контура менее одного и более пятидесяти градусов // Современные проблемы техносферы и подготовки инженерных кадров: Сборник трудов VI Международной научно-методической конференции на острове Джерба с 11 по 18 октября 2012г. – Донецк: ДонНТУ, 2012. – С.138-140. 5. Вулгаков Э.Б., Дорофеев В.Л. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах // Конверсия в машиностроении. – 2002. – С.148-154. 6. Дорофеев В.Л., Арнаутов К.Б., Дорофеев Д.В. Назначение параметров исходного контура эвольвентных зубчатых колес с несимметричными зубьями // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2011. – №29. – С.53-60. 7. Дорофеев В.Л. Расчет сил, действующих в зубчатых передачах // Новое в расчетах и конструировании зубчатых, планетарных и волновых передач. – Л: ЛДНТП, 1984. – С.41-46. 8. Дорофеев В.Л. Уточненное определение динамических нагрузок в зубчатых передачах // Вестник Машиностроения. –1985. – №6. – С.45-47. 9. Дорофеев В.Л. Математическое моделирование шумов и вибраций в зубчатых передачах станков / В.Л. Дорофеев. – Бишкек: Кыргыз. техн. у-т, 1994 – 58с. 10. Дорофеев В.Л. Принцип аналитического разделения упругих перемещений на контактные и изгибные и его применение для расчета зубчатых передач // Труды конференции "Техника приводов". – Болгария, София,

2003 / <http://gears.ru/transmis/zaprogramata/1.307.pdf>. **11. Дорюфеев В.Л.** Основы технологии компьютерного моделирования полей напряжений методом комплексных аналитических функций // Новые технологии управления движением технических объектов. Материалы 3-й Международной научно-технической конференции. – Том 2. – Новочеркасск, 2000. – С.104-109. **12. Дорюфеев В.Л.** Анализ и расчет контактных и изгибных перемещений деталей машин // Вестник машиностроения – 1993. – №10. – С.5-7. **13. Литвин Ф.Л.** Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. **14. Нежурин И.П.** Кинематическая точность зубчатых колес и ее контроль // Стандартизация. – 1963. – №6. – С.8-14. **15. Кодир Д.С.** Контактная гидродинамика смазки деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 304с. **16. Novicov A.S., Paikin A.G., Dorofeyev V.L., Ananiev V.M., Kapelevich A.L.** Application of Gear with Asymmetric Teeth in Turbo-prop Engine Gearbox // Geartechnology. – January/February, 2008. – p.60-64. **17. Кравченко И.Ф., Единович А.Б., Яковлев В.А., Дорюфеев В.Л.** Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений // Авиационно-космическая техника и технология. – Харьков: ХАИ, 2008. – №8(55). – С.129-134. **18. Дорюфеев В.Л., Дорюфеев Д.В., Единович А.Б., Корнейчук А.В.** Особенности проектирования редукторов для самых мощных в мире украинско-российских авиационных двигателей // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.54-61.

*Поступила в редколлегию 10.03.2013*

УДК 621.833.01

**Система моделирования "AEROFLANK" & прямой синтез износостойких и маломощных зубчатых передач / В.Л. Дорюфеев, В.В. Голованов, Д.В. Дорюфеев // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.39-48. – Бібліогр.: 18 назв.**

Знос профілю зубців високошвидкісних зубчастих коліс має місце на голівках і ніжках зубців. Околуполосна зона таких коліс зношується незначно. Показано, що використання системи прямого синтезу зубчастих передач "AEROFLANK" дозволяє: 1. знайти таку лінію профілю, при якій зубці контактують тільки через шар мастила на всьому протязі лінії зацеплення; 2. в кілька разів зменшити потужність, затрачену на генерацію вібрацій; 3. зменшити контактні та згинні напруження.

**Ключові слова:** зубчасті колеса, синтез, знос.

Deterioration of a cross-section of teeth of high-speed tooth gears takes place on heads and legs of teeth. The circumpolar zone wears out slightly. Use of system of direct synthesis of toothed gearings "AEROFLANK" allows: 1. To find such line of a cross-section at which teeth contact only through a lubricant layer on all line of action; 2. Several times to reduce the capacity spent for generation of vibrations; 3. To reduce contact and bending stresses.

**Keywords:** tooth gears, synthesis, wear.

УДК 620.169.2

**Н.Н. ИШИН**, к.т.н., доц., заместитель директора НТЦ "Карьерная техника" Объединенного института машиностроения НАН Беларуси, Минск;  
**А.М. ГОМАН**, к.т.н., доц., начальник отдела Объединенного института машиностроения НАН Беларуси;  
**А.С. СКОРОХODOB**, к.т.н., вед. научный сотрудник Объединенного института машиностроения НАН Беларуси;  
**С.А. ГАВРИЛОВ**, директор ОАО "Полтава-БелАЗ-сервис", Комсомольск

## **НАЗНАЧЕНИЕ ПРЕДЕЛЬНО ДОПУСТИМЫХ УРОВНЕЙ ВИБРАЦИЙ ПРИ ВИБРОДИАГНОСТИКЕ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ**

Изложен метод предварительного назначения предельных уровней вибраций при автоматизированном вибромониторинге технического состояния зубчатых механизмов. Метод базируется на гипотезе линейной зависимости параметров вибраций от величины зазоров в сопряжениях и позволяет, в отсутствие статистической базы по вибрационным характеристикам механизма в зависимости от наработки, назначить ориентировочные уровни вибраций зубчатого механизма для контроля его состояния в эксплуатации.

© М.М. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов, С.А. Гаврилов, 2013

**Ключевые слова:** вибрация, предельно допустимый уровень, диагностика, зубчатый механизм, эксплуатация, ресурс.

**Введение.** В практике эксплуатации механических агрегатов (редукторов, трансмиссий и т.п.) основным способом диагностирования пока еще остается поэлементный контроль деталей и узлов агрегата, разбираемого после некоторой нормативной наработки, что связано с большими трудозатратами и риском нарушить взаимную приработку его звеньев и узлов. Методы вибродиагностики, базирующиеся на зависимости параметров вибраций от появляющихся при эксплуатации изменений в подвижных сопряжениях механизма, и позволяющие без разборки оценить техническое состояние механизма измеряя и анализируя вибрационные характеристики объекта, весьма перспективны при организации обслуживания механизмов.

Такие методы диагностики позволяют значительно повысить коэффициент технической готовности машин, снизить затраты на их обслуживание. Однако все это возможно только при наличии достоверных критериев вибродиагностики с предельно допустимыми уровнями параметров вибраций, по которым оценивается состояние механизма. Вместе с тем, сформулировать эти критерии в общем виде достаточно сложно даже для одного типоразмера механизмов, поскольку уровень неопределенности виброотклика на неисправность довольно высок. Уменьшить эту неопределенность можно путем применения индивидуальной виброакустической паспортизации механизмов, суть которой в следующем: для исправного механизма по определенной схеме фиксируются его виброакустические характеристики, с которыми впоследствии сопоставляются текущие характеристики, фиксируемые по такой же схеме.

**Анализ последних исследований и литературы.** Как показано в [1], для многих машин результаты измерений вибрации стартовых элементов являются достаточными для адекватной оценки условий надежности их эксплуатации, а также влияния на работу соседних агрегатов. При этом результаты измерений вибрации могут быть использованы при эксплуатационном контроле, приемочных испытаниях, диагностических и аналитических исследованиях. Данный стандарт является руководством по эксплуатационному контролю вибрации и измерениям вибрации при приемочных испытаниях оборудования.

Например, согласно данному стандарту для производителей оборудования критерии приемки, основанные на использовании среднего квадратического значения виброскорости, должны иметь определенную форму, см. рисунок 1.

Бортовые редукторы моторколес (РМК) большегрузных самосвалов БелАЗ являются одним из ответственных узлов, в большой степени определяющих надежность и ресурс этих уникальных машин.

Достоверность определения

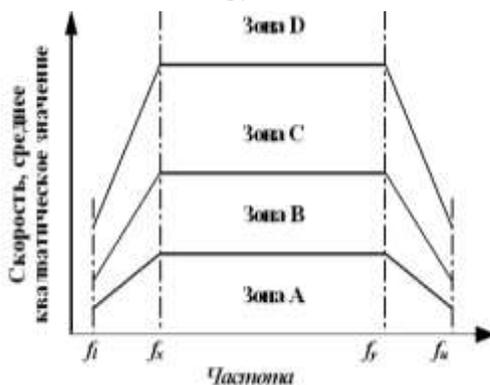


Рисунок 1 – Общий вид кривых для критерия на основе среднего квадратического значения виброскорости в [1]

предельно допустимых значений вибраций зубчатых приводных механизмов машин при статистическом подходе зависит от объема выборки, т.е. количества диагностируемых машин. В качестве критериальных диагностируемых параметров могут служить комплексы (дискриминанты), выражаемые через амплитудные значения вибрационных спектров лимитирующих надежность РМК элементов (зубчатые передачи, подшипники). Нормирование уровня вибраций РМК можно осуществить на основе статистического анализа уровней вибраций некоторого определенного числа бортовых редукторов самосвалов до и после эксплуатации (при поступлении в ремонт).

Такой метод оценки технического состояния машин посредством сбора информации о вибрации машин, как показано в [2-5], и исследование вызываемых ею отказов узлов и их элементов получил достаточно широкое распространение в мировой практике.

Основным объективным параметром нормирования вибрации РМК карьерных самосвалов может служить величина виброускорения.

Амплитуда виброускорения зависит от величины зазоров в таких лимитирующих надежность РМК элементов, как зубчатые передачи и подшипниковые узлы. Безударное движение валов в подшипниках качения имеет место при определенных величинах рабочих радиальных зазоров, в зубчатых передачах в процессе эксплуатации происходит увеличение зазоров в подшипниковых узлах, вызывающих изменение межосевого расстояния, что в совокупности с износом поверхностей зубьев приводят к изменению погрешностей шагов зацепления и, как следствие, к увеличению ударных нагрузок в зубчатых зацеплениях.

Для установления допустимых значений вибрации редукторов и опор редукторных систем можно использовать данные норм вибрации механизмов аналогов, приведенные в [3, 4]. Например, для диапазона низких частот до 31,5 Гц в [3] расчетные значения допустимых среднеквадратических величин виброускорений в дБ зубчатых механизмов трактора производится по формуле

$$L = 20 \lg \frac{[a](2\pi f)^2}{\sqrt{2} \cdot 3 \cdot 10^{-4}},$$

где  $[a]$  – допустимый зазор, м;  $f$  – частота, Гц;  $3 \cdot 10^{-4}$  – нулевой уровень для определения логарифмического уровня виброускорения,  $\text{м/с}^2$ .

Для значения зазора  $[a]=35 \cdot 10^{-6}$  м в [3], см. рисунок 2, приведена зависимость допустимых величин виброускорений от частоты для трактора Т-150К.

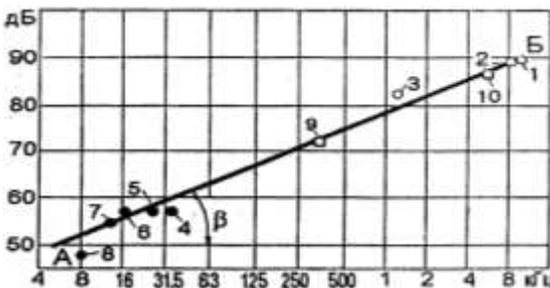


Рисунок 2 – Зависимость допустимых виброускорений, не оказывающих вредного влияния на надежность и усталостную прочность узлов и деталей от частоты для трактора Т-150К [3]

Следовательно, в [3] для приводных зубчатых механизмов допустимый уровень вибрации в первом приближении экстраполируется линейной зависимостью (см. рисунок 2, линия АВ).

**Цель статьи.** Поскольку в настоящее время еще нет достаточной статистической базы по вибрационным характеристикам

редукторов мотор-колес в зависимости от наработки, целью данной работы является разработка методических рекомендаций по назначению ориентировочных предельных значений вибрационных диагностических параметров на начальном этапе, с использованием для выработки критериев приведенной выше статистической модели.

**Постановка задачи.** В процессе эксплуатации мобильных транспортных средств происходит неизбежный износ трущихся поверхностей элементов зубчатых передач и подшипников. Увеличивающиеся при этом зазоры приводят к возрастанию ударных нагрузок, неизбежному увеличению как общего уровня вибрации, в зависимости от вида повреждения элементов, лимитирующих надежность приводных зубчатых механизмов, так и спектральных составляющих вибраций в соответствующем частотном диапазоне.

Таким образом, основная задача вибродиагностики РМК карьерных самосвалов заключается в оценке их технического состояния и прогнозирования остаточного ресурса по данным периодического вибромониторинга. С этой целью при создании бортовой автоматизированной системы диагностики необходимо разработать критерии оценки технического состояния РМК в целом и его элементов таким образом, чтобы в процессе эксплуатации на дисплее водителя отразилось текущее состояние РМК.

**Материалы исследований.** Для зубчатых передач и подшипников статистическими методами в [3, 4] установлено, что при достижении ими предельного состояния (выработка ресурса), имеет место превышение  $\Delta a$  вибрационного параметра, вызванного изменением зазора  $\delta$ , в предельном состоянии  $a_{\Pi}$  ( $\delta_{\Pi}$ ) по сравнению с начальным значением  $a_0$  ( $\delta_0$ ) примерно в 10 раз,

$$\Delta a = \frac{a_{\Pi}}{a_0} = \frac{\delta_{\Pi}}{\delta_0} = 10 \text{ раз,}$$

или в уровнях виброускорений в дБ на

$$\Delta L = 20 \lg \frac{L_{\Pi}}{L_0} = 20 \lg 10 = 20 \text{ дБ.}$$

Другими словами, при работе с логарифмическими уровнями виброускорений в дБ, величина предельного значения виброускорений РМК определяется как алгебраическая сумма исходного уровня  $L_0$  и предельного прироста вибрации  $\Delta L$

$$L_{\Pi} = L_0 + \Delta L.$$

За норму критического значения уровня вибраций, учитывая статистический разброс предельных значений вибраций, целесообразно выбрать статистическое значение этой величины

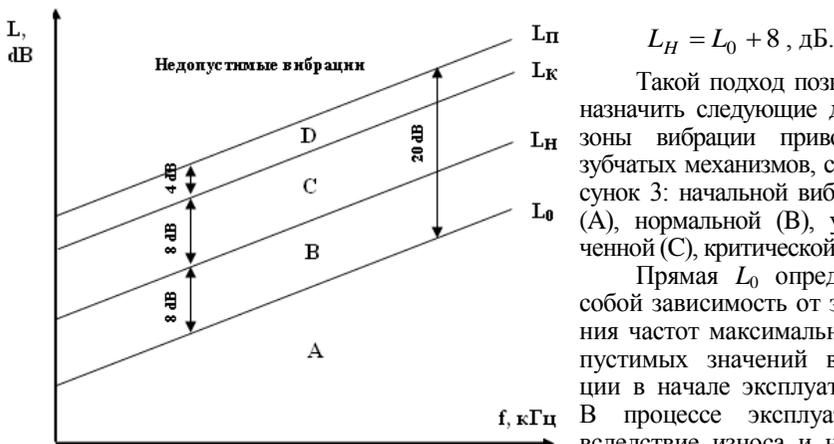
$$L_K = L_{\Pi} - k\sigma.$$

где  $\sigma = \Delta L / 6 = 20 / 6 = 3,33 \text{ дБ}$  – среднеквадратическое значение прироста вибрации в процессе эксплуатации редуктора при рассмотрении этой величины как случайной;  $k=1,2$  – коэффициент, определяющий поле допуска с вероятностью 96,5%.

Тогда

$$L_K = L_{\Pi} - 1,2 \cdot 3,33 = L_{\Pi} - 4, \text{ дБ.}$$

Для получения верхней границы зоны нормальной эксплуатации делим оставшийся диапазон  $20 - 4 = 16 \text{ дБ}$  на две равные части



$$L_H = L_0 + 8, \text{ дБ.}$$

Такой подход позволяет назначить следующие диапазоны вибрации приводных зубчатых механизмов, см. рисунок 3: начальной вибрации (А), нормальной (В), увеличенной (С), критической (D).

Прямая  $L_0$  определяет собой зависимость от значения частот максимально допустимых значений вибрации в начале эксплуатации.

В процессе эксплуатации вследствие износа и накопления повреждений элементов

Рисунок 3 – Зоны вибрации приводных зубчатых механизмов

зубчатых приводов уровень вибрации на каждой частоте растет. Ширина каждой из полос диапазонов вибрации В и С принимается равной 8дБ. Линия, выделяющая недопустимый уровень вибрации ( $L_P$ ), превышает уровень вибрации диапазона С на 4дБ. Общий граничный прирост вибрации, заключенный линиями  $L_0$  и  $L_P$ , составляет, как было указано ранее, 20дБ.

**Результаты исследований.** Методический подход, связанный с разбиением уровней вибрации на классы, позволяет контролировать техническое состояние РМК карьерных самосвалов БелАЗ. Покажем изменение среднеквадратического значения виброускорений РМК в зависимости от наработки (в км пути), см. рисунок 4. Замеры проводились на скорости движения самосвала  $20 \pm 5$  км/ч, соответствующей движению груженой машины на подъем в процессе работы самосвала в карьере Полтавского горно-обогатительного комбината.



Рисунок 4 – Зависимость СКЗ виброускорений РМК от пробега

В таблице приведены результаты контроля СКЗ виброускорений в зависимости от наработки.

Таблица – Зависимость СКЗ виброускорений от пробега

Пробег, км	138172	164044	170197	194809	207115	233357	239510
СКЗ, м/с <sup>2</sup>	2,57	2,11	1,75	2,22	2,54	7,37	17,71
СКЗ, дБ	78,5	76,9	75,3	77,4	78,5	87,8	95,4

Значения СЗК в дБ определяются по формуле

$$СЗЗ = 20 \lg \frac{СЗК(м/с^2)}{3 \cdot 10^{-4} (мм/с^2)}$$

Линия, определяющая уровень начальной вибрации РМК, равный 78дБ (см. рисунок 4), установлена экспериментально в начальный период эксплуатации автомобиля (см. рисунок 3, уровень А). Нормальному уровню вибрации РМК от 78дБ до 86дБ (см. рисунок 3, уровень В), на панели управления водителя самосвала индицируется зеленый сигнал и соответствует наработка самосвала от 203000км до 232000км. Увеличенный уровень вибрации определяется возрастанием вибрации от 86дБ до 94дБ при наработке самосвала от 232000км до 238000км (см. рисунок 3, уровень С), на панели управления водителя самосвала индицируется желтый сигнал. Критический уровень вибрации 94...98дБ (на панели управления водителя самосвала индицируется красный сигнал) свидетельствует о наличии прогрессирующего дефекта и требует прекращения эксплуатации РМК.

**Выводы.** Приведенный в статье методический подход позволяет осуществлять нормирование уровня вибраций РМК самосвала БелАЗ на основе статистического анализа уровней вибраций при обкатке машины до эксплуатации и при ее поступлении в ремонт.

На начальном этапе в качестве примера нормирование вибрации редуктора мотор-колеса приведено по данным вибромониторинга одного РМК. Однако в дальнейшем, по мере накопления статистической информации при мониторинге состояния 12-15 редукторов по данным эксплуатации опытной партии устройств вибромониторинга РМК, приведенные нормы, изначально основанные на экспериментальных данных для тракторов, будут пересмотрены и соответствующим образом скорректированы.

Приведенный в статье методический подход позволяет при организации вибромониторинга технического состояния трансмиссионных узлов мобильных машин в эксплуатации, и в отсутствие базы статистических данных о взаимосвязи наработки зубчатого механизма с его вибрационными характеристиками, осуществить предварительное нормирование предельных уровней вибраций элементов механизма.

Показано, что на начальном этапе создания бортового вибромониторинга РМК, разграничение зон вибраций, с назначением *ориентировочных* предельных уровней вибраций в этих зонах, необходимо связывать с уровнем вибраций редуктора в начале его эксплуатации, поскольку предельные значения вибраций будут индивидуальны для каждого редуктора.

**Список литературы:** 1. ГОСТ ИСО 10816-1. Контроль состояния машин по результатам измерений вибрации на невращающихся частях. – Введен 01.07.1999. – М.: Изд-во стандартов, 1999. – 18с. 2. РД 50-638-87. Методические указания. Вибрация. Порядок разработки и правила нормирования вибрации машин и оборудования. 1988. – Н. Новгород: ВНИИИМАШ. 3. Мигаль В.Д., Мищенко В.М., Волков В.П., Гаврилов С.А., Мищенко А.В. Вибрация и надежность транспортных машин / Под редакцией В.Д. Мигалья.

– Харьков: Изд-во ХНАДУ, 2007. – 383с. 4. *Давидов В.В.* Нормы вибрации. – Горький: Горьк. ин-т инженеров водного транспорта, 1965. – 20с. 5. *Мигаль В.Д., Кухтов В.Г., Лесь О.М., Микитенко В.М.* Моделирование вибраций подшипниковых опор, що проектується для транспортних засобів // Вісник ХИТУГС ім. Петра Василенка. – Харків, 2006. – Вип.47 "Технічний сервіс АПК, техніка та технології у сільськогосподарському машинобудуванні". – С.13-18.

*Поступила в редколлегию 28.03.2013*

УДК 620.169.2

**Назначение предельно допустимых уровней вибраций при вибродиагностике зубчатых механизмов / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов, С.А. Гаврилов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.48-54. – Бібліогр.: 5 назв.** Викладено метод попереднього призначення граничних рівнів вібрацій при автоматизованому вібромоніторингу технічного стану зубчастих механізмів. Метод базується на гіпотезі лінійної залежності параметрів вібрацій від величини зазорів в сполученнях і дозволяє, за відсутності статистичної бази по вібраційним характеристикам механізму в залежності від напрацювання, призначити орієнтовні рівні вібрацій зубчастого механізму для контролю його стану в експлуатації.

**Ключові слова:** вібрація, гранично допустимий рівень, діагностика, зубчастий механізм, експлуатація, ресурс.

The method of preliminary appointment of marginal levels of vibrations is stated at automated vibromonitoring of gear mechanisms technical condition. The method is based on a hypothesis of linear dependence of parameters of vibrations from size of backlashes in interfaces and allows, for lack of statistical base under vibrating characteristics of the mechanism depending on an operating time, to appoint rough levels of vibrations of the gear mechanism for the control of its condition in operation.

**Keywords:** vibration, maximum permissible level, diagnostics, gear mechanism, operation, resource.

УДК 627.7

*М.А. КАШУРА*, аспирант каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВГУ им. В.Давыда, Луганск

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОБРАБОТКЕ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА С ЗУБЬЯМИ ВИНТОВОГО ГИПЕРБОЛОИДНОГО ПРИТИРА**

На базе метода обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес винтовым гиперболоидным притиром построена математическая модель расчета контактной температуры в зоне обработки. Определена скорость относительного скольжения. Произведены расчеты и построен график температуры пятна контакта.

**Ключевые слова:** притирка, винтовой гиперболоидный притир, температура, скорость скольжения, зубчатое колесо, поверхность, пятно контакта.

**Введение.** Современный технологический процесс изготовления зубчатых колес должен обеспечивать изготовление деталей, соответствующих условиям эксплуатации и требованиям точности при минимальных затратах. Основными факторами, влияющими на выбор технологического процесса, являются: конструкция и размеры зубчатого колеса; вид заготовки и материал; требования к точности и термической обработке колеса; объем производства. Правильность назначения режимов резания для обработки деталей оказывает большое влияние на качество обработанной поверхности.

Одним из параметров, сопровождающих процесс обработки и влияющий на ее качество, является температура, возникающая между обрабатываемой поверхностью детали и инструментом. Высокая температура контакта может приводить к образованию прижогов, деформации обрабатываемой поверхно-

© М.А. Кашура, 2013

сти, образованию микротрещин и т.д.

Контактная температура представляет интерес для исследования, т.к. оказывает влияние на качество обрабатываемой поверхности [12].

**Цель статьи.** Построить математическую модель и произвести расчет температуры, возникающей при обработке поверхности зуба прямозубчатого колеса винтовым гиперболоидным притиром.

**Основная часть.** Рассмотрим схему притирки зубьев зубчатых колес винтовым гиперболоидным притиром как передачу на скрещивающихся осях, где притир вращается вокруг своей оси  $o_2z_2$  и совершает поступательное движение с подачей  $S$ , зубчатое колесо вращается вокруг оси  $o_1y_1$  (рисунок 1). Уравнение относительной скорости скольжения может быть записано в следующем виде:

$$V_{\text{лин}} = \{y_1(\omega_2 \cos \gamma - \omega_1) - z_1\omega_2 \sin \gamma \cos \phi_1 - A\omega_2 \cos \gamma \sin \phi_1(x_1 - r) \times (\omega_1 - \omega_2 \cos \gamma) + z_1\omega_2 \sin \gamma \sin \phi_1 - A\omega_2 \cos \gamma \cos \phi_1 \times \omega_2 \sin \gamma [(x_1 - r) \cos \phi_1 - y_1 \sin \phi_1 + A + S]\}. \quad (1)$$

Для определения контактной температуры резания необходимо рассмотреть пример процесса взаимодействия поверхности зуба зубчатого колеса с поверхностью зуба инструмента (притир прижимают к обрабатываемому колесу с усилием  $S_d$  и вращают с определенной угловой скоростью  $\omega$ , в результате чего появляется относительная скорость скольжения  $V_{\text{лин}}$ ) (рисунок 2).

Под действием усилия  $S_d$ , за счет упругости материала колеса и инструмента образуется пятно контакта, имеющее форму прямоугольника. Размеры образующейся площадки контакта для рассматриваемой поверхности притира и зубчатого колеса, можно определить по формулам теории упругости [9].

Пятно контакта (область  $F$ ) представим в виде набора стержней с теплоизолированными боковыми стенками (рисунок 3).

В каждой точке пятна контакта действуют силы, представленные на рисунке 4, где  $F_{\text{тр}} = P(x, y) \cdot f_{\text{тр}}$  – сила трения;  $f_{\text{тр}}$  – коэффициент трения;  $P(x, y) = \sigma(x, y) \cdot F$  – нормальная нагрузка, действующая в центре каждой ячейки пятна контакта, которая определяется как произведение напряжения в каждой ячейке пятна контакта на их площадь.

Для определения напряжения  $\sigma(x, y)$  в каждой точке площади контакта

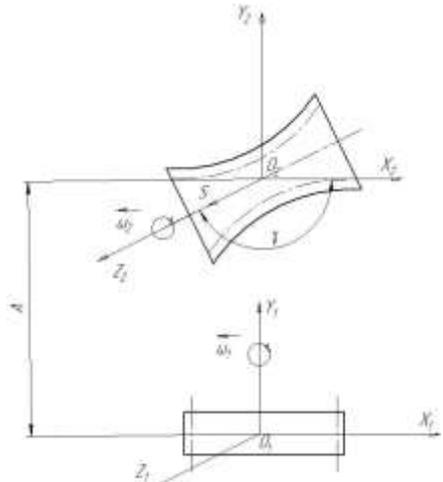


Рисунок 1 – Схема притирки зубьев цилиндрического зубчатого колеса винтовым гиперболоидным притиром

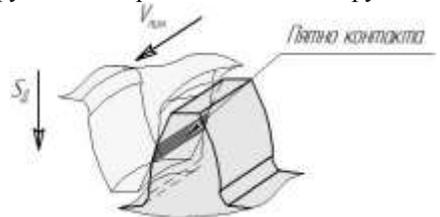


Рисунок 2 – Схема касания поверхностей обрабатываемого зуба колеса и зуба притира

использовалась формула Герца

$$\sigma(x, y) = \sigma_{\max} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}, \quad (2)$$

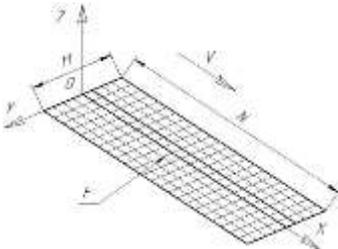


Рисунок 3 – Схема пятна контакта

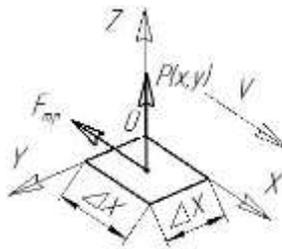


Рисунок 4 – Схема направления сил в точке

где  $\sigma_{\max}$  – максимальное значение напряжения в центре пятна контакта.

В рассматриваемой схеме контакта зубчатого колеса с винтовым гиперболоидным притиром значение максимального напряжения  $\sigma_{\max}$

можно определить по формуле [9]

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{2q \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}}. \quad (3)$$

Температуру на поверхности стержня, находящегося в зоне контакта, можно определить на примере полубесконечного тела, нагреваемого тепловым потоком постоянной мощности [11]. Распределение температуры по толщине тела в произвольный момент времени определяется по формуле

$$T = \frac{q_i \sqrt{\tau}}{\sqrt{\lambda \rho}} 2 \cdot \operatorname{ierfc} \frac{z}{2\sqrt{\alpha \tau}}, \quad (4)$$

В нашем случае  $z = 0$  и функция  $\operatorname{ierfc} = 1$ , следовательно, выражение (4) будет иметь вид:

$$T = \frac{2q_{\text{п}} \sqrt{\tau}}{\sqrt{\lambda c \rho}}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  – теплопроводность;  $c$  – удельная теплоемкость;  $\rho$  – плотность [12];  $\tau = \Delta X / V_{\text{лин}}$  – время контактирования, продолжительность воздействия источника тепла на точку полупространства;  $\Delta X$  – длина ячейки пятна контакта, равная шагу поверхностной сетки вдоль оси  $OX$  (рисунок 4);  $q_{\text{п}}$  – тепловой поток на поверхности ячеек пятна контакта, который можно определить из выражения

$$q_{\text{п}} = \frac{Q_{\text{тр}}}{F \cdot \tau}, \quad (6)$$

где  $F$  – площадь ячейки пятна контакта;  $Q_{\text{тр}}$  – количество теплоты, полученное в результате работы сил трения в момент времени  $\tau$ , определим из выражения

$$Q_{\text{тр}} = \alpha \cdot N_{\text{тр}} \cdot \tau, \quad (7)$$

где  $\alpha$  – коэффициент распределения тепловых потоков (примем равным 0,5 [14]);  $N_{\text{тр}}$  – мощность трения, определяется из выражения

$$N_{\text{тр}} = F_{\text{тр}} \cdot V_{\text{ск}}. \quad (8)$$

При моделировании контактных температур процесса притирки зубчатого колеса, из стали Ст35, винтовым гиперболоидным притиром, изготовленным из чугуна марки СЧ20, производили расчеты поочередно для каждой  $m$ -й полосы пятна контакта. Начальное распределение температуры по длине стержня считалось известным и равным нулю, а мощность, в течение времени  $\tau$ , источника тепла постоянной. После расчета температуры на торце первого по ходу движения стержня от действия источника тепла  $q_1$  в течение времени  $\tau$ , осуществлялся переход к рассмотрению следующего стержня. На втором стержне в течение такого же промежутка времени  $\tau$  действует источник тепла  $q_2$  (значение которого определялось как разность между температурой, вызванной действием источника  $q_1$  (за время  $2\tau$  – пройдены два стержня) и температурой от действия источника  $q_1$  такой же мощности в течение времени  $\tau$ ). Таким образом, рассчитывалось изменение температуры в стержне от  $q_2$  и прибавлялось изменение температуры, произошедшее после окончания действия источника  $q_1$  через время  $\tau$ . Таким образом, вычисления производились  $M$  раз, после чего осуществлялся переход к рассмотрению следующей полоски контакта, при рассмотрении, которой для первого по ходу движения стержня вновь принимались нулевые начальные условия.

**Результаты исследований.** В результате расчета по представленной модели получены значения температуры (рисунок 5) (относительная скорость скольжения  $V_{\text{лин}}=0,256\text{м/с}$ , сила прижатия  $P_y=100\text{Н}$ ).

Температура, возникающая на поверхности ячеек пятна контакта зуба зубчатого колеса, достигает  $661^\circ\text{C}$ .

**Выводы.** На базе метода обработки зубьев цилиндрических зубчатых колес винтовыми гиперболоидными притирами предложена методика расчета температуры в зоне обработки, при помощи, которой можно подобрать оптимальные режимы притирки, позволяющие получить высокую точность обработки и избежать появления прижогов, деформации обрабатываемой поверхности и микротрещин.

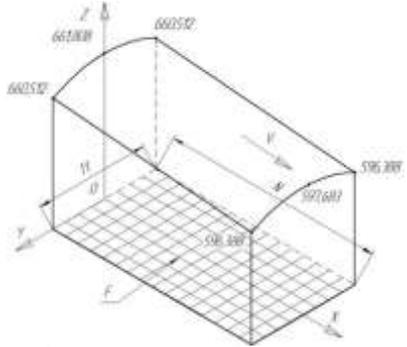


Рисунок 5 – Поле температур на поверхности пятна контакта

**Список литературы:** 1. Абразивная и алмазная обработка материалов: Справочник / [А.Н. Резников, Е.И. Алексенцев, М.И. Барат и др.]. – М.: Машиностроение, 1977. – 391с. 2. Витренко А.В. Отделочно-упрочняющая обработка зубьев цилиндрических колес / А.В. Витренко, И.А. Кириченко // Надежность инструмента и оптимизация технологических систем: сборник научных работ. – Краматорск, 2007. – Вып.21. – С.202-206. 3. Витренко О.С. Повышение точности упрочняющей накатки зубьев за счет разработки принципиально новой геометрии накатного инструмента: дис...канд.техн.наук. – Луганск: ВНУ им. В.Даля, 2010. 4. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей режущими и червячными инструментами / С.И. Лашнев. – М.: Машиностроение, 1971. – 215с. 5. Колчин Н.И. Методы расчета при изготовлении и контроля зубчатых изделий / Н.И. Колчин, Ф.Л. Литвин. – Л.: Машиностроение, 1952. – 269с. 6. Маркеев А.П. Теоретическая механика: Учебник для университетов. – М.: ЧеРо, 1999 – 572с. 7. Производство зубчатых колес: Справочник / [С.Н. Калашников, А.С. Калашников, Г.И. Коган и др.]; под общ.ред. Б.А. Тайца. – [3-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Машиностроение, 1990. – 464с. 8. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.; Отв. ред. Писаренко Г.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736с. – ISBN 5-12-000299-4. 9. Гольцфарб Э.М. Тепло-техника металлургических процессов. – М: Металлургия, 1967. – 439с. 10. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. – М.: Наука, 1967. 11. Шевелева Г.И. Теория формообразова-

ния и контакта движущихся тел. Монография / Г.И. Шевелева. – М.: Станкин, 1999. – 494с. **12.** *Basov G.G.* To the calculation of temperature on the surface of spot of comb of wheel with the lateral surface of head of rail // Gorbunov N.I., Popov S.V. – IV International congress "Mechanical engineering technologies'04". Sofia. – Year XI, Volume 8/76, September 2004. – Section 6, p.133-135.

*Поступила в редколлегию 26.03.2013*

УДК 627.7

**Моделирование температурных процессов при обработке зубьев зубчатого колеса с зубьями винтового гиперболюидного притира / М.А. Кашура // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.54-58. – Бібліогр.: 12 назв.**

На базі методу обробки зубів циліндричних зубчастих коліс гвинтовим гіперболюїдним притиром побудована математична модель розрахунку контактної температури в зоні обробки. Визначена швидкість відносного ковзання. Зроблені розрахунки і побудований графік температури зони контакту.

**Ключові слова:** притирання, гвинтовий гіперболюїдний притир, температура, швидкість ковзання, зубчасте колесо, поверхня, пляма контакту.

On the basis of the method of treatment of teeth spur gears spiral hyperboloid lap, a mathematical model for calculating the contact temperature in the treatment area. The rate of relative sliding. Calculated and plotted the temperature of the contact.

**Keywords:** grinding, spiral hyperboloid lap, temperature, sliding speed, the gear, the surface footprint.

УДК 621.833

**В.И. КОРОТКИН**, к.т.н., доц., заведующий лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия;

**Ю.Д. ХАРИТОНОВ**, к.т.н., старший научный сотрудник НИИМ и ПМ ЮФУ

## **КРИВИЗНЫ БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ АРОЧНЫХ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА**

Рассмотрена методика определения кривизн в точках контакта боковых поверхностей арочных зубьев зубчатых передач Новикова для любой фазы зацепления. Разработан алгоритм компьютерной реализации данной методики.

**Ключевые слова:** арочный зуб, квадратичные формы, кривизны.

**Введение.** Известно, что арочная форма зубьев благодаря ряду достоинств положительно себя зарекомендовала на практике в эвольвентных передачах. Применение этой формы в передачах Новикова, обладающих повышенной контактной прочностью, позволяет ожидать суммарного эффекта, однако это применение зачастую сдерживается отсутствием надежных методик прочностного расчета, в частности, на сопротивление контактной усталости. При таком расчете необходимо располагать сведениями о кривизнах взаимодействующих боковых поверхностей зубьев в точках контакта. Данная задача является актуальной, при этом отметим, что она усложняется тем, что приходится учитывать многопарность зацепления Новикова ДЛЗ, при которой "опасной" по контактному разрушению может оказаться любая фаза зацепления.

**Анализ литературы.** Положительные качества цилиндрических зубчатых передач с арочными зубьями отмечаются, например, в источниках [1-4], однако теоретическим исследованиям прочностных характеристик данных передач уделено мало внимания. Большинство работ касается способов нарезания арочных зубь-

ев и конструкций режущего инструмента. Можно отметить лишь работы [1], [4], в которых рассматриваются некоторые вопросы нагруженности эвольвентных арочных передач, а также работу [5], посвященную разработке обобщенной теории круговинтовых поверхностей, включая передачи Новикова. Экспериментальные исследования передач Новикова с арочными зубьями, давшие положительные результаты, описаны в работе [2], где приведены также обширные данные внедрения цилиндрических передач с арочными зубьями в производство.

**Цель статьи.** Разработка методики определения приведенных главных кривизн взаимодействующих поверхностей арочных зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова в любой фазе зацепления с представлением полученных зависимостей в форме алгоритма, реализуемого вычислительной компьютерной программой. Знание указанных кривизн позволит находить основные параметры контакта – размеры, форму и ориентацию площадки теоретически точечного контакта, сближений контактирующих поверхностей, а также нормальные и эффективные контактные напряжения.

**Постановка задачи.** Для решения поставленной задачи при определении главных кривизн поверхностей использован метод вычисления квадратичных форм Гаусса [6], хорошо зарекомендовавший себя при исследовании круговых зубьев квазиэвольвентных конических зубчатых передач [7], а для нахождения приведенных главных кривизн, предопределяющих искомые контактные напряжения на поверхностях, необходимо было найти главные направления на этих поверхностях, что выполнено с помощью аппарата дифференциальной геометрии и теории поверхностей. В качестве продольной формы арочного зуба принята наиболее распространенная – круговая.

**Материалы и результаты исследований.** Исходными геометро-кинематическими предпосылками, лежащими в основе арочных передач Новикова, являются уравнения взаимодействующих поверхностей, полученные в параметрическом виде [8]:

$$\begin{cases} x = (\rho \sin \vartheta - b + r) \cos \varphi + [r\varphi + r_0 + (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta] \sin \varphi; \\ y = (\rho \sin \vartheta - b + r) \sin \varphi - [r\varphi + r_0 + (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta] \cos \varphi; \\ z = -(\rho \cos \vartheta - a - r_0) \sin \beta; \\ (r\varphi + r_0 - a \cos \beta - r \cos \beta) \sin \vartheta + b \cos \vartheta \cos \beta = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Последняя строка – уравнение зацепления  $f(\vartheta, \beta, \varphi) = 0$ .

В уравнениях (1) обозначено (см. также рисунок 1):  $\rho$  – радиус активной окружности профиля исходного контура;  $r_0$  – продольный радиус кругового (арочного) зуба производящей рейки;  $r$  – начальный радиус зубча-

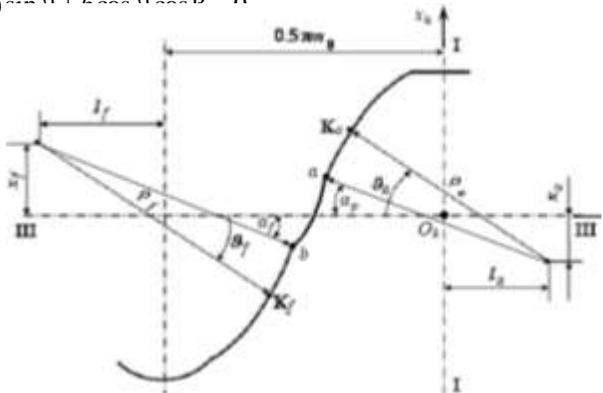


Рисунок 1 – Типичный исходный контур зубьев передач Новикова

того колеса, равный  $r = m_t z$ , где  $m_t$  – торцовый модуль, а  $z$  – число зубьев зубчатого колеса;  $\vartheta, \beta$  – соответственно текущий угол активного профиля зуба исходного контура и текущий угол наклона зуба производящей рейки (криволинейные координаты боковой поверхности);  $\varphi$  – угол поворота зубчатого колеса (параметр обкатки); параметры  $a, b$  – см. в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры, входящие в систему (1) для контактной точки

Параметр	$k = 1$		$k = 2$	
	$i = 1, a$	$i = 2, f$	$i = 1, f$	$i = 2, a$
$\rho$	$\rho_a$	$\rho_f$	$\rho_f$	$\rho_a$
$a$	$l_a$	$l_a + \Delta\rho \cos \alpha_k$	$-(l_f + 0.5\pi m_0)$	$-(l_f + 0.5\pi m_0) + \Delta\rho \cos \alpha_k$
$b$	$x_a - x_{n1}$	$x_f - x_{n1}$	$-(x_f + x_{n1})$	$-(x_a + x_{n1})$
$\vartheta$	$\alpha_k$	$\alpha_k$	$\pi + \alpha_k$	$\pi + \alpha_k$
$r$	$r_1$	$-r_2$	$r_1$	$-r_2$
$r_0$	$r_0(-1)^{t+1}$	$r_0(-1)^{t+1}$	$r_0(-1)^{t+1}$	$r_0(-1)^{t+1}$
$\varphi$	$\varphi_a$	$\varphi_a z_1 / z_2$	$\varphi_f$	$\varphi_f z_1 / z_2$
$\beta$	$\beta_a(-1)^{t+1}$	$\beta_a(-1)^{t+1}$	$\beta_f(-1)^{t+1}$	$\beta_f(-1)^{t+1}$

Примечание:  $\Delta\rho = \rho_f - \rho_a$ .

Уравнения (1) и таблица 1 составлены для общего случая круговых зубьев и любой фазы зацепления. В таблице 1 представлены значения входящих в (1) параметров для контактных точек, сопровождаемые следующими обозначениями:  $m_0$  – модуль инструмента (производящей рейки);  $l$  – расстояние от центра окружности радиуса  $\rho$  до оси симметрии I-I тела (или впадины) зуба;  $x$  – расстояние от центра окружности радиуса  $\rho$  до делительной линии III-III;  $x_{n1}$  – смещение производящей рейки при нарезании шестерни (рассматривается случай равносмещенного сдвига, т.е.  $x_{n1} = -x_{n2}$ );  $\alpha_p, \alpha_f$  – минимальный угол активного профиля исходного контура соответственно на головке и ножке зуба;  $\alpha_k$  – угол давления в контактных точках  $K$ .

Индексы означают:  $a, f$  – отношение параметра соответственно к головке и ножке зуба;  $i=1$  относится к шестерне,  $i=2$  – к колесу;  $k=1$  – контакт головки зуба шестерни с ножкой зуба колеса,  $k=2$  – контакт ножки зуба шестерни с головкой зуба колеса;  $t=1$  – вариант с вогнутой рабочей стороной зуба шестерни (выпуклой стороной зуба колеса),  $t=2$  – вариант с выпуклой рабочей стороной зуба шестерни (вогнутой стороной зуба колеса).

Определение главных кривизн боковых поверхностей выполним, воспользовавшись первой и второй квадратичными формами Гаусса [6] для контактных точек исследуемых боковых поверхностей (1) круговых зубьев. Главные радиусы кривизны определяются как

$$R_{1,2} = (H \pm \sqrt{H^2 - K}) / K, \quad (2)$$

где  $H$  – средняя кривизна, определяемая по формуле

$$H = 0.5(EN - 2FM + GL)/(EG - F^2); \quad (3)$$

$K$  – полная (гауссова) кривизна, определяемая по формуле

$$K = d \cdot d'' - (d')^2 / (EG - F^2); \quad (4)$$

$E, G, F$  – коэффициенты первой квадратичной формы;  $L, M, N$  – коэффициенты второй квадратичной формы;  $d, d', d''$  – вспомогательные коэффициенты.

Все перечисленные коэффициенты определяются через частные производные по координатам боковых поверхностей (1):

$$E = (x'_\beta)^2 + (y'_\beta)^2 + (z'_\beta)^2, \quad (5) \quad F = x'_\beta \cdot x'_\gamma + y'_\beta \cdot y'_\gamma + z'_\beta \cdot z'_\gamma, \quad (6) \quad G = (x'_\gamma)^2 + (y'_\gamma)^2 + (z'_\gamma)^2, \quad (7)$$

$$L = d / \sqrt{EG - F^2}, \quad (8) \quad M = d' / \sqrt{EG - F^2}, \quad (9) \quad N = d'' / \sqrt{EG - F^2}, \quad (10)$$

$$d = \begin{vmatrix} x''_{\beta\beta} & y''_{\beta\beta} & z''_{\beta\beta} \\ x'_\beta & y'_\beta & z'_\beta \\ x'_\gamma & y'_\gamma & z'_\gamma \end{vmatrix}, \quad (11) \quad d' = \begin{vmatrix} x''_{\beta\gamma} & y''_{\beta\gamma} & z''_{\beta\gamma} \\ x'_\beta & y'_\beta & z'_\beta \\ x'_\gamma & y'_\gamma & z'_\gamma \end{vmatrix}, \quad (12) \quad d'' = \begin{vmatrix} x''_{\gamma\gamma} & y''_{\gamma\gamma} & z''_{\gamma\gamma} \\ x'_\beta & y'_\beta & z'_\beta \\ x'_\gamma & y'_\gamma & z'_\gamma \end{vmatrix}. \quad (13)$$

В общем виде главные радиусы  $R_{1,2}$  кривизны обеих контактирующих поверхностей определяются [9] как корни квадратного уравнения:

$$(LN - M)^2 R_{1,2}^2 - (EN - 2FM + GL)R_{1,2} + (EG - F^2) = 0, \quad (14)$$

а направления главных кривизн – как корни квадратного уравнения:

$$(FL - EM)(d\beta / d\gamma)^2 + (GL - EN)(d\beta / d\gamma) + (GM - FN) = 0. \quad (15)$$

Контактная прочность зависит, как известно, от приведенных главных радиусов кривизны контактирующих поверхностей зубьев. Обозначая кривизны символом  $\kappa = 1/R$ , воспользуемся следующим выражением [10]:

$$(\kappa_{np})_{1,2} = 0.5 \left[ \begin{array}{l} \kappa_{11} + \kappa_{12} - \kappa_{21} - \kappa_{22} \pm \\ \pm \sqrt{(\kappa_{11} - \kappa_{12})^2 - 2(\kappa_{11} - \kappa_{12})(\kappa_{21} - \kappa_{22})\cos 2\phi + (\kappa_{21} - \kappa_{22})^2} \end{array} \right]. \quad (16)$$

Здесь обозначено:  $(\kappa_{np})_{1,2}$  – приведенная соответственно первая и вторая главные кривизны контактирующих поверхностей зубьев;  $\phi$  – угол между главными направлениями первой и второй поверхностей, определяемый с помощью (15).

Нижние двойные индексы означают: первый – номер поверхности, второй – порядковый номер кривизны (соответственно максимальной и минимальной).

Вычисление конкретных значений приведенных главных радиусов кривизны и направлений требует весьма громоздких преобразований зависимостей (2)–(16). В связи с этим разработан специальный алгоритм для вычислительной программы "Krivizna", который последовательно излагается ниже.

Исходными данными являются (см. выше):

$$k, t, \rho_a, \rho_f, x_a, x_f, l_a, l_f, \vartheta, x_{n1}, r_1, r_2, r_0, m_0, \beta.$$

- $A = \rho \sin \vartheta - b + r$ ;  $A_1 = \rho \cos \vartheta$ ;  $A_2 = -\rho \sin \vartheta$ .
- $C = \sin \vartheta (a \cos \beta + r_0 \cos \beta - r_0) - b \cos \vartheta \cos \beta$ ;  $C_1 = \cos \vartheta (a \cos \beta + r_0 \cos \beta - r_0) + b \sin \vartheta \cos \beta$ ;  
 $C_2 = -\sin \vartheta (a \cos \beta + r_0 \cos \beta - r_0) + b \cos \vartheta \cos \beta$ ;  $C_3 = -\cos \vartheta \sin \beta (a + r_0) - b \sin \vartheta \sin \beta$ ;  
 $C_4 = -\sin \vartheta \sin \beta (a + r_0) + b \cos \vartheta \sin \beta$ ;  $C_5 = -\sin \vartheta \cos \beta (a + r_0) + b \cos \vartheta \cos \beta$ .
- $\varphi = C / (r \sin \vartheta)$ ;  $\varphi_1 = (C_1 \sin \vartheta - C \cos \vartheta) / (r \sin^2 \vartheta)$ ;

$$\varphi_2 = \left[ (C_2 + C) \sin^3 \vartheta - \sin 2\vartheta (C_1 \sin \vartheta - C \cos \vartheta) \right] / (r \sin^4 \vartheta);$$

$$\varphi_3 = (C_3 \sin \vartheta - C_4 \cos \vartheta) / (r \sin^2 \vartheta); \varphi_4 = C_4 / r \sin \vartheta; \varphi_5 = C_5 / \sin \vartheta.$$

4.  $B = r\varphi + r_0 + (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta; B_1 = r\varphi_1 - \rho \sin \vartheta \cos \beta; B_2 = r\varphi_2 - \rho \cos \vartheta \cos \beta;$   
 $B_3 = r\varphi_3 + \rho \sin \vartheta \sin \beta; B_4 = r\varphi_4 - \sin \beta (\rho \cos \vartheta - a - r_0); B_5 = r\varphi_5 - \cos \beta (\rho \cos \vartheta - a - r_0).$
5.  $x_1 = A_1 \cos \varphi - \varphi_1 A \sin \varphi + B_1 \sin \varphi + \varphi_1 B \cos \varphi;$   
 $x_2 = A_2 \cos \varphi - 2\varphi_1 A_1 \sin \varphi - A(\varphi_2 \sin \varphi + \varphi_1^2 \cos \varphi) + B_2 \sin \varphi + 2\varphi_1 B_1 \cos \varphi B(\varphi_2 \cos \varphi - \varphi_1^2 \sin \varphi);$   
 $x_3 = -\varphi_4 A_1 \sin \varphi - A(\varphi_3 \sin \varphi + \varphi_1 \varphi_4 \cos \varphi) + B_3 \sin \varphi + B_1 \varphi_4 \cos \varphi + B_4 \varphi_1 \cos \varphi + B(\varphi_3 \cos \varphi - \varphi_1 \varphi_4 \sin \varphi);$   
 $x_4 = -A\varphi_4 \sin \varphi + B_4 \sin \varphi + B\varphi_4 \cos \varphi;$   
 $x_5 = -A(\varphi_5 \sin \varphi + \varphi_4^2 \cos \varphi) + B_5 \sin \varphi + 2B_4 \varphi_4 \cos \varphi + B(\varphi_5 \cos \varphi - \varphi_4^2 \sin \varphi).$
6.  $y_1 = A_1 \sin \varphi + A\varphi_1 \cos \varphi - B_1 \cos \varphi + B\varphi_1 \sin \varphi;$   
 $y_2 = A_2 \sin \varphi + 2A_1 \varphi_1 \cos \varphi + A(\varphi_2 \cos \varphi - \varphi_1^2 \sin \varphi) - B_2 \cos \varphi + 2B_1 \varphi_1 \sin \varphi + B(\varphi_2 \sin \varphi + \varphi_1^2 \cos \varphi);$   
 $y_3 = A_1 \varphi_4 \cos \varphi + A(\varphi_3 \cos \varphi - \varphi_1 \varphi_4 \sin \varphi) - B_3 \cos \varphi + B_1 \varphi_4 \sin \varphi + B_4 \varphi_1 \sin \varphi + B(\varphi_3 \sin \varphi + \varphi_1 \varphi_4 \cos \varphi);$   
 $y_4 = A\varphi_4 \cos \varphi - B_4 \cos \varphi + B\varphi_4 \sin \varphi;$   
 $y_5 = A(\varphi_5 \cos \varphi - \varphi_4^2 \sin \varphi) - B_5 \cos \varphi + 2B_4 \varphi_4 \sin \varphi + B(\varphi_5 \sin \varphi + \varphi_4^2 \cos \varphi).$
7.  $z_1 = \rho \sin \vartheta \sin \beta; z_2 = \rho \cos \vartheta \sin \beta; z_3 = \rho \sin \vartheta \cos \beta;$   
 $z_4 = -(\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta; z_5 = (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \sin \beta.$
8.  $E = x_4^2 + y_4^2 + z_4^2; F = x_4 x_1 + y_4 y_1 + z_4 z_1; G = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2.$
9.  $d = x_5(y_4 z_1 - z_4 y_1) - y_5(x_4 z_1 - z_4 x_1) + z_5(x_4 y_1 - y_4 x_1);$   
 $d_1 = x_3(y_4 z_1 - z_4 y_1) - y_3(x_4 z_1 - z_4 x_1) + z_3(x_4 y_1 - y_4 x_1);$   
 $d_2 = x_2(y_4 z_1 - z_4 y_1) - y_2(x_4 z_1 - z_4 x_1) + z_2(x_4 y_1 - y_4 x_1).$
10.  $D = d / \sqrt{EG - F^2}; D_1 = d_1 / \sqrt{EG - F^2}; D_2 = d_2 / \sqrt{EG - F^2}.$
11.  $K_1 = DD_2 - D_1^2; K_2 = ED_2 - 2FD_1 + GD; K_3 = EG - F^2.$
12.  $R_1 = (K_2 + \sqrt{K_2^2 - 4K_1 K_3}) / 2K_1; R_2 = (K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4K_1 K_3}) / 2K_1.$   
 Если  $|R_1| \leq |R_2|$ , то  $R_1 = R_\alpha$  и  $R_2 = R_\beta$ , иначе  $R_2 = R_\alpha$  и  $R_1 = R_\beta.$
13.  $L_1 = FD - ED_1; L_2 = GD - ED_2; L_3 = GD_1 - FD_2.$
14.  $\mu_1 = (-L_2 + \sqrt{L_2^2 - 4L_1 L_3}) / 2L_1; \mu_2 = (-L_2 - \sqrt{L_2^2 - 4L_1 L_3}) / 2L_1.$   
 Если  $|\mu_1| \leq |\mu_2|$ , то  $\mu_1 = \mu_\alpha$ , иначе  $\mu_2 = \mu_\alpha.$
15.  $x_1 = x_4 \mu_\alpha + x_1; y_1 = y_4 \mu_\alpha + y_1;$   
 $x_\alpha = x_1 \cos \varphi + y_1 \sin \varphi; y_\alpha = x_1 \sin \varphi - y_1 \cos \varphi; z_\alpha = z_4 \mu_\alpha + z_1.$
16.  $\theta = \arccos \frac{x_{\alpha 1} x_{\alpha 2} + y_{\alpha 1} y_{\alpha 2} + z_{\alpha 1} z_{\alpha 2}}{\sqrt{(x_{\alpha 1}^2 + y_{\alpha 1}^2 + z_{\alpha 1}^2)(x_{\alpha 2}^2 + y_{\alpha 2}^2 + z_{\alpha 2}^2)}}.$
- (Индексы "1" и "2" относятся соответственно к шестерне и колесу – таблица 1).
17.  $\alpha = 0.5 \arctg \left\{ \sin(2\theta) \left[ \cos(2\theta) - (1/R_{\beta 2} - 1/R_{\alpha 2}) / (1/R_{\beta 1} - 1/R_{\alpha 1}) \right] \right\}.$
18.  $K_\alpha = \text{abs} \left[ \cos^2 \alpha / R_{\alpha 2} + \sin^2 \alpha / R_{\beta 2} - \cos^2(\alpha - \theta) / R_{\alpha 1} - \sin^2(\alpha - \theta) / R_{\beta 1} \right];$

$$K_{\beta} = \text{abs} \left[ \cos^2 \alpha' / R_{\alpha 2} + \sin^2 \alpha' / R_{\beta 2} - \cos^2 (\alpha' - \theta) / R_{\alpha 1} - \sin^2 (\alpha' - \theta) / R_{\beta 1} \right],$$

где  $\alpha' = \pi / 2 + \alpha$ .

Искомые приведенные главные радиусы кривизны контактирующих поверхностей:

$$(R_{np})_{\alpha} = 1 / K_{\alpha}, \quad (17) \quad (R_{np})_{\beta} = 1 / K_{\beta}. \quad (18)$$

**Вывод.** Таким образом, изложенный алгоритм является основой для разработки вычислительной программы "Krivizna", с помощью которой и предполагается определять радиусы (17) и (18), необходимые для нахождения прочностных характеристик арочных (круговых) зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова в общем случае и для любой фазы зацепления.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, грант 13-08-00386.

**Список литературы:** 1. Решетов Д.Н., Головачев М.И. К расчету арочных передач на сопротивление контактной усталости // Вестник машиностроения. – 1983. – №2. – С.12-16. 2. Догода М.И., Еремин В.Е., Догода А.И. Разработка и освоение высоконагруженных арочных передач и средств для их производства // Вестник машиностроения. – 1990. – №9. – С.41-44. 3. Сирицын А.И., Беляев А.И., Сирицын Д.А. Особенности изготовления и применения высокоточных арочных тяговых зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1997. – №1. – С.3-6. 4. Айратов Э.Л., Городничий В.П., Ерихов М.Л., Сызранцев В.Н. Нагруженность цилиндрических передач с арочными зубьями // Вестник машиностроения. – 1986. – №2. – С.20-22. 5. Севрюк В.Н. Теория круговинтовых поверхностей в проектировании передач Новикова. – Харьков: Изд-во ХГУ, 1972. – 168с. 6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике (пер. с англ.). – М.: "Наука", 1970. – 720с. 7. Лопато Г.А., Кабатов Н.Ф., Сегаль М.Г. Конические и гипоидные передачи с круговыми зубьями. Справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1977. – 423с. 8. Короткин В.И., Харитонов Ю.Д. Некоторые вопросы геометрии цилиндрических зубчатых передач Новикова с арочными зубьями / Вестник Национального технического университета "ХПИ". Сб. трудов. Тематический выпуск "Проблемы механического привода". – Харьков: Изд. НТУ ХПИ, 2011. – №28. – С.82-91. 9. Раевичский П.К. Дифференциальная геометрия. – М.: Физматгиз, – 1956. – 380с. 10. Новиков М.Л. Зубчатые передачи с новым зацеплением. – М.: ВВИА им. Н.Е.Жуковского, 1958. – 186с.

Поступила в редколлегию 31.03.2013

УДК 621.833

**Кривизны боковых поверхностей взаимодействующих арочных зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова / В.И. Короткин, Ю.Д. Харитонов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.58-63. – Бібліогр.: 10 назв.**

Розглянуто методикою визначення кривизн в точках контакту бічних поверхонь арочних зубів зубчатих передач Новикова для будь-якої фази зацеплення. Розроблено алгоритм комп'ютерної реалізації даної методикою.

**Ключові слова:** арочний зуб, квадратичні форми, кривизни.

The method of determination of the curvatures at the contact points of the teeth flanks arched Novikov gears for any phase of the engagement considered. The algorithm of the computer implementation of this technique developed.

**Keywords:** arch tooth, quadratic forms, curvature.

УДК 621.833; 621.793

**М.А. ЛЕВАНЦЕВИЧ**, к.т.н., доц., ведущий научный сотрудник  
ОИМ НАН Беларуси, Минск;  
**Н.Н. МАКСИМЧЕНКО**, к.т.н., старший научный сотрудник  
ОИМ НАН Беларуси

**РАБОТОСПОСОБНОСТЬ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ  
С ПЛАКИРОВАННЫМ ВЕНЦОМ ЗУБЬЕВ**

Исследовано влияние композиционных покрытий, сформированных на рабочем профиле зубьев методом плакирования гибким инструментом, на уровень шума конических зубчатых передач. Показано, что при рациональном выборе состава материала покрытия, вида и концентрации легирующих добавок, а также технологических параметров процесса плакирования сформированный слой способствует снижению уровня шума в передаче в среднем на 3-7дБ, а также повышает устойчивость к задиру и заеданию зубьев.

**Ключевые слова:** плакирование, гибкий инструмент, покрытие, коническая зубчатая пара, материал-донор.

**Актуальность задачи.** Вибрации и шум, возникающие в процессе эксплуатации различных механических систем, отрицательно влияют на их эксплуатационные характеристики, повышают интенсивность изнашивания подвижных сопряжений, ухудшают качество выпускаемой продукции и оказывают неблагоприятное воздействие на организм человека. При этом зачастую параметры виброактивности изделия во многом определяют его конкурентоспособность. Учитывая, что одним из узлов, широко используемых в мобильной технике, металлорежущих станках и технологическом оборудовании, оказывающих значительное влияние на их шумовые характеристики, являются зубчатые приводные механизмы, проблема снижения шума и вибраций, генерируемых зубчатыми передачами, является весьма актуальной.

Решение данной проблемы возможно по многим направлениям. Одно из них – формирование покрытий на рабочем профиле зубьев сопрягаемых зубчатых колес [1-3]. Для получения подобных покрытий в основном используются методы высокоскоростного напыления композиционных порошковых материалов и электролитического формирования покрытий (меднение, никелирование, фосфатирование и т.п.). При их реализации необходимо использование энергоемкого оборудования, обслуживаемого высококвалифицированными специалистами, что не всегда возможно. Кроме того, несмотря на положительный эффект по снижению шума и демпфированию колебаний, возникающих в процессе работы зубчатых механизмов, гальванические покрытия быстро истираются или начинают отслаиваться, а сам процесс нанесения гальванических покрытий экологически небезопасен. Перспективным методом для формирования покрытий на рабочем профиле зубьев является метод плакирования гибким инструментом (ПГИ) [4, 5]. В процессе нанесения покрытия гибкий инструмент (металлическая щетка), вращаясь, контактирует как с обрабатываемой поверхностью, так и с бруском из материала покрытия (донором). В результате ударно-фрикционного воздействия ворсинок щетки сформированное покрытие обладает высокой прочностью сцепления с основой. По сравнению с другими методами нанесения покрытий метод ПГИ обладает низкой энерго- и трудоемкостью, прост в использовании, экологически безопасен, а для его реализации не требуется больших производственных площадей.

Полагают, что эффект применения покрытий состоит в разделении контактирующих поверхностей материалом, обладающим высокими антифрикционными и демпфирующими свойствами, что способствует повышению контактной прочности рабочей поверхности зубьев, снижению коэффициента трения, температуры в зоне контакта и вероятности возникновения заеданий [1, 2]. Кроме того, в процессе работы зацепления покрытия могут снизить шум, обусловленный пересопряжением зубьев. Например, медная пленка толщиной до 2мкм способствует снижению уровня шума эвольвентных зубчатых передач в среднем на 15% [3]. Однако, несмотря на полученный положительный опыт применения покрытий на

© М.О. Леванцевич, Н.М. Максимченко, 2013

зубьях шестерен, до настоящего времени известно сравнительно немного данных об опыте их практического использования. Остаются открытыми вопросы, касающиеся выбора рационального состава материала покрытия, толщины и количества наносимых слоев, технологий их формирования и др., что обуславливает необходимость проведения дополнительных исследований.

**Цель работы** заключалась в сравнительной оценке уровня шума, возникающего при работе конических зубчатых передач с круговым зубом без покрытия и с композиционным поверхностно модифицированным слоем, сформированным на рабочем профиле зубьев, а также в изучении влияния состава материала покрытий на уровень шума конических зубчатых передач.

**Материалы исследований.** В качестве объекта испытаний была взята коническая пара привода шпинделя токарного полуавтомата мод.1А734Ф3, выпускаемого ОАО "Минский завод автоматических линий им. П.М. Машерова" (см. рисунок 1). Материал конической пары – сталь 25ХГТ, термообработка – нитроцементация на глубину 0,8-1,2мм, твердость 57HRC, ТВЧ зубчатого венца. Параметры испытываемых зубчатых пар приведены в таблице.



Рисунок 1 – Экспериментальные образцы конических зубчатых колес:  
а – без покрытия; б, в – с композиционным слоем

Таблица – Параметры испытываемых зубчатых пар

Параметр	Зубчатая пара № 1	Зубчатая пара № 2
Средний нормальный модуль $m$	6	4
Число зубьев	$Z_1=25; Z_2=35$	$Z_1=25; Z_2=35$
Тип зуба	круговой	круговой
Частота вращения $n$ , мин <sup>-1</sup>	990	1200
Крутящий момент $M$ , Н·м	1400	1100
Материал	Сталь 25ХГТ	Сталь 25ХГТ

В качестве материалов-доноров для формирования однослойных покрытий методом ПГИ использовали спеченную бронзу Бр05С20Гр0,5ДМ0,5, легированную графитом и дисульфидом молибдена, и литую оловянную бронзу Бр010С10. Для двухслойного покрытия использовали литую медь М1, с последующим нанесением слоя из баббита Б83. Каждый вид покрытия апробировался на отдельных парах шестерен. Покрытие из бронзы Бр010С10 нанесли как на оба колеса зубчатой пары, так и только на одно из колес. Толщина сформированных слоев покрытий не превышала 5-10мкм.

На рисунке 2 показана испытываемая коническая пара и процесс нанесения покрытия на зубья одного из колес.

Замеры уровня шума зубчатых передач без покрытия и с покрытием производились методом сравнительных испытаний на шумообкатном станке

модели 5Б725 Саратовского завода зубострогальных станков.

Сущность сравнительной оценки уровня шума заключается в том, что испытываемую исходную зубчатую пару устанавливают на шумообкатной ста-



Рисунок 2 – Размещение испытываемой конической пары на шумообкатном станке – а; процесс нанесения покрытия на зубья шестерни – б

нок, размещают микрофон в вертикальной плоскости в 0,25м от зоны зацепления и на режимах испытаний производят измерение шума (3-4 замера на каждом режиме испытаний). После этого зубчатую пару снимают со станка и на рабочем профиле зубьев формируют композиционный слой методом механического плакирования гибким инструментом. Модифицированную зубчатую пару снова устанавливают на шумообкатной станок и повторяют цикл измерений.

Испытания проводили без смазки, при скорости вращения шпинделя  $990\text{мин}^{-1}$  и  $1200\text{мин}^{-1}$  и незначительной нагрузке, обеспечивающей безотрывную работу зубьев при пересопрежении.

Эффективность поверхностного модифицирования определяют по разности между уровнями шума исходной и модифицированной пар.

Измерение шума (общий уровень с частотной коррекцией по характеристике А и треть-октавный спектр), а также его анализ проводились с помощью шумомера фирмы "Брюль и Кьер" мод. 2238 "Медиатор" и программного обеспечения "Noise Explorer 7815". При спектральном анализе фиксировались максимальный  $L_{\max}$ , минимальный  $L_{\min}$  и эквивалентный  $L_{\text{eqv}}$  уровень шума в полосе измерения. Уровень шумового фона в цеху при измерениях не превышал 75дБА, что на 12-15дБА ниже минимального уровня шума, излучаемого испытываемыми зубчатыми парами.

**Результаты исследований.** Анализ полученных спектров уровня шума зубчатых передач с различными видами покрытий на рабочих поверхностях зубьев показывает, что нанесенные покрытия в ряде случаев значительно меняют общий характер распределения звуковой энергии по частотам, снижая уровень шума на одних частотах и оставляя его неизменным или даже повышая на других, при этом общий уровень шума  $L_{\text{eqv}}$  может снижаться в пределах 3-6дБ.

Эффективность применения модифицирования рабочего профиля зубьев оценивали по разности

$$\Delta L = L_{\text{исх}} - L_{\text{мод}},$$

где  $L_{\text{исх}}$ ,  $L_{\text{мод}}$  – уровень шума соответственно исходной и модифицированной зубчатых пар.

При  $\Delta L \geq 0$  наблюдается положительный эффект от модифицирования ра-

бочего профиля зубьев зубчатых колес композиционным слоем; при  $\Delta L \leq 0$  – модифицирование зубчатой пары не способствует снижению уровня шума.

На рисунках 3-6 приведены значения показателя эффективности  $\Delta L$  для всех испытываемых покрытий в исследуемом спектре частот при частоте вращения  $1200 \text{ мин}^{-1}$ .

Из рисунков 3-6 видно, что максимальное улучшение шумовых характеристик при работе конической зубчатой пары обеспечивается при использовании покрытия из спеченной бронзы БрО5С20Гр0,5ДМ0,5, легированной компонентами твердой смазки. За исключением нескольких частот, во всем спектре наблюдается снижение уровня шума испытываемой конической пары по сравнению с парой без покрытия. Наиболее заметное снижение уровня шума при работе конической пары с покрытием из БрО5С20Гр0,5ДМ0,5 наблюдается в диапазоне частот 25-80 Гц – 3,5-7,0 дБ, а также при частотах свыше 2000 Гц – 3-4,5 дБ (см. рисунок 3).

Следует отметить, что при использовании покрытия из литой оловянной бронзы БрО10С10 большой эффект замечен, когда покрытие нанесено на зуб-

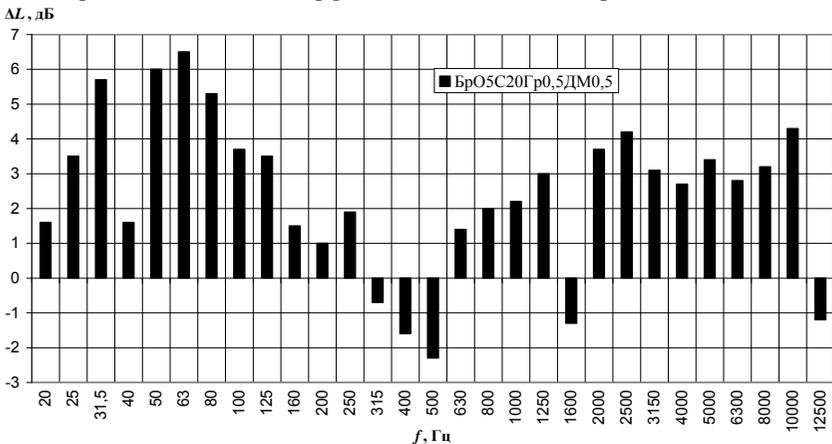


Рисунок 3 – Зависимость показателя эффективности  $\Delta L$  от частоты для зубчатых колес с однослойным покрытием из спеченной бронзы, легированной графитом и дисульфидом молибдена БрО5С20Гр0,5ДМ0,5

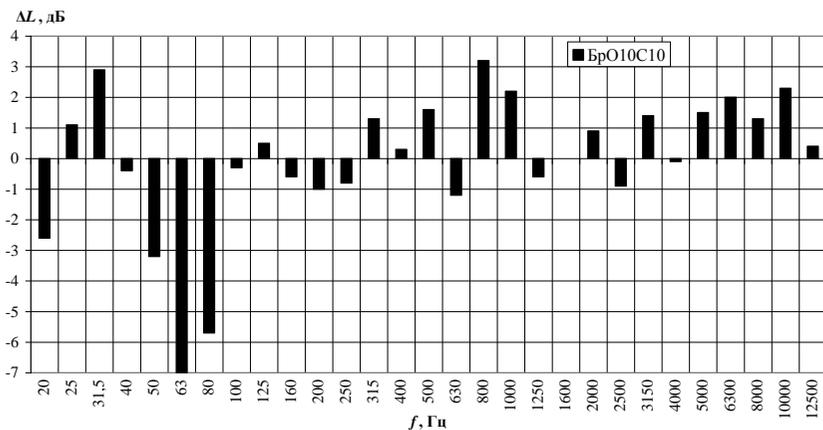


Рисунок 4 – Зависимость показателя эффективности  $\Delta L$  от частоты для зубчатых колес с однослойным покрытием из литой оловянной бронзы BrO10C10

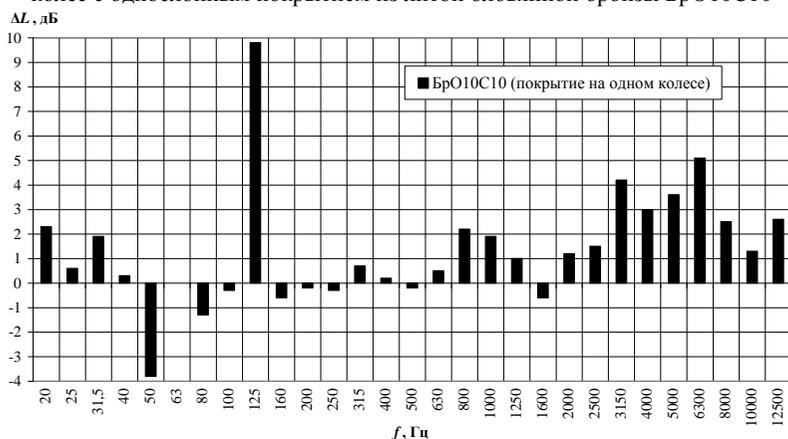


Рисунок 5 – Зависимость показателя эффективности  $\Delta L$  от частоты для зубчатых колес с однослойным покрытием из литой оловянной бронзы BrO10C10, сформированным на одном из колес зубчатой пары

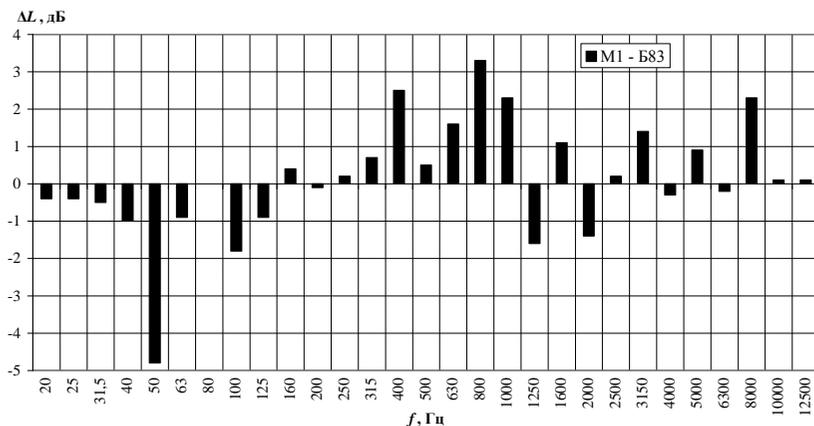


Рисунок 6 – Зависимость показателя эффективности  $\Delta L$  от частоты для испытываемых зубчатых колес с двухслойным покрытием из последовательных слоев литой меди М1 и баббита Б83

чатый венец только одного из колес зубчатой пары (см. рисунки 4,5). В этом случае снижение уровня шума составляет 2-5дБ, а на частоте 125Гц – до 10дБ. Возможно, отличия в эффективности снижения шума при использовании зубчатой пары с покрытием на обоих колесах и на одном из колес связаны с изменением условий приработки и контактирования зубьев при работе конической зубчатой пары.

Также в процессе экспериментальных исследований было установлено, что покрытия, сформированные методом ПГИ из материалов-доноров на основе бронзы БрО10С10, повышают устойчивость конической зубчатой пары к задиру и заеданиям при работе передачи.

**Выводы.** В результате испытаний конических зубчатых колес с композиционным модифицированным слоем, сформированным методом плакирования гибким инструментом на зубчатом венце, установлено, что эффективность применения технологии плакирования гибким инструментом для снижения шума конических зубчатых передач во многом определяется рациональным выбором материала-донора, используемого для формирования покрытия. Результаты экспериментов показали, что нанесенные на зубчатые профили покрытия из различных материалов в ряде случаев значительно меняют общий характер распределения звуковой энергии по частотам, снижая уровень шума на одних частотах и оставляя его неизменным (или даже повышая) на других. Наиболее заметный эффект улучшения виброакустических характеристик колес с плакированным венцом зубьев по сравнению с колесами без покрытия практически во всем спектре частот обеспечивает покрытие Бр05С20Гр0,5ДМ0,5 из спеченной бронзы, легированной компонентами твердой смазки, а также покрытие из литой бронзы БрО10С10, сформированное на одном из колес зубчатой пары (на отдельных частотах). Снижение уровня шума передачи по общему уровню составляет в среднем 3,5-7,0дБ, а на отдельных спектральных составляющих оно достигает 10дБ.

Полученные результаты имеют важное значение для дальнейших исследований, направленных на разработку технологии плакирования венцов зубь-

ев зубчатых передач и связанных с подбором оптимальных составов композиционных материалов-доноров, вида и концентрации легирующих компонентов, а также с последующей апробацией технологии в стендовых и эксплуатационных условиях.

**Список литературы:** 1. *Любарский И.М.* Повышение износоустойчивости тяжело нагруженных шестерен. – М.: Машиностроение, 1965. – 132с. 2. *Бречер Ц. и др.* Нагрузочная способность автомобильных зубчатых передач с покрытием, нанесенным путем осаждения из паровой фазы // Доклады Союза германских инженеров. – 2005. – №1904. – С.107-125. 3. *Берсудский А.Л.* Повышение работоспособности эвольвентных поверхностей зубчатых колес // Вестник машиностроения. – 2005. – №1. – С.10-13. 4. *Белевский Л.С. и др.* Фрикционное плакирование металлом по металлу. Ч.1. Термопластическая деформация и процессы взаимодействия плакируемой поверхности и плакирующего слоя // Металлург. – 2006. – №10. – С.33-38. 5. *Леванцевич М.А., Максимченко Н.Н., Зольников В.Г.* Повышение эксплуатационных свойств трибосопряжений нанесением покрытий металлическими щетками // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2005. – №1. – С.67-72.

*Поступила в редакцию 29.03.2013*

УДК 621.833; 621.793

**Работоспособность конических зубчатых передач с плакированным венцом зубьев / М.А. Леванцевич, Н.Н. Максимченко** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.63-69. – Бібліогр.: 5 назв.

Досліджено вплив композиційних покриттів, сформованих на робочому профілі зубів методом плакування гнучким інструментом, на рівень шуму конічних зубчастих передач. Показано, що при раціональному виборі складу матеріалу покриття, виду і концентрації легуючих домішок, а також технологічних параметрів процесу плакування сформований шар сприяє зниженню рівня шуму в передачі в середньому на 3-7дБ, а також підвищує стійкість до задираку і заїдання зубів.

**Ключові слова:** плакування, гнучкий інструмент, покриття, конічна зубчаста пара, матеріал-донор.

The effect of composite coatings, formed on the profile of teeth method cladding by flexible instrument, on the noise level bevel gears is investigated. It is shown that in the rational selection of the composition of the coating material, type and concentration of the alloying additives, as well as the technological parameters of the process cladding formed layer helps to reduce the level of noise in the transmission of the average of 3-7dB, and also increases the resistance to the bully and jamming teeth.

**Keywords:** cladding, flexible tool, coating, bevel gear pair, the material of the donor.

УДК 621.833.6

**В.А. МАТУСЕВИЧ**, главный конструктор-директор ГП "ХАКБ", Харьков;  
**Ю.В. ШАРАБАН**, заместитель главного конструктора ГП "ХАКБ";  
**А.В. ШЕХОВ**, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", Харьков;  
**В.Т. АБРАМОВ**, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

## ОПТИМАЛЬНОЕ ЧИСЛО СТУПЕНЕЙ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times AI$

Рассмотрена методика определения оптимального числа ступеней многоступенчатого планетарного механизма в зависимости от его общего передаточного отношения с учетом условий контактной прочности.

**Ключевые слова:** планетарный механизм, контактная прочность.

**Постановка проблемы.** Среди механизмов приводов систем управления летательных аппаратов наибольшее распространение получили многоступенчатые планетарные механизмы типа  $n \times AI$ . Применение в качестве их базовой ступени планетарного механизма схемы  $AI$  позволяет при одинаковых

© В.А. Матусевич, Ю.В. Шарабан, О.В. Шехов, В.Т. Абрамов, 2013

передаточных отношениях по сравнению с другими схемами иметь меньшие габариты в осевом направлении. Кроме того, из этих механизмов проще составлять многоступенчатые передачи с большими передаточными отношениями. Снижение массы таких передач приводит к уменьшению габаритов, металлоемкости и себестоимости изготовления, а также повышению экономичности эксплуатации изделия, в состав которого входит передача. Таким образом, минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \mathbf{AI}$  представляет собой актуальную задачу.

**Анализ литературы.** Исследованию задач по минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-4]. В работе [2] приведены примеры распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности зубчатых зацеплений, но не дана рекомендация по выбору числа ступеней такого механизма. В работе [5] рассматривается выбор числа ступеней в зависимости от передаточного отношения механизма, но только для рядных механизмов.

**Цель статьи.** Исследовать поведение целевой функции оптимизации по критерию массы конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \mathbf{AI}$  и разработать рекомендации по выбору оптимального числа его ступеней с учетом обеспечения контактной прочности зубчатых зацеплений.

**Раздел.** Кинематическая схема анализируемого многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \mathbf{AI}$  приведена на рисунке. Сквозная нумерация всех зубчатых колес механизма показана на рисунке, а. Локальная нумерация зубчатых колес (в пределах одной ступени) приведена на рисунке, б.

В работе [3] выведена функциональная зависимость для суммарной массы  $M_\Sigma$  механизма

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left( A_1 + \sum_{i=2}^n A_i B_i \right), \quad (1)$$

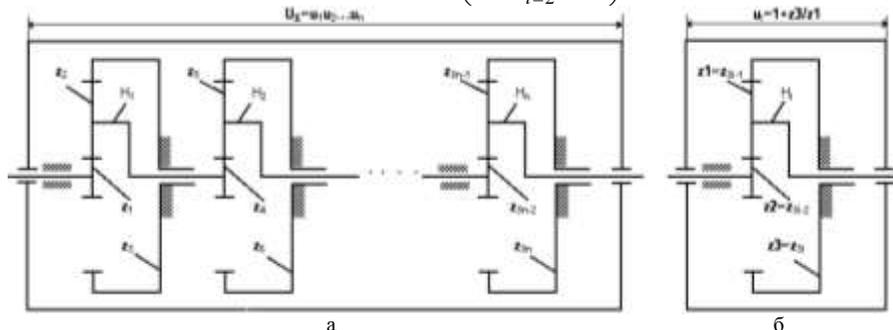


Рисунок – Схема многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \mathbf{AI}$ :  
а – сквозная нумерация всех зубчатых колес; б – локальная нумерация

где  $A_i = 1 + S_i \left( \frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$ ,  $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$  – безразмерные коэффициенты;  $i$  – номер ступени механизма;  $\rho_{3i-2}$ ,  $b_{3i-2}$ ,  $d_{3i-2}$  – плотность матери-

ала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса  $z_{3i-2}$ ;  $S_i$  – число сателлитов ступени;  $n_{Mi}$  – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого колеса к массе условного диска, принятый для ступени [6];  $u_i$  – передаточное отношение ступени.

Исследование функциональной зависимости (1) в работе [3] выполнено при условии  $B_i = 1$  для так называемых кинематических механизмов. Для силовых механизмов коэффициенты  $B_i \neq 1$ .

На практике, исходя из технологических и экономических соображений, применяют одинаковые неподвижные зубчатые колеса для всех ступеней механизма

$$z_3 = z_6 = \dots = z_{3i} = \dots = z_{3n}, \quad (2)$$

и как следствие одинаковое передаточное отношение для всех ступеней  $u_i$ .

По данным, приведенным в работе [4], рациональной областью передаточного отношения одной ступени  $u_i$  будет область от 3 до 9. Авторы работы [1] полагают, что  $u_i = 2,4..8$ , объясняя это тем, что при  $u_i < 2,4$  возникают трудности с изготовлением сателлитов, а также возможностью получения слишком больших радиальных габаритов при  $u_i > 8$ . В работе [6] автор рекомендует применять диапазон  $u_i = 2,3..9$ . В данной работе был принят рациональный диапазон для передаточного отношения  $u_i$  от 2,4 до 8.

Исходя из принятого диапазона для передаточного отношения  $u_i$ , были определены значения передаточных отношений для многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  в зависимости от числа его ступеней. Эти данные приведены в таблице 1.

Определим коэффициенты  $B_i$ , входящие в зависимость (1) из условия контактной прочности рабочих поверхностей зубьев. Согласно [4] для внешних зацеплений центральных подвижных колес  $z_{3i-2}$  и сателлитов  $z_{3i-1}$  имеем следующее условие:

$$b_1 d_1^2 = 2 \frac{T_1(p_1 + 1)}{S_1(p_1 - 1)[k_0]_1}; \quad b_{3i-2} d_{3i-2}^2 = 2 \frac{T_{3i-2}(p_i + 1)}{S_i(p_i - 1)[k_0]_{3i-2}}, \quad (3)$$

где  $T_1$  и  $T_{3i-2}$  – крутящие моменты на соответствующих зубчатых колесах;  $p_1 = z_3/z_1$ ,  $p_i = z_{3i}/z_{3i-2}$  – параметр  $i$ -й планетарной ступени;  $[k_0]_1$ ,  $[k_0]_{3i-2}$  – допускаемый силовой фактор в зацеплении с соответствующим центральным колесом.

Таблица 1 – Значения передаточных отношений

Диапазон передаточного отношения $u_i$	2,4...8	5,76...8	8...13,824	13,824...33,178
Число ступеней механизма $n$	1	1,2	2	2,3
Диапазон передаточного отношения $u_i$	33,178...64	64...79,626	79,626...191,103	191,103...512
Число ступеней механизма $n$	2,3,4	3,4	3,4,5	3,4,5,6
Диапазон передаточного отношения $u_i$	512...4096	4096...32768	32768...262144	262144...2097152
Число ступеней механизма $n$	4,5,6	5,6	6	6,7

Учитывая, что параметр  $p_i = z_{3i} / z_{3i-2}$  можно выразить через передаточное отношение соответствующей ступени механизма  $p_i = u_i - 1$ , получим

$$\frac{p_i + 1}{p_i - 1} = \frac{u_i}{u_i - 2}. \quad (4)$$

Пусть все ступени механизма имеют одинаковые числа сателлитов

$$S_1 = S_2 = \dots = S_i = \dots = S_n = S, \quad (5)$$

а также все центральные подвижные колеса изготовлены из одного и того же материала

$$\rho_1 = \rho_4 = \dots = \rho_{3i-2} = \dots = \rho_{3n-2} = \rho. \quad (6)$$

С учетом условий (3)-(6) выражение для определения коэффициента  $B_i$  принимает вид

$$B_i = \frac{T_{3i-2}}{T_1} \cdot \frac{u_i(u_i - 2)}{u_1(u_1 - 2)} \cdot \frac{[k_0]_1}{[k_0]_{3i-2}}. \quad (7)$$

В предварительных расчетах можно принять

$$T_{3i-2} = T_1 \cdot \prod_{j=1}^{i-1} u_j. \quad (8)$$

Допускаемый силовой фактор  $[k_0]_{3i-2}$  в зацеплении с соответствующим центральным колесом  $z_{3i-2}$  можно определять по приближенной зависимости из [3]

$$[k_0]_{3i-2} \approx 0,6[C_{Hr}], \quad (9)$$

где  $[C_{Hr}]$  – допускаемый коэффициент контактных напряжений.

Значение допускаемого коэффициента контактных напряжений  $[C_{Hr}]$  зависят от твердости рабочих поверхностей зубьев *HB* или *HRC* и вида их термообработки. Полагая одинаковыми материалами зубчатые колеса, их термообработку и, как следствие, одинаковую твердость, можно принять

$$\frac{[k_0]_1}{[k_0]_{3i-2}} \approx 1. \quad (10)$$

Для механизма с одинаковыми передаточными отношениями отдельных ступеней  $u_i$ , величина коэффициента  $B_i$  с учетом допущений (9) и (10) определяется следующим образом

$$B_i = \prod_{j=1}^{i-1} u_j. \quad (11)$$

Подставив (11) в (1), получим

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{2k_1} \cdot \frac{T_1}{[k_0]_1} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2} \cdot A_1 \sum_{j=1}^n u_1^{j-1}. \quad (12)$$

Введя в рассмотрение следующий параметр

$$C_H = 2 \frac{T_1}{k_1 [k_0]_1}, \quad (13)$$

получим выражение для определения относительной (аналога) массы механизма при расчете на контактную прочность

$$\bar{M}_H = \frac{M_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{u_1 - 2} \cdot A_1 \sum_{j=1}^n u_1^{j-1}, \quad (14)$$

где  $u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$ .

Исследование функции  $\bar{M}_H = \bar{M}(u_1)$  выполнено на границах области возможных передаточных отношений, где их реализация возможна различным числом ступеней механизма. Результаты расчетов приведены в таблице 2. При этом было принято  $k_1=3$  и  $n_{M1}=7$ .

По полученным данным, представленным в таблице 2, можно определить оптимальные значения ступеней механизма и соответствующие диапазоны передаточных отношений. Такие данные представлены в таблице 3.

Имея полученные данные, по заданному передаточному отношению  $U^*$  механизма определяют передаточное отношение отдельной ступени механизма

$$u_1 = \sqrt[n]{U^*}.$$

Затем выполняется подбор чисел зубьев отдельной ступени  $z_1, z_2$  и  $z_3$  соответственно. Далее уточняются полученные значения передаточных отношений отдельной ступени  $u_1^y$  и всего механизма  $u_\Sigma^y = (u_1^y)^n$ . Если необходимо увеличить точность приближения полученного значения передаточного отношения  $u_\Sigma^y$  к заданному значению  $U^*$ , то можно на входе механизма установить рядную зубчатую передачу с передаточным отношением, равным  $U^*/u_\Sigma^y$ .

Таблица 2 – Результаты расчетов

Число ступеней $n$	2					
$u_\Sigma$	13,79	33,17	47,45	64		
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	3,713	5,759	6,888	8		
$M_H$	279,225	721,22	1133,364	1680		
Число ступеней $n$	3					
$u_\Sigma$	13,82	33,2	47,465	64	191,1	269,77
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,4	3,214	3,621	4	5,76	6,461
$M_H$	615,644	777,106	1026,344	1344	4262,038	6242,725
Число ступеней $n$	4					
$u_\Sigma$	63,9	190,33	270,1	1507,12		
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,827	3,714	4,054	6,231		
$M_H$	1823,625	4132,987	5726,088	34926,18		
Число ступеней $n$	5					
$u_\Sigma$	190,38	269,96	1514,4	10435,8	10529	
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,857	3,064	4,326	6,364	6,375	

$M_H$	5383,284	6859,572	31995,547	244416,51	246812,196
Число ступеней $n$	6				
$u_\Sigma$	191,1	270,76	1509,7	10506,9	10546
$u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$	2,4	2,543	3,387	4,68	4,683
$M_H$	9124,913	10259,051	34755,796	222925,341	223771,295

Таблица 3 – Оптимальные значения ступеней и соответствующие диапазоны передаточных отношений

Число ступеней механизма $n$	1	2	3	4	5	6
Диапазон передаточного отношения $u_\Sigma$	2,4 ...8	8,1 ...46,485	46,656 ...269,774	279,106 ...1507,118	1514,369 ...10435,527	$\geq 10506,9$
Диапазон передаточного отношения $u_1$	2,4 ...8	2,846 ...6,818	3,6 ...6,4615	4,054 ...6,2307	4,3256 ...6,3636	4,68 ...8

**Выводы.** Получена целевая функция оптимизации массы многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \overline{AI}$  с одинаковыми передаточными отношениями его ступеней с учетом обеспечения контактной прочности зубчатых зацеплений. Выполнено исследование поведения целевой функции оптимизации и определены оптимальные числа ступеней механизма в зависимости от его общего передаточного отношения.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. 4. Планетарные передачи. Справочник / Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1977. – 536с. 5. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. Учебн. пособие для вузов. В 2-х ч. – Ч.1 Расчеты / Н.П. Нестерова, А.П. Коваленко, О.Ф. Тищенко и др.; под ред. О.Ф. Тищенко. – М.: Высшая школа, 1978. – 328с. 6. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов / В.Т. Абрамов // Теория механизмов и машин. Респ. межвед. научн.-техн. сборник. – Вып.32.– Харьков: Вища школа, изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – С.85-87. 7. Кирдяшов Ю.Н., Иванов А.Н. Проектирование сложных зубчатых механизмов. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1973. – 351с. 8. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1988. – 640с.

Поступила в редколлегию 03.04.2013

УДК 621.833.6

**Оптимальное число ступеней многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times \overline{AI}$  / В.А. Матусевич, Ю.В. Шарабан, А.В. Шехов, В.Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.70-75. – Бібліогр.: 8 назв.**

Розглянуто методику знаходження оптимального числа ступінь багатоступінчатого планетарного механізму в залежності від його загального передаточного відношення з урахуванням умов контактної міцності.

**Ключові слова:** планетарний механізм, контактна міцність.

The method of finding the optimal number of planetary transmissions of structure drive as function transmission ratio from conditions of contact strength is considered.

**Keywords:** planetary mechanism, contact strength.

УДК 621.833+515.2

**Н.В. МАТЮШЕНКО**, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПІ";

**В.А. БЕРЕЖНОЙ**, старший преподаватель каф. ГМКГ НТУ "ХПИ";  
**А.В. ФЕДЧЕНКО**, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ"

## АРОЧНЫЕ ЗУБЬЯ С ЦИКЛОИДАЛЬНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМОЙ

В статье получено уравнение поверхности зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с циклоидальной формой по длине, нарезанных резцовой головкой

**Ключевые слова:** арочные зубья, цилиндрическая передача, зацепление Новикова, циклоида.

**Актуальность задачи.** Зубчатые передачи целесообразно разделить на цилиндрические и все остальные. Наиболее распространенными являются эвольвентные цилиндрические передачи. Однако, одним из возможных путей обеспечения дальнейшего прогресса в редукторостроении является применение передач с зацеплением Новикова, обладающих повышенной нагрузочной способностью и улучшенными гидродинамическими условиями контактирования.

Особую заботу в передачах Новикова составляет то обстоятельство, что они могут быть только косозубыми. Этот фактор существенно сдерживает их широкое внедрение, не смотря на то, что по другим параметрам оно имеет несомненные преимущества. Появление больших осевых усилий резко отрицательно сказывается на работе подшипников, а также на конструкцию корпуса редуктора. Шевронное исполнение зубчатых колес с зацеплением Новикова сильно влияет на увеличение в осевом направлении габаритов редуктора.

Арочные зубья в настоящее время являются реальным резервом для дальнейшего повышения эффективности зубчатых передач. В ранее применявшихся арочных передачах не использовались в полной мере все заложенные в них резервы. Одна из основных причин такого положения заключалась в отсутствии систематизированной научно-обоснованной методики геометрических расчетов. Использование передач Новикова с арочной формой зубьев предполагает всесторонний анализ и учет особенностей влияния продольной формы зуба на геометрические характеристики. Поэтому настоящая задача является актуальной.

**Цель работы.** Вывод уравнения активной поверхности арочного, с циклоидальной формой по длине, зуба цилиндрических передач Новикова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой.

**Решение.** Общий вид уравнения поверхности [1] арочного зуба имеет вид

$$\begin{cases} x(\mu, \varphi) = R_{oz} \sin \left( \varphi + \arctg \left( \frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ y(\mu, \varphi) = R_{oz} \cos \left( \varphi + \arctg \left( \frac{x(\mu)}{y(\mu)} \right) \right); \\ z(\mu, \varphi) = f(\mu, \varphi). \end{cases}$$

Функция  $R_{oz} = \sqrt{x^2(\mu) + y^2(\mu)}$  – радиус цилиндра, определяемый точкой

$\tilde{M}(x(\mu); y(\mu))$ , которая является текущей точкой срединного профиля зуба колеса. Этот профиль получен как огибающая однопараметрического семейства ( $\mu$  – параметр) мгновенных положений исходного контура режущего инструмента. В зависимости от вида функции  $f(\mu, \varphi)$  получаем ту или иную форму активной поверхности арочного зуба колеса.

Рассмотрим случай, когда при зубонарезании используют специальные режцовые головки, в которых резцы установлены группами так, что окончательное формообразование каждой впадины между зубьями на заготовке осуществляется резами только одной группы. При этом инструменту сообщается вращение вокруг своей оси и поступательное движение, согласованное с вращением заготовки, а подача врезания производится вдоль оси инструмента (рисунок 1).

Найдем уравнение поверхности арочного зуба колеса, если производящая рейка имеет зубья, очерченные в продольном направлении по циклоиде.

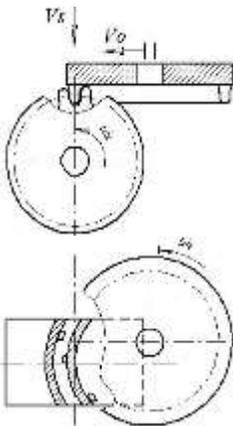


Рисунок 1 – Метод нарезания арочных зубьев

уравнение обыкновенной циклоиды имеет вид:  
в параметрическом виде

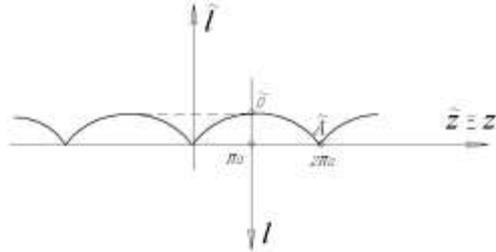


Рисунок 2 – Обыкновенная арка и связь систем координат

$$\begin{cases} \tilde{z} = a(t - \sin t); \\ \tilde{l} = a(1 - \cos t), \end{cases}$$

– уравнение обыкновенной циклоиды в системе координат  $(\tilde{z}; \tilde{l})$ ;  $a$  – параметр циклоиды (рисунок 2).

В явном виде уравнение обыкновенной циклоиды имеет вид

$$\tilde{z} = \pm \arccos\left(1 - \frac{\tilde{l}}{a}\right) - \sqrt{2\left(\frac{\tilde{l}}{a}\right) - \left(\frac{\tilde{l}}{a}\right)^2} + 2\pi k, \\ (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

В системе координат  $(z; l)$ , связанной с системой координат  $(\tilde{z}; \tilde{l})$  уравнениями

$$\begin{cases} l = -\tilde{l}; \\ z = \tilde{z} - \pi a, \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = a(-\pi + t - \sin t); \\ l = a(-1 + \cos t), \end{cases} \quad (1)$$

в явном виде

$$z = -\pi a \pm a \arccos \left( 1 + \frac{l}{a} \right) - \sqrt{-2 \left( \frac{l}{a} \right) - \left( \frac{l}{a} \right)^2} + 2\pi k.$$

Уравнение полуарки  $\tilde{O}A$  этой циклоиды будет иметь вид:

$$z = -\pi a \pm a \arccos \left( 1 + \frac{l}{a} \right) - \sqrt{-2 \left( \frac{l}{a} \right) - \left( \frac{l}{a} \right)^2} + 2\pi.$$

Установим связь между углом поворота  $\varphi$  колеса и аппликатой точки активной поверхности зуба  $\tilde{O}$ . Сам же зуб представляет собой тороидальную поверхность с циклоидальной образующей.

Каждому повороту  $\varphi$  колеса (точке  $\tilde{O}$  соответствует угол  $\varphi = 0$ ) соответствует точка  $M \in l$  (здесь  $l$  – начальная прямая) (рисунок 3).

Абсцисса точки  $M$  равна

$$l_M = -2a + R_{oz}\varphi. \quad (2)$$

Точка  $M$  соответствует точке  $\tilde{M}$  арки. Ордината точки  $\tilde{M}$

$$z = z(\varphi) = -\pi a - a \arccos \left( 1 + \frac{R_{oz}\varphi - 2a}{a} \right) - \sqrt{-2 \left( \frac{R_{oz}\varphi - 2a}{a} \right) - \left( \frac{R_{oz}\varphi - 2a}{a} \right)^2}$$

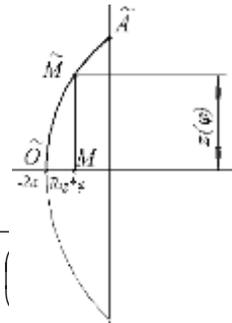


Рисунок 3 – Преобразованная форма арки

Или окончательное уравнение образующей полушеврона зуба колеса:

$$z(\varphi) = -\pi a - a \arccos \left( \frac{R_{oz}\varphi}{a} - 1 \right) - \sqrt{4 - \frac{2R_{oz}\varphi}{a} - \left( 2 - \frac{R_{oz}\varphi}{a} \right)^2} + 2\pi.$$

Найдем пределы изменения  $\varphi$ .

Очевидно, что  $0 \leq z \leq 0,5b_w$ . Из уравнения (1) следует, что

$$0 \leq a(-\pi + t - \sin t) \leq 0,5b_w,$$

или  $0 \leq t \leq t^*$ , где  $t^*$  – решение уравнения  $t - \sin t = \pi + \frac{0,5b_w}{a}$ .

Согласно (1) имеем:

$$-2a \leq l_M \leq a(-1 + \cos t^*).$$

Учитывая (2), имеем:

$$-2a \leq -2a + R_{oz}\varphi \leq a(-1 + \cos t^*); \quad 0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{oz}}(1 + \cos t^*).$$

Итак, уравнение образующей верхнего полушеврона:

$$z(\varphi) = -\pi a - a \arccos\left(\frac{R_{o_2}\varphi}{a} - 1\right) - \sqrt{4 - \frac{2R_{o_2}\varphi}{a} - \left(2 - \frac{R_{o_2}\varphi}{a}\right)^2} + 2\pi;$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{o_2}}(1 + \cos t^*).$$

где  $t^*$  – решение уравнения  $t - \sin t = \pi + \frac{0,5b_w}{a}$ .

Аналогично рассуждая, получим уравнение направляющей нижнего полушевра:

$$z(\varphi) = \pi a + a \arccos\left(\frac{R_{o_2}\varphi}{a} - 1\right) + \sqrt{4 - \frac{2R_{o_2}\varphi}{a} - \left(2 - \frac{R_{o_2}\varphi}{a}\right)^2} - 2\pi;$$

$$0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{o_2}}(1 + \cos t^*),$$

где  $t^*$  – решение уравнения  $t - \sin t = \pi - \frac{0,5b_w}{a}$ .

Итак, уравнение активной поверхности нижнего полушевра

$$\begin{cases} x_n(\mu, \varphi) = R_{o_2} \sin\left(\varphi + \arctg\left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right); \\ y_n(\mu, \varphi) = R_{o_2} \cos\left(\varphi + \arctg\left(\frac{x(\mu)}{y(\mu)}\right)\right); \\ z_n(\mu, \varphi) = \pi a + a \cdot \arccos\left(\frac{R_{o_2}\varphi}{a} - 1\right) + \sqrt{4 - \frac{2R_{o_2}\varphi}{a} - \left(2 - \frac{R_{o_2}\varphi}{a}\right)^2} - 2\pi, \end{cases}$$

где  $\mu \in \left(-\frac{\pi}{z}; \frac{\pi}{z}\right)$ ;  $0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{o_2}}(1 + \cos t^*)$ ;  $t^*$  – решение уравнения  $t - \sin t = \pi - \frac{0,5b_w}{a}$ ;

$(x(\mu); y(\mu))$  – уравнение огибающей (текущая точка срединного профиля зуба колеса).

Уравнение активной поверхности верхнего полушевра

$$\begin{cases} x_g = x_n; \\ y_g = y_n; \\ z_g = -z_n, \end{cases}$$

где  $0 \leq \varphi \leq \frac{a}{R_{o_2}}(1 + \cos t^*)$ ;  $t^*$  – решение уравнения  $t - \sin t = \pi + \frac{0,5b_w}{a}$ .

На рисунке 4 показана графическая реализация средствами пакета Maple 5 вышеизложенной методики построения арочного зуба.

**Выводы.** Полученные уравнения позволяет находить в каждом конкретном случае локально-геометрические характеристики поверхности в номинальных точках контакта и локально-кинематические свойства зацепляющейся пары колес.

**Список литературы:** 1. Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В. Уравнение поверхности арочных зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ, нарезанных резцовой головкой // Вестник ХГПУ: Сб. научн. трудов. – Харьков, 1999. – №50. – С.118-127. 2. Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В. Условие существования физического контакта в цилиндрических передачах Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2006. – №22. – С.139-146. 3. Дыгало А.И., Демковский И.П., Матюшенко Н.В. Экстремальная теорема об определении точек контакта в цилиндрических передачах Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2008. – №29. – С.40-44.



Рисунок 4 – Арочный зуб с циклоидальной формой

Поступила в редакцию 11.03.2013

УДК 621.833+515.2

**Арочные зубья с циклоидальной продольной формой / Н.В. Матюшенко, В.А. Бережной, А.В. Федченко // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.75-79. – Бібліогр.: 3 назв.**

В даній статті отримано рівняння поверхні зубів циліндричних передач Новикова ДЛЗ з циклоїдальною подовжною формою, що нарізаних різцевою головкою.

**Ключові слова:** арочні зуб'я, циліндрична передача, зацеплення Новикова, циклоїда.

An equation of the cycloidal-arc tooth's surface of Novikov's cylindrical gearing with two action lines is found in the present note by the duplex spread blade method.

**Keywords:** arched points, cylindrical transmission, cylindrical gearing by Novikov's, cycloid.

УДК 621.01.833

**Х.Д. МУСТАФАЕВ**, к.т.н., докторант каф. металловедения и механики машин АзАСУ, Баку, Азербайджан

## **ДИНАМИКА РАЗГОНА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА СТОЛА ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН**

В работе исследуется влияние конструктивных элементов, возбуждающих сил, сил трения, механической характеристики двигателя на динамику разгона электропривода стола технологических машин.

**Ключевые слова:** привод, динамика, разгон, точность, машина.

**Введение. Актуальность работы.** Точность перестановки стола технологических машин, в частности металлорежущих станков, относительно инструмента или наоборот имеет важное значение в технике. Например, при обработке отверстия в сверлильных станках точное межосевое расстояние обеспечивается методом точной координатной перестановки стола. Возникает вопрос, при каких режимах работы обеспечивается достаточно точное межосевое расстояние и сравнительно большая производительность станка.

Точность перестановки стола из одной позиции в другую непосредственно зависит от динамических свойства привода и от характера движущего момента, моментов инерции движущихся масс, величины трения в направляющих, системы управления и т.д. [1]

**Цель работы.** В данной работе сделана попытка рассмотреть динамику разгона электромеханического привода стола\*.

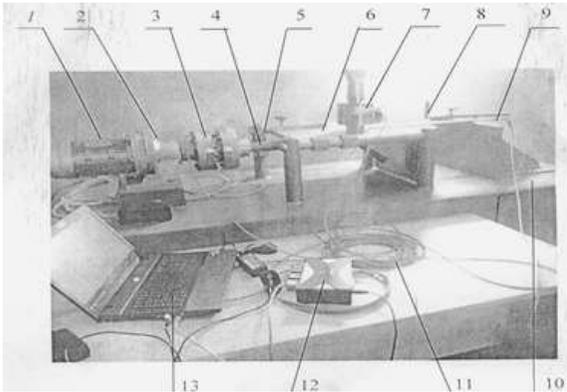


Рисунок 1 – Экспериментальная установка:

- 1 – мотор-редуктор; 2 – шпоночная муфта; 3 – датчик крутящего момента ТВ2; 4 – ходовой винт; 5 – конечный переключатель; 6 – стол; 7 – датчик измерения усилий U2B; 8 – ограничитель перемещения; 9 – датчик перемещения WA-500; 10 – стол-подставка; 11 – соединительные кабели; 12 – Гуантум<sup>Х</sup>; 13 – ноутбук

При включении электродвигателя в движение приходит масса с момента инерции  $J_1$ . Масса с моментом инерции  $J_2$  приходит в движение только тогда, когда упругая деформация звеньев будет соответствовать полной величине сопротивления и будут выбраны все зазоры в приводе. Движение привода стола разделено на два этапа. На первом этапе в течение времени от  $t=0$  до  $t=t_1$  в движении находится масса с

**Содержание исследований.** На рисунке 1 показана экспериментальная установка электромеханического привода стола. Как видно из этого рисунка, привод состоит из большого числа сосредоточенных (ротор электродвигателя, соединительные муфты, шестерни и т.п.) и распределенных масс.

На рисунке 2 показана кинематическая схема электромеханического привода стола. Стол приводится в движение от асинхронного мотора редуктора 1, датчика крутящего момента, шпоночной муфты и ходового валика. Движения стола туда и обратно управляется двумя датчиками-переключателями.

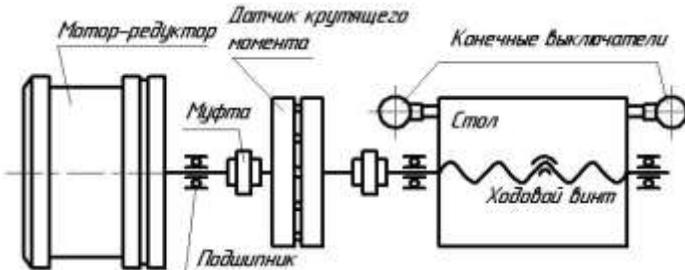


Рисунок 2 – Кинематическая схема электромеханического привода стола

На рисунке 3 привод приведен к двухмассовой модели.

При включении электродвигателя в движение приходит масса с момента инерции  $J_1$ . Масса с моментом инерции  $J_2$  приходит в движение только тогда, когда упругая деформация звеньев будет соответствовать полной величине сопротивления и будут выбраны все зазоры в приводе. Движение привода стола разделено на два этапа. На первом этапе в течение времени от  $t=0$  до  $t=t_1$  в движении находится масса с

\*Электромеханический привод стола спроектирован и испытан под руководством д.т.н., профессора Х.С. Самидова и испытан совместно с докторантом Х.Д. Мустафаевым.

моментом инерции  $J_1$ , а на втором этапе в течение времени от  $t=t_1$  до  $t=t_2$  в движении будут обе массы. На первом этапе уравнение движения массы  $J_1$  получит вид:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + \beta \dot{\varphi}_1 + c \varphi_1 = M_D, \quad (1)$$

где  $\varphi_1$  – угловая координата движения;  $J_1$  – момент инерции;  $\beta$  – коэффициент затухания колебания системы,  $c$  – приведенная жесткость привода,  $M_D$  – момент электродвигателя.

Электрический вращающий момент, действующий на неподвижный ротор электродвигателя в первый этап, после включения в сеть, вычисляется по формуле [10]

$$M_D = M_H \left[ 1 + e^{-\lambda_2 t} - \left( e^{-\lambda_2 t} \cos(\omega t - \varphi) + e^{-\lambda_2 t} \cos(\omega t + \varphi) \right) / \cos \varphi \right], \quad (2)$$

где  $M_H$  – номинальный пусковой момент электродвигателя;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты затухания колебаний в электрической системе двигателя,  $\omega$  – синхронная угловая скорость электродвигателя,  $\cos \varphi$  – коэффициент мощности.

Учитывая выражение (2), уравнение (1) запишем в виде

$$\ddot{\varphi} + 2\delta \dot{\varphi} + k^2 \varphi = M_H / J_1 \left[ 1 + e^{-\lambda_2 t} - \left( e^{-\lambda_2 t} \cos(\omega t - \varphi) + e^{-\lambda_2 t} \cos(\omega t + \varphi) \right) / \cos \varphi \right], \quad (3)$$

где  $2\delta = \beta / J_1$ ;  $k^2 = C / J_1$ .

Решение уравнения 3 складывается из общего решения однородного, соответствующего данному, и частного решения. Решение уравнения 3 без правой части имеет вид

$$\varphi_1 = e^{-\sigma t} (c_1 \cos pt + c_2 \sin pt), \quad (4)$$

где  $p^2 = \delta^2 - k^2$ ,  $c_1$  и  $c_2$  – произвольные постоянные.

Частное решение уравнения (3) запишем так:

$$\varphi_2 = M_q + M_d e^{-\lambda_2 t} + e^{-\lambda_1 t} M_H [A \cos(\omega t - \varphi) + B \sin(\omega t - \varphi)] + e^{\lambda_2 t} M_H [D \cos(\omega t + \varphi) + N \sin(\omega t + \varphi)], \quad (5)$$

где  $A$ ,  $B$ ,  $D$  и  $N$  – произвольные постоянные.

Выражение (5) два раза дифференцируем, подставим в уравнение (3) и, приравнявая значения соответствующих членов, получим:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_1 + k^2}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_1 + k^2)^2]}; \\ B &= (2\omega(\delta - \lambda_1)) / (J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_1 + k^2)^2]); \\ D &= \frac{\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_2 + k^2}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_2)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_2 + k^2)^2]}; \\ N &= (2\omega(\delta - \lambda_2)) / (J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_2)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\delta\lambda_2 + k^2)^2]); \\ M_1 &= M_H / J_1 (\lambda_2^2 - 2\lambda_2 + k^2); \quad M_q = M_H / J_1 k^2. \end{aligned} \quad (6)$$

Следовательно, общее решение уравнения (3)  $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$  будет

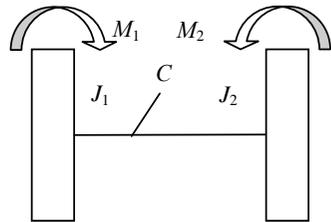


Рисунок 3 – Динамическая модель электропривода стола

$$\varphi = e^{-\sigma t} (c_1 \cos pt + c_2 \sin pt) + M_H / J_1 k^2 + M_H / J_1 (\lambda_2^2 - 2\lambda_2 + k^2) - \frac{M_H e^{-\lambda_1 t} [\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2] \cos(\omega t - \varphi) + 2\omega(\delta - \lambda_1) \sin(\omega t - \varphi)}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2)^2]} - \frac{M_H e^{-\lambda_2 t} [\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2] \cos(\omega t - \varphi) + 2\omega(\delta - \lambda_2) \sin(\omega t - \varphi)}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_2)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2)^2]}. \quad (7)$$

Используя начальные условия  $t=0$ ,  $\varphi=0$ ,  $\dot{\varphi}=0$ , найдем значения произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$ ,

$$C_1 = M_H / J_1 k^2 - M_H / J_1 (\lambda_2^2 - 2\lambda_2 + k^2) + \frac{M_H [(\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2) \cos \varphi - 2\omega(\delta - \lambda_1) \sin \varphi]}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2)^2]} + \frac{M_H [(\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2) \cos \varphi + 2\omega(\delta - \lambda_2) \sin \varphi]}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_2)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2)^2]}. \quad (8)$$

$$C_2 = \delta M_H / J_1 p k^2 - M_H (\delta - \lambda_2) / J_1 p (\lambda_2^2 - 2\lambda_2 + k^2) + \frac{M_H [(\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2)(\delta \cos \varphi - \lambda_1 \cos \varphi + \sin \varphi)]}{J_1 p \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_1^2 - \omega^2 - 2\lambda_1 + k^2)^2]} - \frac{M_H [2\omega(\delta - \lambda_1) \delta \sin \varphi - \lambda_1 \sin \varphi - \omega \cos \varphi]}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_1)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2)^2]} + \frac{M_H [(\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2)(\delta \cos \varphi - \omega \sin \varphi) + 2\omega(\delta - \lambda_2)(\delta \sin \varphi - \lambda_2 \sin \varphi + \omega \cos \varphi)]}{J_1 \cos \varphi [4\omega^2 (\delta - \lambda_2)^2 + (\lambda_2^2 - \omega^2 - 2\lambda_2 + k^2)^2]}. \quad (9)$$

Таким образом, упругий момент  $M_y = c \cdot \varphi$  в кинематической цепи электропривода стола при разгоне определяется выражением

$$M_y = M_H c = \left\{ e^{-\delta t} (c_1 \cos pt + c_2 \sin pt) + e^{-\lambda_1 t} [A \cos(\omega t - \varphi)] + B \sin(\omega t - \varphi) \right\} + e^{-\lambda_2 t} [M \cos(\omega t + \varphi) + N \sin(\omega t + \varphi)] + e^{-\lambda_2 t} / J_1 (\lambda_2^2 - 2\delta \lambda_2 + k^2)^2 + 1 / J_1 k^2 \}. \quad (10)$$

Как видно из выражения (10), первый этап разгона электропривода стола является аллергическим движением. Первые три слагаемые представляют собой затухающие колебания, возникающие вследствие наличия возбуждающей силы. Они имеют различные амплитуды, различные фазы и различные частоты колебания. Эти слагаемые содержат периодическую функцию с периодом  $\tau_1 = 2\pi/p$ ; периодом  $\tau_2 = \tau_3 = 2\pi/\omega$ ; где  $p$  – частота собственных колебаний системы.

Вследствие наличия множителей  $e^{-\delta t}$ ,  $e^{-\lambda_1 t}$ ,  $e^{-\lambda_2 t}$  эти слагаемые постепенно убывают и вызванные в начале разгона колебания постепенно убывают. Темпы затухания колебаний зависят от величины параметров  $\delta$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  которые выражаются  $\delta_1 = \beta/2J_1$ ,  $\lambda_1 = Z_S/X_S$  и  $\lambda_2 = Z_P/X_P$ , где  $Z_S$ ,  $X_S$ ,  $Z_P$  и  $X_P$  – соответствующие активные и индуктивные сопротивления статора и ротора электродвигателя.

Пренебрегая затуханием в механической и электрической частях систе-

мы ( $\delta=\lambda_1=\lambda_2$ ) можно определить наибольший крутящий момент в упругой системе привода.

При этом выражение упругого момента примет вид

$$M_y = 2M_H \left( 1 - \cos kt - \frac{\cos \omega t}{1 - \omega^2 / k^2} + \frac{\cos kt}{1 - \omega^2 / k^2} \right). \quad (11)$$

Как видно из последней формулы, момент упругой силы, возникающий при пуске электродвигателя, возрастает с увеличением частоты собственных колебаний привода. С этой точки зрения целесообразно уменьшить жесткость системы за счет введения в кинематическую цепь упругих элементов.

Как было отмечено выше, масса с моментом инерции  $M_y$  придет в движение только тогда, когда момент упругой системы привода стола будет равен величине сопротивления, т.е.

$$M_C = C\varphi. \quad (12)$$

На этапе совместного движения масс с моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$  и (рисунк 2) управления движения будут

$$\left. \begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 + \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_g; \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c(\varphi_1 - \varphi_2) &= -M_C. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Механическая характеристика асинхронного электродвигателя, шунтового двигателя постоянного тока, система генератор-двигатель и даже гидравлического двигателя изменяется по линейному закону [3, 4, 5, 6],

$$M_g = (M_H / S_H)(1 - \dot{\varphi}_1 / \omega). \quad (14)$$

где  $M_H$  – номинальный момент электродвигателя,  $S_H$  – номинальное скольжение.

Подставляя (14) в уравнение (13) и принимая обозначения  $a=\beta/J_1$ ;  $b=M_H/(J_1 S_H \omega)$ ;  $d=C/J_1$ ;  $h=\beta/J_2$ ;  $z=C/J_2$ ;  $M_1=M_H/(J_1 S_H)$ ;  $M_2=M_C/J_2$  будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\varphi}_1 + a(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + \beta\dot{\varphi}_1 + d(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_1; \\ \ddot{\varphi}_2 + h(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - z(\varphi_1 - \varphi_2) &= -M_2. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Решение уравнения (15) без правой части, можно принять в виде

$$\varphi_1 = D \cdot e^{st}; \quad \varphi_2 = N \cdot e^{st}. \quad (16)$$

где  $D$  и  $N$  – произвольные постоянные.

Подставив (16) в однородное уравнение без правой части (15) получим:

$$D(S^2 + as + bs + d) - N(as + d) = 0; \quad -D(hs + z) + N(S^2 + hs + z) = 0. \quad (17)$$

Как известно, уравнение (17) даст решения, отличное от нуля, если равен нулю определитель

$$\begin{vmatrix} (S^2 + as + bs + d) & (as + d) \\ (hs + z) & (S^2 + hs + z) \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

Отсюда получим

$$S^4 + (a + b + h)S^4 + (d + bh + z)S^2 + bzs = 0. \quad (19)$$

Решая это уравнение, найдем

$$S_1 = 0; S_3 = -n + ip; S_1 = l; S_4 = -n - ip. \quad (20)$$

Подставляя  $S$  в однородное уравнение и принимая обозначения

$$D_1 = N_1; D_2 = \gamma_2 N_2; D_3 = \gamma_3 N_3; D_4 = \gamma_4 N_4, \quad (21)$$

получим общее решение уравнения (15) без правой части:

$$\psi_1 = N_1 + \gamma_2 N_2 + e^{-lt} + e^{-nt} (\gamma_3 N_3 \cos pt + \gamma_4 N_4 \sin pt); \quad (22)$$

$$\psi_2 = N_1 + N_2 e^{-lt} + e^{-nt} (N_3 \cos pt + N_4 \sin pt).$$

Частное решение уравнения (15) будем искать в виде

$$\psi_3 = \alpha_1 t + \beta_1; \psi_4 = \alpha_2 t + \beta_2. \quad (23)$$

Подстановка выражения (23) в уравнение (15) приводит к равенствам

$$\begin{aligned} a(\alpha_1 - \alpha_2) + b\alpha_1 + d[(\alpha_1 - \alpha_2)t + \beta_1 - \beta_2] &= M_1; \\ -h(\alpha_1 - \alpha_2) - z[(\alpha_1 - \alpha_2)t + \beta_1 - \beta_2] &= M. \end{aligned} \quad (24)$$

Отсюда получаем для определения коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  уравнения:

$$d(\alpha_1 - \alpha_2) = 0; da_1 + d(\beta_1 - \beta_2) = M_1; z(\beta_1 - \beta_2) = -M_2. \quad (25)$$

Из этих уравнений получаем

$$a_1 = a_2 = (M_1 z - dM_2) / bz; \beta_1 = M_2 / z. \quad (26)$$

Таким образом, частное решение уравнения (15) будет:

$$\psi_3 = 1/b_z \cdot (M_1 z - dM_2)t + M_2 / z; \psi_4 = 1/b_z \cdot (M_1 z - dM_2)t. \quad (27)$$

Общие решения уравнения (15)  $\phi_1 = \psi_1 + \psi_3, \phi_2 = \psi_2 + \psi_4$  будет иметь вид:

$$\phi_1 = N_1 + Y_2 N_2 e^{-lt} + e^{-nt} (Y_3 N_3 \cos pt + Y_4 N_4 \sin pt) + 1/b_z \cdot (M_1 z - dM_2)t + M_2 / z;$$

$$\phi_2 = N_1 + N_2 + e^{-lt} + e^{-nt} (N_3 \cos pt + N_4 \sin pt) + 1/b_z \cdot (M_1 z - dM_2)t. \quad (28)$$

В соответствии с принятыми начальными условиями для второго этапа разгона электропривода стола  $t=0, \phi_1 = \phi_0, \dot{\phi}_1 = \omega_0, \phi_2 = 0$ .

Запишем уравнения для определения произвольных постоянных  $N_1, N_2, N_3, N_4$ :

$$\left. \begin{aligned} N_1 + \gamma_2 N_2 + \gamma_3 N_3 + M_2 / z &= \phi_0; \\ N_1 + N_2 + N_3 &= 0; \\ -l\gamma_2 N_2 + p\gamma_4 N_4 - n\gamma_3 N_3 + (1/b_z)(M_1 z - dM_2) &= \omega_0; \\ -lN_2 + pN_4 - nN_3 + (1/b_z)(M_1 z - dM_2) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Решая систему уравнений (29), получим:

$$\begin{aligned} N_1 = -N_2 - N_3; \quad N_2 &= \frac{(1 - \gamma_3) \left[ \frac{1}{b_z} (M_1 z - dM_2) (1 - \gamma_4 \omega_0) \right] + n(\gamma_4 - \gamma_3) \left( \frac{M_2}{7} - \phi_0 \right)}{l(\gamma_4 - \gamma_2)(\gamma_3 - 1) + n(\gamma_3 - \gamma_4)(\gamma_2 - 1)}; \\ N_3 &= \frac{N_2(1 - \gamma_2) - \frac{M_2}{z} + \phi_0}{\gamma_3 - 1}; \quad N_4 = \frac{nN_3 + lN_2 - \frac{1}{b_z} (M_1 z - dM_2)}{P}. \end{aligned} \quad (30)$$

Как видно из решений уравнений (7) и (28), разгон электропривода зависит от многих факторов, таких как моментов инерции ведущих и ведомых деталей, моментов движущих сил и сил сопротивления, жесткости конструктивных элементов, скорости движения, характеристики движущего момента и т.п.

Из-за объема статьи здесь не проводятся подробный анализ действия всех факторов на характер протекания разгона привода, лишь приводятся некоторые фрагменты из них.

Результаты численных решений уравнений (7), (28), при следующих значения параметров привода

$$\begin{aligned} J_1 &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; C = 710 \text{ Н/рад}; M_C = 1,0 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ J_2 &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; \beta = 0,1; \omega = 157 \text{ с}^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

представлены на рисунке 4. Как видно из графика  $\varphi_2 = t_2(t)$  вследствие упругости конструктивных элементов привода, масса с моментом инерции  $J_2$  вступает в свое движение позднее, чем масса с моментом инерции  $J_1$ . Вследствие этого в начале разгона в системе происходит скручивание. Масса с моментом инерции  $J_2$  вступает в свое движение с большим ускорением (скачком), чем масса  $J_1$ ,

вследствие чего через определенное время в точке "В" угловые скорости этих масс становятся равными друг другу. Затем угловая скорость  $\omega_2$  массы с инерцией  $J_2$  становится больше, чем скорость  $\omega_1$  массы с моментом инерции  $J_1$ . Следовательно, в приводе происходит раскручивание. Причем это раскручивание продолжается до тех пор, пока угловая скорость массы с моментом инерции  $J_2$  не станет равной угловой скорости массы с моментом инерции  $J_1$ . В дальнейшем привод стола двигается равномерно, т.е. заканчивается разгон.

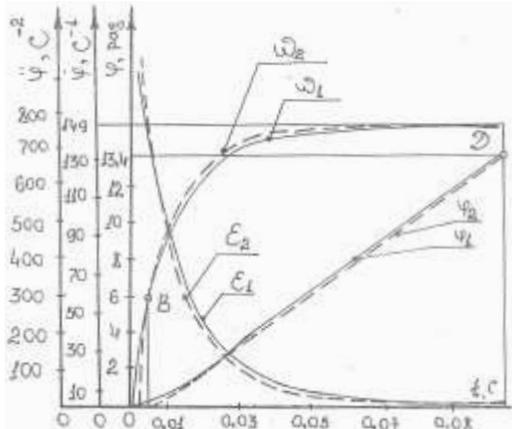


Рисунок 4 – Кривые изменения угла поворота, угловой скорости и углового ускорения привода стола

Найдя разницу между значениями углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  в точке "Д" (в конце разгона) можно определить динамической ошибки  $\Delta\varphi$  и момента упругости силы  $M_{\text{упр}} = c \cdot \Delta\varphi$  электропривода стола.

В таблице 1 приведены расчеты угла поворота, скорости и ускорения массы с моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$ , а также разницы этих величин  $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ ,

$$\begin{aligned} J_1 &= 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; C = 710 \text{ Н/рад}; M_C = 0,2 \text{ Н} \cdot \text{м}; \\ J_2 &= 11,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; \beta = 0,1; \omega = 157 \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

В таблице 2 даны результаты расчета этих же величин в тех же значениях параметров, но при величине момента сопротивления  $M_c = 1,0 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . Сравнивая результаты расчетов, приведенных в таблицах 1 и 2 можно убедиться, что при увеличении момента сопротивления в системе увеличивается путь и время разгона.

Таблица1 – углы поворота, скорости и ускорения массы с моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$ 

$\omega = 157\text{c}^{-1}$ ; $J_1 = 5 \cdot 10^{-4}\text{H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ; $J_2 = 5 \cdot 10^{-4}\text{H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ; $C = 710\text{H}/\text{рад}$ ; $\beta = 0,1$ ; $M_C = 2,0\text{H} \cdot \text{м}$									
$t, \text{с}$	$\varphi_1, \text{рад}$	$\varphi_2, \text{рад}$	$\Delta\varphi, \text{рад}$	$\dot{\varphi}_1, \text{с}^{-1}$	$\dot{\varphi}_2, \text{с}^{-1}$	$\Delta\dot{\varphi}, \text{с}^{-1}$	$\ddot{\varphi}_1, \text{с}^{-2}$	$\ddot{\varphi}_2, \text{с}^{-2}$	$\Delta\ddot{\varphi}, \text{с}^{-2}$
0,001	0,008	0,003	0,005	20,25	14,23	6,02	12504	17232	-4728
0,002	0,036	0,028	0,008	31,16	31,15	0,010	12097	14828	-2731
0,003	0,071	0,062	0,009	43,99	44,57	-0,58	11507	12591	-1084
0,004	0,124	0,116	0,008	54,71	55,70	-0,099	10682	11058	-378
0,005	0,184	0,176	0,008	65,28	66,95	-0,67	9705	9795	-90,0
0,006	0,253	0,246	0,007	74,70	75,35	-0,65	8744	8735	9,0
0,008	0,423	0,417	0,008	90,00	90,60	-0,60	7102	7050	52
0,01	0,613	0,608	0,005	103,1	103,6	-0,050	5709	5651	58
0,02	1,848	1,847	0,001	137,8	138,0	-0,20	1940	1920	20
0,03	3,297	3,296	0,001	149,7	149,8	-0,1	670	664	6
0,04	4,818	4,817	0,001	153,7	153,7	-0,02	228	226	2
0,06	7,916	7,915	0,001	155,6	155,67	-0,01	25,2	25,0	0,2
0,08	11,03	11,03	0	155,8	155,8	0	3,0	3,0	0

Таблица2 – углы поворота, скорости и ускорения массы с моментами инерции  $J_1$  и  $J_2$ 

$\omega = 157\text{c}^{-1}$ ; $J_1 = 6,3 \cdot 10^{-4}\text{H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ; $J_2 = 11,5 \cdot 10^{-4}\text{H} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$ ; $C = 710\text{H}/\text{рад}$ ; $\beta = 0,1$ ; $M_C = 1,0\text{H} \cdot \text{м}$									
$t, \text{с}$	$\varphi_1, \text{рад}$	$\varphi_2, \text{рад}$	$\Delta\varphi, \text{рад}$	$\dot{\varphi}_1, \text{с}^{-1}$	$\dot{\varphi}_2, \text{с}^{-1}$	$\Delta\dot{\varphi}, \text{с}^{-1}$	$\ddot{\varphi}_1, \text{с}^{-2}$	$\ddot{\varphi}_2, \text{с}^{-2}$	$\Delta\ddot{\varphi}, \text{с}^{-2}$
0,001	0,014	0,006	0,008	18,75	15,22	3,53	11087	14724	-3637
0,002	0,042	0,032	0,01	29,46	28,50	0,96	10950	12511	-1561
0,003	0,078	0,068	0,01	40,01	40,11	-0,10	10372	10995	-623
0,004	0,112	0,111	0,001	50,30	50,80	-0,50	9549	9752	-203
0,005	0,174	0,166	0,008	59,49	60,08	-0,59	8721	8765	-44
0,006	0,236	0,229	0,007	67,95	58,55	-0,60	7923	7903	20
0,008	0,389	0,382	0,007	82,19	82,75	-0,56	6544	6499	45
0,01	0,565	0,559	0,006	94,23	94,56	-0,33	5376	5335	41
0,02	1,706	1,703	0,003	128,4	128,6	-0,20	2018	2002	16
0,03	3,064	3,062	0,002	149,2	149,3	-0,10	759	753	6
0,04	4,505	4,503	0,002	152,1	152,1	0	284	282	2
0,06	7,460	7,458	0,02	153,6	153,6	0	39,83	39,51	0,32
0,08	10,44	10,43	0,001	154,6	154,6	0	5,73	5,68	0,05
0,1	13,42	13,41	0,001	154,6	155,1	0	0,78	0,78	0

Исследования как теоретически, так и экспериментально показывают, что увеличением коэффициента инерционности  $J=J_2/J_1$  системы при одинаковых значениях остальных параметров привода динамическая ошибка, упругий момент и время разгона электропривода стола увеличиваются. С этой точки зрения при проектировании машин целесообразно стремиться к уменьшению коэффициента инерционности  $J$ .

### Выводы:

1. Выявлена неравномерность движения электромеханического привода стола при разгоне.
2. Нежесткая механическая характеристика асинхронного электродвигателя, переменная сила сопротивления в системе и упругость звеньев привода приводят к увеличению динамической ошибки в системе при разгоне.
3. Для уменьшения динамической ошибки в приводе стола необходимо уменьшить коэффициент инерционности и жесткости системы.
4. Наибольший момент упругой силы, возникающий при разгоне, бывает

на первом этапе разгона. Значение динамического момента в этом случае 4-6 раз превышает значения номинального пускового момента электродвигателя.

**Список литературы:** 1. Самидов Х.С., Самидов Э.Х. Динамика и оптимальное конструирование машин. – Баку: Нурлан, 2003. – 622с. 2. Терских В.П. Расчеты крутильных колебаний силовых установок. – Л.: Судпромгиз, 1953-1954. – Т.1 – 259с. – Т.2 – 215с. – Т.3 – 200с. 3. Кудинов В.А. Динамика станков – М.: Машгиз, 1967 – 359с. 4. Ривин Е.И. Динамика приводов станков. – М.: Машиностроение, 1969. – 204с. 5. Никитин Б.В. Расчет динамических характеристик металлорежущих станков. – М.: Машгиз, 1962. – 111с. 6. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с.

*Поступила в редколлегию 05.03.2013*

УДК 621.01.833

**Динамика разгона электромеханического привода стола технологических машин / Х.Д. Мустафаев** // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.79-87. – Бібліогр.: 6 назв.

У роботі досліджується вплив конструктивних елементів, збуджуючих сил, сил тертя, механічної характеристики двигуна на динаміку розгону електроприводу стола технологічних машин.

**Ключові слова:** привід, динаміка, розгін, точність, машина.

In this work analyzed influences of construction elements and anxious forces to dynamic technologic machine.

**Keywords:** drive, dynamics, acceleration, accuracy, machine.

УДК 621.833

**А.М. НАДЖАФОВ**, д.т.н., доцент каф. ДМ и ПТМ АзГУ, Баку, Азербайджан;  
**А.И. АБДУЛЛАЕВ**, д.т.н., проф., заведующий каф. ДМ и ПТМ АзГУ

## **О РЕЗУЛЬТАТАХ ПРОМЫШЛЕННОГО ИСПЫТАНИЯ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО ДВУХПОТОЧНОГО ПАКЕТНОГО РЕДУКТОРА СТАНКА-КАЧАЛКИ СКД 3-1,5-710**

Представлены результаты промышленного испытания на нефтепромыслах Пираллахы трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора станка-качалки СКД-3-1,5-710.

**Ключевые слова:** редуктор, нефтепромыслы.

**Актуальность задачи.** На кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета разработана, изготовлена и испытана принципиально новая конструкция многоступенчатого редуктора на двух валах с цилиндрическими зубчатыми колесами, отличающийся компактностью, малой металлоемкостью, повышенной надежностью и высокими эксплуатационными показателями [1].

По сравнению с классическими многоступенчатыми редукторами пакетные редукторы (ПР) обладают рядом специфических особенностей, определяющих целесообразность их применения как в механизмах тонких и точных приборов, так и тяжелых и мощных современных машинах и приводах.

Редуктор назван пакетным из-за взаимно наложенного расположения его основных конструктивных элементов – зубчатых двухвенцовых блоков. В предлагаемой механической системе промежуточные валы исключаются, а ведущие и ведомые валы используются как оси для последующих ступеней. Основными преимуществами пакетного редуктора по сравнению с современными многоступенчатыми редукторами классического исполнения являются: возможность получения большого передаточного отношения; малые габаритные размеры; более высокий КПД; большая

© А.М. Наджафов, А.И. Абдуллаев, 2013

надежность и более высокий технический уровень; отсутствие промежуточных валов; обеспечение энергоресурсосбережения, технологичности, унификации и т.д. [2-4].

По договору между Азербайджанским Техническим Университетом (АзГУ) и Азербайджанской Государственной Нефтяной Компанией (SOCAR) с сентября

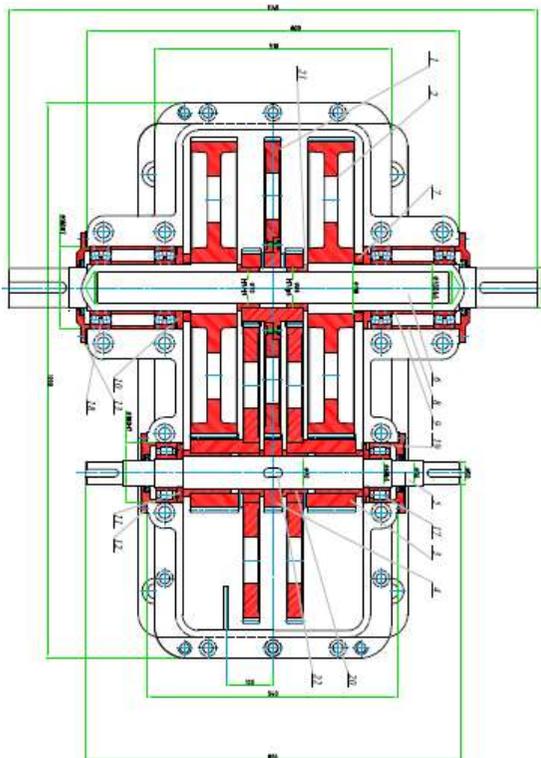


Рисунок 1 – Рабочий чертеж трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора с  $U_{\Sigma}=64$

готовления на заводе "Бакинский Рабочий" трехступенчатый двухпоточный цилиндрический пакетный редуктор для станка качалки СКД 3-1,5-710, рисунок 1.

Таблица 1 – Технические характеристики пакетного редуктора

№	Наименование параметра	Значение
1	Общее передаточное число редуктора $U_{\Sigma}$	64
2	Передаточное число каждой ступени $u_1=u_2=u_3$	4
3	Вращающий момент на выходном валу редуктора, $T_2$	7100Н·м
4	Частота вращения ведомого вала, $n_2$	4мин <sup>-1</sup>
5	Межосевое расстояние редуктора, $a_w$	400мм
6	Модуль зацепления по всем ступеням, $m$	5мм
7	Высота до оси выходного вала, $h$	370мм
8	Материалы зубчатых колес	Сталь 40Х
9	Вид термической обработки	Улучшение
10	Габариты редуктора $L \times B \times H$	120×116×74см

2012 года авторами был спроектирован и изготовлен промышленный образец трехступенчатого двухпоточного цилиндрического пакетного редуктора для станка качалки СКД 3-1,5-710 с целью промышленного испытания на нефтепромыслах. В январе 2013 года станок-качалка был установлен на нефтепромысле острова Пираллахы на скважине глубиной 850 метров, где проходили промышленные испытания пакетного редуктора.

**Цель работы.** Анализ результатов промышленного испытания трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора с передаточным отношением  $U_{\Sigma}=64$ , спроектированного и изготовленного по требуемым параметрам станка качалки СКД 3-1,5-710 с целью подготовки рекомендаций для его дальнейшего внедрения на нефтепромыслах Азербайджана.

Согласно договору между АзГУ и SOCAR был рассчитан, спроектирован и заказан для изготовления

Технические характеристики трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора приведены в таблице 1.

Были проведены испытания редуктора в заводских условиях на установке-качалке, под весом 3100кг, рисунок 2.



Рисунок 2 – Стенд-качалка для испытания трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора с  $U_{\Sigma}=64$

Результаты испытаний приведены в таблице 2.

Редуктор был рекомендован для дальнейших натуральных испытаний в реальных условиях на одном из нефтепромыслов Баку.

После успешного проведения всех заводских испытаний редуктор был смонтирован на станок-качалку СКДЗ-1,5-710 и вывезен для натуральных испытаний на нефтяной промысел острова Пираллахы, вблизи Баку, где был установлен на скважине глубиной 850 метров, рисунки 3, 4.

Таблица 2 – Результаты испытаний

№	Этап испытания	Масса груза, кг	Время испытания	Результаты испытаний
1	Этап 1-1	0,00	2 часа	Дефектов не обнаружено <sup>1</sup>
2	Этап 1-2	100,00	4 часа	Дефектов не обнаружено <sup>2</sup>
3	Этап 1-3	2000,00	7 часов	Дефектов не обнаружено <sup>3</sup>
4	Этап 2	3000,00	4 часа	Дефектов не обнаружено <sup>4</sup>
5	Этап 3-1	3100,00	2 часа	Испытания признаны успешными. Редуктор был рекомендован для дальнейших натуральных испытаний на промыслах <sup>5</sup>
6	Этап 3-2	3100,00	4 часа	
7	Этап 3-3	3100,00	6 часов	
8	Этап 3-4	3100,00	8 часов	

<sup>1</sup> – Испытания проходили в нормальных условиях при  $t=20^{\circ}$ ; после испытания был проведен полный контроль всех элементов редуктора на возможные дефекты и износ.

<sup>2</sup> – Испытания проходили в нормальных условиях при  $t=20^{\circ}$ ; после испытания был проведен полный контроль всех элементов редуктора на возможные дефекты и износ, а также состояние смазки и уплотнителей.

<sup>3</sup> – Испытания проходили в нормальных условиях при  $t=20^{\circ}$ ; после испытания был проведен полный контроль всех элементов редуктора на возможные дефекты и износ, а также состояние смазки и уплотнителей.

<sup>4</sup> – Испытания проходили в нормальных условиях при  $t=20^{\circ}$ ; после испытания был проведен полный контроль всех элементов редуктора на возможные дефекты и износ, а также состояние смазки и уплотнителей. Произведена замена смазочного материала.

<sup>5</sup> – Испытания проходили в условиях, приближенных к реальным условиям работы станка-качалки на нефтепромыслах; после испытания был проведен полный контроль всех элементов редуктора на возможные дефекты и износ, а также состояние смазки и уплотнителей. Произведена замена смазочного материала



Рисунок 3 – Установка и пуск станка качалки СКД 3-1,5-710 с трехступенчатым двухпоточным пакетным редуктором с  $U_{\Sigma}=64$ , на промысле Пираллахы



Рисунок 4 – Мониторинг работы станка-качалки СКД 3-1,5-710 с трехступенчатым двухпоточным пакетным редуктором с  $U_{\Sigma}=64$  на промысле Пираллахы

Во время работы станка-качалки на нефтепромысле Пираллахы проводился ежедневный визуальный контроль и еженедельный мониторинг работы трехступенчатого пакетного редуктора на станке-качалке СКД 3-1,5-710, а также контроль выработки скважины по графику нефтепромысла.

Никаких отклонений в технических параметрах скважины, а также в работе станка-качалки не было обнаружено.

#### **Выводы:**

1. Впервые разработан, спроектирован и изготовлен натурный образец нового конструктивного решения передаточного механизма МПШН в виде

трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора на двух валах с передаточным отношением  $U_{\Sigma}=64$ .

2. Проведены промышленные испытания редуктора на станке-качалке СКД 3-1,5-710 на нефтепромысле острова Пираллахы, вблизи Баку, на скважине глубиной 850 метров.

3. По своим техническим параметрам редуктором полностью соответствует нормативам заказчика – SOCAR – и удовлетворил все его требования по нефтедобыче, надежности и работоспособности.

4. Редуктор был рекомендован для дальнейшего производства с целью использования на станках-качалках.

**Список литературы:** 1. *Абдуллаев А.И., Наджафов А.М.* Трехступенчатый двухпоточный цилиндрический редуктор. Евразийский патент №017053В1, F16H 1/20 ЕАПО, Москва, 2012, Бюллетень №9, 4с. 2. *Наджафов А.М.* Поисковое конструирование механического привода штанговых насосов. – Баку: изд-во аппарата ММ, 2008. – 254с. 3. *Наджафов А.М.* Теоретическая оценка влияния подшипника скольжения на кпд пакетного редуктора // Вестник машиностроения. – Москва, 2010. – №3. – С.19-21. 4. *Абдуллаев А.И., Наджафов А.М.* Качественная оценка технического уровня пакетного редуктора // Вестник машиностроения. – Москва, 2008. – №12. – С.6-9.

*Поступила в редколлегию 03.04.2013*

УДК 621.833

**О результатах промышленного испытания трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора станка-качалки СКД 3-1,5-710 / А.М. Наджафов, А.И. Абдуллаев // Вісник НТУ "ХП". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.87-91. – Бібліогр.: 4 назв.**

Представлені результати промислового випробування на нафтопромислах Піраллахи триступінчатого двохпоточного пакетного редуктора верстата-качалки СКД-3-1,5-710.

**Ключові слова:** редуктор, нафтопромисли.

Here is reviewed the results of release testing of triple-reduction double-flow package gear of sucker-rod pump models SKD 3-1,5-710.

**Keywords:** gearbox, oil fields.

УДК 621.833

**С.С. ПАПИНА**, начальник отдела УП "КБТЭМ-СО" ГНПО "Планар", Минск, Беларусь;

**В.Л. БАСИНЮК**, д.т.н., доц., директор НТЦ ОИМ НАН Беларуси, Минск;

**Е.И. МАРДОСЕВИЧ**, к.т.н., заведующий сектором ОИМ НАН Беларуси;

**М.П. ЛОБКОВА**, научный сотрудник ОИМ НАН Беларуси

## **ПРОГРАММНО-УПРАВЛЯЕМЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗА КОНТАКТНОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ МАТЕРИАЛОВ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ МОТОР-РЕДУКТОРОВ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

Рассматриваются вопросы организации и проведения экспресс-анализа контактной выносливости композиционных материалов зубчатых передач мотор-редукторов экстремальной техники в лабораторных имитационных условиях.

**Ключевые слова:** контактная выносливость, зубчатая передача, экспресс-анализ.

**Актуальность задачи.** Появление новых, в том числе наноструктурированных, композиционных материалов и качественно иных методов бездефор-

© С.С. Папіна, В.Л. Басинюк, Е.І. Мардосевіч, М.П. Лобкова, 2013

мационного, например лазерного или ионного, поверхностного упрочнения рабочих поверхностей зубчатых колес существенно расширило возможности создания сверхлегких мотор-редукторов с удельной мощностью 0,6-1Вт/г и более для мехатронных координатных систем. При этом, как правило, в них используются программно-управляемые двигатели, имеющие угловые скорости вращения 900-2500рад/с, и зубчатые передачи планетарного типа.

Значительное повышение угловых скоростей вращения входных валов редукторов обусловили существенное возрастание требований к контактной выносливости материалов. Вместе с тем, определение этой важнейшей характеристики материалов до настоящего времени можно отнести к наиболее трудоемкому, длительному и дорогостоящему процессу. Это взаимосвязано с необходимостью наработки в процессе испытаний значительного числа циклов нагружения, в ряде случаев превышающих 120млн. Испытания становятся еще более сложными и трудоемкими в экстремальных условиях, сочетающих вакуум с пониженными до  $-120^{\circ}\text{C}$  и (или) повышенными до  $180^{\circ}\text{C}$  температурами. В свою очередь отсутствие данных о контактной выносливости современных композиционных и поверхностно упрочненных материалов можно отнести к одному из основных факторов, сдерживающих их широкое применение в технике для экстремальных условий.

**Анализ последних исследований и литературы.** Широко практикуемые в прошлом методы исследований контактной выносливости материалов на образцах, позволяющие получить необходимую для расчетов на контактную выносливость справочную информацию, в настоящее время во многом уступили место натурным испытаниям зубчатых колес в составе узлов и трансмиссий. Это позволяет значительно ускорить процесс создания новых объектов техники, но существенно сужает возможности получения достоверной информации о прочностных свойствах материалов. При этом сохраняются тенденции развития способов определения контактной выносливости материалов в основном в направлении сокращения длительности и трудоемкости испытаний [1-6].

**Цель исследований.** Целью исследований является расширение возможностей проведения ускоренных испытаний на контактную выносливость в экстремальных условиях.

**Постановка задачи.** Основной задачей исследований являлась разработка новых методов и программно-управляемых средств ускоренных испытаний, позволяющих в сочетании с рациональным планированием эксперимента и использованием современных средств неразрушающего контроля существенно сократить трудоемкость, длительность и себестоимость их проведения при одновременном повышении информативности полученных результатов.

**Материалы исследований.** Для решения поставленной задачи был разработан способ испытаний на контактную выносливость в вакууме или агрессивной среде композиционных и поверхностно упрочненных материалов и настольное компьютеризированное устройство для его реализации. К их основным особенностям можно отнести:

- одновременное испытание нескольких, разбитых на две группы, образцов (по меньшей мере, шести), имеющих в каждой группе отличные от другой контактные напряжения, обеспечиваемые путем использования тел качения с различными радиусами;

- использование для создания линейных перемещений программно-

управляемого магнитоэлектрического двигателя (коил-двигателя) с бесконтактным размещением цилиндрического якоря внутри статора, позволяющего исключить необходимость применения в нем каких-либо смазочных материалов в экстремальных условиях проведения испытаний;

- использование для постоянного контроля процесса возникновения внутренних подповерхностных трещин неразрушающих методов контроля, например лазерного фотоакустического сканирования, позволяющих на ранней стадии обнаружить возникновение трещин и зафиксировать процесс их последующего развития.

При испытаниях на контактную выносливость амплитуда поступательно-возвратных колебаний испытываемого образца подбирается таким образом, чтобы минимизировать ее величину и на основе этого сократить длительность испытаний при одновременном обеспечении достоверности полученных результатов

$$a_S = k_a \cdot \frac{\sigma_{k_{\max}} \cdot r_{\max}}{E^*}, \quad (1)$$

где  $a_S$  – значение амплитуды поступательно-возвратных колебаний испытываемого образца;  $k_a$  – безразмерный коэффициент, равный  $k_a=36\div39$ ;  $\sigma_{k_{\max}}$  – максимальное значение контактного напряжения при прижатии упруго-деформирующего тела качения к взаимодействующей с ним испытываемой плоской поверхности образца, МПа;  $r_{\max}$  – радиус упруго-деформирующего тела качения с максимальным диаметром, мм;  $E^*$  – приведенный модуль упругости материалов испытываемой плоской поверхности образца и взаимодействующего с ним упруго-деформирующего тела качения, МПа.

**Результаты исследований.** Схема устройства для проведения испытаний نشانена на рисунке.

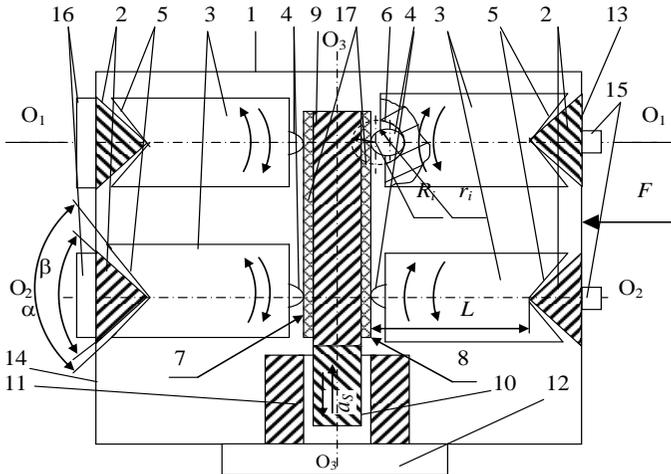


Рисунок – Схема устройства для проведения испытаний материалов на контактную выносливость материалов в вакууме или агрессивной среде

Устройство состоит из вакуумной камеры 1, в которой на противоположных стенках установлены призматические опоры 2 треугольного сечения, на каждой из них соосно (оси  $O_1$  и  $O_2$ ) размещены попарно элементы 3, например

призматической формы, с упруго-деформирующими телами качения 4, имеющие радиусы  $r$ . В торцах каждого элемента 3 выполнены углубления 5 и 6, причем углубление 5 со стороны призматической опоры 2 выполнено треугольным сечением с углом  $\alpha$  при вершине, в 1,1-1,4 раза большим, чем угол  $\beta$  вершины треугольного сечения соответствующей призматической опоры. Углубление 6 со стороны упруго-деформирующего тела качения 4 выполнено радиусным с радиусом  $R_6$ , в 1,1-1,4 раза большим, чем радиус  $r$  тела качения 4.

Призматические опоры 2 с элементами 3 и упруго-деформирующими телами качения 4 установлены попарно (см. рисунок) с двух сторон с возможностью взаимодействия с испытываемыми плоскими поверхностями 7 и 8 образца 9 в двух параллельно расположенных плоскостях симметрично соответственно осям " $O_1-O_1$ " и " $O_2-O_2$ ", перпендикулярным испытываемым плоским поверхностям 7 и 8 образца 9. Это обеспечивает возможность удерживания образца 9 упруго-деформирующими телами качения 4 с противоположных сторон при его статическом положении и при поступательно возвратном перемещении вдоль оси " $O_3-O_3$ " в процессе испытаний.

По существу упруго-деформирующие элементы 4 в рассматриваемом случае образуют опоры качения, позволяющие исключить необходимость их дополнительного создания в устройстве, связанные с дополнительными опорами качения потери, и на основе этого обеспечить уточненное определение коэффициентов трения качения.

В вакуумной камере установлен программно-управляемый линейный движитель, выполненный, например, в виде коил-двигателя (*Linear Voice Coil Motor*) с ротором 10, с которым жестко связывается испытываемый образец 9, и статор (катушка) 11.

Для обеспечения поступательно-возвратных программно-управляемых перемещений устройство снабжено электронным модулем 12, размещенным с наружной стороны вакуумной камеры 1 и связанным со статором 11 через герметичный разъем.

Электронный модуль 12 обеспечивает поступательно-возвратные перемещения статора 11 и жестко связанного с ним образца 9 с заданной амплитудой  $a_{s1}$  или  $a_{s2}$  в направлении оси " $O_3-O_3$ ", перпендикулярном осям симметрии " $O_1-O_1$ " и " $O_2-O_2$ " попарно расположенных призматических опор 2 и элементов 3 с упруго-деформирующими телами качения 4.

Ротор 10 размещен в статоре 11 с зазором, стабильная величина которого в плоскости (не показана), перпендикулярной перемещениям ротора 10, обеспечивается упруго-деформирующими телами качения 4, удерживающими испытываемый образец 9 в заданном положении не препятствуя его перемещению вдоль оси ротора 10.

Одна из стенок 13 вакуумной камеры 1, на которой установлены призматические опоры 2 треугольного сечения, снабжена упруго-деформируемой мембраной. С внешней стороны этой мембраны с помощью программно-управляемого устройства и пьезоактюатора создается усилие  $F$ , упруго деформирующее стенку 13 и направленное вдоль осей " $O_1-O_1$ " и " $O_2-O_2$ " перпендикулярно плоским поверхностям 7 и 8 испытываемого образца 9. За счет силы  $F$  и ответной реакции противоположной жесткой стенки 14 вакуумной камеры 1 обеспечивается усилие притяжения упруго-деформирующих тел качения 4 к испытываемым поверхностям 7 и 8.

Соосно с попарно расположенными призматическими опорами 2 и элементами 3 с упруго-деформирующими телами качения 4 на осях " $O_1-O_1$ " и

"O<sub>2</sub>-O<sub>2</sub>" установлены источники 15 и приемники 16 сканирующего сигнала, обеспечивающего неразрушающий контроль, например, лазерным фотоакустическим методом [7, 8], процесса появления и развития подповерхностных усталостных трещин на поверхностях 7 и 8 испытываемого образца 9.

Упруго-деформирующие тела качения 4 могут быть выполнены сферическими, в виде роликов или бочкообразными из стали, например ШХ15, упрочненной до твердости HRC 58-65. Из аналогичной стали и с аналогичным упрочнением до твердости HRC 58-65 изготавливаются призматические опоры 2 и элементы 3.

Призматические опоры 2, выполнение в виде правильной треугольной призмы, подобраны и установлены таким образом, чтобы обеспечить сочетание наиболее равномерного распределения контактных давлений:

- между двумя упруго-деформирующими телами качения сферической формы, размещенными на одном элементе 3;

- по длине контактной линии упруго-деформирующих тел качения 4 цилиндрической формы (в виде ролика) и ответной ему плоской поверхностью 7 или 8;

- вдоль линии контакта установленных с возможностью взаимодействия поверхностей призматической опоры 2 и элемента 3.

В совокупности приведенные выше конструктивные решения позволяют надежно удерживать испытываемый образец 9 с противоположных сторон в положении, при котором его испытываемые плоские поверхности 7 и 8 образца 9 перпендикулярны направлению действия на них упруго-деформирующих тел качения 4 и образец 9 имеет возможность совершать поступательно-возвратные перемещения с ротором 10 коил-двигателя в направлении оси "O<sub>3</sub>-O<sub>3</sub>".

Радиусы попарно размещенных упруго-деформирующих тел качения 4 могут быть различны для создания при испытаниях различных контактных давлений.

Ширина "В" полосы сканирующего сигнала, создаваемого источником 15 и принимаемого приемником 16, и его расположение обеспечивается таким образом, чтобы она была больше расстояния "b" между крайними точками пятен контакта при взаимодействии упруго-деформирующих тел качения 4 с испытываемыми плоскостями 7 и 8.

**Выводы.** Анализ результатов исследований показал, что при реализации предлагаемого технического решения эффективное снижение трудоемкости проведения испытаний в вакууме и обеспечение возможности контроля процесса контактного разрушения поверхностно упрочненных материалов и материалов с относительно небольшими по толщине упрочняющими покрытиями, у которых контактные усталостные трещины возникают и развиваются под поверхностью, что обуславливает значительную длительность испытаний, может быть достигнуто в результате следующего:

- в процессе проведения испытаний на контактную усталостную прочность плоских поверхностей с упрочняющими покрытиями в условиях вакуума осуществляется постоянный контроль процесса появления и развития подповерхностных трещин, позволяющий существенно повысить информативность процесса проведения испытаний и на определенных стадиях циклического нагружения прогнозировать ресурс;

- в процессе одного цикла проведения испытаний длина дорожки качения локализована и уменьшена до пятна контакта, т.е. длительность одного цикла испытаний и их длительность до контактного разрушения сокращена на порядок и более;

– за счет подбора радиусов тел качения при общей внешней силе нагружения  $F$  и одинаковых величинах сил  $F_i$  в одном цикле испытаний могут быть созданы различные уровни контактных нагружений различных пар "упруго-деформирующее тело качения – ответная плоская поверхность испытываемого образца", что позволяет за один цикл испытаний построить кривую контактной усталости.

**Список литературы:** 1. Патент CN №1841041, МПК G01N 3/56, опубл. 04.10.2006 г. 2. Патент РФ №2357227, МПК G01N 3/56, опубл. 27.05.2009г. 3. Патент РФ №2357228, МПК G01N 3/56, опубл. 27.05.2009г. 4. Патент РФ №2357230, МПК G01N3/56, опубл. 27.05.2009г. 5. Патент №WO2004083826, МПК G01N3/56, опубл. 30.09.2004г. 6. Патент РФ №83845, МПК G01N 3/56, опубл. 20.06.2009г. 7. *Латин В.Л., Рубцевич И., Керенцев А.* Повышение надежности микроконтактных соединений радиационно-стойких мощных транзисторов // Силовая электроника. – 2011. – №11 – С.100-105. 8. *Латин В.Л., Валкентштейн С., Клюева С.* Контроль качества герметизации пластмассовых корпусов интегральных схем // Технологии в электронной промышленности: электронные и ионные технологии. – 2009. – №8. – С.61-64.

*Поступила в редакцию 08.04.2013*

УДК 621.833

**Программно-управляемые средства для экспресс-анализа контактной выносливости материалов зубчатых передач мотор-редукторов мехатронных систем экстремальной техники / С.С. Папина, В.Л. Басинюк, Е.И. Мардосевич, М.П. Лобкова // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.91-96. – Бібліогр.: 8 назв.**

Розглядаються питання організації і проведення експрес-аналізу контактної витривалості композиційних матеріалів зубчатих передач мотора-редукторів екстремальної техніки в лабораторних імітаційних умовах.

**Ключові слова:** контактна витривалість, зубчаста передача, експрес-аналіз.

The problems of organization and performing the rapid analysis of contact endurance of composite materials of extreme equipment motor-reducer gears in laboratory imitating conditions are considered.

**Keywords:** contact endurance, gearing, rapid analysis.

УДК 621.833.6

**Ф.И. ПЛЕХАНОВ**, д.т.н., проф., директор Глазовского инженерно-экономического института (филиала) ФГБОУ ВПО "Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова", Россия;  
**А.В. ОВСЯННИКОВ**, аспирант ФГБОУ ВПО "Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова"

## **НАГРУЗОЧНАЯ СПОСОБНОСТЬ И КПД ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ С РОЛИКОВЫМ МЕХАНИЗМОМ СНЯТИЯ ДВИЖЕНИЯ С САТЕЛЛИТА**

Приведен метод определения нагрузочной способности оригинальной конструкции планетарной передачи, основанный на решении уравнений совместности перемещений зубьев колес и уравнения деформированного состояния ролика. Представлены результаты экспериментального исследования КПД передачи.

**Ключевые слова:** планетарная передача, нагрузочная способность, прочность, КПД.

**Актуальность задачи.** Зубчатые планетарные передачи, содержащие эксцентриковое водило и механизм снятия движения с сателлита, при малой разнице чисел зубьев колес обладают высокой нагрузочной способностью, небольшими габаритами и массой, большим передаточным отношением в одной ступени. Однако использование в них механизма параллельных криво-

© Ф.И. Плеханов, О.В. Овсянников, 2013

шипов для снятия движения с сателлита усложняет конструкцию, а цевочное его исполнение снижает коэффициент полезного действия, что сдерживает распространение указанных передач.

Предложенные нами варианты планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения лишены отмеченных недостатков. Момент с сателлита на ведомый вал передается через ролики, свободно установленные в отверстиях сателлитов и жестко связанных с выходным валом щек (рисунок 1) [1, 2]. В процессе работы передачи ролики перекачиваются по сопрягаемым с ними поверхностям с минимальными потерями мощности на трение. В связи с этим исследование таких эффективных и перспективных зубчатых механизмов является актуальным.

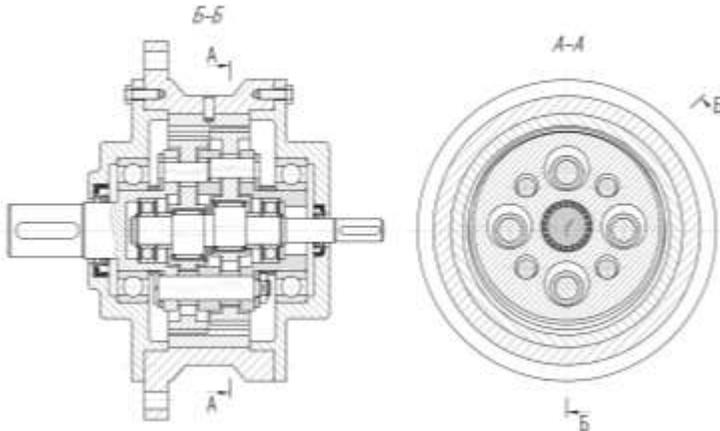


Рисунок 1 – Планетарная передача с роликовым механизмом снятия движения с сателлита

**Анализ литературы.** Исследованию планетарных передач с малой разницей чисел зубьев колес посвящены работы И.А. Болотовского, В.Н. Кудрявцева, Н.А. Скворцовой, Б.Н. Цилевича, Б.А. Лопатина и ряда других авторов [3]. Однако передачи с роликовым механизмом снятия движения с сателлита в этих трудах не рассматривались.

**Цель статьи** – повышение нагрузочной способности и коэффициента полезного действия планетарной передачи с малой разницей чисел зубьев колес.

**Постановка задачи.** Задачей данной работы является определение нагрузочной способности планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения с сателлита на основе решения уравнений совместности перемещений зубьев колес и уравнения деформированного состояния ролика, а также экспериментальное исследование ее КПД.

**Материалы исследований.** В рассматриваемых планетарных механизмах с малой разницей чисел зубьев неподвижного центрального колеса  $b$  и сателлита  $g$  ( $\Delta z = z_b - z_g = 1 \div 3$ ) нагрузка передается несколькими парами зубьев. Причем чем выше вращающий момент на выходном валу, тем большее число пар зубьев входит в зацепление друг с другом за счет выборки зазоров, которые при небольшом значении  $\Delta z$  малы.

Составляющие нагрузки в зацеплении определяются с учетом начальной величины зазоров  $\Delta_i$  между зубьями и их деформации из решения уравнений



заданном моменте на выходном валу  $T$  найти требуемый модуль зацепления  $m$ . Так, для двухсателлитной конструкции передачи

$$\frac{T}{mbr_{bg}} = 2 \sum_{i=0}^n \Phi_i, \quad (2)$$

или в безразмерном выражении

$$T^* = \frac{T}{Em^3} = \frac{z_g \bar{b} \cos \alpha}{E} \sum_{i=0}^n \Phi_i, \quad (3)$$

где  $\bar{b} = b/m$ ;  $r_{bg}$  – радиус основной окружности сателлита.

График зависимости величины  $T^*$  от  $z_g$  и  $\Delta z$  при  $\bar{b} = 15$  для передачи с колесами, выполненными из термоулучшенной стали, показан на рисунке 2. Из

него следует, что с ростом числа зубьев сателлита  $z_g$  и снижением величины  $\Delta z$  нагрузочная способность передачи растет. Это вызвано уменьшением зазоров в зацеплении и увеличением числа пар зубьев, несущих нагрузку.

Нагрузочная способность данной передачи зависит также от контактной прочности сопряжений ролика с сателлитом и щеками механизма снятия движения.

Для определения размеров ролика, удовлетворяющих требованиям прочности при найденном из выражений (2), (3) вращающем моменте, были установлены законы изменения погонной нагрузки в зонах сопряжения (рисунок 3), для чего решены дифференциальные уравнения нагруженно-деформированного состояния ролика:

$$\omega^{IV}(x) - \frac{KC_H}{FG} \omega''(x) + \frac{C_H}{JE} \omega(x) = 0; \quad (4)$$

$$q''(y) - \frac{KC_H}{FG} q(y) = 0, \quad (5)$$

где  $G$  – модуль упругости второго рода;  $K=1,11$ ;  $C_H$  – удельная контактная жесткость сопряжения ( $C_H=0,25E$ );  $F$  и  $J$  – площадь и осевой момент инерции сечения.

Решение уравнений (4), (5) с учетом граничных условий и уравнений статики позволили установить закономерность распределения нагрузки в зонах контакта ролика и щек механизма снятия движения.

На базе выполненного исследования были изготовлены и испытаны опытные образцы планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения, подтвердив-

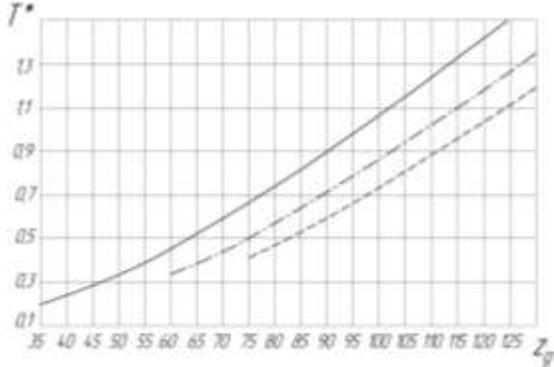


Рисунок 2 – Зависимость относительного момента на выходном валу  $T^*$  от  $z_g$  и  $\Delta z$ :  
 —  $\Delta z = 1$ ; - - -  $\Delta z = 2$ ; - · -  $\Delta z = 3$

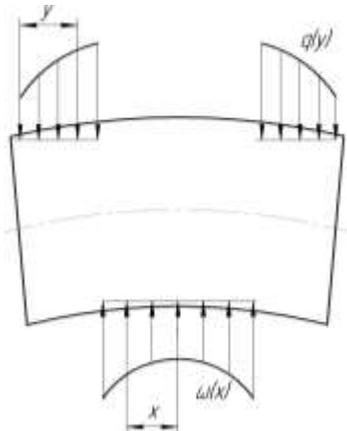


Рисунок 3 – Ролик механизма снятия движения с сателлита и действующая на него нагрузка

шие высокие ее качественные и эксплуатационные характеристики. На рисунках 4, 5 приведены испытательный стенд и экспериментальная зависимость КПД двухсателлитной передачи от вращающего момента на выходном валу при  $z_g=100$ ;  $\Delta z=2$ ;  $m=1,5$ ;  $\alpha_w=50^\circ$ .

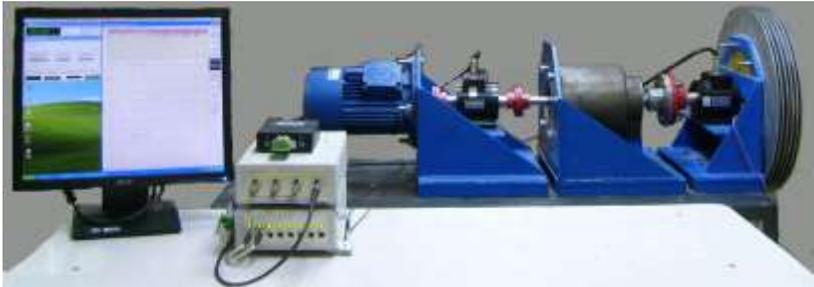


Рисунок 4 – Стенд для испытания механических передач

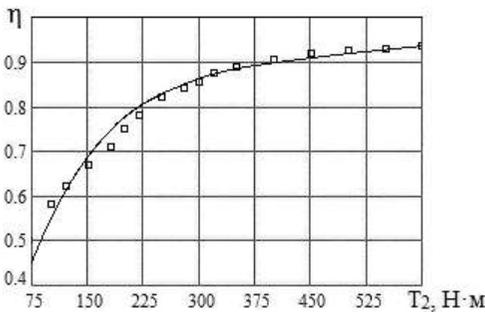


Рисунок 5 – Экспериментальная зависимость КПД передачи с роликовым механизмом снятия движения от вращающего момента на выходном валу

**Результаты исследований.** В передаче с малой разницей чисел зубьев колес  $\Delta z$  нагрузочная способность возрастает с ростом числа зубьев сателлита и уменьшением  $\Delta z$ . Рациональным по характеру распределения нагрузки является отношение длины ролика к его диаметру  $l = l/d \leq 3$ . В противном случае коэффициент неравномерности распределения погонной нагрузки превышает 1,5 [4]. КПД исследуемой передачи возрастает с ростом момента на выходном валу и достигает 94% (при максимальном моменте).

**Выводы.** Предложенная конструкция планетарной передачи имеет высокую нагрузочную способность и малые потери мощности на трение. Приведенные зависимости позволяют осуществить рациональное проектирование эффективной и перспективной нетрадиционной планетарной передачи.

**Список литературы:** 1. Пат. 2460917, РФ, МПК F16H 1/32. Планетарная передача / Плеханов Ф.И., Овсянников А.В. – Опубл. 10.09.2012, бюл. №25. 2. Пат. 2445529, РФ, МПК F16H 1/32. Планетарная передача / Плеханов Ф.И., Молчанов С.М., Сухоруков В.Г. – Опубл. 20.03.2012, бюл. №8. 3. Айратов Э.Л., Генкин М.Д., Ряснов Ю.А. Статика зубчатых передач. – М.: Наука, 1983. – 142с. 4. Плеханов Ф.И., Овсянников А.В. Исследование распределения нагрузки по длине ролика зубчато-роликовой планетарной передачи // Вестник машиностроения. – 2011. – №3. – С. 12-14.

Поступила в редколлегию 15.03.2013

УДК 621.833.6

**Нагрузочная способность и КПД планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения с сателлита / Ф.И. Плеханов, А.В. Овсянников // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.96-101. – Бібліогр.: 4 назв.**

Наведено метод визначення здатності навантаження оригінальної конструкції планетарної передачі, що засновано на вирішенні рівнянь спільності переміщень зубів коліс і рівняння деформованого стану ролика. Представлені результати експериментального дослідження ККД передачі.

**Ключові слова:** планетарна передача, навантажувальна здатність, міцність, ККД.

The method for determining the load-carrying capacity of the proprietary planetary transmission design is proposed. It is based on solving the compatibility equations of the displacement of gear teeth and the equation of the roller strain state. The results of the experimental research of the transmission efficiency are presented.

**Keywords:** planetary transmission, load-carrying capacity, strength, efficiency.

УДК 621.833

**А.П. ПОПОВ**, д.т.н., проф., заведующий каф. механики и конструирования машин НУК им. адм. Макарова, Николаев;  
**Ю.Н. КИПРЕЕВ**, к.т.н., профессор НУК им. адм. Макарова;  
**О.И. САВЕНКОВ**, ассистент НУК им. адм. Макарова

## **ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЯМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ НА КОНТАКТНУЮ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

*Памяти проф. А.И. Павлова  
посвящается*

Впервые выполнено решение плоской задачи применительно к упруго сжатым круговым цилиндрам с учетом нелинейной зависимости между упругими деформациями и напряжениями, возникающими в цилиндрах. Решение подтверждено экспериментальными исследованиями в статике на моделях.

**Ключевые слова:** модель, цилиндр, передача, зубья, нагрузочная способность, нелинейность, контакт, напряжения.

**Постановка проблемы.** Совершенствование методов расчета зубчатых передач на контактную прочность является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет развитие современного редукторостроения. Данная проблема является составной частью существующих научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые передачи общего и специального назначения.

**Анализ последних исследований.** Основой для решения рассматриваемой плоской задачи является новая теория контактной прочности упруго сжатых тел с начальным (до нагружения) линейным или точечным касанием [1, 2]. В связи с этим преобладающая часть последних исследований в области контактной прочности зубчатых передач, повышения их нагрузочной способности, снижения материалоемкости и уровня вибрации в той или иной степени связана с новой теорией контактной прочности и с созданными на ее основе новыми техническими решениями [2-5].

**Цель работы.** Установление влияния нелинейной зависимости между упругими деформациями зубьев и возникающими при этом напряжениями на контактную прочность зубчатых передач и, как следствие, на их нагрузочную способность по этим напряжениям.

**Изложение основного материала.** В настоящее время, как известно, расчет зубчатых передач на контактную прочность осуществляется по общеизвестной формуле Герца, полученной им применительно к модели контакта двух упруго сжатых круговых цилиндров бесконечной длины, исходя из линейной зависимости между упругими перемещениями (деформациями) зубьев и возникающими при этом напряжениями.

Однако путем экспериментальных исследований установлено, что между

© О.П. Попов, Ю.М. Кипреев, О.И. Савенков, 2013

упругими деформациями и напряжениями при нагружении зубьев существует нелинейная связь, причем показатель степени нелинейности  $n = 0,7 \dots 0,8$  [6]. В связи с вышесказанным возникает необходимость в оценке влияния указанной нелинейности на нагрузочную способность зубчатых передач по контактным напряжениям.

А теперь перейдем к решению рассматриваемой плоской контактной задачи с учетом следующих основных допущений. Первое – контактные напряжения определяются по поверхностям сжатия зубьев, а имеющие место при этом силы трения не учитываются ввиду их малости. Второе – материалы зубьев принимаются однородными и изотропными. И, третье, сила, сжимающая зубья, создает в зоне контакта только упругие деформации. Кроме того, площадка контакта считается меньшей величиной по сравнению с общей площадью сопрягаемых зубьев.

Решение задачи предусматривает нахождение двух равнозначных функций контактных деформаций. Определение первой функции контактных деформаций основано на отыскании формы зазора между контактирующими по линии зубьями до их нагружения, а также на принятии или отыскании закона изменения деформаций после нагружения. Определение второй функции контактных деформаций осуществляется на основе гипотезы Винклера.

Рассмотрим нахождение первой функции контактных деформаций, обратившись к рисунку. Здесь на рисунке, а дана расчетная схема двух цилиндров 1 и 2 до нагружения, под которой подразумевается сопряженная пара зубьев, характеризуемая радиусами кривизны  $\rho_1$  и  $\rho_2$  эвольвентных боковых профилей в полосе зацепления. На рисунке, б приведено изображение нагруженных цилиндров с учетом эллиптического закона изменения контактных деформаций [1-5].

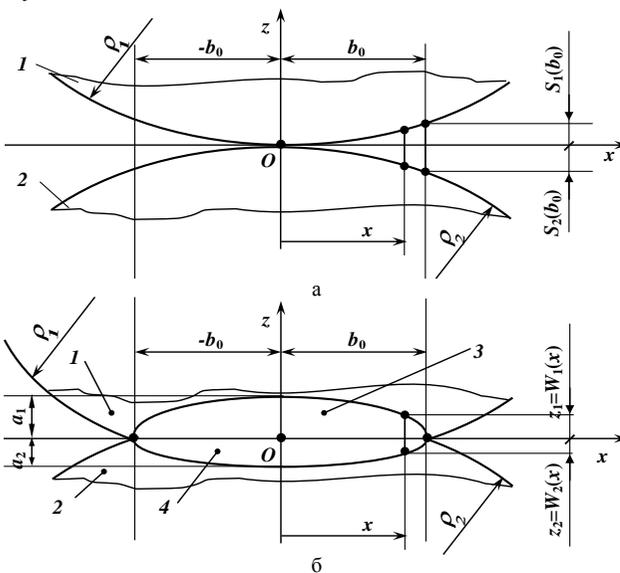


Рисунок – Расчетные модели контакта цилиндров 1 и 2:  
а – до нагружения; б – после нагружения

В соответствии с рисунком, а для точки  $x = b_0$  запишем выражения максимальных расстояний  $s_1(b_0)$  и  $s_2(b_0)$  между цилиндрами 1 и 2 и горизонтальной осью  $x$ , а именно:

$$s_1(b_0) = b_0^2 / 2\rho_1 ;$$

$$s_2(b_0) = b_0^2 / 2\rho_2 ,$$

где  $b_0$  – полуширина площадки контакта, равная большей полуоси полуэллипсов 3 и 4 (рисунок, б).

Уравнения полуэллипсов деформаций 3 и 4, которые характерны для нагруженных цилиндров, соот-

ответственно 1 и 2, имеют вид

$$\frac{z_1^2}{a_1^2} + \frac{x^2}{b_0^2} = 1; \quad \frac{z_2^2}{a_2^2} + \frac{x^2}{b_0^2} = 1,$$

где  $a_1 = s_1(b_0)$ ,  $a_2 = s_2(b_0)$  – малые полуоси полуэллипсов 3 и 4;  $z_1 = W_1(x)$ ,  $z_2 = W_2(x)$  – ординаты контактных деформаций цилиндров 1 и 2 в точке  $x$ .

Преобразуем вышеприведенные уравнения полуэллипсов к виду

$$z_1 = a_1 \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}; \quad z_2 = a_2 \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}},$$

исходя из которого при соответствующих выражениях переменных величин  $z_1$ ,  $z_2$ , параметров  $a_1$ ,  $a_2$  получим зависимость первой функции контактных напряжений:

$$W(x) = W_1(x) + W_2(x) = z_1 + z_2 = \frac{b_0^2}{2\rho_W} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}, \quad (1)$$

где  $\rho_W = \rho_1\rho_2/(\rho_1 + \rho_2)$  – приведенный радиус кривизны сопряженных тел.

Определив первую функцию контактных деформаций (1), перейдем к нахождению второй равнозначной функции  $W(x)$ , исходя из подчинения сближаемых цилиндров (зубьев) в пределах упругости гипотезе Винклера, в соответствии с которой запишем [1]

$$W(x) = A(x) \cdot w(x), \quad (2)$$

где  $A(x)$  – коэффициент постели,  $\text{мм}^2/\text{Н}$ ;  $w(x)$  – удельная нагрузка на единицу ширины площадки контакта,  $\text{Н}/\text{мм}^2$ .

Из уравнения (2) очевидно, что коэффициент постели  $A(x)$  является переменной величиной, зависящей от  $x$ . При переменной величине коэффициента постели решение рассматриваемой задачи становится невозможным. По этой причине необходимо от коэффициента постели  $A(x)$  осуществить переход к постоянной величине коэффициента  $A$ . В данном случае необходимо площадь реальной эпюры напряжений  $\sigma(x)$  заменить равновеликой прямоугольной площадью эпюры, характеризующейся по величине постоянными средними напряжениями  $\sigma_m$ , равными

$$\sigma_m = \frac{F_n}{2b_0b_W}, \quad (3)$$

где  $F_n$  – нормальная сила, сжимающая цилиндры;  $b_W$  – длина каждого из цилиндров.

Для определения функции (2), пригодной для решения задачи, необходимо, как уже указывалось, найти выражение коэффициента постели в виде константы. С этой целью сначала запишем зависимость, устанавливающую взаимосвязь между упругими перемещениями (деформациями)  $W$  цилиндров и возникающими при этом напряжениями [1]

$$W = c_m \sigma^n, \quad (4)$$

где  $c_m$  – размерный параметр;  $n = 0,7$  – показатель степени нелинейности.

Решение задачи выполним при коэффициентах Пуассона  $\nu_1 \neq \nu_2$  и модулях упругости  $E_1 \neq E_2$ . В связи с этим представим выражение (4) в развернутом виде,

$$W = W_1 + W_2 = c_{m1}\sigma_1^{0,7} + c_{m2}\sigma_2^{0,7}, \quad (5)$$

где  $W_1, W_2$  – упругие перемещения 1 и 2 цилиндров;  $c_{m1}, c_{m2}$  – размерные параметры 1 и 2 цилиндров;  $\sigma_1, \sigma_2$  – контактные напряжения, действующие на рабочих поверхностях каждого из цилиндров.

Размерные параметры  $c_{m1}$  и  $c_{m2}$  представляют собой величины деформаций 1 и 2 цилиндров, измеряемые в мм, при действии напряжений, равных одному мегапаскалю. Напряжения на рабочих поверхностях цилиндров характеризуются, как известно, действием одной и той же силы и одинаковой площадью контакта. В связи с этим можно принять  $c_{m1} = c_{m2}$ . В действительности при неизменной по размерам площадке контакта размерные параметры  $c_{m1}$  и  $c_{m2}$  несколько отличаются друг от друга вследствие разных значений коэффициентов Пуассона  $\nu_1, \nu_2$  и модулей упругости материалов  $E_1, E_2$ .

Для того чтобы перемещение  $W$  в формуле (4) выражалось в мм, необходимо при  $n = 0,7$  иметь размерность параметра  $c_m$  в мм/МПа<sup>0,7</sup> или в мм<sup>2,4</sup>/Н<sup>0,7</sup>.

Применительно к каждому из двух упруго сжатых цилиндров напряжения, входящие в уравнение (5), представим в виде зависимостей:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{(1 - \nu_1^2)} \frac{\Delta L}{L}; \\ \sigma_2 &= \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{(1 - \nu_2^2)} \frac{\Delta L}{L} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $\varepsilon = \Delta L/L$  – относительная деформация;  $\Delta L$  – максимальная абсолютная деформация;  $L$  – некоторый линейный размер, принимаемый равным  $2b_0$ , то есть  $L = 2b_0$ .

Введя в формулу (4) вместо напряжения  $\sigma$  правые части зависимостей (6), представим указанное выражение в виде двух уравнений:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1^{0,7} = 2C_{m1} \left[ \frac{E_1}{(1 - \nu_1^2)L} \right]^{0,7} \Delta L^{0,7}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2^{0,7} = 2C_{m2} \left[ \frac{E_2}{(1 - \nu_2^2)L} \right]^{0,7} \Delta L^{0,7}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

С учетом соотношений  $W = \Delta L$ ;  $\Delta L = b_0^2/2\rho_w$  и  $L = 2b_0$ , найдем из (7) зависимости для расчета размерных параметров:

$$\left. \begin{aligned} C_{m1} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{2(1 - \nu_1^2)b_0}{E_1} \right]^{0,7} \cdot \frac{b_0^{0,6}}{(2\rho_w)^{0,3}}; \\ C_{m2} &= \frac{1}{2} \left[ \frac{2(1 - \nu_2^2)b_0}{E_2} \right]^{0,7} \cdot \frac{b_0^{0,6}}{(2\rho_w)^{0,3}}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Контактные податливости  $\delta_{к1}$  и  $\delta_{к2}$  каждого из цилиндров определяются с учетом зависимостей (3) и (8):

$$\left. \begin{aligned} \delta_{к1} &= \frac{W}{F_n} = \frac{C_{m1}\sigma_{m1}^{0,7}}{F_n} = 0,406 \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_W} \right)^{0,7} \frac{b_0^{0,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}}; \\ \delta_{к2} &= \frac{W}{F_n} = \frac{C_{m2}\sigma_{m2}^{0,7}}{F_n} = 0,406 \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_W} \right)^{0,7} \frac{b_0^{0,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Постоянное значение коэффициента постели  $A = 2b_0(\delta_{к1} + \delta_{к2})$  находится с помощью выражений (9),

$$A = 0,812 \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_W} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_W} \right)^{0,7} \right] \frac{b_0^{1,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}}. \quad (10)$$

Вторую функцию контактных деформаций (2) представим в окончательном виде, используя зависимость (10):

$$W(x) = Aw(x) = \frac{0,812b_0^{1,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}} \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_W} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_W} \right)^{0,7} \right] w(x). \quad (11)$$

Проинтегрируем зависимость (2) по площади контакта с учетом (11):

$$\int_{-b_0}^{b_0} W(x)dx = \frac{0,812b_0^{1,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}} \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_W} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_W} \right)^{0,7} \right] \int_{-b_0}^{b_0} w(x)dx.$$

В этой зависимости интегральное выражение представляет нормальную нагрузку на площадь контакта,

$$\int_{-b_0}^{b_0} w(x)dx = F_n.$$

Повторно проинтегрируем функцию перемещений  $W(x)$  с использованием зависимости (1),

$$\int_{-b_0}^{b_0} W(x)dx = \frac{b_0^2}{2\rho_W} \int_{-b_0}^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} dx = \frac{\pi b_0^3}{4\rho_W}.$$

Уравнение напряженно-деформированного состояния упруго сжатых цилиндров получим с помощью трех последних выражений:

$$\frac{0,812F_n b_0^{1,6}}{(\rho_W F_n)^{0,3}} \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_W} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_W} \right)^{0,7} \right] = \frac{\pi b_0^3}{4\rho_W}. \quad (12)$$

Выполняя соответствующие преобразования уравнения (12), найдем зависимость для расчета полуширины площадки контакта,

$$b_0 = 1,0243 \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1 b_w} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2 b_w} \right)^{0,7} \right]^{\frac{5}{7}} \sqrt{F_n \rho_w}. \quad (13)$$

Для определения максимальных контактных напряжений  $\sigma_H$  необходимо найти функцию контактных напряжений  $\sigma(x)$ . С этой целью, разделив и умножив правую часть выражения (2) на длину  $b_w$ , полагая  $A(x) = A$ , запишем:

$$W(x) = A \cdot w(x) = A b_w \frac{w(x)}{b_w},$$

где  $w(x)/b_w = \sigma(x)$ .

Из последней зависимости находим функцию контактных напряжений  $\sigma(x)$  с учетом правой части выражения (1),

$$\sigma(x) = \frac{W(x)}{A b_w} = \frac{b_0^2}{2 \rho_w A b_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}. \quad (14)$$

Приняв в уравнении (14) координату  $x=0$ , получим максимальное контактное напряжение

$$\sigma_H = \frac{b_0^2}{2 \rho_w A b_w}. \quad (15)$$

В результате преобразования выражения (15) с учетом зависимостей (10) и (13) получим

$$\sigma_H = 0,646 \sqrt{\frac{F_n}{b_w \rho_w \left[ \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} \right)^{0,7} + \left( \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)^{0,7} \right]^{\frac{10}{7}}}}. \quad (16)$$

В контакте стальных цилиндров с равными механическими характеристиками ( $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ ;  $E_1 = E_2 = E$ ) формулы (13) и (16) приводятся к более упрощенному виду:

$$b_0 = 1,606 \sqrt{\frac{F_n \rho_w}{E b_w}}, \quad (17) \quad \sigma_H = 0,394 \sqrt{\frac{E F_n}{\rho_w b_w}}. \quad (18)$$

Если решение указанной задачи выполнить, исходя из показания степени не линейности  $n=1$ , то выражения примут вид:

$$b_0 = 1,129 \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{b_w} \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}, \quad (19) \quad \delta_n = 0,564 \sqrt{\frac{F_n}{\rho_w b_w \left( \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}, \quad (20)$$

Если в уравнениях (19) и (20) принять  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$  и  $E_1 = E_2 = E$ , то в этом случае указанные уравнения будут выглядеть следующим образом:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{E b_w}}, \quad (21)$$

$$\delta_n = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{\rho_w b_w}}. \quad (22)$$

Из рассмотрения уравнений (19-22) нетрудно установить, что они абсолютно совпадают с решениями Герца при  $n = 1$ . Такое совпадение указывает на достоверность полученных в работе уравнений (13), (16-18).

В результате сравнения между собой числовых коэффициентов при  $b_0$  и  $\delta_n$  в формулах (17), (18) и (21), (22) отмечаем, что при учете нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями полуширина площадки контакта при  $n = 0,7$  возрастает в  $1,606/1,522 = 1,055$  раза, а максимальные напряжения при этом, как следствие, уменьшаются в  $0,418/0,396 = 1,55$  раза. На основании изложенного, нагрузочная способность эвольвентного зубчатого зацепления по контактным напряжениям при учете указанной не линейности возрастает в  $1,055^2 = 1,113$  раза, т.е. примерно на 11,3%.

С учетом изложенного нагрузочная способность эвольвентных зубчатых передач с начальным (до нагружения) линейным касанием зубьев по контактными напряжениям, определяемая по формуле Герца, является заниженной при  $n = 0,7$  примерно на 11,3%. Данное обстоятельство указывает на необходимость при расчетах зубчатых передач исходить не из формулы (22), совпадающей с формулой Герца, а из формулы (18).

Для подтверждения достоверности полученных в работе решений были проведены экспериментальные исследования в статике на стальном цилиндрическом ролике, который под действием силы прижимался к плоской плите. Эксперименты проводились с использованием специально спроектированного для этих целей устройства, описание которого дано в [3]. Стальной ролик имел длину  $b_w = 100$  мм и радиус  $\rho = 60$  мм. Прижатие ролика к плите осуществлялось силами  $F_n = (0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0) \cdot 10^4$  Н. При этом измерялась ширина площадки контакта  $2b_0$ . Расчетное определение указанных величин  $2b_0$  осуществлялось по формуле (17).

Таблица – Опытные и расчетные величины ширины площадки контакта

Определяемые и заданные величины		Величины силы $F_n \cdot 10^{-4}$ , Н					
		0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
Расчет	$2b_0$ , мм	0,384	0,541	0,664	0,763	0,856	0,939
Опыт		0,395	0,550	0,650	0,770	0,860	0,950
Коэффициент $\chi$		1,0286	1,0166	0,9790	1,0092	1,0047	1,0117

Опытные и расчетные величины ширины площадки контакта даны в таблице с учетом коэффициента  $\chi$ , характеризующего различия между расчетными и опытными величинами  $2b_0$ .

### Выводы:

1. Впервые выполнено решение плоской задачи применительно к модели контакта упруго сжатых круговых цилиндров, которая имитирует взаимодействие эвольвентных зубьев в полюсе зацепления, с учетом нелинейной зависимости между упругими деформациями и напряжениями при показателе степени нелинейности  $n = 0,7$ .

2. Получены выражения максимальных контактных напряжений и полуширины площадки контакта для случаев неравенства и равенства между собой соответственно коэффициентов Пуассона и модулей упругости материалов взаимодействующих тел.

3. Установлено, что существующая нелинейность между деформациями и напряжениями в упруго сжатых телах приводит к повышению их нагрузочной способности по контактным напряжениям в 1,113 раза по сравнению с таковой, которая имеет место без учета указанной нелинейности.

**Список литературы:** 1. *Попов А.П.* Контактная прочность зубчатых механизмов [Текст] / *А.П. Попов*. – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 2. *Попов А.П.* Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев [Текст] / *А.П. Попов*. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 3. *Попов А.П.* Повышение нагрузочной способности зубчатых передач по контактным напряжениям [Текст] / *А.П. Попов, Ю.Н. Кипрцев* // *Вісник Національного технічного університету "ХПИ"*. – Харків, 2009. – №26. – С.108-117. 4. *Попов О.П.* Підвищення навантажувальної здатності зубчастих передач [Текст] / *О.П. Попов, Ю.М. Кипрцев, О.М. Медведовський* // *Машинознавство*. – Львів, 2009. – №4. – С.34-39. 5. *Попов О.П.* Зубчаста передача з рівномірним зацепленням зубів за контактними напруженнями [Текст] / *О.П. Попов, Ю.М. Кипрцев, О.І. Савенков* // *Машинознавство*. – Львів, 2009. – №7. – С.32-36. 6. *Левина З.М.* Контактная жесткость машин [Текст] / *З.М. Левина, Д.Н. Реуштов*. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с.

*Поступила в редколлегию 09.04.2013*

УДК 621.833

**Влияние нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями на контактную прочность зубчатых передач** / *А.П. Попов, Ю.Н. Кипрцев, О.И. Савенков* // *Вісник НТУ "ХПИ"*. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.101-108 – Бібліогр.: 6 назв.

Вперше виконано рішення плоскої задачі стосовно до пружно стиснених кругових циліндрів з урахуванням нелінійної залежності між пружними деформаціями та напруженнями, що виникають в циліндрах. Рішення підтверджено експериментальними дослідженнями у статичі на моделях.

**Ключові слова:** модель, циліндр, передача, зуби, навантажувальна здатність, нелінійність, контакт, напруження.

The solution of the plane problem as applied to elastically-compressed circular cylinders with regard of non-linear dependence between elastic displacements and stresses arising in the cylinders under the load has been carried out for the first time. The solution has been confirmed by experimental researches in static's on the models.

**Keywords:** model, cylinder, gear, teeth, load capacity, nonlinearity, contact, stress.

УДК 621.833

*А.П. ПОПОВ*, д.т.н., проф., заведуючий каф. механіки і конструювання машин НУК ім. адм. Макарова, Николаев;  
*М.Г. МОЗГОВОЙ*, старший преподаватель каф. механіки і конструювання машин НУК ім. адм. Макарова

## **КОНТАКТНАЯ ПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ТОЧЕЧНЫМ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ ЗУБЬЕВ**

*Памяти проф. А.И. Павлова посвящается*

Впервые на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, разработанной А.П. Поповым, создан метод расчета на контактную прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев.

**Ключевые слова:** передачи, зубья, контакт, точка, напряжения.

**Актуальность задачи.** Разработка методов расчета зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев на контактную прочность, к которым относятся, например, гиперболоидные передачи, конические передачи со спиральными зубьями, передачи Новикова, цилиндрические передачи с прямыми

© О.П. Попов, М.Г. Мозговой, 2013

и косыми зубьями и т.д., является актуальной проблемой. Успешное решение указанной проблемы предопределяет дальнейшее развитие современного редукторостроения. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих в настоящее время научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые передачи.

**Анализ последних исследований.** Впервые исследования по повышению нагрузочной способности зубчатых передач с пространственной точечной системой зацепления зубьев по контактным напряжениям изложены в [1-9]. Основы этих исследований базируются на новой теории контактной прочности упруго сжатых тел, которая, в отличие от теории Герца, указывает на то, что при первоначальном точечном зацеплении зубьев контактные напряжения в процессе нагружения зубьев могут быть не только больше таковых, имеющих место при линейном взаимодействии зубьев, что является общеизвестным фактом, но они могут быть равны или меньше указанных напряжений. Величины напряжений при точечном зацеплении зубьев зависят при всех прочих одинаковых условиях от величин приведенных радиусов кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях  $z_0x$  и  $z_0y$ , определяющих положения расчетной модели контакта, и от установленного соотношения между указанными радиусами [6].

**Цель статьи.** Разработка метода расчета контактной прочности передач с точечным зацеплением зубьев с учетом механических свойств материалов и их химико-термического упрочнения, формы сопряженных поверхностей зубьев, влияния конструктивных, технологических и эксплуатационных факторов, выраженных через различные коэффициенты.

**Материалы исследований.** Контактная прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев, к которым, как уже указывалось, относятся гиперболоидные передачи, конические передачи со спиральными зубьями и передачи Новикова, определяется по общеизвестной формуле Герца, полученной применительно к упруго сжатым телам, характеризующимся первоначальным линейным касанием друг с другом. Вполне очевидно, что такой расчет не отражает сущности точечного зацепления зубьев, в связи с чем он является неправомерным.

В то же время использование решений Герца, полученных им применительно к точечному взаимодействию упруго сжатых тел, для расчета контактных напряжений в передачах с точечным зацеплением зубьев является неприемлемым, так как определяемые при этом величины максимальных контактных напряжений  $\sigma_{\max}$  настолько велики, что "зашкаливают" за пределы здравого смысла. Для подтверждения сказанного осуществим расчет передачи Новикова ОЛЗ-1,35-0,15, у которой  $z_1=34$ ;  $z_2=70$ ;  $m_n=5$ мм;  $\alpha_k=27^\circ$ ;  $\beta=15^\circ$ ;  $b_w=60$ мм;  $F_n=2,1 \cdot 10^5$ Н;  $\nu=0,3$ ;  $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа;  $\rho_w=67,5$ мм и  $R_{np}=1830$ мм – приведенные радиусы кривизны выпукло-вогнутых зубьев в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях.

Расчетные значения напряжений  $\sigma_{\max}$  с учетом использования решений Герца и их модифицированных решений другими авторами и организациями, а также с учетом решений [6] приведены в таблице 1.

Напряжения  $\sigma_{\max}=698$ МПа, найденные на основании решений [6], являются не только наименьшими по величине по сравнению с величинами напряжений, приведенными в таблице, но и достоверными, что очевидно из следующих пояснений. Если

Таблица 1 – Расчетные значения напряжений

Источник информации (организация, автор)	ВНИИМАШ	ИМАШ	Ковалев М.П.	Макушин М.И.	Герц	Попов А.П.
Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	4473	3206	3848	9818	9771	698
Повышение напряжений $\varphi_H = \sigma_{\max}/698$	3,39	4,58	5,49	14,03	13,96	1,00
Снижение нагрузочной способности $\varphi_F = \varphi_H$	261,0	96,1	165,4	2759	2720	1,00

от указанной передачи Новикова ОЛЗ-1,35-0,15 перейти к традиционной косозубой передаче с теми же самыми размерами и параметрами зацепления эвольвентных зубьев, то в этом случае по формуле Герца для линейного контакта зубьев получим  $\sigma_{H\beta} = 783$  МПа. В связи со сказанным, повышение нагрузочной способности по контактным напряжениям составит  $\varphi_F = (\sigma_{H\beta}/698)^3 = (783/698)^3 = 1,412$  раза, что целиком и полностью совпадает с общепринятыми рекомендациями [9].

По-видимому, нет смысла комментировать приведенные в таблице 1 данные, за исключением  $\sigma_{\max} = 698$  МПа, так как расхождения по величинам напряжений доходят до 14 раз, а по нагрузочной способности – до 2720 раз. Таким образом, вместо ожидаемого повышения нагрузочной способности указанной передачи Новикова по контактным напряжениям решения Герца и модифицированные решения других авторов на основе его теории привели к многократному снижению нагрузочной способности данной передачи, что не соответствует действительности.

А теперь обратимся к решениям новой теории контактной прочности. В соответствии с [6] выражения  $\sigma_{\max}$ , малой  $a$  и большой  $b$  полуосей эллиптической площадки контакта имеют вид:

$$\sigma_{\max} = 0,33 \sqrt[3]{\frac{\alpha(\alpha + \nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}; \quad (1) \quad a = 1,202 \sqrt[3]{\frac{\alpha \rho_w F_n}{(\alpha + \nu) E}}; \quad (2) \quad b = 1,202 \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{\alpha^2 (\alpha + \nu) E}}, \quad (3)$$

где  $\alpha = \sqrt{\rho_w / R_w}$  – коэффициент.

Используя зависимости (1-3), выполним расчет I ступени опытного редуктора с точечным зацеплением зубьев [6], исходя из  $z_1 = 33$ ;  $z_2 = 127$ ;  $m = 4$  мм;  $\alpha_w = 20^\circ$ ;  $b_w = 77$  мм;  $\nu = 0,3$ ;  $F_n = 2,1 \cdot 10^4$  Н;  $E = 2,1 \cdot 10^5$  МПа. С этой целью по общеизвестным зависимостям определяем  $\rho_w = 17,916$  мм и  $\sigma_H = 747,3$  МПа – контактные напряжения при линейном зацеплении зубьев.

Для получения точного зацепления зубьев в указанном редукторе прямолинейные образующие боковых поверхностей зубьев шестерни  $z_1$  заменены криволинейными образующими с радиусом кривизны  $R$ , определяемым из выражения  $R = b_w^2 / 8\Delta S$ , где  $\Delta S$  – параметр криволинейности боковых поверхностей зубьев шестерни в их торцевых сечениях.

Расчетные данные  $\sigma_{\max}$ ,  $a$  и  $b$  при различных значениях  $\Delta S$  приведены в таблице 2.

Определяемые величины	Величина $\Delta S$ , мм				
	1	2	3	4	5
Радиус $R$ , мм	0,0120	0,0527	0,1000	0,2000	2,240
Коэффициент $\alpha$	0,0170	0,0357	0,0792	0,0695	1,000
Напряжения $\sigma_{\max}$ , МПа	560,7	747,3	1453	2201	5592
Параметр $a$ , мм	0,551	0,692	0,760	0,836	1,338
Параметр $b$ , мм	32,38	19,37	15,44	12,04	1,338

Из таблицы 2 очевидно, что величина напряжений  $\sigma_{\max}$  при точечном зацеплении зубьев зависит от величины радиуса  $R$ , который, в свою очередь,

определяется через параметр  $\Delta S$ . Для нахождения границы раздела напряжений, которая характеризует увеличение или уменьшение  $\sigma_{\max}$  относительно  $\sigma_H$  при линейном контакте зубьев, необходимо знать величину радиуса  $R$ , для определения которого можно воспользоваться равенством [7]

$$\alpha(\alpha + \nu)^2 = \frac{2,032}{b_w} \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{b_w E}} \quad (4)$$

Если величина  $R$ , найденная по формуле (4), меньше величины  $R=14060$ мм (см. таблицу 2), то в этом случае  $\sigma_{\max} > \sigma_H = 743,3$ МПа; если величина  $R > 14057$ мм, например, она равна 61740мм, то в этом случае имеем  $\sigma_{\max} = 560,7$ МПа  $< \sigma_H = 743,3$ МПа; если  $R = \rho_w = 17,92$ мм (модель контакта двух шаров, см. таблицу 2), то в этом случае  $\sigma_{\max} = 5592$ МПа.

К сказанному следует добавить, что если в уравнениях (1-3) принять коэффициент  $\alpha=1$ , то в этом случае они будут сведены к выражениям  $\sigma_{\max}$  и  $a=b=r$ , характерным для модели контакта сферических тел, например, двух шаров или шара с плоскостью, где  $r$  – радиус площадки контакта шара. При этом выражения  $\sigma_{\max}$  и  $r$  при  $\alpha=1$  целиком и полностью совпадают с аналогичными выражениями, впервые полученными Герцем.

Таким образом, впервые доказано и показано, что максимальные контактные напряжения при точечном зацеплении зубьев могут быть не только больше таковых, имеющих место при линейном касании зубьев, что следует из решений Герца, но данные напряжения, исходя из решений [6], могут быть равны или меньше напряжений при линейном контакте зубьев.

Прежде чем перейти к изложению метода расчета контактной прочности зубчатых передач с пространственной точечной системой зацепления зубьев рассмотрим достоинства и преимущества этих передач по сравнению с традиционными зубчатыми передачами, которые заключаются в следующем:

а) нагрузочная способность этих передач по контактным напряжениям примерно в 1,7...2,4 раза выше, чем у передач с линейным контактом зубьев;

б) напряжения изгиба в данных передачах ниже в 1,4...1,7 раза, чем в сравниваемых передачах вследствие распределения нагрузки по большому площадкам контакта;

в) в этих передачах наблюдается стабилизация формы пятна контакта и отсутствие кромочного контакта зубьев;

г) осуществляется компенсация деформаций кручения, изгиба, сдвига и т. д. (валы, зубчатые колеса, опоры и т. п.);

д) исключается возможность применения в конструкциях планетарных и псевдопланетарных редукторов компенсирующих устройств, предназначенных для выравнивания нагрузки между спутниками;

е) при одинаковой нагрузочной способности рассматриваемых и традиционных зубчатых передач в первых возможно одновременное снижение веса и габаритов от 25% до 40%;

ж) в зубчатых передачах с точечным зацеплением зубьев при твердости  $HRC \geq 60$  и хороших условиях смазывания допускаемые напряжения  $[\sigma_{\max}]$  превышают таковые по сравнению с традиционными в 1,5...2,0 раза;

з) в рассматриваемых передачах (в зависимости от  $n$ -кратности зацепления, где  $n=2; 3$  и 4) возможно снижение уровня вибрации и шума на 10...25дБ;

и) при учете нелинейности между упругими перемещениями (деформациями) зубьев и возникающими в них напряжениями нагрузочная способность по контактным напряжениям точечного зацепления в 1,27 раза выше таковой по сравнению с линейным зацеплением зубьев.

А теперь перейдем к изложению основ практического метода расчета зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев, полагая, что влияние некоторых коэффициентов на расчетные контактные напряжения аналогично их влиянию на напряжения при линейном зацеплении зубьев. Для учета влияния указанных коэффициентов на напряжения они в нижеприведенных формулах возведены в степень, равную 3/2. При этом определение коэффициентов осуществлялось, исходя из данных [6] и других общеизвестных источников.

На основании сказанного расчетное контактное напряжение в полюсе зацепления при точечном взаимодействии зубьев без нагрузки следует определять по формуле

$$\sigma_{\max} = Z_{\sigma} Z_E Z_H \sqrt[3]{K_0 (K_{\alpha} K_{\text{дв}} K_{H\beta} K_{\Sigma} K_{H\nu} K_{H\alpha})^{3/2}} \leq [\sigma_{\max}], \quad (5)$$

где  $Z_{\sigma}$  – коэффициент, учитывающий нелинейность между деформациями и напряжениями;  $Z_E$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов зубьев;  $Z_H$  – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей зубьев;  $K_0$  – коэффициент контактных напряжений;  $K_{\alpha}$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями и суммарную длину контактных линий;  $K_{\text{дв}}$  – коэффициент, учитывающий влияние на контактную прочность типа двигателя;  $K_{H\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки на контактную прочность в пределах суммарной длины контактных линий;  $K_{H\nu}$  – коэффициент влияния на контактную прочность динамической нагрузки в зацеплении;  $K_{H\alpha} = K_Z \cdot K_P \cdot K_{\text{шт}}$  – коэффициент распределения нагрузки между полушестеронами;  $[\sigma_{\max}]$  – допускаемое напряжение, не вызывающее опасной контактной усталости материала.

Для определения  $[\sigma_{\max}]$  воспользуемся зависимостью

$$[\sigma_{\max}] = (1,5 \dots 2,0) \frac{\sigma_{H\text{lim}}}{S_{H\text{min}}} K_{HL} Z_B Z_R Z_V Z_L Z_{\chi}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{H\text{lim}}$  – предел контактной выносливости зубьев для базового числа циклов нагружений;  $S_{H\text{min}}$  – минимальный коэффициент запаса прочности;  $K_{HL}$  – коэффициент долговечности;  $Z_B$  – коэффициент повышения допускаемого повышения допускаемого контактного напряжения вследствие точечного зацепления зубьев;  $Z_R$  – коэффициент, учитывающий влияние исходной шероховатости сопряженных зубьев;  $Z_V$  – коэффициент влияния окружной скорости;  $Z_L$  – коэффициент влияния смазки  $Z_{\chi}$  – коэффициент размера зубчатого колеса.

Рассмотрим определение коэффициентов, входящих в формулу (5). Коэффициент  $Z_{\sigma}=1/(0,33/0,294)=0,891$  при показателе степени нелинейности  $n=0,7$  [6]. Коэффициент  $Z_E$  при коэффициентах Пуассона  $\nu_1=\nu_2=\nu$  и модулях упругости  $E_1=E_2=E$  определяется по формуле

$$Z_E = \sqrt[3]{\frac{3}{2\pi} \left[ \frac{E}{2(1-\nu^2)} \right]^2}$$

Коэффициент  $Z_H = \sqrt{2 \cos \beta_b / \sin 2\alpha_w}$ , где  $\beta = \arcsin(\cos \beta \cdot \sin \alpha)$  – основной угол контакта зубьев, град. Коэффициент контактных напряжений  $K_0$  имеет вид:

$$K_0 = \frac{2T_1}{d_{w1}^3} \cdot \frac{u \pm 1}{u},$$

где  $T_1$  – максимальный расчетный крутящий момент на шестерне, Н·м;  $d_{w1}$  – диаметр начальной окружности шестерни, мм;  $u$  – передаточное число.

Коэффициент  $K_{\alpha}$  применительно к цилиндрическим косозубым и шевронным передачам определяется по формуле  $K_{\alpha}=1,053/\varepsilon_{\alpha}$ . Если передача содержит прямые зубья, то  $K_{\alpha}=1$  при  $\varepsilon_{\alpha}<2$  и  $K_{\alpha}=0,5$  при  $\varepsilon_{\alpha}\geq 2$ , где  $\varepsilon_{\alpha}$  – коэффициент осевого перекрытия зубьев.

При использовании ДВС коэффициент  $K_{дв}=1,7...2,0$  при числе цилиндров меньше четырех. При числе цилиндров равном  $4...6$  –  $K_{дв}=1,45...1,7$ , а при числе цилиндров  $\geq 7$  величина коэффициента  $K_{дв}=1,25...1,35$ . Если в качестве двигателя используется паровая турбина, то  $K_{дв}=1,05...1,10$ . В случае газотурбинного двигателя имеем  $K_{дв}=1,0...1,5$ .

При определении коэффициента  $K_{H\beta}$  в соответствии с рисунком под данным коэффициентом следует подразумевать коэффициент  $K_{H\beta k}$  (подвод момента  $T$  к торцу зацепления), либо коэффициент  $K_{H\beta m}$  (подвод момента  $T$  к середине зацепления). В соответствии со сказанным применительно к рисунку а, б, в, г, д, е, ж запишем выражения коэффициентов:

$$\left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} + \left(1 - \frac{1}{8u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3} + K_{H\beta 4}; \\ K_{H\beta m} &= 1 + K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (7) \quad \left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} - \left(0,25 + \frac{1}{4u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3}; \\ K_{H\beta m} &= 1 + \left(0,25 + \frac{1}{4u^2}\right) K_{H\beta 2} + K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} + \left(1 - \frac{1}{2u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3} + K_{H\beta 4}; \\ K_{H\beta m} &= 1 + K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (9) \quad \left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} + \left(1 + \frac{1}{u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3} + K_{H\beta 4}; \\ K_{H\beta m} &= 1 + K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (10)$$

$$\left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} + \left(0,6 - \frac{1}{8u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3}; \\ K_{H\beta m} &= K_{H\beta 1} + \left(0,25 + \frac{1}{4u^2}\right) K_{H\beta 2} + K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (11) \quad \left. \begin{aligned} K_{H\beta k} &= K_{H\beta 1} - \left(0,25 + \frac{1}{4u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3}; \\ K_{H\beta m} &= K_{H\beta 1} + \left(0,25 + \frac{1}{4u^2}\right) K_{H\beta 2} - K_{H\beta 3}. \end{aligned} \right\} (12)$$

$$K_{H\beta} = K_{H\beta 1} + K_{H\beta 4}. \quad (13)$$

Коэффициенты  $K_{H\beta 1}...K_{H\beta 4}$ , входящие в уравнения (7-13), имеют вид:

$$K_{H\beta 1} = 1,075^{(c-2,8)} \left[ 1 + \frac{0,01b_w (2,2 + K_b b_w) d_{w1}}{T_1 K_z K_{\text{пш}} K_{\text{дв}}} \right]; \quad K_{H\beta 2} = (0,051 + 0,09p) \left( \frac{b_w}{d_{w1}} \right)^{2,05};$$

$$K_{H\beta 3} = 0,025(\gamma_1 + \gamma_2 - 1,5); \quad K_{H\beta 4} = (0,09p + 0,125) \text{tg} \beta,$$

где  $c$  – степень точности по нормам контакта;  $p$  – число потоков мощности;  $K_b = 0,01$  – для прямозубых, косозубых и шевронных передач;  $\gamma_1 = b_1/h_{0\text{ш}}$ ,  $\gamma_2 = b_2/h_{0\text{к}}$  – относительная ширина свободной (свисающей) части обода шестерни и колеса, причем  $0 \leq \gamma_1 \leq 12,5$  и  $0 \leq \gamma_2 \leq 11,5$ ;  $b_1, b_2$  – ширина свободных частей венцов шестерни и колеса от торцов до полотен;  $h_{0\text{ш}}, h_{0\text{к}}$  – толщина ободов соответственно шестерни и колеса.

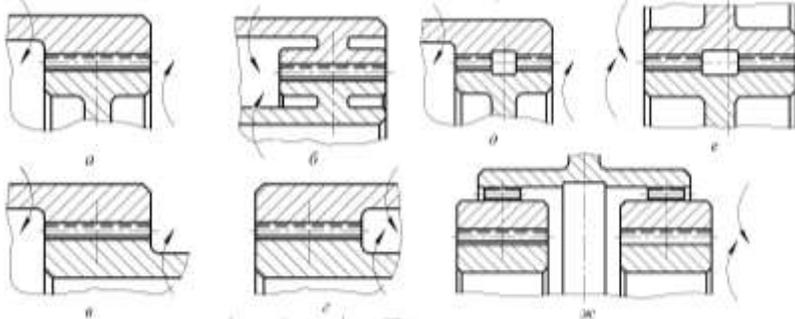


Рисунок – Варианты подвода и отвода передаваемой зацеплением мощности

Для определения коэффициента  $K_{H\alpha}$ , воспользуемся зависимостью [6]

$$K_{H\alpha} = \frac{1,38 \cdot 10^4 f v (u \pm 1)}{u \left( K_0 K_{H\beta} K_{\text{дв}} d_{w1} v + 1,95 \cdot 10^4 \sqrt{K_0 K_{H\beta} K_{\text{дв}} f} \right)},$$

где  $v$  – окружная скорость, м/с;  $f = (f_1 + f_2)/2$  – погрешность, учитывающая нормы плавности;  $f_1 = f_{z\kappa 1}$ ,  $f_2 = f_{z\kappa 2}$  – для прямозубых передач;  $f_1 = f_{b1}$ ,  $f_2 = f_{b2}$  – для косозубых и шевронных передач;  $f_{z\kappa 1}$ ,  $f_{z\kappa 2}$  – допуски на циклическую погрешность зубцовой частоты шестерни и колеса;  $f_{b1}$ ,  $f_{b2}$  – максимально возможное отклонение шагов зацепления шестерни и колеса.

Коэффициент  $K_{H\alpha} = K_z K_p Z_{\text{пш}}$ , учитывающий в комплексе распределение нагрузки между зубьями, число потоков мощности в зацеплении, увеличение нагрузки в полюсе зацепления и распределение нагрузки между полушевронами.

Коэффициент  $K_z$  при числе потоков мощности  $\alpha_n = 1$  равен единице. Для переборных редукторов при  $\alpha_n = 2$  или  $\alpha_n = 3$  коэффициент  $K_z = 1,05$ , а при  $\alpha_n = 4 \dots 5$  имеем  $K_z = 1,1$ , а при  $\alpha_n \geq 5$  коэффициент  $K_z = 1,15$ .

Коэффициент  $K_p$ , учитывающий возрастание нагрузки в полюсе зацепления, для цилиндрических и шевронных зубчатых передач с точечным контактом зубьев принимается равным единице.

Коэффициент  $K_{\text{пш}}$ , учитывающий распределение нагрузки между полушевронами, для цилиндрических передач с прямыми и косыми зубьями независимо от характера контакта принимается равным единице. Для шевронных передач редукторов с упругими либо зубчатыми муфтами коэффициент  $K_{\text{пш}} = 1,05 \dots 1,1$ .

Рассмотрим обоснование и выбор напряжения  $\sigma_{\text{длнм}}$  и коэффициентов,

входящих в формулу (6), необходимых для определения  $[\sigma_{\max}]$ . Предел контактной выносливости зубьев  $\sigma_{H\lim}$ , соответствующий базовому числу циклов, определяется исходя из таблицы 3.

Коэффициент  $\varphi$  (см. таблицу 3) определяется в зависимости от средней величины толщины азотированного слоя  $\delta$ ;  $HB$ ,  $HRC$ ,  $HV$  – средняя твердость поверхностей по Бринеллю, Роквеллу и Виккерсу.

Минимальный коэффициент запаса прочности  $S_{H\min}$  определяется, исходя из следующих положений. Для зубчатых колес с одинаковой структурой материала  $S_{H\min}=1,1$ ; для зубчатых колес с поверхностным упрочнением зубьев  $S_{H\min}=1,2$ ; для зубчатых передач, выход которых из строя связан с тяжелыми последствиями, коэффициент  $S_{H\min}=1,25 \dots 1,35$ .

Таблица 3 – Значения предела контактной выносливости

Вид термообработки	Предел контактной выносливости $\sigma_{H\lim}$ , МПа		
Цементация $HRC \geq 59$ ; $HB \geq 600$	1470...1530		
Азотирование	Предварительная термообработка $HV \geq 600$ ; $HB280$	Поверхностная прочность	Прочность сердцевины
		1195	$\varphi \leq 0,6$ ; 4,8HRC $\varphi \geq 0,6$ ; $(4,2 + 1,2 \cdot 10^4 \varphi) HB$
	Предварительная циклическая термообработка: закалка+отпуск; $HV \geq 600$ ; $HB300 \dots 390$ ; высоколегированные стали	1295	$\varphi \leq 0,6$ ; 5HRC
			$\varphi \geq 0,6$ ; $(4,3 + 1,2 \cdot 10^4 \varphi) HB$
Термоулучшение $HB280 \dots 380$	$(2,4 \dots 2,6) HB$		

Коэффициент долговечности  $K_{HL}$  определяется из известной зависимости

$$K_{HL} = \sqrt[8]{\frac{N_{H0}}{N_{HE}}},$$

где  $N_{H0}=10^8$  – базовое число циклов;  $N_{HE}$  – эквивалентное число циклов, определяемое из выражения

$$N_{HE} = 60 \alpha_n \sum_{i=1}^k n_i t_i \left( \frac{T_i K_{H\beta i} K_{v i}}{T_1 K_{H\beta 1} K_{v 1}} \right)^9.$$

Коэффициент  $Z_\chi$ , учитывающий размеры зубчатого колеса, определяется по формуле  $Z_\chi = \sqrt{1,07 \cdot 10^{-4} d_w}$ , либо из выражения  $Z_\chi = 1,345/d_w^{0,05}$ . При  $d_w < 700$  мм рекомендуется принимать значение коэффициента  $Z_\chi = 1,0$ .

Предложенный метод расчета на контактную прочность эвольвентных зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев следует рассматривать как одну из первых попыток расчета в указанном направлении. В дальнейшем, по мере накопления опытных данных по указанным зубчатым передачам, возможна несущественная корректировка отдельных коэффициентов, входящих в уравнения (5) и (6).

**Выводы.** Впервые с момента появления (1881г.) классической теории упру-

го сжатых тел, разработанной Генрихом Герцем, доказано и показано, что минимальные напряжения при точечном зацеплении зубьев могут быть не только больше, но и меньше таковых, характерных для линейного взаимодействия зубьев.

Также впервые разработан практический метод расчета на контактную прочность зубчатых передач с точечным зацеплением эвольвентных зубьев.

**Список литературы:** 1. Патент №76881 на винахід, Україна. Зубчаста передача з модифікованими ніжками зубів / *Попов О.П.* – 20041210284; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.09.06. Бюл. №9. 2. Патент №77304 на винахід, Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / *Попов О.П.* – а2004121281; Заявл. 14.02.04; Опубл. 15.11.06. Бюл. №11. 3. Патент № 77634 на винахід, Україна. Зубчасте зачеплення / *Попов О.П.* – а20041210280; Заявл. 14.12.04; Опубл. 15.12.06. Бюл. №12. 4. Патент № 81008 на винахід, Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / *Попов О.П.* – а200507850; Заявл. 08.08.05; Опубл. 26.11.07. Бюл. №19. 5. Патент №84606 на винахід, Україна. Зубчаста передача з рівномірним зачепленням евольвентних зубів / *Попов О.П.* – а200611795; Заявл. 09.11.06; Опубл. 10.11.08. Бюл. №21. 6. *Попов А.П.* Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с. 7. *Alexey Popov.* Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел. – Lublin (Poland). Изд-во Motrol, 2010. – С.223-231. 8. *Попов А.П., Мироненко А.И.* Разработка высокоэффективных зубчатых передач на основе новой теории контактной прочности // Специализированный информационно-аналитический журнал "Газотурбинные технологии" – Москва: 2011. – №4(95). – С.32-37. 9. *Федякин Р.В., Чесноков В.А.* Расчет цилиндрических передач Новикова и фрикционных передач // Изв. ВВИА им. Проф. Н.Е. Жуковского. – М., 1982. – 114с.

*Поступила в редколлегию 09.04.2013*

УДК 621.833

**Контактная прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев / А.П. Попов, М.Г. Мозговой** // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.108-116. – Бібліогр.: 9 назв.

Вперше на основі нової теорії контактної міцності пружно стиснутих тіл, розробленої О.П. Поповим, створено метод розрахунку на контактну міцність зубчастих передач з точковим зачепленням зубців.

**Ключові слова:** передачі, зубці, контакт, точка, напруження.

The method of calculation on contact strength of toothed gears with teeth point contact based on a new A.P. Popov's theory of contact strength of the elastic compressed bodies has been worked out for the first time.

**Keywords:** gears, teeth, contact, point, stress.

УДК 621.833.7: 614.84

**А.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., проф., доцент каф. ОТО АСР НУГЗУ, Харьков;  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник  
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

## **ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ РАБОТОСПОСОБНОСТИ НЕСУЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Разработан энергетический критерий работоспособности несущих элементов аварийно-спасательной, инженерной и противопожарной техники с позиций трибофатики как основы проектирования этой техники. Определены параметры напряженно-деформированного состояния несущих элементов с помощью энергетического критерия.

**Ключевые слова:** трибофатика, энергетический критерий, пожарно-технические средства, основы проектирования.

**Постановка проблемы.** Проектирование функциональной и надежной

© О.Г. Приймаков, О.В. Устиненко, 2013

аварийно – спасательной, инженерной и противопожарной техники (АСИПП) может обеспечиваться лишь надежной расчетно-проектировочной базой, сформированной на основе системного подхода [1-2]. Такой подход обеспечивает в настоящее время лишь трибофатика [1-6].

**Анализ последних достижений и публикаций.** Описание явления тропни, лежащего в основе трибофатики, можно найти в работах [1-6].

**Постановка задачи и ее решение.** Системный анализ – методология, созданная в результате научных обобщений с учетом всех преобладающих факторов влияния, но с единым интегральным (суммарным) критерием работоспособности. Для расчета и проектирования АСИПП-техники авторы рекомендуют использовать энергетический критерий работоспособности, сформированный с позиции трибофатики. При этом несущий элемент рассматривается как фрагмент силовой системы [5-6].

Гипотеза Сосновского о предельном состоянии силовой системы имеет вид:

$$\Phi(U_{\sigma(ch)}^{eff}, U_{\tau(ch)}^{eff}, U_{T(ch)}^{eff}, \Lambda_{i \setminus j}, m_k, U_0) = 0, \quad (1)$$

где  $m_k, k=1, 2, \dots$  – некоторые характеристики свойств контактирующих материалов.

Дадим конкретизацию (1) в наиболее простой постановке. Будем считать, во-первых, что напряженное состояние, обусловленное повторно-переменной нагрузкой, является одноосным и характеризуется наибольшим нормальным напряжением  $\sigma$ . Во-вторых, примем, что контактное взаимодействие элементов системы описывается фрикционным напряжением  $\tau_w$ . Пусть далее  $T$  – температура среды. Тогда, без учета коррозионных процессов, гипотеза (1) будет

$$\Phi(\sigma^2, \tau_w^2, T, \Lambda_{\sigma \setminus \tau}, \Lambda_{T \setminus M}, m_k, U_0) = 0, \quad (2)$$

так как силовая ( $U_{\sigma}^{eff}$ ), фрикционная ( $U_{\tau}^{eff}$ ) и тепловая ( $U_T^{eff}$ ) составляющие эффективной энергии  $U_{\Sigma}^{eff}$  пропорциональны соответствующим параметрам:

$$U_T^{eff} = a_T T; \quad U_{\sigma}^{eff} = a_{\sigma} \sigma^2; \quad U_{\tau}^{eff} = a_{\tau} \tau_w^2, \quad (3)$$

где коэффициенты  $a \ll 1$  выделяют из полных тепловой и механической энергий их эффективные части.

Предположение о том, что предельное состояние силовой системы наступит, когда простая алгебраическая сумма эффективных энергий достигнет критической величины

$$\Sigma U^{eff} = U_T^{eff} + U_{\sigma}^{eff} + U_{\tau}^{eff} = a_T T_{\Sigma} + a_{\sigma} \sigma^2 + a_{\tau} \tau_w^2 = U_K, \quad (4)$$

считается неправомерным [6]. В самом деле, подобный критерий, как нетрудно понять, не в состоянии описать возможные принципиально многообразные результаты комплексного повреждения. Поэтому энергетический критерий предельного состояния силовой системы следует записать с учетом диалектического взаимодействия необратимых повреждений:

$$U_{\Sigma}^{eff} = \Lambda_{M \setminus T} [a_T T_{\Sigma} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (a_{\sigma} \sigma^2 + a_{\tau} \tau_w^2)] = U_0, \quad \Lambda \leq 1. \quad (5)$$

Здесь  $\Lambda_{\tau \setminus \sigma}$  учитывает взаимодействие эффективных частей механической энергии, обусловленных нормальными  $\sigma$  и фрикционными  $\tau_w$  напряжениями, а  $\Lambda_{M \setminus T}$  – взаимодействие тепловой и механических составляющих эффективной энергии.

Заметим, что в выражении (5) эффективная часть тепловой энергии определяется изменением суммарной температуры  $T_{\Sigma}=T_2-T_1$  в зоне силового контакта, обусловленной всеми источниками тепла, в том числе выделяемого при механическом (объемном и поверхностном) деформировании, структурных превращениях и т.п.

Критериальное уравнение *Сосновского-Богдановича* (5) есть конкретизация гипотезы (2). Оно описывает достижение предельного состояния и по критерию усталостного разрушения (прямой эффект), когда роль циклических напряжений является определяющей; и по критерию предельного контактного повреждения (обратный эффект), когда решающим является вклад процессов трения и изнашивания; и по критерию термодеструкции, когда термодинамические процессы становятся ведущими. Это означает, что уравнение (5) описывает достижение предельного состояния силовой системы независимо от того, какие механизмы генерирования и накопления разнообразных повреждений реализуются.

Из (5) нетрудно получить ряд важных частных случаев. Так, условия чисто теплового (или термодинамического) разрушения (когда  $\sigma=0$  и  $\tau_w=0$ ) либо чисто механического разрушения (когда  $T_{\Sigma}=0$ ) будут соответственно следующими:

$$a_T T_{\Sigma}=U_0; \quad (6) \quad \Lambda_{\tau\sigma} (a_{\sigma}\sigma^2 + a_{\tau}\tau_w^2)=U_0. \quad (7)$$

В случае изотермической механической усталости (когда  $\tau_w=0$ ) имеем

$$\Lambda_{M\setminus T} = (a_T T_{\Sigma} + a_{\sigma}\sigma^2)=U_0, \quad (8)$$

а при изотермической фрикционной усталости (когда  $\sigma=0$ ) аналогично получаем

$$\Lambda_{M\setminus T} = (a_T T_{\Sigma} + a_{\tau}\tau_w^2)=U_0. \quad (9)$$

Для конкретизации задачи (4) следует указать способ учета влияния электрохимических процессов на повреждаемость силовой системы. Введем параметр  $0 \leq D \leq 1$ , которому придадим следующее содержание: его увеличение должно быть эквивалентно росту эффективной (расходуемой на образование и накопление износоусталостных повреждений) энергии в силовой системе вследствие развития электрохимической повреждаемости. Такое влияние нетрудно описать путем соответствующего изменения величин параметров  $a$  в критерии (5). В самом деле, если уменьшить величину  $a$  в  $(1-D)$  раз, т.е. ввести в критерий (5) выражение  $a/(1-D)$ , то получим: рост  $D$  означает соответствующее увеличение  $a$ . Тогда критерий (5) можно записать в общем виде [4, 5]:

$$\Lambda_{M\setminus T} \left[ \frac{a_T}{1-D_T} T_{\Sigma} + \Lambda_{\tau\sigma} \left( \frac{a_{\sigma}}{1-D_{\sigma}} \sigma^2 + \frac{a_{\tau}}{1-D_{\tau}} \tau_w^2 \right) \right] = U_0, \quad \Lambda \leq 1. \quad (10)$$

Здесь параметры  $D_{\sigma}$ ,  $D_{\tau}$  и  $D_T$  описывают влияние коррозии под напряжением, коррозии при трении и термической коррозии соответственно. Таким образом, уравнение (5) есть конкретизация гипотезы (1) в том случае, когда нагружаемыми параметрами являются  $\sigma$ ,  $\tau_w$ ,  $T_{\Sigma}$ ,  $D$ .

При  $D=0$  критерий (10) переходит в (5).

Введем относительные меры  $\omega$  термодинамического (индекс  $T$ ), силового (индекс  $\sigma$ ) и фрикционного (индекс  $\tau$ ) повреждений с учетом влияния коррозии (индекс  $ch$ ):

$$0 \leq \omega_{T(ch)} = \frac{a_T T_\Sigma}{U_0(1-D_T)} \leq 1; \quad 0 \leq \omega_{\sigma(ch)} = \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0(1-D_\sigma)} \leq 1; \quad 0 \leq \omega_{\tau(ch)} = \frac{a_\tau \tau_W^2}{U_0(1-D_\tau)} \leq 1. \quad (11)$$

Тогда критерий (10) принимает вид

$$\Lambda_{M \setminus T} [\omega_{T(ch)} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (\omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)})] = 1, \quad (12)$$

или

$$\omega_\Sigma = 1, \quad (12a)$$

где энергетическая мера комплексного износоусталостного повреждения

$$0 \leq \omega_\Sigma = \Lambda_{M \setminus T} [\omega_{T(ch)} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (\omega_{\sigma(ch)} + \omega_{\tau(ch)})] \leq 1. \quad (13)$$

Критерий Сосновского (10), (12) гласит: предельное состояние силовой системы наступит, когда сумма диалектически взаимодействующих эффективных составляющих энергии от силового, фрикционного и термического воздействий (с учетом процессов коррозии под напряжением, термической и трибохимической коррозии) достигнет критической величины  $U_0$ . Критерий (10) в форме (12) или (13) удобен тем, что все меры поврежденности являются безразмерными и имеют единый интервал ( $0 \leq \omega \leq 1$ ) изменения величин.

Если использовать концепцию об опасных объемах деформируемого твердого тела при циклическом нагружении ( $V_{P\gamma}$ ), при трении ( $S_{P\gamma}$ ) и при термодинамическом нагружении ( $V_{T\gamma}$ ), то пространственные меры поврежденности можно определить аналогично (11):

$$\omega_{T(ch)} = \frac{V_{T\gamma}}{V_0(1-D_T)}; \quad \omega_{\sigma(ch)} = \frac{V_{P\gamma}}{V_0(1-D_\sigma)}; \quad \omega_{\tau(ch)} = \frac{S_{P\gamma}}{S_k(1-D_\tau)}, \quad (14)$$

где  $V_0, S_k$  – рабочие объемы.

И тогда критерий (10) запишем с учетом (14):

$$\Lambda_{M \setminus T} \left[ \frac{V_{T\gamma}}{V_0(1-D_T)} + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} \left( \frac{V_{P\gamma}}{V_0(1-D_\sigma)} + \frac{S_{P\gamma}}{S_k(1-D_\tau)} \right) \right] = 1. \quad (15)$$

Достоинство (15) состоит в том, что здесь учтено взаимодействие опасных объемов, обусловленных разными нагрузками, при формировании предельного состояния силовых систем. Кроме того, поскольку относительные опасные объемы определяются комплексом конструктивно-технологических и металлургических факторов, то этот комплекс факторов оказывается автоматически учтенным в критерии предельного состояния силовых систем.

В случаях, когда требуется учесть временные эффекты, критерии (10) и (12) записывают соответственно:

$$\int_0^t \left[ \frac{a_T}{(1-D_T)} T_\Sigma(t) + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} \left( \frac{a_\sigma}{(1-D_\sigma)} \sigma^2(t) + \frac{a_\tau}{(1-D_\tau)} \tau_W^2(t) \right) \right] \Lambda_{M \setminus T}(t) dt = U_0(t); \quad (16)$$

$$\int_0^t [\omega_{T(ch)}(t) + \Lambda_{\tau \setminus \sigma} (\omega_{\sigma(ch)}(t) + \omega_{\tau(ch)}(t))] \Lambda_{M \setminus T}(t) dt = 1, \quad (17)$$

где  $U_0(t)$  – функция старения.

Заметим, что в критериях (4), (10) не было наложено никаких ограничений для величин  $T_\Sigma > 0$ ,  $\tau_W > 0$ ,  $\sigma > 0$ . Поэтому они могут описывать достижение

предельного состояния не только при комплексном износоусталостном повреждении, но и при частных условиях нагружения, например, при чисто тепловом или чисто механическом разрушении.

Общий анализ этих критериев позволяет сделать три основных вывода:

1. Рост нагрузочных параметров ( $\sigma$ ,  $\tau_w$ ,  $T_S$ ,  $D$ ) ведет к соответствующему ускорению достижения предельного состояния.

2. Предельное состояние силовой системы может быть достигнуто и за счет увеличения только одного (любого) из нагрузочных параметров (при сохранении неизменными величин остальных параметров).

3. Если  $\Lambda > 1$ , то деградация силовой системы соответственно усиливается, а при  $\Lambda < 1$  она замедляется, по сравнению с поврежденностью, обусловленной совокупным действием одних только нагрузочных параметров.

Последний вывод и есть результат принципиально нового подхода к построению критерия предельного состояния силовых систем.

Для практического применения критериев (4), (10) и (12) необходимо иметь обоснованные методики определения величин  $U_0$ ,  $a$ ,  $\Lambda$ ,  $D$ .

Выше был отмечен фундаментальный характер параметра  $U_0$ . Если исходить из основных положений термофлуктуационной теории прочности [5-6], то  $U_0$  следует трактовать как начальную энергию активации процесса разрушения. Там же было показано, что величина  $U_0$  примерно совпадает с тепловой сублимации для металлов и кристаллов с ионными связями, а так же с энергией активации термодеструкции для полимеров [6],

$$U_0 \approx U_T.$$

С другой стороны, величина  $U_0$  определяется как энергия активации механического разрушения

$$U_0 \approx U_M.$$

Следовательно, энергию  $U_0$  можно считать константой вещества,

$$U_0 \approx U_M \approx U_T = \text{const.} \quad (18)$$

Принимая во внимание физико-механические и термодинамические представления о процессах разрушения [1-6], запишем (18) в виде:

$$U_M = s_k \frac{\sigma_{th}}{E} \frac{C_a}{\alpha_V} = U_0 = kT_S \ln \frac{k\theta_D}{h} = U_T, \quad (19)$$

где  $s_k$  – коэффициент приведения;  $\sigma_{th}$  – теоретическая прочность;  $E$  – модуль упругости;  $C_a$  – атомная теплоемкость;  $\alpha_V$  – коэффициент термического расширения объема;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T_S$  – температура плавления;  $\theta_D$  – температура Дебая;  $h$  – постоянная Планка.

Согласно (19) приближенно можно принять [6]

$$U_0 \approx \varepsilon_* \frac{C_a}{\alpha_V}, \quad (20)$$

где  $\varepsilon_* \approx 0,6$  – предельная деформация межатомной связи.

Из равенства (19) следует, что  $U_0$  – энергия активации данного вещества, по порядку величины равная  $1 \dots 10 \text{ эВ}$  в расчете на одну частицу, атом или молекулу ( $\sim 10^2 \dots 10^3 \text{ кДж/моль}$ ), т.е. величина, близкая к энергии разрыва межатомной связи в твердом теле [1, 6]. Ее уровень не зависит от того, каким способом достигается разрушение – механическим, тепловым либо их совокуп-

ним действием. Методики экспериментального определения  $U_0$  разработаны и хорошо известны [1, 2].

Из (19) устанавливается термомеханическая константа материала,

$$\frac{\sigma_{th}}{T_S} = E \frac{\alpha_V k}{C_a} \ln \frac{k\theta_D}{h} = \theta_{\sigma}. \quad (21)$$

Константа Сосновского  $\theta_{\sigma}$  характеризует потерю прочности, приходящуюся на 1К.

**Выводы.** Таким образом, авторами разработан энергетический критерий работоспособности несущих элементов АСИПП-техники. Разработанный критерий носит универсальный характер для пар трения износоконтактного взаимодействия.

**Список литературы:** 1. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 526с. 2. Приймаков О.Г. Системне прогнозування працездатності несучих елементів авіаційних конструкцій: автореферат дис...докт.техн.наук. – Харків: вид. ПМаш ім. А.М. Підгорного, 2007. – 38с. 3. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Теорія зносостійкої витривалості та і застосування в машинобудуванні. – Харків: Оберіг, 2009. – 336с. 4. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Витривалість конструкційних матеріалів при абразивному зношуванні. – Харків: Оберіг, 2009. – 383с. 5. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О., Приймаков Г.О. Прогнозування витривалості та загальної працездатності несучих елементів авіаційних конструкцій. – Харків: Оберіг, 2010. – 247с. 6. Сосновский Л.А. Сюрпризы трибофатики / Л.А. Сосновский, С.С. Щербаков. – Гомель: УО "БелГУТ", 2005. – 194с.

Поступила в редколлегию 09.03.2013

УДК 621.833.7: 614.84

**Энергетический критерий работоспособности несущих элементов машиностроительных конструкций / А.Г. Приймаков, А.В. Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ".** Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.116-121. – Бібліогр.: 6 назв.

Розроблено енергетичний критерій працездатності несучих елементів аварійно-рятувальної, інженерної та протипожежної техніки з позицій трибофатики як основи проектування цієї техніки. Визначені параметри напружено-деформованого стану несучих елементів з допомогою енергетичного критерію.

**Ключові слова:** трибофатика, енергетичний критерій, пожежно-технічні засоби, основи проектування.

Developed energy efficiency criterion bearing elements emergency-rescue, engineering and fire-fighting equipment from the position as Tribo-Fatigue design principles of this technique. The parameters of the stress – strain state of carrier elements with the energy criterion.

**Keywords:** tribo-fatigue, energy criterion, fire-hardware, design principles.

УДК 621.833.7: 614.84

**А.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., проф., доцент каф. ОТО АСР НУГЗУ, Харьков;

**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";

**Д.Л. СОКОЛОВ**, к.т.н., доцент каф. ОТО АСР НУГЗУ;

**Е.Н. ГРИНЧЕНКО**, к.т.н., доцент каф. ОТО АСР НУГЗУ

## **РАЗРАБОТКА МАНИПУЛЯТОРОВ С СИЛОВЫМИ ВОЛНОВЫМИ МЕХАНИЗМАМИ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ АВАРИЙНО-СПАСАТЕЛЬНЫХ РАБОТ**

Предложены конструкции манипуляторов, содержащих силовые волновые механизмы с электро-механическими генераторами волн, обладающие свойствами прецизионного и безинерционного манипулирования. Такие конструкции могут быть использованы для проведения аварийно-спасательных работ в агрессивных средах без непосредственного присутствия человека.

**Ключевые слова:** манипулятор, несущий элемент, гибкое колесо, жесткое колесо, генератор волн, аварийно-спасательные работы.

**Постановка проблемы.** Согласно Концепции и Программы научного обеспечения деятельности Государственной службы Украины чрезвычайных ситуаций от 2012 года одним из основных направлений и задач научного обеспечения деятельности службы есть разработка и создание специальной, противопожарной, поисково-спасательной техники и средств спасения для оснащения подразделений ГСУ ЧС.

При современном развитии производства, военно-промышленного комплекса используются различные материалы, которые отличаются повышенной техногенной опасностью. При возникновении аварий техногенного характера образуются агрессивные среды, где присутствие человека физически невозможно. Поэтому на ГСУ ЧС возлагаются задачи по разработке и использованию роботизированной техники для ликвидации ЧС без непосредственного присутствия человека. Одним из вариантов такой техники являются манипуляторы для выполнения ряда задач по проведению аварийных работ в агрессивных средах. Такие манипуляторы должны обладать рядом свойств: надежностью, прецизионным позиционированием, безинерционностью, быстродействием, простотой управления при эксплуатации, [1-4]. Решение задачи по обеспечению прецизионного позиционирования и безинерционности манипуляторов для выполнения аварийных работ предлагается в данной работе, что делает ее актуальной и практически полезной.

**Анализ последних достижений и публикаций.** Предлагаются собственные конструкции, включающие в себя силовые волновые механизмы с электромагнитными генераторами волн (респонсины), обеспечивающие отмеченные выше свойства манипуляторов. Подобные свойства конструкции манипуляторов рассматривались в работах [1-2].

**Постановка задачи и ее решение.** Целью данной работы служит разработка методологии конструирования манипуляторов для выполнения аварийных работ в агрессивных средах при ликвидации аварий техногенного характера.

В разработанных конструкциях используется силовой волновой механизм с электромагнитным генератором волн (респонсин), это позволяет обеспечить манипулятор повышенной надежностью, высокой (прецизионной) точностью позиционирования и практической безинерционностью, [1-3].

Модуль манипулятора представлен на рисунке 1. Модуль манипулятора содержит: 1 – корпус; 2, 3 – выходные звенья; 4 – переходник; 5 – шлицы; 6 – ось; 7 – зубчатое соединение; 8 – гибкое колесо; 9, 10 – зубчатые венцы; 11, 12 – жесткое колесо; 13, 14 – подшипниковые опоры; 15, 16 – статоры; 17, 18 – роторы электродвигателя; 19, 20 – подшипниковые опоры; 21, 22 – генераторы волн.

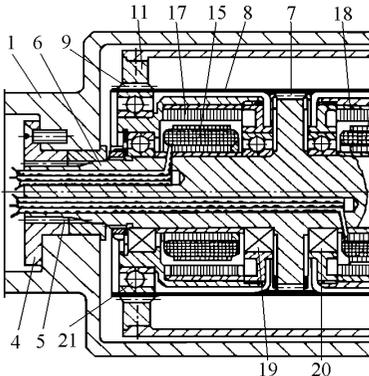


Рисунок 1 – Модуль манипулятора

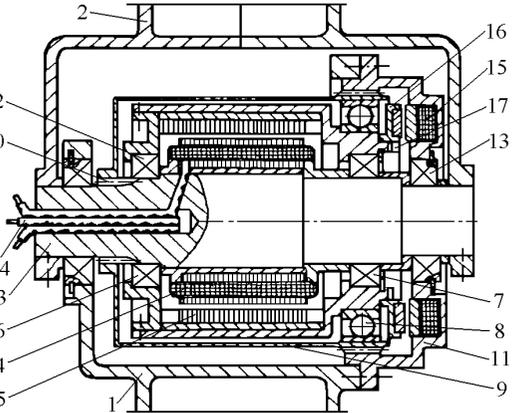


Рисунок 2 – Шарнир манипулятора

Модуль манипулятора работает следующим образом. При подводе напряжения к статорам 15 и 16 начинают вращаться роторы 17 и 18, а вместе с ними и генераторы 21 и 22 волн. Каждый генератор волн деформирует свой зубчатый венец гибкого колеса 8, которое неподвижно, так как связано через зубчатое соединение 7 и ось 6 с корпусом 1. Вследствие деформирования зубчатых венцов 9 и 10 гибкого колеса 8 и их зацепления соответственно с жесткими колесами 11 и 12 последние получают вращение и сообщают его выходным звеньям 2 и 3.

Напряжение может быть подано на два статора 15 и 16 или только на один из них. В зависимости от этого вращение получают оба выходных звена 2 и 3 или только одно из них. Выходные звенья 2 и 3 могут также вращаться с разной угловой скоростью в одном и противоположном направлениях.

Шарнир манипулятора (рисунок 2) включает в себя: 1 – ведущее звено; 2 – ведомое звено; 3 – ось шарнира; 4 – статор электродвигателя; 5 – полый цилиндрический ротор; 6, 7 – подшипники; 8 – генератор волн; 9 – гибкое зубчатое колесо; 10 – шлицы; 11 – жесткое колесо; 12, 13 – подшипники; 14 – токопроводы; 15 – статор электромагнитного тормоза; 16 – якорь; 17 – шлицы.

Шарнир манипулятора работает следующим образом. При подводе напряжения по токопроводам 14 к обмотке статора 4 электродвигателя получает вращение полый цилиндрический ротор 5 и связанный с ним генератор 8. Вследствие деформирования генератором 8 гибкого колеса 9 и его зацепления с жестким колесом 11 последнее получает вращение и через шлицы 10 сообщает его оси 3 и соединенному с ней ведомому звену 2. Таким образом, ведомое звено 2 совершает поворотное движение в плоскости относительно звена 1. При необходимости фиксирования звена 2 относительно ведущего звена 1 подается напряжение на обмотку статора 15 электромагнитного тормоза. Под действием электромагнитных сил якорь 16 притягивается к статору 15, тем самым соединяя генератор 8 и жесткое колесо 11. При этом волновой редуктор становится жестким звеном, исключая перемещение ведомого звена 2 относительно ведущего звена 1.

Манипулятор (рисунки 3,4) содержит: 1 – стойка; 2, 3, 4 – звенья; 5 – схват; 6, 7, 8 – двигатели; 9 – ведущий зубчатый шкив; 10 – цапфа; 11 – подшипник; 12 – ведомый зубчатый шкив; 13 – зубчатый ремень; 14 – переходник; 15 – вал; 16 – корпус кулачкового генератора; 17 – генератор волн; 18 –

гибкое зубчатое колесо; 19 – внешний зубчатый венец; 20 – внутренний зубчатый венец; 21 – внешнее жесткое колесо; 22 – внутреннее жесткое колесо; 23 – внешний генератор волн; 24, 25 – зубчатые колеса с внутренними зубьями; 26, 27 – зубчатые колеса с внешними зубьями; 28 – валик; 29 – подшипниковая опора; 30 – вал шарнира; 31, 32, 33, 34 – подшипники; 35, 36, 37, 38 – зубья шкивов зубчато-ременных передач, имеющих общие ступицы.

Устройство всех шарниров манипулятора является аналогичным, отличие заключается в количестве подшипников и шкивов на цапфе 10. Так, для первого шарнира, соединяющего стойку 1 и подвижное звено 2, на цапфе 10 смонтировано пять подшипников и соответственно пять зубчатых шкивов 12-38. Зубья шкивов 35-38 соответственно имеют общие ступицы, т.е. они вдвоены, так как вращаются с одинаковой частотой.

На цапфе следующего от стойки 1 шарнира, т.е. соединяющего звенья 2 и 3, смонтированы на подшипниковых опорах уже только три зубчатых шкива 39-41, причем шкив 39 является ведомым для этого шарнира и соединен с генератором волн волновой сдвоенной зубчатой передачи своего шарнира. Цапфа последнего, третьего шарнира несет на себе только один подшипник и один шкив 42, связанный с генератором волн своей волновой передачи. Шкив 42 зубчатым ремнем 43

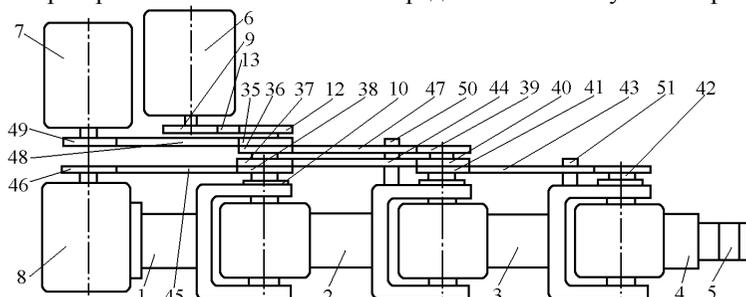


Рисунок 3 – Схема манипулятора

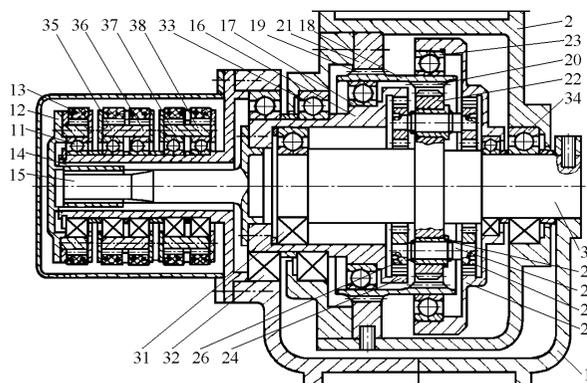


Рисунок 4 – Конструкция шарнира манипулятора

связан со шкивом 41, смонтированным на цапфе предыдущего шарнира, имеющим общую ступицу со шкивом 40, связанным, в свою очередь, зубчатым ремнем 44 со шкивом 37, имеющим общую ступицу со шкивом 38, связанным зубчатым ремнем 45 со шкивом 46, насаженным на вал двигателя 3. Аналогично ведомый шкив 39 второго шарнира связан зубчатым ремнем 47 со шкивом 36 первого шарнира, имеющим общую ступицу со шкивом 35, который зубчатым ремнем 48 связан со шкивом 49, насаженным на вал двигателя 7. На звеньях 2 и 3 закреплены кронштейны 50 и 51 с подвижными роликами (не показаны) для периодического натяжения ремней.

Передаточное отношение всех ременных зубчатых передач равно единице, а подшипники, смонтированные на них шкивы и зубчатые ремни имеют соответственно одинаковые параметры для всех ременных передач, что значительно упрощает и удешевляет конструкцию манипулятора.

Манипулятор работает следующим образом. В исходном положении манипулятора, если он не нагружен полезной нагрузкой, его звенья удерживаются от перемещений с помощью тормозов на постоянных магнитах, имеющих на двигателях. При работе манипулятора все его шарниры могут включаться одновременно или два из них, или один независимо от остальных. Например, для поворота звена 2 относительно звена 1 на требуемый угол включается двигатель 6, вследствие чего получает вращение с частотой вала двигателя шкив 9, приводящий во вращение через зубчатый ремень 13 ведомый шкив 12 и связанные с ним переходник 14, вал 15, корпус 16 генератора 17 волн и сам генератор 17 волн, от которого вращение через зубчатые колеса 24 и 26, валик 28, зубчатые колеса 25 и 27 передается генератору 23 волн. Вращаясь, генераторы 17 и 23 волн деформируют гибкое зубчатое колесо 18, которое, зацепляясь с жесткими колесами 21 и 22, вызывает замедленное вращение жесткого колеса 21 и связанного с ним ведомого звена 2. При этом жесткое колесо 22, связанное с валом 30 шарнира и ведущим звеном 1, является относительно них неподвижным звеном волновой передачи.

Для поворота на требуемый угол звена 3 относительно звена 2 включается двигатель 7, приводящий во вращение зубчатый шкив 49 и через ремень 48 сдвоенные зубчатые шкивы 35 и 36, передающие вращение через ремень 47 на ведомый зубчатый шкив 39 шарнира, соединяющего звенья 2 и 3. От шкива 39 осуществляется привод сдвоенной волновой передачи аналогично предыдущему шарниру.

Для поворота на требуемый угол звена 4 относительно звена 3 включается двигатель 8, который через шкивы 46 и 38, 37 и 40, 41 и 42, связанные зубчатыми ремнями, соответственно 45, 44 и 43, включает в работу волновую сдвоенную передачу шарнира, приводящую в движение звено 4.

Подвижные звенья 2-4 и схват 6 могут поворачиваться одновременно, в одном или разных направлениях с помощью реверса двигателей.

Генератор 17 волн сохраняет заданную форму деформации гибкого колеса 18 на участке его зацепления с жестким колесом 21, а генератор 23 волн – на участке его зацепления с жестким колесом 22. Привод генератора 23 волн осуществляется, в первую очередь, с помощью бегущей волны деформации гибкого колеса 18, т.е. при установленном режиме работы момента этого привода вполне достаточно для нормальной работы волновой передачи и шарнира.

Однако во время быстрого разгона или торможения звена 2 манипулятора генератор 23 волн вследствие своей инерционности стремится отстать на некоторый угол от генератора 17. Если бы это случилось, то произошло бы рассогласование осей деформации генераторов 17 и 23 и искажение зацепления гибкого колеса 18 с жесткими колесами 22 и 21, что привело бы к проскоку зубьев и вибрациям, т.е. практически к потере работоспособности шарнира.

Рассогласование вращения генераторов 17 и 23 волн устраняют с помощью синхронизатора их вращения.

Таким образом, без синхронизатора вращения генераторов шарнир манипулятора, как и весь манипулятор, становится неработоспособным. С учетом малых величин передаваемых нагрузок, так как около 70% приводного момента для генератора 23 реализуется за счет бегущей волны деформации, зубчатая передача синхронизатора будет весьма компактной и незначительно усложнит конструкцию шарнира.

На основе того, что роботы работают в динамическом режиме, предлагаемый манипулятор с волновой сдвоенной передачей, снабженной синхронизатором, будет иметь повышенную нагрузочную способность.

Манипулятор имеет модульную схему, состоит из набора одинаковых элементов и узлов, поэтому обладает простой экономичной конструкцией. Благодаря применению точных регулируемых двигателей, бесшумных ременных зубчатых передач, допускающих высокие скорости, и волновых сдвоенных зубчатых передач, обладающих высокой нагрузочной способностью и точностью, но пониженным по сравнению с обычными волновыми передачами передаточным отношением, предлагаемый манипулятор является скоростным и высокопроизводительным, имеет высокую точность позиционирования при минимальном числе датчиков, хорошие управляемость и программируемость.

Для манипулятора описанной схемы разработан также шарнир на базе волновой передачи с двумя чашеобразными гибкими колесами (рисунок 5).

Шарнир содержит: 1, 2 – звенья манипулятора; 3-9 – элементы и узлы манипулятора (не показаны); 10 – цапфа; 11 – подшипники шкивов зубчато-ременных передач; 12 – ведущий шкив; 13 – зубчатые ремни; 14 – шлицевой переходник; 15 – хвостовой вал; 16 – корпус кулачков генератора волн; 17, 18 – генераторы волн;

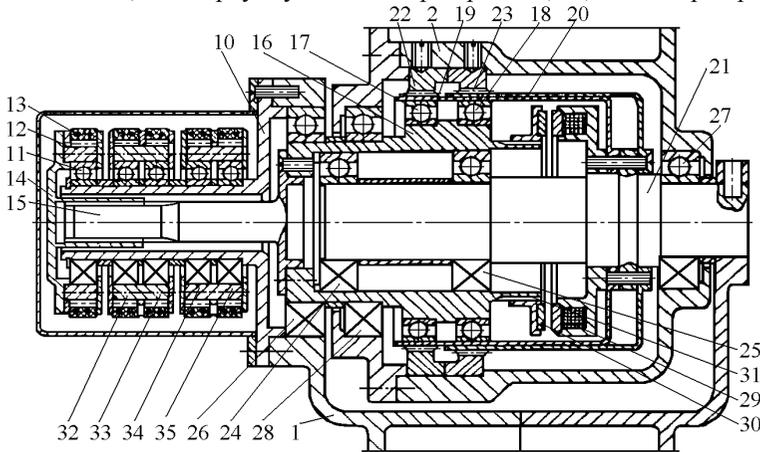


Рисунок 5 – Шарнир манипулятора с двумя гибкими колесами

19, 20 – гибкие зубчатые колеса; 21 – ось шарнира; 22, 23 – жесткие зубчатые колеса; 24-28 – подшипники; 29 – статор электромагнитной муфты; 31 – зубчатое соединение; 32-35 – сдвоенные шкивы зубчато-ременных передач.

Шарнир позволяет создавать манипулятор, обладающий повышенными нагрузочной способностью, точностью и быстродействием.

**Выводы.** Таким образом, создана методология конструирования силовых волновых манипуляторов используемых для проведения аварийных работ в агрессивных средах при ликвидации чрезвычайных ситуаций техногенного характера, которые способны обеспечить повышенную нагрузочную способность, точность и быстродействие при высокой надежности.

**Список литературы:** 1. Приймаков А.Г., Градыский Ю.А., Приймаков Г.А. Основы конструирования силовых волновых механизмов с позиции трибофатики // Монография. – Харьков: Оберг, 2012. – 302с.

2. *Приймаков А.Г., Воробьев Ю.С., Приймаков Г.А.* Теория и конструирование силовых волновых зубчатых передач // Монография. – Харьков: Оберіг, 2010. – 383с. 3. *Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырев Н.П.* Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач // Монография. – Харьков: Оберіг, 2010. – 112с. 4. *Полетучий А.И.* Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов. – Харьков: Нац. аерокозм. ун-т ім. Н.Е. Жуковського "ХАИ", 2005. – 675с.

*Поступила в редакцію 09.03.2013*

УДК 621.833.7: 614.84

**Разработка манипуляторов с силовыми волновыми механизмами для выполнения аварийно-спасательных работ / А.Г. Приймаков, А.В. Устиненко, Д.Л. Соколов, Е.Н. Гринченко // Вісник НТУ "ХПІ".** Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.121-126. – Бібліогр.: 4 назв.

Запропоновано конструкції маніпуляторів, що містять силові хвильові механізми з електро-механічними генераторами хвиль, що володіють властивостями прецизійного і безінерційного маніпулювання. Такі конструкції можуть бути використані для проведення аварійно-рятувальних робіт в агресивних середовищах без безпосередньої присутності людини.

**Ключові слова:** маніпулятор, несучий елемент, гнучке колесо, жорстке колесо, генератор хвиль, аварійно-рятувальні роботи.

Designs of manipulators containing wave power machines with electro-mechanical wave generator with properties inertialess and precision handling. Such designs can be used for rescue operations in hostile environments without direct human presence.

**Keywords:** arm, axle components, flexible wheel, rigid wheel, wave generator, rescue work.

**В.О. ПРОЦЕНКО**, к.т.н., каф. ЕСЕУ та ЗП ХДМА, Херсон;  
**А.Ф. СІМАГІН**, інженер каф. ЕСЕУ та ЗП ХДМА

## **ПЕРСПЕКТИВИ ЗАСТОСУВАННЯ МУФТ З ТОРЦЕВОЮ УСТАНОВКОЮ ПРЯМИХ КАНАТІВ ЯК ПРИСТРОЇВ ІЗ НЕЛІНІЙНОЮ ЖОРСТКІСТЮ**

На основі аналізу сучасного стану розвитку нелінійних пружних муфт показано необхідність розробки та дослідження нових конструкцій. На прикладі натурного зразка доведено, що муфти з торцевою установкою прямих канатів мають нелінійну характеристику при їх закручуванні в напрямку стиску канатів. Запропоновано напрямки перспективних досліджень цих муфт та пружних елементів зі стиснутих канатів.

**Ключові слова:** нелінійні пружні муфти, пружні елементи зі стиснутих канатів.

**Постановка проблеми.** Одним із найбільш розповсюджених і складних завдань динаміки приводів обертового руху є віброізоляція сусідніх ділянок валопроводів від дії низькочастотних крутильних коливань з великими амплітудами [1]. Ці завдання вирішують установкою у приводі пружних муфт з нелінійною характеристикою. Підвищення динамічності та вартості приводів машин робить актуальною проблему вдосконалення існуючих та створення нових конструкцій указаних пристроїв для забезпечення зниження інтенсивності коливальних процесів.

**Аналіз відомих досліджень.** Значний внесок у створення та дослідження нелінійних пружних муфт (НПМ) різних конструкцій внесли професори Г.В. Архангельський, В.С. Гапонов, Б.М. Гевко, М.М. Іванов, Б.І. Кіндрацький, М.Ф. Кіркач, В.О. Малащенко, В.С. Поляков, Д.М. Решетов, О.А. Ряховський, І.І. Сидоренко, Є.В. Харченко, Б.М. Щокін, їх учні, співробітники та ряд інших учених. Нелінійну характеристику здатні реалізувати пасивні муфти (ПМ), активні муфти (АМ) [1] та пасивні муфти зі зворотнім зв'язком, який може бути організовано механічно (НПМ з МЗЗ) [2, 3], електромеханічно (НПМ з ЕМЗЗ) чи гідравлічно (НПМ з ГЗЗ) [4, 5]. Муфти (АМ), (НПМ з ЕМЗЗ) та (НПМ з ГЗЗ) є складними та дорогими пристроями, тому широкого вжитку в приводах сучасних машин не набули.

Огляд і критичний аналіз основних конструкцій механічних НПМ [3] показав, що найбільш перспективним є використання у них суцільнометалевих пружних елементів універсальної конструкції які мають власну лінійну або близьку до неї характеристику. В таких муфтах нелінійність забезпечується, згідно класифікації [3] за рахунок реалізації трьох конструктивних напрямків: послідовного навантаження пружних елементів, забезпечення змінного положення точки (лінії) прикладення навантаження до пружного елемента та "нетрадиційного" способу навантаження пружних елементів. Муфти, що реалізують вказані напрямки мають спільні недоліки: вони нереверсивні, потребують співвісності поєднаних валів [2] та нетехнологічні, оскільки містять ряд спеціальних деталей. Найбільш ефективну з точки зору зниження динамічних навантажень "м'яку" характеристику мають тільки муфти з "нетрадиційним" способом навантаження пружних елементів, або муфти з "квазінульовою" жорсткістю. У них "квазінульова" ділянка є вузькою і зменшується за наявності неспіввісності валів [6], а намагання її розширити приводять до ускладнення конструкції [7, 8].

Створення НПМ з МЗЗ дозволило істотно покращити характеристики муфт за рахунок організації зворотного зв'язку, проте для них залишились відкритими питання компенсаційної здатності та технологічності, оскільки напівамуфти цих муфт сполучені центральним стрижнем, містять зубчасті передачі, криволінійні пази [9] тощо.

Аналіз сучасного стану розвитку НПМ показав, що вони мають значну кількість технічних протиріч, які потребують вирішення за рахунок удосконалення існуючих або створення та дослідження нових конструкцій.

Забезпечення нелінійної характеристики муфт застосуванням спеціальних суцільнометалевих пружних елементів із власною нелінійною характеристикою в [3] справедливо визнано недоцільним через їх високу вартість. Але в якості таких пружних елементів можуть бути застосовані поширені в машинобудуванні вироби, для яких використання в муфтах є поки-що нетиповим, що створює передумови для розробки та дослідження нових конструкцій муфт.

В роботі [10] показано, що значну перспективу використання в якості пружних елементів муфт мають сталеві канати, та запропоновано основи структурного синтезу канатних муфт. Однією з найбільш перспективних є муфта з торцевою установкою прямих канатів (рисунок 1). Характеристика цієї муфти при її закручуванні в напрямку розтягу канатів є лінійною "жорсткою". Характеристика муфти при її закручуванні в напрямку стиску канатів досліджена недостатньо.

**Метою роботи** є дослідження крутильної жорсткості муфти з торцевою установкою прямих канатів при закручуванні в напрямку їх стиску.

**Досягнення поставленої мети.** В роботі [11] вивчали жорсткість при стиску дослідного зразка каната діаметром  $d_k=6\text{мм}$  конструкції (6×19+о.с.) за ISO2408, встановленого у муфті за рисунку 1 (діаметр однієї дротини  $\delta=0,38\text{мм}$ , довжина  $L_k=33$ ). Канат затискали одним кінцем в шпіндельному патроні токарно-гвинторізного верстату 16К20, а іншим кінцем – в патроні встановленому в пінолі задньої бабки (рисунок 2). Деформацію каната заміряли індикатором годинникового типу, а зусилля стиску – за рахунок визначення моменту на маховику задньої бабки. Показник тертя в sprzęжнях бабки визначали попередньо за рахунок стиску тарувальної пружини жорсткістю  $c=0,35\text{кг/мм}$ , він склав  $\text{tg}(\psi + \varphi) = 0,38$ . Перерахунок колового зусилля на маховику бабки на осьове зусилля стискання

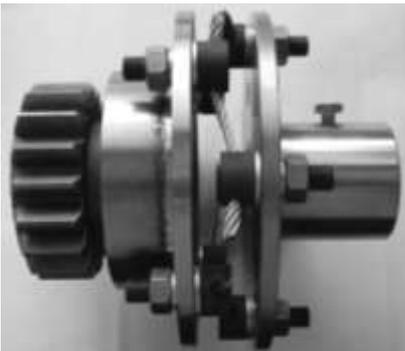


Рисунок 1 – Дослідний зразок муфти з торцевою установкою прямих канатів



Рисунок 2 – Визначення жорсткості каната при стиску

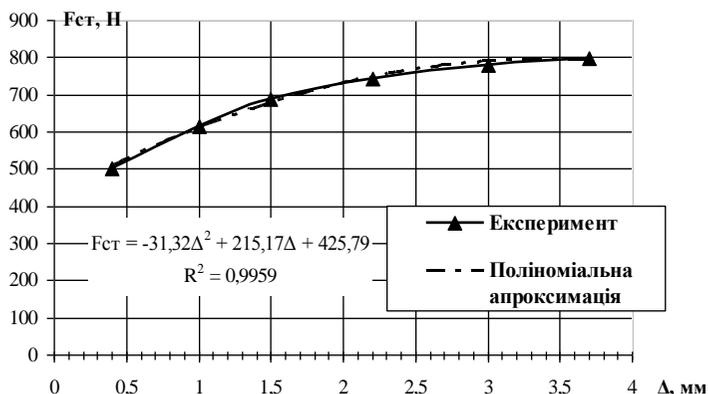


Рисунок 3 – Залежність відновлюючої сили сталевго каната від деформації при стиску каната робили за відомими залежностями з теорії гвинтової пари. Результати експерименту наочно демонструє побудований на рисунку 3 графік, з якого видно, що канат при стиску має власну нелінійну "м'яку" характеристику.

Для отримання характеристики муфти при її закручуванні в напрямку стиску канатів, розглянемо передачу нею обертального моменту  $T$  (рисунок 4). При цьому на кріпильному елементі  $Bч$ , що закріплений у фланці ведучої напівмуфти (на рисунку не показаний) виникає сила  $F_{см}$ , яка стискає канат і передається на кріпильний елемент  $Bм$ , що закріплений у фланці веденої напівмуфти, створюючи на ньому обертальний момент.

Сила стиску канатів  $F_{см}$  залежить, аналогічно випадку їх розтягнення [12], від величини центрального кута  $\beta$ ,

$$F_{см} = \frac{2T}{zD \cos(\beta/2)}, \quad (1)$$

де  $z$  – кількість канатів;  $D$  – діаметр розташування канатів.

Для муфти у недеформованому стані (положення показано на рисунку 4 суцільними лініями)  $\beta = \pi/z$ . Із прикладенням до муфти обертального моменту довжина кожного каната  $L_k$  зменшиться на величину його лінійної деформації  $\Delta$ , при цьому відбувається закручування напівмуфт на кут  $\varphi$ , а кут  $\beta$  набуде величини  $\beta = \pi/z - \varphi$  (положення показано на рисунку 4 штриховими лініями). Для цього випадку, з трикутника  $OBC$ :

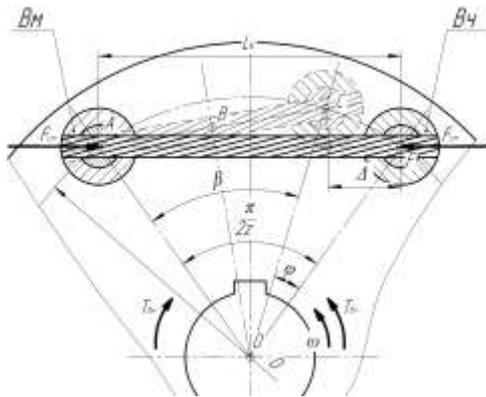


Рисунок 4 – Схема навантаження елементів муфти

$$\sin(\beta/2) = \frac{AB}{OA} = \frac{L_k - \Delta}{2} \times \frac{2}{D} = \frac{L_k - \Delta}{D}. \quad (2)$$

Звідки

$$\beta = 2 \arcsin \frac{L_k - \Delta}{D}, \quad (3)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{z} - 2 \arcsin \frac{L_k - \Delta}{D}. \quad (4)$$

Перетворивши формулу (1) відносно моменту  $T$ , з урахуванням виразу (3), отримаємо формулу для визначення пружного моменту муфти,

$$T = \frac{zF_{cm}D \cos\left(\arcsin \frac{L_k - \Delta}{D}\right)}{2}. \quad (5)$$

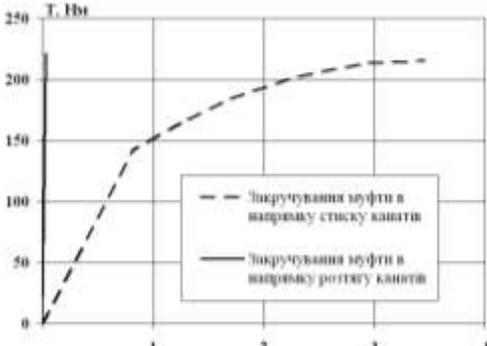


Рисунок 5 – Характеристики муфти з торцевою установкою прямих канатів

Після підстановки у вираз (5) формули поліноміальної апроксимації залежності відновлюючої сили каната  $F_{cm}$  від лінійної його деформації  $\Delta$  (рисунок 3), стало можливим виконати побудову характеристики муфти за рисунок 1 при її закручуванні в напрямку стиску канатів. На рисунку 5 показані характеристики муфти при її закручуванні в напрямку розтягу (суцільна лінія) та стиску (штрихова лінія) канатів.

З рисунка 5 робимо висновок про можливість отримання "м'якої" характеристики муфти з торцевою установкою прямих канатів при її закручуванні в напрямку стиску канатів. Це може дозволити покращити динамічні характеристики приводів машин за рахунок оснащення їх указаною муфтою.

### Висновки:

1. Вперше показана можливість отримання "м'якої" характеристики пружно-компенсуючої муфти з торцевою установкою прямих канатів при її закручуванні в напрямку стиску канатів;

2. Стиснуті канати, завдяки нелінійній характеристиці мають перспективи застосування якості пружних елементів різноманітних машин, наприклад для амортизаторів кранових механізмів підйому чи буферів.

**Напрямки перспективних досліджень.** Слід відзначити, що для поширення використання стиснутих канатів в якості пружних елементів муфт, необхідно провести більш ґрунтовні дослідження за наступними напрямками:

- стійкість канатів при жорсткому защемленні обох кінців;
- залежність відновлюючої сили стиснутих канатів від їх лінійної деформації;
- дослідження пружних елементів типу "канат у трубі";
- дослідження демпфуючої здатності стиснутих канатів;
- дослідження втомної міцності стиснутих канатів;
- вплив жорсткості закріплення канатів на крутильну жорсткість муфти;
- вплив кутів повороту затискних елементів на крутильну жорсткість муфти;
- залежність кута закручування муфти від довжини канатів та напрямки його збільшення;
- динаміка приводу, оснащеного муфтою з торцевою установкою прямих канатів.

**Список літератури:** 1. Евменкин В.И. Исследование планетарных муфт / В.И. Евменкин // Детали машин. – 1980. – Вып.31. – С.39-41. 2. Сидоренко І.І. Розроблення пружних муфт з механічним зворотнім зв'язком крутильної жорсткості за крутильним моментом, що передається: автореферат дис... канд. техн.наук: спец. 05.02.02 – машинознавство та деталі машин / І.І. Сидоренко. – Одеса, 1994. – 18с.

3. Сидоренко І.І. Пружна муфта з нелінійним механічним зворотним зв'язком / І.І. Сидоренко, В.О. Курган // Праці Одеського політехнічного університету. – 2011. – Вип.2. – С.38-45. 4. Колесник К.К. Зниження віброактивності приводних систем з пружними муфтами: автореферат дис. . канд.техн.наук: спец. 05.02.09 – динаміка та міцність машин / К.К. Колесник. – Львів, 2003. – 20с. 5. Ковальчук Р.А. Обґрунтування раціональних режимів пуску насосних агрегатів бурових установок: автореферат дис. . канд.техн.наук: спец. 05.02.09 – динаміка та міцність машин / Р.А. Ковальчук. – Львів, 2008. – 20с. 6. Іванченко Ф.К. О впливнн ексцентриситета между полумуфтами на характеристику упругой муфты / Ф.К. Іванченко, С.Л. Панов // Детали машин. – 1983. – Вип.37. – С. 26-28. 7. Киркач Н.Ф. Определение аналитического выражения для упругого момента в муфте с промежуточным барабаном / Н.Ф. Киркач, Л.В. Курмаз, А.В. Шаранов, А.Н. Гармашов // Детали машин. – 1986. – Вип.43. – С.29-32. 8. Архангельский Г.В. Эффективность использования упругой муфты с расширенным участком квазиулеевой жесткости / Г.В. Архангельский // Детали машин. – 1990. – Вип.51. – С.17-22. 9. Сидоренко І.І. Основи синтезу нелінійних динамічних віброгасників крутильних коливань / І.І. Сидоренко, С.С. Гутиря // Машинознавство. – 2010. – №1-2. – С.17-20. 10. Проценко В.О. Синтез пружно-компенсуючих муфт з канатними елементами: автореферат дис. . канд.техн.наук: спец. 05.02.02 – машинознавство / В.О. Проценко. – Львів, 2012. – 21с. 11. Проценко В.О. Пружні елементи зі стиснутих канатів: перспективи застосування та дослідження / В.О. Проценко // Матеріали Всеукраїнської наук.-практ. конф. "Сучасні енергетичні установки на транспорті і технології та обладнання для їх обслуговування 2012", (м. Херсон, 10-12 жовтня 2012 р.). – Херсон: Видавництво ХДМА, 2012. – С.134-136 12. Проценко В.О. Проективання муфти з торцевою установкою прямих канатів / В.О. Проценко // Гірничі, будівельні, дорожні та меліоративні машини. – К.: КНУБА, 2011. – Вип.77. – С. 44-50.

Надійшла до редколегії 15.03.2013

УДК 621.825.5/7

**Перспективи застосування муфт з торцевою установкою прямих канатів як пристроїв із нелінійною жорсткістю / В.О. Проценко, А.Ф. Сімагін // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.127-131. – Бібліограф.: 12 назв.**

На основе анализа современного состояния развития нелинейных динамических виброгасников крутильных колебаний показана необходимость разработки и исследования новых конструкций. На примере натурального образца доказано, что муфты с торцевой установкой прямых канатов имеют нелинейную характеристику при их закручивании в направлении сжатия канатов. Предложены направления перспективных исследований этих муфт и упругих элементов из сжатых канатов.

**Ключевые слова:** нелинейные упругие муфты, упругие элементы из сжатых канатов.

On the basis of analyze of development nonlinear elastic muffs necessity of working out and probe of new constructions is showed. On an example of natural sample is proved that muffs with face installation of direct ropes have a nonlinear performance at their twisting in a direction of squeezing ropes. Directions of perspective probes of these muffs and elastic elements from the squeezed ropes are offered.

**Keywords:** nonlinear elastic muffs, elastic elements from the squeezed ropes.

УДК 621.833

**О.И. САВЕНКОВ**, ассистент НУК им. адм. Макарова, Николаев

## **ПОВЫШЕНИЕ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ МУФТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК\***

Разработаны методы расчета нагрузочной способности зубчатых муфт, у которых внутренние зубья являются скошенными, а наружные зубья состоят из прямолинейно-криволинейных участков. Показано, что при определенных сочетаниях параметров профилирования наружных и внутренних зубьев возможно создание зубчатых муфт, у которых наблюдается равномерное распределение усилий между зубьями независимо от расцентровок осей.

**Ключевые слова:** муфта, зуб, усилие, перекося, продольная модификация.

**Постановка проблемы.** Повышение нагрузочной способности зубчатых муфт, работающих при перекосях осей соединяемых валов, является актуаль-

\*Работа выполнена под научным руководством д.т.н., проф. А.П. Попова.

ной проблемой, успешное решение которой целиком и полностью предопределяет эффективность эксплуатации систем и агрегатов двигателей и энергетических установок. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые муфты.

**Анализ последних исследований.** Наиболее новые технические решения и исследования по указанной проблеме изложены в [1-5]. Указанные технические решения, направления разработок новых технических решений и методология теоретических исследований нагрузочной способности зубчатых муфт впервые разработаны и созданы проф. А.П. Поповым.

**Цель работы.** Определение зависимостей, позволяющих при наличии профилирования наружных и внутренних зубьев создавать конструкции зубчатых муфт с повышенными нагрузочными свойствами.

**Изложение основного материала.** В данной работе рассматривается зубчатая муфта, у которой наружные зубья в средней части втулки являются прямыми, а на концевых участках – криволинейными [1].

Наружные зубья обоймы при этом предполагаются скошенными [2]. Указанное сочетание втулки с обоймой позволяет оценить нагрузочную способность предложенной зубчатой муфты с учетом взаимного влияния профилирования наружных и внутренних зубьев при наличии перекоса осей соединяемых валов машинных агрегатов.

Нагрузочная способность любой зубчатой муфты определяется максимальным усилием, действующим на наиболее нагруженную сопряженную пару зубьев при перекосе осей, в сопоставлении со средним постоянным усилием, действующим на любую сопряженную пару зубьев при отсутствии перекоса осей. Для нахождения максимального усилия необходимо иметь уравнение распределения усилий между зубьями, а распределение усилий, в свою очередь, определяется законом распределения боковых зазоров между зубьями при перекосе

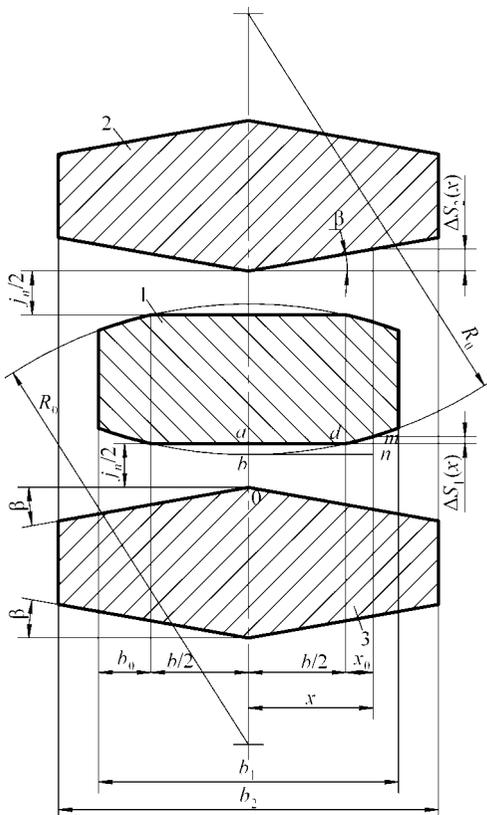


Рисунок 1 – Расположение сечения наружного зуба 1 между сечениями внутренних зубьев 2 и 3

осей.

В работе [3] приведены уравнения законов распределения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей с учетом различных форм образующих боковых поверхностей зубьев. Из этой работы следует, что функция распределения нормальных боковых зазоров между зубьями в общем виде выглядит так:

$$j_n(\varphi) = j_n - j'_n(\varphi), \quad (1)$$

где

$$\Delta j'_{n2}(\varphi) = \left[ mz\psi^2 \left( \frac{\sin 2\varphi}{2} + \alpha_w \cos^2 \varphi \right) \right] / 4; \quad \Delta j'_{n1}(\varphi) = x\psi \cos \varphi; \quad j'_n(\varphi) = \Delta j'_{n1}(\varphi) - \Delta j'_{n2}(\varphi).$$

С учетом выражения  $j'_n(\varphi)$  уравнение (1) представим следующим образом:

$$j_n(\varphi) = j'_n - \left[ x\psi - \frac{mz\psi^2}{4} \times (\sin \varphi + \alpha_w \cos \varphi) \right] \cos \varphi, \quad (2)$$

где  $x$  – текущее значение абсциссы (рисунок 1);  $\psi$  – угол перекоса осей;  $m$  – модуль зацепления;  $z$  – число зубьев;  $\alpha_w$  – угол зацепления;  $\varphi$  – текущее значение угла поворота (рисунок 2).

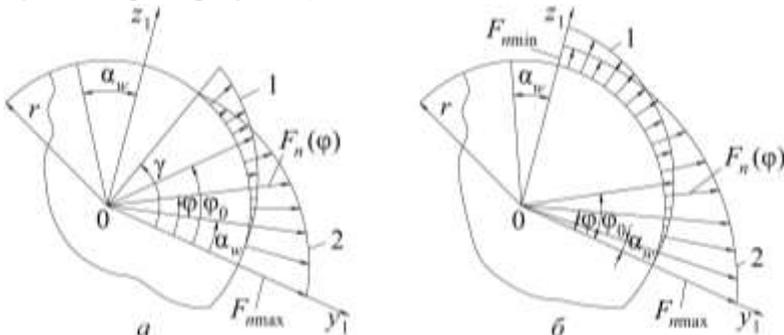


Рисунок 2 – Распределение боковых зазоров (кривые 1) и нормальных усилий (кривые 2) между зубьями при перекосе осей:  
а – часть зубьев в зацеплении; б – все зубья в зацеплении

Первое слагаемое уравнения (2), приняв во внимание рисунок 1, представим в виде:

$$j'_n(\varphi) = j''_n + m\psi + \beta x, \quad (3)$$

где  $j''_n = j_n / 2$  – половина величины нормального бокового зазора между зубьями до перекоса осей (рисунок 1) [3];

$$m\psi = \frac{R_0\psi^2}{\cos \alpha_w} \cos^2 \varphi - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right); \quad x = \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{2 \cos \alpha_w} + \frac{R_0\psi}{\cos \alpha_w} \cos \varphi,$$

где  $b$  – длина средней прямолинейной части наружного зуба 1 (рисунок 1);  $\varphi_0$  – угол поворота рассматриваемой сопряженной пары зубьев, в пределах которого на участке длиной  $b_0$  происходит обкатывание поверхности с радиусом кривизны  $R_0$ , определяемый из отношения  $\psi_1 = \psi \cos \varphi_0$ ,  $\psi_0 = \arccos(\psi \varphi)$ ;  $\beta$  – угол скоса боковых поверхностей внутренних зубьев 2 и 3 (рисунок 1);  $\psi_1$  – угол перекоса осей, в

пределах которого наружные зубья контактируют на участках длины  $b_1$ .

С учетом выражений (2) и (3) функция распределения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей будет иметь вид:

$$j_n(\varphi) = \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi \cos \varphi + \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\varphi. \quad (4)$$

Уравнение (4) характеризует распределение нормальных боковых зазоров между зубьями при отсутствии воздействия на зубчатую муфту вращательного момента. Если зубчатую муфту нагрузить вращательным моментом, то в соприкосновение с первой войдет та пара зубьев, у которой величина нормального бокового зазора минимальна, т.е.  $j_n(\varphi) = j_{n\min}$ , что возможно при  $\varphi = 0^\circ$  в уравнении (4), которое с учетом сказанного преобразуется к виду:

$$j_{n\min} = \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi. \quad (5)$$

На рисунке 2 кривые 1 характеризуют закон изменения нормальных боковых зазоров между зубьями при перекосе осей для случая  $j_{n\min} = 0$ , при этом зубчатая муфта еще не нагружена.

Перемещение рассматриваемой точки контакта нагруженной пары зубьев с учетом выражения (5),

$$W = W_{\max} + j_{n\min} = W_{\max} + \frac{j_n}{2} - R_0 \left( 1 - \frac{1}{2R_0} \sqrt{4R_0^2 - b^2} \right) + \beta \left( \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi, \quad (6)$$

где  $W_{\max}$  – максимальная суммарная деформация наиболее нагруженной сопряженной пары зубьев.

С учетом выражений (3) и (6) запишем уравнение деформации  $W(\varphi)$  произвольно рассматриваемой пары зубьев, характеризуемой углом поворота  $\varphi$ ,

$$W(\varphi) = W - j_n(\varphi) = W_{\max} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (1 - \cos^2 \varphi) - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (1 - \cos \varphi) - \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\varphi. \quad (7)$$

При вращении нагруженной зубчатой муфты в условиях расцентровок осей возможны два случая эксплуатации. В первом случае при вращении муфты зубья постоянно находятся в зацеплении, что при рассмотрении статически нагруженной неподвижной зубчатой муфты соответствует передаче всеми зубьями вращательного мо-

мента. Во втором случае при вращении муфты каждая из сопряженных пар зубьев периодически выходит из зацепления, что при рассмотрении статически нагруженной неподвижной муфты соответствует передаче лишь частью зубьев вращательного момента.

Возникновение каждого из указанных случаев зависит от величины передаваемого зубчатой муфтой вращательного момента, угла перекоса осей, а также от размеров зубчатых муфт, параметров зацепления зубьев и форм обрезающих боковых поверхностей зубьев.

Угол охвата зубчатой муфты (рассматривается одна четверть окружности), в пределах которого зубья находятся в зацеплении под нагрузкой, назовем параметрическим углом и обозначим его через  $\gamma$ , полагая, что  $\gamma \leq \pi/2$  (рисунок 2,а).

Таким образом, при некотором значении угла  $\varphi = \gamma$  величина деформации  $W(\varphi)$  будет равна нулю, т.е.  $W(\gamma) = 0$ . Тогда деформация максимально нагруженной пары зубьев с учетом уравнения (7),

$$W_{\max}(\gamma) = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (1 - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (1 - \cos \gamma) + \frac{mz\psi^2}{8} \sin 2\gamma. \quad (8)$$

После подстановки в уравнение (7) выражения (8), считая  $W_{\max} = W_{\max}(\gamma)$ , запишем функцию  $W(\varphi)$  в виде:

$$W(\varphi) = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma). \quad (9)$$

При величине угла  $\varphi = \pi/2$  последняя сопряженная пара зубьев выберет зазор, после чего зубья войдут в соприкосновение, но еще не загрузятся. Деформация такой пары зубьев  $W(\varphi) = 0$ , а максимальная деформация с учетом выражения (7)

$$W_{\max} = \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi.$$

Если при перекосе осей зубья не выходят из зацепления при работе нагруженной муфты, то деформацию максимально нагруженной пары зубьев обозначим через  $W_{\max}$ , и она примет вид

$$W'_{\max} = W_{\max} + W_p,$$

где  $W_p$  – деформация минимально нагруженной пары зубьев при  $\varphi = \pi/2$ .

Используя принцип суперпозиции для всех сопряженных зубьев в пределах одной четверти окружности (рисунок 2), представим выражение (9) следующим образом:

$$W(\varphi) = W_p + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\Psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\Psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\Psi \cos \varphi_0} \right) \right] \Psi (\cos \gamma - \cos \varphi) - \frac{mz\Psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma). \quad (10)$$

Под деформацией  $W(\varphi)$  следует подразумевать суммарную деформацию рассматриваемой сопряженной пары зубьев, вызванную контактным взаимодействием и изгибом зубьев, а также перемещениями прилегающих к зубьям участков ободов зубчатой втулки и зубчатой обоймы, определение которых дано в [4].

Суммарная величина указанных деформаций  $W_\Sigma(\varphi)$  может быть определена из выражения

$$W_\Sigma(\varphi) = \delta_\Sigma F_n(\varphi), \quad (11)$$

где  $F_n(\varphi)$  – нормальное усилие, действующее на рассматриваемую пару зубьев, характеризуемую углом поворота  $\varphi$ ;  $\delta_\Sigma$  – податливость сопряженной пары зубьев.

Принимая  $W_\Sigma(\varphi) = W(\varphi)$  и учитывая уравнения (10) и (11), получим зависимость распределения нормальных усилий между зубьями,

$$F_n(\varphi) = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left\{ W_p + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\Psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\Psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\Psi \cos \varphi_0} \right) \right] \Psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\Psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma) \right\}. \quad (12)$$

Уравнение (12) содержит неизвестные параметры  $W_p$  и  $\gamma$ , определение которых произведем раздельно. Рассмотрим случай, когда при работе нагруженной муфты зубья периодически выходят из зацепления. В таком случае  $W_p = 0$ , а выражение (12) преобразуется к виду

$$F_n(\varphi) = \frac{1}{\delta_\Sigma} \left\{ \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\Psi^2}{2} (\cos^2 \varphi - \cos^2 \gamma) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\Psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\Psi \cos \varphi_0} \right) \right] \Psi (\cos \varphi - \cos \gamma) - \frac{mz\Psi^2}{8} (\sin 2\varphi - \sin 2\gamma) \right\}. \quad (13)$$

Неизвестный параметрический угол  $\gamma$  определяется из условия равновесия зубчатой муфты при перекосе и отсутствии перекоса осей, что выражается постоянством и равенством передаваемого вращательного момента,

$$T = 4 \int_0^\gamma r dF_n(\varphi) \cos \alpha_w = 4r \cos \alpha_w \int_0^\gamma W_n(\varphi) d\varphi, \quad (14)$$

где  $dF_n(\varphi) = w_n(\varphi) d\varphi$ ;  $w_n(\varphi) = zF_n(\varphi)/2\pi$  – интенсивность нормального усилия, Н/рад.

После подстановки в уравнение (14) выражения (13), полагая  $T = zrF_m$ , получим зависимость

$$F_m(\varphi) = \frac{2 \cos \alpha_w}{\pi \delta_\Sigma} \left\{ \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\Psi^2}{2} A(\gamma) + \right.$$

$$+ \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi B(\gamma) - \frac{mz\psi^2}{8} C(\gamma) \left. \right\}, \quad (15)$$

где  $F_m$  – усилие, приходящееся на один зуб при отсутствии перекоса осей;

$$A(\gamma) = \frac{\gamma}{2} + \left( \frac{\sin \gamma}{2} - \gamma \cos \gamma \right) \cos \gamma; \quad B(\gamma) = \sin \gamma - \gamma \cos \gamma; \quad C(\gamma) = (\sin \gamma - 2\gamma \cos \gamma) \sin \gamma.$$

Для нахождения угла  $\gamma$  при известных величинах  $F_m$ ,  $\delta_\Sigma$ ,  $R_0$ ,  $m$ ,  $z$ ,  $\psi$ ,  $\alpha_w$  и  $\varphi_0$  необходимо решить трансцендентное уравнение (15).

Неизвестную величину  $W_p$  определим после подстановки в уравнение (14) функций  $A(\gamma)$ ,  $B(\gamma)$  и  $C(\gamma)$ , считая угол  $\gamma$  известным, а именно:

$$W_p = \frac{\pi F_m \delta_\Sigma}{2\gamma \cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2} \frac{A(\gamma)}{\gamma} - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{2\gamma \cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \psi \frac{B(\gamma)}{\gamma} + \frac{mz\psi^2}{8} \frac{C(\gamma)}{\gamma}. \quad (16)$$

После замены в уравнении (13) деформации  $W_p$  выражением (16) получим в окончательном виде функцию распределения нормальных усилий между зубьями,

$$F_n(\varphi) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} + \frac{\sin 2\gamma}{4\gamma} \right) \cos^2 \varphi - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( \frac{\sin \gamma}{\gamma} - \cos \varphi \right) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} \left( \frac{\sin^2 \gamma}{\gamma} - \cos 2\varphi \right). \quad (17)$$

Выражение (17) характерно для случая периодического выхода из зацепления зубьев работающей зубчатой муфты (рисунок 2,а, кривая 2). Если зубья не выходят из зацепления, то необходимо в уравнении (17) принять угол  $\gamma = \pi/2$  (рисунок 2,б, кривая 2). В результате

$$F_n(\varphi) = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} - \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} - \cos^2 \varphi \right) - \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( \frac{2}{\pi} - \cos \varphi \right) + \frac{mz\psi^2}{8\delta_\Sigma} \left( \frac{2}{\pi} - \cos 2\varphi \right). \quad (18)$$

Если в уравнениях (17) и (18) принять угол  $\varphi = 0$ , то получим выражения максимальных нормальных усилий, действующих на наиболее нагруженные сопряженные пары зубьев:

$$F_{n\max} = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( \frac{1}{2} - \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right) + \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2 \sin^2 \gamma}{8\delta_\Sigma \gamma}; \quad (19)$$

$$F_{n\max} = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} +$$

$$+ \frac{(\pi - 2)}{\pi} \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\delta_\Sigma}. \quad (20)$$

Нагрузочная способность зубчатой муфты определяется с учетом величины нормального усилия по формуле (19) или (20). Для сравнения нагрузочной способности рассматриваемой зубчатой муфты с традиционной конструкцией [4] и с конструкцией муфты [1] необходимо в выражениях (19), (20) сначала положить  $\varphi=0$ ,  $R_0=\infty$  и  $b=b_1$ , а затем  $\beta=0$ . В результате соответственно получим:

$$F'_{n\max}(\gamma) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} - \frac{b_1 \psi}{2\delta_\Sigma} \left( 1 + \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2}{16\gamma\delta_\Sigma} [2\sin^2 \gamma - \alpha_w(2\gamma - \sin 2\gamma)]; \quad (21)$$

$$F'_{n\max} = \frac{F_n}{\cos \alpha_w} + \frac{(\pi - 2)b_1 \psi}{2\pi\delta_\Sigma} + \frac{(2 - \pi\alpha_w)mz\psi^2}{8\pi\delta_\Sigma}; \quad (22)$$

$$F_{n\max}(\gamma) = \frac{\pi F_m}{2\gamma \cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{2\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin 2\gamma}{2\gamma} \right) + \left( \frac{b_1}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) \frac{\psi}{\delta_\Sigma} \left( 1 - \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right) + \frac{mz\psi^2 \sin^2 \gamma}{8\gamma\delta_\Sigma}; \quad (23)$$

$$F_{n\max} = \frac{F_m}{\cos \alpha_w} + \left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} + \frac{(\pi - 2)}{\pi} \left( \frac{b_1}{2} - \frac{R_0 \psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \right) \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\pi\delta_\Sigma}. \quad (24)$$

Уравнения (21) и (22) соответствуют уравнениям распределения усилий между прямыми наружными и внутренними зубьями [4], а уравнения (23) и (24) – уравнениям распределения усилий между комбинированными наружными и прямыми внутренними зубьями [1].

Если разделить правые и левые части уравнений (21) и (22) соответственно на правые и левые части уравнений (23) и (24), а также уравнений (19) и (20), то получим коэффициент  $K_0$ , учитывающий повышение нагрузочной способности зубчатой муфты за счет профилирования либо наружных зубьев, либо наружных и внутренних:

$$K_p = \frac{F'_{n\min}(\gamma)}{F_{n\max}}; \quad K_p = \frac{K_p' = F'_{n\min}(\gamma)}{F_{n\max}}.$$

При проектировании зубчатых муфт с комбинированными наружными зубьями [1], у которых угол  $\beta=0$ , необходимо угол  $\varphi_0$  принимать из условия  $\pi/6 \leq \varphi_0 \leq \pi/3$ , так как при этом наблюдается существенное повышение ее нагрузочной способности [5].

Выполняя расчеты зубчатых муфт для случая выхода из зацепления части зубьев, необходимо решить трансцендентное уравнение (15), при использовании которого следует задаться не менее чем четырьмя-пятью значениями угла  $\gamma$ , определить функции  $A(\gamma)$ ,  $B(\gamma)$ ,  $C(\gamma)$  при этих значениях углов, построить в системе координат ряд кривых, описанных правой частью уравнения, через ось ординат провести прямую, соответствующую константе  $F_m$ , которая пересечет указанные кривые в точках, абсциссы которых будут соответствовать истинным величинам угла  $\gamma$ .

Приведенный метод определения угла  $\gamma$ , как следует из описания, трудоемок, в связи с чем можно частично воспользоваться другим, менее трудоемким методом расчета, суть которого состоит в следующем. Если в традиционной муфте [4] вес зубья участвуют в зацеплении, то в рассматриваемой – тем более. Условие, при котором обеспечивается зацепление всех зубьев в традиционной муфте, выглядит следующим образом [4]:  $F_m > b_1 \psi \alpha_w / \pi \delta_\Sigma$ . Если сила  $F_m$  меньше правой части указанного неравенства, то при вращении нагруженной муфты зубья периодически выходят из зацепления.

Оценим эффективность зубчатой муфты [1], у которой внутренние зубья прямые, т.е. угол  $\beta=0$ , по сравнению с традиционной конструкцией, содержащей прямые наружные и внутренние зубья, у которой  $F_m=5,25 \cdot 10^3 \text{ Н}$ ;  $b_1=30 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $z=60$ ;  $m=5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $\alpha_w=20^\circ$ ;  $\psi=4 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ ;  $\delta_\Sigma=7 \cdot 10^{-9} \text{ м/Н}$ .

Максимальное нормальное усилие в традиционной зубчатой муфте  $F'_{n\max}=8,722 \cdot 10^3 \text{ Н}$ , и оно определено по формуле (22) в связи с тем, что  $F_m=5,25 \cdot 10^3 \text{ Н} > b_1 \psi \alpha_w / \pi \delta_\Sigma$ . По этой причине в дальнейшем при оценке нагрузочной способности зубчатых муфт следует пользоваться уравнением (24) либо уравнением (20).

Расчеты  $F_{n\max}$  по формуле (24) для муфты [1] приведены в таблице 1 при  $\beta=0$  для трех значений угла  $\varphi_0$ , причем каждому значению угла  $\varphi_0$  соответствуют пять значений радиусов кривизны  $R_0$ .

Из анализа данных таблицы 1 видно, что при угле, например,  $\varphi_0=30^\circ$  и радиусе кривизны  $R_0=3 \text{ м}$  нагрузочная способность зубчатой муфты [1] в 1,455 раза выше нагрузочной способности традиционной конструкции; угол перекоса осей, в пределах которого комбинированные наружные зубья обкатываются по криволинейным поверхностям,  $\psi_0=\psi \cos \varphi_0=4 \cdot 10^{-3} \cos 30^\circ=3,46 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$ . Оставшаяся величина перекоса осей  $\psi_1=\psi-\psi_0=(4-3,46) \cdot 10^{-3}=0,54 \cdot 10^{-3} \text{ рад}$  компенсируется прямолинейными участками зуба длиной  $b_1=9,24 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ . При этом длина каждого из торцевых участков  $b_0=(b_1-b)/2=(30-9,24) \cdot 10^{-3}/2=10,38 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Установив влияние комбинированных наружных зубьев на нагрузочную способность исследуемой зубчатой муфты [1], рассмотрим влияние на нагрузочную способность исследуемой зубчатой муфты угла  $\beta$ . С этой целью решим задачу по определению оптимального значения угла  $\beta$ , величина которого находится в пределах  $0 < \beta < \psi$ . С точки зрения нагрузочной способности зубчатой муфты в качестве

Таблица 1 – результаты расчетов  $F_{n\max}$  по формуле (24)

$R_0, \text{ м}$	$\beta=0$								
	$b \cdot 10^3, \text{ м}$			$F_{n\max}, \text{ Н}$			$K_p$		
	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$	$\varphi_0=30$	$\varphi_0=45$	$\varphi_0=55$
0,5	26,54	27,17	27,71	8176	8311	8425	1,067	1,049	1,035
1,0	23,08	24,34	25,42	7738	8011	8136	1,127	1,089	1,072
1,5	19,62	21,51	23,13	7300	7710	8052	1,195	1,131	1,083
2,0	16,16	18,68	20,84	6863	7410	7866	1,271	1,177	1,109
3,0	9,24	13,02	16,24	5996	6813	7498	1,455	1,280	1,163
	$\beta \cdot 10^3, \text{ рад}$			$F_{n\max}=F_m/\cos \alpha_w$			$K_p$		
0,5	24,460	25,690	26,730	5585	5585	5585	1,464	1,488	1,509
1,0	10,246	11,477	12,510	-	-	-	1,385	1,434	1,457
1,5	5,510	6,740	7,777	-	-	-	1,307	1,380	1,442
2,0	3,140	4,372	5,408	-	-	-	1,229	1,327	1,408
3,0	0,771	2,000	3,040	5585	5585	5585	1,063	1,220	1,343

четвертое слагаемые правой части уравнений (19) и (20) приравнять к нулю. Так как речь идет о равномерном распределении усилий между зубьями, то в качестве объекта исследования примем уравнение (20), имея в виду, что  $b=b_1-2R_0\cos\varphi_0$ , тогда

$$\left( \frac{R_0}{\cos \alpha_w} - \frac{mz\alpha_w}{2} \right) \frac{\psi^2}{4\delta_\Sigma} - \frac{(\pi-2)}{\pi} \left[ \frac{b}{2} - \frac{R_0\psi \cos \varphi_0}{\cos \alpha_w} \left( 1 + \frac{\beta}{\psi \cos \varphi_0} \right) \right] \frac{\psi}{\delta_\Sigma} + \frac{mz\psi^2}{4\pi\delta_\Sigma} = 0,$$

откуда получим

$$\beta = \psi \left[ \frac{\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} - (1 + \cos \alpha_w) \cos \varphi_0 \right] + \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2R_0}. \quad (25)$$

Величины параметра  $\beta$ , подсчитанные для трех значений угла  $\varphi_0$ , каждому из которых соответствуют пять значений радиуса кривизны  $R_0$ , приведены в таблице 1. Из таблицы 1 видно, что все значения угла  $\beta$  заключены в интервале  $(0,771\dots26,730)\cdot 10^{-3}$ рад, причем в реальных условиях из этой таблицы можно выбрать величины  $\beta=(0,771\dots26,730)\cdot 10^{-3}$ рад. Сравнивая коэффициенты  $K_p$  при  $\beta=0$  и  $\beta>0$ , нетрудно заметить, что профилирование внутренних зубьев, выраженное параметром  $\beta$ , приводит к существенному возрастанию нагрузочной способности исследуемой зубчатой муфты по сравнению с таковой [1]. Следовательно, путем подбора соответствующих значений параметров  $\varphi_0$  и  $R_0$  можно добиться такого распределения усилий между зубьями при перекосе осей, при котором зубчатая муфта будет работать как идеальный шарнир с точки зрения нагрузочной способности.

Угол  $\varphi_0$  в зубчатой муфте [1] находим из уравнения (25) при  $\beta=0$ ,

$$\varphi_0 = \arccos \left\{ \frac{1}{1 + \cos \alpha_w} \left[ \frac{\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} + \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2R_0\psi} \right] \right\}. \quad (26)$$

Если  $\beta>0$ , то при определении угла  $\varphi_0$  будем исходить из того, что  $\Delta S_1=\Delta S_2$  (рисунок 1), где  $\Delta S_1 = (2b_0)^2 / 8R_0 = b_0^2 / 2R_0$  [4];  $\Delta S_2=\beta(b/2)$ . Объединив выражения  $\Delta S_1$  и  $\Delta S_2$ , запишем:

$$\beta = \frac{b_0}{R_0 b^2}. \quad (27)$$

В соответствии с уравнениями (25) и (27) зависимость угла  $\varphi_0$  выразим следующим образом:

$$\varphi_0 = \arccos \left\{ \frac{1}{1 + \cos \alpha_w} \left[ \frac{4\pi}{4(\pi-2)} + \frac{(2-\pi\alpha_w)mz \cos \alpha_w}{8(\pi-2)R_0} + \frac{1}{R_0\psi} \left( \frac{b_1 \cos \alpha_w}{2} - \frac{b_0^2}{b_2} \right) \right] \right\}. \quad (28)$$

Таким образом, используя уравнения (26) и (28), определяем один из основных параметров комбинированных наружных зубьев – угол  $\varphi_0$ , что позволяет в дальнейшем легко осуществить выбор остальных параметров.

### Выводы:

1. Получены уравнения законов распределения боковых зазоров, деформаций и усилий между профилированными зубьями зубчатых муфт с учетом расцентровок осей соединяемых валов машинных агрегатов. Разработана методика расчета нагру-

зочной способности и оценена эффективность исследуемых зубчатых муфт.

2. Определены зависимости, позволяющие при наличии профилирования наружных и внутренних зубьев создавать конструкции зубчатых муфт с повышенными нагрузочными свойствами.

**Список литературы:** 1. А.с. 1695009 СССР. Зубчатая муфта [Текст] / *А.П. Попов, И.И. Добринов, П.А. Тонкошкур* (СССР). – 4395497/27; Заявл. 15.06.89; Оpubл. 30.11.91. Бюл. №44. 2. А.с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта [Текст] / *А.П. Попов*. – 4089604/31-27; заявл. 09.07.86; опубл. 30.08.89. Бюл. №32. 3. *Попов А.П.* Исследование законов распределения зазоров между зубьями зубчатых муфт с различными формами образующих боковых поверхностей [Текст] / *А.П. Попов* // Смазка и трение в судовых машинах: Сб. научн. тр. – Николаев: НКИ, 1992. – С.30-46. 4. *Попов А.П.* Зубчатые муфты в судовых агрегатах [Текст] / *А.П. Попов*. – Л.: Судостроение, 1985. – 240с. 5. *Попов А.П.* Нагрузочная способность судовых зубчатых муфт с учетом модификации зубьев [Текст] / *А.П. Попов* // Судовые энергетические установки: Сб. научн. тр. – Николаев: НКИ, 1992. – С.57-70.

*Поступила в редколлегию 15.03.2013*

УДК 621.833

**Повышение нагрузочной способности зубчатых муфт энергетических установок / О.И. Савенков** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.131-141. – Бібліогр.: 5 назв.

Розроблено методи розрахунку навантажувальної здатності зубчастих муфт, у яких внутрішні зуби є скошеними, а зовнішні зуби складаються з прямолінійно-криволінійних ділянок. Показано, що при певних поєднаннях параметрів профілювання зовнішніх і внутрішніх зубів можливе створення зубчастих муфт, у яких спостерігається рівномірний розподіл зусиль між зубами незалежно від расцентровок осей.

**Ключові слова:** муфта, зуб, зусилля, перекиє, поздовжня модифікація.

The coupling methods of the gear coupling load capacity having beveled inner teeth and external teeth consisting of rectilinear-curvilinear parts have been worked out. It has been shown that by determine combinations of the profile parameters of external and inner teeth there is possibility of making gear couplings having uniform force intensity independently of axes disalignments.

**Keywords:** coupling, tooth, force, effort, disalignments, longitudinal modification.

УДК 621.01 (833)

**Х.С. САМИДОВ**, д.т.н., проф., заведуючий каф. АЗАСУ, Баку, Азербайджан;  
**Х.Д. МУСТАФАЕВ**, к.т.н., докторант АЗАСУ

## **АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СТОЛА ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРИВОДА**

На базе теоретических и экспериментальных методов исследования анализируется устойчивость перемещения стола электромеханического привода.

**Ключевые слова:** устойчивость, анализ, привод.

**Актуальность задачи.** Важными прикладными задачами, в которых широко используются представления о свойствах вибраций рабочих узлов машин, являются задачи неустойчивости движения узлов машин. Поэтому исследование устойчивости движения машин считается весьма актуальной задачей.

**Анализ литературы.** Существует довольно много методов определения устойчивости движения деталей и узлов различных машин, так называемых критериев устойчивости Рауса-Гурвица, Михайлова, А.М. Ляпунова, Х.С. Самидова, амплитудно-фазовой и др. [1, 2, 5].

© Х.С. Самидов, Х.Д. Мустафаев, 2013

**Основной текст.** Решение задачи устойчивости работы любой машины является решением проблемы борьбы с вибрациями данной машины.

Как известно, машина считается устойчивой, если после нарушения ее движения какими-либо внешними возбуждениями она стремится с течением времени вернуться к заданному движению.

Работа любой машины, как это доказано А.М. Ляпуновым [1, 2], устойчива, если вещественные части корней ее характеристического уравнения имеют отрицательное значение. А если хотя бы один корень имеет положительную вещественную часть, машина неустойчива.

Анализ устойчивости движения рабочих органов технологических машин, в том числе металлорежущих станков, приобретает все более существенное значение[3, 4]. Он выполняется для оценки качества готового станка с точки зрения его виброустойчивости и для выбора конструктивных параметров, обеспечивающих достаточную виброустойчивость системы.

В станкостроении важно знать, как следует изменить параметры системы, чтобы сделать ее устойчивой. С этой точки зрения наиболее удобным является амплитудно-фазовый критерий устойчивости, что и мы применили в своей работе.

На рисунке 1 показана фотография экспериментальной установки.

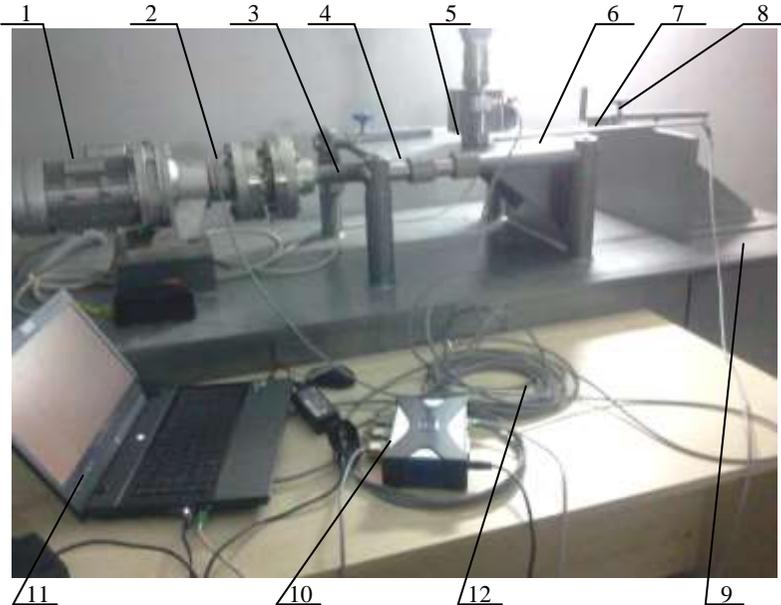


Рисунок 1 – Экспериментальная установка:

1 – мотор-редуктор; 2 – датчик крутящего момента ТВ2; 3 – ходовой валик; 4 – стол; 5 – датчик измерения усилий U2B; 6 – индуктивный датчик перемещения WA-500; 7 – конечный переключатель; 8 – ограничитель перемещения стола; 9 – стол-подставка для размещения приборов; 10 – Quantum<sup>x</sup> Assistant; 11 – ноутбук; 12 – соединительные кабели

Стол приводится в движение от мотор-редуктора 1, ходового валика 3, двух шпоночных муфт, датчика крутящего момента 2. Стол движется туда-обратно, что управляется двумя переключателями 5.

Из-за объема статьи здесь не приводится подробный анализ результатов экс-

периментальных исследований, лишь приводятся некоторые фрагменты из них.

Фрагменты экспериментального исследования колебаний стола показаны на рисунке 2.

Аналитическое решение устойчивости движения такой сложной системы, состоящей из большого числа сосредоточенных и распределенных масс, связаны

Диаграмма 1

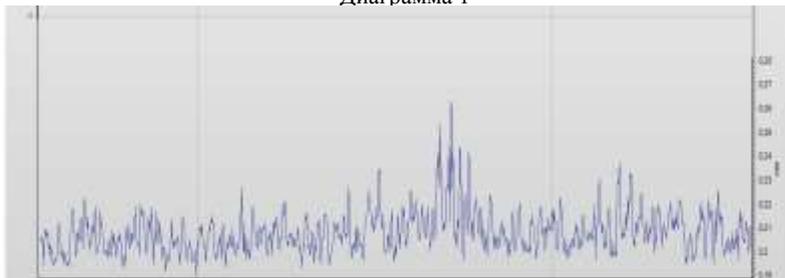


Диаграмма 2

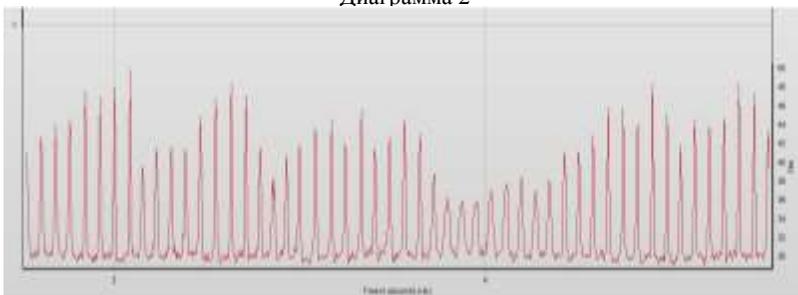


Диаграмма 3

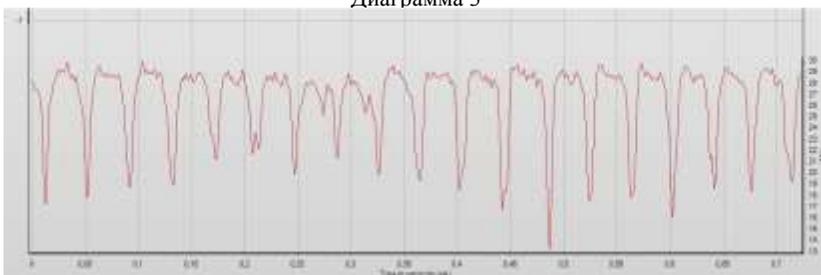


Рисунок 2 – Фрагменты экспериментального исследования колебаний стола электромеханического привода:

диаграмма 1 характеризует колебаний линейного перемещения стола; диаграмма 2 характеризует изменение упругого крутящего момента; диаграмма 3 характеризует изменение упругой силы

с большими трудностями. Поэтому для определения устойчивости движения стола, он представляется в виде приведенной расчетной схемы (рисунок 3).

Определение приведенной массы, силы и приведенного момента инерции и момента сил производим на основе широко известного способа сравнения кинетических энергии и мощностей сил жесткого тела с упругими.

Кинетическая энергия  $T$ , потенциальная энергия  $\Pi$  и диссипативная энергия  $\Phi$  системы, показанной на рисунке 3, запишутся так,

$$T = \frac{1}{2} (m_x \dot{x}^2 + m_y \dot{y}^2 + J \dot{\varphi}^2); \quad (1) \quad \Pi = \frac{1}{2} [k_1 (y_1 + l_1 \varphi)^2 + k_2 (y - l_2 \varphi)^2 + k_3 x^2 + k_\varphi \varphi^2]; \quad (2)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} [h_1 (\dot{y}_1 + l_1 \dot{\varphi})^2 + h_2 (\dot{y} - l_2 \dot{\varphi})^2 + h_3 \dot{x}^2 + h_\varphi \dot{\varphi}^2], \quad (3)$$

где  $m_x, m_y$  – приведенная масса вращательных тел системы и стола с заготовкой,  $J$  – момент инерции стола и заготовки относительно оси, проходящей через их общий центр тяжести и перпендикулярной плоскости  $xoy$ ;  $K_1, K_2, K_3$  – жесткость соответствующих стыков;  $h_1, h_2, h_3, h_\varphi$  – коэффициенты сопротивления при движении стола в направлении осей  $x, y$  и повороте относительно центра вращения.

Уравнение Лагранжа II рода для рассматриваемой системы имеет вид [1, 5]

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_{q_i}, \quad (4)$$

где  $q_i(x, y, \varphi)$  – обобщенные координаты;  $Q_{q_i}$  – активные обобщенные силы, действующие на систему.

Дифференцируя выражений кинетической, потенциальной и диссипативной энергии (1)-(3) и подставляя результатов в уравнение Лагранжа (4), получим дифференциальные уравнения колебаний рассматриваемой системы

$$\left. \begin{aligned} m_x \ddot{x} + h_3 \dot{x} + k_3 x &= P_x \sin \omega t + F \operatorname{sign} \dot{x}; \\ m_y \ddot{y} + (h_1 + h_2) \dot{y} + (h_1 l_1 - h_2 l_2) \dot{\varphi} + (k_1 + k_2) y + (k_1 l_1 + k_2 l_2) \varphi &= P_y \sin \omega t; \\ J \ddot{\varphi} + (h_1 l_1^2 + h_2 l_2^2 + h_\varphi) \dot{\varphi} + (h_1 l_1 - h_2 l_2) \dot{y} + (k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_\varphi) \varphi + (k_1 l_1 - k_2 l_2) y &= P_y R \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $P_x, P_y$  – составляющие внешних сил по осям стола;  $F(x, y, \varphi)$  – сила трения между столом и направляющими как функция перемещения стола;  $R$  – расстояние от центра жесткости стола до силы  $P_y$ .

Контактная жесткость стыков  $K$  определяется по формуле [7]

$$K = \frac{F_{n.c.}}{K_0}, \quad (6)$$

где  $F_{n.c.}$  – площадь поверхности стыка;  $K_0$  – коэффициент контактной податливости.

Автором книги [7] рекомендуются следующие значения  $K_0$  для горизонтальных направляющих при средних давлениях до  $30 \text{ Н/см}^2$  и ширине граней до  $50 \text{ мм}$   
 $K_0 = (1,0 \dots 1,5) 10^{-5}$ , до  $100 \text{ мм}$   
 $K_0 = 1,8 10^{-5} \text{ см}^3/\text{Н}$  и т.д.

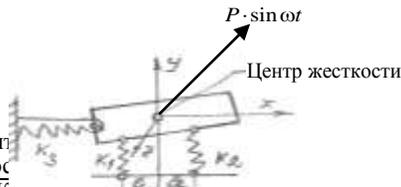


Таблица 1 – Значения коэффициента контактной податливости

№ грани	Диаметр опор	Длина опор $L=l_1+l_2=$	Площадь опор	Коэффициент контактной податливости	Динамическая модель стола
---------	--------------	-------------------------	--------------	-------------------------------------	---------------------------

	$d, \text{см}$	$=4,8+4,8=9,6\text{см}$	$F=F_1+F_2\text{см}^2$	податливости $K_0, \text{см}^3/\text{Н}$	стыков $K, \text{Н/см}$
<u>1</u>	3,8см	9,6	108,8	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$907,5 \cdot 10^4$
<u>2</u>	3,8см	9,6	108,8	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$907,5 \cdot 10^4$

В результате экспериментального исследования и расчета по формуле (6)

определены коэффициенты жесткости  $K$  и контактной податливости  $K_0$  (см. таблицу 1).

Коэффициенты сопротивлений стыков соединений определяются по формуле [4]

$$h = \frac{\Psi}{2\pi} \sqrt{km}, \quad (7)$$

где  $\Psi$  и  $k$  – коэффициенты рассеяния энергии в стыках и жесткости стыковых соединений.

Крутильная жесткость стыков  $K_\phi$  определяется по [7] в зависимости от геометрических размеров грани и действующих по ней усилий. Для рассматриваемой системы, крутильная жесткость стыков  $K_\phi=1,85$ .

Для стыков с узкими направляющими коэффициент рассеивания энергии определяется по формуле

$$\Psi = \frac{A}{\sqrt[3]{\sigma_{ном}}}, \quad (8)$$

где  $A$  – коэффициент, равный 1,35 для масла индустриального 45;  $\sigma_{ном} = P/F$  – постоянное давление в стыке, создаваемые постоянной составляющей силы, действующей на стык;  $F$  – площадь грани стыка;  $P$  – сила реакции, действующей на грани стыка.

Так как при экспериментальном исследовании грани смазывались индустриальным маслом 45, коэффициент  $A$  принимали равным 1,35.

После определения параметров стола электромеханического привода вычисляли коэффициенты дифференциальных уравнений его движения. Получены следующие значения постоянных уравнений (5):

$$\begin{aligned} m_x &= 2,12; \quad m_y = 2,12; \quad J = 80; \quad h_1 + h_2 = 272 + 256 = 528; \\ h_1 l_1^2 + h_2 l_2^2 + h_\phi &= 276 \cdot 4,8^2 + 256 \cdot 4,8^2 + h_\phi = 6359 + 5898 = 12257 + 2750 = 15007; \\ h_1 l_1 - h_2 l_2 &= 276 \cdot 4,8 - 256 \cdot 4,8 = 76,80; \quad k_1 + k_2 = (907,5 + 907,5) 10^4 = 1815 \cdot 10^4; \\ k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2 + k_\phi &= 907,5(4,8^2 + 4,8^2) + k_\phi = 209088 + 1,8 = 209089,8; \\ k_1 l_1 - k_2 l_2 &= 907,5(l_1 - l_2) = 0; \end{aligned}$$

$$F = F_1 + F_2 \left( \frac{\pi d_1^2}{4} + \frac{\pi d_2^2}{4} \right) L = \left( \frac{3,14 \cdot 3,8^2}{4} + \frac{3,14 \cdot 3,8^2}{4} \right) L = (11,34 + 11,34) 4,8 = 108,8 \text{см}^2. \quad (9)$$

Контактная жесткость стыков  $K$  определяется по формуле

$$K = \frac{F_{nc}}{K_0} = \frac{108,8}{1,2 \cdot 10^{-5}} = 907,5 \cdot 10^4 \text{Н/см}, \quad (10)$$

где  $F_{nc}$  – площадь поверхности стыка;  $K_0$  – коэффициент контактный податливости. Для нашего случая  $K_0=1,2 \cdot 10^{-5} \text{Н/см}$  [4].

$$\sigma_{noc_1} = \frac{P_1}{F_1} = \frac{4600}{108,8} = 42,3 \text{Па}; \quad \sigma_{noc_2} = \frac{P_2}{F_2} = \frac{4200}{108,8} = 38,6 \text{Па}; \quad (11)$$

Таблица 2 – Уточненные значения коэффициентов сопротивления и жесткостей

Номер грани	Опорные реакции Р, Н	Площадь (грани) F, см <sup>2</sup>	Коэффициент				Масса, приведенная к грани Н/см <sup>2</sup>	Коэффициент сопротивления h, протгивления h,
			Постоянное давление на гранях блокст, 10 <sup>-4</sup> Па	Рассеяние энергии ψ	Жесткость к, Н/см			
1	4600	108,8	42,3	0,39	907,5·10 <sup>4</sup>	2,12	272	
2	4200	108,8	38,6	0,39	907,5·10 <sup>4</sup>	2,12	256	

$$\Psi_1 = \frac{A}{\sqrt[3]{\sigma_{ном1}}} = \frac{1,35}{\sqrt[3]{42,3}} = 0,39; \quad \Psi_2 = \frac{A}{\sqrt[3]{\sigma_{ном2}}}$$

(12)

$$h_1 = \frac{\Psi_1}{2\pi} \sqrt{k_1 m_1} = \frac{0,39}{2 \cdot 3,14} \sqrt{907,5 \cdot 10^4 \cdot 2,12}$$

(13)

$$h_2 = \frac{\Psi_2}{2\pi} \sqrt{k_2 m_2} = \frac{0,40}{2 \cdot 3,14} \sqrt{907,5 \cdot 10^4 \cdot 1,8}$$

(14)

Окончательные результаты расчета коэффициентов сопротивления и жесткостей уточнены экспериментальным путем и приведены в таблице 2.

Анализ системы дифференциальных уравнений (5) показывает, что они распадаются на две независимые части: первое уравнение является самостоятельным и описывает движение стола только в горизонтальном направлении, второе и третье взаимосвязаны и описывают колебания стола в вертикальном и угловом перемещениях.

Уравнения (5) можно написать в операторном виде.

$$\left. \begin{aligned} (a_{11}P^2 + b_{11}P + c_{11})x &= P_x \sin \omega t + F \operatorname{sign} \ddot{x}; \\ (a_{22}P^2 + b_{22}P + c_{22})y + (b_{23}P + c_{23})\varphi &= P_y \sin \omega t; \\ (a_{33}P^2 + b_{33}P + c_{33})\varphi + (b_{32}P + c_{32})y &= P_y R \sin \omega t, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$ ,  $c_{ij}$  – соответствующие постоянные;  $P=d/dt$  – символ дифференцирования.

Согласно теореме Крамера, решение последних двух уравнений системы (15) относительно искомых координат, имеет следующий вид:

$$y = D_y / D; \quad \varphi = D_\varphi / D,$$

где

$$D = \begin{vmatrix} (a_{22}P^2 + b_{22}P + c_{22}) & (b_{23}P + c_{23}) \\ (b_{32}P + c_{32}) & (a_{33}P^2 + b_{33}P + c_{33}) \end{vmatrix}; \quad D_y = \begin{vmatrix} P_y \sin \omega t & (b_{23}P + c_{23}) \\ P_y R \sin \omega t & (a_{33}P^2 + b_{33}P + c_{33}) \end{vmatrix};$$

$$D_\varphi = \begin{vmatrix} (a_{22}P^2 + b_{22}P + c_{22}) & P_y \sin \omega t \\ (b_{32}P + c_{32}) & P_y R \sin \omega t \end{vmatrix} \quad (16)$$

Здесь  $D$ ,  $D_y$ ,  $D_\varphi$  – главный и присоединенные определители уравнений (15).

В результате раскрытия этим определителей, после преобразования и замены  $P$  на  $i\omega$ , получим передаточные функции в виде:

$$W(y) = \frac{y}{P_y \sin \omega t} = \frac{-a_{33}\omega^2 + (b_{23} - Rb_{23})i\omega +}{a_{22}a_{33}\omega^4 - (b_{22}a_{33} + a_{22}b_{33})i\omega^3 - (c_{22}a_{33} + b_{22}b_{33} + c_{33} - Rc_{23})\omega^2 + (c_{22}b_{33} + b_{22}c_{33} - c_{23}b_{32} - b_{23}c_{32})i\omega - c_{23}c_{32} + c_{22}c_{33}}; \quad (17)$$

$$W(\varphi) = \frac{\varphi}{P_y \sin \omega t} = \frac{-Ra_{22}\omega^2 + (Rb_{22} - b_{32})i\omega +}{a_{22}a_{33}\omega^4 - (b_{22}a_{33} + a_{22}b_{33})i\omega^3 - (c_{22}a_{33} + b_{22}b_{33} + Rc_{22} - c_{32})\omega^2 + (c_{22}c_{33} - b_{23}b_{32})\omega^2 + (c_{22}b_{33} + b_{22}c_{33} - c_{23}b_{32} - b_{23}c_{32})i\omega - c_{23}c_{32} + c_{22}c_{33}} \cdot (18)$$

По (17) и (18) производим расчет координат амплитудно-фазовой частотной характеристики стола при различных частотах  $\omega$ , по которым в комплексной плоскости строим графики. При этом вещественную часть координат откладываем на оси абсцисс ( $u$ ), а мнимую – по оси координат ( $iv$ ).

Амплитудно-фазовые частотные характеристики стола по горизонтальному, вертикальному и угловому перемещением показаны на рисунке 4.

Анализ построенных амплитудно-фазовых частотных характеристик показывает, что рассматриваемая система при принятых ее параметрах, является устойчивой. Запас устойчивости системы достаточен, так левые ветви этим характеристик не пересекают отрицательной вещественной оси координат и находятся на определенном расстоянии от нее.

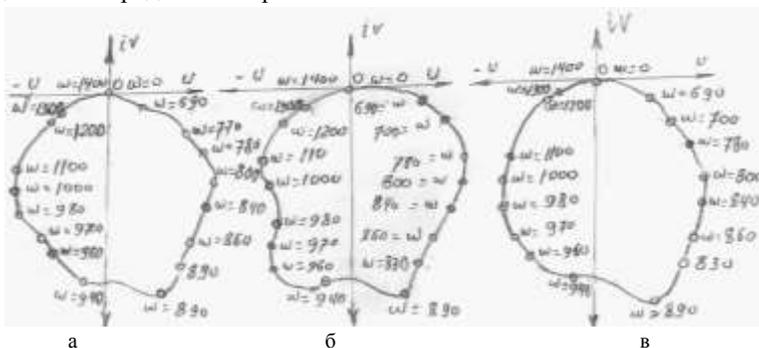


Рисунок 4 – Амплитудно-фазовая частотная характеристика стола:  
а – по горизонтальному перемещению; б – по вертикальному перемещению; в – по угловому перемещению

### Выводы:

1. Проведенные исследования в данной работе позволяют оценить устойчивость движения узлов, определить действительные нагрузки, снизить интенсивность вынужденных колебаний и выбрать наиболее оптимальные конструктивные параметры механизмов машин.

2. Построенные амплитудно-фазовых частотных характеристик показывают, что движение рассматриваемой системы при принятых ее параметрах, является устойчивой, подтвержденной экспериментальными исследованиями.

3. В связи с широким внедрением компьютерной техники в практику и возрастающих их вычислительных возможностей предлагаемая методика расчета может быть весьма полезной в исследовательских и конструкторских работах.

**Список литературы:** 1. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560с. 2. *Самидов Х.С., Самидов Э.Х.* Динамика и оптимальное конструирование машин. – Баку: Нурлан, 2003. – 622с. 3. *Кудинов В.А.* Динамика станков – М.: Машгиз, 1967 – 359с. 4. *Никитин Б.В.* Расчет динамических характеристик металлорежущих станков. – М.: Машгиз, 1962. – 111с. 5. *Тимошенко С.П.* Колебания в инженерном деле. Перевод с англ. – М.: Наука, 1967. – 444с. 6. ОАО "Майкопский редукторный завод", каталог продукции. – Майкоп: "ЗАРЕМ", 2007. – 188с. 7. *Левина З.М., Решетов Д.Н.* Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с.

УДК 621.01 (833)

**Анализ устойчивости перемещения стола электромеханического привода / Х.С. Самидов, Х.Д. Мустафаев // Вісник НТУ "ХП". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.141-147. – Бібліогр.: 7 назв.**

На базі теоретичних та експериментальних методів дослідження аналізується стійкість переміщення столу електромеханічного приводу.

**Ключові слова:** стійкість, аналіз, привід.

On the basis of theoretical and experimental methods of investigation of stability of motion of the table of electromechanical drive.

**Keywords:** stability, analyses, drive.

УДК 621.833

**В.В. СТАВИЦКИЙ**, к.т.н., доцент ВНУ им. В. Даля, Луганск;  
**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., проректор ВНУ им. В. Даля;  
**С.П. РОМАНОВ**, аспирант ВНУ им. В. Даля

## **ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ**

Предложены инварианты подобия процессов вращения и зацепления зубчатых колес в виде безразмерных комплексов, обобщающих критериальную информацию необходимую и достаточную для оптимизации конструктивных решений. Получено критериальное уравнение связи, соблюдение которого позволяет рассчитывать параметры зубчатой передачи в зависимости от скоростного и нагружающего режимов эксплуатации с учетом материалов и термообработки зубчатых колес, типа и характеристик смазочного материала.

**Ключевые слова:** высокоскоростная зубчатая передача, оптимизация.

**Актуальность задачи.** Современное энергетическое, химическое и транспортное машиностроение остро нуждается в значительном количестве редукторов для компрессорных станций газопроводов, компрессоров аммиака в технологических циклах производства удобрений и синтетических волокон, перспективных моделей гидравлических, паровых и газовых турбогенераторов, детандергенераторных установок и коробок скоростей для двигателей внутреннего сгорания (ДВС). В качестве двигателя в таких установках используют паровую, газовую или гидравлическую турбину или ДВС. Исполнительными машинами являются электрогенераторы, воздушные и газовые компрессоры, гидравлические насосы. Несовпадение оптимальных частот вращения валов двигателя и исполнительных машины обуславливает необходимость применения зубчатого редуктора.

Развитие современного машиностроения основывается на поиске новых решений, предусматривающих повышение нагрузочной способности, срока службы, уменьшение веса и габаритов, а также улучшения энергетических характеристик эффективности выпускаемых изделий.

Наиболее остро указанные требования проявляются при разработке высокоскоростных и тяжело нагруженных зубчатых передач, в частности – редукторов привода генераторов.

**Анализ последних исследований и литературы.** По рекламным публикациям зарубежных фирм, таких как Renk, Maag, Graffenstaden и других [1], в качестве привода электрогенераторов мощностью до 100МВт рассматриваются в основном однотупенчатые однопоточные редукторы с шевронными или косозубыми передачами.

При таких передаваемых мощностях потери составляют 1МВт и более. В высокоскоростных зубчатых передачах значительную часть общих потерь мощности составляют потери, не связанные с передаваемой нагрузкой. К таким потерям относят потери аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес, периодического сжатия и расширения маслосвоздушной смеси в замкнутом пространстве между зубьями колес (компрессорные потери). Например, для редукторов, работающих с окружной скоростью около 150м/с, такие потери составляют 80%, а потери на трение только 20% [2]. Попытки учесть эти потери мощности при анализе [3] и проектировании высокоскоростных зубчатых передач основываются в основном на эмпирических данных, которые отличаются в различных исследованиях в несколько раз. Такие погрешности значительно снижают степень достоверности при определении энергетической эффективности эксплуатации высокоскоростных зубчатых передач.

Необходимо также учитывать, что передача больших мощностей неизбежно связана с высокой контактной и изгибной напряженностью зубьев, с высокими показателями нагруженности подшипников скольжения, и большой шириной зубчатых венцов, что в свою очередь значительно увеличивает потери, не связанные с передаваемой нагрузкой. Попытки снизить контактные и изгибные напряжения переходом на двухпоточную схему одноступенчатого редуктора РГ046 [4] практически удваивают эти потери.

В конце 90-х годов специалистами швейцарской фирмы MAAG-GEAR AG запатентована и внедрена технология высокоэффективного турборедуктора HET (High Efficiency Turbogear) [5]. Уменьшение потерь мощности в зубчатом зацеплении удалось достигнуть за счет создания частичного вакуума (уровень разрежения 85%). Столь кардинальное решение проблемы снижения потерь мощности приводит к ухудшению теплоотвода из зоны зацепления вследствие отсутствия циркуляции маслосвоздушной смеси в пространстве между зубьями и дополнительному расходу электроэнергии на работу вакуумного насоса [2].

В работах [6-9] проведен анализ влияния условий эксплуатации и геометрических параметров зубчатой передачи на ее КПД, с учетом, как механических потерь, так и потерь мощности вследствие гидроаэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес и периодического сжатия-расширения маслосвоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве. Полученные авторами относительно простые аналитические зависимости для определения КПД позволили разработать основы метода выбора параметров передачи [10]. Разработка новой методологии проектирования энергонасыщенных и в то же время ресурсо- и энергосберегающих зубчатых передач является актуальной научно-практической задачей при исследовании высокоскоростных трансмиссий.

**Цель статьи.** Предложить критериальное уравнение связи независимых и управляющих параметров высокоскоростных зубчатых передач, на основании, которого проводить поиск конструктивно-технологических параметров передач, отвечающих условиям их существования и необходимым показателям качества.

**Изложение основного материала.** Потери мощности в результате аэрогидродинамического сопротивления и периодического сжатия-расширения не зависят от передаваемой нагрузки и прямо пропорциональны занимаемому передачей объему  $O_i = \bar{b} \cdot r_i^3$ , который в свою очередь определяется расчетом

передачи на прочность,  $O_i = \frac{T_1 K_H E^* (u+1) \cos \beta}{[\sigma_H]^2 \cos \alpha \pi \varepsilon_\alpha u \sin 2\alpha}$ .

Тогда независящие от передаваемой нагрузки потери мощности могут быть представлены в виде математической функции расчетного номинального момента. При этом условии суммарный коэффициент потерь мощности приобретает следующий вид

$$\Psi_\Sigma = \bar{\rho}_{a_1} \cdot \Sigma \cdot \frac{\Pi}{G \cdot Eu \cdot \bar{b}}, \quad (1)$$

где  $\Pi = E_{np}^* \cdot p_a / [\sigma_H]^2$ ,  $G = \frac{\pi \cdot \varepsilon_\alpha \cdot \sin 2\alpha}{K_H \cdot \cos \beta} \cdot \frac{u}{1+u}$  – прочностной и геометрический инварианты подобия пары зубчатых колес соответственно;

$N = \bar{b}_1 \cdot \left[ C_{k1} + C_{k2} \cdot u^3 \cdot \frac{\bar{\rho}_{a2}}{\bar{\rho}_{a2}} \cdot \frac{\bar{b}_2}{\bar{b}_1} \right] \cdot \sin 2\alpha \cdot \cos^2 \beta$ ,  $\Gamma = \bar{V}_3 \cdot N \cdot \arccos^2(1 - \bar{h}_i)$  – аэро- и гидродинамический инварианты подобия пары зубчатых колес соответственно;

$E = (C_{M1} + u^2 \cdot C_{M2}) \cdot \cos \alpha / 2$  – инвариант подобия вязкостного трения масловоздушной смеси на торцевых поверхностях зубчатого колеса;

$\Theta = (\gamma_1 \cdot A_1^2 + \gamma_2 \cdot u^2 \cdot A_2^2) \left[ \frac{1}{Re_i} + \frac{Eu \cdot \bar{S}_R^2}{2\varphi_a} \left( 1 + \frac{\gamma_k}{2Eu} \right)^{1/\gamma_k} \right] \frac{\cos \alpha}{\bar{S}_R}$  – инвариант подобия вязкостного трения в радиальном зазоре между головками зубьев и корпусом передачи;

$\Omega = \frac{u+1}{4u} \cdot \bar{b}_1^3 \cdot \Lambda \cdot \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta$  – инвариант подобия процессов периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве;

$\Sigma = N + \Gamma + E + \Theta + \Omega$  – суммарный инвариант подобия пары зубчатых колес;  $C_{ki}$  – безразмерный момент аэродинамического сопротивления [9];  $C_{Ri}$  – безразмерный момент сопротивления вследствие вязкостного трения периферии головок зубьев [9];  $\Lambda$  – коэффициент, зависящий от геометрии зубчатой передачи [8].

Наиболее значимыми потерями мощности, несвязанными с передаваемой нагрузкой, являются потери аэрогидродинамического сопротивления и периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве. Эти потери уменьшаются с ростом количества зубьев шестерни, передаточного отношения и угла наклона зубцов, но с ростом ширины зубчатого венца и окружной скорости потери значительно увеличиваются (рисунок, б).

Наиболее значимыми потерями мощности, несвязанными с передаваемой нагрузкой, являются потери аэрогидродинамического сопротивления и периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве. Эти потери уменьшаются с ростом количества зубьев шестерни, передаточного отношения и угла наклона зубцов, но с ростом ширины зубчатого венца и окружной скорости потери значительно увеличиваются (рисунок, б).

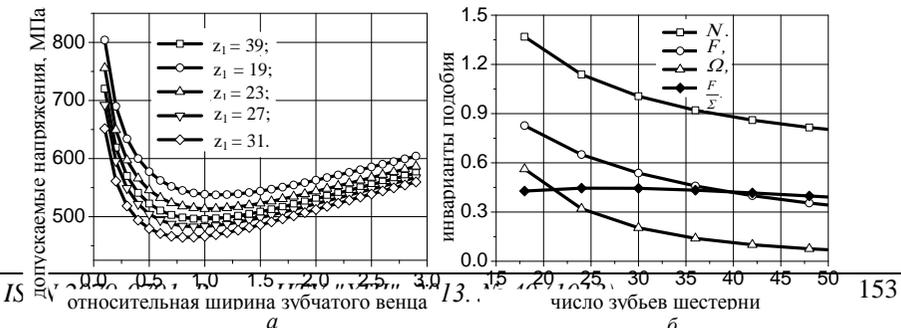


Рисунок – График зависимости допускаемых напряжений – а, и инвариантов подобия – б, от основных геометрических параметров зубчатых колес

Результаты многопараметрического анализа существующих зубчатых передач, показали наличие оптимальных окружной скорости и ширины зубчатого венца (рисунок, а) значения, которых определяются выражениями (2) и (3):

$$Eu_{opt} = v_*^{0,2} \left( \frac{4 \cdot \bar{\rho}_a \cdot \Sigma \cdot \Pi}{F \cdot G \cdot \bar{b}_1} \right)^{0,8}; \quad (2) \quad \bar{b}_1^{opt} = 2 \cdot \sqrt{\frac{(A_1^2 - B_1^2) + u^3 \cdot (A_2^2 - B_2^2)}{\Lambda}} \cdot \frac{u}{1+u} \cdot \text{tg} \alpha, \quad (3)$$

$$\text{где } F = \frac{\left( \frac{1+u}{u} \right)^{0,75} \cdot \tau_1^{0,75} \cdot \left[ \chi_1^{1,75} + \chi_2^{1,75} \right] + \left[ (1-\chi_1)^{1,75} + (1-\chi_2)^{1,75} \right]}{\left[ 2 \cdot \text{tg} \alpha_w + \tau_1 \cdot (\chi_1^2 + \chi_2^2) \cdot \frac{u-1}{2 \cdot u} \right]^{0,25}} \quad [6], \quad \bar{\rho}_a = \left[ 1 - (f_i \cdot \bar{b})^2 \cdot (k-1) / (2k \cdot Eu) \right]^{\frac{1}{k-1}} -$$

относительная плотность,  $f_i$  [7].

Анализ полученных выражений показал, что высокоскоростные зубчатые передачи, как объект оптимизации, имеют следующие независимые параметры: динамическая ( $\bar{T}_1 = T_1 / (k \cdot p_a)$ ,  $k_t$ ) и кинематическая нагрузки ( $\bar{\omega}_1 = \omega_1 / c$ ), показатели прочности и упругих свойств материалов зубчатых колес ( $\Pi$ ), реологические показатели масла и масловоздушной среды ( $v_*$ ,  $k$ ,  $p_a$ ) и конструктивно-технологические параметры: зацепление;  $u$ ;  $\bar{b}_1$ ;  $\bar{\rho}_a$ ; инварианты  $N$ ;  $\Gamma$ ,  $\Theta$ ,  $F$ ;  $E$ ;  $G$ , число ступеней передачи. Динамическая и кинематическая нагрузка являются исходными ограничениями, которые определяет потребитель. Качество материалов следует отнести к физическим параметрам, которые определяются назначением зубчатых передач и для некоторых отраслей машиностроения имеют свои приоритетные постоянные значения. Влияние разработчика и производителя на них является весьма ограниченным. К управляющим параметрам могут быть отнесены конструктивно-технологические параметры, связанные между собой значительным количеством ограничений, вид которых определяется типом передач и технологическими процессами их производства.

Перечисленные выше факторы создают общее для всех видов передач множество независимых и управляющих параметров, определяемое критериальным уравнением связи, которое отображает условие существования и качества зубчатых передач:

$$\bar{T}_1 \cdot \bar{\omega}_1^3 = \left( \frac{F}{4 \cdot \bar{\rho}_a \cdot k_t \cdot \Sigma \cdot v_*^{0,25}} \right)^{1,2} \cdot \left( \frac{G \cdot \bar{b}_{1opt}}{\Pi} \right)^{2,2}. \quad (4)$$

**Условные обозначения.**  $u$  – передаточное отношение;  $\omega_i$  – угловая скорость шестерни, м/с;  $r_i$  – радиус делительной окружности;  $\alpha$  – угол станочного зацепления, рад;  $\beta$  – угол наклона линии зубьев, рад;  $A_i = r_{ai} / r_i$  – относительный радиус окружности вершин;  $r_{ai}$  – радиус окружности вершин, м;  $b_i$  – ширина зубчатого венца, м; того венца;  $B_i = r_{fi} / r_i$  – относительный радиус окружности впадин;  $r_{fi}$  – радиус окружности впадин, м;  $p_a$  – атмосферное давление, МПа;  $E^*$  – приведенный модуль упругости материалов зубчатых колес, МПа;

$Ei = p_a / (\rho_a \cdot V_{окр}^2)$  – критерий Эйлера;  $V_{окр} = \omega_i \cdot r_i$  – окружная скорость;  $\rho_a$  – плотность маслoвоздушной смеси во впадинах зубчатых колес, кг/м<sup>3</sup>;  $k$  – показатель адиабаты маслoвоздушной смеси;  $Re_i = \rho_a \cdot \omega_i \cdot r_i^2 / \mu$  – критерий Рейнольдса;  $\bar{h}_i = h_i / r_{ai}$  – относительная глубина погружения зубчатого колеса в масляную ванну,  $c$  – скорость звука в маслoвоздушной смеси, м/с;  $k_t$  – частичность нагрузки,  $\vartheta_* = \vartheta / (c \cdot k)$  – относительная вязкость смазочного масла.

**Выводы.** Предложены инварианты подобия процессов вращения и зацепления зубчатых колес в виде безразмерных комплексов, обобщающих критериальную информацию необходимую и достаточную для оптимизации конструктивных решений. Получено критериальное уравнение связи, соблюдение которого позволяет рассчитывать параметры зубчатой передачи в зависимости от скоростного и нагружающего режимов эксплуатации с учетом материалов и термообработки зубчатых колес, типа и характеристик смазочного материала.

**Список литературы:** 1. Высоконагруженные редукторы – новые разработки. Материалы фирмы MAAG Gear Co. Ltd, 1992. 2. Дзэ Т. Высокоэффективные турборедукторы для газовых турбин / Томас Дзэ, перевод С.М. Иноземцев // Турбины и дизели. – 2005. – сентябрь-октябрь. – С.38-41. 3. Heingartner P. Determination Power Losses in the Helical Gear Mesh. / P. Heingartner, D. Mba // Gear Technology. – Sept. 2005. 4. Мироненко А.И. Тяжелонагруженный высокоскоростной редуктор привода генератора / А.И. Мироненко, Е.А. Гамза // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2012. – №3/10(57). – С.54-56. 5. Deeg Th. The MAAG High Efficiency Turbogear HET / Thomas Deeg // VGB Kraftwerkstechnik. 1996. – issue 1. 6. Ставицкий В.В. Определение механического КПД в зубчатом зацеплении с учетом условий эксплуатации / Ставицкий В.В., Носко П.В. // Вестник НТУ "ХПИ" – Харьков: ХПИ, 2011. – №51. – С.152-164. 7. Ставицкий В.В. Оценка потерь мощности в высокоскоростных цилиндрических передачах / В. В. Ставицкий, П. Л. Носко // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: ХПИ, 2011. – №28. – С.137-149. 8. Ставицкий В.В. Определение коэффициента потерь мощности вследствие сжатия маслoвоздушной смеси между зубьями цилиндрических передач / Ставицкий В.В., Носко П.Л. // Вісник СНУ ім. В.Даля. – 2011. – №5(159), частина 2. – С.313-318. 9. Ставицкий В.В. Анализ аэрогидродинамических потерь в зубчатых передачах / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко, П.В. Филь // Вісник нац. ун-ту ім. В.Даля. – 2009 – №12(142). – С.125-131. 10. Ставицкий В.В. Метод проектирования энергосберегающих высокоскоростных зубчатых передач / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко // Вестник НТУ "ХПИ" – Харьков: ХПИ, 2012. – №36. – С.132-139.

Поступила в редколлегию 30.03.2013

УДК 621.833

**Оптиміальне проектування високоскоростних зубчатих передач / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко, С.П. Романов // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.148-152. – Бібліогр.: 10 навз.**

Запропоновано інваріанти подібності процесів обертання та зацеплення зубчатих коліс у вигляді безрозмірних комплексів, які узагальнюють критериальну інформацію необхідну та достатню для оптимізації конструктивних рішень. Отримано критериальні рівняння зв'язку, дотримання якого дозволяє розраховувати параметри зубчастої передачі в залежності від швидкісного та навантажувального режимів експлуатації з урахуванням матеріалів та термообробки зубчатих коліс, типу та характеристик змащувального матеріалу.

**Ключові слова:** високошвидкісна зубчаста передача, оптимізація.

Criteria of similarity of processes of rotation and claspіng of gear-wheels are offered as dimensionless complexes; criterion information necessary and sufficient for optimization of structural decisions is summarized. Criterion equation of connection is derived; being in compliance with the equation allows for calculations of gear parameters based on the exploitation speeds and loading modes, taking into account materials and heat treatments of gear-wheels and types and descriptions of lubricating material.

**Keywords:** hi-speed gear, optimization.

УДК 621.833

**В.Е. СТАРЖИНСКИЙ**, д.т.н., доц., главный научный сотрудник  
ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси, Гомель;  
**В.Л. БАСИНЮК**, д.т.н., доц., директор НТЦ ОИМ НАН Беларуси, Минск;  
**Е.И. МАРДОСЕВИЧ**, к.т.н., заведующая сектором ОИМ НАН Беларуси;  
**Е.В. ШАЛОБАЕВ**, к.т.н., профессор СПбГУ ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

## **АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ПРОБЛЕМЕ ОПТИМИЗАЦИИ КОМПОНОВОЧНЫХ СХЕМ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ**

Рассматривается проблема оптимизации компоновочных схем силовых редукторов и зубчатых механизмов приборов. На основании анализа разных подходов и методов оптимизации разнообразных схем компоновки приводятся обобщенные рекомендации по оптимальному проектированию зубчатых механизмов.

**Ключевые слова:** оптимизация, зубчатый механизм, силовой редуктор.

**Введение.** Проблема оптимизации компоновочных схем зубчатых механизмов рассматривается в технической литературе постоянно и с разных сторон. Достаточно полно разработаны методические основы оптимизации, проведены исследования по оптимизации различных типов передач по разным критериям, выработаны конкретные рекомендации по проектированию передач с оптимальными параметрами кинематических схем.

**Цель работы** – проанализировать и обобщить полученные результаты и сформулировать общие рекомендации по оптимальному проектированию зубчатых механизмов.

**Цели оптимизации и методы решения задач оптимального проектирования.** Как известно [1-3], задача оптимального проектирования состоит в определении цели и соответствующего ей критерия оптимальности, переводе задачи на математический язык и построении математической модели, отражающей формализованное описание критерия оптимальности, условия функционирования узла и требования, предъявляемые к его отдельным параметрам. В процессе оптимизации отыскиваются переменные проектирования (проектные параметры), на которые накладываются функциональные, параметрические и другие ограничения. Оптимизационный расчет выполняется по одному или нескольким критериям (целевым функциям), зависящим от общего проектного параметра. Оптимизация по одной целевой функции сводится к определению проектного параметра, соответствующего ее максимуму или минимуму. Экстремум функции обычно определяется из условия равенства нулю уравнения производной. Если функция представлена в виде графика, то экстремум методом графического дифференцирования. При решении задачи на ЭВМ используют итерационными численными методами дихотомии, золотого сечения, Фибоначчи. При многомерном поиске оптимального решения применяются разнообразные классические методы: метод дифференциального исчисления, метод множителей Лагранжа и динамического программирования, принцип максимума Понтрягина. Используются также методы покоординатного подъема (спуска), случайного поиска, градиентные методы (в том числе методы сопряженных градиентов), методы переменной метрики, метод конфигураций, симплекс-метод, метод штрафных функций и др. Отдельно отметим оригинальную комбинированную методику оптимизации соосных ступенчатых зубчатых механизмов, основанную на совмещении методов  $LP$ -последовательности и сужения окрестностей поиска решения [4]. Аналогичный подход применяют авторы в [5] при оптимизации парамет-

ров одно- и двухступенчатых цилиндрических и конических редукторов. Поиск решения в [5] осуществляется с помощью диалоговой подсистемы DMS, базирующейся на методе исследования пространства оптимизируемых параметров [6] с выделением паретовских решений и определением из них окончательного варианта формальными или интерактивными методами [7]. В инженерной практике, при поиске оптимума удобно представлять исходные целевые функции (имеющие в общем случае различные размерности) в нормированной безразмерной форме (целевая функция нормируется по ее максимальному либо минимальному значению) – в виде так называемых составных функций. Методология формирования составных функций, а также алгоритм и программа расчета нормированных значений целевой функции подробно описана в работе [2].

**Основные критерии оптимизации зубчатых механизмов.** В сложившейся практике оптимизации зубчатых механизмов разнообразного назначения критериями оптимизации обычно принимаются следующие (для одно-, двух- и трехступенчатых цилиндрических и конических редукторов):

- 1) минимизация суммы межосевых расстояний (общего объема привода, длины или высоты редуктора);
- 2) минимальная масса редуктора (масса колес редуктора);
- 3) равнопрочность по контактным и изгибным напряжениям.

При этом параметрами функциональных ограничений могут быть приняты контактная прочность или напряжения изгиба в опасном сечении зуба.

Для многоступенчатых и многопоточных зубчатых механизмов приборов кроме критериев по п.п. 1-3 оптимизацию проводят по критериям:

- 4) минимального приведенного момента инерции системы ( $I_p$ );
- 5) минимальной угловой погрешности ( $\Delta\varphi_\Sigma$ );
- 6) максимального КПД ( $\eta$ ).

Проектными параметрами при решении оптимизационных задач могут быть частоты вращения входного и выходного вала, общее передаточное отношение механизма, модуль зацепления, число ступеней механизма. В конечном итоге проектным параметром является общее передаточное отношение зубчатого механизма  $i_p$ .

### Выбор оптимальных кинематических параметров двухступенчатых редукторов.

Как известно, масса и габариты редуктора существенно зависят от распределения общего передаточного отношения  $i_p$  (передаточного числа  $u_p$ ) по ступеням редуктора. Лучшие показатели демонстрируют редукторы с близкими по диаметру колесами во всех ступенях, при этом создаются благоприятные условия смазывания погружения колес в общую масляную ванну (быстроходные колеса на меньшую глубину, чем тихоходные). Общие рекомендации сводятся также к назначе-

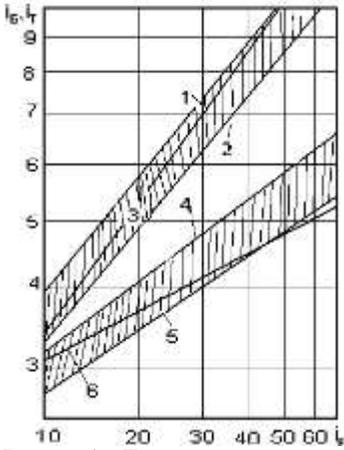


Рисунок 1 – Диапазон оптимальных значений  $i_B$  по критерию минимизации массы колес двухступенчатого цилиндрического редуктора:

- 1 – ограничение  $i_B$  по условию (1); 2 – нижняя граница оптимальных значений  $i_B$ ; 3 – расчет по формуле (3); 4, 5 – диапазон значений  $i_T$ , соответствующий оптимальному диапазону  $i_B$ ; 6 – значения  $i_T$ , соответствующие  $i_B$ , рассчитанному по формуле (3)

нию больших передаточных отношений в быстроходной ступени  $i_B$  и меньших в тихоходной  $i_T$  при увеличении коэффициента ширины колес от первой ко второй. Ориентировочные рекомендации в виде графиков  $i_B = f(i_p)$  – для двухступенчатого редуктора и  $i_B(i_T) = f(i_p)$  – для трехступенчатого, приводятся в справочной и учебной литературе, например [8, 9]. Графики построены по условию минимальной массы зубчатых колес при близких контактных напряжениях во всех ступенях редукторов. Отметим, что верхние предельные значения  $i_B$  по графику  $i_B = f(i_p)$  (рисунок 1, линия 1) для двухступенчатого редуктора следует проверять на предмет отсутствия пересечения тихоходного вала вершинами зубьев колеса быстроходной ступени по формуле

$$a_{w2}/a_{w1} = (u_p + u_1)/(1 + u_1)u_1^{2/3} \geq 1,12. \quad (1)$$

Коэффициент  $a_{w2}/a_{w1} = 1,12$  принят как минимальный из стандартного ряда 1,12; 1,25; 1,4 и 1,6. (При  $a_{w2}/a_{w1} \geq 1,6$  редуктор не отвечает требованиям минимизации габаритов и массы).

В таблице 1 представлен диапазон передаточных отношений быстроходной и тихоходной ступеней, верхние предельные значения которого скорректированы в соответствии с условием (1). Проанализируем аналитические уравнения, на основании которых построена зависимость диапазона  $i_B = f(i_T)$ , приведенные в работах [3, 10] (таблица 2).

Таблица 1 – Рекомендации по распределению передаточных отношений двухступенчатого цилиндрического редуктора, скорректированные по условию (1)

$i_p$	10	20	30	40	50	70
$i_B$	3,20-3,97	4,92-6,0	6,35-7,63	7,63-9,05	8,55-10,34	10,5-12,6
$i_T$	3,13-2,52	4,07-3,33	4,72-3,93	5,2-4,42	5,85-4,84	6,67-5,34
$a_{w2}/a_{w1}$	1,45-1,12	1,46-1,12	1,48-1,12	1,47-1,12	1,47-1,12	1,46-1,12

Таблица 2 – Расчетные зависимости для определения оптимальных кинематических параметров двухступенчатого цилиндрического редуктора

Функциональные ограничения	Критерии оптимизации	
	По сумме межосевых расстояний	По массе колес редуктора
Контактная прочность	$u_B = [(ku_p)^{1/3} + u_p] / 2[(ku_p)^{1/3} + 1] \quad (2)$	$u_B = \left[ \frac{u_p^3 + ku_p}{2(ku_p + 1)} \right]^{1/3} - \frac{(k+1)u_p}{6(ku_p + 1)} \quad (3)$
Напряжения при изгибе	$u_p = (3u_B^{5/3} + u_B) / 2 \quad (4)$	$u_p = u_B \cdot \left( \frac{3u_B^{4/3} + 1}{2} \right)^{1/2} \quad (6)$
	$u_T = (3u_B^{2/3} + 1) / 2 \quad (5)$	

Примечания:  $k = k_2/k_1$  – коэффициент, характеризующий соотношение контактной прочности тихоходной и быстроходной ступени редуктора  $k_{1,2} = \sigma_{H,1,2}^2 \Psi_{ba1,2} / k_H$ ;  $\sigma_{H,1,2}$  – расчетное значение допускаемого контактного напряжения;  $\Psi_{ba1,2} = \epsilon_{w1,2} / a_{w1,2}$  – коэффициент ширины зубчатого венца;  $k_H$  – коэффициент нагрузки.

Таблица 3 – Распределение общего передаточного числа по ступеням редуктора при функциональном ограничении по контактной прочности

$u_p$	10	20	30	40
Оптимизация по сумме межосевых				

Таблица 4 – Распределение общего передаточного числа по ступеням редуктора при функциональном ограничении по напряжениям изгиба в опасном сечении зуба

$u_B$	2	4	5	6	7	8
Оптимизация по сумме межосевых расстояний – расчет по формулам (4),(5)						
$u_n$	5,76	17,12	24,43	32,72	42,0	52,0
$u_T$	2,88	4,28	4,895	5,45	6,0	6,5
$a_{wT}/a_{wB}$	1,63	1,68	1,68	1,67	1,67	1,67
Оптимизация по массе редуктора – расчет по формуле (6)						
$u_p$	5,31	12,66	18,25	24,60	31,80	39,60
$u_T$	2,65	3,17	3,65	4,11	4,54	4,95
$a_{w1}/a_{wB}$	1,53	1,32	1,33	1,33	1,33	1,32

Д  
ля  
оцен-  
ки  
воз-  
мож-  
ных  
пре-  
дель-  
ных  
зна-  
чений  
пере-  
даточ-  
точ-  
ных  
чисел

расстояний – расчет по формуле (2)						
$u_B$	$K=1$	1,93	3,06	4,03	4,91	
	$K=0,34$	2,30	3,78	5,08	6,26	
$u_T$	$K=1$	5,19	6,54	7,44	8,14	
	$K=0,34$	4,35	5,29	5,91	6,39	
$a_{wT}/a_{wB}$	$K=1$	2,63	2,70	2,67	2,63	
	$K=0,34$	2,14	2,05	1,95	1,88	
Оптимизация по массе – расчет по формуле (3)						
$u_B$	$K=1$	3,28	5,44	7,26	8,88	
	$K=0,34$	4,34	7,43	10,05	12,38	
$u_T$	$K=1$	3,05	3,68	4,13	4,50	
	$K=0,34$	2,30	2,69	2,99	3,23	
$a_{wT}/a_{wB}$	$K=1$	1,38	1,28	1,20	1,15	
	$K=0,34$	0,98	0,85	0,78	0,73	

степеней редуктора, оптимизируемого по критерию минимализации массы и суммы межосевых расстояний при функциональном ограничении по контактной прочности, были реализованы варианты расчета при коэффициенте  $K=1$  – одинаковые показатели параметра  $\sigma_{HP1,2}\psi_{ba1,2}$  для обеих ступеней, и  $K=0,34$  – предельно разные показатели – для тихоходной ступени  $\sigma_{HPT} = 700\text{МПа}$  (при  $S_H=1,1$ ) при среднем коэффициенте  $\psi_{ba} = 0,315$ , для быстроходной ступени  $\sigma_{HPB} = 1200\text{МПа}$  (при  $S_H=1,2$ ) и при среднем коэффициенте  $\psi_{ba} = 0,315$  (таблица 3).

Результаты расчета при функциональном ограничении по напряжениям изгиба в опасном сечении зуба представлены в таблице 4.

Анализируя результаты вариантов расчета (см. таблицы 3 и 4) по соответствию соотношения  $a_{w2}/a_{w1}$  условию (1), можно сделать заключение (таблица 5), что соответствие достигается только при функциональном ограничении как по контактной прочности (при  $K=1$ ), так и по напряжениям изгиба в опасном сечении зуба. При оптимизации по сумме межосевых расстояний при функциональном ограничении напряжения и изгиба требуется небольшая корректировка  $u_B$ . В остальных случаях условие 4 не выполняется.

Конкретные примеры оптимизации двухступенчатого редуктора приведены в работах [11-13]. Установлено, что минимальный объем достигается при передаточном числе тихоходной ступени  $u_T = 3,0 \dots 4,0$  такое же оптимальное значение  $u_T$  получается при выборе в качестве целевой функции площади фронтальной плоскости или высоты внутренней полости редуктора. Контактная равнопрочность в ступенях достигается при  $u_T = 4,0$  ( $a_{wB} = 140\text{мм}$ ,  $a_{wT} = 155\text{мм}$ ), а равенство делительных диаметров колес

Таблица 5 – Оценка соответствия критерию (1) данных расчета по формулам (2)-(6)

Функциональное ограничение	Формула	Оценка	
По контактной прочности	(2)	$K=1$	Не соответствует
		$K=0,34$	Не соответствует
	(3)	$K=1$	Соответствует
		$K=0,34$	Не соответствует
По напряжениям изгиба в опасном сечении зуба	(4), (5)	Расчетное значение $u_B$ следует увеличить на 2,5-4%	
	(6)	Соответствует	

достигается при  $u_t=3,2$ . При вышеуказанных оптимальных значениях  $u_t$  обеспечиваются также рекомендуемые значения коэффициента, характеризующего отношение межосевого расстояния тихоходной ступени к быстроходной (в пределах 1,13-1,14).

**Оптимальное распределение общего передаточного отношения по ступеням трехступенчатого редуктора.** Для оптимального распределения общего передаточного отношения по ступеням трехступенчатого редуктора

по критерию минимальной массы в первом приближении можно пользоваться вышеупомянутым графиком  $i_1(i_2)=f(i_p)$  (рисунок 10.33 [8]), который построен по условию контактной равнопрочности всех ступеней редуктора, то есть приближительного выполнения равенства  $\sigma_{HP1}^2/\Psi_{ba1} \approx \sigma_{HP2}^2\Psi_{ba2} \approx \sigma_{HP3}^2\Psi_{ba3}$ . Оценку соответствия данных графика принятому критерию проводили по уравнению (3), применяя его последовательно к оптимизации параметров быстроходной и промежуточной ступеней, а затем – промежуточной и тихоходной. Общее передаточное отношение двух первых ступеней (быстроходной и промежуточной)  $u_{12}^p$  и двух последних (промежуточной и тихоходной)  $u_{23}^p$  рассчитывали по данным вышеупомянутого графика. Результаты расчета сведены в таблицу 6. Для контроля отсутствия пересечения вершин зубьев предыдущей ступени с валом последующей для всех вариантов рассчитывали также коэффициент  $a_{wII}/a_{wB}$ . Анализ показывает, что расхождение значений передаточных чисел всех ступеней, рассчитанных по формуле (3) и взятых из графика, не превышает 7%, что позволяет рекомендовать зависимость (3) для оптимального распределения общего передаточного отношения по ступеням трехступенчатого редуктора, предварительно определившись, с помощью графика, с той частью передаточного отношения, которое будут обеспечивать две первые ступени – быстроходная и промежуточная.

Таблица 6 – Сравнение передаточных чисел ступеней трехступенчатого редуктора, принятых по графику (рисунок 1) и рассчитанных по формуле (3)

$u_p$	30	40	50	70	100	200
$u_B$	3,6	4,4	5,0	6,0	7,1	10,1
$u_B^p$	3,47	4,12	4,74	5,83	7,43	10,59
$\Delta u_B, \%$	3,1	6,4	5,2	2,8	4,6	4,9
$u_{II}$	3,0	3,0	3,3	3,7	4,1	5,1
$u_{II}^p$	3,1	3,31	3,48	3,81	3,92	4,86
	2,84	3,05	3,28	3,67	4,22	5,4
$\Delta u_{II}, \%$	3,3	6,8	5,5	3,0	4,4	4,7
	5,3	1,6	10,6	0,8	2,9	5,9

Отметим, что в отличие от силовых трехступенчатых редукторов, в которых ступени располагаются, как правило, по развращенной схеме, при компоновке трехступенчатых механизмов приборов стремятся разместить оси входного и выходного валов по одной линии, располагая оси промежуточных валов – по одну сторону от линии, соединяющей центры осей входного и выходного вала, либо по разные стороны (кососимметрично), при этом оптимум ищется по минимуму объема.

В работе [2], на примере трехступенчатого приборного редуктора, с разбивкой общего передаточного отношения  $u_p$  по закону арифметической прогрессии, показано, что минимум объема достигается, во-первых, при равномерной разбивке  $u_p$  по ступеням, и, во-вторых, размеры редуктора, спроектированного кососимметрично, получаются меньше, чем при расположении промежуточных валов по одну сторону от линии центров "входной-выходной вал".

**Оптимизация многоступенчатых механизмов приборов.** Как было указано выше, оптимизацию компоновки многоступенчатых зубчатых механизмов приборов целесообразно проводить по одному или нескольким критериям, обеспечивая условия минимизации габаритов ( $V_p$ ) или массы ( $m_p$ ), приведенного момента инерции  $I_{p,np}$ , суммарной угловой погрешности ( $\Delta\varphi_\Sigma$ ), максимального КПД ( $\eta$ ). Принципиальной разницей в рекомендациях по распределению общего передаточного отношения между ступенями двух-, трехступенчатых силовых и многоступенчатых приборных редукторов является снижение передаточных отношений ступеней при переходе от быстроходной к тихоходной ступени в первом случае и увеличение этого параметра во втором, поскольку угловая погрешность, приведенный момент и КПД имеют в этом случае более высокие показатели. В отдельных случаях (оптимизация по сумме межосевых расстояний, объему) лучшие показатели достигаются при равномерной разбивке передаточного отношения по ступеням редуктора.

**Оптимизация по габаритам и массе.** Из обширного разнообразия вариантов выбора оптимального числа ступеней и распределения между ними передаточного отношения по критерию минимизации габаритов и массы в теории и практике проектирования рассматриваемых механизмов сложились устойчивые общие принципы – условия равенства чисел зубьев шестерен всех ступеней и передаточных отношений отдельных пар в каждой ступени [14-16]. В этом случае связь между оптимальным числом ступеней редуктора и общим передаточным отношением  $u_p$  выражается зависимостью

$$n_{onm} = K1g u_p, \quad (7)$$

а передаточное отношение каждой ступени равно

$u_T$	2,78	2,93	3,03	3,15	3,44	3,88
$u_T^p$	$\frac{2,78}{2,94}$	$\frac{2,93}{2,98}$	$\frac{3,03}{3,05}$	$\frac{3,15}{3,17}$	$\frac{3,44}{3,34}$	$\frac{3,88}{3,66}$
$\Delta u_T, \%$	5,8	1,0	0,7	0,6	2,9	5,7
$a_{wT}/a_{wB}$	1,33	1,24	1,23	1,22	1,21	1,19
$a_{wT}/a_{wIT}$	1,36	1,40	1,4	1,37	1,39	1,38
$(a_{wIT}/a_{wB})^p$	1,4	1,35	1,31	1,27	1,29	1,11
$(a_{wT}/a_{wIT})^p$	$\frac{1,34}{1,45}$	$\frac{1,36}{1,43}$	$\frac{1,36}{1,41}$	$\frac{1,35}{1,38}$	$\frac{1,42}{1,34}$	$\frac{1,41}{1,28}$

Примечания: 1. Значения  $u_{IT}^p$  и  $u_T^p$  над чертой при оптимизации параметров быстроходной и промежуточной ступени, значения  $u_{IT}^p$ ,  $u_T^p$  под чертой, кроме промежуточной и тихоходной.

2. Значения  $(a_{wIT}/a_{wB})^p$  над чертой и под чертой соответствуют условиям примечания 1.

$$u_j = \sqrt[n]{u_p} . \quad (8).$$

В зависимости от критерия оптимизации коэффициент  $K$  принимает разные значения (таблица 7). Следует иметь в виду, что минимумы целевых функций, определяющих оптимальные параметры массы и габаритов, обычно не имеют ярко выраженного характера, поэтому предпочтительно говорить о

Таблица 7 – Расчетные зависимости для определения оптимальных кинематических параметров многоступенчатых механизмов приборов

Критерий оптимизации	$\varphi$	Оптимальное число ступеней, $n_{onm}$	Оптимальное передаточное число ступеней $u_i$	Литературный источник
Минимальная сумма межосевых расстояний	$\varphi = 0^\circ$	$n_{onm} = 1,851gu_p$ (9)	3,5	[16]
Минимальная масса колес редуктора	Приблизительное значение	$n_{onm} = 3,0gu_p$ (10)	2,16	[16]
	Точное решение	$n_{onm} = 3,61gu_p$ (11)	1,93	[16]
Минимизация приведенного момента инерции	$\varphi = 0^\circ$	$n_{onm} = 3,01gu_p$ (12)	2,16	[16]
Минимальный объем, занимаемый колесами редуктора	Компоновка уступом	$\varphi = 0^\circ$	$n_{onm} = 4,551gu_p$ (13)	1,668
		$\varphi = 30^\circ$	$n_{onm} = 4,351gu_p$ (14)	1,698
		$\varphi = 60^\circ$	$n_{onm} = 4,701gu_p$ (15)	1,632
		$\varphi = 80^\circ$	$n_{onm} = 6,01gu_p$ (16)	1,468
	Соосная компоновка	$\varphi = 90^\circ$	$n_{onm} = 3,61gu_p$ (17)	1,931
Орбитальная компоновка		$n_{onm} = 1,95 + 2,61gu_p$ (18)	1,655 ( $u_n=1,672$ )	
Минимальная суммарная угловая погрешность $\Delta\varphi_\Sigma$		$n_{onm} = 1,111gu_p$ (19)	8,0	[16]
		$n_{onm} = 1,431gu_p$ (20)	5,0	

Примечание:  $\varphi$  – угол между линией, соединяющей оси входного и выходного вала, и межосевыми линиями ступеней.

зонах того или иного оптимизируемого параметра и уточнять значения  $n_{onm}$  варьированием значений  $n_{onm} - 1$  и  $n_{onm} + 1$  [17]. Данный тезис подтверждается также результатами источника [18], где показана возможность назначения передаточного числа ступеней многоступенчатого редуктора, оптимизируемого по критерию минимизации массы, в широких пределах. В частности, для трехступенчатого редуктора отклонение минимума массы в 5% обеспечивается при выборе  $u_j$  в пределах 1,8-3,0, что соответствует диапазону  $u_j \approx 1,9..2,2$ , рассчитанному по формулам (10) и (11).

При оптимизации по массе следует ориентироваться на минимально приемлемое число ступеней, так как при его увеличении масса редуктора будет увеличиваться за счет массы дополнительных валиков. В работе [20] получены аналитические зависимости для оптимального распределения общего передаточного отношения редуктора по критерию минимизации массы зубчатых колес, которые позволяют решить задачу нахождения либо оптимальных передаточных отношений ступеней редуктора (при заданном  $u_p$ ), либо непо-

средственно определить требуемые числа зубьев колес (при заданном  $u_p$  и числе зубьев шестерни  $z_{n-1}$ ).

Полученный в указанной работе результат минимизации безразмерной массы двухступенчатого кратного рядного механизма подтверждает положение о том, что равномерное распределение общего передаточного отношения между ступенями многоступенчатого (в том числе двухступенчатого) редуктора является наиболее оптимальным решением как с точки зрения минимизации габаритных размеров, так и массы редуктора.

Компактными схемами приборных редукторов с высоким передаточным отношением являются соосная и орбитальная компоновки. Результаты исследования этих схем на предмет оптимизации по критерию минимизации объема редуктора представлены в работах [19, 22, 23] (орбитальная компоновка) и [19, 23] (схема соосного многоступенчатого редуктора) и рассчитываются по формулам (18) и (17) соответственно.

Сравнение оптимизированных по объему различных схем многоступенчатых механизмов показывает, что наиболее компактными являются орбитальная и соосные компоновки (рисунок 2) [19].

Как известно [24], при орбитальной компоновке ось выходного валика располагается соосно с входной, а оси промежуточных валиков размещаются вокруг входной шестерни на некоторой окружности ("орбите") радиуса  $R_k$ . Для такой компоновки, предназначенной обычно для реализации высоких значений передаточного отношения (что, естественно ведет к увеличению числа ступеней) актуальным является вопрос оптимизации кинематической схемы по объему, КПД и показателю заполнения "орбиты"  $\alpha$ .

Показано [2], что при оптимизации 7-ступенчатого механизма с "орбитальной" компоновкой ( $u_p=1000$ ) равномерная разбивка дает лучшие показатели по габаритам (радиус "орбиты" на 4-16% меньше) и коэффициенту за-

Таблица 8 – Сравнительные данные по  $R_{к\alpha}$  и  $\eta_p$  при  $u_p = 1000$ ,  $u_{popt} = 6$  [2]

Разбивка $u_p$	$R_{к\alpha}$ , мм	$\alpha$	$\eta_p$
Равномерная	98	0,71	0,330
Неравномерная	123	0,56	0,338

сравнению с неравномерной разбивкой. Сравнительные данные при оптимизации  $\alpha$ ,  $R_{к\alpha}$ ,  $\eta_p$  приведены в таблице 8. Видно, что по  $R_{к\alpha}$  и  $\alpha$  лучшие результаты при равномерной разбивке, а по  $\eta_p$  – при неравномерной.

**Оптимизация по КПД.** КПД в зацеплении кинематической пары зависит от типа передачи и определяется по формулам, в которые кроме кинематических параметров  $u, z, t$  и коэффициента скольжения ( $f_{ск}$ ) входит коэффициент нагрузки  $s$  (при  $F \leq 30N$ ), зависящий от типа передачи [25-27]. Подробный анализ расчета КПД для

полнения "орбиты" (коэффициент  $\alpha$  больше в 1,1-1,8 раза) по

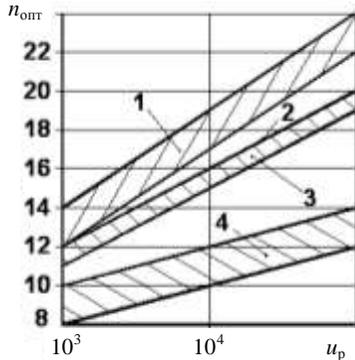


Рисунок 2 – Области оптимальных значений числа ступеней  $n_{опт}$  в зависимости от общего передаточного числа редуктора  $i_p$ :

1 – компоновка уступом при расположении ступеней по линии; 2 – компоновка уступом при расположении ступеней под углом  $\varphi$ ; 3 – соосная компоновка; 4 – орбитальная компоновка

различных типов передач (цилиндрических, прямозубых и косозубых, канонических, винтовых, червячных) дан в [2]. В общем виде целевая функция  $\eta_p$  определяется как зависимость от проектного параметра  $u_p$  и его распределением между ступенями. Ниже на частных примерах будет показана зависимость  $\eta_p$  от способа разбивки  $u_p$  по ступеням для конкретных компоновок механизмов.

**Оптимизация по суммарной угловой погрешности.** Погрешность  $\Delta\varphi_\Sigma$  на выходном валу механизма является целевой функцией проектных параметров – передаточных чисел в ступенях  $u_j$  и общего передаточного числа редуктора  $u_p$ . В первом приближении, при известном  $u_p$ , оптимальные параметры  $n$  и  $u_j$  рассчитываются по формулам (19) и (20) таблицы 7. Чтобы сравнить результаты расчета по разным вариантам распределения  $u_p$  по ступеням, можно воспользоваться методикой [2]. Удобно рассмотреть это на примере. Исходные данные [2]:  $u_p = 210$ ;  $u_1 = 3,0$ ;  $u_2 = 3,5$ ;  $u_3 = 4,0$ ;  $u_4 = 5,0$ ;  $m = 0,5$ ;  $z_1 = 20$ .

Для рассматриваемого случая суммарная угловая погрешность  $\Delta\varphi_\Sigma$  равна [28]:

$$\Delta\varphi_\Sigma = \Delta\varphi_1 u_1 / u_p + \Delta\varphi_2 u_1 u_2 / u_p + \dots + \Delta\varphi_{j-1} \frac{u_1 u_2 \dots u_{j-1}}{u_p} + \Delta\varphi_n. \quad (21)$$

Угловая погрешность пары колес [2]:

$$\Delta\varphi_j = 7,4 j_n / m z_1 u_j, \quad (22)$$

где  $j_n$  – вероятный боковой зазор, который в передачах с модулем  $m \leq 1$  при  $u_j = 3-6$  можно рассчитать по эмпирической формуле [2]

$$j_n \approx (8,6m + u_j + 4,4), \text{ мкм (модуль } m \text{ в мм)}. \quad (23)$$

Результат расчета при вышеуказанных исходных данных  $\Delta\varphi_\Sigma = 2,7 \text{ мкм}$ .

При определении оптимального числа ступеней и передаточного числа каждой ступени по формулам (19) и (20) таблице 7 имеем:

– при  $k=1,43 - n_{opt}=3,22$  (округляя в большую сторону  $n_{opt}=4$ ,  $j_n = 3,807$ );

– при  $k=1,11 - n_{opt}=2,57$  (округляя в большую сторону  $n_{opt}=3$ ,  $j_n = 5,944$ ).

При  $n_{opt}=4$  и  $j_n = 3,807 - \Delta\varphi_\Sigma = 2,7 \text{ мкм}$ . При  $n_{opt}=3$  и  $j_n = 5,944 - \Delta\varphi_\Sigma = 1,8 \text{ мкм}$ .

По варианту, рассмотренному в [16], при  $m=0,5 \text{ мм}$  и  $n_{opt}=3$ , принимая максимально допустимые передаточные числа второй и третьей ступени  $u_2=u_3=8,0$  и вычисляя  $u_1=100/8^2=1,56$ , имеем  $\Delta\varphi_\Sigma \approx 1,8 \text{ мкм}$ .

При реализации варианта оптимизации приведенного момента инерции увеличение  $n$  до 6 с распределением  $u_p$  в соответствии с номограммой (см. рисунок 1.28 [16]) ( $u_j = 1,49; u_2 = 1,56; u_3 = 1,67; u_4 = 2,0; u_5 = 2,65; u_6 = 4,88$ ) имеем  $\Delta\varphi_\Sigma \approx 2,1 \text{ мкм}$ .

Таким образом, оптимальной по условию минимизации суммарной угловой погрешностью является компоновка с меньшим числом ступеней и назначением максимально приемлемых передаточных чисел в последних ступенях. Для облегчения расчета  $\Delta\varphi_\Sigma$  и выбора альтернативных вариантов можно пользоваться номограммой, алгоритм и описание работы которой приведено в [2, 28].

**Оптимизация по инерционности.** Вопросы оптимизации компоновки механизмов по быстродействию (инерционности) рассматривались в работах

[2, 16, 29] и др. Задача состоит в минимизации приведенного к валу двигателя момента инерции. Зависимость  $I_{p.np.} n = f(u_p)$  в первом приближении определяется выражением (12), совпадающим с формулой (10) минимизации массы передачи (см. таблицу 7). При уточненном расчете следует распределять передаточное отношение по принципу увеличения передаточного числа от предыдущей ступени к последующей, пользуясь номограммой (рисунок 1.28 [17]), предложенной В. Олексюком [30]. Установлено [31], что можно выбрать  $n$ , при котором  $I_{p.np.}$  остается практически постоянным и рационально-минимальным для разных значений  $u_p$  (рисунок 4.29) [10]. Пользуясь указанными графиками и принимая условия равенства чисел зубьев шестерен, модулей и ширины колес, можно построить зависимости  $I_{p.np.} = f(m)$  (рисунок 3.10 [16]).

Сравнение компоновки силового привода с распределением  $u_p = 1000$  по 3-ем ступеням ( $u_1 = 7,0$ ;  $u_2 = 4,1$ ;  $u_3 = 3,49$ ) с компоновкой редуктора, оптимизированного по принципу минимизации приведенного момента инерции ( $n = 6$ ;  $u_1 = 1,49$ ;  $u_2 = 1,56$ ;  $u_3 = 1,67$ ;  $u_4 = 2,0$ ;  $u_5 = 2,65$ ;  $u_6 = 4,88$ ) показывает существенное снижение инерционности привода – почти в 8,6 раза [16].

Добиться одновременного удовлетворения требований минимизации габаритов, массы, приведенного момента инерции и погрешностей практически невозможно, однако компромиссного решения можно добиться, выбирая оптимальное число ступеней из условия минимизации габаритов, производя распределение  $u_p$  по номограмме В. Олексюка [30] (рисунок 1.28 [17]) и принимая максимально возможным передаточное отношение последней (последних) ступени. Основы оптимизационных расчетов многоступенчатых приборов с применением ЭВМ подробно изложены в работе [2], в которой приведены примеры кинематических схем механизмов, оптимизированных по разным критериям, а также структурные схемы алгоритмов и программы автоматизированного расчета многоступенчатых механизмов с рассмотренными выше компоновками [32].

**Многоступенчатые планетарные механизмы.** Общие вопросы оптимизации составных планетарных механизмов рассмотрены в работах В.А. Ткаченко с соавторами [33, 34]. В последующем эта тематика получила развитие в работах [35-38]. Используется обычная методика минимизации целевой функции  $f(M)$  приравниванием нулю ее производной по  $u_i$ ; минимум массы, как и в равных рассмотренных случаях, достигается при выполнении условия  $u_1 = u_2 = \dots = u_n = \sqrt[n]{u_p}$ .

При учете определенных допущений (одинаковых геометрических, прочностных и других параметрах) получены аналитические зависимости для определения минимальных безразмерных значений массы при расчете на изгибающую  $M_{F \min}$  и контактную  $M_{H \min}$  прочность. Особенность расчета состоит в необходимости учета разнообразных ограничений – на допустимый диапазон чисел зубьев и минимально допустимое число зубьев сателлита, на габариты ступени, на условия сборки, соосности и соседства. В примерах расчета показана возможность выбора параметров проектирования в достаточно широком диапазоне (таблица 9). В развитие подхода [36] в работах [37, 38], где рассмотрены случаи изгибающей и контактной равнопрочности зубчатых пар внешнего зацепления, расчеты доведены до формул, позволяющих определять передаточные числа ступеней в явном виде; при поиске оптимального решения учитываются как ограничения по показателю

"число зубьев", так и ограничения по возможности реализации принятой конфигурации механизма. Разработана методика численного решения задач оптимизации применительно к математическим пакетам MathCAD и Maple [38].

**Двухпоточные зубчатые механизмы.** Оптимизационные расчеты, структурные схемы алгоритмов расчета и программы расчета двухпоточных механизмов приборов, оптимизируемых по габаритам, КПД, угловой погрешности и инерционности достаточно подробно рассмотрены в работе [2]. Анализируются двухпоточные механизмы с двумя степенями в обоих потоках (с расположением выходных валов на одном уровне), а также механизмы, состоящие из одной ступени в одном из потоков и двух ступеней – в другом. По первой схеме, оптимизируемой по габаритам и КПД с передаточными числами в потоках  $u_1=14,50$  и  $u_2=19,33$  соответственно, наименьшее значение объема получается при  $u_{11}=3,5$  и  $u_{21}=4,14$  и  $u_{12}=4,6$ , причем КПД в диапазоне  $u_{12}=3,0\dots4,6$  изменяется незначительно ( $\eta=0,926\dots0,930$ ).

Таблица 9 – Варианты расчета многоступенчатого планетарного механизма минимальной массы (требуемое общее передаточное число  $u_p=1944$ , число сателлитов  $k=3$ ) [36]

Номер варианта	Число сателлитов				$u_{opt}$	$u_p^*$	$\Delta u_p, \%$
	$n_{om}$	$z_1$	$z_2$	$z_3$			
1	4	19	44	107	6,632	1934,050	0,5
2	6	29	22	73	3,517	1893,272	2
3	5	20	25	70	4,50	1845,281	5

Примечание: Коэффициент приведения массы корпуса и неподвижного зубчатого колеса к массе условного диска  $k_M=5$ .

расстояния вторых ступеней располагаются под прямым углом к линии, соединяющей центры осей первых ступеней механизма. Для расчета двухпоточных двухступенчатых редукторов, скомпонованных по вышеуказанной схеме и оптимизируемых по объему, разработана программа автоматизированного проектирования [39, 41].

По второй схеме [2] (оптимизация ведется по трем целевым функциям – объему редуктора  $V$ , угловой погрешности  $\Delta\varphi_\Sigma$  и инерционности  $I_p$ ). Рассматриваются условно два варианта – вариант "а" с расположением на одной "наклонной" прямой центров осей входного, промежуточного и выходного валов двухступенчатого потока и вариант "б" – расположение центров осей входного и промежуточного валов двухступенчатого потока на одной (условно "горизонтальной") прямой. В обоих случаях центры осей выходных валов обоих потоков располагаются на одной прямой. Очевидно, что для обоих вариантов в одноступенчатом потоке при известном  $u_1$  значения  $\Delta\varphi_\Sigma$  и  $I_p$  будут неизменными, а в двухступенчатом потоке – меняться в пределах, возможных комбинаций  $u_{12}$  и  $u_{22}$  при известном  $u_2$ . То есть основное различие в схемах "а" и "б" будет определяться габаритными размерами. Анализ результатов оптимизационных расчетов путем приведения целевых функций  $v(u_{12})$ ,  $\Delta\varphi_\Sigma(u_{12})$  и  $I_p(u_{12})$  к нормированному виду и построения составной функции показывает, что:

- по оптимальному значению передаточного отношения  $u_{12om}$  варианты "а" и "б" почти равноценны:  $u_{12}=3,4$  и  $u_{12}=3,6$  соответственно;
- по габаритам предпочтительна схема "а", однако размер "длина редуктора" будет больше, чем в схеме "б", а размер "высота редуктора" меньше, то есть при одинаковых исходных данных схема "а" более компактна.

Анализ данной схемы при оптимизации механизма по критерию минимизации габаритных размеров, выполненный в графической и аналитической форме, показывает [39], что минимум объема достигается при  $u_{12}=u_{22}\approx 4,4$  (соответственно  $u_{11}\approx 3,3$   $u_{21}\approx 4,4$ ), то есть при варианте, когда межосевые

Необходимо отметить, что проблема оптимизации компоновочных схем многопоточных механизмов, в частности двухпоточных, является весьма актуальной, о чем говорит современная работа по теории и методологии проектирования [42]. Указанные механизмы востребованы при разработке приводов для трубопроводной арматуры, которая осуществляется в рамках гранта Минобрнауки РФ, посвященного модернизации системы отечественных трубопроводов.

**Заключение.** В результате анализа подходов к проблеме оптимизации зубчатых механизмов и результатов проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Принципиальная разница в оптимальной компоновке силовых и кинематических зубчатых механизмов по критерию минимизации габаритных размеров или массы редуктора состоит в обязательном учете для первых показателей изгибной и контактной прочности и распределении общего передаточного отношения  $i_p$  между ступенями по принципу уменьшения передаточного отношения ступени при переходе от быстходной к тихоходной ступени, в то время как для вторых, характерным является принцип равномерного распределения  $i_p$  по ступеням с выбором оптимального числа ступеней.

2. Практически идентичные аналитические зависимости оптимального числа ступеней от общего передаточного отношения механизма для расчета минимальных показателей массы, габаритов и инерционности позволяют оптимизировать конструкцию по совокупности указанных параметров без операции формирования составной целевой функции.

3. При оптимизации компоновочных схем приборных зубчатых механизмов одновременно по нескольким критериям, например, объему, инерционности и угловой погрешности или габаритам, углу заполнения "орбиты" механизма с орбитальной компоновкой и КПД, необходимо представить каждую из одномерных целевых функций в графическом виде, произвести их нормирование минимальному или максимальному значению и затем, складывая ординаты функций, построить график составной функции, по которому определить экстремальное значение оптимизируемого кинематического параметра механизма.

4. Для многоступенчатых планетарных передач расчетные значения оптимальных параметров  $i_{jonn}$  и  $n_{onn}$  корректируются в соответствии с ограничениями по допустимому диапазону чисел зубьев сателлитов, неподвижного и солнечного колес, габаритам ступени, условиям сборки, соосности и соседства, а также минимальному допустимому числу зубьев сателлитов.

**Список литературы:** 1. *Шун Т.* Решение инженерных задач на ЭВМ. – М.: Мир, 1982. – 238с. 2. *Истомин С.Н.* Проектирование мелкомодульных передач с применением ЭВМ. М.: Машиностроение, 1985. – 176с. 3. *Иосилевич Г. Б.* Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных ВУЗов. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 4. *Бондаренко О.В.* Оптимізація співвісних ступінчатих приводів машин по масогабаритним характеристикам на прикладі тривальних коробок передач. Автореферат дис.канд.техн.наук. – Харків, 2013. – 20с. 5. *Попов В.Б., Довгяло В.А.* Многокритериальная оптимизация параметров редуктора механического привода // Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса: Тез. докл. Междунар. науч.-практ. конф. Ч.II / Под общ. ред. В.И. Сенько. – Гомель: БелГУТ, 2003. – С.106–109. 6. *Соболь И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. 7. *Батищев Д. И.* Методы оптимального проектирования: Учебн. пособие для вузов. – М.: Радио и связь, 1984. 8. *Иванов М.Н.* Детали машин. М.: Высшая школа, 1976. – 400с. 9. *Иванов М.Н., Иванов В.Н.* Детали машин. Курсовое проектирование. – М.: Высшая школа, 1975. – 551с. 10. *Старжинский В.Е., Тимофеев Б.П., Шалобаев Е.В., Кудинов А.Т.* Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Справочное и научное издание / Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е. В. Шалобаева. – СПб.-Гомель: ИММС НАНБ, 1998. – 538с. 11. *Гутин С.Я. Власов М.Ю.* Информационные технологии в эскизном проектировании и оптимизации параметров зубчатых ци-

линдрических редукторов / Св. об официальной регистрации программы для ЭВМ №2001610729, зарегистрировано 15.06.2001. Информационный бюллетень официальной регистрации – М.: Роспатент, 2001. – №3(36) – С.267. **12. Гутин С.Я., Власов М.Ю.** Информационные технологии в эскизном проектировании и оптимизации параметров зубчатых цилиндрических редукторов. – М.: Высшая школа, 2004. – 110с. **13. Гутин С.Я., Свищарев В.В.** Новые технологии проектирования передач и редукторов // Сборник докладов научно-технической конференции с международным участием "Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения" – Ижевск, 2008. – С.359-363. **14. Левченко Т.П.** О рациональном количестве ступеней и распределении передаточного числа в редукторах // Приборостроение. – 1959 – №5. **15. Нестерова М.П.** Проектирование по курсу "Детали приборов". – МВТУ, 4.1, 1969. – 4.2, 1971. **16.** Элементы приборных устройств. Курсовое проектирование (в 2-х частях) // Под ред. О. Ф. Тищенко. Ч.1. – М.: Высшая школа, 1978. – 328с. **17. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Шилько С.В. и др.** Элементы привода приборов: Расчет, конструирование, технологии. / Под ред. Ю.М. Плескачевского. – Минск: Беларуская навука, 2012. – 769с. **18. Самсонович С.Л., Крылов Р.Ю.** Пат. RU2362923 Зубчатый цилиндрический редуктор. СИФ16Н1.0. Заявка 2008113696/11, 07.04.2008. **19. Starzhinsky V., Ossipenko S., Shalobaev E., Monahov Yu.** Optimization of Multistage Instrumental Toothed Reducers by Volume Minimization Criterion // Proceedings of the 2nd International Conference "Power Transmissions 2006" (April 25-26, 2006, Novi Sad, Serbia and Montenegro). – Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, 2006 – PP.95–102. **20. Шехов А.В.** Алгоритм решения задач оптимизации конструкций многоступенчатых зубчатых механизмов // Вестник национального технического университета "ХПИ": сборник научных трудов. – Харьков, 2011. – № 8. – С.171-180. **21. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Осипенко С.А., Бабченко А.А.** Оптимизация многоступенчатых приборных зубчатых редукторов с орбитальной компоновкой // Передачи и трансмиссии. – 1999. – №2. – С.15-24. **22. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Шалобаев Е.В.** Выбор оптимальных передаточных чисел многоступенчатых соосных зубчатых механизмов с минимальным объемом // Теория и практика зубчатых передач: Труды междунар. конф. 1-20 нояб. 1998г. – Ижевск: ИздГУ, 1998. – С.160-165. **23. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Шалобаев Е.В.** Выбор кинематических параметров многоступенчатых зубчатых механизмов // Вестник Харьковского политехнического университета. – 2000. – Вып.109. – С.173-180. **24. Парфенов Е.М., Чанцев В.В.** Электромеханические устройства РЭА. – М.: Советское радио, 1972. – 118с. **25. Мосягин Р.В., Павлов Б.И.** Детали и узлы малогабаритных редукторов. – Л.: Машиностроение, 1967. – 147с. **26. Куцкозь В.А., Шевченко-Грабенский И.В.** Расчет статических моментов и мертвых ходов в кинематических цепях точных приборов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 145с. **27. Полтавин А.М., Шалобаев Е.В., Заморуев Г.В., Симанков В.В.** Зубчатые передачи в приборах / Учебное пособие. – Л.: ЛИТМО, 1985. – 78с. **28. Истомин С.Н.** Номографический расчет мертвого хода в зубчатой паре // Вестник машиностроения. – 1982. – №5. – С.23–24. **29. Рошин Г.Н.** Конструирование механизмов радиоэлектронной аппаратуры. – М.: Высшая школа, 1973. – 392с. **30. Олексюк В. К.** вопросу выбора оптимальных передаточных отношений в зубчатых редукторах / Измерения, автоматика, контроль (польск.). – 1964. – №12. **31. Нестерова Н.П.** Рациональное проектирование редуктора следящего привода // труды МВТУ – 1975. – №185. **32. Старжинский В.Е., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И.** Автоматизированное проектирование многоступенчатых приборных зубчатых передач с оптимизацией кинематических параметров по критерию минимизации объема редуктора // Свидетельство о регистрации компьютерной программы №423 от 18.05.2012 в Национальном центре интеллектуальной собственности РБ. **33. Ткаченко В.А., Абрамов В.Т., Коровкин М.Д.** Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по механическим характеристикам. – Харьков: ХАИ, 1983. – 110с. **34. Ткаченко В.А.** Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Национальный аэрокосмический университет "ХАИ", 2003. – 446с. **35. Абрамов В.Т.** Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – 7/33. – С.202-207. **36. Абрамов В.Т., Гетья А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В.** Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вестник национального технического университета "ХПИ". – 2009. – Вып.20. – С. 10-19. **37. Матусевич В.А., Шарбан Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т.** Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого механизма по критерию массы // Вестник национального технического университета "ХПИ". – 2010. – Вып.26. – С.77-85. **38. Шехов А.В.** Численное решение задачи оптимизации многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times A1$  / Вестник национального технического университета "ХПИ". – 2012. – Вып.36. – С.169-175. **39. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И.** Оптимизация двухпоточного зубчатого механизма по критерию минимизации объема редуктора // Вестник национального технического университета "ХПИ". – 2011. – Вып.28. – С.150-162. **40. Старжинский В.Е., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И.** Автоматизированное проектирование двухпоточных двухступенчатых приборных зубчатых механизмов с оптимизацией по критерию минимизации объема редуктора // Свидетельство о регистрации компьютерной программы №422 от 18.05.2012 в Национальном центре интеллектуальной собственности РБ. **41. Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И., Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В.** Автоматизированное проектирование двухпоточного приборного зубчатого механизма с оптимизацией кинематических параметров по критерию объема редуктора // Сб. науч. работ: Актуальные вопросы машиностроения. – Минск: ОИМ НАН Б, 2012. – С.296-301. **42. Сидоров П.Г., Пашин А.А., Плясов А.В.** Многопоточные зубчатые трансмис-

УДК 621.833

**Анализ публикаций по проблеме оптимизации компоновочных схем зубчатых механизмов / В.Е. Старжинский, В.И. Басинюк, Е.И. Мардосевич, Е.В. Шалобаев // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.152-165. – Бібліогр.: 42 назв.**

Розглядається проблема оптимізації компоувальних схем силових редукторів і зубчастих механізмів приладів. На підставі аналізу різних підходів і методів оптимізації різноманітних схем компоування наводяться узагальнені рекомендації з оптимального проектування зубчастих механізмів.

**Ключові слова:** оптимізація, зубчастий механізм, силовий редуктор.

The problem of arrangement diagram optimization of power transmissions and instrument toothed drives is considered. On the base of analysis of different approaches and methods of optimization of various arrangement diagrams summary recommendations for optimal design of gear units are represented.

**Keywords:** optimization, gear mechanism, power transmission.

УДК 621.833

**В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ**, д.т.н., проф., главный инженер проекта  
ПАО "НКМЗ", Краматорск;

**Г.С. СУКОВ**, к.э.н., генеральный директор ПАО "НКМЗ";

**М.Г. СУКОВ**, заместитель директора ПМ и ШПО ПАО "НКМЗ"

## **ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧКИ ГИБКОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ ЧЕРЕЗ ФУНКЦИЮ НАПРЯЖЕНИЙ**

Рассмотрено напряженно-деформированное состояние оболочки гибкого колеса. Силовые факторы в сечениях оболочки координатными плоскостями и смещения вдоль координатных линий представлены через производные функции напряжений В.З. Власова, которая выражается через функции Крылова. Из граничных условий получаем систему уравнений для определения коэффициентов, входящих в выражение функции напряжений.

**Ключевые слова:** гибкое колесо, оболочка, напряженное состояние, функция напряжений, силовые факторы.

**Актуальность задачи.** Гибкое колесо преобразует вращение генератора волн в волновое движение гибкого зубчатого венца. Составляющая вращательного движения волновой деформации гибкого колеса отбирается посредством оболочки и через шлицы передается на выходной вал волновой передачи. [1-3]. Гибкое колесо рассматриваем как тонкостенную цилиндрическую оболочку длиной  $l$  с гибким зубчатым венцом шириной  $b_1$  на одном конце и шлицами шириной  $b_2$  на противоположном. Отношение толщины оболочки  $h$  к диаметру окружности, делаящей стенку оболочки пополам  $2a$ , составляет 0,012.

Оболочка представляет часть гибкого колеса свободную от внешней нагрузки, передающую крутящий момент на шлицы. Демпфирование оболочки сглаживает влияние пиковых нагрузок при передаче крутящего момента и выравнивает распределение сил в кинематических парах.

Крутящий момент формируется дисками генератора волн на участке гибкого зубчатого венца и передается касательными усилиями, распределенными по торцу оболочки неравномерно, вследствие неравномерной деформации зубчатого

венца. Неравномерность этих усилий выравнивается оболочкой. Напряженное состояние оболочки рассматриваем как поле возмущений, вследствие краевого эффекта у торца оболочки, наложенное на поле касательных напряжений, при равномерном распределении касательных усилий по торцу оболочки.

Наличие поля возмущений, вызванное неравномерной деформацией торца оболочки, во многом определяет ее прочностные свойства. Неравномерная деформация гибкого колеса в окружном направлении является определяющей, т.к. значительно превышает его продольную деформацию. Основной задачей данного исследования является определение функции напряжений, через которую определяются деформации и поле напряжений оболочки гибкого колеса.

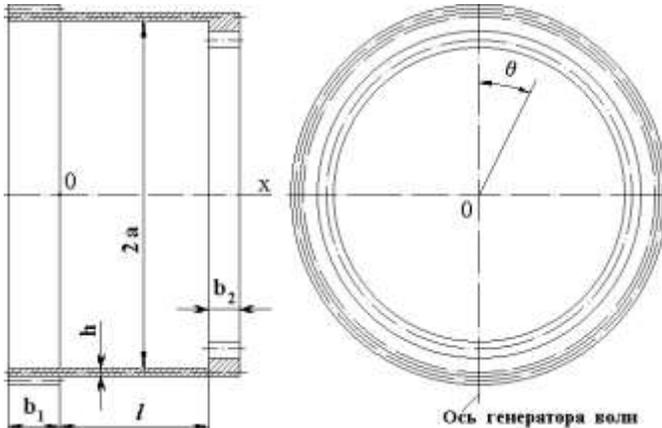


Рисунок 1 – Конструктивная схема гибкого колеса

### Постановка задачи.

Гибкое колесо представляет собой цилиндр, на одном конце которого образован зубчатый венец, на другом – шлицевый венец. Эти венцы связаны между собой через тонкостенную оболочку (рисунок 1). Гибкое колесо является силовым кинематическим звеном волновой передачи,

определяющим ее несущую способность и ресурс работы. Гибкое колесо находится в условиях стесненного деформирования – растяжения в окружном направлении, которые существенны для зацепления зубьев и изменения формы гибкого колеса при наложении нагрузки. Гибкое колесо можно рассматривать в виде тонкостенной цилиндрической оболочки [4, 5]. Отношение толщины стенки гибкого колеса к диаметру окружности, делящей стенку колеса пополам, составляет 0,01232 (рисунок 2).

**Материалы исследования.** Пусть цилиндрическая оболочка длиной  $l$ , толщиной стенки  $h$ , радиусом срединной поверхности  $a$  закреплена с двух торцов в толстые плиты, поворачивающиеся относительно друг друга на некоторый угол.

При этом сохраняется расстояние между плитами равное длине недеформированной оболочки  $l$ . В процессе поворота плиты не испытывают деформации. При деформации оболочки точка  $M$ , лежащая на ее поверхности и определяемая радиусом  $\bar{r}$ , получает перемещение  $\bar{U}$  и переходит в некоторую точку  $M_1$ , радиус которой  $\bar{r}^*$  равен:

$$\bar{r}^* = \bar{r} + \bar{U}; \quad \bar{U} = u\bar{\tau}_1 + v\bar{\tau}_2 + w\bar{n}, \quad (1)$$

где  $u, v, w$  – составляющие вектора перемещения  $\bar{U}$  по осям  $\bar{\tau}_1, \bar{\tau}_2, \bar{n}$ .

Деформация зубчатого венца вызывает деформацию торца оболочки, что создает в ней краевой эффект и дополнительное поле напряжений, наиболее опасными из которых являются изгибные, вызванные неравномерностью распределения нагрузки, приложенной к ободу зубчатого венца. Верхнюю границу изгибных напряжений можно получить, заменив распределенную нагрузку сосредоточенными силами [6].

Для решения задачи напряженного состояния гибкого колеса записано уравнение функции напряжений в операторах Власова и составлены граничные условия, исходя из взаимодействия оболочки с зубчатым и шлицевым венцом.

Для получения граничных условий на торце оболочки со стороны зубчатого венца рассмотрена деформация зубчатого венца, под действием приложенных сил с учетом взаимодействия венца с торцом оболочки. Граничные условия для торца оболочки со стороны шлицевого венца определялись из предположения, что венец, по отношению к оболочке, является абсолютно жестким конструктивным элементом.

Решение задачи найдено в форме рядов. Для торца оболочки, который сопрягается с зубчатым венцом, выполнен предельный переход и получены специальные расчетные формулы. На основе полученного решения разработан алгоритм для расчета на ЭВМ и выполнен расчет.

Особенностью деформирования зубчатого венца гибкого колеса является наличие зоны, свободной от воздействия генератора волн, что приводит к неравномерности распределения окружных усилий в зубчатом венце. Цилиндрическая оболочка выравнивает распределение окружных усилий, и при этом выполняет функции демпфера. Механические и прочностные свойства оболочки оказывают существенное влияние на напряженное состояние, несущую способность и долговечность гибкого колеса. Напряженное состояние оболочки является результатом действия крутящего момента и краевого эффекта на стыке оболочки и зубчатого венца.

В оболочке выделим поле напряжений, связанное с передачей крутящего момента и поле напряжений от краевого эффекта. Поле напряжений от крутящего момента определяется через компоненты смещения срединной поверхности,

$$U_0 = 0; \quad V_0 = \frac{(1 + \nu)M_2 X}{\pi(1 + 3\xi^2) a E h}; \quad W_0 = 0, \quad (2)$$

где  $U_0, V_0, W_0$  – соответственно, осевые, окружные и радиальные смещения точек срединной поверхности оболочки;  $a$  – радиус срединной поверхности оболочки;  $h$  – толщина оболочки;  $E$  – модуль упругости первого рода;  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $X$  – осевая координата, отсчитанная от торца оболочки, сопряженного с зубчатым венцом. Параметр  $\xi^2$  вычисляется по формуле:  $\xi^2 = h^2/12a^2$ .

Смещениям (2) соответствуют напряжения:

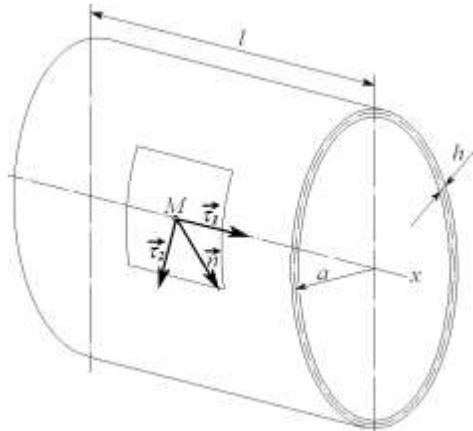


Рисунок 2 – Оболочка гибкого колеса волновой передачи

$$\sigma_{x_0} = 0; \quad \sigma_{\theta_0} = 0; \quad \tau_0 = \frac{M_2(1+z/a)}{2\pi a^2 h(1+\xi^2)}, \quad (3)$$

где  $z$  – координата, отсчитанная по нормали к срединной поверхности.

Решениям (3) соответствуют краевые условия для свободных торцов, загруженных касательной нагрузкой, распределенной по тому же закону, что и касательные напряжения  $\tau_0$  в последней формуле системы (3). Касательные напряжения  $\tau_0$  в конструкциях крупных волновых редукторов невелики. Для волновых редукторов приводов перефутеровки рудоразмельных мельниц, с размерами гибкого колеса  $a=548,3\text{мм}$ ,  $h=13,5\text{мм}$ ,  $M_2=500\text{кН}\cdot\text{м}$ , максимальное значение касательных напряжений составило  $\tau_{0\text{max}} = 20\text{МПа}$ .

Краевой эффект возникает в результате неравномерности деформации при контакте зубчатого венца с дисками генератора волн. Влияние краевого эффекта рассматриваем как поле возмущений, наложенное на поле касательных напряжений  $\tau_0$  при передаче крутящего момента  $M_2$  на ведомом валу. Основными являются изгибные напряжения. В запас прочности примем, что на торцах оболочки действуют сосредоточенные силы, которые создают максимальную радиальную деформацию, равную максимальной деформации зубчатого венца при контакте с дисками генератора волн.

Неравномерность радиальной нагрузки и существование у зубчатого венца ненагруженных зон создают в оболочке изгибные напряжения в окружном направлении. Учитывая определяющую роль этих напряжений, воспользуемся полубезмоментной теорией В.З. Власова [7].

Задачу о напряженном состоянии оболочки под действием краевого эффекта рассмотрим исходя из решения В.Л. Бидермана [8], представленного через функцию напряжений, удовлетворяющую дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \xi^2 \left( \frac{\partial^8 \Phi}{\partial \theta^8} + 2 \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right) = 0, \quad (4)$$

где  $x = X/a$  – безразмерный параметр;  $X$  – линейный размер, отсчитанный от торца оболочки вдоль образующей;  $\theta$  – угловая координата.

Силовые факторы в сечениях оболочки координатными плоскостями (рисунок 3) и смещения  $U$ ,  $V$ ,  $W$  вдоль координатных линий выражаются через производные функции напряжений:

$$N_x = \frac{Eh}{a^2} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right), \quad (5) \quad N_\theta = -\frac{D}{a^4} \left( \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^6 \Phi}{\partial \theta^6} \right), \quad (6) \quad M_\theta = -\frac{D}{a^3} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \theta^4} \right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = -\frac{Eh}{a^3} \frac{\partial^3 \Phi}{\partial x^3}, \quad (8) \quad \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{D}{a^4} \left( \frac{\partial^3 \Phi}{\partial \theta^3} + 2 \frac{\partial^5 \Phi}{\partial \theta^5} + \frac{\partial^7 \Phi}{\partial \theta^7} \right), \quad (9)$$

$$U = \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (10) \quad V = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}, \quad (11) \quad W = \frac{1}{a} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2}, \quad (12)$$

где  $D = Eh^3/12$  – цилиндрическая жесткость оболочки при  $V = 0$ .

Деформация оболочки симметрична относительно оси генератора волн, решение уравнения (4) отыскиваем в виде ряда по косинусам [9],

$$\Phi = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(x) \cos k\theta. \quad (13)$$

Подставив выражение (13) в уравнение (4), получим последовательность дифференциальных уравнений  $\Phi_k$  ( $K=2, 4, \dots$ ),

$$\Phi_k^{(4)}(x) + 4m_k^4 \Phi_k(x) = 0, \quad (14)$$

где  $m_k = K \sqrt{\xi((k^2 - 1)/2)}$ .

Функции  $\Phi_k(x)$  выражаются через функции Крылова,

$$\Phi_k(x) = C_{k1} K_1(m_k x) + C_{k2} K_2(m_k x), \quad (15)$$

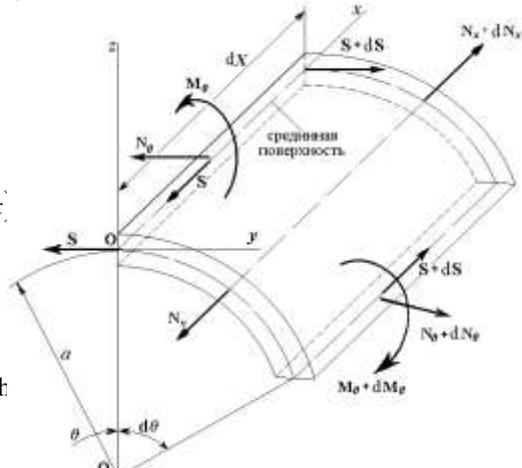
Функции Крылова вычисляются по формулам:

$$K_1(m_k x) = \operatorname{ch}(m_k x) \cos(m_k x);$$

$$K_2(m_k x) = 1/2 [\operatorname{ch}(m_k x) \sin(m_k x) + \operatorname{sh}(m_k x) \cos(m_k x)];$$

$$K_3(m_k x) = 1/2 \operatorname{sh}(m_k x) \sin(m_k x);$$

$$K_4(m_k x) = 1/4 [\operatorname{ch}(m_k x) \sin(m_k x) - \operatorname{sh}(m_k x) \cos(m_k x)] \text{ и моменты, приложенные к уравновешенному элементу оболочки гибкого колеса}$$



Производные функций Крылова удовлетворяют соотношениям:

$$\frac{dK_1}{dx} = -4m_k K_4(m_k x); \quad \frac{dK_2}{dx} = m_k K_1(m_k x); \quad \frac{dK_3}{dx} = m_k K_2(m_k x); \quad \frac{dK_4}{dx} = m_k K_3(m_k x).$$

Коэффициенты  $C_{ki}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) в формулах (15) при каждом фиксированном  $K$  определяем из граничных условий. Функция напряжений определена, если заданы условия на торцах. Так как на оболочку не действуют внешние осевые силы, а торцы зубчатого и шлицевого венцов свободны от нагрузки, можно принять, что на торцах оболочки отсутствуют осевые усилия:

$$(N_x)_{x=0} = 0; \quad (N_x)_{x=q} = 0, \quad (18)$$

где  $q = l/a$ ;  $l$  – длина оболочки.

Шлицевый венец гибкого колеса предполагается нерастяжимым. Считаем равным нулю смещения точек шлицевого венца в окружном направлении,

$$(V)_{x=q} = 0. \quad (19)$$

Четвертое граничное условие получаем, рассматривая взаимодействие зубчатого венца с торцом оболочки, при  $x=0$ :

$$\left\{ S - 2E\xi^3 \sqrt{3} \left( \frac{b_1}{a} \right) \left( \frac{h_1}{h} \right)^3 \left( \frac{\partial^5 W}{\partial \theta^5} + \frac{\partial^3 W}{\partial \theta^3} + \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{dq_n}{d\theta} \right\}_{x=0} = 0. \quad (20)$$

Из граничных условий получаем систему уравнений для определения коэффициентов  $C_{ki}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) в формуле (15). При деформации зубчатого венца гибкого колеса, по торцу, оболочке передается касательное усилие  $S$ .

Напряженное состояние оболочки рассчитывается по формулам:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{h}; \quad \sigma_\theta = \frac{N_\theta}{h} + \frac{12M_\theta z}{h^2}; \quad \tau = \frac{S}{h}, \quad (21)$$

где  $\sigma_x, \sigma_\theta, \tau$  – нормальные и касательные напряжения.

**Выводы.** Растягивающие напряжения  $\sigma_\theta$  принимают максимальные значения в момент прохождения большой оси генератора волн, максимальные сжимающие напряжения  $\sigma_\theta$  возникают в момент прохождения малой оси генератора волн, на угол  $40...45^\circ$  нормальные напряжения проходят через нулевое значение.

Снижение максимальных значений нормальных напряжений изгиба  $(\sigma_\theta)_{\max}$  до уровня максимальных касательных напряжений кручения  $\tau_{\max}$ , способствует улучшению напряженно-деформированного состояния гибкого колеса, что повышает нагрузочную способность и ресурс работы крупных высоконагруженных волновых редукторов.

**Список литературы:** 1. Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи. – Л.: Машиностроение, 1969. – 160с. 2. Ковалев Н.А. Общие основы теории передач гибкими колесами // Машиноведение. – 1977. – №5. – С.59-65. 3. Волков Д.П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. – К.: Техника, 1976. – 224с. 4. Цейтлин Н.И., Михеев М.Б. Определение податливости диафрагмы гибкого колеса – стакана волновой зубчатой передачи // Волновые передачи: Сб. тр. – М.: Станкин, 1978. – Вып.4. – С.153-165. 5. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184с. 6. Шувалов С.А., Горелов В.Н. Исследование напряжений в гибком зубчатом венце методом конечных элементов // Вестник машиностроения.– 1983. – №1.– С.10-12. 7. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. – М., Л.: Гостехиздат, 1949. – 784с. 8. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1977. – 486с. 9. Колзунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1963. – 278с.

Поступила в редакцию 31.03.2013

УДК 621.833

**Представление гибкого колеса волновой передачи в виде цилиндрической оболочки, заземленной по торцам / В.Н. Стрельников, Г.С. Суков, М.Г. Суков // Вісник НТУ "ХП". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.165-170. – Бібліогр.: 9 назв.**

Розглянуто напружено-деформований стан оболонки гнучкого колеса. Силові чинники в перетинах оболонки координатними площинами і зміщення вздовж координатних ліній представлені через похідні функції напружень В.З. Власова, яка виражається через функції Крилова. З граничних умов отримують систему рівнянь для визначення коефіцієнтів, що входять у вираз функції напружень.

**Ключові слова:** гнучке колесо, оболонка, напружений стан, функція напружень, силові фактори.

The stress-strain state of a shell of a flexible wheel is observed. Power factors in shell cross-sections and displacement along coordinate lines are presented by co-ordinate planes through V.Z. Vlasov stress arbitrary functions of which is expressed through Krylov's functions. From boundary conditions we gain the equations system for definition of the factors entering into expression of stress functions.

**Keywords:** flexible wheel, envelope, stress state, stress functions, power factors.

УДК 621.833

**Ю.В. СТРЕЛЬНИКОВ**, инженер БГТУ им Шухова, Белгород, Россия

## ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Разработан новый метод определения энергетических потерь и к.п.д. зубчатого зацепления передачи с упругими промежуточными телами качения. К.п.д. зубчатого зацепления определяется в виде отношения работ вращающихся моментов, приложенных к ведомому и ведущему валам редуктора с промежуточными телами качения. Учитывая, что величина потерь в зацеплении изменяется циклически, в соответствии с углом поворота ведущего вала, вращающий момент, приложенный к ведущему валу, разобьем на ряд частей в пределах цикла, и в каждом интервале считаем этот момент постоянным. К.п.д. зубчатого зацепления определяется в виде среднего значения дискретных величин.

**Ключевые слова:** зубчатое зацепление, энергетические потери, к.п.д., сателлит.

**Актуальность задачи.** Механический привод осуществляет функциональную связь двигателя с рабочими органами машины, преобразуя кинематические и силовые параметры присоединенных звеньев до заданных величин. Процесс сопровождается потерей механической энергии, относительная величина которой служит важной технической характеристикой качества механического привода [1-3].

Основу главных механических приводов тяжелых машин составляют редукторы, потери в которых во многом определяют общие энергетические потери машин и агрегатов. При крупных единичных мощностях машин и оборудования, вопрос об энергетических потерях в редукторах приобретает особую актуальность, т. к. он связан не только с большими финансовыми издержками, но и техническими требованиями охлаждения смазки и отвода тепла.

Основными задачами данного исследования являются:

- анализ силовых и кинематических факторов влияющих на потери энергии в передачах с упругими звеньями;
- определение энергетических потерь в зацеплении передачи с упругими промежуточными телами качения в зависимости от геометрических параметров элементов зацепления;
- определение экспериментальных зависимостей к.п.д. редукторов с упругими звеньями от эксплуатационных характеристик;
- разработка рекомендаций по снижению энергетических потерь в высших кинематических парах передач с упругими звеньями в зацеплении.

**Постановка задачи.** Как показывает геометрический анализ, предпочтительные условия работы передачи с промежуточными телами качения наблюдаются в зацеплении с внецентренным контактом. В отверстиях сепараторов смонтированы демпферы, в которые установлены ролики. Зубья центрального колеса соосны роликам, радиальный зазор между ними равен разности радиусов образующей зуба и ролика. Ролики имеют четыре степени свободы в некотором пространстве, ограниченном размерами радиальной податливости демпферов, и располагают возможностью свободно обкатываться по зубьям центрального колеса и сателлита [4].

**Материалы исследования.** Относительные перемещения элементов зацепления сопровождаются потерями энергии и износом. Установим количественную связь изменения углов, определяющих положения точек контакта на профилях зубьев сателлита  $\Delta\Theta_1$  и солнечного колеса  $\Delta\Theta_2$ , от угла поворота ведущего вала. Разность приращений углов  $\chi = \Delta\Theta_1 - \Delta\Theta_2$  определяет угловой интервал скольжения нулевого ролика в зацеплении  $\chi$  до переключения и после переключения на

Таблица 1 – Относительные перемещения элементов зацепления

Интервалы изменения угла $\varphi^\circ$	$\Delta\Theta_1^\circ$	$\Delta\Theta_2^\circ$	$\chi^\circ$	$\Delta\Theta_1^{*\circ}$	$\Delta\Theta_2^{*\circ}$	$\chi^{*\circ}$
0...2,4	0,5405	0,4417	0,0988	-2,2686	-2,3780	0,1094
2,4...4,8	1,4781	1,3854	0,0927	-1,3859	-1,4918	0,1059
4,8...7,2	2,3554	2,2662	0,9892	-0,4350	-0,5374	0,1024

первый ролик  
 $\chi^* = \Delta\Theta_1^* - \Delta\Theta_2^*$ , (таблица 1).

Рассмотрим равновесное состояние сателлита с приложенной

системой внешних сил и опорных реакций. На оси сателлита в центре  $O_1$  приложена равнодействующая  $R_1$  системы сходящихся сил со стороны подшипников, установленных на эксцентриковой шейке входного вала. Со стороны выходного вала на сателлит действует главный вектор  $R_2$ , приложенный на оси редуктора в центре  $O_2$  и главный момент  $M$  сил сопротивления. В зацеплении сателлита действует нормальная реакция  $N$  со стороны ролика и сила трения  $F_{mp}$ , возникающая в результате скольжения ролика относительно зуба. Направление сил трения можно установить по рисунку, где точка  $K$  зуба сателлита соответствует исходному положению точки контакта, а сила трения  $F_{mp}$  в точке контакта  $M$ , действующая на зуб сателлита со стороны ролика, имеет одинаковое направление с возможным скольжением ролика по зубу сателлита. Сила трения  $F_{mp}$  направлена противоположно относительному скольжению.

Рассмотрим условия равновесия сателлита, воспринимающего постоянную нагрузку с ведомого вала  $M_2$  (см. рисунок),

$$\sum M_{O_2} = 0, M_1 + R_1 \cdot h^* - N \cdot h_1 - Fh_2 = 0. \quad (1)$$

Момент силы  $\bar{R}_1$  относительно центра  $O_2$  равен вращательному моменту  $M_1$  на ведущем валу редуктора,

$$M_1 = R_1 \cdot h^*, \quad (2)$$

а сила трения скольжения  $F = fN$ , где  $f$  – коэффициент трения скольжения.

Подставим значения (2) в равенство (1), получим:

$$M_2 - M_1 - N(h_1 + fh_2) = 0, \quad (3)$$

и определим сумму работ моментов сил, действующих на сателлит в пределах некоторого малого угла поворота ведущего вала  $\Delta\varphi$ , соответствующего зацеплению нулевого ролика:

$$M_1\Delta\varphi - M_2\Delta\psi - fr_1\chi N = 0. \quad (4)$$

После переключения зацепления на 1-й ролик, в выражении (4) изменятся значения входящих в него линейных и угловых параметров,

$$h_1 \rightarrow h_1^*; h_2 \rightarrow h_2^*; \Delta\psi \rightarrow \Delta\psi^*; \chi - \chi^*. \quad (5)$$

Рассматривая совместно выражения

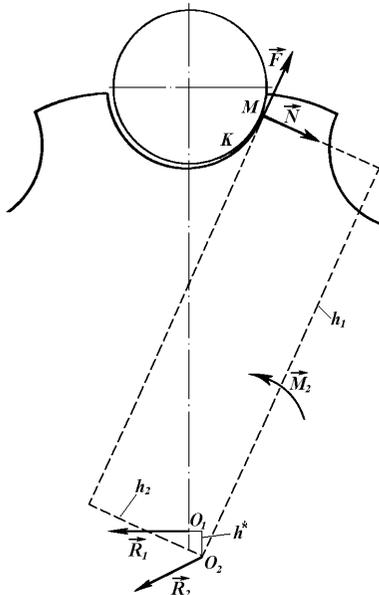


Рисунок – Равновесное состояние сателлита под действием внешних сил и опорных реакций

(3) и (4), исключим силу  $N$  и установим соотношение между вращающимися моментами на ведущем и ведомом валах редуктора для зацепления нулевого ролика:

$$\frac{M_1 + M_2}{M_1 \cdot \Delta\varphi - M_2 \Delta\psi} = \frac{h_1 + fh_2}{fr_1\chi}. \quad (6)$$

Из соотношения (6) определим вращающий момент на ведущем валу редуктора через момент сил сопротивления, когда в зацеплении участвует нулевой ролик,

$$M_1 = \frac{fr_1\chi + (h_1 + fh_2)\Delta\psi}{(h_1 + fh_2)\Delta\varphi - fr_1\chi} \cdot M_2. \quad (7)$$

После переключения зацепления на первый ролик соотношение (7) преобразуется с учетом условий (5),

$$M_1 = \frac{fr_1\chi^* + (h_1^* + fh_2^*)\Delta\psi^*}{(h_1^* + fh_2^*)\Delta\varphi + fr_1\chi^*} \cdot M_2. \quad (8)$$

Величина потерь в зацеплении изменяется циклически, в соответствии с углом поворота ведущего вала  $2\pi/Z_2$ . Уровень потерь определяет отношение работ вращающихся моментов  $M_1 \neq \text{const}$  и  $M_2 = \text{const}$ . Разобьем крутящий момент  $M_1$  на  $n$  частей в пределах значения угла  $\varphi = 0 \dots 2\pi/Z_2$  с интервалом  $\Delta\varphi = 2\pi/nZ_2$ . В каждом интервале  $\Delta\varphi$  считаем  $M_1 = \text{const}$ .

Работу  $A_1$  вращающего момента  $M_1$  за цикл изменения угла  $\varphi = 0 \dots 2\pi/Z_2$ , определяем суммированием работ на каждом интервале  $\Delta\varphi$ ,

$$A_1 = \sum_{i=1}^n M_{1i} \Delta\varphi. \quad (9)$$

Работа  $A_2$  вращающего момента  $M_2$ , приложенного к ведомому валу,

$$A_2 = M_2 \frac{2\pi}{uZ_2}. \quad (10)$$

К.п.д. редуктора определяется отношением работ  $A_2$  и  $A_1$ ,

$$\eta = \frac{n \cdot M_2}{U \sum_{i=1}^n M_{1i}}. \quad (11)$$

С учетом значений (7) и (8) определяем к.п.д. кругового зацепления редуктора за цикл, соответствующий углу поворота ведущего вала  $2\pi/Z_2$ ,

$$\eta = \frac{n}{2U} \left\{ \sum_{i=1}^{n/2} \left[ \frac{(\tilde{h}_{1i} + fh_{2i})\Delta\varphi + fr_1\chi_i}{fr_1\chi_i + (\tilde{h}_{1i} + \tilde{f}\tilde{h}_{2i})\Delta\varphi_1} \right] + \sum_{i=n/2}^n \left[ \frac{(\tilde{h}_{1i}^* + fh_{2i}^*)\Delta\varphi + fr_1\chi_i^*}{fr_1\chi_i^* + (\tilde{h}_{1i}^* + \tilde{f}\tilde{h}_{2i}^*)\Delta\varphi_2^*} \right] \right\}. \quad (12)$$

где  $\tilde{h}_{1i} = 0.5(h_{1(i-1)} + h_{1i})$ ,  $\tilde{h}_{2i} = 0.5(h_{2(i-1)} + h_{2i})$ ,  $\tilde{h}_{1i}^* = 0.5(h_{1(i-1)}^* + h_{1i}^*)$ ,  $\tilde{h}_{2i}^* = 0.5(h_{2(i-1)}^* + h_{2i}^*)$  – средние значения плеча нормальной реакции  $N$  и плеча силы трения  $F_{mp}$ , соответствующие каждому углу поворота ведущего вала  $\Delta\varphi = 2\pi/nZ_2$ .

Определим текущие значения плеч  $h_{1i}, h_{2i}, h_{1i}^*, h_{2i}^*$ :

$$h_{1i} = R_3 \sin \Theta_{1i} + e \cdot \sin(\Theta_i - \varphi). \quad (13) \quad h_{2i} = R_3 \cos \Theta_{1i} + \cos(\Theta_i - \varphi) - r_1. \quad (14)$$

$$h_{1i}^* = R_3 \sin \Theta_{1i} + e \sin\left(\frac{\pi}{z_2} - \varphi + \Theta_i^*\right). \quad (15) \quad h_{2i}^* = R_3 \cos \Theta_{1i} + e \cos\left(\frac{\pi}{z_2} - \varphi + \Theta_i^*\right) - r_1. \quad (16)$$

Определим энергетические потери в зацеплении экспериментального редуктора ПК-165, линейные размеры в мм:

Таблица 2 – Текущие значения плеч моментов сил, приложенных к сателлиту относительно общей оси передачи

$\varphi^\circ$	$h_{1i}$ , мм	$h_{2i}$ , мм	$h_{1i}^*$ , мм	$h_{2i}^*$ , мм
0	58,336	51,336	62,634	46,675
2,4	58,786	50,881	60,363	49,437
4,8	60,161	49,444	58,885	50,780
7,2	62,336	47,022	58,336	51,336

дугатора ПК-165, линейные размеры в мм:  $r=7, r_1=7,25, \varepsilon=3,3, R_1=77,7, R_2=82,5, R_3=79,377$ . Число зубьев  $z_1=24, z_2=25$ ; коэффициент трения скольжения  $f=0,1$ ; шаг угла поворота входного вала  $\Delta\varphi=2,4^\circ$ . По формулам (13)-(16) определим значения плеч  $h_{1i}, h_{2i}, h_{1i}^*, h_{2i}^*$  (таблица 2).

Средние значения плеч (мм):  $\tilde{h}_{11}=58,561, \tilde{h}_{12}=59,474, \tilde{h}_{13}=61,249, \tilde{h}_{21}=51,109, \tilde{h}_{22}=50,162, \tilde{h}_{23}=48,233, \tilde{h}_{11}^*=61,498, \tilde{h}_{12}^*=59,624, \tilde{h}_{13}^*=58,611, \tilde{h}_{21}^*=48,056, \tilde{h}_{22}^*=50,109, \tilde{h}_{23}^*=51,058$ .

Приращения углов поворота сателлита  $\Delta\psi_i$  (град):  $\Delta\psi_1=0,09895, \Delta\psi_2=0,09271, \Delta\psi_3=0,08915, \Delta\psi_1^*=0,10931, \Delta\psi_2^*=0,10589, \Delta\psi_3^*=0,10244$ .

Коэффициент полезного действия, учитывающий потери на трение в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, определяется выражением (12).

Если принимать во внимание только потери на трение скольжение в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, то к.п.д. передачи составит  $\eta=0,99$ . Здесь не учтены потери в подшипниках, а также на преодоление сопротивления смазки при ее перемешивании, потери на трение роликов о сепараторы, проскальзывание роликов из-за возможного перекаса их осей. Не учтены потери на трение качения роликов в зубчатом зацеплении с промежуточными телами качения, т.к. они слишком малы в сравнении с потерями, приходящихся на преодоление трения скольжения роликов в зацеплении.

**Выводы.** Впервые разработан аналитический метод определения энергетических потерь в передачах с промежуточными телами качения. Поставленные условия задачи осложняются тем, что необходимо учитывать непрерывно изменяющиеся деформации упругих роликов, находящихся в зацеплении, которые оказывают непосредственное влияние на величину и направление сил трения в высших кинематических парах. Положение точек контакта на сопряженных поверхностях, при различной деформации упругих роликов, определяется с учетом условия постоянства заданного передаточного отношения. Полученные результаты позволяют минимизировать энергетические потери в крупных редукторах с упругими промежуточными телами качения на стадии проектирования, обеспечивают высокий научно-технический уровень и конкурентные свойства продукции тяжелого машиностроения.

**Список литературы:** 1. Фальк Н.И. Теоретическое и экспериментальное определение КПД замкнутых планетарных передач // Механизмы горных машин. – 1966. – №55. – С.40-45. 2. Финогенов В.А. О КПД генераторов волновых передач // Известия вузов. Машиностроение. – 1972. – №6. – С.45-48. 3. Гафаров А.Г. Экспериментальное исследование КПД однорядных планетарных зубчатых механизмов // Известия вузов. Машиностроение. – 1968. – №12. – С.7-21. 4. Стрельников В.Н. Об энергетических потерях в редукторах с промежуточными телами качения и точность выбранных параметров // Проблемы качества механических

УДК 621.833

**Потери энергии в зубчатом зацеплении передачи с промежуточными телами качения / Ю.В. Стрельников // Вісник НТУ "ХП".** Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.171-175. – Бібліогр.: 4 назв.

Розроблено новий метод визначення енергетичних втрат і к.к.д. зубчастого зацеплення передачі з пружними проміжними тілами качення. К.к.д. зубчастого зацеплення визначається у вигляді відношення робіт обертаючих моментів, прикладених до веденого і ведучого валів редуктора з проміжними тілами качення. Враховуючи, що величина втрат у зацепленні змінюється циклічно, відповідно до кута повороту ведучого валу, поводить момент, прикладений до ведучого валу, розб'ємо на ряд частин у межах циклу, і в кожному інтервалі вважаємо цей момент постійним. К.к.д. зубчастого зацеплення визначається у вигляді середнього значення дискретних величин.

**Ключові слова:** зубчасте зацеплення, енергетичні втрати, к.к.д., сателіт.

A new method for determining the energy losses and efficiency for the gearing with elastic intermediate rolling bodies was developed. Efficiency of the gearing is defined as ratio the work of the torques applied to the slave and the master gear shafts. The value of losses in the meshing changes cyclically, in accordance with a rotation angle of the master shaft, the torque divided into parts within the cycle. The efficiency of the gearing is determined as the mean of discrete values.

**Keywords:** gearing, power losses, efficiency, satellite.

УДК 621.833

**З. ТКАЧ**, к.т.н., проф., кафедра транспорту и управления технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре, Словакия;  
**Ю. РУСНАК**, к.т.н., проф., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре;  
**М. КАДНАР**, к.т.н., доц., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ ПОДШИПНИКОВ СКОЛЬЖЕНИЯ

Статья обсуждает геометрическую стабильность скользящего узла в связи с требованиями трибологии. Анализирует форму и размеры скользящей пары (подшипник-вал) с целью ее оптимизации. Изменяя формы вала и концентратора (ослаблением), мы пытались добиться более равномерного распределения напряжений и таким образом и режима работы двигателей отдельных элементов системы трибологии. Таким образом, можно создать большую долговечность и надежность системы.

**Ключевые слова:** подшипник, концентратор, долговечность.

**Введение.** Выбранные формы несущих конструкций в условиях кинетических и технологических нужд, во многих случаях противоречивы потребности трибологии. Кроме того, при построении практически не используют меры, которые позволили бы улучшить характеристики трения рабочих поверхностей в эксплуатации. Таким образом, дальнейшие наблюдения должны быть направлены на научные исследования трибологических процессов в подшипниках, форма которых должна соответствовать кинетическим и технологическим нуждам, в целях оптимизации их возможностей.

Решение задачи передачи нагрузки с минимальным износом поверхности трения может быть осуществлено при соблюдении следующих условий:

- действие на геометрию воли с помощью гибких и термоупругих процессов, которое происходит за счет изменения и оптимизации формы
- снижение концентрации сил передается равномерным распределением нагрузки и соответствующим действием за счет изменения формы и дизайна.

Учитывая сложность решения этой проблемы необходимо и очень важно, чтобы в дополнение к оптимизации формы подшипника, заниматься и трибологическим процессом и дизайнерским решением внутри скользящего узла, т.е. отношением вал-подшипник и подшипник-концентратор. Оптимизации формы вала и концентратора можно добиться изменением в распределении напряжения и его размера. Это означает, что модификацией этих скользящих компонентов можно изменить напряжение контактной структуры подшипника и таким образом увеличить грузоподъемность и долговечность.

Долговечность подшипника зависит как от его конструкции, качества изготовления, сборки, а также от собственных условий эксплуатации и технического обслуживания. В качестве критерий долговечности подшипников можно рассматривать как степень износа или деформации поверхности функциональных областей, которые причиняют то, что функция подшипника становится неудовлетворительной.

Подшипники скольжения гидравлического трения имеют теоретически неограниченный срок годности, потому что каждый слой смазки отделяет поверхность скольжения подшипника и журнал, не происходит их прямой контакт и, таким образом не изнашиваются. Эту идеальную прочность нарушает только движение в области конечной смазки подшипников, т.е. у гидродинамической смазки во время запуска или накатом. У подшипника с гидростатической смазкой не может ни во время запуска или накатом произойти нарушение смазки, так как смазка слоя, разделяющего поверхности скольжения зависит от скорости скольжения. Таким образом, долговечность подшипников скольжения с гидравлическим трением больше, чем прочность роликовых подшипников.

Во многих случаях, однако, не рекомендуется, чтобы долговечность подшипника была значительно дольше, чем срок службы оборудования или его наиболее важных частей. В таких случаях выбор типа подшипника зависит еще от одного важного аспекта, т.е. цены подшипника. Если в отношении прочности и потери на трение подходит подшипник скольжения, работающий в области конечной смазки, это, безусловно, более удобно, чем подшипник качения, потому что это значительно дешевле. С другой стороны, если требуются очень низкие потери на трение при высоких нагрузках и низких скоростях, удобнее и дешевле роликовые подшипники смазки, потому что им достаточно устройство простой смазки.

При эксплуатации скользящего узла (вал, подшипники, концентратор) действуют взаимно на отдельные блоки силы, которые вызваны реакциями на внешние силы. Если мы учитываем силу, которая действует в середине вала, это поднимает не только напряжение материала в местах поперечного сечения в результате прогиба, но главным образом приводит к опоре вала подшипника на месте их общих контактов. Это означает, что вал под влиянием отклонения пытается изменить свою позицию. Он несет барьер, который предотвращает смещение вала в направлении, параллельном силе. Следовательно, возникают наибольшие напряжения во внешней точке соприкосновения этих компонентов.

Вал №1:



Рисунок 1 – Формы и нагрузка на вал №1

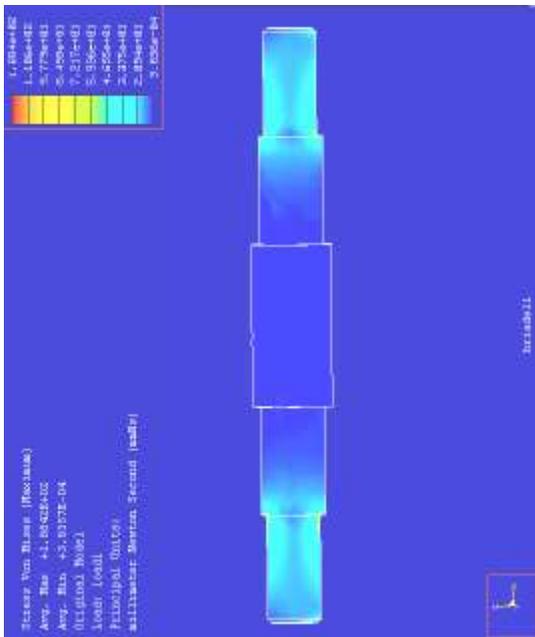


Рисунок 2 – Нагруженный вал №1 в разрезе с градиентом напряжений

Вал №2:

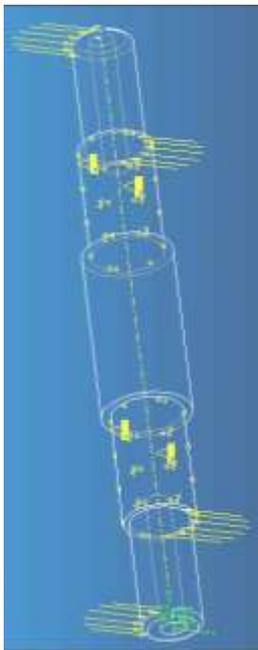


Рисунок 3 – Форма и нагрузка на вал №2

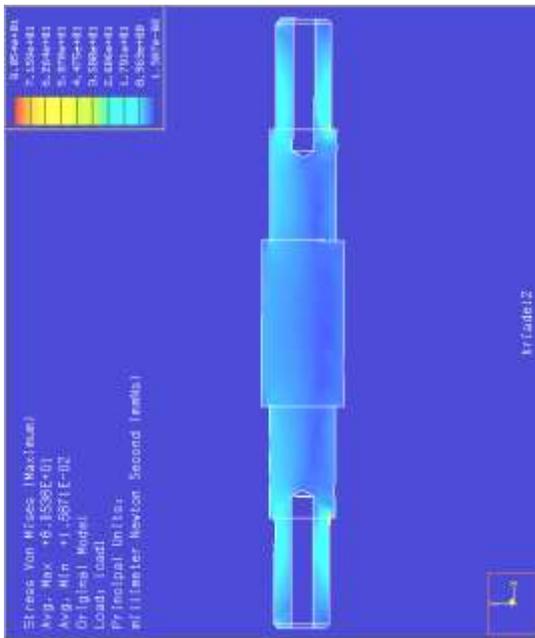


Рисунок 4 – Нагруженный вал №2 в разрезе с градиентом напряжений

Вал №3:



Рисунок 5 – Форма и нагрузка на вал №3

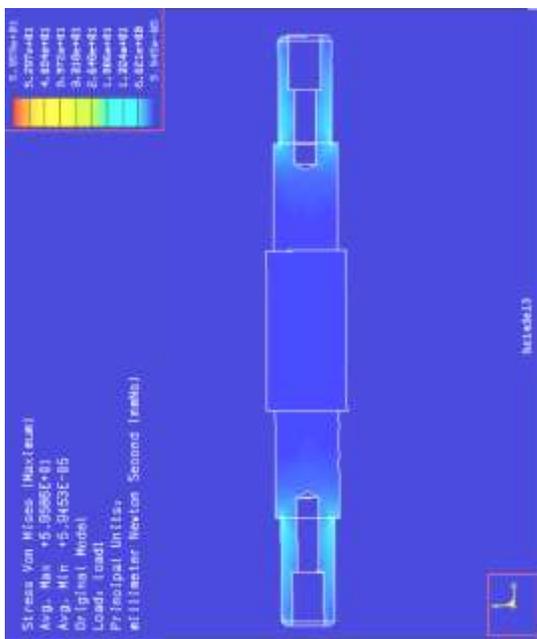


Рисунок 6 – Нагруженный вал №3 в разрезе с градиентом напряжений

Концентратор №1:



Рисунок 7 – форма и нагрузка на концентратор №1

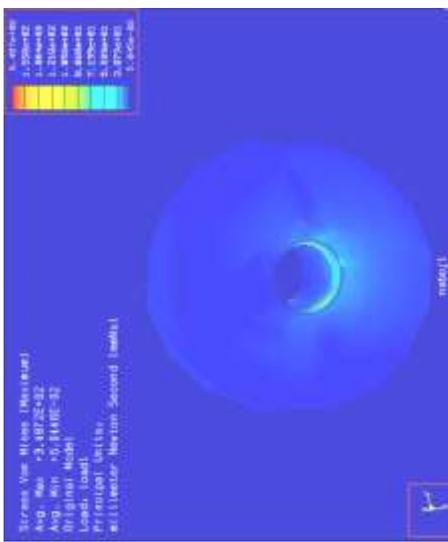


Рисунок 8 – Нагруженный концентратор №1 с градиентом напряжений

Концентратор №2:

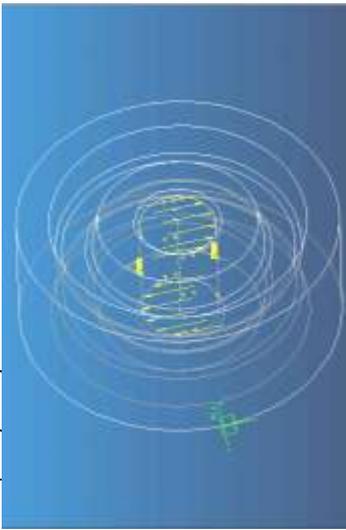
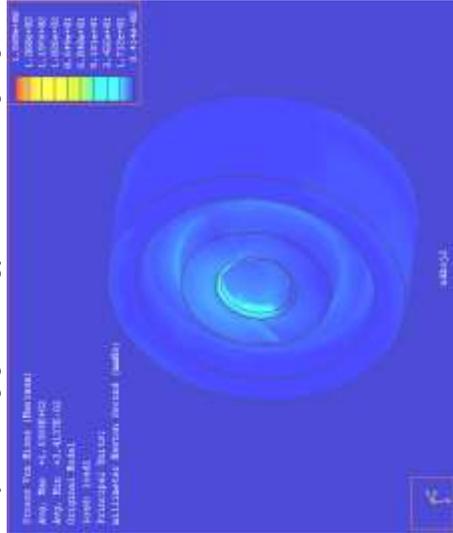


Рисунок 9 – форма и нагрузка на концентратор №2



Концентратор №3:

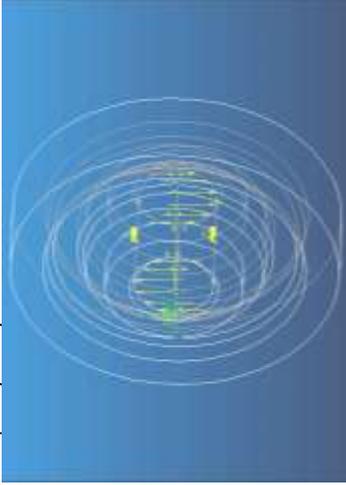


Рисунок 11 – форма и нагрузка на концентратор №3

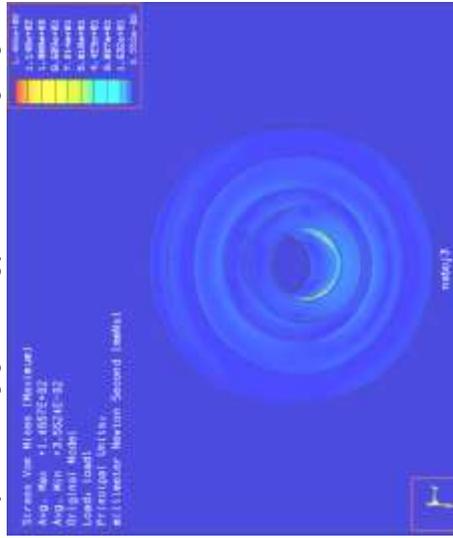


Рисунок 10 – Нагруженный концентратор №2 с градиентом напряжений Рисунок 12 – Нагруженный концентратор №3 с градиентом напряжений

Изменяя форму вала и подшипника можно добиться уменьшения напряжения и, таким образом, улучшение работы скользящего узла. Ослаблением отдельных элементов получим гибкую деформацию системы. Это означает, что под действием силы вал частично гибко деформируется и результирующая сила (даже внутреннее напряжение) меньше, чем у вала с полным сечением. Эти же зависимости применяются для зарядки. В результате, внутренние напряжения при легком концентраторе, меньше, чем у полного сечения.

**Материал и методы.** Данную проблему мы разработали с помощью компьютерного оборудования и программного обеспечения. Мы выбрали программную систему Pro/MECHANICA (с помощью подсистемного модуля STRUCTURE), в который мы импортировали элементы из системы Pro/ENGINEER.

Изменение высокого напряжения у вала и концентратора мы пытались достичь изменением формы. Мы исходили при этом из основной формы вала (вал №1) и основной формы концентратора (концентратор №1). Их размеры мы изменили таким образом, чтобы количество высокого напряжения после регуляции понизилось. Это мы достигли постепенным ослаблением.

**Результаты и дискуссия.** Полученные результаты представлены на рисунках 1-12.

**Резюме результатов – заключение.** На рисунке 13 показаны напряжения, вычисленные в системе программирования Pro/MECHANICA:

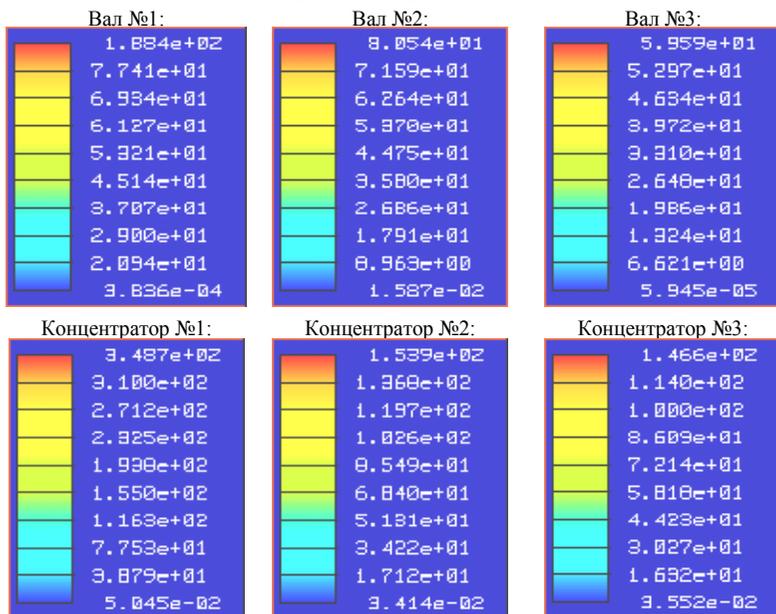


Рисунок 13 – напряжения, вычисленные в системе Pro/MECHANICA

Из результатов ясно, что самое большое напряжение есть у вала №1 (концентратор №1), а наименьшее у вала №3 (концентратор №3). Это способствует повышенной гибкости вала (концентратора) в области обследованных напряжений, которая была достигнута возможностью вала (концентратора) давать

нагрузку на приложение. Это удаление не должно быть слишком большим, так как оно может способствовать стойкую и нежелательную деформацию.

Положительным эффектом ослабления является также уменьшение веса отдельных элементов и, следовательно, всей системы, которое является предметом сегодняшних направлений в развитии технологий.

Самым выгодным сочетанием перечисленных видов валов и концентраторов является сочетание вала №3 и концентратора №3, в котором мы достигли минимального напряжения (рисунок 14).

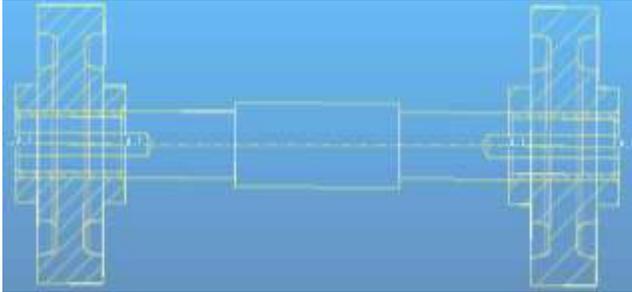


Рисунок 14 – Скольжение вала №3 и концентратора №3

Предлагаемая статья является частью проекта VEGA 1/0875/12.

**Список литературы:** 1. Bošanský, M., Vereš, M., Rusnák, J., Tököly, P. KONŠTRUOVANIE II. Konštrukčné uzly. Vysokoškolská učebnica. STU Bratislava 2011, rozsah 326s., ISBN978-80-227-3510-0. 2. Klepanec, J. Geometrická stabilita klzného uzla vo vzťahu k jeho tribologickým vlastnostiam. Diplomová práca KMaS MF SPU Nitra, 2003. 3. Makvar, R. Optimalizácia tvaru klzného ložiska z pohľadu špičkových napätí. Diplomová práca KMaS MF SPU Nitra, 2004. 4. Kostoláni, P., Kučera, M., Tóth, F. Vplyv zaťažovania na zmenu geometrie klznej dvojice In. Technika v technológiách agrosektora 2012. Zborník vedeckých prác. Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2012. s.86-92, ISBN978-80-552-0895-4. 5. Bošanský, M., Vereš, M., Tököly, P., Vanya, A. Neštandardné ozubené prevody, Vydavateľstvo STU Bratislava 2012, 11590p., ISBN 978-80-227-3713-5. 6. Bošanský, M., Tököly, P., Vanya, A., Kožuch, I. Možnosť ispol'zovania nreevoľventnogo zacepljenja v korobkach predač seľskochozajstvennych mašin. In: Visnik Nacional'nogo tehničnogo universitetu. – ISSN2079-0791. – 29/2011(2011), p.21-29. 7. Tököly, P., Bošanský, M., Medzihradský, J. Možnosti použitia vybraného softvéru pri pevnostnej kontrole ozubenia. Strojnicky časopis = Journal of Mechanical engineering Roč.60, č.1. s.49-59. ISSN0039-2472. 8. Tököly, P., Gajdoš, M., Fedák, M., Bošanský, M. Analýza tribotechnického systému veterného motora v aplikácii veternej studne. In: Nové trendy v konštruovaní a v tvorbe technickej dokumentácie 2008: Zborník vedeckých prác. – Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2008. – ISBN978-80-552-0052-1. – S.124-127.

Поступила в редакцию 22.03.2013

УДК 621.833

**Геометрическая стабильность подшипников скольжения / З. Ткач, Ю. Руснак, М. Каднар // Вісник НТУ "ХП".** Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХП". – 2013. – №40(1013). – С.175-181. – Бібліогр.: 8 назв.

Стаття обговорює геометричну стабільність вузла ковзання у зв'язку з вимогами трибології. Аналізує форму і розміри ковзної пари (підшипник-вал) з метою її оптимізації. Змінюючи форми валу і концентратора (ослабленням), ми намагалися добитися більш рівномірного розподілу напружень і таким чином і режим роботи двигунів окремих елементів системи трибології. Таким чином можна створити велику довговічність і надійність системи.

**Ключові слова:** підшипник, концентратор, довговічність.

The article discusses the geometric stability of the sliding unit in connection with the requirements of tribology. Analyzes the shape and size of the sliding pair (bearing-shaft) in order to optimize it. By changing the shape of the shaft and hub (weakening), we tried to achieve a more uniform stress distribution and the manner and mode of operation of the system components engine tribology. Thus it is possible to create greater durability and reliability.

**Keywords:** bearing, hub, durability.

**И.С. ЧЕРНЯВСКИЙ**, к.т.н., начальник КБ ОАО "Харьковский тракторный завод им. С. Орджоникидзе";

**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

## **АНАЛИЗ КОНТАКТНОЙ И ИЗГИБНОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ТРАНСМИССИИ ТРАКТОРА Т-150К**

Рассмотрены методы оценки напряженности и долговечности зубчатых передач трансмиссий тракторов. Проведен анализ напряженности и долговечности зубчатых колес коробки передач и раздаточной коробки трактора Т-150К.

**Ключевые слова:** трактор, трансмиссия, напряжения, долговечность.

**Введение.** Современная промышленность и сельское хозяйство требуют увеличения энергонасыщенности тракторов. Также следует отметить, что реалии эксплуатации тракторов в рыночных условиях приводят к значительному превышению регламентированного ресурса основных агрегатов, в частности, зубчатых передач.

Таким образом, возникает актуальная задача оценки выносливости зубчатых передач тракторных трансмиссий.

**Конструктивные особенности коробки передач трактора Т-150К.** Рост мощности двигателей и новые требования к тракторам: увеличение числа передач, обеспечение переключения на ходу, увеличение ресурса до 8000-10000 часов потребовали на рубеже 80-х годов модернизации ряда агрегатов трактора, и в первую очередь, трансмиссии [1, 2].

На рисунке 1 приведена кинематическая схема модернизированной коробки передач и раздаточной коробки трактора Т-150К с двигателем СМД-60 (номинальная мощность  $N=165$  л.с., частота вращения коленчатого вала  $n=2100$  об/мин) [3].

Она внедрена в серийное производство в 1986г., в ее основе лежат а.с. СССР №979178, патент 15690; а.с. СССР №1580067, патент 11820. Коробка имеет три диапазона по четыре переключаемых на ходу передачи внутри каждого из них. Крутящий момент передается с первичного вала I на вторичный вал II через одну из четырех пар зубчатых колес 23/40, 25/38, 28/36, 33/32, включаемых соответствующей гидроподжимной муфтой. На первом диапазоне – через пары колес 31/31, 20/42 на первичный вал III раздаточной коробки и далее через пару колес второго диапазона на выходные валы заднего IV и отключаемого переднего V мостов. Второй и третий диапазоны обеспечиваются соответственно парами шестерен 19/39 и 37/33. Задний ход обеспечивается колесами  $z=44$ ,  $z=32$ ,  $z=22$ ,  $z=42$ .

Рабочие ширины зубчатых венцов в коробке передач  $b_w=30$  мм, в раздаточной коробке  $b_w=37$  мм. Модуль зацеплений  $m=5$  мм кроме пары 19/39 с модулем  $m=6$  мм.

**Расчет напряжений и ресурса шестерен трансмиссии.** Основой для расчета послужила гистограмма нагружений по диапазонам и передачам для типового режима эксплуатации, приведенная на рисунке 2.

Расчет контактных и изгибных напряжений в зацеплениях выполнялся двумя способами:

– на основе стандартной методики ГОСТ 21354-87 [4] с уточнением допускаемых напряжений по данным натурных ускоренных испытаний трансмиссий



Для дальнейшего анализа использовались результаты расчетов по стандартной методике. Это связано с двумя причинами:

– разница в значениях действующих контактных  $\sigma_H$  и изгибных  $\sigma_F$  напряжений, рассчитанных по стандартной методике с контактными давлениями и растягивающими напряжениями, определенными в ANSYS, не превышала 7-8%. Это говорит о целесообразности применения стандартной инженерной методики для оценочных расчетов с минимальной затратой времени (что далеко не всегда возможно при анализе НДС в конечноэлементных программных комплексах);

– как известно [6], стандартные нормы допускаемых изгибных  $\sigma_{FP}$  и контактных  $\sigma_{HP}$  напряжений определены для плоской задачи теории упругости по результатам натуральных испытаний зубчатых колес на выносливость (для  $\sigma_{FP}$ ) и на основе роликовой аналогии (для  $\sigma_{HP}$ ). Сравнение их с действующими напряжениями, рассчитанными с помощью МКЭ на основе пространственной задачи теории упругости, несколько некорректно и может снизить адекватность расчетов на выносливость.

Оценка долговечности проводилась с применением рекомендаций ГОСТ 21354-87 по учету слабого наклона правой ветви кривой контактной выносливости при суммарном числе циклов перемены напряжений  $N_K > N_{Hlim}$ , где  $N_{Hlim}$  – базовое число циклов, соответствующее пределу контактной выносливости  $\sigma_{Hlimb}$ .

Расчет ресурса выполнялся в следующей последовательности.

1. Определялись эквивалентные числа циклов перемены напряжений при расчете на контактную и изгибную выносливость  $N_{HE}$  и  $N_{FE}$  по общеизвестным зависимостям:

$$N_{HE} = \sum_{i=1}^{i_n} \left( \frac{T_{li}}{T_{1H}} \right)^3 N_{ci}; \quad N_{FE} = \sum_{i=1}^{i_n} \left( \frac{T_{li}}{T_{1F}} \right)^9 N_{ci} \leq N_{Flim}, \quad (1)$$

где  $i=1; \dots; i_n$  – принятые к расчету ступени нагрузки в циклограмме;  $T_{li}$  и  $N_{ci}=60n_i t_i$  – соответствующие им значения крутящего момента и циклов перемены напряжений на шестерне;  $N_{Flim}$  – базовое число циклов, соответствующее пределу изгибной выносливости  $\sigma_{Flimb}^0$ .

Дополнительно для случая  $N_K > N_{Hlim}$  из циклограммы исключались ступени с нагрузками, создающими напряжения ниже так называемого повреждающего уровня  $\sigma_{HG} = \alpha_{HG} \cdot \sigma_{Hlimb}$  (ГОСТ 21354-87 рекомендует принимать  $\alpha_{HG}=0,75$ ).

2. Определялось суммарное число циклов до разрушения.

2.1. По изгибной выносливости:

$$\left. \begin{aligned} N_{F\Sigma} &= \left( \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \right)^9 N_{FE} \quad \text{при } N_{F\Sigma} \leq N_{Flim}; \\ N_{F\Sigma} &= \infty \quad \text{при } N_{F\Sigma} > N_{Flim}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

2.2. По контактной выносливости:

$$\left. \begin{aligned} N_{H\Sigma} &= N_{HE} \left( \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \right)^6 \quad \text{при } N_{HE} \leq N_{Hlim}; \\ N_{H\Sigma} &= N_{HE} \left( \frac{\sigma_{HP}}{\sigma_H} \right)^{20} \quad \text{при } N_{HE} > N_{Hlim}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3. Определялась расчетная долговечность зубьев по контактной и изгибной выносливости в часах,  $L_{Hh}$  и  $L_{Fh}$ :

$$L_{Hh} = t \frac{N_{H\Sigma}}{N_{HE}}; \quad L_{Fh} = t \frac{N_{F\Sigma}}{N_{FE}}, \quad (4)$$

где  $t$  – требуемый ресурс шестерен (см. таблицу).

В качестве окончательного значения долговечности  $L_h$  для каждой зубчатой пары принималось меньшее из  $L_{Hh}$  и  $L_{Fh}$ .

Результаты расчетов сведены в таблицу.

Таблица – Напряженность и долговечность зубчатых колес коробки передач и раздаточной коробки трактора Т-150К

Наименование		Обозн	Передачи КП				Диапазоны РК						
			1	2	3	4	I	I+II	III	III+III	3.X.	3.X.	
Числа зубьев колес	ведущих	$z_1$	23	25	28	33	31	20	19	37	33	44	22
	ведомых	$z_2$	40	38	36	32	31	42	39	33	33	32	42
Коэффициент смещения исходного контура зубчатых колес	ведущих	$x_1$	0,55	0,55	0	0	0	0,64	0,3	0,525	0	0,434	0,525
	ведомых	$x_2$	0,55	0,55	0,55	0	0,64	0	0,324	0	0	2,238	0
Расчетный крутящий момент на ведущем колесе, Н·м		$T$	562,6	562,6	562,6	562,6	535	524	959	959	485	821	584
Частота вращения ведущего колеса пары, об/мин		$n$	2100	2100	2100	2100	2165	2165	1208	1208	589,3	1382	1900
Напряжения изгиба при приложении нагрузки в вершине, МПа	действующие	$\sigma_{F1}$	402	400	468	501	403	343	445	404	322	547	427
		$\sigma_{F2}$	406	405	405	503	344	404	430	456	322	556	433
	допускаемые	$\sigma_{FF1}$	439	439	438	437	437	440	433	436	437	434	439
		$\sigma_{FF2}$	435	436	436	437	437	435	427	437	437	437	435
Контактные напряжения, МПа	действующие	$\sigma_H$	1085	1061	1074	1163	1006	1112	1224	1016	903	1182	1141
	допускаемые	$\sigma_{HP}$	1094	1102	1143	1112	1108	1085	1001	1086	980	1146	1146
Требуемый ресурс, ч		$t$	3500	2500	1500	2500	2000	2000	7400	2600	10000	300	300
Расчетная долговечность, ч		$L_h$	4200	5200	<b>830<sup>1</sup></b>	<b>710<sup>1</sup></b>	7400	<b>1320<sup>2</sup></b>	<b>1650<sup>2</sup></b>	<b>1800<sup>1</sup></b>	Heorp.	<b>40<sup>1</sup></b>	310

Примечания: <sup>1</sup> – ограничения по изгибной выносливости  $L_{Fh}$ .

<sup>2</sup> – ограничения по контактной выносливости  $L_{Hh}$ .

Анализ результатов показывает, что для большинства зацеплений резервы повышения ресурса отсутствуют. Применение конструктивных, мероприятий, не требующих коренной переработки трансмиссии, на наш взгляд, возможно лишь для пар 28/36 и 37/33, в которых целесообразно перераспределить коэффициенты смещения исходного контура с целью выравнивания напряжений изгиба в корне зуба ведущего и ведомого колеса.

### Выводы:

1. Выполнен анализ контактной и изгибной выносливости зубчатых колес коробки передач и раздаточной коробки трансмиссии для одного из самых распространенных в странах СНГ трактора Т-150К.

2. Полученные расчетные результаты и опыт эксплуатации трактора Т-150К [7] показывают, что зубчатые передачи трансмиссии практически не имеют резервов для дальнейшего повышения энергонасыщенности или увеличения ресурса при эксплуатации на типовом режиме.

**Список литературы:** 1. Устиненко В.Л., Чернявский И.С., Злюбинцева В.Я. Напряженность зубчатых передач отечественных тракторов // Детали машин. – 1973. – №17. – С.50-54. 2. Чернявский И.С. Эффективность работы КБ расчетов и научных исследований на Харьковском тракторном заводе // Тракторы и сельхозмашины. – 2002. – №1. – С.16-20. 3. Модернизированная коробка передач тракторов семейства Т-150К / И.С. Чернявский, Е.А. Бондаренко, Н.Г. Амелин, Г.Е. Осип, Н.Ф. Шейко, В.П. Бражник // Экспресс-информация: Тракторное и сельскохозяйственное машиностроение. Сер.1: Тракторы и двигатели. – М.: ЦНИИГЭИ тракторосельхозмаш, 1987. – Вып.4. – 8с. 4. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 5. Чернявский И.Ш., Травкин И.В., Шаповалов Ю.К. Ускоренные стендовые испытания зубчатых передач и подшипников на машиностроительных заводах // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Технологии в машиностроении". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2003. – Вып.8. – Т.2. – С.10-19. 6. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В., Танасевский В.В. Совершенствование стандартных прочностных расчетов зубчатых передач на основе моделирования усталостных процессов // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2006. – Вып.22. – С.110-114. 7. Прогнозирование надежности тракторов / В.Я. Анисович, А.С. Гринченко, В.Л. Литвиненко, И.С. Чернявский. – М.: Машиностроение, 1986. – 224с.

*Поступила в редколлегию 25.03.2013*

УДК 621.833

**Анализ контактной и изгибной выносливости зубчатых колес трансмиссии трактора Т-150К / И.С. Чернявский, А.В. Устиненко** // Вісник НТУ "ХПІ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.182-186. – Бібліогр.: 7 нав.

Розглянуто методи оцінки напруженості та довговічності зубчастих передач трансмісії тракторів. Проведено аналіз напруженості та довговічності зубчастих колес коробки передач та роздатної коробки трактора Т-150К.

**Ключові слова:** трактор, трансмісія, напруження, довговічність.

Methods of an estimation of stress level and durability of tractors transmission gears are considered. The analysis of stress level and durability of gears of a gearbox and a transfer box for tractor T-150K is carried out.

**Keywords:** tractor, transmission, stress, durability.

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., профессор каф. машиноведения  
ВНУ им. В. Даля, Луганск;

**С.Ю. САПРОНОВА**, д.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля;  
**О.А. РЕВЯКИНА**, к.т.н., доцент каф. инженерных педагогических дисциплин ЛНУ им. Т. Шевченко; Луганск

**А.А. МУХОВАТЫЙ**, к.т.н., старший преподаватель каф. машиноведения  
ВНУ им. В. Даля

## **ИСХОДНЫЕ КОНТУРЫ НЕЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ВЫПУКЛО- ВОГНУТЫМ КОНТАКТОМ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Даны рекомендации по определению геометрических параметров исходного контура зубьев цилиндрических зубчатых передач, обеспечивающего в зацеплении выпукло-вогнутый контакт рабочих поверхностей, дан пример определения параметров такого исходного контура и разработана его конструкция.

**Ключевые слова:** зубчатая передача, исходный контур, критерии, выпукло-вогнутый контакт, зацепление.

**Актуальность задачи.** В приводах современных машин широко используются зубчатые передачи, нагрузочная способность и надежность которых существенно влияют на экономические показатели оборудования. Поэтому решение задачи повышения нагрузочной способности таких передач является актуальным.

© В.П. Шишов, С.Ю. Сапронова, О.О. Ревякина, О.А. Муховатый, 2013

**Анализ литературы.** Известны различные методы синтеза незвольвентных зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью [1-6]. При этом показано, что наиболее благоприятным контактом рабочих поверхностей зубьев является выпукло-вогнутый контакт. Такой контакт зубьев обеспечивает существенное улучшение критериев работоспособности передач, характеризующих контактную прочность, износ, заедание зубьев и потери мощности в зацеплении зубчатых колес.

Однако до настоящего времени не решена задача по определению геометрических параметров рабочих поверхностей зубьев с выпукло-вогнутым контактом в пределах всего поля зацепления. Решению этой задачи посвящено данное исследование с применением синтеза исходного контура незвольвентных зубьев, использование которого для профилирования рабочих поверхностей обеспечивает их выпукло-вогнутый контакт.

**Постановка задачи.** Разработать рекомендации по синтезу геометрии исходного контура незвольвентных зубьев цилиндрических зубчатых передач с выпукло-вогнутым контактом рабочих поверхностей, определить геометрические параметры исходного контура и разработать его конструкцию.

**Материалы и результаты исследований.** Будем полагать, что в системе координат  $f_1Of_2$  (рисунок 1) профиль исходного контура очерчен кривой, уравнение которой имеет вид

$$f_2 = f_2(f_1), \quad (1)$$

где  $f_2(f_1)$  – функция, зависящая от  $f_1$ , непрерывная и дважды дифференцируемая.

При использовании исходного контура (1) для профилирования реечного инструмента и нарезании прямозубых колес этим инструментом, кривизна профилей их зубьев равна [1]

$$x = x_u - \frac{(\Omega_2')^2 f_2'}{\left[1 + (f_2')^2\right]^{1,5} \left(R - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2}\right)}, \quad (2)$$

где  $x_u$  – кривизна профиля исходного контура;

$f_2'$  – первая производная  $f_2$  по  $f_1$ ;  $R$  – радиус начального цилиндра нарезаемого колеса;

$$\Omega_2' = \frac{f_2' - f_1 f_2''}{(f_2')^2} + f_2', \quad (3)$$

$f_2''$  – вторая производная  $f_2$  по  $f_1$ .

Кривизна профиля исходного контура имеет значение

$$x_u = \frac{f_2''}{\left[1 + (f_2')^2\right]^{1,5}}. \quad (4)$$

Если в (2-4) произвести замену  $\zeta = \sin \alpha$  и, учитывая, что  $f_2' = \operatorname{tg} \alpha$ , будем иметь  $x_u = \zeta'$ , а равенство (2) будет иметь вид

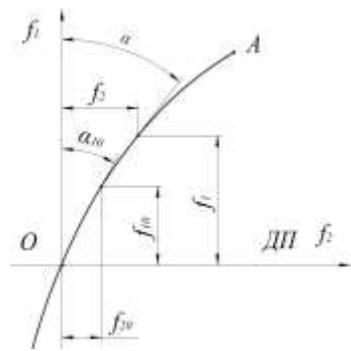


Рисунок 1 – Схема исходного контура (ДП – делительная прямая, OA – профиль исходного контура)

$$x = \zeta' - \frac{(\zeta - f_1 \zeta')^2}{R\zeta^3 - f_1(\zeta - f_1 \zeta')}, \quad (5)$$

где  $\zeta'$  – производная функции  $\zeta$  по  $f_1$ .

После преобразования равенства (5) получаем

$$x = \frac{\zeta'(R\zeta^3 + f_1\zeta) - \zeta^2}{R\zeta^3 - f_1(\zeta - f_1\zeta')}. \quad (6)$$

Предположим, что исходный контур имеет выпуклые профили, которыми профилируются зубья шестерни и колеса. При этом зубья шестерни профилируются выпуклым профилем исходного контура, а зубья колеса – вогнутым. В этом случае зубья колеса будут иметь выпуклые профили, а зубья шестерни в зависимости от значений (6) будут иметь вогнутые, выпуклые или прямоугольные профили.

Если значение  $x > 0$ , профили зубьев шестерни будут вогнутыми, и контакт зубьев шестерни и колеса будет выпукло-вогнутым. Для обеспечения такого контакта рабочих поверхностей зубьев, как следует из (6), должны выполняться условия

$$R > \frac{f_1(\zeta - f_1\zeta')}{\zeta^3}, \quad \zeta' > \frac{\zeta}{R\zeta^2 + f_1}. \quad (7)$$

Если (7) выполняется при заданном  $R$ , то оно выполняется при всех  $R$ , больших заданного, т.е. выпукло-вогнутый контакт зубьев обеспечивается в зацеплении всех зубчатых колес, имеющих радиус начального цилиндра больше заданного радиуса.

Приравнявая в (7) правую и левую части, будем иметь дифференциальное уравнение

$$\zeta' = \frac{\zeta}{R\zeta^2 + f_1}. \quad (8)$$

Это дифференциальное уравнение можно использовать для определения геометрических параметров исходного контура, применив рекомендации работы [7]. Полученный при этом исходный контур будет обеспечивать выпукло-вогнутый контакт зубьев при зацеплении зубчатых колес с радиусами начальных цилиндров больше заданного при определении  $\zeta'$  из (8).

С использованием (8) и рекомендаций [7] получено уравнение профиля исходного контура в виде

$$f_2 = 0,14047 f_1^{1,869} + 0,34453 f_1; \quad f_2' = 0,26254 f_1^{0,869} + 0,34453. \quad (9)$$

Равенства (9) получены при следующих данных (рисунок 1) (линейные размеры в долях модуля):  $R = 10$ ;  $f_{10} = 0,05$ ;  $\alpha_{10} = 20^\circ$ .

Исходный контур (9) обеспечивает выпукло-вогнутый контакт зубьев по полю зацепления  $0,05 \leq f_1 \leq 1$  при  $R > 10$ .

Из полученных данных имеем: при  $f_{10} = 0,05 - \alpha_{10} = 20^\circ$ , при  $f_{11} = 1 - \alpha_{\max} = 31,26^\circ$ , что достаточно точно совпадает с исходными данными (использовалось равенство  $f_2' = \operatorname{tg} \alpha$ ).

На рисунке 2 изображен исходный контур, а в таблице даны его параметры.

Таблица – Параметры исходного контура (размеры в долях модуля)

$\alpha_n$	$h_a^*$	$h_f^*$	$\rho^*$	$c^*$	$j_\Sigma$	$P^*$	$S_{a1}^*$	$S_{a2}^*$	$a^*$
$19^\circ$	1,0	1,17540	0,36460	0,17540	0,0225	1,54830	0,57830	0,62330	0,81080

Примечания: 1.  $a_n$  – угол профиля исходного контура на делительной прямой;  
 2. Боковой зазор в зацеплении колес  $0,045m$ ;  
 3. Утонение зуба рейки –  $j_\Sigma$ ;  
 4. Коэффициент перекрытия при зацеплении реек  $\varepsilon_\infty = 1,36$ .

### Выводы:

1. Разработана математическая модель синтеза геометрии исходного контура зубьев неэвольвентных зубчатых передач с выпукло-вогнутым контактом рабочих поверхностей.

2. Синтезирован исходный контур зубьев с выпукловогнутым контактом рабочих поверхностей и разработана его конструкция.

3. Перспективами дальнейшего исследования в данном направлении может служить оптимизация параметров исходного контура и проведение сравнительных испытаний эвольвентных и неэвольвентных зубчатых передач.

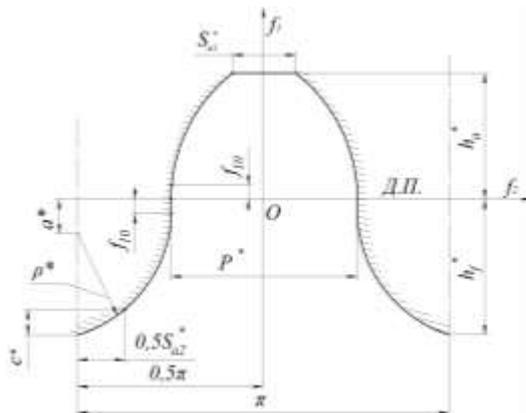


Рисунок 2 – Исходный контур  
(ДП – делительная прямая,  $m=1$  мм)

**Список литературы:** 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Моногр. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Далія, 2006. – 408с. 2. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. – НИИ ИНФОРМТЯЖМАШ. 18-67-106, 1967. – С.1-8. 3. Аникін Ю.В. Синусоїдалне зацеплення – Воронеж: изд-во ВГУ, 1975. – 56с. 4. Бошански М., Токоли П., Ваня Ф., Кожух И. Возможность использования неэвольвентного зацепления в коробках передач сельскохозяйственных машин // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.21-30. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Мухоматов А.А. Высоконагруженные зубчатые передачи // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №28. – С.180-186. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование коэффициента перекрытия эвольвентных передач // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.154-165. 7. Шишов В.П., Бурко В.В., Ревякина О.А., Мухоматов А.А. Синтез зубчатых передач с пониженной энергоемкостью // Вісник Східноукраїнського нац. ун-ту ім. В.Далія. – 2012. – №13(184). – Ч.1. – С.117-123.

Поступила в редколлегию 29.03.2013

УДК 621.833

**Исходные контуры неэвольвентных зубьев цилиндрических зубчатых передач с выпукло-вогнутым контактом рабочих поверхностей / В.П. Шишов, С.Ю. Сапронова, О.А. Ревякина, А.А. Мухоматов // Вісник НТУ "ХПІ".** Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ". – 2013. – №40(1013). – С.186-189. – Бібліогр.: 7 назв.

Дані рекомендації за визначенням геометричних параметрів початкового контуру зубів циліндричних зубчатих передач, що забезпечує в зацепленні опукло-увігнутий контакт робочих поверхонь, дано приклад визначення параметрів такого початкового контуру і розроблена його конструкція.

**Ключові слова:** зубчаста передача, початковий контур, критерії, опукло-увігнутий контакт, зацеплення.

Recommendations as for the determination of geometric parameters of basic rack non-involute profile of cylindrical gears which provides the convex-concave contact of working surfaces in gear have been given; the example of the determination of the parameters of such basic rack profile has been given and its construction has been developed.

**Keywords:** gear, basic rack profile, criteria, convex-concave contact, gearing.

## З М І С Т

Памяти Анатолия Ивановича Павлова .....	4
<b>С.В. АНДРИЕНКО, А.И. ПАВЛОВ, А.В. УСТИНЕНКО</b> Моделирование профиля зуба звездочки цепной передачи на основе построения Бобилье ...	5
<b>Д.А. БАБИЧЕВ, Д.Т. БАБИЧЕВ, М.Г. СТОРЧАК, А.Ю. ТАЙСИН</b> Показатели чувствительности цилиндрических передач к изменению межосевого расстояния .....	9
<b>В.В. БЕДНЯКОВ, С.А. ЛАГУТИН, Е.А. ГУДОВ</b> Редукторы главного привода прокатных станов.....	17
<b>О.В. БОНДАРЕНКО, О.В. УСТИНЕНКО, В.І. СЕРИКОВ</b> Проектування зубчастих циліндричних двоступінчастих редукторів з раціональними конструктивними параметрами.....	25
<b>В.Н. ВЛАСЕНКО, И.В. ДОБРОВОЛЬСКАЯ</b> Современное состояние нормативной базы ТК-47 "Механические приводы" по методам испытаний ремней и лент конвейеров .....	30
<b>А.В. ГАЙДАМАКА</b> Расчет вероятности безотказной работы тяжело нагруженных нескоростных цилиндрических роликоподшипников.....	35
<b>В.Л. ДОРОФЕЕВ, В.В. ГОЛОВАНОВ, Д.В. ДОРОФЕЕВ</b> Система моделирования "AEROFLANK" & прямой синтез износостойких и малошумных зубчатых передач .....	40
<b>Н.Н. ИШИН, А.М. ГОМАН, А.С. СКОРОХОДОВ, С.А. ГАВРИЛОВ</b> Назначение предельно допустимых уровней вибраций при вибродиагностике зубчатых механизмов.....	48
<b>М.А. КАШУРА</b> Моделирование температурных процессов при обработке зубьев зубчатого колеса с зубьями винтового гиперболоидного притира.....	54
<b>В.И. КОРОТКИН, Ю.Д. ХАРИТОНОВ</b> Кривизны боковых поверхностей взаимодействующих арочных зубьев цилиндрических зубчатых передач Новикова.....	58
<b>М.А. ЛЕВАНЦЕВИЧ, Н.Н. МАКСИМЧЕНКО</b> Работоспособность конических зубчатых передач с плакированным венцом зубьев .....	63
<b>В.А. МАТУСЕВИЧ, Ю.В. ШАРАБАН, А.В. ШЕХОВ, В.Т. АБРАМОВ</b> Оптимальное число ступеней многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$ .....	70
<b>Н.В. МАТЮШЕНКО, В.А. БЕРЕЖНОЙ, А.В. ФЕДЧЕНКО</b> Арочные зубья с циклоидальной продольной формой.....	75
<b>Х.Д. МУСТАФАЕВ</b> Динамика разгона электромеханического привода стола технологических машин .....	79
<b>А.М. НАДЖАФОВ, А.И. АБДУЛЛАЕВ</b> О результатах промышленного испытания трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора станка-качалки СКД 3-1,5-710.....	87

<b>С.С. ПАПИНА, В.Л. БАСИНЮК, Е.И. МАРДОСЕВИЧ, М.П. ЛОБКОВА</b> Программно-управляемые средства для экспресс-анализа контактной выносливости материалов зубчатых передач мотор-редукторов мехатронных систем экстремальной техники .....	91
<b>Ф.И. ПЛЕХАНОВ, А.В. ОВСЯННИКОВ</b> Нагрузочная способность и КПД планетарной передачи с роликовым механизмом снятия движения с сателлита .....	96
<b>А.П. ПОПОВ, Ю.Н. КИПРЕЕВ, О.И. САВЕНКОВ</b> Влияние нелинейной зависимости между деформациями и напряжениями на контактную прочность зубчатых передач .....	101
<b>А.П. ПОПОВ, М.Г. МОЗГОВОЙ</b> Контактная прочность зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев .....	108
<b>А.Г. ПРИЙМАКОВ, А.В. УСТИНЕНКО</b> Энергетический критерий работоспособности несущих элементов машиностроительных конструкций .....	116
<b>А.Г. ПРИЙМАКОВ, А.В. УСТИНЕНКО, Д.Л. СОКОЛОВ, Е.Н. ГРИНЧЕНКО</b> Разработка манипуляторов с силовыми волновыми механизмами для выполнения аварийно-спасательных работ .....	121
<b>В.О. ПРОЦЕНКО, А.Ф. СИМАГІН</b> Перспективи застосування муфт з торцевою установкою прямих канатів як пристроїв із нелінійною жорсткістю .....	127
<b>О.И. САВЕНКОВ</b> Повышение нагрузочной способности зубчатых муфт энергетических установок .....	131
<b>Х.С. САМИДОВ, Х.Д. МУСТАФАЕВ</b> Анализ устойчивости перемещения стола электромеханического привода .....	141
<b>В.В. СТАВИЦКИЙ, П.Л. НОСКО, С.П. РОМАНОВ</b> Оптимальное проектирование высокоскоростных зубчатых передач .....	148
<b>В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, В.Л. БАСИНЮК, Е.И. МАРДОСЕВИЧ, Е.В. ШАЛОБАЕВ</b> Анализ публикаций по проблеме оптимизации компоновочных схем зубчатых механизмов .....	152
<b>В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, Г.С. СУКОВ, М.Г. СУКОВ</b> Представление гибкого колеса волновой передачи в виде цилиндрической оболочки, защемленной по торцам .....	165
<b>Ю.В. СТРЕЛЬНИКОВ</b> Потери энергии в зубчатом зацеплении передачи с промежуточными телами качения .....	171
<b>З. ТКАЧ, Ю. РУСНАК, М. КАДНАР</b> Геометрическая стабильность подшипников скольжения .....	175
<b>И.С. ЧЕРНЯВСКИЙ, А.В. УСТИНЕНКО</b> Анализ контактной и изгибной выносливости зубчатых колес трансмиссии трактора Т-150К .....	182
<b>В.П. ШИШОВ, С.Ю. САПРОНОВА, О.А. РЕВЯКИНА, А.А. МУХОВАТЫЙ</b> Исходные контуры незвольвентных зубьев цилиндрических зубчатых передач с выпукло-вогнутым контактом рабочих поверхностей .....	186

## CONTENTS

Memoirs on professor Anatolij Ivanovich Pavlov .....	4
<b>S.V. ANDRIENKO, <u>A.I. PAVLOV</u>, A.V. USTINENKO</b> Modeling of sprockets tooth profile for chain drive on the basis of Bobillier construction.....	5
<b>D.A. BABICHEV, D.T. BABICHEV, M.G. STORCHAK, V.A. TAJ SIN</b> Indicators of sensitivity of cylindrical gearings from change center distance .....	9
<b>V.V. BEDNYAKOV, S.A. LAGUTIN, E.A. GUDOV</b> Reducers for main drives of rolling mills .....	17
<b>A.V. BONDARENKO, A.V. USTINENKO, V.I. SERIKOV</b> Design of two-stage cylindrical gear reducers with rational parameters .....	25
<b>V.N. VLASENKO, I.V. DOBROVOLSKAYA</b> Current state of the normative base TK-47 "Mechanical drives" on the test methods for belts and conveyor belts .....	30
<b>A.V. HAJDAMAKA</b> The calculation of the probability of failure-free operation slower heavy duty cylindrical roller bearings.....	35
<b>V.L. DOROFEEV, V.V. GOLOVANOV, D.V. DOROFEEV</b> Modeling System "AEROFLANK" & direct synthesis of wear resistant and low noise gears ..	40
<b>N.N. ISHIN, A.M. GOMAN, A.S. SKOROCHODOV, S.A. GAVRILOV</b> Appointment of maximum permissible levels of vibrations at gear mechanisms vibrodiagnostics.....	48
<b>M.A. KASHURA</b> Simulation of temperature handling process gear teeth with teeth spiral hyperboloid lap .....	54
<b>V.I. KOROTKIN, Ju.D. KHARITONOV</b> Curvatures of side interaction surface of arched tooth of cylindrical Novikov gearing .....	58
<b>M.A. LEVANTSEVICH, N.N. MAKSIMCHENKO</b> Performance bevel gears with metal-clad crown of the tooth .....	63
<b>V.A. MATUSEVICH, U.V. SHARABAN, A.V. SHEHOV, V.T. ABRAMOV</b> The optimal number of planetary transmissions of structure drive type $n \times \mathbf{AI}$ ..	70
<b>N.V. MATYUSHENKO, V.A. BEREZHNOY, A.V. FEDCHENKO</b> Arc teeth with cycloidal longitudinal shape .....	75
<b>H.D. MUSTAFAEV</b> The dynamics of acceleration electromechanical drive table of technological machines.....	79
<b>A.M. NAJAFOV, A.I. ABDULLAYEV</b> About results of release testing of triple-reduction double-flow package gear of sucker-rod pump models SKD 3-1,5-710 .....	87
<b>S.S. PAPINA, U.L. BASINIUK, A.I. MARDASEVICH, M.P. LOBKOVA</b> Software-programmable tools for rapid determination of contact enduring quality composite materials of motor-reducer mechatronic gearings of extremal equipment .....	91
<b>F.I. PLEKHANOV, A.V. OVSYANNIKOV</b> Load-carrying capacity and efficiency of the planetary transmission with the roller mechanism for torque absorption from the satellite .....	96

<b>A.P. POPOV, Y.N. KIPREJEV, O.I. SAVENKOV</b> The influence of nonlinear dependence between the deformations and contact strength stresses of tooth gears .....	101
<b>A.P. POPOV, M.G. MOZGOVOY</b> Contact strength of the gears with the point toothing .....	108
<b>A.G. PRIYMAKOV, A.V. USTINENKO</b> Energy efficiency criteria bearing elements of fire-technology .....	116
<b>A.G. PRIYMAKOV, A.V. USTINENKO, D.L. SOKOLOV, E.N. GRINCHENKO</b> Development manipulators with power wave mechanism for performing rescue operations .....	121
<b>V.O. PROTSENKO, A.F. SIMAGIN</b> Prospects for the use of muffers with face plant straight cables as devices with nonlinear stiffness .....	127
<b>O.I. SAVENKOV</b> Increasing of the load capacity of the gear couplings of the ship power plants .....	131
<b>H.S. SAMIDOV, H.D. MUSTAFAEV</b> Analysis of stability of electromechanical drive table movements.....	141
<b>V.V. STAVITSKY, P.L. NOSKO, S.P. ROMANOV</b> Optimum designing of high-speed gears.....	148
<b>V.E. STARZHINSKY, U.L. BASINIUK, A.I. MARDASEVICH, E.V. SHALOBAYEV</b> Analysis of publications for the problem of optimization of gear mechanism arrangement.....	152
<b>V.N. STRELNIKOV, G.S. SUKOV, M.G. SUKOV</b> Simulation of the stress state for the shell of the wave gear flexible wheel through the stress function ....	165
<b>Ju.V. STRELNIKOV</b> The energy losses in tooth gearing with intermediate rolling bodies .....	171
<b>Z. TKÁČ, J. RUSNÁK, M. KADNÁR</b> The geometrical stability of sliding bearings .....	175
<b>I.S. CHERNYAVSKIY, A.V. USTINENKO</b> The analysis of contact and bending endurance for tractor T-150K transmission gears .....	182
<b>V.P. SHISHOV, S.U. SAPRONOVA, O.A. REVYAKINA, A.A. MUKHOVATIY</b> Basic rack noninvolute profile of cylindrical gears with convex-concave contact of working surfaces .....	186

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**ВІСНИК  
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
"ХПІ"**

**Збірник наукових праць**

Серія:  
**ПРОБЛЕМИ МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДУ**

№ 40 (1013)

Науковий редактор д-р техн. наук, проф. М.А. Ткачук,  
Технічний редактор канд. техн. наук, доц. О.В. Устиненко  
Відповідальний за випуск канд. техн. наук Г.Б. Обухова

**АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ:** 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21, НТУ "ХПІ".  
Кафедра теорії і систем автоматизованого проектування механізмів і машин.  
Тел.: (057) 707-69-01, (057) 707-69-02; e-mail: ustini1964@tmm-sapr.org

Обл.-вид № 33-13.

Підп. до друку 11.07.2013р. Формат 60×90/16. Папір офісний.

Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 10,0.

Тираж 300 пр. Зам. № . Ціна договірна.

---

Видавничий центр НТУ "ХПІ". Свідоцтво про державну реєстрацію суб'єкта  
видавничої справи ДК №3657 від 24.12.2009р.

61002, Харків, вил Фрунзе, 21

---

Надруковано у СПД ФО Ізрайлев Є.М.  
Свідоцтво №24800170000040432 від 21.03.2001 р.  
61024, Харків, вул. Фрунзе, 16

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК