



ВІСНИК

**НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
«ХПІ»**

67'2012

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Серія: *Динаміка і міцність машин*

№ 67 (973) 2012

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків
НТУ «ХПІ», 2012

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2012. – № 67 (973). – 108 с.

Державне видання

Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України

КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Збірник виходить українською та російською мовами.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Постановою президії ВАК України від 26 травня 2010 р., № 1 – 05/4 (Бюлєтень ВАК України, № 6, 2010 р., с. 3, № 20).

Координаційна рада:

Голова: Л. Л. Товажнянський, д-р техн. наук, проф.;

Секретар: К. О. Горбунов, канд. техн. наук, доц.;

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.; Е.І.Сокол, д-р техн. наук, чл.-кор. НАН України;

Є. Є. Александров, д-р техн. наук, проф.; А. В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф. Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.; М. Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;

А. І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.; В. Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В. Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.; І. Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;

В. В. Єпіфанов, канд. техн. наук, проф.; Ю. І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П. О. Качанов, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Клепіков, д-р техн. наук, проф.;

С. І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.; В. М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В. І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.; Г. В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;

О. К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.; В. І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;

П. Г. Переєра, д-р екон. наук, проф.; В. А. Пуляєв, д-р техн. наук, проф.;

М. І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.; В. Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г. М. Сучков, д-р техн. наук, проф.; Ю. В. Тимофієв, д-р техн. наук, проф.;

М. А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Редакційна колегія серії:

Відповідальний редактор: О.К.Морачковський, д-р техн. наук, проф.

Відповідальний секретар: А.Г.Андреєв, канд. техн. наук, доц.

К.В.Аврамов, д-р техн. наук, проф.; Є.С.Александров, д-р техн. наук, проф.;

Д.В.Бреславський, д-р техн. наук, проф.; Ю.С.Воробйов, д-р техн. наук, проф.;

А.П.Зиньковський, д-р техн. наук, проф.; Л.В.Курпа, д-р техн. наук, проф.;

Г.І.Львов, д-р техн. наук, проф.; Ю.В.Міхлін, д-р фіз.-мат. наук, проф.;

М.А.Ткачук, д-р техн. наук, проф.; Ю.М.Шевченко, академік НАНУ, д-р техн. наук, проф.

З номеру 42'2012 Вісник НТУ «ХПІ» має власну подвійну нумерацію: № 42 (948).

Рекомендовано до друку Вченого радио НТУ «ХПІ».

Протокол № 11 від 21 грудня 2012 р.

C. A. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
В. Л. ХАВИН, канд. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

НАУЧНАЯ И ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ПРОФЕССОРА В. В. БОРТОВОГО

Стаття присвячена опису життєвого шляху й творчої спадщини відомого українського вченого в галузі міцності машин, лауреата Державної премії України професора В.В. Бортового.

Ключові слова: механіка, машинобудування, динаміка, міцність, повзучість, технічна освіта, космічні дослідження.

Статья посвящена научной и педагогической деятельности видного ученого в области динамики и прочности машин, деятеля высшего технического образования, лауреата Государственной премии Украины, профессора В.В. Бортового.

Ключевые слова: механика, машиностроение, динамика, прочность, ползучесть, высшее техническое образование, космические исследования.

The article is devoted scientific and pedagogical activity of the visible Ukrainian scientist in area of dynamics and durability of machines, laureate of the State bonus of Ukraine, professor Bortovoy V. V.

Keywords: mechanics, static's, dynamics, durability of machines, scientific-pedagogical activity, higher technical education, engineer.



3 января 2013 года исполняется 80 лет со дня рождения видного украинского ученого в области динамики и прочности машин, деятеля высшего технического образования, Академика Инженерной академии Украины, Лауреата Государственной премии в области науки и техники Украины, заведующего кафедрой Сопротивления материалов с 1978 по 2003 гг., профессора Васильевича Бортового.

Блестящий организатор инженерного образования, талантливый педагог, широко образованный человек, разносторонний ученый В. В. Бортовой родился в Харькове. Его отец, Василий Трофимович, работал заведующим кафедрой, деканом, проректором в Харьковском сельскохозяйственном институте. Мать Евдокия Ивановна была кандидатом аграрных наук и занималась проблемами сельского хозяйства.

С 1951 г. жизнь В. В. Бортового неразрывно связана с Харьковским политехническим институтом (ХПИ). После окончания школы № 49

© С. А. Назаренко, В. Л. Хавин, 2012

В. В. Бортовой вместе с одноклассниками Ю. М. Мацевитым (в дальнейшем Академик НАН Украины и директор Института Проблем Машиностроения НАН Украины), О. Калекиным (в дальнейшем зам. директора ИПМаша по научной работе), А. П. Ковревским (в дальнейшем заведующий кафедрой Харьковского Национального университета строительства и архитектуры), Д. Ф. Симбирским (Лауреат Государственной премии) поступил на специальность «Динамика и прочность машин» инженерно-физического факультета ХПИ.

Среди их педагогов были выдающиеся ученые того времени: академик АН УССР А. П. Филиппов; член-корреспондент АН УССР Н. И. Ахиезер, Заслуженный деятель науки и техники УССР И. М. Бабаков, Заслуженный работник высшей школы Украины А. В. Дабагян и др.

Отличную учебу В. В. Бортовой сочетал с активной общественной работой. Член штаба первого целинного отряда ХПИ В. В. Бортовой был награжден медалью «За освоение целинных земель». Он являлся членом сборных ХПИ по баскетболу и гандболу, увлекался спортивным альпинизмом.

Практически все соученики В. В. Бортового по группе И-11 посвятили себя науке. 21 из 23 выпускников его прославленной группы защитили кандидатские диссертации, 7 стали докторами наук и профессорами, а В. А. Марцинковский – Заслуженным деятелем науки и техники Украины. Шандор Бетлей работал заместителем Министра машиностроения и metallurgii Венгрии.

После окончания ХПИ с отличием в 1957 году В. В. Бортовой был распределен на кафедру «Динамики и прочности машин» на педагогическую работу. Участие в научно-исследовательской работе кафедры определило направленность его научных интересов. Для их реализации В. В. Бортовой в 1962 г. поступил в аспирантуру к академику АН УССР, лауреату Государственной премии Украины в области науки и техники, заслуженному деятелю науки и техники УССР А. П. Филиппову. В 1967 г. В. В. Бортовой успешно защитил кандидатскую диссертацию, посвященную исследованию ползучести безмоментных оболочек при больших деформациях. Предложенные им экспериментальная установка и методики исследования в то время не имели аналогов в мировой научной практике. Это была одна из первых в СССР диссертаций по ползучести оболочек при больших деформациях. В процессе научной работы началось плодотворное сотрудничество В. В. Бортового с А. В. Бурлаковым (в дальнейшем Лауреат Государственной премии); А. Н. Подгорным (в дальнейшем Академик НАН Украины и директор Института Проблем Машиностроения НАН Украины); профессором Г. И. Львовым; профессором О. К. Морачковским и др.

В. В. Бортовой работал ассистентом, старшим преподавателем, доцентом на кафедре «Динамики и прочности машин», обучая инженеров-механиков-исследователей. С 1975 г. до 1979 г. В. В. Бортовой читал курс теории пластичности и ползучести для студентов дневного отделения кафед-

ры динамики и прочности машин. Впервые в лекционном курсе он ввел в курс основы зарождавшейся теории анизотропной пластичности и ползучести.

В. В. Бортовой умело сочетал научно-педагогическую деятельность с общественной. В частности, его избирали председателем профсоюзного комитета ХПИ. При его активном участии создавались оздоровительные лагеря «Политехник» и «Студенческий», совершенствовалась деятельность Дворца студентов.

С 1968 по 1978 гг. В. В. Бортовой работал деканом факультета повышения квалификации преподавателей средних специальных учебных заведений Украины. С 1970 г. В. В. Бортовой более 30 лет успешно выполнял обязанности секретаря специализированного Совета по защите докторских и кандидатских диссертаций.

Талант ученого и организатора научной и педагогической работы В. В. Бортового наиболее ярко проявился в период, когда с 1978 г. до 2003 г. он заведовал кафедрой «Сопротивление материалов». Для этого периода деятельности В. В. Бортового характерно создание творческой обстановки в организации учебного процесса, развитие научных исследований, установление продолжительных связей с производственными предприятиями, академическими и научными центрами.

В преподавании сопротивления материалов В. В. Бортовой достойно продолжил традиции великих предшественников В. Л. Кирпичева, Д. С. Зернова, Х. С. Головина и др. Первостепенным для него были задачи формирования преподавательского состава, переработки учебных программ, модернизации лабораторного оборудования.

Благодаря организационному таланту В. В. Бортового была проведена реконструкция кафедры «Сопротивление материалов». По его инициативе на кафедру для педагогической и научно-исследовательской работы приглашаются выпускники кафедры «Динамики и прочности машин». На кафедре «Сопротивление материалов» создается новое методическое обеспечение для проведения практических и лабораторных занятий. Благодаря усилиям В. В. Бортового лаборатория кафедры была оснащена новыми испытательными машинами и оборудованием.

Кафедра «Сопротивление материалов» ХПИ была опорной в Министерстве образования Украины и проводила координацию организационной и учебно-методической работы в вузах. На ее базе проводились республиканские совещания и семинары по учебно-методической работе.

В. В. Бортовой читал лекции по сопротивлению материалов, но при этом руководил курсовыми и дипломными работами студентов специальности динамики и прочности машин. С самого начала деятельности он считал приоритетом тесную связь науки с учебным процессом.

В. В. Бортовой представлял собой ученого, в котором гармонично соединены таланты организатора, исследователя и педагога. В. В. Бортовой

выполнил ряд фундаментальных работ в области устойчивости пологих оболочек с учетом реологических свойств материала. Его работы по влиянию дополнительного температурного возмущения на ползучесть и устойчивость пологих сферических оболочек являются составной частью классических исследований в этой области. В этот период В. В. Бортовой проявил себя как крупный специалист в области устойчивости армированных пологих оболочек вращения при ползучести. В. В. Бортовой был соавтором монографий: «Ползучесть и устойчивость тонких пологих оболочек вращения», «Ползучесть машиностроительных конструкций», разработал несколько учебных пособий с грифом Минвуза, опубликовал множество научных статей, подготовил ряд авторских свидетельств, докладов на конференциях.

Основной особенностью В. В. Бортового в работе, в том числе и научной, являлось умение увидеть всходы новейших тенденций и подходов, дерзновенная разработка этих направлений. Совместно с Институтом Проблем машиностроения НАН Украины, Московским авиационным институтом и рядом авиационных предприятий В. В. Бортовой инициировал на кафедре «Сопротивление материалов» работы по исследованию удара летающих объектов о поверхность.

В соответствии с целевой комплексной термоядерной программой СССР и постановлением Президиума АН УССР и Коллегии Минвуза УССР в 80-х годах в работах, проводимых ХПИ совместно с Украинским физико-техническим институтом АН УССР, решались задачи инженерного обеспечения проектирования и совершенствования электромагнитных систем токамаков и торсатронов.

В ходе работ были исследованы напряженно-деформированное состояние катушек тороидального поля электромагнитных систем типа ТОКОМАК; процесс охлаждения и термонапряженного состояния катушек электромагнитных систем; механическая прочность электромагнитных обмоток термоядерных установок торсатрона У-2М; проведена весовая оптимизация катушки электромагнитной системы установки ТБ – 0 и т.д. Бортовой поощрял и направлял инициативу своих молодых коллег, среди которых были талантливые учёные. В середине 80-х годов он передал руководство этим направлением исследований доцентам В. И. Лавинскому и В. Л. Хавину.

В середине 80-х годов В. В. Бортовой инициировал постановку и выполнение исследований, посвященных созданию методологических основ и аппаратуры для проведения натурных (в условиях открытого космоса) и модельных (наземных) испытаний материалов и элементов конструкций. В течение 1984–1989 гг. кафедра «Сопротивление материалов» под руководством В. В. Бортового приняла участие в реализации комплексной программы, выполнявшейся для НПО «Энергия» по Постановлению Кабинета министров СССР и Академии наук СССР. Работа выполнялась совместно с кафедрами физики металлов и полупроводников и информационно-измерительной техники и систем ХПИ. Весь комплекс работ имел название «Микродеформа-

тор».

В эти годы в условиях космоса были проведены испытания и анализ результатов по оценке деградации свойств материалов с целью прогнозирования ресурса работы конструкций и приборов в экстремальных условиях агрессивного воздействия факторов открытого космического пространства. Эти исследования были реализованы с помощью уникального специального миниатюрного микродеформатора для автоматизированных испытаний материалов, прошедшего успешные испытания в 1986 г. на космической станции «Салют-7» (экипаж в составе Л. Д. Кизима и В. А. Соловьева). Оригинальные научные положения были защищены авторскими свидетельствами.

В. В. Бортовой и директор Института Проблем Машиностроения НАН Украины А. Н. Подгорный возглавляли группу сотрудников ХПИ и ИПМаш, выполнивших государственную программу «Фермопостроитель», в рамках которой была создана для орбитальной пилотируемой станции «Мир» уникальная «развертываемая» космическая конструкция с оптимальными жесткостно-весовыми характеристиками. Наукоменные космические технологии по созданию трансформируемых крупногабаритных конструкций базировались на специфичном свойстве сплавов, испытывающих термоупругий переход, позволяющий обратимо пластически деформироваться и восстанавливать исходную (до деформирования) форму. На поверхности геофизического модуля «Спектр», запущенного 20 мая 1995 года, были установлены 4 поворотные солнечные батареи с развернутыми системами типа – «Тополь-СБ».

Приоритет харьковчан по производству компактных трансформируемых конструкций из легкого металла, увеличивающихся до 50-кратных размеров, позволяющих в считанные часы «строить» в космосе новые отсеки, что не имело аналогов в мировой практике, подтверждают авторские свидетельства № 1563155 и № 1632774, полученных в 1990 году. Разработки прошли успешную эксплуатацию в космосе, стали частью общемировой программы освоения космоса.

Участие В. В. Бортового в разработке теоретических основ автоматизированного оптимального проектирования конструкций машин и приборов, проводимых под его руководством на кафедре сопротивления материалов в 90-е годы; создание на этой базе образцов современной техники с освоением серийного производства нового поколения конкурентоспособных турбокомпрессорных систем, было отмечено Государственной премией Украины в области науки и техники за 1997 г.

По инициативе ректора Национального технического университета «ХПИ» Л. Л. Товажнянского и усилиями профессора В. В. Бортового в ноябре 2000 года кафедрой сопротивления материалов была основана новая хорошая традиция – обсуждение актуальных научно-методических проблем на ежегодно проводимой конференции «Кирпичевые чтения», являющейся данью светлой памяти основателя и первого директора Харьковского и Киевского Политехнических институтов В. Л. Кирпичева.

На основе принципов, заложенных В. Л. Кирпичевым и развитых В. В. Бортовым, научно-методическая конференция проходит под девизом «Достижения харьковской школы ученых и инженеров – высшему образованию». Докладчики – крупные организаторы высшей школы, науки и производства; представители известных научных школ. На конференции обобщается большой цикл исследований, начиная с разработки теоретических основ принципиально новых методов и заканчивая их реализацией при создании новых конкурентоспособных изделий, актуальных для народного хозяйства Украины. Эти научно-методические конференции стали местом своеобразной экспертизы достижений разнообразных научных школ.

В 2003 г. В. В. Бортовой переходит на должность профессора кафедры. В этот период под его руководством была защищена кандидатская диссертация Д. В. Лавинским.

В. В. Бортовой принимал участие в организации Инженерной академии Украины и стал одним из первых ее академиков. Много лет В. В. Бортовой был членом редколлегии межведомственного научно-технического сборника «Динамика и прочность машин», входил в состав программных и организационных комитетов многих конференций и семинаров под эгидой МОН Украины, АН СССР и АН Украины.

Вадим Васильевич Бортовой проявил себя высококвалифицированным специалистом и педагогом, большим ученым и организатором науки, умелым воспитателем научной и студенческой молодежи. Профессор В.В. Бортовой внес неоценимый вклад в дело подготовки инженеров и научных работников. Им воспитано не одно поколение инженеров и ученых. В.В. Бортовой награжден золотой медалью ВДНХ СССР, золотой медалью С.П. Королева, золотой медалью Инженерной академии Украины.

После продолжительной болезни Вадим Васильевич Бортовой скончался 28 марта 2010 года. Светлую память о Вадиме Васильевиче Бортовом, принципиальном человеке, учителе и старшем товарище, выдающемся организаторе, педагоге и ученом навсегда сберегут все, кому довелось вместе с ним работать.

Поступила в редакцию 26.10.2012

К. Б. АЛЕКСЕЕВ, д-р техн. наук, профессор, Московский государственный индустриальный университет, Россия;

В. М. ДЕЕВ, канд. техн. наук, доцент, Пермский государственный педагогический университет, Россия;

И. В. МАШИНА, науч. сотр., Пермский государственный педагогический университет, Россия;

А. В. ПЕТРОКАС, науч. сотр., Пермский государственный педагогический университет, Россия

О НЕКОТОРЫХ ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМАХ

У статті розглянуто нове трактування теорії уявних чисел.

Ключові слова: десяткова система, уявне число.

В статье рассмотрена новая трактовка теории мнимых чисел.

Ключевые слова: десятичная система, мнимое число.

New interpretation of theory of imaginary numbers is considered in the article.

Keyword: imaginary number, imaginary number.

При рассмотрении числовых систем мы будем записывать числа составляющих их элементов в виде $A(l_1, l_2, l_3, \dots, l_n)$, где A – число, записанное в десятичной системе обычными цифрами, а скобка является меткой, элементы которой $l_1, l_2, l_3, \dots, l_n$ описывают модульные характеристики числа A . Следует отметить, что среди этих элементов большую роль играют мнимые единицы, которые были введены ирландским математиком В.Р.Гамильтоном. Эти единицы суть i, j и k . Он же и изобрел способ умножения этих единиц друг на друга

$$\left. \begin{array}{l} i \cdot i = j \cdot j = k \cdot k = -1 \\ i \cdot j = k; \quad j \cdot k = i; \quad k \cdot i = j \\ j \cdot i = -k; \quad k \cdot j = -i; \quad i \cdot k = -j \end{array} \right\} \quad (1)$$

Сам В.Р.Гамильтон свое открытие зашифровал на перилах Брумлинского моста 16.10.1843 года в виде

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1. \quad (2)$$

Правила умножения (1) содержат знак умножения – черную точку. Без этого знака эти правила приведены во всех публикациях кватернионах В.Р.Гамильтона. Отсутствие этого знака привело к тому, что В.Р.Гамильтон не догадался ввести еще одно умножение мнимых единиц. Это умножение можно назвать контактным умножением и для него вообще не нужно никако-

го знака. Знаки l_1, l_2, l_3, \dots в метке элементов числовых систем могут быть знаками математических (арифметических) операций, характерными числами, функциями, операторами и кванторами. Результат контактного умножения (как объект) представляет собой выражение, состоящее из некоторой последовательности единиц Гамильтона, написанных друг за другом без всяких знаков между ними. Последовательность, состоящая из n единиц Гамильтона, является единицей n -го порядка. Приведем набор единиц второго порядка: $ii, ij, ik, ji, jj, jk, ki, kj, kk$. Их – девять штук. Единицы третьего порядка имеют вид: iii, iij, \dots – их 27 штук. Единиц четвертого порядка – 81 штука.

Единицы Гамильтона любых порядков могут перемножаться через точку и контактным способом. При умножении чисел систем умножаются и метки. Таким образом мнимое число i является одной из трех мнимых единиц Гамильтона. Некоторые математики предлагают считать i особым действительным числом. Эти предложения высказывали позже эпохи Гамильтона и возникли комплексные числа вида $a + bi$. Мнимая единица i и мнимые единицы Гамильтона хорошо умножаются на действительные числа, как положительные, так и отрицательные. В работе [2] было показано, что можно ввести новое умножение между единицами Гамильтона. Это умножение можно назвать неопределенным умножением, которое осуществляется простой записью двух различных или равных единиц рядом, без всякого знака между собой. Элементарное умножение числовых систем происходит так же, как арифметическое умножение многочленов. В процессе умножения конец первой метки (или ее правая скобка) стоит перед началом второй метки (ее первая скобка). В случае контактного умножения вышеупомянутые последняя и первая скобка удаляются, а остатки сливаются в одну метку. (Если умножаемые метки были порядка m и n , то получившаяся метка имеет порядок $m + n$). Если же эти метки умножаем через черную точку, то последняя единица первой метки через черную точку умножается на первую единицу второй метки, соприкасающиеся в контакте скобки отбрасываются, а на их место становится результат умножения двух вышеупомянутых единиц. В итоге получается новая метка порядка $m + n - 1$. Можно также указать удобные правила n кратного умножения двух меток через черные точки. Теперь надо определиться со статусом мнимых единиц Гамильтона любых порядков. Если считать мнимую единицу i вещественным числом особого вида [1], мнимые единицы любого порядка являются особыми действительными числами.

В 1843 г. В.Р.Гамильтон создал новое число – кватернион. Оно является продуктом развития комплексного числа $a + bi$ и имеет вид

$$K_I = A + ai + \beta j + \gamma k. \quad (3)$$

Теперь мы можем рассматривать числовые системы следующего вида:

1) суперкомплексные системы

$$C = A + ai + \beta(ii) + \gamma(iii) + \dots; \quad (4)$$

2) суперкватернионные системы

$$K = K_I + \Phi_I + \Phi_{II} + \Phi_{III} + \dots \quad (5)$$

Использование выражение (3) и (4) расширит набор решаемых физико-технических задач и немного повышает реноме методов В.Р.Гамильтона в области мнимых единиц.

Список литературы: 1. Боголюбов Н.А. Механики, математик. – Киев, 1983. 2. Математическое моделирование в естественных науках // Сборник конф. Пермского государственного педагогического университета. – № 16, 17, 18.

Поступила в редакцию 14.12.2012.

УДК 629.11.012

A. Г. АНДРЕЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
A. В. ЩЕПКИН, науч. сотр., НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ НДС ПРОРЕЗИНЕННОГО КОЛЕСА ТРАМВАЙНОГО ВАГОНА

Предметом дослідження в даній роботі є з'єднання з натягом в конструкції колеса трамваю. Метою роботи є виявлення максимально навантажених ділянок колеса.

Ключові слова: з'єднання з натягом, прорезинене колесо.

Предметом исследования в данной работе является соединения с натягом в конструкции колеса трамвая. Целью работы является выявление максимально нагруженных участков колеса.

Ключевые слова: соединение с натягом, прорезиненное колесо.

In the given work the object of research is pressure coupling in a tram wheel. The work purpose is revealing as much as possible loaded sites of a wheel.

Keywords: pressure coupling, rubber wheel.

Трамвай Tatra-T3 – цельнометаллический односторонний четырехосный моторный вагон. Рама вагона – цельносварная, из стальных штампованных и прокатных профилей. Кузов вагона установлен на двух двухосных тележках мостовой конструкции (рис. 1). В зависимости от загруженности масса вагона составляет от 17200 до 30500 кг. Две продольные балки и два моста конструктивно образуют раму, на которую монтируются остальные части тележки.

Поскольку трамвай является рельсовым транспортным средством, работающим в городе, в его конструкции имеется ряд особенностей, в частности конструкция колес (рис. 2) содержит резиновые элементы для снижения шума и смягчения ударов от неровностей пути. Энергия удара поглощается упругой прослойкой в виде дисков 6 между бандажом 7 и ступицей 10.

© А. Г. Андреев, А. В. Щепкин, 2012

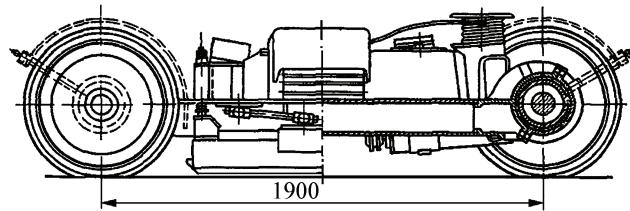


Рисунок 1 – Тележка вагона Tatra-T3

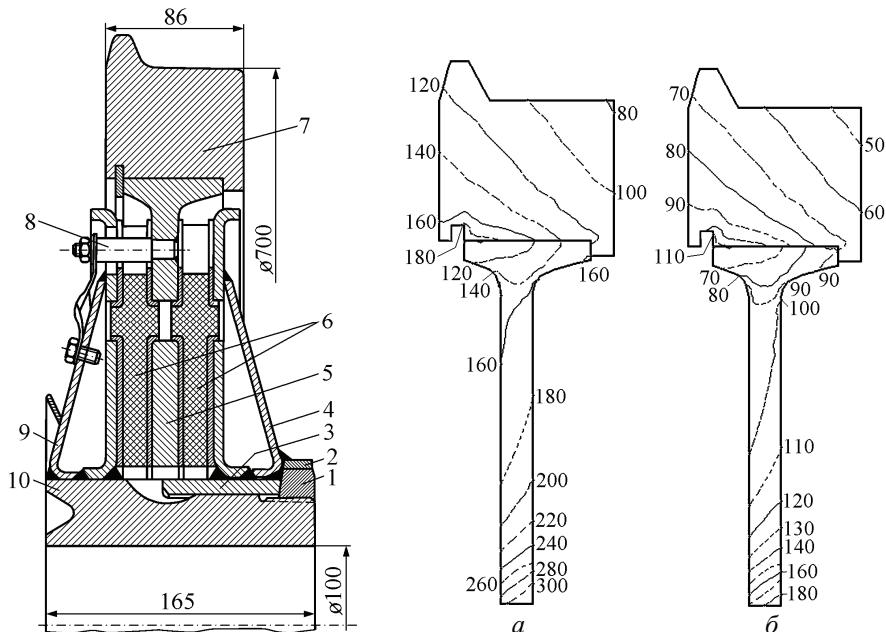


Рисунок 2 – Прорезиненное колесо трамвая: 1 – гайка; 2 – планка; 3 – втулка с внешним диском; 4 – внешний диск; 5 – колесный центр; 6 – упругие диски; 7 – бандаж; 8 – болтовое соединение; 9 – внутренний диск; 10 – ступица с внутренним диском

Рисунок 3 – Эквивалентные напряжения σ_e в бандаже и колесном центре колеса, вызванные их соединением посадкой с натягом величиной $0,72 \cdot 10^{-3}$ м (а) и $0,42 \cdot 10^{-3}$ м (б), МПа

К ступице колеса 10 приварен внутренний диск 9, к втулке 3 – внешний диск 4. Между этими дисками расположен колесный центр 5, с двух сторон охваченный упругими дисками 6. На колесный центр 5 посажен с натягом бандаж 7. Величина натяга в соединении составляет $0,42 \cdot 10^{-3} \dots 0,72 \cdot 10^{-3}$ м. Соединение ступицы 10 с осью выполнено с натягом величиной

$0,102 \cdot 10^{-3} \dots 0,204 \cdot 10^{-3}$ м. В осевом направлении элементы колеса стянуты болтовым соединением 8 и гайкой 1.

Определим напряженно-деформированное состояние колеса, вызванное технологическими условиями – соединением с натягом его элементом.

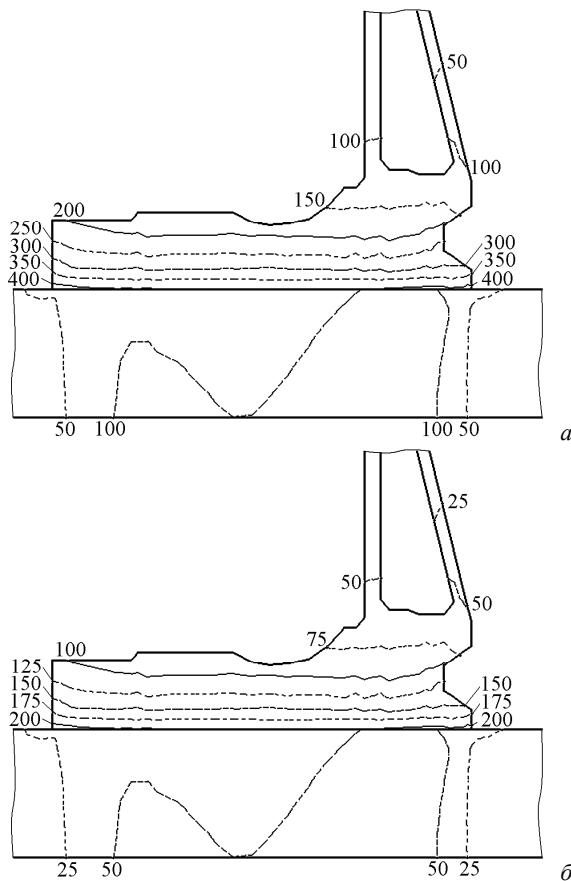


Рисунок 4 – Эквивалентные напряжения σ_e в ступице колеса и смежного с ним участка оси, обусловленные их соединением посадкой с натягом величиной $0,204 \cdot 10^{-3}$ м (a) и $0,102 \cdot 10^{-3}$ м (б), МПа

На рис. 3 показаны эквивалентные напряжения σ_e в бандаже и колесном центре колеса, вызванные их соединением с натягом. Максимальные эквивалентные напряжения σ_e в конструкции равны 319 МПа при натяге $0,72 \cdot 10^{-3}$ м и 186 МПа при натяге $0,42 \cdot 10^{-3}$ м. На рис. 4 показаны эквивалентные напряжения σ_e в ступице колеса и смежного с ним участка оси, обусловленные их соединением посадкой с натягом. Максимальные эквивалентные напряже-

ния σ_e в конструкции равны 432 МПа при натяге $0,204 \cdot 10^{-3}$ м и 216 МПа при натяге $0,102 \cdot 10^{-3}$ м.

Результаты расчета показывают, что максимальные технологические напряжения возникают в колесном центре, а также по краям ступицы колеса. Технологические напряжения следует учитывать при исследовании НДС колеса при эксплуатации.

Список литературы: 1. Иванов М. Д. Устройство и эксплуатация трамвая / М. Д. Иванов, А. П. Аллаткин, Б. К. Иеропольский. – М.: Высшая Школа, 1977. 2. Берникер Е. И. Посадка с натягом в машиностроении / Е. И. Берникер. – М.: Машиностроение, 1968. – 168 с.

Поступила в редакцию 20.12.2012.

УДК 621.396

І. А. БАГМУТ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

К ВОПРОСУ О ВЛИЯНИИ АНОМАЛИИ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ НА ТОЧНОСТЬ ОЦЕНИВАНИЯ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИНЕРЦИАЛЬНОГО БЛОКА ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Розглянуто слабопов'язану схему комплексування та корекції інформації в інтегрованій інерціально-супутникової навігаційній системі. Виконано аналіз впливу аномалій сили тяжіння на точність оцінювання інструментальних погрішностей інерціального блоку навігаційної системи.

Ключові слова: інтегрована навігаційна система, аномалія сили тяжіння, інструментальні погрішності інерціального блоку.

Рассмотрена слабосвязанная схема комплексирования и коррекции информации в интегрированной инерциально-спутниковой навигационной системе. Выполнен анализ влияния аномалии силы тяжести на точность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока навигационной системы.

Ключевые слова: интегрированная навигационная система, аномалия силы тяжести, инструментальные погрешности инерциального блока.

The weakly-bound complexon and correction information scheme in an integrated inertial-satellite navigation system has considered. The analysis of the influence of gravity anomalies on the accuracy of estimating the instrumental errors of the inertial block navigation system has performed.

Keywords: integrated navigation system, gravity anomalies, instrumental errors of the inertial block.

© И. А. Багмут, 2012

Введение. Интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы (ИИСНС) сегодня являются одними из наиболее перспективных систем, позволяющих определять координаты, вектор скорости и другие параметры движения воздушных летательных аппаратов (ВЛА) [1]. Такие системы, как правило, основаны на комплексировании измерений поступающих от беспилотных инерциальных навигационных систем (БИНС) и спутниковых навигационных систем (СНС).

Одним из центральных элементов программно-математического обеспечения ИИСНС является алгоритм оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока (ИБ) навигационной системы, который, как правило, реализуют на основе фильтра Калмана (ФК) [2]. Точность оценивания погрешностей ИБ определяет величину ошибок вычисления навигационной системой параметров движения ВЛА в условиях отсутствия спутниковых сигналов. Поэтому проведение анализа влияния различных условий функционирования ИИСНС на точность оценивания инструментальных погрешностей ее инерциального блока является актуальной задачей.

На точность оценивания инструментальных погрешностей ИБ влияет множество факторов. В частности, в работах [3, 4] рассматривается соответственно влияние настройки фильтра Калмана и маневров, выполняемых ВЛА. Совокупное влияние указанных факторов анализируется в [5]. В то же время, практически отсутствуют научные публикации, посвященные влиянию аномалии силы тяжести на точность оценивания инструментальных погрешностей инерциальных датчиков навигационных систем.

Постановка задачи и ее аналитическое решение. Целью данной работы является проведение анализа влияния аномалии силы тяжести на точность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока ИИСНС.

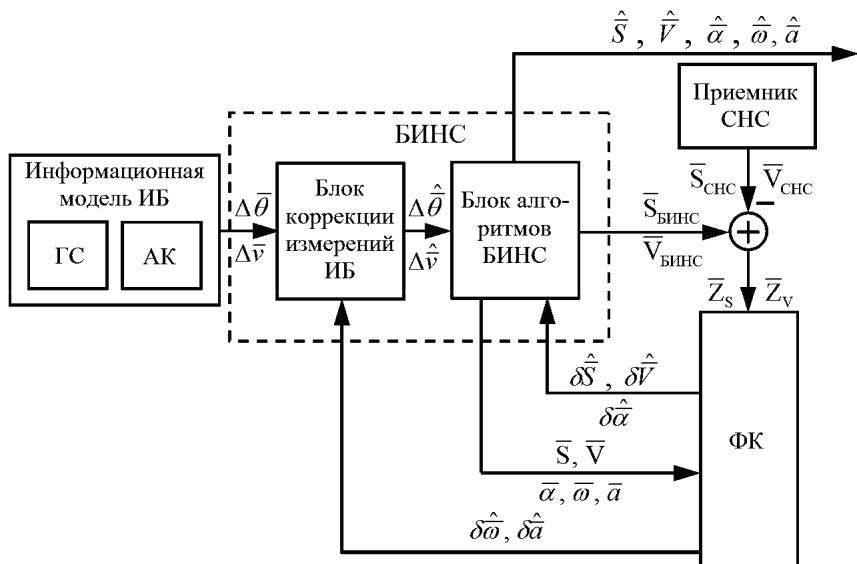
Рассмотрим слабосвязанную [6] схему комплексирования и коррекции информации в ИИСНС (см. рисунок).

Приведенная схема является слабосвязанной, с обратной связью по оценкам инструментальных погрешностей и ошибкам навигационных параметров формируемых БИНС. В качестве блока формирования управляющих (корректирующих) сигналов используется фильтр Калмана.

Вектор состояния фильтра содержит ошибки навигационных параметров ВЛА, а также оценки инструментальных погрешностей инерциального блока, подлежащих коррекции.

Рассмотрим функционирование схемы комплексирования и коррекции информации. Информационная модель ИБ генерирует приращения векторов угла кажущегося поворота $\Delta\bar{\theta}$ и кажущейся скорости $\Delta\bar{v}$ ВЛА в проекциях на оси связанной с ним системы координат за такт работы системы. После коррекции с учетом текущих оценок погрешностей гироскопов и акселерометров, скорректированные значения приращений угла кажущегося поворота $\hat{\Delta\theta}$ и кажущейся скорости $\hat{\Delta v}$ поступают на вход блока алгоритмов БИНС,

где решается задача инерциальной навигации. Результатом решения данной задачи являются координаты $\bar{S}_{\text{БИНС}}$ и скорости $\bar{V}_{\text{БИНС}}$ ВЛА, а также угловые параметры его ориентации $\bar{\alpha}$. Разности между инерциальными и спутниково-выми данными в виде векторов \bar{Z}_s и \bar{Z}_v поступают на фильтр Калмана в качестве вектора измерений. Также входными данными для ФК являются динамические параметры ВЛА $\bar{\omega}$ и \bar{a} , и вектор его параметров ориентации $\bar{\alpha}$. Результатом фильтрации являются оценки ошибок определения навигационных параметров инерциальной системой, а также оценки инструментальных погрешностей инерциального блока. Вычисленные ФК оценки ошибок поступают в блок коррекции измерений и блок алгоритмов БИНС коррекции текущих измерений инерциальных датчиков и вычисленных в БИНС навигационных параметров ВЛА. Скорректированные координаты \hat{S} , скорости \hat{V} , угловые параметры ориентации $\hat{\alpha}$ подвижного ВЛА, а также его динамические параметры $\hat{\omega}, \hat{a}$ являются выходными данными ИИСНС.



Структурная схема комплексирования и коррекции информации в ИИСНС: ГС – гироскопы; АК – акселерометры; $\Delta\theta$ – приращение вектора угла кажущегося поворота; Δv – приращение вектора кажущейся скорости; $\bar{S}, \bar{V}, \bar{\alpha}$ – навигационные параметры ВЛА, соответственно вектор координат, вектор скорости и вектор параметров ориентации; $\bar{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости ВЛА; \bar{a} – вектор кажущегося ускорения ВЛА; $\Delta\hat{\omega}$ – вектор оценок инструментальных погрешностей ГС; $\Delta\hat{a}$ – вектор оценок инструментальных погрешностей АК

При определении значения вектора скорости ВЛА $\hat{\vec{v}}$ в блоке алгоритмов БИНС, используется информация о векторе ускорения силы тяжести Земли \vec{g} , вычисленного для текущего местоположения объекта. Известно [7], что в общем случае фактические значения ускорения силы тяжести, измеренные в различных точках Земли, отличаются от теоретических. Такие разности называются аномалиями силы тяжести. Очевидно, что неточное значение вектора \vec{g} , приведет к дополнительным ошибкам оценивания инструментальных погрешностей инерциальных датчиков.

Рассмотрим влияние аномалии силы тяжести на ошибки оценивания инструментальных погрешностей ИБ. На основе анализа научной литературы [8-10], можно выделить следующие аномалии силы тяжести:

- 1) гравитационные аномалии на поверхности Земли;
- 2) аномалия Буге.

Гравитационные аномалии на Земле обусловлены рядом факторов: рельефом окружающей местности, характером плотностных неоднородностей в верхних слоях Земли под точкой наблюдения и др. В большинстве случаев значение данных аномалий не превышает 100 мГал, что эквивалентно 10^{-3} м/с², а среднеквадратическая вариация по Земле составляет величину около 20 мГал ($2 \cdot 10^{-4}$ м/с²).

В гравиметрии [8] нормальное значение ускорения силы тяжести (то есть без учета аномалий) определяется на основе формулы Гельмерта-Кассиниса:

$$g_0 = g_{\varnothing} + (1 + 0.005317 \cdot \sin^2 \varphi + 0.000007 \cdot \sin^2 2\varphi),$$

где g_0 – ускорение силы тяжести на земном эллипсоиде, мГал; g_{\varnothing} – ускорение силы тяжести на экваторе эллипса Земли, мГал.

Аномалия Буге обусловлена изменением гравитационного поля Земли с изменением высоты над уровнем моря, и учитывает влияние промежуточного слоя между точкой наблюдения силы тяжести и уровнем моря, считая этот слой плоскопараллельным:

$$\Delta g_B = g - g_0 + \Delta g_B + \Delta g_{PC},$$

где Δg_B – аномалия Буге, мГал; g – фактическое значение ускорения силы тяжести, мГал; $\Delta g_B = 0.3086 \cdot h$ – поправка, учитывающая изменение гравитационного поля Земли с изменением высоты «в воздухе», то есть при отсутствии (горных) пород, между уровнем моря и точкой наблюдения, мГал; h – высота места, м; $\Delta g_{PC} = -0.1119 \cdot h$ – поправка, учитывающая влияние промежуточного слоя между точкой наблюдения силы тяжести и уровнем моря, мГал.

В блоке алгоритмов БИНС при вычислении ускорения силы тяжести используется вычисленная фактическая высота места объекта. Поэтому влияние поправки Δg_B на ошибку определения ускорения силы тяжести и ошибки оценивания инструментальных погрешностей акселерометров будет практи-

чески отсутствовать и им можно пренебречь.

Средняя высота суши Земли над уровнем моря составляет 875 м. Таким образом абсолютное среднее значение поправки Δg_{PC} находится на уровне $9 \cdot 10^{-4}$ м/с².

Учитывая вышесказанное можно сделать вывод, что в большинстве случаев, совокупная ошибка определения ускорения силы тяжести Земли в блоке алгоритмов БИНС по абсолютному значению не превысит 10⁻³ м/с².

Компьютерное моделирование функционирования ИИСНС (см. рисунок) показало, что такая ошибка приведет к ошибке оценивания смещения нуля вертикального акселерометра на уровне 10⁻³ м/с² и ошибкам оценивания смещения нуля горизонтальных АК на уровне 10⁻⁴ м/с². При использовании датчиков средней и низкой точности, такой уровень ошибок является приемлемым. На ошибки оценивания остальных инструментальных погрешностей ИБ такая неточность в определении ускорения силы тяжести практически не влияет.

Выводы. Выполнен анализ влияния аномалии силы тяжести на точность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока в ИИСНС. Показано, что данная аномалия существенно влияет на точность оценивания смещения нуля АК высокой точности. В случае использования акселерометров низкой и средней точности влиянием аномалии силы тяжести можно пренебречь. Полученные результаты можно использовать при проектировании инерциальных и интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем.

Список литературы: 1. Кушельман В. Я. Будущее точной навигации – за интегрированными системами / В. Я. Кушельман, А. А. Фомичев // Авиа Союз. – 2005, июнь-июль, №3(5). – С. 50-53. 2. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации / О. А. Степанов // Гирроскопия и навигация. – 2002. – № 1 (36). – С. 23-45. 3. Успенский В. Б. Настройка фильтра Калмана в задаче комплексирования информации в интегрированной навигационной системе / В. Б. Успенский, А. Д. Асютин // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2010. – № 67. – С. 51-57. 4. Багмут И. А. Наблюдаемость инструментальных погрешностей инерциального блока в интегрированной навигационной системе / И. А. Багмут // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – № 23. – С. 3-14. 5. Багмут И. А. Разработка требований к инструментальным погрешностям инерциального блока интегрированной навигационной системы / И. А. Багмут, В. Б. Успенский // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 52. – С. 22-28. 6. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации / О. А. Степанов // Гирроскопия и навигация. – 2002. – № 1 (36). – С. 23-45. 7. Бромберг П. В. Теория инерциальных систем навигации / П. В. Бромберг. – М.: Наука, 1979. – 296 с. 8. Огородова Л. В. Гравиметрия / Л. В. Огородова, Б. П. Шимбиров, А. П. Юзефович. – М.: Недра, 1978. – 325 с. 9. Поклад Г. Г. Геодезия: учеб. пособ. для ВУЗов / Г. Г. Поклад, С. П. Гридинев. – М.: Академический Проект, 2007. – 592 с. 10. Яковлев Н. В. Высшая геодезия: учеб. для ВУЗов / Н. В. Яковлев. – М.: Недра, 1989. – 445 с.

Поступила в редакцию 21.12.2012.

Д. А. БЕСЧЕТНИКОВ, студент, НТУ «ХПИ»;
Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С БАНДАЖОМ ИЗ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА

Розглянута контактна взаємодія циліндрової оболонки з бандажем із композитного матеріалу у рамках класичної теорії тонких оболонок. Вивчена реалізація схем контактної взаємодії залежно від геометричних параметрів оболонки та бандажа.

Ключові слова: циліндрова оболонка, бандаж, композитний матеріал, контакт.

Рассмотрено контактное взаимодействие цилиндрической оболочки с бандажом из композитного материала в рамках классической теории тонких оболочек. Изучена реализация схем контактного взаимодействия в зависимости от геометрических параметров оболочки и бандажа.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, бандаж, композитный материал, контакт.

Contact interaction between a cylinder shell and a band from composite material was considered within the classical theory of thin shells. Implementation of contact interaction schemes depending from geometric parameters of band and shell was studied.

Keywords: cylinder shell, band, composite, contact.

Введение. Анализ работы многих тонкостенных элементов конструкций приводит к необходимости решения контактных задач теории оболочек. Таким задачам посвящено множество работ [1-6], в которых рассматриваются различные теории моделирования тонкостенных элементов: классическая теория, теории типа Тимошенко, теории с учетом поперечного обжатия. Гипотезы деформирования, заложенные в основу той или иной теории, существенно влияют на схемы контактного взаимодействия и на качественный характер решений [4].

Важным является исследование зависимости конфигурации контакта от параметров конструкции и типа используемой теории, поскольку с их изменением, при решении задачи возникает необходимость рассмотрения различных конфигураций контакта, что существенно усложняет процесс решения. Так, в работе [3] такое исследование было выполнено для цилиндрической оболочки с жестким бандажом.

Данная работа посвящена изучению схем контактного взаимодействия для цилиндрической оболочки с деформируемым бандажом из композитного материала в рамках классической теории тонких оболочек.

Такое исследование имеет важное практическое значение, поскольку бандажирование композитными материалами является одним из современных способов ремонта магистральных газопроводов. Конфигурация контакта

в таких ремонтных соединениях влияет на их эффективность вследствие различного распределения напряжений, поэтому изучение схем контактного взаимодействия для этих соединений представляется необходимым.

1 Постановка задачи. Объектом исследования является бесконечно длинная цилиндрическая оболочка, на которую без натяга и зазора установлен бандаж из стеклопластика (рис. 1). Длина бандажа $2L$ является варьируемой величиной, влияющей на конфигурацию контакта. l – длина области возможного контакта. Оболочка нагружается внутренним давлением P . Осевые усилия в оболочке и бандаже отсутствуют. Трение в области контакта не учитывается. Бандаж рассматривается как сплошная ортотропная цилиндрическая оболочка. Предполагается, что поверхности симметрии механических свойств бандажа совпадают с координатными поверхностями цилиндрической системы.

В бандаже из изотропного материала возможны следующие три схемы контактного взаимодействия [5].

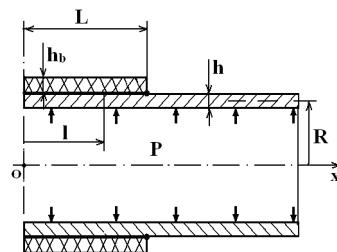


Рисунок 1 – Расчетная схема:
 R – радиус срединной поверхности оболочки; h – толщина оболочки;
 h_b – толщина бандажа

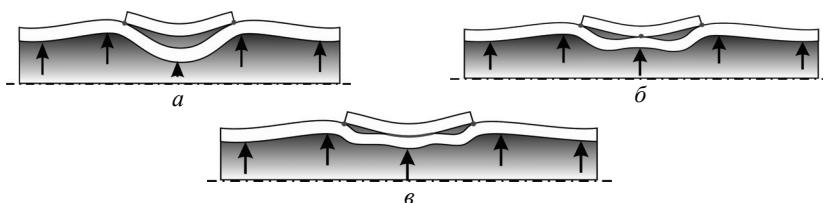


Рисунок 2 – Схемы контактного взаимодействия оболочки с бандажом: a – контакт в двух точках; b – контакт в трех точках; v – контакт по линии и двум точкам

Целью настоящей работы является анализ условий реализуемости для различных схем контакта оболочки с бандажом из ортотропного материала. Для рассматриваемой конструкции необходимо определить критические длины бандажа, при которых осуществляется переход от одной схемы контактного взаимодействия к другой.

2 Уравнения осесимметричной задачи для цилиндрической оболочки из изотропного и ортотропного материалов. Разрешающее уравнение относительно нормального перемещения W для изотропной цилиндрической оболочки представлено в следующем виде [1,2]:

$$\frac{d^4 W}{dx^4} + 4\beta^4 W = \frac{p_3}{D}; \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}; \quad 4\beta^4 = \frac{Eh}{R^2 D}, \quad (1)$$

где D – цилиндрическая жесткость, p_3 – нормальное давление.

Физические зависимости осесимметричной задачи ортотропной цилиндрической оболочки имеют вид [7,8]:

$$N_1 = (c_{11}\varepsilon_1 + c_{12}\varepsilon_2)h_b; \quad N_2 = (c_{21}\varepsilon_1 + c_{22}\varepsilon_2)h_b; \quad M_1 = \frac{h_b^3}{12}c_{11}\chi_1; \quad M_2 = \frac{h_b^3}{12}c_{12}\chi_1. \quad (2)$$

где N_1, N_2, M_1, M_2 – погонные усилия и моменты на координатных площадках цилиндрической системы (остальные силовые характеристики в осесимметричной постановке равны нулю); c_{11}, c_{12}, c_{22} – компоненты матрицы жесткости для ортотропного материала.

Геометрические уравнения цилиндрической оболочки приведены ниже [2].

$$\varepsilon_1 = \frac{dU}{dx}; \quad \varepsilon_2 = \frac{W}{R}; \quad \chi_1 = -\frac{dW^2}{dx^2}. \quad (3)$$

Коэффициенты жесткости c_{11}, c_{12}, c_{22} могут быть представлены через технические упругие постоянные [8]:

$$c_{11} = \frac{E_1^2}{E_1 - \mu_{12}^2 E_2}; \quad c_{12} = \frac{E_1 E_2 \mu_{12}}{E_1 - \mu_{12}^2 E_2}; \quad c_{22} = \frac{E_1 E_2}{E_1 - \mu_{12}^2 E_2}.$$

Во многих случаях осевое усилие N_1 является известным, что дает возможность исключить из рассмотрения перемещение U :

$$N_2 = \frac{c_{12}}{c_{11}} N_1 + \frac{Wh_b}{R} \left(c_{22} + \frac{c_{12}^2}{c_{11}} \right). \quad (4)$$

Уравнение равновесия цилиндрической оболочки имеет следующий вид [2]:

$$\frac{d^2 M_1}{dx^2} - \frac{N_2}{R} = -p_3. \quad (5)$$

Разрешающее уравнение осесимметричной задачи ортотропной цилиндрической оболочки получается после преобразования уравнения равновесия (5) с учетом выражений для силовых характеристик N_2, M_1 (4,2) и последних двух равенств системы (3). Ниже записано разрешающее уравнение осесимметричной задачи ортотропной цилиндрической оболочки для случая отсутствия осевых усилий N_1 .

$$\frac{d^4 W}{dx^4} + 4\beta_b^4 W = \frac{p_3}{D_b}; \quad 4\beta_b^4 = \frac{12(c_{22} - c_{12}^2/c_{11})}{c_{11}h_b^2 R^2}; \quad D_b = \frac{c_{11}h_b^3}{12}. \quad (6)$$

3 Выполнение решения и анализ результатов. Для определения критических длин бандажа, выполнялось варьирование параметра L с последовательным переходом от одной конфигурации контакта к другой. Вычисления проводились при следующих фиксированных параметрах расчетной схемы: $R = 1015$ мм; $h = 10$ мм; $h_b = 20$ мм; $P = 6$ МПа. Принятые свойства материалов оболочки и бандажа представлены в таблице.

Свойства материалов

Оболочка (Сталь 09Г2С)		Бандаж (стеклопластик)				
$E, \text{ ГПа}$	200	$E_1, \text{ ГПа}$	18,6	μ_{12}	0,15	$G_{12}, \text{ ГПа}$
μ	0,3	$E_2, \text{ ГПа}$	24,6	μ_{13}	0,42	$G_{13}, \text{ ГПа}$
$\sigma_t, \text{ МПа}$	350	$E_3, \text{ ГПа}$	6	μ_{23}	0,18	$G_{23}, \text{ ГПа}$

3.1 Схема контакта в двух точках. Расчетная схема оболочки разделялась на два участка: I ($0 < x < L$) и II ($x \geq L$). На каждом участке для оболочки и бандажа записывались уравнения относительно прогибов (1), (6), решения которых имеют вид [2]:

$$W^I = e^{-\beta x} (c_1 \cos(\beta x) + c_2 \sin(\beta x)) + e^{\beta x} (c_3 \cos(\beta x) + c_4 \sin(\beta x)) + P/4\beta^4 D;$$

$$W^{II} = e^{-\beta x} (c_5 \cos(\beta x) + c_6 \sin(\beta x)) + P/4\beta^4 D;$$

$$W_b = e^{-\beta_b x} (c_7 \cos(\beta_b x) + c_8 \sin(\beta_b x)) + e^{\beta_b x} (c_9 \cos(\beta_b x) + c_{10} \sin(\beta_b x)),$$

где W_b , W^I , W^{II} – прогибы бандажа и оболочки на первом и втором участках.

Неизвестные константы решения c_i определяются из граничных условий и условий сопряжения.

$$x = 0 : \quad \frac{dW^I}{dx} = 0; \quad \frac{d^3W^I}{dx^3} = 0; \quad \frac{dW_b}{dx} = 0; \quad \frac{d^3W_b}{dx^3} = 0.$$

$$x = L : \quad W^I = W^{II} = W_b; \quad M_{1b} = 0; \quad \frac{dW^I}{dx} = \frac{dW^{II}}{dx}; \quad M_1^I = M_1^{II}; \quad Q_1^I - Q_1^{II} = -Q_{1b}.$$

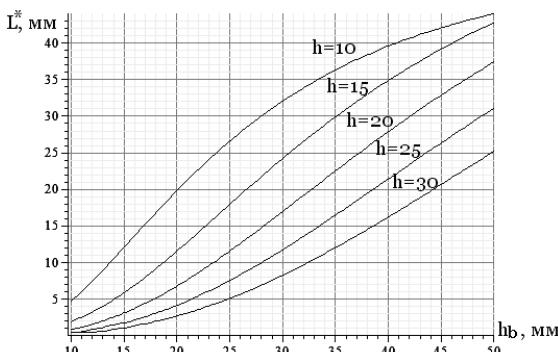


Рисунок 3 – Зависимости L^* от толщины бандажа h_b ,
при различных толщинах оболочки h

Решение поставленной задачи проводилось с помощью программы написанной в математическом пакете Maple [8]. При варьировании L , решение для первой схемы контакта справедливо до тех пор, пока выполняется условие того, что в точке $x = 0$ прогиб бандажа будет больше прогиба оболочки. Расчет показал, что для заданных параметров переход к следующей схеме

контакта осуществляется при $L^* = 20$ мм. Также была выполнена серия расчетов, устанавливающая зависимость L^* от толщины бандажа для разных толщин оболочки. Графики полученных зависимостей показаны на рис. 3.

3.2 Контакт в трех точках. Система уравнений и вид решения для схемы с контактом в трех точках такие же, как и для схемы с контактом в двух точках. Изменились лишь граничные условия в точке $x = 0$, где возникло контактное взаимодействие.

$$x = 0 : \quad W^I = W_b; \quad \frac{dW^I}{dx} = 0; \quad \frac{dW_b}{dx} = 0; \quad Q_1^I = -Q_{lb}.$$

Переход к схеме деформирования с контактом по области, происходит, когда кривизны оболочки и бандажа в точке $x = 0$ становятся равными между собой. В результате расчета, было установлено, что для принятых параметров оболочки и бандажа это происходит при $L^{**} = 26$ мм. Зависимость L^{**} от толщин бандажа и оболочки представлена серией кривых на рис. 4.

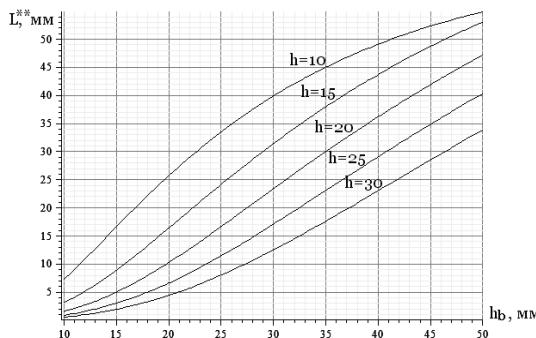


Рисунок 4 – Зависимости L^{**} от толщины бандажа h_b ,
при различных толщинах оболочки h

3.3 Схема контакта по линии. Для данной конфигурации контакта расчетная схема делится на три участка: I ($0 \leq x \leq l$) – участок контакта оболочки и бандажа; II ($l < x < L$) – участок зазора между оболочкой и бандажом; III ($x \geq L$) – свободный участок, на котором отсутствует бандаж.

Система разрешающих уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} I(0 \leq x \leq l) : \quad & \frac{d^4 W^I}{dx^4} + 4\beta^4 W^I = \frac{1}{D}(P - P_K); \quad \frac{d^4 W_b^I}{dx^4} + 4\beta_b^4 W_b^I = \frac{P_K}{D}; \quad W^I = W_b^I; \\ II(l < x < L) : \quad & \frac{d^4 W^{II}}{dx^4} + 4\beta^4 W^{II} = \frac{P}{D}; \quad \frac{d^4 W_b^{II}}{dx^4} + 4\beta_b^4 W_b^{II} = 0; \\ III(x \geq L) : \quad & \frac{d^4 W^{III}}{dx^4} + 4\beta^4 W^{III} = \frac{P}{D}. \end{aligned}$$

где P_K – контактное давление, W^I , W^{II} , W^{III} – прогибы оболочки на первом, втором и третьем участке, W_b^I , W_b^{II} – прогибы бандажа на первом и втором участке. Границные условия и условия сопряжения приведены ниже:

$$x = 0 : \frac{dW^I}{dx} = 0; \quad \frac{d^3W^I}{dx^3} = 0;$$

$$x = l : W^I = W^{II} = W_b^{II}; \quad \frac{dW^I}{dx} = \frac{dW^{II}}{dx} = \frac{dW_b^{II}}{dx};$$

$$M_1^I = M_1^{II}; \quad M_{1b}^I = M_{1b}^{II}; \quad Q_1^I + Q_{1b}^I = Q_{1b}^{II} + Q_1^{II};$$

$$x = L: W^{II} = W^{III} = W_b^{II}; \quad M_{1b}^{II} = 0; \quad \frac{dW^{II}}{dx} = \frac{dW^{III}}{dx}; \quad M_1^{II} = M_1^{III}; \quad Q_1^{II} - Q_1^{III} = -Q_{1b}^{II}.$$

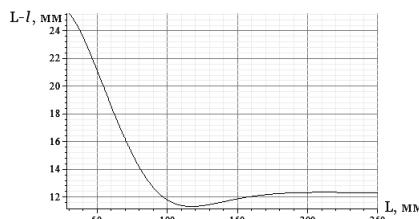


Рисунок 5 – Зависимость длины бесконтактного участка от L

Система из представленных выше уравнений является нелинейной, так как в некоторые уравнения системы нелинейным образом входит неизвестная l . Решение нелинейной системы уравнений проводилось модифицированным методом Ньютона [10]. На рис. 5 изображено изменение длины бесконтактного участка ($l < x < L$) в зависимости от L .

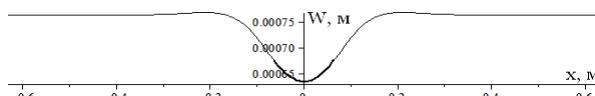


Рисунок 6 – Прогиб оболочки с бандажом

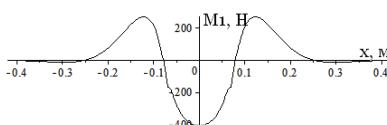


Рисунок 7 – Изгибающий момент в оболочке

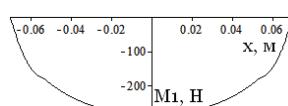


Рисунок 8 – Изгибающий момент в бандаже

Как видно из графика, с увеличением длины бандажа бесконтактный участок уменьшается. При дальнейшем увеличении L , длина бесконтактного

участка асимптотически стремится к постоянному значению. На рис. 6-10 представлены результаты расчета для третьей схемы контакта при длине бандажа равной 140 мм.

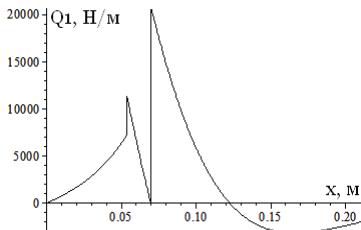


Рисунок 9 – Перерезывающая сила в оболочке

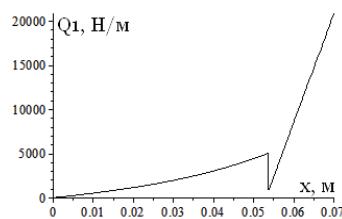


Рисунок 10 – Перерезывающая сила в бандаже

Выводы. Для цилиндрической оболочки с бандажом из ортотропного материала разработана методика определения критической длины бандажа, при которой осуществляется переход от одной схемы контактного взаимодействия к другой. Методика реализована программно в математическом пакете Maple. В результате численных экспериментов для конкретных параметров соединения определены критические длины бандажа и выполнен анализ напряженно-деформированного состояния.

Список литературы: 1. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз, 1962. – 432 с. 2. Колкунов Н.В. Основы расчета упругих оболочек. – М.: Высшая школа, 1963. – 278 с. 3. Львов Г.И., Ткачук А.Н. О влиянии кинематических гипотез на характер контактного взаимодействия цилиндрической оболочки с бандажом // Вестник НТУ «ХПИ». – 2006. – Вып. 32 – С. 98-104. 4. Блох М.Б. К выбору модели в задачах о контакте тонкостенных тел // Прикладная механика. – 1977. – Т. XIII. Вып. 5. – С. 34-42. 5. Детинко Ф.М., Фастовский В.М. О посадке бандажа на цилиндрическую оболочку // Прикладная механика. – 1975. – Т. II, вып. 2. – С. 124-126. 6. Пелех Б.Л., Сухорольский Н.А. Контактные задачи теории упругих анизотропных оболочек. – К.: Наукова думка, 1980. – 216 с. 7. Композиционные материалы. Справочник. Под ред. Д.М.Карпиноса. – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с. 8. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с. 9. Матросов А.В. Решение задач высшей математики и механики в Maple. – Спб.: BHV, 2001. – 528 с. 10. Туркач Л.И. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987. – 320 с.

Поступила в редакцию 19.10.2012

Д. В. БРЕСЛАВСЬКИЙ, д-р техн. наук, професор, НТУ «ХПІ»;
О. О. БРЕСЛАВСЬКА, канд. техн. наук, науч. сотр., НТУ «ХПІ»;
О. А. ТАТАРІНОВА, канд. техн. наук, науч. сотр., НТУ «ХПІ»

ВПЛИВ КОСМІЧНОЇ РАДІАЦІЇ ТА ЦИКЛІЧНОСТІ НА ВАНТАЖЕННЯ НА ПОШКОДЖУВАНІСТЬ СТРИЖНЕВИХ ЕЛЕМЕНТИВ

В статті надано рівняння стану теплової та радіаційної повзучості, що супроводжується механізмами незворотної пошкоджуваності, які сформульовані для випадку періодичної зміни температур та напруженень. Рівняння запропоновано для аналізу деформування та довготривалої міцності конструктивних елементів, що експлуатуються на космічних літальних апаратах. Розглянуто вплив механізмів пошкоджуваності внаслідок теплової повзучості, електронного опромінювання й циклічності змінювання температур на швидкість накопичування пошкоджень час до закінчення прихованого руйнування полімерного стрижня.

Ключові слова: повзучість, пошкоджуваність, радіаційне опромінювання, температура, напруження, періодична зміна, руйнування.

В статье предоставлено уравнение состояния тепловой и радиационной ползучести, которая сопровождается механизмами необратимой повреждаемости, которые сформулированы для случая периодического изменения температур и напряжений. Уравнение предложено для анализа деформирования и долговременной прочности конструктивных элементов, которые эксплуатируются на космических летательных аппаратах. Рассмотрено влияние механизмов повреждаемости вследствие тепловой ползучести, электронного облучения и циклическости изменения температур на скорость накапливания повреждений и время до окончания скрытого разрушения полимерного стержня.

Ключевые слова: ползучесть, повреждаемая, радиационное облучение, температура, напряжение, периодическое изменение, разрушение.

The thermal and irradiation creep-damage constitutive equations for the case of periodic varying of stress and temperature are given in a paper. Those equations are suggested for the analysis of deformation and long term strength of structural members which are used in spacecrafts. The influence of damage due to thermal creep and electronic irradiation as well as cyclic temperature varying on the damage accumulation rate and time to fracture of polymer bar is regarded.

Keywords: creep, damage, irradiation, temperature, stress, periodic varying, fracture.

Вступ. В останні десятиріччя використання штучних супутників Землі (ШСЗ) набуло достатньо масового характеру у зв'язку з їхнім застосуванням у телевізійні та радіомовленні, навігаційних системах, при дистанційному зондуванні Землі тощо. На теперішній час істотно зросли й термін функціонування ШСЗ на орбіті, при цьому довготривалість їхньої роботи обумовлює й додаткові вимоги до довготривалої міцності матеріалів, з яких виготовляються конструктивні елементи ШСЗ, та самих елементів у цілому. Стаття присвячена опису методики оцінювання часу до закінчення прихованого руйну-

вання (деградації) стрижневих елементів з полімерних матеріалів при дії на них термосилових та радіаційних полів.

Умови роботи ШСЗ. Конструктивні елементи ШСЗ, які знаходяться на навколоземних орбітах, зазнають впливу космічної радіації. В залежності від відстані до Землі, вони можуть опинятись у поясах різних елементарних час-ток (рис. 1).

Для приклада розглянемо ШСЗ, який обертається навколо Землі за коло-вою орбітою з періодом 0.9 год. (54 хв.). Радіус обертання (відстань від центра Землі до ШСЗ) складає 25508 км, тобто ШСЗ знаходиться у зовніш-ньому електронному поясі (його границя – 22000 км від поверхні Землі).

На супутниках, що розглядаються, можуть бути розміщені різноманітні конструктивні елементи та елементи пристрій, виконані з полімерних та ком-позиційних матеріалів. За даними робіт [1, 2], електронне опромінювання та температурно-силова дія спричиняє істотну деградацію властивостей матері-алів, що розглядаються.

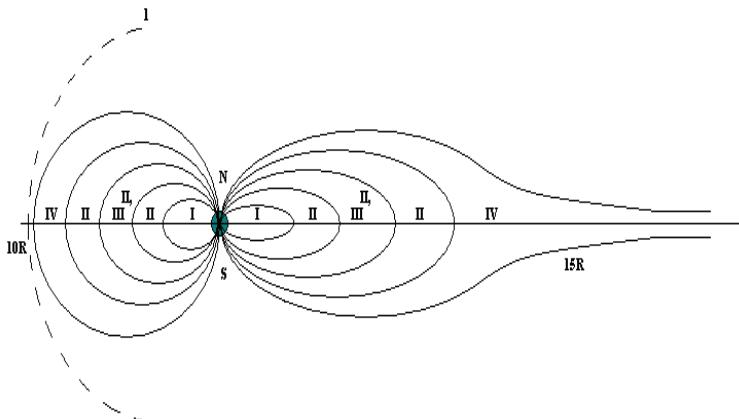


Рисунок 1 – Радіаційний пояс Землі: 1 – границя магнітосфери; I – внутрішній (протонний) пояс; II – пояс протонів малих енергій; III – зовнішній (електронний) пояс; IV – зона квазі- захвату часток сонячного вітру. Переріз відповідає південному меридіану

Рівняння стану. При дії на досліджуване тіло радіаційного потоку та силових полів деформація повзучості ε^o складається із чисто теплової дефор-мациї c_{ij} та деформації радіаційної повзучості $\dot{\varepsilon}_{ij}^r$:

$$\varepsilon_{ij}^c = c_{ij} + \dot{\varepsilon}_{ij}^r . \quad (1)$$

Для швидкості радіаційної складової деформації у випадку ізотропного тіла буде справедливе наступне рівняння [3]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^r = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_i^r}{\sigma_i} S_{ij} , \quad (2)$$

де s_{ij} – компоненти девіатору тензору напружень, σ_i , ε_i – інтенсивності напружень та деформацій відповідно.

Кінетичне рівняння для пошкоджуваності ω^r внаслідок радіаційного опромінювання елементарними частками записуємо аналогічно формі рівняння Работнова-Качанова:

$$\dot{\omega}^r = P \frac{(\sigma_e)^{\rho}}{(1-\omega)^a}; \quad \omega^r(0) = \omega_0^r; \quad \omega^r(t_*) = 1, \quad (3)$$

де σ_e – еквівалентне напруження, що приймається за критерієм міцності матеріалу; P , ρ , a – константи, які визначаються за експериментальними даними.

Швидкість об'ємної деформації ε^{V_0} буде складатися з температурної складової ε_{ij}^T та швидкості деформації радіаційного розпухання:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{V_0} = \dot{\varepsilon}_{ij}^T + \frac{1}{3} \dot{S}(\Phi, t, T) \delta_{ij}, \quad (4)$$

де Φ – інтегральний потік елементарних часток; S – функція інтегрального потоку елементарних часток (нейтронів, позитронів чи інших), температури T та часу t , яка визначається емпірично.

Рівняння стану повзучості матеріалів, що пошкоджуються внаслідок повзучості, для випадку періодично змінюваних температур і напружень побудовано з застосуванням до класичних рівнянь Бейлі-Нортона та Работнова – Качанова методу багатьох масштабів та осередження на періоді змінювання циклічних складових [4]. Приймаємо їх у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \dot{c}_{ij} &= \frac{3}{2} \frac{g_T(T) g_n(M_k^{\sigma_i}) \sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^k} S_{ij}; \\ \dot{\omega} &= g_m(M_k^{\sigma_e}) g_T(T) \frac{(\sigma_e)^m}{(1-\omega)}; \quad \omega(0) = \omega_0; \quad \omega(t_*) = 1; \\ g_T(T) &= b \int_0^1 \exp \left(-\frac{Q}{T} \left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} M_i^T \sin(2\pi i \xi) \right)^{-1} \right) d\xi; \quad M_i^T = T_i^a / T; \\ g_n(M_k^{\sigma_i}) &= \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k^{\sigma_i} \sin(2\pi k \xi) \right)^n d\xi; \quad M_k^{\sigma_i} = \sigma_i^{ak} / \sigma_i; \\ g_m(M_k^{\sigma_e}) &= \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k^{\sigma_e} \sin(2\pi k \xi) \right)^m d\xi; \quad M_k^{\sigma_e} = \sigma_e^{ak} / \sigma_e; \\ g_T(T) &= d \int_0^1 \exp \left(-\frac{Q}{T} \left(1 + M_i^T \sin(2\pi i \xi) \right)^{-1} \right) d\xi; \quad M_i^T = T_i^a / T. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут Q і R – енергія активації процесу повзучості та універсальна газова стала; g_m , g_n , g_T , g^{ω}_T – функції впливу на швидкість повзучості та накопичен-

ня пошкоджень періодичної дії напружені та температур, отримані в роботі [4]; b, d, n, m, l, k – константи, що визначаються експериментально.

Таким чином, повна незворотна деформація має вигляд:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^C + \varepsilon_{ij}^{V_0}. \quad (6)$$

Для ряду матеріалів у певному діапазоні температур розвиваються тільки деформації радіаційної повзучості та розпухання, а деформації термоповзучості відсутні.

Розрахунки пошкоджуваності поліпропіленового стрижня. Для встановлення закономірностей довготривалої міцності матеріалів, що знаходяться під впливом теплових, силових та радіаційних полів, розглянуто модельну задачу. Аналізується повзучість та довготривала міцність стрижнів з поліпропілену при $T = 303$ К, з та без урахування впливу радіаційного опромінювання, а також циклічності навантаження. Розглядається випадок простого напруженого стану.

За експериментальними даними, наведеними в роботі [5], визначені значення констант, що входять до рівнянь стану (5): $b = 4.33 \times 10^{-13}$ МПа⁻ⁿ/год.; $n = 8.8$; $d = 3.46 \times 10^{-22}$ МПа^{-m}/год.; $m = 16.8$; $l = k = 2.58$.

Для порівняльного аналізу процесів накопичення пошкоджуваності та часу до руйнування (рис. 2) використовуємо термін 5 років, що складає 43800 годин. За даними розрахунку, за цей час буде зруйнований стрижневий зразок, навантажений статичним напруженням 9.28 МПа. Графік залежності параметру пошкоджуваності від часу на рис. 2 позначенено кривою 3.

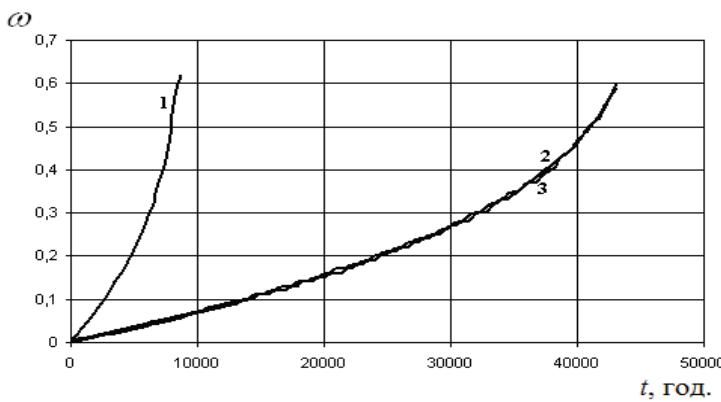


Рисунок 2 – Графік залежності параметру пошкоджуваності від часу

Приймемо, за даними робіт [1-3], лінійну форму функції накопичення пошкоджуваності внаслідок електронного опромінювання. Проведено розрахунки параметру пошкоджуваності за умов дії двох її механізмів – внаслідок повзучості $d\omega^e$ (визначено за рівняннями (5)) та радіаційного електронного

опромінювання $d\omega^r$, так, що:

$$d\omega = d\omega^e + d\omega^r. \quad (7)$$

Константи, що входять до кінетичного рівняння для параметру пошкоджуваності внаслідок електронного опромінювання прийняті наступними: $P = 1.23 \times 10^{-6}$ МПа^{mm}/год.; $\rho = 1$; $a = 0$. Це забезпечує приблизний опис даного типу пошкоджуваності: повна деградація матеріалу при цьому відбувається за 10 років.

На рис. 2 кривими 2 та 3 позначено процес накопичення пошкоджуваності при дії двох із механізмів. З рисунку видно, що невеликими відмінностями цих кривих практично можна нехтувати: вони зникають завдяки суттєво нелінійному процесу накопичення високотемпературної пошкоджуваності внаслідок повзучості.

Далі врахуємо циклічність дії навантаження, пов'язану з обертанням ШСЗ, завдяки чому він частку періоду може знаходитись у тіні Землі. Відомо (це, наприклад, добре показано в роботі [6]), що циклічність навантаження може суттєво інтенсифікувати процеси повзучості та пошкоджуваності в матеріалах.

Приймемо, що час охолодження та нагріву до температури, при якої вівчається руйнування, складає 30 % від періоду обертання. Для цих умов визначено значення функції впливу асиметрії циклу, що входить до рівняння (5): вона відображає факт значної інтенсифікації пошкоджуваності та дорівнює 4.15.

Урахування циклічності навантаження істотно, в п'ять разів, зменшує час до руйнування та інтенсифікує процес накопичення пошкоджень (крива 1 на рис. 2).

Таким чином, проведене моделювання демонструє, що в розглянутому прикладі, як і в багатьох раніше виконаних для конструкцій з металевих матеріалів [4], циклічність навантаження суттєво впливає на довготривалу міцність, та є більш вагомим чинником, ніж радіоактивне опромінювання.

В умовах відсутності повзучості матеріалу термін роботи буде збільшено, як він буде визначатись деградацією матеріалу внаслідок опромінювання.

Висновки. В статті рівняння стану, що описують деформування та накопичення пошкоджуваності в матеріалі конструктивних елементів, які використовуються у відкритому космосі, для випадку сумісної дії теплових, силових та радіаційних полів застосовано до моделювання довготривалої міцності полімерних стрижнів. Надано порівняння швидкостей накопичення пошкоджуваності та часу до руйнування для випадку врахування тільки теплової повзучості, спільноЯ дії теплової й радіаційної повзучості та доданого до них впливу періодичного змінювання температури при обертанні ШСЗ навколо Землі. Показано істотний вплив циклічності навантаження на швидкість накопичення пошкоджень та час до руйнування.

Список літератури: 1. Chen-Ping Chao Thermo-Viscoelastic Constitutive Modeling of Polymer Composites Subjected to Space Irradiation / Chen-Ping Chao, S.K. Chaturvedi // Journal of Reinforced

Plastics and Composites. – 1998. – Vol. 17, № 9. – P. 850-869. 2. Fox D. Space environmental effects on graphite-epoxy compressive properties and epoxy tensile properties / D.Fox, G.Sykes, C.Herakovich // NASA-TM-89297, ACEE Composites Project Office. – 1987. – Vol. 11. 3. Ма Б.М. Материалы ядерных энергетических установок : Пер. с англ. / Б.М. Ма. – М.: Энергоатомиздат, 1978. – 408 с. 4. Бреславський Д.В. Модель циклічної термоповзучості для тіл обертання / Д.В. Бреславський, О.К. Морачковський, Ю.М. Коритко // Проблемы прочности. – Київ, 2011. – № 2. – С.33-46. 5. Колтунов М.А. Прочностные расчеты изделий из полимерных материалов / М.А.Колтунов, В.П.Майбодра, В.Г.Зубчанинов. – М.: Машиностроение, 1983. – 239 с. 6. Гварниери Г. Характеристики длительной прочности листовых материалов при циклических нагрузках и температурах. / Г. Гварниери // Сб. статей «Жаропрочные сплавы при изменяющихся температурах и напряжениях» : под ред. Л.Б. Гецова и М.Г. Таубиной. – 1960. – С. 65-110.

Поступила в редколлегию 01.12.2012

УДК 536

Д.В.БРЕСЛАВСЬКИЙ, д-р техн. наук, професор, НТУ «ХПІ»;
С.О.ПАЩЕНКО, студент, НТУ «ХПІ»

РОЗРОБКА АЛГОРИТМІЧНОГО ТА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ РОЗ'ЯЗКУ ТРЬОХВІМІРНИХ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЗАДАЧ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Стаття присвячена розв'язанню трьохвимірних задач нестационарної тепlopровідності методом скінченних елементів. Розглянуто метод та алгоритм розв'язку задачі з використання восьми вузлового скінченного елемента. Проведене порівняння чисельних та аналітических даних показало доцільність отриманих розв'язків.

Ключові слова: температура, нестационарна тепlopровідність, метод скінченних елементів, програмний засіб, чисельне моделювання.

Статья посвящена решению трехмерных нестационарных задач теплопроводности методом конечных элементов. Изложен метод и алгоритм решения задачи с использованием 8-узлового конечного элемента. Проведенное сравнение численных и аналитических данных показало вполне удовлетворительную степень достоверности получаемых результатов.

Ключевые слова: температура, нестационарная теплопроводность, метод конечных элементов, программное средство, численное моделирование.

The paper is devoted to the solution of the three-dimensional non-stationary problems of heat conduction by use of Finite Element Method. The method and algorithm of solution with use of 8-nodal finite element is presented. The comparison of numerical and analytical data have shown the satisfactory degree of obtained results' accuracy.

Keywords: temperature, non-stationary heat conduction, Finite Element Method, computer program, numerical simulation.

© Д.В.Бреславський, С.О.Пашенко, 2012

Вступ. Останні часи характеризуються широким застосуванням в інженерній практиці чисельних методів, насамперед методу скінчених елементів (МСЕ). Їхнє поширення пов'язано, по-перше, з універсальністю підходів до розв'язання задач з будь-якими силовими та геометричними краївими умовами, та, по-друге, зі створенням спеціалізованого програмного забезпечення, яке надає відмінні сервісні можливості для моделювання. При цьому продовжують розвиватись проблемно-орієнтовані дослідницькі програми, які завдяки оптимальному використанню ресурсів ЕОМ та швидкій реалізації найбільш сучасних розробок та алгоритмів надають можливості проведення нових чисельних експериментів. Отримані при цьому цілком задовільні результати у подальшому застосовуються у комерційному програмному забезпеченні.

Одним з розділів нелінійної механіки деформівного твердого тіла, які швидко розвиваються в останній час, є високотемпературне деформування та руйнування тіл. Адекватний опис розподілу температур, які змінюються за часом завдяки особливостям технологічних процесів, потребує ефективного розв'язання нестационарної задачі тепlopровідності. У запропонованій статті надано опис основних підходів, методу та алгоритмів розв'язання трьохвимірної задачі тепlopровідності методом скінчених елементів. Проаналізовані результати, отримані при дослідженнях достовірності чисельних розв'язків.

1 Математична постановка задачі. Розв'язуємо задачу трьохвимірної нестационарної тепlopровідності [5] у замкненої області Ω , що обмежена поверхнею S :

$$u_t = k_x u_{xx} + k_y u_{yy} + k_z u_{zz} + f(x, y, z, t), \quad (1)$$

де $u(x, y, z, t)$ – невідома функція розподілу температури; $f(x, y, z, t)$ – функція розподілу теплових джерел; k_x, k_y, k_z – коефіцієнти тепlopровідності в напрямках осей OX, OY, OZ відповідно.

Як відомо, найчастіше зустрічаються країві умови 1 роду (Дірихле)

$$u|_{S_1} = \mu(t) \quad (2)$$

та країві умови 2 роду (Неймана):

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{S_2} = q(t). \quad (3)$$

Як початкові умови приймаємо розподіл температур при $t = 0$:

$$u(x, y, z, 0) = \phi(x, y, z), \quad (4)$$

де S_1 – поверхня, на якій задано тепловий режим у вигляді функції $\mu(t)$; S_2 – поверхня, на якій задано інтенсивність теплового потоку у вигляді функції $q(t)$.

2 Метод розв'язання. Згідно з підходами, що розроблені в МСЕ для розв'язання нестационарних задач [3], дискретизуємо задачу (1) за часом за допомогою будь-якого чисельного методу. При цьому на кожному кроці за часом отримуємо задачу для стаціонарного розподілу температури за наявно-

сті відповідного часу розподілу теплових джерел.

Коротко опишемо метод розв'язання стаціонарної задачі теплопровідності, зберігаючи всі позначення пункту 1. Розв'язуємо рівняння

$$k_x u_{xx} + k_y u_{yy} + k_z u_{zz} + f(x, y, z, t) = 0. \quad (5)$$

Згідно підходів МСЕ, область Ω розбиваємо на скінченні елементи. Кожен такий елемент буде характеризуватися вузловими точками (вершинами). Далі невідому функцію температури представимо рядом за відомими базисними функціями

$$u \approx \tilde{u} = \sum_{k=1}^n u_k(t) N_k. \quad (6)$$

Для зменшення нев'язки $R_{\Omega^e} = u - \tilde{u}$ у кожному скінченому елементу, проводимо її мінімізацію, застосовуючи відомий підхід методу зважених нев'язок [3]:

$$\int_{\Omega} W_l R_{\Omega^e} = 0, \quad (l = 1, \dots, M), \quad (7)$$

де M – число вагових функцій W_l , які задаються на елементі.

Після підстановки (6) до (7) отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для невідомих коефіцієнтів апроксимації на одному елементі.

$$K_{lm}^e a^e = f^e, \quad (8)$$

$$\text{де } u^e = \{u_1, u_2, \dots, u_M\}, \quad K_{lm}^e = \int_{\Omega^e} W_l N_m d\Omega, \quad f^e_l = \int_{\Omega^e} W_l p d\Omega.$$

K_{im}^e – локальна матриця, u^e – вузлові значення температури (коефіцієнти апроксимації), f^e_l – локальний вектор правих частин, e – номер елемента.

Застосовуючи даний підхід до кожного такого елемента, отримаємо n локальних матриць, котрі «вкладаються» (записуються) в глобальну матрицю системи, що представляє собою глобальну лінійну систему алгебраїчних рівнянь, розв'язок якої визначає вузлові значення температури за всією областю Ω .

Для розв'язку поставленої задачі було використано восьмивузловий елемент у вигляді криволінійного паралелепіпеду [1], [2], [6]. Для того, щоб застосувати базисні функції з класу гладкості C_1 , перейдемо до слабкого формульовання задачі. Застосовуємо метод Гальоркіна, згідно з яким вагові функції є такими ж, як і базисні:

Застосовуючи формулу Гріна до рівняння типу (7), отримаємо наступний вираз:

$$\begin{aligned} & k_x \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega \right] u_i(t) + k_y \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega \right] u_i(t) + \\ & + k_z \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega \right] u_i(t) + \int_{\Omega} f(x, y, z, t) N_j d\Omega = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

де Ω^e – трьохвимірна область СЕ.

Зв'яжемо з кожною вершиною сітки розбиття деяку базисну функцію, яка приймає значення 1 в даній вершині та 0 – у всіх останніх. У зв'язку з тим, що сітка розбиття представляє собою квазіпаралелепіпеди, які мають вісім вершин, для повного опису кожного елемента потрібно ввести вісім базисних функцій з урахуванням їх належності до класу диференційованості [1], [2], [4]. Будуємо трилінійні базисні функції, застосовуючи багаточлен Лагранжа. Одна з типових базисних функцій має вигляд:

$$N_i = \left(\frac{x - x_j}{x_i - x_j} \right) \left(\frac{y - y_j}{y_i - y_j} \right) \left(\frac{z - z_j}{z_i - z_j} \right).$$

Вираз для локальної матриці тепlopровідності отримуємо у наступному виді:

$$K_{ij} = k_x \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} d\Omega \right] + k_y \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} d\Omega \right] + k_z \left[\int_{\Omega} \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} d\Omega \right]. \quad (10)$$

Узагальнені термодинамічні сили позначимо як:

$$Q_j = \int f(x, y, z, t) N_j d\Omega. \quad (11)$$

Для того, щоб отримати можливість застосування СЕ не тільки канонічної, а й, наприклад, криволінійної форми, застосуємо ізопараметричне відображення, яке полягає у переході від заданої елементом системи координат до такої, інтегрування на якій було б найпростішим. Для того, щоб це реалізувати, відображення повинне мати наступний вигляд:

$$x = \sum_{i=1}^8 x_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad y = \sum_{i=1}^8 y_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad z = \sum_{i=1}^8 z_i N_i(\xi, \eta, \zeta), \quad (12)$$

де x_i, y_i, z_i – поточні вузлові значення сітки на конкретному елементі; $N_i(\xi, \eta, \zeta)$ – базисні функції в нормованій системі координат.

Після того, як на кожному елементі сформуються локальні матриці тепlopровідності, вони додаються до глобальної матриці з урахуванням нумерації вузлів. Отримана система лінійних алгебраїчних рівнянь розв'язується методом Холецького.

Для розв'язання нестационарної задачі застосуємо метод Ейлера. Нехай, наприклад, в момент часу t задано початковий (стационарний) розподіл температури. Тоді необхідно знайти розподіл температури в момент часу $t + \Delta t$ [3].

Представимо похідну вузлової температури через відношення скінчених різниць:

$$\frac{du_i(t)}{dt} \approx \frac{u_i(t + \Delta t) - u_i(t)}{\Delta t}. \quad (13)$$

Підставляючи (13) до основного дискретизованого рівняння типу (8), але за наявності доданку з похідною за часом, отримуємо:

$$P_{ij} \frac{u_i(t + \Delta t) - u_i(t)}{\Delta t} = K_{ij} u_i(t + \Delta t) + Q_j , \quad (14)$$

де $P_{ij} = \int_{\Omega} N_i N_j d\Omega$.

Після перетворень отримуємо:

$$\left(K_{ij} - \frac{P_{ij}}{\Delta t} \right) u_i(t + \Delta t) = -\frac{P_{ij}}{\Delta t} u_i(t) - Q_j . \quad (15)$$

Застосовуючи цей алгоритм послідовно для всіх кроків за часом, розв'язуємо поставлену задачу нестационарної теплопровідності. Наведений метод реалізовано у вигляді програмного засобу на алгоритмічній мові С/С++.

Скінченноелементний препроцесор створено на базі процесору двовимірних задач Divider [7]. Вихідні дані у вигляді двовимірної області, яку розбито на трикутні елементи, передаються в новий препроцесор трьохвимірних задач. Трикутники об'єднуються у чотирьохкутники, а далі застосовуються процесура подовження області на задане число шарів, чим реалізується можливість розбиття призматичних тіл будь-якої геометрії в плані.

3 Дослідження з достовірності розв'язків. В роботі проведено тестування створеного програмного засобу з метою перевірки його працездатності. Розв'язувались задачі стаціонарної та нестационарної теплопровідності для областей, для яких існують аналітичні розв'язки. Чисельний розв'язок отримано чи-сельно за трьохвимірною схемою МСЕ, а аналітичний – за відповідними схемами стрижнів, пластин, труб та кубів. Як приклад, наведемо результати розв'язання задачі остигання (термодинамічні сили відсутні) тонкої квадратної пластини зі стороною 50 мм. На всіх контурах пластини підтримується темпера-тура 10 С. Початковий розподіл температури задано функцією

$$u(x, y, t) = \frac{xy(x - 50)(y - 50)}{1000} + 10 . \quad (16)$$

До моделювання було залучено СЕ сітки з 1250 елементів, крок інтегру-вання за часом 1 с.

Наведемо результати розв'язання задачі в момент часу $t = 100$ с для пе-рерізу $y = 26$ мм. Отримані результати наведено в табл. 1 та на рис 2:

Рис. 1 демонструє перерозподіл температурного поля за 100 с. Рис. 2 мі-стить розподіл температури за координатою в перетині площину $y = 26$ мм. при $t = 100$ с, де 1 – розв'язок методом Фур'є, 2 – розв'язок МСЕ.

Далі розглянемо цю ж саму задачу остигання нерівномірно нагрітої пла-стини, але крайові умови матимуть такий вигляд:

$$u(x, 0, t) = 10^{\circ}\text{C} ; \quad u(x, 50, t) = 100^{\circ}\text{C} . \quad (17)$$

Початкові умови задано функцією:

$$u(x, y, 0) = -y(y - 50) + 10 + \frac{y}{50}(90) . \quad (18)$$

Таблиця 1 – Порівняння аналітичного та чисельного розв’язку

Крок по сітці h , мм	MCE, °C	Аналітичний розв’язок, °C	Крок по сітці h	MCE, °C	Аналітичний розв’язок, °C
0	10	10.001	26	196.496	197.584
2	33.5654	33.703	28	193.591	194.661
4	56.7456	57.018	30	187.822	188.858
6	79.1634	79.567	32	179.27	180.256
8	100.457	100.984	34	168.057	168.978
10	120.287	120.93	36	154.347	155.189
12	138.344	139.092	38	138.344	139.091
14	154.347	155.189	40	120.288	120.93
16	168.057	168.978	42	100.457	100.984
18	179.27	180.256	44	79.1634	79.566
20	187.822	188.858	46	56.7456	57.018
22	193.591	194.662	48	33.5654	33.703
24	196.496	197.584	50	10	10

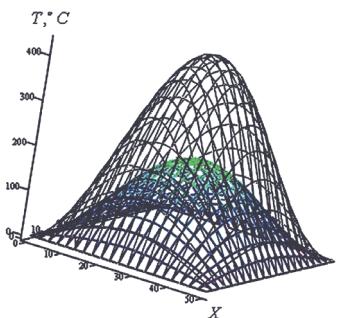


Рисунок 1 – Змінення температури за часом

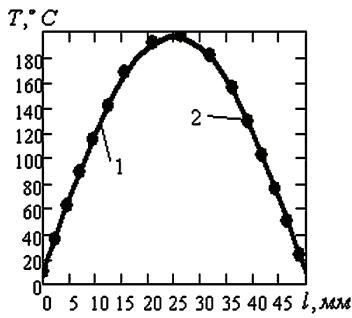


Рисунок 2 – Розподіл температури у перерізі пластини

Розв’язок цієї задачі порівняно як з аналітичним розв’язком, так і з чисельним, отриманим за допомогою програмного комплексу ANSYS.

Як приклад, розглянемо еволюцію значення температури у вузлі, що знаходиться на перетині площин ($x = 26$ мм, $y = 26$ мм) від початкового моменту до моменту часу $t = 1000$ с.

В табл. 2 наведено частину (початковий та кінцевий проміжки часу) від усього температурного розподілу, знайденого МСЕ, програмним комплексом ANSYS (застосовано однакові сітки та однакові кроки інтегрування за часом) за методом Фур’є . Рис. 3 містить дані порівняння похибки розв’язків МСЕ за створеною програмою та програмним комплексом ANSYS.

На рис. 3 позначено 1 – різниця аналітичного розв’язку та чисельного (ANSYS), 2 – різниця аналітичного розв’язку та чисельного (МСЕ).

Отримані в двох розглянутих прикладах дані свідчать про цілком задовільний ступінь відповідності чисельних та аналітичних результатів. З порів-

нняння результатів табл. 2 заключаємо, що у розглянутому прикладі створена в роботі програма працює дещо точніше, ніж програмний комплекс ANSYS.

Таблиця 2 – Порівняння аналітичного та чисельних розв’язків (MCE та ANSYS)

Час t , с	Розв’язок ANSYS, °C	MCE, °C	Аналітичний розв’язок, °C
10	660.82	660.814	660.801
20	640.90	640.883	640.801
30	621.12	621.079	620.823
40	601.57	601.491	600.949
50	582.33	582.208	581.305
60	563.48	563.309	562.015
70	545.08	544.858	543.176
80	527.18	526.904	524.853
90	509.79	509.476	507.09
100	492.95	492.596	489.909
110	476.66	476.271	473.319
...
900	76.628	76.4626	75.235
910	75.876	75.7148	74.522
920	75.152	74.9955	73.836
930	74.456	74.3036	73.176
940	73.787	73.6379	72.542
950	73.142	72.9976	71.933
960	72.522	72.3816	71.347
970	71.926	71.789	70.784
980	71.352	71.219	70.243
990	70.800	70.6706	69.722

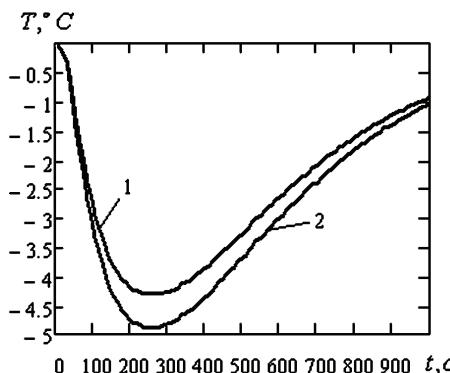


Рисунок 3 – Абсолютна похибка розв’язків MCE за створеною програмою та програмним комплексом ANSYS

Висновки. Проведене порівняння особистих чисельних результатів та

результатів, отриманих іншим СЕ засобом, а також аналітичних, дозволяє зробити висновок про цілком задовільний ступінь достовірності даних, що одержуються з застосуванням розробленого СЕ програмного засобу для розв'язання нестационарних трьохвимірних завдань теплопровідності, а також про можливість його застосування в моделюванні більш складних завдань термосилового навантаження.

Список літератури: 1. Галлагер Р. Методы конечных элементов : пер. с англ./ Р. Галлагер. – М.: Мир, 1984. – 428 с. 2. Деклу Ж. Методы конечных элементов: пер. с франц. Квасова Б. И. / Ж. Деклу. – М.: Мир, 1976. – 93 с. 3. Морган О. Конечные элементы и аппроксимации / О. Морган, К. Зенкевич. – М.: Мир, 1986. – 309 с. 4. Сесерлінд Л. Применение метода конечных элементов/ Л.Сесерлінд. – М.: Мир, 1979. – 389 с. 5. Самарский А.А. Уравнения математической физики : 5-е изд. / А. А. Самарский, А.Н.Тихонов. – М.: Наука, 1977. – 728 с. 6. Митчелл Э. Метод конечных элементов для уравнений с частными производными : пер. с англ. В. Е. Кондрашова, В. Ф. Курякина / Э. Митчелл, Р. Уйт. – М.: Мир, 1981. – 212 с. 7. Д.В. Бреславський Программные средства для конечноэлементного моделирования двумерных задач теории ползучести / Д.В. Бреславський, Ю.Н. Корытко, П.М. Лисак // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2007. – № 38. – С. 24-29.

Надійшла до редколегії 01.12.2012

УДК 539.3

В.М. ГРИЩЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКІВ УДАРНОЇ ВЗАЄМОДІЇ В КОНСТРУКЦІЯХ

В роботі розглядається алгоритм і чисельна процедура визначення основних параметрів ударної взаємодії в одній контактній парі.

Ключові слова: удар, контактна область, динамічні процеси.

В работе рассматривается алгоритм и численная процедура определения основных параметров ударного взаимодействия в одной контактной паре.

Ключевые слова: удар, контактная область, динамические процессы.

The algorithm and numerical procedure calculations of parameters blow in pair-contact of elastic constructions are described

Keywords: blow, contact zone, dynamical processes.

Актуальність проблеми. Робота практично всіх машин, які мають циклічний характер дії, експлуатація устаткування та споруд так чи інакше пов'язані з ударами. В одних випадках вони є невід'ємною складовою техно-

© В.М. Грищенко, 2012

логічного процесу та супроводжують нормальну роботу, в інших їх причиною може бути наявність зазорів в кінематичних парах і таке інше. Це технологія роботи пресів, відбійних молотків, динамічні процеси в зубчастих з'єднаннях, коробках передач, муфтах. Динамічного навантаження (удару) зазнає пара зубців в момент входу-виходу з зачеплення. Загалом, у всіх механізмах при перенавантаженнях, переходних режимах має місце співударення частин. Прикладами джерел виникнення удару є приземлення літаків, ступінчасти зміна швидкостей, транспортування точного обладнання, зіштовхування рухомих об'єктів, зіткнення з водою і багато інших. Можна сказати що робота машин в умовах ударного навантаження є звичайною практикою їх експлуатації.

При проектуванні обладнання, яке може експлуатуватись в умовах ударного навантаження, його міцність визначають по реакції на удар. На практиці в цих випадках найчастіше використовують квазистатичні підходи контактну взаємодію замінюють деяким «еквівалентним» імпульсним навантаженням. Це обумовлено тим, що точні розрахунки пружних систем на удар вкрай складні. Самі деталі мають складну форму, фізичні властивості областей контакту неоднорідні, різноманітні. В деяких випадках такий підхід дає наближений результат а в інших його використання є неможливим.

Таким чином, актуальною практично важливою стає задача розробки інженерних алгоритмів розрахунків динаміки конструкцій при ударних навантаженнях. Здається, що раціональним може бути феноменологічний підхід з використанням даних експерименту при моделюванні окремих стадій процесу удару.

Огляд проблеми та постановка задачі. Машиний агрегат представляє собою сукупність механізмів, які виконують певні функції. Це кінематичний ланцюг з набором значної кількості деталей, з'єднаних в кінематичних парах. Це конструкція, в якій одночасно відбуваються контакти (удари) між багатьма ланками. З точки зору динаміки машина – це сукупність масових точок, з'єднаних пружними, дисипативними, кінематичними зв'язками. В силу цього дослідження ударних явищ в машинах зводиться до аналізу контактної взаємодії окремої маси з іншими елементами.

Після появи теорії контактних деформацій пружних тіл, запропонованої Герцем, згідно з якою контактна сила і контактна деформація зв'язані при ударі такою ж залежністю як і при статичному стисканні тіл, з'явилася можливість розрахунковим шляхом встановити внутрішні закономірності процесу удару – тривалість удару, величину контактних сил та деформацій. Задовільні результати експериментальної перевірки теорії співударення Герца дають підстави для використання основних її положень в модифікаціях при розробці алгоритму розрахунків ударної взаємодії в складних конструкціях машин та механізмів, де з'являються плями контакту.

Зважаючи на складність процесу, форми конструкцій ефективним методом рішення такої задачі стає чисельний метод покрокового інтегрування

рівнянь руху.

Ціль даної роботи розробка на базі модифікацій основних положень теорії Герца чисельної процедури визначення основних параметрів процесу удару – тривалості, величини контактних сил та деформацій в одній контактній парі для подальшого використання при рішенні задач з N степенями свободи. Важливими чинниками алгоритму мають стати чисельна стійкість, можливість імплементування в схему алгоритму експериментальних даних для його корегування з метою досягнення адекватних результатів.

Загальна схема алгоритму. Процес удару представляється як серія послідовних коротких поштовхів – співударянь між масами. Експериментальні дані показали, що місцеві деформації в контактній парі є визначальними. Тому зручно для описання процесу удару поряд з загальними деформаціями конструкції ввести окрему проміжну деталь – буфер, який моделює, зокрема, ударні зусилля (R), що залежать від місцевих деформацій (зближення тіл) в плямі контакту:

$$R = \mu \cdot \Delta^n,$$

де μ , n – коефіцієнти для корегування результатів розрахунків; $n = 3/2$ – для теорії Герца; Δ – місцеві деформації в буфері.

При співударянні мас їх швидкості миттєво змінюються і в подальшому вони рухаються самостійно. Варіанти поведінки вантажу та конструкції можливо корегувати якщо вважати удар не зовсім пружним. Тобто, що частина кінетичної енергії в результаті удару буде втраченою.

Важливим поняттям при дослідженні руху конструкції після зіткнення є коефіцієнт відновлення швидкості (η), який пов'язаний з величиною поглинання енергії в результаті удару. При не пружному ударі ($\eta = 0$) вантаж після удару «прилипає» до конструкції і в подальшому рухається разом. Можливість відскоку можна врахувати якщо вважати удар частково пружним. В даній роботі розглядається можливість ефективного моделювання поглинання енергії удару вважаючи буфер в'язко пружним:

$$F_k = \mu_k \cdot \dot{\Delta}.$$

Таким чином, врахування місцевих деформацій в буфері (зближення мас) дозволить визначити контактні зусилля, а не пружного опору – поглинання енергії удару. Коефіцієнт відновлення швидкості після удару можливо оцінити апостеріорно підбираючи коефіцієнт не пружного опору.

Приведемо основні етапи алгоритму моделювання динаміки конструкцій з врахуванням ударної взаємодії її частин.

Призначаються узагальнені координати для моделювання загальної деформації всієї конструкції та місцевої деформації в буферах контактуючих пар.

Рівняння руху записуються з допомогою рівнянь Лагранжа II роду. Обмеження в контактних парах типу нерівності враховуються або з допомогою буферних елементів, або з допомогою невизначених множників Лагранжа.

Для рішення диференціальних рівнянь руху використовується неявна

схема прямого інтегрування з допомогою чисельної покрокової процедури. Згідно з нею на інтервалі $(t \div t + \tau)$ узагальнені координати визначаються у відповідності з лінійним законом зміни прискорень:

$$q_i(t + \tau) = q_i + \tau \cdot \dot{q}_i + \left(\frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau^3}{6h} \right) \ddot{q}_i + \frac{\tau^3}{6h} \ddot{q}_{i+1}.$$

Для вузлових значень мають місце формули:

$$q_{i+1} = q_i + h \cdot \dot{q}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{q}_i + \frac{h^2}{6} \ddot{q}_{i+1};$$

$$\dot{q}_{i+1} = \dot{q}_i + \frac{h}{2} (\ddot{q}_i + \ddot{q}_{i+1}).$$

На базі цих залежностей формуються основні розрахункові рівняння конструкції.

Результати розрахунків та їх аналіз. Розглянемо роботу наведеного алгоритму ударної взаємодії на модельному прикладі з однією контактною парою.

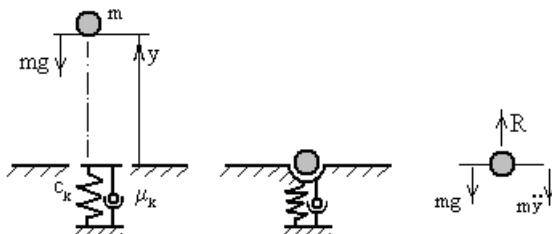


Рисунок 1 – Удар вантажу по плиті

На рис. 1 представлена схема удару вантажу m піднятого на висоту H по буферу масивної нерухомої плити. Буфер наділяється в'язко-пружними властивостями і моделює місцеві деформації відповідно теорії Герца та поглинання енергії удару. Ударна сила прийнята такою:

$$R = \sigma \left[c_k (-y)^n - \mu_k y \right],$$

де y – узагальнена координата стискання буфера, c_k , n , μ_k – параметри контакту введені для корегування результатів.

Введена імпульсивна функція:

$$\sigma = \begin{cases} 0, & (y > 0); \\ 1, & (y \leq 0). \end{cases}$$

Рівняння Лагранжа II роду мають такий вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{\partial F}{\partial y};$$

$$T = \frac{m \dot{y}^2}{2}; \quad U = mgy + \sigma \frac{c_k}{n+1} |y|^{n+1}; \quad F = \sigma \frac{1}{2} \mu_k \dot{y}^2.$$

Після підстановки та перетворень матимемо:

$$\ddot{y} + g = \frac{1}{m} R.$$

Якщо $\sigma = 0$, то контакту немає, маса m рухається незалежно. Якщо $\sigma = 1$, то має місце контакт, вантаж і буфер рухаються спільно.

В модельній задачі прийняті наступні чисельні дані:

$$m = 100 \text{ кг}; \quad c_k = 10^7 \text{ Нм}^{-\frac{2}{3}}; \quad n = \frac{3}{2}.$$

Вантаж падає без початкової швидкості з висоти 0.1 м; крок інтегрування $h = 0.0001$ с.

На рис. 2-4 наведені результати удару вантажу по буферу нерухомої плити при різних значеннях величини поглинання енергії від цілком пружного ($u'_k = 0$), мало пружного ($u''_k = 2000$ кг/с) до майже не пружного ($u'''_k = 3500$ кг/с). Це – переміщення вантажу (y), його швидкість (\dot{y}) і контактна сила (R).

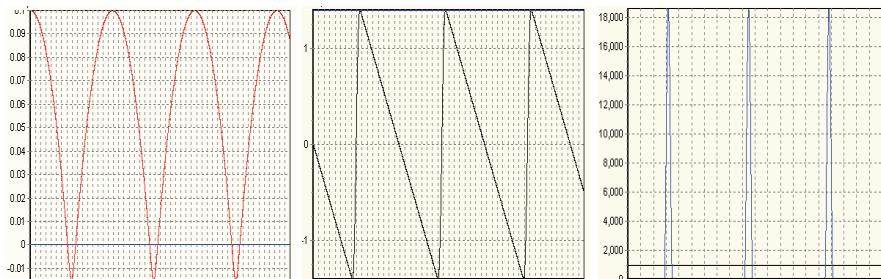


Рисунок 2 – Цілком пружний удар вантажу по плиті ($u'_k = 0$)

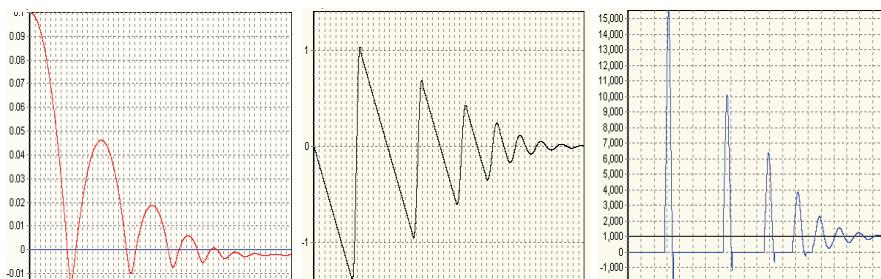


Рисунок 3 – Мало пружний удар вантажу по плиті ($u''_k = 2000$ кг/с)

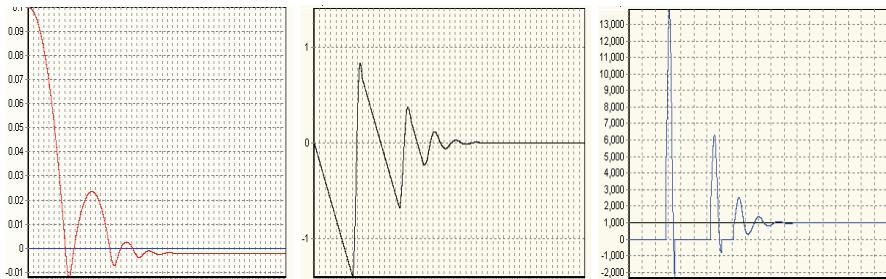


Рисунок 4 – Майже не пружний удар вантажу по плиті ($u''_k = 3500$ кг/с)

Удар представляє собою серію послідовних зіткнень та відскоків з закономірним скороченням проміжків часу між ними. Пружна енергія стискання буфера повертається в систему і примушує вантаж рухатись в зворотному напрямку і на перших стадіях відриватись від плити ($u > 0$). Чисельні результати дозволяють оцінити основні параметри ударного процесу. Величина швидкості на інтервалах відриву змінюється по лінійному закону. Коефіцієнт відновлення швидкості після першого удару змінюється так: від пружного ($\eta' = 1$), мало пружного ($\eta'' = 0.74$) до майже не пружного ($\eta''' = 0.59$). Тривалість ударної взаємодії першого зіткнення для ($u''_k = 3500$) становить 0.029 с, другого – 0.032 с.

Одним з важливих наслідків удару є поява значних по величині сил в точках співударяння на протязі короткого проміжку часу.

Величина ударної сили при першому зіткненні змінюється від $R' = 1.864 \cdot 10^4$ Н, $R'' = 1.554 \cdot 10^4$ Н до $R''' = 1.391 \cdot 10^4$ Н і перевищує вагу вантажу більш ніж в десять разів, а врахування поглинання енергії в зоні контакту суттєво зменшує величину контактної сили, хоча вона залишається значною.

Одержані результати цілком узгоджуються з аналітичними рішеннями на окремих стадіях.

Висновки. В роботі наведено алгоритм і чисельну процедуру визначення основних параметрів процесу удару в одній контактній парі. Розрахунки виконуються з використанням проміжкої деталі – буфера, який наділяється в'язко – пружними властивостями і може моделювати як місцеві деформації так і поглинання енергії удару.

Одержані результати мають практичне значення і дають підстави для можливості використання підходу при рішенні задач з N степенями свободи.

Список літератури: 1. Аппель П. Теоретическая механика. – Т. 2. – М.: Физматгиз, 1960. 2. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л. и др. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении. – Т. 2. – М.: Машгиз, 1952.

Надійшла до редакції 08.12.2012

Б.Я. КАНТОР, д-р техн. наук, профессор, ИПМаш НАН Украины, Харьков;

А.Н. ШУПИКОВ, д-р техн. наук, профессор, ИПМаш НАН Украины, Харьков;

Р.Л. ОНАЦКИЙ, науч. сотр., ХФ ПАО «Укрнефтехимпроект», Харьков

ВМЯТИНА НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ, ОБРАЗОВАННАЯ УДАРОМ

В статті розглянуто процес утворення вм'ятини на циліндричній оболонці ударом сфери. Виконано співставлення напружень й деформацій у зоні вм'ятини, яка утворена ударом, а також статичною контактною взаємодією. Розв'язання проведено на основі методу скінчених елементів, з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності.

Ключові слова: циліндрична оболонка, вм'ятини, фізична та геометрична нелінійність.

В статье рассмотрен процесс образования вмятины на цилиндрической оболочке ударом сферы. Выполнено сопоставление напряжений и деформаций в зоне вмятины образованной ударом и статическим контактным взаимодействием. Решение проведено на основе метода конечных элементов, с учетом физической и геометрической нелинейности.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, вмятина, физическая и геометрическая нелинейность.

There was described the process of the formation of dent on the cylindrical shell by sphere impact. It was made a comparison of the stresses and strains formed by the impact and static contact interaction in the area of dent. The solution was made on basis of the finite-element analysis, with an allowance for physical and geometric nonlinearity.

Keywords: cylindrical shell, dent, physical and geometric nonlinearity.

Введение. Вмятина является очень распространенным дефектом, часто встречающимся на цилиндрических оболочках таких как, сосуды, работающие под давлением, эксплуатируемые на химических и нефтеперерабатывающих производствах.

Напряженно-деформированное состояние (НДС) в цилиндрической оболочке с вмятиной образованной статическим вдавливанием штампа было широко рассмотрено в статьях [1, 3, 4]. Процесс образование вмятин под действием различных штампов рассмотрен в статье [2].

Зачастую, вмятины образуются в результате удара различных твердых предметов о стенку оболочки, в этом случае НДС в оболочке, очевидно, будет несколько иным по сравнению с квазистатическим контактным взаимодействием оболочки и штампа, как рассматривалось ранее [1-4]. Поэтому целесообразно провести сопоставление напряжений и деформаций для этих двух случаев.

© Б.Я. Кантор, А.Н. Шупиков, Р.Л. Онацкий, 2012

Целью данной статьи, является рассмотрение процесса образования вмятины под действием динамической нагрузки – удара штампа об оболочку. При этом необходимо выполнить сравнение полученного НДС в области вмятины для динамического и квазистатического контактного взаимодействия цилиндрической оболочки и индентора.

Постановка задачи. Моделирование вмятины двумя ранее отмеченными способами выполним с помощью метода конечных элементов в конечно-элементном комплексе ANSYS.

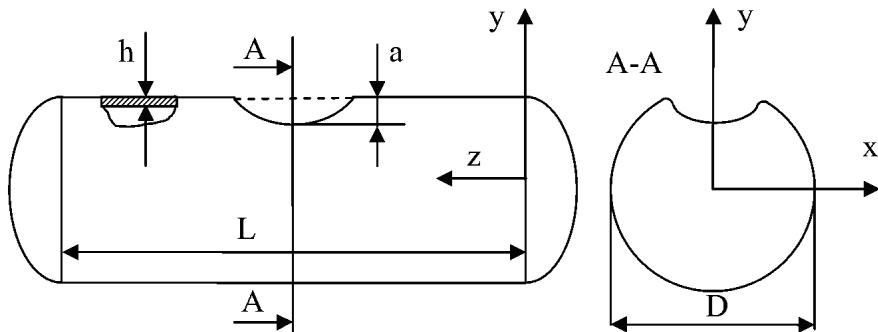


Рисунок 1 – Расчетная схема сосуда с вмятиной

Расчетная схема представляет собой цилиндрическую оболочку, замкнутую двумя полусферическими днищами. Общая длина цилиндрической оболочки $L = 7000$ мм, диаметр $D = 3000$ мм, толщина $h = 15$ мм. Материал сосуда сталь Ст3, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, модуль упрочнения $E_T = 2 \cdot 10^3$ МПа (использовалась схематизация диаграммы растяжения диаграммой с линейным упрочнением), предел текучести $\sigma_T = 250$ МПа, предел прочности $\sigma_B = 460$ МПа, предельная деформация $\varepsilon_B = 0.25$ [9].

Поскольку нас интересуют напряжения и деформации в локальной зоне вмятины, целесообразно оставить в рассмотрении 1/8 часть сосуда и полагать, что вмятина образуется симметрично с двух сторон оболочки. Конечно-элементная модель оболочки показана на рис. 2.

В качестве штампа (или ударника для случая динамического процесса) будем использовать сферический индентор радиусом, которого равен 1/10 радиуса цилиндра.

Вмятина, образованная ударом. Рассмотрим процесс образования вмятины посредством удара жесткого, сферического индентора радиусом 150 мм и массой 110 кг со скоростью $V = 0.6$ м/с.

Задача решена в физически и геометрически нелинейной постановке. Физические свойства материала определяются теорией малых упругопластич-

ческих деформаций с линейным кинематическим упрочнением.

Для решения динамической задачи использовались объемные 8 - узловые конечные элементы (КЭ) с 9 степенями свободы (UX , UY , UZ , VX , YV , VZ , AX , AY , AZ) в каждом узле [7] – по три компоненты перемещений, скорости, и ускорения. Выбор объемных КЭ основан на том, что на этапе образования вмятины в зоне вдавливания штампа возникает объемное напряженно-деформированное состояние. В зоне контакта индентора и оболочки были использованы контактные элементы, моделирующие «жестко-податливый» контакт типа поверхность-поверхность.

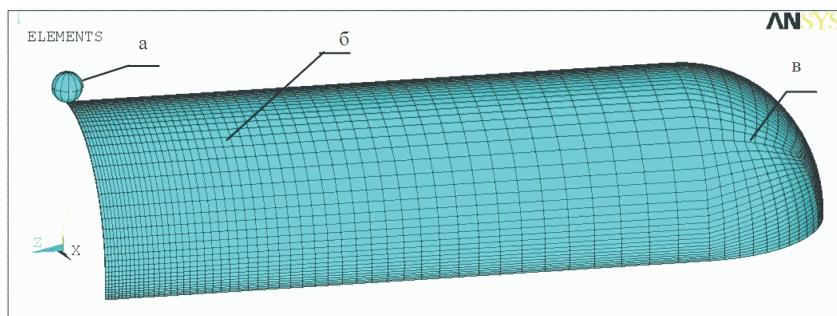


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель 1/8 части сосуда:
а – индентор; б – обечайка; в – днище

На рис. 3 приведен график изменения по времени перемещений области контакта индентора и цилиндрической оболочки.

Из рисунка видно, что максимальный прогиб $Wy = 77,2$ мм, получаем на 0,27 с после столкновения индентора и цилиндра. После этого ударник отскакивает от оболочки и прогиб в ней постепенно уменьшается до величины 51 мм.

На рис. 4 приведено изменение во времени максимума пластических деформаций в центре вмятины. Из рисунка, видно, что деформации стремительно возрастают вплоть до 0,27 секунды после чего остаются на уровне $\varepsilon = 0,056$.

На рис. 5 показан график изменения контактной силы во времени. Форма полученной вмятины эллиптическая в плане с длинной и шириной 3030 на 634 мм соответственно. Это хорошо согласуется с известными результатами Кильчевского Н.А. [5] и Г. Герца о том, что при контактном взаимодействии тел, поверхность которых описана поверхностями 2-го порядка, пятно контакта, полученное при этом, граница будет описана в плане линией второго порядка.

Вид сверху на оболочку с вмятиной показан на рис. 6. На рис. 7 приведено распределение интенсивности остаточных напряжений в области вмятины (вид сверху).

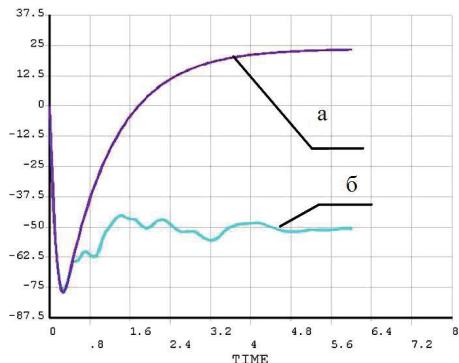


Рисунок 3 – Перемещение (мм) точек контакта: *a* – индентора, *b* – оболочки

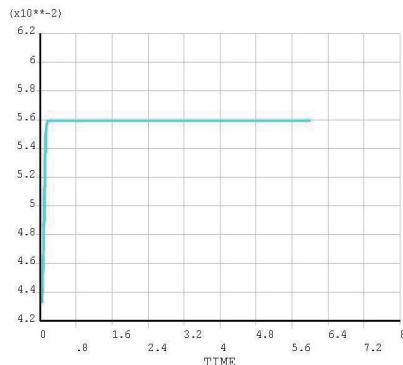


Рисунок 4 – Изменение максимума пластических деформаций

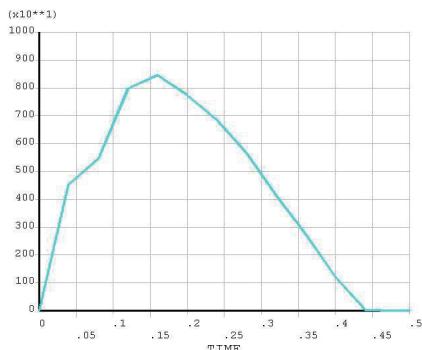


Рисунок 5 – График изменения контактной силы (Н) по времени

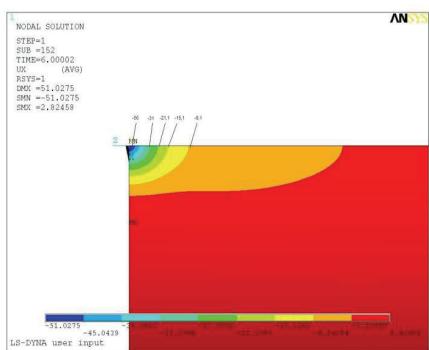


Рисунок 6 – Радиальные перемещения оболочки (мм) после образования вмятины

Вмятина образованная статическим контактным взаимодействием.

Рассмотрим процесс образования вмятины посредством статического вдавливания жесткого штампа сферической формы, с таким же радиусом 150 мм. Задача, как и ранее, решена в физически и геометрически нелинейной постановке. Физические свойства материала определяются теорией малых упруго-пластических деформаций с линейным кинематическим упрочнением. Геометрические размеры оболочки аналогичны приведенным выше.

Учтена симметрия: рассмотрена одна восьмая оболочки, при этом на ее краях заданы условия симметрии.

Для решения статической задачи были использованы объемные 8 -узловые конечные элементы (КЭ) с тремя степенями свободы (U_x, U_y, U_z) в каждом узле [7]. Выбор объемных КЭ основан на том, что на этапе образования вмятины в зоне вдавливания штампа возникает объемное напряженно-

деформированное состояние. В зоне контакта индентора и оболочки были использованы контактные элементы, моделирующие «жестко-податливый» контакт.

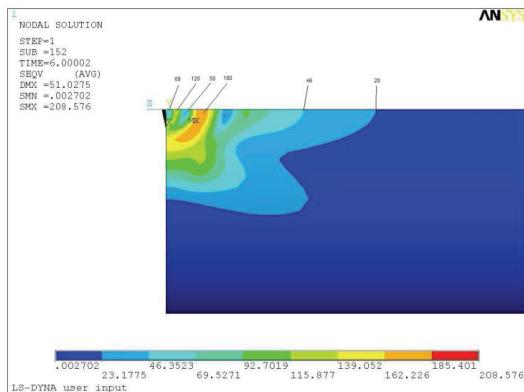


Рисунок 7 – Интенсивность остаточных напряжений МПа

При выполнении расчета использовалась неоднородная конечно-элементная сетка со сгущением к центру вмятины, конечно-элементная сетка показана на рис. 2.

Нагружение штампа проводилось, плавно увеличивая перемещения до величины, при которой после снятия его остаточные перемещения составили бы заданную глубину вмятины (51 мм). Определение необходимой нагрузки на штамп выполнено итеративным методом Ньютона [8]. Более подробно процесс образования вмятины вдавливанием штампа рассмотрен в статье [2]. В результате, чтобы получить вмятину глубиной 50,2 мм после разгрузки (см. рис. 7) нам потребовалось вдавить штамп на глубину $W_c = 90,6$ мм, что на 18,5 мм больше чем для случая удара.

Проведем оценку НДС после извлечения штампа. На рис. 8 показано распределение интенсивности остаточных напряжений в оболочке с вмятиной. Максимум интенсивности напряжений 251,5 МПа, что на 43 МПа больше чем для случая удара.

Распределение остаточных деформаций мало отличается от случая удара, однако, максимальные значения интенсивности пластических деформаций в случае статического контактного взаимодействия ($\varepsilon_i = 0,126$) на 7 % больше интенсивности пластических деформаций полученных при ударе.

Выводы. Сопоставляя результаты, полученные для двух способов образования вмятин, на цилиндрической оболочке, можно сделать следующие выводы.

1. В целом форма полученных вмятин мало отличается друг от друга, однако, в случае удара вмятина получается более круглой в плане.

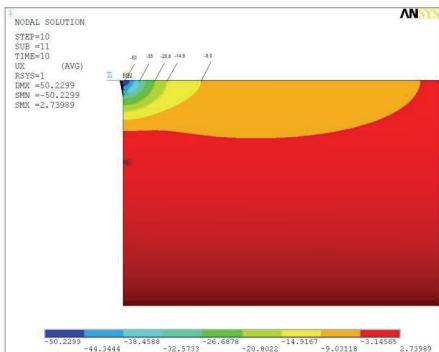


Рисунок 8 – Радиальные перемещения оболочки (мм) после образования вмятины

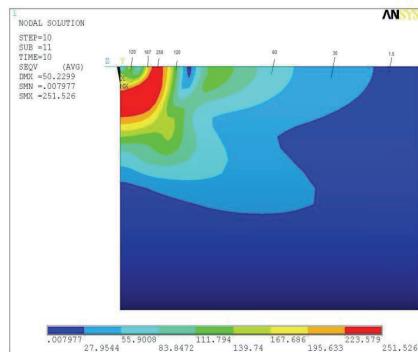


Рисунок 9 – Интенсивность остаточных напряжений (МПа)

2. Чтобы получить вмятину одинаковой глубины, для случая статического контактного взаимодействия необходимо вдавить штамп на 17 % глубже, чем при ударе (то есть $W_c = W_y \cdot 1,17$), что вызывает увеличение остаточных деформаций на 7 %.

3. Уровень остаточных напряжений, также, получаются больше в случае квазистатического контактного взаимодействия.

Таким образом, в оболочках с вмятиной, образованной ударом, напряжения и деформации меньше, чем в оболочках с вмятинами образованными статическим контактным взаимодействием.

Список литературы: 1. Кантор Б.Я. Статическая прочность нагруженных внутренним давлением тонкостенных сосудов, содержащих вмятины / Б.Я. Кантор, В.М. Долинский, Р.Л. Онацкий // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 14, № 1. – С. 38-43. 2. Р.Л. Онацкий. Образование круглой вмятины на цилиндрической оболочке вдавливанием штампа // Вестник НТУ «ХПИ». – 2011. – № 63. – С. 106-113. 3. Кантор Б. Я. Влияние вмятин на несущую способность сосудов / Б. Я. Кантор, В. М. Долинский, Р. Л. Онацкий // Вестн. НТУ «ХПИ». – 2010. – № 14. – С. 99. 4. Р.Л. Онацкий. Остаточные напряжения в сосудах с вмятинами и снятие их в процесс гидрообработки // Вестн. НТУ «ХПИ». – 2011. – № 52. – С. 135-141. 5. Кильчевский Н. А. Динамическое контактное сжатие твердых тел. Удар / Н. А. Кильчевский. – К.: Наук. думка, 1976. – 320 с. 6. Дж. А. Зукас. Динамика удара / Дж. А. Зукас, Т. Николас, Х.В. Свифтайдр. – М.: Мир, 1985. – 296 с. 7. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с. 8. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с. 9. Писаренко. Г.С. Справочник по сопротивлению материалов : 2-е изд. –К.: Наук. думка, 1988. – 736 с.

Поступила в редакцию 16.10.2012

Б.Я. КАНТОР, д-р техн. наук, профессор, ИПМаш НАН Украины, Харьков;
А.Н. ШУПИКОВ, д-р техн. наук, профессор, ИПМаш НАН Украины,
Харьков;
Р.Л. ОНАЦКИЙ, науч. сотр., ХФ ПАО «Укрнефтехимпроект», Харьков

РАЗРУШЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В ЗОНЕ ВМЯТИНЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВНУТРЕННЕГО ДАВЛЕНИЯ

У статті розглянуто руйнування циліндричної оболонки в зоні вм'ятини, яка навантажена внутрішнім тиском. Виконано співставлення напружень та деформацій під дією руйнівного тиску для оболонки з вм'ятиною і без. Розвязання проведено на основі методу скінчених елементів, з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності.

Ключові слова: циліндрична оболонка, внутрішній тиск, фізична та геометрична нелінійність.

В статье рассмотрено разрушение цилиндрической оболочки в зоне вмятины нагруженной внутренним давлением. Выполнено сопоставление напряжений и деформаций под действием разрушающего давления для оболочки с вмятиной и без. Решение проведено на основе метода конечных элементов, с учетом физической и геометрической нелинейности.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, внутреннее давление, физическая и геометрическая нелинейность.

There was examined the process of destruction of the cylindrical shell in the area of dent loaded by internal pressure in the article. It was made a comparison of the stresses and strains of shells either with or without a dent under the stress of destructive pressure. The solution was made on basis of the finite-element analysis, with an allowance for physical and geometric nonlinearity.

Keywords: cylindrical shell, internal pressure, physical and geometric nonlinearity.

Введение. Как известно, на химических и нефтеперерабатывающих производствах наиболее часто встречающимися элементами технологического оборудования являются сосуды и аппараты цилиндрической формы. Основной нагрузкой на эти элементы производственных схем является внутреннее давление среды. Множество аппаратов содержат различного рода дефекты, одним из которых есть вмятина.

Влияние вмятин на несущую способность сосудов было рассмотрено в статье [1]. В статье было показано, что работоспособность сосуда нарушается вследствие пластического коллапса [10]. То есть, при повышении давления на 10 % выше давления текучести в аппарате возникают необратимые изменения формы, в результате чего, как было показано в [1], нарушается работоспособность аппарата вследствие разгерметизации присоединенной аппаратуры. При сопоставлении работоспособности двух аналогичных аппаратов, один из которых содержал вмятину, а другой нет, было показано, что вмяти-

© Б.Я. Кантор, А.Н. Шупиков, Р.Л. Онацкий, 2012

на на несущую способность сосуда не влияет.

В работе [2] было показано, что при статическом нагружении сосуда, содержащего вмятину, внутренним рабочим давлением, его прочность не снижается по сравнению с сосудами, не имеющими указанных дефектов формы.

Целью данной статьи является определение влияния вмятины на разрушение сосуда, нагруженного внутренним давлением. Для этого рассмотрим, что произойдет в цилиндрической оболочке с вмятиной, нагруженной разрушающим давлением.

Постановка задачи. Под разрушающим давлением будем понимать давление, под действием которого в сосуде без вмятины возникают напряжения или деформации равные предельным значениям. То есть условия разрушения можно записать в следующем виде:

$$\sigma_i = \sigma_B; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_B.$$

Здесь σ_i , ε_i – интенсивность напряжений и деформаций, σ_B , ε_B – предельные напряжения и деформации.

Для определения интенсивности напряжений воспользуемся критерием Мизеса [7] записанным через главные напряжения.

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2} \left((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right)},$$

где σ_i – интенсивность напряжений; σ_1 , σ_2 , σ_3 – главные напряжения.

Поскольку $\sigma_3 \ll \sigma_2$, а $\sigma_2 = \sigma_1/2$ [8], получаем следующую зависимость:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{PR}{h}, \quad (1)$$

где σ_φ – окружные напряжения, p – внутреннее давление, R и h – радиус и толщина оболочки соответственно.

Рассматривая материал с линейным упрочнением, зависимость между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций записывается следующим образом [7, 10]:

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_T}{E} + \frac{(\sigma_i - \sigma_T)}{E_T}, \quad (2)$$

здесь, σ_T – предел текучести материала, E – модуль упругости, E_T – модуль упрочнения.

Согласно (1) можно получить давление текучести $P_T = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sigma_T h}{R}$, при ко-

тором оболочка находится на пределе упругости. При дальнейшем повышении давления в сосуде возникают пластические деформации, интенсивность которых можно определить из формулы (2).

Метод решения. Определение разрушающего давления для сосуда с вмятиной выполним сопоставив значения полученных деформаций и напря-

жений в зоне вмятины при нагружении разрушающим давлением для цилиндрической оболочки. Для этого выполним расчет методом конечных элементов сосуда, нагруженного внутренним давлением без вмятины и с вмятиной.

В качестве примера выбран типовой сосуд, расчетная схема которого показана на рис. 1. Сосуд представляет собой цилиндрическую оболочку, замкнутую двумя полусферическими днищами. Диаметр сосуда $D = 3000$ мм, длина обечайки $l = 7000$ мм, толщина $h = 15$ мм, глубина вмятины $a = 15.9$ мм. Материал сосуда сталь Ст3, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, модуль упрочнения $E_T = 2 \cdot 10^3$ МПа (использовалась схематизация диаграммы растяжения диаграммой с линейным упрочнением), предел текучести $\sigma_T = 250$ МПа, предел прочности $\sigma_B = 460$ МПа, предельная деформация $\varepsilon_B = 0.25$ [9].

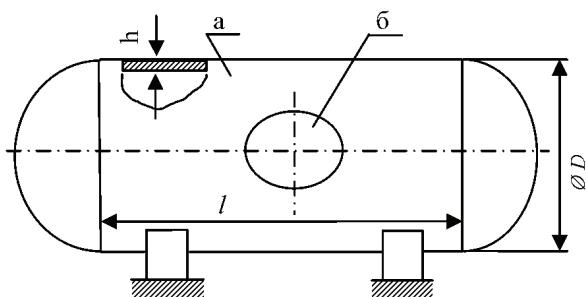


Рисунок 1 – Расчетная схема: *а* – сосуд под давлением; *б* – вмятина глубиной 15,9 мм

Сосуд без вмятины. Для определения разрушающего давления для сосуда без вмятины выполнен расчет методом конечных элементов. Задача решена в физически и геометрически нелинейной постановке (теория малых упругопластических деформаций с линейным кинематическим упрочнением).

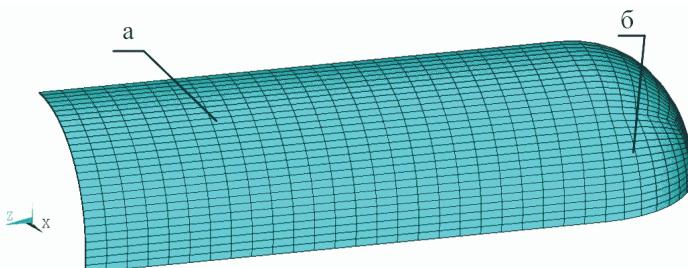


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель 1/8 части сосуда: *а* – обечайка; *б* – днище

Конечно-элементная модель сосуда приведена на рис. 2. При решении учтена симметрия: рассмотрена 1/8 часть сосуда, при этом на его краях заданы условия симметрии. Для решения задачи использовались объемные

20 - узловые конечные элементы (КЭ) с тремя степенями свободы (U_x , U_y , U_z) в каждом узле [3]. Выбор КЭ связан с тем, что нас интересует локальное напряженное состояние в зоне вмятины.

Нагружение оболочки проводилось, плавно наращивая давление до величины, при которой интенсивность деформаций в оболочке равна величине разрушающей деформации $\varepsilon_B = 0.25$.

В ходе решения было получено значение разрушающего давления для гладкой оболочки равным $P_p = 3.49$ МПа. На рис. 3 показаны распределение интенсивности (по Мизесу) напряжений и деформаций.

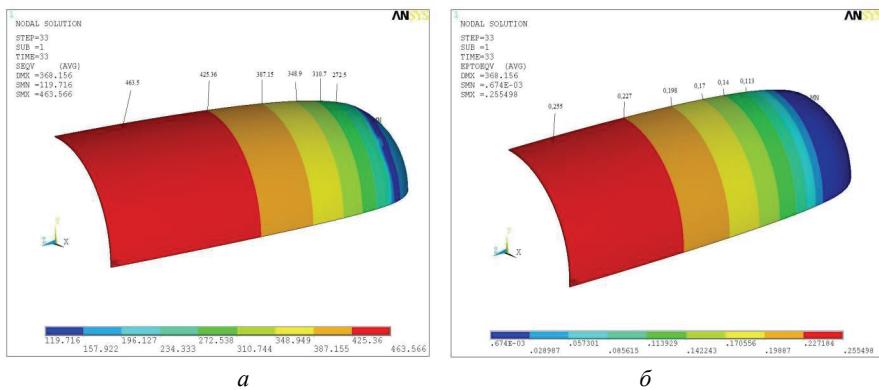


Рисунок 3 – Результатирующие значения напряжений, МПа (а) и деформаций (б) в судне под действием разрушающего давления

Значения максимумов интенсивности напряжений и деформаций для некоторых шагов нагружения приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Максимумы интенсивности напряжений и деформаций для сосуда без вмятины

Давление, МПа	σ_i^{\max} , МПа	ε_i^{\max}
$P_T = 2,88$	250	0,0013
$1,05 P_T = 3,02$	276,3	0,0326
$1,1 P_T = 3,16$	310,7	0,0735
$1,15 P_T = 3,31$	356,8	0,1284
$1,2 P_T = 3,45$	434,9	0,2214
$1,21 P_T = 3,49$	463,3	0,255

Сосуд с вмятиной. Для оценки напряженно-деформированного состояния (НДС) сосуда с вмятиной под действием разрушающего давления $P_p = 3.49$ МПа выполнен расчет методом конечных элементов. Размеры сосуда и материал такие же, как и для сосуда без вмятины. Поскольку нам наиболее интересна картина НДС в локальной зоне вмятины, целесообразно оставить

вить в рассмотрении 1/8 часть сосуда и полагать, что вмятина образуется симметрично с двух сторон оболочки.

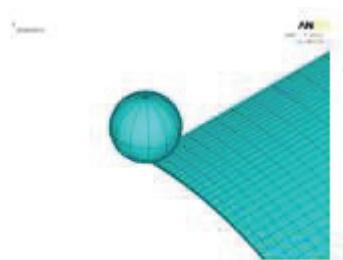


Рисунок 4 – Модель штампа

Вмятина на стенке корпуса формировалась квазистатическим вдавливанием сферического штампа с последующим извлечением его. Геометрическая модель индентора приведена на рис. 4.

После вдавливания штампа на глубину 55,2 мм и последующего извлечения на оболочке образуется вмятина глубиной 20,6 мм. Более подробно процесс образования вмятины под действием различной формы штампов показан в статье [4].

При образовании вмятины в оболочке возникают остаточные напряжения и деформации, оценка влияния которых на разрушение оболочки и является основной задачей этой статьи.

После извлечения штампа в зоне вмятины наблюдается неоднородность напряженно-деформированного состояния, вызванная наличием остаточных деформаций. Интенсивность напряжений и деформаций приведена на рис. 5 и рис. 6.

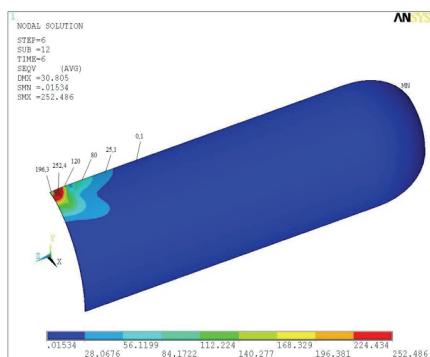


Рисунок 5 – Напряжения после снятия штампа, σ_i МПа

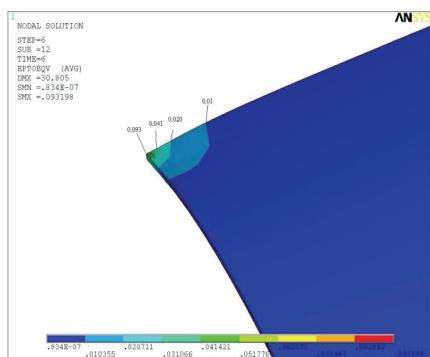


Рисунок 6 – Деформации после снятия штампа, ε_i

После формирования вмятины выполнено нагружение оболочки внутренним разрушающим давлением. Нагружение оболочки проводилось, плавно наращивая давление до величины $P_p = 3.49$ МПа. Распределение интенсивности напряжений и деформаций под нагрузкой, приведено на рис. 7-8.

Значения максимумов интенсивности напряжений и деформаций для сосуда с вмятиной для аналогичных (приведенным выше) шагов нагружения показаны в табл. 2.

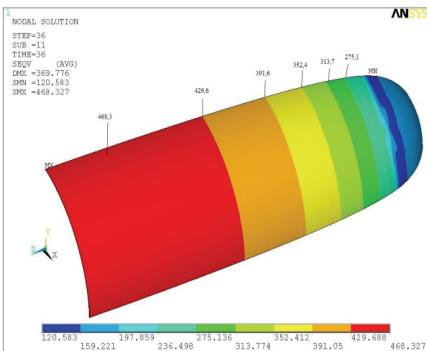


Рисунок 7 – Напряжения при разрушающем давлении σ_i МПа

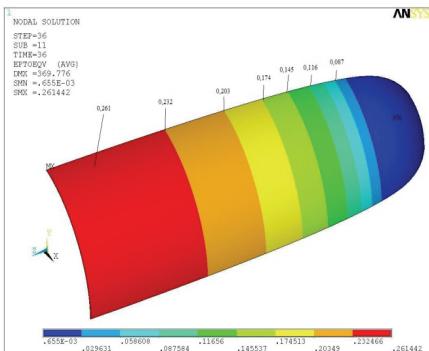


Рисунок 8 – Деформации при разрушающем давлении, ε_i

Таблица 2 – Максимумы интенсивности напряжений и деформаций для сосуда без вмятины

Давление, МПа	σ_i^{\max} , МПа	ε_i^{\max} , %
После снятия штампа	252,4	0.0931
$P_t = 2,88$	258,5	0.0931
$1,05 P_t = 3,02$	285,7	0.0704
$1,1 P_t = 3,16$	319,6	0.0925
$1,15 P_t = 3,31$	363,7	0.139
$1,2 P_t = 3,45$	439,7	0.2276
$1,21 P_t = 3,49$	468,3	0.2614

Из табл. 2 видно, что после образования вмятины были получены значительные остаточные напряжения (252,4 МПа) и деформации (0.0931). Хотя эти напряжения и деформации велики, но, как было показано в статьях [1, 2, 6], они носят локальный характер и условия прочности в этом случае выполняются.

При дальнейшем повышении давления до величины 2,97 МПа вмятина активно выпрямляется, при этом остаточные напряжения снижаются до минимального уровня $\varepsilon_i^{\max} = 0.0693\%$. Этот интересный факт подробно описан в статье [5], в которой показано как меняются напряжения в зоне вмятины при проведении гидрообработки сосуда с целью снятия сварных остаточных напряжений.

При повышении давления выше 5 % от давления текучести в зоне вмятины заметен рост интенсивности напряжений и деформаций вплоть до разрушающих величин ($\sigma_i^{\max} = 468,3$ МПа; $\varepsilon_i^{\max} = 0.2614$).

Выводы. При сопоставлении значений напряжений и деформаций для сосуда с вмятиной и без вмятины, нагруженных разрушающим давлением

можно, сделать такие выводы:

- хотя в сосуде с вмятиной максимумы напряжений и деформаций выше, чем в сосуде без дефекта, однако разница, особенно по напряжениям, очень мала и составляет меньше одного процента ($\Delta\sigma \approx 5$ МПа, $\Delta\varepsilon \approx 0,64\%$).
- в случае статического нагружения сосуда с вмятиной внутренним давлением вплоть до значений $1,05 P_m = 3,02$ МПа, деформации снижаются.

Исходя из изложенного выше можно сделать основной вывод о том, что разрушающее давление цилиндрических оболочек с вмятиной и без нее отличаются незначительно.

Список литературы: 1. Кантор Б. Я. Влияние вмятин на несущую способность сосудов / Б. Я. Кантор, В. М. Долинский, Р. Л. Онацкий // Вестн. НТУ «ХПИ». – 2010. – № 14. – С. 99. 2. Кантор Б.Я. Статическая прочность нагруженных внутренним давлением тонкостенных сосудов, содержащих вмятины / Б.Я. Кантор, В.М. Долинский, Р.Л. Онацкий // Пробл. машиностроения. – 2011. – Т. 14, № 1. – С. 38-43. 3. Басов К.А. Ansys: справочник пользователя. – М.: ЦМК Пресс. 2005. – 640 с. 4. Р.Л. Онацкий. Образование круглой вмятины на цилиндрической оболочке вдавливанием штампа // Вестник НТУ «ХПИ». – 2011. – № 63. – С. 106-113 с. 5. Р.Л. Онацкий. Остаточные напряжения в сосудах с вмятинами и снятие их в процесс гидрообработки // Вестник НТУ «ХПИ». – 2011. – № 52. – С. 135-141 с. 6. Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с. 7. Малинин. Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1968. – 400 с. 8. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки. – М.: 1966. – 636 с. 9. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов : 2-е изд. – К.: Наук. думка, 1988. – 736 с. 10. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: 1969. – 420 с.

Поступила в редакцию 08.10.2012

УДК 519:539:534

C. V. KRASNIKOV, канд. техн. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХПІ»

МОДЕЛЮВАННЯ РУЙНУВАННЯ ФУНДАМЕНТУ ЕНЕРГОБЛОКУ 200 МВТ ПРИ СТАТИЧНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Наведено результати дослідження напруженого-деформованого стану фундаменту турбіни потужністю 200 МВт при двох видах навантаження. Проведено аналіз найбільш навантажених зон фундаменту. Визначено найбільш небезпечні місця та можливі моделі руйнування. Моделювання та розрахунки виконано за методом скінчених елементів.

Ключові слова: фундамент турбіни, найбільш навантажені зони, моделі руйнування.

© С. В. Красніков, 2012

Приведены результаты исследования напряженно-деформированного состояния фундамента турбины мощностью 200 МВт при двух видах нагрузки. Проведен анализ наиболее нагруженных зон фундамента. Определены наиболее опасные места и возможные модели разрушения. Моделирование и расчеты выполнены методом конечных элементов.

Ключевые слова: фундамент турбины, наиболее нагруженные зоны, модели разрушения.

A stressed-deformed state foundation turbine of 200 MW with two types of load are described. Analysis of the most loaded areas of the basement are given. Defined most dangerous places and possible damage model. Modeling and calculations made with using the finite element method.

Keywords: foundation turbine, most loaded areas, damage model.

Вступ. Сучасний стан обладнання електростанцій України є близьким до фізичного зносу матеріалів, що є їх основою. Більшість наявних вітчизняних електростанцій за останні 10 років активно займаються відновленням та модернізацією обладнання. Для відновлення та модернізації найбільш трудомістким елементом енергоблоків є фундамент. Щодо вітчизняних електростанцій фундамент традиційно використовується залізобетонного типу. Він працює у складних умовах комбінованого навантаження змінним температурним полем, динамічними та статичними силами. Завдяки своїм особливостям фундамент навіть при демонтованому обладнанні має значне статичне навантаження. Дослідження моделей руйнування фундаменту є актуальнюю та важливою задачею для відновлення фундаменту та подовження його ресурсу.

Мета роботи. Дослідження напружено-деформованого стану фундаменту, його найбільш навантажених елементів та можливої форми руйнування.

Розрахункова модель. Моделювання фундаменту описано в статті [1]. Для побудови математичної моделі та проведення розрахунків було використано метод скінчених елементів та раніше розроблені методики [2, 3].

Чисельні дослідження. Розрахунки деформацій та напруг було виконано при двох схемах навантаження:

- 1) постійними силами від устаткування та фундаменту (опис навантаження у статтях [1, 4], розподіл напруг показано на рис. 1);
- 2) тимчасовими силами від гідростатичного удару (опис у статті [4], розподіл напруг показано на рис. 2).

На рис. 1-4 показано розподіл напруг стиснення (від'ємні значення) та розтягнення (позитивні значення). Залізобетон фундаменту має три режими роботи. Первінне руйнування пов'язано з напругами розтягнення, що є причиною появи тріщин. При досягненні цієї стадії процес руйнування йде швидше, оскільки міцність фундаменту буде зумовлена більшою мірою лише металевим каркасом. З рис. 1-2 можна побачити, що в даному фундаменті найбільш навантаженими та вірогідними зонами руйнування є наступні:

- 1) середня частина пар колон № IV;
- 2) основи пар колон № I, II, V, VI;
- 3) місця стиків біля рівня 4,5 м пар колон № III, V (рис. 3);

- 4) частина колон № V біля рівня 0 м (рис. 4);
 5) частини пар колон № I, II, IV вище рівня 4,5 м.

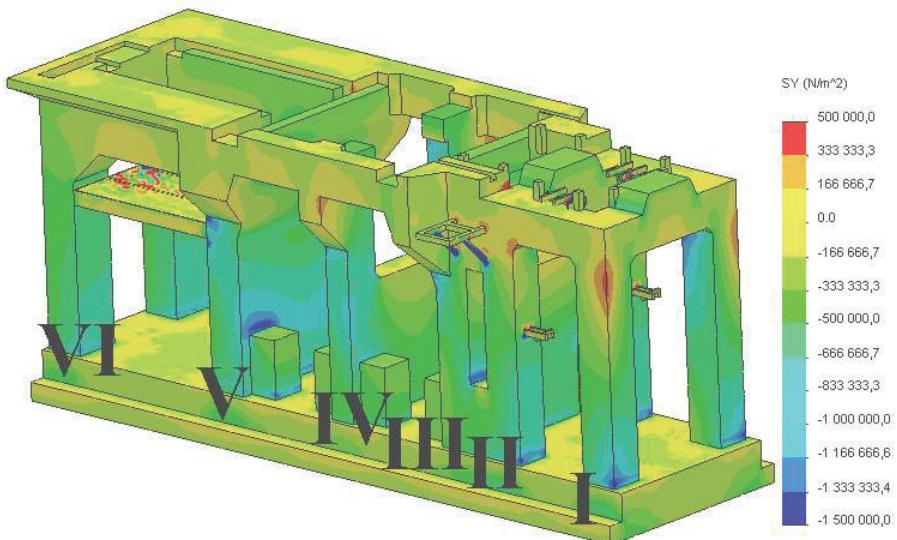


Рисунок 1 – Розподіл напруг при навантаженні постійними силами

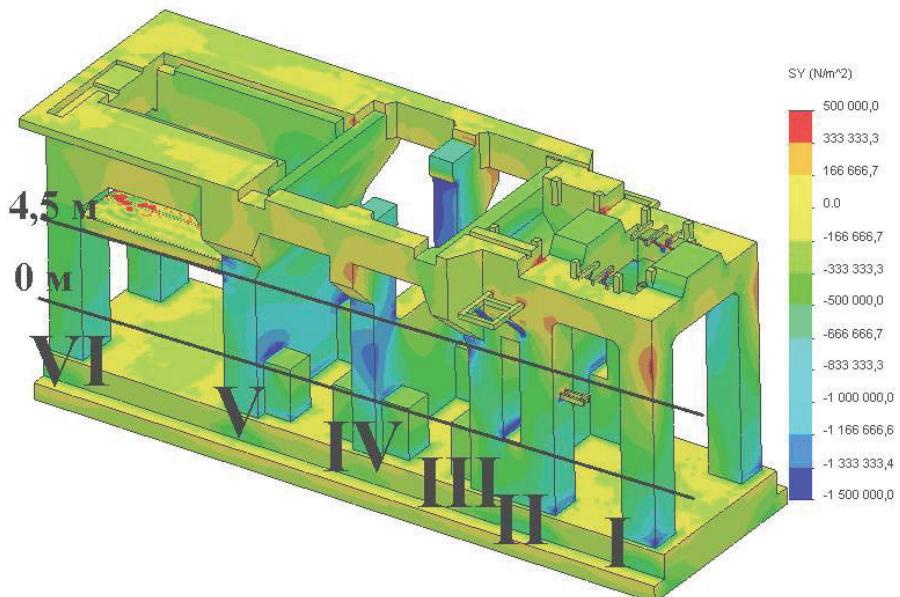


Рисунок 2 – Розподіл напруг при навантаженні тимчасовими силами

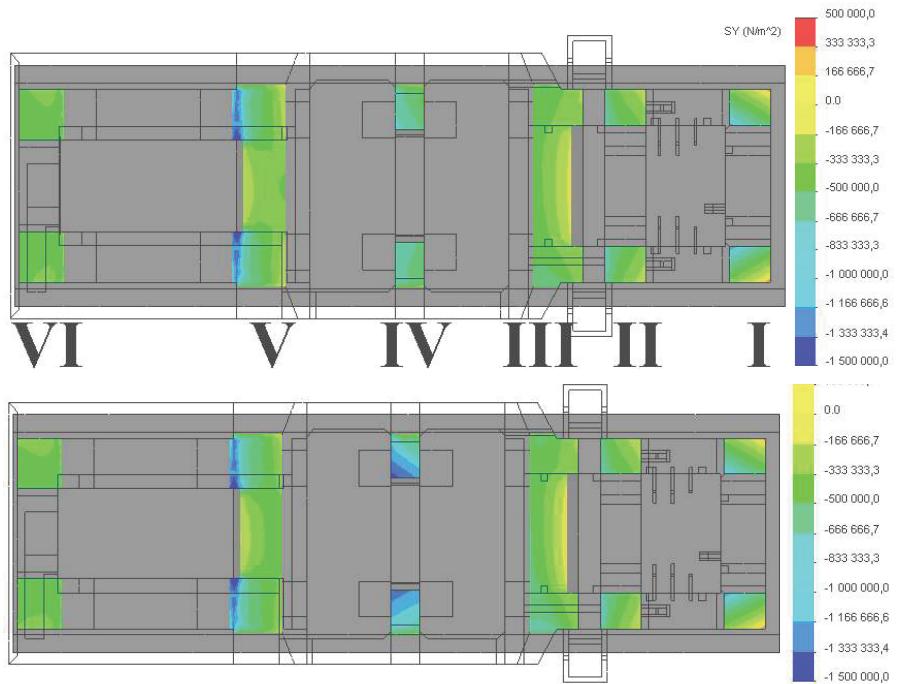


Рисунок 3 – Розподіл напруг на рівні 4,5 м (погляд зверху) при навантаженні постійними силами (зверху) та тимчасовими силами (знизу)

Максимальні напруги в колонах фундаменту

№ пари колон, місце	Макс. напруги, МПа, тип навантаження		Різниця	
	постійне	тимчасове	МПа	%
I	0,650	0,651	0,001	0,2
II, металеві кріплення ЦВД	0,640	0,750	0,11	17,2
II	0,526	0,528	0,002	0,4
III, металеві кріплення	8,870	9,910	1,04	11,7
III	0,595	0,569	0,026	4,4
IV	0,480	0,894	0,414	86,3
V	1,378	1,673	0,295	21,4
проміж V та VI	0,478	0,536	0,058	12,1

Перші чотири пункти є зонами стиснення. П'ята зона відповідає напругам розтягнення тому має найбільшу вірогідність тріщин. Найбільш навантаженим елементом фундаменту є пара колон № IV. Ці колони мають дві навантажені зони – 1 та 5. Перша зона має найбільші напруги стиснення у залізобетоні фундаменту при навантаженні тимчасовими силами. П'ята зона має найбільші напруги розтягнення при двох типах навантаження. Величини ма-

ксимальних напруг розтягнення в три рази нижчі за напруг стиснення. Значення максимальних напруг наведено у таблиці. З таблиці видно, що ці значення значно нижчі за межі текучості. Максимальні значення переміщень не перевищують 2 мм. Картини розподілу переміщень та їх значення при двох типах навантаження майже не відрізняються. Максимальні переміщення мають металеві кріплення циліндру високого тиску (ЦВД).

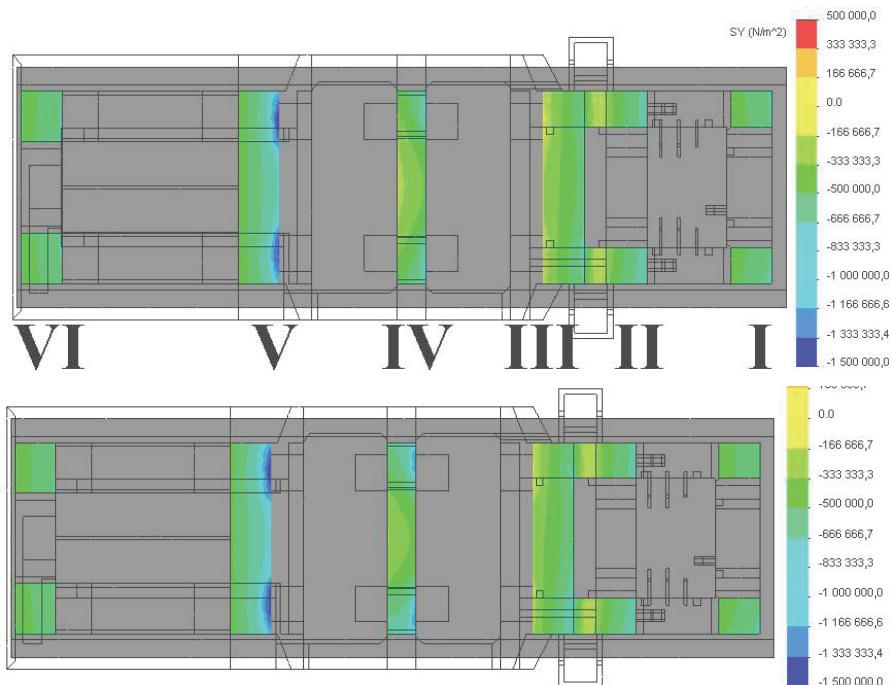


Рисунок 4 – Розподіл напруг на рівні 0 м (погляд зверху) при навантаженні постійними силами (зверху) та тимчасовими силами (знизу)

Висновки. Проведено розрахунки напружено-деформованого стану фундаменту. За результатом аналізу знайдено п'ять зон найбільшого навантаження, що є найбільш можливими місцями руйнування. Найбільш навантаженим елементом фундаменту є пара колон № IV, що свідчить про начало руйнування фундаменту саме з цих колон. Значення напруг нижчі за межу текучості, проте фундаменти цього типу мають значний час експлуатації – більше 40 років. Для підвищення ресурсу фундаменту потрібно при планових профілактичних роботах приділяти увагу означенім зонам фундаменту.

Список літератури: 1. Красніков С.В. Моделювання напружено-деформованого стану фундаменту турбоагрегату 200 МВт // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 63. – С. 54-58. 2. Шульженко Н.Г., Вороб'єв Ю.С. Численный анализ колебаний систем турбоагрегат-фундамент.

- К.: Наукова думка, 1991. – 232 с. 3. Красніков С.В., Степченко О.С., Торянік А.В. Комп’ютерне моделювання багатокорпусного турбоагрегату та аналіз його вібраційних характеристик // Машинознавство. – Львів: Кінтраті, 2009. – № 2. – С. 27-33. 4. Красніков С.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния фундамента при гидроиспытаниях турбоагрегата // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2012. – № 55. – С. 81-85.

Надійшла до редколегії 11.12.2012

УДК 539.3

Д. В. ЛАВИНСКИЙ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ИМПУЛЬСНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В СИСТЕМАХ ДЛЯ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ

Зроблена загальна постановка задачі розповсюдження імпульсних електромагнітних полів (ЕМП) у системах, призначених для обробки матеріалів тиском. Для одного варіанта індукторної системи в осесиметричній постановці задача зведена до схеми методу скінчених елементів. Проведені розрахунки, які дозволили виявити закономірності розподілу компонент ЕМП. Проведено порівняння чисельного рішення з аналітичним рішенням, а також з експериментальними результатами.

Ключові слова: імпульсні електромагнітні поля, індукторна система, осесиметрична постановка.

Сделана общая постановка задачи распространения импульсных электромагнитных полей в системах, предназначенных для обработки материалов давлением. Для одного варианта индукторной системы в осесимметричной постановке задача сведена к схеме метода конечных элементов. Произведены расчеты, которые позволили выявить закономерности распределения компонент. Произведены сравнения численного решения с аналитическим решением, а также с экспериментальными результатами.

Ключевые слова: импульсные электромагнитные поля, индукторная система, осесимметричная постановка.

The general statement of the objectives of the dissemination of pulse electromagnetic fields (PEF) in systems intended for processing of materials by pressure was made. For one variant of inductor system in an axisymmetric formulation of the problem is reduced to the scheme of the finite element method (FEM). The calculations were made, which have allowed to reveal the regularities of the distribution of the component of PEF. Made comparison of numerical solution with the analytical solution, as well as with the experimental results.

Keywords: pulse electromagnetic field, inductor system, axisymmetric formulation.

Актуальность и состояние проблемы. В настоящее время большой класс элементов машиностроительных конструкций работает под воздейст-

© Д. В. Лавинский, 2012

вием интенсивных электромагнитных полей (ЭМП), что приводит к возникновению механических напряжений, обусловленных наличием сил Лоренца. Уровни возникающих напряжений могут быть настолько велики, что могут приводить к потере прочности конструкций.

Также явление возникновения сил Лоренца в электропроводных материалах привело к применению ЭМП в технологиях обработки материалов давлением (ОМД). Данная отрасль технологических процессов известна как магнитно-импульсная обработка материалов (МИОМ). МИОМ имеет ряд преимуществ перед традиционными методами ОМД, главное из которых заключается в отсутствии промежуточных тел при передаче воздействия на заготовку. Данный факт позволяет применять МИОМ для обработки материалов с финишно обработанными поверхностями, что важно в радиотехнической, химической, медицинской и некоторых других областях промышленности. Кроме того, в последнее время все более широкое применение методы МИОМ находят в технологических операциях направленных на исправление дефектов готовых изделий, что характерно для автомобиле- и авиапромышленности. Применение МИОМ для, например, выпрямления вмятин корпусов позволяет производить эту операцию в большинстве случаев без размонтирования конструкции. Разработка новых операций МИОМ требует ряда подготовительных расчетных шагов: проектирования устройств генерирующих ЭМП (так называемых индукторов); расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) системы индуктор-заготовка и т.д. Отметим, что целью проектирования индукторов является создания индуктора такой формы и размеров, которые бы обеспечивали наибольшую эффективность технологической операции. Эффективность проектируемого оборудования традиционно оценивается по генерируемым им силам ЭМП [1]. Отметим, что традиционные оценки сил ЭМП чаще всего являются приближенными и проводятся на основе аналитических решений для тел канонической формы (полуплоскость, плоскость, полуправостранство и т.д.). В то же время численные методы моделирования ЭМП до сих пор используются редко. Хотя, использование метода конечных элементов (МКЭ) позволяет проводить моделирование электромагнитных процессов и дальнейший анализ НДС в рамках единой расчетной модели. Все высказанное свидетельствует о том, что задача разработки эффективного метода моделирования ЭМП с целью дальнейшего анализа НДС является безусловно актуальной научной проблемой.

Постановка задачи и метод решения. Электромагнитные процессы в электропроводных телах описываются следующей системой фундаментальных уравнений Максвелла [2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \epsilon_c \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\mu_c \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0, \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0, \end{aligned} \tag{1}$$

где \vec{j} , \vec{E} , \vec{H} – векторы плотности тока, напряженности электрического и магнитного полей, μ_c , ϵ_c – магнитная и электрическая проницаемости. Пренебрегая конвекционными токами уравнения (1) можно дополнить материальными соотношениями:

$$\vec{D} = \epsilon_c \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_c \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma_c \vec{E} + \gamma_c \left[\vec{u} \times \vec{B} \right], \quad (2)$$

где \vec{D} , \vec{B} – векторы индукции электрического и магнитного полей, γ_c – удельная электропроводность.

Использование МКЭ для моделирования ЭМП и дальнейшего анализа НДС позволяет не выделять в отдельную задачу определение сил ЭМП, действующих на элементы системы. С другой стороны, законы распределения этих сил, получаемые на промежуточном этапе решения, могут использоваться для сравнения с аналитическими или экспериментальными данными с целью оценки достоверности решения.

Одним из вариантов индуктора, используемого для деформирования тонкостенных элементов конструкций является массивное тело вращения сложной формы – рис.1. В центре индуктора выполнено отверстие (окно) в



Рисунок 1 – Индуктор

форме усеченного конуса. В первом приближении индуктор может быть смоделирован как осесимметричное тело [3]. Расчетная схема задачи определения пространственно-временной конфигурации ЭМП представлена на рис. 2. В этом случае система уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат относительно компонент напряженности магнитного поля, в виду осевой симметрии ($\frac{\partial}{\partial\phi} = 0$), сводится к виду (3).

$$\begin{cases} rot \vec{H}(r, z, t) = \frac{\partial H_z}{\partial r} - \frac{\partial H_r}{\partial z} = 0; \\ div \vec{H}(r, z, t) = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot H_r) + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решение данной системы позволяет найти пространственно-временное распределение напряженности магнитного поля в точках пространства, занимаемых индуктором и заготовкой. Напряженность, найденная для индуктора, в дальнейшем может использоваться для оценки его стойкости с точки зрения прочности, напряженность, найденная для заготовки, позволит исследовать ее напряженно-деформированное состояние с целью оценки формоизменения. Решение, полученное для поверхности заготовки, обращенной к ин-

дуктору имеет вид [3]:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_r(r, z, t) = H_m \frac{j(t)}{2(1 - \cos(\beta))} \cdot \frac{\rho}{\left(\rho^2 + \left(ctg(\beta) + \frac{h}{R_2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}; \\ H_z(r, z, t) = H_m \frac{j(t)}{2(1 - \cos(\beta))} \cdot \frac{\left(ctg(\beta) + \frac{h}{R_2} \right)}{\left(\rho^2 + \left(ctg(\beta) + \frac{h}{R_2} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}}, \end{array} \right. \quad (4)$$

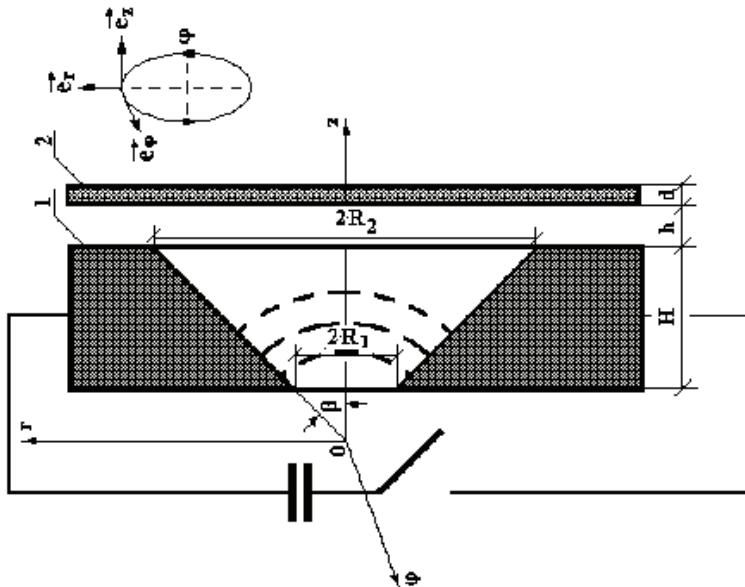


Рисунок 2 – Расчетная схема

где $H_m = \frac{L_i \cdot I_m}{\mu_0 \mu_r \pi R_2^2}$ – условная амплитуда напряженности магнитного поля;

L_i – индуктивность системы; I_m – амплитуда импульса тока; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума; μ_r – относительная магнитная проницаемость материала заготовки; $j(t)$ – временная зависимость импульса тока; $\rho = \frac{r}{R_2}$ – отно-

сительная радиальная координата. В решение (4) входит индуктивность, для которой в данном случае может быть получена только приближенная оценка в предположении, что выполняется «эффект близости» [3]:

$$L_i = \frac{\pi \mu_0 R_2 \cos(\beta)}{\cos^2\left(\frac{\beta}{2}\right) \cdot \left[1 + \left(\frac{R_2}{R_1} - 1 \right) \cdot \cos(\beta) \right]}. \quad (5)$$

Использование МКЭ для решения поставленной задачи позволяет не только автоматизировать переход от решения задачи анализа ЭМП к анализу напряженно-деформированного состояния, но и в значительной степени позволяет избежать различных упрощающих предположений, о которых было сказано выше. Кроме того, необходимо иметь в виду, что передача тока от индуктора к заготовке происходит через промежуточную среду – воздух, которая была исключена из рассмотрения при аналитическом решении.

Рассмотрим решение данной задачи по схеме МКЭ для расчетной схемы (рис. 3) согласно приведенной осесимметричной постановки. Для этого введем в рассмотрение векторный магнитный потенциал [4] – $\vec{A}(r, z, \varphi, t)$:

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A}. \quad (6)$$

В осесимметричной постановке вектор магнитной индукции \vec{B} всегда лежит в плоскости модели (в плоскости rOz), следовательно векторный магнитный потенциал всегда перпендикулярен к этой плоскости, то есть имеет только одну ненулевую компоненту $A_\varphi = A$.

Тогда система уравнений (3) может быть сведена к дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu_r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \gamma \frac{\partial A}{\partial t} = 0. \quad (7)$$

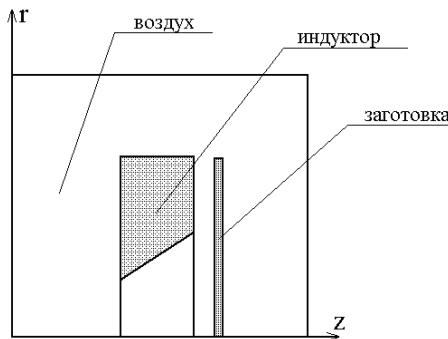


Рисунок 3 – Расчетная схема для осесимметричной постановки

Для уравнения (7) может быть построен функционал, для которого дифференциальное уравнение (7) является уравнением Эйлера. Тогда из условия минимума функционала (которое соответствует решению уравнения (7)) мы, согласно схемы, МКЭ находим поставленной задачи.

Анализ полученных результатов. Решение было проведено для следующих геометрических параметров системы (см. рис. 2): $R_1 = 0.0075$ м, $R_2 = 0.02$ м, $H = 0.01$ м, $h = 0.0005$ м, $d = 0.0005$ м. Размеры воздушной среды, окружающей систему, варьировались с целью определения таких, при которых компоненты ЭМП затухают на удалении от источника ЭМП (индуктора). Электрофизические параметры: индуктор – материал медь: относительная магнитная проницаемость $\mu_r = 1$, электропроводность $\gamma = 7 \cdot 10^7$ 1/Ом · м; заготовка – материал сталь: относительная магнитная проницаемость $\mu_r = 1.3$, электропроводность $\gamma = 6 \cdot 10^6$ 1/Ом · м; воздух: относительная магнитная проницаемость $\mu_r = 1$, электропроводность $\gamma = 0$. В качестве источника ЭМП задавался ток, равномерно распределенный по внутренней наклонной поверхности окна индуктора, изменяющийся во времени по закону: $j(t) = I_m e^{-\delta_0 t} \sin(2\pi vt)$. Амплитуда тока $I_m = 50$ кА, частота тока в импульсе $v = 1.33$ кГц. Решение проводилось на временном диапазоне от 0 до 0.1 с, что гарантировало полное затухание тока в импульсе. Для создания конечно-элементной модели использовался четырехузловой осесимметричный конечный элемент с билинейной аппроксимацией азимутальной компоненты векторного магнитного потенциала. Такая аппроксимация автоматически удовлетворяет контактным условиям на границах раздела сред с различными электрофизическими параметрами. Варьирование размеров «воздушного оружия» системы индуктор-заготовка позволили сделать вывод, что компоненты ЭМП затухают на удалении от системы индуктор-заготовка соизмеримом с толщиной индуктора H .

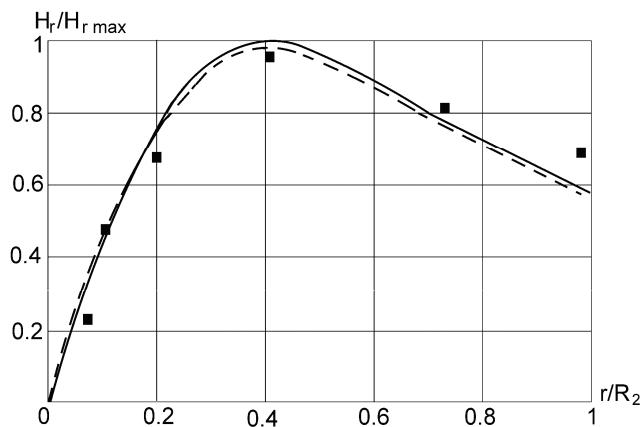


Рисунок 4 – Распределение радиальной компоненты напряженности ЭМП

Далее сравним полученное решение с решением аналитическим и экспериментальными данными [3]. На рис. 4 представлено распределение радиальной компоненты напряженности ЭМП на поверхности заготовки непо-

средствено в окрестности окна индуктора. Сплошная линия – полученное решение МКЭ, штриховая линия – аналитическое решение, согласно первой формуле (4), точки – экспериментальные данные [3].

Из приведенного рисунка видно хорошее совпадение численного и аналитического решений, что свидетельствует о целесообразности применения МКЭ для анализа распределения ЭМП в системах, подобных рассмотренной.

Выводы. Сделана постановка задачи анализа импульсного ЭМП для системы индуктор-воздушная среда-заготовка, а также показана возможность численной реализации подобных задач средствами МКЭ. Для одного варианта индукторной системы произведены расчеты, которые показали хорошее соответствие численных, экспериментальных и аналитических решений. Таким образом можно сделать вывод, что МКЭ вполне может применяться для анализа ЭМП и последующего анализа напряженно-деформированного состояния систем для МИОМ.

Список литературы: 1. Белый И.В. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов / Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. – Х.: Вища школа, 1977. – 189 с. 2. Maxwell J.C. A Treatise on Electricity and Magnetism / In 2 vol.: Vol. II. / Maxwell J.C. – Oxford: Clarendon Press, 1873. – XXIV, 445 p. 3. Туренко А.Н. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Т. 3: Теория и эксперимент притяжения тонкостенных металлов импульсными магнитными полями: Монография / Туренко А.Н., Батыгин Ю.В., Гнатов А.В. – Х.: ХНАДУ, 2009. – 240 с. 4. Тозони О.В. Расчет трехмерных электромагнитных полей / Тозони О.В., Маергойз И.Д. – К.: Техніка, 1974. – 352 с.

Поступила в редакцию 15.11.2012

УДК 539.3

А.А. ЛАРИН, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»;
А.А. ВОДКА, аспирант, НТУ «ХПІ»

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РЕСУРСА КОНСТРУКЦІЙ ПРИ МНОГОЦІКЛОВОЙ УСТАЛОСТИ С УЧЕТОМ ДЕГРАДАЦІЇ СВОЙСТВ МАТЕРІАЛА

У роботі запропонованій новий підхід до прогнозування ресурсу при багатоцикловій втомі, який виконаний в імовірній постановці та дозволяє врахувати природну деградацію властивостей матеріалу. Отримані розв'язувальні рівняння для визначення математичного очікування, кореляційної функції й дисперсії пошкоджуваності.

Ключові слова: пошкоджуваність, ресурс, багатоциклова втома, природна деградація матеріалу.

© А. А. Ларин, А. А. Водка, 2012

В работе предложен новый подход к прогнозированию ресурса при многоцикловой усталости, который выполнен в вероятностной постановке и позволяет учесть естественную деградацию свойств материала. Получены разрешающие уравнения для определения математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии повреждаемости.

Ключевые слова: повреждаемость, ресурс, многоцикловая усталость, естественная деградация материала.

The paper deals with the development of a new approach for high-cycle fatigue lifetime prediction, which is made in the stochastic framework and allows to take into account the natural degradation of the material properties. A mathematical expectation, correlation function and a variance of the continuum damage function has been obtained.

Keywords: continuum damage, lifetime, high-cycle fatigue, natural degradation of the material properties.

Введение. При проектировании большинства машиностроительных конструкций анализ надежности выполняется по характеристикам статического и динамического напряженно-деформированного состояния, которые реализуются на номинальных режимах работы. При этом также закладывается запасы по прочности, которые обеспечивают высоконадежность работы конструкции на этих режимах работах. В связи с этим ресурс таких систем определяется их работой не на номинальных, а на опасных режимах, то есть всплесками или выбросами напряжений при пусках и остановках или при резких изменениях в условиях эксплуатации. Естественно, что ресурс при этом зависит от частоты возникновения переходных режимов, которая определяется особенностями эксплуатации, а поэтому способна меняться в процессе функционирования конструкции и имеет случайную природу.

В силу, относительно невысокой частоты возникновения переходных режимов, а также наличия запаса по прочности, который закладывается на этапе проектирования, ресурс эксплуатации рассматриваемых машиностроительных конструкциях становится соизмеримым со временем протекания естественных деградационных процессов в материалах. Деградация, как совокупность необратимых микроструктурных и физико-химических изменений в материале, оказывает влияние на его механические свойства и особенно существенно на прочностные характеристики. Изучение этих процессов выполняют экспериментально. При этом, как правило, информация сильно ограничена, а получаемые данные имеют значительный разброс. Последнее определяет необходимость вероятностных постановок при моделировании деградации механических свойств материалов.

Таким образом, актуальной задачей представляется разработка моделей и подходов к анализу надежности и прогнозу ресурса машиностроительных конструкций со значительным проектным сроком службы в вероятностной постановке с учетом деградации прочностных свойств материала и случайного разброса во времени частоты нагрузки.

Постановка задачи. В данной работе рассматривается прогнозирование ресурса много-циклической усталости машиностроительных конструкций. Ре-

сурс определяется по степени накопления нелокализованной повреждаемости накопление которой предполагалось в соответствии с гипотезой линейного суммирования. Для рассматриваемого класса задач вводится гипотеза о том, что накопление усталости происходит в результате циклического изменения напряжений с фиксированным уровнем амплитуд и случайной во времени частотой. Деградация свойств учитывается, как снижение во времени предела усталостной прочности.

Таким образом, кинетика роста повреждаемости описывается уравнением [1]:

$$\frac{d}{dt} D(t) = \frac{\omega(t) \cdot \sigma_a^m}{N_0 \cdot \sigma_{-1}^m(t)}, \quad (1)$$

где $D(t)$ – функция меры повреждаемости, $\omega(t)$ – частота процесса, N_0 – базовое число циклов до разрушения, m – параметр кривой Веллера (в работе рассматривается $m = 4$), σ_a – амплитудные напряжения цикла, $\sigma_{-1}(t)$ – предел усталости, t – время. В работе необходимо определить вероятностные характеристики повреждаемости, принимая, что $\omega(t)$ и $\sigma_{-1}(t)$ – случайные функции времени. При этом вводится гипотеза о статистической независимости функций частоты и процесса деградации.

Характеристики нагружения. В данной работе рассматриваются конструкции, находящиеся под действием циклических нагрузок с фиксированным детерминированным уровнем амплитуд напряжений и случайной частотой. Такая ситуация способна реализоваться в системах для которых хорошо известны и изучены наиболее опасные режимы работы, но присутствует неопределенность с проявлением данных режимов. Например, это режимы пуска и остановки и др.

Будем предполагать, что частота возникновения данных режимов есть стационарный случайный процесс, то есть вероятностные характеристики этого процесса не зависят от начала отсчета времени (от начала наблюдения за данным процессом). Вероятностные характеристики данного процесса следует определять из данных статистики по эксплуатации данной конструкции или ее прототипа. При этом необходимо знать математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию частоты. Достоверное определение последней характеристики требует значительного числа статистических данных, что часто приводит к существенным трудностям. Поэтому на практике имеет смысл априорно постулировать вид корреляционной функции, и определять только ее параметры.

В данной работе предлагается воспользоваться в качестве такой аппроксимации экспоненциальным законом [2], параметрами которого являются дисперсия (σ_ω^2) и интенсивность (λ_ω) частоты возникновения опасного режима

$$K_\omega(t_1, t_2) = \sigma_\omega^2 \cdot \exp(-\lambda_\omega \cdot |t_2 - t_1|). \quad (2)$$

Параметр интенсивности определяется исходя из времени корреляции,

то есть промежутка времени за который предполагается исчезающим статистическое влияние частоты возникновения опасного режима имевшей место к моменту времени t_1 на частоту возникновения этого режима к моменту времени t_2 . Таким образом, время корреляции может быть задано исходя из особенностей эксплуатации конструкции или для стационарного случайного процесса вычислено по формуле [2]:

$$\tau_{\omega k} = \frac{1}{\sigma^2} \cdot \int_0^{\infty} K(\tau) d\tau, \quad \tau = t_2 - t_1. \quad (3)$$

Таким образом, априорно задавшись временем корреляции для частоты возникновения опасного режима и учитывая принятый вид корреляционной функции, можно определить интенсивность частоты возникновения опасного режима:

$$\lambda_{\omega} = \frac{1}{\tau_{\omega k}}. \quad (4)$$

В данной статье при вычислениях конкретных примеров интенсивность полагалась равной единицы, что не уменьшает общности рассуждений и результатов в силу произвольности выбора масштаба времени.

Моделирование деградации как постепенного снижения во времени предела усталостной прочности. Из литературы известны работы, посвященные экспериментальному изучению процессов естественного старения различных материалов [3-7].

Наиболее детально изучается деградационные процессы в эластомерах, в силу относительно небольшого времени, за которое происходит заметное изменение их механических и прочностных свойств. Так, в работах [3,4] приведены результаты для резиноподобных материалов применяемых в шинной промышленности. При этом получено, что естественное старение резины в течении 4 лет приводит к уменьшению ее статической и усталостной прочности более чем в 3 раза. В [3] выявлена гиперболическая зависимость процесса снижения прочности.

Работы [5-8] посвящены изучению старения металлов и сплавов. При этом определено, что естественное старение металла слабо сказывается на его статической прочности и упругих характеристиках, но существенно изменяет параметры длительной прочности (сопротивление усталости). Так, в работе [5] для стали 45 получено, что естественное старение материала в течении 50 лет приводит к изменению статических прочностных характеристик лишь в пределах 5%, но снижает предел усталости на 44%. При этом в статье показано, что поля разбросов экспериментальных данных для не деградированных и деградированных образцов не пересекаются. Более того детальный анализ структуры изломов образцов позволил авторам выявить принципиальные структурные изменения в характере процессов зарождения усталостных трещин для деградированного материала. Аналогичные результаты получены в работе [6] для стали 20 – при этом определено, что старение в тече-

нии 15 лет снижает предел усталости на 38 %.

Обобщая данные, приведенные в литературе по процессам деградации, в данной статье предлагается рассматривать процесс снижения предела усталостной прочности по гиперболической зависимости вида:

$$\sigma_{-1}(t) = \sigma_{-1}^* \cdot \left[\beta_1 - \frac{\beta_1}{\beta_2 + \beta_3 \cdot t^p} \right] = \sigma_{-1}^* \cdot \varphi(t), \quad (5)$$

где β_i – параметры аппроксимации, p – степень аппроксимации, σ_{-1}^* – предел усталостной прочности для не деградированного материала.

Степень аппроксимации p определяет характер падения предела усталости. Так, при $p = 1$ наблюдается монотонное равномерное снижение предела усталости, что характерно для полимерных материалов. Для металлов и сплавов в начальные моменты времени падение характеристик не наблюдается, а при достижении критического значения времени деградация проявляется более интенсивно. Соответствующую аппроксимацию можно получить при увеличении порядка p . Характерные кривые, описывающие деградацию предела усталости с разными степенями аппроксимации приведено на рис. 1. В качестве исходных данных использовались результаты, приведенные в работе [5]. Следует отметить, что с увеличением порядка аппроксимации наблюдаются существенные разбросы в значениях величин β_i , что способно негативно отразится на численных процедурах при использовании выражения (5) при решении практических задач.

Следует отметить необходимость учета разброса в значениях предела усталости. Очевидно, что в процессе старения материала данная неопределенность сохраняется или даже увеличивается. Поэтому будем полагать, что предел усталости представляет собой произведение нормированной к единице функции времени аппроксимирующей процесс деградации $\varphi(t)$ и значения предела усталости в начальный момент времени являющейся случайной величиной, которая предполагается (согласно рекомендациям работ [9,10]) подчиняющейся логарифмически-нормальному закону распределения плотности вероятности:

$$f_1(\sigma_{-1}^*) = \frac{1}{\sigma_{-1}^* s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left[\frac{\ln(\sigma_{-1}^*) - \mu}{2s}\right]^2\right), \quad (6)$$

где s и μ – параметры распределения, которые определяются из значений математического ожидания и дисперсии или коэффициента вариации предела усталости

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{-1}^* \rangle &= \exp\left(\mu + \frac{s^2}{2}\right), \\ Var[\sigma_{-1}^*] &= [\exp(s^2) - 1] \cdot \langle \sigma_{-1}^* \rangle^2, \quad V_{\sigma_{-1}^*} = \frac{\sqrt{Var[\sigma_{-1}^*]}}{\langle \sigma_{-1}^* \rangle} = [\exp(s^2) - 1]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

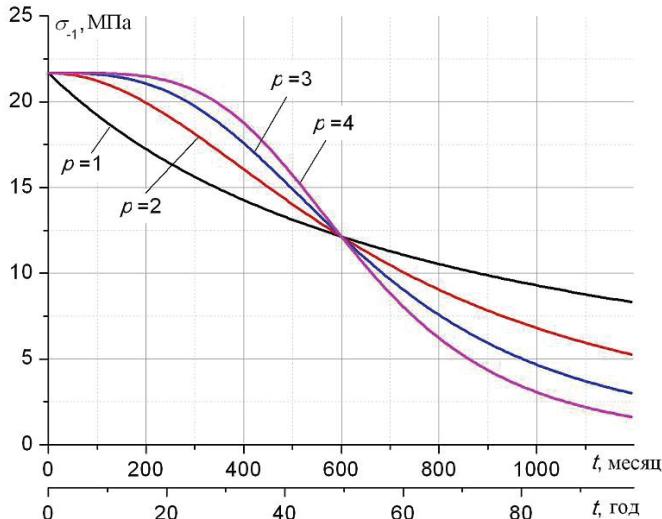


Рисунок 1 – Аппроксимации падения предела усталости в результате естественного старения (аппроксимация построена для характеристик стали 45 по данным, приведенным в работе [5])

В формулах введено обозначения: $\langle \dots \rangle$ – оператор математического ожидания, $Var[\dots]$ – оператор взятия дисперсии, $V_{\sigma_{-1}^*}$ – коэффициент вариации.

Таким образом, изменение предела усталости представляет собой случайный нестационарный процесс. Одномерная плотность вероятности этого процесса представляется, как линейное функциональное преобразование (5) случайной величины σ_{-1}^* и имеет вид:

$$f(\sigma_{-1}, t) = \frac{1}{\sigma_{-1} s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left[\frac{\ln(\sigma_{-1}) - \mu - \ln \varphi(t)}{2s}\right]^2\right). \quad (8)$$

На рис. 2 графически представлена одномерная плотность вероятности случайного процесса падения предела усталостной прочности во времени. Графики построены для нормированной функции аппроксимирующей процесс деградации $\varphi(t)$ с показателем аппроксимации $p = 2$.

Определение вероятностных характеристик повреждаемости. В качестве основных характеристик повреждаемости, которые определяют параметры ресурса в данной работе изучаются процессы накопления средней повреждаемости и ее дисперсии. Для определения средней повреждаемости представим выражение (1) в интегральном виде:

$$D(t) = \frac{\sigma_a^m}{N_0} \cdot \int_0^t \frac{\omega(t')}{\sigma_{-1}^m(t')} dt'. \quad (9)$$

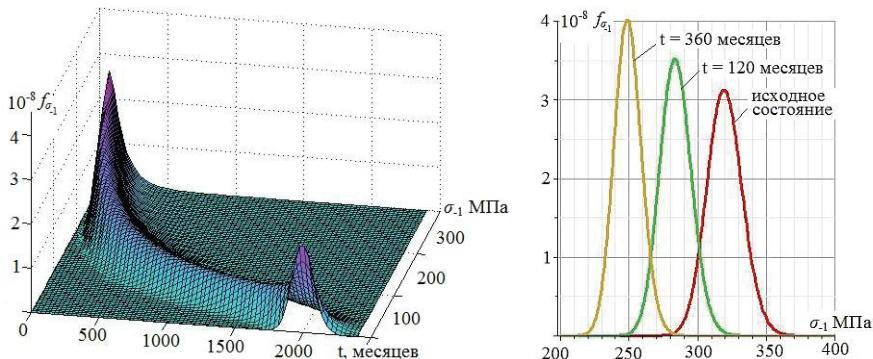


Рисунок 2 – Одномерная плотность вероятности случайного процесса снижения предела усталостной прочности во времени в результате деградации материала

Коэффициент стоящий перед интегралом представляет собой число большого порядка ($>10^{20}$). Так как повреждаемость изменяется в пределах от 0 до 1, то порядок функции в подынтегральном выражении должен быть мал. Операции с числами и функциями таких порядков, как правило, нестабильны. Поэтому целесообразно провести нормализацию предела усталости по математическому ожиданию. Для этого введем замену переменных

$$\sigma_{-1}^* = \langle \sigma_{-1}^* \rangle \cdot \chi, \quad (10)$$

где χ – случайная величина, которая подчиняется логарифмически-нормальному закону, и имеет единичное математическое ожидание, а дисперсию равную коэффициенту вариации предела усталости в не деградированном состоянии

$$\langle \chi \rangle = 1, \quad \text{Var}[\chi] = V_{\sigma_{-1}^*}^2. \quad (11)$$

В рамках введенных обозначений:

$$D(t) = \psi \cdot \int_0^t \frac{\omega(t')}{\chi^m \cdot \varphi^m(t')} dt', \quad \psi = \frac{\sigma_a^m}{N_0 \cdot \langle \sigma_{-1}^* \rangle^m} = \text{const}. \quad (12)$$

Средняя повреждаемость определяется путем усреднения выражения (11) с учетом введенной гипотезы о статистической независимости процессов нагружения и деградации

$$\langle D(t) \rangle = \psi \cdot \langle \omega \rangle \cdot \langle \chi^{-m} \rangle \cdot \int_0^t \varphi^{-m}(t') dt'. \quad (13)$$

Для определения дисперсии повреждаемости рассмотрим ее корреляционную функцию, которая согласно определению, выражается через второй начальный момент

$$K_D(t_1, t_2) = \langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle - \langle D(t_1) \rangle \cdot \langle D(t_2) \rangle. \quad (14)$$

Используя интегральное представление повреждаемости (11) и с учетом гипотезы о независимости процессов деградации и нагружения получим выражение связывающее второй начальный момент повреждаемости с вероятностными характеристиками частоты и случайной составляющей предела усталости:

$$\langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle = \psi^2 \cdot \left\langle \int_0^{t_1} \frac{\omega(t')}{\chi^m \varphi^m(t')} dt' \cdot \int_0^{t_2} \frac{\omega(t'')}{\chi^m \varphi^m(t'')} dt'' \right\rangle, \quad (15)$$

$$\langle D(t_1) \cdot D(t_2) \rangle = \psi^2 \left\langle \chi^{-2m} \right\rangle \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\langle \omega(t') \cdot \omega(t'') \rangle}{\varphi^m(t') \cdot \varphi^m(t'')} dt' dt'', \quad (16)$$

где

$$\left\langle \chi^{-2m} \right\rangle = \int_0^{\infty} \chi^{-2m} \cdot f_{\chi}(\chi) d\chi, \quad (17)$$

а $f_{\chi}(\chi)$ – логарифмически нормальный закон математическим ожиданием и дисперсией, которые определяются из выражения (11).

Второй начальный момент от случайной частоты выражается через ее корреляционную функцию и квадрат среднего значения, который является постоянной величиной в рамках предположения о стационарности

$$K_{\omega}(t_1, t_2) = \langle \omega(t_1) \cdot \omega(t_2) \rangle - \langle \omega \rangle^2; \quad (18)$$

$$K_D(t_1, t_2) = \psi^2 \cdot \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} \frac{\left\langle \chi^{-2m} \right\rangle \left(K_{\omega}(t', t'') + \langle \omega \rangle^2 \right) - \langle \omega \rangle^2 \left\langle \chi^{-m} \right\rangle^2}{\varphi^m(t') \cdot \varphi^m(t'')} dt' dt'', \quad (19)$$

Дисперсия повреждаемости вычисляется из корреляционной функции и определяет разброс процесса накопления повреждаемости относительно его среднего значения

$$Var[D(t)] = K_D(t_1 = t, t_2 = t). \quad (20)$$

Разброс повреждаемости будем определять как $\pm 3\sqrt{Var[D(t)]}$ в рамках предположения о том, что плотность вероятности повреждаемости имеет вид близкий к нормальному закону Гаусса в силу выполнения условий центральной предельной теоремы [11].

Выполнение тестовых расчетов. На основе предложенного подхода к определению вероятностных параметров накопления усталостной повреждаемости с учетом естественной деградации свойств материала было проведено серию тестовых расчетов. При этом для определенности предполагалось, что на опасных режимах амплитуда напряжений превышает исходное значение предела усталостной прочности в 2 раза, интенсивность частоты возникновения опасных режимов $\lambda_{\omega} = 1$, а средняя частота $\langle \omega \rangle = 30$. Вариация частоты равна 0,5, то есть среднеквадратическое отклонение частоты составляет 1/2 от ее среднего значения. Деградация моделировалась в соот-

ветствии с данными приведенными в работе [5], то есть считалось, что в течение 50 лет предел усталости снизился на 44 %. Случайный разброс значений предела усталости в каждый момент времени считался фиксированным с коэффициентом вариации 0,05.

Результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. На графиках, также представлено влияние степени аппроксимации в функции снижения предела усталости на процесс накопления повреждаемости.

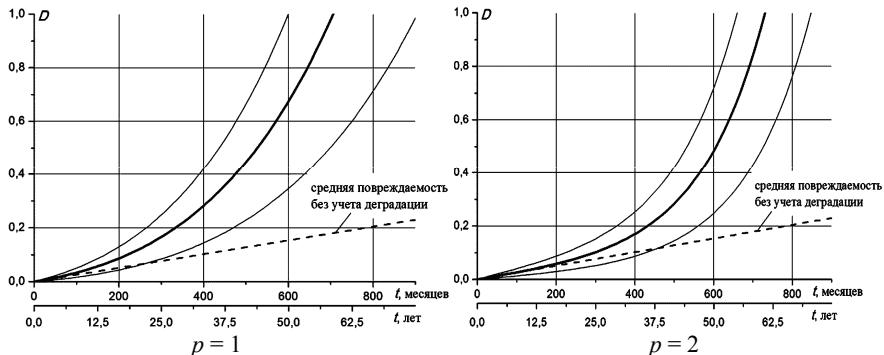


Рисунок 3 – Накопление повреждаемости во времени с учетом деградации материала с разной степенью аппроксимации

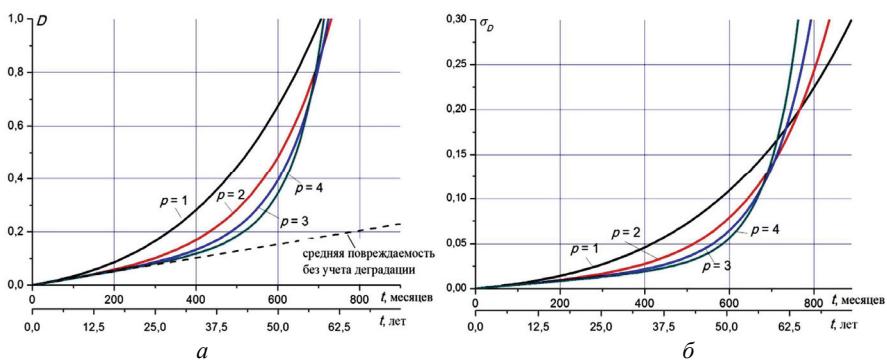


Рисунок 4 – Накопление во времени средней повреждаемости (а) и среднеквадратичного отклонения повреждаемости (б) с учетом деградации материала с разной степенью аппроксимации

По заданным характеристикам повреждаемости можно определить характеристики усталостного ресурса. В рамках данного подхода усталостный ресурс может быть определен, как время при котором повреждаемость достигает предельного значения $D = 1$. При этом данные по разбросу повреждаемости позволяют вычислить средний (T_a), гарантированный (T_{gar}) и максимальный (T_{max}) ресурс. На рис. 5 представлены зависимости параметров ре-

урса от степени аппроксимации в функции, определяющей снижение предела усталости при деградации материала.

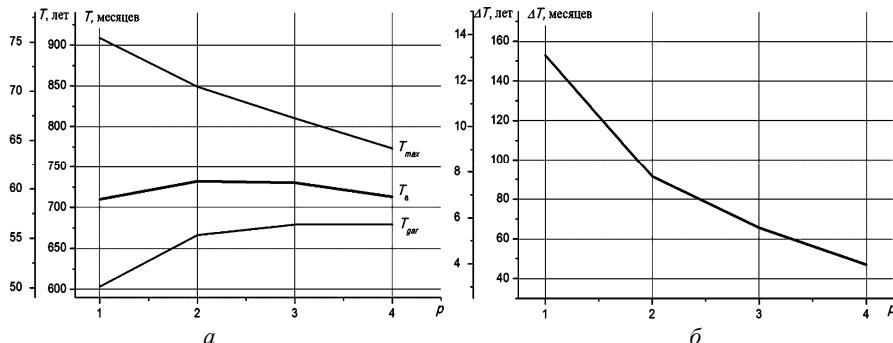


Рисунок 5 – Зависимость характеристик ресурса от степени аппроксимации снижения предела усталости при деградации материала: α – характеристики ресурса (средний, гарантированный и максимальный); β – средний разброс ресурса: $(T_{max} - T_{gar})/2$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что средний ресурс слабо зависит от параметра p , а разброс в определении ресурса достаточно существенно зависит от этого параметра. Особенно большим получает разброс в определении ресурса при $p = 1$.

Выводы. В работе предложен новый подход к прогнозированию ресурса при многоцикловой усталости, который выполнен в вероятностной постановке и позволяет учесть естественную деградацию свойств материала. Получены разрешающие уравнения для определения математического ожидания, корреляционной функции и дисперсии повреждаемости. Предложенный подход позволяет проводить анализ надежности и прогноз ресурса конструкций рассчитанных на длительный срок службы, накопление повреждаемости в которых происходит только при реализации опасных режимов, возникновение которых носит случайный характер.

Список литературы: 1. Жовдак В.А. Прогнозирование надежности механических систем / В.А. Жовдак, Л.Ф. Тарасова. – Х.: НТУ «ХПІ», 2007. – 108 с. 2. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций / А. А. Свешников. – М.: Наука, 1968. – 464 с. 3. Baldwin J.M. Rubber aging in tires. Part 1: Field results / J. M. Baldwin, D. R. Bauer, K. R. Ellwood // Polymer Degradation and Stability. – 2007. – № 92. – Р. 104-109. 4. Roland C. M. Aging of natural rubber in air and seawater / P. H. Motz, C. M. Roland // Rubber Chemistry and Technology. – 2007. – Vol. 74. – Р. 79-88. 5. Ботвина Л.Р. Влияние длительного старения на характеристики усталости стали 45 / И. М. Петрова, И. В. Гадолина, Л.Р. Ботвина и др // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2011. – № 1, Т. 77. – С. 58-61. 6. Botvina L. R. High-Cycle Fatigue Failure of Low-Carbon Steel after Long-Term Aging / L. R. Botvina, I. M. Petrova, I. V. Gadolina et al. // Inorganic Materials. – 2010. – Vol. 46, No. 14. – Р. 134-141. 7. Zaletelj H. High cycle fatigue of welded joints with aging influence / H. Zaletelj, V. Haesen, L. Dedene et al. // Materials and Design. – 2013. – No. 45. – Р. 190-197. 8. Singh S. Influence of thermomechanical aging on fatigue behaviour of 2014 Al-alloy / S. Singh, B. Goel // Bulletin of Materials Science. – 2005. – Vol. 28, Issue 2. – Р. 91-96. 9. Гусев А.С. Сопротивление устало-

сти и живучесть конструкций при случайных нагрузках / А.С. Гусев. – М.: Машиностроение, 1989. – 248 с. 10. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях переменных во времени / В.П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с. 11. Ларин А.А. Прогнозирование и анализ надежности машиностроительных конструкций / А.А. Ларин. – Х.: НТУ «ХПИ», 2011. – 128 с.

Поступила в редакцию 25.12.2012.

УДК 62-50

M. B. НЕКРАСОВА, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
C. A. ОЗЕРЯНЫЙ, студент, НТУ «ХПИ»;
C. H. ГЛАЗУНОВА, студент, НТУ «ХПИ»

О КОРРЕКЦИИ НАКАПЛИВАЮЩЕЙСЯ ПОСТОЯННОЙ ОШИБКИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ОРИЕНТАЦИИ В БЕСПЛАТФОРМЕННЫХ ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Статтю присвячено проблемі корекції зростаючої з часом похибки у визначенні орієнтації в безоплатформених інерційних навігаційних системах. Для її вирішення застосовувалась уточнююча формула Рунге. Розроблений метод перевірявся на схемі датчиків кутової швидкості.

Ключові слова: інерційна навігаційна система, орієнтація, формула Рунге.

Статья посвящена проблеме коррекции возрастающей со временем ошибки при определении ориентации в бесплатформенных инерциальных навигационных системах. Для ее решения применялась уточняющая формула Рунге. Разработанный метод проверялся на схеме датчиков угловой скорости.

Ключевые слова: инерциальная навигационная система, ориентация, формула Рунге.

In article the problem of correcting growing errors in determining the future orientation in strapdown inertial navigation systems is devoted. To fix it, clarifying formula Runge was applied. The method tested on circuit angular velocity sensor.

Keywords: inertial navigation system, orientation, formula Runge.

Введение. В данной работе была рассмотрена схема из трех датчиков угловой скорости (ДУС) (рис. 1).

Основная часть. Модель была построена на основании динамических уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} I_1 \dot{\omega}_1 - (I_2 - I_3) \omega_2 \omega_3 &= 0; \\ I_2 \dot{\omega}_2 - (I_3 - I_1) \omega_3 \omega_1 &= 0; \\ I_3 \dot{\omega}_3 - (I_1 - I_2) \omega_1 \omega_2 &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

© М. В. Некрасова, С. А. Озерянный, С. Н. Глазунова, 2012

где I_1, I_2, I_3 – главные центральные моменты инерции; $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ – компоненты вектора абсолютной угловой скорости.

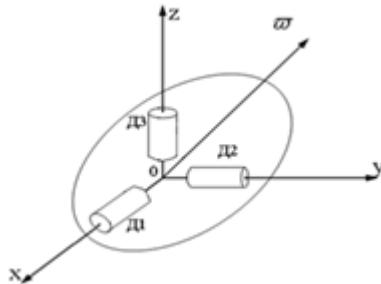


Рисунок 1 – Система ДУС

Главные центральные моменты инерции выбирались согласно условию физической реализуемости:

$$I_1 \geq I_2 \geq I_3. \quad (2)$$

На основе следующей системы уравнений моделировались показания трех ДУС (см. рис. 1):

$$\begin{cases} \dot{\Theta}_1^* = \omega_1; \\ \dot{\Theta}_2^* = \omega_2; \\ \dot{\Theta}_3^* = \omega_3, \end{cases} \quad (3)$$

где $\dot{\Theta}_1^*, \dot{\Theta}_2^*, \dot{\Theta}_3^*$ – компоненты вектора кажущегося поворота.

Уравнением

$$\Delta\Theta_i^*(t_n) = \Theta_i^*(t_n) - \Theta_i^*(t_{n-1}) \quad (4)$$

задавались приращения кажущихся поворотов.

Также решалось кинематическое уравнение для получения эталонных значений параметров ориентации:

$$\Lambda = \frac{1}{2} \Lambda \circ \vec{\omega}, \quad (5)$$

где Λ – кватернион ориентации.

Численное интегрирование систем проводилось методом Рунге-Кутта четвертого порядка.

Задавались следующие начальные условия:

$$\vec{\omega} = \{-0.05, 0.015, 0.075\}, \text{рад/с};$$

$$\vec{\Theta} = \{0, 0, 0\}, \text{рад};$$

$$\Lambda = \{1, 0, 0, 0\}.$$

Так как, на протяжении времени моделирования получали нормированный кватернион ориентации, то можно сделать вывод о достаточной точно-

сти моделирования схемы из трех ДУС.

Далее по полученным модельным значениям алгоритмом первого порядка [1]:

$$\begin{aligned}\Lambda_n^* &= \Lambda_{n-1}^* \circ \Delta\Lambda_n^*; \\ \Delta\Lambda_n^* &= 1 + \frac{1}{2} \nabla \Theta_n^*.\end{aligned}\quad (6)$$

определялись параметры кватерниона ориентации. Сравнивая их с модельными параметрами, видно, что дрейф (7) δv_n со временем возрастает (рис. 2).

$$\delta v_n = 2 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{\delta \lambda_{n1}^2 + \delta \lambda_{n2}^2 + \delta \lambda_{n3}^2}}{\delta \lambda_{n0}}, \quad (7)$$

где $\delta \Lambda_n = \Lambda_n^* \circ \tilde{\Lambda}_n = \{\delta \lambda_{n0}, \delta \lambda_{n1}, \delta \lambda_{n2}, \delta \lambda_{n3}\}$.

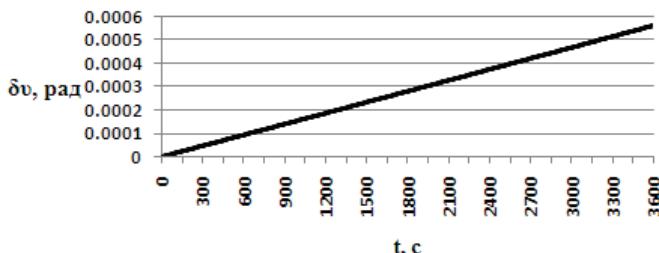


Рисунок 2 – Дрейф при определении ориентации обычным алгоритмом первого порядка

Эту проблему можно решить, применяя формулу Рунге [2]. Изложим соответствующее решение.

Для этого сначала определялись кватернионы ориентации с шагом h и $2h$, согласно (6). Затем проводилось уточнение ориентации с шагом $2h$ по формуле:

$$\Lambda_{2h}^{ym} = \Lambda_h^* + \frac{\Lambda_h^* - \Lambda_{2h}^*}{2^m - 1}, \quad (8)$$

где m – количество совпадающих членов в разложениях точного кватерниона ориентации Λ и приближенного Λ^* .

Так как аналитическое определение параметра m является сложной задачей, можно произвести экспериментальное сравнение, результаты которого занесены в следующую таблицу (см. табл. 1).

Видно, что при $m = 2$ получаем наименьшую погрешность. Сравним погрешности обычного и уточненного алгоритмов первого порядка (рис. 3).

То есть, уточненный алгоритм первого порядка ((6) с уточнением в виде (8)) в 1300 раз точнее определяет ориентацию, чем обычный алгоритм (6).

Если определять ориентацию алгоритмом второго порядка [1]:

$$\begin{aligned}\Lambda_n^* &= \Lambda_{n-1}^* \circ \Delta\Lambda_n^*; \\ \Delta\Lambda_n^* &= 1 + \frac{1}{2} \nabla\Theta_n^* - \frac{1}{8} |\nabla\Theta_n^*|^2.\end{aligned}\quad (9)$$

то дрейф (7) возрастает, но медленнее, чем в предыдущем случае.

Таблица 1 – Зависимость дрейфа от предполагаемой точности алгоритма первого порядка

Предполагаемая точность алгоритма	Значения дрейфа после 1 часа работы, рад
1	0.00113114
2	0.000000434211
3	0.000322626
4	0.00045185

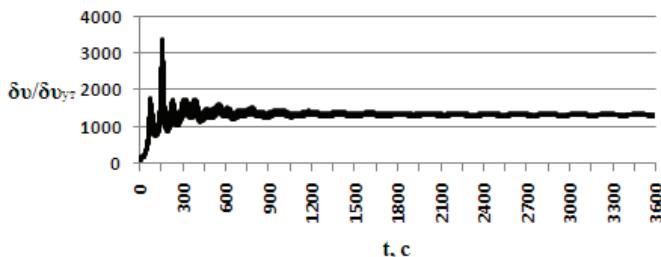


Рисунок 3 – Отношение дрейфов обычного и уточненного алгоритмов определения ориентации

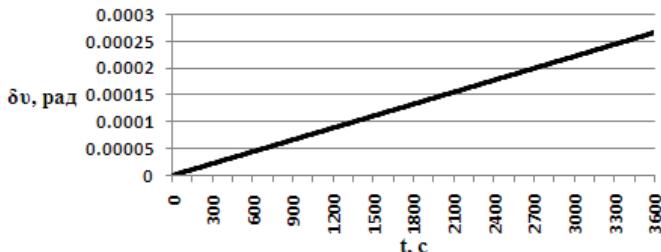


Рисунок 4 – Дрейф при определении ориентации обычным алгоритмом второго порядка

Таблица 2 – Зависимость дрейфа от предполагаемой точности алгоритма второго порядка

Предполагаемая точность алгоритма	Значения дрейфа после 1 часа работы, рад
1	0.000532
2	0.000000443093
3	0.000152569
4	0.000213419

Определим экспериментально m для уточненного алгоритма второго порядка (формулы (8) и (9)):

Снова получаем при $m = 2$ наименьшую погрешность. Сравним погрешности обычного и уточненного алгоритмов (рис. 5).

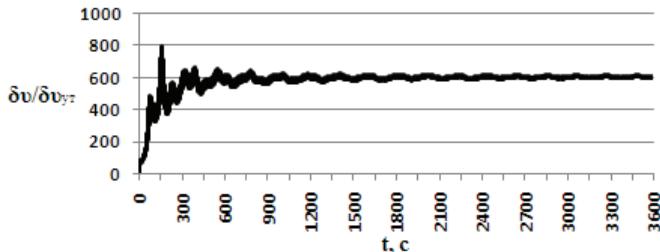


Рисунок 5 – Отношение дрейфов обычного и уточненного алгоритмов определения ориентации второго порядка

Итак, уточненные алгоритмы первого и второго порядка имеют одинаковую точность.

Уточненный алгоритм определения ориентации второго порядка в 600 раз точнее обычного алгоритма этого порядка.

Теперь рассмотрим обычный алгоритм третьего порядка [1]. Считаем ориентацию в следующем виде:

$$\begin{aligned} \Lambda_n^* &= \Lambda_{n-1}^* \circ \Delta\Lambda_n^*; \\ \Delta\Lambda_n^* &= 1 + \frac{1}{2} \nabla \Theta_n^* - \frac{1}{8} |\nabla \Theta_n^*|^2 + \frac{1}{24} (\nabla \Theta_n^* \times \nabla^2 \Theta_n^*) - \frac{1}{48} |\nabla \Theta_n^*|^2 \nabla \Theta_n^*. \end{aligned} \quad (10)$$

Дрейф (7) в этом случае (рис. 6) также возрастает, но медленнее, чем для обычного алгоритма второго порядка.

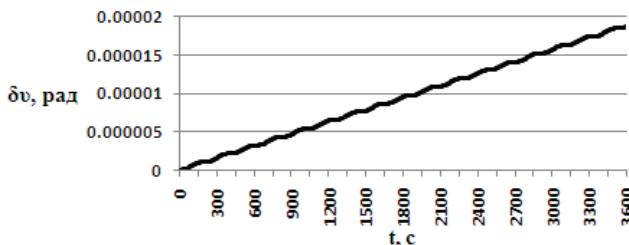


Рисунок 6 – Дрейф при определении ориентации обычным алгоритмом третьего порядка

Также определим экспериментально m для уточненного алгоритма третьего порядка (табл. 3).

При $m = 2$ получаем наименьшую погрешность. Также сравним дрейфы обычного и уточненного алгоритмов (рис. 7).

В этом случае уточненный алгоритм определения ориентации (формулы (8) и (10)) в 42 раза точнее обычного алгоритма (10).

Таблица 3 – Зависимость дрейфа от предполагаемой точности алгоритма третьего порядка

Предполагаемая точность алгоритма	Значения дрейфа после 1 часа работы, рад
1	0.0000388705
2	0.000000440037
3	0.0000105407
4	0.0000149328

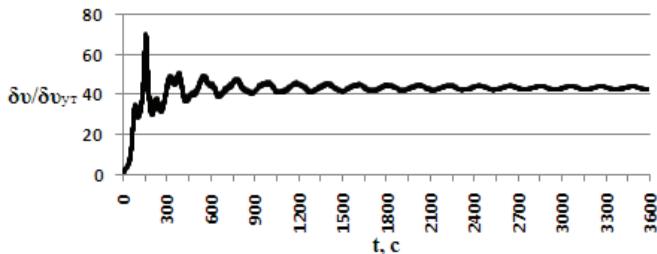


Рисунок 7 – Отношение дрейфов обычного и уточненного алгоритмов определения ориентации третьего порядка

В результате исследований получили, что уточненные алгоритмы определения ориентации имеют одинаковую точность.

Рассмотрим этот факт подробнее.

Так как во всех случаях $m = 2$, то:

$$\Lambda_{2h}^{ym} = \Lambda_h^* + \frac{\Lambda_h^* - \Lambda_{2h}^*}{3}, \quad (11)$$

Также справедливы равенства:

$$\Lambda_n^* = \Lambda_{n-1}^* \circ \Delta\Lambda_n^* = \Lambda_{n-2}^* \circ \Delta\Lambda_{n-1}^* \circ \Delta\Lambda_n^*, \quad (12)$$

Опустим $*$ и запишем кватернионы ориентации, посчитанные с разным шагом h , согласно (12):

$$\begin{aligned} \Lambda_n^h &= \Lambda_{n-2}^h \circ \Delta\Lambda_{n-1}^h \circ \Delta\Lambda_n^h; \\ \Lambda_n^{2h} &= \Lambda_{n-1}^{2h} \circ \Delta\Lambda_n^{2h}. \end{aligned} \quad (13)$$

Кватернионы в совпадающих узлах определяют одно положение в пространстве:

$$\Lambda_{n-1}^{2h} = \Lambda_{n-2}^h. \quad (14)$$

Перепишем (12) с учетом (13) и (14):

$$\Lambda_n^{ym} = \frac{1}{3} \Lambda_{n-2}^h \circ (4\Delta\Lambda_{n-1}^h \circ \Delta\Lambda_n^h - \Delta\Lambda_n^{2h}) = \frac{1}{3} \Lambda_{n-2}^h \circ \Delta\Lambda_s, \quad (15)$$

где s – порядок алгоритма.

Для алгоритма первого порядка (6) имеем:

$$\Delta\Lambda_1 = -\frac{1}{4}\nabla\Theta_{n-1}^h\nabla\Theta_n^h + \frac{1}{2}\nabla\Theta_{n-1}^h + \frac{1}{2}\nabla\Theta_n^h + \frac{1}{4}\nabla\Theta_{n-1}^h \times \nabla\Theta_n^h - \frac{1}{2}\nabla\Theta_n^{2h};$$

$$\nabla\Theta_{n-1}^h + \nabla\Theta_n^h - \nabla\Theta_n^{2h} = 0;$$

$$\Delta\Lambda_1 = -\nabla\Theta_{n-1}^h\nabla\Theta_n^h + \nabla\Theta_{n-1}^h \times \nabla\Theta_n^h.$$

Для алгоритма второго порядка (9) получили:

$$\Delta\Lambda_2 = \Delta\Lambda_1 - \Delta\hat{\Lambda}_2;$$

$$\begin{aligned} \Delta\hat{\Lambda}_2 = & \frac{1}{2}((\nabla\Theta_n^h)^2 + (\nabla\Theta_{n-1}^h)^2 - (\nabla\Theta_n^{2h})^2 + \frac{1}{2}(\nabla\Theta_n^h)^2\nabla\Theta_{n-1}^h + \\ & + \frac{1}{2}(\nabla\Theta_{n-1}^h)^2\nabla\Theta_n^h - \frac{1}{8}(\nabla\Theta_{n-1}^h)^2(\nabla\Theta_n^h)^2). \end{aligned}$$

Оценим порядок малости $\Delta\Lambda_1$ и $\Delta\hat{\Lambda}_2$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta\Lambda_1}{\Theta_n^k} = \text{const} \neq 0$$

при $k = 2$,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\Delta\hat{\Lambda}_2}{\Theta_n^k} = \text{const} \neq 0$$

при $k = 4$.

То есть, влияние $\Delta\hat{\Lambda}_2$ на определении $\Delta\Lambda_2$ мало по сравнению с $\Delta\Lambda_1$.

Соответственно при определении $\Delta\Lambda_3$ основное влияние будет оказывать $\Delta\Lambda_1$. Из-за этого точность всех уточненных алгоритмов одинаковая.

Выводы. Вычислительная сложность уточненного алгоритма первого порядка ниже, чем у двух других уточненных алгоритмов. Поэтому применение его более целесообразно.

Вычислительная сложность уточненного алгоритма первого порядка выше, чем у обычного алгоритма первого порядка, но ниже, чем у обычного алгоритма третьего порядка.

Также уточненный алгоритм первого порядка точнее, чем обычный алгоритм третьего порядка.

Все эти факты подтверждают рациональность использования уточненного алгоритма первого порядка (формулы (6) и (8)) для определения ориентации твердого тела.

Список литературы: 1. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Наука, 1973. – 320 с. 2. Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. – М.: Наука, 1967. – 368 с.

Поступила в редакцию 12.10.2012

В. П. ОЛЬШАНСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, профессор, ХНТУСХ;
С. В. ОЛЬШАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук, доцент, НТУ «ХПІ»

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ В ПОДВИЖНОЙ ВОЗДУШНОЙ СРЕДЕ

Для розрахунку траекторії руху матеріальної точки і визначення дальності її польоту в повітрі, з урахуванням дії вітру, запропоновано використовувати спеціальну функцію Ламберта та її таблицю.

Ключові слова: динаміка точки, дальність польоту, функція Ламберта.

Для расчета траектории движения материальной точки и определения дальности ее полета в воздухе, с учетом действия ветра, предложено использовать специальную функцию Ламберта и ее таблицу.

Ключевые слова: динамика точки, дальность полета, функция Ламберта.

For the calculation of the trajectory of a material point and distance of its flight in the air, with the action of the wind, it is suggested to use a special feature of Lambert and her table.

Keywords: dynamics point, range, Lambert function.

Введение. В отдельных случаях при постановке и решении задач баллистики материальной точки в воздухе, в отличие от общеизвестных моделей движения, приходится учитывать дополнительное действие ветра [1,2]. При этом наиболее просто выглядят решения, когда аэродинамическая сила пропорциональна относительной скорости движения частицы в подвижной газообразной среде. Если эта сила пропорциональна квадрату относительной скорости, то определение проекций перемещения частицы сводится к квадратурам, которые не выражаются в элементарных функциях [1,3]. Их приходится вычислять на компьютере при заданных значениях параметров. Однако и в рамках простейшей линейной модели аэродинамического действия силы, для определения времени и дальности полета частицы приходится численно решать трансцендентное уравнение вида $z^* = z(t^*)$, в котором t^* – время полета; z^* – аппликата конечной точки на траектории движения. С целью упрощения расчетов здесь ставится задача аналитического преобразования зависимости $z = z(t)$ в зависимость $t = t(z)$ и получения явных выражений $x = x(z)$; $y = y(z)$, для чего привлекается специальная функция Ламберта [4,5]. В итоге расчет времени и дальности полета частицы сводится к вычислению значения указанной специальной функции по таблице или на компьютере в среде «Maple»[6].

Итак, целью данной работы является разработка в рамках линейной модели движения нового способа расчета времени и дальности полета материальной точки в воздухе, с учетом действия ветра.

© В. П. Ольшанский, С. В. Ольшанский, 2012

Постановка задачи и ее аналитическое решение. Как и в работах [1,2], вектор скорости ветра \vec{V} считаем постоянным. Вектор \vec{V} и вектор начальной скорости точки \vec{v}_0 берем не лежащими в одной вертикальной плоскости. В таких случаях траектория движения точки является пространственной линией. Поэтому задачу баллистики рассматриваем в пространственной декартовой системе координат $oxyz$, показанной на рис. 1

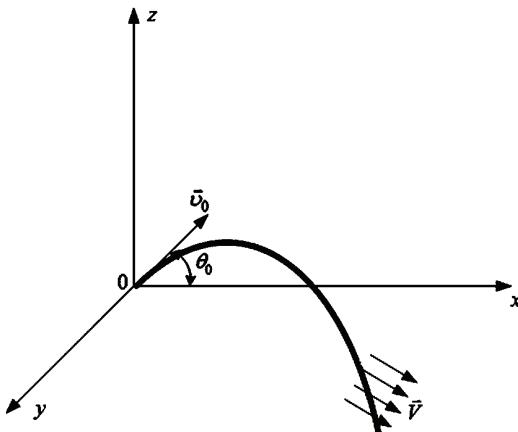


Рисунок 1 – Расчетная схема

Движение точки описываем дифференциальными уравнениями:

$$\ddot{x} + \alpha \dot{x} = \alpha V_x; \quad \ddot{y} + \alpha \dot{y} = \alpha V_y; \quad \ddot{z} + \alpha \dot{z} = -g + \alpha V_z, \quad (1)$$

в которых x, y, z – координаты материальной точки, как функции времени t ; α – коэффициент аэродинамического взаимодействия частицы с движущимся воздухом; V_x, V_y, V_z – проекция вектора \vec{V} на оси координат; g – ускорение свободного падения; точка над символом означает производную по t .

Начальным условием к (1) принимаем:

$$x(0) = y(0) = z(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = v_1; \quad \dot{y}(0) = v_2; \quad \dot{z}(0) = v_3, \quad (2)$$

обозначив через v_1, v_2, v_3 – проекции вектора начальной скорости \vec{v}_0 на оси координат.

Решение задачи Коши, представленной выражениями (1), (2), имеет вид:

$$\begin{aligned} x &= x(t) = V_x t + \frac{1}{\alpha} (v_1 - V_x) (1 - e^{-\alpha t}); \\ y &= y(t) = V_y t + \frac{1}{\alpha} (v_2 - V_y) (1 - e^{-\alpha t}); \\ z &= z(t) = \frac{1}{\alpha} (v_3 + g) (1 - e^{-\alpha t}) - g t, \end{aligned} \quad (3)$$

где $g_1 = \frac{g}{\alpha} - V_z$.

Далее рассматриваем такие скорости ветра, при которых $g_1 > 0$, что соответствует нормальным погодным условиям.

Подчеркнем, что в отличие от классических решений, для неподвижной воздушной среды [1,7], при $V_x \neq 0$ и $V_y \neq 0$ в (3) нельзя исключить t с помощью элементарных функций. Кроме того, при $V_x \neq 0$ выражение $x(t)$ не имеет вертикальной асимптоты. Это касается и $y(t)$, когда $V_y \neq 0$. Таким образом, учет действия ветра вносит принципиальное изменение в модель движения материальной точки.

С целью получения аналитических выражений $x = x(z)$ и $y = y(z)$ вводим логарифмическое преобразование

$$t = -\frac{1}{\alpha} \ln \xi, \quad (4)$$

в котором $\xi \in (0;1]$.

Подставив (4) в третье уравнение в (3), получаем:

$$\ln(B\xi) - B\xi = -\eta, \quad (5)$$

где $B = 1 + \frac{v_3}{g_1}$; $\eta = \eta(z) = -\frac{\alpha z}{g_1} + B - \ln B$.

Уравнение (5) имеет два решения:

$$\xi = \xi_j(z) = -\frac{1}{B} W_j(-\exp(-\eta)), \quad j = \overline{1;2}. \quad (6)$$

Первое ($j = 1$) выражается через основную вещественную ветвь функции Ламберта $W_1(-\zeta)$, а второе ($j = 2$) – через дополнительную вещественную ветвь $W_2(-\zeta)$ [4].

Как следует из (4), (6), зависимость $t = t(z)$ является двузначной. При $t = t_2$ рассматриваемое z достигается на восходящем участке траектории, а при $t = t_1$ – на нисходящем. Поэтому $t_2 \leq t_1$. Равенство $t_1 = t_2$ выполняется, когда $\eta = 1$. В этом случае:

$$W_1(-\exp(-1)) = W_2(-\exp(-1)) = -1; \quad \xi_1 = \xi_2 = \frac{1}{B}; \quad t_1 = t_2 = \frac{1}{\alpha} \ln B.$$

Для него на траектории полета имеем точку максимума с координатами:

$$x_e = \frac{V_x}{\alpha} \ln B + \frac{1}{\alpha} (v_1 - V_x) \left(1 - \frac{1}{B} \right);$$

$$y_e = \frac{V_y}{\alpha} \ln B + \frac{1}{\alpha} (v_2 - V_y) \left(1 - \frac{1}{B} \right);$$

$$z_e = \frac{g_1}{\alpha} (B - 1 - \ln B).$$

Подставив зависимости (4) и (6) в (3), находим явные выражения $x = x(z)$; $y = y(z)$. Они также являются двузначными и связаны с функцией

Ламберта:

$$\begin{aligned}x(z) &= \frac{\nu_1 - V_x}{\alpha} (1 - \xi_j) - \frac{V_x}{\alpha} \ln \xi_j; \\y(z) &= \frac{\nu_2 - V_y}{\alpha} (1 - \xi_j) - \frac{V_y}{\alpha} \ln \xi_j;\end{aligned}\quad (7)$$

$j = \overline{1; 2}$.

В (7) на восходящем участке траектории ($x < x_e$) $\xi_j = \xi_2(z)$, а на нисходящем ($x > x_e$) $\xi_j = \xi_1(z)$.

При расчете дальности полета материальной точки обычно задают аппликату $z = z_*$ и приходится вычислять значения: $x_* = x(z_*)$ и $y_* = y(z_*)$. Согласно выражениям (7), при $x_* > x_e$, вычисление координат конечной точки траектории сводится к формулам:

$$\begin{aligned}x_* &= \frac{\nu_1 - V_x}{\alpha} (1 - \xi_*) - \frac{V_x}{\alpha} \ln \xi_*; \\y_* &= \frac{\nu_2 - V_y}{\alpha} (1 - \xi_*) - \frac{V_y}{\alpha} \ln \xi_*,\end{aligned}$$

в которых $\xi_* = -\frac{1}{B} W_1(-\exp(-\eta_*))$; $\eta_* = -\frac{\alpha z_*}{g_1} + B - \ln B$.

При этом время полета частицы к конечной точке траектории равно

$$t_* = -\frac{1}{\alpha} \ln \xi_*.$$

Для упрощения вычислений x_* , y_* и t_* удобно использовать таблицу значений функции Ламберта на главной ветви в промежутке $\left[-\frac{1}{e}; 0\right]$, которая опубликована в [8, стр. 192].

С помощью изложенной теории выполнены расчеты полета частицы по различным траекториям. В случае пологих траекторий: $\nu_1 = 15$ м/с; $\nu_2 = 0$; $\nu_3 = 5$ м/с; $z_* = -1$ м; $V_z = -1$ м/с; $V_x = \pm 6$ м/с; $V_y = \pm 3$ м/с. Результаты вычислений x_* , y_* , t_* , для этих данных и трех значений α записаны в табл. 1.

При положительных V_x ветер ослабляет сопротивление воздушной среды, а при отрицательных V_x усиливает его. Знак V_y влияет на направление бокового отклонения движущейся точки от вертикальной плоскости, в которой находится вектор начальной скорости \vec{v}_0 . Влияние действия ветра усиливается с увеличением коэффициента α .

Расчет движения точки по непологой траектории выполнен при $\nu_1 = 12$ м/с; $\nu_2 = 0$; $\nu_3 = 10$ м/с и прежних остальных параметрах. Результаты расчета занесены в табл. 2.

С увеличением угла наклона \vec{v}_0 к горизонту увеличились время и дальность полета частицы. Ветер начал оказывать более существенное влияние на параметры движения.

Таблица 1 – Расчетные t_* , x_* , y_* для пологих траекторий

α , с^{-1}	V_x , м/с	V_y , м/с	t_* , с	x_* , м	y_* , м
0,2	6	3	1,14	16,01	0,36
0,2	-6	-3	1,14	14,56	-0,36
0,4	6	3	1,11	14,78	0,65
0,4	-6	-3	1,11	12,20	-0,65
0,6	6	3	1,09	13,70	0,86
0,6	-6	-3	1,09	10,24	-0,86

Таблица 2 – Расчетные t_* , x_* , y_* для непологих траекторий

α , с^{-1}	V_x , м/с	V_y , м/с	t_* , с	x_* , м	y_* , м
0,2	6	3	1,99	21,77	1,04
0,2	-6	-3	1,99	17,60	-1,04
0,4	6	3	1,87	19,16	1,67
0,4	-6	-3	1,87	12,49	-1,67
0,6	6	3	1,78	17,28	2,07
0,6	-6	-3	1,78	9,01	-2,07

Если не учитывать сопротивления воздуха, то есть положить $\alpha = 0$, то дальность полета частицы в вакууме будет равна

$$l_0 = v_1 \left(\frac{v_3}{g} + \sqrt{\left(\frac{v_3}{g} \right)^2 - \frac{2z_*}{g}} \right).$$

Она не зависит от действия ветра. Для параметров, соответствующих движению точки по пологой траектории, $l_0 = 17,89$ м, а для непологой – $l_0 = 25,61$ м. Эти значения l_0 больше, чем

$$l = \sqrt{x_*^2 + y_*^2}$$

в табл. 1 и 2.

Однако, при действии попутного ветра возможно и обратное неравенство, то есть $l > l_0$. Подтвердим это расчетами, положив: $V_y = V_z = v_2 = 0$; $V_x = 15$ м/с; $v_1 = 10$ м/с; $v_3 = 5$ м/с; $\alpha = 0,6 \text{ с}^{-1}$; $z_* = -1$ м. Для указанных исходных данных: $l_0 = 11,91$ м; $y_* = 0$; $l = x_* = 12,95$ м. Под действием попутного горизонтального ветра дальность полета частицы оказалась большей, чем в вакууме. Соответствующая этим исходным данным траектория движения показана на рис. 2 (кривая 3).

Там же нанесена траектория, соответствующая $V_x = -15$ м/с (кривая 1). Действие встречного ветра существенно уменьшило длину l , которая оказа-

лась равной 3,55 м. На траектории появился участок реверсирования движения, где частицы перемещаются в горизонтальном направлении не слева направо, а наоборот – справа налево. Таким образом, при действии сильного встречного ветра может проявится эффект реверсирования движения, который невозможен в неподвижной газовой среде. Как видим, учет действия ветра дает не только количественные, а и качественные изменения в модель движения. Отметим, что ранее эффект реверсирования движения, приводящий к петлеобразным траекториям, рассматривался в [1, с.170].

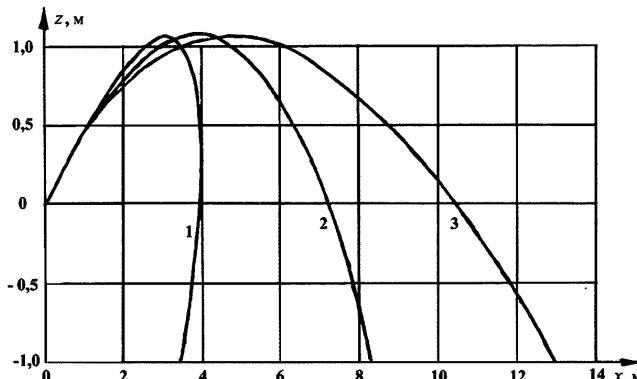


Рисунок 2 – Траектории полета частицы при разных V_x : 1,2,3 – $V_x = -15; 0; 15 \text{ м/с}$

Выводы. Изложенная линейная теория баллистики материальной точки, с учетом действия ветра, описывает основные закономерности движения. При надлежащем выборе коэффициента аэродинамического взаимодействия, она годится для инженерных расчетов полета материальной точки в газообразной среде с небольшими скоростями движения.

Список литературы: 1. Ольшанский В.П. Вопросы внешней баллистики огнепушащих веществ / В.П. Ольшанский, О.А. Дубовик. – Х.: Митець, 2005. – 236 с. 2. Ловейкін В.С. Визначення швидкості руху частинок твердих мінеральних добрив після сходження з лопатки диска при врахуванні дії вітру / В.С. Ловейкін, Ю.В. Човнюк, А.І. Дитюк // Сучасні проблеми землеробської механіки: Вісник ДДАУ. – Дніпропетровськ: ДДАУ, 2009. – №. 2-09. – С. 186-188. 3. Заїка П.М. Свободное движение материальной точки в спокойной изотропной газообразной среде / П.М. Заїка, В.И. Мельник, А.И. Анікеєв // Вестник Харьковского технического университета «Харьковский политехнический институт». Динамика и прочность машин, 2001. – Вып. 25. – С. 153-164. 4. Corless R.M. On the Lambert W Function / R.M. Corless, G.H. Gonnet, D.E.G. Hare and other // Advances in Computational Math. v.5. – 1996. – P. 329-359. 5. Fariel Shafee. Lambert function and new-extensive form of entropy / Shafee Fariel // IMA Journal of Applied Mathematics. v.72. – 2007. – P. 785-800. 6. Дьяконов В.П. Maple 8 в математике, физике и образовании / В.П. Дьяконов. – М.: Солон-Пресс, 2003. – 656 с. 7. Заїка П.М. Теорія сільськогосподарських машин. Т.1. Частина 3. Машини для приготування та внесення добрив / П.М. Заїка. – Х.: ОКО, 2002. – 342 с. 8. Балістика крапель, які випаровуються при польоті / За ред. В.П. Ольшанського. – Х.: ХНТУСГ, 2007. – 304 с.

Поступила в редколлегию 24.12.2012

O.C. СТЕПЧЕНКО, доцент, канд. техн. наук, НТУ «ХПІ»;
С.Л. АРТЬОМОВ, аспирант, інженер, ВАТ «ТУРБОАТОМ», Харків;
В.О. ГУНЬКО, студент, НТУ «ХПІ»

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ФОРМИ ТА РОЗТАШУВАННЯ ПРОМІЖНОГО РОЗ'ЄМНОГО ЗВ'ЯЗКУ Z-ТИПУ НА КОНТАКТНІ НАПРУЖЕННЯ В ЛОПАТКАХ З ДВОЯРУСНИМ БАНДАЖЕМ

На базі параметричної моделі двоярусної лопатки проведений аналіз напружено-деформованого стану при варіювання формою і положенням проміжного роз'ємного бандажа Z-типа. Проведена оцінка впливу форми зуба бандажа Z-типа й характеру посадки на контактне напруження в роз'ємних з'єднаннях. Отримані результати дозволяють оцінювати можливість застосування бандажа Z-типа для проміжного зв'язку в лопатках.

Ключові слова: бандаж Z-типа, контактне напруження, лопатка.

На базе параметрической модели двухъярусной лопатки проведен анализ напряженно-деформированного состояния при варьирование формой и положением промежуточного разъемного бандажа Z-типа. Проведена оценка влияния формы зуба бандажа Z-типа и характера посадки на контактные напряжения в разъемных соединениях. Полученные результаты позволяют оценить возможность применения бандажа Z-типа для промежуточной связи в лопатках.

Ключевые слова: бандаж Z-типа, контактные напряжения, лопатка.

Based on a parametric model of two-stage blade the analysis of the stress-strain state with varying the location and shape of the split snubber Z-type had been developed. The influence of tooth shape bandage Z-type and character fit on contact stresses plug connections. The obtained results allow us to assess the possibility of using snubber Z-type for the intermediate links in the blades.

Keywords: snubber Z-type, contact stresses, blade.

Вступ. Сучасні парові турбіни великої потужності (понад 300 МВт) вимагають збільшення довжини лопаток останніх ступенів циліндрів низького тиску. Аеродинамічні вимоги до таких лопаток визначають їх складний профіль і великий кут попередньої закрутки, що призводить до неприпустимих рівнів напружень і вібрацій. Тому з метою збільшення жорсткості лопаткового апарату у світовій практиці застосовуються двоярусні роз'ємні міжлопаткові зв'язки полічного типу. При цьому визначальне значення має вибір форми і місця міжлопаткового зв'язку. Найбільшого поширення набули цільно-фрезерованні полічні зв'язки з прямим роз'ємним бандажем прямокутної форми у японських виробників [1] і овальної форми у американських виробників [2]. Такі бандажі ефективно виконують функції міжлопаткового пружно-демпферного зв'язку.

Практика використання роз'ємних бандажів ВАТ «ТУРБОАТОМ» показала високу ефективність і надійність з'єднання Z-типу. За даним типом з'єднання використано в лопатках турбін низького тиску та компресорів турбомашин.

© О.С. Степченко, С. Л. Артьомов, В.О. Гунько, 2012

нання накопичений великий досвід практичної експлуатації та чисельних досліджень [3-4]. Однак раніше проведені авторами розрахункові дослідження роз'ємного проміжного бандажа Z-типу ромбовидної форми [5-7] показали неприпустимий рівень напруження в самому роз'ємному з'єднанні. Тому представляє практичний і науковий інтерес дослідження НДС для проміжного бандажа Z-типу прямокутної форми, який має більшу площину контактної поверхні.

Постановка завдання. Метою даної роботи є дослідження впливу форми і розташування проміжного полічного роз'ємного бандажа на контактні напруження в роз'ємних з'єднаннях двоярусної лопатки.

На основі раніше розробленої [6] параметричної моделі лопаткового вінця, в рамках скінчено-елементного підходу з урахуванням циклічної симетрії системи, провести дослідження напружень для прямокутного поперечного перерізу бандажа Z-типу при варіюванні:

- положенням проміжної зв'язку по висоті лопатки;
- кутом нахилу зуба у зв'язку Z-типу;
- режимами посадки (зазор і натяг).

На основі аналізу результатів визначити принципову можливість застосування бандажа Z-типу для проміжної зв'язку в лопатках надвеликої довжини.

Побудова моделі лопатки. На рис. 1. представлена базова геометрична модель лопатки надвеликої довжини з двоярусним полічні бандажем роз'ємного типу. Периферійний і проміжний бандажі в розглянутій моделі являють собою класичне Z-образне зачеплення прямокутної форми (рис. 1, а, б).

Побудова розрахункової моделі лопаткового апарату проводилося в рамках скінчено-елементного підходу, з урахуванням циклосиметрії і контактної взаємодії в роз'ємних з'єднаннях бандажів, згідно математичної моделі раніше апробованою при дослідженні ромбовидного бандажа [6]. Лопатка в хвостовій частині має жорстке защемлення по поверхнях контакту зубів хвостовика і диска.

Параметризація геометричній і скінчено-елементної моделі, розроблена раніше [6], дозволяє легко змінювати положення проміжного бандажа L по висоті лопатки L_0 , кут нахилу зуба α в бандажі Z-типу, характер посадки δ лопатки при збірці. З метою оцінки впливу всіх цих факторів на контактну взаємодію в бандажах і напруженено-деформований стан лопатки в цілому, була побудована серія моделей лопаток з варіюванням параметрами проміжного бандажу в діапазоні дискретного ряду згідно з даними наведеними на рис. 2. Для всіх моделей були проведені розрахунки НДС лопаткового апарату.

Дослідження контактних напруженень в роз'ємних бандажах при варіюванні положенням, формою проміжного бандажа та характеру посадки. Аналіз результатів розрахунку напружень у випадку використання ромбовидного проміжного бандажу показав [6], що локальний мінімум максимальних у лопатці спостерігається в діапазоні відносної висоти проміж-

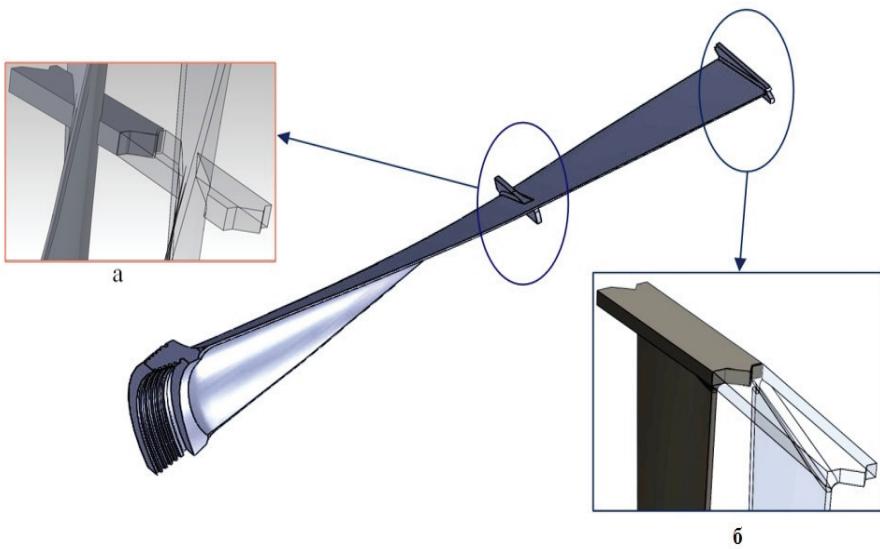


Рисунок 1 – Твердотільна модель лопатки та форми бандажних зв'язків:
а – периферійний зв'язок; б – проміжний зв'язок

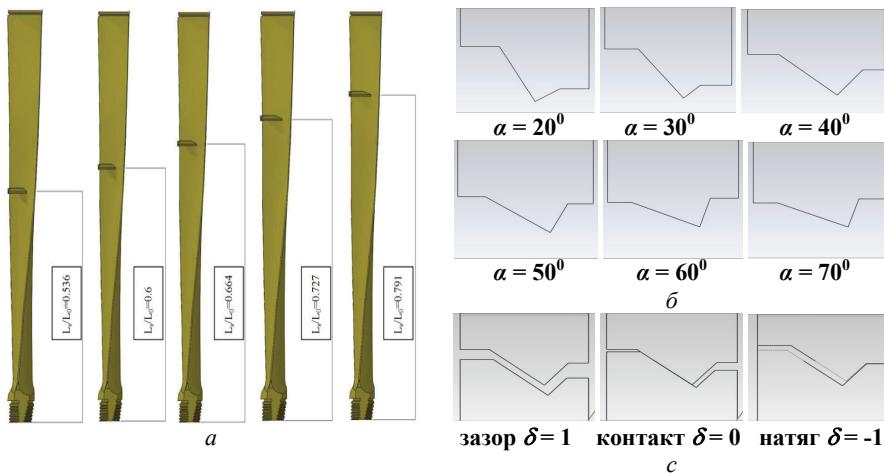


Рисунок 2 – Варійовані параметри проміжного зв'язку: а – положення проміжного зв'язку L ; б – кут нахилу зуба α ; в – характер посадки в проміжному зв'язку δ

ної зв'язку $0,66 < L/L_0 < 0,73$. Але при цьому у в ромбовідному бандажі в цьому діапазоні спостерігається зрив контакту і контактні напруження перевищують межу текучості. Тому для дослідження контактних напружень були взяти шість значень відносної висоти проміжного зв'язку прямоугольної

форми L/L_0 : **0,682; 0,691; 0,7; 0,709; 0,718; 0,727**. Результати розрахунків контактних напружень в роз'ємних бандажах у вигляді тривимірних графіків залежностей від відносної висоти зв'язку та куту нахилу зубу та пелюсткових діаграм для кожної відносної висоти при розвертанні по куту нахилу зубу наведені на рис. 3, 4.

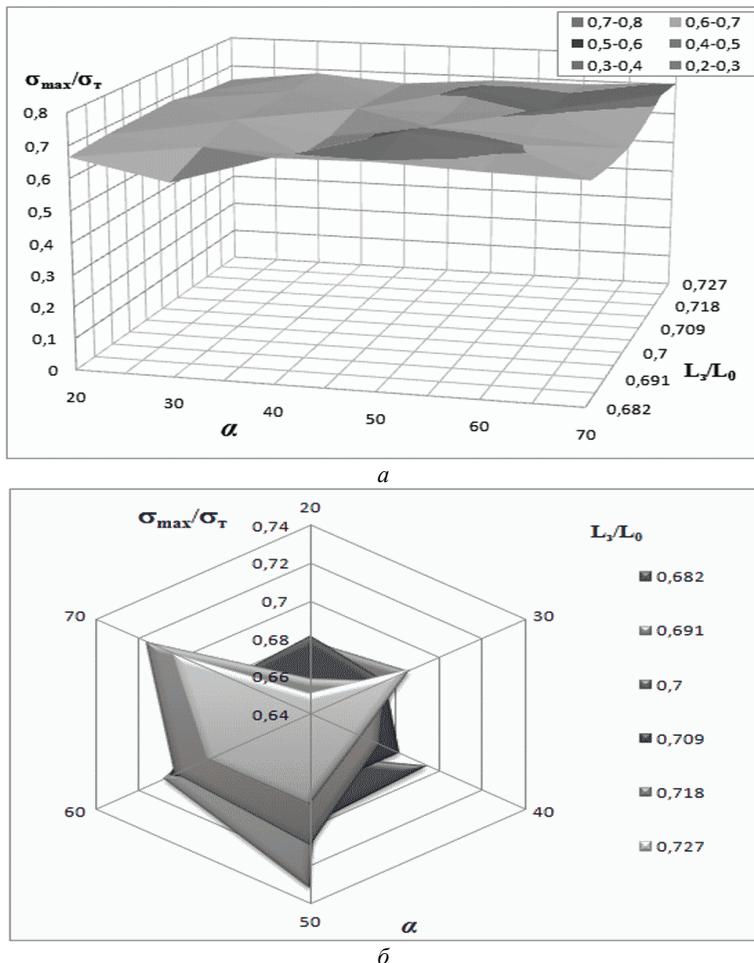


Рисунок 3 – Максимальні контактні напруження в переферійному бандажі:
а – 3D графік; б – пелюсткова діаграма

З тривимірного графіку максимальних контактних напружень у периферійному бандажі (рис. 3, а) видно, що величина напружень змінюється незначно і лежить в межах нормативних значень. Більш інформативна пелюсткова

діаграма (рис. 3, б), з якої видно, що зміни висот проміжного бандажу приводить к іншій формі пелюстка максимальних напружень від кута нахилу зуба в проміжному бандажі. Найменший по площі пелюсток на висоті 0,727.

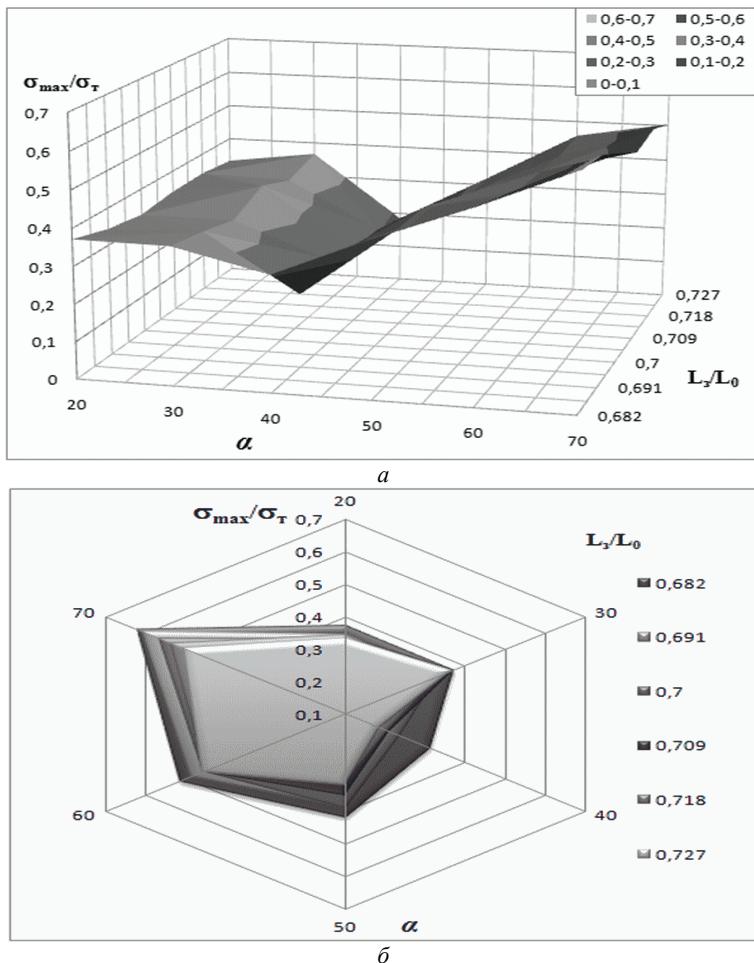
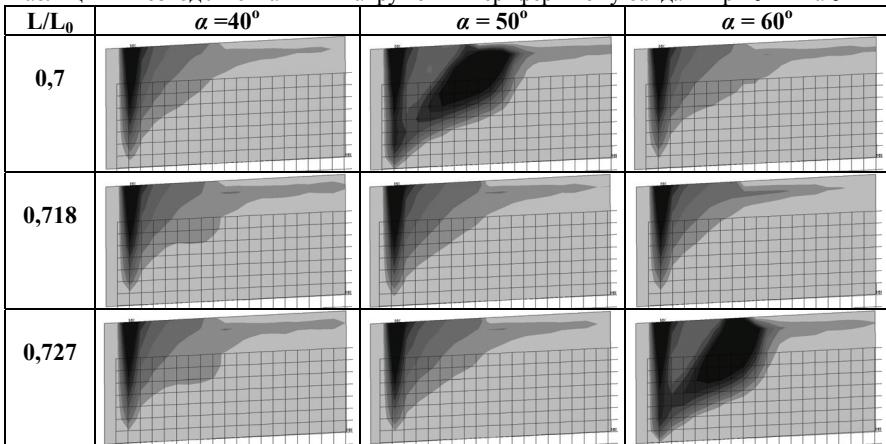


Рисунок 4 – Максимальні контактні напруження в проміжному бандажі:
а – 3D графік; б – пелюсткова діаграма

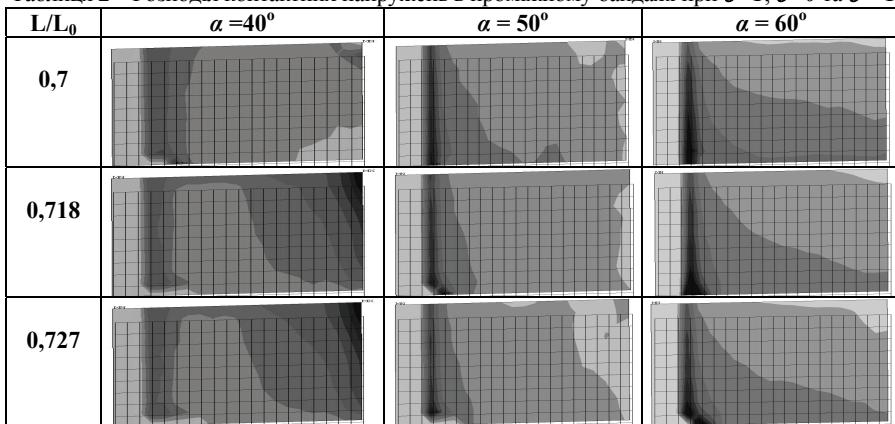
З графіку максимальних контактних напруженень у проміжному бандажі (рис. 4, а) видно що залежність має мінімум при куті нахилу зуба 40° та максимум при куті нахилу зуба 70° . Залежність максимальних контактних напруженень від висоти проміжного бандажу добре відна на пелюсткової діаграмі (рис. 4, б), з якої видно:

- зміна величин напружень по куту нахилу зуба носить системний характер;
- зі зростанням висоти проміжного бандажа зменшується площа пелюстка максимальних напружень;
- мінімум максимальні напруження при всіх кутах нахилу досягають при висоті проміжного бандажу – 0,727.

Таблиця 1 – Розподіл контактних напружень в периферійному бандажі при $\delta=1$ та $\delta=-1$



Таблиця 2 – Розподіл контактних напружень в проміжному бандажі при $\delta=1$, $\delta=0$ та $\delta=-1$



Характер розподілу контактних напружень при вар'юванні висотою, кутом та характером посадки наведен у табл. 1-2. Для периферійного бандажу у випадку зазору ($\delta = 1$) або натягу ($\delta = -1$) змінюються характер напружень при куті $\alpha = 50^\circ$ на висоті проміжного бандажу в діапазоні від 0,682 до 0,7 та

на висоті 0,727. Як видно з табл.1 значно підвищується площа контакту, при цьому рівень напруження практично не змінюється. У випадку відсутності зазору або натягу характер розподілу напруження практично незмінний при всіх кутах нахилу зуба α і такий же, як при куті $\alpha = 40^\circ$ (табл. 1).

На характер розподілу напружень у проміжному звязку зазор та натяг не впливає. Аналіз характеру розподілу у проміжному звязку (табл. 2) показав зміну характеру контакту в проміжному бандажі при переході через кут нахилу зуба $\alpha = 50^\circ$ і значне підвищення щільності контакту при кутах $\alpha > 50^\circ$. Це дуже важливе, тому що щільність контакту суттєво впливає на динаміку лопатки і для лопаток з роз'ємним бандажем може бути причиною виникнення нелінійних коливань типу биття [3, 4].

Висновки. За результатами досліджень можна зробити наступні основні висновки:

1. Прямокутна форма бандажа, в порівнянні з ромбовидною забезпечує більшу площину контакту в роз'ємному з'єднанні та знижує рівень контактних напружень у лопатці до допустимого в діапазоні від 0,68 до 0,73 відносної довжини лопатки).

2. Значне зниження контактних напружень може бути досягнуто за рахунок зміни кута нахилу зуба роз'ємного з'єднання Z-типу;

3. Характер посадки (зазор або натяг) для проміжного бандажа прямокутної форми практично не впливає на контактні напруження в роз'ємних з'єднаннях.

Список літератури: 1. Y. Kaneko, M. Tomii, H. Ohayama, T. Kurimura Analysis of fretting strength of integral shroud blade for steam turbine. // Journal of Power Energy systems. – 2008. – Vol. 2, № 3. – P. 909-920. 2. High Efficiency Steam Turbines with Ultra Long Buckets. // DOE Cooperative Agreement No: DEFC26-03NT41841. – Final Report, December 15, 2005. – 70 p. 3. Жовдак В.О., Зіньковський А.П., Степченко О.С., Круглій Я.Д. Нелінійні коливання пакетів лопаток з роз'ємними з'єднаннями. // Проблемы машиностроения. – Х. : Контраст, 2009. – Т. 12, № 4. – С. 45-52. 4. Ларин А.А., Степченко А.С. Вынужденные нелинейные колебания турбинных лопаток с динамическим контактом в разъемном бандаже // Вібрації в техніці та технологіях. – 2011. – № 3 (63). – С. 18-26. 5. Степченко А.С., Ларин А.А., Артемов С.Л. Исследование динамических характеристик лопаточного аппарата с двухъярусным разъемным бандажированием // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2010. – № 48. – С. 127-134. 6. Степченко А.С., Ларин А.А., Артемов С.Л. Исследование влияния положения промежуточной связи на прочностные характеристики лопаток сверхбольшой длины с двухъярусным бандажом // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 63. – С.122-131. 7. Степченко А.С., Ларин А.А., Артемов С.Л. Влияние формы разъемного бандажа лопаток сверхбольшой длины на контактное взаимодействие в межлопаточных связях. // Міжнародний науково-технічний збірник «Надійність і довговічність машин і споруд». – 2011. – Вип. 34. – С. 109-116.

Надійшла до редколегії 15.12.12

O.C. СТЕПЧЕНКО, доцент, канд. техн. наук, НТУ «ХПІ»;
O. M. ДУДКІНА, аспірант, НТУ «ХПІ»

МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВОГО РЯДУ КОНСТРУКЦІЙ КОРПУСІВ ЦИЛІНДРА НИЗЬКОГО ТИСКУ ПОТУЖНИХ ПАРОВИХ ТУРБІН: Частина 3. Порівняльні дослідження власних частот і форм корпусів ЦНТ «стержневого» типового ряду

На основі параметричної моделі типового ряду визначені власні частоти й форми для двох класів «стержневих» корпусів циліндрів низького тиску. Проведений порівняльний аналіз власних частот і форм між двома класами корпусів та з результатами натурних випробувань.

Ключові слова: параметрична модель, циліндр низького тиску, власні частоти коливань.

На основании параметрической модели типового ряда определены собственные частоты и формы для двух классов «стержневых» корпусов цилиндров низкого давления. Проведен сравнительный анализ собственных частот и форм между двумя классами корпусов и с результатами натурных испытаний.

Ключевые слова: параметрическая модель, цилиндр низкого давления, собственные частоты колебаний.

Based on parametric models the calculated natural frequencies and forms for the two classes case of rod type low pressure cylinder. Comparative analysis of natural frequencies and modes between the two classes of cases and the results of field tests.

Keywords: parametric model, low pressure cylinder, natural frequencies.

Введення. Вібраційний стан системи турбіна-фундамент-основа (ТФО) багато в чому визначає надійність роботи турбоагрегатів ТЕС і АЕС. Найбільш податливим елементом системи, з частин статорів турбоагрегату, є циліндр низького тиску (ЦНТ), який часто викликає підвищення вібрацій в опорах підшипників ротора.

Експериментальні і теоретичні дослідження показали, що динамічні характеристики ЦНТ змінюються залежно від конструкцій ЦНТ і фундаменту [1-3]. Основним недоліком досліджень вібрацій ЦНТ є те, що досліджувалися конкретні конструкції ЦНТ турбоагрегатів, а не весь типовий ряд конструкцій ЦНТ. Авторами розроблено суперелементну параметричну модель типового ряду корпусів ЦНТ ВАТ «ГУРБОАТОМ» [4,5], яка дозволяє провести системні дослідження впливу конструктивних змін корпусу ЦНТ і фундаменту на їх вібраційні характеристики.

У першій половині 80-х років ВАТ «Турбоатом» приступив до випуску типового ряду нової модифікації корпусу ЦНТ, в якому з метою покращення аеродинамічних характеристик вихлопного патрубка замість системи пластин в нижніх половинах патрубків («стельниковая» конструкция) застосована сис-

тема стрижнів («стержнева» конструкція).

На складально-випробувальному стенді ВАТ «Турбоатом» проводилися випробування з метою визначення динамічних характеристик нових ЦНТ і забезпечення відсутності резонансів у вбудованих опор ротора НТ поблизу робочої частоти обертання [5]. Проте експериментальні [1,6] і розрахункові [3,7] дослідження показали підвищену податливість цього типу корпусу і наявність власних частот в робочої частоті. Особливо треба відзначити явище розладу [7] спостережуване в багатокорпусних турбоагрегатах, пов'язане з різною жорсткістю фундаменту для одних і тих же ЦНТ. Це вимагає значного відлаштування власних частот від робочої частоти турбіни. Тому порівняльне дослідження власних частот ЦНД «стержневого» типового ряду актуально і поважно для проектування нових типів турбін.

Постановка задачі. На основі параметричної структурною СЕ-моделі типового ряду ЦНД провести розрахункові дослідження власних частот і форм для двох класів ЦНТ «стержневого» типового ряду. Оцінити достовірність моделі і результатів шляхом порівняння з експериментальними даними, отриманими в результаті натурних випробувань на складально-випробувальному стенді ВАТ «Турбоатом».

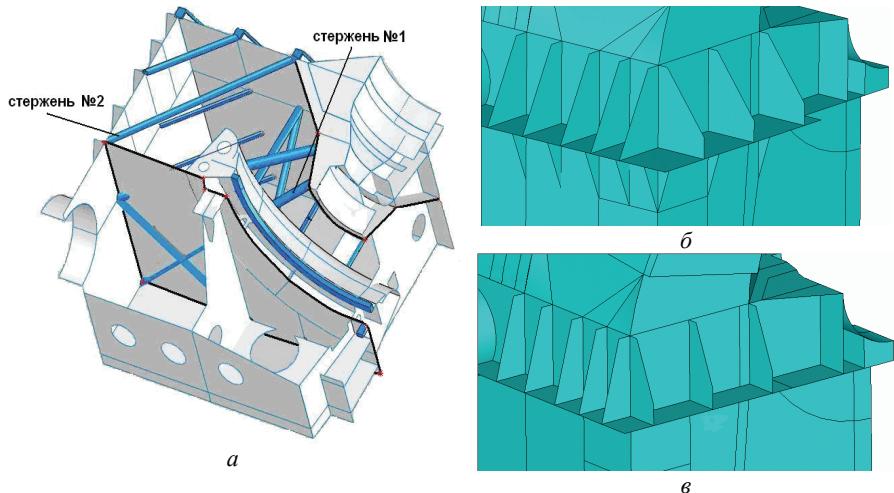


Рисунок 1 – Конструкція нижньої частини корпусу «стержневого» ЦНТ:
а – нижня частина корпусу (1/4 частина); б – вид на балкон ЦНТ К-240-4,0;
в – вид на балкон ЦНТ К-320-23,5)

Дослідження власних частот і форм корпусів ЦНТ «стержневого» типу. Для аналізу власних частот і форм типового ряду «стержневих» ЦНТ були узяті турбоагрегати К-320-23,5 і К-240-4,0 з однотипними корпусами (рис. 1, а), які мали наступні відмінності:

- різна ширина балкона – полиці, яка опоясуює корпус ЦНТ паралельно горизонтальному роз'єму і призначена для спирання ЦНТ на фундамент (рис. 1, б, в);
- наявністю підкріплюючих косинок під балконом (рис. 1, в).

На основі параметричної суперелементної моделі корпусів ЦНТ «стержневого» типу, розробленою раніше [4,5] були побудовані скінчено-елементні моделі ЦНТ двох турбін К-320-23,5 і К-240-4,0, які приведені на рис. 2. У моделях враховані лише маси конденсатора і обойми, ротор не враховувався, оскільки на випробувальний стенд він не встановлюється. Фундамент враховувався у вигляді усередині жорсткості в точках, де на нього спирається балкон корпусу.

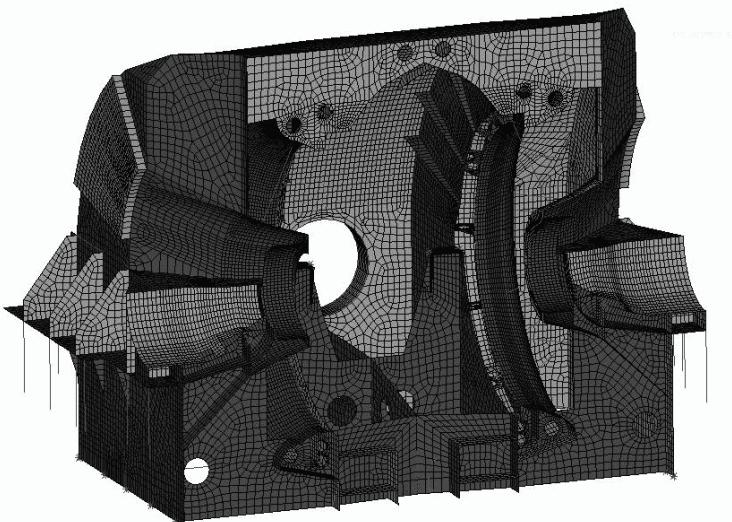


Рисунок 2 – КЕ-модель «стрижньового» корпусу ЦНТ турбіни (1/2 частина)

У табл. 1 приведені власні частоти для двох моделей «стержневих» ЦНТ: турбіни К-320-23,5 і К-240-4,0 в діапазоні від 10 до 60 Гц. Як видно з табл. 1, є розбіжності власних частот різних турбін ЦНТ. Причини цієї розбіжності пояснені нижче, при аналізі власних форм турбоагрегатів.

Власні частоти таких складних конструкцій, як турбоагрегат зручно розділити для аналізу на дві групи [3] по характеру деформацій, які домінують у власній формі:

- глобальні – визначаються інтенсивною деформацією всього корпусу ЦНТ;
- локальні – визначаються деформаціями окремих елементів конструкції ЦНТ (пластини або стержні).

Власні форми приведені у вигляді кольорових та векторних діаграм пе-

реміщень (рис. 3-9) на скінчено-елементній моделі деформованої конструкції. Інтенсивність амплітуд переміщень відображені різними відтінками сірого кольору. Темно сірий колір відповідає відсутності амплітуд, світло сірий їх максимуму.

Таблиця 1 – Власні частоти «стрижньових» турбоагрегатів

№ частоти	K-320-23,5	K-240-4,0	Тип форми
1	12,488	12,418	Локальна (стінка ЦНТ)
2	15,733	15,147	
3	18,101	17,858	
4	27,079	26,932	Глобальні
5	27,159	27,008	
6	29,662	29,352	
7	29,914	29,809	Локальна (стрижені №1)
8	33,408	32,442	
9	39,123	39,126	
10	39,163	39,163	Локальні (стрижені №2)
11	39,233	39,232	
12	39,276	39,272	
13	50,050	49,903	Глобальні
14	56,469	56,896	
15		59,447	Локальна (косинка)

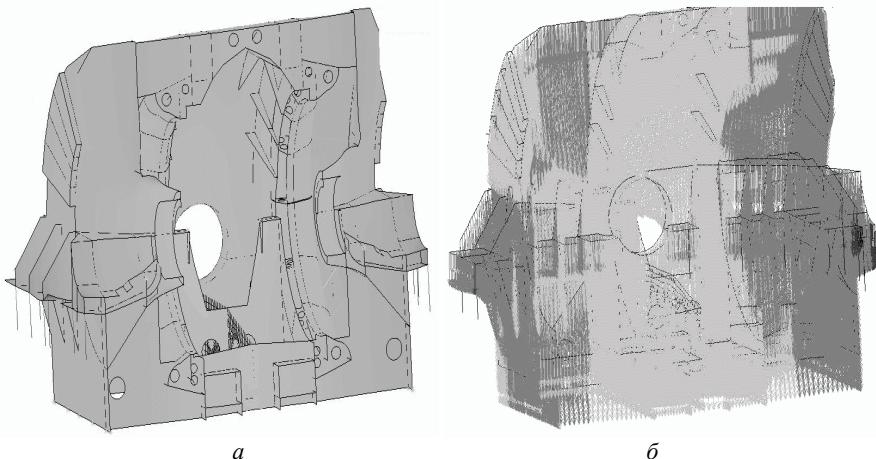


Рисунок 3 – Глобальна власна форма на частоті p_2

На рис. 3-7 приведені глобальних форм для «стержневих» моделей ЦНТ в діапазоні 10-65 Гц. Форми глобальних частот для обох турбоагрегатів практично співпадають, тому наведені форми тільки для турбіни К-240-4,0 у двох

варіантах: *a* – кольорових діаграм розподілу переміщень по амплітуді; *б* – векторних діаграм з показом напрямку руху.

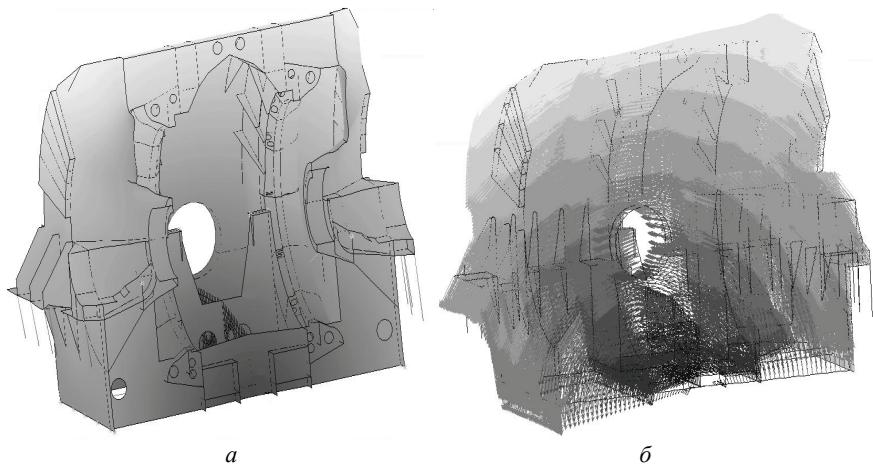


Рисунок 4 – Глобальна власна форма на частоті p_3

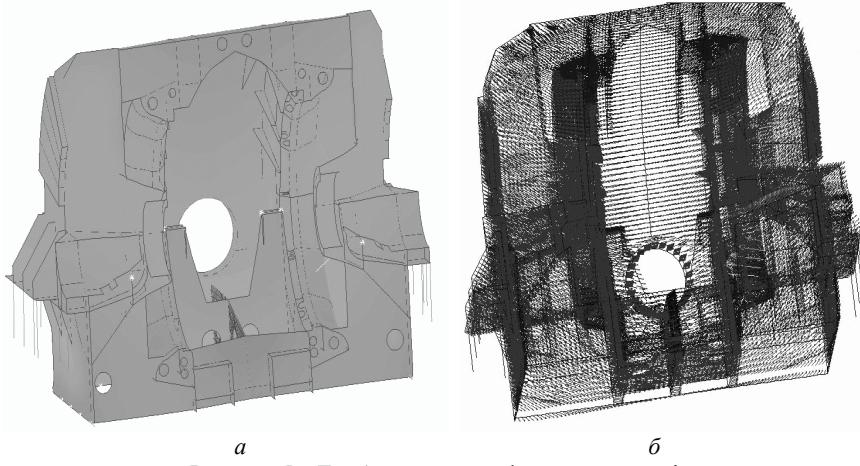


Рисунок 5 – Глобальна власна форма на частоті p_8

Аналіз діаграм переміщень приведених на рис. 3-7 показує, що:

- перша глобальна форма коливань (див. рис. 3, p_2) визначається вертикальними переміщеннями всього ЦНТ як единого цілого (маса на пружині). Відмінності між ЦНТ К-320-23,5 і К-240-4,0 в тому, що в останнього вертикальні переміщення ЦНТ практично однакові, тоді як в К-320-23,5 є деяке збільшення вертикальних переміщень в ниж-

ній частині. Це пов'язано з менш жорстким опорним балконом в останнього;

- друга глобальна форма коливань (див. рис.4, р₃), визначається інтенсивними горизонтальними переміщеннями кришки корпусу ЦНТ, але при цьому деформується весь ЦНТ і при цьому переміщення всього корпусу відбувається синфазно;

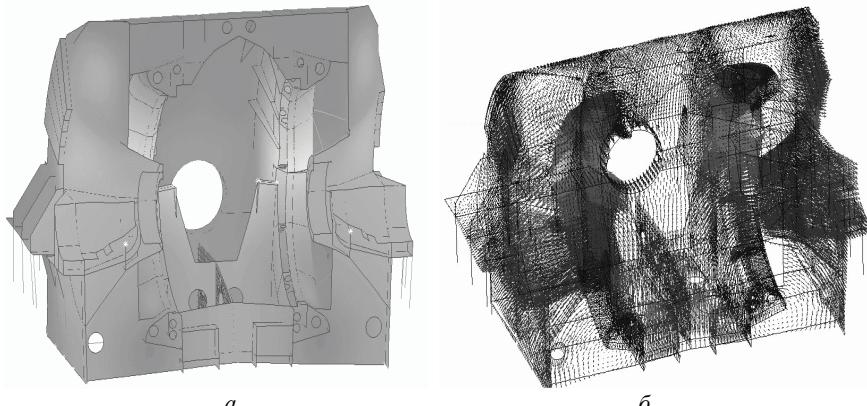


Рисунок 6 – Глобальна власна форма на частоті p_{13}

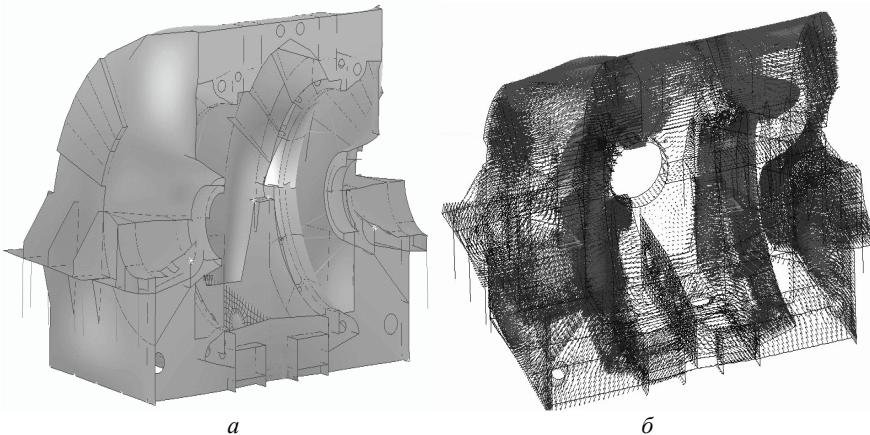


Рисунок 7 – Глобальна власна форма на частоті p_{14}

- третя глобальна форма (див. рис. 5, р₈) визначається невеликими деформаціями всього корпусу ЦНТ, та інтенсивними коливаннями стержнів № 1 та № 2;

- четверта глобальна форма (див. рис. 6, р₁₃) є найбільш небезпечною, оскільки її власна частота більше 49,9 Гц знаходитьться в робочому діапазоні

- частот обертання ротора турбоагрегату і визначається подовжніми (уздовж осі ротора) переміщеннями тією частиною дифузора, яка приєднана до кришки корпусу в обох ЦНТ. При цьому, дифузор через вертикальну підкріплючу стінку збуджує і опори підшипника ротора;
- п'ята глобальна форма (див. рис. 7, р₁₄) визначається деформаціями згину оболонки кришки корпусу і стінок центральної частини корпусу ЦНТ, та інтенсивними деформаціями скрутка центральної частини дифузора. При цьому більших рух кришки збуджує коливання торцевих стінок конуса підшипника. Частота цієї форми теж близька до робочої.

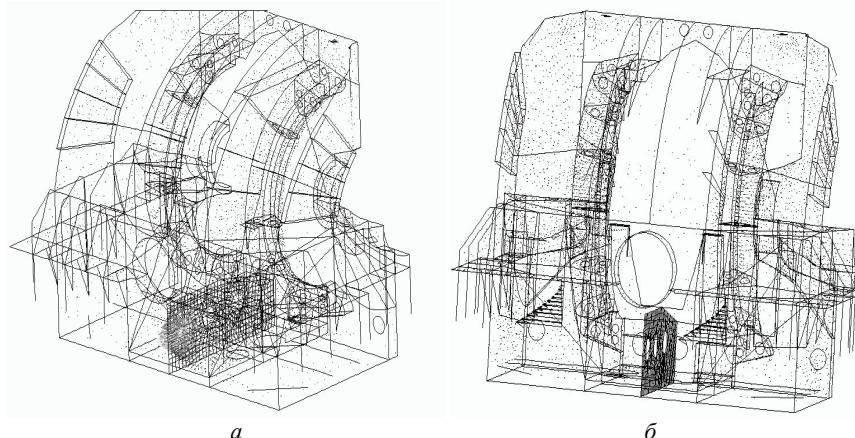


Рисунок 8 – Локальні власні форми коливань стінок ЦНТ: *a* – на частоті p_1 ; *b* – на $p_{15} - p_{17}$)

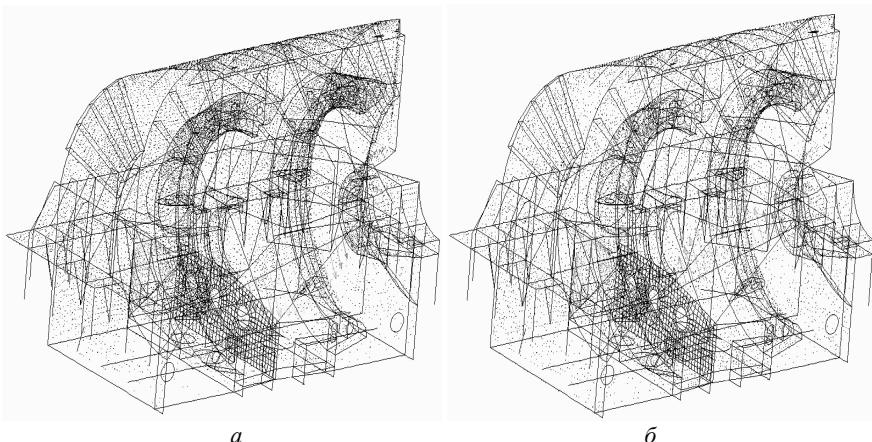


Рисунок 9 – Локальні форми коливань стережня №1 на частотах p_4 і p_5 : *a* – антифазні; *b* – синфазні коливання;

Локальна власна форма на частоті p_1 визначається деформацією бічної стінки нижньої половини корпусу ЦНТ біля паровпуску (див. рис. 8, а). Власні форми на частотах p_{15} , p_{16} і p_{17} для турбіни К-240-4,0 визначається коливаннями підкріплюючої косинки під балконом з боків корпусу (див. рис. 8, б).

Власні форми на частотах p_4 , p_5 , p_6 і p_7 визначаються коливаннями нижнього стрижня № 1. Стрижені коливаються по першій власній формі синфазно (див. рис. 9, а) та у протифазі (див. рис. 9, б). Власні форми на частотах p_9 - p_{12} визначаються коливаннями згину нижнього стрижня № 2 кришки ЦНТ по першій власній формі.

Зіставлення результатів розрахункових і експериментальних досліджень власних частот для «стрижневих» конструкцій ЦНТ. Динамічні характеристики опор РНТ і корпусів ЦНТ на складально-випробувальному стенді заводу знаходилися шляхом послідовного збудження коливань у вертикальному і поперечному напрямах з одночасною реєстрацією параметрів коливань в різних точках ЦНТ і стенового фундаменту. Устаткування для збудження коливань системи «ЦНТ з вбудованими опорами РНТ - фундамент – основа» складається з механічного віброзбудника, електродвигуна, вкладиша, тиристорного блоку управління і регулювання частоти віброзбудження конструкції ВАТ «Турбоатом». Робочий діапазон регулювання частоти обертання віброзбудника при випробуваннях складав 15 до 58,4 Гц. Пристрій залишає можливість плавного регулювання частоти обертання з точністю до 0,03-0,08 Гц в робочому діапазоні. В результаті випробувань для обох ЦНТ були отримані амплітудно - частотні характеристики (АЧХ) в двох точках на опорі підшипника ротору. Шаг по частоті при випробуваннях був - 0,8 Гц.

Для одержання значень експериментальних резонансних частот з АЧХ було використано статистичний метод обробки результатів експерименту [8]. Розглядаючи значення частоти p_E , як випадкову величину, для обробки результатів використано центральна гранична теорема теорії ймовірностей [8], відповідно до якої наблизеним значенням шуканої величини p_E буде середнє-арифметичне значення вимірюваних частот в декількох незалежних точках:

$$p_E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_E^i. \quad (1)$$

де p_E^i – значення частоти в точці i при експерименті.

В якості оцінки погрішності було взято стандартне відхилення s [8]:

$$s = \sqrt{Dp_E}; \quad Dp_E = \frac{1}{n} Dp_E^i; \quad Dp_E^i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (p_E^i - p_E)^2, \quad (2)$$

де Dp_E – розподілена дисперсія, Dp_E^i – дисперсія.

Остаточно вираження для оцінки погрішності таке:

$$s = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (p_E^i - p_E)^2}. \quad (3)$$

В нашому експерименті значення були взяти з двох точок, тому $n = 2$. В результаті обробки АЧХ згідно (1,3) були отримані значення частот p_E та стандартних відхилень S , які наведені у табл. 2. Розрахункові глобальні власні частоти відповідні до резонансних частот, отриманих в результаті обробки АЧХ (табл. 2), а також абсолютна погрішність δ_A та відносна погрішність δ_0 приведена в табл. 3.

Таблиця 2 – Експериментальні частоти і відхилення для ЦНТ турбін К-320-23,5 та К-240-4,0

№ резонансної частоти	К-320-23,5		К-240-4,0	
	p_E	S	p_E	S
1	16,7	0,0	16,7	0,0
2	20,0	0,6	20,0	0,6
3	32,5	0,3	33,3	0,6
4	50,0	0,0	50,8	0,5
5	58,3	1,8	53,3	0,0

Таблиця 3 – Розрахункові та експериментальні частоти ЦНТ

№ глобальної частоти	К-320-23,5				К-240-4,0			
	Роз.	Екс.	δ_A	δ_0 (%)	Роз.	Екс.	δ_A	δ_0 (%)
p_2	15,7	16,7	1,0	6,3	15,2	16,7	1,5	9,8
p_3	18,1	20,0	1,9	10,5	17,9	20,0	2,1	11,7
p_8	33,4	32,5	0,9	2,7	32,5	33,3	0,8	2,5
p_{13}	50,1	50,0	0,1	0,2	49,9	50,8	0,9	1,8
p_{14}	56,5	58,3	1,8	3,1	56,9	53,3	3,6	6,3

Зіставивши експериментальні і розрахункові частоти (табл. 3) можна відзначити добрий збіг власних частот для всіх частот, крім частоти p_8 , де відносна погрішність перевищує 10 %. Більш інформативною є абсолютна погрішність, тому що шаг по частоті, при визначенні АЧХ під час випробувань був 0,8 Гц. Порівняння абсолютної погрішності з шагом, з урахуванням впливу тертя і відхилення (табл. 2), говорить що всі розрахункові частоти крім p_{14} добре збігаються з експериментальними значеннями.

Чимала розбіжність на частоті p_{14} , абсолютна погрішність якої для К-320-23,5 складає 1,8 Гц, а для К-240-4,0 досягає 3,6 Гц, говорить о можливім впливі самого випробувального стенду. Випробувальний стенд є сталевою рамною конструкцією, і при приєднанні до нього корпусу ЦНТ може змінювати свої власні частоти і податливість в місцях опору ЦНТ. Тому для уточнення причин цієї розбіжності необхідно провести додатковий аналіз на моделі стенд - корпус ЦНД.

На робочій частоті p_{13} слід зазначити вдалий збіг розрахункових і експериментальних даних, абсолютна погрішність для К-320-23,5 складає 0,2 Гц, а для К-240-4,0 – 0,9 Гц.

Висновки. З аналізу власних частот і форм слідує, що ЦНТ «стержневого типу» має густий спектр власних частот в діапазоні від 10 до 60 Гц, і при цьому одна власна частота лежить в районі робочої частоти турбіни – 50 Гц.

При зіставленні експериментальних даних з результатами розрахунків визначено, що розбіжності знаходяться в межах технічної погрішності, що говорить про достовірність побудованої моделі.

Дана модель може бути використана як для визначення динамічні характеристик ЦНТ на стадії проектування, так і для оптимізації конструкції ЦНТ.

Список літератури: 1. Рабинович Э.М., Виноградов Н.Н. Исследование деформационного состояния ЦНД К-500-65/3000 в эксплуатации на ЛАЭС и ЦНД К-220-44-3 на Кольской АЭС. (Часть II. Колыской АЭС). Отчет ЦКТИ. – Л.: 1989. 2. Шульженко Н.Г., Воробьев Ю.С. Численный анализ колебаний системы турбоагрегат-фундамент. – К.: Научная мысль, 1991. – 232 с. 3. Степченко А.С. Численные исследования динамических характеристик системы турбоагрегат-фундамент. Дисс. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. – Харьк. Гос. полит. ун-тет. 1994. – 194 с. 4. Дудкина Е.Н., Степченко А.С. Моделирование типового ряда конструкций корпусов цилиндра низкого давления мощных паровых турбин: Часть I. Классификация и разработка структурной схемы // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2009. – № 42. – С.147-154. 5. Степченко А.С., Дудкина Е.Н., Соболь В.А. Моделирование типового ряда конструкций корпусов цилиндра низкого давления мощных паровых турбин: Часть II. Построение параметрической КЭ - модели для исследования динамических характеристик // Вісник НТУ «ХПІ». Тематичний випуск Динаміка і міцність машин. – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 63. – С.113-121. 6. Орлов И.И., Приходько В. В., Явельский М.Б. Определение на стенде ОАО «Турбоатом» вибрационных характеристик ЦНД быстроходных турбоагрегатов для АЭС. Отчет № 046116/0-11357, НПО ЦКТИ – ОАО «Турбоатом», 1982. – 138 стр. 7. Степченко А, Красников С., Торянік О. Комп'ютерне моделювання барабанкорпусного турбоагрегата у системі турбоагрегат – фундамент – основа // Машинознавство. – Л.: КНІПАТРІ ЛТД, 2009. – № 2 (140). – С. 27-33. 8. Калиткин Н.Н. Численные методы. - М.: Наука, 1978. – 512 с.

Надійшла до редколегії 18.12.12

ЗМІСТ

Назаренко С. А., Хавин В. Л. Научная и педагогическая деятельность профессора В. В. Бортового	3
Алексеев К. Б., Деев В. М., Машина И. В., Петрокас А. В. О некоторых числовых системах	9
Андреев А. Г., Щепкин А. В. Исследование НДС прорезиненного колеса трамвайного вагона	11
Багмут И. А. К вопросу о влиянии аномалии силы тяжести на точность оценивания инструментальных погрешностей инерциального блока интегрированной навигационной системы	14
Бесчетников Д. А., Львов Г. И. Контактная задача для цилиндрической оболочки с бандажом из композитного материала	19
Бреславський Д. В., Бреславська О. О., Татарінова О. А. Вплив космічної радіації та циклічності навантаження на пошкоджуваність стрижневих елементів	26
Бреславський Д. В., Пащенко С. О. Розробка алгоритмічного та програмного забезпечення для розв'язку трьохвимірних нестационарних задач тепlopровідності методом скінченних елементів	31
Грищенко В. М. Чисельний алгоритм розрахунків ударної взаємодії в конструкціях	38
Кантор Б. Я., Шупиков А. Н., Онацкий Р. Л. Вмятина на цилиндрической оболочке, образованная ударом	44
Кантор Б. Я., Шупиков А. Н., Онацкий Р. Л. Разрушение цилиндрической оболочки в зоне вмятины под действием внутреннего давления	50
Красников С. В. Моделювання руйнування фундаменту енергоблоку 200 МВт при статичному навантаженні	56
Лавинский Д. В. Моделирование и анализ импульсных электромагнитных полей в системах для обработки материалов	61
Ларин А. А., Водка А. А. Прогнозирование ресурса конструкций при многоцикловой усталости с учетом деградации свойств материала	67
Некрасова М. В., Озерянный С. А., Глазунова С. Н. О коррекции накапливающейся постоянной ошибки при определении ориентации в бесплатформенных инерциальных навигационных системах	77
Ольшанский В. П., Ольшанский С. В. Динамика материальной точки в подвижной воздушной среде	84
Степченко О. С., Артьомов С. Л., Гунько В. О. Дослідження впливу форми та розташування проміжного роз'ємного зв'язку Z-типу на контактні напруження в лопатках з двоярусним бандажем	90
Степченко О. С., Дудкіна О. М. Моделювання типового ряду конструкцій корпусів циліндра низького тиску потужних парових турбін: Частина 3. Порівняльне дослідження власних частот і форм корпусів ЦНТ «стержневого» типового ряду	97

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»**

Збірник наукових праць

Серія:
Динаміка і міцність машин

№ 67 (973)

Науковий редактор: д-р техн. наук, проф. О. К. Морачковський
Технічний редактор: О. В. Щепкін

Відповідальний за випуск: канд. техн. наук Г. Б. Обухова

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21,
НТУ «ХПІ». Каф. ДММ
Тел. (057) 707-68-79. E-mail: andreev@kpi.kharkov.ua

Обл.-вид № 01-13.

Підп. до друку 14.01.2013 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 7,25. Облік.-вид. арк. 7,1.
Наклад 300 прим. 1-й завод 1-100. Зам. № 123. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію
суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.

61002, Харків, віл Фрунзе, 21

Цифрова друкарня «Зебра»

Свідоцтво про Державну реєстрацію 24800000000115022 від 01.01.2011 р.
Адреса: 61002, м. Харків, вул. Чернишевська, 28-А.