ISSN 2078-9130

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»
1885
«ХПІ»

ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

55'2012

Харків

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»

ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Серія: Динаміка і міцність машин

№ 55 (961) 2012

Збірник наукових праць

Видання засноване у 1961 р.

Харків
НТУ «ХПІ», 2012

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Серія: Динаміка і міцність машин. – Х. : НТУ «ХПІ». – 2012. – № 55 (961). – 189 с.

Державне видання
Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України
КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Збірник виходить українською та російською мовами.

Вісник Національного технічного університету «ХПІ» внесено до «Переліку наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук», затвердженого Постановою президії ВАК України від 26 травня 2010 р., № 1 – 05/4 (Бюлетень ВАК України, № 6, 2010 р., с. 3, № 20).

З номеру 42’2012 Вісник НТУ «ХПІ» має власну подвійну нумерацію: № 42 (948).

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».
Протокол № 8 від 30 жовтня 2012 р.

УДК 621.01 (092)

О. В. КЕДРОВСКАЯ, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
А. А. ЛАРИН, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

ЖИЗНЕННЫЙ И ТВОРЧЕСКИЙ ПУТЬ СЕРГЕЯ ИВАНОВИЧА БОГОМОЛОВА

Статтю присвячено науковій і педагогічній діяльності відомого українського вченого в області динаміки і міцності машин, доктора технічних наук, двічі лауреата Державної премії України професора Богомолова С. І.

Ключові слова: наукова й педагогічна діяльність; динаміка і міцність машин.

Статья посвящена научной и педагогической деятельности видного украинского ученого в области динамики и прочности машин, дважды лауреата Государственной премии Украины, доктора технических наук, профессора Богомолова С. И.

Ключевые слова: научная и педагогическая деятельность; динамика и прочность машин

The article is devoted scientific and pedagogical activity of the visible Ukrainian scientist in area of dynamics and durability of machines, twice laureate of the State bonus of Ukraine, doctor of technical sciences professor Bogomolov S. I.

Keywords: scientific and pedagogical activity; dynamics and durability of machines.

Сергей Иванович Богомолов - известный ученый в области механики, динамики машин и прикладной теории колебаний, доктор технических наук, профессор, дважды Лауреат Государственной премии Украины, Заслуженный деятель науки Украинской ССР, Почетный доктор НТУ «ХПИ» С. И. Богомолов заведовал кафедрой динамики и прочности машин Харьковского политехнического института с 1960 по 1991 гг. Его основные научные исследования посвящены проблемам колебаний лопаточного аппарата турбомашин. 25 октября 1921 года исполнилось 90 лет со дня его рождения.

Сергей Иванович Богомолов - известный ученый в области механики, динамики машин и прикладной теории колебаний, доктор технических наук, профессор, дважды Лауреат Государственной премии Украины, Заслуженный деятель науки Украинской ССР, Почетный доктор НТУ «ХПИ». С. И. Богомолов заведовал кафедрой динамики и прочности машин Харьковского политехнического института с 1960 по 1991 гг. Его основные научные исследования посвящены проблемам колебаний лопаточного аппарата турбомашин. 25 октября 1921 года исполнилось 90 лет со дня его рождения.

Сергей Иванович Богомолов родился в городе Крюков на Днепре Кременчугского района Полтавской области. Его отец Иван Филиппович Богомолов – рабочий Крюковского вагоностроительного завода в 1929 году был послан на учебу в Киевский авиационный техникум, по окончании которого в 1932 году был направлен в ВВС Красной армии. Участвовал в Великой Отечественной войне, демобилизовался в 1945 году [1, л. 10].

В 1932 году семья переезжает в Борисоглебск Воронежской области, где Сергей Иванович в 1939 году окончил среднюю школу № 2. В том же году он поступил в Сталинградский механический институт на Бронетанковый факультет. Однако учеба на нем продолжалась всего один месяц. С началом II мировой войны студентов младших курсов стали призывать в армию. Сергей Иванович был призван в ряды Красной армии в октябре 1939 года и направлен в Забайкальский военный округ. С началом Великой Отечественной войны он, как имеющий среднее образование, в августе – сентябре 1941 года прошел подготовку на сборах и стал командиром взвода противотанковых орудий. В августе 1943 года С. И. Богомолов был назначен командиром противотанковой батареи. Находясь все годы войны в пустыне на территории Монгольской народной республики, молодой лейтенант страстно стремился попасть на фронт. Вместе с офицерами своей батареи они собрали деньги (свою неизрасходованную за годы войны зарплату) и сдали их в фонд обороны на постройку батареи противотанковых пушек, написав рапорты на имя Верховного Главнокомандующего И. В. Сталина с просьбой отправить их вместе с этой батареей на фронт. У Сергея Ивановича сохранились два ответных письма Сталина, в которых он благодарил офицеров за этот вклад в дело Победы, объяснив при этом, что служить надо там, куда поставила Родина.

В должности комбата С. И. Богомолов участвовал в боях с японскими милитаристами в августе 1945 года, за что был награжден орденом Красной Звезды и медалью «За победу над Японией». После окончания боевых действий в сентябре 1945 года Сергей Иванович был назначен начальником штаба дивизиона минометного полка [1, л. 10 обр.].

В августе 1946 года С. И. Богомолов демобилизовался и 4 сентября был без вступительных экзаменов зачислен в Харьковский механико-машиностроительный институт (ХММИ), так как был призван в армию со студенческой скамьи [1, л. 1]. Все экзамены Сергей Иванович сдавал только на «отлично» и в числе лучших студентов был удостоен Сталинской стипендии. Отличную учебу Богомолов сочетал с активной общественной работой. Еще в армии, в 1946 году политотделом 676-й артиллерийской бригады он был принят кандидатом в члены ВКП(б), а в апреле 1947 года партийной организацией ХММИ был принят в партию. Позже студент Богомолов стал членом партийного бюро факультета [1, л. 10 обр.]. Он также был председателем студенческого научного общества (СНО) факультета и членом СНО института. Сам он трижды выступал с докладами на студенческих научно-технических конференциях, за что был премирован и отмечен благодарностью в приказе директора института [1, л. 11].

С. И. Богомолов окончил ХПИ[1] в декабре 1951 года по специальности динамика и прочность машин. Его дипломная работа на тему «Исследование системы регулирования турбины ВР-25-1 методом нелинейной механики» была продиктована требованиями практики, а тема предложена Харьковским турбогенераторным заводом (ХТГЗ) им. С. М. Кирова. Как отмечалось в отзыве на работу Сергея Ивановича, руководителя – доцента А. В. Дабагяна, анализ системы регулирования этой турбины производился на заводе методом линеаризации системы уравнений, описывающих процесс регулирования [1, л. 20]. Однако развитие паротурбостроения, особенно турбин с высокими и сверхвысокими параметрами пара, турбин специального назначения потребовало создания более совершенных и надежных систем автоматического регулирования. Актуальным стал вопрос об учете нелинейностей в системе автоматического регулирования и их влияния на динамическую устойчивость последней.

В своей работе дипломник Богомолов исследовал устойчивость нелинейной системы автоматического регулирования, в частности провел поиск автоколебательных режимов в контуре регулирования противодавления. Дело в том, что в системах регулирования противодавления предвключенных турбин часто встречались неполадки. Им также был сделан анализ переходных процессов в системе регулирования при помощи электроинтегратора. При решении этого вопроса Богомолов пользовался методом определения критериев устойчивости профессора А. И. Лурье, разработанным на базе теории устойчивости движения А. М. Ляпунова.

В рецензии руководителя отдела регулирования ЦОКБ при ХТГЗ А. Фридмана на дипломную работу С. И. Богомолова кафедре ДПМ было высказано пожелание – развивать данное направление исследований и далее [1, л. 14-18].

В связи с достигнутыми успехами, С. И. Богомолов кафедрой ДПМ и Ученым Советом института был рекомендован для дальнейшего обучения в аспирантуре [1, л. 12, 13]. С 2 января 1952 года он работал ассистентом на кафедре теоретической механики ХПИ, а 1 ноября зачислен в аспирантуру, оставаясь работать ассистентом кафедры теоретической механики по совместительству. После окончания аспирантуры и успешной защиты кандидатской

---

[1] В 1950 г. ХММИ вошел в состав воссозданного политехнического института

диссертации, с 1 ноября 1955 года он был принят ассистентом на кафедру ДПМ. 16 апреля 1958 года С. И. Богомолов переведен на должность старшего преподавателя [2, л. 25, 29, 32, 34].

3 мая 1960 года, в связи с оставлением А. П. Филипповым должности заведующего кафедрой динамики и прочности машин ХПИ, старший преподаватель С. И. Богомолов был назначен временно исполняющим обязанности заведующего [2, л. 37]. 15 января 1964 года ему присвоено ученое звание доцент [2, л. 10]. В 1969 году С. И. Богомолов в Ученом совете ХПИ защитил докторскую диссертацию, и 10 апреля 1970 года ВАК СССР присвоила ученую степень доктора технических наук [2, л. 49], а 25 сентября 1970 года – ученое звание профессор [2, л. 11]. 1 декабря 1991 года Сергей Иванович перешел на должность профессора кафедры ДПМ и оставался на этой должности до своей кончины 2 ноября 1999 года [2, л. 76, 87].

Научные интересы С. И. Богомолова всегда были тесно связаны с проблемами динамической прочности турбомашин, и, в частности, с проблемами колебаний их дисков и лопаток. Появление авиационных газовых турбин и компрессоров, а также переход в турбостроении к более высоким рабочим температурам, давлениям и окружным скоростям потребовал всестороннего развития теоретических и экспериментальных вибрационных явлений в дисках и лопатках турбомашин. Стремление создать конструкции возможно меньшей материалоемкости привело к созданию турбомашин с равнопрочными узлами и деталями. В результате частотные характеристики отдельных конструктивных элементов оказались одного порядка. Это, в свою очередь, привело к сильной взаимосвязанности колебаний. В частности, одной из важных и интересных проблем динамической прочности роторов турбомашин стала проблема совместных колебаний рабочих лопаток и дисков.

Именно этой проблеме была посвящена кандидатская диссертация С. И. Богомолова. В своей работе он рассмотрел изгибные колебания диска постоянной толщины совместно с лопатками, центр кручения и центр тяжести поперечного сечения которых совпадают [3]. Такое упрощение основывалось на предположении о том, что несовпадение центра кручения и центра тяжести поперечного сечения лопаток значительного влияния на частоту совместных колебаний облопаченных дисков не оказывают.

Существовавшие к тому времени приближенные методы, основанные на вычислении кинетической и потенциальной энергии, дисков и лопаток были недостаточно эффективны при исследовании колебаний дисков, снабженных длинными лопатками. К тому же, эти методы не позволяли более глубоко проанализировать суть исследуемых явлений. Поэтому С. И. Богомоловым для исследования был предложен метод совместного решения дифференциальных уравнений колебаний диска и лопаток, который был одним из наиболее точных методов, в особенности для нахождения высших частот. Он, в частности, позволял исследовать некоторые явления, которые при использовании приближенных методов оставались незамеченными, например, колебания облопаченных дисков с узлами на лопатках.

В работе Богомолова приводится решение дифференциального уравнения форм колебаний диска конической формы методом разложения в ряд, в котором, правда, для большей точности решения приходилось вычислять возможно больше членов. На основании проведенных исследования автор сделал ряд важных выводов:

Лопатки, находящиеся строго посредине между двумя соседними узловыми радиусами диска, совершают изгибные осевые колебания.

Лопатки, через которые проходят узловые радиусы диска, совершают крутильные колебания.

Все остальные лопатки совершают изгибно-крутильные колебания.

Крутильные колебания лопаток, проявляющиеся при изгибных колебаниях диска, вызывают дополнительные напряжения в лопатках.

Возможны такие системы, колебания которых с высшими частотами возбуждаются не труднее, чем колебания с частотами более низкими.

Начав с частной задачи, Сергей Иванович продолжил исследования в этом направлении и в 1969 г. защитил докторскую диссертацию на тему: «Колебания дисков турбомашин» [4]. Проведя цикл экспериментальных исследований на специальных модельных дисках, он показал, что достаточно полное теоретическое представление о динамических свойствах системы диск – лопатки можно получить только на основе совместного решения дифференциальных уравнений, описывающих изгибные колебания дисков и изгибно-крутильные колебания рабочих лопаток. Такой подход позволяет определить динамические свойства облопаченных дисков в широком диапазоне частот и выявить особенности взаимодействия рабочих лопаток и диска при совместных колебаниях.

Кроме того, в работе выполнен большой объем экспериментальных и теоретических исследований динамических свойств круглых пластин и дисков турбомашин в условиях неравномерного осесимметричного нагрева. С этой целью был создан комплекс экспериментальных установок для исследования динамических характеристик круглых пластин, рабочих лопаток и дисков турбомашин, в частности разработана конструкция и создана мощная установка для исследования колебаний невращающихся дисков и рабочих лопаток при высоких температурах. В результате были определены закономерности динамических свойств дисков при высоких температурах. Показано, что частоты изгибных колебаний дисков зависят, главным образом, от величины теплоперепада, определяемой разностью температур периферийной и центральной частей диска [5].

Основной трудностью исследований совместных колебаний дисков и лопаток было то, что конструктивные особенности рабочих колес турбомашин не позволяли применить существовавшие методы численного решения дифференциальных уравнений даже с помощью ЭВМ. Поэтому коллективом сотрудников кафедры ДПМ ХПИ в составе С. И. Богомолова, А. М. Журавлевой и О. К. Сливы был разработан единый подход к решению задач о колебаниях сложных механических систем, основанный на матричном методе исследования колебаний, позволявшим наилучшим способом использовать ограниченные ресурсы ЭВМ того времени.

Основная идея авторов заключалась в том, что при получении уравнений колебаний в рассматриваемой конструкции выделялись типовые элементы, связанные в единую систему. Так для турбомашин облопаченный диск рассматривается как совокупность простых конструктивных элементов: круглые пластины переменной толщины, естественные закрученные стержни, оболочки вращения или их части, участки вала и круговые кольца – кривые брусья. После построения матричных уравнений указанных элементов, с учетом их расположения в конструкции и условий сопряжения, можно получить матричное уравнение для всей модели. Решение уравнений проводилось методом начальных параметров в матричной форме. Собственные частоты определялись методом проб.

В работе О. К. Сливы, выполненной под руководством С. И. Богомолова, разработан общий метод построения дискретных моделей естественно закрученных стержней и круглых пластин и на этой основе проведено исследование изгибно-крутильных колебаний, как отдельных лопаток, так и их пакетов. Рассмотрены различные способы размещения замещающих масс дискретных моделей [6].

В кандидатской диссертации А. М. Журавлевой [7], у которой Сергей Иванович также был руководителем, разработан метод исследования совместных колебаний конструктивных элементов ротора барабанно-дискового типа, представляющего собой систему тонких облопаченных дисков, связанных в пакет конической или цилиндрической оболочкой вращения. Проблема возникла в связи с тем, что жесткость оболочек соизмерима с жесткостью тонких и гибких дисков.

Для исследования использовался матричный метод, при этом матричное уравнение колебаний подкрепляющих оболочек получалось с помощью основных дифференциальных уравнений изгиба оболочек в рамках теории Кирхгофа-Лява [7, с. 46–65]. Программа, реализованная на ЭЦВМ М-20, предусматривала возможность исследования динамических характеристик дисков, у которых может варьироваться положение подкрепляющих оболочек, а также характер граничных условий на внутреннем контуре диска и торцах подкрепляющих оболочек.

Кроме того, в работе был разработан метод расчета совместных колебаний системы «упругие опоры-вал-диски-рабочие лопатки» и критических скоростей многоопорных роторов на податливых упругих опорах с учетом упруго-инерционных свойств гибких прецессирующих облопаченных дисков.

На основе этих методов были выполнены теоретические исследования совместных колебаний, возникающих в роторах авиационных газотурбинных двигателей [7, с. 173].

Позже С. И. Богомоловым и А. М. Журавлевой были написаны две монографии, посвященные колебаниям сложных механических систем, описывающих колебания в паровых и газовых турбинах [8; 9].

Развитие вычислительной техники и внедрение более мощных ЭВМ позволило широко применять метод конечных элементов. С его помощью ученые кафедры ДПМ рассматривали многие задачи, связанные с колебаниями не только лопаточного аппарата турбин, но и их корпусов, и трубопроводов. Под руководством С. И. Богомолова работали и защитили кандидатские диссертации В. Н. Грищенко, Б. С. Лукин, В. А. Жовдак, В. Л. Хавин, В. А. Дмитренко, С. К. Шелковый, С. П. Иглин, Е. П. Петров и др. Подробный анализ исследований в области колебаний турбомашин, проведенных на кафедре ДПМ, дан в очерке профессора В. А. Жовдака, опубликованном в монографии [10, с. 195–217].

Профессор Богомолов внес большой вклад в дело подготовки инженеров и научных работников. В разные годы он читал оригинальные курсы лекций «Устойчивость упругих систем», «Тепловые машины» и «Теория колебаний» [2, л. 69]. 31 год С. И. Богомолов руководил одой из ведущих кафедр ХПИ. За это время было подготовлено около двух тысяч инженеров по специальности «Динамика и прочность машин», которым присваивалась квалификация инженер-механик-исследователь. Сотрудниками возглавляемых им кафедры и проблемной лаборатории защищено 12 докторских и свыше 130 кандидатских диссертаций [11, с. 109–110]. Сам Сергей Иванович является автором свыше 120 научных трудов, в том числе трех монографий.

Профессор Богомолов всегда уделял большое внимание внедрению вычислительной техники, как в научные исследования, так и в учебный процесс. Именно по инициативе кафедры ДПМ и лично С. И. Богомолова в ХПИ был создан вычислительный центр, основными пользователями которого были сотрудники и студенты Инженерно-физического факультета, и в первую очередь кафедры ДПМ [2, л. 71].

Труд С. И. Богомолова получил заслуженное признание. За цикл работ в области прочности энергетических машин и внедрение их в практику турбостроения в 1984 г. он в числе других сотрудников Инженерно-физического факультета ХПИ и Института проблем машингостроения АН УССР удостоен звания Лауреата Государственной премии УССР [2, л. 2 обр.]. 4 ноября 1985 г. С. И. Богомолову присвоено звание Заслуженного деятеля науки Украинской ССР [2, л. 12], а 10 сентября 1993 г. – звание Почетный доктор НТУ «ХПИ». В 1997 г. за участие в разработках теоретических основ автоматизированного оптимального проектирования машин, конструкций и приборов, создание на этой базе образцов современной техники с внедрением в серийное производство нового поколения турбокомпрессорных систем он стал Лауреатом Государственной премии Украины. Сергей Иванович удостоен ряда правительственных наград. Кроме ордена Красной Звезды, полученного за участие в боевых действиях, он награжден орденом Октябрьской революции (1976 г.), орденом Отечественной войны I степени (1985 г.) и многими медалями [2, л. 2 обр.].

Поражает и восхищает административное чутье Сергея Ивановича, с необычайной точностью он определял научное направление работы школы динамики и прочности. С конца 1970-х годов кафедра динамики и прочности машин во главе с Сергеем Ивановичем начинает тесное сотрудничество с Сумским машиностроительным предприятием. Это время, когда правительство СССР приняло решение о строительстве шести крупнейших газопроводов высокого давления для транспортировки природного газа с Крайнего Севера в европейскую часть государства и далее в северные страны. Компрессорные станции северных районов этих газопроводов первоначально предполагалось укомплектовать газоперекачивающими агрегатами западноевропейских производителей. Однако американское правительство объявило о введении санкций на поставку в СССР оборудования для нефтяной и газовой промышленности. А после ввода в Афганистан в 1979—1980 гг. «ограниченного контингента советских войск», подтвердили серьезность намерений блокировать поставки в СССР высоких технологий. Президент США Рональд Рейган, приступивший к исполнению обязанностей в 1981 году, наложил эмбарго на поставку этой продукции. В связи с этим в Советском Союзе принимается решение оснастить газопровод своими агрегатами. Единственно возможными исполнителями этой нелегкой задачи признали сумских машиностроителей, которые в свою очередь обратились к ХПИ с целью ускорения научно-исследовательского подтверждения новых конструкторских разработок газоперекачивающих агрегатов.

Начало 80-х для кафедры было связано с НПО «Молния» большим длительным проектом по созданию многоразовой космической системы – орбитального корабля «Буран».

Сергей Иванович Богомолов обладал поистине энциклопедическими знаниями. Его научные интересы не ограничивались областью технических наук, они затрагивали проблемы философии, естествознания, психологии, педагогики и морально-этические нормы. Суждения и идеи Богомолова базировались на огромнейшем многогранном жизненном опыте человека, впитавшего в себя устремленность и противоречивость XX столетия.

С. И. Богомолов, благодаря своим неоспоримым лидерским качествам, не только творчески развил идеи основателей Инженерно-физического факультета (академиков А. Ф. Иоффе, И. В. Обреимова, К. Д. Синельникова, А. К. Вальтера) – «взращивание» инженеров нового типа, но и воплотил в жизнь на родном факультете новые программы подготовки специалистов, сочетающие в себе университетскую физико-математическую подготовку, научный эксперимент и непосредственную тесную связь учитель – ученик.

В своих трудах, посвященных вопросам образования и воспитания, Богомолов отмечал – Становление классической науки вселяло в людей оптимизм, потрясающие успехи науки манили прекрасным будущим. Но глобальные результаты «деятельности» науки показывают – не такую науку мечтал создать человек.

Не может быть, чтобы самое великое совершенство жизни во вселенной – Человек разумный создал свое творение науку для уничтожения жизни и самого себя. Вряд ли Жизнь могла породить такого человека, ведь генетически люди не расположены к самоубийству, и самыми сильными инстинктами является – самосохранение и продолжение жизни. Тогда становится очевидным, что столько лет создаваемая людьми наука, призванная совершенствовать и повышать качество жизни, не оправдывает возлагаемых на нее надежд и, более того, ведет к отрицанию самой жизни. Следовательно, науку необходимо изменить, преобразовать науку, разрушающую жизнь, в науку, ее творящую.

Всесторонне исследуя данную проблему, Сергей Иванович одним из первых пришел к убеждению необходимости гуманизации образования в университете, как единственному правильному пути сохранения жизни и человека на Земле: «Инженеры в глобальном смысле повинны в техногенном пути развития человечества, но они же и лучше других знают, как этот путь трансформировать в гуманный, созидательный».

С. И. Богомолов сформулировал общие подходы необходимости фундаментальных перемен в образовании и воспитании, необходимости разработки новой гуманистической парадигмы развития высшего технического образования, которое бы адекватно отображало сложные реалии бытия и деятельности современного человека, специалиста в отрасли инженерии [12,13]. Потребность трансформации традиционной системы образования, системы формирования узкого специалиста в конкретной технической области, до формирования Человека творческого с ярко выраженной личностью, всесторонне развитой и состоятельной к межкультурной коммуникации, к образованию как приоритетному фактору общественного прогресса [14]. Это единственный выход, для того чтобы не просто выжить, но и сравняться с передовыми странами, работать на упреждение: разрабатывать такую продукцию, открывать такие технологии, которые еще не освоены. В этом заключается суть новой парадигмы высшего технического образования.

Профессор Богомолов был влюблен в науку, кафедру, своих сотрудников, являлся образцом принципиального и внимательного воспитателя молодежи. Сергей Иванович пользовался заслуженным авторитетом коллектива всего института, студентов и выпускников инженерно-физического факультета, специалистов в области динамики машин. Выпускники многих поколений студентов навсегда сохранили память об этом замечательном педагоге и ученом.

Список литературы: **1.** Архив НТУ «ХПИ», д. 1235. – Отдел кадров ХПИ. – Личное дело. – Богомолов Сергей Иванович. – Начато 26.09.1946 г. – Окончено 05.06.1952 г. – 25 л. **2.** Архив НТУ «ХПИ», д. 143667. – Отдел кадров ХПИ. – Личное дело. – Богомолов Сергей Иванович. – Начато 02.01.1952 г. – Окончено 02.09.1999 г. – 87 л. **3.** *Богомолов С. И.* Изгибные колебания дисков совместно с лопатками / *Сергей Иванович Богомолов*. – Автореф. дис. … канд. техн. наук.– Х.: 1955. – 12 с. **4.** *Богомолов С. И.* Колебания дисков турбомашин дис. … докт. техн. наук / Сергей Иванович Богомолов. – Х.: 1969. – 448 с. **5.** *Богомолов С. И.* Влияние центробежных сил и неравномерного нагрева на изгибные колебания круглых пластин / *С. И. Богомолов* // Динамика и прочность машин. – Вып. 10. – 1969. – С. 3-10. **6.** *Слива О. К.* Метод сосредоточенных параметров и его применение в исследовании колебаний рабочих лопаток турбомашин / *Олег Кириллович Слива* // Автореф. дис. … канд. техн. наук.– Х.: 1967. – 21 с. **7.** *Журавлева А. М.* Исследование совместных колебаний конструктивных элементов роторов турбомашин: дис. … канд. техн. наук / *Алевтина Матвеевна Журавлева*. – Х.: 1967. – 187 с. **8.** *Богомолов С. И.* Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях / *С. И. Богомолов, А. М. Журавлева*. - Х.: Вища школа, 1973. – 179 с. **9.** *Богомолов С. И.* Колебания сложных механических систем / *С. И. Богомолов, А. М. Журавлева* // Х.: Вища школа, 1978. – 136 с. **10.** *Морачковский О. К.* Инфиз: очерки истории творчества / *О. К. Морачковский*. – Х.: Энерго Клуб Украины, 2005. – 372 с. **11.** Выдающиеся педагоги высшей школы г. Харькова. Биографический словарь. – Х.: Глобус, 1998. - 736 с. **12.** *Богомолов С. И.* Инженер XXI века – самая гуманная специальность на Земле (проблемы гуманизации инженерного образования) / *С. И. Богомолов , Л. С. Даниленко* // Политехник НТУ «ХПИ». – Х.: 1995. – № 12. – 12 с. **13.** *Костенко Ю.* Алгебра и гармония в техническом вузе / *Ю. Костенко, С. Богомолов, Л. Даниленко* // Человек. – 1996. – № 4. **14**. Гуманізація – стратегічний напрямок розвитку інженерної освіти XXI сторіччя / *Л. Товажнянський, А. Мамалуй* // Политехник НТУ «ХПИ». – №18-19 от 05.10.2009.

Поступила в редколлегию 06.06.2012

УДК 539.374

В.Г.БАБАДЖАНОВА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

ВЫНУЖДЕННЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

У статті досліджуються осесиметричні коливання в'язкопружної циліндричної оболонки за допомогою інтегрального перетворення Лапласа для довільних спадкових функцій.
Ключові слова: інтегральне перетворення Лапласа, осесиметричні коливання.

В статье исследуется осесимметричные колебания вязкоупругой цилиндрической оболочки с помощью интегрального преобразования Лапласа для произвольных наследственных функций.
Ключевые слова: интегральное преобразование Лапласа, осесимметричные колебания.

This article examines variations axisymmetric viscoelastic cylindrical shell using the integral Laplace transform for arbitrary functions of hereditary.
Keywords: integral Laplace transform, axisymmetric vibrations.

Введение. Среди динамический задач вязкоупругости следует выделить задачу о колебании вязкоупругих систем, решения которых сводятся к интегро-дифференциальному уравнению Вольтера II рода. Решение этого уравнения требует задания аналитического вида ядра, либо решается различными приближенными методами.

Основная часть. Известно, что зависимость между перемещением и деформацией в общем виде определяется следующим образом:

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{d\xi}; \qquad \varepsilon_2 = \frac{w\cos\varphi + u\sin\varphi}{R_0};$$
$$\aleph_1 = -\frac{d^2 w}{d\xi^2}; \qquad \aleph_2 = -\frac{\sin\varphi}{R_0}\frac{dw}{d\xi}, \tag{1}$$

где ε_1 и ε_2 – деформации, $\aleph_1$ и $\aleph_2$ – кривизны срединной поверхности, u и w – продольное нормальное перемещение точек срединной поверхности, φ – угол между касательной к образующей и осью оболочки, $R_0(\xi)$ – радиус срединной поверхности оболочки, ξ – координата, отчитываемая вдоль образующей.

Моменты и усилия определяются в виде:

$$M_1 = \frac{h^3 G}{6(1-\nu)}\left(\aleph_1 + \frac{1}{2}\aleph_2\right); \quad M_2 = \frac{h^3 G}{6(1-\nu)}\left(\frac{1}{2}\aleph_1 + \aleph_2\right);$$
$$N_1 = \frac{2hG}{1-\nu}\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_2\right); \qquad N_2 = \frac{2hG}{1-\nu}\left(\frac{1}{2}\varepsilon_1 + \varepsilon_2\right), \tag{2}$$

где h – толщина оболочки, $\nu = \mathrm{const}$ – коэффициент Пуассона, G – модуль сдвига.

Ясно что сумма виртуальных работ напряжений δA_σ, моментов δA_M, поверхностных и инерционных сил δA_p и δA_u равна нулю:

$$\delta A_\sigma + \delta A_M + \delta A_P + \delta A_u = 0\,. \tag{3}$$

Здесь

$$\delta A_\sigma = -\int_S \left(N_1\delta\varepsilon_1 + N_2\delta\varepsilon_2\right)dS; \qquad \delta A_M = -\int_S \left(M_1\delta\aleph_1 + M_2\delta\aleph_2\right)dS;$$
$$\delta A_P = -\Phi(t)\int_S \delta w\, dS; \qquad \delta A_u = -h\rho\int_S\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\delta u + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\delta w\right)dS.$$

Здесь интегрирование ведется по недеформированной срединной поверхности оболочки.

Решение в перемещениях ищутся в виде:

$$u(\xi,t) = \sum_{k=1}^{n} T_k(t)u_k(\xi); \qquad w(\xi,t) = \sum_{k=1}^{n} T_k(t)w_k(\xi). \tag{4}$$

Здесь $u_k(\xi)$ и $w_k(\xi)$ – собственные функции колебаний упругой оболочки, и удовлетворяют краевым условиям задачи и считаются известными. $T_k(t)$ – искомые функции, зависящие только от t.

Учитывая (1) и (4) для вариации перемещений и деформации получаем следующие формулы:

Учитывая (4) в (1) и (2), определяем формулы, выражающие кривизны, усилия и моментов через $T_k(t)$, $u_k(\xi)$ и $w_k(\xi)$. Представляя эти выражения в (3) с учетом ортогональности собственных функции и оператора Вольтера, получаем интегро-дифференциального уравнения:

$$T_k''(t) - w_k^2\left(T_k(t) - \varepsilon\int_0^t R(t-\tau)T_k(\tau)d\tau\right) = f_k(t). \tag{5}$$

Здесь

$$\omega_k^2 = \frac{Q_k}{D_k}; \quad f_k(t) = \frac{\Phi_k}{D_k}q(t); \quad \Phi_k = \int_S w_k(\xi)dS; \quad D_k = \rho h\int_S \left(u_k^2(\xi) + w_k^2(\xi)\right)dS\ ;$$

$$Q_k = \frac{2G_0 h}{1-\nu}\int_S \left[\left(\frac{du_k(\xi)}{d\xi}\right)^2 + \frac{2\nu\, w_k(\xi)}{R_0}\frac{du_k(\xi)}{d\xi} + \left(\frac{w_k(\xi)}{R_0}\right)^2\right]dS +$$

$$+\frac{G_0 h^3}{6(1-\nu)}\int_S \left(\frac{d^2 w_k(\xi)}{d\xi}\right)^2 dS; \;\; G_0 = \text{const}.$$

Здесь предполагаем, что оператор Вольтера определяется в следующем виде

$$\widetilde{G}(z) = G_0\left(z(t) - \varepsilon\int_0^t R(t-\tau)z(\tau)d\tau\right).$$

Начальные условия принимаем в виде:

$$T(0) = T_0; \qquad T'(0) = T_0'. \tag{6}$$

Значит, поставленная задача математически сводится к решению интегро-дифференциального уравнения (5) при условии (6).

Применяя преобразование Лапласа по времени t к уравнению (5) с учетом (6) и опуская индексы для простоты записей получаем:

$$\overline{T}(p) = \frac{pT_0 + T_0'}{p^2 + \omega^2 - \varepsilon\omega^2\overline{R}(p)} + \frac{\bar{f}(p)}{p^2 + \omega^2 - \varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}. \tag{7}$$

Здесь первый член правой части характеризует свободные колебания оболочки. При вынужденных колебаниях добавляется второй член как это выполнено в работе [1].

При $\left(\dfrac{\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}{p^2+\omega^2}\right) < 1$ формулу (7) представим в следующем виде:

$$\overline{T}(p) = \frac{pT_0 + T_0'}{a(p)}\left[1 + \varepsilon\omega^2\frac{\bar{b}(p)}{\bar{a}(p)} + \varepsilon^2\omega^4\frac{\bar{b}^2(p)}{\bar{a}^2(p)} + \cdots\right] + \frac{\bar{f}(p)}{p^2 + \omega^2 - \varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}, \tag{8}$$

где

$$\overline{a}(p)=\left(p+\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega\right)^2+\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)^2;\quad \overline{b}(p)=\overline{R}(p)+R_S\frac{p}{\omega}+R_C+\frac{\varepsilon}{4}\left(R_S^2+R_C^2\right);$$

$$R_S=\int_0^\infty R(\tau)\sin\omega\tau\,d\tau;\qquad R_C=\int_0^\infty R(\tau)\cos\omega\tau\,d\tau.$$

В уравнении (8) оригинал первого члена имеет вид:

$$T_1(t)=\exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega t\right)\times$$
$$\times\left[T_0\cos\omega\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)t+\frac{T_0'-0{,}5\varepsilon R_S t\omega}{\omega(1-0{,}5\varepsilon R_C)}\sin\omega\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)t\right]. \quad (9)$$

Это известное решение, полученное методом усреднения [19] для свободных колебаний вязкоупругих систем.

Для нахождения второго приближения представим его в виде:

$$T_2(t)=\varepsilon\omega^2T_1(t)\cdot L^{-1}\left[\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}\right].$$

Здесь звездочка обозначает свертку функций

$$f(t)\cdot g(t)=\int_0^t f(t-\tau)g(\tau)d\tau\ .$$

L^{-1} – оператор обратного преобразования Лапласа. Для вычисления оригинала отношение $\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}$ представим его в виде:

$$\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}=\frac{\overline{R}(p)}{\overline{a}(p)}+\frac{R_S}{\omega}\frac{p+d}{\overline{a}(p)};\quad d=\frac{R_C}{R_S}\omega+\frac{\varepsilon\omega}{4R_S}\left(R_S^2+R_C^2\right).$$

Отсюда находим:

$$L^{-1}\left(\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}\right)=R(t)\cdot\exp\left(-\frac{\varepsilon}{2}R_S\omega t\right)\frac{\sin\omega(1-0{,}5\varepsilon R_C)t}{\omega(1-0{,}5\varepsilon R_C)}+\frac{R_S}{\omega}\exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega t\right)\times$$
$$\times\left[\cos\omega\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)t+\frac{d-0{,}5\varepsilon R_S\omega}{\omega(1-0{,}5\varepsilon R_C)}\sin\omega\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)t\right].$$

Отсюда видно, что нахождение оригиналов следующих приближений ряда (8) не представляет труда.

Как мы показали, к решению свободных колебаний вязкоупругих систем при вынужденных колебаниях добавляется еще следующее выражение

$$\frac{\bar{f}(p)}{p^2+\omega^2-\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}.$$

Оригинал этого выражения определяется в виде свертки функций. Сначала найдем оригинал знаменателя. Поэтому представим его в виде:

$$\frac{1}{p^2+\omega^2-\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}=\frac{1}{p^2+\omega^2}+\frac{\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}+\cdots+\frac{\varepsilon^m\omega^{2m}\overline{R}^m(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+1}}+$$

$$+\frac{\varepsilon^{m+1}\omega^{2(m+1)}\overline{R}^{m+1}(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+2}}\left[1+\frac{\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}{p^2+\omega^2}+\left(\frac{\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}{p^2+\omega^2}\right)^2+\cdots\right].$$

Применив к последней скобке процедуру вывода формулы (2), получаем:

$$\frac{1}{p^2+\omega^2-\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}\approx\frac{1}{p^2+\omega^2}+\cdots+\frac{\left(\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)\right)^m}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+1}}+\cdots+\frac{\left(\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)\right)^{m+1}}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+1}}\times$$
$$\times\frac{1}{\left(p^2+\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega\right)^2+\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon\omega_C\right)^2}. \tag{10}$$

Введем следующие обозначения:

$$\frac{\overline{R}(p)}{p^2+\omega^2}\;\dot{=}\;\frac{1}{\omega}\int_0^t\sin\omega(t-\tau)R(\tau)d\tau=g_0(t);$$

$$\frac{\omega^2\overline{R}(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^2}\;\dot{=}\;\omega\int_0^t\sin\omega(t-\tau)g_0(\tau)d\tau=g_1(t);$$

$$\frac{\omega^4\overline{R}^2(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^3}\;\dot{=}\;\omega\int_0^t\sin\omega(t-\tau)g_1(\tau)d\tau=g_2(t);$$

. . . .

$$\frac{\omega^{2m}\overline{R}^m(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+1}}\;\dot{=}\;\omega\int_0^t\sin\omega(t-\tau)g_{m-1}(\tau)d\tau=g_m(t);$$

$$\frac{\omega^{2m}\overline{R}^m(p)}{\left(p^2+\omega^2\right)^{m+1}}\cdot\frac{1}{\left(p+\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega\right)^2+\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)^2}\;\dot{=}\;\frac{1}{1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C}\int_0^t g_m(t-\tau)\psi(\tau)d\tau\;.$$

где

$$\psi(t)=\int_0^t R(t-\tau)\exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon R_S\omega\tau\right)\sin\omega\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_C\right)\tau d\tau\;.$$

Значить, выражению (10) соответствует оригинал

$$\frac{1}{p^2+\omega^2-\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)}\;\dot{=}\;\frac{1}{\omega}\sin\omega t+\varepsilon g_1(t)+\varepsilon^2 g_2(t)+\cdots+\varepsilon^m g_m(t)+$$

$$+\frac{\varepsilon^{m+1}\omega}{1-0{,}5\varepsilon R_C}\int_0^t g_m(t-\tau)\psi(\tau)d\tau. \qquad (11)$$

Свертывая функцию $f(t)$ с выражением (11), находим оригинал второго слагаемого уравнения (7) в виде:

$$\frac{\bar{f}(p)}{p^2+\omega^2-\varepsilon\omega^2\overline{R}(p)} = \frac{1}{\omega}\int_0^t \sin\omega(t-\tau)f(\tau)d\tau+\varepsilon\int_0^t g_1(t-\tau)f(\tau)d\tau+$$

$$+\cdots+\varepsilon\int_0^t g_m(t-\tau)f(\tau)d\tau+\frac{\varepsilon^{m+1}\omega}{1-0{,}5\varepsilon R_C}\int_0^t f(t-\tau)\left(\int_0^\tau g_m(t-S)\psi(S)dS\right)d\tau.$$

Вывод. Таким образом, решение задачи вынужденных осесимметричных колебаний вязкоупругой оболочки получается суммированием последнего выражения с выражением (9), определяющее свободное колебание оболочки.

Список литературы: **1.** *Ильясов М.Х., Курбанов Н.Т.* К решению интегро-дифференциального уравнения динамических задач линейной вязкоупругости // ДАН. Азерб.ССР. – 1984. – № 5. **2.** *Ильюшин А.А., Ларионов Г.С., Филатов А.Н.* К усреднению в системах интегро-дифференциального уравнения // ДАН. СССР. – 1969. – Т. 188, № 1. **3.** *Ларионов Г.С.* Исследование колебаний вязкоупругих систем методом усреднения // Механика полимеров. – 1969. – № 5. **4.** *Мирсаидов М., Трояновский И.Е.* Вынужденные осесимметричные колебания вязкоупругой цилиндрической оболочки // Механика полимеров. – 1975. – № 6.

Поступила в редколлегию 20.06.2012

УДК 531.8.534.143:621.318.3

А. Е. БОЖКО, д-р техн. наук, профессор, член-корр. НАН Украины, ИПМаш НАН Украины;
Е. М. ИВАНОВ, канд. техн. наук, доцент, ХНАДУ «ХАДИ»
З. А. ИВАНОВА, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЙ ПОРШНЕВОЙ ДВИГАТЕЛЬ

У роботі представлені особливості функціонування електромагнітного поршневого двигуна, що містить поршні зі стоками, з’єднані за допомогою загального колінчатого вала з маховиком, розміщені в циліндрах, оснащених установленими в мертвих точках соленоїдами.

Ключові слова: поршень, циліндр, соленоїд, колінчастий вал, батарея конденсаторів, система управління.

В работе представлены особенности функционирования электромагнитного поршневого двигателя, содержащего поршни со стоками, соединенные с помощью общего коленчатого вала с маховиком, размещенные в цилиндрах, оснащенных установленными в мертвых точках соленоидами

Ключевые слова: поршень, цилиндр, соленоид, коленчатый вал, батарея конденсаторов, система управления.

In-process the presented features of functioning of electromagnetic reciprocator, that contains the pistons with flows, united by means of general knee axle with a fly-wheel, are accommodated in the cylinders equipped by the solenoids set in dead centers.

Key words: piston, cylinder, solenoid, crankshaft, the battery of capacitors, the system of management.

Представлены особенности функционирования электромагнитного поршневого двигателя, выполненного по принципу соленоида. В двигателе имеются шатуны и коленчатый вал, вращающийся в подшипниках скольжения [1].

При разработке двигателя была поставлена задача переоснащения электрической системы двигателя конструктивными элементами, которые могли бы работать на низкотоковых нагрузках, а двухсторонний ход поршневого механизма был бы реализован с помощью однотипных электромагнитных элементов, что исключает повышение энергозатрат, уменьшение разномоментных тяговых усилий в нижней и верхней мертвых точках с нарушением плавного вращения коленчатого вала и разбалансирование хода поршней, за счет чего достигается снижение энергопотребления на единицу мощности двигателя, улучшение равномерности хода поршня и повышение частоты вращения коленчатого вала.

Поставленная задача достигается тем, что в данном электромагнитном поршневом двигателе, который имеет поршни, соединенные один с одним с помощью общего коленчатого вала с маховиком и размещенные в цилиндрах, оснащенных установленными в нижней мертвой точки соленоидами, а у верхней мертвой точки тяговыми элементами, связанными с последовательно соединенными коммутатором, автоматической системой управления, высоковольтным трансформатором, выпрямителем, конденсаторной батареей, генератором переменного тока (мультивибратором Ройера [2]). В верхних мертвых точках цилиндров установлены другие соленоида, а поршни в верхней части жестко связаны со штоками, установленными с возможностью высовывания из цилиндров выполнены из ферромагнитного материала, при этом верхние обмотки соленоидов каждого из непарных поршней и нижние обмотки соленоидом каждого из парных поршней через коммутатор связаны с разноименными полюсами конденсаторной батареи. В электромагнитном поршневом двигателе в каждую пару поршень-цилиндр с установленными в мертвой точке соленоидами вводится дополнительный соленоид, установленный в верхней мертвой точке, что позволяет уменьшить энергопотребление на единицу мощности электродвигателя, уравновесив суммарные моменты количества движения с идентичными тяговыми усилиями, что приводит до равномерного хода поршня и частоты вращения коленчатого вала, упрощая конструктивное исполнения изделия в целом.

Поршни цилиндров (с шатунами) в нижней части со стороны, прилегающей к коленчатому валу, жестко связаны с штоками, что уравновешивает силовой момент и которые установлены с возможностью выхода из цилиндра на длину хода поршня. Эти штоки, как было отмечено, выполнены из ферромагнитного материала с целью увеличения магнитной проводимости в соленоиде, снижение энергопотребления двигателя и увеличения равномерного хода поршня.

Верхние обмотки соленоидов каждого из непарных поршней и нижние обмотки соленоидов каждого из парных поршней через коммутатор связаны с разноименными полюсами конденсаторной батареи, что позволяет выравнивать моменты на противоположных направлениях движения поршней и суммировать тяговые усилия моментов движения с целью увеличения мощности двигателя. Для дальнейшего увеличения мощности двигателя можно разместить несколько пар параллельно соединенных цилиндров с поршнями, связанных через кривошипно-шатунные механизмы с коленчатым валом.

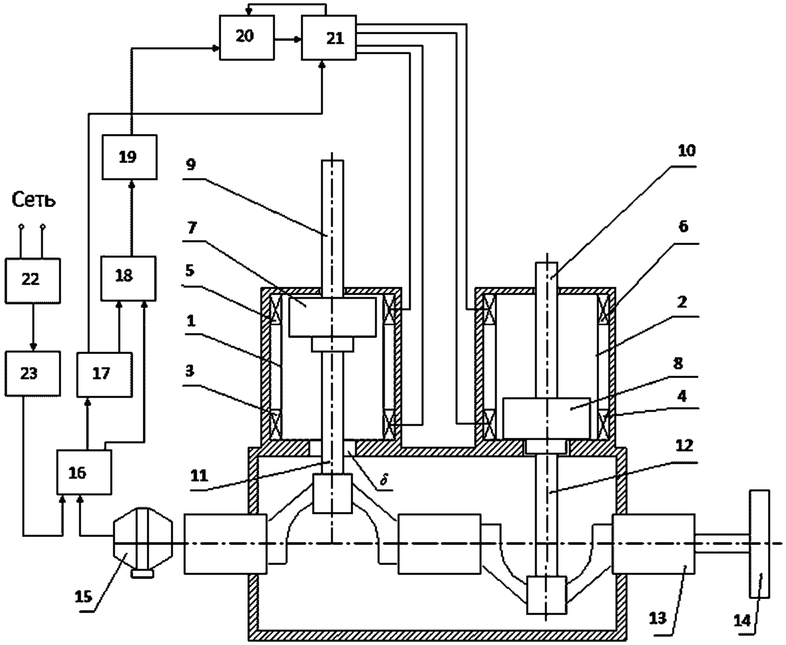


Схема электромагнитного поршневого двигателя

Структурно-механическая схема данного двигателя представлена на рисунке. Здесь изображена схема двигателя с двумя парами поршней и цилиндров с соленоидами. Элементы, входящие в общую схему двигателя, следующие: 1, 2 – цилиндры с установленными в нижней мертвой точке первыми соленоидами (3, 4) и верхней мертвой точке другими соленоидами (5, 6). В цилиндрах 1, 2 установлены поршни 7, 8 со штоками 9, 10 и шатунами 11, 12 из ферромагнитного материала, которые соединены с коленчатым валом 13, оснащенным маховиком 14. Электромагнитный двигатель включает в свою схему генератор постоянного тока 15, выход которого соединен с аккумуляторной батареей 16. Генератор 15 своим валом (ротором, якорем) механически соединен с коленчатым валом 13. Выход батарей 16 соединен с блоком питания автоматической системы управления 17 и преобразователем постоянного тока в переменный – (мультивибратор с трансформаторной связью) 18.

Выход мультивибратора Ройера подключен через выпрямитель 19 к входу конденсаторной батареи 20, а выход системы управления 17 подключен к входу коммутатора 21. В схеме двигателя также имеется трансформатор 22 (понижающий), первичной обмоткой подключаемый к источнику сетевого напряжения, а вторичной обмоткой – к аккумуляторной батареи через выпрямитель 23. Конденсаторная батарея включает в себя $2N$ высокочастотных конденсаторов большой емкости, где N – число цилиндров.

Работа двухцилиндрового двигателя следующая. Считаем, что аккумуляторная батарея 16 заряжена до необходимого напряжения $U_б$. В момент пуска двигателя от батареи 16 поршень 7 находится в верхней мертвой точке цилиндра 1, а поршень 8 находится в нижней мертвой точке цилиндра 2. При команде автоматической системы управления 17 с заряженной до напряжения U_{c11} через коммутатор 21 на обмотку соленоидов 5 поршня 7 подается импульс этого напряжения. По обмотке 5 протекает ток i_{11}, который наводит в магнитопроводе и поршне 7 (со штока) магнитный поток Φ_{11}. Этот магнитный поток создает тяговое усилие F_{11}, действующие на поршень 7 таким образом, чтобы поршень 7 мог перемещаться. Поршень 7, отталкиваясь от соленоида 5, движется вниз по цилиндру 1 и через кривошипно-шатунный механизм 11 вращает коленчатый вал 13. Одновременно с подачей импульса напряжения U_{c11} на обмотку соленоида 5 подается импульс напряжения U_{c21} на обмотку соленоида 4, вызывая в ней ток i_{21} и соответственно в поршне 8 наводится магнитный поток Φ_{21}. Этот поток Φ_{21} создает тяговое усилие F_{21}, направленной вверх цилиндра 2 и поршень 8 под действием этого тягового усилия F_{21} движется вверх. Этим самым обеспечивается увеличения момента вращения коленчатого вала 13.

Далее импульсы напряжений U_c с предварительно заряженных конденсаторов 20 подаются соответственно на обмотки соленоидов 3, 6 и поршни 7, 8, которые движутся в противоположных направлениях через свои кривошипно-шатунные механизмы 11, 12 и коленчатый вал 13 разгоняет двигатель до необходимых оборотов.

Скорость вращения коленчатого вала регулируются величиной амплитуды импульсов U_c, идущих с заряженных конденсаторов 20, то есть величинами токов, которые протекают по обмоткам соленоидов 3, 4, 5, 6. Автоматическая система 17 совместно с коммутатором 21 управляет зарядкой и разрядкой конденсаторной батареи 20 на соответствующие обмотки соленоидов 3, 4, 5, 6 и управлением преобразователя 18 с целью подзарядки от него через выпрямитель 19 конденсаторной батареи 20. Аккумуляторная батарея 16 заряжается от сети через трансформатор 22 и выпрямитель 23 и во время вращения коленчатого вала 13 от генератора 15.

В предлагаемом двигателе уменьшено энергопотребление на единицу мощности в результате взаимодействия магнитного поля соленоидов и ферромагнитных поршней. При подаче импульсов тока создается уравновешенное синхронное движение поршней с плавным вращением коленчатого вала двигателя. Кинетическая энергия поршня преобразовывается в кинетическую энергию маховика, которые через вал и коробку передач (на рисунке она не показана) передается на трансмиссию и генератор 15 для подзарядки аккумуляторной батареи 16. Предлагаемая конструкция двигателя может быть выполнена с большим количеством цилиндров по сравнен–ию с рассматриваемыми. Однако принцип работы двигателя остается тем же.

Далее остановимся на работе коммутатора 21. Это устройство заменяет распределительный механизм двигателя внутреннего сгорания. Оно включает в себя ряд механических контактов, расположенных в верхней и нижней мертвых точек каждого цилиндра и системы управления тиристорами, включенных последовательно в цепи разряда конденсаторов батареи 20.

Еще раз подчеркиваем, что использование данного устройства позволяет уменьшить энергопотребление на единицу мощности двигателя, стабилизирует равномерность хода поршня и частоты вращения коленчатого вала, исключает потребление горючих материалов (бензина, газа и др.). Данный двигатель экологически безопасен.

Далее рассмотрим основные аспекты теории этого двигателя.

При разряде конденсатора на обмотку соленоида ток в электроцепи записывается выражением [3]

$$i(t)=\frac{U_{c0}}{(p_1-p_2)L}\left(-e^{tp_1}+e^{tp_2}\right), \qquad (1)$$

где U_{co} – начальное напряжение на конденсаторе, t – время, L – индуктивность обмотки соленоида,

$$p_{1,2}=-\frac{r}{2L}\pm\sqrt{\frac{r^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\,,$$

r – активное сопротивление обмотки соленоида, C – емкость конденсатора,

$$L=w^2G; \quad G=\mu_0\frac{S}{2\delta}, \qquad (2)$$

где w – число витков обмотки соленоида, G – магнитная проводимость в цилиндре с поршнем, μ_0 – магнитная проницаемость воздуха (в зазоре δ – смотри рисунок), S – площадь поперечного сечения магнитопровода возле зазора δ, $S = 2\pi Rh$, где R – радиус окружности магнитопровода, h – толщина магнитопровода возле зазора.

Согласно закону полного тока [4], ток $i(t)$ вызывает в магнитопроводе магнитный поток $\Phi = iwG$. Этот магнитный поток создает тяговое усилие F, которое, действуя на поршень, перемещает его в цилиндре. Поршень своим движением через кривошипно-шатунный механизм вращает коленчатый вал. Величина тягового усилия определяется формулой [5]

$$F = \mu_0 S\left(\frac{iw}{2\delta}\right)^2 . \tag{3}$$

Подставляя выражение (3) в (1), получим общую формулу тягового усилия, возникающего в двигателе в виде

$$F(t) = \mu_0 S\left(\frac{wU_{c0}}{(p_1 - p_2)2\delta L}\left(-e^{tp_1} + e^{tp_2}\right)\right)^2$$

или с учетом (2)

$$F(t) = \frac{1}{\mu_0 S}\left(\frac{U_{c0}}{(p_1 - p_2)2w\delta G}\left(-e^{tp_1} + e^{tp_2}\right)\right)^2 . \tag{4}$$

Из выражения (4) видно, что тяговое усилие прямо пропорционально квадрату начального напряжения на конденсаторе.

Для определения скорости движения поршня в цилиндре запишем уравнение

$$F_i - F_c = m\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2}\frac{dm_u}{da} , \tag{5}$$

где m – масса поршня совместно с кривошипно-шатунным механизмом, v – скорость движения поршня, a – перемещение поршня, m_u – приведенная масса, как функция от a, F_c – сила сопротивления (в нашем случае сила трения).

Из уравнения (5) получаем величину скорости перемещения поршня в цилиндре в виде [6]

$$V_i = \sqrt{\frac{2}{m}\int_{a_0}^{a_1}(F - F_c)da + \frac{m_u}{m}v_0^2} . \tag{6}$$

Подставляя в (6) выражение (4), получим зависимость скорости перемещения поршня в цилиндре также от параметров соленоида в виде

$$V_i = \left(\frac{2}{m}\int_{a_0}^{a_1}\left\{\frac{1}{\mu_0 S}\left(\frac{U_{c0}}{(p_1 - p_2)w}\left(e^{tp_2} - e^{-tp_1}\right)\right)^2 - F_c\right\}da + \frac{m_u}{m}v_0^2\right)^{\frac{1}{2}} . \tag{7}$$

Как видно из выражения (7) скорость V_i в каждой i-й точке S_i при движении поршня пропорциональна величине U_{co}, то есть величине начального напряжения на конденсаторе. А это значит, что величину скорости можно регулировать с помощью величины U_{co}, которое может в свою очередь регулироваться системой управления 17. Понятно, что и скорость вращения коленчатого вала двигателя также будет пропорциональна величине U_{co} и зависит от числа поршней.

Вывод: дана основная конструкция двигателя и теоретический аспект основного функционирования электромагнитного поршневого двигателя.

Список литературы: **1.** *Божко О.Є., Личкатий Є.О., Бєлих В.І., Іванов Є.М.* Електромагнітний поршневий двигун. Патент України № 61108, Бюл. № 13 від 11.07.2011 р. **2.** *Божко А.Е.* Принцип регулирования частоты генерируемого сигнала в мультивибраторе Ройера // Доповіді НАНУ. – 2008. – № 1. – С. 83-86. **3.** *Гинзбург С.Г.* Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. – М.: Сов. радио, 1959. – 404 с. **4.** *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с. **5.** *Божко А.Е.* Теория электромагнитных возбудителей / *Божко А.Е., Белых В.И., Иванов Е.М., Мягкохлеб К.Б.* – Х.: ХНАДУ, 2008. – 436 с. **6.** *Артоболевский И.И.* Теория механизмов и машин. – М.: Наука. 1988. – 640 с.

Поступила в редколлегию 02.10.2012

УДК 539.3

Д. В. БРЕСЛАВСКИЙ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»;
О. А. ТАТАРИНОВА, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
Ю. Н. КОРЫТКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

ПОЛЗУЧЕСТЬ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ В УСЛОВИЯХ СОВМЕСТНОГО ДЕЙСТВИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ТЕМПЕРАТУР И НАПРЯЖЕНИЙ

Статтю присвячено опису постановки задачі та методу розв'язку задач повзучості оболонок обертання в умовах спільної дії температур та напружень, що періодично змінюються за часом. Для цього випадку надано рівняння стану повзучості та пошкоджуваності матеріалу. Наведено приклад чисельного розв'язання задачі повзучості циліндричної оболонки.

Ключові слова: оболонка обертання, температури, напруження.

Статья посвящена описанию постановки задачи и метода решения задач ползучести оболочек вращения в условиях общего действия температур и напряжений, которые периодически изменяются по времени. Для этого случая представлено уравнение состояния ползучести и повреждаемости материала. Приведен пример численного решения задачи ползучести цилиндровой оболочки.

Ключевые слова: оболочка вращения, температуры, напряжений.

The paper is devoted to the description of the problem statement as well as the method of solution for creep problems of shells of revolution, which are in conditions of joint action of periodically varying temperatures and stresses. The creep-damage constitutive equations are given for this case. The example of numerical solution for the creep problem of cylindrical shell is presented.

Keyword: rotational shell, temperature, stress.

Введение. В современном машиностроении используются тонкостенные конструктивные элементы в виде оболочек вращения. Часто они работают в условиях совместного действия температурных и силовых полей, что приводит к ползучести материала оболочек и обусловленному ею накоплению необратимой поврежденности, приводящему к разрушению. Во многих случаях в оболочечных конструкциях, используемых в современном авиационном и космическом машиностроении, двигателестроении, химических производствах, имеет место периодическое изменение как уровня нагруженности оболочек, таки и распределения температур. Для этого случая, как известно из экспериментов и практики эксплуатации [1, 2], характерно существенное влияние периодического изменения напряжений и температур на скорость деформаций ползучести и накопления повреждаемости. Подобное изменение, как правило, приводит к значительному увеличению скорости роста деформаций ползучести, релаксации напряжений, накопления повреждаемости, что, безусловно, должно учитываться при расчетной оценке долговечности конструкций.

Исследованиям в области ползучести оболочечных конструкций посвящены работы Ю.Н. Работнова [1], Н.Н. Малинина [3], А.Н. Подгорного, А.В. Бурлакова, Г.И.Львова, О.К.Морачковского [4], Ю.Н.Шевченко [5] и других ученых. В этих работах задачи ползучести и повреждаемости оболочек решались в основном в статической постановке, без учета периодического, циклического изменения температур и напряжений.

В работах [6-7] был сформулирован новый подход к решению задач ползучести при действии осциллирующего поля напряжений, основанный на методах многих масштабов времени и осреднения на периоде. Этот подход был использован при решении задач динамической ползучести и повреждаемости при вынужденных колебаниях тонкостенных конструкций [7, 8]. В последующих работах рассмотрены случаи периодического изменения нагрузок с малой частотой, а также комбинированное воздействие на оболочку нагрузок с большим и малым периодами их изменения во времени[9].

Расширение области использования подхода работ [6-7] на случай совместного действия периодически изменяющихся температур и нагрузок в двумерных задачах теории ползучести выполнено в работе [10]. Настоящая статья посвящена использованию разработанных в работах [9, 10] методов решения в задачах ползучести оболочек вращения при их вынужденных колебаниях.

Уравнения состояния. В работе уравнения состояния ползучести материалов с повреждаемостью при периодических изменениях температур и напряжений построены, исходя из необходимости получения таких уравнений, применение которых позволяет проводить расчеты элементов конструкций. Материальные постоянные, входящие в эти уравнения состояния, получают исключительно в исследованиях ползучести и длительной прочности при статическом нагружении и постоянных значениях температур, на стандартных образцах при растяжении.

Ползучесть образца, вырезанного из металлического материала, будем изучать в рамках общих кинетических зависимостей теории структурных параметров, предложенных Ю.Н. Работновым [1]. Уравнения состояния ползучести при простом напряженном состоянии, принимая закон ползучести с повреждаемостью типа Бейли-Нортона и Работнова-Качанова, имеют следующий вид:

$$\dot{c} = B(T)\frac{(\sigma)^n}{(1-\omega)^k}\,; \quad \dot{\omega} = D(T)\frac{(\sigma)^\gamma}{(1-\omega)^l}\,, \quad \omega(0) = 0, \quad \omega(t_*) = \omega_*, \tag{1}$$

где $c(t)$, $\omega(t)$ – необратимые деформации ползучести и параметр повреждаемости; ω_* – значение параметра повреждаемости в момент времени окончания скрытого разрушения t_*.

В работе рассматривается комбинированные нагружение точки материала и закон изменения во времени температуры в виде

$$\overline{\sigma} = \sigma + \sigma^1 = \sigma\left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T_\sigma}t + \beta_k\right)\right); \tag{2}$$

$$\overline{T} = T + T^1 = T\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} M_i^T \sin\left(\frac{2\pi i}{T_T}t + \beta_i^T\right)\right), \tag{3}$$

где $M_k = \sigma^{ak}/\sigma$ – коэффициенты асимметрии периодически изменяющейся составляющей напряжения; σ^{ak}, β_k – амплитудные значения и фаза периодически изменяющихся во времени с частотой $f_\sigma = 1/T_\sigma$ составляющих напряжения; $M_i^T = T_i^a / T$ – коэффициенты асимметрии периодически изменяющейся составляющей температуры; T_i^a, β_i^T – амплитудные значения и фаза периодически изменяющихся с частотой $f_T = 1/T_T$ составляющих температуры.

Для описания процессов ползучести и связанной с ней повреждаемости при комбинированном периодическом нагружении и изменении рабочих температур в работе применяется методика асимптотических разложений и усреднения на периоде. Асимптотические разложения по малому параметру позволяют представить процессы в двух масштабах времени – медленного t и быстрого $\xi = \tau/T$, $\tau = t/\mu$, так, что

$$c \cong c^0(t) + \mu c^1(\xi)\,; \tag{4}$$

$$\omega \cong \omega^0(t) + \mu\omega^1(\xi)\,, \tag{5}$$

где $c^0(t)$, $\omega^0(t)$, $c^1(\xi)$, $\omega^1(t,\xi)$ – функции, отвечающие основному процессу ползучести и повреждаемости в масштабе медленно изменяющегося времени и периодически повторяющемуся процессу в масштабе быстрого времени ξ; $\mu = \min[(f_\sigma t_*)^{-1}, (f_T t_*)^{-1}]$, $\mu << 1$ – малый параметр, отвечающий отношению периодов быстро изменяющихся периодических составляющих напряжения или температуры к основному времени процесса ползучести.

Тогда, проводя процедуру усреднения сначала на периоде периодически изменяющегося напряжения, а далее на периоде периодически изменяющейся температуры, уравнения состояния для основного процесса ползучести при комбинированном нагружении и изменяющейся температуре в случае сложного напряженного состояния принимают вид:

$$\dot{c}_{ij} = \frac{3}{2}\frac{g_T(T) g_n\left(M_k^{\sigma_i}\right)\sigma_i^{n-1}}{(1-\omega)^m} s_{ij}; \quad c_{ij}(0) = 0;$$

$$\dot{\omega} = g_r\left(M_k^{\sigma_e}\right) g_T^{\omega}(T)\frac{(\sigma_e)^r}{(1-\omega)^l}; \quad \omega(0) = \omega_0; \quad \omega(t_*) = 1; \tag{6}$$

$$g_T(T) = b\int_0^1 \exp\left(-\frac{Q}{T}\left(1 + \sum_{i=1}^{\infty} M_i^T \sin(2\pi i\xi)\right)^{-1}\right) d\xi; \quad M_i^T = T_i^a / T;$$

$$g_n\left(M_k^{\sigma_i}\right) = \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k^{\sigma_i} \sin(2\pi k\xi)\right)^n d\xi; \quad M_k^{\sigma_i} = \sigma_i^{ak} / \sigma_i;$$

$$g_r\left(M_k^{\sigma_e}\right) = \int_0^1 \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} M_k^{\sigma_e} \sin(2\pi k\xi)\right)^r d\xi; \quad M_k^{\sigma_e} = \sigma_e^{ak} / \sigma_e;$$

$$g_T^{\omega}(T) = d\int_0^1 \exp\left(-\frac{\overline{Q}}{T}\left(1 + M_i^T \sin(2\pi i\xi)\right)^{-1}\right) d\xi; \quad M_i^T = T_i^a / T;$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}, \ \sigma_e = \alpha\sigma_I + (1-\alpha)\sigma_i;$$

$$\sigma_e^0 = (1-\alpha)\sqrt{\frac{3}{2} S_{ij}^0 S_{ij}^0} + \alpha\sigma_I^0; \quad \sigma_e^{ak} = (1-\alpha)\sqrt{\frac{3}{2} S_{ij}^{ak} S_{ij}^{ak}} + \alpha\sigma_I^{ak},$$

где σ_I, S_{ij} –максимальное нормальное напряжение и компоненты девиатора тензора напряжений σ_{ij}; α – параметр чувствительности материала к виду разрушения; S_{ij}^{ak} – компоненты девиатора амплитудных напряжений σ_{ij}^{ak}.

Математическая модель и метод решения. В работе рассматривается математическая постановка начально-краевой задачи ползучести тела объемом V, закрепленного на части поверхности S_1 и нагруженного объемными силами f_i и поверхностными силами p_i на части поверхности S_2. В этом случае математическая постановка начально-краевой задачи ползучести тела представляется системой уравнений:

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + c_{ij}\,; \quad \sigma_{ij,j} + f_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}\,; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}\right); \quad x_i \in V;$$
$$\sigma_{ij} = D_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - c_{kl})\,; \quad \sigma_{ij} n_j = p_i^{(0)} + \Phi_i(t)\,; \quad x_i \in S_2\,; \tag{7}$$
$$u_i = \bar{u}_i\,; \quad x_i \in S_1\,; \quad u_i(x_i,0) = c_{ij}(x_i,0) = 0\,,$$
где n – единичная нормаль к границе тела, $j = 1,2,3$; $\{D\}$ – тензор упругих свойств материала; $\bar{u}_i$ – не изменяющиеся во времени известные значения перемещений точек поверхности S_1; $\Phi_i(t) = p_i^{\max} \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(\Omega_k t + \beta_k)$, p_i^{max} – амплитуды соответствующих компонент поверхностных нагружений; $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$; $\Omega_k = 2\pi k / T$. Рассматриваем прямоугольные циклы изменения температуры от $T_{\max}$ до $T_{\min}$ и обратно. Считаем, что все точки тела в каждый момент нагреты до одной и той же температуры. В работе [11] показано, что влиянием переходных изменений температурного поля на осредненную скорость ползучести при смене уровня нагрева во многих случаях можно пренебречь.

Асимптотические разложения (4), (5) и усреднения на периоде позволяют разделить систему (7) на две: первая получается из соотношений, остающихся после усреднения, и описывает процессы, происходящие в медленном основном движении, а вторая – в результате вычитания из (7) первой системы.

Таким образом, для определения напряженно-деформированного состояния тел при периодическом нагружении и изменении температуры решается следующая система уравнений, в которой все неизвестные изменяются в масштабе медленного времени:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0; \quad x_i \in V; \quad \sigma_{ij} n_j = p_i\,; \quad x_i \in S_2\,;$$
$$\varepsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl} + c_{ij}\,; \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i} u_{k,j}\right); \quad x_i \in V; \tag{8}$$
$$u_i = \bar{u}_i\,; \quad x_i \in S_1; \quad u_i\,(x_i,0) = c_{ij}(x_i,0) = 0$$
с уравнениями состояния в виде (6).

Для конкретизации предложенных в работе уравнений состояния (6) предварительно определяются компоненты тензоров амплитудных значений напряжений по решению краевой задачи в масштабе быстрого времени ($k = 1,2,\ldots$):

$$\sigma_{ij,j}^{ak} = -\rho(\Omega_k)^2 u_i^{ak}\,; \quad x_i \in V; \quad \sigma_{ij}^{ak} n_j = p_i^{\max} A_k\,; \quad x_i \in S_2\,; \tag{9}$$
$$\varepsilon_{ij}^{ak} = \frac{1}{2}\left(u_{i,j}^{ak} + u_{j,i}^{ak}\right) = C_{ijmn} \sigma_{mn}^{ak}\,; \quad x_i \in V;\; u_i^{ak} = 0\,,\; x_i \in S_1\,.$$

Таким образом, решением системы (9) для каждой гармоники k находятся компоненты тензоров амплитудных значений напряжений, по которым определяются коэффициенты $g_n\left(M_k^{\sigma_i}\right)$, $g_r\left(M_k^{\sigma_e}\right)$, конкретизирующие уравнения состояния (6).

В работе использована конечноэлементная формулировка задач ползучести тонких неосесимметрично нагруженных оболочек вращения. Оболочка вращения с произвольной образующей при неосесимметричном напряженном состоянии разбивается на конечные элементы, которые образованы двумя поперечными сечениями, проходящими через ось вращения конической оболочки. Таким образом, в результате использования метода конечных элементов решается система алгебраических уравнений

$$[K]\{\Delta\}=\{P^v\}+\{P^c\}+\{P^p\}+\{P^n\}, \quad (10)$$

где $[K]$ – глобальная матрица жесткости; $\{\Delta\}$ – вектор узловых перемещений; $\{P^v\}$ – обобщенный вектор внешних узловых сил, $\{P^v\}=\sum\limits_e\int\limits_{S^e}[\Phi]^T\{p\}dS$; $\{P^c\}$ – обобщенный вектор узловых сил, обусловленный необратимыми деформациями, $\{P^c\}=\sum\limits_e\int\limits_{S^e}[B]^T[R]\{c\}dS$, $\{P^p\}$ – обобщенный вектор узловых усилий от проекции обобщенных сил на нормаль, $\{P^p\}=\sum\limits_e\int\limits_{S^e}[\Phi]^T\{p^p\}dS$; $\{P^n\}$ – обобщенный вектор узловых усилий, обусловленный нелинейной составляющей упругих деформаций, $\{P^n\}=\sum\limits_e\int\limits_{S^e}[B]^T[R]\{\varepsilon_n\}dS$.

Система уравнений (10) дополняется уравнениями состояния (6).

Для определения амплитудных значений компонент напряженно-деформированного состояния для каждой гармоники предварительно необходимо решить систему уравнений (9), конечноэлементная формулировка которой принимает следующий вид:

$$\left([K]-\Omega_k^2[M]\right)\{\Delta^{ak}\}=\{P^{ak}\};$$

где $[M]$ – матрица масс системы, $[M]=\sum\limits_e\int\limits_{S^e}[\Phi]^T\rho[\Phi]dS$; Ω_k – частота внешнего нагружения; Δ^{ak} – вектор амплитудных значений при полигармоническом нагружении в пределах цикла.

Пример расчета. Рассмотрим задачу о ползучести цилиндрической оболочки с шарнирно опертыми краями, нагруженной внутренним периодически изменяющимся по прямоугольному циклу давлением.

Оболочка изготовлена из сплава S-321. Физико-механические характеристики сплава определены по диаграммам деформирования, кривым ползучести и справочным данным: $E = 1{,}67\times10^5$ МПа; $\rho = 7{,}8\times10^3$ кг/м^3; $\nu = 0{,}3$; $b = 2{,}07\times10^6$ МПа$^{-n}$/час; $n = 4{,}054$; $d = 0{,}219$ МПа$^{-r}$/час; $r = 7{,}62$; $m = l = 2{,}07$; $\overline{Q} = Q = 4{,}09\times10^4$ К. В кинетическом уравнении для параметра повреждаемости (6) выбираем значение параметра $\alpha = 0$. Рабочие температуры периодически изменяются по прямоугольному циклу, параметры которого составляют $T = 923$ К; $T^{\alpha} = 100$ К; $T_T = 2$ часа.

Длина оболочки L = 0,3 м, радиус срединной поверхности R = 0,05 м, толщина стенки h = 0,001 м. Статическая составляющая внутреннего давления p_0 равна 2 МПа, амплитуда его циклической составляющей изменялась в пределах (0…0,25) p_0 для частоты нагружения f_2, равной 0,1f, где f – первая собственная частота.

Поверхность оболочки покрывалась 200 конечными элементами. На рисунке представлен график релаксации интенсивности напряжений в точке центрального сечения наружной поверхности оболочки. Здесь кривая 1 соответствует статическому нагружению при постоянной температуре, кривая 2 – периодическому нагружению при постоянной температуре; кривая 3 – комбинированному действию периодически изменяющейся по прямоугольному циклу температуры и периодического нагружения. Из графика видно, что в задаче, решенной с учетом всех трех факторов (кривая 3), уровень достигнутых к моменту времени 40 ч напряжений отличается на 15 % от случая чисто статического нагружения, в дальнейшем это отличие сохраняется.

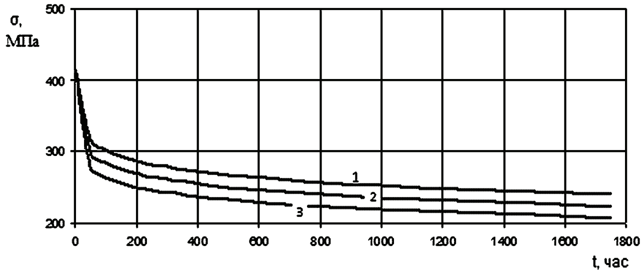


График релаксации интенсивности напряжений в точке центрального сечения наружной поверхности оболочки

Выводы. Анализ численных результатов позволяет сделать вывод о существенном влиянии периодически изменяющихся составляющих напряжений и рабочих температур на скорость перераспределения напряжений при ползучести, что несомненно должно учитываться при проектировании и оценке долговечности оболочечных конструктивных элементов.

Список литературы: **1**. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций / *Ю.Н. Работнов*. – М.: Наука, 1966. – 752 с. **2**. *Тайра С.* Теория высокотемпературной прочности материалов / *С. Тайра, Р. Отани*. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с. **3**. *Малинин Н.Н.* Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций / *Н.Н. Малинин*. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с. **4.** *Подгорный А.Н.* Ползучесть элементов машиностроительных конструкций / *А.Н. Подгорный, В.В. Бортовой, П.П. Гонтаровский, В.Д. Коломак, Г.И. Львов, Ю.И. Матюхин, О.К. Морачковский*. – К.: Наукова думка, 1984. – 262 с. **5.** *Шевченко Ю.Н.* Решение плоских и осесимметричных краевых задач термовязкопластичности с учетом повреждаемости материала при ползучести / *Ю.Н. Шевченко, В.Н. Мазур* // Прикладная механика. – 1986. – Т. 22, № 8. – С. 3-17. **6.** *Морачковский О.К.* О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля / *О.К. Морачковский* // Прикладная механика. – 1992. – Т. 28, № 8. – С. 17-23. **7.** *Бреславский Д.В.* Нелинейная ползучесть и разрушение плоских тел при высокочастотном циклическом нагружении / *Д.В. Бреславский, О.К. Морачковский* // Прикладная механика. – 1998. – Т. 34, №3. – С. 97-103. **8**. *Altenbach H.* Cyclic Creep-Damage in Thin-Walled Structures/ *H.Altenbach, D.Breslavsky, O.Morachkovsky, K.Naumenko* // Journal of Strain Analysis for Engineering Design. – Suffolk, UK: 2000. – Vol. 35, № 1. – P. 1-11. **9.** *Бреславский Д.В.* Высокотемпературная ползучесть и длительная прочность элементов конструкций при циклическом нагружении / *Д.В. Бреславский, О.К. Морачковский, О.А. Татаринова* // Проблемы прочности. – К.: 2008. – № 5. – С.45-53. **10**. *Бреславський Д.В.* Модель циклічної термоповзучості для тіл обертання./ *Д.В. Бреславський, О.К. Морачковський, Ю.М. Коритко* // Проблемы прочности. – К.: 2011. – № 2. – С. 33-46. **11.** *Бреславский Д.В.* Ползучесть тел вращения при циклических теплосменах / *Д.В. Бреславский, Ю.Н. Корытко* // Методи розв'язування прикладних задач механіки деформівного твердого тіла. – Дніпропетровськ: ДНУ імені Олеся Гончара, 2009. – № 10. – С. 41-47.

Поступила в редколлегию 01.10.2012

УДК 539.3

А. В. ВОРОПАЙ, канд. техн. наук, доцент, ХНАДУ, Харьков

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ С УПРУГОЙ ПОДПОРКОЙ

Механічна система складається з прямокутної пластини середньої товщини шарнірно-обпертої по контуру та зосередженої пружної підпірки. На пластину діє нестаціонарне навантаження, що збурює коливання. Розрахунки зводяться до аналізу інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, які розв'язуються чисельно з використанням метода регуляризації А. М. Тихонова.

Ключові слова: нестаціонарні коливання, механічна система, інтегральні рівняння, метод регуляризації.

Механическая система состоит из прямоугольной пластины средней толщины шарнирно-опертой по контуру и сосредоточенной упругой подпорки. На пластину воздействует нестационарное нагружение, вызывающее колебания. Расчеты сводятся к анализу интегральных уравнений Вольтерра I рода, которые решаются численно с использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова.

Ключевые слова: нестационарные колебания, механическая система, интегральные уравнения, метода регуляризации.

Mechanical system consists of hingedly supported medium-thickness rectangular plate with concentrated elastic support. The non-stationary concentrated load, which initiates vibration, is acting on the plate. The problem is reduced to the first-kind Volterra integral equations, which are solved numerically with using of Tikhonov's regularization method.

Keywords: non-stationary vibration, mechanical system, integral equations, regularization method.

Введение. Одним из способов «смягчения» импульсных и ударных нагрузок на пластинчатые элементы конструкций является использование различных упругих или вязкоупругих устройств (дополнительный подпорок). Самым простым и дешевым видом дополнительных упругих подпорок являются пружины. Схема установки подпорок в виде винтовых пружин легко реализуется на практике и при известном месте нагружения можно устанавливать дополнительную опору непосредственно под местом нагружения, тем самым значительно снижая перемещения в защищаемом элементе конструкции.

Как правило, моделирование наличия дополнительных опор осуществляется в одно- или многомассовых системах с конечным числом степеней свободы. Пластинчатые элементы конструкций, контактирующие с пружинами, зачастую рассматриваются как недеформируемые тела. Чрезвычайно актуальна разработка простой и удобной математической модели для пластинчатых элементов конструкции в рамках механики деформируемого твердого тела.

Отметим, что к настоящему времени хорошо исследованы колебания многопролетных балок с одной или несколькими дополнительными упругими опорами. Упомянем некоторые работы, связанные с подпорками для упруго деформируемых элементов конструкций в виде балок. Например, в работе [1] рассмотрены многопролетные балки на упругих опорах при подвижной нагрузке, задачи решаются с использованием метода Ньютона и итерационных схем для определения прогиба балки с учетом жесткости дополнительных опор.

В работе [2] представлены решения прямой и обратной задачи для балок с дополнительными опорами, причем влияние опор моделируется при помощи неизвестных сосредоточенных сил.

В настоящей работе рассматриваются нестационарные колебания прямоугольной пластины с упругой подпоркой. Для решения задачи удобно использовать подход, аналогичный изложенному в [2], который заключается в следующем: воздействие дополнительной опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы, приложенной к пластине в месте установки подпорки. Тогда задача сводится к идентификации этой неизвестной нагрузки, которая определяется на базе теории интегральных уравнений Вольтерра, что позволяет получить аналитико-численное решение без использования итерационных схем.

Постановка задачи. Механическая система состоит из прямоугольной упругой изотропной пластины средней толщины шарнирно-опертой по ее периметру и сосредоточенной упругой подпорки, контактирующего с пластиной в некоторой точке (рис. 1). Считается, что пружина установлена ортогонально срединной плоскости пластины и шарнирно соединена с ее нижней лицевой поверхностью, жесткость пружины постоянна, а сила сопротивления прямо пропорциональна перемещению:

$$R(t) = c \cdot w_C(x_C, y_C, t),$$

где c – коэффициент жесткости, Н/м.

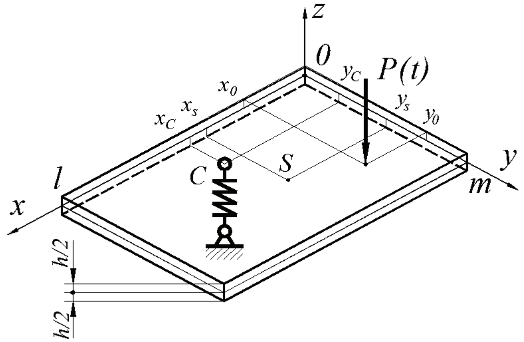


Рисунок 1 – Схема нагружения

На пластину в некоторой точке воздействует поперечная импульсная нагрузка $P(t)$, вызывающая нестационарные колебания пластины с подпоркой. Требуется определить компоненты перемещения во времени точек пластины (прогибы и углы поворота нормали).

При решении задачи предполагалось, что координаты точек приложения нагрузки и координаты установки дополнительной опоры произвольны (любые точки, принадлежащие пластине и не лежащие на ее границе). Также считалась известной величина коэффициента жесткости подпорки.

Решение задачи. В рамках теории пластин С. П. Тимошенко система дифференциальных уравнений [3], которая с учетом соответствующих начальных и граничных условий определяет решение, описывающее нестационарные деформационные процессы в пластине с подпоркой, имеет вид:

$$\begin{cases} G' h(\nabla^2 w + \psi_{xy}) = \rho h \dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P(x, y, t) + R(t)\delta(x - x_C)\delta(y - y_C); \\ D\nabla^2 \psi_{xy} - G' h(\psi_{xy} + \nabla^2 w) = \rho \cdot I \dfrac{\partial^2 \psi_{xy}}{\partial t^2}; \\ \dfrac{D}{2}\left[(1-\nu)\nabla^2 \varphi_{xy} + (1+\nu)\nabla_1^2 \psi_{xy}\right] - G' h(\varphi_{xy} + \nabla_1^2 w) = \rho \cdot I \dfrac{\partial^2 \varphi_{xy}}{\partial t^2}; \\ w(x_C, y_C, t) = R(t)/c, \end{cases} \tag{1}$$

где h – толщина пластины; $G' = k'G$; k' – коэффициент сдвига; $I = h^3/12$; w – прогиб срединной плоскости пластины; ψ_x, ψ_y – углы поворота; ρ, E, ν – упругие постоянные материала пластины; t – время, $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$;

$\psi_{xy} = \dfrac{\partial\psi_x}{\partial x} + \dfrac{\partial\psi_y}{\partial y}$; $\varphi_{xy} = \dfrac{\partial\psi_x}{\partial x} - \dfrac{\partial\psi_y}{\partial y}$; $\nabla^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$; $\nabla_1^2 = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} - \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$. Укажем, что $P(x, y, t)$ и $R(t)$ – возмущающая нагрузка (сосредоточенная или распределенная) и реакция взаимодействия между пластиной и упругой подпоркой соответственно.

Методика решения задач для прямоугольных пластин, на которые воздействует система нескольких независимых нестационарных нагрузок, описана, например, в [4]. В результате решения системы дифференциальных уравнений (1) для прогиба пластины получается следующее аналитическое выражение:

$$w(x,y,t) = \int_0^t P(\tau) K_i^W(x,y,t-\tau)d\tau - \int_0^t R(\tau) K_i^W(x,y,t-\tau)d\tau, \qquad (2)$$

где $K_i(x,y,t)$ – соответствующие ядра интегралов Дюамеля (сверток):

$$K_i^W(x,y,t) = \sum_{k=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{C_{ikn}}{\Delta_{kn}}\cdot\sin\frac{k\pi\cdot x}{l}\sin\frac{n\pi\cdot y}{m}\cdot\sum_{p=1}^{2}\Omega_{pkn}\cdot\sin\omega_{pkn}t.$$

Аналитические выражения для определения собственных частот имеют вид:

$$\omega_{1kn} = \sqrt{0.5\left[(\lambda_{kn}^2(a+d)+b)+\Delta_{kn}\right]};\quad \omega_{2kn} = \sqrt{0.5\left[(\lambda_{kn}^2(a+d)+b)-\Delta_{kn}\right]}.$$

В приведенных соотношениях использованы следующие обозначения:

$$a = \frac{G'}{\rho};\ b = \frac{G'h}{\rho\cdot J};\ d = \frac{D}{\rho\cdot J};\ \lambda_k^* = \pi\frac{k}{l};\ \mu_n^* = \pi\frac{n}{m};\ \lambda_{kn}^2 = \pi^2\left(\frac{k^2}{l^2}+\frac{n^2}{m^2}\right);$$

$$C_{ikn} = \frac{4}{l\cdot m}\cdot\frac{1}{\rho\cdot h}\cdot\sin\frac{k\pi\cdot x_i}{l}\cdot\sin\frac{n\pi\cdot y_i}{m};\ \Delta_{kn} = \sqrt{(\lambda_{kn}^2(a+d)+b)^2 - 4\cdot a\cdot d\cdot\lambda_{kn}^4};$$

$$\Omega_{1kn} = \omega_{1kn} - \frac{d\cdot\lambda_{kn}^2+b}{\omega_{1kn}};\ \Omega_{2kn} = -\omega_{2kn} + \frac{d\cdot\lambda_{kn}^2+b}{\omega_{2kn}}.$$

Проблема заключается в идентификации закона изменения во времени неизвестной реакции $R(t)$, для определения которой выражение (2) для точки крепления подпорки к пластине (x_C, y_C) может быть сведено к интегральному уравнению Вольтерра II рода относительно неизвестной $R(\tau)$:

$$c\int_0^t P(\tau)K_P(t-\tau)d\tau = c\int_0^t R(\tau)K_R(t-\tau)d\tau + R(t). \qquad (3)$$

Решение уравнения (3) осуществляется с использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова [5]. В результате решения находится сила взаимодействия между подпоркой и пластиной $R(t)$, что позволяет определять компоненты перемещения во времени во всех точках пластины.

Результаты расчетов. При расчетах срединная плоскость пластины была связана с плоскостью xOy декартовой системы координат. Численные расчеты производились при следующих значениях: $\rho = 7890$ кг/м^3; $\nu = 0{,}3$; $E = 2{,}07 \cdot 10^{11}$ Па; $h = 0{,}04$ м; $l = 0{,}6$ м, $m = 0{,}4$ м. Координаты точки приложения возмущающей нагрузки: $x_0 = 0{,}3$ м, $y_0 = 0{,}2$ м. Координаты точки крепления упругой подпорки к пластине: $x_C = 0{,}3$ м, $y_C = 0{,}2$ м. (Для наглядности рассмотрен случай, когда нестационарная сила действует в центре пластины, а упругая подпорка установлена в том же месте под пластиной).

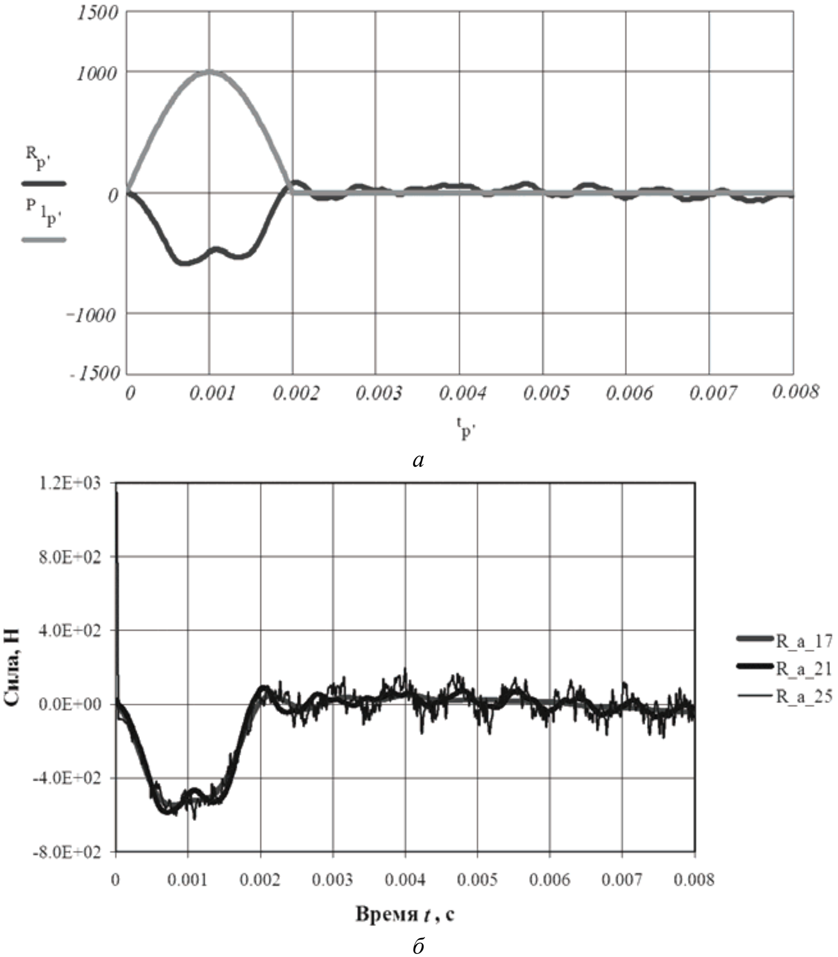


Рисунок 2 – Возмущающая нагрузка и реакция упругой подпорки:
а – изменение во времени $P(t)$ и $R(t)$, б: $P(t)$ при различных значениях α

На рис. 2, *а* показано изменение во времени возмущающей нагрузки $P(t)$ (полуволна синусоиды) и определенная в результате решения интегрального уравнения реакция между пластиной и подпоркой $R(t)$. На рис. 2, *б* показаны графики идентифицированной реакции $R(t)$ при различных значениях параметра регуляризации α. При относительно больших значениях $\alpha = 10^{-17} > \alpha_{opt}$ полученные кривые не совсем точно описывают зависимость $R(t)$ во времени. При уменьшении параметра регуляризации и приближении его к оптимальным для данного функционала значениям $\alpha \to \alpha_{opt} = 10^{-21}$ вид кривых практически не изменяется (они полностью совпадают), при уменьшении параметра регуляризации $\alpha = 10^{-25} < \alpha_{opt}$ влияния «сглаживающей» части функционала Тихонова уменьшается, и на графике $R(t)$ начинают появляться осцилляции. При дальнейшем уменьшении параметра регуляризации $\alpha_{opt} >> \alpha \to 0$ решение интегрального уравнения перестает быть устойчивым, а график $R(t)$ становится не физичным. Заметим, что оптимальные значения параметра регуляризации определялись методом невязки [5].

На рис. 3 приведены кривые изменения прогиба в центре пластины без упругой подпорки – кривая 1; кривая 2 демонстрирует влияние самой подпорки; кривая 3 – суммарная кривая, описывающая прогиб пластины с подпоркой при нагружении возмущающей нагрузкой.

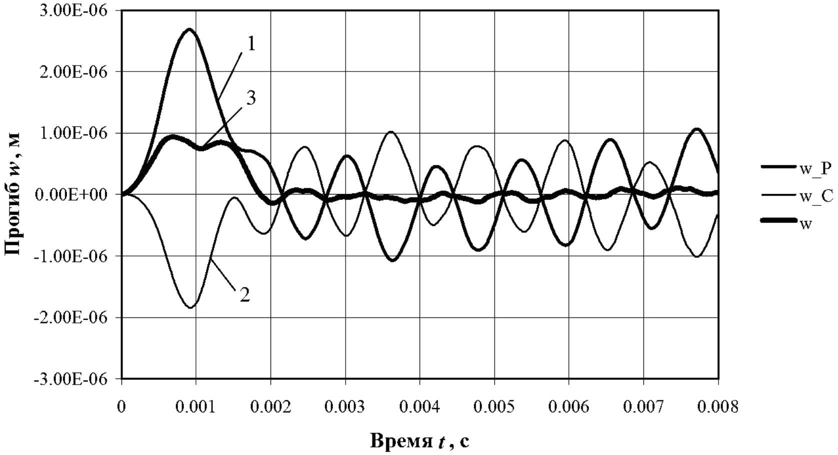
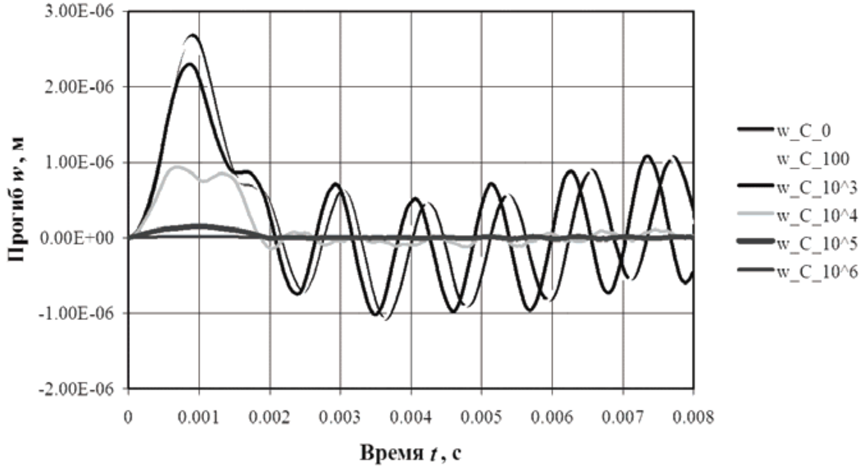
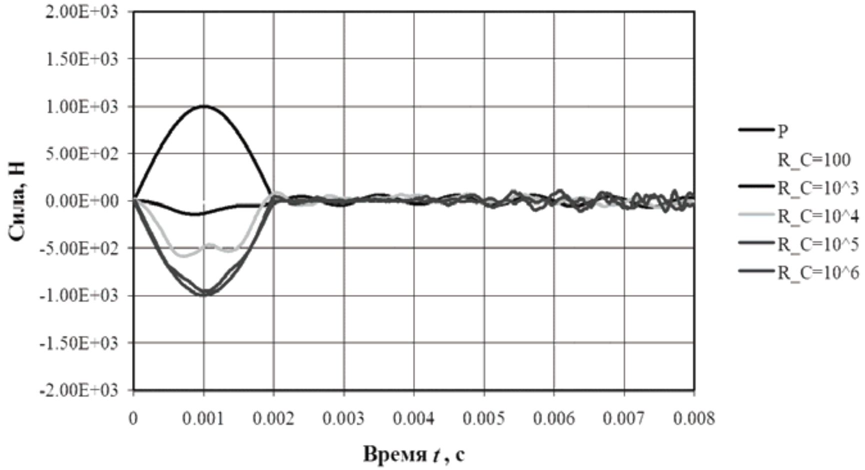


Рисунок 3 – Влияние реакции подпорки на прогиб пластины

На рис. 4, *а* показано влияние жесткости упругой подпорки на прогиб пластины в точке нагружения, а на рис. 4, *б* показано изменение возмущающей нагрузки $P(t)$ – кривая 1 и реакции $R(t)$ между пластиной и пружиной при различных значениях коэффициента жесткости пружины c – кривые 2-6.



а



б

Рисунок 4 – Влияние жесткости упругой подпорки:
а – изменение прогиба *w* при различных *c*; *б* – изменение реакции *R* при различных *c*

На рис. 4, *а* кривая 1 показывает изменение прогиба без подпорки (или $c = 0$); при значении коэффициента жесткости $c \leq 100$ Н/м прогибы практически не отличаются, при $c = 100$ Н/м (кривая 2) видно незначительное снижение амплитуды и отставание по фазе; при $c = 1000$ Н/м (кривая 3) наблюдается заметное снижение амплитуды (около 10 %) и запаздывание; при $c = 10^4$ Н/м (кривая 4) происходит «сильное» влияние подпорки на колебания пластины, (графики, приведенные на рис. 2-3 получены при значении коэффициента жесткости $c = 10^4$). При дальнейшем повышении жесткости подпорки

$c = 10^5$ Н/м (кривая 5) ее влияние превышает влияние пластины, а уже при жесткости $c = 10^6$ Н/м (кривая 6) прогиб пластины становится ниже на несколько порядков (подпорка становится «слишком» жесткой), а ее реакция практически равна возмущающей нагрузке (кривая 6 на рис. 4, *б*).

Укажем, что описанные численные значения справедливы только для рассмотренного случая, и в каждом конкретном случае они будут зависеть от конкретных геометрических и механических параметров системы, однако характер влияния коэффициента жесткости упругой подпорки во всех случаях будет аналогичен описанному.

Выводы. В настоящей работе описан новый подход, при котором воздействие дополнительной опоры на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы, определяемой из решения интегрального уравнения Вольтерра. На основе предложенного подхода при моделировании нестационарного деформирования пластинчатых элементов конструкций с дополнительными подпорками имеется возможность получать устойчивые аналитико-численные решения задач механики деформируемого твердого тела без использования итерационных схем. Возможность идентификации реакции между пластиной и дополнительной подпоркой позволяет облегчить выбор жесткости этой подпорки для «смягчения» импульсных и ударных нагрузок в конкретных механических системах.

Список литературы: **1.** *Кохманюк С. С., Филиппов А. П.* Колебания многопролетных балок на упругих опорах при подвижной нагрузке // Строительная механика и расчет сооружений. – № 6. – 1965. **2.** *Янютін Є. Г., Гнатенко Г. О., Гришакін В. Т.* Розв'язання нестаціонарних прямих та обернених задач для балок з пружним додатковим спиранням // Львів: Машинознавство. – 2007. – № 8. – С. 18-23. **3.** *Григолюк Э. И., Селезов И. Т.* Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. – М.: ВИНИТИ, 1973. – 272 с. **4.** *Янютин Е. Г., Воропай А. В., Поваляев С. И., Янчевский И. В.* Идентификация нагрузок при импульсном деформировании тел. Монография в 2-х частях. Часть II. – Х.: Изд-во ХНАДУ, 2010. – 212 с. **5.** *Тихонов А. Н., Гончаровский А. В.* и др. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука, 1983. – 200 с.

Поступила в редколлегию 20.01.2012

УДК 531

Д.В.ДАНИЛОВ, студент, НТУ «ХПИ»;
А.Г.АНДРЕЕВ**,** канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОФИЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ТЕМПЕРАТУР

Предметом дослідження в даній роботі є порівняльний аналіз різноманітних варіантів реалізації з'єднань з натягом, що знаходяться під дією температур. Метою роботи є виявлення критичних значень змін температури деталей, сполучених між собою та, на основі цих даних, визначення оптимального варіанту з'єднання.

Ключові слова: з'єднання з натягом, температура, профільні з'єднання.

Предметом исследования в данной работе является сравнительный анализ различных вариантов реализации соединений с натягом, которые находятся под действием температур. Целью работы является выявление критических значений изменений температуры деталей, соединенных между собой и, на основе этих данных, определение оптимального варианта соединения.

Ключевые слова: соединение с натягом, температура, профильные соединения.

In the given work the object of research is a comparative analysis of various variants of implementation pressure coupling which are under the influence of temperature. The work purpose is to identify critical values of the temperature change of the details connected among themselves and, on the basis of these data, determination of optimal variant of connection.

Keywords: pressure coupling, temperature, profile connections.

Вступление. Соединение с натягом считается одним из наиболее распространенных в строительстве и машиностроении напряженных соединений, в ряде случаев замещающих болтовые и заклепочные соединения, частично шпоночные и шлицевые. Основной целью исследования является сравнительный анализ разнообразных, наиболее распространенных в инженерной практике вариантов реализации соединений с натягом, которые находятся под действием температур.

Постановка задачи. В данной работе проводится исследование 15 вариантов профильных соединений с натягом, цель которого – нахождение критических значений изменения температуры деталей, соединенных между собой. Критическими значениями изменения температуры считаются такие, которые приводят к исчезновению контактного давления между соединенными деталями, изготовленными из материалов с различными коэффициентами теплового расширения (в данном исследовании рассматривалось два материала – сталь 40Х и медь М1Ф). Предполагается, что величина изменения температуры – это разница между температурой деталей, при которой произошла потеря контактного давления, и начальной температурой. Начальной температурой считается такая, при которой величина натяга соответствует общепринятой для всех 15-ти вариантов, то есть 0,12 мм. Исчезновение контактного давления является опасным с точки зрения надежности соединения деталей, поэтому изучение этой проблемы является важным и актуальным. Варианты профильных соединений изображены на рис. 1-15. Геометрические размеры приведены в табл. 1, характеристики материалов – в табл. 2.

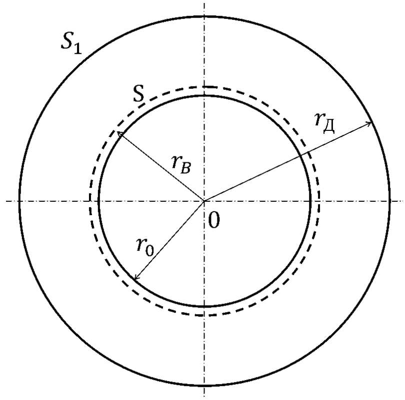


Рисунок 1 – Первый вариант

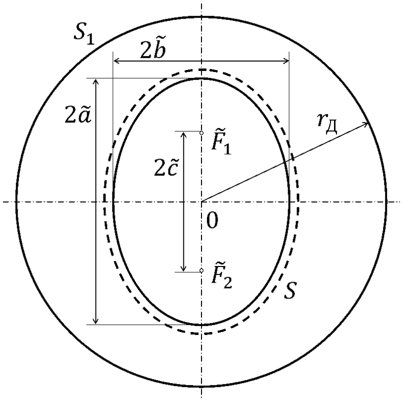


Рисунок 2 – Второй вариант

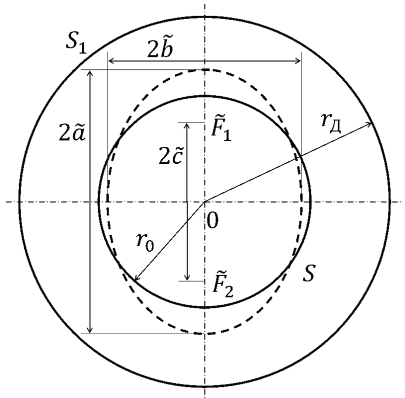


Рисунок 3 – Третий вариант

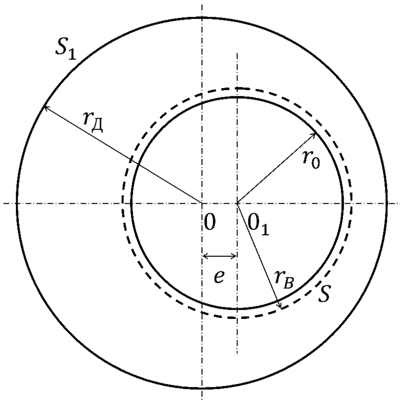


Рисунок 4 – Четвертый вариант

Для сравнительного анализа профильных соединений придерживались следующих условий: во всех видах соединений предполагается равенство внешних периметров втулок S_1, равенство периметров посадочных поверхностей 2 S_2 и S, равенство усредненных значений величин натяга $\delta = 0{,}12$ мм.

Профильные соединения характеризуются достаточно равномерным распределением напряжений по периметру зоны сопряжения вала и втулки, что позволяет рассматривать НДС такого соединения как плоское напряженное состояние.

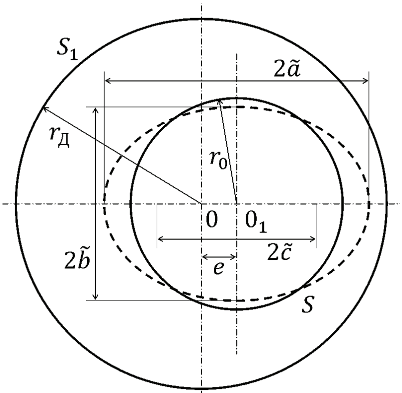


Рисунок 5 – Пятый вариант

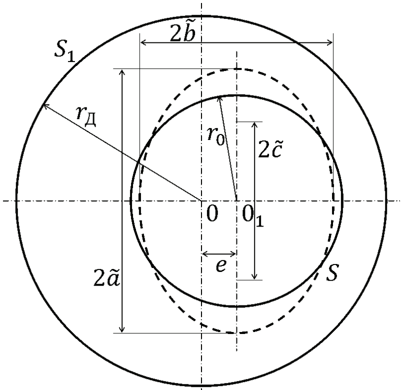


Рисунок 6 – Шестой вариант

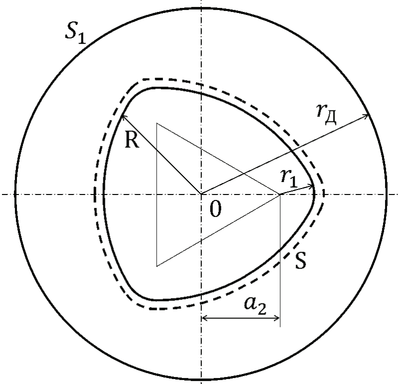


Рисунок 7 – Седьмой вариант

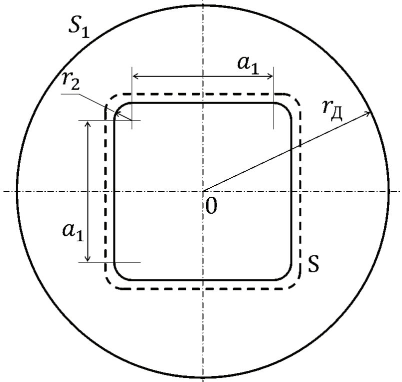


Рисунок 8 – Восьмой вариант

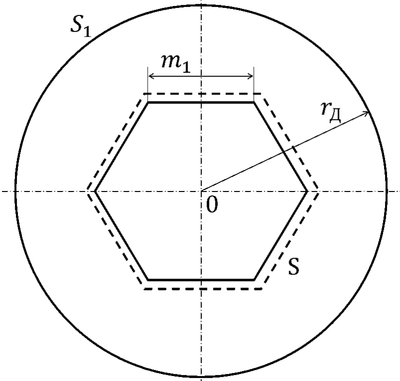


Рисунок 9 – Девятый вариант

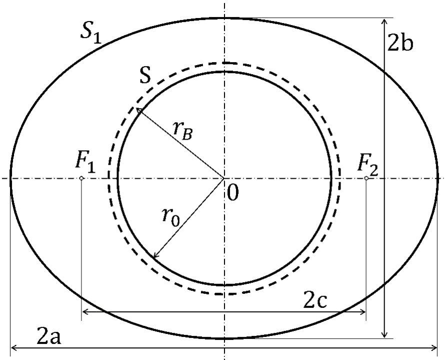


Рисунок 10 – Десятый вариант

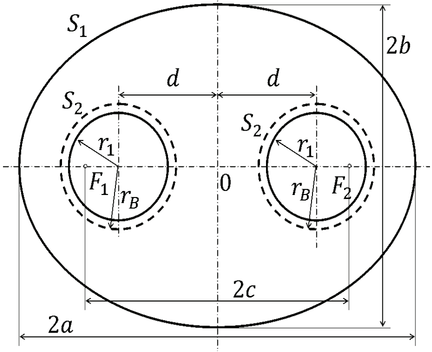


Рисунок 11 – Одиннадцатый вариант

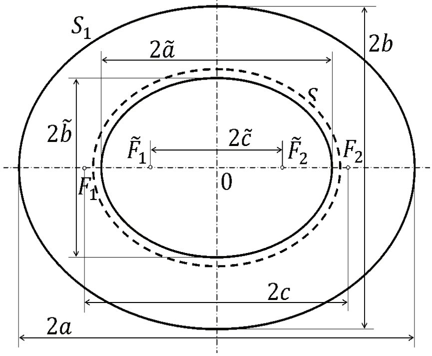


Рисунок 12 – Двенадцатый вариант

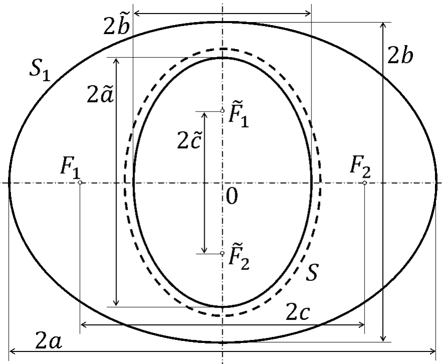


Рисунок 13 – Тринадцатый вариант

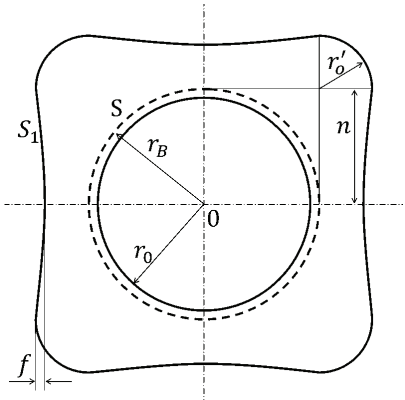


Рисунок 14 – Четырнадцатый вариант

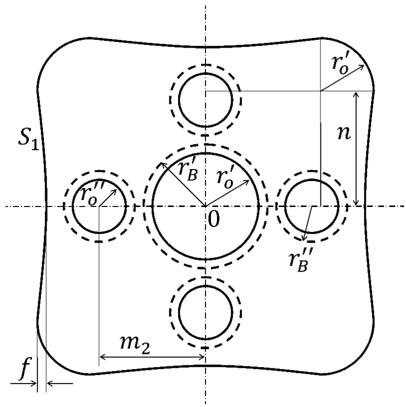


Рисунок 15 –Пятнадцатый вариант

Таблица 1 – Геометрические размеры профильных соединений с натягом

Название геометрического параметра	значение, [мм]
1	2
Радиус большого круглого отверстия r_0	62
Внешний радиус круглой втулки $r_Д$	110
Периметр зоны контакта $S = 2\ S_2$	390
Внешний периметр втулки S_1	691
Большая полуось большого эллипса (втулки) a	122
Малая полуось большого эллипса (втулки) b	97
Расстояние от центра большого эллипса (втулки) до фокуса c	74
Большая полуось малого эллипса (вала) $\widetilde{a}$	69
Малая полуось малого эллипса (вала) $\widetilde{b}$	55
Расстояние от центра малого эллипса (вала) до фокуса $\widetilde{c}$	42
Величина эксцентриситета e	20
Расстояние от центра до вершин вспомогательного треугольника a_2	48
Большой радиус криволинейного треугольника R	102
Малый радиус криволинейного треугольника r_1	18
Малый радиус криволинейного квадрата (вала) r_2	14
Длина прямой стороны криволинейного квадрата (вала) a_1	75
Длина стороны шестиугольника m_1	65
Радиус среднего круглого отверстия $r_1 = r'_0$	30
Расстояние от центра большого эллипса (втулки) до центра среднего отверстия d	60
Большой радиус криволинейного квадрата (втулки) r'_0	30
Величина прогиба криволинейного квадрата (втулки) f	5
Длина изогнутой стороны криволинейного квадрата (втулки) n	63
Радиус малого круглого отверстия r''_0	20
Расстояние от центра криволинейного квадрата (втулки) до центра малого отверстия m_2	60

Таблица 2 – Характеристики материалов

Название физического параметра	Значение для стали 40Х	Значение для меди М1Ф
Модуль Юнга $\boldsymbol{E}$, [МПа]	$2{,}1\ 10^5$	$1{,}1\ 10^5$
Коэффициент Пуассона $\boldsymbol{\nu}$	0,3	0,35
Плотность $\boldsymbol{\rho}$, [кг/м^3]	7800	8920
Коэффициент теплового расширения $\boldsymbol{\alpha}$, [К$^{-1}$]	$11{,}7\ 10^{-6}$	$16{,}5\ 10^{-6}$
Предел текучести $\boldsymbol{\sigma_Т}$, [МПа]	785	300
Предел прочности $\boldsymbol{\sigma_В}$, [МПа]	980	400
Коэффициент трения $\boldsymbol{\mu}$	0,15	0,18

В ходе работы с целью минимизации времени проведения одного расчета по возможности рассматривалась наименьшая представительская часть симметричной конструкции с применением граничных условий симметричного закрепления.

Теоретические основы МКЭ для расчета НДС профильных соединений с натягом, реализованных в ПК ANSYS. Поставленная задача моделировалась с помощью МКЭ в ПК ANSYS. Для решения проблемы использовался стандартный конечный элемент программного пакета – плоский восьми узловой прямоугольный элемент, PLANE 82, который имеет две степени свободы в каждом узле. Реализация контактной деформируемой поверхности (для двумерной постановки задачи) требует создания на этой поверхности контактных элементов CONTA172 и целевых элементов TARGE 169, отвечающих первым. Решение задачи МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений:

$$[K]\{U\}=\{F\}, \tag{1}$$

где $[K]$ – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов, $\{U\}$ – вектор-столбец узловых перемещений, $\{F\}$ – вектор приведенной внешней нагрузки.

Полученные результаты и их анализ. В результате исследования были получены критические значения изменения температуры деталей 15-ти вариантов соединений, находящихся под действием температурных нагрузок. Ниже представлены полученные результаты в виде табл. 3. В ней вторая строка содержит критические значения изменения температуры деталей, когда материал вала – сталь, втулки – медь; а шестая строка – соответственно наоборот. Так же приведены рисунки с суммарными перемещениями и эквивалентными напряжениями, соответствующие этим критическим значениям. Расшифровку их нумерации можно видеть в табл. 3. Так как при критических значениях контактное давление между сопрягаемыми деталями отсутствует, рисунки с давлением опущены ввиду их однообразности и не информативности.

Рисунок 16 – Первый вариант

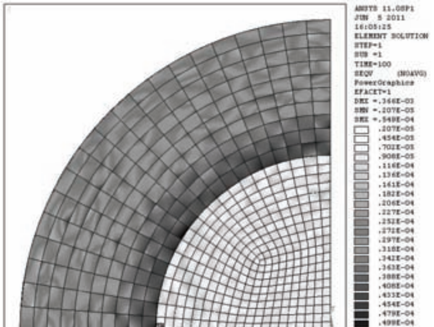


Рисунок 17 – Первый вариант

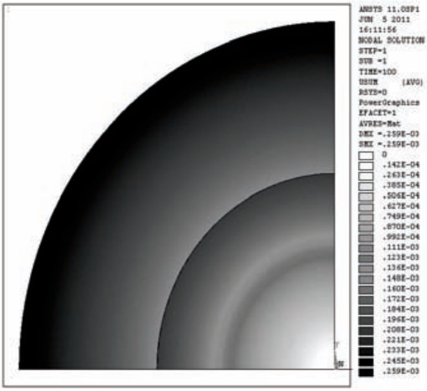


Рисунок 18 – Первый вариант

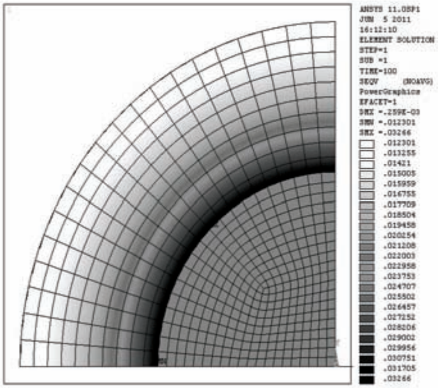


Рисунок 19 – Первый вариант

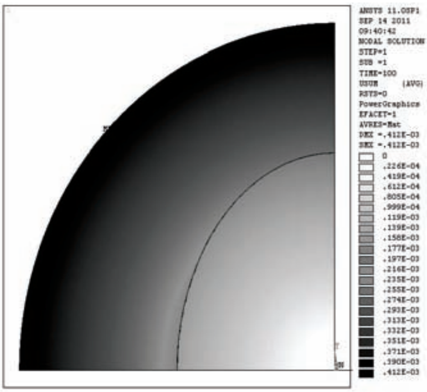


Рисунок 20 – Второй вариант

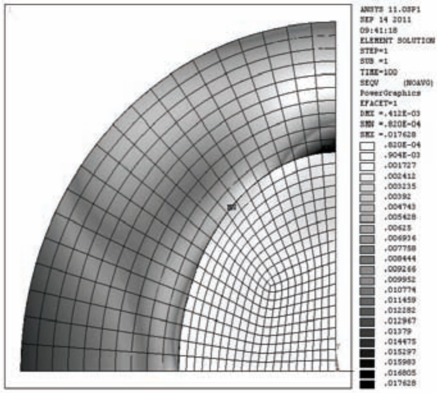


Рисунок 21 – Второй вариант

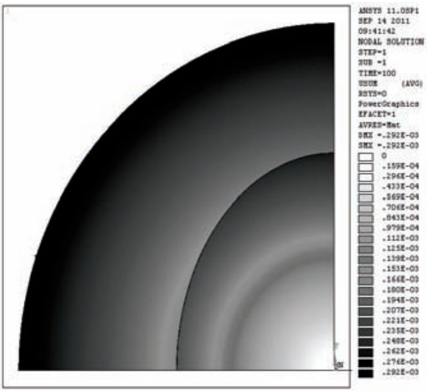


Рисунок 22 – Второй вариант

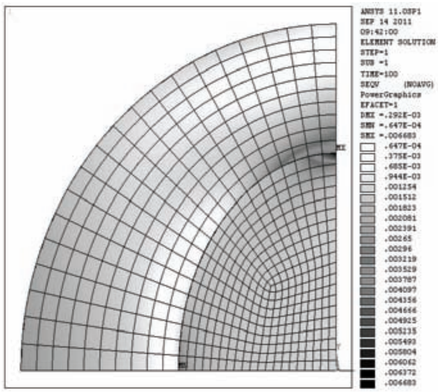


Рисунок 23 – Второй вариант

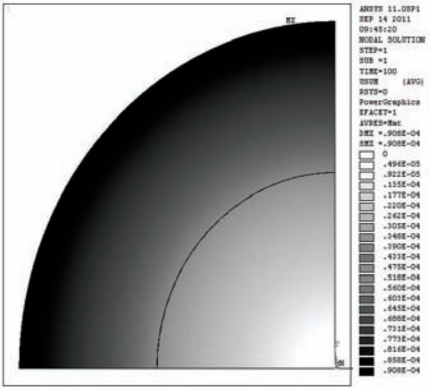


Рисунок 24 – Третий вариант

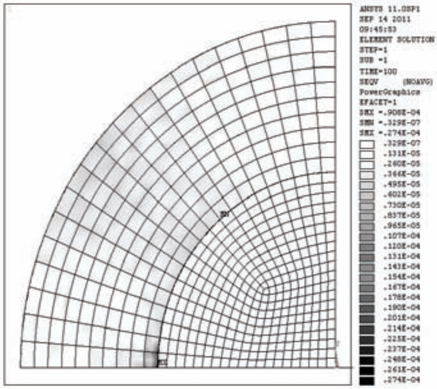


Рисунок 25 – Третий вариант

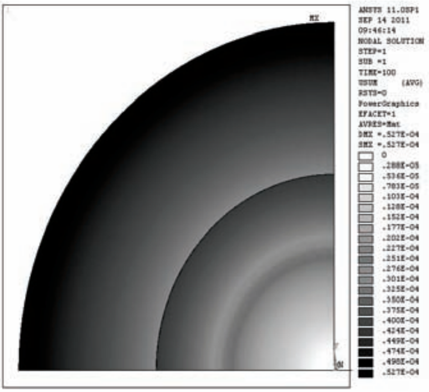


Рисунок 26 – Третий вариант

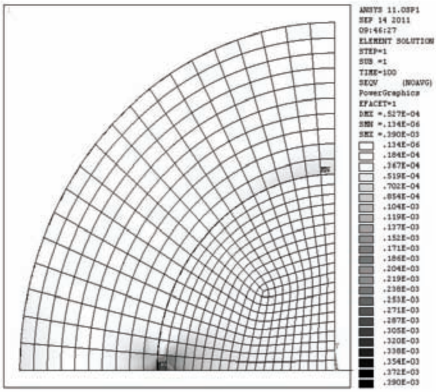


Рисунок 27 – Третий вариант

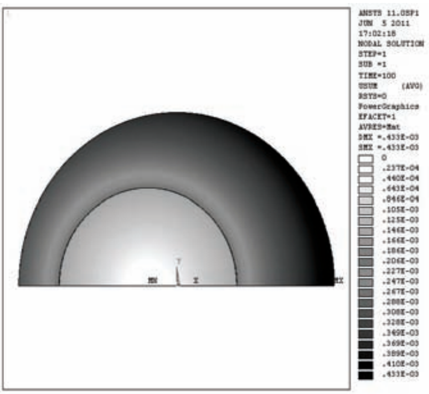


Рисунок 28 – Четвертый вариант

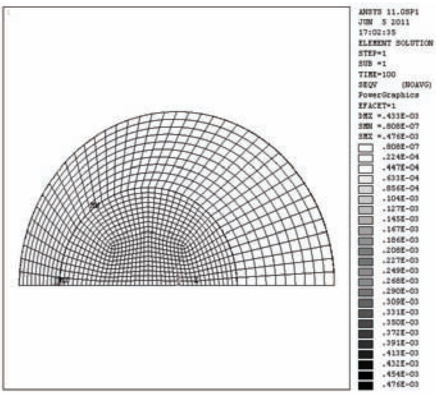


Рисунок 29 – Четвертый вариант

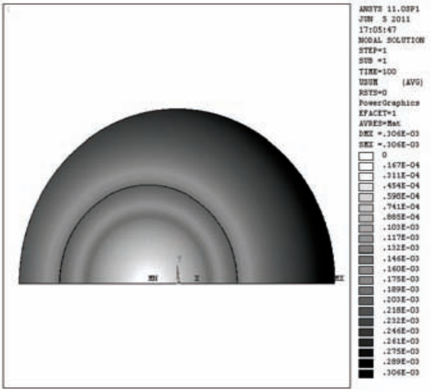


Рисунок 30 – Четвертый вариант

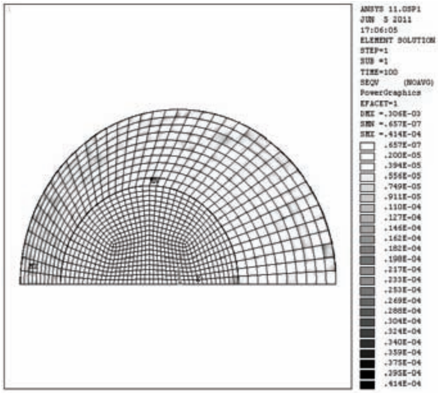


Рисунок 31 – Четвертый вариант

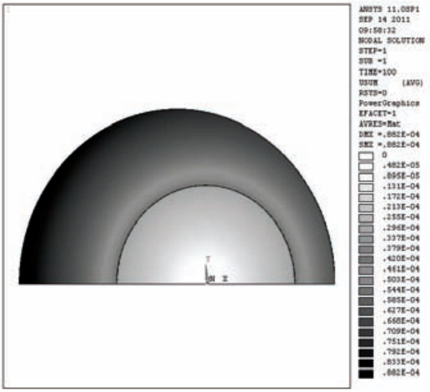


Рисунок 32 – Пятый вариант

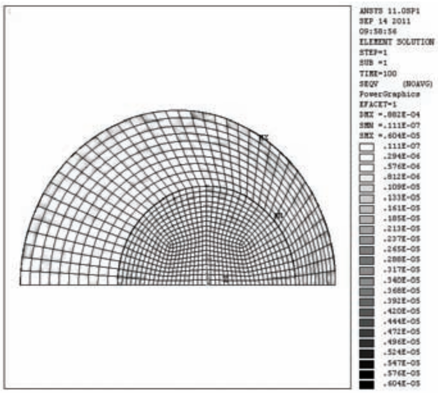


Рисунок 33 – Пятый вариант

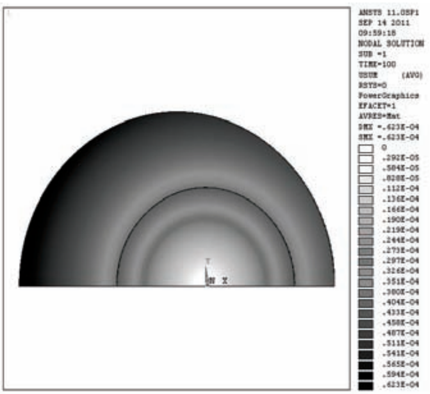


Рисунок 34 – Пятый вариант

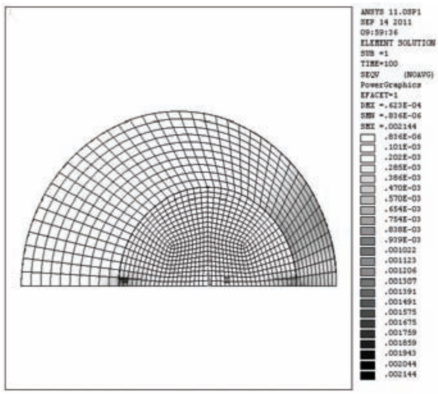


Рисунок 35 – Пятый вариант

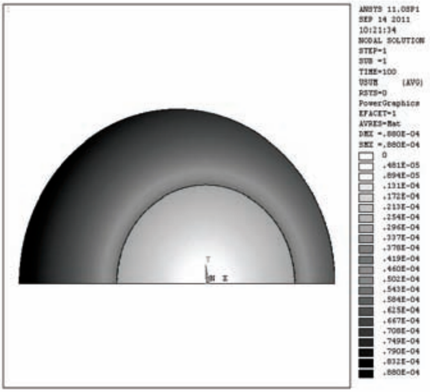


Рисунок 36 – Шестой вариант

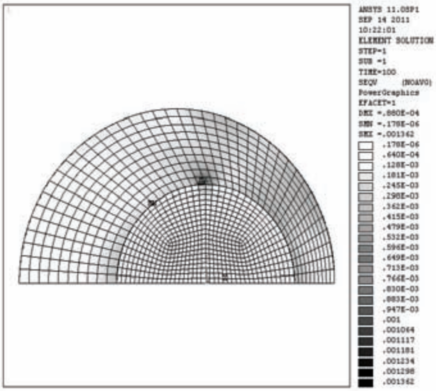


Рисунок 37 – Шестой вариант

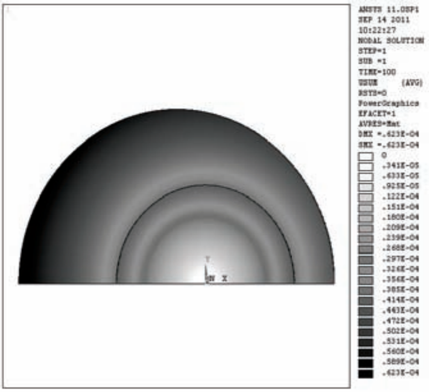


Рисунок 38 – Шестой вариант

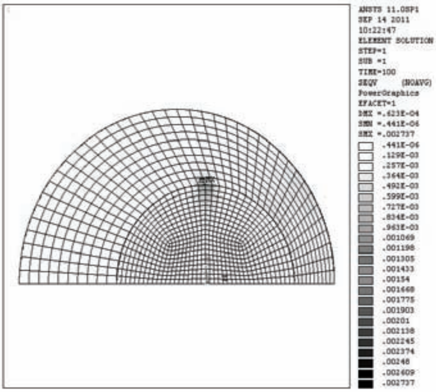


Рисунок 39 – Шестой вариант

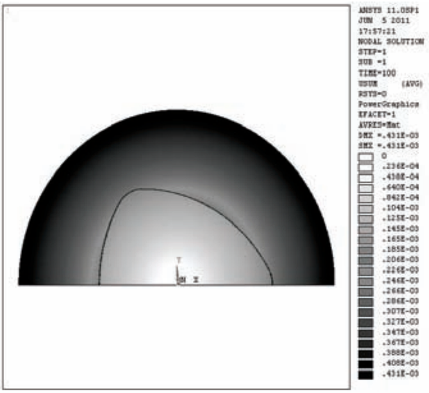


Рисунок 40 – Седьмой вариант

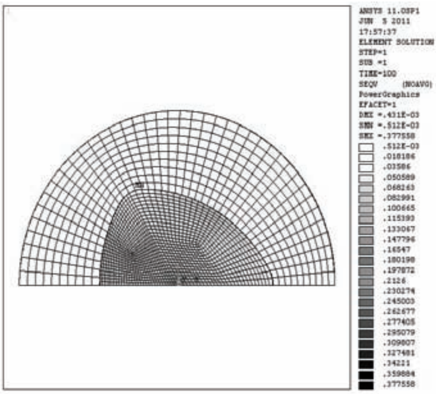


Рисунок 41 – Седьмой вариант

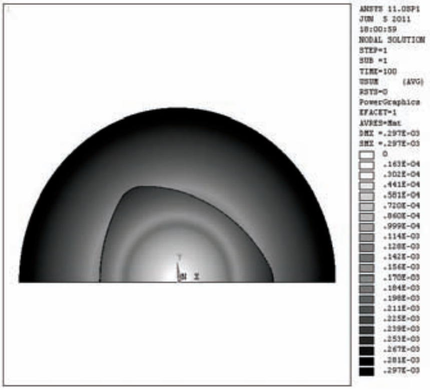


Рисунок 42 – Седьмой вариант

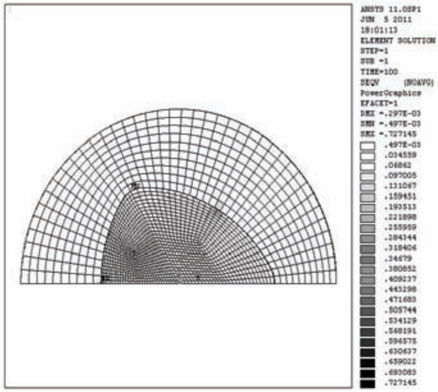


Рисунок 43 – Седьмой вариант

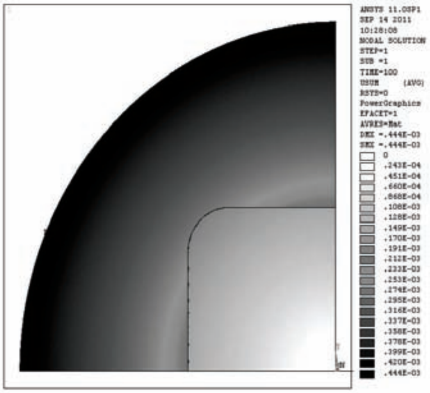


Рисунок 44 – Восьмой вариант

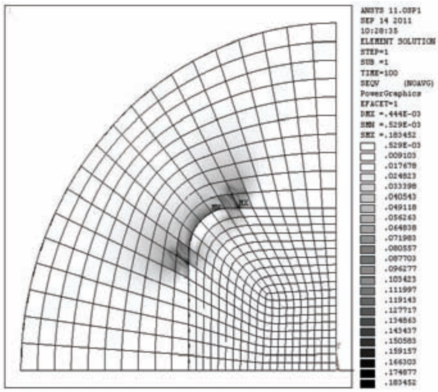


Рисунок 45 – Восьмой вариант

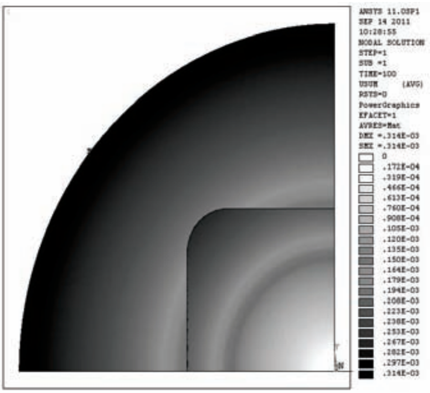


Рисунок 46 – Восьмой вариант

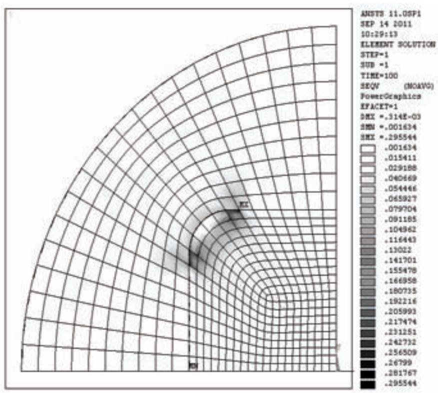


Рисунок 47 – Восьмой вариант

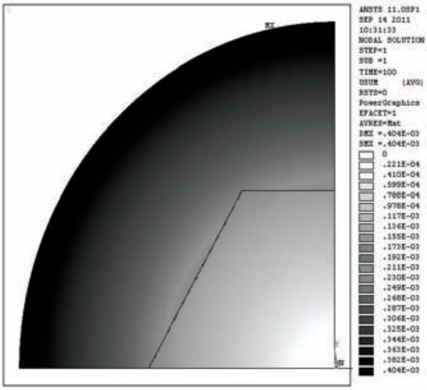


Рисунок 48 – Девятый вариант

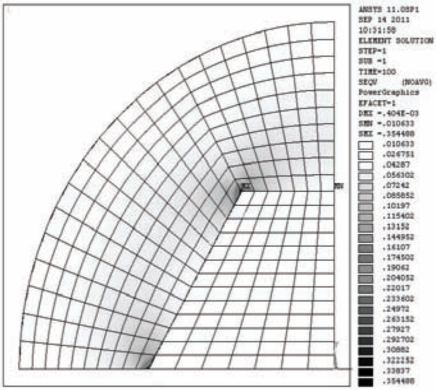


Рисунок 49 – Девятый вариант

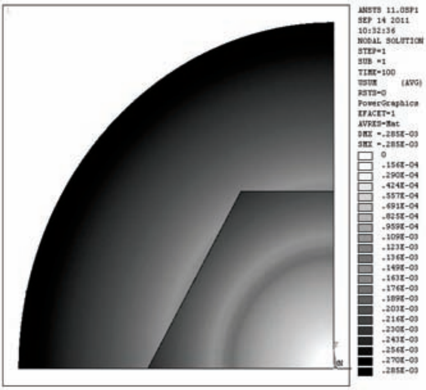


Рисунок 50 – Девятый вариант

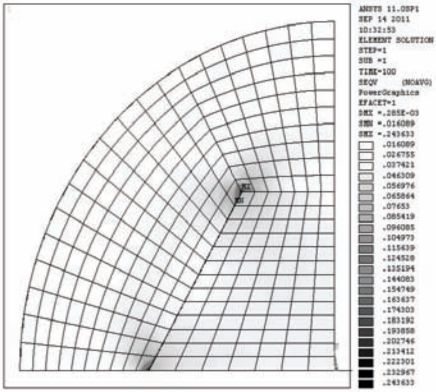


Рисунок 51 – Девятый вариант

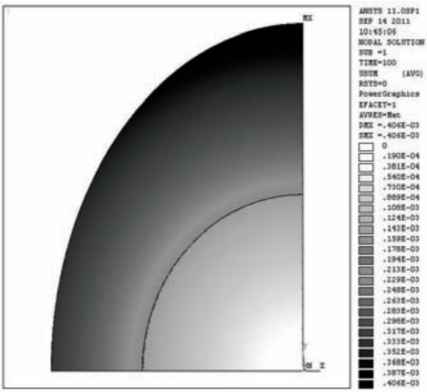


Рисунок 52 – Десятый вариант

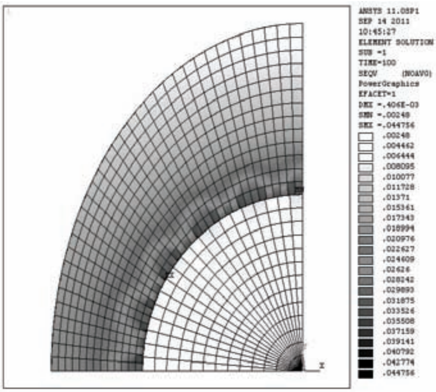


Рисунок 53 – Десятый вариант

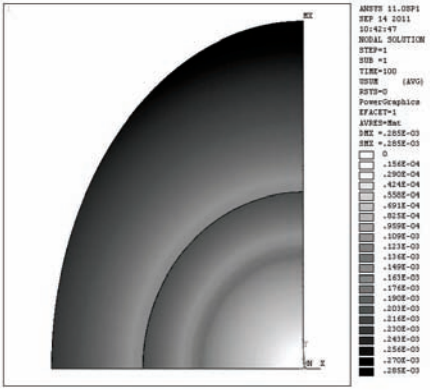


Рисунок 54 – Десятый вариант

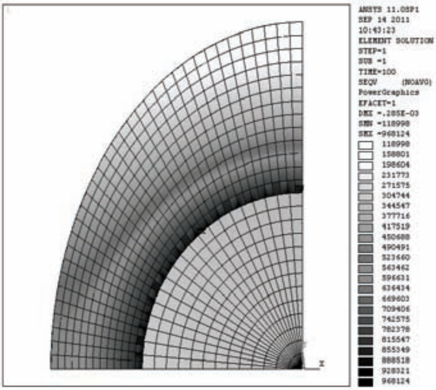


Рисунок 55 – Десятый вариант

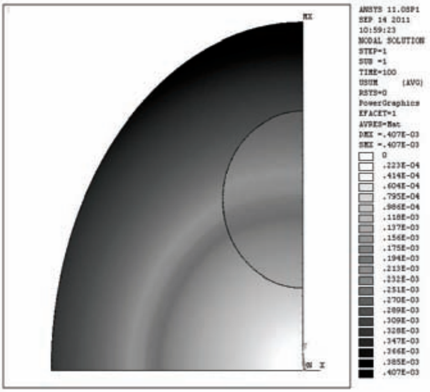


Рисунок 56 – Одиннадцатый вариант

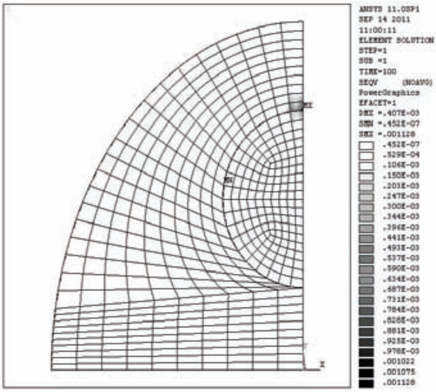


Рисунок 57 – Одиннадцатый вариант

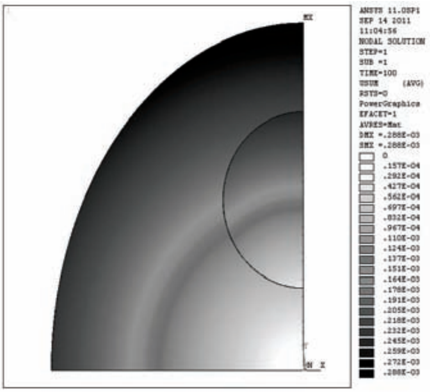


Рисунок 58 – Одиннадцатый вариант

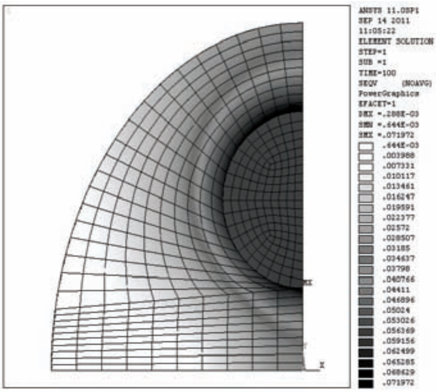


Рисунок 59 – Одиннадцатый вариант

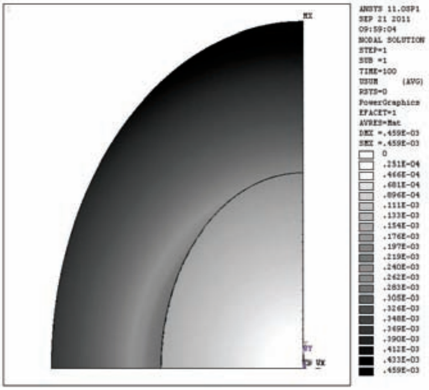


Рисунок 60 – Двенадцатый вариант

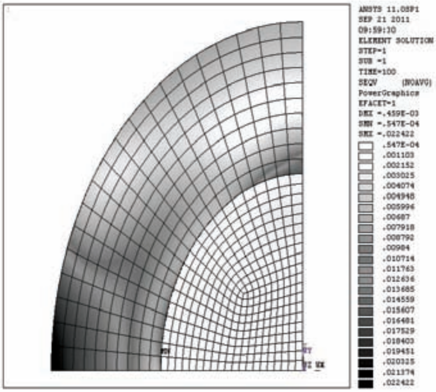


Рисунок 61 – Двенадцатый вариант

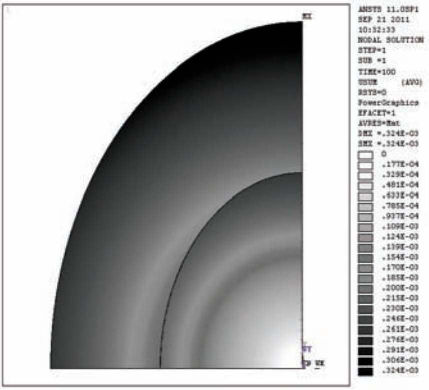


Рисунок 62 – Двенадцатый вариант

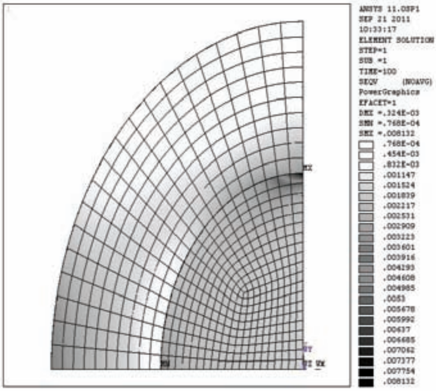


Рисунок 63 – Двенадцатый вариант

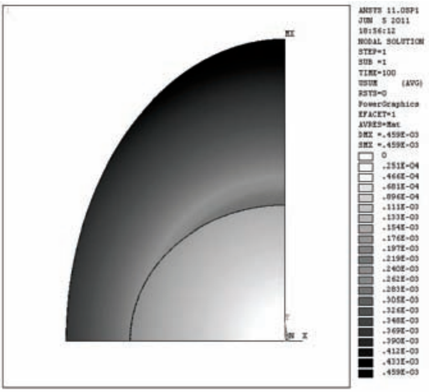


Рисунок 64 – Тринадцатый вариант

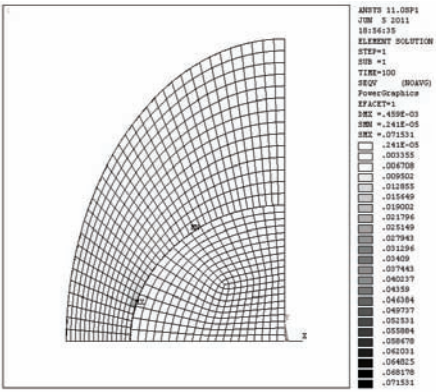
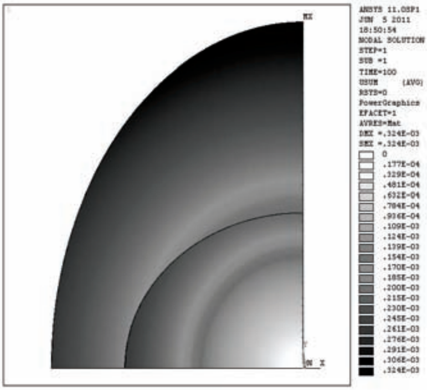


Рисунок 65 – Тринадцатый вариант



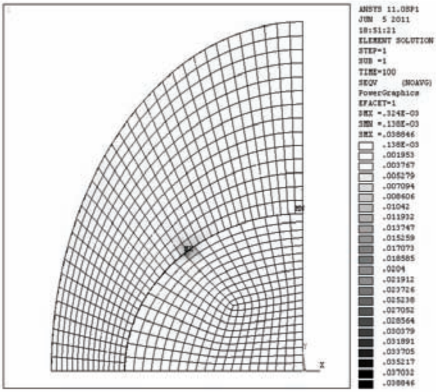
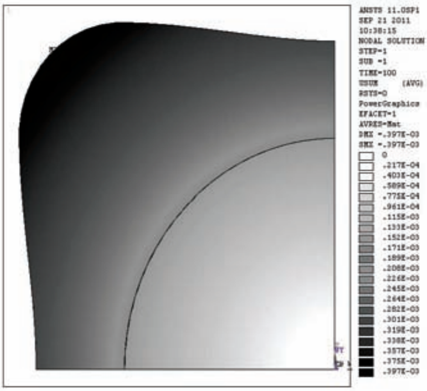


Рисунок 66 – Тринадцатый вариант Рисунок 67 – Тринадцатый вариант



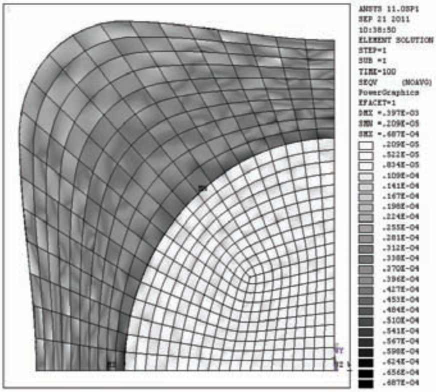
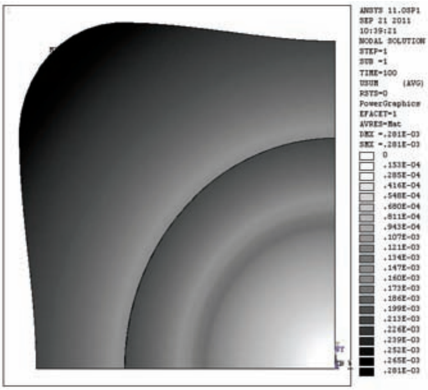


Рисунок 68 – Четырнадцатый вариант Рисунок 69 – Четырнадцатый вариант



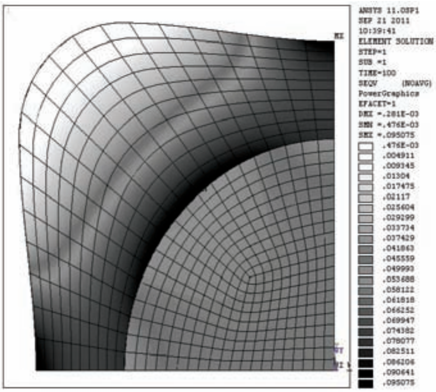


Рисунок 70 – Четырнадцатый вариант Рисунок 71 – Четырнадцатый вариант

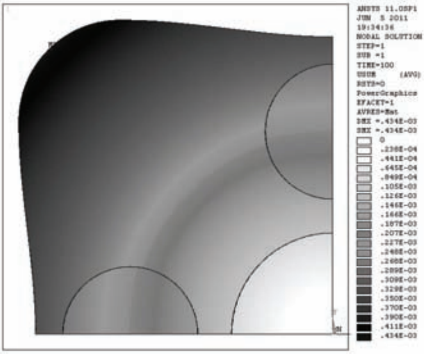


Рисунок 72 – Пятнадцатый вариант

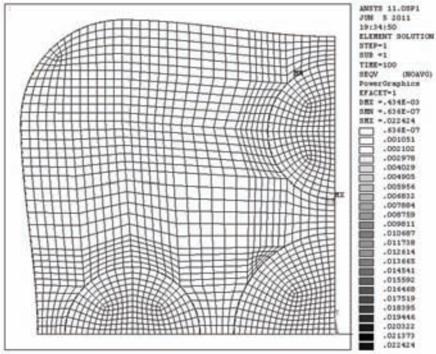


Рисунок 73 – Пятнадцатый вариант

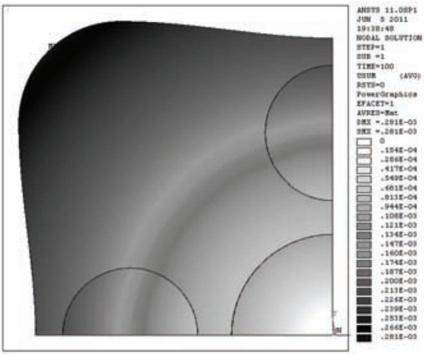


Рисунок 74 – Пятнадцатый вариант

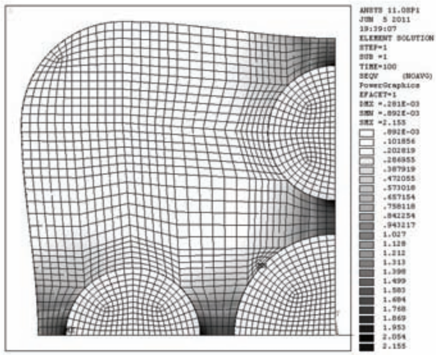


Рисунок 75 – Пятнадцатый вариант

Таблица 3 – Основные результаты исследования

Вариант профильного соединения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Критические значения изменения температуры деталей (сталь-медь) **ΔT**, [$^{\circ}$C]	+201,55	+226,8	+50	+201,61	+41,1	+41	+235,9	+244,3	+222	+201,2	+201,6	+227	+227	+202	+220,7
Характеристики НДС	Номера рисунков														
Суммарные перемещения, [мм]	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72
Эквивалентные напряжения, [МПа]	17	21	25	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69	73
Критические значения изменения температуры деталей (медь-сталь) **ΔT**, [$^{\circ}$C]	-201,55	-226,8	-40,98	-201,52	-41	-41	-231,4	-244,3	-222	-201,2	-201,6	-226,8	-226,8	-202	-202
Характеристики НДС	Номера рисунков														
Суммарные перемещения, [мм]	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58	62	66	70	74
Эквивалентные напряжения, [МПа]	19	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67	71	75

Выводы. В результате исследования были найдены критические значения изменения температуры деталей 15-ти вариантов профильных соединений с натягом. На основе этих данных проведен сравнительный анализ, который определил оптимальный вариант среди остальных – восьмой. Это обусловлено тем, что критические значения изменения температуры в этом варианте выше, чем в остальных (+244,3 °С и -244,3 °С), соответственно, соединение вала с втулкой в этом случае является наиболее надежным с точки зрения влияния температурных нагрузок.

Список литературы: 1. *Тарабасов Н. Д.* Расчет напряженных посадок в машиностроении. – М.: Машгиз, 1961. – 264 с. **2.** *Берникер Е. И.* Посадка с натягом в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1968. – 168 с. **3.** *Басов К. А.* ANSYS: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

Надійшла до редколегії 12.06.2012

УДК 539.3

С. ДАРЯЗАДЕ, аспирант, НТУ «ХПИ»;
Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

МИКРО- И МАКРО-КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ ВОКРУГ ОТВЕРСТИЙ В КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИНАХ

Ця стаття присвячена обчисленню мікро- і макронапружень та повного напруження в ортотропних пластинках із отвором при концентрації напружень навколо межі отвору. Макронапруга обчислена за допомогою змішаних функцій змінних і ПК ANSYS. Результати мікронапруг отримані за допомогою ПК ANSYS із застосуванням чисельних граничних умов. Повні значення напруження на арматурі в пластинках із композитних матеріалів були обчислені для тетрагональних і гексагональних структур, заснованих на різних величинах займаного об'єму.

Ключові слова: пружність, концентрація напруження, ортотропна пластинка, отвір.

Данная статья посвящена вычислению микро- и макронапряжений и полного напряжения в ортотропных пластинках с отверстием при концентрации напряжения вокруг границы отверстия. Макронапряжение вычислено с помощью смешанных функций переменных и ПК ANSYS. Результаты микронапряжений получены при помощи ПК ANSYS с применением численных граничных условий. Полные значения напряжений на арматуре в пластинках из композитных материалов были вычислены для тетрагональных и гексагональных структур, основанных на различных величинах занимаемого объема.

Ключевые слова: упругость, концентрация напряжения, ортотропная пластинка, отверстие.

The current paper deals with the calculation of micro and macro stress and total stress in orthotropic planes with circular hole at stress concentration of hole border. Macro stress is calculated by mixed variables functions and ANSYS. By the required results, micro stress is calculated by applying boundary conditions by numerical computations by the aid of ANSYS. Finally, the total stress values on reinforcement in composite planes were calculated for square and hexagonal structures based on various values of volume occupancy.

Keywords: elasticity, stress concentration, orthotropic plane, hole.

Введение

В технике и строительстве во многих случаях применяются детали в виде пластинки с отверстием. Рассматривая развитие механики и металловедения, а также наши потребности в промышленности, можно отметить, что композитные материалы имеют большое значение. Анализ пластинок с отверстием под действием сил необходимо проводить с учетом концентрации напряжений. Пластинки с отверстием рассматривались различными методами, но смешанные функции Каласои – Мусхелишвили Н. И. для двумерного случая [9] важны в теории упругости пластинки [6, 11]. Особенностью этого метода является точный математический анализ с согласованными различными решениями. Впервые Лехницкий С.Г. [8] при помощи смешанных функций исследовал проблему ортотропии пластинки с отверстием и провел ее теоретический анализ, представив некоторые формулы как результаты работы. Савин Г.Н. [12] выполнил некоторые исследования в этом отношении. Гресчук, исследовав изотропный материал и несколько однонаправленных соединений, показал распределение напряжений вокруг отверстия.

В этой статье вычислены полные напряжения вокруг отверстия в ортотропных пластинках, значения концентрации макронапряжений для различных тетрагональных и гексагональных микроструктур для различных значений пропорций объемного компонента. Также исследованы различные внутренние структуры пластинок между матрицей и волокнами и «отношения объемного компонента». В этой статье был применен смешанный метод функций, предложенный Ваниным.

При помощи макронапряжения, оценивающего концентрацию напряжений, мы численно исследовали местоположение концентрации вокруг круглого отверстия, введя граничные условия, изучили геометрию внутренней структуры местоположения концентрации напряжения в пластинке на границе отверстия и получили напряжение на арматуре для различных состояний, а также вычислили полное напряжение.

Определение упругих эффективных постоянных для ортотропных пластинок

Чтобы найти характеристики упругого плоского напряженного состояния ортотропного материала, мы определяем четыре основные константы. Для этого используем упругий эффективный метод констант для смешанных функций. Эти константы определяют, исследуя продольно-поперечное растяжение, продольно-поперечное сжатие, напряжения и вводя некоторые уравнения для элементов констант упругости. Эти уравнения зависят от особенностей материала матрицы-арматуры и внутренней структуры этих двух пластинок [4, 5].

Как следует из уравнения [2]:

$$G_{12} = G_m \frac{1-\xi+(1-\xi)\cdot G_m/G_b}{1-\xi+(1+\xi)\cdot G_m/G_b};$$

$$\upsilon_{21} = \upsilon_m - \frac{(\chi_m+1)(\upsilon_m-\upsilon_b)\xi}{2-\xi+\chi_m\xi+(1-\xi)(\chi_b-1)\cdot G_m/G_b};$$

$$E_1 = \xi E_b - (1-\xi)E_m + \frac{8G_m\xi(1-\xi)(\upsilon_b-\upsilon_m)}{2-\xi+\chi_m\xi+(1-\xi)(\chi_b-1)\cdot G_m/G_b};$$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{(\upsilon_{21})^2}{E_1} + \frac{1}{8G}\left[\frac{2(1-\xi)(\chi_m-1)+(\chi_b-1)(\chi_m-1+2\xi)\cdot G_m/G_b}{2-\xi+\chi_m\xi+(1-\xi)(\chi_b-1)\cdot G_m/G_b} + \right.$$
$$\left. + 2\frac{\chi_m(1-\xi)+(1+\xi)\chi_m\cdot G_m/G_b}{\chi_m+\xi+(1-\xi)\cdot G_m/G_b}\right]; \qquad (1)$$

Равенство $\upsilon_{12} = \upsilon_{21}\dfrac{E_2}{E_1}$ как $\chi_m = 3-4\upsilon_m$ и $\chi_b = 3-4\upsilon_b$.

В вышеупомянутых уравнениях E_1, E_2, G, υ_{12}, υ_{21} – средний модуль композитного материала и E_m, G_m, υ_m и E_b, G_b, υ_b – матрица и коэффициенты волокна, соответственно.

Все переменные для арматуры обозначены индексом «*b*», для матрицы – индексом «*m*». Вычисляем упругие постоянные характеристики сложных материалов, представляем соотношения для объемных составляющих материалов в соединении и геометрической формы пластинки.

Схематические диаграммы тетрагональной и гексагональной плоскости показаны на рис. 1 и 2.

Мы исследуем простую форму и геометрическую форму для однонаправленных композитов арматуры.

Учитывая поперечное сечение, контур детали и повторяемость арматуры, обозначенное векторами $w_2 = w_1 \cdot b \cdot e^{\alpha}$, w_1, мы можем сказать, что отношение объема составляющих материалов в композите показывает следующая формула [2]:

$$\xi = \frac{\pi\cdot a^2}{w_1^2\cdot b\cdot\sin\alpha},$$

uде a – радиус волокон.

На рис. 1, 2 показаны схематические диаграмму структуры тетрагонального и гексагонального волокна.

В табл. 1 и 2 показано отношение объема для различных расстояний между двумя волокнами в тетрагональной и гексагональной структуры.

Мы вычислили результаты для пластинки, сделанной из композитного материала, используя формулы, данные выше и используя ПК MAPLE. Вычисления были повторены с использованием ПК ANSYS для проверки соответствия результатов.

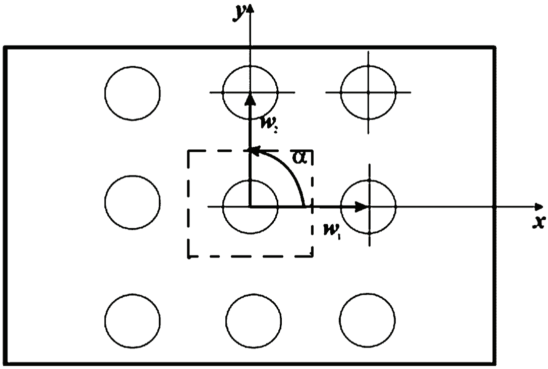


Рисунок 1 – Схематическая диаграмма структуры тетрагонального волокна

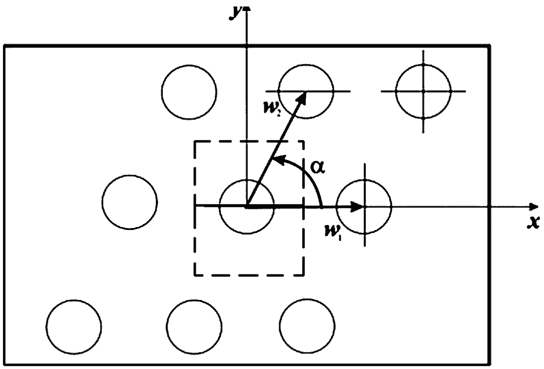


Рисунок 2 – Схематическая диаграмма структуры гексагонального волокна

Таблица 1 – Расстояние между центрами двух волокон и отношения объема в тетрагональной структуре

0.049	0.1225	0.196	0.488	0.78	ξ
4 a	3.5 a	3 a	2.5 a	2 a	w_1

Таблица 2 – Отношение между центрами двух волокон и отношения объема в гексагональной структуре

0.0574	0.142	0.227	0.573	0.92	ξ
4 a	3.5 a	3 a	2.5 a	2 a	w_1

Принимая ортотропную пластинку со стекловолокном и рассматривая следующие механические особенности выполнены численные вычисления. Матричные механические характеристики имеют тип полимера эпоксидная смола как E_m = 3500 МПа, G_m = 1320 МПа, υ_m = 0.32 и волокно с характеристиками E_a = 235000 МПа, G_a = 90400 МПа отношений и Пуассона υ_a = 0.3 [7].

В табл. 3 приведены характеристики ортотропной стеклопластинки, полученные по формулам (1), (2) при ξ = 0.488 [3].

Таблица 3 – Механические характеристики ортотропной стеклопластинки

ξ	E_1, МПа	E_2, МПа	G, МПа	υ_{21}
0.488	38380	11190	1380	0.31

Распределение напряжений в ортотропной пластинке с круглым отверстием

Мы рассматриваем состояние, в котором напряжение вычисляется вдали от круглого отверстия ортотропной пластинки. Очевидно, что при распределении нормального давления равномерно в границе круга, концентрация напряжения имеет место. Чтобы вычислить концентрацию напряжения, мы использовали некоторые соотношения, основанные на полярных координатах (рис. 3).

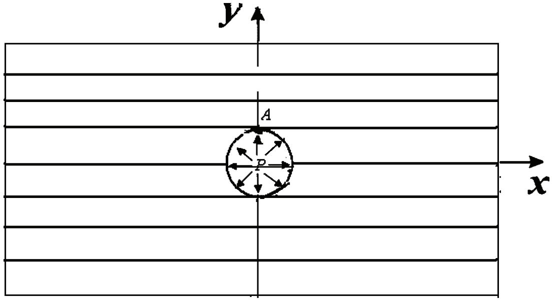


Рисунок 3 – Ортотропная пластинка с отверстием

Координата θ определяется относительно оси x. Для удобства при получении результата мы рассматриваем следующие уравнения:

$$m = \frac{E_1}{G} - 2\upsilon_1; \quad k = \sqrt{\frac{E_1}{E_2}}; \quad n = \sqrt{2k + m};$$

$$\frac{1}{E_\theta} = \frac{\sin^4\theta}{E_1} + \left(\frac{1}{G} - \frac{2\upsilon_1}{E_1}\right)\sin^2\theta\cos^2\theta + \frac{\sin^4\theta}{E_2}, \qquad (4)$$

где E_θ – модуль Юнга для тангенциального направления.

На границе отверстия круга при приложении напряжения P на краю пластинки в направлении оси x напряжение на границе отверстия вычислено следующим образом[8]:

$$\sigma_\theta = P \cdot f(\theta), \qquad (5)$$

Ψ – угол между осью x на пластинке и главным направлением,

$$f(\theta) = \frac{E_\theta}{E_1}\left\{n - k + n(k-1)\cos^2\theta + \left[(k+1)^2 - n^2\right]\sin^2\theta\cos^2\theta\right\},$$

$\sigma(\theta)_{max}$ – максимальные напряжения на границе отверстия.

В точке А на границе отверстия возникают максимальные напряжения, если напряжение действует вдоль оси x.

Очевидно, что концентрация напряжения в границе на отверстии равна

$$K_{macro} = \sigma(\theta)_{max}/P. \qquad (6)$$

С тетрагональными и гексагональными формами мы рассматриваем структуру, в которой равномерная напряжение P приложено на краю отверстий ортотропной стекловолоконной пластинки с тетрагональными формами, причем P = 100 МПа и ξ = 0.488.

В этом случае напряжение, полученное программой MAPLE, показано на рис. 4 в стекловолоконной пластинке с круглым отверстием.

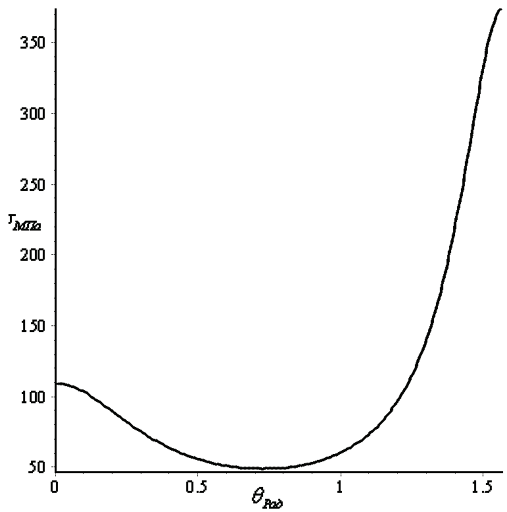


Рисунок 4 – Распределение напряжения вокруг отверстия для стекловолокна тетрагональной структуры с ξ = 0.488 при θ от 0 до 90°

Конечное моделирование элемента

В этой части рассмотрим конечноэлементное моделирование и анализ сложной пластины с круглым отверстием для однонаправленных волокон, используя ANSYS. Пластина разбита сеткой с элементами PLANE2 с шестью узлами и двумя степенями свободы в узел в направлениях x и y. Из-за симметрии для задачи рассмотрим только 2 модели, как показано на рис. 5 [1, 10].

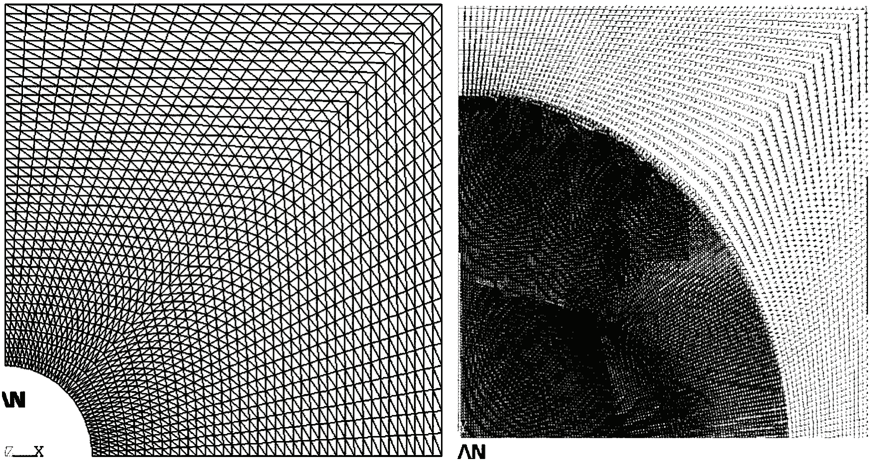


Рисунок 5 – С PLANE2 2 пластины, разбитые на конечные элементы:
а – модель 1; *б* – вложенная модель ячейки

Для этого случая на рис. 6 показана концентрация напряжений в стекловолоконной пластинке и вокруг отверстия, полученная ПК ANSYS, для тетрагональной структуры ξ = 0.488.

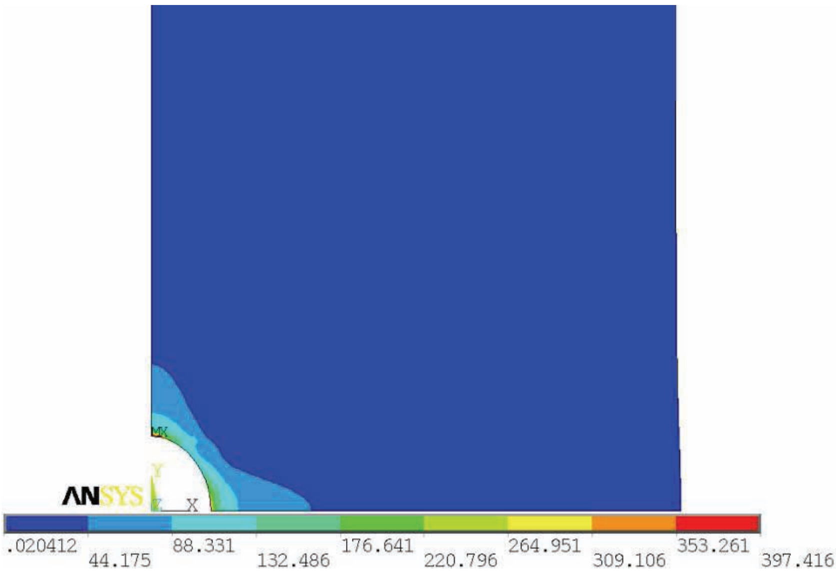


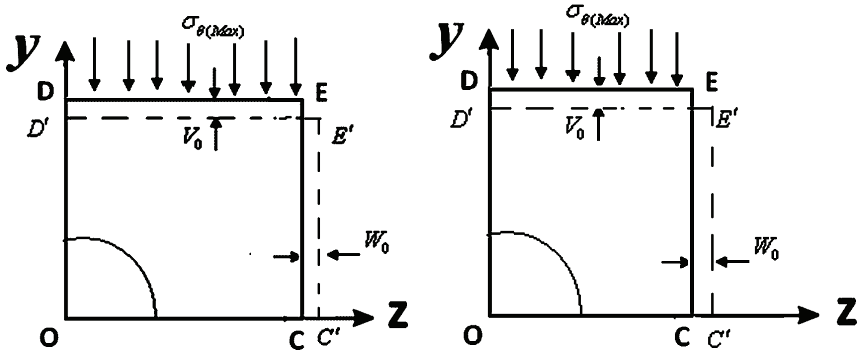
Рисунок 6 – Распределение напряжения для стекловолокна тетрагональной структуры при ξ = 0.488

Вычисление микро напряжений

Пластинки с тетрагональными и гексагональными формами состоят из матрицы и арматуры. При вычислении максимальных напряжений необходимо учитывать внутреннюю структуру пластинки. Поскольку это было принято в первой части, к отверстию пластинки приложено напряжение вдоль оси x в точке A (см. рис. 3).

Напряжение было вычислено с учетом поперечного сдвига и рассмотрена геометрия микроструктуры в точке A при различных величинах соотношений объема компонента для тетрагональных и гексагональных форм. Пусть нормальное давление распределено равномерно по краю отверстия и концентрация напряжения создана в точке A.

Пластина разбита на отдельные типичные ячейки. Эти ячейки копируются по толщине пластинки. Секция внутренней структуры ортотропной пластинки, состоящего из матрицы и арматуры с поперечного сдвига в точке A показана для тетрагональных и гексагональных форм в рис. 7.



а *б*

Рисунок 7 – Вложенная модель ячейки, нормальное давление распределено равномерно по краю отверстия: *а* – тетрагональное устройство волокна; *б* – гексагональное

В этом случае пластинка растянута вдоль осей x, z и сжата вдоль оси y. Поскольку арматура размещена вдоль оси x, это означает, что арматура подвержена продольному растяжению. Мы рассматриваем часть для двух структур в точке A, в этой части действует напряжение $\sigma(\theta)_{max}$. Очевидно, что из-за этого напряжения форма арматуры в матрице изменена. Это вычислено ПК ANSYS и применены граничные условия на форме геометрии для тетрагональных и гексагональных структур числовым методом. Рассматривая ответ этой частично внутренней структуре пластинки, линии DE, EC, OC, OD, являются симметрическими. При смещении OC углы увеличивает в оси z, и смещение – ноль вдоль оси y, таким образом, при смещении OD углы уменьшены вдоль оси y, и ее смещение вдоль z установлено и равно нулю (рис. 7).

$\sigma_y = -\sigma_{\theta(x)\max}$ и ЕС углы на оси z со смещением W_0 и является V_0 на оси y как основанным на условии симметрии этой структуры на ЕС, которое мы имеем $\int \sigma_z dy = 0$ и на DE $\int \sigma_y dz = -\sigma_{\theta(x)\max}$.

Применяя эти условия, максимальное напряжение, приложенное к структуре пластинки из-за $\sigma_{\theta\max}$, достигнуто.

Концентрация напряжения равна

$$K_{micro} = \sigma_{max}/\sigma_{(\theta)\max}. \tag{7}$$

где K_1 – микроконцентрация напряжения

Вычисление суммарного напряжения производим по формуле

$$K = K_{macro} \cdot K_{micro} = \frac{\sigma_{max}}{P}. \tag{8}$$

На рис. 8 показано микронапряжение в стекловолоконной пластинки на арматуре в точке А, где нормальное давление распределено равномерно по краю отверстия.

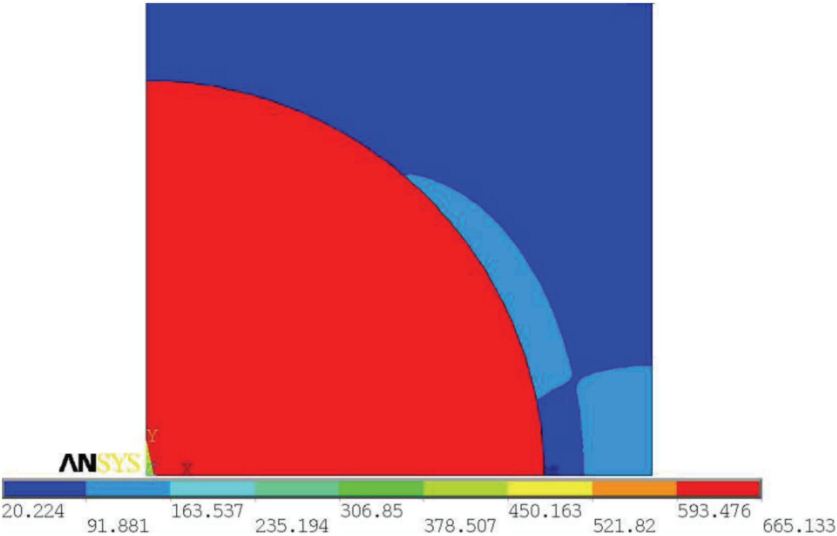


Рисунок 8 – Микронапряжение в стекловолоконной пластинке на арматуре в точке А с $\xi = 0.488$

Таблица 4 – Максимальные напряжения на границе круга для тетрагональной модели

ξ	K_{macro}	K_{micro}	K
0.78	5.9	0.6	4
0.488	3.8	1.75	6.65
0.196	2.3	3.47	8
0.122	1.85	5.18	9.58
0.049	1.4	12.42	17.4

Табл. 4 и 5 показывают микро-, макроконцентрацию напряжений на границе круга и коэффициенты концентрации на арматуре в местоположении концентрации напряжения вокруг границы тетрагональных и гексагональных форм для нормального давления P = 100 МПа, которое действует на границе отверстия.

Таблица 5 – Максимальные напряжения на границе круга для гексагональной модели

ξ	K_{macro}	K_{micro}	K
0.92	8.6	0.43	3.7
0.573	4.3	1.24	5.35
0.227	2.4	3.06	7.34
0.142	1.95	4.36	8.5
0.057	1.4	10.46	14.65

Заключение

Основываясь на численных результатах, можно сделать вывод, что с увеличением расстояния между двумя центрами арматурами отношение объема компонента уменьшено и мы можем предположить концентрацию напряжения для другого отношения объема компонента (гексагональный и тетрагональный). Когда подкрепление становится далеким друг от друга, концентрация напряжений уменьшена и ортотропная пластинка приближается по свойствам к изотропной пластинке, и микроконцентрация напряжения увеличена с сокращением количества арматуры, каждая арматура должна переносить значительное величину напряжения.

Для макронапряжения увеличено напряжение в гексагональной форме, когда к двум арматурам приближенных к тетрагональной, и результаты становятся последовательными постепенно. Однако, в микронапряжении, напряжение в гексагональной структуре меньше чем в тетрагональной структуре.

Полное напряжение, наложенное на арматуру, увеличено с сокращением отношения объема компонента в обеих структурах.

На основании результатов этой статьи, численных результатов и сравнении их, можно предсказать концентрацию напряжения при других величинах отношений объема компонента.

Список литературы: 1. *Басов К. А.* ANSYS. Справочник. – М.: 2005. –635 с. **2.** *Ванин Г.А.* Микромеханика композиционных материалов. – К.: Наукова думка, 1971. – 304 с. **3.** *Дариязаде С.* Исследование концентрации напряжений вокруг отверстия в пластинах из однонаправленных композитов // Вестник НТУ «ХПИ». – 2010 – № 37. – С. 68-79. **4.** *Малмейстер А.К., Тамуж В.П., Тетерс Г.А.* Сопротивление полимерных и композитных материалов. – Рига: Зинатне, 1980. – 572 с. **5.** *Тарнопольский Ю.М. Розе А.В.* Особенности расчета деталей из армированных пластиков. – Рига: Зинатне, 1969. – 274 с. **6.** *Лаврентьев М.А, Шабат Б.В.* Методы теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1973. – 736 с. **7.** *Липатов Ю. С., Уманский Э. С.* Композиционные материалы. Справочник. – К.: Наукова думка, 1985. – 592 с. **8.** *Лехницкий С.Г.* Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. –415 с. **9.** *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 708 с. **10.** *Образцов И.Ф., Савельев Л.М., Хазанов Х.С.* Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов. – М.: Высшая школа, 1985. – 392 с. **11.** *Партон В.З., Перлин П.И.* Методы математической теории упругости. – М.: Наука, 1981. – 688 с. **12.** *Савин Г.Н.* Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наукова думка, 1968. – 888 с.

Поступила в редколлегию 20.06.2012

УДК 539.3

В. М. ДЕЕВ, канд. техн. наук, доц., Пермский государственный педагогический университет;
И. В. МАШИНА, науч. сотр., Пермский государственный педагогический университет

НОВАЯ ТРАКТОВКА ТЕОРИИ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

У статті розглянуто нове трактування теорії визначників.
Ключові слова: матриця, визначник.

В статье рассмотрена новая трактовка теории определителей.
Ключевые слова: матрица, определитель.

New interpretation of theory of determinants is considered in the article.
Keyword: matrix, determinant.

Введение. Решая задачу СЛАУ методом исключения переменных, Г.Крамер (31.08.1704 – 4.05.1753) догадался для сокращения записи решения ввести квадратные таблицы, составленные из коэффициентов СЛАУ. Эти таблицы были названы определителями или детерминантами. В дальнейшем оригинальные усовершенствования в работах по определителям сделали П.Ф.Саррюс и Лунс Кэррол. В XVIII-XX веках нет ни одного серьезного математика, который бы не внес свою лепту в теорию определителей. Труд этих математиков отражен в трех книгах швейцарского математика Томаса Муира, которые не были переведены на русский язык. Однако книги Т.Муира мало пригодны для чтения из-за того, что тексты в них фрагментарны из-за ссылок на оригинальные (и очень интересные) работы, бесполезные в силу их современной недоступности.

Основная часть. Теория определителей Г.Крамера продолжает развиваться и в настоящее время. Однако иногда происходят некоторые неожиданности. Оказывается, что теория определителей тесно связана с теорией обыкновенных дробей. В [1] было показано, что определитель Г.Крамера равен разности двух дробей $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, деленной на их общий знаменатель bd. Развивая эту идею, мы можем здесь записать следующую формулу

$$\left(\frac{a}{b} \mp \frac{c}{d}\right) \Big/ bd = \begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}^{\mp} = ad \mp bc\,. \tag{1}$$

Сохраняя в (1) знак минус, получаем определитель Г.Крамера $Д_2^-$, сохраняя в (1) знак плюс, получаем наш определитель $Д_2^+$, который до настоящего времени не был выявлен. Таким образом, квадратная матрица второго порядка имеет два определителя: минусовой и плюсовой, то есть $Д_2^-$ и $Д_2^+$. Можно теперь написать интересную формулу

$$Д_2^+ \cdot Д_2^- = \begin{vmatrix} a^2 & c^2 \\ b^2 & d^2 \end{vmatrix}^{-}. \tag{2}$$

Далее мы делаем предположение, что существуют определители $Д_n^-$ и $Д_n^+$, которые являются определителями квадратной матрицы n-го порядка.

Для получения этих определителей предлагается следующая формула:

$$Д_n \cdot Д_{n-2}^{\text{центр}} = \begin{vmatrix} Д_{n-1}^{\text{ЛВ}} & Д_{n-1}^{\text{ПрВ}} \\ Д_{n-1}^{\text{ЛН}} & Д_{n-1}^{\text{ПрН}} \end{vmatrix}. \tag{3}$$

Эта формула справедлива, когда все определители, обозначенные в ней, являются минусовыми и плюсовыми. В формуле (3) введены следующие обозначения: ЛВ – левый верхний, ЛН – левый нижний, ПрВ – правый верхний, ПрН – правый нижний центральный определители. Зная размеры этих определителей, легко их выделить, а также определитель n-го порядка. Полученные 5 определителей из определителя n-го порядка, в свою очередь, разделяются на 5 определителей меньшего порядка (с помощью аналогичной формуле (3)). Продолжая разделение полученных определителей, мы придем к некоторому набору определителей 1, 2 и 3 порядка.

Выводы. Вычисляя их, мы обратным ходом находим нужные определители, входящие в формулу (3). Формула (3) позволяет нам из найденных определителей получить определитель $Д_n$ (минусовый или плюсовый). Определители $Д_n^-$ и $Д_n^+$ имеют различные значения, но если один из них равен нулю, то второй уже нулем быть не может. Следует отметить, что значение определителей $Д_n^-$ и $Д_n^+$ могут быть получены методом конденсации [2]. Предельный вариант метода конденсации и приводит к формуле (3).

Список литературы: **1.** *Деев В.М.* От обыкновенных дробей к определителю и обратно // Тез. конф. Математическое моделирование в естественных науках. – Пермь: Из-во Пермского государственного технического университета, 2010. – С. 44-45. **2.** *Деев В.М.* Новый метод вычисления определителей // Тез. докл. Уральской научно-технической конф. Геометрическое моделирование и начертательная геометрия. – Пермь: 1987. – С. 40-41.

Поступила в редколлегию 11.10.2012.

УДК 621.039

П.Н. ДЕМИДОВ, аспирант, НТУ «ХПИ»;
А.С. КИПОРЕНКО, канд. техн. наук, доцент, УИПА, Харьков;
С.М. ПОЛИЩУК, канд. техн. наук, доцент, УИПА, Харьков;
А.И. ТРУБАЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
В.М. ЧИЖИКОВА, аспирант, УИПА, Харьков

ОЦЕНКА ВИБРАЦИОННОГО СОСТОЯНИЯ ТРУБОПРОВОДОВ АЭС И ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИХ БЕЗОПАСНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ

Розглянуті причини підвищеної вібрації трубопровідних систем після реконструкції, проведеної в період планово-запобіжних робіт. Побудована скінченно-елементна модель ділянки трубопроводу та визначені амплітудно-частотні характеристики і поперечні перетини системи з найбільшою амплітудою коливань. На основі отриманих результатів дані рекомендації зі зниження вібрацій до безпечного рівня.

Ключові слова: вібрація, трубопровідні системи, амплітудно-частотні характеристики.

Рассмотрены причины повышенной вибрации трубопроводных систем после реконструкции, проведенной в период планово-предупредительных работ. Построена конечно-элементная модель участка трубопровода и определены амплитудно-частотные характеристики и сечения системы с наибольшей амплитудой колебаний. На основе полученных результатов даны рекомендации по снижению вибраций до безопасного уровня.

Ключевые слова: вибрация, трубопроводные системы, амплитудно-частотные характеристики.

The reasons of vibrations after the reconstruction of piping systems during planned preventive work are considered. A model of the pipeline on the basis of the finite element method is built and the amplitude-frequency characteristics and the cross sections with the greatest amplitude of oscillation are determined. Based on these results guidelines are given to reduce vibrations to a safe level.

Keywords: vibration, piping systems, amplitude-frequency characteristics.

Введение

В связи с окончанием срока эксплуатации некоторых энергоблоков АЭС Украины, особое внимание уделяется обеспечению безопасности работы как отдельных элементов оборудования, так и всего топливно-энергетического комплекса. Одним из факторов, оказывающим существенное влияния на безопасную работу энергооборудования, является вибрация трубопроводных систем. На некоторых участках трубопроводных систем уровень вибрации настолько высок, что приводит к различным повреждениям (обрыв креплений, образование свищей и проч.) и отказам трубопроводов, и, как следствие возникают простои энергоблоков и высокие материальные потери.

Постановка задачи

В 2011 году на Южно-Украинской АЭС была проведена реконструкция трубопроводной системы конденсата греющего пара от ПВД-6 (подогревателя высокого давления) в деаэратор блока №2 (рис. 1). Здесь указаны линейные размеры и цифрами в квадратных рамках обозначены пружинные подвески.

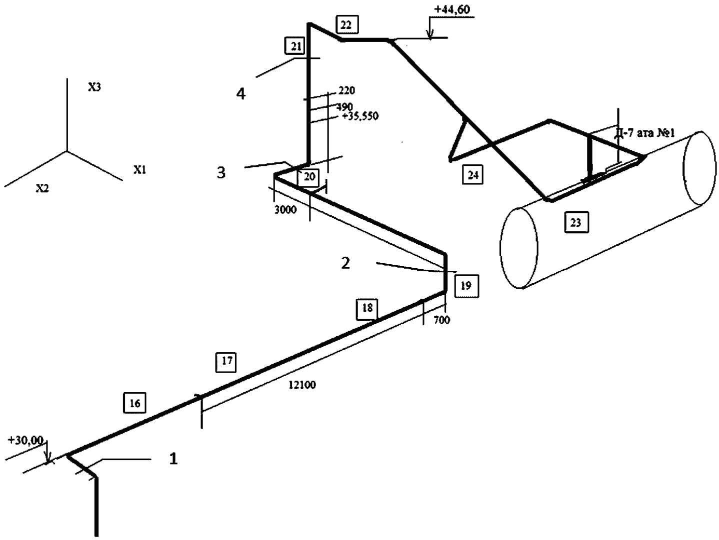


Рисунок 1 – Аксонометрическая схема трубопровода, подающего конденсат греющего пара от ПВД-6 в деаэратор блока №2 на участке отм. +30,00; +44,60(м)

Реконструкция данного участка заключалась в изменении трассировки для разделения потоков в деаэраторе с целью уменьшения эрозионно-коррозионного износа металла трубопровода.

После проведенных работ по реконструкции при пуске энергоблока для набора мощности осуществлялся подъем уровня давления теплоносителя в ПВД до номинального значения. При этом на трубопроводе, подающем среду в деаэратор, возникли колебания с амплитудой до 2000 мкм, что приводило к соударениям труб с другим оборудованием. В табл. 1 приведены данные измерений вибрации, проведенные персоналом АЭС, в районе отметки 35,55 м. Здесь $V_{скз}$ – среднеквадратические значения виброскоростей, A – амплитуды компонент виброперемещений в направлении осей координат, f – частота колебаний трубопровода.

При этом амплитуды виброперемещений системы на отметке 44,60 м по визуальной оценке составляли несколько сантиметров (по техническим причинам их невозможно было замерить с помощью вибродатчика).

Таблица 1 – Данные измерений, проведенные в районе отм. 35,55 м

Направление	Вертикальный участок, (отм.+ 35,50)		
	$V_{скз}$,мм/с	A, мкм	f, Гц
X3	2,0	25	1,12
X2	8,5	1400	1,12
X1	6,8	1800	1,12

Расход среды при подаче в деаэратор составил всего 25% от номинального (номинальный массовый расход G=520 т/час). Было необходимо выявить причины повышенных вибраций трубопровода и дать рекомендации по их снижению.

Определение динамических сил, воздействующих на трубопровод

Для выявления причин возникновения повышенных вибраций трубопровода проведен расчет теплофизических характеристик потока транспортируемой среды. Скорость движения среды рассчитывается по данным номинального массового расхода из соотношения:

$$w = G_m / (S \cdot \rho_{см}), \qquad (1)$$

где G_m – массовый расход кг/с; S – площадь поперечного сечения трубопровода; $\rho_{см} = \rho_в(1 - \varphi) + \rho_п\varphi$ – плотность смеси для двухфазной среды; $\rho_в$ – плотность воды при рабочей температуре; φ – паросодержание; $\rho_п$ – плотность пара при рабочей температуре. Плотности воды и пара определяется по таблицам теплофизических свойств воды и водяного пара [1].

Исходные данные для расчета следующие: рабочие параметры среды в ПВД-6 – давление P = 1,55 МПа, температура t = 188 ^{o}С; в деаэраторе Д-7ата – давление P = 0,6 МПа, температура t = 164 ^{o}С. Материал трубопровода – сталь 20. Геометрические размеры сечения трубопровода Ø420х14.

В табл. 2 представлены значения паросодержания и плотности среды по характерным сечениям трубопровода (на рис. 1 указаны номера сечений).

Таблица 2 – Теплофизические свойства воды и водяного пара

№ сечения	Плотность воды при рабочей температуре, $\rho_в$,кг/м^3	Плотность пара при рабочей температуре, $\rho_п$, кг/м^3	Паросодержание, φ, %	Плотность смеси, $\rho_{см}$, кг/м^3	Давление P, МПа	Скорость движения среды, w, м/с
1	864,9	7,84	0,1	779,20	1,25	1,49
2	877,2	6,36	0,2	703,00	1,24	1,69
3	882,5	5,64	0,5	444,10	1,22	2,60
4	904,7	3,5	0,8	183,74	1,10	6,30

Из предыдущего опыта [2-4] известно, что наличие фазового перехода свидетельствует о вскипании потока, пульсациях давления и возникновении гидродинамических сил на поворотах трубопровода при движении теплоносителя, что и является причиной повышенной вибрации.

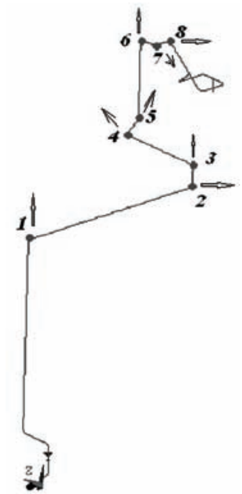


Рисунок 2 – Аксонометрическая схема трубопровода с указанием сил, вызванных пульсацией потока

Статические составляющие усилий, возникающих в трубопроводе от давления и температурных воздействий, вызывают предварительное напряженное состояние и учитываются при расчете системы на прочность [5]. Для упрощения расчета вынужденных колебаний учитывалась только динамическая составляющая внутреннего давления. Амплитуды вынуждающих сил на поворотах составляют P1 = P2 = 800, P3 = P4 = 655.5, P5 = 641, P6 = P7 = P8 = 569.3 Н, а частоты воздействия изменяются в диапазоне 0,5-3 Гц [6]. На рис. 2 представлена схема трубопровода с указанными направлениями действия сил, возникающих при движении транспортируемой среды, и точками, в которых проводился расчет амплитудно-частотных характеристик (АЧХ). В нижней части системы физические параметры транспортируемой среды и особенности геометрии таковы, что не возникает существенных колебаний трубопровода [2].

Результаты расчета собственных и вынужденных колебаний трубопроводной системы и выработка практических рекомендаций по снижению уровня вибраций

Решение задачи проводилось методом конечных элементов (МКЭ). Уравнение вынужденных колебаний конечно-элементной модели конструкции имеет вид

$$[M]\{\ddot{y}\} + [R]\{\dot{y}\} + [K]\{y\} = \{F(t)\}, \qquad (2)$$

где $[M]$, $[R]$, $[K]$–матрицы масс, демпфирования и жесткости соответственно, $\{y\}$ – вектор узловых перемещений, $\{F(t)\}$ – вектор динамических сил.

Для моделирования трубопровода использовался стержневой элемент с шестью степенями свободы в узле, а для моделирования промежуточных опор – стержневой элемент, имеющий свойства растяжения-сжатия, с тремя степенями свободы в каждом узле [7].

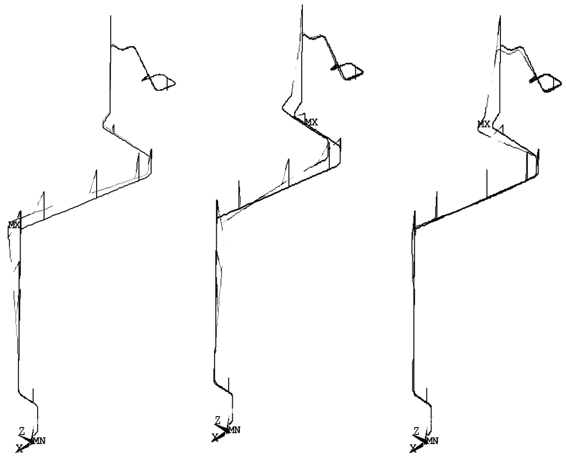
Первые три собственные формы представлены на рис. 3, а в табл. 3 представлены расчетные значения собственных частот трубопровода. Частоты системы до модернизации, определенные экспериментально в месте крепления пружинной опоры 23, (отм.+ 40,00), имеют следующие значения (Гц) :

0,63 ; 1,13; 1,63; 2,13; 2,63; 3,13; 3,63;5,13;10,1. Так как идентификация номера экспериментальной частоты затруднительна из-за того, что не все формы собственных колебаний проявляются в месте крепления пружинной опоры 23, то можно говорить о том, что экспериментальные частоты соответствуют отдельным значениям теоретического спектра. Например значение 0,63 Гц соответствует частоте № 3, 1,13 – частоте № 5 и т.д.

Таблица 3 – Собственные частоты трубопровода (Гц)

№	Частота до модернизации	Частота после модернизации	№	Частота до модернизации	Частота после модернизации
1	0,24	0,68	11	3,10	4,65
2	0,43	0,85	12	3,28	4,79
3	0,71	1,09	13	3,85	5,16
4	1,01	1,32	14	4,30	5,78
5	1,11	1,61	15	4,91	6,02
6	1,29	2,31	16	5,14	6,84
7	1,55	2,47	17	5,62	7,35
8	1,90	3,07	18	6,30	7,47
9	2,29	3,48	19	6,61	8,72
10	2,84	3,86	20	6,88	9,07

Для уменьшения уровня вибраций можно рекомендовать:
– изменение трассы трубопроводов;
– изменение режима подачи среды;
– установку дополнительных опор.

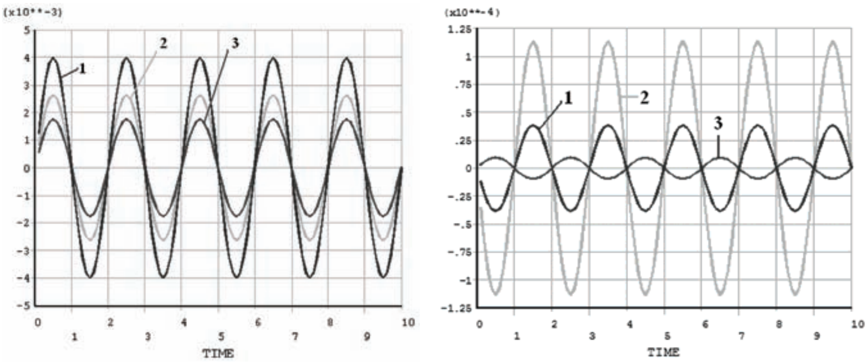


а *б* *в*

Рисунок 3 – Формы собственных частот:
а – форма № 1; *б* – форма № 2; *в* – форма № 3

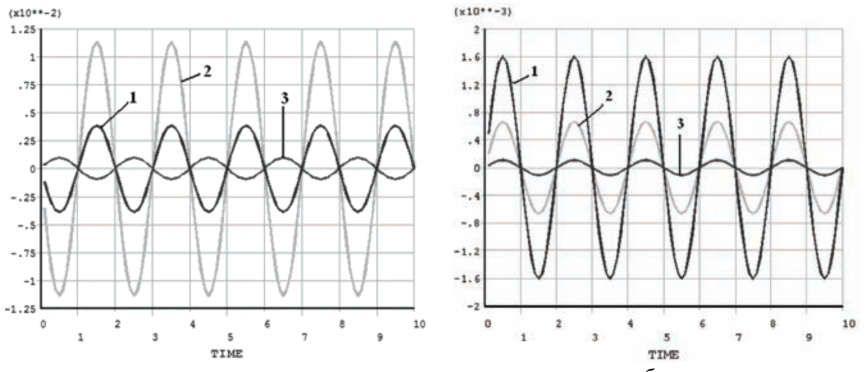
Однако, изменения трассировки, которые позволили бы снизить воздействие на трубопровод со стороны потока транспортируемой среды, невозможно выполнить при работающем блоке, а изменение режима подачи среды, как показывает практика, приведет к снижению расхода среды подаваемой в деаэратор, что, в свою очередь, снизит мощность энергоблока. Таким образом, единственным доступным способом снижения повышенной вибрации является установка дополнительных опор.

В районе пружинных подвесок 17, 18, 20, 23 (см. рис. 1) были установлены резиновые демпфирующие опоры [8] с жесткостями упругих связей $1 \cdot 10^3$ Н/м в направлении осей X1, X2. Зависимости перемещений от времени, зафиксированные в разных точках системы представлены на рис. 4-6. Результаты расчета вынужденных колебаний до (рисунки с индексом *а*) и после (рисунки с индексом *б*) установки дополнительных опор были получены при частоте возмущающих сил 0,5 Гц.



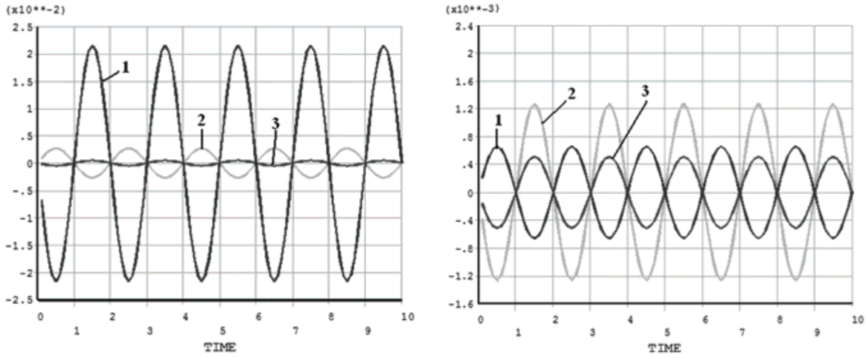
а *б*

Рисунок 4 – Перемещения в точке 5: *а* – до установки опор; *б* – после установки



а *б*

Рисунок 5 – Перемещения в точке 6: *а* – до установки опор; *б* – после установки



а *б*

Рисунок 6 – Перемещения в точке 7: *а* – до установки опор; *б* – после установки

Кривые 1 и 2 соответствуют перемещениям вдоль горизонтальных осей X1 и X2, а кривая 3 – по вертикальной оси X3. Анализ представленных результатов показывает, что уровень виброперемещений снизился на порядок после установки дополнительных опор.

Выводы

В результате проведенных исследований были определены динамические характеристики системы, сечения с наибольшей амплитудой колебаний, определены места установки демпфирующих элементов и разработанные рекомендации внедрены на практике, что позволило снизить уровень вибрации на порядок. Опыт эксплуатации энергоблока за последние шесть месяцев подтверждает правильность полученных решений.

Список литературы: **1.** *Вукалович М.П.* Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара / *М.П. Вукалович, С.Л. Ривкин, А.А. Александров*. – М.: Издательство стандартов, 1969. – 408 с. **2.** *Полищук С.М.* К расчету нестационарных процессов в трубопроводах крупных энергоблоков / *С.М. Полищук, Г.А. Лещинский* // Энергетика и электрификация. – 1991. – № 3. – С. 26-29. **3.** *Баранов А.Н.* Влияние системы регулирования на динамику движения двухфазных сред в трубопроводах крупных энергоблоков / *А.Н. Баранов, С.М. Полищук, А.С. Кипоренко, П.А. Сидоренко* // Вестник НТУ «ХПИ». – 2005. – Вып. 57. – С. 42-49. **4.** *Калинин Б.П.* К расчету параметров перегретого пара и вибрации трубопроводов крупных турбоагрегатов / *Б.П. Калинин, С.М. Полищук, Г.И. Канюк, А.А. Манузин* // Сборник научных трудов Севастопольского национального института ядерной энергии и промышленности. – 2003. – Вып. 9. – С. 83-90. **5.** *Г.А. Лещинский* Измерение переменного давления двухфазного потока в дренажных трубопроводах турбоустановок / *Г.А. Лещинский, С.М. Полищук* // Энергетика и электрификация. – 1982. – № 2. – С. 12-14. **6.** Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86). – М.: Энергоиздат, 1989, – 525 с. **7.** *Постнов В.А., Хархурим И.Я.* Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1974. – 341 с. **8.** *Кравцов Э.Д.* Расчет модуля упругости резиновых деталей машин // Труды Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 1996. – № 1. – С. 19-20.

Поступила в редакцию 20.02.2012

УДК 539.1

С. Н. ИСАКОВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТРУМЕНТОВ

Пропонується метод побудови амплітудно-частотної характеристики УЗ технологічного інструмента з використанням апроксимації нелінійної динамічної характеристики в зоні контакту. Розглянуто два випадки подачі УЗТІ – кінематична та силова. Проведено аналіз поведінки АЧХ при зміненні параметрів технологічного процесу.

Ключові слова: ультразвукові інструменти, нелінійні процеси, математичне моделювання, зона контакту.

Предложен метод построения амплитудно-частотной характеристики УЗ технологического инструмента с использованием аппроксимации нелинейной динамической характеристики в зоне контакта. Рассмотрены два случая подачи УЗТИ – кинематическая и силовая. Проведен анализ поведения АЧХ при изменении параметров технологического процесса.

Ключевые слова: ультразвуковой инструмент, нелинейные процессы, математическое моделирование, зона контакта.

The method of US technological instrument amplitude-frequency characteristic construction with the use of nonlinear dynamic description approximation in the contact zone is proposed. Two cases of USTI supplying - kinematics and power are considered. The analysis of AFC at the change of technological process parameters is conducted.

Keywords: ultrasonic instruments, nonlinear processes, mathematical design, contact zone .

Описание проблемы. Отдельные составные части и элементы ультразвуковых (УЗ) технологических инструментов (УЗТИ), имеют между собой силовые, кинематические и инерционные связи, а также используют различные системы управления, в том числе, и с обратной связью. Во многих случаях явления, происходящие в таких системах, в принципе не могут быть исследованы с помощью линейных моделей. Возникновение нелинейности обусловлено различными факторами:

- нелинейностью упругих (жесткостных) характеристик отдельных элементов и материалов;
- нелинейностью внешних сил, нагружающих рабочие органы
- нелинейностью системы управления.

Большинство технологических процессов, выполняемых с использованием УЗТИ, отличаются тем, что на рабочий орган кроме формообразующего движения подачи относительно обрабатываемого изделия или среды сообщаются высокочастотные колебания определенного направления, частоты и интенсивности. Ультразвуковые установки и аппараты относятся к общему классу высокочастотных вибрационных систем, однако они выделяются в отдельную группу по следующим основным причинам. Первая определяется принципиальными особенностями поведения материалов и сред в ультразвуковом поле. Вторая причина обусловлена спецификой конструктивных особенностей основных элементов таких систем, которые представляют собой сложные составные колебательные системы прямолинейной, криволинейной и объемной формы, составленные, как правило, из неоднородных участков активных и пассивных материалов и работающие в режиме высокоскорстного резонансного нагружения в условиях плотного и кратного спектра частот.

Основные соотношения. Наиболее распространенным подходом к анализу динамических нелинейных процессов УЗТИ является исследование так называемой силовой динамической характеристики $f = f(u,\dot{u})$ колебательного процесса [1], которую после проведения гармонической линеаризации записывают в виде:

$$f_l(u_l,\dot{u}_l) \approx P_l(v,a_l) + [k(v,a_l) + j\omega b(v,a_l)]u^0 . \qquad (1)$$

где v – скорость подачи; $u^0(t)$ – колебательная составляющая перемещения, $\widehat{a}_l$ – комплексная амплитуда колебаний. При этом перемещение рабочего органа в зоне контакта представляется как:

$$u(t) \approx vt + u^0(t) = vt + \widehat{a}\exp(j\omega t) , \qquad (2)$$

Представляя уравнение колебаний УЗТИ под нагрузкой в виде:

$$u(t) = u^*(t) - L(p)f(u,\dot{u}), \qquad (p = \partial/\partial t) \qquad (3)$$

где $\widehat{a}^*(\omega)$ – комплексная амплитуда колебаний без нагрузки, а $L(p)$ – оператор динамической податливости системы в зоне обработки, при $p = j\omega$, уравнение для комплексной амплитуды колебаний в зоне обработки записывается в виде:

$$\widehat{a} = \frac{\widehat{F}(\omega)}{W(j\omega) + k(v,a) + j\omega b(v,a)} , \qquad (4)$$

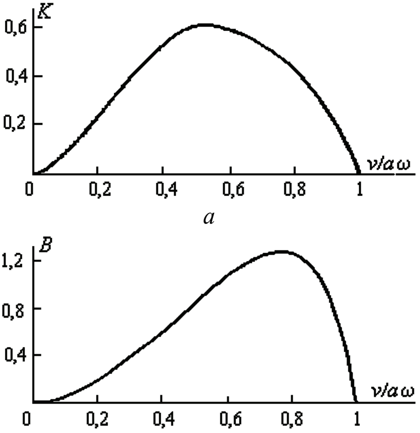
где $W(j\omega) = L^{-1}(j\omega)$ – динамическая жесткость системы; $\widehat{F}(\omega) = a^*(\omega)W(j\omega)$ – эквивалентная возбуждающая сила, создаваемая преобразователем УЗТИ.

Коэффициенты k и b описываются формулами:

$$k(v,a) = \frac{D\omega}{\pi v}K\left(\frac{v}{a\omega}\right); \qquad b(v,a) = \frac{D}{\pi v}B\left(\frac{v}{a\omega}\right), \qquad (5)$$

где D – сила, прикладываемая к инструменту при обработке в отсутствии ультразвуковых колебаний.

Графики функций $K(v/a\omega)$ и $B(v/a\omega)$ показаны на рис. 1, а представленные на рис. 2 графики позволяют установить связь между постоянной составляющей силы воздействия в зоне обработки P и скорости v обработки в зависимости от параметров УЗТИ.



б

Рисунок 1 – Графики функций:
а – *K*(*v*/*a*ω); *б* – *B*(*v*/*a*ω)

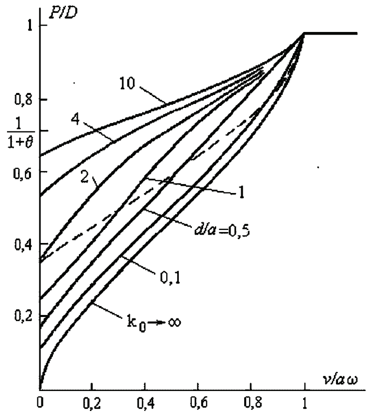


Рисунок 2 – Зависимости *P*/*D* от *v*/*a*ω

Уравнение для нахождения амплитуды колебаний представляется в виде:

$$a\omega = \left| \frac{\omega \cdot F(\omega)}{U(\omega) + k(v, a\omega) + j\left[V(\omega) + \omega b(v, a\omega)\right]} \right|, \tag{6}$$

где $U(\omega) = \mathrm{Re}\,W(j\omega)$, $V(\omega) = \mathrm{Im}\,W(j\omega)$, а для его решения используется графический прием, позволяющий построить амплитудно-частотную зависимость УЗТИ.

Конструктивные особенности колебательной системы УЗТИ с нелинейной нагрузкой определяют разнообразие возможных конфигураций резонансных кривых, конкретный вид которых зависит от соотношения между упругими и диссипативными параметрами колебательной системы и технологической нагрузки, используемыми и обрабатываемыми материалами, типом подачи инструмента – кинематической или силовой и прочим.

Математическое моделирование динамического состояния УЗТИ. УЗТИ работают в режиме высокоскоростного резонансного нагружения, при этом генерируемые за счет пьезоэффекта в преобразователе пьезосилы определяют особенности вектора «внешней» нагрузки.

Используя подходы, описанные в [2, 3], с учетом представления нелинейной динамической характеристики в зоне контакта в виде (1), уравнение резонансной кривой может быть представлено в виде:

$$a = \frac{P^*}{\sqrt{\left[\left(c - m\omega^2\right) + k(\nu, a\omega)\right]^2 + \left[\dfrac{\Delta W(a)}{\pi a^2} + \omega b(\nu, a\omega)\right]^2}}, \tag{7}$$

где

$$\vec{v}(\vec{x},t)=\sum_{i=1}^{N}\vec{y}_i(\vec{x})\,\eta_i(t)\,; \tag{8}$$

$\vec{y}_i(\vec{x})$ – собственные формы колебаний,

$$P^{*}=\int_V(\vec{f},\vec{y})dV\,, \tag{9}$$

$$c=\int_V(C\vec{y},\vec{y})dV\,;\qquad m=\int_V(M\vec{y},\vec{y})dV\,;\qquad \omega_0^2=\frac{c}{m}\,, \tag{10}$$

$\Delta W=\int_V\Psi\sigma_i^2dV$ – энергия, рассеиваемая в системе за цикл колебаний в соответствии с представлением Давиденкова, где Ψ – коэффициент, определяемый экспериментально, σ_i – интенсивность напряжений.

Для преобразователя, состоящего из пьезокерамических шайб, поляризованных по толщине, «внешнюю» нагрузку можно записать в виде:

$$f=\sigma_p F_{pc}\,, \tag{11}$$

где F_{PC} – площадь пьезошайбы, а напряжения, возникающие вследствие пьезоэффекта, определяются как

$$\sigma_P=e_P E_{PC}\,, \tag{12}$$

где e_P – пьезомодуль пьезокерамики, E_{PC} – напряженность электрического поля.

Коэффициенты $k(v/a)$ и $b(v/a)$, характеризующие эквивалентные упругую и диссипативную составляющие нелинейной нагрузки, определяются по формулам (5) в соответствии с графиками рис. 1.

Аппроксимируя графики зависимостей K и B в виде разложения в ряд:

$$K=\sum_{i=1}^{M}k_i\left(\frac{\nu}{a\omega}\right)^i;\quad B=\sum_{i=1}^{M}b_i\left(\frac{\nu}{a\omega}\right)^i \tag{13}$$

и учитывая зависимости:

$$m=a^2\overline{m};\quad c=a^2\overline{c};\quad \Delta W=a^2\Delta\overline{W};\quad P^{*}=a^2\overline{P}\,, \tag{14}$$

где $\overline{m}$, $\overline{c}$, $\Delta\overline{W}$ и $\overline{P}$ – значения рассчитанные при $a=1$, уравнение резонансной кривой (7) для случая кинематической подачи может быть представлено в виде:

$$a=\frac{a^2\overline{P}}{\sqrt{\left[a^2\overline{m}\left(\omega_0^2-\omega^2\right)+\frac{D\omega}{\pi\nu}\sum_{i=1}^{M}k_i\left(\frac{\nu}{a\omega}\right)^i\right]^2+\left[\frac{\Delta\overline{W}}{\pi}+\frac{\omega D}{\pi\nu}\sum_{i=1}^{M}b_i\left(\frac{\nu}{a\omega}\right)^i\right]^2}}\,. \tag{15}$$

Зависимости (13) с достаточной степень точности аппроксимируются полиномом четвертого порядка, при этом коэффициенты разложения

k1 = -0,1;   k2 = 8,0167;   k3 = -13,75   и   k4 = 5,8333.
b1 = 0,1042;   b2 = 2,2396;   b3 = 6,7708   и   b4 = -9,1146.

В случае силовой подачи для большинства практических случаев скорость резания может быть представлена зависимостью:

$$\frac{\nu}{\omega a} = d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left(\frac{P}{D} \right)^2 , \qquad (16)$$

где коэффициент d_1 и d_2 определяется в соответствии с графиками рис. 2, исходя из свойств обрабатываемого материала. Тогда, уравнение резонансной кривой (7) для случая силовой подачи может быть представлено в виде:

$$a = \frac{a^2 \overline{P}}{\sqrt{\left[a^2 \overline{m} \left(\omega_0^2 - \omega^2 \right) + G_k \right]^2 + \left[\frac{\Delta \overline{W}}{\pi} + G_b \right]^2}};$$

$$G_k = \frac{D}{a\pi \left(d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left(\frac{P}{D} \right)^2 \right)} \sum_{i=1}^{M} k_i \left(d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left(\frac{P}{D} \right)^2 \right)^i ; \qquad (17)$$

$$G_b = \frac{D}{a\pi \left(d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left(\frac{P}{D} \right)^2 \right)} \sum_{i=1}^{M} b_i \left(d_1 \frac{P}{D} + d_2 \left(\frac{P}{D} \right)^2 \right)^i .$$

Уравнения (15) и (17) позволяют построить амплитудно-частотные характеристики для обоих случаев подачи УЗТИ.

Исследование УЗТИ для обработки хрупких материалов. Рабочая модель УЗТИ представлена на рис. 3, пассивная часть которой изготовлена из титанового сплава ВТ-31, а активная – из пьезокерамических элементов ЦТССт-3.

При напряжении 200 В на электродах пьезошайб (наружный диаметр – 30 мм, внутренний диаметр – 12 мм и ширина – 5 мм) без нагрузки рабочая частота системы 27,5 кГц. Распределение перемещений по длине системы представлено на рис. 4, а потенциала по длине пьезопакета – на рис. 5.

При отсутствии нагрузки амплитудно-частотная характеристика УЗТИ представлена на рис. 6.

При использовании в технологическом процессе кинематической схемы подачи, когда инструмент перемещается с постоянной скоростью *v*, характер изменения АЧХ в зависимости от величины отношения *v* к «ультразвуковой» скорости рабочего наконечника a*ω, представлен на рис. 7.

Характер изменения АЧХ свидетельствует о том, что при увеличении скорости подачи более, чем на 40 % относительно a*ω приводит к «загибу»

АЧХ и появлению зоны неустойчивости, что подтверждается практическим опытом использования аналогичного оборудования и что, в конечном итоге, может приводить при эксплуатации таких систем к резкому снижению амплитуд УЗ колебаний инструмента в зоне обработки при переходе на устойчивую ветвь АЧХ и, соответственно, к снижению эффективности всего технологического процесса в целом.

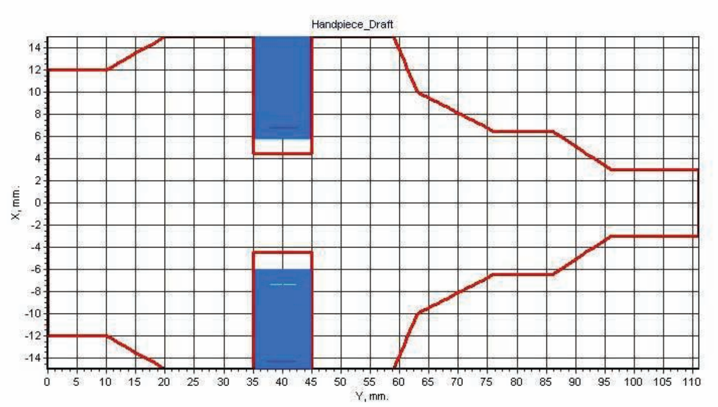


Рисунок 3 – Рабочая модель технологической УЗ ССС

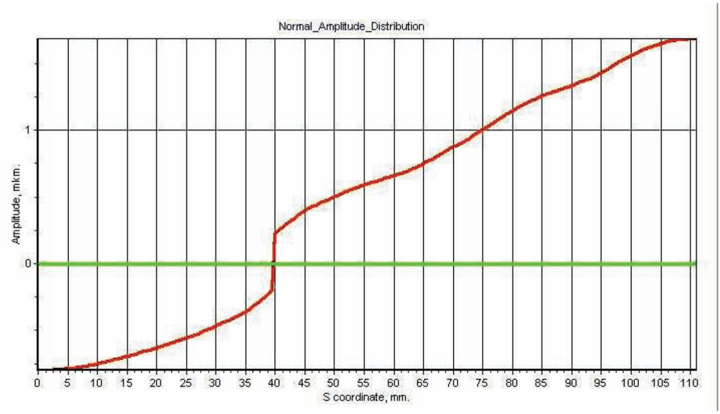


Рисунок 4 – Распределение перемещений по длине системы

Это обстоятельство необходимо учитывать при проектировании системы автоматического регулирования УЗТИ.

Исследование динамических характеристик технологической УЗТИ при силовой схеме подачи, когда к инструменту прикладывается постоянное усилие P, характер изменения АЧХ в зависимости от величины отношения P/D представлен на рис. 8.

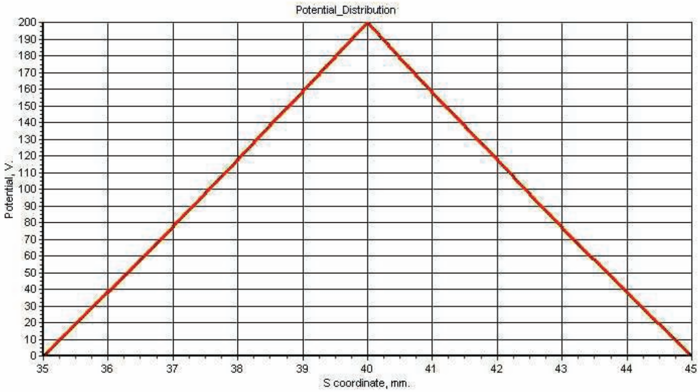
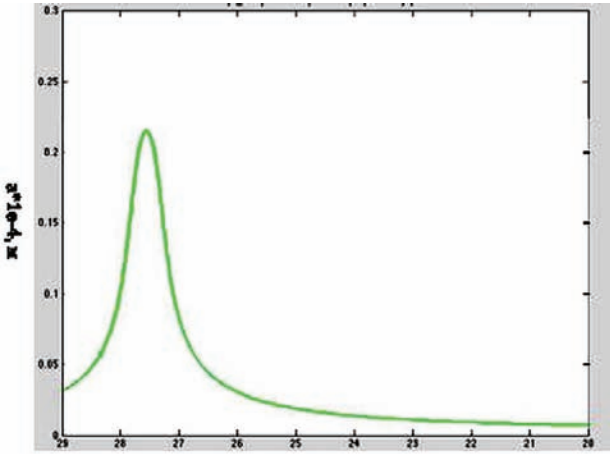


Рисунок 5 – Распределение потенциала по длине пьезопакета

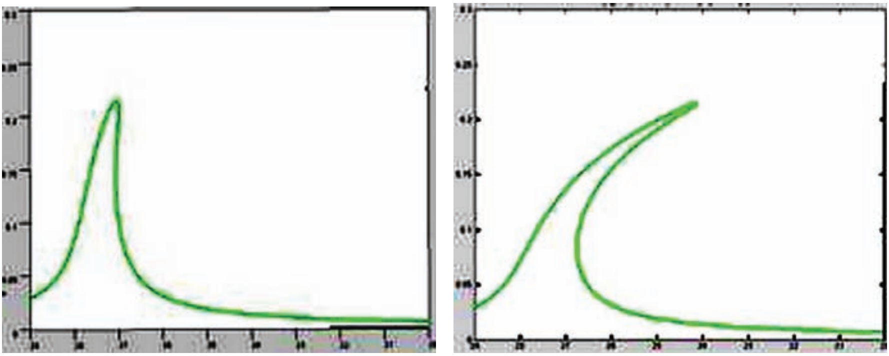


Частота, кГц

Рисунок 6 – АЧХ УЗТИ без нагрузки

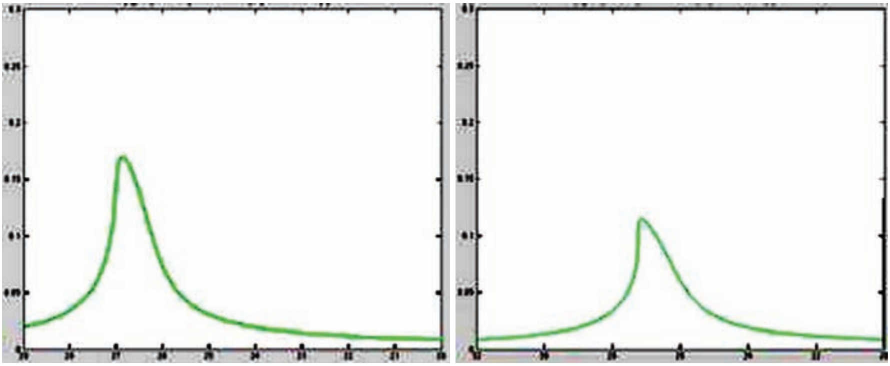
Увеличение усилия подачи до критического значения $P_{кр}$ приводит к смещению резонансной кривой в сторону больших частот и снижению амплитуды колебаний рабочего наконечника, а при превышении критического значения $P_{кр}$ может привести к «срыву» на неустойчивую ветку, когда поддержание резонансного режима всей системы оказывается невозможным, а для его восстановления необходимо будет разгрузить систему, что скажется на производительности технологической операции.

Разработанные математические модели, методы расчетов и алгоритмы могут быть в дальнейшем использованы при разработке и проектировании новых образцов ультразвуковой техники, применяемой в машиностроении, медицине, приборостроении и других областях.



а *б*

Рисунок 7 – Изменение характера АЧХ УЗТИ при кинематической схеме подачи: *а* – $V/(a^*\omega) = 0{,}35$; *б* – $V/(a^*\omega) = 0{,}7$



а *б*

Рисунок 8 – Изменение характера АЧХ УЗТИ при силовой схеме подачи: *а* – $P = 30\ \%\ P_{кр}$; *б* – $P = 90\ \%\ P_{кр}$

Список литературы: **1.** *Асташев В.К.* О нелинейной динамике ультразвуковых технологических процессов и систем // Научно-технический журнал «ВНТР», Национальная Технологическая Группа. – М: 2007. – №2. – С. 123-127. **2.** *Исаков С.Н, Исаков А.С., Марусенко С.И.* Вынужденные колебания высокочастотных структурно-связанных систем // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Х.: 2009. – № 4/10 (40). – С. 41-44. **3.** *Автономова Л.В., Исаков С.Н.* Управление параметрами технологического процесса структурносвязанной акустической системы // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Х.: 2008. – № 1/5 (31-2008). – С. 3-6.

Поступила в редколлегию 04.10.2012.

УДК 519:539:534

С.В. КРАСНИКОВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ФУНДАМЕНТА ПРИ ГИДРОИСПЫТАНИЯХ ТУРБОАГРЕГАТА

Наводяться результати розрахунку напружено-деформованого стану фундаменту турбіни потужністю 200 МВТ при гідростатичному навантаженні та порівняння з аналогічними характеристиками при стаціонарному навантаженні. Визначені найбільш небезпечні місця при даному навантаженні. Моделювання й розрахунки виконані за допомогою методу скінченних елементів.

Ключові слова: напружено-деформований стан, гідростатичне навантаження, метод скінченних елементів.

Приводятся результаты расчета напряженно-деформированного состояния фундамента турбины мощностью 200 МВТ при гидростатическом нагружении и сравнение с аналогичными характеристиками при стационарном нагружении. Определены наиболее опасные места при рассматриваемом нагружении. Моделирование и расчеты выполнены с помощью метода конечных элементов.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, гидростатическое нагружение, метод конечных элементов.

Results of the calculation of the stress-strain state of the foundation of a 200 MW turbine under hydrostatic loading and compared with similar data for stationary are described. Identified the most dangerous places in the considered are given. Modelling and calculations were performed using the finite element method.

Keywords: stress-strain state, hydrostatic loading, finite element method.

Вступление. Современная практика использования энергетического оборудования тепловых электростанций связана с наличием значительного износа и работой в нестандартных режимах. Надежность работы фундамента и оборудования в этих режимах в большинстве случаев проверяется экспериментально. В результате этого подтверждается высокая отказоустойчивость или появляются различные дефекты. Определение местоположения дефектов экспериментально часто требует проведения замеров в труднодоступных местах. Поэтому проведение расчетных исследований напряженно-деформированного состояния фундамента при нестандартных режимах является важной и актуальной задачей.

Цель работы. Определение напряженно-деформированного состояния фундамента при гидроиспытаниях и сравнение полученных характеристик с распределением напряжений и деформаций при стандартном стационарном нагружении.

Расчетная модель. Моделирование фундамента выполнено на основе метода конечных элементов [1, 2] и описано в статье [3].

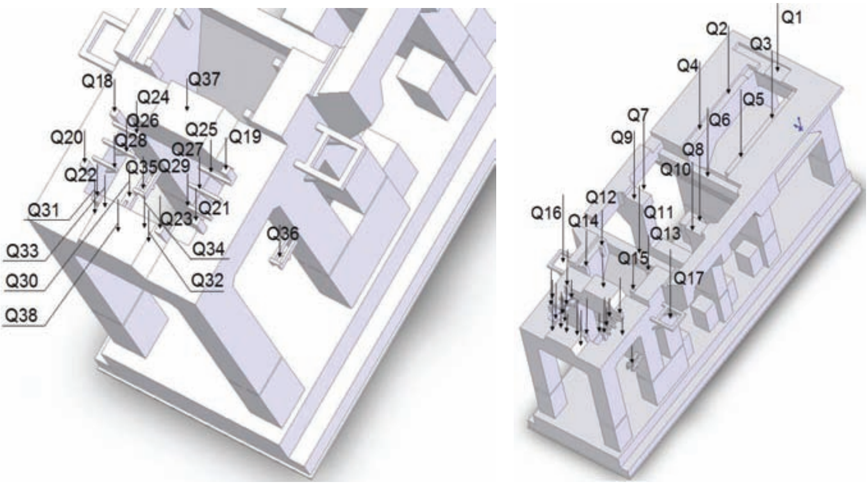


Рисунок 1 – Схема приложения вертикальных стационарных нагрузок

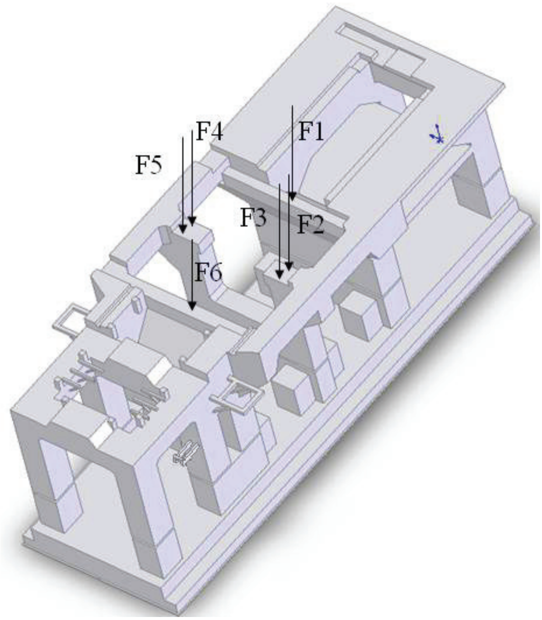


Рисунок 2 – Схема приложения временных нагрузок при гидроиспытаниях

При гидроиспытаниях вакуумной системы турбины к стационарным нагрузкам добавляются временные нагрузки. Они направлены преимущественно вертикально. Величина этих сил определяется в соответствии с весом жидкости. Схема приложения на фундамент стационарных нагрузок показана на рис. 2, а временных при гидроиспытаниях на рис. 2. Коэффициент перегрузки от заполняющей жидкости при гидравлическом испытании в соответствии с рекомендациями РТМ 108.021.102-85 принят 1.0. Величины нагрузок для турбины 200 МВТ следующие: F1 = 205 т, F6 = 230 т, остальные (F2, F3, F4, F5) по 82 т. Площадки с индексами нагрузки Q16-17, Q19- 29, Q35-36 изготовлены из стали марок Ст. 3 и Ст. 5. Материал для остальных площадок – железобетон.

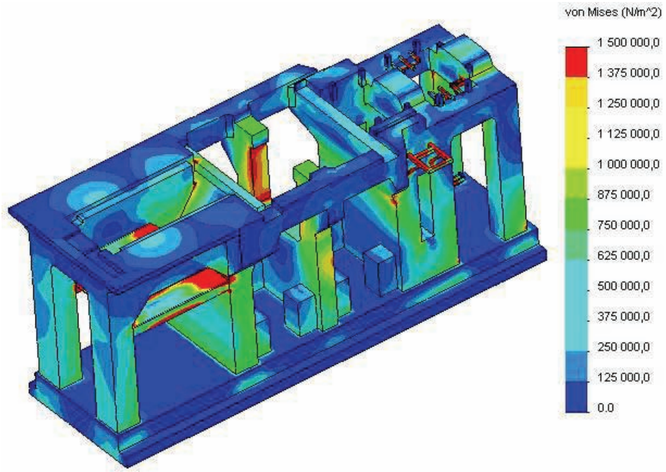


Рисунок 3 – Распределение напряжений при нагрузках гидроиспытании

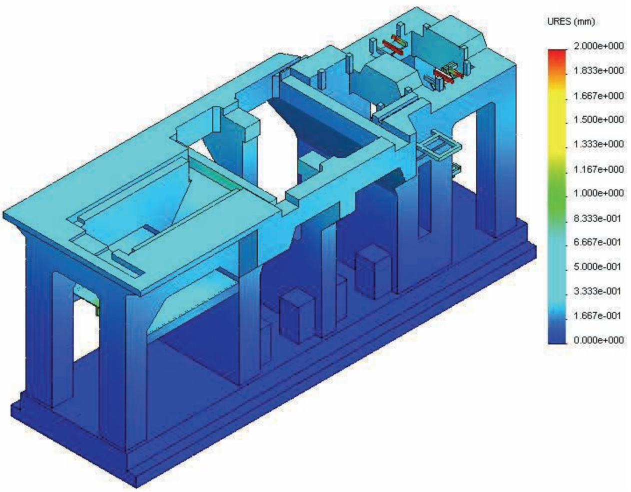


Рисунок 4 – Распределение перемещений при гидроиспытании

Результаты расчетов и анализ. На рис. 3-5 показано распределение напряжений и перемещений, а в таблице приведено сравнение напряжений при стационарных и временных (при гидроиспытаниях) нагрузках.

Сравнение максимальных напряжений при постоянных и временных нагрузках на площадках нагружения

Обозначение силы	Максимальное напряжение, МПа		Различие	
	Постоянные нагрузки	Временные нагрузки	МПа	%
Q1	0,136	0,137	0,001	0,7
Q2 - Q5	0,478	0,536	0,058	12,1
Q6	1,378	1,673	0,295	21,4
Q7 - Q10	0,480	0,894	0,414	86,3
Q11	0,595	0,569	0,026	4,4
Q12-Q15,Q18-Q23	0,076	0,076	0	0,0
Q37	0,526	0,528	0,002	0,4
Q16,Q17	8,870	9,910	1,04	11,7
Q38,Q31-Q34	0,650	0,651	0,001	0,2
Q24,Q25	0,640	0,750	0,11	17,2
Q28,Q29	33,140	33,810	0,67	2,0
Q26,Q27	24,200	24,500	0,3	1,2
Q30	19,700	19,900	0,2	1,0
Q35,Q36	12,700	12,150	0,55	4,3
Q39-Q46	1,143	1,215	0,072	6,3

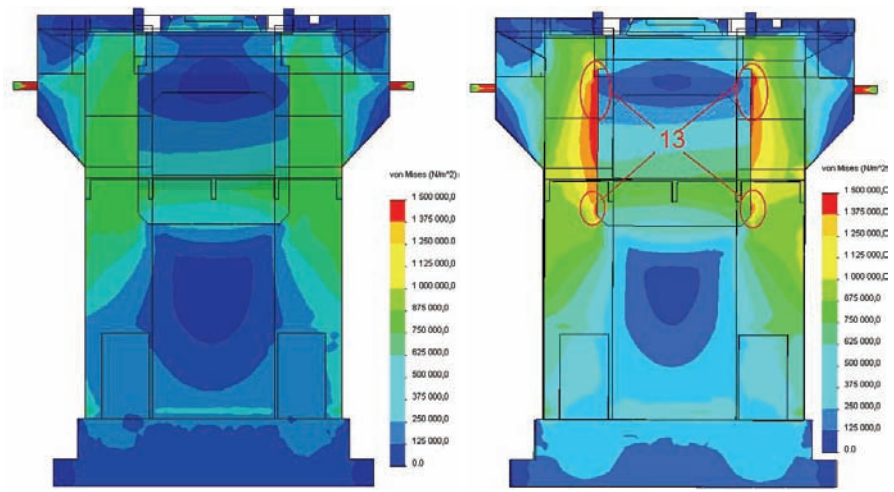


Рисунок 5 – Распределение напряжений при стационарном нагружении (слева) и гидроиспытании (справа)

Максимальные величины перемещений и деформаций при постоянных и временных нагрузках одинаковы и равны 2 мм и 0,00005 соответственно. Картины распределений перемещений и деформаций одинаковы.

Максимальная величина напряжений на элементах фундамента: при стационарных нагрузках – 92,606 МПа, при временных нагрузках – 92,759 МПа. Отличие составляет 0,153 МПа или 0,17 % и является математической погрешностью расчета. Место максимальных значений напряжений не изменилось - стальные элементы фундамента, расположенные со стороны ЦВД (места нагрузок Q24-29).

Картина распределения напряжений имеет заметные отличия вблизи приложения временных нагрузок. Наибольшие изменения в местах расположения площадок Q6-10, Q16-17, Q24-25. Максимальные изменения в местах Q7-10 (опоры центральной части ЦНД) и составляют увеличение на 86 % (0,414 МПа).

Выводы. Проведенный анализ напряженно-деформированного состояния фундамента показал незначительное влияние нагрузок гидроиспытания на распределение и величины перемещений и деформаций. Этот тип нагружения не приводит к увеличению значений максимальных напряжений и оказывает влияние на распределение напряжений. Наибольшие изменения в области опор ЦНД (увеличение значений напряжений до 86 %).

Список литературы: 1. *Красніков С.В., Степченко О.С., Торянік А.В.* Комп'ютерне моделювання багатокорпусного турбоагрегату та аналіз його вібраційних характеристик // Машинознавство. – Л.: Кінпатрі, 2009. – № 2. – С. 27-33. **2.** *Шульженко Н.Г., Воробьев Ю.С.* Численный анализ колебаний систем турбоагрегат-фундамент. – К.: Наукова думка, 1991. – 232 с. **3.** *Красніков С.В.* Моделювання напружено-деформованого стану фундаменту турбоагрегату 200 МВт // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2011. – № 63. – С. 54-58.

Поступила до редколлегии 11.07.2012

УДК 539.374

Н.Т. КУРБАНОВ, канд. физ.-мат. наук, доцент, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан;
У.С. АЛИЕВА, Сумгаитский государственный университет, Азербайджан

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ВЯЗКОУПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ

У статті розглядається задача про динамічну стійкість в'язкопружних стрижнів для будь-якого спадкового ядра. Досліджено на малій в'язкості методом комплексного перетворення Лапласа.
Ключові слова: комплексне перетворення Лапласа, динамічна стійкість.

В статье рассматривается задача о динамической стойкости вязкоупругих стержней для любого наследственного ядра. Исследовано на малой вязкости методом комплексного преобразования Лапласа.
Ключевые слова: комплексное преобразование Лапласа, динамическая стойкость.

In article the problem about dynamic stability of viscoelastic cores for any hereditary kernels is investigated at small viscosity by a method of integrated transformation of Laplas.
Keywords: integral Laplace transform, dynamic stability.

Одной из основных динамических задач вязкоупругости является задача о колебании вязкоупругих систем. При решении задач колебаний вязкоупругих элементов конструкции применяются различные методы (метод усреднения, метод интегральных преобразований и т.д.). В данной статье методом интегрального преобразования Лапласа решается задача о динамической устойчивости вязкоупругих стержней для произвольных наследственных функций при малой вязкости.

Как известно поперечные колебания вязкоупругого стержня длиной l, сжатого под действием внешней нагрузки $f(t,x)$ имеет вид:

$$EI\frac{\partial^4 u(x,t)}{\partial x^4}+P(t)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+m\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=EI\varepsilon\int_0^t R(t-\tau)\frac{\partial^4 u(x,\tau)}{\partial x^4}d\tau+f(x,t), \quad (1)$$

где m – масса единицы длины стержня, E – модуль упругости, I – момент инерции поперечного сечения стержня относительно нейтральной оси сечения перпендикулярной к плоскости колебаний $u(t,x)$ – поперечный прогиб, $P(t)$ – продольная сила, действующая на стержень, $f(t,x)$ – интенсивность внешней распределенной нагрузки, $R(t)$ – функция релаксации, ε – некоторый малый параметр.

Предположим что, концы стержня закреплены шарнирно, тогда граничные условия будут в виде:

$$u(x,t)=0,\ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0 \quad \text{при } x=0;$$
$$u(x,t)=0,\ \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}=0 \quad \text{при } x=l. \qquad (2)$$

Начальные условия принимаем в виде:

$$u(x,t)=\vartheta_0,\ \ \frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=\vartheta_0' \ \text{ при } t=0,. \qquad (3)$$

где ϑ_0 и ϑ_0' постоянные.

Решение уравнения (1) будем искать в виде суммы по собственным функциям

$$u(x,t)=\sum_{k=1}^{n}\vartheta_k(t)\varphi_k(x). \qquad (4)$$

Применяя процедуру Бубнова-Галеркина к уравнению (1) и переходя к безразмерным величинам

$$\frac{x}{l};\ \frac{u}{l};\ \frac{t}{\sqrt{\frac{ml}{EI}}};\ R(t)\sqrt{\frac{ml^4}{EI}}.$$

Сохраняя для этих величин прежнее обозначения при $f(t,x)=0$; $P(t)=0$, получаем следующие дифференциальные уравнения:

$$\varphi_k^{IV}(x)-\omega_k''\varphi_k(x)=0,\ \ k=1,2,... \qquad (5)$$

$$\ddot{\vartheta}_k(t)+\omega_k^4\left[\vartheta_k(t)-\varepsilon\int_0^t R(t-\tau)\vartheta_k(\tau)d\tau\right]=0\ . \qquad (6)$$

Решая первое уравнение с соответствующими граничными условиями, находим собственные функции $\{\varphi_k(x)\}$ и собственные значения $\{\omega_k\}$ рассматриваемой краевой задачи. В частности в данном случае имеем граничные условия (2). При этом для существования ненулевого решения находим:

$$\sin\omega l=0;\ \ \omega l=\pi k,\ \ k=1,2,3,...$$

Это уравнение частот. Отсюда находим собственные частоты

$$p_k=\frac{k^2\pi^2}{l^2}\sqrt{\frac{El}{m}}\ .$$

Тогда собственные функции будут иметь вид:

$$\varphi_k(x)=B_k\sin\frac{\pi kx}{l}\ .$$

Из выше изложенного выходит, что решение поставленной задачи сводится к решению интегро-дифференциального уравнения (6) при условии

$$\vartheta_k(t)=\vartheta_0\,,\quad \frac{\partial\vartheta_k(t)}{\partial t}=\vartheta_0^1 \quad \text{при } t=0\,. \tag{7}$$

Применяя интегральное преобразование Лапласа по времени t к интегро-дифференциальному уравнению (6) и учитывая условие (7), получаем:

$$\overline{\vartheta_k}(p)=\frac{p\,\vartheta_0+\vartheta_0^1}{p^2+\omega^4-\varepsilon\omega^4\overline{R}(p)}\,. \tag{8}$$

Здесь чертой сверху обозначено преобразование Лапласа одноименных функций с параметром p

$$\overline{f}(p)=\int_0^\infty f(t)e^{-pt}dp\,;\ \operatorname{Re}p>0\,.$$

Здесь при малых значениях времени параметр p является достаточно большим, и в рассматриваемом материале с мгновенной упругостью, изображение ядра релаксации $\overline{R}(p)$ с увеличением p стремится к нулю. С другой стороны у жестких полимеров и композиционных материалов вязкое сопротивление мало по сравнению с упругими. Значит, на основании свойств интегральное преобразование Лапласа в указанных интервалах величина $\left|\varepsilon\overline{R}(p)\right|$ будет мала.

Из этих соображений выходит что, неравенство

$$\left|\frac{\varepsilon\omega^4\overline{R}(p)}{p^2+\omega^4}\right|<1$$

будет верным для любого времени t.

Тогда формулу (8) можем представить в следующем виде:

$$\overline{\vartheta_k}(p)=\frac{p\,\vartheta_0+\vartheta_0^1}{p^2+\omega^4}\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{\varepsilon\omega^4\overline{R}(p)}{p^2+\omega^4}\right)^n\,. \tag{9}$$

Применяя процедуру, выполненных в работе [5] получаем:

$$\overline{\vartheta_k}(p)=\frac{p\,\vartheta_0+\vartheta_0^1}{\overline{a}(p)-\varepsilon\omega^4\overline{b}(p)}\,;\qquad \overline{a}(p)=\left(p+\frac{1}{2}\varepsilon R_s\omega^2\right)^2+\omega^4\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)^2;$$

$$\overline{b}(p)=\overline{R}(p)+R_s\frac{p}{\omega^2}+R_c+\frac{\varepsilon}{4}\left(R_s^2+R_c^2\right);$$

$$R_s=\int_0^t R(\tau)\sin\omega^2\tau d\tau\,;\quad R_c=\int_0^t R(\tau)\cos\omega^2\tau d\tau\,.$$

Аналогично вышеприведенному, при тех же значениях параметра p и следовательно времени t, можно доказать справедливость неравенства

$$\left|\frac{\varepsilon\omega^4\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}\right|<1\,.$$

Тогда для изображения решение получаем в виде:

$$\overline{\vartheta}_k(p)=\frac{p\vartheta_0+\vartheta_0^1}{\overline{a}(p)}\left[1+\varepsilon\omega^4\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}+\varepsilon^2\omega^8\frac{\overline{b}^2(p)}{\overline{a}^2(p)}+\varepsilon^3\omega^{12}\frac{\overline{b}^3(p)}{\overline{a}^3(p)}+\cdots\right] \qquad (10)$$

Оригинал первого члена этого ряда имеет вид:

$$\overline{\vartheta}_{k_1}(t)=\exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon R_s\omega^2 t\right)\times$$
$$\times\left[\vartheta_0\cos\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)t+\frac{\vartheta_0^1-0{,}5\varepsilon\omega^2R_s}{\omega^2(1-0{,}5\varepsilon R_c)}\sin\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)t\right]. \qquad (11)$$

Это первое приближенное решение поставленной задачи.

Из ряда (11) видно, что второе, третье и т.д. приближения в изображениях Лапласа определяется в следующем виде:

$$\overline{\vartheta}_{k_2}(p)=\varepsilon\omega^4\overline{\vartheta}_{k_1}(p)\cdot\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)};$$
$$\overline{\vartheta}_{k_3}(p)=\varepsilon\omega^4\overline{\vartheta}_{k_2}(p)\cdot\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}; \qquad (12)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\overline{\vartheta}_{k_n}(p)=\varepsilon\omega^4\overline{\vartheta}_{k_{n-1}}(p)\cdot\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}.$$

Нахождение оригинала отношения $\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}$ указано в работе [5] и имеет вид:

$$g(t)=L^{-1}\left[\frac{\overline{b}(p)}{\overline{a}(p)}\right]=R(t)\cdot\exp\left(-\frac{\varepsilon}{2}R_s\omega^2t\right)\times\frac{\sin\omega^2(1-0{,}5\varepsilon R_c)t}{\omega^2(1-0{,}5\varepsilon R_c)}+$$
$$+\frac{R_s}{\omega^2}\exp\left(-\frac{1}{2}\varepsilon R_s\omega^2t\right)\times$$
$$\times\left[\cos\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)t+\frac{d-0{,}5\omega^2\varepsilon R_s}{\omega^2(1-0{,}5\varepsilon R_c)}\sin\omega^2\left(1-\frac{1}{2}\varepsilon R_c\right)t\right]. \qquad (13)$$

где $d=\frac{R_c}{R_s}\omega^2+\frac{\varepsilon\omega^2}{4R_s}\left(R_s^2+R_c^2\right)$, тогда из (11) и (13) получаем:

$$\vartheta_{k_2}(t)=\varepsilon\omega^4\int_0^t\vartheta_{k_1}(t)g(t-\tau)d\tau;$$

$$\vartheta_{k_3}(t) = \varepsilon\omega^4 \int_0^t \vartheta_{k_2}(t) g(t-\tau)\, d\tau; \tag{14}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

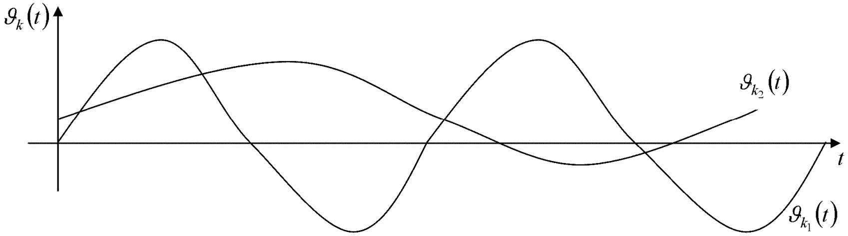
$$\vartheta_{k_n}(t) = \varepsilon\omega^4 \int_0^t \vartheta_{k_{n-1}}(t) g(t-\tau)\, d\tau.$$

Отсюда решение поставленной задачи определяется в следующем виде:

$$\vartheta_k(t) = \vartheta_{k_1}(t) + \varepsilon\omega^4 \int_0^t \left[\vartheta_{k_2}(t) + \vartheta_{k_3}(t) + \ldots + \vartheta_{k_n}(t)\right] g(t-\tau) d\tau\ .$$

Значит, оригиналы следующих приближений определяются в виде свертки функций.

Для вычисления влияния последующих членов ряда на решение рассмотрено ядро Ржаницина и построены графики функций $\vartheta_{k_1}(t)$ и $\vartheta_{k_2}(t)$ для конкретного материала полипропилена при $\omega = 1$; $\vartheta_0 = 0$; $\vartheta_0^1 = 1$ (см. рисунок).



Графики функций $\vartheta_{k_1}(t)$ и $\vartheta_{k_2}(t)$

Список литературы: 1. *Ильясов М.Х.* Нестационарные вязкоупругие волны. – Баку: Изд-во «Азерб. Хава Йоллары», 2011. **2.** *Гасанов А.Б.* Реакция механических систем на нестационарные внешние воздействия. – Баку «Элм», 2004. **3.** *Ларионов Г.С.* Исследование колебаний релаксирующих систем методом усреднения // Механика полимеров. – 1969. – № 5. **4.** *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. – М., Наука, 1977. **5.** *Ильясов М.Х., Курбанов Н.Т.* К решению интегро-дифференциального уравнения динамических задач линейной вязкоупругости // ДАН Азерб. ССР. – 1984. – № 5.

Поступила в редколлегию 27.06.2012

УДК 539.3

О. О. ЛАРІН, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПІ»;
О. О. ВОДКА, аспірант, НТУ «ХПІ»;
О. О. НАЗАРОВ, проректор, НУЦЗУ, Харків;
С. А. СОКОЛОВСЬКИЙ, здобувач, НУЦЗУ, Харків

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОРОЖНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛАВНОСТІ ХОДУ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ З НЕЛІНІЙНИМ ПІДРЕСОРЕННЯМ

В роботі представлені результати експериментальних досліджень коливань вантажу, що розміщений на спеціалізованому транспортному засобі (СТЗ) під час перевезень. Експерименти проведені у вигляді дорожніх випробувань. Конструкції СТЗ, що розглядаються має додатковий рівень підресорення з нелінійною характеристикою, що має квазінульову жорсткість. Порівняльний аналіз показав, що підресорення з квазінульовою жорсткістю дозволяє істотно знизити рівні вібрацій, а отже підвищити плавність ходу СТЗ.

Ключові слова: спеціалізований транспортний засіб, нелінійне підресорення, квазінульова жорсткість, плавність ходу.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований колебаний груза, который размещен на специализированном транспортном средстве (СТС) во время перевозок. Эксперименты проведены в виде дорожных испытаний. Конструкции СТС, которые рассматриваются, имеют дополнительный уровень подрессоревания с нелинейной характеристикой, которая имеет квазинулевую жесткость. Сравнительный анализ показал, что подрессоревание с квазинулевой жесткостью позволяет существенно снизить уровни вибраций, а следовательно повысить плавность хода СТЗ.

Ключевые слова: специализировано транспортное средство, нелинейное подрессоревание, квазинулевая жесткость, плавность хода.

The results of the experimental investigations of the vibrations during the transportations of the goods which are mounted on specialized vehicle (SV) are presented in the paper. As experiments the road tests have been done. The SV has additional level of cushioning with nonlinear characteristic, which has quasi-zero stiffness. Comparative analysis has shown that quasi-zero stiffness cushioning essentially reduce the level of goods vibrations, so magnifying the movement smoothing.

Keywords: specialized vehicle, nonlinear cushioning, quasi-zero stiffness, movement smoothing.

Вступ. В сучасному автомобілебудуванні велика увага приділяється зменшенню рівнів вібрацій у транспортних засобах під час перевезень. Сукупність властивостей ТЗ, що забезпечують віброзахист водія, пасажирів, вантажів, які перевозяться та власних агрегатів від впливу вібрацій, що виникають під час руху, прийнято називати плавністю ходу [1]. Забезпечення високих показників плавності ходу особливо актуально при перевезеннях небезпечних віброчутливих вантажів. Практично будь-яка галузь сучасної промисловості супроводжується використанням або виділенням тих чи інших небезпечних інгредієнтів, які несуть певну загрозу життю людей та безпеці навколишнього середовища при необхідності транспортування може бути визначена як небезпечний вантаж. Окремо слід відзначити проблему транспортування від місця знаходження до пункту утилізації застарілих боєприпасів та інших вибухонебезпечних предметів [2].

Для транспортування зазначених об'єктів зазвичай використовуються спеціалізовані візки-причепи (спеціалізовані транспортні засоби – СТЗ), конструкція яких оснащена ресорним підвішуванням [2]. Нажаль, традиційні системи підресорення візків-причепів не дозволяють отримати вібраційний вплив на вантаж на необхідному низькому рівні. В роботах [3-4] пропонується створити СТЗ, конструкція якого має додаткову ступінь підресорення, що має реалізовувати віброізоляцію вантажу. Зменшення динамічної реакції в коливальній системі може бути досягнуто шляхом зменшення жорсткості пружних елементів в цій системі [5]. Для звичайних пружин відповідна зміна жорсткості із збереженням несучої спроможності вимагає істотного збільшення розмірів. Проте використання пружин (або спеціально сконструйованих пружинних блоків) з нелінійною характеристикою дозволяє отримати певний проміжок роботи системи з суттєво малою жорсткістю за збереження компактних розмірів та необхідної несучої спроможності. Такі системи прийнято називати системами із квазінульовою жорсткістю.

Постановка задачі. В даній роботі розглядаються експериментальні дорожні випробовування вертикальних коливань вантажу, що розміщений на дослідному зразку СТЗ, який має дворівневу систему підресорення при чому другий рівень реалізує стан квазінульової жорсткості. Метою досліджень є визначення фактичного ефекту щодо покращення плавності ходу запропонованої системи у порівнянні із класичною конструкцією подібних причепів.

Конструкція дослідного зразку СТЗ із додатковою системою підресорення, яка має квазінульову жорсткість. Дослідний зразок СТЗ являє собою одновісний несамохідний причіп, що під'єднується до легкових автомобілів. Конструкція складається з однієї колісної вісі, несучої рами (кузова), ватажної платформи на якій розташовується вантаж та двох рівнів підресорення (рис. 1).

Перший рівень підресорення в конструкції має лінійну характеристику, що є традиційним для автомобілебудування (СТЗ, що оснащений лише одним рівнем підресорення, являє собою класичний причіп легкового автомобіля).

Для реалізації другого рівня підресорення на рамі причепа монтується за допомогою пружинного блоку (4, див. рис. 1) вантажна платформа на якій закріплюється небезпечний вантаж, що перевозиться. Пружинний блок має нелінійну характеристику із областю, що реалізує стан квазінульової жорсткості.

Конструктивно, даний блок був створений з циліндричних пружин стискання, які утворювали між собою ферму Мізеса (рис. 2).

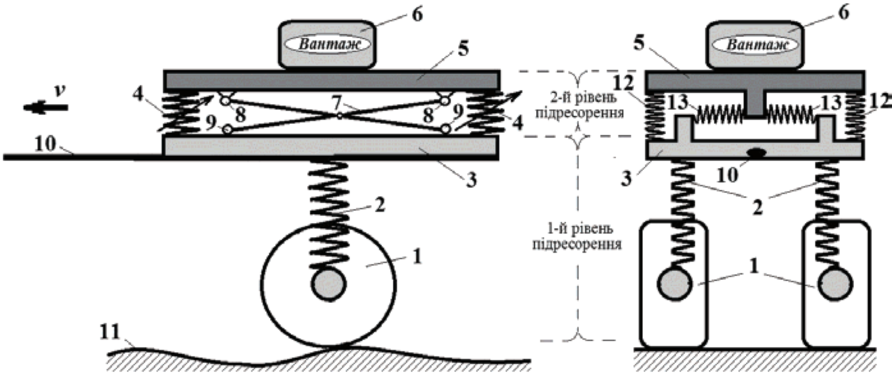
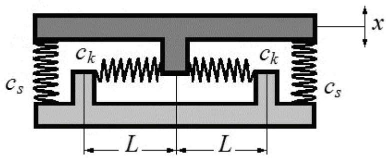


Рисунок 1 – Схема конструкції СТЗ, що досліджується:
1 – колеса візка, 2 – ресорне підвішування першого рівня (класичне), 3 – рама візка-причепа, 4 – пружинні блоки ресорного підвішування другого рівня, 5 – вантажна платформа, 6 – вантаж, 7 – важелі напрямного паралелограму, 8 – шарнірні кріплення важелів напрямного паралелограма, 9 – опорні котки (рухливі шарніри) важелів паралелограму, 10 – дишло, 11 – профіль дороги, 12, 13 – елементи пружинного блоку ресорного підвішування другого рівня



а

б

Рисунок 2 – Схема конструкції (*а*) та фотографія дослідного зразку (*б*) другої ступені ресорного підвішування, що реалізує квазінульову жорсткість

Нелінійнійна характеристика даної системи сформована геометричними співвідношеннями між деформацією горизонтальних пружин та вертикальними переміщеннями. Причому горизонтальні пружини повинні бути попередньо у стисненому стані. Якщо ввести позначення L – довжина пружини у горизонтальному стисненому положенні, Δ – величина попереднього стискання, c_s – жорсткість пружин вертикальних, c_k – жорсткість пружин горизонтальних, x – вертикальне переміщення платформи із вантажем, то нелінійна приведена пружна сила, що виникатиме в пружинному блоці матиме вигляд:

$$F_{nl}(x) = 2 \cdot c_k \cdot x \left(1 - \frac{L + \Delta}{\sqrt{L^2 + x^2}} \right) + 2 \cdot c_s \cdot x \ . \tag{1}$$

На рис. 3 наведено графік залежності нелінійної пружної сили F_{nl} від вертикальних переміщень платформи.

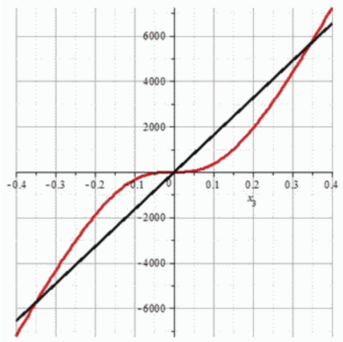


Рисунок 3 – Нелінійна пружна сила

Для наочності на графіку побудована лінійна пружна сила, що утворюється при демонтажі горизонтальних пружин коректорів жорсткості. Величини жорсткості та геометричні розміри були взяті у відповідності до величин, що були застосовані у дослідному зразку СТЗ.

Наведена залежність нелінійної пружної сили вказує на наявність області із квазінульовою жорсткістю: це інтервал переміщень ±0,1 м. Крім того в межах переміщень ±0,3 м горизонтальні коректори забезпечують меншу пружну силу ніж лінійна компоновка без коректорів жорсткості. Окремо слід зазначити, що із збільшення можливих переміщень в жорсткість даної системи різко зростає, що призведе до протилежного відносно віброізоляції ефекту.

Слід також відмітити, що нелінійна характеристика матиме область із квазінульовою жорсткістю лише у випадку, якщо жорсткості пружин та їх попереднє стискання будуть у раціональному співвідношенні:

$$c_s \, L = c_k \, \Delta. \tag{2}$$

Результати дорожніх випробувань вертикальних коливань вантажної платформи СТЗ. Дослідний зразок візка (із макетом небезпечного вантажу на ньому) підчас дорожніх досліджень був закріплений у якості причепа до автомобіля УАЗ, який рухався із заданою швидкістю (рис. 4). Платформа була попередньо навантажена (вантаж 100 кг), що реалізує робочі масові характеристики при перевезеннях та реалізує у системі внаслідок присутності додаткових сил тяжіння, необхідне базове положення рівноваги.

Відповідно до задач експериментальних досліджень було використано вимірювальний комплекс «Ультра-В-І» [6], який розроблений на кафедрі динаміки та міцності машин НТУ «ХПІ». Вимірювальний комплекс складається із: датчика віброприскорень, що оснащений мікроелектромеханічним ємнісним сенсором; аналого-цифрового перетворювача (АЦП) та портативного комп’ютера. «Ультра-В-І» має дійсне свідоцтво про Державну метрологічну атестацію і дозволяє проводити вимірювання віброприскорень у точці конструкції за двома напрямами.

Під час досліджень датчик вібрацій встановлювався під платформою (рис. 5). Далі через дріт датчик був під'єднаний до АЦП і комп'ютера, що знаходились в салоні автомобіля Система мала автономне акумуляторне живлення. Час безперервної роботи складав 2 години.

Рисунок 4 – Лабораторні випробовування дослідницького зразка візка

Рисунок 5 – Розміщення датчику вібрацій

Дослідження проводились на різних швидкостях руху автомобіля: 10 км/год, 20 км/год та 30 км/год. При цьому запис сигналу розпочинався після розгону автомобіля до заданої швидкості руху та тривав близько 60 секунд, що для розглядуваних швидкостей дозволяло забезпечити рух чітко по прямому проміжку дороги, а разом із тим достатній інтервал вимірювань для подальшої обробки. При цьому кожен заїзд був проведений по одному й тому ж проміжку дороги у однаковому напряму. Кожен заїзд повторювався у двох компоновках конструкції: в рамках роботи лише одного (першого) рівня підресорення, що реалізує класичний причіп для транспортування вантажів, та для конструкції цього візка з двома рівнями підресорення. На рис. 6 наведено зареєстровані сигнали.

Отримані коливання очікувано носять випадковий характер. Обробка сигналу дає можливість визначити ймовірнісні (статистичні) оцінки, причому в роботі статистичний аналіз базується на припущеннях ергодичності та стаціонарності процесу. Одним з найбільш головних та інформативних параметрів вібрацій транспортних засобів, що відображають плавність ходу є середнє квадратичне значення (СКЗ) сигналу, яке є більш стійким до супроводжуючих шумів

$$\psi_y = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} s(t_j)^2}\ , \qquad (3)$$

де ψ_y – СКЗ; $s(t_j)$ – зареєстровані значення сигналу; N – кількість зареєстрованих значень.

Величина СКЗ вібрацій при русі із швидкістю 10 км/год складає 0,35 м/с^2 для класичної компоновки та 0,296 м/с^2 для запропонованої дворівневої, що менше на 15 %. Для візка, що рухається зі швидкістю 20 км/год запропонована система віброізоляції дозволяє зменшити СКЗ віброприскорень у понад 25 %. У випадку руху на швидкості 30 км/год ефективність сягає близько 50 %.

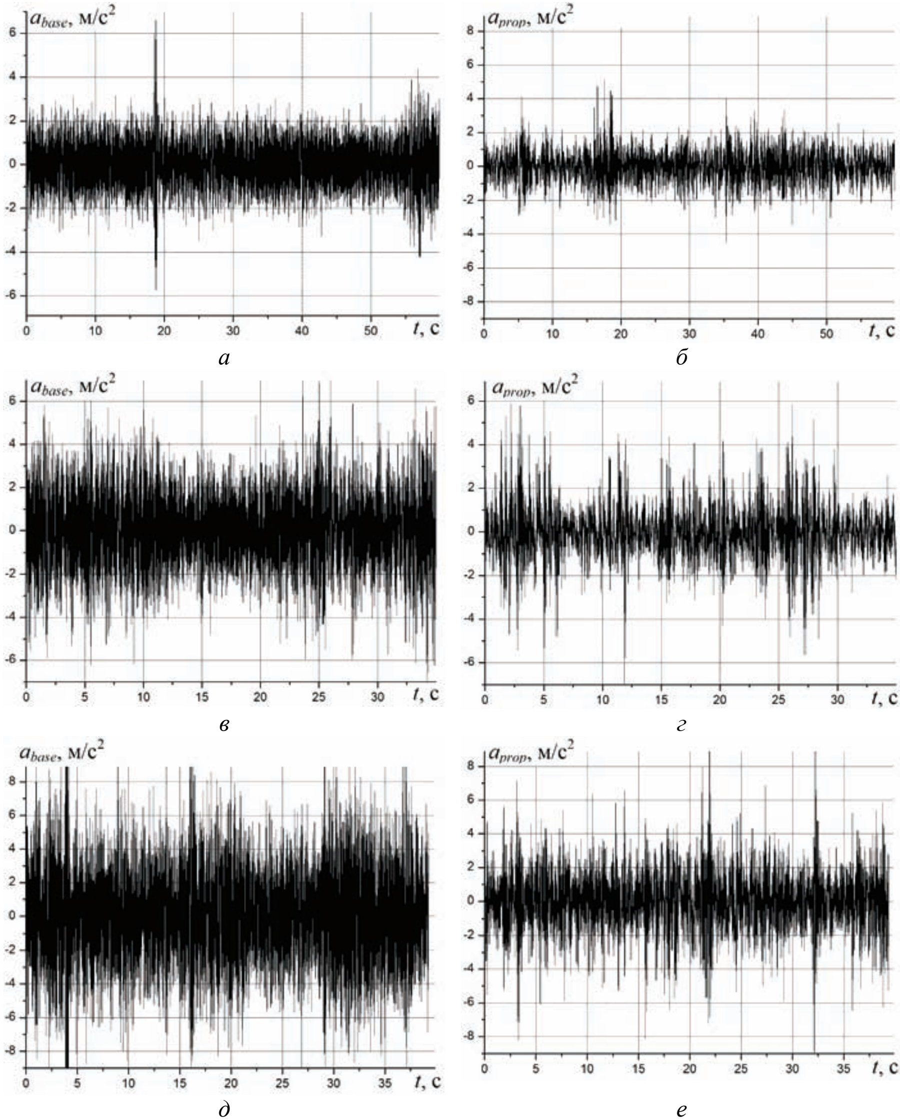
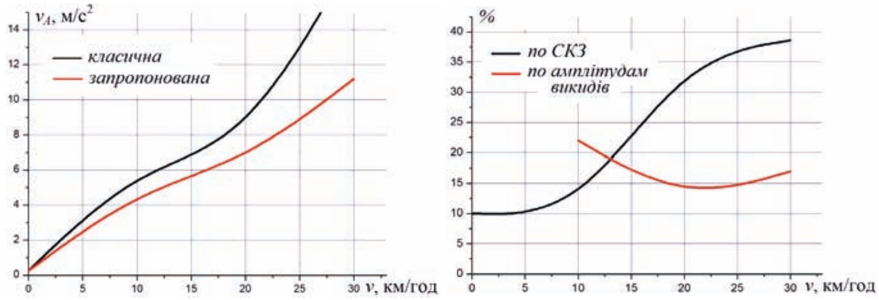


Рисунок 6 – Віброприскорення платформи візка класичної конструкції (*а, в, д*) та конструкції з двома рівнями підресорення (*б, г, е*) при русі із швидкістю *а, б*: 10 км/год, *в, г*: 20 км/год, *д, е*: 30 км/год.

Окрім СКЗ віброприскорень показником плавності руху можна вважати пікові значення розмаху та амплітуди коливань віброприскорень, які визначались в ході обробки результатів замірів. За цим показником ефективність на швидкості 10 км/год: 20 %, на швидкості 20 км/год: майже 15 % та на швидкості 30 км/год трохи більша за 15 %.

Узагальнення результатів, що отримані на різних швидкостях руху наведено на рис. 7.



а *б*

Рисунок 7 – Залежність віброприскорень (*а*) та відсотка покращення плавності ходу СТЗ (*б*) від швидкості його руху

Зареєстровані сигнали були проаналізовані також, з позиції спектральної теорії випадкових ергодичних стаціонарних функцій. За отриманими залежностями віброприскорень від часу було розраховано автокореляційну функцію. Автокореляційна функція вказує на характер впливу значення вібрації в даний момент часу, на вібрацію, що відбуватиметься через певний проміжок часу. Вона визначається як згортка сигналу з його дзеркальним зображенням:

$$K(t_1) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t_1 - t)dt \,, \tag{4}$$

тут t_1 – це не даний час t – проміжок часу на якому аналізується «пам'ять» вібраційного процесу. У відповідності до теореми Вінера-Хінчіна автокореляційна функція визначає енергетичний спектр сигналу (спектральну щільність), як його перетворення Фур’є:

$$S(\omega) = \int_{0}^{\infty} K(t_1)e^{i\omega t_1}dt_1 \,. \tag{5}$$

Спектральна щільність є важливою характеристикою вібрацій оскільки відображує розподіл енергії коливального процесу по частотам гармонік, що утворюють цей сигнал. На рис. 8 представлено результати спектральної обробки зареєстрованих даних, що відображено у вигляді спектральних щільностей.

Загальний аналіз спектральних щільностей вказує на те, що процес який спостерігається є полігармонічним із випадковими значеннями амплітуди та фази кожної з гармонік. При цьому для класичної конструкції є чітко визначеними три гармоніки: перша має найменшу ширину смуги тобто має найменше блуждання фази, а друга та третя – є широкосмугові, тобто мають досить істотні випадкові у часі блуждання частоти по діапазону відповідної смуги.

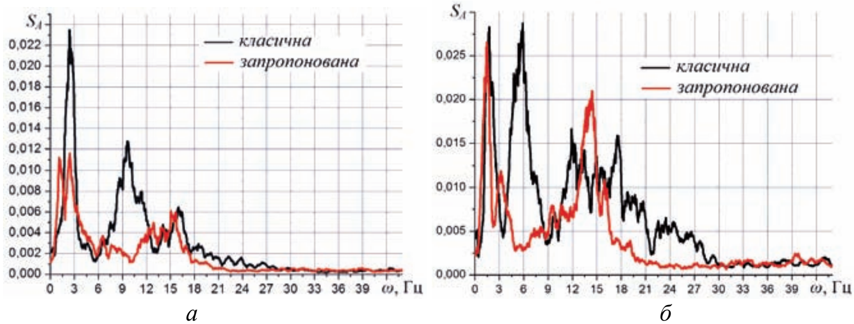


Рисунок 8 – Спектральна щільність віброприскорень платформи візка класичної (чорна крива) та запропонованої (червона крива) конструкції при русі: *а* – зі швидкістю 20 км/год; *б* – зі швидкістю 30 км/год

Порівняльний аналіз отриманих спектральних щільностей для класичного причепа та запропонованої конструкції із дворівневим підресоренням дозволяє відзначити зміну частотного спектру. Перша гармоніка в системі з дворівневим підресоренням отримала деяке зменшення своєї частоти разом із тим відбулось збільшення ширини смуги сплеску, тобто коливання мають більш суттєве випадкове блуждання частоти та амплітуди. Важливо відмітити, що в спектральному складі СТЗ із дворівневою системою підресорення відсутня друга гармоніка базової конструкції проте істотну частку енергії має третя. Також спостерігається значне зменшення енергії коливань на гармоніках із більш високими частотами.

Висновки. У роботі представлені результати дорожніх досліджень створеного дослідного зразку СТЗ, що має дворівневу схему підресорення, яка забезпечує високу плавність ходу. При цьому розглянуті результати випробовувань СТЗ на різних швидкостях руху. Проведені узагальнюючі дослідження дозволяють зробити висновки з ефективності впровадження другого рівня нелінійного підресорення, оскільки це дозволяє вже на малих швидкостях руху на 10% знизити рівні СКЗ віброприскорень, а із збільшенням швидкості руху ефективність сягає 35% і більше. Крім того, нелінійна підвіска з квазінульвою жорсткістю покращує в середньому на 15% віброізоляційні властивості візка щодо впливу випадкових викидів, що мають місце під час транспортування небезпечних вантажів.

Список литературы: **1.** *Волков В. П.* Теорія руху автомобіля: Підручник / *В. П. Волков, Г. Б. Вільський*. – Суми: Університетська книга, 2010. – 320 с. **2.** *Соколовский С.А.* Проблема транспортировки опасных грузов / *А. Я. Калиновский, С. А. Соколовский* // Об'єднання теорії та практики – залог підвищення постійної готовності оперативно-рятувальних підрозділів до виконання дій за призначенням. Матеріали VIII науково-технічної конференції. – Х.: НУЦЗУ, 2011. – С. 52-53. **3.** *Ларін О.О.* Моделювання коливань спеціалізованого транспортного засобу, що має віброзахисну систему із квазінульової жорсткістю під час перевезення небезпечних вантажів / *А.Я. Калиновский, О.О. Ларін, С.А. Соколовський* // Вісник Севастопольского національного технічного університету, Серія: Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь: СевНТУ, 2012. – № 135. – С. 64-67. **4**. *Соколовський С.А.* Побудова математичної моделі вертикальних одновісних коливань візка для транспортування небезпечних вантажів / *С.А. Соколовський* // Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми розвитку транспортних систем і логістики», Євпаторія, 3-8 травня 2012 року. – 2012. – С.187-190 **5.** *Алабужев П. М.* Виброзащитные системы с квазинулевой жесткостью / *К. М. Рагульскис, П. М. Алабужев, А. А. Гритчин, Л. И. Ким* и др. – Л.: Машиностроение, 1986. – 96 с. **6.** *Водка А.А.* Комплекс для измерения виброускорений на основе микроэлектромеханического сенсора / *А.А. Водка, А.И. Трубаев, Ю.Н. Ульянов* // Матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції «Проблеми розвитку транспортних систем і логістики», Євпаторія, 3-8 травня 2012 року. – 2012. – С. 191. **7.** *Водка А.А.* Виброизмерительный комплекс на основе микроэлектромеханического сенсора / *А.А. Водка, А.И. Трубаев, Ю.Н. Ульянов* // Вісник Східноукраїнського Національного університету ім. В. Даля. – Луганськ, 2012.– № 9 (180). Ч.1. – С. 140-147.

Надійшла до редколегії 10.06.2012

УДК 539.3

Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук; профессор, зав. каф., НТУ «ХПИ»;
С. В. ЛЫСЕНКО, канд. техн. наук; вед. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
Р. П. ПЕРИН, студент, НТУ «ХПИ»

ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ РЕГУЛИРУЮЩЕГО КЛАПАНА ШИБЕРНОГО ТИПА С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Для урахування неоднорідного розподілу температури запропоновано за допомогою функцій Арреніуса розширити класичну модель механіки руйнування Качанова-Работнова-Хейхерста. Запропонована неізотермічна теорія повзучості з урахуванням пошкоджуваності була вбудована у скінчено-елементний код ПК ANSYS за допомогою розробленої підпрограми. Для тривимірної моделі корпусу шиберного клапана було проведено чисельний розрахунок тривалої міцності.

Ключові слова: механіка руйнування, неізотермічна теорія повзучості, чисельний розрахунок, тривала міцність.

Для учета неоднородного распределения температуры предложено посредством функций Аррениуса расширить классическую модель механики разрушения Качанова-Работнова-Хейхерста. Предложена неизотермическая теория ползучести с учетом повреждаемости была встроена в

конечно-элементный код ПК ANSYS с помощью разработанной подпрограммы. Для трехмерной модели корпуса шиберного клапана был проведен численный расчет длительной прочности.
Ключевые слова: механика разрушения, неизотермическая теория ползучести, численный расчет, длительная прочность.

The conventional continuum damage mechanics model Kachanov-Rabotnov-Hayhurst is extended to the case of variable temperature using Arrenius functions. The proposed non-isothermal creep-damage constitutive theory have been implemented in FE-code of the universal CAE ANSYS. The numeral calculation of long-term strength of three-dimensional model of vane valve body is executed.
Keywords: damage mechanics model, non-isothermal theory of creep, numeral calculation, long-term strength.

Введение. Решение вопросов надежности и прочности в условиях ползучести существенно отличается от аналогичных задач для упругих и упругопластических материалов в силу наличия фактора времени. При оценке прочности энергетического оборудования, работающего в условиях высоких температур и сложных нагрузках, приходится считаться, с одной стороны, с возможностью недопустимо больших деформаций, с другой стороны, с возможностью физического разрушения материала.

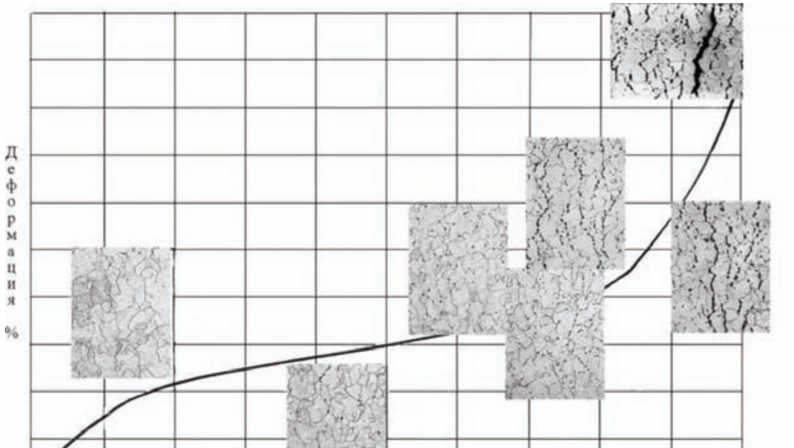


Рисунок 1 – Характер накопления поврежденности по мере исчерпания ресурса эксплуатации

Прогнозирование времени до разрушения основывается на опытных данных, либо на основании феноменологических теорий ползучести и длительной прочности. Идея этих теорий состоит в том, что выделяется два основных типа разрушения – вязкое и хрупкое [1]. В первом случае разрушение имеет внутризеренный характер и реализуется для некоторых чистых металлов при относительно высоких температурах и относительно больших скоростях деформации (при непродолжительном сроке службы). Куда больший интерес имеет второй случай, когда разрушение носит межзеренный характер [2], при наблюдается многочисленные трещины внутри материала, а срок службы велик. Для него представлен общий вид взаимосвязи накопления микроповрежденности и процесса ползучести на рис. 1.

Кроме разделения на два типа разрушения экспериментальные данные показывают, что при повышении температуры T скорость процесса ползучести при одном и том же уровне напряжения увеличивается [1]. Типичная картина ползучести металлов при фиксированном напряжении $\sigma = \text{const}$ и различных температурах T_i представлена на рис. 2. Этот факт важен для толстостенных элементов энергетического оборудования, где имеет место неоднородное распределение температуры. В таких случаях оправдано использования неизотермической теории ползучести.

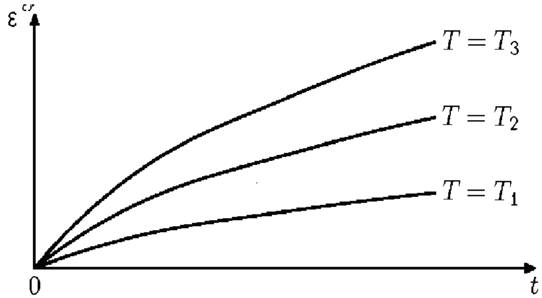
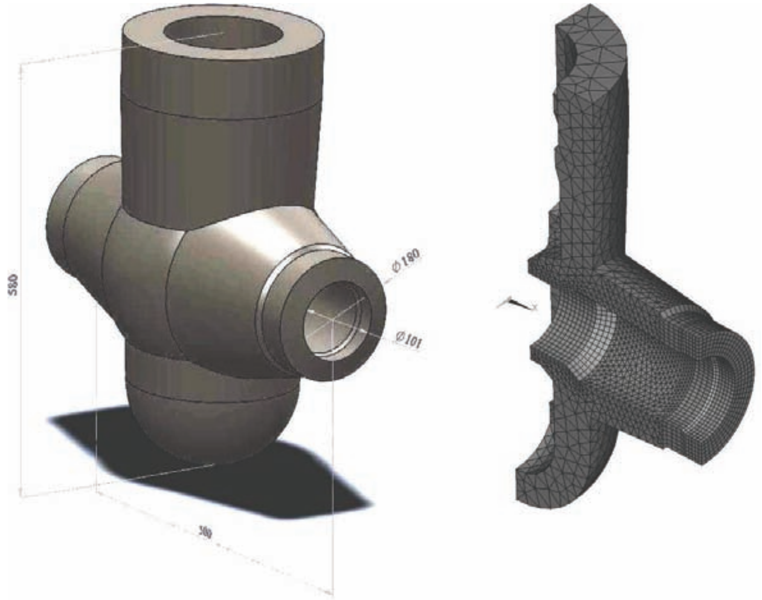


Рисунок 2 – Схематические кривые ползучести при постоянном напряжении (Т3 > Т2 > Т1)

Регулирующий клапан шиберного типа. Регулирующие клапаны D_y 100 (серия 675) применяются в качестве регуляторов расхода рабочей среды и устанавливаются на основных и вспомогательных трубопроводах пара высоких и сверхвысоких параметров [3]. Из технической характеристики клапана известны следующие рабочие параметры: температура пара $T_{раб} = 545$ °С, рабочее давление пара $P_{раб} = 30$ МПа. Ввиду того что стенки корпуса клапана относительно толстые, а условия работы сопряжены с высокими температурами и интенсивными нагрузками, для оценки длительной прочности актуально использовать неизотермическую теорию ползучести.

По приведенному в [3] изображению конструкции клапана была построена геометрическая модель (см. рис. 3, *а*). Кроме того симметрия конструкции позволяет не рассматривать полностью трехмерную конечно-элементную модель корпуса изучаемого объекта, а смоделировать только одну его четверть (см. рис. 3, *б*). При этом конечно-элементная модель содержит 25145 элементов.



а *б*

Рисунок 3 – Регулирующий клапан шиберного типа:
а – общий вид корпуса клапана; *б* – конечно-элементная модель

Неизотермическая теория ползучести с учетом повреждаемости. В настоящее время существует относительно немного надежных экспериментальных данных по длительной прочности в условиях сложного напряженного состояния. При определении времени до разрушения $t_{разр}$ обычно пользуются тем или иным критерием длительной прочности. Наиболее перспективным подходом здесь является установление некоторых эквивалентных напряженных состояний, приходящих к одному и тому же времени разрушения $t_{разр}$. Этот подход достаточно хорошо описан в литературе и существует много источников с различными предложениями выбора эквивалентного напряжения. Как будет показано далее, для решения поставленной задачи было выбрано эквивалентное напряжение в форме представленной в [4].

В данной работе используется классическая концепция Качанова-Работнова-Хейхерста [5], расширенная до варианта учитывающего изменение температуры как показано в [6], используя функцию Аррениуса [7]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{cr} = \frac{3}{2}\alpha(T)\cdot\left(\frac{\sigma_{vM}}{1-\omega}\right)^{n-1}\frac{S_{ij}}{1-\omega}\,; \qquad (1)$$

$$\dot{\omega}^{cr} = \beta(T)\cdot\left(\frac{\left\langle\sigma_{eq}^{\omega}\right\rangle}{(1-\omega)}\right)^{m}, \qquad (2)$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^{cr}$ – тензор скорости деформации ползучести; $\dot{\omega}^{cr}$ − скорость повреждаемости; $\sigma_{vM} = \left[\frac{3}{2}\mathbf{s}\cdot\cdot\mathbf{s}\right]^{1/2}$ − интенсивность напряжений; **S** – девиатор тензора напряжений; σ_{eq}^{ω} – эквивалентное напряжение, предложенное в [4] в форме:

$$\sigma_{eq}^{\omega} = \lambda\sigma_1 + (1-\lambda)\sigma_{vM}\,, \tag{3}$$

где λ – весовой коэффициент или коэффициент влияния главных механизмов повреждаемости; σ_1 – максимальное главное напряжение.

Функция Аррениуса в уравнениях расширенной модели Качанова-Работнова-Хейхерста (1), (2) имеет следующую форму:

$$\alpha(T) = A\cdot\exp\bigl(-h/T\bigr);\quad \beta\cdot(T) = B\cdot\exp(-p/T)\,, \tag{4}$$

где T − абсолютная температура; A – константа материала, характеризующая участок установившейся ползучести; B – константа материала, характеризующая участок ускоренной ползучести, предшествующий разрушению конструкции; h, p – константы ползучести, имеющие такой вид:

$$h = Q_\alpha / R;\quad p = Q_\beta / R\,, \tag{5}$$

где R − универсальная газовая постоянная; Q_α − энергия активации диффузионной ползучести; Q_β − энергия активации процессов поперечного скольжения дислокаций, которая влияет на скорость повреждаемости.

При таком подходе естественным образом записывается критерий разрушения в виде:

$$\omega(t_*) = 1, \tag{6}$$

где t_* – время разрушения.

Расчет длительной прочности регулирующего клапана шиберного типа. Для решения поставленной задачи в конечно-элементный код ПК ANSYS была встроена подпрограмма на основе неизотермической модели ползучести с учетом повреждаемости, написанная на языке FORTRAN. Особенностью подпрограммы является введение дополнительной переменной состояния, в которой накапливается значение параметра повреждаемости в процессе интегрирования системы дифференциальных уравнений (1), (2) по времени. Так как новая переменная не является независимой величиной, и выражается через величины, являющиеся стандартными в программном комплексе, то необходимость создания нового конечного элемента не возникает.

Для расширенной модели Качанова–Работнова-Хейхерста необходимо шесть констант ползучести. Для некоторой жаропрочной стали, как показано в [6], они уже были определены:

$$A = 1{,}33\cdot10^{-5}\left[\text{МПа}^{-n}/\text{час}\right];\quad n = 5{,}6;\quad h = 1{,}6\cdot10^4;$$

$$B = 1{,}87\cdot10^{-8}\left[\text{МПа}^{-m}/\text{час}\right];\quad m = 8;\quad p = 1{,}86\cdot10^4.$$

Выполнен расчет длительной прочности трехмерной модели корпуса регулирующего клапана (см. рис. 3, *б*). Клапан нагруженного внутренним давлением P = 30 МПа, а так же заданы граничные условия для температуры. На внутренней поверхности корпуса клапана происходит передача энергии от пара, а на внешней от потока воздуха за счет движения молекул (конвективный теплообмен). В результате решения на первом шаге задачи теплопроводности получено распределение температуры в корпусе клапана, как показано на рис. 4.

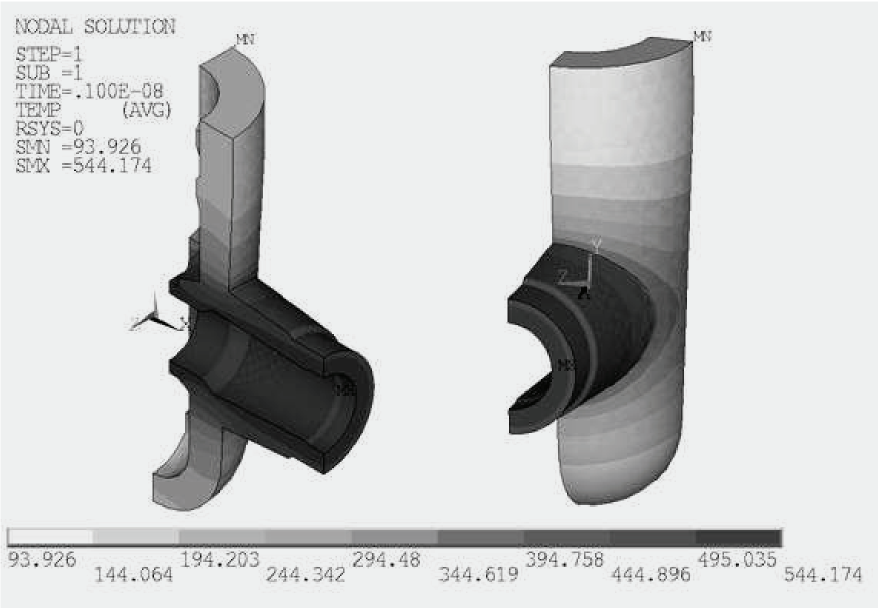
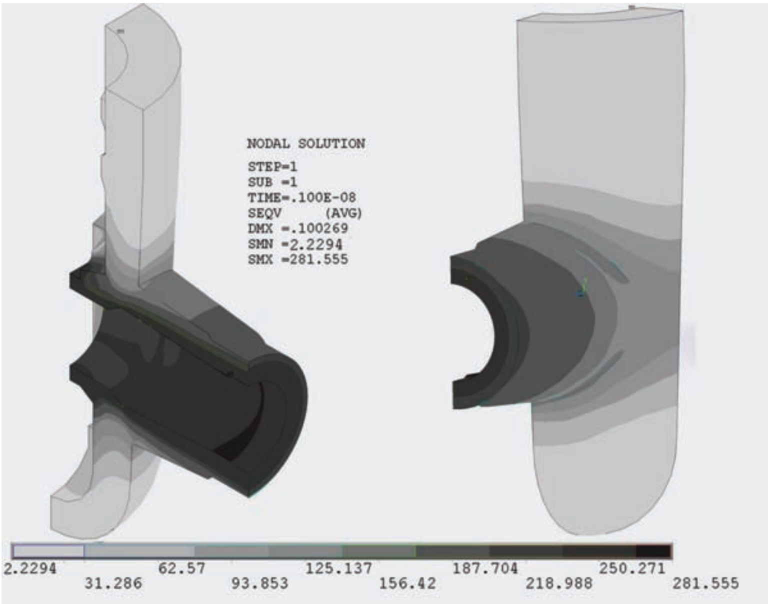


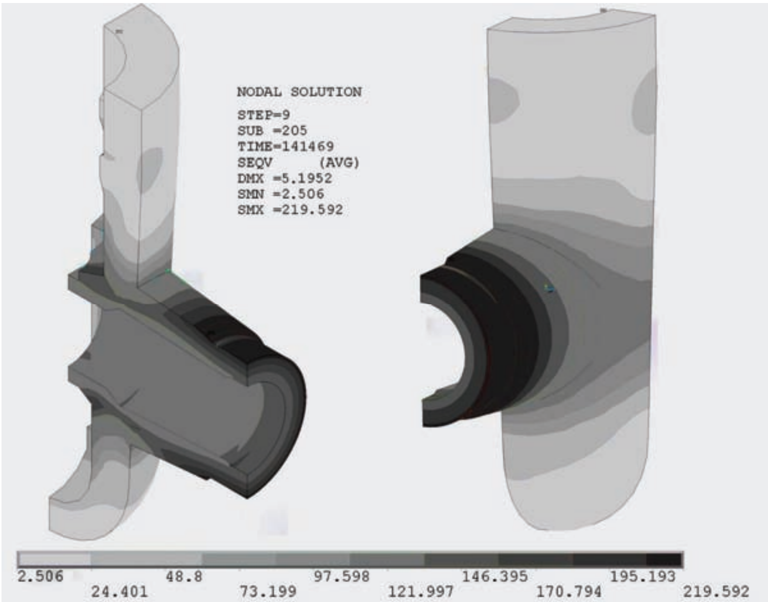
Рисунок 4 – Распределение температуры по объему конструкции

После нахождения поля температур была решена задача неизотермической ползучести с повреждаемостью. Найдено время разрушения корпуса клапана, которое составило t_* = 121469 часа. При этом параметр повреждаемости достиг своего критического значения $\omega(t_*) = 0{,}9$ в 191-ом элементе, который находится на внешней стороне патрубка.

В процессе ползучести происходит перераспределение характеристик НДС. В начальный момент времени распределение эквивалентных напряжений по Мизесу показано на рис. 5, *а*. Для сравнения приведены результаты расчета аналогичных эквивалентных напряжений в момент разрушения (см. рис. 6, *а*). Из сравнения видно, что характер распределения полей напряжений по объему корпуса клапана изменился. В частности, в критическом 191-ом элементе в процессе ползучести эквивалентные напряжения снижаются в



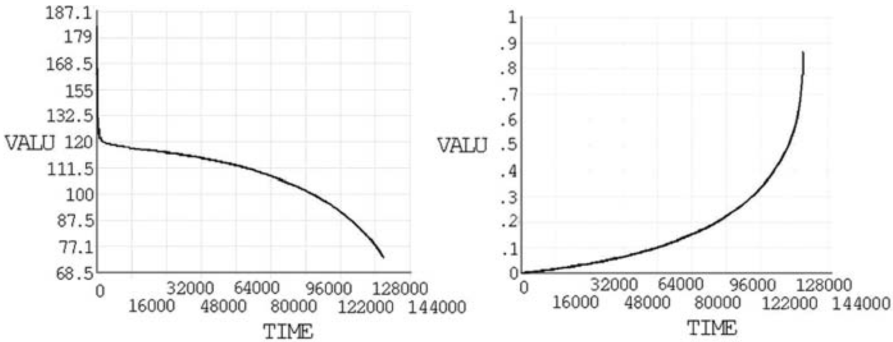
а



б

Рисунок 5 – Перераспределения эквивалентных напряжений по Мизесу [МПа]: *а* – в начальный момент времени; *б* – в момент разрушения

2,3 раза (см. рис. 6, *а*). Параметр повреждаемости сначала накапливается на внутренней поверхности корпуса, но с течением времени максимальные значения смещаются на внешнюю поверхность клапана. Накопление параметра повреждаемости в процессе ползучести в 191-ом элементе, грань которого находится на внешней поверхности корпуса, показано на рис. 6, *б*. Конечное накопление повреждаемости к моменту разрушения по объему клапана и в укрупненном масштабе в области критического элемента представлено на рис. 7.



а *б*

Рисунок 6 – Изменение характеристик в 191-ом элементе:
а – эквивалентного напряжения по Мизесу [МПа]; *б* – параметра повреждаемости

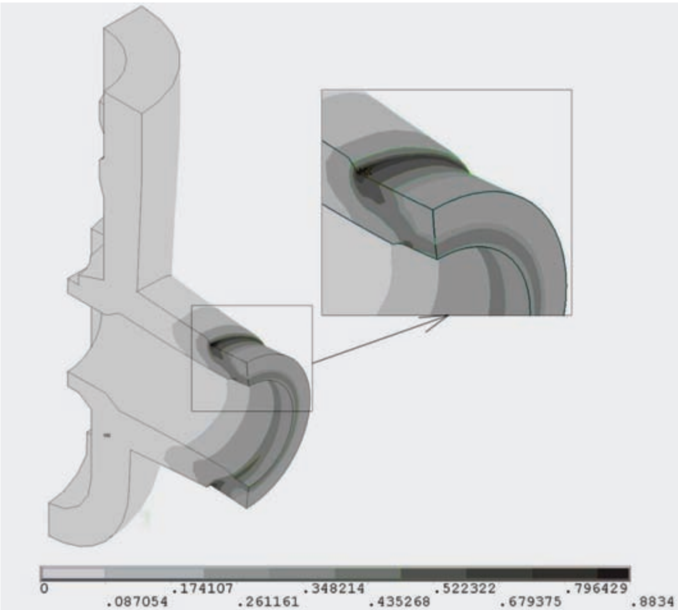


Рисунок 7 – Распределения параметра повреждаемости в момент разрушения

Выводы. Для изучения прочности корпуса клапана использовалась модель неизотермической ползучести и повреждаемости, которая описывает все три стадии ползучести. Данная модель была встроена в ПК ANSYS с помощью подпрограммы, написанной на языке FORTRAN.

Был проведен расчет на длительную прочность корпуса регулирующего клапана шиберного типа. Результатом расчета стало получение конечного значения времени разрушения, которое составило приблизительно 16 лет. Данный результат подтверждает необходимость определения параметров длительной прочности для такой конструкции. При этом местом зарождения и развития первых трещин, которые в дальнейшем могут привести к разрыву корпуса клапана, является область резкого изменения толщины патрубка.

Проведенный расчет неизотермической ползучести-повреждаемости клапана также показал необходимость учета неравномерного распределения температуры по объему конструкции.

Список литературы: 1. *Радченко В.П., Саушкин М.Н.* Ползучесть и релаксация остаточных напряжений упрочненных конструкциях. – М.: Машиностроение, 2005. – 226 с. **2**. *Крейцер К.К., Швецова Т.А.* Восстановительная термическая обработка как метод увеличения ресурса паропроводов // Сб. докладов III Всероссийской конференции «Реконструкция энергетики-2011». – 2011. – С. 28-30. **3**. *Васильченко Е. Г.* Арматура Энергетическая для АЭС и ТЭС. – М.: Научно-исследовательский институт экономики в энергетическом машиностроении, 1986. – 547. **4.** *Leckie F.A., Hayhurst D.R.* Constitutive equations for creep rupture // Acta Metallurgica, 25. – Pergamon Press, 1977. – P. 1059-1070. **5.** *Hayhurst D.R.* Computational continuum damage mechanics: its use in the prediction of creep in structures: past, present and future // Creep in Structures. – Dordrecht, Kluwer, 2001. - P. 175-188. **6** *Львов Г.И., Лысенко С.В., Гораш Е.Н.* Длительная прочность клапана высокого давления с учетом неоднородного распределения температуры // Вісник НТУ «ХПІ»: Сб. науч. работ темат. выпуск «Динаміка і міцність машин». - 2007. – Вип. 22. - С. 98-107. **7.** *Perrin I.J., Hayhurst D.R.* Creep constitutive equations for a 0.5Cr-0.5Mo-0.25V ferritic steel in the temperature range 600-675 °C // Journal of Strain Analysis. - 1996. – Vol. 31, no. 4, ImechE. - PP. 299-314.

Поступила в редколлегию 15.10.2012

УДК 621.7

Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, профессор, зав. каф., НТУ «ХПІ»;
В. А. ОКОРОКОВ, студент, НТУ «ХПІ»

ВЛИЯНИЕ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ МАТЕРИАЛА НА АВТОФРЕТИРОВАНИЕ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРОВ

У статі розглядається задача автофретування товстостінного циліндра в припущені плоскої деформації. Представлені співвідношення, які описують пластичну поведінку матеріалу згідно інкрементальної теорії пластичності з урахуванням пошкоджуваності матеріалу. Описаний алгоритм рішення пружно-пластичної задачі, а також представлені результати рішення задачі автофретування товстостінного циліндра.

Ключові слова: автофретування, пошкоджуваність матеріалу.

В статье рассматривается задача автофретирования толстостенного цилиндра в условиях плоской деформации. Представлены соотношения, описывающие пластическое поведение материала согласно инкрементальной теории пластичности с учетом повреждаемости материала. Описан алгоритм решения, и приведены результаты для задачи автофретирования стального цилиндра.

Ключевые слова: автофретирование, повреждаемость материала.

This paper presents autofrettage processes in case of plain strain. There are produced equation of elastic-plastic theory in correspondence with Continuum Damage Mechanics. There are described method of solving boundary problem and presented result of solving problem of autofrettage thick-walled tubes.

Keywords: autofrettage, damage of material.

Введение. Применительно к толстостенным цилиндрам процедуру автофретирования используют для повышения предельно допустимого внутреннего давления. Для этого цилиндр нагружают так, чтобы во внутренних слоях или по всей толщине цилиндра возникли пластические деформации. После снятия нагрузки во внутренних стенках цилиндра появляются остаточные сжимающие напряжения. Автофретирование является альтернативой использования составных цилиндров, собранных с предварительным натягом.

Остаточные напряжения, которые суммируются с противоположными по знаку напряжениями от внутреннего давления, в результате дают меньшее значение действующих напряжений. Таким образом, значительно повышается допускаемое внутреннее давление.

Фундаментальными работами в области исследования автофретирования являются работы Ильюшина[1], Огибалова[1], Биргера[2].

При разгрузке цилиндра может возникать такое явление как эффект Баушингера, который для одноосного напряженного состояния проявляется в снижении предела текучести на сжатие, предварительно пластически растянутого образца. В случае сложного напряженного состояния это может проявиться в появлении вторичных пластических деформаций при разгрузке, и как следствие к уменьшению благоприятных остаточных напряжений. Поэтому при расчете задач автофретирования необходимо использовать теории пластичности позволяющие учесть эффект Баушингера. В статье рассматривается модель пластичности с комбинированным упрочнением. При использовании такой модели поверхность пластичности может равномерно расширяться и смещаться, что позволяет учесть эффект Баушингера. Вопрос о влияния эффекта Баушингера на процесс автофретирования рассматривается в статьях [3,4].

Процедура автофретирования приводит к образованию значительных пластических деформаций, что может привести к разупрочнению материала вследствие появления в нем повреждений. На экспериментальных диаграммах деформирования это проявляется в снижении модуля упругости материала при разгрузке. Для моделирования таких явлений используется континуальная механика повреждаемости. Впервые в работах Работнова Ю.Н. [5] предложено связать повреждения материала и деградацию свойств упругости с параметром повреждаемости, который определяется как отношение общей площади сечения материала к площади, эффективно сопротивляющейся нагрузке. В работе Леметра [6] представлены кинетические законы развития для хрупкой повреждаемости, повреждаемости вследствие пластичности, ползучести, малоцикловой и многоцикловой усталости.

Формулировка условия пластичности с учетом повреждаемости материала. В зависимости от принятого закона изменения размеров, формы и перемещения поверхности пластичности, можно получать различные теории пластичности. Для учета анизотропного характера упрочнения может быть применена модель с равномерно расширяющейся и смещающейся поверхностью пластичности. Это равносильно использованию критерия текучести Хубера – Мизеса, который выглядит следующим образом [7]:

$$f(\sigma_{ij}, \rho_{ij}, R) = \sqrt{\frac{3}{2}(S_{ij} - \rho_{ij})(S_{ij} - \rho_{ij})} - R - \sigma_T = 0, \tag{1}$$

где S_{ij} – компоненты тензора девиатора напряжений; ρ_{ij} – компоненты тензора добавочных напряжений; R – функция изотропного упрочнения; σ_T – предел текучести материала;

Величина R обычно определяется как функция параметра Удквиста, а компоненты тензора ρ_{ij}, как функции компонент тензора пластических деформаций:

$$R = \phi(\int d\bar{\varepsilon}_i^p), \tag{2}$$

$$\rho_{ij} = g(\varepsilon_{ij}^p), \tag{3}$$

где $d\bar{\varepsilon}_i^p$ – интенсивность приращений пластических деформаций, определяемая формулой:

$$d\bar{\varepsilon}_i^{\,p} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p}\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,p}}. \tag{4}$$

Функции ϕ и g могут быть определены из эксперимента на одноосное напряженное состояние.

Для учета повреждаемости необходимо использовать принцип эквивалентных деформаций, согласно которому любое уравнение состояния для поврежденного материала может быть заменено на такое же для неповрежденного материала, путем введения тензора эффективных напряжений. Эффективный тензор напряжений определяется согласно концепции эффективных напряжений:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{1-D}, \tag{5}$$

где D – скалярный параметр повреждаемости.

При замене тензора напряжений на эффективный, критерий текучести перепишется следующим образом:

$$f\left(\sigma_{ij}, \rho_{ij}, R, D\right) = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij}\right)\left(\frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij}\right)} - R - \sigma_T = 0. \tag{6}$$

В условиях активного нагружения должно выполняться следующее равенство:

$$\dot{f} = 0. \tag{7}$$

Таким образом, для получения условия пластичности необходимо рассмотреть скорость приращения функции текучести:

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial R}\dot{R} + \frac{\partial f}{\partial \rho_{ij}}\dot{\rho}_{ij} + \frac{\partial f}{\partial D}\dot{D}. \tag{8}$$

С учетом (2) и (3) приращения Rи ρ_{ij} будут иметь вид:

$$\dot{R} = \frac{\partial \phi}{\partial \varepsilon_i^p} d\bar{\varepsilon}_i^{\,p}; \tag{9}$$

$$\dot{\rho}_{ij} = \frac{\partial g}{\partial \varepsilon_{ij}^p}\dot{\varepsilon}_{ij}^p. \tag{10}$$

Для определения приращения параметра повреждаемости необходимо рассмотреть кинетический закон развития повреждаемости, который имеет вид [6]:

$$\dot{D} = \frac{\partial F_D}{\partial Y} d\bar{\varepsilon}_i^{\,p}(1-D), \quad \text{при} \quad \varepsilon_i^p \ge p_D,$$

$$\dot{D} = 0, \quad \text{при} \quad \varepsilon_i^p < p_D, \tag{11}$$

где ε_i^p – интенсивность пластических деформаций; p_D – порог, после которого возникают первые повреждения; F_D –потенциал повреждаемости. В зависимости от выбора этого потенциала можно получать различные модели развития повреждаемости.

Частные производные из выражения (8) определяются следующим образом:

$$\frac{\partial f}{\partial R} = -1\,; \qquad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2}\frac{S_{ij}^A}{\sigma_i^A(1-D)}\,;$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho_{ij}} = -\frac{3}{2}\frac{S_{ij}^A}{\sigma_i^A}\,; \qquad \frac{\partial f}{\partial D} = \frac{3}{2}\frac{S_{ij}^A}{\sigma_i^A}\frac{S_{ij}}{(1-D)^2}\,, \tag{12}$$

где S_{ij}^A и σ_i^A это:

$$S_{ij}^A = \frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij}\,;$$

$$\sigma_i^A = \sqrt{\frac{3}{2}\left(\frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij}\right)\left(\frac{S_{ij}}{1-D} - \rho_{ij}\right)}\,. \tag{13}$$

Ассоциированный закон течения для выбранной поверхности пластичности имеет вид:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2}\frac{d\bar{\varepsilon}_i^p}{\sigma_i^A}S_{ij}^A\,. \tag{14}$$

Если подставить (9)-(14) в (8), то условие (7) будет иметь вид:

$$d\bar{\varepsilon}_i^p = \frac{\dfrac{3}{2}\dfrac{S_{ij}^A}{\sigma_i^{A^2}(1-D)}\dot{\sigma}_{ij}}{\dfrac{\partial\phi}{\partial\varepsilon_i^p} + \dfrac{9}{4}\dfrac{S_{mn}^{A\;2}}{\sigma_i^{A2}}\dfrac{\partial g}{\partial\varepsilon_{mn}^p} - \dfrac{3}{2}\dfrac{S_{mn}^A}{\sigma_i^A}\dfrac{S_{mn}}{(1-D)}\dfrac{\partial F_D}{\partial Y}}\,. \tag{15}$$

С использованием ассоциированного закона течения с учетом (15) могут быть получены 6 уравнений связывающих приращения пластических деформаций с приращениями напряжений:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\dfrac{9}{4}\dfrac{S_{ij}^A S_{kl}^A}{\sigma_i^{A^2}(1-D)}\dot{\sigma}_{kl}}{\dfrac{\partial\phi}{\partial\varepsilon_i^p} + \dfrac{9}{4}\dfrac{S_{mn}^{A\;2}}{\sigma_i^{A2}}\dfrac{\partial g}{\partial\varepsilon_{mn}^p} - \dfrac{3}{2}\dfrac{S_{mn}^A}{\sigma_i^A}\dfrac{S_{mn}}{(1-D)}\dfrac{\partial F_D}{\partial Y}}\,. \tag{16}$$

или в сокращенном виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = B_{ijkl}^p\dot{\sigma}_{kl}\,. \tag{17}$$

Для записи зависимости между приращениями полных деформаций и приращениями напряжений необходимо определить приращение упругих деформаций. Из закона Гука в прямой форме можно получить зависимости между приращениями упругих деформаций и приращениями напряжений:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1+\nu}{E}\dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E}3\dot{\sigma}_{0}\delta_{ij} . \qquad (18)$$

Приращение тензора эффективных напряжений:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = \frac{\partial\tilde{\sigma}_{ij}}{\partial\sigma_{ij}}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\partial\tilde{\sigma}_{ij}}{\partial D}\dot{D} , \qquad (19)$$

и после дифференцирования:

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ij} = \frac{1}{1-D}\dot{\sigma}_{ij} + \frac{\sigma_{ij}}{(1-D)^{2}}\dot{D} . \qquad (20)$$

После замены тензора напряжений на тензор эффективных напряжений, уравнения (18) перепишутся в виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1+\nu}{E(1-D)}\dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E(1-D)}3\dot{\sigma}_{0}\delta_{ij} + \frac{\varepsilon_{ij}^{e}}{(1-D)}\dot{D} . \qquad (21)$$

Если подставить кинетический закон развития повреждаемости (11) и ассоциированный закон течения (14) в (21), то получится следующее выражение:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1+\nu}{E(1-D)}\dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E(1-D)}3\dot{\sigma}_{0}\delta_{ij} + \frac{2}{3}\frac{\sigma_{i}^{A}}{S_{ij}^{A}}\frac{\partial F_{D}}{\partial Y}\varepsilon_{ij}^{e}B_{ijkl}^{p}\dot{\sigma}_{kl} , \qquad (22)$$

или в сокращенном виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = B_{ijkl}^{e}\dot{\sigma}_{kl} . \qquad (23)$$

Приращение полных деформаций определяется как сумма приращений упругих и пластических деформаций:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = (B_{ijkl}^{e} + B_{ijkl}^{p})\dot{\sigma}_{kl} , \qquad (24)$$

и после суммирования тензоров:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = B_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} \text{ – в прямой форме,}$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = H_{ijkl}\dot{\varepsilon}_{kl} \text{ – в обратной форме.} \qquad (25)$$

Таким образом, матрица податливости **B** и матрица жесткости **H** зависят от текущего напряженного состояния, от упругих характеристик материала, а также от величин, характеризующих пластическое поведение материала и развитие повреждаемости.

Вывод разрешающего уравнения для толстостенного цилиндра постоянной толщины. Физические соотношения (25) для осесимметричной задачи в полярных координатах можно записать в виде:

$$\dot{\sigma}_r = H_{11}\dot{\varepsilon}_r + H_{12}\dot{\varepsilon}_\theta ;$$
$$\dot{\sigma}_\theta = H_{21}\dot{\varepsilon}_r + H_{22}\dot{\varepsilon}_\theta ; \qquad (26)$$

Соотношения Коши:

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{d\dot{u}}{dr}; \qquad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{\dot{u}}{r} . \qquad (27)$$

Дифференциальные уравнения равновесия:

$$\frac{d^2\dot{\sigma}_r}{dr^2} + \frac{\dot{\sigma}_r - \dot{\sigma}_\theta}{r} = 0 . \qquad (28)$$

Систему уравнений (26)-(28) можно привести к разрешающему уравнению относительно приращений перемещений:

$$H_{11}\frac{d^2\dot{u}}{dr^2} + \left[\frac{dH_{11}}{dr} + \frac{1}{r}(H_{12} - H_{21} + H_{11})\right]\frac{d\dot{u}}{dr} + \left[\frac{1}{r}\frac{dH_{12}}{dr} - \frac{H_{22}}{r^2}\right]\dot{u} = 0 . \qquad (29)$$

Дифференциальное уравнение второго порядка должно быть дополнено граничными условиями на внутреннем и внешнем радиусах:

$$\dot{\sigma}_r(r_a) = -\dot{P} ; \qquad \dot{\sigma}_r(r_b) = 0 . \qquad (30)$$

Относительно приращений перемещений граничные условия запишутся в следующем виде:

$$H_{11}\frac{d\dot{u}}{dr}(r_a) + \frac{H_{12}}{r_a}\dot{u}(r_a) = -\dot{P} ;$$
$$H_{11}\frac{d\dot{u}}{dr}(r_b) + \frac{H_{12}}{r_b}\dot{u}(r_b) = 0 . \qquad (31)$$

Система (29), (31) формирует краевую задачу для дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.

Алгоритм решения упругопластической задачи с учетом повреждаемости. Для решения задачи используется метод шагов. Задача разбивается на N шагов по нагрузке. На каждом шаге решается краевая задача (29), (31). В результате вычисляются приращения перемещений $\dot{u}$. Суммарные перемещения на n шаге вычисляются по формуле: $u^n = u^{n-1} + \dot{u}^n$. Таким же образом вычисляются компоненты напряжений и деформаций. На каждом шаге проверяется условие текучести: $f < 0$; если неравенство выполняется, то пластическая деформация не вычисляется и матрица жесткости $\mathbf{H}$ совпадает с матрицей упругих коефициентов, если выполняется, то к расчету подключается матрица податливости $\mathbf{B}^{\mathbf{p}}$. Затем, если интенсивность пластических деформаций превысила порог повреждаемости, то согласно кинетическому закону развития повреждаемости вычисляется приращение повреждаемости.

Метод решения краевой задачи. Для решения дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами применен метод прогонки. Для этого производные заменены следующими конечными разностями:

$$\frac{d^2\dot{u}}{dr^2} = \frac{\dot{u}_{i-1} - 2\dot{u}_i + \dot{u}_{i+1}}{h^2}; \tag{32}$$

$$\frac{d\dot{u}}{dr} = \frac{\dot{u}_{i+1} - \dot{u}_{i-1}}{2h}; \tag{33}$$

$$\frac{d\dot{u}}{dr} = \frac{\dot{u}_{i+1} - \dot{u}_i}{h}; \tag{34}$$

$$\frac{d\dot{u}}{dr} = \frac{\dot{u}_i - \dot{u}_{i-1}}{h}, \tag{35}$$

где h – величина шага равномерной сетки.

Для замены дифференциального оператора в уравнении, использованы центральные конечные разности второго порядка точности (32), (33), а для краевых условий – левая и правая конечные разности первого порядка точности (34), (35).

После подстановки конечных разностей в уравнение, а также в граничные условия, формируется система линейных алгебраических уравнений [8]:

$$\begin{gathered} c_0\dot{u}_0 - b_0\dot{u}_1 = f_0; \\ -a_i\dot{u}_{i-1} + c_i\dot{u}_i - b_i\dot{u}_{i+1} = f_i; i = \overline{1, N}; \\ -a_N\dot{u}_{N-1} + c_N\dot{u}_N = f_N. \end{gathered} \tag{36}$$

С помощью метода исключения Гаусса выводятся прогоночные коэффициенты:

$$\begin{gathered} \alpha_{i+1} = \frac{b_i}{c_i - a_i\alpha_i}; \quad i = \overline{1, N-1}; \quad \alpha_1 = \frac{b_0}{c_0}; \\ \beta_{i+1} = \frac{f_i + a_i\beta_i}{c_i - a_i\alpha_i}; \quad i = \overline{1, N}; \quad \beta_1 = \frac{f_0}{c_0}. \end{gathered} \tag{37}$$

Вычисление коэффициентов α и β описывает прямой ход прогонки. С помощью обратного хода прогонки находятся значения искомой функции:

$$\dot{u}_i = \alpha_{i+1}\dot{u}_{i+1} + \beta_{i+1}; \quad i = \overline{N-1, 0}; \quad \dot{u}_N = \beta_{i+1}. \tag{38}$$

Пример решения задачи автофретирования толстостенного цилиндра с учетом повреждаемости. В качестве теории пластичности выбрана модель с изотропным упрочнением. Параметры для такой модели определены следующим образом:

$$R = \frac{EE_T}{E + E_T}\varepsilon_i^p, \tag{39}$$

где E_T – модуль упрочнения материала;

Кинетический закон развития повреждаемости принят в таком виде [6]:

$$\dot{D} = \frac{\sigma_i^2 R_\nu}{2ES} d\bar{\varepsilon}_i^p , \quad \text{при} \quad \varepsilon_i^p \geq p_D ,$$

$$\dot{D} = 0, \quad \text{при} \quad \varepsilon_i^p < p_D ,$$

$$R_\nu = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_i}\right)^2 . \tag{40}$$

Материал цилиндра – нержавеющая сталь AISI 316. Для такого материала параметры упругости, пластичности и повреждаемости представлены ниже.

Модуль упругости: $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па; коэффициент Пуассона: $\nu = 0{,}32$; предел текучести: $\sigma_T = 260$ МПа; модуль упрочнения: $E_T = 6 \cdot 10^9$ Па; параметр, характеризующий рост повреждаемости: $S = 7$ МПа; порог повреждаемости: $p_D = 0{,}1$. Для цилиндра приняты следующие размеры: внутренний радиус: $a = 0{,}03$ м, внешний радиус: $b = 0{,}09$ м.

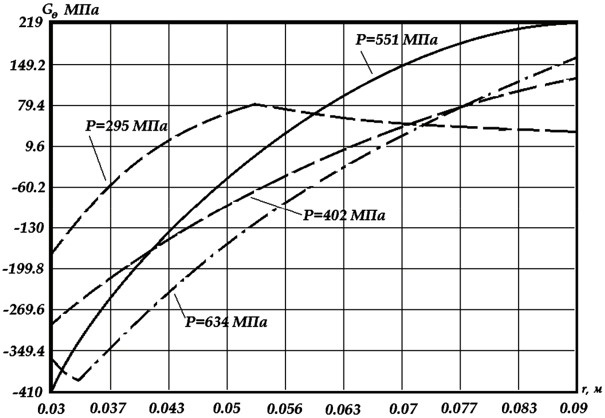


Рисунок1 – Распределение окружных остаточных напряжений с ростом давления автофретирования

На рис. 1 показаны распределения окружных остаточных напряжений для различных значений давления автофретирования. При увеличении этого давления происходит рост остаточных напряжений до тех пор, пока эффекты от повреждаемости материала при значительных пластических деформациях не становятся превалирующими. Для определения оптимального давления автофретирования, при котором остаточное напряжение на внутреннем радиусе цилиндра имеет наибольшее значение, проведена серия расчетов с различными величинами давления.

На рис. 2 показана зависимость остаточных окружных напряжений от давления автофретирования. При значении давления $P = P^D = 477$ МПа появляются первые повреждения в материале, а при $P = P_{opt} = 551$ МПа остаточные окружные напряжения достигают максимума по абсолютному значению, при этом значение повреждаемости на внутреннем радиусе – $D = 0{,}127$. Таким образом, давление P_{opt} является оптимальным для процесса автофретирования. Как видно из рис. 3 максимальная повреждаемость развивается на внутреннем радиусе в месте максимальных пластических деформаций.

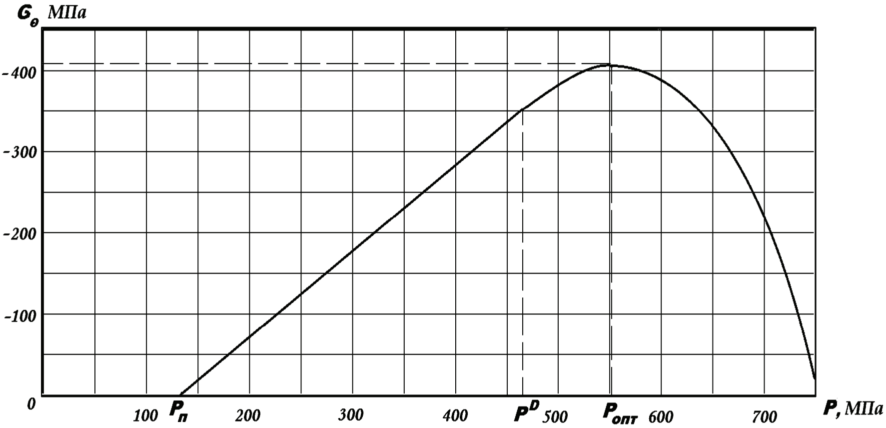


Рисунок 2 – Зависимость остаточных окружных напряжений от давления автофретирования

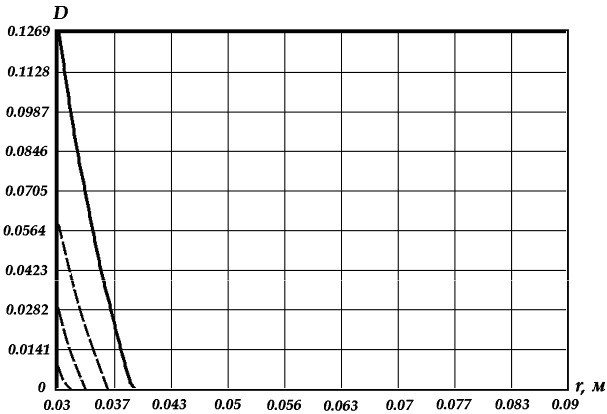


Рисунок 3 – Развитие параметра повреждаемости с увеличением давления автофретирования

Выводы. В статье выполнен анализ влияния повреждаемости материла на эффективность процесса автофретирования. Установлено, что непрерывное увеличение давления автофретирования не приводит к росту остаточных напряжений. На конкретном примере найдено оптимальное значение давления, при котором остаточные напряжения достигают максимального значения.

Разработанный алгоритм решения реализован с помощью программной среды Microsoft Visual Studio 2008 и языка программирования Visual C#. Приведен пример решения задачи.

Список литературы: **1.** *Ильюшин А.А., Огибалов П.М.* Упругопластические деформации полых цилиндров. – М.: Изд-во МГУ, 1960. – 227 с. **2.** *Биргер И.А.* Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 231 с. **3.** *Работнов Ю.Н.* Введение в механику разрушения / *Работнов Ю.А.* – М.: Наука, 1987. – 82 с. **4.** *Parker A.P.* Bauschinger Effect Design Procedures for Autofrettaged Tubes Including Material Removal and Sachs' Method // Journal of Pressure Vessel Technology. – 1999. – № 121. – P. 430-437. **5.** *Parker A.P.* Bauschinger Effect Design Procedures for Compound Tubes Containing an Autofrettaged Layer // Journal of Pressure Vessel Technology. – 2001. – № 123. – P. 203-206. **6.** *Lamaitre J. A.* Course of Damage Mechanics / *J. Lamaitre, R. Desmorat.* – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. – 380 p. **7.** *Малинин Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение. 1975. – 399 с. **8.** *Самарский А.А., Николаев Е.С.* Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978. – 592 с.

Поступила в редколлегию 20.09.2012.

УДК 531.382

Г.Ю. МАРТЫНЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
С.С. МЯКИННИКОВ, студент, НТУ «ХПИ»

ИНТЕГРИРОВАННОЕ ПРОГРАММНОЕ СРЕДСТВО ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ РОТОРОВ НА РАЗЛИЧНЫХ ОПОРАХ

Запропоновано інтегрований програмний засіб для опису динаміки роторів. Він дозволяє по введеним користувачем параметрам системи «ротор-опори» створювати в автоматичному режимі розрахункову скінчено-елементну модель валу, вибирати місцеположення приєднаних мас і опор із завданням їх типу і параметрів. В ньому реалізовано такі розрахункові засоби, як аналіз власних частот і форм з урахуванням гіроскопічного моменту, пошук критичних швидкостей обертання, а також визначення гармонійного відгуку на дію відцентрових сил викликаних наявністю дисбалансу мас. Достовірність розрахункового засобу підтверджена порівнянням з розрахунковими і експериментальними даними.

Ключові слова: динаміка ротора, критичні швидкості, програмний засіб.

Предложено интегрированное программное средство для описания динамики роторов. Оно позволяет по введенным пользователем параметрам системы «ротор-опоры» создавать в автоматическом режиме расчетную конечно-элементную модель вала, выбирать местоположение присоединенных масс и опор с заданием их типа и параметров. В качестве расчетных средств реализованы анализ собственных частот и форм с учетом гироскопического момента, поиск критических скоростей вращения, а также определение гармонического отклика на действие центробежных сил вызванных наличием дисбаланса масс. Достоверность расчетного средства подтверждена сравнением с расчетными и экспериментальными данными.

Ключевые слова: динамика ротора, критические скорости, программное средство.

The integrated software for modeling the dynamics of rotors is introduced. The program allows you on set parameters of the «rotor-bearing» system to create in automatic mode finite element model of the shaft, to choose the location of the added masses and supports with the assignment of their type and parameters. Such types of calculations as the analysis of natural frequencies and forms subject to the rotational velocity and gyroscopic moment, the search for critical speed of rotation, and the definition of the harmonic response to the action of the centrifugal force caused by the presence of mass imbalance are implemented. The reliability of the software tools is confirmed by experimental data and results of other computational research.

Keywords: rotordynamics, critical speeds, software tool.

Введение. Роторные машины, как и другие сложные технические устройства, подвержены воздействию вибраций, которые могут приводить в процессе эксплуатации к пагубным последствиям, а иногда и к разрушению отдельных элементов, например, опорных узлов [1-2]. Основным источником вибрации в таких машинах является вращающийся элемент – ротор, на который при наличии эксцентричной посадки навесных элементов (рабочих колес, полумуфт и т.д.) либо их остаточной несбалансированности действуют центробежные силы, направленные от центра вращения каждого сечения вала в сторону текущего положения центра масс навесного элемента. Это главный и неизбежный вид вибраций любой роторной машины. Неуравновешенный ротор всегда совершает колебания с основной частотой, то есть с частотой вращения ротора ω. При этом возникающие центробежные силы могут вызывать не только вертикальные и горизонтальные вибрации, но и, при определенных условиях, осевые. Анализу динамического поведения ротора под воздействием указанных сил должна подвергаться любая роторная машина как на этапах проектирования и доводки, так и при возникновении эксплуатационных аварий.

Постановка задачи. Целью данной работы является реализация методики конечно-элементного расчета основных динамических параметров и характеристик различных (в том числе многопролетных) роторов, установленных в опорах различного типа, с учетом навесных элементов.

Для автоматизации процесса построения геометрической и конечно-элементной моделей роторов в виде валов кусочно-постоянного круглого сечения с навесными элементами, смоделированными сосредоточенными массами и обладающими инерцией поворота, а также нахождения их собственных частот и форм, построения частотных диаграмм для поиска критических скоростей и амплитудно-частотных характеристик с визуализацией траекторий движения ротора для определения опасности резонансных режимов, в работе ставится задача по созданию специализированного интегрированного программного средства.

Особенности моделирования роторов различного назначения. Объектом исследований в работе выбран ротор любой возможной конфигурации с валом, состоящим из участков кусочно-постоянного круглого (кольцевого) сечения. К такому представлению может быть приведен вал практически любой роторной машины (турбины, компрессора, детандера, генератора и т.д.) [3]. Навесные элементы могут быть любой конфигурации, но для них должно быть известно местоположение центра масс на валу, масса, экваториальный и полярный моменты инерции. Применяемые в настоящее время подшипники (качения, скольжения, магнитные) могут моделироваться как жестко защемленные, шарнирные или упруго-демпферные опоры в зависимости от степени близости к этим вариантам характеристик применяемого типа подшипников.

Кроме того, для проведения расчетных исследований динамики должны быть известны такие параметры ротора, как свойства материала вала, остаточные дисбалансы навесных элементов, разгонная характеристика и диапазон рабочих скоростей вращения ротора.

Теоретические положения численного анализа роторной динамики. При анализе процессов, происходящих в роторной машине, следует разделять понятия критической скорости и резонанса. Первое связано с потерей устойчивости вращающегося ротора под действием возбуждения из-за собственной неуравновешенности [4-7]. Но в многовальных турбомашинах колебания одного ротора могут быть вызваны неуравновешенностью другого [5, с. 167-170]. Такие колебания, в отличие от критических, называют резонансными [5]. Кроме того, резонансные вибрации определяются динамическим состоянием машины в целом и могут возбуждаться, например, кинематически или периодическими силами постоянного направления различной природы [4]. При этом ротор может совершать движение типа прямой или обратной, синхронной или несинхронной прецессии.

В работе используются численный метод расчета динамических характеристик – метод конечных элементов (МКЭ) [8]. Определение критических частот ротора, как и все другие анализы, выполняется с использованием уравнений роторной динамики, которые в матричной форме имеют вид [8]:

$$[M][\ddot{U}] + ([C] + [G])[\dot{U}] + ([K] + [B])[U] = [F], \qquad (1)$$

где M, C и K – соответственно матрицы масс, демпфирования и жесткости, U – вектор-столбец узловых перемещений, F – вектор-столбец динамической нагрузки, приведенной к узлам конечно-элементной сетки, а G и B – гироскопическая матрица и матрица демпфирования, связанного с вращательным движением, которые позволяют учесть зависимость динамических характеристик (например, собственных частот) от угловой скорости вращения ротора. Последняя матрица изменяет общую матрицу конструкционной жесткости, что может привести к неустойчивости движения ротора.

Далее при [F] = 0 этим уравнениям придается форма, соответствующая задаче о собственных значениях, и для дискретных значений угловой скорости вращения в заданном диапазоне находятся собственные частоты, соответствующие изгибным (поперечным) формам колебаний. Это позволяет построить частотную диаграмму (диаграмму Кэмпбелла) и по ней определить критические скорости вращения с учетом гироскопического момента.

На ротор при вращении действуют центробежные силы, проекции которых на оси системы координат (y и z), перпендикулярные оси вала, изменяются по гармоническому закону в противофазе [8]:

$$\begin{aligned} F_y &= \omega^2 (F\cos\alpha\cos\omega t + F\sin\alpha\sin\omega t); \\ F_z &= \omega^2 (F\cos\alpha\sin\omega t + F\sin\alpha\cos\omega t); \end{aligned} \quad F = me, \tag{2}$$

где m – неуравновешенная масса, e – эксцентриситет, α – фаза неуравновешенности, ω – угловая скорость вращения.

В комплексном виде равенства (2) могут быть записаны как:

$$\begin{aligned} F_y &= \omega^2 (F_a - iF_b) e^{i\omega t}; \\ F_z &= \omega^2 (-F_b - iF_a) e^{i\omega t}. \end{aligned} \tag{3}$$

При выполнении гармонического анализа с учетом таких сил решается уравнение вида (1) с правой частью (3) и строится амлитудно-частотная характеристика (АЧХ), например, для центров масс навесных элементов или опорных участков. Это позволяет найти резонансные режимы с определением амплитуд колебаний, построить траектории движения ротора, соответствующие этим угловым скоростям и в конечном итоге оценить их опасность.

Интегрированное программное средство и методика вычислений. Для расчета динамических характеристик роторной системы (многоопорного ротора), то есть проведения расчетов собственных частот и форм невращающегося ротора, получения зависимостей собственных частот от угловой скорости вращения в заданном диапазоне и построения частотной диаграммы Кэмбелла, выполнения гармонического анализа и построения амплитудно-частотных характеристик с визуализацией траекторий движения ротора была создана программа «Sol». Она интегрирована с многоцелевым пакетом проектирования и конечно-элементного анализа. Геометрические параметры ротора в виде длин и диаметров отдельных участков вала задаются пользователем в главном окне программы «Данные», вид которого показан на рис. 1.

Кроме того, в этом же окне имеется возможность указания мест расположения сосредоточенных масс с определением их параметров (масса, экваториальный и полярный моменты инерции, дисбаланс), радиальных и осевых опор с выбором вида опирания и заданием их характеристик (коэффициентов жесткости и сопротивления), свойств материала вала, а также типа расчета (критические скорости, гармонический анализ) и его параметров (количество собственных частот и форм, диапазон угловых скоростей для построения диаграммы Кэмбелла, диапазон частот для построения АЧХ и количество расчетных точек в этих диапазонах). Все представленные на форме параметры снабжены вплывающими подсказками, содержащими информацию о физическом смысле и единицах измерения (см. рис. 1).

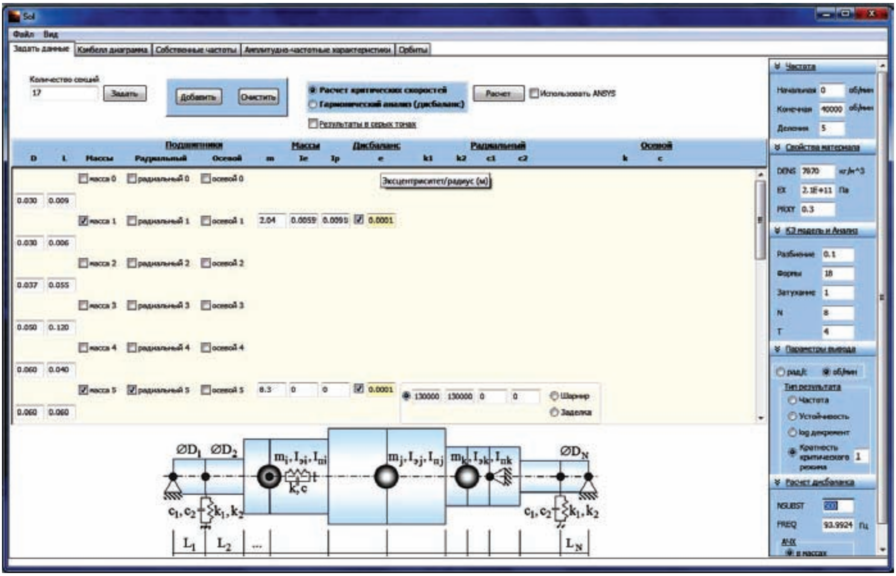


Рисунок 1 – Окно для задания параметров системы «ротор-опоры» программы «Sol»

Передача этих и других исходных данных из управляющей программы в пакет осуществляется посредством макроса, содержащего команды построения геометрической и конечно-элементной моделей, задания свойств материалов, граничных условий и нагрузок, запуска на счет, визуализации и сохранения результатов.

В качестве расчетной конечно-элементной модели в программе используется балочно-массовая модель. Так вал моделируется балочными конечными элементами (КЭ) кусочно-постоянного круглого или кольцевого сечения, навесные элементы – КЭ сосредоточенных масс с учетом или без учета инерции поворота, радиальные упруго-демпферные подшипники – КЭ специального типа с заданием коэффициентов жесткости и сопротивления в двух взаимно перпендикулярных направлениях, а осевые упруго-демпферные подшипники – КЭ типа линейных пружин с постоянными значениями коэффициентов жесткости и сопротивления.

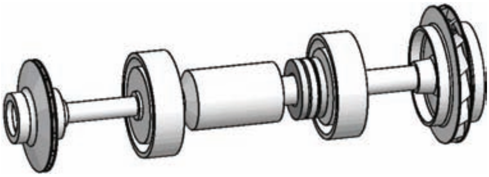
Примененные расчетные алгоритмы роторной динамики соответствуют теоретическим положениям, описанным выше (см. п. 3).

Вывод результатов включает в себя графическое представление диаграммы Кэмбелла с указанием значений критических скоростей соответствующих прямой, обратной и «неопределенной» прецессиям (вкладка «Кэмпбелл-диаграмма»), визуализацию собственных форм колебаний невращающегося ротора с указанием значений собственных частот, соответствующих им (вкладка «Собственные частоты»), графический вывод АЧХ в виде резонансной кривой (вкладка «Амплитудно-частотная характеристика») и отображение траектории прецессионного движения ротора для заданной угловой скорости (вкладка «Орбиты»).

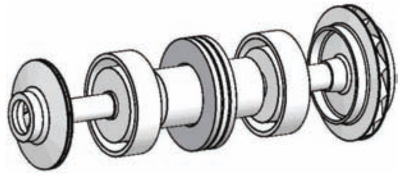
Расчетные исследования и верификация программы. Целью выполненных с использованием созданной программы численных исследований, результаты которых представлены ниже, являлось подтверждение адекватности расчетного средства и демонстрация его возможностей.

В качестве объектов исследований выбраны системы, для которых основные динамические характеристики были получены ранее либо расчетным путем с использованием других математических моделей и методов, либо экспериментальным путем. Это ротор детандер-компрессорного агрегата, входящего в состав технологического стенда, разработанного на ПАО «Сумское НПО им. М.В. Фрунзе» и служащего для сжижения природного газа [9], и ротор лабораторной установки, реализующей полный магнитный подвес комбинированного типа [10].

Анализ динамики роторов ДКА. Геометрические модели исходной и модифицированной конструкций ротора ДКА представлены на рис. 2. В обоих случая в состав конструкции ротора входит два рабочих колеса (детандерное и компрессорное), цапфы радиальных и диск осевого подшипников скольжения. Длины роторов равны 1 м и 0,94 м, а массы 54 и 63 кг – соответственно, жесткость опор – $1{,}3\times10^7$ Н/м. Изменение конструкции ротора выполнено с целью перехода от подшипников скольжения (см. рис. 2, *а*) к магнитным подшипникам [9], являющимся, по сути, тоже упругими опорами.



а



б

Рисунок 2 – Геометрические трехмерные модели:
а – исходная; *б* – модифицированная конструкция ротора ДКА

Схема полного магнитного подвеса ротора ДКА с двумя радиальными магнитными подшипниками на постоянных магнитах (МППМ) и одним осевым активным магнитным подшипником (АМП) двустороннего действия, расположенным посередине (см. рис. 2, *б*), рассмотрена в работе [10].

С помощью программы была построена расчетная модель и проведены численные исследования, погрешность результатов которых, обусловленная сеточной дискретизацией, не превышала 1 %. Это было подтверждено их сравнением с результатами, полученными при меньшем размере КЭ.

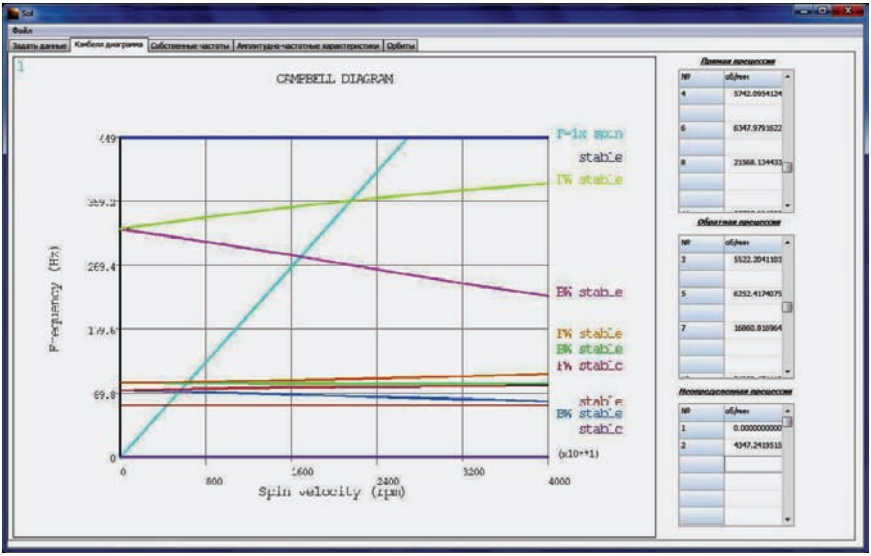
На рис. 3 представлена диаграмма Кэмбелла для ротора ДКА модифицированной конструкции (см. рис. 2, *б*), причем рис. 3, *а* демонстрирует зависимость собственных частот, находящихся в нижней части спектра, от угловой скорости вращения, а рис. 3, *б* – в верхней. Наклонная линия, выходящая из начала координат, соответствует первой (основной) гармонике, а точки пересечения ее с графиками частот дают критические скорости. Численные значения этих скоростей представлены на форме в таблицах с указанием, какому типу прецессии они соответствуют.

Собственные формы поперечных и изгибных колебаний невращающегося ротора представлены на рис. 4-7. Кроме балочных элементов, моделирующих вал, на рисунках отображены и элементы (К0), моделирующие радиальные и осевую упругие опоры. В таблицах даны значения собственных частот, попадающих в заданный диапазон.

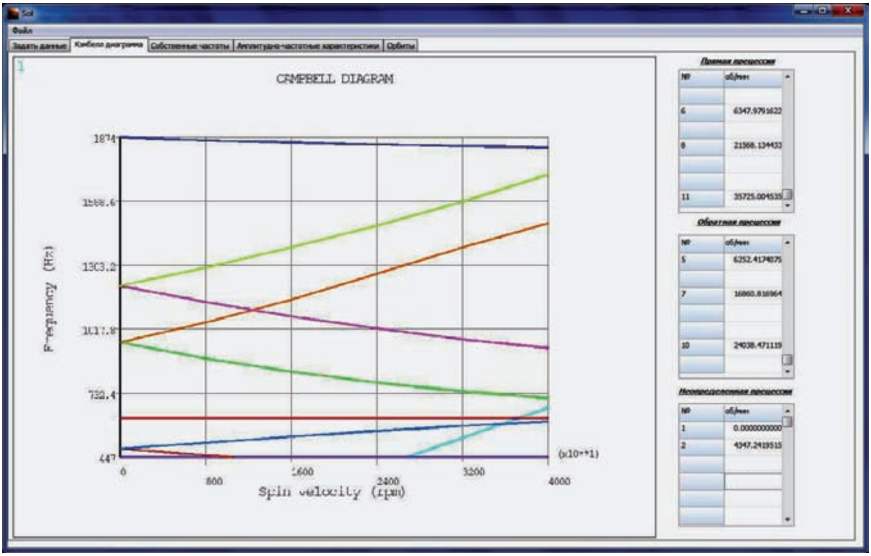
На рис. 8 представлены АЧХ ротора ДКА модифицированной конструкции, то есть зависимость амплитуд колебаний (в метрах) центров тяжести сосредоточенных масс навесных элементов (см. рис. 8, *а*) и центров опорных участков радиальных и осевого подшипников (см. рис. 8, *б*) от частоты возбуждения (в Герцах). Из анализа АЧХ можно сделать вывод, что первый резонансный режим возникает на частоте ~95 Гц. Это соответствует первой критической скорости 5742 об/мин, на которой ротор совершает движение типа прямой синхронной конической прецессии. Траектории движения на данной скорости отдельных узловых точек ротора изображены на рис. 9.

Для выполнения сравнительного анализа и подтверждения достоверности расчетной модели и примененных средств, а также всего программного продукта использовались результаты расчетов для двух рассмотренных конструктивных вариантов с теми же параметрами, но выполненные с использованием также балочно-массовых расчетных моделей, представленных на рис. 10. Здесь в расчетах, выполненных методом конечных разностей (МКР), учитывалась прямая прецессия вала [9]. Результаты в виде первых пяти значений критических скоростей сведены в табл. 1. Их анализ показал, что относительная разница практически для всех критических скоростей ротора ДКА обеих конструкций не превышает 4 %, а это может являться подтверждением адекватности предложенного программного средства, так как объяснением немного большего несовпадения некоторых значений может служить неучет в «эталонных» расчетах осевых упругих опор.

Анализ динамики ротора лабораторной установки с магнитными подшипниками. Комбинированный магнитный подвес ротора лабораторной (экспериментальной) установки включает два радиальных магнитных подшипника на двух постоянных кольцевых магнитах (МППКМ) и один осевой активный магнитный подшипник двухстороннего действия с двумя обмотками [10]. Установка предназначена для подтверждения возможности реализа-



а



б

Рисунок 3 – Диаграмма Кэмпбелла (частотная диаграмма) ротора ДКА модифицированной конструкции: *а* – нижняя часть спектра, *б* – верхняя часть спектра

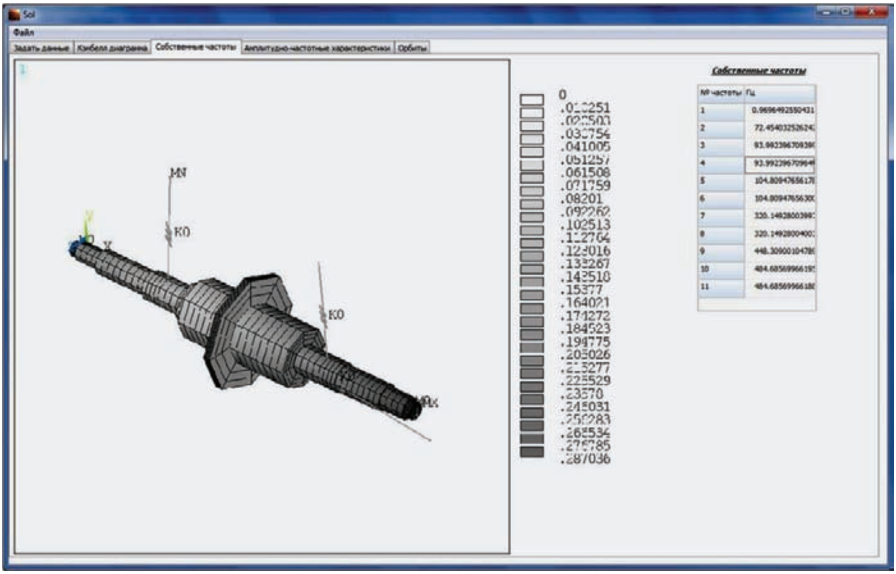


Рисунок 4 – Поперечная угловая форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

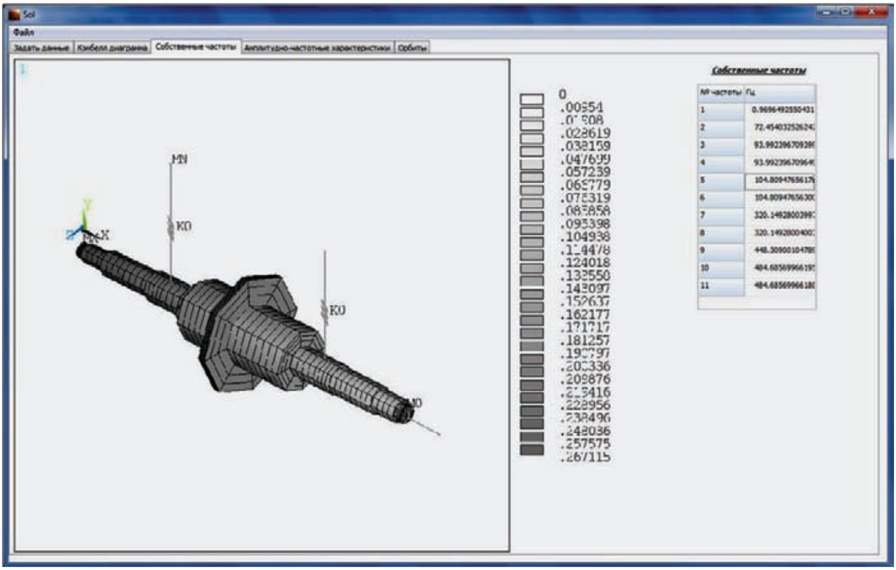


Рисунок 5 – Поперечная поступательная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

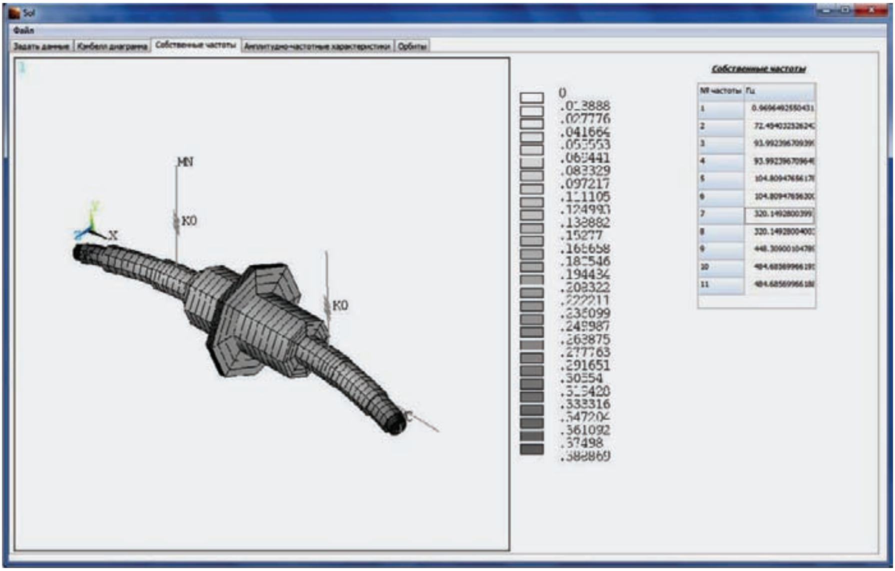


Рисунок 6 – Первая изгибная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты

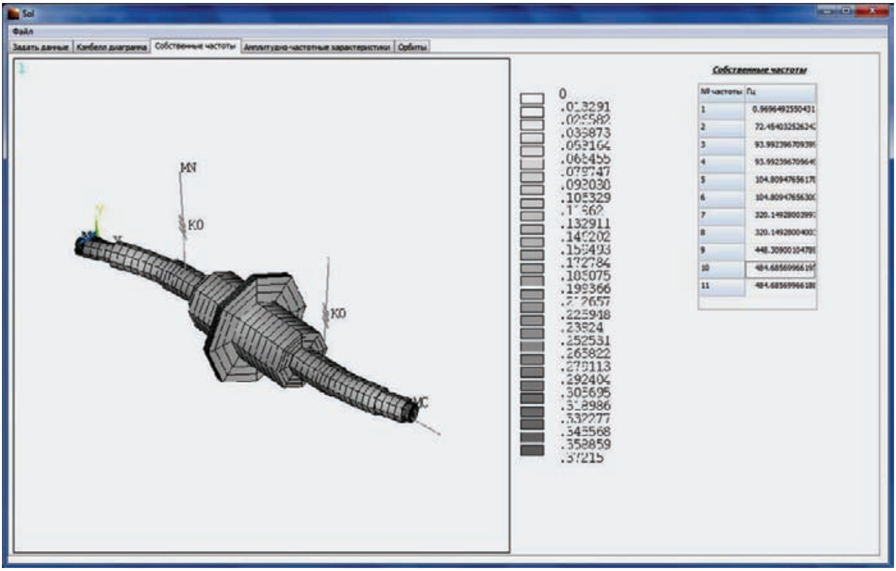
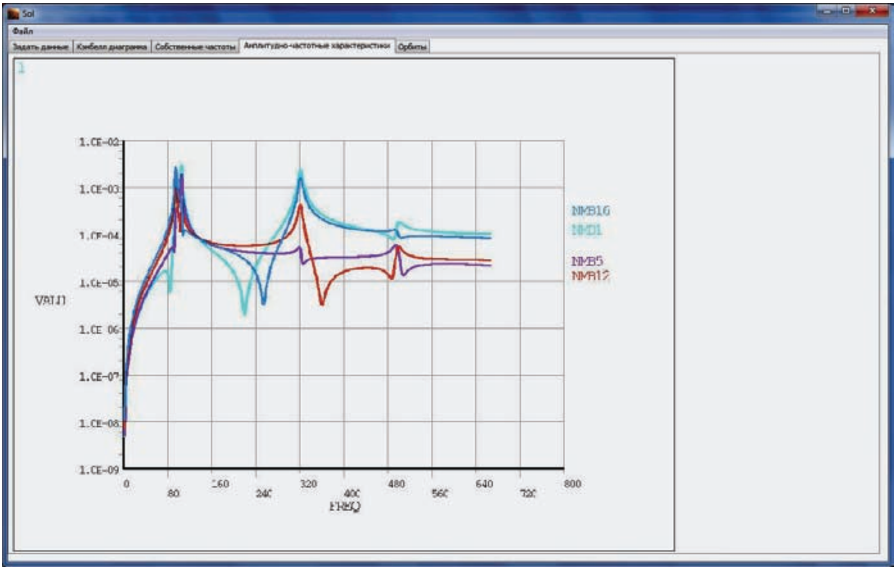
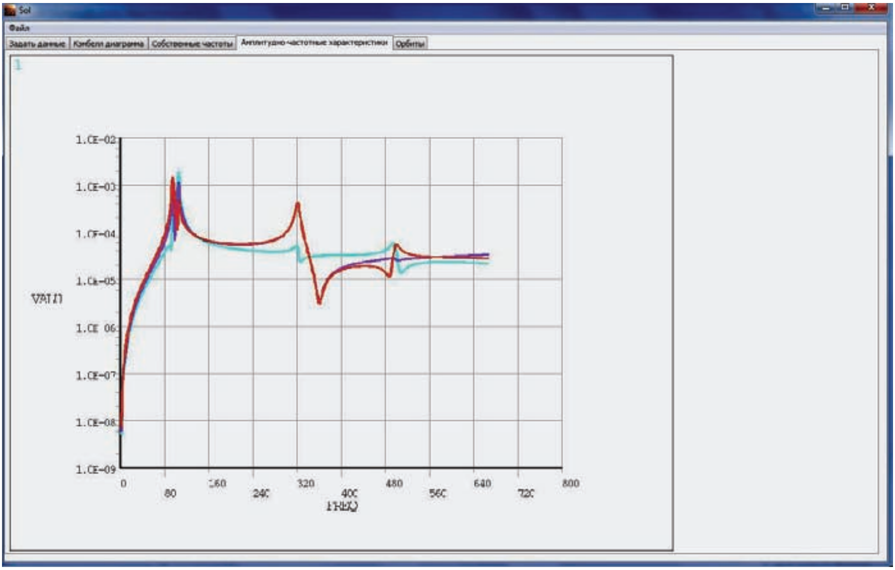


Рисунок 7 – Вторая изгибная форма собственных колебаний ротора ДКА модифицированной конструкции с указанием места в спектре и собственной частоты



а



б

Рисунок 8 – Амплитудно-частотная характеристика ротора ДКА:
а – амплитуды колебаний сосредоточенных масс навесных элементов;
б – амплитуды колебаний центров опорных участков

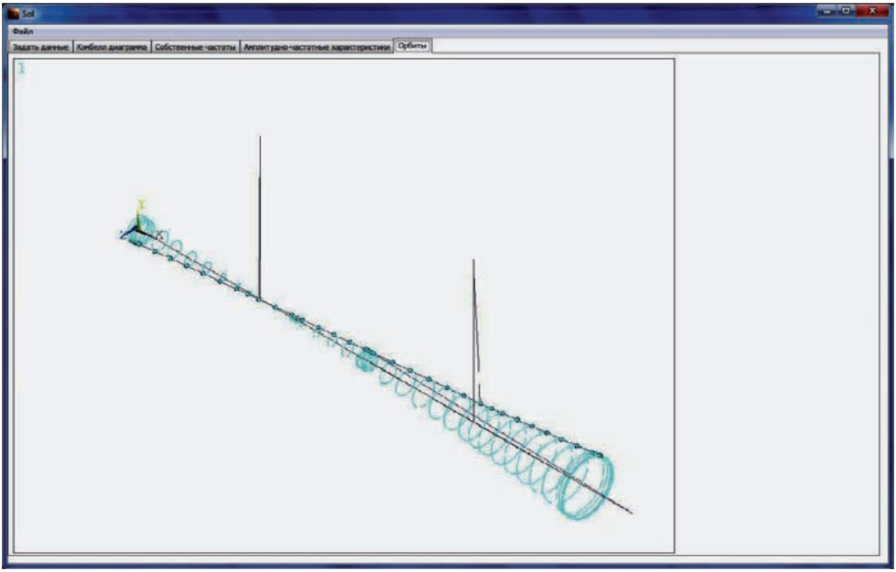
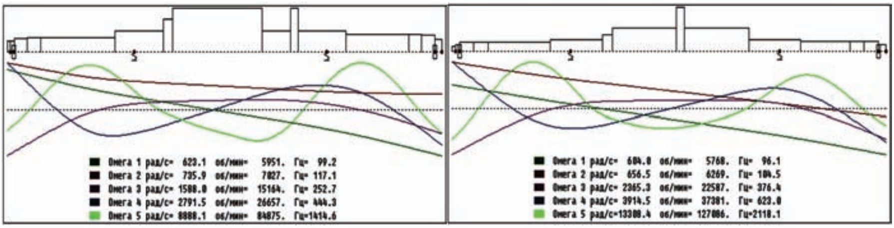


Рисунок 9 – Траектория движения ротора ДКА на первой критической скорости вращения 5742 об/мин (прямая коническая прецессия)



а *б*

Рисунок 10 – Результаты расчетов критических скоростей методом конечных разностей: *а* – исходная; *б* – модифицированная конструкция ротора ДКА

Таблица 1 – Критические скорости вращения ротора ДКА в упругих опорах [об/мин]

№	Вид движения – прямая синхронная прецессия	Исходная конструкция		Модифицированная конструкция	
		МКР	МКЭ	МКР	МКЭ
1	коническая	5951	5768	5768	5742
2	цилиндрическая	7027	6566	6269	6347
3	изогнутой оси	15164	15580	22587	21568
4	изогнутой оси	26657	28757	37381	35725
5	изогнутой оси	84875	83116	127086	105937

ции такого вида полного магнитного подвеса в высокоскоростных роторных машинах (например, ДКА), а также для проведения экспериментальных исследований с целью апробации алгоритмов и законов управления для достижения динамической устойчивости в заданном диапазоне возможных возмущающих воздействий, определения вибрационных характеристик, поиска различных резонансных режимов, в том числе связанных с нелинейностями силовых и жесткостных характеристик магнитных подшипников, идентификации аналитических математических моделей [10]. Ее внешний вид показан на рис. 11. Здесь же представлены два варианта ротора исходной (вверху) и модифицированной (внизу) конструкций. Длина роторов равна 367 и 328 мм, а масса 2,5 и 2,7 кг соответственно. Конструктивные изменения ротора были выполнены с целью совмещения точки измерения осевого положения ротора и точки управления осевым АМП, а также горизонтального выравнивания оси ротора в положении статического равновесия. В обоих вариантах ротора кольца МППКМ имеют осевую намагниченность и обеспечивают самоцентрирование в радиальном направлении за счет сил отталкивания. Устойчивость в осевом направлении обеспечивается системой управления (СУ) с обратной связью, реализующей некоторый алгоритм управления, то есть алгоритм изменения управляющих напряжений, подаваемых на обмотки АМП в зависимости от положения ротора, определяемого с помощью датчиков.

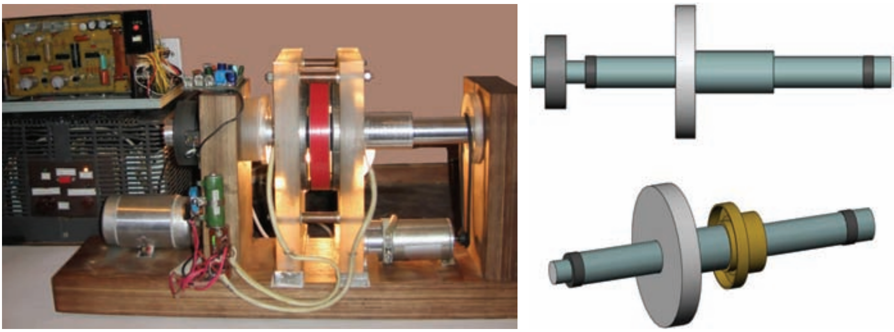


Рисунок 11 – Лабораторная установка ротора в комбинированном магнитном подвесе и геометрические модели исходной и модифицированной конструкций ротора

При проведении расчетных исследований все магнитные подшипники рассматривались как упругие опоры с постоянной жесткостью, значение которой соответствовало положению статического равновесии ротора [10]. Так жесткость радиальных опор равна 7800 Н/м и 5930 Н/м в вертикальном и горизонтальном направлении, а осевой – 8600 Н/м.

Диаграммы Кэмбелла для рассматриваемых роторов, полученные с помощью аналитических моделей в диапазоне угловых скоростей от 0 до 3000 об/мин [11], представлены на рис. 12. Значения критических скоростей вращения, найденные по ним и подтвержденные экспериментальными данными (погрешность меньше 0,5 %) [12], вместе со значениями, полученными с помощью созданного программного средства, сведены в табл. 2 для сравнительного анализа.

В этом случае вид зависимостей собственных частот от угловой скорости вращения (см. рис. 12) отличается от предыдущего случая (см. рис. 3), так как значения жесткости радиальных опор отличается в горизонтальном и вертикальном направлениях. Это является причиной появления двух собственных частот как поступательных, так и угловых поперечных колебаний невращающегося ротора p_{1x} и p_{1y}, p_{2x} и p_{2y} (см. рис. 12). А при разгоне ротора это приводит к реализации как прямой, так и обратной прецессий, и поэтому в табл. 2 сравниваются критические скорости для обоих этих движений.

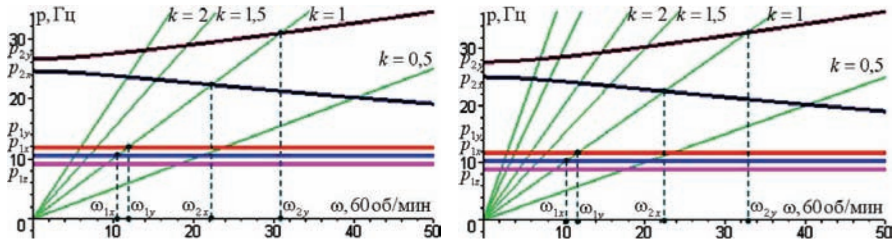


Рисунок 12 – Диаграммы Кэмпбелла, полученные с помощью аналитической модели: *а* – исходная; *б* – модифицированная конструкция ротора лабораторной установки

Таблица 2 – Критические скорости вращения ротора модели в магнитных подшипниках [об/мин]

№	Вид движения – синхронная прецессия	Исходная конструкция		Модифицированная конструкция	
		АМ	МКЭ	АМ	МКЭ
1	цилиндрическая обратная	633	636	627	624
2	цилиндрическая прямая	714	719	706	703
3	коническая обратная	1338	1358	1355	1364
4	коническая прямая	1854	1901	1968	2002

Анализ результатов показал, что при их сравнении с данными, полученными экспериментальным путем (см. табл. 2), погрешность составляет ~1 %. Это значение в отличие от сравнения с результатами численных исследований, проведенных на других моделях и другими методами, в 4 раза меньше (табл. 1) и может являться подтверждением достоверности всего программного средства, а также примененных в нем способов моделирования, алгоритмов взаимодействия отдельных модулей и способов интеграции с многоцелевым пакетом проектирования и конечно-элементного анализа.

Заключение. В работе выполнено конечно-элементное моделирование роторов различных типов и назначения с учетом неуравновешенных масс, моделирующих навесные элементы, упругого или жесткого опирания в радиальном и осевом направлениях. Автоматизация моделирования и расчетов динамических характеристик роторных систем реализована в программном средстве, интегрированном с пакетом инженерного анализа. Серия расчетных исследований, проведенных с его помощью, позволила доказать его работоспособность, адекватность примененных способов моделирования и методик численного поиска собственных частот, критических скоростей и АЧХ.

Разработанное программное средство может использоваться для численного определения динамических характеристик роторов практически любой конструкции с любым количеством масс, упругих и жестких опор. Еще одним применением программного средства является возможность его использования в качестве расчетного модуля в пакете оптимизации геометрии вала, выполняемой с целью обеспечения отстройки критических режимов от диапазона рабочих скоростей вращения ротора.

Список литературы: **1.** Вибрации роторных систем / *Рагульскис К.М., Ионушас Р.А., Бакшис А.К.* и др. – Вильнюс: Мокслас, 1976. – 232 с. **2.** *Гольдин А.С.* Вибрация роторных машин / *А.С. Гольдин*. – М.: Машиностроение, 1999. – 344 с. **3.** *Кельзон А.С.* Расчет и конструирование роторных машин / *А.С. Кельзон, Ю.Н. Журавлев, Н.В. Январев*. – Л.: Машиностроение, 1977. – 288 с. **4.** *Липсман С.И.* Предупреждение и устранение вибрации роторных машин / *С.И. Липсман, А.Т. Музыка, В.С. Липсман*. – К.: Техніка, 1968. – 196 с. **5.** *Иноземцев А.А.* Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок / *А.А. Иноземцев, М.А. Нихамкин, В.Л. Сандратский*. – М.: Машиностроение, 2008. – Т. 4: Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – 204 с. **6.** *Хронин Д.В.* Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов / *Д.В. Хронин*. – М.: Машиностроение, 1970. – 412 с. **7.** *Тондл А.* Динамика роторов турбогенераторов / *А. Тондл*. – Л.: Энергия, 1971. – 387 с. **8.** *Nelson H.D.* The dynamics of rotor bearing systems using finite elements / *H.D. Nelson, J.M. McVaugh* // Journal of Engineering for Industry. – 1976. –Vol. 98. – P. 593-600. **9.** Особенности модифицирования ротора детандер-компрессорного агрегата для применения опор на постоянных магнитах / *Бухолдин Ю.С., Левашов В.А., Гадяка В.Г., Мартыненко Г.Ю.* // Компрессорная техника и пневматика. – М.: ИИЦ КХТ, 2012. – С. 22-28. **10.** *Мартиненко Г.* Критичні швидкості обертання ротора експериментальної моделі в пасивних радіальних і активному осьовому підшипниках / *Г. Мартиненко* // Машинознавство. – Львів: Кінпатрі Лтд., 2009. – № 3 (141). – С. 28-33. **11.** *Мартиненко Г.* Ідентифікація математичної моделі жорсткого ротора в пасивно-активному магнітному підвісі на підставі експериментальних даних / *Г. Мартиненко* // Машинознавство. – Львів: Кінпатрі Лтд., 2009. – № 11 (149). – С. 9-14. **12.** *Мартыненко Г.Ю.* Нелинейная динамика жестких роторов турбомашин в магнитных подшипниках с учетом взаимосвязи механических и электромагнитных процессов / *Г.Ю. Мартыненко* // Прочность материалов и элементов конструкций: Тр. Междунар. науч.-техн конф. (Киев, 28-30 сентября 2010 г.) / Отв. ред. *В.Т. Трощенко*. – К.: Ин-т проблем прочности им. Г.С. Писаренко НАН Украины, 2011. – С. 50-58.

Поступила в редколлегию 14.10.2012.

УДК 534.232.001.62.50

К.Б. МЯГКОХЛЕБ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ ДЛЯ ВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ ТРЕХКООРДИНАТНОЙ НАГРУЗКИ

У роботі показані особливості побудови математичної моделі руху платформи трьохкоординатного електромагнітного вібростенда (ЕМВС). На основі розробленої математичної моделі складена структурна схема ЕМВС. Показані шляхи компенсації кутових коливань.

Ключові слова: математична модель, електромагнітний вібростенд, кутові коливання.

В работе показаны особенности построения математической модели движения платформы трехкоординатного электромагнитного вибростенда (ЭМВС). На основе разработанной математической модели составлена структурная схема ЭМВС. Показаны пути компенсации угловых колебаний.

Ключевые слова: математическая модель, электромагнитный вибростенд, угловые колебания.

In the report the features of construction of mathematical model of movement(traffic) of a platform of the three-coordinate electromagnetic vibrating stand (EMVS) are shown. On the basis of the developed mathematical model the block diagram EMVS is made. The ways of indemnification of are shown.

Keyword: mathematical model, electromagnetic vibrating stand, angular fluctuations.

Введение. Работа по созданию систем электромагнитного возбуждения механических колебаний, для различных технологических процессов, в частности для колебания литейных форм при изготовлении отливок из разных металлов и сплавов является актуальной, поскольку направлена на повышение качества литья с использованием более экономичного оборудования. Так же многокоординатные вибростенды играют важную роль в современной испытательной технике при решении задач сокращения времени испытаний и повышения достоверности получаемых оценок, поскольку формируемые на них вибрации наиболее полно соответствуют эксплуатационным нагрузкам.

Постановка проблемы. Рассмотрим трехкоординатный ЭМВС, приведенный на рис. 1. принцип возбуждения колебаний платформы, связанной с тремя якорями определенным образом, основано на воздействии на якоря переменным магнитным полем, действующим одновременно по трем направлениям.

Уравнения динамики трехкоординатного ЭМВС, полученные на основании уравнений Лагранжа-Максвелла [1], имеют вид

$$m\ddot{x}+b_x\dot{x}+c_x x=DI_x^{*2}\left[a+\frac{1}{2}\delta(\Psi+\theta)\right];$$

$$m\ddot{y} + b_y\dot{y} + c_y y = -c_y\Psi a + DI_y^{*2}\left[a + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \Psi)\right];$$

$$m\ddot{z} + b_z\dot{z} + c_z z = DI_z^{*2}\left[a + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \theta)\right];$$

$$J_z\ddot{\varphi} = -J_z\ddot{\Psi} + \frac{1}{2}D\delta\left[I_y^{*2}(\delta - y) + I_z^{*2}(\delta - z)\right];$$

$$J_z\ddot{\Psi} + c_y\varphi a^2 + b_y\dot{\Psi}a^2 = -J_z\ddot{\varphi} - c_y y a - b_y\dot{y}a + \frac{1}{2}D\delta\left[I_x^{*2}(\delta - x) + I_y^{*2}(\delta - y)\right];$$

$$J_x\ddot{\theta} = \frac{1}{2}D\delta\left[I_x^{*2}(\delta - x) + I_z^{*2}(\delta - z)\right];$$

$$\dot{I}_x^*\left[a + \delta - x + \frac{1}{2}\delta(\Psi + \theta)\right] + I_x^*\left[\frac{R_x(\delta - x)}{2D} - \left(\dot{x} - \frac{1}{2}\delta(\dot{\Psi} + \dot{\theta})\right)\right] = \frac{U_x}{2D};$$

$$\dot{I}_y^*\left[a + \delta - y + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \Psi)\right] + I_y^*\left[\frac{R_y(\delta - y)}{2D} - \left(\dot{y} - \frac{1}{2}\delta(\dot{\varphi} + \dot{\Psi})\right)\right] = \frac{U_y}{2D};$$

$$\dot{I}_z^*\left[a + \delta - z + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \theta)\right] + I_z^*\left[\frac{R_z(\delta - z)}{2D} - \left(\dot{z} - \frac{1}{2}\delta(\dot{\varphi} + \dot{\theta})\right)\right] = \frac{U_z}{2D},$$

где $I_q^* = \dfrac{I_q}{\delta - q}$; $D = \dfrac{w^2\mu\mu_0(a+\delta)}{2}$, q – линейные обобщенные координаты, m – масса платформы; c_x, c_y, c_z – коэффициенты жесткости упругих элементов, установленных соответственно по координатам x, y, z; x, y, z, φ, ψ, θ – перемещения массы m; b_x, b_y, b_z – коэффициенты диссипации; J_x, J_y, J_z –моменты инерции платформы; I_x, I_y, I_z – токи в катушках; δ – величина воздушных зазоров, $(a+\delta)\left(a+\delta-x+\frac{1}{2}\delta\Psi+\frac{1}{2}\delta\theta\right)$, $(a+\delta)\left(a+\delta-y+\frac{1}{2}\delta\varphi+\frac{1}{2}\delta\Psi\right)$, $(a+\delta)\left(a+\delta-z+\frac{1}{2}\delta\varphi+\frac{1}{2}\delta\theta\right)$ – площади воздушных зазоров по координатам x, y, z соответственно, a – сторона сечения магнитопровода, w – число витков, R – активное сопротивление катушек, μ, μ_0 – магнитные проницаемости.

Для составления структурной схемы трехкоординатного ЭМВ воспользуемся преобразованием Лапласа

$$x\left(mp^2 + b_x p + c_x\right) = DI_x^{*2}\left[a + \frac{1}{2}\delta(\Psi + \theta)\right];$$

$$y\left(mp^2 + b_y p + c_y\right) = -c_y\Psi_a + DI_x^{*2}\left[a + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \Psi)\right];$$

$$z\left(mp^2 + b_z p + c_z\right) = DI_z^{*2}\left[a + \frac{1}{2}\delta(\varphi + \theta)\right];$$

$$\varphi I_z p^2 = -\Psi I_z p^2 + \frac{1}{2} D\delta\left[I_y^{*2}(\delta - y) + I_z^{*2}(\delta - z)\right];$$

$$\Psi\left(J_z p^2 + b_y a^2 p + c_y a^2\right) = -\varphi J_z p^2 - y\left(p b_y a + c_y a\right) + \frac{1}{2} D\delta\left[I_x^{*2}(\delta - x) + I_y^{*2}(\delta - y)\right];$$

$$\theta J_x p^2 = \frac{1}{2} D\delta\left[I_x^{*2}(\delta - x) + I_z^{*2}(\delta - z)\right];$$

$$I_x^* = \frac{U_x}{2D(a+\delta)p + R\delta} + I_x^* x \frac{(4Dp + R)}{2D(a+\delta)p + R\delta} - I_x^* \frac{2D\delta}{2D(a+\delta)p + R\delta(\Psi + \theta)};$$

$$I_y^* = \frac{U_y}{2D(a+\delta)p + R\delta} + I_y^* y \frac{(4Dp + R)}{2D(a+\delta)p + R\delta} - I_y^* \frac{2D\delta(\varphi + \Psi)}{2D(a+\delta)p + R\delta};$$

$$I_z^* = \frac{U_z}{2D(a+\delta)p + R\delta} + I_z^* z \frac{(4Dp + R)}{2D(a+\delta)p + R\delta} - I_z^* \frac{2D\delta(\varphi + \theta)}{2D(a+\delta)p + R\delta}.$$

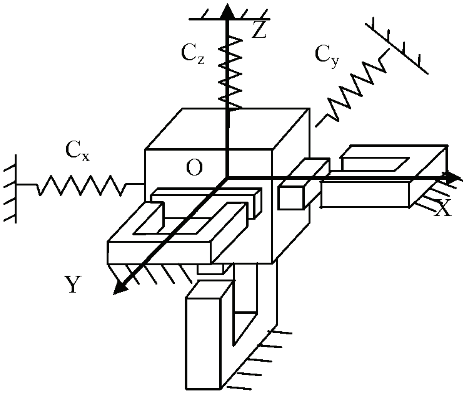


Рисунок 1 – Общий вид ЭМВС

Введем следующие обозначения

$$\frac{1}{2D(a+\delta)p + R\delta} = W_1;$$

$$\frac{1}{mp^2 + b_x p + c_x} = W_2;$$

$$\frac{1}{mp^2 + b_y p + c_y} = W_3;$$

$$\frac{1}{mp^2 + b_z p + c_z} = W_4;$$

$$4Dp + R = W_5;$$

$$4D = W_6;$$

$$D = W_7;$$

$$a = W_8;$$

$$\frac{1}{2}\delta = W_9;$$

$$\delta = W_{10};$$

$$\frac{1}{2}\delta D = W_{11};$$

$$J_z p^2 = W_{12};$$

$$p b_y a + c_y a = W_{13};$$

$$\frac{\frac{1}{2}\delta D}{J_z p^2} = W_{15};$$

$$\frac{\frac{1}{2}\delta D}{J_x p^2} = W_{16};$$

$$\frac{c_y a}{mp^2 + b_y p + c_y} = W_{17}.$$

Структурная схема трехкоординатного ЭМВ представлена на рис. 2. Как видно из структурной схемы в системе имеются имеются угловые колебания, которые не поддаются компенсации при принятой начальной конструкции трехкоординатного ЭМВ. Для компенсации угловых колебаний необходимо увеличение числа электромагнитных вибраторов по каждой координате.

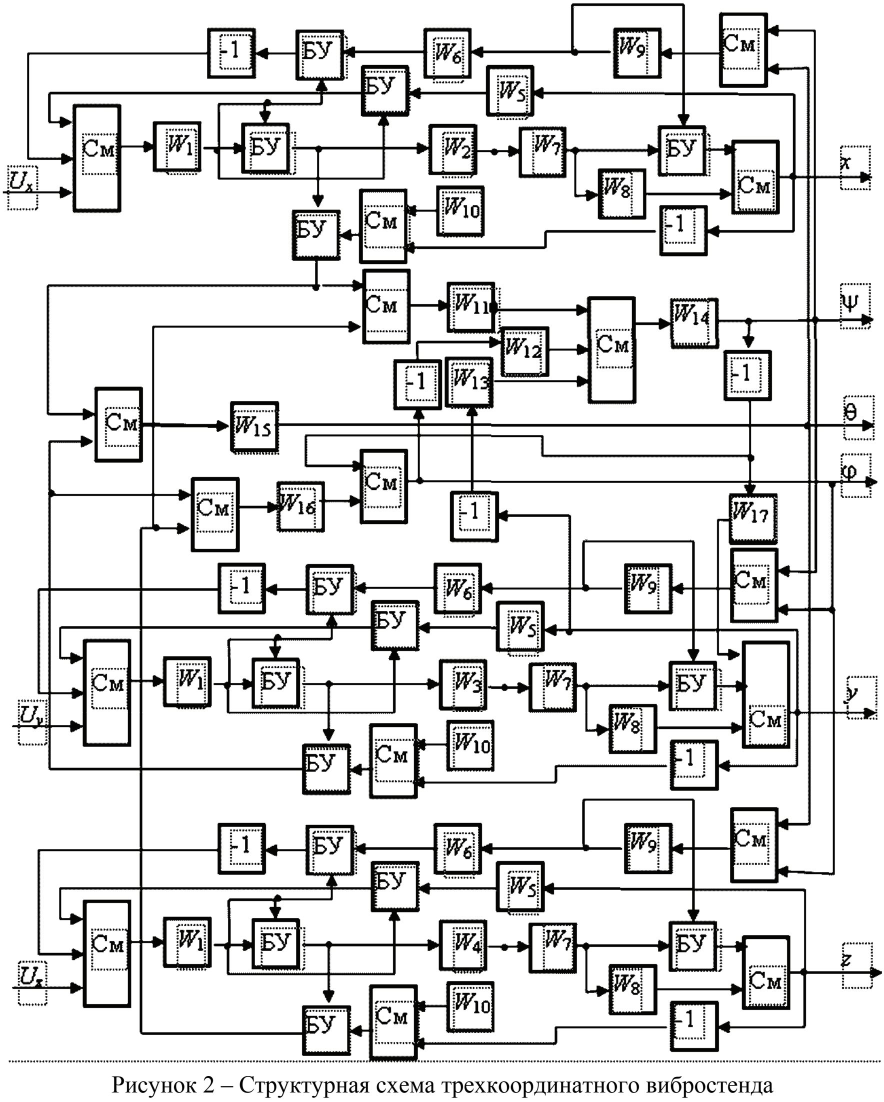


Рисунок 2 – Структурная схема трехкоординатного вибростенда

На основании данных математической модели и структурной схемы в лаборатории отдела надежности и динамической прочности ИПМаш НАНУ был разработан многокоординатный электромагнитный вибростенд, представленный на рис. 3, на него получен патент Украины на изобретение [2].

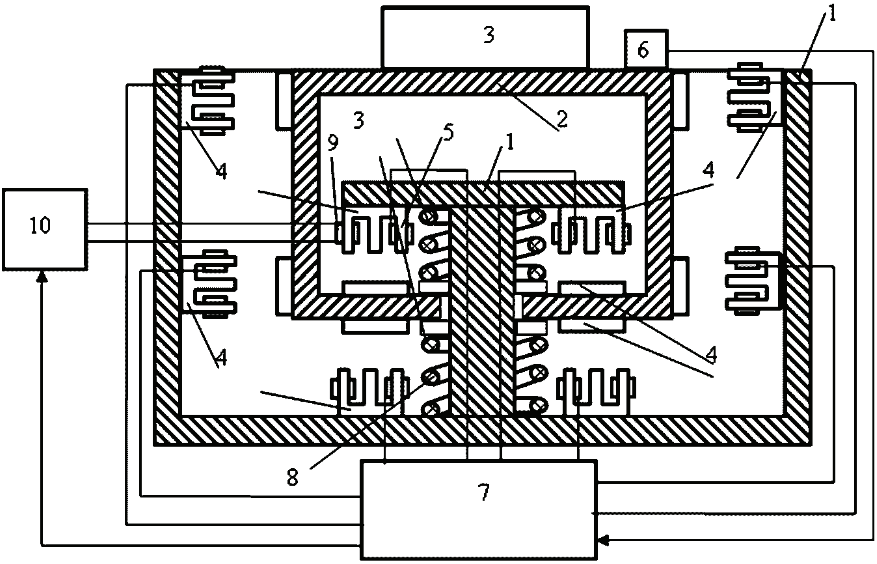


Рисунок 3 – Многокоординатный вибростенд: 1 – основание; 2 – платформа; 3 – объект нагружения; 4 – вибровозбудители; 5 – обмотки возбуждения; 6 –блок вибропреобразователей; 7 – система управления; 8 – соединительные узлы; 9 – обмотки постоянного тока; 10 – регулируемый источник постоянного напряжения

Многокоординатный вибростенд работает следующим образом. Система управления 7 формирует управляющие сигналы, которые отвечают программе испытаний, и поступают на вибровозбудители 4, которые передают вибрационное воздействие на платформу 2, где расположены объект нагружения 3 и блок вибропреобразователей 6. В процессе испытаний блок вибропреобразователей 6 фиксирует механические колебания, которые испытывает объект нагружения 3, и превращает их в электрический сигнал. Исходный сигнал блока вибропреобразователей 6 поступает на вход управляющей системы 7, которая по этому сигналу корректирует необходимые значения сигналов управление любым вибровозбудителем 4. Кроме того, система управления 7 формирует сигналы управления регулируемым источником постоянного напряжения 10, за счет чего формируется необходимое постоянное напряжение на дополнительных обмотках 9 вертикально расположенных электромагнитов 4. Это дает возможность получить компенсирующую электромагнитную силу, линия действия которой противоположна силе гравитации, то есть исключить влияние весовых параметров объекта нагружения 3 и платформы 2.

Такое построение многокоординатного вибростенда разрешает существенным образом уменьшить влияние соединительных узлов на формирование воспроизводимых нагрузок, а также повысить надежность вибростенда.

Учтя все достоинства данного вибростенда, была разработана двухкоординатная электромагнитная виброустановка для колебаний литейной формы с четырьмя упругими элементами, ее схема приведена на рис. 4.

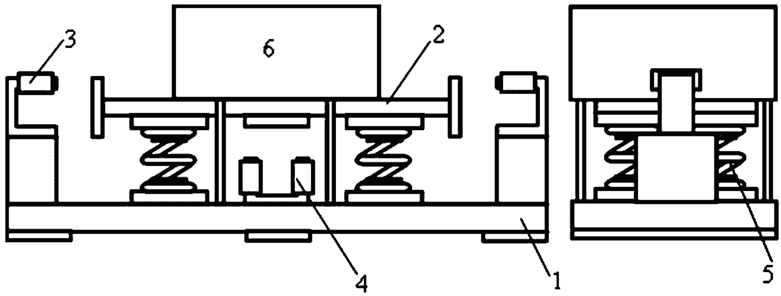


Рисунок 4 – Двухкоординатная электромагнитная виброустановка для колебаний литейной формы в трех проекциях: 1 – основание, 2 – платформа, 3 – горизонтальные вибровозбудители, 4 – вертикальные вибровозбудители, 5 – пружины, 6 – термостат с кокилем

Вертикальный ЭМВ выбран с магнитопроводом большего размера, чем горизонтальный ЭМВ и с более мощными упругими элементами для возможности создания большего перемещения, поскольку при разливке металла масса подвижной системы установки будет изменяться. Кроме того, это вызвано особенностями крепления кокиля и другими требованиями технологического процесса.

На базе патента «Многокоординатный вибростенд» с учетом электромагнитной установки для применения вибрации в технологическом процессе литья. Был получен патент Украины на полезную модель «Способ получения слитков»[3].

Выводы. Зная математические модели ЭМВС и представляя себе структуры этих ЭМВС, можно более четко ориентироваться в существе преобразований задающих воздействий при получении необходимых перемещений платформы стенда. Результаты исследований могут использоваться и быть востребованы в различных отраслях народного хозяйства.

Список литературы: 1. *Божко А.Е.* Оптимальное управление в системах воспроизведения вибраций. – К.: Наукова думка, 1977. – 219 с. **2.** Патент №43014 А (Украина), МКИ^7 G01M7/00. Багатокординатний вібростенд / *А.Е.Божко, В.И.Белых, К.Б.Мягкохлеб*. – Бюл. № 10, опубл. 15.11.2001. **3.** Патент на корисну модель № 27319 МПК(2006) B22D11/10 Спосіб одержання зливків / *А.Е.Божко, В.И.Белых, К.Б.Мягкохлеб, С.В.Шепель, В.В.Борисов*. –Бюл. № 17, опубл. 25.10.2007.

Поступила в редколлегию 01.10.2012.

УДК 532:631.362

В.П. ОЛЬШАНСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, профессор, ХНТУСХ, Харьков

ОБ ИССЛЕДОВАНИЯХ А.П. ФИЛИППОВА В ТЕОРИИ НЕУПРУГОГО УДАРА

Проведено аналітичний огляд робіт академіка АН УССР А.П. Філіпова, опублікованих в центральних журналах в Москві, а потім перевиданих в його книжках з коливань деформованих систем.

Ключові слова: аналітичний огляд, коливання, деформовані системи.

Проведен аналитический обзор работ академика АН УССР А. П. Филиппова, опубликованных в центральных журналах в Москве, а потом переизданных в его книжках по колебаниям деформированных систем.

Ключевые слова: аналитический обзор, колебания, деформированные системы.

A analytical review of the work of Academician AN UkrSSR A.P. Philipova published in central journals in Moscow, and then reissue of his books on the vibrations of deformable systems.

Keywords: analytical review, vibrations, deformable systems.

Введение. Проведенные Анатолием Петровичем исследования в теории неупругого удара относятся к работам начального периода его творчества. Но эти работы были актуальны, выполнены на высоком аналитическом уровне и опубликованы в центральных изданиях СССР. Они вошли в перечень работ, за которые А.П. Филиппов был избран членом-корреспондентом АН УССР и ему была присуждена ученая степень доктора технических наук, без защиты диссертации.

Работы Анатолия Петровича в теории неупругого удара немногочисленны, но они являются составной частью богатого научного наследия, оставленного тем, кто интересуется динамикой деформируемых систем. Чтобы дальше развивать его идеи и методы исследований, нужно знать содержание этих публикаций, что послужило мотивом написания этой статьи.

Не дублируя в деталях его исследований, которые указаны в списке литературы, далее проведем обобщенный анализ этих работ, выделив их особенности и научную значимость.

Прежде всего отметим, что в качестве тел, подверженных удару, он выбирал балки и плиты конечных размеров, закрепленные на опорах, а в отдельных случаях, подкрепленные и упругим основанием Винклера. Эти элементы конструкций распространены в строительстве, машиностроении и других областях техники. Словом, теоретические исследования А.П. Филиппова всегда имели практическую направленность и содействовали техническому прогрессу.

Общие соотношения для неупругого удара. В первых публикациях по проблеме удара он решал задачи в постановке Сен-Венана. По Сен-Венану, ударяющее тело сообщает свою скорость элементу конструкции, там где оно вступает в соприкосновение, а затем движется вместе с этим элементом. Такой удар называют неупругим [1]. В указанной постановке А.П. Филиппов решил задачи удара падающего массивного тела по балке, с учетом затухания колебаний, а также удара по прямоугольной и круглой пластинам, подкрепленным упругим основанием [2,3,4].

Общая схема решения задач включает следующие действия. Записывается уравнение движения ударяемого тела (балки или пластины) под действием единичной сосредоточенной силы, в пространстве изображений по Карсону, которому отдано предпочтение вместо преобразования Лапласа. Для двумерного случая такое уравнение имеет вид:

$$D_p G\left(\xi,\eta,\beta^2 p^2\right) = \alpha\delta\left(\xi-\xi_1\right)\delta\left(\eta-\eta_1\right). \tag{1}$$

Здесь D_p – дифференциальный оператор изгиба пластины; p – параметр интегрального преобразования Карсона; ξ, η – безразмерные пространственные переменные; ξ_1, η_1 – безразмерные координаты точки приложения ударной силы; $\delta\left(\xi-\xi_1\right)$, $\delta\left(\eta-\eta_1\right)$ – функции Дирака; α – постоянный множитель, зависящий от изгибной жесткости пластины; β – постоянный множитель, зависящий от массы тонкостенного тела.

Решив уравнение (1) и удовлетворив заданным граничным условиям на контуре пластины (или на краях балки), получают выражение функции Грина:

$$\alpha\, G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p^2\right). \tag{2}$$

Изображение силы ударного взаимодействия $F(p)$ находят из уравнения вертикального движения падающего груза, записав его в пространстве изображений:

$$F(p) = Mg - Mp^2W + pM\upsilon. \tag{3}$$

Здесь M – масса тела, которое с относительной скоростью υ ударяет по балке или пластине; g – ускорение свободного падения; $W = W(p)$ – изображение перемещения ударяющего тела.

Согласно (2) и (3) изображение прогиба тела, подвергнутого удару, представляется произведением:

$$Y\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p^2\right) = \alpha\, M\left(g - p^2W + p\upsilon\right)G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p^2\right). \tag{4}$$

По гипотезе Сен-Венан:

$$W = W(p) = Y\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p^2\right). \tag{5}$$

Поэтому из (4) и (5) следует, что

$$W = \frac{\alpha\, M\left(g + p\upsilon\right)G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p^2\right)}{1+\alpha\, M\, p^2\, G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p^2\right)}. \tag{6}$$

Подставив (6) в (4), получаем изображение прогиба тела, подвергнутого удару:

$$Y\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p^2\right)=\frac{\alpha M\left(g+p\upsilon\right)G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p^2\right)}{1+\alpha M\, p^2\, G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p^2\right)}\,. \tag{7}$$

Переход от изображения (7) к оригиналу осуществляется с помощью второй теоремы разложения, что приводит к формуле прогибов тонкостенного тела:

$$y\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,t\right)=\alpha M\, g\, G\left(\xi,\xi_1,\eta,0\right)+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\alpha M\left(g+\upsilon p_K\right)G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,\beta^2 p_K^2\right)}{\alpha M\, p_K^4\, G'_{p_K^2}\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p_K^2\right)-1}\cdot e^{p_K t}\,. \tag{8}$$

Здесь через p_K обозначены корни трансцендентного уравнения:

$$1+\alpha M\, p_K^2\, G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p_K^2\right)=0\,; \tag{9}$$

штрих обозначает частную производную $G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,\beta^2 p_K^2\right)$ по p_K^2; t – время.

Если ввести обозначение $\beta^2 p_K^2=-s_K^2$, то уравнение (9) примет вид:

$$s_K^2 G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,-s_K^2\right)=\frac{\beta^2}{\alpha M}\,. \tag{10}$$

Вместо (8), получаем выражение:

$$y\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,t\right)=y_{CT}-\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\alpha M\left(g\cos\frac{s_K t}{\beta}-\frac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\frac{s_K t}{\beta}\right)}{\alpha M\beta^{-2}\, s_K^4\, G'_{s_K^2}\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,-s_K^2\right)+1}\times$$
$$\times G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,-s_K^2\right). \tag{11}$$

При записи (11) учли, что $\alpha Mg\, G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,0\right)$ равно статическому прогибу ударяемого тела y_{CT} под действием веса Mg ударяющего тела.

Формула (11) заметно упрощается, когда $\xi=\xi_1$, $\eta=\eta_1$. В этом частотном случае прогиб пластины под грузом равен:

$$y\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,t\right)=y_{CT}-\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\beta^2\left(g\cos\frac{s_K t}{\beta}-\frac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\frac{s_K t}{\beta}\right)}{s_K^2\left[\alpha M\beta^{-2}\, s_K^4\, G'_{s_K^2}\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,-s_K^2\right)+1\right]}\,. \tag{12}$$

Штрих в (11) и (12) означает частную производную функции $G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,-s_K^2\right)$ по s_K^2.

Конкретизируем общие решения для отдельных тел.

Колебания прямоугольной пластины

1. В случае прямоугольной шарнирно-опертой пластины длиной a, шириной b и толщиной h имеем:

$$\alpha = \frac{4a^2\mu}{\pi^4 D};\quad \beta^2 = \frac{a^4\rho h}{\pi^4 D};\quad \mu = \frac{a}{b};\quad \gamma^2 = \frac{ca^4}{\pi^4 D};\quad D = \frac{Eh^3}{12\left(1-\sigma^2\right)};\qquad (13)$$

$$G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,-s^2\right) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\left(m\pi\xi\right)\sin\left(m\pi\xi_1\right)\sin\left(n\pi\eta\right)\sin\left(n\pi\eta_1\right)}{\left(m^2+\mu^2n^2\right)^2+\gamma^2-s^2}.$$

Здесь E, σ – модуль упругости и коэффициент Пуассона материала пластины плотности ρ; c – коэффициент постели основания Винклера.

Входящее в (11) отношение $\alpha M\beta^{-2}$ выражается через массы соударяющихся тел по формуле:

$$\alpha M\beta^{-2} = \frac{4\mu M}{\rho h a^2} = \frac{4M}{M_0},\qquad (14)$$

где M_0 – масса пластины.

Поэтому, согласно (10), (11), (13) и (14):

$$y\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,t\right) = y_{CT} - \frac{4a^2\mu M}{\pi^4 D}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{g\cos\dfrac{s_K t}{\beta} - \dfrac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\dfrac{s_K t}{\beta}}{1+\dfrac{4M}{M_0}s_K^4\, f\left(\xi_1,\eta_1,s_K^2\right)}\times$$

$$\times G\left(\xi,\xi_1,\eta,\eta_1,-s_K^2\right);\quad s_K^2 G\left(\xi_1,\xi_1,\eta_1,\eta_1,-s_K^2\right) = \frac{M_0}{4M};\qquad (16)$$

$$f\left(\xi_1,\eta_1,s_K^2\right) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin^2\left(m\pi\xi_1\right)\sin^2\left(n\pi\eta_1\right)}{\left[\left(m^2+\mu^2n^2\right)^2+\gamma^2-s_K^2\right]^2}.$$

К этим результатам А.П. Филиппов пришел в работе [3]. Для квадратной пластины ($a = b$, $\mu = 1$) при $\gamma^2 = 100$; $M_0M^{-1} = 10$, $\upsilon = 0$ он получил:

$$y\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2},t\right)\frac{a^2Mg}{\pi^4 D} = \left\{0{,}1231 - 0{,}1139\cdot\left[\cos\frac{24{,}29t}{\beta} + 0{,}0547\cos\frac{11{,}79t}{\beta} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 0{,}0173\cos\frac{18{,}59t}{\beta} + 0{,}0086\cos\frac{24{,}29t}{\beta} + \ldots\right]\right\}.$$

Коэффициент динамичности K_g по прогибам, равный отношению максимального динамического прогиба y_g к y_{CT}, в этом случае равен 1,915. Для отношений $M_0M^{-1} < 10$ он еще более близок к двум, а при $M_0M^{-1} < \infty$ он равен 1,57 [3].

Чтобы проверить точность формулы Кокса [1]

$$y_g = y_{CT} + \sqrt{y_{CT}^2 + \frac{\upsilon^2}{g}\cdot\frac{y_{CT}}{1+KM_0/M}},\qquad (17)$$

у которой y_g – максимальный динамический прогиб; K – коэффициент приведения массы M_0 к массе системы с одной степенью свободы, Анатолий Петрович провел расчеты для больших скоростей удара, когда $y_{CT} \ll \upsilon\sqrt{y_{CT}\, g^{-1}\cdot\left(1+KM_0/M\right)^{-1}}$. В этом случае:

$$y'_g \approx A\sqrt{\frac{M/M_0}{1+KM_0/M}}\ , \tag{18}$$

причем $A=\upsilon\sqrt{y_{CT}\, g^{-1}\, M_0 M^{-1}}$.

Определяя K по методу Релея он нашел, что $K = 0{,}25$.

В табл. 1 записаны результаты его расчетов по формулам (16) и (18).

Таблица 1 – Значения y_g и y'_g

M_0/M	$y_g A^{-1}$	$y'_g A^{-1}$	M_0/M	$y_g A^{-1}$	$y'_g A^{-1}$
0,25	1,99	1,94	3	0,54	0,43
0,5	1,41	1,33	10	0,24	-
1,0	0,98	0,89	20	0,17	-

Как видно из табл. 1, с возрастанием M_0/M расхождения между точным значение y_g и приближенным y'_g возрастают, то есть формула Кокса не дает больших погрешностей лишь при малых M_0/M.

Колебания балки

2. В случае балки длиной l с площадью поперечного сечения F в общих решениях (10) и (11):

$$\alpha=\frac{2l^3}{\pi^4 EJ};\ \ \beta^2=\frac{\rho F l^4}{\pi^4 EJ};\ \ \ \gamma^2=\frac{cl^4}{\pi^4 EJ};\ \ \alpha M\beta^{-2}=\frac{2M}{M_0}; \tag{19}$$

$$G\left(\xi,\xi_1,-s^2\right)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\left(m\pi\xi\right)\sin\left(m\pi\xi_1\right)}{m^4+\gamma^2-s^2};$$

M_0 – масса балки; c – коэффициент жесткости основания.

Для вычисления прогибов балки, вследствие удара, из (10), (11) и (15) следует формула:

$$y\left(\xi,\xi_1,t\right)=y_{CT}-\alpha M\sum_{K=1}^{\infty}\frac{g\left(\cos\frac{s_K t}{\beta}-\frac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\frac{s_K t}{\beta}\right)}{1+\frac{2M}{M_0}s_K^4\, G'_{s_K^2}\left(\xi_1,\xi_1,-s_K^2\right)}\cdot G\left(\xi,\xi_1,-s_K^2\right). \tag{20}$$

В ней y_{CT} – статический прогиб балки на упругом основании под действием силы Mg, равный $y_{CT}=\alpha Mg\, G\left(\xi,\xi_1,0\right)$;

$$G'_{s_K^2}\left(\xi,\xi_1,-s_K^2\right)=\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin^2\left(m\pi\xi_1\right)}{\left(m^4+\gamma^2-s_K^2\right)^2};$$

s_K – положительные корни трансцендентного уравнения:

$$s_K^2\, G\left(\xi_1,\xi_1,-s_K^2\right)=s_K^2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin^2\left(m\pi\xi_1\right)}{m^4+\gamma^2-s_K^2}=\frac{M_0}{2M}\ .$$

Расчет максимальных динамических прогибов существенно упрощается при центральном ударе груза по балке, опертой по краям только на опоры, когда $\xi=\xi_1=1/2$; $\gamma=0$. В этом частном случае решение (16) принимает вид:

$$y\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},t\right)=\frac{Mgl^3}{48EJ}-\frac{\alpha M_0}{2}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{g\cos\dfrac{s_Kt}{\beta}-\dfrac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\dfrac{s_Kt}{\beta}}{s_K^2\left[1+\dfrac{\phi}{8}T(s_K)\right]}\ . \tag{21}$$

Здесь $T\left(s_K\right)=\zeta_K^2\left(\dfrac{1}{\cos^2\zeta_K}-\dfrac{1}{ch^2\zeta_K}\right)-\dfrac{6}{\phi}$; s_K – положительные корни трансцендентного уравнения:

$$tg\zeta_K-th\zeta_K=\frac{2M_0}{M\zeta_K}=\frac{2}{\phi\zeta_K}\ ,$$

в котором $\zeta_K=\dfrac{\pi}{2}\sqrt{s_K}$; $\phi=M\,/\,M_0$.

Благодаря тому, что [5]:

$$G\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-s_K^2\right)=\sum_{m=1,3\ldots}^{\infty}\frac{1}{m^4-s_K^2}=\frac{\pi^4}{64\zeta_K^3}\left(tg\zeta_K-th\zeta_K\right);$$

$$s_K^4G'\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-s_K^2\right)=\frac{1}{16}\left[\zeta_K^2\left(\frac{1}{\cos^2\zeta_K}-\frac{1}{ch^2\zeta_K}\right)-\frac{6}{\phi}\right]=\frac{\phi}{8}T(s_K)\ ,$$

в решении (21), в отличие от (20), не приходится суммировать ряды по m.

Поскольку

$$\frac{1}{\cos^2\zeta_K}-\frac{1}{ch^2\zeta_K}=tg^2\zeta_K+th^2\zeta_K=\left(tg\zeta_K-th\zeta_K\right)^2+2tg\zeta_Kth\zeta_K=$$

$$=\frac{4}{\phi^2\zeta_K^2}+2tg\zeta_Kth\zeta_K\ ,$$

то $1+\dfrac{\phi}{8}\cdot T(s_K)=\dfrac{1}{4\phi}\left(2+\phi+\phi^2\zeta_K^2tg\zeta_K\cdot th\zeta_K\right)$.

Поэтому решение (21) принимает вид:

$$y\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},t\right)=\frac{Mgl^3}{48EJ}-\frac{4M}{M_0}\sum_{K=1}^{\infty}\frac{g\cos\dfrac{s_Kt}{\beta}-\dfrac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\dfrac{s_Kt}{\beta}}{\left(\dfrac{s_K}{\beta}\right)^2\left(2+\phi+\phi^2\zeta_K^2tg\zeta_K\cdot th\zeta_K\right)}\ . \tag{22}$$

Формулу (22) А.П. Филиппов обобщил в [2,6] учетом затухания колебаний за счет внутреннего рассеяния энергии в материале балки.

Колебания круглой пластины

3. При центральном ударе по круглой пластине, подкрепленной упругим основанием, согласно (11), прогиб пластины представляется выражением:

$$y\left(\xi,0,t\right)=y_{CT}-\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\alpha M\left(g\cos\frac{s_K t}{\beta}-\frac{\upsilon s_K}{\beta}\sin\frac{s_K t}{\beta}\right)}{\alpha M\beta^{-2}s_K^4 G'_{s_K^2}\left(0,0,-s_K^2\right)+1}G\left(\xi,0,-s_K^2\right). \qquad (23)$$

В нем: $\alpha=\frac{a^4}{D}$; $\beta^2=\frac{a^4\rho h}{D}$; $\alpha M\beta^{-2}=\frac{M}{M_0}\pi a^2$; $D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\sigma^2\right)}$; a,h – соответственно радиус и толщина пластины; E, σ – модуль упругости и коэффициент Пуассона ее материала; M_0 – масса пластины; $\xi=ra^{-1}$ – безразмерная радиальная координата;

$$y_{CT}=\alpha MgG\left(\xi,0,0\right);$$

s_K – положительные корни трансцендентного уравнения:

$$1-\frac{M}{M_0}\pi a^2 G\left(0,0,-s_K^2\right)=0. \qquad (24)$$

Функция влияния $G\left(\xi,0,-s_K^2\right)$ в (23) и (24) зависит от условий закрепления пластины на контуре $\xi = 1$. Так, при защемлении контура, согласно [4]:

$$G\left(\xi,0,-s_K^2\right)=\frac{a^2}{4D\lambda^2}\left\{her\left(\lambda\xi\right)-f_1(\lambda)\left[her\left(\lambda\right)bei'\left(\lambda\right)-her'\left(\lambda\right)bei\left(\lambda\right)\right]\times\right.$$
$$\left.\times ber\left(\lambda\xi\right)+f_1\left(\lambda\right)\left[ber\left(\lambda\right)her'\left(\lambda\right)-ber'\left(\lambda\right)bei\left(\lambda\right)\right]bei\left(\lambda\xi\right)\right\};$$
$$G\left(0,0,-s_K^2\right)=\frac{a^2}{4D\lambda^2}\left\{\frac{1}{2}-f_1(\lambda)\left[bei'\left(\lambda\right)her\left(\lambda\right)-bei\left(\lambda\right)her'\left(\lambda\right)\right]\right\}; \qquad (25)$$
$$f_1\left(\lambda\right)=\left[ber\left(\lambda\right)bei'\left(\lambda\right)-ber'\left(\lambda\right)bei\left(\lambda\right)\right]^{-1};\lambda=\sqrt[4]{ca^4D^{-1}-s_K^2},$$

при $ca^4D^{-1}>s_K^2$ и

$$G\left(\xi,0,-s_K^2\right)=\frac{a^2}{4D\delta^2}\left\{-\frac{1}{2}N_0\left(\delta\xi\right)-\frac{1}{\pi}K_0\left(\delta\xi\right)+f_2\left(\delta\right)\times\right.$$
$$\times\left[\frac{2}{\pi\delta}+I_1\left(\delta\right)N_0\left(\delta\right)+I_0\left(\delta\right)N_1\left(\delta\right)\right]J_0\left(\delta\xi\right)+f_2\left(\delta\right)\times$$
$$\left.\times\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{\delta}+K_0\left(\delta\right)J_1\left(\delta\right)-K_1\left(\delta\right)J_0\left(\delta\right)\right]I_1\left(\delta\xi\right)\right\};$$

$$G\left(0,0,-s_K^2\right)=f_2\left(\delta\right)\left\{\frac{4}{\pi\delta}+I_1\left(\delta\right)N_0\left(\delta\right)+I_0\left(\delta\right)N_1\left(\delta\right)+\right.$$

$$\left.+\frac{2}{\pi}\left[K_0\left(\delta\right)J_1\left(\delta\right)-K_1\left(\delta\right)J_0\left(\delta\right)\right]\right\}; \qquad (26)$$

$$f_2\left(\delta\right)=\frac{1}{2}\left[J_0\left(\delta\right)I_1\left(\delta\right)+J_1\left(\delta\right)I_0\left(\delta\right)\right]^{-1};\ \ \delta=\sqrt[4]{\left|ca^4D^{-1}-s_K^2\right|},$$

при $ca^4D^{-1}<s_K^2$.

В выражениях (25) и (26) c – коэффициент постели основания; $ber(z), bei(z), her(z), hei(z)$ – функции Кельвина нулевого индекса (штрихом над ними обозначены из производные); $J_j(z)$ – функции Бесселя индексов нуль и единица; $I_j(z)$ – модифицированные функции Бесселя; $N_j(z)$, $K_j(z)$ – соответственно функции Неймана и Макдональда индексов нуль и единица ($j=\overline{0;1}$).

Преодолев трудности вычислительного характера, связанные с вычислением корней трансцендентного уравнения (24), а также значений специальных функций, он представил в [4] результаты расчетов для пластины, у которой $ca^4D^{-1}=1000$; $\sigma=0,25$.

Полученные им при $\upsilon=0$ значения коэффициента динамичности $K_g=y_g/y_{CT}$ записаны в табл. 2.

Таблица 2 – Значения коэффициента динамичности K_g в зависимости от M_0/M

M_0/M	Заделанная пластина	Свободная пластина	M_0/M	Заделанная пластина	Свободная пластина
1	1,999	1,999	10	1,909	1,905
2	1,998	1,998	15	1,863	1,858
4	1,982	1,979	18	1,844	1,834
6	1,948	1,944			

Как видно из табл. 2, для сравнительно малых M_0/M коэффициент динамичности мало отличается от двойного.

Для вычисления K_g Анатолий Петрович вывел формулу [4]

$$y\left(t\right)\approx y_{CT}\left[1-\left(A_1\cos\frac{s_1t}{\beta}+A_2\cos\frac{s_2t}{\beta}+...+A_K\cos\frac{s_Kt}{\beta}+...\right)\right].$$

При указанных выше исходных данных множители A_K принимают значения, записанные в табл. 3.

Корни трансцендентного уравнения (24) представлены в табл. 4.

Эти корни можно использовать и для вычисления динамических прогибов пластины под грузом при тех скоростях удара υ, когда $y_g >> y_{CT}$.

В этом случае расчет сводится к применению формулы [4]

$$y(t) \approx A\left(B_1 \sin\frac{s_1 t}{\beta} + B_2 \sin\frac{s_2 t}{\beta} + \ldots + B_K \sin\frac{s_K t}{\beta} + \ldots\right). \quad (27)$$

Таблица 3 – Значения A_K в зависимости от M_0/M

M_0/M	Закрепленная пластинка					Свободная пластинка				
	A1	A2	A3	A4	A5	A1	A2	A3	A4	A5
18	0,8253	0,1257	0,0380	0,0081	0,0020	0,8067	0,1398	0,0402	0,0082	0,0028
15	0,8630	0,0998	0,0296	0,0060	0,0015	0,8503	0,1090	0,0320	0,0061	0,0012
10	0,9277	0,0523	0,0160	0,0030	0,0007	0,9212	0,0577	0,0170	0,0030	0,0006
6	0,9715	0,0202	0,0066	0,0011	0,0002	0,9696	0,0219	0,0071	0,0012	0,0002
4	0,9868	0,0094	0,0031	0,0005	0,0001	0,9862	0,0099	0,0034	0,0005	0,0001
2	0,9962	0,0022	0,0008	0,0001	-	0,9965	0,0024	0,0009	0,0001	-
1	0,9992	0,0006	0,0002	-	-	0,9992	0,0006	0,0002	-	-

Таблица 4 – Значения s_K в зависимости от M_0/M

M_0/M	Заделанная пластинка					Свободная пластинка				
	s1	s2	s3	s4	s5	s1	s2	s3	s4	s5
18	27,24	42,84	76,79	132,20	208,44	26,98	41,70	75,44	130,73	207,00
15	25,79	42,24	75,86	131,11	207,57	25,91	41,09	74,24	129,64	206,36
10	23,36	41,17	73,86	129,24	206,07	23,21	40,17	72,51	127,64	204,98
6	19,52	40,26	72,22	127,68	204,65	19,44	39,10	70,80	126,12	202,98
4	16,58	39,80	72,14	126,77	-	12,17	38,25	60,01	124,44	-
2	12,20	39,37	70,54	126,09	-	16,50	38,67	69,92	125,40	-
1	8,81	38.16	70,05	-	-	8,79	38,10	68,48	-	-

Таблица 5 – Значения B_K в зависимости от M_0/M для $\upsilon \neq 0$

M_0/M	Заделанная пластинка					Свободная пластинка				
	B1	B2	B3	B4	B5	B1	B2	B3	B4	B5
18	0,1390	0,0333	0,0181	0,0066	0,0026	0,1348	0,0366	0,0188	0,0066	0,0035
15	0,1655	0,0313	0,0166	0,0058	0,0023	0,1638	0,0333	0,0177	0,0059	0,0019
10	0,2412	0,0240	0,0132	0,0043	0,0016	0,2386	0,0259	0,0138	0,0043	0,0013
6	0,3518	0,0151	0,0088	0,0026	0,0009	0,3500	0,0159	0,0094	0,0027	0,0008
4	0,4558	0,0104	0,0063	0,0018	0,0006	0,04538	0,0107	0,0066	0,0019	0,0006
2	0,6775	0,0049	0,0033	0,0008	-	0,6770	0,0051	0,0034	0,0009	-
1	0,9806	0,0026	0,0017	-	-	0,9799	0,0025	0,0017	-	-

Постоянные B_K принимают значения, записанные в табл. 5.

Общий множитель A зависит от скорости удара и, как прежде, определяется выражением $A = \upsilon\sqrt{y_{CT} g^{-1} M_0 M^{-1}}$.

Вычисленные по (27) безразмерные максимальные динамические прогибы $\overline{y}_g = y_g A^{-1}$ указаны в табл. 6.

Для принятых исходных данных: $y_{CT} = 3{,}945 \cdot 10^{-3} Mga^2 D^{-1}$ при защемленном крае пластины и $y_{CT} = 3,960 \cdot 10^{-3} Mga^2 D^{-1}$ – при свободном крае [4].

Ввиду большой жесткости основания, граничные условия не оказывают существенного влияния на результаты вычислений.

Построив сложные решения краевых задач в специальных функциях, Анатолий Петрович преобразовал их к простым расчетным формулам и провел их верификацию.

Таблица 6 – Значения $\overline{y}_g$ в зависимости от M_0/M

M_0/M	Заделанная пластина	Свободная пластина	M_0/M	Заделанная пластина	Свободная пластина
1	0,981	0,981	10	0,244	0,243
2	0,667	0,667	15	0,176	0,175
4	0,452	0,451	18	0,150	0,148
6	0,344	0,343			

Выводы. Подводя итог работам по теории неупругого удара отметим, что имея инженерное и математическое университетское образования Анатолий Петрович владел методами операционного исчисления, использовал в решениях задач удара ряды и знал теорию цилиндрических функций. Он видел перспективность методов операционного исчисления в механике, особенно в исследованиях нестационарных колебаний. Его работы с применением операционного исчисления опубликованы раньше, чем известные отечественные книги по операционному исчислению в механике, например [7], которые способствовали популяризации символического метода решения уравнений движения. Исследуя динамику балки и пластины на упругом основании, поверженные удару, он рассматривал тела конечных размеров. Это усложняло постановку и решения краевых задач, но позволило ему установить погрешности приближенной формулы Кокса (17), полученной энергетическим методом.

Список литературы: 1. *Филиппов А.П.* Колебания деформируемых систем / *А.П. Филлипов*. – 2-е изд. – М.: Машиностроение, 1970. **2.** *Филиппов А.П.* Колебания упругих систем / *А.П. Филлипов*. – К.: Изд-во АН УССР, 1956. **3.** *Филиппов А.П.* Удар по прямоугольной пластинке, лежащей на упругом основании / *А.П. Филлипов* // Прикладная математика и механика. – 1938. – Ч. 3. Вып. 3. **4.** *Филиппов А.П.* Удар по круглой пластинке, лежащей на упругом основании / *А.П. Филлипов* // Прикладная математика и механика. – 1938. – Ч. II. Вып. 2. **5.** *Прудников А.П.* Интегралы и ряды. Элементарные функции / *А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев*. – М.: Наука, 1981. – 800 с. **6.** *Филиппов А.П.* Колебания механических систем / *А.П. Филиппов*. – К.: Наукова думка, 1965. **7.** *Лурье А.И.* Операционное исчисление / *А.И. Лурье*. – М.-Л.: Гостехиздат, 1950.

Поступила в редколлегию 23.01.2012

УДК 539.3:534.1

В. П. ОЛЬШАНСКИЙ, д-р физ.-мат. наук, профессор, ХНТУСХ, Харьков;
С. В. ОЛЬШАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук, ассистент, НТУ «ХПИ»

ОБ УДАРНОМ КРУЧЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВАЛА

Побудовано у вигляді рядів формули для обчислення максимального кута закручування та максимальних дотичних напружень в циліндричному стержні, один край якого жорстко закріплений, а на другому закріплено абсолютно тверде тіло, яке піддається крутному удару. Для прискорення збіжності рядів виділено та просумовано аналітично розривні складові розв’язку. Приведено приклади розрахунків.

Ключові слова: максимальний кут закручування, максимальні дотичні напруження, циліндричний стержень.

The form of series formula to calculate the maximum angle of twist and maximum shearing stresses in a cylindrical rod whose one end is rigidly clamped, and the second fixed perfectly rigid body subjected to torque shock were constructed. To speed up the convergence of the series are highlighted and summed analytically discontinuous components of the solution. Examples of calculations are given.

Keywords: maximum angle of twist, maximum shearing stresses, cylindrical rod.

Построены в виде рядов формулы для вычисления максимального угла закручивания и максимальных касательных напряжений в цилиндрическом стержне, один край которого жестко закреплен, а на втором закреплено абсолютно твердое тело, которое подвергается крутящему удару. Для ускорения сходимости рядов выделены и просуммированы аналитически разрывные составляющие решения. Приведены примеры расчетов.

Ключевые слова: максимальный угол закручивания, максимальные касательные напряжения, цилиндрический стержень.

Введение. В машиностроении ударному кручению подвергаются валы механических трансмиссий, валы торсионных подвесок транспортных средств, винты при сборке и разборке резьбовых соединений и пр.

В литературе по сопротивлению материалов [1-5] традиционно рассматривают задачи ударного кручения цилиндрических валов в упрощенной постановке, пренебрегая распределением массы валопровода по его длине. Максимальные напряжения определяют энергетическими методами. При этом не указывают величин погрешностей, к которым приводят вводимые упрощения. Чтобы получить информацию о погрешностях традиционно рекомендуемых формул, здесь решается задача в уточненной постановке с учетом волновых процессов в скручиваемом теле.

Целью работы является вывод и апробация расчетами формул для расчета угла закручивания и касательных напряжений в цилиндрическом стержне кругового поперечного сечения с учетом влияния на процесс удара наличия жесткого тела на незакрепленном крае вала, воспринимающего ударное воздействие.

Построение расчетных формул и проведение расчетов. Рассматриваем наиболее опасный вариант скручивающего удара, когда торец вала $x = 0$ неподвижен. На втором торце $x = l$ закреплено абсолютно твердое тело, момент инерции которого относительно оси вала равен J_*. Координатная ось ox является осью вала, длина которого равна l. К торцу $x = l$, неподвижного вала, мгновенно прикладывается крутящий кинетический момент со стороны ударяющего тела, которое вращается с угловой скоростью ω и имеет момент инерции J. Определим динамическое напряженно-деформированное состояние вала. Такая постановка задачи соответствует теории удара Сен-Венана [6], согласно которой после соприкосновения ударяющее и ударяемое тела некоторое время движется совместно, имея одинаковые скорости в области удара. В рассматриваемой задаче принимается равенство после начала удара угловых скоростей тел с моментами инерции J и J_*.

Для решения поставленной задачи построим изображение функции влияния $G(x,p)$, исходя из уравнения кручения вала, записанного в пространстве изображений по Карсону:

$$\frac{d^2G}{dx^2} - \frac{p^2}{c^2}G = 0\,. \tag{1}$$

Здесь p – параметр интегрального преобразования; $c = \sqrt{G_0 / \rho_0}$ – скорость волны кручения; G_0, ρ_0 – модуль сдвига и плотность материала вала.

Уравнение (1) решаем при граничных условиях:

$$G(0,p) = 0; \qquad \left.\frac{dG(x,p)}{dx}\right|_{x=l} = \frac{1}{G_0 J_0}\,. \tag{2}$$

где $J_0 = \dfrac{\pi d^4}{32}$ – полярный момент инерции поперечного сечения вала с диаметром d.

Решением краевой задачи (1), (2) является:

$$G(x,p) = \frac{l}{G_0 J_0 \zeta} \frac{sh\left(\zeta x l^{-1}\right)}{ch(\zeta)}\,. \tag{3}$$

Здесь $\zeta = \dfrac{pl}{c}$.

Выражение (3) упрощается когда $x = l$. Для этого сечения вала:

$$G(l,p) = \frac{l}{G_0 J_0 \zeta} th(\zeta)\,. \tag{4}$$

Учитывая (3) и (4), находим изображение угла закручивания вала $\Phi(x,p)$. Согласно изложенной постановке задачи и теории Сен-Венана [6]:

$$\Phi(x,p)=\frac{J\,\omega\,p\,G(x,p)}{1+(J_*+J)\,p^2G(l,p)}\,. \tag{5}$$

Далее введем обозначения:

$$\chi_*=\chi(1+\alpha);\;\; \alpha=\frac{J_*}{J_0};\;\; \chi=\frac{J}{J_0\rho l};\; A=\frac{\chi\omega l}{c}\,. \tag{6}$$

Используя (3), (4) и (6), вместо (5), получаем:

$$\Phi(x,p)=\frac{A}{1+\chi_*\zeta\, th\zeta}\frac{sh\left(\zeta\, x l^{-1}\right)}{ch(\zeta)}\,. \tag{7}$$

Переход от (7) к оригиналу проводим с помощью второй теоремы разложения. Находим выражение угла закручивания по длине вала в зависимости от времени t:

$$\phi(x,t)=A\sum_{K=1}^{\infty}\frac{e^{p_K t}}{\frac{d}{dp}\left[p+\chi_* p\zeta\, th(\zeta)\right]_{p=p_K}}\frac{sh\left(\zeta_K\, x l^{-1}\right)}{ch(\zeta_K)}\,. \tag{8}$$

Здесь $p_K=\frac{c}{l}\zeta_K$; ζ_K- корни уравнения:

$$1+\chi_*\zeta\, th\zeta=0\,. \tag{9}$$

Выполнив дифференцирование в (8) по p, с учетом (9), получаем:

$$\frac{d}{dp}\left[p+\chi_* p\zeta\, th(\zeta)\right]_{p=p_K}=-1-\frac{1}{\chi_*}+\chi_*\zeta_K^2\,. \tag{10}$$

Корни уравнения (9) чисто мнимые. Поэтому введя обозначения $z=i\zeta$, $i=\sqrt{-1}$, вместо (9), будем решать трансцендентное уравнение:

$$tgz=\frac{1}{\chi_* z}\,, \tag{11}$$

корни которого вещественные. Используя (8) и (10), для расчета угла поворота сечений вала получаем формулу:

$$\phi(x,t)=2A\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\sin(z_K t_1)}{1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2}\frac{\sin\left(z_K x l^{-1}\right)}{\cos(z_K)}\,, \tag{12}$$

в которой $t_1=\frac{ct}{l}-$ безразмерный параметр времени; z_K – положительные корни уравнения (11).

Формула (12) упрощается при вычислении угла закручивания на торце вала. Полагая $x=l$ и используя (11), выражение (12) сводим к виду:

$$\phi(l,t)=2A\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\sin(z_K t_1)}{z_K\left(1+\chi_*+\chi_*^2 z_K^2\right)}\,. \tag{13}$$

Чтобы определить напряжения кручения у внешней поверхности вала $\tau(x,t)$ продифференцируем выражение (12) по x. Тогда

$$\tau\left(x,t\right)=\frac{G_0 d}{2}\frac{\partial\phi\left(x,t\right)}{\partial x}=B\sum_{K=1}^{\infty}\frac{z_K\sin\left(z_K t_1\right)}{1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2}\frac{\cos\left(z_K x l^{-1}\right)}{\cos\left(z_K\right)}.$$

Здесь $B=\chi\,\omega\,d\,G_0 c^{-1}$.

Наибольший интерес представляет вычисление напряжений в сечениях: $x = 0$, где закреплен вал и $x = l$, где происходит удар. Для этих сечений:

$$\tau\left(0,t\right)=B\sum_{K=1}^{\infty}\frac{z_K\sin\left(z_K t_1\right)}{\left(1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2\right)\cos\left(z_K\right)}. \tag{14}$$

$$\tau\left(l,t\right)=B\sum_{K=1}^{\infty}\frac{z_K\sin\left(z_K t_1\right)}{1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2}. \tag{15}$$

Выделим в формуле (15) разрывную составляющую. С увеличением k корни уравнения (11) z_K асимптотически стремятся к числам $(k-1)\pi$. Учитывая такую асимптотику, преобразуем (15) к виду:

$$\tau\left(l,t\right)=B\left[\frac{z_K\sin\left(z_1 t_1\right)}{1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_* z_1^2}+\frac{1}{\chi_*}S_1\left(t_1\right)+S_2\left(t_1\right)\right], \tag{16}$$

где $S_1\left(t_1\right)=\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\chi_* k\pi\sin\left(k\pi\, t_1\right)}{1+\frac{1}{\chi_*}+\chi_*\pi^2 k^2}$.

Сумма этого ряда выражается в замкнутом виде [7]

$$S_1\left(t_1\right)=\frac{1}{2}\begin{cases}1 & \text{при} \quad t_1=+0\\ \frac{sh\left(b\left(1-t_1\right)\right)}{sh\,b} & \quad +0<t_1<2-0\\ -1 & \quad t_1=2-0,\end{cases} \tag{17}$$

причем $b=\frac{\sqrt{1+\chi_*}}{\chi_*}$.

Функция $S_1(t_1)$ периодическая. Ее период равен 2, то есть $S_1(t_1+2)=S_1(t_1)$, а поэтому (17) позволяет вычислять $S_1(t_1)$ при любых t_1. В точках $t_1=2,4,6,...,$ функция $S_1(t_1)$ имеет разрывы первого рода с высотой скачка, равной единице.

Слагаемое $S_2(t_1)$ в (16) непрерывно и разлагается в ряд

$$S_2\left(t_1\right)=\sum_{K=2}^{\infty}\left[\frac{z_K\sin\left(z_K t_1\right)}{1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2}-\frac{\pi\left(k-1\right)\sin\left(\left(k-1\right)\pi t_1\right)}{1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_*\pi^2\left(k-1\right)^2}\right],$$

который сходится быстрее, чем (15).

Преобразуем аналогичным образом и формулу (14). Ее запишем в виде

$$\tau\left(0,t\right)=B\left[\frac{z_1\sin\left(z_1 t_1\right)}{\left(1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_* z_1^2\right)\cos z_1}+\frac{1}{\chi_*}T_1\left(t_1\right)+T_2\left(t_1\right)\right]. \qquad (18)$$

Здесь разрывным слагаемым является:

$$T_1\left(t_1\right)=\sum_{K=1}^{\infty}\frac{\chi_* k\pi\left(-1\right)^K\sin\left(k\pi t_1\right)}{1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_*\pi^2 k^2}.$$

Сумма этого ряда выражается в замкнутом виде [7]

$$T_1\left(t_1\right)=\frac{1}{2}\begin{cases}1 & t_1=-1+0\\ -\dfrac{sh\left(b\,t_1\right)}{sh\,b} \quad \text{при} & -1+0<t_1<1-0\\ -1 & t_1=1-0.\end{cases} \qquad (19)$$

Период $T_1(t_1)$ равен 2. Поэтому с помощью (19) можно вычислить $T_1(t_1)$ при любых t_1. В точках $t_1=1,3,5,...$ функция $T_1(t_1)$ имеет разрывы первого рода с величиной скачка равной единице.

Слагаемое $T_2(t_1)$ в (18) непрерывно и разлагается в ряд:

$$T_2\left(t_1\right)=\sum_{K=2}^{\infty}\left[\frac{z_K\sin\left(z_K t_1\right)}{\left(1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_* z_K^2\right)\cos z_K}+\frac{\left(-1\right)^k\pi\left(k-1\right)\sin\left(\left(k-1\right)\pi t_1\right)}{1+\dfrac{1}{\chi_*}+\chi_*\pi^2\left(k-1\right)^2}\right].$$

Его сходимость более быстрая, чем ряда в (14).

Таким образом, проведенное преобразование предоставило возможность определять касательные напряжения в ударяемом теле, с учетом разрывов, порожденных распространением волн кручения.

Для проведения расчетов нужно знать положительные корни уравнения (11). Чтобы упростить их вычисление, положим:

$$z_K=\left(k-1\right)\pi+\varepsilon_K\,. \qquad (20)$$

Тогда, вычисление ε_K можно проводить по итерационной формуле:

$$\varepsilon_K^{(n+1)} = arc\,tg \frac{1}{\chi_* \left[(k-1)\pi + \varepsilon_K^{(n)} \right]}, \tag{21}$$

в ней $n = 0,1,2,...$ – номер итерации; k – номер корня.

Начальным приближением служит $\varepsilon_K^{(0)} = 1$ или $\varepsilon_K^{(0)} = 1/\chi_*$, когда $\chi_* > 1$.

С увеличением χ_* сходимость итераций по формуле (21) замедляется. Поэтому при $\chi_* > 5$ применение итераций нецелесообразно. Более удобно ε_K определять по формуле:

$$\varepsilon_K = \left(\frac{\chi_*^2 a_K^2}{4(\chi_* + 1/3)^2} + \frac{1}{\chi_* + 1/3} \right)^{1/2} - \frac{\chi_* a_K}{2(\chi_* + 1/3)}, \tag{22}$$

в которой $a_K = (k-1)\pi$.

К зависимости (22) приводит аппроксимация

$$tg\,\varepsilon_K \approx \frac{\varepsilon_K}{1 - \frac{1}{3}\varepsilon_K^2},$$

имеющая малую погрешность при малых $\varepsilon_K = 1$. Например, когда $\varepsilon_K \le 0{,}3$, погрешность аппроксимации меньше 0,02 %.

Для проведения расчетов воспользуемся исходными данными работы [1], в которой: $G_0 = 8 \cdot 10$ Па; $\rho_0 = 7810$ кг/м^3; $l = 1$ м; $d = 0{,}06$ м; $J = 0{,}25$ кгм^2; $\omega = 12{,}57$ с$^{-1}$; $J_* = 0$.

Результаты вычисления $\phi(l,t)$ с помощью (13), а также по упрощенной формуле

$$\phi(l,t) = 2A \frac{\sin(z_1 t_1)}{z_1 \left(1 + \chi_* + \chi_*^2 z_1^2\right)}, \tag{23}$$

в которой $z_1 = (\chi_* + 1/3)^{-1/2}$, записаны в табл. 1. В частичной сумме ряда (13) вычисляли 100 членов.

Таблица 1 – Значения $\phi(l,t)$, вычисленные по двум формулам

$10^3 t$, с	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
$10^3 \phi(l,t)$, по (13)	6,0892	11,5851	15,9315	18,6873	19,5680	18,4977
$10^3 \phi(l,t)$, по (23)	6,0990	11,5904	15,9271	18,6773	19,5668	18,5071

Для принятых исходных данных формулы (13) и (23) приводят к близким результатам, что подтверждает быструю сходимость ряда в (13). Максимальный угол закрутки $\phi_g = \max \phi(l,t)$ достигается при $t \approx \frac{\pi l}{2c}\sqrt{\chi_* + 1/3} \approx 0{,}00248$ с и равен приблизительно $1{,}957 \cdot 10^{-2}$ рад. Его вычисление по формуле

$$\phi_g = \omega \sqrt{\frac{J\,l}{G_0\,J_0}}\,, \tag{24}$$

из справочника [4], дает $\phi_g \approx 1{,}970 \cdot 10^{-2}$ рад, что немного больше, чем теория Сен-Венана. Для указанного угла закрутки максимальные касательные напряжения

$$\max \tau = \frac{G_0\,d\,\phi_g}{2l} \tag{25}$$

составляют $473 \cdot 10^5$ Па и хорошо согласуются с [1], где $\max \tau \approx 476 \cdot 10^5$ Па.

Массив корней уравнения (11), которые подставляли в формулу (13), определяли по (21), (22). Некоторые значения этих корней указаны в табл. 2.

Таблица 2 – Значения z_K при $\chi_* = 25{,}158463$

k	z_K	k	z_K	k	z_K
1	0,198061	4	9,428993	20	59,690929
2	3,154194	5	12,569533	50	153,93831
3	6,289505	10	28,275740	100	311,01779

При больших k корни z_K близки к $(k-1)\pi$. Уже при $k = 5$ они незначительно отличаются от $4\pi \approx 12{,}566371$.

О влиянии жесткого тела на краю вала, которое подвергается удару, позволяют судить графики на рис. 1, где нанесены кривые изменения $\phi(l,t)$ для трех значений α.

Расчеты показали, что с увеличением α (или J_*) уменьшаются динамические углы закручивания вала, причем изменение $\phi(l,t)$ с хорошей точностью описывается компактной формулой (23).

Если использовать энергетические соотношения, то для расчета угла закручивания получаем формулу

$$\phi_g = \omega \sqrt{\frac{J\,l\,\chi}{G_0\,J_0\left(\chi_* + K_0\right)}}\,, \tag{26}$$

в которой K_0 – коэффициент приведения массы вала. При $K_0 = 0$ и $\chi = \chi_*$ ($J_* = 0$) формула (26) переходит в (24).

Для проведения расчетов, с учетом массы вала, в (26) нужно положить $K_0 = 1/3$ или $K_0 = 4\pi^{-2}$.

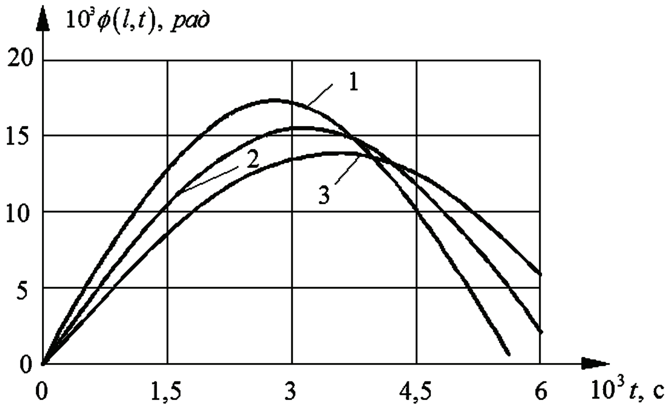


Рисунок 1 – Графики угла закручивания при разных α: 1 – $\alpha = 0{,}3$; 2, – $\alpha = 0{,}6$; 3 – $\alpha = 1$

Таблица 3 – Значения ϕ_g , вычисленные по (13) и (26) при разных K_0

α	$10^2\phi_g$, по (13)	$10^2\phi_g$, вычислены по (26), при:			
		$K_0 = 1/3$	$K_0 = 4\pi^{-2}$	$K_0 = 0$	$K_0 = 1$
0	1,957	1,957	1,954	1,970	1,932
0,2	1,789	1,788	1,786	1,798	1,769
0,4	1,657	1,657	1,655	1,665	1,642
0,6	1,551	1,551	1,550	1,557	1,538
0,8	1,463	1,463	1,462	1,468	1,452
1,0	1,388	1,388	1,387	1,393	1,379
2,0	1,135	1,135	1,134	1,137	1,130

О согласовании результатов, к которым приводят формулы (13) и (26). позволяют судить числа, указанные в табл. 3.

Лучшее согласование результатов имеем при $K_0 = 1/3$. В случае $K_0 = 0$ формула (26) завышает значения ϕ_g, а при $K_0 = 1$ – занижает их. Следовательно, ϕ_g, удовлетворяют неравенствам:

$$\phi_1 < \phi_g < \phi_2 ,$$

в которых $\phi_j = \omega\sqrt{\dfrac{J\,l\,\chi}{G_0 J_0 \left(\chi_* + 2 - j\right)}}$; $j = \overline{1;2}$.

Разность между ϕ_1 и ϕ_2 уменьшается с увеличением χ_* .

Результаты вычисления касательных напряжений $\tau(l,t)$ по формулам (16), (17) графически представлены на рис. 2. Они получены для трех значений α. Увеличение момента инерции J_* приводит к понижению уровня напряжений. При $\alpha = 0$ $\max\tau\left(l,t\right) \approx 5{,}68\cdot10^7$ Па достигается в момент времени, соответствующий $t_1 = 8$, и превышает значение $4{,}76 \cdot 10^7$ Па, которое получено в [1], без учета волновых процессов.

На рис. 3 показаны графики $\tau(0,t)$, рассчитанные по формулам (18), (19). Характерно, что до прихода волны кручения к закрепленному торцу $(t_1 < 1)$, там касательные напряжения раны нулю. При $\alpha = 0$ максимум касательных напряжений $\tau(0,t)$ достигается раньше, чем в сечении $x = l$ $(t_1 = 7)$, и приблизительно равен $\max \tau(l,t)$. Увеличение α уменьшает максимумы напряжений и смещает их в сторону больших t_1. Защитный «эффект ослабления удара» дополнительной присоединенной массой проявляется для обоих сечений вала.

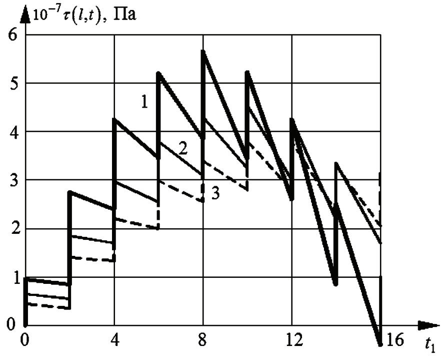


Рисунок 2 – Графики $\tau(l,t)$ при разных α: 1 – $\alpha = 0$; 2, – $\alpha = 0{,}5$; 3 – $\alpha = 1$

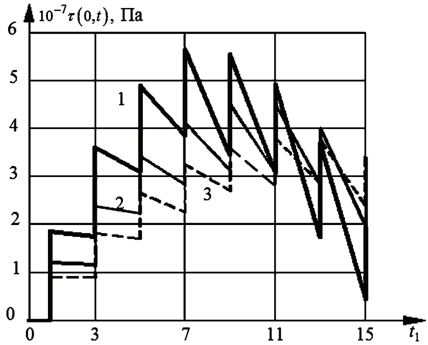


Рисунок 3 – Графики $\tau(0,t)$ при разных α: 1 – $\alpha = 0$; 2, – $\alpha = 0{,}5$; 3 – $\alpha = 1$

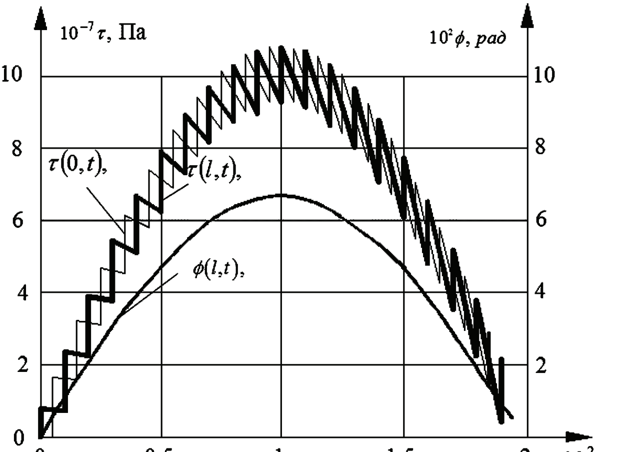


Рисунок 4 – Графики угла закручивания и напряжений ($\alpha = 0$)

С целью дальнейшей верификации полученных расчетных формул, проведены вычисления угла закручивания и напряжений на торцах стального вала при $\alpha = 0$; $l = 1,6$ м; $d = 0,06$ м; $\omega = 10,6$ с$^{-1}$; $J = 2,5125$ кгм^2. Эти значения параметров определены в [4] из условия, что $\max\tau = 10^8$ Па. Расчет напряжений проводили по формулам (24), (25), без учета волновых процессов. Результаты вычисления $\phi(l,t)$, $\tau(0,t)$ и $\tau(l,t)$ по изложенной теории графически представлены на рис. 4.

Здесь $\max\phi(l,t) \approx 6,654\cdot 10^{-2}$ рад; $\max\tau(0,t) \approx \max\tau(l,t) = 1,08\cdot 10^8$ Па. Вследствие большого значения J, по сравнению с моментом инерции вала, время достижения максимумов угла закручивания и напряжений отличаются незначительно, то есть масса вала почти не влияет на протекание процесса удара. Сравнение напряжений на рис. 4 и в работе [4] приводит к заключению, что напряжения, вычисленные без учета волновых процессов, оказываются меньшими, чем полученные с учетом распространения волн.

Выводы. Изложенная теория адекватно описывает явление ударного кручения цилиндрического вала, на краю которого закреплено жесткое тело заданного момента инерции. Полученные формулы позволяют рассчитывать изменения во времени угла закручивания и касательных напряжений с учетом разрывов, вызванных распространением упругих волн.

Список литературы: **1.** *Писаренко Г.С.* Опір матеріалів / *Г.С. Писаренко, О.Л. Квітка, Е.С. Уманський*. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с. **2.** *Писаренко Г.С.* Справочник по сопротивлению материалов / *Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев*. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с. **3.** *Беляев Н.М.* Сопротивление материалов / *Н.М. Беляев*. – М. Наука, 1976. – 608 с. **4.** Справочник по сопротивлению материалов / *Е.Ф. Винокуров, М.К. Балыкин, И.А. Голубев* и др. – Минск: Наука и техника, 1988. – 464 с. **5.** *Фесик С.П.* Справочник по сопротивлению материалов / *С.П. Фесик*. – К.: Будівельник, 1982. – 280 с. **6.** *Филиппов А.П.* Колебания механических систем / *А.П. Филиппов*. – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с. **7.** *Прудников А.П.* Интегралы и ряды. Элементарные функции / *А.П. Пудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев*. – М.: Наука, 1981. – 800 с.

Поступила в редколлегию 12.03.2012

УДК 539.3:621.313

Э. С. ОСТЕРНИК, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ГП завод Электротяжмаш, Харьков

О ПАРАМЕТРАХ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ПРОВОДНИКОВОЙ МЕДИ ТУРБОГЕНЕРАТОРОВ С ЖИДКОСТНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ

Виконано аналіз технологічних процесів, статистики механічних характеристик та структури роторних провідників для турбогенераторів. Це дозволяє дати оцінку надійності за допомогою кумулятивної моделі відмов.

Ключові слова: роторні провідники, механічні характеристики, надійність, статистика, турбогенератор.

Выполнен анализ технологических процессов, статистики механических характеристик и структуры роторных проводников для турбогенераторов. Это позволяет дать оценку надежности с помощью кумулятивной модели отказов.

Ключевые слова: роторные проводники, механические характеристики, надежность, статистика, турбогенератор.

We are accomplished the analysis of processing technology, structure and statistics of mechanical characteristics of rotor conductors for turbogenerators. These data permit let the reliability estimation by means of cumulative failure model.

Keywords: rotor conductors, mechanical characteristics, reliability, statistics, turbogenerator.

Введение, цель и постановка задачи. Известно, что надежную работу турбогенераторов можно обеспечить лишь при условии проведения теоретических и экспериментальных исследований обмоток ротора и статора. Аварии крупных синхронных генераторов показали, что требуются инженерные расчетные схемы и эксперименты на обмотках, их моделях и отдельных элементах [1]. Предыдущие работы данного цикла относились к статорной обмотке.

В этой работе рассматривается обмотка ротора. Комплекс вопросов механики, конструкции и технологии роторной обмотки оказался весьма сложным, и здесь описаны, в основном, состояние и постановка задачи, некоторые пути ее решения и полученные результаты.

При эксплуатации турбогенераторов мощностью 500 МВт с жидкостным охлаждением возникла необходимость в повышении надежности роторной обмотки. Ее проводники выполняются из квадратных или прямоугольных труб с центральным круглым отверстием для охлаждающей дистиллированной воды или масла. Трубы выполняются из меди с присадкой серебра. Медь обладает кубической гранецентрированной кристаллической решеткой с параметром $3{,}608 \cdot 10^{-4}$ мкм. Ее монокристаллы характерны значительной упругой анизотропией. Известно, что серебро полностью растворяется в меди в твердом состоянии; оно обладает аналогичной решеткой с параметром $4{,}077 \cdot 10^{-4}$ мкм.

При холодном волочении или прокатке зерна меди дробятся на мелкие участки. При .больших обжатиях образуется предпочтительная ориентация таких осколков. При этом временное сопротивление σ_B и твердость H меди повышаются, относительное удлинение после разрыва δ снижается. После рекристаллизационного отжига при 500…600 °C создается мелкозернистая равноосная структура, восстанавливаются пластические свойства меди [2].

Для мощных турбогенераторов механическая прочность чисто медных обмоток оказалась недостаточной [3]. Уже при подъеме частоты вращения холодного ротора до 2000 об/мин роторные проводники полностью защемляются под действием центробежных сил от ряда проводников, расположенных в тех же пазах ротора, но ближе к его оси [4]. Максимальные напряжения развиваются в торцах ротора. С учетом принятых допущений напряжения сжатия в опасном сечении проводника определяются по формуле

$$\sigma^{(-)} = \frac{k_1\left(1 - d_C^2 k_2\right) - d_C k_3}{a - d_C},$$

где a – ширина, d_C – диаметр отверстия в проводнике, k_1, k_2, k_3 – константы, определяемые данными ротора.

Пря нагреве обмотки током до рабочей температуры в витках появляются температурные напряжения сжатия, особенно у дна паза. Если они превышают предел текучести, то после снятия нагрузки с генератора в соответствующей зоне обмотки возникают остаточные деформации. Процесс повторяется при каждом цикле пуск-нагрев-снятие нагрузки (особенно при остановах). Остаточные деформации сжатия суммируются, и укорочение может привести к замыканию витков обмотки ротора, что повышает вибрацию турбоагрегата. Возможно и разрушение материала обмотки.

Ввиду этого в мощных турбогенераторах применяют обмотку из меди, легированной серебром. Сравнительные данные приведены в табл. 1 [5].

Таблица 1 – Некоторые характеристики медных сплавов для роторных обмоток

Состав сплава	σ_T, МПа	δ, %	ρ, Ом · мм^2/м
Без присадки серебра	60…80	35…40	0,0175
С присадкой серебра	170	35	0,0182

Примечание: σ_T – предел текучести, ρ – электрическое сопротивление. Отметим, что реальнее было бы сопоставление не по σ_T, а по условному предел текучести $\sigma_{0,2}$ – см. далее.

Некоторые фирмы для экономии применяют медь, легированную кадмием Cd. Он кристаллизуется в гексагональной системе, температура плавления $t_m^{\circ} = 321$ °C. При внесении 0,8…1 % Cd значение σ_B возрастает почти втрое, $\rho \approx 90\ \%\ \rho_{Cu}$ [2].

Целью работы является изучение вопросов, прямо или через технологию связанных с прочностью обмоток. Сюда относится статистический анализ сдаточных механических характеристик и их сопоставление с существующими нормами. Исследовался характер деформации в упругой зоне. Рассмотрена структура материалов обмоток.

Указанный подход позволяет применить кумулятивную модель отказов в оценке надежности роторной обмотки турбогенераторов с жидкостным охлаждением [6].

Вопросы технологии и структуры. Технология слитков для последующей прессовки или проката проводниковой меди с присадкой серебра вполне устойчива. Принята технология полунепрерывного литья в кристаллизатор, чем снижается вероятность усадочных раковин и рассеянной пористости в слитке. Этот способ литья обеспечивает соблюдение норм по примесям [7]. Химсостав слитка практически повторяется в прокате.

Этой технологии, как и технологии изготовления проводников, предшествовало исследование гаммы сплавов меди с серебром в лабораторных условиях. Сплавы были шихтованы на содержание серебра 0,03; 0,06; 0,08, 0,10 %, они прокатывались на Ø 4,75 мм, отжигались и потом тянулись на проволоку Ø 4,63 мм.

Значения ρ сплавов практически одинаковы (0,0176…0,0179 Ом · мм^2/м), зависимость ρ от процента Ag немонотонна.

Механические свойства определялись на образцах из проволоки Ø 4,63 мм как в нагартованном (с 5 % наклепом), так и в отожженном состоянии. Отжиг производился при температурах: 150, 200, 250, 300, 400 и 500 °С в течение 1 часа, то есть до и после рекристаллизации.

Испытание механических свойств производилось при разных температурах, начиная с комнатной и кончая 200 °С. Образцы перед испытанием нагревались с печью до нужной температуры, выдерживались при ней 15 минут и затем подвергались разрыву. Механические свойства исследуемых сплавов близки:

$$\sigma_T = 205\ldots253\ \text{МПа};\ \sigma_B = 220 \pm 29\ \text{МПа};\ \delta = 36 \pm 6\ \%.$$

Зависимость механических свойств от процента Ag немонотонна. Во всех образцах под микроскопом видна однородная β-фаза, причем в нагартованном материале она имеет мелкозернистое равноосное строение, которое сохраняется и после отжига при температурах: 150, 200, 250 °С в течение 1 часа.

Не обнаружено также роста зерна и при 72-х часовой выдержке образцов при 250 °С. Этим и объясняется сохранение сплавами механических свойств в тех пределах, в каких они были до отжига. Отжиг при более высоких температурах, например при 500 °С, сказался на структуре уже после часовой выдержки. Зерна стали заметно крупнее. В соответствии с этим σ_B стало таким же, как для полностью отожженной меди (219…226 МПа), δ достигло 56 %, а $\sigma_Т$ упал до 20…40 МПа. Речь вдет о переходе температуры рекристаллизации.

В настоящее время диапазон 0,03…0,10 % Ag сохранился во всех технических условиях на турбогенераторные роторные сплавы.

Роторные проводники квадратного сечения для турбогенераторов с частотой вращения $n = 3000$ об/мин изготавливаются из аналогичного сплава Cu + 0,03…0,10 % Ag. Технологический процесс предусматривает нагрев слитков в печи, горячее прессование, травление и 2 стадии волочения с вытяжкой. Для турбогенераторов с частотой вращения ротора $n = 1500$ об/мин применяются прямоугольные проводники. В отличие от квадратных труб, здесь предусматривается холодный прокат, а затем отжиг в течение 1 часа, травление и волочение с вытяжкой на готовую трубу [8].

Известно, что кристаллическая структура металла при холодной прокатке меняется. При очень сильном наклепе образуется ячеистая структура, скапливаются дислокации и дефекты решетки, возникает текстура; соответственно изменяются физические, механические и коррозионные характеристики. Такие процессы, как возврат, рекристаллизация, рост зерен, снижают упрочнение, полученное за счет наклепа при прокатке, и приближают металл к равновесному состоянию. Прокатка использована для создания желаемой структуры, текстуры, размера зерен и состояния поверхности.

Исследование механических свойств. В соответствии со стандартами и техническими условиями (ТУ) подлежат определению на образцах следующие механические характеристики проводниковой меди: временное сопротивление $\sigma_В$, МПа – напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке, предшествующей разрушению образца; предел текучести условный $\sigma_{0,2}$, МПа – напряжение, при котором остаточное удлинение достигает 0,2 % длины участка образца, удлинение которого принимается в расчет при определении указанной характеристики.

По ТУ требуется, чтобы $\sigma_{0,2} \geq 170$ МПа. Факультативно определялись также значения $\sigma_В$. Оказалось 72 годных образца.

Результаты обработки методами прикладной статистики сведены в табл. 2. Значения $\sigma_{0,2}$ и $\sigma_В$ распределяются по нормальному закону при уровне значимости критерия $q = 10$ %. Сопоставление этих данных с нормами позволяет считать их вполне удовлетворительными.

Таблица 2 – Статистические характеристики механических свойств роторной меди

Исследуемые характеристики (x)	n	$\bar{x}$	x_{max}	x_{min}	m_0x	S	$S_{\bar{x}}$
$\sigma_{0,2}$	71	211	240	190	215	13,6	1,6
$\sigma_В$	72	241	255	230	245	6,06	0,71

Примечание: n – число данных, $\bar{x}$ – среднее арифметическое (выборочное среднее) значение величины, m_0x – мода x, S – несмещенная оценка для среднего квадратичного отклонения.

Наличие нормального закона распределения для $\sigma_{0,2}$ и σ_B позволяет применить методы теории надежности к роторным обмоткам турбогенераторов аналогично [6, 9].

О проекте стандарта на роторную медь. Сравнение технических условий на роторные проводники для генераторов с жидкостным охлаждением производства различных отечественных предприятий выявляет существенные различия этих нормативов. В частности, лишь одно предприятие требует трубы поставлять выправленными, притом на наружной поверхности не допускаются инородные включения, следы коррозии; на внутренней – не допускаются коксующийся остаток от смазки, чешуйчатость, складки.

Имеются серьезные различия по геометрии и механическим свойствам. Так, другое предприятие нормирует вместо $\sigma_{0,2}$ величину σ_B, факультативную в иных ТУ.

Ввиду изложенных различий в технических условиях и учитывая большую загрузку станов холодного проката, целесообразно стандартизировать роторную проводниковую медь, уменьшив число ее типоразмеров. Тогда появится техническая возможность сконцентрировать ее производство на одном-двух металлургических предприятиях.

Ранее показано, что зависимость механических свойств σ_T, σ_B и δ, а также сопротивления ρ от процента Ag немонотонна. Содержание Ag на уровне 0,03…0,10 % устанавливалось в период освоения сплава около 50 лет назад, когда распределение Ag по слитку было недостаточно равномерным. Современное качество литья позволяет снизить эту величину до 0,03…0,05 %, что следует отразить в предполагаемом стандарте.

Выводы. Установлен нормальный закон распределения механических свойств для проводникового сплава турбогенераторных роторов. Показана возможность снижения уровня присадки серебра в этом сплаве.

Перспективы данного исследования – применить к роторным обмоткам методы теории надежности, разработать стандарт на роторную медь, а также рассмотреть возможность замены серебра кадмием.

Список литературы: **1.** *Станиславский Л.Я., Гаврилов Л.Г., Остерник Э.С.* Вибрационная надежность турбогенераторов. – М.: 1985. – 240 с. **2.** *Болховитинов Н.Ф.* Металловедение и термическая обработка. – М.: 1961. – 464 с. **3.** Турбогенераторы. Расчет и конструкция. – Л.: 1967. – 722 с. **4.** *Кади-Оглы И.А.* Анализ механических напряжений в полых проводниках обмотки крупных генераторов // Турбо- и гидрогенераторы большой мощности. Сб. науч. тр., 1969. – С. 189-201. **5.** Технология крупного электромашиностроения. В 3-х ч. Ч. 1. Турбогенераторы. – М.-Л.: 1966. – 335 с. **6.** *Остерник Э.С.* О механических параметрах для оценки надежности турбогенераторов // Вестник НТУ «ХПИ». Сб. науч. тр. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – № 52. – 2011. – С. 142-156. **7.** *Курдюмов А.В., Пикунов М.В., Чурсин В.М.* Литейное производство цветных и редких металлов. – М.: 1972. – 496 с. **8.** *Чувашов Ю.Н., Богданов Н.Т., Соловьев О.П.* и др. Новые процессы и оборудование для производства труб из цветных металлов и сплавов. – М.: 1972. – 44 с. **9.** *Остерник Э.С.* О стохастической модели статора турбогенератора // Вестник НТУ «ХПИ». Сб. науч. тр. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – № 22. – 2007. – С. 135-147.

Поступила в редколлегию 20.09.2012.

УДК 539.3

С. Ю. СОТРИХИН, доцент, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;
В. Г. ЯРЕЩЕНКО, доцент, науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков

ВЛИЯНИЕ СТРУКТУРНОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛА НА ЕГО ДЕФОРМАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Авторы благодарят Мацевитого Владимира Михайловича за идею проведения таких исследований.

У статті розглянутий вплив зміни структури поверхневого шару металевої пластини на виникаючі деформації при ударному навантаженні.
Ключові слова: поверхневий шар, деформація, ударне навантаження.

В статье рассмотрено влияние изменения структуры поверхностного слоя металлической пластины на возникающие деформации при ударном нагружении.
Ключевые слова: поверхностный слой, деформация, ударноенагружение

The effect of structural changes in the surface layer of a metal plate on its deformation arising under shock loading is considered in the paper.
Keywords: surface layer, deformation, shock loading.

Введение. Представляет большой практический интерес определения остаточного ресурса элементов конструкций, выполненных из различных сталей. Важным фактором, влияющим на прочность элемента конструкции, является состояние его поверхности. Состояние поверхности можно исследовать при помощи различных известных способов. Однако представляет интерес использовать с этой целью метод широкополосного динамического тензометрирования, как одного из наиболее высокоточных и информативных методов.

Методика испытаний. В качестве объекта испытаний использовалась пластина из стали 14Х17Н2 с размерами 127 х 206 мм и толщиной 6,7 мм. В центре одной стороны произведен наклеп диаметром 20 мм. Было проведено сравнение микротвердости нагружаемых участков пластины до и после наклепа. Микротвердость металла в состоянии поставки составляла 2250 МПа, в то время как микротвердость после наклепа сотавила 3150 МПа. Микротвердость определялась прибором ПМТ-3.

На рис. 1 приведена схема наклейки тензорезисторов и закрепления пластины. На обеих сторонах пластины (1) на расстоянии 20 мм от центра наклеены тензодатчики (3). Для проведения испытаний осуществлялось шарнирное опирание пластины. С этой целью по контуру пластины с нижней и верхней сторон, при помощи клея, закреплялись алюминиевые стержни (2). Затем вся конструкция зажимами притягивалась к массивной плите. Для нанесения удара в необходимую точку использовалась стеклянная трубка, расположенная вертикально, торец которой находится непосредственно над точкой приложения нагрузки. Нагружение проводилось металлическим шаром из стали ШХ15 массой 4,056 гр. и диаметром 10 мм. Высота сброса шара составляла 1,5 м.

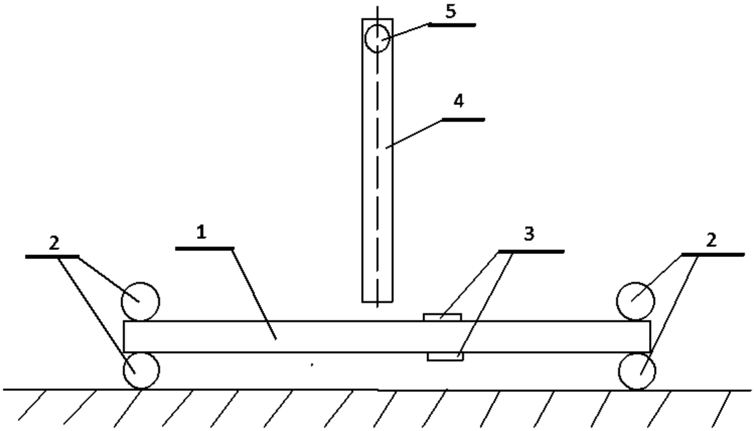


Рисунок 1 – Схема наклейки тензорезисторов и закрепления пластины

Наиболее удобным методом измерения деформаций является метод динамического широкополосного тензометрирования. Преимущество использования метода элетротензометрии состоят в следующем: малая база и масса самих датчиков обеспечивают достоверную регистрацию деформации при больших ускорениях, кроме того эти же параметры датчиков позволяют наклеивать датчики в любых, даже самых труднодоступных местах. (1) Для проведения измерений использовались фольговые тензорезисторы типа КФ5П1-1-100-Б-12 сопротивлением 100 Ом.

На рис. 2 представлена блок-схема измерений, которая позволяет регистрировать текущие значения деформаций во времени и измерять временные интервалы с заданной точностью.

Сигналы с тензорезисторов (2), наклеенных на пластину (1), поступают на тензоусилитель (3), а затем через АЦП Е20-10 (4) на ноутбук (5), где и происходит хранение и обработка результатов испытаний. Тензометрический усилитель работает на принципе амплитудной модуляции с несущей частотой 1000 кГц.

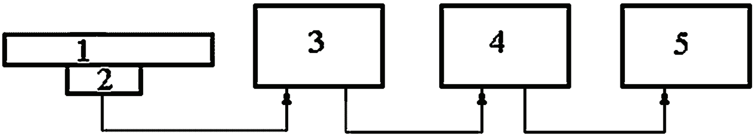


Рисунок 2 – Блок-схема экспериментальной установки

Измерение деформаций выполняется по мостовой схеме. Четверть моста находится в измерительной части, четверть – в калибровочной, а оставшаяся половина – в тензоусилителе. Для минимизации тока в измерительной диагонали производится подстройка моста по активной и реактивной составляющим сопротивления.

Характеристики тензометрического усилителя:

– число измерительных каналов	8;
– несущая частота, кГц	1000;
– полоса рабочих частот, кГц	0,04-200;
– минимальная регистрируемая деформация,	$30 \cdot 10^{-6}$;
– сопротивление используемых тензодатчиков, Ом	50-200.

Непосредственно перед проведением эксперимента на градуировочном устройстве проводилась градуировка каналов усиления. Градуировочное устройство – это приспособление, работа которого основана на принципе чистого изгиба балки, на которую наклеены тензодатчики выносного плеча мостовой схемы (рабочие тензодатчики, наклеенные на испытываемом объекте составляют второе выносное плечо измерительной схемы). Задавая величину прогиба, которая пересчитывается в деформацию и, сопоставляя ее с электрическим напряжением на выходе АЦП, строим градуировочные зависимости $\acute{\varepsilon} = \acute{\varepsilon}(U)$, где $\acute{\varepsilon}$ – относительная деформация, U – напряжение на выходе АЦП.

Измерение волн деформации на поверхностях пластины производилось при ударе шаром поочередно как с наклепанной, так и с не наклепанной стороны и регистрировались с обеих сторон (непосредственно возле точки удара и с противоположной стороны пластины). На рис. 3 приведены характерные осциллограммы с датчиков, находящихся непосредственно возле места удара. Сплошная линия соответствует случаю удара по наклепанной стороне пластины, штриховая линия – удар с не наклепанной стороны.

Сравнение отношений максимальных деформаций, зарегистрированных при ударе по наклепанной и ненаклепанной сторонам пластины составило 0,74.

Одновременно было проведено сравнение микротвердости нагружаемых участков пластины до и после наклепа. Микротвердость металла в состоянии поставки составляла 2250 МПа, в то время как микротвердость после наклепа сотавила 3150 МПа. Микротвердость определялась прибором ПМТ-3. Отношение микротвердостей наклепаннного и ненаклепанного участка составило

0,71. Отсюда можно сделать вывод, что для стали 14Х17Н2 величина возникающих в пластине деформаций пропорциональна величине микротвердости, по которой производилось нагружение.

Также сравнивалась высота отскока шарика от ненаклепанной и наклепанной поверхностей. Она составила 18 и 36 см соответственно. Отношение количества энергии передаваемое ударником пластине при ударе по наклепанной стороне пластины и ненаклепанной стороне составляет 0, 86.

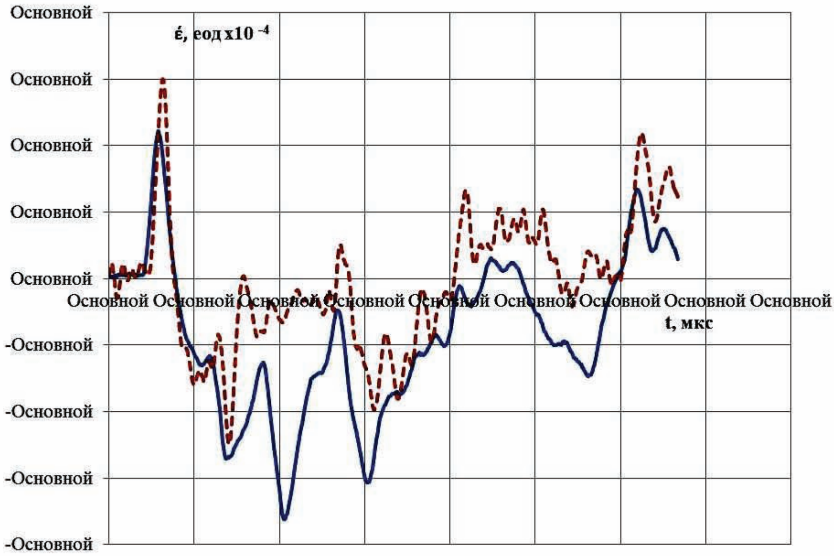


Рисунок 3 – Характерные осциллограммы с датчиков, находящихся непосредственно возле места удара

Выводы. В результате проведенных исследований можно сделать вывод, что, по крайней мере, испытанная сталь 14Х17Н2, имеет ярко выраженную зависимость характера возникающих поверхностных волн деформации от структурного состояния поверхности. Дальнейшая развитие этого метода предполагает разработку методики, позволяющей путем контрольных тензометрических измерений определять состояние поверхностного слоя металлического изделия, а, соответственно и прочностные свойства всего изделия.

Список литературы: 1. *Колодяжный А.В.* Ударные и импульсные воздействия на конструкции и материалы : монография / *А.В.Колодяжный, В.И.Севрюков*. – К.: Наукова думка, 1986. – 168 с.

Поступила до редколлегии 04.07.2012

УДК 539.1

А. В. СТЕПУК, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
С. В. БОНДАРЬ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
Л. В. АВТОНОМОВА, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
С. Ю. ПОГОРЕЛОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ СОСТАВНОЙ МАТРИЦЫ

У роботі виконувався скінченно-елементний розрахунок напружено-деформованого стану складеної матриці з врахуванням пластичної деформації матеріалу заготовки. Чисельне моделювання процесу й механічний аналіз виконувалися на пакеті ANSYS. Розглянуті особливості деформації робочої вставки складеної бандажованої матриці.

Ключові слова: механічний аналіз, пластичні деформації, кінцевий елемент, контактні напруження, бандажована матриця, робоча вставка.

В работе выполнялся конечно-элементный расчет напряженно-деформированного состояния составной матрицы с учетом пластического деформирования материала заготовки. Численное моделирование процесса и механический анализ выполнялись на пакете ANSYS. Рассмотрены особенности деформирования рабочей вставки составной бандажированной матрицы.

Ключевые слова: механический анализ, пластические деформации, конечный элемент, контактные напряжения, бандажированная матрица, рабочая вставка.

The research carried out finite element calculation of stress-strain state of a compound matrix when a work-piece material is plastically deformed. Numerical modeling and mechanical analysis performed with CAD-FEM software ANSYS. The features of the deformation of the working insert within shrouded composite matrix are presented.

Keywords: mechanical analysis, plastic deformation, finite element contact stresses, matrix bandage, mechanical insert

Описание проблемы. Разработка нового изделия выдавливанием непосредственно связана с информацией о поведении технологической системы матрица – обрабатываемый материал. На стадии проектирования с помощью математического моделирования можно провести анализ напряженно-деформированного состояния (НДС) и заготовки, и элемента оснастки – составной матрицы, которая является дорогостоящим инструментом, что позволит оптимально подобрать натяги бандажа. Основная нагрузка на матрицу – это давление, которое передается со стороны заготовки. Учет пластических деформаций в заготовке позволяет получить более точные законы распределения давлений на рабочих поверхностях составных элементов матрицы (например, на поверхности рабочей вставки).

Постановка задачи. Для холодного выдавливания технологическая система матрицы с заготовкой представляет собой совокупность взаимодействующих соосных тел вращения , контактирующих между собой по совмещенным поверхностям. На рис. 1 показаны основные элементы матрицы (рабочая вставка, промежуточная вставка, бандаж и обойма). При прочностном анализе составной матрицы следует учитывать следующие факторы: контактное взаимодействие всех сегментов, которое осуществляется с кулоновским трением или с проскальзыванием; первоначальное деформированное состояние между вставкой и бандажом, в виде предварительного натяга, который также влияет на НДС. При расчете НДС матрицы, с учетом пластического деформирования заготовки, внешнее усилие прикладывается непосредственно к заготовке, а действующие на обойму (внешний элемент матрицы) силы стяжки матрицедержателя создают предварительное напряженное состояние.

Нагрузки, действующие на рабочую поверхность матрицы со стороны заготовки в процессе ее глубокого пластического деформирования, определяются из расчета НДС, как в пластически деформируемой заготовке, так и в инструменте с учетом их взаимного влияния друг на друга. Так как особенности конфигурации рабочей поверхности могут приводить к резкому изменению распределений контактных давлений в локальных областях концентраторов, то для выяснения законов распределения реальных контактных напряжений на рабочей поверхности, учитывается контактное взаимодействие элементов и в составной матрице.

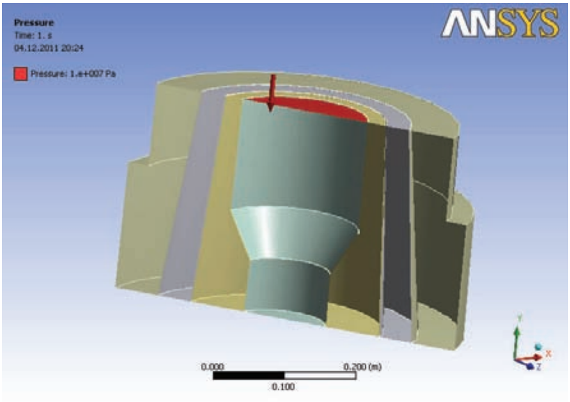


Рисунок 1 – Конструкция составной бандажированной матрицы

Для прочностного анализа расчет проводился в малых приращениях нагружения от минимального значения приложенного давления до максимального, вызывающего стадию глубокого пластического деформирования материала, когда в заготовке возникают пластические деформации и большие перемещения. Данная задача являются физически и геометрически нелинейной. Пластическое деформирование описывается моделями вязкопластичности. В частности, используется зависимость интенсивности напряжений σ от скорости деформирования [1].

$$\sigma = \sigma_0 \, [1 + (\varepsilon/\gamma)^m],$$

где интенсивность напряжений σ определяется функцией структурных свойств материала Ф (размер зерен, кристаллическая решетка и проч.).

$$\Phi = [(\sigma/\sigma_0) - 1]^{1/m},$$

где параметр m – степень структурной зависимости свойств материала.

Однако возникновение конечных пластических деформаций в зонах на рабочей поверхности матрицы не должно приводить к недопустимому искажению геометрии изделия и к разрушению внутренней вставки матрицы.

Результаты численного моделирования. Данная контактная упруго-пластическая краевая задача с учетом трения численно была решена с помощью МКЭ. Распределение контактных напряжений позволяет отследить опасные зоны на рабочей поверхности матрицы с учетом предварительного напряженного состояния, которое компенсирует напряжения, возникающие под действием радиального давления деформируемой заготовки на стенки рабочей вставки. На рис. 2 приведены графики распределения компонент напряжений вдоль внутренней рабочей вставки при различных вариантах расчетной схемы: деформирования заготовки в упругой области; деформирование заготовки в упруго-пластической области. Анализ полученных результатов показывает, что в зоне А наблюдается локальное влияние концентратора (выступ с резким изломом – острая точка), приводящее в совокупности с ограничениями контактного взаимодействия к более заметному возрастанию значений компонент тензора напряжений [2].

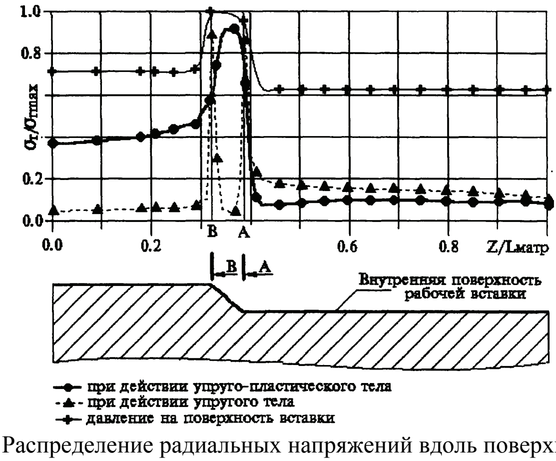


Рисунок 2 – Распределение радиальных напряжений вдоль поверхности рабочей вставки матрицы

Проведенные расчеты показали, что в значительно большей степени на прочность всей матрицы оказывает влияние напряженно-деформированное состояние рабочей вставки сложной геометрии (переходы сечения, калибрующие пояски и т.д.). На рис. 3 представлено распределение интенсивности напряжений в составных частях матрицы. Концентрация напряжений на рабочих поверхностях является одним из основных факторов, определяющих прочность матрицы в целом.

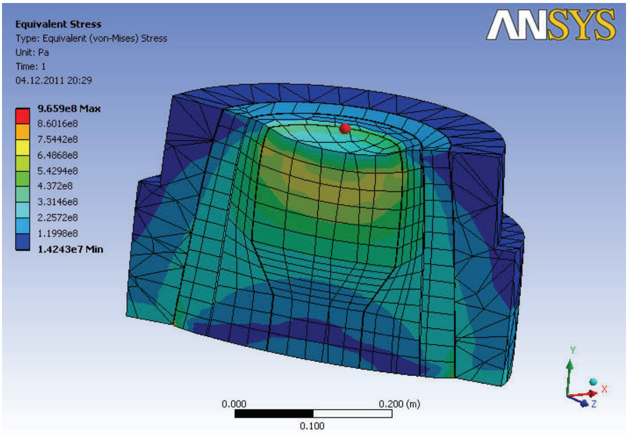


Рисунок 3 – Распределение интенсивностей напряжений технологической системы заготовка-составная матрица

Проведенный численный анализ НДС бандажированной матрицы с учетом пластического деформирования заготовки позволяет подобрать рациональный натяг между бандажом и рабочей вставкой, что дает снижение величины интенсивности напряжения на внутренней поверхности вставки на 15-20 %. Варьирование жесткостью вставки приводит к тому, что при увеличении величины натяга происходит уменьшение интенсивности напряжений в опасных зонах внутренней поверхности рабочей вставки. Влияние натяга существенно зависит от величины жесткости вставки, которая непосредственно зависит от толщины ее стенки. Таким образом, предпочтительней использовать конструкции матриц, имеющих равномерную жесткость по высоте матрицы. Для создания и обеспечения, наиболее сбалансированных эксплуатационных условий бандажирования необходимо сделать рабочую вставку разрезной, что позволит изменить непосредственно величину натяга по высоте матрицы.

Список литературы: 1. *Rankin C. C., Brogan F. A.* An Element Independent Corotational Procedure for the Treatment of Large Rotations // Journal of Pressure Vessel Technology. – 1986. – Vol. 108. – P. 165-174. **2.** *Бондарь С.В.* Разработка методов расчета и исследования напряженно-деформированного состояния элементов штамповой оснастки для холодного и полугорячего выдавливания: Автореф. дисс. на соиск. уч. степ., канд. техн. наук ХГПУ. – Х.: 1998. – 22 с. **3.** *Chung J., Hulbert G. M.* A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized-α Method // Journal of Applied Mechanics. – 1993. – Vol. 60. – P. 371.

Поступила в редколлегию 27.09.2012.

УДК 534.1:539.3

А. Н. ШУПИКОВ, д-р техн. наук, профессор, зав. отд. прочности и оптимизации конструкций, ИПМаш НАН Украины, Харьков;
Л. А. ЛИТВИНОВ, д-р техн. наук, профессор, зав. отд. монокристаллов корунда, Институт монокристаллов НАН Украины, Харьков;
С. В. УГРИМОВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;
С. Ю. СОТРИХИН, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;
В. Г. ЯРЕЩЕНКО, канд. техн. наук, науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;
Е. П. АНДРЕЕВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., Институт монокристаллов НАН Украины, Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В САПФИРОВЫХ СТЕРЖНЯХ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

Проведено теоретичне та експериментальне дослідження процесу розповсюдження хвиль деформацій у стержнях із сапфіру з різною орієнтацією кристалографічних осей. Отримано теоретичні значення швидкостей хвиль деформацій. Встановлено хороше співпадання результатів теоретичного аналізу з даними експериментальних досліджень.

Ключові слова: теорія пружності, розповсюдження хвиль, удар, анізотропія, сапфір.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование процесса распространения волн деформаций в стержнях из сапфира с различной ориентацией кристаллографических осей. Получены теоретические значения скоростей распространения волн деформаций. Установлено хорошее совпадение результатов теоретического расчета с данными экспериментальных исследований.

Ключевые слова: теория упругости, распространение волн, удар, анизотропия, сапфир.

The theoretical and experimental studies of wave propagation in the sapphire rods with different orientation of the crystallographic axes are performed. The theoretical values of the velocities of wave propagation of deformations are obtained. The good agreement of the theoretical results with the experimental data is established.

Keywords: elasticity theory, wave propagation, impact loading, anisotropy, sapphire.

Введение. Лейкосапфир (сапфир) обладает комплексом уникальных физико-механических и химических свойств. Он является исключительно жаропрочным, химически стойким и биологически неактивным материалом, который имеет высокую механическую прочность и твердость. Твердость сапфира по шкале Мооса составляет 9 единиц и только немногим уступает твердости алмаза. При этом сапфир является оптически прозрачным материалом, способным работать в условиях воздействия высоких температур и радиации.

Наличие таких свойств способствовало широкому применению сапфира в разных областях науки и техники. Одним из перспективных направлений использования сапфира является применение его в качестве элемента прозрачной брони.

Механические свойства изделий из сапфира обусловлены анизотропией кристалла [1-3]. От кристаллографической ориентации зависит также и скорость распространения волн деформаций при ударном нагружении. При определенном выборе ориентации, учитывающем условия нагружения изделий, можно повысить их прочностные характеристики.

Состояние научной проблемы. Несмотря на широкое применение сапфира в технике [1], его механические свойства, особенно для случая ударных нагружений, все еще недостаточно изучены [1, 2, 4-7]. В силу сложности математического моделирования поведения сапфира при ударном нагружении, основная часть работ в этой области носит экспериментальный характер. Так, в работе [2] представлены результаты экспериментальных исследований поведения сапфира при сжатии в различных кристаллографических направлениях.

Цель работы. Целью работы было на относительно простых объектах (сапфировых стержнях диаметром 19 мм и длиной 550-560 мм) теоретически и экспериментально изучить процессы деформирования и распространения волн при низкоскоростном продольном ударе.

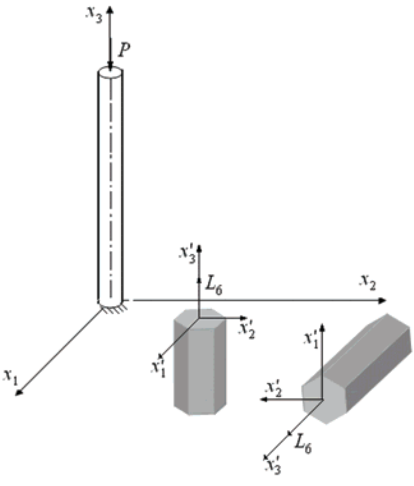


Рисунок 1 – Сапфировый стержень и расположение кристаллографических плоскостей

Постановка теоретической задачи. Теоретическое исследование процессов деформирования конструкций из сапфира базируется на уравнениях теории упругости анизотропных тел.

Рассмотрим цилиндрический стержень из однородного материала с произвольной формой анизотропии. Один конец стержня жестко закреплен в опоре, а на второй действуют усилия, равнодействующая P которых параллельна оси стержня. Введем начало системы координат в центре тяжести сечения закрепленного конца стержня, ось Ox_3 направим вдоль стержня, а направление осей Ox_1, Ox_2 выбираем произвольно (рис. 1).

Если ввести предположение, что усилия на концах стержня распределены равномерно, то граничное условие на незакрепленном конце стержня имеет вид

$$p_{33} = \frac{P}{S}, \tag{1}$$

где S – площадь сечения стержня.

Если длина стержня значительно больше характерного размера поперечного сечения, а боковые поверхности свободны от нагрузок, то можно считать, что напряжения вдоль стержня удовлетворяют условиям [3]

$$p_{11} = p_{22} = p_{12} = p_{13} = p_{23} = 0\,. \tag{2}$$

Связь между напряжениями p_{ik} и деформациями ε_{lm} для тела общего вида анизотропии [3, 8] имеет вид

$$p_{ik} = C_{iklm}\varepsilon_{lm}, \tag{3}$$

где C_{iklm} – тензор модулей упругости 4 ранга.

При повороте осей тензор преобразуется по формулам [8]

$$C_{i'k'l'm'} = \alpha_{i'p}\alpha_{k'q}\alpha_{l'r}\alpha_{m's}C_{pqrs}\,,$$

где $\alpha_{i'p} = \cos(x_i' \cdot x_p)$ – направляющие косинусы.

Выражение (3) можно представить в более компактном виде [3, 8]:

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{22} \\ p_{33} \\ p_{23} \\ p_{13} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} & A_{35} & A_{36} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{53} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где A_{ij} – сокращенное обозначение тензора упругости, введенное Фохтом [8].

Для рассматриваемого случая продольного нагружения стержня, учитывая формулы (2) в выражении (4), получим, что деформации стержня должны удовлетворять условиям

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{14} & A_{15} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{24} & A_{25} & A_{26} \\ A_{41} & A_{42} & A_{44} & A_{45} & A_{46} \\ A_{51} & A_{52} & A_{54} & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} A_{13} \\ A_{23} \\ A_{43} \\ A_{53} \\ A_{63} \end{pmatrix} \varepsilon_{33}, \tag{5}$$

$$p_{33} = A_{31}\varepsilon_{11} + A_{32}\varepsilon_{22} + A_{33}\varepsilon_{33} + A_{34}\varepsilon_{23} + A_{35}\varepsilon_{13} + A_{36}\varepsilon_{12}\,. \qquad (6)$$

Решение системы (5) может быть представлено в виде

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_4 \\ \xi_5 \\ \xi_6 \end{pmatrix} \cdot \varepsilon_{33}\,, \qquad (7)$$

где ξ_i – константы.

Напряжения p_{33} (6), учитывая (7), можно представить в виде

$$p_{33} = \varepsilon_{33}\left(A_{31}\xi_1 + A_{32}\xi_2 + A_{33} + A_{34}\xi_4 + A_{35}\xi_5 + A_{36}\xi_6\right) = \phi\varepsilon_{33}\,, \qquad (8)$$

где $\phi = A_{31}\xi_1 + A_{32}\xi_2 + A_{33} + A_{34}\xi_4 + A_{35}\xi_5 + A_{36}\xi_6$.

Для гексагональной сингонии, характерной для сапфира, число независимых упругих постоянных в выражении (4) равно 5 [3, 9]. Для случая, когда ось L_6 параллельна оси Ox_3, зависимость между напряжениями и деформациями (4) приобретает вид

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{22} \\ p_{33} \\ p_{23} \\ p_{13} \\ p_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & A_{13} & 0 & 0 & 0 \\ A_{13} & A_{13} & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{A_{11} - A_{12}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix}. \qquad (9)$$

Значения упругих констант сапфира: $A_{11} = 496$ ГПа, $A_{12} = 164$ ГПа, $A_{13} = 115$ ГПа, $A_{33} = 498$ ГПа, $A_{44} = 148$ ГПа [1].

Рассмотрим сапфировые стержни с двумя ориентациями кристаллографических плоскостей (рис. 2) [1, 10]. При С-ориентации ось L_6 параллельна оси Ox_3, при А-ориентации – ось L_6 параллельна оси Ox_1, а нормаль к плоскости А параллельна оси Ox_3 (рис. 1). Для этих случаев можно получить простые аналитические выражения для параметра ϕ, входящего в формулу (8):

$$\text{при С-ориентации – } \phi = A_{33} - \frac{2A_{13}^2}{A_{11} + A_{12}}\,, \qquad (10)$$

$$\text{при А-ориентации – } \phi = A_{11} - \frac{2A_{12}^2}{A_{11} + A_{13}}\,. \qquad (11)$$

Значение параметра ϕ для более сложных случаев ориентации кристаллографических осей проще всего получить численно, используя формулы преобразования тензора упругости при повороте осей.

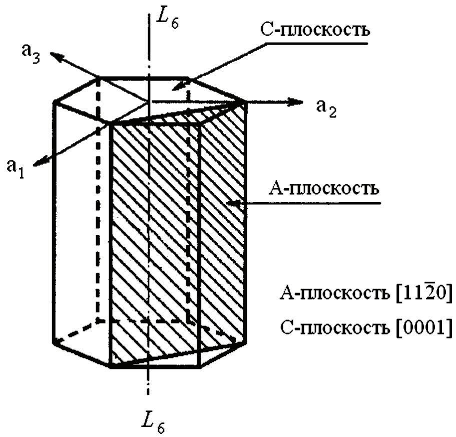


Рисунок 2 – Кристаллографические плоскости сапфира

Уравнения движения. Уравнение движения стержня и граничные условия получены с помощью вариационного принципа Остроградского-Гамильтона [11, 12]. Уравнение движения имеет вид

$$\phi \frac{\partial^2 w}{\partial {x_3}^2} - \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = P(t) \,, \tag{12}$$

где $w = w(x_3, t)$ – искомая функция перемещений стержня.

На концах стержня должны быть заданы значения перемещений w или продольных деформаций $\partial w / \partial z$.

Кроме того, уравнения движения необходимо дополнить начальными условиями

$$t = 0 \,,\ w = w_0 \,,\ \dot{w} = \dot{w}_0 \,.$$

Теоретическое значение скорости волны деформаций. Из уравнения (12) следует, что скорость волны деформаций равна

$$V = \sqrt{\phi / \rho} \,. \tag{13}$$

Подставив выражения (10), (11) в зависимость (13), получим значения скоростей волн деформаций для рассматриваемых случаев:

$$\text{С-ориентация} \;-\; V = \sqrt{\frac{\phi}{\rho}} = \sqrt{\frac{A_{33} - \dfrac{2A_{13}^2}{A_{11} + A_{12}}}{\rho}} \approx 10724 \text{ м/с;} \tag{14}$$

$$\text{А-ориентация} \;-\; V = \sqrt{\frac{\phi}{\rho}} = \sqrt{\frac{A_{11} - \dfrac{2A_{12}^2}{A_{11} + A_{13}}}{\rho}} \approx 10124 \text{ м/с.} \tag{15}$$

Эксперимент. Целью экспериментальных исследований было зафиксировать скорость волны деформаций в сапфировом стержне. Экспериментальные исследования процесса распространения волн в сапфире при ударе проведены на базе метода динамического широкополосного тензометрирования [12]. На стержень вблизи концов стержня наклеивались тензодатчики для фиксации деформаций в продольном направлении (рис. 3). При ударе по концу стержня возникает волна деформаций, которая распространяется вдоль стержня и вызывает его деформацию, которая и фиксируется тензодатчиками. Отличие времени начала деформаций на различных датчиках и известное расстояние между ними позволяет установить скорость волны.

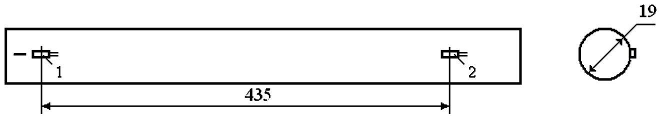


Рисунок 3 – Стержень с тензодатчиками

Измерение деформаций проводится по мостовой схеме. Четверть моста находится в измерительной части, четверть – в калибровочной, а оставшаяся половина – в тензоусилителе. Тензоусилитель работает по принципу амплитудной модуляции с несущей частотой 1000 кГц. Для минимизации тока в измерительной диагонали мост подстраивается по активной и реактивной составляющим сопротивления. Непосредственно перед испытанием, после балансировки канала усиления, проводится его градуировка, то есть устанавливается зависимость $\varepsilon = \varepsilon(U)$, где U – электрическое напряжение сигнала, регистрируемого аналого-цифровым преобразователем (АЦП).

Сигналы с тензодатчиков, наклеенных на образец, поступают на тензометрический усилитель, а затем на АЦП, где проводится оцифровка регистрируемого сигнала с заданной частотой, после чего сигнал записывается на компьютер. В качестве АЦП использовались четырехканальные преобразователи Е-2010.

Стержень устанавливался вертикально на стенде. Один конец стержня жестко закреплялся в специальной сборной пятке из органического стекла. Нагружение осуществлялось путем сбрасывания на образец с высоты 1,5 м стального цилиндрического ударника с закругленным сферическим концом. Параметры ударника: масса – 76,78 г, длина – 47 мм, диаметр 16 мм.

Сапфировые стержни. В экспериментальных исследованиях использовались сапфировые стержни А- и С-ориентации оптического качества диаметром 19 мм. Стержень А-ориентации имел длину 560 мм, а С-ориентации – 550 мм. Стержни были выращены методом Степанова из чистой (99,995 % основного вещества) шихты фирмы RSA (Франция) на ростовых установках «Кристалл-606» в среде особо чистого аргона [13]. После выращивания стержни отжигались в вакууме в изотермических условиях при 1950 °С для разрушения рассеивающих центров в объеме кристалла.

Результаты и анализ экспериментальных исследований. Результаты экспериментальных исследований скорости волны деформаций в стержне А-ориентации приведены в табл. 1. В таблице указано время t_1, t_2, которое соответствует времени прихода волны деформаций на тензодатчики № 1 и № 2 (время указано от начала записи данных эксперимента и не связано с началом удара). Расстояние $l = 0{,}435$ м волна деформаций проходит за время $\Delta t = t_2 - t_1$. Поэтому скорость волны деформаций может быть определено по формуле $V^e = \dfrac{l}{\Delta t}$.

Таблица 1 – Скорость волны деформаций в стержне А-ориентации

№ эксперимента	t_1, мкс	t_2, мкс	Δt, мкс	V^e, м/с
1	33,9	75,6	42,7	10187
2	18,8	59,8	41,0	10609
3	34,0	76,4	42,4	10259
4	41,6	85,6	44,0	9886
5	21,2	62,0	40,8	10661
6	73,6	113,6	40,0	10875
7	977,6	1019,9	41,6	10457

Средняя скорость волны деформаций в экспериментах составила

$$V^e_{cp} = \frac{1}{7}\sum_{i=1}^{7} V^e_i \approx 10419 \text{ м/с.}$$

Теоретическое значение скорости (15) для исследуемого случая равно $V \approx 10124$ м/с. Отличие между экспериментальными и теоретическими значениями составляет около 3 %

$$\varepsilon = \frac{V^e_{cp} - V}{V}\cdot 100 = \frac{10419 - 10124}{10124}\cdot 100 \approx 3 \text{ \%.}$$

Аналогичные экспериментальные данные для стержня С-ориентации приведены в табл. 2.

Средняя скорость волны деформаций составила $V^e_{cp} \approx 10751{,}6$ м/с. Теоретическое значение скорости волны деформаций для исследуемой ориентации составляет (14) $V \approx 10724$ м/с. Таким образом, для С-ориентации экспериментальные и теоретические данные отличаются на 0,3%

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе теоретически и экспериментально исследован процесс распространения волн в стержнях из сапфира с различной ориентацией кристаллографических осей.

Таблица 2 – Скорость волны деформаций в стержне С-ориентации

№ экспери-мента	t_1, мкс	t_2, мкс	Δt, мкс	V^e, м/с
1	65,6	106,8	41,2	10558
2	65,2	104,4	39,2	11096
3	38,8	79,6	40,8	10661
4	65,6	107,2	41,6	10456
5	66,0	105,6	39,6	10984
6	61,6	102,0	40,4	10767
7	57,2	96,8	39,6	10984
8	69,2	108,8	39,6	10984
9	50,8	92,4	41,6	10456
10	82,0	122,8	40,8	10661
11	48,0	88,8	40,8	10661

Для задачи о продольном ударе по стержню аналитически определены скорости распространения волн в сапфире при различной ориентации кристаллографических осей в стержне. Теоретические результаты сопоставлены с данными экспериментальных исследований процесса распространения волн, проведенными с помощью метода динамического широкополосного тензометрирования. Получено хорошее совпадение результатов теоретических расчетов с данными эксперимента для рассмотренных случаев А- и С-ориентации кристаллографических осей сапфира в стержне.

Дальнейшее исследование должно быть направлено на изучение процесса распространения волн для других случаев ориентации кристаллографических осей сапфира в стержнях, а также на изучение процесса распространения волн в сапфировых пластинах.

Работа выполнена в рамках гранта УНТЦ № 5287 «Исследования волновых процессов в сапфире при ударном нагружении».

Список литературы: **1.** *Dobrovinskaya E.* Sapphire in science and engineering / *E. Dobrovinskaya, L. Lytvynov, V. Pischik*. – Kharkiv: STC «Institute for Single Crystals», 2007. – 480 p. **2.** *Каннель Г. И.* Поведение сапфира при упругом сжатии в различных кристаллографических направлениях / *Г. И. Каннель, А. С. Савиных, С. В. Разоренов, В. Е. Фортов* // Успехи механики сплошных сред. – 2009. – С. 257-271. **3.** *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела / *С. Г. Лехницкий.* – М.-Л.: Гостехиздат, 1950. – 300 с. **4.** *Nowak R.* Peculiar surface deformation of sapphire: Numerical simulation of nanoindentation / *R. Nowak, T. Manninen, K. Heiskanen [at all]* // Appl. Phys. Lett. – 2003. – V. 83, № 25. – P. 5214-5216. **5.** *Voloshyn O. V.* Potentialities for sapphire strength enhancement / *O. V. Voloshyn, L. A.Lytvynov, E. V. Slyunin* // Funct. Mater. – 2007. – T. 14, № 4. – С. 569-572. **6.** *Синани А. Б.* Сопротивление упругих тел высокоскоростному внедрению на начальной стадии соударения / *А. Б. Синани, А. А. Кожушко , Е. Л. Зильбербранд* // Письма в ЖТФ. – 2008. – Т. 34, вып. 3. – С. 27-31. **7.** *Wang Y.* Shock deformation of sapphire single crystals / *Y. Wang, D. E. Mikkola* // Materials Science and Engineering. – V. 148, № 1 – P. 25-32. **8.** *Акивис М. А.* Тензорное исчисление / *М. А. Акивис, В. В. Гольдберг*. – М. : Физматгиз, 2003. – 304 с. **9.** Федоров *Ф. И.* Теория упругих волн в кристаллах / *Ф. И. Федоров.* – М. : Наука, 1965. – 386 с. **10.** *Попов Г. М.* Кристаллография / *Г. М. Попов, И. И. Шафрановский.* – М. : Высш. шк., 1964. – 370 с. **11.** *Васидзу К.* Вариационные методы в теории упругости и пластичности / *К. Васидзу*. – М. : Мир, 1987. – 542 с. **12.** *Шупиков А. Н.* Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация / *А. Н. Шупиков , Я. П. Бузько , Н. В. Сметанкина , С. В. Угримов*. – Х.: ИД «ИНЖЭК», 2004. – 252 с. **13.** *Konevskiy P.* Specific growing features of variable section sapphire articles by Stepanov technique / *P. Konevskiy, E. Andreev, L. Lytvynov* // Functional materials. – 2008. – V. 15, № 2. – С. 283-286.

Поступила в редколлегию 18.10.2012.

УДК 539.3

Н. Г. ШУЛЬЖЕНКО, д-р техн. наук, зав. отделом, ИПМаш НАН Украины, Харьков;
П. П. ГОНТАРОВСКИЙ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ИПМаш НАН Украины, Харьков;
Т. В. ПРОТАСОВА, вед. инженер, ИПМаш НАН Украины, Харьков

НЕОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ РОТОРОВ ПАРОВЫХ ТУРБИН ПРИ ОКРУЖНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ СВОЙСТВ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛА

Розглядаються питання викривлення високотемпературних роторів парових турбін внаслідок нерівномірності їхньої повзучості в окружному напрямку. Приводяться результати розрахунків неосесиметричного деформування ротора циліндра середнього тиску турбіни К-300-240 з використанням експериментальних даних про окружну неоднорідність механічних властивостей матеріалу, а також ротора турбіни Т-250/300 для заданих характеристик неоднорідності матеріалу. Результати порівнюються з даними натурних досліджень викривлень роторів різних турбін.

Ключові слова: високотемпературні ротори, повзучість, неосесиметричне деформування.

Рассматриваются вопросы искривления высокотемпературных роторов паровых турбин вследствие неравномерности их ползучести в окружном направлении. Приводятся результаты расчетов неосесимметричного деформирования ротора цилиндра среднего давления турбины К-300-240 с использованием экспериментальных данных об окружной неоднородности механических свойств материала, а также ротора турбины Т-250/300 для заданных характеристик неоднородности материала. Результаты сопоставляются с данными натурных исследований искривления роторов различных турбин.

Ключевые слова: соединение с натягом, температура, профильные соединения.

Bending problems of high-temperature rotors of steam turbines as a result of circumferential nonuniformity of creep are considered. Results of calculations of nonaxisymmetric straining of intermediate-pressure rotor of turbine K-300-240 with use of experimental data about the circumferential nonuniformity of mechanical properties of a material, and of rotor of turbine T-250/300 are presented for the preset magnitude of nonuniformity of material properties. Results are compared with experimental data of bending of various turbine rotors.

Keywords: high-temperature rotors, creep, nonaxisymmetric straining.

Результаты ремонтных обследований прогибов роторов паровых турбин. На практике при эксплуатации паровых турбин наблюдались так называемые прогрессирующие прогибы конструктивно осесимметричных роторов, работающих в условиях высоких температур и постоянно (или переменно) действующих напряжений. Опыт длительной эксплуатации однотипных по конструкции турбоагрегатов на одной и той же электростанции показал, что время появления прогибов роторов и скорость нарастания деформации могут быть существенно различны [1].

Результаты обследований роторов цилиндров среднего давления турбин мощностью 200–800 МВт при их ремонте подтверждают явления прогрессирующих прогибов роторов [2 – 4]. Приведенные в [2] данные из опыта длительной эксплуатации трех турбин К-800-240-3 Запорожской ГРЭС свидетельствуют о том, что указанный прогиб ротора может превышать 0,2 мм. Результаты обследования роторов ЦСД-1 трех турбин Т-250/300-240 ПО ТМЗ на ТЭЦ-22 Мосэнерго в течение длительного времени показывают, что даже для сравнительно новых роторов через 8–10 лет эксплуатации прогибы в несколько раз превосходят допустимые значения [2]. Данные ремонтных обследований РВД и РСД турбины К-1200-240-3 свидетельствуют, что за 15 лет эксплуатации (с 1980 по 1996 гг.) прогибы выросли с 0,03 мм до 0,11 мм у РВД и до 0,12 мм у РСД [3]. На появление прогибов указывают и приведенные в [4] результаты ремонтных обследований роторов турбин К-210-130 ЛМЗ некоторых ТЭЦ в Болгарии. После наработки чуть более 90 тыс. часов прогибы РСД превышают 0,2 мм, прогибы РВД развиваются несколько медленнее.

На рис. 1 отмечены экспериментальные данные о прогибах роторов во время эксплуатации, приведенные в работах [2–4]. Точками обозначены прогибы РСД-1 турбины Т-250/300-240 ТЭЦ-22 Мосэнерго из [2]: ● – ст. № 9, ◐ – ст. № 10, ○ – ст. № 11; ромбами – прогибы роторов турбины К-1200-240-3 [3]: ◆ – РСД, ◇ – ЦВД; квадратами – роторов турбин К–210–130: ■ – РСД (ТЭЦ Варна, ст. № 6), □ – РСД (ТЭЦ «Марица Восток-2», ст. № 6); ◧ – РСД (ТЭЦ «Марица Восток-2», ст. № 5) и треугольником ▲ – ЦВД турбины К–210–130 (ТЭЦ «Марица Восток-2», ст. № 5) [4].

Таким образом, из опубликованных результатов обследований конкретных роторов следует, что их прогибы значительно превышают допустимое значение 0,02–0,03 мм, отмеченное на рисунке пунктирной линией. Это свидетельствуют о практической важности решения вопроса установления причин такого деформирования роторов и возможности его снижения до допустимых значений.

Причинами появления прогрессирующего прогиба ротора могут являться:

– попадание на горячий ротор воды из системы парораспределения или из трубопроводов теплообменников;

– задевание ротора об элементы статора, вызывающее местные перегревы его поверхности;

– неравномерность ползучести стали в окружном направлении в зоне высоких температур ротора (прежде всего зона регулирующей ступени и первых ступеней РВД и РСД) [2].

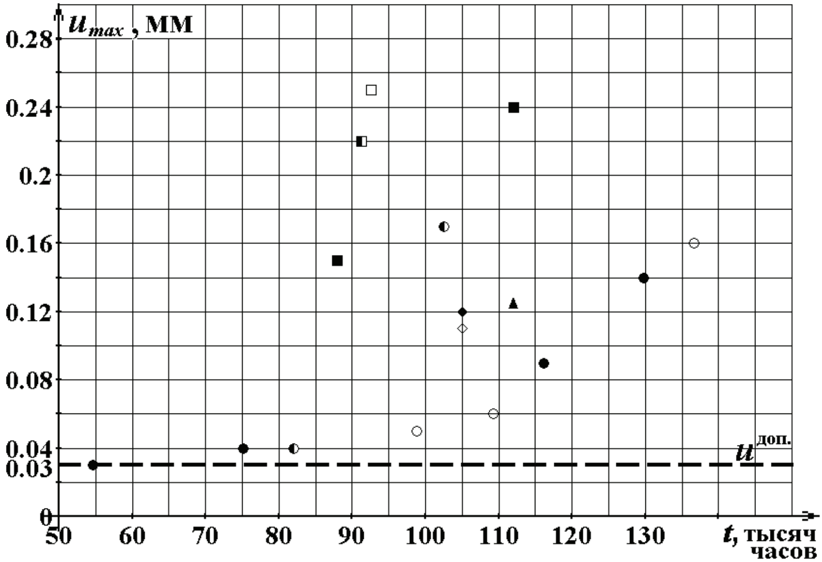


Рисунок 1 – Прогибы роторов эксплуатировавшихся турбин

Последнее предположение основывается на неравномерности физических, механических свойств и химического состава поковки ротора [5]. Условия изготовления роторов (или поковок) не позволяют обеспечить абсолютную равномерность их физических и механических свойств; допустимая неравномерность свойств оговаривается техническими условиями [2].

У высококачественных роторов японских турбостроительных фирм неравномерность механических свойств металла, характеризующих упругопластическое деформирование, достигает 2-3 % [6]. Очевидно, что в отношении свойств ползучести эта неравномерность может быть больше.

Расчеты прогиба РСД турбин К-800-240 и К-1200-240-3 ЛМЗ при условии, что скорость ползучести роторов на среднем участке составляет 1 % за 100 тысяч часов и при этом скорости ползучести по образующим вала отличаются между собой на 1 %, показали, что через 100 тысяч часов работы можно ожидать прогиб, близкий к 0,2 мм [3].

Оценка искривления ротора ЦСД турбины К-300-240 на основе экспериментальных данных об окружной неоднородности механических свойств материала. Покажем, что неравномерность ползучести стали в окружном направлении в зоне высоких температур может быть причиной прогибов роторов при эксплуатации паровых турбин. Проведем расчетную оценку неосесимметричного деформирования РСД турбины К-300-240 на основе экспериментальных данных об окружной неоднородности механических свойств материала.

Окружную неоднородность механических свойств материала можно оценить по типичным данным для роторных сталей, полученным при контрольно-приемочных испытаниях периферии дисков первой ступени. Максимальное отличие пределов текучести для двух диаметрально противоположных образцов может достигать 20 МПа, а в некоторых случаях и 30 МПа. Указанная неоднородность материала с достаточной степенью точности может быть распространена на весь объем поковки в области первой ступени.

Существует зависимость между величиной предела текучести, полученной в результате термообработки стали, и сопротивлением ползучести при высоких температурах. На основании данных о пределах текучести и кривых ползучести стали 20Х3МВФ на базе испытаний 2 тыс. часов в [7] приводятся значения скорости ползучести при температуре 500-550 °С и напряжениях σ = 120-150 МПа (табл. 1). При этом разность скоростей ползучести при $\Delta\sigma_{02}$ = 100 МПа и T = 500 °С составляет (0,018 - 0,024) $\cdot 10^{-3}$ %/ч; с возрастанием температуры выше 500 °С это различие уменьшается. При установившейся ползучести разброс скоростей ползучести уменьшается и составляет (0,008 - 0,023) $\cdot 10^{-3}$ %/ч при $\Delta\sigma_{02}$ = 175 МПа и T = 500 °С.

Таблица 1 – Скорости ползучести $\dot{\varepsilon}_{ij}$ и разности скоростей ползучести $\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}$ стали 20Х3МВФ

по кривым ползучести от 1 до 2 тыс. часов				
Температура T, °С	Напряжение σ, МПа	$\dot{\varepsilon}_{ij} \cdot 10^3$, %/ч		$\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}$ ($\Delta\sigma_{02}$=100 МПа) $\cdot 10^3$, %/ч
		σ_{02}=750 МПа	σ_{02}=650 МПа	
500	120	0,0050	0,0230	0,018
	150	0,0060	0,0300	0,024
550	120	0,0163	0,0170	0,007
	150	0,0230	0,0230	0
по графикам скоростей установившейся ползучести				
Температура T, °С	Напряжение σ, МПа	$\dot{\varepsilon}_{ij} \cdot 10^3$, %/ч		$\Delta\dot{\varepsilon}_{ij}$ ($\Delta\sigma_{02}$=175 МПа) $\cdot 10^3$, %/ч
		σ_{02}=800 МПа	σ_{02}=625 МПа	
500	120	0,005	0,013	0,008
	150	0,007	0,030	0,023

На основе использования указанных данных об окружной неравномерности ползучести роторных сталей выполнены расчеты искривления ротора турбины К-300-240 по трехмерной модели с применением созданного ранее методического обеспечения [8].

Меридиональное сечение ротора с разбивкой на конечные элементы приводится на рис. 2.

Проведены расчетные исследования кинетики напряженно-деформированного состояния ротора для 300 тысяч часов эксплуатации турбины. В случае, когда разность пределов текучести $\Delta\sigma_{02}$ на диаметрально противоположных сторонах ротора составляет 20 МПа, окружная неравномерность скорости ползучести в районе первой ступени при стационарном режиме работы турбины (T = 500 °С, σ = 150 МПа) достигает значения $\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,max}/\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,min} = 1{,}153$. Рассматривались также и несколько других вариантов окружной неравномерности свойств материала (табл. 2).

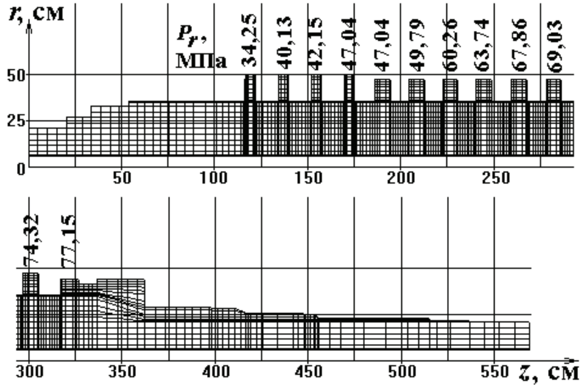


Рисунок 2 – Расчетная схема ротора

Таблица 2 – Варианты расчета ротора

Вариант	$\Delta\sigma_{02}$, МПа	k	$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,max}/\dot{\varepsilon}_{ij}^{\,min}$
1	20	0,071	1,153
2	10	0,036	1,075
3	5	0,018	1,037

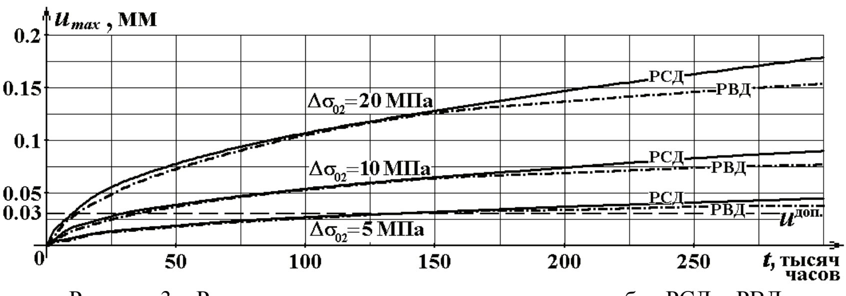


Рисунок 3 – Расчетные значения максимальных прогибов РСД и РВД турбины К-300-240

Изменение максимального прогиба ротора со временем приводится на рис. 3. Сплошными линиями обозначается прогиб рассматриваемого ротора в районе расточки между первой и второй ступенью.

Даже при незначительной окружной неравномерности ползучести, вызванной различием пределов текучести $\Delta\sigma_{02} = 5$ МПа, прогиб ротора за 150 тыс. часов эксплуатации турбины может достичь 0,032 мм и превысить допустимое значение (обозначенное на графиках пунктирной горизонтальной линией $u^{доп}$). При большей окружной неравномерности недопустимый прогиб достигается раньше.

Здесь же штрихпунктирными линиями приводятся максимальные прогибы РВД этой турбины на расточке в районе регулирующей ступени для рассматриваемых реальных значений окружной неравномерности ползучести материала, выполненные по предложенной в работе [9] расчетной схеме. Прогибы РВД развиваются несколько медленнее, чем искривления РСД, но через 150 - 200 тыс. часов также превышают допустимые значения.

Следует отметить, что результаты, полученные с предполагаемыми [9] ($\Delta\sigma_{02} = 6$, 14, 28 МПа) и реальными ($\Delta\sigma_{02} = 5$, 10, 20 МПа) значениями окружной неравномерности ползучести материала качественно совпадают; при этом стрела прогрессирующего искривления ротора пропорциональна величине окружной неравномерности ползучести материала.

Сравнение результатов численного анализа и обследований прогибов роторов. На рис. 4 сплошными линиями приводятся результаты выполненных ранее численных исследований прогибов РСД турбины Т-250/300-240 с предполагаемыми значениями окружной неравномерности ползучести материала. Они соответствуют пределам текучести, отличающимся на противоположных сторонах ротора на 6, 14, 28 МПа [10]. За 150 тыс. часов работы турбоагрегата прогибы ротора достигают 0,07 мм (при $\Delta\sigma_{02} = 6$ МПа), 0,18 мм (при $\Delta\sigma_{02} = 14$ МПа) и 0,35 мм (при $\Delta\sigma_{02} = 28$ МПа) и превосходят допустимое значение.

На этом же рисунке точками показаны значения прогибов РСД-1 (данные обследований во время ремонтов) эксплуатировавшихся турбин Т-250/300-240 ТЭЦ-22 Мосэнерго [2]. Значения прогибов роторов после их длительной эксплуатации соответствуют расчетным значениям при окружной неравномерности предела текучести 6 – 14 МПа.

Таким образом, проведенные численные исследования искривления РСД и РВД паровых турбин на основе экспериментальных данных об окружной неоднородности механических свойств роторных сталей показали, что неравномерность ползучести стали в окружном направлении в зоне высоких температур вносит существенный вклад в неосесимметричное деформирование эксплуатирующихся роторов паровых турбин.

Для однотипных роторов полученные расчетные значения прогибов с учетом окружной неоднородности свойств ползучести согласуются с результатами обследований работавших роторов.

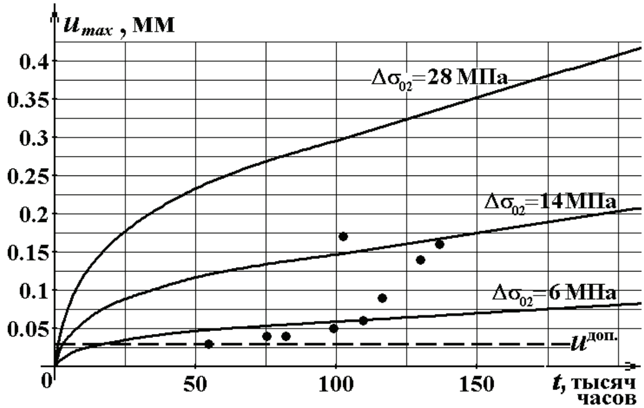


Рисунок 4 – Расчетные и экспериментальные значения прогибов РСД-1 турбины Т-250/300-240

Отметим, что устранение указанных прогибов роторов возможно с помощью термообработки в заводских условиях, а используемая в работе расчетная методика может использоваться при этом для оценки ползучести ротора от собственного веса при отпуске.

Для продления срока эксплуатации погнутых роторов в [1] было предложено снизить температуру металла ротора путем уменьшения температуры острого пара или внедрением системы принудительного охлаждения их высокотемпературных элементов. Созданными НПО ЦКТИ системами оснащены свыше 40 турбоагрегатов мощностью от 200 до 800 МВт как в странах СНГ, так и за рубежом. Опыт их эксплуатации показывает, что таким образом удается снизить темп развития прогиба в 4 - 5 раз [1]. Как указывается в [11], остановить дальнейший рост прогиба роторов во время эксплуатации можно с помощью установки балансировочных грузов на основе применения специальной опытно-расчетной методики ЛМЗ [11]. Положительные результаты достигаются при этом для роторов со сроком эксплуатации более 10 лет (после двух капремонтов). Однако, имеются экспериментальные и расчетные исследования, показывающие, что установкой даже значительных по массе балансировочных грузов невозможно остановить процесс неравномерной ползучести роторов, потому что роторы ЦВД и ЦСД мощных паровых турбин работают далеко за первой критической частотой вращения (1450 – 1600 об./мин.), и балансировочные грузы, установленные по первой собственной форме, не могут вызвать ни больших вибросмещений, ни существенных напряжений в роторе [1].

Обобщая результаты расчетных и натурных исследований прогибов роторов, можно отметить следующее. Важное значение при изготовлении высокотемпературных роторов паровых турбин имеют вопросы контроля и обеспечения однородности физико-механических свойств их материала в окружном направлении. Этим можно добиваться уменьшения или практического исключения значительных термических прогибов длительно эксплуатирующихся роторов. По разработанной методике [8] могут прогнозироваться указанные прогибы роторов. Методика может быть также применена для нормирования уровня неоднородности свойств материала в зависимости от вида роторов и условий их эксплуатации.

Список литературы: 1. Проблема прогибов роторов паровых турбин и пути ее решения / *И.А. Ковалев, Л.А. Хоменок, Д.В. Елькин* // Теплоэнергетика. – № 2. – 2003. – С. 64-67. **2**. Повышение технического уровня паровых турбин при внедрении систем принудительного парового охлаждения роторов / *В.С. Шаргородский, Л.А. Хоменок, С.Ш. Розенберг, А.Н. Коваленко* // Электрические станции. – 1999. – № 1. – С. 30-36. **3**. Повышение ремонтопригодности, ресурса и надежности РСД мощных паровых турбин / *В.С. Шаргородский, Л.А. Хоменок, С.Ш. Розенберг, И.С. Козлов, А.Н. Ремезов* // Труды ЦКТИ. – 2002.– Вып. 283. – С. 151-158. **4**. Повышение надежности и продление срока службы роторов ВД и СД турбин К–210–130 ЛМЗ на ТЭЦ Болгарии / *Л.А. Хоменок, В.С. Шаргородский, С.Ш. Розенберг* и др. // Электрические станции. – 2001. – № 9. – С. 63-66. **5**. Приближенный анализ искривления вращающихся валов, обусловленного ползучестью / *В.И. Розенблюм* // Сб. ЛГУ. – 1971. – № 8. – С. 30-36. **6.** Опыт определения остаточного ресурса высокотемпературных роторов паровых турбин: в 2 т. Т. 2. Продление ресурса ТЭС / *Дж. Болтон*. – М.: ВТИ, 1994. – С. 1-15. **7**. Свойства сталей и сплавов, применяемых в котлотурбостроении: руководящие указания. Ч. 1 / ЦКТИ. – Ленинград, 1966. – Вып. 16. – 220 с. **8**. Применение полуаналитического метода конечных элементов для решения трехмерных задач термомеханики в цилиндрических координатах / *Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Т. В. Протасова* // Вісник НТУ «ХПІ»: зб. наук. праць. Тем. випуск: Динаміка і міцність машин. – Х.: 2004. – № 20. – С. 151-160. **9**. Искривление роторов турбомашин при окружной неоднородности свойств материала / *Н.Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Т.В. Протасова* // Надежность и долговечность машин и сооружений: международный научно-технический сборник. – К.: Институт проблем прочности НАН Украины, 2008. – № 31 – С. 170-177. **10**. Оценка прогрессирующего искривления высокотемпературных роторов при окружной неоднородности их свойств / *Н. Г. Шульженко, П.П. Гонтаровский, Ю.И. Матюхин, Т.В. Протасова* // Авиационно-космическая техника и технология. – 2005. – № 9 (25). – С. 73-77. **11**. Опыт восстановления работоспособности роторов с остаточным погибом / *М.И. Шкляров, Н.П. Суханов, Н.С. Лебедько, Н.П. Егоров, А.И. Куменко* // Электрические станции. – 2005. – № 10. – С. 67-69.

Поступила в редколлегию 06.06.2012

ЗМІСТ

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Збірник наукових праць

Серія:
Динаміка і міцність машин

№ 55 (961)

Науковий редактор: д-р техн. наук, проф. О. К. Морачковський
Технічний редактор: О. В. Щепкін

Відповідальний за випуск: канд. техн. наук Г. Б. Обухова

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21,
НТУ «ХПІ». Каф. ДММ
Тел. (057) 707-68-79. E-mail: andreev@kpi.kharkov.ua

Обл.-вид № 168-12.

Підп. до друку 26.11.2012 р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Гарнітура Таймс. Умов. друк. арк. 9,75. Облік.-вид. арк. 10.
Тираж 100 пр. Зам. № 23. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ». Свідоцтво про державну реєстрацію
суб'єкта видавничої справи ДК № 3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, віл Фрунзе, 21

Цифрова друкарня «Zебра»
Свідоцтво про Державну реєстрацію 24800000000115022 від 01.01.2011 р.
Адреса: 61002, м. Харків, вул. Чернишевська, 28-А.