ВІСТНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНИВЕРСИТЕТУ
«Харківський політехнічний інститут»

Збірник наукових праць
Серія **40′2012**

«ЕЛЕКТРОЕНЕРГЕТИКА ТА ПЕРЕТВОРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА»

Видання засновано Національним технічним університетом «Харківський політехнічний інститут» у 2001 році

Державне видання
Свідотство Держкомітету з інформаційної політики України
КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

Харків 2012

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. "Електроенергетика та перетворювальна техніка ". – Харків: НТУ «ХПІ» – № 40. – 2012. – 141 с.

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ "ХПІ";

Протокол № 7 від 06.07.2012 р.

УДК 629.764.064.5

К. В. БЕЗРУЧКО, докт. техн. наук, гл. научн. сотр., НАУ «ХАИ» Харьков;
А. О. ДАВИДОВ, канд. техн. наук, вед. научн. сотр., НАУ «ХАИ», Харьков;
А. А. ХАРЧЕНКО, старш. научн. сотр., НАУ «ХАИ», Харьков;
В. П. ФРОЛОВ, канд. техн. наук, нач. отдела Государственное предприятие «Конструкторское бюро «Южное» имени М.К. Янгеля, Днепропетровск

АНАЛИЗ СТРУКТУР И СРЕДСТВ БЕСПЕРЕБОЙНОГО ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ СТАРТОВЫХ КОМПЛЕКСОВ СОВРЕМЕННЫХ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ

В статье рассмотрены характеристики систем электроснабжения современных стартовых комплексов: РКК «Днепр», РКК «Циклон-4», РКК «Зенит-2». Рассмотрены типичные нарушения систем электроснабжения стартовых комплексов и показано признаки введения в состав систем электроснабжения дополнительных мер защиты. Приведены варианты построения систем бесперебойного электроснабжения стартовых комплексов.

В статті розглянуто характеристики систем електропостачання сучасних стартових комплексів: РКК «Дніпро», РКК «Циклон-4», РКК «Зеніт-2». Розглянуто типові порушення систем електропостачання стартових комплексів та показано ознаки введення до складу систем електропостачання додаткових заходів захисту. Приведено варіанти побудови систем безперебійного електропостачання стартових комплексів.

In this paper the characteristics of the power-supply systems of modern launchers (SRC “Dnepr”, SRC “Cyclone-4”, RSC “Zenith-2”) are considered. Typical failures of power-supply systems of launchers are considered. Characteristics of the injection of follow-up actions of protection in the power-supply systems are considered. Versions of the construction power-supply systems of launchers are analyzed.

Введение. Сейчас в мире построены и активно используются двенадцать космодромов. Каждый из них – уникальный технологический комплекс для подготовки и запуска ракет-носителей с различными космическими аппаратами, пилотируемыми кораблями, межпланетными станциями. Основу космодрома составляют один или несколько ракетно-космических комплексов, предназначенных для проведения пуска ракет-носителей различного класса.

Устойчивая и надежная работа ракетно-космического комплекса зависит, прежде всего, от устойчивого и надежного электроснабжения, которое обеспечивается интегрированной системой электроснабжения ракетно-космического комплекса.

Под системой электроснабжения ракетно-космического комплекса понимается совокупность систем генерирования, преобразования, передачи и распределения электроэнергии, предназначенных для обеспечения функционирования электрических приемников технических систем и технологического оборудования.

Определяющую роль в обеспечении надежного электроснабжения ракетно-космического комплекса играют их системы внешнего и внутреннего электроснабжения. Системы электроснабжения зданий (сооружений) и системы наземного электроснабжения специальными токами являются составными частями системы внутреннего электроснабжения.

Специфика технологического процесса подготовки ракеты-носителя к пуску отличает его от других производств (например, атомной энергетики, металлургии, химического производства). Эти отличия выражаются в: повышенной интенсификации всего технологического процесса по подготовке и проведению пуска ракетоносителя; жесткой циклограмме функционирования технологического оборудования ракетно-космического комплекса, связанной с необходимостью пуска ракетоносителя в строго определенное время; наличие взрывоопасных, в том числе, отравляющих топлив, используемых при заправке ракетоносителя на старте; графике потребляемой мощности, который не является монотонным в течении года, а носит ярко выраженный ступенчатый, пиковый характер, характеризующийся относительно малым электропотреблением в режиме повседневных профилактических работ на ракетно-космическом комплексе (сотни кВт) и большой потребляемой мощностью (до десятков мВт) в режиме штатных работ по подготовке к пуску и пуску ракетоносителя; высокой требуемой степени надежности разного рода технологических систем во время максимума нагрузки и недоступностью к ним обслуживающего персонала при проведении пуска ракетоносителя; многорежимность функционирования наземного технологического оборудования, характеризующаяся периодичностью, цикличностью, высокой интенсивностью и продолжительностью штатных работ.

Указанные признаки выдвигают особые требования к электрическим потребителям технологического оборудования и системе электроснабжения технологического оборудования ракетно-космического комплекса.

Особенности построения современных структур систем бесперебойного электроснабжения ракетно-космических комплексов наземного и шахтного базирования. Специфика технологического процесса подготовки ракеты-носителя к пуску выдвигает жесткие требования к надежности работы технологического оборудования и, соответственно к работе системы электроснабжения технологического оборудования ракетно-космического комплекса [1 – 3].

Параметры электрической сети на выходе систем электропитания, устанавливаемые в рамках систем гарантированного электроснабжения, должны определяться требованиями к электроснабжению наземного технологического оборудования [4 – 5].

Построение систем гарантированного энергоснабжения для комплекса потребителей, территориально расположенных более чем на одном этаже, и, тем более, в нескольких зданиях, может производиться по различным схемам [6-9].

В настоящее время наибольшее распространение получили две основные структуры систем гарантированного электроснабжения: централизованная и распределенная (локализованная), см. рис. 1.

Рис. 1. Классификация систем гарантированного электроснабжения

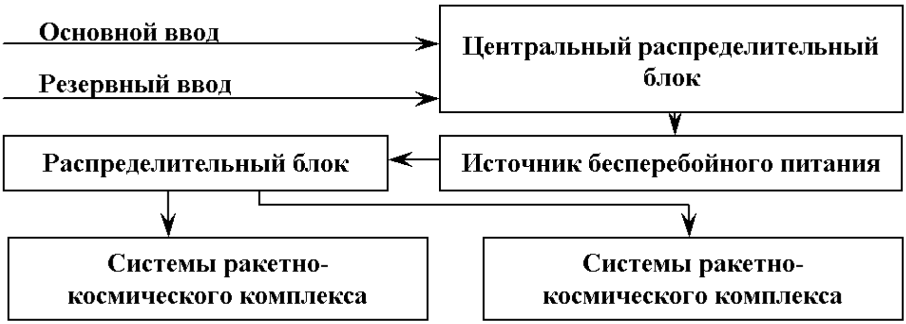


Рис. 2. Централизованная структура системы гарантированного электроснабжения

Централизованная система содержит один источник бесперебойного питания, к которому подключены все ответственные потребители, см. рис. 2. В распределенной системе каждый потребитель (или группа локальных потребителей) питается от отдельного (локального) источника бесперебойного питания, см. рис. 3.

Основными преимуществами распределенной системы гарантированного электроснабжения являются: не требуется выделения отдельных специализированных рабочих мест при соответствующем выборе типов ИБП для их размещения; возможность реализации системы без переделки сетевой разводки, особенно при использовании "розеточных" ИБП; простота наращивания или изменения конфигурации; отказ одного из ИБП не оказывает влияния на электроснабжение других потребителей.

Недостатками распределенной системы являются: время автономной работы всей системы не является общим для всех нагрузок и при этом не может быть увеличено отключением нагрузки от других ИБП; низкая устойчивость при перегрузках, вызванных ошибочным подключением дополнительной нагрузки или коротким замыканием; суммарная стоимость ИБП малой мощности превышает стоимость централизованного ИБП равной мощности; снижение надежности системы гарантированного электроснабжения за счет увеличения количества ИБП, а также увеличение времени их обслуживания.

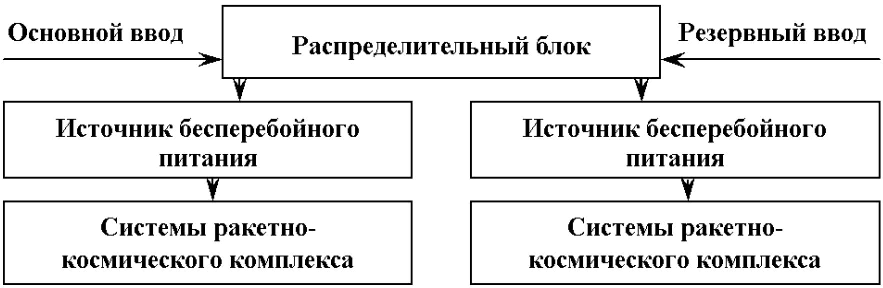


Рис. 3. Распределенная структура системы гарантированного электроснабжения

Преимуществами централизованной системы гарантированного электроснабжения являются: эффективность использования установленной мощности ИБП и емкости батарей; меньшая чувствительность к локальным перегрузкам; возможность увеличения времени автономной работы ИБП за счет отключения менее ответственных потребителей; увеличение надежности системы гарантированного электроснабжения за счет уменьшения количества ИБП, и соответственно уменьшения времени их обслуживания; более низкая, чем у распределенной системы, стоимость аппаратных средств централизованной системы при равной мощности.

Недостатком централизованной системы является более высокая по сравнению с распределенной системой вероятность локального отказа, выражающегося в обесточивании потребителей из-за неисправности разветвленной выходной сети электропитания или выхода из строя (связанного с возникновением короткого замыкания в цепи питания) одного из потребителей.

В чистом виде централизованная и распределенная (локализованная) системы гарантированного электроснабжения применяются достаточно редко. Использование централизованной системы целесообразно при концентрации оборудования, выполняющего единую задачу и состоящего из компонентов одного класса надежности и одинаковых по характеристикам энергопотребления.

Для устранения недостатков централизованной и распределенной системы на практике применяют двухуровневую систему, которая представляет собой комбинацию централизованной и распределенной системы, см. рис. 4. Для двухуровневой структуры, кроме установки одного ИБП большой мощности (или комплекса параллельно функционирующих ИБП, расположенных в одном месте, как правило, вблизи электрического ввода в здание), отдельные наиболее ответственные потребители защищаются с помощью локальных ИБП меньшей мощности. Целью такого резервирования является защита такого оборудования от обесточивания вследствие аварий кабельной сети внутри здания, вызванных локальными повреждениями, короткими замыканиями.

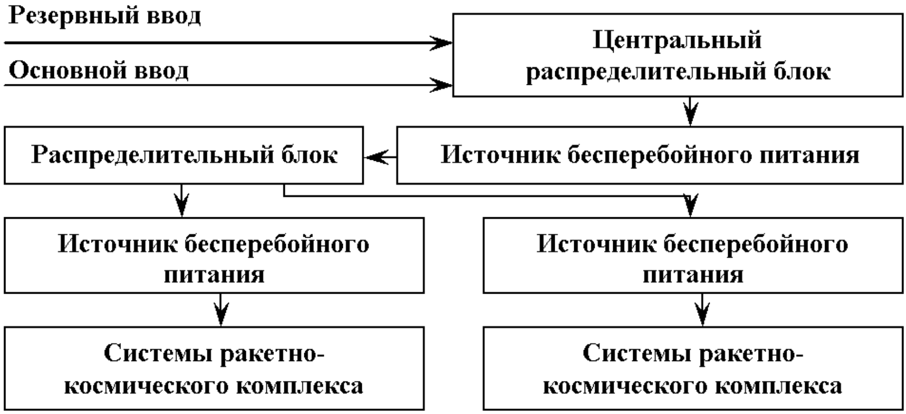


Рис. 4. Двухуровневая структура системы гарантированного электроснабжения

Для любого из вариантов построения системы гарантированного энергоснабжения на базе ИБП при необходимости обеспечения длительной работы в автономном режиме (т.е. при отключении входной электросети) такой комплекс дополняется одной или несколькими дизель-генераторными установками для обеспечения длительной автономной работы (в течение десятков часов и более). Такие генераторы комплектуются системой автоматического запуска и глушения с коммутацией нагрузки и могут быть дополнительно снабжены пультами удаленного управления и контроля.

Пропадание напряжения сети (или его значительное снижение) более чем на несколько секунд служит причиной запуска дизель-генератора (возможны три попытки старта). После запуска дизельного двигателя контакторы между основной сетью и нагрузкой размыкаются, и нагрузка переводится на генератор. Приборы мониторинга и аварийные сигналы дизель-генератора инициируются автоматически. После восстановления основной сети нагрузка переводится на нее. Генератор продолжает некоторое время работать на холостом ходу (для охлаждения) и затем останавливается.

Современное развитие систем электроснабжения ракетно-космических комплексов выдвигает основополагающий принцип – электроснабжение потребителей особой группы I категории, за счет комплекса мероприятий по обеспечению надежного, бесперебойного электропитания технологического оборудования электроэнергией нормируемого качества, проводящейся в объеме всей системы электроснабжения комплекса.

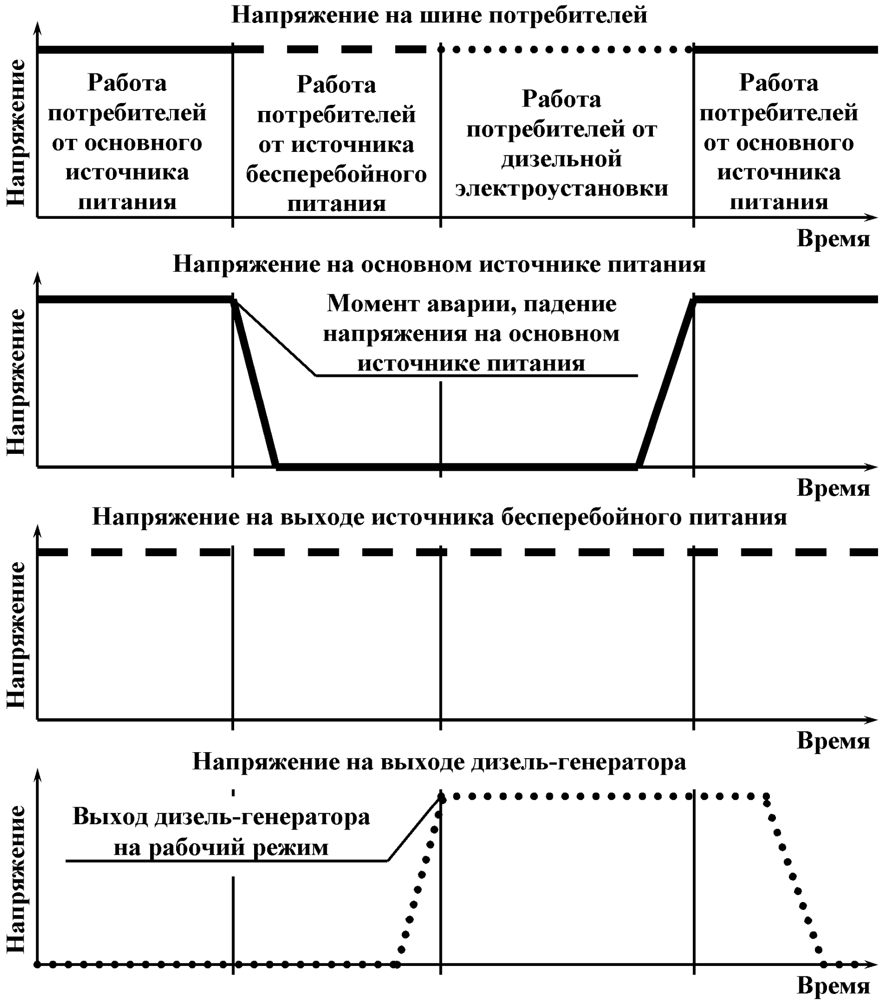


Рис. 5. Временная диаграмма работы комплекса источник «бесперебойного питания / дизельная электроустановка» для случая аварийного отключения и последующего восстановления основного электропитания

Диаграмма функционирования комплекса в случае аварийного отключения и последующего восстановления основного электроснабжения показаны на рис. 5.

Преимущества использования систем гарантированного электроснабжения. Система гарантированного энергоснабжения работает в переходных режимах таким образом, что в течение времени перехода питание приемников электрической энергии критичной группы осуществляется от аккумуляторной батареи, имеющейся в составе ИБП.

Наличие устройства автоматического ввода резерва и наличие двух ИБП в составе системы электроснабжения, обеспечивает выполнение принципа горячего резервирования.

Реальное время срабатывания устройства автоматического ввода резерва на порядок меньше времени включения дизельной энергоустановки, поэтому электропитание технологического оборудования категории 1 группы 1А осуществляется от блоков гарантированного питания, которые получают электроэнергию от двух параллельно включенных на общую нагрузку источников бесперебойного питания с 50 % загрузкой по мощности каждого.

ИБП позволяют исключить амплитудные и частотные искажения, работать в слабых и нестабильных сетях и эффективно подавлять импульсные помехи. При пропадании входного напряжения происходит переход на питание инвертора от аккумуляторных батарей с нулевым временем переключения без скачка амплитуды и фазы входного напряжения.

Благодаря, как минимум, двойному преобразованию, обеспечивается высокая изоляция выходного напряжения от влияния внешней среды и наоборот, что существенно для защиты информации от несанкционированного доступа со стороны сети общего назначения.

Время работы от аккумуляторной батареи определяет период, в течении которого ИБП обеспечивает электропитание защищаемые устройства. В общем случае время работы аккумуляторной батареи следует принимать равным, по крайней мере, десяткам минут, иначе гарантировать работу компонентов сети в течении периода времени, превышающего обычную продолжительность питания весьма проблематично.

Наличие автомата включения резерва и ИПБ в составе системы электроснабжения, обеспечивает выполнение принципа горячего резервирования, что отвечает требованиям к категорийности электроснабжения приемников электроэнергии, а использование для питания приемников критичной группы ИПБ, работающих в режиме "горячего" резервирования, позволило решить две взаимосвязанные задачи: обеспечение электромагнитной совместимости источников и приемников электрической энергии, включая качество электроэнергии и ее показатели и обеспечение надежности электроснабжения в соответствии с заданной категорийностью.

Формирование и анализ структур и средств бесперебойного электроснабжения стартовых комплексов. Система электроснабжения стартового комплекса предназначена для обеспечения электроэнергией требуемого вида и качества во всех режимах эксплуатации наземного вспомогательного электрического оборудования космического аппарата и технологического оборудования, участвующих в подготовке космического аппарата и ракеты-носителя на стартовой позиции.

Первичным источником электроэнергии для системы электроснабжения являются независимые источники электроснабжения.

Система электроснабжения стартового комплекса структурно состоит из следующих составных частей: дизель - генераторной установки; источника бесперебойного питания; коммутационно-распределительных устройств со встроенными преобразователями напряжения; системы контроля качества электроэнергии; комплекта кабелей внутрисистемных связей.

Система электроснабжения обеспечивает: прием и распределение электроэнергии по потребителям гарантированного электропитания; автоматическое включение резервного источника питания от дизель-генераторной установки при пропадании электроэнергии (или выходе параметров за пределы допусков) на обоих вводах системы внутреннего электроснабжения; защиту оборудования системы гарантированного электроснабжения стартового комплекса от токов короткого замыкания и токов перегрузок в потребителях.

Наземное вспомогательное электрическое оборудование космического аппарата и технологическое оборудование, участвующее в подготовке космического аппарата, являются потребителями электроэнергии 1 категории особой группы, в связи с этим, системы электроснабжения стартовых комплексов обязательно обеспечиваются источниками бесперебойного питания.

Системы бесперебойного электропитания это устройства, основной задачей которых является удержание параметров питающего напряжения большой группы оборудования в заданных пределах при отклонениях параметров напряжения электрической сети и, как следствие, защита электронных приборов по цепи питания.

Параметрами, заслуживающими отдельного рассмотрения, являются частота и форма питающего напряжения. Снижение частоты приводит к потерям при передаче электроэнергии при этом и отклонение формы напряжения от синусоидальной также приводит к потерям.

При снижении частоты до критической нижней отметки ситуация в сетях становится катастрофической. Процессы отключения при таких авариях становятся неуправляемыми, отключаются большие группы потребителей. Уменьшить потери и, соответственно, издержки потребителю позволяет применение отдельных ИБП или систем гарантированного электропитания.

Типичными для сетей являются следующие нарушения: провалы напряжения; отключение напряжения; броски напряжения и импульсные помехи; шумовые помехи.

Характерными признаками необходимости дополнительных мер защиты оборудования являются: ограниченная мощность ввода; расположение потребителей недалеко от мощных импульсных нагрузок; наличие в сети мощного индустриального оборудования; расположение оборудования в районах удаленных от местных подстанций; расположение оборудования в зоне с повышенной грозовой активностью.

Источники бесперебойного электропитания обеспечивают электроэнергией различных, по мощности, потребителей. Поэтому их разделяют на источники малой (до единиц киловатт), средней (от единиц до десятков киловатт) и большой мощности (до нескольких мегаватт).

ИБП подключается к сети переменного тока обычного качества и выполняет две функции: улучшения качества электрического питания; резервного источника питания.

Все выпускаемые ИБП по архитектуре построения можно разделить на два класса: резервные источники off-line, см. рис. 6, а, и источники с двойным преобразованием on-line, см. рис. 6, б.

Принцип построения резервных систем основан на том, что нагрузка изначально подключена к сети. В случае отключения или отклонения параметров сетевого напряжения от заданных, нагрузка переключается и запитывается от инвертора использующего энергию аккумуляторных батарей. Время старта инвертора и переключения нагрузки обычно не превышает 4-х миллисекунд.

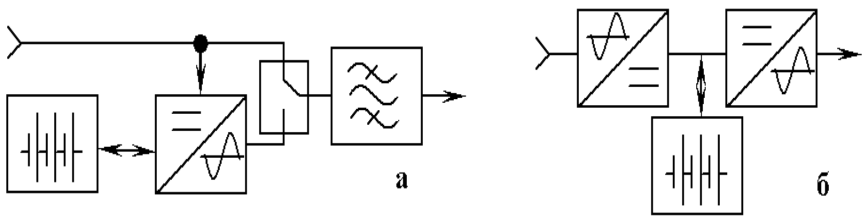


Рис. 6. Структурные схемы источников бесперебойного питания: а– резервных off-line источников, б– on-line источников с двойным преобразованием

Достоинствами off-line источников бесперебойного питания являются простота исполнения, малый вес и габариты, низкая стоимость, низкие эксплуатационные расходы и высокий КПД.

Недостатками off-line источников бесперебойного питания являются: инвертор не рассчитан на длительную работу; псевдосинусоидальный выход; фиксированное, малое «окно» по входному напряжению; неустойчивая работа в нестабильных сетях; как правило, отсутствие возможности существенно увеличить время автономной работы за счет дополнительных аккумуляторов; отсутствие возможности улучшения параметров входного напряжения; не работают в условиях ухода частоты сетевого напряжения и от дизель-генератора; не рассчитаны на работу с большими мощностями; отличное от нуля время переключения на аккумуляторные батареи в случае аварии сети; слабые возможности по управлению мощностью и нагрузкой. Самый большой недостаток резервных источников это непосредственное подключение нагрузки к сети. При этом помехи беспрепятственно попадают в нагрузку.

On-line источники с двойным преобразованием являются системами генерирующими собственное, стабильное по амплитуде и частоте, синусоидальное напряжение. Они работают по принципу двойного преобразования напряжения: переменное – постоянное – переменное.

Входное напряжение от сети переменного тока подается на выпрямитель, где оно преобразуется в напряжение постоянного тока. Это напряжение питает инвертор, а часть энергии используется для заряда аккумуляторных батарей. Постоянно работающий инвертор генерирует стабильное напряжение, параметры которого никак не связаны с параметрами входного напряжения.

On-line источники позволяют исключить амплитудные и частотные искажения, работать в слабых и нестабильных сетях и эффективно подавлять импульсные помехи.

При пропадании входного напряжения происходит переход на питание инвертора от аккумуляторных батарей с нулевым временем переключения без скачка амплитуды и фазы выходного напряжения. Таким образом, On-line источник представляет собой станцию эталонного синусоидального напряжения.

Выходная форма напряжения формируется самим источником и никоим образом не связана с формой напряжения в сети общего назначения. Благодаря двойному преобразованию обеспечивается высокая изоляция выходного напряжения от влияния внешней сети и наоборот, что существенно для защиты информации от несанкционированного доступа со стороны сети общего назначения.

Разновидностью Off-Line источников бесперебойного питания являются интерактивные источники бесперебойного питания Line-Interactive, см. рис. 7. Их отличительными признаками являются: фильтры, стабилизатор напряжения, входной переключатель и автотрансформатор. В них усовершенствован инвертор и более развит процессор управления.

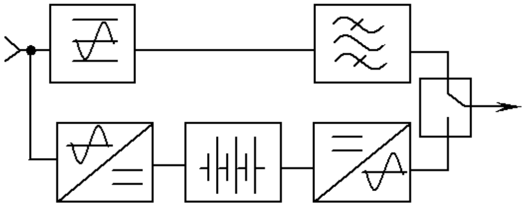


Рис. 7. Структурная схема интерактивного источника бесперебойного питания Line-Interactive

Выводы. В связи с тем, что технологическое оборудование современных стартовых комплексов, как правило, является электропотребителем I или II категории, в состав систем электроснабжения стартовых комплексов обязательно должны входить источники бесперебойного питания и системы гарантированного электроснабжения.

Ранее выбор структур и средств бесперебойного электроснабжения стартовых комплексов проходил, как правило, на интуитивном уровне, а в связи с неограниченностью в финансировании, ограничивался простым добавлением дополнительного источника электропитания, что на данный момент не является рациональным.

На основе проведенного обзора и анализа структур и средств бесперебойного электроснабжения авторами был создан алгоритм процесса формирования структур систем бесперебойного электроснабжения стартовых комплексов:

1. Определение исходных данных: циклограмма старта ракеты-носителя по потребителям стартового комплекса (потребление энергии наземным вспомогательным оборудованием космического аппарата, потребление энергии потребителей категории 1А, потребление энергии потребителей категории 1Б, потребление энергии потребителей II категории); граничные значения показателей качества электроэнергии; количество и виды источников электроэнергии, особенности местности и возможность использования различных источников энергии.

2. Определение видов и количества возможных нештатных ситуаций для конкретного типа стартового комплекса.

3. Составление схемы системы электроснабжения стартового комплекса (первого уровня) для обеспечения старта. Определение параметров

составляющих систему электроснабжения для обеспечения заданных значений параметров качества электроэнергии.

4. Учет исходных данных, определение уровней мощностей каждого элемента, входящего в систему электроснабжения стартового комплекса первого уровня.

5. Определение энергозатрат при штатном режиме работы системы электроснабжения.

6. Моделирование работы системы электроснабжения при возникновении нештатной ситуации.

7. Проверка условий обеспечения всех потребителей заданной категоричности по надежности и по количеству источников питания.

8. Оценка качества сформированных структур систем электроснабжения стартовых комплексов по основным показателям: качество электроэнергии, структурная надежность, стоимость разработки и изготовления, стоимость эксплуатации.

Список литературы: **1.** *Бирюков, Г.П.* Основы построения ракетно-космических комплексов. / *Г.П. Бирюков, В.Н. Кобелев.* – М.: Издательство МАТИ им. К.Э. Циолковского, 2000. – 294 с. **2.** Стартовое оборудование ракетно-космических комплексов/ под ред. *Б.К. Гранкина.* - Спб.: ВИКА им. А.Ф. Можайского, 1994 – 286с. **3.** *Кожухов, Н.С.* Комплексы наземного оборудования ракетной техники / *Н.С. Кожухов, В.Н. Соловьев* – М.: КБТМ, 1998.–182 с. **4.** *Карташов В.М.* Основы проектирования систем наземного обеспечения / *В.М. Карташов, А.Г. Катков, В.В. Родченко* – М.: изд-во МАИ, 1998 – 312с. **5.** ОТТ РВ - 11.1.18-88 Система общих технических требований к космическим средствам. Наземные системы электроснабжения. **6.** *Безручко К.В.* Анализ систем электроснабжения стартовых комплексов современных ракет-носителей / *К.В. Безручко, А.О. Давидов, К.Н. Земляной, В.П. Фролов.* // Вісник двигунобудування. – 2008. – № 3. – С.41-44. **7.** ГОСТ 27.003-90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности. **8.** *Земляной К.Н.* Выбор оптимальной структуры системы гарантированного электропитания наземного вспомогательного электрического оборудования КА / *К.Н. Земляной, Р.А. Андрюков, В.П. Фролов* // Вісник Дніпр. ун-ту. Серія: Ракетно-космічна техніка. – 2007. – № 9/2.–С. 19-20. **9.** *Салкин И.В.* Совершенствование систем электроснабжения спецкомплексов (Системный анализ живучести и обоснования комплексных решений по базированию и обеспечению живучести спецкомплексов: Отчет о НИР) ВИКА им. А.Ф. Можайского; руководитель *Опарин С.Г.* / *И.В. Салкин* - С-Пб, – 1995. – 420 с.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 534.232.082.74

В. В. КАРПУСЬ, аспирант, НТУУ «КПИ», Киев;
О. Н. ПЕТРИЩЕВ, докт. техн. наук, профессор, НТУУ «КПИ», Киев;
Г. М. СУЧКОВ, докт. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ», Харьков

РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК НАКЛАДНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА В РЕЖИМЕ РЕГИСТРАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В ТРУБАХ И СТЕРЖНЯХ

Предлагается метод построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн, распространяющихся в ферромагнитных и неферромагнитных металлах. Результативность метода показана на примере построения математической модели накладного преобразователя, который используется в устройствах неразрушающего контроля металлических труб.

Пропонується метод побудови математичних моделей ультразвукових перетворювачів електромагнітного типу в режимі реєстрації пружних хвиль, що поширюються в феромагнітних і неферомагнітних металах. Результативність методу показана на прикладі побудови математичної моделі накладного перетворювача, який використовується в пристроях неруйнівного контролю металевих труб.

The method of build-up of ultrasonic transducers mathematical models of an electromagnetic type in the mode of elastic waves registration spreading in ferromagnetic and nonferromagnetic metals is offered. The productivity of a method is shown on an example of build-up of mathematical model of a superimposed transducer, which is used in devices of a not destroying testing of metal pipes.

Введение. Под преобразователем (ультразвуковым преобразователем) электромагнитного типа в настоящем изложении понимается устройство, которое реагирует на переменное магнитное поле, которое возникает в результате динамического деформирования металлов в присутствии достаточно сильного и неизменяющегося во времени магнитного поля. Таким образом, преобразователь электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн – это структура с распределенными параметрами, состоящая из приемника переменного магнитного поля, источника постоянного поля подмагничивания и некоторого объема деформируемого металла. Эти преобразователи используются в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [1 – 4] и неразрушающих испытаний материалов [5, 6], в ультразвуковых первичных преобразователях систем электрического измерения неэлектрических величин [7], в лабораторных установках для выполнения экспериментальных исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах.

При любых вариантах практического использования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа естественным образом возникает вопрос о том, как влияют геометрические и физико-механические параметры преобразователя на эффективность его работы в том или ином диапазоне частот. Не менее актуальным является вопрос о согласовании конструкции преобразователя с типом ультразвуковых волн, которые необходимо регистрировать с его помощью. Методология математического моделирования преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн была определена статьями Шубаева С.Н. и Шкарлета Ю.М. [8, 9, 10]. В этих работах был осуществлен расчет электромагнитного поля рассеяния, которое возникает вне объема деформируемого металла, поляризованного постоянным магнитным полем. Затем рассматривалось взаимодействие этого поля с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе ультразвукового преобразователя электромагнитного типа. Методика расчета, предложенная Шкарлетом С.Н. и Шубаевым Ю.М., не содержала в себе признаков универсального подхода и по этой причине приводила к результатам, которые не соответствовали физическому содержанию решаемых задач. Так, в работе [10] был сделан вывод, что разность электрических потенциалов на клеммах приемника переменного магнитного поля в форме кругового витка на высоких частотах возрастает при увеличении радиуса окружности. Этот вывод противоречит не только физической модели электромагнитного способа регистрации упругих волн, но и фундаментальному закону естествознания – закону сохранения энергии. Последующие за этим работы Комарова В.А. (см. монографию [11]) не столько внесли ясности, сколько окончательно запутали дело. Публикации [12, 13, 14], помещенные в малодоступных изданиях, остались незамеченными и не оказали никакого влияния на формирование теоретических основ расчета и проектирования ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа. Своеобразным доказательством отсутствия практически значимой теории ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа является статья В.Я. Грошева [15] в журнале «Дефектоскопия», в котором систематически публикуются статьи, где обсуждаются те или иные аспекты этой теории. В первой строке текста статьи В.Я. Грошев пишет «данная работа является обобщением результатов практических исследований, проведенных автором…».

Таким образом, можно констатировать, что в настоящее время отсутствует универсальная и адекватная реальным объектам и происходящим в них процессам методика построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме приема (регистрации) ультразвуковых волн в пластинах и стержнях из ферромагнитных и неферромагнитных металлов.

Целью настоящей статьи является изложение основных положений нового, адекватного реальным ситуациям, метода расчета и демонстрация его работоспособности на примере построения математической модели полисекционного накладного преобразователя.

Общая схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн

Словосочетанием «математическая модель» ультразвукового преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации упругих волн в настоящем изложении определяется аналитическая конструкция, которая связывает компоненты вектора смещения материальных частиц в объеме деформируемого металла, т. е. входное воздействие, с разностью электрических потенциалов на электрическом выходе преобразователя.

Предположим, что в некотором объеме V металла существует напряженно-деформированное состояние, изменяющееся во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$. Все без исключения параметры и характеристики этого состояния определяются вектором смещения $\vec{u}(x_k,t)=\vec{u}(x_k)e^{i\omega t}$ материальных частиц. Будем считать, что пространственно-развитая амплитуда $\vec{u}(x_k)$ гармонически изменяющегося во времени векторного поля $\vec{u}(x_k,t)$ известна по определению. Предположим, что в объеме V существует постоянное во времени магнитное поле с напряженностью $\vec{H}^0(x_k)$. Если металл является ферромагнетиком, то его деформирование сопровождается изменением его намагниченности. То есть на фоне постоянной намагниченности появляется переменная составляющая $\vec{M}(x_k)e^{i\omega t}$. Изменение намагниченности сопровождается перестройкой магнитного поля, которое существует в окружающем ферромагнитный металл пространстве. Переменное магнитное поле пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля, который является основным элементом любого преобразователя электромагнитного типа, и на выходных клеммах этого контура возникает разность электрических потенциалов.

Таким образом, в режиме приема ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнетике, поляризованном постоянным магнитным полем $\vec{H}^0(x_k)$, реализуется следующая цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{M}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{вых}(\omega)e^{i\omega t}, \qquad (1)$$

где символами Φ и $U_{вых}(\omega)$ обозначены амплитудные значения потока магнитной индукции через электрический контур преобразователя электромагнитного типа и разности электрических потенциалов на его выходе.

Если деформируемый металл не является ферромагнетиком, то реализуется иная цепочка преобразований

$$\vec{u}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{j}(x_k)e^{i\omega t} \Rightarrow \Phi e^{i\omega t} \Rightarrow U_{вых}(\omega)e^{i\omega t}, \qquad (2)$$

где $\vec{j}(x_k)$ - амплитудное значение гармонически изменяющегося во времени вектора поверхностной плотности конвективного тока [16], причем $j_k(x_k) = i\omega r\mu_0\varepsilon_{kmn}u_n(x_k)H_m^0(x_k)$, где r – компонент шарового тензора удельной электрической проводимости, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ Гн/м$ - магнитная проницаемость вакуума, ε_{kmn} – компонент тензора Леви-Чивиты, равный плюс единице, когда индексы образуют четную перестановку чисел 1, 2, 3; равный минус единице при нечетных перестановках и равный нулю при равенстве любых двух из трех индексов. При записи соотношения для расчета амплитудного значения гармонически изменяющегося во времени компонента вектора плотности конвективного тока принято соглашение о суммировании по дважды повторяющимся индексам. Переменный электрический ток с плотностью $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$ порождает переменное магнитное поле, которое выходит за пределы деформируемого металла и пронизывает электрический контур приемника магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа.

Как в алгоритме (1), так и в алгоритме (2), переменный магнитный поток Φ(t) индуцирует разность электрических потенциалов $U_{вых}(t) = -\partial\Phi(t)/\partial t$ и поэтому амплитудное значение разности электрических потенциалов $U_{вых}(\omega) = -i\omega\Phi$.

Менее очевидно построение соотношения для расчета величины магнитного потока Φ, который пронизывает электрический контур приемника переменного магнитного поля в преобразователе электромагнитного типа. В работе [17] доказаны теоремы о наведенном магнитном потоке, математическая формулировка которых имеет следующий вид

$$\Phi = \frac{\mu_0}{I^{пр}} \iiint\limits_V \vec{M}(x_k) \cdot \vec{H}^{пр}(x_k) dV, \qquad (3)$$

где $\vec{H}^{пр}(x_k)$ - вектор напряженности магнитного поля, которое создает в вакууме приемник переменного магнитного поля при токе $I^{пр}$ в его электрическом контуре; $\vec{M}(x_k)$ - амплитудное значение гармонически изменяющейся во времени намагниченности элемента объема dV деформируемого ферромагнетика. Интегрирование в формуле (3) выполняется по всему объему металла. Если регистрируемые электромагнитным способом ультразвуковые волны распространяются в металле, который не обладает ферромагнитными свойствами, то вектор $\vec{M}(x_k) = \left[\vec{R}(x_k) \times \vec{j}(x_k)\right]/2$ определяет магнитный момент элементарной токовой трубки, образованной конвективным током $\vec{j}(x_k)e^{i\omega t}$. Радиус кривизны $\vec{R}(x_k)$ токовой трубки определяется по правилам дифференциальной геометрии, однако в большинстве практически интересный ситуаций вектор $\vec{R}(x_k)$ определяется геометрией поперечного сечения металлического образца.

Использование теоремы о наведенном магнитном потоке, заменяет процедуру решения сложной граничной задачи электродинамики, которая неизбежно сопровождает определение параметров и характеристик магнитных полей рассеяния, которые излучаются объемами деформируемого металла в окружающее пространство, значительно более простой операцией вычисления объемного интеграла (3).

Поскольку векторная величина $\vec{M}(x_k)$ определяется распространяющейся гармонической волной, постольку она всегда может быть представлена в виде произведения $\vec{M}(S)F(\gamma)$, где $\vec{M}(S)$ - векторная функция, определенная в произвольной точке поперечного сечения металлического образца; $F(\gamma)$ – фазовая функция, зависящая от значений волнового числа γ распространяющейся ультразвуковой волны. Если в металлическом образце реализуется плоское напряженно-деформированное состояние или он имеет форму стержня, то ультразвуковая волна распространяется вдоль одной оси (её, для определенности, обозначим символом z) и фазовая функция $F(\gamma)=e^{\pm i\gamma z}$. В этом случае выражение (3) можно записать в следующем виде

$$\Phi=\frac{\mu_0}{I^{np}}\iint\limits_S \vec{M}(S)\cdot\vec{H}^{(\pm)}(S)dS\ , \tag{4}$$

где S – поперечное сечение металлического образца; $\vec{H}^{(\pm)}(S)$ - интегральный образ (Фурье – образ) вектора напряженности магнитного поля, причем

$$\vec{H}^{(\pm)}(S)=\int_{-\infty}^{\infty}\vec{H}^{np}(x_k)e^{\pm i\gamma z}dz\ .$$

Необходимо особо подчеркнуть, что определение интегральных образов $\vec{H}^{(\pm)}(S)$ требует значительно меньших усилий, чем вычисление оригинала векторной функции $\vec{H}^{np}(x_k)$. Таким образом, внутренняя логика математической формулировки теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет существенно упростить вычислительные процедуры, которые предваряют собственно расчет наведенного магнитного потока Ф.

Предлагаемый метод построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн в неферромагнитных металлах фактически сводится к определению Фурье – образов компонентов $H_m^{(\pm)}(S)$ вектора напряженности магнитного поля, которое создается электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в пустом пространстве и последующему вычислению двойного интеграла (4). Расчет плотности конвективных токов $\vec{j}(x_k)$ по известному вектору смещения материальных частиц деформируемого металла является тривиальной задачей.

Для ферромагнетиков ситуация несколько усложняется тем, что необходимо корректно определить переменную намагниченность $\vec{M}(x_k)$.

Для любого ферромагнетика, вне зависимости от качественного содержания происходящих в нем поляризационных процессов, справедливо [18] следующее определение намагниченности:

$$\vec{M} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{H}\ , \tag{5}$$

где $\vec{M}$, $\vec{B}$ и $\vec{H}$ - гармонически изменяющиеся во времени векторы намагниченности, магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Поскольку внешние источники переменного магнитного поля отсутствуют по определению, постольку вектор $\vec{H}$ следует понимать как вектор напряженности внутреннего магнитного поля, которое возникает из-за изменения ориентации магнитных доменов в процессе динамического деформирования ферромагнетика.

То, что внутреннее магнитное поле существует в природе, следует из уравнения магнитной поляризации упругой среды с магнитострикционным эффектом, т. е. для деформируемого намагниченного ферромагнетика [19]. Из уравнений состояния деформируемого ферромагнетика [19] можно получить следующее соотношение для определения амплитудных значений гармонически изменяющихся во времени компонентов вектора $\vec{B}(x_k)$

$$B_k = m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^{\varepsilon} H_k(x_k)\ , \tag{6}$$

где m_{pkij} - компонент тензора магнитострикционных констант (для поликристаллических ферромагнетиков это компонент изотропного тензора четвертого ранга, т. е. $m_{pkij} = m_2 \delta_{pk} \delta_{ij} + \frac{m_1 - m_2}{2}(\delta_{pi}\delta_{kj} + \delta_{pj}\delta_{ki})$; m_1 и m_2 – две экспериментально определяемые константы; δ_{ij} – символ Кронекера); запятая между индексами обозначает операцию дифференцирования выражения, которое стоит до запятой, по координате, индекс которой проставлен после запятой; μ_k^{ε} - компонент тензора второго ранга (индекс Фойгта k подчеркивает то, что матрица этого тензора имеет диагональную структуру) магнитной проницаемости ферромагнетика в режиме постоянства деформаций. Внутреннее магнитное поле с амплитудами $H_k(x_k)$, возникающее из-за вращения доменов, которым сопровождается деформирование предварительно намагниченного ферромагнетика, так дополняет первое слагаемое соотношения (6), что вектор $\vec{B}(x_k)$

удовлетворяет фундаментальному (в рамках классической электродинамики) условию отсутствия магнитных зарядов, т. е. $B_{k,k}(x_k) = 0 \forall x_k \in V$.

Компоненты вектора напряженности внутреннего магнитного поля удовлетворяют уравнениям Максвелла, которые для амплитудных значений составляющих электромагнитного поля в пренебрежении токами смещения могут быть записаны в следующем виде

$$\varepsilon_{ijk} H_{k,j}(x_k) = rE_i(x_k), \qquad \varepsilon_{mni} E_{i,n}(x_k) = -i\omega B_m(x_k), \tag{7}$$

где ε_{ijk} – компонент тензора Леви-Чивиты; r – удельная электрическая проводимость (компонент шарового тензора второго ранга); $\vec{E}(x_k)$ - амплитуда гармонически изменяющегося во времени электрического поля, которое возникает в перемагничиваемом проводнике электрического тока. Из уравнений Максвелла (7) следует дифференциальное уравнение для компонентов вектора напряженности внутреннего магнитного поля

$$\varepsilon_{mni}\varepsilon_{ijk} H_{k,jn}(x_k) + i\omega r\mu_m^{\varepsilon} H_m(x_k) = -i\omega r m_{pmij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) \forall x_k \in V, \tag{8}$$

правая часть которого предполагается известной по сути постановки решаемой задачи.

Решение уравнения (8) (строго говоря – системы уравнений (8)) должны удовлетворять определенным условиям на ограничивающей объем V поверхности S_0, т. е.

$$\varepsilon_{ijk} n_j \left[H_k(x_k) - \tilde{H}_k(x_k) \right] = 0 \forall x_k \in S_0,$$

$$n_k \left[m_{pkij} H_p^0(x_k) u_{i,j}(x_k) + \mu_k^{\varepsilon} H_k(x_k) - \mu_0 \tilde{H}_k(x_k) \right] = 0 \forall x_k \in S_0, \tag{9}$$

где n_j – j - й компонент вектора единичной нормали к поверхности S_0 в точке с координатами x_k; $\tilde{H}_k(x_k)$ - k – й компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния, которое изменяется во времени по гармоническому закону и удовлетворяет уравнениям Максвелла для пустого пространства. Из этих уравнений следует, что

$$\varepsilon_{mni}\varepsilon_{ijk} \tilde{H}_{k,jn}(x_k) - k_0^2 \tilde{H}_m(x_k) = 0 \forall x_k \notin V \tag{10}$$

где $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \chi_0$; χ_0 = $8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума. Решения уравнения (10) должны удовлетворять условиям физической реализуемости поля, т. е. $\lim\limits_{R \to \infty} \tilde{H}_k(x_k) = 0$, где R – расстояние от поверхности S_0. Необходимо подчеркнуть, что граничные условия (9) полностью обеспечивают единственность решения системы уравнений (8), (10) в случае плоскопараллельного или осесимметричного деформированного состояния ферромагнитной пластины или цилиндра.

В более общей ситуации переменные магнитные поля имеют полный набор компонентов вектора напряженности и представленной соотношениями (9) системы граничных условий недостаточно для однозначного определения всех констант, которые появляются в общих решениях уравнений (8), (10). В этом случае граничные условия (9) дополняются условиями отсутствия магнитных зарядов для поля рассеяния и магнитной индукции внутри деформируемого ферромагнетика. Эти условия должны выполняться везде, в том числе и на поверхности S_0. Дополнительно к этому следует потребовать, чтобы нормальная к поверхности S_0 составляющая вихревого тока, который возникает в объеме деформируемого намагниченного ферромагнетика, обращалась в нуль на этой поверхности.

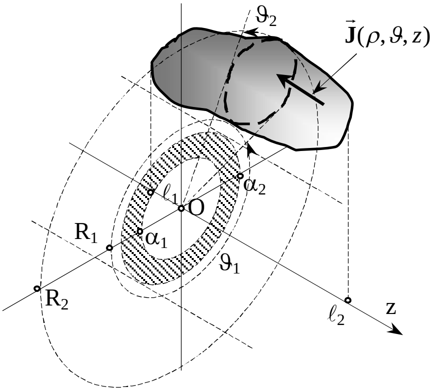


Рис. 1. Расчетная схема для определения компонентов $H_\beta^{(\pm)}(\rho, \vartheta)$ Фурье – образа вектора напряженности магнитного поля приемника

Это в достаточной мере очевидное условие. Действительно, обусловленные электрической проводимостью среды вихревые токи отсутствуют за пределами объема V, занятого металлом. Именно по этой причине они не имеют права перетекать через ограничивающую этот объем поверхность S_0, т. е. должно выполняться условие $n_i \varepsilon_{ijk} H_{j,k} = 0 \forall x_k \in S_0$.

Таким образом, предлагаемый метод построения математической модели преобразователя электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн, распространяющихся в ферромагнитных металлах, предполагает решение граничной задачи (8) - (10), которое определяет внутреннее магнитное поле с учетом радиационного демпфирования, т. е. с учетом выноса энергии полями рассеяния за пределы деформируемого ферромагнетика. После этого выполняется оценка динамической намагниченности $\vec{M}(x_k)$ и по найденному Фурье – образу $\vec{H}^{(\pm)}(S)$ производится вычисление магнитного потока Ф.

Рассмотрим реализацию этого метода на примере построения математической модели накладного преобразователя в режиме регистрации продольных волн в ферромагнитном (стальном) стержне и трубе. Предваряя вычисления для определенной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля, рассмотрим общие решения двух основных задач, т. е. расчет Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля и определение намагниченности гармонически деформируемого полого ферромагнитного цилиндра, которые неизбежно возникают при расчете любой конструкции преобразователя электромагнитного типа, который используется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах.

Методика расчета интегрального образа вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром приемника переменного магнитного поля

В общем случае произвольной конструкции электрического контура приемника переменного магнитного поля, расчетная схема, используемая при определении Фурье – образа $\vec{H}^{(\pm)}(S)$ вектора напряженности магнитного поля в пустоте, выглядит так, как это показано на рис. 1. Поскольку конечной целью всех вычислительных процедур является построение математической модели преобразователя электромагнитного типа, который регистрирует упругие волн в стержнях и трубах, постольку определение компонентов векторной функции будем производить в цилиндрической системе координат (ρ, ϑ, z), ось Oz которой совмещена с осью металлического стержня. Так как речь идет о пустом пространстве, то контуры поперечного сечения и образующие боковой поверхности трубы показаны на рис. 1 тонкими штриховыми линиями. Предположим, что в некотором объеме V (рис. 1), ограниченном координатными поверхностями $R_1 \le \rho \le R_2$, $\vartheta_1 \le \vartheta \le \vartheta_2$ и $\ell_1 \le x \le \ell_2$, существуют сторонние токи, вектор поверхностной плотности которых $\vec{j}(\rho,\vartheta,z)$ - известная по сути постановки задачи функция.

Для того, чтобы получить выражения для расчета величин $\vec{H}^{(\pm)}(\rho,\vartheta)$, введем векторный потенциал $\vec{A}(\rho,\vartheta,z)$ такой, что $\vec{H}(\rho,\vartheta,z) = \dfrac{1}{\mu_0} rot[\vec{A}(\rho,\vartheta,z)]$, где μ_0 = 4π·10^{-7} Гн/м – магнитная проницаемость вакуума. Сообразно определению $\vec{H}^{(\pm)}(S)$ введем Фурье – образ $A_\beta^{(\pm)}(\rho,\vartheta)$ компонентов векторного потенциала

$$A_\beta^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \int_{-\infty}^{\infty} A_\beta(\rho,\vartheta,z) e^{\pm i\gamma z} dz\ . \qquad (11)$$

Будем полагать, что магнитное поле сторонних токов удовлетворяет условиям физической реализуемости, т. е. a priori выполняется предельное условие

$$\lim_{|z|\to\infty}\left(\frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n}\right) = 0, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots .$$

В этом случае

$$\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\partial^n A_\beta}{\partial z^n}\right) e^{\pm i\gamma z} dz = (\mp i\gamma)^n A_\beta^{(\pm)}(\rho,\vartheta)\ . \qquad (12)$$

Подставляя определение вектора напряженности магнитного поля сторонних токов через векторный потенциал в квазистационарную формулировку уравнений Максвелла (7), получаем векторное дифференциальное уравнение для потенциала $\vec{A}(\rho,\vartheta,z)$

$$rot rot\vec{A} = \mu_0 \vec{j}\,, \tag{13}$$

где $\vec{j}$ - поверхностная плотность тока проводимости в пределах объема V (рис. 1).

Векторное дифференциальное уравнение (13) в обязательном порядке дополняется условием

$$div\vec{A} = 0\,. \tag{14}$$

После определения компонентов векторного потенциала $\vec{A}^{(\pm)}(\rho,\vartheta)$, которые удовлетворяют уравнению (13) и условию (14), искомые величины $H_{\beta}^{(\pm)}(\rho,\vartheta)$ находятся по формуле $\vec{H}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = rot[\vec{A}^{(\pm)}(\rho,\vartheta)]/\mu_0$, где операция дифференцирования по переменной z выполняется по формуле (12). Выполнив, с привлечением равенства (12), необходимые операции дифференцирования, получаем систему дифференциальных уравнений для Фурье – образов компонентов векторного потенциала $\vec{A}^{(\pm)}(\rho,\vartheta)$. Общее решение этой системы уравнений для внутренней ($\rho \le R_1$) пустого пространства имеет следующий вид:

$$A_{\beta}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\beta}^{(\pm)}(\rho)\begin{pmatrix} -\sin n\vartheta \\ \cos n\vartheta \end{pmatrix}, \quad \beta = \rho,\, z;$$

$$A_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \sum_{n=0}^{\infty} A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho)\begin{pmatrix} \cos n\vartheta \\ \sin n\vartheta \end{pmatrix}, \tag{15}$$

где коэффициенты разложений (15), т. е. величины $A_{n\lambda}^{(\pm)}(\rho)$ ($\lambda = \rho,\ \vartheta,\ z$) определяются следующим образом

$$A_{n\rho}^{(\pm)}(\rho) = \left\lfloor \Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) + \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right\rfloor \Big/ 2\,,$$

$$A_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \left\lfloor \Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right\rfloor \Big/ 2\,, \quad A_{nz}^{(\pm)}(\rho) = C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho)\,. \tag{16}$$

В формулах (16) символом $I_{\nu}(\gamma\rho)$ ($\nu = n,\ n \pm 1$) обозначена модифицированная функция Бесселя порядка ν. Константы $C_n^{(\pm)}$, $\Phi_n^{(\pm)}$ и $\Psi_n^{(\pm)}$ определяются через компоненты вектора плотности сторонних токов $\vec{j}(\rho,\vartheta,z)$ следующим образом

$$C_n^{(\pm)} = \mu_0 \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} x j_{nz}^{(\pm)}(x) K_n(\gamma x)\,dx\,,$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_n^{(\pm)} \\ \Psi_n^{(\pm)} \end{Bmatrix} = \mu_0 \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} x \begin{Bmatrix} j_{n\rho}^{(\pm)}(x) + j_{n\vartheta}^{(\pm)}(x) \\ j_{n\rho}^{(\pm)}(x) - j_{n\vartheta}^{(\pm)}(x) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} K_{n+1}(\gamma x) \\ K_{n-1}(\gamma x) \end{Bmatrix} dx, \tag{17}$$

где

$$j^{(\pm)}_{\begin{Bmatrix} n\rho \\ nz \end{Bmatrix}}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} j^{(\pm)}_{\begin{Bmatrix} \rho \\ z \end{Bmatrix}}(\rho,\vartheta) \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta;$$

$$j_{n\vartheta}^{(\pm)}(\rho) = \frac{1}{k\pi} \int\limits_0^{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} j_{\vartheta}^{(\pm)}(\rho,\vartheta) \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix} e^{\pm i\gamma z} dz d\vartheta, \ k = \begin{cases} 2 & при \quad n = 0, \\ 1 & при \quad n \neq 0. \end{cases} \tag{18}$$

Символами $I_\nu(z)$ и $K_\nu(z)$ в соотношениях (17) обозначены модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда.

По известным компонентам векторного потенциала легко определяются Фурье – образы вектора напряженности магнитного поля, которое создается в вакууме, во внутренней области $\rho \le R_1$, электрическим контуром произвольной конструкции:

$$H_\rho^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \begin{Bmatrix} -\frac{n}{\gamma\rho} C_n^{(\pm)} I_n(\gamma\rho) \pm \\ \pm \frac{i}{2} \left[\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right] \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}, \tag{19}$$

$$H_\vartheta^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \frac{\gamma}{\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \mp \frac{i}{2} \left[\Phi_n^{(\pm)} I_{n+1}(\gamma\rho) - \Psi_n^{(\pm)} I_{n-1}(\gamma\rho) \right] - \right.$$

$$\left. - C_n^{(\pm)} \left[I_{n-1}(\gamma\rho) - \frac{n}{\gamma\rho} I_n(\gamma\rho) \right] \right\} \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \tag{20}$$

$$H_z^{(\pm)}(\rho,\vartheta) = \frac{\gamma}{2\mu_0} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\Phi_n^{(\pm)} + \Psi_n^{(\pm)} \right] I_n(\gamma\rho) \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Определение Фурье – образов компонентов вектора напряженности магнитного поля, которое создается в пустоте электрическим контуром полисекционного накладным преобразователя

На рис. 2 схематически показана конструкция накладного полисекционного преобразователя, который применяется для регистрации ультразвуковых волн в стержнях и трубах. Он состоит из двух плоских катушек (позиция 2 на рис.2) которые могут быть включены либо встречно, либо согласно. Вообще говоря, количество плоских катушек может быть произвольным, и так же произвольно они могут быть соединены между собой. Это определяется конкретными условиями решаемой технической задачи. Устройство, создающее постоянное поле подмагничивания, на рис. 2 не показано. Протекающий по плоской катушке накладного преобразователя электрический ток можно представить в виде векторной суммы двух токов –

окружного, с поверхностной плотностью $j_{\vartheta}(\rho, \vartheta, z)$, существующего в левой и правой трапециях плоской катушки (рис. 2,б), и аксиального, с поверхностной плотностью $j_z(\rho, \vartheta, z)$, существующего в верхней и нижней трапециях плоской катушки.

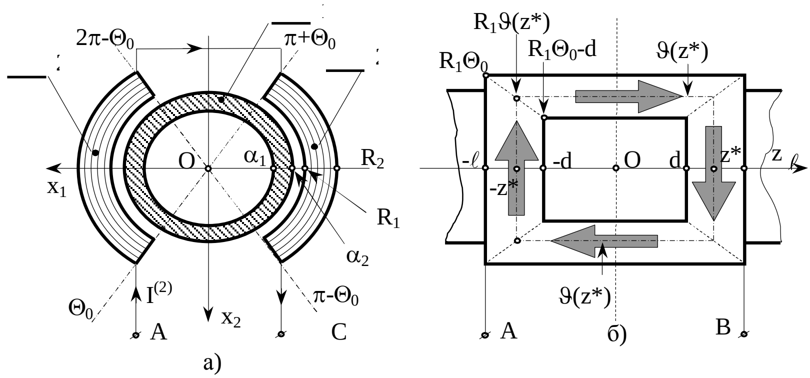


Рис. 2. Расчетная схема накладного ультразвукового преобразователя электромагнитного типа

При последовательном включении двух плоских катушек окружная и аксиальная плотности токов изменяются вдоль криволинейной оси полярных углов ϑ так, как это показано на рис. 3,а и рис. 3,б соответственно. Эти компоненты вектора плотности тока проводимости можно записать следующим образом $j_{\vartheta}(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_{\vartheta}(\rho) \varphi_{\vartheta}(\vartheta, z)$ и $j_z(\rho, \vartheta, z) = j_0 f_z(\rho) \varphi_z(\vartheta, z)$, где $j_0 = I^{np} N / [(R_2 - R_1)(\ell - d)]$ - плотность тока в пакете из N витков плоской катушки; характер изменения функций $\varphi_{\vartheta}(\vartheta, z^*)$ и $\varphi_z(\vartheta, z^*)$ показан на рис. 3, а и рис. 3, б соответственно. Символами z* в аргументах этих функций обозначено фиксированное значение аксиальной координаты (см. рис. 2,б).

Функция $f_{\beta}(\rho) = \begin{cases} 1 \forall \rho \in [R_1, R_2], \\ 0 \forall \rho \notin [R_1, R_2]. \end{cases}$

При таком определении сторонних токов Фурье-трансформанты компонентов вектора поверхностной плотности тока будут задаваться следующим образом. Если в соотношениях (18) принять во внимание только лишь верхние тригонометрические функции и положить при этом n = 0, то при сформулированном выше определении сторонних токов после очевидных вычислений приходим к выводу, что $j_{0\rho}^{(\pm)}(\rho)$ = $j_{0z}^{(\pm)}(\rho)$ = 0, а

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho)=\frac{2j_0}{\pi}f_\vartheta(\rho)\int_{-\infty}^{\infty}\vartheta(z)e^{\pm i\gamma z}dz\,, \tag{22}$$

где $\vartheta(z)$ – половина углового размера фрагментов витков плоской катушки, которые ориентированы вдоль криволинейной оси полярных углов ϑ (рис. 2,б). Величина $\vartheta(z)$ определяется элементарными геометрическими построениями и может быть описана следующими аналитическими выражениями

$$\vartheta(z)=\begin{cases}\left(\Theta_0-\dfrac{\ell}{R_1}-\dfrac{z}{R_1}\right)\forall z\in[-\ell,-d],\\ -\left(\Theta_0-\dfrac{\ell}{R_1}-\dfrac{z}{R_1}\right)\forall z\in[d,\ell].\end{cases} \tag{23}$$

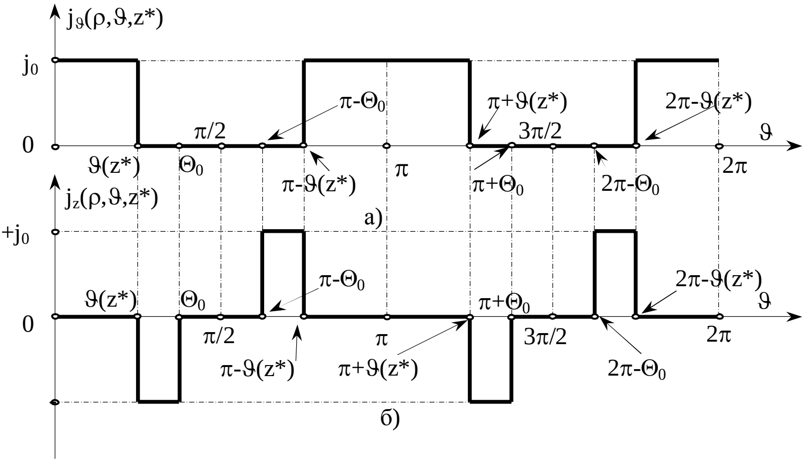


Рис. 3. Характер изменения компонентов вектора плотности сторонних токов

Знак минус во второй строке аналитической конструкции (23) учитывает смену направления вектора плотности тока в правой трапеции плоской катушки (рис. 2,б). Подставляя соотношение (23) в формулу (22), получаем

$$j_{0\vartheta}^{(\pm)}(\rho)=\pm i\frac{4j_0}{\gamma}f_\vartheta(\rho)W(\Theta_0,\gamma)\,, \tag{24}$$

где

$$W(\Theta_0,\gamma)=\frac{1}{\pi}\left\{\begin{aligned}&\left(\Theta_0-\frac{\ell}{R_1}\right)(\cos\gamma\ell-\cos\gamma d)-\\&-\frac{1}{R_1}(\ell\cos\gamma\ell-d\cos\gamma d)+\frac{1}{R_1\gamma}(\sin\gamma\ell-\sin\gamma d)\end{aligned}\right\}.$$

Подставляя выражение (24) в формулу для расчета коэффициентов $\Phi_0^{(\pm)}$ и $\Psi_0^{(\pm)}$ (константа $C_0^{(\pm)}$ = 0), получаем

$$\Phi_0^{(\pm)} = -\Psi_0^{(\pm)} = \pm i\mu_0 \frac{4I^{(2)}N}{(\ell - d)\gamma^2} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma),$$

где $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ - частотная характеристика плоской катушки накладного преобразователя, причем $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) = W(\Theta_0, \gamma) R_K(R_1, R_2, \gamma)$. Функция $R_K(\alpha_1, \alpha_2, \gamma)$ описывает влияние толщины пакета витков катушки накладного преобразователя на эффективность регистрации ультразвуковых волн на данной частоте и определяется комбинацией модифицированных функций Струве и функций Макдональда, т. е. $R_K(R_1, R_2, \gamma) = \dfrac{\pi}{2(1 - R_1/R_2)}(Q_1 - \dfrac{R_1}{R_2} Q_2)$,

где $Q_m = K_1(\gamma R_m)\mathbf{L}_0(\gamma R_m) + K_0(\gamma R_m)\mathbf{L}_1(\gamma R_m)$; m =1, 2. Функция $R_K(R_1, R_2, \gamma)$ = 1 при $\gamma \to 0$ и асимптотически устремляется к нулю при $\gamma \to \infty$. Скорость уменьшения значений функции $R_K(R_1, R_2, \gamma)$ прямо пропорциональна толщине пакета витков накладного преобразователя. Функция $R_K(R_1, R_2, \gamma)$ имеет вполне определенный физический смысл. Её можно назвать коэффициентом потерь эффективности регистрации из-за усреднения магнитных потоков рассеяния по толщине (область $R_1 \le \rho \le R_2$) плоской катушки накладного преобразователя.

На рис. 4 показаны графики модулей функции $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$, т. е. частотные характеристики плоской катушки в составе накладного ультразвукового преобразователя. Во всех расчетах, результаты которых показаны на рис. 4, были зафиксированы размеры $R_1 = 1{,}05\alpha_2$ и $R_2 = 1{,}10\alpha_2$. Графики показанные на рис. 4,а,б построены в предположении, что $\Theta_0 = \pi/4$, а $\ell = \alpha_2$ (рис. 4,а) и $\ell = 1{,}5\alpha_2$ (рис. 4,б). Для рис. 4,в,г $\Theta_0 = \pi/3$ и $\ell = \alpha_2$ (рис. 4,в) и $\ell = 1{,}5\alpha_2$ (рис. 4,г). Варьируемым параметром во всех сериях расчетов является величина d – половина размера окна плоской катушки, последовательно принимающая значения $0{,}2\ell$, $0{,}4\ell$, $0{,}6\ell$ и $0{,}8\ell$. По оси абсцисс откладывается безразмерное волновое число $\gamma\alpha_2$.

Характерной особенностью показанных на рис. 4 графиков является то, что при $\gamma \to 0$ частотная характеристика $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ устремляется к нулю как ω^2. Следует подчеркнуть, что частотные характеристики проходных преобразователей при $\gamma \to 0$ ($\omega \to 0$) устремляются к своему максимальному значению.

Равенство $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, 0) = 0$ можно прокомментировать следующим образом. При $\gamma \to 0$ ($\omega \to 0$) расстояние между областями ферромагнитного стержня с противоположными знаками деформации неограниченно возрастает. Это эквивалентно неограниченному увеличению расстояния между магнитными полюсами, которые являются источниками переменного внутреннего магнитного поля.

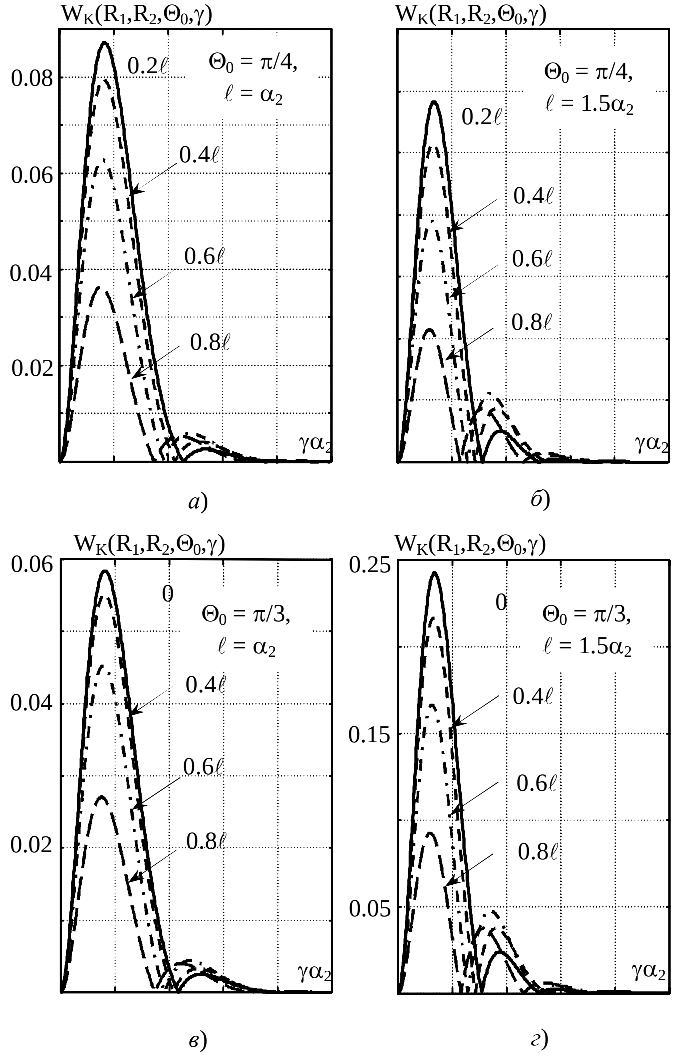


Рис. 4. Частотные характеристики плоской катушки в составе ультразвукового накладного преобразователя.

При этом уровни магнитного поля рассеяния устремляются к нулю и, в пределе при $\omega = 0$, магнитное поле рассеяния становится равным нулю. При этом становится равным нулю и радиальный компонент вектора напряженности магнитного поля рассеяния. Именно этот компонент формирует переменный магнитный поток, который пронизывает витки плоской катушки накладного преобразователя. Таким образом, при $\omega \to 0$ поток магнитной индукции через плоскую катушку становится равным нулю. Так как частотная характеристика ультразвукового преобразователя отображает все основные особенности его конструкции и происходящих в ней процессов, то, естественно, и тот факт, что при $\omega \to 0$ магнитный поток через электрический контур преобразователя равен нулю, также должным образом отображается функцией $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$. С ростом частоты начинает увеличиваться интенсивность магнитного поля рассеяния, и начинают возрастать уровни радиальных компонентов вектора напряженности магнитного поля рассеяния. Этому соответствует возрастание уровня потока магнитной индукции через плоскость витков плоской катушки. Этому соответствует рост абсолютных значений функции $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$.

Дальнейшее увеличение частоты (уменьшение длины волны) приводит к тому, что в плоскости катушки возникают встречно ориентированные потоки вектора магнитной индукции. При определенных значениях длины волны, вернее – при определенных сочетаниях длины волны упругого возмущения и размеров плоской катушки, эти потоки полностью компенсируют друг друга и функция $W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma)$ = 0. Чем больше размер окна катушки (параметр d), тем на более низких частотах наблюдается взаимная компенсация встречных потоков магнитной индукции. Описанные выше особенности изменения частотной характеристики присущи всем без исключения конструкциям ультразвуковых накладных преобразователей в режиме приема (регистрации) упругих волн.

Завершая построение математической модели ультразвукового накладного преобразователя, подставим найденные коэффициенты $\Phi_0^{(\pm)}$ и $\Psi_0^{(\pm)}$ в формулы (19), …, (21) и определим Фурье-трансформанты компонентов вектора напряженности осесимметричной составляющей магнитного поля, которое создается в вакууме двумя последовательно включенными плоскими катушками. Очевидно, что $H_\vartheta^{(\pm)}(\rho) = H_z^{(\pm)}(\rho) = 0$, а

$$H_\rho^{(\pm)}(\rho) = -\frac{4I^{np}N}{(\ell - d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) I_1(\gamma\rho). \tag{25}$$

Так как речь идет об осесимметричной составляющей магнитного поля, то подстановка выражения (25) в основную формулу (4) дает следующий результат

$$U_{вых}(\omega) = i\omega \frac{8\pi\mu_0 N}{(\ell - d)\gamma} W_K(R_1, R_2, \Theta_0, \gamma) \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_\rho^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho . \qquad (26)$$

Интегральный сомножитель в формуле (26) имеет смысл компонента частотной характеристики накладного преобразователя, который учитывает влияние размеров поперечного сечения и физико-механических параметров материала трубы или, при $\alpha_1 \rightarrow 0$, стержня на эффективность процесса регистрации ультразвуковых волн в заданном диапазоне частот. Определение функции

$$W_{CT}(\alpha_1, \alpha_2, \gamma) = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2} \rho M_\rho^{(\pm)}(\rho) I_1(\gamma\rho) d\rho \qquad (27)$$

становится возможным после решения второй основной задачи теории электромагнитного способа регистрации ультразвуковых волн в металлах, которая заключается в расчете характеристик внутреннего магнитного поля и динамической намагниченности деформируемого намагниченного ферромагнетика.

Будем считать, что в ферромагнитном стержне распространяется плоская продольная волна. Пространственно-развитая амплитуда смещений материальных частиц стержня описывается вектором с единственным аксиальным компонентом, причем $u_z(z) = U_z^{(\pm)} e^{\pm i\gamma z}$ ($U_z^{(\pm)}$ - амплитуда смещений материальных частиц стержня во фронте плоской продольной волны; $\gamma = \omega/v_{ст}$). Если материал стержня поляризован (по крайней мере, в области действия накладного преобразователя) постоянным аксиальным магнитным полем H_z^0, то решение граничной задачи (5) – (7) приводит к следующему результату

$$M_\rho^{(\pm)}(\rho) = \frac{m_1 H_z^0 \gamma^2}{\mu_0 \zeta} U_z^{(\pm)} \cdot \frac{I_1(\zeta\rho)}{\left[I_0(\zeta\alpha_2) + \dfrac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \cdot \dfrac{I_1(\zeta\alpha_2)}{K_1(\gamma\alpha_2)} K_0(\gamma\alpha_2) \right]}, \qquad (28)$$

где $\zeta = \sqrt{\gamma^2 + i\omega r \mu^\varepsilon}$. Подставляя выражение (28) в формулу (25), получаем аналитическую конструкцию следующего вида

$$U_{вых}(\omega) = W_z^{(\pm)}(\gamma) U_z^{(\pm)}, \qquad (27)$$

где $W_z^{(\pm)}(\gamma) = -(\gamma\alpha) U_0 W_{УП}(\gamma)$ - математическая модель (в осесимметричном приближении) накладного преобразователя в режиме регистрации плоской продольной волны; множитель $\gamma\alpha$ подчеркивает прямую пропорциональность круговой частоте ω, т. е. подчеркивает индукционный (электромагнитный) способ регистрации упругой волны; U_0 – абсолютная чувствительность преобразователя (размерность Вольт/метр) к смещениям материальных частиц деформируемого стержня. Величина

$U_0 = 4\pi a m_1 H_z^0 N v_{cm} / (\ell - d)$. Порядок $U_0 \cong 10^7$ В/м при размерах α, ℓ и d в единицы миллиметров. $W_{УП}(\gamma) = W_K(\alpha_1, \alpha_2, \Theta_0, \gamma) W_{CT}(\alpha, \gamma)$ - частотная характеристика ультразвукового преобразователя, где составляющая, определяемая процессами в стержне $W_{CT}(\alpha, \gamma)$ определяется для плоской продольной волны следующим образом

$$W_{CT}(\gamma) = \frac{(\gamma/\zeta)}{1-(\gamma/\zeta)^2} \cdot \frac{2 I_1(\zeta \alpha_2)}{\zeta \alpha_2} \cdot \frac{\left[\frac{I_2(\zeta \alpha_2)}{I_1(\zeta \alpha_2)} I_1(\gamma \alpha_2) - \frac{\gamma}{\zeta} I_2(\gamma \alpha_2) \right]}{\left[I_0(\zeta \alpha_2) + \frac{\mu^\varepsilon \gamma}{\mu_0 \zeta} \frac{I_1(\zeta \alpha_2)}{K_1(\gamma \alpha_2)} K_0(\gamma \alpha_2) \right]}.$$

На рис. 5, *а*, *б* показаны графики модуля частотной характеристики накладного преобразователя $W_{УП}(\gamma)$, построенные для магнитострикционного феррита (r = 1 См·м) (рис. 5,а) и никеля (r = 14,3 МСм·м) (рис. 5,б), в предположении, что тот и другой материал имеют одинаковую относительную магнитную проницаемость $\mu^\varepsilon/\mu_0 = 32$.

Геометрические параметры накладного преобразователя из двух плоских и последовательно включенных катушек таковы: $\Theta_0 = \pi/3$; $\ell = \alpha$; $\alpha_1 = 1{,}05\alpha$; $\alpha_2 = 1{,}1\alpha$; $\alpha = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Для определения стержневой скорости $v_{cm} = \sqrt{E/\rho_0}$, без которой нельзя вычислить комплексное волновое число ζ, было принято, что никель и феррит имеют одинаковые модули Юнга E = $2{,}15 \cdot 10^{11}$ Н/м^2 и плотности ρ_0 = 8900 кг/м^3. Это, конечно, весьма приблизительно соответствует действительности (такие значения плотностей являются очень большими для ферритов), но этот факт не имеет особого значения при выполнении данной серии расчетов. Варьируемым параметром семейства кривых на рис. 5 является величина d – половинный размер квадратного окна плоской катушки. Значение параметра d проставлено возле каждой кривой. По оси абсцисс на рис. 5 откладывается безразмерное волновое число $\gamma\alpha$ (можно говорить, если угодно, безразмерная частота $\omega\tau_0$, где $\tau_0 = \alpha/v_{ст}$).

Основным результатом этой серии расчетов можно считать то, что абсолютные значения $W_{УП}(\gamma)$ для ферродиэлектриков практически в 50 раз превосходят значения $W_{УП}(\gamma)$ для токопроводящего ферромагнетика. Объяснить это можно лишь тем, что в токопроводящих ферромагнетиках сколь ни будь заметные уровни намагниченности формируются в узких приповерхностных областях (что-то сродни общеизвестному скин-эффекту). Этот факт учитывается функцией $W_{CT}(\gamma)$, которая формирует числовые значения модуля частотной характеристики накладного ультразвукового преобразователя.

Следует подчеркнуть, что графики, показанные на рис. 5, дают представление об эффективности работы преобразователя в широком диапазоне частот при условии, что произведение $\gamma\alpha U_z^{(\pm)}$ остается постоянной величиной в этом диапазоне частот. В действительности (см., например [20]) амплитудные значения ультразвуковых волн столь быстро спадают с ростом частоты, что произведение $\gamma\alpha U_z^{(\pm)}$ изменяется с ростом частоты (по крайней мере, для катушечных преобразователей – источников упругих колебаний) подобно функции $e^{-m\gamma\alpha}$, где число m имеет порядок единицы. При этом частотный диапазон эффективной работы накладного преобразователя в режиме регистрации ультразвуковых колебаний ограничивается фактически первым лепестком частотной характеристики $W_{УП}(\gamma)$, т. е. ограничивается сверху значениями безразмерных частот $\omega\tau_0 < 4$.

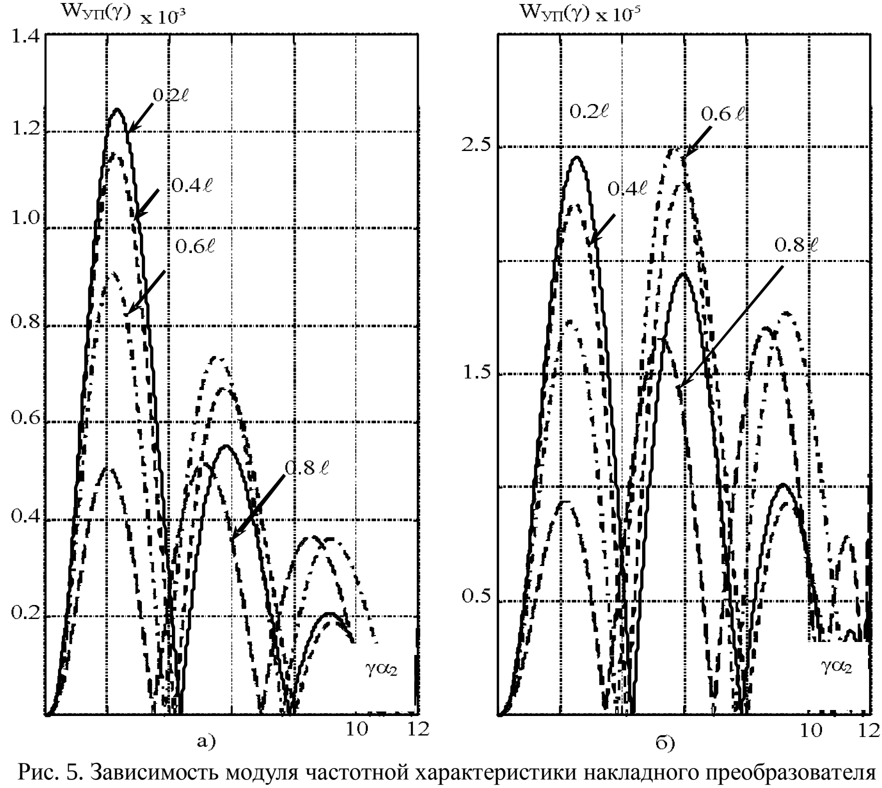


Рис. 5. Зависимость модуля частотной характеристики накладного преобразователя от размеров окна плоской катушки в случае ферродиэлектрика (а) и токопроводящего ферромагнетика (б)

Выводы. В работе предложена схема построения математических моделей преобразователей электромагнитного типа в режиме регистрации ультразвуковых волн. Эта схема опирается на фундаментальные положения электродинамики и механики деформируемых твердых тел с усложненными (магнитострикционными) свойствами. Ключевым элементом предлагаемой схемы является теорема о наведенном магнитном потоке, которая исключает из перечня вычислительных процедур решение сложной граничной задачи электродинамики о взаимодействии потоков магнитного поля рассеяния с электрическим контуром приемника переменного магнитного поля в составе преобразователя электромагнитного типа. Решение граничной задачи о внутренних магнитных полях и последующее использование теоремы о наведенном магнитном потоке позволяет строить содержательные математические модели преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в ферромагнитных металлах.

Список литературы: **1.** *Schlawne F., Graff A., Scheider H.* Use of EMATs for Inspection of Tubes and Pipes // NDT.net. – 2003. – V.8.- №3. **2.** *Hutchins D.A., Hu J.K., Young R.P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q.L.* Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Am. - 1989 – 85 - №2 – P. 747 – 752. **3.** *Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R.* Health Monitoring of Piping and Plate using the Magnetostrictive Sensor (McS) Guided Wave Technology //NDT.net. – 2004. – V.9. - №2. **4.** *Elshafiey I., Udra L.* A New Eddy Current Imaging System for Enhancement of Nondestructive Evaluation // NDT.net. – 2004. – V.9. - №9. **5.** *Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M.* Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Am. - 1999 – 106 - №2 – P. 666 – 665. **6.** *Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M.* Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Am. - 2004 – 115 - №2 – P. 630 – 636. **7.** *Петрищев О. Н., Шпинь А. П.* Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы. – Киев: Изд-во при Киевском ун-те, 1989. – 132 с. **8.** *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Общие закономерности электромагнитного метода приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №5, 1972. С.63 – 72. **9.** *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Электромагнитные поля, возникающие при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №6, 1972. С.62 –68. **10.** *Шубаев С.Н., Шкарлет Ю.М.* Расчет датчиков, применяемых при электромагнитном методе приема волн Рэлея и Лэмба // Дефектоскопия, №1, 1973. С.81 – 89. **11.** *Комаров В.А.* Квазистационарное электромагнитно – акустическое преобразование в металлах (основы теории и применение при неразрушающих исследованиях). – Свердловск: УНЦ АН СССР, 1986. – 235 с. **12.** *Петрищев О. Н.* Системный подход к исследованию передаточных характеристик ультразвуковых магнитострикционных трактов // Акустика и ультразвуковая техника. – 1984. – Вып. 19. – С. 64–70. **13.** *Петрищев О. Н., Спасокукоцкий Л. О.* Исследование передаточных характеристик электроакустических преобразователей в режиме регистрации крутильных волн в полых магнитострикционных цилиндрах // Акустика и ультразвуковая техника. – 1988. – Вып. 23. – С. 100–111. **14.** *Петрищев О. Н., Шпинь А. П.* Регистрация неосесимметричных (изгибных) волн в магнитострикционных цилиндрах // Вестник Киевского политехн. ин-та. Электроакустика и звукотехника. – 1990. – Вып. 14. – С. 35–42. **15.** *Грошев В. Я.* Анализ влияния конструктивных параметров на чувствительность электромагнитно – акустических преобразователей // Дефектоскопия, №4, 1998. С.32 – 40. **16.** *Бардзокас Д.И., Кудрявцев Б.А., Сеник Н.А.* Распространение волн в электромагнитоупругих средах. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 336 с. **17.** *Петрищев О. Н.* Математическое моделирование преобразователей электромагнитного типа в режиме приема ультразвуковых волн в металлах // Акуст. вісн. – 2005. – 8. – №3. – С. 50 – 59. **18.** *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. **19.** *Власов К. Б.* Некоторые вопросы теории упругих ферромагнитных (магнитострикционных) сред // Изв. АН СССР. Сер. физическая. – 1957. – Т. 21. – № 8. – С. 1140–1148. **20.** *Петрищев О.Н.* Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // Электроника и связь. - 2005. - №25. – С. 50 – 61.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 620.179.14

В. В. МИРОШНИКОВ, докт. техн. наук, ВНУ им. В.Даля, Луганск;
С. В. КОСТИН, соискатель, ВНУ им. В. Даля, Луганск;
Н. И. КАРМАНОВ, аспирант, ВНУ им. В. Даля, Луганск;
Н. В. МАРТЫНЕНКО, аспирант, ВНУ им. В. Даля, Луганск

РЕЗОНАНСНЫЙ РЕЖИМ РАБОТЫ ФЕРРОЗОНДА

В статье был проведен анализ особенностей работы феррозонда в параметрическом режиме, включенного по мостовой схеме. Также были получены аналитические зависимости для расчета функций преобразования феррозондов стержневого типа, включенных по мостовой схеме с параллельной емкостью. Установлено, что выходной сигнал мостовой схемы в режиме параметрического усиления в 1,2 — 1,6 раза больше, чем в схеме со вторичной обмоткой.

У статті було проведено аналіз особливостей роботи ферозонду у параметричному режимі, що включений за мостовою схемою. Також було отримано аналітичні залежності для розрахунку функції перетворювання ферозондів стрижньового типу, які включені за мостовою схемою з паралельною ємністю. Встановлено, що вихідний сигнал мостової схеми у режимі параметричного підсилення в 1,2 — 1,6 разів більше, ніж у схемі зі вторинною обмоткою.

The characteristics of flux-gate sensors in parametric mode connected to the bridge circuit were analyzed in the paper. Also analytical expressions for calculating transform functions of bar flux-gate sensor connected to the bridge circuit with parallel capacitance were obtained. It is established that the output of the bridge circuit in a parametric amplification mode at 1.2 — 1.6 times more than in the circuit with the secondary winding.

Ферромодуляционный магниточувствительный элемент (феррозонд) является одним из наиболее чувствительных элементов к изменению параметров магнитного поля. Это определило его широкую область применения от магниторазведки до дефектоскопии деталей и изделий. В зависимости от режима работы различается чувствительность и амплитуда выходного сигнала феррозонда. Наиболее широко применяемый режим работы феррозонда на второй гармонике. Несмотря на все свои достоинства, он обладает одним существенным недостатком — амплитуда выходного сигнала составляет единицы милливольт. Это создает определенные сложности при обработке данного сигнала, особенно с высоким уровнем индустриальных помех. Менее широко применяемый импульсный режим возбуждения феррозонда имеет более высокий порог чувствительности по сравнению с режимом второй гармоники, однако выходной сигнал составляет единицы вольт. Данный режим работы феррозонда хорошо зарекомендовал себя при измерении магнитных полей свыше 50 — 100 А/м особенно в приборах, работающих в производственных условиях.

Таким образом, имеется необходимость совмещения положительных свойств двух режимов работы для достижения максимальной чувствительности и помехоустойчивости феррозонда. Решение данной задачи осуществляется с помощью изменения нагрузки выходной цепи феррозонда.

Исследованию работы ферромодуляционных устройств под нагрузкой, в частности, емкостной, приводящей к повышению его чувствительности, посвящен ряд работ [1 – 4].

Режим параметрического резонанса резко повышает коэффициент преобразования феррозондового датчика. Из теории параметрического возбуждения электрических колебаний в *LC*-контуре известно, что наиболее устойчивый резонанс наблюдается на частоте вдвое большей, чем частота изменения одного из параметров контура в рассматриваемом случае: его индуктивности. Применительно к феррозонду с выходом на второй гармонике это означает, что проницаемость его сердечников, а, следовательно, и индуктивность измерительной обмотки должны изменяться с частотой четвертой гармоники. Зависимость индуктивности обмотки феррозондов от времени можно представить так

$$L(t) = L_0\left(1 + \Gamma_2 \cos 2\omega t + \Gamma_4 \cos 4\omega t\right), \tag{1}$$

где $\Gamma_2 = \frac{L_2'}{L_0}$, $\Gamma_4 = \frac{L_4'}{L_0}$ — коэффициенты ряда; L_0, L_2 и L_4 — постоянная составляющая амплитуды второй и четвертой гармоник индуктивности соответственно.

Ток в контуре выходной цепи, настроенный на частоту $2\omega = \frac{1'}{\sqrt{2L_0C}}$ будет

$$i_2(t) = I_{m2} \sin\left(2\omega t + \varphi\right). \tag{2}$$

Выходное напряжение феррозонда будет равным

$$U_{2n} = \frac{d}{dt}\left[L(t)\, i_2(t)\right]. \tag{3}$$

При этом окажется, что член, пропорциональный коэффициенту Γ_2, будет содержать только постоянную составляющую и четвертую гармонику, а член, пропорциональный коэффициенту Γ_4 — вторую и шестую гармоники [5].

Для второй гармоники выходного сигнала напряжения при $\varphi = \frac{\pi}{4}$ имеем:

$$U_2\left(\Gamma_4\right) = \mp\omega L_0 \Gamma_4 I_2 \cos\left(2\omega t \mp \frac{\pi}{4}\right) = -X_L I_2 \sin\left(2\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right). \quad (4)$$

Из этого выражения видно, что величина $X_L = \omega L_0 \Gamma_4$ ведет себя как отрицательное сопротивление по отношению к току i_2.

При кусочно-линейной аппроксимации кривой перемагничивания сердечников и синусоидальной волне поля возбуждения коэффициенты ряда Фурье, которым представляется зависимость дифференциальной электромагнитной проницаемости, будут равны [1 – 3].

Постоянная составляющая

$$\mu_{g0} = \mu_{g\max}\frac{\theta}{\pi},$$

гармоники

$$\mu_{g2n} = \mu_{g\max}\frac{1}{\pi} n \sin 2n\theta .$$

Здесь $\theta = \arcsin\frac{H_S}{H_m}$, H_S — напряженность насыщения; H_m — амплитуда тока возбуждения.

При $\theta = \frac{\pi}{4}$ $\left(\mathrm{H}_m = \sqrt{2}H_S\right)$ имеются оптимальные условия для возникновения тока второй гармоники, однако параметрического усиления сигнала в этом случае нет [86]. Это происходит потому, что коэффициент μ_{g4} при $\theta = \frac{\pi}{4}$ ранен нулю. При $\theta = \frac{\pi}{8}$ или $\theta = \frac{3\pi}{8}$ коэффициент μ_{g2} несколько уменьшается, но зато достигает максимального значения коэффициент μ_{g4}.

При резонансе коэффициент передачи феррозондового датчика увеличивается на 2 – 3 порядка, что позволяет обойтись без фильтров второй гармоники и без резонансных усилителей. При этом возрастает устойчивость всей измерительной схемы, которая охватывается очень глубокой отрицательной обратной связью улучшающей метрологические характеристики измерительного тракта.

Для увеличения коэффициента преобразования (чувствительности) феррозондового датчика, как было сказано выше, можно использовать режим резонанса, который возникает при включении емкости в выходную цепь модулятора. Использованию резонансного режима ферромодуляционных устройств посвящено несколько теоретических исследований [3, 4, 6], результаты которых позволяют определить границу неустойчивого режима работы феррозондового датчика. Однако важным является не только определение границы устойчивости феррозонда, но и определение его коэффициента преобразования в резонансном режиме работы, что и является предметом теоретических исследований.

Возможными являются два способа построения принципиальной электрической схемы модулятора: трансформаторная (рис. 1) и мостовая (рис. 2).

При допущении, что генератором синусоидального возбуждения является источник тока n и сопротивление R_2 велико, электрическую схему выходной цепи модулятора, показанную на рис. 1 можно привести к виду, показанному на рис. 2.

Если зависимость $B(H)$ для материала электромагнитного модулятора разложить в ряд Тейлора в окрестности точки $H = H_1$, то в результате получится

$$B(H) = B(H_1) + \left.\frac{\partial B}{\partial H}\right|_{H=H_{II}} \cdot \Delta H + \frac{1}{2} \cdot \left.\frac{\partial^2 B}{\partial H^2}\right|_{H=H_{II}} \cdot \Delta H^2 + ... \qquad (5)$$

Для двух сердечников феррозонда можно записать

$$B_I = B(H_1 + H_2 + H_0); \;\; B_{II} = B(H_1 - H_2 - H_0);$$

где H_1 – напряженность, созданная током возбуждения; H_2 – напряженность, созданная током i_2, для схемы, показанной на рис. 1, для схемы, приведенной на рис. 2, током i; H_0 – напряженность измеряемого поля.

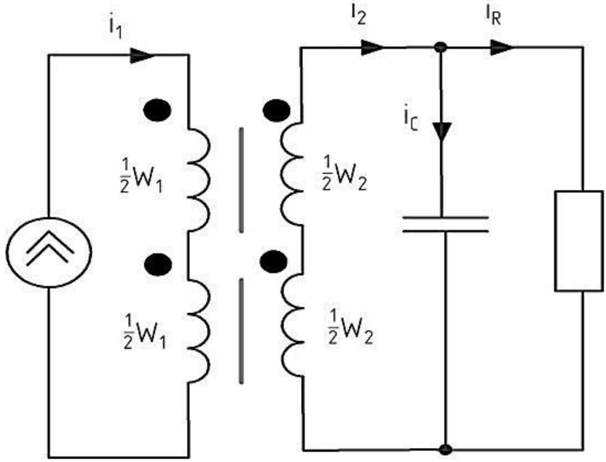


Рис. 1. Трансформаторная схема феррозондового датчика

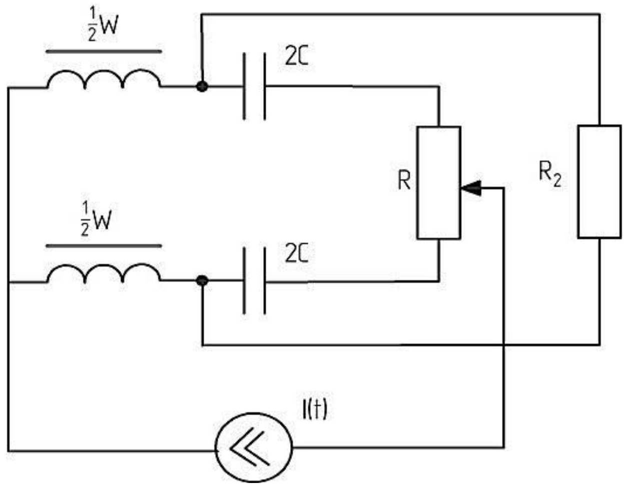


Рис. 2. Мостовая схема феррозондового датчика

Потокосцепления катушек феррозондов описываются следующими соотношениями:

$$\psi_I = \frac{W^2 \cdot S}{l} \cdot B\left(i_1 + i_2 + i_0\right);\ \psi_{II} = \frac{W^2 \cdot S}{l} \cdot B\left(i_1 - i_2 - i_0\right),$$

или

$$\psi_I - \psi_{II} = \mu_0 \frac{2W^2 \cdot S}{l} \cdot \mu_g\left(H\right) \cdot \left(i_2 + i_0\right) = L(H) \cdot \left(i_2 + i_0\right);$$

$$\mu\left(H\right) = \frac{dB}{dH}. \tag{6}$$

Э.Д.С. индукции в выходной обмотке феррозонда равна

$$\frac{d}{dt}\left(\psi_I - \psi_{II}\right) = L_0\left(\frac{di_2}{dt}\mu + i_2\frac{\partial\mu}{\partial t} + i_0\frac{\partial\mu}{\partial t}\right), \tag{7}$$

В дальнейшем обозначается $\mu' = \frac{d\mu}{dt}$, $L_0 = \frac{2\mu_0 W^2 S}{l}$.

Для схемы, приведенной на рис. 1 можно записать следующие очевидные соотношения

$$\left(L_0\mu i_2 + L_0 i_0\right)' - u_c = \upsilon, \tag{8}$$

$$i_2 = i_R + i_C = \frac{u_c}{R} + c\frac{du_c}{dt}. \tag{9}$$

При подстановке (9) в (8) получается

$$CL_0\mu\frac{d^2u_c}{dt}+\left[L_0\mu' c+\frac{L_0\mu}{R}\right]\frac{du_c}{dt}+\left[L_0\mu'\frac{1}{R}+1\right]u_c=-L_0\mu' i_0 . \quad (10)$$

Для электрической схемы феррозонда показанной на рис. 2 уравнения имеют вид

$$CL_0\mu\frac{d^2u_c}{dt}+\left[L_0\mu' c+RC\right]\frac{du_c}{dt}+u_c=-L_0\mu' i_0 . \quad (11)$$

Решения (10) и (11) находят в виде

$$u_c = M\cos 2\omega t + N\sin 2\omega t , \quad (12)$$

тогда

$$u_c' = -2\omega M\sin 2\omega t + 2\omega N\cos 2\omega t , \quad (13)$$

и

$$u_c'' = -4\omega^2 M\sin 2\omega t - 4\omega^2 N\cos 2\omega t , \quad (14)$$

Зависимость $B(H)$ аппроксимируется кусочно-ломаной линией

$$B=\mu_0\mu_c H \quad \text{при} \quad |H|<H_S$$

$$B=\mu_0\mu_c H \quad \text{при} \quad |H|>H_S$$

где μ_c – максимальная относительная электромагнитная проницаемость сердечников феррозонда.

Величину μ_c можно считать равной относительной электромагнитной проницаемости при насыщении материала сердечника.

Как уже было сказано, ток в цепи возбуждения изменяется синусоидально и, следовательно, так же изменяется направленность электромагнитного поля в сердечнике феррозонда.

$$H(t)=H_m\sin\omega t$$

Обычно выбирается $\mathrm{H}_m=\sqrt{2}H_S$, так как это обеспечивает режим феррозонда оптимальный по критерию формирования второй гармоники.

Зависимость электромагнитной проницаемости от времени представляется следующей функцией

$$k\pi-\theta<\omega t<k\pi+\theta ; \qquad \mu(t)=\mu_S ,$$

при $k = 0, 1, 2, 3 ...$; $\mu(H)=m$ для всех остальных моментов времени;

$$\theta=\arcsin\frac{H_S}{H_m}$$

Функция $\mu(t)$ периодическая и четная, её можно разложить в ряд Фурье

$$\mu(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t, \;\; n = 2,\, 4,\, 6,\, ... \qquad (15)$$

где $a_0 = -\dfrac{4}{\pi}(\mu_c - \mu_S)\theta + 2\mu_S$; $a_n = -\dfrac{4}{\pi n}(\mu_c - \mu_S)\sin n\theta$.

Ограничивая тремя первыми членами ряда, то есть считается, что

$$\mu(t) = \frac{a_0}{2} + a_2 \cos 2\omega t + a_4 \cos 4\omega t\;, \qquad (16)$$

$$\mu'(t) = -2a_2\omega \sin 2\omega t - 4a_4\omega \sin 4\omega t\;. \qquad (17)$$

Обозначим

$$L_0 = \frac{2}{a_0\omega^2 C_0}\;;\; C_0 = \frac{2}{L_0\omega^2 a_0}$$

тогда при подстановке (12), (13), (14), (15), (16) в (10) получается

$$\frac{C}{C_0}\frac{2}{a_2\omega^2}\left(\frac{a_0}{2} + a_2\cos 2\omega t + a_n\cos 4\omega t\right)\frac{d^2u_c}{dt^2} +$$

$$+\left[\frac{C}{C_0}\frac{2}{a_2\omega^2}\left(-a_2\omega\sin 2\omega t + 4a_4\omega\sin 4\omega t\right) + \frac{1}{R}\frac{2}{a_2\omega^2 C_0}\left(\frac{a_0}{2} + a_2\cos 2\omega t + a_4\cos 4\omega t\right)\right]\frac{du_c}{dt} +$$

$$+\left[\frac{2}{a_2\omega^2 C_0}\left(-2a_2\omega\sin 2\omega t + 4a_4\omega\sin 4\omega t\right)\frac{1}{R} + 1\right]n_c =$$

$$= -\frac{2}{a_2\omega^2 C_0}\left(-2a_2\omega\sin 2\omega t - 4a_4\omega\sin 4\omega t\right)i_0\;.$$

В результате преобразований получается

$$\left(\frac{C}{C_0\omega_2} + \frac{C}{C_0}\frac{2a_2}{a_0\omega^2}\cos 2\omega t + \frac{C}{C_0}\frac{2a_n}{a_0\omega^2}\cos 4\omega t\right)\left(-4\omega^2 M\cos 2\omega t - 4\omega^2 N\sin 2\omega t\right) +$$

$$+\left[-\frac{C}{C_0}\frac{4a_2}{a_0\omega^2}\sin 2\omega t - \frac{C}{C_0}\frac{8a_4}{a_0\omega^2}\sin 4\omega t\,\frac{1}{k\omega^2 C_0} + \frac{1}{k}\frac{2a_2}{a_0\omega^2 C_0}\cos 2\omega t + \frac{1}{k}\frac{2a_4}{a_0\omega^2 C_0}\cos 4\omega t\right]\times$$

$$\times\left(-2\omega M\sin 2\omega t + 2\omega N\cos 2\omega t\right) + \left[\frac{4a_2}{ka_0\omega C_0}\sin 2\omega t - \frac{8a_2}{ka_0\omega C_0}\sin 4\omega t + \frac{2a_2}{a_0\omega^2 C_0}\cos 2\omega t\right]\times$$

$$\times\left(M\sin 2\omega t + N\cos 2\omega t\right) = \frac{4a_2 i_0}{a_0\omega C_0}\sin 2\omega t + \frac{8a_4 i_0}{a_0\omega C_0}\sin 4\omega t\;. \quad (18)$$

Оставляя в (18) слагаемые, содержащие тригонометрические функции с аргументом $2\omega t$ по

$$-\frac{4CM}{C_0}\cos 2\omega t - \frac{4Ca_2M}{C_0a_0}\cos^2 2\omega t - \frac{4CN}{C_0}\sin\omega t + \frac{4Ca_2N}{C_0a_0}\sin 2\omega t +$$

$$+\frac{8Ca_4N}{C_0a_0}\cos 2\omega t-\frac{4CM}{C_0a_0k\omega}\sin 2\omega t-\frac{8Ca_4}{C_0a_0}\sin 2\omega t+\frac{4CM}{C_0a_0k\omega}\cos 2\omega t+$$

$$+M\cos 2\omega t+N\sin 2\omega t=\frac{4a_2i_0}{a_0\omega C_0}\sin 2\omega t\,. \qquad (19)$$

Приравнивая, справа и слева в равенстве (18) члены, содержащие тригонометрические функции можно получить следующую систему уравнений относительно неизвестных M и N.

$$\begin{cases} \dfrac{4C}{C_0a_0k\omega}M+\left(1-\dfrac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)N=\dfrac{4a_2i_0}{a_0\omega C_0}; \\ \left(1-\dfrac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)M+\dfrac{4C}{C_0a_0k\omega}N=0. \end{cases} \qquad (20)$$

Условием решения системы уравнения (20) является на равенство нулю её главного определения

$$\Delta=\frac{C^2}{C_0^2}\left(\frac{64a_4^2}{a_0^2}-\frac{16}{a_0^2R^2\omega^2}\right)-1. \qquad (21)$$

Приравнивая (21) нулю, получим

$$\frac{C^2}{C_0^2}=\frac{a_0k\omega}{\sqrt[4]{a_4R^2\omega^2-1}}\,. \qquad (22)$$

Условия выполнения неизвестные M и N

$$M=-\frac{16a_2i_0c}{C_0^2a_0^2R\omega^2}\frac{1}{\Delta};$$

$$N=-\frac{4a_2i_0}{C_0a_0\omega}\left(1+\frac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)\frac{1}{\Delta}$$

или, учитывая что $i_0=\dfrac{H_0l}{W_2}$

$$M=-\frac{16a_2lc}{C_0^2a_0^2R\omega^2W_2}\frac{H_0}{\Delta}; \qquad (23)$$

$$N=-\frac{4a_2l}{C_0a_0\omega W_2}\left(1+\frac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)\frac{H_0}{\Delta}. \qquad (24)$$

Для схемы модулятора, согласно уравнению (10) и принятому допущению (11), можно записать

$$\frac{2l}{a_2\omega^2C_0}\left(\frac{a_0}{2}+a_2\cos 2\omega t+a_4\cos 2\omega t\right)\times\left(-4\omega M\cos 2\omega t-4\omega^2N\sin 2\omega t\right)+$$

$$+\frac{2l}{a_2\omega^2C_0}\left(-2a_2\sin 2\omega t-4a_4\omega\sin 4\omega t\right)\times\left(-2\omega M\sin 2\omega t-2\omega^2N\cos 2\omega t\right)+$$

$$+CR\left(-2\omega M\sin 2\omega t-2\omega^2 N\cos 2\omega t\right)+M\cos 2\omega t+N\sin 2\omega t=$$

$$=\frac{2i_0}{a_0\omega^2 C_0}\left(-2a_2\omega\sin 2\omega t-4a_4\omega\sin 4\omega t\right)$$

Откуда следует

$$\frac{2C}{a_0\omega^2 C_0}(-2\omega^2 a_0 M\cos 2\omega t-2a_0\omega^2 N\sin 2\omega t-4a_2\omega^2 M\cos^2 2\omega t-4a_2\omega^2 N\sin 2\omega t\cos\omega t-$$

$$-4a_4\omega^2 M\cos 2\omega t\cos 4\omega t-4a_4\omega^2 N\sin 2\omega t\cos 4\omega t)+\frac{2C}{a_0\omega^2 C_0}(4\omega^2 a_0 M\sin^2 2\omega t-$$

$$-4a_0\omega^2 N\sin 2\omega t\cos 4\omega t+8a_4\omega^2 M\sin^2 2\omega t\sin 4\omega t-8a_4\omega^2 N\sin 4\omega t\cos 2\omega t)-$$

$$-2\omega CRM\sin 2\omega t-2\omega CRN\cos 2\omega t+N\sin 2\omega t+M\cos 2\omega t=$$

$$=\frac{2i_0}{a_0\omega^2 C_0}\left(-2a_2\omega\sin 2\omega t-4a_4\omega\sin 4\omega t\right) \qquad (25)$$

Если оставить в (25) слагаемые, содержащие частоту 2ω, то получается

$$-\frac{4C}{C_0}M\cos 2\omega t-\frac{4C}{C_0}N\sin 2\omega t-\frac{8a_4C}{a_0C_0}M\cos 2\omega t+\frac{8a_4C}{a_0C_0}N\sin 2\omega t+\frac{16a_4C}{a_0C_0}M\cos 2\omega t-$$

$$-\frac{16a_4C}{a_0C_0}N\sin 2\omega t-2\omega CRM\sin 2\omega t-2\omega CRN\cos 2\omega t+N\sin 2\omega t+M\cos 2\omega t=$$

$$=\frac{4a_2i_0}{a_0\omega C_0}\sin 2\omega t\,. \qquad (26)$$

Приравнивая в равнение (26) справа и слева члены с одинаковыми функциями, можно получить систему уравнений для определения M и N

$$\begin{cases}-\left(\dfrac{16a_4C}{a_0C_0}+2\omega CR\right)M+\left(1-\dfrac{4C}{C_0}\right)M+\left(1-\dfrac{8a_4C}{C_0}\right)N=\dfrac{4a_0i_0}{a_0\omega C_0};\\ \left(1-\dfrac{4C}{C_0}+\dfrac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)M+2\omega CRN=0.\end{cases} \qquad (26)$$

Решением системы уравнений (26) будет

$$M=-\frac{8a_2CRi_0}{C_0a_0}\cdot\frac{1}{\Delta}\,. \qquad (27)$$

Приравнивая (8) нулю, получим

$$N=-\frac{4a_2i_0}{C_0a_0\omega}\left(1-\frac{4C}{C_0}-\frac{8Ca_4}{C_0a_0}\right)\cdot\frac{1}{\Delta}, \qquad (28)$$

где

$$\Delta = -4\omega CR\left(\frac{8a_4C}{a_0C_0}+\omega CR\right)-\left[\left(1-\frac{4C^2}{C_0}\right)-\left(\frac{8a_4C}{a_0C_0}\right)^2\right] \tag{29}$$

Используя вышеприведенный метод можно получить значения M и N для более обобщенной схемы выходной цепи феррозонда, которая показана на рис. 3.

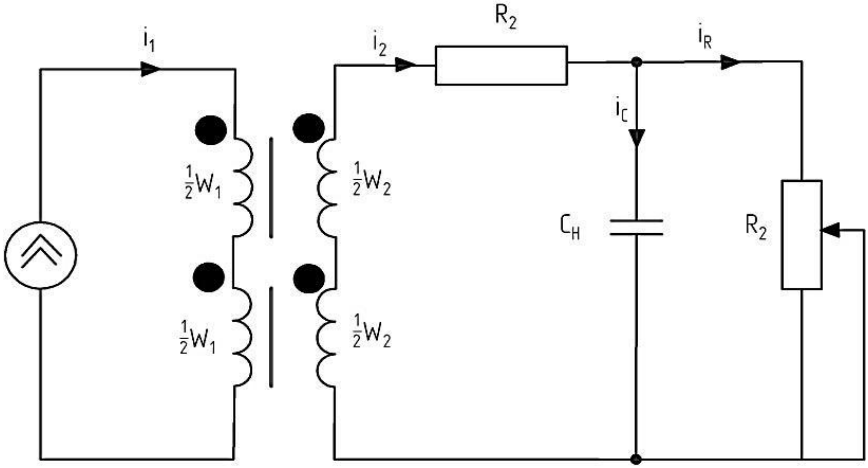


Рис. 3. Обобщенная электрическая схема электромагнитного модулятора

Для этой выходной цепи модулятора получены выражения [7]

$$M = -\frac{1}{\Delta}\left[\frac{1-\dfrac{a_4}{a_0}}{2\omega z_n C_0}+2\omega R_2 C_H\right]\frac{1}{\omega a_2 C_0 a_0}\frac{a_2}{a_0}H_0\,; \tag{30}$$

$$N = -\frac{1}{\Delta}\left[1-\frac{C_H}{C_0}\left(1-\frac{a_4}{a_0}\right)+\frac{R_2}{R_H}\right]\frac{1}{\omega a_2 C_H a_0}\frac{a_2}{a_0}H_0\,; \tag{31}$$

где $Z_H = \dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{R_H}\right)^2+\left(\omega\cdot C_H\right)^2}}$

$$\Delta = \left[\left(1-\frac{a_4}{a_0}\right)^2-4\omega^2R_2^2C_0^2\right]\left(\frac{C_H}{C_0}\right)^2-2-\frac{C_H}{C_0}+\frac{1-\left(\dfrac{a_4}{a_0}\right)^2}{4\omega C_0}\left(\frac{1}{Z_H}\right)^2+\left(1-\frac{R_2}{Z_H}\right). \tag{32}$$

Амплитуда выходного сигнала модулятора тем больше, чем меньше главный определитель (30). Однако, в (31) присутствует слагаемое $\frac{a_2}{a_0}$, которое может обратить Δ в ноль, или сделать его отрицательным. Условием неопределенного значения чувствительности модулятора будет условие Δ=0, которое имеет ноль при некотором значении ёмкости $C_H = C_\infty$, при этом C_∞ / C_0 равно

$$\frac{C_\infty}{C_0} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left[1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + 4\omega^2 C_0^2 R_2^2\right]\left[\frac{1}{4\omega^2 C_0^2}\left[1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2\right]\frac{1}{R_n^2} + 1 - \left(\frac{R_2}{a_0}\right)^2\right]}}{1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + 4\omega^2 C_0^2 R_2^2}, \quad (33)$$

поскольку C_∞ / C_0 должно быть действительным, необходимо, чтобы

$$\left\{\frac{1}{4\omega^2 C_0^2}\left(1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + R_2^2\right)\left(\frac{1}{R_H}\right)^2 + \left(\frac{R_2}{R_H}\right)^2 + 1\right\} - \frac{1}{1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + 4\omega^2 C_0^2 R_2^2} \le 0,$$

или должно выполняться условие $\mathrm{R}_H \ge \mathrm{R}_{H.КРИТ}$, где

$$\frac{1}{\mathrm{R}_{H.КРИТ}} = \frac{-R_2 \pm \sqrt{R_2^2 - \left[\frac{1}{4\omega^2 C_0^2}\left(1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + R_2^2\right)\right]\frac{4\omega^2 C_0^2 R_2^2 \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2}{1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + 4\omega^2 C_0^2 R_2^2}}}{\frac{1}{4\omega^2 C_0^2}\left(1 - \left(\frac{a_4}{a_0}\right)^2 + R_2^2\right)} \quad (34)$$

Для $\mathrm{R}_{H.КРИТ}$ — действительного и положительного

$$R_2 < \frac{1}{2\omega C_0}\frac{a_4}{a_0}. \quad (35)$$

Полученные аналитические зависимости использовались для расчета функций преобразования феррозондов стержневого типа, включенных по мостовой схеме с параллельной емкостью.

В таблице приведены результаты расчета феррозондов со следующими параметрами мостовой схемы: a_0 = 120; a_2 = 40; a_4 = 15; $C_0 = 2{,}6\cdot10^{-8}$ Ф; W_2 = 80; $l = 40\cdot10^{-3}$ м; R = 300 Ом; R_M = 610 Ом; C = 0,005 мкФ; C_H = 370 пФ; G = $8\cdot10^{-4}\ \dfrac{В}{А/м}$.

Таблица

Зависимость амплитуды второй гармоники феррозондов от величины напряженности измеряемого поля

H_0, А/м	Мостовая схема U_{2m}, В	Трансформаторная схема U_{2m}, В
0,5	$3{,}5\cdot10^{-3}$	$2{,}24\cdot10^{-3}$
2,0	$1{,}9\cdot10^{-2}$	$1{,}12\cdot10^{-2}$
4,0	$3{,}8\cdot10^{-2}$	$2{,}43\cdot10^{-2}$
10,0	$8{,}7\cdot10^{-2}$	$5{,}5\cdot10^{-2}$
15,0	$12{,}6\cdot10^{-2}$	$8{,}1\cdot10^{-2}$
20,0	$15{,}4\cdot10^{-2}$	$9{,}86\cdot10^{-2}$
40,0	$22{,}3\cdot10^{-2}$	$14{,}3\cdot10^{-2}$
50,0	0,29	0,186
100,0	0,42	0,27

В результате параметрического усиления функция преобразования МФД увеличивается в 8 — 10 раз.

Выводы. Для увеличения чувствительности МФД предложено использовать режим параметрического усиления, при котором сигнал феррозонда усиливается на два порядка. Предложена методика расчета резонансного режима в мостовой схеме и в выходной обмотке. Установлено, что выходной сигнал мостовой схемы в режиме параметрического усиления в 1,2 — 1,6 раза больше, чем в схеме со вторичной обмоткой. В режиме параметрического усиления функция преобразования увеличивается в 8 — 10 раз.

Список литературы: **1**. *Serson P.N., Hannafordd L.W.* A Portable electrical magnetometer // Canadian Jurnal of Tehnology, 1976. — №34. — PP.232 — 243. **2**. Средства измерения параметров магнитного поля / [*Ю.В. Афанасьев, Н.В. Студенцов* и др.]. — Л.: Энергия. Ленингр. отдел., 1979. — 320 с. **3**. *Яковлев Н.Н.* Особенности работы феррозондового датчика в резонансном режиме / *Н.Н. Яковлев* // Геофизическая аппаратура. — Л., Недра, 1968. — вып.35. **4**. *Рогачевский Б.М.* Параметрический режим магнитомодуляционного датчика (ММД) при ступенчато-прямоугольном поле возбуждения / *Б.М. Рогачевский*. — Новосибирск: Наука, 1969. — вып.1. — 158 с. **5**. *Афанасьев Ю.В.* Состояние и перспективы развития феррозондовой магнитометрии / *Ю.В. Афанасьев* // Геофизическая аппаратура. — Л.: Недра, 1977. — вып.60. **6**. *Вагнер И.В.* Параметрическая потокочувствительная магнитная головка / *И.В. Вагнер* // Радиотехника. — 1968. — Т.23. — №8 . — С. 58 — 65. **7**. *Acuna M.N., Scearse C.S., Seek J.B.*, and *Scheifele J.* The MAGSAT vector magnetometer for the measurement of geomagnetic field // NASA Tesh. Memorandum 79656, Oct. 1978.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 620.179.152

С. Н. ГЛОБА, канд. техн. наук, доцент, НТУ "ХПИ", Харьков;
Э. Б. ТИХОНА, магистр, НТУ "ХПИ", Харьков;
Н. Ф. ХОРЛО, директор АЦНК ЧАО ПТП "Укрэнергочермет", Харьков;
В. Ю. МЕЛАНЧУК, начальник лаборатории РНК АЦНК ЧАО ПТП "Укрэнергочермет", Харьков

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ТЕХНОЛОГИЯ ПРОВЕДЕНИЯ РАДИОГРАФИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ В ЛАБОРАТОРНЫХ УСЛОВИЯХ

В работе описана технология проведения радиографического контроля. Приведены преимущества данного метода. Рассмотрены основные этапы по которым рекомендуется осуществлять контроль, чтобы сделать его наиболее эффективным. Проанализированы целесообразность выполнения стадий контроля.

У роботі описано технологію проведення радіографічного контролю. Наведено переваги даного методу. Розглянуто основні етапи за якими рекомендовано здійснювати контроль, щоб зробити його найбільш ефективним. Проаналізовано доцільність виконання стадій контролю.

The technique of radiographic control is described in the work. Advantages of this method are outlined. The main stages at which control is recommended to make it most effective. Feasibility of the implementation stages of control are analyzed.

Введение. Одним из наиболее объективных и информативных методов неразрушающего контроля является радиографический неразрушающий контроль (РНК), поэтому его роль в технической диагностике столь велика. На практике этот метод наиболее широко распространен в связи с его простотой и документным подтверждением получаемых результатов. Радиографию применяют для контроля сварных швов, стального проката, узлов и агрегатов повышенного риска: лопатки турбин и насосов, узлы деталей, трубопроводы АЭС, а так же для ответственных изделий в авиации, космической, оборонной промышленности [1].

Радиографический метод контроля качества материалов, деталей, узлов и изделий основан на преобразовании радиационного изображения объекта контроля (ОК) в радиографический снимок, представляющий собой распределение плотности почернения на рентгеновской пленке и фотопленке. Сущность радиографии заключается в просвечивании ОК ионизирующим излучением и последующим анализе формы, размеров и расположения внутренних дефектов (неоднородностей) по их теневому изображению, полученному в результате фотографического преобразования скрытого радиационного изображения в видимое [2]. На основании полученного результат можно принять решение о возможности эксплуатации изделия. Правильно расшифрованные данные с радиограмм позволяют гарантировать надежность изделий; дают информацию для предотвращения несчастных случаев и сохранения жизни; приносят много пользы потребителям, не допуская попадания бракованных изделий в эксплуатацию.

Сфера применения радиографии очень широка, что делает ёё весьма универсальной. Радиографический контроль применим для органических и неорганических материалов, для твёрдых тел, жидкостей и даже газов. Контролируемые объекты могут иметь размеры от микроминиатюрных электронных деталей до гигантских частей космических кораблей; типы объектов чрезвычайно разнообразны: отливки, сварные соединения и конструкции, композиционные материалы и т.д.

Радиографический контроль применяют для выявления в материале изделий раковин, пор, шлаковых, окисных и других неметаллических включений, включений инородного металла, трещин, а также непроваров и несплавлений в сварных и паяных соединениях. Применяют для выявления в сварных швах прожогов, подрезов, оценки величины выпуклости и вогнутости корня шва, недоступных для внешнего осмотра.

Этот метод неразрушающего контроля является бесконтактным, что дает ему значительные преимущества. Исследуемые объекты должны иметь двусторонний доступ к контролируемому участку, обеспечивающий возможность установки кассеты с радиографической пленкой и источника излучения. Контролируемая толщина материала участка ОК должна быть не менее 1/5 от общей просвечиваемой толщины, иначе вся полезная информация об участке ОК поглощается толщиной ОК, которая не должна контролироваться.

Основная часть. Существуют правила, которые выполняются перед проведением рентгенографического контроля. В сложившихся экономических условиях, используя мировую практику работ по НК, до начала проведения рентгенографического контроля между исполнителем работ и заказчиком должны быть согласованы следующие пункты (не противоречащие требованиям нормативной документации):

а) стадия производства, на которой производится контроль;
б) объём контроля;
в) участки ОК, которые необходимо проконтролировать;
г) состояние поверхности ОК;
д) класс контроля по ДСТУ EN 444 [3] или класс чувствительности по ГОСТ 7512-82 [4];
е) маркировка участков ОК и маркировка снимков;
ж) нормы оценки качества, если требуется – на каждый участок.

Перед проведением РНК необходимо провести тщательный визуальный осмотр контролируемого участка ОК и при наличии шлака, окалины, грязи и других загрязнений на поверхности его очищают. Также до проведения РНК при необходимости проводят НК поверхностными методами (капиллярный, магнитопорошковый, вихретоковый контроль).

Обнаруженные этими методами дефекты удаляют, так как их изображение на снимках может наложиться на изображение внутренних дефектов материала ОК.

ОК разбивают на участки контроля, которые маркируют для точной локализации каждого радиографического снимка, с тем чтобы после просвечивания можно было точно указать расположение выявленных внутренних дефектов. Эта маркировка должна сохраняться до принятия решения о пригодности или непригодности объекта к эксплуатации.

Если тип материала и (или) условия его эксплуатации не допускают нанесения устойчивой маркировки, то локализацию участков необходимо описывать при помощи точных эскизов.

Для максимальной эффективности процесса контроля и минимизации ошибок, до начала проведения работ необходимо составить технологическую карту на контроль ОК и/или на каждый участка ОК, если они отличаются по каким либо параметрам (геометрические размеры, требования качества, доступ к участку и т.д.).

Технологическая карта должна содержать следующие данные:

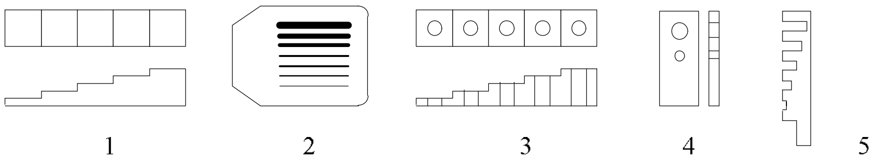
1. Параметры ОК (материал, геометрия, состояние поверхности, особенности изготовления и термообработки);
2. Условия контроля, нормы оценки качества;
3. Способ просвечивания, требования к качеству изображения (чувствительность или класс работ);
4. Схемы просвечивания, схема размещения пленок и зарядки кассет;
5. Система маркировки участков и снимков;
6. Параметры аппаратуры (тип, размер фокусного пятна, диаграмма направленности рабочего пучка ИИ);
7. Плёнка, экраны, фильтры и коллиматоры;
8. Параметры экспонирования (энергия ИИ, ток трубки, время, фокусное расстояние);
9. Тип (ручная/автоматическая) и параметры химико-фотографической обработки (тип реактивов, температура, время);
10. Любые отклонения от требований НД (по особому соглашению).

Маркировка радиографических снимков и выбор эталонов чувствительности

На каждый участок ОК, подвергаемый радиографическому контролю, необходимо прикрепить маркировочные знаки для однозначной идентификации участка. Изображение этих знаков должно просматриваться на снимках и, по возможности, быть за пределами зоны контроля.

Качество изображения каждого снимка необходимо подтвердить при помощи эталонов чувствительности. Эталоны чувствительности должны быть изготовлены из того же материала что и ОК или из материла близкого по поглощающей способности ионизирующего излучения к материалу ОК. Номер эталона (геометрические размеры) выбирают исходя из требуемой чувствительности, тип – исходя из информативности его изображения на снимке, удобства использования.

Эталоны чувствительности следует устанавливать в центре контролируемого участка со стороны, обращенной к источнику излучения. При контроле сварных соединений, проволочные эталоны (рис.1) следует устанавливать непосредственно на шов с направлением проволок поперек шва. Канавочные эталоны – на расстоянии не менее 5 мм от шва с направлением канавок поперек шва. Пластинчатые эталоны устанавливают вдоль шва на расстоянии не менее 5 мм от него или непосредственно на шов с направлением эталона поперек шва так, чтобы изображения маркировочных знаков эталона не накладывались на изображение шва на снимке. При контроле кольцевых швов трубопроводов с диаметром менее 100 мм допускается устанавливать канавочные эталоны на расстоянии не менее 5 мм от шва с направлением канавок вдоль шва. При невозможности установки эталонов со стороны источника излучения при контроле сварных соединений цилиндрических, сферических и других пустотелых изделий через две стенки с расшифровкой только прилегающего к пленке участка сварного соединения, а также при панорамном просвечивании допускается устанавливать эталоны чувствительности со стороны кассеты с пленкой. При контроле кольцевых сварных соединений цилиндрических, сферических пустотелых изделий большого диаметра изнутри за одну экспозицию допускается устанавливать один эталон чувствительности на каждую четверть окружности сварного шва.



1 – ступенчатого типа; 2 – проволочного; 3 – супенчато-дырчатого; 4 – пластинчатого; 5 – канавочного.

Рис. 1. Эталоны чувствительности для радиографического контроля

Выбор пленочной системы и усиливающих экранов

Выбор пленки в радиографии является очень важным, ведь от этого напрямую зависит качество полученной радиограммы. Для радиографического метода НК должны использоваться классы пленочных систем согласно ДСТУ EN 584-1-2001 [5].

Выбор пленочной системы, тип и толщина усиливающих экранов зависит от следующих факторов:

1. Типа используемого источника излучения (гамма или рентгеновского);

2. Энергии ионизирующего излучения в электрон-вольтах, генерируемой источником;

3. Материала ОК;

4. Требуемой чувствительности или класса работ.

Как рекомендацию к действию, можно использовать требования ДСТУ EN 444:2005 [3] или, для выбора толщин свинцовых усиливающих экранов, требования ГОСТ 7512-82 [4].

Таблица

Классы пленочных систем согласно ДСТУ EN 584-1-2001

Класс	Тип зернистости	Качество снимка	Тип чувствительности
С1; С2	Очень мелкозернистая	Очень высокая	Очень низкая
С3; С4	Мелкозернистая	Высокая	Низкая
С5	Средняя	Средняя	Средняя
С6	Крупнозернистая	Низкая	Высокая

Во время экспонирования необходимо обеспечить плотное прилегание усиливающих экранов к пленке, этого можно достичь используя пленки в вакуумной упаковке или их плотным прижатием.

Пленочные системы экранного типа класса С6 по классификации ДСТУ EN 584-1-2001 [5], используемые с флуоресцентными или металло-флуоресцентными экранами, рекомендуется использовать с целью уменьшения времени экспонирования, что приводит к снижению риска облучения персонала и уменьшению времени наработки оборудования, что особенно важно при использовании импульсных рентгеновских аппаратов. Следует иметь ввиду, что использование пленочных систем класса С6 с соответствующими экранами приводит к довольно значительному ухудшению качества изображения.

Схемы просвечивания

Важнейшей составляющей проведения качественного радиографического контроля является правильный выбор схемы просвечивания. Схемы и направления излучения должны быть предусмотрены технической документацией на контроль. При выборе схемы и направления излучения необходимо придерживаться следующих правил:

1. Центральный луч пучка ИИ направлять в центр контролируемого участка ОК;

2. Угол между направлением излучения и нормалью к радиографической пленке в пределах контролируемого за одну экспозицию участка должен быть минимальным и в любом случае не превышать 45°;

3. Расстояние от контролируемого участка до радиографической пленки должно быть минимальным и в любом случае не превышать 150 мм.

4. Основные схемы просвечивания сварных соединений и основного металла приведены в ДСТУ EN 1435:2005 [6] и ДСТУ EN 12681:2005 [7], соответственно.

Выбор параметров РНК

В зависимости от геометрических размеров контролируемого изделия, его атомного номера и плотности производится выбор таких параметров как:

1. Энергия рентгеновского излучения (напряжение на трубке) или тип радиоактивного источника излучения;
2. Схема зарядки кассет (с усиливающими экранами или без них);
3. Толщина защитных свинцовых экранов (от рассеянного, обратного и/или бокового излучения);
4. Фокусное расстояние (расстояние от источника ИИ до обращенной к источнику поверхности ОК);
5. Материал и геометрические размеры диафрагм, коллиматоров, фильтров, компенсаторов при необходимости их использования.

Эти параметры должны быть подобраны таким образом, чтобы добиться требуемой чувствительность контроля, соответствующей оптической плотности и допустимого перепада оптических плотностей на одном радиографическом снимке, минимальной геометрической нерезкости изображения на снимке.

Энергетические параметры экспозиции (анодное напряжение, ток трубки, время просвечивания) выбирают по номограммам (рис. 2) для конкретного рентгеновского или гамма аппарата с учётом атомного номера, плотности материала ОК и просвечиваемой толщины. При этом для получения качественных снимков необходимо придерживаться требований по выбору максимально допустимой энергии ИИ, изложенных в таблицах ГОСТ 20426-82 [8] или графиках ДСТУ EN 444:2005 [3].

В случае если используемая номограмма рассчитана для материала, который не соответствует материалу ОК, можно использовать коэффициенты радиографической эквивалентности, приведенные в справочной литературе.

При отличии расстояния источник-пленка от приведенного на номограмме, для получения необходимой оптической плотности параметры экспозиции (ток трубки, время просвечивания) можно рассчитать по закону «обратных квадратов»:

$$\Phi_1 = \Phi_2 \frac{F_1^2}{F_2^2}, \qquad (1)$$

где F_1 – расстояние источник-пленка, для которого построена номограмма;

F_2 – расстояние источник-пленка, необходимое при работе;

Φ_1 и Φ_2 – параметры экспозиции для фокусных расстояниях F_1, F_2 соответственно.

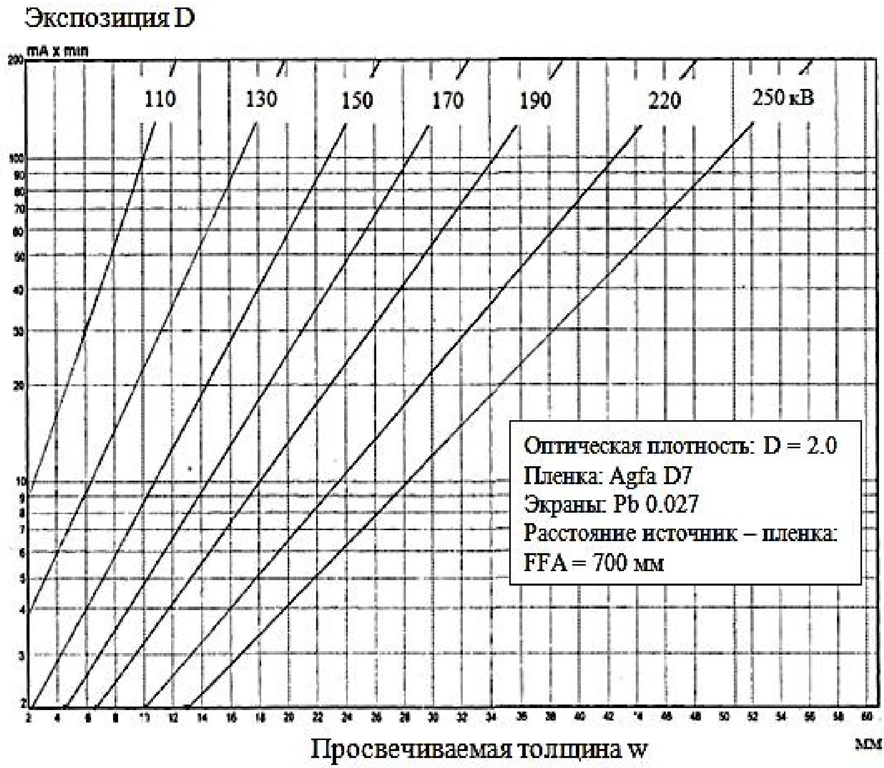


Рис. 2. Номограмма экспозиций по стали для РАП 150/300

Установка кассет с пленкой

Кассеты для зарядки пленки должны быть светонепроницаемыми и обеспечивать плотный прижим усиливающих экранов к пленке. Выбранную пленку заряжают в кассету, после чего кассету крепят на контролируемом участке изделия, а со стороны источника излучения устанавливают эталон чувствительности и маркировочные знаки. В тех случаях, когда невозможно так установить эталоны и маркировку, например при просвечивании труб через две стенки, разрешается располагать их со стороны детектора (кассеты с пленкой).

Если для контроля участка используется две или более кассеты с пленкой, их необходимо накладывать с перекрытием как минимум 20 мм. Длина каждого снимка должна обеспечивать перекрытие изображений смежных участков контролируемого объекта.

После завершения всех описанных пунктов проводится просвечивание ОК и далее – химико-фотографическую обработку пленки для получения рентгенограмм.

Химико-фотографическая обработка пленки

Химико-фотографическую обработку пленок нужно проводить в специально оборудованном помещении – фотолаборатории, при этом строго соблюдать рекомендации по обработке производителя плёнки и химреактивов, а в случае автоматической обработки – соблюдать требования инструкции по эксплуатации на процессор для обработки пленки. Необходимо помнить, что ошибки, допущенные при фотообработке, могут сделать непригодной для дальнейшей расшифровки хорошо проэкспонированную пленку.

Расшифровка снимков

Просмотр и дешифровку снимков следует производить после их полного высыхания в затемненном помещении с применением специальных осветителей – негатоскопов.

Условно процесс дешифровки можно разделить на три этапа:

1. Общая оценка качества радиографического изображения, включающая в себя определение следующих параметров снимка: оптической плотности, чувствительности, содержит ли снимок изображение маркировочных знаков, нет ли на снимке артефактов – пятен, полос, повреждений эмульсионного слоя и т.д.;
2. Обнаружение и распознание дефектов материала ОК для чего рекомендуется использовать просмотровые лупы;
3. Измерение и оценка обнаруженных дефектов для чего рекомендуется использовать измерительные лупы, трафареты, шаблоны, линейки, комплекты таблиц допустимости дефектов, а также денситометр для измерения размеров дефектов в направлении просвечивания (глубины).

Следует отметить, что процесс расшифровки в некоторой степени является субъективным, т.е. зависит от психо-физических качеств оператора: опыт, острота зрения, тренированность, мотивировка действий, возраст, интеллект и т.д. Даже при самых лучших условиях расшифровки опытными квалифицированными расшифровщиками, сходимость результатов достигает не более 90%. Поэтому, когда качество изготовления изделий является важным фактором безопасности, расшифровку одного и того же снимка и оценку качества должны проводить как минимум два специалиста, особенно если это касается очень ответственных работ.

На рис. 3 представлены радиографические снимки образца № 2 – труба с внешним диаметром 25 мм и толщиной стенки 3,5 мм, имеет стыковое кольцевое сварное соединение.

Оформление результатов контроля

Результаты радиографического контроля должны оформляться документально, при этом возможно использование как стандартной формы записи результатов, так и специально разработанной формы для данного объекта контроля. В любом случае, документальное оформление должно давать полную и точную картину об объекте – его качестве, применяемой аппаратуре, схеме и параметрах контроля, характеристиках и месторасположение обнаруженных в ОК дефектах.

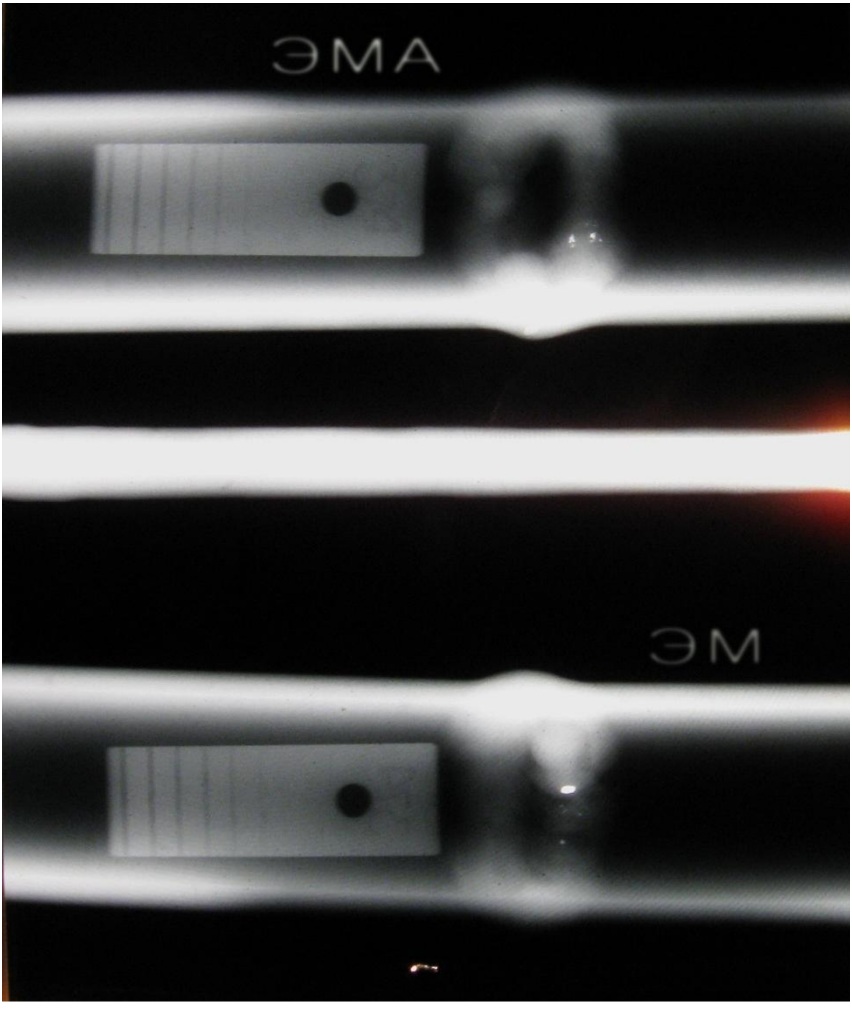


Рис. 3. Радиографические снимки образца №2: ЭМА и ЭМ

Документ (протокол или заключение) по результатам РНК должен содержать как минимум следующие данные:

1. Название организации и подразделений, выполнявших контроль;

2. Объект контроля и его параметры (материал, геометрия, состояние поверхности, особенности изготовления и термообработки);

3. Условия контроля, нормы оценки качества;

4. Способ просвечивания, требования к качеству изображения (чувствительность или класс работ);

5. Схемы просвечивания, схема размещения пленок, схема зарядки кассет;

6. Система маркировки участков и снимков;

7. Параметры аппаратуры (тип, размер фокусного пятна, диаграмма направленности рабочего пучка ИИ);

8. Плёнка, экраны, фильтры и коллиматоры;

9. Параметры экспонирования (энергия ИИ, ток трубки, время, фокусное расстояние);

10. Тип (ручная/автоматическая) и параметры химико-фотографической обработки (тип реактивов, температура, время);

11. Результаты контроля, включающие информацию об оптической плотности и чувствительности каждого снимка;

12. Любые отклонения от требований НД (по особому соглашению);

13. Ф.И.О., номер сертификата и подпись ответственного лица/лиц;

14. Дата проведения работ и выдачи документа по результатам контроля.

Вывод. Подробно описаны операции технологии проведения контроля рентгенографическим методом, что позволяет повысить его чувствительность, а также сделать наиболее экономически выгодным. Для удовлетворения растущих и изменяющихся запросов промышленности, радиография постоянно развивается. В результате исследований и разработок появляются новые источники излучения, легкое и более мощное портативное рентгеновское оборудование, новые рентгеновские пленки и автоматические процессоры для их разработки и расшифровки, а также появляются улучшенные или специализированные методы радиографии, благодаря чему расширяется сфера применения радиографии в современной промышленности.

Список литературы: 1. Неразрушающий контроль. В 5 кн. Кн. 4. Контроль излучениями: Практ. пособие / Под ред. *В.В. Сухорукова*. – М.: Высш. шк., 1992. – 321 с. **2.** Рентгенотехника: Справочник. В 2-х кн. Кн. 2 / Под общ. Ред. *В.В. Клюева*. – М.: Машиностроение, 1992. – 368 с. **3.** ДСТУ EN 444:2005 Неразрушающий контроль. Основные принципы радиографического метода контроля металлов рентгеновских и гамма-излучения (EN 444:1994, IDT). **4.** ГОСТ 7512-82. Контроль неразрушающий. Соединения сварные. Радиографический метод. **5.** ДСТУ EN 584-1-2001 Неразрушающий контроль. Промышленная радиографическая пленка. Часть 1. Классификация пленочных систем для промышленной радиографии (EN 584-1:1994, IDT). **6.** ДСТУ EN 1435:2005 Неразрушающий контроль сварных соединений. Контроль сварных соединений, выполненных плавленням, радиографичний (EN 1435:1997, IDT). **7.** ДСТУ EN 12681:2005 Литье. Контроль радиографический (EN 12681:2003, IDT). **8.** ГОСТ 20426-82 Контроль неразрушающий. Методы дефектоскопии радиационные. Область применения.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 534.213:534.24

О. Н. ПЕТРИЩЕВ докт. техн. наук, проф., НТУУ «КПИ», Киев;
М. И. РОМАНЮК, аспирант НТУУ «КПИ», Киев;
Г. М. СУЧКОВ докт. техн. наук, проф, НТУ «ХПИ», Харьков

ВОЗБУЖДЕНИЕ РАДИАЛЬНО РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВОЛН ЛЭМБА НЕОСЕСИММЕТРИЧНЫМИ НАГРУЗКАМИ В КОНЕЧНОЙ ОБЛАСТИ ПЛАСТИНЫ

С помощью интегральных преобразований Ханкеля решена задача о возбуждении волн Лэмба системой внешних нагрузок, которые существуют в объеме и на поверхности ограниченной области бесконечной пластины.

За допомогою інтегральних перетворень Ханкеля вирішена задача про збудження хвиль Лемба системою зовнішніх навантажень, які існують в об’ємі і на поверхні обмеженої області нескінченної пластини.

With the help of the Hankel integral transforms the problem of Lamb waves excitation by system of external loads that exist in the volume and surface bounded area by an infinite plate was solved. Reliability of the solutions was proven.

Введение. Исследование закономерностей процесса возбуждения радиально распространяющихся волн Лэмба мотивируется достаточно широким кругом обстоятельств.

Во-первых, это проблема эффективной генерации волн Лэмба с наперед обусловленными характеристиками в заданном диапазоне частот. Позитивное решение этой проблемы является необходимым и достаточным условием для существенного повышения уровня достоверности и надежности результатов ультразвуковых дефектологических исследований листового металлопроката. Помимо этого появляются предпосылки для рационального конструирования ультразвуковых преобразователей, которые обладают необходимой эффективностью в режиме излучения и чувствительностью в режиме приема упругих волн.

Во-вторых, понимание закономерностей возбуждения волн Лэмба внешними силами, распределенными в некотором объеме пластины, дает возможность адекватно интерпретировать результаты мониторинга шумов акустической эмиссии и регистрации отраженных от различного рода структурных неоднородностей ультразвуковых сигналов.

В-третьих, понимание качественных и количественных характеристик процесса возбуждения волн Лэмба формируют теоретическую основу алгоритмов обработки результатов экспериментальных исследований физико-механических параметров материалов с помощью ультразвуковых методов неразрушающего контроля.

Изучение закономерностей процесса возбуждения волн Лэмба создает предпосылки для решения весьма актуальной в ультразвуковой технике проблемы влияния измерительного прибора, т. е. ультразвукового тракта, на параметры регистрируемых сигналов, т. е. на результаты измерений.

Благодаря успехам разработчиков электронных приборов (корпорация International Rectifier (США) серийно выпускает биполярные транзисторы с изолированным затвором (IGBT – транзисторы), которые способны коммутировать токи до 5000 ампер с частотой переключения до 300 кГц), в последнее время существенно возрос интерес к бесконтактному (электромагнитному) способу возбуждения и приема ультразвуковых волн в металлах [1]. Электромагнитный способ возбуждения упругих волн используется в ультразвуковых приборах неразрушающего контроля металлических изделий [2 – 5] и неразрушающих испытаний материалов [6, 7], в ультразвуковых магнитострикционных волноводных линиях задержки [8], в лабораторных установках для выполнения экспериментальных исследований закономерностей распространения упругих волн в твердых телах (см., например, фундаментальную статью Дж. Земанека [9]).

В работах [10 – 11] показано, что характеристики ультразвуковых гармонических волн, которые существуют за пределами области нагружения и которые возбуждаются контактным или бесконтактным (электромагнитным) способом, могут быть получены в результате решения следующей неоднородной граничной задачи, которая в терминах амплитуд гармонически изменяющихся во времени по закону $e^{i\omega t}$ характеристик физических полей записывается в следующем виде:

$$(\lambda + 2G)\,\mathrm{graddiv}\,\vec{u} - G\,\mathrm{rotrot}\,\vec{u} + \rho_0\omega^2\vec{u} - f^* = 0 \quad \forall x_k \in V\,, \tag{1}$$

$$n_i\left(2G\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk} - \sigma_{ij}^*\right) = 0 \,\forall x_k \in S\,, \tag{2}$$

где λ и G – константы Ламе; $\vec{u}$ - вектор смещения материальных частиц; ρ_0 – плотность металла; ω - частота смены знака внешних нагрузок f^* и σ_{ij}^*; n_i - i-ый компонент вектора внешней нормали к поверхности S, которая ограничивает исследуемый объем V металлического образца; ε_{ij} - компоненты тензора бесконечно малых деформаций, причем ε_{kk} - линейный инвариант тензора деформаций; δ_{ij} - символ Кронекера. В качестве объемных нагрузок выступают либо силы Лоренца, либо (в случае ферромагнитных металлов) линейные комбинации градиентов вектора напряженности переменного магнитного поля, которое создается сторонними токами. Поверхностные плотности внешних сил формируются компонентами тензора Максвелла [12] или, в случае ферромагнетиков, компонентами вектора напряженности переменного магнитного поля. Общее решение граничной задачи (1) – (2) при $f^* = 0$ и $\sigma_{ij}^* \neq 0$ будет, очевидно, моделировать контактный способ возбуждения ультразвуковых волн.

Таким образом, граничная задача (1) – (2) является универсальной математической моделью процесса возбуждения ультразвуковых волн внешними силами, которые изменяются во времени по гармоническому закону $e^{i\omega t}$. В настоящей статье излагается методика и результаты решения этой задачи.

Возбуждение радиально распространяющихся волн Лэмба системой объемных и поверхностных нагрузок

Первая попытка решения задачи (1) – (2) для пространственно-развитых волн Лэмба зафиксирована в работе [13]. Много позже, в 1985 г., Свиридов Ю.Б. опубликовал работу [14], в которой он, манипулируя теоремами Бетти [15], построил формальные решения для компонентов тензора Грина. К сожалению, в работах [13, 14] не представлены расчетные соотношения, которые можно использовать в качестве базовых при построении математических моделей процессов контактного и бесконтактного (электромагнитного и лазерного) возбуждения радиально распространяющихся волн Лэмба.

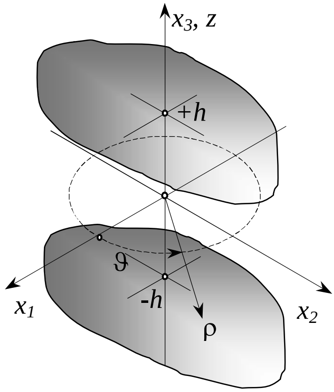


Рис. 1. Декартова и цилиндрическая системы координат

Для эффективного решения задачи (1) – (2) необходимо иметь в своем распоряжении соотношения, которые определяют свободные колебания материальных частиц пластины (нормальные волны), т. е. собственные функции (общие решения) задачи (1) – (2) при $f^* = 0$ и $\sigma_{ij}^* = 0$ Полученная таким образом однородная граничная задача без особых проблем решается с помощью скалярного и векторного потенциалов [16]. Если ввести цилиндрическую систему координат, начало которой располагается в срединной плоскости изотропной пластины (рис. 1), то, следуя логике работы [17], получаем следующие соотношения для расчета компонентов вектора смещения материальных частиц:

$$u_\rho^{(Am)}(\rho,\vartheta,z) = U_\rho^A(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} B_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho) - H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_\vartheta^{(Am)}(\rho,\vartheta,z) = -U_\rho^A(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} B_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho) + H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_z^{(Am)}(\rho,\vartheta,z) = 2U_z^A(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} B_n^*(\gamma_m)H_n^{(2)}(\gamma_m\rho)\begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где m – номер нормальной волны, антисимметричной (символ A)

относительно срединной плоскости $z=0$ пластины; $U_\beta^A(z,\gamma_m)$ $(\beta=\rho,z)$ - собственные функции однородной граничной задачи (1) – (2), причем

$$U_\rho^A(z,\gamma_m)=\gamma_m\left[\sin\alpha_m z+\frac{2\alpha_m\beta_m\cos\alpha_m h}{\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)\cos\beta_m h}\sin\beta_m z\right],$$

$$U_z^A(z,\gamma_m)=\alpha_m\left[\cos\alpha_m z-\frac{2\gamma_m^2\cos\alpha_m h}{\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)\cos\beta_m h}\cos\beta_m z\right], \qquad (4)$$

α_m, β_m и γ_m - волновые числа, которые удовлетворяют трансцендентному уравнению

$$\Delta_A(\gamma_m)=4\gamma_m^2\alpha_m\beta_m\sin\beta_m h\cos\alpha_m h+\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)^2\cos\beta_m h\sin\alpha_m h=0\,. \qquad (5)$$

Волновые числа α, β и γ имеют смысл проекций волновых векторов невзаимодействующих волн сжатия-растяжения и сдвига, т. е. $\alpha_m^2+\gamma_m^2=k_\ell^2$ и $\beta_m^2+\gamma_m^2=k_s^2$, где $k_\ell^2=\omega^2\rho_0/(\lambda+2G)$ и $k_s^2=\omega^2\rho_0/G$; $H_\nu^{(2)}(\gamma_m\rho)$ - функции Ханкеля второго рода. Выбор функций Ханкеля обусловлен принятой зависимостью от времени $e^{i\omega t}$. Константа $B_n^*(\gamma_m)$ имеет смысл амплитудного множителя m-ой антисимметричной волны Лэмба и определяется в результате решения граничной задачи (1) – (2). Корни уравнения (5), которое имеет смысл условия существования антисимметричной волны Лэмба на данной частоте ω, т. е. волновые числа γ_m, полностью определяют основные кинематические характеристики нормальной волны.

Рис. 2. Кинематические характеристики антисимметричных (а) и симметричных (б) волн Лэмба

На рис. 2,*а* показаны графики ветвей решений уравнения (5) (правая полуплоскость рис. 2,*а*) и нормированные на величину $v_s = \sqrt{G/\rho_0}$ (скорость волн сдвига) фазовых v_f (штриховые кривые) и групповых v_g (сплошные кривые) скоростей (левая полуплоскость рис. 2,*а*). По оси ординат на рис. 2 откладывается безразмерная частота $\Omega = 2k_s h/\pi$, а по оси абсцисс, в правой полуплоскости рисунка – безразмерное волновое число $\zeta = 2h\gamma/\pi$. Тонкими штриховыми линиями в правой полуплоскости рис. 2,*а* показаны зависимости $\zeta = \Omega$ (эта прямая обозначена малой латинской буквой s) и $\zeta = \Omega\sqrt{\xi}$ (прямая выделена символом ℓ), где $\xi = (1-2\nu)/[2(1-\nu)]$, ν - коэффициент Пуассона. Прямые ℓ и s определяют волновые числа невзаимодействующих продольных и сдвиговых волн. Номера нормальных волн проставлены возле кривых курсивом.

Для симметричных относительно срединной плоскости пластины (символ S) волн Лэмба имеем расчетные соотношения следующего вида:

$$u_\rho^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = U_\rho^S(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho) - H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_\vartheta^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = -U_\rho^S(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho) + H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_z^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = 2U_z^S(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m) H_n^{(2)}(\gamma_m\rho)\begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$U_\rho^S(z,\gamma_m) = \gamma_m\left[\cos\alpha_m z + \frac{2\alpha_m\beta_m \sin\alpha_m h}{(\gamma_m^2 - \beta_m^2)\sin\beta_m h}\cos\beta_m z\right],$$

$$U_z^S(z,\gamma_m) = -\alpha_m\left[\sin\alpha_m z - \frac{2\gamma_m^2 \sin\alpha_m h}{(\gamma_m^2 - \beta_m^2)\sin\beta_m h}\sin\beta_m z\right], \quad (7)$$

$A_n^*(\gamma_m)$ - амплитудный множитель, определяемый в результате решения граничной задачи (1) – (2); волновые числа α_m, β_m и γ_m удовлетворяют трансцендентному уравнению:

$$\Delta_S(\gamma_m) = (\gamma_m^2 - \beta_m^2)^2 \sin\beta_m h \cos\alpha_m h + 4\gamma_m^2\alpha_m\beta_m \cos\beta_m h \sin\alpha_m h = 0. \quad (8)$$

Безразмерные волновые числа $\zeta = 2h\gamma/\pi$ и нормированные на величину v_s фазовые и групповые скорости симметричных волн Лэмба показаны на рис. 2,*б*.

Граничная задача (1) – (2) в цилиндрической системе координат (ρ,ϑ,z) (рис. 1) записывается следующим образом:

$$R(U_\rho)+R(U_\vartheta)+R(U_z)=f_\rho^{(n)}(\rho,z)/G \qquad (9)$$

$$T(U_\rho)+T(U_\vartheta)+T(U_z)=f_\vartheta^{(n)}(\rho,z)/G\,, \qquad (10)$$

$$Z(U_\rho)+Z(U_\vartheta)+Z(U_z)=f_z^{(n)}(\rho,z)/G\,, \qquad (11)$$

$$\left(U_{\rho,z}+U_{z,\rho}\right)\Big|_{z=\pm h}=\sigma_{z\rho}^{(n)}(\rho,\pm h)/G\,, \qquad (12)$$

$$\left(U_{\vartheta,z}-nU_z/\rho\right)\Big|_{z=\pm h}=\sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\rho,\pm h)/G\,, \qquad (13)$$

$$\left[\frac{k_s^2}{k_\ell^2}U_{z,z}+\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-2\right)\left(U_{\rho,\rho}+U_\rho/\rho+nU_\vartheta/\rho\right)\right]\Bigg|_{z=\pm h}=\sigma_{zz}^{(n)}(\rho,\pm h)/G\,. \qquad (14)$$

При записи соотношений (9) – (14) приняты следующие обозначения:

$$u_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ z\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\vartheta,z)=U_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ z\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,z)\begin{pmatrix}-\sin(n\vartheta)\\ \cos(n\vartheta)\end{pmatrix};\; u_\vartheta(\rho,\vartheta,z)=U_\vartheta(\rho,z)\begin{pmatrix}\cos(n\vartheta)\\ \sin(n\vartheta)\end{pmatrix};$$

$$\left\{\begin{matrix}f^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ z\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,z)\\ \sigma^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}z\rho\\ zz\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\pm h)\end{matrix}\right\}=\frac{1}{q\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\begin{matrix}f^{*}_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ z\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\vartheta,z)\\ \sigma^{*}_{\left\{\begin{smallmatrix}z\rho\\ zz\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\vartheta,\pm h)\end{matrix}\right\}\begin{pmatrix}-\sin(n\vartheta)\\ \cos(n\vartheta)\end{pmatrix}d\vartheta\,; \qquad q=\begin{cases}2 \text{ при } n=0,\\ 1\forall n\ge 1;\end{cases}$$

$$\left\{\begin{matrix}f_\vartheta^{(n)}(\rho,z)\\ \sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\rho,\pm h)\end{matrix}\right\}=\frac{1}{q\pi}\int_0^{2\pi}\left\{\begin{matrix}f_\vartheta^{*}(\rho,\vartheta,z)\\ \sigma_{z\vartheta}^{*}(\rho,\vartheta,\pm h)\end{matrix}\right\}\begin{pmatrix}\cos(n\vartheta)\\ \sin(n\vartheta)\end{pmatrix}d\vartheta\,;$$

запятая между индексами означает операцию дифференцирования выражения, записанного до запятой, по координате, символ которой поставлен после запятой;

$$R(U_\rho)=\frac{k_s^2}{k_\ell^2}\left(U_{\rho,\rho\rho}+\frac{U_{\rho,\rho}}{\rho}-\frac{U_\rho}{\rho^2}\right)-\frac{n^2}{\rho^2}U_\rho+U_{\rho,zz}+k_s^2U_\rho\,;$$

$$R(U_\vartheta)=\frac{k_s^2}{k_\ell^2}\left(-\frac{n}{\rho^2}U_\vartheta+\frac{n}{\rho}U_{\vartheta,\rho}\right)-\left(\frac{n}{\rho^2}U_\vartheta+\frac{n}{\rho}U_{\vartheta,\rho}\right);$$

$$R(U_z)=\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)U_{z,\rho z}\,;$$

$$T(U_\rho)=-\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}+1\right)\left(\frac{n}{\rho}U_{\rho,\rho}+\frac{n}{\rho^2}U_\rho\right)+\frac{2n}{\rho}U_{\rho,\rho}\,;\; T(U_z)=-\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)\frac{n}{\rho}U_{z,z}\,;$$

$$T(U_\vartheta)=U_{\vartheta,\rho\rho}+\frac{1}{\rho}U_{\vartheta,\rho}-\frac{1}{\rho^2}U_\vartheta+U_{\vartheta,zz}-\frac{k_s^2}{k_\ell^2}\frac{n^2}{\rho^2}U_\vartheta+k_s^2U_\vartheta;$$

$$Z(U_\rho)=\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)\left(U_{\rho,\rho z}+\frac{U_{\rho,z}}{\rho}\right);$$

$$Z(U_\vartheta)=\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)\frac{n}{\rho}U_{\vartheta,z};$$

$$Z(U_z)=U_{z,\rho\rho}+\frac{1}{\rho}U_{z,\rho}-\frac{n^2}{\rho^2}U_z+\frac{k_s^2}{k_\ell^2}U_{z,zz}+k_s^2U_z.$$

Систему дифференциальных уравнений в частных производных (9) – (11) будем решать с помощью интегрального преобразования Ханкеля [18]. Введем прямое и обратное преобразование Ханкеля для компонента $U_z(\rho,z)$ следующими соотношениями:

$$U_z(\gamma,z)=\int_0^\infty \rho U_z(\rho,z)J_n(\gamma\rho)d\rho, \qquad (15)$$

$$U_z(\rho,z)=\int_0^\infty \gamma U_z(\gamma,z)J_n(\gamma\rho)d\gamma, \qquad (16)$$

где $J_n(\gamma\rho)$ - функция Бесселя порядка n; γ - параметр интегрального преобразования, имеющий размерность волнового числа.

Воздействуя преобразованием (15) на левую и правую части уравнения (11), приводим его к следующему виду:

$$\frac{k_s^2}{k_\ell^2}\frac{d^2U_z(\gamma,z)}{dz^2}+\beta^2U_z(\gamma,z)+\gamma\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)\frac{dU_0(\gamma,z)}{dz}=f_z^{(n)}(\gamma,z)/G, \qquad (17)$$

где $\beta^2=k_s^2-\gamma^2$; $U_0(\gamma,z)=U_\vartheta(\gamma,z)-U_\rho(\gamma,z)$;

$$U_\rho(\gamma,z)=\frac{1}{2}\int_0^\infty \rho U_\rho(\rho,z)[J_{n-1}(\gamma\rho)-J_{n+1}(\gamma\rho)]d\rho, \qquad (18)$$

$$U_\vartheta(\gamma,z)=\frac{1}{2}\int_0^\infty \rho U_\vartheta(\rho,z)[J_{n-1}(\gamma\rho)+J_{n+1}(\gamma\rho)]d\rho, \qquad (19)$$

$$f_z^{(n)}(\gamma,z)=\int_0^\infty \rho f_z^{(n)}(\rho,z)J_n(\gamma\rho)d\rho. \qquad (20)$$

Очевидно, что интегральным образам $U_\rho(\gamma,z)$ и $U_\vartheta(\gamma,z)$, полученных линейной комбинацией прямых интегральных преобразований Ханкеля, можно поставить в соответствие оригиналы, т. е.

$$U_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ \vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,z)=\frac{1}{2}\int\limits_0^\infty \gamma U_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ \vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\gamma,z)\left[J_{n-1}(\gamma\rho)\mp J_{n+1}(\gamma\rho)\right]d\gamma\,. \tag{21}$$

Воздействуя преобразованием (15) на левую и правую части граничного условия (14), получаем

$$\left.\left[\frac{k_s^2}{k_\ell^2}\frac{dU_z(\gamma,z)}{dz}+\gamma\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-2\right)U_0(\gamma,z)\right]\right|_{z=\pm h}=\sigma_{zz}^{(n)}(\gamma,\pm h)/G\,. \tag{22}$$

Конструкция соотношений (17) и (22) содержит один и тот же элемент $U_0(\gamma,z)$ и это является фактически прямым указанием на порядок выполнения дальнейших вычислений. Воздействуем интегральным преобразованием (18) на левые и правые части соотношений (9) и (12). Воздействуем интегральным преобразованием (19) на левые и правые части уравнений (10) и (13). Из трансформированных уравнений (10) и (13) вычтем результаты преобразований уравнений (9) и (12). После выполнения этих вычислений получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2U_0(\gamma,z)}{dz^2}+\alpha^2\frac{k_s^2}{k_\ell^2}U_0(\gamma,z)-\gamma\left(\frac{k_s^2}{k_\ell^2}-1\right)\frac{dU_z(\gamma,z)}{dz}=f_0^{(n)}(\gamma,z)/G \tag{23}$$

и обеспечивающее единственность его решения граничное условие

$$\left.\left[\frac{dU_0(\gamma,z)}{dz}-\gamma U_z(\gamma,z)\right]\right|_{z=\pm h}=\sigma_0^{(n)}(\gamma,\pm h)/G\,. \tag{24}$$

При записи выражений (23) и (24) приняты следующие обозначения:

$$\alpha^2=k_\ell^2-\gamma^2\,;\ \ f_0^{(n)}(\gamma,z)=f_\vartheta^{(n)}(\gamma,z)-f_\rho^{(n)}(\gamma,z)\,;$$

$$\sigma_0^{(n)}(\gamma,\pm h)=\sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\gamma,\pm h)-\sigma_{z\rho}^{(n)}(\gamma,\pm h)\,;$$

$$\left\{\begin{matrix} f^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ \vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\gamma,z)\\ \sigma^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}z\rho\\ z\vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\gamma,\pm h)\end{matrix}\right\}=\int\limits_0^\infty \rho\left\{\begin{matrix} f^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}\rho\\ \vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,z)\\ \sigma^{(n)}_{\left\{\begin{smallmatrix}z\rho\\ z\vartheta\end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\pm h)\end{matrix}\right\}\left[J_{n-1}(\gamma\rho)\mp J_{n+1}(\gamma\rho)\right]d\rho\,.$$

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (17). (23) выполняется по стандартной процедуре варьируемых множителей Лагранжа. Входящие в состав общих решений константы определяются из четырех граничных условий (22) и (24). При выполнении обратных интегральных преобразований было установлено, что соотношения для расчета одной группы констант содержат в себе особенности типа простых полюсов при значениях параметра интегрального преобразования γ равных волновым числам распространяющихся на данной частоте симметричных волн Лэмба. Для второй группы констант в расчетных соотношениях содержатся простые полюса при значении параметра γ равных волновым числам распространяющихся антисимметричных волн Лэмба. После определения вычетов в точках $\gamma = \gamma_m$ необходимо принять во внимание, что функция Бесселя $J_\nu(\gamma_m \rho) = \left[H_\nu^{(1)}(\gamma_m \rho) + H_\nu^{(2)}(\gamma_m \rho)\right]/2$, т. е. представляет собой комбинацию цилиндрических волн приходящих из бесконечности (функция Ханкеля $H_\nu^{(1)}(\gamma_m \rho)$) и уходящих от источника – функция Ханкеля $H_\nu^{(2)}(\gamma_m \rho)$. Отбрасывая не соответствующие физическому смыслу решаемой задачи функции Ханкеля первого рода, можно записать следующие общее решение граничной задачи (1) – (2) в следующем виде:

$$u_\beta(\rho,\vartheta,z) = \sum_{m=1}^{M_{SL}} u_\beta^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) + \sum_{m=1}^{M_{AL}} u_\beta^{(Am)}(\rho,\vartheta,z), \ (\beta \Leftrightarrow \rho,\vartheta,z),$$

где M_{SL} и M_{AL} - число распространяющихся на данной частоте симметричных и антисимметричных волн Лэмба соответственно; $u_\beta^{\left\{\begin{smallmatrix} Sm \\ Am \end{smallmatrix}\right\}}(\rho,\vartheta,z)$ - компонент вектора смещения в m-ой распространяющейся симметричной (Sm) и антисимметричной (Am) волне Лэмба. Расчет модальных составляющих $u_\beta^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z)$ и $u_\beta^{(Am)}(\rho,\vartheta,z)$ волнового поля выполняется по следующим формулам:

а) симметричные волны Лэмба:

$$u_\rho^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = \frac{1}{4} U_\rho^S(z,\gamma_m) \sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m) \left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m \rho) - H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m \rho)\right] \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_\vartheta^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = -\frac{1}{4} U_\rho^S(z,\gamma_m) \sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m) \left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m \rho) + H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m \rho)\right] \begin{pmatrix} \cos(n\vartheta) \\ \sin(n\vartheta) \end{pmatrix},$$

$$u_z^{(Sm)}(\rho,\vartheta,z) = \frac{1}{2} U_z^S(z,\gamma_m) \sum_{n=0}^{\infty} A_n^*(\gamma_m) H_n^{(2)}(\gamma_m \rho) \begin{pmatrix} -\sin(n\vartheta) \\ \cos(n\vartheta) \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где

$$A_n^*(\gamma_m) = \frac{\pi i}{2G\Delta_S'(\chi_m)} \left\{ -\frac{\left(\gamma_m^2 - \beta_m^2\right)^2 \sin\beta_m h}{k_s^2 \alpha_m \sin\alpha_m h} \int_{-h}^{h} \mathbf{f}^{(n)}(\gamma_m, z) \cdot \mathbf{U}^S(z,\gamma_m) dz + \right.$$

$$+ 2\gamma_m \beta_m \left[\sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\gamma_m, h) - \right.$$

$$\left. - \sigma_{z\rho}^{(n)}(\gamma_m, h) - \sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\gamma_m, -h) + \sigma_{z\rho}^{(n)}(\gamma_m, -h)\right] \cos\beta_m h + \left(\gamma_m^2 - \beta_m^2\right) \times$$

$$\left. \times \left[\sigma_{zz}^{(n)}(\gamma_m, h) + \sigma_{zz}^{(n)}(\gamma_m, -h)\right] \sin\beta_m h \right\} \quad (26)$$

$\chi_m \equiv \gamma_m^2$; $\Delta_S'(\chi_m) = d\Delta_S(\gamma_m)/d\chi_m$; величина $\Delta_S(\gamma_m)$ определена выражением (8);

б) антисимметричные волны Лэмба:

$$u_{\rho}^{(Am)}(\rho,\vartheta,z)=\frac{1}{4}U_{\rho}^{A}(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty}B_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho)-H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix}-\sin(n\vartheta)\\ \cos(n\vartheta)\end{pmatrix},$$

$$u_{\vartheta}^{(Am)}(\rho,\vartheta,z)=-\frac{1}{4}U_{\rho}^{A}(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty}B_n^*(\gamma_m)\left[H_{n-1}^{(2)}(\gamma_m\rho)+H_{n+1}^{(2)}(\gamma_m\rho)\right]\begin{pmatrix}\cos(n\vartheta)\\ \sin(n\vartheta)\end{pmatrix},$$

$$u_{z}^{(Am)}(\rho,\vartheta,z)=\frac{1}{2}U_{z}^{A}(z,\gamma_m)\sum_{n=0}^{\infty}B_n^*(\gamma_m)H_{n}^{(2)}(\gamma_m\rho)\begin{pmatrix}-\sin(n\vartheta)\\ \cos(n\vartheta)\end{pmatrix}, \qquad (27)$$

где

$$B_n^*(\gamma_m)=\frac{\pi i}{2G\Delta_A'(\chi_m)}\left\{\frac{\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)^2\cos\beta_m h}{k_s^2\alpha_m\cos\alpha_m h}\int_{-h}^{h}\mathbf{f}^{(n)}(\gamma_m,z)\cdot\mathbf{U}^{A}(z,\gamma_m)dz-\right.$$

$$2\gamma_m\beta_m\left[\sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\gamma_m,h)-\!\!-\sigma_{z\rho}^{(n)}(\gamma_m,h)+\sigma_{z\vartheta}^{(n)}(\gamma_m,-h)-\sigma_{z\rho}^{(n)}(\gamma_m,-h)\right]\sin\beta_m h+$$

$$\left.+\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)\times\left[\sigma_{zz}^{(n)}(\gamma_m,h)-\sigma_{zz}^{(n)}(\gamma_m,-h)\right]\cos\beta_m h\right\}; \qquad (28)$$

$\chi_m\equiv\gamma_m^2$; $\Delta_A'(\chi_m)=d\Delta_A(\gamma_m)/d\chi_m$; величина $\Delta_A(\gamma_m)$ определена выражением (5).

В случае осесимметричного источника внешних сил $(n=0)$ окружные компоненты вектора смещения материальных частиц обращаются в нуль, а для радиальных и аксиальных компонентов получаем следующие расчетные соотношения:

а) симметричные осесимметричные волны Лэмба:

$$u_{\rho}^{(Sm)}(\rho,z)=-\frac{1}{2}U_{\rho}^{S}(z,\gamma_m)A_0^*(\gamma_m)H_1^{(2)}(\gamma_m\rho),$$

$$u_{z}^{(Sm)}(\rho,z)=\frac{1}{2}U_{z}^{S}(z,\gamma_m)A_0^*(\gamma_m)H_0^{(2)}(\gamma_m\rho), \qquad (29)$$

$$A_0^*(\gamma_m)=\frac{\pi i}{2G\Delta_S'(\chi_m)}\left\{-\frac{\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)^2\sin\beta_m h}{k_s^2\alpha_m\sin\alpha_m h}\int_0^{\infty}\int_{-h}^{h}\rho\left[f_{\rho}^{(0)}(\rho,z)U_{\rho}^{S}(z,\gamma_m)J_1(\gamma_m\rho)+\right.\right.$$

$$\left.+f_{z}^{(0)}(\rho,z)U_{z}^{S}(z,\gamma_m)J_0(\gamma_m\rho)\right]dzd\rho+$$

$$+2\beta_m\gamma_m\cos\beta_m h\int_0^{\infty}\rho\left[\sigma_{z\rho}^{(0)}(\rho,h)-\sigma_{z\rho}^{(0)}(\rho,-h)\right]J_1(\gamma_m\rho)d\rho+$$

$$\left.+\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)\sin\beta_m h\int_0^{\infty}\rho\left[\sigma_{zz}^{(0)}(\rho,h)+\sigma_{zz}^{(0)}(\rho,-h)\right]J_0(\gamma_m\rho)d\rho\right\}; \qquad (30)$$

б) антисимметричные осесимметричные волны Лэмба:

$$u_\rho^{(Am)}(\rho,z)=\frac{1}{2}U_\rho^A(z,\gamma_m)B_0^*(\gamma_m)H_1^{(2)}(\gamma_m\rho),$$
$$u_z^{(Am)}(\rho,z)=\frac{1}{2}U_z^A(z,\gamma_m)B_0^*(\gamma_m)H_0^{(2)}(\gamma_m\rho), \tag{31}$$

$$B_0^*(\gamma_m)=\frac{\pi i}{2G\Delta_A'(\chi_m)}\left\{\frac{\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)^2\cos\beta_m h}{k_s^2\alpha_m\cos\alpha_m h}\int_0^\infty\int_{-h}^h\rho\left[f_\rho^{(0)}(\rho,z)U_\rho^A(z,\gamma_m)J_1(\gamma_m\rho)+\right.\right.$$
$$\left.+f_z^{(0)}(\rho,z)U_z^A(z,\gamma_m)J_0(\gamma_m\rho)\right]dzd\rho-$$
$$-2\beta_m\gamma_m\sin\beta_m h\int_0^\infty\rho\left[\sigma_{z\rho}^{(0)}(\rho,h)+\sigma_{z\rho}^{(0)}(\rho,-h)\right]J_1(\gamma_m\rho)d\rho+$$
$$\left.+\left(\gamma_m^2-\beta_m^2\right)\cos\beta_m h\int_0^\infty\rho\left[\sigma_{zz}^{(0)}(\rho,h)-\sigma_{zz}^{(0)}(\rho,-h)\right]J_0(\gamma_m\rho)d\rho\right\}. \tag{32}$$

Соотношения (29) – (32) полностью совпадают с ранее полученными результатами [19] решения задачи о возбуждении волн Лэмба осесимметричными распределениями объемных и поверхностных внешних сил.

В работе [20] представлены результаты решения модельной задачи о возбуждении осесимметрично распространяющихся симметричных волн Лэмба линейным пульсирующим источником. Источник ориентирован вдоль оси Oz и располагается в окрестности точки $\rho=0$ цилиндрической системы координат. Радиус поперечного сечения источника стремится к нулю. Источник генерирует радиальные смещения материальных частиц упругой среды за счет формирования на своей боковой поверхности радиального компонента вектора объемной плотности сил. В принятых в настоящем изложении обозначениях это величина $f_\rho^{(0)}(\rho,z)$. При этом $f_\rho^{(0)}(\rho,z)=const$. Такая постановка задачи представляет собой пространственно развитую версию плоской модельной задачи Петера Торвика [21], который рассматривал возбуждение волн Лэмба продольными силами, заданными на торце изотропной полубесконечной полосы. В работе [20] смещения материальных частиц определялись по формулам (29) и (30), после чего анализировались потоки мощности, которые уносятся от источника в периферийные области пластины распространяющимися симметричными модами Лэмба. Поток мощности $P_\rho(\omega)$ вдоль радиальной оси ρ рассчитывался по стандартной методике [16] следующим образом

$$P_\rho(\omega) = \frac{i\pi\omega}{2}\rho\int_{-h}^{h}\left(\sigma_{\rho\rho}u_\rho^* - \sigma_{\rho\rho}^* u_\rho + \sigma_{\rho z}u_z^* - \sigma_{\rho z}^* u_z\right)dz,$$

где $\sigma_{\rho\rho}$ и $\sigma_{\rho z}$ - нормальные и касательные напряжения; u_ρ и u_z - радиальный и аксиальный компоненты вектора смещения материальных частиц, определенные выражениями (29); звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины.

Как и следовало ожидать, максимальные значения потока мощности, уносимые распространяющейся волной Лэмба, наблюдаются в том диапазоне частот, где радиальные смещения $u_\rho^{(Sm)}(\rho, z)$ m-ой распространяющейся волны Лэмба максимально похожи на радиальные смещения во фронте плоской цилиндрической волны сжатия-растяжения, которая распространяется со скоростью v_ℓ. Этому соответствуют участки ветвей частотного спектра волновых чисел, которые расположены в непосредственной близости к прямой, которая на рис. 2 обозначена символом ℓ.

На рис. 3, в левой полуплоскости рисунка, показаны графики частотно-зависимого изменения потоков мощности, которые уносятся от пульсирующего линейного источника с бесконечно малым радиусом полости R_0 распространяющимися симметричными волнами Лэмба. По горизонтальной оси левой полуплоскости рис. 3 отложены значения нормированного потока $\tilde{P}_\rho(\omega) = P_\rho(\omega)/P_0$, где $P_0 = (\pi F_0)^2 / (32\rho_0 v_s h^2)$, F_0 - амплитуда радиально ориентированной силы. По вертикальной оси отложены числовые значения безразмерной частоты $\Omega = 2k_s h/\pi$. В правой полуплоскости рис. 3 показаны ветви действительных корней дисперсионного уравнения $\Delta_S(\gamma_m) = 0$ симметричных волн Лэмба. По горизонтальной оси правой полуплоскости рис. 3 отложены значения безразмерного волнового числа $\zeta = 2\gamma h/\pi$. Отчетливо видно, что каждая распространяющаяся волна в определенном диапазоне частот переносит наибольшее, по сравнению с другими распространяющимися волнами, количество энергии. Соответствующий этому частотному диапазону участок ветви действительных волновых чисел выделен полужирной кривой. Нетрудно заметить, что волновые числа доминирующих по уровню переносимой энергии симметричных волн сгруппированы в ближайшей окрестности прямой $\Omega = k_s\zeta/k_\ell$. Именно в этом диапазоне волновые числа $\gamma_m \approx k_\ell$ и аксиальный компонент вектора смещения материальных частиц пластины $u_z^{SL}(\rho, z) \approx 0$. При этом радиальный компонент $u_\rho^{SL}(\rho, z) \neq 0$ и практически не изменяется по толщине пластины. Подобная кинематика собственных форм волновых движений в пластине наилучшим образом соответствует типу движения, которое навязывается материальным частицам пластины пульсирующим линейным источником. Это соответствие является необходимым условием для максимально возможного отбора ультразвуковой волной энергии от источника упругих возмущений. Точно к такому же выводу пришел П. Торвик в своей работе [21], рисунок из которой показан на врезке в поле правой полуплоскости рис. 3.

Полное совпадение результатов расчетов модальных потоков мощности, которые были получены на различных математических моделях одного и того же физического процесса, свидетельствует о достоверности и физической содержательности соотношений (29) и (30), которые являются частным случаем более общих аналитических конструкций. Из этого следует вывод: общее решение граничной задачи (1), (2), определенное соотношениями (25) – (28), является достоверным, т. е. не содержит ошибок вычислительного плана и не противоречит принципам и основным положениям математической физики и теории упругости.

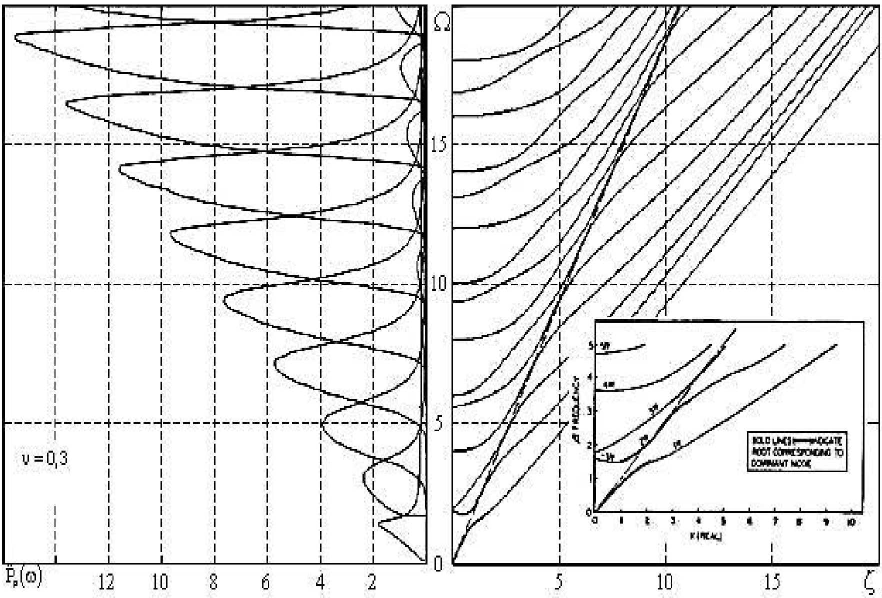


Рис. 3. Поток мощности, уносимый распространяющимися симметричными волнами Лэмба от линейного пульсирующего источника [20]

Выводы. Впервые решена в трехмерной постановке задача о возбуждении волн Лэмба системой внешних сил, которые произвольным образом распределены в объеме и на поверхности некоторой ограниченной области изотропной пластины. Путем сравнения результатов решения тестовой задачи с известными результатами П. Торвика была доказана достоверность полученных решений.

Список литературы: **1**. *Сучков Г.М.* Современные возможности ЭМА дефектоскопии // Дефектоскопия. – 2005. - №12. - С. 24 - 39. **2.** *Schlawne F., Graff A., Scheider H.* Use of EMATs for Inspection of Tubes and Pipes // NDT.net. – 2003. – Vol. 8. - №3. **3.** *Hutchins D.A., Hu J.K., Young R.P., Stoner R., Jansen D., Zhang Q.L.* Ultrasonic tomography of metals using noncontact transduction // J. Acoust. Soc. Am. – 1989. – Vol.85. - №2 – P. 747 – 752. **4.** *Light G., Kwun H., Kim S., Spinks R.* Health Monitoring of Piping and Plate using the Magnetostrictive Sensor (McS) Guided Wave Technology //NDT.net. – 2004. – Vol.9. - №2. **5.** *Elshafiey I., Udra L.* A New Eddy Current Imaging System for Enhancement of Nondestructive Evaluation // NDT.net. – 2004. – Vol.9. - №9. **6.** *Ogi H., Ledbetter H., Kim S., Hirao M.* Contactless mode-selective resonance spectroscopy: Electromagnetic acoustic resonance // J. Acoust. Soc. Am. – 1999. – Vol.106. - №2 – P. 666 – 665. **7.** *Tian J., Ogi H., Tada T., Hirao M.* Vibration analysis on electromagnetic-resonance-ultrasound microscopy (ERUM) for determining localized elastic constants of solids // J. Acoust. Soc. Am. – 2004. – Vol. 115. - №2 – P. 630 – 636. **8.** *Петрищев О. Н., Шпинь А. П.* Ультразвуковые магнитострикционные волноводные системы: Монография – К.: Изд-во при Киевском ун-те, 1989. – 132 с. **9.** *Zemanek J. (Jr.)* An Experimental and Theoretical Investigation of Elastic Wave Propagation in a Cylinder // J. Acoust. Soc. Amer. – 1972. – Vol. 51. - №1. – Pt. 2. – P. 265 – 289. **10.** *Петрищев О. Н.* Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // Электроника и связь. – 2005. - №25. – С. 50 – 61. **11.** *Петрищев О.Н.* Возбуждение волн Рэлея в металлической полосе, поляризованной постоянным магнитным полем // Акуст. вісн. – 2005. – Т. 8. - №1 - 2. - С. 85 – 95. **12.** *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. **13.** *Вовк А. Е., Тютекин В. В.* Возбуждение нормальных волн в плоском упругом волноводе силами, заданными в его поперечном сечении. // Труды Акуст. ин – та. – 1969. – Вып. 9. – С. 5 – 26. **14.** *Свиридов Ю. Б.* О построении динамического тензора Грина для твердого слоя // Акуст. журн. – 1985. – Т. 31. - №2. – С. 246 – 254. **15**. *Новацкий В.* Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 873 с. **16.** *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. – К.: Наукова думка, 1981. – 283 с. **17.** *Pardee W. J.* Radially propagating surface and plate waves // J. Acoust. Soc. Amer. – 1982. – Vol. 71. - №1. – P. 1 – 4. **18.** *Кошляков Н. С., Глинер Э. Б., Смирнов М. М.* Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высшая школа, 1970. – 710 с. **19.** *Петрищев О.Н.* Электромагнитное возбуждение в металлических листах радиально распространяющихся волн Лэмба. Актуальні аспекти фізико-механічних досліджень. Акустика і хвилі. – Київ: Наукова думка, 2007. - С. 259 – 273. **20.** *Петрищев О.Н., Трушко Н.С.* Возбуждение радиально распространяющихся волн Лэмба линейными и точечными пульсирующими источниками. Акустический симпозиум “Консонанс - 2009”. Сборник трудов. - Киев: НАН Украины. Институт гидромеханики. - 2009. - С. 273 – 279. **21.** *Torvik P. J., McClatchey J. J.* Response of an Elastic Plate to a Cyclic Longitudinal Force // J. Acoust. Soc. Amer. – 1968. – Vol. 44. - №1. – P. 59 – 64.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 620.1

О. Л. КУСТОВСЬКИЙ, аспірант, НТУ «КПІ», Київ;
В. Ф. ПЕТРИК, канд. техн. наук, доц., НТУ «КПІ», Київ;
К. М. СЕРИЙ, канд. техн. наук, доц., НТУ «КПІ», Київ;
Д. О. МЕЛЬНИК, студент, НТУ «КПІ», Київ

ВИКОРИСТАННЯ БЕЗПРОВІДНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ДЛЯ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ У НЕРУЙНІВНОМУ КОНТРОЛІ

Розглянуто новий напрямок у використанні бездротових засобів передачі даних для технічної діагностики з відомими способами неруйнівного контролю. Виконано огляд можливостей застосування різних бездротових засобів передачі даних та обґрунтування використання існуючих стандартів для певних задач і умов неруйнівного контролю. Наведено узагальнену функціональну схему системи (приладу) з використанням безпровідного каналу передачі даних.

Рассмотрено новое направление в использовании беспроводных средств передачи данных для технической диагностики с известными способами неразрушающего контроля. Выполнен обзор возможностей применения различных беспроводных средств передачи данных и обоснование использования существующих стандартов для определенных задач и условий неразрушающего контроля. Приведена обобщенная функциональная схема системы (прибора) с использованием беспроводного канала передачи данных.

Considered a new trend in the use of wireless data transmission for technical diagnostics of the known methods of nondestructive testing. The review features the useof various wireless data and justification of the use of existing standards for particulartasks and conditions of nondestructive testing. Generalized functional scheme of the system (device) using a wireless data link.

Виявлення технічного стану великих та важкодоступних конструкцій є актуальною задачею, вирішенням якої займаються у всьому світі. Крім великих розмірів зазначенні конструкції можуть мати значну протяжність. До такого типу конструкцій відносять нафто- і газопроводи, тепло- і водомагістралі, цистерни, канати вантових мостів, тощо. Важливим аспектом неруйнівного контролю (НК) є гарантування безпеки у міжконтрольний період через моніторинг технічного стану об’єктів. Для цього потрібно обов’язково виявляти дефекти і за шкалою їхньої критичності проводити відповідні заходи для їхнього усунення або усунення їхнього можливого впливу. З досвіду проведення контролю, для пошуку дефектів трубопроводів, а також інших габаритних чи великих за своєю протяжністю об’єктів, варто зазначити необхідність досить великого об’єму допоміжних робіт. Такі допоміжні роботи можуть значно впливати на вартість проведення НК. Часто труби знаходяться під землею, під залізничними та іншими переходами, деякі ділянки можуть занурюватися у води. Усі названі фактори значно ускладнюють інженерну задачу забезпечення та проведення НК. Одним з актуальних питань є організація каналу передачі даних від об’єкту контролю (ОК) до блоку обробки даних. Цьому присвячена дана стаття.

Темп життя і роботи людей в останнє сторіччя неймовірно прискорився. Зайвим буде знову відзначати важливість та велику кількість відкриттів у всіх сферах життя в останні декілька десятиріч. Інформація, як ніколи, охопила кожну людину нашого суспільства та не дає жодних шансів в успіху тим хто ігнорує її нові хвилі. Організація, зручність, швидкість та надійність обміну інформації між такими пристроями, як LapTop, PDA, мобільні телефони, планшетні персональні комп’ютери (ПК), посідає значуще місце в сьогоднішніх розробках інженерів.

Організація каналів передачі інформації у НК, як вже зазначалося, має високу актуальність, зокрема при створенні автоматизованих систем збору та передачі даних. Бездротова передача даних (БПД), як один з нових способів, дозволяє скоротити витрати часу на здійснення контролю об’єкту, зменшити кількість обслуговуючого персоналу за значно віддаленими об’єктами, які можуть мати як велику протяжність у випадку трубопроводів, так і просто віддаленими від оператора контролю. Останні досягнення в мініатюризації електронних пристроїв й інтеграції датчиків дають можливість одержати чутливі елементи, оснащені бездротовими засобами зв'язку й пам'яттю для зберігання і обробки даних. На базі таких елементів може бути створене «інтелектуальне» устаткування, у якому робота розрізнених датчиків може координуватися для створення мережі передачі даних.

Після розробки і відлагодження дротових систем передачі даних, чимало інженерів зайнялись питанням впровадження аналогічної системи у радіо ефірі. Всі ці намагання привели до створення персональних мереж бездротового зв’язку на нижньому рівні мережної ієрархії пристроїв. Винахід отримав ім’я WPAN (Wireless Personal Area Networks) і сьогодні є одним із стандартів для організації безпровідних мереж передачі даних. Мережа типу WPAN представляє собою систему обміну даними з обмеженим радіусом дії для порівняно невеликих відстаней (3–60 м), регламентується стандартом IEEE 802.15.4. Вона використовується, як для об’єднання окремих пристроїв між собою, так і для їхнього зв’язку з мережами більш високого рівня, в тому числі з глобальною мережею Інтернет. Ці пристрої створюють канали передачі даних і діапазоні частот від 400 МГц до 2,4 ГГц.

Завдяки відсутності вимоги ліцензування широкої розповсюдженості набула частота 2,4 ГГц. Канали передачі даних на базовій частоті 2,4 ГГц стали популярними для промислової, наукової, медичної апаратури, а також для економічних бездротових рішень мереж WPAN. Згадані канали не потребують оплати за використання радіо ефіру і сертифіковані в якості локальних комунікацій. Варто відзначити підвищену зацікавленість у додатках, що використовують багатонаправлену передачу даних. Бездротові системи позбавлені багатьох незручностей, притаманних дротовим комунікаціям.

Системи БПД для організації передачі даних на великих відстанях представлені у вигляді пристроїв, які використовують GSM/GPRS(EDGE), UMTS(3G, 4G) канали. Цінова привабливість на ці технології робить можливим їхнє активне використання для галузі віддаленого промислового моніторингу, для систем отримання інформації та керування процесами.

Переваги та недоліки безпровідної передачі даних для вирішення задач НК. Суттєвим недоліком відомих сьогодні способів є необхідність організації інформаційного каналу між перетворювачем і блоком обробки інформації за допомогою кабелю. Це створює чималу складність отримання і обробки інформації у місцях з обмеженим доступом, а також складність автоматизованого зберігання даних вимірювань. Використання БПД дозволяє зменшити витрати на доставку обладнання до об'єкту контролю та скоротити експлуатаційні затрати.

Метою впровадження безпровідних технологій являється спрощення процесу отримання та передачі даних в системах неруйнівного контролю, висока вірогідність передачі даних, за рахунок використання цифрової обробки і передачі безпосередньо цифрової інформації від первинного перетворювача до блоку обробки даних (персональний комп'ютер на якому буде здійснюватися запис, аналіз отримуваних даних та керування процесом діагностики).

Такий спосіб може бути реалізовано за допомогою пристрою до складу якого входять: первинний перетворювач, аналоговий блок, блок аналогово-цифрового перетворення, блок керування, блок бездротової передачі даних і джерело живлення.

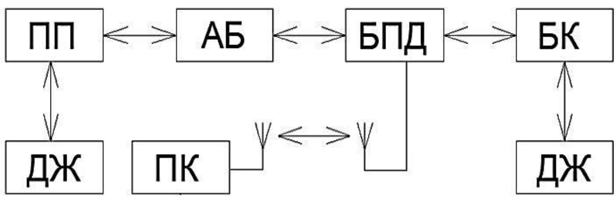


Рис. Схема функціональна узагальнена

ПП – первинний перетворювач; АБ – аналоговий блок; БПД – блок безпровідної передачі даних; БК – блок керування; ДЖ – джерело живлення; ПК — персональний комп'ютер.

Подача заданого сигналу на ОК та реєстрація сигналу відповіді здійснюється за допомогою первинного перетворювача, аналоговий сигнал з якого перетворюється в цифровий і за допомогою блоку безпровідної передачі даних передається на ПК або інший пристрій керування, обробки та систематизації даних, які здійснюють керування приладом і несуть технічну інформацію про стан об'єкту контролю в ході його сканування.

До недоліків БПД відносять наступні:

• Несумісність обладнання (часткова або повна) між різними типами або поколіннями БПД;

• Додаткове споживання енергії;

• Безпека. Потрібно використовувати шифрування і ключі для конфіденційності БПД. Всі стандарти БПД мають все необхідне для легкого і швидкого вирішення цього питання.

• Низька швидкість передачі даних. Сьогодні БПД поступається у цьому показнику дротовим комунікаціям.

При правильному підході до поставленої задачі у НК вплив всіх названих недоліків можна оптимізувати або звести до мінімального. Деякі з них абсолютно не впливають на процес проведення НК.

Серед переваг варто відмітити мобільність та легкість створення і реструктуризації.

Огляд технологій БПД. У найбільш розповсюдженому діапазоні 2,4 ГГц широкого поширення здобули технології WiFi, Bluetooth і ZigBee. Кожна з цих технологій має власні унікальні характеристики, які і обумовлюють їх певні області використання, а також практично знищують фактор конкуренції між ними.

Пропонуємо розглянути таблицю основних характеристик технологій БПД.

Таблиця

Порівняння стандартів сімейства 802.15 й 802.11b/g/n

Технологія Стандарт	ZigBee 802.15.4			Bluetooth 802.15.1	WiFi		
					802.11b	802.11g	802.11n
Частота, ГГц	0.868	0.915	2.4	2.4	2.4	2.4	2.4 (5)
Швидкість	20 кб/с	40 кб/с	250 кб/с	1 Мб/с	11 Мб/с	54 Мб/с	600 (300) Мб/с
Вихідна потужність	0 дБм			0–20дБм	20дБм	20дБм	20дБм
Радіус дії, м	10–100			10–100	100	100	150–300
Розмір стека кбайт	4–32			>250	>1000	>1000	>1000
Розмір мережі	216, 264			7+1	64	64	64

Технологія бездротової передачі даних WiFi заснована на стандарті IEEE 802.11. Стандарт IEEE 802.11 визначає протоколи, необхідні для організації локальних бездротових мереж (WLAN). Основні з них - протокол керування доступом до середовища MAC (Medium Accsess Control) і протокол передачі сигналів у фізичному середовищі PHY.

Як основний метод доступу до середовища, стандартом 802.11 визначений механізм CSMA/CA (Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance) – багатостанційний доступ з контролем несучої і запобіганням конфліктів. В основу стандарту 802.11 покладена стільникова архітектура, причому мережа може складатися як з однієї, так і декількох точок. Кожен стільник управляється базовою станцією, що разом з робочими станціями, які перебувають у межах радіуса його дії і робочими станціями користувачів утворює базову зону обслуговування. Точки доступу багатостільникової мережі взаємодіють між собою через розподільну систему, яка являє собою еквівалент магістрального сегмента кабельних ЛВС. Оскільки устаткування, що працює на максимальній швидкості має менший радіус дії, чим на більше низьких швидкостях, то стандартом 802.11b/g/n передбачене автоматичне зниження швидкості при погіршенні якості сигналу. WiFi орієнтований на передачу великих обсягів інформації. Це може бути потокове відео, HiFi аудіо, голос, ЛВС.

Бездротова технологія Bluetooth заснована на стандарті IEEE 802.15.1 та є стандартом, що визначає функціонування компактних систем зв'язку на невеликих відстанях між мобільними персональними комп'ютерами, мобільними телефонами й іншими портативними пристроями.

Bluetooth являє собою недорогий радіо інтерфейс із низьким енергоспоживанням (потужність передавача в межах 1 мВт) для організації персональних мереж, що забезпечує передачу в режимі реального часу як цифрових даних, так і звукових сигналів. Дальність дії радіо інтерфейсу зоставався рівним 10 метрам, однак зараз специфікаціями Bluetooth вже визначена й друга зона близько 100 м. Для роботи радіо інтерфейсу Bluetooth використається так званий нижній (2,45 ГГц) діапазон ISM (industrial, scientific, medical), призначений для роботи промислових, наукових і медичних приладів. Радіоканал має повну пропускну здатність в 1 Мб/с, що забезпечує створення асиметричного каналу передачі даних на швидкостях 723,3/57,6 Кб/с або повного дуплексного каналу на швидкості 433,9 Кб/с. Через Bluetooth-з'єднання можна передавати до 3-х дуплексних аудіоканалів по 64 Кб/с у кожному напрямку. Можлива також і комбінована передача даних і звуку. У частині організації обміну даними Bluetooth відповідає специфікації стандарту локальних мереж IEEE 802 і використає сигнали з розширенням спектра шляхом ступінчатої перебудови частоти (FHSS) за псевдовипадковим законом зі швидкістю 1600 перемикань на секунду в смузі 2400-2483,5 МГц. Bluetooth працює як багато-точковий радіоканал, керований аналогічно стільниковому зв'язку GSM багаторівневим протоколом.

Бездротова технологія ZigBee (IEEE 802.15.4) – це стандарт для низько швидкісних персональних мереж бездротового зв'язку – Low Rate Wireless Personal Area Network (LR-WPAN). Усього за ним закріплено 27 каналів у трьох ефірних діапазонах. Швидкість передачі даних між пристроями залежить від числа зайнятих каналів і коливається від 256 кб/с, до 20.

Як у випадку із WiFi у ZigBee використовується CSMA-CA для суттєвого зниження кількості випадків зіткнень, викликаних передачею даних декількома пристроями водночас.

Стандарт ZigBee визначає три типи пристроїв: координатори ZigBee, маршрутизатори ZigBee і кінцеві пристрою ZigBee. Кожна мережа повинна містити тільки один координатор ZigBee. Основне завдання координатора полягає в тому, щоб установити параметри для створення мережі й запустити процес настроювання, що припускає вибір радіочастотного каналу, унікального мережного ідентифікатора й набору операційних параметрів.

Маршрутизатори ZigBee можуть використовуватися для розширення радіуса дії мережі, оскільки вони здатні виконувати функції й ретрансляторів між пристроями, розташованими занадто далеко один від одного, щоб взаємодіяти напряму. Кінцеві пристрою ZigBee не беруть участь у маршрутизації.

Безліч ZigBee-пристроїв здатні працювати спільно у загальній радіомережі як у стандартній ієрархії типу «зірка», коли один маршрутизатор управляє всіма потоками даних, так й у змішаній топології без єдиного координатора.

Мережі ZigBee прості в установці, оскільки вони формуються автономно. Більше того, сполучення маршрутизації по дереву й маршрутизації на основі таблиці забезпечує гнучкість роботи й дозволяє запропонувати розробникам широкий спектр співвідношень ціна/продуктивність, тим самим сприяючи формуванню недорогої масштабованої мережної інфраструктури.

Стандарт IEEE 802.15.4 (ZigBee) орієнтований головним чином на використання як засіб зв'язку між автономними приладами й устаткуванням. У корпоративному секторі це можуть бути, наприклад, складські системи, системи автоматизації виробництва, різні датчики, сенсори, сервоприводи, електронні мітки, системи безпеки, освітлення, кондиціонування, пульти дистанційного керування.

Технологія GSM (від назви групи Groupe Special Mobile, пізніше перейменований в Global System for Mobile Communications) - глобальний цифровий стандарт для мобільного стільникового зв'язку, з поділом каналу за принципом TDMA і високим ступенем безпеки завдяки шифруванню з відкритим ключем. Розроблений під егідою Європейського інституту стандартизації електрозв'язку (ETSI) наприкінці 80-х років.

Зв'язок реалізується на двох основних частотах 900 и 1800 МГц. Максимальна випромінювана потужність мобільних телефонів стандарту GSM-1800 – 1Вт, для порівняння в GSM-900 - 2Вт.

Для передачі даних існують технології CSD (Circuit Switched Data), GPRS (General Packet Radio Service) та EDGE GPRS.

З їхньою допомогою можна досягти таких швидкостей у передачі даних: CSD – 9,6 кбіт/с; GPRS – 53.6 кбіт/с; EDGE – до 384 кбіт/с.

Більш сучасною у порівнянні з GSM є **технологія UMTS (3G, 4G).** Використовуючи розробки W-CDMA, **UMTS** дозволяє підтримувати швидкість передачі даних на теоретичному рівні до 21 Мб/с (**HSPA+**). В наш час високими швидкостями вважаються 384 кбіт/с для мобільних станцій R99 та 7,2 Мб/с для станцій HSDPA в режимі передачі даних від базової станції до мобільного терміналу. Сьогодні покриття UMTS значно поступається GSM, тому має меншу розповсюдженість.

Висновок. Застосування БПД для проведення НК в наш час безумовно дозволяє досягти кращого ефекту і економічної привабливості. Зручність, надійність та легкість у створенні приладів та систем для НК з БПД відкриває новий напрямок в дефектоскопії. Через відсутність з’єднувальних кабелів при передачі даних НК від і до об’єктів дає змогу проводити контроль в будь-якому просторовому положенні та в місцях з обмеженим доступом. Це також забезпечує відсутність перешкод і зменшує спотворення даних, які виникають при проходженні електричного сигналу кабелем, оскільки при використанні БПД передається лише цифрова інформація. Мобільність і легкість організації віддаленого доступу до об’єкту контролю, а також дистанційна обробка даних операторним центром контролю. Підключення і застосування ПК в системі НК дозволяє використовувати різноманітні методи обробки даних та здійснювати автоматичну реєстрацію та зберігання результатів діагностики.

Список літератури: 1. *Кустовський О.Л.Бездротовий* акустичний дефектоскоп: Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики: Материалы Шестнадцатой ежегодной конференции и выставки, 5–9 октября 2009 г., / *Кустовський О.Л. Петрик В.Ф.,Лігоміна С.М.* – Ялта–Киев: УИЦ Наука. «Техника. Технология» 2009. **2.** *Кустовський О.Л. Бездротовий* акустичний дефектоскоп: «Методи та засоби неруйнівного контролю промислового обладнання», матеріали науково-практичної конференції 25–26 листопада 2009 р., / *Кустовський О.Л.,Петрик В.Ф., Савченко Р.С.* – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2009. **3.** *Кустовський О.Л.* Бездротова передача даних у неруйнівному контролі: Сучасні прилади, матеріали і технології. 5МНТК 2–5грудня 2008р, / *Кустовський О.Л., Петрик В.Ф.* - Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2008. **4.** *Кустовський О.Л.* Патент на корисну модель №50968. Спосіб неруйнівного контролю об’єктів та речовин/ Винахідники: *Кустовський О.Л., Петрик В.Ф.,* Бюл.№12,2010 р. **5.** *Кустовський О.Л.* Патент на корисну модель №50632. Ультразвуковий безпровідний дефектоскоп/ Винахідники: *Кустовський О.Л., Петрик В.Ф.,* Бюл.№11,2010 р.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 681.325

Н. Я. ГАБЛЬОВСЬКА, канд. техн. наук, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ;
М. А. КОНОНЕНКО, канд. техн. наук, Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ;
С. М. ШВЕЦЬ, канд. техн. наук, доц., Східноукраїнський національний університет ім. В. Даля, Луганськ

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕНЬ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМИ КОНТРОЛЮ ЗАРОДЖЕННЯ МІКРОТРІЩИН

В результаті проведених теоретичних та експериментальних досліджень динамічних характеристик системи контролю зародження мікротріщин за стрибкоподібною зміною температури на поверхні металевої конструкції була доведена можливість застосування схожих систем контролю для виявлення мікродефектів в напружено-деформованих конструкціях при застосуванні в якості інформативного параметра швидкозмінну температуру на поверхні металу.

В результате проведенных теоретических и экспериментальных исследований динамических характеристик системы контроля зарождения микротрещин по скачкообразному изменению температуры на поверхности металлической конструкции была доказана возможность применения подобных систем контроля для выявления микродефектов в напряженно-деформированных конструкциях при использовании в качестве информационного параметра быстроизменяющуюся температуру на поверхности метала.

As a result of theoretical and experimental research of the microcracks control system dynamic characteristics of rapidly temperature changes in the metal structure surface was proven to use such systems to identify microcracks in stress-deformed structures when using as a parameter the surface metal rapidly changing temperature.

Дослідження динамічних характеристик систем контролю з інформативним параметром, який змінюється дуже швидко є складною науково-практичною задачею. Особливий інтерес викликають системи контролю, у яких інформативним параметром є стрімка зміна вхідного сигналу, і відповідна реакція системи на цей сигнал. До таких об’єктів відноситься розроблена система контролю, яка за стрибкоподібною зміною інформативного параметру – температури на поверхні об’єкта контролю, дозволяє визначити момент зародження мікротріщин у напружено-деформованих металічних конструкціях [1].

Отже, дослідження динамічних характеристик системи, які описують поведінку системи в інтервалі часу від моменту зміни вимірюваної величини до моменту, коли з цієї системи можливо зчитати встановлені покази є актуальною задачею.

В реальних умовах експлуатації більшість металоконструкцій піддаються силовому впливу, тобто перебувають у напружено-деформованому стані, що в подальшому призводить до утворення дефектів, які з достатньою точністю можна виявляти методами неруйнівного контролю. Передумовою дефектоутворення є зміна фізичних та механічних характеристик матеріалу конструкцій, організація контролю яких потребує значних матеріальних затрат. Результати такого контролю є багатопараметричними та малоінформативними в плані прийняття рішення щодо реального стану металу конструкції.

Задача вдосконалення методів та розробки засобів опосередкованого контролю напружено-деформованого стану металоконструкцій, що дозволяють за мінімальною кількістю інформативних параметрів виявляти момент зародження мікродефектів та контролювати їх розвиток, була вирішення шляхом створення системи контролю розвитку мікротріщин у напружено-деформованих металічних конструкціях. В результаті проведених експериментальних досліджень та апробації даної системи було встановлено температурні розподіли по поверхні об’єкта контролю в залежності від глибини залягання мікротріщин.

На даному етапі досліджень було розглянуто металеву конструкцію, що перебуває у напружено-деформованому стані, як дисипативну систему, та досліджено її термомеханічні властивості, доведено можливість контролю моменту зародження мікротріщин, застосовуючи як інформативний параметр стрибкоподібну зміну температури на поверхні металу в зоні ймовірного утворення мікротріщини. В зв’язку з цим є доцільним проведення подальших досліджень розробленої системи, щодо можливості її застосування для контролю таких швидкоплинних явищ, як стрибкоподібна зміна температури, на поверхні досліджуваного об’єкта. Тому метою даної роботи є визначення динамічних характеристик створеної системи контролю.

Металеві конструкції, що знаходяться у напружено-деформованому стані розглядались як дисипативні структури у яких відбувається перетворення (дисипація) повної механічної енергії у інші форми енергії, які у кінцевому рахунку, перетворюються в теплову [2]. Механізми дисипації в металах базуються на наявності неоднорідностей кристалічної гратки – дислокаційних структур або дислокацій.

Таким чином, однієї з базових вимог до системи контролю зародження та розвитку мікротріщин у матеріалі напружено-деформованих конструкцій було забезпечення вимірювання температури (теплового ефекту), стрибкоподібна зміна якої супроводжує процес зародження та поширення мікротріщин [3].

Створено систему опосередкованого контролю процесу утворення мікротріщин у металевих конструкціях, що перебувають у напружено-деформованому стані. В основу розробленої системи покладено найбільш широковживаний принцип перетворення «температура – напруга». В якості давача використовуються температурний мікроелектронний сенсор типу DS-1A, що характеризується багатофункціональністю, високою точністю, малою інерційністю, високою швидкодією, малими габаритними розмірами і масою та практично лінійною залежністю опору від температури у широкому діапазоні (від 0^0 до 60^0C) [4].

Для забезпечення вірогідності контролю створюється надійний контакт мікроелектронного сенсора з поверхнею контрольованого виробу в зоні ймовірного утворення мікротріщин. Сигнал з мікроелектронного сенсора перетворюється у напругу, яка є пропорційною температурі. Для передачі перетвореного сигналу на відстань використовується перетворювач напруги в струм. Дискретизація аналогового сигналу здійснюється за допомогою АЦП. Обмін між вузлом обробки вхідного сигналу і ЕОМ здійснюється через паралельний порт. АЦП калібрується за допомогою сервісної програми при нульовій та максимальній вхідній напрузі.

При збільшенні навантаження на контрольований виріб, в момент зародження мікротріщин відбувається миттєве збільшення температури на поверхні виробу, значення якої, шляхом вказаних перетворень, подається на ЕОМ, на моніторі якої спостерігаються результати контролю, а саме виміряна зміна температури на поверхні контрольованого виробу та температурний розподіл. За зміною температури на поверхні виробу, що контролюється, визначається момент зародження мікротріщин.

Результати експериментальних досліджень розробленої системи підтвердили можливість використання зміни температури, як інформативного параметру для контролю зародження мікротріщин, та довели правильність запропонованих схемотехнічних рішень з реалізації засобів контролю структурних перетворень в матеріалах конструкцій в залежності від прикладених навантажень.

Одержана залежність виміряної температури на поверхні об'єкта контролю в залежності від прикладеного навантаження наведено на рис. 1.

Для доведення можливості вимірювання стрімкої зміни температури слід визначити динамічні характеристики розробленої системи, оскільки, саме такі характеристики описують поведінку системи в інтервалі часу від моменту зміни вимірюваної величини до моменту, коли з цієї системи можливо зчитати встановлені покази. На рис.2 наведено одержану експериментальним шляхом залежність виміряної температури на поверхні об'єкта контролю від часу, протягом якого навантаження збільшується рівномірно.

Як бачимо, розроблену систему можна вважати лінійною стаціонарною динамічною системою із зосередженими параметрами.

Лінійна стаціонарна динамічна система із зосередженими параметрами описується звичайним динамічним рівнянням зі сталими коефіцієнтами [5]:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_m \frac{d^m x}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x \,, \qquad (1)$$

яке в операторній формі матиме вигляд

$$\left(a_n p^n + \ldots + a_1 p + a_0\right) y(t) = \left(b_m p^m + \ldots + b_1 p + b_0\right) x(t), \qquad (2)$$

де $p = {}^{d}\!/_{dt}$ - оператор диференціювання.

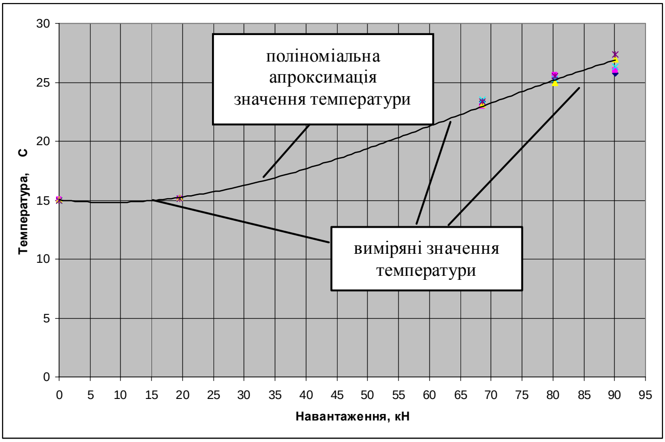


Рис. 1. Залежність температури на поверхні об'єкта контролю в залежності від прикладеного навантаження [3]

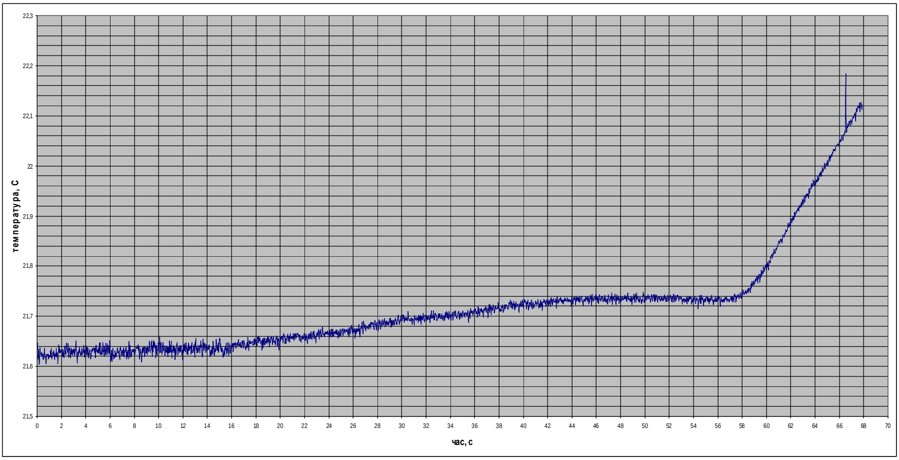


Рис.2. Залежність температури на поверхні об'єкта контролю від часу, протягом якого навантаження збільшується рівномірно [1]

Диференціальне рівняння динамічної системи є вичерпною її характеристикою, але його коефіцієнти важко піддаються експериментальному визначенню. В наслідок того, що характеристики перетворення в часовій області використовується імпульсна перехідна функція та перехідна функція лінійної динамічної системи. Використовуючи інформацію, яку вони містять, можна знайти значення коефіцієнтів диференціального рівняння, які по-іншому важко ідентифікувати. З характеристиками перетворення в часовій області однозначно пов'язані характеристики перетворення в частотній області, що є наслідком дуальності часу і частоти.

В залежності від порядку диференційного рівняння, яке описує динаміку, засоби вимірювання та їх елементи поділяють на засоби першого, другого чи вищого порядків.

Елементи розробленої системи є засобами та перетворювачами першого порядку, оскільки відношення їх вихідного сигналу до вхідного залежать від швидкостей зміни вихідного сигналу. Для таких елементів залежність між вихідним $Y(t)$ і вхідним $X(t)$ сигналом можна записати у вигляді [6]:

$$a_1 \frac{dY(t)}{dt} + a_0 Y(t) = b_1 \frac{dX(t)}{dt}, \tag{3}$$

де $\frac{dY(t)}{dt}$ - швидкість зміни вихідного сигналу, а a_1, a_0 і b_0 – константи.

Оскільки, зміна температури, яку необхідно контролювати розробленою системою, має стрибкоподібний характер, то зміна вихідного сигналу в часі може бути представлена у вигляді:

$$\frac{Y(t)}{X(t)} = \left(\frac{b_0}{a_0}\right)\left(1 - e^{-1/\tau}\right), \tag{4}$$

де $\tau = \frac{a_1}{a_0}$ - стала часу.

Перетворення Лапласа, що відповідає (3), можна зобразити у наступному вигляді:

$$a_1 p \cdot Y(p) + a_0 \cdot Y(p) = b_0 \cdot X(p). \tag{5}$$

Передавальну функцію, у загальному випадку, можна записати:

$$G(p) = \frac{b_0}{a_1 s + a_0}. \tag{6}$$

Передавальна функція системи складається з передавальних функцій елементів, що входять до складу даної системи. На рис. 3 зображено структурну схему системи для вимірювання зміни температури на поверхні металевих конструкцій з вказаними передавальними характеристиками елементів.

Рис. 3. Структурна схему системи для вимірювання зміни температури на поверхні металевих конструкцій

Оскільки, чутливий елемент розробленої системи залито тонким шаром епоксидної смоли, необхідно врахувати цю передавальну функцію.

Передавальна функція епоксидного шару має вигляд:

$$Ge(p)=\frac{1}{1+p\tau_e}, \tag{7}$$

де τ_e - постійна часу шару епоксидної смоли.

Передавальна функція напівпровідникового давача визначається як

$$G_Д(p)=\frac{1}{1+p\tau_Д}, \tag{8}$$

де $\tau_Д$ - постійна часу корпуса давача.

Передавальна характеристика реального підсилювача має вигляд:

$$G_n(p)=\frac{k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}{1+\dfrac{R_1}{R_2}\cdot k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}, \tag{9}$$

де k – коефіцієнт підсилення без петлі зворотного зв'язку;

τ_n - постійна часу підсилювача.

До складу вимірювача входить два підсилювача $G_{п1}$ та $G_{п2}$ з аналогічними характеристиками.

Передавальну характеристику аналогово-цифрового перетворювача можна зобразити у вигляді:

$$G_{АЦП}(p)=e^{-p\tau_з}, \tag{10}$$

де $\tau_з$ - час дискретизації АЦП.

Передавальну функцію системи можна описати як добуток передавальних функцій всіх складових елементів даної системи [7]

$$G(p)=G_e(p)\cdot G_Д(p)\cdot G_n(p)\cdot G_n(p)\cdot G_{АЦП}(p), \tag{11}$$

тоді, загальний вигляд передавальної функції системи буде:

$$G(p)=\frac{1}{1+p\tau_e}\cdot\frac{1}{1+p\tau_Д}\cdot\left(\frac{k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}{1+\dfrac{R_1}{R_2}\cdot k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}\right)^2\cdot e^{-p\tau_з} \tag{12}$$

Оскільки реакція розробленої системи на одиничне збурення, тобто стрибкоподібну зміну температури, визначається як $X(p)=\dfrac{1}{p}$, тоді

$$Y(p)=X(p)\cdot G(p)=\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{1+p\tau_e}\cdot\frac{1}{1+p\tau_Д}\cdot\left(\frac{k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}{1+\dfrac{R_1}{R_2}\cdot k\cdot\dfrac{1}{1+p\tau_n}}\right)^2\cdot e^{-p\tau_з} \qquad (13)$$

Врахувавши у даному виразі постійні часу окремих елементів [8], отримаємо вираз:

$$Y(p)=X(p)\cdot G(p)=\frac{1}{p}\cdot\frac{1}{1+0{,}01p}\cdot\frac{1}{1+0{,}005p}\cdot\left(\frac{k\cdot\dfrac{1}{1+p\cdot 10^{-3}}}{1+\dfrac{R_1}{R_2}\cdot k\cdot\dfrac{1}{1+p\cdot 10^{-3}}}\right)^2\cdot e^{-0{,}02p} \qquad (14)$$

.

Здійснивши зворотнє перетворення Лапласа отримаємо залежність вихідної величини від часу при стрибкоподібному збуренні на вході розробленої системи

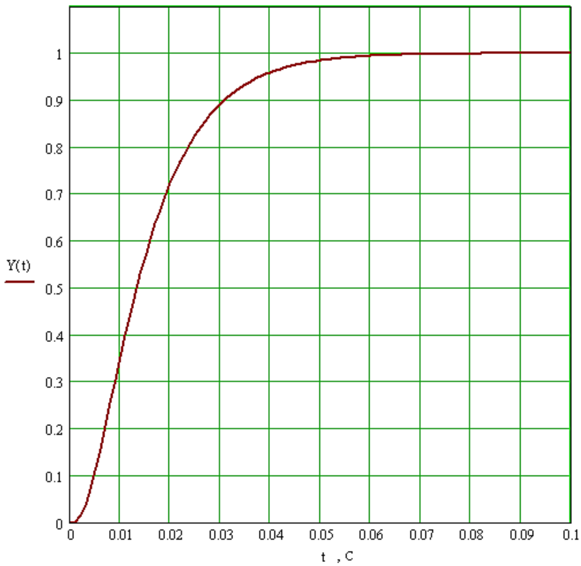


Рис.4. Залежність вихідної величини від часу при стрибкоподібному збуренні

За допомогою ітераційного обчислення визначено час t=0,058c, протягом якого вихідна величина відтворює вхідну величину з похибкою, що не перевищує 1%.

З метою підтвердження одержаних даних було проведено ряд експериментальних досліджень, протягом яких відтворювалася короткочасна періодична дія температури на поверхню давача, яка досягалась короткочасними торканнями (з частотою 2-4 торкань за секунду) до поверхні нагрітого металу. Температура поверхні контролювалась термоелектричним перетворювачем типу КТХК (виробництво НВФ «КонтрАвт», Росія).

Графіки зміни температури для різних частот подані на рис.5 та рис.6.

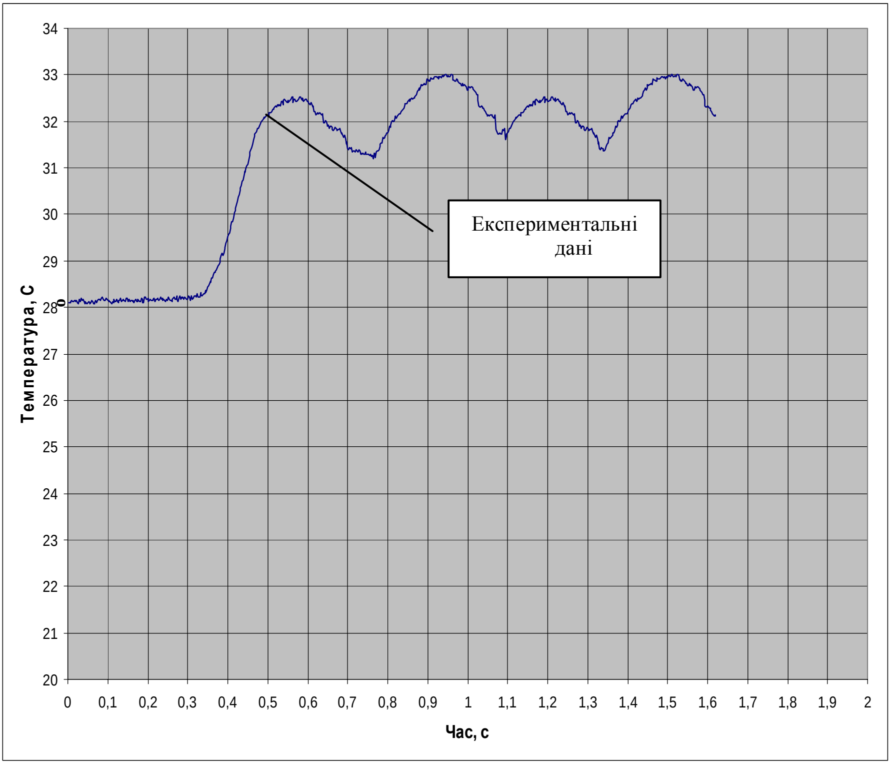


Рис.5. Графік зміни температури під час торкання давача до поверхні нагрітого металу (температура контрольованої поверхні 33^0С) [9]

Висновки

В результаті проведених теоретичних та експериментальних досліджень динамічних характеристик системи контролю зародження мікротріщин за швидкоплинною зміною температури на поверхні металевої конструкції було доведено можливість застосування як інформативного параметра стрибкоподібну зміну температури на поверхні металу в зоні ймовірного утворення мікротріщини.

Результати досліджень підтверджують теоретично встановлені динамічні характеристики системи і можливість її застосування для оцінки швидкоплинних температурних змін на поверхні металічних конструкцій, які виникають при зародженні і розвитку мікротріщин в тілі таких конструкцій.

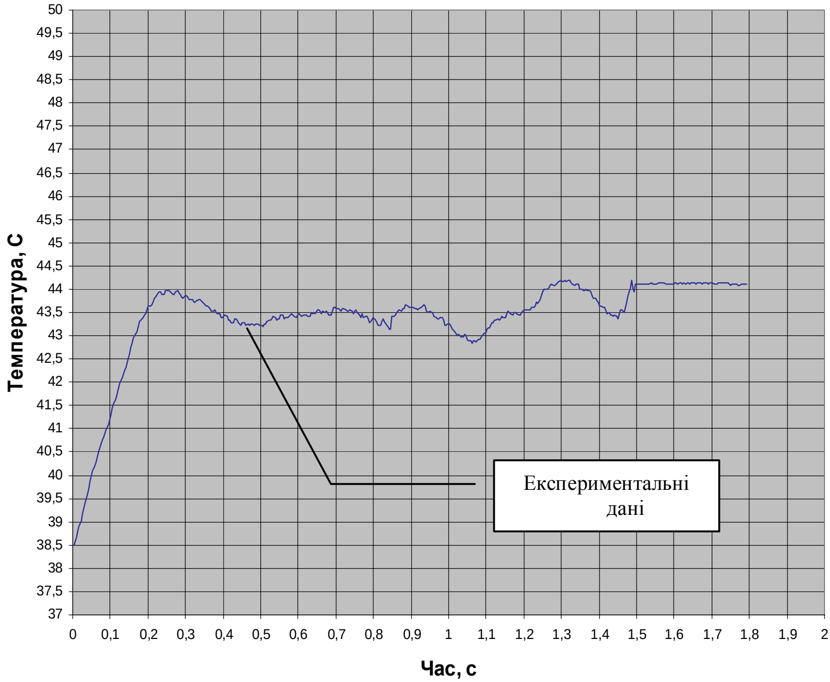


Рис.6. Графік зміни температури під час торкання давача до поверхні нагрітого металу (температура контрольованої поверхні 44^{0}С) [9]

Список літератури: 1. *Габльовська Н.Я.* Система контролю розвитку мікротріщин у напружено-деформованих металічних контрукціях: автореф.дис…канд..техн.наук: спец. 05.11.13 / *Н.Я. Габльовська* – Івано-Франківськ, 2008. – 20 с. **2.** *Иванова В.С.* Синергетика и фракталы в материаловедении / *В.С.Иванова, А.С.Баланкин , И.Ж.Бунин, А.А.Оксогоев* – Москва: Наука, 1994. – 382 с. **3.** *Габльовська Н.Я.* Термодинамічні ефекти як інформативні параметри для контролю розвитку мікротріщин у напружено-деформованих конструкціях / *Н.Я. Габльовська* //Вісник національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”. Приладобудування. - 2005. - С.85-94. **4.** *N.S.Boltovets.* Ge-film resistance and Si-based diode temperature microsensors for cryogenic applications / *N.S.Boltovets, V.V.Kholevchuk, R.V.Konakova, V.F.Mitin* // Sensors and Actuators A, – 2001. – Vol.92 – P. 191 – 196. **5.** *Габльовська Н.Я.* Система контролю зародження та розвитку мікротріщин та дослідження її динамічних характеристик / *Н.Я.Габльовська* // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2008. – С.16-20. **6.** *Кисіль І.С.* Метрологія, точність і надійність засобів вимірювань / *І.С. Кисіль* // Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Факел, 2002. – 400с. **7.** *Болтон У.* Карманный справочник инженера-метролога / *У.Болтон* – М.: Издательский дом "Додэка-XXI", 2002. – 384 с. **8.** *В.С.Осадчук, О.В.Осадчук, Н.С.Кравчук.* Мікроелектронні сенсори температури з частотним виходом / *В.С.Осадчук* – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. – 163с. **9.** *Габльовська Н.Я.* Система контролю розвитку мікротріщин у напружено-деформованих металічних контрукціях: дис.…канд.техн.наук: спец. 05.11.13 / *Габльовська Надія Ярославівна* – Івано-Франківськ, 2008. – 148с.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 620.179.17

Ю. Г. БЕЗЫМЯННЫЙ, д-р техн. наук, зав. отделом ИПМ им. И.Н.Францевича НАН Украины, Киев;
Д. В. ГАЛАНЕНКО, соискатель НТУУ "КПИ", Киев;
А. Н. КОЛЕСНИКОВ, н. сотр. ИПМ им. И.Н. Францевича НАН Украины, Киев

СИСТЕМА ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ СИГНАЛОВ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ В ПРОЦЕССЕ РЕЗОНАНСНОГО НАГРУЖЕНИЯ ОБРАЗЦА

Описана система для выявления сигналов акустической эмиссии в процессе резонансного нагружения образцов. Показано, что настройка параметров системы на подавление собственных шумов нагружающей установки позволяет надёжно идентифицировать и выявлять сигналы акустической эмиссии, сопутствующие разрушению материала. Возможности метода подтверждены усталостными испытаниями классического материала Ст3.

Описана система для виявлення сигналів акустичної емісії в процесі резонансного навантаження зразків. Показано, що налаштування параметрів системи подавлення власних шумів навантажувальної установки дозволяє надійно ідентифікувати і виявляти сигнали акустичної емісії, супутні руйнування матеріалу. Можливості методу підтверджені втомним випробуваннями класичного матеріалу Ст3.

A system for detecting acoustic emission signals in a resonant loading of samples. It is shown that setting the parameters of the system to suppress the noise of loading setupallows you to securely identify and detect the signals of acoustic emission accompanyingfracture of the material. The possibilities of the method are confirmed fatigue tests of the classical material St3.

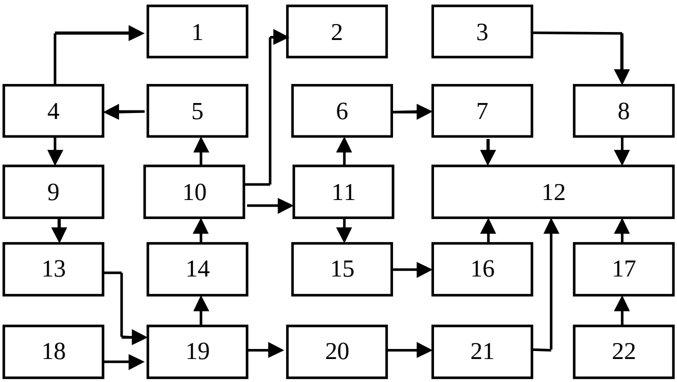
Введение. Метод АЭ широко используют для исследования и контроля за развивающимися дефектами в материале при его деформировании. Ограничения применения метода связаны с маскированием информативного сигнала АЭ шумовой помехой. Поэтому использование метода в условиях помех предполагает применение специальных подходов. [1]

При многоцикловых усталостных испытаниях материалов на больших базах нагружения используют высокочастотный резонансный режим колебаний образцов в мощных акустических полях [2]. Частота колебаний может достигать десятков кГц. Процесс усталости сопровождается накоплением дефектов в материале, зарождение и развитие которых приводит к появлению сигналов АЭ [1]. Поэтому сигналы АЭ хорошо отражают этот процесс и могут быть использованы для его исследования и контроля при условии их выделения на фоне мощного акустического поля и других помех, сопровождающих работу установки для циклического нагружения образца.

В предыдущих работах [3,4] нами было показано, что использование специальных методов развязки мощного акустического поля, нагружающего образец, и маломощного, проводящего сигналы АЭ, а также адаптация параметров современного оборудования АЭ-контроля к собственным шумам испытательной машины принципиально позволяют создать систему для выявления и идентификации сигналов АЭ в условиях высокочастотного резонансного деформирования образцов. Однако остаётся проблема появления случайных одиночных помех, которые усложняют интерпретацию поступающих на вход системы сигналов и не позволяют установить однозначную связь между параметрами АЭ и усталостным разрушением материала.

Поэтому, с точки зрения развития рассматриваемой системы контроля, представляет интерес возможность однозначной идентификации помех в принимаемом системой сигнале, выделение их из полезного сигнала и, таким образом, повышение надёжности выявления именно сигналов АЭ с последующей интерпретацией этих сигналов для оценки усталостной повреждённости материала. Эту задачу решали в настоящей работе.

1. Описание и настройки системы. Для анализа возможностей системы в плане решения поставленной задачи была создана исследовательская лабораторная установка, позволяющая обрабатывать параметры сигналов, поступающих в процессе резонансного нагружения образцов. Структурная схема установки показана на рис. 1.



1 – частотомер; 2 – измеритель амплитуды; 3 – датчик 4; 4 – задающий генератор; 5 – обратная связь; 6 – датчик 1; 7 – измерительный канал 1; 8 – контрольный канал 2; 9 – предварительный усилитель; 10 – образец; 11 – волновод 2; 12 – ГАЛС-1; 13 – мощный усилитель; 14 – волновод 1; 15 – датчик 2; 16 – измерительный канал 2; 17 – контрольный канал 3; 18 – блок подмагничивания; 19 – вибратор электродинамический; 20 – датчик 3; 21 – контрольный канал 1; 22 – датчик 5.

Рис. 1. Структурная схема установки.

В установке нагружение образца материала проводят в режиме вынужденных симметричных изгибных резонансных колебаний в соответствии с методиками работы [4]. Свойства материала, размеры и форма образца определяют резонансную частоту его колебаний. Для формирования этой частоты используют генератор 4, а для контроля – частотомер 1. Мощное акустическое поле для возбуждения образца создают с помощью вибрационного электродинамического стенда ВЭДС-400 (см. поз. 9, 13, 18 и 19 на рис. 1) и вводят в образец с помощью волновода 1 (поз. 14), который одновременно служит согласующим устройством между вибростендом и образцом, а также концентратором напряжений. Обратная связь позволяет в процессе испытаний подстраивать частоту колебаний и уровень нагрузки образца. Этот уровень выбирают в зависимости от задачи испытаний и контролируют измерителем 2. Для развязки мощного акустического поля, возбуждающего образец, и маломощного акустического поля сигналов АЭ использован волновод 2 (поз. 11), описанный в [3]. Через этот волновод с помощью датчиков 1 (поз. 6) и 2 (поз. 15) информационных каналов 1 (поз. 7) и 2 (поз. 16) соответственно, осуществляли съём сигналов АЭ с образца. Два канала использовали для отработки местоположения датчиков на волноводе и повышения надёжности измерений. Для выявления акустических шумовых сигналов, создаваемых подвижными частями испытательного оборудования, использован датчик 3 (поз. 20), закреплённый на корпусе электродинамического вибратора 19, с последующим подключением к контрольному каналу 1 (поз. 21). Для выявления шумовых сигналов, обусловленных электромагнитными наводками, использованы датчики 4 (поз. 3) и 5 (поз. 22), расположенные в местах, близких к элементам вибростенда, в которых возбуждается электромагнитное поле. Эти датчики подключены к контрольным каналам 2 (поз. 8) и 3 (поз. 17) соответственно. Измерительные каналы 1, 2 и контрольные 1, 2, 3 подключены к каналам 1, 2, 3, 4, 5 комплекса дефектоскопического акустико-эмиссионного «ГАЛС-1» [5] соответственно. Комплекс позволял принимать и обрабатывать сигналы, поступающие на его вход.

При работе комплекса в режиме испытания материалов в информационных каналах во входном сигнале, кроме сигналов АЭ, сопровождающих разрушение материала в результате усталости, присутствует шумовая помеха. Эта помеха обусловлена следующими факторами [4]: работой подвижных элементов вибростенда [6]; присутствием высших гармоник в колебании образца; электромагнитными наводками, обусловленными работой элементов вибростенда в стационарном режиме и при переключении режимов; трением в местах крепления образцов, волноводов и информационных датчиков. Существенно уменьшить последнюю помеху [4] позволяет настройка систем крепления указанных элементов, которую обычно [2] проводят для обеспечения высокого к.п.д. передачи акустической энергии от вибростенда через волновод в образец. Полностью подавить все указанные помехи ранее не удавалось.

Для подавления этих помех были использованы параметры настройки каналов ГАЛС-1 [5]: коэффициент основного усиления, уровень дискриминации, превышение плавающего порога, время усреднения шумов, максимальное время нарастания, время ожидания продолжения, максимальная длительность, мертвое время, режим мертвого времени, превышение уровня предыдущего сигнала, нижняя частота фильтра, верхняя частота фильтра. Указанные параметры выбирали экспериментально в процессе работы вибростенда в режиме нагружения образца таким образом, чтобы во всех приёмных каналах была подавлена шумовая составляющая. Результаты выбора этих параметров приведены в таблице.

Пример влияния настройки этих параметров на помехозащищённость приёмного тракта показан на рис. 2. Так, если нижнюю граничную частоту уменьшить до 100 кГц (рис. 2 а), то в приёмном сигнале появляются случайные одиночные всплески активностью в несколько единиц в районе 240 и 360 мкс. Сигнал порядка 15 мкс соответствует включению генератора, а 140 мкс – включению питания мощного усилителя. Для сравнения на рис. 2 б при нижней частоте 350 кГц сигналы включения генератора (порядка 600 мкс) и питания мощного усилителя (порядка 840 мкс) остались, но случайные шумы на вход каналов уже не поступают.

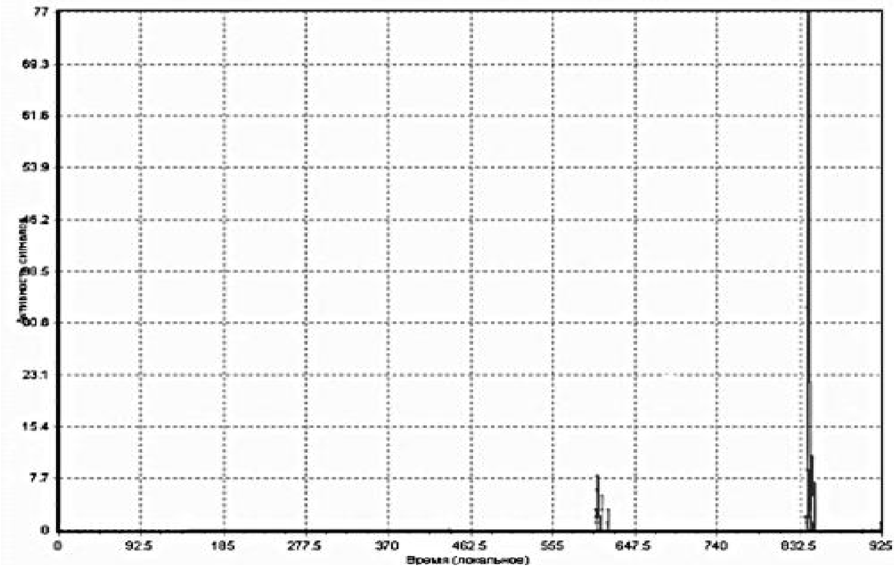
Таблица

Параметры настройки каналов ГАЛС-1

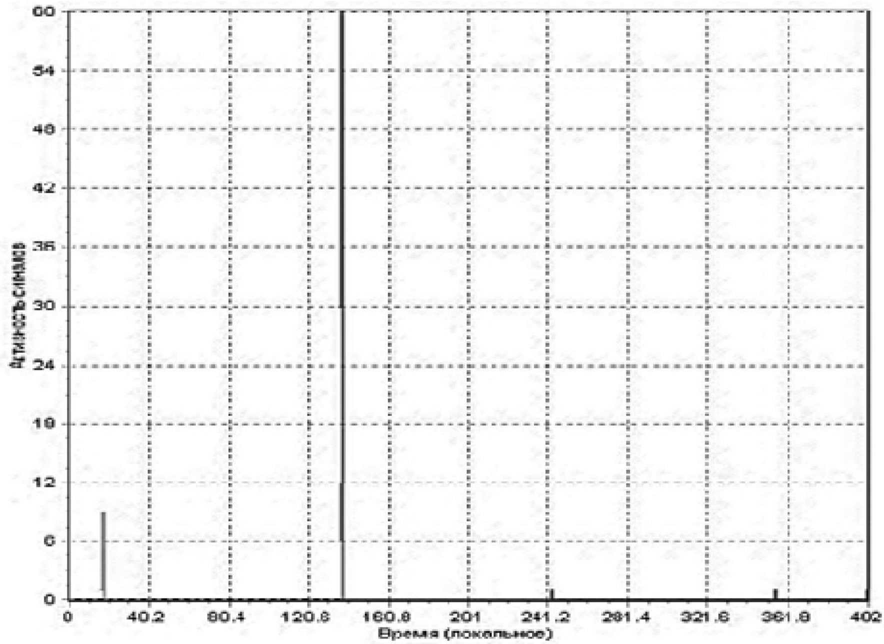
№ канала	1	2	3	4	5
Активность	вкл	вкл	вкл	вкл	вкл
Коэффициент основного усиления, дБ	45.0	45.0	45.0	45.0	45.0
Уровень дискриминации (порог), дБ	28.0	28.0	28.0	28.0	28.0
Режим порога	фикс	фикс	фикс	фикс	фикс
Превышение плавающего порога, дБ	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0
Время усреднения шумов, мкс	1638	1638	1638	1638	1638
Максимальное время нарастания, мкс	1000	1000	1000	1000	1000
Время ожидания продолжения, мкс	100	100	100	100	100
Максимальная длительность, мкс	5000	5000	5000	5000	5000
Мертвое время, мкс	5000	5000	5000	5000	5000
Режим мертвого времени	умное	умное	умное	умное	умное
Превышение, дБ	-3.0	-3.0	-3.0	-3.0	-3.0
Нижняя частота фильтра, кГц	350	350	350	350	350
Верхняя частота фильтра, кГц	700	700	700	700	700

Использование указанных настроек обеспечило полное подавление стационарной шумовой помехи, сопутствующей испытаниям образцов на усталость, однако при этом произошло уменьшение чувствительности измерительных каналов к сигналам АЭ.

Чувствительность информационных каналов проверяли стандартным способом – имитатором Су-Нильсена. Были проведены по 5 сломов грифеля: на образце в предполагаемом месте излома, на волноводе рядом с заделкой образца, на волноводе рядом с датчиками. Результаты проверки показаны на рис. 3.



а



б

Рис. 2. Зависимость активности входных сигналов от времени при нижней частоте 100 (*а*) и 350 (*б*) кГц.

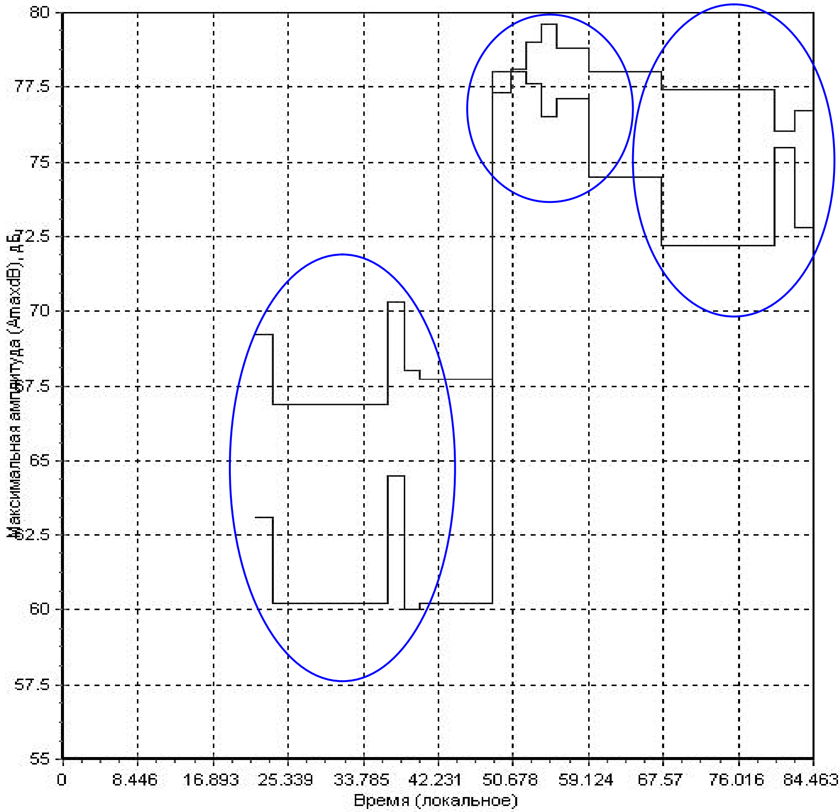


Рис. 3. Зависимость максимальной амплитуды от времени при разломе грифеля в трёх местах (зоны, обведенные эллипсами, слева направо): на образце в предполагаемом месте излома, на волноводе рядом с заделкой образца, на волноводе рядом с датчиками.

Из рис. 3 видно, что при выбранных настройках сигналы АЭ уверенно регистрируются прибором. При этом переход от образца к волноводу уменьшает сигнал на 10-12 дБ, а местоположение датчика на волноводе влияет на уровень сигнала в пределах 5 дБ, что не превышает разброс уровня сигнала при разломе грифеля.

Таким образом, выбранная комбинация настроек параметров приёмного тракта прибора позволила подавить стационарные шумовые помехи вибростенда, нагружающего образец. Помехи, возникающие при переключении режимов работы вибростенда в стационарном режиме испытаний отсутствуют. Помимо этого, они надёжно фиксируются контрольными каналами, могут быть идентифицированы и выделены из полезного сигнала.

В результате проведенных исследований была предложена система для анализа сигналов АЭ в процессе резонансного нагружения образцов. От описанной (см. рис.1) лабораторной установки она отличается отсутствием третьего контрольного канала. Внешний вид этой системы показан на рис. 4.

Рис. 4. Система для анализа сигналов АЭ в процессе резонансного нагружения образцов.

2. Результаты экспериментальных исследований и их анализ. Работоспособность системы была проверена при испытании на усталость образца материала из Ст3. Образец представлял собой стержень с прямоугольным сечением малой толщины. Размеры и форма образца позволяли проводить его нагружение в резонансном режиме на второй форме изгибных колебаний. Для увеличения уровня локальной нагрузки в месте наибольших напряжений по оси образца был сделан концентратор в виде отверстия и пропил напротив него.

В процессе накопления усталостных повреждений в образце с помощью прибора ГАЛС-1 контролировали следующие параметры сигналов АЭ: активность, максимальную амплитуду, скорость счёта и энергию. Разрушение материала при развитии усталостной трещины контролировали по уменьшению резонансной частоты колебаний образца.

Результаты эксперимента представлены на рис. 5-9. Как видно из этих рисунков, каждый из исследуемых параметров сигналов АЭ уверенно фиксировался не только на стадии развития макротрещины, но и на более ранних этапах разрушения материала.

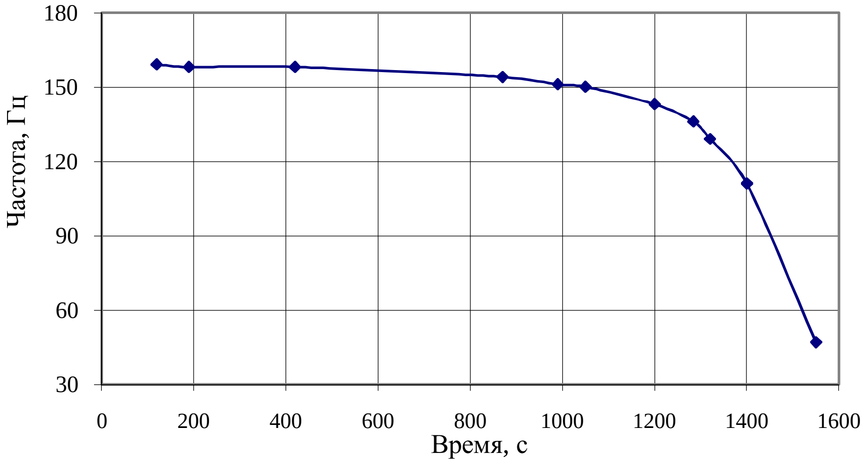


Рис. 5. Зависимость резонансной частоты от времени нагружения образца.

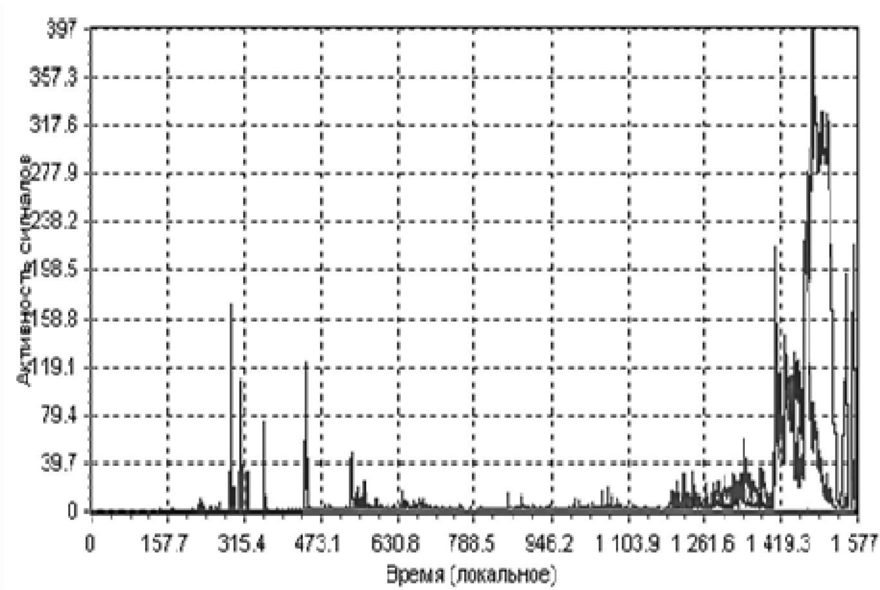


Рис. 6. Зависимость активности сигналов АЭ от времени нагружения образца.

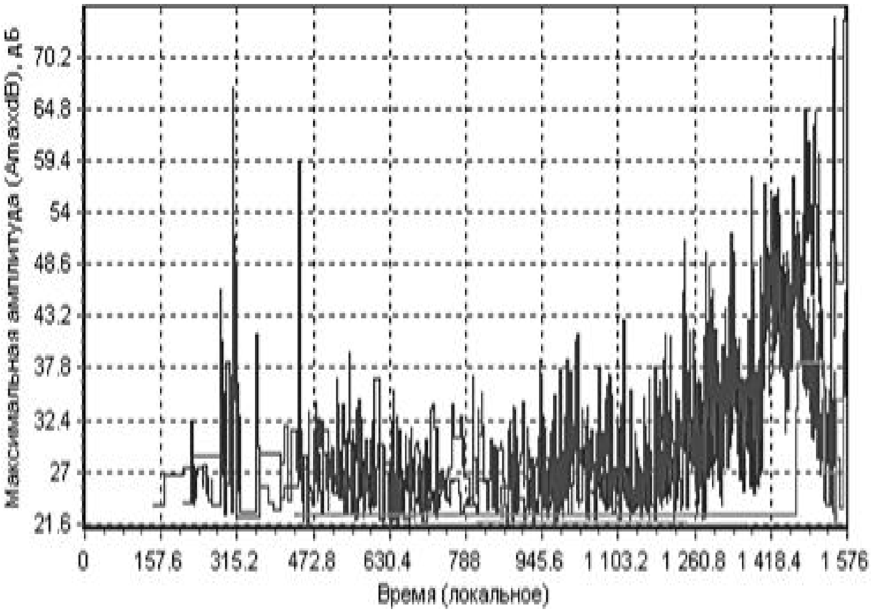


Рис. 7. Зависимость максимальной амплитуды сигналов АЭ от времени нагружения образца

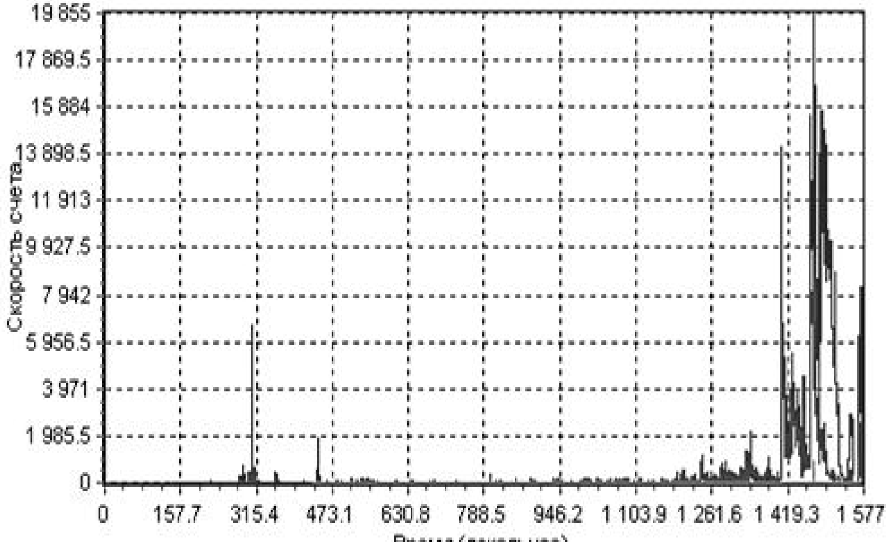


Рис. 8. Зависимость скорости счёта сигналов АЭ от времени нагружения образца.

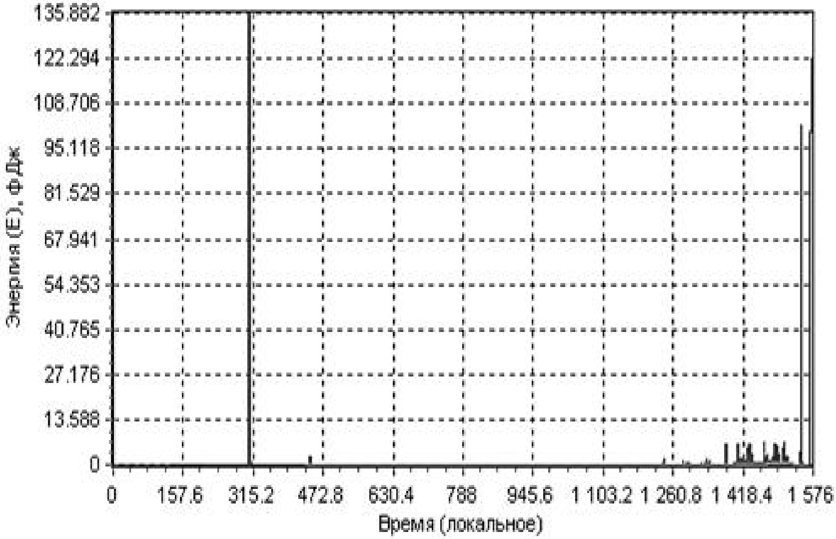


Рис. 9. Зависимость энергии сигналов АЭ от времени нагружения образца.

Выводы. В результате проведенных исследований предложена система для выявления сигналов акустической эмиссии в процессе резонансного нагружения образцов. Работоспособность системы показана на примере испытания образцов из Ст3. Таким образом расширены возможности метода АЭ применительно к исследованию накопления усталостных повреждений при высокочастотном деформировании материала.

Дальнейшее развитие метода может быть связано с исследованием особенностей отражения сигналами АЭ усталостного повреждения в различных частотных диапазонах.

Список литературы: **1.**Неразрушающий контроль и диагностика: Справочник / Под ред. *В.В.Клюева*. – М.: Машиностроение, 2003. – 656 с. **2**. Усталостные испытания на высоких частотах нагружения /Под ред. *В.А. Кузьменко*. – К.: Наук. думка, 1979. 336 с. **3.** *БезымянныйЮ.Г.* Развитие акустико-эмиссионного метода для исследования процесса многоцикловой усталости материалов. /*Ю.Г.Безымянный, Д.В.Галаненко* //Фізичні методи та засоби контролю середовищ матеріалів та виробів. (Серія). Випуск 13: Теорія і практика неруйнівного контролю матеріалів і конструкцій. – Зб. наук. праць. – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України. – 2008. –288с. – С.100-106. **4.** *Безымянный Ю.Г.* Адаптация метода акустической эмиссии к усталостным испытаниям материалов на высоких частотах нагружения /*Ю.Г.Безымянный, Д.В.Галаненко* //Фізичні методи та засоби контролю середовищ матеріалів та виробів. (Серія). Випуск 14: Теорія і практика неруйнівного контролю матеріалів і конструкцій. – Зб. наук. праць. – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г.В.Карпенка НАН України. – 2009. – С.29-35. **5.** Комплекс дефектоскопический акустико-эмиссионный «ГАЛС-1». Руководство по эксплуатации ГАЛС-1.32828482.001.07РЭ. ЗАО «УкрНИИНК». Киев, 2007. **6.** Вибрационный электродинамический стенд ВЭДС-400А. Паспорт. Таганрог, 1985.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 534.232.082.74

А. Г. ГОРБАШОВА, аспирант, НТУУ «КПИ», Киев;
О. Н. ПЕТРИЩЕВ, д.т.н., проф., НТУУ «КПИ», Киев;
Г. М. СУЧКОВ, д.т.н., проф., НТУ «ХПИ», Харьков

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

В работе рассмотрена задача возбуждения осесимметричными силами Лоренца продольных и поперечных сферических волн в металлическом полупространстве. Задача решена в приближении дальнего поля с применением интегрального преобразования Ханкеля по радиальной координате. Исследовано влияние размеров в области существования сил Лоренца на амплитудно-частотный спектр возбужденных волн. Выполнен сравнительный анализ энергоемкости продольных и поперечных волн

У роботі розглянута задача збудження осесиметричними силами Лоренца поздовжніх і поперечних сферичних хвиль в металевому півпросторі. Задача вирішена в наближенні далекого поля із застосуванням інтегрального перетворення Ханкеля по радіальній координаті. Досліджено вплив розмірів в області існування сил Лоренца на амплітудно-частотний спектр збуджених хвиль. Виконано порівняльний аналіз енергоємності поздовжніх і поперечних хвиль.

The paper deals with problem of excitation of axisymmetric Lorentz force of the longitudinal and transverse spherical waves in the metal half-space. The problem is solved in the far-field approximation using the Hankel integral transform over the radial coordinate. The effect sizes in the range of existence of the Lorentz forces on the amplitude-frequency spectrum of the excited waves. A comparative analysis of the energy of the longitudinal and transverse waves.

Введение. При решении практических задач ультразвуковой толщинометрии металлоизделий часто возникают трудно преодолимые препятствия, которые обусловлены принципиальной невозможностью осуществления механического контакта с поверхностью исследуемого объекта. В этом случае необходимо использовать устройства, в которых реализуется бесконтактный (электромагнитный) способ возбуждения и приема ультразвуковых волн [1, 2]. Дальнейшее совершенствование технических характеристик и показателей этих устройств практически невозможно без ясного понимания качественных и количественных закономерностей электромагнитного способа возбуждения акустических волн в металлах.

Известно [3], что под действием изменяющихся во времени нагрузок, которые прикладываются к поверхности массивного твердого тела, в нем возбуждаются и распространяются поверхностные волны Рэлея, а также продольные и поперечные волны. В работе [4] решена задача об электромагнитном возбуждении поверхностных волн Рэлея в металлах неферромагнитной группы и в ферромагнетиках.

В настоящей работе приводятся решения динамических задач теории упругости о возбуждении осесимметричных сферических продольных и поперечных волн в изотропном полупространстве системой поверхностных и объемных сил.

Граничные задачи при электромагнитном возбуждении осесимметричных, радиально распространяющихся сферических продольных и поперечных волн. Рассмотрим металлическое полупространство (рис. 1), над поверхностью которого располагается источник (он на рис. 1 не показан) переменного магнитного поля. Источник генерирует изменяющееся во времени магнитное поле,

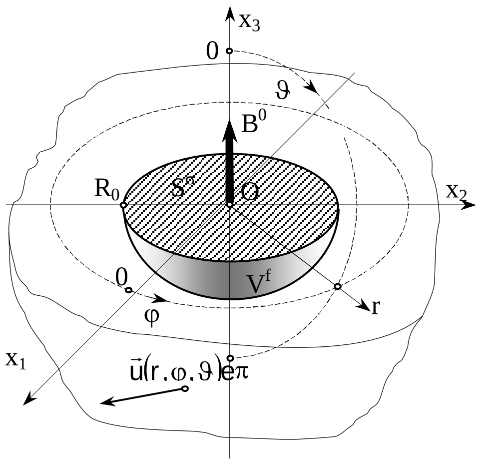


Рис. 1. Расчетная схема задачи об электромагнитном возбуждении ультразвуковых волн в металлическом полупространстве

которое обладает симметрией относительно оси Ox_3 и характеризуется вектором напряженности $\vec{H}^*(x_k)e^{i\omega t}$, где $\vec{H}^*(x_k)$ - амплитуда; x_k $(k=1,2,3)$ - координаты точки наблюдения; $i=\sqrt{-1}$; ω - круговая частота смены знака; t - время. В присутствии постоянного, вертикально ориентированного, поля подмагничивания (источник этого поля на рис. 1 не показан), которое характеризуется магнитной индукцией B^0, не изменяющейся в пределах объема V^f, переменное магнитное поле формирует в этом объеме и на его поверхности S^σ систему поверхностных и объемных сил. Если металл не является ферромагнетиком, то на поверхности S^σ, ограниченной окружностью радиуса R_0, который имеет смысл физической бесконечности для данной конструкции источника переменного магнитного поля [4], возникают нормальные и касательные напряжения Максвелла [5]. В объеме V^f при этом возникают силы Лоренца, которые характеризуются объемной плотностью $\vec{f}^* = \vec{j}^{\,в} \times \vec{B}$, где $\vec{j}^{\,в}$ - поверхностная плотность вихревого тока в металле; $\vec{B}$ - вектор магнитной индукции. Для ферромагнетиков поверхностные и объемные нагрузки определяются как алгебраическая сумма пондеромоторных сил электромагнитного поля и магнитострикционных сил [6]

В сферической системе координат (рис. 1) граничная задача, решение которой позволит определить компоненты вектора смещений $\vec{u}(r,\varphi,\vartheta)e^{i\omega t}$ в произвольной точке наблюдения за пределами области существования внешних силовых факторов, вне зависимости от типа металла формулируется следующим образом.

Найти амплитудные значения компонентов вектора смещения $\vec{u}(r,\varphi,\vartheta)$, которые в объеме V ($\vartheta > \pi/2$) полупространства удовлетворяют уравнению установившихся гармонических колебаний

$$(\lambda + 2G)graddiv\vec{u} - Grotrot\vec{u} + \rho_0\omega^2\vec{u} - \vec{f}^* = 0 \,\forall (r,\varphi,\vartheta) \in V \qquad (1)$$

где λ, G и ρ_0 - модули упругости и плотность металла, а на его свободной поверхности S ($\vartheta = \pi/2$) создают напряжения, амплитуды которых $\sigma_{\vartheta\beta}(r,\varphi,\pi/2)$ $(\beta = r,\varphi,\vartheta)$ удовлетворяют третьему закону Ньютона, т. е.

$$\sigma_{\vartheta\beta}(r,\varphi,\pi/2) - \sigma^*_{\vartheta\beta}(r,\varphi,\pi/2) = 0 \,\forall (r,\varphi) \in S\,, \qquad (2)$$

где $\sigma^*_{\vartheta\beta}(r,\varphi,\pi/2)$ $(\beta = r,\varphi,\vartheta)$ - амплитудные значения поверхностных нагрузок, т. е., в общем случае, алгебраическая сумма соответствующих компонентов тензора Максвелла и магнитострикционных напряжений.

Для металлов неферромагнитной группы при наличии источника, который генерирует осесимметричное, гармонически изменяющееся во времени, магнитное поле, амплитуда вектора напряженности которого определяется компонентами $H^*_r(r,\vartheta)$ и $H^*_\vartheta(r,\vartheta)$, граничная задача (1), (2) распадается на две самостоятельных граничных задачи, решения которых несут информацию об амплитудах возбуждаемых продольных и поперечных волн. Математические формулировки этих задач имеют следующий вид:

а) *продольные волны*

найти вектор смещения $\vec{u}^{\ell}(r,\vartheta)$, который удовлетворяет условию $rot\vec{u}^{\ell}(r,\vartheta) = 0$ в любой точке упругого полупространства и уравнению установившихся колебаний

$$(\lambda + 2G)graddiv\vec{u}^{\ell} + \rho_0\omega^2\vec{u}^{\ell} - \vec{f}^* = 0 \,\forall (r,\vartheta) \in V\,, \qquad (3)$$

где $\vec{f}^*(r,\vartheta) = \vec{e}_\vartheta f^*_\vartheta(r,\vartheta)$, где $\vec{e}_\vartheta$ - единичный вектор (орт) сферической системы координат; и граничным условиям на поверхности S

$$\sigma_{\vartheta r}(r,\pi/2) = 0 \,\forall r \in S\,, \quad \sigma_{\vartheta\vartheta}(r,\pi/2) - \sigma^*_{\vartheta\vartheta}(r,\pi/2) = 0 \,\forall r \in S\,; \qquad (4)$$

б) *поперечные (сдвиговые) волны*

найти вектор смещения $\vec{u}^{s}(r,\vartheta)$, который удовлетворяет условию $div\vec{u}^{s}(r,\vartheta)=0$ в любой точке упругого полупространства и уравнению установившихся колебаний

$$-Grotrot\vec{u}^{s}+\rho_0\omega^2\vec{u}^{s}-\vec{f}^{*}=0\,\forall(r,\vartheta)\in V\,, \tag{5}$$

где $\vec{f}^{*}(r,\vartheta)=\vec{e}_r f_r^{*}(r,\vartheta)$, где $\vec{e}_r$ - единичный вектор (орт) сферической системы координат; и граничным условиям на поверхности S

$$\sigma_{\vartheta r}(r,\pi/2)-\sigma^{*}_{\vartheta r}(r,\pi/2)=0\,\forall\, r\in S\,,\qquad \sigma_{\vartheta\vartheta}(r,\pi/2)=0\,\forall\, r\in S\,. \tag{6}$$

По своему физическому содержанию граничная задача (1), (2) и её частные формулировки (3), (4) и (5), (6) являются обобщением классической задачи Лэмба [3], и по этой причине граничные задачи (1) – (6) можно называть обобщенными задачами Лэмба.

Общие решения обобщенных задач Лэмба для продольных и поперечных волн. Общее решение обобщенной задачи Лэмба (3), (4) записывается в следующем виде

$$\vec{u}^{\ell}(r,\vartheta)=\vec{V}^{\ell}(r,\vartheta)+\vec{W}^{\ell}(r,\vartheta), \tag{7}$$

где $\vec{V}^{\ell}(r,\vartheta)$ - составляющая волнового поля смещений материальных частиц полупространства созданная объемной силой с плотностью $f_{\vartheta}^{*}(r,\vartheta)$; $\vec{W}^{\ell}(r,\vartheta)$ - составляющая, которая сформированная поверхностной нагрузкой $\sigma^{*}_{\vartheta\vartheta}(r,\vartheta)$.

Компоненты векторов $\vec{V}^{\ell}(r,\vartheta)$ и $\vec{W}^{\ell}(r,\vartheta)$ определяются следующими выражениями:

$$V_r^{\ell}(r,\vartheta)=-(k_\ell r)^{-1/2}\sum_{n=1}^{\infty}U_{2n}(k_\ell)\left[H^{(2)}_{2n-1/2}(k_\ell r)-\frac{2n+1}{(k_\ell r)}H^{(2)}_{2n+1/2}(k_\ell r)\right]P_{2n}(\xi)$$

,

$$V_{\vartheta}^{\ell}(r,\vartheta)=-(k_\ell r)^{-3/2}\sum_{n=1}^{\infty}U_{2n}(k_\ell)H^{(2)}_{2n+1/2}(k_\ell r)\frac{\partial P_{2n}(\xi)}{\partial\vartheta}\,,$$

$$W_r^{\ell}(r,\vartheta)=k_\ell(k_\ell r)^{-1/2}\sum_{n=1}^{\infty}C_{2n}\left[H^{(2)}_{2n-1/2}(k_\ell r)-\frac{2n+1}{(k_\ell r)}H^{(2)}_{2n+1/2}(k_\ell r)\right]P_{2n}(\xi),$$

$$W_{\vartheta}^{\ell}(r,\vartheta)=k_{\ell}(k_{\ell}r)^{-3/2}\sum_{n=1}^{\infty}C_{2n}H_{2n+1/2}^{(2)}(k_{\ell}r)\frac{\partial P_{2n}(\xi)}{\partial\vartheta}\ ,$$

где $k_{\ell}=\omega/\sqrt{(\lambda+2G)/\rho_0}$ - волновое число продольных волн; $U_{2n}(k_{\ell})$ и C_{2n} - амплитудные множители; $H_{2n\pm1/2}^{(2)}(k_{\ell}r)$ - функции Ханкеля второго рода полуцелого порядка; $P_{2n}(\xi)$ - функции (полиномы) Лежандра первого рода четной степени $2n$; $\xi=\cos\vartheta$ - аргумент функций Лежандра.

Амплитудные множители $U_{2n}(k_{\ell})$ и C_{2n} определяются следующими соотношениями

$$U_{2n}(k_{\ell})=\frac{i\pi}{2(\lambda+2G)}\int_0^{\infty}r(k_{\ell}r)^{3/2}\,f_{2n}^{*}(r)J_{2n+1/2}(k_{\ell}r)d(k_{\ell}r),$$

где $f_{2n}^{*}(r)=\dfrac{4n+1}{4n(2n+1)}\displaystyle\int_{-1}^{0}f_{\vartheta}^{*}(r,\vartheta)\sin\vartheta\frac{\partial P_{2n}(\xi)}{\partial\xi}d\xi$; $J_{2n+1/2}(k_{\ell}r)$ - функция Бесселя полуцелого порядка;

$$C_{2n}=\frac{1}{4Gk_{\ell}P_{2n}(0)\beta_1}\int_0^{\infty}(k_{\ell}r)^{-1/2}\sigma_{\vartheta\vartheta}^{*}(r,\pi/2)\Phi_{2n}(k_{\ell}r)d(k_{\ell}r)-\frac{\beta_2}{\beta_1}U_{2n}(k_{\ell}),$$

где $\Phi_{2n}(k_{\ell}r)=J_{2n-3/2}(k_{\ell}r)+J_{2n+1/2}(k_{\ell}r)+J_{2n+5/2}(k_{\ell}r)$;

$$\beta_1=k_{\ell}[b_1/(4n-1)+b_2/(4n+1)+b_3/(4n+5)];$$

$$\beta_2=a_1/(4n-1)+a_2/(4n+1)+a_3/(4n+5);$$

$$b_1=\frac{1}{4n-1}+\left[\frac{\lambda}{2G}-(2n+1)^2\right]\Big/(16n^2-1);\ b_2=b_1+b_3;$$

$$b_3=\left[\frac{\lambda}{2G}-(2n+1)^2\right]\Big/[(4n+1)(4n+3)];$$

$$a_1=\frac{1}{4n-1}+(2n+1)\left(2n+1+\frac{\lambda}{2G}\right)\Big/(16n^2-1);\ a_2=\frac{1}{4n-1}+\ +\frac{\lambda}{2G}+a_3;$$

$$a_1=(2n+1)\left(2n+1+\frac{\lambda}{2G}\right)\Big/[(4n+1)(4n+3)].$$

Общее решение обобщенной задачи Лэмба (5), (6) записывается в следующем виде:

$$\vec{u}^{\,s}(r,\vartheta) = \vec{V}^{\,s}(r,\vartheta) + \vec{W}^{\,s}(r,\vartheta), \tag{8}$$

где составляющие волнового поля смещений $\vec{V}^{\,s}(r,\vartheta)$ и $\vec{W}^{\,s}(r,\vartheta)$ имеют тот же физический смысл, что и составляющие поля смещений $\vec{u}^{\,\ell}(r,\vartheta)$.

Компоненты векторов $\vec{V}^{\,s}(r,\vartheta)$ и $\vec{W}^{\,s}(r,\vartheta)$ определяются следующими выражениями:

$$V_r^s(r,\vartheta) = (k_s r)^{-3/2} \sum_{n=0}^{\infty} U_{2n+1}(k_s) H_{2n+3/2}^{(2)}(k_s r) P_{2n+1}(\xi)\ ,$$

$$V_\vartheta^s(r,\vartheta) = (k_s r)^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{U_{2n+1}(k_s)}{(2n+1)(2n+2)} \left[H_{2n+1/2}^{(2)}(k_s r) - \frac{2n+1}{(k_s r)} H_{2n+3/2}^{(2)}(k_s r) \right] \frac{\partial P_{2n+1}(\xi)}{\partial \vartheta}\ ,$$

$$w_r^s(r,\vartheta) = k_s (k_s r)^{-3/2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)(2n+2) C_{2n+1} H_{2n+3/2}^{(2)}(k_s r) P_{2n+1}(\xi)\ ,$$

$$W_\vartheta^s(r,\vartheta) = k_s\, (k_s r)^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2n+1} \left[H_{2n+1/2}^{(2)}(k_s r) - \frac{2n+1}{(k_s r)} H_{2n+3/2}^{(2)}(k_s r) \right] \frac{\partial P_{2n+1}(\xi)}{\partial \vartheta}$$

,

где $k_s = \omega \big/ \sqrt{G/\rho_0}$ - волновое число поперечных (сдвиговых) волн; $U_{2n+1}(k_\ell)$ и C_{2n+1} - амплитудные множители, которые рассчитываются по следующим формулам

$$U_{2n+1}(k_s) = \frac{i\pi}{2G} \int_0^{\infty} r (k_s r)^{3/2}\, f_{2n+1}^*(r) J_{2n+3/2}(k_s r) d(k_s r),$$

где $f_{2n+1}^*(r) = (n+1) \int_{-1}^{0} f_r^*(r,\vartheta) P_{2n+1}(\xi) d\xi$;

$$C_{2n+1} = \frac{1}{2Gk_s^2 P_{2n}(0) Q_n} \int_0^{\infty} (k_s r)^{-1/2} \sigma_{\vartheta r}^*(r,\pi/2) \Psi_{2n+1}(k_s r) d(k_s r) - \frac{1}{k_s} U_{2n+1}(k_s)$$

где $Q_n = q_1/(4n-1) + q_2/(4n+3) + q_3/(4n+7)$;

$q_1 = \eta_1/(4n+1) + \eta_3/[(4n+1)(4n+3)]$; $q_2 = \eta_1/(4n+1) +$

$+ \eta_2 + \eta_3 [1/(4n+1) + 1/(4n+5)]/(4n+3)$; $q_3 = \eta_3/[(4n+3)(4n+5)]$;

$\eta_1 = b_1^* - (2n+1) a_1^*$; $\eta_2 = b_2^* - (2n+1) a_2^*$; $\eta_3 = b_3^* - (2n+1) a_3^*$;

$b_1^* = -(3/2)(2n+1)$; $b_2^* = 2n+1$; $b_3^* = -(2n+1)^2 (4n+11/2)$;

$a_1^* = -1/[(2n+1)(n+1)]$; $a_2^* = a_1^*/2$; $a_3^* = (2n^2+5n+2)/(2n^2+3n+1)+1$;

$$\Psi_{2n+1}(k_s r) = J_{2n-1/2}(k_s r) + J_{2n+3/2}(k_s r) + J_{2n+7/2}(k_s r).$$

В заключение необходимо особо подчеркнуть то обстоятельство, что амплитудные множители C_{2n} и C_{2n+1} определяются в результате разложения поверхностных нагрузок $\sigma^*_{\vartheta r}(r, \pi/2)$ и $\sigma^*_{\vartheta\vartheta}(r, \pi/2)$ в ряды по функциям $\psi(k_s r) = (k_s r)^{-1/2}\Psi_{2n+1}(k_s r)$ и $\varphi(k_\ell r) = (k_\ell r)^{-1/2}\Phi_{2n}(k_\hbar r)$. По этой причине они определяются не компонентами вектора напряженности переменного магнитного поля, которое создается источником, а его интегральными характеристиками, которые появляются в процессе вычисления коэффициентов разложения в указанные выше ряды. Действительно, так как $\sigma^*_{\vartheta r}(r, \pi/2) = -B^0 H^*_r(r, \pi/2)$ и $\sigma^*_{\vartheta\vartheta}(r, \pi/2) = -B^0 H^*_\vartheta(r, \pi/2)$, то интегральные характеристики компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля на поверхности металлического полупространства $H_r^{(2n+1)}(k_s, \pi/2)$ и $H_\vartheta^{(2n)}(k_\ell, \pi/2)$ определяются следующим образом

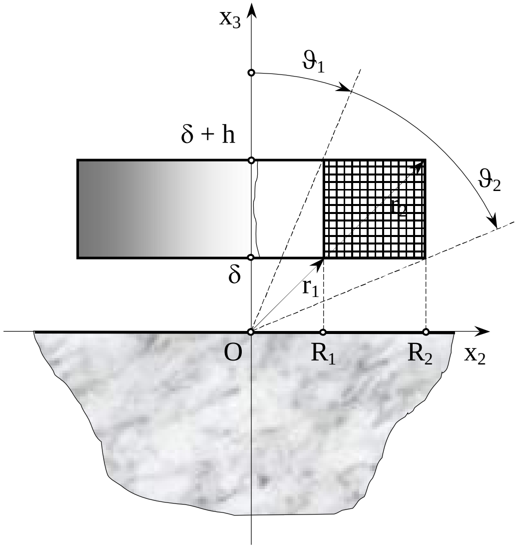


Рис. 2. Расчетная схема осесимметричного индуктора переменного магнитного поля

$$H_r^{(2n+1)}(k_s, \pi/2) = \int_0^\infty (k_s r)^{-1/2} H^*_r(r, \pi/2)\Psi_{2n+1}(k_s r)\, d(k_s r), \tag{9}$$

$$H_\vartheta^{(2n)}(k_\ell, \pi/2) = \int_0^\infty (k_\ell r)^{-1/2} H^*_\vartheta(r, \pi/2)\Phi_{2n}(k_\ell r)\, d(k_\ell r), \tag{10}$$

Практическая ценность интегральных представлений (9) и (10) заключается в том, что их применение позволяет выполнить строгое и полное решение задачи технической электродинамики о распределении переменного магнитного поля в токопроводящем, анизотропном по магнитным свойствам, полупространстве, которое создается внешним источником, находящимся над поверхностью металла.

Расчет пондеромоторных сил электромагнитного поля осесимметричного индуктора. Рассмотрим индуктор (источник переменного магнитного поля), который образован N концентрически уложенными витками провода (рис. 2). Индуктор в форме кольцевой катушки высотой h и толщиной укладки витков $R_2 - R_1$ расположен на расстоянии δ над поверхностью $x_3 = 0$ (в сферической системе координат $\vartheta = \pi/2$) токопроводящего упругого полупространства с удельной электрической проводимостью r_0. Будем полагать, что материал полупространства является металлом неферромагнитной группы, т. е. в нем отсутствуют магнитострикционные эффекты.

В присутствии достаточно сильного и не изменяющегося во времени магнитного поля, вектор магнитной индукции которого полностью определяется вертикальным компонентом B_3^0 (источник этого поля на рис. 2 не показан) переменный электрический ток $I_0 e^{i\omega t}$ в витках осесимметричного индуктора создает на поверхности металла поверхностные нагрузки

$$\sigma_{\vartheta r}^*(r, \pi/2) = -B_3^0 H_r^*(r, \pi/2), \quad \sigma_{\vartheta\vartheta}^*(r, \pi/2) = -B_3^0 H_\vartheta^*(r, \pi/2), \tag{11}$$

а в объеме металла – силы Лоренца с объемной плотностью

$$f_r^*(r, \vartheta) = -B_3^0 J_\varphi^*(r, \vartheta)\sin\vartheta, \quad f_\vartheta^*(r, \vartheta) = -B_3^0 J_\varphi^*(r, \vartheta)\cos\vartheta, \tag{12}$$

где r и ϑ - текущие значения радиальной координаты и полярного угла сферической системы координат (рис. 1); $H_r^*(r, \pi/2)$, $H_\vartheta^*(r, \pi/2)$ и $J_\varphi^*(r, \vartheta)$ - амплитудные значения гармонически изменяющихся во времени компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля на поверхности металла и поверхностной плотности вихревого тока в объеме полупространства.

Для того, чтобы определить эти величины и построить аналитические конструкции для расчета амплитудных множителей продольных и поперечных сферических волн, рассмотрим вначале переменное магнитное поле в области $\{0 \le r < \infty,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ 0 \le \vartheta \le \pi/2\}$, т. е. над поверхностью металла.

В этой области существуют сторонние электрические токи, вектор поверхностной плотности которых $\vec{J}^{\,s}$ полностью определяется азимутальным компонентом $J_{\varphi}^{s}(r,\vartheta)$, причем

$$J_{\varphi}^{s}(r,\vartheta) = J_0 f_1(x) f_2(\vartheta), \tag{13}$$

где $J_0 = I_0 N / [h(R_2 - R_1)]$ - плотность тока в электрическом контуре источника переменного магнитного поля; $f_1(x) = 0 \,\forall\, x \notin [x_1, 1]$ - весовая функция; $x = r/r_2$ и $x_1 = r_1/r_2$ - безразмерные радиальные координаты; $f_2(\vartheta) = 0 \,\forall\, \vartheta \notin [\vartheta_1, \vartheta_2]$ - весовая функция полярного угла; геометрический смысл величин r_1, r_2, ϑ_1 и ϑ_2 следует из приведенных на рис. 2 построений. Введем векторный потенциал $\vec{A}(r,\vartheta)$, такой, что выполняется равенство $rot\vec{A}(r,\vartheta) = \mu_0 \vec{H}(r,\vartheta)$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* - магнитная проницаемость вакуума; $\vec{H}(r,\vartheta)$ - амплитудное значение гармонически изменяющегося во времени вектора напряженности переменного магнитного поля над поверхностью металла. В этом случае из уравнения Максвелла $rot\vec{H}(r,\vartheta) = \vec{J}(r,\vartheta)$ получаем уравнение для векторного потенциала $\vec{A}(r,\vartheta)$ в следующем виде

$$rotrot\vec{A}(r,\vartheta) = \mu_0 \vec{J}^{\,s}(r,\vartheta) \tag{14}$$

Для осесимметричного, т. е. не зависящего от азимутального угла φ, магнитного поля, общее решение уравнения (14) записывается в следующем виде

$$\vec{A}(r,\vartheta) = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu(r) \frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial \vartheta} \tag{15}$$

где

$$A_\nu(r) = \begin{cases} \left[C_1^{(\nu)} + C_1^{(\nu)}(x)\right] x^{\nu} + C_2^{(\nu)}(x) x^{-(1+\nu)} & \text{при } x \le 1, \\ \left[C_1^{(\nu)} + C_1^{(\nu)}(1) + C_2^{(\nu)}(1)\right] x^{-(1+\nu)} & \text{при } x > 1; \end{cases}$$

$C_1^{(\nu)}$ - подлежащие определению константы; $C_1^{(\nu)}(x)$ и $C_2^{(\nu)}(x)$ - варьируемые константы, причем

$$C_1^{(\nu)}(x) = -J_0 r_2^2 \mu_0 F_1^{(\nu)}(x); \quad C_2^{(\nu)}(x) = J_0 r_2^2 \mu_0 F_2^{(\nu)}(x);$$

$$F_1^{(\nu)}(x)=\frac{1}{2\nu(\nu+1)}\int_{x_1}^{x}x^{1-\nu}f_1(x)\Phi_\nu(x)dx;$$

$$F_2^{(\nu)}(x)=\frac{1}{2\nu(\nu+1)}\int_{x_1}^{x}x^{2+\nu}f_1(x)\Phi_\nu(x)dx;$$

$$\Phi_\nu(x)=\int_{-1}^{1}f_2(\vartheta)\frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial\vartheta}d\xi;$$

$P_\nu(\xi)$ - функция Лежандра первого рода степени ν; $\xi=\cos\vartheta$ - аргумент функции Лежандра.

Из определения амплитудных значений векторного потенциала следуют расчетные соотношения для компонентов вектора напряженности магнитного поля над поверхностью металла

$$H_r(r,\vartheta)=-\frac{1}{\mu_0 r_2}\sum_{\nu=1}^{\infty}H_r^{(\nu)}(r)P_\nu(\xi),$$

$$H_\vartheta(r,\vartheta)=-\frac{1}{\mu_0 r_2}\sum_{\nu=1}^{\infty}H_\vartheta^{(\nu)}(r)\frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial\vartheta}, \qquad (16)$$

где

$$H_r^{(\nu)}(r)=\begin{cases}\nu(\nu+1)\left\{\left[C_1^{(\nu)}+C_1^{(\nu)}(x)\right]x^{\nu-1}+C_2^{(\nu)}(x)x^{-(2+\nu)}\right\}\forall\, x\le 1,\\ \nu(\nu+1)\left\{\left[C_1^{(\nu)}+C_1^{(\nu)}(1)+C_2^{(\nu)}(1)\right]x^{-(2+\nu)}\right\}\forall\, x>1;\end{cases}$$

$$H_\vartheta^{(\nu)}(r)=\begin{cases}\left\{(\nu+1)\left[C_1^{(\nu)}+C_1^{(\nu)}(x)\right]x^{\nu-1}-\nu C_2^{(\nu)}(x)x^{-(2+\nu)}\right\}\forall\, x\le 1,\\ \left\{-\nu\left[C_1^{(\nu)}+C_1^{(\nu)}(1)+C_2^{(\nu)}(1)\right]x^{-(2+\nu)}\right\}\forall\, x>1.\end{cases}$$

Электромагнитное поле в объеме металла удовлетворяет уравнениям Максвелла, которые в квазистационарной формулировке записываются в следующем виде:

$$rot\vec{H}^*(r,\vartheta)=r_0\vec{E}^*(r,\vartheta), \qquad rot\vec{E}^*(r,\vartheta)=-i\omega\vec{B}^*(r,\vartheta), \qquad (17)$$

где $\vec{H}^*(r,\vartheta)$ и $\vec{E}^*(r,\vartheta)$ - амплитудные значения гармонически изменяющихся во времени векторов напряженностей магнитного и электрического полей; $\vec{B}^*(r,\vartheta)$ - амплитуда вектора магнитной индукции. В присутствии постоянного поля подмагничивания может возникать анизотропия магнитной проницаемости, и поэтому справедлива запись $B_k^*(r,\vartheta)=\mu_{km}H_m^*(r,\vartheta)$, где μ_{km} - компонент тензора магнитной проницаемости. Тензор магнитной проницаемости определяется, за редким исключением, матрицей диагонального типа, которая записывается следующим образом

$$
\left|\mu_{km}\right| = \begin{vmatrix} \mu_{11} & 0 & 0 \\ & \mu_{22} & 0 \\ & & \mu_{33} \end{vmatrix}. \qquad (18)
$$

Применительно к рассматриваемому случаю вертикального подмагничивания элементы матрицы (18) соотносятся между собой следующим образом $\mu_{11} = \mu_{22} \neq \mu_{33}$.

Поскольку электромагнитное поле в объеме токопроводящего полупространства обладает осевой симметрией, постольку уравнения Максвелла (17) можно свернуть в одно дифференциальное уравнение для азимутального компонента $E_{\varphi}^{*}(r, \vartheta)$ вектора напряженности электрического поля. Это уравнение имеет следующий вид

$$
\frac{1}{i\omega\mu_{33}}\left[\frac{\partial^2 E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta)}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta)}{\partial r}\right] + \frac{1}{i\omega\mu_{33} r^2}\left[\frac{\partial^2 E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta)}{\partial \vartheta^2} + \right.
$$

$$
\left. + ctg\vartheta \frac{\partial E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta)}{\partial \vartheta} - \frac{E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta)}{\sin^2 \vartheta}\right] = r_0 E_0^{*}(r,\vartheta). \qquad (19)
$$

Общее решение уравнения (19) имеет следующий вид

$$
E_{\varphi}^{*}(r,\vartheta) = -(\zeta r)^{-1/2} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} e_{\varphi}^{(\nu)}(r) \frac{\partial P_{\nu}(\xi)}{\partial \vartheta}, \qquad (20)
$$

где $\zeta = \sqrt{i\omega\mu_{33} r_0}$ - комплексное волновое число электромагнитных колебаний в объеме токопроводящего (металлического) полупространства; A_{ν} - подлежащие определению константы;

$$
e_{\varphi}^{(\nu)}(r) = \begin{cases} I_{\beta_\nu}(\zeta r) \forall\, r \le r_2\,, \\ I_{\beta_\nu}(\zeta r_2) K_{\beta_\nu}(\zeta r) / K_{\beta_\nu}(\zeta r_2) \forall\, r > r_2\,; \end{cases}
$$

$I_{\beta_\nu}(\zeta r)$ и $K_{\beta_\nu}(\zeta r)$ - модифицированные функции Бесселя и Макдональда порядка $\beta_\nu = \sqrt{\mu_{33}\nu(\nu+1)/\mu_{11} + 1/4}$; в отсутствии анизотропии магнитной проницаемости $\beta_\nu = \nu + 1/2$.

Из второго уравнения системы уравнений Максвелла (17) следуют выражения для расчета амплитудных значений компонентов вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме токопроводящего полупространства:

$$
H_r^{*}(r,\vartheta) = -\frac{\zeta(\zeta r)^{-3/2}}{i\omega\mu_{11}} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} h_r^{(\nu)}(r) P_{\nu}(\xi),
$$

$$H_{\vartheta}^{*}(r,\vartheta) = -\frac{\zeta(\zeta r)^{-1/2}}{i\omega\mu_{33}} \sum_{\nu=1}^{\infty} A_{\nu} h_{\vartheta}^{(\nu)}(r) \frac{\partial P_{\nu}(\xi)}{\partial \vartheta}, \tag{21}$$

где

$$h_{r}^{(\nu)}(r) = \begin{cases} \nu(\nu+1) I_{\beta_{\nu}}(\zeta r) \forall\, r \le r_2, \\ \nu(\nu+1) I_{\beta_{\nu}}(\zeta r_2) K_{\beta_{\nu}}(\zeta r) / K_{\beta_{\nu}}(\zeta r_2) \forall\, r > r_2; \end{cases}$$

$$h_{\vartheta}^{(\nu)}(r) = \begin{cases} \left[I_{\beta_{\nu}-1}(\zeta r) - \dfrac{\beta_{\nu} - 1/2}{\zeta r} I_{\beta_{\nu}}(\zeta r) \right] \forall\, r \le r_2, \\ -\left\{ I_{\beta_{\nu}}(\zeta r_2) \left[K_{\beta_{\nu}-1}(\zeta r) + \dfrac{\beta_{\nu} - 1/2}{\zeta r} K_{\beta_{\nu}}(\zeta r) \right] \Big/ K_{\beta_{\nu}}(\zeta r_2) \right\} \forall\, r > r_2. \end{cases}$$

Неизвестные константы $C_1^{(\nu)}$ и A_{ν} определяются из условий сопряжения магнитных полей на границе $\vartheta = \pi/2$ раздела сред с различными электрофизическими свойствами. Эти условия записываются следующим образом [5]:

$$H_r(r,\pi/2) = H_r^{*}(r,\pi/2), \tag{22}$$

$$\mu_0 H_{\vartheta}(r,\pi/2) = \mu_{33} H_{\vartheta}^{*}(r,\pi/2). \tag{23}$$

Так как поверхностная плотность пондеромоторных сил электромагнитного поля, т. е. напряжения $\sigma_{\vartheta r}^{*}(r,\pi/2)$ и $\sigma_{\vartheta\vartheta}^{*}(r,\pi/2)$ представляются рядами по функциям $\psi(k_s r)$ и $\varphi(k_{\ell} r)$, то в контексте решаемой задачи это равносильно разложению в аналогичные ряды компонентов $H_r^{*}(r,\pi/2)$ и $H_{\vartheta}^{*}(r,\pi/2)$ вектора напряженности переменного магнитного поля. Принимая во внимание конструкцию выражений (9) и (10) для расчета коэффициентов разложения в указанные ряды, умножим левую и правую части граничного условия (22) на функцию $\psi(k_s r) = (k_s r)^{-1/2} \Psi_{2n+1}(k_s r)$ $(n = 0,1,2,...)$, а левую и правую части условия (23) на функцию $\varphi(k_{\ell} r) = (k_{\ell} r)^{-1/2} \Phi_{2n}(k_{\hbar} r)$ $(n = 1,2,...)$. Полученные результаты проинтегрируем по переменным $k_s r$ и $k_{\ell} r$ соответственно в пределах от нуля до бесконечности. После выполнения указанных операций граничные условия (22) и (23) можно записать в следующем виде

$$-\frac{1}{\mu_0 r_2} C_1^{(\nu)} c_{\nu n}(k_s) + \frac{\zeta}{i\omega\mu_{11}} A_{\nu} a_{\nu n}(\zeta, k_s) = J_0 r_2 \Xi_{\nu n}(k_s), \tag{24}$$

$$-\frac{1}{r_2} C_1^{(\nu)} d_{\nu n}(k_{\ell}) + \frac{\zeta}{i\omega} A_{\nu} b_{\nu n}(\zeta, k_{\ell}) = J_0 \mu_0 r_2 \Pi_{\nu n}(k_{\ell}), \tag{25}$$

где

$$c_{\nu n}(k_s)=\nu(\nu+1)\left\{\frac{1}{(k_s r_2)^{\nu-1}}\int_0^{k_s r_2}(k_s r)^{\nu-3/2}\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)+\right.$$

$$\left.+(k_s r_2)^{2+\nu}\int_{k_s r_2}^{\infty}(k_s r)^{-(\nu+5/2)}\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)\right\};$$

$$a_{\nu n}(\zeta\,,\,k_s)=\nu(\nu+1)\left\{\int_0^{k_s r_2}(\zeta r)^{-3/2}(k_s r)^{-1/2}I_{\beta_\nu}(\zeta r)\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)+\right.$$

$$\left.+\frac{I_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}{K_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}\int_0^{k_s r_2}(\zeta r)^{-3/2}(k_s r)^{-1/2}K_{\beta_\nu}(\zeta r)\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)\right\};$$

$$\Xi_{\nu n}(k_s)=\nu(\nu+1)\left\{\frac{1}{(k_s r_2)^{\nu-1}}\int_{k_s r_1}^{k_s r_2}F_1^{(\nu)}(x)(k_s r)^{\nu-3/2}\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)+(k_s r_2)^{2+\nu}\times\right.$$

$$\times\int_{k_s r_1}^{k_s r_2}F_2^{(\nu)}(x)(k_s r)^{-(\nu+5/2)}\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)+\ (k_s r_2)^{2+\nu}\Big[F_1^{(\nu)}(1)+$$

$$\left.+F_2^{(\nu)}(1)\int_{k_s r_2}^{\infty}(k_s r)^{-(\nu+5/2)}\Psi_{2n+1}(k_s r)d(k_s r)\Big]\right\};$$

$$d_{\nu n}(k_\ell)=\frac{(\nu+1)}{(k_\ell r_2)^{\nu-1}}\int_0^{k_\ell r_2}(k_\ell r)^{\nu-3/2}\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r)-$$

$$-\nu(k_s r_2)^{2+\nu}\int_{k_{\ell s} r_2}^{\infty}(k_\ell r)^{-(\nu+5/2)}\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r);$$

$$b_{\nu n}\left(\zeta\,,\,k_\ell\right)=\int_0^{k_\ell r_2}(\zeta r)^{-1/2}\left[I_{\beta_\nu-1}(\zeta r)-\frac{\beta_\nu-1/2}{\zeta r}I_{\beta_\nu}(\zeta r)\right](k_\ell r)^{-1/2}\times$$

$$\times\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r)-\frac{I_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}{K_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}\int_0^{k_s r_2}(\zeta r)^{-1/2}\left[K_{\beta_\nu-1}(\zeta r)+\frac{\beta_\nu-1/2}{\zeta r}K_{\beta_\nu}(\zeta r)\right]\times$$

$$\times(k_\ell r)^{-1/2}K_{\beta_\nu}(\zeta r)\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_{\ell s} r);$$

$$\Pi_{\nu n}(k_\ell)=\frac{(\nu+1)}{(k_\ell r_2)^{\nu-1}}\int_{k_\ell r_1}^{k_\ell r_2}F_1^{(\nu)}(x)(k_\ell r)^{\nu-3/2}\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r)-\nu(k_\ell r_2)^{2+\nu}\times$$

$$\times\int_{k_{\ell s} r_1}^{k_\ell r_2}F_2^{(\nu)}(x)(k_\ell r)^{-(\nu+5/2)}\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r)-\nu(k_\ell r_2)^{2+\nu}\left[F_1^{(\nu)}(1)+F_2^{(\nu)}(1)\right]\times$$

$$\int_{k_\ell r_2}^{\infty}(k_\ell r)^{-(\nu+5/2)}\Phi_{2n}(k_\ell r)d(k_\ell r).$$

Решение системы уравнений (24), (25) очевидно:

$$C_1^{(\nu)} = \mu_0 J_0 r_2^2 \frac{C_{\nu n}(\zeta, k_s, k_\ell)}{\Gamma_{\nu n}(\zeta, k_s, k_\ell)}, \quad A_\nu = \frac{\mu_0 J_0}{\mu_{33} r_0}(\zeta r_2) \frac{A_{\nu n}(k_s, k_\ell)}{\Gamma_{\nu n}(\zeta, k_s, k_\ell)}, \tag{26}$$

где $C_{\nu n}(\zeta, k_s, k_\ell) = \Xi_{\nu n}(k_s) b_{\nu n}(\zeta, k_\ell) - \mu_0 \Pi_{\nu n}(k_\ell) a_{\nu n}(\zeta, k_s)/\mu_{11}$;

$$\Gamma_{\nu n}(\zeta, k_s, k_\ell) = \mu_0 d_{\nu n}(k_\ell) a_{\nu n}(\zeta, k_s)/\mu_{11} - c_{\nu n}(k_s) b_{\nu n}(\zeta, k_\ell);$$

$$A_{\nu n}(k_s, k_\ell) = \Xi_{\nu n}(k_s) d_{\nu n}(k_\ell) - \Pi_{\nu n}(k_\ell) c_{\nu n}(k_s).$$

После определения коэффициентов A_ν, разложения компонентов вектора напряженности магнитного поля $\vec{H}^*(r, \vartheta)$ в ряды по функциям $\psi(k_s r)$ и $\varphi(k_\ell r)$ записывается следующим образом

$$H_r^*(r, \vartheta) = -\frac{\mu_0}{\mu_{11}} J_0 r_2 (k_s r)^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_{\nu n}(k_s, k_\ell) a_{\nu n}(\zeta, k_s)}{s_n \Gamma(\zeta, k_s, k_\ell)} \Psi_{2n+1}(k_s r) P_\nu(\xi), \tag{27}$$

$$H_\vartheta^*(r, \vartheta) = -\frac{\mu_0}{\mu_{33}} J_0 r_2 (k_\ell r)^{-1/2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_{\nu n}(k_s, k_\ell) b_{\nu n}(\zeta, k_\ell)}{\ell_n \Gamma(\zeta, k_s, k_\ell)} \Phi_{2n}(k_\ell r) \frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial \vartheta}, \tag{28}$$

где $s_n = 1/(4n-1) + 1/(4n+3) + 1/(4n+7)$; $\ell_n = 1/(4n-3) + 1/(4n+1) + 1/(4n+5)$.

Соотношения (27) и (28) при значении аргумента функции Лежандра $\xi = 0$ с точностью до постоянного множителя B_3^0, взятому с обратным знаком, определяют пространственное распределение и частотную зависимость поверхностных плотностей $\sigma_{\vartheta r}^*(r, \pi/2)$ и $\sigma_{\vartheta\vartheta}^*(r, \pi/2)$ пондеромоторных сил электромагнитного поля осесимметричного индуктора.

Окружной компонент $E_\varphi^*(r, \vartheta)$ вектора напряженности переменного электрического поля в объеме металлического полупространства также можно представить в виде рядов по функциям $\psi(k_s r)$ и $\varphi(k_\ell r)$. Выполнив эти разложения и умножив полученные результаты на удельную электрическую проводимость r_0, получаем два эквивалентных представления поверхностной плотности вихревого тока $J_\varphi^*(r, \vartheta)$, который фигурирует в определениях (12) объемных плотностей сил Лоренца. Подставляя значения вихревого тока в соотношения (12), получаем формулы для расчета радиального и полярного компонентов вектора объемной плотности сил Лоренца:

$$f_r^*(r, \vartheta) = \frac{\mu_0}{\mu_{33}} B_3^0 J_0(\zeta r_2)(k_s r)^{-1/2} \sin\vartheta \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_n(k_s, k_\ell) e_{\nu n}(\zeta, k_s)}{s_n \Gamma(\zeta, k_s, k_\ell)} \times$$

$$\times \Psi_{2n+1}(k_s r) \frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial \vartheta}, \tag{29}$$

$$f_\vartheta^*(r,\vartheta) = \frac{\mu_0}{\mu_{33}} B_3^0 J_0(\zeta r_2)(k_\ell r)^{-1/2} \cos\vartheta \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{A_{\nu n}(k_s, k_\ell) e_{\nu n}(\zeta, k_\ell)}{\ell_n \Gamma(\zeta, k_s, k_\ell)} \times$$
$$\times \Phi_{2n}(k_\ell r) \frac{\partial P_\nu(\xi)}{\partial\vartheta}, \qquad (30)$$

где

$$e_{\nu n}(\zeta, k_s) = \int_0^{k_s r_2} (\zeta r)^{-1/2} I_{\beta_\nu}(\zeta r)(k_s r)^{-1/2} \Psi_{2n+1}(k_s r) d(k_s r) +$$
$$+ \frac{I_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}{K_{\beta_\nu}(\zeta r_2)} \int_{k_s r_2}^{\infty} (\zeta r)^{-1/2} K_{\beta_\nu}(\zeta r)(k_s r)^{-1/2} \Psi_{2n+1}(k_s r) d(k_s r);$$

$$e_{\nu n}(\zeta, k_\ell) = \int_0^{k_\ell r_2} (\zeta r)^{-1/2} I_{\beta_\nu}(\zeta r)(k_\ell r)^{-1/2} \Phi_{2n}(k_\ell r) d(k_\ell r) +$$
$$+ \frac{I_{\beta_\nu}(\zeta r_2)}{K_{\beta_\nu}(\zeta r_2)} \int_{k_s r_2}^{\infty} (\zeta r)^{-1/2} K_{\beta_\nu}(\zeta r)(k_\ell r)^{-1/2} \Phi_{2n}(k_\ell r) d(k_\ell r).$$

Таким образом, полностью определены все силовые факторы, входящие в состав аналитических конструкций для расчета амплитудных множителей продольных и поперечных волн, которые возбуждаются осесимметричным источником переменного магнитного поля.

Выводы. Сформулированы и математически строго решены обобщенные задачи Лэмба для осесимметричных, радиально распространяющихся сферических продольных и поперечных волн в изотропном упругом полупространстве. Определены компоненты пондеромоторных сил электромагнитного поля, которое возбуждается в металлах неферромагнитной группы осесимметричным источником конечных размеров. Полученные результаты составляют теоретическую основу для построения математической модели преобразователя электромагнитного типа с осевой симметрией в режиме возбуждения продольных и поперечных ультразвуковых волн.

Список литературы: **1.** Неразрушающий контроль: Справочник: В 7 т. Под общ. ред. *В.В. Клюева*. Т. 3. Ультразвуковой контроль / *И. Н. Ермолов, Ю. В. Ланге*. – М.: Машиностроение, 2004. – 864 с. **2**. *Сучков Г. М.* Современные возможности ЭМА дефектоскопии // Дефектоскопия. – 2005. - № 12. – С. 24 – 39. **3.** *Гринченко В. Т., Мелешко В. В.* Гармонические колебания и волны в упругих телах. – Киев: Наукова думка, 1981. – 283 с. **4.** *Горбашова А. Г., Петрищев О. Н., Сучков Г. М.* Электромагнитное возбуждение радиально распространяющихся поверхностных волн Рэлея // Вестник НТУ «ХПИ». Харьков. – 2010.- Вып. 19. – С. 159 – 182. **5.** *Тамм И. Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976. – 616 с. **6.** *Петрищев О. Н.* Принципы построения математических моделей ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн // Электроника и связь. – 2005. - №25. – С. 50 – 61.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 621.75

О. В. АКСЁНОВА, завуч ЗОШ № 154, Харьков;
О. Д. ЖУРИЛО, школьник ЗОШ № 154, Харьков

К ВОПРОСУ МЕТОДОЛОГИИ КАЧЕСТВЕННЫХ И КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ

В работе рассмотрены вопросы методологии определения химического состава металлов. Приведены рекомендации по устранению двусмысленного понимания химического состава материалов, предложены варианты нового номенклатурного ряда содержания примесей в металлах и сплавах.

У роботі розглянуто питання методології визначення хімічного складу металів. Наведено рекомендації з усунення двозначного розуміння хімічного складу матеріалів, запропоновано варіанти нового номенклатурного ряду змісту домішок у металах і сплавах.

In the article the questions of methodology for determination of chemical composition of metals. Recommendations are provided for the elimination of an ambiguous understanding of the chemical composition of the materials offered variants of the new nomenclature of some of the content of impurities in metals and alloys.

Измерение – совокупность действий, выполняемых при помощи средств измерений с целью нахождения числового значения измеряемой величины в принятых единицах, то есть сравнения с эталоном. Классически различают прямые измерения (например, измерение длины проградуированной линейкой) и измерения косвенные, основанные на известной зависимости между искомой величиной и непосредственно измеряемыми величинами. Однако обнаружить физическую величину и измерить ее - далеко не одно и то же. Для измерения необходимо сравнить неизвестный размер с известным и выразить первый через второй в кратном или дольном отношении. Если физическая величина известного размера имеется в наличии, то она непосредственно используется для сравнения. Так измеряют длину линейкой, плоский угол транспортиром, массу с помощью гирь и весов, электрическое сопротивление с помощью магазина сопротивлений. Если же физической величины известного размера в наличии нет, то сравнивается реакция (отклик) прибора на воздействие измеряемой величины с проявившейся ранее реакцией на воздействие той же величины, но известного размера. А здесь органы чувств человека не всегда способны объективно оценить уровень полученных величин и нередко приводит к искажению полученных результатов.

Химический анализ буквально пронизывает всю нашу жизнь. Его методами проводят скрупулезную проверку лекарственных препаратов. В сельском хозяйстве с его помощью определяют кислотность почв и содержание в них питательных веществ, что позволяет подобрать оптимальные условия обработки почвы, также оценивают содержание белка и влаги в разных сортах зерна. Химическому анализу подвергаются и товары широкого потребления: в зубной пасте контролируют содержание фтора, в маслах – содержание ненасыщенных соединений. В природоохранной деятельности методы аналитической химии применяют для контроля качества питьевой воды, для определения содержания вредных веществ в отходах и т.д. В судебной практике с их помощью обнаруживают следы пороха на руках подозреваемого, анализируют состав красок, которыми написана картина, чтобы отличить подлинник от подделки. Методы анализа различаются по степени сложности. Так, в медицине используются экспресс - тесты на рак и сложные методы анализа крови на содержание сахара или холестерина, контроля уровня нейромедиаторов при исследовании мозга in vivo и другие.

Серьезной проблемой является и уровень восприятия человеком изменения содержания химических элементов в основном материале.

Приведем простой пример, хорошо иллюстрирующий данную мысль.

После проведения некоторых мероприятий, содержание серы в заготовке из стали 20 снизилось на 30 %.

Казалось бы, все в порядке. Но, если вспомнить, что содержание серы в любой марке стали не превышает 0,01%, то возникает ряд закономерных вопросов:

- какое количество вещества исследовалось – нанограммы или тонны?

- произошло снижение содержания серы на 30 % *от чего* – от ее количества в стали или от количества массы образца?

- насколько корректно использовать проценты от процентов, да еще в условиях, когда само содержание примеси измеряется сотыми их долями?

- как изменяются относительная и абсолютная погрешности проведенных измерений, можно ли доверять точности таких измерений?

- чисто психологически, как представить 30 % от 0,01%?

- и, пожалуй, самое главное, какая из цифр более весомая, какой из них можно доверять - 30 % или 0,01%?

С такими вопросами приходится встречаться часто. Методология данного вопроса остается открытой, а в современной литературе нет даже намека на разрешение существующего положения.

По мнению авторов, рациональным выходом из существующего положения является введение в методологию количественных и качественных исследований не понятия «процент», а термина «промилле».

Действительно, промилле - тысячная часть числа, обозначается ‰ и широко применяется в оценке незначительного количества примесей в основном веществе. Таким образом определяют соленость Мирового океана, содержание благородных металлов в рудах, примесей радиоактивных элементов в других материалах, длину спектра дальних звезд и т.п.

В рассматриваемом примере изменение содержания серы составит 0,3 ‰ и такое определение не вызывает разночтения и недопонимания. Соответственно, возрастает и точность полученных результатов, а иногда и отпадает необходимость в дополнительных исследованиях.

Выводы: в современных исследованиях, направленных на идентификацию, и, особенно, на определение изменения малых содержаний элементов, рационально применять для оценки полученных результатов не проценты (и проценты от процентов), а промилле.

Применение указанных терминов позволяет избавиться от разночтения, исключить психологический барьер непонимания, отстраниться от нагромождения терминов, увеличить значимость полученных результатов.

Применение данного термина на практике не потребует материальных затрат и не требует дополнительного обучения персонала.

Список литературы: **1.** *В. В. Козлов*. Поверка средств неразрушающего контроля. – М. : 1989. **2.** *Клюев В. В.* Приборы неразрушающего контроля материалов и изделий. – М. : – 1986. **3.** Химическая энциклопедия в 5 томах. / Под ред. *И.Л. Кнунянц*. М.: Энциклопедия, 1990 - 1998. **4.** Вредные вещества в промышленности. Т. 3./ Под ред. *Н.В. Лазарева и И.Д. Гадаскиной. Л.* : Химия, 1977.- 608 с.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 621.74

Д. Ю. ЖУРИЛО, канд. техн. наук, НТУ "ХПИ", Харьков

НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ГАЗОВОГО АНАЛИЗА МЕДНЫХ НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ЗАГОТОВОК

В статье описана проблематика газового анализа в меди на примере горизонтального непрерывного литья. Приведена методика определения водорода в литом металле, получившая широкое распространение в производственных условиях. Описаны технологические параметры, позволяющие уменьшать вредное воздействие газов при горизонтальном непрерывном литье.

У статті описана проблематика газового аналізу в міді на прикладі горизонтального безперервного лиття. Наведено методику визначення водню в литому металі, що одержала широке поширення у виробничих умовах. Описано технологічні параметри, що дозволяють зменшувати шкідливий вплив газів при горизонтальному безперервному литті.

In this article describes the problems of gas analysis in copper on the example of horizontal continuous casting. The techniques for determination of hydrogen in a cast metal, widely applied in a production environment. Describes the technological options that enable you to reduce the harmful effects of gases in case of horizontal continuous casting.

Горизонтальное непрерывное литье является одним из наиболее перспективных методов получения цилиндрических заготовок. Сегодня таким способом изготавливают кабельно – проводниковую продукцию, электроды для сварки меди и чугуна, фланцы теплообменников, шайбы и прокладки для обеспечения герметизации и непригораемости [1, 2].

Медь имеет низкие литейные свойства: высокую линейную усадку – до 2,1 %, значительную объёмную усадку – до 11 %, высокую склонность к газопоглощению и к образованию трещин при затруднённой усадке, низкую жидкотекучесть. Вследствие этого процессы плавки и разливки чистой меди вызывают некоторые затруднения [3].

В качестве плавильного агрегата для плавки чистой меди наибольшее распространение получили индукционные тигельные и канальные печи с графитовым или графито – шамотным тиглем. Сравнив угар металла в газопламенной, отражательной и индукционной печах, можно доказать экономичность индукционной печи по сравнению с другими типами печей.

Как известно, плавильная кампания практически любого металла имеет окислительный и восстановительный период. В отличие от других металлов и сплавов на первом этапе процесс плавки вторичной меди начинают вести на воздухе с целью окислительного рафинирования расплава меди с нагревом расплава до 1200 °С. По существующим технологиям плавки лом и отходы вторичной меди должны обжигаться для удаления остатков смазки, лаков, красок, оплеток кабелей для предупреждения растворяемости в расплаве меди водорода, входящего в состав указанных примесей. Однако на практике часто эту операцию игнорируют, вследствие чего ухудшается качество выплавленной меди.

Источниками водорода могут быть: газообразные продукты, образующиеся в процессе протекающих в расплаве меди реакций, влага, органические соединения, находящиеся в шихте, углеводородные соединения во флюсах, футеровке, древесный уголь. Но самой большой проблемой при плавке и обработке меди является ее свойство к повышенному газопоглощению. Действительно, расплав меди интенсивно поглощает кислород и водород. Содержание водорода в меди может составлять до 20 см^3 в 100 г металла. При содержании в меди только $0,22 \cdot 10^{-5}$ % водорода объем газовых раковин в металле достигает 1 % объёма отливки [4], а с увеличением содержания водорода в расплаве, пропорционально увеличивается и объем газовых раковин в литом металле.

Как известно, процесс горизонтального непрерывного литья имеет склонность к осевой пористости, что зачастую усугубляется выделением растворенных в металле газов.

Водород является одним из наиболее сложных для идентификации газов, наиболее часто присутствующих в расплавленном металле. Связано это со следующим:

- водород имеет из всех химических элементов минимальный размер атома, что позволяет ему свободно диффундировать между атомами многих металлов;

- газовый анализ на водород необходимо проводить в течение 1-12 часов после разливки металла, в противном случае даже вакуумплавление не всегда позволяет идентифицировать водород и объяснить природу образующихся при этом пор и раковин;

- большинство отечественных установок для определения водорода в металлах содержат жидкую ртуть, которая является токсичным материалом (ртуть интенсивно испаряется, например, при 20 ^{o}C в 1 м^3 воздуха может находиться до 0,15 г ртути [5] при ПДК до 0,01 мг/м^3 (ГОСТ 12.1.005-76) [6].)

- до сих пор не существует четких рекомендаций по полному предупреждению порообразования, вызванного водородом, в меди и сплавах на ее основе;

- в большинстве случаев не производится надлежащая подготовка шихты, при плавке вторичной меди, что связано с низкой культурой производства;

- моральный и физический износ существующего оборудования и недостаточная подготовка специалистов, как связанных с плавкой и разливкой меди и сплавов на ее основе, так и определения газовых дефектов в литом металле, лишь усугубляют указанные проблемы.

Безусловно, долгий опыт плавки и обработки меди, включающий не одну тысячу лет, позволил наработать некоторые методы борьбы с газовой пористостью.

В качестве методов борьбы с водородом в меди применяют плавку в вакууме, используют добавки к меди цинка, окисляют расплав до предела растворимости кислорода в меди, что по теории Аллена значительно уменьшает содержание водорода в расплавленной меди [4].

Дополнительно применяют на практике и продувку расплава аргоном.

Для продувки расплава аргоном используются три основных способа:

- продувка через пористые блоки, установленные на дне тигля (металлоприемника);
- продувка через керамические трубки, установленные в дно тигля (металлоприемника);
- продувка через керамические трубки, опущенные в расплав.

Для обработки расплавленной меди аргоном наиболее оправдал себя последний вариант, наиболее простой по конструкции.

К недостаткам обработки расплава аргоном можно отнести снижение температуры расплава, вследствие потери части его теплосодержания на нагрев больших количеств аргона. Однако, в ходе проведенных плавок, при измерении температур термопарой ППр снижение температуры при продувке расплава аргоном не было установлено. Возможно, что величина падения температуры незначительна, то есть не улавливается вторичным прибором с классом точности 0,2. Для подтверждения этого, были рассчитаны потери тепла, необходимого для нагрева аргона, проходящего через расплав вторичной меди.

Количество тепла, необходимое для нагрева 1 м^3 аргона (1,78 кг) от 20 ^oC до 1200 ^oC составит:

$$Q_{арг} = m_{арг}*(t_{расп} - t_{комн})*C_{арг} \quad (1)$$

где $C_{арг}$ – теплоемкость аргона, $C_{арг}$ = 520 Дж/кг;
$t_{расп}$ – температура расплавленного металла, $t_{расп}$ = 1200 ^oC;
$t_{комн}$ – температура окружающей среды; $t_{комн}$ = 20 ^oC
$m_{арг}$ – масса 1 м^3 аргона, mарг = 1,78 кг.

$$Q_{арг} = 1,78*(1200 - 20)*520 = 1,1*106 \text{ Дж.}$$

Тогда снижение температуры расплава составит:

$$t^0 = \frac{Q_{арг}}{G_{мет} * C} \quad (2)$$

где $G_{мет}$ - масса металла, кг;
C - удельная теплоемкость меди, C = 837,4 Дж/кг.

$$t = \frac{1,1*10^6}{1000*837,4} = 1,3^o .$$

Расход аргона не превышал 0,8 м^3 на тонну жидкой меди. Следовательно, снижение температуры расплава будет составлять около 1 ^oC или менее 0,1 % , а, значит, им можно пренебречь. Дегазация расплава меди одним аргоном нерациональна: для снижения содержания водорода в меди с 2 до 0,1 $см^3$/100 г металла необходим расход инертного газа около 18 $м^3$/т. Обычная обработка металла инертными газами редко превышает 1,5 – 2,0 $м^3$/т.

Но все указанные мероприятия усложняют процесс плавки и разливки меди. Само по себе окисление меди способно ухудшить её качество. При окислении образуется закись меди Cu_2O, которая растворяется в расплавленной меди. При кристаллизации она способна образовывать легкоплавкую эвтектику Cu-Cu_2O и существенно ухудшать свойства металла. Но в случае наличия в расплаве меди водорода окисление является полезным, так как позволяет значительно снизить содержание водорода в расплаве.

Но окисленную медь впоследствии необходимо раскислить. Для раскисления меди наиболее часто применяют фосфор в виде лигатуры «фосфор – медь». Однако анализ влияния фосфора на свойства меди отмечает резкое снижение электропроводности при содержании фосфора более 0,02 %. При содержании 0,06 % фосфора в меди электропроводность металла падает на 36 % [3]. Для электротехнической меди в качестве раскислителя часто используют углеродосодержащие присадки. Применение углерода, несмотря на его хорошую раскисляющую способность, тоже ограничено, так как он нерастворим в меди, а это требует перемешивания металла при раскислении.

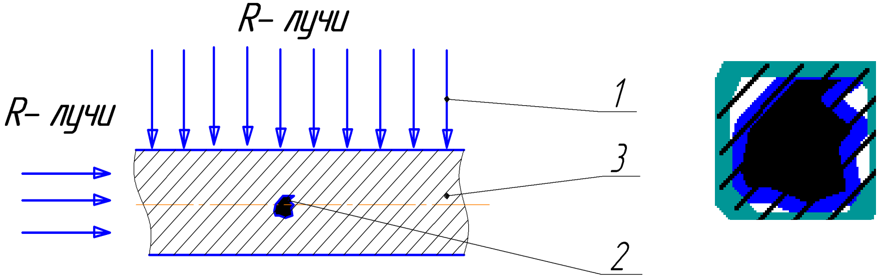
Еще одним технологическим мероприятием, направленным на снижение пористости при горизонтальном непрерывном литье является наклон оси кристаллизатора к горизонту на угол 10…15^o. Это позволяет дополнительно дегазировать непрерывнолитую заготовку, без каких – либо дополнительных влияний на металл, не внося в его состав посторонних примесей и не снижая вследствие этого его физических и механических свойств.

Учитывая вышеизложенное, вопросы технологии определения содержания водорода имеют первостепенную важность в современном производстве изделий из меди и ее сплавов при помощи литья.

Наиболее рационально решать данную проблему следующим образом.

Для получения объективных результатов необходимо подготовить исследуемый образец, содержащий газовую пору или каверну, вызванную выделяющимся при кристаллизации металла водородом (или другим газом). Для этого наиболее рационально использовать рентгеновские лучи, облучая образец в перпендикулярных плоскостях. Делается это для того, чтобы было можно удалить ту часть образца, которая не имеет дефектов газового происхождения и одновременно не вскрыть газовый дефект, что непременно приведет к удалению водорода из образца в атмосферу и искажению данных газового анализа. Схема подготовки образца к исследованию приведена на рис.

Следующим технологическим мероприятием, направленным для определения газового анализа, является вакуум-плавление, например, на эскалографе фирмы «Бальцерс» или аналогичного типа. Это позволяет достаточно точно определять не только наличие в газовой поре водорода или другого газа, но и уточнить его количество. Таким образом, эскалограф позволяет выполнять не только качественное, но и количественное определение газов, выделяющихся из расплавленного металла при его кристаллизации.



а) *б*)

Рис. Схема подготовки образца к исследованию:

а – до удаления частей образца; *б* – подготовленный к газовому анализу образец после удаления металла. 1 – идентифицирование размеров и расположения дефекта в образце при помощи рентгеновского излучения; 2- газовая пора; 3 – исследуемый образец.

Однако, одним из сдерживающих факторов, препятствующих развитию данного метода в современное производство является то, что с проведенной приватизацией, резко ухудшилось материально-техническое обеспечение предприятий, связанных с плавкой, литьем и горячей металлообработкой. Появление небольших мини – предприятий, часто не имеющих собственной лабораторной базы, или с лабораторной базой, не позволяющей проводить необходимые химические и механические исследования, высокая цена исследований для посторонних организаций на работающих предприятиях, дефицитность и резкое увеличение стоимости расходных материалов, - все это привело к тому, что качество металла существенно ухудшилось. Очевидно, что необходимы четкие рекомендации по предупреждению образования дефектов газового происхождения. Но мини – предприятия в условиях экономического кризиса и вызванного им снижения спроса на их продукцию, оказались не в состоянии оплачивать данные исследования в виде хозяйственных договоров. А резкое снижение тематики, оплачиваемой государством, еще более усугубляет данную проблему. Расплачивается же за такую нерасторопность потребитель, вынужденный оплачивать изделия, имеющие большие габариты и массу, чем у изделий, изготовленных из качественного металла.

Выводы. Горизонтальное непрерывное литье является одним из наиболее перспективных методов получения цилиндрических заготовок.

Одной из важнейших проблем при плавке и обработке меди является ее свойство к повышенному газопоглощению.

Водород является одним из наиболее сложных для идентификации газов, наиболее часто присутствующих в расплавленном металле, что связано с его способностью диффундировать в металл, растворяться в металле в значительных количествах и существенно ухудшать его качество, приводя к повышенному порообразованию.

Наиболее рациональным технологическим мероприятием, предназначенным для определения газового анализа, является вакуум-плавление, например, на эскалографе фирмы «Бальцерс» или аналогичного типа.

В современных экономических условиях покупка оборудования для газового анализа часто становится неподъемной ношей для небольших предприятий, что часто приводит к снижению качества металла изделий.

Список литературы: 1. *Шатагин О.А.* Непрерывное литье вторичной меди для производства кабельной продукции / *О.А. Шатагин, А.Г. Журило, Д.Ю. Журило* // Металл и литье Украины.- 1997.- № 5. С. 26-28. **2.** *Шатагин О.А.* Электроплавка и стабильное непрерывное литье вторичной меди / *О.А. Шатагин, А.Г. Журило, Д.Ю. Журило* // Электрометаллургия. - 2008.- № 6. - С. 20-26. **3.** *Горшков И. Е.* Литье слитков цветных металлов и сплавов. - М. : Металлургиздат, 1952. - 416 с. **4.** *Журило Д.Ю.* Исследование процесса газоудаления при непрерывном литье // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.– Харьков: ХГПУ.- 1999.- Вып. № 30.– С. 54-58. **5.** Химическая энциклопедия в 5 томах. / Под ред. *И.Л. Кнунянц*. М.: Энциклопедия, 1990- 1998. **6.** Вредные вещества в промышленности. Т. 3./ Под ред. *Н.В. Лазарева* и *И.Д. Гадаскиной*. Л. : Химия, 1977.- 608 с. **7.** *Журило Д.Ю.* Проектирование восьмиручьевого кристаллизатора для горизонтального непрерывного литья меди / *Д.Ю. Журило, А Г. Журило* // Вестник Харьковского государственного политехнического университета.– Харьков: ХГПУ.- 1998.- Вып. № 17.– С. 114-116.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 531.717.(888.8)

К. С. ПОЛУЛЯХ, канд. техн. наук, проф., НТУ «ХПИ», Харьков;
Л. А. МЕДВЕДЕВА, доц. НТУ «ХПИ», Харьков;
И. И. ТОПОЛОВ, ст. преп. НТУ «ХПИ», Харьков

АНАЛИЗ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ФАЗОМЕТРА С ПОСТОЯННЫМ ВРЕМЕНЕМ ИЗМЕРЕНИЯ

В работе дана методика расчета низкочастотной погрешности фазометра, с постоянной длительностью измерения в случае малого количества периодов за время измерения. Выполнена сравнительная оценка полученных результатов с литературными данными.

В роботі дана методика розрахунку низькочастотної похибки фазометра, з постійною тривалістю вимірювання у випадку малої кількості періодів за час вимірювання. Виконана порівняльна оцінка отриманих результатів з літературними даними.

In this work the method of calculation of the low-frequency phase meter with a constant error of measurement time in the case of a small number of periods during the measurement. A comparative evaluation of results with literature data.

Введение. Фазометр с постоянным временем измерения называется также фазометром средних значений. При низкой частоте исследуемого напряжения за время измерения проходит малое количество периодов, причем число периодов может быть нецелым, т.е. время измерения состоит из m целых периодов и части Δm нецелого периода.

Влияние нецелой части периода Δm приводит к появлению погрешности, которая называется низкочастотной. При большой частоте влияние нецелой части периода уменьшается т.к. при $m >> \Delta m$ величиной Δm можно пренебречь. Для этого случая методика расчета низкочастотной погрешности известна [1-4], однако если число периодов велико низкочастотная погрешность значительно уменьшается и ее расчет теряет актуальность.

Значительно больший интерес вызывает расчет погрешности при низкой частоте, т.к. при малом числе периодов, доходящем до одного целого периода, низкочастотная погрешность значительно возрастает и ее учет становится неизбежным. Разработке методики решения этой задачи посвящена данная работа.

Структурная схема фазометра показана на рис. 1. Напряжения U_1 и U_2, между которыми измеряется фазовый сдвиг, поступают на формирование коротких импульсов элементами $Ф_1$ и $Ф_2$ в момент перехода напряжений U_1 и U_2 через нулевое значение (рис. 2). Короткие импульсы от двух напряжений последовательно проходят на R и S- входы триггера Т, на выходе которого формируются импульсы длительностью t_φ, равные по продолжительности измеряемому фазовому сдвигу. Импульсы t_φ поступают на вход схемы совпадения И, на другие входы которой подаются квантующие импульсы $T_{кв}$ от генератора G и импульс равный по длительности времени измерения $t_{изм}$ от формирователя $Ф_3$.

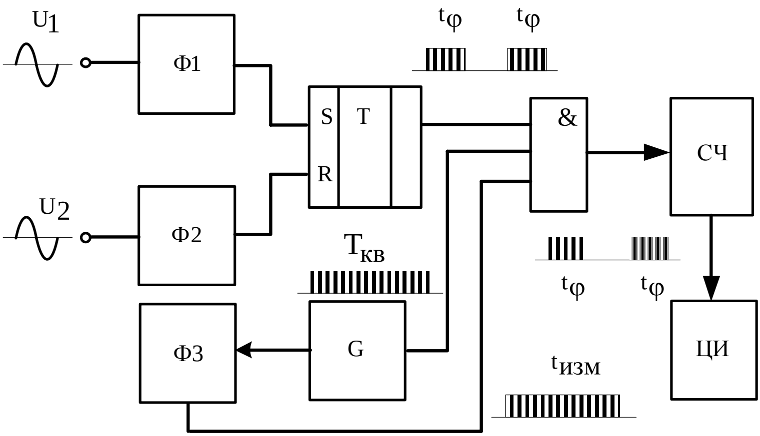


Рис. 1. Структурная схема фазометра

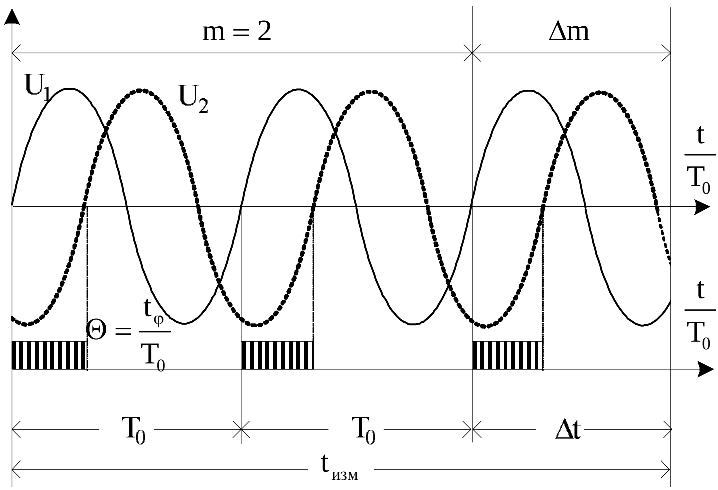


Рис. 2 График фазового сдвига между напряжениями U_1 и U_2

Следовательно, на вход счетчика СЧ проходят квантующие импульсы, только в моменты появления фазовых импульсов t_{φ}, суммарная длительность которых за время измерения равна $\sum t_{\varphi}$.

Время измерения равно $t_{изм} = T_0 \left(m + \Delta m\right)$, где T_0 - период исследуемого напряжения. Результат измерения фазового сдвига выдается на цифровой индикатор ЦИ. Приведенный к периоду T_0 измеряемый фазовый сдвиг $\theta_{изм}$ определяется уравнением:

$$\theta_{изм} = \frac{\sum t_{\varphi}}{t_{изм}} = \frac{\sum t_{\varphi}}{T_0 \cdot \left(m + \Delta m\right)} = \frac{\sum \theta}{m + \Delta m}. \qquad (1)$$

где $\sum \theta = \dfrac{\sum t_{\varphi}}{t_0}$ - суммарная длительность целых и нецелого фазовых импульсов, выраженных в величинах приведенных к периоду T_0.

Приведенная к периоду погрешность γ выражается уравнением согласно (1):

$$\gamma = \theta_{изм} - \theta = \frac{\sum \theta}{m + \Delta m} - \theta = \frac{\Delta \varphi^{\circ}}{360^{\circ}}; \qquad (2)$$

где $\Delta \varphi^{\circ}$ - абсолютная погрешность, выраженная в градусах;

$\theta = \dfrac{t_{\varphi}}{T_0}$ - действительное значение измеряемой величины.

Мгновенное значение низкочастотной погрешности. Минимальная частота исследуемого напряжения соответствует случаю, когда за время измерения проходит один целый период.

Погрешность γ зависит от трех параметров θ, Δm, m. Вначале определим погрешность от θ, при постоянных значениях Δm и m.

Эта погрешность определяется значением указанных параметров в определенный момент, поэтому будем ее называть мгновенным значением погрешности.

В соответствии с уравнением (2) значение погрешности выразится формулой:

$$\gamma = \frac{\theta \cdot m + \theta}{m + \Delta m} - \theta = \frac{\theta(1 - \Delta m)}{m + \Delta m} = \theta \cdot к; \qquad (3)$$

где $к = \dfrac{1 - \Delta m}{m + \Delta m} = const.$

График зависимости погрешности γ представлен на рис.3. Погрешность линейно зависит от θ, причем приведенное значение θ достигает наибольшей величины $\theta_п$ в случае когда $\theta_п = \Delta m$, т.к. дальнейшее увеличение θ невозможно, поскольку этот момент совпадает с окончанием времени измерения. Предельное значение погрешности будем называть вершиной погрешности $\gamma_в$.

Среднеквадратическое отклонение вершины погрешности. Величину вершины погрешности $\gamma_в$ определим, если в уравнение (3) подставим значение $\theta = \theta_п = \Delta m$,

$$\gamma_в = \frac{\Delta m - \Delta m^2}{m + \Delta m} \qquad (4)$$

Так как значение вершины погрешности $\gamma_в$, которое является мгновенным значением, не дает возможности оценки точностных характеристик фазометра, определим среднеквадратическое отклонение вершины погрешности.

Среднеквадратическое отклонение (СКО) треугольной функции (рис.3) в $\sqrt{3}$ раз меньше наибольшего значения $\gamma_в$. Поэтому СКО вершины погрешности определим согласно (4) уравнением:

$$\gamma_{с.к} = \frac{\Delta m - \Delta m^2}{(m + \Delta m) \cdot \sqrt{3}} \qquad (5)$$

Полученное значения $\gamma_{с.к}$ является величиной зависящей только от двух параметров Δm и m, в отличие от уравнения (3), которое представляет мгновенное значение погрешности, зависящее от трех параметров. Дальнейшие преобразования позволят выразить максимальную погрешность, определяемую только одним параметром m.

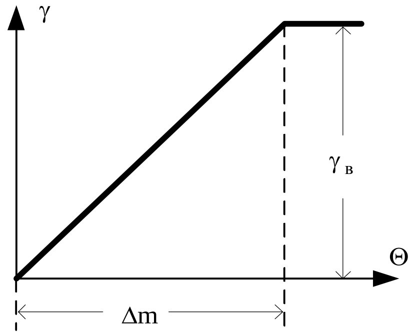


Рис. 3. Зависимость погрешности γ от фазового сдвига Θ .

Иррациональная форма представления максимального значения среднеквадратического отклонения вершины погрешности. Из графика зависимости $\gamma_{с.к}$ от m и Δm (рис.4), построенного на основании уравнения (5) видно, что функция $\gamma_{с.к}$ имеет максимум погрешности γ_{max} . Для оценки метрологической характеристики фазометра целесообразно использовать максимальное значение погрешности γ_{max} . Величину γ_{max} определим, приравняв нулю производную $\dfrac{d\,\gamma_{с.к}}{d(\Delta m)}$, используя уравнение (5):

$$\frac{d}{d\,(\Delta m)}\left[\frac{\Delta m-\Delta m^2}{(m+\Delta m)\,\sqrt{3}}\right]=\frac{\Delta m^2+2\Delta m\cdot m-m}{(m+\Delta m)^2\,\sqrt{3}}=0$$

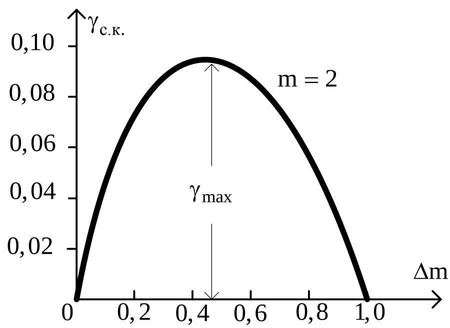


Рис. 4. График зависимости $\gamma_{с.к.}$ от части нецелого импульса Δm .

Корень уравнения:

$\Delta m^2 + 2\Delta m \cdot m - m = 0$

определяет значение $\Delta m = \Delta M$ (величина нецелой части периода) при котором низкочастотная погрешность достигает максимального значения γ_{max}:

$$\Delta M = \sqrt{m^2 + m} - m. \qquad (6)$$

Значения ΔM, рассчитанные по формуле (6), даны в таблице и на графике рис.5 в зависимости от m.

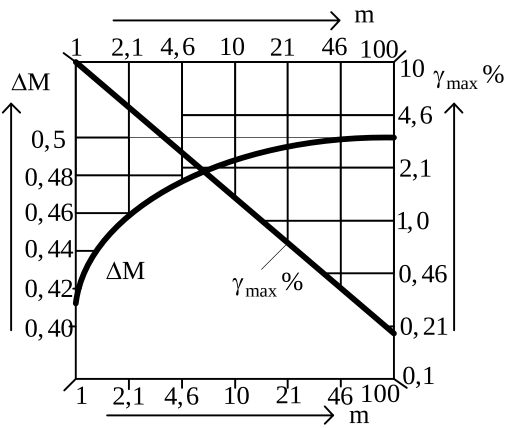


Рис. 5. График зависимости γ_{max}% и ΔM от числа периодов m.

Таблица

Значения ΔM в зависимости от m

m	1,0	2,0	5,0	10	20	50	100	200	500	1000
γ_{max}%	9,9	5,83	2,63	1,37	0,70	0,29	0,14	0,07	0,03	0,01
ΔM	0,4142	0,4494	0,4770	0,4881	0,4939	0,4975	0,4988	0,4994	0,4998	0,4999
S%	46	23	9,0	4,6	2,3	0,92	0,46	0,23	0,09	0,05

Погрешность γ_{max} может быть получена подстановкой значения ΔM вместо Δm в уравнение (5):

$$\gamma_{max} = \frac{\Delta M - \Delta M^2}{(m + \Delta M)\sqrt{3}} \qquad (7)$$

Таким образом, погрешность γ_{max} определяется системой уравнений (6,7), содержащей одну переменную m. Величины γ_{max} в процентах, вычисленные из системы уравнений (6,7), даны в таблице и на графике рис.5 в зависимости от m.

Полученная система уравнений (6,7) представлена в иррациональной форме, так как содержит параметр в дробной степени: $(m^2 + m)^{\frac{1}{2}}$ в уравнении (6). Полученную систему уравнений приведем к рациональному виду, состоящему из одного уравнения с переменной m.

Рациональная форма уравнения максимального значения погрешности. Для преобразования системы уравнений (6,7) в рациональную форму определим вначале значения ΔM из уравнения (6), при $m = 1$ и $m >> 1$.

Преобразуем радикал из уравнения (6) при $m >> 1$ [5];

$$\sqrt{m^2 + m} = m\sqrt{1 + \frac{1}{m}} \approx m\left(1 + \frac{1}{2m}\right) = m + 0,5 \qquad (8)$$

Выполнив расчет из уравнения (6) с использованием (8) получим значения ΔM для случаев, когда $m = 1$ и $m >> 1$:

а) $m = 1$; $\qquad \Delta M_1 = 0,4142 \qquad (9)$

б) $m >> 1$; $\qquad \Delta M_m = 0,5 \qquad (10)$

Для получения зависимости от m низкочастотной погрешности γ_p в рациональной форме выберем некоторое уравнение таким образом, чтобы совпали величины погрешностей γ_1 и γ_m соответственно при $m = 1$ и $m >> 1$, найденные из этого уравнения и из системы уравнений (6,7).

Найдем вначале решения определяемые системой уравнений (6,7). Из (7) получим:

$$\gamma_1 = \frac{\Delta M_1 - \Delta M_1^2}{(m + \Delta M_1)\cdot\sqrt{3}} = \frac{0,4142 - 0,4142^2}{(1 + 0,4142)\cdot\sqrt{3}} \approx \frac{0,1716}{\sqrt{3}} \qquad (11)$$

$$\gamma_m = \frac{\Delta M_m - \Delta M_m^2}{m \cdot \left(1 + \frac{\Delta M_m}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,5 - 0,5^2}{\left(1 + \frac{0,5}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \approx \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \qquad (12)$$

Указанным выше преобразованиям при некотором значении Δ_1 удовлетворяет уравнение:

$$\gamma_p = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{\Delta_1}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \qquad (13)$$

Что можно подтвердить приводимыми ниже расчетами. При m=1 из (13) получим:

$$\gamma_p = \gamma_1 = \frac{1}{4 \cdot (1 + \Delta_1) \cdot \sqrt{3}} = \frac{0,1716}{\sqrt{3}};$$

Откуда найдем: $\Delta_1 = 0,4569 \approx 0,46$.

Если $m >> 1$ из (13) определим:

$$\gamma_p = \gamma_m = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{\Delta_1}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} \approx \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}}.$$

Полученные решения γ_1 и γ_m совпадают с приведенными в (11), (12).

Подставив $\Delta_1 \approx 0,46$, в (13) получим уравнение низкочастотной погрешности в рациональной форме:

$$\gamma_p = \frac{1}{4m \cdot \left(1 + \frac{0,46}{m}\right) \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4(m + 0,46) \cdot \sqrt{3}} \qquad (14)$$

Расчеты по уравнениям (7) и (14)отличаются не более, чем на десятые доли процента.

При высоких частотах, когда $m >> 1$ из (14) получим:

$$\gamma_{\text{в.ч.}} = \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \qquad (15)$$

Сравнительная оценка рациональной формы уравнения с литературными данными. Выполним сравнительную оценку полученных в работе результатов с литературными данными.

В работах [3,4] приводится уравнение абсолютной погрешности в виде:

$$\sigma_{\text{н}} = \frac{90^\circ \cdot f}{N \cdot F \cdot \sqrt{3}}; \qquad (16)$$

Для выполнения необходимых преобразований, значения времени измерения фазометра представим в двух видах:

$$t_{\text{изм}} = m \cdot T_0 = N \cdot \Delta t;$$

$$\text{откуда } \frac{f}{N \cdot F} = \frac{1}{m}. \qquad (17)$$

где $f = \dfrac{1}{\Delta t}$; $F = \dfrac{1}{T_0}$ - частоты и периоды соответственно квантующего и исследуемого напряжений;

N, m - количество соответственно квантующих импульсов и периодов исследуемого напряжения за время измерения.

Для выполнения сравнения преобразуем уравнение абсолютной погрешности $\sigma_{\text{н}}$(16) в приведенную $\gamma_{\text{пр}}$. Используя (17), согласно (2) получим:

$$\gamma_{\text{пр}} = \frac{\sigma_{\text{н}}}{360^\circ} = \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \frac{f}{N \cdot F \cdot \sqrt{3}} = \frac{1}{4m \cdot \sqrt{3}} \qquad (18)$$

Сравнивая (15) и (18) можно видеть, что последнее уравнение соответствует погрешности, возникающей только при высокой частоте $\gamma_{\text{в.ч.}}$ (15) и может использоваться только при условии когда $m >> 1$.

Если условие не выполняется, результат расчета $\gamma_{\text{пр}}$ значительно отличается от полученного в (14), так как не учитывает влияние части нецелого периода Δm.

В таблице дано процентное отклонение результата расчета по формулам $\gamma_{\text{пр}}$ (18) и $\gamma_{\text{р}}$ (14), вычисленное из уравнения:

$$S = \left(\gamma_{\text{пр}} / \gamma_{\text{р}} - 1\right) \cdot 100\% = \frac{m + 0,46}{m} \cdot 100\% .$$

Из таблицы видно, что расчеты по формулам $\gamma_{\text{пр}}$ и $\gamma_{\text{р}}$ мало отличаются только при условии $m >> 1$. Данные таблицы устанавливают связь между приемлемой величиной погрешности и допустимым диапазоном исследуемой частоты.

Выводы. В работе получена система уравнений в иррациональной форме для определения низкочастотной погрешности при параметрах от $m = 1$, до $m >> 1$, предложена также рациональная форма расчета погрешности при указанных значениях m.

Показано, что известные в литературе уравнения могут быть использованы для расчетов только для случаев, когда $m >> 1$, при меньших значениях m возникают большие погрешности.

Список литературы: 1. *К.С. Полулях,* К теории фазометра с постоянным временем измерения. Український метрологічний журнал, №3, 2006. с.13-16. **2.** *Полулях К.С., Тополов И.И., Медведева Л.А.* Анализ погрешностей торсионного моментом ера при малых нагрузках. Вестник Национального технического университета «ХПИ» 7’2003, 3. с.127-130. **3.** *Смирнов П.Т.* Цифровые фазометры. «Энергия», 1974, с. 38-40. **4.** *Кузнецкий С.С.* О законах распределения и практических предельных ошибках дискретного преобразования в цифровых фазометрах. Автометрия, 1965. №3 с. 63-68. **5.** *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А*. Справочник по математике, М. «Наука» 1980, с. 108.

Надійшла до редакції 15.04.12

УДК 620.179.14

В. А. СВЕТЛИЧНЫЙ, аспирант ХНУРЭ, Харьков;
Ю. Е. ХОРОШАЙЛО, канд. техн. наук, доцент ХНУРЭ, Харьков;
В. В. ТУЛУПОВ*,* к.т.н, доцент ХНУВД, Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ВТОРИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ПРИ КОНТРОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ВИХРЕТОКОВЫХВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ В ТОНКИХ ПЛЕНКАХ

Предложенная методика расчета электромагнитных полей вихревых токов в тонких пленках, на основе интегральных уравнений с использованием метода вторичных источников.

Запропонована методика розрахунку електромагнітних полів вихрових струмів в тонких плівках, на основі інтегральних рівнянь з використанням метода вторинних джерел.

The method of calculating the electromagnetic fields of eddy currents in thin films, based on the integral equations method of secondary sources

Введение. В настоящее время в мире, в том числе и в нашей стране наблюдается рост высокотехнологичных производств. Выпускаемая продукция должна соответствовать стандартам качества. Исходя из этого, системы контроля качества являются важнейшими составляющими любого технологического процесса [1]. Разнообразие и сложность геометрических форм деталей современного электротехнического оборудования, увеличение электромагнитных нагрузок и связанная с этим необходимость учета нелинейности среды, определяют предельно жесткие требования к точности расчетов электромагнитных полей.

Одним из наиболее эффективных и универсальных численных методов расчета электромагнитных полей является метод интегральных уравнений [2]. Однако, из-за некоторой сложности математического аппарата, он не нашел еще достаточно широкого распространения в электротехнических расчетах. Разработчики систем неразрушающего контроля, чаще обращаются к более громоздкому методу сеток. Огромный объем вычислений, связанных с размерностью получаемых систем алгебраических уравнений, на наш взгляд является недостатком метода сеток по сравнению с методом интегральных уравнений.

Основная часть. Сущность предлагаемого метода заключается в следующем. Для расчёта электромагнитного поля в любой точке пространства сначала определяются все источники поля. Заменив электромагнитное поле в неоднородной среде суммой двух полей в вакууме – первичного, созданного токами индуктора, и вторичного, образованного наведенными поверхностными зарядами на границе раздела сред и вихревыми токами, индуцированными в проводнике, строят итерационный алгоритм нахождения вторичных источников поля. При этом используется максимум информации о процессе [3, 4].

Проиллюстрируем использование метода вторичных источников на примере расчета синусоидально изменяющихся во времени квазистационарных электромагнитных полей в неоднородных проводящих средах. Необходимость решения такого рода численных задач, возникает при рассмотрении самых различных электротехнических проблем, например при рассмотрении наличия несовершенства тонких неферромагнитных пленок.

Рассчитаем электромагнитное поле, созданное переменными токами заданной плотности $\dot{\bar{\delta}}_k$, рис. 1 протекающими в катушках вихретокового измерительного преобразователя Vk, (k =1, 2, .. , n), если неферромагнитное пространство в области V+ заполнено проводящей средой с проводимостью γ и магнитной проницаемостью $\mu = 1$.

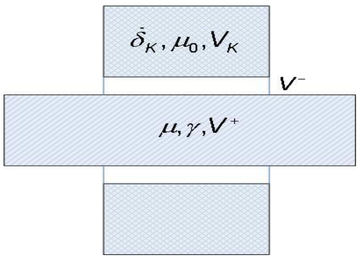


Рис.1. Вихретоковый измерительный преобразователь и объект контроля

Предположим, что окружающая проводник V^+ среда является однородной в магнитном отношении и имеет проницаемость μ_0. Сформулируем поставленную задачу расчета поля в виде краевой. Для этого воспользуемся уравнениями Максвелла,

$$rot\dot{H} = \dot{J}_{полн}, \quad rot\dot{E} = \frac{dB}{dt}$$

Уравнения синусоидального изменяющегося во времени электромагнитного поля имеют вид:

$$rot\dot{H} = \gamma\dot{E} + j\omega\varepsilon\,\dot{E} + \dot{\delta} \qquad (1)$$

$$rot\dot{E} = - j\omega\dot{H} \qquad (2)$$

где $\dot{\delta}$ - известная плотность стороннего тока, локализованного обычно в некоторой ограниченной части пространства (например, в катушках). Соответственно, при постоянстве параметров среды γ, ε и μ

$$div\dot{\delta} = 0; \qquad (3)$$

$$div\dot{H} = 0; \qquad (4)$$

$$div\dot{E} = 0; \qquad (5)$$

Используя (1) и (2), поставленную задачу для расчета поля можно сформулировать в виде следующей краевой: найти в области V^{-} векторы $\dot{H}^{-}$ и $\dot{E}^{-}$, а в области V^{-} векторы $\dot{H}^{+}$, удовлетворяющие уравнениям:

$$rot\dot{H} = \begin{cases} j\omega\varepsilon_0 \dot{E}^{-} + \dot{\delta}_k \\ j\omega\varepsilon_0 \dot{E}^{+} \end{cases} \qquad (6)$$

$$rot\dot{E}^{-} = j\omega\mu_0 \dot{H}^{-}; \qquad (7)$$

$$rot\dot{H}^{+} = j\omega\varepsilon_0 \dot{E}^{-} + \gamma \dot{E}^{+}; \qquad (8)$$

$$rot\dot{E}^{+} = -j\omega\mu \dot{H}^{+}; \qquad (9)$$

и краевым условиям на поверхности S проводника,

$$\left[\dot{n}, \dot{E}^{+} - \dot{E}^{-}\right] = 0 \qquad (10)$$

$$\left[\dot{n}, \dot{H}^{+} - \dot{H}^{-}\right] = 0 \qquad (11)$$

Для упрощения допустим, что сформулированная краевая задача имеет единственное решение, как показано и доказано в работах [5, 6]. Очевидно, что из условий (10), (11) и выражений (6) - (9) следуют краевые условия для нормальных составляющих векторов $\dot{E}$ и $\dot{H}$ на поверхности S:

$$\left(\dot{n}, \dot{H}^{+} - \mu_0 \dot{H}^{-}\right) = 0; \qquad (12)$$

$$\left(\dot{n}, \varepsilon_0 \dot{E}^{+} - \frac{\gamma}{j\omega} \dot{E}^{-} - \varepsilon_0 \dot{E}\right) = 0 \qquad (13)$$

Для случая тонких неферромагнитных пленок растекание вихревого тока в пленке можно считать поверхностным и описывать его при помощи функции тока. В работах [7, 8, 9] показано как функция тока применялась для расчета распределения вихревых токов в тонких пленках и оболочках.

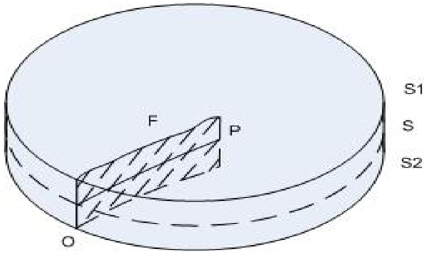


Рис.2. Тонкая проводящая пленка

Однако, магнитным полем вихревых токов пренебрегали по сравнению с внешним магнитным полем, что на наш взгляд, не всегда допустимо.

Под тонкой проводящей пленкой V (рис 2),будем понимать проводник, ограниченный двумя параллельными поверхностями S_1 и S_2, расстояние между которыми (толщина оболочки) много меньше размеров S_1 и S_2.Поверхность S, одинаково отстоящую от S_1 и S_2 будем называть средней поверхностью, а ограничивающий ее контур будем обозначать через L. Пусть P произвольная точка на S. Соединим ее каким-либо контуром C с любой точкой O границы L. Через F обозначим поверхность, заключенную между S_1 и S_2 и образованную движением нормали к S вдоль C. Значение функции тока $\dot{\Psi}^B$ в точке P определяется как:

$$\dot{\Psi}^{B}(P) = \int_F \bar{\delta}(Q) d\bar{S}_Q \tag{14}$$

Из принципа непрерывности электрического тока следует, что значение функции тока не зависит от выбора контура C, соединяющего P с L, а определяется только положением точки P.

Реальную оболочку заменим бесконечно тонкой оболочкой, совпадающей с S и обладающей поверхностной удельной проводимостью $\sigma = \gamma h$. Действительное токораспределение в оболочке заменим поверхностным по S токораспределением, определив его при помощи соотношения:

$$\bar{J}^B = \left[grad_S \dot{\Psi}^{B}, \bar{n}\right], \tag{15}$$

где $\bar{J}^B$- линейная плотность тока; $\bar{n}$- единичный вектор нормали; градиент берется по поверхности S. Найдем выражения для векторного потенциала $\dot{\vec{A}}^B$ поля, созданного вихревыми токами в оболочке S. Для разности скалярного магнитного потенциала $\dot{\varphi}_m$ между точками P' и P'', бесконечно близко прилегающими с разных сторон к S. Согласно закону полного тока получаем:

$$\dot{\varphi}_m(P') - \dot{\varphi}_m(P'') = \oint_L \bar{H} d\bar{l} = \dot{\Psi}^{B}(P). \tag{16}$$

Поэтому поверхностное распределение токов по S эквивалентно по создаваемому им магнитному полю двойному слою магнитных зарядов, распределенных по S с плотностью:

$$\tau(P) = \dot{\Psi}^{B}(P). \tag{17}$$

Отсюда, используя формулу, выражающую векторный потенциал через плотность двойного слоя, находим

$$\dot{\vec{A}}^B(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_S \dot{\Psi}^{B}(P) \frac{\bar{r}_{QP}, \bar{n}_P}{r_{QP}^3} dS_P. \tag{18}$$

Соотношение (18) является основным для последующего вывода системы интегральных уравнений. Наиболее простой вид эта система имеет в случае, когда вихревые токи наводятся в проводящей тонкой пленке, а внешнее магнитное поле создается заданным распределением токов, вектор плотности которых параллелен плоскости пленки [9]. Расположим декартову систему координат так, что бы ось Z была перпендикулярна к плоскости пластины. Тогда для векторного потенциала поля от вихревых токов и векторного потенциала внешнего поля получаем:

$$\dot{\vec{A}}^{B}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_S \dot{\Psi}^{B}(P)\frac{\bar{r}_{QP},\bar{k}}{r_{QP}^3}\,dS_P; \tag{19}$$

$$\dot{\vec{A}}^{\delta}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_S \frac{\bar{\imath}\bar{\delta}_x(P)+\bar{\jmath}\overline{\bar{\delta}_y(P)}_{QP},\bar{k}}{r_{QP}}\,du_P, \tag{20}$$

Придадим формуле (20) вид, аналогичный (19). С этой целью в каждом сечении z = const области $V = V^{+} + V^{-}$ введём функцию тока ψ^{δ} (x, y, z) при помощи соотношений:

$$\delta_x(x, y, z) = \frac{\partial\psi^{\delta}(x,y,z)}{\partial y};\ \delta_y(x, y, z) = \frac{\partial\psi^{\delta}(x,y,z)}{\partial x}, \tag{21}$$

Предположив при этом, что в области $V^{-}\psi^{\delta}$ (x, y, z) = $\dot{I}$ (z), где $\dot{I}$ (z) – значение функции тока на внутренней боковой поверхности области V^{+}.

Далее проинтегрировав по частям, находим:

$$A_x^{\delta}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{V^+}\frac{\delta_x(P)}{r_{QP}}d\vartheta_P = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\frac{\partial\psi^{\delta}(P)}{\partial y};}{r_{QP}}d\vartheta_P$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^h dz_P\int_c^d dx_P\int_{y^-(xp)}^{y^+(xp)}\frac{\frac{\partial\psi^{\delta}(x_P,y_P,z_P)}{\partial y_P}dy_P;}{\sqrt{(x_Q-x_P)^2+(y_Q-y_P)^2+(z_Q-z_P)^2}};$$

$$\int_{y^-(xp)}^{y^+(xp)}\frac{\frac{\partial\psi^{\delta}(x_P,y_P,z_P)}{\partial y_P}dy_P;}{\sqrt{(x_Q-x_P)^2+(y_Q-y_P)^2+(z_Q-z_P)^2}}$$
$$= \frac{\psi^{\delta}(x_P,y_P,z_P)}{r_{QP}}\begin{matrix} y^+(xp)\\ y^-(xp)\end{matrix}$$
$$+ \int_{y^-(xp)}^{y^+(xp)}\psi^{\delta}(x_P,y_P,z_P)\times\frac{y_Q-y_P}{r_{QP}{}^3}dy_P \tag{22}$$
$$= \int_{y^-(xp)}^{y^+(xp)}\psi^{\delta}(p)\frac{y_Q-y_P}{r_{QP}{}^3}dy_P$$

$$A_x^{\delta}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \psi^{\delta}(P)\frac{y_Q - y_P}{r_{QP}{}^3}d\vartheta_P.$$

При выводе соотношения (22) учтено, что $\psi^{\delta}(x_P, y_P, z_P)$ на внешней боковой поверхности V^+ равно нулю. Из выражения (22) следует

$$\overline{A}(Q) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \psi^{\delta}(P)\frac{\left[\overline{r_{QP}}, \overline{k}\right]}{r_{QP}{}^3}d\vartheta_P. \tag{23}$$

Для линейной плотности $\overline{J}^B$ вихревых потоков в пластине находим

$$\overline{J}^B = \gamma h\overline{E} = -j\omega\gamma h\left(\overline{A^B} + \overline{A^{\delta}}\right) - \gamma h \operatorname{grad}\varphi_e, \tag{24}$$

где скалярный электрический потенциал φ_e удовлетворяет на поверхности S по переменным x и y уравнению Лапласа и выбирается в последующем таким образом, чтобы на краю пластины L выполнялось следующее граничное условие:

$$\overline{J}^B(Q), \overline{\nu_Q} = 0, \tag{25}$$

где $\overline{\nu_Q}$ – единичный вектор нормали к L.

Выберем на S какой-либо контур C_{OQ}, соединяющий произвольно точки O и Q. Из определения функции тока имеем:

$$\psi^B(Q) - \psi^B(O) = \int_{C_{OQ}}\left(\overline{k}, \left[\overline{J}^B(M), \overline{d}l_M\right]\right). \tag{26}$$

Отсюда, учитывая выражения (19), (23) и (24), находим

$$\begin{aligned}\psi^B(Q) - \psi^B(O) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\Bigg\{\int_S \psi^B(P)\left(\int_{C_{OQ}}\frac{\left(\overline{k}, \left[\left[\overline{r_{PM}}, \overline{k}\right], \overline{d}l_M\right]\right)}{r_{PM}^3}\right)dS_P \\ + \int_V \psi^{\delta}(P)\left(\int_{C_{OQ}}\frac{\left(\overline{k}, \left[\left[\overline{r_{PM}}, \overline{k}\right], \overline{d}l_M\right]\right)}{r_{PM}^3}\right)d\vartheta_P\Bigg\} \\ + \gamma h\int_{C_{OQ}}\left(\overline{k}, \left[\operatorname{grad}\varphi_e, \overline{d}l_M\right]\right) = 0.\end{aligned} \tag{27}$$

Для двойного векторного произведения получаем $\left[\left[\overline{r_{PM}}, \overline{k}\right], \overline{d}l_M\right] = \overline{r_{PM}}\left(\overline{k}, \overline{d}l_M\right) - \overline{k}\left(\overline{r_{PM}}, \overline{d}l_M\right) = -\overline{k}\left(\overline{r_{PM}}, \overline{d}l_M\right)$, откуда $\left(\overline{k}, \left[\left[\overline{r_{PM}}, \overline{k}\right], \overline{d}l_M\right]\right) = -\left(\overline{r_{PM}}, \overline{d}l_M\right)$.

Следовательно, $\int_{C_{OQ}} \frac{\left(\bar{k},\left[\left[\overline{r_{PM}},\bar{k}\right],\bar{d}l_M\right]\right)}{r_{PM}^3} =$
$\int_{C_{OQ}} \frac{-\left(\overline{r_{PM}},\bar{d}l_M\right)}{r_{PM}^3} = \int_{C_{OQ}} \mathrm{grad}_M\left(\frac{1}{r_{PM}}\right)\overline{dl_M} = \frac{1}{r_{QP}} - \frac{1}{r_{OP}}.$

Учитывая это, из выражения (27) находим

$$\psi^B(Q) - \psi^B(O) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\left\{\int_S \psi^B(P)\left(\frac{1}{r_{QP}} - \frac{1}{r_{OP}}\right)dS_P \right. \\ \left. + \int_V \psi^\delta(P)\left(\frac{1}{r_{QP}} - \frac{1}{r_{OP}}\right)d\vartheta_P\right\} \\ + \gamma h\int_{C_{OQ}}\left(\bar{k},\left[\mathrm{grad}\varphi_e,\bar{d}l_M\right]\right) = 0, \tag{28}$$

Скалярный потенциал φ_e в области S является решением внутренней задачи Неймана для уравнения Лапласа с краевым условием

$$\frac{\partial\varphi_e}{\partial\nu}(Q) = -j\omega A_\nu^B(Q) - j\omega A_\nu^\delta(Q); \tag{29}$$

определенным из соотношений (25) и (24).

Для разрешимости внутренней задачи Неймана необходимо и достаточно, чтобы

$$\oint_L A_\nu^B(Q)\,dl_Q + \oint_L A_\nu^\delta(Q)\,dl_Q = 0. \tag{30}$$

Из соотношений (19) и (23) следует, что условие будет выполнено, если, $\oint_L \frac{\left(\overline{\nu_Q},\left[\overline{r_{QP}},\bar{k}\right]\right)}{r_{QM}^3}dl_Q = 0$. Справедливость этого соотношения проверяется просто: $\oint_L \frac{\left(\overline{\nu_Q},\left[\overline{r_{QP}},\bar{k}\right]\right)}{r_{QM}^3}dl_Q = \oint_L \mathrm{grad}_Q\left(\frac{1}{r_{QP}}\right)\bar{d}l_Q = 0$

Определив потенциал в виде $\varphi_e(Q) = \frac{1}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\ln\left(\frac{1}{r_{QP}}\right)dl_{P,}$ применив выражение (29) имеем интегральное уравнение

$$\sigma(Q)\frac{1}{\pi}\int_L \sigma(Q)\frac{\cos\left(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q\right)}{r_{QP}}dl_P + \frac{j\omega\mu_0}{2\pi}\int_S \psi^B(P)\frac{\sin\left(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q\right)}{r_{QP}^2}dS_P \\ = -\frac{j\omega\mu_0}{2\pi}\int_V \psi^\delta(M)\frac{\sin\left(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q\right)}{r_{QP}^2}d\nu_P, \tag{31}$$

где P' – проекция P на плоскость пластины.

Таким образом, интегральное уравнение (31) решено, однако решений может быть больше одного [10]. Для того, чтобы это уравнение стало однозначно разрешимым, преобразуем его к виду:

$$\sigma(Q) - \frac{1}{\pi}\oint_L \sigma(P)\left[\frac{\cos(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}} - \frac{\pi}{L}\right] dl_P +$$
$$j\frac{\omega\mu_0}{2\pi}\int_S \int_S \psi^B(M)\frac{\sin(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}^2} dS_P = -\frac{j\omega\mu_0}{2\pi}\int_V \psi^\delta(M)\frac{\sin(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}^2} d\nu_P. \quad (32)$$

Нетрудно видеть, что

$$\int_{C_{OQ}}(\bar{k},[\mathrm{grad}_{\varphi_e}, d\bar{l}_M]) = \frac{1}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\left(\int_{C_{OQ}}\mathrm{grad}_n\left(\ln\frac{1}{r_{PM}}\right)dl_M\right)dl_P = \frac{1}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\,[\Theta(Q,P) - \Theta(O,P)]dl_P, \quad (33)$$

где grad_n - нормальная к контуру C_{OQ} составляющая градиента; $\Theta(Q,P)$ – угол между некоторой осью x и $\bar{r}_{QP}$. Учитывая равенство (33), из выражения (28) находим

$$\psi^B(Q) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_S \frac{\psi^B(P)}{r_{QP}} dS_P + \frac{\gamma h}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\,\Theta(Q,P)dl_P + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_V \frac{\psi^\delta(P)}{r_{QP}} d\nu_P =$$
$$\psi^B(O) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_S \frac{\psi^B(P)}{r_{OP}} dS_P + \frac{\gamma h}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\,\Theta(O,P)dl_P + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_V \frac{\psi^\delta(P)}{r_{OP}} d\nu_P. \quad (34)$$

Левая часть уравнения зависит только от Q, а правая – от Θ, поэтому каждая из них порознь равна одной и той же константе, т.е.

$$\psi^B(Q) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_S \frac{\psi^B(P)}{r_{QP}} dS_P + \frac{\gamma h}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\,\Theta(Q,P)dl_P + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_V \frac{\psi^\delta(P)}{r_{QP}} d\nu_P = C \quad (35)$$

Дифференцируя уравнение (35) по касательному к контуру L направлению l_Q и учитывая, что

$\frac{\partial\Theta(Q,P)}{\partial l_Q} = \frac{\partial \ln\frac{1}{r_{QP}}}{\partial \nu_Q}$, находим $\frac{\partial\psi^B(Q)}{\partial l_Q} + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_S \psi^B(P)\frac{\sin(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}^2} dS_P$

$$+ \frac{\gamma h}{2}\sigma(Q) - \frac{\gamma h}{2\pi}\oint_L \sigma(Q)\frac{\cos(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}} dl_P + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_V \psi^\delta(P)\frac{\sin(\overline{r_{QP}},\bar{\nu}_Q)}{r_{QP}^2} d\nu_P = 0.$$

Отсюда и из выражения (31) получаем $\frac{\partial\psi^B(Q)}{\partial l_Q} \equiv 0$. Таким образом, из уравнений (35) и (31) следует, что

$$\psi^B(Q) \equiv \mathrm{const} \text{ при } Q \in L. \quad (36)$$

Для того, чтобы $\psi^B(Q) \equiv 0$ при $Q \in L$, константу C в выражении (35) нужно выбрать таким образом, чтобы

$$\oint_L \psi^B(Q)dl_Q = 0. \quad (37)$$

Тогда из соотношений (36) и (37) получаем

$$\psi^{B}(Q) \equiv 0 \text{ при } Q \in L. \quad (38)$$

Интегрируя выражение (35) по L и учитывая условие (37), находим

$$C = \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi L}\int_S \psi^{B}(P)\left[\oint_L \frac{dl_Q}{r_{QP}}\right]dS_P + \frac{\gamma h}{2\pi L}\oint_L \sigma(P)\left[\oint_L \Theta(Q,P)dl_Q\right]dl_P + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi L}\int_V \psi^{\delta}(P)\left[\oint_L \frac{dl_Q}{r_{QP}}\right]d\nu_P.$$

Подставляя последнее в выражение (35), находим распределение

$$\psi^{B}(Q) + \frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_S \psi^{B}(P)\left[\frac{1}{r_{QP}} - \frac{1}{L}\oint_L \frac{dl_M}{r_{PM}}\right]dS_P + \frac{\gamma h}{2\pi}\oint_L \sigma(P)\left[\Theta(Q,P) - \frac{1}{L}\oint_L \Theta(M,P)dl_M\right]dl_P = -\frac{j\omega\mu_0\gamma h}{4\pi}\int_V \psi^{\delta}(P)\left[\frac{1}{r_{QP}} - \frac{1}{L}\oint_L \frac{dl_M}{r_{PM}}\right]d\nu_P . \quad (39)$$

Вывод. Применение одного из наиболее эффективных и универсальных методов расчета - метода интегральных уравнений, позволяют производить численный расчет синусоидально изменяющегося во времени квазистационарного электромагнитного поля вихревых токов в тонкой пленке. Полученные зависимости для поверхностной удельной электрической проводимости (32) и функции тока (39) образуют полную систему интегральных уравнений. Решение системы уравнений, позволяет найти распределение $\psi^{B}(Q)$ и $\dot{\delta}(Q)$, по которым определяют линейную плотность вихревого тока $\bar{J}^{B}(Q)$.

Список литературы: **1.** Неразрушающий контроль. Справочник в 7 т.: Т.2 / под общ. ред. *В.В.Клюева*. М.; Машиностроение, 2003. – 688 с.: ил. **2.** *Светличный В.А., Тулупов В.В.* Неразрушающий контроль пленок и покрытий // Системи озброєння і військова техніка – Харків ХУПС ім. І.Кожедуба - 2010 - №3(23) с.160-162. **3.** *Цейтлин Л.А* Вихревые токи в тонких пластинах и оболочках. – «Журнал технической физики». Т.XXXIX. 1969 №10. **4.** *Цейтлин Л.А* Потери на вихревые токи в тонких пластинах. – «Электричество», 1969, №9. **5.** *Тозони О.В.* Метод вторичных источников в электротехнике. М.: Энергия, 1975. 296 с. **6.** *Тозони О.В.*, Маергойз И.Д. Расчет трехмерних электромагнитных полей. К.: Техніка, 1974. 352 с. **7.** *Данилушкин А И., Данилушкин И.А.* Метод вторичных источников для моделирования электромагнитнчх процессов при индукционном нагреве // Вестник СамГТУ. Серия: Физико-математические науки. 1998. № 6. С. 141-142. **8.** *Ковбасенко Ю.П.* Метод расчета трехмерного электромагнитного поля тонких пластин и оболочек // Электричество. 1992. № 14. С. 45-47. **9.** *Некрасов Н.Н., Смирнов С.А.* К расчету вихревых токов в тонкой пластине // Электричество. 1998. № 10. С. 61-65. **10.** *Гримальский О.В.* Метод расчета трехмерного электромагнитного поля тонких пластин и оболочек // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1990. № 6. С. 61-68.

Надійшла до редакції 15.04.12

ЗМІСТ

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Серія
«Електроенергетика та перетворювальна техніка»
Випуск № 40

Науковий редактор
Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.

Технічний редактор
к.т.н. К. Л. Ноздрачова

Відповідальний за випуск
Прісухіна Т.М.

Адреса редколегії:
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21. НТУ «ХПІ».
каф. ПМНК, тел. (057) 7076380, e-mail: suchkov_gm@mail.ru.

Обл. вид. №

Підп. до друку . . 2012 р. Формат 60x84 1/16 Папір офсетний.
Riso-друк. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк. 8,8.
Наклад 300 прим. 1-й з-д 1-100. Зам. № 225. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК №3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня НТУ «ХПІ». 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21