

**"ПРОБЛЕМИ МЕХАНІЧНОГО
ПРИВОДУ"**

Видання засновано Національним технічним університетом
"Харківський політехнічний інститут" у 2001 році

КООРДИНАЦІЙНА РАДА:**Голова**

Л.Л. Товажнянський, д-р техн. наук, проф.

Секретар координаційної ради

К.О. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Є.І. Сокол, чл.-кор. НАН України, проф.;
Є.С. Александров, д-р техн. наук, проф.;
А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;
Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;
М.Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;
А.І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;
В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;
В.Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.;
І.Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;
В.В. Єпіфанов, канд. техн. наук проф.;
Ю.І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;
П.О. Качанов, д-р техн. наук, проф.;
В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;
С.І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;
В.І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;
Г.В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;
В.С. Лупіков, д-р техн. наук, проф.;
О.К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.;
В.І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;
П.Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.;
В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;
М.І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;
Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;
Ю.В. Тимофіїв, д-р техн. наук, проф.;
М.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Держвидання

Свідоцтво Держкомітета по інформаційній політиці України
КВ №5256 від 2 липня 2001 року

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:**Відповідальні редактори:**

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

М.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Заст. відповідального редактора:

О.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

Відповідальний секретар:

М.В. Матюшенко, канд. техн. наук, доц.

Г.І. Львов, д-р техн. наук, проф.;
М.Е. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;
А.І. Павлов, д-р техн. наук, проф.;
В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;
В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;
С.С. Гутиря, д-р техн. наук, проф.;
Б.І. Кіндрацький, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Стрельников, д-р техн. наук;
Д.Т. Бабичев, д-р техн. наук, проф.;
В.В. Шелофаст, д-р техн. наук, проф.;
В.С. Старжинський, д-р техн. наук, проф.;
Х.С. Самідов, д-р техн. наук, проф.;
М. Бошанські, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Власенко, канд. техн. наук, с.н.с.

Адреса редколегії: 61002, Харків,
вул. Фрунзе, 21. НТУ "ХПІ"

Каф. ТММ і САПР,
тел. (057) 707-69-01

Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. – Харків: НТУ "ХПІ", 2012. – №36. – 186 с.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств. Статті містять матеріали доповідей 43-ї міжнародної науково-технічної конференції "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей та вузлів" ЗП-2012 (поз. 258 Плану проведення науково-методичних конференцій та науково-практичних семінарів з проблем вищої освіти і науки професорсько-викладацького складу в системі Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України на 2012 рік).

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий. Статьи содержат материалы докладов 43-й международной научно-технической конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов" ЗП-2012 (поз. 258 Плана проведения научно-методических конференций и научно-практических семинаров по проблемам высшего образования и науки профессорско-преподавательского состава в системе Министерства образования и науки, молодежи и спорта Украины на 2012 год).

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

**Друкється за рішенням Вченої ради НТУ "ХПІ",
протокол №7 від 06.07.2012 р.**

*Сборник посвящается
80-летию со дня рождения
профессора*



**АНАТОЛИЯ ФЕДОРОВИЧА КИРИЧЕНКО
(1932-2007)**

**ВОСПОМИНАНИЯ О ПРОФЕССОРЕ
АНАТОЛИИ ФЕДОРОВИЧЕ КИРИЧЕНКО**

17 июня 2012г. исполнилось бы 80 лет со дня рождения профессора, доктора технических наук Анатолия Федоровича Кириченко, известного советского и украинского ученого в области исследования зубчатых передач и редукторов.

Анатолий Федорович прожил богатую событиями, как для него, так и для страны, жизнь. Ему пришлось познать и радость побед, и горечь разочарований, но он всегда оставался честным, принципиальным и целеустремленным ученым и педагогом.

В 1957г. он окончил ХПИ и был оставлен для педагогической деятельности на кафедре графики, а с 1958 по 1961гг. работал стажером конструкторского бюро по локомотивостроению завода им. Малышева. В это время он увлекся зубчатыми передачами, исследование которых и стало целью всей его жизни. В начале 60-х годов он работал в Базовой лаборатории зубчатых передач Новикова при Харьковском Совнархозе. В 1969г., уже работая в ХПИ, защитил кандидатскую диссертацию, посвященную динамике передач Новикова. А в 1991 году Анатолий Федорович защитил докторскую диссертацию, посвященную исследованию напряженно-деформированного состояния зубьев на базе R -функций.

Всю свою жизнь он руководил аспирантами, занимался научно-исследовательскими работами со многими предприятиями. На базе проведенных исследований им опубликовано более 300 научных работ, подготовлено множество аспирантов и докторантов.

Но особенно стоит отметить деятельность Анатолия Федоровича как организатора семинаров и конференций. В 1961г. он стал заместителем председателя секции зубчатых передач и редукторостроения НТО Машиностроителей Украины, с 1992г. – председателем секции и оргкомитета конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов". А после безвременной кончины в 1994г. А.В. Павленко он продолжил ее дело по руководству конференцией и объединению "зубчатников" бывшего СССР. Благодаря его усилиям с 2004г. в рамках Вестника НТУ "ХПИ" начал выходить тематический выпуск "Проблемы механического привода", в котором публикуются теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения.

В том году исполняется 5 лет, как Анатолия Федоровича нет с нами, но светлая память о нем навсегда останется в наших сердцах, будет жить в его работах, идеях, трудах соратников и учеников.

*Редакционная коллегия серии
"Проблемы механического привода"
Вестника НТУ "ХПИ"*

*Программно-организационный комитет
международной научно-технической
конференции ЗП-2012*

А.И. АБДУЛЛАЕВ, д.т.н., проф., зав. каф. ДМ И ПТМ АзГУ, Баку, Азербайджан;
А.М.НАДЖАФОВ, д.т.н., доцент каф. ДМ И ПТМ АзГУ;
Р.М.ГАСЫМОВ, к.т.н., зав. лаб. "Машиноведение" АзГУ

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ НОВОГО КОНСТРУКТИВНОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО ДВУХПОТОЧНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕДУКТОРА

Рассмотрена методика оптимизации основных параметров нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора по критерию минимизации объема редуктора из условия контактной прочности зубьев. Представлена целевая функция, сформулированы ограничения на переменные проектирования. Установлены зависимости между передаточным отношением, коэффициентом ширины шестерни и контактным напряжением для всех ступеней трехступенчатого цилиндрического зубчатого редуктора на двух валах.

Розглянуто методику оптимізації основних параметрів нового конструктивного рішення трьохступеневого двопотокового циліндричного редуктора за критерієм мінімізації об'єму редуктора з умови контактної міцності зубців. Представлено цільову функцію, сформульовані обмеження на змінні проектування. Встановлені залежності між передавальним відношенням, коефіцієнтом ширини шестерні та контактним напруженням для всіх ступенів трьохступеневого циліндричного зубчатого редуктора на двох валах.

The method of optimization of basic parameters of new constructive decision of triple-reduction double-flow parallel-shaft reducer on criterion of minimal volume of reducer from the condition of tooth contact strength is considered. Objective function and limits on design variable are formulated. Dependences between reduction ratio, coefficient of spur gear width and contact strength for all passes of triple-reduction parallel-shaft reducer on two axles are established.

Общие положения. В механических приводах различных машин и агрегатов в качестве передаточного механизма широко применяются редукторы различного конструктивного исполнения [1-5].

На кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета разработаны, изготовлены и испытаны новые конструктивные решения трех- и пятиступенчатых одно- и двухпоточных цилиндрических редукторов, отличающихся от существующих классических редукторов компактностью, технологичностью, повышенной надежностью и к.п.д. [6, 7]. Поскольку подана заявка на предмет изобретения сущность редукторов полностью не раскрываются. В указанных редукторах исключены промежуточные валы, с соответствующими подшипниками качения. При этом межосевые расстояния и передаточные отношения всех ступеней одинаковые.

Проектирование этих редукторов, предназначенных для выполнения заданных функций – это лишь один из аспектов решения задачи, стоящей перед разработчиками. При этом представляет большой практический интерес выбор из всех возможных вариантов конструкций наиболее оптимальный вариант по техническому уровню редуктора [4, 5, 8]. Поэтому возникла необходимость оптимизации основных параметров нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора.

Установление переменных проектирования. Понятие оптимизация основных параметров редуктора подразумевает выбор такого варианта, который обладал бы возможно большими достоинствами, в частности, малыми габаритными размерами, объемом и, наконец, весом.

Очевидно, что габаритные размеры, объем и, следовательно, вес редуктора в основном формируется диаметрами зубчатых колес, их шириной, количеством ступеней, общим передаточным отношением, а также значениями допускаемых контактных и изгибных напряжений, выражающими условия взаимодействия конструктивных элементов и закономерность работы данной механической системы. При этом условие функционирования редуктора описывается некоторой системой уравнений связи с неизвестными переменными (варьируемыми) параметрами.

Выбор критерия оптимальности и построение целевой функции. В качестве критерия оптимальности принимается минимальный объем редуктора.

Для решения оптимизационной задачи – выбора оптимального варианта редуктора критерий оптимальности выражается через варьируемые переменные проектирования. При этом в качестве обобщенного параметра принимается диаметр начальной окружности d_1^* тяжело нагруженной тихоходной ступени редуктора:

$$g = (0,5d_1^* + d_2)d_2 \cdot d_1^* \psi_{bd} (2 + 2\varphi_1 + \varphi_2), \quad (1)$$

где d_2 – диаметр начальной окружности колеса тихоходной ступени редуктора; $\psi_{bd} = b_w / d_1^*$ – коэффициент ширины шестерни тихоходной ступени редуктора; $\varphi_1 = \psi'_{bd} / \psi_{bd}$, $\varphi_2 = \psi''_{bd} / \psi_{bd}$ – соответственно варьируемые коэффициенты, характеризующие уменьшение коэффициента ширины шестерни промежуточной и быстроходной ступеней редуктора.

Очевидно, что обобщенный параметр – значение диаметра начальной окружности тихоходной ступени редуктора d_1^* , равный также диаметрам начальных окружностей последующих ступеней редуктора d_1' и d_1'' , существенно зависит от механических характеристик выбранного материала, в частности, от значения допускаемого контактного напряжения $[\sigma_H]$.

Из условия на контактную прочность зубьев обобщенная координата d_1^* представляется в виде:

$$d_1^* = k_d \sqrt[3]{\frac{T^* k_H^*}{\psi_{bd} [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^2 \eta}} = k_d \sqrt[3]{T^* k_H^* \frac{u+1}{u^2 \eta}} \cdot B, \quad (2)$$

где $B = \psi_{bd}^{-1/3} \cdot [\sigma_H]^{-2/3}$ – обобщенный варьируемый параметр; $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение, Н/мм²; T^* – вращающий момент на тихоходном валу, Нм; $k_d = 780(\text{МПа})^{1/3}$ – коэффициент диаметра; k_H^* – коэффициент нагрузки в тихоходной ступени редуктора.

Поскольку $d_1^* = a_w / (1 + u) = d_1' = d_1''$, следовательно

$$(u\eta\varphi_1)^{-1/3} \cdot \xi_1^{-2/3} = \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} = 1, \quad (3)$$

где $\xi_1 = [\sigma_H] / [\sigma_H]$; $\xi_2 = [\sigma_H]'' / [\sigma_H]$ – варьируемые коэффициенты, соответственно характеризующие уменьшение значения контактного напряжения в промежуточной и быстроходной ступенях редуктора; $u = (u_\Sigma)^{1/3}$ – передаточное отношение ступеней редуктора; u_Σ – общее передаточное отношение ступеней редуктора.

Метод решения задачи. Разработаны многочисленные методы решения задачи оптимизации при различных видах целевой функции, уравнений связи и ограничений. В указанной постановке задачи, для отыскания условного экстремума функции при нескольких переменных параметрах, использован классический метод множителей Лагранжа.

Формирование системы ограничений. Допустим, что в данном расчетном случае работоспособность зубчатых передач трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора определяется контактной прочностью зубьев зубчатых колес. Тогда функциональные ограничения по контактной прочности промежуточной и быстроходной ступеней редуктора имеют форму:

$$\left. \begin{aligned} d_1' - k_d \left(\frac{T^* k_H'}{\varphi_1 \psi_{bd} \xi_1^2 [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^3 \eta^2} \right)^{1/3} &\geq 0; \\ d_1'' - k_d \left(\frac{T^* k_H''}{\varphi_2 \psi_{bd} \xi_2^3 [\sigma_H]^2} \frac{u+1}{u^4 \eta^3} \right)^{1/3} &\geq 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где k_H' , k_H'' – коэффициенты нагрузки в зацеплениях промежуточной и быстроходной ступеней редуктора, каждый из которых равен произведению коэффициентов $k_A \cdot k_{H\beta} \cdot k_{H\alpha} \cdot k_{HV}$; k_A – коэффициент, учитывающий внешние динамические нагрузки; $k_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактных линий; $k_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями; k_{HV} – коэффициент, учитывающий динамические нагрузки, возникающие в зацеплении до зоны резонанса.

Коэффициенты k_{H_1} , k_{H_2} и k_{H_3} являются переменными величинами. Для упрощения задачи принимается, что эти коэффициенты равны: $k_{H_1} = k_{H_2} = k_{H_3} = k_H$.

С учетом (3) функциональные ограничения в форме равенства примет вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &\equiv 1 - (u\eta\varphi_1)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} = 0; \\ \psi_2 &\equiv 1 - \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

После несложных преобразований целевая функция (1) представляется в безразмерной форме:

$$g = (0,5u + u^2) (2 + 2\varphi_1 + \varphi_2) \psi_{bd}. \quad (6)$$

Решение задачи. Для решения задачи на базе описанной математической модели применим метод Лагранжа [5, 8]:

$$L = g + \lambda_g \psi, \quad (7)$$

где λ_g – постоянная.

Необходимое условие экстремума этой функции:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = \frac{\partial g}{\partial \varphi_1} + \lambda_g \frac{\partial \psi}{\partial \varphi_1} = 2\psi_{bd} (0,5u + u^2) - \frac{1}{3} \lambda_g (u\eta)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} \varphi_1^{-4/3} &= 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = \frac{\partial g}{\partial \varphi_2} + \lambda_g \frac{\partial \psi}{\partial \varphi_2} = \psi_{bd} (0,5u + u^2) - \frac{1}{3} \lambda_g (u\eta\xi_2)^{-2/3} \varphi_2^{-4/3} &= 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_g} = \psi_1 = 1 - (u\eta\varphi_1)^{-1/3} \xi_1^{-2/3} &= 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_g} = \psi_2 = 1 - \varphi_2^{-1/3} (u\eta\xi_2)^{-2/3} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

На основании решения первых двух уравнений этой системы имеем:

$$2(u\eta)^{-1/3} \cdot \xi_1^{-2/3} \cdot \varphi_1^{-4/3} = \xi_1^{-2/3} \cdot \varphi_1^{-4/3}. \quad (9)$$

Из последних двух уравнений системы (8) определяется оптимальные значения коэффициентов, характеризующих контактные напряжения промежуточной и быстроходной ступеней редуктора:

$$\xi_1 = \left[\frac{1}{(u\eta\varphi_1)} \right]^{1/2}; \quad \xi_2 = \left[\frac{1}{(u\eta)^2 \varphi_2} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

После подстановки (10) в равенство (9) имеем:

$$\varphi_2 = 0,5\varphi_1.$$

При этом должны быть соблюдены параметрические ограничения:

$$\psi_{bd} \in [0,4...0,9]; \quad \xi_1 > 0; \quad \xi_2 > 0. \quad (11)$$

Из приведенного выше расчета несложно установить границы целесообразного перехода коэффициента ширины шестерен и контактных напряжений ступеней редуктора.

В таблице представлены значения коэффициентов ξ_1 и ξ_2 , характеризующие контактные напряжения промежуточной и быстроходной ступеней редуктора в зависимости от коэффициента ширины шестерни и передаточного отношения u .

Таблица – значения коэффициентов ξ_1 и ξ_2

φ_1	$u = 3,5$		$u = 4$		$u = 4,5$		$u = 5$	
	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2	ξ_1	ξ_2
0,3	0,9858	0,5323	0,9221	0,4657	0,8694	0,4140	0,8248	0,3726
0,4	0,8537	0,4610	0,7986	0,4033	0,7529	0,3549	0,7143	0,3227
0,5	0,7636	0,4123	0,7143	0,3608	0,6734	0,3209	0,6389	0,2886
0,6	0,6971	0,3764	0,6520	0,3293	0,6148	0,2927	0,5832	0,2635
0,7	0,6454	0,3485	0,6037	0,3049	0,5691	0,2710	0,5399	0,2439
0,8	0,6037	0,3260	0,5647	0,2852	0,5324	0,2535	0,5051	0,2282
0,9	0,5692	0,3073	0,5324	0,2689	0,5019	0,2390	0,4762	0,2152

Характер изменения значения этих коэффициентов, применительно к трехступенчатым двухпоточным редукторам нового конструктивного исполнения с общими передаточными отношениями $u_2=64; 91,25$ и 125 , показаны в номограмме.

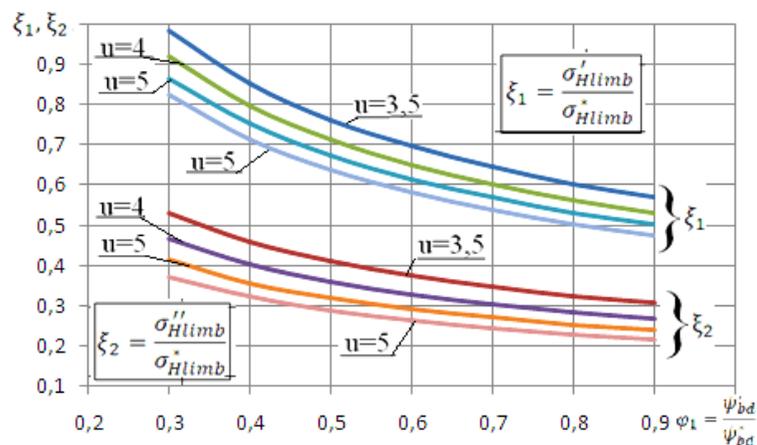


Рисунок – Номограмма определения оптимальных значений коэффициентов, характеризующих контактные напряжения и ширины шестерен промежуточной и быстроходной ступеней нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора

Выводы и рекомендации. Установлены аналитические зависимости между передаточным отношением, коэффициентом ширины шестерни и контактным напряжением для всех ступеней трехступенчатого цилиндрического зубчатого редуктора на двух валах с использованием метода множителей Лагранжа. Из приведенного решения оптимизационной задачи очевидна необоснованность произвольного, интуитивного подбора передаточного отношения, коэффициента ширины шестерни и контактного напряжения для ступеней редуктора. При этом задача подбора варьируемых параметров приводит к многовариантным решениям. Согласно принятого критерия оптимизации, функциональных и параметрических ограничений выбор оптимальных значений параметров, характеризующих металлоемкость, а, следовательно, технический уровень нового конструктивного решения трехступенчатого редуктора имеет важное

практическое значение на стадии проектирования новой техники. На основании результатов численного эксперимента и стендовых испытаний установлено, что при выборе оптимальных параметров технический уровень предложенного нового конструктивного решения трехступенчатого двухпоточного редуктора, согласно вышеизложенным расчетным зависимостям, соответствует лучшим (рекордным) мировым образцам. Редуктор может быть успешно использован в качестве передаточного механизма в механических приводах скважинных насосов. При этом повышаются на 7,4% уровень надежности и до 10% к.п.д. редуктора.

Список литературы: 1. Редукторы энергетических машин: Справочник / Б.А.Балашов, Р.Р.Гальпер, Л.М.Гаркави и др. Под общ. ред. Ю.А.Державца. – Л.: Машиностроение, 1985. – 232с. 2. Иж.МСК Редукторы для станков-качалок. 3. Редукторы для станков-качалок шевронные трехступенчатые типа ЦЗНШ-450. <http://www.izhmsk.udm.ru/rstk.htm>. 4. Реуемов Д.Н. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1974. – 655с. 5. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 6. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. Механический привод скважинных насосов // Евразийский Патент №012103, F04B47/02, Москва/Россия, 28.08.2009. – 10с. 7. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. и др. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону, 2003. – С.14-17. 8. Наджафов А.М. Поиск и конструирование механического привода штанговых насосов. – Баку: "Элм", 2008. – 256с.

Поступила в редколлегию 30.05.12

УДК 621.83

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Прикладная механика" ТюмГНГУ, Тюмень, Россия;
М.Г. СТОРЧАК, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия;
Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ

ОСНОВЫ СИНТЕЗА ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ, ОБЛАДАЮЩИХ ПОВЫШЕННОЙ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТЬЮ

Перечислены основные положения, реализуемые в создаваемой методике и программном обеспечении для оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач, в которых нагрузочная способность по критерию контактной прочности зубьев будет наибольшей. Методика основана на всестороннем анализе пространства плоских зацеплений по С.А. Лагутину и учитывает двойственность задачи синтеза: в каждой точке пространства зацепления одному заданному значению контактных напряжений отвечают две пары сопряженных профилей.

Перелічені головні положення, що реалізовані у створеній методиці та програмному забезпеченні для оптимізаційного синтезу профілів зубів циліндричних передач, в якій навантажувальна здатність по критерію контактної міцності буде найбільшій. Ця методика побудована на всебічному аналізі простору плоских зчеплень по С.А. Лагутіну та враховує двоїстість завдання синтезу: в кожній точці простору єдиному завданому значенні контактної напруженні відповідають дві пари сполучених профілів.

There are the main provisions that are the basis being created method for optimization synthesis of spur gear profile tooth in computer system, that support such synthesis. Based on the developed concepts subsequently will be created an interactive method for optimization of geometrical synthesis spur gear that have load capacity by the criteria of contact strength of tooth will be higher or equal.

1. Постановка проблемы и актуальность задачи. Зубчатые передачи – основа механического привода большинства машин. Проектирование и изготовление передач с повышенной нагрузочной способностью – актуальная для машиностроения задача. Весьма привлекательным способом повышения нагрузочной способности зубчатых передач является совершенствование их геометрии, т.к. позволяет: из тех же материалов и при той же точности изготовления получить передачу с меньшими габаритами и весом. Для цилиндрических передач, являющихся самыми распространенными в машинах, это, в частности, поиск профилей зубьев, при которых контактные напряжения вдоль всей линии зацепления минимальны. Проблеме поиска оптимальных профилей зубьев, посвящено большое количество работ, которые можно разделить на две группы: а) посвященные совершенствованию геометрии передач с профилями известных типов (прежде всего эвольвентных); б) посвященных поиску и исследованию новых видов профилей зубьев, обладающих повышенной нагрузочной способностью, например [1-3].

В настоящее время отсутствуют методики и их программная реализация для синтеза *новых видов профилей* зубьев, обладающих повышенной нагрузочной способностью. Устранению названного недостатка и посвящена представленная работа, в которой рассматриваются принципиальные вопросы создания современной методики оптимизационного синтеза цилиндрических передач, опирающейся на детальный анализ свойств пространства проектируемого плоского зацепления. Одновременно обсуждаются вопросы разработки соответствующего программного обеспечения этой методики.

2. Методы повышения нагрузочной способности передач. Для её повышения используют следующие приёмы:

- Увеличение приведенного радиуса кривизны в контакте зубьев, достигаемое оптимизацией профилей зубьев, что снижает контактные напряжения.
- Снижение величины силы в зацеплении за счет применения передач с торцовым коэффициентом перекрытия $\varepsilon_\alpha > 2$.
- Проектирование колес с несимметричными зубьями, способствующее снижению контактных и изгибных напряжений в передаче.
- Модификация профилей на участках их пересопряжения, обеспечивающая снижение сил соударения зубьев в начальный момент их контакта, позволяющая уменьшить виброактивность зацепления.
- Локализация контакта в передаче за счет модификации зубьев.
- Перераспределения усилий при многопарном касании или на участках пересопряжения (с учетом деформаций зубьев под нагрузкой) и увеличение приведенных радиусов кривизны в той части профилей, где они малы, путем соответствующей корректировки и модификации профиля зуба.
- Получение замкнутой линии контакта для "защемления" масла в замкнутом объеме, чтобы передавать усилие с зуба на зуб и через масляную подушку [4].

При разработке методики основным критерием для оценки нагрузочной способности передач выбрана контактная прочность рабочих поверхностей зубьев.

3. Основы синтеза передач с высокой контактной прочностью. С математической точки зрения поиск формы рабочих поверхностей зубьев, обеспечивающих наибольшую нагрузочную способность, есть классическая задача оптимизации: *найти параметры x , определяющие форму и размеры рабочих поверхностей зубьев, при которых функция качества $F(x) \rightarrow \max$ (\min), и при этом выполняется ряд ограничений в форме неравенств $P_i(x) \geq 0$ $\{i=1, 2, \dots, n\}$ и равенств $Q_j(x)=0$ $\{j=1, 2, \dots, r\}$* . Заметим, что всегда функция качества $F(x)$ и большинство функций ограничений $P_i(x)$ и $Q_j(x)$ являются нелинейными. Решать эту задачу численными методами нелинейного программирования очень сложно.

Одно из перспективных направлений методов оптимизационного синтеза поверхностей зубьев, обладающих максимальной нагрузочной способностью – их синтез, основанный на анализе пространства зацепления [5-7]. Но практическое использование этого метода затруднено сложностью восприятия и графического отображения тех свойств пространства зацепления, которые зависят от кривизны контактирующих поверхностей (как для каждой точки трёхмерного пространства изобразить показатель качества, являющийся функцией четырёх переменных [8]: двух радиусов кривизны R_1 и R_2 , радиуса геодезического кручения R_k и направления линии зуба β ?).

Нам удалось для пространства *плоских* зацеплений разработать методику визуализации главного критерия нагрузочной способности – контактной прочности. Это позволяет наглядно отображать любые качественные показатели, зависящие от кривизны синтезируемого профиля. В качестве примера, на рисунке 1 изображено поле приведенного радиуса кривизны в одной четверти пространства плоского зацепления при заданном значении контактных напряжений.

Пример расчета выполнен для следующих параметров синтезируемой передачи:

- мощность на шестерне $P_1=100$ кВт; – передаточное число $u=2$;
- межосевое расстояние $a_w=100$ мм; – ширина колеса $b_2=30$ мм;
- частота вращения шестерни $n_1=4000$ об/мин; – угол наклона линии зуба $\beta=0^\circ$;
- торцовый коэффициент перекрытия $1 < \varepsilon_\alpha < 2$ – контактные напряжения $\sigma_H=1000$ МПа;
- полюс W находится в зоне однопарного зацепления.

В верхней части рисунка 1 изображена схема передачи и диаграмма изменения приведенного радиуса кривизны ρ_{pr} контактирующих профилей в виде линий равного уровня этих ρ_{pr} . В нижней части на рисунке 1 дана диаграмма приведенного радиуса кривизны в виде поверхности. Для лучшей наглядности диаграмм, радиусы кривизны в зоне, близкой к межосевой линии, срезаны на значении $\rho_{pr}=30$ мм.

Важное для понимания разработанной методики положение: при указанных выше параметрах проектируемой передачи *и при контактных напряжениях, равных $\sigma_H=1000$ МПа на всей искомой линии зацепления, приведенный радиус кривизны в зацеплении должен изменяться по закону, изображенному на рисунке 1.*

Поясним, почему при постоянных контактных напряжениях $\sigma_H=const$, поле приведенных радиусов кривизны оказалось линейчатой поверхностью.

Контактные напряжения σ_H (по Герцу) зависят от двух параметров: от приведенного радиуса кривизны ρ_{pr} и от силы в зацеплении F_n , приходящейся на единицу длины линии контакта. Сила же F_n зависит, в свою очередь, от окружной силы, которая в решаемой задаче постоянна, и от угла зацепления α , который зависит от положения точки в пространстве зацепления. При этом линии равного уровня для α проходят через полюс зацепления. Поэтому и линии равного уровня контактных напряжений σ_H есть такие же прямые, проходящие через полюс зацепления. Из этого пояснения следует, что поля ρ_{pr} на рисунке 1 не очень информативны. Более содержательными являются поля изменения радиусов кривизны профилей зубьев шестерни ρ_1 и колеса ρ_2 , соответствующие полю приведенных радиусов кривизны ρ_{pr} . Такие поля изображены на рисунках 2 и 3.

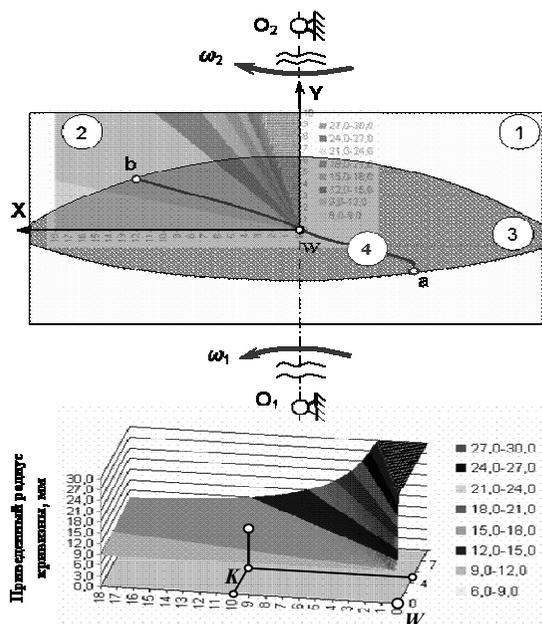


Рисунок 1 – Поле приведенных радиусов кривизны в зацеплении при заданных контактных напряжениях между зубьями: 1 – исследуемое (отображаемое) пространство плоского зацепления; 2 – четверть пространства зацепления с картиной изменения ρ_{pr} ; 3 – искомая зона зацепления; 4 – синтезируемая линия зацепления ab

При вычислении ρ_1 и ρ_2 и при их визуализации в пространстве плоских зацеплений, выявилась двойственность задачи поиска сопряженных профилей, обладающих заданной приведенной кривизной в точках их касания: одни и те же контактные напряжения можно получить при двух разных парах сопряженных профилей: одна пара с большими (по модулю) радиусами кривизны ρ_1 и ρ_2 ; другая пара – с малыми ρ_1 и ρ_2 (при выраженном выпукловогнутом контакте зубьев). Малые ρ_1 и ρ_2 показаны на рисунке 2 (пара №1). Большие ρ_1 и ρ_2 – на рисунке 3 (пара №2), где изображен лишь фрагмент пространства зацепления для пары профилей. При этом его размеры уменьшены с 18×10 мм до $4,5 \times 2,5$ мм и значения радиусов кривизны срезаны до ± 30 мм. На рисунке 3 видны разрывы второго рода: радиусы кривизны изменяются от $+\infty$ до $-\infty$, что соответствует переходу через ноль кривизны $k=1/\rho$. В таких случаях большей наглядностью обладают изображения полей кривизны – см. рисунок 4 для той же пары профилей №2.

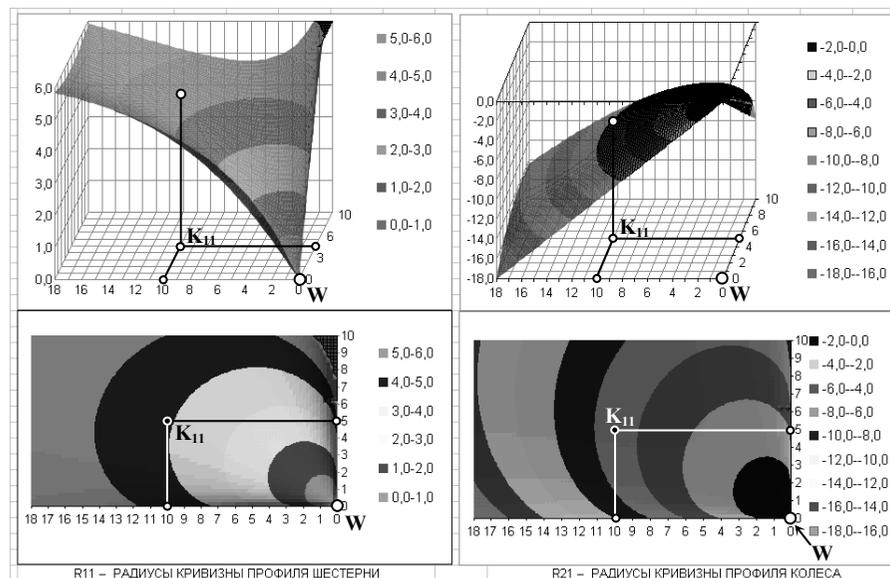


Рисунок 2 – Поля радиусов кривизны профилей шестерни и колеса (пара №1)

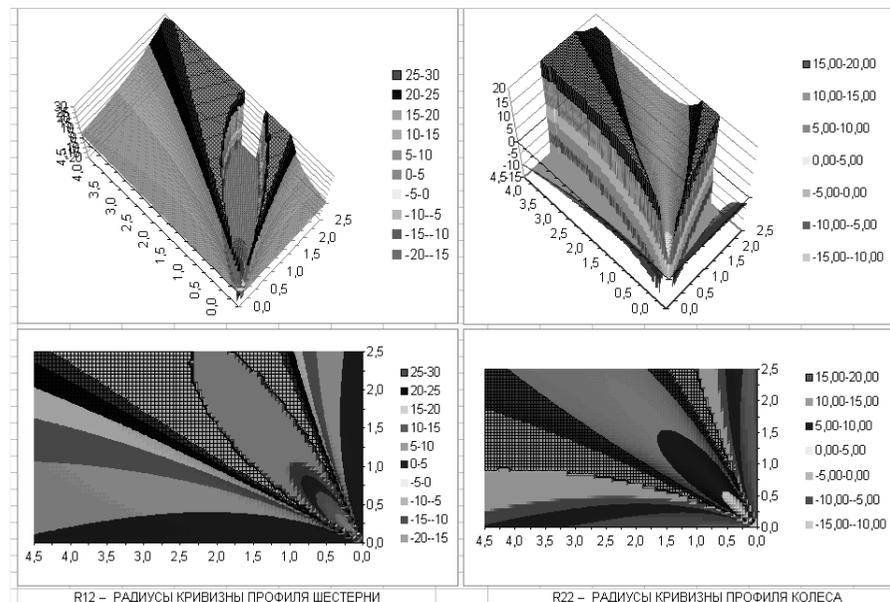


Рисунок 3 – Поля радиусов кривизны профилей шестерни и колеса (пара №2)

Поля радиусов кривизны (рисунки 1-3) и поля кривизны (рисунок 4) позволяют для заданного уровня контактных напряжений решать следующие две задачи.

Задача 1. Нахождение всех радиусов кривизны (и кривизн) в любой точке пространства плоского зацепления. Так, для точки с координатами $x=10$ мм и $y=5$ мм (см. верх на рисунке 1) находим: **а)** на рисунке 1 внизу – значение приведённого радиуса кривизны $\rho_{pr}=9,79$ мм; **б)** на рисунке 2 – значения радиусов кривизны шестерни $R_{11}=4,097$ мм и колеса $R_{21}=7,045$ мм для пары №1 сопряженных профилей (при малых радиусах кривизны); **в)** на рисунке 4 – значения кривизны шестерни $1/R_{12}=27,07$ мм и колеса $1/R_{22}=15,34$ мм для пары №2 сопряженных профилей (при больших радиусах кривизны). Заметим, что приведённые числовые значения взяты не с диаграмм, а из компьютерных таблиц. Сами же диаграммы предназначены, в основном, для оценки пользователем общего характера изменения кривизн.

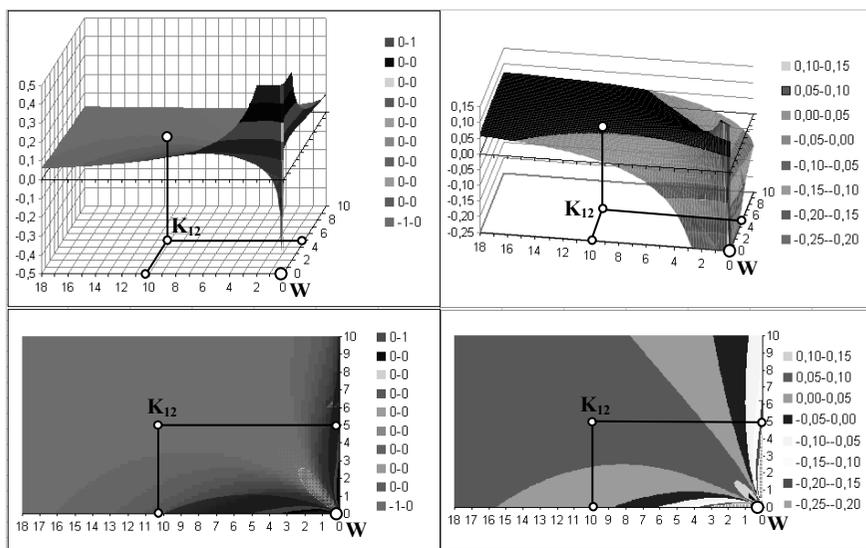


Рисунок 4 – Поля кривизны профилей шестерни и колеса (пара №2)

Задача 2. Оценка закономерностей изменения кривизн и радиусов кривизны по всему пространству плоского зацепления, без чего практически невозможна разработка надёжных алгоритмов синтеза профилей зубьев, т.е. алгоритмов поиска такой линии зацепления, которая обеспечит требуемый закон изменения контактных напряжений вдоль синтезируемых отрезков этой линии зацепления.

Разработка математического обеспечения и алгоритмов, а также создание программы, посредством которой построены диаграммы, приведенные на рисунках 1-4, выполнялись с использованием работы [9]. В ней содержатся основные научные положения и сведения о сопряженных профилях: а) основной закон зацепления $V_{12} \cdot n = 0$; б) уравнение Эйлера-Савари; в) положение о том, что в полюсе зацепления W контактные напряжения σ_H зависят лишь от угла зацепления α_w , но не от кривизны каждого из сопряженных профилей;

д) формула Герца-Беляева и т.п. Кроме того, при разработках применены знания и положения о поиске поверхностей с максимальной нагрузочной способностью, лимитируемой контактными напряжениями σ_H , изложенные в [8]: а) показатель *удельная работа рабочих поверхностей* A_F – локальный критерий, ориентированный на поиск поверхностей, обладающих наибольшей контактной прочностью; б) *фундаментальное свойство кинематических пар*: "Чем ближе контакт элементов высшей кинематической пары к поверхностному, тем большую работу (мощность) способна передавать кинематическая пара на единицу суммарной площади её рабочих поверхностей"; в) *две гипотезы о методике задания геометрии сопряженных поверхностей при синтезе передач с высокой контактной прочностью*; г) знание о том, что вне полюса W теоретически можно получить сопряженные профили со сколь угодно малыми напряжениями σ_H .

4. Принципы синтеза профилей зубьев цилиндрических передач.

Ниже перечислены основные принципы, которые положены в основу разработки системы оптимизационного синтеза и его программного обеспечения.

Принцип 1. Универсальность – возможность синтеза передач различного вида: а) с торцовым коэффициентом перекрытия $\varepsilon_\alpha > 2$; б) внешнего, внутреннего и торцового зацеплений; в) с несимметричными зубьями; г) "обычные", а также с до- и заплоскими зацеплениями.

Принцип 2. Исходные данные для синтеза. При оптимизационном синтезе профилей зубьев в конкретной передаче пользователь должен работать с привычными критериями и параметрами: контактными напряжениями, мощностью, числом оборотов и т. п. Поэтому исходными данными должны быть все существенные параметры проектируемой передачи – как при проверочных расчетах.

Принцип 3. Главным критерием нагрузочной способности выбраны контактные напряжения σ_H по Герцу. При этом возможно использование и других критериев, зависящих от радиусов кривизны в зацеплении. Например, критериев несущей способности масляной плёнки, а также критериев холодного и горячего заедания. При синтезе должны учитываться и многие другие показатели, как широко применяемые (например, коэффициент перекрытия), так и специально созданные для решения задач синтеза (показатели для фазы вступления зубьев в контакт [10], виброактивность сил трения зубьев [11], параметры чувствительности к изменению межосевого расстояния и другие).

Принцип 4. При синтезе различаются три вида участков линии зацепления. Это основной участок: однопарного зацепления при $\varepsilon_\alpha < 2$ и двухпарного при $2 < \varepsilon_\alpha < 3$. И два участка пересопряжения: **а)** начала зацепления; **б)** окончания зацепления.

Принцип 5. Синтез различных видов участков линии зацепления выполняется, в общем случае, по отдельности и, возможно, при использовании разных критериев и ограничений. Основные участки профилей синтезируются из условия заданного закона изменения σ_H вдоль линии зацепления, и, прежде всего, из условия $\sigma_H = \text{const}$. Вблизи полюса зацепления имеются участки с особыми свойствами пространства плоского зацепления. Это следует учитывать при раз-

работке общей методики синтеза и при создании отдельных алгоритмов.

Принцип 6. Двойственностью задачи синтеза пользователь управляет, задавая один из следующих критериев выбора одного из двух корней для радиуса кривизны профиля шестерни или колеса: а) наибольшего или наименьшего (по модулю); б) того корня, для которого приращение коэффициента перекрытия $\Delta \varepsilon_\alpha$ для единицы длины профиля на головке зуба шестерни (колеса) будет большим или меньшим; с) того корня, для которого указанный коэффициент чувствительности к изменению межосевого расстояния a_w будет наименьшим (прежде всего необходимо учитывать влияние Δa_w на изменение передаточного отношения i_{12}).

Принцип 7. Главными исходными параметрами для синтезируемых участков линии зацепления и соответствующих им участков сопряженных профилей должны быть (по выбору пользователя): а) длина участка профиля головки зуба шестерни (колеса); или б) длина участка линии зацепления; или с) коэффициент перекрытия ε_α , соответствующий синтезируемым отрезкам линии зацепления и профилям.

Принцип 8. Главный результат синтеза – профиль зуба шестерни или колеса (по выбору пользователя) есть "уравнение" производящего элемента с естественной криволинейной координатой, а не массив координат его точек $\{x_i, y_i\}$, проекций ортов нормалей $\{n_{xi}, n_{yi}\}$ и кривизн $\{R_i$ или $k_i=1/R_i\}$. Это позволяет просто и точно вычислять однозначно все перечисленные выше в этом абзаце параметры для любой точки профиля, задавая положение точки на профиле расстоянием вдоль профиля от расчетной точки. И использовать найденные параметры для решения основной задачи теории зацеплений [9] – нахождения точек сопряженного профиля и качественных характеристик зацепления.

Принцип 9. Разработка детальных алгоритмов оптимизационного синтеза должна выполняться на основе анализа того, как изменяются все значимые локальные качественные показатели по всему пространству плоских зацеплений.

Принцип 10. Изготовление синтезируемых профилей первоначально осуществить методами, изложенными в работах [12] и [13].

5. Этапы синтеза, последовательность и состояние разработки. Синтез включает: **Этап 1.** Синтез оптимальных рабочих участков профилей, в том числе с заданием толщины зубьев S_a . **Этап 2.** Синтез переходных кривых с минимизацией изгибных напряжений. **Этап 3.** Модификация профилей, с учетом деформаций и погрешностей в передаче. **Этап 4.** Проектирование техпроцесса и инструментов.

В представленной работе речь идёт об этапе 1 – разработке методики и программного обеспечения для оптимизационного синтеза профилей зубьев цилиндрических передач. Последовательностью выполнения этапа 1 разработки являются:

1. Построение и анализ полей всех значимых качественных показателей; синтезирование новых качественных показателей. 2. Синтез отдельных участков линии зацепления и участков профилей, обладающих заданными свойствами. 3. Синтез профилей зубьев с заданным характером изменения качественных пока-

зателей вдоль синтезируемой линии зацепления; изготовление; испытание. 4. Оптимизационный синтез сопряженных профилей; изготовление; испытание.

В настоящее время, в основном, выполнены работы пункта 1 и ведутся работы по созданию программного обеспечения для пункта 2. Создан и отлажен минимальный набор компьютерных программ, позволяющий строить поля и графики нескольких качественных показателей (см. рисунки 1-4), и синтезировать отдельные участки: линии зацепления, профилей зубьев шестерни и колеса, а также отрезки на исходном контуре рейки – см. рисунок 5. На нем показаны фрагменты линии зацепления и трех сопряженных профилей (шестерни, рейки и колеса). На каждой из этих четырех линий по два вида участков: с напряжениями на них $\sigma_H=1000\text{МПа}$ (выходят из полюса зацепления W), и с $\sigma_H=600\text{МПа}$ (притыкуются к ним). На рисунке 6 изображено, как изменяется кривизна (шестерни, колеса и приведенная) в точке контакта зубьев при вращении колес. На рисунке 7 представлено как изменяются (в зависимости от расстояния точки от полюса W) радиусы кривизны профилей шестерни и колеса, которые показаны на рисунке 5. Видно, что профиль колеса на участке с $\sigma_H=600\text{МПа}$ имеет перегиб, и его радиус кривизны R уходит в $\pm\infty$.

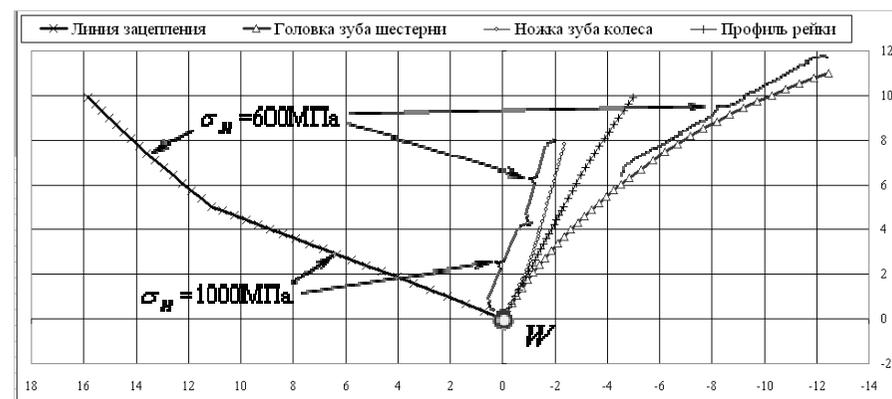


Рисунок 5 – Пример синтеза участков линии зацепления и сопряженных профилей

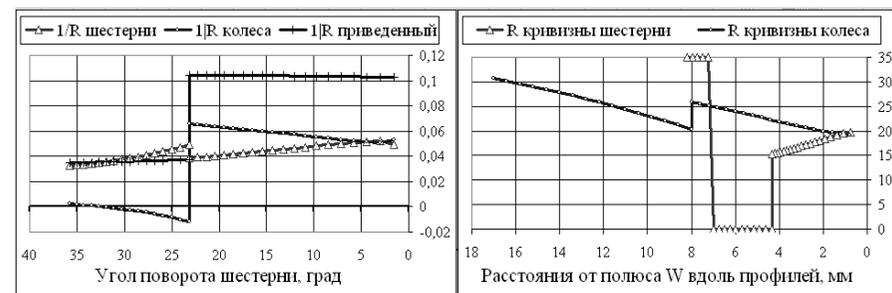


Рисунок 6 – Кривизны профилей

Рисунок 7 – Радиусы кривизны профилей

Выводы:

1. Разработана методика и создан начальный пакет программ, позволяющих: строить в пространстве плоских зацеплений поля основных качественных показателей, соответствующих заданному уровню контактных напряжений в цилиндрической прямозубой передаче. Методика позволяет строить в пространстве плоских зацеплений поля любых локальных качественных показателей, зависящих, в том числе, и от кривизны сопряженных профилей.
2. Выявлена двойственность задачи поиска сопряженных профилей, обладающих заданной приведенной кривизной в точках их касания: одни и те же контактные напряжения можно получить при двух разных парах сопряженных профилей: одна пара с большими (по модулю) радиусами кривизны, другая пара – с малыми.
3. Сформулированы принципы основ системы оптимизационного синтеза профилей зубьев. Один из самых важных принципов – синтез профилей зубьев нужно проводить раздельно по фазам зацепления: на участках пересопряжения, вблизи полюса зацепления, в фазе однопарного зацепления (или в фазе двухпарного при торцовом коэффициенте перекрытия $\varepsilon_a > 2$).
4. Разработаны математические модели и алгоритмы синтеза профилей зубьев с заданным законом изменения контактных напряжений σ_H вдоль синтезируемой линии зацепления. Создана программа по синтезу профилей зубьев, обеспечивающих постоянное заданное значение контактных напряжений $\sigma_H = \text{const}$.
5. Приведены примеры полей качественных показателей для одной четверти пространства зацепления. Дан пример синтеза двух участков линии зацепления, и соответствующих им профилей, в этой четверти пространства зацепления.

Список литературы: 1. *Шицов В.П., Носко П.Л., Филь П.В.* Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск: СНУ им. Даля, 2006. – 408с. 2. *Павлов А.И.* Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. *Воронцов Б.С.* Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением // Вестник НТУ "ХПИ". Сб. научн. тр. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2010. – №27. – С.49-54. 4. *Коростелёв Л.В., Лагутин С.А.* Синтез зубчатых передач с замкнутой линией контакта // Машиноведение. – 1969. – № 6. – С.44-50. 5. *Лагутин С.А.* Пространство зацепления и его элементы // Машиноведение. – 1987. – №4. – С.69-75. 6. *Коростелёв Л.В., Иванов Г.А., Лагутин С.А.* Синтез зубчатых зацеплений с помощью метода геометрических мест // Тр. III Всесоюз. симпоз. "Теория и геометрия пространственных зацеплений". – Курган, 1979. – С.3-4. 7. *Лагутин С.А.* Пространство зацепления и синтез червячных передач с локализованным контактом // Тр. междунар. конф. "Теория и практика зубчатых передач". – Ижевск, 1998. – С.185-192. 8. *Бабичев Д.Т.* Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений: дисс. ... докт.техн.наук. – Тюмень, 2005. – 421с. (Автореф. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2005. – 47с.). 9. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 10. *Babichev D.A., Serebrennikov A.A., Babichev D.T.* Qualitative indexes of flat engagements operation. The 7th international Conference and Research and Development of mechanical Elements and Systems: IRMES 2011: 8.8. Zlatibor, Serbia. 2011. p.623-630. 11. *Бабичев Д.А.* Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев // Современное машиностроение. Наука и образование // Сб. докл. междунар. конф. – Санкт-Петербург, 2011. – С.143-152. 12. *Krivoshchaya, A.V.; Storchak, M.G.; Danilchenko, Yu.M.; Pasternak, S.I.* Formgebung von Zahnradern mit Scheibenwerkzeugen. Modern Technologies in Engineering. Internationaler wissenschaftlich-technischer Sammelband der NTUU "KhPI", Kharkov, 2007, Nr.15, S.120-133. 13. *Heisel, U.; Danilchenko, Yu.; Pasternak, S.; Storchak, M., Schaal, M.*: Modellieren des Verzahens mit Scheibenwerkzeugen. Zeitschrift für wirtschaftlichen Fabrikbetrieb (2010), Nr.7-8/2010, S.649-654.

Поступила в редакцию 11.05.12

УДК 621.833

А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
А.В. ГРАБОВСКИЙ, к.т.н., младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
А.В. МАРТЫНЕНКО, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
Д.С. МУХИН, бакалавр комп. наук, студент каф. ТММ и САПР;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТОВ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПО ФОРМУЛЕ ГЕРЦА И МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье рассмотрены наиболее распространенные способы нахождения контактных напряжений в зубчатом зацеплении: формула Герца и метод конечных элементов (МКЭ). На примере зубчатой пары с конкретными характеристиками были проведены расчеты по нахождению уровней напряжений. Проведен анализ и сравнение результатов расчетов. Предложен подход к выбору рациональных параметров математической модели на базе МКЭ, обеспечивающий баланс точности и скорости.

У статті розглянуті найбільш поширені засоби знаходження контактних напружень у зубчастому зацепленні: формула Герца та метод скінчених елементів (МСЕ). На прикладі зубчастої пари з конкретними характеристиками були проведені розрахунки по знаходженню рівнів напруження. Проведено аналіз і порівняння результатів розрахунків. Запропоновано підхід до вибору раціональних параметрів математичної моделі на базі МСЕ, що забезпечує баланс точності і швидкості.

In this article most widespread methods for contact stress finding in tooth gearing are observed: the Hertz formula and the Finite Elements Method (FEM). On an example of gear pair with concrete characteristics calculations of the contact stresses levels have been carried out. The analysis and comparison of calculations results are made. The approach to a choice of rational parameters of mathematical model on the basis of FEM, providing balance of accuracy and speed is offered.

Актуальность проблемы. Наиболее распространенными вариантами расчета контактной прочности зубчатых передач на данный момент являются методики, основанные на формуле Герца [1], например, по ГОСТ 21354-87 [2]. Также последнее время все шире применяют анализ контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов (МКЭ). В отличие от формулы Герца МКЭ позволяет получить полную и достоверную картину распределения деформаций и напряжений по поверхности контакта и в глубине зуба, однако требует значительных временных затрат и достаточно мощных компьютеров. Поэтому возникает актуальная задача сопоставления результатов расчетов этими методами.

Цель и постановка задачи. Задача работы заключается в нахождении контактных напряжений в зацеплении цилиндрической прямозубой передачи двумя методами, сравнении результатов расчетов и выработке рекомендаций по применимости методов. В ходе выполнения работы были рассмотрены: метод, основанный на формуле Герца [2] и метод конечных элементов [3]. Далее каждый из них описан более детально.

Характеристики и условия работы зубчатого зацепления. Для расчета была выбрана зубчатая пара с геометрическими параметрами, приведенными в таблице 1. Исходные данные по нагружению передачи приведены в таблице 2.

Определение контактных напряжений на основе решения задачи Герца. Контактное напряжение образуется в месте соприкосновения двух тел в тех случаях, когда размеры площадки касания малы по сравнению с размерами тел [4], как показано на рисунке 1.

Формула Герца для контактных напряжений:

$$\sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot E_{пр}}{\rho_{пр}}}, \quad (1)$$

где $E_{пр}$ и $\rho_{пр}$ – приведенные модуль упругости и радиус кривизны:

$$E_{пр} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho_{пр}} = \frac{2}{d_{w1} \cdot \sin \alpha_w} \left(\frac{u+1}{u} \right). \quad (3)$$

За расчетную нагрузку принимают максимальное значение удельной нагрузки, распределенной по линии контакта зубьев, т.е.:

$$q = \frac{F_n}{b_w}, \quad (4)$$

где $F_n = 2T_1 / (d_{w1} \cos \alpha_w)$ – нормальная сила в зацеплении.

Как дополнение к сравнению выступают эквивалентные напряжения по Мизесу – на поверхности контакта и глубинные,

$$\sigma_H^{эkv} = 0,4\sigma_H; \quad (5) \quad \sigma_{глуб}^{эkv} = 0,56\sigma_H. \quad (6)$$

Определение контактных напряжений на основе метода конечных элементов. В CAD-системе SolidWorks была создана геометрия зубчатого зацепления с приведенными выше параметрами. Эвольвента в профиле зубьев была заменена на сплайн по двадцати трем контрольным точкам. Модификация модели для конечно-элементных задач обычно заключается в упрощении геометрии, а именно удалении фасок, скруглений, лишних отверстий. В нашем случае этого упрощения будет не достаточно, так как не приводит к су-

Таблица 1 – Основные геометрические параметры зубчатой пары

Параметр	Обозначение	Шестерня	Колесо
Число зубьев	z	36	54
Ширина зубчатого венца	b , мм	82	76
Начальный диаметр	$d_{w1(2)}$, мм	108	162
Угол зацепления	α , °	20	
Модуль зацепления	m , мм	3	
Межосевое расстояние	a_w , мм	135	

Таблица 2 – Исходные данные

Параметр	Обозначение	Величина
Частота вращения шестерни	n_1 , об/мин	1000
Крутящий момент на шестерне	T_1 , Н·м	600
Передаточное число	u	5

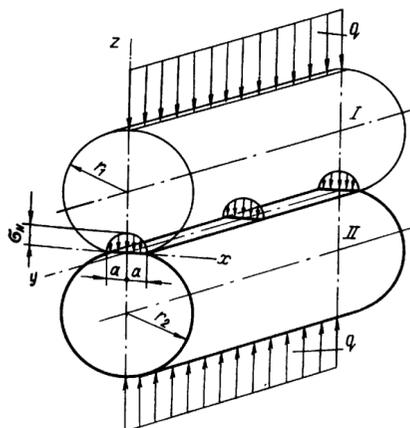


Рисунок 1 – Расчетная схема сжатия двух цилиндров

шественному уменьшению временных ресурсов компьютера. Отметим, что в эвольвентной зубчатой передаче наружного зацепления одновременно контактируют максимум две пары зубьев, поэтому можно модифицировать модель, оставив лишь по три зуба на каждой детали зубчатой пары (с учетом пересопряжения). Для обеспечения баланса точности и скорости решения в исходную геометрию зубчатых колес были внесены следующие изменения:

- рассматривается сектор из трех зубьев;
- диаметр посадочного отверстия увеличен до $(2/3)d_w$ (это упрощение возможно благодаря тому, что геометрия внутри данной окружности не влияет на уровень контактных напряжений);
- уменьшены размеры конечных элементов в зоне контакта;
- применены "rigid" элементы.

На рисунке 2 показана модифицированная модель при контакте зубьев в полюсе.

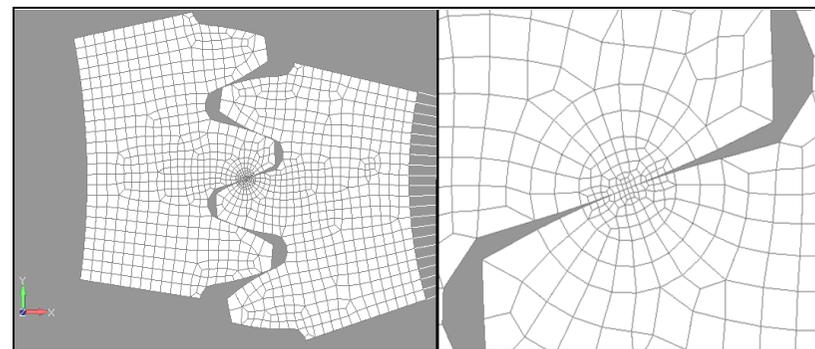


Рисунок 2 – Модифицированная модель зубчатого зацепления

После импорта модели в программу для расчета (в данной работе это Siemens FEMAP 10.2 with NX Nastran) нужно внести или создать следующие данные:

- создание поверхностей контакта в полюсе с коэффициентом трения 0,3;
- применение свойств материала (сталь): коэффициент Пуассона $\nu=0,3$; модуль упругости $E_1=E_2=2,1 \cdot 10^{11}$ МПа; плотность $\rho=7850$ кг/м³;
- тип элементов "Hex";
- создание вращательного момента шестерни вокруг оси z величиной 240Н;
- внесение граничных условий: фиксирование зубчатого колеса; ограничение всех степеней свободы кроме вращения вокруг оси z .

Настройки решателя NX Nastran:

- тип расчета Advanced Nonlinear Static;
- количество шагов для итераций 20;
- сходимости по перемещениям;
- включение автоматического приращения.

Данная модель состоит из 87,5 тыс. элементов и 97,8 тыс. узлов.

По результатам расчета было получено распределение контактных напряжений на компьютерной модели, которое показано на рисунке 3.

Расчет по формуле Герца дает одинаковые контактные напряжения на всей

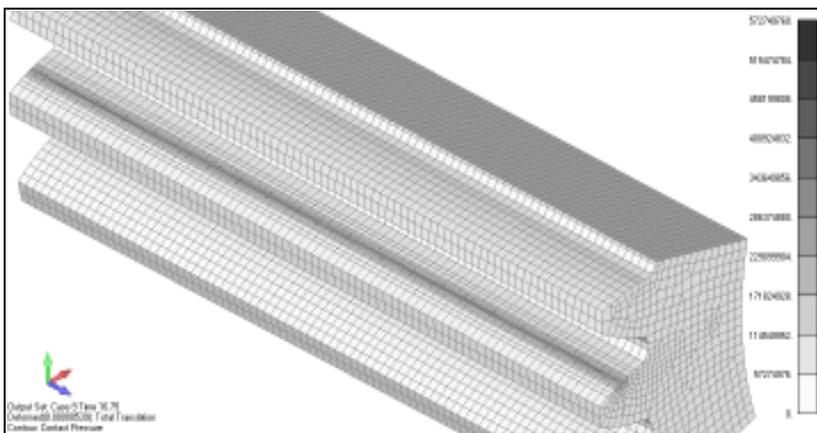


Рисунок 3 – Распределение контактных напряжений

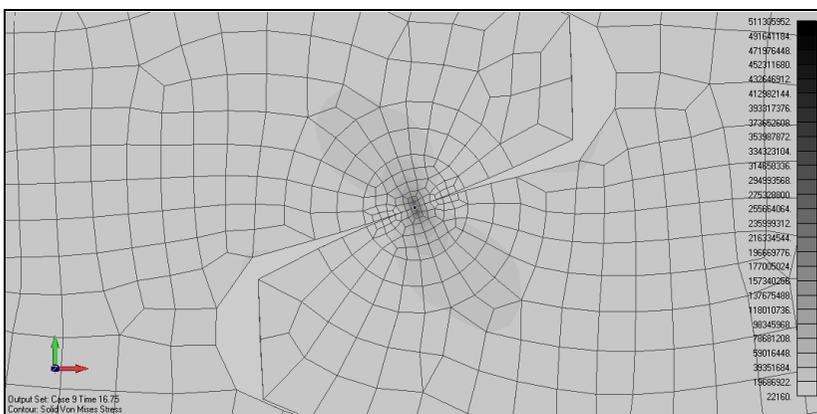


Рисунок 4 – Эквивалентные напряжения по Мизесу

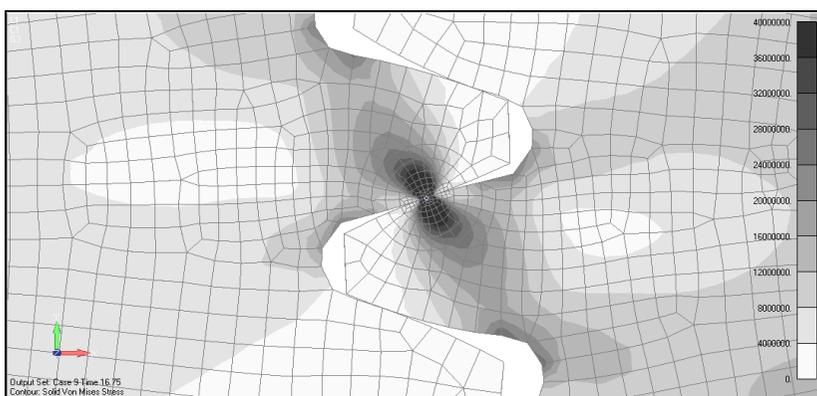


Рисунок 5 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в глубине зуба

длине линии контакта. В тоже время расчет при помощи МКЭ учитывает краевые эффекты, поэтому распределение напряжений по длине имеет вид так называемой галтели (напряжения достигают максимума на краях контактной линии). Результаты напряжений на шкале отображены от минимума к максимуму. Для корректности будем сравнивать напряжения в центре линии контакта.

Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу и шкала их значений показаны на рисунке 4. Для большей наглядности и определения концентрации глубинных напряжений приведен рисунок 5. Он отображает напряжения по Мизесу в сечении зуба (в данном случае – посередине венца); такая возможность является преимуществом в расчетах с помощью МКЭ.

Сравнение результатов расчетов. Результаты расчетов двумя методами отображены в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение результатов расчетов

Наименование	Напряжения, МПа		
	Контактные	Эквивалентные на поверхности	Эквивалентные глубинные
Обозначение	σ_H	$\sigma_H^{экр}$	$\sigma_{Hглуб}^{экр}$
Результат	Формула Герца	464	185,6
расчета	МКЭ	418	216
Отличие между методами, %	9,9	14,1	12,3

Выводы:

1. Показаны возможные пути исследования контактных напряжений в зубчатых передачах: на основе решения контактной задачи теории упругости (формула Герца) и моделированием контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов.

2. Была усовершенствована методика модификации компьютерной модели для импорта в САЕ-систему. Основной необходимостью для этого была экономия ресурсов компьютера и времени для расчета методом конечных элементов.

3. Проведен анализ и сравнение результатов расчетов напряжений в зоне контакта зубьев. Он показал, что отличие между контактными напряжениями в полюсе, рассчитанными двумя методами, составляет менее 10%. Следовательно, для многих случаев оба метода являются эквивалентными. В связи с большей простотой и скоростью расчета для большинства задач можно использовать метод Герца, в то же время, при необходимости учета краевых эффектов, распределения деформаций и напряжений на поверхности и в теле зуба, необходимо использовать МКЭ.

Список литературы: 1. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков: Изд-во ХВВКИУ, 1967. – 156с. 2. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 3. Рудakov К.Н. UGS Femap 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: КПИ, 2011. – 317с. 4. Иванов М.Н. Детали машин: Учеб. для студентов вузов / Под ред. В.А. Финигонова. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000. – 383с.

Поступила в редколлегию 01.06.12

О.С. ВИТRENKO, к.т.н., доцент каф. ТМ и ИК ВНУ им. В. Даля, Луганск;
Б.С. ВОРОНЦОВ, к.т.н., профессор каф. ТМ и ИК ВНУ им. В. Даля;
М.Н. КУЗНЕЦОВА, ассистент каф. ТМ и ИК ВНУ им. В. Даля

ВОПРОСЫ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЗУБЬЕВ НА ГИПЕРБОЛОИДНЫХ ЗАГОТОВКАХ

Разработана принципиально новая схема формообразования зубьев на гиперболоидной заготовке. Нарезание зубьев осуществляется за счет движения производящего зубчатого колеса вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперболоида.

Розроблена принципово нова схема формоутворення зубців на гіперболоїдній заготовці. Нарізування зубців відбувається за рахунок руху вироблювального зубчастого колеса вздовж прямолинійної утворюючої однополосного гіперболоїда.

Principally new scheme of teeth form shaping on hyperbola workpiece has been developed. Teeth cutting are performed by movement of forming teeth-wheel along the linear generative of one-cavity hyperbola.

Винтовые зубчатые передачи нашли широкое распространение в промышленности всего мира. Однако до настоящего времени не удается получить зубчатые колеса, входящие в такую передачу с линейным характером касания зубьев и передаточным отношением меньше восьми. Это объясняется тем, что в промышленности нет никаких технологических проблем с изготовлением высокоточного червяка, а нарезать высокоточное колесо пока не удается. Такое положение объясняется тем, что основная инструментальная и производящая поверхности зуборезного инструмента при их изготовлении не совпадают. Это обусловлено процессом затыловки зубьев на таком инструменте.

В представленной работе рассматривается изготовление зубьев на одном из зубчатых колес, входящих в винтовую зубчатую передачу. В данном случае это зубчатое колесо получено на однополостном гиперболоиде. До этого нарезались зубчатые колеса на квазигиперболоидных заготовках, заготовках вида "однополостной гиперболоид", а на однополостном гиперболоиде нарезать зубья пока не удавалось. Для того чтобы нарезать зубья на однополостном гиперболоиде, необходимо подавать производящее зубчатое колесо (инструмент) вдоль его прямолинейной образующей. Однако в промышленности очень сложно получить такое зубчатое колесо, что связано с определенными технологическими трудностями, обусловленными конструктивными особенностями зубофрезерных станков.

В рассматриваемой статье показана методика определения геометрии гиперболоидного зубчатого колеса в зависимости от геометрии инструментального зубчатого колеса, а также движений задействованных в процессе формообразования. Для перехода от системы координат, связанной с инструментальным зубчатым колесом, к системе координат, связанной с нарезаемым гиперболоидным зубчатым колесом, найдем координаты одной и той же точки M в системах S_1 и S_2 . Используя правила аналитической геометрии, запишем координаты точки на гиперболоидной заготовке в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= x_1 + a; \\ y_2 &= y_1 \cdot \cos \varphi - z_1 \cdot \sin \varphi - b; \\ z_2 &= z_1 \cdot \sin \varphi + z_2 \cdot \cos \varphi - c. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

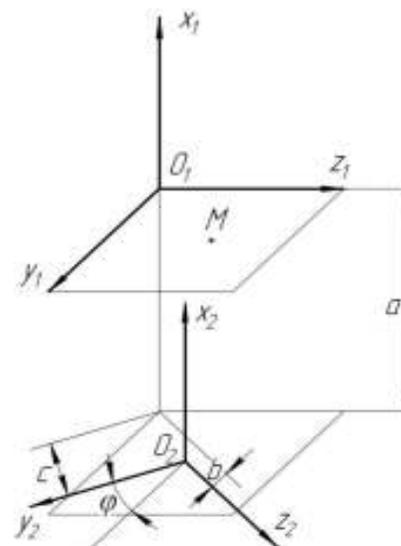


Рисунок 1 – Схема нахождения координат точки

Схема нахождения координат точки представлена на рисунке 1.

Если представить координаты a , b , c и угол поворота φ , как функции времени, уравнения (1) представят собой траекторию точки M в системе S_2 при движении этой системы относительно системы S_1 .

Так как межцентровое расстояние в зацеплении постоянное, то при выборе сопряженных между собой профилей зубьев, удовлетворяющих основному закону зацепления, необходимо иметь возможность осуществлять простую схему формообразования, основанную на использовании метода обкатки.

В процессе формообразования гиперболоидное зубчатое колесо

вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω^1 , и передвигается вдоль его прямолинейной образующей. Совокупность этих движений можно представить как движение в горизонтальной плоскости воображаемой рейки, которую легко заменить на цилиндрическое зубчатое колесо с прямым или косым зубом. Необходимо отметить, что поступательное движение $S_2 \cos \gamma$ и вращательное $m\pi$ строго согласованы следующей зависимостью:

$$K = \pm S_t \cos \gamma / m\pi, \quad (2)$$

где K – коэффициент, который необходимо учитывать при настройке гитары деления станка; S_t – тангенциальная подача; γ – угол наклона зуба; m – модуль зацепления.

Рассматривая описанный выше процесс формообразования зубьев гиперболоидных многозаходных зубчатых колес, попытаемся установить геометрические и кинематические показатели, рассматривая процесс формообразования в станочном зацеплении производящего колеса с обрабатываемой деталью при двух параметрах их движения. Рассматриваемая постановка задачи, а в последующем ее решение позволят установить форму поверхности зуба формируемого зубчатого колеса. В дальнейшем искомое гиперболоидное зубчатое колесо будет сформировано в зависимости от угла скрещивания осей нарезаемого и производящего зубчатых колес γ , а также их угловых скоростей ω_1 и ω_2 , и тангенциальной подачи S_t . В рассматриваемой работе для увеличения коэффи-

циента перекрытия зуба формообразуются гиперboloидные косозубые зубчатые колеса, для получения которых вводится винтовой параметр P .

Одним из основных геометро-кинематических показателей работы зубчатой пары является относительная скорость скольжения. Для определения относительной скорости скольжения рассмотрим схему зацепления зубьев и перейдем от зуба производящего инструментального зубчатого колеса к зубу формообразуемого гиперboloидного зубчатого колеса. Такая схема представлена на рисунке 2.

Здесь $x_1y_1z_1$ – неподвижная система координат; $x_2y_2z_2$ – система координат, связанная с производящим зубчатым колесом; $x_3y_3z_3$ – система координат, связанная с формообразуемым зубчатым колесом.

При этом для определения скорости относительного движения пары зубчатых колес, необходимой для определения износа зубчатой пары, может быть применена методика использования векторного или матричного способа определения этого параметра. Относительная скорость скольжения используется, прежде всего, для определения уравнения зацепления и может быть найдена при помощи кинематического метода.

Скорость произвольной точки на зубе производящего зубчатого колеса определяется при помощи следующего уравнения:

$$\vec{V}_1 = \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1, \quad (3)$$

где \vec{r}_1 – радиус-вектор точки контакта на зубе колеса; $\vec{\omega}_1$ – вектор угловой скорости на его оси.

Скорость точки контакта на зубе гиперboloидного зубчатого колеса, определяется при помощи следующего уравнения:

$$\vec{V}_2 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2 + \vec{A} \times \vec{\omega}_2, \quad (4)$$

где \vec{r}_2 – радиус вектор, описывающий точку контакта на зубе гиперboloидного колеса; $\vec{\omega}_2$ – вектор угловой скорости на оси формообразуемого зубчатого колеса; A – межосевое расстояние в передаче.

При формообразовании зубьев относительная скорость скольжения оп-

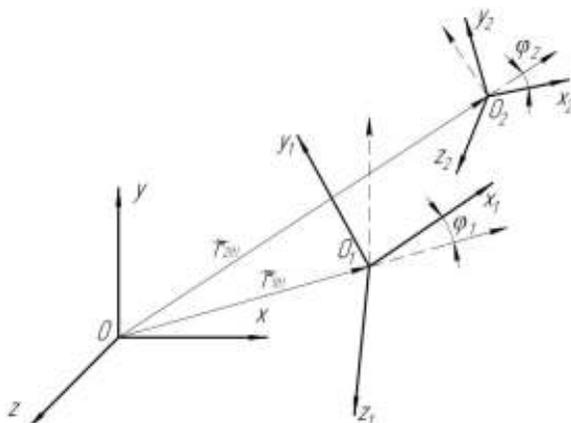


Рисунок 2 – Схема перехода от системы координат производящего колеса к системе координат формообразуемого колеса

ределяется как скорость движения точки, жестко связанной с производящим зубчатым колесом, относительно той же точки, жестко связанной с зубом формообразуемого гиперboloидного зубчатого колеса:

$$\vec{V}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 = \vec{\omega}_{12} \times \vec{r} - \vec{A} \times \vec{\omega}_2, \quad (5)$$

где $\vec{\omega}_{12} = \vec{\omega}_1 - \vec{\omega}_2$.

В представленной работе большое внимание уделено определению относительной скорости скольжения, так как от этой скорости в значительной степени зависит процесс формообразования зубьев. Необходимо отметить, что при работе представленной зубчатой пары относительная скорость скольжения будет влиять на процесс износа зубьев в собранной передаче.

Выводы. Работа посвящена решению актуальной задачи – разработке принципиально новой винтовой зубчатой передачи с линейным контактом зубьев и передаточным отношением меньше восьми. В работе была найдена поверхность зубьев гиперboloидных зубчатых колес, сопряженная с поверхностью зубьев инструментального зубчатого колеса.

На основании выполненных теоретических исследований была разработана принципиально новая схема формообразования гиперboloидных зубчатых колес. Впервые производящее цилиндрическое инструментальное зубчатое колесо в процессе формообразования двигалось вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперboloида.

Список литературы: 1. Геометрия сопряженных поверхностей / Равская Н.С., Родин П.Р., Николаенко Т.П., Мельничук П.П., Выготовский Г.Н. – Житомир: ЖИТИ, 2001. – 319с. 2. Основы формообразования поверхностей при механической обработке / Равская Н.С., Родин П.Р., Николаенко Т.П., Мельничук П.П. – Житомир: ЖИТИ, 2000. – 169с.

Поступила в редколлегию 17.05.12

УДК 621.833

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н., председатель ТК-47 "Механические приводы", директор ООО "НИИ "Редуктор", Киев

РАБОТЫ ТК-47 ПО РАЗВИТИЮ НОРМАТИВНОЙ БАЗЫ

В статье рассмотрены предложения по разработке национальных стандартов.

У статті розглянуті пропозиції з розробки національних стандартів.

In the article considered suggestion on development of national standards.

В процессе реализации Соглашения о финансировании программы "Содружество взаимной торговли путем устранения технических барьеров в торговле между Украиной и Европейским Союзом" в 2012-2013 гг. запланированы мероприятия по разработке национальных стандартов, гармонизирован-

ных с международными и европейскими под Директивы "нового" и "глобального" подхода, в частности тех, внедрение которых является условием для заключения Соглашения об оценке соответствия и приемлемости промышленных товаров (АСАА) между Украиной и ЕС.

В связи с этим ДП "УкрНДНЦ" рассматривало предложения к Плану национальной стандартизации относительно разработки национальных стандартов под Директивы только первого и второго приоритетов (по Соглашению АСАА) для внесения в План национальной стандартизации на 2012 год.

Директивы первого приоритета (Директивы по Соглашению АСАА):

2004/108/ЕС (89/336/ЕЕС) Электромагнитная совместимость;

2006/42/ЕС (98/37/ЕС) Безопасность машин;

2006/95/ЕС (73/23/ЕЕС) Низковольтное оборудование;

2009/105/ЕС (87/404/ЕЕС) Простые сосуды, работающие под давлением.

Директивы второго приоритета:

89/686/ЕЭС Средства индивидуальной защиты;

92/42/ЕЕС Новые водогрейные котлы, которые работают на жидком или газовом топливе;

95/16/ЕС Лифты;

96/57/ЕС Максимально разрешенное потребление электроэнергии холодильными устройствами;

97/23/ЕС Оборудования, работающего под давлением;

1999/36/ЕС Передвижное оборудование, работающее под давлением;

2004/22/ЭС Измерительные приборы;

2009/48/ЕС (88/378/ЕЭС) Безопасность игрушек;

2009/23/ЕС (90/384/ЕЕС) Неавтоматические взвешивающие приборы;

2009/142/ЕС (90/396/ЕЕС) Газовые приборы.

В технический комитет Украины по стандартизации ТК-47 "Механічні приводи" входит 23 коллективных члена. Выполнение функции секретариата технического комитета возложено на головную организацию Минпромполитики Украины в области редуكتورостроения научно исследовательский институт "Редуктор" (АОЗТ "НИИ "Редуктор", в настоящее время ООО "НИИ "Редуктор").

Нормативная база ТК-47 составляет около 200 нормативных документов (ТУ, ГКНД, ГОСТ, ДСТУ, ДСТУ ISO). Работа комитета осуществляется на основании годовых планов работ. С нормативной базой ТК-47 можно ознакомиться на сайте <http://www.i.com.ua/-niiredut>.

Работы ТК-47 в 2011г. в соответствии с Директивой первого приоритета (2006/42/ЕС Безопасность машин) проводились по следующим направлениям (финансирование не было проведено в 2011г.):

- разработка первых редакций гармонизированных с международными стандартами по номенклатуре землеройных машин – 13 стандартов ДСТУ [1, 2 и др.];

- разработка первых редакций гармонизированных с международными стандартами по номенклатуре текстильных машин – 17 стандартов ДСТУ [3, 4 и др.];

- разработка первых редакций гармонизированных с международными стандартами по номенклатуре пищевого перерабатывающего оборудования – 8 стандартов ДСТУ [5, 6 и др.].

Завершение работ в полном объеме перенесено в план работ на 2012г. Следует отметить, что стандарты (с полным перечнем которых можно ознакомиться на вышеуказанном сайте) содержат много требований по безопасности, которые представляют интерес и для специалистов занимающихся проектированием и производством механических приводов

Особое внимание в стандартах уделено:

- перечню значительных опасных факторов, которые содержит все значительные опасности, опасные ситуации и случаи, идентифицированные оценением риска, как распространенные для двух или больше типов машин и которые требуют действия, чтобы устранить или уменьшить риск;

- определению корректируемого по A уровня звуковой мощности L_{wa} , на основе измерений интенсивности звука в соответствии с ISO 9614-1 (дискретные точки) или ISO 9614-2 (сканирование);

- определению корректируемого за A уровней звукового давления на прописанной измерительной поверхности в соответствии с одним из следующих стандартов – ISO 3744, ISO 3747 или ISO 3746 (но лишь там, где использование ISO 3744 или ISO 3747 не целесообразно) но и др.

Европейские стандарты подготовлены по поручению данным CEN Европейской комиссией и Европейской ассоциацией свободной торговли (EFTA), чтобы обеспечить средствами, подтверждающими основные требования директивы "Нового подхода" 98/37CE с поправкой 98/79EC.

Как только Европейские стандарты процитированы в Официальном бюллетене Европейского союза с такой директивой и внедрены как национальные стандарты по крайней мере одним из государств-членов, согласие с нормативными пунктами европейского стандарта предоставляет, в пределах области применения стандарта, основание для вывода о соответствии с основными требованиями Директивы и связанного регулирования EFTA.

Учитывая сложность приобретения стандартов, в различных регионах Украины в ТК-47 созданы подразделы обновленной нормативной базы (по методам испытаний, техническим требованиям, расчетным методикам), с которыми специалисты могут ознакомиться по запросу в ООО "НИИ "Редуктор" (по электронным адресам: niireductor@yandex.ru, niiredut@i.com.ua).

Список литературы: 1. EN 474-6:2006+A1:2009 Землерийні машини. Безпека. Частина 6. Вимоги до самоскидів. Розроблення ДСТУ. 2. EN 474-7:2006+A1:2009 Землерийні машини. Безпека. Частина 7. Вимоги до скребокних грейдерів. Розроблення ДСТУ. 3. EN ISO 9902-3:2001; A1:2009 Машини текстильні. Методи випробування на шум. Частина 3. Машини для нетканого полотна. Розроблення ДСТУ. 4. EN ISO 9902-4:2001; A1:2009 Машини текстильні. Методи випробування на шум. Частина 4. Машини для перероблення пряжі, виготовлення лив та ливових виробів. Розроблення ДСТУ. 5. EN 12042:2005+A1: 2010 Харчове переробче устаткування. Автоматичні дозатори. Вимоги щодо безпеки і гігієни. Розроблення ДСТУ. 6. EN 12463:2004+A1:2011 Харчове переробче устаткування. Машини фасувальні та допоміжні. Вимоги щодо безпеки і гігієни. Розроблення ДСТУ.

Поступила в редколлегию 27.05.12

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н., председатель ТК-47 "Механические приводы", директор ООО "НИИ "Редуктор", Киев;
В.М. ФЕЙ, гл. инженер ООО "НИИ "Редуктор";
П.И. ЧЕРЕМХОВСКИЙ, директор ООО "Редуктор-Сервис", Киев

РАСШИРЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВА ПЛАНЕТАРНЫХ МОТОР-РЕДУКТОРОВ

В статье представлена новая серия планетарных мотор-редукторов типа 6МП-125.

У статті представлено нову серію планетарних мотор-редукторів типу 6МП-125.

The article presents a new series planetary gear-motors type 6МП-125.

Новая серия планетарных одно-, двух- и трехступенчатых мотор-редукторов типа 6МП пополнилась в 2011г. новым типоразмером 6МП-125, разработанным ООО "Научно-исследовательский институт "Редуктор" (ООО "НИИ "Редуктор") по заявке ООО "Редуктор-Сервис" для нужд промышленности, строительства, сельского хозяйства.

Редукторная часть выполнена планетарной по схеме A_{ah}^b с эвольвентными зубчатыми передачами высокой прочности и точности, заключенными в единый корпус, что исключает погрешности в центрировании составных частей (см. рисунок).

Электродвигатель – асинхронный трехфазный с короткозамкнутым ротором общепромышленного или специального применения по требованию Заказчика. Мотор-редуктор имеет широкий диапазон параметров мощностей (3-132кВт), частот вращения выходного вала (3,55-224об/мин), крутящих моментов на выходном валу (6000...12000Н·м), различные конструктивные исполнения по способу монтажа и расположению в пространстве.

Первая промышленная партия мотор-редуктора 6МП-125-35-111 изготовлена ООО "Редуктор-Сервис" и передана в промышленную эксплуатацию Заказчику.

В таблице приведены сравнительные данные мотор-редуктора 6МП-125-35-111 с лучшими зарубежными образцами, подтверждающие высокий технический уровень созданного мотор-редуктора.



Рисунок – Мотор-редуктор 6МП-125-35-111

Заказы на поставку по адресу: (e-mail: niireductor@yandex.ru).

Таблица – Сравнительные данные мотор-редукторов 6МП-125-35-111 с лучшими зарубежными образцами

Технические данные	6МП-125-35 [1]	R167DRS180LC4 [2]	MR873-200L/4 [3]	C90339,4P2006BN200L4, C1003.36.9P225BN225S4 [4]
Мощность двигателя, кВт	30,0/37,0	30,0/37,0	30,0/37,0	30,0/37,0
Частота вращения выходного вала, об/мин	35	37	35	37/39
Крутящий момент на выходном валу, Н·м	8000/10000	7770/9590	7800/9620	6033/6969
Масса, кг	635/690	780/890	710/775	542/648
Габаритные размеры, L×B×H, мм	1220×580×593	1479×660×675	1528×562×630	1586×520×495
Удельная масса, кг/Н·м	0,08/0,069	0,100/0,093	0,090/0,080	0,090/0,093
Диаметр выходного вала, мм	125	120	110	90
Высота оси вращения, мм	315	355/425	300	300/345

Список литературы: 1. ГОСТ 25484-1994. Мотор-редукторы зубчатые. Общие технические условия. – 18с. 2. SEW-EVRODRIVE. Германия. Каталог A3.D01. 2011. – 786с. 3. BONFIGLIOLI RIDUTORI. Италия. Каталог. 2011. – 402с. 4. MR873-200L/4 YLMAC Турция, 2011. – 784с.

Поступила в редколлегию 27.05.12

Д.О. ВОЛОНЦЕВИЧ, д.т.н., проф., зав. каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ", Харьков;
Е.А. ВЕРЕТЕННИКОВ, аспирант каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ";
А.Е. ИСТОМИН, к.т.н., доцент каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ"

БОРТОВАЯ ПЛАНЕТАРНАЯ КОРОБКА ПЕРЕДАЧ ДЛЯ ОСНОВНОГО ТАНКА

В статье рассмотрена схема новой восьмиступенчатой с четырьмя передачами заднего хода механической планетарной коробки передач основного танка с бортовой структурой трансмиссии, существенно повышающая подвижность машины и komponующаяся в габаритах старой семиступенчатой бортовой планетарной коробки передач.

В статті розглянута схема нової восьмиступеневої з чотирма передачами заднього ходу механічної планетарної коробки передач основного танку з бортовою структурою трансмісії, що істотно підвищує рухливість машини і що компонується в габаритах старої семиступеневої бортової планетарної коробки передач.

In the article is considered the new scheme of eightstep with four transmissions of back-draught mechanical planetary gear-box basic tank with the side structure of transmission, substantially step-up mobility of machine and taking place in the sizes of old sevenstep side planetary gear-box..

Введение. При проектировании моторно-трансмиссионных установок (МТУ) танков третьего и четвертого поколения сложились два основных подхода:

1) Центральные трансмиссии с комплексной гидropередачей (гидро-трансформатором), механической планетарной коробкой передач с гидроуправлением и двухпоточным гидрообъемным механизмом поворота (ГОМП), которые работают совместно с четырехтактным дизельным двигателем, установленным вдоль оси машины.

2) Бортовые механические планетарные коробки передач с гидроуправлением (БПКП), которые работают совместно с двухтактным или четырехтактным дизельным двигателем, установленным поперек оси машины.

Первый подход, благодаря использованию гидротрансформатора, облегчает автоматизацию трансмиссии и управление машиной, позволяет очень плавно наращивать силу тяги на движителе, что особенно важно при движении по слабо-несущим грунтам. Использование двухпоточного ГОМП облегчает управление машиной, позволяет легко переходить от традиционных рычагов управления к штурвалу и реализовывать все радиусы поворота как фиксированные. Однако этот подход требует сравнительно больших объемов и высоты, что, в свою очередь, увеличивает объем бронированного пространства и резко увеличивает вес машины при попытке сохранить параметр защищенности, а так же увеличивает силуэт машины, что облегчает ее обнаружение на поле боя. Этот подход характерен для всех разработчиков танков, кроме Украины и России.

Второй подход, особенно благодаря применению Харьковских двухтактных дизельных двигателей, позволяет получить машину с наиболее компактной МТУ и с минимально возможными весом и габаритами. Однако одновременно этот подход затрудняет управление машиной. Так на танках Т-64, Т-72, Т-80, Т-80УД, где еще не было установлено автоматической системы управления поворотом, органами управления оставались классические тракторные рычаги, и теоретическое количество фиксированных радиусов поворота отвечало количеству передач. Кроме того, передаточные отношения, реализованные в существующих БПКП с тремя степенями свободы в угоду компактности, далеки от идеальных и для динамичного разгона, и для поворота с фиксированными радиусами. Частично эта проблема была решена на российском танке Т-90 путем установки двухпоточного ГОМП и на украинской БМ "Оплот" путем установки автоматической системы управления поворотом. Однако передаточные отношения без потери компактности БПКП с тремя степенями свободы скорректировать пока не удалось.

Анализ последних достижений и публикаций. В последнее время при дальнейшем увеличении мощности харьковских двухтактных дизелей 6ТД-2 наметилась тенденция к заметному снижению коэффициента приспособляемости этих двигателей, что требует увеличения количества ступеней в механической трансмиссии. Одновременно для бронетанковой техники актуальным стало повышение скорости движения задним ходом. На последнее частичным ответом стало внедрение реверсивной бортовой передачи на БМ "Оплот". Частичным оно является по тому, что попытка изменить параметры трансмиссии, не изменяя схемы БПКП, привела к необходимости устанавливать реверс-редуктор между ведущим колесом и остановочным тормозом. И хотя конструкция реверсивной бортовой передачи не позволяет включить нейтраль и оставить машину без тормозов, включение и выключение реверса здесь возможно только на относительно ровных участках местности.

Сложившаяся ситуация подталкивает многих российских и украинских разработчиков к мысли отказаться от второго подхода в проектировании МТУ, что приведет к потере преимуществ в компактности и защищенности и необходимости догонять в новых разработках конкурентов, имеющих несколько больший опыт работы с первым "подходом".

Авторами статьи после проведенных теоретических изысканий на тему получения оптимального набора передаточных чисел для максимально возможной динамики разгона танка в различных дорожных условиях и улучшения управляемости машиной [1-4] была предпринята попытка в базовых габаритах объекта синтезировать схему БПКП, полностью или хотя бы частично снимающую возникшие противоречия. Это в целом может позволить улучшить характеристики подвижности танка в рамках принятого второго подхода компоновки МТУ без увеличения боевого веса машины.

Основная часть. С учетом описанной выше постановки было принято решение структурно БПКП разделить на входной реверс-демультипликатор, представляющий собой трехступенчатую двухступенную планетарную коробку с передаточными отношениями $i_L=+3,333$; $i_N=+1$; $i_R=-3,429$, и собственно четырехступенчатую двухступенную планетарную коробку с передаточными отношениями $i_I=+2,468$; $i_{II}=+1,826$; $i_{III}=1,35$; $i_{IV}=1$. При этом получается общая разбивка передаточных отношений по геометрической прогрессии с коэффициентом 1,35. Схема предлагаемой БПКП представлена на рисунке.

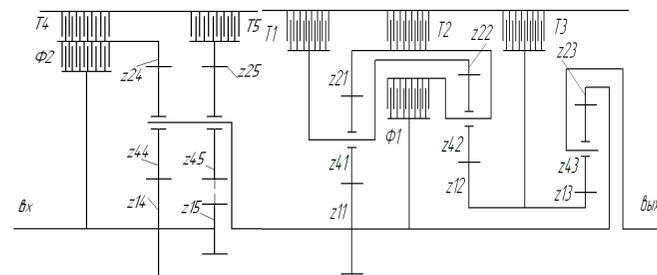


Рисунок – Кинематическая схема БПКП

Структурно-параметрический синтез отдельно реверс-демультипликатора и отдельно четырехступенчатой коробки проводился по методу М.А. Крэйнеса в изложении [5] для планетарных коробок передач с двумя степенями свободы при заданных передаточных отношениях.

Для обеспечения полученных в результате структурно-параметрического синтеза кинематических и силовых параметров для всех планетарных рядов были определены числа зубьев на шестернях и количество сателлитов, приведенные в таблице 1.

Сами полученные кинематические и силовые параметры предлагаемой БПКП представлены в таблице 2.

При сравнительном анализе базовой и предлагаемой БПКП видно, что в новой коробке существенно снижены крутящие моменты на наиболее нагруженных фрикционах. Так, если в базовой коробке на блокировочном фрикционе максимальный крутящий момент составлял 4,57 от входного момента, то на новой БПКП на блокировочные фрикционы попадает максимум 1,547 и 0,7 от входного момента. Аналогично на остановочных тормозах – максимально было 7,17, а стало 5,016 от входного момента. Все это в сочетании с увеличением числа сателлитов до 4-5 практически на всех рядах и возможностью вернуться к нереверсивной более компактной бортовой передаче по предварительным прочностным оценкам дает возможность, несмотря на увеличение на один числа планетарных рядов и остановочных тормозов, скомпоновать БПКП по предложенной схеме в габаритах базовой БПКП БМ "Оплот".

Вывод. При установке предлагаемых БПКП на БМ "Оплот" динамика разгона машины до максимальной скорости на любой местности увеличиться от 9 до 12%; благодаря сокращению в разрыве между первой и второй передачей с 1,857 до 1,352 появится возможность для тяжелых дорожных условий начинать разгон с первой передачи; будет обеспечена возможность включения всех передач заднего хода на любых уклонах; облегчится запуск двигателя в холодное время за счет отсоединения от двигателя основной коробки на реверс-демультипликаторе; а также появится возможность торможения машины одновременно тремя, а не двумя (как раньше) тормозными механизмами. Это позволит улучшить характеристики подвижности танка в рамках принятого второго подхода компоновки МТУ.

Список литературы: 1. *Волонцевич Д.О.* К вопросу разбивки передаточных отношений бортовых планетарных коробок передач гусеничных машин / *Д.О. Волонцевич, Е.А. Веретенников* // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2011. – №2/7(50). – С.25-27. 2. *Волонцевич Д.О.* Методика комплексной оценки динамичности военных гусеничных и колесных машин на этапе структурно-параметрического синтеза их трансмиссий / *Д.О. Волонцевич, Е.А. Веретенников* // Вісник НТУ "ХП". Збірка наукових праць. Тематичний випуск: Транспортне машинобудування. – Харків: НТУ "ХП", 2011. – №18. – С.102-105. 3. *Волонцевич Д.О.* Зависимость динамичности разгона БМ Оплот в различных дорожных условиях от способа разбивки передаточных отношений в бортовых планетарных коробках пере-

дач / *Д.О. Волонцевич, Е.А. Веретенников* // Механіка та машинобудування. – №1. – 2011. – С.20-31. 4. *Волонцевич Д.О.* Синтез нової кінематичної схеми бортових планетарних коробок передач основного танку на базі розроблених критеріїв оцінки динамічності машин / *Д.О. Волонцевич, Є.О. Веретенников* // Механіка та машинобудування. – 2009. – №1. 5. Анализ планетарных коробок передач транспортных и тяговых машин / *Филичкин Н.В.* Учебное пособие. Компьютерная версия исправленная и дополненная. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2008. – 178с.

Таблица 1 – Числа зубьев и сателлитов предлагаемой БПКП

наименование	№ ряда				
	1	2	3	4	5
солнце – Z_{1i}	23	28	28	24	14
эпицикл – Z_{2i}	73	87	80	56	62
сателлит – Z_{4i}	25	29	26	16	18-21
$n_{сат}$	4	5	4	4	3

Таблица 2 – Кинематические и силовые параметры предлагаемой восьмиступенчатой БПКП

i	i ₁	i ₂	i ₃	i ₄	i ₅	i ₆	i ₇	i ₈	i ₉	i ₁₀	i ₁₁	i ₁₂	i ₁₃	i ₁₄	i ₁₅	i ₁₆	i ₁₇	i ₁₈	i ₁₉	i ₂₀	i ₂₁	i ₂₂	i ₂₃	i ₂₄	i ₂₅	i ₂₆	i ₂₇	i ₂₈	i ₂₉	i ₃₀	i ₃₁	i ₃₂	i ₃₃	i ₃₄	i ₃₅	i ₃₆	i ₃₇	i ₃₈	i ₃₉	i ₄₀	i ₄₁	i ₄₂	i ₄₃	i ₄₄	i ₄₅	i ₄₆	i ₄₇	i ₄₈	i ₄₉	i ₅₀	i ₅₁	i ₅₂	i ₅₃	i ₅₄	i ₅₅	i ₅₆	i ₅₇	i ₅₈	i ₅₉	i ₆₀	i ₆₁	i ₆₂	i ₆₃	i ₆₄	i ₆₅	i ₆₆	i ₆₇	i ₆₈	i ₆₉	i ₇₀	i ₇₁	i ₇₂	i ₇₃	i ₇₄	i ₇₅	i ₇₆	i ₇₇	i ₇₈	i ₇₉	i ₈₀	i ₈₁	i ₈₂	i ₈₃	i ₈₄	i ₈₅	i ₈₆	i ₈₇	i ₈₈	i ₈₉	i ₉₀	i ₉₁	i ₉₂	i ₉₃	i ₉₄	i ₉₅	i ₉₆	i ₉₇	i ₉₈	i ₉₉	i ₁₀₀	i ₁₀₁	i ₁₀₂	i ₁₀₃	i ₁₀₄	i ₁₀₅	i ₁₀₆	i ₁₀₇	i ₁₀₈	i ₁₀₉	i ₁₁₀	i ₁₁₁	i ₁₁₂	i ₁₁₃	i ₁₁₄	i ₁₁₅	i ₁₁₆	i ₁₁₇	i ₁₁₈	i ₁₁₉	i ₁₂₀	i ₁₂₁	i ₁₂₂	i ₁₂₃	i ₁₂₄	i ₁₂₅	i ₁₂₆	i ₁₂₇	i ₁₂₈	i ₁₂₉	i ₁₃₀	i ₁₃₁	i ₁₃₂	i ₁₃₃	i ₁₃₄	i ₁₃₅	i ₁₃₆	i ₁₃₇	i ₁₃₈	i ₁₃₉	i ₁₄₀	i ₁₄₁	i ₁₄₂	i ₁₄₃	i ₁₄₄	i ₁₄₅	i ₁₄₆	i ₁₄₇	i ₁₄₈	i ₁₄₉	i ₁₅₀	i ₁₅₁	i ₁₅₂	i ₁₅₃	i ₁₅₄	i ₁₅₅	i ₁₅₆	i ₁₅₇	i ₁₅₈	i ₁₅₉	i ₁₆₀	i ₁₆₁	i ₁₆₂	i ₁₆₃	i ₁₆₄	i ₁₆₅	i ₁₆₆	i ₁₆₇	i ₁₆₈	i ₁₆₉	i ₁₇₀	i ₁₇₁	i ₁₇₂	i ₁₇₃	i ₁₇₄	i ₁₇₅	i ₁₇₆	i ₁₇₇	i ₁₇₈	i ₁₇₉	i ₁₈₀	i ₁₈₁	i ₁₈₂	i ₁₈₃	i ₁₈₄	i ₁₈₅	i ₁₈₆	i ₁₈₇	i ₁₈₈	i ₁₈₉	i ₁₉₀	i ₁₉₁	i ₁₉₂	i ₁₉₃	i ₁₉₄	i ₁₉₅	i ₁₉₆	i ₁₉₇	i ₁₉₈	i ₁₉₉	i ₂₀₀	i ₂₀₁	i ₂₀₂	i ₂₀₃	i ₂₀₄	i ₂₀₅	i ₂₀₆	i ₂₀₇	i ₂₀₈	i ₂₀₉	i ₂₁₀	i ₂₁₁	i ₂₁₂	i ₂₁₃	i ₂₁₄	i ₂₁₅	i ₂₁₆	i ₂₁₇	i ₂₁₈	i ₂₁₉	i ₂₂₀	i ₂₂₁	i ₂₂₂	i ₂₂₃	i ₂₂₄	i ₂₂₅	i ₂₂₆	i ₂₂₇	i ₂₂₈	i ₂₂₉	i ₂₃₀	i ₂₃₁	i ₂₃₂	i ₂₃₃	i ₂₃₄	i ₂₃₅	i ₂₃₆	i ₂₃₇	i ₂₃₈	i ₂₃₉	i ₂₄₀	i ₂₄₁	i ₂₄₂	i ₂₄₃	i ₂₄₄	i ₂₄₅	i ₂₄₆	i ₂₄₇	i ₂₄₈	i ₂₄₉	i ₂₅₀	i ₂₅₁	i ₂₅₂	i ₂₅₃	i ₂₅₄	i ₂₅₅	i ₂₅₆	i ₂₅₇	i ₂₅₈	i ₂₅₉	i ₂₆₀	i ₂₆₁	i ₂₆₂	i ₂₆₃	i ₂₆₄	i ₂₆₅	i ₂₆₆	i ₂₆₇	i ₂₆₈	i ₂₆₉	i ₂₇₀	i ₂₇₁	i ₂₇₂	i ₂₇₃	i ₂₇₄	i ₂₇₅	i ₂₇₆	i ₂₇₇	i ₂₇₈	i ₂₇₉	i ₂₈₀	i ₂₈₁	i ₂₈₂	i ₂₈₃	i ₂₈₄	i ₂₈₅	i ₂₈₆	i ₂₈₇	i ₂₈₈	i ₂₈₉	i ₂₉₀	i ₂₉₁	i ₂₉₂	i ₂₉₃	i ₂₉₄	i ₂₉₅	i ₂₉₆	i ₂₉₇	i ₂₉₈	i ₂₉₉	i ₃₀₀	i ₃₀₁	i ₃₀₂	i ₃₀₃	i ₃₀₄	i ₃₀₅	i ₃₀₆	i ₃₀₇	i ₃₀₈	i ₃₀₉	i ₃₁₀	i ₃₁₁	i ₃₁₂	i ₃₁₃	i ₃₁₄	i ₃₁₅	i ₃₁₆	i ₃₁₇	i ₃₁₈	i ₃₁₉	i ₃₂₀	i ₃₂₁	i ₃₂₂	i ₃₂₃	i ₃₂₄	i ₃₂₅	i ₃₂₆	i ₃₂₇	i ₃₂₈	i ₃₂₉	i ₃₃₀	i ₃₃₁	i ₃₃₂	i ₃₃₃	i ₃₃₄	i ₃₃₅	i ₃₃₆	i ₃₃₇	i ₃₃₈	i ₃₃₉	i ₃₄₀	i ₃₄₁	i ₃₄₂	i ₃₄₃	i ₃₄₄	i ₃₄₅	i ₃₄₆	i ₃₄₇	i ₃₄₈	i ₃₄₉	i ₃₅₀	i ₃₅₁	i ₃₅₂	i ₃₅₃	i ₃₅₄	i ₃₅₅	i ₃₅₆	i ₃₅₇	i ₃₅₈	i ₃₅₉	i ₃₆₀	i ₃₆₁	i ₃₆₂	i ₃₆₃	i ₃₆₄	i ₃₆₅	i ₃₆₆	i ₃₆₇	i ₃₆₈	i ₃₆₉	i ₃₇₀	i ₃₇₁	i ₃₇₂	i ₃₇₃	i ₃₇₄	i ₃₇₅	i ₃₇₆	i ₃₇₇	i ₃₇₈	i ₃₇₉	i ₃₈₀	i ₃₈₁	i ₃₈₂	i ₃₈₃	i ₃₈₄	i ₃₈₅	i ₃₈₆	i ₃₈₇	i ₃₈₈	i ₃₈₉	i ₃₉₀	i ₃₉₁	i ₃₉₂	i ₃₉₃	i ₃₉₄	i ₃₉₅	i ₃₉₆	i ₃₉₇	i ₃₉₈	i ₃₉₉	i ₄₀₀	i ₄₀₁	i ₄₀₂	i ₄₀₃	i ₄₀₄	i ₄₀₅	i ₄₀₆	i ₄₀₇	i ₄₀₈	i ₄₀₉	i ₄₁₀	i ₄₁₁	i ₄₁₂	i ₄₁₃	i ₄₁₄	i ₄₁₅	i ₄₁₆	i ₄₁₇	i ₄₁₈	i ₄₁₉	i ₄₂₀	i ₄₂₁	i ₄₂₂	i ₄₂₃	i ₄₂₄	i ₄₂₅	i ₄₂₆	i ₄₂₇	i ₄₂₈	i ₄₂₉	i ₄₃₀	i ₄₃₁	i ₄₃₂	i ₄₃₃	i ₄₃₄	i ₄₃₅	i ₄₃₆	i ₄₃₇	i ₄₃₈	i ₄₃₉	i ₄₄₀	i ₄₄₁	i ₄₄₂	i ₄₄₃	i ₄₄₄	i ₄₄₅	i ₄₄₆	i ₄₄₇	i ₄₄₈	i ₄₄₉	i ₄₅₀	i ₄₅₁	i ₄₅₂	i ₄₅₃	i ₄₅₄	i ₄₅₅	i ₄₅₆	i ₄₅₇	i ₄₅₈	i ₄₅₉	i ₄₆₀	i ₄₆₁	i ₄₆₂	i ₄₆₃	i ₄₆₄	i ₄₆₅	i ₄₆₆	i ₄₆₇	i ₄₆₈	i ₄₆₉	i ₄₇₀	i ₄₇₁	i ₄₇₂	i ₄₇₃	i ₄₇₄	i ₄₇₅	i ₄₇₆	i ₄₇₇	i ₄₇₈	i ₄₇₉	i ₄₈₀	i ₄₈₁	i ₄₈₂	i ₄₈₃	i ₄₈₄	i ₄₈₅	i ₄₈₆	i ₄₈₇	i ₄₈₈	i ₄₈₉	i ₄₉₀	i ₄₉₁	i ₄₉₂	i ₄₉₃	i ₄₉₄	i ₄₉₅	i ₄₉₆	i ₄₉₇	i ₄₉₈	i ₄₉₉	i ₅₀₀	i ₅₀₁	i ₅₀₂	i ₅₀₃	i ₅₀₄	i ₅₀₅	i ₅₀₆	i ₅₀₇	i ₅₀₈	i ₅₀₉	i ₅₁₀	i ₅₁₁	i ₅₁₂	i ₅₁₃	i ₅₁₄	i ₅₁₅	i ₅₁₆	i ₅₁₇	i ₅₁₈	i ₅₁₉	i ₅₂₀	i ₅₂₁	i ₅₂₂	i ₅₂₃	i ₅₂₄	i ₅₂₅	i ₅₂₆	i ₅₂₇	i ₅₂₈	i ₅₂₉	i ₅₃₀	i ₅₃₁	i ₅₃₂	i ₅₃₃	i ₅₃₄	i ₅₃₅	i ₅₃₆	i ₅₃₇	i ₅₃₈	i ₅₃₉	i ₅₄₀	i ₅₄₁	i ₅₄₂	i ₅₄₃	i ₅₄₄	i ₅₄₅	i ₅₄₆	i ₅₄₇	i ₅₄₈	i ₅₄₉	i ₅₅₀	i ₅₅₁	i ₅₅₂	i ₅₅₃	i ₅₅₄	i ₅₅₅	i ₅₅₆	i ₅₅₇	i ₅₅₈	i ₅₅₉	i ₅₆₀	i ₅₆₁	i ₅₆₂	i ₅₆₃	i ₅₆₄	i ₅₆₅	i ₅₆₆	i ₅₆₇	i ₅₆₈	i ₅₆₉	i ₅₇₀	i ₅₇₁	i ₅₇₂	i ₅₇₃	i ₅₇₄	i ₅₇₅	i ₅₇₆	i ₅₇₇	i ₅₇₈	i ₅₇₉	i ₅₈₀	i ₅₈₁	i ₅₈₂	i ₅₈₃	i ₅₈₄	i ₅₈₅	i ₅₈₆	i ₅₈₇
---	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------	------------------

В.С. ГАПОНОВ, д.т.н., проф., зав. каф. ДМ и ПМ НТУ "ХПИ", Харьков;
А.И. НАУМОВ, инженер каф. ДМ и ПМ НТУ "ХПИ"

ПАРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРУГОЙ ОПОРЫ ПОДШИПНИКОВ РОТОРА С УПРАВЛЯЕМЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТИ

Обоснована возможность частотной настройки динамической системы упругой опоры сверхскоростных роторов по ее парциальным системам.

Обґрунтовано можливість частотного налаштування динамічної системи пружної опори надшвидкісних роторів по її парціальним системам.

Grounded possibility of the frequency tuning of the dynamic system of resilient support of ultraspeed rotors for to its partial systems.

Введение. Использование пассивных упругих опор с управляемой квазиулево́й жесткостью для высокоскоростных роторов с заданной функцией жесткости в рабочем пространстве кинематико-силовых характеристик может устранить противоречие между статической и динамической жесткостями, если система будет иметь следящие свойства по низкочастотной составляющей реакции в опорах ротора [3].

Анализ последних публикаций. Вопросы эффективности применения упругих опор подшипников с управляемой квазиулево́й жесткостью для высокоскоростных роторов рассмотрены в [1-4].

Цель и постановка задачи. Целью настоящей работы является обоснование возможности частотной настройки динамической системы упругих опор с управляемой квазиулево́й жесткостью для высокоскоростных роторов с заданной функцией жесткости в рабочем пространстве кинематико-силовых характеристик по её парциальным системам.

Основная часть. Рассмотрим уравнения движения системы [1] с учётом предварительной деформации упругого элемента C_{20} , которая может быть использована для получения необходимой конфигурации элементов опоры, соответствующей квазиулево́й жесткости. В этом случае сила корректора (рисунк 1) по линии A_1B_1 будет находится в конусе трения, следовательно, массой m_2 не управляет. Управление осуществляется силовым потоком, проходящим по C_{12} .

$$m_1 \ddot{x}_1 + C_{10} x_1 - 2C_{12} (x_2 - x_1) + 2C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b) = F_1(t);$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + C_{20} x_2 + C_{12} (x_2 - x_1) - C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b) + F_{тр} = 0.$$

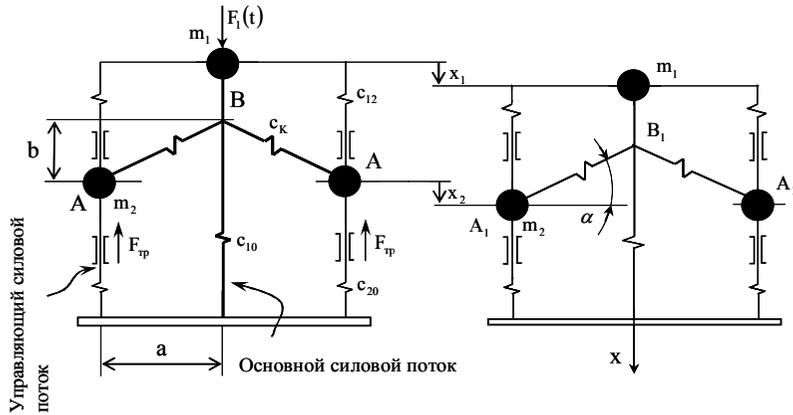


Рисунок 1 – Схема динамической системы

Сила трения $F_{\text{тр}} = F_{kn} \cdot f$, где $F_{kn} = F_k \cdot \cos \alpha$; α – угол трения между m_2 и направляющей. Сила в корректоре $F_k = C_r \cdot \Delta h$, где Δh – деформация корректора, C_r – жесткость корректора, $AB \curvearrowright h_0$; $A_1B_1 \curvearrowright h$.

$$\Delta h = h_0 - h = h_0 - \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + 2b(x_2 - x_1) + h_0^2}.$$

Условие самоторможения $F_{\text{тр}} \geq F_{kt}$;

$$f \cdot F_k \cdot \cos \alpha \geq F_k \cdot \sin \alpha; \quad \alpha \leq \arctg f; \quad F_{\text{тр}} = f \cdot C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) a. \quad (1)$$

Уравнения движения с учетом (1)

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + C_{10} x_1 - 2C_{12} (x_2 - x_1) + 2C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b) &= F_1(t); \\ m_2 \ddot{x}_2 + C_{20} x_2 + C_{12} (x_2 - x_1) - C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b - fa) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$f = \text{sign}(\dot{x}_2), \quad f = \begin{cases} f & \mapsto \dot{x}_2 < 0 \\ 0 & \mapsto \dot{x}_2 = 0 \\ -f & \mapsto \dot{x}_2 > 0 \end{cases}$$

Уравнения статики соответствуют ($\ddot{x}_1 \rightarrow 0$; $\ddot{x}_2 \rightarrow 0$)

$$\left. \begin{aligned} C_{10} x_1 - 2C_{12} (x_2 - x_1) + 2C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b) &= F_1; \\ C_{20} x_2 + C_{12} (x_2 - x_1) - C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b - fa) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$f = \text{sign}(F_{12}); \quad f = \begin{cases} f & \mapsto F_{12} < 0; \\ 0 & \mapsto F_{12} = 0; \\ -f & \mapsto F_{12} > 0. \end{cases}$$

Динамическая система, должна четко разделяться на две подсистемы: основную (силовую) и управляющую. Для этого необходимо, чтобы их парциальные частоты достаточно отличались друг от друга.

Управляющая массой m_2 сила $F_y \curvearrowright F_{12} = C_{12} (x_2 - x_1)$. Для её определения рассмотрим равновесие массы m_2 (рисунок 2)

$$F_y - F_{\text{тр}} + F_{kt} - F_{20} = 0; \quad F_y = C_{20} x_2 - C_k \left(\frac{h_0}{h} - 1 \right) (x_2 - x_1 + b - fa).$$

Для получения необходимой несущей способности механизма упругой опоры необходима предварительная деформация упругого элемента C_{20} – силой предварительной затяжки F_{020} .

Работу системы пассивной упругой опоры с управляемой квазиулевою жесткостью можно разбить на этапы:

1) $F_{20} < F_{020}$; $F_{20} < F_{020}$ предполагает $x_2 = 0$ и уравнения статики (3) принимают вид

$$F_1 = C_{10} x_1 + 2C_{12} x_1 + 2C_k \left(\frac{h_0}{\sqrt{x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2}} - 1 \right) (b - x_1). \quad (4)$$

Таким образом система уравнений статики вырождается в одно уравнение для рассматриваемого этапа работы механизма.

2) $F_{20} \geq F_{020}$. Рассмотрим реализацию $F_{20} = F_{020}$. Из $\alpha \rightarrow 0$ следует $x_1 \curvearrowright b$.

Уравнение равновесия с учетом $\alpha \rightarrow 0$ $F_{12} - F_{\text{тр}} - F_{020} = 0$ и в окончательном виде

$$C_{12} = \frac{fC_k (h_0 - a) + F_{020}}{b}.$$

Жесткость системы для $F_{20} < F_{020}$

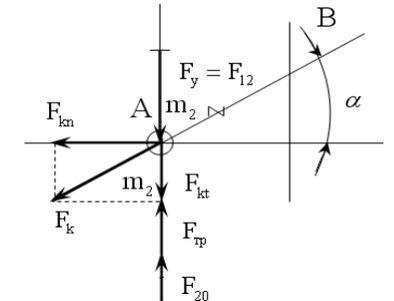


Рисунок 2 – к определению силы F_y

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_1} = C_{10} + 2C_{12} + 2C_k \left[1 + h_0 \frac{(b-x_1)^2}{(x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2)^{3/2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2}} \right]. \quad (5)$$

Механические системы, имеющие интервал перемещения с отрицательной жесткостью, должны обладать хотя бы одним положением неустойчивого равновесия. Координаты возможных положений равновесия из (4)

$$F_1 = C_{10}x_1 + 2C_{12} + 2C_k \left(\frac{h_0}{\sqrt{x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2}} - 1 \right) (b-x_1);$$

система с неустойчивым положением равновесия если

$$F_{1K} \approx 2C_k \left(\frac{h_0}{\sqrt{x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2}} - 1 \right) (b-x_1) = 0.$$

В положение статического неустойчивого равновесия $x_1 = b$, следовательно,

$$\frac{\partial F_1}{\partial x_1} = C_{10} + 2C_{12} + 2C_k \left(1 - \frac{h_0}{a} \right) = 0.$$

В итоге

$$C_k = \frac{C_{10} + 2C_{12}}{2 \left(\frac{h_0}{a} - 1 \right)}.$$

Наибольшее перемещение от положения $x_1 = b$, на котором приведенная (суммарная) жесткость механизма $C_{\Sigma} \approx \frac{\partial F_1}{\partial x_1}$ не больше некоторого заданного значения $C_{\Sigma 0}$, определится из (5)

$$C_{10} + 2C_{12} + 2C_k \left[1 + h_0 \left(\frac{(b-x_1)^2}{(x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2)^{3/2}} - \frac{1}{\sqrt{x_1^2 - 2bx_1 + h_0^2}} \right) \right] - C_{\Sigma 0} = 0.$$

Динамика системы. Система уравнений (5) нелинейная. Рассмотрим возможность её линеаризации. Для этого оценим пределы изменения h_0/h .

Положению статического неустойчивого равновесия соответствует $|(x_2 - x_1)| = b$, тогда $h = \sqrt{h_0^2 + 3b^2}$. Предельному положению корректора соответствует $a = b$, тогда $h_0 = b\sqrt{2} = 1,41b$ и, следовательно, $(b/h_0)_{\max} = 0,707$. Линеаризованные уравнения движения

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{C_{10}}{m_1} x_1 - 2 \frac{C_{12}}{m_1} (x_2 - x_1) + 2 \frac{C_k}{m_1} (K_H - 1)(b + x_2 - x_1) &= \frac{F_1(t)}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 + \frac{C_{20}}{m_2} x_2 + \frac{C_{12}}{m_2} (x_2 - x_1) - \frac{C_k}{m_2} (K_H - 1)(b + x_2 - x_1 - af) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

После соответствующих преобразований

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= d_1; \\ \ddot{x}_2 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= d_2, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= m_1^{-1} [C_{10} + 2C_{12} - 2C_k (K_H - 1)]; & a_{21} &= m_2^{-1} [C_k (K_H - 1) - C_{12}]; \\ a_{12} &= 2m_1^{-1} [C_k (K_H - 1) - C_{12}]; & a_{22} &= m_2^{-1} [C_{20} + C_{12} - C_k (K_H - 1)]; \\ d_1 &= m_1^{-1} [F_1(t) - 2C_k (K_H - 1)b]; & d_2 &= C_k m_2^{-1} (K_H - 1)(b - af). \end{aligned}$$

Уравнения свободных колебаний механической системы упругой опоры

$$\left. \begin{aligned} -A_1 \omega^2 + a_{11}A_1 + a_{12}A_2 &= 0; \\ -A_2 \omega^2 + a_{21}A_1 + a_{22}A_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{или} \quad \left. \begin{aligned} (a_{11} - \omega^2)A_1 + a_{12}A_2 &= 0; \\ a_{21}A_1 + (a_{22} - \omega^2)A_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

являются однородными линейными алгебраическими уравнениями относительно A_1 и A_2 . Такая система уравнений имеет нетривиальное решение только в том случае, если определитель $\Delta(\omega)$ из коэффициентов при A_1 и A_2 равен нулю.

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} (a_{11} - \omega^2) & a_{12} \\ a_{21} & (a_{22} - \omega^2) \end{vmatrix} = 0.$$

Раскрыв определитель, получим частотное уравнение системы

$$\Delta(\omega) = \omega^4 - (a_{11} - a_{22})\omega^2 + (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) = 0,$$

его решением будет

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{a_{11} - a_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{(a_{11} - a_{22})^2}{4} - (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}. \quad (9)$$

Общее решение системы уравнений (6)

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_{11} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + A_{12} \sin(\omega_2 t + \psi_2); \\ x_2 &= A_{21} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + A_{22} \sin(\omega_2 t + \psi_2). \end{aligned} \right\}$$

Здесь A и ψ – произвольные постоянные, $\omega_1, \omega_2, \psi_1$ и ψ_2 относятся соответственно к первой и второй главным формам колебаний, т.е. к колебаниям на основной и второй частотах. Первый индекс – порядковое число координаты, второй индекс – форма колебания. Колебательное движение масс состо-

ит из двух гармонических составляющих с частотами ω_1 и ω_2 . Амплитуды и фазовые углы гармонических составляющих $x_1(t)$ и $x_2(t)$ задаются начальными условиями, но отношение амплитуд этих составляющих определится из (8).

$$\frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{a_{12}}{a_{11} - \omega_1^2} = \frac{1}{\mu_1}; \quad \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{a_{22} - \omega_2^2}{a_{21}} = \frac{1}{\mu_2}.$$

Подставив μ_1 и μ_2 в (9), получим

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_{11} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + A_{12} \sin(\omega_2 t + \psi_2); \\ x_2 &= \mu_1 A_{11} \sin(\omega_1 t + \psi_1) + \mu_2 A_{12} \sin(\omega_2 t + \psi_2). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Постоянные интегрирования A_{11} , A_{12} , ψ_1 и ψ_2 вычисляются из начальных условий $x_1(0)$, $\dot{x}_1(0)$, $x_2(0)$ и $\dot{x}_2(0)$.

Если начальным условиям соответствует $A_{12} = 0$ в уравнениях (10), то движения, описываемые первой формой колебаний

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_{11} \sin(\omega_1 t + \psi_1), \\ x_2 &= \mu_1 A_{11} \sin(\omega_1 t + \psi_1). \end{aligned} \right\}$$

Аналогично, если $A_{11} = 0$, то движение масс соответствует второй форме колебаний

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_{12} \sin(\omega_2 t + \psi_2), \\ x_2 &= \mu_2 A_{12} \sin(\omega_2 t + \psi_2). \end{aligned} \right\}$$

Эпюры амплитуд этих главных форм колебаний показаны на рисунке 3 (амплитуды произвольны).

При первой форме колебания $x_1(t)$ и $x_2(t)$ всегда имеют постоянное отношение амплитуд μ_1 и совпадают по фазе при положительном μ_1 . При второй форме колебания имеет место постоянное отношение амплитуд μ_2 , но разность фаз составляет π и отношение μ_2 отрицательное.

Уравнения вынужденных колебаний механической системы упругой опоры (7). Общий интеграл этой системы дифференциальных уравнений является суммой общего интеграла системы однородных уравнений и частного интеграла рассматриваемой системы уравнений.

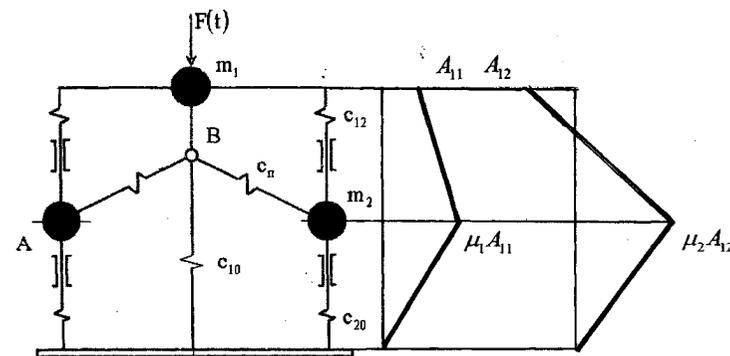


Рисунок 3 – Эпюры амплитуд главных форм колебаний

Частное решение системы (7), определяющее вынужденные колебания системы, находим в виде

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= A_1 \sin(\omega t + \psi); & x_2 &= A_2 \sin(\omega t + \psi); \\ \ddot{x}_1 &= -A_1 \omega^2 \sin(\omega t + \psi); & \ddot{x}_2 &= -A_2 \omega^2 \sin(\omega t + \psi). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Подставив (11) в (7), получим

$$\left. \begin{aligned} (a_{11} - \omega^2) A_1 + a_{12} A_2 &= d_1; \\ a_{12} A_1 + (a_{22} - \omega^2) A_2 &= d_2, \end{aligned} \right\}$$

и выражения для амплитуд вынужденных колебаний имеют вид

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{d_1 (a_{22} - \omega^2) - d_2 a_{12}}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}; \\ A_2 &= \frac{d_2 (a_{11} - \omega^2) - d_1 a_{12}}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)}. \end{aligned} \right\}$$

Знаменатель в этих зависимостях является квадратным многочленом относительно ω^2 , следовательно, его можно записать в функции его нулей – квадратов собственных частот системы.

В случае резонанса $\omega = \omega_1$ или $\omega = \omega_2$ формы вынужденных колебаний системы аналогичны соответствующим формам главных колебаний.

Парциальные системы. Упругая опора с управляемой квазиулевой жесткостью для высокоскоростных роторных систем является системой с двумя степенями свободы, которую можно представить как две отдельные системы с одной степенью свободы, связанные друг с другом. Парциальная система, поведение которой описывается данной обобщенной координатой, получается из полной системы, если положить равными нулю все остальные координаты.

Известно, что парциальные частоты ν_1, ν_2 лежат между собственными ω_1, ω_2 . Это свойство является общим для любых систем с двумя степенями свободы.

Управляющий силовой поток – фильтр низких частот, силовой поток – высокочастотный фильтр. Следовательно, их собственные частоты должны достаточно отличаться. При сильно различающихся парциальных частотах нормальные частоты близки к парциальным.

Рассмотрим линеаризованные уравнения движения (6). Силовой парциальной системе соответствует $x_2 = 0$, управляющей парциальной системе соответствует $x_1 = 0$ (рисунок 4).

Рассмотрим параметры упругой опоры в процессе управления изменением жесткости. Этому соответствует система уравнений

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{C_{10} + 2C_{12} - 2C_K(K_H - 1)}{m_1} x_1 + 2 \frac{C_K}{m_1} (K_H - 1)b &= \frac{F_1(t)}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 + \frac{C_{20} + C_{12} - C_K(K_H - 1)}{m_2} x_2 - \frac{C_K}{m_2} (K_H - 1)(b - af) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Угол α между корректором и направлением перемещения массы m_2 по величине соизмерим с углом трения пары "ползун-направляющая" (рисунок 5).

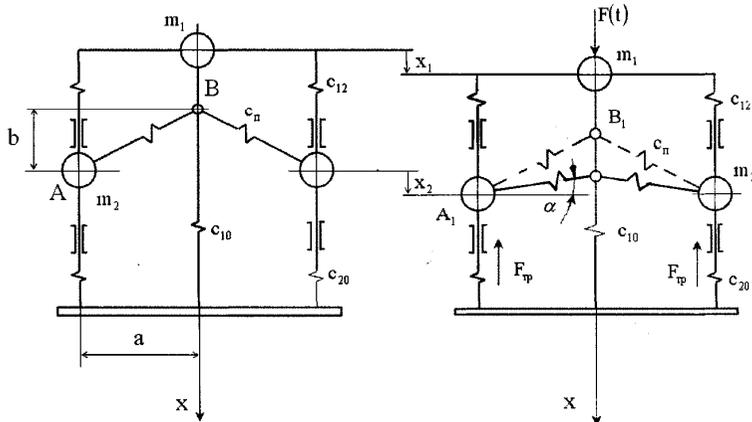


Рисунок 5 – К определению угла α

Очевидно, что направление движущей силы со стороны корректора проходит внутри угла (конуса) трения и, следовательно, выполняется условие самоторможения и можно исключить действие корректора на массу m_2 . Тогда система (12) примет вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{C_{10} + 2C_{12}}{m_1} x_1 &= \frac{F_1(t) - 2C_K(K_H - 1)b}{m_1}; \\ \ddot{x}_2 + \frac{C_{20} + C_{12}}{m_2} x_2 &= \frac{C_K}{m_2} (K_H - 1)(b - af). \end{aligned} \right\}$$

Для частотной настройки запишем уравнения свободных колебаний силовой и управляющих систем

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + \frac{C_{10} + 2C_{12}}{m_1} x_1 &= 0; \\ \ddot{x}_2 + \frac{C_{20} + C_{12}}{m_2} x_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Откуда циклические частоты свободных колебаний парциальных систем:

$$\text{силовой системы } \nu_1^2 = \frac{C_{10} + 2C_{12}}{m_1}; \quad \text{управляющей системы } \nu_2^2 = \frac{C_{20} + C_{12}}{m_2}.$$

Рассмотрим зависимость собственных частот динамической системы упругой опоры от соотношения парциальных частот. С учётом исключения действия корректора на массу m_2 система

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x}_1 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= d_1; \\ \ddot{x}_2 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= d_2, \end{aligned} \right\}$$

Таблица – Ориентировочные значения коэффициентов трения скольжения и углов трения

Пара трения	f	φ°
Сталь – сталь	0,09 – 0,13	5,1 – 7,1
Сталь – бронза	0,09 – 0,10	5,1 – 5,7

будет иметь коэффициенты $a_{11} = \nu_1^2$; $a_{12} = -\frac{2C_{12}}{m_1}$; $a_{21} = -\frac{C_{12}}{m_2}$; $a_{22} = \nu_2^2$ и уравнение собственных частот опоры можно записать в функции парциальных частот

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\nu_1^2 - \nu_2^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(\nu_1^2 - \nu_2^2)^2}{4} - (\nu_1^2 \nu_2^2 - 2 \frac{C_{12}^2}{m_1 \cdot m_2})}. \quad (13)$$

Предельный случай для (13) сильно различающихся парциальных частот силовой и управляющей систем $\nu_1 \gg \nu_2$ даст $\omega_1^2 = \nu_1^2$, $\omega_2^2 = 0$.

При равенстве парциальных частот $\nu_1 = \nu_2$ выражения для собственных час-

ТОТ ИМЕЮТ ВИД $\omega_{1,2}^2 = \pm \sqrt{2 \frac{C_{1,2}^2}{m_1 \cdot m_2} - \nu_1^2 \nu_2^2}$.

Вывод: Наибольшее отличие ω от ν будет вблизи равенства парциальных частот. Принимая собственные частоты силовой и управляющих систем $\nu_1 \gg \nu_2$ различными на порядки, можно считать корректным частотную настройку динамической системы упругой опоры по её парциальным системам.

Список литературы: 1. Гапонов В.С., Наумов А.И. Математическая модель упругой опоры с управляемой квазиулево́й жесткостью для подшипников высокоскоростных роторных систем. 2. Гапонов В.С., Гайдамака А.В., Гладыцева Е.Ю. Аналитический обзор литературы по вопросам конструктивного обеспечения динамической устойчивости высокоскоростных роторных систем // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. Вып. "Машиноведение и САПР". – 2010. – №19. – С.39-44. 3. Гапонов В.С., Кали́н П.М. Пасивна віброзахисна система з керованою квазиулево́ю жорсткістю. Патент на винахід 62934 Україна – 2004. Бюл.№1. 4. Гапонов В.С., Наумов А.И. Упругая опора подшипников ротора с управляемым изменением квазиулево́й жесткости // Вісник НТУ"ХПІ". – 2010. – №33. – С. 68-73.

Поступила в редколлегию 21.05.12

УДК 621.833.38

Е.А. ГУДОВ, ведущий инженер-конструктор по редукторостроению ОАО "ЭЗТМ", Электросталь, Московская обл., Россия;
С.А. ЛАГУТИН, к.т.н., ведущий конструктор ОАО "ЭЗТМ";
С.В. МОРОЗОВ, инженер-конструктор ОАО "ЭЗТМ"

НОВЫЕ РЕДУКТОРЫ ПРИВОДОВ ОБОГАТИТЕЛЬНОГО И ЦЕМЕНТНОГО ОБОРУДОВАНИЯ

В статье рассмотрены конструкторские разработки и технологические возможности Электростальского завода тяжелого машиностроения в области создания, модернизации и ремонта редукторного привода, как для металлургического, прокатного и обогатительного оборудования, так и для шаровых мельниц, печей и другого оборудования цементной промышленности.

Розглянуті конструкторські розробки та технологічні можливості Електростальського заводу важкого машинобудування в галузі створення, модернізації та ремонту редукторного привода як для металургійного, прокатного та збагачувального обладнання, так і для кульових млинів, печей та іншого обладнання цементної промисловості.

The paper deals with the design development and technological capabilities of Electrostal Plant of Heavy Machinery in the creation, modernization and repair of the gear drive for rolling mills, metallurgical, and mineral processing equipment as well as for ball mills, furnaces and other equipment of the cement industry.

Основная программа и технический уровень редукторного производства. В рамках международного разделения труда между странами-участницами СЭВ Электростальский завод тяжелого машиностроения (ЭЗТМ) был специализирован, прежде всего, на производстве прокатного и трубопрокатного оборудования.

Одним из наиболее ответственных узлов этого оборудования являются высоконагруженные зубчатые передачи различных типов. Способность завода изготавливать их на должном техническом уровне определила саму возможность изготовления таких машин, как редукционные станы с дифференциально-групповым приводом, трехвалковые клетки калибровочных станов, высокоскоростные чистовые блоки сортовых станов. С учетом этого обстоятельства в течение многих лет отрабатывались технологические процессы изготовления зубчатых деталей, формировался парк зубообрабатывающих станков, инструмента, измерительных машин и термического оборудования.

В КБ редукторостроения завода были разработаны и реализованы свыше 3400 проектов различных редукторов массой от 10кг до 90 тонн. Среди этих проектов – уникальные редукторы главного привода для таких крупных объектов, как прокатные агрегаты для производства бесшовных труб в Первоуральске, Челябинске и в Румынии, сортопроволочный стан завода "Электросталь", сортобалочный стан 700 для Нигерии, шаропркатные станы для Гурьевска и Бекабада, Мексики и Индии, кольцепрокатный стан для фирмы "Тимкен" (США) [1, 2]. Последними крупными достижениями в этом ряду были редукторы привода мощностью 4000 кВт прошивного стана Северского трубного завода (2006г.) и стана холодной прокатки труб ХПТ 350-8 для Китая (2009г.) [3].

Разработаны также разнообразные типовые редукторы, работающие в составе трубоэлектросварочных агрегатов, внутрицеховых транспортных устройств, а также металлургического, горно-шахтного, и другого оборудования. Среди них, например, тяжелые шевронные редукторы, такие как редуктор Ц2Ш-1120 с моментом до 700 кН·м для привода дробилок титановой губки.

Основным показателем технического уровня зубчатого редуктора общемашиностроительного применения считается его удельная материалоемкость:

$\gamma = m/T_n$, где m – масса редуктора, кг, T_n – номинальный крутящий момент на тихоходном валу, кГ·м [4].

Показатель этот зависит от многих факторов: требуемой конструктивной схемы, передаточного числа, режима и ресурса работы, не в последнюю очередь от мастерства конструктора, но, прежде всего, от заложенных методов термической и последующей механической обработки зубьев.

С учетом технологических возможностей зубообрабатывающего и термического оборудования редукторы ЭЗТМ по их техническому уровню можно ориентировочно разбить на следующие четыре группы (таблица 1).

Таблица 1 – Характеристики технического уровня

№	Вид термо-обработки	Финишная механическая обработка	D_a , мм, не более	$a_{вт}$, мм, не более	Масса, кг, не более	T_n , кГ·м, не более	γ кг/кГ·м
1.	Цементация HRC 54...62	Шлифовка зубьев	1200	710	12 500	45 000	0,28
2.	Закалка ТВЧ HRC 42...55	Шлифовка или чистовая зубо-фрезеровка	1600	1000	14 000	28 000	0,5
3.	Улучшение HB 270...300	Чистовая зубо-фрезеровка	2800	1800	80 000	80 000	1,0
4.	Нормализация HB≤217	Зубо-фрезеровка	8000	-	-	-	≥2

В этой таблице D_a – диаметр вершин зубьев наибольшего из колес, $a_{вт}$ – межосевое расстояние тихоходной ступени. Приведенные цифры относятся к однопочным двух- или трехступенчатым, цилиндрическим и цилиндрическо-коническим редукторам.

На других машиностроительных заводах имеют место аналогичные группы технического уровня, но границы между ними в зависимости от характеристик имеющегося оборудования могут быть сдвинуты в ту или другую сторону. На свободном рынке при поставке редукторов в качестве самостоятельной продукции, конкурентоспособными могут быть только редукторы 1 и 2 групп.

Привод пластинчатых питателей. Среди повторяющейся продукции ЭЗТМ к наиболее удачным техническим решениям относятся коническо-цилиндрические редукторы типов ЦКЦ2-1000 ($m=11500$ кг, $T_n=240$ кН·м) и ЦКЦ2-800 ($m=7890$ кг, $T_n=150$ кН·м) (рисунок 1). Они используются для привода пластинчатых питателей, были запущены в производство более 20 лет назад и успешно работают на горных карьерах и обогатительных фабриках от Норильска до Навои.

В этих редукторах все цилиндрические шестерни и колесо быстроходной ступени выполнены с закалкой ТВЧ и шлифовкой зубьев, а тихоходные колеса – с объемной закалкой. Конические передачи выполнены с цементированными и шлифованными круговыми зубьями. Интерактивная оптимизация основных геометрических параметров методами, изложенными в работе [5], обеспечила равнопрочность всех ступеней, как по изгибной, так и по контактной выносливости.

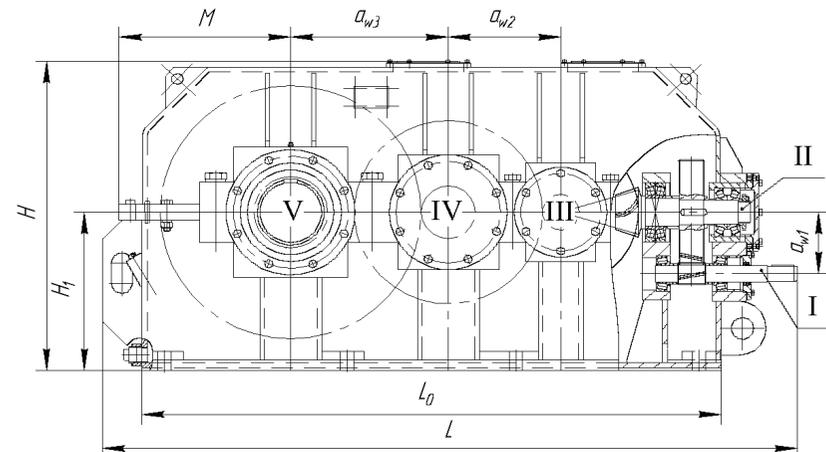


Рисунок 1 – Редукторы типа ЦКЦ2 привода пластинчатых питателей

Технический уровень этих редукторов не уступал редукторам инофирм и заметно превышал уровень отечественных редукторов этого класса. Так, по показателю γ редуктор ЦКЦ2-800 превосходил близкий по габаритам серийный редуктор КЦ2-1300 завода им. Котлякова более чем в 3 раза.

Однако новое время выдвигает новые требования, и с 2009 года завод приступил к производству новых редукторов типов ЦКЦ2-630 и ЦКЦ2-560, масса которых при той же нагрузочной способности снижена в 1,6-1,8 раза по сравнению с их предшественниками. Такое повышение технического уровня достигнуто, прежде всего, за счёт того, что новая цементационная печь диаметром 1200мм позволила повысить твердость зубьев всех передач до 58...62 HRC [6].

Основные параметры всех четырех типоразмеров приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Основные размеры и характеристика редукторов типа ЦКЦ2

Типоразмер	Размеры, мм							T_2 , кН·м	Масса, кг
	a_{w1}	a_{w2}	a_{w3}	L_0	B	H	H_1		
ЦКЦ2 – 800	250	500	800	2675	920	1580	800	150	7886
ЦКЦ2 – 560	225	400	560	2060	760	1138	580	150	4810
ЦКЦ2-1000	280	630	1000	3215	1140	1950	100	250	12365
ЦКЦ2 – 630	250	450	630	2300	900	1275	650	250	6616

Освоение рынка приводов цементного оборудования. С приходом в начале 90-х годов новых экономических отношений завод активно дополняет основную программу поставкой запасных частей к оборудованию других

заводов, прежде всего прокатному, и осваивает новые рынки для поставки нашей продукции.

В этой связи большой интерес для завода представляет рынок оборудования и запасных частей для российской цементной промышленности.

В цементном оборудовании, прежде всего, в приводе печей и шаровых мельниц используются крупные цилиндрические редукторы с крутящим моментом на тихоходном валу от 150 до 1800кНм. В советское время они производились в основном заводом "Волгоцеммаш". На этом рынке активно действовала также восточногерманская фирма SKET, которая, в частности, для привода шаровых мельниц Ø2,6×13м поставила к 1989 году свыше 320 редукторов типа D-3500 в нескольких модификациях [7].

С 2004 года ЭЗТМ начал осваивать производство аналогичного оборудования.

Освоение этого сектора началось с поставки запасных частей к редукторам привода печей и мельниц, работающим на различных цементных заводах.

В качестве запасных частей для привода цементных мельниц к редукторам типа "Симметро" производства "Волгоцеммаш" ЭЗТМ неоднократно изготавливал зубчатые блоки шевронных колес с зацеплением Новикова – полный комплект для редуктора А-2800 и быстроходные блоки для редуктора А-3600. Такие блоки поставлялись нами на ОАО "Щуровский цемент" ОАО "Восток-Цемент", ЗАО "Мальцовский портландцемент", ЗАО "Кавказцемент" и т.д.

Нами был освоен выпуск запасных шевронных зубчатых блоков к таким широко известным редукторам производства ГДР как ZM-1600 и 40A7 главного привода мельниц Ø3×14 и D-3500 и DD-3500 привода мельниц Ø2,6×13. При этом мы столкнулись с тем, что в первых модификациях этих редукторов применялось зубчатое зацепление "Зандерленд", нарезаемое на специальных зубодолбежных станках со стандартными торцовыми модулями, углом зацепления 17°30', углом наклона зуба 30° и узкой (b=10мм) канавкой между полушевронами. Такое зацепление нельзя воспроизвести на зубофрезерных станках, работающих червячными фрезами по методу обкатки. Поэтому мы должны были модернизировать эти блоки, пересмотрев параметры зацепления и компенсировав неизбежное уменьшение ширины полушевранов использованием более качественных сталей с более высокой термообработкой. Модернизированные зубчатые блоки поставлены на предприятия "Себряковцемент", "Белгородский цемент" и другие.

Одновременно были разработаны проекты редукторов, способных заменить эти морально устаревшие и физически изношенные редукторы производства ГДР. В 2005-2006 годах взамен шевронных редукторов ZM-1600 и 40A7 был разработан редуктор ЦЗ-1800 с суммарным межосевым расстоянием 3950мм, который может быть установлен на имеющиеся фундаменты без переноса анкерных болтов и электродвигателя. Разработан также проект редуктора ЦЗ-1600, не уступающего по своим техническим характеристикам ZM-1600, но с суммарным межосевым расстоянием, уменьшенным до 3500мм, что позволило снизить его массу на 25%.

В 2007 году нами был спроектирован и изготовлен трехступенчатый цилиндрический редуктор ЦТ-3230 главного привода новой вращающейся печи

Ø4,5×170. Этот редуктор поставлен и успешно эксплуатируется на ПРУП "Кричевцементношифер" (Беларусь).

Таблица 3 – Техническая характеристика редуктора ЦТ-3230

Передачное число	116,7
Момент крутящий на тихоходном валу при ПВ 100%, кНм, не более	840
Частота вращения быстроходного вала, об/мин, не более	750
Степень точности шевронных передач	8-В ГОСТ 1643-81
Смазка зацепления и подшипников	централизованная

В 2009 году с учетом ряда пожеланий заказчиков разработан технический проект редуктора АС-3500, на тихоходном валу которого крутящий момент составляет 500кН·м при массе 55тонн. Этот редуктор спроектирован взамен редукторов D-3500 и DD-3500. В нем сохранена возможность установки в приводе мельниц Ø2,6×13 без переноса электродвигателя.



Рисунок 2 – Привод вращающейся печи Ø4,5×170м с редуктором ЦТ-3230

Редуктор привода цементной мельницы Ø3,2×15. Одним из наиболее мощных редукторов, применяемых в цементной промышленности, является одноступенчатый шевронный цилиндрический редуктор ЦО-2400 производства "Волгоцеммаш", используемый в приводе цементных мельниц Ø3,2×15. Привод осуществляется от электродвигателя мощностью 2000 кВт с числом оборотов 100об/мин. Масса редуктора – 103 тонны, из них 45 тонн – масса тихоходного колеса диаметром Ø4144. Расчетный крутящий момент на выходном валу – 1120кН·м, передаточные числа $U=5,9$ и $U=5,53$. "Волгоцеммашем" был изго-

товлен 231 редуктор этого типоразмера и в результате физического износа все они либо уже нуждаются или в скором времени будут нуждаться в замене.

Изготовление на ЭЗТМ такого редуктора в целом и его тихоходного колеса в частности вызывает серьезные технологические трудности и необходимость выполнения значительной части работы по линии внешней кооперации. В этой связи ОГК ЭЗТМ были разработаны два проекта возможной замены данного редуктора, которые были бы ориентированы на использование собственных мощностей завода, обеспечили требуемую техническую характеристику привода, уменьшение массы и цены редуктора, и по возможности его взаимозаменяемость с редуктором ЦО-2400 по основным присоединительным размерам.

Сравнительный анализ выполненных технических проектов показал, что:

1. При сохранении одноступенчатой схемы редуктора оптимизация его геометрических параметров позволила уменьшить его межосевое расстояние до 2100мм и диаметр тихоходного колеса до 3620мм, обеспечив соответствующее уменьшение массы редуктора в целом и тихоходного колеса в частности. Однако уменьшение габаритов по отношению к редуктору ЦО-2400 приводит к тому, что его использование для замены привода действующих мельниц потребует от Заказчика замены фундамента или изготовления промежуточной рамы.

2. Замена одноступенчатого редуктора двухступенчатым Ц2-1560 (рисунок 3) с суммой межосевых расстояний $1132+1560=2692$ и V-образным расположением валов позволила сохранить расстояние между входным и выходным валами равным межосевому расстоянию редуктора ЦО-2400, что существенно

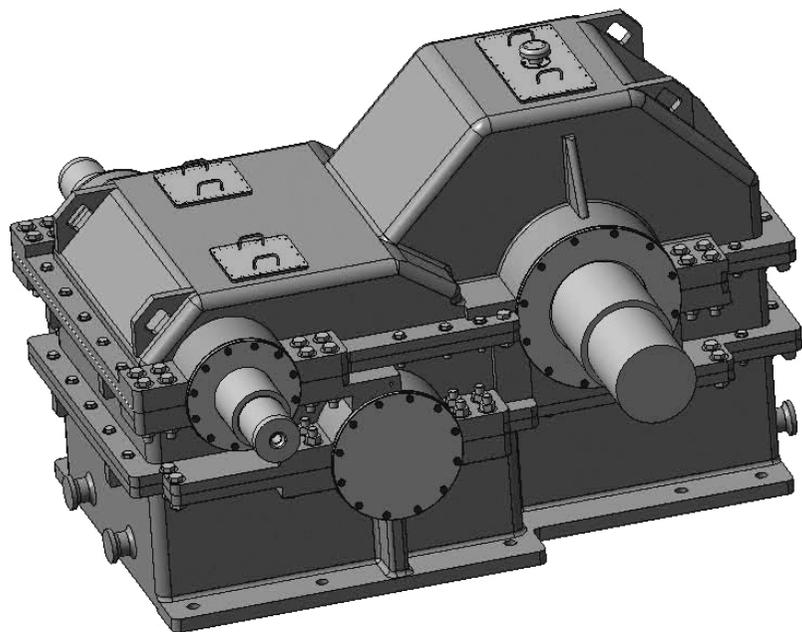


Рисунок 3 – Редуктор Ц2-1560 привода цементных мельниц $\text{Ø}3,2 \times 15$

повышает вероятность спроса на этот редуктор. Одновременно эта замена позволила уменьшить массу редуктора до 80 тонн по сравнению с 103т. редуктора ЦО-2400, а наружный диаметр колеса тихоходной ступени – до 2253мм, что обеспечит возможность его изготовления на ЭЗТМ. Такой редуктор имеет гораздо большую вероятность спроса на рынке приводов цементного оборудования.

На сегодняшний день конструкторским бюро редукторостроения разрабатываются проекты главных приводов мельниц $\text{Ø}3 \times 14\text{м}$ и $\text{Ø}2,6 \times 13\text{м}$. Основные редукторы этих приводов будут изготавливаться с цементированными и шлифованными зубчатыми колесами в сварном корпусе. Такой вариант исполнения редукторов позволит добиться снижения их массы в 1,5...2 раза.

Для привода горизонтальных цементных печей кроме редукторов необходимы крупные открытые зубчатые передачи. За последние годы ЭЗТМ изготовил и поставил 23 зубчатых венца таких передач. Наиболее крупные венцы с модулем 45мм, наружным диаметром около восьми метров и массой более 40 тонн были поставлены ЗАО "ЕВРОЦЕМЕНТ" и в Беларусь. Меньшие зубчатые венцы с модулями от 20 до 40мм и диаметрами от 4 до 7 метров поставлялись различным заказчикам, в том числе в Египет. Изготовлены были также несколько десятков подвенцовых шестерен, как отдельными деталями, так и в составе узлов.

Наше предприятие выполняет мониторинг наиболее ответственного оборудования собственного изготовления и всегда готово оказать техническую помощь Заказчикам. При разработке новых проектов нашими техническими специалистами учитываются все пожелания и предложения Заказчика.

Выводы. Для того чтобы тяжело нагруженные многоступенчатые редукторы металлургического, обогатительного и цементного оборудования соответствовали сегодняшнему мировому уровню, требуется соблюдение двух условий.

1. Оптимизация геометрических параметров передач, как между ступенями, так и внутри каждой из них.
2. Выполнение всех зубчатых передач с высокотвердыми, цементированными и шлифованными зубьями.

Список литературы: 1. Ковтушенко А.А., Копылов А.Ф., Лагутин С.А. Редукторы трубопрокатного оборудования // Вестник машиностроения, 1985. – №10. – С.43-47. 2. Ковтушенко А.А. и др. Комбинированные редукторы прокатных станов // Тяжелое машиностроение. – 2005. – №3. – С13-15. 3. Ковтушенко А.А., Копылов А.Ф., Лагутин С.А. Совершенствование привода прокатных станов // Черная металлургия. – 2007. – №3. – С.52-54. 4. Снесарев Г.А. Оптимизация зубчатых редукторов // Вестник машиностроения. – 1985. – №9. – С.30-35. 5. Ковтушенко А.А., Лагутин С.А., Мунтян В.В. Вопросы оптимизации редукторов металлургического оборудования // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – №6. – С.29-34. 6. Lagutin S., Chirkov S., Klochkov A. Third Generation of Apron Feeder Drives // Proc. of the 8th International Congress "Machines, Technologies, Materials", Varna, Bulgaria, 2011, pp.26-27. 7. Блоссфельдт Х., Гжибовский А. Приводы шаровых мельниц // Цемент и его применение. – 2011. – №3. – С.123-125.

Поступила в редакцию 31.05.12

В.Л. ДОРОФЕЕВ, д.т.н., проф., главный научный сотрудник ЦИАМ, Москва, Россия;
В.В. ГОЛОВАНОВ, начальник отдела зубчатых передач ЦИАМ;
В.М. АНАНЬЕВ, к.т.н., ведущий научный сотрудник ЦИАМ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВИБРАЦИЙ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Приводится описание метода, позволяющего определить спектральный состав колебаний зубчатой передачи. Зубчатая передача рассматривается как нелинейная система с периодически изменяющейся жесткостью зацепления. Показано, что спектр колебаний зубчатой передачи включает основные частоты внешних колебаний и нулевую частоту статического перемещения. По причине периодического изменения жесткости зубьев каждая основная частота колебаний модулируется двумя гармониками частот пересопряжения зубьев: положительной и отрицательной. В плотном спектре колебаний зубчатой передачи доминантами являются составляющие, кратные зубцовой и оборотным частотам.

Розглянуто питання з визначення спектрального складу коливань зубчастої передачі. Зубчаста передача розглядається як нелінійна система з жорсткістю зачеплення, що періодично змінюється. Показано, що спектр коливань зубчастої передачі включає основні частоти зовнішніх коливань і нульову частоту статичного переміщення. Унаслідок періодичної зміни жорсткості зубців кожна основна частота коливань модулюється двома гармоніками частот переспрямлення зубців: позитивною і негативною. У щільному спектрі коливань зубчастої передачі є доміанти це частоти кратні переспрямленню зубців і кратні оборотним частотам.

In research paper the method has been presented, which allows determining spectral composition of oscillations of the toothed gearing. The toothed gearing is observed as nonlinear system in which mesh stiffness changes periodically. Research paper shows that the toothed gearing vibration spectrum has basic frequencies of external oscillations and zero frequency of static deflection. Because of periodic change of stiffness of teeth's each fundamental frequency of oscillations is modulated by two harmonics of frequencies of an input of teeth's in gearing: positive and negative. In a dense spectrum of fluctuations of the toothed gearing there are dominants these are frequencies multiple a feather to interface of teeth's and multiple to tumaround frequencies.

Введение. Диагностика вибраций зубчатых передач часто выполняется путем анализа спектра вибраций. При наличии большого числа источников вибраций, некоторые частоты могут повторяться от различных источников. При совпадении частот разных источников, но разной природы такой метод позволит с большей вероятности сделать правильную диагностику редуктора с зубчатыми передачами. Спектральный анализ позволяет оценивать качество зубчатых передач.

1. Зубчатая передача, как линейная параметрическая колебательная система. Зубчатая передача – это колебательная система с периодически изменяющейся жесткостью. Такие системы носят название параметрических.

На рисунке 1 показана одна из расчетных схем зубчатой передачи, применяемой в ЦИАМ для моделирования динамических процессов в авиационных зубчатых передачах.

Каждая пара зубьев в модели заменяется упругостью C_{ni} , погрешности профиля – F_{ri} , массы колес J_1, J_2 . Связь между входом и выходом в такой системе устанавливается дифференциальным уравнением, описанным в работе [1]. Но

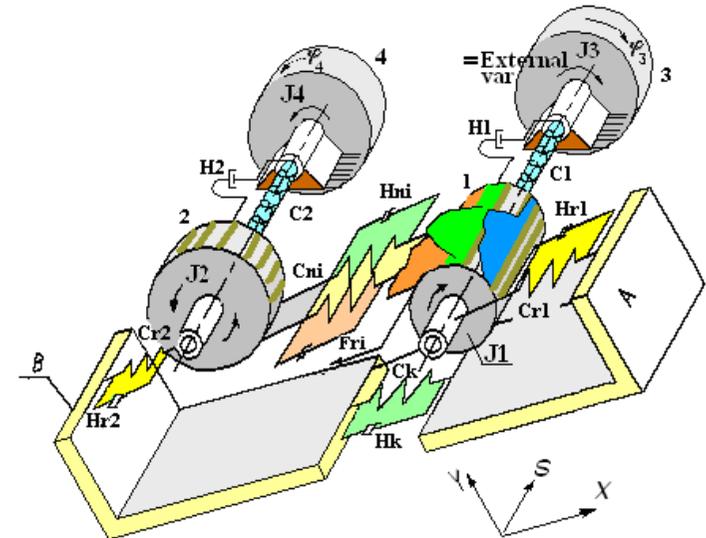


Рисунок 1 – Расчетная схема моделирования напряжений и вибраций в зубчатой передаче с периодически изменяющимся числом зубьев в зацеплении

для целей настоящей работы эта связь может быть выражена в упрощенном виде:

$$z(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) K(j\omega, t) e^{j\omega t} d\omega, \quad (1)$$

где t – время; ω – частота; $z(t)=x(t)+jy(t)$ – выходной колебательный процесс. Поскольку выражение (1) записано в общем виде, выходом может быть как колебание присоединенной массы $\varphi_4(t)$, так и колебания колес, а также силы, действующие на упругие опоры. Символом $j=(-1)^{0.5}$ обозначена мнимая единица, позволяющая разделить колебания по ортогональным направлениям $S(\omega)$ – спектральная плотность входного воздействия, возбуждающего колебательную систему зубчатой передачи. Входным воздействием может быть как крутильное колебание $f_3(t)$, так и погрешность профиля зубьев $F_m(t)$. $K(j\omega, t)$ – параметрическая передаточная функция колебательной системы, моделирующей зубчатую передачу.

Жесткость зубчатой передачи изменяется по сложному закону поэтому, если разложить параметрическую передаточную функцию в ряд Фурье, она будет выражаться в виде

$$K(j\omega, t) = \sum_{m=0}^{m=\infty} K_m(j\omega) \cos(m\omega_z t + \psi_m), \quad (2)$$

где ω_z – частота пересопряжений зубьев, m – номер гармоники зубцовой частоты; ψ_m – фаза колебаний. Аргументами функции (2) являются время t и круговая частота. Круговая частота, имеющая размерность радиан в секунду, связана с частотой колебаний, измеряемой в герцах, соотношением $\omega=2\pi f$.

2. Метод определения спектрального состава колебаний зубчатой передачи, как параметрической линейной колебательной системы. Если входное воздействие, например колебание ведущего вала, будет периодическим, то спектральная плотность возбуждения $S(\omega)$ будет выражаться в виде

$$S(\omega) = 2\pi\delta(\omega - \omega_0), \quad (3)$$

где ω_0 – частота периодических колебаний входного воздействия; $\delta(\cdot)$ – символ дельта функции Дирака: $\delta(0)=\infty, \delta(\neq 0)=0$. После подстановки выражений (2) и (3) в уравнение (1) перемножения и интегрирования обобщенных функций получается следующее выражение выходного колебания [2]:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=\infty} K_m(\omega_0) [\cos(\omega_0 + m\omega_z)]. \quad (4)$$

Выражение (4) записано упрощенно в действительной форме только для колебаний вдоль оси x , направленной вдоль линии зацепления.

Таким образом, гармонический спектр колебаний зубчатой передачи может содержать частоту входного колебания, которая модулируется гармониками пересопряжения зубьев.

3. Зубчатая передача, как нелинейная колебательная система. Нелинейные процессы в зубчатой передаче проявляются при геометрическом контакте зубьев. На рисунке 2 показано, как изменяется циклическая погрешность при изменении кинематической погрешности.

Как следует из результатов моделирования (рисунок 2), если зубчатую передачу собрать с эксцентрическим смещением осей колес, соответствующим двенадцатой степени точности, но сами колеса изготовить идеально точно, то результирующая циклическая погрешность будет соответствовать девятой степени точности по ГОСТ 1643-81.

Если рассматривать зубчатую передачу, как параметрическую систему, то в такой системе погрешность колес в зацеплении и жесткость зубьев должны зависеть от времени. Фактически функции погрешности и жесткости зависят не от времени, а от угла поворота колеса. Поэтому в строгой формулировке зубчатая передача – это нелинейная система. Но поскольку угол поворота связан со временем почти линейно, многие исследователи рассматривают зубчатую передачу как линейную. Однако это предполагает, что каждому положительному Δt должно сопоставляться также положительное $\Delta \varphi(t)$ при постоянном коэффициенте пропорциональности между временем и углом поворота. Очевидно, что это условие никогда не соблюдается.

Жесткость зубчатой передачи это также нелинейная функция. Если изгибная составляющая жесткости зубьев линейно зависит от нагрузки, то контактная жесткость имеет нелинейную зависимость, особенно в фазах кромоного зацепления [3].

По перечисленным причинам математическая модель зубчатой передачи должна строиться как нелинейная. Именно такая модель реализована в компьютерных программах типа AsGears [4].

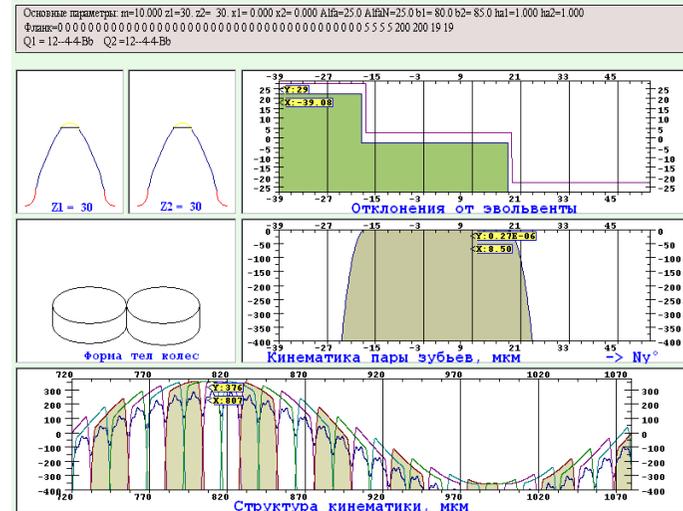


Рисунок 2 – Результат моделирования кинематической погрешности зубчатой передачи

Вблизи резонансных областей работы передачи зубья колес могут размякаться и ударяться, жесткость зубьев в зацеплении при отрыве зубьев будет равна нулю. В этом случае зубчатая передача является выраженной нелинейной системой. Из теории нелинейных [5] систем следует, что зубчатая передача будет колебаться по следующему закону:

$$x(t) = \sum_{m=-\infty, n=-\infty}^{m=\infty, n=\infty} K_m(n\omega_0) [\cos(n\omega_0 + m\omega_z)]. \quad (5)$$

Так, если зубчатая передача $z_1=z_2=30$ имеет частоту вращения 1500об/мин и является линейной параметрической системой, то по формуле (4) в спектре колебаний могут присутствовать следующие частоты колебаний: 25Гц, 750Гц, 725Гц, 775Гц, 1500Гц, 1475Гц, 1525Гц, 2250Гц, 2225Гц, 2275Гц и др. Из перечисленных частот зубцовой, т.е. частотой пересопряжения зубьев, является частота 750Гц. Но, если зубчатая передача колеблется как нелинейная система, то кроме перечисленных частот будут частоты 50Гц, 75Гц, 100Гц, 125Гц, 150 Гц и др. такие, например как 1550Гц, 2300Гц и др.

Таким образом, если пользоваться качественным анализом, то спектр возможных колебаний достаточно широкий и плотный.

4. Анализ спектрального состава колебаний зубчатой передачи, методом математического моделирования. Не только частоты, но амплитудный состав колебаний можно получить, используя метод прямого математического моделирования, реализованный в программах типа AsGears. Новые версии программ моделирования включают модуль спектрального анализа, позволяющий определить как частоты колебаний, так и амплитуды спектральных составляющих.

Зубчатая передача, схема которой показана на рисунке 1, описывается не-

линейным дифференциально-интегральным уравнением [1]. Для программ математического моделирования типа AsGears были разработаны методы решения таких уравнений, что позволило выполнять оценку различных физических процессов, протекающие в зубчатых передачах. На рисунке 3 показано применение математического моделирования для расчёта спектрального состава сил, действующих в зацеплении колес в направлении номинальной линии зацепления.

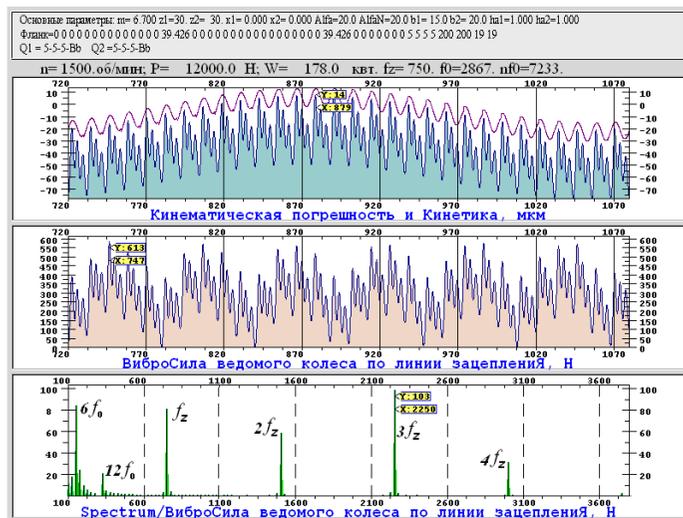


Рисунок 3 – Спектр сил в зацеплении зубчатой передачи

С помощью программы AsGears проектировались и совершенствовались зубчатые передачи редукторов авиационных двигателей: ТВЗ-117ВМА-СБМ1, АИ-222, АИ-436-148, Д27 [6-8] (ГП "Ивченко-Прогресс"), АЛ-31Ф и установки ГТУ-20 (завод "Салют"). На Николаевском заводе "Зоря-Машпроект" результаты расчетов применялись при проектировании опытных зубчатых колес для корабельных редукторов.

Недостаток математического моделирования, называемого также вычислительным экспериментом в том, что результаты отражают течение физических процессов, но не выражаются математическими формулами, например в виде формул (4) и (5), из которых можно получать законы течения процессов. Однако решение есть. Для этого надо многократно повторять расчеты и медленно изменять интересующий параметр. В качестве примера рассмотрим влияние степени точности на амплитуды боковых составляющих спектра мощности, затрачиваемой на генерацию вибраций зубчатого колеса. Результаты такого анализа показаны на рисунке 4.

Как следует из результатов анализа спектров, полученных моделированием с разными параметрами точности, боковые составляющие начинают реально проявляться в спектре колебаний только тогда, когда степень точности колес по нормам кинематической точности хуже восьмой. В современных авиационных зубчатых колесах такие погрешности не допускаются, но в эксплуатации при начале разрушения зубчатого колеса появление боковых составляющих в спектре может быть сигналом для прекращения эксплуатации механизма.

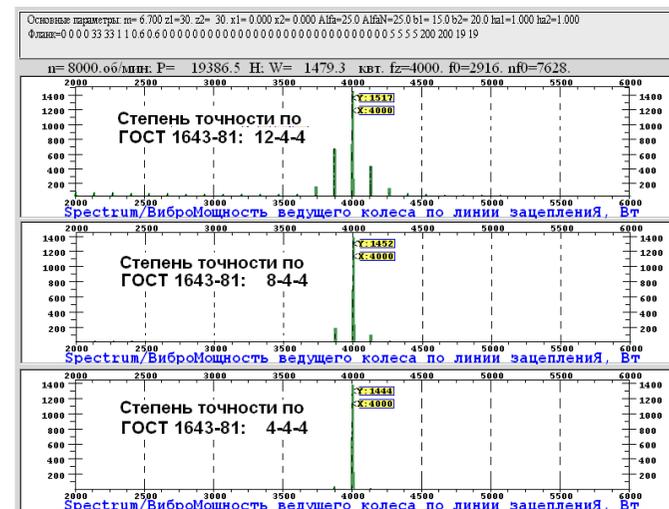


Рисунок 4 – Влияние степени кинематической точности на амплитуды боковых составляющих спектра колебаний вблизи зубцовой частоты

Выводы. Спектр колебаний зубчатой передачи состоит из множества частот, в которых доминирующими являются зубцовые частоты и их гармоники. Обратные частоты и их гармоники проявляются в низкочастотной части спектра. Наибольшая амплитуда колебаний имеет место на зубцовой частоте или на третьей гармонике этой частоты. Боковые составляющие спектра реально проявляются только в случае, если кинематическая погрешность или погрешность сборки превышает восьмую степень точности. Увеличение амплитуд колебаний в низкочастотной области указывает на нелинейные колебания в передаче, например колебания с разрывом контакта. Появление боковых составляющих от обратных частот вокруг гармоник зубцовой частоты указывает либо на низкую точность изготовления колес, либо характеризует начало процесса разрушения колес.

Список литературы: 1. Дорощев В.Л. Уточненное определение динамических нагрузок в зубчатых передачах // Вестник машиностроения. – 1985. – №8. – С.45-47. 2. Гоноровский И.С. Радиотехническая цепи и сигналы. – М.: Советское радио, 1971. – 672с. 3. Дорощев В.Л. Основы технологии компьютерного моделирования полей напряжений методом комплексных аналитических функций // Новые технологии управления движением технических объектов // Материалы 3-й Международной научно-технической конференции. Том 2. – Новочеркасск, 2000. – С.104-109. 4. Дорощев В.Л. Программа AsGears – Расчет авиационных цилиндрических зубчатых передач. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ №2005613152 от 6 декабря 2005г. 5. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах. – М.: Изд. иностранной литературы, 1952. – 264с. 6. Поклад В.А., Яковлев В.А., Дорощев В.Л. Обеспечение работоспособности центрального привода двигателей в условиях повышенных вибраций // Авиационно-космическая техника и технология. – 9(56). – Харьков: ХАИ, 2008. – С.72-75. 7. Ананьев В.М., Дорощев В.Л., Капелевич А.Л. Новые подходы к проектированию зубчатых передач авиационных редукторов // Вісник НТУ "ХПИ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2009. – Вып.20. – С.19-29. 8. Кравченко И.Ф., Единолич А.Б., Яковлев В.А., Дорощев В.Л. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.8(55). – Харьков: ХАИ, 2008. – С.129-134.

Поступила в редколлегию 04.05.12

А.В. ЗАХАРЧЕНКО, ст. преп. каф. автомобильного транспорта
Университета "Украина", Киев

ТОЛЩИНА СМАЗОЧНОГО СЛОЯ В ТРИБОСОПРЯЖЕНИЯХ КАК ХАРАКТЕРИСТИКА ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА

На основании современных трибологических источников предлагается аналитический обзор путей решения проблемы выбора по толщине смазочного слоя в трибосопряжении определённого смазочного материала, который соответствует конкретным условиям эксплуатации. Систематизированы требования для нахождения пороговых значений вида смазки, который может быть охарактеризован определённым параметром, поддающимся численной оценке и есть необходимым для технической диагностики трансмиссионных масел.

На підставі сучасних трибологічних джерел пропонується аналітичний огляд шляхів вирішення проблеми вибору за товщиною змащувального шару у трибосопряженні визначеного мастильного матеріалу, який відповідає конкретним умовам експлуатації. Систематизовано вимоги для знаходження порогових значень виду мащення, який може бути охарактеризований за певним параметром, що піддається чисельній оцінці і є необхідним для технічної діагностики трансмісійних олів.

On the basis of tribology sources the analytical review of the ways to resolve the problem of choice according to the thickness lubricant layer in the tribolinkings of oil material appropriate for the specific conditions of operation is suggested. The requirements are systematised for detection of threshold values of the lubricant kind that is characterised with the quantitatively assessed parameter needed for technical diagnostics of gear oils.

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал о субмикромеханике процесса трения при граничной смазке (ГС), что позволило Спайксу, оценивая успехи трибологии в этом направлении, стимулируемые бурным развитием экспериментальной техники за последние десятилетия, утверждать в 1997г. [1], что "в один прекрасный день мы, наконец, будем представлять ясно, что такое граничная смазка". Но даже сегодня мы не рискуем точно предсказать, когда этот "прекрасный день" настанет. И, разумеется, тем более, трудно определённно назвать день, начиная с которого успехи в изучении и описании процесса ГС позволят довести теорию рассматриваемого процесса до уровня инженерных расчётов, подобно теории гидродинамической смазки. Ясно только, что переход на стадию инженерных расчётов станет возможным лишь после достижения более ясного понимания природы рассматриваемого процесса, и, в частности, после уточнения данных о свойствах и строении граничных смазочных слоёв (ССл) и механизме их образования и разрушения [2-5].

Постановка проблемы. Одной из характеристик процесса трения и состояния смазочного слоя при исследованиях служит толщина слоя масла в месте наибольшего сближения поверхностей контакта [6]. Толщина (ССл) оказывает влияние на работоспособность и долговечность механизмов. От неё зависят контактная прочность, износостойкость, несущая способность по заеданию, силы трения, величина потерь, температура силовых контактов [7].

Анализ последних исследований и публикаций следует начать с того, что многие исследователи проявляли исключительный интерес к измерению

толщины масляной плёнки (МП) между контактирующими поверхностями подшипников скольжения [8-9], зубчатых передач [6, 8, 10, 11], фрикционных передач [12] или на моделирующих машинах трения (МТ) [13-17]. Однако исследователей интересовало не только абсолютное значение толщины МП, но и форма ССл. Наиболее корректно измерения толщины МП на роликовой МТ в условиях фрикционного качения с 10%-ным скольжением провёл В.М. Райко [6, 14]. Многочисленные работы А. Камерона, Мак-Конохи проведены по измерению толщины МП в зубчатых передачах [18] и на специальных установках [16]. Исследования толщины МП на роликовых МТ при качении с проскальзыванием, проведенные С.И. Эль-Сизи и Г.С. Шауки [11], показали, что толщина МП уменьшается с увеличением объёмных $T_{об}$ температур смазочного материала (СМ), нагрузки, скольжения и это совпадает с выводами контактно-гидродинамической теории смазки. Интересным результатом этих экспериментов было то, что увеличение толщины МП происходило при увеличении скольжения из-за встречного вращения роликов. А.В. Крук [19] опубликовал свои многолетние экспериментальные исследования толщины ССл между вращающимися роликами с измерением поверхностных $T_{п}$ температур и силы трения F_T в случае фрикционного качения. Процент металлического контакта и толщину МП при точечном начальном касании определял Фьюри [20]. Работы по изучению смазочного действия на зубчатых колёсах и роликах проводились в Японии [21]. В китайской работе [22] обсуждается влияние времени при смазке тонкими плёнками и показано, что толщина МП, образованной в сосредоточенном контакте, связана со временем формирования и предьсторией.

Свойства граничного ССл значительно отличаются от свойств СМ, составляющего объёмный слой. Толщина граничного ССл h зависит от нагрузки, скорости перемещения, состава и свойств СМ и может варьировать от нескольких единиц до 400-500 молекулярных слоёв и в зависимости от среднего размера молекулы может составлять 0,5-0,8мкм [23, 24].

Известно, что гидродинамические свойства жидкости при ГС проявляются при толщине МП более 0,1мкм [25-27]. Как показывают исследования, h при эксплуатации машин реализуется от 0,2 до 1500мкм. Это указывает на развитие гидродинамических процессов в зоне контакта и возможности описания их общими законами гидромеханики жидкостей. И.В. Крагельским [25] была высказана гипотеза о влиянии шероховатостей в зоне контакта тел на коэффициент трения f и износ при условиях ГС. Развивая эту гипотезу, ряд авторов показали, что в зоне контакта при наличии шероховатостей образуются масляные клинья, повышающие несущую способность пар трения (ПТ) и существенно изменяющие гидродинамику и режим процесса [28]. По оценкам, полученным различными методами, h колеблется в широких пределах: от десятков нм [29, 30] до десятков мкм [26, 31-34]. В работе [35] по полученным данным испытаний вычислены толщина МП и число Даусона, характеризующее отношение минимальной толщины МП к высоте шероховатости. Результаты экспериментальных работ [36, 37], выполненных на роликовых МТ, показали хорошее совпадение толщины ССл, рассчитанного по контактно-гидродинамической теории смазки, с толщиной, полученной в процессе

измерения, что дало некоторым исследователям основание утверждать, что контактно-гидродинамическая теория имеет лучшее экспериментальное подтверждение, чем любой другой аспект теории смазки [38].

Однако более тщательное изучение обнаружило в оценке h значительное расхождение в абсолютной толщине ССл, рассчитанной по контактно-гидродинамической теории смазки и определённой экспериментально. Д. Сэнборн [39] получал толщину ССл, в большинстве случаев, меньше теоретической, тогда как в работах [16, 40-43] показано превышение экспериментальных результатов над теоретическими. Экспериментально полученная авторами работы [16] минимальная толщина МП равна 200Å , причём существование гидродинамической плёнки зарегистрировано, вплоть до пластической деформации контактирующих поверхностей. По мнению Ю.А. Розенберга суммарная толщина всех возможных граничных плёнок, включая оксидные, обычно не превышает $0,1-0,2\text{мкм}$. В тяжело нагруженных локальных контактах максимальная толщина ССл не превышает $4-6\text{мкм}$. Часто встречающиеся в контактах рабочих поверхностей зубчатых передач, подшипников качения, кулачковых механизмов (и других) толщины ССл не превышают значений $1-2\text{мкм}$ [44].

Г.И. Фуксом проведены исследования с целью выяснения механизма действия пакета присадок, повышающих смазочную способность масла [45]. Им установлено, что граничные свойства жидкостей наблюдаются при толщине ССл менее $0,3-0,4\text{мкм}$. При большей толщине возникает гидродинамический режим, когда трение определяется вязкостью СМ [46]. Толщина МП на зубчатых колёсах, вычисленная по данным измерения электрического сопротивления, изменяется от 1 до 150мкм . Исследователи считают, что толщина МП уменьшается с ростом нагрузки и достигает наибольшего значения в окружности зацепления зубьев благодаря низкой скорости скольжения; что подтверждается картиной износа зубьев [47].

М.В. Райко в работе [42] такие расхождения теории с экспериментом объясняет различными условиями трения, приводившими к качественным различиям в процессах смазки, а также принципиальными недостатками применявшихся методов измерения толщины МП [48-50]. Такой значительный разброс свидетельствует о сложности самого процесса их формирования и существенной зависимости от большого количества факторов [51]. В работе [36] значительные превышения экспериментальных значений толщин ССл над теоретическими, в условиях малых скоростей качения и повышенных температур, объясняются эффектом утолщения ССл за счёт проявления негидродинамического (граничного) действия смазки, заслуживающего дальнейшего изучения [52].

Ряд исследований, свидетельствует о плавном росте h в условиях трения качения со скольжением при увеличении скорости качения, вязкости и пьезокоэффициента вязкости СМ в связи с выглаживанием (приработкой) трущихся поверхностей, после чего наступает стабилизация значений толщины ССл в течение многих часов. С ростом толщины ССл изнашивание уменьшается, т.к. при этом уменьшаются сдвиговые напряжения в масляном слое. Эксперименты и расчёты также показывают уменьшение слоя с ростом скорости

скольжения, температуры и контактных напряжений [44], что связано, по-видимому, с десорбцией молекул смазки с поверхности трения и, достигнув минимума при определённой $T_{Об}$, толщина ССл вновь начинает увеличиваться в связи с активизацией хемосорбционных процессов [53-58]. Актуальность исследований процесса приработки трущихся поверхностей совершенно справедливо отмечал ранее Д. Хейс [59]. По мнению авторов [60], в общем случае зависимости объёма изношенного материала и скорости объёмного износа от времени в процессе приработки имеют вид, представленный на рисунке 1. Всё многообразие переходных характеристик силы (момента) трения может быть сведено к зависимостям, приведенным на рисунке 2, что вызвано перестройкой структуры поверхностных и подповерхностных слоёв материалов к новым условиям. Время, в течение которого происходит резкое увеличение скорости изнашивания и силы трения от начальных значений до максимальных, несоизмеримо мало по сравнению со временем приработки, которое для реальных узлов трения колеблется от нескольких минут до десятков часов. Логично предположить, что первоначальное (резкое) изменение скорости изнашивания может быть отражено как безинерционность трибосистемы, а дальнейший процесс приработки, как проявление инерционных свойств к изменившимся условиям. Причём, исходя из анализа работ [53-58], когда толщина ССл после приработки в зубчатой передаче достигает максимального значения, f становится минимальным. Доказано, что f зависит от толщины МП (рисунк 3). Следует отметить, что существует оптимальная толщина ССл, которой соответствует минимальное трение [61]. Анализ выражений для толщины МП и их экспериментальная проверка [62, 63] подтвердили правильность теоретических выводов.

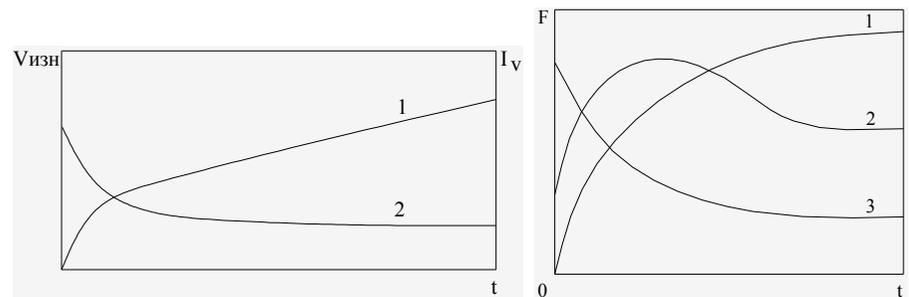


Рисунок 1 – Зависимости объёма изношенного материала $V_{изн}$ (1) и скорости объёмного изнашивания I_V (2) от времени работы трибосопряжения [60]

Рисунок 2 – Различные варианты переходных характеристик силы трения [60]

Однако количественные данные о влиянии толщины ССл на изнашивание в литературе почти отсутствуют. Влияние толщины МП, образуемых минеральным маслом нафтенового основания без присадок, в условиях различных режимов смазки на интенсивность изнашивания трущихся поверхностей изучалось авторами работы [64]. Исходили из представления, что в эксплуатационных условиях при эластогидродинамической смазке плёнки, образуемые маслами и присадками, имеют толщину от $0,5$ до 20мкм [65]. Высокие

удельные давления в зоне фрикционного контакта вызывают соответствующий резкий рост вязкости СМ, чем и обеспечивается несущая способность плёнки. Однако снижение скорости скольжения, рост нагрузки или применение маловязкого СМ может и в условиях наличия указанной плёнки, толщина которой снижается, привести к непосредственному контакту микровыступов шероховатостей. Было установлено, что количество продуктов износа и степень их дисперсности резко снижается при удельной толщине плёнки $\lambda > 2$.

Под λ понимается [64-68] отношение h , образуемой смазочными композициями между трущимися поверхностями, к сумме средних квадратичных значений высот микровыступов шероховатостей на этих поверхностях σ .

$$\lambda = h / \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$$

Критические значения λ определялись разными авторами [66-68]. Так в работе [68] приведён график (рисунок 4,а), отражающий влияние λ на характер режима смазки. Как видно, при $\lambda < 1$ (область С) создаётся максимальное контактное взаимодействие микровыступов, при котором проявляются противоизносные свойства плёнок, образованных присадкой при химическом модифицировании поверхностей трения. В области А, характеризуемой $\lambda > 4$, и в области ~В ($\lambda > 2$) непосредственное контактное взаимодействие микровыступов шероховатостей исключено и должно отсутствовать адгезионное изнашивание. В работе [66] отмечается, что λ , образуемая маслом и присадкой, является важнейшей характеристикой противоизносных свойств смазочной композиции. Например, на рисунке 4,б показано влияние λ на длительность непосредственного контакта микровыступов шероховатостей (определено методом измерения электрического сопротивления). Видно, что при значении $\lambda > 4$ непосредственный контакт должен отсутствовать.

В связи с тенденцией к использованию маловязких СМ с целью снижения потерь на трение авторы работы [68] изучали, как скажется снижение

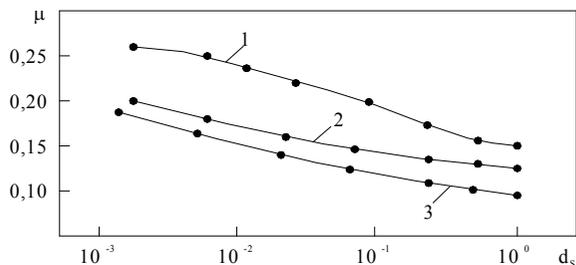


Рисунок 3 – Зависимость коэффициента трения μ от толщины масляной плёнки d_s для различных масел [61]

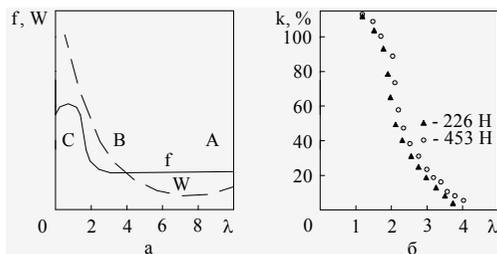


Рисунок 4 – Влияние удельной толщины плёнки λ , образуемой маслом и присадкой: а – на трение f и износ W [68]; б – на число актов непосредственного контактного взаимодействия микровыступов шероховатостей k , определённых методом измерения электрических сопротивлений [66]

вязкости масла на уменьшении λ и, тем самым, на изменении режима смазки и процесса изнашивания. Было установлено, что при снижении вязкости масла до $5-4 \text{ мм}^2/\text{с}$ (при 100°C) скорость изнашивания резко возрастала (рисунок 5) несмотря на наличие присадок в масле. А методом феррографии было обнаружено значительно меньше продуктов износа после испытания масла вязкостью $8,3 \text{ мм}^2/\text{с}$, чем после испытания масла вязкостью $2,3 \text{ мм}^2/\text{с}$, и размер частиц был значительно меньшим.

Развивая представления о влиянии λ при различных режимах смазки на трение и износ, авторы работы [69], обобщив результаты собственных исследований и работ других авторов, предложили строить известную кривую Штрибека в координатах: $f=f(\lambda)$ (рисунок 6). Из формы этой кривой, как указывается, можно ожидать, что при $\lambda \geq 3$ будет реализовываться гидродинамическая смазка, при $1 < \lambda < 3$ – смешанная и при $\lambda < 1$ – превалирует ГС. Соответственно, предотвращение или снижение износа можно обеспечивать за счёт: а) полного разделения трущихся поверхностей, исключая непосредственный контакт микровыступов шероховатостей; б) образования на поверхности трения физически адсорбированных или хемосорбированных плёнок из газов (паров), жидкости или растворённых в последних химических соединений; в) образования на поверхностях вязких плёнок при химическом взаимодействии СМ с металлом; г) нанесения на одну или обе поверхности твёрдых плёнок или покрытий с высокой адгезией к поверхностям.

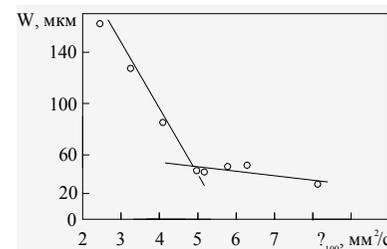


Рисунок 5 – Влияние вязкости v_{100} вазелинового масла с 1% диалкилдитиофосфата цинка на износ W [68]

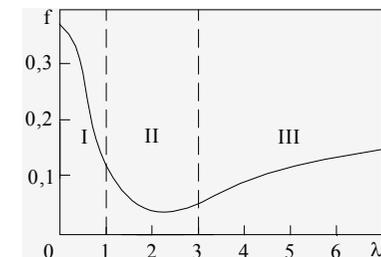


Рисунок 6 – Кривая Штрибека, построенная на основе значений удельной толщины смазочной плёнки λ [69]: I – граничная смазка; II – смешанная смазка; III – гидродинамическая смазка; f – коэффициент трения

Р. Файном выделяются следующие основные процессы изнашивания при ГС, которые развиваются как самостоятельно, так и в сочетании с другими: трибокоррозионный, адгезионный, усталостный и абразивный. К механизму химического трибокоррозионного (коррозионно-механического) изнашивания относят действие противоизносных и противозадирных присадок, химически взаимодействующих с металлами поверхностей трения (органические дисульфиды, органофосфаты и др.). Для условий адгезионного изнашивания при ГС существенно важным для снижения интенсивности изнашивания яв-

ляется превалирование скорости химических реакций противоизносных присадок над скоростью истирания продуктов реакций, являющихся "противоизносной плёнкой". При обратном соотношении этих скоростей над адгезионным изнашиванием превалирует трибокоррозия. При усталостном изнашивании, развивающимся главным образом при циклическом деформировании поверхностей трения, снижению изнашивания способствует увеличение λ . Вместе с тем, отмечается, что поскольку циклическое нагружение передаётся на поверхности трения через слой СМ, с увеличением его толщины не обеспечивается автоматического снижения усталостного износа.

Отвечая на вопрос о том, можно ли считать более перспективным, чем совершенствование противоизносных свойств СМ, изменение металлургии и технологии производства металлов поверхностей трения, авторы [69] подчеркнули, что по их данным совершенствование противоизносных свойств масел позволило увеличить максимальную нагрузку металлов в парах трения до 200-500Н, а совершенствование металлов той же пары трения при работе без масла до 5-10Н.

В ином ключе рассматривается возможный механизм противоизносного действия присадок к маслам в условиях высоких нагрузок и скоростей скольжения в работе [70]. При таких трибологических условиях присадки типа диалкилдитиофосфата цинка образуют продукты, которые формируют более толстые плёнки на поверхностях трения, чем базовые масла, т.е. трущиеся поверхности разделяются в большей мере, при этом меняется характер образующихся продуктов износа. Иными словами происходит не химическое действие при ГС, а реализуется эластогидродинамическая смазка. Это совпадает с точкой зрения Ж. Жорж [71].

Выводы. Приведённые выше соображения и данные указывают на исключительную важность одновременного исследования граничных процессов в контакте и измерения толщины МП на реальных конструкциях, что позволяет уточнить данные, которые получены на моделирующих установках трения, и изучить влияние различных факторов на толщину МП. Таким образом, обзор результатов экспериментальных исследований толщины МП между контактирующими поверхностями, полученных на различных МТ и реальных конструкциях, показывает в связи с этим, что определение толщины смазочного слоя h имеет принципиальное значение как для понимания механизма протекающих процессов во фрикционном контакте, так и для развития расчётных методик.

Список литературы: 1. *Spikes H.* Advances in the study of thin lubricant films // *New Directions in Tribology / Ed. by I.M. Hutchings.* – Bury, St. Edmunds and London: MEP. – 1997. – P.67-82. 2. Современная трибология: Итоги и перспективы / Э.Д. Браун, И.А. Буяновский, Н.А. Воронин и др. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 480с. 3. *Бияжкович О.Н., Захарченко А.В., Корбут Ю.М.* Актуальность трибологических исследований // Пр. Міжнар. наук. конф. "Політ 2004". – К.: НАУ, 2004. – С.173. 4. *Бияжкович О.Н., Захарченко А.В., Корбут Ю.М.* Современные трибологические представления о процессах в зоне контакта зубчатых зацеплений // Наука і молодь. – К.: НАУ, 2004. – С.195-198. 5. *Захарченко А.В.* Современные трибологические представления о технических маслах как основном элементе смазываемого сопряжения // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тем. вип.

"Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2004. – №30. – С.192-199. 6. *Райко М.В.* Смазка зубчатых передач. – К.: Техніка, 1970. – 196с. 7. Трение, изнашивание и смазка: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. *И.В. Крагельского, В.В. Алипина.* – М.: Машиностроение, 1979. – Кн.2. – 358с. 8. *Кодниц Д.С.* Контактно-гидродинамическая теория смазки. – Куйбышевское книжное издательство, 1963. – 184с. 9. *Коровчинский М.В.* О некоторых вопросах эластореологии, имеющих приложение в теории трения // Трение и износ в машинах. – М.: АН СССР, 1962. – Вып.17. – С.121-164. 10. *Реицков В.Ф., Дроздов Ю.Н.* Исследование состояния масляной плёнки в тяжело нагруженном контакте // Динамика и прочность механических систем. – Пермь: Пермский политехнический институт, 1970. – №82. – С.128-137. 11. *El Si-Si S.J., Shaiku G.S.* Measurement of oil film thickness between disks by electrical conductivity // *Journal of Basic Engineering, Trans. ASME.* – 1960. – Ser.D. – Vol.82, №1. – P.48-56. 12. *Красеньков В.И., Смирнов В.И.* Конструкция и расчёт бесступенчатых фрикционных передач // Расчёты на прочность. – М.: Машгиз, 1960. – №5. – С. 59-108. 13. *Петрусевич А.И.* Роль гидродинамической масляной плёнки в стойкости и долговечности поверхностей контакта деталей машин // Вестник машиностроения. – 1963. – №1. – С.4-5. 14. *Райко М.В., Павлов В.Н.* Измерение толщины слоя между вращающимися роликами с помощью рентгеновских лучей // Прикладная механика. – Киев, 1971. – №4. – С.44-49. 15. *Archard G., Kirk M.T.* The lubrication of the point contact // *Proceedings of the Royal Society.* – 1961. – Ser.A. – Vol.261, №1307. – P.1018-1024. 16. *Cameron A., Cohar R.* Theoretical and experimental studies of the oil film in lubricated point contact // *Proceedings of the Royal Society.* – 1966. – Ser.A. – Vol.291, №1427. – P.1029-1037. 17. *Fleck W.* Beitrag zur Klärung der Fresstragfähigkeit bei walzgleiten. Teil I // *Maschinenbautechnik.* – 1963. – №4, H.12. – S.215-218. 18. *Камерон А.* Теория и смазка в инженерном деле. – М.: Машгиз, 1962. – 296с. 19. *Crook A.* Lubrication of Rollers // *Philos. Trans. of the Royal Society of London.* – 1958. – Ser.A. – Vol.250, №1. 20. *Furey M.I.* Metallic Contact and Friction between Sliding Surface // *Trans. ASLE.* – 1961. – Vol.4, №1. – P.455-462. 21. *Sasaki T.* Трение качения на большой скорости // *Механика.* – 1964. – №5(87). – С.221-224. 22. *Luo Jianbin, Wen Shizhu, Huang Ping, Sheng Xuanyu.* Qinghua daxue xuebao. Ziran kexue ban // *J. Tsinghua Univ. Sci. and Technol.* – 1999. – Vol.39, №2. – P. 1-5. (Влияние времени на образование тонких смазочных плёнок). 23. Смазочные материалы: Антифрикционные и противоизносные свойства. Методы испытаний / *Р.М. Матвеевский, В.Л. Лаухи, И.А. Буяновский* и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 224с. 24. *Бадьштова К.М., Шабалина Т.Н., Леонович Г.И., Мирзоянц С.А.* Смазочное масло – конструкционный элемент машин и механизмов // Трение и износ. – 1995. – Т.16, №5. – С.918-924. 25. *Крагельский И.В.* Трение и износ. – М.: Машиностроение, 1968. – 480с. 26. *Ахматов А.С.* Молекулярная физика граничного трения. – М.: Физматгиз, 1963. – 472с. 27. *Дерягин Б.В.* Что такое трение? – М.: Машиностроение, 1963. – 320с. 28. *Евдокимов Ю.А., Кондратенко С.А.* Закономерности течения жидкости в зоне контакта сопряжённых тел при граничной смазке // Трение и износ. – 1992. – Т.13, №1. – С.201-205. 29. *Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М.* Поверхностные силы. – М.: Наука, 1987. – 192с. 30. *Зимон А.Д.* Адгезия жидкости и смачивания. – М.: Химия, 1974. – 256с. 31. *Мецик М.С.* Свойства водных плёнок между пластинками слюды // Сб. докл. IV конф. по поверхностным силам. – М.: Наука, 1972. – С.189-194. 32. *Дерягин Б.В.* Двух- и трёхмерные аспекты поверхностных явлений // Исследования в области поверхностных сил. – М.: Наука, 1964. – С.3-10. 33. *Русанов А.И., Социна Т.В.* Возникновение толстых граничных слоёв в системах жидкий раствор-кварц // Поверхностные силы в тонких плёнках и устойчивость коллоидов. – М.: Наука, 1974. – С.51-56. 34. *Смуругов В.А., Деликатная И.О.* О влиянии поверхности полимера на структуру граничных слоёв масел // Трение и износ. – 1988. – Т.9, №4. – С.739-743. 35. *Yamanake Masashi, Kishi Kazuhiko, Inoue Katsumi* et al. Nihon kikai gakkai ronbunshu // *C=Trans.Jap.Soc.Mech.Eng.C.* – 2001. – Vol.67, №655. – P. 251-256. (Оценка долговечности цементированного зубчатого колеса при питтинге). 36. *Райко М.В.* О состоянии смазочного слоя в контакте с малыми скоростями качения и возможностях некоторых методов измерения этих слоёв // Прикладная механика. – К.: КИИГА, 1971. – №4. – С.37-43. 37. *Ченг Х.С., Штернлихт Б.* Численное решение для давления, температуры и толщины смазочной плёнки между двумя бесконечно длинными, катящимися и скользящими цилиндрами при больших нагрузках // Труды Американского общества инженеров-механиков. Теоретические основы инженерных расчётов. – 1965. – №3. – С.180-194. 38. *Аппелдорн Г.* О современном состоянии теории смазки и её связи с реологией // Проблемы трения и смазки. – 1968. – №3. – С.8-10. 39. *Энборн Д., Витнер В.* Влияние реологических свойств жидкости на упругогидродинамический контакт при скольжении в условиях переменной нагрузки // Проблемы трения и смазки. – 1971. – №2. – С.52-63. 40. *Кадомский В.П.* Исследование смазочных слоёв и твёрдо-пластичных плёнок, образующихся в контакте деталей при качении со скольжением: Дис... канд. техн. наук: 05.02.04. – К.: КИИГА, 1971. – 140с. 41. *Дмитриченко Н.Ф.* Исследование влияния газовых сред на смазочную способность минеральных масел, их

противоизносного и демпфирующего действия в зацеплении зубьев зубчатых передач: Дис...канд.техн.наук: 05.02.04. – К.: КИИГА, 1979. – 173с. **42. Райко М.В.** Исследование смазочного действия нефтяных масел в условиях работы зубчатых передач: Дис...докт.техн.наук: 05.02.04. – К.: КИИГА, 1974. – 369с. **43. Тривайло М.С.** Исследование процесса смазки в зубчатых передачах с зацеплением М.Л. Новикова: Дис...канд.техн.наук: 05.02.04. – К.: КПИ, 1966. – 175с. **44.** Трение и износ в экстремальных условиях: Справочник / Ю.Н. Дроздов, В.Г. Павлов, В.Н. Пучков. – М.: Машиностроение, 1986. – 224с. **45. Фукс Г.И.** Влияние полимолекулярного граничного слоя на статическое трение // Теория смазочного действия и новые материалы. – М.: Наука, 1965. – С.83-89. **46. Костецкий Б.И., Натансон М.Э., Бершадский Л.И.** Механохимические процессы при граничном трении. – М.: Наука, 1972. – 172с. **47. Кламманн Д.** Смазки и родственные продукты. Синтез. Свойства. Применение. Международные стандарты. – М.: Химия, 1988. – 488с. **48. Захарченко А.В.** Лабораторные методы исследований смазочных свойств трансмиссионных масел // Научно-техническая информация. – 2005. – №1. – С.51-54. **49. Захарченко А.В.** Лабораторное оборудование для исследования смазочных свойств трансмиссионных масел // Наука і молодь. – К.: НАУ, 2005. – С.136-139. **50. Захарченко А.В.** Діагностичний комплекс для досліджень мастильних властивостей трансмісійних олиф // Научно-техническая информация. – 2005. – №2. – С.48-51. **51. Смуругов В.А., Деликатная И.О., Чмыхова Т.Г., Савкин В.Г.** Теплофизические свойства смазочных материалов при их переходе в состояние граничных слоев // Трение и износ. – 2002. – Т.23, №4. – С.455-459. **52. Мельник В.Б.** Смазочное действие масел с карбонофторидными присадками при качении со скольжением: Дис... канд.техн.наук: 05.02.04. – К.: КИИГА, 1992. – 181с. **53. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.** Оценка эффективности действия пакета присадок Компадит-731 // Пр. Міжнар. наук.-практ. конф. "Нафта і газ України-2000". – Івано-Франківськ: Факел, 2000. – Т.3. – С.139-143. **54. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.** Оптимизация концентрации химических активных веществ в трансмиссионных маслах // Проблемы трибологии (Problems of Tribology). – 2000. – №2. – С.35-41. **55. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.** Оптимизация концентрации пакета присадок при легировании трансмиссионных масел // Вісник Харківського державного політехнічного університету. Збірник наукових праць. Тем. вип. "Технології в машинобудуванні". – Харків: ХДПУ, 2000. – №109. – С.208-216. **56. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В.** Сравнительная оценка эффективности смазочного действия различных трансмиссионных масел // Авиационно-космическая техника и технология. Тем. вып. "Тепловые двигатели и энергоустановки". – Харьков: ГАУ "ХАИ", 2000. – №19. – С.473-477. **57. Запорожець В.В., Билякович О.М., Захарченко А.В.** Оцінка мастильної дії трансмісійних олиф в залежності від матеріалу трибоспрязень // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2000. – №4. – С.90-93. **58.** Оптимізація концентрації хімічно-активних присадок у трансмісійних оливах вітчизняного виробництва: Звіт про НДР (завершал) / Національний авіаційний університет. – 013-ДБ01; № ДР 0101V002732; Інв. №0204U000857. – К., 2003. – 72с. **59. Hays D.F.** Research in mechanical systems: tribology // Journal of tribology. – 1984. – Vol.106, №1. – P.14-23. **60. Войтов В.А., Исаков Д.И.** Моделирование граничного трения в трибосистемах. Ч.3. Математическое моделирование нестационарных процессов при граничном трении // Трение и износ. – 1996. – Т.17, №5. – С.598-605. **61. Польцер Г., Майсснер Ф.** Основы трения и изнашивания. – М.: Машиностроение, 1984. – 264с. **62. Глаголев Н.И., Томило Э.А.** К теории опыта на трение при качении с проскальзыванием // Научные принципы и новые методы испытания материалов для узлов трения. – М.: Наука, 1968. – С.56-63. **63. Петрусевич А.И.** Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки // Известия АН СССР. ОТН. – М.: АН СССР, 1951. – С.41-47. **64. Jones W.R., Nagaraj H.S., Winer W.O.** Ferrographic analysis of wear debris generated in a sliding elastohydrodynamic contact // ASLE Transactions. – 1978. – Vol.21, №3. – P.181-186. **65. Wedeven L.D.** What is EHD // Lubrication Engineering. – 1975. – Vol.31, №6. – P.291-296. **66. Fowles P.E.** EHL film thickness-practical significance and simple computation // Lubrication engineering. – 1976. – Vol.32, №4. – P.166-178. **67. Tallian T.E.** On competing failure modes in rolling contact // ASLE Transactions. – 1967. – Vol.10, №4. – P.418-439. **68. Baldwin B.A.** The effect of base oil viscosity on simulated valve train wear // ASLE Transactions. – 1981. – Vol.24, №1. – P.42-48. **69. Czichos A., Habig K.H.** Lubricated wear of steels // Mixed lubrication and lubricated wear. – London: Butterworth Edition. Editors Dowson D., Godet M., 1985. – P.135-146. **70. Dorinson A.** A basic model for lubricated metallic wear under extreme pressure conditions // Ibid. – P.179-185. **71. Georges J.M.** Colloidal behaviour of films in boundary lubrication // Microscopic aspects of adhesion and lubrication. – Amsterdam: Elsevier Sequoia Publishing Co. Editor J.M. Georges. Tribology Series. – 1982. – Vol.7. – P.729-757.

Поступила в редколлегию 30.05.12

П.М. КАЛІНІН, к.т.н., доц., професор каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, Харків;
Л.В. КУРМАЗ, к.т.н., доц., професор каф. ДМ та ПМ НТУ "ХПІ", Харків;
Ю.В. ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО, ст.викл. каф. ІМ Акад. ВВ МВС України

ОЦІНКА ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ЗУБЧАСТИХ ПАР КОРОБКИ ПЕРЕДАЧ АВТОМОБІЛЯ

У роботі наведені результати аналізу напруженого стану зубчастих пар коробки передач автомобіля і розглянуті питання оптимізації параметрів зубчастих пар коробки передач на етапі її модернізації з метою поліпшення експлуатаційних характеристик.

В работе приведены результаты анализа напряженного состояния зубчатых пар коробки передач автомобиля и рассмотрены вопросы оптимизации параметров зубчатых пар коробки передач на этапе ее модернизации с целью улучшения эксплуатационных характеристик.

Results over of analysis of the tense state of toothed pairs of gear-box of car are in-process brought and the questions of optimization of parameters of toothed pairs of gear-box of car are considered on the stage of her modernization with the purpose of improvement of it operating descriptions.

Постановка проблеми. Питання покращення експлуатаційних характеристик приводних зубчастих передач, зокрема, зубчастих передач коробок передач (КП) автомобіля, а відповідно, покращення якісних характеристик усього автомобіля завжди були актуальними. У роботі ці питання розглядаються на прикладі модернізації циліндричних зубчастих передач КП автомобіля з метою мінімізації їх масово-габаритних характеристик та підвищення навантажувальної здатності.

Безумовно задачу покращення експлуатаційних характеристик приводних зубчастих передач слід вирішувати на етапі проектування, де можливо всебічно розглянути конструкцію і врахувати велику кількість суперечливих вимог. Проте актуальними стають і задачі часткової оптимізації зубчастих передач на етапі модернізації існуючих конструкцій.

Аналіз літератури. До основних критеріїв працездатності циліндричних евольвентних зубчастих передач відносять контактну втомну міцність, втомну міцність при згині, статичну контактну міцність і статичну міцність від згину [1-3]. Безумовно питання оптимізації параметрів зубчастих передач при забезпеченні усіх умов міцності є актуальними. Важливим етапом при оптимізації є вибір критеріїв оптимізації, який впливає і на вибір методів оптимізації [3-5]. Суттєво на вибір методів оптимізації впливає і сам об'єкт оптимізації, а точніше його математична модель. Зрозуміло, що зубчаста передача може бути описана тільки у вигляді проектно-математичної моделі, що включає різноманітний таблично-графічний довідковий матеріал, проектні рекомендації і стандартизовані (ГОСТ 21354-87) умови працездатності.

Особливістю проектування приводних циліндричних передач КП є те, що вони проектують не на основі критеріїв працездатності, а на основі методу аналогії й використання статистичних даних, що відбивають тривалу практику автобудування.

Наприклад, для трьохвальних КП головний розмірний параметр – міжосьову відстань a_W (мм) – наближено визначають за умовою, що побудована на підставі статистичних даних існуючих КП [6,7]:

$$a_W = k_a \sqrt[3]{T_{вих}} \quad (1)$$

де $T_{вих}$ – максимальний крутний момент на вторинному валу, Н·м, який узгоджений з максимальним крутним моментом двигуна й передаточним числом першої передачі, а коефіцієнт k_a перебуває в межах: 8,9...9,3 для коробок легкових і 8,6...9,6 – вантажних автомобілів.

Практично для існуючих конструкцій КП ряд значень a_W обмежений. Наприклад, для КП вантажних автомобілів рекомендований раціональний ряд міжосьових відстаней (мм): 85, 105, 125, 140, 160.

Після вибору міжосьової відстані a_W призначається ширина b_W зубчастих вінців, модуль m_n та кут β нахилу зубців. Необхідна жорсткість конструкції, задовільна збалансованість термінів служби зубчастих коліс і підшипників і помірна металоємність забезпечують практично встановленими співвідношеннями основних елементів КП. Тому ширину зубчастих вінців, а також довжину коробки по картеру й габаритні розміри валів і підшипників, визначають в частках міжосьової відстані, чим зберігають для існуючих конструкцій з типовим компонуванням високий ступінь сталості.

Наприклад, робочу ширину b_W зубчастих вінців визначають за умовою

$$b_W \approx (0,19...0,23)a_W \quad (2)$$

Відзначимо, що такі зубчасті колеса КП відносять до вузьких зубчастих коліс.

За таких умов проектування зубчастих передач, як показує аналіз існуючих КП, зубчасті передачі, як правило, є недовантаженими.

Ціль статті – оцінити рівень працездатності існуючих евольвентних циліндричних зубчастих передач коробок передач автомобіля та запропонувати можливі шляхи їх модернізації.

Методи вирішення поставленої задачі. У якості приклада розглянемо задачу аналізу рівня навантаженості зубчастих пар п'ятиступінчастої коробки передач автомобіля ЗИЛ-4327 (див. рисунок).

При роботі КП на першій передачі працюють зубчата пара постійного зачеплення (ЗП-0) та зубчата пара (ЗП-1). При роботі КП на другій передачі замість пари ЗП-1, в зачеплення входить пара ЗП-2, на третій передачі – ЗП-3, на четвертій – ЗП-4. П'ята передача КП є прямою, у якій зубчасті пари не приймають участі. Деякі параметри зубчастих пар досліджуваної КП наведені у таблиці 1.

Згідно до зовнішньої швидкісної характеристики двигуна Д-245.9Е2 максимальному крутному моменту $T_{max} = 456$ Н·м відповідає швидкість колінчастого валу двигуна $n_{\delta e} = 1600$ хв⁻¹. Виходячи з ресурсу S автомобіля до капітального ремонту, визначаємо відстані, що проходить автомобіль на різних передачах $S_i = S \cdot \gamma_i$, швидкості V_i руху автомобіля ($V_i = \pi \cdot r_k \cdot n_{\delta e} \cdot u_{КПi} \cdot u_{ГП} / 3000$) та час t_i руху на різних передачах (таблиця 2).

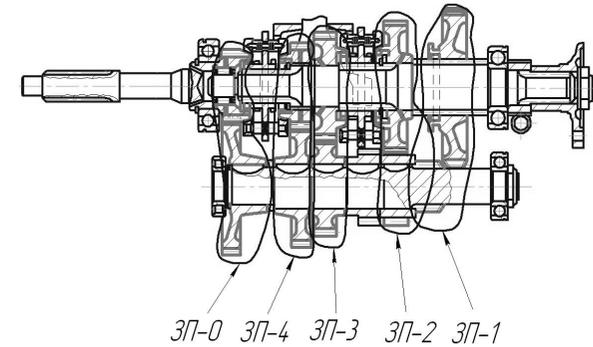


Рисунок – Коробка передач автомобіля ЗИЛ-4327

Таблиця 1 – Основні параметри зубчастих пар коробки передач

Параметр		Зубчасті пари				
		ЗП-1	ЗП-2	ЗП-3	ЗП-4	ЗП-0
Передав. число	u_i	3,46	1,91	1,06	0,68	1,86
Числа зубців	z_{i1} / z_{i2}	13/45	22/42	31/33	38/26	22/41
Модуль, мм	m	4,25	3,75	3,75	3,75	3,75
Ширина, мм	b	45	36	36	36	36
Відносний пробіг	γ_i	0,7	2,0	8,3	24	65

Таблиця 2 – Характеристики роботи автомобіля на різних передачах

	Передача коробки передач				
	1	2	3	4	5
S_i , км	2100	6000	24900	72000	195000
V_i , км/год	9,72	17,62	31,68	49,2	62,74
t_i , год	216	341	786	1463	3108

Таблиця 3 – Результати аналізу напруженого стану зубчастих пар КП

Параметр	ЗП-0	ЗП-1	ЗП-2	ЗП-3	ЗП-4
σ_H , МПа	938,6	1914,4	1260,9	1000,8	923,55
σ_{HP} , МПа	1207	1851,9	1663,4	1493,2	1239,9
Δ_H , %*	-22,3	3,37	-24,2	-33,0	-25,5
σ_F , МПа	126,46	460	231,38	150,55	121,57
σ_{FP} , МПа	457,14	457,14	457,14	457,14	457,14
Δ_F , %	-72,3	0,7	-50,4	-67,1	-43,4

Для виготовлення зубчастих коліс КП використовують сталь 25 ХГМ, а зубці зубчастих коліс цементують до твердості $HRC = 60...65$.

Результати аналізу напруженого стану зубчастих пар коробки передач автомобіля ЗИЛ-4327, який проводимо за ГОСТ 21354-87 з використанням навчально-дистанційного комплексу НДК-ДМ Академії ВВ МВС України [8], наведені у таблиці 3.

Тут у якості експлуатаційних характеристик зубчастих пар КП прийняті їх рівні навантаженості: $\Delta_{H(F)} = (\sigma_{H(F)} - \sigma_{H(F)P}) / \sigma_{H(F)P} \cdot 100\%$.

Аналіз отриманих результатів показує, що умови міцності для усіх зубчастих пар коробки передач виконуються. При цьому

усі зубчасті передачі КП за виключенням ЗП-1 за контактними напруженнями та напруженнями згину мають недовантаження більше 10%, а тому додаткових розрахунків ресурсів не потребують [6].

Великий рівень недовантаженості зубчастих пар досліджуваної коробки передач дозволяє поставити питання про удосконалення зубчастих пар, зок-

рема, зміни, наприклад, робочої ширини зубчастих коліс.

У таблиці 4 наведені результати, які характеризують напружений стан модифікованих зубчастих пар.

У результаті запропонованої оптимізації зубчастих пар коробки передач за рахунок зміни рівня напруженого стану роботи вдається зменшити їх об'єм і, відповідно, їх вагу (таблиця 4).

Зниження ваги зубчастих коліс коробки передач автомобіля ЗИЛ-4327 при оптимізації робочої ширини зубчастих зачеплень складає біля 140Н або більше 30% (таблиця 5).

Якщо у якості критерію оптимізації вибрати допустимий крутний момент, що може передавати коробка передач, то встановлено, що можливо збільшити момент на 23%. При цьому результати, які характеризують напружений стан модифікованих зубчастих пар представлені у таблиці 5, а зниження ваги зубчастих коліс (проти базового варіанту) складає 84Н.

Проте треба відзначити, що у останньому випадку була досліджена тільки працездатність зубчастих пар коробки передач, а можливість працездатності інших елементів коробки передач автомобіля ЗИЛ-4327, зокрема, валів і підшипників, потребує додаткових перевірних розрахунків.

Заключення. У роботі розглянута задача аналізу напруженого стану зубчастих пар коробки передач автомобіля ЗИЛ-4327 та оптимізації їх робочої ширини з метою покращення масо-габаритних характеристик.

Список літератури: 1. Иванов М.Н. Детали машин. – М.: Высш. шк., 2007. – 408с. 2. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование узлов и деталей машин. – М.: Высш. шк., 2007. – 455с. 3. Павлице В.Т. Основы конструирования та розрахунок деталей машин. – Львів: Афіша. 2003. – 560с. 4. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Про можливості і методи забезпечення плавності зачеплення приводних зубчастих передач // Вісник НТУ "ХП": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харьков, 2010. – Вып.27. – С.81-88. 5. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. До питання оптимального синтезу планетарної зубчастої передачі // Вісник НТУ "ХП": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харьков, 2007. – Вып.21. – С.221-229. 6. Автомобили: Конструкция, конструирование и расчет. Трансмиссия / Под ред. А.И. Гришкевича. – Минск: Выс. шк., 1985. – 240с. 7. Конструирование и расчет колесных машин высокой проходимости: Расчет агрегатов и систем / Под общ. ред. Н.Ф. Бочарова, А.Ф. Жеглова. – Л., Машиностроение, 1994. – 404с. 8. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Система експрес діагностування працездатності елементів головної передачі автомобіля // Вісник НТУ "ХП": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харьков, 2008. – Вып.28. – С.116-120.

Таблиця 4 – Характеристики модифікованих зубчастих пар КП

Параметр	ЗП-0	ЗП-1	ЗП-2	ЗП-3	ЗП-4	
b_w	мм	20	45	19	15	18
σ_H	МПа	1237	1914	1703	1527	1293
Δ_H	%	2,47	3,37	2,38	2,27	4,2
σ_F	МПа	220,8	460,6	423,9	353,4	239,7
Δ_F	%	-51,7	0,8	-7,2	-22,7	-47,5

Таблиця 5 – Результати оптимізації зубчастих передач КП

Критерій оптимізації	Варіант зубчастих передач		
	Базовий	Оптимізований	
Об'єм зубчастих коліс	см ³	5194,7	3392,5
Вага зубчастих коліс	Н	405	264

Таблиця 6 – Характеристики модифікованих зубчастих передач при 1, 23T_{об}

Параметр	ЗП-0	ЗП-1	ЗП-2	ЗП-3	ЗП-4	
b_w	мм	24	56	23	18	22
Δ_H	%	4,2	4,95	3,65	3,7	4,8

УДК 621.833

В.И. КОРОТКИН, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия;
Д.Ю. СУХОВ, младший научный сотрудник НИИМ и ПМ ЮФУ;
А.А. ЕНГИБАРЯН, к.ф.-м.н., доцент ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия

КАЧЕСТВО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА СО СПРЯМЛЁННЫМИ ЗУБЬЯМИ

Применительно к новым передачам Новикова со спрямлёнными зубьями рассмотрен один из важных ограничительных факторов – явление подрезания головки зуба. Решена обратная задача теории зацепления и показано, что при взаимном осевом смещении пары колёс, необходимым для регулировки высотного положения пятна контакта, постоянство передаточного числа сохраняется, поэтому дополнительных динамических усилий не возникает. Исследован вопрос о приведенных кривизнах поверхностей в точках контакта для различных фаз зацепления, доведенный до возможности несложных инженерных расчётов.

Стосовно до нових передач Новікова зі спрямленими зубцями розглянутий один з важливих обмежувальних факторів – явище підрізу головки зубця. Вирішена оборотна задача теорії зачеплення та показано, що при взаємному вісьовому зміщенні пари коліс, що необхідно для регулювання висотного положення плями контакту, постійність передавального числа зберігається, тому додаткових динамічних зусиль не виникає. Досліджено питання щодо приведених кривин поверхонь у точках контакту для різних фаз зачеплення, що доведено до можливості нескладних інженерних розрахунків.

For new Novikov gearing with straightened teeth considered one of the most important limiting factors – a addendum undercut. Solved inverse problem of the theory of gearing and it is shown that the mutual axial displacement of the pair of wheels required to adjust the altitude of the contact area, the gear ratio remains constant, and the additional dynamic forces not arise. Was investigate the problem of the reduced curvature of the surfaces at the points of contact for the different phases of gear meshing, it was finished to the possibility of simple engineering calculations.

В статье "Цилиндрическая зубчатая передача Новикова со сниженным осевым усилием", помещённой в предыдущем сборнике, описана новая зубчатая передача, синтезированная на базе идей Новикова, имеющая, в отличие от традиционных косозубых передач Новикова, резко сниженный (вплоть до нуля) осевой компонент усилия в зацеплении. Новая передача названа передачей Новикова со спрямлёнными зубьями (сокращённо ПНСЗ).

Для этой передачи, как и для любой другой, существуют факторы геометрического характера, накладывающие ограничения на параметры исходного контура и передачи. Определение этих факторов есть по существу проверка качества зацепления, которую необходимо проводить при проектировании передачи. Одним из основных параметров качества зацепления является отсутствие подрезания зуба, которое ниже рассматривается.

С математической точки зрения подрезание зубьев – это появление на их рабочей поверхности особых точек, геометрическое место которых образует так называемое ребро возврата, в которых нарушается регулярность (гладкость) поверхности. В особых точках положение плоскости, касательной к поверхности, не определено, так как происходит так называемое самопересечение поверхностей.

Подрезание отрицательно влияет как на изломную прочность зубьев, создавая концентраторы повышенных напряжений, так и на контактную, снижая высотную протяженность активных участков и резко увеличивая кривизну поверхности вблизи особых точек, в связи с чем следует стремиться исключить явление подрезания на рабочей поверхности зуба.

В упомянутой выше статье получены следующие уравнения, которые нам понадобятся:

а) уравнение поверхности зуба исходной (производящей) рейки

$$\begin{cases} x_p = \rho_i \sin \mathcal{G}_i - k_i + U_i \sin \theta; \\ y_p = -(\rho_i \cos \mathcal{G}_i - c_i); \\ z_p = U_i \cos \theta; \end{cases} \quad (1)$$

б) уравнение зацепления

$$f(\mathcal{G}_i, U_i, \varphi_i) = (r_i \varphi_i - c_i) \sin \mathcal{G}_i - (U_i \sin \theta - k_i) \cos \mathcal{G}_i = 0, \quad (i=1, 2). \quad (2)$$

В уравнениях (1), (2) обозначено: ρ – радиус дуги окружности торцового профиля зуба; k – расстояние центра окружности радиуса ρ от начальной прямой; c – расстояние центра окружности радиуса ρ от оси симметрии головки зуба; r – радиус начального цилиндра зубчатого колеса; θ – угол наклона действующей линии зуба к начальной плоскости; \mathcal{G} – текущий угол профиля зуба; U – параметр перемещения торцового профиля вдоль действующей линии; φ – параметр обкатки (угол поворота зубчатого колеса).

В работе [1] показано, что необходимым условием наличия подрезания зубьев является равенство нулю определителя:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial \mathcal{G}_i} & \frac{\partial f_i}{\partial U_i} & \frac{\partial f_i}{\partial \varphi_i} \cdot \frac{d\varphi_i}{dt} \\ \frac{\partial x_p}{\partial \mathcal{G}_i} & \frac{\partial x_p}{\partial U_i} & V_{xp}^{(pi)} \\ \frac{\partial y_p}{\partial \mathcal{G}_i} & \frac{\partial y_p}{\partial U_i} & V_{yp}^{(pi)} \end{vmatrix} = 0. \quad (3)$$

Здесь $d\varphi_i/dt = \omega_i$ – угловая скорость поворота зубчатого колеса; $V_{xp}^{(pi)}, V_{yp}^{(pi)}$ – проекции скорости $\vec{V}_p^{(pi)}$ относительного движения рейки вокруг мгновенной оси с угловой скоростью $\vec{\omega}_p^{(pi)}$:

$$\vec{V}_p^{(pi)} = \vec{\omega}_p^{(pi)} \times (\vec{r}_p - \vec{R}_p), \quad (4)$$

где \vec{r}_p – радиус-вектор точки поверхности рейки; \vec{R}_p – радиус-вектор точки, принадлежащей линии действия вектора $\vec{\omega}_p^{(pi)}$.

Раскрывая определитель (3), выполняя дифференцирование и необходимые преобразования, получаем в результате кубическое уравнение подрезания:

$$\sin^3 \mathcal{G}_i \mp \frac{U_i \sin \theta - k_i}{r_i} \sin \mathcal{G}_i \mp \frac{(U_i \sin \theta - k_i)^2}{r_i \rho_i} = 0. \quad (5)$$

(Верхний знак – для $i=1$, нижний – для $i=2$).

Решая уравнение (5), получаем максимальный угол \mathcal{G} подрезания профиля зуба.

Анализ уравнения (5) показал, что подрезанию подлежит только выпуклый профиль зуба, т.е. головка, для которой $\mathcal{G}_1 \geq 0$. Вогнутая ножка зуба не претерпевает подрезания, т.к. для неё всегда $\mathcal{G}_2 < 0$. Снижению угла \mathcal{G}_1 способствует увеличение радиусов ρ_1 и r_1 . Наибольшие углы подрезания возникают в торцовых сечениях зуба, т.е. при $U_1=0$ и при $U_1 = b_w / \cos \theta$, где b_w – длина зуба. В торцовом сечении, для которого $U_1 = k_1 / \sin \theta$, угол подрезания $\mathcal{G}_1=0$.

Типичная картина расположения на поверхности головки зуба линии подрезания как геометрического места точек, соответствующих углам подрезания, показана на рисунке 1.

Следует стремиться к созданию одинаковых условий на торцах, т.е. добиваться $\mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_{III}$, что легко достигается подбором параметра k_1 .

Одним из важных достоинств ПНСЗ является возможность осевой регулировки, т.е. осевого смещения колёс пары друг относительно друга, компенсирующего неизбежные технологические, монтажные и эксплуатационные отклонения межосевого расстояния от номинала и обеспечивающего удовлетворительное высотное расположение пятна контакта на поверхностях зубьев.

На рисунке 2 показан осевой сдвиг колёс на некоторую величину ΔL .

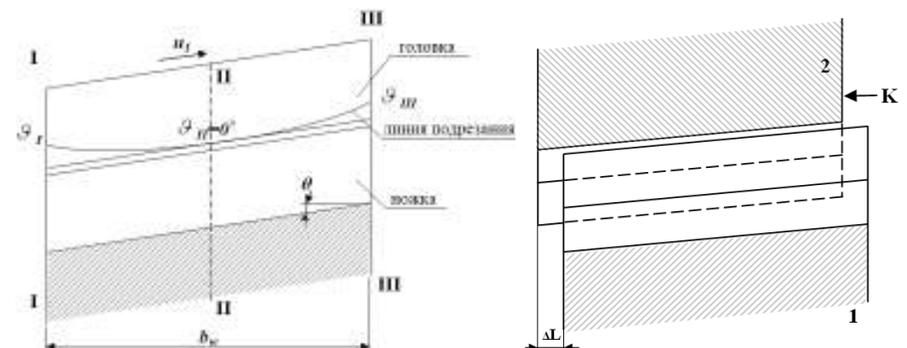


Рисунок 1 – Типичная картина расположения на зубе линии подрезания:

I-I – сечение $U_1=0$; II-II – сечение $U_1=k_1/\sin \theta$;
III-III – сечение $U_1=b_w/\cos \theta$

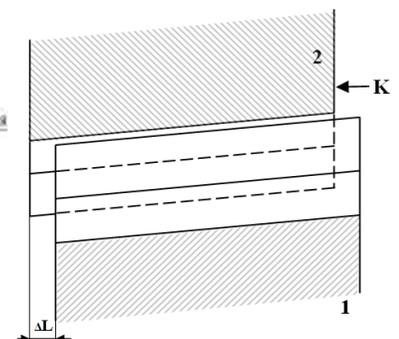


Рисунок 2 – Осевое смещение колеса 2 относительно колеса 1 на величину ΔL от номинального положения

Важно при этом проверить, сохраняется ли при этом качество зацепления, т.е. не возникают ли дополнительные динамические усилия как следствие нарушения передаточного числа пары.

Исследование проведено с помощью решения обратной задачи теории зацепления [1], когда известны схема зубчатого механизма и поверхности зубцов обоих колёс, полученные при решении прямой задачи (см. упомянутую статью

в настоящем сборнике), и требуется найти закон движения в виде функции, связывающей положения колёс.

Общий путь решения задачи следующий.

Пусть заданы уравнения поверхностей зубьев колёс:

$$\begin{cases} \bar{r}_i = \bar{r}_i(\mathcal{G}_i, U_i, \varphi_i); \\ f_i(\mathcal{G}_i, U_i, \varphi_i) = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Сообщим колесу 1 при его зацеплении с колесом 2 некоторый угол φ'_1 поворота вокруг своей оси, вследствие чего колесо 2 также повернётся вокруг своей оси на некоторый угол φ'_2 .

В неподвижной системе координат уравнения поверхностей зубьев запишутся в виде:

$$\begin{cases} \bar{r}^{(i)} = \bar{r}^{(i)}(\mathcal{G}_i, U_i, \varphi_i, \varphi'_i); \\ f_i(\mathcal{G}_i, U_i, \varphi_i) = 0. \end{cases} \quad (7)$$

В точках контакта поверхности (7) должны иметь общую нормаль \bar{e}_i , т.е. должно соблюдаться условие

$$\begin{cases} \bar{r}^{(1)} = \bar{r}^{(2)}; \\ \bar{e}^{(1)} = \bar{e}^{(2)}; \\ f_1(\mathcal{G}_1, U_1, \varphi_1) = 0; \\ f_2(\mathcal{G}_2, U_2, \varphi_2) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Представляя (8) в координатной форме и проводя необходимые преобразования (которые здесь для краткости опущены), получаем следующую рабочую систему:

$$\begin{cases} (\rho_1 \sin \mathcal{G}_1 - k_1 + U_1 \sin \theta) \cos(\varphi'_1 - \varphi_1) - (\rho_1 \cos \mathcal{G}_1 - c_1) \sin(\varphi'_1 - \varphi_1) + \\ + r_1 [\cos(\varphi'_1 - \varphi_1) - \varphi_1 \sin(\varphi'_1 - \varphi_1) - 1] = \\ = (\rho_2 \sin \mathcal{G}_2 - k_2 + U_2 \sin \theta) \cos(\varphi'_2 - \varphi_2) + (\rho_2 \cos \mathcal{G}_2 - c_2) \sin(\varphi'_2 - \varphi_2) - \\ - r_2 [\cos(\varphi'_2 - \varphi_2) - \varphi_2 \sin(\varphi'_2 - \varphi_2) - 1]; \\ - (\rho_1 \sin \mathcal{G}_1 - k_1 + U_1 \sin \theta) \sin(\varphi'_1 - \varphi_1) - (\rho_1 \cos \mathcal{G}_1 - c_1) \cos(\varphi'_1 - \varphi_1) - \\ - r_1 [\sin(\varphi'_1 - \varphi_1) + \varphi_1 \cos(\varphi'_1 - \varphi_1)] = \\ = (\rho_2 \sin \mathcal{G}_2 - k_2 + U_2 \sin \theta) \sin(\varphi'_2 - \varphi_2) - (\rho_2 \cos \mathcal{G}_2 - c_2) \cos(\varphi'_2 - \varphi_2) - \\ - r_2 [\sin(\varphi'_2 - \varphi_2) + \varphi_2 \cos(\varphi'_2 - \varphi_2)]; \\ U_1 \cos \theta = U_2 \cos \theta - \Delta L; \\ (\cos^2 \theta + \sin^2 \mathcal{G}_1 \sin^2 \theta)^{-1/2} \sin(\mathcal{G}_1 - \varphi'_1 + \varphi_1) = \\ = (\cos^2 \theta + \sin^2 \mathcal{G}_2 \sin^2 \theta)^{-1/2} \sin(\mathcal{G}_2 + \varphi'_2 - \varphi_2); \\ - \sin \mathcal{G}_1 (\cos^2 \theta + \sin^2 \mathcal{G}_1 \sin^2 \theta)^{-1/2} = - \sin \mathcal{G}_2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \mathcal{G}_2 \sin^2 \theta)^{-1/2}; \\ (r_1 \varphi_1 - c_1) \operatorname{tg} \mathcal{G}_1 + k_1 - U_1 \sin \theta = 0; \\ (r_2 \varphi_2 - c_2) \operatorname{tg} \mathcal{G}_2 + k_2 - U_2 \sin \theta = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Следует учесть, что при $\Delta L = 0$ имеют место соотношения

$$\rho_2 = \rho_1 + \Delta \rho; \quad k_2 = k_1 + \Delta \rho \sin \alpha_{kt}; \quad c_2 = c_1 + \Delta \rho \cos \alpha_{kt}, \quad (10)$$

где α_{kt} – номинальный торцовый угол давления при $\Delta L = 0$.

С учётом (10) система (9) позволяет установить, что угол \mathcal{G} давления при $\Delta L \neq 0$

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 = \mathcal{G}_2, \quad (11)$$

и если положить

$$\sin \mathcal{G} = \sin \alpha_{kt} - \Delta L \operatorname{tg} \theta / \Delta \rho, \quad (12)$$

то получим

$$\varphi'_1 = \varphi_1 \quad \text{и} \quad \varphi'_2 = \varphi_2. \quad (13)$$

Давая приращения углам поворота, на основании системы (9) убеждаемся, что передаточное отношение

$$u_{21} = \Delta \varphi'_2 / \Delta \varphi'_1 = \Delta \varphi_2 / \Delta \varphi_1 = r_1 / r_2 = \operatorname{const}, \quad (14)$$

т.е. постоянство передаточного числа при $\Delta L \neq 0$ сохраняется.

Как показал анализ, линия зацепления при осевом сдвиге колёс меняет своё положение в пространстве, оставаясь прямой, параллельной линии зацепления, существующей при $\Delta L = 0$.

Коэффициент осевого перекрытия также несколько изменяется. Если обозначить $\varepsilon_\beta, \varepsilon'_\beta$ – коэффициент осевого перекрытия соответственно при $\Delta L = 0$ и при $\Delta L \neq 0$, p_t – торцовый шаг зубьев, то указанное изменение будет:

$$\Delta \varepsilon_\beta = \varepsilon'_\beta - \varepsilon_\beta = b_w \operatorname{tg} \theta (\operatorname{ctg} \mathcal{G} - \operatorname{ctg} \alpha_{kt}) / p_t. \quad (15)$$

Рассмотрим вопрос о главных кривизнах поверхностей зубьев, знание которых важно при расчётах передачи на контактную прочность.

Кривизны поверхностей можно определить методом дифференциальной геометрии через квадратичные формы [2], однако данный метод сложен и громоздок, поскольку требует совершать необходимые операции с огибающими поверхностями (поверхностями зубьев зубчатого колеса), уравнения которых значительно сложнее уравнений огибаемых поверхностей зубьев производящей рейки. В работе [1] предложен т.н. кинематический метод, при котором несколько упрощается задача, т.к. достаточно иметь дело с поверхностью зубьев рейки и её относительным движением.

Исходной является следующая зависимость:

$$\rho^{(i)} = \frac{[\bar{V}_r^{(i)}]^2}{\bar{V}_r^{(i)} \bar{e}_r^{(i)}}, \quad (16)$$

при этом

$$\bar{V}_r^{(i)} = \bar{V}_r^{(p)} + \bar{V}_p^{(pi)}; \quad \bar{e}_r^{(i)} = \bar{e}_r^{(p)} + \bar{\omega}_p^{(pi)} \times \bar{e}^{(p)}.$$

Здесь $\rho^{(i)}$ – радиус кривизны поверхности i -го колеса в нормальном сечении,

проведённом через вектор $\vec{V}_r^{(i)}$; $\vec{V}_r^{(i)}, \vec{e}_r^{(i)}$ - соответственно скорость точки и скорость конца орта нормали при движении точки по поверхности зуба зубчатого колеса; $\vec{V}_r^{(p)}, \vec{e}_r^{(p)}$ - соответственно скорость точки и скорость конца орта нормали при движении точки по поверхности зуба рейки; $\vec{e}^{(p)}$ - орт нормали к поверхности зуба рейки; $\vec{V}_p^{(pi)}, \vec{\omega}_p^{(pi)}$ - см. выше (4).

Раскрывая (16) и проводя необходимые преобразования, приходим в конечном итоге к квадратному уравнению относительно профильного (ρ_α) и продольного (ρ_β) главных радиусов кривизны поверхностей зубьев колёс в точках контакта ($\mathcal{G}_i = \alpha_{kt}$):

$$P^{(i)} \cdot (\rho_{\alpha,\beta}^{(i)})^2 + S^{(i)} \cdot \rho_{\alpha,\beta}^{(i)} + T^{(i)} = 0, \quad (17)$$

где:

$$P^{(1)} = \sin^2 \alpha_{kt} \cos^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta);$$

$$P^{(2)} = u_{21} \sin^2 \alpha_{kt} \cos^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta \cos^2 \theta (\cos^2 \theta + \sin^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta);$$

$$S^{(1)} = M \sin \alpha_{kt} \cos \theta \left[\begin{array}{l} r_1 \sin^2 \alpha_{kt} + (\rho_1 \sin \alpha_{kt} + U_1 \sin \theta - k_1) \sin^2 \theta \cos^2 \alpha_{kt} - \\ - (U_1 \sin \theta - k_1) (\cos^2 \theta + \sin^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta) \end{array} \right];$$

$$S^{(2)} = M \sin \alpha_{kt} \cos \theta \left[\begin{array}{l} -r_1 \sin^2 \alpha_{kt} + u_{21} (\rho_2 \sin \alpha_{kt} + U_2 \sin \theta - k_2) \sin^2 \theta \cos^2 \alpha_{kt} - \\ - u_{21} (U_2 \sin \theta - k_2) (\cos^2 \theta + \sin^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta) \end{array} \right];$$

$$T^{(1)} = M^2 [r_1 \rho_1 \sin^3 \alpha_{kt} - (U_1 \sin \theta - k_1) (\rho_1 \sin \alpha_{kt} + U_1 \sin \theta - k_1)];$$

$$T^{(2)} = -M^2 [r_1 \rho_2 \sin^3 \alpha_{kt} + u_{21} (U_2 \sin \theta - k_2) (\rho_2 \sin \alpha_{kt} + U_2 \sin \theta - k_2)];$$

$$M = (\cos^2 \theta + \sin^2 \alpha_{kt} \sin^2 \theta)^{3/2}.$$

Чтобы перейти к приведенным главным радиусам кривизны, необходимо знать угол между главными направлениями сопрягаемых первой и второй поверхностями. Вычисления показали, что этот угол чрезвычайно мал (порядка долей градуса), что даёт основания без заметного ущерба для точности считать его равным нулю. Тогда вычисления упрощаются, и для расчёта контактных напряжений можно полагать, что приведенный профильный радиус ρ_α кривизны поверхностей в контактной точке равен

$$\rho_\alpha = \frac{|\rho_\alpha^{(1)}| \cdot |\rho_\alpha^{(2)}|}{|\rho_\alpha^{(2)}| + |\rho_\alpha^{(1)}|}, \quad (18)$$

а приведенный продольный радиус ρ_β кривизны поверхностей в контактной точке равен

$$\rho_\beta = \frac{|\rho_\beta^{(1)}| \cdot |\rho_\beta^{(2)}|}{|\rho_\beta^{(2)}| + |\rho_\beta^{(1)}|}. \quad (19)$$

Исследования показали, что для инженерных расчётов профильных радиусов кривизны без ощутимой потери точности можно использовать уравнения Эйлера-Савари для плоских зацеплений [3]. Так, если отрезок контактной нормали от точки контакта K до полюса P обозначить: l_{k1} в начале зацепления (при $U=0$) и l_{k2} в конце зацепления (при $U=b_w/\cos\theta$), то для контакта головки колеса 1 с ножкой колеса 2 можно записать:

а) для начальной стадии зацепления

$$\rho_\alpha^{(1)} = l_{k1} + \frac{1}{\frac{1}{\rho_1 - l_{k1}} + \frac{1}{r_1 \sin \alpha_{kt}}}; \quad \rho_\alpha^{(2)} = l_{k1} + \frac{1}{\frac{1}{\rho_2 - l_{k1}} - \frac{1}{r_2 \sin \alpha_{kt}}}; \quad (20)$$

б) для конечной стадии зацепления

$$\rho_\alpha^{(1)} = l_{k2} - \frac{1}{\frac{1}{l_{k2} - \rho_1} - \frac{1}{r_1 \sin \alpha_{kt}}}; \quad \rho_\alpha^{(2)} = l_{k2} - \frac{1}{\frac{1}{l_{k2} - \rho_2} + \frac{1}{r_2 \sin \alpha_{kt}}}. \quad (21)$$

Для контакта головки колеса 2 с ножкой колеса 1 в формулах (20) и (21) следует поменять местами r_1 и r_2 .

Получив по формуле (18) четыре значения профильного приведенного радиуса ρ_α кривизны, следует в контактных расчётах принять наименьшее значение.

Наглядной иллюстрацией формул (20), (21) является построения Бобилье [3], показанные на рисунках 3, 4. В соответствии с рисунками 3 и 4 можно записать:

$$\rho_\alpha^{(1)} = \rho_1 - \Delta\rho_\alpha^{(1)}; \quad \rho_\alpha^{(2)} = \rho_2 + \Delta\rho_\alpha^{(2)}; \quad \Delta\rho = \rho_2 - \rho_1; \\ \rho_\alpha^{(2)} = \rho_\alpha^{(1)} + \Delta\rho_\Sigma; \quad \Delta\rho_\Sigma = \Delta\rho_\alpha^{(1)} + \Delta\rho + \Delta\rho_\alpha^{(2)}. \quad (22)$$

Как показали расчёты, изменение продольного приведенного радиуса ρ_β кривизны даже в пределах 10% слабо влияет на контактные напряжения, поэтому в инженерной практике для всех фаз зацепления можно принимать постоянное значение этого радиуса, равное при контакте головки колеса 1 с ножкой колеса 2:

$$\rho_\beta = r_2 / [2(r_2 / r_1 + 1) \sin \alpha_{kt} \sin^2 \beta_l \cos \beta_l], \quad (23)$$

где $\beta_l = \arctg(\tg \theta \cdot \ctg \alpha_{kt})$.

При контакте головки колеса 2 с ножкой колеса 1 в формуле (23) следует поменять местами r_1 и r_2 .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 10-08-00031.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1968 – 584с. 2. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей. Т.1,2. – М.: Гостехиздат, 1948 – 385с. 3. Колчин Н.И. Механика машин. Т.1 – М.-Л.: Машгиз, 1962 – 620с.

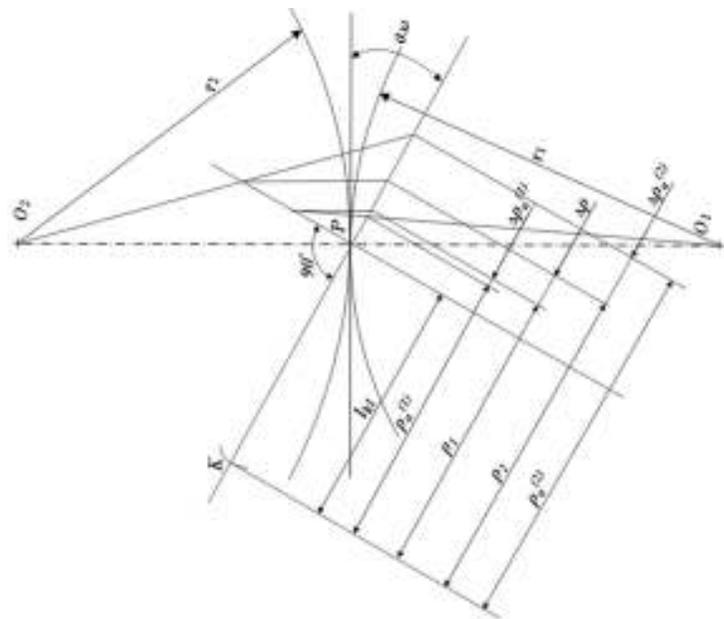


Рисунок 3 – Построение Бобиле для определения профильных радиусов кривизны в начальной фазе зацепления ($U=0$)

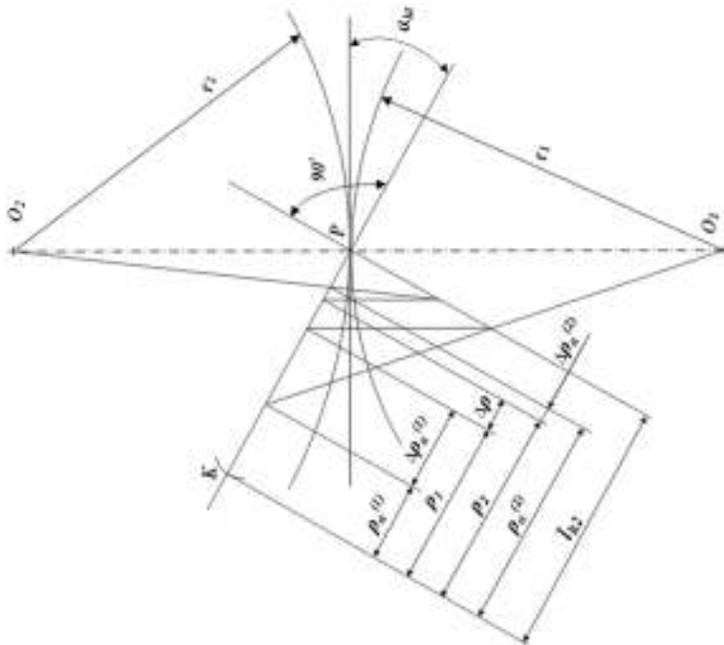


Рисунок 4 – Построение Бобиле для определения профильных радиусов кривизны в конечной фазе зацепления ($U_1=\alpha_w/\cos\beta$)

А.В. КРИВОШЕЯ, к.т.н., старший научный сотрудник ИСМ НАНУ, Киев;
В.Е. МЕЛЬНИК, младший научный сотрудник ИСМ НАНУ;
Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. ПМ НТУУ "КПИ", Киев;
Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Прикладная механика" ТюмГНГУ,
 Тюмень, Россия;
М.Г. СТОРЧАК, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия

ОСОБЕННОСТИ ПРЯМОГО И ОБРАТНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ У ВЕРШИНЫ ЗУБА

В статье на конкретном примере раскрыты особенности прямого и обратного формообразования модифицированных эвольвентных цилиндрических зубчатых колес.

У статті на конкретному прикладі розкриті особливості прямого і зворотного формоутворення модифікованих евольвентних циліндрових зубчастих коліс.

In the article on a concrete example the features of direct and reverse forming of modified involute of cylindrical gear-wheels are exposed

Постановка проблемы. Зубчатые цилиндрические передачи, как составная часть большинства машин и механизмов, являются в то же время одними из самых сложных и трудоемких деталей в технологии машиностроения. Поэтому самое широкое распространение в механизмах машин имеют цилиндрические зубчатые передачи с эвольвентным профилем зубьев, как наиболее технологичные. В последнее годы наметилась тенденция к применению цилиндрических зубчатых передач с более сложной, с точки зрения технологии их изготовления, формой профиля, а именно, с модифицированной формой профиля у вершины зуба колеса и шестерни [1-3]. Такая модификация обеспечивается зубообрабатывающими инструментами также с модифицированной формой профиля у ножки зуба.

Модификация профиля у вершины эвольвентного цилиндрического зубчатого колеса позволяет уменьшить динамические нагрузки при пересопрежении зубьев и снизить шум в зубчатой передаче, при необходимости позволяет устранить интерференцию в зубчатой передаче, улучшить условия резания на последующих чистовых операциях [5]. Однако, для обеспечения оптимальных параметров модификации, как профиля зубчатого колеса, так и зубообрабатывающего инструмента, приходится многократно решать прямую и обратную задачи формообразования.

Однако, решение прямой и обратной задачи теоретического формообразования, а также изготовление цилиндрических эвольвентных зубчатых передач с модифицированной формой профиля у вершины зуба представляет собой сложную научную и техническую задачу и является актуальной народно-хозяйственной проблемой.

Анализ литературы. Наиболее распространенными методами теоретического формообразования цилиндрических зубчатых колес являются методы их

формообразования обкатом реечными исходными формообразующими контурами, а наиболее распространенными операциями черного формообразования (или чистового при 8-9 степени точности зубчатых колес) при обработке являются операции зубофрезерования червячными фрезами, профиль нормального сечения которых соответствует исходному формообразующему контуру.

В основу проектирования цилиндрических эвольвентных зубчатых передач с модифицированным профилем положен исходный модифицированный реечный контур по ГОСТ 13755-81, а зубообрабатывающих инструментов реечного типа – исходный формообразующий модифицированный реечный контур, который определяется, как контршаблон исходного контура с учетом или без учета радиального зазора (см. рисунки 1 и 2).

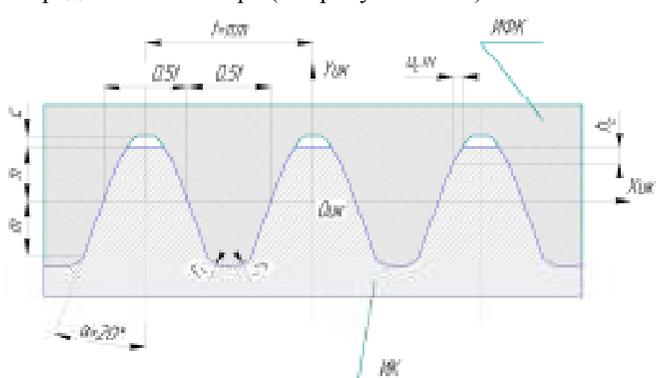


Рисунок 1 – Стандартные исходный и исходный формообразующий модифицированные контура с учетом радиального зазора

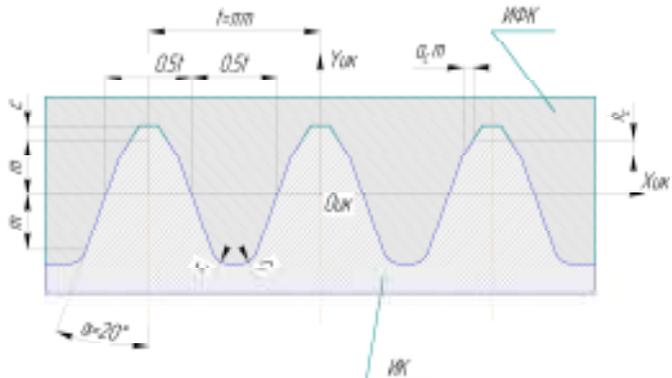


Рисунок 2 – Стандартные исходный и исходный формообразующий модифицированные контура без учета радиального зазора.

Так, для формообразования зубчатого колеса модулем 20мм и числом зубьев 26 возьмем стандартный модифицированный исходный реечный контур с параметрами профильной модификации: коэффициент высоты модификации $h_g^* = 0,2m$, коэффициент глубины модификации $\Delta^* = 0,2m$ и постро-

им ему соответствующий исходный формообразующий реечный контур без учета радиального зазора, который является контршаблоном исходного контура (см. рисунок 2).

Исходный формообразующий контур без учета радиального зазора применяется крайне редко и используется для полнопрофильной обработки зубчатых колес, т.е. с учетом обработки и вершинной поверхности зуба.

Как отмечалось выше, при оптимальном проектировании цилиндрических зубчатых передач и зубообрабатывающих инструментов зачастую необходимо неоднократно решать прямую и обратную задачи формообразования. Прямая задача формообразования – при которой контур зубчатого колеса формообразует реечный исходный формообразующий контур. Обратная задача формообразования – при которой исходный формообразующий реечный контур формообразует контур зубчатого колеса.

Цель работы. Определение особенностей прямого и обратного формообразования цилиндрических зубчатых колес с модифицированным профилем.

Для достижения поставленной цели необходимо:

- разработать математическую модель прямого и обратного формообразования цилиндрических зубчатых передач с модифицированным профилем;
- при математическом моделировании определить особенности прямого и обратного моделирования цилиндрических зубчатых передач с модифицированным профилем.

В соответствии с принятой во всем мире системой при теоретическом формообразовании цилиндрических зубчатых колес решается обратная задача формообразования. Для ее решения используем стандартный исходный формообразующий контур без учета радиального зазора (см. рисунок 2).

Для разработки математической модели обратного формообразования необ-

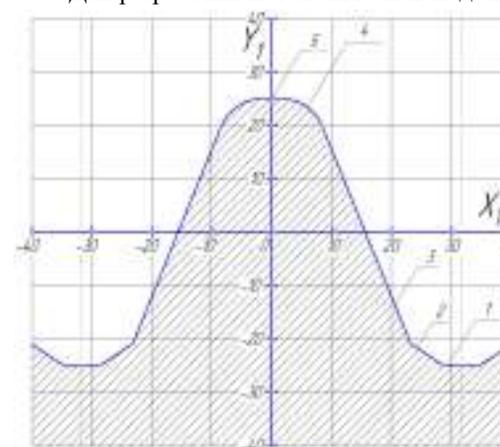


Рисунок 3 – Теоретический профиль зуба исходного формообразующего реечного контура с модифицированным профилем у ножки зуба рейки (контршаблон исходного контура)

ходимо математически описать каждый участок профиля зуба исходного формообразующего модифицированного реечного контура в собственной системе координат X_1Y_1 . Учитывая, что профиль формообразующего модифицированного реечного контура симметричный, можно рассматривать только его половину, т.е. пять участков профиля (см. рисунок 3):

- 1 – участок впадины исходного формообразующего контура (ИФК);
- 2 – участок модификации ИФК;
- 3 – участок главного профиля ИФК;

4 – участок закругления на вершине ИФК;

5 – участок вершины ИФК.

В соответствии с методикой, изложенной в [8], составим матричные уравнения каждого из пяти участков профиля (1):

$$m_{r1} = \begin{vmatrix} l_1 \cdot \cos \varphi_1 + 0.5 \cdot \pi \cdot m \\ l_1 \cdot \sin \varphi_1 - h_f^* \cdot m \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \text{ при } \varphi_1 = 0; \quad m_{r12} = \begin{vmatrix} l_2 \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + 0.25 \cdot \pi \cdot m \\ l_2 \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad \alpha = 20^\circ;$$

$$m_{r13} = \begin{vmatrix} R \cdot \cos \varphi_2 + X_C \\ R \cdot \sin \varphi_2 + Y_C \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad R = 0,38 \cdot m;$$

$$m_{r14} = \begin{vmatrix} l_3 \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{\Delta^* \cdot m + h_g^* \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h_g^* \cdot m} \right) \right) + \frac{-h_f^* \cdot m + h_g^* \cdot m}{\cos \alpha} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + 0,25 \pi \cdot m \\ l_3 \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2} + \arctg \left(\frac{\Delta^* \cdot m + h_g^* \cdot m \cdot \operatorname{tg} \alpha}{h_g^* \cdot m} \right) \right) + \frac{-h_f^* \cdot m + h_g^* \cdot m}{\cos \alpha} \cdot \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix};$$

$$m_{r15} = \begin{vmatrix} l_5 \cdot \cos \varphi_5 \\ l_5 \cdot \sin \varphi_5 + h_f^* \cdot m \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad \varphi_5 = 0, \quad (1)$$

где X_C, Y_C – координаты центра окружности, дуга которой сопрягает главный профиль с профилем вершины ИФК.

Общее уравнение половины исходного модифицированного формообразующего контура с использованием теории множеств запишется следующим образом (2):

$$m_{r11}(\varphi_z^u) = m_{r15} \cup m_{r14} \cup m_{r13} \cup m_{r12} \cup m_{r11} \quad (2)$$

Полный профиль с использованием матрицы симметрии запишется следующим образом (3):

$$m_{r11}(\varphi_z^u) = \begin{vmatrix} \cos(\pi) & \sin(\pi) & 0 & 0 \\ -\sin(\pi) & \cos(\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} m_{r11}(\varphi_z^u). \quad (3)$$

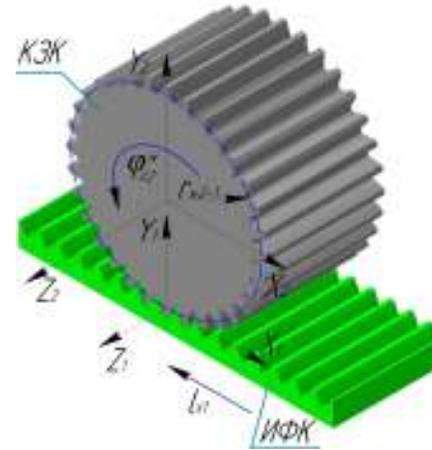


Рисунок 4 – Кинематическая схема обратного формообразования, т.е. относительно движения исходного формообразующего модифицированного реечного контура в системе координат заготовки контура зубчатого колеса (для наглядности изображена объемная модель пары рейка-колесо)

Рисунок 4 – Кинематическая схема обратного формообразования, т.е. относительно движения исходного формообразующего модифицированного реечного контура в системе координат заготовки контура зубчатого колеса (для наглядности изображена объемная модель пары рейка-колесо)

$$m_{r116}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{r11}(\varphi_z^u), \quad (4)$$

где $m_{r11}(\varphi_z^u)$ – матричное уравнение профиля зуба исходного формообразующего реечного контура собственной системе координат X_1Y_1 ; $m_{r116}(\varphi_z^w, \varphi_z^u)$ – матричное уравнение движения профиля исходной формообразующей рейки в системе координат контура заготовки X_2Y_2 .

В матричном виде уравнение относительного движения запишется следующим образом (5):

$$m_{r116}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \begin{vmatrix} \cos(\varphi_{z2}^w) & -\sin(\varphi_{z2}^w) & 0 & 0 \\ \sin(\varphi_{z2}^w) & \cos(\varphi_{z2}^w) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & C_{y12}^u \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & l_{x1}^w \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x(\varphi_z^u) \\ y(\varphi_z^u) \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Для определения формообразованного профиля зубчатого колеса будем использовать кинематический способ формообразования, при котором в системе координат заготовки точка движущего ИФК будет формообразующей, если вектор нормали в этой точке будет перпендикулярен аналогу вектора относительной скорости этой точки.

Тогда уравнение формообразования можно представить в виде (6):

Кинематическая схема обратного формообразования с использованием теории отображения аффинного пространства изображена на рисунке 4.

Согласно схеме, изображенной на рисунке 4, исходный модифицированный реечный контур движется параллельно оси X_1 с параметром l_{x1} и вместе с системой X_1Y_1 вращается вокруг системы X_2Y_2 с параметром φ_{z2}^w . Между параметрами движения существует связь, так как они происходят одновременно, т.е: $l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w$, где $K_{lx1} = -r_w(2-1)$.

Параметр относительной установки (параметр относительного расположения) систем координат равен: $C_{y12} = -r_w(2-1)$.

В соответствии с теорией отображения аффинного пространства запишем уравнение движения профиля ИФК относительно заготовки в системе координат заготовки (4):

$$NV = 0, \quad (6)$$

где

$$N(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \frac{d}{d\varphi_z^u} m_{r\Pi}(\varphi_z^w, \varphi_z^u); \quad (7)$$

$$V(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = \frac{d}{d\varphi_z^w} m_{r\Pi}(\varphi_z^w, \varphi_z^u). \quad (8)$$

Решая данное уравнение, найдем для каждой точки профиля ИФК параметр движения, при котором она будет формообразующей. После чего, подставив значение параметра движения в уравнение движения (4), найдем точки формообразованного профиля впадины зубчатого контура.

Следовательно, классическая математическая модель формообразования состоит из уравнения относительного движения ИФК в системе координат заготовки, уравнений связи между параметрами относительного движения (4) и уравнения формообразования (уравнения зацепления) и запишется в соответствии с методикой, изложенной в [4], следующим образом (9).

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{r\Pi\sigma}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{r\Pi1}(\varphi_z^u); \\ l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w; \\ -\frac{\pi}{4} \leq \varphi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4}; \\ K_{lx1} = r_{w(2-1)}; \\ C_{y12} = r_{w(2-1)}; \\ NV = 0. \end{array} \right. \quad (9)$$

Так как в исходном формообразующем контуре присутствуют не формообразующие точки излома [6], то при формообразовании происходит нарушение условий формообразования, т.е. подрезание (см. рисунок 5).

Следовательно, классическое уравнение формообразования не позволяет определить реально формообразованный профиль впадины зубчатого колеса, если происходит нарушение условий формообразования, т.е. подрезание смежными участками профиля ИФК.

При отсутствии особых точек излома на исходном формообразующем звене и при отсутствии нарушений условий формообразования прямая и обратная задача взаимнообратны, т.е. если формообразовать контур цилиндрического зубчатого колеса, то этим контуром колеса можно формообразовать первоначальный исходный формообразующий реечный контур при одних и тех же параметрах относительной установки и параметрах относительного движения. Однако, при наличии на формообразующем звене особых точек излома или при нарушении условий формообразования, эти задачи не всегда взаимнообратны.

По специально разработанному блоку программы на ПЭВМ мы уберем участки профиля, которые не принадлежат профилю впадины формообразованного зубчатого колеса. Тогда мы получим реальный профиль впадины, изображенный на рисунке 6.

Как видно из рисунка 6, профиль впадины зубчатого колеса имеет особые

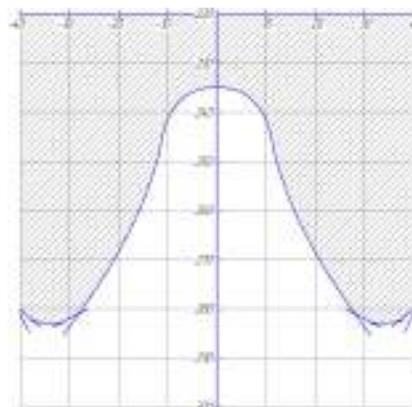


Рисунок 5 – Теоретический контур впадины зубчатого колеса, формообразованного исходной формообразующей рейкой с модифицированным профилем у ножки зуба имеющим неформообразующие точки излома

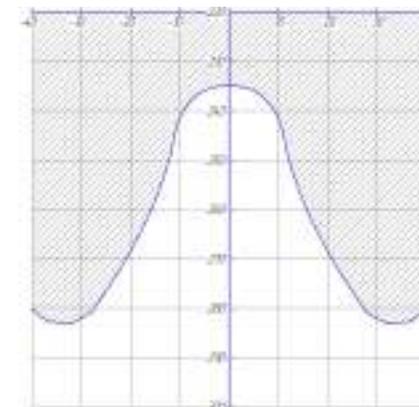


Рисунок 6 – Реальный контур профиля впадины зубчатого колеса, формообразованного исходной формообразующей рейкой с модифицированным профилем у ножки зуба

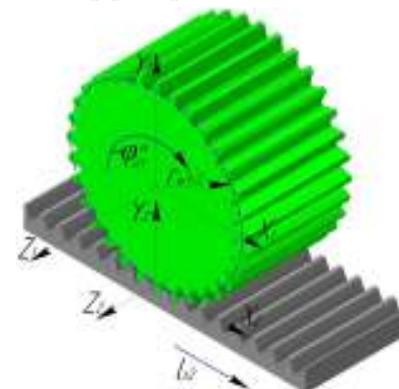


Рисунок 7 – Кинематическая схема прямого формообразования, т.е. формообразования профилем впадины зубчатого колеса профилем зуба исходной формообразующей рейки

точки излома. Однако в соответствии с признаками, установленными в работе [6], эти точки излома при решении прямой задачи формообразования будут формообразующими.

Затем решим задачу прямого формообразования, при которой реальный профиль впадины зуба (см. рисунок 6) формообразует профиль зуба исходной формообразующей рейки. Тогда кинематическая схема прямого формообразования может быть представлена на рисунке 7.

Математическая модель прямого формообразования может быть представлена в виде (10):

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{r\Pi\sigma}(\varphi_z^w, \varphi_z^u) = m_\varphi(\varphi_z^w) \cdot m(C_y^u) \cdot m_l(\varphi_z^w) \cdot m_{r\Pi1}(\varphi_z^u); \\ -\frac{\pi}{4} \leq \varphi_{z2}^w \leq \frac{\pi}{4}; \\ l_{x1} = K_{lx1} \varphi_{z2}^w; \\ K_{lx1} = r_{w(2-1)}; \\ C_{y12} = r_{w(2-1)}; \\ NV = 0. \end{array} \right. \quad (10)$$

Используя математическую модель, решим задачу прямого формообразования, при которой реальный профиль впадины зуба (см. рисунок 6) формообразует профиль зуба исходной формообразующей рейки. При решении прямой задачи формообразования с использованием математической модели мы получим разрывы в профиле зуба исходного формообразующего контура (см. рисунок 8).

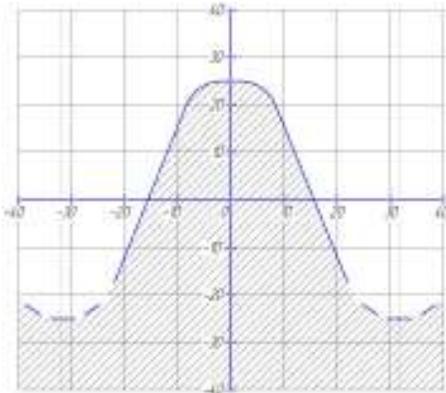


Рисунок 8 – Теоретический контур исходной формообразующей рейки, полученный при решении прямой задачи формообразования

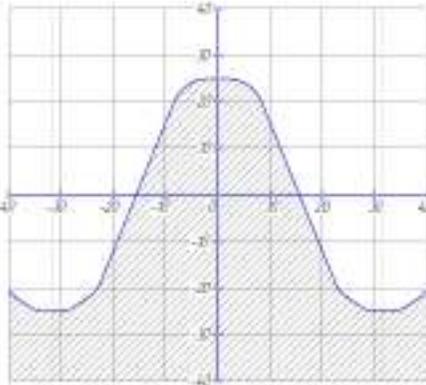


Рисунок 9 – Реальный профиль зуба исходной формообразующей рейки, полученный при решении прямой задачи формообразования

Затем заполним разрывы в профиле траекторией движения особых точек излома и получим полный профиль (см. рисунок 9). Полный профиль может быть получен и с использованием в точках излома "всеера" нормалей и скорости внедрения [6].

При обратном формообразовании профилем зуба исходной формообразующей рейки, изображенном на рисунке 9, будет получен контур зубчатого колеса с модифицированным профилем, изображенном на рисунке 6, т.е. с точками излома. Следовательно, исходной формообразующей рейкой с разными профилями (см. рисунки 3 и 9) при одних и тех же параметрах установки и параметрах относительного движения получен один и тот же профиль зубчатого колеса с модифицированным профилем. Разница в профилях исходных формообразующих реек представлена на рисунке 10.

Как видно из рисунка 10 при формообразовании одного и того же профиля зубчатого колеса разница в профилях исходных формообразующих реечных контуров при прямой и обратной задаче формообразовании в зависимости от модуля может достигать 0,5мм. Расположение отрезка профиля в теле исходной формообразующего контура ниже линии АВ не повлияет на форму профиля зубчатого колеса.

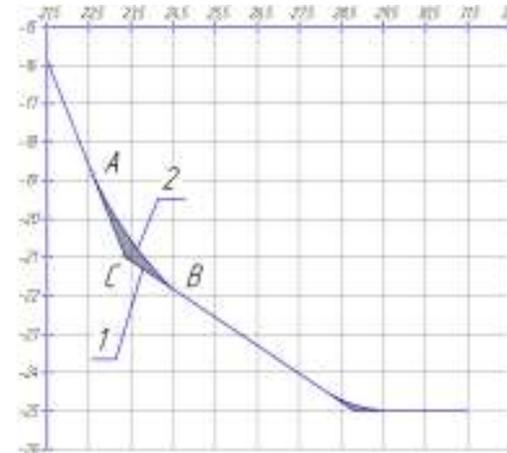


Рисунок 10 – Сравнение первоначального исходного формообразующего реечного контура и полученного при прямом формообразовании:
1 - первоначальный исходный формообразующий модифицированный реечный контур;
2 – исходный формообразующий модифицированный реечный контур, полученный при прямом формообразовании

профиля, что значительно увеличит стойкость инструмента.

3. Определена область, в рамках которой можно изменять профиль модифицированной исходной формообразующей рейки, не изменяя профиль формообразуемого зубчатого колеса.

Выводы:

1. Впервые для конкретного зубчатого колеса получен модифицированный профиль рейки, не имеющей особых точек излома (см. рисунок 9), при формообразовании которым при отсутствии нарушений условий формообразования получен модифицированный профиль зубчатого колеса с особыми точками излома.

2. Из первого вывода следует, что для формообразования цилиндрических зубчатых передач с модифицированным и имеющим точки излома профилем на вершине зуба может быть спроектирован инструмент реечного типа, не имеющий точек излома

Список литературы: 1. Равська Н.С., Основы формообразования поверхностей при механической обработке / Н.С. Равська, П.Р. Родін, Т.П. Ніколасенко, П.П. Мельничук. – Житомир: ЖІТІ, 2000. – 163с. 2. Перепелица Б.А. Отображение аффинного пространства в теории формообразования поверхностей резанием. – Харьков: Выща шк., 1981. – 107с. 3. Кривошея А.В., Петасюк О.У., Мельник В.Е., Коринец А.В. Методика задания и математического описания исходных формообразующих профилей // Сверхтвердые материалы. – Киев, 2004. – Вып.1. – С.52-65. 4. Кривошея А.В., Мельник В.Е., Коринец А.В. Математические модели формообразования звеньев плоских систем зубчатых зацеплений // Сверхтвердые материалы. – Киев, 2003. – Вып.5. – С.60-76. 5. Сухоруков Ю.Н. Модификация эвольвентных цилиндрических зубчатых колес. Справочник. – Киев, Техніка, 1992. – 197с. 6. Бабичев Д.А., Бабичев Д.Т. Серебрянников А.А., Панфилова Е.Б. Универсальное плоское зацепление и типовые плоские профили // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.20-34. 7. Родін П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. – Київ: Изд-во Вища школа, 1977. – 192с. 8. Мельник В.Е. Совершенствование методики математического описания исходных формообразующих профилей системы зубчатых зацеплений // Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: НТУ "ХПІ", 2004. – Вып.66. – С.97-108.

Поступила в редколлегию 31.05.12

М.В. МАРГУЛИС, д.т.н., профессор каф. ТМ ПГТУ, Мариуполь;
Н.В. КИСЕЛЬ, магистр каф. ТМ ПГТУ

РАЗРАБОТКА ВЫСОКОЭКОНОМИЧНОЙ КОНСТРУКЦИИ ЗАГОТОВКИ ГИБКОГО ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА И ПРОГРЕССИВНОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА НАРЕЗАНИЯ ЗУБЬЕВ НА ГИБКОМ И ЖЁСТКОМ КОЛЁСАХ ВОЛНОВОЙ ТОРЦЕВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Приведены теоретические положения, на основании которых разработана новая рациональная и экономичная конструкция заготовки ТВЗП и прогрессивный технологический процесс нарезания зубьев. Исследована прочность сварных соединений и особенности холодного мелко модульного накатывания. Их использование в торцевых волновых зубчатых передачах позволит существенно увеличить их долговечность, надежность, уменьшить массогабаритные показатели и себестоимость изготовления.

Приведені теоретичні положення, на основі яких розроблена нова раціональна та економічна конструкція заготовки ПЗП та прогресивний технологічний процес нарізання зубців. Досліджена міцність зварних з'єднань та властивість холодного дрібно модульного накатування. Їх використання в торцевих хвильових зубчатих передачах дозволить істотно збільшити їх довговічність, надійність, зменшити масогабаритні показники і собівартість виготовлення.

The brought theoretical positions over, on the basis of that the new rational and economic construction of purveyance of Wave BUTT-END Gearing and progressive technological process cutting of indents are worked out. Investigational durability of weld-fabricated connecting and property of cold rolling. Their use their longevity, reliability, will allow in the butt-end wave gearing substantially to increase, to decrease mass and sizes indexes and prime price of making.

Анализ технико-экономических показателей приводов металлургических, транспортных, горнорудных, грузоподъемных и других машин, выполненный отечественными и зарубежными учёными, показал, что они не соответствуют современным требованиям и должны быть значительно улучшены.

Таким образом, совершенствование приводов машин в настоящее время является одной из актуальнейших проблем машиностроения. Это связано с тем, что привод является наиболее сложной, трудоёмкой и ответственной частью любой машины. От его качества в большой мере зависит производительность, надёжность, долговечность и экономичность машины.

Для повышения этих показателей необходимы разработки новых высокоэкономичных видов передаточных механизмов приводов [1]. К таким механизмам относится волновая зубчатая передача. Волновая передача — механическая передача, передающая движение за счет циклического возбуждения волн деформации в гибком элементе.

Торцевая волновая зубчатая передача (ТВЗП) является конструктивной разновидностью волновых зубчатых передач. Применение ТВЗП может значительно уменьшить осевые размеры и массу передаточного механизма при сохранении всех преимуществ волновых передач перед неволновыми, такими как: уменьшение массогабаритных параметров механизма, повышение КПД, увеличение надежности, уменьшение себестоимости изготовления и эксплуатации.

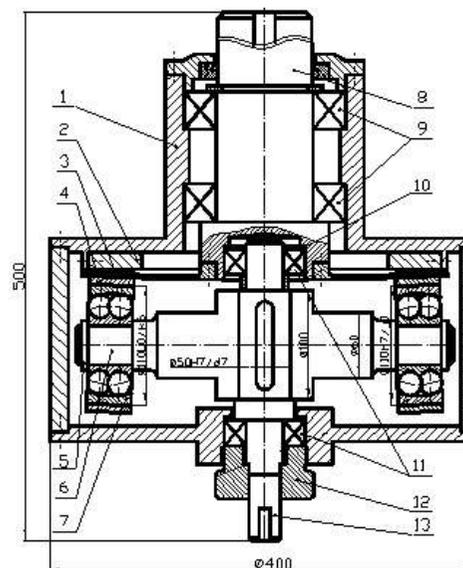


Рисунок 1 – Рациональная конструктивная схема торцевой волновой зубчатой передачи [1]:

1 – корпус, 2 – жесткое колесо, 3 – гибкое колесо, 4 – подкладные кольца, 5 – стопорные шайбы, 6 – вал генератора волн, 7 – сферические самоустанавливающиеся подшипники со втулками, 8 – выходной вал, 9 – подшипники, 10 – пружинные шайбы, 11 – подшипники, 12 – регулирующая гайка, 13 – входной вал

колёса, а так же прогрессивный процесс нарезания мелко модульных зубьев на гибком и жестком колесах. Данные решения помогут повысить производительность, снизить себестоимость, обеспечить необходимую работоспособность и долговечность торцевой волновой зубчатой передачи в условиях серийного производства.

Известны два способа получения заготовки гибкого колеса ТВЗП.

Ранее оно изготавливалось из цельного листа высококачественной легированной стали и из двух частей – базового тонкостенного диска из менее прочной стали, на котором наплавляется многослойное кольцо из высокопрочного материала для нарезания зубьев.

Однако, оба эти способа нерациональны, т.к. коэффициент использования материала весьма низкий – $k_{им}=0,4...0,45$, а трудоёмкость высокая.

Нами предложен способ получения заготовки гибкого колеса выполненной из двух элементов (рисунок 4): базового диска 1 сталь 40Х ГОСТ 4545-71 из листового горячекатаного проката ГОСТ 19903-74 и кольца 2, из горячекатаной цельнотянутой трубы ГОСТ 8732-78 изготовленной из стали 30ХГСА ГОСТ 4543-71, соединённых в цельную конструкцию посредством сварки специальными электродами НИАТ-5. Данный способ получения заготовки гибкого колеса ТВЗП приводит к

Данная ТВЗП (рисунок 1) работает следующим образом: перемещения генератора волн происходит с помощью регулировочной гайки 12, которая вкручивается в ступицу корпуса 1, до требуемой глубины захода зубьев гибкого колеса 3 в зубья жесткого колеса 2. Затем двигатель (не показан на рисунке 1) приводит во вращение генератор волн 6, посредством втулок с подшипниками. Вращение по наружной поверхности ГК создаёт волновые зацепления и приводит во вращение выходной вал 8, связанный с исполнительным устройством (не показан на рисунке 1).

Гибкое колесо ТВЗП имеет специфическую конструкцию в виде гибкого тонкостенно диска, на котором выполнены мелко модульные зубья, которые несут большие изгибные и контактные нагрузки.

Для решения поставленных задач, нами предлагается применить новую высокоэкономичную конструкцию заготовки гибкого

снижению трудоёмкости и себестоимости, а также повышению производительности обработки гибкого колеса в условиях серийного производства [4].

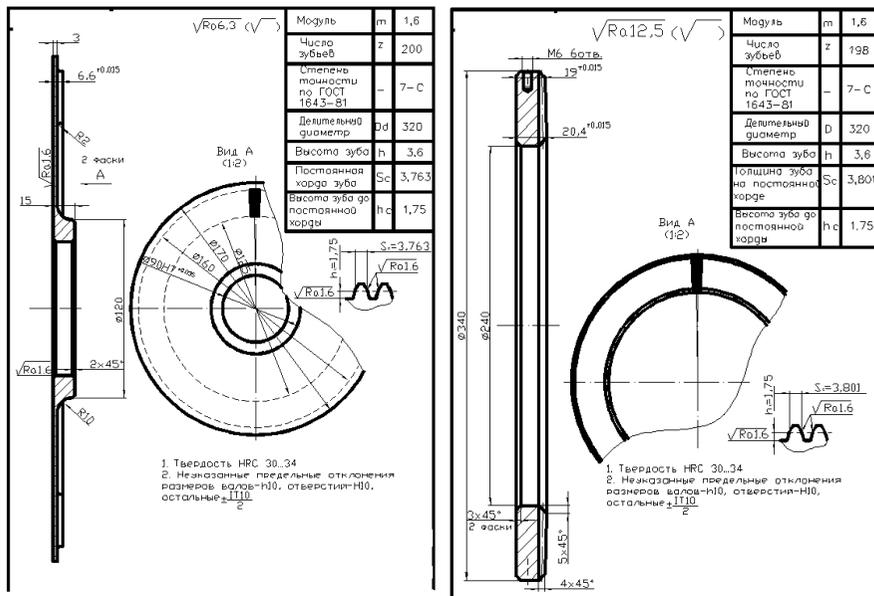


Рисунок 2 – Гибкое колесо

Рисунок 3 – Жесткое колесо

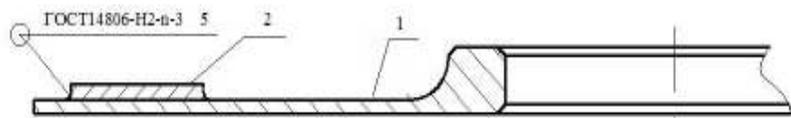


Рисунок 4 – Эскиз предложенной конструкции заготовка гибкого колеса ТВЗП

Использование предложенного нами процесса сварки при изготовлении гибкого колеса из двух частей обеспечивает значительное уменьшение массы заготовки ($k_{\text{ИМ}}=0,8$), в отличие от способа получения цельной заготовки из высоколегированной стали или от способа наплавки рабочего слоя на базовый диск. Это объясняется тем, что масса сварных швов обычно составляет от 1 до 2% от массы свариваемых элементов [3], тогда как масса наплавляемого слоя составляла 35% от свариваемых частей заготовок.

После сварки шов имеет аналогичный химический состав и близкие механические свойства со свариваемыми частями заготовки предложенной конструкции. На рисунке 5 приведен график значения микротвёрдости сварного шва из электродов НИАТ-5 при сварке образцов из стали 30ХГСА ГОСТ 4543-71.

Временное сопротивление разрыву для стали 30ХГСА=590МПа; твердость шва =88HRB [2]. Допускаемое напряжение на гибком колесе при кручении ГК для нашей ТВЗП составляет 67МПа. Следовательно, заготовка, полученная методом сварки из двух частей, полностью соответствует прочностным характери-

кам, предъявляемым к ГК ТВЗП. Трудоёмкость при сварке уменьшается в 8..9 раз по сравнению со способом наплавки из-за сокращения штучно-калькуляционного времени на сварку и последующую механическую обработку.



Рисунок 5 – Микротвёрдость на расстоянии 2мм от верхней поверхности сварного шва стали 30ХГСА [2]

В торцевой волновой зубчатой передаче сложным конструктивным элементом являются зубчатые венцы гибкого и жёсткого колёс. Ранее для выполнения зубьев использовался метод нарезания с помощью дисковой фрезы на фрезерном станке с ЧПУ (с поворотным столом). Недостатком данного метода является низкая точность зубчатого профиля и высокая трудоёмкость в связи с уменьшением припусков на мехобработку.

Существенно повысить точность и уменьшить трудоёмкость изготовления с учётом мелкомодульности ($m=1...2\text{мм}$) зубчатого профиля гибкого колеса можно с помощью холодной накатки венца. Накатывание зубьев предлагается осуществлять способом холодного пластического деформирования материала специальным инструментом, включающим два силовых ролика, которые осуществляют формообразование зубьев [3]. Процесс основан на принципе накатывания отличающийся высокой производительностью и точностью выполнения зубьев. Точность холодного накатывания зубьев зубчатых колёс соответствует 6-7-й степени по ГОСТ 1643-56, а шероховатость обработанной поверхности зуба $Ra=0,63-0,04\text{мкм}$ [3].

Образование профиля зубьев (сталь 30ХГСА ГОСТ 4543-71) двумя накатными роликами, производится радиальной подачей. Для изготовления роликов используется ферромагнитный материал Р6М5 ГОСТ 2590-88. При пластическом деформировании заготовок происходит упрочнение металла зубьев шестерен, выражающееся в увеличении микротвёрдости зубьев примерно на 40-50%. При этом наблюдается существенное увеличение прочности накатных зубьев по сравнению с фрезерованием и долблением.

Учитывая изложенное нами, в качестве рабочего инструмента предложена конструкция с использованием двух накатных роликов, которые посредством радиальной подачи устанавливаются над рабочей поверхностью заготовки (рисунок 6). Диаметры роликов составляют 75% от диаметра зубчатого

профиля. Накатывание осуществляется при глубине вдавливания первого ролика на 1/3 и второго ролика на 2/3 высоты профиля зубьев. Это связано с тем, что прочность поверхностного слоя материала значительно выше прочности внутреннего слоя материала заготовки.

Характер распределения твердости по профилю накатанных зубьев для различных материалов в большинстве своем одинаков, а величины твердости зависят от исходного накатываемого материала заготовки. На рисунке 7 показано распределение твердости по профилю зуба накатанного зубчатого колеса из хромистой стали 40Х ГОСТ 4543-71. В зоне наибольших деформаций заготовки обычно наблюдается повышение твердости на 30-50% по сравнению с исходной твердостью заготовки [4].

При накатывании в холодном состоянии следует ограничить величины подачи инструмента до $S=15 \dots 20$ об/мин, что обеспечивает требуемую точность и шероховатость накатываемой поверхности. На рисунке 8 приведена зависимость шероховатости поверхности от скорости и подачи при холодном накатывании зубчатых колес [5].

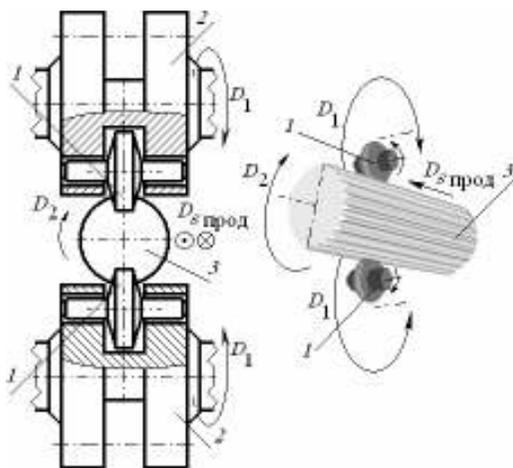


Рисунок 6 – Схема процесса накатки зубьев двумя роликами с радиальной подачей двух роликов на различную глубину вдавливания

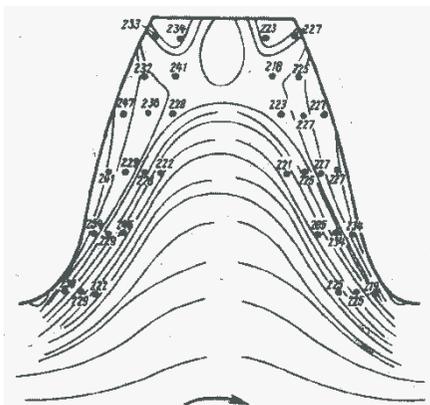


Рисунок 7 – Распределение твердости по профилю накатного зуба (сталь 40Х) по Бринеллю (НВ)

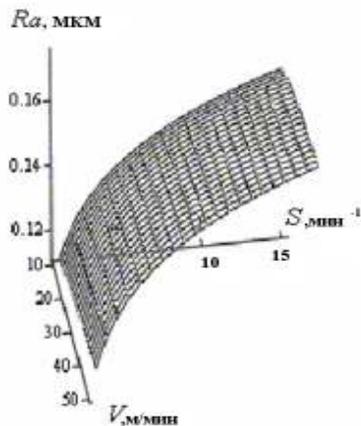


Рисунок 8 – Зависимость высоты микронеровностей (R_a) на накатываемой поверхности от скорости (V) и подачи (S)

Выводы:

1. Разработана технология изготовления заготовки гибкого колеса ТВЗП с коэффициентом использования материала $k_{им}=0,8-0,85$.
2. Предложен высокоэкономичный технологический процесс накатывания зубьев гибкого и жесткого колес с использованием специального накатного устройства.

Список литературы: 1. Маргулис М.В. Торцовая хвильовая зубчатая передача // Вісник Приазовського державного технічного університету. Серія: Технічні науки. Збірник наукових праць. – 1999. – №6. – С.69-73. 2. Справочник в 4-х т. Т.1. / Под ред. А.И. Акулова. – М.: Машиностроение, 1978. – 379с. 3. Сварка и свариваемые материалы: В 3-х т. – Т.1. Свариваемость материалов. Справ. изд. / Под ред. Э.Л. Макарова. 4. Прогрессивные технологические процессы в автостроении. Механическая обработка, сборка / Под ред. С.М. Степашина. – М.: Машиностроение, 1980. – 320с. 5. Барбарич М.В., Хорунженко М.В. Накатывание цилиндрических зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1970. – 191с.

Поступила в редколлегию 04.04.12

УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля;
А.А. МУХОВАТЫЙ, к.т.н., ст. преп. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСХОДНЫХ КОНТУРОВ С НЕРАВНОДЕЛЕННЫМ ШАГОМ ДЛЯ СОЗДАНИЯ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Дана математическая модель зубчатой передачи с использованием прямоочного исходного контура, даны рекомендации по определению параметров исходного контура зубьев с неравноделенным шагом эвольвентных зубчатых передач с повышенной нагрузочной способностью.

Надана математична модель зубчастої передачі з використанням прямобічного вихідного контуру, надані рекомендації до визначення параметрів вихідного контуру зубців з нерівноподіленим кроком евольвентних зубчастих передач зі збільшеною навантажувальною здібністю.

Here is mathematic model of gear In operation the method of synthesis of gears with use of the parameters value, making the basic impact on magnitude of criteria of working capacity of linkage is developed. The initial head loop ensuring improvement of criteria of working capacity of gears is synthesized.

Постановка задачи. Большинство современных машин содержат приводы с передачами зацеплением, совершенствование которых является важной актуальной задачей, относящейся к проблеме многокритериального синтеза машиностроительных конструкций [1].

Анализ литературы. Создание высоконагруженных передач зацеплением связано с нахождением геометрии рабочих поверхностей, обеспечивающей высокие значения критериев работоспособности зацепления [2...8]. В

данном направлении проведены и проводятся глубокие исследования с использованием различных способов получения рациональной геометрии зубьев (см., например, [2, 3, 5...8]). Значительное место в этих исследованиях занимают результаты по определению рациональной геометрии зубьев эвольвентных цилиндрических зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью [9, 10, 11]. Важной проблемой является дальнейшее совершенствование геометрии зубьев эвольвентных зубчатых передач с целью повышения их нагрузочной способности.

Цель статьи. Разработка рекомендаций по определению параметров исходных контуров с неравноделенным шагом зубьев эвольвентных зубчатых передач с повышенной нагрузочной способностью.

1. Геометрические параметры зубьев. На рисунке 1 изображен прямоугольный исходный контур, применяемый при профилировании режущего инструмента для нарезания зубьев эвольвентных зубчатых колес.

Для распространенных исходных контуров $S_{\partial 1} = S_{\partial 2} = 0,25\pi$. В схеме координат $f_1 O f_2$ уравнение профиля "cd" исходного контура имеет вид

$$f_2 = f_1 \operatorname{tg} \alpha - 0,25S_{\partial}, \quad (1)$$

где α – угол профиля исходного контура; S_{∂} – толщина зуба рейки на делительной прямой.

Уравнение профиля галтели "cβ" можно записать в виде

$$\begin{aligned} f_{1\Gamma} &= a_{\Gamma} - \rho_{\Gamma} \sin \alpha_{\Gamma}; \\ f_{2\Gamma} &= b_{\Gamma} + \rho_{\Gamma} \cos \alpha_{\Gamma}, \end{aligned} \quad (2)$$

где a_{Γ} , b_{Γ} – координаты центра окружности, которой очерчена галтель исходного контура; α_{Γ} – профильный угол галтели (изменяется в пределах $\alpha \leq \alpha_{\Gamma} \leq 0,5\pi$); ρ_{Γ} – радиус галтели исходного контура.

В системе координат, связанной с нарезаемым режущим инструментом (исходный контур на рисунке 1) колесом (ось $O_1 z_1$ направлена по оси колеса), координаты профилей зубьев будут равны [3]

$$x = (f_1 + R) \cos \varphi + f_1 \operatorname{ctg} \alpha \sin \varphi; \quad y = (f_1 + R) \sin \varphi - f_1 \operatorname{ctg} \alpha \cos \varphi, \quad (3)$$

где R – радиус начальной окружности нарезаемого колеса; φ – угол поворота колеса.

Координаты переходной кривой профиля зуба для галтели исходного контура с уравнением (2) будут равны

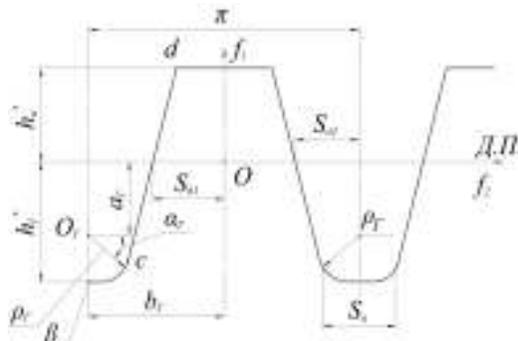


Рисунок 1 – Прямоугольный исходный контур (модуль $m=1$ мм, ДП – делительная прямая)

$$x_{\Gamma} = (f_{1\Gamma} + R) \cos \varphi_{\Gamma} + f_{1\Gamma} \operatorname{ctg} \alpha_{\Gamma} \sin \varphi_{\Gamma}; \quad y_{\Gamma} = (f_{1\Gamma} + R) \sin \varphi_{\Gamma} - f_{1\Gamma} \operatorname{ctg} \alpha_{\Gamma} \cos \varphi_{\Gamma}. \quad (4)$$

Здесь φ_{Γ} – угол поворота колеса, соответствующий координатам кривой основания зуба.

Заметим, что координаты центра O_{Γ} и радиус ρ_{Γ} (рисунок 1) равны

$$a_{\Gamma} = -(h_a^* - \rho_{\Gamma} \sin \alpha); \quad b_{\Gamma} = -S_{\partial 1} - h_a^* \operatorname{tg} \alpha - \rho_{\Gamma} \cos \alpha; \quad \rho_{\Gamma} = \frac{0,5S_a}{\cos \alpha}. \quad (5)$$

Угол поворота колеса, соответствующий заданному f_1 , и угол φ_{Γ} при использовании [3] имеют значения

$$\varphi = \frac{-S_{\partial 1} + \frac{2f_1}{\sin 2\alpha}}{R}; \quad \varphi_{\Gamma} = \frac{-\frac{f_{1\Gamma}}{\sin \alpha_{\Gamma}} + f_{2\Gamma}}{R}, \quad (6)$$

а величины $S_{\partial 1}$ и $S_{\partial 2}$ для шестерни и колеса, соответственно, равны

$$S_{\partial 1} = \frac{\pi}{4} + x_1 \operatorname{tg} \alpha + \Delta S; \quad S_{\partial 2} = \frac{\pi}{2} - S_{\partial 1}, \quad (7)$$

где ΔS – величина, характеризующая неравноделенность шага исходного контура; x_1 – смещение исходного контура.

Кривизна профиля переходной кривой основания зуба колеса равна [3]

$$x_{\Gamma} = \frac{1}{\rho_{\Gamma}} + \frac{(\Omega_2')^2 f_2^1}{n^3 \left(R - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2} \right)}. \quad (8)$$

Здесь

$$n = \rho_{\Gamma}; \quad f_2^1 = -\rho_{\Gamma} \sin \alpha_{\Gamma}; \quad \Omega_2' = \frac{a_{\Gamma}}{\sin^2 \alpha_{\Gamma}}. \quad (9)$$

При исследовании заострения зубьев необходимо знать их толщину на вершине, которая равна $S = 2|y|$ из (3) при f_1 , соответствующем вершине зуба

$$S = 2 \left[(f_a + R) \sin \varphi_a - f_a \operatorname{ctg} \alpha \cos \varphi_a \right], \quad (10)$$

где φ_a – угол поворота колеса, соответствующий значению f_a (определяется из (6) при $f_1 = f_a$); f_a – значение f_1 , соответствующее точке профиля зуба на окружности вершин.

Значение f_a определяется по формуле:

$$f_a = \left(-R \sin \alpha + \sqrt{R_a^2 - R^2 \cos^2 \alpha} \right) \sin \alpha, \quad (11)$$

где $R_a = R + h_a^* + x_1$ – радиус вершин зубьев.

Важным показателем зубчатых передач является коэффициент перекрытия, который можно определить, используя рекомендации [3], по формуле

$$\varepsilon_\alpha = \frac{(f_{a1} + f_{a2})}{\pi \sin 2\alpha}, \quad (12)$$

где f_{a1}, f_{a2} – значения f_1 для головок зубьев шестерни и колеса, определяемые по формуле (11).

2. Примеры синтеза исходных контуров. Применение исходных контуров с неравноделенным шагом особенно эффективно для цилиндрических зубчатых колес, если число зубьев шестерни $z_1 < 17$, когда при $\alpha = 20^\circ$ возникает опасность заострения и подрезания зубьев. При этом передаточное число передачи должно быть $u \geq 3$, т.е. предлагаемый способ повышения нагрузочной способности рекомендуется применять для передач с малым числом зубьев шестерни при больших передаточных числах. Заметим, что для профилирования зубьев передачи требуется два исходных контура: исходный контур зубьев шестерни и исходный контур зубьев колеса. В этом случае толщина зубьев колеса на вершинах незначительно отличается от этой толщины зубьев рейки, поэтому ее можно задать в пределах рекомендуемых значений [10] $S_{a2} = (0,25 \dots 0,4)m$. В некоторых случаях можно воспользоваться рекомендациями работы [11], задавая $S_{a2} = (0,1 \dots 0,2)m$. При числе зубьев шестерни $z_1 > 17$ предлагаемый способ повышения нагрузочной способности зубчатых передач эффективен при $S_{a2} < 0,4$.

Рассмотрим примеры синтеза исходных контуров при $z_1 \leq 17$ и $z_1 > 17$. При $z_1 \leq 17$ зададим $S_{a2} = 0,4$, а при $z_1 > 17$ – $S_{a2} = 0,3$ (эти величины при $m = 1$ мм). Используя зависимости (5), (7) при $x_1 = 0$, получаем параметры исходных контуров, представленных в таблице, а схема исходного контура представлены на рисунке 2.

Таблица – Параметры исходных контуров с неравноделенным шагом

Число зубьев шестерни	α , град	h_a^*	Контур зубьев шестерни				
			h_f	k	S_a^*	ρ^*	c^*
$z_1 \leq 17$	27	1	1,12250	1,72254	0,70349	0,22450	0,12250
$z_1 > 17$	31	1	1,08490	1,63987	0,49815	0,1750	0,08490
Число зубьев колеса	α , град	h_a^*	Контур зубьев колеса				
			h_f	k	S_a^*	ρ^*	c^*
$z_1 \leq 17$	27	1	1,21560	1,41905	0,4	0,39513	0,21560
$z_1 > 17$	31	1	1,12400	1,50172	0,3	0,25559	0,12400

Примечание. В таблице указаны минимальные значения коэффициента c^* радиального зазора. Их можно увеличить, принимая высоту зубьев шестерни и колеса с уменьшенным коэффициентом h_a^* .

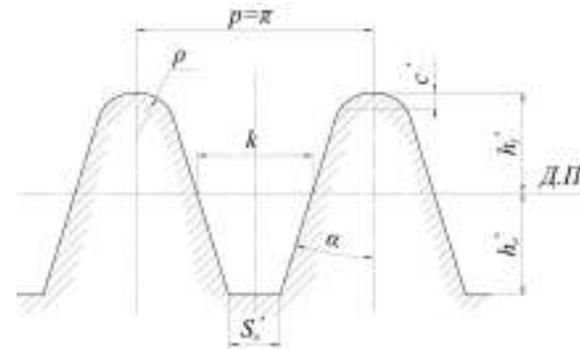


Рисунок 2 – Исходный контур с неравноделенным шагом ($m = 1$ мм, Д.П. – делительная прямая)

ными контурами зубьев показывает, что их изломная прочность на 15...25% выше в сравнении с зубчатыми передачами при $\alpha = 20^\circ$.

Заметим, что использование таких исходных контуров не исключает возможности применения зубчатых колес со смещением и обеспечивает коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$.

Выводы:

1. Разработана математическая модель синтеза исходных контуров эвольвентных передач с неравноделенным шагом.
2. Разработаны исходные контуры с неравноделенным шагом, обеспечивающие повышение нагрузочной способности зубчатых передач из условия контактной прочности зубьев на 25...37%, а из условия их изломной прочности – на 15...25%.

Список литературы: 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів: ТзОВ "КІНПАТРІ ЛТД". – 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. – Луганск: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – 336с. 3. Ленский М.Ф. Синтез плоских зубчатых механизмов по некоторым качественным показателям // *Зубчатые и червячные передачи*. – М.: Машиностроение, 1968. – С.35-46. 4. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхондной линией зацепления // *Надежность и качество зубчатых передач*. НИИ Информтяжмаш. – 18-67-106, 1967. – С.1-8. 5. Носко П.Л., Шишов В.П., Ткач П.М., Муховатий О.А. Основы синтеза вихідного контуру циліндричних зубчатих передач із зменшенням питомої роботи сил тертя в зацепленні // *Вісник національного технічного університету "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.128-133. 6. Tokoly P., Bosancký M., Vanya A. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer // *Вісник національного технічного університету "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.10-19. 7. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 8. Шишов В.П., Панкратов Д.А., Муховатый А.А. Критерии оценки работоспособности передач зацеплением // *Вісник національного технічного університету "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2001. – №12. – С.27-33. 9. Дорофеев В.Л., Арнаутков К.Б., Дорофеев Д.В. Назначение параметров исходного контура эвольвентных зубчатых колес с несимметричными зубьями // *Вісник НТУ "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.53-60. 10. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464с. 11. Анянцев В.М., Дорофеев В.Л., Капелевич А.Л. Новые подходы к проектированию зубчатых передач авиационных редукторов // *Вісник НТУ "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №20. – С.19-29.

Поступила в редколлегию 21.05.12

А.М. ОНИШКОВА, соискатель ЮФУ, главный специалист ООО ИТСК, Ростов-на-Дону, Россия

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ С ПОВЕРХНОСТНЫМ ТРЕНИЕМ

Разработан численный алгоритм решения пространственной контактной задачи с поверхностным трением, заключающийся в определении минимума некоторого квадратичного функционала, заданного в области, содержащей неизвестную границу. В качестве неизвестной границы выступает область сцепления. Неизвестная граница определяется из условий минимальности функционала. Для поиска минимума использованы различные методы, в частности, генетические алгоритмы.

Розроблено чисельний алгоритм рішення просторової контактної задачі з поверхневим тертям, що базується на визначенні мінімуму деякого квадратичного функціоналу, який задано в області, що містить невідому границю. У якості невідомої границі виступає область зчеплення. Невідома границя визначається з умов мінімальності функціоналу. Для пошуку мінімуму використані різні методи, наприклад, генетичні алгоритми.

The numerical algorithm of a solution of a space contact problem with the superficial friction, consisting in definition of a minimum of some quadratic functional set in area, containing unknown boundary is developed. As unknown boundary the tripping area appears. The unknown boundary is defined from functional minimality conditions. For minimum search various methods, in particular, genetic algorithms are used.

Большой интерес представляют исследования в области пространственных контактных задач стационарного качения упругих тел. Задачи указанного типа возникают в различных областях техники при разработке методов оценки работоспособности элементов машин и конструкций, эксплуатация которых сопровождается явлением взаимного обкатывания деформированных тел при наличии поверхностного трения [1]. Несмотря на интенсивные исследования, вопросы контактно-усталостной долговечности остаются актуальными. Износ, питтинг, "серая пятнистость", глубинное выкрашивание, задиры – далеко не полный перечень негативных результатов контактного взаимодействия [2].

Вопросы прочности зон псевдо-чистого качения контактирующих тел относятся к области наименее исследованных в контактных задачах. Для практики эта зона, не смотря на отсутствие проскальзывания тел как абсолютно жестких, представляет опасность, поскольку очаги контактных разрушений первоначально возникают именно в этой области. Так в технических нормативах по проектированию подшипников качения выделяют режимы "чистое качение", "качение с внешней касательной силой", "качение с проскальзыванием", "пульсирующий контакт". При этом для режима "пульсирующий контакт", для которого характерно принципиальное отсутствие проскальзывание тел как абсолютно жестких, уровень допускаемых напряжений рекомендуется снижать на 25-30% [3]. Подтверждением этому служат известные эксперименты С.В. Пинегина [4], когда первичная трещина возникла не в центре мгновенного пятна контакта, где давления максимальны, а по его

периферии, при этом наблюдались следы оплавления. В работе [2] выдвинуто предположение, что причиной указанных дефектов являются концентрации касательных напряжений трения в области раздела зон проскальзывания, сцепления в пределах мгновенного пятна контакта. Таким образом, интересной является задача определения областей проскальзывания и сцепления.

Исследование данного типа задач предусматривает решение, как правило, контактных задач теории упругости. Сложность данной задачи в том, что из-за наличия трения область контакта разбивается на части, где реализуется сцепление или имеет место проскальзывание контактирующих тел. Граница, отделяющая одну часть от другой, неизвестна, подлежит определению в ходе решения задачи. В данной работе рассматривается пространственная контактная задача качения упругого тела по упругому основанию при наличии трения. Для решения контактных задач с неизвестной границей, как правило, используются методы линейного программирования, метод проекции градиента и вариационные методы [1, 5]. Идея решения такой задачи состоит в определении экстремального или стационарного решения соответствующего функционала. При численном исследовании задач данного типа обнаруживаются значительные сложности. В данной работе предложен некоторый численный алгоритм для решения задач с неизвестными границами с использованием генетического алгоритма. Генетический алгоритм (ГА) – это метод решения задач оптимизации на основе естественного отбора. Генетические операции (скрещивание, мутация, выбор) напоминают процесс наследования генов при создании нового отпрыска в каждой генерации. Достоинством данного метода является то, что ГА представляет собой класс поисковых методов общего назначения, которые комбинируют элементы существующих поисковых стратегий эксплуатации наилучшего решения (градиентный метод) и исследования пространства решений (случайный поиск). Кроме того, ГА не имеет значительных математических требований к видам целевых функций и ограничений. Эволюционные операции генетических алгоритмов позволяют эффективно отыскивать глобальный оптимум.

В данном случае в качестве неизвестной границы выступает область сцепления.

Рассмотрим пространственную контактную задачу качения упругого тела по упругому основанию при наличии трения.

Ω – абсолютная угловая скорость катящегося тела, представляющего собой тело вращения относительно некоторой оси, скорость точек которой V постоянна. Если отсутствует нагрузка, то тело и основание контактируют в точке O , где их мгновенные скорости совпадают, то есть реализуется чистое качение. Под нагрузкой тело и основание контактируют по некоторой области, на части которой происходит проскальзывание (относительные скорости отличны от нуля), в остальных точках, где скорости тел одинаковы, имеет место сцепление.

Будем считать размеры области контакта малыми, снесем граничные условия на общую касательную плоскость, проходящую через точку O . Тела заменим упру-

гими полупространствами, ограниченными той же плоскостью (см. рисунок 1).

Проекцию области контакта на эту плоскость назовем площадкой контакта.

Введем декартову систему координат $OXYZ$, ось X направлена в сторону качения, плоскость $Z=0$ – касательная плоскость с контактирующим телом.

Будем считать скорости движения тел малыми, а процесс качения стационарным, материалы тел будем считать одинаковыми.

Зона контакта (E) делится на зоны проскальзывания ($E+$) и сцепления (E_0): $E=E+ \cup E_0$.

По закону трения Кулона для элемента площадки контакта в области сцепления выполняется: $|\tau| \leq p\mu$. А в области проскальзывания $|\tau| = p\mu$.

Здесь τ – касательное напряжение, p – давление, а μ – коэффициент трения. По направлению τ совпадает с $s(sX, sY)$. $s(sX, sY)$ – вектор скорости проскальзывания верхнего тела относительно нижнего. Тогда задача заключается в отыскании решения однородных уравнений равновесия упругой среды в полупространствах $Z>0$ и $Z<0$, удовлетворяющего на границе условиям

$$w^+(x, y) - w^-(x, y) = \delta - f^+(x, y) - f^-(x, y) = F(x, y), p(x, y) \geq 0, (x, y) \in E; \quad (1)$$

$$w^+(x, y) - w^-(x, y) > F(x, y), p(x, y) = 0, (x, y) \in E; \quad (2)$$

$$|s(x, y)| > 0, |\tau(x, y)| \leq \mu p(x, y) s(x, y) / |s(x, y)|, (x, y) \in E_+; \quad (3)$$

$$|s(x, y)| = 0, |\tau(x, y)| \leq \mu p(x, y), (x, y) \in E_0, \quad (4)$$

где w^+ и w^- – упругие нормальные смещения точек верхнего и нижнего тел; δ – их нормальное сближение; f^+ и f^- – функции, описывающие форму тел в окрестностях O .

(1) и (2) определяют зону контакта E , (3) и (4) – закон трения, определяем самым области сцепления и проскальзывания.

По теореме Спектора в [1] задача сводится к отысканию экстремального значения функционала:

$$F = \int_{\text{зона контакта}} [\mu p |s(\tau)| - \tau \cdot s(t)] dx dy$$

при $|\tau| \leq p\mu$.

Этот функционал можно преобразовать к виду:

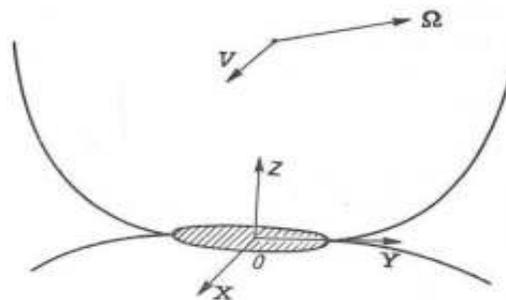


Рисунок 1 – К постановке контактной задачи качения упругого тела по основанию

$$F = \int_{\text{зона контакта}} [\mu p |s(\tau)| - \tau \cdot v] dx dy.$$

Здесь v – известная функция, определяющая относительную скорость.

Таким образом, неизвестная граница находится из условий минимума функционала F .

Алгоритм решения задачи:

1. $0 \leq x \leq K, 0 \leq y \leq L$. Задаем K, L, h – шаг разбиения, μ .
2. Решение отыскивается в классе кусочно-постоянных функций.
3. Путем преобразований в [1] получаем выражение для интеграла

$$F = \sum_{k=0}^K \sum_{l=0}^L \mu p(x_k, y_l) \sqrt{s_X^2(x_k, y_l) + s_Y^2(x_k, y_l)} - v_X(x_k, y_l) \tau_{XZ}(x_k, y_l) - v_Y(x_k, y_l) \tau_{YZ}(x_k, y_l).$$

4. Запускаем для функционала генетический алгоритм.

Таким образом, разработан численный алгоритм, который позволяет

найти положение свободной границы, определяемое из условия минимальности соответствующего функционала. Экспериментально было выявлено, что увеличение скорости проскальзывания приводит к вырождению области сцепления E_0 (см. рисунок 2) и возрастанию коэффициента трения [1]. Разработанный алгоритм позволяет определить области сцепления E_0 . Таким образом, показано (см. рисунок 2), что контактная концентрация касательных напряжений трения качественно соответствует области локализации питтингов в околополюсной зоне эвольвентных передач.

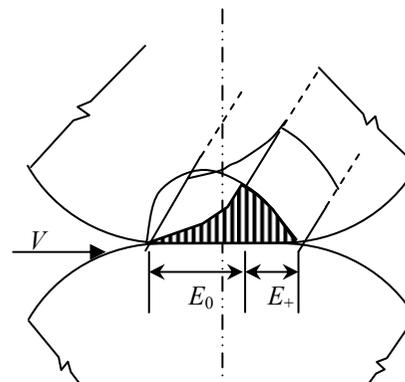


Рисунок 2 – Распределение касательных напряжений при качении цилиндров

Список литературы: 1. Гольдштейн Р.В., Зазовский А.Ф., Спектор А.А., Федоренко Р.П. Решение вариационными методами пространственных контактных задач качения с проскальзыванием и сцеплением // Успехи механики. – 1982. – №3. – С.61-100. 2. Онишков П.Н., Островский Д.В. К оценке контактно-усталостной долговечности полюсной зоны (Сообщение 1) // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тематический выпуск "Проблемы механического привода". – Харьков, 2011. – №28. – С.106-110. 3. Орлов А.В., Черменский О.Н., Нестеров В.М. Испытание материалов на контактную усталость. – М.: Машиностроение, 1980. – 110с. 4. Влияние внешних факторов на контактную прочность при качении / Под ред. С.В. Пинегина. – М.: Наука, 1972. – 102с. 5. Калкер Й. Принцип минимума для закона сухого трения с приложением к задаче о качении упругих цилиндров. Основные положения // Прикладная механика. Труды Америк. Общества инженеров-механиков. – 1971. – С.160-166. 6. Bhattacharya K., Kohn R.V. // Arch. Rational Mech. Anal. 1997. 139, 99-180. 7. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1985. 8. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB7. – СПб.: Изд. БХВ-Петербург, 2005. –255с.

Поступила в редколлегию 03.05.12

А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
В.А. ПАВЛОВ, инженер ХНАДУ "ХАДИ";
А. КОЛИСНЫК, студент ХНАДУ "ХАДИ"

ОПИСАНИЕ ЭВОЛЕНТЫ И ЕЕ СВОЙСТВ

Записано дифференциальное уравнение эволюты, выполнено описание и определены свойства эволюты, которая является линией зацепления в эволютной зубчатой передаче.

Записано дифференційне рівняння еволенти, здійснено опис та визначено властивості еволенти, що є лінією зацеплення в еволютній зубчастій передачі.

The evolent's differential equation is written down, the description is lead and properties of evolent, which serves as a line of action in a tooth gearing, are certain.

Постановка вопроса. Эволюта – это линия зацепления [1] в эволютных передачах [2], основное свойство которой состоит в том, что нормали во всех точках кривой пересекаются в одной точке [3].

Цель работы – описать эволюту и исследовать ее свойства.

Дифференциальное уравнение, решением которого является эволюта, запишем на основании построений, выполненных на рисунке 1. Эволюта располагается между прямой *WA*, являющейся линией зацепления эвольвентного зацепления, и дугой окружности *WB* с радиусом $R=WD$, где *W* – полюс передачи, *D* – точка пересечения нормалей в текущих точках эволюты, расположенная от межцентральной линии *WZ* на расстоянии, равном коэффициенту разновидности *k*, под углом зацепления α в полюсе передачи.

Радиус кривизны эволюты

$$\rho = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{z''}, \quad (1)$$

откуда

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2}}{\rho}. \quad (2)$$

Пусть радиус кривизны возрастает по линейному закону от начального значения $\rho_0 = kn / \sin \alpha$,

$$\rho = kn(1 + px) / \sin \alpha. \quad (3)$$

Тогда дифференциальное уравнение эволюты

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2} \sin \alpha}{kn(1 + px)}, \quad (4)$$

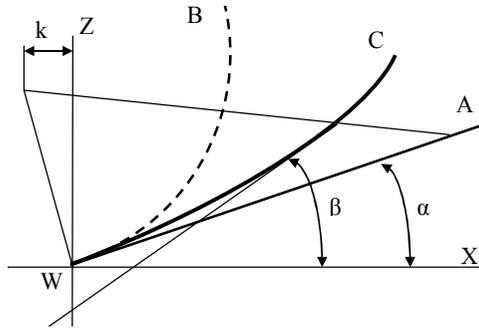


Рисунок 1 – К выводу уравнения эволюты

где между углом зацепления в полюсе передачи и производной в начале координат $z'(0)$ существует связь

$$\sin \alpha = \frac{z'(0)}{\sqrt{1 + z'(0)^2}}. \quad (5)$$

Следовательно, уравнение (4) можно записать в таком виде

$$z'' = \frac{(1 + z'^2)^{3/2} z'(0)}{kn(1 + px)\sqrt{1 + z'(0)^2}}, \quad (6)$$

где коэффициенты *n* и *p* можно варьировать из условия необходимых характеристик эволюты.

Решение уравнения (6) для первоначальных значений $n=30$ и $p=2$, полученное с помощью программного комплекса Vissim для варианта $\alpha=20^\circ$ и $k=3$, имеет вид

$$z = 0,176327x + 6,55717x^3 + 0,001x^5 + 0,06x^7, \quad (7)$$

а для $p=0,5$ при том же значении коэффициента *n*

$$z = 0,176327x + 0,326322x^3 + 0,001x^5 + 0,06x^7. \quad (8)$$

Вид эволюты представляет кривую, очень близкую к кубической параболе, так как коэффициенты при пятой и седьмой степени аргумента в уравнениях (7) и (8) очень малы. Определяющими являются коэффициент при аргументе

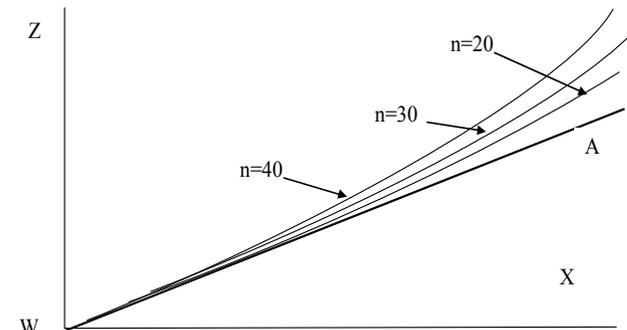


Рисунок 2 – Зависимость вида эволюты от коэффициента *n*

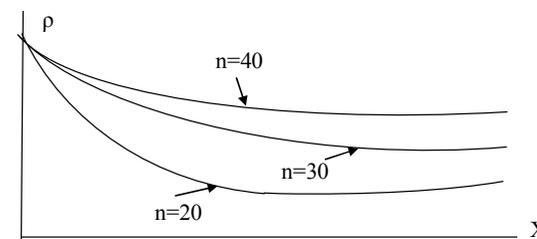


Рисунок 3 – Зависимость радиуса кривизны эволюты от коэффициента *n*

первой степени, который зависит от угла зацепления в полюсе передачи, и от коэффициента при третьей степени аргумента.

Графики эволюты для различных значений коэффициента *n* приведены на рисунке 2, из которых можно сделать вывод, что с уменьшением

коэффициента *n* эволюта приближается к прямой *WA*.

Графики изменения радиуса кривизны приведены на рисунке 3. Из этих графиков видно, что радиус кривизны эволюты вначале уменьшается, а затем возрастает, но первоначального значения не достигает.

Выводы. На основании исследований устанавливаем, что эволюта эволюты не будет прямой линией и, более того, будет иметь зону перегиба.

1. Составлено дифференциальное уравнение эволюты.

2. Установлена зависимость вида эволюты от введенных коэффициентов n и p .

3. Построена зависимость радиуса кривизны эволюты от введенных коэффициентов.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.
2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.
3. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102.

Поступила в редколлегию 03.05.12

УДК.621.833

А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
В.И. ВЕРБИЦКИЙ, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ";
С.В. АНДРИЕНКО, преподаватель ХНАДУ "ХАДИ"

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

В статье приведены формулы для контактных напряжений в зубчатом зацеплении эволютных передач и проведено их сравнение.

В статті наведені формули для контактних напруг в зубчатому зацепленні еволютних передач і порівняні між собою.

In this article formulas for contact stress in evolute gearing are brought and compared with itself.

Постановка вопроса. Для определения контактных напряжений в зубчатом зацеплении эволютных передач формула Герца в общем случае не применима. Для этих случаев необходимы другие формулы.

Цель работы – получить формулы, обеспечивающие достаточную точность.

Основная часть. Общие положения:

а) закон Гука, записанный в виде

$$\sigma = \frac{\Delta}{H} E, \quad (1)$$

где Δ – деформация в контакте; H – глубина деформации (см. рисунок); E – модуль упругости материалов;

б) полуширина площадки контакта связана с глубиной деформирования для малых деформаций формулой

$$a = \sqrt{2\Delta R}; \quad (2)$$

в) полная сила в контакте

$$P = 2\sigma_{cp} ab, \quad (3)$$

где σ_{cp} – средние напряжения; b – длина площадки контакта.

1. Пусть напряжения распределены по закону косинуса

$$\sigma = \sigma_m \cos \frac{\pi x}{2a}, \quad (4)$$

где σ_m – максимальные контактные напряжения. Тогда полная сила в контакте

$$P = \sigma_m b \int_0^a \cos \frac{\pi x}{2a} dx = \frac{2}{\pi} \sigma_m ba. \quad (5)$$

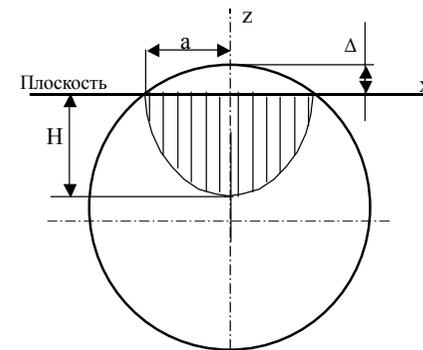


Рисунок – Зона контакта цилиндра с плоскостью

Принимая закон изменения зоны деформирования по тому же косинусу

$$H = H_0 \cos \frac{\pi x}{2a}, \quad (6)$$

и полагая, что на границе полуширины площадки контакта касательная к закону деформирования направлена к центру, установим

$$\frac{\pi H_0}{2a} = \frac{R}{a}, \quad (7)$$

следовательно,

$$H_0 = \frac{2R}{\pi}. \quad (8)$$

Сравнивая формулы для полной силы (3) и (5), имеем

$$\sigma_{cp} = \frac{\sigma_m}{\pi}, \quad (9)$$

а подставляя (2) в (3), получим

$$P = bE \sqrt{2\Delta^3 / R}, \quad (10)$$

откуда

$$\Delta = \sqrt[3]{\frac{P^2 R}{2b^2 E^2}}, \quad (11)$$

и тогда

$$\sigma_m = \sqrt[3]{\frac{P^2 E}{2b^2 R^2}} = 0.8413 \sqrt[3]{\frac{P^2 E}{b^2 R^2}}. \quad (12)$$

2. Если принять закон распределения напряжений по параболе

$$\sigma = \sigma_m \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \quad (13)$$

то

$$H_0 = \frac{R}{2} \quad (14)$$

и

$$\sigma_m = \frac{a^2 E}{R^2}, \quad (15)$$

а

$$\sigma_{cp} = \frac{2}{3} \sigma_m. \quad (16)$$

На основании приведенных выше формул

$$P^2 = \frac{16 b^2 R^2 \sigma_m^3}{9 E}, \quad (17)$$

откуда

$$\sigma_m = 0,836 \sqrt[3]{\frac{P^2 E}{b^2 R^2}}. \quad (18)$$

Отличие формул (12) и (18) состоит в различии коэффициентов 0,841 и 0,836, что составляет менее 0,1%. Путем сравнения напряжений для заданных параметров передачи можно установить целесообразность применения того или иного вида зацепления.

Выводы:

1. Определение контактных напряжений по приведенным формулам соотношением радиусов кривизны контактирующих поверхностей не ограничено.
2. Полученные формулы требуют экспериментальной проверки.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.
 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.
 3. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // Зб. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вип.15. – С.95-99.

Поступила в редакцию 03.05.12

УДК 629.12:534.836

А.П. ПОПОВ, д.т.н., проф., зав. каф. МКМ НУК им. адм. Макарова, Николаев;
Ю.Н. КИПРЕЕВ, к.т.н., профессор каф. МКМ НУК

ВИБРАЦИЯ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Выполнен сравнительный анализ уровней вибрационной активности движущегося контакта пар зубьев нормального прямозубого зацепления с модификациями "глубокого" профиля и зацепления колес с двумя и более смещенными венцами. Показано, что более эффективными возможностями для снижения уровней вибрации обладают передачи с зацеплениями колес со смещенными относительно друг друга венцами.

Виконано порівняльний аналіз рівнів вібраційної активності контакту пар зубів, що рухаються, нормального прямого зубого зачеплення з модифікаціями "глибокого" профілю і зачеплення коліс із двома та більше зміщеними вінцями. Показано, що більше ефективними можливостями для зниження рівнів вібрації володіють передачі із зачепленнями коліс зі зміщеними відносно один одного вінцями.

Comparative analysis of level vibration activity of the moving contact of teeth pairs of the normal spur tooth system with modification of "deep" profile with two and more displaced too thing has been carried out. It has been shown that effective possibilities for covering vibration levels have gearings with tooth system of gears with displaced relatively each other too thing.

Актуальность задачи. Зубчатые передачи в составе любого машинного агрегата являются одним из основных источников вибрации и шума [1,2]. Одной из причин, приводящих к повышенной вибрации, является периодически сменяющийся контакт пар зубьев под действием переменной нагрузки. Понижение этой составляющей вибрации всегда находится в зоне пристального внимания разработчиков зубчатых механизмов.

Анализ последних исследований и публикаций. Наиболее подробными являются исследования по определению структурных частот, влиянию зазоров, кинематических неточностей, статических деформаций зубьев на уровень вибрации шума [2], технологических ошибок шума [1] и др. Как правило, результатами этих исследований являются качественные оценки влияния различных факторов и разработанные на их основе соответствующие рекомендации. За исключением работ [1-4], в настоящее время отсутствуют исследования по количественной оценке влияния конструктивных особенностей на параметры структурной вибрации и шума. Существующие методики исследований [1] оказались довольно громоздкими и непригодными для оценки их вибрации. С этой целью выполнено сравнение [3] вибрационных характеристик обычного зацепления нормальных прямозубых колес с характеристиками упомянутых модификаций.

Цель работы – исследование вибрационных характеристик модифицированных зубчатых зацеплений.

Изложение основного материала. Стремление к усовершенствованию зубчатых передач привело к появлению конструкций зацепления колес с увеличенной головкой зуба (так называемый "глубокий" профиль, [5]), зацеплений сборных колес со смещенными друг относительно друга зубчатыми венцами, например, [6, 7] и др. Эти перспективные конструкции позволяют улучшить работоспособность и несущую способность зацепления. Применение их может снизить уровень вибрации и шума, но для оценки этого эффекта они нуждаются в более пристальном изучении.

При контакте одной пары зубьев вся нагрузка P передается через этот контакт, при двух парном контакте – нагрузка распределяется между двумя парами. Упругая деформация состоит из суммы деформаций контакта и изгиба зубьев. С учетом ряда допущений, принятых авторами [3] общая упругая деформация будет величиной, линейно зависящей от нагрузки,

$$\delta(t) = P(t)/C_\delta, \quad (1)$$

где C_δ – приведенный коэффициент жесткости в зацеплении; $P(t)$ – приведенная переменная нагрузка на контакт.

Скачкообразный переход от контакта одной пары зубьев к двухпарному контакту носит ударный характер. Нагрузка в зацеплении распределяется в зависимости от количества находящихся в контакте пар зубьев. В контакте одной пары зубьев в зоне контакта действует вся нагрузка, а при контакте двух пар ее приближенно будем считать распределенной поровну между обеими парами зубьев, $P_2 = 0,5P$ (рисунок 1,а), где P – максимальная суммарная нагрузка при контакте одной пары зубьев.

Среднее значение нагрузки зависит от коэффициента перекрытия, представляющего собой сумму двух составляющих $\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_\beta$, в которой ε_a – коэффициент торцевого перекрытия; ε_β – коэффициент перекрытия, определяемый углом наклона зубьев β в косозубых передачах.

Для прямозубого зацепления коэффициент перекрытия $\varepsilon = \varepsilon_a$ определяется известной зависимостью $\varepsilon_a = \frac{u \cos \alpha'}{p}$, в которой $u \cos \alpha'$ – длина дуги зацепления; $p = \pi m$ – шаг зацепления по делительной окружности, m – модуль зацепления. Выразим коэффициент перекрытия через отношение периодов $\varepsilon_a = \frac{u \cos \alpha' / V}{p / V} = \frac{T_1}{T}$. Здесь время T_1 представляет собой промежуток между входом и выходом из контакта одной пары зубьев, а период $T = p / V$ – среднее время контакта одной пары зубьев в течение одного оборота вала. Из приведенных зависимостей следует, что $T_1 = \varepsilon_a T$, где $T = 2\pi / z\omega$; z – число зубьев, ω – угловая частота вращения вала.

Торцевой коэффициент перекрытия ε_a рассчитывается по зависимости для прямозубого зацепления

$$\varepsilon_a = \frac{z_1 \sqrt{\sin^2 \alpha + 4 \frac{h_a^*}{z_1} + 4 \left(\frac{h_a^*}{z_1} \right)^2} + \sqrt{u^2 \sin^2 \alpha + 4u \left(\frac{h_a^*}{z_1} \right) + 4 \left(\frac{h_a^*}{z_1} \right)^2} - (u+1) \sin \alpha}{2\pi \cos \alpha},$$

где $h_a^* = h_a / m$ – относительная высота головки зуба; $u = z_2 / z_1$ – передаточное число.

Согласно рисунку 1,а определим время одновременного контакта двух пар зубьев

$$t_2 = T_1 - T = (\varepsilon_a - 1)T. \quad (2)$$

Период следования зубьев определяется как сумма двух составляющих

$$T = t_1 + t_2. \quad (3)$$

Таким образом, из зависимости (3) ясно, что продолжительность контакта одной пары составляет

$$t_1 = T - t_2 = T - (\varepsilon_a - 1)T = (2 - \varepsilon_a)T. \quad (4)$$

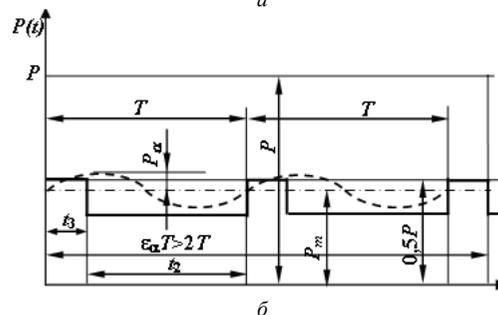
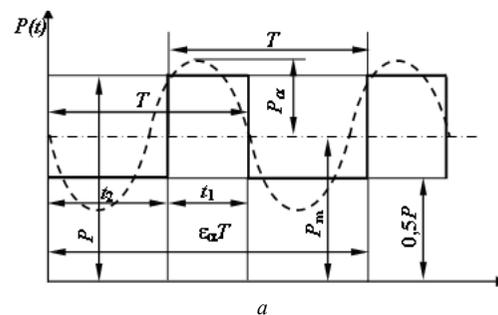


Рисунок 1 – Характер изменения нагрузки при коэффициентах перекрытия $\varepsilon_a < 2$ (а) и $\varepsilon_a \geq 2$ (б)

Амплитуда гармонической составляющей в зависимости (6) находится из условия равенства кинетических энергий. Это условие соответствует равенству площадей прямоугольного и синусоидального импульсов. Площадь прямоугольного импульса определим с помощью рисунка 1,а в виде зависимости $S = (P - P_m)t_1 + (P_m - 0,5P)t_2$. Учитывая все вышеприведенные соотношения между нагрузками и величинами времени (2), (3) и (6), получим следующее значение площади

$$S = PT(3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2). \quad (7)$$

Площадь под кривой синусоидального импульса определяется интегрированием гармонической составляющей в формуле (6)

$$S = 2 \int_0^{0,5T} P_a \sin \frac{2\pi t}{T} dt = \frac{2P_a T}{\pi}. \quad (8)$$

Приравнивая правые части обоих выражений (7) и (8), находим значение амплитуды гармонической составляющей

$$P_a = 0,5\pi(3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2)P = P \cdot p_\varepsilon, \quad (9)$$

где $p_\varepsilon = 0,5\pi p_a$; $p_a = (3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2)$.

Зависимости (5) и (9) определяют характеристики колебательного процесса при коэффициентах перекрытия не больше двух, $\varepsilon_a < 2$. Контакт зубьев

Средняя нагрузка P_m определяется из условия равенства мгновенных мощностей, составленного с учетом распределения нагрузки (рисунок 1,а), $P_m T = 0,5Pt_2 + P t_1 = 0,5PT(3 - \varepsilon_a)$.

Из равенства следует, что

$$P_m = 0,5P(3 - \varepsilon_a). \quad (5)$$

В работе [3] показано, что с учетом динамических составляющих нагрузочная характеристика имеет не ступенчатый вид (рисунок 1,а), а плавную периодическую зависимость. В приближенном расчете ступенчатую зависимость (рисунок 1,а) заменим гармонической функцией [4]

$$P(t) = P_m + P_a \sin \alpha t = P_m + P_a \sin \frac{2\pi t}{T}. \quad (6)$$

"глубокого" профиля [5] приводит к величинам коэффициента перекрытия больше двух, $\varepsilon_a \geq 2$. Необходимо определить соответствующие зависимости и для этого варианта (рисунок 1,б). Для этого варианта зацепления в зоне контакта могут находиться две или три пары зубьев. Составляющие периода следования для этого варианта имеют значения, соответственно, t_3 и t_2 . Контакт трех зубьев проходит за время (рисунок 1,б) $t_3 = \varepsilon_a T - 2T = T(\varepsilon_a - 2)$, двух пар – за время $t_2 = T - t_3 = T(3 - \varepsilon_a)$. Значение средней нагрузки в этом варианте зацепления находится из равенства (рисунок 1,б)

$$P_m T = \frac{P}{3} t_3 + \frac{P}{2} t_2 = PT \frac{(5 - \varepsilon_a)}{6}.$$

Из равенства следует, что

$$P_m = P \frac{(5 - \varepsilon_a)}{6}. \quad (10)$$

Для прямоугольного импульса находим

$$S = \left(P_m - \frac{P}{3} \right) t_3 + \left(\frac{P}{2} - P_m \right) t_2 = \frac{PT}{3} (5\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 6). \quad (11)$$

Приравнивая правые части зависимостей (8) и (11), находим

$$P_a = P \frac{\pi}{6} (5\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 6) = P \cdot p_d, \quad (12)$$

где $p_d = (5\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 6)$ – относительная амплитуда гармонической нагрузки для "глубокого" профиля.

Нетрудно убедиться в том, что при величине коэффициента перекрытия, равном двум, зависимости (9) и (12) приводят к одинаковому результату: $P_a = 0$.

При линейной зависимости между нагрузкой и деформацией (1) зависимость изменения упругого перемещения также представляется в виде гармонической функции

$$\delta = \delta_m + \delta_a \sin z\omega t, \quad (13)$$

в которой δ_m – среднее значение упругой деформации; δ_a – амплитудное значение.

Среднее значение упругой деформации δ_m согласно принятым упрощениям модели контакта пропорционально средней нагрузке P_m в контакте, амплитуда гармонической составляющей δ_a – пропорциональна амплитуде силы P_a .

Колебательная скорость получается дифференцированием функции упругого деформирования (13)

$$\dot{\delta} = \delta_a z \omega \cos z\omega t = \left(\frac{P_a}{C_\delta} \right) z \omega \cos z\omega t = V_{\max} \cos z\omega t. \quad (14)$$

Уровень вибрации определяется зависимостью

$$L = 20 \lg \frac{\dot{\delta}_{\max}}{V_0}, \quad (15)$$

где $\dot{\delta}_{\max} = \delta_a z_1 \omega_1$ – максимальное значение скорости колебаний в контакте зубьев; V_0 – нулевой порог колебательной скорости, $V_0 = p_0 / \rho c$; p_0 – звуковой порог слышимости, $p_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ Па; ρ – плотность среды; c – скорость распространения звука в среде.

С учетом примечаний зависимость (15) принимает вид

$$L = 20 \left[\lg(\delta_a z_1 \omega_1) - \lg V_0 \right]. \quad (16)$$

Как следует из анализа зависимости (16), уровень вибрации для рассматриваемого источника колебаний, зависит от числа зубьев z , скорости вращения ω , амплитуды упругих колебаний δ_a , или пропорциональной ей величине амплитуды силовой гармонической составляющей P_a . Два первых фактора определяются заданными рабочими условиями и не изменяются. Повлиять на амплитуду колебаний δ_a или силовую амплитуду P_a можно конструктивными способами. Укажем на два из них.

Первым из таких способов является применение "глубокого" профиля. Такой профиль при нарезании зубьев [2] образуется с помощью отрицательного смещения производящей рейки. Фирма "Мааг" стандартизовала этот зубчатый профиль и применила его для всех приводных зубчатых колес [5]. Для этого профиля принят угол зацепления $\alpha = 17,5^\circ$ и высота зуба $h = 2,8125m$, где m – модуль зацепления. Сравнивая между собой уровни вибрации нормального и зацепления фирмы "Мааг" определим, согласно зависимостям (13) и (16) величину снижения уровня вибрации

$$\Delta L = 20 \lg \frac{\delta_a}{\delta_d} = 20 \lg \frac{P_a}{P_d}, \quad (17)$$

где δ_d – амплитуда периодического колебания в зацеплении "глубоких" профилей.

Отношение амплитуд колебаний, согласно зависимости (1), можно выразить при помощи отношений силовых амплитуд и коэффициентов жесткости $\delta_a / \delta_d = (P_a / P_d) (C_a / C_d)$, где P_d и C_d – значения, соответственно, силовой амплитуды и коэффициента жесткости в зацеплении "глубоких" профилей. Отношение коэффициентов жесткости приближенно представим обратно пропорциональным кубом отношений высот зубьев $C_d / C_a \approx (h_a / h_d)^3$. Для "глубокого" профиля фирмы "Мааг" высота зуба h_d в 1,25 раза превышает высоту зуба нормального зацепления, поэтому $(h_a / h_d)^3 = (2,25 / 2,8125)^3 \approx 0,512$. Используя зависимости (9) и (12), находим значение отношения амплитудных составляющих

$$\frac{\delta_a}{\delta_d} = \frac{P_a}{P_d} = \left(\frac{h_a}{h_d} \right)^3 \frac{3(3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2)}{5\varepsilon_d - \varepsilon_d^2 - 6}. \quad (18)$$

Индексом "d" в формуле (18) и таблице 1 помечены параметры "глубокого" профиля.

Выполним сравнение уровней вибрации нормального прямозубого зацепления колес "глубокого" профиля (таблица 1) в широко распространенном диапазоне передаточных чисел $u = 1,6 \dots 4,0$.

Как следует из полученных результатов, с помощью "глубокого" профиля достигается снижение уровня вибрации. Однако следует заметить, что эти передачи имеют габариты, значительно превышающие габариты прямозубого зацепления. Минимальное число зубьев z_{\min} , как известно, зависит от угла зацепления и коэффициента высоты головки зуба $\bar{h}_a^* = h_a/m$: $z_{\min} > 2\bar{h}_a^*/\sin^2 \alpha$. Для прямозубого зацепления нормальных колес $\bar{h}_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$, следовательно $z_{\min} > 17,1$. Для зацепления колес "глубокого" профиля с параметрами $\bar{h}_a^* = 1,25$ и $\alpha = 17,5^\circ$ получим $z_{\min} > 27,6$. Следовательно, при одинаковом передаточном отношении и модуле зацепления габариты такой передачи примерно на 55% будут больше нормального зацепления прямозубых колес.

Таблица 1 – Сравнение уровней вибрации нормального прямозубого зацепления и зацепления колес с зубьями "глубокого" профиля

Передаточное отношение при $z_1=28$														
z_2	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	100	105	110	115
u	1,61	1,77	1,96	2,14	2,32	2,5	2,68	2,86	3,04	3,21	3,39	3,57	3,75	3,93
Нормальное прямозубое зацепление														
ε_a	1,69	1,70	1,70	1,71	1,72	1,72	1,73	1,73	1,74	1,74	1,74	1,745	1,749	1,750
p_ε	0,11	0,11	0,104	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,09	0,09
"Глубокое" зацепление														
ε_d	2,2	2,2	2,22	2,24	2,25	2,26	2,27	2,28	2,28	2,29	2,30	2,30	2,31	2,31
$p_{\varepsilon d}$	0,05	0,05	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,07	0,07	0,07	0,07
ΔL	6,5	5,84	5,3	4,8	4,4	4,1	3,8	3,5	3,3	3,1	3,0	2,8	2,6	2,5

Вторым из указанных способов является предложенная А.П. Поповым замена обычных зубчатых колес колесами с двумя [6] и более венцами [7], у которых каждый из венцов смещен относительно предыдущего.

В результате смещения венцов относительно друг друга, контакты пар зубьев каждой пары венцов происходят также со смещением. Происходит изменение величины коэффициента перекрытия. Нагрузка на каждую, находящуюся в контакте, пару зубьев уменьшается. Общая ширина всех венцов в подобном колесе равна длине зуба. Таким образом, погонная нагрузка на зуб не изменяется. Выполним сравнительный анализ зацепления колес с двумя смещенными венцами и нормального зацепления прямозубых колес.

Представим развертку делительных цилиндров обеих половинок зубчатого колеса, с обозначением зон контакта смещенных зубьев (рисунок 2, а). Одну половину колеса будем обозначать как *верхнюю*, вторую – назовем *нижней* половиной. Отставание зубьев нижней половины от верхней по длине дуги зацепления составляет величину ΔS . Представим это смещение, как долю шага $\Delta S = \bar{s}p$. Величина относительного смещения \bar{s} может изменять-

ся в диапазоне $0 < \bar{s} < 1,0$. Диапазон значений относительного смещения разделяется на три варианта распределения фаз контакта зубьев в пределах поля зацепления: I. $0 < \bar{s} \leq (2 - \varepsilon_a)$; II. $(2 - \varepsilon_a) < \bar{s} \leq (\varepsilon_a - 1)$; III. $(\varepsilon_a - 1) < \bar{s} \leq 1$.

Представленный на графике (рисунок 2,б) *первый* вариант распределения фаз контакта возможен в диапазоне $0 < \bar{s} \leq (2 - \varepsilon_a)$.

Разделим часть дуги зацепления $\cup cc'$, равной шагу ($\cup cC_{IV} = p$), на участки, или фазы контакта, в зависимости от количества пар зубьев, находящихся в контакте.

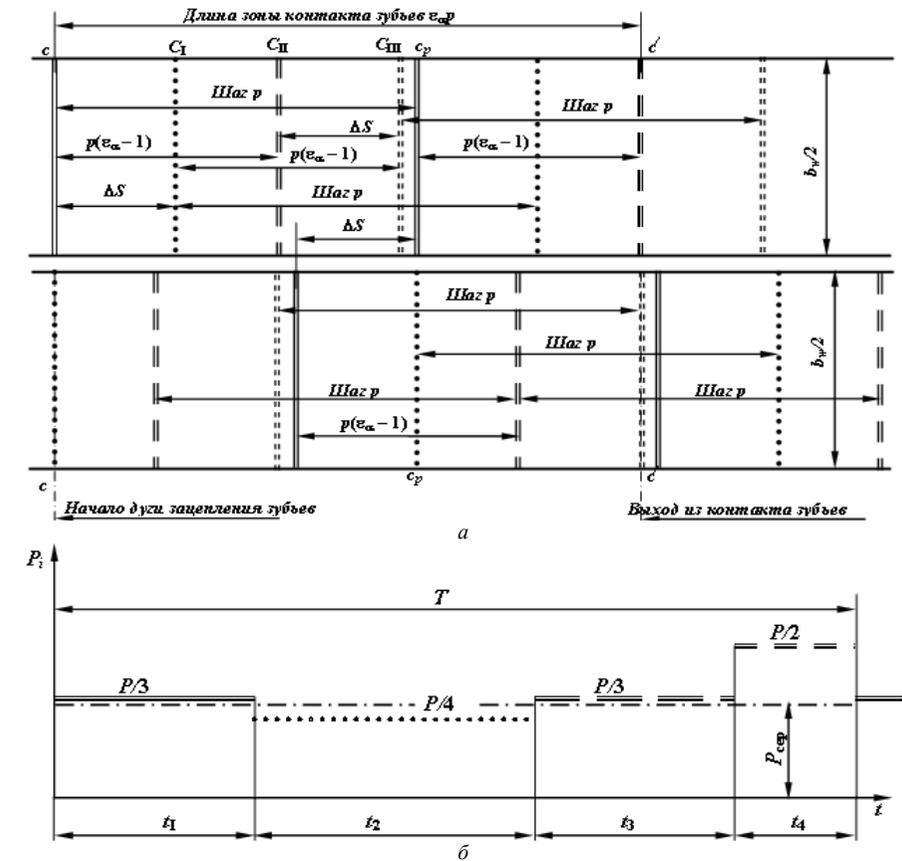


Рисунок 2 – Круговая развертка зон контакта (а) и график изменения нагрузок (б) зубьев при зацеплении колес с двумя смещенными венцами в первом варианте распределения фаз контакта

Фаза 1 охватывает участок $\cup cC_1$ – в контакте находятся две пары верхней половины зубьев и одна – нижней (эти контакты на рисунке 2,а выделены двойной линией). Длина этого участка дуги зацепления равна ΔS . Он завершается в момент входа в контакт еще одной пары зубьев нижней половины. Таким

образом, в этой фазе контакта на одну пару зубьев приходится треть общей нагрузки. Время этого режима контакта равно $t_1 = \Delta S/V = \bar{s}p/V$. Учитывая, что период следования зубьев $T = p/V$, представим эту зависимость в виде произведения $t_1 = \bar{s}T$, в котором \bar{s} – относительная продолжительность фазы.

Фаза 2 охватывает участок $\cup C_1C_{II}$ – в контакте находятся две пары верхней половины зубьев и две – нижней (эти контакты выделены точечной линией). Таким образом, на одну пару зубьев приходится четверть общей нагрузки. Завершение этого режима соответствует выходу из контакта передней пары зубьев верхней половины. Путь, пройденный зубьями, равен $S = p(\varepsilon_a - 1) - \Delta S$. Время совершения контакта равно $t_2 = S/V$. После подстановки получим $t_2 = [p(\varepsilon_a - 1) - \Delta S]/V = (\varepsilon_a - 1 - \bar{s})p/V$. Выразим этот интервал с помощью относительной составляющей $t_2 = \bar{t}_2T$, где $\bar{t}_2 = \varepsilon_a - 1 - \bar{s}$.

Фаза 3 охватывает участок $\cup C_{II}C_{III}$ – в контакте находятся одна пара верхней половины зубьев и две – нижней (эти контакты выделены сдвоенной пунктирной линией). Завершение этого режима соответствует выходу из контакта передней пары зубьев нижней половины. Длина этого участка дуги зацепления равна ΔS . Таким образом, на пару зубьев приходится треть общей нагрузки. Время фазы контакта равно $t_3 = \Delta S/V = \bar{s}p/V = \bar{t}_3T$, где $\bar{t}_3 = \bar{s}$.

Фаза 4 охватывает участок $\cup C_{III}c_p$, в контакте находятся одна пара верхней половины зубьев и одна – нижней (эти контакты выделены сдвоенной укороченной пунктирной линией). Начало этого режима соответствует входу в контакт передней пары зубьев нижней половины. Длина этого участка дуги зацепления равна $S = p - p(\varepsilon_a - 1) - \Delta S = p(2 - \varepsilon_a - \bar{s})$. Таким образом, на одну пару зубьев приходится половина общей нагрузки. Время выполнения этого режима контакта равно $t_4 = S/V = \bar{t}_4T$, где $\bar{t}_4 = 2 - \varepsilon_a - \bar{s}$. График нагрузок в фазах контакта представлен на рисунке 2, б. Для проверки правильности вывода зависимостей варианта сложим все интервалы: $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = (\bar{s} + \varepsilon_a - 1 - \bar{s} + \bar{s} + 2 - \varepsilon_a - \bar{s})T = T$. Результат сложения подтверждает правильность определения интервалов в этом варианте распределения фаз.

Коэффициент перекрытия определяет среднее число пар зубьев, одновременно находящихся в зацеплении. Для его расчета следует учесть доленое распределение контактов пар по фазам соответствующих вариантов. Для первого варианта этот коэффициент находится из зависимости: $\varepsilon_{a2} = 3t_1 + 4t_2 + 3t_3 + 2t_4$. С учетом относительных интервалов получим следующую формулу $\varepsilon_{a2} = 3\bar{s} + 4(\varepsilon_a - 1 - \bar{s}) + 3\bar{s} + 2(2 - \varepsilon_a - \bar{s}) = 2\varepsilon_a$. Из нее следует, что величина коэффициента перекрытия для контактов разделенных пар половинок зубьев не зависит от величины их смещения.

Средняя нагрузка P_m , по аналогии с выводом зависимости (5), определяется из условия равенства мгновенных мощностей, составленного с учетом распределения нагрузки (рисунок 2, б),

$$P_m T = \frac{P}{3}t_1 + \frac{P}{4}t_2 + \frac{P}{3}t_3 + \frac{P}{2}t_4. \quad (19)$$

Подставим в равенство (19) значения интервалов для первого варианта и преобразуем его $P_m T = \frac{P}{12}(8t_1 + 3t_2 + 6t_4) = \frac{P}{12}(9 - 3\varepsilon_a - \bar{s})$. После преобразования определяется значение средней нагрузки в первом варианте

$$P_{mI} = \frac{P}{12}(9 - 3\varepsilon_a - \bar{s}). \quad (20)$$

На передней границе этого интервала $\bar{s} = 0$, по формуле (20) получим $P_{mI} = 0,25P(3 - \varepsilon_a) = 0,5P_m$. Это означает совпадение с результатами расчета по формуле (5) для нормального прямозубого зацепления цельных колес, чем косвенно подтверждается правильность вывода зависимости (20).

Кроме этого варианта возможны и другие, в зависимости от величины относительного смещения \bar{s} .

Во втором варианте при выполнении условия $(2 - \varepsilon_a) < \bar{s} < (\varepsilon_a - 1)$ после преобразований находится значение средней нагрузки *второго* варианта

$$P_{mII} = \frac{P}{12}(7 - 5\varepsilon_a). \quad (21)$$

На границе, разделяющей первый и второй варианты, при величине относительного смещения $\bar{s} = (2 - \varepsilon_a)$ значения средней нагрузки, рассчитанной по формулам (20) и (21), совпадают, чем подтверждается правильность преобразований.

Исследуя третий вариант смещения фаз контакта, после подстановок и преобразований находим

$$P_{mIII} = \frac{P}{12}(8 - 3\varepsilon_a + \bar{s}). \quad (22)$$

При величине смещения $\bar{s} = \varepsilon_a - 1$ результаты расчетов средней нагрузки по расчетам зависимостей (21) и (22) совпадают. Величина смещения $\bar{s} = 1$ соответствует совпадению зубьев верхней и нижней половин (смещение отсутствует). Фактически это будет зацепление обычных зубьев, разделенных пополам. Из формулы (22) следует, что $P_{mIII} = 0,25P(3 - \varepsilon_a) = 0,5P_m$. Таким образом, это значение совпадает с половиной средней нагрузки, приходящейся на один зуб в прямозубом нормальном зацеплении.

Амплитуда гармонической составляющей в зависимости (6) находится из условия равенства площадей прямоугольного и синусоидального импульсов. Площадь прямоугольного импульса определим по зависимости

$$S = \sum_1^4 |P_i - P_m| t_i = PT \sum_1^4 |\bar{p}_i - \bar{p}_m| \bar{t}_i, \quad (23)$$

где $\bar{p}_i = p_i/P$ и $t_i = t_i/T$, соответственно, относительные нагрузки, и интер-

валы (рисунок 2,б); $\bar{p}_m = p_m/P$.

Площадь под кривой синусоидального импульса определяется по формуле (8). Из равенства правых частей зависимостей (8) и (23) находим

$$P_a = 0,5\pi P \sum_1^4 |\bar{p}_i - \bar{p}_m \bar{f}_i|. \quad (24)$$

Зависимость (24) является общей для всех рассматриваемых вариантов контакта. При ее использовании для конкретного варианта необходима подстановка соответствующих этому варианту составляющих. Анализ расчетных зависимостей показывает, что наиболее эффективным диапазоном значений смещения является *второй* вариант, в котором отсутствует фаза с контактом только двух пар зубьев. Средняя нагрузка в этом варианте не зависит от смещения половинок зуба.

Представим зависимость (24) по аналогии с формулой (9) в виде произведения $P_a = 0,5\pi P p_{a2}$, в котором относительный параметр p_{a2} определяется по зависимости $p_{a2} = \sum_1^4 |\bar{p}_i - \bar{p}_m \bar{f}_i|$. Для второго варианта этот параметр будет определяться по формуле

$$p_{a2} = (p_{mII} - 0,25)(\bar{f}_1 + \bar{f}_3) + \left(\frac{1}{3} - p_{mII}\right)(\bar{f}_2 + \bar{f}_4). \quad (25)$$

После подстановки всех составляющих в зависимость (25), получим

$$p_{a2} = (\varepsilon_a/3)(7 - 2\varepsilon_a) - 2. \quad (26)$$

Выполняя сравнение уровней вибрации второго варианта зацепления с нормальным, необходимо учесть, что приведенный коэффициент жесткости в формуле (1) для половины зуба будет в два раза меньше, чем в зацеплении обычных колес. Поэтому, с учетом отмеченной особенности, используем зависимости (9) и (26) для определения отношения амплитудных составляющих

$$\delta_a/\delta_{a2} = p_a/2p_{a2} = (4,5\varepsilon_a - 1,5\varepsilon_a^2 - 3)/(7\varepsilon_a - 2\varepsilon_a^2 - 6). \quad (27)$$

Выполним сравнение уровней вибрации нормального прямозубого зацепления колес с зацеплением колес с двумя венцами (таблица 2).

Разделение зубчатого венца более чем на два смещенных венца приводит к иной, чем формула (27), зависимости, однако не меняет общего вывода об эффективности таких зацеплений.

Таблица 2 – Снижение уровней вибрации в зацеплении колес с двумя венцами

Передающее отношение при $z_1=28$												
u	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,8	3,0	3,2	3,5	3,8	4,0
ε_a	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,8	1,8
δ_a/δ_{a2}	2,8	2,6	2,57	2,5	2,5	2,4	2,4	2,4	2,3	2,3	2,3	2,2
ΔL	8,8	8,5	8,2	8,0	7,8	7,7	7,5	7,4	7,3	7,2	7,1	7,0

В зацеплениях колес с несколькими венцами смещение венцов по дуге зацепления рекомендуется выбирать равной приходящейся на венец части шага, $s = p/i$, где i – количество венцов. В относительных величинах это соотношение равно $\bar{s} = 1/i$. При использовании для зацеплений колес с несколькими венцами зубьев "глубокого" профиля можно за счет профиля дополнительно снизить уровень вибрации. Величина этого снижения для зацеплений колес с двумя венцами рассчитывается по зависимости

$$\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2. \quad (28)$$

В (28) величина ΔL_1 учитывает снижение вибрации за счет применения "глубокого" профиля и рассчитывается по аналогии с зависимостью (18)

$$\Delta L_1 = 20 \lg(\delta_a/\delta_d) = 20 \lg(p_a/p_d), \quad (29)$$

где $\delta_a/\delta_d = p_a/p_d = (h/h_d) \cdot (9\varepsilon_a - 3\varepsilon_a^2 - 6)/(5\varepsilon_d - \varepsilon_d^2 - 6)$.

Величина ΔL_2 определяет снижение вибрации за счет использования зацепления колес с двумя венцами "глубокого" профиля по сравнению с одновенечным зацеплением "глубокого" профиля

$$\Delta L_2 = 20 \lg(\delta_d/\delta_{d2}) = 20 \lg(p_d/p_{d2}). \quad (30)$$

Приведем окончательное выражение для расчета отношений амплитуд в формуле (30) без громоздких преобразований, использованных при его выводе

$$\delta_d/\delta_{d2} = p_d/2p_{d2} = (5/6)(3 - \varepsilon_d)/(5 - \varepsilon_d). \quad (31)$$

Результаты сравнительного расчета по зависимостям (28...31) представлены в таблице 2.

Для определения зависимости распределения нагрузки в зонах контакта зубьев колес с несколькими смещенными венцами рассмотрим распределение числа зон контакта зубьев в зависимости от фазы движения.

Опуская сложные и громоздкие преобразования расчетных зависимостей для зацепления колес с тремя венцами, представим результаты расчетов по следующим завершающим зависимостям:

$$\frac{\delta_a}{\delta_{a3}} = \frac{p_\varepsilon}{3p_{\varepsilon3}} = \frac{3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2}{5,4\varepsilon_a - 1,8\varepsilon_a^2 - 4}; \quad (32) \quad \Delta L_{1-3} = 20 \lg \frac{\delta_a}{\delta_{a3}} = 20 \lg \frac{3\varepsilon_a - \varepsilon_a^2 - 2}{5,4\varepsilon_a - 1,8\varepsilon_a^2 - 4}. \quad (33)$$

Таблица 3 – Снижение уровней вибрации в зацеплении колес с тремя венцами

ε_a	1,5	1,55	1,6	1,65	5/3	1,7	1,75	1,8	1,85	1,9	1,95	2,0
δ_a/δ_{a3}	5,0	5,44	7,50	23,9	∞	11,7	5,0	3,33	2,6	2,14	1,86	5/3
ΔL_{1-3}	14,0	14,7	17,5	27,6	∞	21,3	14,0	10,5	8,22	6,62	5,40	4,44

На первый взгляд, странный результат выделен (см. табл. 3) для коэффициента перекрытия $\varepsilon_a = 5/3$. Он объясняется тем, что среднее значение нагрузки на контактирующую пару, рассчитанное по формулам (33) и (41), равно одной

шестой. Это означает, что в поле зацепления постоянно находятся шесть пар. Теоретически при принятой расчетной схеме зацепление не "шумит". На самом деле, происходит одновременная замена выходящих из поля пар входящими в контакт парами зубьев. Такая смена сопровождается толчками в результате высвобождения колебательной энергии от покидающих поле зацепления пар и ударами в результате вступления в контакт новых пар. Учет таких толчков изменяет величину отношения амплитуд. Это явление не учитывается в данной расчетной схеме и требует отдельного рассмотрения и количественной оценки.

В таблице также выделен результат расчета для коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha=2$. При расчете по формуле (33) возникает неопределенность вида $0/0$. Для ее раскрытия воспользуемся известным правилом Лопиталя и преобразуем формулу (33) для определения отношения амплитуд при $\varepsilon_\alpha=2$.

$$\frac{\delta_a}{\delta_{a3}} = \lim_{\varepsilon_\alpha \rightarrow 2} \frac{3\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\alpha^2 - 2}{3(2,2\varepsilon_\alpha - 0,6\varepsilon_\alpha^2 - 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x(x+1)}{-3x(0,6x+0,2)} = \frac{x+1}{3(0,6x+0,2)} = \frac{5}{3}.$$

Подстановка величины отношения в формулу (33) приводит к следующему результату $\Delta L_{1-3} = 20 \lg(\delta_a/\delta_{a3}) = 20 \lg(5/3) \approx 4,44$.

Выводы:

1. Применение зубчатых зацеплений зубьев с "глубоким" профилем в применяемом диапазоне передаточных чисел 1,6...4,0 приводит к снижению уровня вибрации до 2,5...6,2 децибел.

2. Более эффективными возможностями для снижения уровней вибрации обладают передачи с зацеплениями колес со смещенными относительно друг друга венцами.

3. Оптимальное смещение венцов в зацеплениях многвенечных колес будет при равномерном смещении в пределах шага зацепления.

Дальнейшие исследования в этом направлении должны быть проведены с учетом влияния ударных явлений при входе и выходе зубьев из зацепления, уточнения характеристики динамического процесса в контактах зубьев и др.

Список литературы. 1. Айрапетов Э.Л., Апархов В.И., Генкин М.Д., Жирнов А.А., Косарев О.И. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах // "Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами". – М., "Наука", 1976. – С.3-18. **2.** Косарев О.И. Модификация зубьев косозубых цилиндрических передач для снижения вибраций с зубцовой частотой // Вестник машиностроения. – №5. – 2009. – С.7-9. **3.** Попов А.П., Кипрцев Ю.Н. Снижение виброактивности зубчатых передач. Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник XV международной научно-технической конференции в г. Севастополе 15-20 сентября 2008г. В 4-х томах – Донецк: ДонГТУ, 2008. – Т.3. – С.104-109. **4.** Попов О.П., Кипрцев Ю. М., Савенков О.И. Аналіз віброактивності і навантажувальної здатності нових зубчастих передач // Дев'ятий міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові. – Львів: КНПАТРИ ЛТД, 2009. – С.296-297. **5.** Marine gearing – development and technology. Sigg H. "Proc. Inst. Mech. Eng.", 1990, 204, №A1. **6.** Патент №81008 на винахід. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / Попов О.П. – Опубл. 26.11.07. Бюл. №19. **7.** Патент №35343 на винахід. Україна. Зубчаста передача з точковою і чотирипарною системою зачеплення зубів / Попов О.П., Кипрцев Ю.М. – Опубл. 10.09.2008, бюл. №17.

Поступила в редколлегию 11.05.12

А.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., профессор ХГТУСА, Харьков;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник
 каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
Ю.А. ГРАДЫСКИЙ, к.т.н., доцент ХНТУСХ им. П. Василенко, Харьков

ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИИ ПРИ ВИБРОДИАГНОСТИКЕ СИЛОВЫХ ВОЛНОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ (ВЗП)

Рассмотрены факторы, влияющие на точность измерения параметров вибрации при вибродиагностике ВЗП. Получены зависимости для оптимизации параметров приборов для вибродиагностирования ВЗП.

Розглянуто фактори, що впливають на точність вимірювання параметрів вібрації при вибродіагностуванні ВЗП. Отримані залежності для оптимізації параметрів приладів для вибродіагностування ВЗП.

The factors influencing accuracy of measurement of vibration parameters at vibrodiagnosing of WTG are observed. Equations for optimization of devices parameters for vibrodiagnosings WTG are gained.

Целью данной статьи является объективная оценка и анализ влияния параметрических компонентов прибора на погрешность измерения параметров вибрации при вибродиагностике механизмов и машин [1-4].

Анализ литературных источников показывает, что единственная подобная оценка дана лишь в работе [5], причем имеет вполне конкретный пример, а авторы настоящей статьи хотят сделать эти и собственные оценки достоянием всего среднего машиностроения Украины.

Проанализируем влияние параметров компонентов приборов для вибродиагностирования ВЗП на погрешность измерения уровня виброускорения [1-3]. На эту погрешность влияют неравномерность амплитудно-частотной характеристики (АЧХ), собственный шум виброускорения, отклонение ширины эффективной полосы пропускания (ШЭПП) фильтров от номинального значения и количество блоков данных, обрабатываемых при спектральном анализе методом периодограмм [3, 4]. Поскольку эти параметры связаны с качеством прибора строго монотонными зависимостями, то это их можно рассматривать как показатели качества, и при обосновании параметров прибора использовать известные методы оптимизации по совокупности показателей качества [6].

Проанализируем влияние показателей качества прибора на погрешность измерения уровня вибрации в третьоктавной полосе частот [5]. Для этого определим максимальную погрешность измерения уровня случайной вибрации с постоянной спектральной плотностью в третьоктавной полосе частот в случае равенства уровня вибрации нижней границе рабочего диапазона уровней вибрации (т.е. нижней границе поддиапазона с наименьшим верхним пределом измерения). Так как сигнал вибрации и собственный шум прибора в силу различной физической природы некоррелированные, СКЗ результата измерения виброускорения вычислим, суммируя их геометрически, а среднеквадратическое отклонение (СКО) определим согласно [3]:

$$M(a) = \sqrt{\left(\frac{a_{\min}}{d}\right)^2 + a_n^2}; \quad (1) \quad \sigma_a = \frac{M(a)}{2\sqrt{B}}, \quad (2)$$

где M – символ математического ожидания; a_{\min} – наименьший верхний предел поддиапазона измерения виброускорения, м/с²; d – динамический диапазон; a_n – собственный шум виброускорения прибора, м/с²; σ_a – СКО результата измерения виброускорения, м/с²; B – количество блоков данных, обрабатываемых при спектральном анализе методом периодограмм.

Определим максимальное значение составляющей погрешности измерения уровня вибрации, обусловленной собственным шумом прибора, приняв максимальное отклонение результата измерения виброускорения от его математического ожидания равным утроенному СКО:

$$E_n = 20 \lg \frac{M(a) + 3\sigma_a}{\frac{a_{\min}}{d}} = 20 \lg \frac{\sqrt{\left(\frac{a_{\min}}{d}\right)^2 + a_n^2} \left(1 + \frac{3}{2\sqrt{B}}\right)}{\frac{a_{\min}}{d}}, \quad (3)$$

где E_n – составляющая погрешности измерения уровня вибрации, обусловленная собственным шумом прибора, дБ.

Так как составляющие погрешности, обусловленные неравномерностью АЧХ и отклонением ШЭПП фильтра от номинального значения, пропорциональны им, то, переходя к логарифмическим единицам измерения, получим:

$$E_{AFC} = 20 \cdot 1 \lg(1 + \Delta k); \quad (4) \quad E_{\delta} = 20 \cdot 1 \lg(1 + \delta_f), \quad (5)$$

где E_{AFC} – составляющая погрешности измерения уровня вибрации, обусловленная неравномерностью АЧХ прибора, дБ; Δk – неравномерность АЧХ прибора; E_{δ} – составляющая погрешности измерения вибрации, обусловленная отклонением ШЭПП фильтра от номинального значения, дБ; δ_f – модуль максимального относительного отклонения ШЭПП третьоктавных фильтров от номинального значения.

Максимальную погрешность измерения уровня вибрации получим, суммируя рассмотренные составляющие погрешности и применяя разложение степенной функции в (3) в ряд Тейлора:

$$E = E_n + E_{AFC} + E_{\delta} \approx 20 \lg \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{a_n d}{a_{\min}} \right)^2 + \frac{3}{2\sqrt{B}} + \Delta k + \delta_f \right). \quad (6)$$

Таким образом, погрешность измерения уровня вибрации (от которой зависят вероятности ошибок диагностирования), может быть определена по показателям качества прибора для вибродиагностирования ВЗП.

Для обоснованного выбора параметров прибора выразим его показатели качества, входящие в (6), через параметры основных компонентов, применяя известные в теориях электронных схем и цифровой обработки сигналов соотношения.

Неравномерность АЧХ прибора определим, суммируя неравномерности АЧХ его компонентов:

$$\Delta k = \Delta k_{PA} + \Delta k_{QA} + \Delta k_F, \quad (7)$$

где Δk_{PA} – неравномерность АЧХ пьезоакселерометра, дБ; Δk_{QA} – неравномерность АЧХ усилителя заряда, дБ; Δk_F – неравномерность АЧХ фильтра нижних частот, дБ.

Неравномерность АЧХ усилителя заряда (УЗ), выполненного на основе микросхемы операционного усилителя с емкостной обратной связью [5], обусловлена уменьшением коэффициента передачи этого усилителя с увеличением частоты. Аппроксимируя эту зависимость линейно-логарифмической зависимостью [2, 3, 6] получим:

$$\Delta k_{QA}(f_{\max}) = \frac{f_{\max} C_{PA}}{f_1 C_{FB}}, \quad (8)$$

где f_{\max} – верхняя граница рабочего диапазона частот, Гц; C_{PA} – емкость пьезоакселерометра, Ф; C_{FB} – емкость конденсатора обратной связи усилителя заряда, Ф; f_1 – частота единичного усиления операционного усилителя, Гц.

Определим модуль отклонения ШЭПП третьоктавного фильтра от номинального значения. Ширина полосы пропускания при спектральном анализе методом периодограмм, основанном на усреднении результатов преобразования Фурье отдельных блоков данных, зависит от длины блока [5]

$$\Delta f(N) = \frac{k_W f_{AD}}{N}, \quad (9)$$

где Δf – абсолютная ШЭПП фильтра, Гц; N – длина блока данных; k_W – эквивалентная шумовая полоса весовой функции; f_{AD} – частота дискретизации сигнала, Гц.

Для уменьшения количества арифметических операций при вычислении спектра, рабочий диапазон частот разделяют на поддиапазоны с равными отношениями верхней и нижней частот. Определим частоту дискретизации сигнала через верхнюю границу рабочего диапазона частот и переходное отношение (то есть отношение граничных частот полос задерживания и пропускания) фильтра нижних частот [5, 6]:

$$F = \frac{f_{\max}}{f_{\min}}; \quad (10) \quad f_{AD}(n, r) = (K_F + 1) \sqrt[n]{f_{\max}^n}, \quad (11)$$

где F – отношение верхней и нижней граничных частот рабочего диапазона; f_{\min} – нижняя граница рабочего диапазона частот, Гц; K_F – переходное отношение фильтра нижних частот; n – номер поддиапазона частот; r – количество поддиапазонов частот.

Для применения способа уменьшения объема памяти, необходимой для хранения коэффициентов при вычислении преобразования Фурье, необходимо, чтобы длина блока данных была нечетной [5]. Это приведет к отклонению ШЭПП от номинального значения (равного 0,232; [1-3]). Отличие длины блока данных от расчетной длины не превысит одного отсчета, а отклонение ШЭПП будет максимальным на верхней границе рабочего диапазона частот (т.к. ей соответствует минимальная длина блока данных). Применяя формулу (9), получим:

$$\delta_f = 1 - \left| \frac{\Delta f(N-1)}{\Delta f(N)} \right| \approx \frac{0,23}{k_W(K_F+1)}. \quad (12)$$

Определим количество блоков данных, обрабатываемых при спектральном анализе методом периодограмм, при ограничении на время анализа сигнала вибрации. Так как длины блоков данных уменьшаются с увеличением средней частоты полосы анализа (см. (9)), то из отсчетов сигнала, образующих блок данных для самой низкочастотной полосы анализа, можно сформировать несколько блоков для более высокочастотной полосы. Поэтому, для упрощения расчетов, вычислим только минимальные количества блоков, обрабатываемых в поддиапазонах частот (т.е. на их нижних границах). Время усреднения сигнала при анализе вибрации в поддиапазоне частот (равное суммарной длительности блоков данных) примем одинаковым для всех поддиапазонов, т.к. его целесообразно выбирать исходя из периода рабочего процесса в АСТ. Длительность блока данных выразим через количество отсчетов в блоке данных (9) и частоту дискретизации (11):

$$N(f) = \frac{k_W f_{AD}}{0,232f}; \quad (13) \quad T_B(n, r) = \frac{N(f_{\min} \sqrt[n]{F^n})}{f_{AD}(n, r)}, \quad (14)$$

где T_B – длительность блока данных, с.

Время усреднения определим, рассматривая время анализа вибрации как сумму продолжительности обработки отсчетов сигнала микропроцессором (она пропорциональна времени усреднения) и произведения времени усреднения на количество поддиапазонов частот:

$$t_M = \frac{t_A}{r + t_{MP}(K_f + 1)f_{\min} \frac{10 \lg F(F-1)}{r \left(1 - \frac{1}{\sqrt[n]{F}}\right)}}, \quad (15)$$

где t_M – время усреднения сигнала вибрации, с; t_A – время анализа вибрации, с; t_{MP} – время обработки одного отсчета сигнала вибрации микропроцессором, с.

Искомое количество блоков данных, обрабатываемых при спектральном анализе методом периодограмм, определим как отношение времени усреднения к длительности блока данных:

$$B(n, r) = \frac{t_M}{T_B(n, r)}. \quad (16)$$

Собственный шум прибора можно определить, пересчитав его составляющие к входу прибора и суммировав геометрически с учетом коэффициента корреляции между ними [5, 6]. Примем, что собственные шумы усилителя заряда (УЗ), фильтра нижних частот (ФНЧ), аналого-цифрового преобразователя (АЦП) и цифровой фильтрации не коррелированы в силу различной физической природы. Следовательно,

$$a_n = \sqrt{a_{QA}^2 + a_F^2 + a_{AD}^2 + a_D^2}, \quad (17)$$

где a_{QA} – приведенный к входу прибора шум УЗ, м/с²; a_F – приведенный к входу прибора шум ФНЧ, м/с²; a_{AD} – приведенный к входу прибора шум АЦП, м/с²; a_D – приведенный к входу прибора шум цифровой фильтрации, м/с².

Основными составляющими собственного шума УЗ являются практически некоррелированные входные электродвижущая сила (ЭДС) шума и ток шума его операционного усилителя (ОУ) [5, 6]:

$$a_{QA} = \sqrt{a_U^2 + a_I^2}, \quad (18)$$

где a_U – шум виброускорения, вызванный входной ЭДС шума ОУ, м/с²; a_I – шум виброускорения, вызванный входным током шума ОУ, м/с².

Для определения этих составляющих шума вычислим СКЗ соответствующих составляющих выходного шумового напряжения УЗ в третьоктавной полосе частот по методике [4] и пересчитаем их к входу прибора с учетом номинального коэффициента передачи УЗ (равного отношению C_{PA} и C_{FB} [5]), коэффициента передачи пьезоакселерометра и его емкости. Учтем также, что СКЗ шума (в третьоктавной полосе частот), вызванного ЭДС шума ОУ, максимально на верхней границе рабочего диапазона частот, а шума, вызванного током шума ОУ – на его нижней границе [5, 6]:

$$a_U = \frac{0,29(C_{FB} + C_{PA})S_U \sqrt{f_{\max}}}{k_{PA}}; \quad (19) \quad a_I = \frac{0,063S_I}{k_{PA} \sqrt{f_{\min}}}, \quad (20)$$

где S_U – спектральная плотность входной ЭДС шума ОУ, В/Гц^{1/2}; k_{PA} – коэффициент передачи пьезоакселерометра, Кл·с²/м; S_I – спектральная плотность входного шумового тока ОУ, А/Гц^{1/2}.

Причинами помех на выходе ФНЧ являются собственный шум ФНЧ, нелинейные искажения сигнала в ФНЧ и конечное ослабление сигнала в полосе задерживания. Поскольку эти источники помех имеют разную природу, то помехи можно считать некоррелированными, а приведенный ко входу прибора шум ФНЧ в третьоктавной полосе частот определить по формуле:

$$a_F = \sqrt{a_{FU}^2 + a_{FD}^2 + a_{FR}^2}, \quad (21)$$

где a_{FU} – шум виброускорения, вызванный собственным шумом ФНЧ, м/с²; a_{FD} – шум виброускорения, вызванный нелинейными искажениями сигнала в ФНЧ, м/с²; a_{FR} – шум виброускорения, вызванный конечным ослаблением сигнала в полосе задерживания ФНЧ, м/с².

Для определения этих составляющих шума прибора вычислим СКЗ соответствующих составляющих шумового напряжения на выходе ФНЧ в третьоктавной полосе частот и пересчитаем их к входу прибора (с учетом усилителя напряжения (УН), УЗ и пьезоакселерометра). Коэффициент передачи УН определим из условия полного использования диапазона входного напряжения АЦП при работе УН с максимальным коэффициентом передачи и синусоидальном сигнале вибрации:

$$k_A = \frac{E_{AD} C_{FB}}{2\sqrt{2} k_{PA} a_{\min}}; \quad (22) \quad a_{FU} = \frac{0,28 S_{FU} \sqrt{f_{\max}} C_{FB}}{k_A k_{PA}}; \quad (23)$$

$$a_{FD} = \frac{0,36 E_{AD} C_{FB} K_D}{k_{PA} k_A}; \quad (24) \quad a_{FR} = \frac{0,36 E_{AD} C_{FB}}{K_R k_{PA} k_A}; \quad (25)$$

где k_A – коэффициент передачи усилителя напряжения; E_{AD} – диапазон входного напряжения АЦП, В; S_{FU} – спектральная плотность шума ФНЧ, В/Гц^{1/2}; K_D – коэффициент гармонических искажений ФНЧ; K_R – коэффициент ослабления ФНЧ в полосе задерживания.

Проанализируем влияние АЦП на собственный шум виброускорения прибора. Для этого воспользуемся приведенной в [5] зависимостью дисперсии шума квантования от шага квантования АЦП и тем, что спектральная плотность шума равномерно в интервале частот от нуля до половины частоты дискретизации [5]. Следовательно, СКЗ шума будет максимальным в третьоктавной полосе, расположенной на верхней границе рабочего диапазона частот вибрации. Пересчитаем СКЗ шума АЦП ко входу прибора (с учетом УН, УЗ и пьезоакселерометра), и получим СКЗ приведенного ко входу прибора шума АЦП:

$$a_{AD} = \frac{0,197 C_{FB} E_{AD}}{k_{PA} k_A 2^{N_{AD}} \sqrt{K_F + 1}}, \quad (26)$$

где N_{AD} – количество разрядов АЦП.

Проанализируем влияние ограниченной разрядности (квантования) коэффициентов, применяемых при вычислении преобразования Фурье [3]:

$$|\dot{s}(f)| = \sqrt{\text{Re}^2(\dot{s}(f)) + \text{Im}^2(\dot{s}(f))}; \quad (27)$$

$$\text{Re}(\dot{s}(f)) = \frac{2}{N} \left\{ w[0]A[0] + \sum_{j=1}^{N-1} w[j] \cos\left(2\pi \frac{f}{f_{AD}} j\right) (A[j] + A[-j]) \right\}; \quad (28)$$

$$\text{Im}(\dot{s}(f)) = \frac{2}{N} \left\{ \sum_{j=1}^{N-1} w[j] \sin\left(2\pi \frac{f}{f_{AD}} j\right) (A[j] - A[-j]) \right\}, \quad (29)$$

где \dot{s} – комплексный коэффициент преобразования Фурье; w – весовой коэффициент; A – результат аналого-цифрового преобразования; j – номер отсчета в блоке данных.

Произведения весовой функции и тригонометрических функций, входящие в (28, 29) целесообразно вычислить заранее и хранить в постоянном запоминающем устройстве. При этом, во избежание переполнения при выполнении операций с целыми числами по формулам (28, 29) в системе счисления с фиксированной запятой, следует применить нормирующий множитель:

$$H_R[j] = K_N w[j] \cos\left(2\pi \frac{f}{f_{AD}} j\right); \quad H_I[j] = K_N w[j] \sin\left(2\pi \frac{f}{f_{AD}} j\right), \quad (30)$$

где H_R и H_I – вспомогательные коэффициенты; K_N – нормирующий множитель.

При разрядности АЦП 10...12 бит и длине блока данных в несколько тысяч отсчетов, для представления коэффициентов H_R и H_I достаточно 16-битных (двухбайтных) чисел, а для накопления $\text{Re}(\dot{s}(f))$ и $\text{Im}(\dot{s}(f))$ достаточно четырехбайтных чисел. Поскольку уравнения (28, 29) имеют тот же вид, что и уравнения нерекурсивной фильтрации, то воспользуемся методикой учета влияния квантования коэффициентов нерекурсивного фильтра на погрешность результата [5, 6]. Для этого выразим входящие в (28, 29) произведения весовых и тригонометрических функций через H_R и H_I .

Затем, для получения погрешности вычисления модуля комплексного коэффициента преобразования Фурье, подставим вместо них максимальное значение модуля погрешности представления коэффициентов H_R и H_I целыми числами (т.е. 1/2). Амплитуду сигнала примем максимальной. Тогда

$$\text{Re}(\Delta\dot{s}) = \text{Im}(\Delta\dot{s}) = \frac{2}{NK_N} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{1}{2} 2^{N_{AD}-1} \right) = \frac{2^{2N_{AD}} k_W k_{WM} (K_F + 1) \sqrt{F}}{3,1 \times 10^9}; \quad (31)$$

$$|\Delta\dot{s}| = \sqrt{\text{Re}^2(\Delta\dot{s}(f)) + \text{Im}^2(\Delta\dot{s}(f))} = \sqrt{2} \text{Re}(\Delta\dot{s}), \quad (32)$$

где $\Delta\dot{s}$ – погрешность вычисления модуля комплексного коэффициента преобразования Фурье; k_{WM} – среднее значение модуля весовой функции.

Пересчитаем погрешность вычисления модуля комплексного коэффициента преобразования Фурье к входу прибора (с учетом АЦП, УН, УЗ и пьезоакселерометра) и получим составляющую шума виброускорения, обусловленную шумом цифровой фильтрации:

$$a_Q = |\Delta\dot{s}| \frac{E_{AD}}{2^{N_{AD}}} \frac{1}{k_A} \frac{C_{FB}}{C_{PA}} \frac{C_{PA}}{k_{PA}} = \frac{2^{N_{AD}} k_W k_{WM} (K_F + 1) \sqrt{F} E_{AD} C_{FB}}{k_{PA} k_A 2,2 \times 10^9}. \quad (33)$$

Таким образом, проанализировано влияние параметров основных компонентов прибора на его показатели качества, что позволяет определять погрешность измерения уровня вибрации и, следовательно, вероятности ошибок вибродиагностирования ВЗП. Полученные зависимости используются при оптимизации параметров приборов для вибродиагностирования машиностроительной техники, в частности, ВЗП.

Список литературы. 1. ГОСТ 26656-85. Техническая диагностика. Контролепригодность. Общие требования. – М.: Издательство стандартов, 1985. – 15с. **2.** *Байцый Ф.Я.* Исследование вибрационных процессов в зубчатых передачах для целей акустической диагностики. Автореф. дисс... канд.техн.наук. – М.: 1976. – 23с. **3.** *Генкин М.Д., Соколова А.Г.* Виброакустическая диагностика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1987. – 282с. **4.** *Знайдюк В.Г., Шевченко С.А.* Технология для динамической балансировки молотильных барабанов зерноуборочных комбайнов // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Вып. 21. – 2006. – С. 87 – 96. **5.** *Шевченко С.А.* Совершенствование технических средств и технологии диагностирования агрегатов сельскохозяйственной техники. Автореф. дисс... канд.техн.наук: 05.05.11. – Харьков, 2004. – 19с. **6.** *Пріймаков О.Г.* Системне прогнозування працездатності елементів авіаційних конструкцій. Автореф. дисс... докт.техн.наук: 05.02.09. – Харків: вид. ПМаш ім. А.М. Підгорного, 2007. – 38с.

Поступила в редколлегию 15.05.12

Р.В. ПРОТАСОВ, ассистент каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
Г.А. КРОТЕНКО, к.т.н., доцент каф. ТММ и САПР";
В.И. СЕРИКОВ, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР

ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТИ СКОЛЬЖЕНИЯ ЗУБЬЕВ В ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧАХ

Рассмотрены абсолютные и удельные скорости скольжения в зацеплении для основных типов эволютных прямозубых передач с выпукло-вогнутым контактом. Описана методика их определения. Проведен сравнительный анализ скоростей скольжения эволютного зацепления с аналогичным эвольвентным. Выявлена зависимость между коэффициентом разновидности k и скоростью скольжения в зацеплении.

Розглянуто абсолютні та питомі швидкості ковзання в зацепленні для основних типів еволютних прямозубих передач з опукло-увігнутим контактом. Описана методика його визначення. Проведено порівняльний аналіз швидкостей ковзання еволютного зацеплення з аналогічним евольвентним. Визначено залежність між коефіцієнтом k та швидкістю ковзання в зацепленні.

The absolute and specific sliding velocity of main types of evolute spur gears with a convex-concave contact is considered. The method of his determination is described. The comparative analysis of sliding velocity for evolute and involute gear is made. The dependence between of coefficient k and sliding velocity in the gearing is received.

Введение. Как известно [1, 2], контактное выкрашивание зуба происходит в околополюсной зоне и начинается ниже начального диаметра шестерни. Это связано с совместным действием контактных давлений и проскальзыванием профилей. Поэтому одной из важнейших характеристик зубчатого зацепления является взаимная скорость скольжения профилей (скорость скольжения контактной точки), а ее определение позволит дать оценку износостойкости передачи.

В настоящее время многими исследователями ведутся разработки зацеплений с выпукло-вогнутым контактом (ВВК) зубьев, позволяющим снизить контактные напряжения и, тем самым, улучшить массогабаритные показатели передач. Одним из вариантов зацепления с таким контактом является т.н. эволютное, предложенное А.И. Павловым [3]. Естественно, возникает актуальная научно-практическая задача исследования скорости скольжения зубьев в этом зацеплении.

Целью работы является определение абсолютной и относительной скоростей скольжения зубьев для основных типов эволютного зацепления и его анализ в сравнении с аналогичным эвольвентным.

Определение абсолютной скорости скольжения. Уравнение профиля эволютной инструментальной рейки имеет вид [3]:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-1, 1]; \\ y(x_0) &= C_1 x_0 + C_2 x_0^2 + C_3 x_0^3 + \dots + C_n x_0^n. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Пусть два сопряженных профиля контактируют в точке Y (рисунок 1). Для определения абсолютной скорости в зацеплении V_y , необходимо записать уравнения рабочего профиля зуба шестерни. В работах [4-6] для этого был использован метод профильных нормалей:

$$\left. \begin{aligned} x_1(x_0) &= (x(x_0) - a(x_0)) \cos \varphi_1(x_0) + \\ &\quad + (y(x_0) + r_1) \sin \varphi_1(x_0); \\ y_1(x_0) &= -(x(x_0) - a(x_0)) \sin \varphi_1(x_0) + \\ &\quad + (y(x_0) + r_1) \cos \varphi_1(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Сопряженные профили в относительном движении перекатываются друг по другу с проскальзыванием в точке контакта, причем скорость скольжения [7]:

$$V_y = |V_{F_{y1}}| = |V_{F_{y2}}| \quad (3)$$

равна разности касательных составляющих скоростей контактирующих точек,

$$V_y = V_{F_{y1}} - V_{F_{y2}} \quad (4)$$

Абсолютная скорость скольжения зацепляющихся профилей равна:

$$V_y = PY(\omega_1 + \omega_2), \quad (5)$$

где $\omega_1 = 1c^{-1}$.

После преобразования выражение (5) примет вид:

$$V_y = \sqrt{(x_1^2(x_0=0) - x_1^2(x_0)) + (y_1^2(x_0=0) - y_1^2(x_0))} \left(u + \frac{1}{u} \right), \quad (6)$$

где u – передаточное число.

Покажем на рисунке 2 абсолютную скорость скольжения для 4-х эволютных передач с углами зацепления в полюсе $\alpha = 15^\circ$ и $\alpha = 20^\circ$, коэффициентами разновидности $k = 2$ и $k = 5$ и проведем сопоставление с двумя эвольвентными передачами, имеющими аналогичные углы зацепления.

Анализ этих графиков показывает, что абсолютная скорость скольжения для эволютной передачи в доплюсной и заплуюсной зонах меньше, чем у аналогичной эвольвентной.

Чтобы дать качественную оценку, характеризующую степень взаимного скольжения профилей, необходимо ввести объективный показатель (безразмерную величину). Этим показателем является коэффициент скольжения λ – отношение абсолютной скорости скольжения точки профиля, находящейся в данный момент в контакте, к касательной составляющей этой скорости.

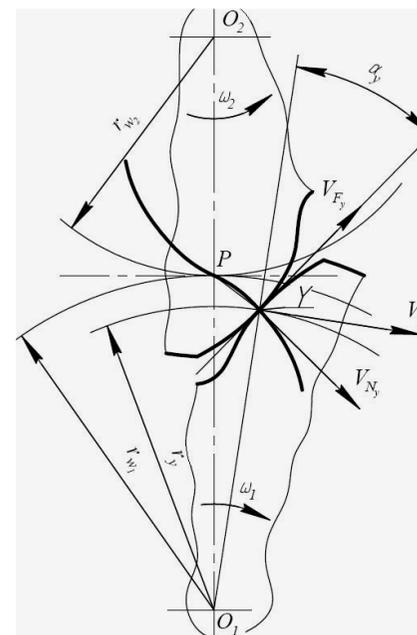


Рисунок 1 – Расчетная схема для определения скоростей скольжения в зацеплении в общем виде

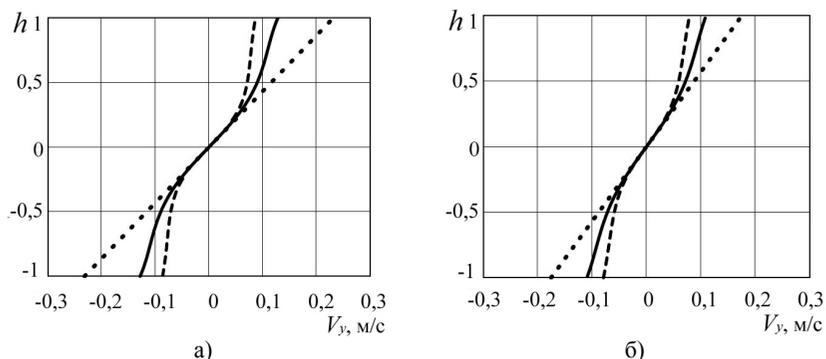


Рисунок 2 – Абсолютная скорость скольжения:
а) $\alpha=15^\circ$, б) $\alpha=20^\circ$; - - - $k=2$, — $k=5$, – эвольвента

Выражения для коэффициента скольжения запишем в следующем виде [2]:

$$\text{для шестерни } \lambda = V_y / V_{Fy1}; \quad \text{для колеса } \lambda = V_y / (V_{Fy2} \cdot u). \quad (7)$$

Для определения касательной составляющей абсолютной скорости найдем угол α_y (рисунок 1). Для этого необходимо найти тангенс угла наклона касательной к рабочему профилю зуба в текущей точке контакта:

$$\alpha_p = \arctg(x'_1(x_0)/y'_1(x_0)). \quad (8)$$

Так как уравнение рабочего профиля зуба записано в подвижной системе координат [5, 6], то необходимо найти угол поворота шестерни, соответствующий текущей контактной точке из метода профильных нормалей [4]:

$$\alpha_z = \arctg(x_1(x_0)/y_1(x_0)). \quad (9)$$

Угол α_y найдем как сумму углов α_p и α_z :

$$\alpha_y = \alpha_p + \alpha_z. \quad (10)$$

Определим касательную составляющую скорости скольжения [7]:

$$V_{Fy} = \omega_1 r_y \sin \alpha_y. \quad (11)$$

Покажем на рисунке 3 касательную составляющую абсолютной скорости скольжения по высоте зуба.

Из анализа этих графиков видно, что в полюсе у всех типов передач при одинаковом угле зацепления касательные скорости равны. В доплюсовой и заплуюсовой зонах у эвольвентной передачи касательная скорость скольжения выше, чем у эвольвентной, что должно негативно сказаться на ее износостойкости. Отметим, что с уменьшением k касательная скорость возрастает.

Нормальную скорость скольжения в зацеплении определим по следующей зависимости [7]:

$$V_{Ny} = \omega_1 r_y \cos \alpha_y. \quad (12)$$

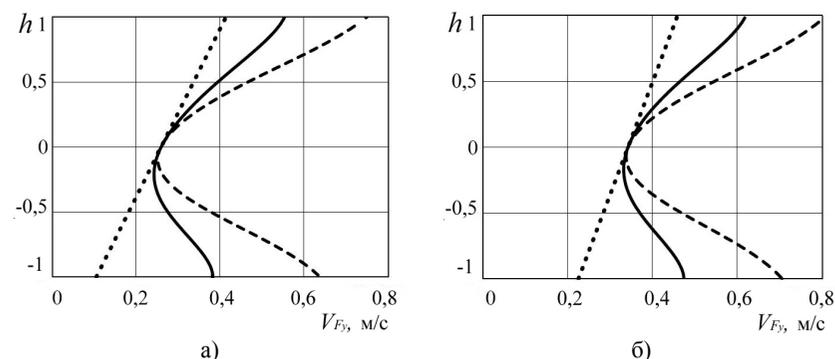


Рисунок 3 – Касательная скорость скольжения:
а) $\alpha=15^\circ$, б) $\alpha=20^\circ$; - - - $k=2$, — $k=5$, – эвольвента

Покажем на рисунке 4 график изменения нормальной составляющей абсолютной скорости по высоте зуба.

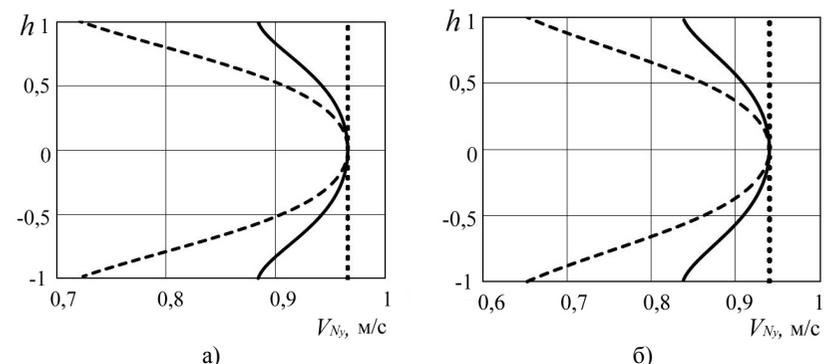


Рисунок 4 – Нормальная скорость скольжения:
а) $\alpha=15^\circ$, б) $\alpha=20^\circ$; - - - $k=2$, — $k=5$, – эвольвента

Анализ этих графиков показывает, что в эвольвентном зацеплении нормальная скорость скольжения непостоянна по высоте зуба в отличие от эвольвентной. В полюсе нормальная скорость скольжения одинакова для всех типов передач, а в районе ножки и головки зуба она меньше у эвольвентной передачи, причем с уменьшением k нормальная скорость тоже уменьшается.

Покажем удельные скольжения по высоте зуба шестерни для всех типов рассматриваемых передач:

Анализ графиков на рисунке 5 показывает, что удельные скольжения эвольвентных и эвольвентных профилей в полюсе одинаковы, а на ножке и головке удельные скольжения профиля эвольвентной передачи меньше, чем у аналогичной эвольвентной, причем с уменьшением k удельное скольжение уменьшается. Следовательно, износостойкость рассматриваемых в данной работе эвольвентных передач по параметру удельного скольжения должна быть лучше, чем у аналогичной эвольвентной.

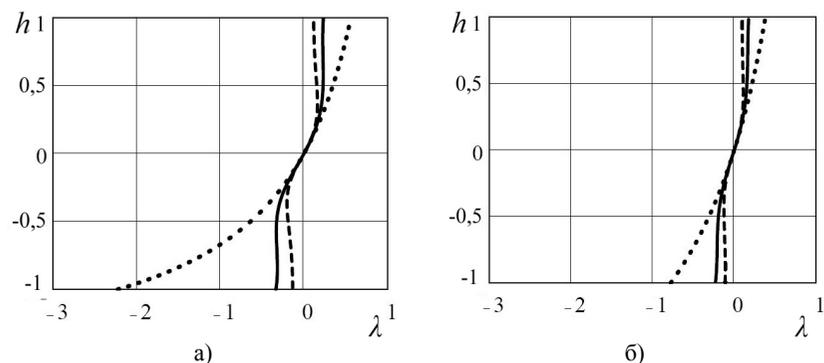


Рисунок 5 – Удельная скорость скольжения:
 а) $\alpha=15^\circ$, б) $\alpha=20^\circ$; - - - $k=2$, — $k=5$, – эвольвента

Выводы:

1. Описана методика определения абсолютной скорости скольжения в эволютном зацеплении.
2. Анализ графиков абсолютной скорости скольжения показал некоторое преимущество эволютных передач перед аналогичными эвольвентными.
3. Анализ графиков касательной составляющей скорости скольжения показал, что в эволютных передачах она больше, чем в аналогичной эвольвентной, что может негативно сказаться на износостойкости профилей.
4. Описана методика определения удельной скорости скольжения в эволютном зацеплении.
5. Анализ графиков удельного скольжения показал, что этот параметр у эволютной передачи меньше, чем у аналогичной эвольвентной. Это объясняется меньшей абсолютной скоростью скольжения в эволютном зацеплении.
6. Определена зависимость между коэффициентом разнovidности k и скоростью скольжения в зацеплении. Анализ графиков показал, что с уменьшением k увеличивается касательная и нормальная составляющие, но абсолютная и удельная скорости скольжения уменьшается.

Список литературы: 1. Трубин Г.К. Контактная усталость материалов для зубчатых колес. – М.: Машгиз. – 1962. – 403с. 2. Гавриленко В.А. Зубчатые передачи в машиностроении. – М.: Машгиз. – 1962. – 530с. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 4. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука. – 1968. – 584с. 5. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2009. – №12. – С.125-129. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124–128. 7. Болотовский И.А. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Расчет геометрии. Справочное пособие. – М.: Машиностроение. – 1974. – 160с.

Поступила в редколлегию 21.05.12

УДК 621.833

В.В. СТАВИЦКИЙ, к.т.н., доцент ВНУ им. В. Даля, Луганск;
П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Предложен метод проектирования энергосберегающих высокоскоростных зубчатых передач, позволяющий определять их основные размеры, обеспечивающие максимальный КПД, не нарушая основные прочностные характеристики передачи. При определении максимального КПД кроме потерь механического трения учтены потери вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес и периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве.

Запропонований метод проектування енергозберігаючих високошвидкісних зубчатих передач, що дозволяє визначати їх основні розміри, що забезпечують максимальний ККД, не порушуючи основні міцнісні характеристики передачі. При визначенні максимального ККД окрім втрат механічного тертя враховані втрати внаслідок аерогідродинамічного опору і періодичного стиснення-розширення маслоповітряної суміші в замкнутому між зубцями просторі.

A method for designing energy conserving high-speed gears is proposed. The method allows determining gears' fundamental sizes ensuring maximum efficiency and not violating basic durability parameters of transmission. During maximum efficiency determination not only mechanical friction losses are taken into account, but also windage, churning and air-pumping losses are considered.

Постановка проблемы. В настоящее время развитие редукторостроения идет по пути снижения массы и габаритов, увеличения передаваемых скоростей и нагрузок. Например, в современных турборедукторах окружная скорость достигает 150м/с, а передаваемая мощность сотен мегаватт. При таких передаваемых мощностях потери составляют 1МВт и более. В высокоскоростных зубчатых передачах значительную часть общих потерь мощности составляют потери несвязанные с передаваемой нагрузкой: потери гидроаэросопротивления вращению зубчатых колес, периодического сжатия и расширения масловоздушной смеси в пространстве между зубьями колес (компрессорные потери), которые в настоящее время не учитываются при проектировании зубчатых передач. Для снижения потерь необходимым является тщательный анализ источников диссипации энергии и влияния на коэффициент полезного действия (КПД) геометрических параметров зубчатых передач и условий их эксплуатации.

Анализ литературы. Потери энергии в зубчатых передачах условно разделяют на две группы: а) потери, зависящие от передаваемой нагрузки (потери на трение скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников); б) потери, независящие от передаваемой нагрузки (компрессорные и аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес). Удельный вес этих потерь составляет при 100%(50%) нагрузке: 19%(6%) и 10%(12%) – потери на трение скольжения и качения соответственно в зубчатом зацеплении и 71%(82%) – потери аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес [1]. Авторы [2] провели экспериментальное исследование потерь на установке полностью имитирующей процессы в зубчатой передаче в диапазоне скоростей 0-15000об/мин и нагрузок 0-3,7кВт. Результаты исследований показали, что при нагрузке, составляющей 33-100% и скоростях 83-100% максималь-

ных, аэродинамические потери становятся практически равными потерям на трение в зубчатом зацеплении. По данным работы [3] потери гидродинамического сопротивления в автомобильных коробках передач также превышают потери механического трения. Однако, результаты большинства исследований аэрогидродинамического сопротивления, имеющих в открытой печати, приводятся в виде эмпирических зависимостей, в которых практически отсутствует оценка влияния геометрических параметров зубчатых колес на потери мощности, независимые от передаваемой зубчатой передачей нагрузки. Наличие значительных потерь мощности, существенно зависящих от скоростного режима эксплуатации зубчатых передач, обуславливает обязательный их учет уже на стадии проектирования.

Цель статьи. Разработать метод проектирования высокоскоростных зубчатых передач, позволяющий определять их основные размеры, обеспечивающие максимальный КПД, не нарушая основные прочностные характеристики передачи.

1. Теоретическое обоснование метода. Разработка метода сводится к определению размеров зубчатой передачи и условий ее эксплуатации, обеспечивающих минимальные значения коэффициентов потерь мощности, вследствие того или иного источника диссипации энергии.

КПД зубчатой пары определяется известным выражением

$$\eta = (T_1 - T_c)/T_1 = 1 - \left(\sum_1^i \frac{T_{A\Gamma}}{T_1} + \sum_1^j \frac{T_{cp}}{T_1} + \sum_1^k (\psi_f + \psi_k) + \sum_1^s \sum_1^r \frac{T_b}{T_1} \right), \quad (1)$$

где i – количество зубчатых колес в передаче; i – количество зацеплений в передаче; s – количество валов в передаче; r – количество подшипников на каждом валу передачи; T_c – суммарный момент сопротивления вращению зубчатых колес пары, Н·м; $T_{A\Gamma} = \sum (T_\Gamma + T_A)$ – момент аэрогидродинамического сопротивления, Н·м; T_Γ – момент гидродинамического сопротивления, Н·м; T_A – момент гидродинамического сопротивления, Н·м; T_{cp} – момент сопротивления в результате периодического сжатия и расширения масловоздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве, Н·м; T_f, T_k – моменты трения скольжения и качения соответственно, Н·м; T_b – момент аэрогидродинамического сопротивления и трения в подшипниках, Н·м; T_1 – входной крутящий момент в зубчатую передачу, Н·м; $\psi_f = T_f/T_1$ – коэффициент потерь вследствие трения скольжения в зубчатой паре; $\psi_k = T_k/T_1$ – коэффициент потерь вследствие трения скольжения в зубчатой паре.

Коэффициенты потерь мощности, независимых от передаваемой нагрузки предлагается определять по зависимостям [4]

$$\psi_{f, \text{var}} = \frac{\left(\frac{1+u}{u} \right)^{0,75} \tau_1^{0,75} \left[(\chi_1^{1,75} + \chi_2^{1,75}) + [(1-\chi_1)^{1,75} + (1-\chi_2)^{1,75}] \right]}{21,55 \cdot \nu_m^{0,25} \cdot V_{okp}^{0,5} \cdot \left[2 \cdot \text{tg } \alpha_w + \tau_1 \cdot (\chi_1^2 + \chi_2^2) \cdot \frac{u-1}{2 \cdot u} \right]^{0,25}} = \frac{F}{\nu_m^{0,25} V_{okp}^{0,5}}, \quad (2)$$

$$\psi_k = 3 \frac{[\sigma_H]}{E_{np}^*} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \cos \alpha}{\pi \cdot u \cdot K_H \cdot \cos \beta}} \cdot \frac{H}{4\tau_1} \cdot (u+1)^2 \cdot \text{tg}^2 \alpha_w, \quad (3)$$

где $\chi_1 = (\text{tg } \alpha_{a1} - \text{tg } \alpha_w)/\tau_1$ и $\chi_2 = (\text{tg } \alpha_{a2} - \text{tg } \alpha_w)/\tau_2$ – коэффициенты перекрытия по головкам и ножкам зубьев; τ_1 и τ_2 – угловые шаги шестерни и колеса соответственно; $V_{okp} = \omega_i \cdot r_i$ – окружная скорость зубчатого колеса, м/с; u – передаточное отношение; α_w – угол эксплуатационного зацепления; ν_m – кинематическая вязкость масла, сСт; $\varepsilon = \chi_1 + \chi_2$ – коэффициент перекрытия зубчатой передачи; E_{np}^* – приведенный модуль упругости материалов зубчатых колес, МПа; α – угол станочного зацепления.

Моменты сопротивления, независимые от передаваемой нагрузки, прямо пропорциональны объему $O_i = b \cdot r_i^2$, занимаемому зубчатыми колесами передачи [4]:

$$T_{\Gamma_{ii}} = \rho_m \cdot \omega_i^2 \cdot r_i^5 \cdot (C_{k_i}^\Gamma + C_{T_i}^P + C_{P_i}) = \rho_m \cdot V_{okp}^2 \cdot O_i \cdot (\bar{C}_{k_i}^\Gamma + \bar{C}_{T_i}^P + \bar{C}_{P_i}); \quad (6)$$

$$T_{A_{ii}} = \rho \cdot \omega_i^3 \cdot r_i^5 \cdot (C_{k_i} + C_{M_i} + C_{R_i}) = \rho \cdot V_{okp}^3 \cdot O_i \cdot (C_{k_i} + C_{M_i} + C_{R_i}); \quad (7)$$

$$T_{cp} = \omega_1 \cdot k \cdot \Lambda \cdot (1+u) / (8 \cdot u) \cdot \bar{b}^2 \cdot O_i \cdot M_{okp}^2 \cdot p_a \cdot \cos^2 \alpha, \quad (8)$$

где $C_{k_i}, C_{M_i}, C_{R_i}$ – безразмерные моменты сил Кориолиса, вязкости на торцах зубчатого колеса и в радиальном зазоре при аэросопротивлении [5]; $C_{k_i}^\Gamma, C_{T_i}^P, C_{P_i}^\Gamma$ – безразмерные моменты сил Кориолиса, вязкости на торцах зубчатого колеса на периферийных поверхностях головок зубчатого колеса при гидросопротивлении; r_i – радиус делительной окружности зубчатого колеса, м; $\rho = x_b \cdot \rho + (1-x_m) \cdot \rho_m$ – плотность масловоздушной смеси, кг/м³; ω_i – угловая скорость вращения зубчатого колеса, рад/с; $M_{okp} = V_{okp}/c$ – относительная окружная скорость зубчатого колеса; c – скорость звука при нормальных условиях, м/с; при скорости более $M_{okp}^{kp} = \sqrt{\frac{2}{k+1} \cdot (A_i^2 - B_i^2)} \sum_{i=1}^2 (y_i \cdot k_s \cdot t_s) / (4 \cdot \bar{b} \cdot A_i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta)$ коэффициент равен $\Lambda = \{(1+k)/(4\chi_2 - 2) + 1/(2\chi_1 - 1)\}$, в противном случае коэффициент зависит от скорости $\Lambda = \left\{ 1/(2\chi_2 - 1) \left[1 - 0.5(k-1) \left(\bar{b} M_{okp} / (2\chi_2 - 1) \tau_1 \right)^2 \right] + 1/(2\chi_1 - 1) \right\}$ [6]; p_a – атмосферное давление, МПа; $\bar{b}_i = b_i/r_i$ – относительная ширина зубчатого венца; b_i – ширина зубчатого венца, м; x_b и x_m – объемные относительные части воздуха и масла в масловоздушной смеси; ρ и ρ_m – плотности воздуха и смазочного масла при рабочей температуре передачи соответственно, кг/м³; k – показатель адиабаты масловоздушной смеси.

Оценка удельного веса потерь мощности [7], [8] позволяет при проектировочном расчете зубчатых передач пренебречь потерями вязкостного трения (не превышают 12% от полного аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес) и механического трения качения зубьев (не превышают 7% трения скольже-

ния). Тогда в дальнейших расчетах принимается $\bar{C}_{F_i}^p = \bar{C}_{P_i} = C_{M_i} = C_{R_i} = \psi_{\kappa} = 0$.

Зависимости (6), (7), (8) показывают, что потери мощности будут минимальными при минимально возможных значениях объемов, занимаемых зубчатыми колесами передачи, которые в свою очередь определяются прочностным расчетом по контактным напряжениям [9]

$$O_i = \frac{T_i \cdot K_H}{[\sigma_H]^2 \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{(u+1)}{u} \cdot \frac{\cos \beta}{\varepsilon \cdot \sin 2\alpha} \cdot \frac{2E_1 \cdot E_2}{\pi \cdot [E_1 \cdot (1-\nu_2^2) + E_2 \cdot (1-\nu_1^2)]}, \quad (9)$$

где K_H – коэффициент нагрузки; β – угол наклона линии зубьев;

Подставляя выражение (9) в (6), (7), (8), можно определить минимально возможные коэффициенты потерь мощности, не связанных с передаваемой нагрузкой

$$\psi_{A_{\Sigma}} = \Pi \cdot M_{окр}^2 \cdot \bar{\rho}_a \cdot \sum_1^i N_i; \quad \psi_{\Gamma_i} = \Pi \cdot M_{окр}^2 \cdot \sum_1^i \Gamma_i; \quad \psi_{cp} = \bar{b}^2 \cdot \Pi \cdot M_{окр}^2 \cdot \sum_1^i \Omega_j,$$

где $\Pi = E_{np}^* \cdot p_a / [\sigma_H]^2$ – безразмерный коэффициент, характеризующий материалы зубчатых колес и условия эксплуатации передачи; $[\sigma_H]$ – допускаемые контактные напряжения, МПа; $\bar{\rho}_a = \rho_a / \rho$ – относительная плотность масловоздушной смеси во впадинах зубчатого колеса;

$\bar{\rho}_a = \left[1 - 0.5 \cdot (f \cdot \bar{b} \cdot M_{окр})^2 \cdot (k-1) \right]^{\frac{1}{k-1}}$ при относительной окружной скорости меньше критической: $M_{окр}^{kp} = \sqrt{\frac{2}{k+1}} \cdot (A_i^2 - B_i^2) \sum_{i=1}^2 (y_i \cdot k_s \cdot t_s) / (4 \cdot \bar{b} \cdot A_i \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta)$,

$\bar{\rho}_a = \bar{\rho}_a^{kp} = [2/(k+1)]^{1/(k-1)}$ в противном случае; $A_i = r_{ai}/r_i = 1 + 2(h_a^* + x_i)/z_i$ – относительный радиус окружности вершин зубчатого колеса; r_{ai} – радиус окружности вершин зубчатого колеса, м; $B_i = r_{fi}/r_i = 1 - 2(h_a^* - x_i + c^*)/z_i$ – относительный радиус окружности впадин зубчатого колеса; r_{fi} – радиус окружности вершин зубчатого колеса, м; N_i , Γ_i , Ω_j – безразмерные коэффициенты, зависящий только от геометрических параметров зубчатых колес и конструкции зубчатой передачи, определяемые соотношениями ниже:

$$N_i = k \cdot K_H \cdot \sum_{i=1}^2 y_i \cdot \frac{(A_i^2 - B_i^2) \cdot (\pi - 4x_i \cdot \operatorname{tg} \alpha) \cdot (1+u) \cdot \cos^3 \beta}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot u \cdot \cos \alpha};$$

$$\Gamma_i = \bar{V}_{3_i} \cdot \arccos^2(1 - \bar{h}_i) \cdot N_i; \quad \Omega_j = \frac{k \cdot K_H}{16 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \left(\frac{u+1}{u} \right)^2 \cdot \frac{\cos^3 \beta}{\sin \alpha} \cdot \Lambda,$$

где $f = 4 \cdot A_i / [(A_i^2 - B_i^2) \cdot k_s \cdot (\bar{y}_1 + \bar{y}_2)]$ – коэффициент торцевых зазоров; $\bar{y}_1 = 4 \cdot B_i \cdot \bar{\delta}_1 / (A_i^2 - B_i^2)$ и $\bar{y}_2 = 4 \cdot B_i \cdot \bar{\delta}_2 / (A_i^2 - B_i^2)$ – коэффициенты зазоров по

торцам зубчатого колеса; $\bar{\delta}_i = \delta_i / r_i$ – относительные торцевые зазоры; δ_i – торцевые зазоры между вращающимся зубчатым колесом и картером переда-

чи; $\bar{V}_3 = k_s \sqrt{(A_i^2 - B_i^2) + \frac{2}{Fr} (\bar{h}_i - A_i - B_i) + \frac{2\Phi_i}{\sqrt{\operatorname{Re}}} + (k_o \sin \alpha \cos \beta)^2}$ – относитель-

ная скорость заполнения маслом впадин зубчатого колеса, при их погружении в масляную ванну; $\Phi_i = (\sin \alpha \cdot \cos \beta / \varphi_i)^{1.5} (\operatorname{tg}^2 \alpha_a - \operatorname{tg}^2 \alpha_f) \cdot \cos \alpha / (A_i \sqrt{3})$ – ко-

эффициент, зависящий только от геометрических параметров зубчатого колеса; $Fr = \omega^2 \cdot r_a / g$ – число Фруда; g – ускорение свободного падения, м/с²;

$\operatorname{Re} = \omega \cdot r_a^2 / \mathcal{G}_m$ – число Рейнольдса; \mathcal{G}_m – кинематическая вязкость смазочного масла, сСт; α_a и α_f углы профиля эвольвенты на окружностях вершин и

впадин зубчатого колеса соответственно; k_s и k_0 – скоростные коэффициенты торцевого и радиального сечений впадины соответственно; $\bar{h}_i = h_i / r_{ai}$ –

относительная глубина погружения зубчатого колеса в масляную ванну; h_i – глубина погружения зубчатого колеса в масляную ванну, м.

Тогда окончательно выражение (1) может быть представлено

$$\eta = 1 - [k_t \cdot (\psi_{A_{\Sigma}} + \psi_{\Gamma_{\Sigma}} + \psi_{cp}) + \psi_f], \quad (10)$$

где k_t – коэффициент, учитывающий частичность режимов нагружения проектируемой зубчатой передачи.

Анализ результатов расчета КПД турборедуктора мощностью 55МВт (рисунок 1) показал наличие его максимума при частоте вращения колеса 500об/мин. Аналогичные зависимости получены и для других высокоскоростных редукторов, однако максимальные значения КПД наблюдаются при различных частотах вращения валов передачи, определяемых геометрическими характеристиками зубчатых колес. Такие зависимости обусловлены различным характером изменения различных составляющих потерь мощности от угловой скорости вращения зубчатых колес (рисунок 2). С увеличением скорости вращения потери, зависящие от нагрузки, уменьшаются, в то время как, потери, независимые от передаваемой нагрузки, существенно возрастают. Анализ влияния ширины зубчатого венца на КПД показывает также наличие максимума. Увеличение ширины венца увеличивает степень разрежения масловоздушной смеси во впадинах, снижая ее массу, а, следовательно, и кориолисову силу сопротивления вращению зубчатых колес. В то время как рост ширины зубчатого венца увеличивает степень сжатия в замкнутом между зубьями пространстве, что увеличивает потери мощности на периодическое сжатие-расширение масловоздушной смеси при зацеплении зубьев.

Для определения оптимальной окружной скорости, при которой КПД зубчатой пары будет максимальным, уравнение (10) продифференцировано по скорости и производная приравнена к нулю

$$\frac{\partial \eta}{\partial V_{окр}} = \left[\kappa_t \left(\frac{\partial \psi_A}{\partial V_{окр}} + \frac{\partial \psi_{\Gamma}}{\partial V_{окр}} + \frac{\partial \psi_{cp}}{\partial V_{окр}} \right) + \frac{\partial \psi_f}{\partial V_{окр}} \right] = 0. \quad (11)$$

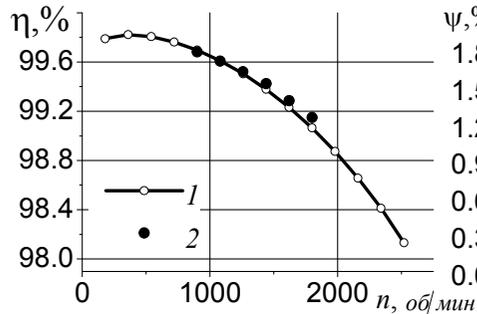


Рисунок 1 – Зависимость коэффициента полезного действия турборедуктора от угловой скорости вращения колеса ($b_1=205\text{мм}$; $m=10\text{мм}$; $z_1=42$; $b_2=200\text{мм}$; $z_2=155$; $\beta=29^\circ$): 1 – расчет; 2 – эксперимент

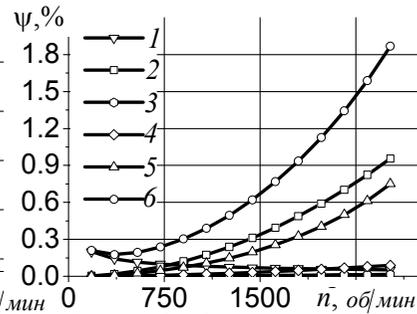


Рисунок 2 – Составляющие потерь мощности в турборедукторе: 1 – трение; 2 – периодическое сжатие-расширение; 3, 4 – вязкостное трение в радиальном зазоре и на торцах зубчатых колес соответственно; 5 – аэродинамическое сопротивление; 6 – суммарные потери

Решением уравнения (11) является

$$V_{окр}^{opt} = \left(\frac{F}{2 \cdot \bar{\rho}_a \cdot \kappa_t \cdot (N_\Sigma + \Gamma_\Sigma + \Omega \cdot \bar{b}^2) \cdot c^2 \cdot \Pi} \right)^{0.4} \cdot \frac{1}{v_m^{0.1}}, \quad (12)$$

где $N_\Sigma = k \cdot K_H \cdot \sum_{i=1}^2 y_i \cdot [(A_1^2 - B_1^2) + u^2 \cdot (A_2^2 - B_2^2)] \cdot (1+u) \cdot \cos^3 \beta / (2\varepsilon \cdot u \cdot \cos \alpha)$ – для пары нулевых зубчатых колес.

Аналогичным способом находим оптимальное значение относительной ширины зубчатого венца

$$\frac{\partial \eta}{\partial \bar{b}} = \left[\kappa_t \left(\frac{\partial \psi_A}{\partial \bar{b}} + \frac{\partial \psi_\Gamma}{\partial \bar{b}} + \frac{\partial \psi_{cp}}{\partial \bar{b}} \right) + \frac{\partial \psi_f}{\partial \bar{b}} \right] = 0; \quad (13)$$

$$\bar{b}_{opt} = \bar{\xi} \cdot \sqrt{2 \cdot [1 - (\bar{\xi}^2 \cdot \Omega / \kappa_t \cdot (N_\Sigma + \Gamma_\Sigma))] / (k-1)}, \quad (14)$$

где $\bar{\xi} = f \cdot M_{окр} \cdot \sin \alpha$.

При известной окружной скорости нормальный модуль зубчатого зацепления можно представить следующим образом

$$m_n = 2V_{окр} / z_1 \cdot \omega_1 \cdot \cos \beta. \quad (15)$$

С другой стороны, из условия изгибной прочности [9] модуль не должен превышать

$$m_n \geq \sqrt[3]{\frac{4Y_{F_1} \cdot Y_\beta \cdot T_1 \cdot K_F}{\bar{b} \cdot z_1^2 \cdot [\sigma]_F}}, \quad (16)$$

где Y_{F_1} – коэффициент формы зуба шестерни; Y_β – коэффициент, учитывающий наклон зубьев; K_F – коэффициент нагрузки при расчете на изгиб;

$[\sigma]_F$ – допускаемые напряжения при расчете на изгиб, МПа.

Подставляя выражение (15) в (16), и решая полученное выражение относительно ширины зубчатого венца шестерни, получим минимально необходимую ширину венца

$$\bar{b} \geq \frac{z_1 \cdot Y_{F_1} \cdot Y_\beta \cdot T_1 \cdot K_F}{2[\sigma]_F} \cdot \left(\frac{\omega_1 \cdot \cos \beta}{V_{opt}} \right)^3. \quad (17)$$

2. Метод расчета основных параметров зубчатой передачи. Метод проектирования энергосберегающих высокоскоростных зубчатых передач сводится к выбору оптимальных геометрических и конструктивных параметров, которые обеспечивают максимальные значения КПД для наиболее вероятного скоростного режима и режима нагружения при выполнении условий прочности по контактным и изгибным напряжениям.

На рисунке 3 приведена итеративная последовательность расчета основных параметров зубчатой передачи.

Выводы.

1. Проведен анализ влияния условий эксплуатации и геометрических параметров зубчатой передачи на ее коэффициент полезного действия, с учетом, как механических потерь, так и потерь мощности вследствие гидроаэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес и периодического сжатия-расширения маслораздушной смеси в замкнутом между зубьями пространстве.

2. Установлено наличие максимумов функции коэффициента полезного действия зубчатой передачи от окружной скорости и зубчатого венца передачи.

3. Предложен метод проектирования энергосберегающих высокоскоростных зубчатых передач, основанный на выборе оптимальных геометрических и параметров, обеспечивающих максимальные значения коэффициента полезного действия для наиболее вероятного скоростного режима и режима нагружения при выполнении условий прочности по контактным и изгибным напряжениям.

Список литературы: 1. Heingartner P. Determination Power Losses in the Helical Gear Mesh / P. Heingartner, D. Mba // Gear Technology. – Sept. 2005. 2. Handschuh R. F. Preliminary Comparison of Experimental and Analytical Efficiency Results of High-Speed Helical Gear Trains / R.F. Handschuh, C.J. Kilmain // DETC'03, ASME, Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. – 2003. – Vol.4B. – pp.949-955. 3. Changanet C. Power loss predictions in geared transmissions using thermal networks-applications to a six-speed manual gearbox / C. Changanet, X. Oviedo-Marlot, P. Velez // Transactions of the ASME. Journal of mechanical design. – 2006. – Vol.128. – P.618-625. 4. Ставицкий В.В., Носко П.Л. // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: ХПИ, 2011. – №51. – С.152-164. 5. Ставицкий В.В. Оценка потерь мощности в высокоскоростных цилиндрических передачах / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: ХПИ, 2011. – №28. – С.137-149. 6. Ставицкий В.В. Определение коэффициента потерь мощности вследствие сжатия маслораздушной смеси между зубьями цилиндрических передач / Ставицкий В.В., Носко П.Л. // Вісник СХУ ім. В.Даля. – 2011. – №5(159), частина 2. – С.313-318. 7. Ставицкий В.В. Анализ аэродинамических потерь в зубчатых передачах / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко, П.В. Филь // Вісник СХУ ім. В.Даля. – 2009. – №12(142). – С.125-131. 8. Ставицкий В.В. Анализ составляющих потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес / В.В. Ставицкий, П.Л. Носко, С.И. Лиходеев // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков: ХПИ. – 2011. – №41. – С.297-302. 9. Иосилевич Г.Б. Детали машин / Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с.

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., проф., главн. инженер проекта
 КО РС ПАО НКМЗ, Краматорск;
Г.С. СУКОВ, к.э.н., ген. директор ПАО НКМЗ;
М.Г. СУКОВ, начальник производства ПАО НКМЗ

**АНАЛИЗ ОСЕВЫХ СИЛ, ВОЗНИКАЮЩИХ
 НА ГИБКОМ КОЛЕСЕ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ**

При проектировании крупных волновых зубчатых передач в тяжёлом машиностроении, крайне важно учитывать осевые силы, возникающие в кинематических парах при взаимодействии гибкого колеса с сопряжёнными звеньями. В статье приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований осевых сил, действующих на гибкое колесо со стороны дискового генератора волн.

При проектуванні великих хвильових зубчатих передач у важкому машинобудуванні, надто важливо враховувати осеві сили, що виникають у кінематичних парах при взаємодії гнучкого колеса зі сполученими ланками. У статті наведені результати теоретичних і експериментальних досліджень осевих сил, що діють на гнучке колесо з боку дискового генератора хвиль.

At projection of large wave gears in heavy machine industry, it is the extremely important to consider the axial forces arising in kinematic pairs at interaction of a flexible sprocket with interfaced links. In a paper results theoretical and experimental researches of the axial forces operating on a flexible gear from the disk generator of waves are reduced.

В серийно выпускаемых волновых редукторах осевые силы имеют небольшие значения и не оказывают заметного влияния [1-3]. В тяжёлом машиностроении используются крупные волновые редукторы с нагрузочными моментами до $5 \cdot 10^5$ Н·м и более, где осевые силы нельзя не учитывать при проектировании. Осевые силы возникают в кинематических парах, образованных дисками генератора волн и гибким колесом по причине низкой крутильной жёсткостью гибкого колеса, асимметричной нагрузки генератора волн, отклонения осей дисков от параллельности оси волновой передачи, люфтов в элементах конструкции генератора волн.

Гибкое колесо 1 установлено на ступице 8 выходного вала на шлицах и закреплено шайбами 9 и болтами 2, с постоянным моментом затяжки, контролируемым динамометрическим ключом. Осевые силы определялись тензометрией болтов 2 и упругих втулок 3 (рисунки 1-3), расположенных по обе стороны ступицы.

Тензорезисторы 6 смонтированы на противоположных лысках болтов 2, соединены последовательно и включены в одно рабочее плечо полумоста тензоусилителя. Аналогично установлены тензорезисторы 7 на втулках 3. Тензорезисторы 6, 7 ориентированы в радиальном направлении с отклонением осей не более $1,5-2^\circ$. Нулевая отметка угловой координаты генератора волн ($\varphi=0$) фиксируется на осциллограмме при пересечении большой оси генератора с осью болта.

Тарировка тензорезисторов выполняется до испытаний и после. Осевые силы прикладывались к болтам и втулкам, в пределах $0 \div 5000$ Н, с интервалом 500Н. Осциллография проводилась одновременно для всех болтов и втулок на два осциллографа при нагрузочных моментах $M_2=(0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 5,0) \times 10^5$ Н·м и

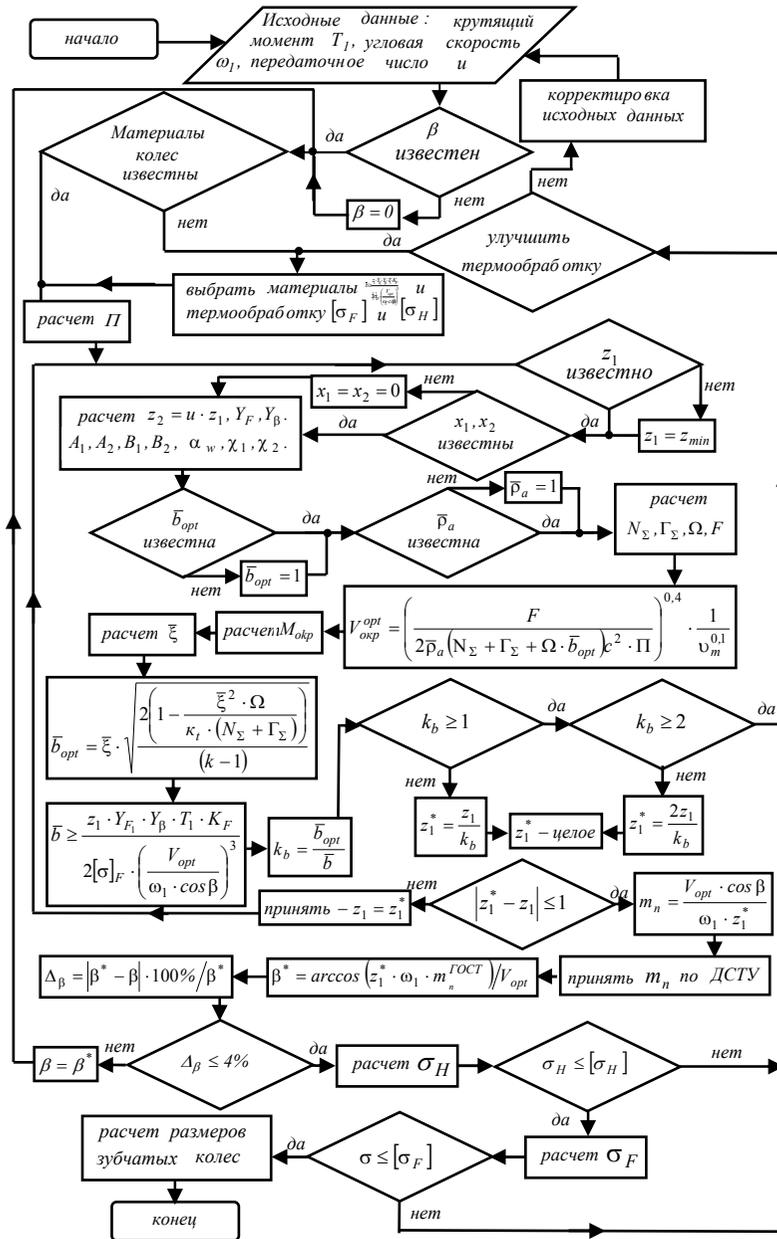


Рисунок 3 – Алгоритм синтеза зубчатой передачи

Поступила в редакцию 31.05.12

частоте вращения генератора волн $\omega_1 = 5,24 \text{ с}^{-1}$. По каждому значению нагрузочного момента записывается шесть осциллограмм тензорезисторов для двенадцати оборотов генератора волн.

Для расшифровки осциллограмм нагрузки контрольного болта и упругой втулки выполняется деление полного угла оборота генератора волн 2π на удвоенное количество крепежных болтов n , $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{2n}$. Для каждого угла φ_k , соответствующего расположению большой оси генератора волн относительно k -го болта, определяется значение ординат y_k и y'_k (рисунок 3, а, б), $\varphi_k = \frac{2\pi}{n} \cdot k$, где k – порядковый номер болта.

Напряжения в сечении k -го болта $\sigma_k = \varepsilon_k \cdot E$, где ε_k – относительное удлинение болта по результатам осциллографирования.

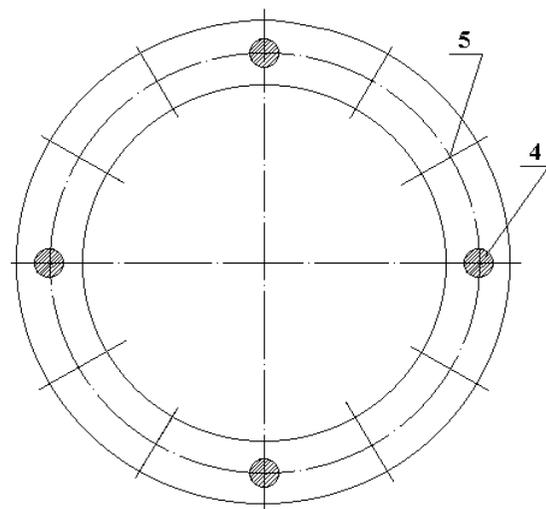
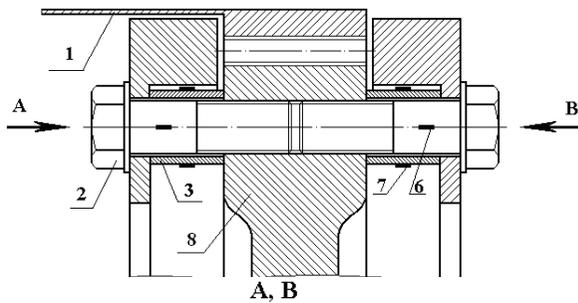


Рисунок 1 – Сопряжение гибкого колеса со ступицей выходного вала редуктора: 1 – гибкое колесо; 2 – болт; 3 – упругая втулка; 4 – отверстия с тензометрическими болтами и втулками; 5 – свободные отверстия; 6, 7 – тензорезисторы; 8 – ступица выходного вала

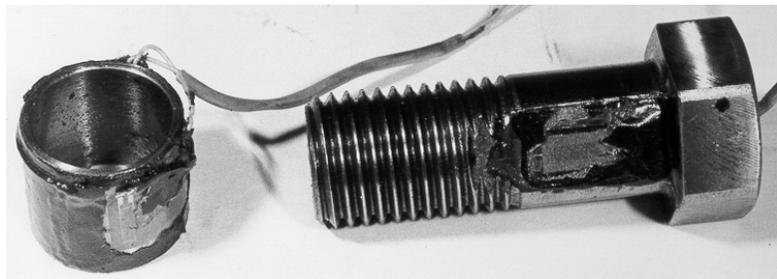


Рисунок 2 – Болт и упругая втулка с изоляцией тензорезисторов маслостойким покрытием

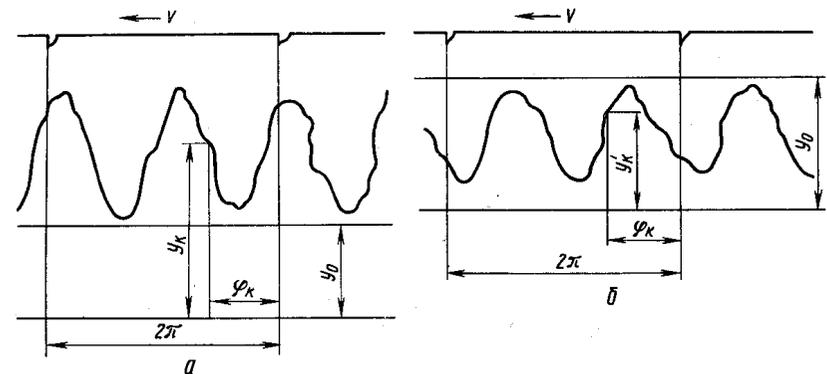


Рисунок 3 – Участки осциллограмм нагрузки: а – болтов; б – упругих втулок

Определяется растягивающее усилие P_{k0} , действующее на k -й болт

$$P_{k0} = \sigma_k \cdot F = E \cdot \varepsilon_k \left[\frac{\pi D^2}{4} - \frac{8}{3} h \sqrt{h(D-h)} \right], \quad (1)$$

где F – площадь сечения болта под тензодатчиками; D – диаметр болта; h – высота лыски для наклейки тензорезисторов.

При затяжке болтов момент на ключе M_{KL} определяется по приближенной формуле

$$M_{KL} \approx 0,20 \cdot Q_0 \cdot d,$$

где Q_0 – усилие затяжки, действующее на болт; d – наружный диаметр резьбы.

Напряжение затяжки $\sigma_{зам} = (0,4 \div 0,6) \sigma_T$. Для стали 40ХА, $\sigma_T = 800 \text{ Н/мм}^2$, $\sigma_{зам} = 320 \text{ Н/мм}^2$, определяется величина силы затяжки Q_0

$$Q_0 = \sigma_{зам} \cdot F_1, \quad (2)$$

где F_1 – площадь поперечного сечения болта по резьбе.

Растягивающая сила в гибком колесе меньше суммарной силы затяжки болтов и стык не раскрыт. С достаточной для эксперимента точностью считаем ступицу 8 и шайбу 9 абсолютно жесткими. В этом случае сумма Δ_k удлинения болта и укорочения втулки остается неизменной до раскрытия стыка (рисунок 1)

$$\Delta_k = \frac{P_{k0} \cdot l}{E \cdot F} + \frac{P_{b0} \cdot h}{E \cdot F_1}, \quad (3)$$

где P_{b0} – сжимающее усилие, действующее на упругую шайбу; F – площадь поперечного сечения упругой втулки.

Сумма Δ_k равна сумме Δ_0 начальных величин удлинения болта и укорочения упругой втулки при затяжке соединения, когда отсутствует внешнее усилие, $P_k = 0$

$$\Delta_0 = \frac{Q_0 \cdot l}{E \cdot F} + \frac{Q_0 \cdot h}{E \cdot F_1}. \quad (4)$$

Внешняя сила P_k , действующая на резьбовое соединение в области k -го болта, равна разности растягивающей силы P_{k0} и сжимающей P_{b0}

$$P_k = P_{k0} - P_{b0}. \quad (5)$$

Из равенства величин Δ_k и Δ_0 и условий (3), (4) получим выражение для определения величины силы затяжки k -го болта

$$Q'_O = \frac{P_{k0} \cdot l \cdot F_1 + P_{b0} \cdot h \cdot F}{l \cdot F_1 + h \cdot F}. \quad (6)$$

С помощью выражения (6) выполняется контроль величины усилия затяжки болтов. Определяются сжимающие напряжения в K -й упругой втулке

$$\sigma_{bk} = \varepsilon_{bk} \cdot E, \quad (7)$$

где ε_{bk} — относительное удлинение k -й упругой втулки, определяется по результатам осциллографии.

Сжимающая сила, действующая на k -ю упругую втулку

$$P_{b0} = \sigma_{bk} \cdot F = \varepsilon_{bk} \cdot E \cdot F, \quad (8)$$

где F — площадь поперечного сечения упругой.

Выборка значений y_k и y'_k осциллограммы производится для всех углов

$$\varphi = \varphi_k = \frac{2\pi}{n} \cdot K, \quad \text{где } K=1, 2, \dots, n; n - \text{число крепежных болтов.}$$

По формулам (1), (8) и (5) определяется внешняя сила P_k , действующие на k -й болт. Полученные по формуле (5) значения внешних сил P_1, P_2, \dots, P_n при фиксированном угле φ — суммируются, и определяется текущее значение осевой силы P_i на гибком колесе $P_i = \sum_{k=1}^n P_k$.

После обработки осциллограмм, значения силы P_i усредняются для двенадцати оборотов генератора, при постоянном нагрузочном моменте редуктора M_2 и одинаковой угловой координате большой оси генератора волн, с периодом 2π , $\tilde{P}_i = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} P_i$.

Ошибки полученных результатов можно установить по результатам опытных данных. Основную долю погрешности вносит принятое допущение об абсолютной жесткости ступицы и удерживающего кольца в резьбовом соединении. Относительная погрешность, вводимая принятым допущением абсолютной жесткости ступицы и удерживающего кольца

$$A_X = \left| \frac{Q_0 - Q'_0}{Q_0} \right| \cdot 100\%. \quad (9)$$

Относительная погрешность измерения осевого растягивающей силы вызвана принятым условием абсолютной жесткости ступицы гибкого колеса и удерживающей шайбы. Это условие не вносит заметной погрешности при

обработке результатов измерений, т.к. податливость ступицы и шайбы слишком мала по сравнению с податливостью болта и упругой втулки. Сила затяжки резьбового соединения связана линейным выражением с измеряемой осевой силой в гибком колесе, что следует из выражений (3), (4), (5),

$$P_k = \frac{(Q_0 - P_{b0})(lF_1 + hF)}{l \cdot F_1}. \quad (10)$$

По результатам измерений построены графические зависимости осевой силы на гибком колесе от величины нагрузочного момента для крупных волновых зубчатых редукторов привода перефутеровки рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500 объемом 160м³, массой загружаемой руды 220т, и поворота передвижного миксера МП-600АС грузоподъемностью 600 тонн расплавленного металла (рисунок 4).

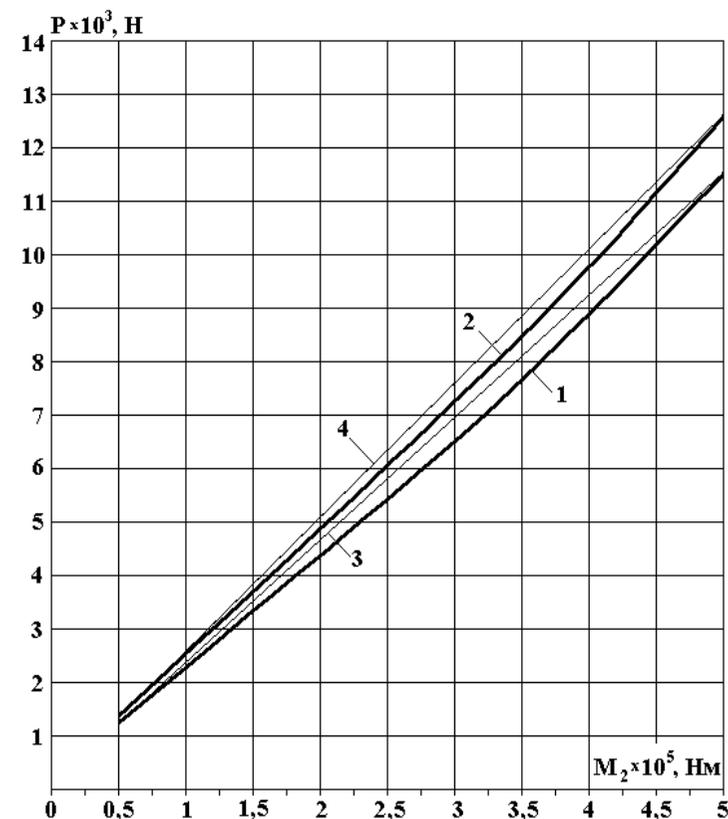


Рисунок 4 – Зависимость осевой силы P от нагрузочного момента M_2 на гибком колесе: 1, 3 – получены экспериментально и теоретически, соответственно, для редуктора наклона передвижного миксера МП 600АС; 2, 4 – получены экспериментально и теоретически, соответственно, для редуктора перефутеровки рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500

Ю.В. СТРЕЛЬНИКОВ, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск

РАЗРАБОТКА МЕТОДА СИЛОВОГО РАСЧЕТА ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

Разработан метод силового расчета зубчатого зацепления с промежуточными телами качения, выполненными в виде тонкостенных цилиндрических роликов, причем сопряжения зубьев с роликами образуют выпукло-вогнутые контакты поверхностей близкой по величине кривизны, что делает невозможным использование решения классической контактной задачи Герца.

Розроблено метод силового розрахунку зубчатого зацеплення із проміжними тілами качення виконаними у вигляді тонкостінних циліндричних роликів, причому сполучення зубів з роликами утворюють опукло-увігнуті контакти поверхонь близької по величині кривизни, що унеможливило використання рішення класичного контактного завдання Герца.

The method of power calculation of a meshing with intermediate bodies of a rolling executed in the form of thin-walled cylindrical rollers is developed, and interfaces of teeth to rollers organize is convex-concave contacts of surfaces of close curvature on magnitude that does impossible use of the decision of a classical contact problem of Hertz.

Задача распределения усилий в зоне контакта упругих поверхностей с плоским или профильным штампом хорошо изучена и детально разработана выдающимися учёными Мухомелишвили Н.И. [1], Тимошенко С.П. [2], Лурье А.И. [3] и др. Она решается в общем виде интегрированием уравнения равновесия по границе контактирующих тел, в результате чего определяется распределение усилий в зоне контакта. Это решение пригодно для контактирующих поверхностей с различной по величине или противоположной по знаку кривизной.

Целью исследования является определение упругих деформаций промежуточных тел качения, выполненных в форме тонкостенных цилиндров, решение контактной задачи тел близкой по величине разноимённой кривизны, применительно к условиям зацепления передач с промежуточными телами качения.

Одной из основных задач зацепления высших кинематических пар является установление оптимальных условий контакта сопряжённых звеньев. В передачах с промежуточными телами качения эта задача решается подбором близких по величине радиусов роликов и вогнутых цилиндрических поверхностей зубьев.

Комплексные потенциалы Мухомелишвили при нагрузке полуплоскости или упругого цилиндра выражаются формулами:

$$\Phi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_a^b \frac{N(x) + iT(x)}{x-z} dx; \quad (1) \quad \Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{x-z} dt + B_0. \quad (2)$$

В уравнении (1) параметры a , b определяют линию контакта между точками A и B (рисунок 1), а в уравнении (2) комплексные переменные t_1, \dots, t_n определяют дугу контакта между точками A и B . Постоянная B_0 представляет величину $\Phi(z)$ в бесконечности и не зависит от переменной z . Функции $N(t)$ и $T(t)$ означают соответственно нормальные и касательные напряжения на линии контакта.

При нагрузочном моменте $M_2=5 \cdot 10^4$ Н·м величина осевой растягивающей силы, действующей на гибкое колесо редуктора *миксера*, составляет $P_{k1}=1,15 \cdot 10^3$ Н; при том же нагрузочном моменте редуктора *мельницы*, осевая сила на гибком колесе составляет $P_{k2}=1,27 \cdot 10^3$ Н. С увеличением нагрузочного момента, осевые силы в волновой передаче также увеличиваются. При $M_2=5,0 \cdot 10^5$ Н·м, осевая растягивающая сила на гибком колесе редуктора *миксера* равна $P_{k1}=1,12 \cdot 10^4$ Н, при том же нагрузочном моменте, на редукторе *мельницы* осевая растягивающая сила на гибком колесе $P_{k2}=1,25 \cdot 10^4$ Н. Расхождение результатов полученных экспериментально и теоретически не превышает 3%.

Расхождение данных теоретических и экспериментальных исследований осевых сил в волновых редукторах рудоразмольной мельницы *МГР5500x7500* и поворота миксера *МП-600АС* не превышает 6%, что свидетельствует о надёжности полученных результатов.

Источником осевых сил в волновой передаче являются кинематические пары, образованные дисками генератора волн и гибким колесом. Конструкция генератора волн не обеспечивает строгой параллельности осей дисков с общей осью волновой передачи. Перекос осей дисков генератора волн, формирует подобие фрикционной винтовой пары с малым шагом винта: генератор – гибкое колесо. Вращение ведущего вала вызывает винтовые движения генератора, который "ввинчивается" в гибкое колесо с осевой силой P , пропорциональной нагрузочному моменту M_2 . Осевая сила, вызванная винтовым движением генератора волн, воспринимается гибким колесом. Как показали исследования, в крупных волновых редукторах осевые силы имеют большие значения, их величину необходимо определять и учитывать в процессе проектирования.

Для снижения осевых сил в крупных волновых передачах, необходимо:

- исключить "плавающую" установку генератора волн и закрепить его на подшипниковых опорах;
- исключить "верчение" дисков относительно опор;
- устранить осевые люфты генератора волн и гибкого колеса;
- установить между дисками и гибким колесом промежуточное кольцо из антифрикционного материала, например бронзы;
- в зону контакта дисков с гибким колесом подвести принудительную смазку с высокими антифрикционными свойствами.

Это минимизирует перекося осей дисков, снижает амплитуду винтового движение дисков генератора волн, существенно уменьшает осевые силы, которые при наличии зазоров, люфтов и больших, вращающихся массах, установленных с эксцентриситетом, приобретают ударный характер. Уменьшение сил трения в кинематических парах "диски-гибкое колесо", снижает осевые силы и энергетические потери процесса волнообразования, понижают износ дисков.

Список литературы. 1. Калюский В.Г. Составляющие осевых сил в волновой передаче // Волновые зубчатые передачи и механизмы: Сб. тр. – М.: МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1985. – С.95-98. **2.** Волков Д.П., Крайнев А.Ф., Гузенков В.П. Исследование распределения нагрузок по элементам волновой передачи кранового механизма поворота // Строительные и дорожные машины, экскаваторы и строительные краны – М.: ЦНИИТЭстроймаш, 1971. – Вып.3. – С.27-32. **3.** Шувалов С.А., Паршин Ю.М. Нагрузка на генератор волновой зубчатой передачи // Известия вузов. Машиностроение. – 1971. – №12. – С.19-23.

Поступила в редколлегию 04.05.12

$$W = \lambda[z + C\Phi'(z)], \quad (3)$$

где $z = x + iy$ – комплексная переменная срединной плоскости образца; $\Phi(z)$ – комплексно сопряжённый потенциал Мусхелишвили; λ, C – постоянные.

Напряжения, действующие на упругий диск распределены по дуге, границы которой определены точками t_1, t_n (рис. 2). Функцию

$$F(t) = N(t) + iT(t) \quad (4)$$

можно аппроксимировать полиномом

$$F(t) = a + b(t - t_1) + c(t - t_1)^2 + \sum_{i=1}^j d_i(t - t_1)^3. \quad (5)$$

Для $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, полином (5) непрерывен и дважды непрерывно дифференцируем на дуге t_1, \dots, t_n . Здесь коэффициенты $a, b, c, d, \dots, d_{n-1}$, а также параметры t_1, t_2, \dots, t_{n-1} , соответствующие дискретным точкам дуги ролика, лежащей между точками t_1 и t_n , являются комплексными. Из условий (2) и (5) составляем равенство

$$2\pi i \Phi(z) = a \int_{t_1}^{t_n} \frac{1}{t-z} dt + b \int_{t_1}^{t_n} \frac{t-t_1}{t-z} dt + c \int_{t_1}^{t_n} \frac{(t-t_1)^2}{t-z} dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{t_i}^{t_{i+1}} \frac{(t-t_1)^3}{t-z} dt. \quad (6)$$

Введем обозначения

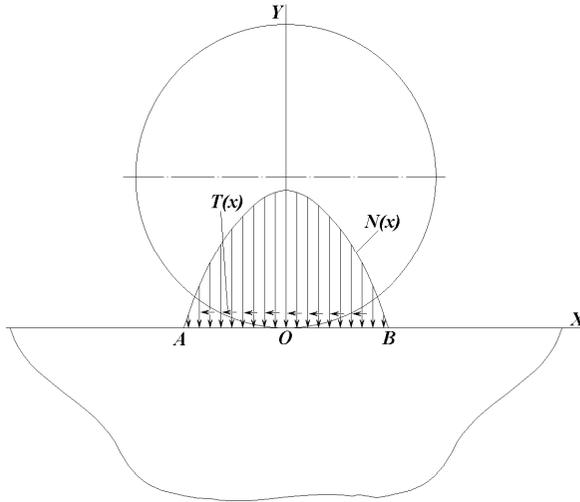


Рисунок 1 – Характер взаимодействия ролика с упругой полуплоскостью

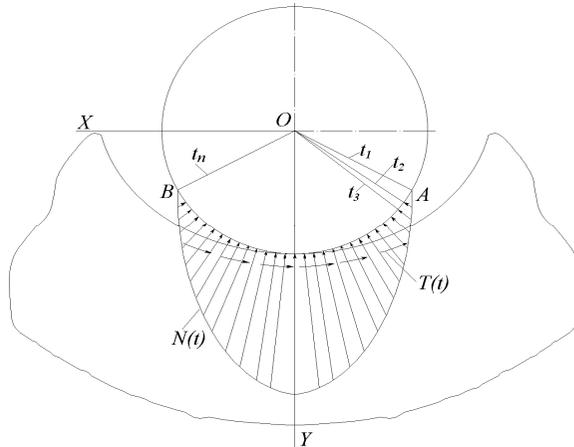


Рисунок 2 – Характер силового взаимодействия ролика с упругим цилиндрическим основанием

$$\left. \begin{aligned} H_a(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{t-z} dt; \\ H_b(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{t-r}{t-z} dt; \\ H_c(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{(t-r)^2}{t-z} dt; \\ H_d(r_1, r_2, z) &= \int_{r_1}^{r_2} \frac{(t-r)^3}{t-z} dt. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Обозначения (7) подставляются в выражения (6)

$$2\pi i \Phi(z) = aH_a(t_1, t_n, z) + bH_b(t_1, t_n, z) + cH_c(t_1, t_n, z) + \sum_{i=1}^{n-1} d_i H_d(t_1, t_n, z). \quad (8)$$

Продифференцируем соотношение (2)

$$\Phi'(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{(t-z)^2} dt. \quad (9)$$

Из уравнений (3) и (9) составляется интегральное уравнение

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{t_1}^{t_n} \frac{N(t) + iT(t)}{(t-z)^2} dt = \frac{W - \lambda z}{\lambda c}, \quad (10)$$

решение которого позволяет определить нормальные и касательные напряжения в зоне контакта упругих тел.

Продифференцировав равенство (8) с учётом соотношения (10), получим уравнение

$$aH'_a(t_1, t_n, z) + bH'_b(t_1, t_n, z) + cH'_c(t_1, t_n, z) + \sum_{i=1}^{n-1} d_i H'_d(t_1, t_n, z) = \frac{1}{2\pi i} \frac{W - \lambda z}{\lambda z}. \quad (11)$$

Вводятся обозначения:

$$\frac{W - \lambda z}{\lambda c} = P_1 + iP_2; \quad a_1 \cdot b_1 \cdot c = \alpha; \quad \alpha = \alpha_1 + i\alpha_2; \quad d_i = d_{i1} + id_{i2}, \quad i = 1, 2, \dots, n-1.$$

С учётом принятых обозначений запишем уравнения (11) в следующем виде

$$\begin{aligned} & a_1 R_e[H'_a(t_1, t_n, z)] - a_2 I_m[H'_a(t_1, t_n, z)] + b_1 R_e[H'_b(t_1, t_n, z)] - \\ & - b_2 I_m[H'_b(t_1, t_n, z)] + c_1 R_e[H'_c(t_1, t_n, z)] - c_2 I_m[H'_c(t_1, t_n, z)] + \\ & + \dots + d_{n-1,1} R_e H'_d(t_{n-1}, t_n, z) - d_{n-1,2} I_m[H'_d(t_{n-1}, t_n, z)] = \frac{P_2}{2\pi}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& a_1 I_m [H'_a(t_1, t_n, z)] + a_2 R_e [H'_a(t_1, t_n, z)] + b_1 I_m [H'_b(t_1, t_n, z)] + \\
& + b_2 R_e [H'_b(t_1, t_n, z)] + c_1 I_m [H'_c(t_1, t_n, z)] + c_2 R_e [H'_c(t_1, t_n, z)] + \\
& + \dots + d_{n-1,1} I_m [H'_d(t_{n-1}, t_n, z)] + d_{n-1,2} R_e [H'_d(t_{n-1}, t_n, z)] = -\frac{P_1}{2\pi}, \quad (12)
\end{aligned}$$

где R_e и I_m соответственно действительная и мнимая части комплексной величины.

Для определения $2n+2$ неизвестных коэффициентов $a_1, a_2, b_1, b_2, \dots, d_{n-1,1}, d_{n-1,2}$ необходимо составить $2n+2$ линейных алгебраических уравнений с $2n+2$ неизвестными. Решение этой системы уравнений позволяет вычислить коэффициенты $a_1, a_2, b_1, b_2, \dots, d_{n-1,1}, d_{n-1,2}$ и по этим параметрам найти неизвестную функцию напряжений $F(t)$. Для построения системы $2n+2$ линейных алгебраических уравнений на практике пользуются экспериментальными данными.

Особенностью метода силового расчёта элементов зацепления с промежуточными телами качения является близость радиусов кривизны контактирующих тел. Определение характера силового взаимодействия в зацеплении с промежуточными телами качения связано с анализом напряжённо-деформированного состояния силовых звеньев в процессе их взаимодействия. В контакте находятся поверхности достаточно близкие по кривизне и противоположны по знаку, что делает решение Герца [4] непригодным для установления параметров их силового взаимодействия.

Воспользуемся общим решением задачи напряжённо-деформированного состояния тела вращения [1, 2]. Ролик в зацеплении рассматривается как достаточно длинный цилиндр, контактирующий с близким по диаметру отверстием бесконечной длины.

Под действием двух сил \vec{F} , равных по величине и противоположных по направлению, некоторая точка M внутри ролика получит смещение, составляющие которого u и v по соответствующим направлениям: параллельному и перпендикулярному относительно линии действия сил \vec{F} (рисунок 3), запишем в следующем виде

$$u = \frac{F}{4\pi G} \left\{ -\left(\frac{2\lambda + 4G}{\lambda + G} \right) \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) + (\cos 2\theta_2 - \cos 2\theta_1) + \frac{\gamma}{R_1} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) \right\}, \quad (13)$$

$$v = \frac{F}{4\pi G} \left\{ -\frac{\pi}{2} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) + (\sin 2\theta_1 + \sin 2\theta_2) + \frac{\gamma}{R_1} \left(\frac{2G}{\lambda + G} \right) \right\}, \quad (14)$$

где G – модуль упругости материала для касательных напряжений; λ – постоянная Лямэ для контактирующих тел.

Смещение точек на поверхности ролика в радиальном направлении

$$u_{r_1} = u(R_1, \beta) \cos \beta + v(R_1, \beta) \sin \beta. \quad (15)$$

С учетом выражений (13) и (14) смещение граничной точки ролика

$$u_{r_1} = F \left\{ -K_2 \left[1 + \cos \beta \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\beta}{2} \right) \right] + K_4 \sin \beta \right\}, \quad (16)$$

$$\text{где } K_2, K'_2 = \frac{\lambda_{1,2} + 2G_{1,2}}{2\pi G_{1,2}(\lambda_{1,2} + G_{1,2})}, \quad K_4, K'_4 = \frac{1}{4(\lambda_{1,2} + G_{1,2})}.$$

Функция напряжений для действующей на зуб распределённой нагрузки

$$\Phi = -\frac{F}{\pi} \left[\psi r \sin \beta - \frac{1}{4}(1-\nu)r \ln r \cos \beta - \frac{1}{2}r\beta \sin \beta + \frac{1}{4} \ln r - \frac{R_2^2}{8} \left(\frac{3-\nu}{r} \right) \cos \beta \right], \quad (17)$$

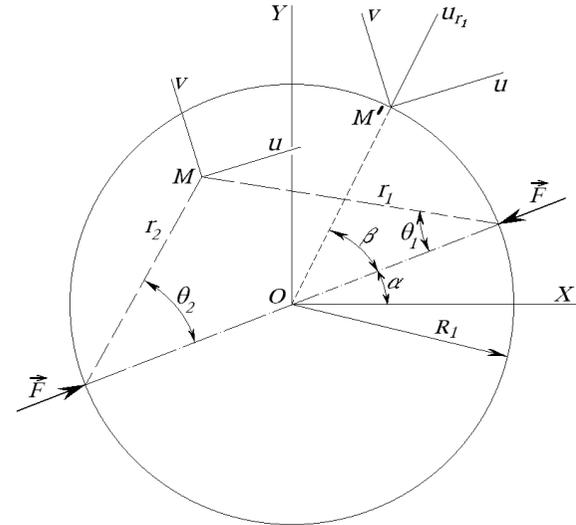


Рисунок 3 – Силовая схема нагрузки и деформации ролика

где ν – коэффициент Пуассона; r – вектор, определяющий произвольную точку зуба.

Компоненты тензора напряжений выразим через функцию напряжений в полярной системе координат

$$\begin{aligned}
\sigma_r &= \frac{1}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \beta^2}; \\
\sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2}. \quad (18)
\end{aligned}$$

Деформация в радиальном направлении

$$\varepsilon_r = \frac{1}{\varepsilon} \left[\sigma_r (1-\nu^2) - \nu \sigma_\theta (1+\nu) \right]. \quad (19)$$

Радиальные смещения определяются интегрированием выражения (19) по дуге контакта [5]

$$\begin{aligned}
u_{r_2} &= \frac{2F}{\pi E_2} (1-\nu_2^2) \left\{ \frac{\sin \beta}{2} \left[\frac{\beta}{2} + \frac{2 \cos^2 \beta - \cos \beta - 1}{4 \sin \beta (1 - \cos \beta)} + \frac{\beta}{4 \sin^2 \beta} \right] + \frac{\nu_2 + 1}{8(\nu_2 - 1)} \times \right. \\
& \times \left(1 + \frac{\beta}{\sin \beta} \right) - \frac{\cos \beta}{2} \left[\ln(2(1 - \cos \beta)) + \frac{\beta}{\operatorname{tg} \beta} \right] + \frac{\beta \cos^2 \beta}{2 \sin \beta} + \frac{1}{4(1 - \nu_2)} + \frac{\cos \beta}{16(1 - \nu_2)^2} \times \\
& \times \left. \left(2\nu_2 - \nu_2^2 + 3 \right) + \frac{\nu_2 \cos \beta}{2(1 - \nu_2)} \left(\frac{\beta}{2 \operatorname{tg} \beta} - \frac{1}{2} \right) + f_1(\beta) \right\}. \quad (20)
\end{aligned}$$

Постоянная интегрирования: $f_1(\beta) = c \cos \beta$.

Перемещения центра ролика в процессе взаимодействия с зубом

$$u_{r_1} + u_{r_2} = d \cos \beta - (R_2 - R_1)(1 - \cos \beta), \quad (21)$$

где d – величина совместной деформации точки контакта ролика с зубом; R_2 – радиус образующей окружности зуба.

Радиальное смещение ролика

$$d_1 = \int_{-\beta'_0}^{\beta'_0} P(\beta') R_1 \left\{ -K_2 \left[1 + \cos(\beta - \beta') \ln \operatorname{tg} \frac{\beta - \beta'}{2} \right] + K_4 \sin(\beta - \beta') \right\} d\beta', \quad (22)$$

где β' – текущий угол точки на контактной площадке ролика с поверхностью зуба; β'_i – максимальное значение угла точки на контактной площадке ролика с поверхностью зуба; P – давление.

Радиальные смещения контактной поверхности зуба

$$d_2 = K_2' R_2 \int_{-\beta'_0}^{\beta'_0} P(\beta') f_2(\beta - \beta') d\beta'. \quad (23)$$

Интегрируя уравнения (22) и (23) в интервале $\pm\beta'_m$, получим радиальное смещение для всех точек β_i относительно общего центра.

Усилие, передаваемое элементарным участком дуги контакта

$$P = P_m \left[1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right], \quad (24)$$

где β'_m – угол, соответствующий элементарной дуге контакта поверхностей.

Из уравнений (22), (23) получим безразмерные радиальные перемещения

$$(d_{ij})_m = \int_{-\beta'_m}^{\beta'_m} \left(1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right) \left\{ -1 - \cos(\beta_i - \beta') \ln \operatorname{tg} \frac{\beta_i - \beta'}{2} + \bar{K} \sin(\beta_i - \beta') \right\} d\beta', \quad (25)$$

$$(d_{ij})_f = \int_{-\beta'_m}^{\beta'_m} \left(1 - \frac{\beta'}{\beta'_m} \right) \{ f_2(\beta_i - \beta') \} d\beta'. \quad (26)$$

Применяя метод суперпозиции сил и перемещений теории упругости, представим общее радиальное смещение точки i на дуге контакта поверхностей

$$\bar{u}_{1_{ri}} = \sum_{j=1}^n \left\{ (\bar{d}_{ij})_m \bar{P}_{mj} \right\}, \quad j = 1, \dots, n, \quad (27)$$

где $(\bar{d}_{ij})_m = \frac{(d_{ij})_m}{R_2 \bar{P}_{mj}}$, $\bar{u}_{1_{ri}} = \frac{u_{1_{ri}}}{R_2}$.

$$\bar{u}_{2_{ri}} = \sum_{j=1}^n \left\{ (\bar{d}_{ij})_f \bar{P}_{mj} \right\}, \quad j = 1, \dots, n \quad (28)$$

где $\bar{u}_{2_{ri}} = u_{2_{ri}} / R_2$.

Совместное решение уравнений (25)-(28) и предполагая соответствие i -х точек контактных поверхностей ролика и зуба, получаем алгебраическое уравнение совместных перемещений ролика и зуба

$$\left\{ (d_{ij})_m + (d_{ij})_f \right\} \bar{P}_{mj} = \bar{d} \cos \beta_i + (R-1)(1 - \cos \beta_i), \quad (29)$$

где $\bar{d} = d/R_2$; β_i – угол между центром i -го элемента и общей линией действия нагрузки.

Разработан метод силового расчета зубчатого зацепления с упругими промежуточными телами качения, причем сопряженные поверхности образуют выпукло-вогнутые контакты близкой по величине кривизны. Получено общее решение задачи теории упругости для силового взаимодействия элементов зацепления с негерцевским контактом, что необходимо для расчёта передач с промежуточными телами качения на контактную прочность. Полученные результаты позволяют уточнить расчёт напряжённого состояния элементов зацепления, повысить эксплуатационную надёжность и нагрузочную способность редукторов в тяжёлом машиностроении.

Список литературы: 1. Мухомеливили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 365с. 2. Тимошенко С.П., Гудьер Д. Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560с. 3. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940с. 4. Hertz H. Über Die Berührung fester Elastischer Körper, I. E. Math. (Irelle), vol. 92, 1882. 5. Стрельников В. Н. Контактная задача зубчатого зацепления с промежуточными телами качения // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов. – Донецк: ДГТУ, 2004. – Вып.27. – С.238-254.

Поступила в редколлегию 04.05.12

УДК 539.375

Г.П. ТАРИКОВ, д.т.н., проф., зав. каф. "Детали машин" ГГТУ им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь;

В.В. КОМРАКОВ, к.т.н., доцент каф. "Детали машин" ГГТУ им. П.О. Сухого;

А.Т. БЕЛЬСКИЙ, к.т.н., доцент каф. "Детали машин" ГГТУ им. П.О. Сухого;

В.Н. ПАРХОМЕНКО, ст. преп. каф. "Сельскохозяйственные машины"

ГГТУ им. П.О. Сухого

ОБ ОДНОМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ СПОСОБЕ РЕШЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ

Рассмотрены сущность электростатической аналогии, существующей между уравнениями электростатики и теории упругости и способ решения задачи о контакте двух упругих тел с помощью электрического моделирования. Дается описание электромоделлирующего устройства и предложена методика решения задачи с его использованием. Дана оценка погрешности результатов эксперимента. Показано, что предлагаемый способ позволяет решать пространственные контактные задачи с точностью достаточной для инженерных приложений.

Розглянуто сутність електростатичної аналогії, яка існує між рівняннями електростатики і теорії пружності і спосіб розв'язання задачі про контакт двох пружних тіл за допомогою електричного моделювання. Дано оцінку похибки результатів експерименту. Показано, що запропонований спосіб дозволяє вирішувати просторові контактні задачі з точністю достатньою для інженерних додатків.

The principle of electrostatic analogy of equations of electrostatics and theory of elasticity, as well as the method of solution of contact problem of two elastic body interaction based on electric analogy. Description of electro-modeling device is given and technique of problem solution with its usage is proposed. Error of experimental results is estimated. It was demonstrated that proposed technique allow solving 3D conforming contact problems with accuracy enough for engineering applications.

Сущность электростатической аналогии. Рассмотрим электростатическую аналогию, существующую между уравнениями контактной задачи теории упругости и задачи электростатики [1, 2].

Как известно [2], задача о вдавлении штампа с плоским основанием, имеющим в плане форму Ω , в однородное упругое полупространство под действием центрально приложенной силы P сводится к следующему интегральному уравнению:

$$\iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = W(x, y), \quad (1)$$

где $W(x, y) = \frac{\delta \pi E}{1-\nu^2}$; δ – перемещение штампа; $p(x, y)$ – контактное давление под штампом; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости 1-го рода.

При этом должно соблюдаться условие:

$$P = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy. \quad (2)$$

Перейдем теперь к задаче электростатики.

Если взять токопроводящую пластину, которая обладает некоторым электрическим зарядом Q и имеет форму Ω основания штампа в плане, то выражение для электростатического потенциала можно записать в виде [3]:

$$\iint_{\Omega} \frac{q(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = \Psi(x, y), \quad (3)$$

где $\Psi(x, y) = \psi(x, y) 4\pi k_0 \varepsilon$; ψ – электростатический потенциал; k_0 – диэлектрическая постоянная; ε – диэлектрический коэффициент среды.

Общее количество электричества на пластине будет:

$$Q = \iint_{\Omega} q(x, y) dx dy. \quad (4)$$

Таким образом, две рассматриваемые линейные системы описываются математически подобными интегральными уравнениями (1) и (3).

Электрический потенциал, подаваемый на аналог площадки контакта в виде токопроводящей пластины, моделирует перемещение штампа, а плот-

ность электрического заряда в какой-либо точке поверхности токопроводящего элемента моделирует контактное давление в соответствующей точке площадки контакта.

Как известно [2], задачи о контакте двух упругих тел сводятся к следующему интегральному уравнению:

$$\iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}} = \frac{u_z^{(1)}(x, y) + u_z^{(2)}(x, y)}{\Theta_1 + \Theta_2}, \quad (5)$$

где $\Theta_1 = \frac{1-\nu_1^2}{\pi E_1}$; $\Theta_2 = \frac{1-\nu_2^2}{\pi E_2}$; $u_z^{(i)}$ – проекции вектора перемещения на ось z в результате упругих деформаций; ν_i – коэффициент Пуассона; E_i – модуль Юнга ($i = 1, 2$).

Для решения пространственных контактных задач теории упругости было создано специальное электро моделирующее устройство, блок-схема которого показана на рисунке 1.

Электро моделирующее устройство содержит источник питания 1, выход которого подключен к распределителю 2. Каждый выход распределителя 2 подключен к отдельной токопроводящей дорожке токопроводящего элемента 3, зонд 4, установлен над токопроводящим элементом 3 и соединен с персональным компьютером 5 посредством усилителя электрического сигнала 6 и аналого-цифрового преобразователя 7. Токопроводящий элемент 3 и зонд 4 защищены экраном 8.

Токопроводящий элемент 3, являющийся аналогом площадки контакта, расположен на координатном столике, который обеспечивает его перемещение в горизонтальной плоскости для проведения измерений. Зонд 4, служащий для измерения плотности заряда, моделирующей контактное давление на площадке контакта, имеет вертикальное перемещение.

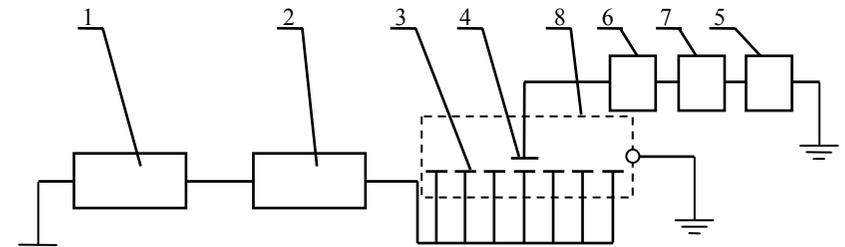


Рисунок 1 – Блок-схема электро моделирующего устройства для решения пространственных контактных задач

При решении задачи, на аналоге площадки контакта необходимо задать электрический потенциал в соответствии с правой частью уравнения (5). Так как задать переменный электрический потенциал на сплошной токопроводящей пластине невозможно, то аналог площадки контакта выполняется в виде набора изолированных друг от друга токопроводящих пластин. Каждая из

этих пластин является аналогом соответствующего участка площадки контакта. От распределителя 2 на пластины токопроводящего элемента подается электрический потенциал, моделирующий правую часть уравнения (5) при заданном сближении упругих тел. Таким образом, непрерывное распределение потенциала заменится ступенчатым.

При решении пространственных контактных задач с помощью электрического моделирования важным является определение формы и размеров площадки контакта для тел различной конфигурации.

Как известно [4], контур площадки контакта можно определить как линию пересечения контактирующих поверхностей, которым сообщено заданное сближение по общей нормали в первоначальной точке контакта. При таком способе определения площадки контакта, проекция ее контура на касательную плоскость в общем случае уже не будет эллипсом. Известно, что при таком способе определения площади контакта ее размеры будут превышать реальные.

Поэтому для определения истинных размеров площади контакта поступаем следующим образом:

1. Задаемся сближением δ упругих тел и, выбрав определенный шаг изменения δ_i – от 0 до ожидаемого значения, определяем форму и размеры площади контакта как линии пересечения контактирующих поверхностей.

2. Используя полученные результаты, изготавливаем аналог площадки контакта, который представляет собой набор токопроводящих пластин (в случае осесимметричной задачи аналог представляет собой набор concentрично расположенных колец).

3. Разбиваем поверхность аналога на ряд малых площадок F .

4. С помощью зонда и измерительного комплекса определяем плотность заряда на каждой из площадок, после чего определяем значение полного поверхностного заряда Q , которое в соответствующем масштабе дает значение силы P , действующей на упругие тела

$$P = Q \cdot \gamma_p,$$

где γ_p – масштабный коэффициент.

5. Постепенно изменяя количество токопроводящих пластин, и, проводя измерения по п. 4, добиваемся того, чтобы полученная сила P была равна заданной силе P_3 , т. е. необходимо соблюдение условия

$$Q \cdot \gamma_p = P_3.$$

6. Зная размеры аналога площади контакта, используя его геометрическое подобие площади контакта, определяем действительные размеры последней.

Предполагаемая методика определения формы и размеров площади контакта была проверена при решении контактных задач, аналитическое решение для которых известно, таких, например, как контакт двух сферических тел, контакт двух цилиндров с взаимно перпендикулярными осями и др.

Методика решения задачи. Зная ожидаемое сближение δ упругих тел, выбираем определенный шаг изменения δ от нуля до ожидаемого значения.

Производим автоматическое построение контуров площадок контакта

для каждого значения δ . Зная силы, действующие на зубья, по вышеприведенной методике определяем формы и размеры площадок контакта. На основе полученных результатов изготавливаем аналоги площадок контакта. На рисунке 2 показаны такие аналоги для точек контакта на входе и выходе из зацепления зубьев.

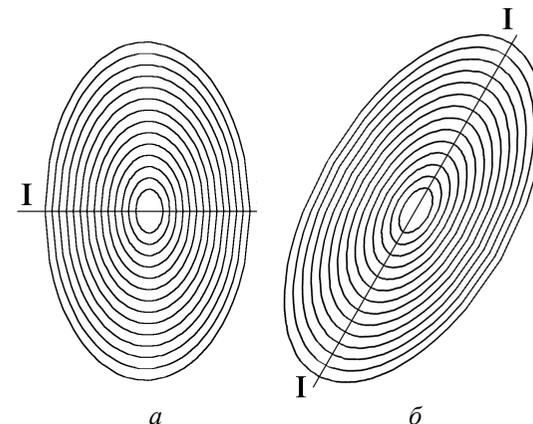


Рисунок 2 – Аналоги площадок контакта: а – для точки входа зубьев в зацепление; б – для точки выхода из зацепления. I-I – линия сечения

ответствующих точках площадки контакта.

Из приведенных на рисунке 3 эпюры контактных давлений по сечениям I-I рассматриваемых площадок контакта, построенных по результатам эксперимента (1) и по Герцу (2), следует, что в общем случае распределение контактных давлений по площади контакта отличается от герцевского. Максимальное значение контактного давления смещается относительно геометрического центра эллиптической площадки контакта.

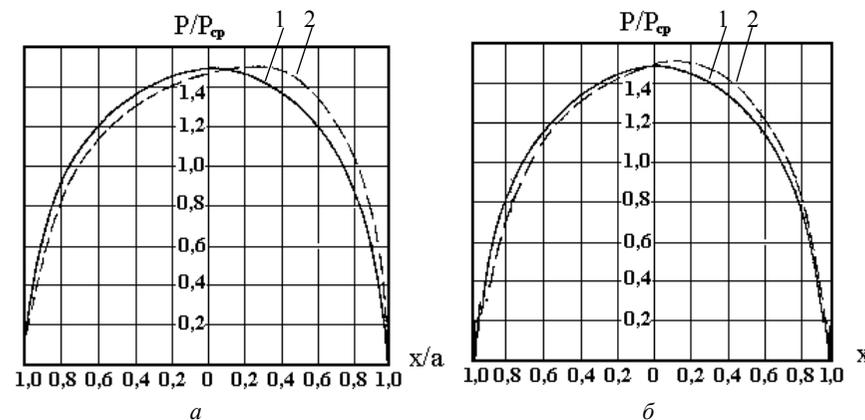


Рисунок 3 – Эпюры контактных давлений по сечению I-I: а – для точки входа зубьев в зацепление; б – для точки выхода из зацепления; 1 – эксперимент; 2 – расчет по Герцу

Таким образом, предлагаемый метод решения контактных задач позволяет установить действительный закон распределения контактных давлений, что представляет известный интерес при расчете на изнашивание элементов высших кинематических пар.

Для оценки погрешности метода предварительно был решен ряд задач, аналитическое решение которых известно. В частности, были решены задачи о контакте двух сферических тел, шара и сферической впадины, двух цилиндров с перпендикулярными осями как с одинаковыми, так и различными радиусами (рисунок 4). Как известно, в последнем случае площадка контакта будет эллиптической.

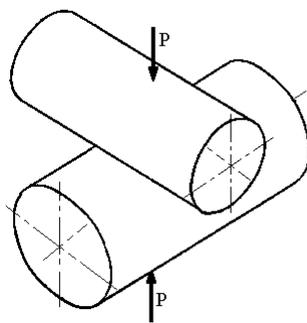


Рисунок 4 – Расчетная схема

В таблице 1 и 2 приведены результаты данных теории и эксперимента при решении задач о контакте сферических тел и цилиндров различных радиусов с перпендикулярными осями соответственно.

В таблице 1 a – радиус площадки контакта, a в таблице 2 a – длина большей полуоси эллиптической площадки контакта.

Как видно из таблиц, погрешность результатов эксперимента, в основном, не превышает 5 %.

Вывод. Таким образом, предлагаемый способ электрического моделирования пространственных контактных задач и созданное на его основе электро моделирующее устройство позволяют решать задачи о контакте двух упругих тел как с одинаковыми, так и различными упругими характеристиками с произвольной формой области контакта с точностью достаточной для инженерных приложений.

Список литературы. 1. *Тариков Г.П.* Электрическое моделирование пространственных контактных задач. – Гомель: ГГТУ, 2001. – 100с. 2. *Галин Л.А.* Контактные задачи теории упругости. – М.: ГИТТЛ, 1953. – 534с. 3. *Парселл, Э.* Электричество и магнетизм / Э. Парселл. – М.: Наука, 1971. – 447с. 4. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Таблица 1 – Результаты теоретических и экспериментальных решений для круговой площадки контакта

r/a	Значения p/p_{cp}	
	теоретические данные	экспериментальные данные
0,1	1,492	1,510
0,3	1,430	1,420
0,5	1,299	1,270
0,7	1,071	0,995
0,9	0,654	0,638

Таблица 2 – Результаты теоретических и экспериментальных решений для эллиптической площадки контакта

x/a	Значения p/p_{cp}	
	теоретические данные	экспериментальные данные
0,1	1,493	1,512
0,3	1,431	1,422
0,5	1,300	1,273
0,7	1,071	0,991
0,9	0,654	0,634

УДК 621. 833

З. ТКАЧ, к.т.н., проф., кафедра транспорта и управления технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре, Словакия;
Ю. РУСНАК, к.т.н., проф., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре;
М. КАДНАР, к.т.н., доц., кафедра конструирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре

ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МАСЛА ГИКОМОЛ СИНТ 75W-90 ДЛЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТРЕНИЯ СКОЛЬЖЕНИЯ

Статья анализирует трибологические свойства скользящего узла, смазанного разными видами масла. Целью статьи было описать основные трибологические свойства избранных скользящих материалов в комбинации с маслом минеральным и синтетическим. Авторы статьи сосредоточились на универсальных маслах, которые можно применить как в передаточных, как и в гидравлических механизмах. Для избранных скользящих материалов (пара CuSn 10 и сталь 12 050) авторы осуществили эксперименты с минеральным маслом PP80 (эталонное) и синтетическим маслом MOL Гикомол Синт 75W-90. Результатом является определение предпочтительности исследованных масел для применения в технической практике.

Стаття аналізує трибологічні властивості вузла ковзання, змащеного різними видами масла. Метою статті було описати основні трибологічні властивості обраних ковзних матеріалів в комбінації з маслом мінеральним і синтетичним. Автори статті зосередились на універсальних маслах, які можна застосувати як в передавальних, як і в гідравлічних механізмах. Для обраних ковзних матеріалів (пара CuSn 10 і сталь 12 050) автори здійснили експерименти з мінеральним маслом PP80 (еталонне) і синтетичним маслом MOL Гікомол Синт 75W-90. Результатом є визначення переваги досліджених масел для застосування у технічній практиці.

The paper analyzes tribological properties of the slipping node lubricated with different aspects of oil. The paper purpose was to describe the basic tribological properties of the selected slipping materials in a combination with oil mineral and synthetic. Authors of paper concentrated on universal oils which can be applied as in transmitting, as well as in hydraulic mechanisms. For the selected sliding materials (steam CuSn 10 and a steel 12 050) authors carried out experiments with mineral oil PP80 (standard) and synthetic oil MOL Gikomol Synt 75W-90. Result is definition of preference of the examined oils for application in technical practice.

Введение. Понижение трения и изнашивания посредством смазки в последнее время дополняется экологизацией использованной смазки. В области сельскохозяйственных машин надо уделять внимание утечкам смазочного масла в почву, прежде всего в подземные воды. Основная часть утечек происходит из-за неплотности или повреждений гидравлических и передаточных систем мобильных рабочих средств. Из-за этого также надо стремиться, чтобы масло вместе с техническими требованиями к жидкости высокого давления выполняло и строгие экологические требования. Упор сделан на применение универсальной смазки, т.е. пригодной как для гидравлических систем, так и для смазки передач.

Материал и методы. Способ смазывания избран на основе лабораторных экспериментов, целью которых было проверить альтернативы испытательных условий для измерения с биоразлагаемыми маслами, и на основе приобретенных данных оценить поведение скользящей пары в определенных условиях экспери-

мента. Эксперименты осуществились на обновленной испытательной машине Триботестор М'06. Испытательные образцы в форме пластинок с размерами 20×20×5мм были изготовлены из материала CuSn10 с помощью технологии пламеннопоршкового огневого напыления. Второй элемент скользящей пары – вал, был замещен втулкой, изготовленной из материала 12 050. Втулка была после запрессовки на испытательный вал перешлифована на круглошлифовальном станке до шероховатости $R_a \leq 0,5$. Расположение скользящего узла подробнее дает рисунок 1.



Рисунок 1 – Испытательный скользящий узел

Скользящий узел подлежал процессу заедания – в соответствии с оформленной методикой нормы STN 02 3420. Целью этого краткосрочного процесса было установление измененной эксплуатационной температуры t и коэффициента трения μ в зависимости от градуированной удельной нагрузки p (давления) при постоянной скорости скольжения v . Смазывание осуществлялось с помощью гидродинамического способа с зарядом 7 мл.

Обкатка осуществлялась в следующих условиях: $n=143\text{мин}^{-1}$, $F_N=200\text{Н}$, $L=60\text{мин}$. После обкатки произошел процесс заедания. Нагрузку мы повышали постепенно, не смотря на стабилизацию измеряемых величин, на $\Delta F_N=200\text{Н}$ каждые 10 минут.

Испытательный процесс был закончен, когда:

- произошло заедание поверхностей трения и блокировка скользящего узла;
- поднялась температура подшипника до критического значения, в нашем случае 90°C .

Результаты экспериментов, осуществленных с целью выбора способа смазывания, приведены в разделе "результаты и дискуссия".

Для смазывания скользящей пары были использованы масла: PP80 (эталонное) и Гикомол Синт 75W-90.

Характеристика масла PP80. Трансмиссионное масло Мадит PP80 – это минеральное масло, которое содержит ингредиенты для повышения грузоподъемности смазочной пленки. Масло предназначено для смазывания механических коробок передач и распределительных механизмов (за исключением гипоидных) автомобилей и мобильных механизмов, подвергающихся низким температурам.

Спецификация: класс вязкости SAE 80W;
профиль производительности API GL-4.

Таблица 1 – Физико-химические свойства масла Мадит PP80

PN 25-484-97		
Плотность при 20°C , кг/м^3	информативно	65
Кинематическая вязкость при 100°C	по крайней мере	7,5
Динамическая вязкость при -26°C (CCS), $\text{Pa}\cdot\text{s}$	наиболее	150
Индекс вязкости	по крайней мере	82
Точка потока, $^\circ\text{C}$	наиболее	-30
Точка вспышки, $^\circ\text{C}$	по крайней мере	170
FZG тест A/20/90/8,3, неудовлетворительная степень нагрузки	информативно	12

Таблица 2 – Физико-химические свойства масла МОЛ Гикомол Синт 75W-90

Класс вязкости	SAE 75W-90
Профиль производительности	API GL-5
Вязкость при 40°C , $\text{мм}^2\cdot\text{с}^{-1}$	93
Вязкость при 10°C , $\text{мм}^2\cdot\text{с}^{-1}$	14,4
Плотность при 15°C , $\text{г}\cdot\text{см}^{-3}$	0,9
Точка потока, $^\circ\text{C}$	-45

Характеристика масла Гикомол Синт 75W-90. МОЛ Гикомол Синт 75W-90 – высококачественное масло для ступенчатых коробок передач, содержащее синтетические элементы с EP ингридентами. Применяется весь год, прежде всего для смазки автомобильных коробок передач (ручные коробки передач, дифференциалы, оси транспортного средства) и управляющих механизмов.

Результаты и дискуссия.

Результаты испытаний масла PP80. В диаграмме на рисунке 2 приведены временные зависимости нефилтрированных величин температуры и коэффициента трения для избранных (характеристических) скользящих поверхностей (измерение Но7), смазанных маслом PP 80.

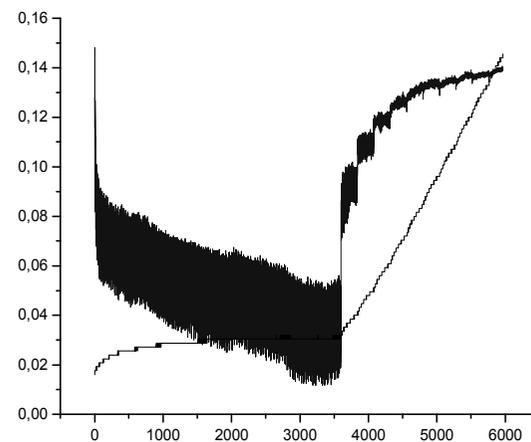


Рисунок 2 – Временная зависимость хода оценки температуры и коэффициента трения с маслом PP80

Из анализа изменения параметров во время эксперимента можно констатировать, что во время первой части пробного пуска скользящего уложения – временной период 0 до 900 секунд, температура немного возросла и достигла оценки в диапазоне 20°C до 24°C . Начальное повышение температуры связано с созданием направляющего паза и операцией уложения в области граничного трения и смешанного трения.

Оценка коэффициента трения в данном этапе эксперимента была в диапазоне 0,15 до 0,06.

Во время следующего этапа пробного пуска область характеризуется интервалом времени 900-3600 секунд, величина температуры не изменялась, во время этого этапа эксперимента величина коэффициента трения постоянно понижалась от 0,06 до 0,03.

После приблизительно 10 минут ход эксперимента во время пробного пуска считается устойчивым, причем величина коэффициента трения постоянно понижалась.

После перехода в нагрузочную часть эксперимента немедленно произошло повышение коэффициента трения и почти линейный рост температуры. Этот прыжок видим также при следующих шагах, но его интенсивность снижается и постепенно исчезает. Со второй половины нагрузочной части эксперимента кривая опять становится непрерывной.

Следующий этап эксперимента по приведенной методике характеризовался гладким повышением нагрузки с интенсивностью 200Н каждые 4 минуты независимо от фиксации измеряемых параметров и при постоянной скорости вала.

После перехода в нагрузочную часть эксперимента немедленно произошел прыжковый рост коэффициента трения, который сопровождался линейным ростом температуры в зависимости от времени. Из анализа следующего изображения записи изменения зависимостей очевидно, что каждый следующий рост нагрузки сопровождается немедленным прыжковым изменением коэффициента трения, и в следующих изменениях величина интенсивности понижается до постепенного исчезновения. Оценка коэффициента трения в данном этапе эксперимента была в диапазоне 0,08 до 0,14.

В рамках анализа потери веса у примененного масла PP80 были отмечены потери в диапазоне 0,01-0,06мг.

На рисунке 3 изображен феррограф частиц износа, который был получен с помощью феррографического анализа с маслом PP80. По атласу частиц износа это типичные частицы т.н. положительного клейного употребления. Частицы характеризованы узкой длинной формой, без аномалий в виде разных форм и размеров.

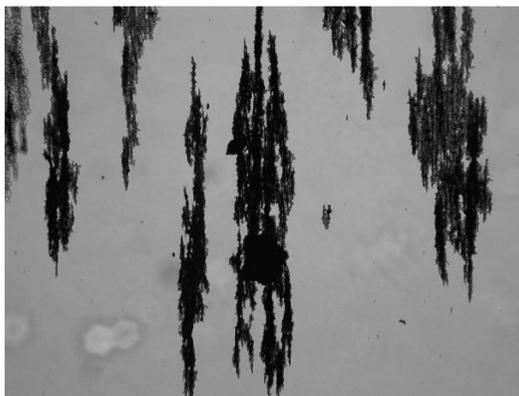


Рисунок 3 – Феррограф масла PP80

Результаты испытаний масла Гикомол Синт 75-90. Вторым маслом, использованным при экспериментах, было масло Гикомол, стандартный представитель синтетических масел, применяемых в сельском хозяйстве.

В диаграмме на рисунке 4 приведены временные зависимости нефилтрированных оценок температуры и коэффициента трения для избранного скользящего уложения, смазываемого маслом Гикомол.

Из анализа изменения параметров оценки во время эксперимента можно констатировать, что во время первой части пробного пуска скользящего уложения – временный период от 0 до 500 секунд, температура немного возросла и достигла величин в диапазоне от 19°C до 20°C. Оценка коэффициента трения на

данном этапе эксперимента была в диапазоне 0,13-0,03. Во время следующего этапа пробного пуска, область характеризуется интервалом времени 500-3600 секунд, величина температуры не изменялась, во время этого этапа эксперимента

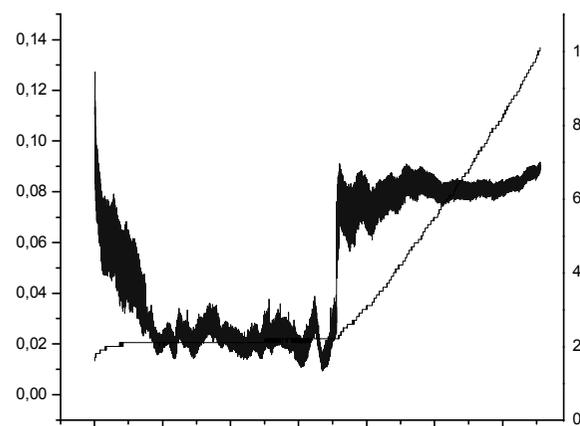


Рисунок 4 – Временная зависимость оценки температуры и коэффициента трения для избранного измерения (Но 2) с маслом Гикомол

величина коэффициента трения постоянно понижалась от 0,03 до 0,01.

Следующий этап эксперимента по приведенной методике был характерен плавным повышением нагрузки с интенсивностью 200Н каждые 4 минуты независимо от фиксации измеряемых параметров и при постоянной скорости вала.

После перехода в нагрузочную часть эксперимента немедленно произошло повышение коэффициента трения

прыжками, которое сопровождалось линейным ростом температуры в зависимости от времени. Из анализа следующего хода записи изображенных зависимостей очевидно, что каждый следующий рост нагрузки сопровождался немедленным прыжковым изменением коэффициента трения, и в следующих изменениях величина интенсивности понижается до постепенного исчезновения. Но в отличие от экспериментов с маслом PP80 исчезновение было значительно раньше. Величина коэффициента трения на данном этапе эксперимента была в диапазоне 0,06 до 0,09.

У масла были отмечены потери веса в диапазоне от 0,00 до 0,03мг.

Как заметно из хода эксперимента, пробный пуск похож на масло PP80 и ход температуры почти одинаковый. Разница проявляется в стабильности коэффициента во время хода и во время нагрузочной части эксперимента.

У масла Гикомол пробный пуск характеризован более интенсивным понижением коэффициента трения в ходе первых 600с и его последовательной стабильностью во время следующего этапа пробного пуска, причем его величина меняется в узкой области вокруг средней оценки. При переходе в нагрузочную часть эксперимента рост коэффициента еще более значительный, чем у масла PP80. Но после первой трети нагрузочной части коэффициент трения стабилизируется и на повышение нагружения не реагирует.

На рисунке 5 изображен феррограф частиц износа, полученный феррографическим анализом с маслом Гикомол. По атласу частиц износа это типичные частицы т.н. положительного клейного употребления. Частицы характеризованы узкой длинной формой, без аномалий в виде разных форм и размеров.

Резюме результатов – заключение. На основе приведенных данных было сделано представление о некоторых основных трибологических свойствах избранных скользящих материалов, смазываемых выбранными видами масел.

Внимание было сосредоточено прежде всего на коэффициентах трения и температуре, записаны были также и другие релевантные величины.

Оценки, приобретенные в экспериментах с маслом PP80, считаем основными и сравнительными, так как касаются масла, очень распространенного в сельском хозяйстве.

С точки зрения изменения коэффициента трения по нашим измерениям для избранной скользящей пары и ее трибологических свойств более подходящим является смазывание маслом Гикомол. Хотя изменение коэффициента трения во время пробного пуска немного неравномерным, но он достигает намного меньших величин по сравнению со свойствами узлов, смазанных маслом PP80.

При переходе в нагрузочную часть эксперимента появляется повышение величины коэффициента, но не до такой степени как в эксперименте с маслом PP80; кроме того, появляется стабильность после первой половины нагрузочного процесса, причем у масла Гикомол стабильность происходит уже в первой трети.

Поскольку величины коэффициента трения у масла Гикомол и PP80 почти одинаковые, можно, на основе смещения кривой измерений с маслом PP80 в направлении к большим величинам, определить масло Гикомол однозначно более выгодным, как с точки зрения пробного пуска, так и с точки зрения работы под нагрузкой.

Если у масла PP80 был эксперимент был окончен крайним условием 100°C, то при измерениях с маслом Гикомол был достигнут установленный предел 3000Н.

Измеренные потери веса доказывают самый положительный ход эксперимента при применении масла Гикомол.

С помощью феррографического анализа не было обнаружено существенной разницы в форме или в размере частиц износа при применении разных видов масла. Для экспериментов, выполненных с испытанными маслами, можно определить вид износа на основе сравнения с атласом частиц износа как износ положительного характера.

Учитывая относительно сложные условия работы скользящего узла, возможно на основе существования похожих частиц в реальном масляном заряде однозначно рекомендовать его замену.

Порядок подходящих масел идентичный с результатами экспериментов для данных масел в гидростатических передачах (Петрански, 2003).

Оценки удельного давления и скорости скольжения согласованы по избранной методике с характеристическими оценками, вытекающими из характеристики материала CuSn10 при данной скорости скольжения.

Констатируем, что для смазки данного скользящего узла среди испытанных масел наиболее подходящим является масло МОЛ ГИКОМОЛ Синт 75W-90.

Список литературы: 1. *Bošanský, M. - Vereš, M. - Rusnák, J. - Tököly, P.* (2011): Konštruovanie II. Konštrukčné uzly. Vysokoškolská učebnica. STU Bratislava 2011, rozsah 326 strán, ISBN 978-80-227-3510-0. 2. *Fedák, M. - Bošanský, M.* 2007. Kovové povlaky v povrchovej úprave ozubených súkoliesí, in: Acta Mechanika

Slovenska, Košice, 4-A/2007, ročník 11, s.75-80, ISSN 1335-2393. 3. *Kadnár, M. - Rusnák, J. - Kučera, M. - Malý, V.* (2010): Využitie tribologických skúšok v automobilovom priemysle. In. 51. Medzinárodná vedecká konferencia katedier častí a mechanizmov strojov. Košice SR 2010, s.99-102, ISBN 978-80-970-294-1-8. 4. *Kučera, M. - Malý, V.* (2002): Možnosti inovácie zariadenia na meranie napätí. In: Zborník z medzinárodnej vedeckej konferencie "Nové trendy v konštruovaní a v tvorbe technickej dokumentácie 2002", 27. máj 2004, Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita, 2002, s.59-63. ISBN 80-8069-025-1. 5. *Petranský, I. et. al.* 2004. Skúšobné stavy pre životnostné skúšky hydrostatických prevodníkov. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2004. s.109-116. ISBN 80-8069-343-9. 6. *Rusnák, J.* 2005. Štúdium tribologických vlastností materiálov nanosených na povrch nekonvenčnými technológiami. Monografia. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2005. 63s. ISBN 80-8069-485-0. 7. *Vanya, A. - Hudák, A. M. - Bošanský, M.* (2011): Duplex Treated CrN Coating Properties Evaluation on Different Types of Structural Steels, University of Novi Sad, Machine Design Vol.3(2011) No.4, p.297-300, Novi Sad 2011, ISSN 1821-1259. 8. *Vanya, A. - Bošanský, M. - Tököly, P.* (2010): Determination of the hardened layer thickness with reference to the gear geometry. In Mechanical Engineering 2010: 13th international conference on the occasion of the 70th anniversary of the beginning of education of mechanical engineering students at the Slovak University of Technology in Bratislava. Bratislava, 21.10. 2010. Proceedings of the papers. Bratislava: Slovak University of Technology in Bratislava, 2010, s.6-73. ISBN 978-80-227-3304-5.

Поступила в редколлегию 02.05.12

УДК 539.3

Н.Н. ТКАЧУК, м.н.с. каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ", Харьков;
Н.Б. НЕГРОБОВА, преподаватель-стажер каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ";
Н.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

ОСОБЕННОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КОНТАКТНЫХ ЗОН И ДАВЛЕНИЙ ПРИ КОНТАКТЕ ТЕЛ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ ПО ПОВЕРХНОСТЯМ БЛИЗКОЙ ФОРМЫ

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложена общая постановка контактной задачи. Осуществлена параметризация задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и величины прижимающего усилия. Значения максимальных контактных давлений и длины полуосей контактного пятна получены аналитическими и численными методами.

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямків запропоновано загальну постановку контактної задачі. Здійснено параметризацію задачі відносно геометричних розмірів контактуючих тіл та величини притисного зусилля. Значення максимальних контактних тисків та довжини напівосей контактної плями отримані аналітичним і чисельним методами.

General formulation of contact problem was proposed for the bodies with the close radius of curvature along one of the main directions. Geometric dimensions of the contacting bodies and the pressing force were parameterized. The maximum contact pressure and the length of the semiaxes of the contact patches were obtained analytical and numerical methods.

Введение. Как известно, контактное взаимодействие – один из основных способов передачи механического воздействия между деталями машин в процессе эксплуатации [1]. Соответственно характер распределения контактного давления зачастую является определяющим для нагрузочной способности элементов

машин, находящихся в механическом контакте. Существует огромное множество методов определения контактных давлений и контактных площадок в сопряжениях контактирующих деталей, что порождает при проектировании новых изделий проблему выбора рациональной системы анализа и синтеза. Каждому из методов свойственны свои преимущества и недостатки [2]. Аналитические методы, в большинстве своем, принимают определенные допущения и приближения относительно полей напряжений и перемещений внутри контактирующих тел, вместе с тем, предоставляют точные в рамках этих допущений решения и, зачастую, в замкнутой форме. Метод граничных элементов (МГЭ) отличается сложностью применения для тел произвольной формы и из неоднородных материалов. Метод конечных элементов (МКЭ) характеризует громоздкость модели и трудоемкость определения границ зон контакта в случаи их сложной формы и малости [3]. В связи с этим в работе предложено использовать все три упомянутых метода с учетом их преимуществ и недостатков.

Кроме вычислительных особенностей, существуют также и физические факторы, влияющие на выбор того или иного метода моделирования в силу специфики исследуемого объекта. В первую очередь это следующие особенности:

- конечность размеров контактирующих тел (как в плане, так и на глубину);
- стремление сблизить формы поверхностей контакта с целью уменьшения действующего контактного давления (от случая конгруэнтных поверхностей, т.е. полного совпадения по площадкам контакта – случай *I*, до совпадения вдоль некоторой линии – случай *II*; при этом и в первом, и во втором случае возможна модификация формы поверхностей, случаи *I'* и *II'* соответственно, как правило, приводящая к точечной локализации первоначального контакта);
- быстрое прогрессирование площадок контакта на первых этапах роста нагружающих усилий контактирующих тел случаи *I'* и *II'* (см. выше), а также естественное ограничение на их размеры при конечности площадок контакта в плане;
- наличие факторов, искажающих модель контакта гладких тел идеальной формы (погрешности изготовления, базирования, влияние НДС в удаленной от зоны контакта области тела, шероховатость, микро- и макронеровности, скругления кромок и т.п).

В силу этих факторов важно также учесть адекватность и применимость тех или иных математических моделей и методов. Как указывалось выше, наиболее употребляемыми являются модель Герца, МКЭ и МГЭ. Также часто применяются и другие аналитические модели [4]. При этом необходимо отметить следующие особенности:

- значимые ограничения для применимости модели Герца (соизмеримость площади пятна контакта с размерами поверхностей контакта, близость формы контактирующих тел, наличие шероховатости, микронеровностей и т.п.);
- осязательные расхождения результатов, получаемых при использовании различных моделей и методов, что вызывает ситуацию противоречивости и сомнительности получаемых результатов расчетов, а значит и неопределенности при принятии решений на их основе.

Таким образом, можно констатировать значительную актуальность и важность в научном и практическом плане задачи создания адекватных, точ-

ных, оперативных методов анализа взаимодействия тел конечных размеров по поверхностям близкой формы.

Общий подход к решению задачи. Одним из направлений решения поставленной задачи является подход, предложенный в работе [2] для сложнопрофильных тел (СПТ) с кинетически генерируемыми поверхностями (КГП). В данном случае под кинетически генерируемыми поверхностями подразумеваются те, которые дают возможность сопряженным телам совершать взаимное движение с сохранением непрерывного контакта. Для таких случаев все указанные выше проблемы и факторы являются такими же значительными и актуальными. Таким образом, основными источниками проблем при исследовании контактного взаимодействия сложнопрофильных тел с близкими по форме поверхностями являются следующие факторы: на начальной стадии проектирования необходим умеренно точный, но очень оперативный инструмент определения напряженно-деформированного состояния; на этапе оптимизации конструкции необходим точный метод определения контактных нагрузок в локальной области контакта и оперативный инструмент определения напряженно-деформированного состояния (НДС) во всем объеме; взаимосвязанность задач определения формы, эксплуатационных режимов и НДС посредством общих параметров (для СПТ, форма которых не может быть описана при помощи элементарных профилей, приходится решать отдельно задачу нахождения их границ).

В ходе изложения в работе предлагается новый подход к решению получаемых связанных задач анализа напряженно-деформированного состояния СПТ и синтеза сопряженных поверхностей, в том числе КГП с локальным контактом.

Данный подход состоит в том, что для решения задач анализа контактного взаимодействия привлекается общая локальная или вариационная постановка. Для дискретизации получаемых задач используются методы конечных элементов и граничных элементов, реализуемые как в универсальных комплексах типа ANSYS, так и в оригинальных авторских программах [2]. Далее для определения класса тел исследуется путем численного анализа влияние тел или иных факторов и параметров (см. выше). Это дает возможность, во-первых, строить аппроксимационные зависимости для определения контактных зон и контактных давлений, а, во-вторых, получать базовую информацию для оценки адекватности и точности результатов, получаемых с применением других моделей и методов.

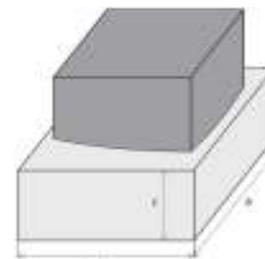


Рисунок 1 – Расчетная схема модельной задачи

Следует заметить, что частично основные элементы математических моделей (Герц, МКЭ, МГЭ) для данных объектов описаны в [2]. В связи с этим в данной статье основное внимание будет уделено постановке, решению и анализу численных результатов, полученных при решении тестовых задач.

Тестовые задачи. Расчетная схема модельной задачи представлена на рисунке 1. Размеры тел: $a=0,015\text{м}$, $b=0,015\text{м}$, $c=0,01\text{м}$. Радиусы кривизны: $R_1=100\text{м}$ и $R_2=10000\text{м}$. Материал: $E=2\cdot 10^{11}\text{Па}$, $\nu=0,3$. Тела – гладкие. НДС относительно верти-

кальных плоскостей. В связи с этим рассматривается 1/4 конструкции. Варьируемым параметром является величина прижимающего усилия в диапазоне 0,1-5Н.

Контактные задачи были решены разными методами: I – модель Герца для контакта эллиптического параболоида с полупространством [5], II – модель Попова [4], III – метод конечных элементов.

I. Метод Герца дает возможность определить максимальные контактные давления для случая контакта параболоида с полупространством:

$$\sigma_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab} \quad (1)$$

где P – величина прижимающего усилия; a, b – большая и меньшая длина полуоси контактного пятна соответственно.

$$a = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot R_1}{E}}; \quad b = 1,109 \cdot \sqrt[3]{\frac{P \cdot R_2}{E}}, \quad (2)$$

где R_1, R_2 – радиусы кривизны параболоида в двух главных направлениях.

II. Максимальные контактные давления для модели [4] найдены по формуле:

$$\sigma_{\max}^{\text{II}} = 0,33 \cdot \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot (\alpha + \nu) \cdot E^2 \cdot P}{R_2}}, \quad (3)$$

где $\alpha = \sqrt{R_2/R_1}$.

Длины полуосей контакта для модели [4] равны:

$$a^{\text{II}} = 1,202 \cdot \sqrt[3]{\frac{R_2 \cdot P}{\alpha^2 \cdot (\alpha + \nu) \cdot E}}; \quad b^{\text{II}} = 1,202 \cdot \sqrt[3]{\frac{\alpha \cdot R_2 \cdot P}{(\alpha + \nu) \cdot E}}, \quad (4)$$

где $a^{\text{II}}, b^{\text{II}}$ – большая и меньшая длина полуоси контактного пятна соответственно.

III. Численное решение по методу конечных элементов (МКЭ) проводилось в программном комплексе ANSYS Workbench. С использованием построенной конечно-элементной модели определялись максимальные контактные давления и длины полуосей контактных пятен при изменении величины прижимающего усилия. Картины распределения контактных зон и контактных давлений показаны на рисунке 2.

Во время исследования численное решение по методу конечных элементов сравнивалось с моделями I и II (см. выше). На рисунке 3 представлены зависимости длин меньших полуосей пятен контакта от изменения величины прижимающего усилия. На рисунке 4 представлены зависимости максимальных контактных давлений от изменения величины прижимающего усилия. Видно, что значения длины меньшей полуоси пятна контакта, полученные с помощью модели Герца, выше, чем при применении других рассмотренных методов.

Заключение. Проведенные и описанные в статье результаты численных и аналитических исследований дают основание для следующих выводов:

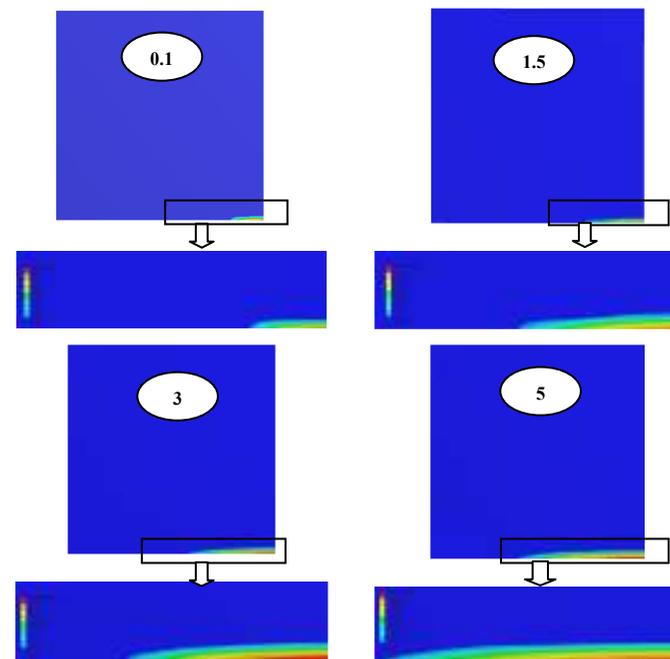


Рисунок 2 – Распределения контактных зон и контактных давлений при различной величине прижимающего усилия (Н)

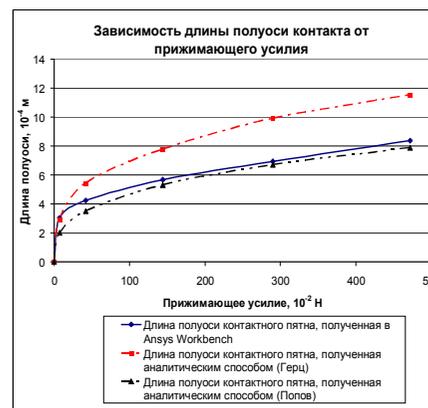


Рисунок 3 – Зависимости длин полуосей пятен контакта от величины прижимающего усилия

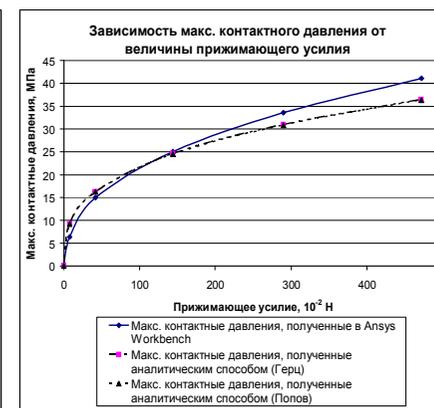


Рисунок 4 – Зависимости максимальных контактных давлений от величины прижимающего усилия

1. Наблюдается существенное отличие результатов, полученных с применением различных моделей.

2. При некоторых диапазонах изменения величины прижимающего усилия наблюдается достаточно хорошее совпадение результатов.

3. Для случая применения МКЭ численные результаты имеют тенденцию к реализации примерно линейной зависимости максимального контактного давления от величины прижимающего усилия. Это объясняется тем, что в силу конечности площадки возможных областей контакта происходит резкое изменение колокообразного характера распределения контактных давлений по площадке контакта. В связи с этим возрастание интегрального распределения прижимающей силы происходит не за счет роста максимального контактного давления и размеров их площадки контакта, а преимущественно только за счет первого фактора.

Предложенный в статье подход будет использован в дальнейшем для исследования контактного взаимодействия при варьировании радиусов кривизны, размеров взаимодействующих тел.

Список литературы: 1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 509с. 2. Ткачук Н.Н. Анализ контактного взаимодействия сложнопрофильных элементов машиностроительных конструкций с кинематически сопряженными поверхностями: Дисс... канд.техн.наук: 05.02.09 / Ткачук Николай Николаевич. – Харьков, 2010 – 203с. 3. Belytschko T., Liu W.K. and Moran B. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures – New York: J. Wiley & Sons. – 2000. – 600pp. 4. Понев А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: НУК, 2008. – 580с. 5. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. Math. – 1881. – Vol.92. – S.156-171.

Поступила в редколлегию 31.05.12

УДК 621.833.6

А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", Харьков

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИИ МНОГООРУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times AI$

В статье рассмотрена методика численного решения задач оптимизации конструкции многоступенчатого планетарного механизма.

В статті розглянуто методіку чисельного знаходження рішення задач оптимального проектування конструкції багатоступінчатого планетарного механізму.

In article the numeric method of find results tasks of optimizing structure planetary transmission is submitted.

Постановка проблемы. Проектирование любого многоступенчатого зубчатого механизма – комплекс задач, которые должен решить конструктор. Сложность решаемых задач возрастает, если необходимо спроектировать конструкцию механизма, оптимальную по каким-то критериям, например, по минимуму общей массы или габаритов. Степень сложности или трудоемкости оптимального проектирования еще больше возрастает, если параметры кон-

струкции механизма должны удовлетворять нескольким критериям, которые, как правило, бывают противоречивыми. Эффективность решение задач оптимального проектирования определяется выбором соответствующих алгоритмов или методик оптимизации целевой функции. В свою очередь, от вида целевой функции и ее свойств как математической функции, зависит сложность этих алгоритмов. Поэтому разработка эффективных алгоритмов оптимизации конструкций многоступенчатых зубчатых механизмов, в том числе планетарных, представляет собой актуальную проблему.

Анализ литературы. Вопросам оптимального проектирования многоступенчатых планетарных механизмов типа $n \times AI$ посвящено достаточно работ, в частности [1-5]. В работе [2] приведены целевые функции проектирования для различных типов многоступенчатых планетарных механизмов. Но в этой работе не рассматриваются вопросы, связанные с методами решения математической задачи оптимизации целевой функции. В работах [3-5] приводятся алгоритмы решения математической задачи оптимизации целевой функции, но мало сказано о численных методах реализации этих алгоритмов.

Цель статьи. Разработка численной методики решения задач оптимального проектирования многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$ применительно для сред программных продуктов, которые доступны и понятны конструкторам.

Раздел. Задан многоступенчатый планетарный механизм типа $n \times AI$, образованный последовательным соединением n планетарных ступеней, кинематическая схема которого приведена на рисунке.

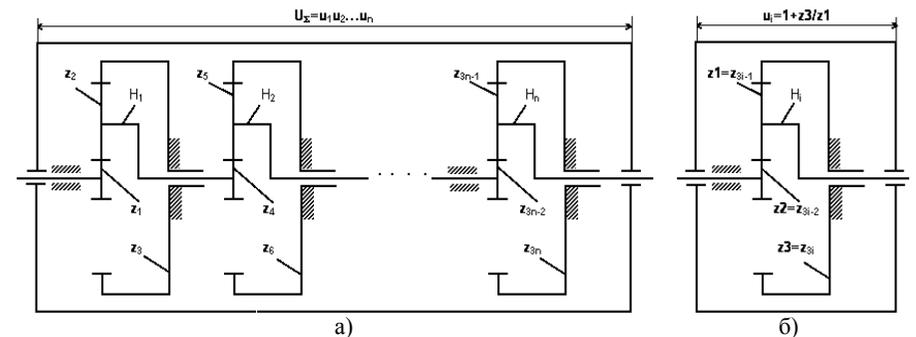


Рисунок – Схема многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$

Значение общего передаточного отношения механизма находят по формуле

$$U_{\Sigma} = u_1 u_2 \cdots u_{n-1} u_n = \sum_{i=1}^n \left(1 + \frac{z_{3i}}{z_{3i-2}} \right), \quad (1)$$

где $u_i = z_{3i}/z_{3i-2}$ – передаточное отношение i -ой ступени механизма ($i=1, n$).

Для заданного значения общего передаточного отношения механизма U_{Σ} требуется спроектировать конструкцию механизма, которая должна

удовлетворять заданным критериям. Другими словами требуется найти такое распределение передаточных отношений u_i ступеней, которое обеспечивает с заданной точностью реализацию значения общего передаточного отношения $U_\Sigma = u_1 u_2 \dots u_{n-1} u_n$ механизма и оптимальные значения выбранных критериев качества его конструкции. С математической точки зрения поставленная конструкторская задача эквивалента нахождению оптимума целевой функции проектирования при заданных ограничениях на параметры проектирования.

Пусть в качестве критерия качества конструкции задан критерий минимума общей массы механизма. Определение целевой функции проектирования $\overline{M}_\Sigma(u_1, u_2, \dots, u_n)$ – аналога массы механизма, приведено в работах [3-4]. При этом целевая функция может быть построена с учетом изгибной или контактной прочности соответствующих ступеней. Как правило, это первая или последняя ступени механизма. В вышеуказанных работах приведено построение целевой функции и для случая равнопрочности (изгибной или контактной) внешних зацеплений ступеней механизма. Далее будем рассматривать только случай контактной прочности. Целевая функция в этом случае будет записываться с нижним индексом "Н".

Аналог массы (безразмерная масса) механизма при расчете на контактную прочность имеет вид [4]

$$\overline{M}_{H\Sigma} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \left(A_1 + \sum_{i=2}^n A_i B_i \right), \quad (1)$$

где i , $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$ и $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ – номер ступени и безразмерные коэффициенты; u_i и k_i – передаточное отношение и число сателлитов ступени; ρ_{3i-2} , b_{3i-2} , d_{3i-2} – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса z_{3i-2} ; n_{Mi} – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого колеса к массе условного диска, принятого для ступени.

При заданных параметрах ρ_{3i-2} , b_{3i-2} , d_{3i-2} , k_i и n_{Mi} конструкций ступеней механизма зависимость (1) рассматривается как функция передаточных отношений отдельных его ступеней, т.е. $M_{H\Sigma} = M_{H\Sigma}(u_1, u_2, \dots, u_n)$. При этом на передаточные отношения u_i наложены ограничения

$$u_{in} \leq u_i \leq u_{ie}; \quad \prod_{i=1}^n u_i = U_\Sigma, \quad (2)$$

где u_{in} , u_{ie} – нижнее и верхнее значения допустимого передаточного отношения i -ой ступени.

Требуется для заданного значения общего передаточного отношения механизма U_Σ найти такое его распределение по ступеням, при котором целевая функция \overline{M}_{H1} принимала бы наименьшее значение. Поставленная задача

относится к задачам параметрической оптимизации. Действительно, если передаточные отношения u_i рассматривать как компоненты вектора управляемых параметров \mathbf{u}

$$\mathbf{u} = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}. \quad (3)$$

Тогда задача параметрической оптимизации формулируется следующим образом:

$$\overline{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u}^*) = \min_{\mathbf{u} \in D} \overline{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u}), \quad (4)$$

где $D = \left\{ \mathbf{u} : \prod_{i=1}^n u_i = U_\Sigma, u_{in} \leq u_i \leq u_{ie}, i = \overline{1, n} \right\}$ – область допустимых решений.

Таким образом, формулировка задачи параметрической оптимизации является задачей поиска условного минимума целевой функции $\overline{M}_{H\Sigma}(u_1, u_2, \dots, u_n)$, на n переменных которой наложены ограничения.

В математическом пакете MathCAD имеется внутренняя функция Minimize, которая находит локальный минимум как с учетом ограничений, так и без них. Вызов функции выполняется с помощью решающего блока, начинающегося с ключевого слова Given и заканчивающегося вызовом функции Minimize. Заметим, что с помощью этой функции можно решать как задачу линейного программирования (целевая функция – линейная функция), так и задачу нелинейного программирования (целевая функция – нелинейная функция). Применительно к нашей целевой функции $\overline{M}_{H\Sigma}(u_1, u_2, \dots, u_n)$ выбирается вариант нелинейного программирования. При этом пакет MathCAD реализует алгоритм метода сопряженного градиента.

В математическом пакете Maple реализована возможность решения задач нелинейной оптимизации (нелинейного программирования NLP) посредством вызова функции Minimize из пакета Optimization. В этом пакете реализуются алгоритмы многих методов нелинейной оптимизации, например, нелинейный симплекс метод, модифицированный метод Ньютона, метод квадратичной интерполяции и др.

Укажем на один недостаток, с нашей точки зрения, численного решения оптимизационной задачи. Конструктор не может определить в аналитическом виде зависимость оптимального решения \mathbf{u}^* от значений параметров конструкций ступеней. В нашем случае, это число сателлитов k_i и коэффициент n_{Mi} . Поэтому он должен заняться исследованием указанной зависимости путем решения оптимизационной задачи при различных значениях параметров k_i и n_{Mi} . Здесь заметим, что часто эти параметры выбирают из конструктивных соображений и тогда никакого исследования проводить не надо. Тем не менее, вышеотмеченные математические пакеты позволяют получить решение задачи поиска локального минимума целевой функции $\overline{M}_{H\Sigma}$ в символьном виде.

Рассмотрим механизм с одной ступенью ($n=1$). В этом случае целевая функция $M_{H\Sigma} = \overline{M}_{H\Sigma}(u_1)$ имеет вид

$$\bar{M}_{H1} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} (A_1) = \frac{A_1}{k_1 (u_1 - 2)}. \quad (5)$$

Оптимальное значение передаточного отношения u_{opt1} , при котором масса одноступенчатого механизма типа AI будет минимальной, находим из решения уравнения $\partial \bar{M}_{H1} / \partial u_1 = 0$. Это уравнение имеет два корня, которые вычисляются по формуле

$$(u_1)_{1,2} = \frac{2(k_1^2 + n_{M1}) \pm 2\sqrt{(k_1^2 + n_{M1})(n_{M1} + 1)}}{k_1^2 + n_{M1}}. \quad (6)$$

Из двух корней, определяемых из формулы (6), выбираем тот, при котором значение аналога массы \bar{M}_{H1} будет положительным. В нашем случае получим

$$u_{opt1} = \frac{2(k_1^2 + n_{M1}) + 2\sqrt{(k_1^2 + n_{M1})(n_{M1} + 1)}}{k_1^2 + n_{M1}}. \quad (7)$$

Соотношение (7) в явном виде позволяет найти оптимальное передаточное отношение одной ступени в зависимости от значений параметров ее конструкции – числа сателлитов k_1 и коэффициента n_{M1} .

Результат (6) был получен в математическом пакете MathCAD путем вызова внутренней функции символьного вычисления Find. Вызов этой функции осуществляется посредством задания решающего блока с ключевым словом Given. В качестве уравнения, которое надо решить в символьном виде, был выбран числитель символьного представления производной $\partial \bar{M}_{H1} / \partial u_1 = 0$. Аналогично можно поступить и в математическом пакете Maple с помощью внутренней функции solve. Заметим, что в Maple набор внутренних функций символьного вычисления шире, чем в MathCAD.

Перейдем к двухступенчатому механизму ($n=2$), для которого целевая функция $M_{H\Sigma} = \bar{M}_{H\Sigma}(u_1, u_2)$ определяется по формуле

$$\bar{M}_{H2} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} (A_1 + A_2 B_2). \quad (8)$$

В формуле (8) для коэффициентов, стоящих в круглых скобках, имеем следующие функциональные зависимости: $A_1 = A_1(u_1)$, $A_2 = A_2(u_2)$, $B_2 = B_2(u_1, u_2)$ [4]. При этом считается, что значения параметров k_1 , k_2 , n_{M1} и n_{M2} заданы. Аналитическое выражение для определения коэффициента B_2 можно получить, если конструктор предварительно задаст отношение $\frac{\rho_4 b_4 d_4^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ из условий контактной прочности внешних зацеплений ступеней механизма. Для начала примем условие $B_2 = 1$, тогда получим

$$\bar{M}_{H2} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} (A_1 + A_2). \quad (9)$$

Поиск локального минимума целевой функции $\bar{M}_{H2} = \bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$ можно выполнить, как выше уже отмечалось, в MathCAD или Maple внутренней функцией Minimize (minimize).

При заданном передаточном отношении U_Σ двухступенчатого механизма передаточное отношение одной его ступени может рассматриваться как независимой величиной, а передаточное отношение другой ступени – как зависимой величиной. Пусть в качестве независимой переменной целевой функции $M_{H2} = \bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$ выбрана величина u_1 , тогда $u_2 = U_\Sigma / u_1$. Оптимальные значения передаточных отношений ступеней находим из уравнений $\partial \bar{M}_{H2}(u_1, U_\Sigma / u_1) / \partial u_1 = 0$ и $u_2 = U_\Sigma / u_1$. Эта система двух уравнений эквивалентна следующему одному уравнению

$$\begin{aligned} & (-k_1 - n_{M1})u_1^5 + (5k_1 + 3n_{M1})u_1^4 + (-8k_1)u_1^3 + (4k_1 + 4k_2 - 2k_2 U_\Sigma + 8)u_1^2 + \\ & + (k_2 U_\Sigma^2 + n_{M2} U_\Sigma^2)u_1 - (k_2 U_\Sigma^2 + n_{M2} U_\Sigma^2) = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) имеет 5 корней, из которых следует выбрать только положительные действительные корни, удовлетворяющие ограничению на значение передаточного отношения первой ступени. Затем из оставшихся корней находят тот, при котором значение аналога массы $M_{H2} = \bar{M}_{H2}(u_1, U_\Sigma / u_1)$ будет наименьшим, а величина U_Σ / u_{opt1} удовлетворяет ограничениям на значение передаточного отношения второй ступени. Зная значение u_{opt1} , находят $u_{opt2} = U_\Sigma / u_{opt1}$.

В символьном виде решение уравнения (10) получить нельзя. Поэтому это уравнение решается численно, если заданы значения параметров k_1 , k_2 , n_{M1} и n_{M2} . В Maple для численного нахождения корней уравнения (10) можно применять внутренние функции solve, RootOf, roots, root, Roots и Root. Подобные внутренние функции имеются и в MathCAD.

Для случая, когда величина $B_2 \neq 1$, поступают точно так, как и для случая $B_2 = 1$.

Выше отмечалось, что определение оптимального распределения общего передаточного отношения $U_\Sigma = \prod_{i=1}^n u_i$ механизма по его ступеням является задачей поиска локального минимума целевой функции $\bar{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u})$. Принято такие задачи относить к классу условно-экстремальных задач. В математической теории оптимизации имеются методы сведения условно-экстремальной задачи к безусловной. В частности, одним из таких методов есть метод множителей Лагранжа [6].

Введем функцию Лагранжа

$$F(\mathbf{u}, \lambda) = \bar{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u}) + \lambda g(\mathbf{u}), \quad (11)$$

где $g(\mathbf{u}) = U_{\Sigma} - \prod_{i=1}^n u_i = 0$ – ограничение, которое наложено на передаточные отношения ступеней механизма; λ – множитель Лагранжа.

Необходимые условия минимума целевой функции $\overline{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u})$ при наличии ограничения $g(\mathbf{u})$ могут быть записаны в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F(\mathbf{u}, \lambda)}{\partial u_i} &= \frac{\partial \overline{M}_{H\Sigma}(\mathbf{u})}{\partial u_i} + \lambda \frac{\partial g(\mathbf{u})}{\partial u_i}, \quad i = \overline{1, n}; \\ \frac{\partial F(\mathbf{u}, \lambda)}{\partial \lambda} &= g(\mathbf{u}) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Это система $n+1$ уравнений, решением которой является \mathbf{u}^* и λ^* в точке минимума.

Сформулированная математическая задача (12) может быть решена в MathCAD посредством вызова внутренней функции Find, а в Maple – функции solve. Но в Maple имеется возможность реализовать метод множителей Лагранжа путем вызова соответствующей внутренней функции LagrangeMultipliers.

Заметим следующее. Функция Лагранжа (11) построена с учетом одного ограничения, заданного в форме равенства. В [6] приводится прием, позволяющий построить эту функцию и для случая, когда ограничения заданы в форме неравенства. Применяв этот прием, можно найти оптимальное решение \mathbf{u}^* , удовлетворяющее условиям задачи (4).

Конечно же, рассмотренные численные методы решения оптимизационных задач не единственные. Выбор метода зависит от вида целевой функции и задаваемых ограничений, а также умения конструктора решать такие задачи.

Выводы. Разработана методика численного решения задач оптимизации конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \mathbf{AI}$ применительно к математическим пакетам MathCAD и Maple. Методика проста в освоении. Предоставляет возможность проводить исследования поведения целевой функции для различных вариантов оптимизации. Не требует больших вычислительных ресурсов. Эффективность методики проверена для различных значений числа ступеней $n=1 \dots 10$.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. 4. Абрамов В.Т., Гетья А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2009. – Вып.29. – С.45-52. 5. Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма AI по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2010. – Вып.26. – С.77-85. 6. Малков В.П., Угодчиков А.Г. Оптимизация упругих систем. – М.: Наука, 1981. – 288с.

Поступила в редколлегию 31.05.12

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машинознaвства СХУ ім. В. Даля, Луганськ;
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознaвства СХУ ім. В. Даля;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. прикладної математики СХУ ім. В. Даля;
Т.Є. ЖУРАВЛЬОВА, аспірант каф. машинознaвства СХУ ім. В. Даля

ВЕРСТАТНЕ ЗАЧЕПЛЕННЯ ЦИЛІНДРИЧНИХ АРКОВИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

У статті проводиться теоретичне дослідження верстатного зачеплення при нарізуванні циліндричних аркових передач інструментом з несиметричним вихідним контуром. Отримані рівняння активних поверхонь зубців циліндричних аркових передач, які необхідні для визначення показників працездатності передач з арковими зубцями.

В статье проводится теоретическое исследование станочного зацепления при нарезании цилиндрических арочных передач инструментом с несимметричным исходным контуром. Получены уравнения активных поверхностей зубцов цилиндрических арочных передач, которые необходимы для определения показателей работоспособности передач с арочными зубцами.

In the article theoretical research of the machine-tool hooking is conducted at cutting of the cylindrical arched transmissions by an instrument with an asymmetrical initial contour. Equalization of active surfaces of indents of the cylindrical arched transmissions, which is needed for determination of indexes of capacity of transmissions with the arched indents, is got.

Постановка проблеми. Працездатність машин у багатьох галузях визначається якістю механічних приводів, що входять до їх складу. Доля зубчастих передач при цьому досить велика. Тому удосконалення зубчастих приводів дозволить підвищити працездатність машин, а отже є актуальним завданням. Одним із шляхів його вирішення є синтез геометрії за якісними показниками працездатності. Такий синтез може бути віднесеним до проблеми багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [1].

У теперішній час накопичено значний досвід у дослідженнях традиційного евольвентного зачеплення [2]. Але і в класичних передачах застосовувалися елементи синтезу [3]. Стосовно аркових передач традиційна модель зачеплення реалізована у квазієвольвентних аркових передачах та евольвентних по всій довжині зуба [4].

Однак відомо, що є певні обмеження у навантажувальній здатності передач з евольвентними профілями. Ці обмеження обумовлені формою зубців, що реалізує контакт опуклих поверхонь. Тому з'явилися нові різновиди зачеплень з опукло-ввігнутих контактом. Наприклад, зачеплення Новікова було реалізовано стосовно аркових передач та активно досліджувалося останні десятиріччя [5, 6]. Перспективним напрямом удосконалення параметрів опукло-ввігнутого контакту є синтез геометрії за якісними показниками працездатності [7]. Щодо аркових передач, такий підхід було застосовано у роботі [8], де було синтезовано симетричні вихідні контури різального інструменту, кожен з яких надавав значні переваги за показниками працездатності, але мав і певні недоліки.

Поєднавши в одному зачепленні на окремих ділянках різні вихідні контури, можна домогтися значного покращення якісних показників та зменшити вплив недоліків. Таким чином можна розширити сферу застосування нових видів зачеплення.

Мета статті – дослідження геометрії робочих поверхонь аркових зубців, утворених несиметричним вихідним контуром, що дозволить отримати рівняння верстатного зачеплення при нарізуванні аркових зубчатих коліс інструментом з несиметричним вихідним контуром, а також рівняння активних поверхонь аркових зубців.

Розглянемо верстатне зачеплення і геометрію реальних активних поверхонь. Це зачеплення аналогічно процесу нарізування зубців рейковим інструментом методом огинання. Поверхні зубців коліс при зачепленні з рейкою є такими, що огинають поверхні її зубців.

Зачеплення інструментальної рейки з колесами може бути представлено в системах координат, приведених на рисунку.

Це $X_n Y_n Z_n$ – система координат, пов'язана з рейкою; $X_1 Y_1 Z_1$ – система координат, пов'язана з шестернею; $X_2 Y_2 Z_2$ – система координат, пов'язана з колесом; XYZ – нерухома система координат.

Площина $Y_n O_n Z_n$ – початкова площина рейки, площина YOZ лежить в початковій площині рейки; O_1 і O_2 – осі шестерні і колеса, R_1 і R_2 – радіуси початкових циліндрів шестерні і колеса; осі $O_1 Z_1$ і $O_2 Z_2$ спрямовані по осях коліс; вісь OZ співпадає з полусною прямою зачеплення; φ_1, φ_2 – кути повороту шестерні і колеса ($\varphi_1 = u\varphi_2$, де u – передатне число зубчастої передачі); \vec{V} – лінійна швидкість рейки ($V = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2$); ω_1, ω_2 – кутові швидкості шестерні і колеса.

При повороті колеса (шестерні) на кут φ_i ($i = 1$ для шестерні і $i = 2$ для колеса) рейка переміститься на відстань $R_i \varphi_i$.

Рівняння поверхонь опуклої частини аркових зубців рейки в нерухомій системі координат XYZ для головки і ніжки відповідно мають вигляд:

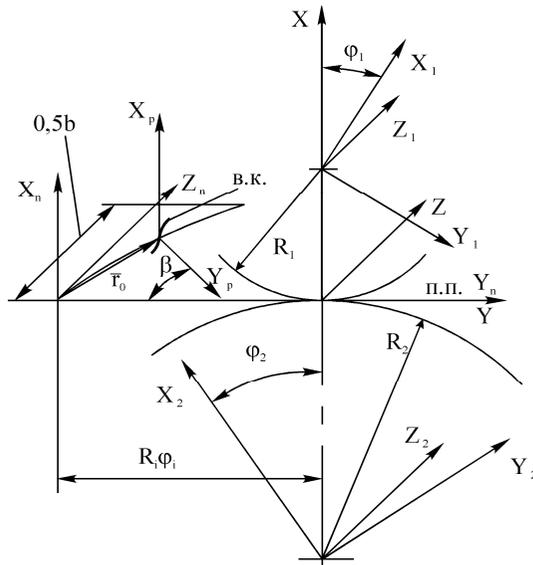


Рисунок – Системи координат у верстатному зачепленні

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = y_0 + f_2 \cos \beta - R_i \varphi_i; \\ z = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_i \varphi_i. \\ z = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (1)$$

Аналогічно для увігнутої частини аркових зубців рейки для головки і ніжки відповідно маємо:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_i \varphi_i; \\ z = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_i \varphi_i, \\ z = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (2)$$

де f_1, f_2 – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, що описують головку зуба; Φ_1, Φ_2 – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, що описують ніжку зуба; β – поточний кут нахилу зубців інструменту, причому:

$$\sin \beta = \frac{\dot{y}_0}{\sqrt{\dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}}; \quad \cos \beta = \frac{\dot{z}_0}{\sqrt{\dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}}.$$

Тут $y_0(\mu), z_0(\mu)$ – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції; μ – параметр.

Рівняння зачеплення рейки із зубчастими колесами записується у вигляді [7]:

$$\text{при зачепленні з шестірнею:} \quad F_1^* = \vec{e} \cdot \vec{V}^{p1}; \quad (3)$$

$$\text{при зачепленні з колесом:} \quad F_2^* = \vec{e} \cdot \vec{V}^{p2}. \quad (4)$$

Тут $\vec{V}^{p1}, \vec{V}^{p2}$ – вектори відносних швидкостей при зачепленні рейки з шестернею і колесом; \vec{e} – одиничний вектор нормалі, координати якого можуть бути записані головки і ніжки відповідно у вигляді:

$$\vec{e}_f = \begin{cases} e_{xn} = \frac{\pm f'_2}{n_f} \\ e_{yn} = -\frac{f'_1}{n_f} \cos \beta; \\ e_{zn} = \frac{f'_1}{n_f} \sin \beta \end{cases} \quad \vec{e}_\Phi = \begin{cases} e_{xn} = \frac{\pm \Phi'_2}{n_\Phi} \\ e_{yn} = -\frac{\Phi'_1}{n_\Phi} \cos \beta. \\ e_{zn} = \frac{\Phi'_1}{n_\Phi} \sin \beta \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{Тут } n_f = \sqrt{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}; \quad n_\Phi = \sqrt{(\Phi'_1)^2 + (\Phi'_2)^2}.$$

Верхній знак береться для опуклої сторони, нижній – для увігнутої.

Вважаючи $\omega_1 = \omega_2 = 1 c^{-1}$, і використовуючи рівняння (1), отримуємо вектори відносних швидкостей на опуклій стороні зубців шестерні на голівці і ніжці відповідно:

$$\vec{V}_f^{p1} = -(y_0 + f_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\phi^{p1} = -(y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Вектори відносних швидкостей на увігнутій стороні зубців шестерні на голівці і ніжці:

$$\vec{V}_f^{p1} = -\left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\phi^{p1} = -\left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Аналогічно для колеса з використанням рівнянь (2), вектори відносних швидкостей на опуклій стороні зубців колеса на голівці і ніжці відповідно:

$$\vec{V}_f^{p2} = (y_0 + f_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\phi^{p2} = (y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

Вектори відносних швидкостей на увігнутій стороні зубців колеса:

$$\vec{V}_f^{p2} = \left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

$$\vec{V}_\phi^{p2} = \left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} .$$

При визначенні істинних значень проекцій векторів відносних швидкостей треба враховувати окружні швидкості ω_1 і ω_2 .

Рівняння зачеплення (3) і (4) з урахуванням значень проекцій вектору \vec{e} можна представити таким чином:

1) при зачепленні рейки з шестернею (опукла сторона):

$$F_{1f}^* = -(y_0 + f_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \cdot \frac{f_2'}{n} - \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{1\phi}^* = -(y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_1 \varphi_1) \cdot \frac{\Phi_2'}{n} - \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

2) при зачепленні рейки з шестернею (увігнута сторона):

$$F_{1f}^* = -\left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \cdot \left(-\frac{f_2'}{n}\right) - \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{1\phi}^* = -\left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_1 \varphi_1\right) \cdot \left(-\frac{\Phi_2'}{n}\right) - \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

3) при зачепленні рейки з колесом (опукла сторона):

$$F_{2f}^* = (y_0 + f_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \cdot \frac{f_2'}{n} + \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{2\phi}^* = (y_0 + \Phi_2 \cos \beta - R_2 \varphi_2) \cdot \frac{\Phi_2'}{n} + \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки});$$

4) при зачепленні рейки з колесом (увігнута сторона):

$$F_{2f}^* = \left(y_0 - f_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \cdot \left(-\frac{f_2'}{n}\right) + \frac{f_1 f_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для головки}),$$

$$F_{2\phi}^* = \left(y_0 - \Phi_2 \cos \beta + \frac{\pi}{2} - R_2 \varphi_2\right) \cdot \left(-\frac{\Phi_2'}{n}\right) + \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{n} \cos \beta = 0 \quad (\text{для ніжки}).$$

Тоді вектори відносних швидкостей можуть бути представлені у виді:

- для точок на голівці:

$$\vec{V}^{p1} = (\Omega_{1f} \cos \beta) \vec{i} + f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad \text{де } \Omega_{1f} = \frac{f_1 f_1'}{f_2'} ;$$

$$\vec{V}^{p2} = (-\Omega_{1f} \cos \beta) \vec{i} - f_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

- для точок на ніжці:

$$\vec{V}^{p1} = (\Omega_{1\phi} \cos \beta) \vec{i} + \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} \quad \text{де } \Omega_{1\phi} = \frac{\Phi_1 \Phi_1'}{\Phi_2'} .$$

$$\vec{V}^{p2} = (-\Omega_{1\phi} \cos \beta) \vec{i} - \Phi_1 \vec{j} + 0 \cdot \vec{k} ;$$

Рівняння для F_1^* і F_2^* є додатковими умовами зв'язку між параметрами λ , μ , φ_i .

Рівняння поверхонь зачеплення зубчастих коліс і рейки в нерухомій системі координат XYZ можна записати таким чином (для головки і ніжки відповідно):

- при зачепленні опуклої сторони зубців шестерні і увігнутої сторони зубців колеса:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = -\Omega_{1f} \cos \beta \\ z = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} , \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = -\Omega_{1\phi} \cos \beta \\ z = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} ; \quad (6)$$

- при зачепленні увігнутої сторони зубців шестерні і опуклої сторони зубців колеса:

$$\begin{cases} x = f_1 \\ y = \Omega_{1f} \cos \beta \\ z = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases}, \quad \begin{cases} x = \Phi_1 \\ y = \Omega_{1\phi} \cos \beta \\ z = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases}. \quad (7)$$

При $\varphi_i = \text{const}$ рівняння (6) і (7) визначають миттєві лінії контакту зубців на поверхні зачеплення. При $z = \text{const}$ перші два рівняння із (6), (7) визначають лінію зачеплення в торцевій площині коліс. При $\mu = \text{const}$ отримаємо рівняння лінії зачеплення в нормальному перерізі коліс.

При визначенні критеріїв працездатності зубчастих передач з арковими зубцями використовуються рівняння поверхонь зубців, а також показники внутрішньої геометрії цих поверхонь.

Рівняння активних поверхонь можна отримати [7], записуючи координати поверхонь зачеплення (6), (7) в системах координат $X_1Y_1Z_1$ і $X_2Y_2Z_2$ (рисунки 1), пов'язаних з шестернею і колесом. Здійснюючи перехід від нерухомої системи координат XYZ до систем $X_1Y_1Z_1$ і $X_2Y_2Z_2$, отримуємо:

1) рівняння поверхонь зубців аркових коліс в системах $X_1Y_1Z_1$ і $X_2Y_2Z_2$ для опуклої сторони:

$$\vec{r}_{1f} = \begin{cases} x_1 = (f_1 + R_1) \cos \varphi_1 + \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (f_1 + R_1) \sin \varphi_1 - \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (головка шестерні)} \\ z_1 = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (8)$$

$$\vec{r}_{1\phi} = \begin{cases} x_1 = (\Phi_1 + R_1) \cos \varphi_1 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (\Phi_1 + R_1) \sin \varphi_1 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (ніжка шестерні)} \\ z_1 = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (9)$$

$$\vec{r}_{2f} = \begin{cases} x_2 = (f_1 - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(f_1 - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_2, \text{ (головка колеса)} \\ z_2 = z_0 - f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (10)$$

$$\vec{r}_{2\phi} = \begin{cases} x_2 = (\Phi_1 - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(\Phi_1 - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_2; \text{ (ніжка колеса)} \\ z_2 = z_0 - \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (11)$$

2) рівняння поверхонь зубців аркових коліс в системах $X_1Y_1Z_1$ і $X_2Y_2Z_2$ для увігнутої сторони:

$$\vec{r}_{1f} = \begin{cases} x_1 = (f_1 + R_1) \cos \varphi_1 - \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (f_1 + R_1) \sin \varphi_1 + \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (головка шестерні)} \\ z_1 = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (12)$$

$$\vec{r}_{1\phi} = \begin{cases} x_1 = (\Phi_1 + R_1) \cos \varphi_1 - \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_1 \\ y_1 = (\Phi_1 + R_1) \sin \varphi_1 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_1, \text{ (ніжка шестерні)} \\ z_1 = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (13)$$

$$\vec{r}_{2f} = \begin{cases} x_2 = (f_1 - R_2) \cos \varphi_2 + \Omega_{1f} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(f_1 - R_2) \sin \varphi_2 + \Omega_{1f} \cos \beta \cos \varphi_2, \text{ (головка колеса)} \\ z_2 = z_0 + f_2 \sin \beta \end{cases} \quad (14)$$

$$\vec{r}_{2\phi} = \begin{cases} x_2 = (\Phi_1 - R_2) \cos \varphi_2 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \sin \varphi_2 \\ y_2 = -(\Phi_1 - R_2) \sin \varphi_2 + \Omega_{1\phi} \cos \beta \cos \varphi_2. \text{ (ніжка колеса)} \\ z_2 = z_0 + \Phi_2 \sin \beta \end{cases} \quad (15)$$

В отриманих рівняннях змінні λ , μ , φ_i пов'язані співвідношеннями, описаними вище для F_1^* і F_2^* .

Висновки:

1. Отримано математичне описання верстатного зачеплення, на основі якого можна розглянути геометрію реальних активних поверхонь аркових зубців, утворених несиметричним вихідним контуром.

2. Отримані рівняння поверхонь аркових зубців для головки і ніжки шестерні і колеса відповідно.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Вулгаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 4. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 128с. 5. Журавлев Г.А., Росливер Е.Г., Шахбазов Н.А. Цилиндрические передачи Новикова с круговыми зубьями. – В кн.: Результаты исследования и практического применения зубчатых передач с зацеплением М.Л. Новикова. – Харьков, 1971. – С.30-34. 6. Підвищення технічного рівня аркових циліндричних передач з зачепленням Новикова багатокритеріальним геометрокінематичним синтезом: Автореф. дис...канд.техн.наук: 05.02.02 / Д.В. Малий; Східноукр. нац. ун-т ім. В.Даля. – Луганськ, 2004. – 24с. 7. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганськ. Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 8. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякіна О.А. Циліндричні передачі з арковими зубцями (теорія, аналіз, синтез): Монографія. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – 336с.

Надійшла до редколегії 21.05.12

З М І С Т

Воспоминания о профессоре Анатолии Федоровиче Кириченко.....	4
АБДУЛЛАЕВ А.И., НАДЖАФОВ А.М., ГАСЫМОВ Р.М.	
Выбор оптимальных параметров нового конструктивного решения трех- ступенчатого двухпоточного цилиндрического редуктора.....	5
БАБИЧЕВ Д.Т., СТОРЧАК М.Г., БАБИЧЕВ Д.А.	
Основы синтеза профилей зубьев цилиндрических передач, обладающих повышенной контактной прочностью.....	10
ВАСИЛЬЕВ А.Ю., ГРАБОВСКИЙ А.В., МАРТЫНЕНКО А.В., МУХИН Д.С., УСТИНЕНКО А.В.	
Сопоставление расчетов контактных напряжений в зубчатом зацеплении по формуле Герца и методом конечных элементов.....	20
ВИТRENKO O.C., ВОРОНЦОВ Б.С., КУЗНЕЦОВА М.Н.	
Вопросы формообразования зубьев на гиперболоидных заготовках.....	25
ВЛАСЕНКО В.Н.	
Работы ТК-47 по развитию нормативной базы.....	28
ВЛАСЕНКО В.Н., ФЕЙ В.М., ЧЕРЕМХОВСКИЙ П.И.	
Расширение производства планетарных мотор-редукторов.....	31
ВОЛОНЦЕВИЧ Д.О., ВЕРЕТЕННИКОВ Е.А., ИСТОМИН А.Е.	
Бортовая планетарная коробка передач для основного танка.....	32
ГАПОНОВ В.С., НАУМОВ А.И.	
Парциальные системы упругой опоры подшипников ротора с управляе- мым изменением квазиулевого жесткости.....	37
ГУДОВ Е.А., ЛАГУТИН С.А., МОРОЗОВ С.В.	
Новые редукторы приводов обогатительного и цементного оборудования.....	46
ДОРОФЕЕВ В.Л., ГОЛОВАНОВ В.В., АНАНЬЕВ В.М.	
Теоретический анализ полигармонического спектра вибраций зубчатых передач.....	53
ЗАХАРЧЕНКО А.В.	
Толщина смазочного слоя в трибосопряжениях как характеристика параметров процесса.....	59
КАЛІНІН П.М., КУРМАЗ Л.В., ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО Ю.В.	
Оцінка працездатності та оптимізація параметрів зубчастих пар автомобіля... ..	68
КОРОТКИН В.И., СУХОВ Д.Ю., ЕНГИБАРЯН А.А.	
Качество зацепления передач Новикова со спрямлёнными зубьями.....	72
КРИВОШЕЯ А.В., МЕЛЬНИК В.Е., ДАНИЛЬЧЕНКО Ю.М., БАБИЧЕВ Д.Т., СТОРЧАК М.Г.	
Особенности прямого и обратного формообразования эвольвентных цилиндрических зубчатых колес с модифицированным профилем у вершины зуба.....	80

МАРГУЛИС М.В., КИСЕЛЬ Н.В.

Разработка высокоэкономичной конструкции заготовки гибкого зубчатого колеса и прогрессивного технологического процесса нарезания зубьев на гибком и жёстком колёсах волновой торцевой зубчатой передачи.....	89
НОСКО П.Л., ШИШОВ В.П., МУХОВАТЫЙ А.А.	
Использование исходных контуров с неравноделенным шагом для созда- ния высоконагруженных эвольвентных зубчатых передач.....	94
ОНИШКОВА А.М.	
Численное исследование пространственных контактных задач с поверх- ностным трением.....	99
ПАВЛОВ А.И., ПАВЛОВ В.А., КОЛИСНЫК А.	
Описание эволюты и ее свойств.....	103
ПАВЛОВ А.И., ВЕРБИЦКИЙ В.И., АНДРИЕНКО С.В.	
Контактные напряжения в зубчатом зацеплении эволютных передач.....	105
ПОПОВ А.П., КИПРЕЕВ Ю.Н.	
Вибрация модифицированных зубчатых передач.....	107
ПРИЙМАКОВ А.Г., УСТИНЕНКО А.В., ГРАДЫСКИЙ Ю.А.	
Оценка точности измерения параметров вибрации при вибродиагностике силовых волновых зубчатых передач (ВЗП).....	120
ПРОТАСОВ Р.В., УСТИНЕНКО А.В., КРОТЕНКО Г.А., СЕРИКОВ В.И.	
Исследование скорости скольжения профилей зубьев в эволютных передачах... ..	127
СТАВИЦКИЙ В.В., НОСКО П.Л.	
Метод проектирования энергосберегающих высокоскоростных зубчатых передач..	132
СТРЕЛЬНИКОВ В.Н., СУКОВ Г.С., СУКОВ М.Г.	
Анализ осевых сил, возникающих на гибком колесе волновой передачи	140
СТРЕЛЬНИКОВ Ю.В.	
Разработка метода силового расчета зубчатого зацепления с промежу- точными телами качения.....	146
ТАРИКОВ Г.П., КОМРАКОВ В.В., БЕЛЬСКИЙ А.Т., ПАРХОМЕНКО В.Н.	
Об одном экспериментальном способе решения пространственных кон- тактных задач.....	152
ТКАЧ З., РУСНАК Ю., КАДНАР М.	
Возможности применения масла Гикомол Синт 75W-90 для поверхно- стей трения скольжения.....	158
ТКАЧУК Н.Н., НЕГРОБОВА Н.Б., ТКАЧУК Н.А.	
Особенности распределения контактных зон и давлений при контакте тел конечных размеров по поверхностям близкой формы.....	164
ШЕХОВ А.В.	
Численное решение задачи оптимизации конструкции многоступенчато- го планетарного механизма типа $n \times AI$	169
ШИШОВ В.П., ТКАЧ П.М., ЧАЛА О.Ю., ЖУРАВЛЬОВА Т.Є.	
Верстатне зачеплення циліндричних аркових передач змішаного зачеплення .	176

CONTENTS

Memoirs on professor Anatolij Fedorovich Kirichenko	4
ABDULLAYEV A.I., NAJAFOV A.M., GASIMOV R.M. Selection of optimal parameter of new constructive decision of triple-reduction double-flow parallel-shaft reducer	5
BABICHEV D.T., STORCHAK M.G., BABICHEV D.A. Bases of synthesis of the cylindrical gears teeths profiles with the increased contact strength	10
VASIL'EV A. Yu., GRABOVSKIY A.V., MARTYNENKO A.V., MUKHIN D.S., USTINENKO A.V. Comparison of contact stress calculations in tooth gearing by Hertz formula and a Finite Elements Method	20
VITRENKO O.S., VORONTSOV B.S., KUZNETSOVA M.N. Problems of teeth form shaping on hyperbola workpieces	25
VLASENKO V.N. Works TK-47 on development of standard base	28
VLASENKO V.N., FEY V.M., CHEREMKHOVSKIY P.I. Expansion of planetary gear-motors manufacture	31
VOLONTSEVICH D.O., VERETENNIKOV Ye.A., ISTOMIN A. Ye. Side planetary gear-box for a main battle tank	32
GAPONOV V.S., NAUMOV A.I. Partial systems of resilient support for rotor bearings with controllabled change of quasizero rigidity	37
GUDOV E.A., LAGUTIN S.A., MOROZOV S.V. New reducers of drives for mineral processing and cement equipment	46
DOROFEEV V.L., GOLOVANOV V.V., ANANIEV V.M. The theoretical analysis of a polyharmonious spectrum of vibrations of toothed gearings	53
ZAKHARCHENKO A.V. A thickness lubricant layer in tribolinkings as the process parameters characteristic	59
KALININ P.M., KURMAZ L.V., GEREGON-ZAJCHENKO Yu.V. Estimation of working capacity and optimization of the car gear pair parameters	68
KOROTKIN V.I., SUKHOV D. Ju., ENGIBARJAN A.A. Gear meshing quality of Novikov gearings with straightened teeth	72
KRIVOSHEYA A.V., MELNYK V.E., DANILCHENKO Yu.M., BABICHEV D.T., STORCHAK M.G. Features of direct and reverse forming involute cylindrical gear-wheels with the modified top of gear	80

MARGULIS M.V., KISEL N.V. Working out of highly-economic design of flexible tooth gear preform and progressive process of toothing on flexible and rigid wheels of the wave face gearing	89
NOSKO P.L., SHISHOV V.P., MUKHOVATIY A.A. Use of initial head loops with non-uniform step for creation of highly loaded evolute gears	94
ONISHKOVA A.M. The numerical research of space contact problems with the superficial friction ..	99
PAVLOV A.I., PAVLOV V.A., KOLISNYK A. The description of evolent and its properties	103
PAVLOV A.I., VERBITSKIY V.I., ANDRIENKO S.V. Contact stress in evolute tooth gearing	105
POPOV A.P., KIPREJEV Yu.N. Vibration of the modified tooth gearings	107
PRIYMAKOV A.G., USTINENKO A.V., GRADYSKIY Yu.A. Estimation of measurement accuracy of vibration parameters at vibrodiagnosing of power wave tooth gears (WTG)	120
PROTASOV R.V., USTINENKO A.V., KROTENKO G.A., SERIKOV V.I. Research of sliding velocity in evolute gearings	127
STAVITSKY V.V., NOSKO P.L. Method for designing energy conserving high-speed gears	132
STRELNIKOV V.N., SUKOV G.S., SUKOV M.G. The analysis of axial forces arising on the flexible wheel of wave gear	140
STRELNIKOV Y.V. Working out of the method of power calculation of the meching with intermediate bodies of the rolling	146
TARIKOV G.P., KOMRAKOV V.V., BELSKIY A.T., PARHOMENKO V.N. About one method of solution three-dimensional contact problem	152
TKÁČ Z., RUSNÁK J., KADNÁR M. Possibilities of application of Gikomol Synt 75W-90 oil for sliding friction surfaces	158
TKACHUK N.N., NEGROBOVA N.B., TKACHUK N.A. The features of the distribution of contact areas and pressures by contact finite size bodies on close form surfaces	164
SHEHOV A.V. The numeric method of find results tasks of optimizing structure planetary transmission $n \times AI$	169
SHISHOV V.P., TKACH P.M., CHALA O. Yu., ZHURAVLEVA T.E. Machine-tool hooking of cylindrical arched transmissions of the mixed hooking	176

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

Збірник наукових праць

Випуск №36

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск Г.Б. Обухова

Обл.-вид. №118-12

Підписано до друку 13.07.2012. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 10,0.
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10
