

Видання засновано Національним технічним університетом
"Харківський політехнічний інститут" у 2001 році

КООРДИНАЦІЙНА РАДА:**Голова**

Л.Л. Товажнянський, д-р техн. наук, проф.

Секретар координаційної ради

К.О. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Є.І. Сокол, чл.-кор. НАН України, проф.;
Є.С. Александров, д-р техн. наук, проф.;
А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;
Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;
М.Д. Годлевський, д-р техн. наук, проф.;
А.І. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;
В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;
В.Д. Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.;
І.Ф. Домнін, д-р техн. наук, проф.;
В.В. Єпіфанов, канд. техн. наук проф.;
Ю.І. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;
П.О. Качанов, д-р техн. наук, проф.;
В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;
С.І. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;
В.І. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;
Г.В. Лісачук, д-р техн. наук, проф.;
В.С. Лупіков, д-р техн. наук, проф.;
О.К. Морачковський, д-р техн. наук, проф.;
В.І. Ніколаєнко, канд. іст. наук, проф.;
П.Г. Перерва, д-р екон. наук, проф.;
В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;
М.І. Рищенко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;
Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;
Ю.В. Тимофійєв, д-р техн. наук, проф.;
М.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Держвидання

Свідоцтво Держкомітета по інформаційній політиці України
КВ №5256 від 2 липня 2001 року

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:**Відповідальні редактори:**

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

М.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Заст. відповідального редактора:

О.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

Відповідальний секретар:

М.В. Матюшенко, канд. техн. наук, доц.

Г.І. Львов, д-р техн. наук, проф.;
М.Е. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;
А.І. Павлов, д-р техн. наук, проф.;
В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;
В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;
С.С. Гутиря, д-р техн. наук, проф.;
Б.І. Кіндрацький, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Стрельников, д-р техн. наук;
Д.Т. Бабичев, д-р техн. наук, проф.;
В.В. Шелофаст, д-р техн. наук, проф.;
В.С. Старжинський, д-р техн. наук, проф.;
Х.С. Самідов, д-р техн. наук, проф.;
М. Бошанські, д-р техн. наук, проф.;
В.М. Власенко, канд. техн. наук, с.н.с.

Адреса редколегії: 61002, Харків,
вул. Фрунзе, 21. НТУ "ХПІ"

Каф. ТММ і САПР,
тел. (057) 707-69-01

Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. – Харків: НТУ "ХПІ", 2012. – №35. – 188 с.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств. Статті містять матеріали доповідей 43-ї міжнародної науково-технічної конференції "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей та вузлів" ЗП-2012 (поз. 258 Плану проведення науково-методичних конференцій та науково-практичних семінарів з проблем вищої освіти і науки професорсько-викладацького складу в системі Міністерства освіти і науки, молоді та спорту України на 2012 рік).

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий. Статьи содержат материалы докладов 43-й международной научно-технической конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов" ЗП-2012 (поз. 258 Плана проведения научно-методических конференций и научно-практических семинаров по проблемам высшего образования и науки профессорско-преподавательского состава в системе Министерства образования и науки, молодежи и спорта Украины на 2012 год).

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПІ",
протокол №7 від 06.07.2012 р.**

*Сборник посвящается
90-летию со дня рождения
профессора*



**АЛЕКСАНДРЫ ВАСИЛЬЕВНЫ ПАВЛЕНКО
(1922-1994)**

**ВОСПОМИНАНИЯ О ПРОФЕССОРЕ
АЛЕКСАНДРЕ ВАСИЛЬЕВНЕ ПАВЛЕНКО**

Многие годы конференции по зубчатым передачам открывала женщина, изображенная на фотографии. Под ее руководством было проведено 19 научно-технических конференций и семинаров.

Сегодня, на 43-й международной конференции ЗП-2012, мы вспоминаем профессора, кандидата технических наук Александру Васильевну Павленко, которой исполнилось бы в этом году 90 лет.

Александра Васильевна была известным ученым СССР в области зубчатых передач и редукторостроения, создателем Харьковской научной школы в области передач Новикова, организатором и руководителем секции зубчатых передач и редукторостроения Украинского и Харьковского областного правлений НТО Машпром. Ее научные труды получили широкую известность среди специалистов Украины и СНГ, являясь практической и теоретической базой для дальнейших исследований. Она автор 140 научных статей и учебно-методических работ. Воспитанные Александрой Васильевной 11 кандидатов наук, специалисты НИИ, КБ, работники промышленности и организаторы производства поддерживают признанный авторитет научной школы А.В. Павленко.

Велико участие Александры Васильевны в научно-общественной жизни. Многие годы она:

- являлась членом Координационного Совета по передачам Новикова при ВНИИРедукторе Минстанкинпрома (который и в наше время является головной организацией Украины по механическому приводу);
- возглавляла комиссии ряда министерств по диагностированию и приемке редукторов;
- была научным руководителем республиканских, отраслевых и областных конференций, совещаний, семинаров, но ее любимым детищем всегда оставалась наша конференция;
- являлась членом Ученого Совета по присуждению ученых степеней.

Трудно оценить колоссальный вклад профессора А.В. Павленко в дело совершенствования зубчатых передач на просторах бывшего Союза. Однако еще труднее оценить помощь Александры Васильевны людям, нуждавшимся в ней. В ее жизни преобладало две страсти: жажда научной деятельности и неодолимая тяга помочь в трудную минуту.

В том году исполняется 18 лет, как Александры Васильевны нет с нами, но светлая память о ней навсегда останется в наших сердцах, будет жить в ее работах, идеях, трудах соратников и учеников.

*Редакционная коллегия серии
"Проблемы механического привода"
Вестника НТУ "ХПИ"*

*Программно-организационный комитет
международной научно-технической
конференции ЗП-2012*

В.Л. БАСИНЮК, д.т.н., доц., директор научно-технического центра ОИМ НАН Беларуси, Минск, Беларусь;

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., доц., главный научный сотрудник ИММС НАН Беларуси, Гомель, Беларусь;

Е.И. МАРДОСЕВИЧ, к.т.н., зав. сектором ОИМ НАН Беларуси;

М.П. ЛОБКОВА, научный сотрудник ОИМ НАН Беларуси;

С.С. ПАПИНА, начальник отдела КБТЭМ-СО ГНПО "Планар", Минск, Беларусь

ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ ДЛЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Рассматриваются вопросы организации и проведения ускоренных испытаний полимерных композитов конструкционного назначения в расширенном диапазоне температур и скоростей растяжения или сжатия и воздействия вибраций, позволяющие в процессе одного цикла испытаний сформировать зависимость механических свойств полимерного композита и на основе этого на порядок и более сократить их длительность и трудоемкость при существенном повышении информативности.

Розглядаються питання організації та проведення прискорених випробувань полімерних композитів конструкційного призначення в розширеному діапазоні температур і швидкостей розтягнення або стиснення і впливу вібрацій, що дозволяють в процесі одного циклу випробувань сформувати залежність механічних властивостей полімерного композиту і на основі цього на порядок і більше скоротити їх тривалість і трудомісткість при істотному підвищенні інформативного.

The problems of organization and performing of accelerated tests of engineering composite plastics in the wide temperature interval rate of extension and expression and levels of vibrations are considered. In accordance with proposed technique dependence of plastic mechanical properties from above mentioned factors are performing through the single cycle of testing. Such approach can be reduce duration and labor intensity at essential arising informativity.

Постановка задачи. В зарубежной практике в конструкциях тракторов и автомобилей с каждым годом все более широкое применение находят термопластичные и терморезистивные полимерные композиты. При этом происходит качественный сдвиг от электротехнического и декоративного использования в сторону конструкционных, в том числе достаточно нагруженных элементов конструкции, включая зубчатые передачи. Это взаимосвязано с их высокой коррозионной стойкостью, возможностями обеспечения повышенных прочностных, антифрикционных, износостойких и улучшенных виброакустических свойств. В ряде случаев полимерные композиты могут быть эффективно использованы вместо дорогостоящих цветных металлов. При этом по мере создания высокопрочных композиционных материалов с полимерной матрицей, имеющей различные, повышающие прочностные свойства, наполнители полимерные композиты станут использоваться в таких нагруженных силовых деталях, как зубчатые передачи, карданные валы, рессоры и обода колёс.

Трактора и автомобили эксплуатируются в достаточно широких диапазонах температур, динамических и вибрационных режимов нагружения, ко-

торые комплексно оказывают наиболее существенное влияние на механические свойства полимерных композитов. Вместе с тем испытания, проводимые при их создании с целью определения их механических свойств в наиболее характерном для автотракторной техники расширенном диапазоне температур (пониженных до -60°C и ниже и повышенных до $+90^{\circ}\text{C}$), скоростей растяжения-сжатия и вибронегруженности до настоящего времени остаются наиболее трудоемким и длительным этапом их разработки. Это в основном связано с длительностью достижения заданных тепловых режимов, сложностью комплексного учета влияния приведенных факторов на механические свойства полимерных композитов и рассеиванием результатов испытаний. Все это в совокупности обуславливает необходимость использования для обеспечения достоверности испытаний значительного числа образцов, каждый из которых, как правило, испытывается отдельно.

Вместе с тем, использование современных подходов к планированию и проведению испытаний в ряде случаев позволяет существенно сократить трудоемкость, длительность и себестоимость проведения испытаний.

Краткий литературный обзор. Методики испытаний полимерных материалов представлены в различных источниках научно-технической и нормативной документации [1-8]. К их общему недостатку можно отнести длительность испытаний при необходимости достоверного определения на партии образцов механических характеристик полимерных материалов при пониженных и повышенных температурах в заданном диапазоне скоростей растяжения. Это связано с длительностью процесса охлаждения или нагрева каждого образца. При этом не всегда может быть обеспечена высокая достоверность полученных результатов из-за их значительного рассеивания и относительно сложного представления в удобном для инженерной практике аналитическом виде, позволяющем одновременно комплексно учитывать воздействие таких факторов, как температура, скорость растяжения или сжатия и вибронегруженность.

Основной задачей исследований была разработка способа ускоренных испытаний полимерных композитов конструкционного назначения, позволяющего в результате его реализации получить аналитическую инженерную зависимость, позволяющую комплексно учитывать воздействие таких факторов, как температура, скорость растяжения или сжатия и вибронегруженность.

Методические подходы к проведению ускоренных испытаний. В основу решения поставленной задачи был принят предложенный авторами [9] методический подход для определения в процессе испытаний аналитической зависимости модуля упругости конструкционных сталей от температуры их нагрева или охлаждения. При его реализации с использованием образца из исследуемого материала предварительно определяется модуль упругости путем его упругого деформирования при нормальной температуре, а затем этот же образец нагревают и охлаждают до заданных температур, выдерживают до установления равномерного температурного поля по всему объему материала образца и осуществляют его деформирование в зоне упругой деформации с

одновременным фиксированием величины и усилия сопротивления деформированию. По результатам измерений рассчитываются соответствующие температурам модули упругости и определяется функция влияния температуры на модуль упругости исследуемого материала.

Данный подход был модифицирован с учетом особенностей полимерных материалов и возможностей учета большего числа приведенных выше факторов, включая влияние на модуль упругости этих материалов кроме температуры скорости растяжения или сжатия и вибронегруженности.

В предложенном методе испытаний предварительно при нормальной температуре и регламентированной методикой ГОСТ 11262 скорости растяжения или сжатия определяется относительное удлинение в зоне упругой деформации, прочность исследуемого материала при разрыве или разрушении и среднее значение модуля упругости партии из 12 образцов.

В последующем 6 из этих образцов одновременно охлаждаются до минимальной из рассматриваемого диапазона температур и три из них растягивают с минимальной скоростью растяжения до разрушения, а другую часть охлажденных образцов растягивают с максимальной скоростью растяжения до разрушения. Остальные 6 образцов нагревают до наиболее высокой из рассматриваемого диапазона температур и одну часть из нагретых образцов растягивают с минимальной скоростью растяжения до разрушения, а другую часть нагретых образцов растягивают с максимальной скоростью растяжения до разрушения.

На каждой паре режимов испытаний первый образец растягивают на величину Δl , после чего, не разгружая первый образец, не прерывая процесса растяжения и не изменяя скорости процесса растяжения, одновременно с первым образцом растягивают на величину Δl второй образец, увеличивая до $2\Delta l$ величину растяжения первого образца, затем, не разгружая первый и второй образец, одновременно с ними растягивают на величину Δl третий образец, увеличивая до $2\Delta l$ величину растяжения второго образца и до $3\Delta l$ третьего образца и, не прерывая процесса растяжения, доводят все образцы до разрушения. Величину Δl определяют из соотношения

$$\Delta l_{1,2} = 0,25 \dots 0,3 \cdot \chi_{1,2} \cdot (L + \Delta L), \quad (1)$$

где $\chi_{1,2}$ – безразмерные коэффициенты, учитывающие влияние пониженных или повышенных температур на относительное удлинение при разрыве образца из полимерного материала, величины которых при отсутствии экспериментальных или расчетных данных ориентировочно могут быть приняты равными для пониженных (до $\approx 200\text{K}$) температур $\chi_1 \approx 0,2$, для повышенных температур (до $\approx 400\text{K}$) – $\chi_2 \approx 1,2$; L – длина основного образца в зачетной (рабочей) зоне; ΔL – увеличение длины образца в пределах упругой деформации диаграммы "напряжение-деформация" при его растяжении в процессе предварительных испытаний при нормальной температуре и регламентированной методикой ГОСТ 11262 скорости растяжения.

Величина Δl определяется исходя из возможности обеспечения однове-

ренного растяжения нескольких образцов в зоне их упругой деформации при ступенчатом "подключении" образцов к растяжению.

В процессе растяжения на каждой паре режимов испытаний по изменению расстояния между зажимами непрерывно регистрируют величину деформации образцов и соответствующую ей силу сопротивления растяжению. С учетом полученных данных формируют диаграмму "сила сопротивления растяжению $F-\Delta L_x$ " (ΔL_x – изменение расстояния между зажимами), типовой вид которой показан на рисунке.

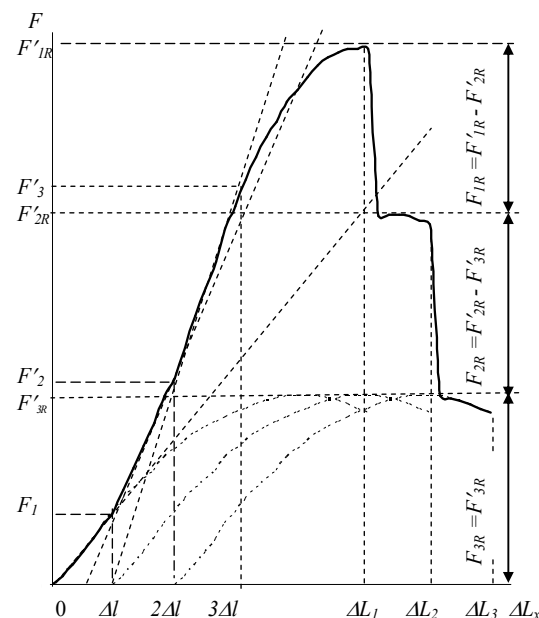


Рисунок – Вид типовой диаграммы "сила сопротивления растяжению $F-\Delta L_x$ "

С использованием этой диаграммы определяют усилия сопротивления растяжению в зоне упругой деформации каждого образца и при его разрыве.

При расчете модулей упругости учет разности фиксируемых изменений усилия растяжения при изменении числа одновременно растягиваемых образцов осуществляется следующим образом.

Поскольку сила сопротивления растяжению образцов связана с модулем упругости E соотношением

$$F_j = E \cdot S_{Lj} \cdot \Delta L_j / L, \quad (2)$$

где ΔL_j – увеличение длины j -ого образца при его растяжении; S_{Lj} – площадь сечения его рабочей зоны.

При достижении величины деформации $\Delta L_x = \Delta l$ первого из растягиваемых на одной паре режимов испытаний ($T_{min}, V_{min}; T_{min}, V_{max}; T_{max}, V_{min}; T_{max}, V_{max}$) напряжения достигают величины $\sigma_1 = F_1 / S_{L1}$, где F_1 – сила сопротивления растяжению первого полимерного образца при его растяжении на величину Δl (при фиксации значения F_1 на ПЭВМ учитывается усилие сопротивления его предварительному деформированию при выборке люфтов). При этом модуль упругости, определенный на полимерном материале первого образца, равен $E_1 = F_1 \cdot L / (S_1 \cdot \Delta l)$.

При дальнейшем растяжении первого образца в диапазоне $\Delta l \leq \Delta L_x \leq 2\Delta l$ одновременно с ним начинает растягиваться второй дополнительный образец 9б из полимерного материала. При этом суммарная сила сопротивления растяжению

становится равной сумме сил сопротивления растяжению F_1 и F_2 , соответственно, первого и второго образцов

$$F = F_1 + F_2 = \frac{E_1 \cdot S_{L_1} \cdot \Delta L_x}{L} + \frac{E_2 \cdot S_{L_2} \cdot (\Delta L_x - \Delta l)}{L}. \quad (3)$$

При достижении значения растяжения первого полимерного образца величины $2\Delta l$ суммарная сила сопротивления растяжению образцов станет равной

$$F' = 2 \frac{E_1 \cdot S_{L_1} \cdot \Delta l}{L} + \frac{E_2 \cdot S_{L_2} \cdot \Delta l}{L} = 2F_1 + F_2. \quad (4)$$

Таким образом

$$F_2 = F' - 2F_1, \quad (5)$$

и E_2 равно

$$E_2 = F_2 \cdot L / (S_{L_2} \cdot \Delta l). \quad (6)$$

Аналогично при дальнейшем растяжении первого и второго образцов в диапазоне $2\Delta l \leq \Delta L_x \leq 3\Delta l$ одновременно с ними начинает растягиваться третий образец из полимерного материала. При этом суммарная сила сопротивления растяжению при достижении значения величины растяжения первого полимерного образца величины $3\Delta l$, второго полимерного образца величины $2\Delta l$ и третьего полимерного образца величины Δl становится равной

$$F'' = F_1 + F_2 + F_3 = \frac{E_1 \cdot S_{L_1} \cdot \Delta l}{L} + \frac{E_2 \cdot S_{L_2} \cdot (\Delta L_x - \Delta l)}{L} + \frac{E_3 \cdot S_{L_3} \cdot (\Delta L_x - 2\Delta l)}{L}. \quad (7)$$

Отсюда

$$F_3 = F'' - F_1 - F_2, \quad (8)$$

и E_3 равно

$$E_3 = F_3 \cdot L / (S_{L_3} \cdot \Delta l). \quad (9)$$

При определении прочности на разрыв по результатам растяжения образцов учет разности фиксируемых изменений усилия растяжения при изменении в результате деформации числа одновременно растягиваемых образцов осуществляется следующим образом.

Как показал анализ результатов предварительно проведенных исследований при разрыве первого образца при его растяжении на величину ΔL_1 , второго образца при его растяжении на величину, ориентировочно равную $\Delta L_2 - \Delta l$, и третьего образца при его растяжении на величину, ориентировочно равную $\Delta L_3 - 2\Delta l$, возникает скачкообразное изменение сил сопротивления растяжению сначала с F'_{1R} до F'_{2R} , затем с F'_{2R} до F'_{3R} . При этом значения соответствующих сил, характеризующих прочность при разрыве, как это видно из рисунка 1, могут быть определены из зависимостей:

$$F_{3R} = F'_{3R}; \quad (10) \quad F_{2R} = F'_{2R} - F'_{3R}; \quad (11) \quad F_{1R} = F'_{1R} - F'_{2R}. \quad (12)$$

Используя значения определенных из зависимостей (10)–(12) сил определяются соответствующие значения прочностей при разрыве.

При определении влияния виброн нагруженности дополнительно в условиях регламентируемого нагружения испытывается аналогичная партия образцов.

Представление результатов исследований. Полученные результаты представляются в виде аналитических зависимостей, комплексно учитывающих влияние на модуль упругости и прочность температуры образцов и скорости растяжения

$$E = k_E \cdot E_0; \quad (13) \quad \sigma_{pp} = k_\sigma \cdot \sigma_{0pp}, \quad (14)$$

где E – значение модуля упругости полимерного материала при текущем значении скорости растяжения и температуре в рассматриваемых диапазонах температур охлаждения или нагрева и скоростей растяжения; E_0 – среднее значение модуля упругости полимерного материала при растяжении дополнительных образцов в области упругой деформации при нормальной температуре и скорости растяжения, регламентированной методикой ГОСТ 11262; σ_{pp} – прочность при разрыве полимерного материала, определенная при текущих значениях скорости растяжения и температуре в рассматриваемом диапазоне температур охлаждения или нагрева и скоростей растяжения; σ_{0pp} – значение прочности при разрыве полимерного материала при нормальной температуре и скорости растяжения, регламентированной методикой ГОСТ 11262; k_E, k_σ – безразмерные коэффициенты, учитывающие влияние температуры и скорости растяжения, соответственно, на модуль упругости и прочность при разрыве полимерного материала, определяемые из соотношений:

$$k_E = 10^{b_{0E}} \cdot \left(\frac{T}{T_c} \right)^{2a / \lg(T_{max} / T_{min})} \cdot \left(\frac{V}{V_c} \right)^{2b / \lg(V_{max} / V_{min})}; \quad (15)$$

$$k_\sigma = 10^{b_{0\sigma}} \cdot \left(\frac{T}{T_c} \right)^{2c / \lg(T_{max} / T_{min})} \cdot \left(\frac{V}{V_c} \right)^{2d / \lg(V_{max} / V_{min})}, \quad (16)$$

где $b_{0E}, b_{0\sigma}, a, b, c, d$ – безразмерные коэффициенты влияния температуры и скорости растяжения на модуль упругости и прочность при разрыве полимерного материала в уравнениях, рассчитываемые по результатам испытаний, которые проводятся с использованием известного метода планирования многофакторных экспериментов; T_c, V_c – среднее геометрическое значение минимальных и максимальных значений, соответственно, температур охлаждения или нагрева и скоростей растяжения; $T_{max}, T_{min}, V_{max}, V_{min}$ – максимальные и минимальные значения, соответственно, температуры нагрева или охлаждения образцов и скорости растяжения; T, V – соответственно, температура образца и скорость его растяжения при проведении испытания ($T_{max}, T_{min}, V_{max}, V_{min}$).

Предварительное определение среднего значения модуля упругости E_0 дополнительных образцов при нормальной температуре и регламентированной методикой ГОСТ 11262 скорости растяжения и модулей упругости этих же образцов при повышенной T_{max} или пониженной T_{min} температурах и минимальной V_{min} или максимальной V_{max} скоростях растяжения позволяет существенно сократить рассеивание результатов и обеспечить достоверное определение модулей упругости на минимизированном числе образцов.

Одновременное охлаждение или нагрев всех испытываемых образцов позволяет существенно уменьшить длительность всего цикла испытаний.

Для представления результатов испытаний дополнительной партии образцов в условиях регламентируемой виброн нагруженности в зависимости (13) и (14) вводятся коэффициенты k_{vE} и $k_{v\sigma}$, учитывающие влияние воздействия вибраций на модуль упругости и прочность при разрыве:

$$E = k_E \cdot k_{vE} E_0; \quad (17) \quad \sigma_{pp} = k_\sigma \cdot k_{v\sigma} \sigma_{0mц}. \quad (18)$$

Заключение. Анализ результатов исследований показал, что использование предлагаемого методического подхода к ускоренным испытаниям полимерных материалов для динамически нагруженных зубчатых передач автотракторной техники, функционирующей в широких диапазонах теплового воздействия и виброн нагруженности, позволяет сократить на порядок и более длительность их проведения при определении комплексного влияния приведенных выше факторов на механические свойства. При этом может быть получена удобная для автоматизированных расчетов и оптимального проектирования зубчатых передач аналитическая зависимость этих свойств от температуры нагрева или охлаждения, скоростей растяжения или сжатия и уровня виброн нагруженности. Использование этой зависимости позволяет существенно сократить сроки внедрения зубчатых передач в конструкции приводных систем автотракторной техники, обеспечив этим конструкциям качественно лучшие виброакустические и эксплуатационные характеристики при обеспечении рационального сочетания технико-экономических и ресурсных параметров.

Список литературы: 1. ГОСТ 14359-69. Пластмассы. Методы механических испытаний. Общие требования. – Введен 01.01.1970. – М.: Изд. Стандартов, 1969. – 19с. 2. ГОСТ 11262-80. Пластмассы. Метод испытания на растяжение. – Введен 01.12.1980. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 22с. 3. ГОСТ 25.601-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания плоских образцов на растяжение при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – Введен 01.07.1981. – М.: Изд. Стандартов, 1980. – 8с. 4. ГОСТ 25.602-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний композиционных материалов с полимерной матрицей (композитов). Метод испытания на сжатие при нормальной, повышенной и пониженной температурах. – Введен 01.07.1981. – М.: Изд. Стандартов, 1980. – 13с. 5. ГОСТ 9550-81. Пластмассы. Методы определения модуля упругости при растяжении, сжатии и изгибе. – Введен 01.07.1982. – М.: Изд. Стандартов, 1981. – 9с. 6. ГОСТ 4648-71. Пластмассы. Метод испытания на статический изгиб. – Введен 01.01.1971. – М.: Изд. Стандартов, 1971. – 17с. 7. Голубков В.С., Пирогов К.М., Смушковиц Б.Л. Испытательные машины в текстильном материаловедении. – М.: "Легпромбытгиздат", 1988. – 205с. 8. Патент РФ №2279658, МПК G01N3/08, опубл. 10.07.2006, Бюл.№19. 9. Патент РФ 2169355, МПК G01N3/20, G01N3/20, опубл. 2001г.

Поступила в редакцию 05.04.12

В.А. БЕРЕЖНОЙ, ст. преподаватель каф. ГМКГ НТУ "ХПИ", Харьков;
Н.В. МАТЮШЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ";
А.В. ФЕДЧЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ"

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ПРЯМОЗУБОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Рассматривается динамическая модель для эвольвентной цилиндрической прямозубой передачи. Из системы дифференциальных уравнений динамической системы получены уравнения для определения амплитудно-частотных характеристик зубчатой передачи.

Розглядається динамічна модель для евольвентної циліндричної прямозубої передачі. З системи диференціальних рівнянь динамічної системи отримані рівняння визначення амплітудно-частотних характеристик зубчастої передачі.

A dynamic model is examined for cylindrical spur gears. From the system of differential equalizations of the dynamic system equalizations of determination of gain-frequency characteristics of gearing are got.

Введение. Современные механизмы с зубчатыми передачами работают при повышенных скоростях и нагрузках, в связи, с чем возрастает их динамическая напряжённость. Цилиндрическое эвольвентное прямозубое зацепление является характерным источником возникновения колебаний, поэтому процессам возбуждения колебаний в механизмах с прямозубыми передачами и посвящается данное теоретическое исследование [1, 2].

Постановка задачи. Цель работы – получить математическую модель динамики одноступенчатой цилиндрической эвольвентной прямозубой передачи на основе уравнений Лагранжа с учетом жесткости зубьев и валов, которая в дальнейшем будет использована для исследования изменения собственных частот системы при воздействии на жесткость зубьев.

Разработка динамической модели для эвольвентных цилиндрических прямозубых передач. В общем виде зубчатая передача представляет собой четырёхмассовую динамическую модель (см. рисунок). Здесь: I_1 – момент инерции *двигателя*; I_4 – момент инерции *исполнительного механизма*; I_u и I_k – моменты инерции *шестерни* и *колеса*; C_1 и C_4 – крутильные жесткости соединительных валов; $c_{ш}^2$ и $c_{к}^2$ – жесткости зубьев шестерни и колеса; C_3 – жесткость зацепления, где $C_3 = c_{ш}^2 + c_{к}^2$.

Геометро-кинематическая модель четырёхмассовой системы определяется четырьмя обобщенными координатами: φ_1, φ_4 – углы поворота *ведущей* и *ведомой* присоединенных масс; $\varphi_{ш}, \varphi_{к}$ – углы поворота *шестерни* и *колеса* соответственно.

Для принятой динамической модели запишем дифференциальные уравнения движения, воспользовавшись уравнением Лагранжа II рода [4]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

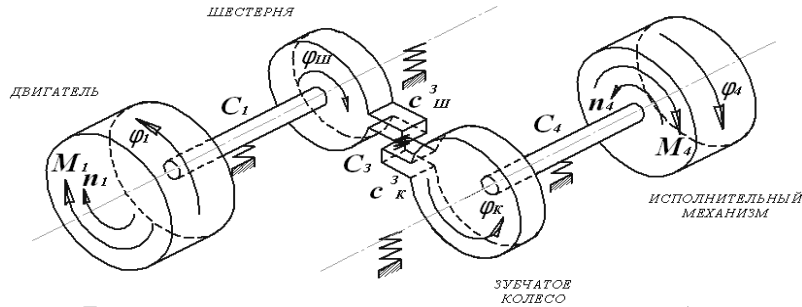


Рисунок – Динамическая модель цилиндрического эвольвентного прямозубого зацепления

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Q_i – обобщенная сила, соответствующая i -й обобщенной координате; q_i – i -я обобщенная координата; \dot{q}_i – скорость i -той обобщенной координаты.

Запишем кинетическую энергию исходной системы

$$2T = I_1 \dot{\varphi}_1^2 + I_u \dot{\varphi}_u^2 + I_k \dot{\varphi}_k^2 + I_4 \dot{\varphi}_4^2. \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) &= I_1 \ddot{\varphi}_1; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= 0; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right) &= I_4 \ddot{\varphi}_4; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} &= 0; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_u} \right) &= I_u \ddot{\varphi}_u; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_u} &= 0; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_k} \right) &= I_k \ddot{\varphi}_k; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_k} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Потенциальная энергия системы:

$$2\Pi = C_1(\varphi_1 - \varphi_u)^2 + C_3(\varphi_u R_u - \varphi_k R_k)^2 + C_4(\varphi_k - \varphi_4)^2. \quad (4)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} &= +C_1(\varphi_1 - \varphi_u); & \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_u} &= -C_1(\varphi_1 - \varphi_u) + C_3 R_u (\varphi_u R_u - \varphi_k R_k); \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_4} &= -C_4(\varphi_k - \varphi_4); & \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_k} &= -C_3 R_k (\varphi_u R_u - \varphi_k R_k) + C_4(\varphi_k - \varphi_4). \end{aligned} \quad (5)$$

Обобщенные силы найдены как частные производные по обобщенным координатам из выражения для виртуальной работы,

$$A = -\varphi_1 M_1 + \varphi_4 M_4. \quad (6)$$

Тогда

$$Q_{\varphi_1} = \frac{\partial A_{\varphi_1}}{\partial \varphi_1} = -M_1; \quad Q_{\varphi_4} = \frac{\partial A_{\varphi_4}}{\partial \varphi_4} = +M_4. \quad (7)$$

Воспользовавшись уравнением Лагранжа, запишем дифференциальные уравнения движения приведенной системы:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + C_1(\varphi_1 - \varphi_u) = -M_1; \\ I_u \ddot{\varphi}_u - C_1(\varphi_1 - \varphi_u) + C_3 R_u (\varphi_u R_u - \varphi_k R_k) = 0; \\ I_k \ddot{\varphi}_k - C_3 R_k (\varphi_u R_u - \varphi_k R_k) + C_4(\varphi_k - \varphi_4) = 0; \\ I_4 \ddot{\varphi}_4 - C_4(\varphi_k - \varphi_4) = +M_4. \end{cases} \quad (8)$$

Полученная система дифференциальных уравнений второго порядка (8) описывает вынужденные колебания рассмотренной эквивалентной динамической модели зубчатой передачи и позволяет исследовать влияние на колебательный процесс основных геометрических, кинематических и динамических параметров линейной модели [5].

Решение дифференциальной системы ищем в виде

$$\begin{cases} \varphi_1 = A_1 \cos \omega t; & \varphi_k = A_3 \cos \omega t; \\ \varphi_u = A_2 \cos \omega t; & \varphi_4 = A_4 \cos \omega t. \end{cases} \quad (9)$$

Свободные колебания соответствуют следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} -A_1 I_1 \omega^2 + A_1 c_1 - A_2 c_1 = 0; \\ -A_2 I_2 \omega^2 - A_1 c_1 + A_2 (c_1 + c_3 R_2^2) + A_3 c_3 R_2 R_3 = 0; \\ -A_3 I_3 \omega^2 + A_2 c_3 R_2 R_3 + A_3 (c_4 + c_3 R_3^2) - A_4 c_4 = 0; \\ -A_4 I_4 \omega^2 - A_3 c_4 + A_4 c_4 = 0, \end{cases} \quad (10)$$

или

$$\begin{pmatrix} c_1 - I_1 \omega^2 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 \omega^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 \omega^2 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0. \quad (11)$$

Следовательно, определитель (12) равен нулю, т.е.

$$A = \begin{vmatrix} c_1 - I_1 \omega^2 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 \omega^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 \omega^2 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 \omega^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (12)$$

В результате раскрытия данного определителя, получается частотное уравнение, корни которого соответствуют главным частотам свободных колебаний системы, совершающей крутильные колебания.

Для построения АЧХ нужно знать закон возмущений M_1 и M_4 . Если принять, p – частота возмущения, то решение ищут в виде:

$$\begin{cases} M_1 = B_1 \cos pt; \\ M_4 = B_4 \cos pt, \end{cases} \quad (13) \quad \begin{cases} \varphi_1 = A_1 \cos pt; & \varphi_k = A_3 \cos pt; \\ \varphi_u = A_2 \cos pt; & \varphi_4 = A_4 \cos pt. \end{cases} \quad (14)$$

Подставив (7) и (8) в (1), получим

$$\begin{pmatrix} c_1 - I_1 p^2 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 p^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 p^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ 0 \\ 0 \\ -M_4 \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$B_1 = \begin{vmatrix} M_1 & -c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 p^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & -c_4 \\ -M_4 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 p^2 \end{vmatrix};$$

$$B_2 = \begin{vmatrix} c_1 - I_1 p^2 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 p^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 p^2 \end{vmatrix};$$

$$B_3 = \begin{vmatrix} c_1 - I_1 p^2 & M_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & 0 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & 0 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & -c_4 \\ 0 & -M_4 & -c_4 & c_4 - I_4 p^2 \end{vmatrix};$$

$$B_4 = \begin{vmatrix} c_1 - I_1 p^2 & -c_1 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 p^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & -c_4 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 - I_4 p^2 \end{vmatrix};$$

$$B_4 = \begin{vmatrix} c_1 - I_1 p^2 & -c_1 & 0 & M_1 \\ -c_1 & c_1 + c_3 R_2^2 - I_2 p^2 & c_3 R_2 R_3 & 0 \\ 0 & c_3 R_2 R_3 & c_4 + c_3 R_3^2 - I_3 p^2 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & -M_4 \end{vmatrix} \quad (16)$$

В результате решения устанавливают функции амплитуды вынужденных колебаний B_1, B_2, B_3, B_4 от частоты возмущения p и строят соответствующие АЧХ.

Выводы. Данная динамическая модель позволяет исследовать колебательные процессы в цилиндрической эвольвентной прямозубой передаче.

Список литературы: 1. *Абрамов Б.М.* Колебания прямозубых зубчатых колёс. – Харьков: ХГУ, 1968. – 175с. 2. *Петрусевич А.И.* Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колёсами. – М.: АН СССР, 1956. – 134с. 3. *Кириченко А.Ф., Воронцова Д.В., Бережной В.А.* Геометро-кинематическая модель динамики прямозубых эвольвентных передач с учётом модификации зубьев // Вестник науки и техники: Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", ТОВ "Харьковский дом науки и техники" – Харьков: ТОВ "ХДНТ", 2006. – Вып.1-2(24-25). – С.11-17. 4. *Бережной В.А.* О выборе расчётной динамической модели для эвольвентных цилиндрических прямозубых передач // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – Вип.27. – С.44-48.

Поступила в редколлегию 30.04.12

УДК 621. 833

М. БОШАНСКИ, к.т.н., проф., институт транспортной техники и инженерного проектирования факультета машиностроения Словацкого технического университета, Братислава, Словакия;
А. ВАНЯ, к.т.н., институт транспортной техники и инженерного проектирования факультета машиностроения Словацкого технического университета;
М. ГУДАКОВА, к.т.н., доц., институт материаловедения факультета наук о материалах и технологии Словацкого технического университета;
В. МАЛЫ, к.т.н., кафедра проектирования машин технического факультета Словацкого сельскохозяйственного университета в Нитре, Словакия

ТВЕРДЫЕ ПОКРЫТИЯ КАК ВОЗМОЖНОСТЬ ПОВЫШЕНИЯ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ВЫПУКЛО-ВОГНУТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ С БИО-МАСЛЯНОЙ СМАЗКОЙ

Повышение нагрузочной способности и срока службы зубчатых передач является проблемой, решение которой в настоящее время значительно определяют вопросы, связанные не только с требованиями использовать новые технологии и материалы и повышать их эффективность, но и с нагрузкой на окружающую среду. В статье рассматриваются возможности применения тонких твердых покрытий в зубчатых передачах, работающих во взаимодействии с органическими смазками. Статья в основном направлена на возможности использовать покрытия материалов, подходящих для производства зубчатых колес, и на обсуждение результатов scratch-тестов пленок, нанесенных на выбранные материалы 12061, 14220, 15340 и 19091.

Підвищення навантажувальної здатності і терміну служби зубчастих передач є проблемою, рішення якої в наш час значно визначають питання пов'язані не тільки з вимогами використовувати нові технології і матеріали та підвищувати їхню ефективність, але і з навантаженням на середовище. В статті розглядаються можливості використання тонких твердих покриттів в зубчастих передачах, що працюють у взаємодії з органічними мастилами. Стаття у основному направлена на можливість використання покриттів матеріалів, що підходять для виробництва зубчастих коліс, та на обговорення результатів scratch тестів плівок, що нанесені на обрані матеріали 12061, 14220, 15340 та 19091.

The increase in loading ability and life expectancy of gears is a problem which decision considerably is defined now by the questions linked not only with requirements to use new techniques and materials and to raise their efficiency, but also with a load on environment. In a paper possibilities of application of thin firm coverages in the gears working in interaction with organic lubricants are considered. The paper basically is directed on possibility to use a coverage of the materials approaching for manufacture of tooth gears, and for discussion of scratch-tests results of slicks, plotted on the selected materials 12061, 14220, 15340 and 19091.

Введение. Повышение нагрузочной способности и срока службы зубчатых передач является проблемой, решение которой в настоящее время в значительной мере определяют вопросы, связанные с требованиями использования новых технологий и материалов, повышения производительности одного килограмма и нагрузкой на окружающую среду. Это особенно касается решения проблемы повышения контактной нагрузочной способности и улучшения трибологических характеристик зубчатых передач (трение, износ и смазка), причем также рассматривается влияние их работы на окружающую среду. Одним из эффективных способов решения этих проблем оказывается применение тонких покрытий на поверхность стороны зуба. Благодаря своим свойствам, как например высокая твердость, отличное сцепление, химическая устойчивость и т.п., эти покрытия, называемые также тонкие пленки, могут значительно повысить производительность зубчатых передач. Покрытия можно подготовить как однослойные так и многослойные, с более или менее четкими предельными переходами между отдельными слоями (слой с градиентом). В настоящее время они уже широко применяются в различных отраслях промышленности, и, следовательно, это лишь вопрос времени, когда они найдут применение и в зубчатых передачах.

Предлагаемая статья является частью проекта VEGA 1/0189/09 и VEGA 1/0277/12, которые направлены на изучение влияния отдельных геометрических и структурных параметров и характеристик материалов зубчатых передач с целью достичь оптимальных прочности и трибологических характеристик. Составной частью решения является анализ возможности использования тонких пленок (покрытий) в зубчатых передачах, смазываемых органической смазкой, и на основании приобретенных результатов выбрать такие типы покрытия и материала зубчатого колеса, посредством которых можно будет достичь повышения контактного сопротивления и улучшения трибологических характеристик зубчатых передач, работающих во взаимодействии с органической смазкой.

Материалы и методы. В настоящее время тонкие слои довольно часто применяются в машиностроении и электротехнике. Но используемые покрытия обычно нельзя применять в зубчатых передачах из-за особенностей их эксплуатации (высокая окружная скорость, высокое контактное давление и напряжение сдвига, высокая температура в контакте зубьев, высокие удельные скольжения на головке и ножке зуба, использование органических смазочных материалов и др.).

Из этого вытекает, что эксплуатационные характеристики могут существенно повлиять на выбор конкретного покрытия, следует рассматривать их отличную адгезию на материал, который пригодный для производства зубчатых колес, а также технологию осаждения этих покрытий. В систему зуб-

пленка-органическая смазка существенно входит и вид используемой передачи. Органические смазки требуют в связи со своими свойствами (низкая температурная стабильность смазывающих свойств, низкая вязкость) меньших контактных давлений и температуры, а также небольших удельных скольжений при работе зубчатых передач. В Институте транспортной техники и инженерного проектирования в рамках грантового проекта мы научно изучаем и

рассматриваем применение тонких покрытий в передачах, работающих во взаимодействии с органическим смазочным материалом. Из результатов решения вытекает, что в выпукло-вогнутых зубчатых передачах по сравнению с эвольвентными контактные давления значительно меньше, а также небольшие удельные скольжения. Кратко приведем основную разницу между эвольвентным и выпукло-вогнутым зацеплением.

У выпукло-вогнутого (К-К) зацепления (рисунк 1) в отличие от эвольвентного зацепления линия зацепления состоит

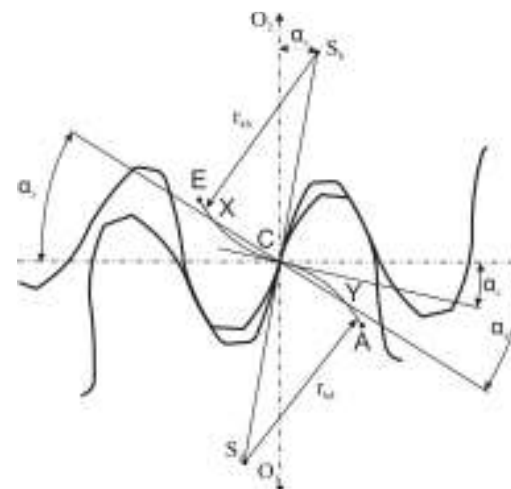


Рисунок 1 – Симметричное К-К зацепление

из двух симметричных или асимметричных кривых с точкой перегиба C, центр радиуса кривизны верхней S_h и нижней линии S_d линии зацепления не лежит на межцентровой линии передачи.

Основными геометрическими параметрами, которые определяют К-К зацепление, являются [11]:

- нормальный модуль: M_n ,
- число зубцов шестерни и колеса: z_1, z_2 ,
- радиус кривизны верхней и нижней части линии зацепления: $R_{kh,d}$,
- угол линии зацепления в точке C: α_c ,
- межцентровое расстояние: a ,
- коэффициент высоты зуба: $x_a^*=1$,
- коэффициент высоты закругления: $c_a^*=0,25$,
- коэффициент скругления исходного контура: $\rho_f^*=0,38$.

Как известно, величина составляющей окружной скорости в тангенциальном направлении влияет на размер скольжения в зацеплении. С помощью правильного выбора геометрии зубьев можно повлиять на эту составляющую и таким способом снизить величину чрезмерного проскальзывания и одновременно уменьшить размер износа. Расчет величины тангенциальной скорости К-К передачи является более сложным [7] (изменение положения и ориентации компонентов окружной скорости), учитывая изогнутую форму линии

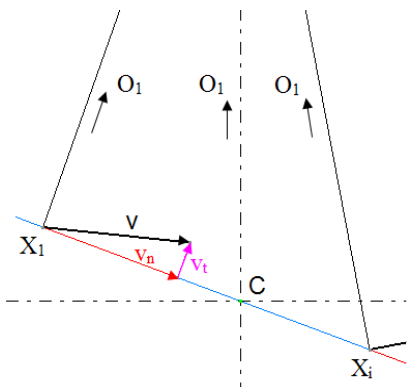


Рисунок 2 – Распределение окружной скорости эвольвентного зацепления [7]

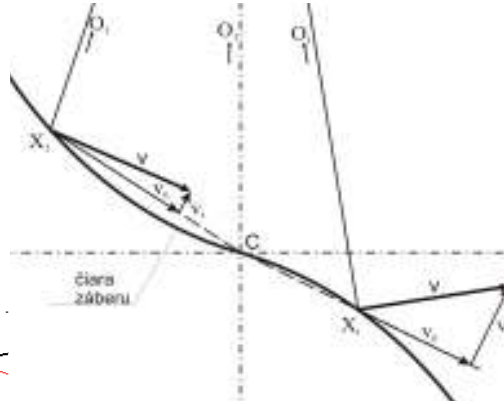


Рисунок 3 – Распределение окружной скорости в К-К зацеплении [7]

зацепления по сравнению с эвольвентным. Составляющие нормальных и тангенциальных компонентов окружной скорости в эвольвентной передаче показан на рисунке 2, в К-К зацеплении составляющие окружной скорости (рисунок 3) не могут быть четко определены в связи с изогнутой линией зацепления. Определение размера тангенциальных составляющих К-К передачи подробно описано в [7], где теоретически рассчитаны величины скольжения в К-К зацеплении. Сравнение с эвольвентным зацеплением показано на рисунке 4. С точки зрения размера контактного давления играет важную роль размер радиусов кривизны профилей зубов, в эвольвентном зацеплении это касается двух выпуклых поверхностей, но в случае К-К зацепления контакт происходит между выпуклым и вогнутым профилем. Конкретное значение контактного давления обычно выражается следующим соотношением:

$$\sigma_{HX} = \sqrt{\frac{F_{bnX} \sum k_x}{\pi \cdot b} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1 - \frac{1}{\mu_1^2}}{E_1} + \frac{1 - \frac{1}{\mu_2^2}}{E_2} \right)}}, \quad (1)$$

где $\sum k_x$ есть сумма кривизн прикасающихся кривых сторон зубов в рассматриваемой точке:

$$\sum k_x = \frac{1}{\rho_{x1}} + \frac{1}{\rho_{x2}}. \quad (2)$$

В случае К-К зацепления величина ρ_{x2} отрицательная, что пропорционально влияет на размер контактных давлений в зубчатом зацеплении. Рисунок 4 также показывает, что в случае К-К передач, особенно в начале и в конце зацепления, получены меньшие значения скольжений, чем в случае эвольвентного зацепления. Из приведенного ясно, что с точки зрения контактных давлений и

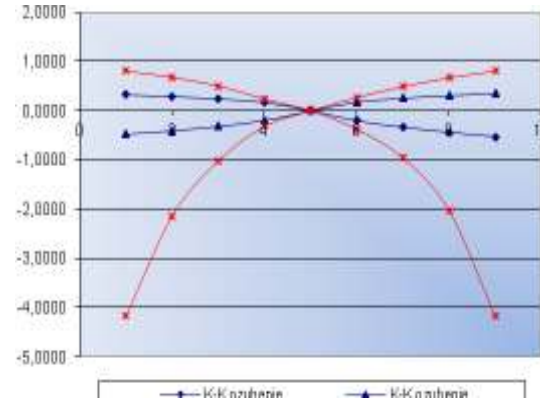


Рисунок 4 – Величина скольжения в К-К и эвольвентном зацеплении [2, 4] ($m=4\text{mm}$, $z_1=16$, $z_2=24$, $r_{a1}=r_{a2}=8\text{mm}$, $\alpha_c=20^\circ$)

относительных скольжений К-К зацепление по сравнению с эвольвентным более подходит для применения тонких твердых покрытий.

Возможности применения покрытий в зубчатых передачах. Общим недостатком PVD покрытий является их адгезия на основном материале. Основная причина в том, что эти покрытия значительно отличаются от стали по физико-механическим свойствам. В случае применения процесса PVD в связи

с низкой аппликационной температурой практически ликвидирована диффузия элементов замещения, и поэтому нет достаточной диффузии между покрытием и основным материалом из стали. По этой причине, большинство экспериментальных работ по применению тонких покрытий сосредоточено на двух основных направлениях. Первое заключается в создании покрытий, у которых такие свойства, как твердость, модуль упругости и т.д. были бы насколько возможно похожи на материал тонких слоев. Во втором случае главной тенденцией является исследование возможности настройки свойств стальной подложки (твердость, стойкость к пластической деформации) таким способом, чтобы при нагрузке не произошло нарушение хрупкого покрытия, имеющего ограниченную способность к пластической деформации. Поэтому появились попытки, направленные на интеграцию преимуществ повышения твердости стальных субстратов плазменной нитридацией с последующей PVD пленкой, которые осуществляются в одном устройстве.

Под термином покрытие или слой можно представить любое вещество, которое возникает нанесением слоев на поверхности основного материала (подложки). Основным материалом значительно определяет конечные свойства данной системы, свойства которой (прочность, жесткость, геометрия) отражаются на нагрузке, и только в случае зубчатых зацеплений основной материал тоже становится одним из параметров, ограничивающих использование покрытий. Известны многие методы и техники осаждения тонких твердых покрытий, но из-за более низкого теплового влияния материала зубчатого колеса наиболее выгодным является PVD метод (физическое осаждение паров), где температура осаждения до 500°C .

Кранц [4], который, как и другие авторы [1-3, 5, 6, 8], рассматривает вопросы использования покрытий в передачах, приводит, что покрытия дают возможность подготовить поверхности с повышенным сроком усталости механических частей. Испытания на усталость, выполненные в NASA Glenn

Research Center, показали, что долговечность зубчатых колес с покрытием в 5 раз больше по сравнению с передачами без покрытия.

Повышение стойкости к абразивному износу и питтингу описывает и Михалчевски [6], который также занимается заменой широко используемых масел с присадками органическими маслами и исследованием их взаимодействия с поверхностью покрытия, нанесенного на зубья колеса. Полученные результаты указывают, среди прочего, что в условиях очень высокого напряжения DLC покрытие может взять на себя роль AW и EP присадки. Таким способом можно свести к минимуму применение токсичных добавок к смазке и достичь т.н. "чистую смазку". При этом колеса с аморфным C:H:W покрытием, смазываемые экологическим маслом, показывали на 20°C меньшую температуру масла в процессе эксплуатации, а также на 20% меньший коэффициент трения по сравнению со зубчатыми колесами без покрытия, которые смазывались высокопроизводительным трансмиссионным маслом GL-5.

В Институте транспортной техники и инженерного проектирования мы тоже сделали эксперименты [2] на измененном испытательном стенде FZG с TiN и MoS2 покрытием выпукло-вогнутой передачи, смазываемой экологической смазкой. Результаты показали увеличение поверхностного сопротивления колес с твердым покрытием TiN. В случае мягкого покрытия MoS2 увеличение передаваемой мощности не произошло. Эти результаты продемонстрировали возможности применения многослойных покрытий, которые дают возможность получить требуемую твердость поверхности колеса, и также хорошие смазывающие свойства.

Мао [5] в своей научно-исследовательской работе уделяет внимание сравнению износа эвольвентных передач без покрытия зубьев с зубьями с покрытием. Также целью его работы является изучение потенциальных возможностей покрытия с очень высокой твердостью и хорошими трибологическими свойствами. Общее снижение износа колес с покрытием дуплекс было приблизительно в 55 раз лучше, чем у необработанного колеса. Несмотря на то, что высокопроизводительные материалы колес и специальные покрытия, примененные в эксперименте, в настоящее время относительно дорогие, указывается, что срок службы зубчатых передач, работающих в среде конечного и смешанного трения может быть значительно большим.

Эксперимент. Эксперименты с покрытием зубьев передач до сих пор в мире были сделаны из материалов, которые очень мало используются в производстве зубчатых колес. Таким образом, в рамках решения грантовых проектов, мы обратили наше внимание на отдельные материалы, которые часто применяются для производства передач – см. таблицу, в которой представлены прикладные покрытия.

Таблица – Экспериментальные стали и виды нанесенных покрытий

Стали		покрытия			
C60E (12061)	TiCN	CrN	DLCII	Много- слойная Cr/CrN	Дуплексная об- работка (плаз- менные азотиرو- вания + CrN)
16MnCr5 (14 220)					
41 CrAlMo7 (15 340)					
HCM18 (19 091)					

Основной тест на выбранных материалах покрытия осуществлялся с помощью царапинного углубления на scratch тестере CSEM REVETEST. Режимом измерения была переменная нормальная сила, нарастающая с постоянной скоростью под постоянной скоростью индентора образца. Стандартный Rockwell алмазный индентор был закруглен на 0,2мм. Величина нормальной силы был от 1 до 100Н. Во время измерений была зарегистрирована зависимость акустической эмиссии (АЭ) от размера переменной нормальной силы F_n и коэффициента трения. Эти результаты представлены на рисунке 5.

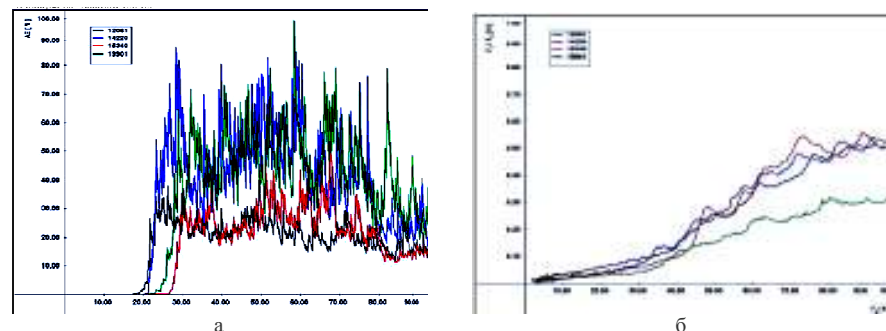


Рисунок 5 – Зависимость акустической эмиссии с F_n (а) и коэффициента трения (б) на образцах с покрытием TiCN субстратов 12061, 14220, 15340 и 19091

На рисунке 5 показано, что наибольшее сопротивление в условиях акустического излучения появляется на образце стали 15 340, как с точки зрения размера акустической эмиссии, так и с точки зрения критической нормальной силы. Изменение коэффициента трения сопоставимо, только на образце стали 19 091 меньшее нарастание в связи с меньшим проникновением индентора в глубину из-за большей жесткостью самого субстрата. Рисунок 6 иллюстрирует нарушение поверхности субстрата с CrN покрытием, где критическая нормальная сила для всех исследованных образцов примерно одинаковая и является самой большой для всех исследуемых покрытий.

На рисунке 7 приведены результаты эксперимента с DLC II покрытием, где критическая нормальная сила составляет около 15Н. Кривые для коэффициента трения незначительно возрастают у образцов стали 12061, 14220 и 15340, но при силе 100Н достигают сбалансированных значений. Графическое представление результатов для сэндвичного слоя Cr/CrN показано на рисунке 8.

Из рисунка 8 вытекает, что процесс акустической эмиссии показывает гладкие хрупкие разрушения на образцах стали 14220 и 15340, начиная с малых нормальных сил, что, вероятно, есть признаком влияния основного материала. С точки зрения коэффициента трения (рисунок 8,б), дольше всего поддерживает проникновению в большую глубину поверхность стали 14220.

Для субстрата, который обработан азотированием и последовательно PVD методом CrN покрытия, результаты показаны на рисунке 9. Изменение сигнала акустической эмиссии снова показывает хрупкое разрушение субстрата 14220 и 15340. Изменение коэффициента трения (рисунок 9,б) подтверждает самое вы-

сокое сопротивление субстрата 15 340 среди всех исследованных образцов.

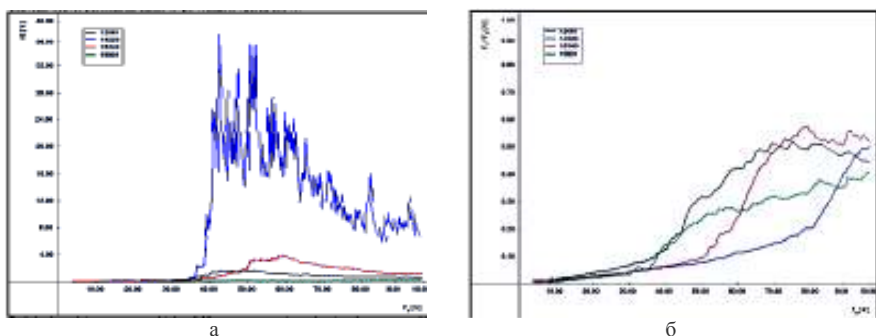


Рисунок 6 – Зависимость акустической эмиссии с F_n (а) и коэффициент трения (б) в образцах с покрытием CrN субстратов 12061, 14220, 15340 и 19091

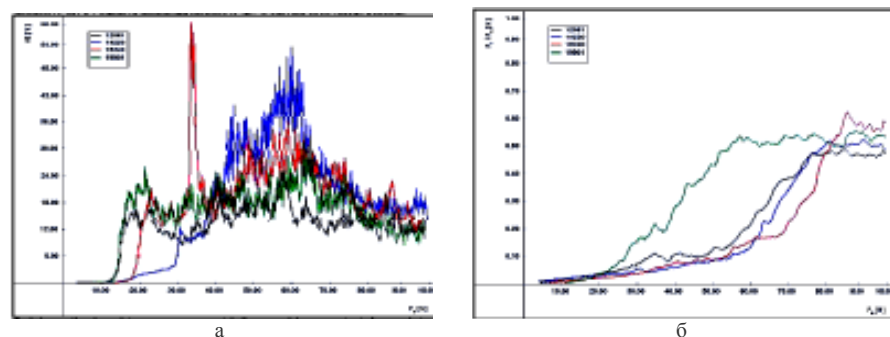


Рисунок 7 – Зависимость акустической эмиссии с F_n (а) и коэффициента трения (б) в образцах с покрытием DLCII субстратов 12061, 14220, 15340 и 19091

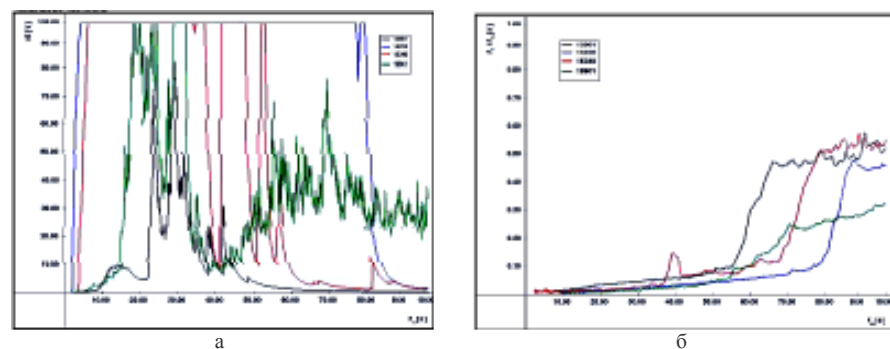


Рисунок 8 – Зависимость акустической эмиссии с F_n (а) и коэффициент трения (б) для образцов с покрытием Cr/CrN субстратов 12061, 14220, 15340 и 19091

Заключение. Исходя из рисунков 5-9, можно констатировать, что с точки зрения критической нормальной силы самым подходящим из всех приве-

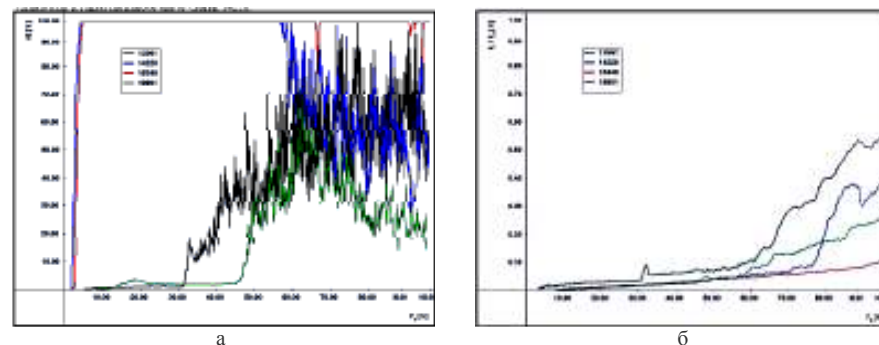


Рисунок 9 – Зависимость акустической эмиссии с F_n (а) и коэффициента трения (б) в субстрате, который обработан азотированием и последовательно PVD методом создал на субстрате CrN покрытие субстратов 12061, 14220, 15340 и 19091

денных слоев является CrN покрытие на субстратах 12 061, 15340 и 19091, так как сигнал их акустической эмиссии показывает наименьшие трещины слоя в основных материалах. Это может быть связано со способностью покрытия к деформации вместе с основным материалом (субстратом). Самый низкий коэффициент трения был достигнут в субстратах, которые обработаны азотированием, а затем PVD методом было создано покрытие на субстрате CrN. Приведенные начальные эксперименты необходимо расширить наблюдениями разрушений поверхностей и микроструктуры покрытий сканирующим электронным микроскопом, наноиндентированием, измерением микротвердости и т.д. Определение наиболее подходящего покрытия для конкретных испытанных материалов и смазки необходимо подтвердить FZG тестом, или с точки зрения заедания, или срока службы без питтинга.

Список литературы: 1. Benda, I. - Rusnák, J. - Kadnár, M. - Šumichrast, J.: Comparison of measurement methodology possibilities for bio-decomposable oils tests. In: New trends in design and technical documentation creation 2006. Proceedings of scientific publications, pp. 9-12. ISBN 80-8069-701-9. 2. Fedák, M.: Povlaky ako možnosť zvýšenia únosnosti ozubených kolies. – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, 2008, 82s. 3. Kadnár, M. - Rusnák, J.: Ecological oils applied in sliding journals. Monograph. Faculty of Engineering, Slovak University of Agriculture in Nitra, 2008, 87p. ISBN 978-80-8069-998-7. 4. Krantz, T., L., et al.: Increased Surface Fatigue Lives of Spur Gears by Application of a Coating. NASA/TM-2003-212463 (ARL-TR-2971), 2003. 5. Mao, K.-Sun, Y.-Bell, T.: An initial approach to the link of multi-layer coatings contact stresses and the surface engineered gears, In Surface & Coatings Technology 201 (2007) 5796-5803. 6. Michalczewski, R. et al.: Scuffing resistance of DLC-coated gears lubricated with ecological oil, In Estonian Journal of Engineering, 2009, 15, 4, 367-373[42]. 7. Orokocký, R.: Zvyšovanie odolnosti ozubených prevodov v interakcii s ekologickými mazivami – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Katedra častí strojov, 2004. 81s. 8. Šumichrast, J. - Rusnák, J. - Benda, I. - Kadnár, M.: Bio-decomposable oils and their usage. In: New trends in design and technical documentation creation 2006. Proceedings of scientific publications, pp.136-140. ISBN 80-8069-701-9. 9. Tököly, P.: Stanovenie hrúbky vrstvy povrchovej časti boku zuba z hľadiska odolnosti voči opotrebeniu, Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, 2009, 92s., Bratislava, 2009. 10. Tököly, P. - Bošanský, M. - Vanya, A.: The effect of gear geometry on the tickness of tooth face hardened layer. Visnik Nacional'nogo Tehničnogo Universitetu No.27. S.10-19. ISSN 2079-0791.

Поступила в редколлегию 27.04.12

В.М. ВЛАСЕНКО, к.т.н., голова ТК-47 "Механічні приводи", директор ТОВ "НДІ "Редуктор", Київ;
І.В. ДОБРОВОЛЬСЬКА, інженер ТОВ "НДІ "Редуктор"

СУЧАСНИЙ СТАН ТА ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ НОРМАТИВНОЇ БАЗИ НА МЕТОДИ ВИПРОБУВАНЬ В ТК-47 "МЕХАНІЧНІ ПРИВОДИ"

У статті представлені перспективи розвитку нормативної бази на методи випробувань в ТК-47 "Механічні приводи".

В статті представлені перспективи розвитку нормативної бази на методи испытаний в ТК-47 "Механические приводы".

In the article the presented perspectives of development of normative base of methods of research in ТК-47 "Mechanical drives".

Згідно з директивою про розробку державних стандартів гармонізованих з міжнародними в технічному комітеті зі стандартизації ТК-47 "Механічні приводи" силами спеціалістів АТЗТ "НДІ "Редуктор" (з 2012 року ТОВ "НДІ "Редуктор") створена спеціалізованої нормативна база з загальною кількістю стандартів ДСТУ ISO біля 200 одиниць.

З метою подальшого удосконалення технічного регулювання та реалізації споживчої політики відносно до вимог СОР, гармонізації методів випробувань з міжнародними стандартами в ТК-47 проведені значні роботи по створенню бази з 37 стандартів ДСТУ та гармонізованих ДСТУ ISO. Умовно така термінологічна база розділена на наступні частини:

- методи випробувань механічних приводів (2 стандарти) [8-10];
- методи випробувань зубчастих передач 10 стандартів [8-10];
- методи випробувань стрічок конвеєрних 21 стандартів [8-10];
- методи випробувань пасів клинових та поліклинових (3 стандарти) [8-10];
- методи оцінювання структури поверхні (1 стандарт) [8-10].

В перспективному плані роботи ТК-47 на 2012 рік передбачено створення ще 12 стандартів гармонізованих з європейськими стандартами.

Головний державний стандарт [1]; який нормує методи випробувань механічних приводів загальномашинобудівного призначення, передбачає проведення широкого спектру випробувань: приймально-здавальні, приймальні, періодичні, контрольні, типові, дослідні та сертифікаційні. В ДСТУ ISO [2] значну увагу приділено таким розділам:

- компонування зубчастої передачі і акустика навколишнього середовища;
- визначення рівня звукової потужності;
- визначення рівня випромінюваного звукового тиску;
- умови установлення і монтажу;
- умови експлуатації під час вимірів звуку;

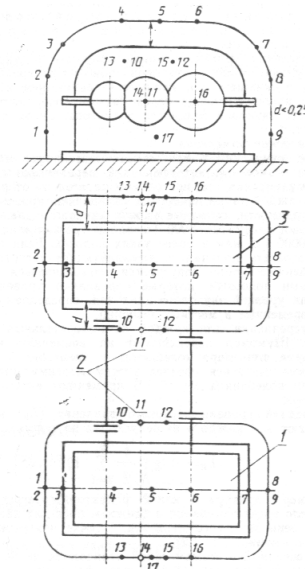


Рисунок 1 – Схема розміщень вимірювальних точок по методу [1]

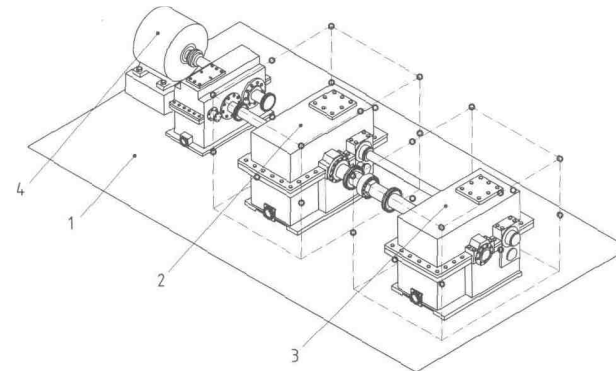


Рисунок 2 – Схема розміщень вимірювальних точок по методу [2]

- інформація, що буде реєструватися;
- інформація, яка вноситься в протокол;
- опис і контроль величин звукового випромінювання.

Довідкові відділи стандарту містять приклади позицій мікрофона на вимірювальній поверхні для різних типів і розмірів зубчастих передач, типові рівні звуку для різних типів (циліндричних, черв'ячних, планетарних та ін.) і розмірів зубчастих передач (звукова потужність і звуковий тиск), й). Інформація для визначення рівнів повітряної звукової потужності, використовуючи методи ISO 3474:1981, ISO 3746 1979. Порівняння методів [1] та [2] показало деяку їх відмінність, що треба враховувати при проведенні конкретних випробувань. Для прикладу на рисунках 1 та 2 наведені схеми розміщень вимірювальних точок по методикам [1] та [2] відповідно.

Стандарт [3] встановлює методи визначення механічної вібрації підвищувальних і знижувальних зубчастих передач редукторів і вбудованих. Він встановлює методи визначення вібрації корпусу і вала, та типи вимірювальної апаратури, методи вимірювання і методики випробування для визначення рівнів вібрації. Наведені ступені вібрації для приймання. Стандартом не передбачено вимірювання крутильних коливань зубчастих приводів.

Цей стандарт застосовується тільки для редуктора під час випробувань і роботи в межах розрахункових частоти обертання, навантаження, температурного інтервалу і змащення для приймальних випробувань на виробничому обладнанні. Редуктор можна випробувати в іншому місці, якщо це узгоджено, і експлуатувати у відповідності з рекомендаціями виробника. Можуть бути необхідні інші міжнародні стандарти з оцінювання вібрації при вимірюванні вібрації редуктора при обслуговуванні в умовах експлуатації. Рекомендації стандарту [3] треба враховувати при розробці спеціальних високошвидкісних механічних приводів.

В випробувальному центрі інституту проходить апробацію рекомендації [4] що стосуються структури поверхні і перевірки плями контакту зубців. Цей стандарт представляє рекомендації з вимірювальних розглядів структури поверхні і контролю плями контакту бічних поверхонь зубців колеса. Рекомендації, на наш погляд, є корисними як додаткова інформація щодо точності виготовлення передач. Так, на рисунку 3 та в таблиці представлено загальний вигляд очікуваного відношення між ступенями точності зубчастого колеса і розподілів плями контакту, коли перевіряються зубчасті колеса після складання (не навантажені). Однак, фактичні плями не завжди мають таку форму, як та, що показана на рисунку 3. Результати, отримані для зубчастих коліс, контрольованих на стенді зачеплення, повинні бути подібними.

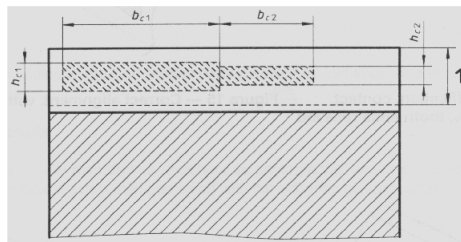


Рисунок 3 – Схематичний розподіл плями контакту:

1 – висота активної бічної поверхні зуба

Таблиця – Пляма контакту при складанні прямозубого зачеплення

Ступінь точності (ISO 1328)	b_{c1} % ширини зубчастого вінця	h_{c1} % активної висоти бічної поверхні зуба	% ширини зубчастого вінця	h_{c1} % активної висоти бічної поверхні зуба
4 і точніше	50%	70%	40%	50%
5 і 6	45%	50%	35%	30%
7 і 8	35%	50%	35%	30%
від 9 до 12	25%	50%	25%	30%

Рисунок 3 та таблиця 1 не застосовуються до бічних поверхонь зубців з профільною і поздовжньою модифікаціями і призначені показувати кращу пляму, яка може бути отримана для зубчастих коліс, що була продемонстрована безпосереднім вимірюванням відповідно точності, введеної в таблиці. Вона не повинна інтерпретуватися як альтернативний метод підтвердження ступеня точності зубчастих передач.

Числові величини, наведені в цьому документі не повинні вважатися суворими критеріями точності ISO, але можуть прислуговуватися, як орієнтир для взаємних угод для сталених або чавунних коліс.

Одним з напрямків робіт з нормативною базою є розробка робочих інструкцій (PI) та програм та методик випробувань (ПМ). Суттєвою умовою робіт є необхідність захисту рішень патентами України [5].

Створена ТК-47 база стандартів по механічним приводам вміщує необхідний науково-технічний обсяг для розробки в межах міждержавного комітету зі стандартизації МТК-96 "Механические приводы" міждержавних стандартів (ГОСТ ISO та ГОСТ EN) гармонізованих зі стандартами ISO та EN, однак фінансування робіт по розробці таких стандартів в державах СНД практично зупинено.

ТОВ "НДІ "Редуктор" сприяє замовникам в отриманні комп'ютерної версії або копії на паперовому носії стандартів з нормативної бази ТК-47. Запити треба відправляти за адресами: niireductor@yandex.ru, niiredut@l.com.ua.

Список літератури: 1. ДСТУ 2796-94 Приводи механічні. Методи випробувань. 2. ДСТУ ISO 8579-1 Правила приймання зубчастих передач. Частина 1. Правила випробування на шум. 3. ДСТУ ISO 8579-2 Правила приймання зубчастих передач. Частина 2. Визначення механічних вібрацій редукторів під час приймальних випробувань. 4. ДСТУ ISO 10064-4 Циліндричні зубчасті передачі. Практичні правила приймання. Частина 4. Рекомендації, що стосуються структури поверхні і перевірки плями контакту зубців. 5. Патент України № 59421 від 10.05.2011 р.

Надійшла до редколегії 26.04.12

УДК 621.822

А.В. ГАЙДАМАКА, к.т.н., професор каф. ДМ та ПМ НТУ "ХПІ", Харків

МЕТОД ПРИСКОРЕНОГО РЕСУРСНОГО ВИПРОБУВАННЯ РОЛИКОПІДШИПНИКІВ ВАЖКИХ РЕЖИМІВ ЕКСПЛУАТАЦІЇ

Запропоновано метод форсування ресурсних випробувань роликотпідшипників важких режимів навантаження за рахунок утворення контрольованої постійно діючої неспіввісності кілець, що дозволяє на порядок скоротити термін випробувань. Вибір режиму форсування пропонується виконувати на основі методу аналізу розмірностей змінних моделювання.

Предложен метод форсированных ресурсных испытаний роликотпідшипников тяжёлых режимов нагружения за счёт образования контролируемой постоянно действующей несоосности колец, позволяющий на порядок сократить срок испытаний. Выбор режима форсирования предлагается выполнять на основе метода анализа размерностей переменных моделирования.

The method of forcing the resource tests of roller bearing heavy load due to the formation of modes controlled permanent misaligned of the rings, that allows to shorten the test procedure. The choice of regime of forcing to perform based on the method of analysis dimensions modeling variables.

Актуальність задачі. Скорочення і здешевлення терміну ресурсних випробувань роликотпідшипників важких режимів експлуатації, до яких відносять циліндричні роликотпідшипники букс колісних пар вагонів та локомотивів, є актуальною задачею надійності машин. Відомі методи форсування режимів випробування підшипників кочення [1] при збільшенні їх навантаження та швидкості обертання вала не можуть вважатися вдосконаленими. Фізична сутність та математичний апарат метода прогресивного збільшення навантаження підшипника при його ресурсному випробуванні потребує подальшої розробки і уточнення. Недоліком метода збільшення швидкості обертання вала є обмеження працездатності з боку сепаратора, а зміна кінематики підшипника шляхом підбору протилежно спрямованих швидкостей кілець для зупинки сепаратора впливає на змащування деталей та його ресурс і не відповідає дійсним умовам функціонування. Тому прискорювати ресурсні випробування роликотпідшипників пропонується більш природнім шляхом – утворенням неспіввісності кілець [2]. Саме неспіввісність кілець роликотпідшипників спричинює передчасний вихід з ладу через концентрацію контактних напружень [3-9].

Постановка задачі. Ступінь впливу неспіввідності кілець на ресурс підшипників кочення визначається відомими формулами [10]. Якщо ресурс, наприклад роликів підшипника в умовах співвідності кілець визначають за виразом

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_r}{P_r} \right)^{10/3}, \quad (1)$$

то ресурс того ж підшипника в умовах неспіввідності кілець визначається виразом

$$L_{hf} = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C_r}{P_r \cdot f_\theta} \right)^{10/3}, \quad (2)$$

де f_θ – коефіцієнт неспіввідності кілець; $f_\theta = 1 + \theta/\theta_0$, якщо ролик на всій робочій довжині зберігає контакт з доріжкою кочення; $f_\theta = 2\sqrt{\theta/\theta_0}$, якщо ролик контактує з доріжкою кочення на частині робочої довжини; тут θ – величина кута можливої неспіввідності кілець; θ_0 – граничний кут неспіввідності кілець, при якій ролик на всій своїй робочій довжині продовжує зберігати контакт з доріжками кочення $\theta_0 = 1,1 \cdot 10^{-4} F_r / (Z \cdot l^2)$.

З урахуванням (1) і (2) відносний ресурс підшипника визначається як

$$\frac{L_{hf}}{L_h} = \left(\frac{1}{f_\theta} \right)^{10/3} \quad (3)$$

і є спадною функцією коефіцієнта неспіввідності кілець (див. рисунок).

Встановлена фізична залежність (3) може бути використана для теоретичного обґрунтування метода прискорених ресурсних випробувань підшипників кочення. Режим форсування випробувань роликів підшипників за рахунок утворення контрольованої неспіввідності кілець визначається на основі теорії подоби та моделювання, оскільки обов'язковою умовою таких випробувань є створення аналогічних видів зношування і отримання лінійної залежності між зношуванням та шляхом тертя [11].

Метою публікації є розробка теоретичного обґрунтування метода форсованих ресурсних випробувань роликів підшипників за рахунок утворення контрольованої неспіввідності кілець на основі теорії подоби та моделювання.

Основний матеріал. Дослідження [12-18] процесів контактної руйнування поверхневих шарів кочення кілець та роликів підшипників показують

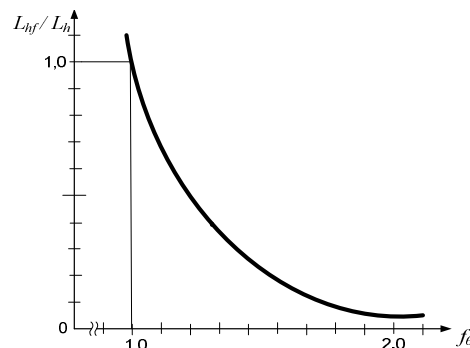


Рисунок – Залежність відносного ресурсу роликів підшипника від коефіцієнта неспіввідності кілець

вплив на ресурс чисельних конструкційних, технологічних, експлуатаційних факторів. До конструкційних факторів відносять макро- та мікрогеометрію поверхонь деталей, допуски на розміри, величини зазорів. Технологічні фактори включають марку сталі, твердість та механічні характеристики матеріалу; щільність, розташування, величину та форму дефектів (неметалевих включень, газових пустот та раковин); залишкові напруження. Експлуатаційні фактори визначаються величиною та розташуванням зовнішньої радіальної та осьової сил, їх співвідношенням та можливістю утворення неспіввідності кілець, швидкістю обертання, температурою в контакт, проковзуванням в контакт, способом змащування, якістю обслуговування. При цьому залежність ресурсу підшипника кочення від величини неспіввідності кілець описується функцією, що наведена вище.

З урахуванням викладеного функція ресурсу підшипника кочення має вид:

$$L_h = \varphi(H_b, W_j, R_n, A_m, \varepsilon, E, HRC, h_\mu, G_T, \sigma_0, C_r, \lambda, A_y, Q, f_\theta^{10/3}, c, N_u, F_r, V, S, l, Z, f, t, \Delta t, K_{cp}), \quad (4)$$

де H_b – макровідхилення поверхні (максимальна висота, висота зглажування); W_j – хвилястість поверхні (технологічна, експлуатаційна, поперечна, повздовжня); R_n – шорсткість поверхні (середнє арифметичне відхилення профілю за десятьма точками, середній крок за вершинами локальних виступів); A_m – зазори (радіальний початковий підшипника, осьовий у торцевому контакт, боковий у гнізді сепаратора, радіальний сепаратора); E – модуль пружності матеріалу; ε – коефіцієнт об'ємного розширення; HRC – твердість; h_μ – мікротвердість; G_T – межа текучості; c – коефіцієнт теплоємності матеріалу; λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу; σ_0 – початкове напруження; A_y – трибологічні властивості мастила; Q – витрата мастила; C_r – динамічна вантажність; F_r – радіальна сила в контакт; f_θ – коефіцієнт неспіввідності кілець; V – колова швидкість обертання; S – площа контакту; f – коефіцієнт тертя ковзання; l – шлях тертя; t – об'ємна температура; Δt – температурний градієнт; K_{cp} – коефіцієнт, що враховує вплив оточуючого середовища (температура, вологість, забрудненість); N_u – кількість циклів навантаження контакту; Z – число роликів у підшипнику.

При натурному моделюванні вагонних буксових роликів підшипників на стенді характеристики макро- та мікрогеометрії поверхонь, фізико-механічні та теплофізичні характеристики матеріалів, умови тертя та змащування, вплив оточуючого середовища припускаються однаковими. При з'єднанні радіальної сили F_r та коефіцієнта неспіввідності кілець f_θ , згідно виразу (3), прийнято $F_{rf} = F_r \cdot f_\theta^{10/3}$. Фактор F_{rf} в свою чергу з'єднаний з параметром площини S так, що $\sigma_{Hf} = F_{rf}/S$ та з параметром V , утворюючи параметр питомої потужності $W = \sigma_{Hf} V$. З урахуванням викладеного вираз (4) спрощується

$$L_h = \tilde{\varphi}(W, C_r, l). \quad (5)$$

Параметри моделювання та їх розмірності наведені в таблиці.

Для трьох базисних змінних W , C_r , l базисний визначник має вид:

Параметр	Розмірність в системі	
	CI	MLT
L_h	c	$M^0 L^0 T^1$
W	$\kappa z/c^3$	$M^1 L^0 T^{-3}$
C_r	H	$M^1 L^1 T^{-2}$
l	m	$M^0 L^1 T^0$

$$D_0 = C_r \begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \\ l & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1.$$

Визначники для побудови критерію ресурсу:

$$\begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ L_h & 0 & 0 & 1 \\ l & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -1; \quad \begin{vmatrix} M & L & T \\ W & 1 & 0 & -3 \\ C_r & 1 & 1 & -2 \\ L_h & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

Відповідно до правил запису формул критерію подоби [11] отримуємо

$$\pi_L = \frac{L_h \cdot W \cdot l}{C_r} = \frac{L_h \cdot \sigma_H \cdot f_\theta^{10/3} \cdot V \cdot l}{C_r}. \quad (6)$$

Згідно з першою теоремою подоби критерій π_L для моделі та оригінала повинен бути однаковим, тобто

$$\pi_{LH} = \pi_{LM}; \quad \frac{L_{hH} \cdot \sigma_{HH} \cdot f_{\theta H}^{10/3} \cdot V_H \cdot l_H}{C_{rH}} = \frac{L_{hM} \cdot \sigma_{HM} \cdot f_{\theta M}^{10/3} \cdot V_M \cdot l_M}{C_{rM}}. \quad (7)$$

Якщо в експерименті прийняти $C_{rH} = C_{rM}$, $V_M = V_H$, то умова моделювання прискорених ресурсних випробувань роликотидшипників за рахунок збільшення f_θ має вид:

$$L_{hH} = L_{hM} \left(\frac{\sigma_{HM}}{\sigma_{HH}} \right) \left(\frac{f_{\theta M}}{f_{\theta H}} \right)^{10/3} \left(\frac{l_M}{l_H} \right). \quad (8)$$

Припускаючи, що в натурному підшипнику відсутня неспіввісність кілець, величини σ_{HH} , σ_{HM} можуть бути знайдені згідно з [10]. Тоді, позначаючи коефіцієнт $\chi_\theta = \sigma_{HM} / \sigma_{HH}$, маємо:

$$\chi_\theta = \sqrt{\frac{l_p}{l_\theta} \left(1 + \frac{\theta \cdot Z \cdot l_\theta^2}{9,2\alpha \cdot F_r} \right)},$$

якщо ролик по всій довжині зберігає контакт з доріжкою кочення кілець (мала неспіввісність);

$$\chi_\theta = \frac{Z \cdot l_p^2 \cdot \theta}{9,2\alpha \cdot F_r},$$

якщо на частині робочої довжини ролика утворився зазор між доріжками кочення кілець (велика неспіввісність), де l_p – робоча довжина ролика; l_θ – ефективна довжина ролика; α – коефіцієнт деформації, $\alpha = 6,71 \cdot 10^{-7}$ 1/МПа.

Таким чином, остаточно умова моделювання прискорених ресурсних випробувань роликотидшипників має вид:

$$L_{hH} = L_{hM} \cdot \chi_\theta \left(\frac{f_{\theta M}}{f_{\theta H}} \right)^{10/3} \left(\frac{l_M}{l_H} \right). \quad (9)$$

Попередній аналіз виразу (7) показав, що він, по-перше, безвимірний, по-друге, забезпечена зворотна пропорційність між зносом L_h і динамічною вантажністю C_r і, по-третє, збережена фізична залежність між відносним ресурсом (L_{hM}/L_{hH}) та зворотною величиною коефіцієнта неспіввісності кілець $(1/f_\theta)^{10/3}$. При умові, що натурні випробування проводяться із збереженням співвісності кілець для заданого співвідношення (l_M/l_H) вирази (9) та (3) відрізняються лише величиною коефіцієнта χ_θ . Наявність у виразі (9) коефіцієнта χ_θ треба вважати обгрунтованим, виходячи із суті фізичних явищ в контактні твердих деформованих тіл.

Експериментальну перевірку достовірності критерію (7) можна здійснити порівнянням ресурсу натурального підшипника у звичайних умовах випробування при відсутності неспіввісності кілець та ресурсу модельного підшипника у форсованому режимі випробування за рахунок утворення неспіввісності кілець. Навантаження та число оборотів необхідно підбирати так, щоб розрахунковий ресурс підшипників був у межах 50...200г, а число оборотів на хвилину складало 0,4...0,6 від гранично допустимого n_{max} для підшипника даного типорозміру [1]. За величиною відхилення L_{hM} від L_{hH} можна робити висновок про достовірність результатів прискорених випробувань.

Висновки:

1. Перевагою запропонованого метода прискорених ресурсних випробувань є відносна простота його реалізації, однак необхідно додатково застосувати пристрій для утворення, вимірювання та контролю величини неспіввісності кілець дослідного підшипника.
2. Величина прискорення ресурсних випробувань визначається співвідношенням кутів неспіввісності кілець модельного та натурального підшипників у межах допустимих їх значень умовами експлуатації.
3. Кваліфікована перевірка достовірності результатів метода прискорених ресурсних випробувань можлива на спеціальних стендах заводу – виробника чи підприємства – споживача підшипників кочення.

Список літератури: 1. *Спришевский А.И.* Подшипники качения. – М.: Машиностроение, 1969. – 632с. 2. Пат. № 57059 України, МПК G 01 N 3/56. Спосіб прискорення ресурсних випробувань підшипників кочення / *А.В. Гайдамака* (Україна). – № u200900061; Заяв. 05.01.2009; Надр. БВ №15, 2009р. – 2с. 3. *Саверский А.С.* Влияние перекаса колец на работоспособность подшипников качения (обзор). – М.: НИИАвтопром, 1976. – 56с. 4. *Квасов В.И., Циханович Л.Г.* Влияние перекасов на долговечность цилиндрических роликотидшипников / Контактно-гидродинамическая теория смазки и её практическое применение в технике. – I Всероссийская конференция. Тезисы докладов. – Куйбышев, 1972. – С.29-30. 5. *Батенков С.В.* Анализ влияния перекаса колец на долговечность цилиндрических роликотидшипников / Труды ВНИПП. – 1979. – Вып.3. – С.111-121. 6. *Галахов М.А.* Влияние перекаса колец на распределение давления вдоль образующей цилиндрического ролика / Труды ВНИПП. – 1974. – Вып.5. – С.73-80. 7. *Харрис Т.* Влияние перекаса на усталостную долговечность цилиндрических роликотидшипников с закруглёнными роликами // Проблемы трения и смазки. – 1969. – Т.2. – С.91-101. 8. *Зантопулос Н.* Влияние перекаса на долговечность конических роликотидшипников // Проблемы трения и смазки. – 1972. – Т.2. – С.82-89. 9. *Родзевич Н.В.* Выбор и расчёт оптимальной образующей тел качения для роликотидшипников // Машиноведение. – 1970. – №4. – С.83-90. 10. *Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я.* Подшипники

качения. Справочник. – М.: Машиностроение, 1975. – 572с. **11.** *Веников А.В.* Теория подобия и моделирования. – М.: Высш. шк., 1976. – 470с. **12.** Подшипники качения: Справочник-каталог / Под ред. *В.Н. Нарышкина и Р.В. Коротаевского*. – М.: Машиностроение, 1984. – 277с. **13.** Подшипниковые узлы современных машин и приборов: Энциклопедический справочник / Под общ. ред. *В.Б. Носова*. – М.: Машиностроение, 1997. – 640с. **14.** *Колесников Ю.В., Морозов Е.М.* Механика контактного разрушения. – М.: Наука, 1989. – 224с. **15.** *Добромыслов Н.Н., Борисов Ю.С., Лукьянов Д.В.* Расчет показателей безотказности и долговечности крупногабаритных подшипников качения по критериям контактной усталости и износа // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1990. – №2. – С.67-72. **16.** *Абдуллаев А.И., Гарибов М.А.* Уточнение расчета ресурса подшипника качения с учетом свойств смазочного материала // Проблемы машиностроения. – 1994. – №3. – С.24-27. **17.** *Народецкий М.З.* Научно-исследовательские работы в области теории расчета подшипников качения // Труды ВНИИП. – 1981. – №2. – С.3-13. **18.** *Черменский О.Н.* Учет качества металла в расчетах контактной долговечности деталей машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – №3. – С.61-69.

Надійшла до редколегії 23.04.12

УДК 621.91.02; УДК 621.83

А.А. ГРЯЗЕВ, магистр каф. компьютерных наук ВНУ им. В. Даля, Луганск;
И.А. КИРИЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. метрологии ВНУ им. В. Даля;
М.А. КАШУРА, асп. каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля;
С.Г. КИРИЧЕНКО, аспирант каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля;
А.В. ВИТРЕНКО, ассистент каф. организации перевозок на железнодорожном транспорте ВНУ им. В. Даля;
В.А. ВИТРЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. технологии машиностроения и инженерного консалтинга ВНУ им. В. Даля

ПРИТИРКА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Рассматривается притирка цилиндрических зубчатых колес при помощи специальных гиперболоидных притирок с использованием абразивных паст или жидких смесей.

Розглядається притирка циліндричних зубчастих коліс за допомогою спеціальних гіперболоїдних притирів з використанням абразивних паст чи рідких сумішей.

It is considered abrading of cylindrical cogwheels by means of special hyperboloid abrasives with use of abrasive pastes or liquid mixes.

Притирка является доводочным процессом, при котором профили зубьев подвергаются искусственному износу посредством специального инструмента – притира с использованием абразивных паст или жидких смесей.

Процесс притирки осуществляется за счет того, что обрабатываемое колесо и притир оси скрещиваются, кроме медленного обкаточного движения имеют дополнительное возвратно-поступательное движение вдоль оси изделия. В качестве притира используют точные чугунные цилиндрические колеса. Число зубьев притира не должно быть кратным или не должно иметь об-

щих множителей с числом зубьев притираемого цилиндрического зубчатого колеса, в противном случае погрешности притира передаются на притираемое цилиндрическое колесо. Припуск на толщину зуба не превышает 0,05мм.

Притирка – простой и дешевый способ отделки закаленных и сырых цилиндрических зубчатых колес, применяемый для ответственных передач с целью уменьшения шума, повышения долговечности и улучшения контакта между зубьями. Процесс притирки длится 5-6 мин и, таким образом, является весьма производительным.

В основу притирки положена винтовая передача, состоящая из зубчатого притира и обрабатываемого колеса.

Из теории резания известно, что все виды режущего инструмента, работающего по методу обкатки можно разделить на две группы: 1) Инструмент с режущей поверхностью, например, абразивный червяк или шлифовальный дисковый круг для шлифования зубьев цилиндрических колес. К этой группе инструментов также относятся притир и хон; 2) Инструмент с режущими кромками, например червячные фрезы, долбяки, обкаточные резцы.

Определение режущей поверхности на притире относится к первой группе и сводится к определению поверхности, сопряженной с поверхностью обрабатываемого зубца цилиндрического колеса. При этом поверхность притира Σ_1 и обрабатываемого колеса Σ_2 получают инструментальной поверхностью P , отличной от Σ_1 и Σ_2 . Представим, что в то время, когда притир и обрабатываемое цилиндрическое колесо совершают движения обкатки, производящая поверхность P движется определенным образом по отношению к неподвижной части станка. В подвижных системах, связанных с притиром и обрабатываемым колесом, поверхность P воспроизводит поверхности Σ_1 и Σ_2 . Обозначим через Π_{p1} и Π_{p2} движения P относительно притира и цилиндрического колеса. Поверхность Σ_i представляет огибающую семейства инструментальных поверхностей P в движении Π_{pi} ($i=1, 2$); P и Σ_i находятся при этом в линейном контакте.

Обозначим через $D^{(p1)}$ мгновенную линию контакта поверхностей P и Σ_1 . Соответственно $D^{(p2)}$ – мгновенная линия контакта P и Σ_2 . Если линия контакта $D^{(p1)}$ тождественна $D^{(p2)}$, то поверхности Σ_1 и Σ_2 находятся в линейном контакте. Можно представить, что все три поверхности P , Σ_1 и Σ_2 – находятся в каждый момент времени в непрерывном контакте и касаются друг друга по одной и той же линии контакта $D^{(p1)} \equiv D^{(p2)}$. Линию контакта $D^{(p1)}$ определим следующими уравнениями

$$\vec{r}_p = \vec{r}_p(u_p, \vartheta_p); \quad \vec{V}_p^{(p1)} i_p^{(p)} = 0,$$

где $\vec{r}_p = \vec{r}_p(u_p, \vartheta_p)$ – уравнение производящей поверхности P ; $i_p^{(p)}$ – орт нормали к поверхности P в системе S_p ; $\vec{V}_p^{(p1)}$ – вектор скорости относительного движения в системе S_p .

Линия контакта $D^{(p2)}$ определяется уравнением:

$$\vec{r}_p = \vec{r}_p(u_p, \vartheta_p); \quad \vec{V}_p^{(p1)} i_p^{(p)} = 0.$$

Очевидно, что $D^{(P1)} \equiv D^{(P2)}$, то есть линия контакта поверхностей P и Σ_1, P и Σ_2 будет одна и та же, если во всех точках линии $D^{(P1)}$ будет удовлетворяться не только условие $\vec{V}_P^{(P1)}; i_P^{(P)} = 0$, но и условие $\vec{V}_P^{(P2)}; i_P^{(P)} = 0$. Следовательно

$$\vec{r}_P = \vec{r}_P(u_P, \vartheta_P); \quad \vec{V}_P^{(P2)}; i_P^{(P)} = 0.$$

Последнее уравнение выражает требование, что в каждой точке линии $D^{(P1)} \equiv D^{(P2)}$ скорости $\vec{V}_P^{(P1)}$ и $\vec{V}_P^{(P2)}$ должны находиться в одной плоскости касательной поверхности P . Так как касательная плоскость к P определяется векторами \vec{dr}_P/du_P и $\vec{dr}_P/d\vartheta_P$, линейный контакт поверхностей Σ_1 и Σ_2 становится возможным, если во всех точках мгновенной линии контакта $D^{(P1)}$ будут компланарными четыре вектора: \vec{dr}_P/du_P , $\vec{dr}_P/d\vartheta_P$, $\vec{V}_P^{(P1)}$, $\vec{V}_P^{(P2)}$. При коллинеарности векторов $\vec{V}_P^{(P1)}$ и $\vec{V}_P^{(P2)}$ или их равенстве линейный контакт поверхностей Σ_1 и Σ_2 становится возможным, если на поверхности P в каждом ее положении найдется такая линия, в точках которой окажутся компланарными три вектора:

$$\vec{dr}_P/du_P, \quad \vec{V}_P^{(P1)} \quad \text{и} \quad \vec{V}_P^{(P2)} = k\vec{V}_P^{(P1)}.$$

Способ синтеза сопряженных поверхностей Σ_1 и Σ_2 посредством общей производящей поверхности P , широко применяется на практике [1, 2]. Так как для передач с параллельными и пересекающимися осями приведенные уравнения соблюдаются во всех точках линий контакта $D^{(P1)}$ и $D^{(P2)}$, если мгновенная ось вращения $L^{(P1)} \equiv L^{(P2)}$. Под $L^{(P1)}$ понимается мгновенная ось вращения при зацеплении P с Σ_2 . При совпадении осей $L^{(P1)} \equiv L^{(P2)}$ относительная скорость $\vec{V}^{(P1)} = \lambda \vec{V}^{(P2)}$, мгновенные линии контакта $D^{(P1)} \equiv D^{(P2)}$, поверхности Σ_1 и Σ_2 находятся в линейном контакте. Именно так воспроизводятся: 1) эвольвентное плоское зацепление с помощью общей инструментальной рейки, 2) конические колеса с постоянной высотой ножки, нарезаемые посредством одной производящей поверхности и др.

Рассмотренный синтез зубчатых передач на параллельных и пересекающихся осях не может быть использован для притирки цилиндрических и конических зубчатых колес. Это объясняется отсутствием относительного скольжения сопряженных поверхностей зубьев, направленного вдоль осей колес, и используемого в качестве главного движения резания.

Поэтому необходимо перейти к синтезу сопряженных зацеплений на перекрещивающихся осях. В этом случае реализуется обычно точечный характер касания. Естественно в этом случае будет реализован процесс притирки, если одно звено выполнить притиром. Однако такому процессу притирки присущи следующие принципиальные пороки: 1) быстрый износ притира из-за точечного характера касания; 2) большие термические нагрузки, приводящие к отпуску и понижению твердости изделия.

В исследовании сделана попытка синтезировать притир в пространственном станочном зацеплении. Напомним, что при нарезании зубьев на цилиндри-

ческих заготовках основное применение имеет обкатка. При этом инструмент подают вдоль образующей цилиндра, то есть параллельно оси вращения нарезаемого колеса, независимо от того, предназначены ли нарезаемые таким образом колеса для передач плоских (смонтированных на параллельных валах) или винтовых (смонтированных на перекрещивающихся валах). С таким положением сложно согласиться и, действительно, ряд исследователей стали нарезать цилиндрические колеса для винтовых передач при движении режущего инструмента по прямой, расположенной под углом к оси вращения нарезаемого цилиндрического колеса [3-6]. В этом случае получается зуб с переменной высотой. Естественно предположить, что инструмент, например, обкаточный резец должен двигаться по прямой, которая является прямолинейной образующей однополостного гиперболоида. В этом случае высота зуба остается постоянной. Обкаточный резец может быть прямозубыми или косозубыми.

Нарезание гиперболоидного колеса (притира) производят при помощи обкаточного резца. Для этого инструмент и нарезаемое гиперболоидное колесо кинематически увязаны при помощи гитары давления, если инструмент прямозубый. При косозубом инструменте, кроме гитары давления, настраивается гитара дифференциала. Для нарезания впадины по всей ширине гиперболоидной заготовки инструмент подается вдоль прямолинейной образующей однополостного гиперболоида.

Таким образом, при рассматриваемом методе притирки притир получается на однополостном гиперболоиде.

Исследования показывают, что в рассматриваемом случае характер касания цилиндрического колеса и гиперболоидного колеса будет линейным. При этом расположение линии контакта в основном зависит от угла скрещивания осей γ . При $\gamma=180^\circ$ гиперболоидная заготовка становится цилиндрической и линии контакта на зубьях прямозубого колеса располагаются параллельно оси вращения колеса. При $0,5 < \gamma < \pi$ имеем гиперболоидную передачу внешнего зацепления в которой линии контакта всегда наклонены по отношению к образующей зуба.

Вывод. При изготовлении гиперболоидного зубчатого колеса из чугуна, можно получить притир с линейным контактом касания с обрабатываемым цилиндрическим зубчатым колесом. В результате повышается производительность притирки из-за снижения термонагрузки и увеличения ширины притираемой поверхности.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968, – 584с. 2. Родин П.Р. Основы проектирования режущих инструментов. – Киев: Вища школа, 1990. – 424с. 3. Давыдов Я.С. Неэвольвентное зацепление. – М.: Машгиз, 1950. – 180с. 4. Вітренко В.О. Гіперболоїдні інструменти для обробки і обладнання циліндричних прямозубих зубчатих коліс. – Київ, 1995. – 33с. 5. А.с. 310747, Л.Я. Либуркин, А.М. Павлов и В.А. Трубяков. Способ нарезания косозубого колеса долбяком. – М., 1971. 6. Кириченко І.О. Створення гіперболоїдних передач з лінійним контактом зубців. Автореф. дис. . докт.техн.наук. – Луганськ, 2004. – 35с.

Поступила в редколлегию 09.04.12

Н.Н. ИШИН, к.т.н., доц., зам. директора НТЦ "Карьерная техника" Объединённого института машиностроения НАН Беларуси, Минск;
А.М. ГОМАН, к.т.н., доц., нач. отдела Объединённого института машиностроения НАН Беларуси;
А.С. СКОРОХОДОВ, к.т.н., вед. научный сотрудник Объединённого института машиностроения НАН Беларуси

ОЦЕНКА ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПРИ СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЯХ ПО ДАННЫМ ВИБРОМОНИТОРИНГА

Изложена методология оценки остаточного ресурса работоспособности зубчатых передач по изменению динамических характеристик при ресурсных испытаниях на контактную выносливость. При этом каждая пара сопряжённых зубьев рассматривается как отдельный объект испытаний. Оценка производится на основе результатов стендовых экспериментальных исследований зубчатых колёс с передаточным отношением равным единице и учёта значений реальных коэффициентов перекрытия.

Викладена методологія оцінки залишкового ресурсу працездатності зубчастих передач по зміні динамічних характеристик при ресурсних випробуваннях на контактну витривалість. При цьому кожна пара зв'язаних зубів розглядається як окремих об'єкт випробувань. Оцінка виробляється на основі результатів стендових експериментальних досліджень зубчастих коліс з передавальним відношенням рівним одиниці і обліку значень реальних коефіцієнтів перекриття.

The methodology of an estimation of a residual resource of working capacity of tooth gears on change of dynamic characteristics is stated at resource tests for contact endurance. Thus each pair of the interfaced teeth is considered as separate object of tests. The estimation is made on the basis of results of bench experimental researches of cogwheels with the transfer relation equal to unit and the account of values of real factors of overlapping.

Введение. Созданные к настоящему времени аналитико-экспериментальные методы и инструментальные средства оценки технического состояния и вибромониторинга технических систем получают все большее практическое применение. Современное развитие микропроцессорной и вычислительной техники позволяет создавать диагностические комплексы, обеспечивающие эффективный контроль текущего технического состояния сложных систем и достаточно обоснованное прогнозирование "эксплуатационного ресурса" их наиболее ответственных элементов [1-3]. Однако, для широкого практического применения ресурсного прогнозирования требуется дополнительное развитие ряда научных и практических приложений, в частности, таких как прогнозирование остаточного ресурса зубчатых колес по данным периодического мониторинга динамики зацепления при ресурсных испытаниях. В зубчатых передачах общемашиностроительного применения в начальной фазе зацепления зубьев вследствие их деформирования, погрешностей изготовления и сборки зубчатых колёс возникают ударные импульсы, генерирующие вибрационные процессы в механизмах. По мере развития повреждений в зубьях изменяются амплитуда и энергия ударного импульса, определяемая его формой, приводящие в свою очередь к изменению вибрационных характеристик зубчатых передач. Проведенные эксперименталь-

ные исследования позволили установить корреляционные зависимости между ними. На этой основе была создана методика оценки остаточного ресурса [4] в зубчатых передачах приводных зубчатых механизмов и трансмиссионных систем мобильных машин по результатам периодического вибромониторинга их технического состояния. Расчёт наибольших контактных напряжений в каждой паре зубьев производился в полусной точке зацепления при условии однопарного зацепления в предположении, что коэффициент перекрытия всей зубчатой передачи равен теоретическому значению. Однако проведенные экспериментальные и теоретические исследования [5, 6] показали, что вследствие неточности изготовления зубчатых колёс реальный коэффициент перекрытия существенно меньше теоретического значения. Неучёт указанного фактора может привести к существенному завышению ресурса зубчатой передачи [5].

В данной работе методика оценки остаточного ресурса зубчатых передач при ресурсных испытаниях на контактную выносливость отрабатывается на передачах с передаточным отношением равным единице с учётом реального значения коэффициента перекрытия. В этом случае в процессе стендовых испытаний каждый зуб шестерни постоянно входит в зацепление с соответствующим зубом колеса, т.е. объектами наблюдения, свидетельствующими о техническом состоянии передачи, будут служить одни и те же пары сопряжённых зубьев, число которых N равно числу зубьев шестерни и колеса: $N=z_1=z_2$.

Методология исследования остаточного ресурса. Физико-механические процессы, происходящие в каждой паре зубьев, при нагружении зубчатой передачи постоянным вращающим моментом T будут протекать во времени по-разному. При термообработке зубчатых колёс имеет место разброс значений твёрдости поверхностей зубьев. Поэтому процессы изнашивания поверхностей зубьев протекают в каждой паре зубьев по-разному. При этом износ и контактное выкрашивание меняют шаг зацепления зубьев, что приводит к изменению амплитуды и формы ударного импульса, а, следовательно, и динамической составляющей нагрузки в зубчатом зацеплении. В свою очередь её величина определяет уровень виброакустической активности зубчатой передачи, что даёт возможность установить взаимосвязь динамической составляющей нагрузки с виброускорениями, и, далее, со степенью износа и контактного выкрашивания отдельных пар зубьев. Периодический вибромониторинг технического состояния зубчатой пары в течение времени испытаний позволяет по полученным виброграммам определять коэффициенты динамичности каждой пары зубьев и пересчитывать значения их остаточных ресурсов и вероятностей безотказной работы в зависимости от уже достигнутой наработки.

Мера несущей способности зубчатого колеса по контактной выносливости R_H определяется выражением [7-9]

$$R_H = \sigma_{H\lim}^q N_{H0}, \quad (1)$$

где $\sigma_{H\lim}$ – предел контактной выносливости; q – показатель степени кривой усталости; N_{H0} – число циклов напряжений, соответствующее перегибу кривой усталости, при расчете на контактную выносливость.

При действующих в i -ой паре зубьев контактных напряжениях σ_{Hi} , превышающих предел контактной выносливости, из уравнения наклонной ветви кривой усталости Велера следует соотношение

$$R_H = \sigma_{H\lim}^q N_{H0} = \sigma_{Hi}^q N_{Hi}, \quad (2)$$

где N_{Hi} – число циклов до разрушения при напряжении σ_{Hi} .

Мера повреждения i -ой парой зубьев $\Delta Q_{Hi,j}$ за наработку $\Delta t_{j+1} = t_{j+1} - t_j$ в период между j и $j+1$ замерами вибросигналов зубчатой передачи, соответствующих наработкам зубчатой пары t_j и t_{j+1} , при принятии линейной гипотезы суммирования повреждений [6] рассчитывается по формуле

$$\Delta Q_{Hi,j} = \sigma_{Hi,j}^q N_{Hi,j}, \quad (3)$$

где $\sigma_{Hi,j}$ – наибольшее контактное напряжение, действующее в i -ой паре зубьев за наработку; Δt_{j+1} , $N_{Hi,j}$ – число циклов нагружения i -ой пары за указанный промежуток времени.

Число $N_{Hi,j}$ при постоянной частоте вращения n_1 (мин⁻¹) шестерни зубчатой передачи равно

$$N_{Hi,j} = n_1(t_{j+1} - t_j). \quad (4)$$

Остаточная мера несущей способности i -ой пары зубьев по контактной выносливости R_{Hoi} , соответствующая наработке t_{j+1} , определится из выражения

$$R_{Hoi} = R_{Hi} - \sum_{k=1}^{j+1} \Delta Q_{Hi,k}; \quad i=1 \dots N. \quad (5)$$

Остаточный ресурс i -ой пары зубьев $T_{i,j+1}$ в часах при наработке t_{j+1} будет равен

$$T_{i,j+1} = \frac{R_{Hoi}}{\sigma_{Hi,j+1}^6 \cdot 60n_1}; \quad i=1 \dots N. \quad (6)$$

В формуле (6) приводится значение наибольшего контактного напряжения, действующего в i -ой паре зубьев при наработке t_{j+1} и определяемого расчётным путём по результатам вибромониторинга зубчатой передачи.

Следует отметить, что значения остаточных ресурсов совокупности пар зубьев зубчатой передачи являются величинами случайными. В первом приближении их можно рассматривать как независимые случайные величины. Поэтому остаточный ресурс зубчатой передачи как совокупности N наблюдаемых независимых объектов необходимо рассматривать как вероятность того, что случайное значение $T_{i,j+1}$ больше или равно некоторого значения остаточной наработки $t_{ост}$

$$P(t_{ост}) = \text{Вер}\{T_{i,j+1} > t_{ост}\}. \quad (7)$$

Расчёт наибольших контактных напряжений в каждой паре сопряжённых зубьев по результатам вибромониторинга зубчатой передачи. Если основной шаг ведущего колеса меньше основного шага ведомого зубча-

того колеса, в зацеплении происходит удар при входе новой пары в зацепление. Зубья начинают контактировать не в теоретической точке начала линии зацепления, а несколько раньше. То же самое произойдёт и с абсолютно точными зубчатыми колёсами, но подверженными деформации. В этом случае деформация предыдущей пары проявляется аналогично ошибке основного шага, приводящей к кромочному удару. Если при кромочном ударе вследствие ошибки изготовления разность основных шагов Δ_0 двух сопряжённых зубьев меньше деформации δ_c предыдущей пары зубьев ($\Delta_0 < \delta_c$), то контакт последней пары на линии зацепления не нарушается. Если разность основных шагов превышает деформацию зубьев δ_c ($\Delta_0 > \delta_c$), то в зацеплении имеет место другой случай кромочного удара, при котором предыдущая пара зубьев полностью разгружается до выхода зубьев с линии зацепления. Таким образом, в случае наличия больших ошибок основного шага передача окружного усилия при кромочном ударе производится одной парой зубьев, за исключением небольших промежутков времени, когда нагрузка переходит с одной пары на другую.

В соответствии с разработанной расчётно-экспериментальной методикой стендовых испытаний зубчатых колёс на контактную выносливость с учетом реального коэффициента перекрытия [5, 6] при $\Delta_0 < \delta_c$ контакт передней пары зубьев на рабочей линии зацепления не нарушается и коэффициент перекрытия для такой пары равен теоретическому значению ε_α^T . Для других пар значение реального коэффициента перекрытия изменяется в пределах $1 \leq \varepsilon_\alpha^p \leq \varepsilon_\alpha^T$. Для каждой из таких пар величина наибольшего контактного напряжения определяется положением точки контакта L_i i -ой пары сопряжённых зубьев на практической линии зацепления AB (рисунок 1) в момент перехода зацепления зубьев от двухпарного к однопарному.

Общепринято [7, 10 и др.] расчёт на контактную выносливость прямозубых эвольвентных цилиндрических зубчатых колёс выполнять при контакте сопрягаемых зубьев в полюсе зацепления, так как при теоретическом значении коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha^T$ в околуполлюсной зоне имеет место однопарное зацепление. При рассмотрении каждой пары сопрягаемых зубьев прямозубых цилиндрических зубчатых передач колёс как отдельных объектов испытаний наибольшее контактное напряжение σ_{Hi} , соответствующее i -ой паре зубьев, определяется по формуле Герца [10]

$$\sigma_{Hi} = \sqrt{\frac{E}{2\pi(1-\nu^2)} \cdot \frac{K_{Hi} q}{\rho_{пр i}}}, \quad (8)$$

где q – нормальная к поверхности нагрузка, приходящаяся на единицу ширины зуба; $\rho_{пр i} = \rho_i \rho_{2i} / (\rho_i + \rho_{2i})$ – приведенный радиус кривизны i -й

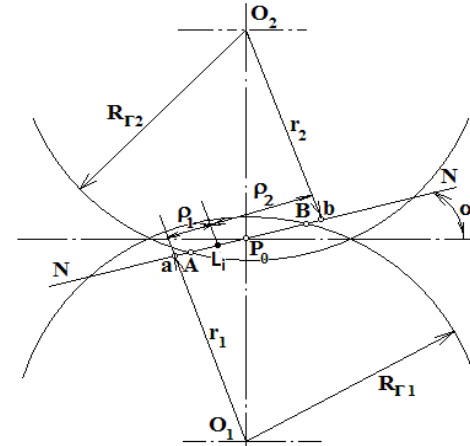


Рисунок 1 – Определение радиусов кривизны профилей контактируемой пары зубьев

пары зубьев; E – приведенный модуль упругости; ρ_{1i} и ρ_{2i} – соответственно радиусы кривизны профилей зубьев шестерни и колеса в точке контакта L_i в текущий момент времени t (рисунок 1); K_{Ht} – коэффициент нагрузки; $K_A=1$ – коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку.

Значение величины $\rho_{при}$ зависит от положения точки L_i на практической линии зацепления, а минимальное $\rho_{при}^{min}$ – в крайних точках A и B практической линии зацепления. Тогда в соответствии с формулой (3) в случае однопарного зацепления максимальное контактное напряжение имеет место в начальной точке A практической линии зацепления, минимальное – в полюсе зацепления P_0 .

Положение точки контакта L_i , соответствующей моменту перехода зацепления зубьев от двухпарного к однопарному на практической линии зацепления AB (рисунок 1) может быть определено по приближенной формуле

$$AL_i = \frac{(\varepsilon_\alpha^p - 1) \cdot T_z}{\varepsilon_\alpha^T \cdot T_z} AB, \quad (9)$$

где $T_z=60/nz$; n – частота вращения шестерни; z – число зубьев шестерни.

Длина линии AB равна

$$AB = \varepsilon_\alpha^T \cdot p_\alpha = \varepsilon_\alpha^T \cdot \pi \cdot m \cdot \cos \alpha, \quad (10)$$

где p_α – шаг зубчатого колеса по начальной окружности; m – модуль зубчатого колеса; α – угол зацепления.

Радиусы кривизны соприкасающихся профилей зубьев в точке L_i равны

$$\rho_{1L_i} = \rho_{1A} + AL_i; \quad (11) \quad \rho_{2L_i} = ab - \rho_{1L_i}. \quad (12)$$

Длина теоретической линии зацепления ab зубчатой передачи вычисляется по формуле

$$ab = 0,5m(z_1 + z_2) \sin \alpha. \quad (13)$$

Приведенный радиус кривизны в начальной точке A практической линии зацепления определяется следующим образом. Определяется радиус окружности вершин зубьев ведомого колеса

$$R_{r2} = 0,5m(z + 2). \quad (14)$$

Радиус основной окружности ведомого колеса

$$r_2 = 0,5mz_2 \cos \alpha. \quad (15)$$

Радиус кривизны ведомого зуба в вершине

$$\rho_{2A} = \sqrt{R_{r2}^2 - r_2^2}. \quad (16)$$

Сумма радиусов кривизны ρ_{1A} и ρ_{2A} равна длине теоретической линии зацепления ab зубчатой передачи

$$\rho_{1A} + \rho_{2A} = 0,5m(z_1 + z_2) \sin \alpha. \quad (17)$$

Радиус кривизны профиля ведущего зуба в точке A

$$\rho_{1A} = 0,5m(z_1 + z_2) \sin \alpha_0 - \rho_{2A}. \quad (18)$$

При проведении стендовых испытаний зубчатых передач для расчёта контактных напряжений в каждой паре сопряжённых зубьев в процессе очередного вибромониторинга состояния передачи требуется определять коэффициенты динамичности K_{Hvi} и реальное значение коэффициентов перекрытия ε_α^p . Динамические составляющие нагрузки U_i в каждой паре зубьев находятся по измеряемым амплитудам виброимпульсов на подшипниковых узлах [3, 4]. Коэффициенты K_{Hvi} вычисляются по формуле

$$K_{Hvi} = 1 + \frac{U_i}{P_{st}}, \quad (19)$$

где P_{st} – окружная сила, действующая в зубчатом зацеплении.

Действующая ошибка Δ_i в зубчатом зацеплении (а по ней разность основных шагов Δ_{0i} двух сопряжённых зубьев) определяется по формуле Петрусевича [3] по экспериментально найденным значениям U_i . По величине Δ_{0i} может быть рассчитан реальный коэффициент перекрытия $\varepsilon_{\alpha i}^p$ [5, 6]. Далее по формулам (9-18) вычисляется приведенный радиус кривизны i -ой пары зубьев $\rho_{при}$. После чего определяется наибольшее контактное напряжение в каждой паре зубьев (8).

Пример расчёта остаточного ресурса зубчатых передач по результатам стендовых испытаний. Экспериментальная апробация методики оценки остаточного ресурса по контактной выносливости проводилась при ресурсных испытаниях зубчатых колес.

Испытаниям подвергались две пары эвольвентных прямозубых зубчатых колес, установленных в замкнутый контур испытательного стенда. Параметры зубчатых колес следующие:

Число зубьев $z=40$,
 Модуль $m=0,003$ м,
 Ширина венца зубчатого колеса $b_w=0,01$ м,
 Исходный контур – ГОСТ 13755-81,
 Материал – Сталь 40Х,
 Термообработка – закалка ТВЧ $HRC=50$,
 Статический крутящий момент в контуре $T=120$ Н·м,
 Частота вращения $n=1000$ мин⁻¹.
 Теоретическое значение коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha^T=1,72$.
 Расчетная величина статического окружного усилия

$$P_{st} = \frac{2000T}{mz} = 2000\text{Н}. \quad (20)$$

В процессе проведения испытаний одновременно фиксировались в реальном масштабе времени полное окружное усилие на тензометрируемом зубе и амплитуда виброимпульсов на подшипниковых узлах. В таблице 1 представлены данные о нагруженности каждого зуба ведомого колеса, получен-

ные по результатам обмера осциллограмм тензометрируемых зубьев и значениям амплитуд импульсов виброускорений A_i , соответствующих номерам пар зубьев в единицах измерения $g=9,81\text{м/с}^2$, показанных на рисунке 2.

Тарировочный коэффициент связи между нагружающим моментом на паре зубьев T_i и соответствующей амплитудой виброимпульса зависит от частоты вращения колес и равен $64,0$ при $n=1000\text{мин}^{-1}$

$$T_i = 64,0 \cdot A_i, \text{ Н}\cdot\text{м}. \quad (21)$$

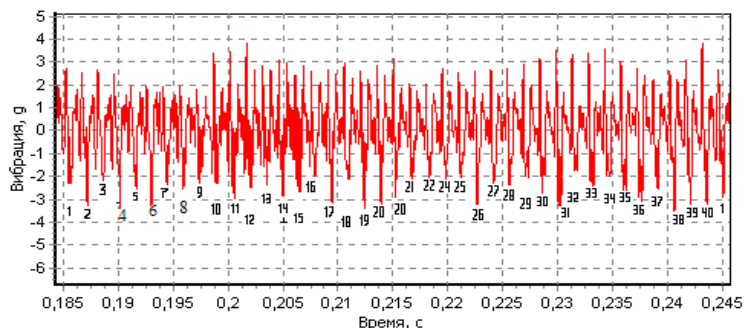


Рисунок 2 – Осциллограммы вибрации, полученных при нагружающем моменте $T=120\text{Н}\cdot\text{м}$ и частоте вращения $n=1000\text{мин}^{-1}$ за один оборот колеса

На основании найденной зависимости, по амплитудам вибраций, генерируемых при зацеплении нетензометрируемыми зубьями, оценивается действительная нагруженность зубьев экспериментальных колес и рассчитывается ориентировочный ресурс работоспособности каждого зуба испытываемой передачи.

Таблица 1 – Экспериментальные значения нагруженности каждой пары зубьев передачи по результатам обмера осциллограмм

№ пары зубьев	Амплитуда импульса виброускорений A_i, g	Нагружающий момент на паре зубьев $T_i, \text{Н}\cdot\text{м}$	Полная нагрузка в зацеплении пары зубьев, $F_i, \text{Н}$	Динамическая составляющая нагрузки на зубе $U_i, \text{Н}$	Суммарная погрешность $\delta_0, \text{мкм}$	Коэффициент динамической нагрузки, $K_{H\beta i}$	Реальный коэффициент перекрытия, ε_a^p
1	2	3	4	5	6	7	8
1	2,3	147,2	2453,3	453,3	7,1	1,23	1,72
2	3,2	204,8	3413,3	1413,3	39,52	1,71	1
3	2,0	128	2133,3	133,3	0,62	1,07	1,72
4	3,2	204,8	3413,3	1413,3	39,52	1,71	1
5	2,4	153,6	2560,0	560,0	10,42	1,28	1,72
6	3,2	204,8	3413,3	1413,3	39,52	1,71	1
7	2,2	140,8	2346,7	346,7	4,16	1,17	1,72
8	2,5	160	2666,7	666,7	11,68	1,33	1,72
9	2,0	128	2133,3	133,3	0,62	1,07	1,72
10	2,2	140,8	2346,7	346,7	4,16	1,17	1,72
11	2,8	179,2	2986,7	986,7	21,82	1,49	1,72
12	2,4	153,6	2560,0	560,0	10,42	1,28	1,72
13	2,5	160	2666,7	666,7	12,68	1,33	1,72
14	2,9	185,6	3093,3	1093,3	25,66	1,55	1,54

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8
15	2,8	179,2	2986,7	986,7	21,82	1,49	1,72
16	2,0	128	2133,3	133,3	0,62	1,07	1,72
17	3,0	192	3200,0	1200,0	29,88	1,60	1,14
18	2,2	140,8	2346,7	346,7	4,16	1,17	1,72
19	3,3	211,2	3520,0	1520,0	44,92	1,76	1,72
20	3,0	192	3200,0	1200,0	29,88	1,60	1,14
21	3,0	192	3200,0	1200,0	29,88	1,60	1,14
22	2,1	134,4	2240,0	240,0	2,00	1,12	1,72
23	2,0	128	2133,3	133,3	0,62	1,07	1,72
24	2,0	128	2133,3	133,3	0,62	1,07	1,72
25	2,0	128	2135	135	0,62	1,07	1,72
26	3,2	204,8	3413	1413	39,52	1,71	1
27	2,2	140,8	2255	255	4,16	1,13	1,72
28	2,3	147,2	2495	495	11,10	1,25	1,72
29	2,0	128	3215	1215	0,62	1,61	1,72
30	2,7	172,8	2975	975	18,38	1,49	1,72
31	3,1	198,4	3307	1307	34,50	1,65	1
32	1,8	115,2	2735	735	0,22	1,37	1,72
33	2,2	140,8	2495	495	4,16	1,25	1,72
34	2,0	128	2975	975	0,62	1,49	1,72
35	2,6	166,4	3095	1095	15,33	1,55	1,72
36	2,7	172,8	3095	1095	18,38	1,55	1,72
37*	2,5	160	2855	855	12,68	1,43	1,72
38*	3,2	204,8	3413	1413	39,52	1,71	1
39*	3,1	198,4	3307	1307	34,50	1,65	1
40	3,0	192	3200	1200	29,88	1,60	1,14

Примечание: * – Тензомост

По имеющимся в таблице 1 рассчитанным по (21) значениям нагружающего момента T_i на каждой i -ой паре зубьев динамическая составляющая нагрузки U_i в каждой паре зубьев вычисляется как разность полной нагрузки F_i в зацеплении i -ой пары и статической P_{st}

$$U_i = F_i - P_{st} = \frac{2000T_i}{mz} - 2000, \text{ Н}. \quad (22)$$

Там же приводятся вычисленные по формуле (19) величины коэффициентов динамичности $K_{H\beta i}$ для каждой пары зубьев.

Действующая ошибка в зацеплении Δ_i для каждой пары зубьев [3] рассчитывается по формуле

$$\Delta_i = \delta_{i0} - \Delta_K, \quad (23)$$

где δ_{i0} – суммарная погрешность i -ой пары зубьев

$$\delta_{i0} = \Delta_{i0} + w_0, \quad (24)$$

где Δ_{i0} – разность основных шагов i -ой пары сопряжённых зубьев шестерни и колеса, мкм; Δ_K – компенсируемая масляным слоем ошибка в зубчатом зацеплении; $\Delta_K=5\text{мкм}$ при $\delta_{i0}>10\text{мкм}$ и $\Delta_K=0,5\delta_{i0}$ при $\delta_{i0}<10\text{мкм}$, $w_0=P_{st}/c$, мкм – сближение по нормали неударяющейся пары зубьев; $c=c' \cdot b_w$ – жесткость со-

пряженной пары зубьев, Н/мкм; c' – удельная нормальная жесткость пары зубьев, определяемая для колес без смещения из выражения [7]:

$$\frac{1}{c'} = \left(0,05139 + \frac{0,1425}{z_{V1}} + \frac{0,1860}{z_{V21}} \right) \text{мм} \cdot \text{мкм/Н}, \quad (25)$$

где b_w – рабочая ширина венца зубчатого колеса, мм; z_{v1}, z_{v2} – эквивалентные числа зубьев шестерни и колеса, для прямозубых колес $z_{v1}=z_1, z_{v2}=z_2$, где z_1, z_2 – числа зубьев шестерни и колеса.

Для экспериментальной пары зубчатых колес рассчитанное по формуле (25) значение удельной нормальной жесткости равно: $c'=16,83\text{Н/мм} \cdot \text{мкм}$. Откуда жесткость сопряженной пары зубьев $c=168,3\text{Н/мкм}$ и сближение по нормали, не ударяющейся пары зубьев $w_0=11,9 \cdot 10^{-6}\text{м}$.

Динамическая составляющая нагрузка в зубчатом зацеплении каждой пары зубьев U_i связана с действующей ошибкой зацепления Δ_i обобщенной формулой А.И. Петрусевича [3]:

$$U_i = 0,248 \cdot V \cdot \alpha \cdot b_w \sqrt{\frac{a_w \cdot \Delta_i}{u}}, \text{Н} \quad (26)$$

где V – окружная скорость колес, м/с; a_w – межосевое расстояние, мм; u – передаточное число; b_w – ширина зубчатого венца, мм; 0,248 – размерный коэффициент, Н·с/(м·мм^{3/2}·мкм^{1/2}); α – поправочный коэффициент: $\alpha = \sqrt{L_{ст}/b}$, где $L_{ст}$ – ширина ступицы зубчатого колеса, что связано с тем, что при выводе формулы для значений удельной динамической нагрузки принималось, что ширина ступицы зубчатого колеса $L_{ст}$ равна ширине зубчатого венца b_w .

В данном случае $L_{ст}=0,02\text{м}$, $b_w=0,01\text{м}$, поэтому поправочный коэффициент будет равен $\alpha = \sqrt{0,02/0,01} = 1,41$.

Окружная скорость равна:

$$V = \frac{\pi \cdot m \cdot z \cdot n_1}{60000} = 6,28 \text{ м/с}. \quad (27)$$

По формуле (26) по экспериментально найденным значениям U_i определяется в каждой паре зубьев действующая ошибка зацепления Δ_i

$$\Delta_i = \left(\frac{U_i}{0,248 \cdot V \cdot \alpha \cdot b_w \sqrt{\frac{a_w}{u}}} \right)^2 = 1,728 \cdot 10^{-5} \cdot (U_i)^2 \text{ (мкм)}. \quad (28)$$

Из соотношений (24),(25),(28) вычисляются суммарные погрешности каждой из пар зубьев δ_i , значения которых представлены в таблице 1.

Проведенные в работах [5, 6] исследования показали, что величина реального коэффициента перекрытия ε_α^p зависит от значительного числа параметров:

геометрических, кинематических, погрешностей окружных шагов зацеплений сопрягаемых зубьев, кромочной C_k и срединной C_c жесткостей сопрягаемых зубьев, динамических нагрузок в зацеплениях зубьев и многих других факторов. Для рассматриваемой экспериментальной пары зубчатых колес по результатам проведенных расчетов в первом приближении может быть предложена простая нелинейная зависимость между реальным коэффициентом перекрытия ε_α^p и разностью основных шагов i -ой пары сопряженных зубьев Δ_i , график которой представлен на рисунке 3.

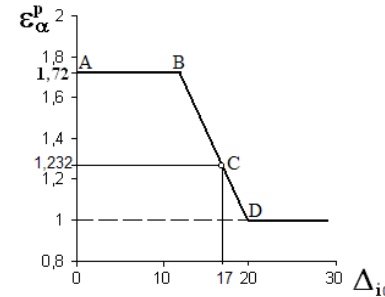


Рисунок 3 – График зависимости реального коэффициента ε_α^p перекрытия от разности основных шагов сопряженных зубьев Δ_{i0}

Горизонтальный участок АВ соответствует интервалу $0 \leq \Delta_{i0} \leq \delta_c$. Предполагается, что при $\Delta_{i0} < \delta_c$ контакт предыдущей пары зубьев на линии зацепления не нарушается и коэффициент перекрытия для такой пары принимается равным теоретическому значению $\varepsilon_\alpha^T=1,72$. Наклонный участок является отрезком прямой линии BD , описываемой уравнением

$$\varepsilon_\alpha^p = -0,0957 \cdot \Delta_{i0} + 2,859, \quad (29)$$

где 0,0957 – размерный коэффициент, 1/мкм.

Уравнение (29) определяется по двум точкам B и C . При этом точка C соответствует реальному значению коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha^p=1,232$ для пары зубьев с значением $\Delta_{i0}=17$ мкм [5]. Точка D находится на пересечении прямой, проходящей через точки B и C , и горизонтальной прямой, соответствующей коэффициенту перекрытия $\varepsilon_\alpha^p=1$. Координаты точки D : $\varepsilon_\alpha^p=1, \Delta_{i0}=19,4$ мкм. При $\Delta_i > 19,4$ мкм коэффициент перекрытия пары зубьев становится практически равным единице.

Вычисленные по уравнению (29) значения коэффициентов перекрытия для каждой пары зубьев представлены в таблице 1.

В соответствии с формулой (11) для угла зацепления $\alpha=20^\circ$ длина практической линии зацепления равна

$$AB = 1,72 \cdot \pi \cdot 0,003 \cdot \cos 20^\circ = 0,0152 \text{ м}.$$

В таблице 2 приводятся значения приведенных радиусов кривизны $\rho_{при}$ каждой пары зубьев, рассчитанные по формулам (9)-(18).

Коэффициент нагрузки K_{Hi} , необходимый для расчета контактного напряжения (8), определяется по формуле [7]

$$K_{Hi} = K_A \cdot K_{Hvi} \cdot K_{H\beta i} \cdot K_{Ha}$$

где $K_A=1$ – коэффициент, учитывающий внешнюю динамическую нагрузку; K_{Hvi} – коэффициент, учитывающий внутреннюю динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении; $K_{H\beta i}=1$ – коэффициент, учитывающий неравно-

мерность распределения нагрузки по длине контактных линий; $K_{H\alpha}=1$ – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями, для прямозубых колёс $K_{H\alpha}=1$. Таким образом, $K_{H\alpha}=1 \cdot 1 \cdot K_{H\beta} \cdot 1 = K_{H\beta}$.

Предел контактной выносливости определяется в предположении, что твердость поверхности зубьев равна среднему значению твердости зубчатой передачи $H=50HRC$.

Для стали 40X с закалкой зубьев ТВЧ до твердости $HRC=50$ по [8] имеем:

$$\sigma_{Hlim} = 1152 \text{ МПа.}$$

Базовое число циклов напряжений по контактной выносливости [8]

$$N_{H0} = 10^8.$$

Показатель наклона кривой контактной выносливости $q=6$.

Мера несущей способности по контактной выносливости зубьев определяется после подстановки приведенных выше значений в выражение (1)

$$R_H = 23,4 \cdot 10^{25}.$$

Мера повреждения каждой пары зубьев $\Delta Q_{Hi,1}$ за наработку $\Delta t_1=400$ часов рассчитывается по формулам (3), (4) и представлена в таблице 2:

$$\Delta Q_{Hi,1} = \sigma_{Hi,1}^q N_{Hi,1} = \sigma_{Hi,1}^6 \cdot 1000 \cdot 60 \cdot 400 = 24 \cdot 10^6 \cdot \sigma_{Hi,1}^6. \quad (30)$$

Таблица 2 – Результаты расчета величины остаточного ресурса по контактной выносливости каждой пары зацепляющихся зубьев

№ пары зубьев	Приведенный радиус кривизны на паре зубьев $\rho_{пр}$, м	Контактное напряжение σ_{Hi} , МПа	Мера затраченного ресурса, $\Delta Q_{Hi,1} \cdot 10^{-25}$	Мера остаточного ресурса, $R_{Hoi} \cdot 10^{-25}$	Ресурс остаточный T_j , час
1	2	3	4	5	6
1	0,010213	969,1	1,99	21,41	4308
2	0,008841	1228,6	8,25	15,15	734
3	0,010213	903,7	1,31	22,09	6760
4	0,008841	1228,6	8,25	15,15	734
5	0,010213	990,0	2,26	21,14	3742
6	0,008841	1228,6	8,25	15,15	734
7	0,010213	947,8	1,74	21,66	4980
8	0,010213	1010,4	2,55	20,85	3265
9	0,010213	903,7	1,31	22,09	6760
10	0,010213	947,8	1,74	21,66	4980
11	0,010213	1069,3	3,59	19,81	2209
12	0,010213	990,0	2,26	21,14	3742
13	0,010213	1010,4	2,55	20,85	3265
14	0,010055	1096,7	4,18	19,22	1841
15	0,010213	1069,3	3,59	19,81	2209
16	0,010213	903,7	1,31	22,09	6760
17	0,009263	1162,2	5,91	17,49	1183
18	0,010213	947,8	1,74	21,66	4980
19	0,010213	1160,9	5,87	17,53	1193
20	0,009263	1162,2	5,91	17,49	1183

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6
21	0,009263	1162,2	5,91	17,49	1183
22	0,010213	926,0	1,51	21,89	5786
23	0,010213	903,7	1,31	22,09	6760
24	0,010213	903,7	1,31	22,09	6760
25	0,010213	904,1	1,31	22,09	6741
26	0,008841	1257,4	9,49	13,91	587
27	0,010213	929,1	1,54	21,86	5663
28	0,010213	929,1	1,54	21,86	5663
29	0,010213	1109,4	4,47	18,93	1692
30	0,010213	1067,2	3,55	19,85	2240
31	0,008841	1257,4	9,49	13,91	587
32	0,010213	1023,3	2,76	20,64	2997
33	0,010213	977,3	2,09	21,31	4076
34	0,010213	1067,2	3,55	19,85	2240
35	0,010213	1088,5	3,99	19,41	1945
36	0,010213	1088,5	3,99	19,41	1945
37	0,010213	1045,5	3,13	20,27	2586
38	0,008841	1319,2	12,65	10,75	340
39	0,008841	1257,4	9,49	13,91	587
40	0,009263	1207,6	7,44	15,96	858

Остаточная мера несущей способности i -ой пары зубьев по контактной выносливости R_{Hoi} за наработку Δt_1 находится по формуле (5). Остаточный ресурс i -ой пары зубьев $T_{i,1}$ в часах при наработке Δt_1 определяется по формуле (6) и приведен в таблице 2.

Нахождение распределения остаточного ресурса экспериментальной зубчатой передачи при наработке 400 часов вследствие априори неизвестного закона распределения этой случайной величины производится непараметрическим методом [11]. Исследуемая выборочная совокупность состоит из $N=40$ объектов (пар зубьев). Проверка её репрезентативности при непараметрическом методе производится по формуле, определяющей минимальное число объектов наблюдения n ,

$$n = \frac{\ln(1 - \gamma)}{\ln P(t)}, \quad (31)$$

где $P(t)$ – требуемая вероятность безотказной работы в течение некоторого времени t с доверительной вероятностью γ , задаваемой из условия выхода из строя передачи за время t .

Требуемое минимальное число объектов наблюдения при доверительной вероятности $\gamma=0,9$ для проверки того, что вероятность безотказной работы $P(t)$ не менее 0,9 равно

$$n = \frac{\ln(1 - 0,9)}{\ln 0,9} \approx 22.$$

Следовательно, выборочная совокупность из 40 пар зубьев ($40 > 22$) представляет собой репрезентативную выборку.

Вариационный ряд распределения остаточного ресурса пар зубьев зубчатой передачи представлен в таблице 3.

Таблица 3 – Вариационный ряд распределения остаточного ресурса

l	1	2	3	4	5	6	7
T_l	0–1000	1000–2000	2000–3000	3000–4000	4000–5000	5000–6000	6000–7000
n_l	8	8	6	4	5	3	6
$\sum_{l=1}^k n_l$	8	16	22	26	31	34	40
P_{Fk}	0,2	0,4	0,55	0,65	0,775	0,85	1
P_{Rk}	0,8	0,6	0,45	0,35	0,225	0,15	0

Величины n_l представляют число зубчатых пар, остаточный ресурс которых ограничен указанным интервалом l . Вероятность отказа P_{Fk} зубчатой передачи за время, не превышающее верхней границы k -го интервала, определяется выражением:

$$P_{Fk} = \frac{\sum_{l=1}^k n_l}{N}.$$

Вероятность безотказной работы за время, не превышающее верхнюю границу указанного интервала, вычисляется по формуле

$$P_{Rk} = 1 - P_{Fk}.$$

Распределение остаточного ресурса при наработке 400 часов представлено на рисунке 3.

Анализ графика на рисунке 3 показывает, что с вероятностью $P=0,9$ остаточный ресурс зубчатой передачи составляет 500 часов. Причём как следует из таблицы 2 наименьший остаточный ресурс пар зубьев (номера зубьев №:2,4,6,26,31,38,39,40), заключающийся в диапазоне 340-734 часов, соответствует значениям коэффициентов перекрытия пар в диапазоне 1,0-1,14.

Кроме того, выполненные расчеты (таблица 2) показывают, что с вероятностью $P=0,93$ возможен выход из строя зубчатой передачи за счет поломки зуба №38 ведомого колеса (остаточный ресурс 340 часов). Расчетный ресурс зубчатой передачи в этом случае составит 740 часов.

Проведенные экспериментальные исследования показали, что в этих парах зубьев, кроме характерного при испытаниях на контактную выносливость появления питтинга в зоне полюсного зацепления, через 800 часов после начала испытаний в их вершинах стали появляться сколы зубьев (рисунок 4). Условия испытаний были таковы, что практически исключались перекосы в зубчатых сопряжениях из-за симметричности установления зубчатых колёс между опорами в коробках передач и испытывались зубчатые колёса с узким зубчатым венцом $b_w=0,01m$. Этот факт объясняется тем, что максимальная нагрузка в зубьях начинает действовать в начале линии зацепления вследствие того, что в этих парах зубьев реальный коэффициент перекрытия равен или близок к единице.

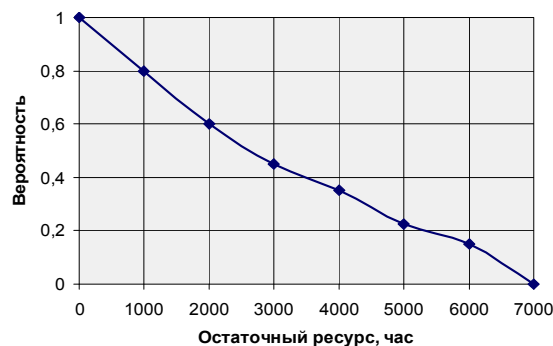


Рисунок 3 – Распределение остаточного ресурса при наработке 400 часов

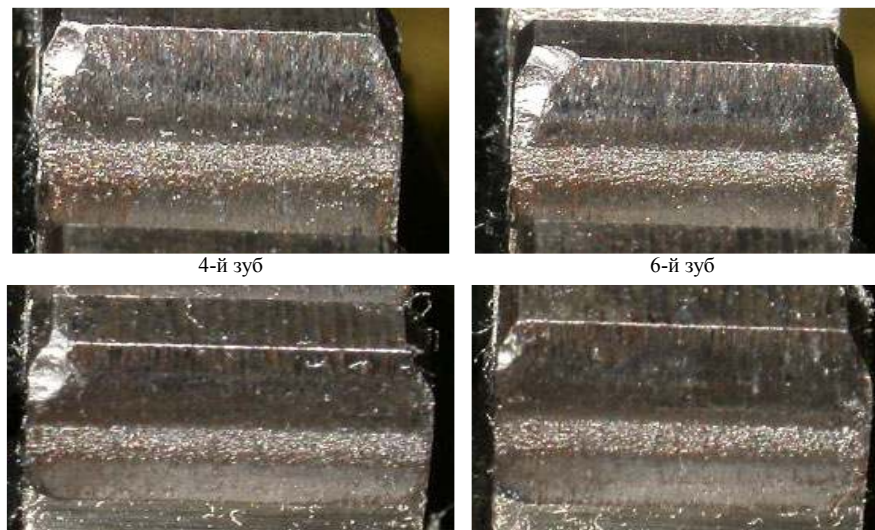


Рисунок 4 – Рабочая поверхность зубьев при достижении ими выбраковочного состояния

Заключение. Разработана расчётно-экспериментальная методика определения остаточного ресурса прямозубых цилиндрических зубчатых колёс при стендовых испытаниях на контактную выносливость с рассмотрением сопряжённых пар зубьев как отдельных объектов испытаний и учитывающая реальный коэффициент перекрытия каждой пары зацепляющихся зубьев, существенно влияющий на остаточный ресурс зубчатой передачи. При этом показано, что:

1. Значения остаточных ресурсов совокупности пар зубьев зубчатой передачи являются величинами случайными. В первом приближении их можно рассматривать как независимые случайные величины.

2. Нахождение распределения остаточного ресурса экспериментальной зубчатой передачи при наработке 400 часов вследствие априори неизвестного закона распределения этой случайной величины производится непараметрическим методом. При этом исследуемая выборочная совокупность, состоящая из $N=40$ пар зубьев, является репрезентативной.

3. В процессе испытаний был использован расчётно-экспериментальный метод определения погрешностей окружных шагов зацепления сопрягаемых пар зубьев, основанный на установленном экспериментальным путём корреляционной зависимости между величинами внутренней динамической нагрузки в зубчатом сопряжении и амплитудами виброимпульсов, измеряемыми вибродатчиком на подшипниковых узлах передачи.

4. Наименьший остаточный ресурс пар зубьев (номера зубьев №:2,4,6,26,31,38,39,40), заключающийся в диапазоне 340-734 часов, соответствует значениям коэффициентов перекрытия пар в диапазоне 1,0-1,14.

5. В указанных парах зубьев, кроме характерного для испытаний на контактную выносливость появления питтинга в зоне полюсного зацепления, че-

рез 800 часов после начала испытаний стали появляться сколы вершин зубьев. Этот факт объясняется тем, что максимальная нагрузка в зубьях начинает действовать в начале линии зацепления вследствие того, что в этих парах зубьев реальный коэффициент перекрытия равен или близок к единице.

Список литературы: 1. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях: пат. 4261 Респ. Беларусь, МПКС2 G01 M13/02 / Берестнев О.В., Ишин Н.Н., Басинюк В.Л., Берестнев Я.О., Басинюк Я.В., заявитель Институт надежности машин НАН Беларуси. – а.19980960 заявл. 21.10.1998; опубл. 30.12.01 // Афишыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. ведамства Респ. Беларусь. – 2001. – №4. – С.171. 2. Берестнев Я.О. Новые методы экспериментального определения критериев параметров динамических систем приводных механизмов / Я.О. Берестнев, Н.Н. Ишин. – Минск: УП "Технопринт", 2004. – 117с. 3. Комплексный контроль и повышение качества зубчатых приводных механизмов для машиностроения / О.В. Берестнев, В.Е. Антониук, Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.Н. Панов, А.С. Скороходов и др. – Мн.: БелГИСС, 2009. – 115с. 4. Ишин Н.Н. Вибромониторинг остаточного ресурса зубчатых передач / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов / Вестник Брестского Государственного Технического университета, Серия "Машиностроение". – №4(52). – 2008. – С.52-57. 5. Справка-отчет о научно-исследовательской работе "Разработка экспериментально-аналитического метода оценки остаточного ресурса лимитирующих деталей приводных механизмов машин по параметрам ударных виброимпульсов" по договору №Т11-014 с БРФФИ от 15.04.2011. Этап 02: "Разработка расчётно-экспериментальной методики стеновых испытаний зубчатых колёс на контактную выносливость с рассмотрением сопряжённых пар зубьев как отдельных объектов испытаний с передаточным отношением равным единице и учетом реального коэффициента перекрытия". – Мн.: ОИМ НАН Беларуси, 2011. – 12с. 6. Ишин Н.Н. Влияние динамических процессов в прямозубых зубчатых передачах на коэффициент перекрытия / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.61-75. 7. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – М.: Издательство стандартов, 1988. – 125с. 8. ISO 6336-5-2003. Calculation of load capacity of spur and helical gears. – Part 5: Strength and quality of materials. 9. Козаев В.П. Прочность и износостойкость деталей машин / В.П. Козаев, Ю.Н. Дроздов. – М.: Высш. шк., 1991. – 319с. 10. Иванов М.Н. Детали машин / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – М.: Высш. шк., 2002. – 408с. 11. Керимов Ф.Ю. Теоретические основы сбора и обработки информации о надёжности машин. Учебное пособие / Ф.Ю. Керимов. – Московский автомобильно-дорожный институт (МАДИ), 1979. – 135с.

Поступила в редколлегию 20.04.12

УДК 621.831

П.М. КАЛІНІН, к.т.н., доц., професор каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, Харків

ОПТИМАЛЬНО-РАЦИОНАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ РЕДУКТОРОВ ТРАНСМИССИИ АВТОМОБИЛЯ

У статті представлена методологія розробки системи оптимально-раціонального проектування зубчатих редукторів, що входять до складу трансмісії автомобіля. Запропоновано пошук оптимально-раціональних рішень здійснювати методом допустимих множин. Наведено ілюстративний приклад застосування запропонованої методології проектування.

В статье представлена методология разработки системы оптимально-рационального проектирования зубчатых редукторов, входящих в трансмиссию автомобиля. Предложено поиск оптимально-рациональных решений осуществлять методом допустимых множеств. Приведен иллюстративный пример применения предложенной методологии проектирования.

In the article the presented methodology of development of the system of the optimally-rational planning of toothed reducing gears that enter in the complement of car transmission. The search of optimally-rational decisions to carry out the method of possible great numbers is offered. An illustrative example of application of the offered methodology of planning is made.

Постановка проблеми. Створення конкурентоспроможних конструкцій машин, зокрема транспортних, підвищення їх надійності, істотне поліпшення їх якості і технічного рівня залишається актуальною проблемою, яка пов'язана із можливістю вирішення складних задач оптимального проектування технічних об'єктів (ТО), зокрема зубчатих редукторів.

Ефективність оптимального проектування зубчатих редукторів пов'язана із проблемою багатокритеріального оцінювання проектних рішень, що суттєво ускладнюється численною множиною зв'язків між параметрами, що характеризують стан подібних технічних систем і різноманітними ознаками їх якості, обмеженою інформативністю одиничних показників якості, а також суб'єктивністю результатів їхнього згортання в інтегральний критерій на основі експертно устанавлюваного вектора пріоритетів.

Розробка питань оцінювання технічної досконалості зубчатих редукторів та формалізації технологій управління якістю їх проектування безумовно слід вважати актуальною задачею.

Аналіз літературних джерел. В даний час можна вважати загальновідомим, що проблема оптимізації є однією із центрових у техніці. Яку б задачу не вирішував інженер, він завжди намагається знайти найкраще рішення – вибрати оптимальний варіант: оптимальний варіант проекту, оптимальний варіант конструкції, оптимальний варіант технології виготовлення тощо. В науково-технічних роботах, що присвячені проблемам оптимального проектування ТО розглядається широке коло задач [1-4], зокрема технічного вдосконалення окремих елементів зубчатих приводів та приводів у цілому [5-10], але загальної методології оптимального проектування технічних об'єктів не створено.

Ускладнення задач технічного проектування полягає у тому, що вони, безумовно, є багатокритеріальними, нелінійними, із суперечливими цільовими функціями, а тому інженеру-конструктору важко вибрати обгрунтоване компромісне рішення. Класичні методи оптимізації і більшість нових пошукових методів оптимізації призначені, як правило, лише для рішення однокритеріальних задач. Для успішного рішення багатокритеріальної задачі проектування проблемним постає і обгрунтоване визначення припустимої множини параметрів оптимізації проектного ТО.

Характерними обмеженнями, що стримують широке впровадження методів оптимізації в інженерну практику, є недостатні обсяги статистичних даних, неконтрольованість точності рішень, що базуються на експертній інформації, відсутність єдиного універсального підходу до побудови математичних моделей ТО, які відображають послідовно-ітераційний процес проектування багатокомпонентних виробів системної складності.

Відсутність загальних методів оптимального проектування ТО, зокрема, зубчатих редукторів спонукає пошуку та розробці часткових методів.

У роботі [8] деякі питання оптимально-раціонального проектування ТО на прикладі зубчастого електромеханічного привода із використанням методу допустимих множин вже розглядалися. У розвиток означених питань, з метою подальшого вирішення проблем оптимально-раціонального проектування технічних об'єктів, зокрема ЗП, і розробляється дана стаття.

Мета роботи. Розробка методологія оптимально-раціонального проектування ТО, зокрема, зубчастих редукторів автомобіля, що може використовуватись як механізм керування якістю проектування ТО.

Основна частина. Постановки задачі оптимального проектування ТО пов'язана із вирішенням традиційних проблем: побудови проектно-математичної моделі (ПММ) об'єкту проектування $\Phi = P(\alpha)$, вибору вектора параметрів оптимізації $\alpha(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$, складання вектора критеріїв якості $\Phi(\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n)$, вибору методу пошуку оптимального рішення.

Процес оптимально-раціонального проектування ТО, що наведений на рисунку, у загальному виді зводиться до таких етапів.

Після аналізу технічного завдання на проектування (етап 1) приступають до етапу 2 – формування множини G моделі ТО.

Якість проектованого ТО залежить від r параметрів $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$, що є координатами вектора $\alpha(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)$ у просторі параметрів G_α .

Для кожної точки α простору G_α параметрів ТО, яка задовільняє параметричним $\alpha_j^* \leq \alpha_j \leq \alpha_j^{**}$ ($j = \overline{1, r}$) та функціональним $f_t(\alpha) \leq 0$ ($t = \overline{1, m}$) обмеженням з використанням ПММ визначають характеристики ТО і його вектор якості $\Phi(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_n)$, що формує множину G_Φ . Таким чином множина $G = G_\alpha + G_\Phi$ представляє інформаційний портрет проектованого ТО.

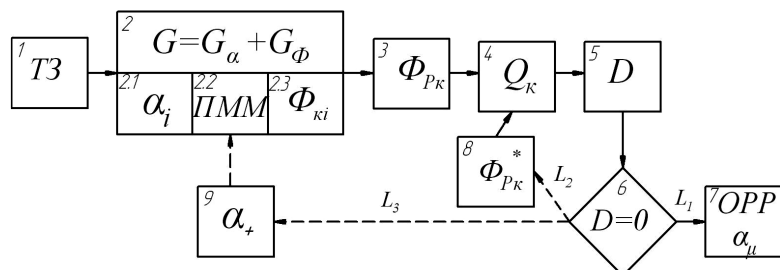


Рисунок – Блок-схема методу допустимих множин

Після повного сканування простору G_α параметрів ТО визначають для усіх n критеріїв якості граничні значення $\Phi_k^*, \Phi_k^{**} : \Phi_k^* \leq \Phi_k \leq \Phi_k^{**}$ ($k = \overline{1, n}$). "Рада спеціалістів" після аналізу граничні значення критеріїв якості установлює допустимі обмеження на критерії якості Φ_{pj} ($j = \overline{1, n}$) та можливо формує функціональні обмеження $F_t(\Phi_j) \leq 0$ (етап 3). До речі при формуванні

критеріїв якості $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \dots, \Phi_n$ прийнято що кращий варіант ТО відповідає меншому значенню критерію якості. Якщо "Раді спеціалістів" не вдається встановити бажані допустимі обмеження Φ_{pj} , то треба більш докладніше просканувати простір Ω у додаткових точках α_+ . Після встановлення допустимих обмежень Φ_p на критерії якості визначають можливі множини Q_k параметрів, що задовольняють усім обмеженням $\Phi_k \leq \Phi_{pk}$ (етап 4). На етапі 5 будують множину D допустимих множин ($D = Q_1 \cap Q_2 \cap Q_3 \cap \dots \cap Q_n$). На етапі 6 перевіряють повноту множини D . У разі $D = 0$ "РАДА спеціалістів" або пом'якшує допустимі границі критеріїв якості Φ_{pj}^+ (8) або вибирає додаткові точки α_+ (9) простору параметрів і збільшує інформаційну множину G з подальшою перевіркою множини D допустимих рішень.

У разі $D = 0$ усі i точок $\alpha_\mu \in D$ вважаються оптимально-раціональними рішеннями (ОРР) поставленої задачі проектування ТО, бо усі вони задовольняють встановленим критеріям якості.

До речі у разі великої кількості μ оптимально-раціональних рішень α_μ можна встановити більш жорсткі обмеження Φ_p^+ на деякі критерії якості і зменшити кількість ОРР.

Проектно-математична модель технічного об'єкта, зокрема, ПММ "Зубчастий редуктор" складається із аналітичних залежностей, таблиць, графічних даних, рекомендацій та вимог ДСТУ, ГОСТів і таке інше. Універсальної та єдиної ПММ "Зубчастий редуктор" не існує. Звичайно така ПММ оформлюється у вигляді комп'ютерної програми, що включає прийняту у практиці методику проектування та інформаційну базу із необхідним довідковим матеріалом. Розроблена ПММ "Зубчастий редуктор" орієнтована на сучасні підходи до проектування зубчастих редукторів трансмісії автомобіля і представлена у виді комп'ютерної програми [11, 12]. Модульний принцип побудови ПММ відповідає самій ідеології проектування, яка дозволяє змінювати параметри оптимізації та критерії якості, уточнювати методики проектування окремих елементів, без зміни інших модулів.

До переліку важливих проблем оптимального синтезу є вибір множини параметрів оптимізації. Необгрунтоване збільшення параметрів оптимізації ускладнює задачу і, як правило, ускладнює пошук оптимального рішення. Ефективності постановки задачі оптимізації передують пошук ефективних параметрів оптимізації. За методом допустимих множин такий пошук здійснюється автоматично у процесі аналізу таблиць іспитів та вибору границь критеріїв якості.

Для ілюстрації викладеної методології проектування ТО розглянемо, як приклад, проектування звичайної циліндричної зубчастої передачі, яка є основним елементом будь-якого зубчастого редуктора трансмісії автомобіля.

Нехай за технічним завданням треба спроектувати закрити циліндричну зубчасту передачу за наступними вихідними даними: $T_1 = 214,7 \text{ Н}\cdot\text{м}$ – крут-

ний момент на вхідній ланці передачі; $n_1 = 250$ об/хв – частота обертання вхідної ланки передачі; $u = 5$ – передаточне число; режим навантаження – "Важкий"; тип навантаження – нереверсивний; коефіцієнт перевантаження $K_{II} = 2,2$; термін роботи – $L_{pik} = 5$ років, $\kappa_{доб} = 0,3$, $\kappa_{pik} = 0,5$; твердість матеріалів зубчастих коліс: $HB_1 = 280$, $HB_2 = 240$.

У якості вектора параметрів оптимізації був обраний вектор: $\alpha(\alpha_1, \alpha_2) = (z_1, \psi_{bd})$. Тут z_1 – число зубців шестерні; ψ_{bd} – коефіцієнт відносної ширини, на які були накладені обмеження $18 < \alpha_1 \leq 25$ та $0,8 \leq \alpha_2 \leq 1,4$.

Розглядаємо задачу проектування зубчастої передачі як багатокритеріальну. Для відпрацювання методики проектування сформульовані 10 локальних критеріїв якості Φ_k : $\Phi_1 = a_w$; $\Phi_2 = b_w$; $\Phi_3 = d_2$; $\Phi_4 = L = a_w + 0,5(d_{a1} + d_{a2})$; $\Phi_5 = V = \pi(b_1 \cdot d_1^2 + b_2 \cdot d_2^2) / 4$; $\Phi_6 = \Delta_H$; $\Phi_7 = \varepsilon_\alpha$; $\Phi_8 = S = \pi(d_1^2 + d_2^2) / 4$; $\Phi_9 = R = \sqrt{F_t^2 + F_r^2}$; $\Phi_{10} = F_{ab}$ [12].

Обрані критерії якості характеризують габаритні розміри зубчастої передачі, напружений стан зубчастого зачеплення і сили, що діють на вал у радіальному та осьовому напрямку. Останні параметри (сили) впливають на працездатність валів, що підтримують зубчасті колеса, та їх опори.

Для побудови інформаційної множини G_Φ використовувалась проектно-математична модель у вигляді комп'ютерної програми DM30. Побудована множина G_Φ критеріїв наведена у таблиці 1.

Таблиця 1 – Елементи множини G_Φ

i	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Φ_6	Φ_7	Φ_8	Φ_9	Φ_{10}
1	230.0	60.00	383.3	468.0	7212.	-8.133	1.565	6006.	2049.	239.9
2	210.0	56.00	350.0	427.0	5616.	4.351	1.594	6568.	2016.	200.0
3	220.0	56.00	366.7	447.0	6163.	-4.984	1.611	6266.	1828.	219.5
4	220.0	56.00	366.7	445.5	6163.	-2.494	1.618	6280.	2173.	219.5
5	200.0	67.00	333.3	407.0	6092.	1.183	1.575	6901.	2229.	181.4
6	210.0	67.00	350.0	427.0	6716.	-3.881	1.594	6568.	2016.	200.0
7	220.0	71.00	366.7	447.0	7810.	-10.84	1.611	6266.	1828.	219.5
8	200.0	67.00	333.3	405.0	6092.	-9.778	1.618	6908.	2390.	181.4
9	200.0	80.00	333.3	407.0	7274.	-6.555	1.575	6901.	2229.	181.4
10	210.0	80.00	350.0	427.0	8020.	-11.27	1.594	6568.	2016.	200.0
11	190.0	75.00	316.7	386.0	6156.	2.294	1.599	7262.	2291.	163.7
12	200.0	80.00	333.3	405.0	7274.	-8.550	1.618	6908.	2390.	181.4
13	200.0	90.00	333.3	407.0	8181.	-11.59	1.575	6901.	2229.	181.4
14	180.0	90.00	300.0	366.0	6627.	1.687	1.594	7663.	2352.	147.0
15	190.0	85.00	316.7	386.0	6990.	-3.525	1.599	7262.	2291.	163.7
16	180.0	80.00	300.0	364.5	5892.	3.184	1.618	7676.	2656.	147.0

У таблиці 2 представлена перебудована у вигляді таблиці іспитів частина множини G_Φ , у якій усі іспити упорядковані відносно погіршення кожного локального критерію якості Φ_k .

Аналіз множини G показав, що оптимального значення (кращого варіанта за усіма критеріями Φ_k) у просторі G не має (див. першу строку таблиці 1).

У таблиці 2 представлена перебудована у вигляді таблиці іспитів частина множини G_Φ , у якій усі іспити упорядковані відносно погіршення кожного локального критерію якості Φ_k .

Аналіз множини G показав, що оптимального значення (кращого варіанта за усіма критеріями Φ_k) у просторі G не має (див. першу строку таблиці 1).

Після визначення границь зміни локальних критеріїв якості і встановлення обмежень Φ_{pk} були побудовані множини D допустимих рішень (таблиця 3).

Таблиця 2 – Таблиця іспитів

i	Φ_1	i	Φ_2	i	Φ_3	i	Φ_4
14	180	2	56	14	300	16	365
16	180	3	56	16	300	14	366
11	190	4	56	11	317	11	386
15	190	1	60	15	317	15	386
5	200	5	67	5	333	8	405
8	200	6	67	8	333	12	405
9	200	8	67	9	333	5	407
12	200	7	71	12	333	9	407
13	200	11	75	13	333	13	407
2	210	9	80	2	350	2	427
6	210	10	80	6	350	6	427
10	210	12	80	10	350	10	427
3	220	16	80	3	366	4	446
4	220	15	85	4	366	3	447
7	220	13	90	7	366	7	447
1	220	14	90	1	383	1	468

Таблиця 3 – Результати проектування

k	Границі Φ_k^* , Φ_k^{**}		Варіанти обмежень на критерії Φ_k				
	Var1	Var2	Var3	Var4	Var5		
1	180	220	≤ 210	< 200	≤ 200	< 200	≤ 200
2	56	90	< 90	< 70	< 80	< 80	< 70
3	300	383	≤ 350	≤ 350	≤ 350	≤ 350	≤ 350
4	364	468	≤ 430	≤ 410	≤ 410	≤ 410	≤ 410
5	5616	8181	≤ 8000	≤ 7000	≤ 7000	≤ 7000	≤ 7000
6	-11,64	351	≤ 5	≤ 5	≤ 5	≤ 5	≤ 5
8	1,618	1,565	≤ 7500	≤ 7500	≤ 7500	≤ 7500	≤ 7500
9	6006	7676	≤ 2500	≤ 2500	≤ 2500	≤ 2500	≤ 2500
10	1828	2656	≤ 200	≤ 200	≤ 200	≤ 200	≤ 200
D	9	0	3(5,8,11)	1(11)	2(5,8)		

На другому етапі експерименту (див. рисунок 1) "Рада спеціалістів" встановлює обмеження на критерії оптимізації. Відзначимо, що запропонований метод оптимізації з використанням "Ради спеціалістів" не потребує створювати суб'єктивний глобальний критерій якості, не вимагає комбінувати, зменшувати один критерій за рахунок інших. Спеціалістам можна запропонувати один стовпець таблиці іспитів і запропонувати назначити одне обмеження на відповідний критерій якості, а далі це повторити з іншими стовпцями таблиці іспитів. Зрозуміло, що "Рада спеціалістів" зацікавлена в тому, щоб усі Φ_k^{**} були як краще, однак вона розуміє, що якщо вибирати Φ_k^{**} занадто і не обгрунтовано малими, то множина допустимих рішень D може бути пустою.

Після визначення границь зміни локальних критеріїв якості і встановлення обмежень Φ_{pk} (5 варіантів обмежень) були побудовані множини D допустимих рішень (таблиця 3).

За 1 варіантом обмежень одержали досить велику кількість оптимально-раціональних рішень ($\mu = 9$).

Зміна критеріальних обмежень (варіант 2 обмежень), що була пов'язана з бажанням обмежити габаритні розміри a_w , b_w , L передачі, привела до того, що множина D виявилася пустою ($\mu = 0$). При послабленні обмежень на a_w ,

b_w (варіант 3 обмежень) визначено 3 оптимально-раціональних рішення (іспити 5, 8, 11). Більш жорсткі умови на a_w , b_w (варіант 4 обмежень) приводять до множин ОРР розміром 1 (іспит 11).

У разі потреби обмежити ширину b_w зубчастої передачі (варіант 5 обмежень) розмір множини ОРР дорівнює двом (іспити 5 та 8).

У разі, коли розмір множини D допустимих значень склав 1 (іспит $k=11$, варіант обмежень 4), то вважаємо, що іспит 11 є оптимально-раціональним варіантом параметрів зубчастої передачі, яка задовольняє усім прийнятими критеріальними обмеженнями.

У разі, коли розмір множини D допустимих значень більше 1 ($\mu > 1$), то кожен з цих варіантів може вважатися оптимально-раціональним, бо кожен μ варіант задовольняє прийнятими обмеженнями на показники якості.

Відзначимо, що у запропонованому методі аналіз множин G_ϕ дозволяє знайти несуттєві критерії або значення яких мало міняються і які у подальшому можуть бути виключені із розрахунків. У розглянутому прикладі на 3 етапі було виключено критерій Φ_7 , бо його значення мало мінялося і за усіма точками іспитів є задовільними.

До найбільш важливих результатів аналізу таблиць іспитів варто віднести визначення ресурсних можливостей моделей за усіма локальними критеріями якості.

Аналіз множини G показав, що оптимального значення (кращого варіанта за усіма критеріями) у просторі G не має. У подальшому можна збільшити розмірність простору G шляхом проведення додаткових іспитів, але це не гарантує знаходження найкращого варіанту. До речі не відомо чи є взагалі такий найкращий варіант. Практика проектування технічних об'єктів стверджує, що таких варіантів не існує.

Запропонована методологія (рисунок 1) управління якістю проектування за рахунок зміни обмежень на критерії якості ТО є логічною до прийнятої у практиці методики проектування.

Розглянута методика дозволяє проектувальникам і замовникам вводити в розгляд стільки локальних критеріїв, скільки необхідно. Такий підхід варто вважати найбільш правильним і перспективним при розгляді складних багато параметричних і багатокритеріальних задач комплексного проектування машин і конструкцій, зокрема зубчастих редукторів.

До речі побудова інформаційної множини G може здійснюватися різними шляхами (різними розрахунковими програмами, експериментальними або статистичними даними тощо) і шляхи побудови множини G не впливають на запроповану методологію оптимально-раціонального проектування ТО. Звичайно на якість проектування впливає як кількість точок простору G та і їх інформативність, що залежить від методів сканування простору G , проте ці питання у даній роботі не розглядаються.

Висновки:

1. Розроблена методологія оптимально-раціонального проектування тех-

нічного об'єкту, зокрема, зубчастих редукторів автомобіля, що може використовуватись як механізм керування якістю проектування ТО.

2. Для рішення задачі оптимального проектування зубчастих редукторів трансмісії автомобіля запропоновано використовувати прямий метод допустимих множин, який дозволяє при виборі оптимально-раціональних рішень не обмежувати кількість критеріїв якості і враховувати кожний з них, а також керувати процесом вибору оптимально-раціонального рішення.

Список літератури: 1. Фролов К.В. Методы совершенствования машин и современные проблемы машиноведения. – М.: Машиностроение, 1984. – 224с. 2. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Регсдел К. Оптимизация в технике. В 2-х кн. Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 350с. 3. Хог Э., Арора Я. Прикладное оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции. – М.: Мир, 1983. – 480с. 4. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 110с. 5. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / В.Н. Кудряцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филиппов; Под общ. ред. В.Н. Кудряцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448. 6. Заблонский К.И. Детали машин. – Одеса: Астропринт, 1999. – 404с. 7. Дослідження та проектування електромеханічних приводів / Гапонов В.С., Калінін П.М. та ін. – Харків: НТУ "ХПІ", 2000. – 202с. 8. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Оптиміально-раціональне проектування зубчастого електромеханічного приводу // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2006. – №22. – С.42-49 9. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Про можливості і методи забезпечення плавності зацеплення привіями зубчастих передач // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2010. – Вып.27. – С.81-88. 10. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. До питання оптимального синтезу планетарної зубчастої передачі // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2007. – Вып.21. – С.221-229. 11. Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Система експрес діагностування працездатності елементів головної передачі автомобіля Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2008. – Вып.28. – С.116-120. 12. Калінін П.М. Деталі машин. Зубчастий редуктор. Практикум. – Харків: Акад. ВВ МВС України, 2006. – 218с.

Надійшла до редколегії 30.04.12

УДК 621.833.38

А.В. КЛОЧКОВ, начальник редукторного цеха ОАО "ЭЗТМ",
Электросталь, Московская обл., Россия;
С.А. ЛАГУТИН, к.т.н., ведущий конструктор ОАО "ЭЗТМ";
Б.С. УТКИН, к.т.н., ведущий конструктор ОАО "ЭЗТМ"

МОДИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ ЗУБЧАТЫХ МУФТ

Для повышения износостойкости зубчатых муфт продольная линия зубьев втулки выполняется по профилю "естественной модификации", которую зуб приобретает в процессе износа. Равнопрочность зубьев обоймы и втулки достигается двумя способами: (1) использованием специальных зуборезных инструментов с тангенциальной коррекцией исходного контура, (2) высотой коррекцией при нарезании зубьев стандартными долбяками и червячными фрезами. Совершенствование геометрии зубчатых муфт обеспечивает повышение их нагрузочной способности на 25...30%. Все предложенные методы обработки и алгоритмы расчета подтверждены производственной практикой ОАО "ЭЗТМ".

Для підвищення зносостійкості зубчастих муфт подовжня лінія зубів втулки виконується по профілю "природної модифікації", який зуб набуває в процесі зносу. Рівномірність зубів обидвома та втулки досягається двома засобами: (1) використанням зуборізних інструментів з тангенціальною корекцією вихідного контуру (2) висотною корекцією при нарізанні зубів стандартними долбяком і черв'ячними фрезами. Удосконалення геометрії зубчастих муфт забезпечує підвищення їх здатності навантаження на 25...30%. Усі запропоновані методи обробки та алгоритми розрахунку підтверджені виробничою практикою ВАТ "ЕЗТМ".

The wear resistance of gear couplings is improved with performing a longitudinal line of the hub teeth on the profile of "natural modification", which tooth takes in the wear process. The equal strength of cage and hub teeth at their bases is achieved by two methods: (i) the use of special gear-cutting tool with tangential modification of the basic rack and (ii) the processing by standard cutters and hobs due addendum modification. Upgrading of the gear couplings geometry enhances its load carrying capacity by 25...30%. All of the proposed processing methods and calculating algorithms are verified by EZTM manufacturing practice.

Актуальність задачі. Зубчасті муфти використовуються для з'єднання валів і компенсації зміщення їх осей. Вони містять дві втулки з зовнішніми зубами і обойму, що складається з двох частин з внутрішніми зубами. При заданих габаритах зубчасті муфти здатні передавати більші крутячі моменти порівняно з муфтами інших типів. Сполучаючи високу навантажувальну здатність з малою інерційністю, вони широко застосовуються в високоскоростних приводах для з'єднання валів, що працюють з перекосами, як правило, до $1,5^\circ$ [1, 2].

При значному зміщенні осей з'єднуюваних валів, для передачі обертання між ними, наприклад, від шестеренної до робочої клітки прокатного стану застосовуються зубчасті шпиндели – зубчасті муфти з проміжним валом [3].

ОАО "ЕЗТМ" – Електростальський завод важкого машинобудування – є одним з основних російських виробників зубчастих муфт і шпинделів.

Нормалізований ряд зубчастих муфт включає в себе 19 типорозмірів. Зубчасті муфти з 1 по 8 номер, призначені для передачі крутного моменту від 1 до 63 кН·м, виготовляються як товарна продукція на спеціалізованому підприємстві. Технічні умови на їх виготовлення регламентуються ГОСТ Р50895-96, якому передували ГОСТ 5006-83 і ГОСТ 5006-55. ЕЗТМ брав активну участь у розробці цих стандартів.

Великі зубчасті муфти типорозмірів 9-19 з навантажувальною здатністю до 1250кН·м, так само як і зубчасті шпиндели, виготовляються в редукторному цеху за індивідуальними замовленнями. Вони застосовуються, в основному, в приводах прокатних станів і інших машин, що входять до номенклатури підприємства.

Надійшли з'єднувальних пристроїв суттєво впливає на надійність машини в цілому. В зв'язі з цим конструкторсько-дослідницький відділ ЕЗТМ приділяє постійну увагу вдосконаленню їх конструкції [3, 4]. Цілий ряд технічних рішень був захищений авторськими свідоцтвами і патентами РФ [5]. Проектні та експериментальні роботи проводилися в співпраці з Інститутом Машинобудування РАН і іншими інститутами. Фундаментальний внесок у розвиток методів дослідження і розрахунку зубчастих з'єднань зробили роботи А.Л.Айрапетова і його колег [1, 2].

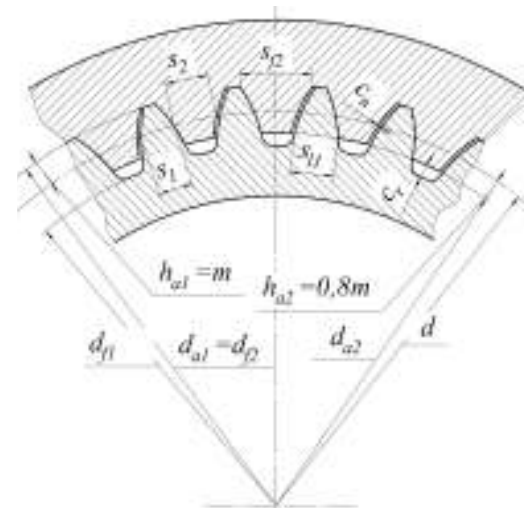
Закладаються геометричні параметри, матеріали і методи зміцнення зубів при заданих зовнішніх умовах навантаження – крутячому мо-

менте, частоті обертання і кутах перекоса повинні забезпечувати безотказність роботи за критеріями поломки зубів і контактної руйнування робочих поверхонь в певний термін служби.

Роботи по підвищенню навантажувальної здатності і ресурсу зубчастих муфт постійно продовжуються.

Традиційні параметри зубчастої муфти. Зубчаста муфта може розглядатися як прямозуба евольвентна передача з внутрішнім зацепленням і передаточним числом $u=1$. Числа зубів z , модуль m і делительний діаметр $d=mz$ рівні для обох елементів.

Основні геометричні параметри муфти в сеченні середньої площини показані на рисунку 1.



Зовнішні зуби втулки нарізаються інструментом (черв'ячною фрезою) за стандартним початковим контуром:

- кут профілю початкового контуру $\alpha=20^\circ$;
- висота головки зуба втулки $h_{a1}=m$;
- глибина ножки зуба втулки $h_{f1}=1,25m$.

Центрування втулки в обоймі виробляється по вершинам зубів. При цьому номінальні значення діаметрів вершин зубів втулки і впадин обойми рівні між собою:

$$d_{a1}=d_{a2}=m(z+2). \quad (1)$$

Рисунок 1 – Традиційні параметри зубчастого венця

Зуби обойми виконуються з укороченою висотою головки $h_{a2}=0,8m$. Таким чином, з однієї сторони, уникнувши небезпечності інтерференції зубів обойми в станочному зацепленні з зуборезним долбяком. З іншої сторони, збільшений радіальний зазор $C_r \approx 0,45m$ необхідний для компенсації несоосності деталей з'єднання при зборці.

Номінальні значення делительної товщини зубів втулки і обойми традиційно приймалися рівними між собою:

$$S_1=S_2=\pi m/2. \quad (2)$$

Для компенсації несоосності з'єднуюваних валів і погрешностей шага необхідно передбачити боковий зазор між зубами, який вимірюється по загальній нормалі до евольвентних профілів. За нормами ЕЗТМ в муфтах з бочкообразними зубами він задається рівним $C_n=0,12m$ і забезпечується обов'язковим утоненням зубів обойми на величину $\delta_{n2}=0,08m$ і зубів втулки на величину $\delta_{n1}=0,04m$.

Продольная модификация зубьев. Для предотвращения выхода пятна контакта на кромку зуба наружные зубья втулок должны быть выполнены с продольной модификацией или "бочкообразными".

Традиционная форма продольной модификации зубьев показана на рисунке 2. Наружная поверхность зубьев втулки выполняется по сфере радиуса $R_a = d_{a1}/2$.

Боковой профиль наружных зубьев втулок в сечении, касательном к делительному цилиндру, выполняется по кривой постоянной кривизны, близкой к дуге окружности с радиусом R .

Такая модификация обеспечивается тем, что зубьев нарезаются с переменным по длине зуба смещением исходного контура за счет продольной подачи зуборезной фрезы по кривой радиуса R_c . При этом указанные радиусы связаны зависимостью:

$$R = R_c / \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

При работе зубчатого соединения с углом перекоса осей, равным I_a , центр пятна контакта за один оборот перемещается по длине зуба с одной его стороны на другую и обратно, удаляясь от середины на величину

$$x_a = R \sin \omega_a \quad (4)$$

Известно [1, 3], что смещение пятна контакта к торцу зубчатого венца приводит к существенному увеличению изгибных напряжений в основании зубьев, поэтому уменьшение x_a за счет уменьшения радиуса R благоприятно сказывается на работе соединения. С другой стороны, уменьшение этого радиуса приводит к увеличению контактных напряжений между зубьями. Поэтому оптимизация радиуса R представляет собой сложную, многокритериальную задачу.

Теоретический анализ и экспериментальное исследование распределения нагрузки по зубьям соединения и по длине каждого зуба показали, что максимальная по длине зуба нагрузка возникает на расстоянии x_a от середины зуба, а минимальная – в середине зуба. Поэтому в процессе износа зубьев зубчатых соединений боковая их поверхность изменяет исходную форму и приобретает профиль, названный "профилем естественной модификации".

Этот профиль представляет собой выпуклую симметричную кривую переменной кривизны. В середине зуба радиус ее кривизны минимален и в нормальном сечении должен быть равен радиусу кривизны торцового профиля эвольвенты в полюсе зацепления $R_0 = m z \sin \alpha$.

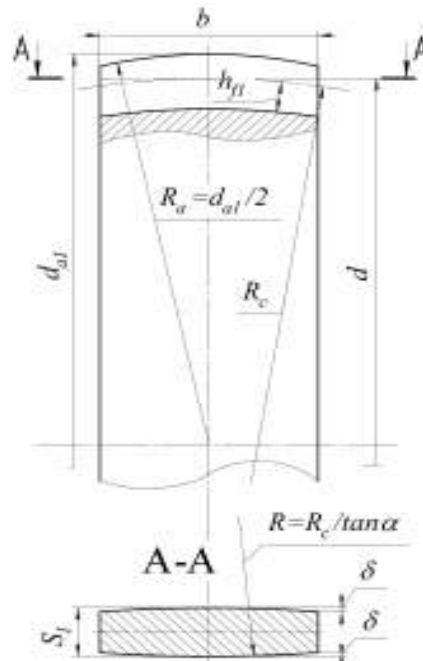


Рисунок 2 – Традиционная форма бочкообразного зуба

По мере приближения к торцам радиус кривизны должен увеличиваться и достигать максимума на расстоянии x_a от середины зуба. Были предложены несколько вариантов уравнений кривых, удовлетворяющих этому условию.

В частности в работе [4] оптимальный профиль был описан уравнением:

$$y = \frac{\operatorname{tg} \omega_a}{16} \left(15 \frac{x^2}{x_a} - 5 \frac{x^4}{x_a^3} + \frac{x^6}{x_a^5} \right), \quad (5)$$

которое обеспечивает нулевую кривизну продольной линии в точках приложения максимальной нагрузки при заданном угле перекоса ω_a .

На практике было реализовано решение, аппроксимирующее эту зависимость, при котором линия смещения исходного контура (траектория подачи инструмента) очерчивается тремя дугами окружностей (рисунок 3). Центральный участок этой линии описывается дугой радиуса

$$R_1 = R_0 \sin \alpha = 0,5 m z \sin^2 \alpha \quad (6)$$

Ширина указанного участка составляет:

$$a = 2 R_0 \sin \omega_a = 2 R_1 \sin \omega \quad (7)$$

За его пределами линия смещения исходного контура плавно переходит в дуги радиуса $R_2 = 10 R_1$.

Более подробно вопросы продольной модификации зубьев рассмотрены в работе [4].

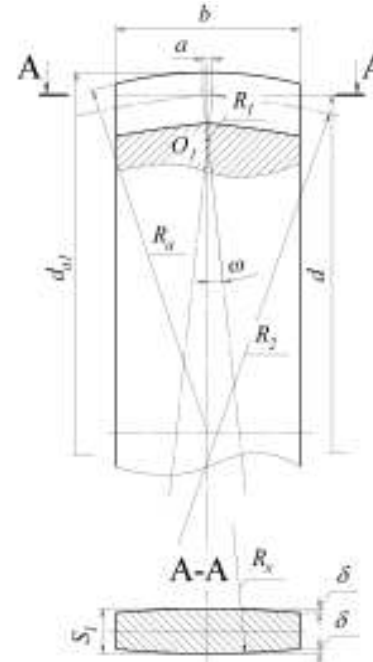


Рисунок 3 – Форма естественной модификации

Тангенциальная модификация зубьев. Основным критерием, определяющим нагрузочную способность зубчатой муфты, является изгибная прочность зубьев, которая в свою очередь определяется величиной изгибных напряжений в опасном сечении у основания зуба.

Обратим внимание на то, что при традиционном исполнении зубчатой муфты (см. рисунок 1) толщина зуба втулки S_{11} в этом сечении существенно меньше толщины зуба обоймы S_{12} . Соответственно изгибная прочность зубьев втулки меньше чем зубьев обоймы.

Максимальное изгибное напряжение σ_{Fmax} в основании зуба втулки рассчитывается по эмпирической формуле [3]:

$$\sigma_{Fmax} = 6 k_c k_b P S_{11}^{-2}, \quad (8)$$

где P – окружное усилие; k_c и k_b – коэффициенты, учитывающие концентрацию напряжений и место приложения нагрузки.

Отсюда следует, что при прочих равных условиях нагрузочная способ-

ность муфты, т.е. величина допускаемого крутящего момента, передаваемого муфтой, пропорциональна $S_{л1}^2$. Поэтому за счет выравнивания прочности зубьев втулки и обоймы нагрузочная способность муфты может быть существенно повышена.

В 90 годы на ЭЗТМ был проведен комплекс теоретических и экспериментальных работ по созданию муфт с равнопрочными зубьями. Эффект равнопрочности был достигнут путем тангенциальной коррекции параметров исходного контура.

При сохранении всех диаметральных размеров зубчатых венцов делительная толщина зубьев втулки S_1 была увеличена на величину ΔS , а делительная толщина зубьев обоймы S_2 была уменьшена на ту же величину.

Конкретное значение ΔS рассчитывалось для каждой муфты из условия $S_{л1}=S_{л2}$ и в зависимости от числа зубьев составило $\Delta S=(0,22\dots 0,25)m$.

Это решение было запатентовано [А.с. №1598563], легло в основу российского стандарта ГОСТ Р 50895-96, и позволило повысить нагрузочную способность муфт по сравнению с муфтами, выпускавшимися ранее по ГОСТ 5006-83, примерно в полтора раза.

При освоении в производстве тангенциальная коррекция потребовала разработки и изготовления специального режущего инструмента: червячных фрез с утоненными зубьями для нарезания наружных зубьев втулки и протяжек с утолщенными зубьями для внутренних зубьев обоймы.

Для серийно выпускаемых первых 8-и типоразмеров муфт с небольшими модулями ($m=2,5\dots 4$), такое решение было экономически приемлемым, поскольку затраты на плановую замену инструмента быстро окупались.

Высотная коррекция зубчатого венца. Крупногабаритные муфты с модулями $m=6\dots 14$ изготавливаются индивидуально. В этом случае зубья втулки должны нарезаться зуборезными фрезами со стандартными параметрами: делительной толщиной зуба $S_0=0,5\pi m$ и высотой головки зуба $h_{a0}\geq 1,25m$.

При этом желательное утолщение зубьев втулки может быть достигнуто высотной коррекцией, т.е. смещением инструмента от оси обрабатываемой втулки на расстояние xm от ее оси.

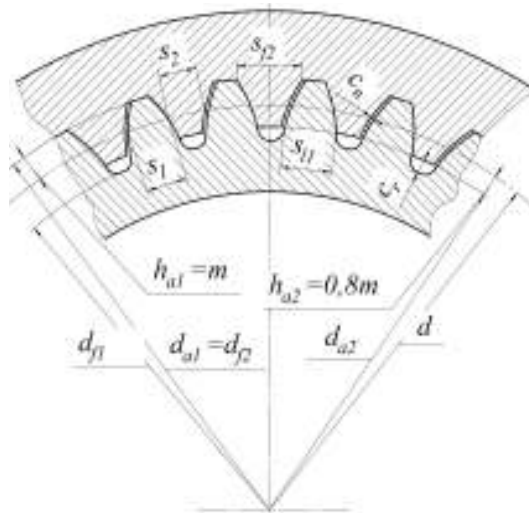


Рисунок 4 – Тангенциальная модификация зубьев

Основные пропорции зубьев в среднем сечении скорректированной муфты показаны на рисунке 5.

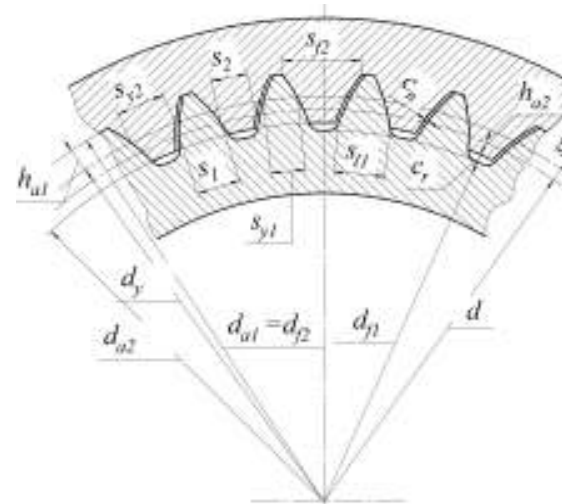


Рисунок 5 – Высотная коррекция зубчатого венца

Высота зуба обоймы сохранена такой же, как ранее: $h_2=h_{a2}+h_{a1}=1,8m$.

Радиальный зазор у впадин зуба втулки уменьшен до значения $C_r=0,3m$, что вполне достаточно при условии одновременной продольной модификации зубьев и позволяет уменьшить высоту головки зуба до значения $h_{a1}=0,85m$ и полную высоту зуба до $h_1=h_{a1}+h_{a0}=2,1m$.

Расчетные толщины зубьев на делительной окружности с диаметром $d=mz$ определяются как

$$S_1=m(0,5\pi+2x\cdot\operatorname{tg}\alpha); \quad S_2=\pi m-S_1-C_r, \quad (9)$$

где $C_r=C_n/\cos\alpha$ – минимальный боковой зазор.

Измерительные хорды зубьев S_{y1} и S_{y2} задаются на окружности диаметра $d_y=m(z+2x)$ и рассчитываются обычными для эвольвентного зацепления методами, так же как и толщины S_{11} и S_{12} оснований зубьев в опасных сечениях: для втулки – на окружности диаметра $d_{f1}=d_{a2}$, для обоймы – на окружности диаметра d_{f2} .

Внутренние зубья обоймы нарезаются стандартными зуборезными долбяками. Для повышения точности и производительности обработки долбяк шлифуется по наружному конусу таким образом, чтобы в конечном положении он одновременно обрабатывал дно впадины внутреннего зуба и обе ее боковые стороны.

При этом параметры долбяка: число зубьев z_0 , коэффициент смещения x_0 , основной диаметр d_{b0} и наружный диаметр d_{a0} должны быть связаны с параметрами нарезаемой обоймы уравнением:

$$x-x_0=\frac{z-z_0}{2\cdot\operatorname{tg}\alpha}\cdot\left[\operatorname{inv}\left(\arccos\frac{d_b-d_{b0}}{d_{f2}-d_{a0}}\right)-\operatorname{inv}\alpha\right]-\frac{C_n}{2m\sin\alpha}. \quad (10)$$

Отсюда при заданном значении x определяется диаметр d_{a0} , а при выбранном d_{a0} величина x .

При выборе коэффициента x необходимо учитывать также следующие технологические ограничения.

- (i) При перешлифовке наружного диаметра высота зуба долбяка должна оставаться не менее $2m$.
- (ii) Для обойм с разными числами зубьев одного модуля должен использоваться долбяк с одним и тем же диаметром d_{a0} .
- (iii) Радиус галтели между окружностью впадин и боковым профилем зуба обоймы должен быть не более $0,1m$.

С учетом этих ограничений для муфт с числами зубьев в диапазоне $z=(46...68)$ расчетный коэффициент смещения определяется в пределах $x=(0,44...0,7)$. При таких смещениях толщина S_{II} опасного сечения зуба втулки увеличивается с $(1,9...2)m$ до $(2,1...2,14)m$.

В ходе пересмотре типоразмерного ряда в необходимых случаях был также увеличен модуль зубьев. Например, в наиболее крупной по нормали ЭЗТМ муфте №19 параметры $m=12$, $z=80$ были изменены на $m=14$, $z=68$, что повысило ее нагрузочную способность с 1000 до 1250кН·м.

Выводы:

1. Износостойкость зубчатых муфт повышена путем продольной модификации зубьев втулок, в том числе, близкой к той "естественной модификации", которую зубья приобретают в процессе износа.

2. Для обеспечения равнопрочности втулки и обоймы необходимо уравнять толщины зубьев у их оснований. В серийно выпускаемых муфтах с небольшими модулями этот эффект достигнут путем тангенциальной коррекции исходного контура при условии изготовления специального инструмента.

3. Для индивидуально изготавливаемых крупногабаритных муфт близкий эффект достигается высотной коррекцией зубьев. В этом случае зубья втулки нарезаются стандартными червячными фрезами, а зубья обоймы – долбяками.

4. Разработан метод перешлифовки стандартного зуборезного долбяка по наружному конусу, который обеспечивает одновременную обработку дна впадины внутреннего зуба и обеих ее боковых поверхностей.

5. Модификация геометрии зубчатых муфт обеспечивает повышение их нагрузочной способности на 25...30%.

6. Дальнейшее повышение нагрузочной способности и ресурса может быть достигнуто термическим упрочнением поверхности зубьев путем индукционной закалки токами высокой частоты до твердости 45...50 HRC или ионного азотирования.

Список литературы: 1. Айрапетов Э.Л., Косарев О.И. Зубчатые муфты. – М.: Наука, 1982. – 128с. 2. Айрапетов Э.Л., Мирзаджанов Д.Б. Зубчатые соединительные муфты. – М.: Наука, 1991. – 248с. 3. Уткин Б.С. Исследование нагрузочной способности зубчатых соединений шпинделей прокатных станков. Автореф. дис...канд.техн.наук. – Курган, 1983. – 18с. 4. Айрапетов Э.Л., Уткин Б.С., Лагутин С.А., Робер А.И. Совершенствование зубчатых муфт и шпинделей конструкции ЭЗТМ // Тяжелое машиностроение. – 2000. – №12. – С.10-12. 5. Авторские свидетельства и патенты РФ №1037713 (1981); №1037714 (1981); №1410611 (1986); №1423834 (1986); №1598563 (1990); №1672781 (1991) Зубчатая муфта, Int.Cl.: F16D 3/18; (Айрапетов Э.Л., Уткин Б.С., Лагутин С.А. и др.)

Поступила в редколлегию 30.04.12

В.И. КОРОТКИН, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, Ростов-на-Дону, Россия;
Ю.Д. ХАРИТОНОВ, к.т.н., старший научный сотрудник НИИМ и ПМ ЮФУ;
О.В. ЯВРУЯН, к.ф.-м.н., младший научный сотрудник ЮФУ

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА НОВИКОВА СО СНИЖЕННЫМ ОСЕВЫМ УСИЛИЕМ

Рассмотрены новые передачи Новикова со спрямлёнными зубьями, у которых резко снижен (вплоть до нуля) осевой компонент усилий в зацеплении. Получены уравнения рабочих поверхностей зубьев, действующих и контактных линий, линии зацепления. Новые передачи предназначены для использования в узлах, для которых существуют жесткие ограничения в отношении величины и направления осевых усилий, а также осевого габарита конструкции, например, в качестве бортовых редукторов семейства тракторов.

Розглянуто нові передачі Новікова зі спрямленими зубцями, у яких різко знижено (аж до нуля) осеву компоненту зусиль у зацепленні. Отримані рівняння робочих поверхонь зубців, діючих і контактних ліній, лінії зацеплення. Нові передачі призначені для використання у вузлах, для яких існують жорсткі обмеження у відношенні величини і напрямлення осевих зусиль, а також осевого габариту конструкції, наприклад, у якості бортових редукторів сімейства тракторів.

In article considered the new Novikov gearing with straightened teeth, which greatly reduced (down to zero) axial component of gearing. Are obtained equations of working surfaces of the teeth, active contact lines and the lines of action. The new gears designed for use in the nodes for which there are strict limits on the magnitude and direction of axial forces and axial dimension structures, such as hub gear drive of tractor.

Зубчатые передачи Новикова получили широкое применение в промышленности благодаря высоким прочностным характеристикам. Для практического применения синтез этих передач, как известно, построен на кинематическом принципе, при котором общей контактной точке в неподвижном пространстве придают равномерное движение по прямой (линии зацепления), параллельной полусной линии [1]. Рабочие поверхности зубьев колёс получают винтовыми, чем обеспечивается осевое перекрытие в зацеплении. Неизменным при этом является возникновение осевого компонента передаваемого усилия. Если в конструктивном отношении проектируемый узел машины имеет ограничения в осевом направлении, то осевой компонент усилия может достигать существенной величины из-за необходимости обеспечить достаточную величину коэффициента осевого перекрытия за счёт увеличения угла наклона зуба. Это является объективным недостатком передач Новикова, т.к. создаёт неблагоприятные условия для нормальной работы опор, заставляя увеличивать их габарит и массу, что не всегда представляется возможным.

Примером указанных узлов являются, в частности, бортовые передачи семейства тракторов, где используются исключительно прямозубые эвольвентные передачи, выход из строя которых обусловлен недостаточной контактной прочностью, присущей эвольвентным передачам вообще. Установка в этих узлах традиционных косозубых передач Новикова сдерживается конструкцией подшипников, воспринимающих, в основном, только радиальные

нагрузки, а установка передач шевронного типа (например, арочных и т.п.) невозможна, т.к. помимо стеснённого осевого габарита данные узлы допускают только осевую сборку-разборку.

Нами предложена [2] цилиндрическая зубчатая передача с выпукловогнутом контактом, синтезированная на основе идей Новикова (следовательно, обладающая высокой контактной прочностью), у которой в то же время резко снижен (вплоть до нуля) осевой компонент усилия в зацеплении. Достигается это тем, что прямая линия зацепления наклонена к полюсной линии на некоторый угол μ , а проекция на начальную плоскость действующей линии зубьев исходной (производящей) рейки параллельна полюсной линии. Осевое перекрытие обеспечивается наклоном к полюсной линии проекции на осевую плоскость линии зацепления и действующей линии зуба рейки.

Сказанное иллюстрируется рисунком 1.

Действующая линия K_1K_2 исходной рейки, расположенная на цилиндрической поверхности зуба, наклонена к начальной плоскости на угол θ . При перемещении рейки по стрелке A общая контактная точка поверхности зубьев рейки и сцепляющегося с ней колеса движется по действующим линиям обоих элементов пары и по линии зацепления. При этом, как видно из рисунка 1, величина отрезка контактной нормали к торцовому профилю от точки контакта до полюсной линии PP плавно изменяется от значения l_{k1} (в начальной контактной точке K_1) до значения l_{k2} (в конечной контактной точке K_2). Отсюда коэффициент ε_β осевого перекрытия по одной линии зацепления:

$$\varepsilon_\beta = b_w \operatorname{tg} \beta_l / p_t = (l_{k2} - l_{k1}) \cos \alpha_t / p_t, \quad (1)$$

где b_w – рабочая ширина зубчатого венца; β_l – угол между проекцией линии зацепления на начальную плоскость и полюсной линией; α_{kt} – торцовый угол профиля зуба рейки в контактной точке; p_t – торцовый шаг зубьев.

Как легко заметить, углы θ , β_l и α_t связаны соотношением:

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \alpha_{kt} \operatorname{tg} \beta_l, \quad (2)$$

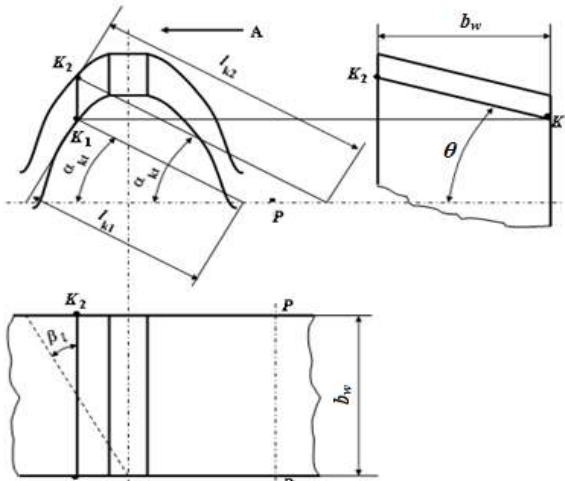


Рисунок 1 – Головка зуба исходной рейки цилиндрической передачи Новикова со спрямленными зубьями в трех проекциях

а угол μ наклона линии зацепления к полюсной линии равен

$$\mu = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \beta_l / \cos \alpha_{kt}) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \theta / \sin \alpha_{kt}). \quad (3)$$

Поскольку проекция линии зуба на начальную плоскость параллельна полюсной линии, то такой зуб получается спрямлённым, и в дальнейшем данную передачу будем называть передачей Новикова со спрямлёнными зубьями (сокращённо ПНСЗ).

Пусть торцовое сечение зуба рейки – окружность, с которой свяжем систему координат $O_u x_u y_u z_u$. Ось $O_u x_u$ этой системы направим перпендикулярно начальной плоскости, ось $O_u y_u$ – параллельно начальной прямой, а ось $O_u z_u$ – параллельно полюсной линии (рисунок 2).

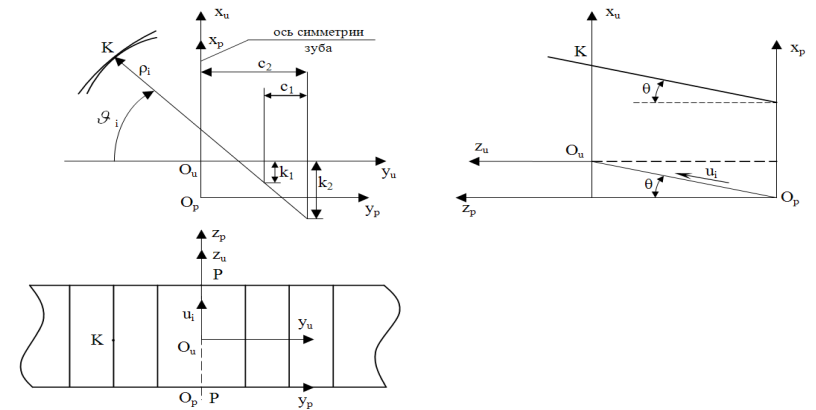


Рисунок 2 – К образованию поверхности зуба рейки

Уравнение окружности в системе $O_u x_u y_u z_u$ запишется как

$$\begin{cases} x_u = \rho_i \sin \vartheta_i - k_i; \\ y_u = -(\rho_i \cos \vartheta_i - c_i); \\ z_u = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь ρ_i – радиус окружности, ϑ_i – текущий угол профиля, где $i=1,2$ (нижний индекс "1" относится к шестерне, "2" – к колесу).

Поверхность зуба рейки в системе $O_p x_p y_p z_p$ образуется при поступательном движении системы $O_u x_u y_u z_u$ вместе с окружностью в направлении U_i под углом θ к начальной плоскости. Уравнение поверхности зуба рейки:

$$\begin{cases} x_p = \rho_i \sin \vartheta_i - k_i + U_i \sin \theta; \\ y_p = -(\rho_i \cos \vartheta_i - c_i); \\ z_p = U_i \cos \theta. \end{cases} \quad (5)$$

Очевидно при $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \alpha_{kt}$ уравнение (5) опишет прямую линию касания двух сопряжённых реек.

В точках касания двух неконгруэнтных производящих поверхностей 1 и 2 имеем равенство радиусов-векторов (6) и ортов нормалей (7):

$$\vec{r}_p^{(1)} = \vec{r}_p^{(2)}, \quad (6) \quad \vec{e}_p^{(1)} = \vec{e}_p^{(2)}. \quad (7)$$

Имея в виду, что

$$\vec{e}_p^{(i)} = t \left(\frac{\partial \vec{r}_p^{(i)}}{\partial \vartheta_i} \times \frac{\partial \vec{r}_p^{(i)}}{\partial U_i} \right), \quad (8)$$

где t – нормирующий множитель, получим после преобразований следующие проекции орта нормали:

$$\begin{cases} e_{px}^{(i)} = \sin \vartheta_i \cos \theta; \\ e_{py}^{(i)} = -\cos \vartheta_i \cos \theta; \\ e_{pz}^{(i)} = -\sin \vartheta_i \sin \theta. \end{cases} \quad (9)$$

Осевой компонент n усилия в точках контакта, под которым будем понимать отношение осевого усилия F_x к окружному F_t , на основании (9) равен

$$n = F_x / F_t = e_{pz} / e_{py} = \operatorname{tg} \alpha_{kt} \operatorname{tg} \theta. \quad (10)$$

Для сравнения напомним, что в традиционных косозубых передачах Новикова, имеющих угол наклона β , имеем

$$n = \operatorname{tg} \beta \quad \text{и} \quad \varepsilon_\beta = b_w \operatorname{tg} \beta / p_t. \quad (11)$$

Сопоставляя при одинаковых b_w, ε_β формулы (11) и (10) с учётом (2), получаем, что осевой компонент усилия в ПНСЗ в $\operatorname{ctg} \alpha_{kt}^2$ раз ниже, чем в традиционной передаче Новикова. Так, к примеру, при $\alpha_{kt} = (20...30)^\circ$ имеем снижение в (7,5...3) раза, а при $\beta = 17^\circ$ осевой компонент $n = 0,04...0,1$. Заметим при этом, что направление усилия F_x при реверсировании ПНСЗ не меняется, что на практике часто оказывается весьма ценным.

Из приведенных формул также следует, что при одинаковых F_x и ε_β ПНСЗ имеет осевой габарит также в $\operatorname{ctg} \alpha_{kt}^2$ меньше, чем традиционная передача Новикова.

Интересно отметить, что в тех случаях, когда ПНСЗ должна работать как нереверсивная, можно добиться на рабочей стороне зубьев полной ликвидации осевого компонента усилия, т.е. обеспечить $F_x = 0$, если, как вытекает из (10), проекцию действующей линии рейки на начальную плоскость наклонить к полосуной линии на угол β , равный:

$$\beta = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_{kt} \operatorname{tg} \theta). \quad (12)$$

Перейдём к выводу уравнений рабочей поверхности зубьев колёс, для чего обратимся к рисунку 3, на котором обозначено: r_i – радиус начального цилиндра зубчатого колеса; φ_i – угол поворота зубчатого колеса в процессе его зацепления с рейкой или с парным колесом; Π – начальная плоскость; $Oxyz$ – общая неподвижная система координат; $O_i x_i y_i z_i$ – подвижная система координат, связанная с вращающимся зубчатым колесом.

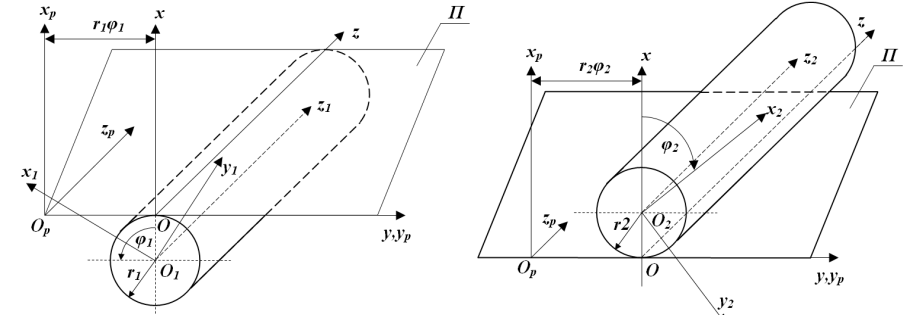


Рисунок 3 – К образованию поверхностей зубьев зубчатых колёс

Для получения уравнений поверхностей зубьев зубчатых колёс необходимо от системы $O_p x_p y_p z_p$ перейти к системе $O_i x_i y_i z_i$ через матрицу M_{ip} перехода [3]

$$M_{ip} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_i & \mp \sin \varphi_i & 0 & \pm r_i (\cos \varphi_i + \varphi_i \sin \varphi_i) \\ \pm \sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 & r_i (\sin \varphi_i - \varphi_i \cos \varphi_i) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Верхний знак относится к первому колесу, нижний – ко второму.

После подстановок и преобразований, исключая параметр U_i , получаем искомые уравнения поверхностей зубьев в виде:

$$\begin{cases} x_i = r_i (\sin \vartheta_i \cos \varphi_i \pm \cos \vartheta_i \sin \varphi_i) - c_i (\operatorname{tg} \vartheta_i \cos \varphi_i \pm \sin \varphi_i) \pm \\ \quad \pm r_i [\cos \varphi_i (\pm \varphi_i \operatorname{tg} \vartheta_i + 1) + \varphi_i \sin \varphi_i]; \\ y_i = \pm r_i (\sin \vartheta_i \sin \varphi_i \mp \cos \vartheta_i \cos \varphi_i) \mp c_i (\operatorname{tg} \vartheta_i \sin \varphi_i \mp \cos \varphi_i) + \\ \quad + r_i [\sin \varphi_i (\pm \varphi_i \operatorname{tg} \vartheta_i + 1) - \varphi_i \cos \varphi_i]; \\ z_i = [(r_i \varphi_i - c_i) \operatorname{tg} \vartheta_i + k_i] \operatorname{ctg} \theta. \end{cases} \quad (13)$$

При выводе уравнения (13) использовано уравнение зацепления, устанавливающее связь между параметром обкатки φ_i и криволинейными координатами ϑ_i, U_i поверхности зуба:

$$f_i(\vartheta_i, U_i, \varphi_i) = (r_i \varphi_i - c_i) \sin \vartheta_i - (U_i \sin \theta - k_i) \cos \vartheta_i = 0. \quad (14)$$

Уравнение зацепления (14) получено из известного положения о том, что общая нормаль к сопрягающимся поверхностям в точках контакта должна пересекать ось зацепления (полносную линию).

Из третьего уравнения (13) получим:

$$\varphi_i = (z_i \operatorname{tg} \theta - k_i + c_i \operatorname{tg} \mathcal{G}_i) / (r_i \operatorname{tg} \mathcal{G}_i). \quad (15)$$

Придавая различные значения z_i , будем получать различные сечения зуба зубчатого колеса плоскостями, перпендикулярными оси z_i в виде:

$$\begin{cases} x_i = x_i(\mathcal{G}_i); \\ y_i = y_i(\mathcal{G}_i). \end{cases} \quad (16)$$

Из (14) следует, что в общем случае, когда параметр U_i имеет произвольное значение, контактная линия является некоторой пространственной кривой. В случае же, когда U_i принимает значение, равное $k_i / \sin \theta$, получаем $\varphi_i = c_i / r_i$, т.е. на основании (5) в качестве линии единовременного контакта на поверхности зуба рейки имеем окружность

$$\begin{cases} x_p = r_i \sin \mathcal{G}_i; \\ y_p = -(r_i \cos \mathcal{G}_i - c_i) \end{cases} \quad (17)$$

радиуса r_i с центром на начальной линии, лежащую в плоскости, перпендикулярной оси z_i и отстоящей от торца зубчатого венца на расстоянии $z_p = k_i \operatorname{ctg} \theta$.

Окружность радиуса r_i на поверхности зуба зубчатого колеса получается из (13) и имеет вид:

$$\begin{cases} x_i = r_i \sin(\mathcal{G}_i \pm c_i / r_i) \pm r_i \cos(c_i / r_i); \\ y_i = -r_i \cos(\mathcal{G}_i \pm c_i / r_i) + r_i \sin(c_i / r_i). \end{cases} \quad (18)$$

Координаты центра радиуса окружности (18) будут соответственно $x_{0i} = \pm r_i \cos(c_i / r_i), y_{0i} = r_i \sin(c_i / r_i)$.

Действующую прямую линию $K_1 K_2$ (рисунок 1), по которой движется контактная точка на зубе производящей рейки, получим из (5), положив $\mathcal{G}_i = \alpha_{kt}$:

$$\begin{cases} x_p = \rho_i \sin \alpha_{kt} - k_i + U_i \sin \theta; \\ y_p = -(\rho_i \cos \alpha_{kt} - c_i); \\ z_p = U_i \cos \theta. \end{cases} \quad (19)$$

Эта линия наклонена к плоскости $O_p y_p z_p$ на угол θ .

Действующие линии на поверхностях зубьев зубчатых колёс найдутся из (13) при подстановке $\mathcal{G}_i = \alpha_{kt}$ с учётом имеющего место в точках контакта соотношения $k_i = c_i \operatorname{tg} \alpha_{kt}$:

$$\begin{cases} x_i = (r_i - c_i / \cos \alpha_{kt} + r_i \varphi_i / \cos \alpha_{kt}) \sin(\alpha_{kt} \pm \varphi_i) \pm r_i \cos \varphi_i; \\ y_i = (-r_i + c_i / \cos \alpha_{kt} - r_i \varphi_i / \cos \alpha_{kt}) \cos(\alpha_{kt} \pm \varphi_i) + r_i \sin \varphi_i; \\ z_i = r_i \varphi_i \operatorname{tg} \alpha_{kt} \operatorname{ctg} \theta. \end{cases} \quad (20)$$

Это линия с винтовым параметром $p_i = r_i / (\sin \mu \cos \alpha_{kt})$, где μ – угол наклона линии зацепления к полюсной линии и оси $O_i z_i$ (3). Как показали исследования, действующие линии (20) лежат на однополостном гиперboloиде, образованном вращением линии зацепления вокруг оси $O_i z_i$.

Уравнения линии зацепления получим в общей неподвижной системе координат $Oxyz$ (рисунок 3). С этой целью достаточно в эту систему переписать уравнения (5), положив при этом $\mathcal{G}_i = \alpha_{kt}$ и присоединив уравнение зацепления (14). После несложных преобразований и исключения параметра U_i получим:

$$\begin{cases} x = r_i \sin \alpha_{kt} - k_i + r_i \varphi_i \operatorname{tg} \alpha_{kt}; \\ y = -(r_i \cos \alpha_{kt} - c_i) - r_i \varphi_i; \\ z = r_i \varphi_i \operatorname{tg} \alpha_{kt} \operatorname{ctg} \theta. \end{cases} \quad (21)$$

Из (21) видно, что линия зацепления – прямая, поскольку её координаты зависят от параметра обкатки φ_i в первой степени, т.е. линейно.

Как выше указывалось, линия зацепления (21) наклонена к полюсной линии на угол μ (3), а углы её наклона к осям координат в неподвижной системе будут:

$$\begin{cases} \cos \mu_x = \sin \alpha_{kt} \sin \mu; \\ \cos \mu_y = -\cos \alpha_{kt} \sin \mu; \\ \cos \mu_z = \cos \mu. \end{cases} \quad (22)$$

Полагая $\mu = 0$, получим линию зацепления традиционных косозубых передач Новикова, параллельную оси Oz .

Зубонарезание зубчатых колёс рассматриваемой передачи практически не отличается от зубонарезания обычных долбяков и осуществляется на серийных зубофрезерных полуавтоматах с помощью, например, дополнительной гитары настройки, связывающей вертикальное перемещение суппорта с фрезой и горизонтальное перемещение стола с заготовкой. Поверхность впадин нарезаемых зубчатых колёс приобретает при этом слегка коническую форму с углом 2θ при вершине конуса (рисунок 4). Для создания равномерного радиального зазора поверхность вершин зубьев также выполняется конической с тем же углом при вершине конуса. Благодаря конструкции "встречных конусов" передача допускает осевую регулировку, компенсирующую радиальные технологические погрешности (например, отклонения от номинала межосевого расстояния пары) и тем самым позволяющую стабилизировать высотное положение площадки контакта, что принципиально важно для зацепления Новикова.

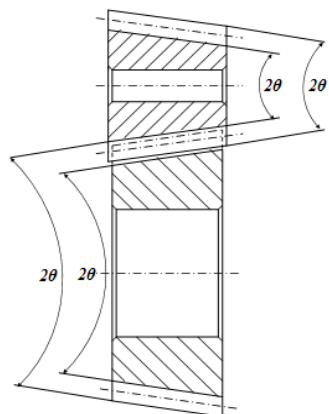


Рисунок 4 – Схематичное изображение цилиндрической зубчатой пары Новикова со спрямленными зубьями

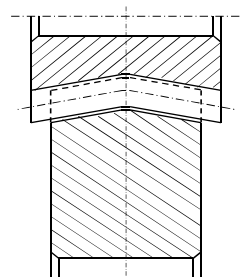


Рисунок 5 – Передача Новикова с "ёлочными" зубьями

Интересной разновидностью передачи со спрямленными зубьями является изображенная на рисунке 5 передача с "ёлочными" зубьями, действующая линия зубьев исходной рейки которой выполнена в виде ломаной прямой. Такая передача имеет увеличенное число контактных точек в одновременном зацеплении и, подобно обычным шевронным, обладает способностью к осевой саморегуляции. Преимуществом ее по сравнению с шевронной является то, что при изготовлении колес не требуется переустановок червячной фрезы, благодаря чему отпадает надобность в канавке, снижаются потери технологического времени зубообработки, сокращается осевой габарит передачи, а зуб получается прочным благодаря цельной (без канавки) форме по длине. Кроме того, отсутствие переустановок фрезы автоматически обеспечивает строгое совпадение плоскостей симметрии зубьев для всех участков зубчатого венца, а это, в свою очередь, приводит к выравниванию распределения нагрузки между участками и более полному использованию общей рабочей длины зубьев.

Таким образом, рассмотренные разновидности ПНСЗ, обладая высокой контактной прочностью на уровне известных передач Новикова, дают определенный эффект при их использовании в механизмах, для которых существуют жесткие ограничения в отношении величины и направления осевых усилий, а также осевого габарита конструкции.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 10-08-00031.

Список литературы: 1. Новиков М.Л. Зубчатые передачи с новым зацеплением. – М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1958. – 186с. 2. Короткин В.И. Синтез новых разновидностей цилиндрических зубчатых передач с выпукло-вогнутым точечным контактом // Изв. СКНЦВШ. Технические науки. – Ростов н/Д: Изд-во РГУ, 1979. – №4. – С.62-66. 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редакцию 20.04.12

Б.А. ЛОПАТИН, д.т.н, проф., зам. директора по научной работе филиала ФГБОУ ВПО "ЮУрГУ" (НИУ) в Златоусте, Россия;

Е.А. ПОЛУЭКТОВ, ст. преп. филиала ФГБОУ ВПО "ЮУрГУ" (НИУ) в Златоусте

ПРИБЛИЖЕННОЕ ПРОФИЛИРОВАНИЕ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЬЕВ КОНИЧЕСКОЙ ШЕСТЕРНИ ЦИЛИНДРО-КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

При формообразовании рабочей поверхности зубьев шестерни цилиндрической конической передачи внутреннего зацепления возникает технологическая проблема получения теоретически точного профиля зубьев. Это связано с необходимостью изготовления для каждой передачи долбяка с внутренними зубьями с геометрией, идентичной геометрии колеса передачи. В работе описан способ приближенного профилирования зубьев шестерни цилиндрической конической передачи инструментом реечного типа. Предлагаемый способ обеспечивает достаточную для практического применения степень приближения формируемой поверхности к теоретически точной.

Під час формоутворення робочої поверхні зубців шестерні циліндро-конічної передачі внутрішнього зацеплення виникає технологічна проблема отримання теоретично точного профілю зубців. Це пов'язано з необхідністю виготовлення для кожної передачі долбяка з внутрішніми зубцями з геометрією, ідентичною геометрії колеса передачі. В роботі описано засіб приблизного профілювання зубців шестерні циліндро-конічної передачі інструментом рейкового типу. Засіб, що пропонується, забезпечує достатню для практичного застосування ступінь наближення поверхні, що формуються, до теоретично точної.

There is a technological problem for cylindrical-conic toothing to get an exact cog form during gear flanks formation. That's because it's necessary to produce a shaping cutter formed just the same as a cog wheel of this toothing for each gear. In this research new principle of an approximate cog forming for cylindrical-conic toothing by productive rack is investigated. This research is sharp enough for practical use and producing toothing close enough to theoretical one.

Цилиндрической конической передачей (ЦКП) называется передача, у которой одно из колес по форме заготовки коническое, а другое цилиндрическое [1]. Такие передачи могут передавать вращение на пересекающихся, скрещивающихся и параллельных осях. Компонентные возможности ЦКП позволяют получать оригинальные конструкции зубчатых механизмов, обладающих рядом преимуществ по сравнению с другими зубчатыми механизмами.

Так, в частности, на кафедре "Техническая механика" филиала ФГБОУ ВПО "ЮУрГУ" (НИУ) в г. Златоусте разработаны оригинальные конструкции планетарных редукторов с ЦКП внутреннего зацепления. Достоинства конструкции (высокая нагрузочная способность, значительный ресурс работы, возможность выбора люфтов в зацеплениях, широкий диапазон передаточных чисел) предопределили использование данных редукторов в приводах космической техники вместо волновых передач.

Однако широкое применение подобных конструкций ограничено особенностью изготовления конических шестерен передач внутреннего зацепления. Согласно второму способу Оливье, для обеспечения линейного контакта

зубьев в ЦКП внутреннего зацепления и получения теоретически точной рабочей поверхности зубьев шестерен, производящим колесом в станочном зацеплении должно быть эвольвентное прямозубое колесо, идентичное цилиндрическому колесу передачи (рисунок 1). Практически реализовать этот способ сложно из-за трудности изготовления долбяков с внутренними зубьями.

Схема внутреннего цилиндрико-конического зацепления с эвольвентным цилиндрическим производящим колесом показана на рисунке 2. Боковая поверхность зубьев колеса передачи (она же производящая поверхность) представляет собой эвольвентный цилиндр. Боковая поверхность зубьев шестерни является огибающей производящей поверхности и будет неэвольвентной. Эта поверхность в подвижной системе координат $X_1Y_1W_1$, связанной с шестерней, описывается уравнениями:

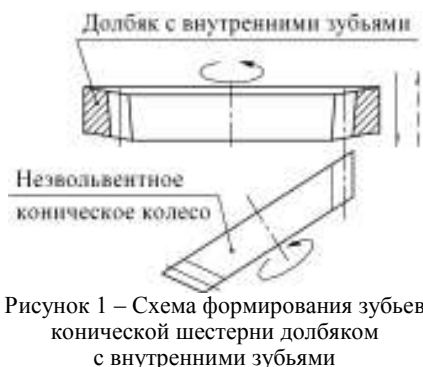


Рисунок 1 – Схема формирования зубьев конической шестерни долбяком с внутренними зубьями

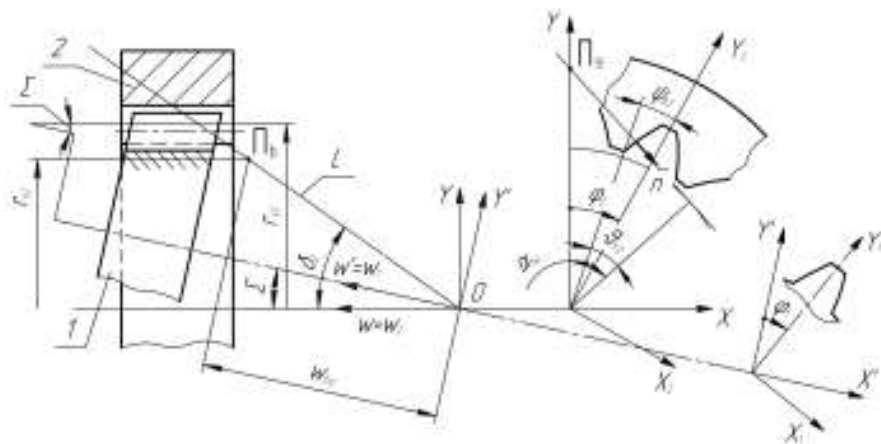


Рисунок 2 – Схема внутреннего цилиндрико-конического зацепления

$$\begin{aligned} X_1 &= r_{b2} [\cos \varphi_1 (\sin \alpha_{tw} - v_{y2} \cos \alpha_{rw}) - \sin \varphi_1 \cos \Sigma (\cos \alpha_{tw} + v_{y2} \sin \alpha_{rw})] + u \sin \varphi_1 \sin \Sigma; \\ Y_1 &= r_{b2} [\sin \varphi_1 (\sin \alpha_{tw} - v_{y2} \cos \alpha_{rw}) - \cos \varphi_1 \cos \Sigma (\cos \alpha_{tw} + v_{y2} \sin \alpha_{rw})] - u \cos \varphi_1 \sin \Sigma; \\ W_1 &= r_{b2} \sin \Sigma (\cos \alpha_{tw} + v_{y2} \sin \alpha_{rw}) + u \cos \Sigma; \\ \cos \alpha_{rw} &= \cos(v_{y2} - \psi_{b2} + \varphi_1) = \frac{r_{b2}}{u \cdot \operatorname{tg} \delta_2}; \quad \varphi_1 = \varphi_2 \cdot i_{12}, \end{aligned} \quad (1)$$

где α_{tw} – угол зацепления в торцовом сечении колеса; v_{y2} – угол развернуто-

сти эвольвенты; Σ – межосевой угол; u – аппликата торцового сечения колеса, $u = W_2$; ψ_{b2} – половина угловой толщины впадины зуба на основной окружности колеса; φ_1, φ_2 – углы поворота шестерни и колеса.

На кафедре "Техническая механика" предложен способ формирования зубьев конической шестерни с помощью инструмента реечного типа (червячная фреза, круг, рисунок 3) путем перемещения его по криволинейной траектории относительно оси нарезаемого колеса [2]. Как показали исследования, подбирая соответствующую траекторию перемещения инструмента, можно получить зуб, близкий к теоретическому и таким образом обеспечить линейный контакт зубьев.

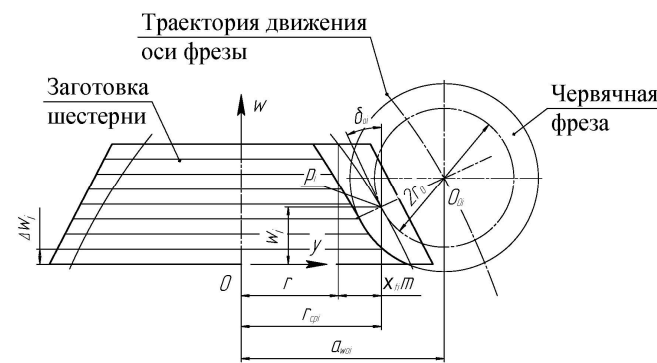


Рисунок 3 – Схема формирования зубьев конической шестерни червячной фрезой

Для расчета координат точек огибающей кривой использовался математический аппарат эвольвентно-конического зацепления, разработанный В.И. Безруковым [3], с учетом, что угол наклона инструмента δ_{0i} переменный в каждом сечении. Коэффициент смещения инструмента в

произвольном торцовом сечении шестерни в середине высоты зуба определяется из выражения

$$x_{ti} = \left(\frac{s_{ti}}{2r_{cpi}} - \frac{\pi}{2z} - \operatorname{inv} \alpha_{ti} + \operatorname{inv} \alpha_{tycpi} \right) \frac{z}{2 \operatorname{tg} \alpha_{ti}}, \quad (2)$$

где s_{ti} – толщина зуба в середине высоты теоретически точного профиля; α_{tycpi} – торцовый угол на радиусе r_{cpi} ; z – число зубьев нарезаемой шестерни; r_{cpi} – радиус шестерни, соответствующий середине высоты зуба.

Таким образом, нарезаемую шестерню можно представить как состоящую в осевом направлении из элементарных эвольвентно-конических колес одинакового торцового модуля m , но с разным торцовым углом зацепления α_{ti} и радиусом основной окружности r_{bi} , которые определяются из следующих выражений:

$$\operatorname{tg} \alpha_{ti} = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_{0i}; \quad r_{bi} = r \cdot \cos \alpha_{ti}. \quad (3)$$

Определив значение коэффициента смещения x_{ti} для разных торцовых сечений венца шестерни, путем аппроксимации получаем уравнение следующего вида:

$$x_{ii} = aw^2 + bw + c, \quad (4)$$

где a, b, c – коэффициенты, которые получены при аппроксимации; w – аппликата торцового сечения шестерни.

Умножая это уравнение на модуль, получаем уравнение огибающей делительной поверхности инструмента

$$y = x_{ii} \cdot m = (aw^2 + bw + c)m. \quad (5)$$

Текущее значение угла δ_{0i} между касательной к кривой, описываемой уравнением (5), и осью y (см. рисунок 3) определяем по формуле

$$\delta_{0i} = -\arctg(2aw_i + b). \quad (6)$$

Траектория движения оси фрезы – эквидистанта огибающей делительной поверхности инструмента. Расстояние между этими кривыми равно делительному радиусу фрезы r_0 .

По рисунку 3 определяем текущие координаты точек O_i траектории оси фрезы:

$$y_{0i} = aw^2 + bw + c + r_0 \cos \delta_{0i}; \quad (7) \quad w_{0i} = w + r_0 \sin \delta_{0i}, \quad (8)$$

причем ордината y_{0i} равна текущему межосевому расстоянию a_{yi} в станочном зацеплении.

Тогда окончательно имеем

$$y_{0i} = a_{yi} = a'w_i^2 + b'w_i + c'. \quad (9)$$

Коэффициенты этого уравнения находятся аналогично коэффициентам выражения (5).

В предложенном способе нарезаемая поверхность зубьев шестерни получается приближенной к теоретически точной незвольвентной поверхности, описываемой уравнением (1).

Сравнительный анализ профилей показал, что максимальные отклонения для шестерни, как правило, не превышают сотые доли миллиметра. Однако в некоторых случаях отклонения профиля в крайних торцовых сечениях требуют интенсивной проработки передачи.

Устранение отклонений профиля можно осуществить назначением продольной модификации зубьев шестерни при ее нарезании. Сущность модификации заключается в корректировке коэффициентов смещения исходного контура инструмента, по которым рассчитывалась траектория фрезы в крайних торцовых сечениях шестерни, где наблюдаются максимальные отклонения профиля. Величина модификации для каждой передачи назначается индивидуально.

На рисунке 4 представлены в качестве примера отклонения профиля в крайнем торцовом сечении шестерни цилиндрико-конической передачи до и после модификации (см. рисунок 4, а, б). Параметры рассматриваемой передачи: модуль передачи $m=2$ мм, число зубьев шестерни $z_1=34$, число зубьев колеса

$z_2=40$, коэффициент смещения колеса $x_2=2,21$, межосевой угол передачи $\Sigma=9^\circ$; эксцентриситет водила $e=6,3$ мм. Из сравнения этих профилей видно, что назначение модификации позволяет исключить возможность кромочного контакта и интерференции зубьев в передаче.

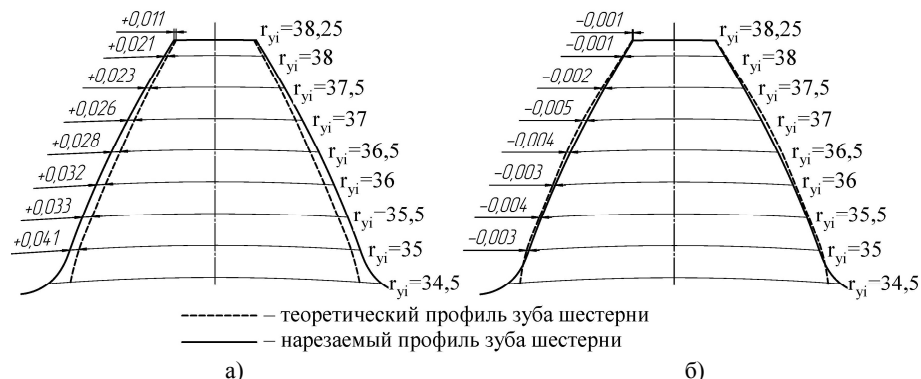


Рисунок 4 – Отклонение профиля конической шестерни: а – до модификации; б – после модификации



Рисунок 5 – Планетарный редуктор с цилиндрико-коническими зацеплениями: 1 – входной вал; 2 – неподвижное эвольвентное колесо; 3 – конические шестерни; 4 – выходной вал (эвольвентное колесо)

Способ нарезания зубьев конических колес был использован при проектировании и изготовлении планетарных редукторов с цилиндрико-коническими зацеплениями на предприятии ФГУП "Государственный научно-производственный ракетно-космический центр "ЦСКБ-Прогресс". В качестве примера на рисунке 5 представлена одна из конструкций редуктора.

Список литературы: 1. Давыдов, Я.С. Незвольвентное зацепление. – М.: Машгиз, 1950. – 180с. 2. Пат. 2364480 С1 Российская Федерация, МПК В 23 5/24. Способ нарезания зубьев незвольвентной шестерни цилиндрико-конической передачи внутреннего зацепления / Б.А. Лопатин, Е.А. Полуэктов, Д.Б. Лопатин и др. – № 2008117944; заявл. 04.05.2008; опубл. 20.08.2009, Бюл. №23. – 2с. 3. Безруков В.И. Зубчатые передачи с эвольвентно-коническими колесами // Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Машиностроение, 1986. – С.254-261.

Поступила в редколлегию 23.04.12

В.О. МАЛАЩЕНКО, д.т.н., професор НУ "Львівська політехніка";
В.М. СТРИЛЕЦЬ, к.т.н., доцент НУ водного господарства та природокористування, Рівне;
В.В. МАЛАЩЕНКО, к.т.н., асистент НУ "Львівська політехніка";
Б.Т. МАТВИЙ, к.т.н., доцент НУ водного господарства та природокористування

КОВЗАННЯ У ЗАЧЕПЛЕННІ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

Розглянуто процес зачеплення великогабаритних зубчастих передач з проведенням кількісного аналізу з метою визначення величини питомого ковзання профілів великомодульних зубців.

Рассмотрен процесс зацепления крупногабаритных зубчатых передач с проведением количественного анализа по определению величины удельного скольжения профилей крупномодульных зубьев.

The process of large gears meshing with quantitative analysis to determine the value of specific slip of profiles of big module teeth is observed.

Постановка проблеми. Відомо, що термін роботи будь-якої зубчастої передачі залежить у значній мірі від матеріалів та термообробки коліс, швидкостей обертання, стану робочих поверхонь, температури навколишнього середовища, рівномірного розподілення питомого навантаження, конструктивного виконання тощо.

Необхідний термін роботи великогабаритних зубчастих передач ще у більшій мірі залежить від правильності вибору геометричних параметрів зубчастих коліс, матеріалів з потрібними механічними властивостями, точності виготовлення та монтажу, умов експлуатації тощо [1, 2, 6, 10]. Це особливо відноситься до специфічних умов експлуатації відкритих зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів, режим роботи яких є здебільшого неусталеним і вимагає не тільки підвищеної точності при визначенні навантажувальних чинників, а і точності монтажу та інформації стосовно величини відносного ковзання контактуючих профілів зубців шестірни та колеса.

Зв'язок даної роботи з відомими результатами досліджень. Зубчасті передачі є під постійною увагою багатьох вчених різних країн. Проведено теоретичні та експериментальні дослідження геометричних, кінематичних і силових їх характеристик, розроблено методи розрахунків таких передач на міцність тощо. Великій вклад у розвиток теоретичних основ і практичних розрахунків зубчастих передач у різні часи внесли вчені нашої країни. Тут слід наголосити, що більш близькими до даної задачі є роботи [3-12], на основі результатів яких і виконано цей розв'язок.

Метою цієї роботи є проведення кількісного аналізу процесу зачеплення великогабаритних зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів з визначенням величини питомого ковзання точок робочої довжини профілів зубців шестірни та колеса.

Виклад основного матеріалу. Проведені авторами дослідження та численна інформація із літературних джерел підтверджують те, що у великогабаритних зубчастих передачах внаслідок великої висоти зубців виникають значні взаємні ковзання робочих їхніх профілів, залишаючи незначну частину лінії зачеплення як зону чистого перекочування одного по другому профілів зубців (біля і у полюсі зачеплення). Тут розглядаються зубчасті передачі, модуль зубців яких дорівнює чи більший за 20мм.

У більшості точок дотику, що знаходяться на лінії зачеплення вектори колових швидкостей робочих профілів зубців є різними за модулем і напрямом, тобто виникають швидкості ковзання, що направлені за спільною дотичною до спряжених евольвент, яка проведена через точку доторкання. Із рисунка 1 [6] ця швидкість дорівнює

$$V_k = V_{1t} - V_{2t}, \quad (1)$$

де $V_{1t} = \omega_1 \rho_{1t}$ і $V_{2t} = \omega_2 \rho_{2t}$ – колові швидкості відповідно шестірни та колеса; ρ_{1t} і ρ_{2t} – радіуси кривини евольвент у точці дотику.

Питоме ковзання у довільній точці зачеплення визначають так:

$$\varepsilon_{it} = V_k / V_{1i}; \quad i=1, 2.$$

Тоді:

- для шестірни

$$\varepsilon_{it} = \frac{\rho_{2t} \omega_2}{\rho_{1t} \omega_1} - 1 = \frac{\rho_{2t}}{\rho_{1t} u} - 1; \quad (2)$$

- для колеса

$$\varepsilon_{it} = \frac{\rho_{1t} \omega_1}{\rho_{2t} \omega_2} - 1 = \frac{\rho_{1t} u}{\rho_{2t}} - 1. \quad (3)$$

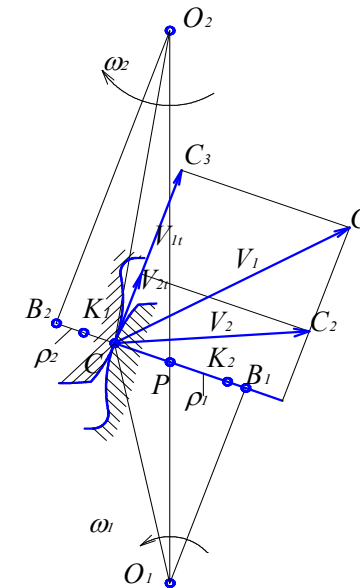


Рисунок 1 – Напрями абсолютних і відносних швидкостей точки поза полюсом зачеплення

За рисунка 2 величини питомого ковзання можна записати так:

- на головках шестірни та колеса

$$\varepsilon_{it} = \frac{l_1(u+1)}{0,5d_1 \sin \alpha_t + l_1}; \quad \varepsilon_{jt} = \frac{l_2(u+1)}{0,5d_2 \sin \alpha_t + l_2}; \quad (4)$$

- на ніжках шестірни та колеса

$$\varepsilon_{it} = \frac{l_1(u+1)}{0,5d_1 \sin \alpha_t - l_1}; \quad \varepsilon_{jt} = \frac{l_2(u+1)}{0,5d_2 \sin \alpha_t - l_2}, \quad (5)$$

де l_1 і l_2 – частки робочої лінії зачеплення шестірни та колеса; u – передаточне відношення при напрямі руху від шестірни до колеса; d_1 і d_2 – ділильні діаметри шестірни та колеса; α_t – кут зачеплення у торцевому перерізі коліс.

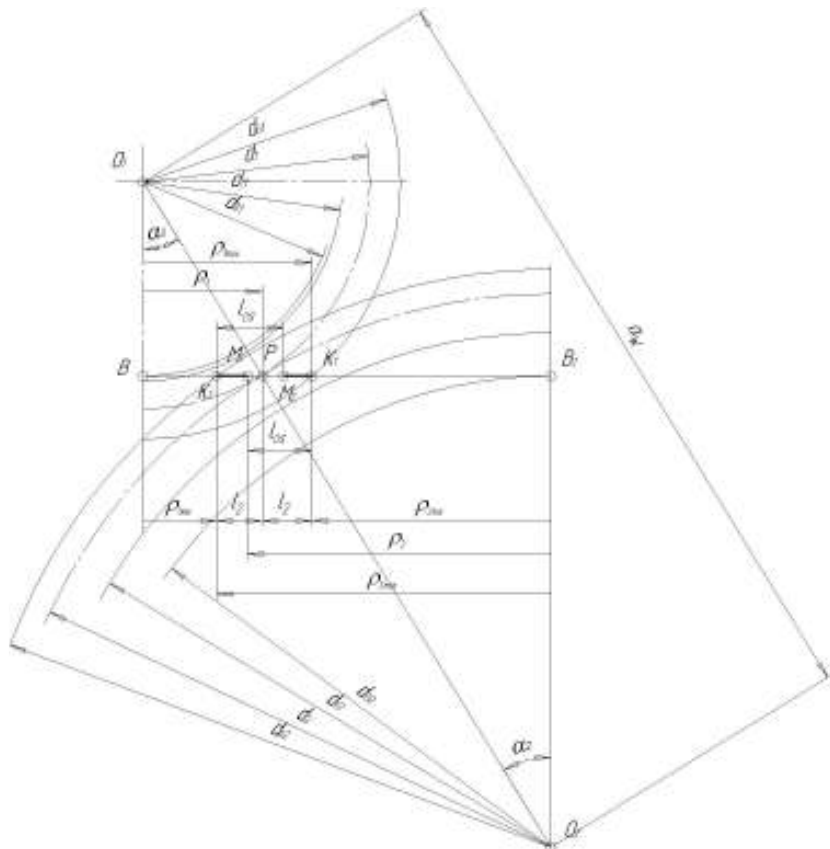


Рисунок 2 – Параметри зубчастих коліс у торцевому перетині

Частки загальної лінії зачеплення для шестірни та колеса змінюються за відомими залежностями:

$$l_1 = 0,5d_{01}(\operatorname{tg} \alpha_{t1} - \operatorname{tg} \alpha_{t2}); \quad l_2 = 0,5d_{02}(\operatorname{tg} \alpha_{t1} - \operatorname{tg} \alpha_{t2}). \quad (6)$$

Тут d_{01} і d_{02} – діаметри основних кіл шестірни та колеса; $\alpha_{t1} = \arccos(d_{01}/d_{a1})$ і $\alpha_{t2} = \arccos(d_{01}/d_{a2})$ – кути тиску на колах вершин шестірни та колеса.

Для великогабаритної зубчастої передачі млинів типу Ш-12 важливим є знання величини питомого ковзання у точках переспряження робочих профілів зубців, тобто у точках M_1 і M_2 (рисунок 2). Із рисунка 2 наочно впливають такі аналітичні залежності питомого ковзання у цих точках.

Тепер якщо покласти, що $l_1 < l_{os}$, то після простих перетворень отримано вираз

$$\varepsilon_{M1} = \frac{(l_{os} - l_1)(u + 1)}{u(0,5d_1 \sin \alpha_s - l_{os} + l_1)}, \quad (7)$$

а у разі $l_2 < l_{os}$

$$\varepsilon_{M2} = \frac{(l_{os} - l_2)(u + 1)}{u(0,5d_2 \sin \alpha_s - l_{os} + l_2)}. \quad (8)$$

Отримані рівняння (4)...(8) мають практичне значення для проведення аналізу питомого ковзання у будь-якому відносному положенні зубців під час роботи передачі, що уможливило наближення до виявлення дійсних причин інтенсивного спрацювання робочих профілів зубців. Цінність цих рівнянь підтверджується також тим, що їх можна застосувати до будь-якої зубчастої передачі, для якої необхідно знати тільки її конкретні геометричні параметри. У першу чергу це стосується великогабаритних передач, коли дуже гостро стоїть питання зменшення їх металомісткості та загальної ваги на етапі проектування.

Таблиця 1 – Вихідні параметри для визначення питомого ковзання в зубчастій передачі

Назва параметра	Одиниці виміру	Значення параметра	
Потужність двигуна	кВт	600	
Споживча потужність млина	кВт	450	
Кутова швидкість обертання:	рад/с	- ротора двигуна	76,93
		- шестірни	14,89
		- колеса	1,96
Передаточні відношення:	-	-	
	- одноступеневого редуктора	-	5,166
- відкритої зубчастої передачі	-	7,58	
Обертальні моменти:	Н·м	- двигуна	7800
		- на валу шестірни	40000
		- на валу колеса	305000
Міжосьова відстань	мм	2490	
Ширина зубчастого вінця:	мм	- шестірни	440
		- колеса	430
Кількість зубців:	-	- шестірни	29
		- колеса	220
Модуль зубців	мм	20	
Дільний діаметр шестірни		580	
Дільний діаметр колеса	4400		

Примітка – частина робочої лінії контакту $l_1=68\text{мм}$; $\sin \alpha_{t1}=0,3$

Для підтвердження сказаного тут проведено кількісний аналіз питомого ковзання для великогабаритної передачі, що застосовується у приводі млина Ш-12, з вихідними параметрами, які наведено в таблиці 1.

У роботі розглянуто вплив передаточного числа на шукану величину (питоме ковзання) для трьох випадків (рисунок 2):

$$l_{os}=l_1; \quad l_{os}=1,5l_1; \quad l_{os}=2l_1. \quad (9)$$

Із рисунка 2 видно, у разі $l_{os}=l_1$, точка M_1 збігається з точкою P – полюсом зчеплення і тоді чисельник рівняння (7) дорівнює нулю, що підтверджує відомі положення про те, що у полюсі зачеплення профілі зубців без ковзання перекочуються один відносно іншого. У цьому випадку графік питомого ковзання співпадає з горизонтальною віссю u (рисунок 3).

Для другого і третього випадків, після використання вихідних параметрів, рівняння (7) зводиться до вигляду:

$$\varepsilon_{M1}^{II} = 0,64 \frac{u+1}{u} \quad \text{і} \quad \varepsilon_{M1}^{III} = 3,62 \frac{u+1}{u}. \quad (10)$$

Одержані результати підрахунків за (10) для зручності використання зведено в таблицю 2.

Таблиця 2 – Отримані величини питомого ковзання

u	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{u+1}{u}$	2,00	1,50	1,34	1,24	1,20	1,166	1,143	1,125	1,111	1,100
$\varepsilon_{н1}^{II}$	1.28	0,96	0,85	0.80	0.77	0,74	0,73	0,72	0,71	0.70
$\varepsilon_{н1}^{III}$	7.2	5,43	4,85	4.36	4.32	4,22	4,13	4,07	4,02	3.96

Для наочності отримані залежності наведено графічно на рисунку 3.

Висновки:

1. Отримані результати мають певні практичні значення. Вони уможливають визначення конкретних величин питомого ковзання великогабаритних зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів.

2. Подібно до виконаного можна легко здійснити кількісний аналіз параметрів з використанням рівняння (5). Це підтверджує універсальність та практичну цінність запропонованих аналітичних залежностей, які можуть бути підґрунтям для подальших досліджень причин інтенсивного спрацювання профілів зубців зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів.

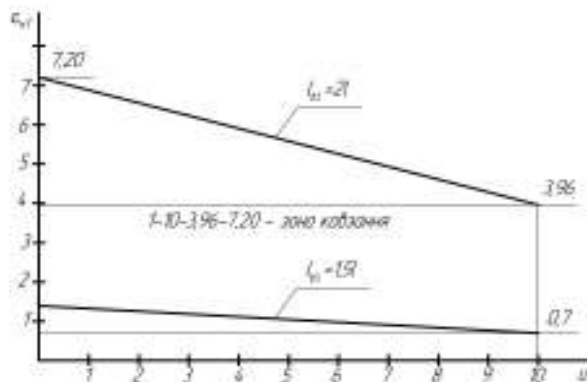


Рисунок 3 – Залежність питомого ковзання від передаточних відношень зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів для трьох випадків (9)

Список література: 1. *Дмитриев В.А.* Детали машин. – Л.: Судостроение, 1970. – 791с. 2. *Заблонский К.И.* Детали машин. – К.: Вища школа, 1999. – 518с. 3. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Зависимость между параметрами зацепления в эвольвентной передаче / Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2006. – №22. – С.24-28. 4. *Кириченко А.Ф., Павлов А.И.* Проектирование и расчет геометрии зубчатых передач с эвольвентным зацеплением / Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2004. – №30. – С.153-157. 5. *Кравець І.С.* Покращення ефективності системи захисту від перевантажень та інтенсивного спрацювання привода млинів барабанного типу: Дис... канд.техн.наук. – Львів, 2007. – 136с. 6. *Литвин Л.Ф.* Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 7. *Малащенко В.О., Сороківський О. І., Кравець І.С., Філь П.Ф.* Спрацювання зубців великогабаритної приводної пари млинів / Вісник СУНУ імені В. Даля. – Луганськ, 2006. – №6(100). – С.183-189. 8. *Малащенко В.О., Сороківський О. І., Кравець І.С.* Проблеми довговічності великогабаритних відкритих зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів / Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2006. – №22. – С.81-85. 9. *Павлов А.И.* Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 10. *Решетов Д.Н.* Детали машин. – М.: Машиностроение, 1989. – 496с. 11. *Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Філь П.В.* Високонвантажени циліндричні передачі з двоопукло-угнутими зубцями. – Луганськ: СУНУ імені Володимира Даля, 2005. – 216с. 12. *Шишов В.П., Ткач П.Н., Ревякина О.А., Муховатый А.А.* Синтез передач зацеплением с высокой нагрузочной способностью / Вестник НТУ "ХПІ". – Харьков: НТУ "ХПІ", 2002. – №10. – С.57-70.

Надійшла до редколегії 25.03.12

УДК 621.833.7+621.7

М.В. МАРГУЛИС, д.т.н., профессор каф. ТМ ПГТУ, Мариуполь;
А.И. ПОДЪЯЧЕНКО, студент гр. ТМ-07 ПГТУ

РАЗРАБОТКА НОВОГО СТАНОЧНОГО ПРИСПОСОБЛЕНИЯ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЭКСЦЕНТРИКОВОГО ВАЛА ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ

В статье предложена новая конструкция станочного приспособления (смещенного заднего центра) для обработки валов сложной конфигурации с угловым эксцентриситетом. Это конструктивное решение дает возможность обрабатывать валы с угловым эксцентриситетом на токарно-винторезных станках с необходимой точностью.

У статті запропонована нова конструкція верстатного пристосування (зміщеного заднього центру) для обробки валів складної конфігурації з кутовим эксцентриситетом. Це конструктивне рішення дає можливість обробляти валі з кутовим эксцентриситетом на токарно-гвинторізних верстатах з необхідною точністю.

The paper proposes a new design of machine tool (offset rear center) to handle the complicated configuration of shafts with angular eccentricity. This design decision makes it possible to handle shafts with angular eccentricity on the screw-cutting machines with the required accuracy.

Важной задачей современного машиностроения является уменьшение массогабаритных показателей приводов различных механизмов, сохраняя при этом их силовые и кинематические способности [1]. Перспективным направлением в редукторостроении является внедрение волновых передач с промежуточными телами качения (ВППТК), основным отличием которых от волновых зубчатых передач (ВЗП) является отсутствие гибких колес, лимитирующих их надежность. Вместо гибких зубчатых колес в ВППТК используют тела качения, перемещающиеся по кривой, которые обеспечивают передачу вращающего момента [2].

В настоящее время установка эксцентрикового вала выполняется на токарно-карусельном станке с помощью поворотного стола. Это требует большой трудоемкости и не гарантирует получение необходимой точности заданной поверхности детали.

При обработке деталей сложной конфигурации, например эксцентриковых валов ВППТК, необходимо станочное приспособление (смещенный задний центр), которое быстро настраивается и способно надежно базировать заготовку с необходимыми величинами линейного и углового эксцентриситетов [3].

Сложная конструкция входного вала ВППТК (рисунок 1) требует специальных условий установки обрабатываемой заготовки на токарно-винторезном станке. Для этого необходима разработка новой конструкции заднего центра токарно-винторезного станка, так как одна из концевых частей вала (6) имеет угловой эксцентриситет равный $4^\circ - 8^\circ$, т.е. ось симметрии вала не совпадает с геометрической осью станка. Вал имеет три центровых отверстия сферической формы (1), (2), (3) с одного торца для того, чтобы осуществить механическую обработку сложных эксцентриковых частей вала, таких, как эксцентриковые шейки под подшипники (4) и (5) и ступень вала (6).

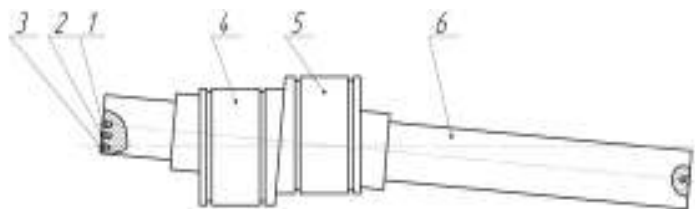


Рисунок 1 – Эксцентриковый вал волновой передачи с промежуточными телами качения

Анализ различных конструкций существующих задних центров для токарных станков показал [4], что необходима разработка новой конструктивной схемы, которая позволит с высокой точностью установить и закрепить под необходимым углом заготовку входного вала и сохранить его в процессе механической обработки, так как этот угол определяет правильность работы передаточного механизма.

Для решения поставленной задачи в заднем центре токарно-винторезного станка устанавливается приспособление (рисунок 2), которое имеет метрический конус Морзе, механизм вращения с валом-планшайбой, центрирующий элемент (шарик) в виде сферического центра, установленного на валу. Центрирующая часть вместе с шариком способна нормировано перемещаться в планшайбе до получения требуемых углов. Это позволяет базировать заготовку с необходимыми величинами линейного и углового эксцентриситетов и обеспечивает необходимую точность обработки заготовки. При этом вначале эксцентриковый вал базируется на передний шариковый центр, а затем на предлагаемый центр задний вращающийся (рисунок 2).

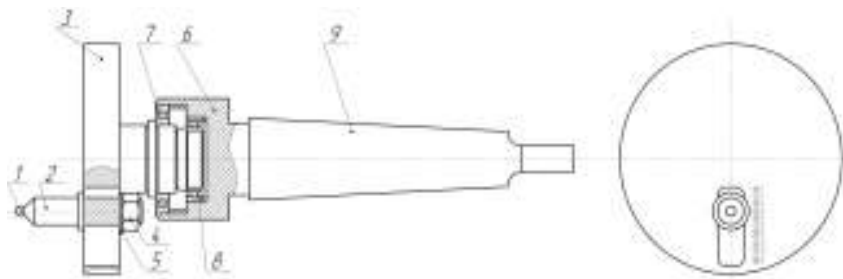


Рисунок 2 – Центр задний вращающийся

Установка центра на станке и в ступень (6) с последующим его функционированием выполняется следующим образом: центр задний устанавливается хвостовиком (9) в пиноль задней бабки токарно-винторезного станка. После установки сферического центра (2) в ступень (6) и необходимого нормированного его поворота (на 4-8 градусов) вместе с валом опертым одновременно на центр шпиндельной бабки происходит полная установка вала. После включения станка происходит вращение вала-планшайбы (3), радиальные шариковые подшипники (7) и (8) воспринимают радиальные и осевые нагрузки, которые возникают при обработке заготовки. Вал-планшайба (3) имеет сквозной прямой паз, по

которому перемещается сферический центр (2) с шариком (1) и закрепленный шайбой (5) и гайкой (4) (рисунок 2). Перемещение сферического центра с шариком вдоль паза дает возможность изменять величину линейного и углового положения ступени вала (6) в соответствии с нормированной шкалой (10).

Вращающийся задний центр относится к станочным приспособлениям и может быть использован для обработки сложных ступенчатых валов конструктивно сложных ступенчатых (эксцентриковых и т.п.).

Вывод. Разработанное нами станочное приспособление позволяет быстро настраиваться и надёжно базировать заготовку с обеспечением необходимых величин линейного и углового эксцентриситетов.

Список литературы: 1. Маргулис М.В. Снижение материалоемкости машин. – К.: Знание, 1985. – 64с. 2. Маргулис М.В., Митин В.В. Разработка силовых волновых приводов с прецессионным движением в передаточных механизмах // Вестник Национального Технического университета "ХПИ". Сборник научных трудов. Тематический выпуск "Проблемы механического привода". – Харьков: НТУ "ХПИ", 2010. – №26 – С72-77. 3. Белецкий Д.Г. и др. Справочник токаря-универсала. – М.: Машиностроение, 1987. – 560с. 4. Ансеров М.А. Приспособления для металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1976. – 652с.

Поступила в редколлегию 04.04.12

УДК 621.833.7+621.7

М.В. МАРГУЛИС, д.т.н., профессор каф. ТМ ПГТУ, Мариуполь;
Е.С. ШВЕДУН, магистр каф. ТМ ПГТУ

РАЗРАБОТКА ПРОГРЕССИВНОЙ ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПРЕЦЕССИОННОГО КОЛЕСА ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА ДЛЯ КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ПОВЕРХНОСТИ

На основе анализа прогрессивной технологии изготовления сложных криволинейных периодических поверхностей представлен разработанный высокоэкономичный технологический процесс изготовления прецессирующего колеса волновой передачи с промежуточными телами качения. Одновременно разработано новое контрольно-измерительное устройство, позволяющее контролировать действительную силу и глубину давления с целью исключения перенаклепа при окончательной обработке сложных поверхностей способом алмазного выглаживания и получения высоких качественных показателей данной поверхности.

На основі аналізу прогресивної технології виготовлення складних криволінійних періодичних поверхонь представлено розроблений високоекономічний технологічний процес виготовлення прецесуючого колеса. Одночасно розроблено новий контрольно-вимірювальний пристрій, що дозволяє контролювати дійсну силу і глибину тиску з метою виключення перенаклепа під час остаточної обробки складних поверхонь способом алмазного вигладжування та отримання високих якісних показників даної поверхні.

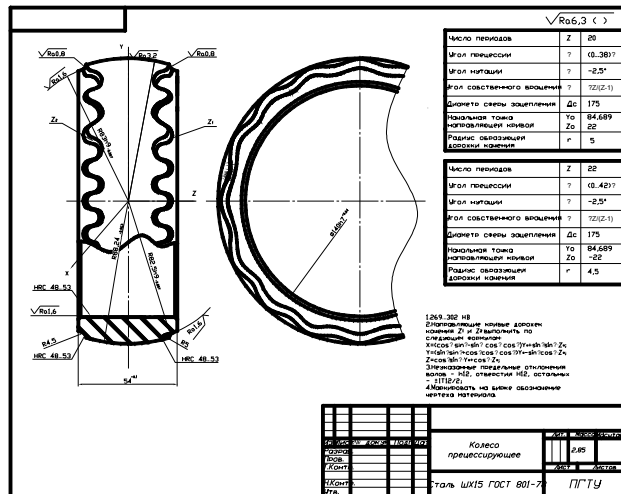
Based on the analysis of advanced manufacturing technology of complex curved surfaces represented by periodic economic developed technological process of manufacturing precessing wheel. At the same time developed a new test and measurement equipment to monitor the real strength and depth of pressure during final machining of complex surfaces and smoothing diamond way to obtain high-quality performance of the surface.

Важной задачей современного машиностроения является повышение надежности машин при минимально возможных их массогабаритных показателях, себестоимости изготовления и эксплуатации.

Известно, что основной частью машины является приводное устройство, включающее двигатель, соединительное звено и передаточный механизм. От его надежности во многом зависит работоспособность машины. Анализ конструкции приводов различных машин показал, что лимитирующим по надежности, удельной массе (отношение массы к основному параметру механизма – номинальному вращающему моменту с размерностью – кг/Н·м) является передаточные механизмы. Для них характерны громоздкие многомассовые передачи, которые имеют массогабаритные показатели в 1,7...2,5 раза выше, чем аналогичные волновые передачи [1, 2].

Прогрессивные волновые зубчатые передачи (ВЗП), которые включают в себя гибкое зубчатое колесо, лимитирующее как по надежности, так и по трудоемкости изготовления, т.к. конструктивно выполняется в виде тонкостенной оболочки с большим числом зубьев. Впадины зубьев применяемого эвольвентного зацепления в ГЗК являются концентраторами напряжений и в них могут возникнуть усталостные трещины, приводящие к его поломке. Как показали многочисленные исследования, приведенные в [1], рациональны конструкции ВЗП с передаточным числом в одной ступени в пределах – $U \approx 100-500$.

Учитывая изложенное, были разработаны волновые передаточные механизмы с промежуточными телами качения (ВПМПТК) без гибких звеньев [2]. Они значительно превосходят традиционные зубчатые передачи по: КПД, массе, габаритным размерам, долговечности, кинематической точности, плавности хода. Волновое зацепление в них выполняет прецессионное колесо, которое совершая прецессионное движение, вращается, вместе с телами качения, которые перемещаются по криволинейным периодическим дорожкам качения, выполненным на прецессионном колесе (рисунок 1), и передают вращающий момент при работе ВПМПТК.



Изготовление прецессирующего колеса включает в себя токарную, фрезерную и отделочную (выглаживание) обработку. Изготовление периодической кривой дорожки качения состоит из операций: предварительной и окончательной токарной, предварительной и окончательной фрезерной, термической (закалка ТВЧ), отделочной, контрольной.

Токарная обработка прецессирующего колеса выполняется с использованием стандартизированного режущего инструмента (резцы проходные, резцы расточные), а обработка дорожек качения требует специального режущего инструмента – полусферовых двухперых фрез, а для отделочной операции – алмазного выглаживателя с контрольно-измерительным устройством. Опыт изготовления таких колес отсутствует, так как такие передачи изготавливаются впервые (на их конструкцию получен патент №92297 авторами Маргулисом М.В., Митиным В.В.). Данный технологический процесс требует использования трех-координатного многоцелевого фрезерно-сверлильно-расточного станка модели, например, FkrSRS500NCT104.

Для контроля действительных геометрических параметров дорожки качения предложен контроль размера поверх противоположно расположенных на диаметре окружности, на которой размещены центры шариков (по аналогии с контролем зубьев в зубчатых передачах – размера поверх стандартных роликов).

Технологический маршрут механической обработки представлен в виде структурной схемы

Предложенный нами прогрессивный технологический процесс изготовления прецессирующего колеса позволил минимизировать трудоемкость, себестоимость и обеспечить высокое качество обработанных поверхностей.

Учитывая необходимость получения максимально возможного КПД в передаче, в качестве окончательной обработки прецессионного колеса применяется выглаживание алмазным инструментом со специальным контрольно-измерительным устройством новой конструкции для контроля показателей качества выглаженной поверхности.

Известно, что выглаживание – один из прогрессивных способов отделочно-упрочняющей обработки поверхностей пластическим деформированием. Он заключается в пластическом деформировании обрабатываемой поверхности скользящим по ней инструментом – выглаживателем, включающим оправку, на которой закреплён алмазный кристалл. При этом микронеровности на обрабатываемой поверхности, оставшиеся от предшествующей обработки, сглаживаются, повышается прочность поверхностного слоя, так как в нём создаются сжимающие напряжения. После выглаживания поверхность остаётся чистой нешаржированной осколками абразивных зёрен, что обычно происходит при процессах абразивной обработки. При выглаживании, как показала практика существует вероятность получения перенаклёпа поверхности. Контроль силы давления на поверхность позволяет определить уровень напряжённого состояния и действительного наклёпа поверхности. [3] Следствием этого является: недопущение перенаклёпа поверхностного слоя и возможного слущивания (разрушения) его в процессе эксплуатации, т.е. обеспечение необходимого запаса усталостной прочности и износостойкости.

Изучение исследований, проведенных при выглаживании поверхностей сложных конфигураций [3] показал, что основными параметрами процесса выглаживания, влияющими на качество поверхности и производительность,

являются: напряжённое состояние в зоне контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, величина подачи и кратность приложения нагрузки в каждой точке обрабатываемой поверхности.

Напряжённое состояние в зоне контакта может быть охарактеризовано действительным давлением на площадке контакта и определяется: механическими свойствами обрабатываемого материала, размером рабочей части инструмента и глубиной его внедрения в обрабатываемую поверхность (или приложенной к нему силой).

Производительность выглаживания определяется параметрами режимов резания. Кратность приложения нагрузки или количество нагружений в каждой точке обрабатываемой поверхности в процессе выглаживания, определяется: подачей и числом ходов при выглаживании [5].

Величина сил выглаживания зависит от геометрии (радиуса и формы рабочей части) алмаза, а так же от пластичности и шероховатости обрабатываемой поверхности.

График зависимости шероховатости от силы выглаживания (рисунок 3) представляется тремя характерными участками: участок уменьшения шероховатости от исходной к минимальной, участок минимальной шероховатости, участок увеличения шероховатости по сравнению с минимальной.

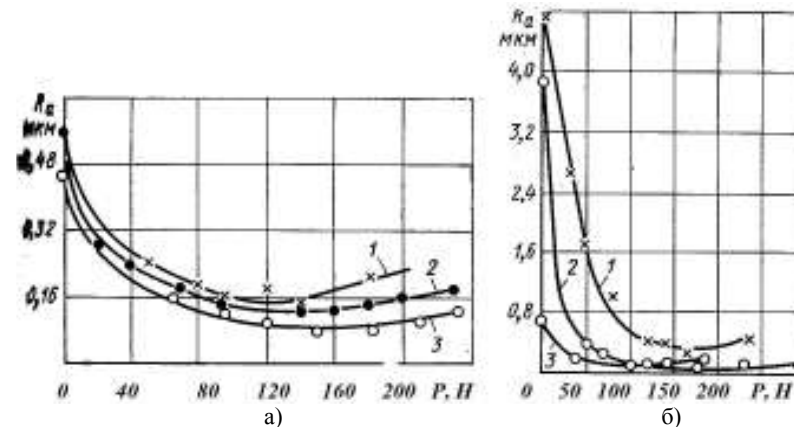


Рисунок 3 – Зависимость шероховатости R_a от силы P при выглаживании: а) – закаленные стали ($R=1,2\text{мм}$, $s=0,03\text{мм/об}$): 1 – 18Х1ГТ ($HRC\ 60$); 2 – 45 ($HRC\ 54$); 3 – ШХ15 ($HRC\ 60$); б) – мягкие материалы ($R=3,4\text{мм}$, $s=0,03\text{мм/об}$): 1 – Бр.ОФ6,5-0,15 ($HB\ 173$); 2 – Х18Н9Т ($HB\ 180$); 3 – 45 ($HB\ 180$)

При изменении силы выглаживания в пределах первого участка наблюдается уменьшение шероховатости, но более медленное, а по достижении определенной величины силы – уменьшение шероховатости прекращается. Это объясняется тем, что при малых силах контакт инструмента происходит по вершинам неровностей, опорная площадь которых мала. Вследствие этого на площадях контакта развивается значительные давления, превышающие предел текучести материала и вызывающие интенсивную пластическую деформацию неровностей. По мере роста силы выглаживания увеличивается глуби-

на внедрения, растёт площадь контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью, поверхностный слой значительно упрочняется.

Величина силы выглаживания в наибольшей степени влияет на микротвёрдость поверхностного слоя (рисунок 4). Наибольшую микротвёрдость имеет поверхностный слой выглаженной детали и с увеличением его глубины до 0,2...0,4мм микротвёрдость равна исходному значению. При этом микротвёрдость возрастает с увеличением силы P , достигая максимума при $P=160...200\text{Н}$. Дальнейшее увеличение силы P приводит к перенаклёпу, т.к. тонкий поверхностный слой теряет способность к дальнейшему упрочнению.

В связи с этим, необходимым и обязательным является контроль действительной силы давления P при выглаживании поверхности.

Таким образом, нами предлагается в процессе выглаживания обязательно использовать контрольно-измерительное устройство, определяющее действительную силу давления алмазного кристалла на обрабатываемую поверхность детали. Это исключает явление перенаклёпа при высоких эксплуатационных показателях выглаженной поверхности.

Однако известные конструкции выглаживателей не имеют механизма контроля силы давления при выглаживании, что и является причиной разработки усовершенствованной конструкции выглаживателя.

Для новой конструкции волновой передачи с промежуточными телами качения со сложной периодической дорожкой качения на прецессирующем колесе наиболее рациональной окончательной обработкой является алмазное выглаживание на станке с ЧПУ. Этот процесс позволяет значительно повысить качество поверхности качения, по которой передвигаются тела качения.

Предлагаемая нами конструкция выглаживателя включает в себя следующие элементы (рисунок 5): корпус 1, тарированный набор тарельчатых пружин 2 поджимаемый упором 6, посредством ввинчивания регулировочного винта 9, на требуемую силу выглаживания, индентор (стержень с алмазом) 5. Требуемая сила выглаживания контролируется контрольно измерительным устройством, которое представляет собой: индикаторную головку 8, наконечник которой опирается в рычаг 10 соединённый с индентором. Тарирование контрольно-измерительного инструмента происходит до установки его на станок с ЧПУ. В соответствии с тарированием происходит градуировка циферблата индикатора, т.е. каждое деление соответствует тарированному усилию.

Таким образом, применение контрольно-измерительного устройства обеспечивает контроль сил давления, не допуская перенаклёпа поверхностного слоя, измеряя глубину внедрения алмаза, определяющее уровень напряженно-

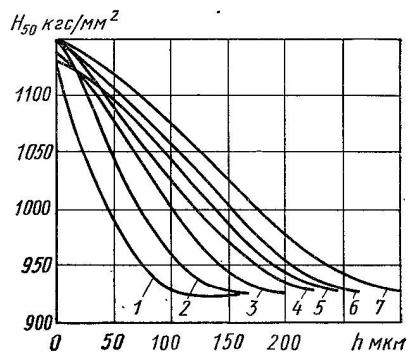


Рисунок 4 – Изменение микротвёрдости по глубине h поверхностного слоя стали ШХ15 ($HRC\ 60-62$) в зависимости от силы выглаживания:

- 1 – $P=5\text{кгс}$; 2 – $P=9\text{кгс}$; 3 – $P=15\text{кгс}$;
- 4 – $P=18\text{кгс}$; 5 – $P=24\text{кгс}$; 6 – $P=30\text{кгс}$;
- 7 – $P=48\text{кгс}$ (Л.И. Маркус)

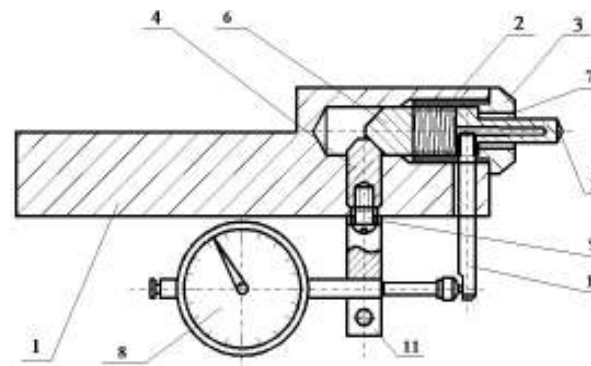


Рисунок 5 – Эскиз выглаживателя

деформированного слоя.

Выглаживатель на станке устанавливается вертикально к обрабатываемой поверхности. После касания обрабатываемой детали, индентор внедряется в деталь на глубину, соответствующую требуемой силе выглаживания. Далее начинается рабочий процесс упругого выглаживания по специально разрабо-

танной нами программе.

Предлагаемая конструкция выглаживателя, по сравнению с существующими конструкциями позволяет осуществлять процесс выглаживания с контролем силы давления на поверхность, определяющей фактическую глубину пластического деформирования и уровня напряжённого состояния.

Таким образом, решается важная задача современного машиностроения – обеспечение высоких эксплуатационных характеристик, значительное уменьшение трудоёмкости, повышение производительности и снижение себестоимости.

Изложенная прогрессивная технология изготовления прецессионного колеса ВПМПТК, имеющего сложную конфигурацию позволила вести обработку с минимальной трудоёмкостью и себестоимостью при высоком качестве.

Выводы:

1. Разработан прогрессивный технологический процесс изготовления прецессирующего колеса;
2. Доказана эффективность процесса выглаживания в качестве финишной обработки для сложной периодической дорожки качения на прецессирующем колесе;
3. Предложена усовершенствованная конструкция выглаживателя для обработки криволинейной периодической поверхности колеса, обеспечивающая при выглаживании контроль глубины и силы давления при пластическом деформировании, не допуская её перенаклёпа.

Список литературы: 1. Маргулис В.М. Волновой механизм с промежуточными телами качения // Вестник ИГТУ. – №10. – 2001. – С.89-92. 2. Маргулис В.М. Снижение материалоемкости машин. – К.: Знание. 1985. – 64с. 3. Горбило В.М. Алмазное выглаживание. – М.: Машиностроение, 1972. – 105с. 4. Кузнецов В.П. Методика настройки оптимального натяга выглаживателя с упругим демпфером для отделочной обработки деталей на токарно-фрезерном станке // Вестник УГАТУ. – Уфа, 2009. – С.79. 5. Титов А.В. Повышение эффективности выглаживания различных конструкционных материалов за счёт управления скоростными и силовыми параметрами нагружения инструмента // Вісник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". – К., 2007. – С.56.

Поступила в редколлегию 04.04.12

В.А. МАТУСЕВИЧ, главный конструктор-директор ГП "ХАКБ", Харьков;
Ю.В. ШАРАБАН, зам. главного конструктора ГП "ХАКБ";
А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", Харьков;
В.Т. АБРАМОВ, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

**НЕСУЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ОПТИМАЛЬНОЙ ПО МАССЕ
 КОНСТРУКЦИИ МНОГУСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО
 МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times AI$ ПРИ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ**

Рассмотрена методика определения несущей способности оптимальной по массе конструкции многоступенчатого планетарного механизма с учетом условий контактной прочности.

Розглянуто методику знаходження здатності до навантаження оптимальної по загальної маси конструкції багатоступінчатого планетарного механізму з урахуванням умов контактної міцності.

The method of finding of the loading ability of the mass optimal structure planetary transmission from conditions of contact strength is considered.

Постановка проблемы. При проектировании приводов систем управления летательных аппаратов всегда актуальна задача минимизации массы привода. Как правило, эта задача решается в двух направлениях. Во-первых, путем выбора двигателя с соответствующими кинематическими и энергетическими характеристиками, и, во-вторых, путем выбора кинематической схемы редуктора, обеспечивающей требуемое передаточное отношение и коэффициент полезного действия. Однако, как показывает практика, не всегда конструкция редуктора, имеющего минимальную массу, по несущей способности является оптимальной или даже допустимой. В этой связи получение оценки несущей способности конструкции редуктора, которая имеет минимальную массу, представляет особый интерес.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-5]. Однако в этих работах не рассматриваются вопросы оценки несущей способности этих механизмов применительно к их оптимальным конструкциям.

Цель статьи. Разработка методики оценки несущей способности оптимальной по массе конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$.

Раздел. На рисунке 1 представлена схема многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$. Сквозная нумерация всех зубчатых колес механизма показана на рисунке 1,а. Локальная (в пределах одной ступени) нумерация зубчатых колес приведена на рисунке 1,б.

Суммарная масса M_Σ многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$ определяется в виде следующей суммы

$$M_\Sigma = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i, \quad (1)$$

где M_i – масса i -ой ступени механизма; n – число ступеней механизма.

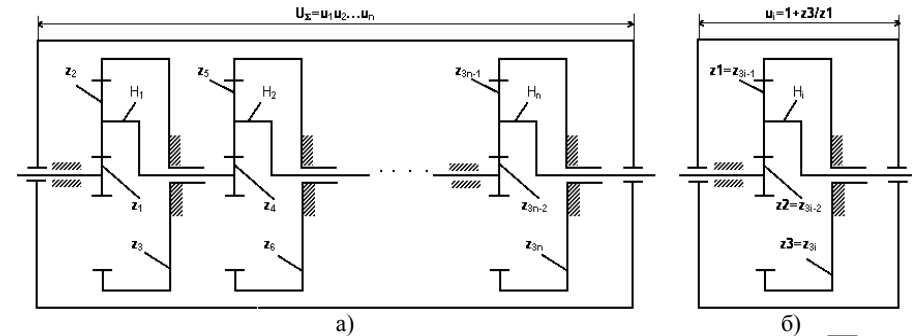


Рисунок 1 – Схема многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$

С учетом допущений, которые приведены в работах [1-4], масса M_i отдельной ступени механизма может быть вычислена по формуле

$$M_i = \frac{\pi \rho_{3i-2}}{4} b_{3i-2} d_{3i-2}^2 \left(1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4} \right), \quad (2)$$

где ρ_{3i-2} , b_{3i-2} , d_{3i-2} – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса z_{3i-2} ; k_i – число сателлитов ступени; n_{Mi} – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого колеса к массе условного диска, принятый для ступени; u_i – передаточное отношение ступени.

Подставив (2) в (1) и вынося за скобки общий множитель $\frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2$, получим

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left(A_1 + \sum_{i=2}^n A_i B_i \right), \quad (3)$$

где $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$, $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ – безразмерные коэффициенты.

Соотношение (3) можно записать другим образом, а именно

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_{3n-2}}{4} b_{3n-2} d_{3n-2}^2 \left(\sum_{i=1}^{n-1} A_i B_i + A_n \right), \quad (4)$$

где $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_{3n-2} b_{3n-2} d_{3n-2}^2}$ – безразмерный коэффициент.

Различие приведенных формул состоит только в том, что в них по-разному вычисляются коэффициенты B_i . Формулу (4) предпочтительнее ис-

пользовать применительно к так называемым силовым механизмам. В этом случае самой нагруженной ступенью механизма будет его последняя ступень. Соответственно формулу (3), как правило, используют в случае так называемых кинематических механизмов.

Часто при конструировании многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \mathbf{AI}$, исходя из технологических и экономических соображений, принимают равные модули и ширины венцов, а также одинаковые материалы зубчатых колес отдельных ступеней. Такой подход обеспечивает выполнение условия для коэффициентов $B_i = 1$. При этом прочность механизма достигается за счет величины $b_1 d_1^2$ или $b_{3n-2} d_{3n-2}^2$.

Предварительно исследуем несущую способность одной ступени механизма, масса которой будет минимальной. Подставляем в соотношение (2) значение $i=1$. Записываем условие контактной прочности для центрального зубчатого колеса z_1 в виде [3]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{0.7 T_{\text{вых}} (K_{H\beta} K_{H\alpha})_1 (\Omega_H)_1 (Z_E)_1}{U_\Sigma k_1 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2}. \quad (5)$$

Обозначения величин, приведенных в этой формуле, такое же, как и в работе [4]. Нижний индекс 1 означает принадлежность к первой ступени механизма.

Как и в работе [4], введем коэффициент массы при расчете на контактную прочность

$$C_H = \frac{\pi \rho_1}{4} \frac{0.7 T_{\text{вых}} (K_{H\beta} K_{H\alpha})_1 (\Omega_H)_1 (Z_E)_1}{(\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1}. \quad (6)$$

Заметим, что для механизма с одной ступенью ($n=1$) имеем $U_\Sigma = u_1$ и $T_{\text{вых}}/U_\Sigma = T_1$.

С учетом (6) выражение (2) запишем в безразмерном виде

$$\overline{M}_{H1} = \frac{M_1}{C_H} = \frac{A_1}{k_1 (u_1 - 2)} = \frac{1 + k_1 \left(\frac{u_1 - 2}{2} \right)^2 + n_{M1} \frac{u_1^2}{4}}{k_1 (u_1 - 2)}. \quad (7)$$

Соотношение (7) – аналог массы планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$ при расчете на контактную прочность. Аналог массы или безразмерная масса \overline{M}_{H1} является функцией передаточного отношения механизма u_1 , т.е. $\overline{M}_{H1} = M_{H1}(u_1)$.

Оптимальное значение передаточного отношения u_{opt1} , при котором масса планетарного механизма типа $\overline{\mathbf{AI}}$ будет минимальной, находим из решения уравнения $\partial M_{H1}/\partial u_1 = 0$. Это уравнение имеет два корня, которые вычисляются по формуле

$$(u_1)_{1,2} = \frac{2(k_1^2 + n_{M1}) \pm 2\sqrt{(k_1^2 + n_{M1})(n_{M1} + 1)}}{k_1^2 + n_{M1}}. \quad (8)$$

Из двух корней, определяемых из формулы (8), следует выбрать тот, при котором значение аналога массы \overline{M}_{H1} будет положительным. В нашем случае получим

$$u_{opt1} = \frac{2(k_1^2 + n_{M1}) + 2\sqrt{(k_1^2 + n_{M1})(n_{M1} + 1)}}{k_1^2 + n_{M1}}. \quad (9)$$

Для значений $k_1 = 3$ и $n_{M1} = 7$ оптимальное значение передаточного отношения механизма типа $n \times \mathbf{AI}$ с одной ступенью равно $u_{opt1} = 3,414$.

Выражение (7) показывает, что при значении $u_1 = 2$ функция аналога массы \overline{M}_{H1} претерпевает разрыв. При значениях $u_1 > 2$ функция аналога массы \overline{M}_{H1} положительная и имеет локальный минимум. Общий вид функции \overline{M}_{H1} приведен на рисунке 2,а, а на рисунке 2,б показан график аналога массы \overline{M}_{H1} в диапазоне реальных передаточных отношений u_1 при различном числе сателлитов k_1 . Графики построены при значении параметра $n_{M1} = 7$.

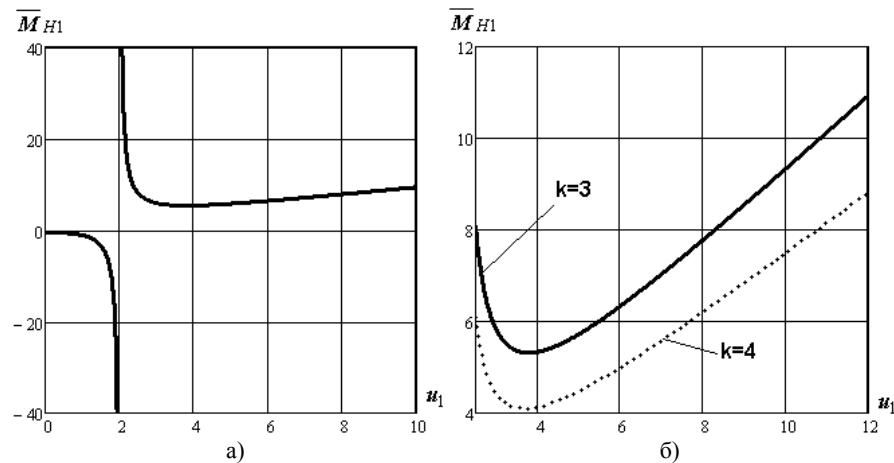


Рисунок 2 – График функции аналога массы \overline{M}_{H1}

Анализ зависимости (7) показывает следующее. Во-первых, существует оптимальный диапазон передаточного отношения u_1 , для которого значение аналога массы \overline{M}_{H1} будет наименьшим. Во-вторых, с увеличением числа сателлитов k_1 снижается значение минимума аналога массы \overline{M}_{H1} .

Для оценки несущей способности одной ступени механизма с передаточным отношением $u_1 = u_{opt1}$ переписываем условие (5) к виду

$$[T_{\text{вых}}]_1 = \frac{b_1 d_1^2 k_1 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP}^2)_1 (u_{opt1} - 2)}{0.7 (K_{H\beta} K_{H\nu})_1 (\Omega_H)_1 (Z_E)_1}. \quad (10)$$

Соотношение (10) определяет допустимую величину момента $[T_{\text{вых}}]_1$, действующего на выходе механизма типа $n \times \mathbf{A1}$ с одной ступенью, имеющего минимальную массу. При этом значения коэффициентов $K_{H\beta}$ и $K_{H\nu}$ должны соответствовать требуемой степени нагруженности внешнего зацепления планетарной ступени.

Для механизма с двумя ступенями ($n=2$) аналог массы \overline{M}_{H2} определяется по формуле

$$\overline{M}_{H2} = \frac{M_1 + M_2}{C_H} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} (A_1 + A_2 B_2). \quad (11)$$

В формуле (11) коэффициенты A_1 , A_2 и B_2 вычисляются, как и в формуле (3). Принимаем условие $B_2 = 1$, тогда получим

$$\overline{M}_{H2} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} (A_1 + A_2). \quad (12)$$

Подобно безразмерной массе \overline{M}_{H1} безразмерная масса (12) тоже является функцией передаточных отношений отдельных ступеней механизма u_1 и u_2 , т.е. $\overline{M}_{H2} = \overline{M}_{H2}(u_1, u_2)$. Но из двух передаточных отношений только одно есть независимой величиной, а второе определяется из условия обеспечения общего передаточного отношения механизма $U_\Sigma = u_1 u_2$. Поэтому, функция $\overline{M}_{H2}(u_1, u_2)$ есть функция одной независимой величины, например, передаточного отношения u_1 .

Оптимальное распределение передаточных отношений u_{opti} по ступеням механизма определяется решением следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \partial \overline{M}_{H2} / \partial u_1 &= 0; \\ u_2 &= U_\Sigma / u_1. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

После подстановки второго уравнения в первое, система (13) будет иметь вид

$$\begin{aligned} &(-k_1 - n_{M_1}) u_1^5 + (5k_1 + 3n_{M_1}) u_1^4 + (-8k_1) u_1^3 + (4k_1 + 4k_2 - 2k_2 U_\Sigma + 8) u_1^2 + \\ &+ (k_2 U_\Sigma^2 + n_{M_2} U_\Sigma^2) u_1 - (k_2 U_\Sigma^2 + n_{M_2} U_\Sigma^2) = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Решение уравнения (14) находим численным способом. Например, если $k_1 = k_2 = 3$, $n_{M_1} = n_{M_2} = 7$ и $U_\Sigma = 40$, то $u_{opt1} = 6,93$ и $u_{opt2} = 5,77$. Вид зависимости $\overline{M}_{H2} = \overline{M}_{H2}(u_1, u_2) = \overline{M}_{H2}(u_1)$ такой же, как и вид зависимости $\overline{M}_{H1} = \overline{M}_{H1}(u_1)$.

Соотношение (12) было получено при следующих конструктивных ограничениях $\rho_1 = \rho_4$, $b_1 = b_4$ и $d_1 = d_4$. При этом контактная прочность зубчатых колес обеспечивается за счет выбора величины $b_1 d_1^2$ из условия (5), в котором надо подставить $u_1 = u_{opt1}$ и $U_\Sigma = u_{opt1} u_{opt2}$. Требование $B_2 = 1$ означает, что должно выполняться следующее условие

$$\frac{\rho_4 b_4 d_4^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{k_1 (K_{H\beta} K_{H\nu} \Omega_H)_4 (\text{tg } \alpha_w \sigma_{HP}^2)_1 (u_1 - 2) u_2}{k_4 (\text{tg } \alpha_w \sigma_{HP}^2)_4 (K_{H\beta} K_{H\nu} \Omega_H)_1 (u_2 - 2)} = 1. \quad (15)$$

Здесь учтено, что угол профиля инструмента α и материалы (плотность ρ и параметр Z_E) зубчатых колес обеих ступеней соответственно выбраны одинаково.

Рассмотрим случай, когда приняты условия $k_1 = k_4 = k$, $n_{M_1} = n_{M_4} = n_M$, $\Omega_{H1} = \Omega_{H4} = \Omega_H$ и $\alpha_{w1} = \alpha_{w4} = \alpha_w$. Тогда соотношение (15) примет вид

$$\frac{b_4 d_4^2}{b_1 d_1^2} = \frac{(K_{H\beta} K_{H\nu})_4 (\sigma_{HP}^2)_1 (u_1 - 2) u_2}{(\sigma_{HP}^2)_4 (K_{H\beta} K_{H\nu})_1 (u_2 - 2)} = 1. \quad (16)$$

Итак, соотношения (15)-(16) позволяют конструктору выбрать такие параметры конструкций зубчатых колес обеих ступеней механизма, при которых его масса будет наименьшей для требуемой степени нагруженности зубчатых зацеплений. При этом оптимальные значения передаточных отношений двух ступеней определяются решением системы уравнений (13).

Заметим, что механизм, для которого коэффициент $B_2 = 1$ считается кинематическим.

Несущая способность двухступенчатого кинематического механизма с передаточным отношением $U_\Sigma = u_{opt1} u_{opt2}$ равна

$$[T_{\text{вых}}]_2^H = \frac{b_1 d_1^2 k \cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w (\sigma_{HP}^2)_1}{0.7 (K_{H\beta} K_{H\nu})_1 \Omega_H Z_E} \cdot \frac{u_{opt1} - 2}{u_{opt2}}. \quad (17)$$

В случае, когда коэффициент $B_2 \neq 1$, исследуемый механизм относится к так называемым силовым механизмам. Исследуем для этого случая зависимость (11).

Для начала введем коэффициент разнопрочности зацеплений Π_{2H} при расчете на контактную прочность

$$\Pi_{2H} = \frac{(K_{H\beta} K_{H\nu} \Omega_H Z_E)_4}{(\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w \sigma_{HP}^2)_4} \cdot \frac{(\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w \sigma_{HP}^2)_1}{(K_{H\beta} K_{H\nu} \Omega_H Z_E)_1}. \quad (18)$$

С учетом формулы (18) имеем следующее определение коэффициента B_2

$$B_2 = \frac{\rho_4 b_4 d_4^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{\rho_4}{\rho_1} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \Pi_{2H} \cdot \frac{u_1 - 2}{u_2 - 2} u_2. \quad (19)$$

Приняв условие $\rho_1 = \rho_4 = \rho$, получим следующее значение коэффициента B_2

$$B_2 = \frac{\rho_4 b_4 d_4^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{k_1}{k_2} \cdot \Pi_{2H}^* \cdot \frac{u_1 - 2}{u_2 - 2} u_2. \quad (20)$$

Здесь коэффициент разнопрочности Π_{2H}^* определяется по формуле (18), но с учетом того, что принято условие $(Z_E)_1 = (Z_E)_4$

Подставив соотношение (19) или (20) в зависимость (11), получим целевую функцию – аналог массы $\bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$, минимум которой находится решением системы уравнений типа (13). Решение этой системы уравнений заменяется решением одного уравнения типа (14). Аналитическая запись этого уравнения в работе не приводится в силу его громоздкости. Из пяти корней данного уравнения подходит только один. Значение этого корня принимают как $u_1 = u_{opt1}$, тогда получают $u_2 = u_{opt2} = U_\Sigma / u_{opt1}$.

Несущая способность двухступенчатого силового механизма может быть определена двумя способами.

По первому способу – из условия контактной прочности центрального зубчатого колеса z_1 первой ступени, имеем

$$[T_{вых}]_2^I = \frac{b_1 d_1^2 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP}^2)_1 k_1}{0.7 (K_{H\beta} K_{H\alpha} \Omega_H Z_E)_1} \cdot (u_{opt1} - 2) \cdot u_{opt2}. \quad (21)$$

По второму способу – из условия контактной прочности центрального зубчатого колеса z_4 второй ступени, получим

$$[T_{вых}]_2^{II} = \frac{b_4 d_4^2 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_4 (\sigma_{HP}^2)_4 k_2}{0.7 (K_{H\beta} K_{H\alpha} \Omega_H Z_E)_4} \cdot (u_{opt2} - 2). \quad (22)$$

Определим отношение несущих способностей, вычисленных двумя способами

$$\frac{[T_{вых}]_2^{II}}{[T_{вых}]_2^I} = \frac{b_4 d_4^2}{b_1 d_1^2} \cdot \frac{\rho_4}{\rho_1} \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \Pi_{2H} \cdot \frac{(u_1 - 2) u_2}{u_2 - 2} = B_2 \cdot \frac{1}{B_2} = 1. \quad (23)$$

Таким образом, результат (23) показал то, что и требовалось. Контактная прочность механизма или его несущая способность может быть обеспечена за счет выбора соответствующих параметров, как первой, так и второй ступеней соответственно.

На рисунке 3 приведены графики зависимости (11), построенные при различ-

ных значениях параметра Π_{2H} . Здесь же приведен график и зависимости (12). Все графики были построены если $\rho_1 = \rho_4 = \rho$, $k_1 = k_4 = 3$, $n_{M1} = n_{M4} = 7$ и $U_\Sigma = 64$.

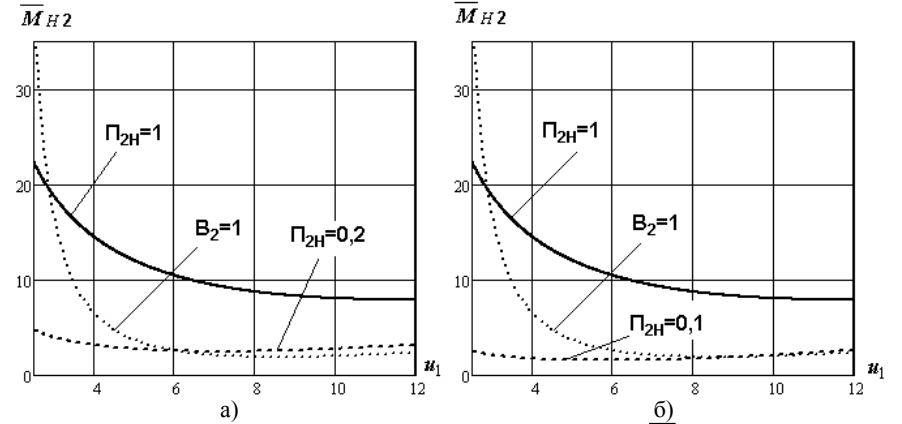


Рисунок 3 – График функции аналога массы \bar{M}_{H2}

Оптимальные значения передаточных отношений двух ступеней были найдены численным способом. Если коэффициент $B_2 = 1$, то $u_{opt1} = 8,577$ и $u_{opt2} = 7,462$, а $\bar{M}_{H2} = 1,922$. При $\Pi_{2H} = 0,2$ имеем $u_{opt1} = 7,169$, $u_{opt2} = 8,927$ и $\bar{M}_{H2} = 2,5$. При $\Pi_{2H} = 0,111$ получим $u_{opt1} = 5,953$, $u_{opt2} = 10,751$ и $\bar{M}_{H2} = 1,688$. При $\Pi_{2H} = 1$ получим $u_{opt1} = 11$, $u_{opt2} = 5,818$ и $\bar{M}_{H2} = 7,955$.

На основе исследования целевой функции аналога массы $\bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$ двухступенчатого силового механизма типа $n \times \mathbf{AI}$ можно сделать ряд выводов. Во-первых, наличие минимума целевой функции $\bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$ в диапазоне реальных значений передаточного отношения u_1 зависит от значения коэффициента B_2 . При значениях коэффициента $B_2 > 1$ локальный минимум отсутствует. Наименьшее значение целевой функции соответствует верхней границе диапазона значений передаточного отношения u_1 . Во-вторых, возможны такие значения коэффициента B_2 , при которых целевая функция $\bar{M}_{H2}(u_1, u_2)$ будет иметь локальный минимум меньший, чем для случая, когда $B_2 = 1$. В-третьих, значение коэффициента B_2 существенно определяется значением коэффициент разнопрочности зацеплений Π_{2H} .

Для механизма с n ступенями аналог массы \bar{M}_H определяется по формуле (3) или (4). Подобно формуле (19) коэффициент B_i равен

$$B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2} = \frac{\rho_{3i-2}}{\rho_1} \cdot \frac{k_1}{k_i} \cdot \Pi_{iH} \cdot \frac{u_1 - 2}{u_i - 2} u_2. \quad (24)$$

Коэффициент разнопрочности зацеплений Π_{iH} определяется по формуле (18), в которой вместо нижнего индекса 4 надо подставить индекс i .

Несущая способность n ступенчатого силового механизма типа $n \times \mathbf{AI}$ может быть определена, в общем случае, n способами – из условия контактной прочности всех n внешних зацеплений $z_{3i-2} - z_{3i-1}$. Для i -го внешнего зацепления ($i = 1 \dots n$) имеем

$$[T_{\text{вых}}]^i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_i (\sigma_{HP}^2)_i k_i}{0,7 (K_{H\beta} K_{Hv} \Omega_H Z_E)_i} \cdot (u_{opti} - 2) \prod_{j=i+1}^n u_{optj}. \quad (25)$$

Аналогично формуле (23) можно показать следующее соотношение

$$\frac{[T_{\text{вых}}]^i}{[T_{\text{вых}}]^1} = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} \cdot \frac{\rho_{3i-2}}{\rho_1} \cdot \frac{k_1 \Pi_{iH} (u_1 - 2) u_2}{k_i \Pi_{iH} (u_i - 2)} = B_i \cdot \frac{1}{B_1} = 1. \quad (26)$$

Выше уже отмечалось, что часто в практике конструирования многоступенчатых планетарных механизмов типа $n \times \mathbf{AI}$ применяют подход, при котором конструкции всех ступеней механизма выполнят одинаково. Такой подход означает выполнение следующих условий: $B_i = 1$, $u_1 = u_2 = \dots = u_i = \dots = u_n = \sqrt[n]{U_{\Sigma}}$. Несущая способность такого механизма оценивается по несущей способности последней ступени механизма. При этом, чем ступень механизма ближе к его первой ступени, тем данная ступень будет больше недогружена по сравнению с последней ступенью. Таким образом, масса такого механизма с точки зрения прочности будет не оптимальной. Это обстоятельство можно показать следующим образом.

Значения вращающего момента T_i и угловой скорости ω_i на входе i -ой ступени равны

$$T_i = \frac{T_{\text{вых}}}{\prod_{j=i}^n u_j} = T_1 \cdot \prod_{j=1}^i u_j; \quad \omega_i = \frac{\omega_1}{\prod_{j=1}^{i-1} u_j} = \omega_{\text{вых}} \cdot \prod_{j=i}^n u_j. \quad (27)$$

Отношения значений вращающего момента и угловой скорости, действующих на входе двух соседних ступеней, соответственно равны

$$\frac{T_{i+1}}{T_i} = u_i; \quad \frac{\omega_{i+1}}{\omega_i} = \frac{1}{u_i}. \quad (28)$$

Соотношения (27) показывают, как уменьшается окружная сила на делительном диаметре $(F_{iH})_i$ и увеличивается окружная скорость $(v)_i$ во внешнем зацеплении i -ой ступени по сравнению с аналогичными параметрами n -ой ступени механизма. Уменьшение значения окружной силы приводит к

уменьшению удельной окружной статической силы $(w)_i = (F_{iH}/b_w)_i$ и увеличению удельной окружной динамической силы $(w_{Hv})_i = (\delta_H g_0 v \sqrt{a_w/u})_i$ и соответственно увеличению динамической добавки $(v)_i = (w_{Hv}/w)_i$. При этом возможен случай, когда значение динамической добавки превышает не только допустимую величину, но и приемлемое (разумное) значение.

Основная сложность при проектировании оптимальных по массе конструкций многоступенчатых планетарных механизмов типа $n \times \mathbf{AI}$, которые рассматриваются как силовые механизмы, связана с заданием значений коэффициентов аналога массы \overline{M}_H . Трудоемкость решения этой задачи зависит от числа ступеней n проектируемого механизма. Так при $n=2$ имеем самый простой случай – один коэффициент B_2 . При $n=3$ задавать надо уже два коэффициента B_2 и B_3 . В общем случае надо задавать $n-1$ коэффициент B_i . Решение данной задачи можно выполнить методом последовательных приближений параметров конструкций ступеней к их оптимальным значениям. В качестве первого приближения следует выбрать вариант, когда проектируемый механизм рассматривается как кинематический механизм. Затем уточняются параметры конструкций последней и первой ступеней. Таким образом, будет получено второе приближение. Далее уточняются параметры промежуточных ступеней. В итоге, будет получено приближение к конструкции механизма, который будет уже рассматриваться как силовой механизм.

Выводы. На основе исследований, выполненных в работах [3-5], разработана методика оценки несущей способности многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times \mathbf{AI}$, конструкция которого удовлетворяет критерию минимума массы. На примере двухступенчатого механизма показаны оценки его несущей способности с учетом двух вариантов исполнения конструкции – кинематического и силового. Рассмотрена проблема выбора оптимальной по массе конструкции силового механизма. Предложен подход решения этой проблемы.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. 4. Абрамов В.Т., Гетья А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2009. – Вип.29. – С.45-52. 5. Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма \mathbf{AI} по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2010. – Вип.26. – С.77-85.

Поступила в редколлегию 23.04.12

М.О. МОРНЕВА, к.т.н., доцент каф. метрологии ВНУ им. В. Даля, Луганск;
Н.Н. КУЗЬМЕНКО, ст. преп. каф. метрологии ВНУ им. В. Даля

**РАСЧЕТ УСИЛИЯ КАЛИБРОВКИ ЗУБЬЕВ ШЕСТЕРНИ
 РАЗДАЧЕЙ КОНИЧЕСКИМ ПУАНСОНОМ**

Рассматривается технология изготовления зубчатых колес штамповкой с разделением операций предварительного и окончательного формообразования. Получено решение для напряжений и деформирующего усилия операции калибровки зубьев шестерни в штампе коническим пуансоном.

Розглядається технологія виготовлення зубчатих коліс штампуванням з розділенням операцій попереднього і остаточного формоутворення. Отримано рішення для напруги і деформуючого зусилля операції калібрування зубів шестерні в штампі конічним пуансоном.

Technology of making of gear-wheels stamping is examined with the division of operations of preliminary and final formoобразования. A decision is got for tensions and deforming effort of operation of calibration gear teeth in a stamp a conical puncheon.

Штамповка шестерен с зубьями является эффективной технологией, позволяющей снижать расход металла, энергии и трудоемкость изготовления, а также повышать эксплуатационные свойства изделий.

В настоящей работе предлагается технология изготовления зубчатых колес с разделением операций предварительного и окончательного формообразования. При этом степень окончательного деформирования невелика, деформирование осуществляется в холодном состоянии и финишной операцией является калибровка, т.е. достигается высокая точность геометрических размеров зубьев. Заготовкой под калибровку может служить полуфабрикат с не полностью оформленными зубьями, полученный горячей, холодной или полугорячей штамповкой или же из металлических порошков после прессования и спекания.

Калибровка осуществляется в специальном штампе. Заготовка под калибровку выполняется такой, чтобы она входила в полость калибровочного штампа с зазором, обеспечивающим ее свободное введение. На ее поверхность и на поверхность штампа наносится технологическая смазка, в качестве которой может служить машинное масло с дисульфидом молибдена. Степень деформации на операции калибровки, рассчитанная по изменению высоты зуба, не превышает 5...10%, что позволяет обеспечить 8-9 степень точности параметров зубчатого колеса и шероховатость $R_a=0,32$.

В рассматриваемой технологии операция калибровки реализуется по схеме деформации зубьев с радиальным течением металла, осуществляемым под действием конического пуансона, который раздает центральное отверстие в шестерни и заставляет течь металл в радиальном направлении. При разработке технологического процесса и проектировании оснастки необходимо определить рабочие напряжения в штампе и величину максимального деформирующего усилия на последней стадии калибровки, соответствующей полному оформлению зубьев.

Расчетная схема калибровки зубьев шестерни с радиальным течением металла приведена на рисунке 1. Деформируемый объем металла представляем состоящим из двух областей. В области I имеет место течение металла в зуб, область II представляет собой кольцо с коническим отверстием, находящееся под внутренним (со стороны пуансона) и наружным (со стороны зуба) давлением. Для вывода расчетных формул применим метод совместного решения уравнений равновесия и пластичности.

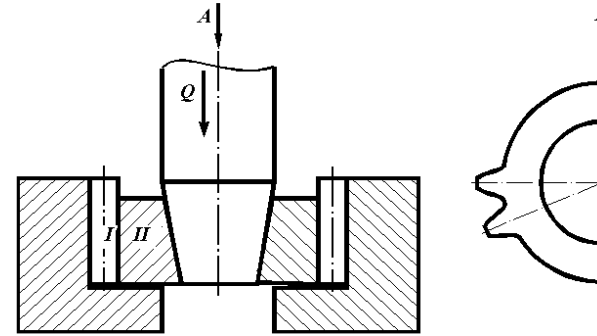


Рисунок 1 – Схема калибровки зубьев шестерни с радиальным течением металла

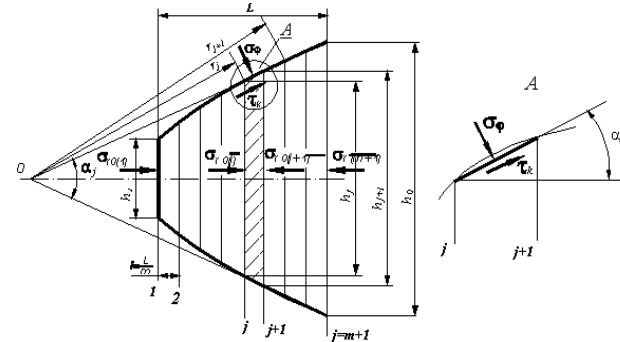


Рисунок 2 – Расчетная схема для области I с разбиением ее на конечное число элементарных объемов

В связи с тем, что зуб шестерни имеет длину значительно большую, чем высота его, то течение металла в направлении длины будет пренебрежительно мало. Тогда, не делая большой погрешности, можно принять, что в области I металл находится в условиях плоского деформированного состояния.

Для анализа разбиваем объем области I на конечное число m элементарных объемов, заменив при этом их криволинейную конфигурацию на прямолинейную клиновую (рисунок 2).

Размеры блоков h_j, h_{j+1}, α_j вычисляются с использованием уравнения линий контура зацепления для заданного их числа m .

Напряжения в деформированном металле при заполнении полости зуба определяем с использованием приближенных уравнений равновесия и пластичности, которые для плоского пластического течения клиновидного элементарного объема в полярных координатах r и ρ имеют вид [1]

$$\frac{d\sigma_r}{dh_r} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\phi)}{h_r} + \frac{2\tau_k}{ah_r} = 0, \tag{1}$$

где $\tau_k = \mu \cdot 2k$ – значение касательного напряжения на контактной поверхности; $k = \sigma_s / \sqrt{3}$ – постоянная пластичности, μ – коэффициент контактного трения.

Интегрируя уравнение (1) с определением постоянной интегрирования из условия, что на левой границе элементарного клинового объема при $h_r = h_j$, нормальные напряжения $\sigma_r = \sigma_{r0(j)}$, получаем выражение

$$\sigma_{rj} = -2k \left(1 + \frac{2\mu}{\alpha} \right) \ln \frac{h_r}{h_j} + \sigma_{r0(j)}, \quad (2)$$

где j – номер сечения.

Вычисление нормального напряжения на границе областей I и II $\sigma_{r(m+1)}$ с использованием формулы (2) производится численным методом последовательно, начиная со второго сечения от левой границы области I. При этом для свободного течения металла в полости зуба принимается значение $\sigma_{r0(1)} = 0$, а для конечной стадии, когда происходит оформление углов $\sigma_{r0(1)} = 4k$.

Упрочение металла при формообразовании зубьев учитывается принятием средних значений постоянных пластичности по элементарным объемам

$$k_{cp} = \frac{k_j + k_{j+1}}{2}; \quad k_j = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sigma_{s0} + A \left(\frac{h_0 - h_j}{h_0} \cdot 100 \right)^n \right], \quad (3)$$

где σ_{s0}, A, n – начальное напряжение текучести и коэффициенты линейной аппроксимации кривой упрочения [2].

Область II – кольцо, ограниченное цилиндрической поверхностью, проходящей через основание зубьев и конической поверхностью пуансона. В конечной стадии калибровки длина кольцевых волокон в области II почти не изменяется, т. к. течение металла в полость под зуб весьма незначительно. Следовательно, можно считать, что в конечной стадии калибровки в сечениях кольцевой области II имеет место плоское деформированное состояние.

В области II напряжения находим из совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и пластичности. Использование линейного закона касательных напряжений позволяет получить замкнутое решение, при котором произвольные функции по координатам r и θ находятся из уравнения пластичности с последующим вычислением постоянной интегрирования из условия равенства напряжений на границе областей I и II

$$\sigma_{\theta} = 2k \left(\frac{2\mu}{\beta} + \sqrt{1 - 4\mu^2} \right) \ln \frac{r}{r_a} + \sigma_{r(m+1)}; \quad \sigma_r = -2k \left[\left(\frac{2\mu}{\beta} + \sqrt{1 - 4\mu^2} \right) \ln \frac{r}{r_a} - \sqrt{1 - \frac{4\mu\theta}{\beta}} \right] + \sigma_{r(m+1)}. \quad (4)$$

Величину осевого деформирующего усилия, передаваемого через пуансон, найдем, взяв сумму проекций всех сил на вертикальную ось

$$Q = \iint_s |\sigma_s| \sin \beta dS + \iint_s |\tau_k| \cos \beta dS. \quad (5)$$

Конечная формула для усилия калибровки зубьев шестерни будет иметь вид

$$Q = 2\pi d_c \left[\left(\frac{2\mu}{\beta} + \sqrt{1 - 4\mu^2} \right) \left(2,3b_2 \ln \frac{b_2}{b_1} - b_2 + b_1 \right) + \mu H + \frac{\sigma_{r(m+1)}}{2k} (b_2 - b_1) \right]. \quad (6)$$

При определении напряжений на границе областей I и II выполнено решение численными методами, при этом точность зависит от количества разбиений m .

Выполнена экспериментальная проверка полученного решения для усилия калибровки шестерни редуктора стартера, исходной заготовкой для которой служил полуфабрикат, полученный из железного порошка и подвергшийся спеканию. Эксперимент показал удовлетворительное совпадение расчетных данных, отклонение составило 15%.

Вывод. Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния при калибровке зубьев шестерни с радиальным течением металла. Методом совместного решения дифференциальных уравнений равновесия и пластичности получена формула для деформирующего усилия, необходимого для калибровки зубьев коническим пуансоном.

Список литературы: 1. Теория обработки металлов давлением / *Сторожев М.В., Попов Е.А.* – М.: Машиностроение, 1977. – 423с. 2. Механические свойства сталей и сплавов при пластическом деформировании: Справочник / Ред. совет: *А.В. Третьяков* и др. – М.: Машиностроение, 1971. – 63с.

Поступила в редколлегию 06.04.12

УДК 621.9.20.001.24

В.С. НАДЕИН, к.т.н., доцент каф. МС и С КНТУ, Кировоград;
М.Г. СТОРЧАК, к.т.н., научный сотрудник ИМВ ШУ, Штуттгарт, Германия;
А.В. КРИВОШЕЯ, к.т.н., старший научный сотрудник ИСМ НАНУ, Киев;
С.Н. ЗАЙКА, аспирант КНТУ;
Д.В. ГРЫНЬ, к.т.н., ведущий конструктор, Кировоград

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ШЕВИНГОВАНИЯ ОБЛЕГАЮЩИМИ ШЕВЕРАМИ

Погрешности шевингования облегающими шеверами и сложности изготовления и эксплуатации инструмента ограничивают применение этого способа в производстве, несмотря на присущие преимущества. В работе выявлены причины возникновения погрешностей и предложен способ их уменьшения.

Похибки шевингування облягаючими шеверами та складності виготовлення та експлуатації інструмента обмежують застосування цього способу у виробництві, незважаючи на притаманні переваги. В роботі виявлено причини виникнення похибок та запропоновано спосіб їх зменшення.

Errors shaving tight shever and complexity of manufacture and operation of the tool limit the application of this method in production despite the inherent advantages. The paper identified the causes of errors and a method for reducing them.

Актуальность задачи и цель исследования. Шевингование как процесс чистовой обработки зубьев цилиндрических зубчатых колёс находит широкое применение в машиностроении. Из достаточно большого числа способов шевингования, способ шевингование облегающими шеверами самый производительный и позволяет модифицировать поверхность зубьев обрабатываемого колеса без усложнения кинематической схемы её формообразования [1-3].

Однако применение шевингования облегающими шеверами ограничивается несколькими причинами, основными с которых являются существенные погрешности профиля зубьев и их изменение, как правило, увеличение, по мере переточки шевера.

Целью данной работы есть установление аналитических взаимосвязей параметров процесса шевингования, анализ которых позволит уменьшить или полностью устранить эти основные недостатки. Решение этой задачи актуально как для практики машиностроения в связи с существенным уменьшением энерго- и трудозатрат, так и для теории зубообработки.

Отличительной особенностью шевингования облегающими шеверами является отсутствие продольного перемещения одного звена станочного зацепления, например, шевера, вдоль оси обрабатываемого колеса. В процессе обработки шевер перемещают вдоль межосевого перпендикуляра, вследствие чего межосевое расстояние в станочном зацеплении уменьшается. Для того, чтобы активная поверхность зуба была обработана по всей длине и была при этом эвольвентной поверхностью, необходимо, чтобы производящая поверхность шевера и активная поверхность зубьев касались одна другой по их общей прямолинейной образующей.

Как известно, в станочном зацеплении шевер и обрабатываемое колесо образуют винтовую эвольвентную передачу, т.е. образуют трехзвенный зубчатый механизм, оси звеньев (т.е. шевера и колёса) которого скрещиваются. Несмотря на то, что и производящая поверхность шевера, и обработанная поверхность зубьев колеса суть поверхности эвольвентные, в общем случае винтовые и линейчатые, касание их в момент профилирования точечное. Единственной общей линией, и притом прямой, является ось мгновенного вращения-скольжения. Но эту линию можно использовать только для образования аксоидных и начальных поверхностей звеньев передачи.

Эти рассуждения приводят к выводу о необходимости отыскания производящей поверхности шевера, линейно сопряженные с поверхностью зуба обрабатываемого колеса, и способа ее изготовления и эксплуатации с учетом материальных затрат.

На данный момент времени имеет место применение способа шевингования облегающими шеверами с модифицированной продольной формой линии зубьев [4, 5]. Суть модификации состоит в том, что точечный контакт активной поверхности зуба колеса с производящей поверхностью зубьев шевера заменяется на контакт линейный. Преобразования вида контакта заключается в том, что производящую поверхность каждого зуба шевера относительно среднего сечения ширины его венца изгибают во внешнюю сторону так, чтобы полученная при этом "деформированная" новая производящая поверхность касалась поверхности

зубьев обрабатываемого колеса на вогнутой линии. Для получения такой модификации производящую поверхность шевера шлифуют на специальных заточных станках внутренней стороной конического круга.

Экспериментальные исследования процесса шевингования такими облегающими шеверами показали, что:

- точность обработки зубчатого венца значительно ниже таковой, обработанной другими способами шевингования;
- по мере переточки шевера погрешности обработки изменяются, в результате чего требуется изменение параметров производящей поверхности шевера.

Вывод авторов этих исследований практически одинаков: причина недостатка этого процесса заключается в трудностях точного изготовления производящей поверхности облегающего шевера.

Постановка и решение задачи. Выполненное нами исследование процесса шевингования позволяет утверждать, что причины указанных выше недостатков заключаются не в трудностях точного изготовления облегающего шевера.

Результаты исследований [6, 7] показали, что точность изготовления шевера, будучи весьма влияющим фактором процесса шевингования, проявляет себя только тогда, когда более влияющие факторы процесса свое негативное влияние на качество обработки уже оказали. Собирательным названием этих факторов будет термин "сопряженность станочного зацепления", так как основой процесса шевингования есть формообразования поверхностей зубьев колеса методом огибания при отсутствии жесткой кинематической связи формообразующего движения огибания и обкаточного движения круговой подачи.

Можно аналитически показать, что производящая поверхность шевера, выполненная как огибающая вогнутой конической поверхности абразивного круга, образованная в станочном зацеплении, идентичном станочному зацеплению шевера с торцевой плоскостью круга, будет поверхностью неэвольвентной. Участки задней поверхности режущих зубчиков шевера, а они одновременно есть и часть неэвольвентной производящей его поверхности, будут контактировать с поверхностью зуба колеса – заготовки, которая на фазе зацепления в один угловой шаг обработана только частично (полосками по высоте зуба, чередующимися с необработанными участками). Необработанные участки поверхности зуба колеса-заготовки на фазе зацепления играют роль направляющей поверхности при резании. Если учесть, что при двухстороннем шевинговании зоны обработки на противоположных сторонах впадины смещены вдоль оси шевера, то глубина внедрения режущих зубчиков шевера в удаляемый слой металла переменная. В результате поверхность зуба, которая на следующем переходе будет играть роль направляющей, будет иметь погрешности, которые будут переноситься на окончательно обработанную поверхность.

Эти кинематические возникшие погрешности суммируются с погрешностями профилирования производящей поверхности шевера, следствием чего и есть точность обработки.

Для повышения точности шевингования нужно уменьшить или устранить (по возможности) перечисленные недостатки шевингования облегающими шеверами. Для этого нужно решить две основные задачи:

- 1) синтезировать производящую поверхность шевера, сопряженную по поверхности зубьев обрабатываемого колеса с линейным контактом;
- 2) устранить погрешности кинематики станочного зацепления на протяжении всего цикла обработки.

Далее приведено одно из решений первой задачи

Задачу синтеза производящей поверхности шевера, имеющей линейный контакт с эвольвентной поверхностью зуба колеса, можно решить следующим образом.

Возьмём в качестве исходной пространственную передачу, составленную из эвольвентного цилиндрического косозубого колеса и дискового косозубого шевера. Такая передача будет иметь точечный контакт поверхностей зубьев и прямую линию зацепления.

Для того, чтобы в исходной передаче получить линейный контакт нужно воспользоваться первым способом Оливье-Гохмана образования сопряженных подвижных поверхностей. Для реализации этого способа в качестве общей производящей поверхности применим винтовую эвольвентную поверхность червячной фрезы.

Составим два станочных зацепления: червячной фрезы с колесом исходной передачи и шевером. При формообразовании поверхностей зубьев колеса оно перемещается вдоль своей оси и вращается вокруг нее, а червячная фреза только вращается вокруг своей оси. При формообразовании поверхностей зубьев шевера червячная фреза и шевер вращаются вокруг своих осей и червячная фреза перемещается в радиальном направлении к оси шевера. Скорости вращения шевера, колеса и червячной фрезы, а также их положение в пространстве определены в соответствии с правилами настройки станка.

В станочных зацеплениях, описанных выше, будут образованы зубчатые колеса, первое из которых будет обычным косозубым, а второе будет червячным с неэвольвентной поверхностью зубьев [8]. Одной из особенностей этого червячного колеса есть то, что оно абсолютно правильно сцепляется с эвольвентным червяком, не превышающим по диаметру вершин червячную фрезу, нарезавшую его, имеет в этом зацеплении прямую линию зацепления и практически нечувствительно к погрешностям положения относительно червяка. Естественно предположить, что поскольку косозубое цилиндрическое эвольвентное колесо можно представить как многовитковый эвольвентный червяк, то имеется возможность подобрать такие его параметры, при которых неэвольвентная поверхность зубьев червячного колеса будет правильно сопрягаться с поверхностью эвольвентных зубьев цилиндрического колеса-червяка по линии, но не по прямой.

Эта же неэвольвентная поверхность зубьев червячного колеса будет сопряженной с поверхностью витков эвольвентного червяка при числе его витков, отличном от числа витков эвольвентного червяка-колеса, которым была образована.

Это означает, что образование поверхности зубьев неэвольвентного червячного колеса можно осуществить одновитковым эвольвентным червяком.

Для оценки пригодности поверхности зубьев неэвольвентного червячного колеса быть примененной в качестве производящей поверхности облегающего шевера, рассмотрим представленную на рисунке схему станочного зацепления её формообразования.

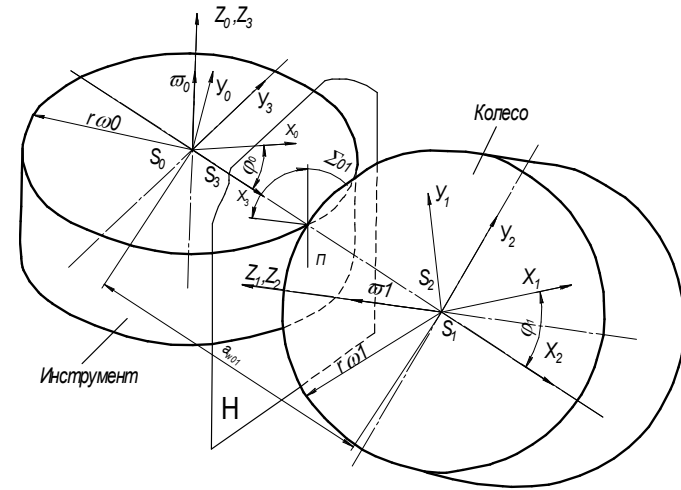


Рисунок – Схема станочного зацепления для нарезания шевера с неэвольвентной производящей поверхностью

Применив известную методику исследования станочного зацепления [9], получим уравнения поверхности зуба неэвольвентного шевера в его системе координат S_1

$$\begin{aligned}
 X_1 &= A \cos \varphi_0 + B \sin \varphi_0 \sin \gamma - C \sin \varphi_0 \cos \gamma + (r_0 + r_1) \cos \varphi_0; \\
 Y_1 &= -A \sin \varphi_0 + B \cos \varphi_0 \sin \gamma - C \cos \varphi_0 \cos \gamma + (r_0 + r_1) \sin \varphi_0; \\
 Z_1 &= B \cos \gamma + C \sin \gamma + r_0; \\
 u &= r_{b0} \cos(\nu + \varphi_0) + p \left(\nu \sin \lambda_{b0} - \frac{i_{10} - \sin \gamma}{\cos \gamma} \right) - (r_0 + r_1) [1 + \operatorname{tg} \gamma \operatorname{tg} \lambda_{b0} \cos(\nu + \varphi_0)]; \\
 A &= r_{b0} \cos(\nu + \varphi_0) + u \sin(\nu + \varphi_0) \cos \lambda_{b0}; \\
 B &= r_{b0} \sin(\nu + \varphi_0) - u \cos(\nu + \varphi_0) \sin \lambda_{b0}; \\
 C &= p \nu - u \sin \lambda_{b0}; \quad \gamma = \beta - \lambda_0; \quad \lambda_0 = 90^\circ - \beta_0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где u, ν – криволинейные координаты производящей поверхности червячной фрезы (ЧФ); r_{b0}, r_0 – основной и делительный диаметр червячной фрезы; λ_{b0}, λ_0 – основной и делительный углы подъема витков червячной фрезы; φ_0 – угол поворота; p – винтовой параметр производящей поверхности червячной фрезы; γ – параметрический угол; β, β_0 – углы наклона зубьев неэвольвентного червячного колеса и червячной фрезы; $i_{10} = z_0/z_1$ – передаточное число станочного зацепления (z_0, z_1 – числа витков (зубьев) червячной фрезы и неэвольвентного червячного колеса).

Поверхность (1) по своему строению значительно ближе к эвольвентной поверхности зубьев взятого ранее для исследования шевера, чем поверхность обле-

гающего шевера, образованная коническим кругом. Если теперь преобразовать эту поверхность в производящую, то образованная ею поверхность зуба колеса будет эвольвентной и при $z_0 = z_1$ образует поверхность зубьев исходного шевера.

Но винтовую эвольвентную поверхность червяка с $z_0 = z_1$ сделать точной очень трудно. Поэтому при $z_0 \ll z_1$, например, $z_0 = 1..4$, образованная производящей поверхностью червяка неэвольвентная поверхность червячного колеса будет несколько другой. Если принять, что диаметр червяков $z_0 = z_1$ и $z_0 = 1..4$ одинаковы, то при совмещении их поверхностей в точках, лежащих на делительных цилиндрах, поверхность червяка с $z_0 = 1..4$ будет менее изогнутой. Для оценки разницы изогнутости и анализа формы производящей поверхности облегающего шевера нужно знать ее кривизну.

Выполнив преобразования в соответствии с [9] для вычисления главных нормальных кривизны поверхности (1) и положения главных нормальных сечений получим зависимости:

$$K_{I,II} = \frac{i_{10} \cos \beta + \sin \lambda \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)_{1,2}}{r_0 \sin \lambda \sin \alpha \left[1 + f \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)_{1,2} \right]}; \quad (2)$$

$$\chi_{I,II} = \frac{i_{10} \cos \beta + \sin \lambda \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)_{1,2}}{\cos \alpha \cos \lambda \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)_{1,2} - i_{10} \sin \alpha \cos \beta}, \quad (3)$$

где $K_{I,II}$ – главные нормальные кривизны в полюсной точке поверхности неэвольвентного червячного колеса; $\chi_{I,II}$ – углы, определяющие положения главных нормальных сечений.

Значение $\left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)_{1,2}$ есть корни уравнения

$$A \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right)^2 + (Bf + C) \left(\frac{dv}{dt} + 1 \right) + D = 0; \quad (4)$$

$$A = \cos^2 \alpha \cos^2 \lambda - 1; \quad B = i_{10} (\sin^2 \alpha \sin \beta \cos \lambda - \sin \lambda \cos \beta);$$

$$C = \frac{i_{10} \cos \beta}{\sin \lambda} + \cos \lambda (\sin^2 \alpha \cos \lambda + \sin \lambda \operatorname{tg} \beta); \quad D = i_{10} \sin \beta \cos \lambda (1 + \sin^2 \alpha);$$

$$f = \frac{\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \lambda \sin \lambda (\cos \lambda \operatorname{tg} \beta - \sin \lambda) i_{01}}{-\sin \alpha \sin \lambda \cos(\beta + \lambda)}; \quad i_{01} = \frac{z_2}{z_0},$$

где α – угол профиля исходного контура.

Первое главное направление неэвольвентной поверхности зуба шевера в полюсной точке составляет угол χ_I с касательной к линии зуба шевера. При больших диаметрах (более 400мм) червячного абразивного круга, которым обрабатывают неэвольвентную поверхность зубьев шевера, величина угла $\chi_I = (5..8)^\circ$. В направлении, параллельном оси шевера, нормальную кривизну к поверхности зуба найдем по формуле Эйлера:

$$K = K_I \cos^2 \chi_I + K_{II} \sin^2 \chi_{II}, \quad (5)$$

где $K_{I,II}$ – главные нормальные кривизны поверхности в заданной точке.

Расчет стрелки вогнутости неэвольвентной производящей поверхности облегающего шевера с параметрами $m = 1\text{мм}$, $\beta_0 = 15^\circ$, $z_0 = 40$, обработанной червячным одновитковым шлифовальным кругом диаметром 400мм показали, что стрелки вогнутости продольной линии его зуба составляют $f = 0,13\text{мм}$. При такой стрелке вогнутости поверхность зуба обработанного колеса не должна иметь отклонений в виде выпуклостей или вогнутостей. Для получения бочкообразной продольной модификации поверхности зуба без применения механизма качания стола рассчитанную вогнутость следует увеличить на величину заданной модификации.

Выводы. Таким образом, анализ результата исследования показывает, что:

1. Изготовление производящей поверхности облегающего шевера червячным абразивным кругом большого диаметра с эвольвентной винтовой поверхностью по схеме нарезания червячного колеса позволяет получить квазилинейный контакт производящей и обрабатываемой поверхностей.
2. Параметрами контактной зоны в станочном зацеплении можно управлять; наиболее влияющие параметры – угол наклона зубьев шевера β_0 и его диаметр d_0 ;
3. Производящая поверхность зубьев шевера по геометрическому строению позволяет получить сопряженное станочное зацепление, что гарантирует повышение качества обработки.

Список литературы: 1. Гулида Э.Н. Технология отделочных операций зубообработки цилиндрических колес. – Львов: Вища школа, 1977. – 168с. 2. Калашиников С.Н. Шевингование зубчатых колес / С.Н.Калашиников, А.С. Калашиников. – М.: Высшая школа, 1985. – 272с. 3. Петрухин С.С. Классификация видов шевингования в области технологии машиностроения / С.С. Петрухин, Н.Т. Анянцев // Прогрессивная технология машиностроения. – Тула: ТулПИ, 1970. – Вып. IV. – С.71-77. 4. Надей В.С. Механизм возникновения и развития погрешностей зубчатого венца при шевинговании / В.С. Надей, Хамдан Мухаммед // Проблемы автоматизации и энергообеспечения в машиностроении. Сб. статей. – Кировоград, 1995. – С.61-66. 5. Хамдан Мухаммед. Определение погрешности зубчатого венца по проходам при шевинговании // Проблемы розробки, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки. Зб. наук. праць. – Кировоград, 1995. – С.97-100. 6. Болотовский И.А. Прямозубые конические передачи: Справочник / И.А. Болотовский, Б.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, Б.И. Шендрей. – М.: Машиностроение, 1981. – 104с.

Поступила в редколлегию 27.04.12

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
В.И. ВЕРБИЦКИЙ, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ"

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД СОЗДАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ

Изложен геометрический метод проектирования зубчатых зацеплений.

Наведений геометричний метод проектування зубчастих зацеплень.

Geometric method of gearing project in this auricle is brought.

Постановка вопроса. В теории зубчатых зацеплений, наиболее полно представленной в монографии Ф.Л.Литвина [1], рассматриваются наиболее широко распространенное эвольвентное и неприменяемое в силовых передачах циклоидальное зацепления. Однако базы, объединяющей эти зацепления, не приводится.

Анализ последних достижений и публикаций. Автором [2-8] разработан метод синтеза зацеплений, основанный на построении Бобилье [9-12]. При этом записано дифференциальное уравнение зацепления, путем решения которого получено семейство эволютных зацеплений. Как частные случаи эволютных зацеплений являются упомянутые выше эвольвентное и циклоидальное зацепления.

Постановка задачи. Цель работы – на основе геометрических исследований показать общность современной теории зацеплений и привести результаты этих исследований.

Основная часть. В монографии [1] описано построение Бобилье (см. рисунок), являющееся геометрическим описанием любого зацепления. С его помощью записано дифференциальное уравнение

$$y'' = \frac{y'(1 + y'^2)}{k(x) + x}, \quad (1)$$

где $y(x)$, y' , y'' – функция, описывающая профиль зуба инструментальной рейки, и ее производные; $k(x)$ – расстояние от мгновенного центра скоростей шатуна четырехзвенного механизма в построении Бобилье до межцентровой линии, вдоль которой направлена ось абсцисс. Начало координат помещено в полюсе передачи.

Величина расстояния $k(x)$ названа коэффициентом разновидности, так как от нее зависит вид зацепления. Для того, чтобы происходило одновременное контактирование в двух и более точках, принадлежащих одной или нескольким парам зубьев в зацеплении, это расстояние должно быть постоянным. Это положение является достаточным условием для синтеза обкатных зубчатых зацеплений, на которое в теории зацеплений ссылок нет.

Линию, являющейся геометрическим местом точек контакта сопряженных поверхностей в плоскости зацепления, обычно называют линией зацепления. Из стилистических соображений ее надо называть, например, линией сопряжения. К примеру, в английском языке она называется линией взаимодействия (line of action). Получить уравнение линии сопряжения $z(x)$ можно путем решения уравнения

$$z = \frac{x}{y'}. \quad (2)$$

После дифференцирования (2) и подстановки значения y'' из (1) получим дифференциальное уравнение линии сопряжения

$$z' = \frac{k(x)z - x}{x(k(x) + z)}. \quad (3)$$

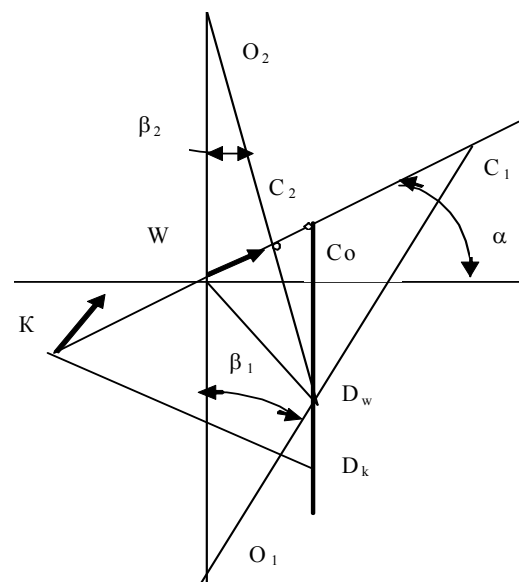


Рисунок – Построение Бобилье

эвольвентном зацеплении, необходимо выполнить условие

$$k \leq r \sin \alpha \cos \alpha, \quad (4)$$

где r – радиус делительной окружности шестерни; α – угол зацепления в полюсе передачи.

Поскольку радиус делительной окружности шестерни зависит от числа зубьев, то коэффициент разновидности ограничен числом зубьев шестерни и углом зацепления в полюсе передачи. Величина угла зацепления в эвольвентной передаче определяет приведенный радиус кривизны, поэтому стремятся его увеличивать. Но с увеличением угла зацепления возрастает сила в зацеплении, что не позволяет получить какого-либо выигрыша при передаче одного и того же крутящего момента. Уменьшение угла зацепления приведет к

возрастанию коэффициента перекрытия, что может привести к трехпарному зацеплению в момент времени, когда одна из пары зубьев будет контактировать в полюсе. В этом случае нагрузка на зуб уменьшится примерно в три раза, что благоприятно скажется на напряжениях и в целом на прочности передачи.

Однако уменьшение угла зацепления не беспредельно. Если угол зацепления достигает значения, при котором $\operatorname{tg} \alpha$ станет равным или меньше коэффициента трения скольжения, в передаче возникнет заедание, что приведет к значительному износу зубьев.

Геометрические исследования проведены и для других характеристик передачи. Коэффициент перекрытия возрастает с уменьшением угла зацепления. Приведенный радиус кривизны мало зависит от изменения угла зацепления, но зависит от коэффициента разновидности.

Зависимость приведенного радиуса кривизны от коэффициента разновидности приводит к тому, что в отдельных точках могут появиться отдельные "выбросы", что указывает на особые аномальные места для контактных напряжений.

Прочность передачи, как известно, определяется контактными и изгибными напряжениями. Геометрическое моделирование зоны контактных напряжений позволило получить инженерные формулы расчета этих напряжений, в том числе, и для эволютных зацеплений [16]. Применение геометрических исследований к видам пространственных передач [17] для последних определена их оптимальная форма. Ею оказалась гиперболическая передача.

В результате проведенных исследований получены два вида зацеплений [18, 19], на которые получены патенты. Передача, в которой зацепление происходит от точки входа в зацепление до полюса, названа передачей с односторонним зацеплением. Если же контактируют передачи на всем участке линии зацепления, названы такие передачи дозаполносными. Такое наименование передач использовано в передачах Новикова.

Выводы:

1. Геометрическими методами показана возможность синтеза обкатного зацепления с выпукло-вогнутым контактом.
2. С помощью замены зацепления четырехзвенным механизмом путем построения Бобилье записано дифференциальное уравнение зацеплений.
3. Получено достаточное условие обкатности зацепления.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука. – 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Развитие геометрической теории зубчатых зацеплений // Вестник Харьк. гос. политехн. ун-та. – Харьков, 2000. – Вып.116. – С.104-107. 3. Павлов А.И. Совершенствование зубчатых зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник Харьковского национального университета "ХПИ". – Харьков, 2001. – Вып.6. – С.181-184. 4. Павлов А.И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.6, т.1. – С.43-45. 5. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета "ХПИ". – Харьков. – 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102. 6. Павлов А.И. Качественные характеристики эволютного зацепления // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2003. – №4. – С.19-20. 7. Павлов А.И. Эволютное зацепление и его характеристики // Вестник национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103-106. 8. Павлов А.И. Сопряженные обкатные поверхности для зубчатых зацеплений // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – Харьков, 2004. – №4. – С.22-24. 9. Ки-

риченко А.Ф., Павлов А.И. Подальший розвиток теорії зачеплень для побудови силових зубчатих передач // Машинознавство. – Львів, 2003. – №10. – С.30-32. 10. Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В., Павлов А.И. Аналитическое описание эволютного зацепления // Вестник Харьковского национального университета "ХПИ". – Харьков, 2003. – Вып.9, т.2. – С.23-26. 11. Павлов А.И., Кириченко А.Ф. Уравнение Эйлера-Савари для общего случая зацепления // Вісник СХУ ім. В. Даля. Науковий журнал. – Луганськ, 2002. – №3(49). – С.191-192. 12. Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Чайка Э.Г. Компьютерное построение эволютного зацепления // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства. – Вып.18 "Підвищення надійності відновлюємих деталей машин". – Харків, 2003. – С.160-163. 13. Павлов А.И., Чайка Э.Г. Исследование приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении зацепления с выпукло-вогнутым контактом обкатной косозубой цилиндрической зубчатой передачи с помощью программного комплекса VISSIM // Зб. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2002. – Вып.2 – С.108-111. 14. Кириченко А.Ф., Павлов А.И., Немцев В.В. Графическое изображение приведенного радиуса кривизны в зацеплении зубчатых передач // "Системні технології". Регіональний міжзівзівський збірник наукових праць "Сучасні проблеми геометричного моделювання". – Вып.3(44). – Дніпропетровськ, 2006. – С.41-45. 15. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зависимость между параметрами зацепления в эволютной передаче // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2006. – Вып.22. – С.24-28. 16. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // Зб. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вып.15. – С.95-99. 17. Павлов А.И. Ось зацепления пространственной передачи // Вестник НТУ "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.7, т.2. – С.58-59. 18. Патент Украины №68700. Авт. Павлов А.И. Зубчатая передача с эволютным односторонним зацеплением. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8. 19. Патент Украины №68725. Авт. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зубчатая передача с эволютным двусторонним зацеплением. – Опубл. 16.08.2004. Бюл. №8.

Поступила в редколлегию 11.04.12

УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., профессор каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", Харьков;
С.В. АНДРИЕНКО, преп. каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ";
М.И. СТЕПАНОВ, студент ХНАДУ "ХАДИ"

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ ВЫПУКЛО-ВОГНУТОГО КОНТАКТА В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

Рассмотрены условия использования в зубчатых передачах выпукло-вогнутого контакта рабочих поверхностей.

Розглянуто умови застосування в зубчатих передачах опукло-увігнутого контакту робочих поверхонь.

The conditions of using of gearing with convex-concave contact working surfaces are considered.

Постановка задачи. В наиболее распространенном эвольвентном зацеплении имеет место контакт двух выпуклых поверхностей. С целью снижения контактных напряжений напрашивается применение выпукло-вогнутого контакта в зубчатом зацеплении. Для определения напряжений в случае контакта двух выпуклых поверхностей используется формула Герца

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{b\rho}}, \quad (1)$$

где P – сила в зоне контакта; E – модуль упругости; b – ширина зубчатого венца; ρ – приведенный радиус кривизны, определяемый по формуле

$$\rho = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}. \quad (2)$$

Здесь ρ_1, ρ_2 – больший и меньший радиусы кривизны контактирующих поверхностей с учетом их знаков, при этом $\rho_1 > 0$.

Для выпукло-вогнутого контакта формула Герца не применима. В работе [1] получена формула для случая выпукло-вогнутого контакта, при этом ρ_1 и ρ_2 положительны, а их отношение ρ_2/ρ_1 больше 1/2.

$$\sigma_m = 0,8253 \sqrt{\frac{P^2 E}{b^2 \rho_0^2}}. \quad (3)$$

Цель работы – исследовать эффективность применения выпукло-вогнутого контакта за счет снижения контактных напряжений путем вычисления их по формулам (1) и (3) и последующего сравнения между собой.

Основная часть. Отношение напряжений, вычисленных по (1) и (3) обозначим

$$k = \frac{\sigma}{\sigma_m}, \quad (4)$$

которое равно

$$k = \frac{0,418}{0,841} \sqrt{\frac{bE\rho^4}{P\rho_0^3}}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что эффективность применения выпукло-вогнутого контакта неоднозначна. Поскольку коэффициент k должен быть больше 1, то соотношение

$$\frac{\rho_0}{\rho} < \frac{bE}{64P}. \quad (6)$$

Напрашивается вопрос исследования соотношения приведенных радиусов кривизны. Рассматривая построение Бобилье для эвольвентного зацепления (рисунк 1), получим такие выражения для вычисления радиусов кривизны кон-

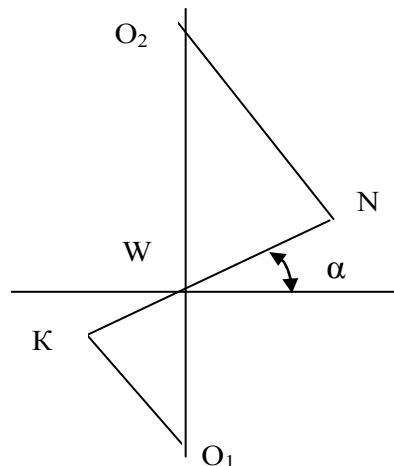


Рисунок 1 – Построение Бобилье для эвольвентного зацепления

тактирующих поверхностей:

– радиус кривизны эвольвенты на зубе шестерни $\rho_1 = r \sin \alpha - (x / \cos \alpha)$, где r – радиус делительной окружности KW ; x – абсцисса точки контакта (вдоль межцентровой линии); α – угол зацепления;

– радиус кривизны эвольвенты на зубе колеса $\rho_2 = ur \sin \alpha + (x / \cos \alpha)$, где u – передаточное число;

– приведенный радиус кривизны двояковыпуклого контакта

$$\rho = \frac{ur^2 \sin^2 \alpha + x^2 \sec^2 \alpha}{(u+1)r \sin \alpha} - x \sec \alpha, \quad (7)$$

а в полюсе зацепления

$$\rho = \frac{ur \sin \alpha}{u+1}. \quad (8)$$

Для выпукло-вогнутого зацепления (эвольвентной передачи) имеем:

– радиус кривизны боковой поверхности на зубе колеса $\rho_1 = l_2 + x \sec \alpha$, где от центра кривизны боковой поверхности до полюса передачи $l_2 \approx k$ (рисунк 2);

– радиус кривизны боковой поверхности на зубе шестерни $\rho_2 = l_1 + x \sec \alpha$, где $l_1 \approx (u+1)k/u$.

Тогда приведенный радиус кривизны выпукло-вогнутого контакта в полюсе зацепления $\rho_0 = (u+1)k$.

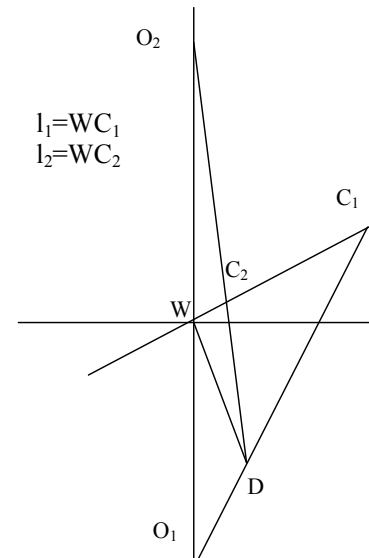


Рисунок 2 – Построение Бобилье для зацепления с выпукло-вогнутым контактом

Для сравнения взят вариант передачи: передаточное отношение 2, модуль 5мм, число зубьев шестерни 20, ширина венца 50мм, материал – сталь, нормальная нагрузка 500Н. Для эвольвентной передачи $k=5m$, и тогда $\rho_0^3/\rho^4 = 2,25$, а $(bE)/(64P) = 3,2$, что позволяет получить соответствующий эффект от применения эвольвентного зацепления.

Выводы. Для заданных условий контакта в зацеплении эффект применения выпукло-вогнутого характера может быть и не получен, так что усложнение технологии изготовления зубчатых колес вовсе не обязательно.

Список литературы: 1. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // 36. "Геометричне та комп'ютерне моделювання". – Харків: Харк. держ. акад. техн. та орган. харч, 2006. – Вип.15. – С.95-99.

Поступила в редакцию 11.04.12

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля;
А.А. МУХОВАТЫЙ, к.т.н., ст. преп. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИТЕРИЯ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ НЕЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Проведен анализ величины критерия контактной прочности разработанных различными исследователями неэвольвентных цилиндрических зубчатых передач.

Проведено аналіз величини критерію контактної міцності неевольвентних циліндричних зубчатих передач, що розроблені різними дослідникам.

The assaying of magnitude of criterion of contact strength developed by various contributors not involute cylindrical gears is carried out.

Постановка задачи. В приводах современных машин широко распространены зубчатые передачи, нагрузочная способность, надежность которых существенно влияют на экономические показатели оборудования. Поэтому решение задачи повышения нагрузочной способности таких передач является актуальным.

Анализ литературы. Известны различные методы синтеза неэвольвентных зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью [1]. К таким методам относятся: синтез цилиндрических зубчатых передач с конхоидной линией зацепления [2], синтез синусоидальных зубчатых передач [3], синтез зубчатых передач с линией зацепления, очерченной дугами окружностей [4], синтез зубчатых передач по критерию контактной прочности [5], синтез "эволютных" зубчатых передач [6]. Однако до настоящего времени не произведена сравнительная оценка нагрузочной способности зубчатых передач, синтезированных указанными методами.

Цель статьи. Провести сравнительный анализ значений критерия контактной прочности неэвольвентных цилиндрических зубчатых передач, исследованных в работах [2...6].

1. Критерий контактной прочности зубчатых передач. Этот критерий с использованием формулы Герца для определения контактных напряжений на поверхности зубьев цилиндрических прямозубых передач внешнего зацепления получен в форме [1]:

$$\Theta = \frac{n^2 \tau_1 \tau_2}{(R_1 + R_2) f_2' (\Omega_2')^2}, \tag{1}$$

где $\Omega_2' = \frac{f_2' - f_1 f_2''}{(f_2')^2} + f_2'$; $\tau_1 = R_1 + \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2'}$; $\tau_2 = R_2 - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2'}$; $n = \sqrt{1 + (f_2')^2}$;

R_1, R_2 – радиусы начальных цилиндров шестерни и колеса; f_1, f_2 — функции, определяющие геометрию исходного контура зацепляющихся колес (рисунок 1); f_2', f_2'' – первая и вторая производные функции f_2 по f_1 .

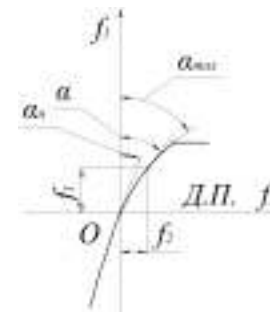


Рисунок 1 – Схема исходного контура (ДП – делительная прямая)

Для упрощения исследования (это не уменьшает общность исследований) будем полагать, что R_1 и R_2 имеют значения, когда

$$1 + \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' R_1} \approx 1; \quad 1 - \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' R_2} \approx 1.$$

В этом случае оценку контактной прочности зубьев можно производить величиной, полученной из (1)

$$\Theta_1 = \frac{n^3 \cos \alpha}{f_2' (\Omega_2')^2}, \tag{2}$$

где α – угол профиля исходного контура ($f_2' = \operatorname{tg} \alpha$).

Ниже приведены значения функции f_2 и ее производных для исходных контуров, рекомендуемых в работах [2...6].

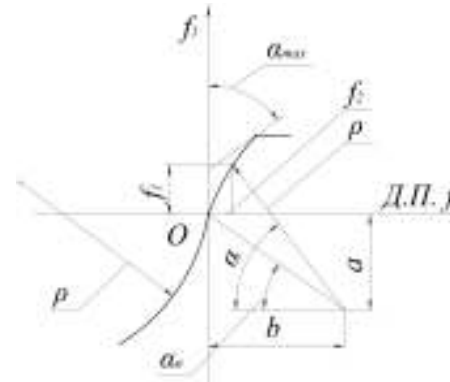


Рисунок 2 – Исходный контур, очерченный дугами окружности (ДП – делительная прямая)

2. Параметры исходных контуров. Эти параметры определены при следующих исходных данных:

- угол профиля исходного контура на делительной прямой $\alpha_n = 20^\circ$;
- максимальный угол профиля исходного контура при $f_{1\max} = 1 - \alpha_{\max} = 33,157^\circ$;
- модуль зацепления $m = 1$ мм.

2.1. Исходный контур, очерченный дугами окружностей (рисунок 2) [2] (с конхоидальной линией зацепления). Из рисунка следует

$$f_1 = \rho \sin \alpha - a; \quad f_2 = b - \rho \cos \alpha; \quad a = \rho \sin \alpha_n; \quad b = \rho \cos \alpha_n, \tag{3}$$

где ρ – радиус окружности.

Используя (3), получаем

$$f_2 = b - \sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}. \tag{4}$$

Дифференцируя (4), имеем значения производных

$$f_2' = \frac{f_1 + a}{\sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}}; \quad f_2'' = \frac{\rho^2}{\left[\sqrt{\rho^2 - (f_1 + a)^2}\right]^3}. \quad (5)$$

Для приведенных выше значений α_n , α_{\max} , $f_{1\max}$ значения ρ и a будут равны: $\rho = 4,87959$; $a = 1,66882$.

2.2. Исходный контур, очерченный синусоидой [3] (рисунок 3). Уравнение синусоиды имеет вид

$$f_1 = A \sin \omega f_2, \quad (6)$$

где A – амплитуда; ω – частота.

Производные равны

$$f_1' = A\omega \cos \omega f_2; \quad f_1'' = -A\omega^2 \sin \omega f_2. \quad (7)$$

В этом случае $f_1' = \operatorname{tg}(90 - \alpha)$, а функция Ω_2' равна

$$\Omega_2' = (f_1')^2 + f_1 f_1'' + 1; \quad n = \sqrt{1 + (f_1')^2}. \quad (8)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,157^\circ$, $f_{1\max} = 1$ получаем: $A = 1,2042$; $\omega = 2,28158$; $0 \leq \omega f_2 \leq 56,143^\circ$.

2.3. Исходный контур зубьев с линией зацепления, очерченной дугами окружностей [4] (рисунок 4). Уравнение дуги окружности A_1O имеет вид

$$(x - a_K)^2 + (y - b_K)^2 = r_K^2, \quad (9)$$

где a_K , b_K – координаты центра окружности; r_K – радиус окружности.

Решая (9) относительно y , получаем для участка линии зацепления A_1O

$$y = -\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (x - a_K)^2}\right]; \quad b_K = r_K \sin \alpha_n; \quad a_K = r_K \cos \alpha_n. \quad (10)$$

Согласно уравнения линии зацепления в системе координат XOY (рисунок 4) равны

$$x = f_1; \quad y = -\frac{f_1}{f_2}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует:

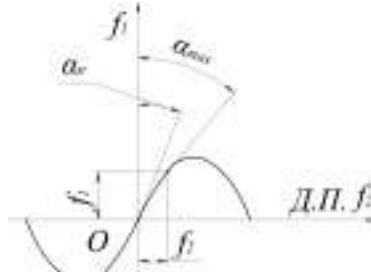


Рисунок 3 – Исходный контур, очерченный синусоидой (ДП – делительная прямая)

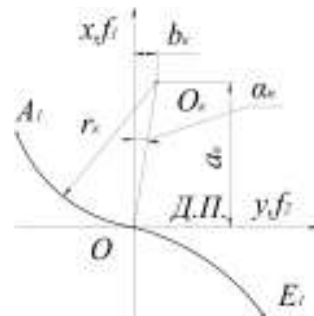


Рисунок 4 – Линия зацепления A_1E_1 , очерченная дугами окружностей (ДП – делительная прямая)

$$f_2' = -\frac{f_1}{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right]}; \quad f_2'' = -\frac{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right] \cdot \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2} - f_1(f_1 - a_K)}{\left[b_K - \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}\right] \cdot \sqrt{r_K^2 - (f_1 - a_K)^2}}. \quad (12)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,195^\circ$, $f_{1\max} = 1$ ($f_2' = \operatorname{tg} \alpha$) из равенства (12) $r_K = 4$; $a_K = 3,7587$, $b_K = 1,3680$.

2.4. Исходный контур, очерченный логарифмической кривой [5] (рисунок 1). Уравнение кривой, которой очерчен исходный контур имеет вид

$$f_2 = \frac{2}{k} \ln\left(\frac{kf_1}{2 \operatorname{ctg} \alpha_n} + 1\right), \quad (13)$$

где k – постоянная величина.

Для этого исходного контура

$$f_2' = \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_n}; \quad \Omega_2' = kf_1 + \operatorname{ctg} \alpha_n + f_2'. \quad (14)$$

При $\alpha_n = 20^\circ$, $\alpha_{\max} = 33,195^\circ$, $f_{1\max} = 1$ из (14)

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} - \operatorname{ctg} \alpha_n)}{f_{1\max}} = -2,4336. \quad (15)$$

Из (13) и (15) имеем:

$$f_2 = -0,8218 \ln(1 - 0,4447 f_1). \quad (16)$$

2.5. Исходный контур "эволютного" зацепления [6] (рисунок 1). В данном случае уравнение кривой, которой очерчен исходный контур, имеет вид (для принятых нами обозначений):

$$f_2 = 0,36397 f_1 + 0,126246 f_1^3 + 0,0089702 f_1^5 - 0,0191787 f_1^7. \quad (17)$$

Производные этой функции равны

$$f_2' = 0,36397 f_1 + 0,378738 f_1^2 + 0,044851 f_1^4 - 0,1342509 f_1^6; \quad f_2'' = 0,757476 f_1 + 0,179404 f_1^3 - 0,8055054 f_1^5. \quad (18)$$

2.6. Исходный контур, обеспечивающий выпукло-вогнутый контакт рабочих поверхностей зубьев зацепляющихся колес [1]. Уравнение кривой, которой очерчен профиль исходного контура, имеет вид (рисунок 1)

$$f_2 = 0,048f_1^8 - 0,241f_1^7 + 0,512f_1^6 - 0,614f_1^5 + 0,478f_1^4 - 0,281f_1^3 + 0,276f_1^2 + 0,338f_1 - 0,017. \quad (19)$$

Производные этой функции равны

$$f_2' = 0,390f_1^7 - 1,692f_1^6 + 3,073f_1^5 - 3,069f_1^4 + 1,911f_1^3 - 0,843f_1^2 + 0,552f_1 + 0,338;$$

$$f_2'' = 2,729f_1^6 - 10,154f_1^5 + 15,363f_1^4 - 12,279f_1^3 + 5,734f_1^2 - 1,686f_1 + 0,552. \quad (20)$$

Значения критерия контактной прочности будем определять, используя (2) для положительных значений f_1 в пределах $0 \leq f_1 \leq f_{1\max} = 1$. При заданных R_1 и R_2 эти значения следует умножить на τ_1 и τ_2 при положительных f_1 для $f_1 > 0$ и отрицательных f_1 для $f_1 < 0$. Заметим, что произведения τ_1 и τ_2 для рассмотренных исходных контуров имеют приблизительно равные значения.

На рисунке 5 даны графики изменения критерия контактной прочности по полю зацепления зубчатых передач при использовании для нарезания их зубьев реечных инструментов, спрофилированных представленными выше исходными контурами.

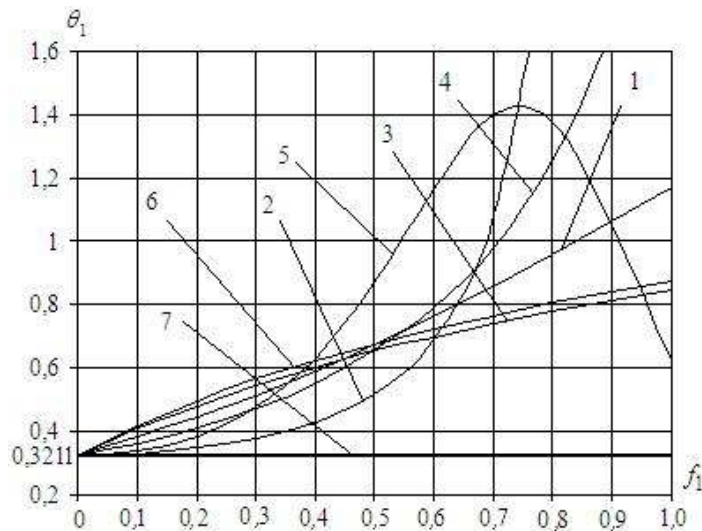


Рисунок 5 – Значения критерия контактной прочности:

- | | |
|---|--------------------------------|
| 1 – исходный контур по п. 2.1; | 2 – исходный контур по п. 2.2; |
| 3 – исходный контур по п. 2.3; | 4 – исходный контур по п. 2.4; |
| 5 – исходный контур по п. 2.5; | 6 – исходный контур по п. 2.6; |
| 7 – прямобочный исходный контур при $\alpha_n = 20^\circ$ | |

Из анализа графиков следует, что в зоне однопарного зацепления ($0 \leq f_1 \leq 0,3$):

- исходные контуры по п.2.1 и 2.3 обеспечивают практически равные значения критерия контактной прочности;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром п.2.2 (синусоидальные передачи) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 37%...46% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром п.2.5 ("эвольютные" передачи) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 10%...15% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром по п.2.4 (логарифмический исходный контур) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 8%...10% меньше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3;
- критерий контактной прочности для передач с исходным контуром по п.2.6 (выпукло-вогнутый контакт зубьев) при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ на 5%...10% больше в сравнении с передачами п.2.1 и п.2.3.

Критерий контактной прочности в полюсе зацепления для всех передач равен значению этого критерия для эвольвентных передач при $\alpha_n = 20^\circ$.

Из сказанного следует, что по критерию контактной прочности при $0,1 \leq f_1 \leq 0,3$ предпочтительны передачи с исходными контурами по п.2.1, п.2.3 и п.2.6.

Выводы:

1. Проведен анализ величины критерия контактной прочности незвольвентных цилиндрических зубчатых передач с различными исходными контурами.
2. Установлено, что по значению критерия контактной прочности в околополюсной зоне предпочтение следует отдать конхоидальным передачам, передачам с линией зацепления, очерченной дугами окружности и передачам с выпукло-вогнутым контактом зубьев.

Список литературы: 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. Монография. – Луганск: вид-во СНУ ім. В.Далы, 2006. – 408с. 2. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. НИИ ИНФОРМТЯЖМАШ. 18-67-106, 1967. – С.1-8. 3. Аникин Ю.В. Синусоидальное зацепление. – Воронеж: изд-во ВГУ, 1975. – 56с. 4. Бошански М., Токоли П., Ваня Ф., Кожух И. Возможность использования незвольвентного зацепления в коробках передач сельскохозяйственных машин // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.21-30. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Мухомитый А.А. Высоконагруженные зубчатые передачи // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №28. – С.180-186. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование коэффициента перекрытия эвольвентных передач // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2011. – №29. – С.154-165.

Поступила в редколлегию 30.04.12

А.П. ПОПОВ, д.т.н., проф., зав. каф. механики и конструирования машин
НУК им. адм. Макарова, Николаев

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ РЕШЕНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ

Впервые показано, что при очень больших радиусах кривизны R образующие боковых поверхностей зубьев шестерни и установленного соотношения между приведенными радиусами кривизны ρ_w и R в двух взаимно перпендикулярных плоскостях решение пространственной контактной задачи по мере нагружения сопряженной пары зубьев сводится к решению плоской контактной задачи.

Вперше показано, що при дуже великих радіусах кривизни R твірні бічних поверхонь зубів шестерні та встановленого співвідношення між приведеними радіусами кривизни ρ_w і R в двох взаємно перпендикулярних площинах рішення просторової контактної задачі по мірі навантаження спряженої пари зубів зводиться до рішення плоскої контактної задачі.

For the first time it has been shown that with very large radiuses of curvature R of the teeth flank generatrices of the pinion teeth and determined correlations between reduced radius of curvature ρ_w and R in the two interperpendicular planes the solution of spatial contact problem comes to solution of plane contact problem as conjugate pair of teeth is loaded.

Актуальность проблемы. Повышение нагрузочной способности зубчатых передач по контактным напряжениям является актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет существенное повышение эффективности современного редукторостроения. Данная проблема является неразрывной составной частью существующих научных программ и заданий практически во всех отраслях машиностроения, выпускающих зубчатые передачи.

Анализ последних исследований. Наиболее полно новые технические решения и теоретические исследования, направленные на существенное повышение нагрузочной способности зубчатых передач и улучшение их виброакустических характеристик, изложены в [1-7]. Указанные технические решения и исследования базируются на замене линейного контакта точечным контактом на основе их профильной, продольной и трехмерной модификации.

Цель работы. Подтверждение достоверности новой теории контактной прочности применительно к упруго сжатым зубьям с пространственной точечной системой зацепления, изложенной в [4].

Изложение основного материала. В [4] впервые получена зависимость для нахождения максимальных контактных напряжений для сопряженной пары зубьев с начальным (до нагружения) точечным контактом

$$\sigma_{\max} = \frac{3\alpha F_n}{2\pi a^2},$$

где $\alpha=a/b$ – коэффициент; a , b – малая и большая полуоси эллиптической площадки контакта, которые при коэффициентах Пуассона $\nu_1=\nu_2=\nu$ и модулях

упругости $E_1 \neq E_2$ имеют вид:

$$\alpha = 1,2023 \sqrt{\frac{\alpha \rho_w F_n}{(\alpha + \nu) E_{\text{пр}}}}; \quad (2) \quad b = 1,2023 \sqrt{\frac{\rho_w F_n}{\alpha^2 (\alpha + \nu) E_{\text{пр}}}}; \quad (3)$$

$\rho_{\text{пр}} = \rho_1 \rho_2 / (\rho_2 \pm \rho_1)$ – приведенный радиус кривизны боковых профилей зубьев шестерни и колеса в полюсе зацепления; знак (+) принимается при внешнем, а знак (–) – при внутреннем зацеплении зубьев; $E_{\text{пр}} = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ – приведенный модуль упругости материалов.

В уравнении (1) коэффициент α изменяется в пределах $0 < \alpha \leq 1,0$, в отличие от рассмотрения подобных задач в [8-10] и в источниках других авторов, в связи с чем указанное условие целиком и полностью определяет границы общего решения пространственных контактных задач.

Если в уравнениях (2) и (3) принять коэффициент $\alpha=1,0$, то при этом эллиптическая площадка контакта размером πab перейдет в круговую площадку контакта размером π^2 с радиусом $r=a=b$. В рассматриваемом случае в качестве расчетной будет иметь место модель контакта двух упруго сжатых шаров, применительно к которой выражения (1) и (2), (3) преобразуются к виду:

$$\sigma_{\max} = 0,393 \sqrt{\frac{E_{\text{пр}}^2 F_n}{\rho_w^2}}; \quad (4) \quad r = a = b = \sqrt[3]{\frac{\rho_w F_n}{E_{\text{пр}}}}. \quad (5)$$

Нетрудно заметить, что зависимости (4), (5) целиком и полностью совпадают с таковыми, впервые полученными Герцем [8] применительно к расчетной модели двух упруго сжатых сферических тел в виде шаров.

Определившись с первым условием границ применимости решений пространственных контактных задач, при котором коэффициент $\alpha=1,0$, перейдем к рассмотрению второго условия, при котором коэффициент $\alpha \rightarrow 0$.

Что касается второго, характеризующего границу общего решения пространственных контактных задач, то в этом случае до сих пор не сформировался определенный подход с целью возможного представления и объяснения тех или иных положений рассматриваемого вопроса. Например, до сих пор бытует мнение по поводу того, что линейный контакт является частным случаем точечного контакта [9]. Более того, подавляющее число исследователей в области контактной прочности уверены в том, что границами решений пространственных контактных задач является случай линейного контакта, когда большая полуось эллипса $b \rightarrow \infty$, а эллипс перерождается в узкую полосу контакта шириной $2b_0$, определение которой возможно по формуле Герца, полученной для плоской задачи с начальным линейным касанием тел. По этим соображениям рассматриваемое второе условие [10] является неверным и неприемлемым в силу бездоказательности.

Для нахождения второго условия следует исходить не из несуществующих размеров большой полуоси эллипса $b \rightarrow \infty$, а из реальных и конкретных размеров упруго сжатых тел с начальным точечным касанием. Например, из

[4] очевидно, что коэффициент $\alpha = a/b = \sqrt{\rho_w/R}$, зависящий от радиуса кривизны R образующих боковых поверхностей зубьев шестерни, определяется по формуле $R = b_w^2/8\Delta S$ (рисунок 1), где b_w – длина зубьев; ΔS – параметр продольной модификации зубьев шестерни в торцевых сечениях зубьев. Следовательно, не изменяя длины зубьев b_w , возможно за счет уменьшения параметра ΔS добиться таких величин радиуса R , при котором практически коэффициент $\alpha \rightarrow 0$.

При очень малых значениях коэффициента α сопряженная пара зубьев с начальным точечным касанием будет характеризоваться в процессе нагружения силой F_n двумя моделями контакта. Сначала при действии некоторой силы $F_{n1} < F_n$, будет иметь место модель точечного контакта упругости сжатых зубьев в пределах максимальной величины контактной деформации $W_{max} = b^2/2R \leq \Delta S$. Однако как только осуществится равенство $W_{max} = \Delta S$ (рисунок 1,а), то от указанной модели точечного контакта сопряженная пара зубьев перейдет в стадию решения плоской контактной задачи, в связи с чем взаимодействие зубьев будет осуществляться в пределах узкой полоски деформации шириной $2b_0$ под действием силы $F_{n2} = F_n - F_{n1}$.

При этом максимальная величина контактных напряжений σ_{max} будет определяться суммой максимальных величин контактных напряжений σ_{1max} и σ_{1H} от действия сил соответственно F_{n1} и F_{n2} , характерных для двух указанных стадий нагружения сопряженной пары зубьев, причём сумма напряжений $\sigma_{max} = \sigma_{1max} + \sigma_{1H}$ будет стремиться к величине максимальных контактных напряжений σ_H , определяемых по формуле Герца применительно к плоской линейной задаче. При уменьшении параметра ΔS и неизменной длине зубьев b_w радиус R возрастает, в связи с чем сила F_{n1} и напряжений σ_{1max} будут уменьшаться, а сила F_{n2} и напряжения σ_{1H} начнут возрастать. При очень малых значениях параметра ΔS сила F_{n2} и напряжения σ_{1H} будут характеризоваться величинами, практически совпадающими с величинами силы F_n и напряжений σ_H .

Для подтверждения выдвинутых положений и доводов в пользу второго условия рассмотрим решение задачи, полагая $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ и $E_1 \neq E_2$. Расчетная модель контакта зуба 1 шестерни с криволинейными образующими боковых поверхностей (радиус R) и зуба 2 колеса с прямолинейными образующими его боковых поверхностей до нагружения и после нагружения некоторой силой F_{n1} приведена соответственно на рисунке 1,а и 1,б.

При решении рассматриваемой задачи сначала найдем зависимость силы F_{n1} , под действием которой величина зазора ΔS в торцевом сечении зубьев 1 и

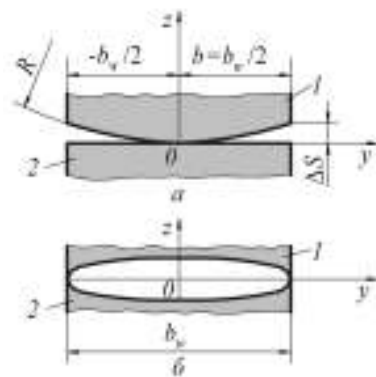


Рисунок 1 – Расчетные модели контакта зубьев в плоскости zOy до нагружения (а) и после нагружения (б)

2 (рисунок 1,а) будет полностью выбрана. Для выбора зазора ΔS необходимо, чтобы величина максимальной контактной деформации $W_{max} = b^2/2R$ была равна величине ΔS , то есть $\Delta S = b^2/2R$, причем большая полуось b эллипса должна быть принята равной $b_w/2$. Тогда, исходя из равенства правых частей выражений $b_w = 2\sqrt{2R\Delta S}$ и (3), то есть

$$b_w = 2,4043 \sqrt{\frac{\rho_w F_{n1}}{\alpha(\alpha + \nu)E_{np}}},$$

найдем, полагая $\alpha^2 = \rho_w/R$, зависимость силы

$$F_{n1} = 1,629\Delta S \sqrt{R\Delta S} (\alpha + \nu)E_{np}.$$

Если в последнем уравнении заменить параметр ΔS через $b_w^2/8R$, то выражение силы F_{n1} примет вид

$$F_{n1} = 0,072 \frac{b_w^3}{R} (\alpha + \nu)E_{np}. \quad (6)$$

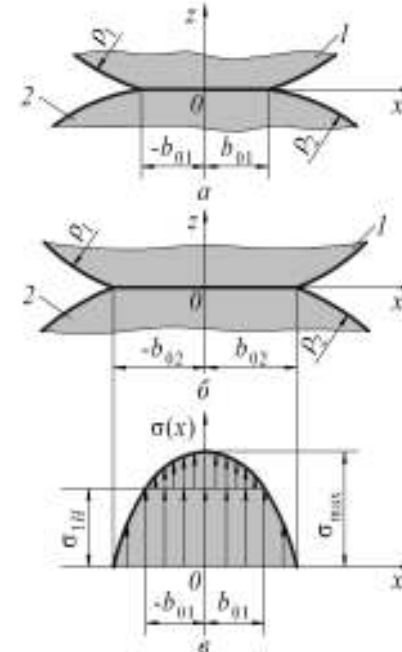


Рисунок 2 – Расчетная модель контакта зубьев при нагружении силой F_{n1} (а), силой F_{n2} (б) и эпюра напряжений (в)

Таким образом, при действии силы F_{n1} , исходя из равенства $W_{max} = \Delta S$, точечный контакт зубьев будет исчерпан, в связи с чем оставшаяся сила $F_{n2} = F_n - F_{n1}$ будет воздействовать на площадку размером πab . В данном случае эллиптическую площадку контакта обусловленную действием силы F_{n1} , заменим прямоугольной площадкой контакта со сторонами $2b_{01}$ и $2b$. Затем, исходя из равенства $4b_{01}b = \pi ab$, получим выражение параметра $b_{01} = \pi a/4$.

При этом в качестве расчетной модели контакта в плоскости zOx имеет место модель контакта двух круговых цилиндров с радиусами ρ_1 и ρ_2 , которые взаимодействуют друг с другом по площадке шириной $2b_{01}$ (рисунок 2,а) и по площадке шириной $2b_{02}$ (рисунок 2,б) при нагружении силой $F_{n2} = F_n - F_{n1}$. Эпюра распределения контактных напряжений в пределах ширины площадки $2b_{02}$ при действии сил F_{n1} и F_{n2} , суммарная величина которых равна заданной силе F_n , приведена на рисунке 2,в.

Функцию распределения деформаций $W(x)$ по ширине $2b_0$ площадки контакта при действии силы F_{n2} в соответствии с рисунком 2,в определим из выражения

$$W(x) = W_2(x) - W_1(x), \quad (7)$$

в котором функции $W_1(x)$ и $W_2(x)$ имеют вид:

$$W_1(x) = \frac{b_{01}^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{01}^2}}; \quad (8) \quad W_2(x) = \frac{b_{02}^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{02}^2}}. \quad (9)$$

Объединив выражения (7)-(9), найдем в окончательном виде функцию

$$W(x) = \frac{1}{2\rho_w} \left(b_{02} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{02}^2}} - b_{01} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{01}^2}} \right). \quad (10)$$

Для решения задачи необходимо иметь зависимость второй функции $W(x)$, равнозначной функции (10). В этом случае, исходя из гипотезы Винклера, которая в пределах упругих деформаций подчиняется закону Гука, запишем выражение второй функции [4]

$$W(x) = A \cdot \omega(x), \quad (11)$$

где $A=2(1-\nu^2)b_{02}/b_w E_{np}$ – коэффициент постели, выраженный в мм²/Н; $\omega(x)$ – функция распределенной по оси x нагрузки, Н/мм.

Используя зависимости (10) и (11), запишем уравнение напряженно – деформированного состояния сопряженной пары зубьев, обусловленное действием силы F_{n2} , а именно:

$$A \int_{-b_{02}}^{b_{02}} \omega(x) dx = AF_{n2} = \frac{2(1-\nu^2)b_{02}}{b_w E_{np}} F_{n2} = \frac{b_{02}^2}{2\rho_w} \int_{-b_{02}}^{b_{02}} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{02}^2}} dx - \frac{b_{01}^2}{2\rho_w} \int_{-b_{01}}^{b_{01}} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_{01}^2}} dx = \frac{\pi(b_{02}^3 - b_{01}^3)}{4\rho_w},$$

исходя из которого найдем выражение для определения полуширины площадки контакта b_{02} в трансцендентном виде

$$\frac{b_{02}^3 - b_{01}^3}{b_{02}} = \frac{8(1-\nu^2)\rho_w F_{n2}}{\pi b_w E_{np}}. \quad (12)$$

Так как уравнение (12) решается графоаналитическим способом, то данное уравнение можно записать следующим образом

$$\varphi(b_{02}) = \frac{8(1-\nu^2)\rho_w F_{n2}}{\pi b_w E_{np}}, \quad (13)$$

где $\varphi(b_{02}) = (b_{02}^3 - b_{01}^3)/b_{02}$ – функция.

Выражение максимальных контактных напряжений при действии силы F_{n2} на сопряженную пару зубьев при известных величинах b_{02} и b_{01} имеет вид

$$\sigma_{1H} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F_n}{2b_{02}b_w} - \frac{4}{\pi} \cdot \frac{F_{n1}}{2b_{01}b_w} = \frac{2}{\pi b_w} \left(\frac{F_n}{b_{02}} - \frac{F_{n1}}{b_{01}} \right). \quad (14)$$

Полная величина максимальных контактных напряжений σ_{max} определяется суммой напряжений σ_{1max} от действия силы F_{n1} по формуле (1) и напряжений σ_{1H} от действия силы F_{n2} по формуле (14), а именно:

$$\sigma_{max} = \sigma_{1max} + \sigma_{1H}. \quad (15)$$

При нахождении напряжений σ_{1max} можно воспользоваться выражением [4]

$$\sigma_{1max} = 0,333 \sqrt{\frac{\alpha(\alpha + \nu)^2 E_{np}^2 F_n}{\rho_w^2}}. \quad (16)$$

Для оценки величин сил F_{n1} и F_{n2} , размеров b_{01} и b_{02} , и также напряжений σ_{1max} , σ_{1H} и σ_{max} выполним, используя формулы (12)-(16), а также формулу Герца для линейного контакта

$$\sigma_{1H} = 0,418 \sqrt{\frac{E_{np} F_{n2}}{\rho_w b_w}},$$

расчет первой ступени прямозубой зубчатой передачи, исходя из $z_1=36$; $z_2=100$; $m=5$ мм; $\alpha_w=20^\circ$; $b_w=215$ мм; $\Delta S=(1; 0,5; 0,1; 0,01; 0,001) \cdot 10^{-3}$ мм; $F_n=3,93 \cdot 10^4$ Н; $\nu=0,3$; $E_{np}=E_1=E_2=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

По общеизвестным формулам находим $\rho_w = mz_1 z_2 \sin \alpha_w / 2(z_1 + z_2) = 27,828$ мм и $R = b_w^2 / 8\Delta S = (5,778; 11,556; 57,78; 557,8; 5578) \cdot 10^6$ мм при соответствующих значениях параметра ΔS . Зная величины ρ_w и R , из выражения $\alpha = \sqrt{\rho_w / R}$ рассчитываем величины коэффициента $\alpha = (2,1940; 1,5500; 0,6940; 0,2194; 0,0706) \cdot 10^{-3}$. Числовые значения сил F_{n1} и F_{n2} , а так же b_{01} , b_{02} и σ_{1max} , σ_{1H} и σ_{max} приведены в таблице.

Таблица – Результаты расчета

Заданные и определяемые параметры	$\Delta S \cdot 10^3$, мм				
	1,000	0,500	0,100	0,010	0,001
$R \cdot 10^{-6}$, мм	5,778	11,556	57,780	557,800	5778,000
$\alpha \cdot 10^3$	2,1940	1,5500	0,6940	0,2194	0,0706
F_{n1} , Н	7860	3920,0	792,0	78,0	7,8
b_{01} , мм	0,1850	0,1310	0,0586	0,0185	0,0060
b_{02} , мм	0,262	0,258	0,254	0,239	0,237
σ_{1max} , МПа	148,0	104,3	47,2	14,7	4,6
σ_{1H} , МПа	310,511	356,618	416,530	474,652	487,368
$\sigma_{max} = \sigma_{1max} + \sigma_{1H}$, МПа	458,511	460,918	463,730	489,352	491,968

Из таблицы очевидно, что при возрастании радиуса R за счет уменьшения параметра $\Delta S = W_{max}$ сила F_{n1} , соответствующая точечному контакту зубь-

ев, уменьшается, а сила $F_{n2}=F_n-F_{n1}$, характерная для линейного контакта, увеличивается. При этом максимальные контактные напряжения $\sigma_{1\max}$, соответствующие точечному контакту зубьев, снижаются, а напряжения σ_{1H} от действия силы F_{n2} возрастают. Кроме того, суммарные напряжения σ_{\max} увеличиваются и при очень малой величине $\Delta S=0,001 \cdot 10^{-3}$ мм, стремящейся практически к нулю, величина $\sigma_{\max}=487,368$ МПа. Данная величина напряжений практически совпадает с величиной контактных напряжений $\sigma_H=491$ МПа, имеющих место при линейном контакте зубьев и определяемых по известной формуле Герца.

Таким образом, впервые доказано и показано, что при $R \rightarrow \infty$ точечный контакт зубьев перерождается в линейный контакт зубьев, что является вторым условием применимости решений пространственных контактных задач. Определение второго, как и ранее найденного первого условия решения пространственных контактных задач, является дополнительным доказательством достоверности разработанной новой теории контактной прочности упруго сжатых тел [4].

Выводы:

1. Впервые на основе новой теории контактной прочности сформулированы два условия решений пространственных контактных задач.

2. Первое условие предусматривает равенство радиусов кривизны в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, характерное для контакта сферических тел.

3. Второе условие указывает на то, что при величинах радиусов кривизны образующих боковых поверхностей зубьев шестерни или одновременно зубьев шестерни и колеса, стремящихся к бесконечности, расчётная модель точечного контакта зубьев перерождается в расчётную модель линейного контакта зубьев.

Список литературы: 1. Пат. 77304 на винахід. Україна. Зубчаста передача з криволінійними твірними зубів / *О.П. Попов*. – а2004121281; заявл. 14.02.04; опубл. 15.11.06. Бюл. №11. 2. Пат. 77634 на винахід. Україна. Зубчасте зачеплення / *О.П. Попов*. – а20041210280; заявл. 14.02.04; опубл. 15.12.06. Бюл. №12. 3. Пат. 81008 на винахід. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зачеплення евольвентних зубів / *О.П. Попов*. – а200507850; заявл. 08.08.05; опубл. 26.11.07. Бюл. №19. 4. *Попов А.П.* Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев / *О.П. Попов*. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 77с. 5. *Alexey Popov*. Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел / *Popov Alexey*. – Lublin (Poland): Изд-во Motrol, 2010. – С.223-231. 6. *Попов А.П.* Разработка высокоэффективных зубчатых передач на основе новой теории контактной прочности / *А.П. Попов, А.И. Мироненко* // Специализированный информационно-аналитический журнал "Газотурбинные технологии". – М., 2011. – №4(95). – С.32-37. 7. *Попов А.П.* Снижение виброактивности зубчатых передач / *А.П. Попов, Ю.Н. Кирпеев* // Сб. трудов XV Междунар. науч.-техн. конф. "Машиностроение и техносфера XXI века". – Донецк, 2008. – Том.3. – С.104-109. 8. Энциклопедический справочник. Инженерные расчёты в машиностроении. – М.: Машгиз, 1948. – 891с. 9. *Ковалёв М.П.* Расчёт высокоточных шарикоподшипников / *М.П. Ковалёв, М.З. Народецкый*. – М.: Машиностроение, 1980. – 375с. 10. *Ковальский Б.С.* Расчёт деталей на местное сжатие / *Б.С. Ковальский*. – Харьков: Изд-во ХВВКИУ, 1967 – 223с.

Поступила в редколлегию 10.04.12

УДК 621.829.031

О.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., профессор ХДТУБА, Харків;
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший науковий співробітник
 каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", Харків;
Ю.О. ГРАДИСЬКИЙ, к.т.н., доцент ХНТУСГ ім. П. Василенка, Харків

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВІБРОСТІЙКОСТІ ХВИЛЬОВИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ (ХЗП)

Проведено і описано результати експериментальних досліджень віброшвидкості ХЗП з допомогою приладу ДБ-2К (НДТІ ХНТУСГ ім. П. Василенка). Доведено переваги динамічного двоплощинного балансування ХЗП з позиції підвищення їх надійності та залишкового ресурсу. Розроблено критеріальну оцінку технічного стану ХЗП через ефективне значення віброшвидкості V_{se} .

Проведены и описаны результаты экспериментальных исследований виброскорости ВЗП с помощью прибора ДБ-2К (НДТИ ХНТУСХ им. П. Василенка). Доказаны преимущества динамического двухплоскостного балансирования ВЗП из позиции повышения их надежности и остаточного ресурса. Разработана критериальная оценка технического состояния ВЗП через эффективное значение виброскорости V_{se} .

Conducted and described results of experimental researches of vibrospeed WTG by the device of DB-2K (NDTI of KHNTUA the name of P. Vasilenko). Proved advantage of the dynamic twoplaneshing balancing WTG from position of increase of their reliability and remaining resource. The criterion estimation of the technical state of WTG is developed through the effective value of vibrospeed V_{se} .

Експериментальне дослідження вібростійкості ХЗП проводилось з метою підтвердження теоретичних передумов забезпечення вібростійкості розмірного ланцюга "вал генератора-гнучке колесо" та кількісної оцінки віброшвидкості на опорах ХЗП. Дослідження виконувались на базі ТОВ "Донснаб" за участю авторів, на натурних зразках передач [1, 2].

Проведення та результати експерименту

Порядок проведення експерименту:

1. Встановили електродвигун для приводу ХЗП Б як показано на рисунку 1.
2. Прикрутили гайкою лівий датчик до нижньої шпильки кріплення корпусу підшипника ХЗП (далі опора 1) з лівого боку складальної одиниці (рисунок 2,а).
3. Прикрутили гайкою правий датчик до нижньої шпильки кріплення корпусу підшипника ХЗП (далі опора 2) з правого боку комбайну (рисунок 2,б).
4. Підключили прилад ДБ-2К до мережі змінного струму (36±5) В промислової частоти.
5. Включили прилад ДБ-2К тумблером "Вкл."
6. Запустили електродвигун приводу ХЗП та дочекались, поки він вийде в робочий режим (750хв⁻¹). Якщо стрілка на індикаторі "Віброшвидкість" відхилилась менш, ніж на 1/3 шкали, встановлювали перемікач між вимірювання в положення "3мм/с". Стробоскоп підсвічує "легке місце" на маховику ХЗП у при кожнім його проходженні повз нижню точку маховика.
7. Вимірювання віброшвидкості спочатку проводили з лівого боку ХЗП, а потім з правого. Вимірювали мінімальні та максимальні значення параметрів. Отримані результати занесли до таблиці 1.

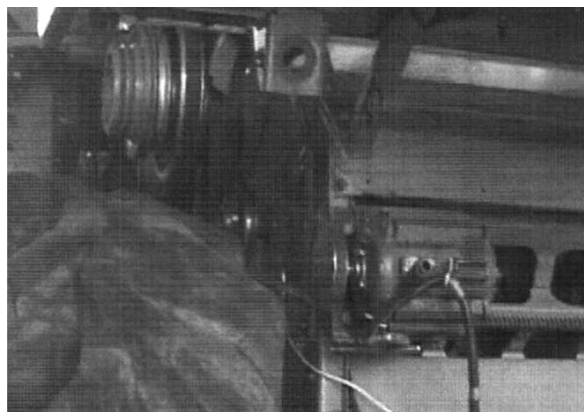


Рисунок 1 – Підключення електродвигуна для приводу ХЗП

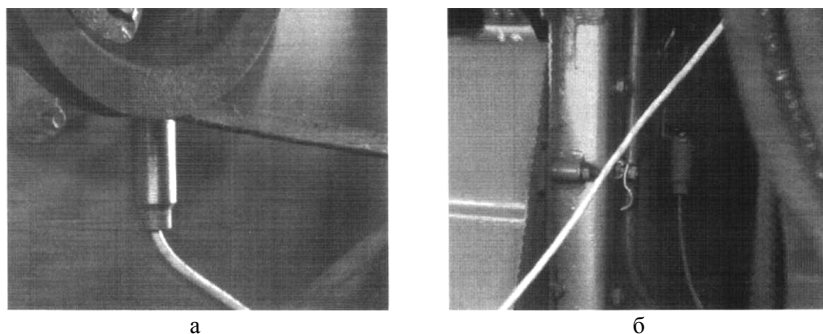


Рисунок 2 – Розташування датчиків приладу ДБ-2К при балансуванні:
а – з лівого боку; б – з правого боку

Таблиця 1 – Результати експерименту по визначенню віброшвидкості V_s ХЗП до проведення балансування

№ ХЗП	V_s			
	Опора 1		Опора 2	
	$V_{s \min}$, мм/с	$V_{s \max}$, мм/с	$V_{s \min}$, мм/с	$V_{s \max}$, мм/с
1	4,8	5	3,5	3,6
2	3	3,1	4	4
3	4,5	4,7	3,1	3,2
4	2,5	2,5	2,9	3
5	1,5	1,7	1,6	1,7
6	2,9	3	4,5	4,7
7	3,1	3,2	3	3,1
8	3,1	3,1	2	2,1
9	1,6	1,7	1,7	1,7
10	4,5	4,5	4,8	4,9

Середнє значення віброшвидкості \bar{V}_s по двох опорах одночасно для всіх 10 ХЗП до балансування складає – 3,18мм/с

Таблиця 2 – Результати експерименту по визначенню віброшвидкості V_s ХЗП після проведення балансування

№ ХЗП	V_s			
	Опора 1		Опора 2	
	$V_{s \min}$, мм/с	$V_{s \max}$, мм/с	$V_{s \min}$, мм/с	$V_{s \max}$, мм/с
1	1	1,1	1	1,1
2	1,1	1,2	1	1,1
3	1,4	1,5	1,5	1,5
4	1,3	1,3	1,2	1,3
5	1,5	1,5	1,4	1,5
6	1,2	1,3	1,2	1,3
7	1,4	1,5	1,5	1,5
8	1	1,1	1	1,1
9	1,5	1,5	1,2	1,3
10	1,4	1,5	1,4	1,5

Середнє значення віброшвидкості \bar{V}_s по двох опорах одночасно для всіх 10 ХЗП після балансування складає – 1,3 мм/с.

8. Виключили прилад ДБ-2К тумблером "Вкл.".

Кількість вимірювань визначалась плануванням експерименту.

Усереднені значення \bar{V}_s для двох опор до і після проведення балансування ХЗП занесені в таблиці 3 та 4 відповідно.

Таблиця 3 – Усереднені значення \bar{V}_s для двох опор до проведення балансування ХЗП

№ ХЗП	Значення \bar{V}_s , мм/с	
	Опора 1	Опора 2
1	4,9	3,55
2	3,05	4
3	4,6	3,15
4	2,5	2,95
5	1,6	1,65
6	2,95	4,6
7	3,15	3,05
8	3,1	2,05
9	1,65	1,7
10	4,5	4,85

Таблиця 4 – Усереднені значення \bar{V}_s для двох опор після проведення балансування ХЗП

№ ХЗП	Значення \bar{V}_s , мм/с	
	Опора 1	Опора 2
1,05	1,05	1,05
1,15	1,05	1,15
1,45	1,5	1,45
1,3	1,25	1,3
1,5	1,45	1,5
1,25	1,25	1,25
1,45	1,5	1,45
1,05	1,05	1,05
1,5	1,25	1,5
1,45	1,45	1,45

Результати обробки (усереднення) вимірювань V_s для вибраних 10 ХЗП до і після проведення балансування показано в таблицях 5 і 6 відповідно.

Таблиця 5 – Значення \bar{V}_s по двох опорах одночасно для 10 ХЗП до балансування

№ ХЗП	Значення \bar{V}_s , мм/с
1	4,225
2	3,525
3	3,875
4	2,725
5	1,625
6	3,775
7	3,100
8	2,575
9	1,675
10	4,675

Таблиця 6 – Значення \bar{V}_s по двох опорах одночасно для 10 ХЗП після балансування

№ ХЗП	Значення \bar{V}_s , мм/с
1	1,050
2	1,100
3	1,475
4	1,275
5	1,475
6	1,250
7	1,475
8	1,050
9	1,375
10	1,450

Аналіз даних таблиць 1-6 показує, що:

- значення віброшвидкостей \bar{V}_s для опор 1 та 2 відрізняється несуттєво, в межах похибки вимірювань, що доводить правомірність вибраної симетричної розрахункової схеми. Проте, по мірі зношування підшипникових складальних одиниць симетрія може порушуватись, тому необхідним є двох площинне динамічне балансування МБ;
- аналіз результатів доводить необхідність двох площинного динамічного балансування ХЗП при діагностуванні їх технічного стану;
- стабілізація значень \bar{V}_s в цьому випадку сприятиме підвищенню надійності, залишкового ресурсу та ефективності використання ХЗП;
- значення \bar{V}_s по двох опорах одночасно для всіх 10 експериментальних ХЗП до і після динамічного двохплощинного балансування відрізняється на 59,17% на користь здійснення такого балансування.

Критеріальна оцінка технічного стану МБ має визначатись так:

$$\bar{V}_s \leq [V_s], \quad (1)$$

де $[V_s]$ визначається згідно вимог ГОСТ 22061-76 (ISO 1940-73) "Допустима залишкова невідносна нерівноваженість роторів".

Цей стандарт дозволяє визначати $[V_s]$ через допустимий питомий дисбаланс по нормах VD-1 для групи F, або через допустимий питомий дисбаланс по Беккеру для класу 3.

Клас точності балансування ХЗП – 5-й згідно вимог того ж ISO 1940-73.

Для оцінки полігармонічного складу вібрацій зручно і доцільно скористатись ефективним значенням віброшвидкості:

$$V_e = \left(\frac{1}{T} \int_0^T [V(t)]^2 dt \right)^{1/2}, \quad (2)$$

де T – період вібрацій, $V(t)$ – миттєві значення віброшвидкості (в нашому випадку $V(t) \sim V_s$). Для вібрацій з кінцевим числом гармонік:

$$V_e = \left(\sum_{i=1}^n \frac{A_i w_i}{2} \right)^{1/2}, \quad (3)$$

де A_i, W_i – відповідно амплітуди і частоти складових гармонік.

Знайшовши ефективне значення віброшвидкості V_e , його слід порівняти у нестрогій нерівності з рекомендованим значенням $[V_{e \max}]$ для машин загальнопромислового призначення (таблиця 6, ISO 1940-73).

В цьому випадку критерієм вібростійкості і працездатності (зокрема, вібровитривалості) ХЗП може бути нерівність:

$$V_e \leq [V_{e \max}]. \quad (4)$$

Висновки:

- критерієм достовірності вібродіагностування (E) розмірного ланцюга "вал генератора – гнучке колесо" є усереднена по підшипниках кочення та клиноремінній передачі щільність імовірності $\rho(L_p)$ допустимого рівня вібрації;
- експериментальні дослідження параметрів вібростійкості, $\delta_{екв}$, T_h достатньо точно підтверджують значення цих величин, розрахованих згідно [2, 3], похибка у всіх випадках не перевищує 5...8%, що знаходиться в межах можливої похибки експериментального вимірювання (чи розрахунку) вказаних величин.
- значення віброшвидкостей \bar{V}_s для опор 1 та 2 відрізняється несуттєво, в межах похибки вимірювань, що доводить правомірність вибраної симетричної розрахункової схеми. Проте, по мірі зношування підшипникових складальних одиниць, симетрія може порушуватись, тому необхідним є двох площинне динамічне балансування ХЗП;
- аналіз результатів доводить необхідність двох площинного динамічного балансування ХЗП при діагностуванні їх технічного стану; стабілізація значень \bar{V}_s в цьому випадку сприятиме підвищенню надійності, залишкового ресурсу та ефективності використання ХЗП;
- значення \bar{V}_s по двох опорах одночасно для всіх 10 експериментальних ХЗП до і після динамічного двохплощинного балансування відрізняється на 59,17% на користь здійснення такого балансування.

Список літератури: 1. *Советов Б.Я., Яковлев С.Я.* Моделирование систем. – М.: Высш. шк., 1985. – 271с. 2. *Приймаков О.Г. Градиський Ю.О.* Експериментальне дослідження інтенсивності зношування та пов'язаного з ним напружено-деформованого стану визначальних пар тертя в середньому машинобудуванні // Вестник науки и техники. – 2005. – №4(21). – С.19-28. 3. *Моисеев Н.Н.* Математические задачи системного анализа. – М.: Наука, 1981. – 363с.

Надійшла до редколегії 25.03.12

А.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., профессор ХГТУСА, Харьков;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник
 каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
Ю.А. ГРАДЫСКИЙ, к.т.н., доцент ХНТУСХ им. П. Василенко, Харьков

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИИ ПРИ ВИБРОДИАГНОСТИРОВАНИИ ВОЛНОВЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ (ВЗП)

Рассмотрены факторы, влияющие на вероятности ошибок вибродиагностирования ВЗП. Получены зависимости вероятностей ошибок и достоверности диагностирования от погрешности измерения уровня вибрации.

Розглянуто фактори, що впливають на ймовірності похибок вибродіагностування ВЗП. Отримані залежності ймовірностей похибок та достовірності діагностування від погрешності вимірювання рівню вібрації.

The factors influencing probabilities of vibrodiagnosing errors for WTG are observed. Dependences of probabilities of errors and reliability of diagnosing from a lapse of measurement of level of vibration are gained.

Рассмотрим факторы, влияющие на вероятности ошибок вибродиагностирования ВЗП, при этом будем полагать, что допустимый уровень вибрации диагностируемого механизма известен. Ошибки диагностирования состоят в том, ВЗП, уровень вибрации которой превышает (не превышает) норму, диагностируется как исправная (дефектная) соответственно [1-3]. Эти ошибки могут быть вызваны как погрешностью измерения уровня вибрации, присущей прибору, так и внешними факторами [4, 8].

Определим вероятности ошибок вибродиагностирования, основываясь на законах распределения диагностического параметра и погрешности его измерения [4, 9]:

$$P_{01} = \int_{-\infty}^{L_p} \rho(L) \int_{L_p-L}^{\infty} \rho_e(e) de dL; \quad P_{10} = \int_{L_p}^{\infty} \rho(L) \int_{-\infty}^{L_p-L} \rho_e(e) de dL, \quad (1)$$

где P_{01} – вероятность ошибки I рода (браковки исправного изделия); L_p – допустимый уровень вибрации, дБ; ρ – плотность вероятности уровня вибрации, дБ⁻¹; L – уровень вибрации, дБ; ρ_e – плотность вероятности погрешности измерения уровня вибрации, дБ⁻¹; e – погрешность измерения уровня вибрации, дБ; P_{10} – вероятность ошибки II рода (пропуска дефектного изделия), [5, 6].

При определении закона распределения уровня вибрации МБ применим известные аппроксимации изменения зазоров в опорах качения с наработкой и взаимосвязи зазоров с интенсивностью вибрации. Износ деталей машиностроительной техники, в том числе и ВЗП, наработкой аппроксимируется степенной функцией [1, 3-5]

$$\delta(t) = \delta_0 + V_C t^\alpha, \quad (2)$$

где δ – зазор в сопряжении деталей, м; t – наработка, с; δ_0 – начальное значение

зазора (после приработки), м; V_C – скорость износа, м/с; α – показатель степени в степенной аппроксимации зависимости износа от наработки.

При ударных процессах в сопряжении деталей зависимость среднеквадратического значения (СКЗ) вибрации от зазора аппроксимируют степенной функцией [7-9]:

$$a(\delta) = k_\beta \delta^\beta, \quad (3)$$

где a – виброускорение, м/с; k_β – коэффициент пропорциональности в степенной аппроксимации зависимости виброускорения от зазора в сопряжении деталей; β – показатель степени в степенной аппроксимации зависимости виброускорения от зазора в сопряжении деталей.

Однако, уровень вибрации подшипниковых узлов зубчатых и клиноремных передач определяется не только зазором, но и их переменной жесткостью. Поэтому зависимости виброускорения от зазора аппроксимируют суммой некоторой постоянной составляющей и составляющей, пропорциональной зазору [6, 7].

Известно, что при приближении таких сборочных единиц к предельному состоянию СКЗ их вибрации многократно возрастает [2, 9]. Поскольку ошибки диагностирования, вызванные погрешностью измерения вибрации, возможны лишь при значении зазора, близком к допустимому (превышающему начальное в несколько раз), то указанной постоянной составляющей можно пренебречь и, в дальнейшем, принять СКЗ вибрации в полосе частот вибродиагностического признака дефекта пропорциональным зазору (3). Подставляя (2) в (3) и переходя к логарифмическим единицам измерения виброускорения, получим:

$$a(t) = k_\beta (\delta_0 + V_C t^\alpha)^\beta; \quad (4) \quad L(t) = 20 \lg \frac{a(t)}{a_{REF}} = L_0 + 20 \beta \lg \left(1 + \frac{V_C}{\delta_0} t^\alpha \right), \quad (5)$$

где a_{REF} – опорное значение виброускорения, м/с; L_0 – начальный уровень вибрации, дБ.

Являющаяся частным случаем (5) формула (отличающаяся единичным показателем степени в зависимости виброускорения от зазора), применена в [99] при обработке результатов испытаний подшипников качения ВЗП.

Поскольку диагностированию могут подвергаться как новые, так и близкие к предельному состоянию ВЗП, то с учетом неравномерности механизмов [78, 8] и вариации наработки до диагностирования, примем закон распределения наработки до диагностирования равномерным, а плотность вероятности уровня вибрации вычислим, используя теорию функций случайных величин [4, 5]:

$$\rho(L) = \frac{1}{T} \left| \frac{dt(L)}{dL} \right| = \frac{\ln 10}{20\alpha\beta \sqrt{\frac{\delta_L}{\delta_0} - 1}} \left(10^{\frac{L-L_0}{20\beta}} - 1 \right)^{\frac{1}{\alpha} - 1} 10^{\frac{L-L_0}{20\beta}}, \quad (6)$$

где δ_L – предельное значение зазора, м.

Вычислим плотность вероятности допустимого уровня вибрации, определив из (2) наработку до достижения допустимого зазора и подставив в (6):

$$t_p = \sqrt{\frac{\delta_p - \delta_0}{V_C}}; \quad (7) \quad L_p = L(t_p) = L_0 + 20\beta \lg \left(1 + \frac{\delta_p - \delta_0}{\delta_0} \right); \quad (8) \quad \rho(L_p) = \frac{0,115}{\alpha\beta} \sqrt[2]{\frac{\frac{\delta_p - 1}{\delta_0} - 1}{\frac{\delta_L - 1}{\delta_0} - 1} \frac{1}{\frac{\delta_0}{\delta_p}}}, \quad (9)$$

где $\alpha=1,5$; $\beta=1$ [6, 8]; t_p – наработка до достижения зазором допустимого значения, с; δ_p – допустимое значение зазора, м; L_p – допустимый уровень вибрации, дБ.

Так как погрешность измерения зависит от многочисленных факторов, то можно полагать [7], что ее распределение близко к усеченному нормальному распределению. Аппроксимируем его равномерным законом на интервале, ограниченном максимальной погрешностью измерения (при наихудшем сочетании параметров компонентов):

$$\rho_e(e) = \begin{cases} 0,5E & \text{при } |e| \leq E; \\ 0 & \text{при } |e| > E, \end{cases} \quad (10)$$

где E – максимальный модуль погрешности измерения уровня вибрации, дБ.

Следуя [7], примем плотность вероятности диагностического параметра вблизи допустимого значения (т.е., на интервале $[L_p - E; L_p + E]$) постоянной и равной $\rho(L_p)$. Подставляя (9), (10) в (1), определим вероятности ошибок и достоверность диагностирования (т.е. вероятность безошибочного вывода о наличии либо отсутствии дефекта [4, 5]):

$$P_{01}(E) = \frac{\rho(L_p)E}{4}; \quad P_{10}(E) = \frac{\rho(L_p)E}{4}, \quad (11) \quad D(E) = 1 - P_{01}(E) - P_{10}(E) = 1 - \frac{\rho(L_p)E}{2}, \quad (12)$$

где D – достоверность диагностирования контролируемого параметра.

Подставляя (9) в (12), получим выражение для вычисления достоверности вибродиагностирования зазора в подшипниковых узлах ВЗП:

$$D(E) = 1 - \frac{0,058}{\alpha\beta} \sqrt[2]{\frac{\frac{\delta_p - 1}{\delta_0} - 1}{\frac{\delta_L - 1}{\delta_0} - 1} \frac{E}{\frac{\delta_0}{\delta_p}}}. \quad (13)$$

Для применения формул (11)-(13) при обосновании параметров прибора для вибродиагностирования ВЗП необходимо определить численное значение плотности вероятности допустимого уровня вибрации в полосах частот признаков дефектов ВЗП. Для этого вычислим значения $\rho(L_p)$ по формуле (9) на основании данных о начальных (после приработки), допустимых и предельных зазорах в подшипниках и клиноременных передачах на примере существующих моделей отечественных ВЗП [3, 4].

Допустимые значения зазоров определим, на основании этих данных, для послеремонтного среднего ресурса, равного 80% доремонтной наработки, из [1]:

$$\delta_p = \delta_0 + (\delta_L - \delta_0) \left(\frac{t_p}{T} \right)^\alpha. \quad (14)$$

Таблица – Усредненные значения плотности вероятности $\rho(L_p)$ допустимого уровня вибрации

Наименование	Плотность вероятности допустимого уровня вибрации, дБ ⁻¹
Подшипники качения	0,063
Клиноременная передача	0,147
Зубчатые передачи (в т.ч. ВЗП)	0,13

Усредненные значения плотности вероятности $\rho(L_p)$ допустимого уровня вибрации для подшипников качения МБ и для клиноременной передачи представлены в таблице.

Целесообразно использовать усредненное по подшипникам качения МБ и клиноременной передаче значение $\rho(L_p)$. Такое усредненное значение принято равным 0,11 дБ⁻¹.

Следовательно, формулы (11), (12), связывающие погрешность измерения уровня вибрации с вероятностями ошибок и достоверностью вибродиагностирования ВЗП примут вид:

$$P_{01}(E) \approx 0,025E; \quad P_{10}(E) \approx 0,025E, \quad (15) \quad D(E) \approx 1 - 0,05E. \quad (16)$$

Таким образом, получены зависимости вероятностей ошибок и достоверности диагностирования от погрешности измерения уровня вибрации. Поскольку уменьшение этой погрешности сопровождается увеличением стоимости компонентов прибора, то полученные зависимости могут применяться при его параметрической оптимизации по критерию "стоимость-эффективность".

Список литературы: 1. Баркан М.В. и др. Современные методы и средства балансировки машин и приборов / Под общ. ред. В.А. Щепетильникова. – М.: Машиностроение, 1985. – 232с. 2. Генкин М.Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. – 288с. 3. Ляшенко С.А. Математические модели роторов в системах диагностики вращающихся узлов сельскохозяйственных машин. Автореф. дисс. . канд.техн.наук: 01.05.02. – Харьков, 2002. – 20с. 4. Шевченко С.А. Совершенствование технических средств и технологии диагностирования агрегатов сельскохозяйственной техники. Автореф. дисс. . канд.техн.наук: 05.05.11. – Харьков, 2004. – 19с. 5. Сергеев А.Г. Точность и достоверность диагностики автомобилей. – М.: Транспорт, 1980. – 188с. 6. Попков В.К. Виброакустическая диагностика в судостроении. – Л.: Судостроение, 1989. – 257с. 7. Приймаков О.Г., Овсянников С.Л., Знайдюк В.Г. Витривальсь боковин молотильних барабанів зернозбиральних комбайнів // Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка. – Харків, 2009. – Вип.81. – С.54-60. 8. Приймаков О.Г., Овсянников С.Л., Знайдюк В.Г. Методологія прогнозування працездатності молотильних барабанів зернозбиральних комбайнів // Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія. – Севастополь, 2010. – С.283-287. 9. Приймаков О.Г. Системне прогнозування працездатності елементів авіаційних конструкцій. Автореф. дисс. . докт.техн.наук: 05.02.09. – Харків: вид. ППМаш ім. А.М. Підгорного, 2007. – 38с.

Поступила в редколлегию 25.03.12

О.И. САВЕНКОВ, аспирант каф. механики и конструирования машин
НУК им. адм. Макарова, Николаев

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗУБЧАТОЙ МУФТЕ С ПРОДОЛЬНО МОДИФИЦИРОВАННЫМИ ЗУБЬЯМИ*

В работе впервые выполнено решение плоской задачи применительно к модели контакта цилиндра со скошенной плоскостью, имитирующей условия взаимодействия продольно модифицированных зубьев муфты, работающей при перекосах осей. Получены выражения максимальных контактных напряжений и ширины площадки контакта.

В роботі вперше виконано рішення плоскої задачі стосовно моделі контакту циліндра зі скошеною площиною, що імітує умови взаємодії поздовжньо модифікованих зубів муфти, яка працює при перекосах осей. Отримані вирази максимальних контактних напружень і ширини ділянки контакту.

For the first time the solution of the plane problem as applied to the model of contact of the cylinder with broken plane imitating the conditions of interaction of longitudinally modified coupling teeth working under misalignment of axes has been carried out. The expressions of maximum contact stresses and contact area width have been obtained.

Постановка проблемы. Разработка и создание тяжело нагруженных зубчатых муфт, предназначенных для эксплуатации в условиях перекоса осей соединяемых валов силовых агрегатов, является актуальной проблемой. Данная проблема представляет неразрывную составную часть существующих в настоящее время научных программ и заданий применительно ко всем отраслям машиностроения, выпускающим зубчатые муфты. Для успешного решения указанной проблемы нужны новые технические решения и новые методы расчетов.

Анализ последних исследований. Наиболее полно основы новых технических решений даны в [1-8], а в [9, 10] изложены основы исследований контактной прочности зубьев для любых случаев их взаимодействия в условиях перекоса осей.

Цель работы. Работа предусматривает решение новой контактной задачи применительно к продольно модифицированным наружным и внутренним зубьям зубчатых муфт. При этом в качестве расчётной выступает модель контакта цилиндра со скошенной плоскостью.

Изложение основного материала. В качестве объекта исследования используется зубчатая муфта [1], которая за счет продольной модификации наружных и внутренних зубьев характеризуется не только нахождением всех сопряженных пар зубьев в зацеплении при перекосах осей соединяемых валов агрегатов, но и равномерным распределением усилий между зубьями. На основании сказанного данную зубчатую муфту следует рассматривать как муфту, нечувствительную к перекосам осей.

* Работа выполнена под научным руководством д.т.н., проф. А.П. Попова

Для решения рассматриваемой плоской контактной задачи применительно к произвольно взятой сопряженной под нагрузкой паре зубьев воспользуемся основами новой теорией контактной прочности, разработанной профессором А.П. Поповым [9, 10]. Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел, как и любая другая теория, базируется на допущениях и упрощающих предположениях, некоторые из которых озвучим.

Во-первых, контактные напряжения определяются на рабочих поверхностях зубьев, а силы трения по площадке контакта не учитываются ввиду их малых величин.

Во-вторых, материалы контактирующих друг с другом тел принимаются изотропными с разными значениями коэффициентов Пуассона ν_1, ν_2 и модулей упругости материалов E_1, E_2 .

В-третьих, сила, сжимающая зубья, создает в зоне контакта только лишь упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. И, наконец, площадка контакта при сжатии зубьев считается меньшей величиной по сравнению с площадью тел, в пределах которой осуществляется их взаимодействие.

Новая теория контактной прочности упруго сжатых тел предусматривает получение двух равнозначных функций контактных деформаций.

Первая функция кон-

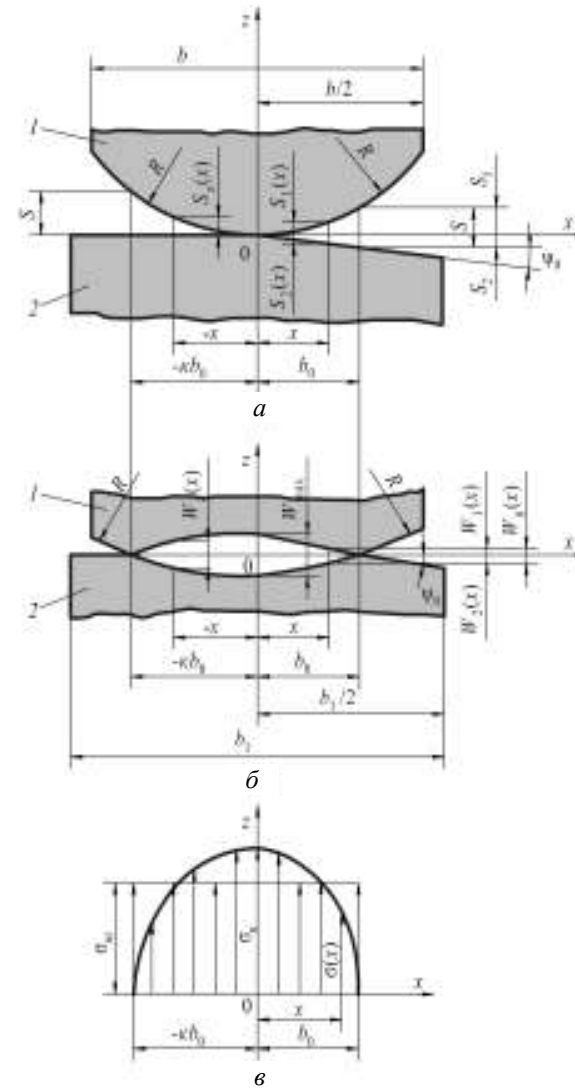


Рисунок – Расчетная модель контакта зубьев 1 и 2 до нагружения (а), после нагружения (б) и эпюра контактных напряжений (в)

тактных деформаций определяется с учетом формы зазора между телами до нагружения. Нахождение **второй функции** контактных деформаций осуществляется на основе обобщенного закона Гука и гипотезы Винклера. При этом гипотеза Винклера, как известно, характеризует плоское напряженно деформированное состояние. Однако в [9, 10] указанная гипотеза впервые разработана применительно к объемному напряженно-деформированному состоянию, что делает возможным решения пространственных контактных задач.

А теперь перейдем к непосредственному решению контактной задачи, обратившись к рисунку. Здесь a – расчетная модель контакта наружного зуба 1 с внутренним зубом 2 до нагружения, b – после нагружения. В данном случае образующие боковых поверхностей зуба 1 выполнены криволинейными с радиусом кривизны R , а образующие боковых поверхностей зуба 2 являются прямолинейно-скошенными на угол ψ_0 .

Из рисунка, a следует, что максимальные величины боковых зазоров между зубьями при $-x = -\kappa_0 b_0$ (слева от оси z) и при $x = b_0$ (справа от оси z) равны:

$$S(\kappa, b_0) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2R}; \quad S(\psi_0, b_0) = \frac{b_0^2}{2R} + \psi_0 b_0.$$

По аналогии с выражениями $S(\kappa, b_0)$ и $S(\psi_0, b_0)$ представим зависимости зазоров в точках $-x$ и x (рисунок, a) в следующем виде:

$$S(\kappa, x) = \frac{\kappa^2 x^2}{2R}; \quad S(\psi_0, x) = \frac{x^2}{2R} + \psi_0 x.$$

В соответствии с выражениями $S(\kappa, b_0)$ и $S(\kappa, x)$, а также $S(\psi_0, b_0)$ и $S(\psi_0, x)$ запишем функции контактных деформаций слева и справа от оси z , а именно:

$$W_{л}(x) = S(\kappa, b_0) - S(\kappa, x) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2R} - \frac{\kappa^2 x^2}{2R} = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{b_0^2} \right); \quad (1)$$

$$W_{п}(x) = S(\psi_0, b_0) - S(\psi_0, x) = \frac{b_0^2}{2R} + \psi_0 b_0 - \frac{x^2}{2R} + \psi_0 x = \frac{b_0^2}{2R} \left(1 - \frac{x^2}{b_0^2} \right) + \psi_0 b_0 \left(1 - \frac{x}{b_0} \right). \quad (2)$$

Из уравнений (1), (2) очевидно, что функция (1) и первое слагаемое функции (2) изменяются по параболическому закону, а второе слагаемое функции (2) – по линейному закону.

Однако, как следует из [9, 10], параболические функции контактных деформаций справедливы при относительно небольших значениях величин максимальных контактных напряжений σ_{κ} . В связи со сказанным решение рассматриваемой плоской задачи осуществим, исходя из эллиптического закона распределения контактных деформаций, которые в данном случае имеют вид [9, 10]:

$$W_{л}(x) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\kappa^2 b_0^2}}; \quad (3) \quad W_{п}(x) = \frac{b_0^2}{2R} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} + \psi_0 (b_0 - x). \quad (4)$$

Определившись с первыми функциями (3) и (4) контактных деформаций, перейдем к отысканию вторых равнозначных им функций контактных деформаций $W_{л}(x)$ и $W_{п}(x)$. С этой целью воспользуемся законом Гука и гипотезой Винклера.

При сжатии зубьев 1 и 2 при изменении контактных деформаций в направлении оси x будем исходить из подчинения сближаемых тел в пределах упругости гипотезе Винклера [9, 10], тогда:

$$W_{л}(x) = A_1(x) \omega_n(x) + A_2(x) \omega_n(x) = [A_1(x) + A_2(x)] \omega_n(x); \quad (5)$$

$$W_{п}(x) = A_1(x) \omega_n(x) + A_2(x) \omega_n(x) = [A_1(x) + A_2(x)] \omega_n(x), \quad (6)$$

где $A_1(x)$, $A_2(x)$ – коэффициент постели 1 и 2 зубьев, причём $A_1(x) + A_2(x) = A(x)$, мм²/Н; $\omega_n(x)$, $\omega_n(x)$ – функции нагрузки, распределенной по оси x в пределах κb_0 и b_0 , Н/мм.

В соответствии с приведенными обозначениями функции (5) и (6) примут вид:

$$W_{л}(x) = A(x) \omega_n(x); \quad (7) \quad W_{п}(x) = A(x) \omega_n(x). \quad (8)$$

Из уравнений (7) и (8) очевидно, что коэффициент постели $A(x)$ является переменной величиной, что не позволяет осуществить решение рассматриваемой задачи. На основании сказанного перейдем от переменной величины коэффициента постели $A(x)$ к постоянной величине коэффициента постели A , которая не зависит от x . Для этого заменим величину площади реальной эпюры напряжений равной ей по величине площадью эпюры средних напряжений σ_m (рисунок, b), определяемых по формуле

$$\sigma_m = \frac{F_n}{(1 + \kappa) b_0 h_p}, \quad (9)$$

где $h_p = 2c^* m = 1,6m$ – рабочая высота зуба; $c^* = 0,8$ – коэффициент высоты головки зуба; m – модуль зацепления.

В качестве зависимости, устанавливающей взаимосвязь между упругими перемещениями зубьев и возникающими в них напряжениями, примем выражение [9, 10]

$$W = C_m \sigma, \quad (10)$$

где C_m – размерный параметр, мм/МПа.

Далее, исходя из пропорционального соотношения между напряжениями σ и упругими деформациями, представим, согласно закону Гука, выражения контактных напряжений, действующих на каждый из зубьев, полагая $\nu_1 \neq \nu_2$ и $E_1 \neq E_2$ в таком виде:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \quad \sigma_2 = \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L},$$

где $\varepsilon = \Delta L / L$ – относительная деформация; ΔL – абсолютная величина деформации; L – некоторый линейный размер, принимаемый равным ширине площадки контакта $(1 + \kappa) b_0$ [9, 10].

Зависимость (10) на основании двух последних выражений, исходя из $\sigma = \sigma_1$ и $\sigma = \sigma_2$, представим в виде уравнений применительно к зубьям 1 и 2 (рисунок, а), полагая $L = (1 + \kappa)b_0$:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1 = \frac{E_1\Delta L}{(1 + \kappa)(1 - \nu_1^2)b_0}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2 = \frac{E_2\Delta L}{(1 + \kappa)(1 - \nu_2^2)b_0}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Прежде чем продолжить решение задачи, рассмотрим краткие пояснения, касающиеся размерных параметров C_{m1} и C_{m2} . Размерные параметры C_{m1} и C_{m2} представляют собой величины деформации первого и второго зубьев, измеряемые в миллиметрах при действии напряжений, равных одному МПа. Напряжения на рабочих поверхностях зубьев характеризуются, как известно, действием одной и той же силы и одинаковой площадкой контакта. В связи с этим примем $C_{m1} = C_{m2}$, причем $C_{m1} + C_{m2} = C_m$. В действительности при неизменной по размерам площадке контакта размерные параметры C_{m1} и C_{m2} отличаются друг от друга вследствие разных значений ν_1 , ν_2 и E_1 , E_2 .

Так как зубья в подавляющем большинстве случаев изготавливаются из сталей, у которых коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов соответственно равны друг другу, то принятое допущение о равенстве между собой размерных параметров C_{m1} и C_{m2} можно считать оправданным.

Таким образом, исходя из равенства между упругими деформациями W и абсолютной величиной ΔL , найдем из выражения (11) уравнения размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{(1 + \kappa)(1 - \nu_1^2)b_0}{2E_1}; \quad C_{m2} = \frac{(1 + \kappa)(1 - \nu_2^2)b_0}{2E_2}.$$

С учетом выражений размерных параметров C_{m1} и C_{m2} и (9), полагая $\sigma_m = \sigma_{m1} = \sigma_{m2}$, найдем зависимость контактной податливости сопряженной пары зубьев 1 и 2, а именно:

$$\delta_{k1} = \frac{C_{m1}\sigma_{m1}}{F_n} = \frac{1 - \nu_1^2}{2E_1 h_p}; \quad \delta_{k2} = \frac{C_{m2}\sigma_{m2}}{F_n} = \frac{1 - \nu_2^2}{2E_2 h_p}.$$

Затем, умножив сумму правых частей выражений δ_{k1} и δ_{k2} на ширину площадки $(1 + \kappa)b_0$, найдем уравнение коэффициента постели

$$A = (1 + \kappa)b_0(\delta_{k1} + \delta_{k2}) = \frac{(1 + \kappa)\kappa_0 b_0}{2h_p}, \quad (12)$$

где $\kappa_0 = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ – параметр, характеризующий упругость контактирующих зубьев.

Тогда, в соответствии с зависимостью (12) функции (7) и (8) примут окончательный вид

$$\left. \begin{aligned} W_{л}(x) &= A \cdot \omega_{л}(x) = \frac{(1 + \kappa)\kappa_0 b_0}{2h_p} \omega_{л}(x); \\ W_{п}(x) &= A \cdot \omega_{п}(x) = \frac{(1 + \kappa)\kappa_0 b_0}{2h_p} \omega_{п}(x). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

С учетом равнозначных друг другу функций (3), (4) и (13) запишем выражение напряженно-деформированного состояния рассматриваемой сопряженной пары зубьев в виде

$$\begin{aligned} A &= \left[\int_{-\kappa b_0}^0 W_{л}(x) dx + \int_0^{b_0} W_{п}(x) dx \right] = A(F_{n1} + F_{n2}) = AF_n = \frac{(1 + \kappa)\kappa_0 b_0 F_n}{2h_p} = \\ &= \frac{\kappa^2 b_0^2}{2R} \int_{-\kappa b_0}^0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\kappa^2 b_0^2}} dx + \frac{b_0^2}{2R} \int_0^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}} dx + \psi_0 b_0 \int_0^{b_0} \left(1 - \frac{x}{b_0}\right) dx = \frac{\pi(1 + \kappa^3)b_0^3}{8R} + \frac{\psi_0 b_0^2}{2}, \end{aligned}$$

исходя из которого определим квадратное уравнение

$$\frac{\pi(1 + \kappa^3)b_0^2}{4R} + \psi_0 b_0 - \frac{(1 + \kappa)\kappa_0 F_n}{h_p} = 0.$$

В результате решения последнего уравнения получим

$$b_0 = \frac{2R}{\pi(1 + \kappa^3)} \left(\sqrt{\frac{\pi(1 + \kappa)(1 + \kappa^3)\kappa_0 F_n}{Rh_p} + \psi_0^2} - \psi_0 \right). \quad (14)$$

Располагая выражением параметра b_0 , перейдем к определению максимальных контактных напряжений σ_k . С этой целью, исходя из постоянной величины коэффициента A , описанного формулой (12), найдем выражения функций:

$$W_{л}(x) = A \cdot \omega_{л}(x) = A \frac{h_p}{h_p} \omega_{л}(x) = Ah_p \sigma_{л}(x); \quad W_{п}(x) = A \cdot \omega_{п}(x) = A \frac{h_p}{h_p} \omega_{п}(x) = Ah_p \sigma_{п}(x),$$

на основании которых получим:

$$\sigma_{л}(x) = \frac{W_{л}(x)}{Ah_p}; \quad \sigma_{п}(x) = \frac{W_{п}(x)}{Ah_p},$$

где $\sigma_{л}(x) = \omega_{л}(x)/h_p$, $\sigma_{п}(x) = \omega_{п}(x)/h_p$ – функции контактных напряжений, действующих слева и справа от вертикальной оси z ; $W_{л}(x)$, $W_{п}(x)$ – функции контактных деформаций, описанные формулами (1) и (2).

Для получения максимальных контактных напряжений σ_k необходимо в уравнениях (1) и (2), входящих в выражения $\sigma_{л}(x)$ и $\sigma_{п}(x)$, принять $x=0$, в связи с чем запишем

$$\sigma_{\kappa} = \sigma_{\text{лк}} = \sigma_{\text{пк}} = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2RAh_p} = \frac{b_0^2 + 2R\psi_0 b_0}{2RAh_p}. \quad (15)$$

В соответствии с выражениями (12) и (14) уравнение (15) представим в окончательном виде

$$\sigma_{\kappa} = \sigma_{\text{лк}} = \sigma_{\text{пк}} = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2RAh_p} = \frac{2\kappa^2}{(1+\kappa)(1+\kappa^3)\kappa_0} = \left(\sqrt{\frac{\pi(1+\kappa)(1+\kappa^3)\kappa_0 F_n}{Rh_p} + \psi_0^2} - \psi_0 \right). \quad (16)$$

Полученные уравнения (14) и (16) содержат неизвестный коэффициент κ . Для определения указанного коэффициента необходимо найти ещё одно дополнительное уравнение. С этой целью, исходя из равенства $W_{\text{max}} = W_{\text{лmax}} = W_{\text{пmax}}$, которые при $x=0$ определяются из уравнений (1) и (2), определим выражение

$$\frac{\kappa^2 b_0^2}{2R} = \frac{b_0^2}{2R} + \psi_0 b_0,$$

представленное в окончательном виде

$$b_0 = \frac{2R\psi_0}{\kappa^2 - 1}. \quad (17)$$

Далее полагая равными правые части уравнений (14) и (17), найдём зависимость в виде трансцендентного уравнения

$$\psi_0 = \frac{\kappa^2 - 1}{\pi(1 + \kappa^3)} \left(\sqrt{\frac{\pi(1 + \kappa)(1 + \kappa^3)\kappa_0 F_n}{Rh_p} + \psi_0^2} - \psi_0 \right), \quad (18)$$

решение которого в каждом конкретном случае позволяет определить искомую величину κ .

Для подтверждения достоверности полученных уравнений (14) и (17) перейдем от данной расчетной модели контакта к модели контакта цилиндра, описанного радиусом R , с плоскостью. Для этой модели контакта характерно $\psi_0=0$ и $\kappa=1$, в связи с чем при $\kappa_0 = (1 - \nu_1^2)/E_1 + (1 - \nu_2^2)/E_2$ уравнения для b_0 и σ_{κ} примут вид:

$$b_0 = 1,12866 \sqrt{\frac{RF_n}{h_p} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}; \quad (19) \quad \sigma_{\kappa} = 0,564 \sqrt{\frac{F_n}{Rh_p \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}}. \quad (20)$$

Если в уравнениях (19) и (20) принять коэффициенты Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ и модули упругости $E_1 = E_2 = E$, что характерно для стальных материалов, то указанные уравнения будут выглядеть так:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{RF_n}{Eh_p}}; \quad (21) \quad \sigma_{\kappa} = 0,418 \sqrt{\frac{EF_n}{Rh_p}}. \quad (22)$$

Таким образом, уравнения (19)-(22) совпадают с аналогичными уравнениями Герца, полученными им в 1881г. применительно к модели контакта цилиндра с плоскостью, а это указывает на достоверность выполненных решений исследуемой модели контакта (рисунок 1).

В заключение выполним расчет зубчатой муфты, работающей при угле перекося $\psi = 5 \cdot 10^{-3}$ рад, исходя из следующих данных: $m=5$ мм; $z=60$; $\alpha_w=20^\circ$; $h_p=1,8$ мм; $m=9$ мм; $b=40$ мм; $b_1=50$ мм; $R=3300$ мм; $\psi_0=3,443 \cdot 10^{-3}$ рад; $F_n=3193$ Н; $\nu=0,3$; $E=2,1 \cdot 10^5$ МПа.

Путем графического решения уравнения (18) находим величину коэффициента $\kappa=6$. При $\kappa=6$ по формуле (17) рассчитываем параметр $b_0=0,65$ мм, в связи с чем ширина площадки контакта $(1+\kappa)b_0=4,55$ мм. Затем по формуле (16) определяем максимальные контактные напряжения $\sigma_{\kappa}=70$ МПа.

Выводы:

1. Впервые на основе новой теории контактной прочности, разработанной профессором А.П. Поповым, выполнены решения плоской контактной задачи применительно к модели взаимодействия цилиндра со скошенной плоскостью. Найдены решения для эллиптического закона изменения контактных деформаций.

2. Получены выражения максимальных контактных напряжений и ширины площадки контакта, которые при переходе от рассматриваемой модели контакта к модели контакта цилиндра с плоскостью целиком и полностью совпадают с известными решениями, найденными для указанной сравниваемой расчётной модели, что подтверждает достоверность выполненных исследований.

Список литературы: 1. А.с. 1504394 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов. – 4089604/31-27; заявл. 09.07.86; опубл. 30.08.89, Бюл. №32. 2. А.с. 1559245 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов. – 4142341/31-27; заявл. 05.11.86; опубл. 15.03.90, Бюл. №10. 3. А.с. 1393945 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов. – 4063606/31-27; заявл. 25.02.86; опубл. 07.05.88, Бюл. №17. 4. А.с. 1587243 СССР. Зубчатая муфта / А.П. Попов. – 44415191/31-27; заявл. 15.06.88; опубл. 23.08.90, Бюл. №31. 5. Пат. 25103 Украина. Зубчатая муфта / О.П. Попов, О.И. Савенков. – u200703093; заявл. 23.03.07; опубл. 25.07.07, Бюл. №11. 6. Пат. 51954 Украина. Зубчатая муфта / О.П. Попов, О.И. Савенков. – u201000897; заявл. 29.01.10; опубл. 10.08.10, Бюл. №15. 7. Попов А.П. Научные основы проектирования зубчатых муфт / А.П. Попов // Динамика и прочность судовых машин. Сб. научн. тр. – Николаев: НКИ, 1985. – С. 99-111. 8. Попов А.П. Зубчатые муфты в судовых агрегатах / А.П. Попов. – Л.: Судостроение, 1985. – 240с. 9. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 10. Попов А.П. Зубчатые механизмы с точечным контактом зубьев / А.П. Попов. – Николаев: Изд-во Атолл, 2010. – 774с.

Поступила в редколлегию 10.04.12

Х.С. САМИДОВ, д.т.н., проф., зав. кафедрой АзАСУ, Баку, Азербайджан

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕСУЩИХ УЗЛОВ МАШИН

Работа посвящена решению актуальной научно-технической проблемы – анализу пространственных колебаний несущих узлов машин различного назначения.

Роботу присвячено рішення актуальної науково-технічної проблеми – аналізу просторових коливань несущих вузлів машин різного призначення.

This work is devoted to resolve important scientific and technological problems-analysis of spatial vibrations bearing units of machines for different purposes.

Анализ литературы. Наука располагает огромным количеством работ, посвященных исследованию динамики машин, В настоящее время при исследовании динамики машин, широко применяются в основном приближенные методы, сходящие расчеты сложных пространственных систем к расчетам дискретных плоских динамических моделей [1-5]. Такие упрощения, естественно, облегчают динамический расчет машин, но однако этот расчет не может претендовать на скрытие столь сложных пространственных колебаний во всех направлениях движения их отдельных узлов. Тем более, что исследование динамики системы в пространстве, в отличие от движения её на плоскости, требует построения нелинейных дифференциальных уравнений, содержащих различные нелинейные связи между кинематическими, динамическими и другими параметрами.

Цель данной статьи. Состоит в составлении пространственной динамической модели несущих узлов машин, каковыми эти машины по существу и являются, и выводе нелинейных дифференциальных уравнений, дающих возможность получить взаимосвязь их перемещений, скоростей и ускорений с основными характеристиками машин.

Основной текст. Каждая машина, например металлорежущий станок, имеет сложную конструктивную форму и состоит из нескольких несущих узлов – стола, суппорта, станины, бабки, каретки, ползуна, поперечины и т.д. Эти узлы представляют собой тяжелые трехмерные твердые тела и совершают пространственные движения при колебаниях станка.

Рассматриваемая обобщенная пространственная динамическая модель несущих узлов машин состоит из двух подвижных твердых тел, связанных между собой и с неподвижным основанием упругими элементами – условными пружинами (рисунок 1). Под твердым телом здесь понимается такой узел машин, при котором не изменяются расстояния между любыми двумя точками во все время его движения.

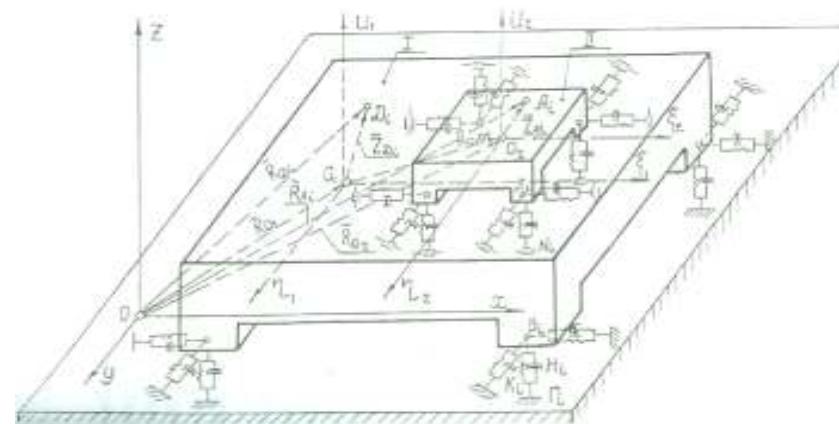


Рисунок 1 – Пространственная динамическая модель несущих узлов машин

Математическое описание пространственных колебаний несущих узлов машин. Для определения положения твердых тел (рисунок 2) в пространстве выбираем неподвижную систему координат $Oxyz$, общую для обоих тел, и две подвижные системы координат $O_1\xi_1\eta_1u_1, O_2\xi_2\eta_2u_2$, жестко связанные с центрами тяжести тел – O_1, O_2 и движущиеся с ними.

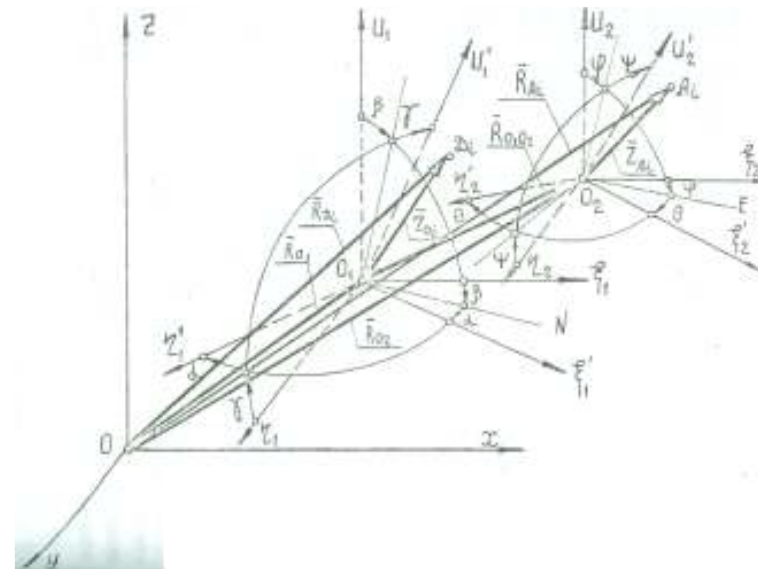


Рисунок 2 – Пространственная координатная система

Предположим что твердые тела с массами m и M , когда находятся в положении равновесия, оси подвижных систем координат $O_1\xi_1\eta_1u_1, O_2\xi_2\eta_2u_2$, соответственно параллельны осям неподвижной системы координат $Oxyz$. В

начальном положении, когда $t=0$, точка 0_1 совпадает с точкой 0 . начальные точки 0_1 и 0_2 подвижных систем координат во все время движения совпадают с центрами тяжести тел.

Пусть в промежуток времени t координатные системы $0_1\xi_1\eta_1u_1, 0_2\xi_2\eta_2u_2$ занимают новые положения $0_1\xi'_1\eta'_1u'_1$ и $0_2\xi'_2\eta'_2u'_2$ (рисунок 2). Углы α, β, γ и θ, φ, ψ являются углами Эйлера, характеризующими вращательные движения соответственно первого и второго тел.

Очевидно, заданное положение в пространстве, например, твердого тела **I** с массой m эквивалентно заданному положению координатной системы $0_1\xi_1\eta_1u_1$. А для определения положения последнего необходимо знать шесть скалярных величин: координаты точки $0_1 - x, y, z$ и углы Эйлера – α, β, γ , которые являются в нашем случае обобщенными координатами **I** с массой m . За обобщенные координаты тела **II** с массой M будем принимать координаты точки $0_2 - \xi_1, \eta_1, u_1$ и углы Эйлера – θ, φ, ψ .

Кинетическая энергия рассматриваемой системы.

$$T = T_1 + T_2 = 1/2 \left(\sum_{i=1}^{n_1} m_i \bar{V}_{D_i}^2 + \sum_{i=1}^{n_2} M_i \bar{V}_{A_i}^2 \right) = 1/2 \left[\sum_{i=1}^{n_1} m_i (\bar{V}_{0_1} + \bar{\omega}_{0_1} \times \bar{r}_{D_i})^2 + \sum_{i=1}^{n_2} M_i (\bar{V}_{0_1} + \bar{\omega}_{0_1} \times \bar{0}_1 \bar{0}_2 + \bar{\omega}_{0_2} \times \bar{r}_{A_i} + \bar{V}_{0_2 0_1} + \bar{\omega}_{0_1} \times \bar{r}_{A_i})^2 \right]. \quad (1)$$

$i = 1, 2, \dots, n_1; \quad i = 1, 2, \dots, n_2.$

Потенциальная энергия системы. Потенциальная энергия системы равна:

$$P = P_1 + P_2 + P_3; \quad (2)$$

$$P_1 = 1/2 \sum_{i=1}^{n_1} [K_{ix} (\Delta \ell_{ix})^2 + K_{iy} (\Delta \ell_{iy})^2 + K_{iz} (\Delta \ell_{iz})^2]; \quad (3)$$

$$P_2 = 1/2 \sum_{i=1}^{n_1} [\bar{K}_{i\xi_1} (\Delta L_{i\xi_1})^2 + K_{i\eta_1} (\Delta L_{i\eta_1})^2 + \bar{K}_{iu_1} (\Delta L_{iu_1})^2]; \quad (4)$$

$$P_3 = mgh_1 + Mgh_2. \quad (5)$$

Диссипативные функции системы. Для определения вязкого сопротивления движениям тел **I** и **II** вводим диссипативную функцию как квадратичную форму скоростей линейных и угловых перемещений этих тел. Если полагать, что силы сопротивления движению сосредоточены в точках присоединения упругих элементов соответствующих тел, то их диссипативные функции в координатной система $0_1\xi_1\eta_1u_1$ будет определяться соотношениями:

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_1} (h_{i\xi_1} \dot{\lambda}_{i\xi_1}^2 + h_{i\eta_1} \dot{\lambda}_{i\eta_1}^2 + h_{iu_1} \dot{\lambda}_{iu_1}^2); \quad (6)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_2} (\bar{h}_{i\xi_1} \dot{\lambda}_{i\xi_1}^2 + \bar{h}_{i\eta_1} \dot{\lambda}_{i\eta_1}^2 + \bar{h}_{iu_1} \dot{\lambda}_{iu_1}^2). \quad (7)$$

Уравнение Лагранжа II рода для рассматриваемого случая имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial \dot{q}_i} = Q_{q_i}, \quad (8)$$

где $q_i(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma, \xi_1, \eta_1, u_1, \theta, \varphi, \psi)$ – обобщенные координаты; Q_{q_i} – активные обобщенные силы, действующие на систему.

Подставив в уравнение Лагранжа (8) выражения кинетической и потенциальной энергии (1)-(5) и диссипативной функции (6), (7), получим дифференциальные уравнения пространственных колебаний рассматриваемой системы [1]:

$$\begin{aligned} & (m + M)\ddot{x} + M(\ddot{\xi}_1 + 2\dot{u}_1\dot{\beta} - 2\dot{\eta}_1\dot{\alpha} + u_1\ddot{\beta} - \eta_1\ddot{\alpha} - \dot{\eta}_1\dot{\alpha} + \beta\ddot{u}_1) + \frac{1}{8\ell_0^4} \times \\ & \times (2E_1x + E_7\alpha - E_8\beta - E_9\gamma + E_{16}y + E_{17}z) + H_1\dot{x} - 2H_7\dot{\alpha} + 2H_8\dot{\beta} = Q_x; \\ & (m + M)\ddot{y} + M(\ddot{\eta}_1 + 2\dot{\xi}_1\dot{\alpha} - 2\dot{u}_1\dot{\gamma} + \xi_1\ddot{\alpha} - u_1\ddot{\gamma} + \alpha\ddot{\xi}_1 - \gamma\ddot{u}_1) + \\ & + \frac{1}{8\ell_0^4} (2E_2y + E_{10}a - E_{11}\beta + E_{12}\gamma + E_{16}x + E_{18}z) + H_2\dot{y} - H_9\dot{\gamma} = Q_y; \\ & (m + M)\ddot{z} + M(\ddot{u}_1 + 2\dot{\eta}_1\dot{\gamma} - 2\dot{\xi}_1\dot{\beta} + \eta_1\ddot{\gamma} - \xi_1\ddot{\beta} - \beta\ddot{\xi}_1 + \gamma\ddot{\eta}_1) + \\ & + \frac{1}{8\ell_0^4} (2E_3z - E_{13}a - E_{14}\beta + E_{15}\gamma + E_{17}x + E_{18}y) + H_3\dot{z} - H_{10}\dot{\beta} + H_{11}\dot{\gamma} + mg = Q_z; \\ & M(\ddot{z}\eta_1 - u_1\ddot{y} - u_1\ddot{\eta}_1 + \eta_1\ddot{u}_1) + (J_{\xi_1}^I + J_{\xi_1}^{II} + J_{\xi_2}^{II})\ddot{\gamma} + J_{\xi_1}^{II}\dot{\gamma} + (J_{\xi_1}^I - J_{\eta_1}^I + \\ & + J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^{II} + J_{\xi_2}^{II} - J_{\eta_2}^{II})(\ddot{\beta}a + \dot{\beta}\dot{\alpha}) + (J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^{II})\dot{\beta}\dot{\alpha} + (J_{\xi_1\eta_1}^I + J_{\xi_1\eta_1}^{II} + J_{\xi_2\eta_2}^{II}) \times \\ & \times (2\dot{\gamma}\dot{\alpha} + 2\dot{\gamma}\dot{\alpha} - \dot{\beta}) + J_{\xi_1\eta_1}^{II} (2\dot{\gamma}\dot{\alpha} - \dot{\beta}) + (J_{\eta_1u_1}^I + J_{\eta_1u_1}^{II} + J_{\eta_2u_2}^{II}) \times \\ & \times (\ddot{u}_1\dot{\alpha} + \dot{u}_1\dot{\alpha} - \dot{\beta}^2) + J_{\eta_1u_1}^{II} \dot{u}_1\dot{\alpha} + (J_{\xi_1u_1}^I + J_{\xi_1u_1}^{II} + J_{\xi_2u_2}^{II})(\dot{\beta}\dot{\gamma} - \dot{\alpha}) - \\ & - J_{\xi_2\eta_2}^{III} (\ddot{\varphi} - \ddot{\theta}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\psi}\dot{\alpha} - \dot{\psi}\dot{\alpha}) + J_{\xi_2}^{II} (\ddot{\psi} + \ddot{\theta}\varphi + \dot{\theta}\dot{\varphi}) - J_{\eta_2}^{II} (\dot{\alpha}\dot{\alpha} + \dot{\varphi}\dot{\alpha}) - \\ & - J_{\xi_2u_2}^{II} (\ddot{\theta} - \ddot{\psi}\varphi - \dot{\psi}\dot{\varphi}) + J_{\eta_2u_2}^{II} (\ddot{\theta}a + \dot{\theta}\dot{\alpha}) + (J_{u_1}^I + J_{u_1}^{II} + J_{u_2}^{II})\dot{a}\dot{\beta} + J_{u_2}^{II}\dot{\beta}\dot{\theta} - \\ & - J_{\xi_2u_2}^{II}\dot{\beta}\dot{\psi} - J_{\eta_2u_2}^{II}\dot{\beta}\dot{\varphi} + \frac{1}{8\ell_0^4} (2E_6\gamma - E_9x + E_{12}y + E_{15}z + E_{20}a - E_{21}\beta) + \\ & + Mg(\xi_1a - \eta_1 - u_1\gamma) + H_6\dot{\gamma} - H_9\dot{y} + H_{11}\dot{z} - H_{13}\dot{\beta} = Q_\gamma; \\ & M(u_1\ddot{x} - \xi_1\ddot{z} + u_1\ddot{\xi}_1 - \xi_1\ddot{u}_1) + (J_{\eta_1}^I + J_{\eta_1}^{II} + J_{\eta_2}^{II})\ddot{\beta} + J_{\eta_1}^{II}\dot{\beta} - (J_{u_1}^I + J_{u_1}^I + \\ & + J_{u_2}^{II})(\ddot{a}\dot{\gamma} + \dot{a}\dot{\gamma}) - J_{u_1}^{II}\dot{a}\dot{\gamma} + (J_{\xi_1}^I - J_{\eta_1}^I + J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^{II} + J_{\xi_2}^{II} - J_{\eta_2}^{II}) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times (\ddot{\gamma}\alpha + \dot{\gamma}\dot{\alpha}) + J_{u_1}^{II} \dot{\alpha}\gamma + \left(J_{\xi_1}^I - J_{\eta_1}^I + J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^{II} + J_{\xi_2}^{II} - J_{\eta_2}^{II} \right) \times \\
& \times (\ddot{\gamma}\alpha + \dot{\gamma}\dot{\alpha}) + \left(J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^I \right) \dot{\gamma}\alpha - \left(J_{\xi_1\eta_1}^I + J_{\xi_1\eta_1}^{II} + J_{\xi_2\eta_2}^{II} \right) (\ddot{\gamma} + 2\dot{\beta}\dot{\alpha} + 2\dot{\beta}\dot{\alpha}) - \\
& - J_{\xi_1\eta_1}^{II} (\dot{\gamma} + 2\dot{\beta}\dot{\alpha}) + \left(J_{\eta_1u_1}^I + J_{\eta_1u_1}^{II} + J_{\eta_2u_2}^{II} \right) (2\dot{\beta}\gamma + \dot{\beta}\dot{\gamma} - \ddot{\alpha}) + J_{\eta_1u_1}^{II} (2\dot{\beta}\gamma - \dot{\alpha}) + \\
& + \left(J_{\xi_1u_1}^I + J_{\xi_1u_1}^{II} + J_{\xi_2u_2}^{II} \right) (\dot{\gamma}\gamma - \dot{\gamma}^2 - \ddot{\alpha}\alpha - \dot{\alpha}^2) + J_{\xi_1u_1}^{II} (\dot{\gamma}\gamma - \dot{\alpha}\alpha) + J_{\xi_2}^{II} (\dot{\psi}\alpha + \dot{\psi}\dot{\alpha}) + \\
& + J_{\eta_2}^{II} (\ddot{\phi} - \ddot{\theta}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi}) - J_{\eta_2}^{II} (\ddot{\theta}\gamma + \dot{\theta}\dot{\gamma}) - J_{\xi_2\eta_2}^{II} (\ddot{\phi}\alpha + \dot{\phi}\dot{\alpha} + \ddot{\psi} + \dot{\theta}\phi + \dot{\theta}\dot{\phi}) - \\
& - J_{\xi_2u_2}^{II} (\ddot{\alpha}\alpha + \dot{\alpha}\dot{\alpha} - \ddot{\psi}\gamma - \dot{\psi}\dot{\gamma}) - J_{\eta_2u_2}^{II} (\ddot{\theta} - \ddot{\psi}\phi - \dot{\psi}\dot{\phi} - \ddot{\phi}\gamma - \dot{\phi}\dot{\gamma}) + \\
& \frac{1}{8L_0^4} (2E_5\beta - E_8x - E_{11}y - E_{14}z - E_{19}a - E_{21}\beta) + \\
& + Mg(\eta_1a - \xi_1 - u_1\beta) + H_5\dot{\beta} + H_8\dot{x} - H_{10}\dot{z} - H_{12}\dot{\alpha} - H_{13}\dot{\gamma} = Q_\beta; \\
& M(\xi_1\ddot{y} - \eta_1\ddot{x} - \eta_1\ddot{\xi}_1 + \xi_1\ddot{\eta}_1) + \left(J_{u_1}^I + J_{u_1}^{II} + J_{u_2}^{II} \right) (\ddot{\alpha} - \dot{\beta}\dot{\gamma} - \dot{\beta}\dot{\gamma}) + \\
& + J_{u_1}^{II} (\dot{\alpha} - \dot{\beta}\dot{\gamma}) + \left(J_{\eta_1u_1}^I + J_{\eta_1u_1}^{II} + J_{\eta_2u_2}^{II} \right) (\dot{\gamma}\alpha - \dot{\beta}) - J_{\eta_1u_1}^{II} (\dot{\beta} - \dot{\gamma}\alpha) - \\
& - \left(J_{\xi_1u_1}^I + J_{\xi_1u_1}^{II} + J_{\xi_2u_2}^{II} \right) (\dot{\beta}\alpha + \dot{\gamma}) - J_{\xi_1u_1}^{II} (\dot{\gamma} + \dot{\beta}\alpha) + J_{u_2}^{II} (\ddot{\theta} - \ddot{\psi}\phi - \dot{\psi}\dot{\phi}) - \\
& - J_{\xi_2u_2}^{II} (\ddot{\psi} + \dot{\theta}\phi + \dot{\theta}\dot{\phi} - \dot{\beta}\dot{\theta}) + J_{\eta_2u_2}^{II} (\ddot{\theta}\psi + \dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\phi} - \dot{\gamma}\dot{\theta}) - \\
& - \left(J_{\xi_1}^I - J_{\eta_1}^I + J_{\xi_1}^{II} - J_{\eta_1}^{II} + J_{\xi_2}^{II} - J_{\eta_2}^{II} \right) \dot{\beta}\dot{\gamma} + \left(J_{\xi_1\eta_1}^I + J_{\xi_1\eta_1}^{II} + J_{\xi_2\eta_2}^{II} \right) \times \\
& \times (\dot{\beta}^2 - \dot{\gamma}^2) - J_{\xi_2}^{II} \dot{\beta}\dot{\psi} + J_{\eta_2}^{II} \dot{\gamma}\dot{\phi} + J_{\xi_2\eta_2}^{II} (\dot{\beta}\dot{\phi} - \dot{\gamma}\dot{\psi}) + \\
& + \frac{1}{8L_0^4} (2E_4a + E_7x + E_{10}y - E_{13}z - E_{19}\beta + E_{20} + \gamma) \\
& + Mg(\xi_1\gamma + \eta_1\beta) + H_4\dot{\alpha} - H_7\dot{x} - H_{12}\dot{\beta} = Q_\alpha; \\
& M(\ddot{\xi}_1 + \ddot{x} + a\ddot{y} - \beta\ddot{z} + 2\dot{u}_1\dot{\beta} - 2\dot{\eta}_1\dot{\alpha} + u_1\dot{\beta} - \eta_1\dot{\alpha}) + \frac{1}{8L_0^4} (2\bar{E}_1\xi_1 + \\
& + \bar{E}_7\theta - \bar{E}_8\phi - \bar{E}_9\psi + \bar{E}_{16}\eta_1 + \bar{E}_{17}u_1 + 3\bar{E}_{22}\xi_1^2 + 2\bar{E}_{28}\xi_1\eta_1 + \\
& + 2\bar{E}_{29}\xi_1u_1 + \bar{E}_{30}\eta_1^2 + \bar{E}_{32}u_1^2 + 2\bar{E}_{34}\xi_1\theta - 2\bar{E}_{35}\xi_1\phi + 2\bar{E}_{36}\xi_1\psi + \\
& + \bar{E}_{43}\theta^2 - \bar{E}_{46}\phi^2 + \bar{E}_{49}\psi^2 + \bar{E}_{58}\eta_1u_1 + \bar{E}_{59}\eta_1\theta + \bar{E}_{60}\eta_1\phi + \\
& + \bar{E}_{61}\eta_1\psi + \bar{E}_{62}u_1\theta + \bar{E}_{63}u_1\phi + \bar{E}_{64}u_1\psi + \bar{E}_{68}\theta\phi + \bar{E}_{69}\theta\psi + \\
& + \bar{E}_{70}\phi\psi + Mg(a\gamma - \beta) + H_{14}\dot{\xi}_1 - H_{20}\dot{\theta} + H_{21}\dot{\phi} = Q_{\xi_1}; \\
& M(\ddot{\eta}_1 + \ddot{y} + \gamma\ddot{z} + a\ddot{x} + 2\dot{u}_1\dot{\gamma} + 2\dot{\xi}_1\dot{\alpha} - u_1\dot{\gamma} + \xi_1\dot{\alpha}) + \frac{1}{8L_0^4} (2\bar{E}_2\eta_1 + \\
& + \bar{E}_{10}\theta - \bar{E}_{11}\phi - \bar{E}_{12}\psi + \bar{E}_{16}\xi_1 + \bar{E}_{18}u_1 + 3\bar{E}_{23}\eta_1^2 + \bar{E}_{28}\xi_1^2 + 2\bar{E}_{30}\eta_1\xi_1 +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 2\bar{E}_{31}\eta_1u_1 + \bar{E}_{33}u_1^2 + 2\bar{E}_{37}\eta_1\theta - 2\bar{E}_{38}\eta_1\phi + 2\bar{E}_{39}\eta_1\psi + \bar{E}_{44}\theta^2 + \\
& + \bar{E}_{47}\phi^2 + \bar{E}_{50}\psi^2 + \bar{E}_{58}\xi_1u_1 + \bar{E}_{59}\xi_1\theta + \bar{E}_{60}\xi_1\phi + \bar{E}_{61}\xi_1\psi + \\
& + \bar{E}_{65}u_1\theta + \bar{E}_{66}u_1\phi + \bar{E}_{67}u_1\psi - \bar{E}_{71}\theta\phi + \bar{E}_{72}\theta\psi + \bar{E}_{73}\phi\psi) + \\
& + Mg(a\beta + \gamma) + H_{15}\dot{\eta}_1 + H_{22}\dot{\theta} - H_{23}\dot{\psi} = Q_{\eta_1}; \\
& - \bar{E}_{14}\phi - \bar{E}_{15}\psi + \bar{E}_{17}\xi_1 + \bar{E}_{18}\eta_1 + 3\bar{E}_{24}u_1^2 + \bar{E}_{29}\xi_1^2 + E_{31}\eta_1^2 + 2E_{32}\xi_1u_1 + \\
& + \bar{E}_{33}u_1\eta_1 + 2\bar{E}_{40}u_1\theta - 2\bar{E}_{41}u_1\phi + 2\bar{E}_{42}u_1\psi + \bar{E}_{45}\theta^2 + \bar{E}_{48}\phi^2 + \bar{E}_{51}\psi^2 + \\
& M(\ddot{u}_1 + \ddot{z} + \beta\ddot{x} - \dot{\gamma}\dot{y} + 2\dot{\eta}_1\dot{\gamma} - 2\dot{\xi}_1\dot{\beta} + \eta_1\dot{\gamma} - \xi_1\dot{\beta}) + \frac{1}{8L_0^4} (2\bar{E}_3u_1 - \bar{E}_{13}\theta - \\
& + \bar{E}_{58}\xi_1\eta_1 + \bar{E}_{62}\xi_1\theta + \bar{E}_{63}\xi_1\phi + \bar{E}_{64}\xi_1\psi + \bar{E}_{65}\eta_1\theta + \bar{E}_{66}\eta_1\phi + \\
& + \bar{E}_{67}\eta_1\psi + \bar{E}_{74}\theta\phi + \bar{E}_{75}\theta\psi - \bar{E}_{76}\phi\psi) + Mg(1 - \beta^2 / 2 - \gamma^2) + \\
& + H_{16}\dot{u}_1 - H_{24}\dot{\phi} + H_{25}\dot{\psi} = Q_{u_1}; \\
& J_{\xi_2}^{II} (\ddot{\psi} + \dot{\theta}\phi + \dot{\theta}\dot{\phi} + \dot{\gamma} + \dot{\beta}\alpha + \dot{\beta}\dot{\alpha}) + J_{\eta_2}^{II} (\dot{\phi}\dot{\theta} + \dot{\beta}\dot{\theta}) - \\
& - J_{u_2}^{II} (\ddot{\theta}\phi + \dot{\theta}\dot{\phi} + \ddot{\alpha}\phi + \dot{\alpha}\dot{\phi}) - J_{\xi_2\eta_2}^{II} (\ddot{\phi} - \ddot{\theta}\psi + \dot{\beta} - \dot{\gamma}\alpha - \dot{\gamma}\dot{\alpha} + \dot{\gamma}\dot{\theta}) - \\
& - J_{\xi_2u_2}^{II} (\ddot{\theta} - 2\ddot{\psi}\phi - 2\dot{\psi}\dot{\phi} + \ddot{\alpha} - \dot{\gamma}\phi - \dot{\gamma}\dot{\phi} - \dot{\beta}\dot{\gamma} - \dot{\beta}\dot{\gamma}) + \\
& + J_{\eta_2u_2}^{II} (\ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2 + \dot{\beta}\phi + \dot{\beta}\dot{\phi} - \dot{\theta}^2 - \dot{\alpha}\dot{\theta}) + \frac{1}{8L_0^4} (2\bar{E}_6\psi - \bar{E}_9\xi_1 + \bar{E}_{12}\eta_1 + \bar{E}_{15}u_1 + \\
& + \bar{E}_{20}\theta - \bar{E}_{21}\phi + 3\bar{E}_{27}\psi^2 + \bar{E}_{36}\xi_1^2 + \bar{E}_{39}\eta_1^2 + \bar{E}_{41}u_1^2 + 2\bar{E}_{49}\phi\xi_1 + \\
& + 2\bar{E}_{50}\psi\eta_1 + 2\bar{E}_{51}\psi u_1 + \bar{E}_{53}\theta^2 + \bar{E}_{55}\phi^2 + 2\bar{E}_{56}\psi\theta - 2\bar{E}_{57}\psi\phi + \bar{E}_{61}\xi_1\eta_1 + \\
& + \bar{E}_{64}\xi_1u_1 + \bar{E}_{67}\eta_1u_1 + \bar{E}_{69}\xi_1\theta + \bar{E}_{70}\xi_1\phi + \bar{E}_{72}\eta_1\theta + \bar{E}_{73}\eta_1\phi + \bar{E}_{75}u_1\theta - \\
& - \bar{E}_{76}u_1\phi + \bar{E}_{77}\theta\phi) + H_{19}\dot{\psi} - H_{23}\dot{\eta}_1 + H_{25}\dot{u}_1 - H_{27}\dot{\theta} - H_{28}\dot{\phi} = Q_{\psi_1}; \\
& J_{\eta_1}^{II} (\ddot{\phi} - \ddot{\theta}\psi - \dot{\theta}\dot{\psi} + \dot{\beta} - \dot{\gamma}\alpha - \dot{\gamma}\dot{\alpha}) - J_{\xi_2}^{II} (\dot{\psi}\dot{\theta} + \dot{\gamma}\dot{\theta}) + J_{u_2}^{II} (\dot{\psi}\dot{\theta} + \dot{\alpha}\dot{\psi}) - \\
& - J_{\xi_2\eta_2}^{II} (\ddot{\psi} + \dot{\theta}\phi + \dot{\gamma} + \dot{\beta}\alpha + \dot{\beta}\dot{\alpha} - \dot{\beta}\dot{\theta}) + J_{\xi_2u_2}^{II} (\dot{\theta}^2 - \dot{\psi}^2 - \dot{\gamma}\dot{\psi} + \dot{\alpha}\dot{\theta}) - \\
& - J_{\eta_2u_2}^{II} (\ddot{\theta} - \ddot{\psi}\phi + \ddot{\alpha} - \dot{\beta}\dot{\gamma} - \dot{\beta}\dot{\gamma} + \dot{\beta}\dot{\psi}) + \frac{1}{8L_0^4} (2\bar{E}_5\phi - \bar{E}_8\xi_1 - \\
& - \bar{E}_{11}\eta_1 - \bar{E}_{14}u - \bar{E}_{19}\theta - \bar{E}_{21}\psi - 3\bar{E}_{26}\phi^2 - \bar{E}_{35}\xi_1^2 - \bar{E}_{41}u_1^2 - 2\bar{E}_{46}\phi\xi_1 + \\
& + 2\bar{E}_{47}\phi\eta_1 + 2\bar{E}_{48}\phi u_1 - \bar{E}_{52}\theta^2 + 2\bar{E}_{54}\phi\theta + 2\bar{E}_{55}\phi\psi - \bar{E}_{57}\psi^2 + \\
& + \bar{E}_{60}\xi_1\eta_1 + \bar{E}_{63}\xi_1u_1 + \bar{E}_{66}\eta_1u_1 + \bar{E}_{68}\xi_1\theta + \bar{E}_{70}\xi_1\psi - \bar{E}_{71}\eta_1\theta + \\
& + \bar{E}_{73}\eta_1\psi + \bar{E}_{74}u_1\theta - \bar{E}_{76}u_1\psi + \bar{E}_{77}\theta\psi) + H_{18}\dot{\phi} + H_{21}\dot{\xi}_1 - H_{24}\dot{u}_1 - H_{26}\dot{\theta} - H_{28}\dot{\psi} = Q_\phi; \\
& J_{u_2}^{II} (\ddot{\theta} + \ddot{\alpha} - \dot{\beta}\dot{\gamma} - \dot{\beta}\dot{\gamma}) + \left(J_{\xi_2}^{II} - J_{u_2}^{II} \right) (\ddot{\psi}\phi + \dot{\psi}\dot{\phi}) + J_{\xi_2}^{II} (\dot{\gamma}\phi + \dot{\gamma}\dot{\phi}) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -J_{\eta_2}^{II}(\ddot{\phi}\psi + \dot{\phi}\dot{\psi} + \ddot{\beta}\psi + \dot{\beta}\dot{\psi}) - J_{\xi_2\eta_2}^{II}(\ddot{\phi}\phi + \dot{\phi}^2 - \ddot{\psi}\psi - \dot{\psi}^2 + \ddot{\beta}\phi + \\
& + \dot{\beta}\dot{\phi} - \dot{\gamma}\psi - \dot{\gamma}\dot{\psi}) - J_{\xi_2u_2}^{II}(2\ddot{\theta}\phi + 2\dot{\theta}\dot{\phi} + \ddot{\psi} + \dot{\psi} + \ddot{\beta}\alpha + \dot{\beta}\dot{\alpha} + \ddot{\alpha}\phi + \\
& + \dot{\alpha}\dot{\phi}) - J_{\eta_2u_2}^{II}(\ddot{\phi} - 2\ddot{\theta}\psi - \ddot{\beta} - 2\dot{\theta}\dot{\psi} - \dot{\gamma}\alpha - \dot{\gamma}\dot{\alpha} - \ddot{\alpha}\psi - \dot{\alpha}\dot{\psi}) + \\
& + \frac{1}{8L_0^4}(2\bar{E}_{44}\theta + \bar{E}_{77}\xi_1 + \bar{E}_{10}\eta_1 - \bar{E}_{13}u_1 - \bar{E}_{19}\phi + \bar{E}_{20}\psi + 3\bar{E}_{25}\theta^2 + \bar{E}_{34}\xi_1^2 + \\
& + \bar{E}_{37}\eta_1^2 + \bar{E}_{40}u_1^2 + 2\bar{E}_{43}\theta\xi_1 + 2\bar{E}_{44}\theta\eta_1 + 2\bar{E}_{45}\theta u_1 - 2\bar{E}_{52}\theta\phi + 2\bar{E}_{53}\theta\psi + \\
& + \bar{E}_{54}\phi^2 + \bar{E}_{56}\psi^2 + \bar{E}_{59}\xi_1\eta + \bar{E}_{62}\xi_1u_1 + \bar{E}_{65}\eta_1u_1 + \bar{E}_{68}\xi_1\phi + \bar{E}_{69}\xi_1\psi - \\
& - \bar{E}_{71}\eta_1\phi + \bar{E}_{72}\eta_1\psi + \bar{E}_{74}u_1\phi + \bar{E}_{75}u_1\psi + \bar{E}_{77}\phi\psi) + H_{17}\dot{\theta} - H_{20}\dot{\xi}_1 + \\
& + H_{22}\dot{\eta}_1 - H_{26}\dot{\phi} - H_{27}\dot{\psi} = Q_\theta. \tag{9}
\end{aligned}$$

Как известно, для расчета и моделирования колебаний любой системы на ЭВМ, прежде всего, необходимо уравнение ее движения привести к машинному виду. Машинная запись системы уравнений движения отрезных суппортов и резцедержателя трубоотрезного станка 91A25, составленная на основании выражений (9) и числовых значений параметров, приведенных в работах [1, 2], имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -0,74(\ddot{\xi}_1 + 2\dot{u}_1\dot{\beta} - 2\dot{\eta}_1\dot{\alpha}) - 124\dot{x} - 41111x + 14000\gamma + 2,4 \operatorname{sign} \dot{x}; \\
\ddot{y} &= -0,70(\ddot{\eta}_1 + 2\dot{\xi}_1\dot{\alpha} - 2\dot{u}_1\dot{\gamma}) - 107\dot{y} - 418367y + 21121\beta - 1,9 \operatorname{sign} \dot{y}; \\
\ddot{z} &= -0,70(\ddot{u}_1 + 2\dot{\eta}_1\dot{\gamma} - 2\dot{\xi}_1\dot{\beta}) - 185,3\dot{z} + 326667z + 18222\alpha; \\
\ddot{\gamma} &= -0,90(\ddot{\Psi} + \dot{\theta}\dot{\phi}) + 0,2\dot{\beta}\dot{\alpha} + 1,1\dot{\phi}\dot{\alpha} - 0,8\dot{\alpha}\dot{\beta} - 0,7\dot{\theta}\dot{\beta} - 37\gamma - \\
& - 50000\gamma + 124340x - 65(\xi_1\alpha + \eta_1 - u_1\gamma); \\
\ddot{\beta} &= -0,90(\ddot{\phi} - \dot{\theta}\dot{\psi}) - 0,5\dot{\alpha}\dot{\gamma} - 0,8\dot{\alpha}\dot{\Psi} + 0,6\dot{\theta}\dot{\gamma} - 27\dot{\beta} - \\
& - 27000\beta + 232000y - 75(\eta_1\alpha - \xi_1 - u_1\beta); \\
\ddot{\alpha} &= -0,90(\ddot{\theta} - \dot{\Psi}\dot{\phi}) + \dot{\beta}\dot{\gamma} - 0,23\dot{\beta}\dot{\gamma} + 1,2\dot{\Psi}\dot{\beta} - 1,4\dot{\gamma}\dot{\phi} - \\
& - 40\dot{\alpha} - 196000\alpha + 282760z - 101(\xi_1\gamma + \eta_1\beta); \\
\ddot{\xi}_1 &= -\ddot{x} - 2\dot{u}_1\dot{\beta} + 2\dot{\eta}_1\dot{\alpha} - 152\xi_1 - 600000\xi_1 + 36800\Psi - \\
& - \alpha\gamma + \beta + 36(0,86 - 0,5\phi)\sin \Omega t - 2 \operatorname{sign} \dot{\xi}_1; \\
\ddot{\eta}_1 &= -\ddot{y} + 2\dot{u}_1\dot{\gamma} - 2\dot{\xi}_1\dot{\alpha} - 154\dot{\eta}_1 - 776471\eta_1 + 60000\phi - \\
& - 9,8(\alpha\beta + \gamma + 27(0,5\Psi - 0,86\theta)\sin \Omega t - 0,9 \operatorname{sign} \dot{\eta}_1); \\
\ddot{u}_1 &= -\ddot{z} - 2\dot{\eta}_1\dot{\gamma} + 2\dot{\xi}_1\dot{\beta} - 347\dot{u}_1 - 1173333u_1 + 27333\theta - \\
& - 10 + 30(0,5 + 0,86\phi)\sin \Omega t - 0,6 \operatorname{sign} \dot{u}_1; \\
\ddot{\Psi} &= -\ddot{\gamma} - \dot{\theta}\dot{\gamma} - \dot{\beta}\dot{\alpha} - 1,2(\dot{\phi}\dot{\theta} + \dot{\beta}\dot{\theta}) + 0,8(\dot{\theta}\dot{\phi} + \dot{\alpha}\dot{\phi}) - 40\dot{\Psi} - \\
& - 53000\phi + 270000\xi_1 + 265(0,5\eta_1 + \theta u_1 + 0,86\eta_1\phi)\sin \Omega t;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{\phi} &= -\ddot{\beta} + \dot{\theta}\dot{\Psi} + \dot{\gamma}\dot{\alpha} + 0,9(\dot{\Psi}\dot{\theta} + \dot{\gamma}\dot{\theta}) - 0,65(\dot{\Psi}\dot{\theta} + \dot{\alpha}\dot{\Psi}) - 30\dot{\phi} - \\
& - 95000\phi + 502500\eta_1 + 225(u_1 - 0,86\eta_1\Psi - 0,86\eta_1\theta)\sin \Omega t; \\
\ddot{\theta} &= -\ddot{\alpha} + \dot{\beta}\dot{\alpha} - 0,3\dot{\Psi}\dot{\phi} - 1,3\dot{\gamma}\dot{\phi} + 1,5(\dot{\phi}\dot{\Psi} + \dot{\beta}\dot{\Psi}) - 60\theta - \\
& - 322814\theta + 570000u_1 + 342(0,5\eta_1 - \psi u_{11} - 0,86\eta_1)\sin \Omega t. \tag{10}
\end{aligned}$$

Для шпиндельной бабки трубоотрезного станка 91A38 получаем следующие машинные уравнения:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -16\dot{x} - 10^5 3x + 5314\gamma + 9,5(0,86 - 0,5\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{y} &= -79,4\dot{y} - 10^5 \cdot 4,1y + 6825\beta + 9,5(0,5\gamma - 0,86\alpha)\sin \omega t; \\
\ddot{z} &= -83,3\dot{z} - 10^5 \cdot 7,2z + 4444\alpha + 9,5(0,5 + 0,86\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{\gamma} &= -97,4\dot{\gamma} - 10^5 \cdot 8,1\gamma + 88158x + 158(0,5y + \alpha z + 0,86y\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{\beta} &= -80\dot{\beta} - 10^5 \cdot 5,2\beta + 99000y + 138(z - 0,86y\gamma - 0,5y\alpha)\sin \omega t; \\
\ddot{\alpha} &= -57\dot{\alpha} - 10^5 \cdot 5,7\alpha + 55000z + 118(0,5y\beta - z\gamma - 0,86y)\sin \omega t. \tag{11}
\end{aligned}$$

Дифференциальные уравнения движения ползуна поперечно-строгального станка, на основании данных, заимствованных из работы [1], имеют вид:

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= -12,3\dot{x} - 2244900x + 17143\gamma + 32,7(0,86 - 0,5\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{y} &= -144,2\dot{y} - 1442308y + 577\beta + 15,4(0,5\gamma - 0,86\alpha)\sin \omega t; \\
\ddot{z} &= -90\dot{z} - 721622z + 541\alpha - 9,8 + 10,8(0,5 + 0,86\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{\gamma} &= -117\dot{\gamma} - 554000\gamma + 64615x + 123(0,5y + \alpha z + 0,86y\beta)\sin \omega t; \\
\ddot{\beta} &= -56,8\dot{\beta} - 721000\beta + 3700y + 99(z - 0,86y\gamma - 0,5y\alpha)\sin \omega t; \\
\ddot{\alpha} &= -75\dot{\alpha} - 300000\alpha + 10000z + 200(0,5y\beta - z\gamma - 0,86y)\sin \omega t. \tag{12}
\end{aligned}$$

Первоначальное исследование пространственных колебаний станков, согласно системы дифференциальных уравнений (9), проведено на АВМ. Окончательное исследование выполнено путем решения дифференциальных уравнений (10-12) на ЭВМ. Определены сочетания параметров системы станка, обеспечивающие ей устойчивые пространственные колебания с наименьшими амплитудами, влияние отдельных параметров системы на характер колебательных процессов.

В результате расчета на ЭЦВМ построены графики колебаний отрезных суппортов и резцедержателя трубоотрезного станка 91A25. Весьма сложную пространственную форму колебаний имеет резцедержатель трубоотрезного станка, закрепленный к заднему отрезному суппорту. Амплитуда колебаний режущей кромки в направлении оси z в зоне основного резонанса достигает до 138мкм. Как видно из рисунка 3, амплитуда колебаний резцедержателя в областях первого и второго резонансов заметно уменьшается с увеличением значения коэффициента жесткости соединительных элементов в направлении оси z , а после достижения значения $K=178 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{м}^{-1}$ незначительно увеличивается.

Анализ колебаний суппорта трубоотрезных станков при его движении в направлении подачи режущего инструмента показывает, что одним из основных факторов, влияющих на уровень вибрации, являются демпфирующие характеристики неподвижных стыков (см. рисунок 3). При этом немаловажную

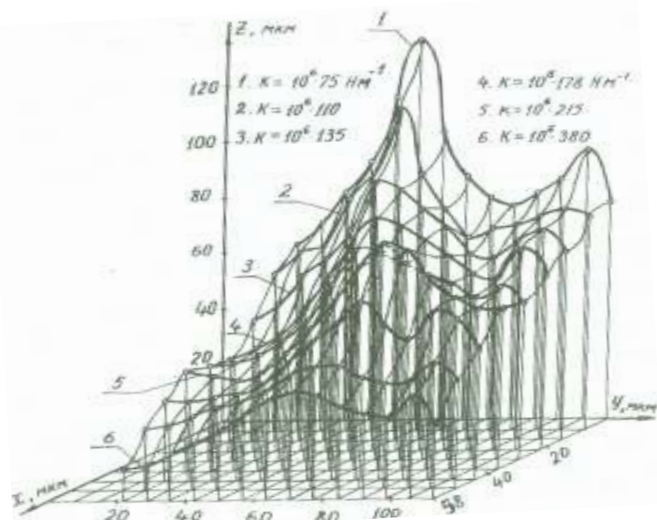


Рисунок 3 – Пространственные колебания резцедержателя трубоотрезного станка 91А25 при различных значениях коэффициента жесткости соединительных элементов в направлении оси Z

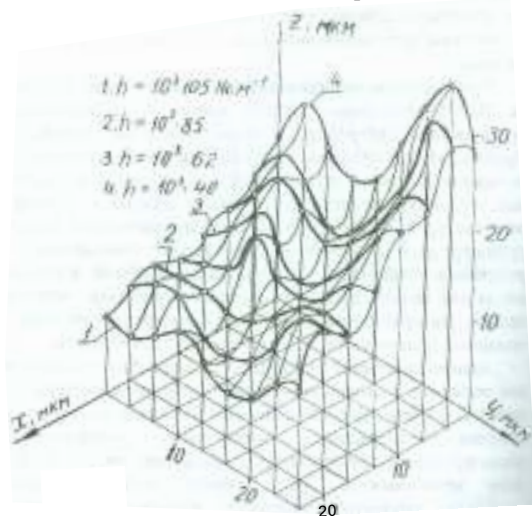


Рисунок 4 – Пространственные колебания отрезного суппорта станка 91А25 при различных значениях коэффициента вязкого сопротивления в направлении оси Z

роль играют также изменения жесткости элементов соединения, изменение ориентации силы резания и точки её приложения. Изменение конструкций отрезных суппортов и расположения отрезных резцов по предложенной нами схеме оказывают положительное влияние на виброустойчивость трубоотрезных станков.

Теоретические и экспериментальные исследования и моделирования на ЭВМ показывают, что в металлорежущих станках из-за перекачки энергии между обобщенными координатами системы станка можно появления периодических или почти периодических колебаний в зоне основного, суб- и супергармонического резонансов, которые могут быть обнаружены только при нелинейной постановке и решении подобных задач.

Выводы:

1. Несущие узлы машин совершают пространственные колебания, главной причиной которых является наличие нелинейных связей между упругой системой системы и рабочими процессами.
2. Разработана и реализована методика исследования пространственных нелинейных колебаний несущих узлов машин; изучены условия возникновения, развития и взаимного влияния пространственных колебаний машин и критерий устойчивости движения в резонансных и нерезонансных режимах работы.
3. Эффективными способами снижения интенсивности пространственных колебаний машин при резонансе для заданного уровня возбуждения являются повышение жесткости, увеличение вязкого сопротивления и расстройки частот системы.
4. В металлорежущих станках из-за перекачки энергии между обобщенными координатами системы станка возможны появления периодических или почти периодических колебаний в зоне основного суб- и супергармонического резонансов.
5. Изучение пространственных колебаний машин в более строгой постановке вырабатывает комплексный подход к исследованию их динамики технологии обработки и является реальной основой создания высокоэффективного оборудования, соответствующего современным требованиям техники.

Список литературы: 1. Самидов Х.С., Самидов Э.Х. Динамика и оптимальное конструирование машин. – Баку: Изд. "Нурлан", 2003. – 622с. 2. Самидов Х.С. Пространственные колебания несущих узлов металлорежущих станков // Материалы II Всесоюзного съезда по ТММ. – Ч.2. – К.: Наука, 1982. – 119с. 3. Вибрации в технике. Справочник в 6 томах. – М.: Машиностроение, 1976-1980. – Т.1. – 352с., Т.6. – 456с. 4. Самидов Х.С. Оптимизация переходных процессов электромеханических систем машин и её физическая реализуемость // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2010. – №26. – С.124-134. 5. Виттенберг И. Динамика систем твёрдых тел: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 292с.

Поступила в редколлегию 20.04.12

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., проф., главн. инженер проекта
КО РС ПАО НКМЗ, Краматорск;
Г.С. СУКОВ, к.э.н., ген. директор ПАО НКМЗ;
М.Г. СУКОВ, начальник производства ПАО НКМЗ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ГИБКОГО КОЛЕСА КРУПНОЙ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Рассмотрено напряженно-деформированное состояние гибкого колеса крупной волновой передачи привода рудоразмельной мельницы. Деформации гибкого колеса определены методом конечных элементов, напряженное состояние установлено экспериментально, методом тензометрии. Получена удовлетворительная сходимость результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Розглянуто напружено-деформований стан гнучкого колеса великої хвильової передачі приводу рудоразмельного млина. Деформації гнучкого колеса визначені методом кінцевих елементів, напружене стан установлений експериментально, методом тензометрії. Отримано задовільну збіжність результатів теоретичних і експериментальних досліджень.

It is considered tensely-deformed condition of a flexible gear of large wave transmission of a drive crushing mill. Strains of a flexible gear defined by a finite element method, the tension is established experimentally, a method tensometry. Satisfactory convergence of results theoretical and experimental researches is received.

Одним из наиболее эффективных способов повышения нагрузочной способности машин и агрегатов является применение многопоточных конструктивных схем, в т. ч. с гибкими звеньями, упругие деформации которых упрощают технику дифференцирования силовых потоков. Многократно снижаются нагрузки на зубья, минимизируются габариты и металлоёмкость механического привода. Существующие передачи с гибкими звеньями обладают сравнительно низкой нагрузочной способностью – преимущественно до 5 КН·м. В процессе исследования и освоения крупных волновых передач на "НКМЗ", наличие масштабного фактора вызвало существенные изменения соотношений геометрических и силовых параметров волновой передачи с деформациями гибкого звена. Проявились новые свойства не характерные для небольших волновых передач: осевые силы, повышенные энергетические потери, заклинивание и проскок зубьев в зацеплении. В известных работах Цейтлина [1], Шувалова [2], Гинзбурга [3], Ковалёва [4], Волкова [5], Иванова [6], др. авторов, эти вопросы не нашли должного решения.

Одним из негативных проявлений масштабного фактора служит интерференция зубьев, представляющая наиболее значимые аспекты теории зубчатых зацеплений, определяющая геометрические условия существования зубчатой пары. При модуле зубьев 1,5÷2мм, крутящих моментах в десятки т·м, упругие деформации гибкого колеса превышают зазоры в зацеплении, вызывая интерференцию зубьев 2^{го} рода. В своё время спроектированные по известным методикам и изготовленные на ПАО НКМЗ крупные волновые редукторы, по этой причине оказались не работоспособны.

Главным звеном волновой передачи, требующим особого внимания с точки зрения жёсткости и ресурса работы, является гибкое колесо, которое непре-

менно деформируется под действием генератора волн. Учитывая особое влияние деформаций на интерференцию зубчатого зацепления волновой передачи, определим перемещения оболочки гибкого колеса.

Гибкое колесо преобразует вращение генератора волн в волновое движение гибкого зубчатого венца, составляющая вращения которого отбирается посредством оболочки и через шлицы передаётся на выходной вал. Гибкое колесо рассматриваем как тонкостенную цилиндрическую оболочку длиной l с гибким зубчатым венцом шириной b_1 на одном конце и шлицами шириной b_2 на противоположном. Отношение толщины оболочки h к диаметру окружности, делящей стенку оболочки пополам $2a$, составляет 0,012. Оболочка представляет часть гибкого колеса свободную от внешней нагрузки, передающую крутящий момент на шлицы. Демпфирование оболочки сглаживает влияние пиковых нагрузок при передаче крутящего момента и выравнивает распределение сил в кинематических парах.

Крутящий момент формируется дисками генератора волн на участке гибкого зубчатого венца и передаётся касательными усилиями, распределёнными по торцу оболочки не равномерно вследствие неравномерной деформации зубчатого венца. Неравномерность этих усилий выравнивается оболочкой. Напряженное состояние оболочки рассматриваем как поле возмущений, вследствие краевого эффекта у торца оболочки, наложенное на поле касательных напряжений, при равномерном распределении касательных усилий по торцу оболочки. Наличие поля возмущений, вызванное неравномерной деформацией торца оболочки, во многом определяет её прочностные свойства. Неравномерная деформация гибкого колеса в окружном направлении является определяющей, т.к. значительно превышает его продольную деформацию.

Задачей данного исследования является определение поля напряжений в оболочке гибкого колеса с целью оптимизации его конструктивных параметров.

Расчётная схема гибкого колеса представлена на рисунке 1. Радиальные усилия передаваемые гибкому колесу со стороны генератора волн, передаются по линии их совместного контакта. Заменим распределённую радиальную нагрузку сосредоточенными силами P_0 (рисунок 2).

Ввиду симметрии нагрузки и деформации гибкого колеса, ограничимся расчётом одной четверти последнего, разобьём на конечные элементы. Каждый конечный элемент представляет часть цилиндрической оболочки в плане прямоугольной формы неодинаковых размеров, меньших в контакте гибкого колеса с генератором волн, больших – где контакт отсутствует. Такой выбор конечных элементов обусловлен потребностью более глубокого анализа зоны контакта.

В качестве исходных данных расчётной модели приняты: номера конечных элементов, номера узлов, их координаты, жёсткости конечных элементов, наложенные связи, величины нагрузок приложенных в узлах конечных элементов. Результаты выполненных расчётов представляют радиальные перемещения узлов конечных элементов четверти оболочки гибкого колеса, приведенные на рисунках 3-5. Из графиков радиальных перемещений гибкого колеса определяем, что контакт гибкого колеса с генератором волн проходит по линии $b-b$, среднее радиальное перемещение которой

$$w_{b-b} = \frac{w_{56} + w_{63}}{2} = \frac{1,504 + 1,495}{2} \approx 1,5 \text{ мм.}$$

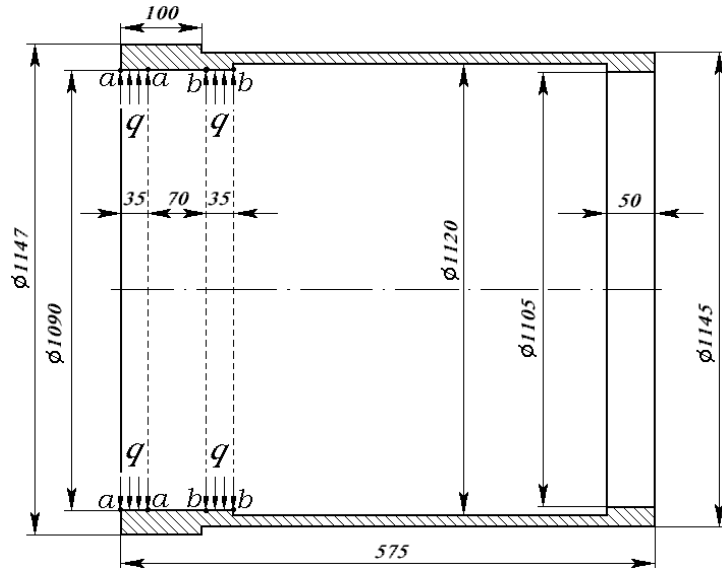


Рисунок 1 – Расчётная модель гибкого колеса

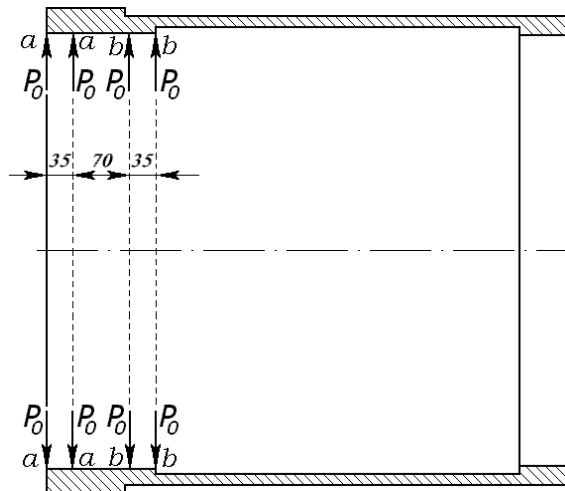


Рисунок 2 – Модификация расчётной модели гибкого колеса

Экспериментальные исследования проводились на волновом редукторе В3-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т (рисунок 6). Интервал наклейки тензорезисторов на внешней поверхности гибкого колеса составляет Δ=30мм. Для изоляции от

масляной ванны тензорезисторов, смонтированных на гибком колесе волнового редуктора, использовалось комбинированное синтетическое герметичное покрытие. Результаты тензометрии гибкого колеса волнового редуктора В3-1120А представлены графически (рисунки 7-12).

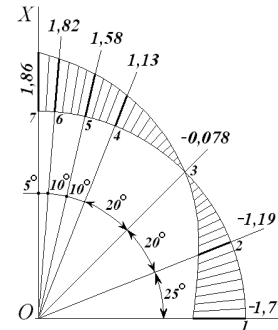


Рисунок 3 – Радиальные перемещения правого торца гибкого колеса

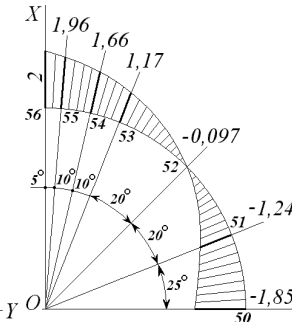


Рисунок 4 – Радиальные перемещения границы контакта гибкого колеса

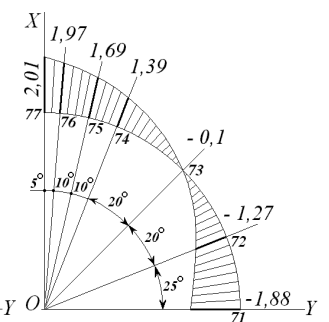


Рисунок 5 – Радиальные перемещения левого торца гибкого колеса

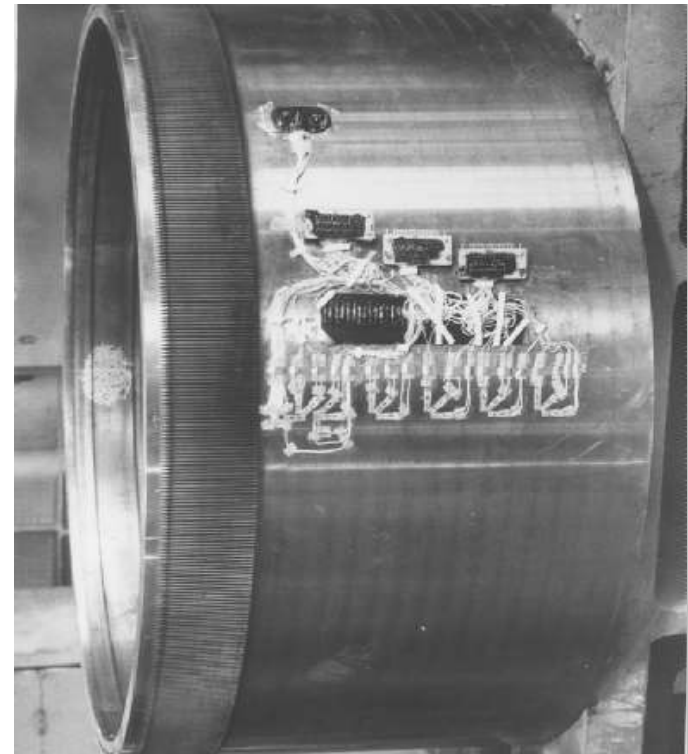


Рисунок 6 – Гибкое колесо волнового редуктора В3-1120А с тензорезисторами

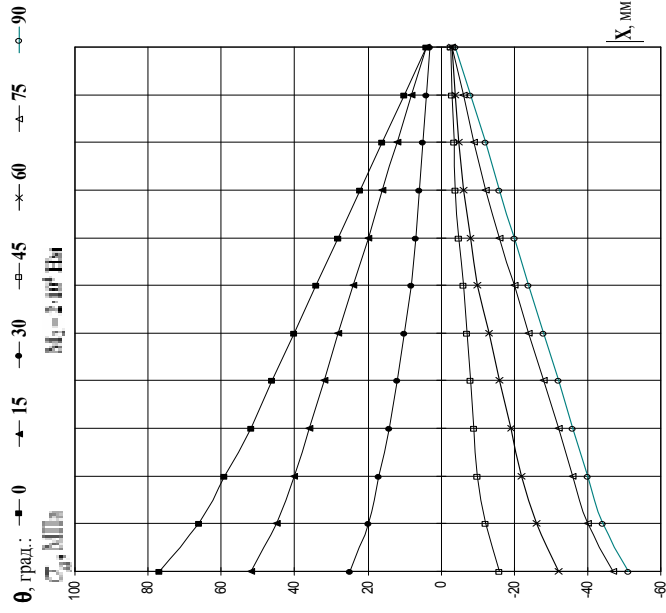


Рисунок 7 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности обложки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ , при нагрузке $M_2=2 \cdot 10^4$ Нм

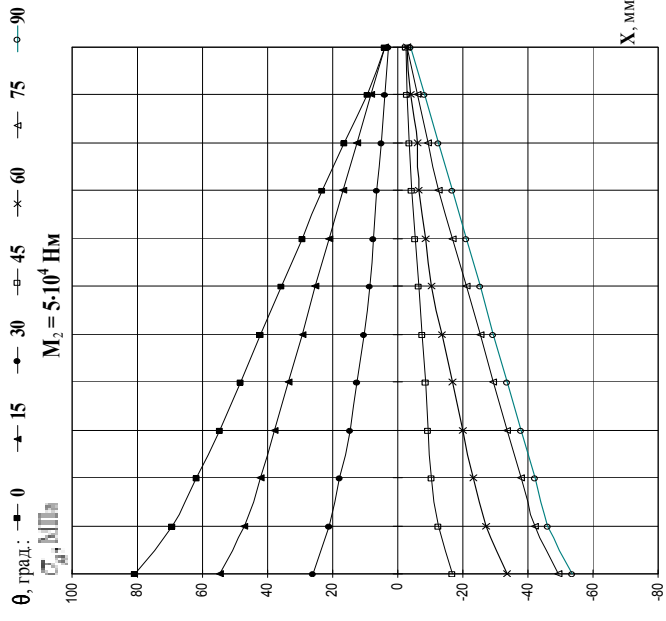


Рисунок 8 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности обложки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ , при нагрузке $M_2=5 \cdot 10^4$ Нм

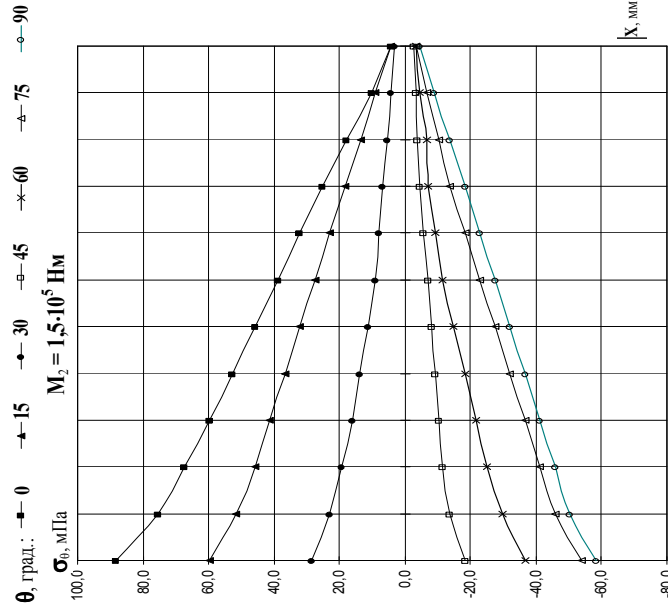


Рисунок 9 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности обложки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ , при нагрузке $M_2=1,5 \cdot 10^5$ Нм

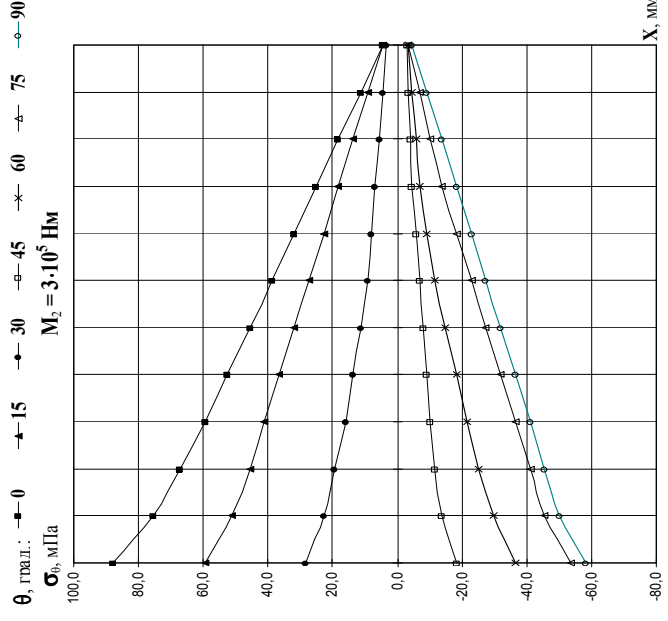


Рисунок 10 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности обложки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ , при нагрузке $M_2=3 \cdot 10^5$ Нм

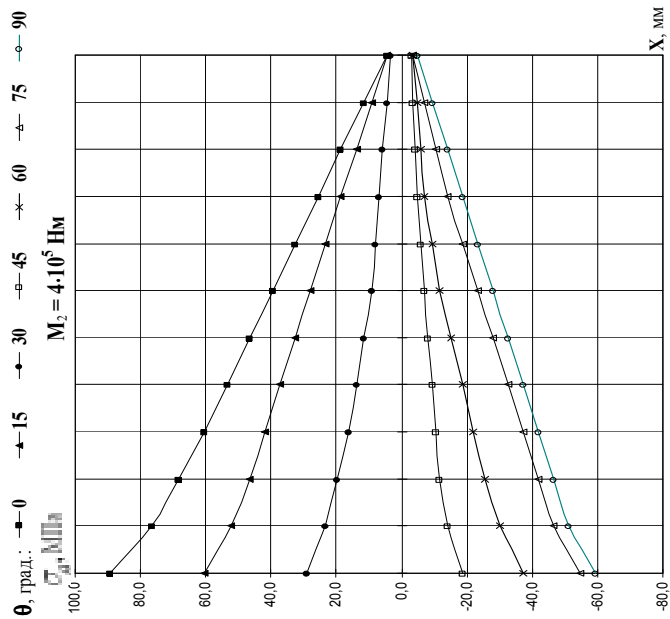


Рисунок 11 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ при нагрузке $M_2=4 \cdot 10^5$ Н·м

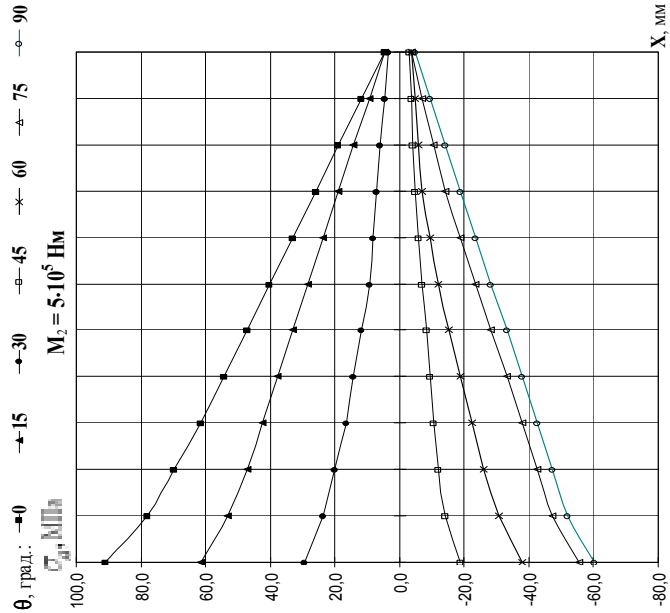


Рисунок 12 – Окружные напряжения σ_θ (МПа) на внешней поверхности оболочки гибкого колеса волнового редуктора ВЗ-1120А рудоразмольной мельницы МГР 5500×7500, объёмом 160м³, массой загружаемой руды 220т, в зависимости от расстояния X до зубчатого венца, при различных фиксированных значениях угла отклонения от большой оси генератора волн θ при нагрузке $M_2=5 \cdot 10^5$ Н·м

УДК 621.833

В.Н. ТКАЧЕНКО, к.т.н., доцент каф. ДМ и ПМ НТУ "ХПИ", Харьков

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ГИБКОМ КОЛЕСЕ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ДИСКОВЫМ ГЕНЕРАТОРОМ

В статье приводятся результаты исследования влияния вращающегося момента на выходе волновой зубчатой передачи с дисковым генератором волн на напряжения изгиба в зубчатом венце гибкого колеса. Проанализировано влияние угла охвата дисков генератора гибким колесом.

У статті наведені підсумки досліджень впливу обертаючого моменту на виході хвильової зубчатої передачі з дисковим генератором хвиль на напруження згину в зубчастому вінці гнучкого колеса. Проаналізовано вплив кута охоплення дисків генератора гнучким колесом.

In article presents the results of investigations of the influence of torque at the output of the wave gear drive with a disk generator waves at the tension in the flexible wheels. The influence of the initials angle of coverage of the generator flexible wheel drive.

Измерение деформированного состояния гибкого колеса производилось при частоте вращения ведущего вала $1,667\text{с}^{-1}$ и нагрузочных моментах на ведомом валу редуктора $M_2=(0,2; 0,5; 1,5; 3; 4; 5) \times 10^5 \text{Н}\cdot\text{м}$. По данным экспериментальных исследований определены компоненты деформации внешней поверхности гибкого колеса: вдоль образующей ε_x ; в окружном направлении ε_θ , под углом 45° к направлениям X и θ , ε_{45° . Результирующими оказались окружные напряжения σ_θ , представленные на графиках (рисунки 7-12).

Расхождения полученных данных теоретических и экспериментальных исследований напряжённо-деформированного состояния гибкого колеса волновой передачи не превышают 6%, что свидетельствует о достоверности результатов выполненных исследований.

Выполненные исследования позволяют уточнить деформации гибкого колеса под действием генератора волн, что необходимо для устранения интерференции зубьев и оптимизации соотношения параметров крупных волновых зубчатых передач. На основании полученных результатов выполненных исследований, в целях совершенствования конструктивных факторов гибкого колеса по критериям несущей способности и ресурса работы, рекомендовано снизить толщину гибкого колеса на 25...30%.

Список литературы: 1. Цейтлин Н.И., Михеев М.Б. Определение податливости диафрагмы гибкого колеса – стакана волновой зубчатой передачи // Волновые передачи: Сб. тр. – М.: Станкин, 1978. – Вып.4. – С.153-165. 2. Шувалов С.А., Горелов В.Н. Исследование напряжений в гибком зубчатом венце методом конечных элементов // Вестник машиностроения. – 1983. – №1. – С.10-12. 3. Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи. – Л.: Машиностроение, 1969. – 160с. 4. Ковалёв Н.А. Общие основы теории передач гибкими колёсами // Машиноведение. – 1977. – №5. – С.59-65. 5. Волков Д.П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. – К.: Техника, 1976. – 224с. 6. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184с.

Поступила в редколлегию 24.04.12

Напряжения от изгиба зубчатого венца гибкого колеса волновой зубчатой передачи с дисковым генератором волн деформации существенно зависят от величины крутящего момента на выходном валу передачи. В отличие от генератора волн принудительной деформации, в волновой передаче с дисковым генератором гибкое колесо входит в контакт с поверхностями дисков по части периметра гибкого колеса, а не по всему периметру. При закручивании гибкого колеса крутящим моментом изменение первоначальной формы радиальной деформации $W(\theta)$ значительно больше, чем в передаче с генератором принудительной деформации. В результате этого экстремальные напряжения, возникающие в зубчатом венце на вершине и впадине волны от его деформации генератором волн – σ_1 и σ_2 существенно возрастают с увеличением передаваемого крутящего момента. Вычислить эти напряжения можно, если известна зависимость радиальных перемещений $W(\theta)$ по периметру зубчатого венца гибкого колеса.

Аналитическое определение указанной зависимости $W(\theta)$ связано с необходимостью учета многих факторов, в том числе и износа рабочих поверхностей зубьев гибкого и жесткого колес, что существенно влияет на точность конечных результатов.

Экспериментальное определение радиальных перемещений [1] проводилось для волновых зубчатых передач с вариацией угла охвата диска генератора волн гибким колесом и при различных величинах передаваемых крутящих моментов. Кроме того, испытывались передачи с различными относительными толщинами гибкого колеса в диапазоне изменения h/d от 0,008 до 0,0144. Здесь h и d – толщина и внутренний диаметр гибкого колеса.

Вычисление напряжений изгиба с последующей проверкой полученных результатов расчетом тензометрированием позволили установить зависимости этих напряжений от величины приложенного к гибкому колесу крутящего момента, и от величины начального угла охвата дискового генератора гибким колесом.

По результатам расчетов и тензометрирования были построены соответствующие графики (рисунки 1 и 2). Полученные зависимости позволяют определять напряжения σ_1 и σ_2 при различных величинах крутящих моментов на выходе волновой передачи в передачах с углами охвата генератора волн гибким колесом от 40° до 75° .

Для того чтобы графики на рисунках 1 и 2 можно было использовать при расчетах передач различных размеров, степень формоизменения гибкого колеса под нагрузкой надо оценивать не по абсолютному T , а по относительному, безразмерному крутящему моменту $\bar{T} = 4T/d^2h \cdot E$. Соотношение h/d испытываемой передачи по рекомендациям [2]. Здесь d – диаметр гибкого колеса, h – его толщина, E – модуль упругости.

Степень влияния передаваемого момента на напряжения σ_1 и σ_2 уменьшается с увеличением угла охвата дисков генератора волн гибким колесом, что можно объяснить увеличением длины линии контакта гибкого колеса с дисками.

На рисунках $\bar{\sigma} = \sigma(\bar{T})/\sigma_0$ – относительные напряжения изгиба, $\sigma(T)$ – напряжения, как функция от крутящего момента на выходе передачи, σ_0 – напряжения от изгиба колеса генератора волн.

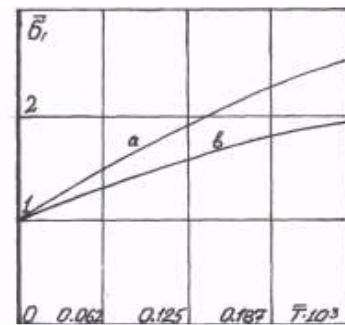


Рисунок 1 – Зависимость $\bar{\sigma}_1$ от \bar{T}

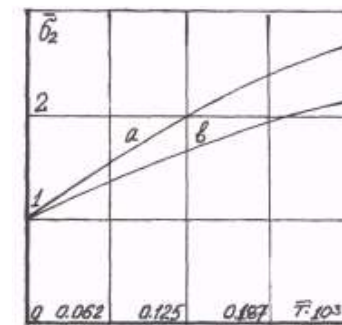


Рисунок 2 – Зависимость $\bar{\sigma}_2$ от \bar{T}

Тензорезистивные датчики на гибком колесе располагались на расстоянии 3...5мм от зубчатого венца, а замеры радиальных перемещений проводились на сферформированном генератором волн торце гибкого колеса.

Переменная изгибная жесткость зубчатого венца в окружном направлении приводит к росту напряжений. Очевидно, что, начиная с какой-то высоты зуба, его вершина перестает эффективно участвовать в деформации изгиба зубчатого венца. Исследования, проведенные поляризационно-оптическим методом [3] и послойным сошлифовыванием вершин зубьев [4], показали, что в изгибе зубчатого венца эффективно участвует высота зуба на уровне $(0,5 \dots 0,45)t$, где t – модуль зуба.

Влияние переменной изгибной жесткости учитывается коэффициентом $K_{жс}$, так, что $\sigma_{зуб} = \sigma \cdot K_{жс}$.

Для проверки гибкого зубчатого колеса на изгибную выносливость следует учитывать эффект концентрации напряжений во впадинах между зубьями венца гибкого колеса по методике [5].

По предлагаемой методике были рассчитаны напряжения в гибком колесе волновой передачи с дисковым генератором волн деформации, отличающейся от испытанных передач как по диаметру гибкого колеса, так и по относительной толщине в пределах рекомендаций [2]. Предлагаемые графики получены для гибких колес диаметром $d=185$ мм. Рассчитываемая передача с внутренним диаметром гибкого колеса 118мм.

Удовлетворительное совпадение результатов с относительной погрешностью до 14% дает основание рекомендовать их для определения напряжений в гибком колесе волновой передачи с дисковым генератором волн под нагрузкой.

Список литературы: 1. Ткаченко В.Н. Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи под нагрузкой // Тр. 9-й Междунар. научно-техн. конф. "Физические и компьютерные технологии. – Харьков, 2004 – 154с. 2. Волновые механические передачи. Методические рекомендации. – М.: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1976. – 81с. 3. Динович М.Я. и др. Жесткость обода прямозубого цилиндрического зубчатого колеса // Вестник машиностроения. – 1975 – №6 – С.30-35 4. Ткаченко В.Н. и др. Определение напряжений изгиба в зубчатом венце гибкого колеса волновой передачи // Сборник "Детали машин". – Вып.29. – Киев, 1979. – С.60-63. 5. Ткаченко В.Н. Анализ методик расчетов выносливости гибких зубчатых колес волновых передач // Вестник НТУ "ХПИ". – 2007. – №17. – С.85-88.

Поступила в редколлегию 04.04.12

Н.Л. УТУТОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, Луганск;
Н.В. КОРОБКА, аспирантка каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

УРАВНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ГЛОБОИДНО-ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ НОВИКОВА

В статье получены уравнения поверхностей головок и ножек зубьев передачи Новикова с двумя линиями зацепления, составленной из ведущего глобоидного зубчатого колеса и ведомого цилиндрического косозубого.

У статті отримані рівняння поверхонь головок і ніжок зубців передачі Новикова з двома лініями зацеплення, складеної з ведучого глобоїдного зубчастого колеса і веденого циліндричного косозубцевого.

In the article equalizations of surfaces of points of tooth and tooth roots of Novikov's transmission with two lines of contact, made from the anchorman of globoid gear-wheel and slave cylindrical spiral gear-wheels was got in this article.

Постановка проблемы. Зубчатые передачи с перекрещивающимися осями вращения находят применение в разных областях машиностроения в большинстве случаев в качестве кинематических. В последнее время проводятся исследования в целях повышения их нагрузочной способности и улучшения других показателей этих передач. Имеется ряд работ по исследованию гиперboloидных, цилиндрико-гиперboloидных и других синтезированных методом огибания. При этом предложен ряд исходных контуров для повышения нагрузочной способности этих передач. Однако глобоидно-цилиндрические зубчатые передачи Новикова не рассмотрены.

Целью статьи является получение уравнений поверхностей зубьев глобоидно-цилиндрических передач с двумя линиями зацепления Новикова, образованных по методу, разработанному М.Л. Новиковым.

Основной текст. Рассмотрим передачу, у которой ведущее колесо глобоидное, а ведомое цилиндрическое косозубое (см. рисунок).

Рассмотрим центроид:

– ведущего колеса:

$$r_1 = r_0(1 + u - u \cos \varphi_2^*), \quad (1)$$

– ведомого:

$$r_2 = r_1 u, \quad (2)$$

где u – передаточное число передачи; r_{10} – радиус центроида в среднем сечении глобоидного колеса,

$$r_{10} = \frac{a_w}{2(1 + u)}, \quad (3)$$

φ_2^* – половина угла обхвата аксоидом ведущего колеса аксоида ведомого колеса:

$$\varphi_2^* = \arcsin\left(\frac{3\pi m_n \sin \beta_1}{d_2}\right), \quad (4)$$

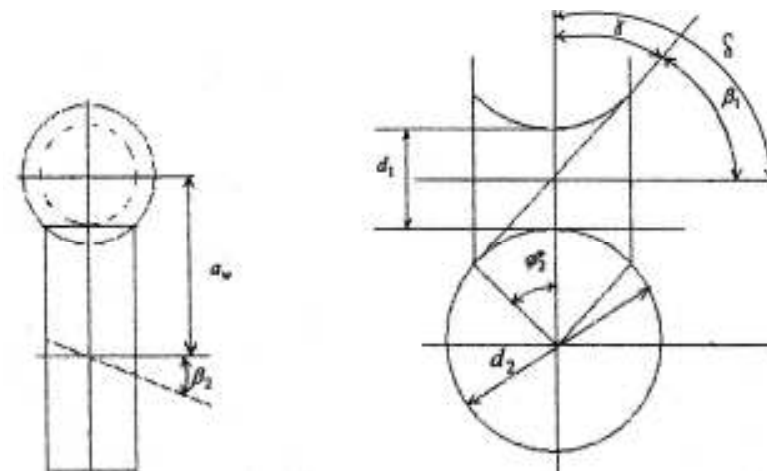


Рисунок – Кинематическая схема глобоидно-цилиндрической зубчатой передачи: d_0 – диаметр центроида ведущего колеса (глобоидного) в среднем сечении; d_2 – диаметр центроида ведомого (цилиндрического) колеса; a_w – межосевое расстояние передачи; β_1 и β_2 – углы наклона зубьев на ведущем и ведомом колесах соответственно; δ – угол перекрещивания осей вращения колес; φ_2^* – половина угла обхвата ведущим колесом (глобоидным) ведомого (цилиндрического)

d_2 – диаметр начальной окружности ведомого колеса; m_n – модуль нормальный передачи; β_1 – угол наклона зубьев на ведущем колесе,

$$\beta_1 = \delta - \beta_2, \quad (5)$$

δ – угол перекрещивания осей вращения в передаче; β_2 – угол наклона зубьев на ведомом колесе,

$$\cos \beta_2 = \frac{a_{wp}}{a_w}, \quad (6)$$

a_{wp} – расчетное межосевое расстояние, определяем по известной методике для цилиндрических колес; a_w – межосевое расстояние передачи принятое по рекомендациям стандарта как ближайшее большее по величине для цилиндрических передач; γ – угол подъема линии зубьев на глобоидном колесе,

$$\gamma = \beta_2. \quad (7)$$

Модуль нормальный передачи:

$$m_n = (0,01 \dots 0,02)a_w. \quad (8)$$

Ширина ведущего колеса:

$$b_1 = 3\pi m_n \sin \beta_1. \quad (9)$$

Уравнения винтовых линий на аксоидах:

– ведущего:

$$x_{11} = r_1 \cos \varphi_1; \quad y_{11} = r_1 \sin \varphi_1; \quad z_{11} = r_1 \varphi_1 \operatorname{ctg} \gamma, \quad (10)$$

– ведомого:

$$x_{22} = r_2 \cos \varphi_2; \quad y_{22} = -r_2 \sin \varphi_2; \quad z_{22} = r_2 \varphi_2 \operatorname{tg} \gamma, \quad (11)$$

где φ_1 и φ_2 – углы поворота ведущего и ведомого колес соответственно.

Введем прямоугольную систему координат. Системы $O_1X_{11}Y_{11}Z_{11}$ и $O_2X_{22}Y_{22}Z_{22}$ связаны соответственно с ведущим и ведомым колесами. Оси O_1Z_{11} и O_2Z_{22} направим по осям вращения ведущего и ведомого колес соответственно, оси O_1X_{11} и O_2X_{22} – в сторону кратчайшего расстояния между осями колес.

Для описания поверхностей зубьев применим режущий инструмент с исходным контуром ГОСТ 15023-69, у которого профилирующая часть очерчена дугами окружностей. Уравнения этих режущих кромок в системе координат инструмента:

– для головок зубьев,

$$x_{u1} = R_1 \cos \lambda_1; \quad y_{u1} = R_1 \sin \lambda_1; \quad z_{u1} = 0, \quad (12)$$

– для ножек зубьев,

$$x_{u2} = R_2 \cos \lambda_2; \quad y_{u2} = R_2 \sin \lambda_2; \quad z_{u2} = 0. \quad (13)$$

Здесь R_1 и R_2 – радиусы вогнутого и выпуклого профилей зубьев соответственно для нарезания головок и ножек зубьев соответственно; λ_1 и λ_2 – параметры профилей зубьев.

В целях компенсации ошибок изготовления и монтажа зубчатых передач задается в исходном контуре разница радиусов профилирующих окружностей зубьев

$$\Delta R = R_2 - R_1 > 0. \quad (14)$$

Перемещая вдоль винтовых линий профилирующий инструмент (круги) с радиусами R_1 и R_2 таким образом, чтобы единичный вектор \bar{n} образующего круга совпадал по направлению с касательной $\bar{\tau}$ к винтовой линии, описываемой центром образующего круга на начальном цилиндре, получим круговинтовые профили в нормальном сечении. Такие винтовые поверхности нашли широкое применение для образования рабочих поверхностей зубьев в передачах Новикова с двумя линиями зацепления. Они могут быть нарезаны одним и тем же инструментом независимо от величины угла наклона зубьев

В процессе нарезания зубьев глобоидного и цилиндрического колес две производящие поверхности (12) и (13) остаются жестко связанными между собой и воспроизводят поверхности зубьев каждого из колес.

Известно [1], что торцовый профиль зубьев, нарезанный исходным контуром с окружностями в нормальном сечении, несколько отличается от окружностей. Получаемые при этом отклонения [3] незначительны и поэтому с ними практически не считаются. Тем более, что профили зубьев такого зацепления быстро прирабатываются. На этом основании для практических расчетов можно применять круговинтовую поверхность с окружностью в торцовом сечении.

Учитывая упомянутые выше основания, запишем уравнения поверхности головки зуба ведущего колеса в системе $O_1X_{11}Y_{11}Z_{11}$ для ведущего колеса:

$$\begin{aligned} x_{11} &= (r_1 + R_1 \cos \lambda_{11}) \sin(\varphi_{11} + \varphi_1) + R_1 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) \sin \lambda_{11} \cos \beta_1; \\ y_{11} &= (r_1 + R_1 \cos \lambda_{11}) \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) - R_1 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1) \sin \lambda_{11} \cos \beta_1; \\ z_{11} &= p \varphi_1 \operatorname{ctg} \gamma - R_1 \sin \lambda_{11} \sin \gamma, \end{aligned} \quad (15)$$

в этой же системе координат уравнения поверхности ножки зуба ведущего колеса:

$$\begin{aligned} x_{12} &= (r_1 + R_2 \cos \lambda_{12}) \sin(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) + R_2 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) \sin \lambda_{12} \cos \beta_1; \\ y_{12} &= (r_1 + R_2 \cos \lambda_{12}) \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) - R_2 \cos(\varphi_{11} + \varphi_1 - \xi_1) \sin \lambda_{12} \cos \beta_1; \\ z_{12} &= p(\varphi_1 \operatorname{ctg} \gamma - \xi_1) - R_2 \sin \lambda_{12} \sin \gamma. \end{aligned} \quad (16)$$

Уравнения поверхностей головок зубьев ведомого колеса в системе $O_2X_{22}Y_{22}Z_{22}$ представим в виде:

$$\begin{aligned} x_{21} &= (r_2 + R_1 \cos \lambda_{21}) \sin(\varphi_{22} + \varphi_2) + R_1 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) \sin \lambda_{21} \cos \beta_2; \\ y_{21} &= (r_2 + R_1 \cos \lambda_{21}) \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) - R_1 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2) \sin \lambda_{21} \cos \beta_2; \\ z_{21} &= p \varphi_2 \operatorname{tg} \gamma - R_1 \sin \lambda_{21} \sin \gamma. \end{aligned} \quad (17)$$

В этой же системе координат уравнение поверхностей ножек зубьев ведомого колеса будет иметь вид:

$$\begin{aligned} x_{22} &= (r_2 + R_2 \cos \lambda_{22}) \sin(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) + R_2 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) \sin \lambda_{22} \cos \beta_2; \\ y_{22} &= (r_2 + R_2 \cos \lambda_{22}) \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) - R_2 \cos(\varphi_{22} + \varphi_2 - \xi_2) \sin \lambda_{22} \cos \beta_2; \\ z_{22} &= p(\varphi_2 \operatorname{tg} \gamma - \xi_2) - R_2 \sin \lambda_{22} \sin \gamma. \end{aligned} \quad (18)$$

В этих уравнениях p – параметр винта центральной винтовой линии; $\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{21}, \lambda_{22}$ – независимые переменные, углы поворота радиусов профилирующих окружностей; φ_{11} и φ_{22} – углы, определяющие положение торцевых сечений головок зубьев с торцовой плоскостью ведущего и ведомого колес; ξ_1 и ξ_2 – углы, определяющие положение профилей ножек зубьев относительно профилей головок этих зубьев в торцевой плоскости поверхностей зубьев ведущего и ведомого колес соответственно.

Системы (15)...(18) являются уравнениями круговинтовых поверхностей с окружностью в сечении, расположенном под углом γ к торцовой плоскости.

Если угол γ равен нулю, то приведенные выше уравнения представляют собой уравнения поверхностей зубьев с окружностью в торцовом сечении. При этом радиус кривизны профилей выпуклых участков зубьев должен находиться на основной винтовой линии, а радиус профилей вогнутых участков зубьев – сдвинут от оси симметрии (основной винтовой линии) по линии угла давления на величину ΔR , которую выбирают исходя из допусков на возможное отклонение межосевого расстояния передачи.

Уравнения (15)...(18) описывают круговинтовые поверхности зубьев на колесах глобоидно-цилиндрической передачи с двумя линиями зацепления Новикова.

Выводы. Зубчатые глобоидно-цилиндрические передачи с двумя линиями зацепления обладают более высокими показателями нагрузочной способности в сравнении с другими передачами, зубья в которых нарезаны методом огибания. В передаче с зацеплением Новикова глобоидно-цилиндрическим колесом лучше условие смазки и меньше трение скольжения за счет перекатывания зубьев друг по другу. В результате эти передачи смогут успешно работать в качестве силовых.

Список литературы: 1. Новиков М.Л. Зубчатые передачи с новым зацеплением / М.Л. Новиков. – М.: Изд-во ВВИА им. Жуковского, 1956. – 186с. 2. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова / А.В. Павленко, Р.В. Федякин, А.В. Чесноков. – Киев: Техніка, 1978. – 144с. 3. Теория зацепления Новикова / Н.Н. Краснощеков, Р.В. Федякин, А.В. Чесноков. – М.: Наука, 1976. – 174с.

Поступила в редколлегию 21.04.12

УДК 539.3: 621.897

С.В. ШИЛЬКО, к.т.н., доц., зав. отделом ИММС НАН Беларуси, Гомель, Беларусь;

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., доц., главный научный сотрудник ИММС НАН Беларуси;

Е.М. ПЕТРОКОВЕЦ, научный сотрудник ИММС НАН Беларуси;

Д.А. ЧЕРНОУС, к.т.н., доц., старший научный сотрудник ИММС НАН Беларуси

ДВУХУРОВНЕВЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА НА ПРОЧНОСТЬ И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ ДИСПЕРСНО-АРМИРОВАННЫХ КОМПОЗИТОВ

Рассмотрена проблема повышения точности расчетного определения деформационно-прочностных характеристик деталей машин и элементов конструкций на основе полимерных композитов. Показано применение двухуровневого метода расчета на прочность для выбора оптимального содержания дисперсного наполнителя при изготовлении композитных зубчатых колес. Установлено оптимальное значение объемного содержания наполнителя, обеспечивающее требуемую прочность при заданной геометрии и нагрузочном режиме зубчатой передачи.

Розглянута проблема підвищення точності розрахункового визначення деформаційно-міцнісних характеристик деталей машин і елементів конструкцій на основі полімерних композитів. Показано застосування дворівневого методу розрахунку на міцність для вибору оптимального змісту дисперсного наповнювача при виготовленні композитних зубчастих коліс. Встановлено оптимальне значення об'ємного вмісту наповнювача, що забезпечує необхідну міцність при заданій геометрії і навантажувальному режимі зубчастої передачі.

The problem of accuracy improvement of machine part and elements of structures stress-strain design based on polymer composites has been considered. For optimization of disperse filler content in composite gear, two-level method of strength calculation has been used. Optimal filler content providing required gear strength at preset geometry and loading conditions has been calculated.

Введение. Существующие методы расчета элементов приводов на прочность, жесткость и износостойкость базируются на компактных зависимостях, полученных в рамках аналитических решений задач теории упругости и сопротивления материалов благодаря ряду упрощающих допущений. Во многих случаях они позволяют получить приемлемую точность определения требуемых характеристик и широко используются в практике инженерных расчетов.

Однако для проектирования деталей и конструкций сложной геометрической формы из структурно неоднородных и физически нелинейных материалов (например, полимерных композитов), точность названных методов недостаточна. Более адекватны оценки деформационно-прочностных характеристик с использованием пространственной дискретизации конструкции конечными и граничными элементами, позволяющей снять геометрические ограничения аналитических методов, учесть нелинейные и краевые эффекты и тем самым минимизировать погрешность определения напряжений и перемещений [1].

Однако и при использовании численных методов прочностного анализа деталей машин и элементов конструкций из полимерных композитов, существует проблема получения исходных данных в виде модулей упругости, вязкости, пределов прочности, параметров скоростной чувствительности и т.д. для различных соотношений компонентов.

Весьма актуальной также является обратная задача – оптимизации состава материала, (главным образом, содержания армирующего наполнителя) композитных зубчатых колес по условию прочности исходя из заданной геометрии и условий нагружения. По нашему мнению, реализация такого подхода дополнила бы обычно практикуемый экспериментальный поиск оптимальных составов композиционных материалов по общим критериям [2, 3], что далеко не всегда учитывает специфику работы конкретных деталей.

С целью решения указанных проблем применительно к прочностному расчету композитных зубчатых колес, в настоящем сообщении описывается применение развиваемого авторами двухуровневого расчетного метода см. рисунок 1.

На 1-м (мезомеханическом) уровне постулируется повторяющийся и минимальный по размеру структурный элемент (ячейка периодичности) материала, при этом в основном характеризующий свойства исследуемого материала. Для структурного элемента записываются определяющие соотношения, учитывающие свойства отдельных компонент и структуру композита (размеры и форму армирующих включений, толщину межфазного слоя, плот-

ность микродефектов и т.д.). Определенные на 1-м уровне эффективные механические характеристики используются в качестве исходных данных для макроскопического анализа (2-го масштабного уровня), т.е. прочностного расчета реальной конструкции, как правило, численными методами, некритичными к геометрической форме детали.

Предлагаемый метод проиллюстрируем на примере оптимизации состава дисперсно-армированного материала зубчатых колес. Это мотивируется тем, что, армирование полимерной матрицы неориентированными высокопрочными и высокомодульными частицами или короткими волокнами, в т.ч. наноразмерного уровня, весьма эффективно и технологично и обеспечивает однородность и изотропию свойств. Так, результаты расчетов [1] композитных зубчатых колес из стекло- и углепластиков показывают кратное повышение ресурса зубчатой передачи за счет одновременного повышения прочностных и триботехнических характеристик.

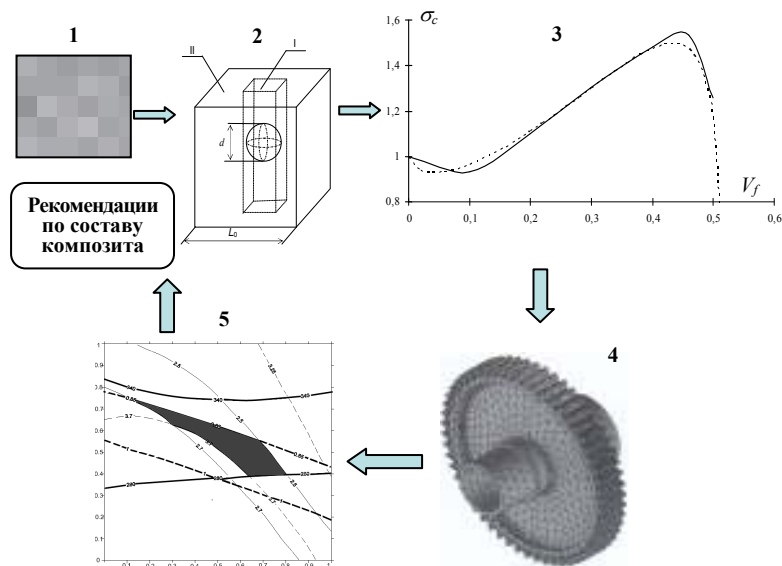


Рисунок 1 – Схема двухуровневого расчета на прочность:

1) расчет механических характеристик композитного материала: структура дисперсно-армированного композита (1), структурный элемент (2), расчетная зависимость характеристики от содержания наполнителя (3); 2) прочностной расчет изделия: КЭ модель зубчатого колеса (4) и область значений параметров компонент (5) для получения заданных эффективных характеристик композита позволяет корректировать модель 1-го уровня

1. Мезомеханический уровень (определение деформационно-прочностных характеристик композитного материала).

Исходные данные для расчета по методике [4,5] определения деформационно-прочностных характеристик дисперсно-армированного композита с учетом деформируемого межфазного слоя (матрица – полиамид, наполнитель – стекловолокно): модуль Юнга материала матрицы $E_m=2$ ГПа; коэффициент Пу-

ассона материала матрицы $\nu_m=0,45$; предел текучести материала матрицы $\sigma_m=50$ МПа; модуль Юнга материала наполнителя $E_f=70$ ГПа; коэффициент Пуассона материала наполнителя $\nu_f=0,2$; параметр анизотропии частиц наполнителя $\chi=0,1$; объемная доля наполнителя $V_f=0,05 \div 0,35$; модуль Юнга материала межфазного слоя $E_f=1$ ГПа; коэффициент Пуассона материала межфазного слоя $\nu_f=0,4$; предел текучести материала межфазного слоя $\sigma_f=100$ МПа; относительный объем межфазного слоя (отношение объема слоя к объему наполнителя) $q=0,001$. Результаты мезомеханического расчета модуля упругости, коэффициента Пуассона и предела текучести композита приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты мезомеханического расчета

V_f	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,70
E_c , ГПа	2,4	2,8	3,3	3,8	4,4	5,0	5,6	13,9
ν_c	0,445	0,439	0,433	0,426	0,421	0,415	0,409	0,369
σ_c , МПа	45,3	45,4	45,8	46,3	46,8	47,4	48,0	52,7

Можно заметить существенное влияние армирования на упругие характеристики композита E_c и ν_c ; в меньшей степени армирование влияет на предел текучести σ_c . Вычисленные параметры используются в качестве исходных данных для последующего расчета параметров напряженно-деформированного состояния зубчатого колеса, схема зацепления и геометрия зуба которого показаны на рисунках 2 и 3 соответственно.

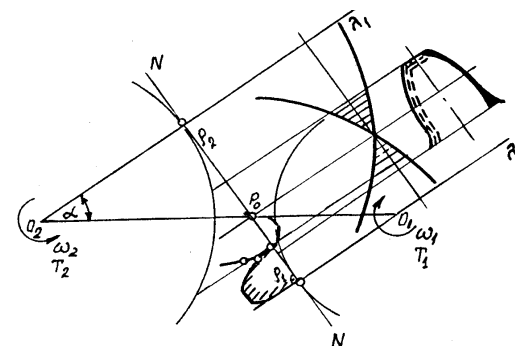


Рисунок 2 – Схема зубчатого зацепления

2. Макромеханический уровень (оценка прочности детали). Рассмотрим зубчатую пару, одно из колес которой изготовлено из композитного материала (рисунок 2). Без потери общности метода считаем сопряженное колесо недеформируемым цилиндрическим телом с соответствующим моменту зацепления радиусом кривизны (такая ситуация соответствует металлу-полимерной зубчатой передаче, когда жесткость сопряженных колес отличается на 1-2 порядка).

Расчетные значения нормальных и касательных контактных напряжений, проскальзывания и эквивалентных напряжений, возникающие при контактом взаимодействии в зоне вершины, приведены в таблице 2 для различного объемного содержания наполнителя.

Используя в качестве условия прочности критерий Мизеса, были сопоставлены расчетные значения эквивалентного напряжения и предела текучести (рисунок 4), что позволило выбрать оптимальное объемное содержание упрочняющего наполнителя. В рассмотренном примере оптимальным является содержание наполнителя $V_f=0,35$.

Исходные данные:

Точка профиля	Координаты точки, мм	
	x	y
M	0,0	18,542
E2	-0,36866	18,53833
CE2-E1	-0,36108	18,15741
RE2-E1	0,381	
E1	-0,66612	18,38569
CE1-2	8,58062	11,46567
RE1-2	11,54941	
2	-1,50998	17,08427
C2-3	4,80495	13,56802
R2-3	7,22789	
3	-2,21621	15,28432
C3-4	3,40058	13,91131
R3-4	5,78217	
4	-2,34953	14,51932
C4-L	-0,89698	14,36573
R4-L	1,46065	
L	-2,33828	14,12873
L1	-2,33280	14,09566
CL1-F	-3,71560	13,86681
RL1-F	1,40161	
F	-3,35284	12,51296

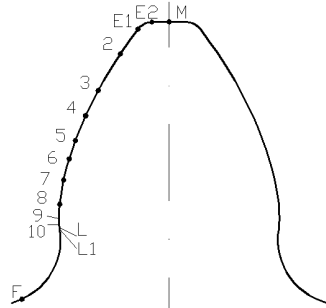


Рисунок 3 – Расчетная модель зубчатого колеса

Таблица 2 – Результаты конечноэлементного расчета на прочность зубчатого колеса

V_f	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,70
p , МПа	0,31	0,34	0,38	0,41	0,45	0,49	0,52	0,85
τ , МПа	0,006	0,004	0,006	0,010	0,016	0,019	0,022	0,060
u , мм	0,066	0,080	0,096	0,128	0,127	0,154	0,164	0,170
σ_{eqv} , МПа	0,39	0,47	0,57	0,67	0,76	0,86	0,96	2,11

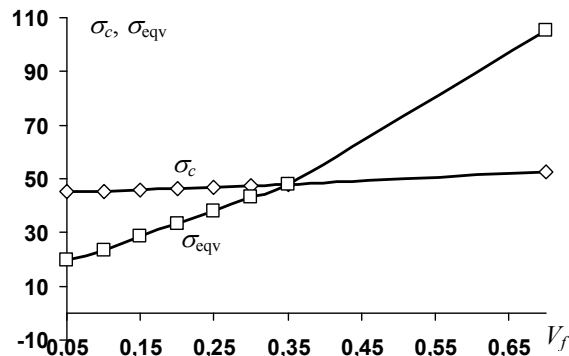


Рисунок 4 – Зависимости эквивалентного напряжения и предела текучести дисперсно-армированного композита от содержания наполнителя

Заключение. Показано применение двухуровневого метода расчета на прочность для выбора оптимального содержания дисперсного наполнителя при изготовлении композитных зубчатых колес. Таким образом, реализуется концепция компьютерного дизайна материалов. Это позволяет расширить использование микро- и нанокомпозитов для изготовления ответственных деталей машин и элементов конструкций, повысить эффективность проектирования и новых технических решений в машиностроении.

Список литературы: 1. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Шилько С.В. и др. Элементы привода приборов. Расчет, конструирование, технологии / Под общ. ред. Ю.М. Плескачевского. – Минск: Белорусская наука. – 2012. – 784с. 2. Буря А.И., Молчанов Б.И. Трение и изнашивание полиамида-6 и углепластика на его основе // Трение и износ. – 1992. – Т.13, №5. – С.900-904. 3. Сытар В.И., Кузьяев И.М., Буря А.И. и др. Оптимизация состава композиции по комплексу триботехнических характеристик // Трение и износ. – 2004. – Т.25. – №2. – С.219-222. 4. Черноус Д.А., Шилько С.В., Панин С.В. Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокомпозита. Метод расчета эффективных упругих характеристик // Физическая мезомеханика. – 2010. – Т.13, №4. – С.85-90. 5. Шилько С.В., Черноус Д.А., Панин С.В. Анализ механического поведения дисперсно-армированного нанокомпозита. Ч.2. Оценка локальной прочности включения, межфазного слоя и приграничного объема матрицы // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14, №1. – С.67-73.

Поступила в редколлегию 30.04.12

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машинознания СЧУ ім. В. Даля, Луганськ;
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознания СЧУ ім. В. Даля;
Т.Є. ЖУРАВЛЬОВА, аспірант каф. машинознания СЧУ ім. В. Даля;
О.Ю. ЧАЛА, асистент каф. прикладної математики СЧУ ім. В. Даля

ГЕОМЕТРИЯ ТВІРНОЇ ПОВЕРХНІ ЦИЛІНДРИЧНИХ КОСОЗУБИХ ПЕРЕДАЧ ЗМІШАНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

В статті проведено теоретичне дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофілюваної несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення. У загальному вигляді отримано рівняння поверхонь зубців інструментальної рейки, за допомогою яких розглянуто основні характеристики цієї твірної поверхні, а саме квадратичні форми і нормальні кривизни в заданих напрямках.

В статье проведено теоретическое исследование внутренней геометрии производящей поверхности, спрофилированной несимметричным исходным контуром, для цилиндрических косозубых передач. В общем виде получены уравнения поверхностей зубьев инструментальной рейки, с помощью которых рассмотрены основные характеристики этой образующей поверхности, а именно квадратичные формы и нормальные кривизны в заданных направлениях.

In a paper theoretical research of internal geometry of a produced surface, delineated by an asymmetric initial contour, for cylindrical transmissions with a helical tooth is executed. In a general view the equations of surfaces of tool with which help the basic performances of this produced surface surveyed, namely quadratic forms and normal curvatures in the given directions are obtained.

Постановка проблеми. Серед продукції, що випускається підприємствами машинобудівної галузі, зубчасті передачі займають одне із провідних місць, тому що входять до складу приводів більшості машин. Тому завдання підвищення якості і надійності зубчастих передач є актуальним і може бути вирішено зокрема синтезом геометрії зубців за критеріями працездатності. Тому його можна віднести до наукової проблеми багатокритеріальної оптимізації машинобудівних конструкцій [1].

Аналіз літератури. Для передачі руху між паралельними осями валів значного поширення набули циліндричні косозубі передачі завдяки більшій навантажувальній здатності та плавності роботи. Більшість серед них становлять передачі з евольвентними профілями зубців коліс, які є найбільш вивченими, наприклад [2], тому стали вважатися традиційними. Але вони мають обмеження за навантажувальною здатністю через контакт опуклих поверхонь. Значного розвитку за останні десятиріччя набули також і альтернативні види зачеплень. Серед них найбільш дослідженим є зачеплення Новікова [3], в якому реалізовано точковий контакт опуклих і ввігнутих поверхонь, та як наслідок – більшу навантажувальну здатність. Але вони не мають профільного переспряження зубців, отже є більш віброактивними. Перспективним напрямом удосконалювання зубчастих зачеплень є синтез геометрії вихідного контуру різального інструменту за якісними показниками працездатності [4]. Такий синтез реалізовано для більшості сучасних передач зачепленням, отримано велику кількість вихідних контурів, але їхнє масове поширення стримується складністю виготовлення інструменту, спрофільованого складною кривою. В роботі [5] запропоновано зручний спосіб побудови профілів, на основі якого створено новий тип зачеплення з опукло-ввігнутим контактом – еволютне. Переваги таких передач підтверджено, наприклад, в роботі [6], але таке зачеплення реалізовано для прямозубих передач. Майже усі альтернативні передачі ([4-6] та ін.) мають фази зачеплення, в яких переваги перед традиційними досить незначні. виправити такі недоліки можна застосовуючи змішані зачеплення, які виключатимуть вади різних видів зачеплень.

Таким чином, дослідження, спрямовані на створення косозубих передач змішаного зачеплення, які поєднують переваги різних видів зачеплення, а саме високу навантажувальну здатність, плавність роботи та меншу металомісткість, є актуальними й відповідають вимогам сучасного машинобудування.

Мета статті. Дослідження внутрішньої геометрії твірної поверхні, спрофільованої несиметричним вихідним контуром, для циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення.

Розглянемо несиметричний вихідний контур для випадку лінійного контакту зубців зубчастої пари (рисунок 1).

Будемо розглядати вихідний контур у системі координат $Y_k O_k Z_k$, яка пов'язана з одним з профілів вихідного контуру. Вісь $O_k Y_k$ спрямована по початковій прямій (на рисунку 1 позначена "п.п."). Відносно цієї системи координат рівняння профілю узагальненого вихідного контуру задамо в параметричному вигляді:

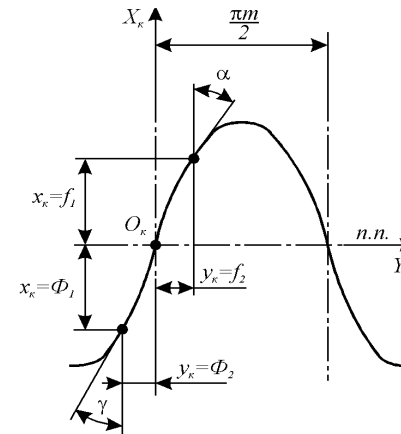


Рисунок 1 – Несиметричний вихідний контур

$$\begin{aligned} \text{для головки: } & \begin{cases} x_k = f_1(\lambda); \\ y_k = f_2(\lambda); \end{cases} & (1) \\ \text{для ніжки: } & \begin{cases} x_k = \Phi_1(\lambda); \\ y_k = \Phi_2(\lambda); \end{cases} & (2) \end{aligned}$$

Тут $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, $\Phi_1(\lambda)$, $\Phi_2(\lambda)$ – довільні, необхідну кількість разів диференційовані функції, λ – параметр (далі вказуватися не буде).

Задамо поздовжню форму зубців твірної поверхні у вигляді прямої, яка розташована в площині $Y_n O_n Z_n$ і описана радіус-вектором $\vec{r}_0(\mu)$:

$$x_0 = 0; y_0 = y_0(\mu); z_0 = z_0(\mu),$$

де μ – параметр.

Рівняння цієї прямої для косозубої рейки має вигляд:

$$x_0 = 0; y_0(\mu) = \mu \sin \beta; z_0(\mu) = \mu \cos \beta, \quad (3)$$

де $\beta = \text{const}$ – значення кута нахилу зубців рейки.

Тоді на основі (3) з урахуванням (1) і (2) рівняння твірної поверхні отримемо у вигляді:

$$\begin{aligned} \text{для головки: } & \begin{cases} x_n = f_1; \\ y_n = \mu \sin \beta + f_2 \cos \beta; \\ z_n = \mu \cos \beta - f_2 \sin \beta; \end{cases} & (4) \\ \text{для ніжки: } & \begin{cases} X_n = \Phi_1; \\ Y_n = \mu \sin \beta + \Phi_2 \cos \beta; \\ Z_n = \mu \cos \beta - \Phi_2 \sin \beta. \end{cases} & (5) \end{aligned}$$

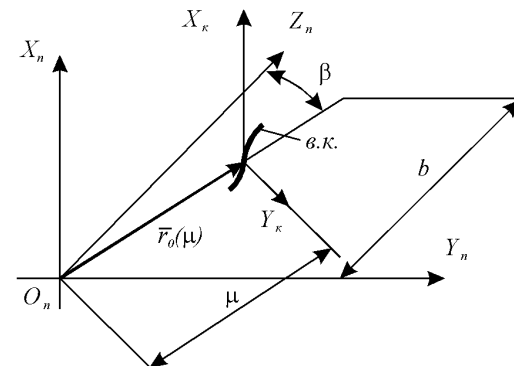


Рисунок 2 – Параметри узагальненої твірної поверхні

Визначимо основні геометричні характеристики поверхні зубців інструментальної рейки. Такими характеристиками є: нормаль та її проекції на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$, коефіцієнти квадратичних форм, нормальні кривизни в заданих напрямках.

Вектор нормалі поверхні дорівнює векторному добутку:

$$\vec{N} = [\vec{r}^\lambda \times \vec{r}^\mu], \quad (6)$$

де \bar{r}^λ й \bar{r}^μ – проекції довільних векторів з координатами (4) і (5) по λ і μ відповідно.

Диференціюючи (4) і (5) по λ і μ відповідно, отримуємо проекції векторів \bar{r}^λ і \bar{r}^μ на осі системи координат $X_n Y_n Z_n$:

$$\begin{aligned} r_{xn}^\lambda &= f_1'; & r_{xn}^\mu &= 0; \\ \text{для головки: } r_{yn}^\lambda &= f_2' \cos \beta; & r_{yn}^\mu &= |r_0'| \cdot y_0' \cdot f_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$r_{zn}^\lambda = f_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot f_2 \cdot \cos \beta = 0;$$

$$r_{xn}^\lambda = \Phi_1'; \quad r_{xn}^\mu = 0;$$

$$\text{для ніжки: } r_{yn}^\lambda = \Phi_2' \cos \beta; \quad r_{yn}^\mu = |r_0'| \cdot y_0' \cdot \Phi_2 \cdot K \cdot \sin \beta = 0; \quad (8)$$

$$r_{zn}^\lambda = \Phi_2' \sin \beta; \quad r_{zn}^\mu = |r_0'| \cdot z_0' \cdot \Phi_2 \cdot \cos \beta = 0.$$

Тут $|r_0'| = \sqrt{y_0'^2 + z_0'^2} = 1$ – модуль похідної вектора \bar{r}_0 ; $K = (\ddot{y} - \dot{y}\ddot{z}) / \sqrt{(y^2 + z^2)^3} = 0$ – кривизна кривої з координатами y_0 і z_0 .

Зі співвідношень (6) – (8) з використанням [7] знайдемо проекції вектора нормалі твірної поверхні в системі координат $X_n Y_n Z_n$.

Оскільки модуль вектора нормалі дорівнює:

$$\text{для головки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot f_2) \cdot \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2} = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2},$$

$$\text{для ніжки: } |\bar{N}_n| = |r_0'| \cdot (1 + K \cdot \Phi_2) \cdot \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2} = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2},$$

то проекції одиничного вектора нормалі твірної поверхні дорівнюють:

$$\text{для головки: } e_{xn} = \frac{f_2'}{n_f}; \quad e_{yn} = \frac{-f_1' \cdot \cos \beta}{n_f}; \quad e_{zn} = \frac{f_1' \cdot \sin \beta}{n_f}, \quad (9)$$

$$\text{для ніжки: } e_{xn} = \frac{\Phi_2'}{n_\Phi}; \quad e_{yn} = \frac{-\Phi_1' \cdot \cos \beta}{n_\Phi}; \quad e_{zn} = \frac{\Phi_1' \cdot \sin \beta}{n_\Phi}, \quad (10)$$

де $n_f = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ та $n_\Phi = \sqrt{(\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2}$ – модуль вектора нормалі профілю головки та ніжки відповідно.

Коефіцієнти першої квадратичної форми в загальному вигляді дорівнюють [7]:

$$\begin{cases} E_n = (x_n^\lambda)^2 + (y_n^\lambda)^2 + (z_n^\lambda)^2; \\ F_n = x_n^\lambda x_n^\mu + y_n^\lambda y_n^\mu + z_n^\lambda z_n^\mu; \\ G_n = (x_n^\mu)^2 + (y_n^\mu)^2 + (z_n^\mu)^2. \end{cases} \quad (11)$$

Підставивши (7) і (8) в (11), для твірної поверхні отримуємо:

$$\text{для головки: } E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (f_1')^2 + (f_2')^2; \quad F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0; \quad G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1,$$

для ніжки: $E_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\lambda = (\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2; \quad F_n = \bar{r}^\lambda \cdot \bar{r}^\mu = 0; \quad G_n = \bar{r}^\mu \cdot \bar{r}^\mu = 1.$

Коефіцієнти другої квадратичної форми [7]:

$$\begin{cases} L_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} \cdot e_{zn}; \\ M_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} \cdot e_{zn}; \\ N_n = \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{xn} + \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{yn} + \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} \cdot e_{zn}. \end{cases} \quad (12)$$

Знайдемо другі похідні радіус-вектора твірної поверхні по λ і по μ :

$$\text{для головки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = f_1'', & \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0, & \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} = f_2'' \cos \beta; & \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; & \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} = -f_2'' \sin \beta; & \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; & \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0, \end{cases} \quad (13)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda^2} = \Phi_1'', & \frac{\partial^2 x_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; & \frac{\partial^2 x_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda^2} = \Phi_2'' \cos \beta; & \frac{\partial^2 y_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; & \frac{\partial^2 y_n}{\partial \mu^2} = 0; \\ \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda^2} = -\Phi_2'' \sin \beta; & \frac{\partial^2 z_n}{\partial \lambda \partial \mu} = 0; & \frac{\partial^2 z_n}{\partial \mu^2} = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Підставляючи (13) і (14) в (12) отримуємо коефіцієнти другої квадратичної форми:

$$\text{для головки: } L_n = \frac{1}{n_f} (f_2' f_1'' - f_1' f_2''); \quad M_n = 0; \quad N_n = 0,$$

$$\text{для ніжки: } L_n = \frac{1}{n_\Phi} (\Phi_2' \Phi_1'' - \Phi_1' \Phi_2''), \quad M_n = 0, \quad N_n = 0.$$

Нормальна кривизна твірної поверхні в загальному вигляді може бути визначена залежністю [7]:

$$K = \frac{L_n d\lambda^2 + 2M_n d\lambda d\mu + N_n d\mu^2}{E_n d\lambda^2 + 2F_n d\lambda d\mu + G_n d\mu^2},$$

де $d\lambda$ й $d\mu$ – диференціали координатних ліній λ і μ .

При $\mu = \text{const}$ ($d\mu = 0$) у нормальному перерізі твірної поверхні маємо:

$$\text{для головки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{f_1' \cdot f_2'' - f_1'' \cdot f_2'}{n_f^3}, \quad (15)$$

$$\text{для ніжки: } K_{n\mu} = \frac{L_n}{E_n} = \frac{\Phi_1' \cdot \Phi_2'' - \Phi_1'' \cdot \Phi_2'}{n_\Phi^3}, \quad (16)$$

що дорівнює кривизнам кривих, якими обкреслено профіль вихідного контуру.

При $\lambda = \text{const}$ ($d\lambda = 0$) маємо:

$$K_{n\lambda} = \frac{N_n}{G_n} = 0. \quad (17)$$

Застосовуючи методи диференціальної геометрії [7], можна визначити нормальну кривизну в будь-якому заданому напрямку на твірній поверхні. Слід відзначити, що кривизни (15)-(17) є головними кривизнами активних поверхонь зубців інструментальної рейки.

При синтезі циліндричних передач виникає необхідність завдання рівняння профілю вихідного контуру у формі:

$$\text{для головки: } x_p = f_1; y_p = f_2(f_1), \quad (18)$$

$$\text{для ніжки: } x_p = \Phi_1; y_p = \Phi_2(\Phi_1). \quad (19)$$

Тоді в отриманих вище співвідношеннях слід прийняти $f_1' = 1, f_1'' = 0$ на головці та $\Phi_1' = 1, \Phi_1'' = 0$ на ніжці. В отриманих при цьому виразах можна зробити заміну:

$$\xi = \sin \alpha; \zeta = \sin \gamma. \quad (20)$$

При такій заміні для профільного кута також справедливими є співвідношення

$$\text{для головки: } \text{tg } \alpha = \frac{f_2'}{f_1'},$$

$$\text{для ніжки: } \text{tg } \gamma = \frac{\Phi_2'}{\Phi_1'}.$$

Вони з урахуванням (20) дозволяють отримати:

$$\text{для головки: } \begin{cases} f_2' = \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}; \\ f_2 = \int \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} df_1; \\ f_2'' = \frac{\xi'}{\sqrt{(1-\xi^2)^3}}, \end{cases} \quad (21)$$

$$\text{для ніжки: } \begin{cases} \Phi_2' = \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}; \\ \Phi_2 = \int \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} d\Phi_1; \\ \Phi_2'' = \frac{\zeta'}{\sqrt{(1-\zeta^2)^3}}. \end{cases} \quad (22)$$

Використовуючи перші й треті співвідношення рівнянь (21)-(22) та здійснюючи заміну змінних (20) у співвідношеннях (7)-(10) і (13)-(17) отримуємо:

для головки:

$$e_{xn} = \xi; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\xi^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\xi^2}; E_n = \frac{1}{1-\xi^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\xi'}{1-\xi^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \xi'; K_{n\lambda} = 0.$$

для ніжки:

$$e_{xn} = \zeta; e_{yn} = -\cos \beta \sqrt{1-\zeta^2}; e_{zn} = \sin \beta \sqrt{1-\zeta^2}; E_n = \frac{1}{1-\zeta^2}; F_n = 0; G_n = 1,$$

$$L_n = -\frac{\zeta'}{1-\zeta^2}; M_n = 0; N_n = 0, K_{n\mu} = \zeta'; K_{n\lambda} = 0.$$

Висновки:

1. Досліджено внутрішню геометрію узагальненої твірної поверхні циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення, зокрема отримано залежності для визначення коефіцієнтів квадратичних форм та нормальних кривизни в заданих напрямках.

2. Результати цього теоретичного дослідження можна використовувати при визначенні якісних показників працездатності і інших характеристик циліндричних косозубих передач.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: Техніка, 1978. – 144с. 4. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 5. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 6. Павлов А.И., Ткач П.Н., Ревакина О.А. Сравнение характеристик эвольвентного и эвольвентного зацеплений // *Вісник СНУ ім. В.Даля*. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2007. – №9(115). – С.171-174. 7. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176с.

Надійшла до редколегії 25.04.12

З М І С Т

Воспоминания о профессоре Александре Васильевне Павленко	4
БАСИНЮК В.Л., СТАРЖИНСКИЙ В.Е., МАРДОСЕВИЧ Е.И., ЛОБКОВА М.П., ПАПИНА С.С.	
Экспресс-анализ механических свойств полимерных композитов для зубчатых передач	5
БЕРЕЖНОЙ В.А., МАТЮШЕНКО Н.В., ФЕДЧЕНКО А.В.	
Динамическая модель для эвольвентного прямозубого зацепления	12
БОШАНСКИ М., ВАНЬА А., ГУДАКОВА М., МАЛЫ В.	
Твердые покрытия как возможность повышения нагрузочной способности выпукло-вогнутых зацеплений, взаимодействующих с био-масляной смазкой... ..	16
ВЛАСЕНКО В.М., ДОБРОВОЛЬСЬКА І.В.	
Сучасний стан та перспективи розвитку нормативної бази на методи випробувань в ТК-47 "Механічні приводи"	25
ГАЙДАМАКА А.В.	
Метод прискореного ресурсного випробування роликпідшипників в важких режимах експлуатації	28
ГРЯЗЕВ А.А., КИРИЧЕНКО И.А., КАШУРА М.А., КИРИЧЕНКО С.Г., ВИТРЕНКО А.В., ВИТРЕНКО В.А.	
Притирка цилиндрических зубчатых колес	33
ИШИН Н.Н., ГОМАН А.М., СКОРОХОДОВ А.С.	
Оценка остаточного ресурса зубчатых передач при стендовых испытаниях по данным вибромониторинга	37
КАЛІНІН П.М.	
Оптимально-раціональне проектування зубчастих редукторів трансмісії автомобіля.. ..	51
КЛОЧКОВ А.В., ЛАГУТИН С.А., УТКИН Б.С.	
Модификация геометрии зубчатых муфт	58
КОРОТКИН В.И., ХАРИТОНОВ Ю.Д., ЯВРУЯН О.В.	
Цилиндрическая зубчатая передача Новикова со сниженным осевым усилием ..	66
ЛОПАТИН Б.А., ПОЛУЭКТОВ Е.А.	
Приближенное профилирование боковой поверхности зубьев конической шестерни цилиндрических передач внутреннего зацепления	74
МАЛАЩЕНКО В.О., СТРЕЛЕЦЬ В.М., МАЛАЩЕНКО В.В., МАТВІЙ В.Т.	
Ковзання у зачепленні великогабаритних зубчастих передач	79
МАРГУЛИС М.В., ПОДЪЯЧЕНКО А.И.	
Разработка нового станочного приспособления для обработки эксцентрикового вала волновой передачи с промежуточными телами качения.....	84
МАРГУЛИС М.В., ШВЕДУН Е.С.	
Разработка прогрессивной технологии изготовления прецессионного колеса волновой передачи с промежуточными телами качения и измерительного устройства для контроля качества поверхности.....	86

МАТУСЕВИЧ В.А., ШАРАБАН Ю.В., ШЕХОВ А.В., АБРАМОВ В.Т.	
Несущая способность оптимальной по массе конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа $n \times AI$ при контактной прочности	93
МОРНЕВА М.О., КУЗЬМЕНКО Н.Н.	
Расчет усилия калибровки зубьев шестерни раздачи коническим пуансоном....	103
НАДЕИН В.С., СТОРЧАК М.Г., КРИВОШЕЯ А.В., ЗАЙКА С.Н., ГРЫНЬ Д.В.	
Повышение точности шевингования облегающими шеверами	106
НОСКО П.Л., ПАВЛОВ А.И., ВЕРБИЦКИЙ В.И.	
Геометрический метод создания зубчатых зацеплений.....	113
НОСКО П.Л., ПАВЛОВ А.И., АНДРИЕНКО С.В., СТЕПАНОВ М.И.	
Эффективность применения выпукло-вогнутого контакта в зубчатом зацеплении .	116
НОСКО П.Л., ШИШОВ В.П., МУХОВАТЫЙ А.А.	
Сравнительный анализ критерия контактной прочности незвольвентных цилиндрических зубчатых передач	119
ПОПОВ А.П.	
О границах применимости решений пространственных контактных задач....	125
ПРИЙМАКОВ О.Г., УСТИНЕНКО О.В., ГРАДИСЬКИЙ Ю.О.	
Експериментальне дослідження вібротійкості хвильових зубчастих передач (ХЗП).....	132
ПРИЙМАКОВ А.Г., УСТИНЕНКО А.В., ГРАДЫСКИЙ Ю.А.	
Анализ влияния точности измерения параметров вибрации при вибродиагностировании волновых зубчатых передач (ВЗП)	137
САВЕНКОВ О.И.	
Контактная задача применительно к зубчатой муфте с продольно модифицированными зубьями.....	141
САМИДОВ Х.С.	
Исследование пространственных колебаний несущих узлов машин	149
СТРЕЛЬНИКОВ В.Н., СУКОВ Г.С., СУКОВ М.Г.	
Определение деформаций и напряжений гибкого колеса крупной волновой передачи	159
ТКАЧЕНКО В.Н.	
Определение напряжений в гибком колесе волновой зубчатой передачи с дисковым генератором.....	166
УТУТОВ Н.Л., КОРОБКА Н.В.	
Уравнения поверхностей зубьев глобоидно-цилиндрической зубчатой передачи Новикова.....	169
ШИЛЬКО С.В., СТАРЖИНСКИЙ В.Е., ПЕТРОКОВЕЦ Е.М., ЧЕРНОУС Д.А.	
Двухуровневый метод расчета на прочность и деформативность зубчатых колес из дисперсно-армированных композитов.....	173
ШИШОВ В.П., ТКАЧ П.М., ЖУРАВЛЬОВА Т.Є., ЧАЛА О.Ю.	
Геометрія твірної поверхні циліндричних косозубих передач змішаного зачеплення.....	178

CONTENTS

Memoirs on professor Alexandra Vasil'evna Pavlenko	4
BASINIUK U.L., STARZHINSKY V.E., MARDASEVICH A.I., LOBKOVA M.P., PAPINA S.S.	
Rapid analysis of mechanical properties of polymer composites for gears	5
BEREZHNOY V.A., MATYUSHENKO N.V., FEDCHENKO A.V.	
Dynamic model for cylindrical spur gears	12
BOŠANSKÝ M., VANYA A., GUDAKOVA M., MALY V.	
Firm coverages as possibility of increase of convex-concave gearings loading ability, which interacting with bio-oil lubricant.....	16
VLASENKO V.N., DOBROVOLSKAYA I.V.	
Current state and perspectives of development of standard base on test meth- ods in TK-47 "Mechanical drives".....	25
HAJDAMAKA A.V.	
The method of forcing a resource test forceful rolling bearings	28
GRYZEV A.A., KIRICHENKO I.A., KASHURA M.A., KIRICHENKO S.G., VITRENKO A.V., VITRENKO V.A.	
Grinding of cylindrical tooth gears	33
ISHIN N.N., GOMAN A.M., SKOROHODOV A.S.	
Estimation of a residual resource of gears at bench tests by data vibro monitoring....	37
KALININ P.M.	
Optimum-rational designing of gear reducers of the car transmission.....	51
KLOCHKOV A.V., LAGUTIN S.A., UTKIN B.S.	
Modification of gear couplings geometry	58
KOROTKIN V.I., KHARITONOV Ju.D., JAVRUJAN O.V.	
Cylindrical Novikov gearing with reduced axial force	66
LOPATIN B.A., POLUEKTOV E.A.	
The approached profiling of the lateral surface of teeth of the bevel gear wheel for cylindrical-bevel gears of internal tooththing.....	74
MALASCHENKO V.O., STRILETS V.M., MALASCHENKO V.V., MATVIIV B.I.	
Slip in gearing with large wheels	79
MARGULIS M.V., POD"YACHENKO A.I.	
Working out of a new machine tool for handling excentric shaft of wave gear with rolling intermediate bodies	84
MARGULIS M.V., SHVEDUN E.S.	
Working out of advanced manufacturing technology for precessional wheel of wave gear with intermediate bodies of the rolling and measuring device for surface quality control.....	86

MATUSEVICH V.A., SHARABAN U.V., SHEHOV A.V., ABRAMOV V.T.	
The loading ability of the mass optimal structure planetary transmission $n \times \mathbf{AI}$ from conditions of contact strength.....	93
MORNEVA M.O., KUZMENKO N.N.	
Calculation of calibration effort of gear teeth by distribution conical puncheon .	103
NADEIN V.S., STORCHAK M.G., KRIVOSHEYA A.V., ZAIKA S.N., GRYN D.V.	
Improving the accuracy shaving of overlying shevers	106
NOSKO P.L., PAVLOV A.I., VERBITSKIY V.I.	
Geometrical method of creation of tooth meshings.....	113
NOSKO P.L., PAVLOV A.I., ANDRIENKO S.V., STEPANOV M.I.	
Efficiency of application of convex-concave contact in a tooth meshing	116
NOSKO P.L., SHISHOV V.P., MUKHOVATIY A.A.	
The comparative assaying of criterion of contact strength not involute of the cylindrical gears	119
POPOV A.P.	
On the applicability limits of spatial contact problems solutions	125
PRIYMAKOV A.G., USTINENKO A.V., GRADYSKIY Yu.A.	
Experimental researches of vibrofirmness for wave tooth gears (WTG)	132
PRIYMAKOV A.G., USTINENKO A.V., GRADYSKIY Yu.A.	
The analysis of influence of measurement accuracy of vibration parameters at vibrodiagnosing of wave tooth gears (WTG).....	137
SAVENKOV O.I.	
Contact problem as applied to the tooth coupling with longitudinally modifi- cated teeth.....	141
SAMIDOV H.S.	
Research of spatial vibrations bearing units of machines	149
STRELNIKOV V.N., SUKOV G.S., SUKOV M.G.	
Definition of strains and stress of the flexible wheel of large wave gear	159
TKACHENKO V.N.	
Definition of stress in the flexible wheel of wave gear with the disk generator...	166
UTUTOV N.L., KOROBKA N.V.	
Equations of tooth surfaces of Novikov's globoidal-cylindrical gear	169
SHILKO S.V., STARZHINSKY V.E., PETROKOVETS E.M., CHERNOUS D.A.	
Two-level calculation method on strength and deformation of gears from fi- bre-reinforced composites	173
SHISHOV V.P., TKACH P.M., ZHURAVLEVA T.E., CHALA O. Yu.	
Geometry of cylindrical helical gears produced surface with mixed mesh	178

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

Збірник наукових праць

Випуск №35

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск Г.Б. Обухова

Обл.-вид. №117-12

Підписано до друку 13.07.2012. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 10,0.
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК