



ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ
«ХПІ»

52'2011

Харків

ВІСНИК

НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Збірник наукових праць
Тематичний випуск

52'2011

«ДИНАМІКА І МІЦНІСТЬ МАШИН»

Видання засновано Національним технічним університетом
«Харківський політехнічний інститут» у 2001 році

Державне видання
Свідоцтво Держкомітету з інформаційної політики України
КВ № 5256 від 2 липня 2001 року

КООРДИНАЦІЙНА РАДА:

Голова: Л.Л.Товажнянський, д-р техн. наук, проф.

Секретар: К.О.Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.;	С.І.Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;
Є.І.Сокол, д-р техн. наук, проф.;	В.М.Кошельник, д-р техн. наук, проф.;
Є.Є.Александров, д-р техн. наук, проф.;	В.І.Кравченко, д-р техн. наук, проф.;
Л.М.Бесов, д-р техн. наук, проф.;	Г.В.Лісачук, д-р техн. наук, проф.;
А.В.Бойко, д-р техн. наук, проф.;	В.С.Лупіков, д-р техн. наук, проф.;
Ф.Ф.Гладкий, д-р техн. наук, проф.;	О.К.Морачковський, д-р техн. наук, проф.;
М.Д.Годлевський, д-р техн. наук, проф.;	В.І.Николаєнко, канд. іст. наук, проф.;
А.І.Грабченко, д-р техн. наук, проф.;	П.Г.Перерва, д-р екон. наук, проф.;
В.Г.Данько, д-р техн. наук, проф.;	В.А.Пуляєв, д-р техн. наук, проф.;
В.Д.Дмитриєнко, д-р техн. наук, проф.;	М.І.Рищенко, д-р техн. наук, проф.;
І.Ф.Домнін, д-р техн. наук, проф.;	В.Б.Самородов, д-р техн. наук, проф.;
В.В.Єсипфанов, канд. техн. наук, проф.;	Г.М.Сучков, д-р техн. наук, проф.;
Ю.І.Зайцев, канд. техн. наук, проф.;	Ю.В.Тимофіїв, д-р техн. наук, проф.;
П.О.Качанов, д-р техн. наук, проф.;	М.А.Ткачук, д-р техн. наук, проф.
В.Б.Клепіков, д-р техн. наук, проф.;	

Харків 2011

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2011. – № 52. – 212 с.

В збірнику представлено теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій та установ.

Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты исследований и разработок, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для преподавателей, научных сотрудников, специалистов.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ:

Відповідальний редактор: О.К.Морачковський, д-р техн. наук, проф.

Відповідальний секретар: А.Г.Андрєєв, канд. техн. наук, доц.

К.В.Аврамов д-р техн. наук, проф.

Є.Є.Александров д-р техн. наук, проф.

Д.В.Бреславський д-р техн. наук, проф.

Ю.С.Воробйов д-р техн. наук, проф.

А.П.Зиньковський д-р техн. наук, проф.

Л.В.Курпа д-р техн. наук, проф.

Г.І.Львов д-р техн. наук, проф.

Ю.В.Міхлін д-р фіз.-мат. наук, проф.

М.А.Ткачук д-р техн. наук, проф.

Ю.М.Шевченко академік НАНУ, д-р техн. наук, проф.

АДРЕСА РЕДКОЛЕГІЇ: 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21, НТУ «ХПІ».

Каф. ДММ, тел. (057) 707-68-79. E-mail: andreev@kpi.kharkov.ua

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

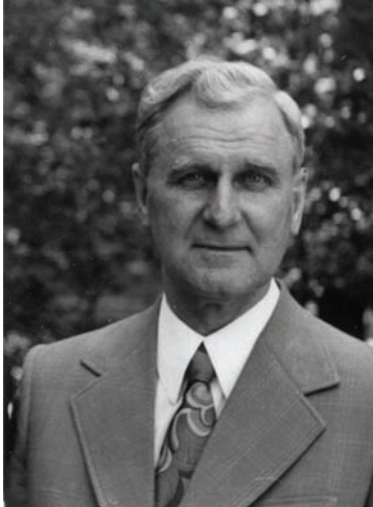
Протокол № 10 від 1 листопада 2011 р.

ISSN 2078-9130

© Національний технічний університет «ХПІ»

О.К.МОРАЧКОВСЬКИЙ, д-р техн. наук, професор, НТУ «ХПІ»

**ДО 90-РІЧЧЯ ПРОФЕСОРА А.В. БУРЛАКОВА. ВЧЕНИЙ,
ПЕДАГОГ, ЛЮДИНА**



Анатолій Васильович Бурлаков (1921-1981 рр.) – Відомий вчений в галузі нелінійної механіки та теорії оболонок, доктор технічних наук, професор, автор першого в країні підручника з теорії пластичності та повзучості, двох монографій з повзучості і тривалої міцності оболонок, за якими навчалися багато поколінь студентів – випускників інженерно-фізичного факультету Харківського політехнічного інституту. Посмертно він був удостоєний Державної премії в галузі науки і техніки України.

Одним з яскравих талановитих випускників 1951 року по спеціальності динаміки і міцності машин інженерно-фізичного факультету був Анатолій Васильович Бурлаков, його особисте життя

для багатьох з тих, хто з ним вчився, хто в нього вчився і з ним працював, стала власними університетами. Життя Анатолія Васильовича Бурлакова – це уроки для нас живих.

Анатолій Васильович Бурлаков народився у квітні 1921 року в м. Махачкалі, де з відзнакою закінчив середню школу. У 1941 році, студентом, вступили на перший курс Московського Вищого технічного училища ім. Баумана, пішов на фронт Великої Вітчизняної Війни. Мав бойові нагороди, важкі поранення отримав у боях при форсуванні Дніпра. Після закінчення в 1951 році Харківського політехнічного інституту, з відзнакою, спеціальності динаміка і міцність машин, інженерно-фізичного факультету був аспірантом. У 1954 році він блискуче захистив кандидатську дисертацію (науковий керівник – проф. А.П.Філіпшов). Працював на кафедрах теоретичної механіки та динаміки і міцності машин – асистентом, доцентом. У 1974 році – після захисту докторської дисертації йому присвоєно вчений ступінь доктора технічних наук, а в 1975 році – вчене звання професора по кафедрі динаміки і міцності машин. За його активної участі розвивалася спеціальність динаміка і міцність машин та наукову школу. Їм створені фундаментальні курси лекцій з дисциплін: теорії пружності, теорії пластичності та повзучості, конструктивної мі-

цності. Вперше, в колишньому СРСР, їм було видано підручник з теорії пластичності і повзучості для студентів технічних університетів, але, перш за все, він був адресований студентам спеціальності динаміки і міцності машин. Його наукові праці в галузі нелінійної механіки, теорії повзучості, теорії оболонок і теорії тривалої міцності увійшли у енциклопедичні видання НАН України, отримали визнання в країні, в США, Великобританії та Німеччині, де були перевидані. Людина в житті стриманий, Анатолій Васильович, проте, зумів про себе розповісти. Поруч з ним були його учні, і він не балував їх подробицями свого життя, але сміливо відкривав найсильніші рухи своєї душі, цивільні переконання, свій науковий вибір, якого вони, як і він, залишаються вірними все життя. Серед його учнів доктори і кандидати технічних наук, багато хто з них тепер очолюють кафедри університету і розвивають наукову школу. У вісімнадцять років вступив в МВТУ ім. Баумана і пішов на фронт, на фронті набув військову спеціальність стрільця-танкіста. Потім ця моторошна, серйозна війна прийшла до кінця, але не для нього. Важке поранення в бою за Дніпро скоротило йому життя. Втомилися все, забути хотіли, але не всі могли. Навчання в Харківському механіко-машинобудівному, згодом політехнічному, для нього не тільки «втеча» від війни – це сенс життя, відкриття нового способу мислення. Наука і педагогіка мають стати його життям, злитися з нею. Це й був його вибір. Те, що він був дуже розумним, знали всі – не тільки друзі і знайомі, але й студенти, для яких лекції Бурлакова були завжди подією. Здатність його розуму – це з'єднання міркування і дотепність. У Анатолія Васильовича здатність до міркування була унікальною. Ідея розвивалася суворо логічно, достовірність фактів багаторазово перевірялася, висновок аргументувався переконливо і вагомо – все це було обов'язковим для кожної лекції, статті або книги. І настільки ж обов'язковим для лекції або доповіді була присутність гумору – два-три смішних епізоди, які завжди були до місця. Пригадується, як після складного теоретичного матеріалу лекції студент запитав: «Де практично застосовується ця теорема?», І він миттєво відповів: «Для вас вперше – на іспиті, а потім...» Все це не просто оживляло протягом серйозної розмови, а розкривало нові грані обговорюваної теми. Дивує в таланті вміння побачити в непомітному, здавалося б у незначному або випадковому, для багатьох, що щось важливе, проблематичне, потрібне не тільки зараз, але і в майбутньому. У Анатолія Васильовича так було завжди. Приміром, з новим курсом лекцій та підручником з теорії пластичності та повзучості, які він створив, з усіма науковими проблемами, якими займався він і його учні. Зараз без цього немислима підготовка фахівців з динаміки і міцності машин. Так було, і це властиво всім по-справжньому талановитим людям. Проте побачити – це ще не все. Бачити те, що й інші, але думати так, як не думав ніхто – найвища властивість таланту. Цією якістю, розвиненим в ньому, він створював духовну цінність і творчу атмосферу спілкування. У вузі зазвичай без особливих зусиль диференціюють вченого і педагога. Анатолій Васильович активно заперечував, що він великий вчений, керівник нау-

кової школи. Він завжди вважав себе педагогом. Вважаю, що він знаходився на таких вершинах наукового і педагогічного творчості, коли межа між цими двома професіями розмивається, вірніше, синтезується на самому високому рівні. Головне - як і для чого - він це робив. Наука для нього - справжня і висока робота, потрібна для викладання, а лекції - підготовка розуму і серця до наукової діяльності. Майже в кожній лекції Анатолій Васильович наводив цитати з класиків світової літератури, з висловлювань видатних вчених. Це не були «розхожі» цитати. Це були оригінальні відкриття, які міг зробити людина не лише багато читає, а й думаючий, якщо він міг оцінити глибину змісту та афористичність форми. Найчастіше - це була поезія - Фет і Тютчев, Шекспір і Пушкін. І завжди до місця. З юних літ у блокнот він систематично записував цитати, серед яких багато розумної сатири і гумору. У театрі він відчував потребу. Швидше за все, із залу, в стані присутності в дії, він, як у дзеркало, вдивлявся в себе, черпав форми для свого театру, чим були його лекції. І він на них – завжди гарний, елегантно одягнений - впору хоч у театр на прем'єру. Прослухати курс його лекцій часто приходили студенти, аспіранти та викладачі, наукові співробітники, інженери і фахівці з інших вузів і підприємств м. Харкова. Важкі поранення зближували його з медициною. Всі люди смертні і вмирають від хвороб, а тому в них є підстави бути незадоволеними медициною. Однак Анатолій Васильович медицину не лише поважав, але і добре знав, наскільки це можливо для людини іншої професії. Він нечасто, але точно і зрозуміло розповідав про свою хворобу і труднощі медиків. З роками міг точно передбачати хід протікання частих нападів, але ніколи не піддавався зневірі, боровся. Про це знали тільки близькі люди і друзі, але студенти ніколи не підозрювали. У студентські роки він здавав сесії між лікарняними «канікулами», і тільки на «відмінно». Помирав він, зберігаючи віру себе і медицину, але думав про кожного з нас... Ці маленькі нариси про Анатолія Васильовича – пам'ять про Вчителя, з яким пройшли свої університети багато поколінь інфізовцев. Нема вже його найближчих друзів, люди різних професій, вони теж могли б розповісти про Анатолія Васильовича, як про чудову людину, і ви б зрозуміли неповторність його особистості і його творчості. Він був людиною з складного часу, але був талановитим педагогом, неабияким лектором і вченим, совісним і доброю людиною. Помер професор Бурлаков А.В. у березні 1981 року від наслідків важких поранень, отриманих у ВВВ, у розквіті творчих досягнень в науці і в педагогіці. Минають роки, притуплюється, але не проходить біль скорботи від втрати Анатолія Васильовича, і не пройде ніколи. Подумки повертається його обличчя, чарівна посмішка, своєрідна манера говорити... Більше того, зараз більше і краще розумієш міру його величезного таланту і те, як багато важливого і цінного зробив він для кожного з нас.

Надійшла до редколегії 04.06.2011.

Л.В.АВТОНОМОВА, канд. техн. наук, вед. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
С.В.БОНДАРЬ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
А.В.СТЕПУК, канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

У роботі виконаний кінцево-елементний аналіз електромагнітного штампування з урахуванням взаємозв'язку електромагнітних полів з механічним рухом тіла, що деформується. Моделювання перехідних процесів формування електромагнітного поля і структурний механічний аналіз виконувалися на пакеті ANSYS. Розглянуто складності при реалізації ітераційного процесу.

In the paper, a finite element analysis of electromagnetic forming is considered for the bound electromagnetic fields with the mechanical motion of a deformable body. Simulation of transient electromagnetic field during its formation and structure mechanical analysis performed on the package ANSYS. The complexity of the iterative modeling process implementation is considered.

В работе выполнен конечно-элементный анализа электромагнитной штамповки с учетом взаимосвязи электромагнитных полей с механическим движением деформируемого тела. Моделирование переходных процессов формирования электромагнитного поля и структурный механический анализ выполнялись на пакете ANSYS. Рассмотрены сложности при реализации итерационного процесса.

1. Описание проблемы. Алюминиевые и медные сплавы хорошо поддаются обработке в импульсных магнитных полях из-за их высокой проводимости и низких пределов текучести [1]. При численном анализе их деформирования взаимосвязь полей различной физической природы, как правило, не учитывается, хотя изменение геометрических размеров при пластическом деформировании оказывает влияние на распределение электромагнитного поля. Кроме того, на характер деформирования оказывает влияние и скорость деформации. При анализе полей электромагнитного и деформаций с учетом этих особенностей необходимо рассматривать связанную нелинейную модель.

2. Постановка задачи и численная модель. На рис. 1 показана деформируемая импульсным электромагнитным полем цилиндрическая алюминиевая заготовка (внутри) и стальная матрица. На рис. 2 приведены основные компоненты схемы установки для электромагнитной обработки, где R – выпрямитель, C – конденсаторы; G – искровой промежуток; L – катушки индуктора; F – заготовка.

При разряде конденсатора через катушку генерируется переменное магнитное поле, которое наводит вихревые токи в заготовке, вызывающие силы отталкивания между катушкой и заготовкой. Если возникающее механическое напряжение превышает предел текучести материала, то возникает высокоскоростная пластическая деформация. В свою очередь, изменение геометрии заготовки при деформировании влияет на индуктивность системы ка-

тушка-заготовка и, следовательно, частоту разряда конденсатора и амплитудно-временную зависимость генерируемого магнитного поля. Затухающий осциллирующий ток, протекающий в катушке, создает необходимое для деформирования электромагнитное поле, при этом распределение плотности тока в проводящих областях заготовки неравномерно вследствие скин-эффекта. Деформирование заготовки изменяет индуктивность системы и, соответственно, магнитное поле.

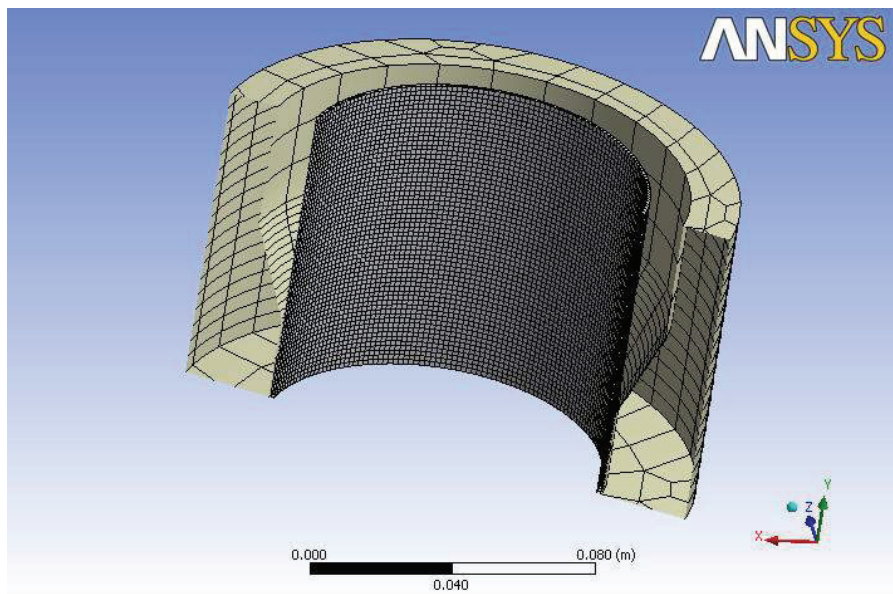


Рисунок 1 – Расчетная схема

Поскольку индукционные устройства и заготовки имеет осевую симметрию, то в дальнейшем используется цилиндрическая система координат. Азимутальная плотность тока в катушке, которая является источником электромагнитного поля зависит от времени и магнитного векторного потенциала

$$A(r, z, t): -\{\partial[(v/r) \cdot \partial(r \cdot A)/\partial r]/\partial t + \partial(v \cdot \partial A/\partial z)/\partial z\} + \sigma_e \cdot DA/Dt = J_{ex},$$

где $\sigma_e = 1/\rho$ – электропроводность, v – скорость, $DA/Dt = \partial A/\partial t - v \cdot \text{rot}A$ – полная производная, а J_{ex} – плотность наведенных токов.

Уравнение вектора магнитного потенциала решается итерационно по времени, причем шаг по времени оценивается исходя из периода затуханий колебательного контура (2-5 %). Вектор сил определяется также на каждом ременном шаге для последующего расчета процесса деформирования.

При электромагнитном воздействии происходит пластическая деформация обрабатываемого материала за короткий промежуток времени. Высокоскоростное пластическое деформирование описывается моделями вязкопла-

стичности. В частности, в [2] использовалась зависимость интенсивности напряжений σ от скорости деформирования .

$$\sigma = \sigma_0 [1 + (\varepsilon/\dot{\gamma})^m], \quad (1)$$

где интенсивность напряжений σ определяется функцией структурных свойств материала Φ (размер зерен, кристаллическая решетка и проч.).

$$\Phi = [(\sigma/\sigma_0) - 1]^{1/m}, \quad (2)$$

где параметр m – степень структурной зависимости свойств материала.

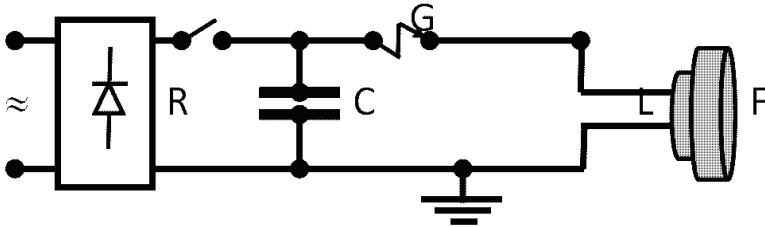


Рисунок 2 – Схема электромагнитно-импульсной установки

Основная сложность моделирования высокоскоростных электромагнитных процессов деформирования – это сочетание связности процессов различной физической природы с зависимостью их от времени. В настоящей работе использован метод расщепления с последующей стыковкой невязок расчета.

3. Результаты моделирования. Для численного решения поставленной задачи использовался программный комплекс ANSYS Multiphysics, позволяющий рассчитывать как механические, так и электромагнитные поля на основе метода конечного элемента [3].

В схеме расчета, изображенной на рис. 2, принимается, что катушка индуктора не деформируема, но свойства цепи (индуктивность) в общем случае зависят от времени из-за деформации заготовки.

При упрощенном анализе переходных электромагнитных процессов для недеформированной заготовки вычисляются возникающие в заготовке силы на каждом шаге по времени. Затем эти силы в качестве нагрузок переменных по времени переносятся в расчет структурных деформаций. В таком приближении не учитывается изменение силы из-за меняющегося зазора между индуктором и заготовкой, а, следовательно, и индуктивности системы. Силы, действующие на каждом временном шаге, вызывают локальные смещения, которые изменяют геометрию деформированной заготовки и задают начальные условия для расчета на следующем временном шаге. Кроме того, использование вязкопластической модели, описанной выше, дает возможность учета скоростных свойств деформирования заготовки.

Связанная задача решалась на основе пошагового расчета электромагнитной задачи с определением соответствующего напряженно-деформиро-

ванного состояния структурной системы заготовка- матрица с последующим пересчетом параметров электрической схемы соединения. Для каждого шага по времени, результат электромагнитного моделирования дает значения объемной плотности тока и соответствующую ей электромагнитную силу в каждом конечном элементе.

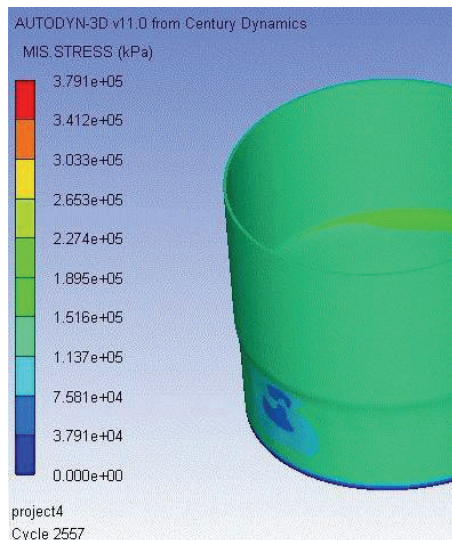


Рисунок 3 – Распределение поля напряжений в заготовке

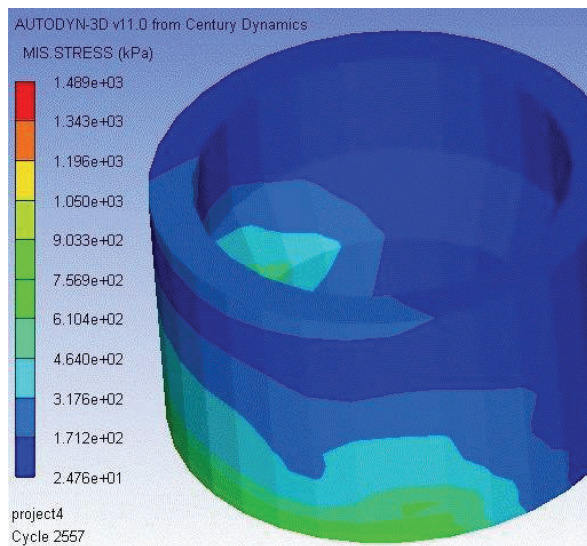


Рисунок 4 – Распределение поля напряжений в матрице

Конечноэлементная разбивка приведена на рис. 1. Триангуляция расчетной области для электромагнитного поля проводилась элементами CIRCU124.

На рис. 3 и рис. 4 показано напряжено- деформированное состояние алюминиевой заготовки и стальной матрицы после воздействия импульсного электромагнитного поля.

Выводы. Предложенная методика расчета связанной нестационарной электромагнитомеханической задачи позволяет учитывать переходные процессы и свойства материалов при обработке различных алюминиевых заготовок в импульсных электромагнитных полях. Решение связанной задачи с учетом влияния движения заготовки позволяет более точно определить изменение распределения электромагнитного поля, что позволяет более точно управлять распределением полей напряжений и деформаций в обрабатываемых заготовках. Даже если движение заготовки незначительно в отдельных случаях, такие расчеты позволяют предсказывать поведение всей системы при значительных импульсных токах в различных конфигурациях устройств, для различных материалов и размеров с целью оптимального проектирования устройств.

Список литературы: 1. C. Fluerasu Equivalent schemes of electromagnetic forming installations // Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ. – 1971. – 16, 4. – P. 593-609. 2. Shiro Kobayashi, Soo-ik Oh, Taylan Altan Metal forming and the finite element method. – New York: Oxford, Oxford University Press, 1989. 3. R. Ernst, Pascale Gillon, V. Mallein, M. Garnier FEM modeling of electromagnetic sheet metal forming // EPM 2003, Proceedings. – P. 301-306.

Поступила в редколлегию 10.10.2011

УДК 536.24

Н.В.БАБКОВА, аспирант, НТУ «ХПИ»;

И.В.ГАЛУЩАК, ст. преп., НТУ «ХПИ»;

В.Я.ГОРБАТЕНКО, канд. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»;

А.М.НИКИТИН, ст. преп., НТУ «ХПИ»

ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕДАЧИ ТЕПЛА В ОРЕБРЕННЫХ ТРУБАХ

Надано результати розробки та тестової перевірки дискретної моделі процесу передачі тепла в елементах трубної поверхні теплообміну з зовнішнім розрізним спірално-стрічковим оребренням. Встановлена можливість моделювання, його інформативність та доступність за витратами матеріалів та часу.

Outcomes of development and test check of discrete model of the heat-transmission process in units with a tubular surface of heat exchange and with an external cutting spiral - tape ribbing represented. Possibility of simulation, his self descriptiveness and availability on the material and temporary expenditures is placed.

Представлены результаты разработки и тестовой проверки дискретной модели процесса передачи тепла в элементах трубной поверхности теплообмена с внешним разрезным спирально-ленточным оребрением. Установлена возможность моделирования, его информативность и доступность по расходам материалов и времени.

Настоящая публикация представляет собой описание построения и применения дискретной модели процесса передачи тепла от греющих газов к рабочей среде в элементах теплоэнергетических установок, использующих поверхности нагрева с разрезанным спирально-ленточным оребрением, и является продолжением статьи [1]. Перенос тепловой энергии производится через оребренную трубку. Следующим шагом в решении проблемы является построение модели транспорта тепла в материале стенки со сложной геометрией границ. Разработка возможности выбора конструктивных параметров подобной оребрения эффективных в процессе теплопередачи стала одной из причин появления данной публикации.

1. Постановка задачи и исходные данные. Основной задачей выполненной работы являлось получение распределений температур внутри материала участка оребренной трубы, рис. 1, с элементами спирально-оребренных поверхностей нагрева с разрезанными ребрами при различных размерах оребрения, рис. 2.

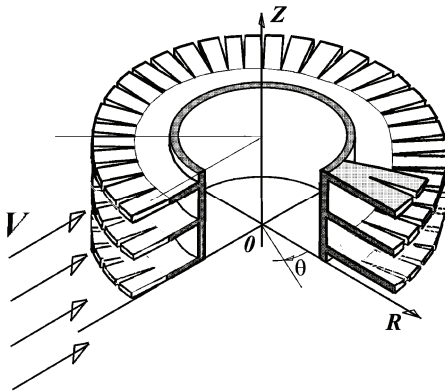


Рисунок 1 – Трехмерный элемент оребренной трубы в цилиндрической системе координат

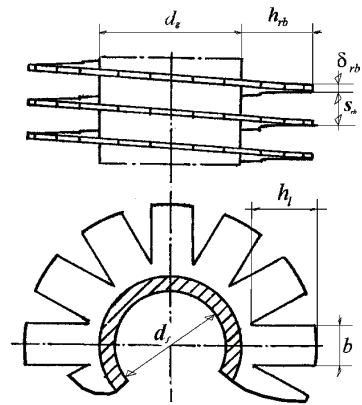


Рисунок 2 – Эскиз элемента трубы

Согласно формулировке и рис. 1, задача кондуктивного теплообмена трехмерна и распределение температур для трубы и оребрения, выполненных из одного и того же материала, описывается уравнением в частных производных [2]

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{C_p \rho} \quad (1)$$

В (1) $t(r, \theta, z)$ – поле температур в системе координат (r, θ, z) ; $a = \lambda / C_p \rho$ – коэффициент температуропроводности; ρ , C_p , λ – плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности материала трубы и оребрения; q_v – интенсивность внутренних источников в материале трубы.

Предполагая стационарность процесса теплопередачи $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ и отсутствие внутренних источников тепла, $q_v = 0$, получим

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0 \quad \text{или} \quad \Delta t = 0. \quad (2)$$

Предположение малости теплового потока в окружном направлении характерно в постановках, пренебрегающих неравномерностью потока в зависимости от координаты θ , а выбранное осевое сечение позволяет ввести двумерную декартову систему координат $(x, 0, y)$ и рассматривать в качестве модельного тонкий, но конечный по толщине, радиальный срез материала трубы с элементами оребрения (рис. 3, а).

Упомянутые до сих пор допущения, кроме приведенных в [3] обоснований, становятся более жесткими, если принять во внимание факт, что в модели газового потока [1] использованы средние по элементам коэффициенты теплоотдачи от греющих газов к поверхности.

1.1. Выбор области дискретизации. Эскиз трубы со спирально-оребреной поверхностью нагрева с разрезанными ребрами приведен на рис. 1 и 2. Указанные размеры элементов и их обозначения соответствуют исходным данным, приведенным в табл. 1.

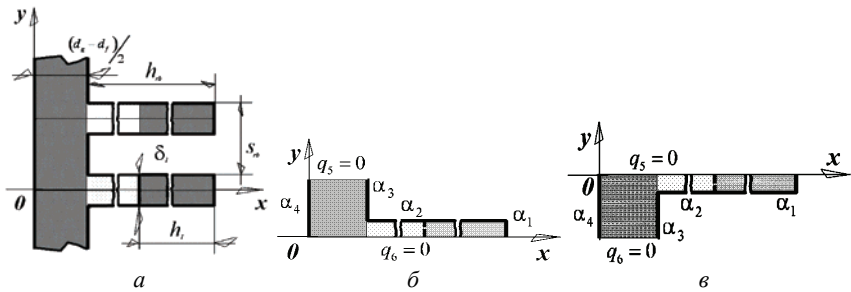


Рисунок 3 – Область с выделенными элементами: а – сечение по оси трубы; б – нижний угол; в – верхний угол

Осевое сечение участка трубы, показанное на рис. 3, а, позволяет выбрать характерные поперечные сечения оребренного участка: по срединной плоскости лепестка и по плоскости, проходящей через середину трубного элемента между оребрением. Обе выбранные плоскости обладают следующими особенностями:

- в пределах одного или двух шагов оребрения они являются плоскостями симметрии для изображения на рис. 3, а,
- можно ожидать, что при симметричном тепловом нагружении производная $\left. \frac{\partial q}{\partial y} \right|_{y=0}^{y=0.5 \cdot s_{rb}} \approx 0$, что соответствует малым тепловым потокам

вдоль оси ординат на границах выделения области.

Таблица 1 – Исходные данные дискретной модели спирально-оребрённых поверхностей нагрева с разрезанными ребрами.

Наружный диаметр трубы	мм	d_g	Внутренний диаметр трубы	мм	d_f
Греющая среда – дымовые газы при $p = 1,0$ Мра					
Температура газа	°С	t_g	Вязкость газов при t_g	м ² /с	ν_g
Теплопроводность газов	Вт/мК	λ_g	Число Прандтля		Pr
Нагреваемая среда – вода при $p = 4,0$ Мра					
Температура воды	°С	t_f	Вязкость воды при t_f	м ² /с	ν_f
Теплопроводность воды	Вт/мК	λ_f	Число Прандтля		Pr
Скорость воды	м/с	w_f	Температура кипения	°С	t_{fk}
Теплота парообразования	кДж/кг	r_f	Энтальпия воды	кДж/кг	i_f
Теплопроводность металла трубы и оребрения				Вт/мК	λ
Переменные параметры модели					
Шаг ребер	мм	s_{rb}	Зазор между ребрами	мм	a
Высота ребер	мм	h_{rb}	Скорость газов	м/с	w_g
Высота лепестка	мм	h_i	Размер по лепестку	мм	L_1
Толщина ребра	мм	δ_{rb}	Размер по неразрезанной части	мм	L_2
Ширина лепестка	мм	b	Размер по внешней поверхности трубы	мм	L_3

Относительно характера теплового процесса в рамках модели принимаются ограничения, которые в процессе идеализации остаются неизменными:

- материал оребрения и материал трубы имеют совпадающие теплопроводящие свойства;
- условия теплоотдачи в пределах трех близлежащих витков со стороны газового потока на поверхности ребер и внешнюю поверхность трубы идентичны;
- условия теплоотдачи в пределах трех близлежащих витков со стороны потока жидкости вследствие малости шага оребрения можно считать

постоянными.

Эти три соглашения позволяют выделить несколько вариантов геометрии модельного элемента.

Приведенные на рис. 3, б и 3, в модельные области идентичны с точки зрения приведения к системе конечных элементов и позволяют показать участки с постоянными граничными условиями. Для дальнейшего построения рабочей модели в результате предварительного тестирования была выбрана область, изображенная на рис. 3, в. При этом в процессе вычислительного эксперимента опробованы также модели с условно тонкими, в тепловом смысле, представлениями элементов области дискретизации. Однако наиболее информативной и точной оказалась область типа «верхний угол», рис. 3, в.

1.2. Математическое описание процесса теплообмена. Для внутренней области модельного элемента в рамках двумерной стационарной задачи кондуктивного теплообмена без внутренних источников тепла [4] дифференциальное уравнение, описывающее температурное поле в материале объекта:

$$\Delta t = 0 \quad \text{или} \quad \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0. \quad (3)$$

В табл. 2 приведен вид граничных условий модельной области в общем случае для теплового потока, направленного против оси абсцисс.

Таблица 2 – Общий вид граничных условий модельной области

№ грани-цы	Граничное условие	Примечание
1	$q_1 = \alpha_1 (t_g - t_1)$	α_1 – коэффициент теплоотдачи от топочного газа к поверхности лепестка, t_g и t_1 температуры газа и поверхности ребра,
2	$q_2 = \alpha_2 (t_g - t_2)$	α_2 – коэффициент теплоотдачи от топочного газа к сплошной части оребрения, t_2 температура неразрезанной части,
3	$q_3 = \alpha_3 (t_g - t_3)$	α_3 – коэффициент теплоотдачи от топочного газа к внешней стенке трубы, t_3 температура поверхности и трубы,
4	$q_4 = \alpha_4 (t_4 - t_{f1})$	α_4 – коэффициент теплоотдачи от внутренней стенки трубы к потоку воды, t_{f1} и t_4 температуры воды и стенки,
5, 6	$\frac{\partial q}{\partial y} = 0$; $\lambda \neq 0$; $\frac{\partial t}{\partial y} = 0$	по способу выделения модельной области

Выражения (табл. 2.1-4) являются граничными условиями третьего рода, а выражения (табл. 2.5-6) с учетом конечности значения коэффициента теплопроводности относятся к граничным условиям второго рода.

Моделирование сложных течений [5] приведением к условному плоско-му каналу с модельным геометрическим параметром предоставляет ряд преимуществ. Для значений коэффициентов теплоотдачи от греющего газа к различным участкам тепловоспринимающей поверхности в [1] получены значения модельных параметров L_i , $i = 1, 2, 3$. Значения чисел Рейнольдса [6] получаются различными на разных участках границ $Re_{gi} = \frac{w_g L_i}{\nu_g}$, $i = 1, 2, 3$.

Следуя порядку в табл. 2, выпишем выражения для коэффициентов теплоотдачи всех границ модельной области. Так, коэффициент теплоотдачи от газов ко всем тепловоспринимающим поверхностям определен в [1] с помощью модельного значения числа Re_{gi} в канале. Тогда для лепестка оребрения он принимается равным α_1 , к поверхности кольца оребрения – α_2 , к неоребрённой поверхности трубы – α_3 , при этом:

$$\alpha_i = 0,66 \frac{\lambda_g}{L_i} Re_g^{0,5} Pr_g^{0,33}; \quad Re < 40000, \quad (4)$$

$$\alpha_i = 0,037 \frac{\lambda_g}{L_i} Re_g^{0,8} Pr_g^{0,43}; \quad Re \geq 40000. \quad (5)$$

Коэффициент теплоотдачи α_4 от внутренней стенки [2] трубы единичной длины к потоку воды,

$$\alpha_4 = 0,023 \frac{\lambda_f}{d_t} Re_f^{0,8} Pr_f^{0,43}; \quad Re < 10000, \quad (6)$$

$$\alpha_4 = 0,021 \frac{\lambda_f}{d_t} Re_f^{0,8} Pr_f^{0,43}; \quad Re \geq 10000, \quad (7)$$

Таким образом, по формулам (4-7) граничные условия из табл. 2 определены «до числа». Данный вариант использован авторами в качестве базовой расчетной модели для проведения вычислительного эксперимента в предлагаемой работе.

1.3. Исходные данные дискретной модели. Набор данных, необходимых для реализации вычислительного процесса определен выбором модельной области, рис. 3, в, математической моделью (3, 4-7) и размерами теплопередающих элементов. Исходные данные можно представить в виде двух групп:

- характеристики процесса, принятые в традиционном представлении и конструктивные,
- модельные параметры, для которых справедливы модельные допущения.

Наименования и обозначения исходных данных, приведенные в табл. 1, использованы при моделировании на всех этапах.

2. Метод конечных разностей, стержневая модель. При использовании метода конечных разностей [7] твердое тело представляют в виде совокупности узлов. Далее, уравнение (3) преобразуется к разностному виду таким образом, что все свойства расчетной области приводятся к системе узлов сетки. При этом искомые параметры выступают в качестве неизвестных, а коэффициенты линеаризации образуют матрицу связей. Дифференциальное уравнение (3) и его конечно-разностный аналог выполняются для каждого узла сетки, в результате, задача заключается в решении системы линейных уравнений с размерностью, равной числу узлов дискретного аналога.

2.1. Метод конечных разностей для уравнения Лапласа. Для линеаризации уравнения Лапласа (3) введем разностный эквивалент второй производной вдоль координаты при малых $\Delta x = \Delta y = d$, см. рис. 3, а. Учитывая

приближенность преобразования получим:
$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) = \frac{\Delta \left(\frac{\Delta t}{\Delta x} \right)}{\Delta x} = \frac{\Delta(\Delta t)}{(\Delta x)^2}.$$

Преобразуем уравнение (3) согласно рис. 4, а:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = \frac{t_1 + t_3 + t_2 + t_4 - 4 \cdot t_0}{d^2} = 0. \text{ Учитывая не равенство 0 дискрета } d$$

$$d = \text{const} \neq 0; \quad t_1 + t_3 + t_2 + t_4 - 4 \cdot t_0 = 0. \quad (8)$$

Операндом метода конечных разностей является точка, совпадающая с центром тяжести малой области, выделяемой в модели координатными линиями или плоскостями.

2.2. Стержневая модель теплопередачи. Стержневая модель использует стержень, заданной длины, как элемент конечных размеров, реализующий все теплопроводящие свойства материала между двумя соседними узлами. В результате применения стержневого метода получают n алгебраических уравнений для n узлов в твердом теле. Эти n алгебраических уравнений заменяют одно уравнение в частных производных с соответствующими граничными условиями.

Иллюстрация стержневой модели [4] на двумерной задаче теплопроводности приведена на рис. 4, а.

В установившихся состояниях баланс энергии для узла 0 при отсутствии внутреннего тепловыделения записывается в виде $\sum_{i=1}^4 q_{i \rightarrow 0} = 0$. Применяя законы Фурье и Ньютона для каждого элемента типа стержень, в [4] получены алгебраические уравнения, совпадающие с (8). Приводим эти уравнения применительно к областям на рис. 4, а, б.

$$4 \cdot T_0 - (T_1 + T_2 + T_3 + T_4) = 0; \quad (9)$$

$$\left(2 + \frac{\alpha \Delta x}{\lambda}\right) T_0 - \left(\frac{1}{2}(T_2 + T_3) + T_1\right) = \frac{\alpha \Delta x}{\lambda} T_\infty; \quad (10)$$

$$2T_0 - \left(\frac{1}{2}(T_2 + T_3) + T_1\right) = 0. \quad (11)$$

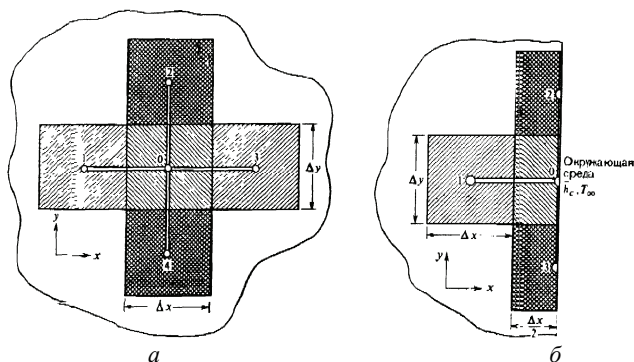


Рисунок 4 – Расположение узлов для двумерного твердого тела; толщиной d с коэффициентом теплопроводности λ : a – внутренняя, b – граничная области.

Уравнение (9) совпадает с (8) и применимо ко всем внутренним узлам, то есть ко всем узлам, не лежащим на границе твердого тела и окруженным со всех сторон равноотстоящими квадратными ячейками сетки. Температуры в граничных узлах зависят от температур в соседних узлах и от параметра $\alpha \Delta x / \lambda$. Этот безразмерный комплекс имеет форму числа Био [4] для характерного размера Δx . Уравнения (10) соответствуют граничным условиям третьего рода. Для граничных условий второго рода действительно уравнение (11).

Таким образом, вместо дифференциального уравнения Лапласа (3) с граничными условиями (табл. 2) располагаем линейными (для $d = \text{const}$) алгебраическими аналогами (9-11). Отметим особую роль размера Δx в предлагаемых рассуждениях и его влияние на вид получаемых выражений. Этот характерный размер часто называют «дискретом» задачи. Величина Δx выбирается таким образом, что все особенности геометрии расчетной области моделируются целым числом элементарных стержней. От ее величины зависит размерность системы линейных уравнений и точность получаемых решений для температур в узлах.

Если узлов в твердом теле сравнительно мало [8], можно решить полученную систему алгебраических уравнений стандартными математическими методами. При возрастании числа узлов для получения уточненного решения требуется больше времени.

3. Модель процесса теплопередачи. Для построения модели процесса теплопередачи необходимо принять схему нумерации узлов согласно рис. 5 и соответствующий алгоритм автоматической компоновки коэффициентов матрицы связей для модельной области с использованием уравнений из табл.

3. В таблице приведены наиболее часто встречающиеся случаи и соответствующие им уравнения для температур.

Матрица связей состоит из коэффициентов при неизвестных узловых температурах в линейной системе уравнений, получаемых по аналогии с примерами (8, 11, 12). Выделим на рис. 5 характерные узлы и сопоставим им линейные уравнения связей, приведенные в табл. 3. Линейные уравнения (9-16) являются аналитическим эквивалентом подпрограмм блока формирования матрицы «связей».

Таблица 3 – Характерные узлы модельной области

	<p>Верхний правый угол $-(1 + 0.5Bi_4)t_0 + 0,5t_1 +$ $+0,5t_q = -0.5Bi_4t_f$</p>	(12)
	<p>«Теплоизолированный» граничный узел $-2t_i + 0,5t_{i-1} +$ $+0,5t_{i+1} + t_{i+q} = 0$</p>	(13)
	<p>Узел торца плоского лепестка $-(2 + Bi_\gamma)t_i + t_{i-1} + 0,5t_{i-q} +$ $+0,5t_{i+q} = -Bi_\gamma t_g$</p>	(14)
	<p>Нижний «консольный» узел $-(1 + Bi_\gamma)t_i + 0,5t_{i-1} +$ $+0,5t_{i-q} = -Bi_\gamma t_g$</p>	(15)
	<p>Внутренний узел $-(3 + Bi_\gamma)t_i + t_{i-1} + 0,5t_{i+1} +$ $+t_{i-q} + 0,5t_{i+q} = -Bi_\gamma t_g$</p>	(16)

3.1. Расчетная схема модели. Основной программный блок построения матрицы связей реализован согласно рис. 5. Нумерация точек и выбор величины дискрета отражают значения исходных данных из табл. 1.

Например, число точек по толщине материала трубы связано с величиной дискрета модели, внешним и внутренним диаметрами $n = \frac{d_g - d_f}{2 \cdot d}$ и т.п.

Размерность задачи, соответствующая рангу матрицы связей, рассчитывается по числу точек на рис. 5,

$$N = (s+1)q + m(n+1) - 1, \quad (17)$$

где s – число дискретных элементов по половине толщины ребра, q – по дли-

не оребрения от точки внутренней поверхности трубы до вершины ребра, m – соответствует длине неоребренной части трубы, n – ее толщине. Разделение материала оребрения в основании лепестка происходит в точках сварки и начала разреза, что соответствует $q = m + l + k + 1$, где l соответствует неразрезанной части, а k – длине плоского участка ребра.

В работе опробованы несколько вариантов расчетных схем модельных областей. В качестве базовой расчетной модели выбрана схема, приведенная на рис. 5, как более информативная.

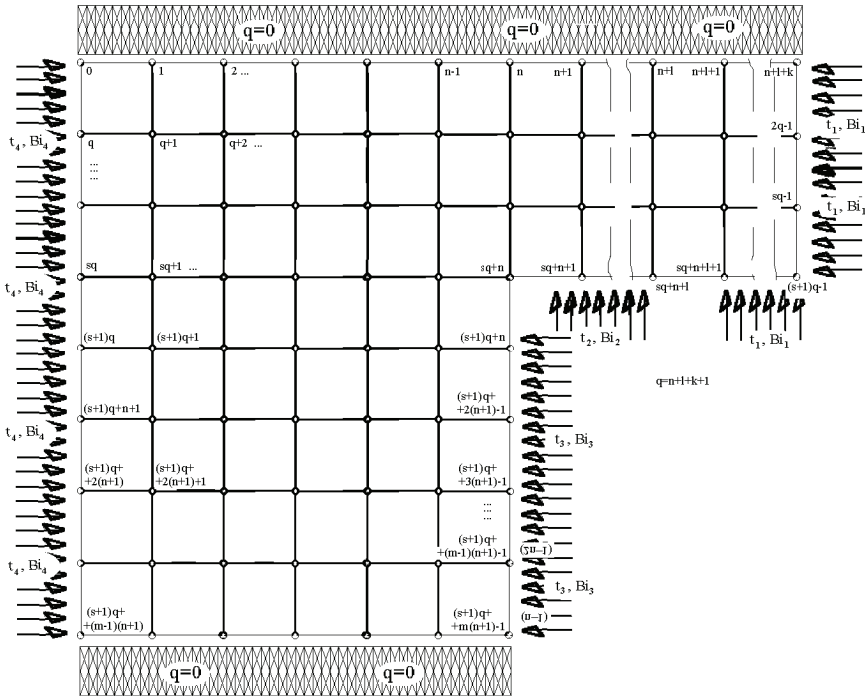


Рисунок 5 – Расчетная схема для оребрения произвольной толщины

3.2. Описание работы основного модуля. Описанные в предыдущих разделах алгоритмы и представления моделей реализованы в среде Visual Basic for Excel 97 [8] на платформе системы Windows 98, которая в настоящее время не поддерживается фирмой Microsoft и не входит в список обязательно лицензируемых программных продуктов в Украине.

Организация работы [9] Basic-модуля полностью соответствует изложенным ранее алгоритмам и процедурам моделирования. Дискретное моделирование производится в ExcelBook Microsoft Office 97, что позволяет в полной мере использовать известный дружественный интерфейс от фирмы

Microsoft. Основными оперативными листами являются:

ID09 содержит значения всех исходных данных согласно табл. 2 и оценочные величины, такие как относительная ошибка модели по тепловому потоку и т.п.;

Paint – лист вывода результатов моделирования

Изменяемые параметры подписаны и выделены, ввод новых значений производится в соответствующие ячейки листа до начала вычислительного эксперимента.

4. Результаты вычислительного эксперимента. В результате вычислительного эксперимента получены серии распределений избыточных температур в модельной области, рис. 6. В качестве опорной температуры была произвольно выбрана температура границы по внутренней поверхности трубы.

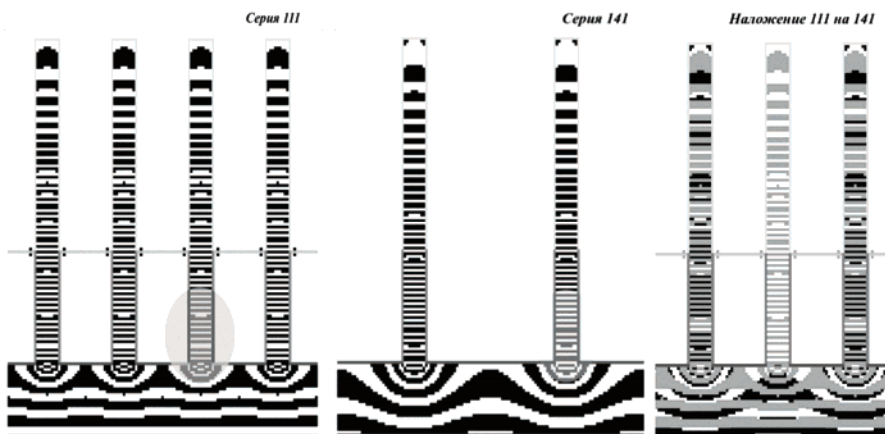


Рисунок 6 – Диаграммы избыточных температур при разной частоте следования обременения: 111 – $s_{rb} = 4$ мм, $\varepsilon_q = 2,6$ %; 141 – $s_{rb} = 8$ мм, $\varepsilon_q = 2,4$ %, и их наложение

Для построения программной оценки точности моделирования использовано предположение стационарности исследуемого процесса. В этом случае суммарный тепловой поток, проходящий через модельную область должен быть нулевым. В тестовом примере процесса с температурой газовой среды, равной 700 °С и температурой теплоносителя в трубе – 100 °С, погрешность модели составила $\varepsilon_q = 3,4$ %. Величина дискрета, при этом, составляла $d = 0,25$ мм.

Приведенные на рис. 6 распределения охватывают реальную область с размерами 16×18 мм. Шаг изотерм на диаграммах соответствует изменению избыточной температуры на 1 °С. Моделирование проводилось с пространственным разрешением $d = 0,125$ мм.

Тоновое выделение обращает внимание на зоны повышенных температурных градиентов на рис. 6, которые требуют специального тщательного анализа.

Наложение температурных полей на рис. 6 позволяет сделать вывод об эффективности оребрения в пользу меньшего значения шага s_{rb} . Как видно по числу изотерм на рис. 6, перепад избыточных температур в материале трубы увеличен на 2,5 °С для серии 111 по сравнению со 141 при совпадающих всех остальных параметрах.

Выводы. Применение описанного моделирования показало его приемлемость и информативность при изучении процесса передачи тепла от греющих газов к рабочей среде в элементах теплоэнергетических установок, использующих поверхности нагрева с разрезанным спирально-ленточным оребрением. Получена гибкая возможность изменения значений параметров проведения эксперимента, что в рамках физических стендовых моделей затруднительно. При этом, применение программного обеспечения, которое в настоящее время не поддерживается фирмой-производителем, показало возможность загрузки и использования несколько устаревшего вычислительного парка.

Использование методики экспресс-оценок ошибок позволило получить точность, удовлетворительную с точки зрения современных требований как вычислительных, так и экспериментальных. Этот факт оказывает существенное влияние на качество и пространственное разрешение полученных результатов. Графическое наложение двух изображений температурных полей на рис. 6 позволяет сделать обоснованный вывод в пользу увеличения частоты оребрения в рамках реализованной модели.

Учитывая высокую стоимость современных специализированных программных продуктов и системного математического обеспечения, а также затраты на их освоение, хотя бы на уровне пользователя, приведенная модель может оказаться достаточно эффективной. Предложенные способы моделирования доступны для реализации в других подобных задачах.

Список литературы. 1. Галуцак И.В. Моделирование газового потока в области оребрения трубы / Н.В.Бабкова, И.В.Галуцак, В.Я.Горбатенко, А.М.Никитин // Вестник НТУ «ХПИ» «Динамика и прочность машин». – 2010. – № 69. – С. 12-18. **2.** Теоретические основы теплотехники. Теплотехнический эксперимент: Справочник. – Т. 2 / Под общ. ред. чл.-корр. АН СССР В.А. Григорьева, В.М.Зорина. – 2-е изд., перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 560 с. **3.** Филиппов Э.Б. Метод численного исследования тепловой эффективности трубчатой поверхности нагрева с попеременно-лепестковым оребрением / Э.Б.Филиппов, Г.Б.Черепенников, Т.Г.Леценко // Теплоэнергетика. – 2006. – № 6. – С. 36-40. **4.** Крейт Ф., Блэк У. Основы теплопередачи / Крейт Ф., Блэк У. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1983. – 512 с. **5.** Товажянский Л.Л. Исследование гидродинамики турбулентных потоков в моделях: каналов пластинчатых теплообменников / Л.Л.Товажянский, А.Ю.Перевертайленко, В.П.Задорожный, А.М.Никитин // Повышение эффективности, совершенствование процессов и аппаратов хим. производства: Всес. научн. конф., ХПИ, 11-13 июня 1985 г. – Харьков: Тез. докл. – Т. 3. – С. 46-47. **6.** Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа / Л.Г.Лойцянский. – М.: Наука, 1978. – 736 с. **7.** Ши Д. Численные методы в задачах теплообмена / Д.Ши. – Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 544 с. **8.** Коке Джойс Microsoft 97: Краткий курс / Коке Джойс, Дадлей Кристина, Урбан Полли. – Пер. с англ. – СПб.: Питер., 2001. – 256 с. **9.** Мудров А.Е. Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль / А.Е. Мудров. – Томск: МП «РАСКО», 1991. – 272 с.

Поступила в редколлегию 03.10.2011

И.А.БАГМУТ, ст. препод., НТУ «ХПИ»;

В.Б.УСПЕНСКИЙ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

РАЗРАБОТКА ТРЕБОВАНИЙ К ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫМ ПОГРЕШНОСТЯМ ИНЕРЦИАЛЬНОГО БЛОКА ИНТЕГРИРОВАННОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Запропоновано аналітичний метод формування вимог щодо точності до інерціальних датчиків інтегрованої навігаційної системи літальних апаратів. В основу методу покладено аналіз впливу інструментальних похибок на координатну помилку навігації при різних маневрах повітряного літального апарату. Сформульовані вимоги до інструментальних погрешностей інерціальних датчиків середнього класу точності.

The analytical method for the formation of requirements for accuracy of inertial sensors of the integrated navigation system of aircraft has proposed. The method is based on an analysis of the influence of instrument errors on the coordinate navigating error at various air maneuvers of the aircraft. The requirement to the instrumental errors of inertial sensors of the middle class accuracy has formulated.

Предложен аналитический метод формирования требований относительно точности к инерциальным датчикам интегрированной навигационной системы летательных аппаратов. В основу метода положен анализ влияния инструментальных погрешностей на координатную ошибку навигации при различных маневрах воздушного летательного аппарата. Сформулированные требования к инструментальным погрешностям инерциальных датчиков среднего класса точности.

Постановка проблемы. В настоящее время среди навигационных систем воздушных летательных аппаратов (ВЛА) наиболее перспективными являются интегрированные инерциально-спутниковые навигационные системы (ИИСНС), основанные на комплексировании информации инерциальных навигационных систем (ИНС) и измерений, поступающих от спутниковых навигационных систем (СНС) GPS, ГЛОНАСС [1]. Такие системы объединяют в себе преимущества ИНС и СНС и практически лишены их недостатков. Дополнительным преимуществом ИИСНС является сравнительно невысокая их стоимость, обусловленная ослаблением требований к инерциальным датчикам (ИД).

Необходимым условием эффективного функционирования ИИСНС является коррекция измерений инерциального блока (ИБ) интегрированной навигационной системы. Основным математическим аппаратом, используемым для комплексирования и коррекции информации в ИИСНС, является фильтр Калмана (ФК) [2]. При разработке алгоритмов коррекции, одной из важных задач является определение компонент вектора состояния фильтра. В инвариантном алгоритме комплексирования в вектор состояния ФК, как правило, включают оценки ошибок определения навигационных параметров (НП) ВЛА, вычисленные инерциальной системой, а также оценки инструментальных погрешностей (ИП) инерциальных датчиков [2]. К основным инструмен-

тальным погрешностям ИД относятся: дрейфы гироскопов (ГС), смещение нуля акселерометров (АК), погрешности масштабных коэффициентов (МК) и углы несоосности. В работе [3] показано, что при наличии всех перечисленных погрешностей в векторе состояния ФК адекватно оценить и алгоритмически скомпенсировать все указанные ИП не представляется возможным. Следовательно, необходимо выделить наиболее значимые погрешности с точки зрения вносимой ошибки в оценки навигационных параметров и оставить их в векторе состояния. К остальным погрешностям необходимо сформулировать требования относительно диапазона их допустимых значений, и далее либо исключить их из вектора состояния, либо оставить в векторе состояния ФК.

В этих условиях актуальной задачей является анализ влияния инструментальных погрешностей на ошибки навигации и разработка метода формирования требований к инструментальным погрешностям инерциальных датчиков в ИИСНС.

Анализ последних исследований и публикаций. Аналогичная проблема рассмотрена в [4, 5]. В этих работах приведены результаты численного анализа влияния инструментальных погрешностей на ошибки навигации на основе экспериментальных данных и данных численного моделирования. В данной работе рассматривается аналитический анализ влияния ИП на точность навигации.

Цель и постановка задачи. Целью данной работы является проведение аналитического анализа влияния инструментальных погрешностей ИД на ошибки навигации и разработка метода формирования требований к погрешностям на его основе.

Изложение материала. Для определенности примем, что в инерциальном блоке находится тройка гироскопов и тройка акселерометров. Модели ошибок измерений гироскопов зададим следующим образом [3]:

$$\begin{aligned} \delta\omega_x &= \Delta\omega_x - \omega_x \cdot \delta k\omega_x - \omega_z \cdot \omega_{XY} + \omega_y \cdot \omega_{XZ}; \\ \delta\omega_y &= \Delta\omega_y - \omega_y \cdot \delta k\omega_y + \omega_z \cdot \omega_{YX} - \omega_x \cdot \omega_{YZ}; \\ \delta\omega_z &= \Delta\omega_z - \omega_z \cdot \delta k\omega_z - \omega_y \cdot \omega_{ZX} + \omega_x \cdot \omega_{ZY}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекции вектора абсолютной угловой скорости вращения ВЛА $\bar{\omega}$ на оси базовой системы координат (БСК) жестко связанной с системой координат (СК) ВЛА;

$\delta\omega_x, \delta\omega_y, \delta\omega_z$ – проекции ошибок измерения вектора $\bar{\omega}$ на оси БСК;

$\Delta\omega_x, \Delta\omega_y, \Delta\omega_z$ – систематические дрейфы ГС;

$\delta k\omega_x, \delta k\omega_y, \delta k\omega_z$ – погрешности МК гироскопов;

ω_{ij} ($i \in \{X, Y, Z\}$, $j \in \{X, Y, Z\}$, $i \neq j$) – углы рассогласования между одноименными осями чувствительности гироскопов и осями БСК.

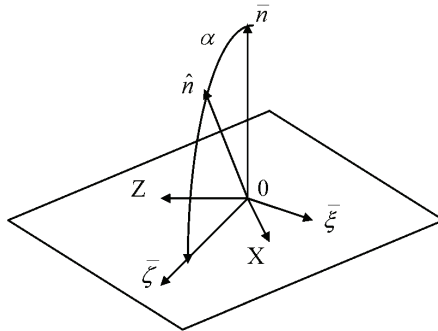
Аналогичным образом зададим модели ошибок измерений акселеромет-

ров:

$$\begin{aligned} \delta a_x &= \Delta a_x - a_x \cdot \delta ka_x - a_z \cdot aXY + a_y \cdot aXZ ; \\ \delta a_y &= \Delta a_y - a_y \cdot \delta ka_y + a_z \cdot aYX - a_x \cdot aYZ ; \\ \delta a_z &= \Delta a_z - a_z \cdot \delta ka_z - a_y \cdot aZX + a_x \cdot aZY , \end{aligned} \quad (2)$$

где a_x, a_y, a_z – проекции вектора кажущегося ускорения ВЛА \bar{a} на оси БСК; $\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z$ – проекции ошибки измерения вектора \bar{a} на те же оси; $\Delta a_x, \Delta a_y, \Delta a_z$ – систематические смещения нулей АК; $\delta ka_x, \delta ka_y, \delta ka_z$ – погрешности МК акселерометров; aij ($i \in \{X, Y, Z\}, j \in \{X, Y, Z\}, i \neq j$) – углы рассогласования между одноименными осями чувствительности акселерометров и осями БСК.

Для проведения анализа влияния инструментальных погрешностей инерциальных датчиков на ошибку навигации воспользуемся упрощенной моделью ошибок автономной навигации в горизонтальной плоскости (см. рисунок) [6].



Отклонение вычисленной вертикали от истинной

Пусть α – малый угол отклонения вычисленной вертикали \hat{n} от истинной \bar{n} . В этом случае показания акселерометров, алгоритмически приведенные к горизонтальной плоскости, содержат «ошибочное» ускорение

$$\delta \dot{v} = -g \cdot \alpha + \delta a , \quad (3)$$

где δv – скоростная ошибка;

g – значение ускорения силы тяжести;

$\delta a = Pr_{\bar{\zeta}}(\delta \bar{a}_x + \delta \bar{a}_z)$ – проекция вектора суммарной ошибки измерений

x -го и z -го АК на ось $\bar{\zeta} = (\bar{n} \times \hat{n}) \times \bar{n}$.

При этом «уход» вычисляемой с помощью навигационной системы вертикали, обусловленный интегрированием ускорения (3) и ошибками гироскопов, подчиняется закону

$$\dot{\alpha} = \frac{\delta v}{R} + \delta \omega , \quad (4)$$

где R – радиус земного сфероида;

$\delta\omega = \text{Pr}_{\vec{\xi}}(\delta\vec{\omega}_x + \delta\vec{\omega}_z)$ – проекция вектора суммарной ошибки измерений x -го и z -го ГС на ось $\vec{\xi} = \vec{n} \times \hat{n}$.

Проанализируем влияние инструментальных погрешностей на ошибки навигации. В качестве интегральной ошибки навигации выберем координатную ошибку в горизонтальной плоскости.

Порядок проведения анализа для всех инструментальных погрешностей одинаков. Для примера рассмотрим влияние несоосности акселерометров на ошибку навигации.

В предположении, что из возмущающих воздействий в системе присутствуют только несоосности АК, эволюции скоростной ошибки δv и ошибки отклонения вертикали α будут задаваться соотношениями:

$$\delta\dot{v} = -g \cdot \alpha + \delta\dot{\alpha}; \quad \dot{\alpha} = \frac{\delta v}{R}, \quad (5)$$

где $\delta\dot{\alpha} = \pm\sqrt{(g \cdot aXZ)^2 + (-g \cdot aZX)^2} = \pm g \cdot \sqrt{aXZ^2 + aZX^2}$.

Решение системы уравнений (5), при $\delta v_0 = 0$ имеет вид:

$$\delta v = \frac{T_s(\delta\dot{\alpha} - g \cdot \alpha_0)}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{T_s} t; \quad \alpha = \alpha_0 \cos \frac{2\pi}{T_s} t + \frac{\delta\dot{\alpha}}{g} (1 - \cos \frac{2\pi}{T_s} t), \quad (6)$$

где $T_s = 2\pi\sqrt{R/g}$ – период Шулера;

α_0 – начальное значение ошибки воспроизведения вертикали.

Ошибка определения пространственной координаты δr получается как результат интегрирования уравнения для скоростной ошибки (6) при $\delta r_0 = 0$:

$$\delta r = \frac{T_s^2(\delta\dot{\alpha} - g \cdot \alpha_0)}{(2\pi)^2} \cdot (1 - \cos \frac{2\pi}{T_s} t). \quad (7)$$

Как видно, координатная ошибка тождественно равна нулю при выполнении равенства $\delta\dot{\alpha} = g \cdot \alpha_0$.

В рассматриваемом случае, α_0 определяется начальными ошибками углов тангажа θ и крена γ :

$$\alpha_0 = \pm\sqrt{\delta\theta_0^2 + \delta\gamma_0^2}; \quad \delta\theta_0 = aXZ; \quad \delta\gamma_0 = -aZX,$$

и следовательно

$$\alpha_0 = \pm\sqrt{aXZ^2 + (-aZX)^2} = \frac{\pm\delta\dot{\alpha}}{g}.$$

Таким образом, рассматриваемые ИП не будут влиять на координатную ошибку до выполнения угловых маневров.

В качестве углового маневра выберем маневр по углу курса, так как в этом случае рассматриваемые погрешности проявляют наибольшее влияние на ошибки навигации [3].

Предположим, что ВЛА выполнил курсовой разворот и далее продолжил полет с постоянной скоростью и направлением. Тогда ошибка определе-

ния пространственной координаты вычисляется следующим образом:

$$\delta r = \frac{T_s^2 (\delta \alpha - g \cdot \alpha'_0)}{(2\pi)^2} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T_s} t \right),$$

где α'_0 – «новое начальное» значение угла отклонения вертикали, вычисленное в момент времени сразу после курсового разворота, но перед прямолинейным равномерным движением.

Найдем соотношение для α'_0 . Скорости изменения ошибок тангажа и крена определяются «угловыми» уравнениями модели ошибок инерциальной навигации [3]. В предположениях, что угол тангажа θ мал и для проекции угловой скорости разворота на вертикальную ось БСК справедливы соотношения $|\omega_Y| \gg |\omega_X|$ и $|\omega_Y| \gg |\omega_Z|$, уравнения эволюции ошибок тангажа $\delta\theta$ и крена $\delta\gamma$ примут вид

$$\delta\dot{\theta} = \omega_Y \cdot \cos \gamma \cdot \delta\dot{\gamma}; \quad \delta\dot{\gamma} = -\omega_Y \cos \gamma \cdot \delta\theta.$$

Тогда при постоянной скорости поворота, то есть когда $\omega_Y \cdot \cos \gamma = \text{const}$, имеем:

$$\begin{aligned} \delta\theta(t) &= \delta\theta_0 \cos(\omega_Y \cos \gamma \cdot t) + \delta\gamma_0 \sin(\omega_Y \cos \gamma \cdot t); \\ \delta\gamma(t) &= -\delta\theta_0 \sin(\omega_Y \cos \gamma \cdot t) + \delta\gamma_0 \cos(\omega_Y \cos \gamma \cdot t). \end{aligned}$$

Абсолютное значение ошибки отклонения вертикали в течение разворота будет оставаться постоянным и равным

$$|\alpha(t)| = \left| \sqrt{\delta\theta^2(t) + \delta\gamma^2(t)} \right| = \left| \sqrt{\delta\theta_0^2 + \delta\gamma_0^2} \right| = |\alpha_0| = |\alpha'_0|.$$

В то же время, после поворота на 180° имеем $\delta\theta \approx -\delta\theta_0$, $\delta\gamma \approx -\delta\gamma_0$. В этом случае $\alpha'_0 = -\alpha_0$. Тогда соотношение (7) примет вид

$$\delta r = \frac{T_s^2 \cdot \delta \alpha}{2 \cdot \pi^2} \cdot \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T_s} t \right). \quad (8)$$

Таким образом, после курсового разворота углы несоосности АК начнут существенно влиять на координатную ошибку. Максимизировав (8) по t и по значениям несоосностей с учетом соотношения $\delta \alpha = \pm g \cdot \sqrt{aXZ^2 + aZX^2}$, получим соотношение для максимального абсолютного значения несоосностей акселерометров α_{\max} :

$$\alpha_{\max} = \frac{\pi^2 \cdot |\delta r|}{\sqrt{2} \cdot T_s^2 \cdot g}.$$

На основе этого выражения, задавшись некоторым критическим значением δr , можно определить границы диапазона допустимых значений погрешностей.

Для определенности примем, что максимальное допустимое значение горизонтальной координатной ошибки составляет 2 морские мили за 10 минут полета ВЛА, то есть $\delta r \approx 3,8$ км., что соответствует требованиям средне-

точной навигации. В этом случае $\alpha_{\max} \approx 20''$.

Остальные углы несоосностей АК будут оказывать незначительное влияние на ошибки навигации при выполнении курсового разворота [3]. Поэтому величина α_{\max} задает границы диапазона возможных значений всех несоосностей акселерометров.

Определение диапазонов допустимых значений для других погрешностей АК и ГС выполнено аналогичным образом. Учитывая, что степень и характер влияния каждой инструментальной погрешности на точность навигации зависят от совершаемого ВЛА маневра, для каждой погрешности выбран «характерный» для нее маневр, при котором ИП проявляет себя в максимальной степени в течение всего полетного времени. Выбор таких маневров реализован на основании результатов работы [3].

В табл. 1 приведены границы диапазонов возможных значений ИП гироскопов, в табл. 2 – для акселерометров.

Для дрейфа гироскопа (см. табл. 1) результаты были получены для интервала $t = 10$ мин. Данный интервал времени выбран как максимально допустимый, в течение которого могут отсутствовать сигналы от спутников. Параметр γ (см. табл. 1, 2 колонка) представляет собой угол крена, на который повернет ВЛА перед курсовым разворотом. Результаты представлены для $\gamma = 30^\circ$. Величина dV (см. табл. 2, 2 колонка) представляет собой приращение продольной скорости ВЛА при разгоне или торможении. Для расчетов принято значение 200 м/с.

Таблица 1 – Формульные выражения для значений ИП гироскопов

ИП	Маневр	Соотношение
дрейф $\Delta\omega$	Равномерное прямолинейное движение с курсом, совпадающим с начальным	$\Delta\omega(t) = \frac{ \delta r }{\sqrt{2} \cdot R \cdot \left \frac{T_s}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{T_s} t - t \right };$ $\Delta\omega_{\max} \approx 1,6 \text{ град./час}$
погрешность МК $\delta k\omega$	Равномерное прямолинейное движение после курсового разворота	$\delta k\omega_{\max} = \frac{\pi^2 \cdot \delta r }{\sqrt{2} \cdot T_s^2 \cdot g \cdot \gamma };$ $\delta k\omega_{\max} \approx 0,02 \%$
несоосность ϖ	Равномерное прямолинейное движение после курсового разворота	$\varpi_{\max} = \frac{\pi^2 \cdot \delta r }{\sqrt{2} \cdot T_s^2 \cdot g};$ $\varpi_{\max} \approx 20''$

Приведенные в табл. 1, 2 соотношения для определения границ диапазонов возможных значений инструментальных погрешностей инерциальных датчиков в зависимости от максимально допустимой координатной ошибки

навигации представляют собой метод формирования требований по точности к инерциальным датчикам навигационных систем.

Таблица 2 – Формульные выражения для значений ИП акселерометров

ИП	Маневр	Соотношение
смещение нуля Δa	Равномерное прямолинейное движение после курсового разворота	$\Delta a_{\max} = \frac{\pi^2 \cdot \delta r }{\sqrt{2} \cdot T_S^2};$ $\Delta a_{\max} \approx 0.001 \text{ м/с}^2$
погрешность МК δka	Равномерное прямолинейное движение после набора продольного ускорения	$\delta ka_{\max} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \delta r }{ dV \cdot T_S};$ $\delta ka_{\max} \approx 2\%$
несоосность α	Равномерное прямолинейное движение после курсового разворота	$\alpha_{\max} = \frac{\pi^2 \cdot \delta r }{\sqrt{2} \cdot T_S^2 \cdot g};$ $\alpha_{\max} \approx 20''$

Выводы. Выполнен аналитический анализ влияния инструментальных погрешностей инерциального блока на ошибку навигации. На основе результатов анализа разработан метод формирования требований по точности к гироскопам и акселерометрам навигационных систем. Полученные результаты можно использовать при проектировании инерциальных и интегрированных инерциально-спутниковых навигационных систем.

Список литературы: 1. Кушельман В.Я. Будущее точной навигации – за интегрированными системами / В.Я.Кушельман, А.А.Фомичев // АвиаСоюз. – 2005, июнь-июль, № 3 (5). – С. 50-53. 2. Степанов О. А. Интегрированные инерциально-спутниковые системы навигации / О.А.Степанов // Гироскопия и навигация. – 2002. – № 1 (36). – С. 23-45. 3. Багмут И.А. Наблюдаемость инструментальных погрешностей инерциального блока в интегрированной навигационной системе / И.А.Багмут // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2009. – № 23. – С. 3-14. 4. Багмут И. А. Влияние инструментальных погрешностей чувствительных элементов в бесплатформенной инерциальной навигационной системе на точность определения навигационных параметров / И.А.Багмут // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2004. – № 19. – С. 17-22. 5. Инерциальная навигация / Под ред. М.М.Курицки, М.С.Голдстейна. – «ТИИЭР». – 1983. – Т. 71, № 10. – С. 47-74. 6. Багмут И.А. К вопросу о мере наблюдаемости / И.А.Багмут // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2009. – № 10. – С. 121-132.

Поступила в редколлегию 10.06.2011

С.М. ВЕРЕЩАКА, докт. техн. наук, доцент, Сумской государственной
университет

ОДНОСТОРОННИЙ КОНТАКТ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ИЗ РАЗНОМОДУЛЬНОГО МАТЕРИАЛА

Пропонується варіант розрахунку двох оболонок обертання у формі сфери при дії внутрішнього тиску. Розглянуті оболонки мають загальну вісь, а їх відповідні поверхні розташовані на певній відстані одна від одної. Проводиться аналіз розподілу контактної тиску, який виникає на локальних ділянках між оболонками при статичному навантаженні. Розрахунок задачі здійснюється на основі геометрично нелінійної теорії оболонок з урахуванням деформацій поперечного зсуву.

The variant of account two of shells of rotation in the form of the tor is offered at action of internal pressure. The considered shells have a general axis and their appropriate surfaces are placed on certain distance one from another. The analysis of distribution of contact pressure will be carried out which arises on a local sites between shells at action of static loading. The account of a task is carried out on a basis of the vectorially nonlinear theory of shells in view of deformations of cross shift.

Предлагается вариант расчета двух оболочек вращения в форме сферы при действии внутреннего давления. Рассмотренные оболочки имеют общую ось, а их соответствующие поверхности расположены на определенном расстоянии одна от другой. Проводится анализ распределения контактного давления, возникающего на локальных участках между оболочками при статической нагрузке. Расчет задачи осуществляется на основе геометрически нелинейной теории оболочек с учетом деформаций поперечного сдвига.

Постановка контактної задачі механіки многослойных пластинок и оболонок даны в [1-5], где на основе дискретного подхода построены функционалы и системы уравнений решения задачи при условии неидеального контакта слоев. Новый метод решения нелинейных задач о контакте между двумя оболочками разной формы и эквидистантными слоями, а также обзор по этой проблеме, изложены в книге [6].

В данной работе предлагается вариант расчета двух соосных оболочек вращения в форме сферы из разномодульного материала, соответствующие поверхности которых расположены друг от друга на заданном расстоянии. При действии внутреннего давления на локальных участках между оболочками возникает односторонний контакт. Распределение контактного давления по длине участков контакта находится с учетом трансверсального обжатия рассматриваемых оболочек по толщине.

Постановка задачі. Приймаючи позначення [7,8], для случая одностороннего контакта по области $S_z^{(k,k+1)}$, когда между слоями отсутствуют кинематические связи, можно получить уравнения равновесия в скалярной форме относительно осей, отнесенных к недеформированному состоянию:

$$\nabla_i T_{(k)}^{ij} - b_i^{j(k)} Q_{(k)}^i + q_{(k)}^i + X_{(k)}^i = 0, \quad (i = 1, 2);$$

$$\nabla_i Q_{(k)}^i + b_{ij}^{(k)} T_{(k)}^{ij} + q_{(k)}^3 + X_{(k)}^3 = 0;$$

$$\begin{aligned}\nabla_i M_{(k)}^{ij} - Q_{(k)}^i - T_{(k)}^{ij} \gamma_j^{(k)} + M_{(k)}^i &= 0, \quad (i=1,2); \\ \nabla_i L_{(k)}^{ij} - Q_{(k)}^{0i} &= 0, \quad (i=1,2).\end{aligned}\quad (1)$$

Кроме того, как дополнение к уравнениям равновесия следуют: статические

$$\begin{aligned}\Phi_n^{(k)s} &= T_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} n_j^{(k)}, \quad \Phi_\tau^{(k)s} = T_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} \tau_j^{(k)}, \quad \Phi_m^{(k)} = Q_{(k)}^i n_i^{(k)} + Q_{(k)}^{0i} n_i^{(k)} + \frac{M_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} \tau_j^{(k)}}{\partial s}, \\ G_n^{(k)s} &= M_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} n_j^{(k)}, \quad H_\tau^{(k)s} = -M_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} \tau_j^{(k)}, \quad L_n^{(k)s} = L_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} n_j^{(k)}, \\ \Lambda_\tau^{(k)s} &= L_{(k)}^{ij} n_i^{(k)} \tau_j^{(k)};\end{aligned}\quad (2)$$

и геометрические

$$\begin{aligned}u_n^{(k)s} &= u_{(k)}^i n_i^{(k)}, \quad u_\tau^{(k)s} = u_{(k)}^i \tau_i^{(k)}, \quad w_{(k)}^s = w_{(k)}, \quad \gamma_n^{(k)s} = \gamma_{(k)}^i n_i^{(k)}, \quad \gamma_\tau^{(k)s} = \gamma_{(k)}^i \tau_i^{(k)}, \\ \psi_n^{(k)s} &= \psi_{(k)}^i n_i^{(k)}, \quad \psi_\tau^{(k)s} = \psi_{(k)}^i \tau_i^{(k)},\end{aligned}\quad (3)$$

граничные условия на части контуров $\Gamma_1^{(k)}$ и $\Gamma_2^{(k)}$ соответственно. В выражениях (1) – (3) приняты обозначения: $X_{(k)}^i$, $X_{(k)}^3$ – тензор внутренних и внешних сил, приложенных к срединной поверхности $S_{(k)}$; $T_{(k)}^{ij}$, $M_{(k)}^{ij}$, $M_{(k)}^i$ – тензоры внутренних усилий и моментов, а также тензор внешних моментов соответственно, приведенные к срединной поверхности $S_{(k)}$; $Q_{(k)}^i$ – тензор поперечных сил; $Q_{(k)}^{0i}$, $L_{(k)}^{ij}$ – тензоры дополнительных обобщенных внутренних удельных усилий сдвига и моментов соответственно, которые появляются при выводе уравнений равновесия с учетом деформаций поперечного сдвига; ∇_i – символ ковариантного дифференцирования по метрике $a_{ij}^{(k)}$; $u_n^{(k)s}$, $u_\tau^{(k)s}$, $w_{(k)}^s$, $\gamma_n^{(k)s}$, $\gamma_\tau^{(k)s}$, $\psi_n^{(k)s}$, $\psi_\tau^{(k)s}$ – заданные ковариантные компоненты векторов обобщенных перемещений; $\Phi_n^{(k)s}$, $\Phi_\tau^{(k)s}$, $\Phi_m^{(k)s}$, $G_n^{(k)s}$, $H_\tau^{(k)s}$, $L_n^{(k)s}$, $\Lambda_\tau^{(k)s}$ – ковариантные компоненты заданных векторов внешних усилий $\vec{\Phi}_{(k)}^s$, моментов $\vec{G}_{(k)}^s$ и дополнительных моментов $\vec{L}_{(k)}^s$, приложенных к части граничного контура $\Gamma_1^{(k)}$; $n_i^{(k)}$, $\tau_i^{(k)}$ – ковариантные компоненты векторов единичной нормали \vec{n} и касательной $\vec{\tau}$ к контурной линии.

Усилия контактного взаимодействия $\vec{q}_{(k)} = q_{(k)}^i \vec{r}_i^{(k)} + q_{(k)}^3 \vec{m}^{(k)}$ возникают при выполнении условия

$$(\vec{u}_z^{(k)} - \vec{u}_z^{(k+1)}) < 0 \quad (4)$$

в зонах сопряжения жестких слоев. В случае, когда неравенство (4) не вы-

полняется при перемещении точек области $S_z^{(k,k+1)}$ в процессе деформации, усилие $\vec{q}_{(k)}$ принимает значение $\vec{q}_{(k)} = 0$. Статические и кинематические граничные условия на контуре области $S_z^{(k,k+1)}$ имеют вид зависимостей (2), (3).

Таким образом, имея уравнения равновесия (1) несложно с заданной точностью найти значение контактного усилия на основе итерационного метода, предложенного в [6].

Основная система разрешающих уравнений. Введение допущения о том, что рассматриваемое напряженно-деформированное состояние оболочек будет симметричным относительно оси вращения, существенно упрощает алгоритм решения. Учитывая геометрическую нелинейность в квадратичном приближении, исходную задачу (1) – (3) можно свести к решению системы $12 \times k$ обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{A_1} \frac{d\vec{Y}_{(k)}}{d\alpha_1} = f(\alpha_1, \vec{Y}_{(k)}, \vec{q}_{(k)}) \quad (5)$$

относительно вектор-функции

$$\vec{Y}_{(k)} = [T_{11}^{(k)}, Q_1^{(k)}, M_{11}^{(k)}, L_{11}^{(k)}, S^{(k)} + 2k_2^{(k)}H^{(k)}, L_{12}^{(k)}, u_1^{(k)}, w^{(k)}, \gamma_1^{(k)}, \psi_1^{(k)}, u_2^{(k)}, \psi_2^{(k)}]^T \quad (6)$$

Правая часть системы (5) запишется

$$\begin{aligned} f_1 &= \rho^{(k)}(T_{22}^{(k)} - Y_1^{(k)}) - k_1^{(k)}Y_2^{(k)} - X_1^{(k)}; \\ f_2 &= k_1^{(k)}Y_1^{(k)} - \rho^{(k)}Y_2^{(k)} + k_2^{(k)}T_{22}^{(k)} \pm q_{(k)}\chi_{(k)} - X_3^{(k)}; \\ f_3 &= \rho^{(k)}(M_{22}^{(k)} - Y_3^{(k)}) + Y_2^{(k)} + Y_1^{(k)}Y_9^{(k)} + S^{(k)}\gamma_2^{(k)}; \\ f_4 &= \rho^{(k)}(L_2^{(k)} - Y_4^{(k)}) + Q_{01}^{(k)}; \quad f_5 = -2\rho^{(k)}Y_5^{(k)} + k_2^{(k)}(T_{22}^{(k)}\gamma_2^{(k)} + S^{(k)}Y_9^{(k)}); \\ f_6 &= -2\rho^{(k)}Y_6^{(k)} + Q_{02}^{(k)}; \quad f_7 = e_{11}^{(k)} - k_1^{(k)}Y_8^{(k)} - \frac{1}{2}Y_9^{(k)}Y_9^{(k)}; \quad f_8 = k_1^{(k)}Y_7^{(k)} - Y_9^{(k)}; \\ f_9 &= K_{11}^{(k)}; \quad f_{10} = R_{11}^{(k)}; \quad f_{11} = e_{12}^{(k)} + \rho^{(k)}Y_{11}^{(k)} - Y_9^{(k)}\gamma_2^{(k)}; \\ f_{12} &= R_{12}^{(k)} + \rho^{(k)}Y_{12}^{(k)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Когда между жесткими слоями отсутствуют кинематические связи, в правой части (7) – f_2 , дополнительно вводится функция [6] – $\pm q_{(k)}\chi_{(k)}$, которая учитывает нормальную составляющую контактного давления $q_{(k)}$. Кроме того, считается, что на слой с индексом k контактное давление действует со знаком плюс, а на слой с индексом $k + 1$ со знаком минус. При этом контактное давление пропорционально трансверсальному обжатю в зоне контакта жестких слоев оболочки:

$$q_{(k)} = k_{(k)} \frac{E_{(k)}^z}{h_{(k)}} (w_{(k)} - h_{[k]} - w_{(k+1)}), \quad (8)$$

где $E_{(k)}^z$ – модуль упругости k -ого слоя оболочки в направлении нормали, $k_{(k)}$ –

коэффициент понижения жесткости обжатия k -ого слоя оболочки. Конструктивная нелинейность, связанная с появлением зоны контакта между слоями оболочки при действии внешней нагрузки, учитывается при помощи множителя

$$\chi = \left[1 + \text{sign}(w_{(k)} - h_{[k]} - w_{(k+1)}) \right] / 2. \quad (9)$$

Здесь $h_{[k]}$ – величина зазора между жесткими слоями.

Систему дифференциальных уравнений (5) следует дополнить граничными условиями - по шесть на каждом торце жесткого слоя оболочки вращения. С учетом введенных обозначений они имеют вид:

$$\begin{aligned} Y_j^{(k)}(\alpha_1^0)l_j + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^0)(1-l_j) &= 0; \\ Y_j^{(k)}(\alpha_1^r)l_{j+6} + Y_{j+6}^{(k)}(\alpha_1^r)(1-l_{j+6}) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Параметры l_j, l_{j+6} ($j = 1, 2, \dots, 6$) принимают значения 0, 1 и определяют однородные как статические, так и кинематические граничные условия на торцах жестких слоев оболочки $\alpha_1 = \alpha_1^0$; $\alpha_1 = \alpha_1^r$.

Пример расчета. Моделирование одностороннего контакта металлической и стеклопластиковой сферических оболочек было проведено по трем расчетным схемам, которые отличались друг от друга радиусом кривизны срединной поверхности: наружной дюралюминиевой оболочки – $R_1^0 = 0,11$ м (первая схема), $R_1^0 = 0,12$ м (вторая схема) и $R_1^0 = 0,17$ м (третья схема); радиус кривизны стеклопластиковой оболочки не изменялся – $R_2^c = 0,1$ м. Толщины дюралюминиевой и стеклопластиковой оболочек соответственно равны $h_1^0 = 0,004$ м, $h_2^c = 0,01$ м.

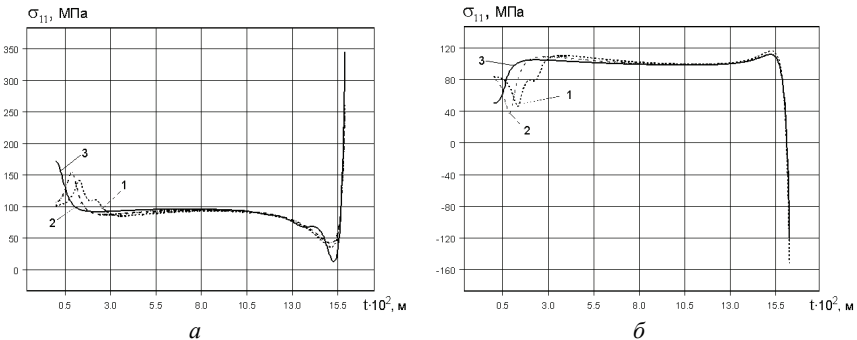


Рисунок 1 – Изменение меридиональных напряжений по длине сферы из стеклопластика: a – внутренняя поверхность; b – наружная поверхность

Задача решается в осесимметричной постановке. Введены обозначения нормальных напряжений: вдоль меридиана – σ_{11} , по окружности – σ_{22} , по нормали – σ_{33} . Торцы контактирующих сферических оболочек считались

шарнирно опертыми, а относительно полюса были заданы условия симметрии. Изнутри сфера нагружена гидростатическим давлением $q = 20$ МПа.

Картина напряженно – деформированного состояния элементов баллона для трех расчетных моделей без учета влияния сил трения в области контакта представлена на рис. 1-3.

Для стеклопластика приняты следующие физико-механические характеристики: $E_{11} = E_{22} = 25000$ МПа; $E_{33} = 12500$ МПа; $E_{12} = 6500$ МПа; $E_{13} = E_{23} = 4500$ МПа; $\nu_{12} = \nu_{21} = 0,23$; $\nu_{13} = \nu_{23} = 0,32$; $\nu_{31} = \nu_{32} = 0,16$. Металлическая часть выполнена из дюралюминия В–95: $E = 70000$ МПа; $\nu = 0,3$.

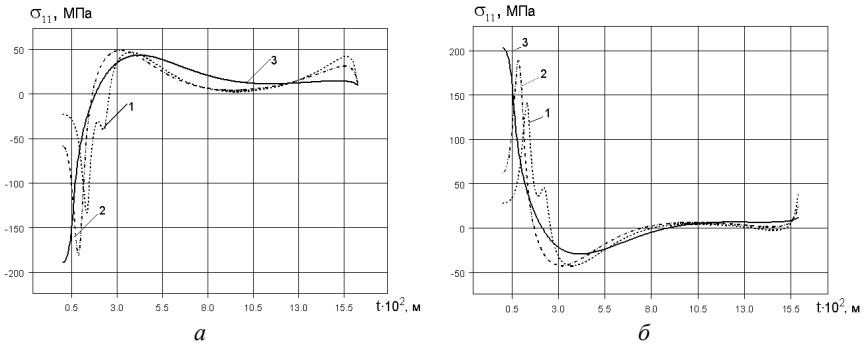


Рисунок 2 – Изменение меридиональных напряжений по длине сферы из дюралюминия: а – внутренняя поверхность; б – наружная поверхность

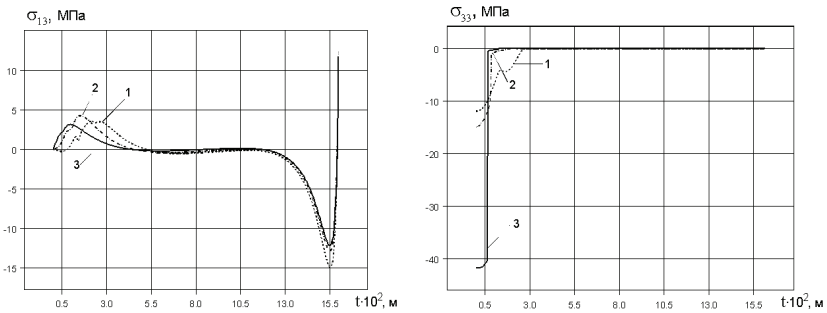


Рисунок 3 – Изменение напряжений поперечного сдвига и обжатия на границе контакта сопряженных слоев

Анализ результатов расчета рис. 1-3 показывает существенное влияние площади контактирующих поверхностей на величину меридиональных и трансверсальных напряжений. С увеличением площади контакта заметно уменьшается их величина. Учет контактного взаимодействия оболочек из разномодульного материала, позволяет сделать вывод, что внутренняя стеклопластиковая оболочка (модуль упругости стеклопластика в три раза ниже модуля упругости дюралюминия) практически передает большую часть на-

грузки в зоне контакта на более жесткую внешнюю металлическую оболочку.

Список литературы: 1. *Лазько В.А.* Напряженно-деформированное состояние слоистых анизотропных оболочек при наличии зон неидеального контакта слоев. 1. Вариационный принцип теории упругих слоистых анизотропных систем при наличии зон неидеального контакта // *Механика композитных материалов.* – 1981. – № 5. – С. 832-836. 2. *Лазько В.А.* Напряженно-деформированное состояние слоистых анизотропных оболочек при наличии зон неидеального контакта слоев. 11. Обобщенные уравнения ортотропных слоистых оболочек при разрывных перемещениях на границе раздела // *Механика композитных материалов.* – 1982. – № 1. – С. 77-84. 3. *Пелех Б.Л., Лазько В.А.* Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений. – К.: Наукова думка, 1982. – 296 с. 4. *Паймушин В.И.* Обобщенный вариационный принцип Рейсснера в нелинейной механике пространственных составных тел с приложениями к теории многослойных оболочек // *Изв. АН СССР. Механика твердого тела.* – 1987. – № 2. – С. 171-180. 5. *Паймушин В.И.* Нелинейная теория среднего изгиба трехслойных оболочек с дефектами в виде участков непрочности // *Прикладная механика.* – 1987. – Т. 23. № 11. – С. 32-38. 6. *Кантор Б. Я.* Контактные задачи нелинейной теории оболочек вращения / *Отв. ред. Подгорный А.Н.* – АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения. – К.: Наукова думка, 1990. – 136 с. 7. *Верещака С.М., Львов Г.И.* Напряженное состояние анизотропных оболочек с учетом влияния участков локального непрочности // *Проблемы машиностроения.* – 2004. – Т. 7, № 1. – С. 61-70. 8. *Верещака С.М.* Краевые эффекты в многослойных трансверсально-изотропных пластинах с дефектами структуры // *Вестник НТУ «ХПИ».* Тематический выпуск: Динамика и прочность машин. – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – № 19. – С. 61-68.

Поступила в редколлегию 21.03.2011

УДК 539.3.534:621.22.011

А.А.ВОДКА, аспирант, НТУ «ХПИ»;

А.С.СТЕПЧЕНКО, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;

А.И.ТРУБАЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БОЛТОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ГИДРОТУРБИНЫ

На основі скінченно-елементного підходу побудована осесиметрична модель болтового з'єднання, з урахуванням контактної взаємодії. Визначені коефіцієнти концентрації напружень на галтелях під головками болтів кріплення робочих коліс гідротурбін. Проведено порівняльний аналіз отриманих результатів з даними із довідкової літератури.

Axisymmetric model of bolt connection based on the finite-element approach has been designed, taking into account the contact interaction. The coefficients of stress concentration at the fillets under the heads of bolts holding the impeller of turbines have been determined. A comparative analysis of the results with those given in the references has been conducted.

На основе конечно-элементного подхода построена осесимметричная модель болтового соединения, с учетом контактного взаимодействия. Определены коэффициенты концентрации напря-

жений на галтелях под головками болтов крепления рабочих колес гидротурбин. Проведен сравнительный анализ полученных результатов с данными, приведенными в справочной литературе.

Введение. Болтовые соединения являются неотъемлемой частью различных конструкций, в том числе гидротурбин, и могут определять ресурс конструкции в целом. В настоящее время в Украине отсутствуют нормативные материалы по прогнозированию ресурса резьбовых соединений гидротурбин [1]. Это обстоятельство делает актуальным проведение исследований по уточнению напряженно-деформированного состояния (НДС) болтового соединения рабочего колеса гидротурбины, которые позволят оценить концентрацию напряжений в болтах большого размера, и более обосновано решать задачу по определению ресурса болтовых соединений.

1 Постановка задачи. Целью работы является исследование НДС болтовых соединений на основе построенных осесимметричных конечно-элементных (КЭ) моделей с учетом контакта в резьбе; сравнительный анализ численных результатов по НДС, полученных на основе осесимметричной и объемной моделей [2] для болтов типоразмеров М110х4 и М100х4, а также результатов, полученных на основе методик, приведенных в справочной литературе [3, 4].

2 Обоснование использования осесимметричной модели. Ранее исследовано НДС болта М100х4 в трехмерной постановке с учетом следующих факторов: давления воды, веса конструкции, центробежных сил, монтажных нагрузок [2]. Было показано, что определяющую роль в формировании НДС играет тепловая затяжка болта, которая предусматривается технологией монтажа. Недостатком такой модели является то, что не учитывается резьбовое соединение, которое смоделировать в трехмерной постановке методом конечных элементов (МКЭ) практически невозможно из-за высокой размерности разрешающей системы уравнений и существенной нелинейности при моделировании контакта. Использование осесимметричной КЭ модели позволит снизить размерность задачи, смоделировать резьбовое соединение и учесть контакт в нем. Однако такой подход может привести к некоторым искажениям результатов по напряжениям в области шестигранной головки болта, которая не является осесимметричной. Еще одним ограничением такой КЭ модели является возможность учета только осесимметричных нагрузок.

На рис. 1 показано распределение растягивающих напряжений в среднем сечении стержня болта (по результатам расчета в трехмерной постановке [2]), которые распределены осесимметрично, с небольшим отклонением от центра сечения. Это говорит о наличии внецентренного растяжения в болте, которое обусловлено влиянием поля центробежных сил, возникающих при эксплуатации гидротурбины. Для оценки величины эксцентриситета внецентренного растяжения воспользуемся известным соотношением [5]:

$$e = \left(\sigma_{cp} - \sigma(r_{\max}) \right) \frac{I_x}{r_{\max} P}, \quad (1)$$

где: e – эксцентриситет; σ_{cp} – среднее напряжение в сечении; $\sigma(r_{max})$ – минимальное напряжение на максимальном радиусе сечения; r_{max} – максимальный радиус сечения; I_x – момент инерции поперечного сечения; P – величина растягивающего усилия.

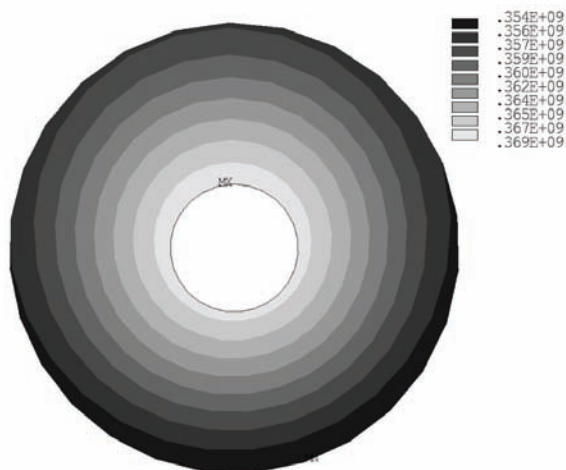


Рисунок 1 – Распределение напряжений (σ_z) по сечению стержня болта

В результате для болта был получен эксцентриситет $e = 2,29 \cdot 10^{-4}$ м, при $r_{max} = 5,5 \cdot 10^{-2}$ м. Таким образом, эксцентриситет внецентренного растяжения составляет менее 1 % от максимального радиуса сечения стержня болта, создает отклонение от среднего значения напряжения 4 %.

Незначительное влияние внецентренного растяжения на НДС болта позволяет им пренебречь и рассмотреть задачу в осесимметричной постановке.

3 Сравнительный анализ численных результатов. В работе рассматриваются болты M100x4 и M110x4, которые используются в поворотных лопастных и пропеллерных гидротурбинах. Конструктивно данные болты схожи, однако для каждого болта регламентированы свои нормы по затяжке.

На рис. 2, а и 4, а приведены осесимметричные КЭ модели болтовых соединений M110x4 и M100x4. Эти модели выполнены с учетом контактных взаимодействий: в резьбовом соединении; головки болта и фланца вала; фланца вала и корпуса рабочего колеса. В качестве граничного условия, моделирующего затяжку болта, задавалось начальное смещение (натяг) головки болта относительно опорной поверхности на величину Δ . Этот параметр является удобным с инженерной точки зрения, так как в дальнейшем его можно легко пересчитать как в температуру нагрева болта при тепловой затяжке, так и в угол поворота болта при использовании силовой затяжки холодным спо-

собом. При построении КЭ моделей был использован 8-ми узловой четырехугольный осесимметричный элемент. Сходимость решения подтверждалась сравнением результатов на различных сетках, а погрешность по максимальным напряжениям для каждой из моделей составила менее 3 %.

Болты М110х4 и М100х4 изготовлены из стали, с пределами текучести 800 и 680 МПа соответственно. На рис. 2, б приведена диаграмма перемещений, а на рис. 2, в – диаграмма эквивалентных напряжений по Мизесу болта М110х4, полученные при действии предварительного натяга $\Delta = 5,3 \cdot 10^{-4}$ м, что после деформирования создает удлинение при затяжке $\delta = 2,50 \cdot 10^{-4}$ м. На рис. 4, б приведена диаграмма перемещений, а на рис 4, в – диаграмма эквивалентных напряжений по Мизесу болта М100х4, полученные при действии предварительного натяга $\Delta = 4,87 \cdot 10^{-4}$ м, что после деформирования создает удлинение при затяжке $\delta = 2,58 \cdot 10^{-4}$ м. Удлинение при затяжке в обоих случаях измерялось от середины резьбовой части до верхней поверхности головки болта.

На рис. 3, а, 3, б, 5, а и 5, б показаны распределения эквивалентных напряжений по галтелям под головкой и по резьбе болтов М110х4 и М100х4. Как видно из этих рисунков, наиболее опасными местами являются галтель под головкой болта и первый виток резьбы, где получены максимальные напряжения. Эквивалентное напряжение по Мизесу на галтели под головкой болта близко к пределу текучести.

В практике проектирования болтовых соединений используется расчетная методика, основанная на определении напряжений в опасных участках с помощью коэффициентов концентрации. Теоретический коэффициент концентрации контурных напряжений под головкой болта для однорадиусной галтели, согласно методике используемой при проектировании [3, 4], определяется по формуле

$$\alpha_{\sigma} = 1 + 0,55 \sqrt{\frac{d}{R_{\delta}}}, \quad (2)$$

где α_{σ} – коэффициент концентрации контурных напряжений под головкой болта; d – диаметр стержня болта; R_{δ} – радиус скругления галтели под головкой.

В работе [4] получены значения коэффициентов концентрации для болта М10 из решения осесимметричной контактной задачи о взаимодействии головки болта со стягиваемыми деталями. В табл. 1 сопоставляются теоретические результаты со значениями, полученными по приближенной формуле (2).

Таблица 1 – Значение коэффициентов концентрации

R_{δ} , мм	α_{σ} теоретическое [4]	α_{σ} по соотношению (2)	Расхождение, %
0,05	5,25	8,78	67,2
0,15	3,08	5,49	78,2
1,5	3,5	2,42	30,8
2,5	1,44	2,10	45,8

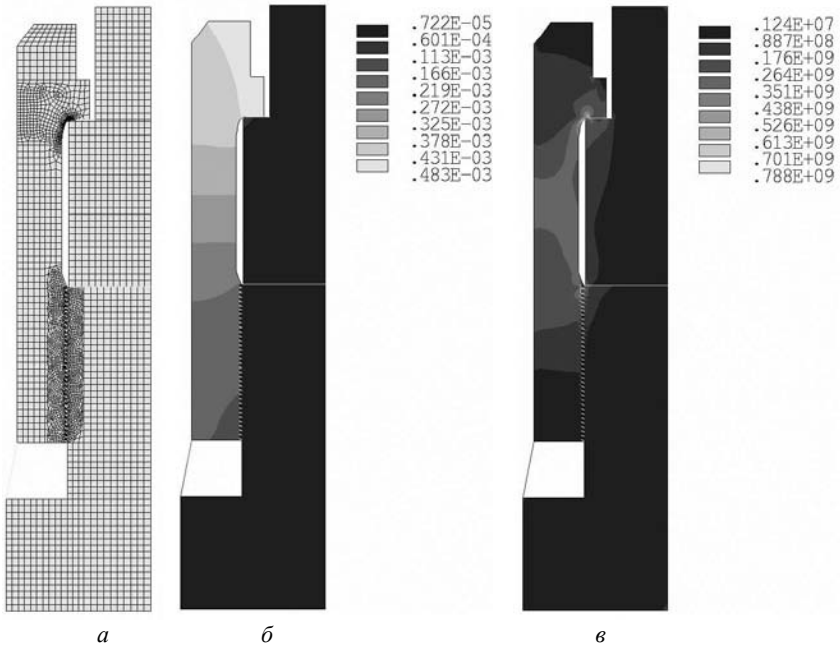


Рисунок 2 – Осесимметричная модель болтового соединения с тепловой затяжкой (болт М110х4): *а* – КЭ модель; *б* – суммарные перемещения, м; *в* - эквивалентные напряжения по Мизесу, Па



Рисунок 3 – Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу на галтелях (болт М110х4): *а* – под головкой; *б* – возле резьбы

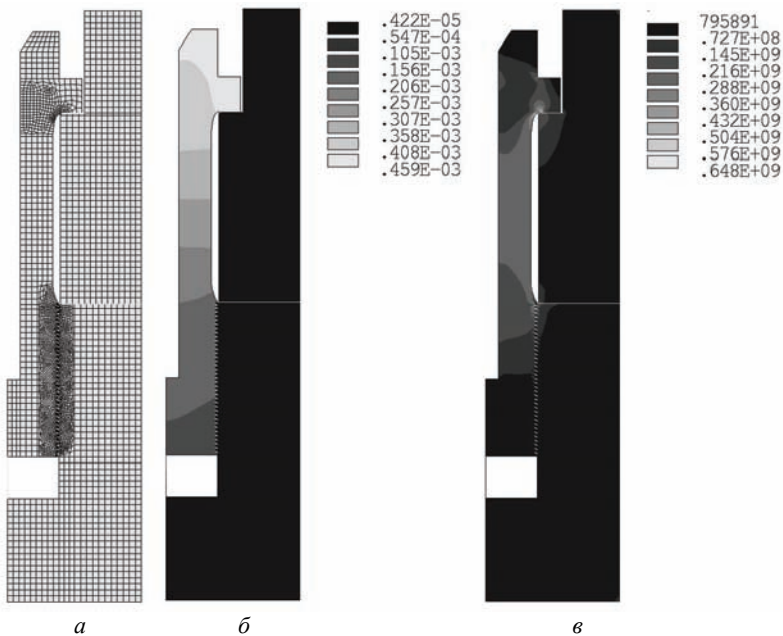


Рисунок 4 – Осесимметричная модель болтового соединения с тепловой затяжкой (болт М100х4): *a* – КЭ модель; *б* – суммарные перемещения, м; *в* - эквивалентные напряжения по Мизесу, Па



Рисунок 5 – Распределение эквивалентных напряжений Мизеса по галтелям, Па (реальная модель М100х4): *a* – под головкой; *б* – возле резьбы.

Расхождения в приведенных результатах, определенные относительно теоретических значений, находятся в диапазоне от 31 % до 78 %, что указывает на необходимость уточнения коэффициентов концентрации.

Соотношение (2) можно использовать для оценки верхней и нижней границы диапазона, в котором лежит коэффициент концентрации двухрадиусной галтели, путем подстановки значений большего и меньшего радиусов. Так, для болта M110x4 – $R_{\sigma}^{\min} = 6$ мм, $R_{\sigma}^{\max} = 60$ мм и $d = 100$ мм, а M100x4 – $R_{\sigma} = 6$ мм, $R_{\sigma}^{\max} = 60$ мм и $d = 88$ мм. Таким образом, диапазон, в котором лежат коэффициенты концентрации контурных напряжений под головкой болта M110x4 – $\alpha_{\sigma} = 1,71 \dots 3,25$, M100x4 – $\alpha_{\sigma} = 1,66 \dots 3,11$.

Таблица 2 – Сравнительные характеристики болтов M100x4 и M110x4

Параметр	M100x4	M110x4
Начальный натяг Δ , мм	0,487	0,530
Удлинение при затяжке δ , мм	0,258	0,250
Напряжение на гладкой части болта, МПа	224	266
Макс. напряжение по Мизесу на галтели под головкой, МПа	648	788
Макс. контурное напряжение на галтели под головкой, МПа	737	894
Коэф. концентрации эквивалентных напряжений по Мизесу (МКЭ)	2,89	2,97
Коэф. концентрации контурных напряжений (МКЭ)	3,29	3,37

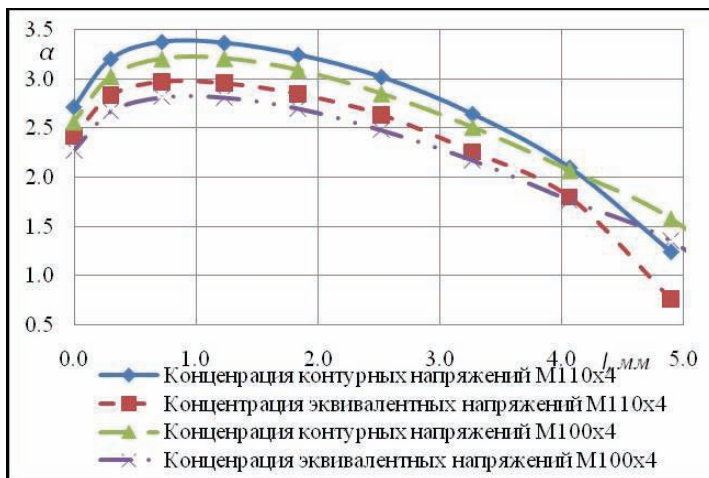


Рисунок 6 – Распределение коэффициента концентрации контурных и эквивалентных напряжений по Мизесу вдоль галтели под головкой болтов M100x4 и M110x4

Результаты, полученные по КЭ моделям (табл. 2) превышают верхнюю границу, полученную по соотношению (2).

Выполнив нормирование контурных и эквивалентных напряжений по Мизесу на галтели под головкой напряжениями на гладкой части болта, лучшим распределения коэффициентов концентрации напряжений по галтели (рис. 6). Как видно из рис. 6, контурные и эквивалентные напряжения по Мизесу имеют качественно одинаковый характер распределения по галтели, однако контурные напряжения несколько больше эквивалентных.

Выводы

- 1 Выполнено обоснование использования осесимметричной модели болтового соединения рабочего колеса гидротурбины.
- 2 Построена осесимметричная КЭ модель болтового соединения с учетом контактного взаимодействия следующих элементов конструкции: резьбового соединения, головки болта и фланца вала, фланца вала и корпуса рабочего колеса.
- 3 Получены коэффициенты концентрации напряжений на галтели под головкой болта, которые отличаются от значений, используемых в практике проектирования.
- 4 Определены граничные значения удлинений для построенных моделей болтовых соединений М110х4 и М100х4, которые не приводят к пластическим деформациям на галтели под головкой болта.

Список литературы: 1. Проект нормативного документу Мінпаливенерго: Розрахунок залишкового ресурсу елементів проточної частини ГЕС та ГАЕС. Розроблено: Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного АН України, ВАТ «Турбоатом». – К.: Мінпаливенерго, 2010. 2. *Евдокимов Н.Н., Степченко А.С., Трубаев А.И.* Моделирование напряженно-деформированного состояния болтового соединения рабочего колеса гидротурбины на основе 3d модели. // Вісник НТУ «ХП». Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХП», 2009. – № 42. – С. 45-53. 3. *Биргер И.А. Шорр Б.Ф, Иосилевич Г.Б.* Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с. 4. *Биргер И.А., Иосилевич Г.Б.* Резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с. 5. *Феодосьев В.И.* Сопrotивление материалов. – 8-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

Поступила в редколлегию 11.07.2011

А.В.ВОРОПАЙ, канд. техн. наук, доцент, ХНАДУ, Харьков

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ С АМОРТИЗАТОРОМ

Механічна система складається з прямокутної пластини середньої товщини шарнірно-опертою по контуру та погашувача коливань. На пластину діє нестационарне навантаження, що збуджує коливання. Викладаються результати розв'язку задачі ідентифікації невідомого навантаження. Розрахунки зводяться до аналізу системи інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, які розв'язуються чисельно з використанням метода регуляризації А.М.Тихонова.

Mechanical system consists of hingedly supported medium-thickness rectangular plate and vibration absorber. The non-stationary concentrated load, which initiates vibration, is acting on the plate. The results of unknown load's identification are presented. The problems are reduced to the system of first-kind Volterra integral equations, which is solved numerically with using of Tikhonov's regularization method.

Механическая система состоит из прямоугольной пластины средней толщины шарнирно опертой по контуру и гасителя колебаний. На пластину действует нестационарная нагрузка, вызывающая колебания. Изложены результаты решения задачи идентификации неизвестной нагрузки. Расчеты сводятся к анализу системы интегральных уравнений Вольтерра I рода, которые решаются численно с использованием метода регуляризации А.М.Тихонова.

Введение. Гашение колебаний (особенно нестационарных) является важным направлением задач виброзащиты элементов конструкций. Актуальность указанных задач в настоящее время несомненна. При необходимости гашения колебаний уже созданных элементов конструкций используют различные управляемые и неуправляемые устройства – гасители колебаний (vibration absorbers). Наиболее известными и распространенными устройствами являются амортизаторы, которые широко распространены во всех отраслях машиностроения, в частности, в автомобилестроении.

Упомянем некоторые работы, связанные с пластинчатыми элементами конструкций. В работе [1] рассмотрен активный гаситель колебаний для изгибающейся пластинки, который контактирует с ней по границе, однако сама пластина представлена, по сути, в виде колеблющейся массы. В работе [2] рассматриваются вынужденные колебания тонкой пластины с «дискретным динамическим гасителем» с использованием метода конечных элементов.

В настоящей работе рассматриваются нестационарные колебания механической системы, состоящей из прямоугольной пластины, на которой в некоторой точке установлен амортизатор. Для решения подобных задач удобно использовать следующий подход – воздействие амортизатора на пластину моделируется в виде неизвестной нестационарной силы, приложенной к пластине в месте установки гасителя. Тогда задача сводится к идентификации этой неизвестной нагрузки, определяемой на базе теории интегральных уравнений Вольтерра, что позволяет получить аналитико-численное решение.

1. Постановка задачи. Механическая система состоит из прямоугольной упругой изотропной пластины средней толщины шарнирно-опертой по ее периметру и амортизатора, контактирующего с пластиной в некоторой точке (рис. 1). Считается, что амортизатор установлен ортогонально срединной плоскости пластины, а перемещение его штока полностью совпадает с изменением прогиба пластины в точке, где он находится, то есть $w_D(t) = w(x_D, y_D, t)$. Сила сопротивления амортизатора пропорциональна скорости его штока:

$$R(t) = \kappa \cdot \frac{dw_D(x_D, y_D, t)}{dt},$$

где κ – коэффициент демпфирования.

На пластину в некоторой точке воздействует поперечная импульсная нагрузка $P(t)$, вызывающая нестационарные колебания пластины с амортизатором. В прямой задаче требуется определить компоненты перемещения во времени точек пластины (прогибы и углы поворота нормали).

При решении задачи предполагалось, что координаты точек приложения нагрузки и координаты установки амортизатора произвольны (любые точки, принадлежащие пластине и не лежащие на ее границе). Также считалась известной величина коэффициента демпфирования.

2. Решение прямой задачи. В рамках теории пластин С. П. Тимошенко система дифференциальных уравнений [3], которая с учетом соответствующих начальных и граничных условий определяет решение, описывающее нестационарные деформационные процессы в пластине с установленным на ней гасителем колебаний, имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} G' h (\nabla^2 w + \psi_{xy}) = \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - P(x, y, t) + R(t) \delta(x - x_D) \delta(y - y_D); \\ D \nabla^2 \psi_{xy} - G' h (\psi_{xy} + \nabla^2 w) = \rho \cdot I \frac{\partial^2 \psi_{xy}}{\partial t^2}; \\ \frac{D}{2} [(1 - \nu) \nabla^2 \varphi_{xy} + (1 + \nu) \nabla_1^2 \psi_{xy}] - G' h (\varphi_{xy} + \nabla_1^2 w) = \rho \cdot I \frac{\partial^2 \varphi_{xy}}{\partial t^2}; \\ w(x_D, y_D, t) = \int_0^t \frac{R(\tau)}{\kappa} d\tau, \end{array} \right. \quad (1)$$

где h – толщина пластины; $G' = k'G$; k' – коэффициент сдвига; $I = h^3/12$; w – прогиб срединной плоскости пластины; ψ_x, ψ_y – углы поворота; ρ, E, ν – упругие постоянные материала пластины; t – время, $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$;

$$\psi_{xy} = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y}; \quad \varphi_{xy} = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial y}; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \quad \nabla_1^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

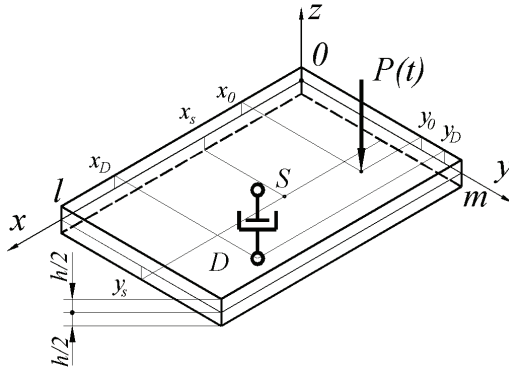


Рисунок 1 – Схема нагружения

Укажем, что $P(x,y,t)$ и $R(t)$ – возмущающая нагрузка (сосредоточенная или распределенная) и реакция взаимодействия между пластиной и амортизатором соответственно.

Система дифференциальных уравнений (1) в предположении нулевых начальных условий решается посредством разложения искомых функций w_0 , Ψ_x , Ψ_y в двойные ряды Фурье согласно рассмотренной схеме опирания. Воспользовавшись свойством ортогональности тригонометрических функций, приходим к системе обыкновенных дифференциальных уравнений, для которой выполняется прямое интегральное преобразование Лапласа; в пространстве изображений находятся искомые коэффициенты разложения; производится обратное преобразование Лапласа. Решение задач для прямоугольных пластин, на которые воздействует система нескольких независимых нестационарных нагрузок, описано, например, в [4]. В результате решения получаются следующие аналитические выражения:

$$w(x, y, t) = \int_0^t P(\tau) K_i^W(x, y, t - \tau) d\tau - \int_0^t R(\tau) K_i^W(x, y, t - \tau) d\tau; \quad (2)$$

$$\Psi_x(x, y, t) = \int_0^t P(\tau) K_i^{\Psi_x}(x, y, t - \tau) d\tau - \int_0^t R(\tau) K_i^{\Psi_x}(x, y, t - \tau) d\tau;$$

$$\Psi_y(x, y, t) = \int_0^t P(\tau) K_i^{\Psi_y}(x, y, t - \tau) d\tau - \int_0^t R(\tau) K_i^{\Psi_y}(x, y, t - \tau) d\tau;$$

где $K_i(x,y,t)$ – соответствующие ядра интегралов Дюамеля (сверток):

$$K_i^W(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{ikn}}{\Delta_{kn}} \cdot \sin \frac{k\pi \cdot x}{l} \sin \frac{n\pi \cdot y}{m} \cdot \sum_{p=1}^2 \Omega_{pkn} \cdot \sin \omega_{pkn} t;$$

$$K_i^{\Psi_x}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{ikn} \cdot b \cdot \lambda_k^*}{\Delta_{kn}} \cdot \cos \frac{k\pi \cdot x}{l} \cdot \sin \frac{n\pi \cdot y}{m} \cdot \sum_{p=1}^2 \frac{\sin \omega_{pkn} t}{\omega_{pkn}};$$

$$K_i^{xy}(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{ikn} \cdot b \cdot \mu_n^*}{\Delta_{kn}} \cdot \sin \frac{k\pi \cdot x}{l} \cdot \cos \frac{n\pi \cdot y}{m} \cdot \sum_{p=1}^2 \frac{\sin \omega_{pkn} t}{\omega_{pkn}}.$$

В приведенных соотношениях использованы следующие обозначения:

$$a = \frac{G'}{\rho}; \quad b = \frac{G' h}{\rho \cdot J}; \quad d = \frac{D}{\rho \cdot J}; \quad \lambda_k^* = \pi \frac{k}{l}; \quad \mu_n^* = \pi \frac{n}{m}; \quad \lambda_{kn}^2 = \pi^2 \left(\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2} \right);$$

$$C_{ikn} = \frac{4}{l \cdot m} \cdot \frac{1}{\rho \cdot h} \cdot \sin \frac{k\pi \cdot x_i}{l} \cdot \sin \frac{n\pi \cdot y_i}{m}; \quad \Delta_{kn} = \sqrt{(\lambda_{kn}^2 (a+d) + b)^2 - 4 \cdot a \cdot d \cdot \lambda_{kn}^4};$$

$$\Omega_{1kn} = \omega_{1kn} - \frac{d \cdot \lambda_{kn}^2 + b}{\omega_{1kn}}; \quad \Omega_{2kn} = -\omega_{2kn} + \frac{d \cdot \lambda_{kn}^2 + b}{\omega_{2kn}}.$$

Аналитические выражения для определения собственных частот имеют вид:

$$\omega_{1kn} = \sqrt{0,5[(\lambda_{kn}^2 (a+d) + b) + \Delta_{kn}]}; \quad \omega_{2kn} = \sqrt{0,5[(\lambda_{kn}^2 (a+d) + b) - \Delta_{kn}]}$$

Проблема заключается в идентификации закона изменения во времени неизвестной реакции $R(t)$, для определения которой выражение (2) для точки установки амортизатора (x_D, y_D) может быть сведено к интегральному уравнению Вольтерра I рода относительно неизвестной $R(\tau)$:

$$\int_0^t R(\tau) \left[K_R(t-\tau) + \frac{1}{\kappa} \right] d\tau = \int_0^t P(\tau) K_P(t-\tau) d\tau. \quad (3)$$

Решение уравнения осуществляется с использованием регуляризирующего алгоритма А. Н. Тихонова [5] (РА Тихонова) в силу некорректности задачи. В результате решения находится сила взаимодействия между гасителем и пластиной $R(t)$, что позволяет определять компоненты перемещения во времени во всех точках пластины.

3. Решение обратной задачи. В случае когда требуется определить неизвестный закон изменения во времени возмущающей нагрузки $P(t)$ необходимо знать изменение прогиба хотя бы в одной точке пластины. Пусть в некоторой точке S пластины $w(x_S, y_S, t)$ известно изменение прогиба во времени (например, экспериментальные данные) – задача сводится к решению системы двух интегральных уравнений Вольтерра I рода (так как неизвестных сил в этом случае будет уже две – это $P(t)$ и $R(t)$ – также неизвестная реакция между гасителем и пластиной):

$$\begin{cases} \int_0^t P(\tau) K_{DP}(t-\tau) d\tau - \int_0^t R(\tau) \left[K_{DR}(t-\tau) + \frac{1}{\kappa} \right] d\tau = 0; \\ \int_0^t P(\tau) K_{SP}(t-\tau) d\tau - \int_0^t R(\tau) K_{SR}(t-\tau) d\tau = w(x_S, y_S, t). \end{cases} \quad (4)$$

Согласно РА Тихонова производится конечномерная аппроксимация

системы интегральных уравнений (СИУ). После дискретизации в матричном виде систему (4) можно записать так:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ -\mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{w}_s \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где матрицы \mathbf{A}_{ij} отвечают соответствующим ядрам СИУ (4), вектора \mathbf{P} и \mathbf{R} соответствуют неизвестным функциям $P(t)$ и $R(t)$, а \mathbf{w}_s – известной функции $w(x_S, y_S, t)$.

Блочная система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (5) решается с использованием обобщенного алгоритма (Гаусса или Крамера), а также с использованием процедуры регуляризации при обращении матриц согласно РА Тихонова. Более подробное решение подобных СЛАУ описано, например, в [4].

При расчетах срединная плоскость пластины была связана с плоскостью xOy декартовой системы координат. При вычислениях принимались следующие значения: $E = 2,07 \cdot 10^{11}$ Па; $\nu = 0,3$; $\rho = 7890$ кг/м³; $h = 0,04$ м; $l = 0,6$ м; $m = 0,4$ м; $x_0 = 0,15$ м, $y_0 = 0,3$ м; $x_S = 0,25$ м, $y_S = 0,1$ м; $x_D = 0,45$ м, $y_D = 0,15$ м – координаты места установки амортизатора; коэффициент демпфирования амортизатора $\kappa = 10^5$ Н/(м/с); число членов в соответствующих двойных рядах Фурье 50×50 .

При проведении расчетов на величины прогибов $\overline{w_s}(t)$, которые являются результатами решения прямой задачи при заданном законе изменения во времени внешней нагрузки $P(t)$, налагался «шум» в соответствии с формулой $\overline{w_s}(t) = w_s(t) + w_{\max} \cdot \delta \cdot Rnd(t)$, где δ – относительная погрешность; w_{\max} – максимальный прогиб пластины в рассматриваемой точке, $Rnd(t)$ – случайные числа в интервале $[-1; 1]$. Укажем, что процедура «зашумления» моделирует погрешности, возникающие при реальных измерениях параметров НДС элементов конструкций.

Существенное влияние на устойчивость численного решения блочной СЛАУ (5), особенно при «зашумленной» правой части, оказывают параметры регуляризации α_i , содержащиеся в РА Тихонова. Эти параметры целесообразно брать независимыми для каждой из идентифицируемых функций, хотя они могут и совпадать – это зависит от соответствующих ядер интегральных уравнений. Они определяются на основе минимизации по α_i соответствующих функционалов невязки. Для приведенного численного расчета относительная погрешность «зашумления» принималась $\delta = 0,2$. Для этого случая параметры регуляризации целесообразно принять равными $\alpha_p = 10^{-43}$, а $\alpha_R = 10^{-44}$.

На рис. 2 показано изменение возмущающей нагрузки $P(t)$ (полуволна синусоиды) и определенная в результате решения прямой задачи реакция амортизатора $R(t)$ – жирные черные кривые. Серыми кривыми на рис. 2 показаны результаты решения обратной задачи, а именно идентифицированные значения возмущающей силы $P(t)$ и реакции амортизатора $R(t)$. Как видно из

рис. 2 идентифицированные кривые практически полностью совпадают (с исходными данными для прямой задачи), заметим, что при решении обратной задачи зависимости $P(t)$ и $R(t)$ считались неизвестными и были найдены из блочной СЛАУ (5).

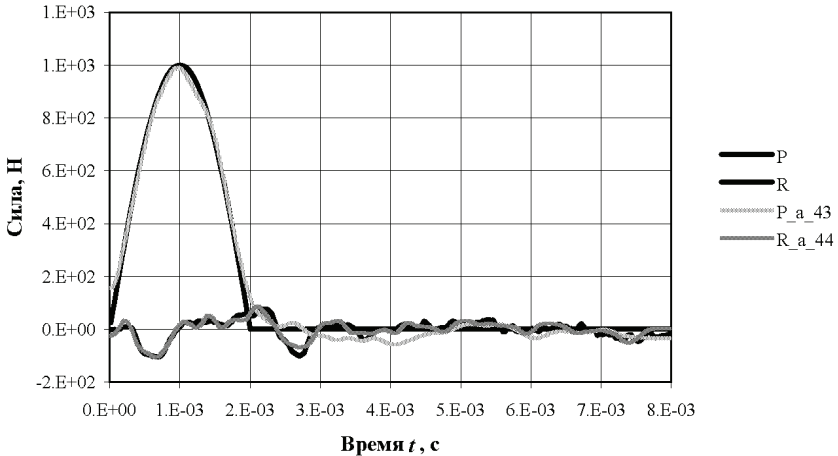


Рисунок 2 – Идентификация неизвестных нагрузок

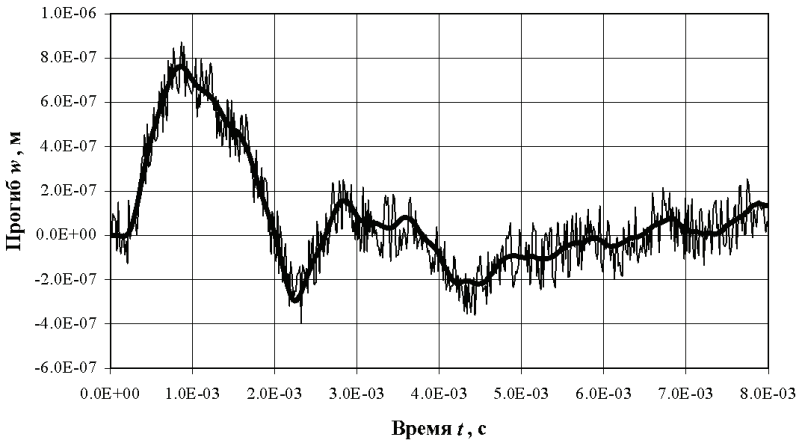


Рисунок 3 – Исходные данные идентификации

На рис. 3 показаны две кривые изменения перемещения точки пластины:

- кривая 1 показывает изменение прогиба в некоторой точке пластины найденное при решении прямой задачи;
- кривая 2 – исходные данные для задачи идентификации («зашумленное» изменение прогиба).

Выводы. Предложен новый подход при моделировании нестационарного деформирования прямоугольной пластины, с установленным на ней амортизатором, в виде неизвестной силы, которая прикладывается к пластине. На основе предложенного в работе подхода, имеется возможность получать устойчивые аналитико-численные решения прямой и обратной нестационарных задач механики твердого деформируемого тела. Показана возможность идентификации неизвестной возмущающей нагрузки по «зашумленным» исходным данным, что обуславливает применимость описанной методики при экспериментальных исследованиях для реальных результатов измерений.

Список литературы: 1. *Wu S. T., Chen J.Y., Yeh Y.C., Chiu Y.Y.* An active vibration absorber for a flexible plate boundary-controlled by a linear motor // *Journal of Sound & Vibration*. – 300 (1-2). – 2007. – P. 250-64. 2. *Ranjan V., Ghosh M. K.* Forced vibration response of thin plate with attached discrete dynamic absorbers // *Journal of Thin-Walled Structures*, 2005. – Vol. 43. – P. 1513-1533. 3. *Григолюк Э. И., Селезов И. Т.* Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. – М.: ВИНТИ, 1973 – 272 с. 4. *Янютин Е. Г., Воропай А. В., Поваляев С. И., Янчевский И. В.* Идентификация нагрузок при импульсном деформировании тел. Монография в 2-х частях. Часть II. – Харьков: Изд-во ХНАДУ, 2010. – 212 с. 5. *Тихонов А. Н., Гончаровский А. В.* и др. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука. // Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 200 с.

Поступила в редколлегию 17.05.2011

УДК 539.3

Н.И.ВОРОПАЙ, аспирант, ХНАДУ, Харьков

ИДЕНТИФИКАЦИЯ КИНЕМАТИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ УПРУГОГО ПРОСТРАНСТВА

Збудовано розв'язок оберненої задачі на основі розв'язку прямої задачі про дослідження нестационарних коливань пружної ізотропної середі з циліндричною порожниною. Поширення осесиметричних деформаційних хвиль зумовлено завданням переміщень на поверхні порожнини у пружному тілі. Приведено числовий приклад розрахунку оберненої задачі.

The inverse problems solution based on the direct problem of non-stationary vibrations of an elastic isotropic medium with a cylindrical cavity is considered. Distribution of axisymmetric deformation waves which are caused by displacements on the surface of an elastic body. A numerical calculations' example for the inverse problem are presented.

Построено решение обратной задачи на основе прямой задачи об исследовании нестационарных колебаний упругой изотропной среды с цилиндрической полостью. Распространение осесимметричных деформационных волн обусловлено заданием перемещений на поверхности полости в упругом теле. Представлен численный пример расчета обратной задачи.

Введение. Зачастую, точность расчетов сооружений и машин на динамическую прочность, существенным образом зависит от полноты информации о воздействующих нагрузках (законов изменения их во времени и максимальных значений). Причем нагружения могут быть как кинематического, так и силового характеров.

Разработка методик решения обратных задач и соответствующих алгоритмов позволяет эффективно идентифицировать (восстановить) неизвестный закон изменения во времени нагрузок, воздействующих на элементы конструкций, а также находить их максимальных значений на основе известного в некоторых точках напряженно-деформируемого состояния (НДС) этих элементов [9, 10].

Анализ публикаций. Первые работы по обратным задачам в механике деформируемого твердого тела появились в начале XX века. Более интенсивно разработки в этой области математической физики начали проводиться в 70-80-е годы прошлого века и продолжаются до настоящего времени. По-видимому, их интенсивное развитие стало возможным в связи со значительными достижениями в области вычислительной техники и вычислительной математики [2, 7, 11].

В настоящей статье предложена методика решения обратной задачи, целью которой является определение перемещений на поверхности цилиндрической полости при условии, что известен закон изменений перемещений во времени в некоторой точке упругого пространства.

Решение обратной задачи базируется на решении соответствующей прямой задачи, которая заключается в отыскании изменений перемещений во времени в упругой среде при заданном изменении перемещений на поверхности цилиндрической полости. Различные подходы к решению указанной прямой задачи, а также достоверность полученных результатов, отражены в работах Барона и Парнеса [1], сотрудников Института механики им. С.П.Тимошенко НАН Украины [4] и Е.Г. Янютина [8].

В настоящей работе решение обратной задачи будем строить на основе результатов, представленных в работе Е.Г. Янютина [8], в предположении постоянства радиуса цилиндрической полости.

Постановка задачи. Пусть в упругом пространстве, содержащем цилиндрическую полость радиуса R_0 , известен закон изменения перемещений во времени (рис. 1). Деформация среды и соответственно указанное перемещение вызывается некоторым кинематическим нагружением пространства на поверхности полости ($r = R_0$), находящейся в нем (рис. 1). Необходимо определить это кинематическое возмущение (радиальное перемещение), приложенное к поверхности полости. Для этого будем использовать известное перемещение в точке r^* .

Решение задачи. Укажем еще раз, что за основу, для построения реше-

ния обратной задачи, были использованы результаты из монографии [8], в которой можно найти подробное описание построения решения прямой задачи. Методика построения такого рода задач представлена также и в более поздней работе [9]. Опишем кратко соответствующее решение.

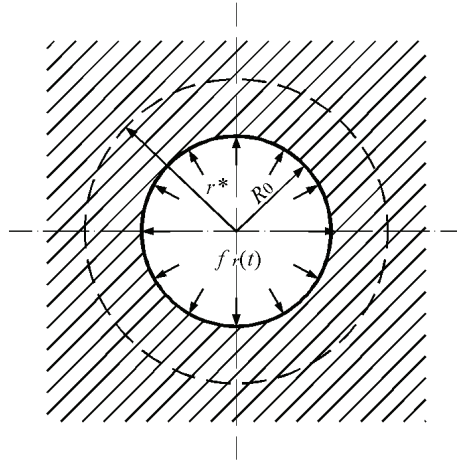


Рисунок 1 – Расчетная схема для решения обратной задачи

Уравнения, отражающие плоское нестационарное неосесимметричное деформирование упругого пространства в цилиндрических координатах (r, θ, z) [5] имеют следующий вид:

$$\begin{cases} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \frac{2\mu}{r} \frac{\partial \omega_z}{\partial \theta} = \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2}; \\ (\lambda + 2\mu) \frac{1}{r} \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} + 2\mu \frac{\partial \omega_z}{\partial r} = \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2}, \end{cases} \quad (1)$$

где λ и μ – коэффициенты Ламе; Δ – объемное расширение; ω_z – проекция вектора вращения на ось z ; u_r и u_θ – радиальное и окружное перемещения точек среды соответственно. Причем,

$$\Delta = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right); \quad \omega_z = \frac{1}{2r} \left(\frac{\partial(ru_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right). \quad (2)$$

Решение задачи строится с нулевыми начальными условиями

$$u_r|_{t=0} = u_\theta|_{t=0} = \frac{\partial u_r}{\partial t}|_{t=0} = \frac{\partial u_\theta}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

и при следующих граничных условиях

$$u_r|_{r=R_0} = f_r(\theta, t); \quad u_\theta|_{r=R_0} = f_\theta(\theta, t); \quad u_r|_{r=\infty} = u_\theta|_{r=\infty} = 0, \quad (4)$$

где $f_r(\theta, t), f_\theta(\theta, t)$ – заданные функции, описывающие изменение радиальных и окружных перемещений, на поверхности бесконечного цилиндра, находящегося внутри упругого пространства.

При формулировке (4) указано, что при $r = +\infty$ возмущения в упругой среде отсутствуют.

В результате решения уравнений (1) и (2) [8, 9] с учетом условий (3) и (4) получим выражения, которые позволяют рассчитать перемещения u_r и u_θ в любой точке упругого пространства с цилиндрической полостью при кинематическом нагружении на его поверхности в условиях плоского неосесимметричного деформирования:

$$\begin{aligned} u_r &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^2 H(t-t_i) \int_0^{t-t_i} C_{i_n}(\tau) \cdot \sum_{j=1}^3 A_{ji} \frac{\partial}{\partial \tau} F_{ji_n}(r, t-t_i-\tau) d\tau \cdot \cos(n\theta); \\ u_\theta &= \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 H(t-t_i) \int_0^{t-t_i} C_{i_n}(\tau) \cdot \sum_{j=1}^3 B_{ji} \frac{\partial}{\partial \tau} G_{ji_n}(r, t-t_i-\tau) d\tau \cdot \sin(n\theta), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{r-R_0}{b}; t_2 = \frac{r-R_0}{a}; \\ A_{11} &= \frac{2b^2n}{r}; A_{12} = a; A_{22} = \frac{a^2n}{r}; A_{21} = A_{31} = A_{32} = 0; \\ F_{11_n}(r, t) &= f_n^*\left(\frac{r}{b}, t\right); F_{12_n}(r, t) = f_{n-1}^*\left(\frac{r}{a}, t\right); F_{22_n}(r, t) = f_n^*\left(\frac{r}{a}, t\right); \\ F_{21_n}(r, t) &= F_{31_n}(r, t) = F_{32_n}(r, t) = 0; \\ B_{11} &= 2b; B_{12} = \frac{a^2n}{r}; B_{21} = \frac{2b^2n}{r}; B_{22} = B_{31} = B_{32} = 0; \\ G_{11_n}(r, t) &= f_{n-1}^*\left(\frac{r}{b}, t\right); G_{12_n}(r, t) = f_n^*\left(\frac{r}{b}, t\right); G_{21_n}(r, t) = f_n^*\left(\frac{r}{a}, t\right); \\ G_{22_n}(r, t) &= G_{31_n}(r, t) = F_{32_n}(r, t) = 0; \\ f_n^*(r, t) &= \int_0^t f_n(r, \tau) d\tau; f_n(r, t) = \frac{\sqrt{\pi}(t^2+2rt)^{n-1/2}}{(2r)^n \Gamma(n+1/2)}, \end{aligned}$$

причем $H(t)$ – функция Хевисайда; $a^2 = (\lambda + \mu)/\rho$; $b^2 = \mu/\rho$ – скорости соответственно продольных и поперечных волн возмущений, возникающих в материале среды; $\Gamma(n)$ – гамма-функция.

Пример расчета обратной задачи проводится для случая, отвечающего осесимметричному плоскому деформированию упругого пространства с цилиндрической полостью, то есть $n = 0$ в разложениях (5). В этом случае, ре-

шение задачи строится на основе следующего выражения

$$u_r = \frac{a^2}{r} H(t-t_2) \int_0^{t-t_2} C(\tau) \sqrt{(t-t_2-\tau)^2 + 2\frac{r}{a}(t-t_2-\tau)} d\tau, \quad (6)$$

которое решается относительно неизвестной функции $C(t)$. При этом предполагается, что функция $u_r(t)$ является известной функцией времени в точке $r = r^*$.

Таким образом, нестационарная обратная задача сводится к решению интегрального уравнения Вольтера I рода, а радиальные перемещения, которые необходимо задать на поверхности цилиндрической поверхности упругого пространства, чтоб получить соответствующие перемещения в произвольной точке упругого пространства определяются как:

$$u_r^{R_0} = \frac{a^2}{R_0} \cdot \int_0^t C(\tau) \sqrt{(t-\tau)^2 + 2\frac{R_0}{a}(t-\tau)} d\tau. \quad (7)$$

Поскольку задача является псевдокорректной, то есть некорректной по Адамару, но корректной по Тихонову [6], то не требуется применять специальных устойчивых методов.

Для решения уравнения (7) применялся численный подход, который состоит во введении аппроксимирующих выражений [3, 9] для искомых функций по формуле:

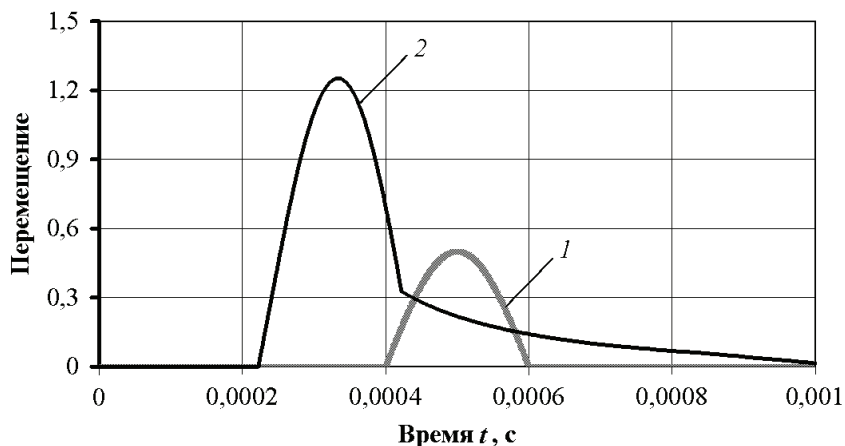
$$y(t) = \sum_{p=1}^m y_p (H(t-t_{p-1}) - H(t-t_p)), \quad (8)$$

где $y_p = \text{const}$; $t_p = p \cdot \Delta t$; $\Delta t = T/M$ – шаг во времени; M – целое положительное число; $m = 1 \dots M$ – число шагов во времени.

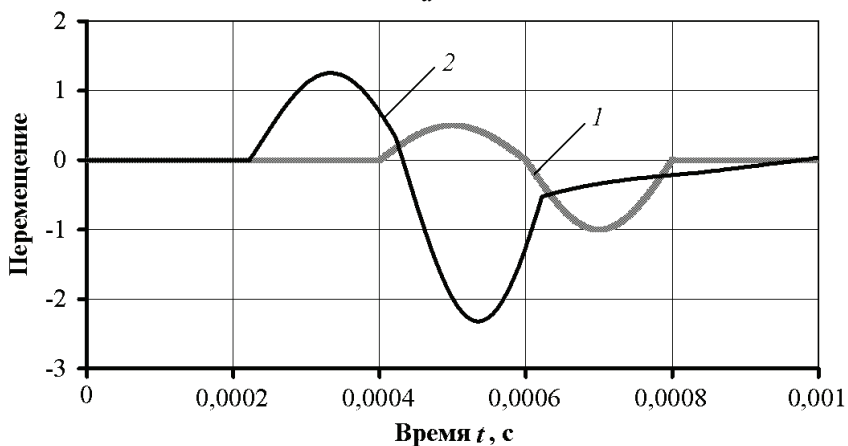
Подставляя аппроксимирующую формулу (8) в уравнения (6) получим выражения, из которых находятся неизвестная функция $C(t)$ в дискретной форме, после чего, подставляя их значения в (7), и найдем радиальные перемещения, вызывающие распространение осесимметричных упругих волн от круговой полости в однородной упругой среде.

Численные результаты. Численный расчет задачи проводился для следующих параметров: $R_0 = 0,3$ м, $E = 2,058 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\nu = 0,3$, $\rho = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³. Было рассмотрено два случая кинематического нагружения пространства. На рис. 2, а, б представлены кривые изменения перемещений во времени соответственно. Причем, кривая 1 соответствует известному закону изменению перемещений в точке $r^* = 1,2$ м, а кривая 2 – это восстановленные перемещения на цилиндрической поверхности, которые вызывают заданные перемещения.

Выводы. Указанная методика решения обратной задачи является достаточно эффективной, о чем свидетельствует приведенные результаты.



a



б

Рисунок 2 – Изменение во времени радиальных перемещений

Список литературы: 1. Барон, Парнес. Определение перемещений и скоростей точек среды при дифракции волны давления на цилиндрической полости в упругой среде // Прикладная механика. Сер. Е. – 1962. – Т. 29, № 2. – С. 183-193. 2. Ватульян А.О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. – М.: 2007. – 224 с. 3. Верлянь А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. – К.: 1986. – 544 с. 4. Головчан В.Т., Кубенко В.Д., Шульга Н.А., Гузь А.Н., Гринченко В.Т. Пространственные задачи теории упругости и пластичности. – Т. 5. Динамика упругих тел. – К.: 1986. – 288 с. 5. Ляв А. Математическая теория упругости. – Л.: 1935. – 674 с. 6. Петров Ю.П., Сизиков В.С. Корректные, некорректные и промежуточные задачи с приложениями. – СПб.: 2003. – 261 с. 7. Самарский А.А., Вабичевич П.Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: 2009. – 480 с. 8. Янютин Е.Г. Импульсное деформирование упругих элементов конструкций. – К.: 1993. – 147 с. 9. Янютин Е.Г., Янчевский И.В., Воропай А.В., Шараната А.С. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций. – Х.: 2004. – 392 с. 10. Янютин Е.Г., Богдан Д.И., Воропай Н.И., Гнатенко Г.А., Гриша-

кин В.Т. Идентификация нагрузок при импульсном деформировании тел. В 2-х частях. – Часть I. – X.: 2010. – 180 с. 11. Ramm A.G. Inverse Problems: Mathematical and Analytical Techniques with Applications to Engineering. – Springer, 2005. – 462 p.

Поступила в редколлегию 15.07.2011

УДК 534

С.О. ГРИЦАН, студент, НТУ «ХПІ»;
О.О. ЛАРИН, канд. техн. наук, НТУ «ХПІ»

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОГО НАПРУЖЕНОГО СТАНУ В ЛОПАТКАХ ТУРБОМАШИН МЕТОДОМ КОМБІНОВАНОГО РОЗКЛАДАННЯ ПО ВЛАСНИМ ФОРМАМ НАПРУЖЕНЬ ТА ПЕРЕМІЩЕНЬ

Розроблено метод для аналізу динамічного напруженого стану в турбінних лопатках, що виникає в процесі вимушених гармонічних коливань. Запропонований підхід базується на розкладанні в ряд по формам переміщень і формам напружень власних коливань, та передбачає суттєву конденсацію розмірності задачі при використанні докладних скінченно-елементних моделей.

A method has been developed for analysis of the dynamic stress state in turbine blades, which is occurring in forced harmonic vibrations. The proposed approach is based on a superposition of the displacement and stress normal modes, and provides a substantial reduction of the problem size for large finite element models.

Разработан метод анализа динамического напряженного состояния в турбинных лопатках, возникающий в процессе вынужденных гармонических колебаний. Предложенный подход базируется на разложении в ряд по формам перемещений и формам напряжений собственных колебаний и предусматривает существенную конденсацию размерности задачи при использовании подробных конечноэлементных моделей.

Вступ. Надійність деталей турбомашин залежить від рівня динамічних напружень, що виникають в процесі експлуатації. До найбільш вібраційно напружених елементів турбомашин відносять лопаткові апарати робочих коліс (в парових турбінах це – робочі апарати циліндру низького тиску).

Періодичні навантаження (викликані незбалансованістю ротора турбіни та нерівномірністю потоку пари), що діють на робочі колеса, призводять до вібрацій лопаток [1, 2]. В номінальному режимі роботи турбіни складні коливальні процеси в лопатковому апараті являють собою суперпозицію гармонічних коливань. Таким чином, визначення динамічних напружень, що виникають у процесі вимушених гармонічних коливань, є одним з важливих етапів у рішенні задачі визначення надійності і ресурсу турбінних лопаток.

В сучасній практиці проектування конструкцій у машинобудуванні най-

більше поширення набули комп'ютерні технології, які в сукупності з застосуванням методу скінченних елементів (МСЕ) [3] використовуються і для розрахунків коливань лопаткового апарату, даючи змогу замість наближених моделей (стрижень, оболонка) приймати до розгляду більш реалістичні тривимірні моделі. Такі підходи дозволяють описати геометричну форму з урахуванням основних її конструктивних особливостей і не потребують введення значних спрощень та гіпотез.

Разом із цим, використання детальних моделей вимагає великих затрат обчислювального ресурсу. Тому актуальними є підходи, які дозволяють зменшити розмірність задачі, але не призводять до зниження точності розрахунків. Так, в сучасних наукових і прикладних дослідженнях широко застосовуються методи конденсації розмірності задачі визначення амплітуд вимушених коливань (розкладання в ряд по власним формам коливань, метод синтезу форм коливань тощо).

Відмічені підходи дозволяють розрахувати рівень вібраційних переміщень, проте для оцінки надійності та ресурсу лопаткового апарату необхідно знайти динамічні напруження. Визначення останніх, навіть у конденсованих постановках, вимагає участі у розрахунках додаткових даних, що суттєво підвищує затрати обчислювального ресурсу.

Постановка задачі. У даній роботі пропонується метод конденсації розмірності задачі визначення динамічних напружень, що виникають в лопатках турбін при вимушених гармонічних коливаннях. Алгоритм визначення динамічного напруженого стану базується на основі конденсованого розкладання відклику системи по формам переміщень і формам напружень власних коливань.

Методика визначення напружень при вимушених коливаннях, що пропонується, дає змогу зменшити потреби в обчислювальному ресурсі в десятки разів у порівнянні з найбільш поширеними методами, що використовують при цьому докладні скінченно-елементні (СЕ) моделі.

Використання методу суперпозиції власних форм для отримання динамічних напружень із суттєвою конденсацією розмірності задачі. Рівняння вимушених гармонічних коливань в рамках МСЕ [3] має вигляд:

$$[M]\{\ddot{q}\} + \beta[K]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{F_0\}e^{i\omega t}, \quad (1)$$

де $[M]$, $[K]$ – матриці мас і жорсткості; $\{q\}$, $\{F_0\}$ – вектори вузлових переміщень і амплітуд навантажень; β – коефіцієнт в'язкого тертя; ω – частота зовнішнього навантаження; $i = \sqrt{-1}$.

Розв'язок рівняння (1) у загальному вигляді може бути отриманий шляхом безпосереднього обернення матричного оператора:

$$\{q\} = \{u\}e^{i\omega t} = [Z(\omega)]^{-1}\{F_0\}e^{i\omega t} = [A(\omega)]\{F_0\}e^{i\omega t}, \quad (2)$$

де $[A(\omega)]$ – матриця динамічної податливості (МДП), яка визначається як обернена матриці динамічної жорсткості $[Z(\omega)]$.

В інженерній практиці при проведенні розрахунків на міцність часто розглядаються тільки характерні «контрольні точки», для розрахунку відклику в яких потрібно мати значення лише деяких компонентів МДП.

Наприклад, у випадку, якщо вектор вузлових навантажень містить лише дві ненульові компоненти – f_{0j} і f_{0l} , а інтерес становлять дві компоненти вектора амплітуд переміщень – u_2 і u_k , достатньо розглянути замість $3N$ рівнянь (N – кількість вузлів у СЕ моделі) лише сукупність чотирьох виразів (рівнянь з номерами $2, j, k, l$). При цьому, з усіх компонентів $[A(\omega)]$ необхідно обчислити лише ті, які будуть брати участь у зазначеній сукупності ($a_{2j}, a_{2l}, a_{jj}, a_{jl}, a_{kj}, a_{kl}, a_{lj}, a_{ll}$).

Таким чином, доцільно ввести поняття *активних ступенів свободи* [4], які будуть визначати сукупність ступенів свободи:

- результати в яких цікавлять дослідника;
- у напрямку яких задані навантаження.

u_1	[a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1k}	...	a_{1l}	...	$a_{1,3N}$]		0
u_2	[a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2k}	...	a_{2l}	...	$a_{2,3N}$]		0
...	[...]		...
u_j	[a_{j1}	a_{j2}	...	a_{jj}	...	a_{jk}	...	a_{jl}	...	$a_{j,3N}$]		f_{0j}
...	[...]		...
u_k	[a_{k1}	a_{k2}	...	a_{kj}	...	a_{kk}	...	a_{kl}	...	$a_{k,3N}$]		0
...	[...]		...
u_l	[a_{l1}	a_{l2}	...	a_{lj}	...	a_{lk}	...	a_{ll}	...	$a_{l,3N}$]		f_{0l}
...	[...]		...
u_{3N}	[$a_{3N,1}$	$a_{3N,2}$...	$a_{3N,j}$...	$a_{3N,k}$...	$a_{3N,l}$...	$a_{3N,3N}$]		0

Рисунок 1 – До питання щодо конденсації розмірності матриці динамічної податливості $[A(\omega)]$

При обчисленні компонентів матриці $[A(\omega)]$ можна обмежитися визначенням тільки відповідних активним ступеням свободи компонентів (замість обернення всієї матриці $[Z(\omega)]$), використовуючи розкладання по власним формам коливань:

$$[A(\omega)] = [Y][H(\omega)][Y]^T, \quad (3)$$

де $[H(\omega)]$ – діагональна матриця передаточних функцій, які визначаються моделлю дисипації енергії [3]; $[Y]$ – матриця, стовпці якої – власні форми коливань; $[\dots]^T$ – операція транспонування.

Подібні міркування дозволяють залишатись в рамках розмірності задачі, що обумовлена активними ступенями свободи, і при визначенні динамічних напружень за допомогою *власних форм напружень*.

Розглянемо зв'язок між векторами вузлових амплітуд переміщень $\{u\}$ і напружень $\{\sigma\}$ всієї СЕ моделі. Цей зв'язок є лінійний і виражається через фізичні співвідношення закону Гука та похідні функцій форм скінченних елементів:

$$\{\sigma\} = [Q^{\sigma}]^{-1} [D][L][N][Q_k]\{u\} = [\Phi]\{u\}, \quad (4)$$

де $[Q_k]$, $[Q^{\sigma}_k]$ – матриці відповідності локальних (k -го елемента) і глобальних вузлових переміщень і напружень відповідно; $\{u\}$, $\{\sigma\}$ – вектори глобальних вузлових переміщень і напружень; $[N]$ – матриця функцій форм елемента; $[D]$ – матриця жорсткості матеріалу; $[L]$ – диференціальний оператор Коші [3].

Маючи співвідношення (4), можна знайти вектор $\{\sigma\}$, використовуючи визначення МДП (3):

$$\{\sigma\} = [Y_{\sigma}] [H(\omega)] [Y]^T \{F_0\}, \quad (5)$$

де $[Y_{\sigma}] = [\Phi][Y]$ – матриця, стовпці якої – власні форми напружень.

Таким чином, формула (5) визначає спосіб знаходження динамічних напружень за допомогою методу розкладання в ряд по власним формам переміщень і напружень.

Реалізований у даній роботі алгоритм визначення амплітуд напружень передбачає участь у розрахунках лише тих вузлів, які відповідають активним ступеням свободи, що значно знижує обсяг необхідної інформації. В той час, як класичні методи, що використовуються у СЕ програмних комплексах (ПК), вимагають проведення розрахунків напружень у 32 або 64 вузлах (вузли усіх сусідніх елементів) з подальшим усередненням результатів. Крім того, важливо, що запропонована методика, на відміну від класичних методів, передбачає знаходження напружень лише *один раз* (при обчисленні власних форм напружень), а не на кожному кроці частоти зовнішнього навантаження.

Алгоритм розрахунку вимушених коливань. На основі запропонованої методики визначення динамічних напружень був створений алгоритм розрахунку, блок-схема якого наведена на рис. 2.



Рисунок 2 – Блок-схема алгоритму запропонованої методики розрахунку вимушених гармонічних коливань

Алгоритм передбачає наступні етапи:

1) Вибір активних ступенів свободи: визначення сукупності вузлів, у яких задані сили та в яких цікавить гармонічний відклик системи.

2) Завдання навантаження.

3) Визначення власних частот, форм переміщень і форм напружень власних коливань.

4) Завдання параметрів гармонічного аналізу (задається коефіцієнт в'язкого тертя β ; параметри циклу: початкове і кінцеве значення частоти навантаження, крок по частоті).

5) Обчислення гармонічного відклику системи.

5.1) Визначення матриці передаточних функцій $[H(\omega)]$.

5.2) Розрахунок компонентів матриці динамічної податливості $[A(\omega)]$, що відповідають лише активним ступеням свободи (3).

5.3) Обчислення компонентів вектора вузлових амплітуд переміщень (2), напружень (5).

5.4) Пункти з 5.1 по 5.3 повторюються для всіх кроків по частоті навантаження.

Тестові розрахунки. Для тестування програми використовувалась проста СЕ модель (рис. 3): широка консольна балка. Навантаження, що змінюється по гармонічному закону – пара вузлових сил одиничної амплітуди. Частотний діапазон включає 3 власні частоти, для розрахунків утримувалось 20 власних форм коливань.

Результати розрахунків вимушених коливань отримані двома способами:

- із застосуванням ПК, що використовує повний метод (розрахунок амплітуд переміщень за формулою (2), тобто безпосереднє обернення матриці жорсткості $[Z(\omega)]$ на кожному кроці частоти навантаження);
- за допомогою розробленої методики.

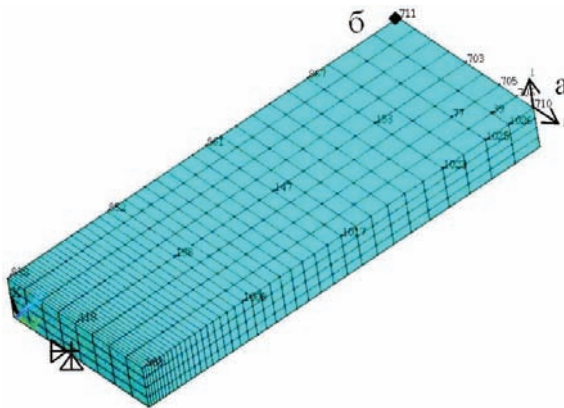


Рисунок 3 – СЕ модель для тестових розрахунків

Результати тестових розрахунків наведено на рис. 4 (суцільною лінією нанесені графіки амплітудно-частотних характеристик (АЧХ), отриманих повним методом, крапками – запропонованим).

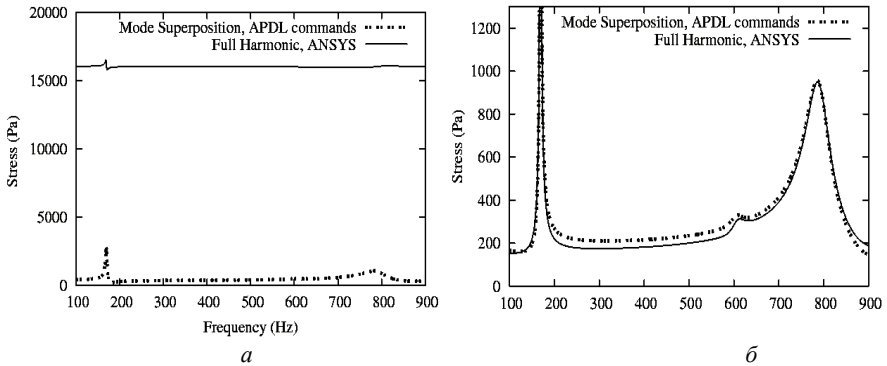


Рисунок 4 – Графіки АЧХ інтенсивності напружень: (а) – вузол, де прикладене навантаження (див. рис. 3), (б) – вузол на протилежній стороні верхньої грані

Для аналізу області застосовності запропонованого підходу були побудовані розподілення відносної похибки δ (в долях одиниці) по інтенсивності напружень на верхній поверхні балки (рис. 5, 6). При цьому в якості точного результату приймався отриманий за допомогою повного методу в ПК.

$$\delta = \left| \frac{\sigma_i^{ANSYS Full} - \sigma_i^{APDL Reduced}}{\sigma_i^{ANSYS Full}} \right|. \quad (6)$$

Порівняльний аналіз результатів, що представлені на графіках АЧХ для еквівалентних напружень по Мізесу (рис. 4) та на наведених розподіленнях похибки (рис. 5, 6) вказує на наявність суттєвих розбіжностей для вузлів, близьких до місця прикладання сил, що пов'язано з особливостями власних форм, які не мають в цих місцях стрибків напружень і не можуть описати штучну концентрацію напружень в області поблизу зосередженої сили. Таким чином, у відповідному вузлі виникають необмежені напруження, що в чисельній апроксимації призводить до виродження скінченного елемента.

Важливо відмітити, що вказані обмеження не стосуються концентрації напружень, які мають місце внаслідок особливостей геометрії конструкції, адже вони є врахованими при розрахунках власних форм коливань, які апроксимують шуканий відклик системи.

Ефект «зосередженої сили» проявляється і при аналізі АЧХ переміщень, але є менш вираженим. Лише невеликі розбіжності спостерігаються в області вузла, в якому прикладені сили.

Слід відзначити, що характер розподілу та конкретні значення похибки практично не змінюються з подібненням сітки, що підтверджує наведені пояснення щодо причини її виникнення.

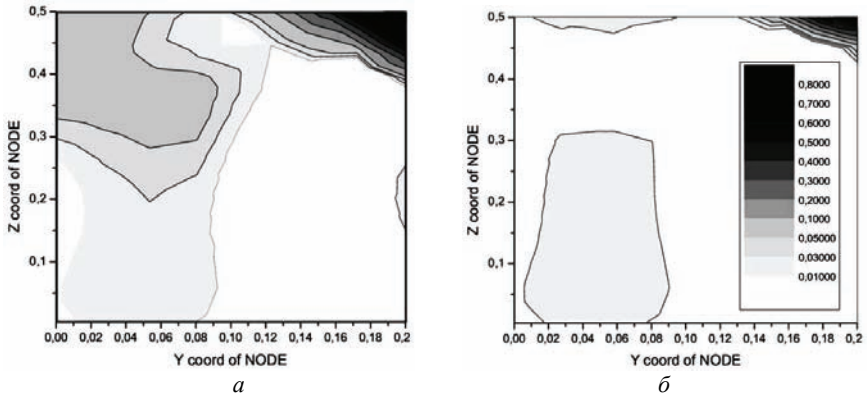


Рисунок 5 – Розподілення похибки δ інтенсивності напружень для кроків по частоті: (а) – 100 Гц (початкове значення частотного діапазону); (б) – 169 Гц (перша власна частота)

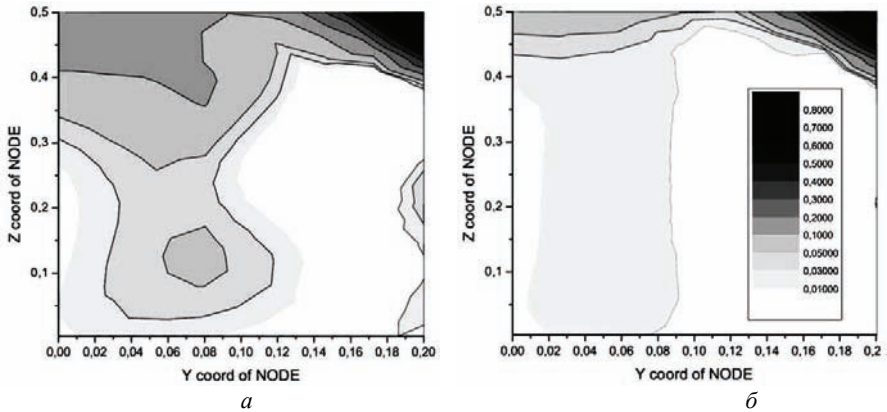


Рисунок 6 – Розподілення похибки δ інтенсивності напружень для кроків по частоті: (а) – 437 Гц (середина діапазону між першою і другою власними частотами); (б) – 606 Гц (друга власна частота)

Розв’язання задачі вимушених коливань лопатки парової турбіни.

Запропонована методика була використана для проведення розрахунків вимушених коливань лопатки першого ступеня циліндра низького тиску парової турбіни.

Створено SE модель лопатки (рис. 7), що має приблизно 10000 об’ємних скінченних елементів. Граничні умови були змодельовані як жорстке закріплення за всіма ступенями свободи на опорних поверхнях зубців хвостового з’єднання та поверхнях розкриваючих уступів. Податливістю диску, сполученого з лопаткою, при створенні моделі було знехтувано. Бандажна полка змодельована, але умови міжлопаткових зв’язків не розглядалися.

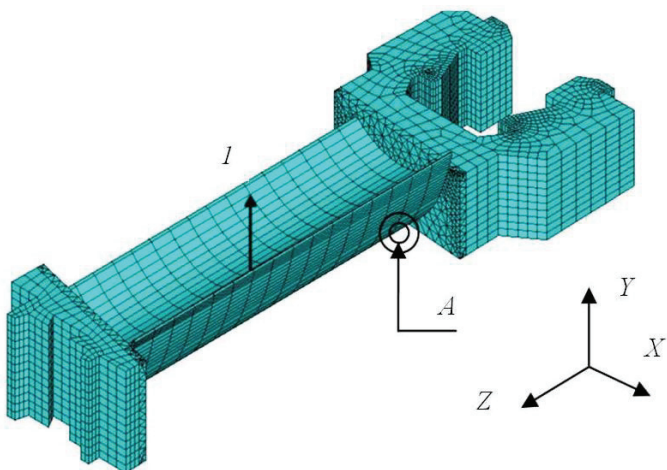


Рисунок 7 – СЕ модель лопатки

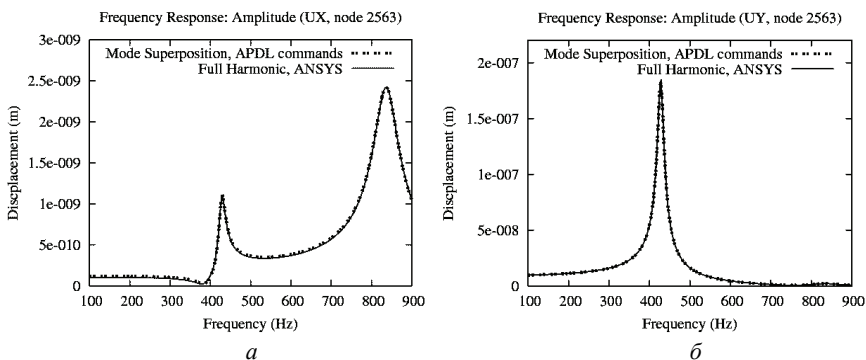


Рисунок 8 – АЧХ переміщень по осях X та Y – (а) і (б) відповідно

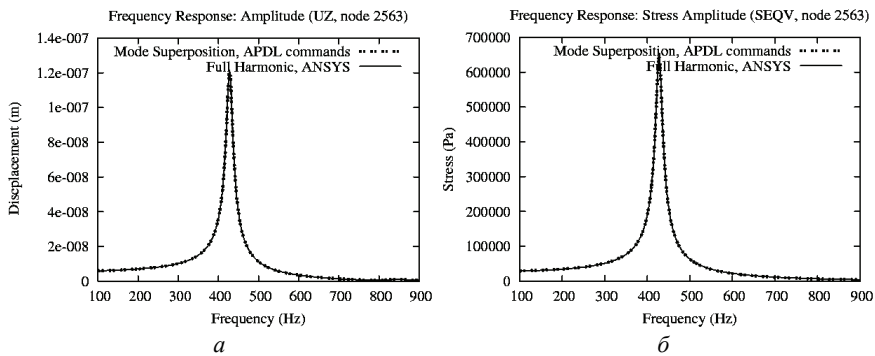


Рисунок 9 – АЧХ переміщень по осі Z – (а) та інтенсивності напружень – (б)

Частотний діапазон для розрахунку вимушених коливань (100-900 Гц) включає 2 власні частоти. Сила з одиничною амплітудою прикладена в тангенціальному напрямку (рис. 7) в центрі мас робочої частини. Відклик розглядається для точки А (рис. 7) на стику хвостовика і пера лопатки, яка є близькою до характерної області локалізації напружень.

АЧХ переміщень та інтенсивності напружень приведені на рис. 8, 9.

Висновки. У даній роботі розроблено методику обчислення динамічних напружень в лопатках турбомашин, що виникають у процесі вимушених гармонічних коливань. Запропонований підхід, що базується на основі розкладу відклику системи по формам переміщень і напружень власних коливань, передбачає суттєву конденсацію розмірності задачі без втрати точності результатів. Основні переваги, що передбачаються алгоритмом, полягають в наступному:

- участь у розрахунках невеликої кількості активних ступенів свободи;
- для отримання АЧХ напружень компоненти тензору напружень в точці обчислюються один раз під час визначення власних форм напружень, а не на кожному кроці частоти навантаження.

Перспективи. Слід відмітити, що запропонована методика розрахунку вимушених коливань досить легко може бути поширена на задачі випадкових коливань циклічно симетричних систем. При цьому, очевидно, суттєво збільшаться наведені переваги.

Список літератури: 1. *Левин А. В.* Прочность и вибрация лопаток и дисков паровых турбин / *А. В. Левин, К. Н. Боршанский, Е. Д. Консон.* – Л.: Машиностроение, 1981. – 710 с. 2. *Воробьев Ю. С.* Колебания лопаточного аппарата турбомашин / *Ю.С. Воробьев.* – Киев: Наук. думка, 1988. – 224 с. 3. *Zienkiewicz O.C.* The Finite Element Method. Fifth Edition. Volume 1: The Basis / *O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor.* – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. 4. *Petrov E. P.* A new method for dynamic analysis of mistuned bladed disks based on the exact relationship between tuned and mistuned systems / *E. P. Petrov, K. Y. Sanliturk, D. J. Ewins* // Journal of engineering for gas turbines and power. – ASME, 2002. – Vol. 124. – PP. 586-597.

Надійшла до редколегії 27.08.2011.

Д.В.ДАНИЛОВ, студент, НТУ «ХПИ»;

А.Г.АНДРЕЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

НДС ПРОФИЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ КОНТАКТНЫХ НАГРУЗОК

Предметом дослідження в даній роботі є порівняльний аналіз різноманітних варіантів реалізації з'єднань з натягом, що знаходяться під дією контактних навантажень. Метою роботи є дослідження напружено-деформованого стану (НДС) профільних з'єднань та, на основі цих даних, визначення оптимального варіанту з'єднання.

In the given work the object of research is a comparative analysis of various variants of implementation pressure coupling which are under the influence of contact loadings. The work purpose is research of stress-strain state (SSS) of the profiled joints and, on the basis of these data, determination of optimal variant of connection.

Предметом исследования в данной работе является сравнительный анализ разнообразных вариантов реализации соединений с натягом, находящихся под действием контактных нагрузок. Целью работы является исследование напряженно деформированного состояния (НДС) профильных соединений и, на основе этих данных, определения оптимального варианта соединения.

Вступлення. Соединение с натягом считается одним из наиболее распространенных в строительстве и машиностроении напряженных соединений, в ряде случаев замещающих болтовые и заклепочные соединения, частично шпоночные и шлицевые. Основной целью исследования является сравнительный анализ НДС разнообразных наиболее распространенных в инженерной практике вариантов реализации профильных соединений с натягом, которые находятся под действием контактных нагрузок.

Постановка задачі. В данной работе проводится исследование 15 вариантов профильных соединений с натягом, цель которого – определение влияния форм вала и втулки на распределение основных параметров, характеризующих НДС: суммарные перемещения, эквивалентные напряжения по критерию Мизеса и контактное давление. По этим параметрам можно делать выводы о надежности соединений деталей, поэтому изучение этой проблемы является актуальным вопросом. Варианты профильных соединений изображены на рис. 1-15. Геометрические размеры приведены в табл. 1, характеристики материала – в табл. 2.

Для сравнительного анализа профильных соединений придерживались следующих условий: во всех видах соединений предполагалось равенство внешних периметров втулок S_1 , равенство периметров посадочных поверхностей $2S_2$ и S , равенство величин натяга $\delta = 0,12$ мм.

Профильные соединения характеризуются достаточно равномерным распределением напряжений по периметру зоны сопряжения вала и втулки, что позволяет рассматривать НДС такого соединения как плоское напряженное состояние.

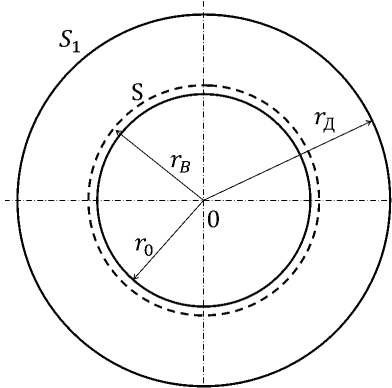


Рисунок 1 – Первый вариант

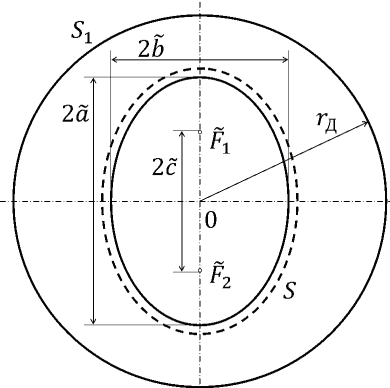


Рисунок 2 – Второй вариант

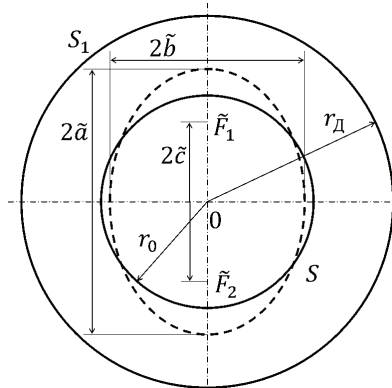


Рисунок 3 – Третий вариант

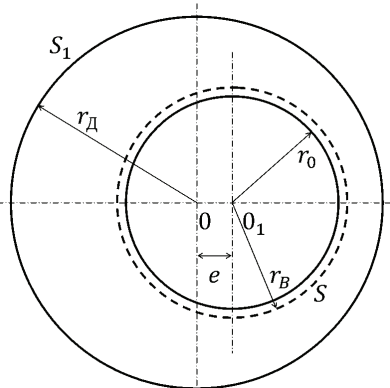


Рисунок 4 – Четвертый вариант

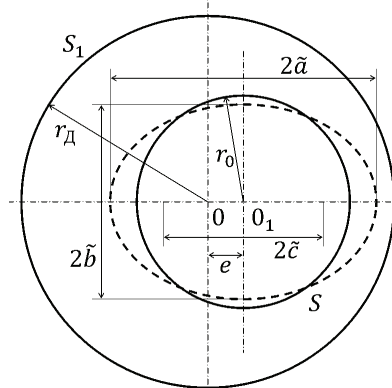


Рисунок 5 – Пятый вариант

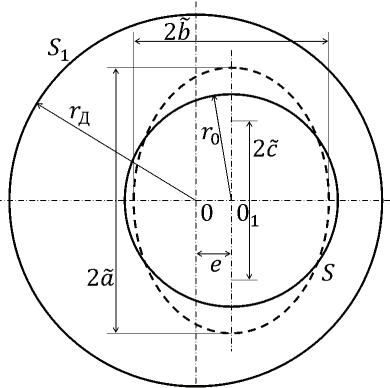


Рисунок 6 – Шестой вариант

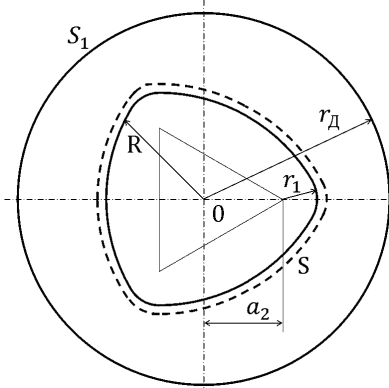


Рисунок 7 – Седьмой вариант

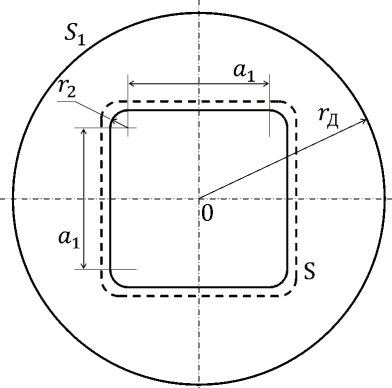


Рисунок 8 – Восьмой вариант

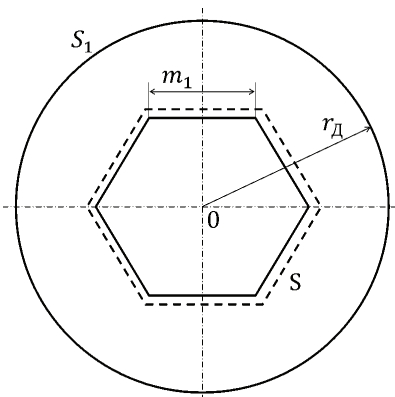


Рисунок 9 – Девятый вариант

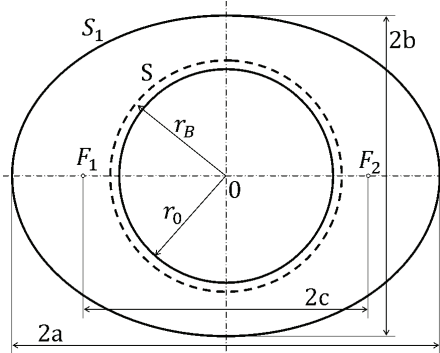


Рисунок 10 – Десятый вариант

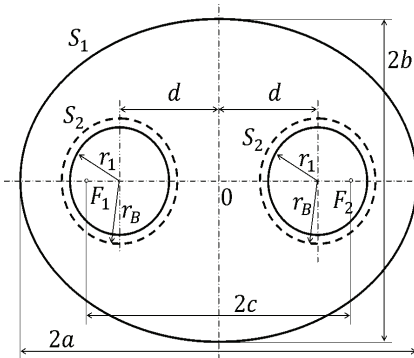


Рисунок 11 – Одиннадцатый вариант

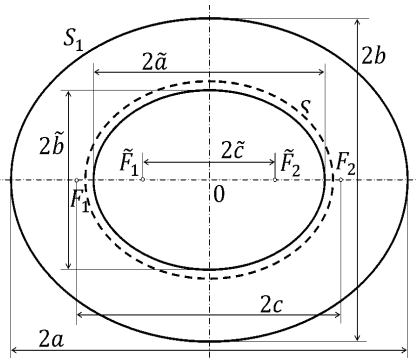


Рисунок 12 – Двенадцатый вариант

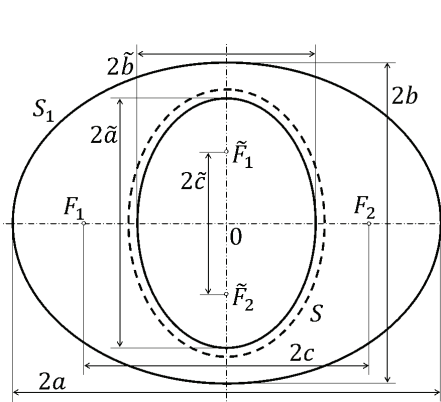


Рисунок 13 – Тринадцатый вариант

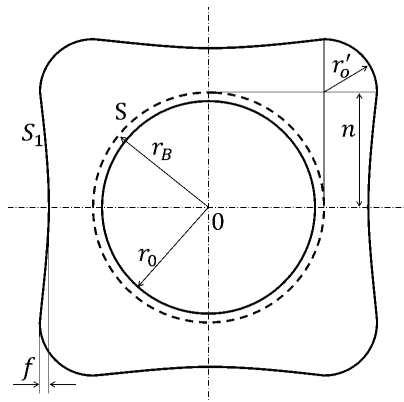


Рисунок 14 – Четырнадцатый вариант

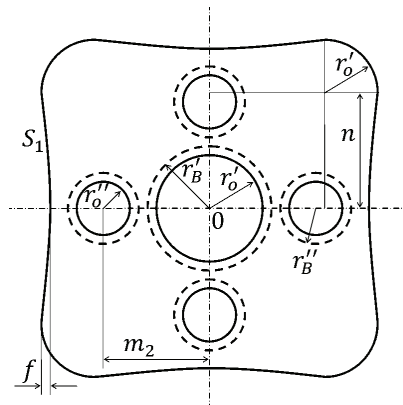


Рисунок 15 – Пятнадцатый вариант

В ходе работы с целью минимизации времени проведения одного расчета по возможности рассматривалась наименьшая представительская часть симметричной конструкции с применением граничных условий симметричного закрепления.

1. Теоретические основы МКЭ для расчета НДС профильных соединений с натягом, реализованных в ПК ANSYS. Поставленная задача моделировалась с помощью МКЭ в ПК ANSYS. Для решения проблемы использовался стандартный конечный элемент программного пакета – плоский восьми узловый прямоугольный элемент, PLANE 82, который имеет две степени свободы в каждом узле. Реализация контактной деформируемой поверхности (для двумерной постановки задачи) требует создания на этой поверхности контактных элементов CONTA172 и целевых элементов TARGE 169, отвечающих первым. Решение задачи МКЭ приводит к системе линей-

ных алгебраических уравнений:

$$[\mathbf{K}]\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}\}, \quad (1)$$

где $[\mathbf{K}]$ – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов, $\{\mathbf{U}\}$ – вектор-столбец узловых перемещений, $\{\mathbf{F}\}$ – вектор приведенной внешней нагрузки.

Таблица 1 – Геометрические размеры профильных соединений с натягом

Название геометрического параметра, мм	Значение
Радиус большого круглого отверстия r_0	62
Внешний радиус круглой втулки r_d	110
Периметр зоны контакта $S = 2S_2$	390
Внешний периметр втулки S_1	691
Большая полуось большого эллипса (втулки) a	122
Малая полуось большого эллипса (втулки) b	97
Расстояние от центра большого эллипса (втулки) до фокуса c	74
Большая полуось малого эллипса (вала) \tilde{a}	69
Малая полуось малого эллипса (вала) \tilde{b}	55
Расстояние от центра малого эллипса (вала) до фокуса \tilde{c}	42
Величина эксцентриситета e	20
Расстояние от центра до вершин вспомогательного треугольника a_2	48
Большой радиус криволинейного треугольника R	102
Малый радиус криволинейного треугольника r_1	18
Малый радиус криволинейного квадрата (вала) r_2	14
Длина прямой стороны криволинейного квадрата (вала) a_1	75
Длина стороны шестиугольника m_1	65
Радиус среднего круглого отверстия $r_1 = r'_1$	30
Расстояние от центра большого эллипса (втулки) до центра среднего отверстия d	60
Большой радиус криволинейного квадрата (втулки) r'_0	30
Величина прогиба криволинейного квадрата (втулки) f	5
Длина изогнутой стороны криволинейного квадрата (втулки) n	63
Радиус малого круглого отверстия r''_0	20
Расстояние от центра криволинейного квадрата (втулки) до центра малого отверстия m_2	60

2 Полученные результаты и их анализ. В результате исследования были получены основные характеристики НДС 15-ти вариантов соединений, находящихся под действием контактных нагрузок. Для проверки правильности проведенных с помощью ПК расчетов были сопоставлены значения характеристик НДС четвертого варианта с аналогичными данными, полученными Тарабасовым Н. Д.[1] в результате аналитического расчета методами

теории упругости. Расхождение эквивалентных напряжений при этом составило 1,395 %. Ниже представлены все полученные результаты в виде групп рисунков. Пояснения к расшифровке нумерации этих рисунков, а так же нумерации рисунков, изображающих схему профильного соединения, приведены в табл. 3. Помимо номеров рисунков в таблице с целью наглядного сопоставления представлены максимальные значения суммарных перемещений, эквивалентных напряжений и контактного давления для каждого варианта. Напряжения получены как эквивалентные по критерию Мизеса.

Таблица 2 – Характеристики материала

Название физического параметра	Значение для стали 40Х
Модуль Юнга E , МПа	$2,1 \cdot 10^5$
Коэффициент Пуассона ν	0,3
Плотность ρ , кг/м ³	7800
Коэффициент теплового расширения α , К ⁻¹	$11,7 \cdot 10^{-6}$
Предел текучести σ_T , МПа	785
Предел прочности σ_B , МПа	980
Коэффициент трения μ	0,15

Таблица 3 – Расшифровка нумерации рисунков, данные расчетов

№ варианта	Схема соединения	Суммарные перемещения	Эквивалентные напряжения	Контактное давление	Максимальное значение суммарных перемещений, [мм]	Максимальное значение эквивалентных напряжений, [Па]	Максимальное значение контактного давления, [Па]
	Номера рисунков						
1	1	16	17	18	$4,2 \cdot 10^{-5}$	$164 \cdot 10^6$	$63,7 \cdot 10^6$
2	2	19	20	21	$4,72 \cdot 10^{-5}$	$231 \cdot 10^6$	$76,7 \cdot 10^6$
3	3	22	23	24	$0,912 \cdot 10^{-5}$	$20,6 \cdot 10^6$	$14,7 \cdot 10^6$
4	4	25	26	27	$4,38 \cdot 10^{-5}$	$199 \cdot 10^6$	$60,5 \cdot 10^6$
5	5	28	29	30	$0,977 \cdot 10^{-5}$	$22,2 \cdot 10^6$	$16,1 \cdot 10^6$
6	6	31	32	33	$0,93 \cdot 10^{-5}$	$21,4 \cdot 10^6$	$15,2 \cdot 10^6$
7	7	34	35	36	$4,75 \cdot 10^{-5}$	$338 \cdot 10^6$	$127 \cdot 10^6$
8	8	37	38	39	$5,05 \cdot 10^{-5}$	$473 \cdot 10^6$	$128 \cdot 10^6$
9	9	40	41	42	$4,23 \cdot 10^{-5}$	$520 \cdot 10^6$	$108 \cdot 10^6$
10	10	43	44	45	$4,53 \cdot 10^{-5}$	$167 \cdot 10^6$	$67,1 \cdot 10^6$
11	11	46	47	48	$2,74 \cdot 10^{-5}$	$162 \cdot 10^6$	$71,4 \cdot 10^6$
12	12	49	50	51	$5,01 \cdot 10^{-5}$	$214 \cdot 10^6$	$80,6 \cdot 10^6$
13	13	52	53	54	$4,91 \cdot 10^{-5}$	$264 \cdot 10^6$	$75,2 \cdot 10^6$
14	14	55	56	57	$4,8 \cdot 10^{-5}$	$187 \cdot 10^6$	$64,4 \cdot 10^6$
15	15	58	59	60	$3,59 \cdot 10^{-5}$	$294 \cdot 10^6$	$90,7 \cdot 10^6$

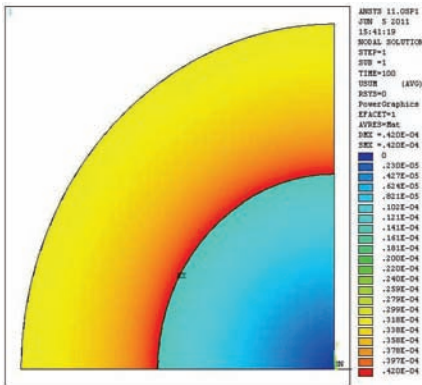


Рисунок 16

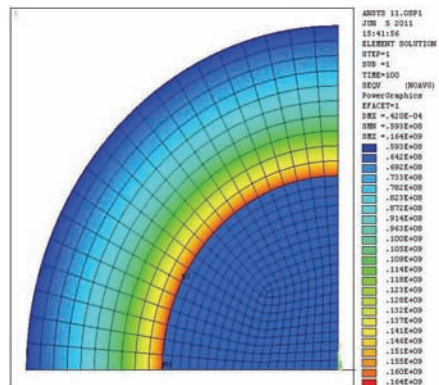


Рисунок 17

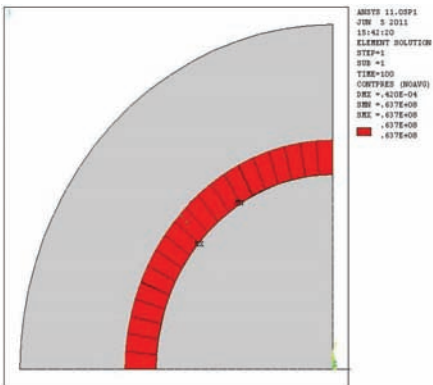


Рисунок 18

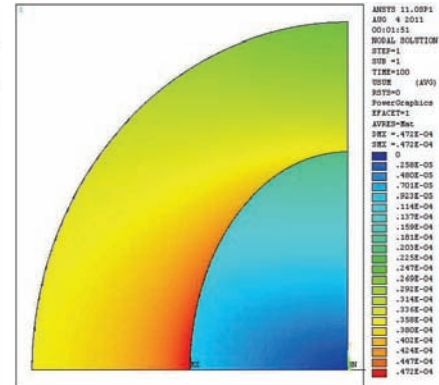


Рисунок 19

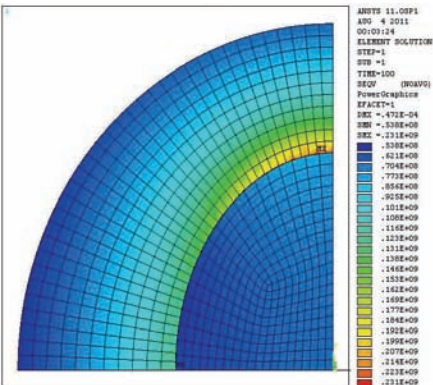


Рисунок 20

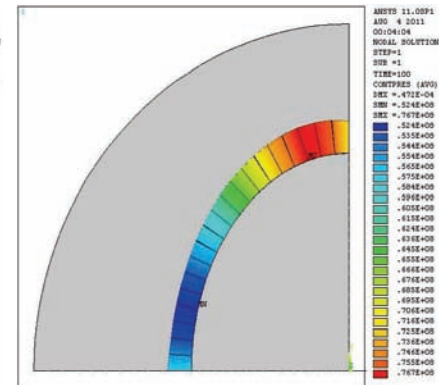


Рисунок 21

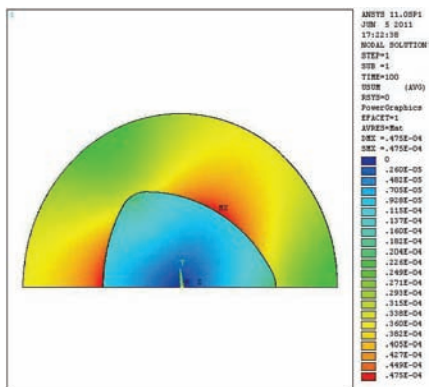


Рисунок 34

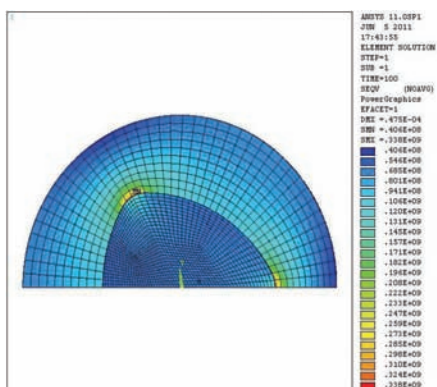


Рисунок 35

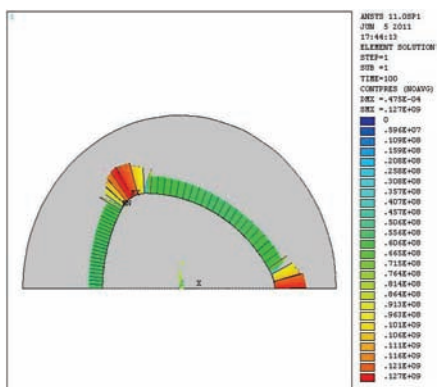


Рисунок 36

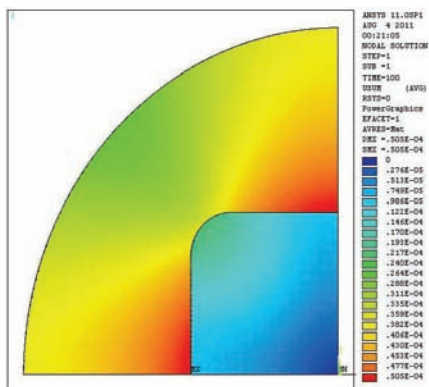


Рисунок 37

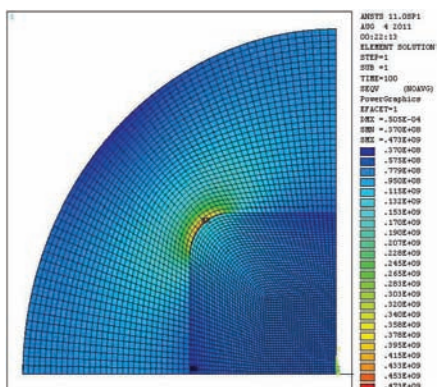


Рисунок 38

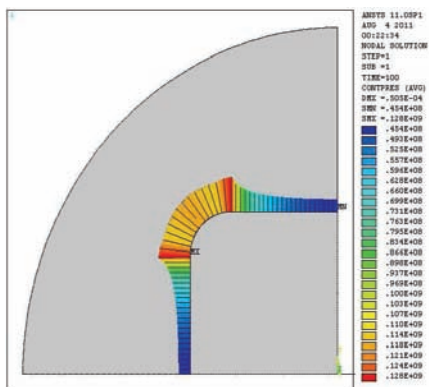


Рисунок 39

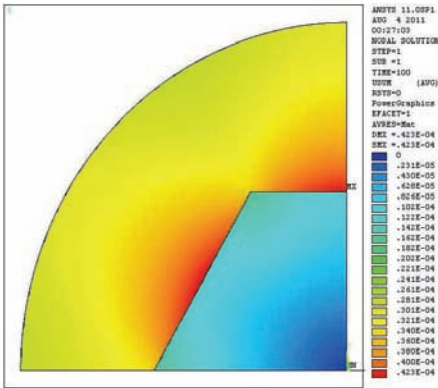


Рисунок 40

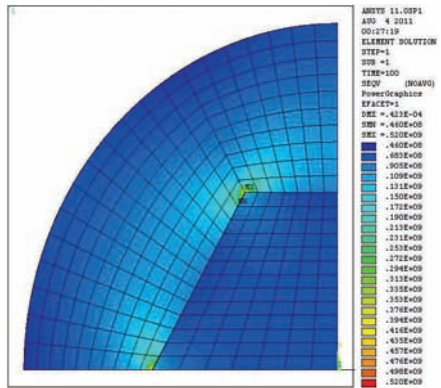


Рисунок 41

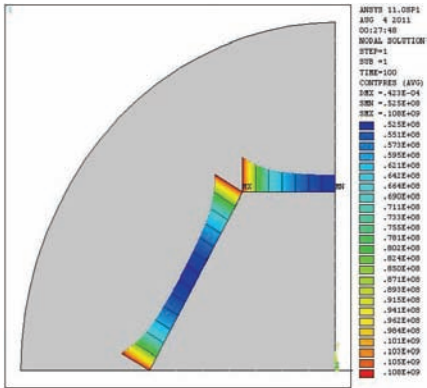


Рисунок 42

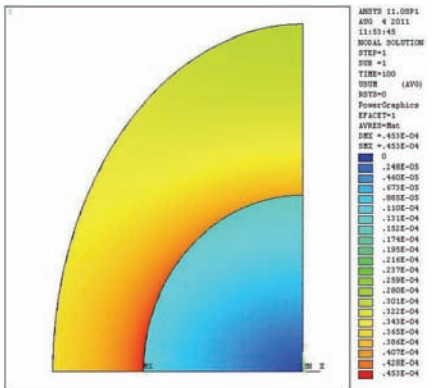


Рисунок 43

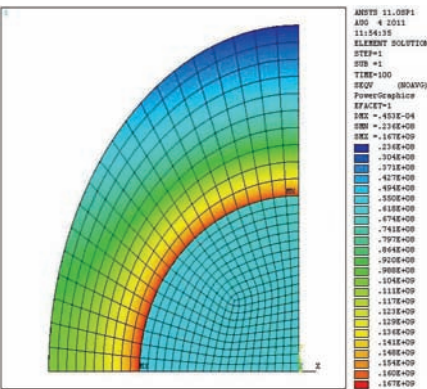


Рисунок 44

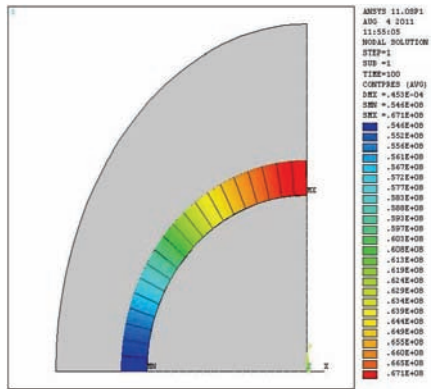


Рисунок 45

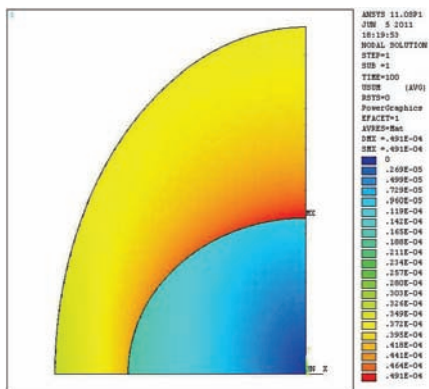


Рисунок 52

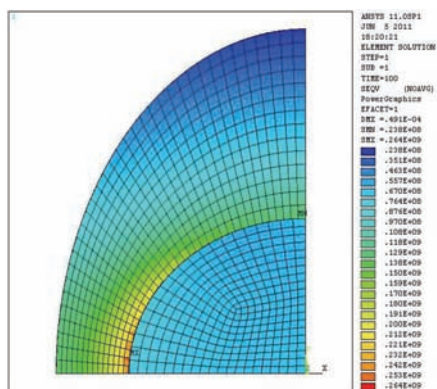


Рисунок 53

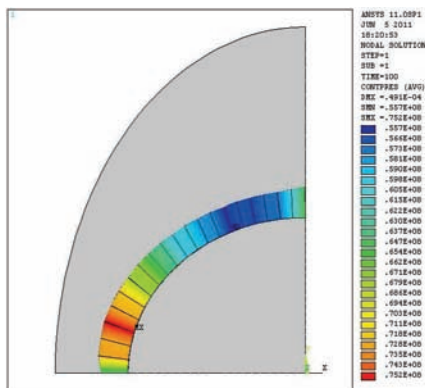


Рисунок 54

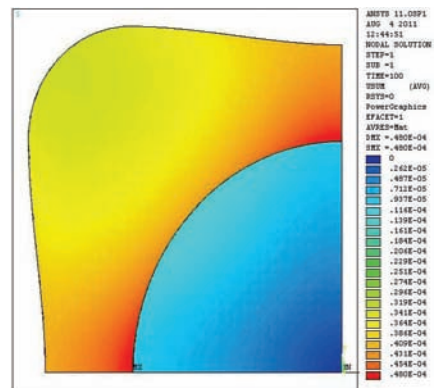


Рисунок 55

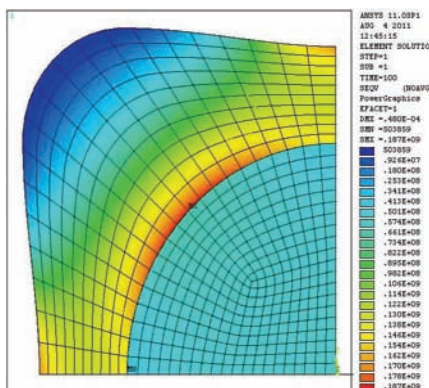


Рисунок 56

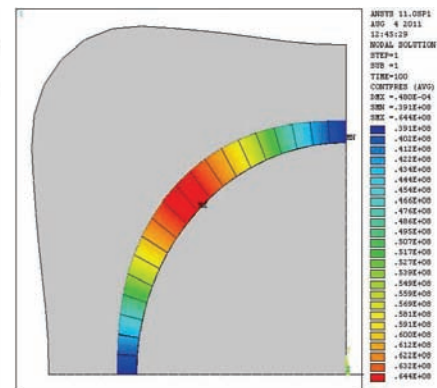


Рисунок 57

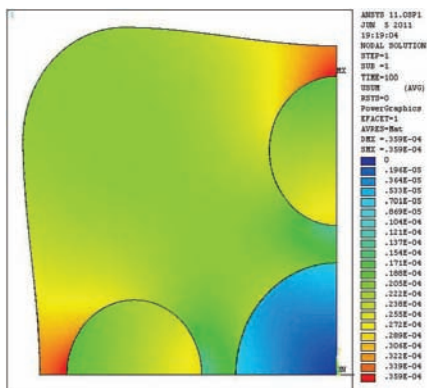


Рисунок 58

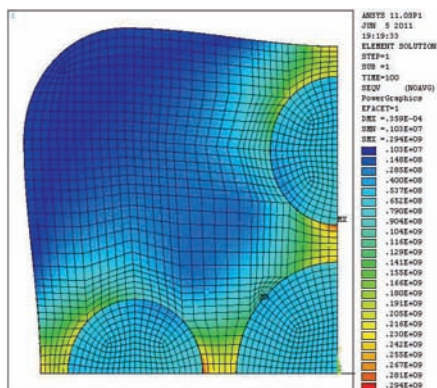


Рисунок 59

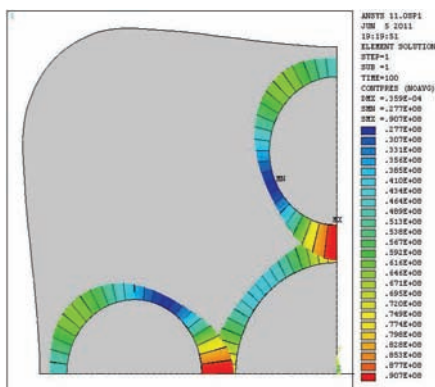


Рисунок 60

Выводы. В результате исследования были найдены характеристики НДС 15-ти вариантов профильных соединений с натягом: суммарные перемещения, эквивалентные напряжения, контактное давление. На основе этих данных проведен сравнительный анализ, который определил два наиболее оптимальных варианта среди остальных – седьмой и восьмой. Это обусловлено тем, что максимальное значение контактного давления в этих вариантах выше, чем в остальных (12,7 МПа и 12,8 МПа), соответственно, соединение вала с втулкой в этих случаях предположительно является наиболее надежным.

Список литературы: 1 Тарабасов Н. Д. Расчет напряженных посадок в машиностроении – М.: Машгиз, 1961. –264с. 2 Берникер Е. И. Посадка с натягом в машиностроении – М.: Машиностроение, 1968. –168с. 3 Басов К. А. ANSYS: справочник пользователя – М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.

Поступила в редколлегию 06.10.2011

П.Н.ДЕМИДОВ, аспирант, НТУ «ХПИ»;
А.И.ТРУБАЕВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА ТРУБОПРОВОДОВ С УЧЕТОМ ЭРОЗИОННО- КОРРОЗИОННОГО ИЗНОСА

У роботі досліджувався вплив ерозійно-корозійного зносу на спектр власних частот трубопроводу. Запропонована методика оцінки залишкового ресурсу трубопроводу, заснована на аналізі власних частот системи.

In this work investigated the effect of erosion-corrosion wear on natural frequencies of the pipeline. A method is proposed estimates the residual life of the pipeline, based on an analysis of the natural frequencies of the system.

В работе исследовалось влияние эрозионно-коррозионного износа на спектр собственных частот трубопровода. Предложена методика оценки остаточного ресурса трубопровода, основанная на анализе собственных частот системы.

Введение

Эрозионно-коррозионному износу (ЭКИ) подвержены практически все трубопроводные системы АЭС. До недавнего времени в нашей стране не достаточно внимания уделялось проблеме ЭКИ трубопроводов, что приводило к ухудшению экономических показателей атомных электростанций [1].

Анализ зарубежной и отечественной литературы по данной тематике показывает, что не существует единых стандартов для протоколов замера толщин стенок различных трубопроводных систем. Это затрудняет обобщение и обработку результатов замеров, произведенных на различных АЭС [1]. В настоящее время во многих странах разработаны компьютерные программы по определению ЭКИ. Эти программы составлены с использованием результатов стендовых испытаний. В опубликованных работах приводится недостаточно данных о характере ЭКИ натуральных трубопроводов АЭС, что затрудняет разработку мероприятий по борьбе с ЭКИ.

Процесс эрозии приводит к уменьшению толщины стенок трубопровода, что, в свою очередь, изменяет жесткостные и инерционные характеристики конструкции. В связи с этим в настоящей работе предлагается методика оценки остаточного ресурса трубопровода, основанная на анализе собственных частот системы и включающая следующие этапы:

- Исследование спектра собственных частот трубопровода в начале эксплуатации трубопроводной системы;
- Определение характеристик ЭКИ;
- Построение диаграмм для определения остаточного ресурса;
- Экспериментальное определение собственных частот трубопровода через n лет эксплуатации и прогнозирование остаточного ресурса.

1 Характеристики ЭКИ

Как показывают исследования, влияние различных факторов на коррозионно-эрозионный износ (δ) можно описать следующей зависимостью [1]:

$$\delta = K_c \cdot f_1(w, T, h) \cdot f_2(pH) \cdot f_3(O_2) \cdot f_4(t). \quad (1)$$

По этой зависимости основными факторами являются следующие: K_c – коэффициент геометрии (Келлера), w – скорость рабочей среды, T – температура рабочей среды, pH – величина кислотности рабочего тела, O_2 – содержание кислорода в потоке, h – конструкция трубопровода, t – продолжительность эксплуатации.

Влияние скорости потока на износ стенок трубопровода описывается линейным законом, причем, чем меньше легирующих добавок в используемом металле, тем сильнее вымывание металла. Данный показатель для исследованных материалов в интервале скоростей от 5 до 40 м/с составляет примерно 3-3000 мг/(см²ч) [1].

Влияние температуры на износ при эрозионно-коррозионных процессах описывается параболической зависимостью. Наибольший износ стенок трубопровода возникает при температурах, находящихся в диапазоне 140-160 °С. При этом прослеживается такая зависимость, что и для влияния скорости потока, а именно, чем ниже качество стали, тем большее влияние вносит температурный фактор на износ стенок трубопроводов.

В данной работе закон изменения толщины стенок трубопровода определяется по результатам замеров, проведенных на Южноукраинской АЭС. Предлагается кусочно-постоянная зависимость толщины стенок от времени эксплуатации. Согласно экспериментальным данным, максимальный износ наблюдается в области криволинейных фрагментов, где возникают локальные дефекты и происходит глобальное утонение стенок. Кроме того, имеет место утонение прямолинейных участков трубопровода.

Толщину стенки трубопровода при активной эрозии рекомендуется определять по зависимости [1]:

$$h_i = h_0 - \delta, \quad (2)$$

где $\delta = a_i t$, h_0 – толщина стенки в начальный момент времени; a_i – скорость эрозионного износа для прямолинейных ($i = 1$) и криволинейных ($i = 2$) участков; t – число лет эксплуатации трубопровода.

На рис. 1 представлен фрагмент трубопровода первого контура энергоустановки. Внешний диаметр трубы составляет 0,325 м, толщина стенок – 0,013 м. Ранее было получено, что влияние локальных дефектов на спектр собственных частот является несущественным [2]. В связи с этим в данной работе исследуется влияние глобального утонения стенок вследствие ЭКИ на спектр собственных частот.

Для рассматриваемого трубопровода приняты следующие значения параметров соотношения (2): $a_1 = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м/год, $a_2 = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м/год, $h_0 = 0,013$ м.

2 Анализ собственных колебаний системы

Для трубопроводной системы, представленной на рис. 1, методом конечных элементов (МКЭ) найдены собственные частоты при различной степени деградации материала. Значения этих частот (f_{m1}) приведены в табл. 1. В качестве конечного элемента (КЭ) использовался элемент тонкой оболочки, содержащий 20 узлов и имеющий по 6 степеней свободы в каждом узле. В качестве граничных условий использовалось жесткое заземление на краях трубопровода. КЭ модель содержала 3533 элемента.

Для проверки сходимости численного решения получены собственные частоты той же системы (табл. 1, f_{m2}), но с увеличенным количеством конечных элементов (24132). В табл. 1 также представлены значения относительных погрешностей определения собственных частот (Δf).

Таблица 1 – Значения собственных частот фрагмента трубопровода в зависимости от времени эксплуатации и их погрешности

Годы эксплуатации	$h \cdot 10^3$ (м)		Номер собственной частоты					
			1	2	3	5	9	10
1	13	f_{m1}	1,94	3,09	3,82	7,22	18,64	21,41
		f_{m2}	1,93	3,08	3,81	7,2	18,63	21,39
		Δf	0,5	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1
2	12,7	f_{m1}	1,92	3,06	3,79	7,16	18,51	21,18
		f_{m2}	1,91	3,05	3,78	7,13	18,5	21,16
		Δf	0,5	0,3	0,3	0,4	0,1	0,1
3	12,4	f_{m1}	1,9	3,02	3,76	7,09	18,38	20,95
		f_{m2}	1,89	3,01	3,75	7,07	18,36	20,93
		Δf	0,5	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1
10	10,3	f_{m1}	1,74	2,78	3,52	6,59	17,43	19,29
		f_{m2}	1,74	2,77	3,51	6,57	17,41	19,27
		Δf	0	0,4	0,3	0,3	0,1	0,1
19	7,6	f_{m1}	1,52	2,43	3,17	5,9	16,15	17,13
		f_{m2}	1,52	2,42	3,15	5,87	16,13	17,1
		Δf	0	0,4	0,6	0,5	0,1	0,2
20	7,3	f_{m1}	1,5	2,39	3,12	5,82	16	16,9
		f_{m2}	1,49	2,38	3,11	5,79	15,99	16,87
		Δf	0,7	0,4	0,3	0,5	0,1	0,2

Как видно из табл. 1, значения относительных погрешностей при определении собственных частот при сгущении КЭ сетки не превышают 0,7 %, что свидетельствует о приемлемости используемых КЭ моделей. В табл. 2 и на рис. 2 приведены значения относительных изменений собственных частот трубопровода в зависимости от толщины стенок (h).



Рисунок 1 – Фрагмент трубопровода

Таблица 2 – Относительное изменение собственных частот трубопровода при утонении стенок (%)

$h \cdot 10^3$, (м)	Номер собственной частоты									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12,7	1	1	0,8	1,4	0,8	1,1	0,6	0,9	0,7	1,1
12,4	2,1	2,3	1,6	2,5	1,8	2,3	1,3	1,7	1,4	2,2
12,1	3,6	3,2	2,4	3,7	2,8	3,4	1,9	2,6	2,2	3,2
10	11,3	11,3	8,9	12,8	9,7	12,1	6,4	9	7,2	11
7,6	21,7	21,4	17	24,2	18,3	22,9	12,1	17,6	13,4	20
7,3	22,7	22,7	18,3	25,5	19,4	24,3	13	18,7	14,2	21,1

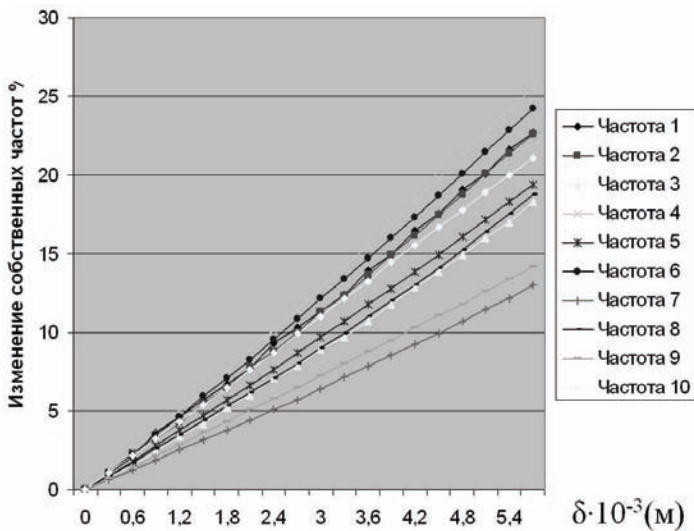


Рисунок 2 – Зависимость относительных изменений собственных частот от величины износа трубопровода

Как видно из табл. 2 и рис. 2, через 20 лет эксплуатации трубопровода величина относительных изменений его первых десяти собственных частот по сравнению с их начальными значениями составляет от 13 % до 26 %. Таким образом, если через определенные периоды эксплуатации экспериментально определять собственные частоты трубопроводной системы, то можно судить о степени ЭКИ по изменению этих частот.

3 Результаты расчета напряженно-деформированного состояния трубопроводной системы

Максимальное значение давления в системе для установившегося режима составляет 7 МПа, а в момент пуска электростанции достигает 20 МПа. Режим нагружения – 10 пусков в год. Для трубопровода (рис. 1) при значении давления 20 МПа решена задача определения статического напряженно-деформированного состояния (НДС) с учетом локального дефекта в криволинейном фрагменте трубопровода и глобального утонения стенок на 14 году эксплуатации. Как показывают численные расчеты [3], максимальные напряжения наблюдаются в области криволинейных фрагментов в месте наибольшего утонения стенок (рис. 3, а, б). Коэффициент концентрации напряжений α_σ определяется как отношение максимального значения напряжений в конструкции к величине номинальных напряжений. В качестве номинального значения используется наблюдаемое вдали от концентратора напряжение. На рис. 4 представлено сечение трубопровода в области локального дефекта. $N = 1 \div 9$ – номер точки, в которой определяется напряжение.

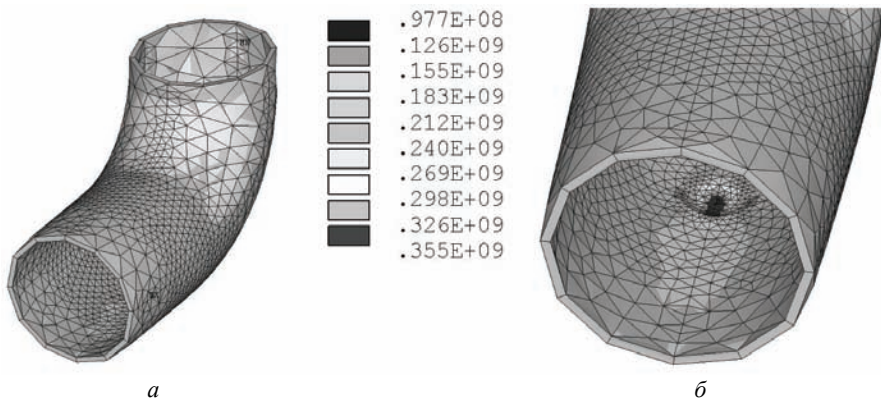


Рисунок 3 – Напряженное состояние в криволинейном фрагменте трубопровода: а – общий вид; б – напряжения в области дефекта

На рис. 5 представлены графики изменения эквивалентных напряжений по Мизесу в поперечном сечении трубопровода, проходящем через точку № 5 (рис. 4), где имеет место максимум напряжений. Рис. 5, а соответствует модели с глубиной дефекта 0,4 мм, а рис 5, б – модели с глубиной дефекта

4,3 мм. Максимальное напряжение за период со 2-го по 14-й год эксплуатации увеличилось на 24 %.

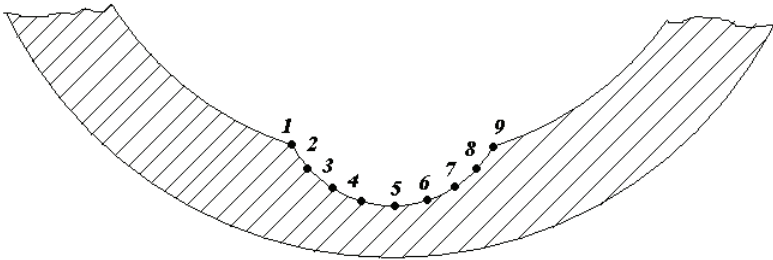


Рисунок 4 – Сечение трубопровода в области локального дефекта

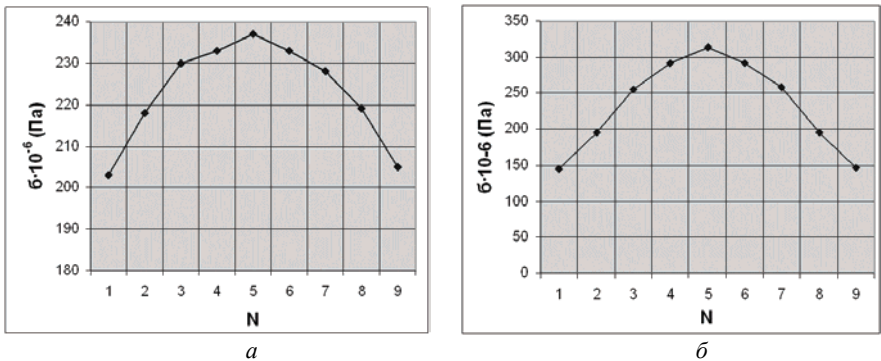


Рисунок 5 – Распределение напряжений в области дефекта

4 Прогнозирование остаточного ресурса

Для прогнозирования остаточного ресурса трубопровода, подверженно-го ЭКИ и содержащего локальные дефекты, рассматривается линейная модель накопления усталостных повреждений [4]:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\sigma_a^m(t)}{T\sigma_{-1k}^m N_0}, \quad (3)$$

где σ_{-1k} , N_0 , m – параметры кривой усталости; T – эффективный период нагружения; $\sigma_a(t)$ – эквивалентная амплитуда напряжений в опасной зоне, подверженной эрозионно-коррозионному износу.

Так как используется кусочно-постоянная аппроксимация зависимости толщины стенок трубопровода от времени, то соотношение (3) для i -го периода эксплуатации записывается в следующем виде:

$$z_i = N_i \frac{\sigma_{ai}^m}{\sigma_{-1ki}^m N_0}, \quad (i = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Здесь σ_{-1ki} – предел выносливости детали конструкции для i -го периода

эксплуатации, σ_{ai} – максимальное напряжение в элементе трубопровода, n – количество периодов эксплуатации. Для упрощения записи индекс i отбросим.

Предел выносливости детали определяется из следующего соотношения [5]:

$$\sigma_{-1k} = \sigma_{-1}/K_{\sigma D}. \quad (5)$$

Здесь σ_{-1} – предел выносливости стандартного образца, а $K_{\sigma D}$ – коэффициент пропорциональности – определяется по следующей формуле:

$$K_{\sigma D} = \alpha_{\sigma} / \left[0,5 \left[1 + \left(\frac{1}{88,3} \frac{L}{G} \right)^{-\nu\sigma} \right] + \frac{1}{\beta} - 1 \right], \quad (6)$$

где L – периметр сечения, в котором наблюдается концентрация напряжений, α_{σ} – коэффициент концентрации, β – коэффициент, зависящий от материала, G – градиент максимальных напряжений:

$$G = \frac{1}{\sigma_{\max}} \frac{\sigma_{\max} - \sigma}{a - a_0}. \quad (7)$$

Здесь σ_{\max} – максимальное напряжение в области концентрации, σ – значение напряжения в точке, находящейся на малом расстоянии от точки с максимальным напряжением, $a - a_0$ – расстояние между точками, в которых находятся напряжения.

Зная предел выносливости элемента трубопровода, можно найти повреждаемость. Число циклов до разрушения на i -м периоде эксплуатации определяется из следующего соотношения, куда снова возвращается индекс i :

$$N_{0i} = N_0 \sigma_{-1ki}^m / \sigma_{ai}^m, \quad (8)$$

где $N_0 = 2 \cdot 10^6$.

Повреждаемость на i -м периоде эксплуатации будет находиться согласно следующей формуле:

$$a_i = N_i / N_{0i}. \quad (9)$$

В дальнейшем предполагается, что все периоды эксплуатации имеют продолжительность, равную 1 году. Для k пусков суммарная повреждаемость при линейной гипотезе будет выражаться следующей зависимостью:

$$a_k = \sum_{i=1}^k a_i = \sum_{i=1}^k N_i / N_{0i}. \quad (10)$$

Остаточный ресурс трубопровода определяется через запас по повреждаемости $z = 1 - a_k$ и среднегодовой повреждаемости $a_c = (1/N_0 + 1/N_{0k})/2$.

Тогда остаточный ресурс трубопровода составит

$$r_{ocm} = z/a_c. \quad (11)$$

В табл. 3 и на рис. 6 представлена зависимость числа циклов до разрушения от степени ЭКИ трубопровода в области концентрации при 10 пусках энергоблока в год.

По изложенной выше методике с учетом значения предела выносливости материала $\sigma_{-1} = 187$ МПа и зависимости числа циклов до разрушения от

степени ЭКИ (табл. 3, рис. 6) после 14 лет эксплуатации получены следующие результаты:

- запас по повреждаемости $z = 0,1743$;
- среднегодовая повреждаемость $a_c = 0,0144$;
- остаточный ресурс $r_{ост} \approx 12$ лет.

Таблица 3 – Зависимость числа циклов от глубины дефекта

№ года эксплуатации	δ , мм	N_{0i} , циклов	№ года эксплуатации	δ , мм	N_{0i} , циклов
1	0,4	354840	9	2,8	327
3	1,0	36282	11	3,4	81
5	1,6	7369	13	4,0	70
7	2,2	1953	14	4,3	35

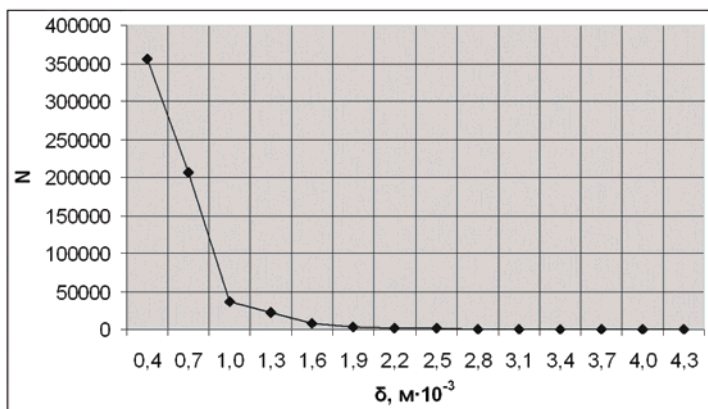


Рисунок 6 – Зависимость числа циклов до разрушения от степени ЭКИ

Выводы. Таким образом, предложена методика оценки остаточного ресурса трубопровода, базирующаяся на исследовании спектра собственных частот. Проведена оценка остаточного ресурса рассматриваемого трубопровода, который после 14 лет эксплуатации составил 12 лет.

Список литературы: 1. Полищук С.М., Манузин А.А. Анализ исследований эрозионно-коррозионного износа трубопроводов АЭС // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2007. – 1/3(25). – С. 3–7. 2. Демидов П.Н., Трубаев А.И. Расчет собственных колебаний трубопроводов АЭС с учетом эрозионно-коррозионного износа // Энергосбережение. Энергетика. Энергоаудит. – октябрь 2009. – № 10 (68). 3. Демидов П.Н., Жовдак В.А., Кипоренко А.С., Локошко В.В., Полищук С.М., Трубаев А.И. Применение информационных технологий для прогнозирования остаточного ресурса трубопроводов АЭС // Динамика и прочность. 4. Болотин В.В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с. 5. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.

Поступила в редакцию 6.10.2011

С.С.ИЛЬИНА, аспирант, Национальный горный институт, Днепропетровск

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРОФИЛЕЙ ПРОВОДНИКОВ НА ДИНАМИКУ СКИПОВ В СТВОЛАХ С НАРУШЕННОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

У статті розглянуто проблему дослідження динаміки системи «посудина – армування» в діючих стовбурах з порушеною геометрією, що знаходяться під дією зсуву порід. Дослідження базуються на моделюванні у програмному комплексі SolidWorks-Simulation-SolidMotion. Отримані залежності зміни контактних навантажень від підйомної посудини на провідники від геометричних параметрів профілів провідників.

The problem of dynamics research of system "vessel - reinforcement" in operating shafts with broken geometry, being under effect of rocks movement, is considered in article. The research is based on modeling in program complex SolidWorks-Simulation-SolidMotion. Dependences of contact loadings on guides changing, caused by lifting vessels, from geometrical parameters of guides profiles are received.

В статье рассмотрена проблема исследования динамики системы «сосуд – армирование» в действующих стволах с нарушенной геометрией, которые находятся под действием смещения пород. Исследования базируются на моделировании в программном комплексе SolidWorks-Simulation-SolidMotion. Получены зависимости изменения контактных нагрузок от подъемного сосуда на провідники от геометрических параметров профилей провідников.

Стволы, которые находятся в зоне сдвижения горных пород, имеют искривления своей вертикальной оси сложного пространственного характера. По глубине ствола с определенным шагом в крепи закреплены яруса жесткой армировки, на которых навешены нитки провідников для направления движения подъемных сосудов. В некоторых стволах этот шаг может отличаться на разных участках. Сдвигаясь в пространстве вместе с крепью яруса, генеральная линия профилей вертикальных провідников искривляется синхронно с профилем оси ствола.

Эти глобальные искривления носят достаточно плавный характер и имеют большой радиус кривизны. При этом абсолютные значения горизонтальных отклонений для оси ствола могут составлять сотни миллиметров. Провідники дискретно крепятся к горизонтальным расстрелам на ярусах в определенных точках. Каждый ярус может иметь местные отклонения от общей линии оси ствола до нескольких десятков миллиметров. Поэтому провідники имеют вид ломанной пространственной кривой с точками излома на ярусах.

Величина отклонений провідников от вертикали периодически контролируется на каждом ярусе с помощью маркшейдерских станций СИ или с помощью отвесов. Предельно допустимым считается отклонение провідника от вертикали в пролете между смежными ярусами 10 мм [1]. Однако на практике в стволах с нарушенной геометрией или в стволах с очень длительным сроком эксплуатации 30–40 лет соблюдение этого ограничения в ряде случа-

ев оказывается технически проблематичным.

Для динамической системы, в которой максимально допустимые амплитуды колебаний в пределах кинематических зазоров ограничены нормативным значением 15-23 мм, такие отклонения приводят к реализации непроектного ударно-циклического режима взаимодействия с армировкой, представляющего потенциальную опасность для ее эксплуатации.

Вертикальное движение подъемного сосуда по проводникам жесткой армировки является следящим, повторяющим профиль пары проводников, так как все направляющие сосуда верхнего и нижнего поясов жестко связаны с проводниками посредством предохранительных башмаков скольжения и подпружиненных роликовых направляющих. В этом случае сосуд неизбежно отслеживает своими направляющими и плавные отклонения от вертикали генеральной траектории нитки проводника, и накладывающиеся на них изломы профиля на каждом ярусе.

Попадая на участки ствола, в которых резкие знакопеременные отклонения на смежных ярусах накладываются на относительно плавные искривления генеральной траектории, сосуд переходит в ударно-циклический режим взаимодействия с контактными нагрузками, достигающими в некоторых случаях 70-80 кН.

Характерными для данного случая являются стволы ГС-1 и ГС-2 ЗЖРК, сечения которых показаны на рис. 1.

На рис. 2 приведены фактические лобовые профили проводников скиповых отделений этих стволов

Из рис. 2 видно, что все проводники на определенных участках имеют характерные протяженные отклонения генеральных линий от проектной вертикали, причем в стволе ГС-2 таких отклонений достигает 3-4 и каждое из них занимает участок в 50-60 ярусов, а их амплитуды имеют знакопеременный характер.

На рис. 3 приведены некоторые характерные рабочие диаграммы скорости подъемных сосудов, работающих в этих стволах.

Для исследования влияния параметров профилей проводников на динамику подъемных сосудов воспользуемся конечноэлементным моделированием в системе SolidWorks-Simulation-SolidMotion, используя в качестве исходных данных реальные параметры профилей проводников, подъемных сосудов и диаграммы скорости подъема груженых скипов.

Все фактические параметры, показанные на рис. 2 и 3, задаются в табличной форме и вводятся в программный расчетный блок методом интерполяции в виде внешних заданных функций.

На рис. 4 приведены расчетные схемы и твердотельная модель в SolidWorks-SolidMotion системы «упругие расстрелы – проводники – упругие роликовые направляющие – сосуд». Расстрелы моделируются упругими звеньями, опорная жесткость которых в точках крепления проводников рассчитывалась по параметрам конструкции ярусов армировки в системе SolidWorks-Simulation. Роликовые направляющие моделируются звеньями, жесткость которых определена экспериментальным путем по образцам, применяющимся в производственных условиях действующих стволов [2].

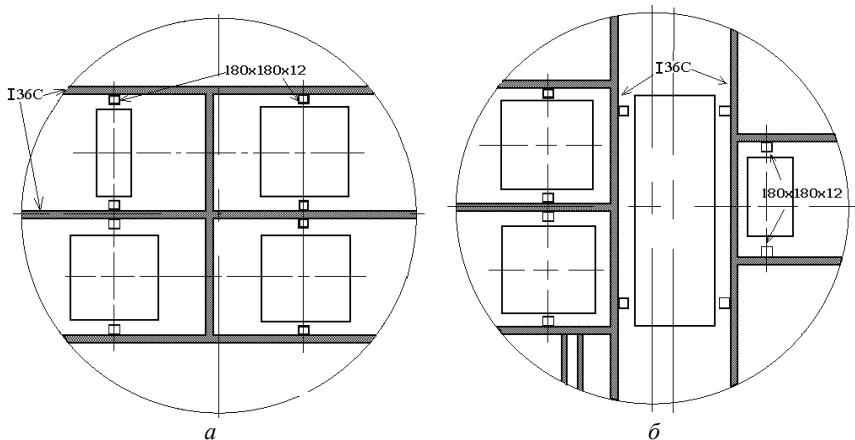


Рисунок 1 – Сечение ствлов ГС-1 (а) и ГС-2 (б) ЗАО ЗЖРК

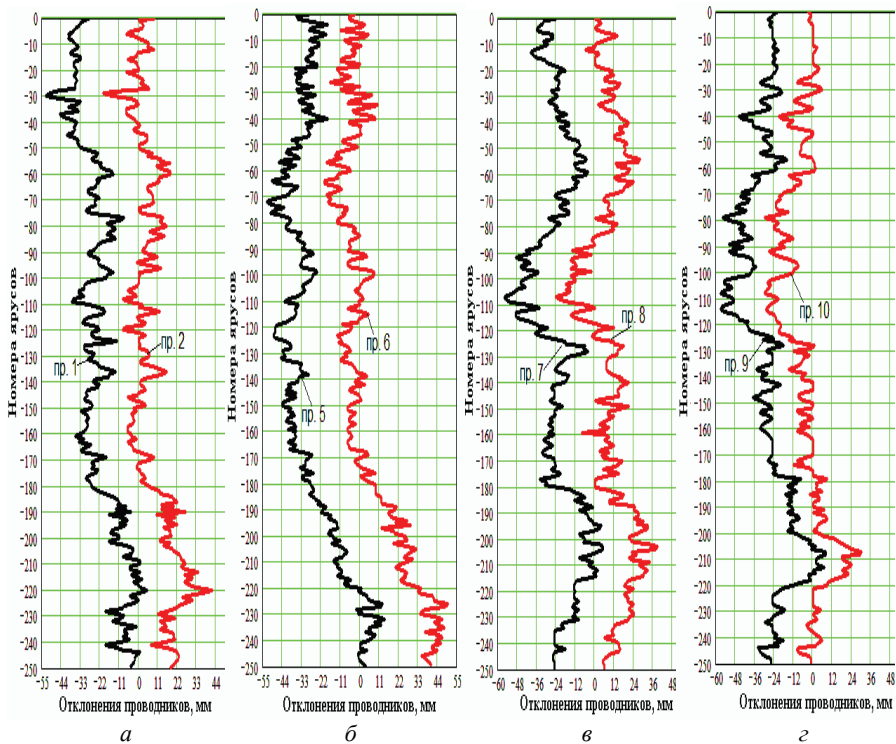
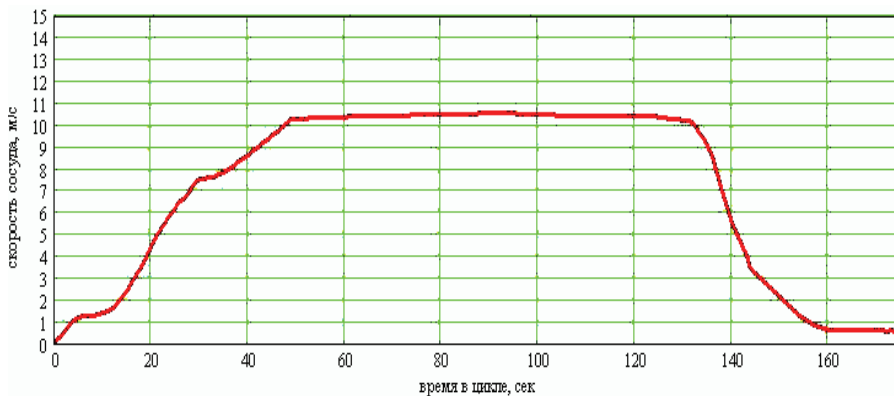
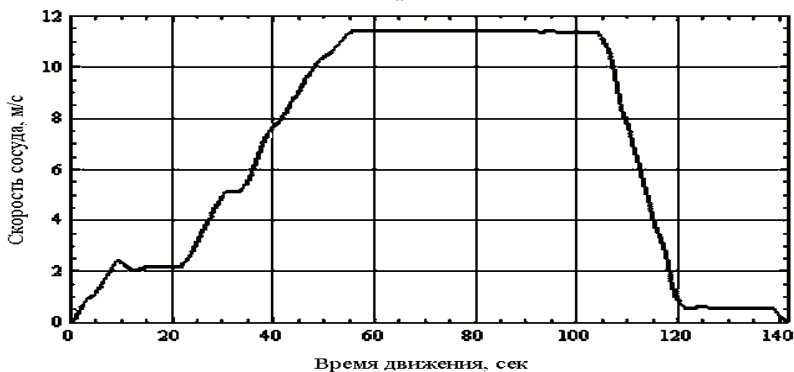


Рисунок 2 – Профили проводников в ствлах ГС-1 и ГС-2 ЗАО ЗЖРК: а – Ствол ГС-1 Породный скип; б – Ствол ГС-1 Северный скип; в – Ствол ГС-2 Южный скип; г – Ствол ГС-2 Северный скип



a

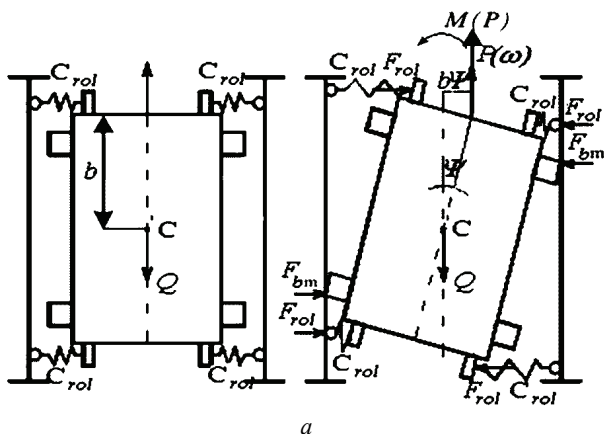


б

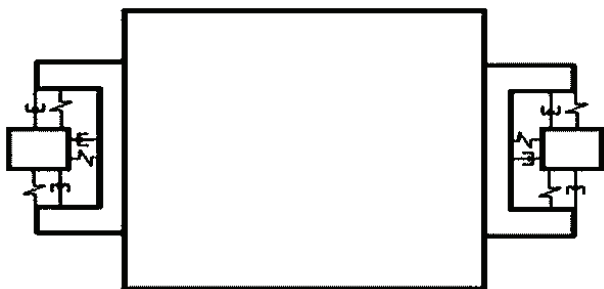


в

Рисунок 3 – Диаграммы скорости подъемных сосудов в стволах ГС-1 и ГС-2:
a – Рудный скип, ствол ГС-1; *б* – Породный контрвес, ствол ГС-1;
в – Рудный скип, ствол ГС-2



a



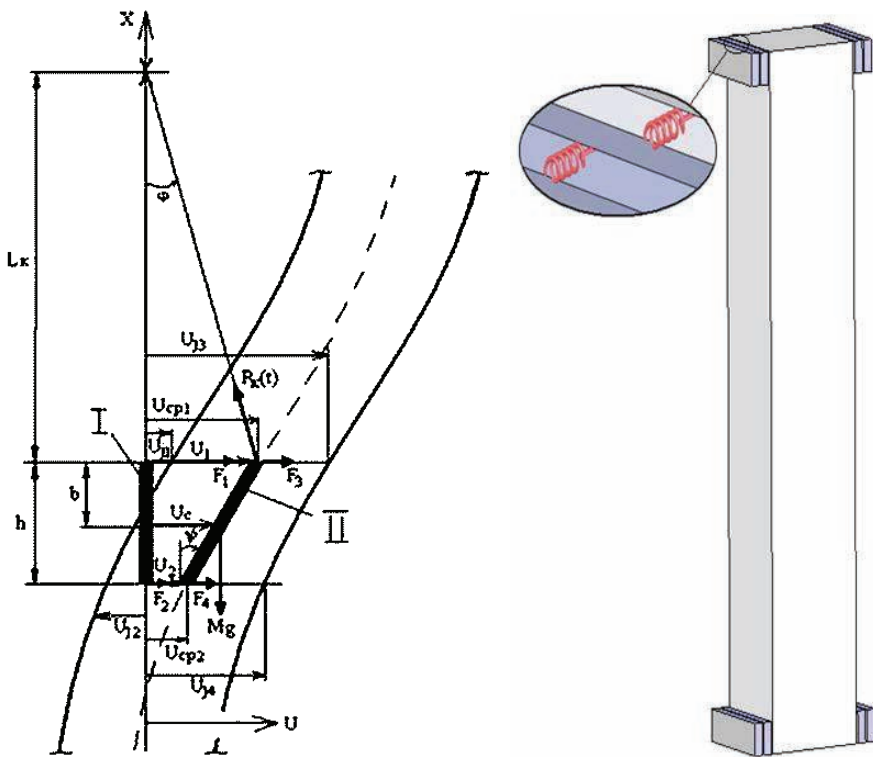
б

Рисунок 4 – Схемы взаимодействия: а – Расчетная схема взаимодействия сосуда с проводниками; б – Схема кинематического взаимодействия систем «башмак-направляющие» с коробчатыми проводниками; в – Схема взаимодействия скипа с искривленным участком проводников, I – проектное положение сосуда, II – фактическое положение сосуда на участке ствола с искривленными проводниками; г – Твердотельная модель системы «сосуд-армировка» в SolidWorks-SolidMotion

Из сопоставления с графиками на рис. 3 видно, что максимум контактных нагрузок приходится на середину участка движения скипа с максимальной скоростью, то есть там, где проводники имеют наиболее резкие искривления на коротких участках.

Для уточнения отдельного влияния на динамику скипов формы генеральных линий профилей проводников и локальных искривлений на смежных ярусах строились сглаженные профили, в которых отклонения на смежных ярусах не превышали нормативного значения 10 мм с различными значениями параметра сглаживания. Для построения сглаженных профилей использовался метод Гаусса [3].

$$U_{i,cp} = \sum_{j=1}^n Kgs \left(\frac{U_{i,x} - U_{j,x}}{b} \right) \cdot U_{j,y} / \sum_{j=1}^n Kgs \left(\frac{U_{i,x} - U_{j,x}}{b} \right), \quad (1)$$



Продолжение рис. 4

где окно Гаусса

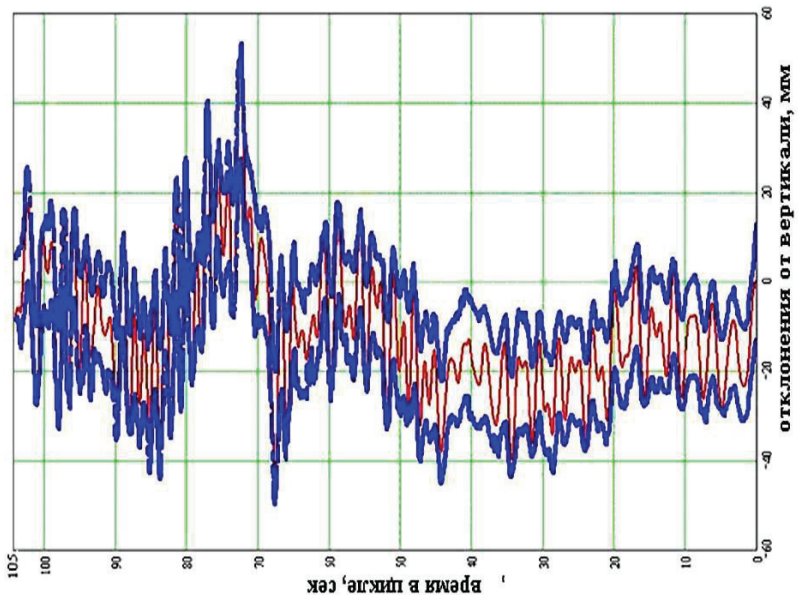
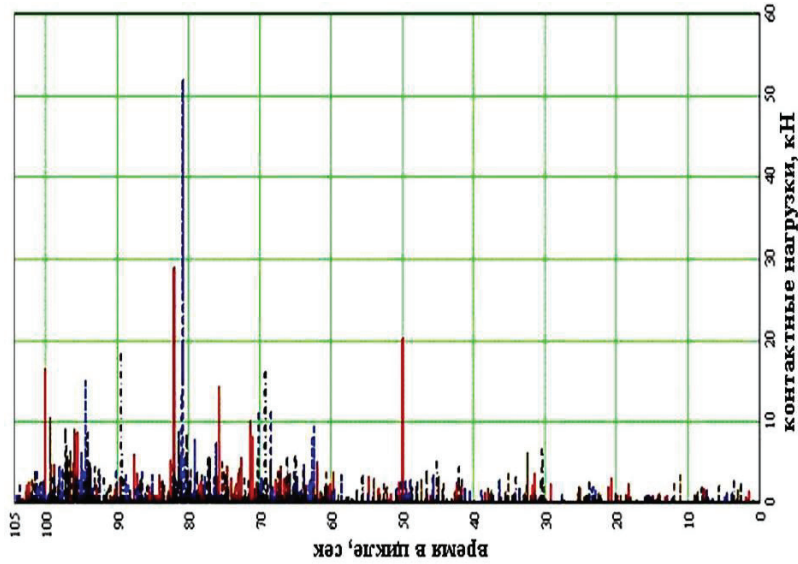
$$Kgs(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot 0,37}} \cdot \exp\left(\frac{-x^2}{2 \cdot 0,37^2}\right), \quad (2)$$

b – коэффициент сглаживания.

Разница между динамической реакцией сосуда на возмущения при фактическом и сглаженном профилями показывала влияние локальных искривлений на динамику системы.

Наличие большой разницы в нагрузках при подъеме по сглаженному и фактическому профилям показывает, что главной причиной повышенных нагрузок на участке являются устранимые при плановых ремонтах локальные отклонения проводников от вертикали на смежных ярусах.

Малые изменения в уровне динамических нагрузок при сглаживании профилей со сниженными отклонениями на смежных ярусах до уровня менее 10 мм и наличие виброударного взаимодействия говорит о доминирующем влиянии в таком отделении ствола глобальных искривлений генеральной линии проводников, не устранимых без проведения капитальных работ.



a

б

Рисунок 5 – Результаты моделирования динамики системы «сосуд-армировка» в стволе ГС-2 (подъем скипа: перемещения верхнего пояса, контактные нагрузки);

На рис. 6 приведены зависимости параметра «отклонения на смежных ярусах» от коэффициента сглаживания b для проводников южного скипового отделения ствола ГС-2. Видно, что уже при значении $b > 2$ отклонения на смежных ярусах входят в нормативные ограничения 10 мм.

На рис. 7 приведены графики зависимости контактных нагрузок от параметра «отклонения на смежных ярусах» для 2-х отделений ствола ГС-2 при вариации жесткости роликовых катков. Из них видно, что не смотря на снижение отклонений до минимально возможной по техническим условиям величины 4-5 мм в системе «сосуд-армировка» на участке интенсивных локальных искривлений генеральной линии проводников все равно возбуждается ударно-циклический режим нагружения армировки (нагрузки превышают 10 кН) из-за кривизны генеральной линии ствола. При этом увеличение жесткости роликовых катков приводит к росту контактных нагрузок на проводники.

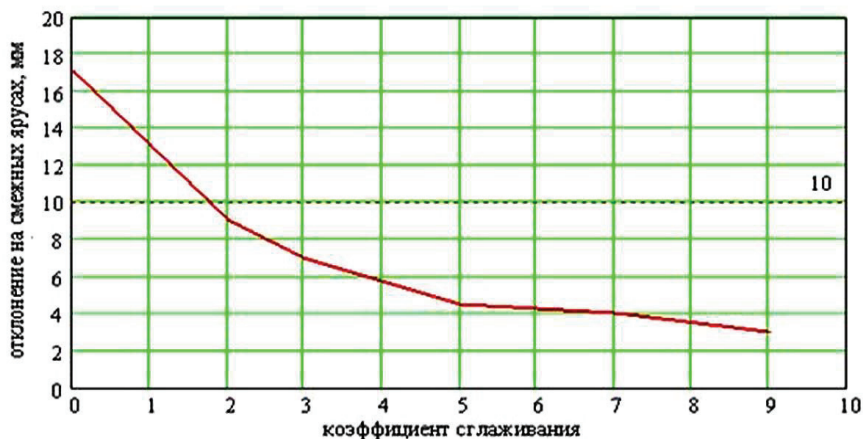
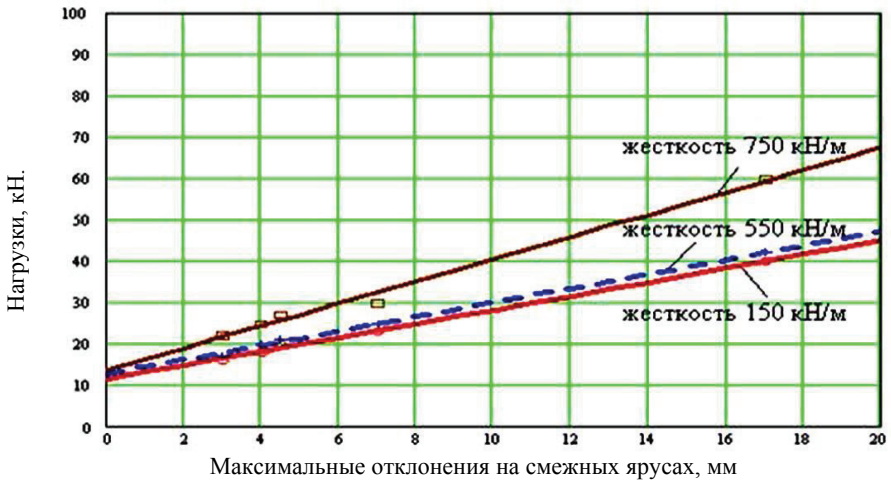
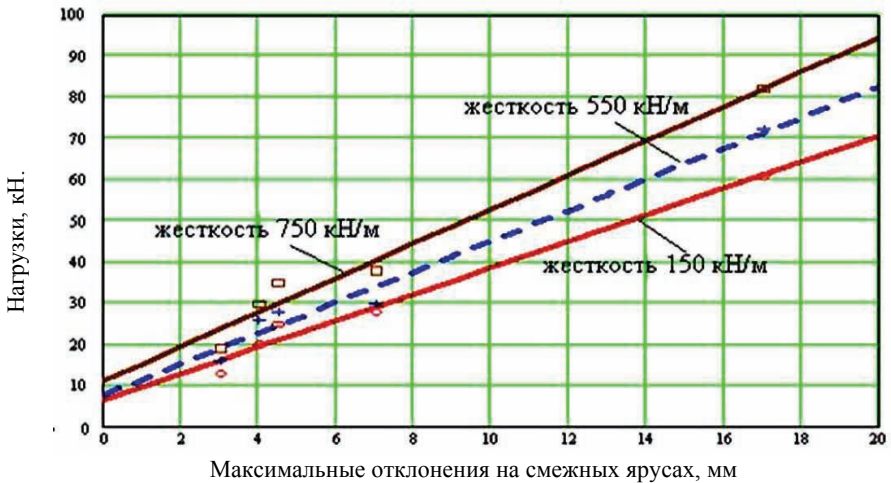


Рисунок 6 – График зависимости отклонений на смежных ярусах от коэффициента сглаживания проводников

Из этих результатов следует, что в отделениях стволов с нарушенной геометрией даже выполнение требований Правил Безопасности по максимальным отклонениям на смежных ярусах 10 мм не обеспечивает безударного режима движения скипов. Путь к снижению контактных нагрузок в таких стволах может лежать только в соответствующем подборе рациональных параметров и конструкций элементов системы «сосуд – направляющие - проводники» или снижению скорости движения сосуда по проблемному участку армировки [2].



а



б

Рисунок 7 – Зависимости контактных нагрузок от отклонений на смежных ярусах южного (а) и северного (б) скиповых отделений ствола ГС-2

Список литературы: 1. Инструкция по проведению маркшейдерских работ. – М.: Недра, 1987. – 240 с. 2. Ильина С.С. Влияние эксплуатационных параметров роликовых катков, жесткостных характеристик армировки вертикальных стволов на колебания шахтных подъемных сосудов // Стальные канаты. – № 8. – Одесса, «Астропринт», 2010. – С.70-102. 3. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики. – М.: Юнити, 2001. – 354 с.

Поступила в редколлегию 29.07.2011

А.А. КОНДРИКОВА, студентка, НТУ «ХП»;
О.О. ЛАРІН, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХП»

МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПНЕВМАТИЧНИХ ШИН З ДОРОГОЮ З УРАХУВАННЯМ ГЕОМЕТРИЧНОЇ ТА ФІЗИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ ЇХ ДЕФОРМУВАННЯ

В статті наведено аналіз розрахунків напружено-деформованого стану пневматичної шини, навантаженої внутрішнім тиском та осьювою силою, з урахуванням геометричної, фізичної та структурної нелінійностей. Оцінено вплив кожної нелінійності на результати розрахунків.

In the paper the calculation of the stress-strain state of a pneumatic tire, loaded by internal pressure and axial force is presented, taking into account the geometric, physical and structural nonlinearities. It is estimated the influence of each nonlinearity to the results of calculations.

В статье приведен анализ расчетов напряженно деформированного состояния пневматической шины, нагруженной внутренним давлением и осевой силой, с учетом геометрической, физической и структурной нелинейностей. Оценено влияние каждой нелинейности на результаты расчетов.

Вступ. Пневматичні шини багато в чому визначають основні технічні характеристики автомобілів (стійкість, керованість, економічність тощо), разом із тим їх надійність є важливою складовою безпеки експлуатації транспортного засобу [1,2]. Відповідні характеристики шин визначаються їх напружено-деформованим станом (НДС), що виникає під час роботи, площею контакту шини з дорогою, значеннями НДС і характером розподілу напружень у зоні контакту. Вивчення закономірностей формування НДС в елементах шин являє складну науково-практичну проблему внаслідок цілого ряду особливостей: тривимірна геометрія, багатошарова структура, нелінійна поведінка матеріалу, великі прогини під час деформації, наявність контактної взаємодії з дорожнім покриттям та інші. Проведення розрахунків НДС з урахуванням відразу всіх визначених факторів призводить до суттєвих розрахункових складностей внаслідок повільної збіжності чисельних процедур розв'язання нелінійних задач великої розмірності. Крім того, виникає проблема аналізу отриманих результатів, тому що важко оцінити вплив окремих факторів та виявити похибки у розрахункових дослідженнях. Таким чином, виникає необхідність вивчення впливу окремих особливостей об'єкту на формування НДС з поступовим ускладненням моделі.

В даній роботі проведено дослідження НДС шини у трьох постановках:

1: без урахування геометричної та фізичної нелінійностей;

2: з урахуванням великих прогинів;

3: з урахуванням великих прогинів та гіперпружності гумоподібних матеріалів.

В роботі досліджується пневматична шина моделі 175/70 R13 для легкового автомобілю. Моделювання та проведення розрахунків було реалізовано

у рамках методу скінченних елементів. Геометрична модель шини побудована згідно з кресленням її поперечного перерізу. Для коректної передачі навантаження був змодельований диск колеса. Скінченно-елементна (СЕ) сітка (рис. 1) створена методом видавлювання, для її генерації був застосований тривимірний восьмикутний скінченний елемент.

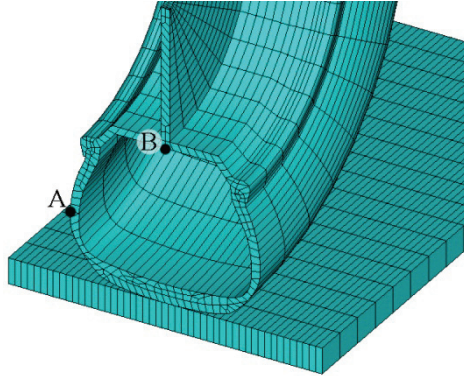


Рисунок 1 – Частина СЕ моделі шини

Однією з особливостей шин є багатшарова структура, яка містить у собі різні види матеріалів. В даній роботі матеріал шини розглядається як однорідний та ізотропний, з осередненими характеристиками. Властивості матеріалів конструкційних елементів, що задіяні у розрахунках, наведені у табл. 1.

Таблиця 1 – Характеристики матеріалів

Конструкційний елемент	Матеріал	Е, ГПа	ν	$[\sigma]$, ГПа
Шина	гума	0,01	0,47	300
Диск	сталь	210	0,3	-
Дорога	бетон	23,5	0,2	-

Теоретичні основи рішення нелінійних задач. В рамках методу скінченних елементів відклик системи шукається шляхом мінімізації функціоналу повної потенційної енергії [3]:

$$u: \nabla \Pi = 0, \tag{1}$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_V \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{E} dV - \iiint_V \mathbf{f} \cdot \mathbf{u}^T dV - \iint_S \mathbf{p} \cdot \mathbf{u}^T dS, \tag{2}$$

де Π – повна потенційна енергія; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напружень Коші; \mathbf{E} – тензор деформацій Лагранжа; \mathbf{u} – вектор переміщень точок тривимірного тіла; \mathbf{f} – век-

тор об'ємних навантажень; \mathbf{p} – вектор поверхневих навантажень; ∇ – оператор набла.

Використання виразу (2) для визначення параметрів НДС (відповідно до (1)) потребує виразити компоненти тензорів напружень та деформацій через компоненти вектору переміщень відповідно до фізичних та геометричних співвідношень.

Зв'язок між напруженнями та деформаціями реалізується через потенційну енергію деформації W :

$$\mathbf{S} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{E}} = 2 \frac{\partial W}{\partial \mathbf{\Lambda}}, \quad (3)$$

де $\mathbf{\Lambda}$ – тензор деформацій Коші-Гріна ($\mathbf{\Lambda} = 2\mathbf{E} + \mathbf{I}$); \mathbf{S} – тензор напружень Піола-Кірхгофа, який визначає напруження в тілі відносно системи координат, що відповідає деформованому стану (на відміну від напружень тензору Коші, які визначаються відносно початкової системи координат). Істинні напруження Коші $\boldsymbol{\sigma}$ можуть бути виражені через напруження, що визначені для деформованого тіла (тензор Піола-Кірхгофа \mathbf{S}) через градієнт деформацій:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{J} \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T, \quad (4)$$

де \mathbf{F} – тензор градієнтів деформацій ($\mathbf{F} = \mathbf{I} + \mathbf{D}$); $J = \det \mathbf{F}$ (для нестисливих матеріалів $J = 1$); \mathbf{D} – тензор градієнтів переміщень:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

В рамках *першої постановки* моделювання проводилось без врахування великих переміщень та для лінійного наближення поведінки матеріалу. В цьому випадку $\mathbf{D} \ll \mathbf{I}$, а отже $\mathbf{F} \rightarrow \mathbf{I}$. Таким чином, тензор напружень Коші буде співпадати з тензором Піола-Кірхгофа ($\mathbf{S} \rightarrow \boldsymbol{\sigma}$).

Для лінійного матеріалу потенційна енергія деформації W є квадратичною формою компонент тензору деформацій Лагранжа (закон Гука)

$$W = \frac{1}{2} (\lambda + \mu) I_{1E}^2 - 2\mu I_{2E}, \quad (6)$$

де λ і μ – коефіцієнти Ламе, що визначаються модулем пружності та коефіцієнтом Пуассона, I_{1E} і I_{2E} – перший та другий інваріанти тензора деформацій Лагранжа \mathbf{E} , компоненти якого виражаються через вектор переміщень відповідно до формул Коші:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{D} + \mathbf{D}^T). \quad (7)$$

В рамках *другої постановки* враховується геометрична нелінійність, до

якої відносяться нелінійні ефекти в конструкції або її складової частини, що обумовлені зміною вихідної геометрії за рахунок великих зсувів і поворотів. В даному випадку актуальними є великі прогини, які передбачають значні кути повороту і малі механічні деформації. При цьому тензор деформацій \mathbf{E} нелінійним чином залежить від градієнтів переміщень [5]:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{D} + \mathbf{D}^T) + \frac{1}{2}\mathbf{D}^T \cdot \mathbf{D}. \quad (8)$$

Незважаючи на те, що шина являє собою складну композиційну структуру, її головною складовою є гума. Гума відноситься до гіперпружних матеріалів. Для опису її поведінки, яка підкорюється складним закономірностям, в рамках *третьої постановки* була обрана модель гіперпружного матеріалу Муні-Рівліна. Порівняно з іншими моделями вона більш точно апроксимує рішення при значеннях деформацій, що мають місце під час роботи шини.

Потенційна енергія деформації для двопараметричної моделі гіперпружного нестисливого матеріалу Муні-Рівліна записується у вигляді [6]:

$$W = C_{10}(I_{1\Lambda} - 3) + C_{01}(I_{2\Lambda} - 3), \quad (9)$$

де C_{10} і C_{01} – константи Муні-Рівліна, які визначаються експериментально і для шинних матеріалів мають значення [7]: $C_{10} = 8,601 \cdot 10^5$, $C_{01} = 1,805 \cdot 10^6$. $I_{1\Lambda}$ і $I_{2\Lambda}$ – перший і другий інваріанти правого тензора деформацій Коші-Гріна Λ .

Нормальна робота шин пов'язана із їх контактною взаємодією з дорогою, що обумовлює наявність структурної нелінійності, яка була врахована в усіх трьох постановках. Структурна нелінійність полягає у накладанні обмежень на можливі розв'язки рівняння (1), що забезпечують непроникнення одного тіла в інше ($c_i(u) \leq 0$) та обмеження, які визначають наявність щільного контакту або контакту з розковзуванням ($h_j(u) = 0$).

У даній роботі для розрахунків контактної взаємодії використовувався розширений метод Лагранжа, відповідно до якого задача мінімізації зводиться до рівняння [8]:

$$\nabla \Pi + f_c(u) = 0. \quad (10)$$

Вектор контактних сил f_c визначається через множники Лагранжа λ_i , параметри штрафів γ_i та відповідно до існуючих обмежень має вигляд [9]:

$$f_c(u) = \sum_{i=1}^l (v_i + \gamma_i \cdot c_i(u)) \nabla c_i(u) + \sum_{j=1}^m \gamma_j \left(h_j(u) + \frac{\lambda_j}{\gamma_j} \right) \cdot \nabla h_j(u). \quad (11)$$

При цьому множники Лагранжа та параметри штрафів на кожному кроці k мають корегуватися наступним чином:

$$v_i^{k+1} = v_i^k + \gamma_i \cdot c_i(u^k); \quad \lambda_j^{k+1} = \lambda_j^k + \gamma_j \cdot c_j(u^k). \quad (12)$$

З урахуванням попередніх формулювань, можна привести наступний алгоритм розв'язання контактних задач розширеним методом Лагранжа [9]:

1. Початкові умови: коефіцієнти тертя μ ; початкова точка $u^0 = 0$; множники Лагранжа (λ_i^0, v_i^0) ; параметри штрафу (γ_i^0) , $k = 0$ (лічильник ітерацій).

2. Доки не досягнуто критерію збіжності, повторюються п. 2.1. – 2.3.:

2.1 Визначення контактних сил (через множники Лагранжа): $n = \lambda^k$ (нормальні сили), $t = v^k$ (дотичні сили).

2.2 Вирішується нелінійна система (11) методом Н'ютона-Рафсона [10] для отримання u^{k+1} . Приймається u^k в якості початкової точки, і

$$f_c = \sum_{i=1}^l f_{ci}$$

з наступною перевіркою умов проковзування для кожної пари контактних вузлів та нерівності:

– нема контакту $\lambda_i^k + \gamma_i^k \cdot h_i(u) \leq 0$, тоді $f_{ci} = 0$;

– прилипання $\lambda_i^k + \gamma_i^k \cdot h_i(u) > 0$, і $\|t_i\| \leq \mu_e \cdot \|n_i\|$, тоді

$$f_{ci} = (\lambda_i^k + \gamma_i^k \cdot c_i(u)) \nabla h_i(u) + (v_i^k + \gamma_i^k \cdot c_i(u)) \nabla c_i(u);$$

– ковзання $\lambda_i^k + \gamma_i^k \cdot h_i(u) > 0$ і $\|t_i\| \geq \mu_e \cdot \|n_i\|$, тоді

$$f_{ci} = (\lambda_i^k + \gamma_i^k \cdot c_i(u)) \nabla h_i(u) + (v_i^k + \gamma_i^k \cdot c_i(u)) \nabla c_i(u).$$

2.3 Коригування множників Лагранжа і параметрів штрафу.

Таким чином, дослідження НДС шини у рамках

першої постановки передбачає розв'язання (1) з урахуванням (3–7);

для *другої постановки* – розв'язання (1) з урахуванням (3–6, 8),

для *третьої постановки* – розв'язання (1) з урахуванням (3–5, 8, 9).

Розрахунок НДС шини при контактній взаємодії з дорогою у різних постановках. Для кожної з постановок за допомогою комп'ютерного програмного комплексу були проведені розрахунки НДС шини, навантаженої внутрішнім тиском (2 атм.) та вагою від автомобілю (у перерахунку на одну шину 375 кг.) при контактній взаємодії з дорогою. На рис. 2 наведені результати розподілу сумарних переміщень, отриманих в рамках трьох постановок.

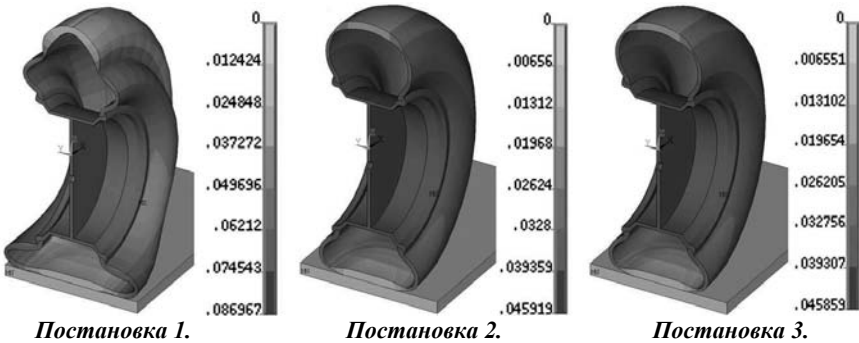


Рисунок 2 – Розподіл сумарних переміщень для трьох постановок

На розподілах (рис. 2) видно, що деформований стан об'єкта у постановці 1 викривлений: спостерігаються надмірно великі переміщення протектора і боковини відносно мінібоковини, що визначає некоректність геометрично та фізично лінійної постановки.

При порівнянні розподілів сумарних переміщень у другій та третій постановках можна відзначити, що характер деформування відрізняється слабо. Однак різниця між максимальним сумарним переміщенням в геометрично нелінійній задачі і задачі з урахуванням двох нелінійностей становить близько 10%, а між максимальними еквівалентними напруженнями – 20%, причому при розрахунках у другій постановці ці значення завищені. Наведена різниця свідчить, що результати рішення задачі без урахування гіперпружних властивостей гуми для квазістатичних задач можуть використовуватись в якості попередніх досліджень, результати яких визначаються з урахуванням певного коефіцієнту запасу.

Розрахунок НДС шини при різних режимах навантаження. Проведені раніше розрахунки показали неспроможність першої постановки, тому подальші дослідження при варіюванні параметрів осьового навантаження та внутрішнього тиску були реалізовані у другій та третій постановках. Результати, що були отримані, є якісно подібними, тому далі наведені тільки для третьої постановки.

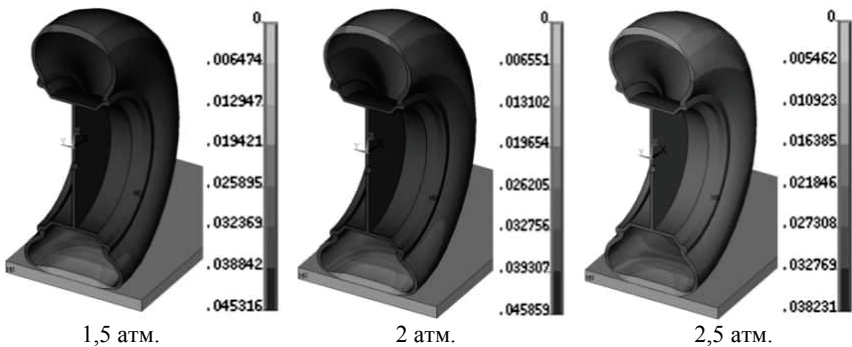


Рисунок 3 – Розподіл сумарних переміщень при різних значеннях внутрішнього тиску

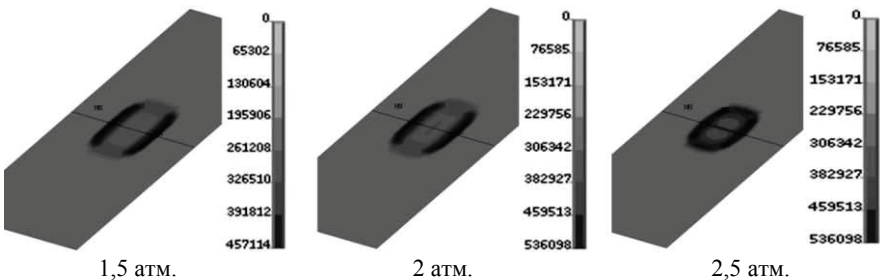


Рисунок 4 – Розподіл контактних тисків при різних значеннях внутрішнього тиску

На рис. 3 наведені поля сумарних переміщень при різних значеннях тиску. Площа плям контакту зменшується при збільшенні внутрішнього тиску. Це свідчить про те, що при надмірному тиску погіршується зчеплення шини з дорогою, вона стає більш жорсткою і як наслідок, зростають навантаження на інші елементи автомобіля (кузов, підвіску). Крім того, надлишковий тиск призводить до збільшення зносу центральної частини протектора.

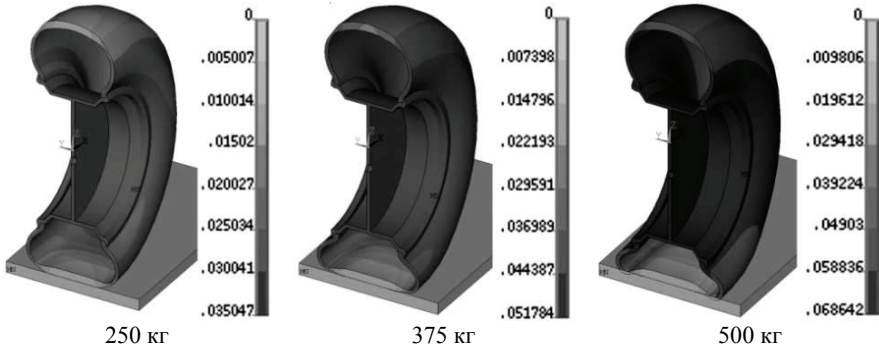


Рисунок 5 – Розподіл сумарних переміщень при різних значеннях ваги автомобілю

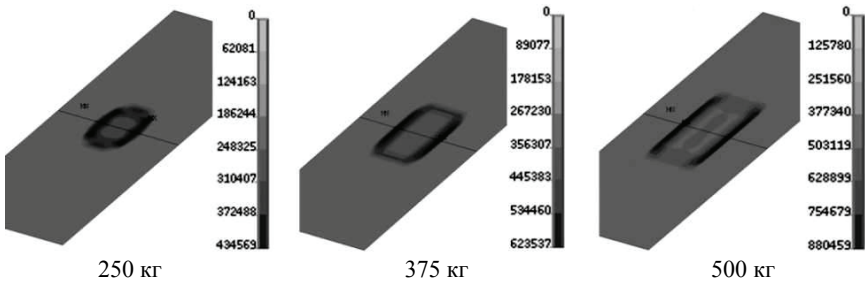


Рисунок 6 – Розподіл контактних тисків при різних значеннях ваги автомобілю

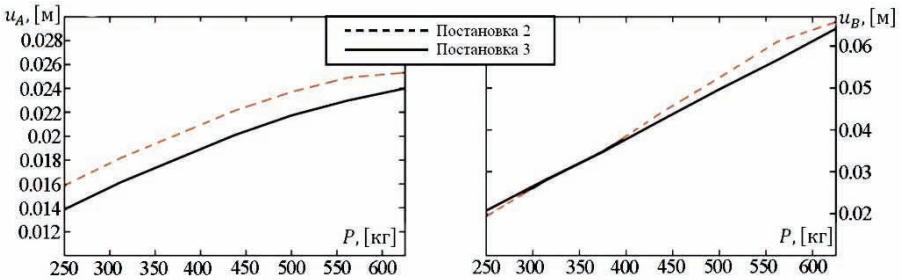


Рисунок 7 – Навантажувальні характеристики при різних значеннях осьового навантаження на шину

По результатам серії розрахунків для різних значень осьового наванта-

ження на шину були побудовані графіки залежності переміщення у контрольних точках (рис. 1) від значення маси автомобілю (рис. 7). З першого графіка видно, що горизонтальний прогин точки А суттєво знижується при урахуванні нелінійних властивостей матеріалу, тоді як на нормальний прогин шини (вертикальне переміщення точки В) ця нелінійність має невеликий вплив. Тобто найбільш чутливою до нелінійних властивостей гуми є боковина шини.

Висновки: Таким чином, при розрахунках контактної взаємодії з дорогою шини, навантаженої внутрішнім тиском і осьювою силою, в трьох постановках було встановлено, що дослідження напруженого стану пневматичної шини неможливе без урахування геометричної нелінійності її деформування.

Список літератури: 1. Бухин Б.Л. Введение в механику пневматических шин. – М: Химия, 1988. – 224 с. 2. Кнороз В.И. Работа автомобильной шины. – М.: «Транспорт», 1976. 3. Zienkiewicz O.C. The Finite Element Method. Fifth Edition. Volume 1: The Basis / O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2000. 4. Клованич С.Ф. Метод конечных элементов в нелинейных задачах инженерной механики. – Запорожье: издательство журнала «Світ геотехніки», 2009. – 400с. 5. Krenk S. Non-linear Modeling and Analysis of Solids and Structures. – Cambridge, 2009. 6. Holzapfel G. Nonlinear Solid Mechanics. A Continuum Approach for Engineering. – New York: John Wiley&Sons, Ltd, 2001. 7. Tönük, E. Computer Simulation of Dynamic Behavior of Pneumatic Tires, Ph. D. Thesis, Mechanical Engineering Department., Middle East Technical University. – Ankara, 1998. 8. Wriggers P. Non-linear Finite Element Methods. – Berlin: Springer, 2008. 9. Sepra A.L., Igti F. Contact with Friction using the Augmented Lagrangian Method: a Conditional Constrained Minimization Problem // Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences. – Vol.22, no.2. – PP.273-289. 10. Wriggers P. Computational Contact Mechanics. 2nd Ed. – Berlin: Springer, 2006. – 518 pp.

Надійшла до редакції 27.08.2011.

УДК 539.3

Ю.Н.КОРЫТКО, канд. техн. наук, ст. преп., НТУ «ХПИ»

РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕРМОЦИКЛИЧЕСКОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННОГО ЦИЛИНДРА АВТОКЛАВА ГИДРОТЕРМАЛЬНОГО СИНТЕЗА

У статті представлені результати проведених розрахункових досліджень довговічності товстостінного циліндра – одного з основних конструктивних елементів промислових автоклавів. Проміжні результати порівнюються з експериментальними даними. Набуває значення кількості циклів зміни термосилового навантаження до руйнування циліндра.

The numerical results of long-term strength investigations of thick-walled cylinder – one of the main structural elements of technical autoclave, are described in the paper. The intermediate results were verified by comparison the computed and experimental data. The critical number of loading and heating cycles was obtained.

В статье представлены результаты проведенных расчетных исследований долговечности толстостенного цилиндра – одного из основных конструктивных элементов промышленных автоклавов. Промежуточные результаты сравниваются с экспериментальными данными. Получено значение циклов изменения термосиловой нагрузки до разрушения цилиндра.

Актуальность темы. Многие элементы конструкций в энергетической, авиационной, транспортной, химической, атомной и других отраслях промышленности функционируют в условиях периодического изменения внешних температурно-силовых полей. Такие условия работы влияют на скорость и характер изменения напряженно-деформированного состояния при ползучести и, как следствие, на ресурс конструкции. В настоящее время предложены модели для описания ползучести и накопления повреждаемости в материале конструкций при циклическом изменении рабочих температур [1, 2]. Указанные модели, реализованные в современных программных средствах, позволяют проводить анализ конструктивных элементов и получать уточненные данные относительно ресурса конструкций. В работе представлены результаты исследований длительной прочности толстостенного цилиндра корпуса автоклава гидротермального синтеза. Промежуточные численные результаты сравнивались с экспериментальными данными, отличие между ними не превысило 10-12 %, что позволило сделать вывод о корректности моделей исследования циклической термползучести.

Модель толстостенного цилиндра автоклава. Промышленные автоклавы используются для гидротермального синтеза минералов, таких как кварц, кальцит, цеолит и другие. Цилиндры автоклавов работают при высоких давлениях и температурах, необходимых для процесса гидротермального синтеза, в частности температура стенки сосуда достигает 450-500 °С. Конструктивный элемент за весь период своей работы испытывает тысячи циклов нагружения и изменения температуры. При этом, согласно условиям работы автоклава, 9/10 времени толстостенный цилиндр находится под действием одновременно силового нагружения и неоднородного температурного поля, оставшуюся часть времени – только под действием силовой нагрузки.

Цилиндр автоклава гидротермального синтеза является толстостенным телом вращения, его объем составляет 1500 дм³, внутренний диаметр – 600 мм, толщина стенки – 225 мм, изготовлен из стали 25Х2МФА. Согласно данным работы [3], цилиндр находится под внутренним давлением $p = 120$ МПа, нагружен давлениями на уплотнительной поверхности $p_1 = 234$ МПа и $p_2 = 130$ МПа, а также давлением от шпилек $p_3 = 200$ МПа. Для оценки влияния силового и температурного факторов на длительную прочность цилиндра проведены исследования отдельно для двух вариантов нагружения: воздействие только рабочих давлений (p, p_1, p_2, p_3) и совместное действие рабочих давлений и неоднородного температурного поля. Расчетная модель представлена на рис. 1. Конечно-элементная модель построена в программе «Divider 2.6с» [4], модель содержит 10240 треугольных элементов, 5231 узел.

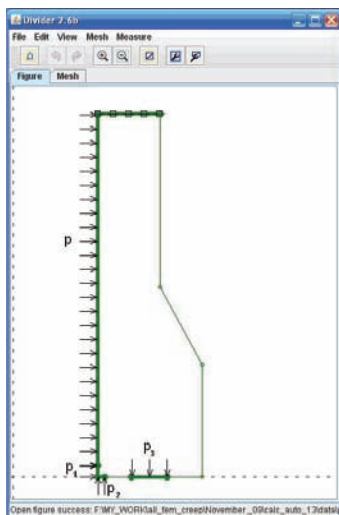


Рисунок 1 – Модель цилиндра автоклава

Расчетные исследования цилиндра автоклава. В результате проведения расчетных исследований напряженно-деформированного состояния построены эпюры осевых и окружных напряжений, соответствующие указанной конфигурации силовых нагрузок толстостенного цилиндра автоклава, а именно давления p , p_1 , p_2 , p_3 . Полученные графики представлены на рисунках 2, 3, на которых обозначено: кривая 1 – данные, полученные авторами работы [3], кривая 2 – значения, полученные с помощью программного комплекса для расчетов термоциклической ползучести, символами «x» отмечены экспериментальные данные. Рис. 2, 3 свидетельствуют об удовлетворительном совпадении результатов расчетов и экспериментальных данных.

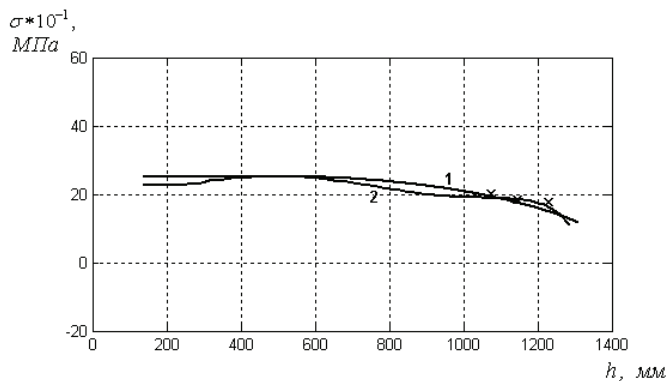


Рисунок 2 – Окружные напряжения в цилиндре автоклава

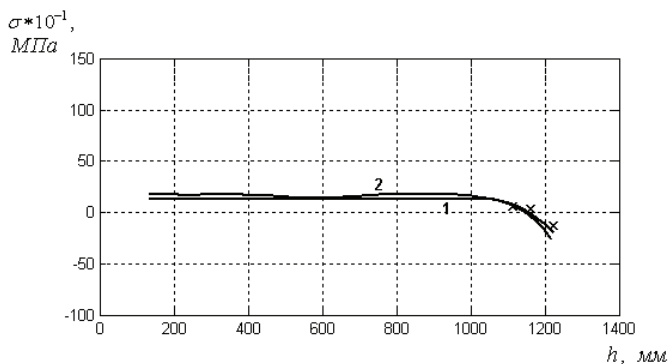


Рисунок 3 – Осевые напряжения в цилиндре автоклава

В рабочих условиях цилиндр находится также и под действием температурного поля, которое изменяется вдоль образующей цилиндра от 362 °С внизу до 494 °С возле крышки. График изменения температуры по высоте модели носит нелинейный характер и представлен на рис. 4.

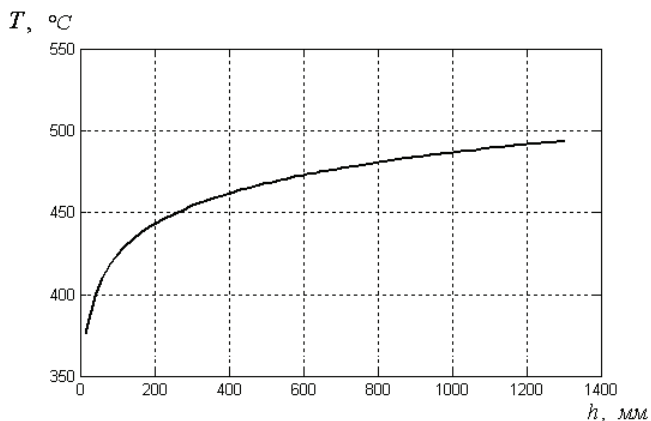


Рисунок 4 – График изменения температуры по высоте цилиндра

При совместном действии внутреннего давления, нагрузки на уплотнительной поверхности и нагрузки от шпилек, а также неравномерно распределенного по высоте цилиндра температурного поля распределение интенсивности напряжений в пределах упругости по сечению цилиндра имеет вид, представленный на рис. 5.

Оценка длительной прочности. Циклическая долговечность автоклава гидротермального синтеза определяется долговечностью корпуса, а именно долговечностью толстостенного цилиндра. В современной практике проек-

тирования используется нормативная документация, в которой описана методика оценки долговечности сосудов, функционирующих в условиях периодического изменения нагрузок, с помощью расчетных кривых усталости или специальных формул [3]. Однако, для низколегированных сталей, таких как сталь 25Х2МФА, из которой изготовлен толстостенный цилиндр автоклава, расчетные кривые и упомянутые специальные формулы можно использовать только при условии значения рабочей температуры не превышающей 350°C [3]. Поскольку в конкретных рассматриваемых условиях эксплуатации температура стенок цилиндра может повышаться до 400°C и выше, то для таких случаев необходимо проводить исследования, направленные на установление характеристик длительной прочности с учетом циклического характера изменения температуры в конструктивном элементе.

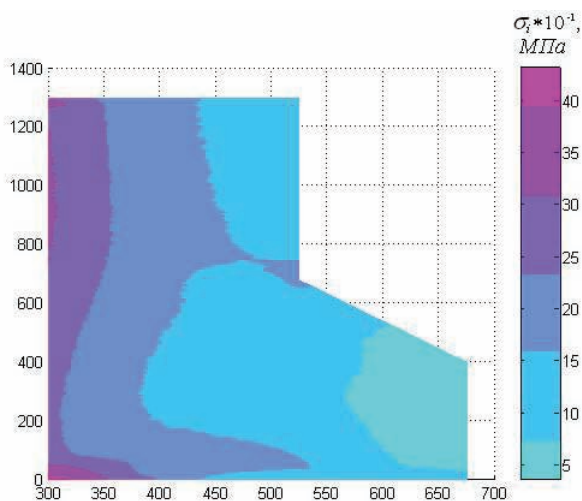


Рисунок 5 – Распределение интенсивности напряжений, вызванных силовыми и температурными нагрузками

В работе [3] приведены данные испытаний стали 25Х2МФА, образцы для экспериментов были изготовлены из тех же заготовок, что и элементы автоклава. Приведенные в [3] экспериментальные данные позволили определить константы, необходимые для расчетов [5]. Авторы работы [3] оценивали циклическую долговечность автоклава по максимальным напряжениям в цилиндре и амплитуде напряжений в цикле и получили количество циклов до разрушения, равное 45 000.

В работе проведены исследования ползучести и длительной прочности толстостенного цилиндра автоклава с помощью метода расчета долговечности при периодическом изменении температур и нагрузок [1, 2] и с использованием специального программного обеспечения [6]. Получено критическое

количество циклов нагружения, при котором заканчивается процесс скрытого разрушения в цилиндре и возможно появление макродефектов. Это количество циклов составило 42 800 циклов. Полученные результаты хорошо согласовываются с данными, представленными в работе [3]. Отличие численных результатов не превышает 10 %.

Выводы. На основе определения характеристик ползучести стали 25Х2МФА, в результате проведения комплексного анализа температурных полей и напряженно-деформированного состояния цилиндра автоклава, сделан вывод о том, что для рассматриваемых автоклавов гидротермального синтеза при рассмотренном режиме эксплуатации циклическая долговечность не превышает 43 000 циклов. Полученные результаты доказывают, что предложенная в [1, 2] методика анализа долговечности и остаточного ресурса при ползучести удовлетворительно описывает изменение характеристик длительной прочности элементов конструкций при периодическом изменении температуры с учетом особенностей термосилового нагружения.

Список литературы: 1. *Бреславский Д.В.* Ползучесть и повреждаемость при циклическом изменении температур и напряжений / *Д.В.Бреславский, Ю.Н.Корытко, О.К.Морачковский, О.А.Татарина* // Прочность материалов и элементов конструкций: труды международной научно-технической конференции, 28-30 сентября 2010 г. – К.: Ин-т проблем прочности им. Г.С.Писаренко НАН Украины. – 2011. – С. 185-192. 2. *Бреславский Д.В.* Модель циклічної термоповзучості для тіл обертання / *Д.В.Бреславський, Ю.М.Коритко, О.К.Морачковський* // Проблеми прочности. – 2011. – № 2. – С. 33-46. 3. *Татарин В.Г.* О циклической долговечности сосудов для гидротермального синтеза минералов под высоким давлением / *В.Г.Татарин, А.П.Корчагин, Л.М.Штеренлихт, Д.Т.Малова, С.Г.Татарина, Л.М.Лобова* // Расчеты на прочность: Сб. статей под ред. *В.И.Мяченко*. – 1988. – С. 200-209. 4. Свідчення про реєстрацію авторського права на твір. № 34779. Україна. Комп'ютерна програма «Divider 2.6»: комп'ютерна програма / *Д.В.Бреславський, П.М.Лысак, Ю.М.Коритко*. – Дата реєстрації 2.09.2010. 5. *Коритко Ю.М.* Розробка методу розрахунку довговічності елементів конструкцій при періодичній зміні температур і навантажень: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.09 / *Коритко Юлія Миколаївна*. – Харків, 2011. – 206 с. 6. *Бреславский Д.В.* Программные средства для конечноэлементного моделирования двумерных задач теории ползучести / *Д.В.Бреславский, Ю.Н.Корытко, П.М.Лысак* // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП». – 2007. – № 38. – С. 24-29.

Поступила в редколлегию 13.10.2011

С.В. КРАЩИКОВ, канд. техн. наук, ст. наук. співр., НТУ «ХПІ»

МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ВІБРАЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ФУНДАМЕНТУ ЕНЕРГОБЛОКУ ПОТУЖНІСТЮ 300 МВт

Проведено моделювання фундаменту турбоагрегату К-300-240 ХГТЗ. Проведені розрахунки з власних коливань. За результатами аналізу власних частот і форм виявлені елементи фундаменту, що мають найбільшу вібрацію при роботі турбоагрегату. Математичні моделі та розрахунки виконано на основі методу скінченних елементів.

Modelling of the base of turbine unit K-300-240 ХГТЗ are complete. The out calculations from own vibrations are given. By results of the analysis of own frequencies and forms the revealed elements of the base which have the greatest vibration at turbine unit work. Mathematical models and calculations are executed on the basis of finite element method.

Проведено моделирование фундамента турбоагрегата К-300-240 ХГТЗ. Проведены расчеты собственных колебаний. По результатам анализа собственных частот и форм выявляет элементы фундамента, которые имеют наибольшую вибрацию при работе турбоагрегата. Математические модели и расчеты выполнены на основе метода конечных элементов.

Вступ. Вітчизняні фундаменти під турбоагрегати традиційно виготовляються із залізобетону. З 1960 року замість монолітного виконання стали застосовувати збірні конструкції [1], що дозволило скоротити строки будівництва й витрату залізобетону, але привело до зниження твердості нових фундаментів і збільшило ймовірність появи резонансу в робочому діапазоні. Це пов'язане з особливостями конструкції фундаментів: як правило, основними елементами монолітних фундаментів є плити й стіни, а зборень – балки. Наявність підвищеної вібрації фундаментів балкового типу привела до необхідності динамічного аналізу цих конструкцій. Але наявні теоретичні методи на час проектування більшості енергоблоків не дозволяли обчислити необхідні вібраційні характеристики конструкцій. Було проведено значний обсяг експериментальних обстежень [2]. Проте це не охопило всі типи фундаментів. Останні норми з вібраційної оцінки фундаментів турбоагрегатів теж базуються на проведенні експериментальних обстежень. Сучасна модернізація енергоблоків базується на використанні старих фундаментів та нового або відновленого обладнання. Це призводить до необхідності математичного моделювання фундаментів та їх вібраційних процесів.

Мета роботи. Розробка моделі фундаменту для розрахунку власних коливань та проведення аналізу вібраційних характеристик.

Опис конструкції. Більшість вітчизняних фундаментів під турбіни потужністю 300 МВт і більше є рамними конструкціями з використанням стінових або плитових елементів і виготовляються зі збірного залізобетону. Верхня частина цих фундаментів представляє систему балок і плит, які замо-

ноличиваються бетоном. Нижня підземна частина фундаменту буває в балковому й плитовому виконанні, товщина насипного ґрунту не менш 2 м.

Фундамент турбоагрегату К-300-240 ХГТЗ показано на рис. 1. Він складається з 8 парних колон, рамної верхньої та нижньої частин. Колони 3 та 5 посилені плитовими елементами. Фундамент є типовим для більшості енергоблоків з обладнанням для вказаної турбіни.

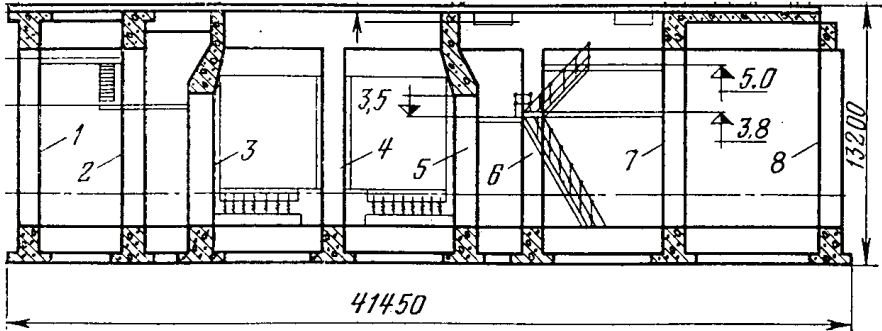


Рисунок 1 – Фундамент енергоблоку потужністю 300 МВт, 1 - 8 – номери колон.

Моделювання фундаменту. Для дослідження залізобетонного фундаменту був використаний метод скінчених елементів, що є ефективним для конструкцій зі складною геометрією. Досліджувану конструкцію було апроксимовано об'ємними елементами.

Конструкція рамного фундаменту має площину симетрії, що проходить через центр валопровіду. Це було враховано при побудові геометричної моделі залізобетонного фундаменту. Спочатку була побудована симетрична частина конструкції, а потім дзеркально відображена.

Для визначення власних частот і форм використалася за побудованою тривимірною моделлю була побудована скінчено елементна модель, що показана на рис. 2.

Вона складається з 35151 вузлів, 17061 скінчених елементів та має 103851 ступінь волі. На низ фундаменту накладено граничні умови заборони переміщень. Для перевірки математичної збіжності було зроблено модель з 17950 вузлів, 8294 скінчених елементів та 53031 ступенів волі. Розбіжність значень 70 перших частот власних коливань складає менш 4 %.

Система рівнянь для розв'язання задачі власних коливань за допомогою методу скінчених елементів має загальний вигляд:

$$M\{\ddot{q}(t)\} + K\{q(t)\} = 0,$$

де M – матриця мас, K – матриця жорсткості, $\vec{q}(t)$ – вектор переміщень.

Аналіз вібраційних характеристик фундаменту. Було проведено розрахунок 70 частот та форм власних коливань. До робочої частоти 50 Гц най-

більш наближено 3 власні частоти. Форми коливань на цих частотах показано на рис. 3-5.

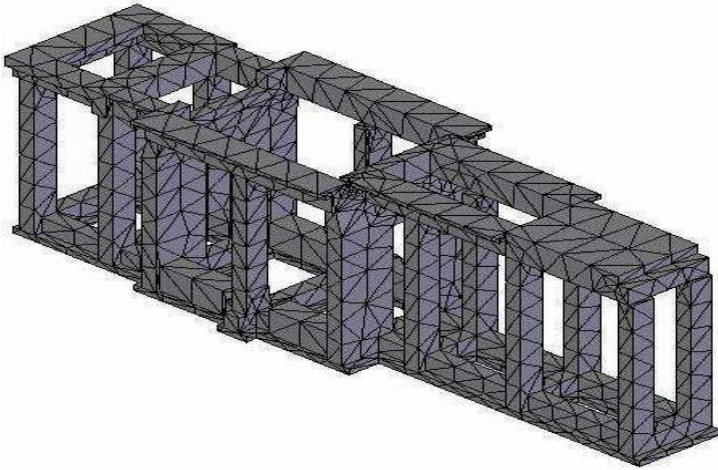


Рисунок 2 – Скінчено-елемента модель фундаменту

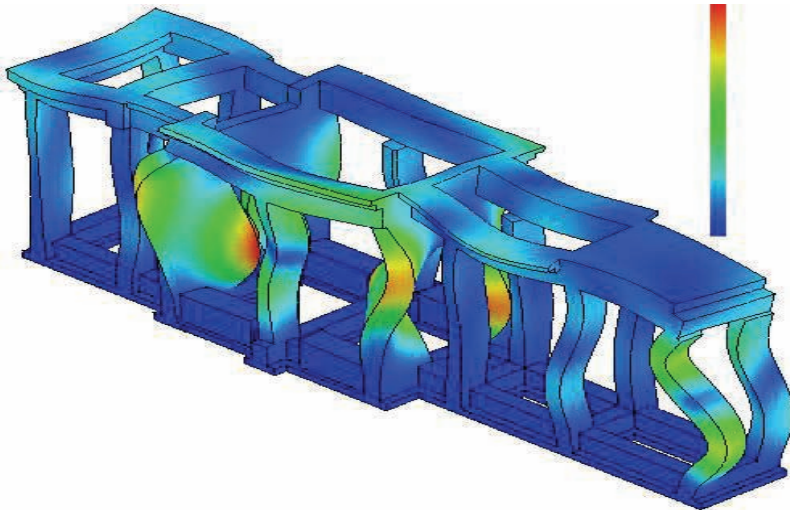


Рисунок 3 – Форма власних коливань на частоті 47,5 Гц

Форма коливань на частоті 47,5 Гц (рис. 3) несиметрична та має найбільші амплітуди коливань 3-ї, 4-ї, 5-ї та 8-ї пари колон.

Форма коливань на частоті 50 Гц (рис. 4) несиметрична та має найбільші амплітуди коливань 1-ї, 2-ї, 3-ї та 8-ї пари колон.

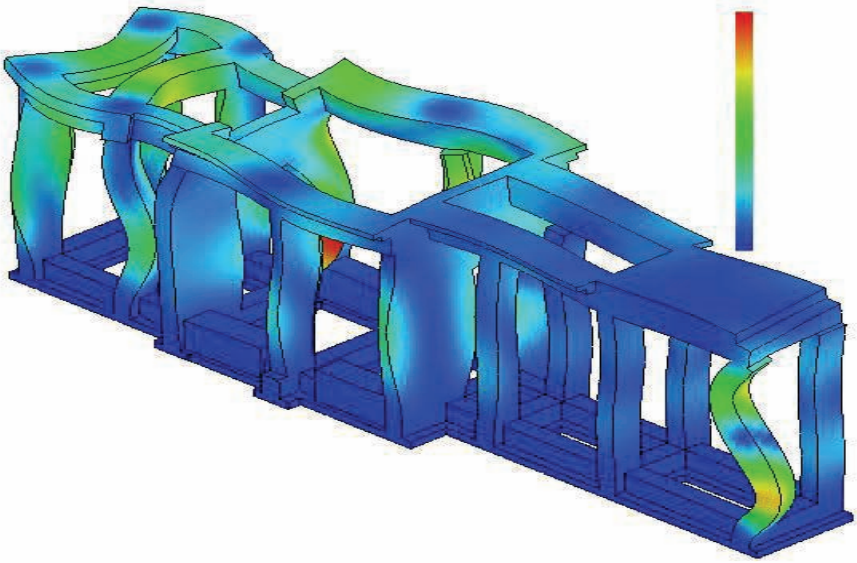


Рисунок 4 – Форма власних коливань на частоті 50 Гц

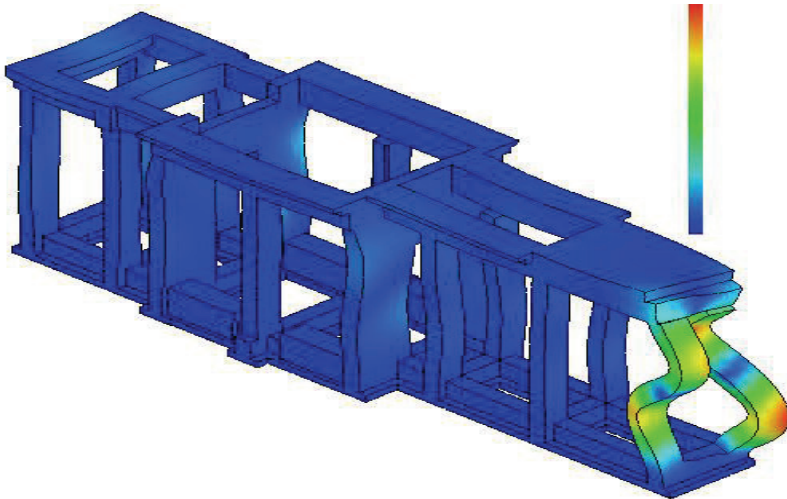


Рисунок 5 – Форма власних коливань на частоті 50,8 Гц

Форма коливань на частоті 50,8 Гц (рис. 5) несиметрична та має найбільші амплітуди коливань 8-ї пари колон.

З показаних результатів обчислень видно, що на цих трьох формах коливань найбільші амплітуди мають всі пари колон крім 6 та 7. На всіх трьох формах коливань значні амплітуди мають 3 та 8 пари колон. Це свідчить про

недостаточну жорсткість фундаменту. В першу чергу підвищенню жорсткості потребують 3 та 8 пари колон. Для цього потрібно збільшення площини колон або встановлення додаткових залізобетонних балок для поєднання місць найбільших амплітуд з елементами, що мають найнижчі рівні вібрацій.

Висновки. Побудовано тривимірну модель фундаменту турбоагрегату К-300-240 ХГТЗ. Проведений аналіз власних коливань показав наявність трьох власних частот, що щільно наближені до робочої частоти. Форми власних коливань на цих частотах мають підвищені вібрації всіх пар колон за винятком 6 та 7. Це може привести до підвищеної вібрації турбоагрегату та його валопроводу. Для покращення вібраційної надійності фундаменту та обладнання енергоблоку необхідно підвищити жорсткість фундаменту, згідно зроблених рекомендацій.

Список літератури: 1. *Абашидзе А.И., Сапожников Ф.В., Казанджян А.Т.* Фундаменты машин тепловых электростанций. – М.: Энергия, 1975. – 256 с. 2. *Шейнин И.С., Цейтлин Б.В.* Теоретическое исследование динамических характеристик ряда фундаментов под мощные турбоагрегаты // Изв. ВНИИГ им. Веденеева. – 1981. – № 151. – С. 81-87. 3. *Красников С.В., Степченко О.С., Торяник А.В.* Комп'ютерне моделювання багатокорпусного турбоагрегату та аналіз його вібраційних характеристик // Машинознавство. – Львів: Кінпатрі, 2009. – № 2. – С. 27-33. 4. *Жовдак В.О., Красников С.В., Степченко О.С.* Решение задачи статистической динамики машиностроительных конструкций с учетом случайного изменения параметров // Проблемы машиностроения. – Х.: Контраст, 2004. – Т.7, № 3. – С. 39-47.

Надійшла до редколегії 13.07.2011

УДК 593.3

И. ЛЬВОВ, аспирант, Университет им. Отто фон Герике, Магдебург, Германия

АНИЗОТРОПНАЯ ПОЛЗУЧЕСТЬ МНОГОПРОХОДНОГО ШВА

Запропонований метод оцінки повзучості багатопрохідного зварного з'єднання на основі мікро-макро підходу в механіці тіла, що деформується. Знайдені властивості повзучості матеріалу еквівалентного матеріалу зварного шва за відомими властивостями зон із різними типами зерен. Як приклад аналізу повзучості конструкції зі зварним з'єднанням виконаний розрахунок труби зі зварним з'єднанням, навантаженої внутрішнім рівномірним тиском.

A method of evaluating creep response of the multipass welding based on the micro-macro mechanics approach is introduced. Creep material properties for equivalent weld material by known properties of weld metal grain type zones are found. As an example of macro model analysis of the welding, the creep calculation of the tube with the welding under the uniform pressure on the inner bounds was performed.

Предложен метод оценки ползучести многопроходного сварного соединения на основе микро-макро подхода в механике деформируемого тела. Найдены свойства ползучести материала эквивалентного материалу сварного шва по известным свойствам зон с различными типами зерен. В качестве примера анализа ползучести конструкции со сварным соединением, выполнен расчет трубы со сварным соединением, нагруженной внутренним равномерным давлением.

Постановка задачи. Длительное наблюдение за оборудованием, работающим под высоким давлением при высокой температуре, показывает, что важно учитывать влияние ползучести и повреждаемости в сварных конструкциях. Нередко в сварных конструкциях обнаруживаются повреждения еще до достижения расчетного срока службы компонентов [1]. Также следует отметить, что нормы проектирования сварных конструкций под давлением основаны лишь на свойствах длительной прочности свариваемого материала при одноосном растяжении [2]. Но на самом деле такого рода конструкции находятся в условиях многоосного напряженного состояния. Кроме того, механические свойства в зоне сварного шва зависят от направлений [3]. Поэтому, чтобы предсказать поведение этих конструкций необходимо рассмотреть модели анизотропной ползучести.

Особенно актуальны эти проблемы для современного турбиностроения. Высокая температура пара и высокое давление в сверхкритических паровых турбинах требуют применения сталей с улучшенными характеристиками длительной прочности. Для выполнения этих требований было разработано семейство новых жаропрочных сталей (с 9-12 % Cr) Эти марки сталей широко используются в сверхкритических турбоагрегатах [4].

Эта статья посвящена численному моделированию анизотропной ползучести в сварных конструкциях из легированных сталей 9Cr1Mo.

Актуальность проблемы. Эффекты повреждаемости со временем в сварных соединениях, работающих при высоких силовых и температурных нагрузениях, обнаруживались на протяжении многих лет. Мониторинг в процессе эксплуатации конструкций показал, что сварные конструкции склонны к ползучести и усталостному повреждению. Для того чтобы улучшить эту ситуацию были проведены исследования для более детального изучения поведения сварных соединений при ползучести.

В начале восьмидесятых годов эффект перераспределения напряжений в сварных соединениях из-за различия в свойствах ползучести в зонах материала сварного шва исследовался экспериментально и теоретически [5, 6]. Было обнаружено, что это различие и стало причиной ускоренного разрушения сварных конструкций. На основе численных расчетов полей напряжений и деформаций выявлены наиболее слабые зоны шва и оценивалось время до разрушения [7].

Для более детального исследования сварного шва при ползучести был использован подход механики сплошных сред с учетом повреждаемости и ползучести [8-10]. Эти исследования позволили повысить точность оценки времени до разрушения вследствие ползучести и повреждаемости в зоне сварного соединения. Тем не менее, оставшиеся проблемой является отсутствие достоверных данных о свойства локальных зон сварного соединения.

На протяжении длительного времени механика разрушения является наиболее часто используемой концепцией в прогнозировании длительной прочности сварных конструкций [11]. Исследования в этой области продолжаются, и

можно ожидать дальнейшие улучшения текущих норм проектирования и процедур оценки ресурса для сварных конструкций, работающих на высоких температурах. Несмотря на то, что огромный объем работы был проведен в области понимания механизмов поведения сварных соединений, значительные исследования необходимы для решения задач, которые поставит промышленность.

Математическая модель на микроуровне. Исследование сварных конструкций может быть разделено на три масштабных уровня: макроуровень – уровень исследования конструкций, мезоуровень – уровень сварного соединения, и микроуровень – уровень металла шва и его микроструктуры.

Рассмотрим микроуровень, где объектом является микроструктура материала сварного шва. Сварной шов – участок сварного соединения, образовавшийся в результате кристаллизации расплавленного металла. В случае многопроходного сварного шва, в результате циклов нагрева и охлаждения в процессе сварки, формируется сложная микроструктура металла шва, состоящая из трех типов зон с различным размером зерен – зона основного металла наплавки, и двух зон образованных под действием теплового влияния предыдущего прохода, крупнозернистой и мелкозернистой[12].

Чтобы определить свойства анизотропной ползучести многопроходных сварных швов необходимо воспользоваться процедурой гомогенизации, для чего используется метод осреднения. В этом методе, гетерогенный материал заменяется однородным эквивалентным материалом, и свойства этого эквивалентного материала определяются численными экспериментами на представительном элементе объема.

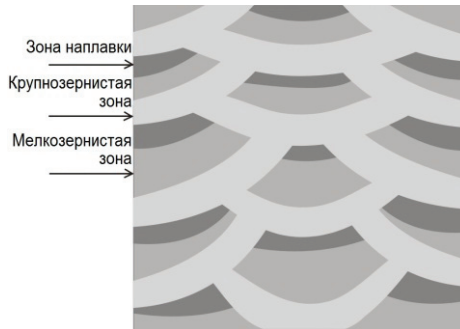


Рисунок 1 – Представительный объем многопроходного сварного шва

Поскольку заранее предсказать тип симметрии материала сварного шва невозможно, для моделирования поведения такого материала при ползучести необходимо воспользоваться анизотропной моделью ползучести [13].

$$\dot{\underline{\epsilon}} = \sigma_2^n [B] \underline{\sigma}, \quad (1)$$

где $\underline{\dot{\epsilon}} = (\dot{\epsilon}_{11}, \dot{\epsilon}_{22}, \dot{\epsilon}_{33}, \dot{\epsilon}_{12}, \dot{\epsilon}_{23}, \dot{\epsilon}_{31})^T$ и $\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, 2\sigma_{12}, 2\sigma_{23}, 2\sigma_{31})^T$ – вектора ско-

ростей деформаций ползучести и напряжения, а $\sigma_2 = \sqrt{\underline{\sigma}^T [\mathbf{B}] \underline{\sigma}}$ – эквивалентное напряжение. Матрица \mathbf{B} в этом законе ползучести отвечает за анизотропию.

Метод осреднения. Для моделирования ползучести эквивалентного гомогенного материала воспользуемся уравнениями состояния, предложенными в [14] для осредненных характеристик композита:

$$\langle \dot{\underline{c}} \rangle = \langle \underline{\sigma} \rangle^n [\mathbf{B}] \langle \underline{\sigma} \rangle, \quad (2)$$

где введены средние по объему представительской ячейки напряжения и скорости деформаций ползучести

$$\langle \underline{\sigma} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{\sigma} dv; \quad \langle \underline{c} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \underline{c} dv,$$

а эквивалентное напряжение σ_2 найдено из осредненных компонент вектора напряжений.

Для нахождения материальных констант в уравнениях ползучести (2) воспользуемся методикой [14]. Скорости деформаций установившейся ползучести представительского объема в условиях одноосного растяжения растяжения по трем ортогональным направлениям связаны с осредненными напряжениями следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \langle \dot{c}_{11} \rangle &= b_{1111}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{11}^n \rangle, \\ &\dots \\ \langle \dot{c}_{33} \rangle &= b_{3333}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{33}^n \rangle, \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрение ползучести при сдвиге касательными напряжениями, приложенными на граничных координатных плоскостях, дает следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \langle \dot{c}_{12} \rangle &= b_{1212}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{12}^n \rangle; \\ &\dots \\ \langle \dot{c}_{31} \rangle &= b_{3131}^{\frac{n+1}{2}} \langle \sigma_{31}^n \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Обработки участков кривых в зоне установившейся ползучести для двух уровней напряжений позволяет определить показатель степени в законе ползучести:

$$n = \frac{\lg \frac{\langle \dot{c}'_{11} \rangle}{\langle \dot{c}^2_{11} \rangle}}{\lg \frac{\langle \sigma'_{11} \rangle}{\langle \sigma^2_{11} \rangle}}.$$

После определения показателя степени можно определить параметры матрицы В:

$$b_{1111} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{11} \rangle}{\langle \sigma_{11}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} ; \quad b_{2222} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{22} \rangle}{\langle \sigma_{22}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} ; \quad b_{3333} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{33} \rangle}{\langle \sigma_{33}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} ;$$

$$b_{1212} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{12} \rangle}{\langle \sigma_{12}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} ; \quad b_{2323} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{23} \rangle}{\langle \sigma_{23}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} ; \quad b_{3131} = \left(\frac{\langle \dot{c}_{31} \rangle}{\langle \sigma_{31}^n \rangle} \right)^{\frac{2}{n+1}} .$$

Конечно элементный анализ. Чтобы определить свойства эквивалентного материала с помощью метода усреднения, была создана конечно-элементная модель представительного элемента объема многопроходного сварного шва, для проведения численных экспериментов.

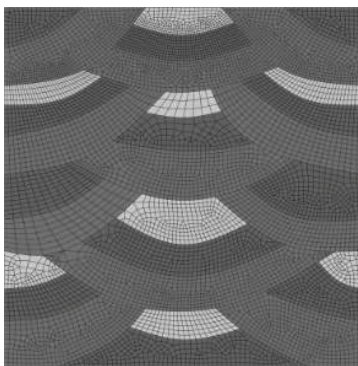


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель МСШ

В настоящее время используется два подхода создания конечно-элементной модели представительного объема металла сварного шва. Первый подход состоит в том, что модель создается непосредственно в CAD программе [15], а второй подход заключается в создании конечно элементной сетки с помощью оцифровки в объектно-ориентированной программе фотографии реальной микроструктуры, сделанной с использованием микрографа [16]. Преимуществом первого подхода является то, что можно варьировать размеры зон с различной плотностью зерен, для осуществления различных реализаций. В тоже время второго преимущества подхода – возможность исследования реальной структуры металла шва.

Для определения типа симметрии материала многопроходного сварного шва, была проведена серия численных экспериментов по однокомпонентному нагружению представительного объема материала. Поскольку структура материала шва с достаточно большим количеством проходов можно принять периодической, было создано три реализации представительного объема –

референсный (8 проходов), реализация с вдвое большим количеством проходов, и реализация с вдвое меньшим количеством проходов. При этом объемные доли материалов различных зон сохранялись постоянными: 23 % – основной металл наплавки, 36 % – зона крупнозернистого металла, 41 % зона мелкозернистого металла. Конечно-элементное моделирование представительного объема проводилось в программном комплексе Abaqus.

Упругие свойства материала всех зон принимались одинаковыми: модуль упругости равен $2,1 \cdot 10^5$ МПа, а коэффициент Пуассона – 0,3. В отношении свойств ползучести, материалы зон также принимались изотропными и для их моделирования использовался закон Нортон:

$$\dot{\epsilon}_{cr} = C \cdot \sigma^n.$$

А свойства материалов задавались согласно [17]:

Таблица 1 – Свойства материалов зон шва при ползучести

	Основной металл наплавки	Крупнозернистая зона	Мелкозернистая зона
<i>C</i>	$2,74 \cdot 10^{-21}$	$1,37 \cdot 10^{-20}$	$1,37 \cdot 10^{-20}$
<i>n</i>	7	7	7

Результаты на микроуровне. В результате конечно элементного анализа по однокомпонентному нагружению представительного объема получены средние деформации и материальные константы уравнения состояния эквивалентного материала. Поскольку экспериментально найдены лишь параметры зоны основного металла наплавки и зоны измененной зернистости в целом, моделировались только два материала с различными свойствами ползучести.

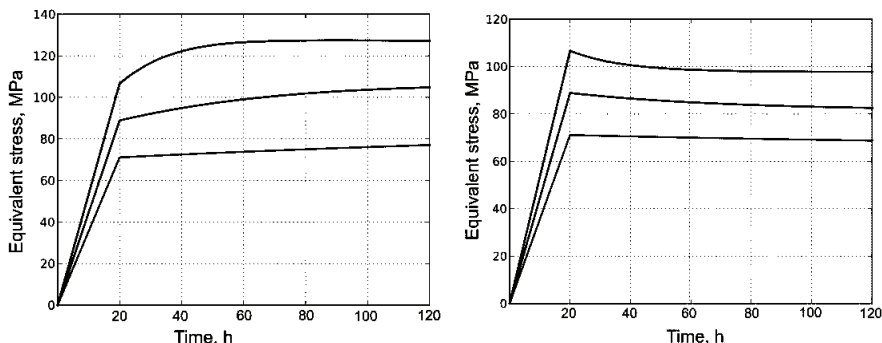


Рисунок 3 – Графики изменения эквивалентного напряжения со временем в зоне основного металла наплавки (слева) и в зоне измененной зернистости (справа), при различной нагрузке

На рис. 3 представлены графики, характеризующие перераспределение

напряжений при ползучести в различных зонах металла шва при трех уровнях средних напряжений 80, 100 и 120 МПа. Так, зона основного металла наплавки (левый график) упрочняется, а зона подвергшаяся тепловому влиянию (справа) релаксирует.

Таблица 2 – Коэффициенты матрицы В для трех реализаций.

Константы матрицы В	Реализация 1 (8 проходов)	Реализация 2 (16 проходов)	Реализация 3 (4 прохода)
b_{1111}	$1,64 \cdot 10^{-5,25}$	$1,61 \cdot 10^{-5,25}$	$1,69 \cdot 10^{-5,25}$
b_{2222}	$1,51 \cdot 10^{-5,25}$	$1,58 \cdot 10^{-5,25}$	$1,46 \cdot 10^{-5,25}$
b_{3333}	$1,83 \cdot 10^{-5,25}$	$1,84 \cdot 10^{-5,25}$	$1,89 \cdot 10^{-5,25}$
b_{1212}	$1,33 \cdot 10^{-5,25}$	$1,36 \cdot 10^{-5,25}$	$1,35 \cdot 10^{-5,25}$
n	7	7	7

Принимая во внимание тот факт, что наиболее точные модели ползучести могут предсказать время до разрушения с ошибкой в не менее чем 15 %, то исходя из полученных результатов, можно сделать вывод, что симметрия материала многопроходного шва – ортотропия с двумя равноправными направлениями. В этом случае матрица В примет вид:

$$[B] = \begin{vmatrix} b_{1111} & b_{1122} & b_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1122} & b_{1111} & b_{1133} & 0 & 0 & 0 \\ b_{1133} & b_{1133} & b_{3333} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{1212} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{3131} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{3131} \end{vmatrix}$$

С использованием условия несжимаемости материала при ползучести можно найти коэффициенты: $b_{1122} = \frac{1}{2} b_{1111}$; $b_{1133} = \frac{1}{2} b_{3333}$.

Расчет элемента конструкции. В качестве примера расчета на ползучесть конструкции с многопроходным сварным соединением был проведен расчет сварного соединения трубы, нагруженной внутренним давлением. Создание конечно элементной модели конструкции и численный расчет проводился в программном комплексе Abaqus. Материал сварного шва принимался однородным и изотропным в отношении упругих свойств. При ползучести материал моделировался ортотропным с двумя равноправными направлениями. Поскольку встроенными возможностями ПК Ansys, такую модель материала задать невозможно, была создана подпрограмма для задания пользовательского материала.

Свойства материала основного металла в упругой зоне совпадали со свойствами металла шва: модуль упругости равен $2,1 \cdot 10^5$ МПа, а коэффици-

ент Пуассона равен 0,3. Характеристики материала при ползучести соответствовали найденным в численных экспериментах для первой реализации. Соотношения диаметра трубы к его длине 1/5. Приложенное внутреннее давление – 10 МПа, время действия нагрузки – 100 часов. Результаты представлены на рис. 4 в виде распределения эквивалентных напряжений.

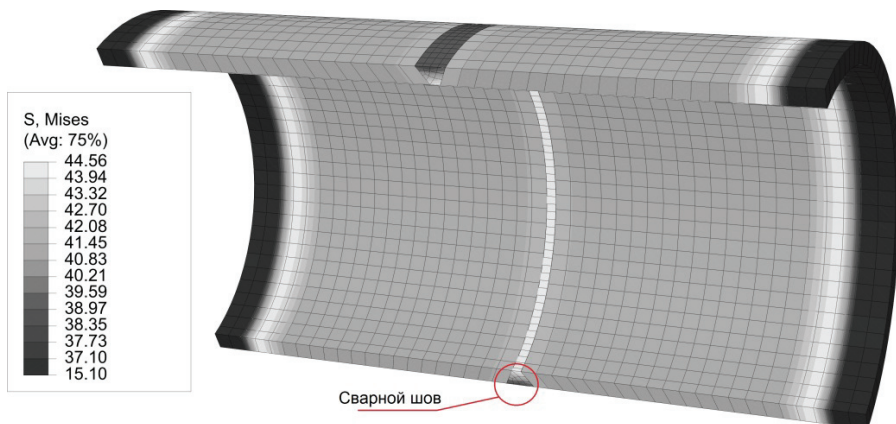


Рисунок 4 – Распределение эквивалентных напряжений (по фон Мизесу) спустя 100 часов ползучести

Выводы: В работе предложен метод расчета сварных конструкций с учетом влияния неоднородности металла сварного шва. Разработана методика исследования микроструктуры металла многопроходного сварного шва как неоднородного материала и описания его неупругого поведения на основе уравнений состояния анизотропной ползучести.

Предложен метод расчета характеристик материала многопроходного сварного шва на основе принципа эффективной гомогенизации. Определена степень симметрии свойств материала многопроходного шва для найденных характеристик ползучести материала при различном количестве проходов.

Проведен конечно-элементный расчет на ползучесть трубы со сварным соединением. Полученные результаты представлены в виде полей распределения напряжений в конструкции после 100 часов ползучести.

Список литературы: 1. Chan, W., McQueen, R.L., Prince, J., Sidey, D. Metallurgical Experience with High Temperature Piping in Ontario Hydro, Service Experience in Operation Plants // ASME, NY. – 1991. – P. 97-105. 2. Nickel, H., Schubert, F., Penkalla, H.J., Breitbach, G. Aspects of Design Codes for Metallic High Temperature Components // Int. J. Pres. Ves. & Piping. – 1991. – Vol. 47. – P. 167-192. 3. Wang, Z.P., Hayhurst, D.R. Materials data for high-temperature design of ferritic steel pressure vessel weldments // Int. J. Pres. Ves. & Piping. – 1993. – Vol. 55. – P. 461-479. 4. Honghong Wang, Hanqian Zhang, Jinfu Li Microstructural evolution of 9Cr-1Mo deposited metal subjected to weld heating // Journal of materials processing technology. – 2009. – 209. – P. 2803-2811. 5. Ivarsson, B. Sandström, R. Creep deformation and rupture of butt-welded tubes of cold-worked AISI 316 steel // Metals Technology. – 1980. – P.440-448. 6. T. Wada The Continuous Cooling Transformation Diagramand

Tempering Response of 9Cr-1Mo-V-Nb Steels // Climax Molybdenum Company of Michigan, J-4672, Ann Arbor, MI, 1981. **7.** *Hall, F.R., Hayhurst, D.R.* Continuum damage mechanics modelling of high temperature deformation and failure in a pipe weldment // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1991. – Vol. 433. – P. 383-403. **8.** *Wang, Z.P., Hayhurst, D.R.* The use of supercomputer modelling of high-temperature failure in pipe weldments to optimize weld and heat affected zone materials property selection // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1994. – Vol. 446. – P. 127-148. **9.** *Tu, S.-T., Wu, R., Sandström, R.* Design against creep failure for weldments in 0.5Cr0.5Mo0.25V pipe // Int. J. Pres. Ves. & Piping. – 1994. – Vol. 58. – P. 345-354. **10.** *Hyde, T.H., Sun, W., Williams, J.A.* Creep analysis of pressurized circumferential pipe weldments // J. Strain Analysis. – 2003. – Vol. 38, No. 1. **11.** *Stevick, G.R.* Failure of welds at elevated temperatures // Welding Research Council Bulletin. – New York, 1994. – No. 390. **12.** *Santella M. L., Swindeman, R. W.* Reed, Martensite transformation, microsegregation, and creep strength of 9 Cr-1 Mo-V steel weld metal // 2003. **13.** *Морачковський О.К., Пасынок М.А.* Исследование влияния на ползучесть материалов приобретенной анизотропии вследствие предварительной ползучести // Вестник ХГПУ. – Х.: ХГПУ, 1998. – Вып. 27. – С. 197-203. **14.** *Морачковський О.К., Львов И.Г.* Метод определения однородных свойств анизотропной ползучести композитных материалов / Труды 14-й Международной научно-технической конференции «Физические и компьютерные технологии». – Х.: ХНПК «ФЕД», 2008. – С. 112-116. **15.** *K. Naumenko, H. Altenbach* A phenomenological model for anisotropic creep in a multipass weld metal // Archive Applied Mechanics. – Springer-Verlag, 2005. – 74. – P. 808–819. **16.** *Yongkui L.I.* Study on Creep Damage in Thick Welded Joint of Mod.9Cr-1 Mo Steel Plates // Kochi University of Technology Academic Resource Repository, Dissertation. – 2009. **17.** *Hyde T.H., Sun W.* Creep failure behavior of a 9CrMoNbV weld metal with anisotropy under a biaxial loading state // J. Strain Analysis. – 2006. – Vol. 41. No. 5.

Поступила в редколлегию 03.10.2011

УДК 539.3

А. МОВАГГАР, аспирант, НТУ «ХПИ»;

Г. И. ЛЬВОВ, д-р техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

АНИЗОТРОПНАЯ МОДЕЛЬ УСТАЛОСТНОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ СТЕКЛОВОЛОКОННОГО КОМПОЗИТА

Метою цієї роботи є побудова енергетичної моделі анізотропної пошкоджуваності для прогнозування втомлісної міцності та оцінки накопичених пошкоджень в композиційних матеріалах. У роботі міра пошкоджуваності представляється симетричним тензором другого рангу. Прийнята гіпотеза, що швидкість накопичення пошкоджень залежить від енергії пружної деформації композиту. Параметри енергетичної моделі, які визначають швидкість накопичення пошкоджень, знаходять за результатами експериментів на втомлісну міцність зразків із скловолоконного композиту СТЕФ-1. Показано, що запропонований варіант теорії добре відображає процес накопичення втомлісних пошкоджень та руйнування склопластика.

The purpose of this paper is to introduce an energy-based anisotropic damage model for predicting fatigue life and evaluation of progressive damage in composite materials. In this work we postulate that the damage state is sufficiently described by the second-rank symmetric damage tensor. The model is based on the assumption that the damage growth rate in composite materials depends on the value of elastic strain energy. The model parameters, which determine the damage accumulation rate, were established by the results of fatigue experiments of glass fabric laminates STEF-1. It is shown that the proposed theory reflects well fatigue damage accumulation process and fracture of glass fiber composite.

Целью настоящей работы является построение энергетической модели анизотропной повреждаемости для предсказания усталостной прочности и оценки накопленных повреждений в композиционных материалах. В работе мера повреждаемости представляется симметричным тензором второго ранга. Принимается гипотеза о том, что скорость накопления повреждений зависит от энергии упругого деформирования композита. Параметры энергетической модели, определяющей скорость накопления повреждений, находились по результатам экспериментов на усталостную прочность образцов из стекловолоконного композита СТЭФ-1. Показано, что предложенный вариант теории хорошо отражает процесс накопления усталостных повреждений и разрушение стеклопластика.

1 Введение. Исследование усталостного поведения армированных композитных материалов и, в частности, выявления особенностей их сопротивления деформациям и разрушению представляет большой научный и практический интерес, обусловленный непрерывным ростом объемов производства и расширением областей применения композитов в быстроразвивающихся отраслях современной техники. Приобретают приоритетное значение исследования, направленные на установление закономерностей возникновения и развития различного рода усталостных механических повреждений, накопление которых во времени может привести не только к снижению значений характеристик надежности конструкций и элементов, но и стать причиной преждевременного исчерпания их несущей способности и разрушения.

Благодаря быстрому развитию механики континуальных повреждений, сравнительно нового направления механики деформируемого твердого тела, предложен широкий спектр моделей повреждаемости в композитах при различных условиях нагружения. Тем не менее, они не лишены противоречий, связанных, в частности, с определением зарождения трещины в матрице, условий роста микродефектов, разрушение волокна, отслаивание по границам раздела матрицы и волокна, формулировкой критериев разрушения. Остается открытым вопрос о количественной оценке накопления усталостных повреждений в реальных конструкциях из композитов [1].

В данной работе представлены результаты исследований усталостной прочности и оценки накопленных повреждений стекловолоконного композита СТЭФ-1. Экспериментальные результаты по усталостному разрушению были обработаны по методу наименьших квадратов и найдены параметры энергетической модели усталостного повреждения композиционного материала.

2 Концепция эффективных напряжений. Математическое моделирование анизотропной поврежденности материалов и, в частности композитов, являлось предметом интенсивных исследований на протяжении последних десятилетий. Под поврежденностью понимается уменьшение эффективной площади плоского элемента, нормального вектору n , передающей внутренние усилия от одной части тела к другой его части, обусловленного, в свою очередь, появлением и развитием рассеянного поля микроповреждений [2].

Классические представления о поврежденности связаны с так называемым геометрическим подходом, который позволяет довольно просто учесть

анизотропию состояния поврежденности. При помощи этого подхода эффект возрастания внутренних напряжений в среде с повреждениями представляется с помощью понятия эффективного напряжений.

При актуальном состоянии поврежденности, вследствие распределенных микродефектов передающая нагрузку от одной части тела на другую эффективная площадь элементов $\delta\tilde{S}$ оказывается меньше, чем площади этого элемента без учета его поврежденности δS , таким образом:

$$(I_{ij} - D_{ij})n_j \delta S = \tilde{n}_j \delta \tilde{S}, \quad (1)$$

где I_{ij} – единичный тензор второго ранга, D_{ij} – тензор повреждаемости второго ранга.

По определению тензор эффективных напряжений в случае анизотропного повреждения вводится следующим образом [3]:

$$\tilde{\sigma}_{ij} (I_{kj} - D_{kj})n_k = \sigma_{ij} n_j. \quad (2)$$

Тензор эффективных напряжений, в общем случае, не является симметричным, что вызвано различием в ориентации главных осей тензора напряжений и тензора повреждаемости. Симметричную форму эффективных напряжений $\tilde{\sigma}_{ij}$ для совместимости с рамками термодинамики можно получить следующим образом [3]:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2} [(\delta_{ik} - D_{ik})^{-1} \sigma_{kl} \delta_{jl} + \delta_{ik} \sigma_{kl} (\delta_{jl} - D_{jl})^{-1}]. \quad (3)$$

Второй закон термодинамики применяется в форме неравенства Клаузиуса-Дюгема:

$$\sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \rho(\dot{\psi} + s\dot{T}) - q_i \frac{T_{,i}}{T} \geq 0, \quad (4)$$

где \vec{q} – вектор плотности теплового потока, направленный наружу по отношению к телу, ψ – плотность свободной энергии и s – плотность энтропии. Так как плотность свободной энергии является для упругого материала функцией компонентов тензора деформации ε_{ij}^e , температуры T и повреждаемости D [3], то:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{\partial \psi}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} \dot{D}_{ij}. \quad (5)$$

При постановке этого выражения во второй закон термодинамики (4), неравенство Клаузиуса-Дюгема представляется в виде:

$$\left(\sigma_{ij} - \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \right) \dot{\varepsilon}_{ij}^e - \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} \dot{D}_{ij} - \rho \left(s + \frac{\partial \psi}{\partial T} \right) \dot{T} - q_i \frac{T_{,i}}{T} \geq 0. \quad (6)$$

С введением эффективного напряжения при анизотропной повреждаемости и принципом эквивалентности деформации, потенциал Гельмгольца можно написать как:

$$\psi = \frac{1}{2\rho} (I_{ij} - D_{ij}) a_{imkl} \varepsilon_{jm}^e \varepsilon_{kl}^e, \quad (7)$$

где a_{imkl} – тензор упругих постоянных материала. При этом физические соотношения упругого деформирования с учетом повреждаемости для изотермического процесса имеют вид:

$$\sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = (I_{ij} - D_{ij}) a_{rskl} \varepsilon_{kl}^e. \quad (8)$$

Термодинамика необратимых процессов определяет сопряженную с повреждаемостью переменную Y_{ij} , таким образом, что произведение $Y \cdot \dot{D} \geq 0$ определяет энергию, рассеянную в процессе повреждения [4]:

$$Y_{ij} = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D_{ij}} = \frac{1}{2} a_{imkl} \varepsilon_{jm}^e \varepsilon_{kl}^e. \quad (9)$$

Вследствие положительно-определенности функции Y_{ij} , неравенство Клаузиуса-Дюгема для изотермического процесса будет выполняться при неотрицательных значениях скорости повреждаемости $\dot{D}_{ij} \geq 0$.

3 Определяющие соотношения развития анизотропной повреждаемости композита. В предложенной анизотропной модели принимается гипотеза о том, что скорость накопления повреждений в композите зависит от максимальной энергии за цикл упругой деформации композита W_e , параметра цикла R , текущего уровня повреждения и действительного напряжения, тогда:

$$\frac{dD_{ij}}{dN} = f(W_e, R, D_{ij}, \sigma_{ij}). \quad (10)$$

Предполагается, что существует степенная зависимость между скоростью накопления усталостных повреждений и энергией упругой деформации композита, тогда модель представляется в виде [5]:

$$\dot{D}_{ij} = k(R) \cdot (W_e)^n \cdot M_{ijkl} \cdot \sigma_{kl}. \quad (11)$$

При плоском напряженном состоянии кинетическое уравнение повреждаемости (11) упрощается и можно переписать его в матричной форме как:

$$\begin{pmatrix} \dot{d}_{11} \\ \dot{d}_{22} \\ \dot{d}_{12} \end{pmatrix} = k(R) \cdot (W_e)^n \cdot \begin{pmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{12} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где W_e – максимальная энергия упругой деформации, m_{ij} , n – константы, определяющие скорость накопления повреждений, которые устанавливаются по результатам экспериментов на усталостную прочность и $k(R)$ – функция, которая зависит от параметра цикла. При одновременном действии всех трех напряжений при плоском напряженном состоянии разрушение происходит, когда выполняется условие:

$$W_e \rightarrow \infty. \quad (13)$$

4 Сопоставление теоретических значений с экспериментальными данными. В случае одноосного напряженного состояния и при стационар-

ном цикле изменения напряжений зависимость параметра повреждаемости от количества циклов выглядит как:

$$d_{ii} = 1 - \left(-\frac{(n+2) \cdot m_{ii} \cdot k(R) \cdot (\sigma_{ii})^{2n+1}}{2^n \cdot E^n} \cdot N + 1 \right)^{\frac{1}{n+2}}, \quad (i = 1, 2) \quad (14)$$

где E – модуль упругости соответствующего направления.

Физико-механические свойства стеклотекстолита марки СТЭФ-1 приведены в таблице.

Физико-механические свойства листового стеклотекстолита марки СТЭФ-1

Модуль упругости, (МПа)	Вдоль основы	5620
	Вдоль утка	4590
	По диагонали (45°)	1440
Коэффициент Пуассона	Вдоль основы	0,22
	Вдоль утка	0,18

Теоретическое значение параметра повреждаемости d_{12} определяется после поворота системы координат вокруг одной из главных осей ортотропии на 45°. При повороте осей координат компоненты тензора повреждаемости D_{ij} и характеристики материала изменяются по формулам преобразования компонентов тензоров [6]:

$$T'_{ijkl} = T_{mnpq} l_{im} l_{jn} l_{kr} l_{lp}. \quad (15)$$

После преобразования находится значение d_{12} :

$$d_{12} = 1 - \left(-(0,71 \cdot n + 2) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot \left(2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4} \right) \cdot (\sigma_{12})^{1,42n+1} \cdot N + 1 \right)^{\frac{1}{n+0,71n+2}}. \quad (16)$$

Интервал изменения параметра повреждаемости близкий к единице, $0,9 < D_{kp} < 1$ соответствует незначительному числу циклов. Это позволяет определять $S - N$ зависимость в случае одноосного напряженного состояния, интегрируя соотношение (14) в пределах от 0 до 1:

$$\sigma_{ii} = \left(\frac{2^n \cdot E^n}{(n+2) \cdot m_{ii} \cdot k(R)} \cdot \frac{1}{N_f} \right)^{\frac{1}{2n+1}}, \quad (i = 1, 2) \quad (17)$$

где N_f – соответствует числу циклов до разрушения.

Соответственно определяются теоретические значения разрушающих напряжений образцов, вырезанных под 45 градусов:

$$\sigma_{12} = \left(\frac{1}{(0,71 \cdot n + 2) \cdot k(R) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot \left(2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4} \right) \cdot \frac{1}{N_f}} \right)^{\frac{1}{1,42n+1}}. \quad (18)$$

Экспериментальные результаты по усталостному разрушению образцов были обработаны по методу наименьших квадратов для определения компонентов тензора повреждаемости m_{ij} и константы n . Эта задача сводится к нахождению численных значений параметров m_{ij} и n , при которых функция Q достигает своего минимума:

$$Q(m_{ij}, n, E_1, E_2, E_3) = \sum_{i=1}^n [\sigma_{i1}(N_{i1}) - F(N_i, E_1, m_{11}, n)]^2 + \sum_{i=1}^n [\sigma_{i2}(N_{i2}) - F(N_i, E_2, m_{22}, n)]^2 + \sum_{i=1}^n [\sigma_{i3}(N_{i3}) - F(N_i, E_3, m_{12}, n)]^2. \quad (19)$$

Функция F представляет собой степенную зависимость, тогда при фиксированном значении параметра цикла $k(R) = 1$ функция Q принимает вид:

$$Q = \sum_{i=1}^{30} \left[\sigma_{i1} - \left(\frac{2^n \cdot E_1^n}{(n+2) \cdot m_{11}} \right)^{\frac{1}{2n+1}} \cdot N_1^{\frac{-1}{2n+1}} \right]^2 + \sum_{i=1}^{30} \left[\sigma_{i2} - \left(\frac{2^n \cdot E_2^n}{(n+2) \cdot m_{22}} \right)^{\frac{1}{2n+1}} \cdot N_2^{\frac{-1}{2n+1}} \right]^2 + \sum_{i=1}^{30} \left[\sigma_{i3} - \left(\frac{1}{(0,71 \cdot n + 2) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot (2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4})} \right)^{\frac{1}{1,42n+1}} \cdot N_3^{\frac{-1}{1,42n+1}} \right]^2. \quad (20)$$

Прологарифмируем функцию F и введем новую переменную $t = \ln N$, тогда Q будет функцией от t .

$$\sum_{i=1}^{30} \left(\ln \sigma_{i1} - \left(\frac{n}{2n+1} \ln E_1 + \frac{1}{2n+1} \ln \frac{2^n}{m_{11} \cdot (n+2)} - \frac{1}{2n+1} t_{i1} \right) \right)^2 + \sum_{i=1}^{30} \left(\ln \sigma_{i2} - \left(\frac{n}{2n+1} \ln E_2 + \frac{1}{2n+1} \ln \frac{2^n}{m_{22} \cdot (n+2)} - \frac{1}{2n+1} t_{i2} \right) \right)^2 + \sum_{i=1}^{30} \left(\ln \sigma_{i3} - \left(\frac{1}{1,42 \cdot n + 1} \ln \frac{1}{(0,71 \cdot n + 2) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot (2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4})} - \frac{1}{1,42 \cdot n + 1} t_{i3} \right) \right)^2. \quad (21)$$

Обозначим

$$a_{i1} = \frac{n}{2n+1} \ln E_1 + \frac{1}{2n+1} \ln \left(\frac{2^n}{m_{11} \cdot (n+2)} \right);$$

$$a_2 = \frac{n}{2n+1} \ln E_2 + \frac{1}{2n+1} \ln \left(\frac{2^n}{m_{22} \cdot (n+2)} \right);$$

$$a_3 = \frac{1}{1,42 \cdot n + 1} \ln \left[\frac{1}{(0,71 \cdot n + 2) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot \left(2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4} \right)} \right];$$

$b = -\frac{1}{2n+1}$, тогда для функции остаточных ошибок имеем:

$$Q' = \sum_{i=1}^{30} (\ln \sigma_{i1} - (a_1 + b t_{i1}))^2 + \sum_{i=1}^{30} (\ln \sigma_{i2} - (a_2 + b t_{i2}))^2 + \sum_{i=1}^{30} (\ln \sigma_{i3} - (a_3 + b t_{i3}))^2. \quad (22)$$

Условие минимума функции Q' сводится к системе четырех уравнений для определения неизвестных a_1, a_2, a_3 и b :

$$\frac{\partial Q'}{\partial a_i} = 0; \quad \frac{\partial Q'}{\partial b} = 0. \quad (23)$$

Обработка результатов экспериментов над образцами дала следующие значения констант:

$$M_{ij} = \begin{pmatrix} 1,861 \cdot 10^{-31} & 0 & 0 \\ 0 & 7,57 \cdot 10^{-31} & 0 \\ 0 & 0 & 2,447 \cdot 10^{-25} \end{pmatrix} (\Pi a)^{-n}, \quad n = 2,776. \quad (24)$$

Поставляя полученные значения m_{ij} и n в кинетическое уравнение (17) и (18), получим три $S-N$ кривые для предсказания усталостной долговечности:

$$\sigma_1(N_1) = \left(\frac{2^n \cdot E_1^n}{(n+2) \cdot m_{11}} \cdot \frac{1}{N_{f1}} \right)^{\frac{1}{2n+1}}; \quad \sigma_2(N_2) = \left(\frac{2^n \cdot E_2^n}{(n+2) \cdot m_{22}} \cdot \frac{1}{N_{f2}} \right)^{\frac{1}{2n+1}};$$

$$\sigma_3(N_3) = \left[\frac{1}{(0,71 \cdot n + 2) \cdot (3,374 \cdot 10^{-10})^{0,71n} \cdot \left(2,358 \cdot 10^{-31} + \frac{m_{12}}{4} \right)} \cdot \frac{1}{N_{f3}} \right]^{\frac{1}{1,42n+1}}. \quad (25)$$

Теоретические $S-N$ зависимости при нагружении образцов, вырезанных в направлении прямолинейных волокон основы, утка и по диагонали листа стеклопластика имеют вид:

После определения неизвестных параметров m_{ij} и n , входящих в кинетическое уравнение (12), можно определить количественную оценку повреждаемости.

На рис. 2 приведены графики роста параметров повреждаемости в зависимости от числа циклов до разрушения. Кривые построены интегрированием ки-

нетического уравнения при одинаковом значении амплитудного напряжения, например $\sigma = 1,5 \cdot 10^8$ МПа и при фиксированном значении параметра цикла $k(R) = 1$ для образцов, вырезанных вдоль основы 1, утка 2 и по диагонали 3.

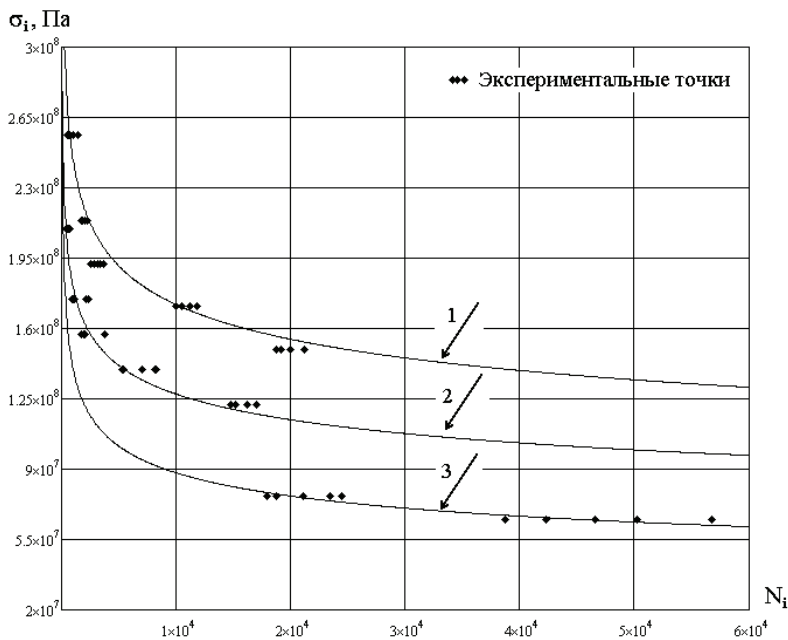


Рисунок 1 – 1 – Кривая усталости образцов, вырезанных вдоль основы, 2 – вдоль утка и 3 – по диагонали

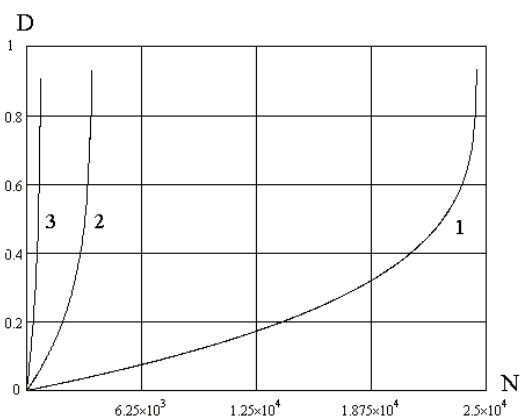


Рисунок 2 – Изменение параметра повреждаемости образцов, вырезанных вдоль основы 1, утка 2 и по диагонали 3

5 Заключение. В данной работе представлена континуальная модель накопления усталостных анизотропных повреждений, основанная на предположении о том, что скорость роста параметров повреждения зависит от максимального значения энергии упругого деформирования композита и от текущего уровня повреждения и действительного напряжения.

Для идентификации параметров энергетической анизотропной модели, использованы результаты экспериментальных исследований, полученных при усталостных испытаниях образцов, вырезанных вдоль основы, утка и по диагонали листового стеклотекстолита марки СТЭФ-1. Показано, что предложенный вариант теории хорошо отражает процесс накопления усталостных анизотропных повреждений и разрушение образцов из стеклопластика.

Список литературы: 1. Композиционные материалы в 8 т. / Под ред. Л. Браутмана, Р. Крока. – Том 5. Механика композиционных материалов / Под ред. Дж. Сендецки. – М.: Мир, 1978. – 483 с. 2. *Kachanov L. M.* Introduction to Continuum Damage Mechanics. – М. Nijhoff Publ., Dordrecht, 1986. – 148 p. 3. *Lemaitre J.* A course on damage mechanics. – Springer edition, 1996. – 228 p. 4. *Lemaitre J., Desmorat R.* Engineering Damage Mechanics: Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures. – Berlin, Springer edition, 2005. – 380 p. 5. *Моваггар А., Львов Г. И.* Энергетическая модель усталостной прочности композиционных материалов // Тематический выпуск Вестника НТУ «ХПИ» «Динамика и прочность машин». – Х.: НТУ «ХПИ», 2010. – № 37. – С. 111-122. 6. *Ашкеназ Е. К., Ганов Э. В.* Анизотропия конструкционных материалов. Справочник, – Л.: Машиностроение, 1980. – 247 с.

Поступила в редколлегию 21.09.2011

УДК 532:631.362

В.П. ОЛЬШАНСКИЙ, докт. физ.-мат. наук, проф., ХНТУСХ, Харьков;
С.В. ОЛЬШАНСКИЙ, ассистент, НТУ «ХПИ»

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ НЕОДНОРОДНОГО СЕПАРИРУЕМОГО СЛОЯ ЗЕРНА НА ПЛОСКОМ ВИБРОРЕШЕТЕ

В функціях Кельвіна від'ємного індексу отримано розв'язок задачі про коливання швидкості потоку зернової суміші, вібров'язкість якої є лінійною функцією координати, яка нормальна до площини нахиленого віброрешета. Виведені формули апробовані розрахунками.

In the Kelvin functions of negative index is used to solve the oscillation problem of a flow rate of grain mixture, vibroviscosity which is a linear function of the coordinate normal to the plane of oblique vibrosieve. Derived formulas tested by calculations.

В функциях Кельвина отрицательного индекса получено решение задачи о колебании скорости потока зерновой смеси, вибровязкость которой является линейной функцией координаты, нормальной к плоскости наклоненного виброрешета. Выведены формулы апробированы расчетами.

Постановка проблемы. Повышение эффективности виброрешетного разделения зерновых материалов связано с установлением закономерностей движения их по направляющим перфорированным поверхностям. Несмотря на определенные достижения в этой области, остается малоизученным распределение вибрационных полей в движущихся зерновых средах. Имеющиеся исследования касаются в основном движения отдельной частицы или тела по вибрирующей поверхности без учета взаимодействия их с окружающей средой. Поэтому изучение распространения колебаний от виброрешет в массив сыпучей среды имеет важное научно-прикладное значение ибо от них зависят процессы сегрегации и просеивания на решетке.

Анализ последних исследований и публикаций. Колебания скорости движения неоднородного слоя зерна на плоском виброрешете, как слоя вязкой жидкости, без учета разделения смеси на фракции, рассматривались в [1,2,3]. Аналогичную задачу для линейно-неоднородного слоя, но с учетом разделения зернового материала на проходovou и сходовую фракции, решали в [4,5]. Влияние просеивания проходовой фракции на колебания скорости потока учитывали конвективным членом в уравнении гидродинамики. Вводилась также поправка на уменьшение толщины движущегося слоя, вследствие отделения части зерна на перфорированной поверхности виброрешета. Здесь предложен другой вариант решения этой краевой задачи гидродинамики. Благодаря использованию функций Кельвина отрицательного индекса, который ранее брали положительным, построено более компактное решение и на его основе получены новые формулы для расчета скорости движения смеси и производительности наклонного виброрешета в установившемся режиме его работы.

Целью данного исследования является вывод и апробация расчетами формул для теоретического определения скорости потока плоского слоя зерновой смеси, переменной вибровязкости, с учетом колебаний скорости, вызванных продольными вибрациями решета в плоскости наибольшего ската, а также определения производительностей решета по сходовой и проходовой фракциям в стационарном режиме.

Изложение основного материала. Следуя публикациям [4,5], проекцию скорости потока смеси на ось Ox (см. рис. 1) описываем выражением

$$u(y,t) = \frac{g \sin \theta}{a_*(1-s)} (h-y) + u_2(y,t), \quad (1)$$

где $u_2(y,t)$ – решение уравнения

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + \frac{1-s}{y} \frac{\partial u_2}{\partial y} - \frac{1}{a_* y} \frac{\partial u_2}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

при граничных условиях:

$$u_2(h,t) = A^* \omega \sin(\omega t); \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} < \infty. \quad (3)$$

В (1), (2), (3):

$$s = \varepsilon \nu_{\Pi} a_*^{-1} < 1,$$

ε – коэффициент «живого сечения» решета; ν_{Π} – нормальная проекция скорости просеивания зерен через отверстия; g – ускорение свободного падения; θ – угол наклона виброрешета к горизонту; h – толщина движущегося слоя; A^* , ω – амплитуда и частота продольных вибраций решета в плоскости наибольшего ската; a_* – коэффициент пропорциональности в линейном изменении эффективной кинематической вязкости смеси по y :

$$\nu(y) = a_* y.$$

Множитель a_* зависит от механико-технологических характеристик зерновой смеси и параметров вибраций решета. Формулы для его вычисления опубликованы в [1,2].

Система координат и расчетная схема показаны на рис. 1.

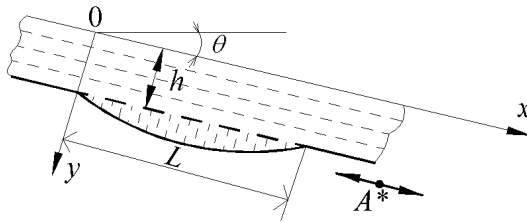


Рисунок 1 – Расчетная схема виброрешета с зерновым слоем

Согласно изложенной постановке задачи, в установившемся режиме движения, проекция скорости потока u на ось $0x$ не зависит от x , а проекция скорости потока $\nu = \varepsilon \nu_{\Pi}$ на ось $0y$ является постоянной величиной. При таких упрощениях выполняется условие неразрывности потока (несжимаемости жидкости [6])

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \nu}{\partial y} = 0.$$

Решение уравнения (2) ищем в виде

$$u_2(y, t) = \text{Im}[w(y) \exp(i\omega t)] = \text{Im} w(y) \cos(\omega t) + \text{Re} w(y) \sin(\omega t), \quad (4)$$

где $i = \sqrt{-1}$.

Согласно (2), (3), комплексная функция вещественного аргумента $w(y)$ является решением краевой задачи:

$$\frac{d^2 w}{dy^2} + \frac{1-s}{y} \frac{dw}{dy} - \frac{i\omega}{a_* y} = 0; \quad (5)$$

$$\text{Re} w(h) = A^* \omega; \quad \text{Im} w(h) = 0. \quad (6)$$

Общее решение (5) выражается суммой [7]

$$w(y) = \xi^s \left[(c_1 + ic_2) e^{-i\frac{s\pi}{2}} I_{-s} \left(\xi e^{i\frac{\pi}{4}} \right) + (c_3 + ic_4) e^{i\frac{s\pi}{2}} I_s \left(\xi e^{i\frac{\pi}{4}} \right) \right], \quad (7)$$

в которой $\xi = 2\sqrt{\omega y a_*^{-1}}$; $I_{\mp}(z)$ – модифицированная функция Бесселя соответственно отрицательного и положительного индекса s ; c_1, c_2, c_3, c_4 – вещественные произвольные постоянные.

Используя формулу дифференцирования цилиндрической функции [7]

$$\frac{d}{d\xi} \left[\xi^s I_s(\xi) \right] = \xi^s I_{s-1}(\xi),$$

а также асимптотику поведения производной при малом значении аргумента [7]

$$\xi^s I_{s-1}(\xi) \underset{\xi \rightarrow 0}{\sim} \frac{2^s}{\Gamma(s)} \left(\frac{2}{\xi} \right)^{1-2s},$$

где $\Gamma(s)$ – гамма-функция, убеждаемся, что ограниченность производной в (3) будет выполнена когда $c_3 = c_4 = 0$.

Таким образом, отличные от нуля в (7) только c_1 и c_2 .

Цилиндрическая функция комплексного аргумента выражается через функции Кельвина вещественного аргумента $ber_{-s}(\xi)$ и $bei_{-s}(\xi)$ соотношением [7]

$$I_{-s} \left(\xi e^{i\frac{s\pi}{4}} \right) = e^{i\frac{s\pi}{2}} [ber_{-s}(\xi) + i bei_{-s}(\xi)],$$

а общее решение (7) преобразуется в

$$w(y) = \xi^s (c_1 + ic_2) [ber_{-s}(\xi) + i bei_{-s}(\xi)].$$

Его вещественной и мнимой частями являются:

$$\operatorname{Re} w(y) = \xi^s [c_1 ber_{-s}(\xi) - c_2 bei_{-s}(\xi)]; \quad (8)$$

$$\operatorname{Im} w(y) = \xi^s [c_1 bei_{-s}(\xi) + c_2 ber_{-s}(\xi)].$$

Граничные условия (6) выполняются, когда

$$\begin{aligned} c_1 ber_{-s}(\eta) - c_2 bei_{-s}(\eta) &= \eta^{-s} A^* \omega; \\ c_1 bei_{-s}(\eta) + c_2 ber_{-s}(\eta) &= 0, \end{aligned} \quad (9)$$

причем $\eta = 2\sqrt{\omega h a_*^{-1}}$.

Из системы (9) определяем константы:

$$\begin{aligned} c_1 &= A^* \omega \frac{\eta^{-s} ber_{-s}(\eta)}{ber_{-s}^2(\eta) + bei_{-s}^2(\eta)}; \\ c_2 &= -A^* \omega \frac{\eta^{-s} bei_{-s}(\eta)}{ber_{-s}^2(\eta) + bei_{-s}^2(\eta)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Учитывая их, а также (1), (4) и (8), проекцию скорости потока смеси на ось Ox представляем выражением:

$$u(y, t) = \frac{g \sin \theta}{a_*(1-s)} (h-y) + \xi^s [c_1 bei_{-s}(\xi) + c_2 ber_{-s}(\xi)] \times \\ \times \cos(\omega t) + \xi^s [c_1 ber_{-s}(\xi) - c_2 bei_{-s}(\xi)] \sin(\omega t). \quad (11)$$

Оно более компактно, чем решения в работах [4,5].

Без учета просеивания проходовой фракции $v_{II} = s = 0$ и формулы (10) и (11) совпадают с теми, что опубликованы в [1,2].

Решение (11) имеет неопределенность вида $|0 \cdot \infty|$ при $y \rightarrow 0$ или $\xi \rightarrow 0$. Она легко раскрывается с помощью предельных соотношений:

$$\lim_{\xi \rightarrow 0} \xi^s \cdot \begin{bmatrix} ber_{-s}(\xi) \\ bei_{-s}(\xi) \end{bmatrix} = \frac{2^s}{\Gamma(1-s)} \begin{bmatrix} \cos \frac{3s\pi}{4} \\ -\sin \frac{3s\pi}{4} \end{bmatrix}.$$

В результате, вычисление скорости на свободной поверхности слоя сводится к формуле

$$u(0, t) = \frac{gh \sin \theta}{a_*(1-s)} + \frac{2^s}{\Gamma(1-s)} \left[\left(c_2 \cos \frac{3s\pi}{4} - c_1 \sin \frac{3s\pi}{4} \right) \cos(\omega t) + \right. \\ \left. + \left(c_1 \cos \frac{3s\pi}{4} + c_2 \sin \frac{3s\pi}{4} \right) \sin(\omega t) \right].$$

При $s = 0$ она переходит в результаты, опубликованные в [1,2].

Удельную, приходящуюся на единицу ширины решета, производительность по сходовой фракции находим интегрированием

$$\bar{Q}_c = \frac{gh^2 \sin \theta}{2a_*(1-s)} + \frac{a_*}{2\omega} \int_0^\eta \xi^{s+1} \{ bei_{-s}(\xi) [c_1 \cos(\omega t) - c_2 \sin(\omega t)] + \\ + ber_{-s}(\xi) [c_1 \sin(\omega t) + c_2 \cos(\omega t)] \} d\xi.$$

Поскольку [7]

$$\int \xi^{s+1} \cdot \begin{bmatrix} bei_{-s}(\xi) \\ ber_{-s}(\xi) \end{bmatrix} d\xi = \frac{\xi^{s+1}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} bei_{-s-1}(\xi) + ber_{-s-1}(\xi) \\ ber_{-s-1}(\xi) - bei_{-s-1}(\xi) \end{bmatrix};$$

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} \eta^{s+1} \cdot \begin{bmatrix} ber_{-s-1}(\eta) \\ bei_{-s-1}(\eta) \end{bmatrix} = \frac{2^{s+1}}{\Gamma(-s)} \begin{bmatrix} \cos \frac{3(s+1)\pi}{4} \\ -\sin \frac{3(s+1)\pi}{4} \end{bmatrix},$$

то

$$\bar{Q}_c = \frac{gh^2 \sin \theta}{2a_*(1-s)} + \frac{a_* \eta^{s+1}}{2\sqrt{2}\omega} \left\{ \left[ber_{-s-1}(\eta) + bei_{-s-1}(\eta) + \frac{2^{s+1}}{\Gamma(-s)} \cdot \sqrt{2} \eta^{-s-1} \cos \frac{3s\pi}{4} \right] \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times [c_1 \cos(\omega t) - c_2 \sin(\omega t)] + [ber_{-s-1}(\eta) - bei_{-s-1}(\eta) + \\ & + \frac{2^{s+1}}{\Gamma(-s)} \cdot \sqrt{2} \eta^{-s-1} \cos \frac{3s\pi}{4}] \cdot [c_1 \sin(\omega t) + c_2 \cos(\omega t)] \Big\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Производительность решета по сходовой фракции также выражается с помощью функций Кельвина отрицательного индекса.

Формула (12) более компактна, чем выражения \overline{Q}_c в [4,5].

Учитывая, что $\lim_{s \rightarrow 0} \Gamma(-s) = \infty$, $ber_{-1}(\eta) = -ber_1(\eta)$, $bei_{-1}(\eta) = -bei_1(\eta)$, из

(12) предельным переходом $s \rightarrow 0$ получаем формулу, которая опубликована в [1,2], без учета просеивания смеси на решете.

Удельная производительность решета по проходовой фракции пропорциональна v_{II} и равна

$$\overline{Q}_{II} = L\varepsilon v_{II},$$

где L – длина перфорированной поверхности решета.

При учете разделения фракций, аналогично [5], вводим поправку на уменьшение толщины движущегося слоя. Пренебрегая изменением h по длине решета, принимаем в среднем

$$h \approx \sqrt{h_0^2 - \frac{L\varepsilon v_{II} a_*}{g \sin \theta}},$$

где h_0 – толщина слоя, с которой смесь поступает на перфорированную поверхность.

Без учета разделения фракций $h = h_0$.

Результаты расчета и выводы. Для сравнения результатов, к которым приводят различные варианты решения граничной задачи, брали исходные данные работы [4]: плотность зерновой смеси $\rho = 750 \text{ кг/м}^3$, коэффициент внутреннего сухого трения в смеси $f = 0,47$; эквивалентная масса одного зерна $M = 0,00004 \text{ кг}$; эквивалентный радиус зерна $r_0 = 0,001825 \text{ м}$; $h_0 = 0,006 \text{ м}$; $\theta = 5^\circ$; $A^* = 0,0075 \text{ м}$; $\omega = 41,86 \text{ с}^{-1}$; $\varepsilon = 0,3$; $L = 0,79 \text{ м}$. Вычисленное по формулам [1]:

$$a_* = \frac{b}{6\omega r_0 \sqrt{(2A^*)^2 - (\delta b \rho h)^2}}; \quad \delta = \frac{\pi}{4M\omega^2}; \quad b = 0,7 f (\pi r_0)^2 g \cos \theta,$$

при указанных исходных данных, значение $a_* = 0,0164 \text{ м/с}$. Рассчитанные $u(y,t)$ по (11) при $v_{II} = 0,003 \text{ м/с}$ записаны в табл. 1.

Для сравнения на рис. 2 показаны графики изменения $u(y,t)$, полученные в работе [4] с помощью более громоздких решений. Легко убедиться, что проекции скорости, указанные в четырех колонках табл. 1, по сути являются точками соответствующих графиков на рис. 2.

Чтобы оценить влияние просеивания проходовой фракции на скорость по-

тока смеси, в табл. 2 указаны $u(y,t)$, вычисленные по формуле (11) при $v_{II} = 0,006$ м/с (числители) и $v_{II} = 0$ (знаменатели). Наблюдаются существенные расхождения в результатах расчета. В отдельных случаях $u(y,t)$ отличаются не только величиной, а и знаками. У свободной поверхности слоя ($y \rightarrow 0$) при учете просеивания скорость потока существенно меньше, чем без учета его.

Таблица 1 – Значения $u(y,t)$ при $v_{II} = 0,003$ м/с

$\frac{\omega t}{\pi}$	$10u(y,t)$, м/с				
	$yh^{-1} = 0,1$	$yh^{-1} = 0,25$	$yh^{-1} = 0,5$	$yh^{-1} = 0,75$	$yh^{-1} = 1$
0,0	2,402	1,728	0,438	-0,413	0,000
0,25	2,261	1,591	0,769	0,868	2,220
0,50	2,170	1,668	1,414	2,023	3,140
0,75	2,184	1,914	1,994	2,375	2,220
1,00	2,293	2,185	2,171	1,718	0,000
1,25	2,434	2,322	1,840	0,436	-2,220
1,50	2,525	2,245	1,195	-0,719	-3,140
1,75	2,512	1,999	0,614	-1,071	-2,220
1,90	2,454	1,828	0,446	-0,784	-0,970

Таблица 2 – Значения $u(y,t)$ при $v_{II} = 0,006$ м/с (числители) и $v_{II} = 0$ (знаменатели)

$\frac{\omega t}{\pi}$	$10 u(y,t)$, м/с				
	$yh^{-1} = 0,1$	$yh^{-1} = 0,25$	$yh^{-1} = 0,5$	$yh^{-1} = 0,75$	$yh^{-1} = 1$
0,0	1,425	0,757	-0,187	-0,555	0,000
	2,898	2,246	0,824	-0,308	0,000
0,25	1,222	0,752	0,461	0,947	2,220
	2,805	2,090	1,011	0,849	2,220
0,50	1,216	1,067	1,345	2,147	3,140
	2,717	2,083	1,522	1,967	3,140
0,75	1,409	1,517	1,948	2,343	2,220
	2,687	2,231	2,058	2,391	2,220
1,00	1,688	1,838	1,917	1,420	0,000
	2,732	2,446	2,305	1,872	0,000
1,25	1,891	1,842	1,269	-0,082	-2,220
	2,826	2,602	2,117	0,715	-2,220
1,50	1,898	1,527	0,384	-1,282	-3,140
	2,913	2,609	1,606	-0,403	-3,140
1,75	1,705	1,078	-0,219	-1,478	-2,220
	2,943	2,461	1,070	-0,827	-2,220
1,90	1,537	0,854	-0,284	-1,037	-0,970
	2,925	2,332	0,873	-0,621	-0,970

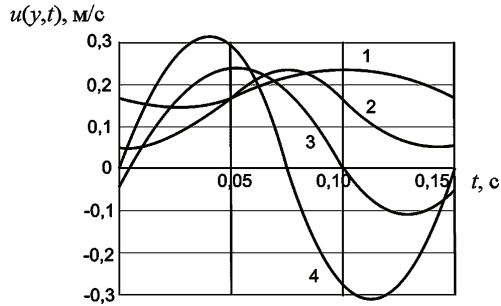


Рисунок 2 – Графики колебаний скорости потока при $v_{II} = 0,003$ м/с и разных y

Распределения $u(y, t)$ по толщине слоя для двух моментов времени $t = 0$ и $\omega t = 0,6\pi$ представлены на рис. 3. Сплошные линии соответствуют $v_{II} = 0,005$ м/с, а пунктирные – $v_{II} = 0$.

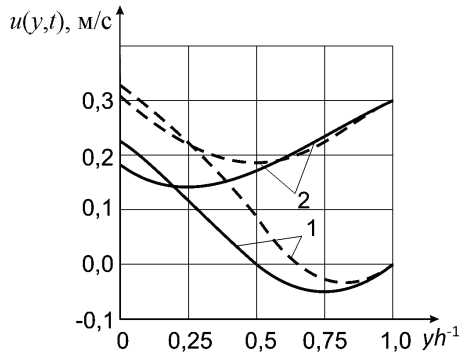


Рисунок 3 – Профили скорости: 1 – $\omega t = 0$; 2 – $\omega t = 0,6\pi$

Расчет показывает, что просеивание оказывает заметное влияние и на профиль скорости, который меняется с течением времени. Без учета колебаний [1,5] профиль скорости потока зерновой смеси по решетку в установившемся режиме движения не зависит от t .

Таким образом, изложенная теория позволяет рассчитывать вибрационное поле в неоднородном слое зерновой смеси, вызванное продольными колебаниями наклонного виброрешета с учетом разделения смеси на проходную и сходовую фракции.

Список литературы: 1. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Гидродинамика сепарирования зерна. – Х.: Миськдрук, 2010. – 174 с. 2. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Колебания неоднородного зернового потока на виброрешетах // Вибрації в техніці та технологіях. – 2010. – № 4 (60). – С. 138-143. 3. Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Колебания скорости вибротранспортирования решетом неоднородного слоя зерновой смеси // Транспортное машиностроение. Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ, 2010. – Вып. 38. – С. 134-139. 4. Тищенко

Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. О колебаниях скорости неоднородного слоя зерновой смеси на плоском виброрешете // *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету*. – Мелітополь: ТДАТУ, 2010. – Вип. 10, т. 7. – С. 32-42. 5. Тищенко Л.Н., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Виброрешетная сепарация зерновых смесей. – Х.: Міськдрук, 2011. – 280 с. 6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 847 с. 7. Абрамовиц А., Стиган И. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами). – М.: Наука, 1979. – 832 с.

Поступила в редколлегию 05.05.2011

УДК 539.3

Р.Л.ОНАЦКИЙ, ОАО «УкрНИИхиммаш», Харьков

ОСТАТОЧНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В СОСУДАХ С ВМЯТИНАМИ И СНЯТИЕ ИХ В ПРОЦЕССЕ ГИДРООБРАБОТКИ

В статті проведено аналіз залишкових напружень в посудинах з вм'ятинами, навантажених внутрішнім тиском високорозійних середовищ. Розглянуто процес утворення вм'ятини та зниження, отриманих при цьому залишкових напружень у процесі гідро обробки посудини. Аналіз проведено на основі методу скінченних елементів, з урахуванням фізичної та геометричної нелінійності

In the paper, analyzed remaining stresses of the vessel with dents, what loaded internal pressure with high corrosion ambience. The examined process of the forming the dent and removing remaining stress in progress of hydro-processing the vessel. Problem analyzed on base of the finite elements method, with provision for physical and geometric nonlinear.

В статье проведен анализ остаточных напряжений в сосудах с вмятинами, нагруженных внутренним давлением высокорозорзионных сред. Рассмотрен процесс образования вмятини и снятие полученных остаточных напряжений в процессе гидрообработки сосуда. Решение выполнено на основе метода конечных элементов, с учетом физической и геометрической нелинейности.

Вмятина является распространенным геометрическим дефектом технологического оборудования, эксплуатируемого на химических и нефтеперерабатывающих производствах. Это оборудование в основном представляет собой сварные конструкции оболочкового типа, нагруженные внутренним давлением. Оборудование во время эксплуатации интенсивно подвергается воздействию высокорозорзионных сред. Поскольку рабочие среды на отмеченных производствах являются пожаро и взрывоопасными, то к эксплуатации аппаратуры, содержащей разного рода дефекты, оказываются повышенные требования к прочности и надежности.

В сварных сосудах с вмятинами наблюдается неоднородное напряженно-деформированное состояние (НДС), характеризующееся высоким уровнем остаточных напряжений. Как было показано [1], высокий уровень остаточных растягивающих напряжений вызывает повышенный коррозионный износ элементов технологического оборудования, что приводит к снижению

несущей способности аппарата.

Наиболее действенным методом снижения остаточных напряжений является термообработка сварных конструкций, однако не всегда она применима. В случае с оборудованием, габариты которого не позволяют применять термообработку, возможно применение гидрообработки. [2]

Под гидрообработкой следует понимать процесс воздействия водной среды, находящейся под изменяющимся давлением, на корпуса сосудов, аппаратов и стенки трубопроводов с измерением возникающих при этом деформаций.

Целью данной работы является исследование остаточных напряжений в области вмятины и изменение их уровня в процессе гидрообработки сосуда.

Проведенный анализ более тридцати аппаратов с вмятинами показал, что, в среднем, глубина вмятины находится в пределах от 1 до 2 толщин. Вмятины в основном бывают круглыми и эллиптическими в плане. Исходя из этого в качестве примера был выбран типовой сосуд (см. рис. 1), с геометрическими параметрами обечайки $\gamma = D/2h = 100$.

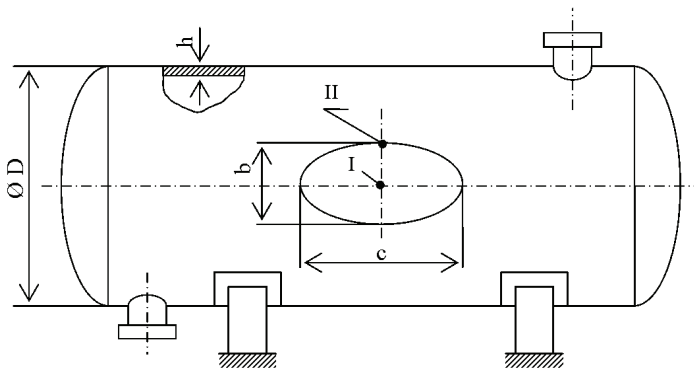


Рисунок 1 – Сосуд с вмятиной

Диаметр аппарата $D = 3000$ мм, толщина стенки $h = 15$ мм, длина сосуда 7500 мм. Температура стенки 20 °С, материал сталь Ст3. Предел текучести $\sigma_T = 250$ МПа, предел прочности $\sigma_B = 460$ МПа, модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, модуль упрочнения $E_T = 840$ МПа, деформации при разрыве образца $\delta = 0,25$. Нормативные допускаемые напряжения $[\sigma] = 166$ МПа [3]. Вмятина: глубина $S = 30$ мм ($2h$), длина $c = 1900$ мм и ширина $b = 650$ мм. (см. рис. 3)

В настоящей работе для оценки НДС в области вмятины проведены численные исследования на основе метода конечных элементов (МКЭ). Рассмотрен процесс образования вмятины под воздействием индентора, разгрузка и последующее нагружение сосуда внутренним давлением.

Внутреннее давление прикладывалось поэтапно с разгрузкой после каждого шага нагружения. На первом этапе деформированная конструкция (обо-

лочка с вмятиной) была нагружена допусаемым [3] давлением, на втором – предельным давлением, вычисленным по следующей формуле:

$$P_e = \sigma_r \frac{4h}{\sqrt{3D}}.$$

Последующее нагружение перегрузочным давлением P_n с приращением на 1 % от величины $1,01P_e$ до $1,05 P_e$.

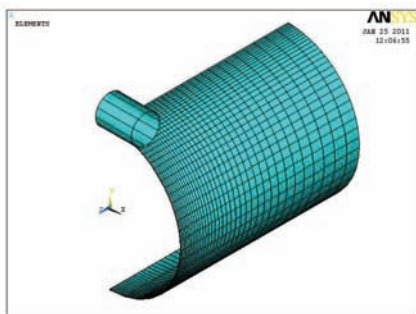


Рисунок 2 – Геометрическая модель

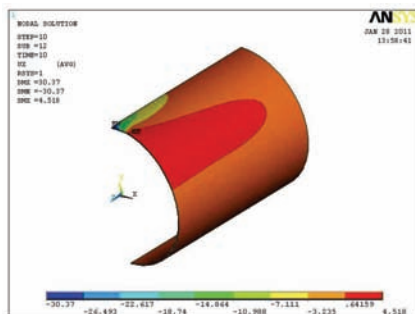


Рисунок 3 – Радиальные перемещения (мм) после снятия штампа

Задача решена в физически и геометрически нелинейной постановке. Физические свойства материала определяются теорией малых упругопластических деформаций с билинейным, кинематическим упрочнением.

При решении задачи мы рассматривали только цилиндрическую обечайку. Геометрическая модель обечайки показана на рис. 2, и представляет собой (цилиндрическую оболочку) диаметром $D = 3000$ мм, толщиной $h = 15$ мм и длиной $L = 7500$ мм.

Выполнен учет симметрии – рассмотрена четверть оболочки, при этом со стороны отброшенных частей приложены соответствующие ограничения. При нагружении внутренним давлением со стороны отброшенных дниц прикладывались растягивающие усилия.

В качестве индентора взят цилиндрический штамп с диаметром $D_i = 600$ мм (см. рис. 2), ось которого перпендикулярна к образующей обечайки. Для решения задачи использовались объемные 20-ти узловые конечные элементы (КЭ) с тремя степенями свободы (U_x, U_y, U_z) в каждом узле [4]. Выбор объемных КЭ основан на том, что на этапе образования вмятины в зоне вдавливания штампа возникает объемное напряженно-деформированное состояние. При формировании вмятины решалась контактная задача, и были использованы, соответствующие контактные конечные элементы, моделирующие «жестко-податливый» контакт.[4]

При выполнении расчета использовалась неоднородная конечно-элементная сетка, показанная на рис. 2, со сгущением к центру вмятины. Для

выбора размера КЭ выполнена серия расчетов направленная на оценку сходимости решения по числу КЭ.

Результаты расчета обечайки представлены в таблице, где приведены нормальные напряжения: окружные (σ_ϕ) и осевые (σ_z) на внутренней и наружной поверхностях оболочки, в двух характерных точках (рис. 1, I – центр вмятины, II – точка перегиба в окружном направлении). Приведены также, максимальные значения интенсивности напряжений (σ_i^{\max}) и деформаций (ϵ_i^{\max}), а также, перемещения в центре вмятины и вне вмятой зоны обечайки на разных стадиях нагружения (U_y).

Распределение радиальных перемещений после снятия штампа приведено на рис. 3. На рис. 4-7 приведены значения интенсивности напряжений на основных этапах нагружения. На рис. 8 приведены радиальные перемещения в центре вмятины и в неповрежденной цилиндрической области при рассмотренных стадиях нагружения.

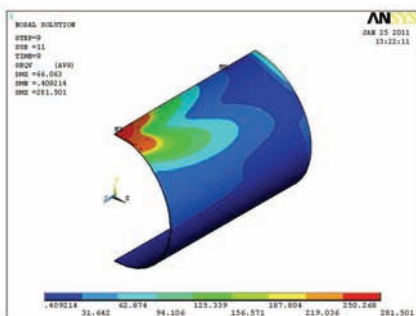


Рисунок 4 – Напряжения σ_i (МПа).
 Максимум вдавливания штампа

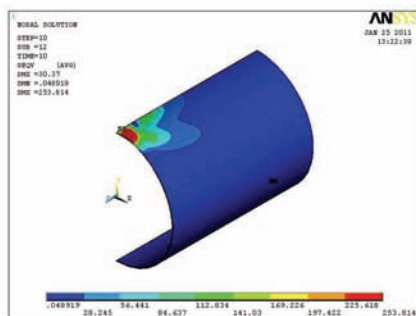


Рисунок 5 – Напряжения σ_i (МПа) после
 извлечения штампа

Из приведенных данных видно, что НДС в зоне вмятины существенно отличается от такового вне вмятой части сосуда. На этапе максимального вдавливания штампа максимум интенсивности напряжений (281 МПа), находится в области вмятины и превышает предел текучести (на 12 %), хотя эти напряжения выше допустимых общих, однако они остаются ниже допустимых местных напряжений

$$\sigma_i^{\max} \leq 2.5 \cdot [\sigma] = 416 \text{ МПа} . \quad (1)$$

Интенсивность деформаций на этом шаге нагружения, также является максимальной (3,91 %).

После снятия нагрузки со штампа происходит частичное, упругое выпрямление вмятины. Интенсивность напряжений снижается до значения близкого пределу текучести (253 МПа). Максимальные значения остаточных деформаций получаем в центре вмятины (3,85 %). При этом максимальные остаточные главные напряжения превышают предел текучести на 15%.

Отметим, что в результате образования вмятины на внутренней поверхности в ее центральной части, были получены высокий уровень сжимающих остаточных напряжений, однако в точке II мы видим обратную картину, здесь мы имеем на внутренней поверхности растягивающие напряжения интенсивностью 184 МПа.

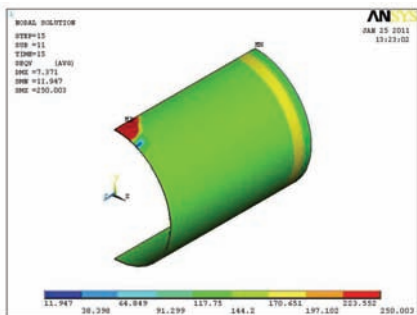


Рисунок 6 – Напряжения σ_i (МПа) при нагружении давлением [P]

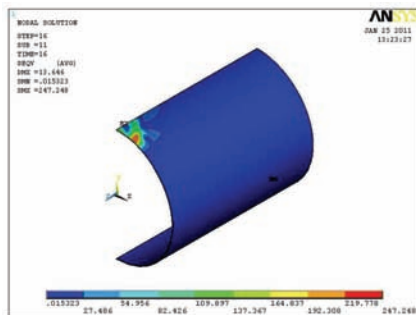


Рисунок 7 – Напряжения σ_i (МПа) после снятия давления

Как известно [1], высокий уровень растягивающих напряжений способствует коррозионному растрескиванию металла под воздействием агрессивных сред. В связи с этим более подробно рассмотрим, как изменится НДС в области вмятины при нагружении сосуда внутренним давлением.

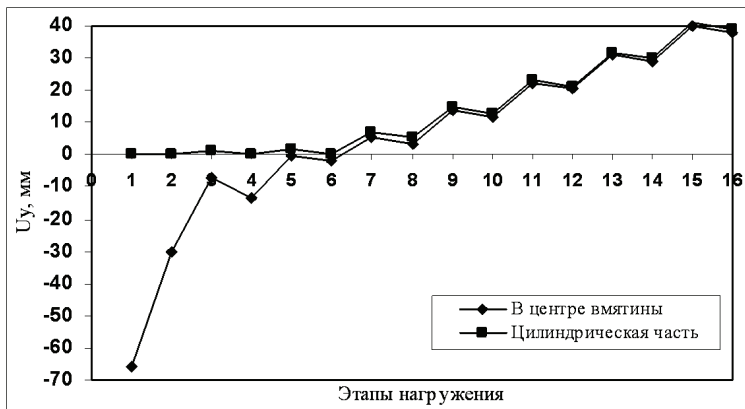


Рисунок 8 – Перемещение стенок обечайки на основных этапах нагружения

На рис. 6, 7 показана интенсивность напряжений под нагрузкой допус- каемым давлением [P] и после разгрузки. Под нагрузкой заметно повышение напряжений, по сравнению с предыдущим этапом. По видимому, это связано с тем, что напряжения от нагрузки складываются с остаточными напряже-

ниями от вдавливания индентором. Однако эти суммарные напряжения не превышают предел текучести. После разгрузки наблюдается перераспределение всех напряжений. При этом сохраняются большие растягивающие напряжения (240 МПа) на внутренней, рабочей, поверхности обечайки. Уровень остаточных деформаций снизился на 1,16 % и составляет 2,69 %. Вмятина активно рихтуется и прогиб уменьшился вдвое до величины 13,6 мм.

Результаты расчета обечайки с вмятиной

№ Этапа	Давление	Поверхность	σ_{ϕ} , МПа		σ_z , МПа		σ_{\max} , МПа	ε_{\max} , %	Uy, мм	
			Точка I	Точка II	Точка I	Точка II			Точка I	Невмятая часть
1	0	наружная	-290	287	-320	210	281	3,91	-66	0
		внутренняя	280	-290	315	-170				
2	0	наружная	250	-36	270	60	253	3,85	-30	0
		внутренняя	-287	184	-275	-39				
3	[P]	наружная	288	-128	289	138	250	2,72	-7,3	1,3
		внутренняя	-190	284	-283	138				
4	0	наружная	-182	-197	-147	197	247	2,69	-13,6	0
		внутренняя	240	53	-118	-20				
5	Pe	наружная	240	160	235	114	253	2,14	-0,3	2,0
		внутренняя	163	285	-114	159				
6	0	наружная	-117	-91	-28	132	140	2,08	-1,8	0
		внутренняя	-108	8	-143	-10				
7	1,01 Pe	наружная	260	280	218	159	255	2,12	5,54	7,1
		внутренняя	240	263	-17	160				
8	0	наружная	-74	18	-13	45	78,9	2,03	3,5	5,3
		внутренняя	-43	-18	-80	5,7				
9	1,02 Pe	наружная	278	295	202	150	260	2,33	13,7	15,1
		внутренняя	280	295	50	150				
10	0	наружная	-44	11	-5	14	42	2,23	11,7	13,0
		внутренняя	-10	-2	-38	0,1				
11	1,03 Pe	наружная	291	305	193	150	266	2,73	22,3	23,4
		внутренняя	297	302	92	150				
12	0	наружная	-29	4,2	-2	6	27	2,61	20,6	21,1
		внутренняя	-0,3	-5,7	-19	-4				
13	1,04 Pe	наружная	301	311	187	155	272	3,23	31,17	31,7
		внутренняя	308	311	113	155				
14	0	наружная	-20	-2	-1	4	19,5	3,10	29,2	30,0
		внутренняя	3,1	-4	-10	-3				
15	1,05 Pe	наружная	310	316	184	153	278	3,81	40,23	41,0
		внутренняя	316	314	125	156				
16	0	наружная	-15	-3	-0,7	-2	14,3	3,67	38,1	39,0
		внутренняя	4	-3	-6	-2				

Предельное давление P_e снимает остаточные растягивающие напряжения и переводит их в сжимающие напряжения. Максимум интенсивности напряжений при этом составляет 140 МПа, что ниже допускаемых общих напряжений. При этом достигается почти полная рихтовка вмятины (остаточный прогиб на этапе №6 составляет -1,8 мм).

Рассмотрим, как изменится НДС в области вмятины при нагружении обечайки перегрузочным давлением с шагом в один процент и последующей разгрузкой. Поскольку картина распределение напряжений мало отличается от приведенных на рис. 6, 7, то они в данной работе не приводятся.

На этапе нагружения внутренним давлением, максимумы интенсивности напряжений повышаются пропорционально прикладываемой нагрузке. После снятия нагрузки уровень внутренних напряжений продолжает снижаться. Рихтовка вмятины продолжается, однако менее интенсивно, чем на предыдущих шагах. Максимумы интенсивности остаточных деформаций продолжают снижаться до нагружения однопроцентным перегрузочным давлением $P = 1,01P_e$. При этом также снимаются растягивающие напряжения. Перемещения оболочки находятся на приемлемом уровне. Дальнейшее повышение внутреннего давления приводит к увеличению остаточных деформаций и приводит к нежелательному деформированию всей оболочки.

Выводы. В области вмятины возникают значительные остаточные напряжения и деформации. На внутренней рабочей поверхности получен высокий уровень (порядка предела текучести) остаточных напряжений.

Эксплуатация сосуда с рабочим (допускаемым) давлением приводит к перераспределению остаточных напряжений, однако их уровень существенно не изменяется и высокие растягивающие напряжения остаются.

После обработки сосуда предельным давлением происходит существенное перераспределение нормальных напряжений на внутренней рабочей поверхности сосуда (напряжения становятся отрицательными, что снижает риск коррозионного растрескивания под напряжением). При этом происходит практически полная рихтовка вмятины.

По видимому, приемлема обработка однопроцентным перегрузочным давлением ($P = 1,1 P_e$), в результате которой нормальные напряжения на рабочей поверхности сосуда, также остаются отрицательными, а остаточные деформации сосуда незначительными ($U_y = 5,3$ мм).

Дальнейшее повышение давления существенно не меняет остаточные напряжения, но приводит к нежелательным деформациям всей оболочки.

Список литературы: 1. *Степков О.И.* Прочность сварных конструкций в агрессивных средах. – М.: Машиностроение, 1976. 2. Сосуды. Аппараты. Трубопроводы. Гидрообработка, СОУ ОАО «УкрНИИХиммаш» – 004:2009 [Дата введения 10.08.2009]. – Х.: Стандарт предприятия, 2009. 3. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность: ГОСТ 14249–89 [Дата введения 01.01.90]. – Х.: Издательство стандартов, 1989. 4. *Басов К.А.* Ansys: справочник пользователя. – М.: ДМК Пресс, 2005.

Поступила в редколлегию 26.09.2011

Э.С.ОСТЕРНИК, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ГП завод «Электро-тяжмаш», Харьков

О МЕХАНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ ДЛЯ ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ ТУРБОГЕНЕРАТОРОВ РАЗЪЕМНОЙ КОНСТРУКЦИИ

На основе заводских та станційних досліджень розглянуто шляхи підвищення надійності турбогенераторів за рахунок зниження механічних напружень, статичних та динамічних переміщень та їх похідних.

We are considered ways of the increase of turbogenerator reliability, which are based on the decrease of mechanical stresses, statical and dynamical displacements and their derivatives. We are presented the results, which are based on the factory and station researches.

На основе заводских и станционных исследований рассмотрены пути повышения надежности турбогенераторов за счет снижения механических напряжений, статических и динамических перемещений и их производных.

1 Введение и постановка задачи. Известно, что такие традиционные параметры механики, как напряжения, статические и динамические перемещения с их производными, дают существенную информацию для оценки надежности в машиностроении [1]. Рост показателей надежности, установленных международными и отечественными стандартами [2-4], характеризует табл. 1.

Таблица 1 – Показатели надежности турбогенераторов (т/г)

Показатель		Год введения стандарта					
		1951	1976	1985		2000	
Обозначение	Размерность			–	В стандарте или ТУ на конкретный тип т/г	Категория качества	
		Высшая	1-я			≤350	>350
K_r	–	–	В стандарте или ТУ на конкретный тип т/г	0,995	0,99	0,996	0,995
T	ч	–		18000	15000	22000	18000
T_l	лет	–	–	5		8	5
T_{sa}	лет	20	25	30		40	40

Здесь K_r – коэффициент готовности; T – наработка на отказ; T_l – ресурс между капитальными ремонтами; T_{sa} – полный назначенный срок службы

Стандарт [1] ограничивает средний уровень звука величиной 90 дБА (при отсутствии электромашинного возбудителя – до 85 дБА). Турбогенератор должен сохранять работоспособность после кратковременных воздействий внешних механических факторов до 0,5 g и аналогичное сейсмическое воз-

действие на уровне установки. Остаточные деформации и дефекты не должны возникать при 1,5-кратной перегрузке по току статора и при испытаниях ротора частотой вращения, равной 1,2 номинальной, в течении 2-х минут. Головные образцы турбогенераторов проходят испытания механической прочности при ударном токе короткого замыкания. Нормы вибрации подробно рассматриваются далее.

Для исследования турбогенераторов привлечем кумулятивную модель отказов [1, 5], которой соответствует уравнение

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = f[\vec{\xi}(t), \vec{\rho}, \vec{v}]. \quad (1)$$

Здесь $\vec{v}(t)$ – вектор-функция накопления повреждений; $\vec{\xi}(t)$ – вектор-функция условий нагружения; $\vec{\rho}$ – случайный вектор, характеризующий сопротивление системы. Векторы \vec{v} , $\vec{\xi}$ и $\vec{\rho}$ включают в себя параметры как механического так и немеханического происхождения.

Полагая, что процесс нагружения стационарный и характеризуется одной скалярной величиной ξ , имеем для эмпирического показателя долговечности

$$T_c(\rho) = \begin{cases} T_0 \left(\frac{\rho - \rho_0}{\xi - \rho_0} \right)^m & (\xi > \rho_0); \\ \infty & (\xi \leq \rho_0). \end{cases} \quad (2)$$

Здесь T_0 – некоторая константа времени; ρ_0 – величина, характеризующая минимальный уровень сопротивления, при котором появляются повреждения; ρ – случайная величина, характеризующая сопротивление произвольного выбранного узла или детали, $m \in (1, \infty)$.

Формула (2) применяется при обработке результатов испытаний на циклическую и длительную прочность. Константа ρ_0 – минимальный предел выносливости (длительной прочности). Вместо $T_c(\rho)$ и T_0 можно использовать соответствующие числа циклов. Функция надежности сводится к закону надежности Вейбулла с показателем степени $\beta = \alpha/m$:

$$P(t) = \begin{cases} \exp \left[- \left(\frac{\xi - \rho_0}{\rho_c} \right)^\alpha \left(\frac{t}{T_0} \right)^\beta \right] & (\xi > \rho_0); \\ 1 & (\xi \leq \rho_0). \end{cases} \quad (3)$$

Численные значения величин ρ_0 , ρ_c , α , m и T_0 определяются статистически после базовых испытаний, включая ускоренные и форсированные испытания на долговечность.

Анализ данных по аварийным отключениям и дефектам турбогенераторов требует выделить среди немеханических параметров коэффициент запаса электрической прочности изоляции

$$k'_0 = U/U_{ном}. \quad (4)$$

Здесь U_0 – пробивное напряжение изоляции стержня статорной обмотки

в исходном состоянии; U_{nom} – номинальное напряжение [6]. По закону Вант Гоффа-Аррениуса

$$\ln T_0 = \frac{B}{\Theta} - G, \quad (5)$$

где T_0 – средний срок службы изоляции, ч; Θ – среднегодовая температура изоляции, К; B – параметр изоляции, для микалентной изоляции $B = 0,99 \cdot 10^4$ К; $G = 14,33$. Фактический коэффициент запаса электрической прочности

$$k_0 = \frac{1 - \delta_0}{N} k'_0,$$

где $\delta_0 = 0,2 \div 0,25$ – коэффициент, учитывающий снижение прочности изоляции; N – кратность возможных перенапряжений. Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \frac{0,091}{\left(\lg k_0 - 0,301 \sqrt{t/T_0} \right)^2 T_0}.$$

Вероятность безотказной работы стержня

$$P_e(t) = P(N) e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}, \quad (6)$$

где $P(N)$ – вероятность того, что перенапряжения не превысят расчетной кратности N . Вероятность безотказной работы статорной обмотки в целом

$$P_w(t) = [P_e(t)]^{2Z_1}, \quad (7)$$

где Z_1 – число пазов статора. Учет старения изоляции под действием вибрации выполняется путем введения коэффициента

$$k_1 = 1 - p_1 p_2 t,$$

где p_1 определяется частотой; а p_2 – амплитудой колебаний, что говорит об условности понятия немеханического параметра.

На это указывает оценка долговечности изоляции через суммарную энергию при одновременном воздействии механического напряжения σ и электрического поля напряженности E

$$W_\Sigma = \frac{\sigma^2}{2G} + \frac{\varepsilon E^2}{2},$$

где G – модуль упругости, ε – диэлектрическая проницаемость [7]. При номинальном режиме в турбогенераторах с непосредственным охлаждением сила, действующая на единицу длины стержня в пазу, составляет 36-54 Н/см. При внезапных коротких замыканиях с током $I_c = 50$ кА эта сила достигает 1600-2500 Н/см [8]. Предусмотренные международными стандартами функциональные испытания различных видов изоляции для турбогенераторов сводятся к определению ее долговечности на плоских образцах изоляционных конструкций под действием электрического поля и механических напряжений.

2 Механические напряжения. Дальнейшее рассмотрение механических параметров выполнено на примерах турбогенераторов мощностью вы-

ше 300 МВт. Целью данной работы является демонстрация путей изменения этих параметров, повышающего надежность машин, а также обсуждение способов оценки показателей надежности. Габаритные требования к транспортировке таких генераторов привели к созданию разъемной конструкции статора, состоящей из двух коробов и средней части статора. Если в турбогенераторах мощностью 500 МВт короба и сердечник статора соединены гибкой связью, причем короб совмещает функции наружного щита со встроенными подшипниками и газоохладителями, то в генераторах мощностью 320 МВт короба соединены со средней частью жестко. Подшипниковые опоры – выносные, короба на фундамент не опираются. Сложность конструкций потребовала натурных исследований в процессах производства, стендовых и эксплуатационных испытаний – см. также [9].

Средняя часть статора состоит из трех коаксиально расположенных ортотропных слоев, куда входят:

- 1) сварная рама (тонкая цилиндрическая оболочка со шпангоутами и стрингерами – стяжными призмами) из стали. На обоих концах призм имеются предварительно напряженные резьбовые хвостовики, находящиеся под значительными динамическими и термомеханическими нагрузками. Число таких хвостовиков – более пятидесяти;
- 2) магнитопровод (спрессованные кольцевые сегменты из листов электротехнической ортотропной стали, перемежающиеся такими же сегментами с подкреплением или из стеклопластика);
- 3) пазовая часть стержневой обмотки (медные проводники, перемежающиеся стальными трубками для хладагента, с изоляцией на минерально-полимерной основе). Толщина сердечника сравнима с его диаметром. Слои характеризуются различными тензорами упругости.

Необходимая плотность магнитопровода (сердечника) обеспечивается его прессовкой. В спрессованном состоянии сердечник удерживается с помощью нажимных фланцев (плит) и стяжных призм (шпилек) – см. рис. 1 (разрез по меридиану).

Активная сталь статора под действием магнитного тяжения между ротором и статором совершает радиальные и тангенциальные колебания с двойной частотой вращения (в СНГ – 100 Гц). В торцевых зонах магнитопровода под действием магнитного поля возникает также осевая вибрация, которую усиливают ослабление прессовки крайних пакетов или циклический режим работы турбогенератора.

На значительном числе турбогенераторов производства различных фирм в процессе длительной эксплуатации наблюдаются обрывы резьбовых хвостовиков на стяжных призмах сердечников статоров. Такие аварии требуют останова турбоблоков на капитальный ремонт турбогенераторов по специальной технологии и в ряде случаев приводят к выходу генераторов из строя.

В связи с изложенным на турбогенераторе мощностью 320 МВт выпол-

нены следующие работы:

- 1 Статическая тензометрия стяжных призм в процессе шихтовки и финишной прессовки сердечника статора. Это позволило отрегулировать затяжку призм так, чтобы обеспечить равномерное распределение между призмами усилий отдачи активной стали сердечника, возникающей после снятия давления прессы.
- 2 На тех же призмах установлены специальные тензорезисторы с соответствующей экранированной проводкой, герметично выведенной из генератора через специальную муфту. По этим преобразователям проведена динамическая тензометрия в порядке приемочных испытаний турбогенератора на стенде завода.

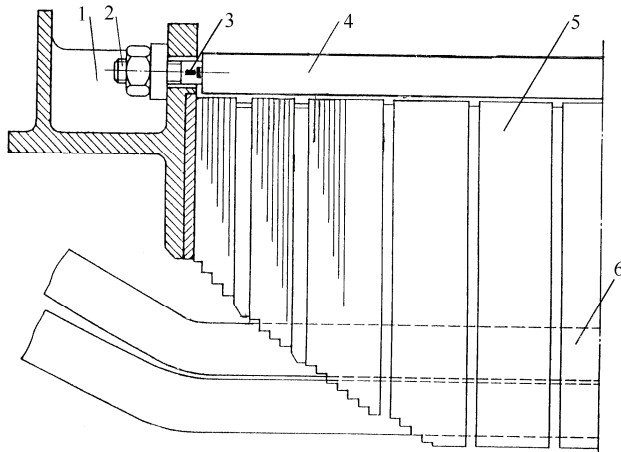


Рисунок 1 – Средняя часть статора (торцевая зона): 1 – нажимной фланец; 2 – резьбовой хвостовик; 3 – тензорезисторы; 4 – стяжная призма; 5 – магнитопровод; 6 – пазовая часть статорной обмотки

Аналогичная работа выполнена на турбогенераторе мощностью 325 МВт.

Изложим методику статической тензометрии в процессе производства турбогенератора мощностью 320 МВт. Целью работы являлся контроль плотности прессовки сердечника при его изготовлении. Для этого требовалось определить фактические усилия отдачи сердечника статора после финишной прессовки. При этом исследовать равномерность распределения этих усилий по окружности сердечника и определить коэффициент отдачи сердечника.

Измерение усилий отдачи выполнено путем тензометрии стяжных призм с помощью наклеенных на их шейки тензомостов, исключающих деформацию изгиба. Было выбрано 4 пары тензометрируемых призм, равномерно распределенных по окружности сердечника. Тензомосты в каждой паре дублировали друг друга. Применялись фольговые тензорезисторы (ТР)

типа КФ. На время прессовки провода были выведены из статора, затем вместе с ТР удалены. Это обуславливались последующими электрическими испытаниями статора.

Тензомосты были подключены по парной схеме к измерителю статических деформаций. В приборе используется уравновешенная мостовая схема на реохорде с измерением нулевым методом. Непосредственная тарировка тензомостов на стяжных призмах практически невозможна. Были протарированы отдельные ТР на тарировочной балке.

С помощью тензорезисторов измерялись усилия F и напряжения σ_{stat} , вызванные отдачей шихтованного сердечника после прессовки. В начале измерения проводились после прессовки стороной турбины вниз, затем после запечки и снятия фланца (сторона турбины наверху). Окончательные измерения проводились после запечки при температуре $110\text{ }^{\circ}\text{C}$ и окончательной прессовки усилием $6,8 \cdot 10^3$ кН (сторона турбины вверх) с затяжкой гаек под прессом. Давление пресса снято.

В начальном опыте № 1, до проведения регулирования распределения нагрузки между призмами, отклонения F и σ от средних значений достигали $+74\%$, -58% . После финишной прессовки (опыт № 3) обеспечено достаточно равномерное распределение усилий отдачи. Отклонение от среднего значения $+13\%$, $-29,5\%$. На шейках стяжных призм напряжения растяжения не превышают $\sigma_{max} = 84,6$ МПа (предел текучести для материала призм $\sigma_{sz} = 230$ МПа). Запас по текучести составляет $n_s = 2,72$. Коэффициент отдачи активной стали (отношение суммы усилий F к усилию финишной прессовки) $k = 0,54$.

Что касается методики динамической тензометрии на стенде завода, следует иметь в виду следующее. Целью работы являлось определение динамической составляющей σ_{dyn} статодинамических напряжений в стяжных призмах. Напряжения σ_{dyn} вызываются следующими причинами:

- а. электромагнитными вибрациями сердечника статора, причем в торцевых зонах генерируется их осевая составляющая;
- б. воздействием на статорную обмотку электродинамических сил, пропорциональных квадрату тока статора. В лобовых частях также генерируется их осевая составляющая;
- γ. вибрацией механического характера, вызываемой вращающимся ротором. Эта вибрация через подшипники и фундамент передается на статор.

Тензорезисторы (ТР) для измерения σ_{dyn} наклеены по аналогии с σ_{stat} . В отличие от ТР для статики, ТР для динамики клеились высокотемпературным клеем УВС-10Т. Клей полимеризовался в течении 24 часов при комплектной запечке статора ($t^{\circ} \leq 180\text{ }^{\circ}\text{C}$). Провода многожильные, с фторопластовым покрытием.

Тензомосты монтировались на обеих сторонах статора. Провода были стационарно закреплены на торцах рамы сердечника статора с помощью кре-

пежа и самоспекающей пленки.

Тензомосты были подключены через блок согласующих трансформаторов к тензоаппаратуре на несущей частоте и далее к регистрирующей аппаратуре. Все измерения выполнялись при номинальной частоте вращения 3000 об/мин.

Результаты содержатся в табл. 2.

Таблица 2 – Результаты динамической тензометрии σ_{dyn} (МПа)

№	Режим	Сторона			
		контактных колец		привода	
		№ призмы			
		2	17	3	17
1	Холостой ход без возбуждения	1,1	1,3	2,4	2,6
2	Установившееся трехфазное к.з. ($I_{st} = 0,7 I_{nom}$)	19,2	17,4	26,1	20,3
3	То же ($I_{st} = I_{nom}$)	41,2	29,0	35,7	17,1
4	Холостой ход $U_{st} = U_{nom}$	37,3	41,5	29,5	42,6

Эти данные являются исходными для последующих диагностических измерений на месте установки. Величины σ_{dyn} в режимах $I_{st} = I_{nom}$ и $U_{st} = U_{nom}$ находятся в пределах 17,1÷42,6 МПа, что допустимо для материала стержней из указанной стали.

Оценка надежности стержней станет возможной после проведения исследований в условиях эксплуатации. При этом следует заметить, что радиальные колебания основной зоны магнитопровода статора, вызванные силами магнитного тяжения, максимальны в режиме холостого хода с номинальным напряжением U_{st} . С набором активной нагрузки колебания существенно снижаются [10]. Характер аксиальных колебаний торцевой зоны магнитопровода, определяющих σ_{dyn} в стержневых призмах, подлежит изучению – см. также α , β на предыдущей странице.

Для турбогенератора мощностью 325 МВт был выполнен аналогичный контроль. Проведено измерение механических напряжений в шейках стержневых призм сердечника статора после прессовки усилием $8 \cdot 10^3$ кН.

С помощью тензорезисторов измерялись напряжения σ , вызванные отдачи шихтованного сердечника после прессовки. По данным тензометрии усилия затяжки перераспределялись между призмами с целью их равномерного нагружения.

В табл. 3 даны величины усилий F и напряжений в призмах σ , их средние, максимальные и минимальные значения \bar{X} , X_{max} , X_{min} и параметры отклонения их от среднего значения $h = (X/\bar{X}) \cdot 100\%$.

В результате обеспечено равномерное распределение усилий отдачи. Отклонение от среднего значения +0,5 %, –1 %. Механические напряжения

не превышают $\sigma_{\max} = 80,4$ МПа. Запас по текучести составляет $n_s = 2,86$. Коэффициент отдачи $k = 0,79$.

Таблица 3 – Результаты тензометрии для турбогенератора мощностью 325 МВт

№ прес-совки	Параметр	Размерность	№ призмы			\bar{X}	X_{\max}	X_{\min}
			06	16	26			
1	F	кН	90,2	86,2	94,1	90,2	94,1	86,2
	σ_{stat}	МПа	238	228	248	238	248	228
	h	%	100	96	104	100	104	96
2	F	кН	80,4	80,4	79,4	80,0	80,4	79,4
	σ_{stat}	МПа	212	212	210	211	212	210
	h	%	100,5	100,5	99	100	100,5	99

3 Статические перемещения. В машиностроении нет общих норм на такие перемещения. Их ограничения определяются особенностями конкретных машин, например турбогенераторов или вспомогательного оборудования данного типа.

Исследуются аксиальные перемещения w коробов турбогенератора мощностью 320 МВт. Его разъемная конструкция описана в начале раздела 2. Перемещения торцевых стенок коробов вызваны внутренним давлением водорода в статоре машины.

Основные измерения выполнялись в точках № 1...4 на диаметре $\varnothing 710$ для стороны контактных колец (рис. 2). Аналогичные точки № 1...4 на стороне привода располагались зеркально симметрично стороне контактных колец. Точки № 1 и 2 находились на торцах нижних половин щитков маслоуловителей; точки № 3 и 4 – на торцах верхних половин. Точки № 5 находились на $\varnothing 1950$ мм, № 6 – на $\varnothing 3290$ мм.

Исследования проводились во время контроля газоплотности при избыточном давлении воздуха $0 \div 0,4$ МПа, а также в период стендовых испытаний. Указанное давление соответствует максимальному рабочему давлению водорода $p_{H_2} = 0,40$ МПа. Испытательное давление изменялось ступенчато, через каждые 0,05 МПа.

Анализ экспериментальных данных показывает, что зависимость $w(p)$ близка к линейной. Определены величины податливости

$$\Delta = \frac{w_I + w_{II}}{2 p_{\max}} \frac{\text{мм}}{\text{МПа}}, \quad (8)$$

где w_I, w_{II} – перемещения в точках, симметричных относительно вертикальной плоскости, проходящей через продольную ось турбогенератора (номера точек 1, 2 или 3, 4). Эти перемещения при p_{\max} достаточно близки, их оказалось целесообразным усреднить; $p_{\max} = 0,40$ МПа. Значения податливостей приведены в табл. 4.

Различие в величине податливости Δ между сторонами турбогенератора определяется большей высотой короба на стороне контактных колец. Аналогично различаются значения Δ по верхним, бóльшим половинам коробов.

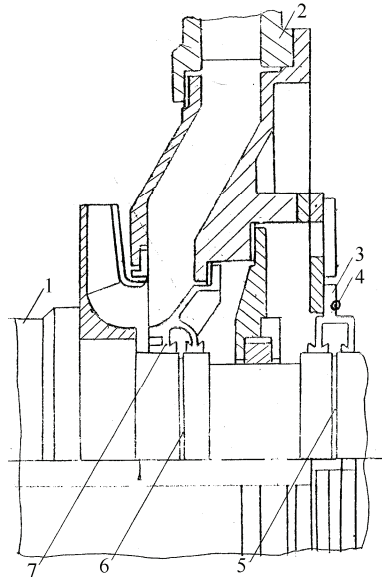


Рисунок 2 – Измерение перемещений короба: 1 – ротор; 2 – короб с присоединенными узлами; 3 – наружный маслоуловитель; 4 – точки измерений № 3 и 4 (условно показаны в плоскости рисунка); 5, 6 – кольцевые проточки на валу ротора; 7 – внутренний маслоуловитель

Таблица 4 – Величина податливости, мм/МПа, на $\varnothing 710$ мм

Сторона	Половина короба	
	нижняя	верхняя
контурных колец	15,0	16,6
привода	13,0	13,2

В табл. 5 приведены величины осевых перемещений при максимальном рабочем давлении ($p_{H2} = 0,40$ МПа) и при стендовых испытаниях на газо-плотность ($p = 0,50$ МПа).

Аналогично для точек 5, 6 определены величины податливостей

$$\Delta_i = w_i/p_{\max},$$

где $w_i = w_i(p_{\max})$, i – номер точки. В таблице приводятся значения податливости Δ и осевых перемещений w короба со стороны контактных колец на разных диаметрах d (нижняя половина).

Таблица содержит значения осевых перемещений w при максимальном рабочем давлении ($p_{H2} = 0,40$ МПа) и демонстрирует естественное увеличе-

ние перемещений (прогибов) w короба от периферии к центру.

Аксиальные перемещения коробов w не должны нарушать работу маслоуловителей, обеспечивающих отражение брызг масла от вращающегося ротора. Для этого кольцевые проточки камер маслоуловителей должны перекрывать соответствующие кольцевые проточки на валу ротора. Условие перекрытия имеет вид

$$\lambda = \frac{X_{\min} - x}{2} > w_{\max}, \quad (9)$$

где X_{\min} – минимальная ширина проточки маслоуловителя; x – ширина проточки на роторе; w_{\max} – прогиб в точках на $\varnothing 710$ мм при p_{\max} .

Таблица 5 – Осевые перемещения (мм) при $p_{H2} = 0,40$ МПа (числитель) и $p = 0,50$ МПа (знаменатель)

Сторона	Половина короба	
	нижняя	верхняя
контурных колец	6,00/7,50	6,64/8,30
привода	5,20/6,50	5,28/6,60

Таблица 6 – Значения $\Delta_{kk}(d)$ и $w(d)$

d , мм	710	1950	3290
Δ , мм/МПа	15,0	10,8	4,35
w , мм	6,0	4,32	1,74

Для исследуемого турбогенератора $X_{\min} = 53,5$ мм; $x = 10$ мм; $\lambda = 21,75 > 6,0$. Условие перекрытия (9) выполнено, коэффициент перекрытия $\eta = \lambda/w_{\max} = 3,62$.

Оценка надежности короба возможна после станционных испытаний статора на газоплотность по месту установки турбогенератора на реальный фундамент.

Ограничения по прогибам возникли также при транспортировке турбогенераторов мощностью 500 МВт по железной дороге. Сочлененный транспортер был нагружен силой тяжести средней части статора ($F_g = 2180$ кН) и подвергнут статической тензометрии. Одновременно измерялась стрела прогиба транспортера. Ее величина $w_{\max} = 43,7$ мм оказалась допустимой, так как до головки рельса оставался зазор $f = 102,4$ мм. Транспортировка серии турбогенераторов (допустимая скорость $v \leq 105$ км/час) проходила без осложнений.

4 Динамические перемещения. Сопоставление норм на вибрацию подшипников турбогенераторов в функции времени (табл. 7) показывает, что до 1976 г. нормировался размер вибросмещения полигармонических колебаний. Анализ демонстрирует, что эта традиция связана с инструментальной базой измерений. В 30-е годы виброперемещение определялось по размытию стрелки обычного индикатора часового типа с ценой деления 0,01 мм (10 мкм). Этот индикатор устанавливался на подшипник в рамке через сейсмический подвес.

На базе таких измерений была установлена норма вибрации на уровне 50 мкм. Последующее внедрение дистанционного виброконтроля с помощью электродинамических вибропреобразователей, где ЭДС пропорциональна виброскорости, а выход подавался на интегрирующий усилитель, не изменило ориентации на нормирование по x .

Принципиальный недостаток этой методики – недоучет полигармонического состава колебаний. Наряду с колебаниями основной (так называемой оборотной) частоты, вызванной остаточным небалансом и другими технологическими причинами, есть высшие гармоники в спектре. Это, прежде всего, колебания с удвоенной частотой вращения (100 Гц). К их причинам могут относиться:

- 1) анизотропия изгибной жесткости ротора, представляющего собой 2-х или 4-х полюсный магнит;
- 2) передача на подшипники электродинамических усилий от магнитопровода и статорной обмотки;
- 3) нежесткое крепление турбогенератора или электромашинного возбuditеля к фундаменту.

Наличие высших частот в спектре вызывает усилия, пропорциональные квадрату частоты, что потребовало бы измерения не x , а \ddot{x} . Однако традиции измерения x и инерция, связанная с имевшейся инструментальной базой, привели к промежуточному решению [11] – измерять и нормировать вибрацию подшипников по эффективному (среднеквадратичному) значению виброскорости v_{rms} – см. формулы под табл. 7.

Сами численные значения норм определялись пересчетом норм по x в предположении, что вибрация – чисто оборотная, то есть идя в запас. При этом введены нормы временного характера, когда на снижение вибрации дается от 7 до 30 суток. Устанавливается также уровень

$$v_{rms} > 11,2 \text{ мм/с,}$$

при достижении которого АСУТП дает команду на останов турбоагрегата.

К механическим параметрам, влияющим на надежность турбогенератора и затронутым в стандарте [2], относится также уровень отстройки критических частот от номинальной частоты вращения ротора агрегата. Критические частоты вращения ротора в составе турбоагрегата не должны вызывать аварийных режимов при эксплуатации в случае изменения частоты тока в пределах $\pm 2\%$ номинальных значений. При этом необходимо учитывать, что 2-ая критическая частота ротора турбоагрегата в части генератора может снижаться как степенная функция времени эксплуатации [9]:

$$n_{cr}^{\text{II}} = C + Bt_{\text{exp}}^{-p}. \quad (10)$$

Нормы колебаний других узлов турбогенератора [12] по традиции ограничивают размах виброперемещений – см. табл. 8. Для узлов статора они относятся к узкой частотной полосе 100÷120 Гц, что соответствует основному источнику динамических усилий. На одном из турбогенераторов в течение двух месяцев отмечался максимальный рост вибрации корпуса статора с частотой 100 Гц в области, соответствующей зоне ослабления прессы активной стали, вызвавшего пробой изоляции стержня статорной обмотки.

Таблица 7 – Нормы вибрации опор подшипников турбогенераторов

Параметр	Год введения стандарта																	
	1982						1988			2000								
	Мощность, МВт						После монтажа	Длительно	Недопустимо	Отключить	Длительность от- раживания, суток							
	< 200		≥ 200		Недопустимо						Недопустимо	30	7	Недопустимо				
Допустимо	Недопустимо	Допустимо	При необхо- димости	Недопустимо	Допустимо	1976	1968	1951	Размерность	Обозначение								
2x	МкМ	50	40	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
$v_{rms}^{(H)}$	$\frac{MM}{c}$	-	-	4,5	>7,1	2,8	4,5	>7,1	-	-	-	-	-	-	4,5	7,1	11,2	>11,2
$v_{rms}^{(B)}$	$\frac{MM}{c}$	-	-	4,5	>7,1	2,8	4,5	>7,1	-	-	-	-	-	-	4,5	7,1	11,2	>11,2
$v_{rms}^{(A)}$	$\frac{MM}{c}$	-	-	4,5	>7,1	2,8	4,5	>7,1	-	-	-	-	-	-	4,5	7,1	11,2	>11,2

$$v_{rms} = \sqrt{T^{-1} \int_0^T v^2(t) dt}, \quad v_{rms} = \sqrt{\sum_{j=1}^n (a_j / \omega_j)^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^n s_j^2 \omega_j^2} = \sqrt{\sum_{j=1}^n v_j^2}$$

Таблица 8 – Нормы размаха 2х виброперемещений других узлов турбогенератора

Параметр		Наименование узла турбогенератора							
Обозначение	Размерность	Сердечник статора	Корпус статора *)	Лобовые части обмотки статора	Контактные кольца	Валопровод ($P \geq 500$ МВт)			
						Длительность ограничения, суток			
						После монтажа	–	30	Недопустимо
f	Гц	100...120			10...150	5...500			
2х	мкм	60	30	125	200	80	165	260	>260

*) при упругой подвеске сердечника

Однако возможные колебания, передаваемые от подшипников с частотами до 60 Гц, при этом отфильтровываются.

Для роторных узлов (контактные кольца и валопровод около подшипниковой опоры) задан широкий частотный диапазон. Выбор перемещений вместо ускорения или хотя бы v_{rms} в качестве нормируемого параметра имеет тот же методический недостаток, что и для подшипников до 1976 г. – см. выше.

Для турбогенераторов мощностью 500 МВт наиболее сложным оказалось обеспечить виброустойчивость и жесткость концевых частей статора (коробов), в которых находятся подшипники. Исследования жесткости коробов на стенде показали ее недостаточность. Были установлены шпильки-стяжки, соединяющие верхние части коробов со средней частью статора. Однако и после этого осевая жесткость системы ротор – опоры (короба) оставалась низкой. Установлено, что максимальная осевая вибрация короба выше 100 мкм. Вибрация подшипников в несколько раз превышает нормы. Колебания передней стенки короба достаточно симметричны относительно продольной плоскости симметрии генератора. Стенка колеблется в целом синфазно, причем максимальные в районе подшипника вибрации снижаются к ее периферии, где кромка скреплена с боковой и верхней стенками и лапами короба.

Было проведено существенное повышение жесткости короба, предусматривающее создание его двойной передней стенки по типу корабельного днища, после чего вибрация стала ниже нормы (30 мкм). Конструкция данного турбогенератора обеспечила чисто синусоидальный характер колебаний коробов. Поэтому предусмотренная стандартом 1968 г. ориентация на изменение виброперемещений в данном случае была оправдана.

В дальнейшем конструкции коробов стали достаточно жесткими в акси-

альном направлении, о чем свидетельствуют, в частности, данные раздела 3. Для этого передние стенки коробов подкреплялись ортотропной решеткой ребер жесткости.

Анализ аварий и поломок, связанных с недостаточной виброустойчивостью и прочностью роторов турбогенераторов ряда фирм [8], выявил такие причины аварий, как концентрацию напряжений, чрезмерные остаточные напряжения, низкую пластичность материалов и др.

Для оценки надежности турбогенераторов по критериям прочности целесообразно вести измерение механических напряжений в опасных сечениях в качестве если не альтернативного, то хотя бы факультативного контроля наряду с традиционными измерениями динамических перемещений и их производных.

Опыт таких измерений на стяжных призмах рамы сердечника статора описан в данной работе. Тензометрия пружин виброизоляции магнитопровода выполнялась как в стационарных, так и в переходных режимах [8]. Усилия в подшипниках определялись путем тензометрии вкладышей. Однако все эти работы не были регламентными и не давали статистических оценок.

Современные средства телеметрии расширяют возможности таких работ, в том числе на роторах. В частности, известен опыт ряда фирм по тензометрии крутящего момента M_ϕ в шейке вала около муфты, соединяющей ротора турбины и генератора. При аномальных режимах, например, внезапном коротком замыкании, когда M_ϕ выше допустимого, АСУТП отключает турбоагрегат.

Стандарт [11] рекомендует наряду с v_{rms} измерение напряжений σ в соединительных элементах (в сложных случаях и особых режимах), но в отличие от v_{rms} не нормирует σ .

Заметим, что неудачный выбор нормируемых механических параметров может дезориентировать проектировщиков. Так, в статически неопределимых конструкциях нормирование x_{dyn} без контроля σ может привести к опасным тепловым деформациям. Однако проблема оптимального выбора прочностных и жесткостных механических параметров не входит в объем данной работы.

Учитывая многолетние статистические данные по вибрации турбогенераторов, параллельная тензометрия позволит построить соответствующие вероятностные зависимости и выработать обоснованные критерии оценки надежности в эксплуатации.

Выводы. На базе заводских и эксплуатационных исследований рассмотрены пути повышения надежности турбогенераторов за счет снижения механических напряжений, статических и динамических перемещений с их производными.

Перспективы данного направления – установить многомерную вероятностную зависимость показателей надежности от этих величин и напряжений, для чего развить расчетные и экспериментальные методы исследования механических параметров в условиях реальной эксплуатации. Целесообразны оценка надежности, включая срок службы, для конкретных турбогенераторов и определение путей его продления, в том числе за счет динамических и ремонтных работ.

Список литературы: 1. Машиностроение. Энциклопедия. – М.: Машиностроение, 2003. – Т. IV-3. Надежность машин [В.В.Клюев, В.В.Болотин, Ф.Р.Соснин и др.]. – 592 с. 2. Машины электрические вращающиеся. Турбогенераторы. Межгосударственный стандарт ГОСТ 533-2000 / Международная электротехническая комиссия (МЭК-34-3-88). – К.: 2002. – 28 с. 3. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. ГОСТ 27.002-89. – М.: 1990. – 38 с. 4. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности. ГОСТ 27.003-90. – М.: 1991. – 27 с. 5. Болотин В.В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: 1982. – 352 с. 6. Ермолин Н.П., Жерихин И.П. Надежность электрических машин. – Л.: 1986. – 248 с. 7. Быков В.М., Глебов И.А. Научные основы анализа и прогнозирования надежности генераторов. – Л.: 1988. – 252 с. 8. Станиславский Л.Я., Гаврилов Л.Г., Остерник Э.С. Вибрационная надежность мощных турбогенераторов. – М.: 1985. – 240 с. 9. Остерник Э.С. Моделирование деформационных полей в электромашиностроении с помощью функций *N*-переменных // Вестник НТУ «ХПИ». Сб. научных трудов. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2003. – № 8, т. 3. – С. 29-42. 10. Остерник Э.С. О зависимости вибрации турбогенераторов от режимных параметров // Вестник НТУ «ХПИ». Сб. научных трудов. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2010. – № 69. – С. 108-112. 11. Агрегаты паротурбинные стационарные. Нормы вибрации опор валопроводов... Межгосударственный стандарт ГОСТ 25364-97. – К.: 1999. – 6 с. 12. Карымов А.А. Нормирование вибрации турбогенераторов // Электротехническая промышленность. Электрические машины. – 1989. – № 10. – С. 23-25.

Поступила в редколлегию 22.06.2011.

УДК 539.3

Э.А. СИМСОН, д-р техн. наук, профессор, директор по исследованиям и разработкам, ОИЦ ЧАО «У.П.Э.К.», Харьков;

В.В. ОБЧАРЕНКО, канд. техн. наук, руководитель научно-исследовательского подразделения, ОИЦ ЧАО «У.П.Э.К.», Харьков;

В.И. ДЕМИДОВ, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., ОИЦ ЧАО «У.П.Э.К.», Харьков;

И.Д. ПРЕВО, науч. сотр., ОИЦ ЧАО «У.П.Э.К.», Харьков;

С.А. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, ст. науч. сотр., НТУ «ХПИ»

ХОЛОДНАЯ РАСКАТКА ЗАГОТОВОК ПОДШИПНИКОВЫХ КОЛЕЦ

Для процесу холодного ізотермічного розкочування розроблена математична модель, що дозволяє за допомогою чисельних методів прогнозувати напружено-деформований стан інструменту (оправки). Для існуючого технологічного процесу проведено аналіз стійкості оправок і обґрунтована правильність вибраних технологічних параметрів. На підставі чисельних експериментів запропоновано методи підвищення ресурсу інструменту.

For the process of isothermal cold ring-rolling mathematical model using numerical methods to predict the stress-deformed state of the tool (mandrel) was developed. The stability of the mandrel with existing technological process was analyzed and the correctness of the chosen process parameters was justified. On the basis of numerical experiments were proposed methods to improve the tool life.

Для процесса холодной изотермической раскатки разработана математическая модель, позволяющая с помощью численных методов прогнозировать напряженно-деформируемое состояние

инструмента (оправок). Для существующего технологического процесса проведен анализ стойкости оправки и обоснована правильность выбранных технологических параметров. На основании численных экспериментов предложены методы повышения ресурса инструмента.

Введение. Применение в производстве прогрессивных способов обработки металлов позволяет существенно повысить производительность труда, снизить затраты на инструмент, уменьшить отходы производства. Требования повышения качества, надежности и долговечности работы деталей в машине и машины в целом, в значительной степени определяются физико-механическими и геометрическими характеристиками металлов и поверхностей обрабатываемых деталей. Именно качество рабочих поверхностей практически во всех случаях предопределяет важнейшие эксплуатационные свойства деталей – прирабатываемость, износостойкость, сопротивление схватыванию и др. Более 80 % деталей машин и приборов выходят из строя по причине износа и потери эксплуатационных качеств. Накатывание как метод пластического деформирования металла в последнее время развивался при участии таких ученых, как К.Н. Богоявленский, М.И. Писаревский, Ю.А. Миропольский, Э.В. Рыжов, А.В. Королев и другие. Накатывание профильных элементов деталей по сравнению с их нарезанием имеет следующие преимущества: экономия металла, повышение производительности труда, точности и долговечности обрабатываемых деталей, уменьшение расходов на инструмент, экономию производственных площадей. Точность профильных элементов, изготовленных накатыванием, в большинстве случаев не ниже точности, получаемой резанием.

Процесс холодной раскатки заготовок подшипниковых колец, который пришел на замену процессу резания, полностью отвечает высоким требованиям, предъявляемым в настоящее время к технологическим процессам. Зарубежный опыт таких фирм, как «Form-flow» (Англия); «Profiroll» (Германия); «Stank-exam» (Испания); «Nixon spindle» (Франция), показывает высокую эффективность использования технологии холодной раскатки.

Для изготовления широкой номенклатуры колец шариковых подшипников на АО «ХАРП» был внедрен технологический процесс холодной раскатки, реализованный на станках URWA-100 и URWA-250 фирмы Profiroll (Profiroll Technologies GmbH, Германия). Согласно набранной статистике выхода из строя специализированного инструмента (оправок), являющейся самой нагруженной частью станка, было установлено, что на настоящий момент одна оправка в среднем выдерживает около 1000 циклов раскатки. В то время как согласно данным производителя оборудования стойкость раскатного инструмента для технологических процессов, утвержденных производителем оборудования, должна быть на порядок выше – около 15000 циклов раскатки.

Постановка проблемы. Целью проведения научно-исследовательских работ являлось обоснование выбранных технологических параметров раскатки, определение соответствующих норм стойкости и путей их достижения.

Характерной особенностью процесса изотермической раскатки является локальный очаг деформации со сложным напряженно-деформированным состоянием. Постановка задачи осложняется невозможностью упрощения математической модели и приведения ее к плоской или осесимметричной в связи с наличием фактора постоянно смещающегося по спирали от центра заготовки к периферии локального очага деформации и присутствия внеконтактной деформации. Поэтому компьютерное моделирование процесса возможно только в постановке объемного напряженно-деформированного состояния.

Математическое моделирование процесса раскатки проводилось с помощью метода конечных элементов. Достоверность математического моделирования процесса раскатки обуславливалась следующими факторами: построение твердотельной модели в соответствии с предоставленной конструкторской документацией; адекватность конечно-элементного разбиения; свойства материалов раскатного инструмента и заготовки (диаграмма деформирования для характерных скоростей деформирования); технологические параметры процесса раскатки (скорость вращения раскатного ролика, скорость перемещения прокатных салазок, коэффициент раскатки, траектория перемещения раскатных салазок); учет влияния смазывающе-охлаждающей жидкости.

Для определения критериев стойкости и путей увеличения ресурса инструмента была предложена расчетная схема, включающая следующие этапы:

1. Решение нестационарной задачи деформирования (раскатки) кольца с целью определения контактных давлений в паре оправка-заготовка и усилия раскатки. Заготовка рассматривалась как пластично деформируемое тело, оправка и ролик – как абсолютно жесткие тела.
2. Определение влияния технологических и конструктивных факторов на контактные давления в паре оправка-заготовка и усилие раскатки.
3. Решение стационарной задачи деформирования упругой оправки с определением интенсивности напряжений σ_i и главных напряжений (изотропная модель материала).
4. Прогнозирование длительной прочности с определением количества циклов работы инструмента.

Геометрическая модель инструмента и заготовки для процесса раскатки кольца 317А.01 представлена на рис. 1.

Практическое применение. Применяемые в технологическом процессе материалы: заготовка – сталь подшипниковая ШХ15; оправка – инструментальная быстрорежущая сталь Р6М5; ролик раскатной – инструментальная сталь Х12М. Физико-механические характеристики применяемых материалов были заданы на основании данных, приведенных в [1,2,3]. Технологические параметры процесса раскатки были заданы в соответствии с операционной картой изготовления кольца 317А.01: скорость прокатных салазок $V=1,5$

мм/сек; скорость вращения раскатного ролика $n=350$ об/мин.

Влияние смазывающе-охлаждающей жидкости учитывалось введением потерь на трение между всеми контактирующими элементами технологической системы (оправка-заготовка-ролик). Согласно проведенным исследованиям [4], эффекты трения при раскатке подчиняются закону Зибеля

$$\sigma_{mp} = m_u \sigma_c, \quad (1)$$

где σ_{mp} – напряжение трения; m_u – показатель трения; σ_c – сдвиговое сопротивление при деформации. Показатель трения для холодной раскатки [4] принимается равным $m_u = 0,12$. Процесс раскатки считается изотермическим без учета изменения температуры в системе за счет пластических деформаций и трения. Для приведенных выше исходных данных было проведено решение нестационарной задачи раскатки кольца с целью определения контактных давлений в паре оправка-заготовка и усилия раскатки. После чего была решена стационарная задача деформирования оправки с определением поля напряжений (рис. 2).

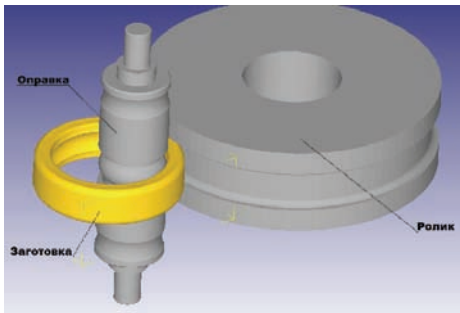


Рисунок 1

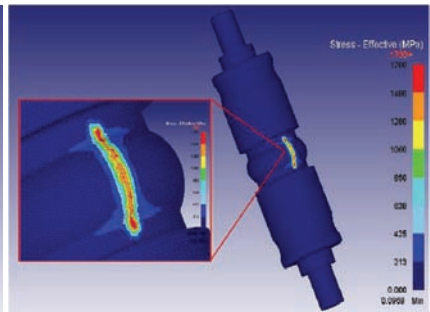


Рисунок 2

Максимальная интенсивность напряжений находится в местах перехода сферической части инструмента в цилиндрическую и составляет $\sigma_{max} = 1820$ МПа. Коэффициент запаса прочности в данном случае составляет $K = 1,26$. Учитывая результаты расчета и заключения заводской лаборатории, можно сделать вывод, что разрушение оправки происходит не по причине высоких рабочих напряжений на инструменте, а вследствие усталостных явлений. В случае использования модели прогнозирования износа, в рамках которой количество циклов до износа является функцией отношения интенсивности напряжений, возникающих в детали [5], к пределу прочности на изгиб, максимальные напряжения на инструменте играют ключевую роль в определении ресурса. Для графика, на котором по оси абсцисс отложено количество циклов до износа в логарифмической шкале, а по оси ординат – напряжение в рабочем диапазоне напряжений, искомая зависимость отображается прямой. Таким образом, можно считать, что количество циклов до износа растет экспоненциально с уменьшением напряжения.

Для определения влияния изменения скорости подачи на напряжения,

возникающие в инструменте, и его стойкость было предусмотрено проведение численных экспериментов с варьированием поступательной скорости оправки. Остальные исходные данные соответствуют данным, приведенным ранее. Поступательная скорость оправки варьировалась в технологически обоснованных пределах: $V = 1,125 \dots 2,25$ мм/сек.

Графики зависимости максимального усилия раскатки, времени операции, интенсивности напряжений на инструменте от скорости прокатных салазок приведены на рис. 3-5.

Необходимо отметить, что меньшая подача, будет способствовать повышению стойкости инструмента, однако с другой стороны это снижает скорость обработки деталей и сокращает производительность.

Изменение ресурса прогнозировалось с использованием кривой многоциклового усталости (рис. 6), которая определяется уравнением:

$$\sigma_i^m N = \text{const} \quad (2)$$

Для типичных видов напряженного состояния и условий нагружения показатель степени m равен 6-8. В соответствии с [5] для быстрорежущей инструментальной стали Р6М5 характерен показатель степени многоциклового усталости, равный 7. Для напряженного состояния оправок, соответствующих скоростям $V_1 = 1,25$ мм/сек и $V_2 = 1,5$ мм/сек, характерно различное ожидаемое число циклов до разрушения. В соответствии с формулой (2)

$$N_2/N_1 = (\sigma_1/\sigma_2)^m = 1,09^7 = 1,83.$$

Таким образом, снижение скорости подачи прокатных салазок до $V_1 = 1,25$ мм/сек должно приводить к увеличению ресурса в 1,83 раза.

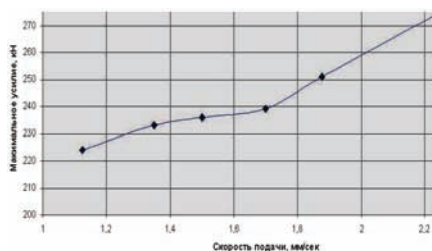


Рисунок 3

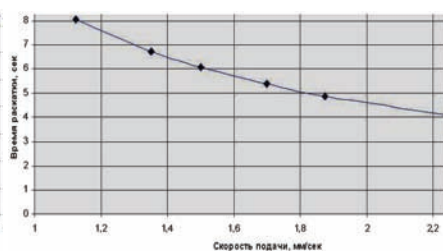


Рисунок 4

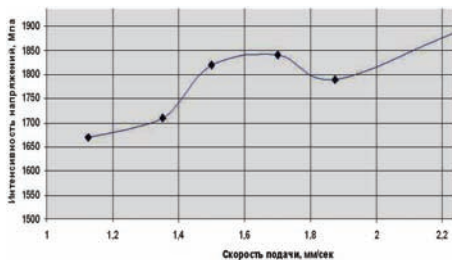


Рисунок 5

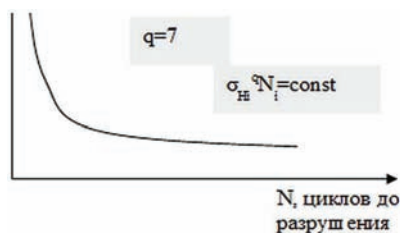


Рисунок 6

Заключение. На основании проведенных численных исследований можно сделать следующие выводы. Технологические параметры процесса раскатки, принятые в качестве исходных, обеспечивают необходимую стойкость инструмента и не могут быть причиной его поломок. Следовательно, причинами повышенного отказа инструмента (оправок) являются неверные режимы термической и механической обработки инструмента, которые, в частности, могут быть причиной либо высоких остаточных напряжений, либо прочностные свойства инструмента являются заниженными. В то же время ресурс раскатного инструмента используется не в полной мере, в частности, снижение скорости подачи в 1,2 раза (увеличение времени раскатки в 1,4 раза) позволит увеличить ресурс инструмента в 1,83 раза.

Список литературы: 1. Полухин П.И. Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов / П.И. Полухин, Г.Я. Гунн, А.М. Галкин. – М.: Металлургия, 1976. – 488 с. 2. Колосков М.М. Марочник сталей и сплавов / М.М. Колосков, Е.Т. Долбенко, Ю.В. Каширский. – М.: Машиностроение, 2001. – 672 с. 3. Артингер И. Инструментальные стали и их термическая обработка / И. Артингер. – М.: Металлургия, 1982. – 312с. 4 Yang H. Role of Friction in Cold Ring Rolling / H. Yang // Journal of Materials Sciences and Technology. – 2005. – Vol. 21, № 6. – P. 914-920. 5. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие в 4-х томах. Том 4. / Под ред. Панасюка В.В. – К.: Наукова думка, 1990. – 680 с.

Поступила в редколлегию 05.06.2011

УДК 593.3

В.Н. СОБОЛЬ, канд. техн. наук, ст. научн. сотр., НТУ «ХПИ»

СМЕШАННЫЙ ВАРИАЦИОННЫЙ ФУНКЦИОНАЛ ДЛЯ ЧИСЛЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ НАЧАЛЬНО-АНИЗОТРОПНЫХ ТЕЛ

Для розв'язування початково-крайових задач динамічної повзучості початково-анізотропних тіл застосовано змішаний варіаційний функціонал. Стационарні умови для функціоналу відшукуються за подовженням у часі розв'язків, які прийняті за варіаційно-структурним методом теорії R-функцій. Рівняння стану динамічної повзучості матеріалів конкретизовані відносно швидкостей незворотних деформацій повзучості та пошкоджень. Чисельні оцінки ресурсу отримані для циліндра під внутрішнім тиском, що пошкоджується внаслідок динамічної повзучості.

A mixed variational functional have been used for solution of initial-boundary-value problem of dynamic creep for initial-anisotropic bodies. Variational-structural R-functions theory method in combination with the method of solutions continuation over time are presented in the paper. State equations of dynamic creep for materials are specified in incremental form relative to irreversible creep strains rates and damage parameter. As an example, numerical estimations of dynamic creep-damage problem for the cylinder under internal pressure are given.

Для решения начально-краевых задач динамической ползучести начально-анизотропных тел применен смешанный вариационный функционал. Стационарные условия для функционалу оты-

скиваются по удлинению во времени решений, принятых по вариационно-структурному методу теории R-функций. Уравнения состояния динамической ползучести материалов конкретизированы относительно скоростей необратимых деформаций ползучести и повреждений. Численные оценки ресурса получены для цилиндра под внутренним давлением, которое повреждается в результате динамической ползучести.

Актуальность и состояние проблемы. В расчетах на прочность элементов конструкций, эксплуатационные условия которых характеризуются высоким уровнем температур, необходимо учитывать явление ползучести, которое приводит к возникновению необратимых деформаций ползучести и повреждаемости, приводящим к разрушению конструкций. Большинство элементов конструкций авиационной и ракетно-космической техники эксплуатируются в таких условиях и изготовлены из материалов, которые проявляют анизотропные свойства при ползучести. Причем наряду с квазистатическими нагрузками на многие такие элементы конструкций действуют нестационарные быстро изменяющиеся во времени физико-механические поля. В работе рассматривается постановка таких задач, а именно динамической ползучести и повреждаемости начально-анизотропных тел. Предложен метод решения поставленной задачи. Выполнены численные исследования динамической ползучести изотропных цилиндров под внутренним давлением.

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим общую постановку задач динамической ползучести и повреждаемости тел. В декартовых координатах рассмотрим пространственное тело объемом V , поверхностью S : $S = S_i \cup S_u$, S_t , S_u – части поверхности тела, на которых заданы внешние распределенные силы и условия закрепления.

Рассмотрим смешанный вариационный функционал для ползучести тел, полученный в [1].

$$R_{u\sigma} = \iiint_V \left[\frac{1}{2} \sigma_{ij} (u_{i,j} + u_{j,i}) - \sigma_{ij} C_{ij} - \Lambda(\sigma_{ij}) - (f_i - \rho \dot{v}_i) u_i \right] dV - \iint_{S_t} (p_i^0 + \Phi_i(t)) u_i dS - \iint_{S_u} n_i \sigma_{ij} (u_j - u_j^*) dS. \quad (1)$$

Функционал вида (1) записан относительно неизвестных компонент тензоров напряжений и перемещений для тела, при заданных объемных, поверхностных силах и комбинированном нагружении. Функционал (1) необходимо дополнить уравнениями состояния ползучести для определения компонент тензора деформаций ползучести C_{ij} .

Как показано в [2-5], для определения необратимых деформаций ползучести и параметра повреждаемости изотропного при динамической ползучести имеют вид:

$$\dot{C}_{ij} = \frac{3}{2} \cdot \frac{B \sigma_i^{n-1} (1 + H(A))}{(1 - \omega^r)^l} \cdot s_{ij}; \quad \dot{\omega} = \frac{D \sigma_e^m (1 + K(A))}{(1 - \omega^r)^k}; \quad \omega(0) = 0; \quad \omega(t_*) = 1;$$

$$H(A) = \frac{n(n-1)}{4} A^2 \left(1 + \frac{(n-2)(n-3)}{16} A^2 \right); \quad (2)$$

$$K(A) = \frac{m(m-1)}{4} A^2 \left(1 + \frac{(m-2)(m-3)}{16} A^2 \right); \quad A = \frac{\sigma_i^a}{\sigma_i^0}.$$

Обобщение этих уравнений для ортотропной ползучести записываются в виде [6]:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{C}} &= b_{1111}^{(N+1)/2} \frac{\bar{\sigma}_2^{N-1} (1+H(A))}{(1-\omega)^N} [B] \underline{\sigma}; & \dot{\omega} &= d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^k (1+K(A))}{(1-\omega)^{k+S}}; \\ \underline{\dot{\omega}} &= d_{1111}^{k/2} \frac{\sigma_{*2}^{k-2} (1+K(A))}{(1-\omega)^{k+S-1}} [D] \underline{\sigma}; & \omega(0) &= 0; \quad \omega(t_*) = 1, \end{aligned} \quad (3)$$

$\bar{\sigma}_2^2 = \underline{\sigma}^T [B] \underline{\sigma}$, $\sigma_{*2}^2 = \underline{\sigma}^T [D] \underline{\sigma}$ – инварианты напряжений.

В работах [1] предложен численно-аналитический метод решения задач ползучести, который представляет сочетание метода продолжения решения по времени с решением вариационного равенства на шаге времени. Используя вариационно-структурный метод теории R-функций из условия стационарности функционала (1) получим разрешающую систему линейных алгебраических уравнений в общепринятых обозначениях

$$[K] \{q\} = \{F\} + \{F^{cr}\}. \quad (4)$$

Амплитудные значения напряжений, входящие в уравнения состояния ползучести вида (2) или (3) вычисляются по решению системы уравнений вида

$$([K] - \Omega^2 [M]) \{q_*^1\} = \{p_*^1\}, \quad (5)$$

где $\{q_*^1\}$ – коэффициенты структур решений при вынужденных гармонических колебаниях тела с заданной частотой Ω ; $[K]$, $[M]$ – матрицы жесткости и масс тела; $\{p_*^1\}$ – вектор амплитудных значений нагрузок.

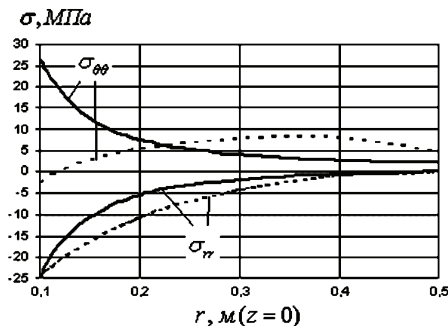
Используя найденные амплитудные значения напряжений в начальный момент времени, выполняется интегрирование уравнений состояния динамической ползучести вида (2) или (3) с использованием метода Рунге-Кутты в модификации Мерсона, и продолжается решение по времени на основе смешанного вариационного принципа.

Численные исследования динамической ползучести цилиндра. Далее в работе для конкретизации материальных постоянных входящих в уравнения состояния изотропных при ползучести материалов используются опытные данные об одноосной ползучести образцов.

Рассмотрена ползучесть с повреждаемостью сплава Д16АТ, физико-механические постоянные которого в уравнении состояния (2) при температуре $T = 300$ °С, принято равными: $E = 65$ ГПа; $B = 0,34 \cdot 10^{-7}$ МПа⁻ⁿ/ч;

$$D = 1,9 \cdot 10^{-7} \text{ МПа}^{-m}/\text{ч}; \quad n = m = k = l = 2,93; \quad r = 1,379; \quad \alpha = 0; \quad \nu = 0,3; \\ \rho = 3000 \text{ кг/м}^3.$$

Далее рассматривается ползучесть и повреждаемость толстостенного цилиндра со свободными торцами, находящегося под действием комбинированного нагружения на внутренней поверхности $p_1 = p_1^0 + p_1^a \cdot \sin(\mu \frac{2\pi}{T} \xi)$. При этом значение постоянной составляющей давления выбрано равным $p_1^0 = 25 \text{ МПа}$, а значения амплитуды и частоты циклической составляющей соответственно $p_1^a = 5 \text{ МПа}$; $p_1^a = 10 \text{ МПа}$ и $\zeta = 500 \text{ Гц}$; $\zeta = 1000 \text{ Гц}$. В расчетах приняты следующие значения геометрических параметров цилиндра из материала Д16АТ: $R_1 = 0,1 \text{ м}$; $R_2 = 0,5 \text{ м}$ – внутренний и внешний радиусы соответственно, $2h = 0,6 \text{ м}$ – длина цилиндра.



Распределения радиальных и окружных напряжений: $t_0 = 0 \text{ ч}$ – сплошная кривая, $t_* = 92,5 \text{ ч}$ – пунктирная кривая ($p_1^a = 5 \text{ МПа}$; $\zeta = 500 \text{ Гц}$)

На рисунке приведены распределения радиальных и окружных напряжений в центральном сечении цилиндра в начальный момент времени (сплошная кривая) и перед разрушением (штриховая кривая). Следует отметить значительное перераспределение окружных напряжений на внутренней и внешней поверхности цилиндра. Время до разрушения цилиндра при отсутствии осциллирующей составляющей составило 109 часов.

Время до разрушения цилиндра при разных значениях частоты амплитуды и частоты осциллирующего нагружения, $p_1^0 = 25 \text{ МПа}$

Ω_* p_1^a	500, Гц	1000, Гц
5, МПа	92,5 ч	91,9 ч
10, МПа	69,1 ч	67,7 ч

В таблице представлены значения времени до разрушения цилиндра при варьировании значениями амплитуды и частоты осциллирующей состав-

ляющей нагрузки. Из анализа представленных в таблице результатов расчета следует, что увеличение амплитуды осциллирующей нагрузки приводит к значительному сокращению времени до разрушения цилиндра.

Выводы. Представлена математическая постановка и метод решения задач динамической ползучести и повреждаемости тел. Получены оценки ресурса повреждающегося вследствие динамической ползучести цилиндра под внутренним давлением. При варьировании амплитудой и уровнем напряжений для разных частот осциллирующего гармонического давления на внутренней поверхности цилиндра установлены закономерности в изменении напряженно-деформированного состояния и времени до завершения скрытого разрушения. Установлено, что дополнительное к статическому действие осциллирующей составляющей нагрузки приводит к сокращению времени до окончания скрытого разрушения цилиндра.

Список литературы: 1. Морачковский О.К., Соболев В.Н. Метод решения задач ползучести тел на основе смешанного вариационного принципа // Вісник НТУ «ХПІ». – Х.: НТУ «ХПІ», 2003. – № 12, Т. 1 – С. 84-89. 2. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикладная механика. – 1992. – Т. 28, № 8. – С. 17-23. 3. Конкин В.Н., Морачковский О.К. Ползучесть и длительная прочность легких сплавов, проявляющих анизотропные свойства // Проблемы прочности. – 1987. – № 5. – С. 38-42. 4. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с. 5. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 6. Morachkovsky O., Pasyok M. The creep damage model of transversally-isotropic metals // 6th International Symposium on Creep and Coupled Processes. – Białowieża, 1998. – PP. 367-375.

Поступила в редколлегию 21.10.2011

УДК 539.1

К.Ю.СЧАСТЛИВЕЦ, науч. сотр., НТУ «ХПИ»;
С.Ю.ПОГОРЕЛОВ, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХПИ»;
С.И.МАРУСЕНКО, науч. сотр., НТУ «ХПИ»

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ СТЕРЖНЕВОЙ МОДЕЛИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

В процесі розробки законів керування для космічних апаратів постає задача керованого руху пружних об'єктів. Однією з можливих методик розв'язання таких задач є методика з використанням метода скінчених елементів для розв'язання динамічного аналізу моделі з урахуванням пружних збурень. В результаті проведених досліджень розроблено методику, яка дозволяє моделювати керований рух пружного тіла з використанням МСЕ.

The guided motion problem of elastic body appears in process of spacecraft control law designing. One of possible methods of suchlike problem solution is the FEM- based method of dynamic analysis which

account of elastic disturbances. As a result of performed analysis the method which allows simulating the controlled motion of elastic body has been developed.

В процессе разработки законов управления для космических аппаратов появляется задача управляемого движения упругих объектов. Одной из возможных методик решения таких задач является методика с использованием метода конечных элементов для динамического анализа модели с учетом упругих возмущений. В результате проведенных исследований разработана методика, позволяющая моделировать управляемое движение упругого тела с использованием МКЭ.

1 Описание проблемы. В процессе разработки законов управления для космических аппаратов (КА) встает задача учета влияния упругих возмущений, возбужденных вынужденными колебаниями КА, вызванными, в свою очередь, переменным управляющим воздействием. Решение подобных задач обычно проводилось аналитически для упрощенных моделей, составленных из ограниченного числа сосредоточенных масс, соединенных упругими связями с заданными упругими и демпфирующими характеристиками. Развитие вычислительной техники сделало возможным решать данную задачу численными методами с использованием более сложных моделей с распределенными характеристиками. Одной из возможных методик решения подобных задач является методика с использованием метода конечных элементов для решения задачи динамического анализа модели с учетом упругих возмущений. Общий алгоритм решения проблемы управляемого движения (разворота) упругого тела приведен на рис. 1.

2 Математическая постановка задачи. Задача динамического анализа движения упругого тела под действием нестационарных внешних нагрузок для линейной системы описывается следующим уравнением:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{\dot{u}\} + [C]\{u\} = \{F^a(t)\}, \quad (1)$$

где $[M]$ – матрица масс, $[K]$ – матрица демпфирования, $[C]$ – матрица жесткости, $\{\ddot{u}\}$ – вектор узловых ускорений, $\{\dot{u}\}$ – вектор узловых скоростей, $\{u\}$ – вектор узловых перемещений, $\{F^a(t)\}$ – вектор внешних сил, изменяющийся во времени.

Задача управляемого движения упругого тела в общем случае является геометрически нелинейной, так как во время маневра тело совершает большие повороты как твердое тело, в то время как напряжения в нем остаются в рамках линейной теории. Это приводит к тому, что вместе с телом поворачиваются системы координат конечных элементов (рис. 2).

Для компенсации данной нелинейности вводится матрица поворота $[Tn]$, определяющая положение повернутых систем координат элементов относительно некой первоначальной системы координат:

$$[Tn] = [Tv] [Rn] \quad (2)$$

Конкретный вид матрицы $[Tn]$ зависит от типа используемого элемента и для стержневого элемента определяется путем усреднения узловых поворотов [1].

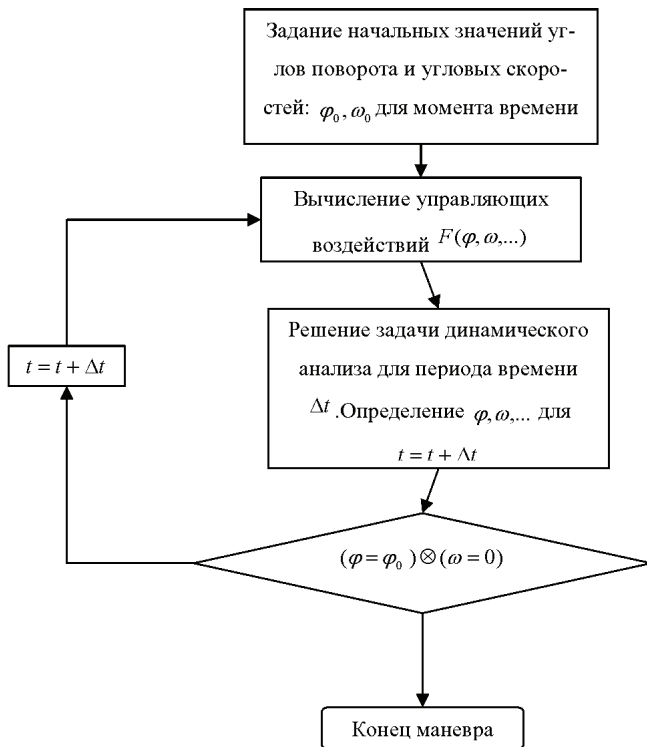


Рисунок 1 – Блок-схема алгоритма моделирования управляемого движения упругого тела

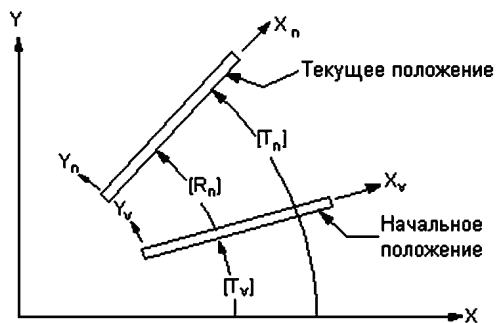


Рисунок 2 – Геометрическая нелинейность при больших поворотах

В данной задаче применена модель вязкого трения, при котором сила трения пропорциональна скорости движения тела. Матрица $[C]$, определяющая данную зависимость имеет, следующий вид:

$$[C] = \beta[K] + \sum_{j=1}^{N_m} [\beta_j^m [K_j]], \quad (3)$$

где β – коэффициент демпфирования при матрице жесткости, β_j – коэффициент демпфирования при матрице жесткости для j -го материала, $[K_j]$ – часть матрицы жесткости для j -го материала, N_m – число материалов, используемых в системе.

Для нахождения вектора узловых перемещений $\{u\}$ для момента времени t_n необходимо решить краевую задачу

$$[A]\{u\} = \{F^a\}, \quad (4)$$

где $[A]$ – матрица коэффициентов, в общем случае зависящая от $\{u\}$.

Данная краевая задача является в общем случае нелинейной и решается с использованием метода Ньютона-Раффсона [2]:

$$\begin{aligned} [A_i^T]\{\Delta u_i\} &= \{F^a\} - \{F^{ng}\}, \\ \{u_{i+1}\} &= \{u_i\} + \{\Delta u_i\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\{\Delta u_i\}$ – приращения перемещений на i -ой итерации, $[A_i^T]$ – матрица-якобиан, $\{F^{ng}\}$ – вектор восстанавливающих нагрузок.

Задача динамического анализа решается одной из реализаций метода прямого интегрирования во времени [3]:

$$[M]\{\ddot{u}_{n+1-\alpha_m}\} + [K]\{\dot{u}_{n+1-\alpha_m}\} + [C]\{u_{n+1-\alpha_m}\} = \{F^a_{n+1-\alpha_m}\}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \{\ddot{u}_{n+1-\alpha_m}\} &= (1 - \alpha_m)\{\ddot{u}_{n+1}\} + \alpha_m\{\ddot{u}_n\}; \\ \{\dot{u}_{n+1-\alpha_f}\} &= (1 - \alpha_f)\{\dot{u}_{n+1}\} + \alpha_f\{\dot{u}_n\}; \\ \{u_{n+1-\alpha_m}\} &= (1 - \alpha_f)\{u_{n+1}\} + \alpha_f\{u_n\}; \\ \{F^a_{n+1-\alpha_f}\} &= (1 - \alpha_f)\{F^a_{n+1}\} + \alpha_f\{F^a_n\}. \end{aligned}$$

3 Описание исследовательской модели. В качестве объекта исследования был выбран микроспутник, представляющий собой небольшое центральное ядро с 4-мя большими упругими элементами – солнечными батареями.

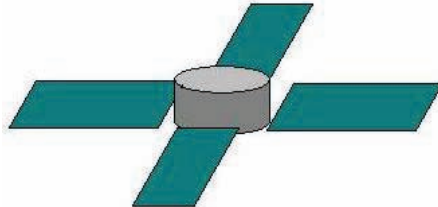


Рисунок 3 – Модель микроспутника

Было принято решение в качестве исследовательской модели использовать упрощенную модель спутника, представляющую собой шарнирно закрепленный стержень, состоящий из двух частей с разными жесткостными, демпфирующими и массово-габаритными характеристиками, совершающий поворот вокруг точки закрепления (рис. 4). Данный выбор был обусловлен стремлением минимизировать требования к вычислительным мощностям на период разработки и отладки реализации алгоритма.

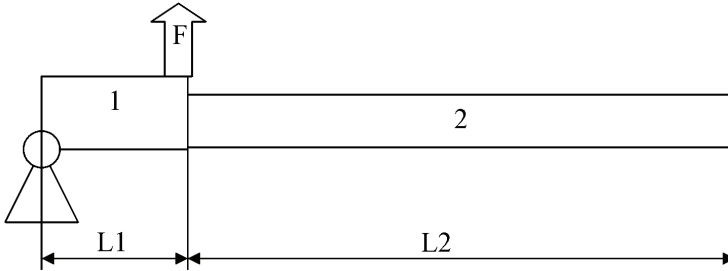


Рисунок 4 – Стержневая исследовательская модель

Как было сказано выше, модель представляет собой шарнирно закрепленный в одном конце составной двумерный стержень. Одна его часть (1), ближайшая к точке закрепления, моделирует жесткое ядро спутника, а вторая часть (2) его упругие элементы: солнечные батареи и т.д. Для каждой из частей задается следующий набор параметров:

- Длина участка стержня;
- Высота участка стержня;
- Момент инерции сечения участка стержня;
- Площадь сечения участка стержня;
- Модуль упругости участка стержня;
- Плотность участка стержня;
- Коэффициент демпфирования участка стержня.

В качестве разновидности управляемого движения спутника было решено рассматривать плоское вращение вокруг центра масс. Управляемое вращение упругого стержня осуществляется посредством приложения перпендикулярно к оси стержня управляющей силы F , рассчитываемой по следующему закону управления:

$$F(\varphi, \omega) = -k_1(\varphi_k + \varphi) - k_2\omega, \quad (7)$$

где φ , ω – текущие значения угла поворота и угловой скорости в точке закрепления стержня; φ_k – целевое (конечное) значение угла поворота; k_1 , k_2 – коэффициенты закона управления.

В качестве выходных данных модели были определены следующие величины:

- Время, с;

- Угол поворота относительно центра вращения, рад;
 - Угловая скорость относительно центра вращения, рад/с;
 - Величина управляющей силы, Н;
 - Линейные ускорения в 10 точках, равномерно распределенных по длине модели;
 - Отклонения от недеформированной оси стержня в 10 точках, равномерно распределенных по длине модели, м.
- Параметры закона управления были приняты:
- Максимальная тяга управляющего усилия – 10 Н.
 - Характерное время реакции управления (шаг интегрирования по времени) 0,1 с.
 - Необходимая точность маневра: по углу – 1 градус, по угловой скорости 0,1 град./с.

4 Верификация модели. В рамках верификационных процедур для исследовательской расчетной модели были проведены два верификационных расчета:

- Равномерный поворот шарнирно-закрепленного стержня на заданный угол.
- Равноускоренное движение шарнирно-закрепленного стержня под действием момента, приложенного в точке закрепления.

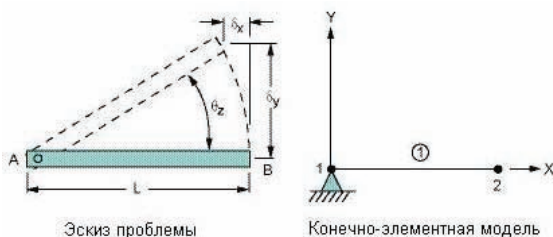


Рисунок 5 – Поворот стержня на заданный угол

4.1 Поворот стержня на заданный угол. Целью данного верификационного расчета было исследование адекватности результатов численного моделирования поворота с расчетными. В качестве модели был взят стержень с массой, стремящейся к нулевой (рис. 5) и следующими граничными условиями в точке А: перемещения равны нулю, угловая скорость 400 об/с. В качестве параметров сравнения рассматривались перемещения свободного конца стержня.

Параметры модели были приняты следующими:

- Длина – 0,254 м;
- Плотность – $1 \cdot 10^{-6}$ кг/м³;
- Модуль упругости – $7,3 \cdot 10^{10}$ Па.

Сравнительные результаты моделирования и расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1 – Сравнительные результаты моделирования и расчета поворота стержня

Поворот, град	Перемещение, м	Расчет	Моделирование
60	δ_x	-0,127	-0,127
90	δ_y	0,254	0,254
180	δ_x	-0,508	-0,508
210	δ_y	-0,127	-0,127
315	δ_x	-0,074422	-0,074422
360	δ_y	0,0	0,0

4.2 Равноускоренное движение стержня. Целью данного верификационного расчета было исследование адекватности динамического отклика шарнирно-закрепленного стержня на приложение в центре крутящего момента. Параметры модели были выбраны следующие:

- Длина – 1 м;
- Плотность – 1000 кг/м³;
- Сечение – прямоугольное, высота – 0,1 м, ширина – 0,1 м;
- Величина крутящего момента – 1 Н · м.

В качестве параметра сравнения рассматривалось угловое ускорение во круг центра вращения. Сравнительные результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2 – Сравнительные результаты моделирования и расчета равноускоренного поворота стержня

Параметр	Расчет	Моделирование
Угловое ускорение, м/с ²	0,3	0,299244

5 Математическая модель управляемого плоского вращения жесткого стержня. Для сравнения с результатами моделирования для управляемого движения упругого тела была разработана эквивалентная модель жесткого тела, обладающая одинаковыми с ней массово-габаритными характеристиками и совершающая аналогичный маневр по аналогичному закону движения.

$$\varepsilon = \frac{M}{I};$$

$$\Delta\omega = \varepsilon\Delta t; \tag{8}$$

$$\Delta\varphi = \omega_0\Delta t + \frac{\varepsilon\Delta t^2}{2},$$

где M – управляющий момент; I – момент инерции стержня относительно центра вращения; ε – угловое ускорение; $\Delta\omega$ – приращение угловой скорости за время Δt ; $\Delta\varphi$ – приращение угла поворота за время Δt при начальной угловой скорости ω_0 .

6 Результаты моделирования. Моделировался поворот на 180 градусов для исследовательской упругой модели и соответствующей ей жесткой модели.

Время поворота на угол 180 градусов:

– жесткой модели – 58,8 с.;

– упругой модели – 327,2 с.

Зависимости угла поворота, угловой скорости и величины управляющей силы приведены на рис. 6-8.

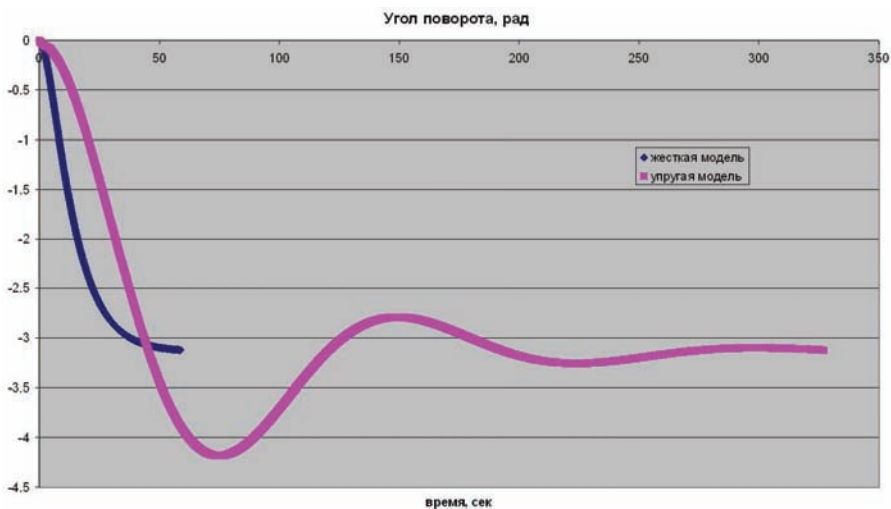


Рисунок 6 – Изменение угла поворота при маневре жесткого и упругого тел

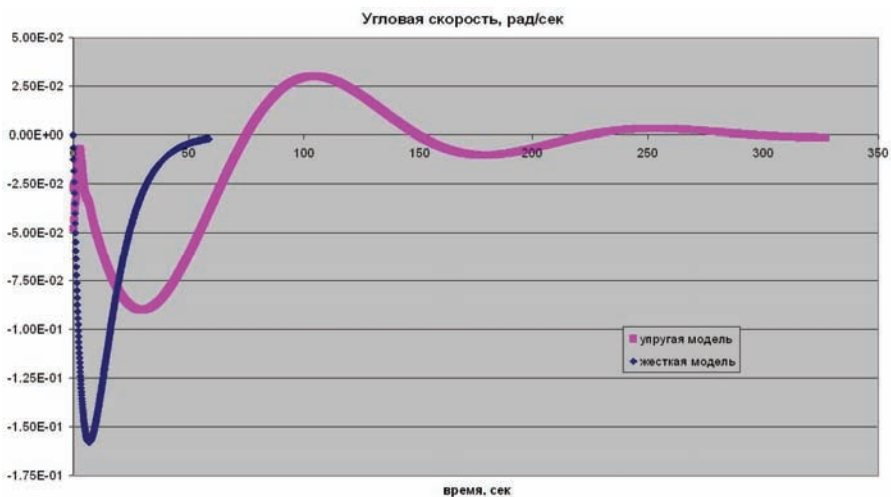


Рисунок 7 – Изменение угловой скорости при маневре жесткого и упругого тел

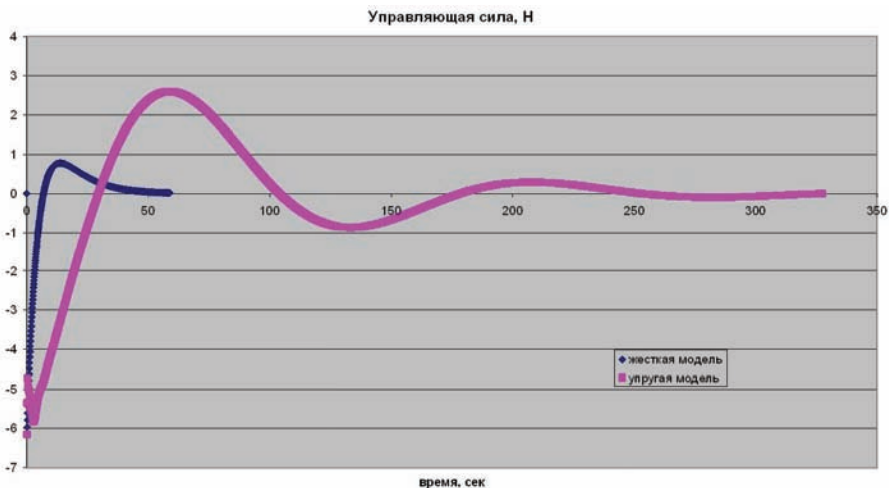


Рисунок 8 – Изменение величины управляющей силы при маневре жесткого и упругого тел

Для изучения отклонения упругого стержня от недеформированной оси были выведены отклонения в узлах U10-U250 с шагом в тридцать узлов. Динамика отклонения стержня от недеформированной оси в течении первых 11 с. приведена на рис. 9.

Также получены распределения линейных ускорений по оси стержня во времени, показанные для первых 9 с. (рис. 10.)

Отклонения упругого стержня от недеформированной оси

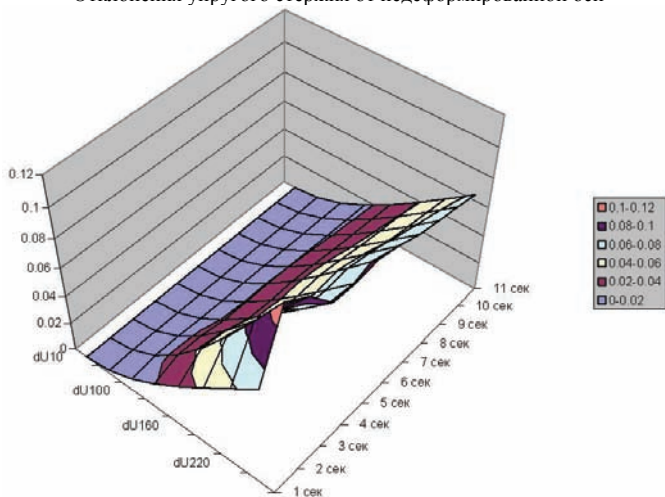


Рисунок 9 – Динамика отклонения стержня в течении первых 11 с.

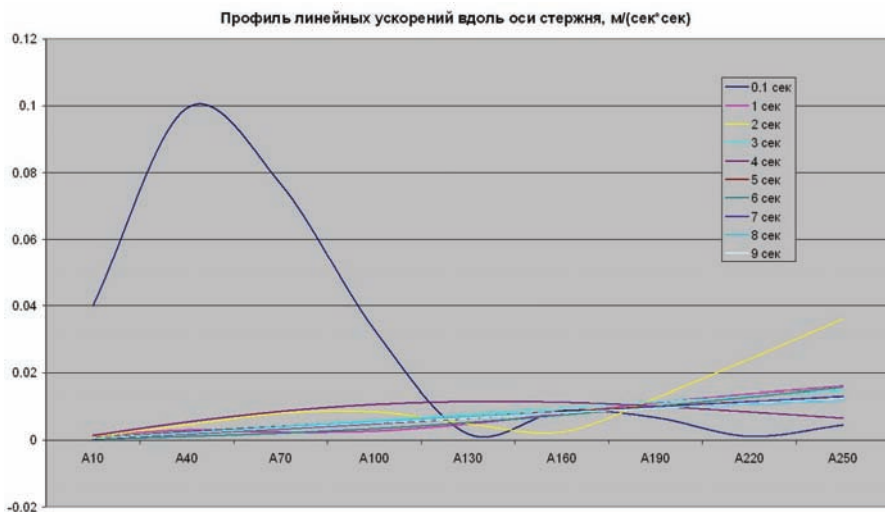


Рисунок 10 – Профиль линейных ускорений вдоль оси стержня

Выводы. В результате проведенных исследований разработана методика, позволяющая моделировать управляемое движение упругого тела с использованием МКЭ. Разработана программная реализация данной методики.

Из результатов моделирования видна необходимость учета упругих свойств спутника в создании законов управления. Маневр, совершенный по закону управления, не учитывающему упругих свойств спутника, занимает для рассматриваемой модели в пять раз больше времени, чем маневр абсолютно жесткой модели спутника.

Список литературы: 1. Rankin, C. C., Brogan, F. A. An Element Independent Corotational Procedure for the Treatment of Large Rotations // Journal of Pressure Vessel Technology. – Vol. 108. – PP. 165-174 (May 1986). 2. Bathe, K. J. Finite Element Procedures. – Prentice-Hall, Englewood Cliffs (1996). 3. Chung, J., Hulbert, G. M. A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics with Improved Numerical Dissipation: The Generalized- α Method // Journal of Applied Mechanics. – Vol. 60. – PP. 371 (1993).

Поступила в редколлегию 23.06.2011

Д.В. ТАРАДУДА, ад'юнкт ад'юнктури, НУЦЗУ, Харків;
Р.І. ШЕВЧЕНКО, канд. техн. наук, нач. НДЛ, НУЦЗУ, Харків

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ БЕЗПЕКИ ОСНОВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ АМІАЧНОЇ ХОЛОДИЛЬНОЇ УСТАНОВКИ ПРИ ДІЇ ФАКТОРІВ НЕБЕЗПЕКИ «ЗОВНІШНЬОГО ВПЛИВУ»

На основі аналізу принципової схеми типової аміачної холодильної установки, технологічного процесу, який має місце та аварійності АХУ з урахуванням умов, що характерні для ПНО на території України, визначено фактори небезпеки «зовнішнього впливу», що можуть призвести до виникнення аварійної ситуації на аміачній холодильній установці. Запропоновано процедуру визначення коефіцієнтів безпеки основних вузлів аміачної холодильної установки, як основи процесу визначення пріоритетів та управління ризиком виникнення аварії на об'єкті контролю.

On the basis of the analysis a circuit diagram of the typical ammoniac refrigerating machinery (ARM), technological process which takes place also breakdown susceptibilities ARM taking into account the conditions, which characteristic for potentially dangerous objects (PDO) in territory of Ukraine, danger factors «external influence» that can lead to emergency occurrence on the ammoniac refrigerating machinery are defined. Procedure of definition factors of safety for the basic knots of the ammoniac refrigerating machinery, as bases process of definition priorities and management risk of occurrence failure on object of control is offered.

На основе анализа принципиальной схемы типичной аммиачной холодильной установки, технологического процесса, который имеет место и аварийности АХУ с учетом условий, характерных для ПНО на территории Украины, определены факторы опасности «внешнего влияния», которые могут привести к возникновению аварийной ситуации на аммиачной холодильной установке. Предложена процедура определения коэффициентов безопасности основных узлов аммиачной холодильной установки, как основа процесса определения приоритетов и управления риском возникновения аварии на объекте контроля.

Постановка проблеми. Перш ніж почати оцінку безпеки технічної системи при впливі на неї факторів зовнішнього впливу з'ясуємо, що розуміється під поняттям «зовнішній». Радянський енциклопедичний словник стверджує, що «зовнішнє» виражає властивості об'єкта як цілого й характеризує його взаємодію з навколишнім середовищем. Таким чином, можна вважати, що в динаміці «зовнішній вплив» характеризується процесом взаємодії навколишнього середовища з об'єктом контролю.

Як відомо, будь-яка технічна система після її синтезу (тобто створення) перебуває у взаємодії з навколишнім середовищем. Ця взаємодія триває протягом усього експлуатаційного циклу й припиняється у разі фізичного розпаду системи. Саме тому, при комплексній оцінці безпеки та при управлінні ризиком виникнення аварії на потенційно небезпечних об'єктах (ПНО) в цілому та на об'єктах, до складу яких входять аміачні холодильні установки (АХУ) зокрема, оцінка безпеки технічної системи при впливі на неї факторів небезпеки «зовнішнього впливу», на наш погляд, є обов'язковим етапом. А з урахуванням останніх природних катаклізмів, що привели до катастрофи плане-

тарного масштабу на АЕС «Фукусіма» (Японія) питання всебічного врахування факторів «зовнішнього впливу» набуває нової актуальності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. З аналізу літератури, щодо безпеки експлуатації технічних систем в цілому та холодильних установок зокрема [1,2,4], витікає, що набір факторів зовнішнього впливу, який необхідно враховувати при оцінці безпеки технічної системи не є довільним і багато в чому залежить від клімату, сейсмічної активності місцевості, рівня деструктивних соціальних процесів (наприклад терористичних дій) та техногенного навантаження території де експлуатується система. Під час попереднього аналізу можна приблизно оцінити можливий набір факторів небезпеки та провести ранжирування їх за ступенем важливості для системи, що контролюється. На наступному етапі аналізу вплив зовнішніх факторів вже немає необхідності розглядати всі можливі фактори, досить проаналізувати тільки найбільш істотні.

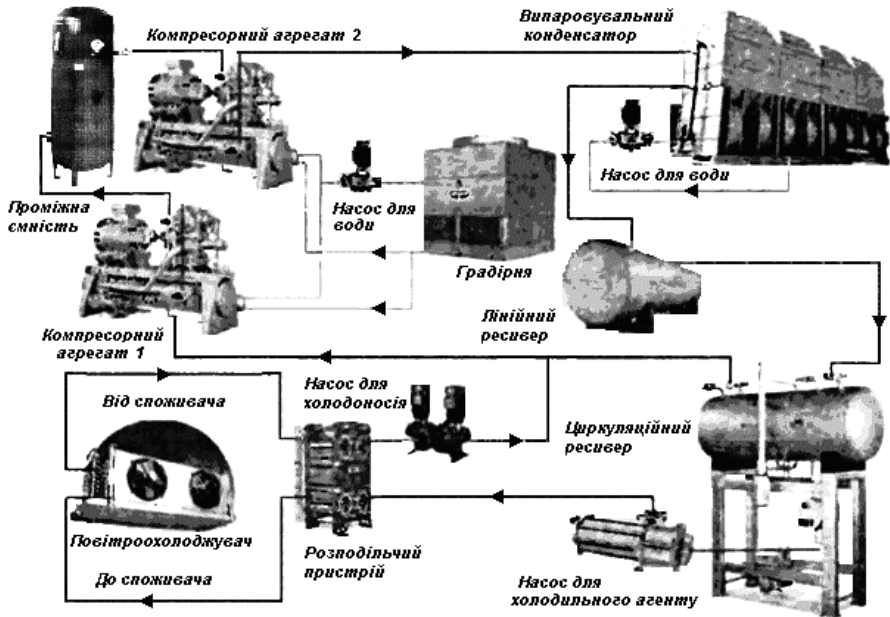


Рисунок 1 – Принципова схема типової аміачної холодильної установки

Таким чином, для визначення основних факторів небезпеки за «зовнішнього впливу» для аміачної холодильної установки слід враховувати наступну умову: з одного боку Україна розташована у помірно стабільній, з погляду сейсмологічної активності, зоні та з низьким рівнем деструктивних соціальних процесів (терористичні дії та ін.), але з іншого боку, її кліматичні умови

(особливо у осінньо-зимовий та зимово-весняний періоди) та техногенна переваженість регіонів чинять досить суттєвий вплив на безпеку об'єктів, що знаходяться на її території. Враховуючи цю умову, були розглянуті принципова схема типової аміачної холодильної установки (рис. 1) та технологічний процес, який має місце, а також проведений аналіз аварійності АХУ.

На основі проведеного дослідження були виявлені наступні фактори небезпеки «зовнішнього впливу», які характерні для аміачної холодильної установки, враховуючи вищеописані умови:

1. Знеструмлення в результаті зовнішнього впливу (ЗВ);
2. Припинення водопостачання до системи охолодження в результаті зовнішнього впливу;
3. Розгерметизація елементів установки в результаті зовнішнього впливу.

Постановка завдання та його вирішення. Оцінку безпеки при дії небезпечних факторів «зовнішнього впливу» на об'єкт контролю доцільно проводити шляхом поєднання методів експертних оцінок [3] та аналізу ієрархії Т.Сааті [8], а також застосувавши модель Пуассона.

За допомогою елементу попарних порівнянь методу аналізу ієрархії Т.Сааті експертам пропонується оцінити величину дії факторів небезпеки «зовнішнього впливу» на кожен з основних елементів установки.

Вибір експертів пропонується проводити в декілька етапів. У якості експертів на першому етапі визначається N (для відповідного типу системи, що аналізується $N = 6$) [3] фахівців у сфері цивільного, протипожежного, екологічного та інформаційного захисту, а також фахівців у сфері холодильної промисловості та безпеки холодильних машин. Застосовуючи «лавиноподібний» підхід до визначення кількості експертів, їм у свою чергу пропонується вибрати, також по шість фахівців. Таким чином, отримується перелік у 36 осіб, з якого виключаються повторення. Таким самим чином проводяться наступні етапи відбору експертів доти, поки вибрані експерти повністю не повторюються. На цьому набір експертів закінчується.

Для фіксації результату порівняння стійкості до впливів пари факторів небезпеки пропонується використовувати шкалу наступного типу (шкалу ієрархії Сааті):

- 1 – рівноцінність;
- 3 – помірна перевага;
- 5 – сильна перевага;
- 7 – дуже сильна перевага;
- 9 – найбільша (крайня) перевага.

Значення 2, 4, 6 та 8 є перехідними. Особа, що приймає рішення (експерт), враховуючи свій досвід у даному питанні, попарно порівнює величину дії факторів небезпеки на кожен з основних елементів установки і ставить коефіцієнт k , використовуючи значення шкали ієрархії Сааті ($k = 1, 2, 3, \dots, 9$ або $1/1, 1/2, 1/3, \dots, 1/9$). Результати парних порівнянь величини дії факторів небезпеки окремо на кожен з основних елементів установки записуються у

вигляді табл. 1.

В табл. 1 прості дроби переводяться в десяткові, рядки таблиці сумуються і суми записуються у передостанній стовпчик, значення якого також сумуються. В останній стовпчик табл. 1 записуються нормовані значення коефіцієнтів дії j -го фактору безпеки на n -ий елемент установки.

Таблиця 1 – Форма для запису результатів парних порівнянь величини дії факторів безпеки «зовнішнього впливу» на n -ий елемент установки

	Фактор безпеки 1	Фактор безпеки 2	Фактор безпеки 3	...	Фактор безпеки l	Сума рядка	Нормовані значення
Фактор безпеки 1	$k_n^{1,1}$	$k_n^{1,2}$	$k_n^{1,3}$...	$k_n^{1,l}$	\sum_1^l	w_n^1
Фактор безпеки 2	$\frac{1}{k_n^{1,2}}$	$k_n^{2,2}$	$k_n^{2,3}$...	$k_n^{2,l}$	\sum_2^l	w_n^2
Фактор безпеки 3	$\frac{1}{k_n^{1,3}}$	$\frac{1}{k_n^{2,3}}$	$k_n^{3,3}$...	$k_n^{3,l}$	\sum_3^l	w_n^3
...
Фактор безпеки l	$\frac{1}{k_n^{1,l}}$	$\frac{1}{k_n^{2,l}}$	$\frac{1}{k_n^{3,l}}$...	$k_n^{l,l}$	\sum_l^l	w_n^l
Сума передостаннього стовпчика						$\sum \sum_i^l$	

Отримані значення коефіцієнтів дії факторів безпеки на n -ий елемент установки кожного експерта w_n^j записуються в табл. 2.

Розрахунок величин середнього значення коефіцієнта дії j -го фактору безпеки на n -ий елемент установки проводиться за формулою (1):

$$\bar{w}_n^j = \frac{\sum_{i=1}^c w_n^{i,j}}{c}. \quad (1)$$

З метою виключення з загального числа оцінок, що суттєво відрізняються від середнього значення, доцільно проводити багатоетапну процедуру дельфійського методу вирівнювання індивідуальних оцінок експертів [3] і приведення їх до відповідного загального показника. Для цього проводиться аналіз отриманих оцінок і виділення експертів, які дали оцінки, що суттєво відрізняються від загальної маси.

Застосовуючи вищенаведене, в результаті проведення експертної оцінки були отримані середні значення коефіцієнтів дії факторів безпеки на кожен з основних елементів установки (табл. 3).

Таблиця 2 – Форма для запису результатів обробки експертної оцінки величини дії факторів небезпеки «зовнішнього впливу» на n -ий елемент установки

	Фактор небезпеки 1	Фактор небезпеки 2	Фактор небезпеки 3	...	Фактор небезпеки l
Експерт 1	$w_n^{1,1}$	$w_n^{1,2}$	$w_n^{1,3}$...	$w_n^{1,l}$
Експерт 2	$w_n^{2,1}$	$w_n^{2,2}$	$w_n^{2,3}$...	$w_n^{2,l}$
Експерт 3	$w_n^{3,1}$	$w_n^{3,2}$	$w_n^{3,3}$...	$w_n^{3,l}$
...
Експерт c	$w_n^{c,1}$	$w_n^{k,2}$	$w_n^{k,3}$...	$w_n^{k,l}$
Середнє значення коефіцієнту дії	\bar{w}_n^1	\bar{w}_n^2	\bar{w}_n^3	...	\bar{w}_n^l

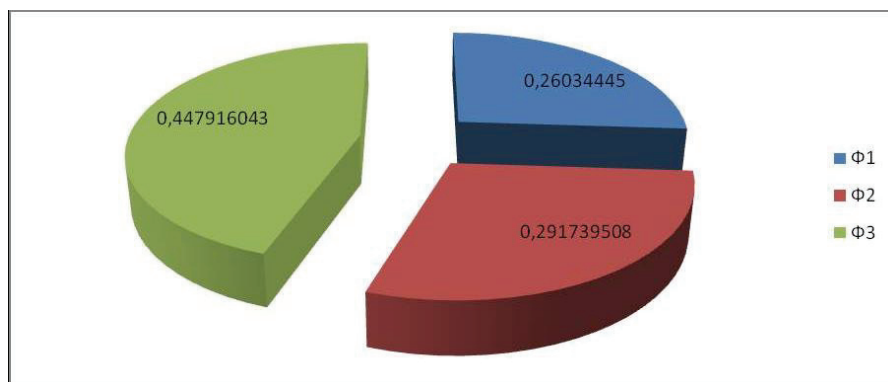


Рисунок 2 – Розподіл впливу на АХУ відповідного фактору небезпеки

Середні значення частки впливу відповідного фактору небезпеки на установку в цілому представлені у вигляді діаграми рис. 2.

Як видно з діаграми, найнебезпечнішим фактором для аміачної холодильної установки є розгерметизація елементів в результаті зовнішнього впливу, так як частка дії цього фактору небезпеки на усі елементи установки є найбільшою.

Отримані коефіцієнти показують частку дії кожного з небезпечних факторів зовнішнього впливу на елементи установки. Але для визначення коефіцієнтів безпеки елементів АХУ необхідно враховувати також і ймовірність виникнення кожного фактору небезпеки. Значення якої визначається за допомогою моделі Пуассона.

Таблиця 3 – Середні значення коефіцієнтів дії факторів небезпеки «зовнішнього впливу» на кожен з основних елементів установки

№ з/п	Елемент установки	Фактори небезпеки		
		Знеструмлення в результаті ЗВ	Припинення водопостачання до системи охолодження в результаті ЗВ	Розгерметизація елементів установки в результаті ЗВ
1	2	3	4	5
1	Компресорну машину першого ступеню (КМ-1)	0,28221	0,31061	0,40717
2	Продуктопровід до проміжної ємності (ПП до ПЄ)	0,23586	0,28337	0,48078
3	Проміжну ємність (ПЄ)	0,21129	0,31718	0,47153
4	Продуктопровід до компресорної машини другого ступеню (ПП до КМ-2)	0,25508	0,28545	0,45947
5	Компресорну машину другого ступеню (КМ-2)	0,29748	0,30508	0,39743
6	Продуктопровід до конденсатору (ПП до К)	0,25867	0,26204	0,47929
7	Конденсатор (К)	0,28074	0,31996	0,39930
8	Продуктопровід до лінійного ресиверу (ПП до ЛР)	0,22313	0,29750	0,47938
9	Лінійний ресивер (ЛР)	0,24164	0,30281	0,45555
10	Продуктопровід до циркуляційного ресиверу (ПП до ЦР)	0,23014	0,28854	0,48132
11	Циркуляційний ресивер (ЦР)	0,27107	0,29298	0,43594
12	Продуктопровід до насоса для перекачування холодильного агента до холодильної камери (ПП до Н ХК)	0,25725	0,26735	0,47540
13	Насос для перекачування холодильного агента до холодильної камери (Н до ХК)	0,33700	0,27825	0,38474
14	Продуктопровід до розподільчого пристрою (ПП до РП)	0,24404	0,27502	0,48094
15	Розподільчий пристрій (РП)	0,24891	0,31773	0,43336
16	Продуктопровід до випаровувача (ПП до В)	0,22626	0,29704	0,47670

Продовження табл. 3

1	2	3	4	5
17	Випаровувач (В)	0,26439	0,29435	0,44126
18	Продуктопровід до насосу для перекачування холодильного агента до компресорної машини першого ступеню (ПП до Н КМ-1)	0,25721	0,26459	0,47820
19	Насос для перекачування холодильного агента до компресорної машини першого ступеню (Н до КМ-1)	0,33177	0,28666	0,38157
20	Продуктопровід до компресорної машини першого ступеню (ПП до КМ-1)	0,25274	0,28827	0,45899

Таким чином, коефіцієнт безпеки n -го елемента АХУ при дії «зовнішнього впливу» визначимо за формулою (2).

$$p_n = 1 - \sum_{j=1}^c \bar{w}_n^j \cdot (1 - \exp(-\eta_j t)), \quad (2)$$

де c – кількість факторів небезпеки, які діють на n -ий елемент АХУ; t – час експлуатації установки; η_j – щільність подій, які провокують виникнення j -го фактору небезпеки; \bar{w}_n^j – середнє значення коефіцієнта дії j -го фактору небезпеки на n -ий елемент установки.

Розглянемо окремо кожен фактор небезпеки «зовнішнього впливу» та причини їх виникнення.

Знеструмлення установки в результаті зовнішнього впливу виникає при відмові ліній електропередач, що живлять установку. Причинами цього є масове пошкодження повітряних ліній електропередач в результаті впливу ожеледео-вітрових навантажень, що перевершують проектні, на лінії й конструкції опор, випадки вандалізму на об'єктах електроенергетики та інше.

У табл. 4 наводяться рекомендовані Міжнародною електротехнічною комісією (Комітет 11) показники надійності для повітряних ліній електропередачі в залежності від рівня їх надійності [9].

Таблиця 4 – Рівні й показники надійності ліній електропередач

Показники надійності	Рівні надійності		
	1	2	3
Період повторюваності розрахункових навантажень (середній час між відмовами) [число років]	50	150	500
Інтенсивність потоку відмов [відм/рік]	0,02	0,0067	0,002
Імовірність безвідмовної роботи протягом року [в.о.]	0,98	0,993	0,998
Імовірність безвідмовної роботи протягом терміну служби лінії, рівному 50 років, [в.о.]	0,368	0,716	0,905

Для електроживлення аміачних холодильних установок, як правило, використовуються лінії електропередач другого рівня надійності, тому надалі для розрахунку величини впливу на елементи АХУ відмови ліній електропередач η_1 приймаємо рівним 0,0067 [відм./рік].

Наступним фактором небезпеки «зовнішнього впливу» є припинення водопостачання до системи охолодження. Небезпеки, які пов'язані з дією цього фактору прямо впливають на компресорне обладнання, адже відмова системи охолодження може призвести до заклинювання та розгерметизація компресора, на решту елементів установки дія цього фактору небезпеки є опосередкованою. Основними причинами виникнення цього фактору небезпеки є відмова системи водопостачання об'єкта (розрив трубопроводів водопостачання) внаслідок руху ґрунту при дії атмосферних опадів, осідання ґрунту під трубопроводом при укладці підземних споруджень, гідравлічних ударів при експлуатації трубопроводу, сезонних температурних змін у траншеї та інше [5].

На рис. 3 та рис. 4 представлені дані по щільності відмов трубопроводів системи водопостачання у різні місяці року для різних діаметрів та матеріалів труб [11].

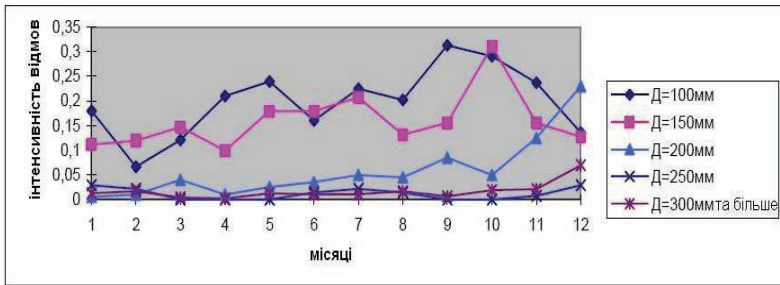


Рисунок 3 – Діаграма щільності відмов стальних трубопроводів системи водопостачання для різних діаметрів труб [відм./од.довж×міс.].

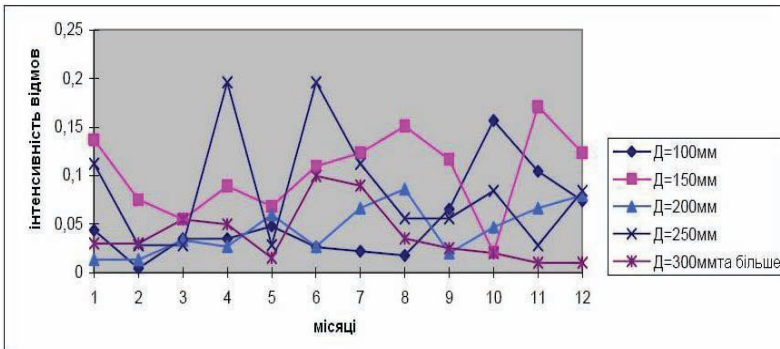


Рисунок 4 – Діаграма щільності відмов чавунних трубопроводів системи водопостачання для різних діаметрів труб [відм./од.довж×міс.].

Таблиця 5 – Значення коефіцієнтів безпеки елементів установки при дії факторів безпеки «зовнішнього впливу» в залежності від часу експлуатації АХУ

Елементи установок	Часу експлуатації, роки																				
	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	10
Коефіцієнти безпеки р елементів установок в залежності від часу експлуатації																					
КСМ-1	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,60	0,59
ІПШ до ІПС	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,78	0,76	0,74	0,72	0,71	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,60	0,59
ІПС	1,00	0,96	0,93	0,90	0,87	0,84	0,82	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,67	0,65	0,64	0,62	0,61	0,59	0,58	0,57
ІПШ до КСМ-2	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,60
КСМ-2	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,79	0,76	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,65	0,64	0,62	0,61	0,60
ІПШ до К	1,00	0,97	0,94	0,91	0,89	0,86	0,84	0,81	0,79	0,77	0,75	0,74	0,72	0,70	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,61
К	1,00	0,97	0,93	0,90	0,88	0,85	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,67	0,65	0,64	0,62	0,61	0,60	0,59
ІПШ до ЛР	1,00	0,97	0,93	0,90	0,88	0,85	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,59	0,58
ЛР	1,00	0,97	0,93	0,90	0,88	0,85	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,67	0,65	0,64	0,62	0,61	0,60	0,58
ІПШ до ЦР	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,69	0,67	0,65	0,64	0,63	0,61	0,60	0,59
ЦР	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,79	0,76	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,60
ІПШ до Н ХХ	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,86	0,84	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73	0,72	0,70	0,68	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,60
Н до ХХ	1,00	0,97	0,94	0,91	0,89	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,73	0,71	0,70	0,68	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62
ІПШ до РП	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,86	0,83	0,81	0,79	0,77	0,75	0,73	0,71	0,69	0,68	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,60
РП	1,00	0,97	0,93	0,90	0,87	0,85	0,82	0,80	0,77	0,75	0,73	0,71	0,70	0,68	0,66	0,65	0,63	0,62	0,60	0,59	0,58
ІПШ до В	1,00	0,97	0,93	0,90	0,88	0,85	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,70	0,68	0,67	0,65	0,63	0,62	0,61	0,59	0,58
В	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,78	0,76	0,74	0,73	0,71	0,69	0,67	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,59
ІПШ до НКСМ-1	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,86	0,84	0,81	0,79	0,77	0,75	0,74	0,72	0,70	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63	0,62	0,61
Н до КСМ-1	1,00	0,97	0,94	0,91	0,89	0,86	0,84	0,82	0,80	0,78	0,76	0,74	0,72	0,71	0,69	0,68	0,66	0,65	0,64	0,63	0,62
ІПШ до КСМ-1	1,00	0,97	0,94	0,91	0,88	0,85	0,83	0,81	0,78	0,76	0,74	0,73	0,71	0,69	0,67	0,66	0,65	0,63	0,62	0,61	0,59

Для забезпечення водопостачання аміачної холодильної установки використовуються трубопроводи різного діаметра та з різних матеріалів в залежності від року прокладки та об'ємів водоспоживання об'єкта, на території якого розташована АХУ. Для проведення подальших розрахунків приймемо допущення, що водопостачання установки, яка розглядається, здійснюється за допомогою сталених трубопроводів діаметром 150 мм.

За допомогою даних діаграми на рис. 3 визначаємо середньорічну щільність відмов η_2 для сталеного трубопроводу діаметром 150 мм, яка становить 0,16 [відм./од.довж×рік].

Ще одним фактором небезпеки, що розглядається нами, є розгерметизація елементів установки в результаті зовнішнього впливу. В якості чинника, що може привести до розгерметизації елементів АХУ, виступає аварія на сусідньому об'єкті з подальшим каскадним розвитком, що є досить небезпечним, враховуючи щільність, з якою на сьогодні розташовані в міській інфраструктурі потенційно небезпечні об'єкти.

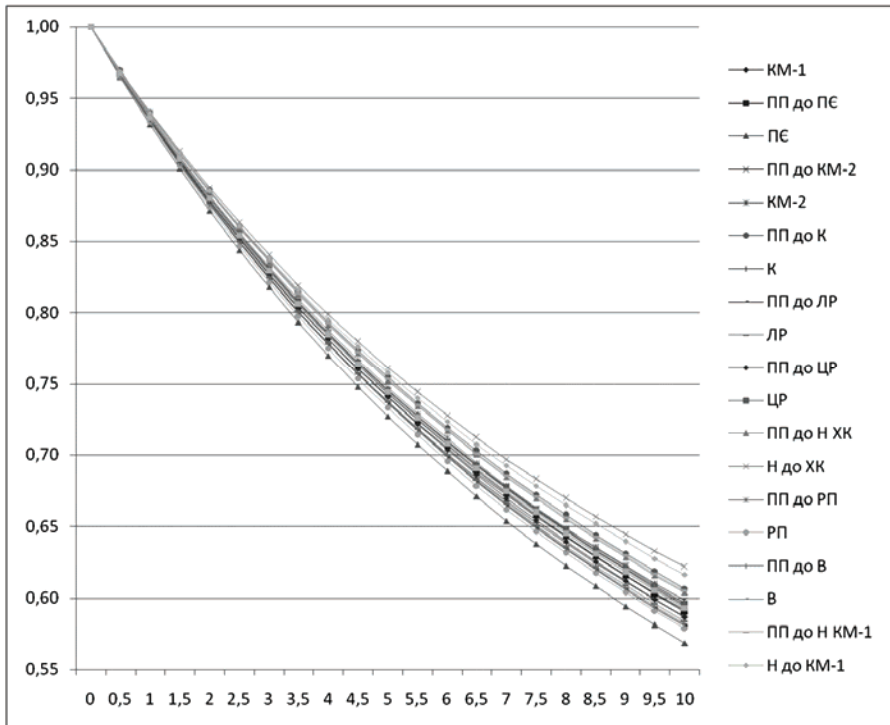


Рисунок 5 – Динаміка зміни коефіцієнтів безпеки основних елементів АХУ при дії факторів небезпеки «зовнішнього впливу»

Відповідно до Національного класифікатора НС [6] надзвичайними си-

туаціями, що можуть призвести до аварій на сусідніх об'єктах (каскадний розвиток аварії), є НС 1-го класу 01-го підкласу 30-ї та 51-ї груп, 1-го класу 02-го підкласу повністю, 1-го класу 06-го підкласу 20-ї групи, 1-го класу 11-го підкласу повністю та 1-го класу 12-го підкласу 50-ї групи.

Для визначення щільності виникнення описаного вище фактору небезпеки «зовнішнього впливу» нами було проведено аналіз існуючої інфраструктури м. Харкова з метою визначення кількості та теоретичної можливості виникнення зазначених вище НС. За формулою (3) розраховується щільність подій η_3 , що провокують виникнення даного фактору небезпеки:

$$\eta_3 = \frac{n}{N \cdot \Delta\tau}, \quad (3)$$

де n – число об'єктів, на яких відбулася аварія за період $\Delta\tau$; N – число об'єктів, що експлуатувалися в той же період часу $\Delta\tau$.

Відповідно до розрахунків щільність подій η_3 , що провокують виникнення каскадний розвиток аварії становить 0,043 [1/рік].

За формулою (2) нами проведено розрахунки з визначення коефіцієнтів безпеки основних елементів АХУ при дії на них факторів небезпеки «зовнішнього впливу». Результати розрахунків представлені у вигляді табл. 5 та у вигляді залежностей (див. рис. 5).

Висновки. В результаті роботи нами проведено аналіз зовнішніх небезпек характерних для технічних систем, що знаходяться на території України, на основі чого визначено фактори небезпеки «зовнішнього впливу», що можуть призвести до виникнення аварійної ситуації на аміачній холодильній установці. Запропоновано процедуру визначення коефіцієнтів безпеки основних вузлів аміачної холодильної установки, які є базовими показниками для визначення пріоритетів при управлінні ризиком виникнення аварії на об'єкті контролю.

Список літератури: 1. *Аверин Г.В.* Анализ опасностей аммиачных компрессорных установок / *Г.В. Аверин, В.М. Москалец* // Вестник Донецкого университета. Серия А. Естественные науки. – 2008. – № 3. – С. 32-40. 2. *Бахвалов О. А.* Основные причины аварий при эксплуатации аммиачных холодильных систем / *О. А. Бахвалов* // Холодильная техника. – 2001. – № 7. – С. 11-12. 3. *Бурков В.Н.* Получение и анализ экспертной информации / *В.Н. Бурков, Л.А. Панкова, М.В. Шнейдерман.* – М.: ИПУ, 1980. – 50 с. 4. *Диллон Б.* Инженерные методы обеспечения надежности систем / *Б. Диллон, Ч. Синх;* пер. с англ. *Е.Г. Коваленко.* Под ред. *Е.К. Масловского.* – М.: Мир, 1984. – 318 с. 5. *Душкин С.С.* Аварийные ситуации водопроводно-канализационных систем. Раздел I – Водопроводные сети. (Конспект лекций для студентов 5-6 курсов дневной и заочной форм обучения, экстернов и иностранных студентов специальности 7.092601 – «Водоснабжение и водоотведение») / *С.С. Душкин, А.Н. Коваленко, Г.И. Благодарная, М.В. Солодовник.* – Х.: ХНАГХ, 2008. – 79 с. 6. Класифікатор надзвичайних ситуацій: ДК 019:2010. – [Чинний від 2010-10-11]. – К.: Держспоживстандарт України, 2010. – 19 с. – (Національний класифікатор України). 7. *Міхно Ю.О.* Аналіз небезпечних режимів роботи холодильних машин / *Ю.О. Міхно, О.В. Кулаков* // Проблеми надзвичайних ситуацій. – 2007. – № 5. – С. 146-150. 8. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий / *Томас Саати;* пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 316 с. 9. *Скопиче В.А.* Оценка надежности работы электрической сети / *В.А. Скопиче, В.И.Чемоданов,*

М.И. Чичинский. – М.: НМЦ НЭС, 2004. – 37 с. **10.** *Тарадуда Д.В.* Визначення показників безпеки основних елементів аміачної холодильної установки за допомогою багатокритеріальної методики оцінки та управління ризиком виникнення аварій / *Тарадуда Д.В., Шевченко Р.І., Щербак С.М.* // Проблеми надзвичайних ситуацій. Сб. наук. пр. – Х.: НУЦЗУ 2010. – Вип. 12. – С. 155-167. **11.** Экологическая устойчивость и передовые подходы к управлению водными ресурсами // Мат. междунар. науч.-практ. конф. / Ред. коллегия: проф. *Духовный В.А.* и др. – Алматы-Ташкент: Научно-информационный центр МКВК, 2003. – 600 с.

Надійшла до редколегії 02.07.2011

УДК 593.3

К.Ю.ТАРСІС, канд. техн. наук, доцент, НТУ «ХП»

ПОРІВНЯННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ В ЗОНІ КОНТАКТУ СКЛАДЕНОГО ТІЛА З РУХЛИВОЮ ТА НЕРУХЛИВОЮ ЖОРСТКИМИ ВСТАВКАМИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Методом R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера проведено порівняння напружено-деформованого стану в зоні ідеального та неідеального контакту пружного зовнішнього тіла з абсолютно жорсткою рухливою та нерухливою вставками.

The analysis of stress-strained state in the field of ideal and imperfect contact interaction of an elastic body with absolutely rigid movable and fixed insertions are given. The calculations are obtained by the R-functions method for a Reissner functional.

Методом R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера проведено сравнение напряженно-деформированное состояние в зоне идеального и неидеального контакта упругого внешнего тела с абсолютно жесткой подвижной и неподвижной вставками.

Вступ. Однією з важливих проблем механіки деформівного твердого тіла є розробка ефективних методів розв'язання контактних задач теорії пружності. Виявлення характеру напружено-деформованого стану складених тіл при різних умовах контакту, особливо в контактній зоні, є актуальною задачею. При розв'язанні контактних задач для тіл скінчених розмірів та складної форми використовуються сучасні чисельні методи. Одним з ефективних методів розв'язку таких задач, особливо для тіл довільної геометрії з різними граничними умовами і умовами контакту є метод R-функцій для функціоналу Рейсснера [1], що базується на незалежних апроксимаціях функцій напружень та переміщень.

У даній роботі на прикладі двохшарового тіла надано порівняльний аналіз розподілення напружень та переміщень у зоні контакту між шарами в залежності від типу контакту між шарами, та додатковими умовами щодо рухливості внутрішнього абсолютно жорсткого шару.

Розв'язки задач та їх порівняння. Розглядається задача контакту дво-шарового тіла, яке складається з зовнішнього шару – пружного тіла, та внутрішнього шару – абсолютно жорсткої круглої вставки. На верхній кромці зовнішнього шару задано рівномірно розподілене навантаження, а три інші кромки жорстко закріплені (див. рис. 1).

Подібні задачі були розглянуті у роботах [2] і [3]. У роботі [2] цей метод був застосований для аналізу впливу жорсткості пружної рухливої вставки на розподіл напруг на контурі її повного зціплення з зовнішнім пружним тілом, тобто в умовах ідеального контакту. Зауважимо, що під ідеальним контактом розуміють повне зчеплення шарів (наприклад, зварка, або склеювання), а під неідеальним – можливість виникнення зазору між шарами (не утримуючі внутрішні в'язі). Було встановлено що для абсолютно жорсткої вставки найбільші значення нормальних напружень досягаються в зоні контакту, яка розташована з боку прикладення навантаження.

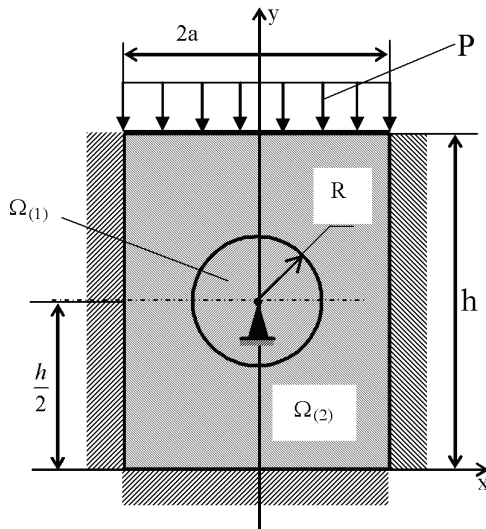


Рисунок 1 – Пружне тіло з круглою абсолютно жорсткою вставкою.

В роботі [3] абсолютно жорстка нерухова вставка знаходилась в умовах неідеального контакту. Нерухливість вставки означає, що вона спирається на нерухомі опори. Чисельні дослідження проводились в програмуючій системі «ПОЛЕ». Для контролю збіжності та точності розв'язку використовувались інтегральні і локальні критерії, які були запропоновані в роботі [5]. Слід звернути увагу, що при перевірці виконання інтегральних критеріїв, які стосуються умов рівноваги у перерізах, враховувалось, що жорсткий шар є нерухоною опорою для пружного шару і інтеграл по нормальним напруженням обчислений на контурі, який обме-

жений обраними перерізами, є силою, яка сприймається цією опорою. Тому сума інтегралів по нормальним напруженням в обраному перерізі пружного тіла, та по дотичним напруженням на відповідних дільницях бокових граней і інтеграла по відповідній дільниці жорсткого шару прирівнювались інтегралу від зовнішнього навантаження.

Розподілення контактних напружень та нормальних переміщень наведено на рис. 2. Тут і надалі кут відрховувався від точки з координатами $x = R$, $y = h/2$ у напрямку, протилежному ходу годинникової стрілки. Враховано також, що розподілення переміщень та напружень симетрично відносно осі y . За допомогою ітераційного методу була визначена область контакту, яка дорівнює куту охопту $\varphi = 152,5^\circ$, а область відриву, відповідно, дорівнює куту охопту $\varphi = 207,5^\circ$.

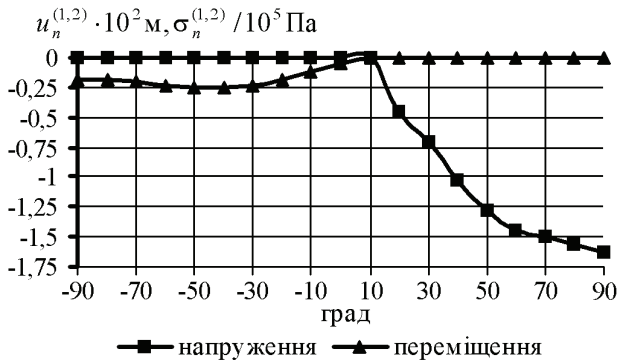


Рисунок 2 – Контактні напруження і нормальні переміщення

Розглянемо задачу, аналогічну попередній, тобто з нерухливою жорсткою вставкою, але в умовах ідеального контакту між шарами. Для опису геометрії в попередніх роботах було введено наступні опорні області:

$$\Omega_1 = \left[f_1 = \frac{a^2 - x^2}{2a} \geq 0 \right]; \quad \Omega_2 = [f_2 = y \geq 0]; \quad \Omega_3 = [f_3 = -y + h \geq 0];$$

$$\Omega_4 = \left[f_4 = \frac{f_4^*}{\sqrt{(f_4^*)^2 + |\nabla f_4^*|^2}} \geq 0 \right],$$

де $f_4^* = -x^2 - (y - h/2)^2 + R^2$.

Структури розв'язку для компонентів незалежних апроксимацій векторів переміщень і напружень, які задовольняють усім граничним умовам і умовам ідеального контакту бралися у вигляді:

$$u_x^{(2)} = \Phi_1 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)}; \quad u_y^{(2)} = \Phi_2 \omega_{(2)}^u \omega_{(1,2)};$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^{(2)} &= (P + \Phi_3) \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left(\left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_4 - 2l_{(1,2)} m_{(1,2)} \Phi_5 + (m_{(1,2)})^2 \Phi_6 \right) \times \\ &\times \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_7 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma; \\ \sigma_y^{(2)} &= -P \frac{\omega_{(1,2)}}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \left(- \left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_4 + 2l_{(1,2)} m_{(1,2)} \Phi_5 + (l_{(1,2)})^2 \Phi_6 \right) \times \\ &\times \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_8 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma; \\ \sigma_{xy}^{(2)} &= \left(l_{(1,2)} m_{(1,2)} (2\Phi_4 - \Phi_6) + \left((l_{(1,2)})^2 - (m_{(1,2)})^2 \right) \Phi_5 \right) \frac{\omega_{(2)}^\sigma}{\omega_{(2)}^\sigma + \omega_{(1,2)}} + \Phi_9 \omega_{(1,2)} \omega_{(2)}^\sigma; \end{aligned}$$

де $\omega_{(1,2)} = f_4$; $\omega_{(2)}^u = f_1 \Lambda_0 f_2$; $\omega_{(2)}^\sigma = f_3$; Λ_0 – R-кон’юнкція [4], Φ_i ($i = \overline{1,9}$) – невизначені компоненти структур розв’язку, які бралися у виді розкладань по ортогональним поліномам Чебишева.

Коефіцієнти в розкладаннях невизначених компонентів структур розв’язку визначались методом Рітца з умови стаціонарності функціоналу Рейсснера [1].

Оскільки ця задача має в постановці принципові відмінності від попередніх, доцільно провести порівняння розподілу нормальних напружень на контурі спряження для випадків коли внутрішній шар є рухливим [2] та нерухливим. Результати порівняння наведені на рис. 3. Отримані результати свідчать, що у розподілі нормальних контактних напружень на контурі, що розділяє шари тіла, спостерігаються істотні відмінності. Так, у протилежність задачі з рухливим внутрішнім шаром, у даній на значній ділянці контактної зони нормальні напруження виявилися додатними.

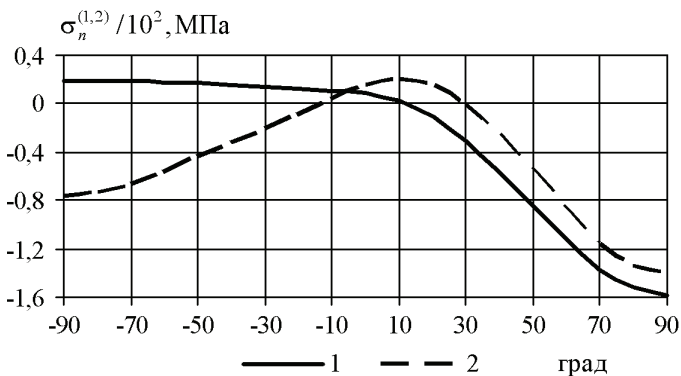


Рисунок 3 – Контактні напруження: 1 – нерухливий внутрішній шар, 2 – рухливий внутрішній шар

Якщо використати лінійну інтерполяцію, то зона додатних нормальних напружень має кут охопту $\varphi = 204,4^\circ$. Слід додати, що дільниця додатних контактних напружень свідчить про те, що у випадку неідеального контакту в цій зоні є можливим відрив контактуючих шарів один від одного. Порівняння контактних напружень для цих випадків наведено на рис. 4.

Якщо порівняти зону відриву у задачі для нерухливої вставки з неідеальним контактом (див. рис. 2) та зону розтягуючи напружень у задачі для рухливої вставки з ідеальним контактом (див. рис. 4), то можна встановити, що вони практично співпадають. В той же час в зонах, де контактні напруження в обох випадках від'ємні (стискуючі), характер їх розподілення суттєво відрізняється.

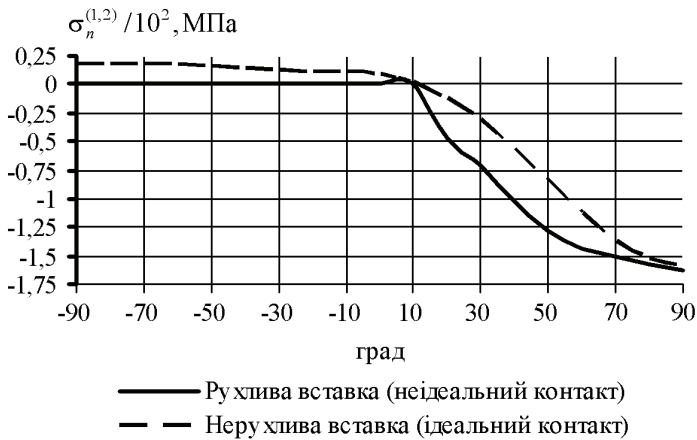


Рисунок 4 – Контактні напруження

Висновки. Метод R-функцій на основі варіаційного принципу Рейсснера дозволяє ефективно розв'язувати контактні задачі теорії пружності для складених тіл довільної геометричної форми. Доведено, що напружено-деформований стан складеного тіла, особливо в зоні контакту суттєво залежить від умов контактної взаємодії складових тіл та додаткових умов щодо їх рухливості.

Список літератури: 1. *Тарсис Е.Ю.* Смешанный вариационный подход к решению задач для составного тела на основе метода R-функций / Проблемы машиностроения. – 2002. – Т. 4, № 3-4. – С. 116-123. 2. *Тарсис Е.Ю., Архипов А.В.* Решение контактной задачи для составного тела в условиях жесткого сцепления / Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП», 2004. – Вип. 20. – С. 117-122. 3. *Тарсис Е.Ю.* Метод R-функций для решения задач теории упругости составных тел на основе смешанных вариационных принципов / Доповіді НАН України. – 2002. – № 1. – С. 63-69. 4. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. – 566 с. 5. *Тарсис Е.Ю.* Исследование эффективности вариационно-структурного метода для функционала Рейсснера в смешанных задачах теории упругости / Динамика и прочность машин. – Харьков: ХГПУ, 1999. – Вип. 29. – С. 34-42.

Надійшла до редколегії 20.10.2011

Ю.Л. ТАРСИС, канд. техн. наук, профессор, НТУ «ХПИ»

О ПРИМЕНЕНИИ ЭМПИРИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КРУТИЛЬНОЙ ПОДАТЛИВОСТИ КОЛЕНА КОЛЕНЧАТОГО ВАЛА

Наведено порівняльний аналіз впливу основних конструкційних параметрів на крутильну податливість коліна колінчастого вала при використанні традиційних емпіричних формул та метода скінчених елементів.

The comparative analysis of influence of the basic constructional parameters on Torsions flexibility of crankshaft is executed at use of traditional empirical formulas and of finite elements method.

Приведен сравнительный анализ влияния основных конструкционных параметров на крутильную податливость колена коленчатого вала при использовании традиционных эмпирических формул и метода конечных элементов.

В статье [1] приведены результаты определения податливости на кручение колен двух коленчатых валов: дизеля промышленного трактора (MTU) и стационарного дизеля Д80. Результаты расчетов, проведенных методом конечных элементов (МКЭ) в трехмерной постановке и с помощью эмпирических формул [1], приведены в табл. 1 и, для наглядности на рис. 1 и 2.

Таблица 1 – Результаты расчетов крутильной податливости

Формула (метод)	MTU: $\epsilon/10^{-9}$ рад/Нм	Д-80: $\epsilon/10^{-10}$ рад/Нм
1 Тимошенко ($m = 0$)	2,296	3,723
2 Тимошенко ($m = 1$)	1,991	3,323
3 Зиманенко	2,414	4,077
4 Картер	2,084	3,317
5 Урванцев	2,646	5,050
6 В.І.С.Е.Р.А.	2,262	3,424
МКЭ	2.220	3,673

По номинальным значениям конструкционных параметров лучшими по отношению к МКЭ оказались результаты следующих расчетов: для вала MTU – по формулам 6 и 1 (менее 4 %); для вала Д-80 – по формуле 1 (менее 2 %). Худшими оказались: для вала MTU – по формулам 5 и 2 (более 10 %); для вала Д-80 – по формулам 5 и 3 (более 10 %).

Однако, для решения вопроса о применимости эмпирических формул в каждом конкретном случае, такое сравнение результатов, полученных при номинальных значениях конструкционных параметров, нельзя считать достаточным. В основе всех эмпирических формул лежит экспертная оценка вклада каждого конструкционного параметра в конечный результат, а сами эти

оценки получены на основании опыта разработчиков эмпирических формул. Отметим, что упомянутые эмпирические формулы разрабатывались в первой половине и в середине прошлого века и опирались на конструкции, существовавшие в то время. Не случайно авторы справочника [2] утверждают: «Выбор наиболее целесообразной формулы для каждого типа двигателя устанавливается на основании опыта расчетчика. Для существующих двигателей наиболее надежным является экспериментальное определение податливости по данным торсиографирования». Очевидно, что вклад каждого конструкционного параметра в конечный результат зависит не только от его конкретного значения, но и от значений остальных параметров.

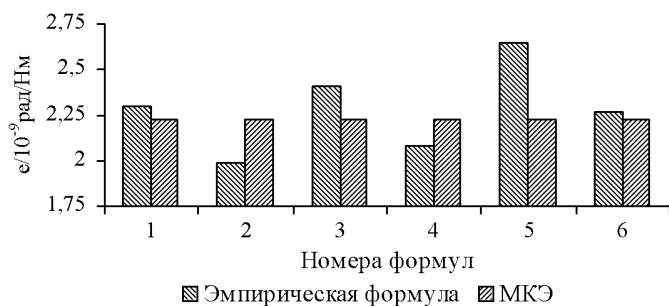


Рисунок 1 – Результаты сравнения для MTU

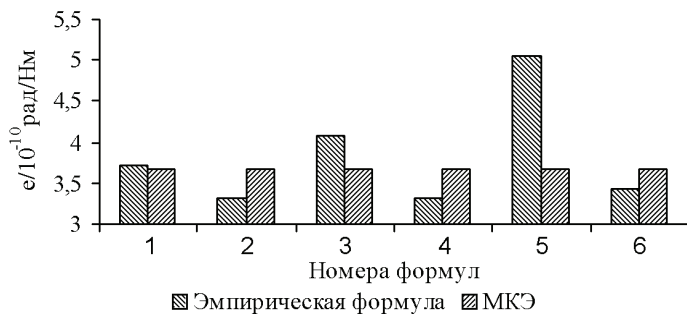


Рисунок 2 – Результаты сравнения для D-80

В данной работе исследовался вклад основных конструкционных параметров в крутильную податливость рассматриваемых моделей при варьировании их в пределах $\pm 10\%$ от номинальных значений. Предварительные расчетные исследования показали, что некоторые из параметров не оказывают сколько-нибудь значительного влияния на окончательные результаты. К ним относятся радиусы галтелей и диаметры внутренних отверстий в коренной и шатунной шейках.

Приведем результаты варьирования следующих параметров, которые вно-

сят в той или иной мере существенный вклад в окончательный результат: l_1 – длина коренной шейки; l_2 – длина шатунной шейки; d_1 – наружный диаметр коренной шейки; d_2 – наружный диаметр шатунной шейки; h – толщина щеки; b – ширина щеки; R – радиус кривошипа (варьировался только в эмпирических формулах). Номинальные, минимальные и максимальные значения варьируемых параметров приведены в табл. 1, а результаты исследований на рис. 2-9.

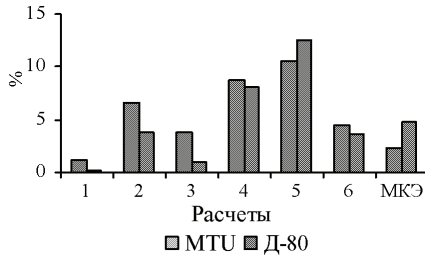


Рисунок 3 – Варьирование h

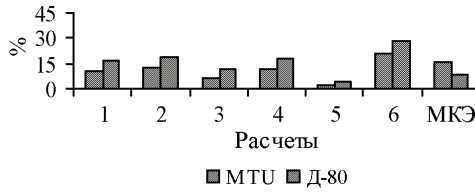


Рисунок 4 – Варьирование d_1

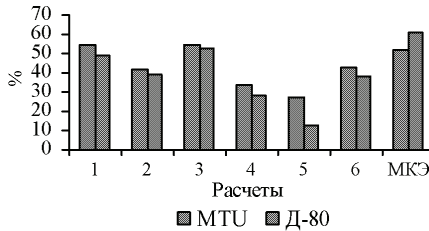


Рисунок 5 – Варьирование d_2

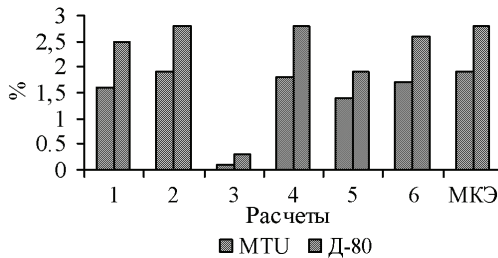


Рисунок 6 – Варьирование l_1

Таблица 1 – Значения конструкционных параметров

Двигатель		Значение параметра, м						
		h	d_1	d_2	l_1	l_2	b	R
MTU	ном.	0,0358	0,141	0,105	0,057	0,099	0,171	0,0925
	min	0,0322	0,127	0,095	0,051	0,089	0,154	0,0833
	max	0,0394	0,155	0,116	0,063	0,109	0,188	0,1020
Д-80	ном.	0,070	0,250	0,20	0,110	0,140	0,3135	0,1350
	min	0,063	0,225	0,18	0,099	0,126	0,2822	0,1215
	max	0,077	0,275	0,22	0,121	0,154	0,3449	0,1485

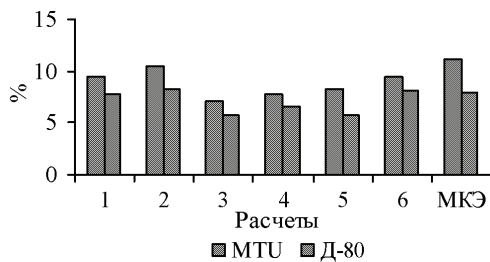


Рисунок 7 – Варьирование l_2

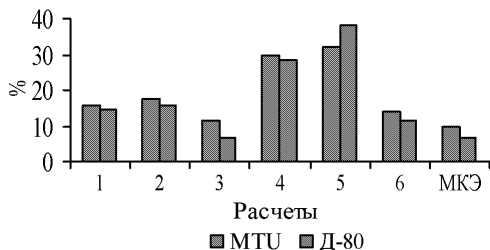


Рисунок 8 – Варьирование b

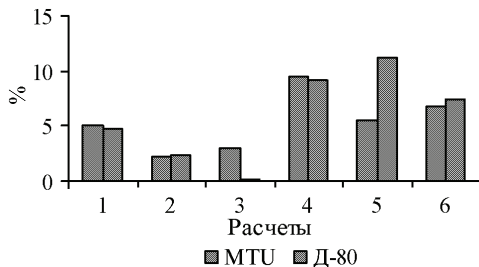


Рисунок 9 – Варьирование R

Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы. Наиболее чувствительными эмпирические формулы и МКЭ оказались к варьирова-

нию диаметра и длины шатунной шейки и ширины щеки, а наименее – длины коренной шейки. Однако степень влияния существенно различается. Очевидно, что она зависит от соотношения значений всех параметров модели – конкретной конструкции вала. Собственно говоря, именно это соотношение и является основополагающим в разработке эмпирических формул, поскольку вклад каждого параметра в общий результат определяется эмпирическими коэффициентами. Несомненным достоинством эмпирических формул является то, что они опираются на опыт разработчиков, основанный на большом теоретическом и экспериментальном материале, однако, если рассматриваемые современные конструкции существенно отличаются от тех, для которых были получены эмпирические формулы, то нет уверенности в точности применяемой формулы. Об этом красноречиво свидетельствуют различия во вкладе варьируемых параметров в конечный результат для двух конструкций современных коленчатых валов (см. табл. 2).

Таблица 2 – Вклад варьируемых параметров в конечный результат

Параметр	% max		% min		% МКЭ	
	MTU	Д-80	MTU	Д-80	MTU	Д-80
h	10,6	12,5	1,1	0,2	2,3	4,7
d_1	20,7	28,6	2	4	15,4	8,7
d_2	54,5	61,1	27,5	13	52,1	61,1
l_1	1,9	2,8	0,1	0,3	1,9	2,8
l_2	11,2	8,1	7,1	5,7	11,2	8
b	32,3	38,4	11,3	6,8	9,6	6,8
R	9,54	11,24	2,15	0,15	–	–

В настоящее время при исследовании связанных колебаний коленчатого вала как пространственной системы построение адекватной стержневой модели с помощью эмпирических формул практически вряд ли возможно и нецелесообразно. Для решения этой задачи успешно используется МКЭ [3].

Список литературы: 1. *Соболь В.Н., Тарсис Ю.Л.* Определение крутильной податливости колена коленчатого вала методом конечных элементов // Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – 2009. – №42. – С. 151-156. 2. *Байков Б.П., Ваншейдт В.А., Воронов И.П. и др.* Дизели. Справочник. – Л.: Машиностроение. Ленинградское отделение, 1977, 479 с. 3. *Тарсис Ю.Л., Тарсис Е.Ю.* Идентификация параметров дискретной модели коленчатого вала при динамических расчетах / Материалы 11-й международной научно-технической конференции «Физические и компьютерные технологии». – Харьков, 2005. – С. 279-284.

Поступила в редколлегию 13.10.2011

В.Г. ФЕДОРЧЕНКО, канд. техн. наук, доцент, Донбасская государственная машиностроительная академия;

С.В. ПОДЛЕСНЫЙ, канд. техн. наук, зав. кафедрой, Донбасская государственная машиностроительная академия;;

А.Ю. ДЕНЬЩИКОВ, ассистент, Донбасская государственная машиностроительная академия;

ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАБОЧЕЙ СРЕДЫ ДРОБЕМЕТОВ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ ИЗНОСА ТУРБИННЫХ ЛОПАТОК

Отримані залежності для визначення швидкостей руху дробу по поверхні лопатки дробомету і швидкість переносного руху при виході з турбіни дробомету. Встановлена зона інтенсивного зносу лопаток, причиною якого є сили тертя ковзання від концентрації напруження за рахунок нормальних кориолісових сил інерції, які викликають значну дотичні напруження. Розкритий механізм інтенсивного зносу лопаток турбін дробомету. Вироблені практичні рекомендації інженерного характеру для визначення геометричних розмірів лопаток дробометів і частоти обертання їх привідних валів, що знижують інтенсивність зносу лопаток.

Dependences for definition of speeds of movement of fraction on a shovel surface thrower fraction and speed of portable movement are received at an exit from the turbine thrower fraction. The area of intensive deterioration of the shovels which reason are forces of a sliding friction from concentration of pressure at the expense of normal forces inertia of koriolis which cause considerable tangents of pressure is established. The mechanism of intensive deterioration of shovels of turbines thrower fraction is opened. Practical recommendations of engineering character about definition of the geometrical sizes of shovels thrower fraction and frequencies of rotation of their power shafts reducing intensity of deterioration of shovels are developed.

Получены зависимости для определения скоростей движения дроба по поверхности лопатки дробомета и скорость переносного движения при выходе из турбины дробомета. Установлена зона интенсивного сноса лопаток, причиной которого являются силы трения скольжения от концентрации напряжения за счет нормальных кориолисовых сил инерции, вызывающих значительные касательные напряжения. Раскрыт механизм интенсивного износа лопаток турбин дробомета. Выработаны практические рекомендации инженерного характера для определения геометрических размеров лопаток дробометов и частоты вращения их приводных валов, снижающих интенсивность сноса лопаток.

В основе своей борьба с интенсивным износом лопаток дробометных аппаратов ведется в настоящее время в направлении получения износостойких металлов лопаток, а также соответствующей термической обработки. Кроме того интенсивность износа лопаток турбин дробометов можно уменьшить снижением давления на их рабочие поверхности.

Рассмотрим поведение дроба движущейся вдоль поверхности прямолинейной лопатки. Согласно расчетной схеме представленной на рис. 1 можно записать векторное дифференциальное уравнение (z). Оно имеет следующий вид [2]

$$m\bar{a}_r = \bar{P} + \bar{N} + \bar{\Phi}_e + \bar{\Phi}_\kappa. \quad (1)$$

Спроектируем векторное уравнение (1) на ось Y .

$$0 = N - P - \Phi_\kappa, \quad (2)$$

где N – сила, действующая со стороны лопатки на точку M (или сила движения точки на лопатку); P – сила тяжести материальной точки M

$$P = mg,$$

Φ_κ – кориолисова сила инерции, которая определяется векторным уравнением:

$$\Phi_\kappa = 2mw\dot{x}, \quad (3)$$

где \bar{w} – вектор переносной угловой скорости; $v_e = v = \dot{x}$ относительная скорость материальной точки M .

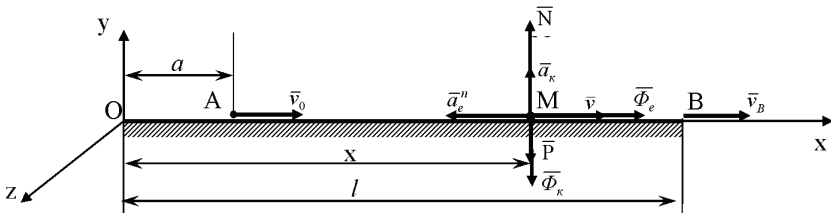


Рисунок 1 – Расчетная схема

Тогда $N - mg - 2mw\dot{x} = 0$, откуда

$$N = m(g + 2w\dot{x}). \quad (4)$$

Для определения \dot{x} запишем уравнение (1) в проекции на вертикальную ось x .

$$ma_e = \Phi_e, \quad (5)$$

где $a_e = \ddot{x}$ – относительное ускорение материальной точки, Φ_e – переносная сила инерции материальной точки M , которая равна

$$\Phi_e = mw^2(a + x).$$

Тогда

$$\ddot{x} = w^2(a + x). \quad (6)$$

Проинтегрируем дифференциальное уравнение (6) методом разделения переменных с учетом начальных условий $t = t_0 = 0$; $\dot{x} = \dot{x}_0 = v_0 = 0$.

Откуда закон относительного движения материальной точки M приобретает следующий вид:

$$\dot{x} = w\sqrt{x(2a + x)}. \quad (7)$$

Исходя из функциональной зависимости (7) и физического представления задачи действительные решения удовлетворяют условия, когда $x > a$.

Для количественного представления изменения относительной скорости принимаем конструктивный размер a , учитывающий расстояние от оси вра-

шения и конструктивные особенности распределителя дробы (импеллера) равным 0,1 м, длину l плоской лопатки пределах 0,2 м, угловую скорость $w = 154 \text{ с}^{-1}$. Построим график распределения относительных скоростей дробы при движении по лопатке дробемета (рис. 2, а).

Согласно представленному графику на рис. 2, можно полагать, что увеличение относительной скорости при движении дробы вдоль лопатки дробемета происходит практически по линейному закону.

Для определения закона движения дробы относительно поверхности лопатки и времени ее движения решено дифференциальное уравнение (6) методом разделения переменных по времени с учетом начальных условий: $t = t_0$; $x = x_0 = a$; $\dot{x} = \dot{x}_0 = v_0 = 0$:

$$x = 0,5a(e^{wt} + e^{-wt} - 2); \quad (8)$$

$$\dot{x} = 0,5aw(e^{wt} - e^{-wt}). \quad (9)$$

Для определения конечного времени движения дробы по лопатке турбины дробемета представим уравнение (8) в следующем виде:

$$\frac{x}{0,5a} + 2 = e^{wt} + e^{-wt}. \quad (10)$$

Из решения уравнения (10) методом замены переменных:

$$t = \frac{1}{w} \ln \left(\frac{x+a}{a} + \sqrt{\frac{(x+a)^2}{a^2} - 1} \right). \quad (11)$$

Тогда время движения дробы при выходе из лопатки дробемета: 8,5; 10,2; 11,4 миллисекунд при $x = 0,1l$; $0,15l$ и $0,2l$ соответственно.

Приведенные числовые результаты вычислений показывают, что при значительных угловых скоростях, время движения дробы по лопатке дробемета очень мало и сопоставимо со временем ударных процессов.

Для определения давления дробы на лопатку дробемета введем закон относительного движения ее (7) в уравнение (4). Тогда получим:

$$N = m(g + 2w^2 \sqrt{x(2a+x)}). \quad (12)$$

Так как максимальная сила трения скольжения, влияния отрицательного на интенсивность износа лопаток дробеметов, согласно законам Кулона пропорциональна нормальному давлению (нормальной реакции), то есть

$$F = fN, \quad (13)$$

где f – коэффициент трения скольжения, то уравнение (13) с учетом (12) принимает следующий вид:

$$F = fm(g + 2w^2 \sqrt{x(2a+x)}). \quad (14)$$

Учитывая, что коэффициент трения скольжения стали по стали согласно (2) равен 0,15

$$F = 0,15m(g + 2w^2 \sqrt{x(2a+x)}). \quad (15)$$

Примем для дальнейшего рассмотрения радиус сферической поверхности дробы равный 3 мм, при этом масса одной дробы составляет $m = 1 \cdot 10^{-4}$ кг.

Согласно формуле (12) давление дробы на поверхность лопатки дробемета имеет два слагаемых то есть

$$N = N_1 + N_2, \quad (16)$$

где сила реакции $N_1 = mg = 1 \cdot 10^{-3}$ Н является силой давления дробы на поверхность лопатки дробемета от ее силы тяжести, N_2 – давление дробы на поверхность лопатки дробемета от кориолисовой силы инерции:

$$N_2 = mw^2 \sqrt{x(2a + x)}. \quad (17)$$

Минимальное значение силы N_2 , очевидно, будет для минимального значения координаты x , отличной от конструктивного размера a .

Тогда получим следующее выражение:

$$N_2 = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 154^2 \sqrt{0,005(0,2 + 0,005)} = 0,15 \text{ Н}. \quad (18)$$

Учитывая, что $N_2 \gg N_1$ значение полного давления дробы на поверхность лопатки дробемета принимает такой окончательный вид:

$$N = 2mw^2 \sqrt{x(2a + x)}. \quad (19)$$

Произведем вычисления полного давления дробы на поверхность лопатки дробемета по формуле (19). График распределения давления дробы на поверхность лопатки дробемета по ее длине приведен на рис. 2, б.

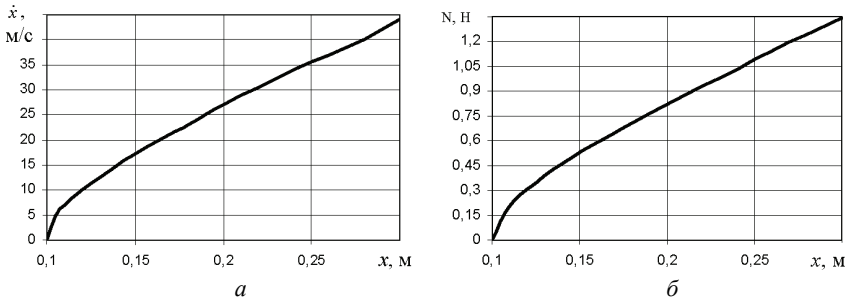


Рисунок 2 – Распределение скорости движения дробы (а) и силы давления дробы на лопатку вдоль ее поверхности (б)

При взаимодействии сферических поверхностей с другими поверхностями, а также в местах повреждений материалов в виде микроскопических трещин или в местах малых отверстий различной геометрической формы, возникают контактные напряжения.

Согласно [7] проведение окружности произвольного диаметра d , касающуюся верхнего края в точке приложения сосредоточенной внешней силы P обеспечивает для всех точек этой окружности одинаковые и равные ра-

диальные напряжения, определяемые формулой

$$\sigma \cdot r = -\frac{2P}{\pi d}. \quad (20)$$

Для указанных точек наибольшие касательные напряжения равны:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{\pi d}. \quad (21)$$

При уменьшении диаметров окружностей по мере прилегания к точке контакта значение d уменьшаются согласно зависимости

$$d = 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \dots \frac{1}{5}. \quad (22)$$

Выбрав наибольшее приближение (22) согласно формуле (21), коэффициент концентрации касательных напряжений в точке контакта будет равен $K = 5$.

Тогда формула (21) окончательно имеет следующий вид:

$$\tau_{\max} = 1,6N, \quad (23)$$

Исходя из распределения давлений на лопатки дробемета (рис. 3) и относительных скоростей (рис. 2) можно перейти к выводу, что чистое качение соответствует 25 мм, ее длины с относительной скоростью в конце этого участка 11,5 м/с.

Угловая скорость собственного вращения дроби соответствует формуле:

$$w_d = \frac{v}{r} = \frac{11,5}{3 \cdot 10^{-3}} = 3,8 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad (24)$$

$$n_d = 36 \cdot 10^3 \text{ об/мин.}$$

Определим распределение максимальных касательных напряжений по длине лопатки турбины дробемета по формуле (23) на участке качения со скольжением. График изменения максимальных касательных напряжений с увеличением протяженности поверхности лопатки турбины дробемета до ее длины 200 мм приведен на рис. 3.

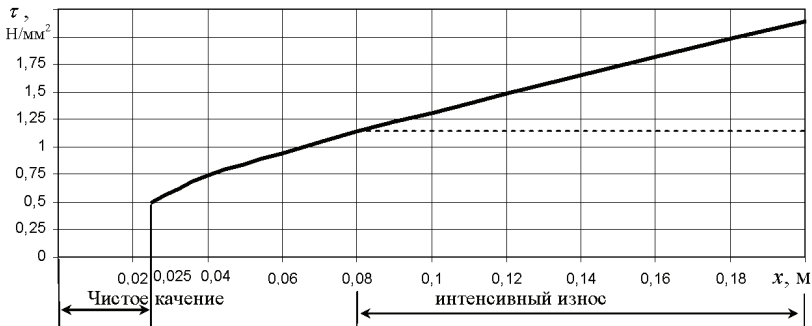


Рисунок 3 – Изменение максимальных касательных напряжений с увеличением протяженности поверхности лопатки турбины дробемета

На основании полученных в настоящей работе зависимостей и их анализа можно прийти к выводу, что интенсивный износ лопатки турбин дробемета происходит при длине лопатки 75-200 мм. Поэтому можно полагать, что наиболее оптимальной длиной лопатки, с точки зрения ее износа, является ее длина в пределах 100 мм.

В этом случае выходная поступательная скорость дробы согласно графику на рис. 2, *a* соответствует 34 м/с.

При длине лопатки 200 мм выходная поступательная скорость составляет 53 м/с. Таким образом, потеря в выходной скорости с двукратным уменьшением длины лопатки дробемета пропорционально 1,6.

Следовательно, необходимо учитывать очищаемого материала от м основного материала очистки.

Покидающая лопатку дробь имеет, как линейную скорость, так и относительную угловую скорость (24).

Исходя из полученных результатов теоретического следования, очевидно, что дробь, имеющая сферическую поверхность, благодаря линейной скорости, пробивает удаляемое покрытие и одновременно благодаря значительной угловой скорости, в результате касательных напряжений сил трения, зачищает исходный (основной) материал от очищаемого покрытия.

Что касается угловой скорости дробы, то она предельно возрастает на участке 25 мм, длины лопатки (24). Поэтому для лопатки любой длины угловая скорость дробы остается постоянной.

Выходящая линейная скорость дробы есть величина переменная и зависящая, как от длины лопатки, так и от угловой скорости вращения турбины дробемета.

Увеличение длины лопатки не имеет смысла, как с точки зрения ее интенсивности износа, так и с точки зрения увеличения габаритов и массы турбины дробемета. Поэтому лучшим вариантом является возможность плавной регулировки угловой скорости вращения приводного вала турбины дробемета. Это дает возможность подбирать частоту вращения турбины в зависимости от прочности очищаемого материала и степени его прилипания или пригара к очищаемому материалу.

Выводы

- 1 Получены зависимости относительной скорости движения дробы по поверхности лопатки дробемета и определена, конечная линейная скорость переносного движения при выходе из турбины дробемета, а также угловая скорость относительного движения.
- 2 Установлена область интенсивного износа лопаток, причиной которого являются силы трения скольжения от концентрации напряжений за счет нормальных кориолисовых сил инерции, которые вызывают значительные касательные напряжения.
- 3 Раскрыт механизм интенсивного износа лопаток турбин дробемета.

- 4 Выработаны практические рекомендации инженерного характера по определению геометрических размеров лопаток дробеметов и частоты вращения их приводных валов, снижающих интенсивность износа лопаток.

Список литературы: 1. *Добронравов В.В.* Курс теоретической механики // *В.В. Добронравов, Н.Н. Никитин.* – М.: Высшая школа, 1983. – 575 с. 2. *Безухов Н.И.,* Основы теории упругости, пластичности и ползучести. – М.: Высшая школа, 1961. – 538 с.

Поступила в редколлегию 30.06.2011

УДК 539.3:004.942:004.032.26

В.Л.ХАВИН, канд. техн. наук, профессор, зав. каф., НТУ «ХПИ»;
О.А.ОГОРОДНИК, аспирант, НТУ «ХПИ»

МОДЕЛЬ ПЛАСТИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛА ДЛЯ ШИРОКОГО ДИАПАЗОНА ТЕМПЕРАТУР И СКОРОСТЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ НА ОСНОВЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ.

Розглянуто підхід до розробки матеріалу на базі штучної нейронної мережі, що описує пластичну течію. Особливістю моделі є можливість моделювання пластичного стану матеріалу у широкому діапазоні пластичних деформацій, швидкостей деформацій ($0,001 \dots 10^5 \text{ c}^{-1}$) та температур (20-1000 °C). Для реалізації моделі була використана нейронна мережа на основі перцептрона з одним прихованим шаром. На прикладі експериментальної сім'ї кривих деформування сталі 45 проведено порівняльний аналіз ефективності навчання для різноманітних варіантів підготовки тренувальних даних.

An approach to model development of a material based on artificial neural network describing plastic flow was considered. Model's feature is possibility to model flow behavior of material in wide range of strain, strain rate ($0,001 \dots 10^5 \text{ s}^{-1}$) and temperature (20-1000 °C). For model implementation the neural network based on the perceptron with one hidden layer has been used. On an example of the experimental family of strain curves for AISI 45 the benchmark analysis of training for various variants of the learning data preparation was carried out.

Рассмотрен поход к разработке модели материала на базе искусственной нейронной сети, описывающей пластическое течение. Особенностью модели является возможность моделирования пластического состояния материала в широком диапазоне пластических деформации, скоростей деформаций ($0,001 \dots 10^5 \text{ c}^{-1}$) и температур (20-1000 °C). Для реализации модели была использована нейронная сеть на основе перцептрона с одним скрытым слоем. На примере экспериментального семейства кривых деформирования для стали 45 проведен сравнительный анализ эффективности обучения для различных вариантов подготовки обучающих данных.

1 Введение. При моделировании процессов механообработки, связанных с пластическим деформированием материала, важную роль играет корректное описание свойств материала в широком диапазоне пластических де-

формаций, скоростей деформаций и температур. В подобных процессах поведение материала задается определяющим уравнением. Определяющее уравнение (материальное уравнение, constitutive equation) описывает поведение материала через зависимость напряжений пластического течения (текущего предела текучести) $\bar{\sigma}_\gamma$ от эквивалентных пластических деформаций $\bar{\varepsilon}_p$, скоростей эквивалентных пластических деформаций $\dot{\bar{\varepsilon}}_p$ и температур T .

$$\sigma_\gamma = \sigma_\gamma(\bar{\varepsilon}_p, \dot{\bar{\varepsilon}}_p, T). \quad (1)$$

Обычно определяющее уравнение создается на основе кривых деформирования, полученных путем испытаний на одноосное растяжение (сжатие) или сдвиг. Существует множество уравнений, описывающих пластическое состояние материала. Самые простые модели способны показать общую картину поведения материала, но не способны отобразить все многообразие поведения материала, включающее существенную неоднородность и в широком диапазоне скоростей деформаций и температур [2].

2 Анализ литературы и постановка задачи. Наиболее распространенными моделями, определяющими уравнениями, при моделировании процессов механообработки являются полуэмпирические зависимости. Среди них можно отметить уравнение Джонсона-Кука (Johnson-Cook) [10], уравнение Зерилли-Армстронга (Zerilli-Armstrong) [11] и уравнение Оксли (Oxley) [12]. Благодаря своей простоте (до 5 констант) и способности качественно описать кривые деформирования в широком диапазоне температур и скоростей деформации эти уравнения получили распространение в практических расчетах [3]. Тем не менее корреляция с экспериментальными данными, например с усилиями при обработке резанием ($\varepsilon = 0,002-5$; $\dot{\varepsilon} = 0,001-100000 \text{ с}^{-1}$; $T = 20-1000 \text{ }^\circ\text{C}$), все еще остается не на достаточном уровне. Поэтому в последние годы возникало новое направление в области разработок моделей материала, связанное с применением искусственных нейронных сетей (НС, Artificial neural network, ANN), которые зарекомендовали себя как эффективный метод аппроксимации сложных нелинейных зависимостей [1, 2].

Так, в ряде публикаций [4-6] последнего десятилетия для описания свойств металлов и сплавов успешно применяются НС. В работах [7, 8] рассматриваются пути совершенствования нейросетевых моделей материала путем совершенствования способа подготовки данных, а так же варьированием внутренней структуры нейронных сетей.

В настоящей работе предложена нейросетевая модель (НС-модель) определяющая состояние материала, способная адекватно описать пластическое деформирование в широком диапазоне скоростей деформаций и температур свойственных процессу обработки резанием. Показана работоспособность модели на примере стали 45, и получены предварительные результаты.

3 Цель работы. В статье рассмотрены особенности разработки определяющего уравнения материала (для Стали 45) с применением НС для широ-

кого диапазона скоростей деформаций и температур.

В работе необходимо было решить следующие задачи:

1. Подготовить набор экспериментальных данных по стали 45 для тренировки и тестирования НС в широком диапазоне деформаций, скоростей деформаций и температур ($\epsilon = 0,002-5$; $\dot{\epsilon} = 0,001-100000 \text{ с}^{-1}$; $T = 20-1000 \text{ }^\circ\text{C}$).

2. Подобрать эффективную НС с оптимальной архитектурой. Выбрать наиболее подходящий метод обучения сети.

3. Провести обучение НС с помощью тренировочного набора данных, варьирую структуру входных данных. На основе этого выбрать лучший вариант подготовки выборки для обучения НС, обеспечивающий лучшую точность аппроксимации.

4 Особенности НС-модели и структура данных. Как уже отмечалось известные полумпирические математические модели материалов являются ограниченными и могут давать значительные ошибки при изменении диапазона параметров. Нейронные сети несколько лет назад были использованы как альтернатива эмпирическим и полумпирическим математическим моделям материала. Нейросетевой подход получил распространение в основной мере благодаря способности модели нейрона обучаться существенно-нелинейным взаимосвязям между входными и выходными параметрами системы. Неотъемлемыми свойствами НС в моделировании пластического поведения материала в сравнении с классическими подходами являются: способность к адаптации, распределенная память, способность к обобщению и строго параллельная структура. Благодаря этим свойствам НС не чувствительна к шумам (помехам) и обладает большой скоростью по обработке данных, что позволяет применять данный подход в сочетании с методом конечных элементов (МКЭ) [9].

5 Архитектура нейронной сети. На рис. 1 показана общая схема выбранной нейросетевой модели. При процессе высокоскоростного пластического деформирования (резания) напряжение пластического течения материала зависит в основном от трех независимых параметров: деформации, скорость деформаций и температура. В используемой нейросетевой модели входной слой соответствующий этим трем параметрам, а выходной слой представлен одним параметром – текущим пределом текучести. Сеть, применяемая в работе, является персептроном с последовательными связями с одним скрытым слоем, что является оптимальным вариантом для аппроксимации непрерывных функций [4, 5]. Скрытый слой содержит 5 узлов.

6 Структура экспериментальных данных. Экспериментальные данные по стали 45 (AISI 1045) для обучения НС задавались в табличной форме из базы данных по материалам программного комплекса Deform v.10. Данные представлены для следующих деформаций [0,002; 0,05; 0,1; 0,4; 0,7; 1; 2; 5], скоростей деформаций [0,001; 1; 100; 1000; 10000; 100000] с^{-1} , температур

[20...1000] °C с шагом в 100 °C.

На рис. 2 показан пример семейства кривых деформирования построенных по используемым экспериментальным данным при скорости деформаций 100 с^{-1} для всего диапазона температур. По оси абсцисс – истинные деформации ϵ_p , по оси ординат – напряжения пластического течения σ_p .

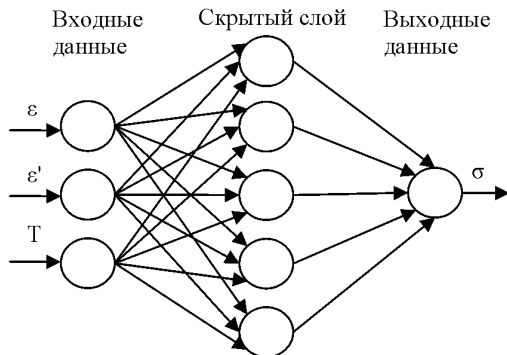


Рисунок 1 – Схема нейронной сети на базе персептрона с 3-мя слоями

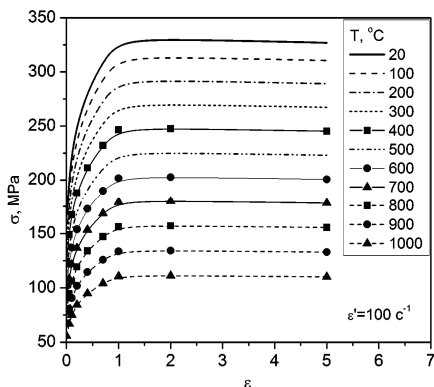


Рисунок 2 – Семейство кривых течения стали 45 при скорости деформаций 100 с^{-1}

7 Подготовка данных и обучение НС. Практика показала, что для достижения лучших результатов работы сети данные перед обучением необходимо нормализовать. То есть все экспериментальные данные, которые используются для обучения нейронной сети необходимо привести к диапазону от 0 до 1. Для нормализации был выбран простейший алгоритм, а именно деление всех значений на максимальное.

Для обучения НС были использованы следующие варианты входного вектора: $(\epsilon, \dot{\epsilon}, T)$, $(\epsilon, \ln(\dot{\epsilon}), T)$, $(\ln(\epsilon), \ln(\dot{\epsilon}), T)$, $(\ln(\epsilon), \ln(\dot{\epsilon}), T^{-1})$.

При обучении НС критерием завершения процесса обучения может слу-

жить как оценка сходимости экспериментальных данных с предсказанными, так и количеству обучающих итераций. В данной работе был использован критерий по количеству итераций. Опытным путем установлено, что до отметки 10000 итераций погрешность уменьшается. После чего значительных изменений в качестве процесса обучения не происходит.

В процессе подготовки данных было сформировано 594 набора данных. Из которых 495 (83 %) использовано для обучения, а 99 (17%) для проверки работоспособности НС. Следует отметить, что в отличие от известных работ [4], где обучающий и проверочный наборы выбирались из массива данных случайным образом, в настоящей работе в качестве проверочного набора было выбрано все семейство кривых деформирования для $\dot{\varepsilon} = 1000 \text{ с}^{-1}$, что представляет более «жесткие» требования к качеству обучения сети.

8 Проверка работоспособности модели. Для оценки работоспособности модели использовались статистические критерии [4-6, 9]. Эффективность работы сети определялась и представлялась с помощью средней относительной погрешности (average absolute relative error, AARE) и коэффициента корреляции (R):

$$AARE(\%) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{E_i - P_i}{E_i} \right| \times 100; \quad R = \frac{\sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})(P_i - \bar{P})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})^2 \sum_{i=1}^N (P_i - \bar{P})^2}},$$

где E – данные полученные из экспериментального набора, P – данные полученные с помощью нейронной сети, \bar{E} и \bar{P} – средние значения E и P соответственно, N – общее число данных использованных при вычислении.

Таблица 1 – Сравнение погрешностей для разных вариантов обучающего и проверочного наборов

№	Вариант подготовки данных	Обучающий набор		Проверочный набор	
		ARRE, %	R	ARRE, %	R
1	$\varepsilon, \dot{\varepsilon}, T$	9,604	0,992	52,407	0,987
2	$\varepsilon, \ln(\dot{\varepsilon}), T$	8,132	0,995	10,290	0,987
3	$\ln(\varepsilon), \ln(\dot{\varepsilon}), T$	10,183	0,996	21,343	0,996
4	$\ln(\varepsilon), \ln(\dot{\varepsilon}), T^{-1}$	21,699	0,962	29,568	0,954

Табл. 1 показывает эффективность работы модели при разных вариантах подготовки данных для обучающего и проверочного наборов. Из таблицы видно, что после обработки данных по скорости деформации логарифмической функцией результат значительно улучшается. Очень хорошо это видно для проверочного набора. Сходимость ухудшается при применении логарифмической функции.

рифмической функции к ряду значений деформаций. Это можно объяснить тем, что в случае со скоростью деформаций логарифмическая функция создала интервалы между точками данных почти одинаковыми, а для ряда данных по деформации такого явного изменения не произошло. Полученные результаты тестирования показали, что для повышения эффективности модели, обучающие данные необходимо нормализовать и приводить к упорядоченному виду, а лучшие результаты обучения дает тренировочный набор № 2.

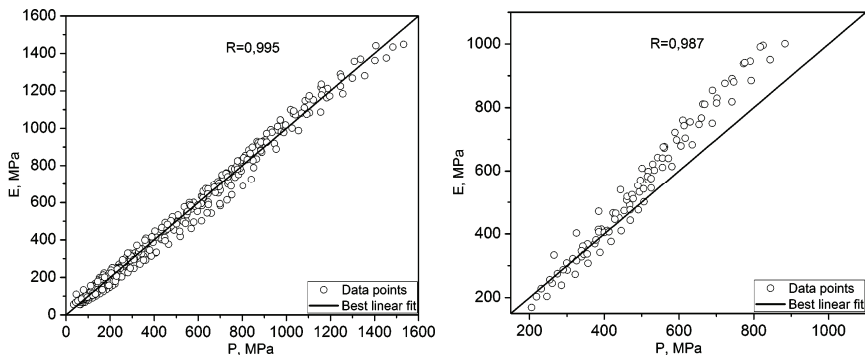


Рисунок 3 – Корреляция между экспериментальными значениями (E) и значениями полученными с помощью НС (P). Обучающий (слева) и тестовый (справа) набор № 2

На рис. 4-6 показано распределение относительной погрешности при трех входных параметрах модели ($\bar{\varepsilon}_p, \ln(\dot{\varepsilon}_p), T$). Как видно наименьшая точность аппроксимации наблюдается на границах диапазонов всех трех параметров, что является нормальным для искусственной НС. Полученные результаты показали хорошее качество обучения – средние относительные погрешности для обучающего (8,1 %) и проверочного (10,3 %) набора данных.

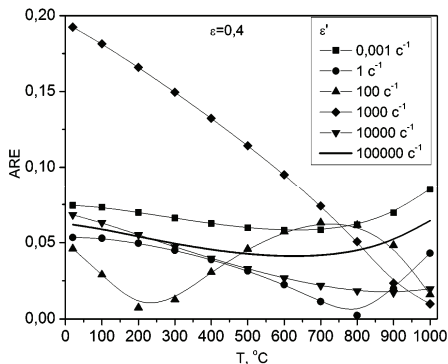


Рисунок 4 – Зависимость относительной погрешности от температуры T при деформации $\varepsilon = 0,4$ для разных скоростей деформаций ε' (набор данных № 2)

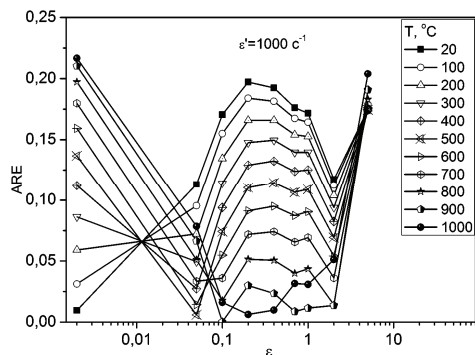


Рисунок 5 – Зависимость относительной погрешности от деформации ε при скорости деформации 1000 c^{-1} для разных температур T (набор данных № 2), $\dot{\varepsilon} = 1000 \text{ c}^{-1}$ – проверочный набор

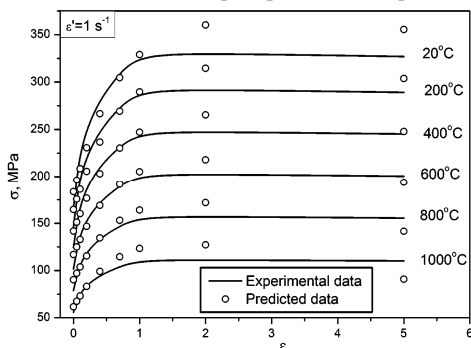


Рисунок 6 – Сходимость экспериментальных данных с полученными с помощью НС на примере семейства кривых течения стали 45 при скорости деформаций 1 c^{-1} (набор данных № 2).

9 Выводы. В работе рассмотрены особенности разработки НС-модели пластического состояния материала для широкого диапазона скоростей деформаций и температур применительно к стали 45. При обучении нейронной сети были использованы различные варианты подготовки данных для обучения. Получен лучший вариант структуры входных данных, который обеспечил высокую эффективность аппроксимации семейства кривых деформирования в широком диапазоне скоростей деформаций и температур как для обучающей выборки, так и для весьма «жесткой» проверочной выборки. Это показывает возможность успешного применения данной модели в сочетании с МКЭ при моделировании процессов высокоскоростного деформирования.

Список литературы: 1. *Haj-Ali R.M., Pecknold D.A., Ghaboussi J., Voyiadjis G.Z.* Simulated Micromechanical Models using Artificial Neural Networks // *ASCE J. Eng. Mechanics*, 2001. – Vol. 127, No. 7. – С. 730-738. 2. *Hashash Y.M.A., Jung S., Ghaboussi J.* Numerical implementation of a neural

network based material // International journal for numerical methods in engineering, 2004. – 59. – С. 989-1005. **3.** Залоза В.А., Криворучко Д.В., Хвостик С.Н. О выборе уравнения состояния обрабатываемого материала для моделирования процесса резания методом конечных элементов // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. 2006. – № 12 (96). – С. 101-115. **4.** Sumantra Mandal, Sivaprasad P.V., Venugopal S., Murthy K.P.N. Constitutive flow behaviour of austenitic stainless steels under hot deformation: artificial neural network modelling to understand, evaluate and predict // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. 2006. – 14. – С. 1053-1070. **5.** D'Addona D., Teti R. Intelligent Material Modelling for Mild Steel Hot Working // Vimation Journal, Special Issue on Interactive Systems in Healthcare, 2010. – ISSN 1866-4245. – С. 79-83. **6.** Reddy N.S., Park C.H., Lee Y.H., Lee C.S. Neural network modelling of flow stress in Ti–6Al–4V alloy with equiaxed and Widmanstätten microstructures // Materials Science and Technology, 2008. – Vol. 24, Nr 3. – С. 294-301. **7.** Wang B., Kong L.X., Hodgson P.D., Collinson D.C. Improvement of the Prediction Accuracy and Efficiency of Hot Strength of Austenitic Steels with Optimised ANN Training Schemes // Metals and materials international, 1998. – Vol. 4, Nr 4. – С. 823-826. **8.** Sha, W., Edwards, K. L. The use of artificial neural networks in materials science based research // Materials and Design, 2007. – Vol. 28, No. 6. – С. 1747-1752. **9.** Sanjeev Sen, Janet M. Twomey, Jamal Y. S. Ahmad Development of an Artificial Neural Network Constitutive Model for Aluminum 7075 Alloy // IERC Conference. – 2002. **10.** Johnson G.R., Cook W.H. A Constitutive Model and Data for Metals Subjected to Large Strains, High Strain Rates and High Temperatures // Proceedings of the 7th int. Symp. On Ballistics. – 1983. – С. 541-547. **11.** Zerilli F.J., Armstrong R.W. Dislocation mechanics-based constitutive relation for material dynamics calculations // Journal of Applied Physics. – 1987. – N. 61. – С. 1816-1825. **12.** Oxley P.L. Mechanics of machining: An analytical approach to assessing machinability // Ellis Horwood Limited. – 1989. – 242 с.

Поступила в редколлегию 26.09.2011

ЗМІСТ

О.К.МОРАЧКОВСЬКИЙ До 90-річчя професора А.В. Бурлакова. Вчений, Педагог, Людина	3
Л.В.АВТОНОМОВА, С.В.БОНДАРЬ, А.В.СТЕПУК Особенности моделирования процесса электромагнитного деформирования	6
Н.В.БАБКОВА, И.В.ГАЛУЩАК, В.Я.ГОРБАТЕНКО, А.М.НИКИТИН Дискретная модель передачи тепла в оребренных трубах	10
И.А.БАГМУТ, В.Б.УСПЕНСКИЙ Разработка требований к инструментальным погрешностям инерциального блока интегрированной навигационной системы	22
С.М.ВЕРЕЩАКА Односторонний контакт сферических оболочек из разномодульного материала	29
А.А.ВОДКА, А.С.СТЕПЧЕНКО, А.И.ТРУБАЕВ Исследование напряженно-деформированного состояния болтовых соединений рабочего колеса гидротурбины	34
А.В.ВОРОПАЙ Нестационарные колебания прямоугольной пластины с амортизатором	42
Н.И.ВОРОПАЙ Идентификация кинематического нагружения на поверхности цилиндрической полости упругого пространства	48
С.О.ГРИЦАН, О.О.ЛАРИН Дослідження динамічного напруженого стану в лопатках турбомашин методом комбінованого розкладання по власним формам напружень та переміщень	54
Д.В.ДАНИЛОВ, А.Г.АНДРЕЕВ НДС профильных соединений с натягом под действием контактных нагрузок	63
П.Н.ДЕМИДОВ, А.И.ТРУБАЕВ Прогнозирование остаточного ресурса трубопроводов с учетом эрозионно-коррозионного износа	77
С.С.ИЛЬИНА Исследование влияния параметров профилей проводников на динамику скипов в стволах с нарушенной геометрией	85
А.А.КОНДРИКОВА, О.О.ЛАРИН Моделивання контактної взаємодії пневматичних шин з дорогою з урахуванням геометричної та фізичної нелінійності їх деформування	94
Ю.Н.КОРЫТКО Расчетные исследования термоциклической долговечности толстостенного цилиндра автоклава гидротермального синтеза	101

С.В.КРАСНИКОВ Моделирование та анализ вібраційних характеристик фундамента энергоблоку потужністю 300 МВт	107
И.ЛЬВОВ Анизотропная ползучесть многопроходного шва	111
А.МОВАГГАР, Г.И.ЛЬВОВ Анизотропная модель усталостной повреждаемости стекловолоконного композита	119
В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, С.В.ОЛЬШАНСКИЙ Гармонические колебания неоднородного сепарируемого слоя зерна на плоском виброрешете	127
Р.Л.ОНАЦКИЙ Остаточные напряжения в сосудах с вмятинами и снятие их в процессе гидрообработки	135
Э.С.ОСТЕРНИК О механических параметрах для оценки надежности турбогенераторов разъемной конструкции	142
Э.А.СИМСОН, В.В.ОВЧАРЕНКО, В.И.ДЕМИДОВ, И.Д.ПРЕВО, С.А.НАЗАРЕНКО Холодная раскатка заготовок подшипниковых колец	156
В.Н.СОБОЛЬ Смешанный вариационный функционал для численных исследований динамической ползучести начально-анизотропных тел	161
К.Ю.СЧАСТЛИВЕЦ, С.Ю.ПОГОРЕЛОВ, С.И.МАРУСЕНКО Математическое моделирование управляемого движения стержневой модели космического аппарата	165
Д.В.ТАРАДУДА, Р.І.ШЕВЧЕНКО Визначення коефіцієнтів безпеки основних елементів аміачної холодильної установки при дії факторів небезпеки «зовнішнього впливу»	175
К.Ю.ТАРСІС Порівняння напружено-деформованого стану в зоні контакту складеного тіла з рухливою та нерухливою жорсткими вставками методом R-функцій	186
Ю.Л.ТАРСИС О применении эмпирических формул для определения крутильной податливости колена коленчатого вала	191
В.Г.ФЕДОРЧЕНКО, С.В.ПОДЛЕСНЫЙ, А.Ю.ДЕНЬЩИКОВ Динамические характеристики рабочей среды дробеметов и их влияние на интенсивность износа турбинных лопаток	196
В.Л.ХАВИН, О.А.ОГОРОДНИК Модель пластического состояния материала для широкого диапазона температур и скоростей деформаций на основе нейронной сети	202

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Тематичний випуск
«Динаміка і міцність машин»

Збірник наукових праць № 52'2011

Науковий редактор д-р техн. наук, проф. О.К.Морачковський

Технічний редактор О.В.Щепкін

Відповідальний за випуск канд. техн. наук І.Б.Обухова

Обл. вид. № 178-11

Підп. до друку 02.12.2011 р. Формат 60x84 1/16. Надруковано на цифровому видавничому комплексі Rank Xerox DocuTech 135. Умов. друк. арк. 9,4. Облік. вид. арк. 10,0. Наклад 300 прим. 1-й завод 1-100. Зам. № 218. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 3657 від 24.12.2009 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Цифрова друкарня «Зebra», Харків, м. Повстання, 7/8
