

**ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"**

Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".
Харків: НТУ "ХПІ". – 2011, №29. – 192 с.

**Сборник научных трудов
Тематический выпуск**

29'2011

"Проблемы механического привода"

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"
в 2001 году

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ,
д-р техн. наук, проф.

Зам. председателя

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Е.И. Сокол, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета

К.А. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Л.М. Бесов, д-р ист. наук, проф.;

А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;

М.Д. Годлевский, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В.Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;

И.Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф.;

В.В. Епифанов, канд. техн. наук, проф.;

Ю.И. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П.А. Качанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С.И. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;

Г.В. Лисачук, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Луников, д-р техн. наук, проф.;

О.К. Морачковский, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Николаенко, канд. ист. наук, проф.;

П.Г. Перерва, д-р экон. наук, проф.;

В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;

М.И. Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;

Ю.В. Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Государственное издание

**Свидетельство Госкомитета по ин-
формационной политике Украины
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ответственные редакторы

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Зам. ответственного редактора

А.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

Ответственный секретарь

Н.В. Матюшенко, канд. техн. наук

Г.И. Львов, д-р техн. наук, проф.;

Н.Э. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Павлов, д-р техн. наук, доц.;

В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Грибанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;

С.В. Гутьря, д-р техн. наук, проф.;

Б.И. Киндрацкий, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Стрельников, д-р техн. наук;

В.В. Шелюфаст, д-р техн. наук, проф.;

В.Е. Старжинский, д-р техн. наук, проф.;

Х.С. Самидов, д-р техн. наук, проф.;

М. Бошански, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Власенко, канд. техн. наук, с.н.с.

АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

кафедра ТММ и САПР

тел. (057) 707-64-78

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПІ",
протокол № 7 від 05.07.2011**

Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет), г. Тюмень, Россия

ВИБРОАКТИВНОСТЬ СИЛ ТРЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧАХ И КРИТЕРИИ ДЛЯ ЕЕ ОЦЕНКИ

Компьютерным моделированием показано, что силы трения зубьев могут быть значимой причиной возбуждения колебаний в цилиндрических прямозубых передачах на зубцовой частоте. Предложено расширить перечень качественных показателей, введенных ранее в [1-2], для оценки виброактивности зацепления, обусловленной силами трения зубьев.

Комп'ютерним моделюванням показано, що сили тертя зубів можуть бути важливою причиною порушення коливаний у циліндричних прямозубих передачах на зубцовій частоті. Запропоновано розширити перелік якісних показників, введених раніше в [1-2], для оцінки віброактивності зацеплення, обумовленої силами тертя зубів.

By computer modeling it is shown that power of a friction of teeth can be the significant reason of excitation of fluctuations in cylindrical spur gears on tooth to frequency. It is offered to expand the list of the quality indicators entered earlier in [1-2], for an estimation vibration activity of gearing, caused by power of a friction of teeth.

Обзор предшествующих работ. В [1] высказано предположение и показано, что трение зубьев в цилиндрических прямозубых передачах есть одна из возможных причин виброактивности зацепления. В [1] для количественной оценки виброактивности зацепления на зубцовой частоте, обусловленную трением зубьев, предложено два качественных показателя: а) *коэффициент силовой виброактивности* k_F – критерий изменчивости сил в зацеплении от трения зубьев; б) *коэффициент крутильной виброактивности* k_T – критерий изменчивости крутящего момента на ведомом колесе от этих же сил. Вычисляются k_F и k_T по формулам:

$$k_F = \frac{|\Delta \mathbf{F}_{MAX}|}{F_{MAX}}; \quad k_T = \frac{T_{2MAX} - T_{2MIN}}{T_{2sred}}. \quad (1)$$

где $\Delta \mathbf{F}_{MAX}$ – максимальная величина изменения вектора \mathbf{F} суммарной силы в зацеплении при повороте колес на один угловой шаг (за цикл); F_{MAX} – максимальная величина силы \mathbf{F} за цикл; T_{2MIN} , T_{2MAX} , T_{2sred} – предельные и среднее значения крутящего момента на ведомом зубчатом колесе за цикл (при $T_1 = \text{const}$ на ведущей шестерне).

В [2] содержатся результаты компьютерного моделирования работы большого числа цилиндрических прямозубых эвольвентных передач, проведенного для выявления зависимости этих двух предложенных качественных показателей виброактивности k_F и k_T от геометро-кинематических параметров зацепления. В ходе выполненного исследования установлено:

- При переходе точки контакта через полюс зацепления происходит мягкий удар, направленный *вдоль межосевой линии*.
- В типичных передачах величина мягкого удара при коэффициенте трения $f=0,1$ составляет более 40% от величины расчетной радиальной силы, и более 20% от суммарной силы в зацеплении ($k_F > 20\%$).
- Величина изменения крутящего момента на колесе, обусловленная трением зубьев, зависит, главным образом, от коэффициента потерь k_P мощности в зацеплении. Т.е. от среднего за цикл КПД: $k_P = 1 - \text{КПД}$. При этом коэффициент крутильной виброактивности $k_T \approx (1,5 - 2)k_P$.
- Пониженной виброактивностью обладают передачи с коэффициентом перекрытия $\varepsilon > 2$, особенно, при ε близком к 2 или к 3.
- В доплюсовых и в заплоских передачах силовая виброактивность минимальна, а крутильная виброактивность повышенная.

При компьютерном моделировании выявлено также влияние на виброактивность, обусловленную трением зубьев, следующих геометро-кинематических параметров: коэффициента перекрытия, положения линии зацепления, угла зацепления, числа зубьев, закона изменения нормальной силы при пересопрежении зубьев [2].

На рисунках 1-3, взятых из [2], приведены в качестве примера результаты анализа виброактивности высоконапряженной высокоскоростной передачи, нарезанной стандартным инструментом (далее эту передачу называем типичной).

Ее параметры: $P_1 = 600 \text{ кВт}$, $n_1 = 17000 \text{ об/мин}$, коэффициент трения между зубьями $f = 0,1$; $m = 3 \text{ мм}$, $z_1 = 28$, $z_2 = 41$, ширина колеса $b_2 = 32 \text{ мм}$; параметры исходного контура: $\alpha = 20^\circ$, $h_a = 1$, $c_0 = 0,25$, $h_f = 2$; коэффициенты смещения $x_1 = 0,6596$ и $x_2 = 0,7689$, давшие угол зацепления $\alpha_w = 25^\circ$ при выровненных коэффициентах удельного скольжения: $v_{1\text{max}} = v_{2\text{max}} = 0,74$; коэффициент перекрытия $\varepsilon = 1,334$; $a_w = 107,312 \text{ мм}$; силы между зубьями в момент пересопрежения изменяются по линейному закону (см. среднюю диаграмму на рисунке 1); коэффициент потерь на трение зубьев $k_P = 0,97\%$; максимальная сила в зацеплении $F_{MAX} = 9002 \text{ Н}$; максимальные контактные напряжения $\sigma_{\text{max}} = 996 \text{ МПа}$; коэффициенты динамической виброактивности: $k_F = 21,21\%$ и $k_T = 1,886\%$.

Из рисунка 1 видно, что в текущем положении точка контакта одна, и находится она вблизи полюса зацепления (перед ним). На рисунке 2 изображены векторы общей силы \mathbf{F} и ее составляющие: нормальная F_n и сила трения $F_{\text{тр}}$. Он показывает, что при переходе точки контакта через полюс зацепления сила между зубьями резко уменьшилась почти на 800Н – с 8993 до 8196 (были взяты два положения точки контакта на расстоянии в нескольких микрометрах от полюса зацепления – перед ним и после него). Видно, что годограф вектора общей силы \mathbf{F} есть замкнутая кривая очень близкая к прямой, параллельной межосевой линии; и что из-за смены направления силы трения, нормальная сила F_n уменьшилась. На рисунке 3 – диаграммы, показывающие, как изменяются в течение цикла (при повороте зубчатых колес на угловой шаг)

отношения: а) возмущающей силы (практически радиальной) к максимальной силе между зубьями и б) возмущающего крутящего момента на колесе к его среднему значению.

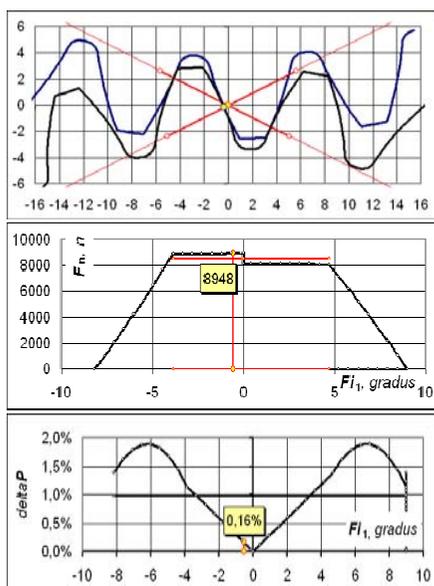


Рисунок 1 – Картина зацепления, нормальная сила F_n и потери мощности ΔP в зацеплении

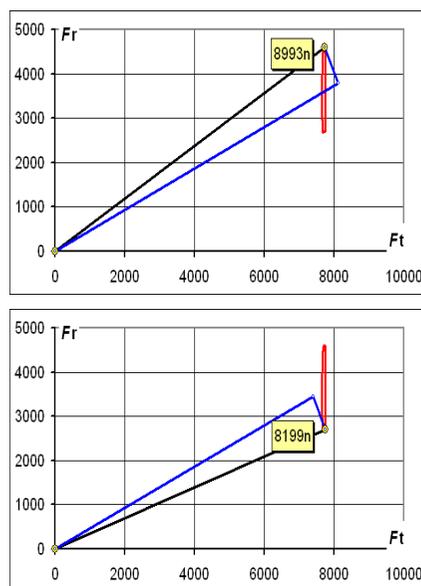


Рисунок 2 – Годограф силы в зацеплении и силы на колесо до и за полюсом зацепления

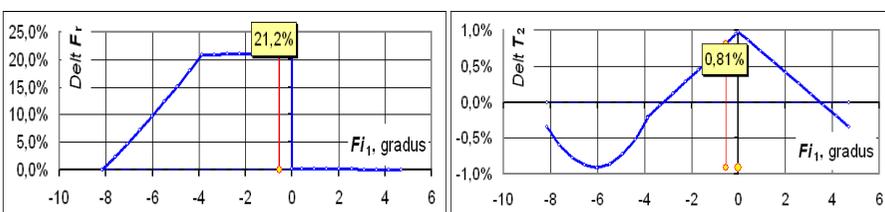


Рисунок 3 – Силовая и крутильная виброактивность в типичной передаче

На рисунках 4-5, также взятых из [2], приведен еще один пример анализа виброактивности передачи, нарезанной стандартным инструментом, но при других коэффициентах смещения: $x_1=1,3596$, $x_2=0,0689$, превратившие передачу в почти заплуюсную. Ее параметры, отличающиеся от параметров типичной передачи: $\varepsilon=1,248$, $v_{1max}=0,59$, $v_{2max}=1,446$, $k_p=1,799\%$, $F_{MAX}=8440H$, $\sigma_{max}=916MPa$; коэффициенты динамической виброактивности: $k_F=10,68\%$, $k_T=2,703\%$.

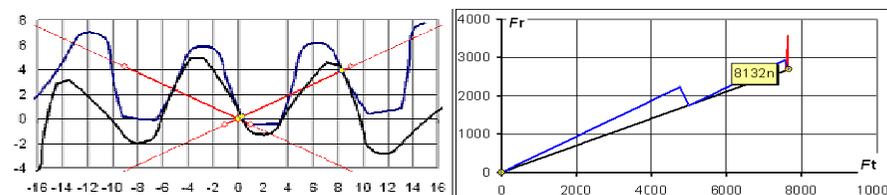


Рисунок 4 – Почти заплуюсная передача, годограф сил и силы в текущем положении

Из рисунка 4 видно, что в текущем положении точек контакта две: одна из них находится вблизи полюса зацепления. А сам полюс расположен на участке двухпарного зацепления. Поэтому, на годографе сил в текущем положении (рисунок 4) видны (кроме суммарного вектора сил в зацеплении) еще и: две его нормальные составляющие, и две силы трения в каждой из этих двух точек контакта.

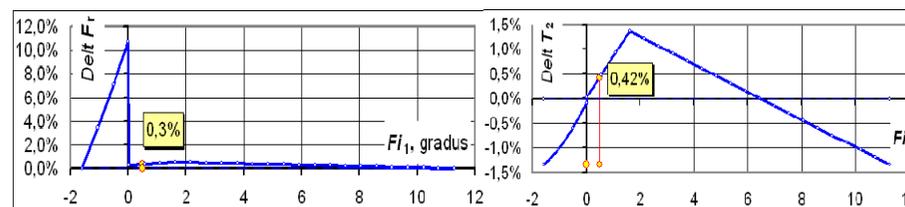


Рисунок 5 – Силовая и крутильная виброактивность в почти заплуюсной передаче

Сравнивая виброактивность двух передач по рисункам 3 и 5, отметим:

- 1) Коэффициент *крутильной* виброактивности k_T у второй передачи больше, чем в типичной передаче почти в полтора раза. Причина: в ней больше коэффициент потерь k_p на трение ($1,799\% > 0,97\%$) из-за большей средней удаленности точки контакта зубьев от полюса зацепления.
- 2) Коэффициент *силовой* виброактивности k_F у второй передачи меньше, чем в типичной передаче почти в два раза. Причина: полюс зацепления, в котором происходит мягкий удар, находится примерно в центре одного из участков двухпарного зацепления, и поэтому в нем сила между зубьями примерно вдвое меньше, чем на участке однопарного зацепления. Поэтому и величина мягкого удара вдвое меньше – это видно и при сравнении годографов на рисунках 2 и 4.
- 3) График изменения силовой виброактивности на рисунке 5 показывают, что характер изменения возмущающей силы является импульсным, т.е. кратковременным, при почти постоянной силе в течение большей части цикла. Поэтому:
 - Чем ближе полюс зацепления, находящийся на отрезке двухпарного зацепления, к границе линии зацепления, тем меньше будет в нем сила

мягкого удара и тем меньше коэффициент силовой виброактивности. Когда полюс зацепления окажется вне полюса зацепления, этот импульс исчезнет, и коэффициент силовой виброактивности уменьшится на порядок. Но это при условии, что не будет мягких ударов при пересопряжении зубьев.

- Несмотря на значительный мягкий удар в полюсе зацепления (хотя и вдвое меньший, чем в типичной передаче), импульсный характер этого воздействия свидетельствует о том, что такой удар не должен являться сильным вибровозбудителем, т.к. энергия этого удара невелика.

Постановка проблемы. Как указывалось выше, мягкий удар, происходящий в полюсе зацепления из-за смены направления силы трения зубьев: а) является главной причиной виброактивности сил трения зубьев (что было ясно и до компьютерного моделирования); б) всегда действует на зубчатые колеса практически точно в радиальном направлении, хотя сила трения направлена по касательной к профилям зубьев (что вначале для нас оказалось неожиданностью). Из-за радиальной направленности мягкого удара, представляется более информативным для анализа силовой виброактивности не коэффициент k_F изменчивости общей силы в зацеплении, а коэффициент k_{Fr} изменчивости радиальной силы. *Задачи исследования:*

Задача 1. Следует ввести и использовать коэффициент радиальной виброактивности k_{Fr} . Коэффициент же силовой виброактивности k_F оставить для анализа до- и заполосных передач, в которых в полюсе зацепления нет контакта зубьев.

Задача 2. Выполнить для конкретных передач гармонический анализ вибровозбуждающей радиальной силы (т.е. разложить коэффициенты k_{Fr} в ряды Фурье) и вибровозбуждающего крутящего момента (разложив в ряды Фурье k_T).

Задача 3. Т.к. коэффициенты k_F , k_T , (и k_{Fr}) не учитывают характер изменения возбуждающей силы и крутящего момента, следует ввести качественные показатели, которые будут учитывать импульсность и степень плавности F , T_2 и F_r . И сделать это, опираясь на результаты гармонического анализа.

Задача 4. Дать полный перечень предложенных качественных показателей, характеризующих виброактивность сил трения зубьев, и уточнить все термины.

Задача 5. Наметить методику синтеза прямозубых цилиндрических передач, имеющих минимальную виброактивность, вызываемую трением зубьев.

Коэффициент k_{Fr} радиальной виброактивности зацепления. Вычисляем этот коэффициент по формуле:

$$k_{Fr} = \frac{F_{r\max} - F_{r\min}}{F_{r0}}. \quad (2)$$

Здесь $F_{r\max}$ и $F_{r\min}$ – максимальное и минимальное значения суммарной радиальной силы в зацеплении; F_{r0} – расчетная радиальная сила, вычисленная без учета сил трения зубьев.

Гармонический анализ вибровозбуждающих усилий. Исследуя колебания при наличии периодической возмущающей силы $Q_F(t)$, составляют и решают дифференциальные уравнения, в правой части которых возмущающее усилие, период которого равен t_0 , представляют в виде ряда Фурье [3]:

$$Q_F(t) = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left(a_j \cdot \cos j \frac{2\pi}{t_0} t + b_j \cdot \sin j \frac{2\pi}{t_0} t \right), \quad (3)$$

где a_0 , a_j и b_j ($j=1, 2, \dots, \infty$) – коэффициенты ряда Фурье, определяемые по известным формулам гармонического анализа [3]; t_0 – время поворота колес на 1 шаг.

На рисунках 6 и 7 представлены результаты гармонического анализа виброактивности двух передач, рассмотренных выше: а) графики виброактивности; б) аппроксимирующие ряды Фурье; в) по 3-7 первых гармоник; числовые значения коэффициентов рядов Фурье, амплитуд гармоник и их фаз. Эти рисунки иллюстрируют общие тенденции, характерные для виброактивности сил трения зубьев во всех эвольвентных прямозубых цилиндрических передачах:

- При аппроксимации крутильной виброактивности p_T (крутящего момента T_2 на ведомом колесе) достаточно удерживать 1-3 гармоники (на рисунках 6 и 7 показаны ряды Фурье с удержанием 4-х гармоник).
- При аппроксимации радиальной виброактивности p_{Fr} (суммарной радиальной силы F_r в зацеплении) нужно удерживать гармоник больше в 1.5-2 раза (на рисунке 6 их удержано шесть, а на рисунке 7 – восемь).

Коэффициенты приведенных виброактивностей зацепления. Первоначально попытались ввести энергетические коэффициенты виброактивности: радиальной k_{FrE} и крутильной k_{TE} , которые учитывали бы кратковременность действия возбуждающего усилия. Их смысл – отношение двух работ за время поворота зубчатых колес на один угловой шаг: $k_{TE} = \Delta A_T / \Delta A_1$. Где ΔA_T – максимальная работа, которая может пойти за цикл на возбуждение крутильных вибраций с зубцовой частотой при некоторой базовой амплитуде колебаний на начальной окружности (например, равной 1мм или 1мкм); ΔA_1 – работа ведущей шестерни за цикл.

Чтобы найти ΔA_T находили угол фазы $\Delta\varphi$, при котором $\Delta A_T = \max$. В последующем выяснилось, что k_{TE} находится в линейной зависимости от амплитуды первой гармоники разложения T_2 в ряд Фурье. А угол фазы $\Delta\varphi$ оказался равен фазе первой гармоники (см. таблицы на рисунках 6 и 7).



Рисунок 6 – Гармонический анализ виброактивности типичной передачи

КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА ФУРЬЕ ДЛЯ kFr		АМПЛИ-ТУДА	ФАЗА (град)
a1= -24,74%	b1= -17,08%	30,07%	-145,4
a2= 5,56%	b2= 1,06%	5,66%	10,8
a3= -3,01%	b3= 4,53%	5,44%	123,6
a4= -1,68%	b4= -4,52%	4,82%	-110,3
a5= 2,48%	b5= 1,93%	3,14%	37,8
a6= -2,59%	b6= 0,92%	2,75%	160,4
a7= 0,68%	b7= -2,37%	2,46%	-73,9
a8= 0,73%	b8= 2,02%	2,15%	70,0
a9= -1,78%	b9= -0,53%	1,86%	-163,5
a10= 1,33%	b10= -0,96%	1,64%	-36,0

КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА ФУРЬЕ ДЛЯ kT		АМПЛИ-ТУДА	ФАЗА (град)
a1= -0,488%	b1= 0,657%	0,819%	126,6
a2= 0,051%	b2= 0,012%	0,052%	13,2
a3= 0,077%	b3= 0,021%	0,080%	15,3
a4= -0,025%	b4= 0,001%	0,025%	177,2
a5= 0,012%	b5= -0,002%	0,012%	-10,2
a6= 0,014%	b6= 0,009%	0,017%	34,1
a7= -0,007%	b7= -0,006%	0,009%	-139,4
a8= 0,006%	b8= 0,001%	0,007%	10,8
a9= 0,003%	b9= 0,004%	0,005%	50,4
a10= -0,001%	b10= -0,005%	0,005%	-105,3



Рисунок 7 – Гармонический анализ виброактивности в почти заплюзной передаче

КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА ФУРЬЕ ДЛЯ kFr		АМПЛИ-ТУДА	ФАЗА (град)
a1= 2,23%	b1= -1,79%	2,86%	-38,7
a2= 1,24%	b2= -2,42%	2,72%	-62,9
a3= -0,06%	b3= -2,53%	2,53%	-91,4
a4= -1,20%	b4= -1,93%	2,27%	-122,0
a5= -1,77%	b5= -0,85%	1,96%	-154,4
a6= -1,59%	b6= 0,25%	1,61%	171,0
a7= -0,88%	b7= 0,93%	1,28%	133,4
a8= -0,03%	b8= 0,99%	0,99%	91,6
a9= 0,57%	b9= 0,56%	0,80%	45,0
a10= 0,70%	b10= -0,06%	0,70%	-4,6

КОЭФФИЦИЕНТЫ РЯДА ФУРЬЕ ДЛЯ kT		АМПЛИ-ТУДА	ФАЗА (град)
a1= -0,750%	b1= -0,723%	1,042%	-136,0
a2= -0,384%	b2= 0,019%	0,384%	177,1
a3= -0,088%	b3= 0,107%	0,139%	129,6
a4= 0,005%	b4= 0,023%	0,024%	76,9
a5= -0,017%	b5= -0,015%	0,022%	-138,4
a6= -0,028%	b6= 0,006%	0,028%	168,2
a7= -0,005%	b7= 0,015%	0,016%	107,1
a8= 0,007%	b8= -0,002%	0,007%	-19,8
a9= -0,006%	b9= -0,013%	0,014%	-114,9
a10= -0,015%	b10= -0,002%	0,015%	-170,9

Поэтому от введения k_{FrE} и k_{TE} отказались. И предлагаем ввести вместо них коэффициенты приведенной виброактивности: радиальной k_{FrS} и крутильной k_{TS} :

$$k_{FrS} = \frac{2 \cdot c_{1Fr}}{F_{r0}} (= k_{Fr} \cdot k_{FrSin}); \quad k_{TS} = \frac{2 \cdot c_{1T}}{T_{2sred}} (= k_T \cdot k_{TSin}), \quad (4)$$

где c_{1Fr} и c_{1T} – амплитуды первых гармоник разложения в ряды Фурье k_{Fr} и k_T , соответственно; F_{r0} , и T_{2sred} – те же сила и момент, что и в формулах (1) и (2). Здесь k_{FrSin} и k_{TSin} – поправочные коэффициенты, показывающие близость закона изменения возбуждающей силы к гармоническому. Так, при $k_{TSin}=1$ – закон синусоидальный; при $k_{TSin}=0,5$ – данной возмущающей силе эквивалентна по виброактивности гармоническая сила, меньшая в два раза. Вычисляем k_{FrS} и k_{TS} по формулам:

$$k_{FrS} = \frac{k_{FrS}}{k_{Fr}} \left(= \frac{2 \cdot c_{1Fr}}{F_{rmax} - F_{rmin}} \right); \quad k_{TS} = \frac{k_{TS}}{k_T} \left(= \frac{2 \cdot c_{1T}}{T_{2max} - T_{2min}} \right). \quad (5)$$

где F_{rmax} , F_{rmin} , T_{2max} и T_{2min} – пределы изменения радиальной силы F_r и крутящего момента T_2 за время поворота колес на один шаг (за цикл).

Приведем значения всех коэффициентов виброактивности для двух передач:

- 1) для типичной: $k_{Fr}=52,92\%$, $k_{FrS}=60,14\%$, $k_T=1,886\%$, $k_{TS}=1,638\%$.
- 2) для почти заплюзной: $k_{Fr}=24,9\%$, $k_{FrS}=5,72\%$, $k_T=2,703\%$, $k_{TS}=2,084\%$.

Судя по k_{Fr} , радиальная виброактивность у второй передачи меньше, чем у первой в $52,92/24,97=2,1$ раза; а судя по k_{FrS} , – меньше уже в $60,14/5,72=10,5$ раза.

Полагаем, что коэффициенты приведенной виброактивности k_{FrS} и k_{TS} более адекватно отражают уровень радиальной и крутильной виброактивности сил трения в зацеплении, нежели предложенные ранее k_{Fr} и k_T . И проще для понимания, чем k_{FrE} и k_{TE} . Но учитывают лишь возбуждение только на одной (первой) частоте.

Описание всех предложенных критериев виброактивности сил трения. Уточним терминологию. Различаем понятия "виброактивность зацепления" и "качественные показатели виброактивности зацепления".

Качественные показатели виброактивности зацепления – это три коэффициента виброактивности: 1) силовой – k_F ; 2) радиальной – k_{Fr} ; 3) крутильной – k_T ; и два коэффициента приведенной виброактивности: 4) радиальной – k_{FrS} ; 5) крутильной – k_{TS} . Эти пять показателей численно оценивают силовую, радиальную и крутильную виброактивность сил трения зубьев в целом для передачи – см. подчеркнутую строчку над рисунком 4. Находим эти показатели по формулам (1-2) и (4-5).

Виброактивность зацепления также характеризуется пятью числами, но они оценивают величину возмущающего усилия (силы или крутящего момента) *в текущем положении* – см. графики на рисунках 3 и 5: на них показаны силовая p_F и крутильная p_T виброактивности. Вычисляем эти параметры по формулам:

$$p_F = \frac{F - F_{\min}}{F_{\min}}, \quad p_{Fr} = \frac{F_r - F_{r0}}{F_{r0}}, \quad p_T = \frac{T_2 - T_{2sred}}{T_{2sred}}; \quad \left. \begin{aligned} p_{FrS} &= p_{Fr} \cdot k_{FrSin} \\ p_{TS} &= p_T \cdot k_{TSin} \end{aligned} \right\} (6)$$

Здесь F , F_r и T_2 – суммарная и радиальная силы в зацеплении, а также крутящий момент на колесе в текущем положении звеньев; F_{\min} – минимальное значение суммарной силы в зацеплении; F_{r0} – расчетная радиальная сила, вычисленная без учета сил трения зубьев. T_{2sred} – среднеарифметическое значение крутящего момента T_2 на колесе за цикл (при $T_1 = \text{const}$ на ведущей шестерне). k_{FrSin} и k_{TSin} – поправочные коэффициенты, вычисляемые по формулам (4).

О синтезе передач с минимальной виброактивности сил трения зубьев:

1. Предложенные качественные показатели виброактивности зацепления (k_F , k_{Fr} , k_T , k_{FrS} и k_{TS}), характеризующие периодические возмущающие силы и крутящий момент, зависят только: а) от закона распределения сил при многопарном контакте зубьев (например, при пересопряжении зубьев); б) от коэффициента трения между зубьями; в) и, главное, от геометрии зацепления. Поэтому, можно на этапе геометрического синтеза передачи оценить ее виброактивность, и получить минимально возможную виброактивность, обусловленную трением зубьев.

2. При геометрическом синтезе оценивать виброактивность передачи можно: либо, "прогоняя" передачу через компьютерную программу анализа виброактивности, либо, используя "модернизированные" блокирующие контуры с нанесенными на них линиями равных уровней приведенных виброактивностей k_{FrS} и k_{TS} .

3. Коэффициенты рядов Фурье, аппроксимирующих силы и крутящий момент в зацеплении, предназначены для использования в динамических моделях при анализе вибраций в эвольвентных цилиндрических передачах.

Список литературы: 1. Babichev D.A., Serebrennikov A.A., Babichev D.T. Qualitative indexes of flat engagements operation. Research and Development of mechanical Elements and Systems. The 7th international scientific conference: IRMES 2011. Zlatibor, Serbia. – 2011 (В печати – 8с.: 1 уч.п.л.). 2. Бабичев Д.А. Виброактивность цилиндрических передач, обусловленная трением зубьев // Современное машиностроение. Наука и образование // Сб. докл. международной научно-практич. конференции. – Санкт-Петербург, 2011. – (14-15 июня, 10с., в печати). 3. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний, – М.: Высшая школа, 1966. – 255с.

Поступила в редколлегию 11.05.11

УДК 621.833

В.Л. БАСИНЮК, д.т.н., директор НТЦ ОИМ НАН Беларуси, г. Минск
В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., зав. лабораторией ИММС им. В.А. Белого
 НАН Беларуси, г. Гомель
Е.И. МАРДОСЕВИЧ, к.т.н., зав. сектором ОИМ НАН Беларуси

УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ И ТРАНСМИССИЙ НА ИХ ОСНОВЕ

Рассматриваются вопросы организации и проведения ускоренных испытаний зубчатых передач, позволяющие на основе рассмотрения каждой пары зубьев как отдельного объекта испытаний на порядок и более сократить их длительность и трудоемкость при существенном повышении информативности.

Розглядаються питання організації та проведення прискорених випробувань зубчастих передач, що дозволяють на основі розгляду кожної пари зубів як окремого об'єкта випробувань на порядок і більше скоротити їх тривалість та трудомісткість при істотному підвищенні інформативності.

The problems of organization and realization of accelerated tests of gear drives are considered. Regarding of every pair of engaging teeth as a separate object of tests permits to reduce the period of tests and to lower their labor intensity at essential increasing information content.

Постановка задачи. Испытания нетрадиционных конструктивных решений зубчатых передач, а также результаты применения новых материалов и технологий изготовления до настоящего времени остаются наиболее достоверным способом оценки параметров их надежности. Вместе с тем, организация и проведение таких испытаний наиболее длительный и дорогостоящий этап создания трансмиссии с качественно новыми свойствами, достигаемыми на основе применения новых подходов к конструированию, выбору материалов и технологий изготовления.

При ускоренных испытаниях зубчатых передач условия взаимодействия отдельных пар зубьев могут существенно отличаться по динамической нагруженности и трибологическим параметрам. В результате этого разрушается только часть зубьев, возрастает рассеивание полученных результатов и снижается их достоверность.

Вместе с тем, при наличии технических возможностей определения реальной динамической нагруженности и условий смазываемости каждой пары зубьев, последние могут рассматриваться как отдельные объекты исследований. Это позволяет существенно сократить трудоемкость, длительность и себестоимость испытаний.

В основу реализации данного подхода может быть положена методика комплексного контроля параметров динамической нагруженности и триботехнических характеристик взаимодействия каждой пары зуба испытуемой передачи с последующим или предварительным учетом механических свойств и параметров упрочненного слоя рабочих поверхностей зубьев.

Литературный обзор. Наиболее достоверная информация о реальной динамической нагруженности отдельных зубьев в зубчатых сопряжениях может быть получена тензометрированием. Вместе с тем, реализация этого процесса для каждого из зубьев трансмиссии и ее зубчатых колес в целом является технически сложной и в значительной части случаев экономически мало целесообразной операцией.

Вместе с тем, накопленный к настоящему времени опыт в области исследований динамической нагруженности зубьев, возникающей в процессе функционирования передачи, показывает [1-5], что с достаточной для инженерной практики точностью параметры силового взаимодействия зубьев могут быть определены путем анализа регистрируемых в реальном масштабе времени вибраций, генерируемых как отдельными парами зубьев, так и испытываемой передачей в целом.

Более сложным представляется определение характера смазывания зубчатого сопряжения, оказывающего существенное влияние на основные параметры взаимодействия зубьев, включая ресурс работоспособности, потери на механическое трение, тепловую нагруженность и виброакустическую активность [6-12]. При этом к одной из наиболее интегральных характеристик контактного взаимодействия смазываемых поверхностей можно отнести реальную толщину масляного слоя, величина которой тесно взаимосвязана с ресурсом работоспособности зубчатого зацепления.

Так, например, в работе [8] показано, что уменьшение износа контактирующих поверхностей и увеличение толщины смазочного слоя связаны показательной функцией со степенью 2...2,5. Существенное влияние условия смазки оказывают и на контактную усталостную прочность. В работе [12] отмечено, что наиболее заметное проявление влияния толщины масляной пленки на ресурс наблюдается при отношениях толщины масляной пленки слоев к среднеквадратическим величинам шероховатости взаимодействующих поверхностей в диапазоне 1,4...3,2. При этом существующие методики позволяют ориентировочно оценить количественные величины этого влияния, однако не всегда учитывают особенности варьирования толщин масляных пленок в динамически нагруженных сопряжениях.

Необходимо отметить, что к одной из наиболее важных составляющих достоверного прогнозирования ресурсных параметров по результатам ускоренных испытаний можно отнести оценку влияния и учет прочностных свойств и особенностей поверхностного слоя рабочих поверхностей зубьев, которая может быть осуществлена до установки зубчатых колес в испытываемую трансмиссию или после завершения испытаний и ее разборки с использованием методических подходов к определению характеристик этого влияния, достаточно полно изложенных в источниках научно-технической информации и в нормативной документации, например, в [13].

Методика проведения исследований. Исследования проводились с использованием прямозубой зубчатой передачи, имеющей стандартный зубча-

тый профиль, восьмую степень точности по ГОСТ 1643-81, модуль $m=3$ мм, числа зубьев $z_1=z_2=40$, рабочую ширину венца $b_{\omega}=10$ мм, шлифованные и обработанные до шероховатости $R_z=0,4$ мкм рабочие поверхности [10].

Использование передаточного отношения, равного единице, позволяло обеспечить близкие к идентичным условия динамического взаимодействия каждой пары зубьев при каждом полном обороте испытываемой передачи. Вариации их нагруженности в зоне однопарного зацепления не превышали 3%. С высокой степенью достоверности удавалось выделить зоны однопарного и двухпарного зацепления.

При исследованиях использовался стенд с разомкнутым силовым контуром, включающий электропривод, редуктор с испытываемой передачей и порошковый тормоз, соединенные между собой упругими втулочно-пальцевыми муфтами. Такое конструктивное исполнение стенда обеспечивало минимально возможное число элементов кинематической цепи и узлов, колебания которых могли вносить искажения в амплитудные спектры исследуемых параметров. На стенде обеспечивалось плавное управление угловой скоростью вращения и бесступенчатое нагружение испытываемой передачи порошковым тормозом. Конструктивное исполнение стенда обеспечило минимально возможные искажения, вносимые в регистрируемые виброакустические параметры колебаниями элементов стенда. Сопряжение зубчатых колес с валами осуществлялось по цилиндрическим поверхностям с передачей крутящего момента шпоночным соединением. Валы устанавливались в корпусе с использованием в подшипниковых узлах роликовых конических однорядных подшипников.

Исследования проводились при моментах нагружения $T=0-200$ Н·м, угловых скоростях вращения $\omega=50; 100; 150$ и 200 рад/с, что соответствовало окружным скоростям $V_0=3; 6; 9$ и 12 м/с и средним мгновенным значениям окружных скоростей качения взаимодействующих без скольжения поверхностей зубьев в полюсе зацепления, равным $V \approx 1; 2; 3$ и 4 м/с в режиме холостого хода и ступенчато увеличивающихся до $\sigma_H=1150$ МПа контактных напряжениях. Смазка зубчатых колес осуществлялась поливом масла "Индустриальное-20", имеющим в установившемся режиме работы объемную температуру $30...35^\circ\text{C}$.

При исследованиях использовался "открытый" кожух испытательного редуктора (крышка кожуха была выполнена из тонкого оргстекла толщиной 5мм). В кожухе испытательного редуктора было выполнено окно, закрытое тонким оргстеклом, что обеспечивало приемлемый уровень шумопоглощения и искажений, возникающих при распространении звука от зубчатой передачи к измерительному микрофону, и, таким образом, влиянием которого на изменение амплитудных спектров шума при сравнительной оценке акустических характеристик можно было пренебречь.

Значения толщины масляной пленки определялись методом измерения падения напряжения в смазочной пленке h [8, 14], фиксируемом при стабили-

зированном токе $I=1,5A$ в измерительном тракте, включающем смазочную пленку, зацепляющиеся зубчатые колеса, токосъемники, источник питания. Для реализации этого способа измерения подшипниковые узлы зацепляющихся зубчатых колес были электрически изолированы друг от друга.

Результаты исследований и их обсуждение. Фрагмент типовой осциллограммы регистрируемых на подшипниковых опорах виброускорений, генерируемых с зубцовой частотой отдельными парами зубьев испытываемой передачи, и отношение колебаний толщины масляной пленки при повороте зубчатых колес на угловой шаг к ее значению в полюсе зацепления показаны соответственно на рисунках 1 и 2.

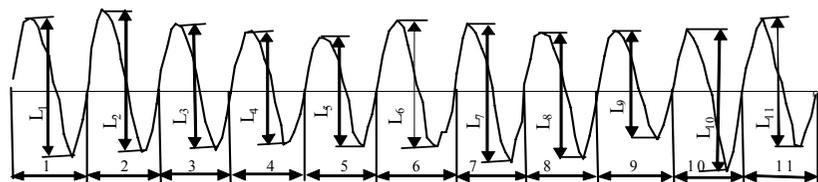


Рисунок 1 – Фрагмент осциллограммы колебаний, генерируемых отдельными парами зубьев при повороте зубчатых колес на угловой шаг [14]

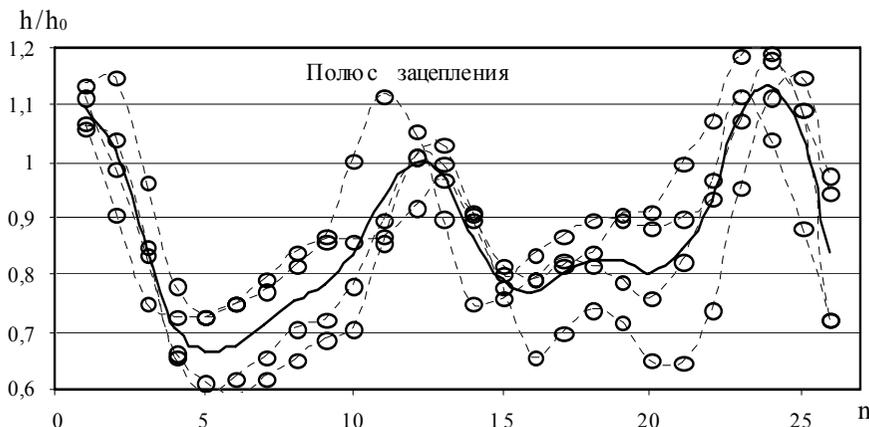


Рисунок 2 – Отношение значений толщины масляной пленки при ее изменении вдоль линии зацепления к значению в полюсе зацепления [14]

Анализ осциллограммы, приведенной на рисунке 1, и результатов исследований вибраций, генерируемых зубчатым зацеплением на зубцовых частотах, показал следующее:

– варьирование величин размахов или амплитуд колебаний с зубцовой частотой и их средних значений, генерируемых взаимодействующей парой зубьев при повороте на угловой шаг, в режиме холостого хода и относительно легкого режима нагружения (в испытанной передаче это были режимы на-

гружения до моментов $T \approx 40 \text{ Нм}$), а также при высоких окружных скоростях носит стохастический характер;

– при нагружении варьирование величин размахов или амплитуд колебаний с зубцовой частотой носит стохастический характер, однако среднее значение этого параметра для каждой пары взаимодействующих зубьев при повороте на угловой шаг, как это видно из рисунка 3, детерминировано, практически линейно, зависит от нагружающего момента и суммарной величины погрешности шага зацепления и деформации зубьев, оказывающей влияние на реальный коэффициент торцевого перекрытия и градиент колебания жесткости зацепления вдоль линии зацепления;

– отклонение линейности зависимости амплитуды вынужденных колебаний от нагруженности наблюдается в зоне изменения реальной "парности" зацепления и перехода от однопарного к двухпарному зацеплению.

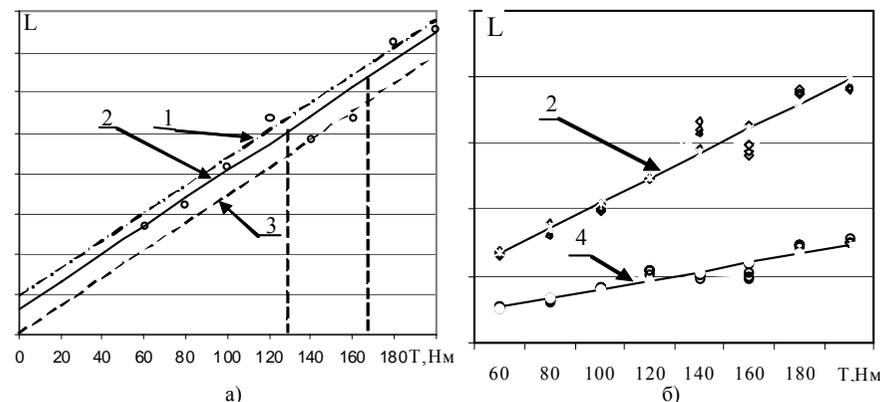


Рисунок 3 – Результаты аппроксимации размахов колебаний на паре зубьев, имеющей разность шагов зацепления колеса и шестерни 12 мкм: а, 1 – аппроксимирующая прямая, полученная при обработке данных с исключением переходной зоны при $T=125 \pm 165 \text{ Нм}$; а, б, 2 – то же при обработке всех данных; а, 3 – прямая, проведенная по точкам, соответствующим параметрам переходной зоны; б, 4 – прямая, проведенная по точкам максимальных напряжений с тензомоста у ножки шестерни, соответствующая окружной силе P [6]

Анализ измерений толщины масляной пленки h вдоль линии зацепления показал, что на реальную величину h существенное влияние оказывает характер динамического взаимодействия зубьев, характеризующийся дестабилизирующими смазочную пленку кромочными или срединными ударами при входе или выходе зубьев из зацепления. В зонах пересопряжения зубьев вариации h достигали максимальных значений. В то же время, как это было отмечено в работах [8, 14], при входе новой или выходе передней по ходу вращения пары зубьев из зацепления находящийся между зубьями смазочный материал не выдавливался мгновенно, вследствие чего оставшаяся смазка не

только обеспечивает приемлемый режим смазывания контактирующих поверхностей, но и в определенной мере способствует демпфированию кромочных и срединных ударов.

В целом, анализ результатов исследований динамической нагруженности, шума, вибраций и толщин смазочной пленки с позиций оценки возможности их использования при мониторинге технического состояния зубчатой передачи в процессе ускоренных испытаниях показал следующее [14]:

- в амплитудных спектрах шума и вибраций, характеризующих динамические процессы взаимодействия прямозубых зубчатых колес, наиболее значимой является зубцовая составляющая, но в целом спектры различны по составу и использование одного из них не всегда позволяет обеспечить получение достоверной и полной информации о техническом состоянии зубчатой передачи;

- более информативны, по сравнению с шумом и вибрациями, параметры колебаний толщины смазочной пленки в зубчатом зацеплении, однако при их принятии (в качестве основного информативного источника мониторинга) их регистрацию и обработку можно отнести к наиболее сложно методически и аппаратно реализуемым процессам, требующим проведения специальной тарировки и наличия или введения электроизолирующих элементов в конструкцию подшипниковых узлов;

- существенное повышение информативности и достоверности мониторинга и диагностирования в процессе ускоренных испытаний технического состояния зубчатых передач по параметрам генерируемого ими шума и вибраций может быть достигнуто при их совместном использовании, а в ряде случаев, для ответственных трансмиссий, с дополнениями средствами контроля кинематических параметров, регистрацией и анализом (с учетом реального масштаба времени) размахов колебаний на зубцовых частотах с выделением параметров взаимодействия отдельных пар зубьев;

- выбор режимов функционирования трансмиссии и анализ результатов мониторинга целесообразно осуществлять с учетом собственных крутильных и радиальных колебаний, включая колебания приведенной массы зубчатой передачи в зацеплении и на подшипниковых опорах;

- технические возможности приведенного выше подхода позволяют определить при ускоренных испытаниях зубчатых передач соответствия реальных параметров нагруженности зубьев и генерируемых зубчатой передачей шума и вибраций соответствующим прогнозируемым параметрам, выявить источник их отклонений от регламентируемых технической документацией значений, оценить техническое состояние отдельных пар зубьев и зубчатых колес в процессе их функционирования с целью прогнозирования исходного и остаточного ресурсов для сокращения длительности и объема исследований.

В совокупности, использование приведенного выше позволяет в процессе ускоренных испытаний рассматривать каждую пару зубьев как отдельный объект исследований. При организации и проведении испытаний могут быть

использованы следующие методические подходы:

- на основе анализа показателей точности испытываемых зубчатых колес по критерию погрешности шага зацепления могут быть подобраны угловые скорости вращения и нагружающие моменты, при которых диапазон изменения нагруженности зубьев в сочетании с учетом влияния на долговечность толщины смазочной пленки и упрочнения рабочих поверхностей зубьев позволит (с использованием результатов испытаний одной – двух пар зубчатых колес) построить кривую усталости [12];

- без проведения предварительного контроля параметров точности можно определить по вибрационным параметрам динамическую нагруженность и триботехнические условия взаимодействия каждого зуба испытываемых зубчатых колес и с их использованием построить участок кривой усталости, соответствующей диапазону варьирования нагрузки.

К особенностям использования предлагаемого подхода можно отнести то, что для реализации процесса мониторинга должны быть подобраны максимально информативные режимы функционирования зубчатых передач, установлена минимально необходимая и достаточная для идентификации результатов обработки регистрируемой информации с диагностируемым объектом номенклатура контролируемых параметров, приняты методики регистрации, обработки и представления полученных данных, позволяющие использовать для их реализации наиболее рациональные технически и экономически обоснованные, вычислительные средства. При этом, в процессе создания методических и аппаратно-программных средств мониторинга технического состояния вновь создаваемых или существенно модернизированных трансмиссий на основе зубчатых передач для их ускоренных испытаний, целесообразно предварительное формирование базы данных, позволяющей существенно повысить информативность и достоверность результатов их проведения. Ориентировочная схема такой базы данных показана на рисунке 4.

Реализация приведенной на рисунке 4 базы данных позволяет сформировать систему сбора и накопления информации о служебных свойствах разрабатываемых и изготавливаемых трансмиссий, позволяющую сократить до технических и экономических целесообразного минимума объемы испытаний при существенном повышении их информативности и достоверности прогнозирования на основе полученных результатов ресурсных параметров, вибраций и шума.

С ее использованием могут быть определены технически и экономически обоснованные схемы поузловой и интегральной разбраковки изготавливаемых трансмиссий либо по принципу "годности и брака", либо, в более информативном, а иногда и реализуемом на более технически сложном оборудовании, варианте выявления причин отклонений, их идентификации с источником и принятии решения о целесообразности и наиболее экономически и технически обоснованных способах устранения выявленных отклонений [14-16].



Рисунок 4 – Схема информационного обеспечения подготовки, проведения и обработки результатов ускоренных испытаний

Ориентировочная схема стендового оборудования для реализации предлагаемого подхода показана на рисунке 5.

При создании показанного на рисунке 5 стендового комплекса могут быть использованы специализированные или сформированные на основе серийной элементной базы средства мониторинга и созданное или адаптированное к конкретному объекту, задачам и условиям применения специализированное программное обеспечение.



Рисунок 5 – Схема стендового комплекса для проведения ускоренных испытаний и контроля качества изготовления и сборки многоступенчатых трансмиссий на основе зубчатых передач

Заключение. Современный уровень аппаратно-программных средств и существующая номенклатура первичных преобразователей, значительное число которых имеет встроенный аналого-цифровой преобразователь, практически снимает ограничения с объемов регистрируемой и обрабатываемой информации. Это позволяет существенно расширить возможности снижения длительности, трудоемкости и себестоимости проведения испытаний путем реализации методического подхода, основанного на рассмотрении каждой пары зубьев как отдельного объекта исследований. При этом может быть использовано сочетание традиционных методов обработки амплитудных спектров с новыми способами, базирующимися на комплексном анализе параметров функционирования и различных типов генерируемых трансмиссией колебаний, регистрируемых и обрабатываемых с учетом реального масштаба времени.

Список литературы: 1. А.с. СССР №1626101. Способ испытаний прямозубых зубчатых колес на контактную усталость зубьев / О.В. Берестнев, В.Л. Басинюк, Н.Н. Ишин, В.П. Гардовский // Опубли. в Бюл. изобр. – 1991. – №5. 2. Создание микропроцессорного комплекса для диагностики технических систем; ч.1. / О.В. Берестнев, Н.Н. Ишин, В.Л. Басинюк и др. – Минск: ИНДМАШ НАН Беларуси, 1997. – 60с. 3. Патент РБ № 4261. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях // О.В. Берестнев, Н.Н. Ишин, В.Л. Басинюк и др. 4. Вибромониторинг передач зацеплением / Я.В. Басинюк, Н.Н. Ишин, Е.И. Мардосевич, В.Л. Басинюк // Теоретические и технологические основы упрочнения и восстановления изделий машиностроения: Сб. научн. тр. / Под ред. С.А. Астапчика, П.А. Вулязя. – Минск: УП "Технопринт", ПГТУ, 2001. – С. 502-507. 5. Basiniuk Y.V., Mardosevich E.I. Vibromonitoring of Technical Conditions of Dynamically Loaded Drive System // Nonlinear Dynamics, Chaos, Catastrophes and Control. – Students ND CCC. – Riga, 2001. – P.21-24. 6. Вибромониторинг внутренней динамической нагруженности, точностных параметров и износов отдельных пар зубьев передач зацеплением / Я.В. Басинюк, Н.Н. Ишин, В.Л. Басинюк, Е.И. Мардосевич // Вестник БГТУ. Машиностроение, Автоматизация, ЭВМ. – 2001. – №4(10). – С.48-53. 7. Петрусевич А.И. Основные выводы из контактно-гидродинамической теории смазки. – М.: Изд-во АН СССР, ОТН, 1951. – № 2. – С.209-233. 8. Райко М.В. Смазка зубчатых передач. – Киев: Техника, 1970. – 196с. 9. Камерон А. Исследование масляной пленки между зубьями шестерен и питтинга на роликовой машине // Трение и износ в машинах. – М.: Изд-во АН

СССР, 1962. – Вып. XVII. – С.103-111. **10.** McEwen E. The Effect of Variation of Viscosity with Pressure on the Load Carrying Capacity of Oil Films Between Gear Teeth // Journal of Inst. Pet. Vol. 38. – 1952. **11.** Эдкинс Р. В., Радзимовский Е. И. Исследование смазки цилиндрических прямозубых колес; несущая способность, толщина масляной пленки и коэффициент полезного действия // Теоретические основы инженерных расчетов. – №3. – М.: Мир, 1965. – С.133-146. **12.** Трение, изнашивание и смазка. Справочник. В 2-х кн. – Кн.2. / Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. – М.: Машиностроение, 1979. – 358с. **13.** Сусин А.А. Химико-термическое упрочнение высоконапряженных деталей. – Мн.: Беларуская навука, 1999. – 175с. **14.** Басинюк, В.Л. Динамика, шум и смазка зубчатых передач / В.Л. Басинюк. – Гомель: ИММС, 2006. – 224с. **15.** Методика ускоренных сравнительных испытаний цилиндрических зубчатых колес // В.П. Гордовский, О.В. Берестнев, В.Л. Басинюк, В.К. Дубовский. – М.: ГОСНИТИ, 1988 – 65с. **16.** Басинюк Я.В., Мардосевич Е.И., Басинюк В.Л. Оценка качества изготовления и сборки редукторов передач зацеплением по внутренней динамической нагруженности отдельных пар зубьев, определенной по вибрациям подшипниковых опор // Фундаментальные и прикладные проблемы теории точности процессов машин, приборов и систем: Тр. пятой сессии междунар. научн. школы / Под ред. д.т.н., проф. В.П. Булатова и д.т.н., проф. Л.В. Ефремова. – СПб: ИПМаш РАН, 2002. – С.213.

Поступила в редколлегию 24.05.11

УДК 621.833

М. БОШАНСКИ, к.т.н., проф., институт транспортных технологий и инженерного проектирования факультета инженерной механики Словацкого технологического университета, Братислава, Словакия

П. ТОКОЛИ, к.т.н., инж., институт транспортных технологий и инженерного проектирования факультета инженерной механики Словацкого технологического университета

А. ВАНЯ, аспирант, инж., институт транспортных технологий и инженерного проектирования факультета инженерной механики Словацкого технологического университета

И. КОЖУХ, к.т.н., институт транспортных технологий и инженерного проектирования факультета инженерной механики Словацкого технологического университета

ВОЗМОЖНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ В КОРОБКАХ ПЕРЕДАЧ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ МАШИН

В статье представлена математическая характеристика неэвольвентной выпукло-вогнутой зубчатой передачи, ее геометрические параметры и соответствие основным условиям синтеза для данного вида зацепления. Также представлено: влияние основных геометрических характеристик на повышение нагрузочной способности в точке контакта; сравнение результатов интенсивности давления в точке контакта для выпукло-вогнутой зубчатой передачи и эвольвентной.

У статті представлено математичну характеристику неэвольвентної опукло-увігнутої зубчастої передачі, її геометричні параметри та відповідність основним умовам синтезу для даного виду

зацепления. Также представлено: влияние основных геометрических характеристик на підвищення навантажувальної здатності у точці контакту; співставлення результатів інтенсивності тиску в точці контакту для опукло-увігнутої зубчастої передачі та евольвентної.

The mathematical characterization of the non-involute convex-concave gearing, its geometrical parameters and correctness basic conditions of generating with this gearing types are presented in this article. Influences of the basic geometrical characteristics on the enhancement carrying capacity at the point of contact and comparison results of convex-concave gearing and involute one from the point of contact pressure intensity view are presented as well.

Введение. Образование повреждений на рабочей поверхности зуба колеса подразумевает под собой неравномерную работу зубчатого зацепления и, в связи с этим, дополнительные колебания во всех составных частях технического оборудования. По этой причине вопрос, о повреждении поверхности зуба, постоянно находится в центре внимания профессионального интереса. Как только поверхность деформируется, происходят последующие частичные повреждения в течение работы зубчатого зацепления: изнашивание, заедание, усталостные повреждения рабочих поверхностей зубьев в результате биения и пластической деформации. Анализ указанных выше повреждений поверхностей зубьев показывает, что уменьшение контактного напряжения, плавность работы, использование масла играет важную роль в увеличении нагрузочной способности зубчатой передачи. При оценке этих параметров для разных типов зубчатых колес известно, что выпукло-вогнутой передаче имеет гораздо лучшие результаты, чем эвольвентная [1-3]. Анализ аварийных повреждений поверхностей зубьев, заедание и образование пластических деформаций показывают важность изменения радиуса кривизны. Что касается влияния конкретных геометрических параметров, максимальные значения радиуса кривизны в полюсе *C* выпукло-вогнутого зацепления и, одновременно, в текущей точке зацепления не могут быть достигнуты. По этой причине необходимо определить некоторые рациональные значения основных геометрических параметров. Для выпукло-вогнутой зубчатой передачи данные рекомендации приведены в [4, 5].

Основная часть. Выпукло-вогнутой зубчатые передачи относятся к группе прямозубых цилиндрических. Главной особенностью данных передач является то, что форма боковой кривой зуба состоит из двух основных

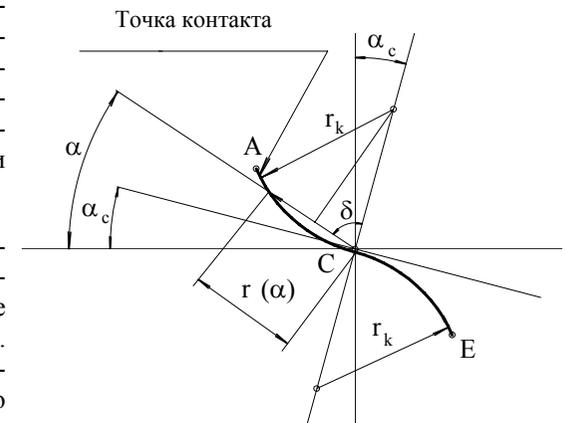


Рисунок 1 – Линия зацепления выпукло-вогнутой зубчатой передачи

кривых – выпуклой и вогнутой. Из теории известно, что криволинейный профиль зубьев зависит от формы линии зацепления [6-8]. Линия зацепления выпукло-вогнутой зубчатой передачи состоит из двух круговых дуг, см. рисунок 1. Из рисунка видно, что приведенный профиль имеет точку перегиба C , движение которой по линии зацепления описывается параметрическим уравнением.

Зубчатая передача такого вида образуется в результате того, что линия зацепления имеет форму "S" с симметрией дуг. Т.е., зубчатая передача является симметричной выпукло-вогнутой – см. рисунок 2, а в случае несимметричных дуг зубчатая передача является несимметричной выпукло-вогнутой [5]. Координаты точек могут быть отображены математически двумя путями, а именно при помощи построения Альтмана [6], или при помощи векторного представления движения точки зацепления [9]. Второй способ более простой в расчете, в нем координаты точки профиля (1) и линия зацепления (2) являются точными функциональными зависимостями.

$$x = \mp 2r_{kh,d} \sin(\alpha - \alpha_C) \pm \frac{2r_{kh,d}}{r_1} \left[(\alpha - \alpha_C) \cos \alpha_C + \sin \alpha_C \lg \frac{\cos \alpha_C}{\cos \alpha} \right];$$

$$y = \pm 2r_{kh,d} \sin(\alpha - \alpha_C) \sin \alpha. \quad (1)$$

$$x = \mp 2r_{kh,d} \sin(\alpha - \alpha_C) \cos(\alpha + \varphi_r(\alpha)) + r_1 \sin \varphi_r(\alpha);$$

$$y = \pm 2r_{kh,d} \sin(\alpha - \alpha_C) \sin(\alpha + \varphi_r(\alpha)) + r_1 \cos \varphi_r(\alpha);$$

$$\varphi_r = \pm \frac{2r_{kh,d}}{r_1} \left[(\alpha - \alpha_C) \cos \alpha_C + \sin \alpha_C \lg \frac{\cos \alpha_C}{\cos \alpha} \right]. \quad (2)$$

Первая запись соответствует верхней части линии зацепления, а вторая – нижней. Подобным образом для расчета значения r_{kh} будет замена верхней части линии контакта и для значения r_{kd} будет замена нижней части. Удобство расчета формы профиля зубчатой рейки и впоследствии также формы профиля зуба по приведенным уравнениям очевидно. Точность координат точек профиля зависит от шага, который отображает изменение

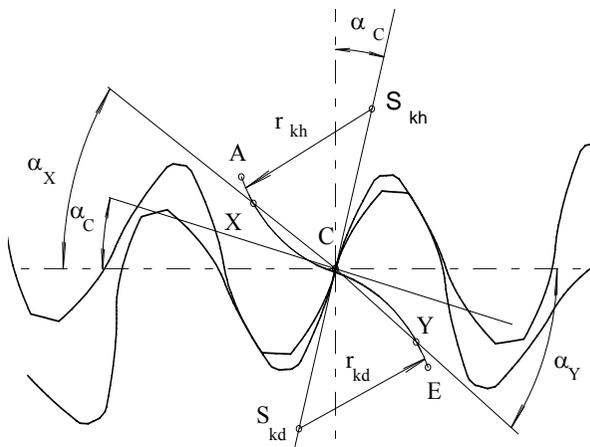


Рисунок 2 – Симметричная выпукло-вогнутая передача

угла α_C . Отсюда вытекает, что чем больше частота шага в расчете, тем более точные данные для промышленного производства зубчатого колеса. Форма профиля зуба выпукло-вогнутой передачи, его основная кинематика и геометрические характеристики могут влиять на изменения следующих параметров:

- угол зацепления в полкусе – α_C ;
- радиус кривизны верхней части линии зацепления – r_{kh} ;
- радиус кривизны нижней части линии зацепления – r_{kd} ;
- нормальный модуль, коэффициент высоты головки зуба и число зубьев шестерни или колеса.

Изменение формы профиля зуба выпукло-вогнутой зубчатой передачи, а также изменение характеристик зацепления могут быть достигнуты изменением любого из вышеприведенных параметров или их комбинаций. Изменение характеристик не может быть произвольным, а только в пределах, которые будут обеспечивать создание таких зубьев, чтобы в передаче выпуклая часть зуба входила в зацепление с вогнутой частью противоположного зуба и наоборот – т.е. выпукло-вогнутый контакт был достигнут [1].

В зубчатой передаче, у которой профиль зубчатого колеса представляет собой две кривые, вытекают очевидные условия выпукло-вогнутого контакта, приведенные на рисунке 3. Итак, зубья будут в выпукло-вогнутом контакте в том случае, если радиус кривизны в точках, которые образуют профиль нож-

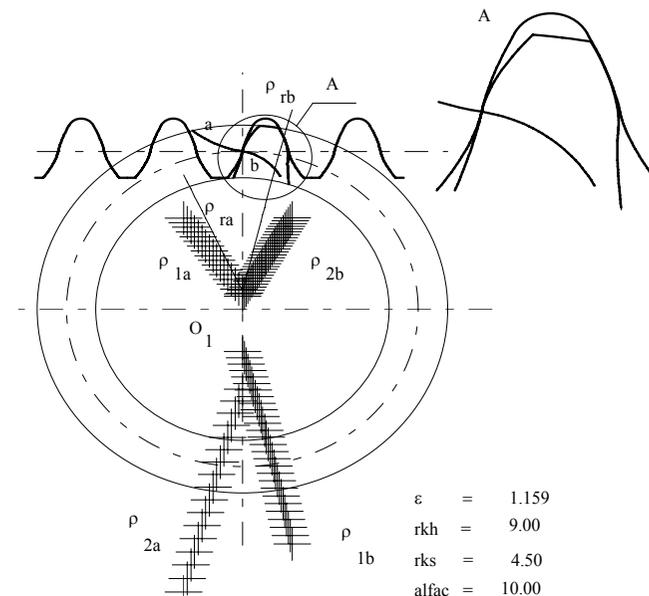


Рисунок 3 – Правильное зацепление с выпукло-вогнутым контактом

ки зуба, будут на участке **b**, линия зацепления отрицательная – ρ_{1b} , а радиус кривизны в точках, которые образуют профиль головки, зуба, будут на участке **a**, линия контакта положительна – ρ_{1a} . В сопряженном колес радиус кривизны в точках, которые образуют профиль ножки зуба, будут на участке **b**, линия контакта положительная – ρ_{2b} , а радиус кривизны в точках, которые образуют профиль головки зуба, будут на участке **a**, линия контакта отрицательна – ρ_{2a} . Основные геометрические параметры выпукло-вогнутых зубчатых передач могут быть выбраны индивидуально или как взаимная комбинация. Но в определенной их комбинации ситуация может быть такой, что зубчатая передача не будет выпукло-вогнутой в пределах смысла выше сказанного определения [1, 2]. Следовательно, общие комбинации геометрических параметров выпукло-вогнутой передачи r_k, α_c, m_n, z , могут быть выбраны только тогда, когда зубья будут выпукло-вогнутые. Описание необходимых условий выпукло-вогнутого профиля зуба шестерни или колеса основывается на корреляции, приведенной в [1] и на рисунке 4. С точки зрения условий выпукло-вогнутой шестерни условие $\rho_{1b} < 0$ не вызывает сомнения и аналогично для колеса $\rho_{2a} < 0$. Следовательно, нижеследующее неравенство должно подходить для радиусов кривизны ножки шестерни:

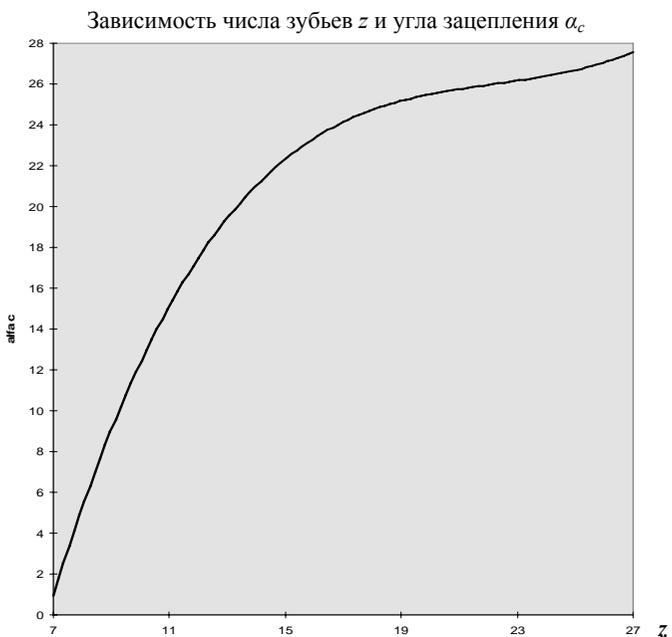


Рисунок 4 – Диаграмма для выбора радиуса кривизны линии зацепления

$$-r + \frac{2r_1 r_k \sin \alpha \cos(\alpha - \alpha_c)}{2r_k \cos(\alpha - \alpha_c) - r_1 \cos \alpha} < 0, \quad (3)$$

а последующее неравенство должно подходить для радиусов кривизны ножки колеса:

$$-r + \frac{2r_2 r_k \sin \alpha \cos(\alpha - \alpha_c)}{2r_k \cos(\alpha - \alpha_c) - r_2 \cos \alpha} < 0. \quad (4)$$

Мы подошли к выражению для взаимного влияния основных геометрических параметров выпукло-вогнутой зубчатой передачи, полученного решением неравенств (3) и (4). Оно может быть выражено следующим неравенством для ведущей шестерни при выполнении условия правильности зацепления:

$$r_k < \frac{z_1 m_n}{4} \cos \alpha_c. \quad (5)$$

Следующее неравенство также подходит для выпукло-вогнутого зуба колеса

$$r_k < \frac{z_2 m_n}{4} \cos \alpha_c. \quad (6)$$

Неравенства (5) и (6) отображают условие выпукло-вогнутого зацепления, но в границах вышеприведенных неравенств, значения упомянутых геометрических параметров могут быть взаимно изменены таким образом, что изменение условий зацепления выпукло-вогнутой передачи может быть достигнуто. Анализ влияния основных геометрических параметров выпукло-вогнутой передачи на правильность зацепления, которое приведено в [5], явно показывает, что упомянутые изменения значений результатов часто противоположно влиянию на изменения качественных характеристик выпукло-вогнутой передачи. В их выборе необходимо основываться на конкретных требованиях, которые предъявляются к определенной зубчатой передаче.

Результаты и обсуждение. Герц был первый, кто заинтересовался проблемой силового контакта двух упругих тел и, таким образом, образовалось определение напряжения по Герцу, которое заключается в следующем: величина напряжения есть результат влияния формы сопряженных зубьев колес, которые имеют зависимость между изменением радиуса кривизны ρ_r и указанными напряжениями Герца. Таким образом, уменьшение величины контактных напряжений может быть достигнуто посредством изменения формы зуба, когда этим достигается изменение радиуса кривизны ножки зуба в зацеплении. Однако, если мы хотим изменить форму кривой профиля зуба так, чтобы радиус кривизны увеличился, необходимо знать влияние геометрических параметров выпукло-вогнутой передачи на изменение формы зуба.

Если мы применяем условия противодействия зубчатой передачи выкрашиванию, заеданию и пластической деформации, то необходимо рассмотреть определенную взаимосвязь основных геометрических параметров в соответствии с соотношениями (5) и (6) при их выборе для выпукло-вогнутой передачи. Тогда для конкретного значения угла зацепления в полюсе $\alpha_c = 18^\circ$ применяются взаимозависимые значения модуля m_n и числа зубьев шестерни Z , указанные в таблице 1. Кроме того, они представлены в виде пространственной диаграммы на рисунке 5.

Таблица 1 – Зависимость $r_{kh,d}$, m и z при $\alpha_c = 18^\circ$

z	m							
	1,5	2,5	3,5	5	7	10	15	20
12	4,279755	7,132924	9,986094	14,26585	19,97219	28,5317	42,79755	57,0634
13	4,636401	7,727335	10,81827	15,45467	21,63654	30,90934	46,36401	61,81868
14	4,993047	8,321745	11,65044	16,64349	23,30089	33,28698	49,93047	66,57396
15	5,349693	8,916156	12,48262	17,83231	24,96524	35,66462	53,49693	71,32924
16	5,70634	9,510566	13,31479	19,02113	26,62958	38,04226	57,0634	76,08453
17	6,062986	10,10498	14,14697	20,20995	28,29393	40,41991	60,62986	80,83981
18	6,419632	10,69939	14,97914	21,39877	29,95828	42,79755	64,19632	85,59509
19	6,776278	11,2938	15,81132	22,58759	31,62263	45,17519	67,76278	90,35038
20	7,132924	11,88821	16,64349	23,77641	33,28698	47,55283	71,32924	95,10566
21	7,489571	12,48262	17,47566	24,96524	34,95133	49,93047	74,89571	99,86094
22	7,846217	13,07703	18,30784	26,15406	36,61568	52,30811	78,46217	104,6162
23	8,202863	13,67144	19,14001	27,34288	38,28003	54,68575	82,02863	109,3715
24	8,559509	14,26585	19,97219	28,5317	39,94438	57,0634	85,59509	114,1268
25	8,916156	14,86026	20,80436	29,72052	41,60873	59,44104	89,16156	118,8821
26	9,272802	15,45467	21,63654	30,90934	43,27308	61,81868	92,72802	123,6374
27	9,629448	16,04908	22,46871	32,09816	44,93742	64,19632	96,29448	128,3926
28	9,986094	16,64349	23,30089	33,28698	46,60177	66,57396	99,86094	133,1479

alfac 18

Выводы. При выборе геометрических параметров выпукло-вогнутой передачи, необходимо взять за основу конкретные требования, которые применяются к той или другой передаче. Анализ различных нарушений и повреждений поверхности зуба – выкрашивания, заедания и возникновения пластической деформации показало, что одним из основных факторов, который влияет на их возникновение, можно считать размер относительных радиусов кривизны зубьев [10, 11]. Что касается спорных взаимодействий различных геометрических параметров, невозможно достичь максимальных значений относительного радиуса кривизны выпукло-вогнутых зубьев в полюсе зацепления C и одновременно в крайних точках зацепления – B, D . Таким образом, это означает, что необходимо ввести некоторые рациональные значения путем варьирования радиуса кривизны r_{kh} и угла зацепления α_c в полюсе, которые были бы оптимальными с точки зрения заданной цели.

Зависимость $z, m, r_{kh,d}$ при $\alpha_c = 18^\circ$

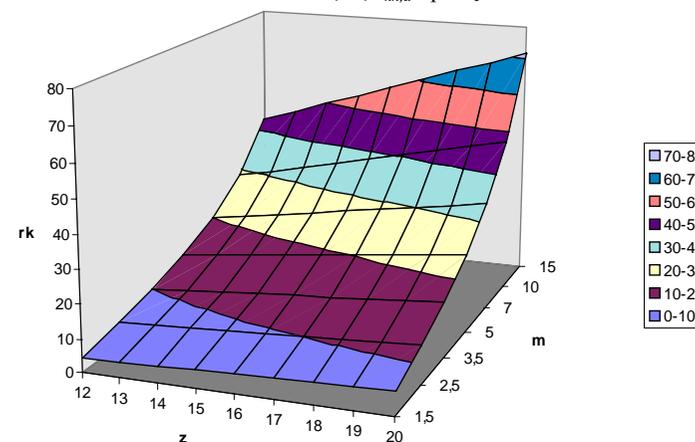


Рисунок 5 – Зависимость модуля, числа зубьев шестерни, кривизны линии зацепления для данного угла зацепления в полюсе

Если исходить из происхождения выкрашивания, заедания и пластической деформации, то необходимо рассмотреть определенную взаимосвязь основных геометрических параметров в соответствии с соотношениями (5) и (6) при их выборе для выпукло-вогнутой передачи. В таблице 1 [5] даны взаимосвязанные значения модуля m_n , числа зубьев шестерни Z для угла зацепления $\alpha_c = 18^\circ$. Кроме того, они показаны на пространственной диаграмме на рисунке 5. Таким же образом можно разработать аналогичные диаграммы для различных вариантов угла зацепления α_c в полюсе. Основанный на подробном анализе влияния различных геометрических параметров выпукло-вогнутой зубчатой передачи по качественным показателям, этот метод больше всего подходит для выбора максимально возможного угла зацепления α_c в полюсе и максимально возможного радиуса кривизны r_k .

Максимально возможные значения угла зацепления α_c в полюсе позволяют достичь максимальных значений относительных радиусов кривизны в полюсе и в близких к нему областях, а максимально возможная величина радиуса кривизны линии зацепления $r_{kh,d}$ позволяют сделать выпукло-вогнутую передачу работоспособной – то есть обеспечить коэффициент перекрытия $\epsilon_a \geq 1,1$.

Графическая и расчетная модели, указанные в [1, 12, 13], были использованы для моделирования задачи контакта выпукло-вогнутой передачи. Задача моделирования контакта была решена при помощи системы ANSYS. Аналогичная модель была использована для решения задач контакта эвольвентного зацепления.

Результаты решения показывают, что в случае, когда форма зуба выпукло-вогнутой передачи была разработана из условия максимальных величин радиуса кривизны в полюсе зацепления, контактные напряжения в точках B, D существенно ниже – минимум на 25% (см. таблицу 2) по сравнению с эвольвентным зубом [3]. В случае моделирования зуба выпукло-вогнутой формы с целью достижения максимальных значений приведенных радиусов кривизны в точках B, D , значения контактных напряжений по сравнению с эвольвентным зацеплением еще ниже. Т.е. за счет выбора основных геометрических параметров выпукло-вогнутой передачи мы можем достичь в зацеплении существенно более низких значений контактных напряжений по сравнению с эвольвентной передачей без кардинального ухудшения других параметров зацепления.

Работа была выполнена в рамках решения проектов гранта VEGA 1/0189/09.

Список литературы: 1. *Bošanský, M.* (1997): Vol'ba geometrických parametrov konvexno-konkávneho ozubenia z hľadiska povrchového poškodenia boku zuba. Habilitačná práca, 104s, Sjf STU, Bratislava. 2. *Bošanský, M., Vereš, M.* (1998): Určenie hraničných hodnôt geometrických parametrov konvexno-konkávneho ozubenia. In.: Zborník referátov Strojné Inžinierstvo 98, Bratislava, s.241-248. 3. *Bošanský, M., Orokočský, R., Vereš, M., Kožuch, I., Nemčeková, M.* (2005): Porovnanie únosnosti K-K a evolventného ozubenia na zadieranie v interakcii s ekologickým olejom, In.: Sborník mezinárodní konference kateder části a mechanismu stroju, Sedmihorky, ČR, ISBN 80-7083-951-1 s.23-26. 4. *Vereš M., Bošanský M.* (1999): Teória čelného rovinného ozubenia, Vydavateľstvo STU Bratislava, ISBN 80-227-1226-4, 112s. 5. *Vereš, M., Bošanský, M., Gaduš, J.* (2006): Theory of Convex-concave and plane cylindrical gearing, Slovak university of technology in Bratislava, 180p, ISBN 80-227-2451-3. 6. *Hlebanja, J.* (1991): Influence of the path of contact shape on sliding condition between tooth flanks, Proceedings of MPT 1991, Hiroshima. 7. *Litvin, F., Fuentes, A.* (2004): Gear Geometry and Applied Theory, Second Edition, ISBN 0 521 81517 7 hardback Cambridge University press. 8. *Павлов А.И.* Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 9. *Vereš M.* (1987): Odolnosť ozubenia voči zadieraniu z hľadiska jeho tvaru. Kandidátska dizertačná práca, 147s, Sjf SVŠT Bratislava. 10. *Kadnár, M. et al.* (2011) The design and verification of experimental machine for real journal bearings testing. In Technical Gazette. Slavonki Brod: Faculty of Mechanical Engineering in Slavonki Brod. 2011, 18(1), s.95-98. ISSN 1330-3651. 11. *Rusnák, J., Kadnár, M.* (2007): Optimalizácia kĺbového spojenia nosného rámu stavebného stroja Dumper Trag 30. In Výrobné inžinierstvo. – Košice, 2007. ISSN 1335-7972, 2008, roč.VII., č.1, s.49-50,60. 12. *Tokoly, P., Bošanský, M., Gajdoš, M.*: Príspevok k pevnostnej analýze neevolventného typu ozubenia, Acta Mechanica Slovaca, Košice 3-C/2008, ročník 12, s.405-412, ISSN 1335-2393. 13. *Tokoly, P., Bošanský, M., Medzihradský, J.* (2007): Posúdenie vhodnosti použitia softvéru v pevnostnej analýze ozubených kolies metódou MKP, Acta Mechanica Slovaca, Košice, ISSN 1335-2393.

Поступила в редколлегию 10.05.11

В.А. ВИТРЕНКО, д.т.н., проф., зав. кафедрой ТМ и ИК ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

Б.С. ВОРОНЦОВ, к.т.н., профессор каф. ТМ и ИК ВНУ им. В. Даля

С.Г. КИРИЧЕНКО, магистр каф. метрологии ВНУ им. В. Даля

ПОВЕРХНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРБОЛОИДНЫХ ИНСТРУМЕНТОВ В СИСТЕМЕ PowerSHAPE

Разработаны математическое обеспечение и алгоритм поверхностного моделирования зубьев гиперболоидного инструмента. Полученные поверхностные модели позволяют контролировать точность изготовления зубьев гиперболоидного инструмента с помощью современных координатно-измерительных машин, проводить всесторонний анализ условий контактирования зубьев колеса и инструмента.

Розроблено математичне забезпечення і алгоритм поверхневого моделювання зубців гіперболоїдного інструменту. Отримані поверхневі моделі дозволяють контролювати точність виготовлення зубців гіперболоїдного інструменту за допомогою сучасних координатно-вимірювальних машин, проводити всебічний аналіз умов контактування зубців колеса та інструменту.

Hyperbola instrument teeth mathematic support and surface modeling algorithm has been developed. Obtained surface models allow to control precision of hyperbola instrument teeth manufacturing using modern coordinate-measuring machines and to conduct comprehensive analysis of wheel teeth and instrument contact.

Введение. Условия конкуренции на современном рынке предъявляют повышенные требования к качеству выпускаемой продукции, повышению производительности и снижению себестоимости изготовления конечных изделий.

Одним из путей повышения качества зубчатых передач является выбор рациональной геометрии поверхностей зубьев, позволяющей повысить контактную прочность и износостойкость изготавливаемых колес. В настоящее время исследовано и предложено большое количество исходных контуров для различных видов передач: эвольвентных, синусоидальных, циклоидальных, комбинированных, с зацеплением Новикова и других. Работы в этом направлении продолжают.

Основной из причин, препятствующих внедрению таких передач, является отсутствие универсальной математической базы, позволяющей проводить сравнительный анализ передач с различной геометрией зубьев колес, проектировать прогрессивные виды инструментов, выбирать их рациональную геометрию, разрабатывать эталонные поверхностные и твердотельные компьютерные модели инструментов для их контроля на современных координатно-измерительных машинах.

Целью данной работы является разработка математического обеспечения и алгоритма поверхностных моделей рабочих участков зубьев гиперболоидного инструмента.

Основная часть. В системах автоматизированного проектирования широко используется создание линий и поверхностей на основе сплайнов. Практически каждый, кто работал в этих системах, сталкивался с этой функцией. Однако до настоящего времени теория сплайнов практически не используется в теории формообразования и теории зубчатых зацеплений.

Основным достоинством сплайнов является то, что с достаточной степенью точности с их помощью можно представить любую гладкую ограниченную кривую, т.е. любой из существующих исходных контуров производящей поверхности можно представить одной формулой, аппроксимировав его с помощью сплайна. Отличие будет только в значениях управляемых параметров, в качестве которых выступают опорные и управляющие точки сплайна.

Использование теории сплайнов позволяет получить универсальное математическое обеспечение для анализа и синтеза производящих поверхностей, зубообрабатывающих инструментов и зубчатых передач с улучшенными геометрико-кинематическими показателями.

В качестве такого сплайна рассмотрим широко используемую кривую Безье третьего порядка. Радиус-вектор исходного контура производящей поверхности имеет вид:

$$\vec{r}_n = (1 - \lambda)^3 p_0 + 3(1 - \lambda)^2 \lambda p_1 + 3(1 - \lambda) \lambda^2 p_2 + \lambda^3 p_3,$$

где p_0, p_1, p_2, p_3 – радиус-векторы опорных и управляющих точек, определяющих форму кривой, описывающей исходный контур производящей поверхности, $\lambda = 0 \dots 1$ – текущий параметр, определяющий точку на кривой.

Разработанный и приведенный в работе [3] алгоритм, основанный на теории сплайнов и теории формообразования, позволяет выбрать рациональную кривую, описывающую контур поверхности производящего колеса и автоматически передать ее в одну из CAD-систем.

На рисунке 1 приведена кривая, разбитая на сто участков, каждый из которых представляет сплайн. Разработанная теория позволяет рассматривать каждый участок отдельно, но требования к точности геометрии инструмента позволяют упростить задачу синтеза, аппроксимировав весь участок кривой одним сплайном (рисунок 2).

Причем, математическое описание вспомогательных кривых, скругляющих исходный контур у корня и на головке зуба (рисунок 3) имеет точно такое же описание в виде кривой Безье третьего порядка. На рисунках 3, 4 показаны размеры, определяющие расстояние от осей системы координат до управляющих и опорных точек сплайновых кривых, описывающих исходный контур поверхности производящего колеса.

Для удобства размеры увеличены в 10 раз. Координаты этих точек являются исходной информацией для построения поверхностей зубьев гиперболического инструмента, колеса и поверхности зацепления.

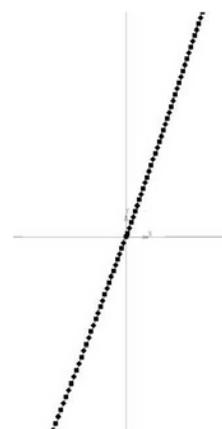
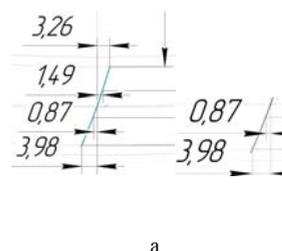


Рисунок 1 – Точки контура



а

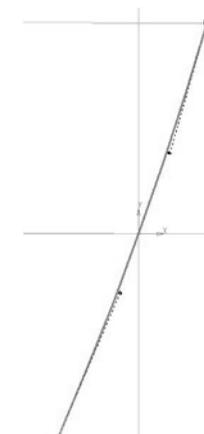
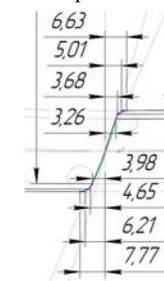


Рисунок 2 – Аппроксимация сплайном



б

Рисунок 3 – Координаты опорных и управляющих точек сплайна

При выборе рациональной геометрии зубьев гиперболического инструмента большое значение имеют параметры, определяющие угол скрещивания между осями и число заходов гиперболического инструмента, влияющие на передаточное отношение. Все эти параметры были учтены при получении математических зависимостей и разработке алгоритма определения контактных линий. На рисунке 4 приведен интерфейс программы "Контактные линии", позволяющей определять точки контакта поверхностей зубьев гиперболического инструмента, зубчатого колеса и поверхности зацепления. Координаты контактных точек автоматически сохраняются в текстовом файле (рисунок 5).

Для моделирования поверхностей зубьев гиперболического инструмента будем использовать систему трибидного моделирования PowerSHAPE, разработанную компанией Delcam (Великобритания). Алгоритм создания поверхности следующий. В заданной системе координат выбираем команду "Создать точку" . Дважды щелкаем левой кнопкой мыши в поле ввода координат, тем самым вызывая командное окно. Копируем координаты точек

контактной линии в полученном текстовом файле (рисунок 5) и вставляем после "Enter point >" в командное окно (рисунок 6).

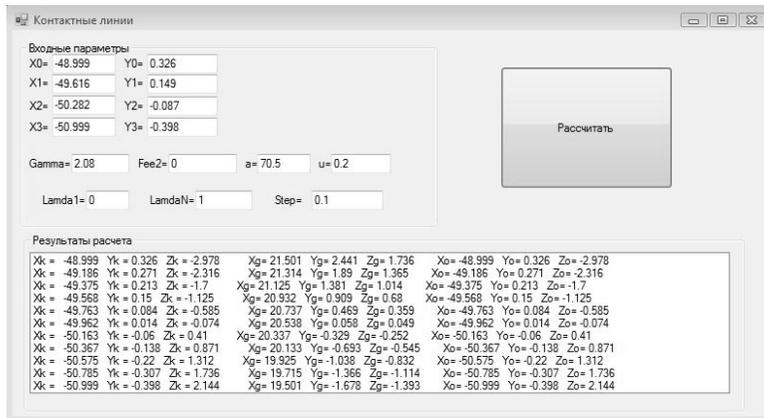


Рисунок 4 – Интерфейс программы "Контактные линии"

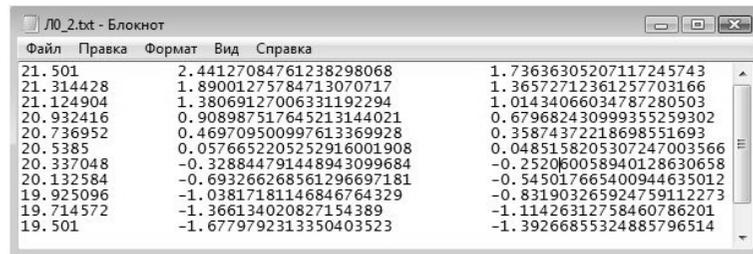


Рисунок 5 – Координаты контактных точек

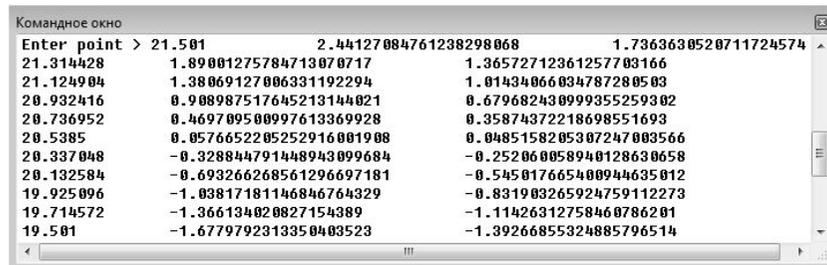


Рисунок 6 – Командное окно

В результате этих действий на экране отрисовывается группа контактных точек, описывающих контактную линию в заданной системе координат (рисунок 7).

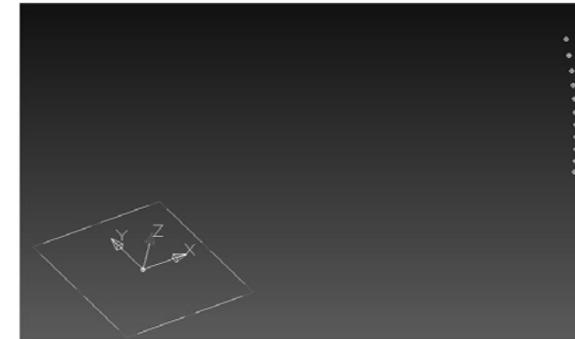


Рисунок 7 – Отрисовка контактных точек

Соединяя контактные точки сплайнами, получаем контактные линии на рабочей поверхности зуба (рисунок 8,а).

На рисунке 8,б показаны так же контактные линии на вспомогательных участках зуба.

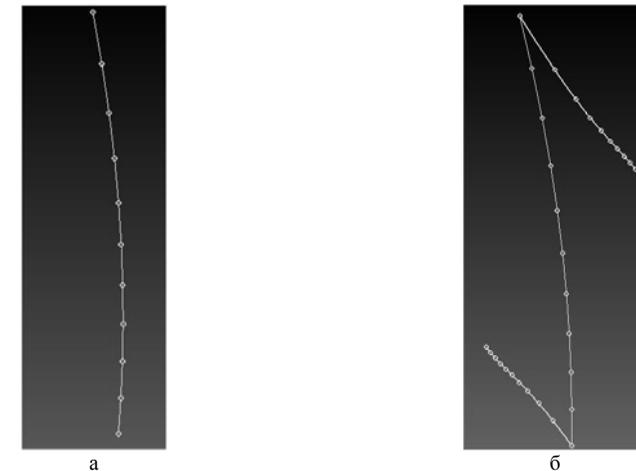


Рисунок 8 – Контактные линии

Далее по контактным линиям строим поверхность. На рисунке 9,а показано построение поверхности рабочего участка зуба, а на рисунке 9,б – поверхности зуба, включая вспомогательные участки.

Выводы. Разработанное математическое обеспечение и предложенный алгоритм поверхностного моделирования зубьев гиперболического инструмента позволяет не только контролировать точность изготовления зубьев гиперболического инструмента с помощью современных координатно-

измерительных машин и специального программного обеспечения, но и проводить всесторонний анализ условий контактирования зубьев колеса и инструмента, анализировать поведение точек контакта в заданной области, тем самым подтверждая или опровергая результаты теоретических расчетов.

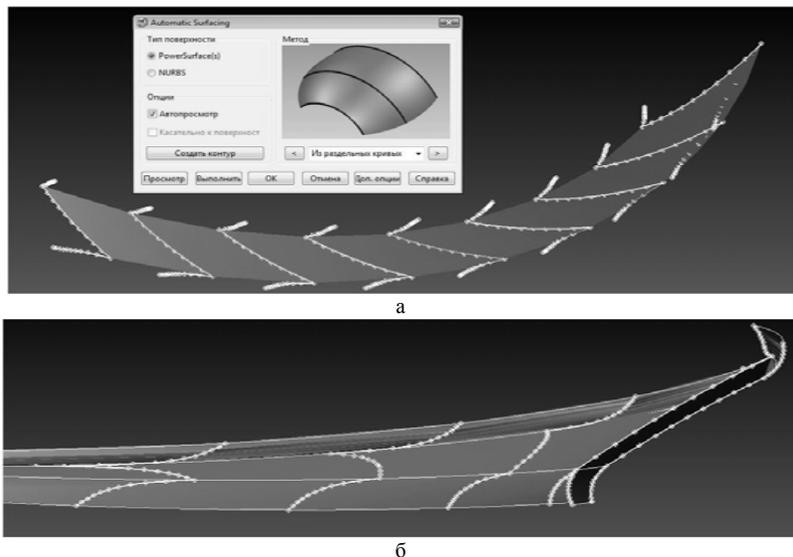


Рисунок 9 – Построение поверхности зуба

Список литературы: 1. *Витренко В.А.* Изготовление и отделка цилиндрических зубчатых колес гиперболюидными инструментами: Монография. – Луганск: изд-во ВЛУ, 1994. – 112с. 2. *Витренко В.О.* Гіперболоїдні інструменти для обробки і обладнання прямозубих зубчатих коліс: Автореф. дисс... докт.техн.наук. – Київ, 1995. – 32с. 3. *Воронцов Б.С.* Моделирование гиперболюидных инструментов с использованием CAD – систем / *Б.С. Воронцов, В.А. Витренко, И.А. Бочарова, И.А. Кирриченко* // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем// Збірник наукових праць. – Краматорськ: ДДМА, 2005. – Вип.№17. – С.318-323. 4. *Воронцов Б.С.* Компьютерное формообразование твердотельных моделей гиперболюидных инструментов // Надійність інструменту та оптимізація технологічних систем. Збірник наукових праць. – Краматорськ, 2007. – Вип.№21 – С.298-302.

Поступила в редакцію 29.04.11

УДК 621.83

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н., председатель ТК-47 "Механічні приводи", г. Киев

РАБОТЫ ТК-47 ПО РАЗВИТИЮ НОРМАТИВНОЙ БАЗЫ

Рассмотрены работы, выполненные за последний год техническим комитетом Украины по стандартизации ТК-47 "Механічні приводи" по развитию нормативной базы.

Розглянуто роботи, виконані за останній рік технічним комітетом України зі стандартизації ТК-47 "Механічні приводи" з розвитку нормативної бази.

Considered work done over the last year the TC-47 Ukraine Technical Committee on standardization "Mechanical drives" to develop of normative base.

В технический комитет Украины по стандартизации ТК-47 "Механічні приводи", созданный в 1994г. с целью ускорения технического прогресса в области конструирования, изготовления и испытания механических приводов общемашиностроительного и специального применения, входит 23 коллективных члена. Выполнение функции секретариата технического комитета возложено на главную организацию Минпромполитики Украины в области редукторостроения научно исследовательский институт "Редуктор" (АОЗТ "НИИ "Редуктор").

За годы функционирования ТК-47 разработаны более 160 стандартов (ГКНД, ГОСТ, ДСТУ, ДСТУ ISO). Работа комитета осуществляется на основании годовых программ работ. На начальном этапе разработки велись по созданию стандартов вида ГОСТ (ДСТУ), затем акцент работ был смещен в сторону разработки национальных стандартов, гармонизированных со стандартами ISO. В настоящий момент с нормативной базой ТК-47 можно ознакомиться на сайте: <http://www.i.com.ua/niiredut>.

К сожалению, предложения членов ТК-47 по включению в проект плана на 2010г. очередной тематики не были приняты, в связи с сокращением объемов финансирования, а также принятием директивы Госпотребстандартом Украины о необходимости срочной реализации плана по разработке комплекса стандартов гармонизированных с международными стандартами содержащих требования безопасности.

Работы ТК-47 в 2010г. проводились по следующим направлениям:

- расширение базы гармонизированных с ISO стандартов по номенклатуре землеройных машин – 13 стандартов ДСТУ ISO [1, 2 и др.];
- расширение базы гармонизированных с ISO стандартов по номенклатуре текстильных машин – 17 стандартов ДСТУ ISO [3, 4 и др.];
- расширение базы гармонизированных с ISO стандартов по номенклатуре пищевого перерабатывающего оборудования – 8 стандартов ДСТУ ISO [5, 6 и др.].

Работы выполнялись сотрудниками АОЗТ "НИИ "Редуктор", НПФ "ВИГТЕК", МП ООО "Редуктор-сервис" АО "Механика" и ООО "Редут". Не-

смотря на очень большой объем работ, впервые с 1994г. финансирование Госпотребстандартом не было проведено. Работы в полном объеме перенесены в план работ на 2011г. Следует отметить, что стандарты (с полным перечнем которых можно ознакомиться на вышеуказанном сайте) содержат много требований по безопасности, которые представляют интерес и для специалистов занимающихся проектированием и производством механических приводов.

Учитывая сложность приобретения стандартов в различных регионах Украины, в ТК-47 созданы подразделы нормативной базы (по методам испытаний, техническим требованиям, расчетным методикам), с которыми специалисты могут ознакомиться по запросу в АОЗТ "НИИ "Редуктор" (по электронным адресам: niireductor@yandex.ru, niiredut@I.com.ua).

Список литературы: 1. EN 474-1:2006; A1:2009 Землерийні машини. Безпека. Частина 1. Загальні вимоги. – 52с. 2. EN ISO 3471:2008 Землерийні машини. Захисні пристрої від перекидання. Експлуатаційні вимоги та лабораторні методи випробування. – 45с. 3. EN ISO 9902 1:2001; A1:2009 Машини текстильні. Методи випробування на шум. Частина 1. Загальні вимоги. – 21с. 4. EN ISO 9902-2:2001; A1:2009 Машини текстильні. Методи випробування на шум. Частина 2. Підготовчо-прядильні та прядильні машини. – 26с. 5. EN 12041:2000; A1:2009 Харчове переробче устаткування. Тісто-формувальні машини. Вимоги щодо безпеки і гігієни. – 55с. 6. EN 13954:2005 Харчове переробче устаткування. Машини для нарізання хліба. Вимоги щодо безпеки і гігієни. – 49с.

Поступила в редколлегию 16.05.11

УДК 621.83

В.М. ВЛАСЕНКО, к.т.н., голова ТК-47 "Механічні приводи", ген. директор АТЗТ "НДІ "Редуктор", м. Київ
І.В. ДОБРОВОЛЬСЬКА, інженер-конструктор АТЗТ "НДІ "Редуктор"

СУЧАСНІ МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НА ТЕРМІЧНУ ЗДАТНІСТЬ МЕХАНІЧНОГО ПРИВОДА ЗАГАЛЬНОМАШИНОБУДІВНОГО ТА СПЕЦІАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

В статье представлены современные методы расчета та термическую способность механического привода обшемашиностроительного и специального назначения.

В статье представлены современные методы расчета та термическую способность механического привода обшемашиностроительного и специального назначения.

Modern methods of calculating the thermal ability mechanical occasion of general and special purpose.

Потреба промисловості в високонавантажених механічних приводах загальномашинобудівного та спеціального призначення постійно зростає. Це

спонукає розробників вирішувати питання створення зубчастих приводів за умови виконання вимог високої навантажувальної здатності та довговічності, а також вимог відносно перевірки термічної здатності зубчастих передач різного типу.

В ТК-47 розроблені ДСТУ ISO гармонізовані з міжнародними стандартами стандарти на розрахунок термічної здатності зубчастих передач [1, 2], які прийняті до використання конструкторським підрозділом АТЗТ "НДІ "Редуктор".

Частина [1] є американською версією. Вона використовує аналітичну модель балансу тепла для обчислення термічної потужності, що передається одно- або багатоступінчастим редуктором, змащеним мінеральним маслом. Багато із коефіцієнтів в аналітичній моделі показують їх походження з опублікованих робіт різних авторів. Методика базується на методі розрахунку, представленому в технічному документі 96FTM9 AGMA (Американська асоціація виробників передач). Втрати в підшипниках розраховані із інформації каталогів, що надані виробниками підшипників, яка в свою чергу наведена в роботі Палмгрена. Формулювання втрат передачі на опір повітря і збівтання масла спочатку з'явилося в праці, представленій Дадлі і було видозмінене в частині ефектів від зміни в'язкості масла і кількості занурень передачі. Втрати в зачепленнях отримані із ранніх досліджень тертя кочення і ковзання, які моделюють дію зуба передачі за допомогою роликкових машин тертя. Коефіцієнти в рівнянні втрат в зачепленнях були удосконалені від багатократного регресивного аналізу параметрів експериментальних даних із великої кількості випробувань типових промислових редукторів. Ці редуктори були піддані випробуванням з змінюванням експлуатаційних умов в широкому діапазоні. Параметри експлуатаційних умов в випробувальній матриці включали швидкість, потужність, напрям обертання і кількість масла. Формулювання підтверджене перехресною перевіркою прогнозованих результатів з експериментальними даними для різноманітних типів редукторів від різних виробників.

Частина [2] оснований на німецькій версії, за допомогою якої розрахована термічна рівновага між втратою потужності і розсіянням тепла. Із цієї рівноваги можна розрахувати очікувану температуру масляної ванни зубчастої передачі для даної передаваної потужності, так і максимальну передавану потужність для даної максимальної температури масляної ванни. Це також дає можливість обчислити, при змащенні розбризкуванням, кількість зовнішнього охолодження, необхідного для підтримки температури заданої подачі масла. Методом розрахунку є процес ітерації.

Втрату потужності циліндричних, конічних, гіпоідних і черв'ячних передач можна розрахувати відповідно до теоретичних і експериментальних досліджень різних типів зубчастих передач, здійснених в Технічному університеті Мюнхена. Втрата потужності зубчастої передачі, залежна від навантаження, закінчується розрахунком коефіцієнта тертя в зачепленні. Вплив основних параметрів навантаження, швидкості, в'язкості і шорсткості поверхні на

коефіцієнт тертя був виміряний індивідуально на здвоєних дискових контрольно-вимірювальних приладах і перевірений експериментами передач. Такі рівняння для коефіцієнта тертя були використані в [1] при обчисленні зношувальної здатності передач від навантаження і використані в методах німецьких стандартів для розрахунку відносного ступеню нагріву від товщини плівки масла, щоб оцінити ризик зношування і мікропітингу. Втрата потужності, не залежної від навантаження, отримана із систематичних експериментів з різноманітними параметрами із виданих науково-дослідних робіт. Розрахунок втрати потужності антифрикційних підшипників був взятий із досвіду виробників підшипників, опублікований в їх найсвіжіших каталогах.

Рівняння для теплового розсіяння базуються на теоретичних міркуваннях, об'єднаних з експериментальними дослідженнями на зразках корпусів зубчастих передач, використовуючи різні конфігурації стінки при вільній і примусовій конвекції. Випромінювання із корпуса базується на законі Стефана-Больцмана, з вимірними величинами відносного коефіцієнта випромінювання, вимірюного для різної поверхневої обробки і покриттів поверхні корпуса передачі. Також включені рівняння для розрахунку теплопередачі від обертових деталей і до фундаменту. Результати були перевірені з вимірами теплового розсіяння на практичних приводах зубчастих передач. Комп'ютерна програма "WAEPPO" з запропонованим методом термічного розрахунку, була розроблена в межах науково-дослідної роботи FVA (Forschungsvereinigung Antriebstechnik e.V., Франкфурт) і широко використовується в німецькій приводній промисловості.

Частина [1] використовує аналітичну модель балансу тепла, щоб дати способи розрахунку термічної потужності, що передається одноступінчастим або багатоступінчастим редуктором, змащеним мінеральним маслом. Розрахунок базується на стандартних умовах при максимальній навколишній температурі 25°C і максимумі температури масляної ванни 95°C в великому об'ємі приміщення, але наводить коефіцієнти модифікації і для інших умов.

Підтримування прийнятної температури в масляній ванні редуктора є вирішальним для його довговічності. Тому при виборі редуктора потрібно розглядати не тільки механічну здатність, але і термічну здатність.

Первинним критерієм термічної здатності є максимально допустима температура масляної ванни. Неприйнятно високі температури масляної ванни впливають на роботу редуктора збільшенням ступеня окислення масла і зменшенням його в'язкості. Зменшена в'язкість приводить до меншої товщини плівки масла на зубцях передачі і на контактуючих поверхнях підшипників та може знизити довговічність цих елементів. Щоб досягти необхідної довговічності і характеристик редуктора, робочі температури масляної ванни повинні бути оцінені і обмежені.

Термічні здатності редукторів, встановлені за цим методом, обмежені максимально допустимою температурою масляної ванни 95°C. Проте, оснований на досвіді виробників редукторів або вимогах застосування, вибір може

бути зроблений для температури масляної ванни вище або нижче 95°C. Додаткові критерії, що повинні застосовуватись при установленні термічної здатності для конкретного редуктора з заданим типом охолодження, пов'язані з режимом роботи редуктора. Основна номінальна термічна потужність P_T встановлюється випробуванням (Метод А) або розрахунком (Метод В) при наступних умовах: температура масляної ванни 95°C; температура навколишнього повітря 25°C; швидкість навколишнього повітря $\leq 1,4$ м/с в великому об'ємі приміщення; густина повітря на рівні моря; безперервний режим роботи. Коефіцієнти модифікації для відхилення від цих критеріїв наведені додатково.

Для переривистої роботи, вхідна потужність може перевищувати термічну потужність виробника при умові, якщо температура масляної ванни не перевищує 95°C.

Здатність редуктора працювати в межах його термічної потужності може зменшитися за несприятливих умов. Деякі приклади несприятливих умов навколишнього середовища такі: замкнутий простір; надбудова, що може накрити редуктор і зменшити теплове розсіяння; висока навколишня температура, типу приміщень бойлера або турбіни, або в поєднанні з устаткуванням гарячої обробки; висока висота над рівнем моря; присутність сонячної енергії або променистого тепла.

Термічна здатність може збільшитися коли експлуатаційні режими включають підвищений рух повітря або низьку навколишню температуру.

Допоміжне охолодження повинно використовуватись, коли термічна здатність є недостатня для експлуатаційних режимів. Масло може бути охолоджене багатьма способами, такими як: охолодження вентилятором, в цьому випадку вентилятор буде забезпечувати здатність термічної потужності з вентиляторним охолодженням; теплообмінник, котрий при використанні буде здатний поглинати утворене тепло, яке не може бути розсіяне від редуктора конвекцією і випромінюванням.

В АТЗТ "НДІ "Редуктор" розроблено проект методики випробування з використанням рекомендацій метода А, а також проведені проектні розрахунки згідно рекомендацій метода В.

Стандарт [2] встановлює спосіб для визначення термічної навантажувальної здатності зубчастих передач, який включає вимірювання на оригінальних зубчастих редукторах при практичних режимах. Він приймає форму або вимірювання втрати потужності, розсіяння тепла чи обох разом, або в випадку зубчастих редукторів із змащенням розбризкуванням визначення квазістаціонарної температури масляної ванни.

Методи розрахунку всіх окремих складових втрат потужності і розсіяння тепла, що описані в [2], вважаються альтернативними методами. Конкретний приклад розрахунку трьохступінчастого конічно-циліндричного редуктора дозволяє проектувальникам та випробувачам значно скоротити термін отримання висновку відносно термічної здатності механічного привода.

Розроблені стандарти [1, 2], на наш погляд, дозволяють розробникам в

значній мірі отримати більш точні висновки ніж застарілі рекомендації в технічній літературі [3, 4].

Список літератури: 1. ДСТУ ISO/TR 14179-1 Зубчасті передачі. Термічна здатність. Частина 1. Термічна здатність зубчастих передач при температурі масляної ванни 95°C. 2. ДСТУ ISO/TR 14179-2. Зубчасті передачі. Термічна здатність. Частина 2. Термічна навантажувальна здатність. 3. Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г. Конструкция и расчет зубчатых редукторов. – Л.: Машиностроение, 1977. – 256с. 4. Михеев И.И., Попов Г.И. Смазка заводского оборудования. – Л.: Машиностроение, 1967. – 155с.

Надійшла до редколегії 16.05.11

УДК 621.833.38

Е.А. ГУДОВ, инженер-конструктор по редукторостроению ОАО "ЭЗТМ",
Электросталь, Московская обл., Россия

С.А. ЛАГУТИН, к.т.н., ведущий конструктор ОАО "ЭЗТМ"

Б.Ф. ФЕДОТОВ, к.т.н., старший научный сотрудник НПО "ЦНИИТМАШ",
Москва, Россия

НАГРУЗОЧНАЯ СПОСОБНОСТЬ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ГЛОБОИДНЫХ ПЕРЕДАЧ

Рассмотрены методы геометрического и технологического расчета глобоидных передач, модифицированных методом "аи"; при нарезании зубьев колеса двух- и четырехрезцовыми летучками. Показано, что такие передачи отличаются от передач с цилиндрическими червяками более высокой нагрузочной способностью, особенно при больших межосевых расстояниях. Детально описан алгоритм оценки нагрузочной способности. Все предложенные методы и алгоритмы проверены практикой проектирования и производства передач, применяемых в нажимных механизмах прокатных станов, нефтяных насосах, мешалках и другом оборудовании ВАТ "ЭЗТМ" и ряда машиностроительных заводов.

Розглянуті особливості геометричного і технологічного розрахунку глобоїдних передач, модифікованих методом "аи", при нарізанні зубів колеса двох- і чотирьохрезцовими летучками. Показано, що такі передачі відрізняються від передач з циліндричними червяками більш високою навантажувальною здатністю, особливо при великих міжосьових відстанях. Докладно описаний алгоритм оцінювання навантажувальної здатності. Усі запропоновані методи та алгоритми перевірені практикою проектування і виробництва передач, застосованих у натискних механізмах прокатних станів, нафтових насосах, мішалках та іншому обладнанні ВАТ "ЕЗТМ" і ряду машинобудівних заводів.

The technique of geometrical and technological design is considered for the globoid gears modified by an increase of machine center distance and gear ratio at the worm cutting in relation to the same parameters of worm drive. It is shown that they differ from one-enveloping worm gears with higher loading capacity, especially at the big center distances. The algorithm for the assessment of loading capacity of gears is described in details. All offered methods and algorithms are verified by practice of design and manufacture of modified globoid gears for adjustment devices of rolling mills, oil pumps, mixers and other equipment at the Joint Stock Co "EZTM" (Electrostral Plant of Heavy Machines) and a number of other plants.

Актуальность задачи. Глобоидная передача является одной из разновидностей червячной передачи общего вида [1]. Ее червяк в осевой плоскости имеет вогнутую форму, охватывающую колесо. Это приводит к многопарности зацепления: в зацеплении с витками находится столько зубьев, сколько шагов колеса умещается в дуге охватывающего делительного глобоида. Если в передачах с цилиндрическим червяком коэффициент перекрытия, как правило, меньше двух, то в глобоидных передачах аналог этого коэффициента, именуемый рабочим обхватом глобоидного червяка K_c , достигает значений 4-6 и более.

Глобоидные передачи отличаются от передач с цилиндрическими червяками более высокой нагрузочной способностью, особенно при больших межосевых расстояниях. Это обусловлено помимо многопарности зацепления благоприятными свойствами контакта в каждой паре зубьев.

Во-первых, в глобоидной передаче линии мгновенного контакта активных поверхностей расположены поперек зубьев, а не вдоль, как в передачах с цилиндрическим червяком. Это создает более благоприятные условия для образования гидродинамического смазочного слоя, приводит к повышению КПД передачи и предотвращает появление зон, опасных по заеданию.

Во-вторых, радиус приведенной кривизны поверхностей в направлении, перпендикулярном контактными линиями, в глобоидной передаче больше, чем у передачи с цилиндрическим червяком. Это позволяет увеличить нагрузку на контакт и тем самым увеличить передаваемую мощность или уменьшить размеры передачи при сохранении величины передаваемой мощности.

Применение глобоидных передач известно с конца XIX века. В XX веке в разных странах проводились многочисленные работы по выбору геометрии глобоидных передач, конструкции, технологии. В начале 30-х годов XX века больших успехов достигла американская фирма "Мичиган Тул", разработавшая технологию, инструмент и оборудование для производства передач Кона. Эти разработки позволили создать передачи, успешно конкурирующие с передачами других производителей более 70-ти лет [2].

В России первые глобоидные передачи были изготовлены в 1904 году на Балтийском заводе для лебедок военных кораблей. В 40-х годах в СССР началось широкое применение глобоидных передач в металлургическом, горно-шахтном, подъемно-транспортном, судовом машиностроении и других отраслях. Успешной постановке производства глобоидных передач в отечественном машиностроении способствовали Я.И. Дикер, Л.И. Сагин [3] Б.А. Гессен, П.С. Зак [4], В.А. Шишков, А.К. Карцев, И.А. Лебедев, Б.Ф. Федотов, В.Л. Журавлев и другие.

Сложная геометрия глобоидной передачи, специфические условия смазки и формирование поверхности зуба колеса, состоящего из нескольких зон, вдохновили многих исследований разработать аналитические аспекты зацепления червяка с зубом колеса. Среди них были Н. И. Колчин, Ф.Л. Литвин [5] и Л.В. Коростелев [6].

В этой статье авторы обсуждают последние достижения в области геометрии, технологии и оценки грузоподъемности глобоидных передач.

Естественная модификация классической глобoidной передачи. В классической глобoidной передаче Кона основная часть активной поверхности витков формируется вращением прямолинейной образующей, расположенной в средней плоскости колеса и касательной к некоторой профильной окружности, центр которой лежит на оси колеса.

В такой передаче пятно первоначального контакта активных поверхностей представляет собой узкую полоску, расположенную поперек зуба колеса вблизи его средней плоскости. По мере приработки происходит износ поверхностей, как зуба колеса, так и витка червяка. При этом на поверхности зуба колеса образуется так называемая обкатная зона, распространяющаяся в процессе естественного износа на значительную часть его площади. Износ витка червяка также происходит неравномерно. Максимальный износ имеет место на входном участке витка. В средней части витка и зоне, прилегающей к ней со стороны выхода из зацепления, износ минимален и вновь увеличивается к выходу витка. Такая приработка продолжается 150...200 часов, после чего геометрия активных поверхностей витков и зубьев стабилизируется, и скорость износа уменьшается во много раз.

Изменение геометрии витка в процессе износа называется естественной модификацией, и в функции угла φ поворота образующей от средней плоскости передачи приближенно описывается квадратной параболой:

$$\Delta(\varphi) = a_s \varphi(\varphi - 2\varphi_s), \quad (1)$$

где $\varphi_s = 0,4v_c$ – угол, определяющий положение вершины параболы, т.е. экстремума модификации, смещенного относительно средней плоскости в направлении выхода червяка из зацепления (см. рисунок 1), v_c – рабочий угол обхвата, $a_s = \Delta S / (v_c - \varphi_s)^2$ – постоянный коэффициент, ΔS – полная величина отклонения образующей между крайней точкой входа витка в зацепление и вершиной кривой модификации.

Получение естественной модификации за счет длительной приработки – процесс слишком дорогой. Если в процессе нарезания витка червяка ему придать отклонение, близкое к естественной модификации, то продолжительность процесса приработки многократно сокращается, и передача может работать с максимальной для себя нагрузкой с самого начала. Поэтому модифицирование витков и зубьев производят в процессе нарезания.

Станочная модификация глобoidного червяка. Способы получения отклонений на витке глобoidного червяка при его нарезании могут быть разделены на две группы [4]. К первой группе относятся способы, в основе которых положено применение различного вида коррекционных или кинематических устройств, встраиваемых в кинематическую цепь станка или монтируемых на столе. В результате этого в процессе резания обеспечивается требуемое изменение скорости вращения инструмента при равномерном вращении нарезаемого червяка.

Ко второй группе относятся способы нарезания модифицированных червя-

ков, основанные на использовании преднамеренных отклонений в наладках зуборезного станка от номинальных. Вводя отклонения одновременно по нескольким элементам наладки и складывая законы отклонения поверхности витка от ее классической формы, можно получить закон модификации, очень близкий к заданному [6]. Способы этой группы получили название бескоррекционных или наладочных. Известен и опробован целый ряд таких способов. К ним относятся: расположение резца выше или ниже средней плоскости колеса (способ h), увеличение межосевого расстояния и сдвиг червяка вдоль оси (способ АМ) и др.

В России наиболее широко используется способ, при котором выполняется одновременное отклонение межосевого расстояния и передаточного числа в большую сторону от номинальных значений [7]. Поскольку при этом способе можно при одной наладке станка модифицировать обе противоположные стороны витка, он получил название "двухстороннего бескоррекционного способа АУ".

На рисунке 1 представлена схема станочного зацепления при обработке червяка методом АУ. На этом рисунке: d_1 и d_2 – делительные диаметры глобoidного червяка и колеса; $a_w = 0,5(d_1 + d_2)$ – рабочее межосевое расстояние передачи; $a_0 = a_w + \Delta a_0$ – станочное межосевое расстояние; α_x – угол профиля витка червяка в осевом сечении; $D_p = d_2 \sin \alpha_x$ и D_{p0} – диаметры рабочей и станочной профильных окружностей.

Закон модификации методом АУ описывается выражением:

$$\Delta(\varphi) = 0,5d_2 k_u \varphi - \Delta a_0 [\sin(\alpha_x + \varphi - k_u \varphi) - \sin \alpha_x] / \cos \alpha_x. \quad (2)$$

Здесь коэффициент $k_u = (z_{20} - z_2) / z_{20}$ характеризует изменение станочного передаточного числа по отношению к передаточному числу рабочей пары; z_2 и z_{20} числа зубьев рабочего и производящего колес.

При расчете модификации по методу АУ определяются такие параметры как число зубьев станочного производящего колеса z_{20} , увеличение станочного межосевого расстояния при зубообработке червяка Δa_0 , делительный диаметр производящего колеса d_0 и диаметр профильной окружности D_{p0} .

При использовании для нарезания зубьев колеса глобoidных фрез или многолезцовых летучек число зубьев станочного производящего колеса определяется в соответствии с ГОСТ 17696-89 по формуле:

$$z_{20} = \frac{z_2}{0,91 + 0,0074\sqrt{u}}. \quad (3)$$

В случае нарезания колес двухрезцовой летучкой модификацию червяка рекомендуется [8] принимать минимально возможной, а именно:

- если $z_1 = 1$ и $z_2 \leq 44$, то $z_{20} = z_2 + 1$;
- если $z_1 = 1$ и $z_2 > 44$, то $z_{20} = z_2 + 2$;
- если $z_1 > 1$, то $z_{20} = z_2 + 1$, но при этом должно соблюдаться условие не кратности числа зубьев производящего колеса к числу заходов червяка, в противном случае к получившейся величине z_{20} добавляется еще один зуб.

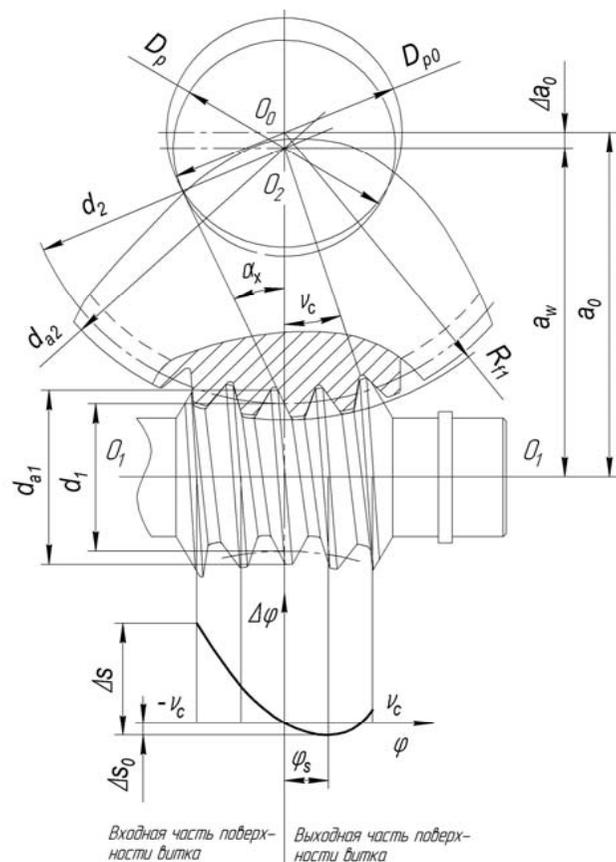


Рисунок 1 – Глобоидная передача, модифицированная методом AU

Во всех случаях увеличение станочного межосевого расстояния при зубообработке червяка Δa_0 определяется по формуле, несколько отличной от формулы, приведенной в ГОСТ 17696-89:

$$\Delta a_0 = d_2 k_u \cos \alpha_x / 2(1 - k) \cos(\alpha_x + \varphi_s). \quad (4)$$

Станочное межосевое расстояние $a_0 = a + \Delta a_{20}$, делительный диаметр производящего колеса $d_0 = d_2 + 2\Delta a_{20}$, диаметр профильной окружности $D_{p0} = d_0 \sin \alpha_x$, зубоизмерительные и все остальные геометрические параметры передачи рассчитываются согласно ГОСТ 17696-89.

Вопросы нарезания зубьев глобоидного колеса. Производство глобоидных передач связано с серьезными технологическими трудностями. Во-первых, если цилиндрический червяк может использоваться с разными колесами с раз-

ным числом зубьев, то глобоидный червяк должен охватывать сопряженное колесо. Поэтому требуется проектирование полного комплекта инструмента и оснастки под каждую конкретную глобоидную пару. Это обстоятельство резко увеличивает потребную номенклатуру режущего инструмента по сравнению с цилиндрическими, коническими и червячными передачами.

Во-вторых, для производства сопряженной глобоидной передачи производящая поверхность фрезы должна быть идентична активной поверхности колеса или отличаться от нее в сторону, обеспечивающую профильную и продольную модификацию контакта [1]. Глобоидные фрезы являются очень дорогостоящим инструментом и могут использоваться только в условиях крупносерийного и массового производства.

В условиях индивидуального производства, как правило, используются двухрезцовые летучки, режущие кромки которых совпадают с крайними образующими крайних витков глобоидного червяка [3]. Однако в процессе нарезания колеса этими летучками имеет место подрезание поверхности зубьев червячного колеса входной кромкой резца-летучки.

В результате на зубе червячного колеса можно выделить три характерные зоны. На среднем участке II поверхность зуба колеса является геометрически сопряженной с производящей поверхностью инструмента, на крайних участках I и III поверхность зуба колеса является линейчатой, подрезанной входной режущей кромкой. Линия A'B', общая для участков II и III, находится в средней плоскости колеса и является переломом поверхностей указанных участков, то есть в точках этой линии нет общих нормалей для обеих поверхностей.

В связи с такими особенностями процесса зубонарезания, когда более половины площади поверхности зубьев после изготовления являются не сопряженными с поверхностью витка червяка, передачи, нарезанные двухрезцовыми летучками, необходимо достаточно длительно прирабатывать для обеспечения номинальной нагрузочной способности.

Более прогрессивным методом нарезания зубьев глобоидных колес является использование трех- и четырехрезцовых летучек. Такой инструмент был разработан в НПО "ЦНИИТМАШ" (патент РФ №965652, В23F 21/20) и успешно используется в последние годы на машиностроительных заводах.

На рисунке 2 показан зуб червячного колеса, нарезанный четырехрезцовой летучкой производства ЭЗТМ.

В этих летучках два крайних резца образуют указанные выше подрезные участки I и III поверхности зуба, а два средних резца выбирают "лунки" на участке II, достаточно близкие к требуемой форме обкатной поверхности.

Геометрический расчет глобоидной передачи. В Российской Федерации существует разработанная в 80-е годы система государственных стандартов, представляющих собой группу взаимоувязанных нормативных документов и регламентирующих расчет и производство модифицированных глобоидных передач. В эту группу входят следующие стандарты:

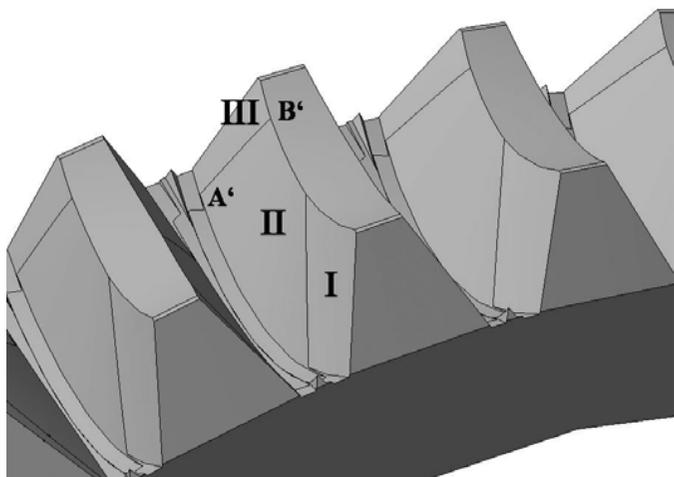


Рисунок 2 – Зубья глобоидного колеса, нарезанные четырехзубой фрезой-летучкой

ГОСТ 9369-77 Передачи глобоидные. Основные параметры. К числу основных параметров отнесены межосевые расстояния a мм, номинальные передаточные числа $u_{ном}$, а также делительные диаметры червяка d_1 и ширины венцов червячных колес b_2 .

ГОСТ 24438-80 Передачи глобоидные. Исходный червяк и исходный производящий червяк. Стандарт устанавливает делительный угол профиля витка в осевом сечении в середине червяка α_{x1} равным 25° , основные параметры витков, боковые и радиальные зазоры, радиусы кривизны переходной кривой. Все линейные размеры даются в виде коэффициентов, т.е. в долях модуля:

- высота головки витка червяка $h_{a1}^* = 0,9$;
- радиального зазора $c_1^* = c_2^* = 0,2$;
- высоты витка $h_1^* = 1,8 + c_1^*$ и т.д.

Коэффициент делительной осевой толщины витка s_{x1}^* равен 0,45 шага, т.е. толщина витка принята меньше половины шага. За счет этого увеличивается толщина зуба и срок службы передачи по критерию износа зубьев [7].

ГОСТ 16502-83 Передачи глобоидные. Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски. Стандарт устанавливает нормы точности элементов глобоидных передач, червяков и колес.

ГОСТ 17696-89 Передачи глобоидные. Расчет геометрии. Стандарт устанавливает метод расчета геометрических параметров глобоидной передачи, а так же расчет параметров наладки станочного зацепления при модифицировании червяка по методу AU. Исходными данными для расчета являются параметры, установленные по ГОСТ 9369-77 и ГОСТ 24438-80.

Методика геометрического расчета модифицированной глобоидной пе-

редачи, изложенная в ГОСТ 17696-89, разрабатывалась около тридцати лет назад и не учитывает новые теоретические исследования в этой области, возможность использования более совершенного инструмента и опыт эксплуатации, который был накоплен за последние годы.

В этой связи авторы усовершенствовали предложенную в стандарте методику расчета геометрических параметров передачи, внося в нее некоторые уточнения, прежде всего в части определения делительного диаметра червяка d_1 , ширины венца глобоидного колеса b_2 и параметров станочной модификации при нарезании червяка по методу AU [8].

Делительный диаметр червяка согласно ГОСТ 17696-89 определяется выражением $d_1 = K_d a_w$, где K_d – коэффициент, значения которого приводятся в стандарте в зависимости только от межосевого расстояния передачи. Однако в результате детального анализа эксплуатируемых и вновь проектируемых передач, авторы пришли к заключению о необходимости учета, при назначении K_d , передаточного числа $u = z_2/z_1$, и модуля передачи m . При этом рекомендуемый диапазон значений K_d был несколько расширен, и зависимость K_d от a и u приобрела вид, показанный в таблице 1.

Таблица 1 – Рекомендуемые значения K_d

$u \backslash a_w$	$a \leq 125$	$125 < a \leq 315$	$a > 315$
	K_d		
< 27	0,45	0,45	0,4
≤ 35	0,4	0,4	0,355
≤ 40	0,45	0,45	0,4
≤ 50	0,4	0,4	0,355
≤ 63	0,4	0,355	0,355
> 63	0,355	0,315	0,315

Аналогично был решен вопрос с коэффициентом ширины зубчатого колеса K_b , который выбирается из ряда 0,315; 0,28; 0,25; 0,225. Меньшее значение коэффициента целесообразно назначать при расчете глобоидных передач с большим передаточным числом и малым межосевым расстоянием. Большие коэффициенты, как правило, назначаются для крупных передач с межосевым расстоянием $a_w > 315$ и передаточным числом $u < 50$.

После определения делительного диаметра червяка определяется ряд контурных размеров колеса и червяка:

- делительный диаметр колеса $d_2 = 2a_w - d_1$;
- осевой модуль передачи $m = d_2/z_2$;
- диаметр вершин витков червяка $d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}^* m$;
- диаметр впадин витков червяка $d_{f1} = d_{a1} - 2h_1^* m$;
- диаметр вершин зубьев колеса $d_{a2} = d_2 + m(h_1^* - c_1^*)$ и т.д.

Все остальные геометрические и зубоизмерительные параметры передачи рассчитываются согласно ГОСТ 17696-89.

Оценка несущей способности. На несущую способность глобоидной передачи оказывает влияние сочетание различных факторов, к которым в первую очередь стоит отнести габаритные размеры передачи, материалы венца колеса и червяка, характеристики смазки, скорости скольжения червяка и колеса, качество зацепления и точность изготовления передачи в целом. Также важную роль играют правильно назначенные коэффициенты условия работы передачи.

Основным из указанных факторов является межосевое расстояние a_w . Зависимость нагрузочной способности глобоидной передачи от ее межосевого расстояния была подробно рассмотрена в работе П.С. Зака [4]. Выполненный им вывод главной зависимости основан на рассмотрении состояния смазочного слоя в контакте сопряженных поверхностей и решении упрощенной гидродинамической задачи. При этом экспериментальным и аналитическим путем были получены показатель степени $n=2,9$ при межосевом расстоянии и постоянный коэффициент $C=5,6 \cdot 9,81 \cdot 10^{-5}$. Допустимый крутящий момент T_2 , Н·м, на глобоидном колесе, в таком случае, определяется из уравнения:

$$T_2 = 55 \cdot 10^{-5} a^{2,9} K_u K_n K_m K_z K_p K_t, \quad (5)$$

где K_u – коэффициент передаточного отношения глобоидной передачи; K_n – коэффициент, учитывающий частоты вращения червяка; K_m – коэффициент материала венца глобоидного колеса; K_z – коэффициент, учитывающий модификацию зацепления; K_p – коэффициент режима работы передачи; K_t – коэффициент, учитывающий степень точности передачи.

Несущая способность глобоидных передач, рассчитанная по уравнению (5), неоднократно подтверждалась многолетним опытом их успешной эксплуатации в самых различных условиях и на разнообразных машинах и агрегатах. Однако совершенствование методов модификации глобоидных передач, с одной стороны, и новые возможности САПР, с другой, потребовали уточнения и изменения в методиках определения некоторых входящих коэффициентов.

Выбор коэффициентов K_u и K_n , согласно методике П.С. Зака осуществляется по кривым, построенным на графиках с логарифмической шкалой, при этом такие кривые определены лишь для нескольких стандартных межосевых расстояний и передаточных чисел, что затрудняет расчет передач, не охваченных графиками.

В данной работе предложено выполнять расчет коэффициентов K_u и K_n аналитическим способом с помощью математических редакторов, таких как MathCAD или его аналоги. Это позволяет с достаточно высокой практической точностью рассчитывать значения указанных коэффициентов для глобоидных передач с любыми межосевыми расстояниями и передаточными числами.

При передаточном отношении глобоидной передачи меньшем или равном 30, коэффициент передаточного отношения K_u определяется однозначно по формуле:

$$K_u = -0,79 \log^2 u + 2,79 \log u - 0,135. \quad (6)$$

Для передаточного отношения $u > 30$, коэффициент K_u определяется путем последовательного решения нескольких простых уравнений:

$$\begin{aligned} A_{1u} &= [\log(\log a) + 0,839] \log(u / 75) + 1; \\ A_{2u} &= [\log(108 / \log a) \log a] / \log(a / 245); \\ A_u &= (A_{1u} / A_{2u}) - 0,158; \\ K_u &= A_u \log u \log(u / 30) + 1. \end{aligned} \quad (6a)$$

Аналогичным набором уравнений осуществляется расчет коэффициента, учитывающего частоту вращения червяка K_n :

$$\begin{aligned} A_{1n} &= \log(6,75 \log^2 a - 33,92 \log a + 53,61); \\ A_{2n} &= (A_{1n} - \log(\log a)) \log a; \\ A_N &= [-\log(a / 95)(2,97 - 0,796 \log n) / A_{2n}] - 0,202; \\ K_n &= A_N \log n \log(n - 3) + 1. \end{aligned} \quad (7)$$

Зависимость коэффициентов K_u и K_n от передаточного числа и скорости вращения червяка показана на рисунках 3 и 4.

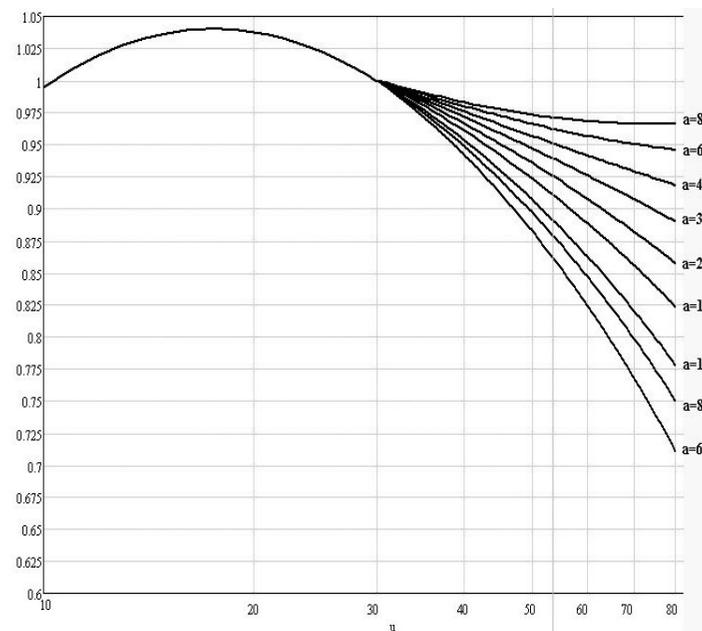


Рисунок 3 – Коэффициент передаточного числа глобоидной передачи

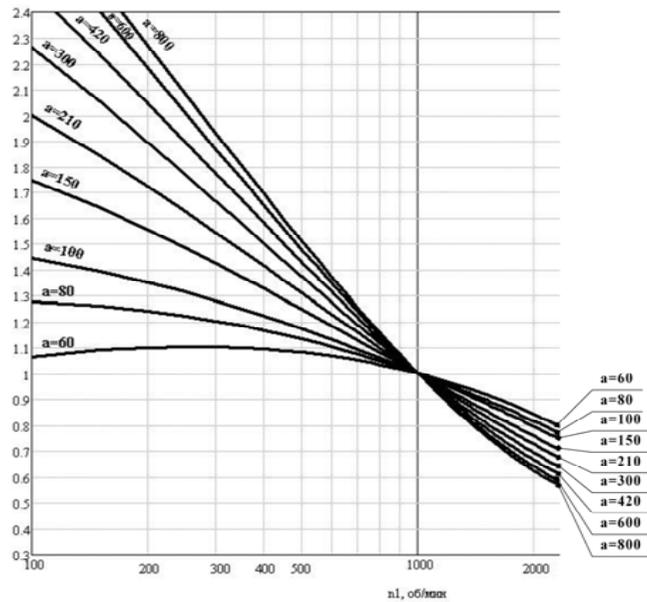


Рисунок 4 – Коэффициент частоты вращения червяка

В предлагаемой методике расширен диапазон значений коэффициента сервис-фактора K_p , состоящего из произведения коэффициентов K_{pv} , продолжительности (цикла) работы и условий K_{rv} работы глобоидной передачи. При этом:

- коэффициент продолжительности цикла варьируется в диапазоне от $K_{pv}=1$ при 100% загрузке до $K_{pv}=1,25$ при ПВ=25%;
- коэффициент K_{rv} условий работы назначается в пределах от 0,65 для тяжелых условий со значительными (до 200%) перегрузками до 1,15 для легких условий без толчков и кратковременных перегрузок, не превышающих 125% от номинальной нагрузки.

Коэффициенты K_2 и K_3 оставлены неизменными и могут варьироваться в зависимости от передаточного числа или степени точности передачи, в пределах:

- $K=1,1 \dots 1,2$, где меньшее значение соответствует передаточному числу меньше 10, а большее для передаточного числа превышающего 25;
- $K_2=1$ для 7^{th} , $0,9$ – для 8^{th} и $0,8$ – для 9^{th} степеней точности по ГОСТ16502-83.

Не изменился и коэффициент, учитывающий материал венца колеса K_m , который для оловянных и железистых бронз находится в пределах $1 \dots 0,8$, а для чугуна составляет $0,5$. Отметим, что очень важно осуществлять выбор материала венца глобоидного колеса в комплексе с материалом и термообработкой червяка. Так относительно твердые венцы из железистой бронзы должны работать в паре с червяком, закаленным до твердости $45 \dots 55HRC$. В то же время высокооловянные бронзы и чугун хорошо зарекомендовали себя в работе с червяками, улучшенными до твердости $290 \dots 320HV$.

Дополнительно в формулу расчета несущей способности был введен поправочный коэффициент $K_a=(0,05L^{0,25})^{-1}$, учитывающий заданный ресурс L работы передачи в часах.

Формулы (5) не учитывает ряд таких существенно влияющих на несущую способность передачи факторов, как относительная толщина червяка, диаметр профильной окружности, высота зуба и д.р. Предполагается, что все эти размеры рассчитывались исходя из рекомендаций, приведенных в [7].

Заметим, что формула определения несущей способности для передач с цилиндрическим червяком похожа на формулу (5). Обе формулы различаются лишь значениями некоторых коэффициентов, в частности, показателем степени $n=2,8$ при межосевом расстоянии. Таким образом, преимущество глобоидных передач особенно заметно на больших межосевых расстояниях. Этот факт подтверждается сравнением паспортных данных цилиндрических и глобоидных редукторов производства различных российских и иностранных заводов.

Выводы:

1. Описан метод нарезания глобоидного червяка путем увеличения станочного межосевого расстояния и передаточного отношения в обработке. Этот метод позволяет получать активные поверхности витков в форме, близкой к устойчивой форме естественной модификации, имеющей место при износе в результате приработки.

2. Показано, что обработка зубьев колеса четырехрезцовыми фрезами-летучками позволяет получить поверхность зуба, близкую к требуемой форме огибающей поверхности. В совокупности эти два метода дают возможность выполнять пуск редуктора при полной нагрузке без предварительной приработки, а также увеличивают срок службы передачи.

3. Разработаны методики и написана компьютерная программа для выполнения геометрического и технологического расчетов, а также оценки несущей способности глобоидных передач. Показано, что глобоидные редукторы имеют более высокие эксплуатационные характеристики, чем передачи с цилиндрическими червяками.

4. Все предлагаемые методики и методы обработки были испытаны на производственной практике ОАО "ЭЗТМ" и других машиностроительных заводов.

Список литературы: 1. Сандлер А. И., Лагутин С.А., Верховский А.В. Производство червячных передач / Под общ. ред. С.А. Лагутина. – М.: "Машиностроение", 2008. – 272с. 2. O'Connor, L. Redesigning a double-enveloping worm gear reducer (Cone Drive Operations Inc.), Mechanical Engineering-CIME, 1994, vol.116, no.3, С.80-82. 3. Дукер Я.И., Сагин Л.И. Основы производства червячных глобоидных передач. Труды ЦНИИТМАШ, кн. 96. – М.: Машгиз, 1960. – 204с. 4. Зак П.С. Глобоидная передача. – М.: Машгиз, 1962. – 256 с. 5. Коростелев Л.В., Федоров Н.Н. Метод исследования модифицированных глобоидных передач // Машиноведение. – 1970. – №6. – С.47-51. 6. Litvin F.L. Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory of Gearing (2nd edition). – Cambridge University Press, 2004. – 800 с. 7. Федотов Б.Ф. Обоснование стандартных геометрических параметров глобоидных передач // "Вестник машиностроения". – 1985. – №10. – С.50-52. 8. Гудов Е.А., Лагутин С.А., Федотов Б.Ф. САПР модифицированных глобоидных передач. Сб. докладов научно-технической конференции // Сб. "Теория и практика зубчатых передач". – Ижевск, 2008. – С.355-358.

Поступила в редколлегию 20.05.11

В.Л. ДОРОФЕЕВ, д.т.н., главный научный сотрудник ЦИАМ,
г. Москва, Россия

К.Б. АРНАУДОВ, д.т.н., Болгарская Академия наук, г. София

Д.В. ДОРОФЕЕВ, программист ЦИАМ, г. Москва

НАЗНАЧЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИСХОДНОГО КОНТУРА ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС С НЕСИММЕТРИЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Приводится основное правило расчета несимметричных зубьев, описан метод назначения параметров исходного контура для несимметричных зубьев; отмечается то, что каждому углу основной стороны исходного контура отвечает такой угол направляющей стороны, при котором прочность несимметричных зубьев по изгибу наиболее высока; по результатам расчета прочность зубчатых передач с несимметричными зубьями на 14-28% выше, в сравнении с зубчатыми передачами, имеющими традиционные симметричные зубья.

Приводиться основне правило розрахунку несиметричних зубів, описаний метод призначення параметрів початкового контуру для несиметричних зубів; наголошується те, що кожному куту основної сторони початкового контуру відповідає такий кут направляючої сторони, при якому міцність несиметричних зубів по вигину найбільш висока; по результатам розрахунку міцність зубчастих передач з несиметричними зубами на 14-28% вище, в порівнянні із зубчастими передачами що мають традиційні симетричні зуби.

The key rule of designed of asymmetrical teeth, the method of appointment of parameters' of an initial contour for asymmetrical teeth is described; that to each corner of the basic party of an initial contour there corresponds such corner of the directing party at which durability of asymmetrical teeth on a bend is highest is noticed; by results of calculation bending stress of asymmetrical tooth with asymmetrical teeth on 14-28% less.

Введение. По сравнению с зубчатыми колесами с симметричным профилем зубчатые колеса с несимметричным профилем имеют более высокий коэффициент перекрытия и по этой причине меньший шум и более высокую прочность. Метод построения несимметричных зубьев показан на рисунке 1.

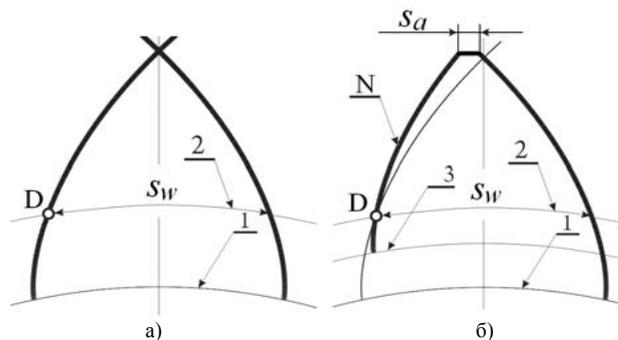


Рисунок 1 – Схема построения зубьев с несимметричным контуром

Исходным является контур зубьев с симметричным профилем. На этом контуре определяется начальная окружность и точки пересечения этой окружности с эвольвентами. Основное правило построения несимметричного профиля заключается в том, что толщина зубьев на начальной окружности s_w не зависит от того симметричный зуб или несимметричный. Поэтому толщину зубьев по начальной окружности можно рассчитывать по тем же формулам, которые используются для расчета традиционных симметричных зубьев.

Будем называть профиль зубьев, по которому выполняется основные расчеты – основным, а профиль зубьев, который изменяется для улучшения качественных показателей зубчатой передачи – направляющим. Обозначать этот профиль будем символом N .

Две эвольвенты (рисунок 1,а), образующие симметричный контур, разворачиваются с общей окружности 1 . В точке D эвольвента, развернутая с основной окружностью, пересекает начальную окружность.

На вершине зуба две эвольвенты основного и вспомогательного профиля могут пересекаться, ограничивая тем самым высоту зуба.

Для устранения пересечения эвольвент на вершине зубьев *направляющую* эвольвенту надо "повернуть" относительно точки D и направить так, чтобы толщина зуба на вершине увеличилась. Это выполняется путем назначения второго угла профиля исходного контура α_{nN} для направляющей эвольвенты. При уменьшении угла профиля направляющей эвольвенты т.е. $\alpha_{nN} < \alpha_n$, диаметр основной окружности 3 (рисунок 1,б) увеличивается, а угол профиля α_{nN} в точке D уменьшается, и направляющая эвольвента изменяет свое положение, при этом толщина зубьев на вершине увеличивается. Важно, чтобы направляющая эвольвента проходила через точку D , лежащую на начальной окружности. Только в этом случае зацепление будет сопряженным, это связано с необходимостью обеспечить равенство шагов.

Толщину зубьев s_w несимметричных зубьев можно изменять, применяя для расчета стандартные формулы, путем применения коэффициента смещения x исходного контура.

1. Краткий обзор публикаций по расчёту зубчатых передач с несимметричным профилем зубьев. Наиболее полно теория эвольвентных зубчатых передач с несимметричными зубьями разработана Э.Б. Вулгаковым и изложена в работе [1, 2]. Для ознакомительных целей В.Л. Дорофеев разработал программу, алгоритмы которой построены на формулах, полученных Э.Б. Вулгаковым. Исходные тексты этой программы приведены в работе [3, 4]. Зубья с несимметричным профилем не имеют общей нормали, поэтому потребовалось искать иной способ измерения зубчатых колес. А.Л. Kapelevich получил необходимые формулы для измерения толщины зубьев с помощью шариков и роликов [5]. В.П. Котельников в книге [6], описал метод расчёта геометрических размеров колес с несимметричными зубьями, используя параметры исходного контура. Дорофеев Д.В. [11] разработал метод анализа

контактной выносливости зубчатых передач, который может применяться как к симметричным, так и к несимметричным зубьям, основанный на новом методе построения блокировочных контуров с отображением на нем коэффициентов контактной выносливости.

Методика расчета напряжений и деформаций, а также анализ динамических процессов в передачах дан В.М. Ананьевым, В.Л. Дорофеевым и А.Л. Капелевичем в работе [7]. Промышленное использование зубчатых колес с несимметричным профилем для авиационного редуктора двигателя ТВ7-117 описано в работе [8]. Фотография зубьев одного из колес этого двигателя показана на рисунке 2.



Рисунок 2 – Зубья колеса с несимметричными профилями: основной профиль 33° , направляющий 25°

2. Назначение параметров исходного контура для несимметричных зубьев. Вместо "обобщающих параметров" предложенных в работе [1], в настоящее время применяются традиционные параметры: коэффициент высоты головки зубьев и коэффициент смещения исходного контура, и новые понятия: вместо одного угла исходного контура теперь задается два для основного и направляющего контура. Термин, направляющий профиль введен для того, чтобы отразить сущность коррекции зубчатого зацепления. Появилась возможность вместо коэффициента высоты головки зубьев задавать толщину зубьев на вершине [12, 13].

Применять значения угла $\alpha_n > 35^\circ$ для основного профиля нецелесообразно, поскольку прочность зубчатой передачи в таком случае будет лимитироваться подшипниками качения.

Назначение угла α_{nN} для направляющего профиля рассмотрим на конкретном примере зубчатой передачи с параметрами: $z_{v1}=20$, $z_{v2}=102$; коэффициенты смещения: $x_{n1}=+0,227$; $x_{n2}=0$.

3. Метод определения угла направляющей стороны исходного контура при фиксированном угле основной стороны. Для повышения контактной прочности зубьев угол исходного контура принимается равным 33° . Далее назначаем ряд значений углов профиля для направляющего профиля и для каж-

дого угла вычисляем значения коэффициента формы зубьев Y_{FS} . Расчет коэффициентов может быть выполнен методом конечных элементов (МКЭ). Но более точным и быстрым оказался специально разработанный метод комплексных интегральных уравнений (МКИУ) [7]. Погрешность расчета коэффициентов Y_{FS} методом (МКИУ) не превышает 0,25%, что позволяет применять его в системах автоматизированного проектирования зубчатых передач.

Радиус кривизны вершины контура, определяющего форму галтели, назначаем так, чтобы этот радиус был максимальным, и достигалось полное скругление впадины зубьев. Полученные значения заносим в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты расчета коэффициента Y_{FS} при разных значениях направляющего угла исходного контура

α_{nN}	7°	12°	18°	19°	20°	22°	33°
Y_{FS}	3,38	3,32	3,31	3,3	3,29	3,31	3,73

Из таблицы 1 выбираем значение угла α_{nN} , при котором коэффициент Y_{FS} минимален. При $\alpha_n=33^\circ$ минимальный коэффициент формы зубьев для направляющей стороны $\alpha_{nN}=20^\circ$. При всех других значениях по названной причине коэффициент формы зубьев Y_{FS} имеет большие значения и, следовательно, передача будет иметь более низкую прочность.

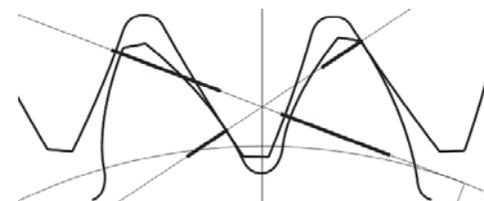


Рисунок 3 – Зацепление зубьев, имеющих наиболее высокую прочность: $\alpha_n=33^\circ$, $\alpha_{nN}=20^\circ$

Полученные углы исходного несимметричного контура $\alpha_{nN}=33^\circ$ для основного профиля и $\alpha_n=20^\circ$ для направляющего можно рекомендовать для применения в различных машинах. Общим для зубчатых передач с несимметричным профилем может быть исходный контур, показанный на рисунке 4.

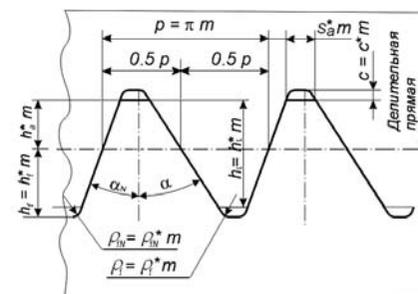


Рисунок 4 – Теоретический исходный контур для несимметричных зубьев

В таблице 2 приведены параметры трёх исходных контуров, каждый из которых рекомендуется для определенного класса зубчатых передач.

Таблица 2

№	α_{nN}	α_n	h_a^*	s_a^*	ρ_f^*	ρ_{fN}^*	C^*
1	33°	20°	1,0	var	0,2	0,2	0,25
2	25°	20°	var	0,35	0,3	0,3	0,25
3	33°	25°	1,0	var	0,3	0,3	0,2

Здесь символ var означает переменную изменяемую величину. В зубчатых передачах с исходными контурами №1 и №3 таковой является толщина зубьев на вершине зуба. В зубчатых передачах с исходным контуром №2 толщина зубьев на вершине – величина постоянная, но коэффициент высоты головки зубьев – величина изменяемая.

Исходный контур №1 рекомендуется для высоконагруженных передач, например для подъемного механизма. Исходный контур №2 – для быстроходных редукторов. Исходный контур №3 для зубчатых колес планетарных механизмов, в которых как основной, так и направляющий профили зубьев передают нагрузку.

Коэффициент h_f^* , в таблице 2 не приводится, поскольку зависит от коэффициента h_a^* сопряженного колеса.

Назначение уменьшенных радиусов ρ_f^* и ρ_{fN}^* в исходном контуре №1 связано с тем, что при иных параметрах не удастся реализовать правильное: без подрезания и интерференции зацепление колес во всём диапазоне изменения чисел зубьев и коэффициентов смещения. Но для конкретной зубчатой передачи радиусы ρ_f^* и ρ_{fN}^* могут быть вычислены оптимально по критерию минимума изгибных напряжений, что позволит дополнительно уменьшить их на 10-15%. Форма переходной кривой таких зубьев показана на рисунке 3.

Толщина вершины зубьев s_a передач с исходным контуром №2 для быстроходных редукторов задается постоянной величиной, равной $s_a = s_a^* m$. Такое решение позволяет создавать зубчатые передачи с максимально большим коэффициентом перекрытия и высокой плавностью работы.

Расчет коэффициентов формы выполнен методом, описанным в работе [7], при условиях: сила приложена к вершине зуба; метод обработки – обкатка фрезой без протуберанца.

Так для зубчатого колеса $z=20$, $x=0,226$ при угле исходного контура $\alpha_n=33^\circ$ и $\alpha_{nN}=20^\circ$ коэффициент Y_{FS} равен 3,29, при этом для стандартных зубьев с углом профиля $\alpha_n=20^\circ$ коэффициент Y_{FS} равен 3,77 по стандартам [9, 10].

Таким образом, изгибная прочность при применении зубьев с несимметричным контуром может быть повышена 14-28%.

4. Метод определения угла направляющей стороны исходного контура при разных значениях угла основной стороны. В машиностроении применяются зубчатые колеса с различными углами исходного контура от 15 до

35. Рассмотрим, какое значение направляющего угла будет наиболее оптимальным для основного угла, назначенного по условию максимального коэффициента перекрытия, контактной или изгибной прочности. Применим метод, аналогичный описанному в предыдущем разделе. Расчетные данные представим в виде таблицы 3. Для множества пар значений углов основной и направляющей сторон от 15 до 45 данные расчета коэффициентов Y_{FS} , занесены в таблицу 3.

Таблица 3 – Результаты расчета коэффициента Y_{FS}

Угол направляющей стороны исходного контура	Угол основной стороны исходного контура							
	15°	20°	25°	30°	33°	35°	40°	45°
10°	4,3	4,12	3,91	3,68	3,6	3,52	3,4	3,54
15°	4,1	3,93	3,74	3,54	3,47	3,4	3,4	3,71
20°	3,96	3,78	3,6	3,45	3,29	3,37	3,5	
25°	3,8	3,65	3,49	3,4	3,42	3,44		
30°	3,7	3,55	3,45	3,44	3,51	3,57		
33°	3,65	3,48						
35°	3,6	3,54	3,56	3,64				
40°	3,7	3,76	3,7					

Из результатов расчета, отраженных в таблице 3 видно, что оптимальные углы основной и направляющей сторон будут $\alpha_n=33^\circ$ и $\alpha_{nN}=20^\circ$. Важно также то, что если рабочей будет направляющая сторона профиля зуба, то и в этом случае изгибные напряжения будут минимальны.

5. Изготовление зубчатых колес с несимметричным профилем. Э.Б. Вулгаковым [1] получены основные формулы для точного образования зубьев методом обкатки. Процесс обкатки, полученный методом моделирования на компьютере, показан на рисунке. 5,а. На рисунке 5,б показано поле напряжений на несимметричном зубе. На нем видно, что контактные напряжения максимальны не на поверхности, а на некотором расстоянии от поверхности внутри тела зуба. Это позволяет определить необходимую глубину слоя цементации.

Для обработки колес с несимметричными зубьями более целесообразно применять станки, работающие методом копирования. В этом случае в компьютер зубошлифовального станка вводятся координаты точек профиля и переходной кривой, что позволяет полностью реализовать преимущества зубчатых колес с несимметричными зубьями.

Выводы:

1. Зубчатые передачи с зубьями, имеющими несимметричный профиль, позволяют повысить прочность зубьев за счет увеличения приведенных радиусов кривизны и увеличенной толщины зубьев в основании. Несимметричные зубья имеют большую толщину зубьев на вершине, что уменьшает сколы зубьев и при большей высоте зубьев достигается большая плавность зацепления.

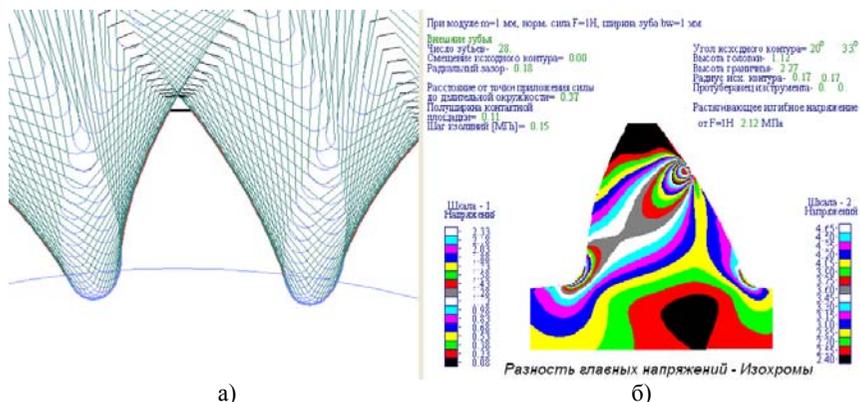


Рисунок 5 – Моделирование: а) образования зубьев с несимметричным профилем зубьев и углами профиля $\alpha_n=33^\circ$, $\alpha_{nN}=20^\circ$ методом обкатки; б) поля напряжений

2. В настоящее время имеется опыт серийного изготовления авиационных зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев.

3. Применение зубьев с несимметричным профилем позволяет уменьшить изгибные напряжения на 14–28% и контактные напряжения на 18%.

4. Наименьшие изгибные напряжения достигаются при полном сглаживании переходной кривой.

5. Углы исходного контура зубчатых колес несимметричным профилем во всех случаях не равны углам профиля инструментального производящего контура. Это должно учитываться при разработке технологии изготовления зубчатых колес с несимметричным профилем. Для измерения толщины зубьев колес с несимметричным профилем нельзя применять метод измерения по длине общей нормали.

6. Для каждого основного угла исходного контура α_n существует такой направляющий угол α_{nN} , при котором изгибающие напряжения на стороне основного контура минимальны. Углы основной и направляющей сторон $\alpha_n=33^\circ$ и $\alpha_{nN}=20^\circ$ являются оптимальными для зубчатых передач с несимметричным профилем зубьев.

Список литературы: 1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1995. – 320с. 2. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач; http://new.gears.ru/zip/vulg/vulgakov_book.zip 3. Вулгаков Э.Б., Дорофеев В.Л. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах // Конверсия в машиностроении. – 2002. – С.148-154. 4. Вулгаков Э.Б., Дорофеев В.Л. Компьютерное проектирование эвольвентных зубчатых передач в обобщающих параметрах; http://new.gears.ru/zip/vulg/vulg_s5.zip 5. Kapelevich A.L. Measurement of directly designed gears with symmetric and asymmetric teeth. VDI Berichte 2108 Band 2, 2010, 1029-1038. 6. Справочник по геометрическому расчёту эвольвентных зубчатых и червячных передач / Под ред. И.А. Болотовского. – М.: Машиностроение, 1986. – С.252-254. 7. Ананьев В.М., Дорофеев В.Л., Капелевич А.Л. Новые подходы к проектированию зубчатых передач авиационных редукторов // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2009. – Вып.20. – С.19-29. 8. Novikov A.S., Paikin A.P., Dorofeyev V.L., Ananiev V.M., Kapelevich A.L. Application of Gears With Asymmetric Teeth in

Turboprop Engine Gearbox // Gear Technology, January/February 2008, s.60-65. 9. БДС 17108-89 Преадаки зьбни цилиндрични эвольвентни с вьшно зацепване. Якостно изчисляване на зьбите. – София. Комитет по качеството, 1990. – 124с. 10. СТ СЭВ 5744-86 Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. 11. Дорофеев Д.В. Анализ методов оценки контактной выносливости зубчатых передач для повышения эффективности проектирования с использованием нового метода построения блокировочных контуров // Вісник НТУ "ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2009. – Вып.20. – С.59-66. 12. Дорофеев Д.В., Шевченко И.В. Метод синтеза эвольвентного зубчатого зацепления для передач авиационной техники // Авиационная промышленность. – 2010. – №1. – С.39-42. 13. Дорофеев Д.В., Шевченко И.В. Блокирующий контур для зубчатых передач, спроектированных по заданной толщине зубьев на вершине // Электронный журнал "Наука и образование"; <http://technomag.edu.ru/doc/174986.html>

Поступила в редколлегию 31.05.11

УДК 621.833

В.И. КОРОТКИН, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, г. Ростов-на-Дону, Россия

О.В. ЯВРУЯН, к.ф.-м.н., младший научный сотрудник НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ

ПРОДОЛЬНАЯ МОДИФИКАЦИЯ АРОЧНЫХ ЗУБЬЕВ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА КАК ФАКТОР СНИЖЕНИЯ ИХ НАПРЯЖЁННОСТИ

Приведена система, содержащая уравнения упругого равновесия и совместности упругих перемещений, дана зависимость для определения жёсткости арочных зубьев Новикова. Показано влияние технологических погрешностей зацепления на реальное количество контактных точек. С помощью разработанной программы дан анализ контактной и изгибной напряжённости зубьев при продольной модификации их поверхностей.

Приведена система, що містить рівняння пружної рівноваги і спільності пружних переміщень, дана залежність для визначення жорсткості арочних зубів Новікова. Показаний вплив технологічних погрешностей зацеплення на реальну кількість контактних крапок. За допомогою розробленої програми даний аналіз контактною і вигинистою напруженості зубів при подовжній модифікації їх поверхонь.

Shows a system containing an equation of elastic equilibrium and the compatibility of the elastic displacements, given the dependence for determining the stiffness of the Novikov arched teeth. Shows the influence of technological errors in engagement to the actual number of contact points. With using the developed program was given the analyzes the contact stress and bending stress of teeth with longitudinal modification of their surfaces.

Известны достоинства цилиндрических зубчатых передач с арочными зубьями, особенно применительно к зацеплению Новикова [1]. Тем не менее, исследований по таким передачам явно недостаточно. Особенно это относится к работе передач в условиях технологических погрешностей зацепления

(перекосы и т.д.). Благодаря повышенной податливости околоторцовых участков арочных зубьев по ширине зубчатого венца негативное влияние различных перекосов в определённой степени компенсируется. Это происходит лишь при достаточно высоких степенях точности изготовления и сборки, и в таких случаях продольная модификация, заключающаяся в преднамеренном отводе торцов взаимодействующих поверхностей при нарезании, может оказаться бессмысленной и даже вредной. Однако при снижении точности нагрузка начинает сосредотачиваться у одного из торцов зубчатого венца, вызывая повышенную напряжённость, и тогда продольная модификация играет положительную роль, разгружая торцовые участки.

Ниже предпринята попытка дать в первом приближении анализ напряжённости арочных зубьев Новикова в условиях действия технологических погрешностей при различных степенях точности изготовления колёс передачи и различных параметрах модификации (отвода) поверхностей. Исследование проведено применительно к используемому на практике исходному контуру РГУ-5.

Анализируя напряжённое состояние арочных зубьев, можно было бы вести расчёт по среднему сечению зубчатого венца, как это иногда делается применительно к коническим колёсам [2], [3]. Однако, как показано в [4], это приводит к неверным результатам, поскольку игнорируется фактор переменности ряда параметров по ширине зубчатого венца. Такой же фактор переменности имеет место и в арочных зубьях цилиндрических колёс, и его учёт является принципиальным, т.к. в этом случае представляется возможным определить фактическое число контактных точек (площадок контакта) в любой фазе зацепления, найти "опасные" сечения, лимитирующие нагрузочную способность передачи и, главное, оценить влияние продольной модификации при работе передачи с технологическими погрешностями. Поскольку за неимением достаточных данных по арочным зубьям приходится в каждой контактной точке рассматривать их как косозубые (с переменными параметрами – углом наклона, приведенным числом зубьев и т.д.), то, разумеется, некоторая условность расчёта остаётся, однако достоверность получаемых при этом результатов существенно выше, чем при рассмотрении только среднего сечения.

Запишем систему, содержащую уравнения упругого равновесия и совместности перемещений контактирующих зубьев [4] без учёта податливости соприкасающихся деталей конструкции привода:

$$\begin{cases} W_i + \delta u_i + \delta l_i = W_{(i+1)} + \delta u_{(i+1)} + \delta l_{(i+1)}; \\ T_\Sigma = \sum_{i=1}^{2n} T_i. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь обозначено: W – суммарное (контактное и изгибно-сдвиговое) перемещение зуба, δu – приведенная технологическая погрешность в зацеплении, δl – параметр модификации (отвод) взаимодействующих поверхностей,

T_Σ – суммарный вращающий момент передачи, T_i – вращающий момент на i -ой площадке контакта, n – теоретическое количество контактных точек на полушевроне.

Рассмотрим подробнее входящие в систему (1) элементы.

Условимся все переменные параметры, зависящие от положения контактной точки по ширине зубчатого венца (и, следовательно, от соответствующего угла наклона зуба), помечать индексом "z".

В рамках высказанных выше представлений запишем выражение для суммарного (контактного и изгибно-сдвигового) перемещения W зуба [4]:

$$W_z = A \cdot K_{ук} (T_z K_{bz})^{0,64} \cos \alpha_k^{-1,64} m_0^{-0,93} (\rho_{\beta z}^*)^{-0,3} (\cos \beta_z)^{-1} \cdot z_1^{-0,67} \cdot u^{-0,64}. \quad (2)$$

В формуле (2): A – некоторый коэффициент, зависящий от номинального радиуса r_0 резцовой головки и равный [5] $A = 0,6 + 0,4B$, где $B = 0,214(r_0 / m_t)^{0,44}$, m_t – торцовый модуль передачи ($0,65 \leq B \leq 1$); $K_{ук}$ – коэффициент, зависящий от исходного контура, для РГУ-5 равный 0,0651; T_z – доля вращающего момента, приходящаяся на данную площадку контакта; K_b – коэффициент, учитывающий влияние торца и изменяющийся по экспоненциальному закону от 1 до 2 [6]; α_k – угол давления; m_0 – модуль реза инструмента; ρ_{β} – приведенный главный продольный радиус кривизны взаимодействующих поверхностей зубьев; β – угол наклона зуба; z_1 – число зубьев шестерни; $u = z_2 / z_1$ – передаточное число.

(Здесь и далее звёздочка означает отнесение параметра к модулю инструмента или передачи).

Поскольку стандартов по нормам точности для передач Новикова (тем более с арочными зубьями) до сих пор не существует, приходится технологические отклонения принимать из стандарта для эвольвентных передач [7]. В качестве основных влияющих факторов учитывались: перекося и непараллельность осей передачи, подчиняющиеся линейному закону по ширине зубчатого венца, разность окружных шагов шестерни и колеса (учитывалась при переходе от одного зуба к другому), отклонения профиля зуба шестерни и колеса (учитывались при переходе контакта с головки на ножку зуба и наоборот одного и того же элемента пары).

При определении δu_z принимался во внимание вероятностный характер распределения отклонений по нормальному закону с заданием определённой "степени риска" [4] применительно к серийному производству.

Задаваясь величиной δl_T преднамеренного отвода взаимодействующих поверхностей на торцах зубьев, называемого степенью продольной модификации, получим отвод поверхностей в любой рассматриваемой точке по ширине зубчатого венца в виде:

$$\delta l_z = (b_z/0,5)^2 \delta l_T, \quad (3)$$

где b_z – выраженное в долях ширины b_w зубчатого венца расстояние от рассматриваемой точки до середины зубчатого венца, измеренное в направлении осей зубчатых колёс пары в сторону торца.

Заданная величина отвода δl_T легко обеспечивается увеличением диаметра d резцовой головки, нарезающей вогнутую сторону зуба, на величину Δd_0 по сравнению с номинальным диаметром d_0 резцовой головки, нарезающей выпуклую сторону зуба, так что

$$\Delta d_0 = d - d_0 = 4\delta l_T d_0^2 / (b_w^2 - 4d_0 \delta l_T). \quad (4)$$

Решая систему (1), получают число фактических точек (площадок) контакта, в которых определено не равное нулю отношение вращающего момента, приходящегося на данную точку, к суммарному (подводимому) моменту:

$$K_{Tz} = T_z / T_\Sigma. \quad (5)$$

Чтобы провести анализ напряжённости зуба в различных точках, запишем выражения для текущих значений изгибного σ_{Fz} и контактного σ_{Hz} напряжений:

$$\sigma_{Fz1,2} = 2000 K_{Tz1,2} K_{bz1,2} T_{\Sigma1,2} Y_{Vz1,2} Y_{az1,2} K_t / [z_{1,2} (m_t \cos \beta)^3]; \quad (6)$$

$$\sigma_{Hz} = Z_H [K_{Kz} T_{\Sigma1,2} / (z_{1,2} \cos \alpha_k)]^{0,687} m_0^{-2,063} (\rho_{\beta z}^*)^{-0,312} (Z_l K_l)^{-1,063}. \quad (7)$$

(Индексы "1" и "2" относятся соответственно к шестерне и колесу).

Здесь обозначено [4]: K_b – коэффициент, учитывающий влияние торца на изгибные напряжения; Y_V – объёмный коэффициент формы зуба; Y_a – коэффициент учёта продольной протяжённости площадки контакта; K_t – экспериментально установленный [8] параметр, учитывающий разное сопротивление изгибу в зависимости от того, с какой стороны – вогнутой или выпуклой – приложена нагрузка к головке зуба шестерни или колеса: в первом случае $K_t = 1$, во втором – $K_t = 0,8$; параметры Z_H, Z_l, K_l, l зависят от исходного контура и твёрдости поверхностей зубьев [4]; K_K – коэффициент, учитывающий влияние торца на контактные напряжения, он зависит от длины пятна контакта и его удалённости от торца [4].

Из структуры формул (6) и (7) можно выделить переменную часть, зависящую от упомянутого выше положения b_z контактной точки вдоль осей колёс или от величины угла β_z наклона зуба. Переменную часть назовём параметром соответственно изгибной K_{Fz} и контактной K_{Hz} напряжённости зуба:

$$\text{– для шестерни} \quad K_{Fz1} = K_{Tz1} K_{bz1} Y_{Vz1} Y_{az1} K_t \sec^3 \beta_{z1}; \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{– для колеса} \quad K_{Fz2} &= K_{Tz2} K_{bz2} Y_{Vz2} Y_{az2} K_t \sec^3 \beta_{z1}; \\ K_{Hz} &= (K_{Kz})^{0,687} (\rho_{\beta z}^*)^{-0,312}. \end{aligned} \quad (9)$$

Для вычисления параметров напряжённости разработана специальная программа. Весь период зацепления разбивается на любое заданное количество фаз, отыскиваются максимальные значения параметров напряжённости, по которым можно судить о степени напряжённости зубьев передачи и проводить анализ для различных степеней точности и продольной модификации.

Таблица 1 – Результаты расчёта параметров напряжённости для варианта $t = 1$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
δl_T , мм	Степ. точн.	K_{Fz}	$2n_\phi$	b_z	k	K_{Hz}	$2n_\phi$	b_z	k
0	0	0,098	10	0,278	1	0,069	10	0,278	1
	6	0,158	10	0,494	1	0,080	10	0,278	1
	8	0,231	10	0,494	1	0,099	10	0,492	2
	10	0,414	5	0,494	1	0,161	10	0,484	2
	12	0,747	6	0,497	2	0,266	10	0,476	2
0,03	0	0,127	10	0,278	1	0,083	10	0,278	1
	6	0,151	10	0,278	1	0,094	10	0,278	1
	8	0,165	10	0,494	1	0,095	10	0,278	1
	10	0,336	6	0,494	1	0,134	6	0,468	2
0,05	12	0,645	6	0,497	2	0,250	5	0,476	2
	0	0,146	10	0,278	1	0,092	10	0,278	1
	6	0,171	10	0,278	1	0,103	10	0,278	1
	8	0,173	10	0,278	1	0,104	10	0,278	1
0,07	10	0,285	6	0,494	1	0,124	6	0,468	2
	12	0,577	6	0,497	2	0,234	5	0,476	2
	0	0,163	10	0,278	1	0,099	10	0,278	1
	6	0,189	9	0,278	1	0,111	9	0,278	1
0,1	8	0,192	9	0,278	1	0,112	9	0,278	1
	10	0,234	6	0,494	1	0,115	6	0,278	1
	12	0,510	5	0,494	1	0,217	5	0,476	2
	0	0,184	8	0,278	1	0,109	8	0,278	1
0,12	6	0,212	8	0,278	1	0,120	8	0,278	1
	8	0,217	8	0,278	1	0,123	8	0,278	1
	10	0,230	6	0,278	1	0,128	6	0,278	1
	12	0,432	5	0,494	1	0,189	5	0,476	2
0,12	0	0,195	6	0,278	1	0,113	6	0,278	1
	6	0,223	6	0,278	1	0,125	6	0,278	1
	8	0,232	7	0,278	1	0,128	7	0,278	1
	10	0,250	6	0,278	1	0,136	7	0,278	1
	12	0,380	5	0,494	1	0,174	7	0,468	2

Продолжение таблицы 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,15	0	0,208	6	0,278	1	0,119	6	0,278	1
	6	0,237	5	0,278	1	0,131	5	0,278	1
	8	0,249	6	0,278	1	0,135	6	0,278	1
	10	0,278	7	0,278	1	0,147	7	0,278	1
	12	0,305	5	0,494	1	0,160	5	0,468	2

Таблица 2 – Результаты расчёта параметров напряжённости для варианта $t = 2$

δ_T , мм	Степ. точн.	K_{Fz}	$2n_\phi$	b_z	k	K_{Hz}	$2n_\phi$	b_z	k
0	0	0,105	8	0,267	2	0,069	8	0,267	2
	6	0,148	10	0,495	2	0,093	8	0,472	1
	8	0,224	10	0,495	2	0,121	8	0,472	1
	10	0,407	5	0,495	2	0,185	5	0,472	1
	12	0,722	6	0,498	1	0,273	4	0,472	1
0,03	0	0,131	8	0,267	2	0,081	8	0,267	2
	6	0,148	10	0,248	2	0,088	10	0,198	1
	8	0,149	10	0,248	2	0,102	8	0,472	1
	10	0,320	6	0,495	2	0,166	5	0,472	1
	12	0,618	5	0,495	2	0,258	4	0,472	1
0,05	0	0,148	8	0,267	2	0,089	10	0,198	1
	6	0,167	10	0,248	2	0,097	9	0,198	1
	8	0,169	9	0,248	2	0,099	8	0,198	1
	10	0,263	6	0,495	2	0,153	5	0,472	1
	12	0,561	5	0,495	2	0,247	4	0,472	1
0,07	0	0,163	8	0,267	2	0,096	6	0,198	1
	6	0,184	9	0,248	2	0,105	7	0,198	1
	8	0,187	8	0,248	2	0,107	8	0,198	1
	10	0,229	5	0,472	1	0,140	5	0,472	1
	12	0,502	5	0,495	2	0,236	4	0,472	1
0,1	0	0,181	6	0,267	2	0,105	6	0,198	1
	6	0,202	6	0,248	2	0,113	6	0,198	1
	8	0,209	7	0,248	2	0,117	6	0,198	1
	10	0,222	6	0,248	2	0,125	5	0,198	1
	12	0,428	4	0,472	1	0,219	4	0,472	1
0,12	0	0,190	6	0,267	2	0,109	6	0,198	1
	6	0,210	5	0,248	2	0,117	5	0,198	1
	8	0,220	6	0,248	2	0,121	5	0,198	1
	10	0,240	6	0,248	2	0,131	5	0,198	1
	12	0,396	4	0,472	1	0,207	4	0,472	1
0,15	0	0,199	4	0,267	2	0,113	4	0,198	1
	6	0,219	4	0,248	2	0,121	4	0,198	1
	8	0,231	5	0,248	2	0,125	4	0,198	1
	10	0,265	6	0,248	2	0,139	5	0,198	1
	12	0,346	4	0,472	1	0,188	4	0,472	1

В качестве типичного примера проведём анализ зубчатой передачи с исходным контуром РГУ-5, имеющей следующие параметры: $m_0 = 3,15$ мм, $m_t = 3,5$ мм, $z_1 = 15$, $z_2 = 46$, коэффициенты смещения исходного контура $x_{1,2}^* = \pm 0,1$, $b_w = 140$ мм, $d_0 = 220$ мм, "степень риска" – 3% [4]. Пусть, к примеру, $T_{\Sigma 2} = 3000$ Н·м. Теоретическое количество точек (площадок) контакта на полной ширине зубчатого венца на разных фазах зацепления этой передачи колеблется от 8 до 12.

Весь период зацепления разбит на 21 фазу, а расчёты проведены для разных степеней точности по [7], разных величин δ_T продольной модификации и двух вариантов: варианта с вогнутой стороной зуба шестерни и выпуклой стороной зуба колеса (обозначен $t = 1$) и варианта с вогнутой стороной зуба колеса и выпуклой стороной зуба шестерни (обозначен $t = 2$). Степень точности "0" означает передачу, изготовленную без технологических погрешностей. Некоторые результаты сведены в таблицы 1 и 2. Помимо максимальных значений параметров напряжённости $K_{Fz1,2}$ и K_{Hz} в таблицах показаны соответствующие положения b_z "опасных" сечений, фактическое количество $2n_\phi$ контактных точек по обоим полушевронам, а также показатель k , равный 1, если в "опасном" сечении имеем контакт головки зуба шестерни с ножкой зуба колеса, и равный 2, если имеем контакт головки зуба колеса с ножкой зуба шестерни.

Обработка большого объёма данных позволяет сделать следующие выводы.

1) Характер изменения параметров напряжённости примерно одинаков для обоих вариантов ($t = 1$ и $t = 2$).

2) При любом значении отвода δ_T понижение точности передачи ведёт к росту напряжённости.

3) При понижении точности передачи уменьшается фактическое количество $2n_\phi$ контактных точек, а "опасные" сечения приближаются к торцу ($b_z \rightarrow 0,5$).

4) При степени точности "0" с ростом δ_T неуклонно нарастает напряжённость, из чего следует, что для высокоточных передач (степень точности выше 6-й) продольная модификация бессмысленна и даже вредна; при степенях точности 6...10 обычно существуют некоторые оптимальные значения δ_T , при которых напряжённость минимальна; при грубых степенях точности (11,12) с ростом δ_T до некоторых достаточно высоких значений, как правило, происходит неуклонное снижение напряжённости.

Выполненное исследование позволяет дать некоторые предварительные рекомендации:

1. Для передач степени точности выше 6-й применять продольную модификацию поверхностей зубьев не следует.

2. Для передач степеней точности 6...12 можно ориентировочно руководствоваться рекомендательными данными из таблицы 3, в которой λ_F и λ_H показывают, во сколько раз снижается соответственно изгибная и контактная напряжённость модифицированных зубьев по сравнению с немодифицированными ($\Delta_T = 0$) при прочих равных условиях.

Таблица 3 – Ориентировочные рекомендации по назначению величины Δ_T

Степень точности по [7]	Рекомендуемое значение Δ_T в долях модуля m_t	λ_F	λ_H
6...8	0,008...0,011	до 1,4	до 1,1
9...10	0,014...0,020	1,6...1,8	1,2...1,4
11	0,035	до 2	до 1,6
12	свыше 0,045	свыше 2	свыше 1,6

Таким образом, продольная модификация поверхностей арочных зубьев является мощным инструментом снижения их напряжённости, при этом эффект тем больше, чем ниже точность передачи.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 10-08-00031

Список литературы: 1. Догода М.И., Еремин В.Е., Догода А.И. Разработка и освоение высоконагруженных арочных передач и средств для их производства // Вестник машиностроения. – 1990. – №9. – С.41-44. 2. Зубчатые передачи. Справочник. 2-е изд., перераб. и доп. / Под ред. Е.Г. Гинзбурга. – Л.: Машиностроение. – 1980. – 416с. 3. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: Техніка, 1978. – 144с. 4. Короткин В.И., Онишков Н.П., Харитонов Ю.Д. Зубчатые передачи Новикова. Достижения и развитие. – М.: Машиностроение-1, 2007. – 384с. 5. Айрапетов Э.Л., Городничий В.П., Ерихов М.Л., Сызранцев В.Н. Нагруженность цилиндрических передач с арочными зубьями // Вестник машиностроения. – 1986. – №2. – С.20-22. 6. Заблонский К.И. Зубчатые передачи. Распределение нагрузки в зацеплении. – Киев: Техніка, 1977. – 208с. 7. ГОСТ 1643-81. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 69с. 8. Беляев А.И., Сирицын А.И., Сирицын Д.А. Результаты испытаний арочных зубьев колёс на износ и сопротивление усталости при изгибе // Вестник машиностроения. – 1997. – №1. – С.6-8.

Поступила в редакцию 04.05.11

УДК 621.771

П.В. КРОТ, к.т.н., ИЧМ им. З.И. Некрасова НАН Украины, г. Днепрпетровск

СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ЛИНИЯХ ПРИВОДА СТАНОВ ГОРЯЧЕЙ ПРОКАТКИ

Выполнены теоретические исследования и разработана система мониторинга динамических нагрузок в линиях привода станов горячей прокатки. Разработаны динамические модели и программное обеспечение, позволяющие формировать базы данных о накопленных циклах нагрузок и отказах элементов линии привода и представлять статистическую информацию в удобном виде для принятия решений в подразделениях по эксплуатации прокатных станов.

Виконано теоретичні дослідження і розроблено систему моніторингу динамічних навантажень у лініях приводу станів гарячої прокатки. Розроблені динамічні моделі та програмне забезпечення, що дозволяють формувати бази даних про накопичені цикли навантажень та відмови елементів лінії приводу й представляти статистичну інформацію у зручному вигляді для прийняття рішень у підрозділах з експлуатації прокатних станів.

Theoretical research has been carried out and monitoring system is developed of the dynamic loads in the drivelines of hot rolling mills. Dynamic models and software are developed, which allow to support databases with history of loading cycles and failures of driveline elements and to represent statistical information in convenient form for decision making in maintenance departments of rolling mills.

Введение. Согласно действующим правилам технической эксплуатации станов горячей прокатки [1], их текущее обслуживание, включающее замены узлов и деталей, производится на основе планово-предупредительных ремонтов (ППР) по текущим величинам износа, как основного параметра технического состояния оборудования (ТСО). При назначении сроков ППР учитывают общий износ в виде полных угловых и радиальных зазоров, хотя только открытая их часть, зависящая от текущих настроек и конструктивных особенностей линий привода, определяет динамические нагрузки, приводящие к наиболее частым поломкам и отказам оборудования. Если зазор оказывается закрытым к моменту приложения нагрузки и не раскрывается при последующих колебаниях, то он никак не влияет на динамику системы и не может быть критерием для выполнения текущего ремонта. С другой стороны, открытая часть зазоров влияет на пиковые нагрузки, но не является критерием для назначения сроков технического обслуживания или замены узлов. Возникающее противоречие с правилами технической эксплуатации может быть разрешено в автоматизированной системе мониторинга, реализующей функции диагностики, как полной величины зазоров, так и открытой части [2]. Однако, такие измерения на крупногабаритном прокатном оборудовании сложной технической задачей в связи с изменчивым характером проявления зазоров и многими факторами, влияющими на величину их открытой части.

Анализ публикаций. За рубежом широко применяются автоматизированные системы управления активами на предприятиях (EAM – Enterprise As-

set Management), которые в основном выполняют функции планирования загрузки ремонтных цехов и формирования заказов на закупку запасных частей с учетом необходимого резервирования. Наблюдение за технологией и оборудованием, включая прогнозирование остаточного ресурса отдельных узлов прокатных станков, реализуется на основе телеметрических измерителей крутильных моментов и датчиков вибрации, установленных в отдельных точках по линии привода, например, в системе фирмы SMS Siemag (PPMS – Plant and Process Management System) [3] или разрабатываемой в России [4]. Большинство же систем мониторинга используют токовые сигналы электроприводов [5], которые более доступны для регистрации стандартными техническими средствами. Некоторое приближение к реальным уровням механических нагрузок дают специальные методы обработки токовых сигналов электроприводов, предложенные в работе [6], но только если контуры регулирования имеют достаточно высокую частоту среза, включающую диапазон первых двух собственных частот линии привода.

В станах горячей прокатки по условиям работы наблюдается большая по отношению ко всему циклу прокатки продолжительность переходных процессов при захватах, выбросах и ударах раската на транспортирующем рольганге. Это вызывает колебания элементов линии привода и создает определенные трудности применения стандартных средств и методов диагностики [7] на прокатных станах, особенно зазоров. Предложены методы диагностики износа в переходных режимах [8, 9]. Экспериментальные исследования, выполненные на нескольких станах горячей и холодной прокатки, показали, что измерение суммарных зазоров может быть выполнено датчиками угловых положений магнитного или оптического типа, установленными на элементах линии привода в стационарном или съемном исполнении. С другой стороны, по параметрам колебаний на собственных частотах можно не только судить о величинах пиковых нагрузок, но и диагностировать зазоры [10].

Постановка проблемы. Измерение токовых или механических нагрузок на одном из валов не позволяет получать достоверные данные о динамических нагрузках в различных элементах редукторных линий привода прокатных станков. В отличие от систем без редукторов, динамика может в несколько раз отличаться по сравнению с точкой, где установлен стационарный измеритель моментов (обычно на шпинделях или моторном валу). Поэтому необходимы динамические модели для оценки нагрузок в недоступных для измерения точках по линии привода. Алгоритмы системы мониторинга должны учитывать влияние настроек оборудования (шпиндельных узлов), параметров прокатки (соотношения скорости и уровня раската по отношению к валкам) и текущий износ элементов привода в виде угловых и радиальных зазоров, что требует реализации функций диагностики. Это позволит адаптировать параметры нелинейной динамической модели для более точного расчета накопленных повреждений и одновременно планировать сроки обслуживания кле-

тей. Технические средства измерений моментов и зазоров должны функционировать в тяжелых условиях прокатного производства и основываться на бесконтактном принципе передачи данных и питания.

Цель исследования. Целью исследований является разработка математического и программного обеспечения, технических средств измерения моментов, составляющих основу стационарных автоматизированных систем мониторинга и диагностики линий привода прокатных станков. Принципы построения и функционирования таких систем должны обеспечивать надежную эксплуатацию прокатных станков под действием нестационарных технологических нагрузок и повышенном уровне износа оборудования.

Методы решения задачи. Основная идея разработанных методов мониторинга и диагностики состоит в использовании нелинейных свойств механических систем прокатных станков, которые при наличии зазоров искажают пропорциональную (для линейных систем) зависимость выходных (измеряемых) сигналов от входных воздействий (статической нагрузки на валках). Для расчета идеальных характеристик линейных систем (эталонных образов) и их изменений при появлении износа (зазоров) применяются динамические модели. В качестве информативных параметров для оценки динамических нагрузок и диагностики зазоров использованы: амплитуда и фаза сигнала момента и вибрации в диапазоне собственных частот, значения самих частот, изменяющихся при появлении нелинейностей, декремент свободных колебаний, отклонения статистических характеристик нагрузки, зависимость динамического отклика от статической нагрузки. Отличием разработанной системы является использование динамической модели, включающей адаптацию ее параметров по данным измерения податливости участков линий привода и их текущего износа в виде зазоров.

Интерфейс и функции системы мониторинга нагрузок*. При проектировании системы исходили из того, что повышение надежности прокатного оборудования может быть достигнуто только с помощью стационарных автоматизированных систем, включающих функции управления техническим обслуживанием и ремонтами (АСУ ТОиР). Система разрабатывалась согласно конструкции черновых и чистовых клетей широкополосного стана горячей прокатки 1680 ОАО "Запорожсталь", но может быть адаптирована к любому составу оборудования. В первую очередь, предусмотрена визуализация основных элементов линии привода клетки кварто, включающей шпиндели, шестеренную клетку, редуктор и электродвигатель. По каждой из клетей и отдельным элементам линии привода персонал может оперативно получать информацию, которая представлена (см. Рисунок 1) для одной из муфт моторного

* Программное обеспечение разработано совместно с м.н.с. Соловьевым К.В.

вала. Наряду со статистической информацией по заменам данного узла или детали, наработке и текущему износу могут строиться также графики переходных процессов в различных местах линии привода на основе расчета по модели системы и данных измерений износа элементов привода.

Накопленные за время эксплуатации прокатного стана данные о циклах нагрузок используются для построения статистических распределений напряжений в основных деталях (см. Рисунок 2). По этим данным система производит расчет вероятности наступления отказа по соотношению накопленных циклов максимальных нагрузок (σ_{max}) заданного поставщиком оборудования допустимому пределу (σ_{lim}). Статистические параметры свойств материала зацеплений редуктора и других элементов (σ_{lim}) устанавливаются по данным поставщика оборудования в пределах 15-20% или путем измерений фактической твердости поверхности по длине зубьев и по периметру шестерен.

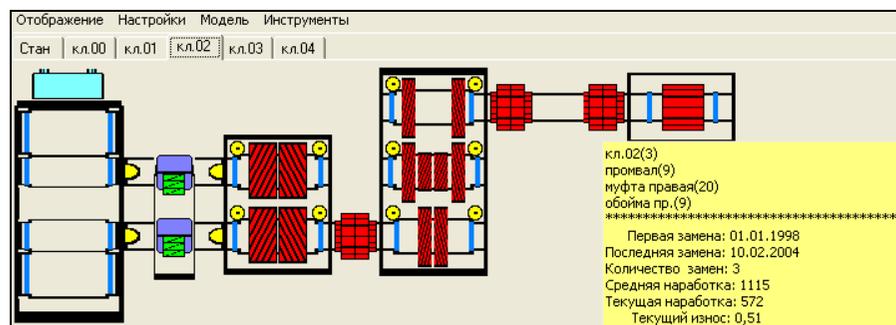


Рисунок 1 – Окно визуализации линии привода клетки с данными по износу и ресурсу

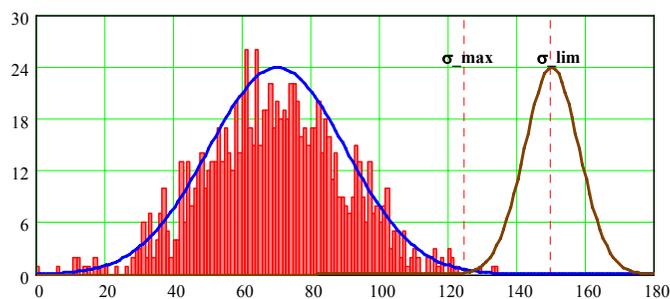


Рисунок 2 – График распределений максимальных значений момента сил упругости: σ_{max} – максимальная нагрузка (3σ); σ_{lim} – средняя допустимая нагрузка

В системе реализована поддержка базы данных по учету отказов и сроков замены деталей и узлов. Структура базы данных системы разрабатывалась совместно со службой эксплуатации стана 1680 и учитывает специфику проведения ремонтных воздействий и соответствует терминологии записей агрегатных журналов (см. Рисунок 3). Используются следующие виды воз-

действий на оборудование: 1) ввод в действие; 2) текущий ремонт; 3) капитальный ремонт; 4) аварийный ремонт. Структура оборудования имеет четыре уровня: 1) клеть; 2) агрегат; 3) узел; 4) деталь. Причины отказов классифицированы в три вида: 1) технологические; 2) конструктивные; 3) эксплуатационные. Отказы ранжированы по степени тяжести тремя уровнями: 1) повреждение; 2) поломка; 3) отказ. База данных может быть расширена на любое количество клетей стана и вспомогательное оборудование (моталки, ножницы, эджеры, рольганги). Запросы формируются на основе языка SQL, который легко поддается интерпретации и может быть использован персоналом службы эксплуатации. Например, строятся запросы такого вида:

- ресурс подшипников одного вида на разных валах редукторов;
- ресурс зубчатых зацеплений входных валов редукторов в клетях;
- периодичность обтяжки болтовых креплений на опорах валов;
- периодичность замены вкладышей на шпинделях.

Дата	Вид ремонта	Клеть	Агрегат	Узел	Деталь	Вид отказа	Вид работ
25.09.2003	аварийный	кл.03	-	-	-	-	-
25.09.2003	аварийный	кл.03	клеть прокатная	валок рабочий верхний	-	поломка	-
25.09.2003	аварийный	кл.03	шпиндельное устройство	шпиндель нижний	-	поломка	-
25.09.2003	аварийный	кл.03	шпиндельное устройство	стойки	-	повреждение	-
12.02.2004	аварийный	кл.03	-	-	-	перегрузка	-
12.02.2004	аварийный	кл.03	клеть прокатная	валок рабочий верхний	муфта	поломка	замена
12.02.2004	аварийный	кл.03	клеть прокатная	валок рабочий нижний	-	поломка	замена
12.02.2004	аварийный	кл.03	шпиндельное устройство	шпиндель нижний	-	поломка	замена
12.02.2004	аварийный	кл.03	шпиндельное устройство	стойки	-	повреждение	замена
12.02.2004	аварийный	кл.03	шпиндельное устройство	шпиндель верхний	-	поломка	замена

Рисунок 3 – Окно визуализации и ввода информации в базе данных отказов и ремонтов элементов оборудования прокатного стана (выбран фильтр вида ремонта "аварийный", агрегат "кл. 03")

В системе предусмотрено формирование отчетов по данным о нагрузках:

- диаграммы нагрузок по различным видам сортамента;
- загрузка оборудования клетей по мощности прокатки и времени;
- статистика нагрузок для каждого элемента линий привода;
- прогноз износа и остаточного ресурса оборудования;
- поиск сортамента с превышением допустимого уровня нагрузок.
- построение трендов уровней вибрации в частотных диапазонах;
- выдача аварийных предупреждений по уровням нагрузок.

Система определяет фактический ресурс и износ элементов оборудования на момент измерения вибрации, а также выводит значения кинематических частот зубчатых зацеплений и подшипников качения валков, шестерен-

ных клетей и редукторов. Использование накопленной статистики о нагрузках при анализе записей вибрации существенно ускоряет адаптацию методов диагностики и облегчает построение прогнозных моделей отказов.

Методы анализа и представления нагрузок. Эффективность анализа технологических нагрузок зависит от формы их представления пользователям системы и учета специфики процессов прокатки. Пример обработки данных показан для клетки дуо стана 1680 (см. Рисунок 4). Правая шкала графика соответствует количеству слябов, прокатанных при данном уровне статической нагрузки (средней по слябу), а левая шкала – это нагрузка привода, измеренная на моторном валу. Большую роль при этом играет алгоритм выбора значений для построения графиков нагрузок: мгновенные значения (исходные данные); средние значения по длине сляба, по одной плавке или группе плавков одного сортамента; по всему сортаменту за определенный период времени. Расчеты показали, что в качестве представительной выборки при расчетах прочности и долговечности оборудования клетей достаточно взять недельный интервал времени работы.

Анализ средних значений нагрузок по длине сляба внутри одной плавки характеризует стабильность нагрева слябов. Средние значения по плавкам одного сортамента показывают, в чем причина возможных перегрузок: неправильная схема обжатий или нарушения в режимах нагрева или задержки при транспортировке слябов по рольгангу. Чем большее количество слябов фиксируется с превышением нагрузок (вертикальные столбцы на Рисунок 4) на одном из номеров сортамента (выведены по горизонтальной оси и определяются в отдельной таблице), тем больше вероятность неправильной схемы обжатий, а не разовых выбросов нагрузки при низкой температуре металла.

Статистический анализ нагрузок на различном сортаменте позволяет оценить влияние отклонений в технологическом режиме прокатки на отказы отдельных узлов и совершенствовать (изменять) режимы прокатки по условиям надежности стана, снизить аварийные поломки и повысить эффективность эксплуатации оборудования.

Идентификация причин повышенных нагрузок на основе реальных данных измерений проводится, как во временной, так и в частотной области (по амплитудным и фазовым частотным характеристикам системы). В качестве примера на Рисунок 5а приведены расчетная амплитудная частотная характеристика (АЧХ) по каналу "момент на валках – момент на входе редуктора" и спектр технологической нагрузки на рабочих валках в клетке дуо стана 1680. Построения для остальных клетей выполняются аналогично. Фазовые характеристики показывают места наибольших нагрузок по линии привода, соответствующие узлам крутильных колебаний по первым формам. В узлах колебаний, если они попадают в зубчатые зацепления, происходит раскрытие зазоров в переходных режимах нагрузок. Применение такого представления данных в большей степени соответствует задачам динамического анализа механических систем, чем обычное распределение нагрузок, представленное на Рисунок 5б или применяемые для расчета цикловой прочности оборудования кривые Вёллера. Термин "спектр нагрузки" применяется, как правило, для обычного распределения, которое показывает рассеяние нагрузки только по одному из параметров – амплитуде (вертикальная ось на Рисунок 5а). Второй важный параметр – время нарастания нагрузки, или обратная ей величина – частота, остается неучтенным (горизонтальная ось на Рисунок 5а), хотя существенно влияет на динамику линии привода.

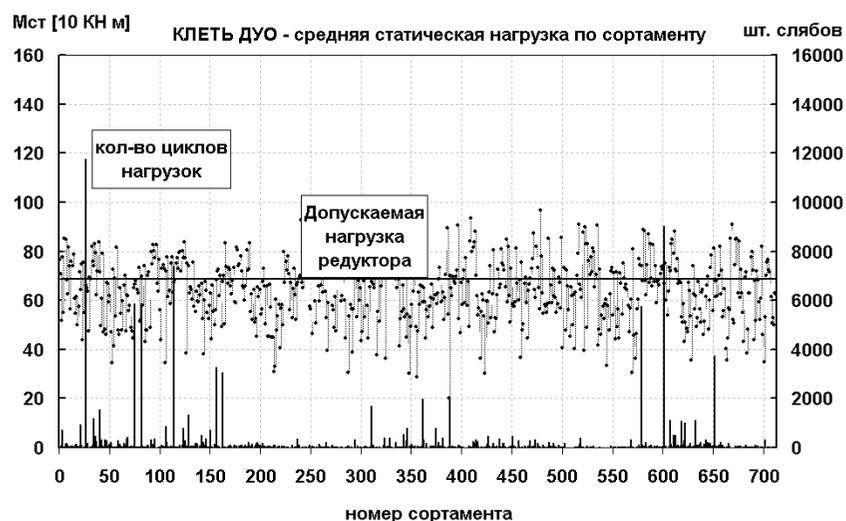


Рисунок 4 – Средняя по слябам статическая нагрузка в клетке дуо стана 1680

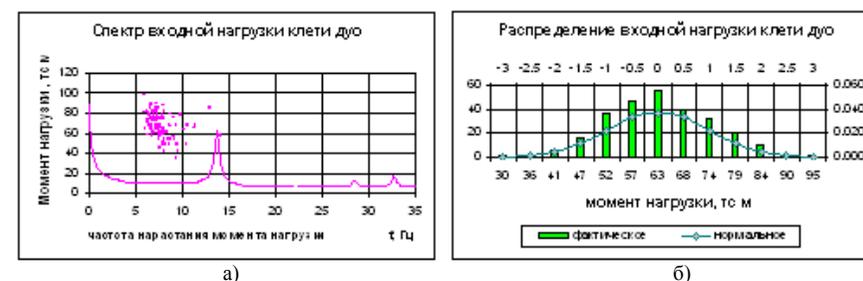


Рисунок 5 – Спектр технологической нагрузки в клетке дуо стана 1680:
а) спектр входной нагрузки и расчетный график АЧХ линии привода;
б) стандартное распределение входной нагрузки

В реальных условиях нагрузка на валках прикладывается за время заполнения очага деформации металлом. На Рисунок 6 приведены расчетные зависимости нагрузки по различным участкам линии привода от времени нарастания момента прокатки. Левая граница графиков соответствует мгновенному захвату. Правый график по оси абсцисс размечен по частоте ($f=1/2T$, где

T – время нарастания нагрузки при захвате). Согласно статистике по обжатам и скорости валков в черновой группе клетей стана 1680, время захвата составляет: 0,13; 0,14; 0,12; 0,06 и 0,03с.

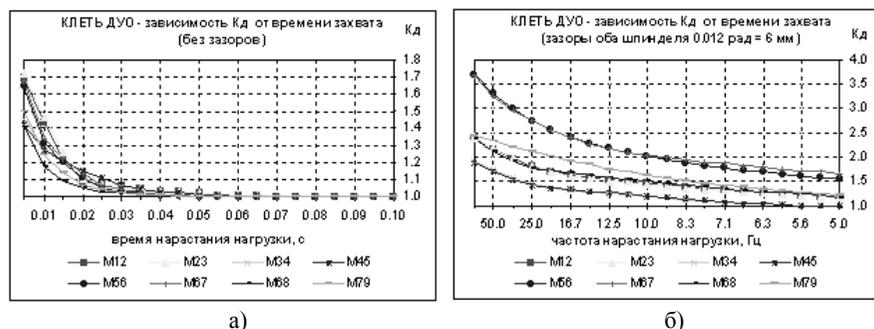


Рисунок 6 – Зависимость K_d по линии привода от времени захвата:
а) система без зазоров (эталон); б) система с зазорами в обоих шпинделях (0.012рад=6мм)

В среднем из-за увеличения времени захвата по клетям максимальные нагрузки в два раза меньше, чем при ступенчатом воздействии, но наибольшее увеличение нагрузок (в 2 раза) наблюдается при малом времени захвата (до 0,02с). С увеличением времени захвата (уменьшением частоты), например в последних клетях, увеличение нагрузок от зазоров меньше (в 1,5 раза). Спектр нагрузки в его динамическом толковании позволяет системно оценивать влияние технологических факторов и находить оптимальные пути снижения перегрузок. При попадании области рассеяния нагрузок в спектре на одну из первых собственных частот линии привода клетки, разброс динамической нагрузки существенно возрастает [11]. Время нарастания момента прокатки можно изменить (сместить частоту воздействия) несколькими технологическими способами:

- изменением (перераспределением) обжатий по клетям;
- повышением температуры передней кромки раската;
- формированием фигурной передней кромки раската;
- изменением скорости захвата раската или ускорением привода.

С ростом обжатия изменяется как амплитуда статической нагрузки, так и время ее нарастания при захвате, поэтому данный способ требует более сложных построений, чем остальные. Формирование фигурной передней кромки раската требует конструктивных изменений оборудования станов, а изменение скорости захвата требует постоянного согласования скорости валков и рольганга, что мало приемлемо на практике. Наиболее простым и опробованным на практике способом является автоматическое включение системы гидросбива окалины после прохождения передней кромки слябов на длину очага деформации (50-150мм). При этом качество поверхности металла не ухудшается, а нагрузки снижаются на 20-30%.

Совершенствование методов расчета динамических нагрузок. Распределение нагрузок по линии привода определяется формами колебаний по низшим собственным частотам крутильной системы. Узлы колебаний соответствуют максимальным крутильным нагрузкам и уровням сигнала в линии привода. В качестве примера представлена зависимость динамической нагрузки (K_d , M_{max}) по участкам линии привода клетки дуо стана 1680, с двумя одноступенчатыми редукторами в зависимости от зазоров в шпинделях (см. Рисунок 7). Кривые получены путем численного моделирования системы. Демпфирование принято линейно зависящим от скорости закручивания вала с одинаковым коэффициентом для всех упругих связей. Соответствие номеров по оси абсцисс: 1 – моторный вал, 2 – зацепление первого редуктора, 3 – промежуточный вал между редукторами, 4 – зацепление второго редуктора, 5 – коренная муфта, 6 – зацепление шестеренной клетки, 7 – нижний шпиндель, 8 – верхний шпиндель. На графике Рисунок 7а нижняя кривая – система без зазоров, верхняя – зазоры в обоих шпинделях 0,012рад (6мм). На графике Рисунок 7б нижняя кривая – статическая нагрузка, верхние кривые – максимальный момент сил упругости по линии при тех же зазорах в шпинделях, что и на левом графике (0...6мм).

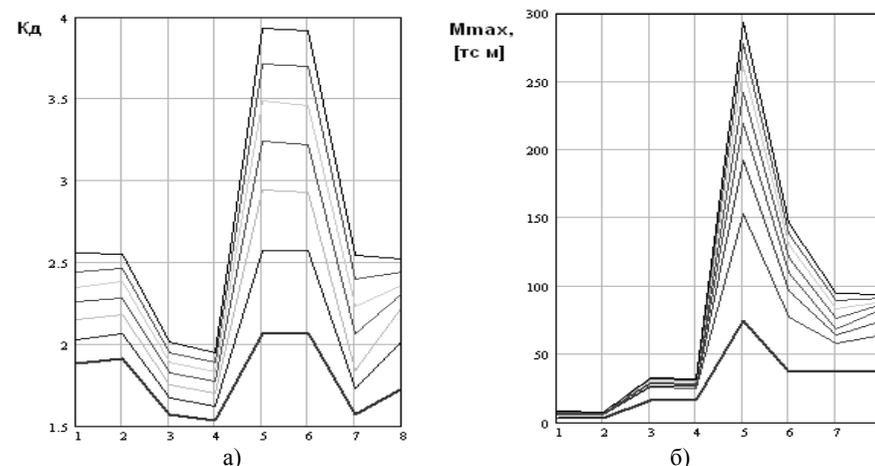


Рисунок 7 – Распределение K_d и M_{max} по линии привода клетки стана 1680

Можно заметить, что в данной клетке, восприимчивость к крутильным нагрузкам вала коренной муфты (5) и шестеренной клетки (6) больше, чем зацепления редукторов (2 и 4) при увеличении зазоров в обоих шпинделях. На участке коренной муфты располагаются узлы колебаний одного знака по двум собственным частотам 32 и 75Гц, что вызывает повышенный уровень динамики. Узлы колебаний на частотах 13 и 28Гц находятся на моторном валу и в зацеплении первого редуктора, что также приводит к увеличению на-

грузок на этом участке, сопоставимых с динамикой на шпиндельных валах.

Все технологические параметры режима прокатки с точки зрения динамики при захвате заготовок могут быть сведены к изменению только двух параметров: времени нарастания нагрузки, рассмотренного ранее, и величине статического момента прокатки. Экспериментально и теоретически было установлено влияние уровня статической нагрузки на динамический отклик нелинейной системы линии привода при наличии зазоров. При отсутствии зазоров, их малой величине или полном закрытии к моменту захвата зависимость $M_{max}=M_{max}(M_{cm})$ является практически линейной ($K_d=const$). В нелинейных системах с открытыми зазорами применяемый для оценки динамики коэффициент K_d содержит при вычислении неопределенность, особенно при раскрытии зазоров после первого периода колебаний и превышении второго пика над первым, а также при колебаниях статической нагрузки после захвата. По сути K_d является производной функции $M_{max}=M_{max}(M_{cm})$, поэтому необходимо учитывать, при каком значении M_{cm} он измерялся или рассматривается, иначе применение этого термина теряет смысл. В качестве примера приведены зависимости K_d и M_{max} от статической нагрузки M_{cm} для вала коренной муфты (см. Рисунок 8). Кривые имеют аналогичный вид для любой из упругих связей по линии привода, но с различными углами наклона. Нижние линии на графике – это линейная система без зазоров (эталон), верхние – максимальные зазоры в обоих шпинделях 0,012рад (6мм). Используя построенные зависимости, производится оценка динамических нагрузок в элементах линий привода с учетом износа.

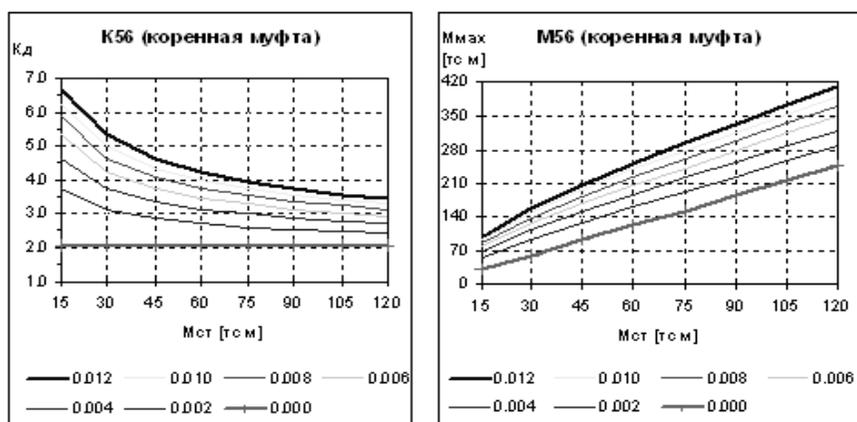


Рисунок 8 – Зависимости K_d и M_{max} в коренной муфте клетки дуо стана 1680 от статической нагрузки на валках при увеличении зазоров в обоих шпинделях

Нелинейные динамические модели позволяют вычислять также нагрузки не только в крутильной системе, но и в подшипниковых опорах валка, шестеренных клетей и редукторов. В отличие от известных моделей [12], учитываются круговые зазоры в опорах и различные податливости в горизонтальном

и вертикальном направлении крышек и болтовых креплений. Расчет переходных колебаний в опорах редукторов необходим для определения периодичности обтяжки болтовых креплений редукторов и шестеренных клетей, при ослаблении которых происходят поломки на внешних участках зубчатых зацеплений за счет перекосов валов.

Зависимость $M_{max}=f(M_{cm})$ отклика нелинейной системы линии привода на входное воздействие при наличии зазоров можно приближенно описать квадратичной зависимостью вида:

$$M_{max}=A_2M_{cm}^2+A_1M_{cm}+A_0, \quad (1)$$

где A_0 , A_1 , A_2 – постоянные коэффициенты для данного конструктивного исполнения, технического состояния и режима работы оборудования; M_{cm} – момент статической нагрузки на валках (момент прокатки).

Коэффициент A_0 соответствует механическим потерям в линии привода, A_1 отражает зависимость реакции линейной системы на входное воздействие, который в общепринятой трактовке имеет смысл K_d – коэффициента динамичности. Для линейной (идеальной) системы без зазоров величина $A_1(K_d)$ в каждой упругой связи зависит только от соотношения упруго-массовых параметров линии привода, времени нарастания нагрузки и частично демпфирования (в том числе от электропривода). При появлении зазоров система становится нелинейной, ее реакция M_{max} проявляет непропорциональную зависимость от величины момента статической нагрузки M_{cm} , которая учитывается коэффициентом A_2 .

Регистрируемые значения нагрузок имеют большой (до 50%) разброс даже при постоянном режиме прокатки и состоянии оборудования. Случайные изменения времени нарастания (за счет формы передней кромки металла) и состояние зазоров к моменту захвата приводит к необходимости статистического подхода при анализе динамических нагрузок. Представляют практический интерес зависимости между статистическими параметрами входной нагрузки (момент прокатки на валках) и отклика в линиях привода.

Случайная величина входной нагрузки M_{cm} на валках считается распределенной по нормальному закону. Среднее значение $[M_{cm}]$ и среднеквадратичное отклонение $\sigma_{M_{cm}}$ определяется по статической токовой нагрузке на достаточно представительной выборке. Тогда среднее значение $[M_{max}]$ отклика определяется по известной формуле:

$$[M_{max}] = \int_{-\infty}^{\infty} M_{max} \cdot P(M_{cm}) \cdot dM_{cm}, \quad (2)$$

где $P(M_{cm})$ – функция нормального закона распределения плотности вероятностей входной нагрузки M_{cm} (для простоты выводов взята центрированная переменная M_{cm} с нулевым средним значением, что не влияет на общность результата). Подставляя в (2) вместо M_{max} его значение из (1) и интегрируя по M_{cm} от 0 до ∞ , получим:

$$[M_{\max}] = A_0 + A_2 \cdot \sigma_{Mcm}^2. \quad (3)$$

Анализ формулы (3) показывает, что среднее значение M_{\max} нелинейной системы линейно зависит от дисперсии σ_{Mcm}^2 входной нагрузки M_{cm} . Аналогично можно показать, что и дисперсия $\sigma_{M_{\max}}$ также зависит от дисперсии входной нагрузки σ_{Mcm} по формуле:

$$\sigma_{M_{\max}} = A_1 \sigma_{Mcm}^2 + 2A_2^2 \cdot \sigma_{Mcm}^4. \quad (4)$$

Полученные зависимости связывают отклонения технологических режимов прокатки с разбросом нагрузок в элементах линий привода.

Методы диагностики зазоров в линиях привода. На сегодняшний день, основным методом, применяемым в практической диагностике, является выделение амплитудной огибающей высокочастотного сигнала вибрации. Обязательным условием применимости метода является постоянная нагрузка и скорость привода (отклонение не более 5% при повторных измерениях). Многократное усреднение спектральных отсчетов в нестационарных режимах нагрузок и скорости может часто приводить к ложному диагнозу, а измерения на холостом ходе не выявляют скрытые дефекты. При этом каждая ложная ревизия снижает долговечность редуктора примерно на 10% из-за нарушения приработанных контактов. В связи с этим разработаны специальные методы диагностики зазоров в элементах линии привода, а для диагностики локальных дефектов зубчатых зацеплений и подшипников применяется синхронный анализ сигналов вибрации, что позволяет устранить зависимость от скорости привода. Предложены также методы диагностики в переходных режимах, когда появляются характерные по виду и частотному составу колебания (см. Рисунок 9). Раскрытие зазора в зацеплении редуктора аналогично небольшому ступенчатому возмущению на входном валу, в результате которого на осциллограмме момента нагрузки моторного вала появляется характерный диагностический признак. По виду переходного процесса с помощью модели можно точно определить, что "полочка" при переходе через ноль – это зазоры в муфтах моторного вала, а затухающие высокочастотные всплески – это зазоры в зацеплении редуктора.

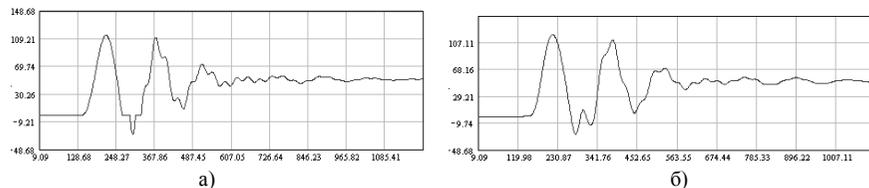


Рисунок 9 – Расчетные моменты сил упругости при раскрытии зазоров: а) в муфтах на моторном валу; б) в зацеплении входной ступени редуктора

Телеметрический бесконтактный измеритель моментов*. Анализ существующих телеметрических систем различных производителей, выполненный в работе [13], а также собственный опыт эксплуатации аналогового измерителя моментов, разработанного ранее в ИЧМ, позволил разработать новый цифровой измеритель моментов с бесконтактным питанием на основе тензорезистивных датчиков в качестве первичных преобразователей деформации валов (см. Рисунок 10).



Рисунок 10 – Телеметрический измеритель моментов, установленный на нижнем шпинделе прокатного стана

В состав системы мониторинга кроме телеметрических измерителей с блоками бесконтактного питания входят также бесконтактные датчики углового положения валов (оптические и магнитные) в различных точках по линии привода, с помощью которых производится адаптация коэффициентов моделей (податливость упругих связей) по значениям деформаций участков линии привода при заданном уровне статической нагрузки [14].

Выводы и перспективы дальнейших исследований.

1. Повышение надежности оборудования прокатных станов может быть достигнуто только на основе стационарных автоматизированных систем мониторинга механических нагрузок с использованием динамических моделей крутильных колебаний и вибрации подшипников.

2. Разработанная система мониторинга согласует интересы заказчиков и поставщиков оборудования при проектировании и назначении гарантийных сроков. Заказчики, имея данные о фактических нагрузках, могут обоснованно выдвигать требования по пределам прочности агрегатов, а поставщики, смогут проверять условия эксплуатации при гарантийном обслуживании, выявлять отклонениями технологии или качества монтажа узлов у заказчика.

3. Предложенные методы обработки и формы представления данных о нагрузках в станах горячей прокатки раскрывают механизмы их формирования и дают возможность технологам и механикам совместными усилиями оптимизировать режимы обработки металла с точки зрения надежности отдельных клетей и всего непрерывного стана в целом.

* Разработка схемы измерителя выполнена совместно с инж. Рахно Е.П.

Перспективным является направление исследований по снижению динамических нагрузок в прокатных станах путем введения обратной связи в системе управления главного электропривода от измерителя крутильных моментов. Такое техническое решение уже было известно ранее, но его практическая реализация сдерживалась отсутствием надежных с малым уровнем шума телеметрических измерителей крутильных колебаний в стационарном исполнении и бесконтактным питанием, которые могут работать на шпинделях прокатных станов при повышенной температуре, влажности, металлизированной пыли и масляных испарений.

Необходима также разработка методической базы (возможно в виде ДСТУ) регламентирующей процедуры измерения крутильных колебаний в линиях привода прокатных станов различного типа и методов ее нормирования для оценки нагрузочной способности и долговечности оборудования, как это выполнено в стандартах для судовых приводов [15].

Список литературы: 1. Правила технической эксплуатации механического оборудования непрерывных широкополосных станов горячей прокатки (НШСП). – ВНИИмехчермет, 1982. 2. Крот П.В. Проблемы управления технической эксплуатацией оборудования прокатных станов / Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. Сб. научных трудов ИЧМ. – Вып.10 – К.: Наукова думка, 2005. – С.314-321. 3. Широкий мониторинг листопрокатного завода Voestalpine Stahl / Зайчек Х., Айгнер Х., Хелекал Г. // METEC Congress-2003, Dusseldorf, 16-20 June, 2003. – С.419-422. 4. Создание системы мониторинга прокатного оборудования / Вафин Р.К., Ахмедшин Р.И., Мальцев А.И. и др. // Сталь. – 2001. – №11. – С.62-64. 5. Система компьютерного мониторинга параметров оборудования и электроприводов агрегатов металлургического производства. / Евдокимов С.А., Карандаев А.С. и др. // Материалы IV Конгресса прокатчиков. – Магнитогорск, 2002. – С.278-280. 6. Система мониторинга механических нагрузок стана горячей прокатки 1680 по токовым нагрузкам электроприводов / Крот П.В., Соловьев К.В., Коренной В.В., и др. // Сб. научных трудов НГУ. – №19, т.5. – Днепропетровск: Нац. горный университет, 2004. – С.71-76. 7. Барков А.В. Возможности современных систем мониторинга и диагностики оборудования // Металлург. – 1998. – №11. – С.33-36. 8. Вернев В.В. Диагностика технического состояния оборудования по данным вибродинамических процессов в переходных режимах работы прокатных станов // Труды 4-го Конгресса прокатчиков. – Россия, Магнитогорск, 2001. 9. Применение нестационарных режимов работы прокатных станов для диагностики зазоров / Большаков В.И., Крот П.В. и др. // Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии. Сб. научных трудов. – Вып.9 – К.: Наукова думка, 2004. – С.208-220. 10. Вибродиагностика прокатных станов в диапазоне собственных частот колебаний / Крот П.В., Далчук А.П., Коренной В.В., Соловьев К.В. // Материалы 12-ой ежегодной международной конференции "Современные методы и средства неразрушающего контроля и технической диагностики". – 20-24 сентября, 2004г. – С.124-126. 11. Крот П.В. Statistical Dynamics of the Rolling Mills // IUTAM 2009 Symposium on the Vibration Analysis of Structures with Uncertainties. July 6–10, 2009, St. Petersburg. – IUTAM Bookseries, 2011. – Volume 27, Part 4. – Pp.429-442. 12. Определение нагрузок в шестеренных клетях и редукторах прокатных станов / Филатов А.А., Гарцман С.Д. и др. // Сталь. – 2003. – №8. – С.41-45. 13. Крот П.В. Телеметрические системы мониторинга динамических нагрузок в линиях привода прокатных станов // Вибрация машин: измерение, снижение, защита. – Вып.1. – Донецк: ДонНТУ, 2008. – С.46-53. 14. Крот П.В. Методы и аппаратура измерения износа в линиях привода прокатных станов // Металлургические процессы и оборудование. – 2008. – №2(12). – С.45-53. 15. Ефремов Л.В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий. – С-Пб.: Наука, 2007. – 276с.

Поступила в редколлегию 31.05.11

УДК 621.833

А.В. КУЗНЕЦОВА, аспирантка каф. ОПМ ДонНТУ, г Донецк

ВЛИЯНИЕ ИЗНОСА ДВОЯКОВЫПУКЛО-ВОГНУТЫХ ЗУБЬЕВ КОНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ НА КОНТАКТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Исследовано влияние износа зубьев конических колес с двояковыпукло-вогнутыми зубьями на радиусы кривизны боковой поверхности зубьев и контактные напряжения в передаче. Приведены модели зубьев изношенной зубчатой передачи угольного комбайна РКУ10.

Досліджено вплив зношування зубців конічних коліс із двоопукло-ввігнутими зубцями на радіуси кривизни бічної поверхні зубців і контактні напруження в передачі. Наведено моделі зубців зношеної зубчастої передачі вугільного комбайна РКУ10.

The influence of biconvex-concave teeth wear of bevel gears on the curvature radiuses of the teeth lateral surface and contact stresses in gear was investigated. A model of the worn gear teeth of coal shearer RKU10 is shown.

Постановка проблемы. Конические зубчатые передачи с двояковыпукло-вогнутыми зубьями (ДВВ-зубьями) [1] в последнее время стали активно применять для повышения надежности редукторов горных машин. Преимуществами конических колес с ДВВ-зубьями являются высокая нагрузочная способность, большая плавность зацепления и значительное снижение шума. В настоящее время исследования износа зубьев конических передач с ДВВ-зубьями не производятся в отличие от цилиндрических эвольвентных передач [2]. В связи с тем, что износ зубьев оказывает значительное влияние на динамику зубчатых передач, прогнозирование изменения качественных характеристик конических зубчатых передач с ДВВ-зубьями в зависимости от времени их эксплуатации является актуальным.

Цель работы – оценить влияние износа зубьев конических передач с ДВВ-зубьями на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев.

Основное содержание работы. Для решения поставленной задачи были определены координаты изношенной поверхности зуба методом лазерного сканирования, предложенным учеными института робототехники и управления технологическими процессами технического университета Брауншвейга Симоном Вилькенбахом, Свенном Молкенстраком, Фридрихом М. Войле [3].

В данной работе исследование износа зубьев проводилось на базе анализа зацепления зубчатой передачи угольного комбайна РКУ10 производства ЗАО "Горловский машиностроитель" (г. Горловка, Донецкая обл., Украина). Параметры исследуемой передачи представлены в таблице.

Трехмерные модели зубчатых колес изношенной зубчатой пары (рисунок 1) реализованы с помощью системы автоматизированного трехмерного проектирования.

Таблица – Основные параметры исследуемой зубчатой передачи

Параметр	шестерня	колесо
Средний нормальный модуль	13мм	
Внешний окружной модуль	15,4647мм	
Число зубьев	13	24
Коэффициенты смещения исходного контура	0,55	0,95
Межосевой угол	90°	
Средняя арифметическая шероховатость	6,3мкм	
Ширина зубчатого венца	70мм	
Угловая скорость ведущего вала	27,69рад/сек	
Вращающий момент на ведущем валу	10420Н·м	
Удельная нагрузка по длине зуба	1866,9Н/мм	
Материал и термическая обработка	сталь 20Х2Н4А цементация, закалка 57÷63HRC ₃	
Предел текучести материала зубчатых колес	1080 МПа	

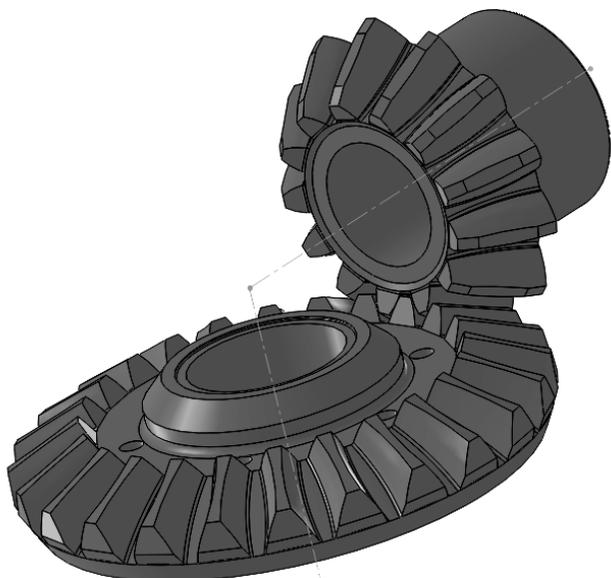


Рисунок 1 – Исследуемая коническая передача с ДВВ-зубьями

С помощью созданных трехмерных моделей были вычислены радиусы кривизны боковой поверхности зубьев. Характер изменения радиусов кривизны в процессе зацепления по длине зуба нового и изношенного профилей представлен на рисунке 2.

Графики изменения радиусов кривизны в среднем сечении зубьев шестерни и колеса в функции времени зацепления зубчатой пары для нового и изношенного профилей представлены на рисунке 3.

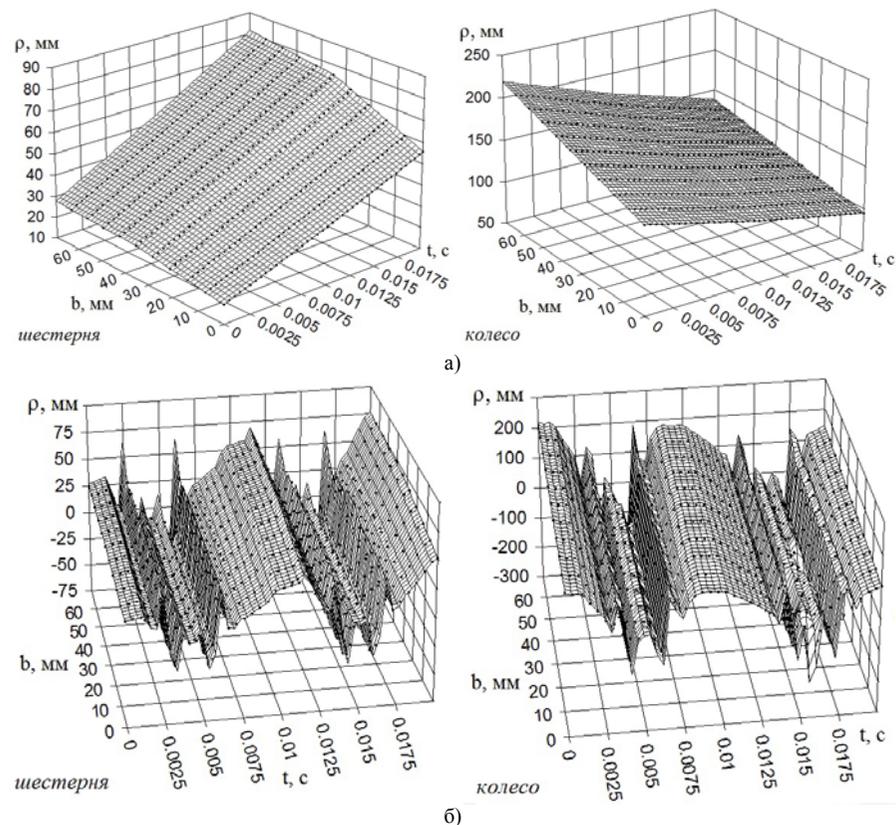


Рисунок 2 – Изменение радиусов кривизны ρ по длине зуба b в функции времени зацепления t зубчатой пары:
а) неизношенный профиль, б) изношенный профиль

Из рисунков 2-3 следует, что износ зубьев оказывает значительное влияние на радиусы кривизны профиля. Изменение знака радиуса кривизны свидетельствует о том, что поверхность зуба становится вогнутой. В зонах перехода от выпуклой части к вогнутой и наоборот радиус кривизны принимает значения, равные бесконечности, то есть, образуются плоские участки на боковой поверхности зуба. Вследствие изменения радиусов кривизны профилей меняется приведенный радиус кривизны, который в свою очередь, оказывает непосредственное влияние на величину контактных напряжений.

Определение контактных напряжений в зацеплении производилось по формуле Герца:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{qE_r}{\rho_r}},$$

где E_r – приведенный модуль упругости (для стальных зубчатых колес $E_r = 203000 \text{ МПа}$); ρ_1 и ρ_2 – радиусы кривизны зуба шестерни и колеса соответственно, мм; $\rho_r = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$ – приведенный радиус кривизны профилей зубьев в точке их контакта, мм.

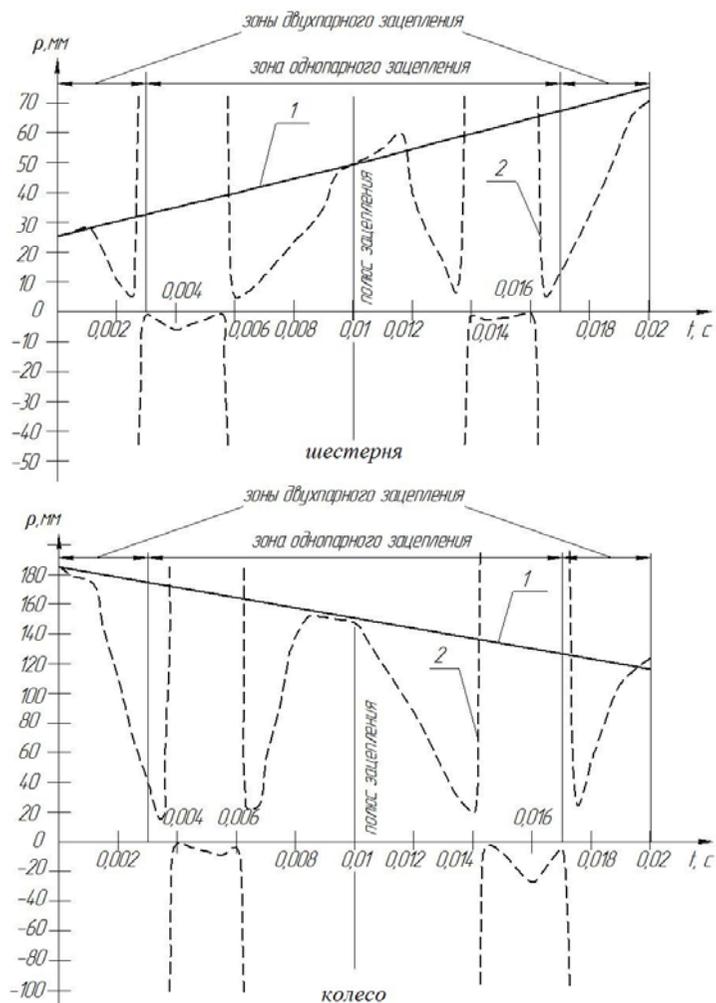


Рисунок 3 – Изменение радиусов кривизны ρ в функции времени зацепления t зубчатой пары: 1 – неизношенный профиль; 2 – изношенный профиль

Результаты определения контактных напряжений в процессе зацепления зубчатой передачи представлены на рисунке 4.

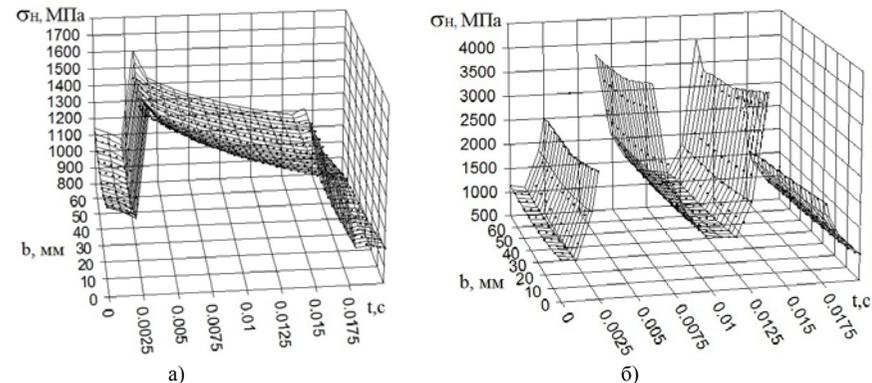


Рисунок 4 – Изменение контактных напряжений σ_H по длине зуба b в функции времени зацепления t зубчатой пары: а) неизношенный профиль; б) изношенный профиль

Результаты определения контактных напряжений для среднего по длине зуба сечения представлены на рисунке 5.

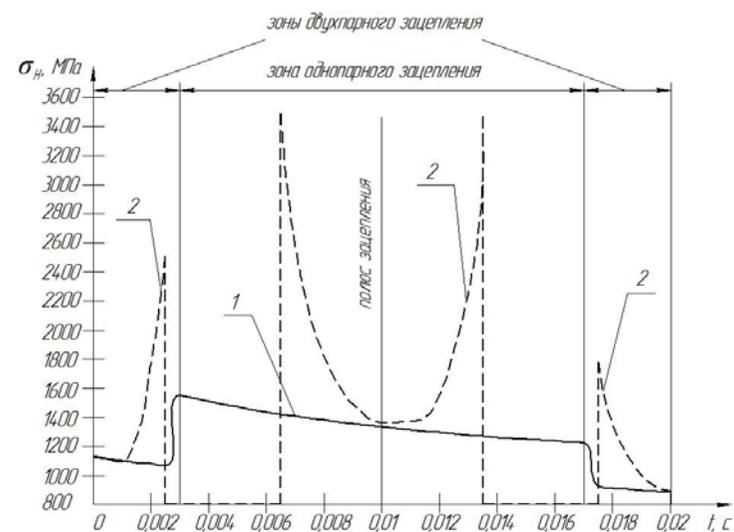


Рисунок 5 – Изменение контактных напряжений в функции времени зацепления t зубчатой пары: 1 – неизношенный профиль, 2 – изношенный профиль

В результате непостоянства и значительного увеличения контактных напряжений по высоте и длине зубьев следует ожидать по мере эксплуатации передачи увеличение степени искажения профилей, так как износ в большей мере зависит от значений контактных напряжений.

Выводы. Результаты проведенных исследований показали, что вследствие износа зубьев профиль зуба искажается по отношению к исходному неравномерно по высоте зуба. Даже малый износ вызывает значительное изменение радиусов кривизны, а при большом износе радиус кривизны может менять свой знак. Изменение кривизны контактирующих поверхностей зубьев существенно влияет на мгновенное значение контактных напряжений в процессе зацепления.

Список литературы: 1. СТП 12.44.28.028-76. Передачи зубчатые конические с круговыми двояковогнутыми зубьями. – М.: 1976. – 28с. 2. *Онищенко Валентин.* Прогнозирование долговечности тяжело нагруженных зубчатых передач на основе моделирования износа зубьев // Gliwice: MECHANIKA, 1999 – Z.131. 3. *S. Winkelbach.* Low-Cost Laser Range Scanner and Fast Surface Registration Approach / *Simon Winkelbach, Sven Molkenstruck, Friedrich M. Wahl* // Deutsche Arbeitsgemeinschaft für Mustererkennung. – 2006. – LNCS 4174. – P.718-728.

Поступила в редколлегию 20.05.11

УДК 621.833.6

В.А. МАТУСЕВИЧ, главн. конструктор-директор ГП "ХАКБ", г. Харьков
Ю.В. ШАРАБАН, зам. главн. конструктора ГП "ХАКБ"
А.В. ШЕХОВ, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", г. Харьков
В.Т. АБРАМОВ, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

ОПТИМИЗАЦИЯ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА \overline{AI} ПО КРИТЕРИЮ ОБЪЕМА КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрен вопрос разработки методики оптимизации общего объема многоступенчатого планетарного механизма \overline{AI} с учетом условий прочности при изгибе и контакте. Оптимальное распределение передаточного отношения механизма по ступеням учитывает возможные значения чисел зубьев одной ступени. Приведен пример проектирования многоступенчатого планетарного механизма.

Розглянуто питання розробки методики оптимізації загального об'єму багатоступінчатого планетарного механізму \overline{AI} з урахуванням умов міцності при згині та контакту. Оптимальний розподіл передаточного відношення механізму по ступеням враховує можливі значення чисел зубців однієї ступені. Наведено приклад проектування багатоступінчатого планетарного механізму

The method of finding of the optimum result volume of planetary transmission \overline{AI} from the conditions of the bending strength and contact strength is considered. The optimum distribution transfer attitude from the area of existence of number of teeth is given. Example optimization of planetary transmission is given.

Постановка проблемы. Основным требованием, которому должна удовлетворять конструкция электромеханического привода системы управления летательного аппарата является минимальность значения ее массы. Существенное

влияние на массу привода оказывают его габаритные размеры. В свою очередь габаритные размеры привода зависят от объема занимаемого звеньями его конструкции. Для уменьшения габаритных размеров в конструкциях приводов применяют многоступенчатые планетарные механизмы, например, типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Эти механизмы по сравнению с другими схемами при одинаковом значении общего передаточного отношения имеют меньшие габариты в осевом направлении. Кроме того из этих механизмов проще составлять многоступенчатые схемы с большим передаточным отношением. Масса такого механизма с учетом конструктивных ограничений на его объем зависит от распределения общего передаточного отношения по его ступеням. При этом значения возможных передаточных отношений ступеней механизма выбирают из условий прочности. Поэтому разработка методики оптимизации величины объема многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ представляет собой актуальную задачу для целей проектирования вышеназванных приводов.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-3]. В работе [2] приведены примеры определения распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности его зубчатых зацеплений. Там же приводятся блок-схемы некоторых алгоритмов, которые применялись автором при решении этих примеров. Вопросы оптимизации по габаритам и массе многоступенчатых рядных механизмов приведены в работе [4]. Однако в этих работах не рассмотрены вопросы реализации методик оптимизации объема механизма, учитывающие ограничения на возможные значения чисел зубьев.

Цель статьи. Разработка программной методики минимизации суммарного объема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с учетом рекомендаций по распределению общего передаточного отношения по его ступеням, обеспечивающего выполнение условий изгибной и контактной прочности зубчатых зацеплений. При этом в качестве основы методики выбраны подходы, рассмотренные в работах [6-7].

Раздел. Структурная схема построения многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с числом ступеней n приведена на рисунке 1а [7]. Нумерация зубчатых колес в пределах i -ой ступени механизма и формула, по которой определяют ее передаточное отношение u_i , показаны на рисунке 1б.

Величину суммарного объема V_{Σ} многоступенчатого планетарного механизма, схема которого показана на рисунке 1, определяют по формуле

$$V_{\Sigma} = V_1 + V_2 + \dots + V_n = \sum_{i=1}^n V_i, \quad (1)$$

где V_i – значение объема i -ой ступени механизма.

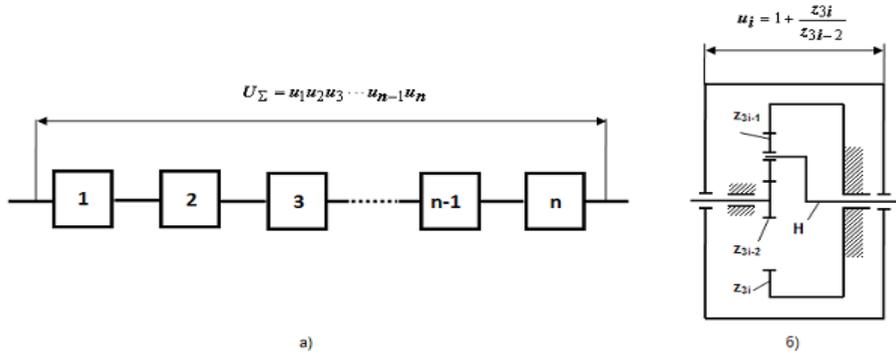


Рисунок 1 – Многоступенчатый планетарный механизм $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$

В работе [5] приведены допущения, согласно которым получена следующая формула для вычисления значения V_i

$$V_i = \frac{\pi \cdot b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{4} \left(1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4} \right), \quad (2)$$

где $u_i = 1 + \frac{z_{3i}}{z_{3i-2}}$ – передаточное отношение i -ой ступени механизма; k_i – число сателлитов i -ой ступени механизма; d_{3i-2}, b_{3i-2} – диаметр делительной окружности и ширина зубчатого венца подвижного центрального колеса z_{3i-2} i -ой ступени механизма; n_{Mi} – коэффициент приведения объема корпуса, водила и неподвижного центрального зубчатого колеса i -ой ступени механизма к объему условного диска, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию ведущего центрального зубчатого колеса z_{3i-2} и сателлита z_{3i-1} , а толщина равна ширине зубчатого венца зубчатого колеса z_{3i-2} .

С учетом формулы (2) соотношение (1) перепишем в виде

$$V_\Sigma = \frac{\pi \cdot b_1 d_1^2}{4} \sum_{i=1}^n A_i B_i, \quad (3)$$

где $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$; $B_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2}$ – безразмерные коэффициенты.

В формуле (3) коэффициент $B_1 = 1$.

В кинематических приводах, которые часто используют в системах

управления летательных аппаратов, прочность, как правило, не является основным фактором, влияющим на значения коэффициентов B_i . Исходя из технологических и экономических условий, при конструировании таких приводов обычно принимают равными модули и ширины зубчатых венцов z_{3i-2} , что дает $B_i = 1$. При этом условия прочности зубчатых колес привода обеспечиваются за счет выбора параметра $b_1 d_1^2$.

Изгибная прочность зубчатых колес привода обеспечена, если выполнено условие [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{2T_{\text{вых}} (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \Omega_{F1} (Y_{FS})_1 z_1}{U_\Sigma k_1 (\sigma_{FP})_1}. \quad (4)$$

Обозначения всех величин, записанных в правой части условия (4), такие же, как в работах [6, 7]. Данное замечание справедливо и для последующих формул, которые будут приведены в этой работе.

Введем следующую величину

$$C_F = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{2T_{\text{вых}} (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \Omega_1 (Y_{FS})_1}{(\sigma_{FP})_1}. \quad (5)$$

Соотношение (3) с учетом (5) представим в безразмерном виде

$$\overline{V}_F = \frac{V_\Sigma}{C_F} = \frac{z_1}{k_1 U_\Sigma} \sum_{i=1}^n A_i B_i. \quad (6)$$

Если коэффициенты $B_i = 1$ и приняты условия $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$ и $n_{M1} = n_{M2} = \dots = n_{Mn} = n_M$, то выражение (6) примет вид

$$\overline{V}_F = \frac{z_1}{k U_\Sigma} \sum_{i=1}^n A_i. \quad (7)$$

Из соотношения (7) следует, что значение относительного суммарного объема n -ступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ является функцией передаточных отношений отдельных его ступеней, т.е. $\overline{V}_F = \overline{V}_F(u_1, u_2, \dots, u_n)$.

Итак, при заданных параметрах n , U_Σ , z_1 , k и n_M минимум функции (7) зависит от распределения суммарного передаточного отношения механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ по его ступеням.

Оптимальные значения передаточных отношений ступеней определяют из решения следующей системы

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_F}{\partial u_j} &= 0, j = 1, n-1 \\ u_n &= \frac{U_\Sigma}{\prod_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Решение системы (8) имеет вид [2]

$$u_{opt1} = u_{opt2} = \dots = u_{optn} = \sqrt[n]{U_\Sigma}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), получим значение минимального относительного суммарного объема механизма $\bar{A}I \times \dots \times \bar{A}I$ при расчете на изгибную прочность

$$\bar{V}_{F \min} = \frac{z_1 n}{k U_\Sigma} \left(1 + \frac{k}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2 \right)^2 + \frac{n_M}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} \right)^2 \right). \quad (10)$$

Значение (10) получено с учетом ограничений, которые были приняты при выводе выражения (7).

При значениях оптимального передаточного отношения $u_{opti} \leq 4$, полученное из формулы (9), в соотношение (10) следует подставлять число зубьев z_1 , которое находят по формуле

$$z_1 = \frac{36}{u_{opti} - 2}. \quad (11)$$

Если значение оптимального передаточного отношения $u_{opti} > 4$ то в соотношение (10) следует подставлять число зубьев $z_1=18$ [3].

В качестве оптимального значения u_{opti} рекомендуется принимать $u_{opti} = 4$, так как при этом значении число зубьев z_1 будет равно 18, т.е. минимальному значению. Тогда параметр относительного объема \bar{V}_F достигнет минимального значения.

Контактная прочность зубчатых колес привода обеспечена при выполнении следующего условия [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{0.7 T_{вых} (K_{H\beta} K_{H\alpha})_1 \Omega_{H1} (Z_E)_1}{U_\Sigma k_1 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1^2} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2}. \quad (12)$$

Введем следующий коэффициент при расчете на контактную прочность

$$C_H = \frac{T_{вых} (K_{H\beta} K_{H\alpha})_1 \Omega_{H1} (Z_E)_1}{(\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1^2}. \quad (13)$$

С учетом (13) выражение (3) запишем в безразмерном виде, подобно тому, как это было сделано при рассмотрении изгибной прочности

$$\bar{V}_H = \frac{V_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \sum_{i=1}^n A_i B_i. \quad (14)$$

Принимаем условия, для которых было получено соотношение (7), тогда соотношение (14) примет вид

$$\bar{V}_H = \frac{V_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{k U_\Sigma (u_1 - 2)} \sum_{i=1}^n A_i. \quad (15)$$

Подобно безразмерной величине \bar{V}_F безразмерный объем (15) тоже является функцией передаточных отношений отдельных ступеней механизма $\bar{A}I \times \dots \times \bar{A}I$.

Оптимальное распределение передаточных отношений n_{opti} по ступеням механизма определяют решением следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_H}{\partial u_j} &= 0, j = 1, n-1 \\ u_n &= \frac{U_\Sigma}{\prod_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

Решение системы (16) такое же, как и решение системы (8).

Минимальное значение относительного объема \bar{V}_H при расчете на контактную прочность достигается при распределении передаточных отношений по закону (9). В этом случае получим

$$\bar{V}_{H \min} = \frac{\sqrt[n]{U_\Sigma}}{k U_\Sigma (\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2)} \left(1 + \frac{k}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2 \right)^2 + \frac{n_M}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} \right)^2 \right). \quad (16)$$

Применение закона (9) должно учитывать то обстоятельство, что передаточное отношение одной ступени механизма $\bar{A}I \times \dots \times \bar{A}I$ не может быть произвольным. Для заданного диапазона чисел зубьев $Z_n \leq Z_k \leq Z_g$ множест-

во возможных передаточных отношений одной ступени u_i конечно и дискретно.

Поэтому при конструировании многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, имеющего минимальный относительный объем \overline{V}_F или \overline{V}_H и суммарное передаточное отношение U_Σ близкое к заданному значению U_Σ^* приходится решать следующие две основные задачи:

- определение необходимого числа ступеней n_{opt} ;
- выбор такого передаточного отношения одной ступени $u_{opt i}$, чтобы

выполнялось условие $U_\Sigma^* - (u_{opt i})^{n_{opt}} \leq \Delta_{u_\Sigma}$, где Δ_{u_Σ} – допуск на реализацию требуемого общего передаточного отношения механизма.

Решение перечисленных задач выполняют при ограничениях, которые были приняты при выводе формул (7) и (15) соответственно.

Таким образом, для обеспечения минимального габарита (объема) многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ нужно принять одинаковые значения передаточного отношения отдельных ступеней механизма, причем выполненных с одинаковым модулем.

Необходимое число ступеней n многоступенчатого планетарного механизма типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ находят из неравенства

$$n \leq \frac{\lg U_\Sigma}{\lg u_{opt}}, \quad (17)$$

где u_{opt} – принятое значение передаточного отношения отдельной ступени механизма.

Заданное передаточное отношение U_Σ^* после назначения числа ступеней механизма n можно обеспечить постановкой рядной зубчатой передачи на входе механизма. Передаточное отношение этой передачи $u_{ряд}$ находят по формуле

$$u_{ряд} = \frac{U_\Sigma^*}{u_{opt}^n}. \quad (18)$$

Рассмотрим пример проектирования двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, кинематическая схема которого приведена на рисунке 2. Рядная зубчатая передача $z_{00}-z_{01}$ поставлена для подгонки значения передаточного отношения механизма U_Σ к требуемому значению U_Σ^* . Планетарные ступени типа \overline{AI} имеют общее неподвижное центральное зубчатое колесо z_3 . На

этом рисунке подвижные зубчатые колеса первой и второй ступеней показаны, как колеса с различными числами зубьев. По условиям проектирования механизм – кинематический, а все зубчатые колеса выполнены с модулем $m \leq 1$. Параметры зубчатых колес механизма определяют из условия контактной прочности.

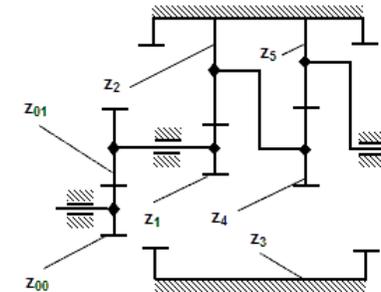


Рисунок 2 – Кинематическая схема проектируемого механизма

Исходные данные на проектирование механизма следующие: требуемое передаточное отношение $U_\Sigma^* = 21,778$; число ступеней $n = 2$; число сателлитов $k=3$; коэффициент $n_M = 5$; возможные числа зубьев $z_n = 18, z_e = 103$; минимальное число зубьев сателлита $z_{2n} = 18$; число зубьев неподвижного центрального колеса $z_3 = 99$ (выбрано из конструктивных соображений); все зубчатые колеса выполнены без смещения.

В заданном диапазоне чисел зубьев найдено 8 вариантов исполнения одной планетарной ступени \overline{AI} , а именно следующие значения передаточного отношения ступени: 5,714; 4,667; 4; 3,538; 3,2; 2,941; 2,737; 2,571.

Для двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ система уравнений (16) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{V}_H}{\partial u_1} &= 0 \\ u_1 u_2 &= 21,778 \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Решение системы (19) следующее: $u_{opt1} = 2,815$; $u_{opt2} = 7,736$. При этом значение относительного объема составило $\overline{V}_{H \min} = 0,989$.

Двухпараметрическую целевую функцию $\overline{V}_H = \overline{V}_H(u_1, u_2)$ можно представить в виде однопараметрической функции $\overline{V}_H = \overline{V}_H(u_1)$, так как независимым параметром является передаточное отношение u_1 . В этом случае получим

$$\bar{V}_H = \bar{V}_H(u_1) = \frac{u_1}{kU_{\Sigma}^*(u_1 - 2)} \left(\left(1 + \frac{k}{4}(u_1 - 2)^2 + \frac{n_M}{4}u_1^2 \right) + \left(1 + \frac{k}{4} \left(\frac{U_{\Sigma}}{u_1} - 2 \right)^2 + \frac{n_M}{4} \left(\frac{U_{\Sigma}}{u_1} \right)^2 \right) \frac{(u_1 - 1)^2}{\left(\frac{U_{\Sigma}}{u_1} - 1 \right)^2} \right). \quad (20)$$

Функция (20) для значений передаточного отношения $u_1 > 2$ имеет один минимум. Этот минимум получают при значении $u_1 = u_{opt1} = 2,815$.

Из 8-ми вариантов исполнения одной планетарной ступени \overline{AI} , приведенных выше, можно с достаточной степенью точности выбрать 4 варианта исполнения двухступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Результаты выбора представлены в таблице.

Таблица

Параметр	Теория	Номер варианта исполнения			
		1	2	3	4
z_{00}		18	18	18	
z_{01}		25	19	24	
z_1		57	39	33	27
z_2		21	30	33	36
z_3		99	99	99	99
z_4		21	21	33	27
z_5		39	39	33	36
$u_{01} = z_{01}/z_{00}$	1	1,389	1,056	1,333	1
$u_1 = 1 + z_3/z_1$	2,815	2,737	3,538	4	4,667
$u_2 = 1 + z_3/z_4$	7,736	5,714	5,714	4	4,667
$U_{\Sigma} = u_{01}u_1u_2$	21,778	21,72	21,339	21,333	21,778
$D, \%$	0	-0,27	-2,01	-2,042	0
\bar{V}_H	0,989	1,015	1,181	1,469	1,798

В столбце "Теория" приведено решение системы (19). Необходимость в применении рядной ступени передачи $z_{00}-z_{01}$ отпадает в 4-ом варианте исполнения. В других вариантах исполнения эта передача присутствует. За счет соответствующего выбора значений чисел зубьев этой передачи можно подогнать общее передаточное отношение U_{Σ} проектируемого механизма к требуемому значению U_{Σ}^* .

Итак, оптимальным будет вариант исполнения №1.

Заметим, что в таблице представлены варианты исполнения, для которых справедливо условие $u_1 \leq u_2$. В случае распределения общего передаточ-

ного отношения механизма при условии $u_1 > u_2$ имеем исполнение далекое от оптимального варианта. Поэтому такие варианты здесь не приведены.

Выводы. На основе подходов, примененных для задач оптимизации суммарной массы, разработана эффективная программная методика минимизации суммарного относительного объема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Методика учитывает условия прочности первой ступени. При этом поиск оптимального распределения общего передаточного отношения механизма по его ступеням учитывает как ограничения на значения чисел зубьев, так и ограничения конфигурационного характера.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Корочкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. 4. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочное и научное издание / В.Е. Старжинский, Б.П. Тимофеев, Е.В. Шалобаев, А.Т. Кудинов. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева. – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. 5. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. – Х.: Вища школа, 1982. – Вып.32. – С.85-87. 6. Абрамов В.Т., Геть А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2009. – Вып.29. – С.45-52. 7. Матусевич В.А., Шарабан Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма \overline{AI} по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – 2010. – Вып.26. – С.77-85.

Поступила в редколлегию 26.04.10

УДК 621.833

М.В. МАТЮШЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ", м. Харків
Г.В. ФЕДЧЕНКО, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ"
В.О. БЕРЕЖНИЙ, старший викладач каф. ГМКГ НТУ "ХПИ"
П.М. КАЛІНІН, к.т.н., професор каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, м Харків

МЕТОД ГЕССЕНА В ЦИЛІНДРИЧНИХ ПЕРЕДАЧАХ НОВІКОВА

В статье представлена реализация метода обобщенной развертки для передач Новикова.

У статті представлена реалізація методу узагальненої розгортки для передач Новікова.

In article realization of a method of the generalized development of V.A.Gessen for Novikov tooth gears is shown.

Вступ. Зубчасті передачі, будучи однією з найважливіших складових частин приводу сучасних машин, мають широке застосування в усіх галузях машинобудування України. У сучасній техніці застосовуються різні системи зачеплення, проте пануючою є евольвентна система, геометрична теорія якої була закладена двісті років тому в Росії Леонардом Ейлером. При евольвентному зачепленні поверхня зуба одного колеса є такою, що огинає сімейства поверхонь зуба іншого колеса у відносному русі, а лінія торкання є лінією дискримінанта цього сімейства. В цьому випадку, по поверхні одного зуба, а також заданому відносному розташуванню осей обертання і співвідношенню кутових швидкостей однозначно визначається геометрія зв'язаної поверхні.

Існують інші методи аналітичної побудови зв'язаних поверхонь, наприклад, метод Х.И. Гохмана, Б.А. Гессена та ін.

По методу Б.А. Гессена поверхня зуба складається з деякої послідовності ліній, слід яких при обертанні поверхні в нерухомому просторі дає нову поверхню, що є узагальненою розгорткою поверхні зуба. При зворотному обертанні розгортки в просторі колеса сімейство ліній на розгортці описує поверхню зуба. Розгортки поверхонь зубів мають одну загальну лінію. Поєднання утворень Б.А. Гессена з методами векторного аналізу дозволяє вести дослідження зубчастих передач Новікова; розкривати і досліджувати багато диференціальних властивостей поверхонь біля точок контакту.

Постановка задачі. Зубчасте колесо А знаходиться в зачепленні із зубчастим колесом В. Поверхня Π_a колеса А з поверхнею Π_b колеса В має загальну точку М (для передач ОЛЗ), або дві (для передач ДЛЗ). Виділимо основну нерухому систему декартових координат $O_0x_0y_0z_0$. Тоді \vec{r}_a – радіус-вектор точки М в системі координат; \vec{V}_a – швидкість точки М на поверхні Π_a .

$$\vec{V}_a = \vec{\omega}_a \times \vec{r}_a.$$

З колесом А пов'язаний простір Q_A ; з колесом В – Q_B і з нерухомим простором полюсної системи – Q_p . Виділимо в Q_p гладку класу C^2 криву Γ_λ . У довільній точці М, положення якої визначається завдовжки дуги S_λ , одиничні вектори основного триєдра [5] є $\vec{t}_\lambda, \vec{n}_\lambda, \vec{b}_\lambda$ і вектор Дарбу:

$$\vec{\mathfrak{S}}_\lambda^o = \vec{t}_\lambda T_\lambda + \vec{b}_\lambda K_\lambda,$$

де T_λ та K_λ – кручення і кривизна кривої Γ_λ .

У реальній передачі [3] простори Q_A та Q_p знаходяться у відносному русі так, що Q_A обертається відносно Q_p з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_a$. Повідомимо системі простору кутову швидкість $-\vec{\omega}_a$. Тоді Q_A виявиться нерухомим, а Q_p

– що обертається з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_a$. Точка М кривої Γ_λ бере участь в двох рухах: одне з яких є переміщення уздовж кривої Γ_λ ; інше – обертання разом із Q_p з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_a$. В результаті такого руху точка М опише в Q_A деяку криву Γ_v , яка перетинається з кривою Γ_λ в точці М. Характер кривої Γ_v залежить від характеру кривої Γ_λ і закону руху точки М по кривій Γ_v . Крива Γ_v є відображенням кривої Γ_λ в просторі Q_A , причому це відображення є узагальненою розгорткою кривої Γ_λ . Аналогічно вищевикладеному вводимо в розгляд вектор Дарбу $\vec{\mathfrak{S}}_v^o$, пов'язаний з кривою Γ_v за допомогою основного триєдра. Якби на самому початку була виділена крива Γ_v в просторі Q_A і визначений по ній рух точки М, то при обертанні Q_A з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_a$ відносно простору Q_p в останньому слідом точки М була б крива Γ_v . Це означає, що криві Γ_v та Γ_λ взаємно зворотні, тобто одна є узагальненою розгорткою іншої при відповідному відносному обертанні просторів Q_A та Q_p .

Розглянемо тепер систему просторів Q_p та Q_B , останнє з яких обертається відносно першого з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_b$. Точка М опише в просторі Q_B деяку криву Γ_μ , яка також буде узагальненою розгорткою лінії Γ_λ в просторі Q_B . Рух точки М на кривій Γ_μ визначений функціональною залежністю $S_\mu = S_\mu(t)$. У точці М виділяються вектори основного триєдра і вектор Дарбу $\vec{\mathfrak{S}}_\mu^o$.

У просторі Q_p рухається деяка лінія Γ_α , увесь час перетинаючи в точці М лінію Γ_λ . З огляду на те, що твірна Γ_α увесь час перетинає в точці М, що направляє, віднесемо лінію Γ_α до системи координат простору Q_λ^o основного триєдра кривої Γ_λ . У точці М твірна має одиничні вектори основного триєдра і вектор Дарбу $\vec{\mathfrak{S}}_\alpha^o$. У системі Q_λ^o швидкість точки кривої Γ_α , співпадаючою в даний момент з точкою М, може відрізнитися від швидкості \vec{V}_λ за рахунок ковзання уздовж \vec{t}_α . Але тоді можна вибрати іншу нульову, що направляє, таку щоб ковзання кривої Γ_α по напрямку \vec{t}_α було відсутнє. Нехай такою нульовою, що направляє є Γ_α . Положення довільної точки М* кривої визначається в системі Q_λ^o радіус-вектором $\vec{\rho}_\alpha$, проведеним з точки М в точку М*. При незмінному положенні точки М радіус-вектор $\vec{\rho}_\alpha$ буде функцією дуги S_α кривої Γ_α , що змінюється від точки М до точки М*. При русі ж точки М, тобто зі зміною дуги S_λ , одна і та ж точка М* ($S_\alpha = \text{const}$) в загальному випадку мінятиме своє положення в просторі Q_λ^o . Отже радіус-вектор $\vec{\rho}_\alpha$ у

загальному випадку має бути функцією двох дуг S_α і S_λ . Тоді абсолютний радіус-вектор \vec{r}_λ^* точки М* буде

$$\vec{r}_\lambda^* = \vec{r}_\lambda(S_\lambda) + \vec{\rho}_\alpha(S_\lambda, S_\alpha). \quad (1)$$

При русі уздовж Γ_λ крива Γ_α може обернутися і деформуватися в просторі Q_λ^o . Інакше кажучи, якщо визначити рух точки М в часі $S_\lambda = S_\lambda(t)$ і розглядати одну і ту ж точку М* лінії Γ_α , то для неї буде

$$\vec{V}_{\lambda^*} = \vec{V}_\lambda + (\vec{\omega}_{\alpha\lambda} + \vec{s}_\lambda^o \frac{dS_\lambda}{dt}) \times \vec{\rho}_\alpha + \frac{\partial \vec{\rho}_\alpha}{\partial \varepsilon_\alpha} \varepsilon_\alpha,$$

де $\vec{V}_\lambda = \frac{d\vec{r}_\lambda^*}{dt} = \vec{r}_{\lambda^*} \frac{dS_\lambda}{dt}$ – швидкість руху точки М* ($S_\alpha = \text{const}$); $\vec{\omega}_{\alpha\lambda}$ – кутова швидкість обертання кривої Γ_α відносно Q_λ^o ; ε_α – параметр, що враховує деформацію кривої Γ_α .

Криву Γ_α можна вибрати так, що одночасно виконуватимуться дві рівності:

$$\vec{\omega}_{\alpha\lambda} = 0; \quad \varepsilon_\alpha = 0,$$

тобто крива Γ_α залишається нерухомою в просторі Q_λ^o .

Рівняння (1) задає деяку поверхню Π_α , яку можна представити набором кривих Γ_α , що рухаються, якщо зробити заміну $S_\lambda(t)$:

$$\vec{r}_\lambda^* = \vec{r}_\lambda(t) + \rho_\alpha(S_\alpha, t).$$

Розглянемо систему просторів Q_p та Q_A , останнє з яких обертається відносно першого з кутовою швидкістю $\vec{\omega}_\alpha$. Повідомимо системі кутову швидкість $-\vec{\omega}_\alpha$. Простір Q_A виявиться нерухомим, а простір Q_p – що обертається з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_\alpha$. Відмітимо в Q_A слід лінії Γ_α при її русі уподовж Γ_λ і одночасному обертанні разом із Q_p з кутовою швидкістю $-\vec{\omega}_\alpha$. В результаті такого складного руху у Q_A визначиться набір кривих Γ_α у вигляді поверхні Π_α . Ця поверхня є узагальненою розгорткою поверхні Π_α – поверхні зуба колеса А. Поверхні Π_α та Π_a взаємні, тобто якщо одна з поверхонь є розгорткою іншої при прямому русі Q_p та Q_A , то при зворотному русі поверхні міняються ролями. Тому поверхню Π_α будемо називати поверхнею зуба колеса А; поверхню Π_α – розгорткою поверхні Π_α .

Аналогічно міркуючи, отримуємо радіус-вектор поверхні Π_β , що являється узагальненою розгорткою поверхні Π_β зуба колеса В. У працюючій передачі існують такі області, в яких пара поверхонь зубів різних коліс мають одну (для передач ОЛЗ) і дві (для передач ДЛЗ) точки контакту. Більше того, контакт між цими поверхнями має бути безперервним, інакше положення веденого колеса виявляється невизначеним. У такому разі ми можемо в полюсному просторі відмітити слід точки контакту поверхонь. В результаті отримаємо лінію зачеплення – нульову, що направляє Γ_λ .

Висновки. Методом допоміжних поверхонь, виділених в полюсному просторі, за допомогою перетворення у вигляді узагальненої розгортки, утворені поверхні зубів обох коліс. Такого типу складання, стосовно циліндричних передач Новікова ДЛЗ, дають можливість отримати такі локально-диференціальні характеристики передачі, як співвідношення деривативів, які є теоретичною базою для гідродинаміки мастила передачі.

Список літератури: 1. Гессен Б.А. Аналитический метод исследования пространственных зацеплений // Труды семинара по теории машин и механизмов. – Вып.19, АН СССР. – 1949. 2. Залгаллер В.А. Теория огибающих. – М.: Наука, 1975. – 102с. 3. Короткин В.И., Дорожжик В.Н. О некоторых геометрических особенностях зубчатых передач зацеплением Новикова // Проблемы качества и эффективности технологии изготовления зубчатых передач: Тез. докл. конф. – Омск: ОПИ, 1979. – С.50-53. 4 Фавар Ж. Курс локальной дифференциальной геометрии. Пер. с англ. – М.: Изд-во иностр. лит-ры., 1963. – 123с.

Надійшла до редколегії 31.05.11

УДК 621.833

А.А. МУХОВАТЫЙ, к.т.н., старший преподаватель каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

МЕТОД СИНТЕЗА ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

В работе разработан метод синтеза зубчатых передач с использованием значения параметра, оказывающего основное влияние на величину критериев работоспособности зацепления. Синтезирован исходный контур, обеспечивающий улучшение критериев работоспособности зубчатых передач.

У роботі розроблено метод синтезу зубчастих передач із використанням значення параметра, що робить основний вплив на величину критеріїв працездатності зачеплення. Синтезовано вихідний контур, що забезпечує поліпшення критеріїв працездатності зубчастих передач.

In operation the method of synthesis of gears with use of the parameter value, making the basic impact on magnitude of criteria of working capacity of linkage is developed. The initial head loop ensuring improvement of criteria of working capacity of gears is synthesized.

Постановка задачи. Создание высоконагруженных передач зацеплением связано с нахождением геометрии рабочих поверхностей, обеспечивающей высокие значения критериев работоспособности [1...7]. В данном направлении проведены и проводятся широкие исследования с использованием различных способов отыскания рациональной геометрии зубьев [1, 2, 4-7]. Значительное количество работ посвящено синтезу рациональной геометрии зубьев по заданным значениям геометро-кинематических и комплексных критериев работоспособности [1-3]. Другим направлением создания зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью является синтез геометрии зубьев зубчатых передач по заданной линии зацепления [6, 7]. В данном случае необходимы дополнительные исследования по определению рациональной геометрии линии зацепления для обеспечения высоких значений критериев работоспособности. Следует заметить, что создание высоконагруженных передач можно обеспечить применением способа основанного на решении дифференциального уравнения, полученного на основе геометрических исследований условий сопряженности рабочих поверхностей [7]. Однако и этот метод не приводит без дополнительных исследований к получению рациональных параметров поверхностей зубьев, обеспечивающих высокие значения критериев работоспособности.

Исходя из сказанного, для нахождения рациональной геометрии рабочих поверхностей зубьев необходимо использовать значение такого параметра при синтезе, который влияет на все геометро-кинематические и комплексные критерии работоспособности и позволит синтезировать высоконагруженные передачи без дополнительных исследований.

Цель статьи. Разработать метод синтеза высоконагруженных зубчатых передач с использованием значения критерия, оказывающего основное влияние на величину критериев работоспособности зацепления.

1. Геометро-кинематические критерии. Согласно [1, 2, 8] геометро-кинематические критерии прямозубых цилиндрических зубчатых передач имеют значения:

- относительная скорость (при угловой скорости шестерни $\omega_1 = 1 c^{-1}$)

$$V^{12} = f_1 \frac{(u+1)}{u} \sqrt{\left(\frac{1}{f_2'}\right)^2 + 1}; \quad (1)$$

- скорость точек контакта поверхности зуба шестерни в направлении, перпендикулярном линии контакта (при $\omega_1 = 1 c^{-1}$)

$$V = \frac{n}{\Omega_2'} \left(R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right); \quad (2)$$

- скорость точек контакта поверхностей зуба колеса в направлении, перпендикулярном линии контакта (при $\omega_1 = 1 c^{-1}$)

$$V_2 = \frac{n}{u \Omega_2'} \left(R_2 - \frac{f}{f_2'} \cdot \Omega_2' \right); \quad (3)$$

- суммарная скорость точек контакта (при $\omega_1 = 1 c^{-1}$)

$$V_{\Sigma} = \frac{n}{\Omega_2'} \left\{ 2R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \cdot \Omega_2' \cdot \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right\}; \quad (4)$$

- приведенная кривизна рабочих поверхностей зубьев

$$x = \frac{(R_1 + R_2) f_2' (\Omega_2')^2}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot n^3}; \quad (5)$$

- удельные скольжения

$$\eta_1 = \pm \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' \left(R_i \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right)}. \quad (6)$$

В равенствах (1)...(6) введены обозначения:

f_1, f_2 – функции, определяющие геометрию исходного контура зубьев зацепляющихся колес; f_2' – первая производная функции f_2 по f_1 ; u – передаточное число передачи; R_1, R_2 – радиусы начальных окружностей шестерни и колеса; $n = \sqrt{1 + (f_2')^2}$ – модуль нормали к профилю исходного контура; Ω_2' – производная функции Ω_2 по f_1 , равная

$$\Omega_2' = \frac{f_2' - f_1 f_2''}{(f_2')^2} + f_2'; \quad (7)$$

$$\tau_i = R_i \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2'; \quad (8)$$

f_2'' – вторая производная функции f_2 по f_1 .

В (6) и (8) верхний знак и $i = 1$ – для зубьев шестерни (ведущего колеса), нижний знак и $i = 2$ – для зубьев колеса (ведомого колеса).

2. Комплексные критерии работоспособности. При больших значениях R_1 и R_2 , когда величина

$$1 \pm \frac{f_1}{f_2 R_i} \Omega_2' \approx 1, \quad (8')$$

комплексные критерии работоспособности прямозубых передач [1] будут равны (с использованием (1)...(8))

- критерий контактной прочности (по Герцу)

$$\theta = x_0 \frac{n^2}{f_2' (\Omega_2')^2}; \quad (9)$$

- критерий износа [9] (по Крагельскому И.В.)

$$h_u = \Omega_u x_0^{0,5} f_1' \left(\frac{f_2'}{n^3} \right)^{0,5} \Omega_2'; \quad (10)$$

- критерий толщины масляного слоя между рабочими поверхностями зубьев [10] (по Кодниру Д.С.)

$$h_{mc} = \Omega_{mc} \frac{(2R_1)^{0,75}}{x_0^{0,4}} \cdot \frac{n^{1,95}}{(\Omega_2')^{1,55} (f_2')^{0,4}}; \quad (11)$$

- температурный критерий (по Блоку) [9] (без учета равенства (8'))

$$K_3 = \Omega_3 f' \left\{ \sqrt{\frac{n}{\Omega_2'} \left(R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right)} - \sqrt{\frac{n}{\Omega_2' u} \left(R_2 - \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right)} \right\} \cdot \frac{x_0^{0,75} (f_2')^{0,25} (\Omega_2')^{0,5}}{n^{0,75}}; \quad (12)$$

- критерий потерь в зацеплении на мгновенной контактной линии

$$\Delta P = \Omega_p f_1' \sqrt{\left(\frac{1}{f_2'} \right)^2 + 1}; \quad (13)$$

- критерий удельной работы сил трения для мгновенной контактной линии [11] (по Кудрявцеву В.Н.)

$$A_{mp} = \Omega_a f' \cdot \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' R_i}. \quad (14)$$

Дополнительно к приведенным выше в (9)...(14) введены обозначения:

$x_0 = (R_1 + R_2)/R_1 R_2$; $\Omega_u, \Omega_{mc}, \Omega_3, \Omega_3', \Omega_a$ – величины, не зависящие от геометрии исходного контура (от функций f_1 и f_2 и их производных); f – коэффициент трения скольжения равный [9]

$$f = \frac{0,09 q_n^{0,1} \left(10 - \lg \frac{HB \cdot R_a x}{E_{np}} \right) \cdot x^{0,25}}{\nu^{0,07} V_{\Sigma}^{0,1} (V^{12})^{0,75}}, \quad (15)$$

где q_n – нагрузка на единицу длины контактной линии; HB – твердость наименее твердого и контактирующих зубьев; R_a – шероховатость более твердого из контактирующих зубьев; E_{np} – приведенный модуль упругости материалов зацепляющихся колес; x – приведенная кривизна контактирующих поверхностей; ν – вязкость масла.

Анализ показывает, что при одинаковых значениях f_1' , такие величины как f_2', n, V^{12} слабо влияют на значения геометро-кинематических и комплексных критериев работоспособности. Основное влияние на эти значения и коэффициент трения скольжения оказывает критерий Ω_2' , определяемый равенством (7). Поэтому синтез геометрии исходного контура высоконагруженных передач следует производить по заданному значению Ω_2' меньшему (поскольку его уменьшение улучшает критерии работоспособности передачи) его значения для прямого исходного контура (эвольвентное зацепление), для которого $\Omega_2' \approx 3$. Следовательно, пределы изменения Ω_2' имеют значения $0 < \Omega_2' < 3$. При этом следует учитывать, что коэффициент перекрытия в зацеплении должен быть, по крайней мере, больше единицы ($\varepsilon_\alpha \geq 1,2$) и толщина вершин зубьев колес $S'_\alpha \geq 0,25m$ (m – модуль зацепления) [11]. Кроме того, должно отсутствовать подрезание зубьев.

3. Метод синтеза. На рисунке 1 изображена схема исходного контура. Ось переменной f_1 – направлена перпендикулярно *НП*, а ось функции $f_2(f_1)$ – по начальной прямой. Пусть при $f_1 = f_{10}$ функция $f_2 = 0$, а значение первой производной в точке f_{10} равно $f_2' = f_{20}' = \text{tg} \alpha_0$, где α_0 – профилльный угол инструмента при $f_1 = f_{10}$ (рисунок 1). Можно задать значение Ω_2' в виде функции $K(f_1)$ в зависимости от f_1 . Наиболее простым получается решение, когда $K(f_1) = k = \text{const}$. В этом случае имеем

$$\Omega_2' = k = \text{const}. \quad (16)$$

Интегрируя (16) получаем дифференциальное уравнение

$$\Omega_2 = kf_1 + c, \quad (17)$$

где c – произвольная постоянная.

Учитывая, что функция Ω_2 равна [1],

$$\Omega_2 = \frac{f_1}{f_2} + f_2, \quad (18)$$

имеем дифференциальное уравнение

$$f_1 = (kf_1 + c - f_2)f_2'. \quad (19)$$

Поскольку при $f_1 = f_{10}$ $f_2 = 0$, а $f_2' = f_{20}' = \text{tg} \alpha_0$ из (19) определяем

$$c = f_{10}(\text{ctg} \alpha_0 - k). \quad (20)$$

Решение уравнения (19) представлено в виде

$$f_2 = \sum_{r=1}^i \frac{f_{20}^{(r)}}{r!} (f_1 - f_{10})^r, \quad (21)$$

где $f_{20}^{(r)}$ – производная порядка r функции f_2 при $f_1 = f_{10}$. Их значения находим последовательным дифференцированием (19) при $f_1 = f_{10}$. При заданном " k " получаем значения шести первых производных

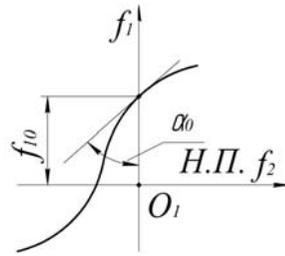


Рисунок 1 – Схема исходного контура (*НП* – начальная прямая)

$$\begin{aligned} f_{20}' &= a_1 = \text{tg} \alpha_0; & f_{20}'' &= a_2 = \frac{[1 + (a_1 - k)a_1]a_1}{f_{10}}; \\ f_{20}''' &= a_3 = \frac{[a_2 \cdot a_1 + 2(a_1 - k)a_2]a_1}{f_{10}}; & f_{20}^{IV} &= a_4 = \frac{[a_3 \cdot a_1 + 3(a_2)^2 + 3(a_1 - k)a_3]a_1}{f_{10}}; \\ f_{20}^V &= a_5 = \frac{[a_4 \cdot a_1 + 10a_2a_3 + 4(a_1 - k)a_4]a_1}{f_{10}}; & f_{20}^{VI} &= a_6 = \frac{[a_5 \cdot a_1 + 15a_2a_4 + 10(a_3)^2 + 5(a_1 - k)a_5]a_1}{f_{10}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Для увеличения точности решения можно увеличить число членов ряда (21).

В качестве примера рассмотрим случай, когда синтез исходного контура производится при следующих данных: $k = 2$; $\text{tg} \alpha_0 = 0,5$; $f_{10} = 0,5$ (рисунок 1). С использованием (22) получаем коэффициенты ряда (21): $a_1 = 0,5$; $a_2 = 0,25$; $a_3 = -0,625$; $a_4 = 2,6875$; $a_5 = -16,3437$; $a_6 = 128,3906$. Основные параметры исходного контура представлены на рисунке 2.

Уравнение кривой *AB* исходного контура (рисунок 2) имеет вид

$$f_2 = \sum_{r=1}^6 \frac{a_r}{r!} (f_1 - f_{10})^r + 0,1988. \quad (23)$$

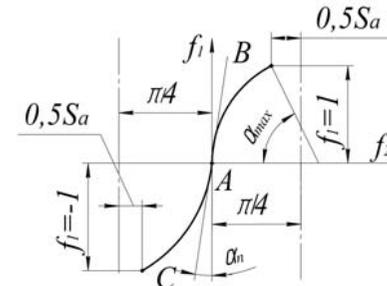


Рисунок 2 – Параметры исходного контура ($\alpha_n = 9,34^\circ$; $\alpha_{\text{max}} = 30,7^\circ$; $0,5S_a = 0,312$)

Для кривой *AC* значения f_2 из (23) следует принимать с отрицательным знаком.

Данный исходный контур обеспечивает коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha > 1,2$ для распространенных чисел зубьев шестерни и колеса.

При этом подрезание зубьев отсутствует при числе зубьев шестерни больше семи. В сравнении с эвольвентными передачами (при угле зацепления 20°) синтезированный исходный контур обеспечивает в среднем (исключая полюс зацепления): увеличение критерия контактной прочности в два раза, увеличение толщины масляной пленки в 1,87 раза, уменьшение износа зубьев в 1,9 раза, уменьшения критерия заедания в 1,55 раза, уменьшение потерь в зацеплении в 1,27 раза, уменьшение удельной работы сил трения в 1,9 раза.

Выводы:

1. Разработан новый метод синтеза высоконагруженных зубчатых передач с использованием параметра, оказывающего основное влияние на их критерии работоспособности.

2. Синтезирован исходный контур, обеспечивающий улучшение критериев работоспособности зубчатых передач в 1,27...2 раза по всему полю зацепления (исключая околополюсную зону зацепления).

Список литературы: 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганськ. Вид-во СЛУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 2. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арокными зубьями. – Луганськ. Вид-во СЛУ ім. В.Даля, 2004. – 336с. 3. Ленский М.Ф. Синтез плоских зубчатых механизмов по некоторым качественным показателям // Зубчатые и червячные передачи. – М.: Изд. Машиностроение. 1968. – С. 35-46. 4. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхондной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. НИИ Информтяжмаш. – 18–67–106, 1967. – С.1-8. 5. Носко П.Л., Шишов В.П., Ткач П.М., Мухоматов О.А. Основы синтеза выходного контура цилиндрических зубчатых передач с уменьшением питомих работ сил тертя в зацеплении // Вісник національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.128-133. 6. Tokoly P., Bosancky M., Vanya A. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer // Вісник національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.10-19. 7. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 8. Шишов В.П., Панкратов Д.А., Мухоматов А.А. Критерии оценки работоспособности передач зацеплением // Вісник національного технічного університету "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2001. – №12. – С.27-33. 9. Трение, изнашивание, смазка. Справочник в 2-х кн. // Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина. – М.: Машиностроение, 1978. – Кн.1 – 400с., 1979. – Кн.2 – 338с. 10. Кодниц Д.С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 304с. 11. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464с.

Поступила в редколлегию 05.05.11

УДК 621.9:621.833

Е.В. НАДЄЇНА, здобувач, КІК, м. Кіровоград

МЕТОДИКА НАСТРОЮВАННЯ ВЕРСТАТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ ДЛЯ НАРІЗУВАННЯ ПЛОСКИХ КОЛІС НАБЛИЖЕНИХ СПІРОЇДНИХ ПЕРЕДАЧ

Експериментальні дослідження наближених циліндричних спіроїдних передач показали, що такі передачі мають достатньо високі технічні характеристики, в результаті чого вони можуть мати широке застосування у промисловості. У статті викладена методика налаштування верстатів для нарізування коліс таких передач методом копіювання різцевими головками з нахиленими різцями.

Експериментальные исследования приближенных цилиндрических спироидных передач показали, что такие передачи имеют достаточно высокие технические характеристики, в результате чего они могут иметь широкое применение в промышленности. В статье изложена методика настройки станков для нарезания колес таких передач методом копирования резцовыми головками с наклонными резцами.

Experimental studies of the approximate cylindrical spiroid gears have shown that such programs have a fairly high technical characteristics, which they can be widely used in industry. The paper setting out the methodology of machine tools for cutting wheels of such transfers by copying the cutting head with inclined incisors.

Взаємне розташування у верстатному зачепленні різцевих головок і оброблюваного плоского колеса наближеної спіроїдної передачі є дуже важливим елементом процесу формоутворення зубів.

Це пояснюється наступним. Відповідно до результатів дослідження [1], від точності настроювання розмірів В і Г положення точки ділильного кола плоского колеса, в якій задано кут β нахилу його зуба, залежить положення площадки контакту поверхонь витків черв'яка і зубів спіроїдного колеса передачі.

Збільшення вертикальної В і зменшення горизонтальної Г координат одночасно або окремо приводить до збільшення кута нахилу лінії зуба спіроїдного колеса і зміщення площадки контакту. Протилежні зміни координат В і Г призводить до зміщення площадки контакту в іншу сторону. Великі зміщення можуть бути причиною несприятливих умов працездатності передачі. Від точності настроювання кута нахилу осі різцевої головки δ залежить положення центра площадки контакту активних поверхонь ланок передачі. Це пояснюється тим, що похибка настроювання кута δ збільшує або зменшує кут профілю зуба спіроїдного колеса (якщо вважати, що похибки виготовлення різцевих головок відсутні) і точка дотику активних поверхонь ланок передачі буде зміщатися або до вершини зуба, або до його основи. Такі зміщення центру миттєвої площадки контакту призводить до концентрації навантаження на зуб через зменшення площі миттєвої площадки контакту.

До цього треба додати, що різцеві головки також мають похибки становлення, які негативно впливатимуть на якість зачеплення.

Виходячи із сказаного, оснащення для настроювання верстатного зачеплення, яке реалізується на універсальному вертикально-фрезерному верстаті, повинно забезпечити таку ж точність його параметрів, яка регламентована на верстатах для обробки конічних коліс нормальної точності. На верстатах фірми Гліссон і Саратовського заводу зуборізних верстатів для обробки конічних коліс з діаметром до 400мм точність налагоджуваних параметрів не перевищує ціни поділки відповідного лімбу і складає в середньому 0,02мм.

Враховуючи те, що на зуборізних верстатах для обробки конічних коліс з криволінійними зуб'ями не можна реалізувати верстатне зачеплення для нарізування плоских коліс наближених спіроїдних передач, **актуальною** є необхідність створення методики настроювання верстата для реалізації вказаного в [1] верстатного зачеплення, так як такі передачі можуть мати високу працездатність.

Задача, яка вирішується в даній статті, спрямована на створення пристрою для настоювання верстата і послідовності дій при настроюванні, причому оснащення для налагоджування верстатного зачеплення треба проектувати так, щоб похибки настоюваних величин не перевищували 0,02мм для лінійних і 5' для кутових розмірів.

Методика настроювання розроблена для вертикально-фрезерного верс-

тата з поворотною шпindelною головкою і ділильною головкою, так як це оснащення підходить для обробки розглядуваних коліс без їх модернізації.

Для настроювання положення різцевої головки відносно оброблюваного колеса в робочому просторі верстата в площині, яка перпендикулярна руху повздовжньої подачі і співпадаючою з ним віссю ділильної головки, необхідно визначити точку, яка має координати В і Г в системі координат, початок який лежить на осі ділильної головки, а осі В і Г знаходяться в площині D, при чому вісь Г паралельна, а вісь В перпендикулярна площині столу верстата (рисунок 1).

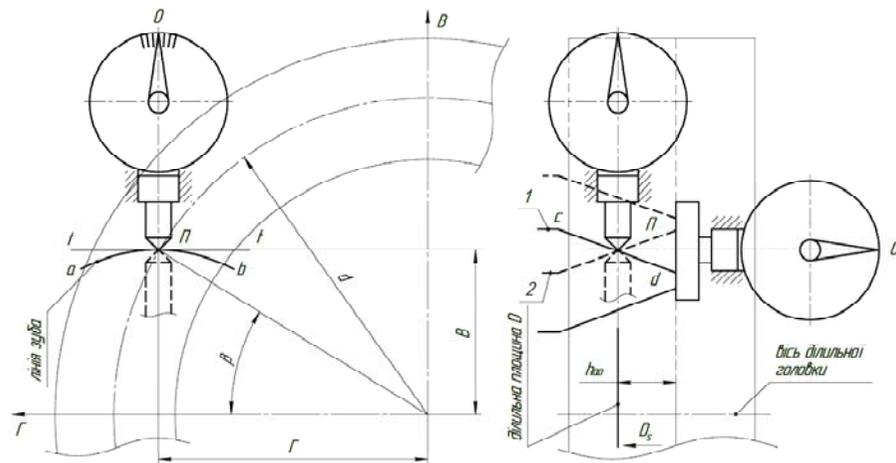


Рисунок 1 – Координатна система робочої зони верстата:
1 – різець різцевої головки для угнутої сторони зуба колеса;
2 – різець різцевої головки для опуклої сторони зуба колеса

Для вирішення цієї задачі необхідно матеріалізувати вказану систему координат, в якій з точністю до 0,005мм можна встановити значення координат В і Г. Пристрій, який є розв'язком цієї задачі, показано на рисунку 2. Вал 1 є базовою деталлю пристрою. В отвір вала, виконаний перпендикулярно до його осі, запресовано штангу 2, яка виконує функцію осі Г. На штанзі 2 перпендикулярно до неї і вала 1 розташована штанга 3, яка виконує функцію осі В. Вона може рухатись вздовж штанги Г і жорстко фіксуватися в потрібному положенні. На рухомій штанзі 3 встановлено кронштейн 4, рухомий вздовж штанги 3 і паралельний осі вала 1. Із штангою 3 нерухомо зв'язаний кронштейн 5, поверхня Б якого перпендикулярна штанзі 3 і паралельна осі Г. На кронштейні 4 встановлено рухомий кронштейн 6, на якому закріплено індикатори 7 і 8. Вісі штоків індикаторів 7 і 8, кронштейнів 4 і 6 лежать в одній площині з віссю штанги 3 і ця площина паралельна осі вала 1. Надалі індикатори 7 і 8 будемо називати горизонтальним і вертикальним відповідно. Горизонтальний індикатор призначений для контролю розміру головки зуба вихідного контуру різців, а вертикальний – для контролю висотної координати В.

дно контуру різців, а вертикальний – для контролю висотної координати В.

При установленні пристрою в ділильну головку ця площина буде перпендикулярна ділильній площині плоского спіроїдного колеса, яке будуть обробляти після настройки верстата. Переміщуючи штангу 3 вздовж штанги 2 встановлюють розмір Г. Для цього необхідно визначити розмір набору кінцевих мір довжини (рисунок 3)

$$L_G = G - C_G, \quad (1)$$

де L_G – розмір набору кінцевих мір; G – проекція ділильного радіуса колеса r_1 на вісь Г, $G = r_1 \cos \beta_1$; r_1 – радіус ділильного колеса [2]; β_1 – кут нахилу зуба колеса; C_G – стала пристрою, яка дорівнює відстані між вісями вала 1 і штанги 3 в початковому її положенні.

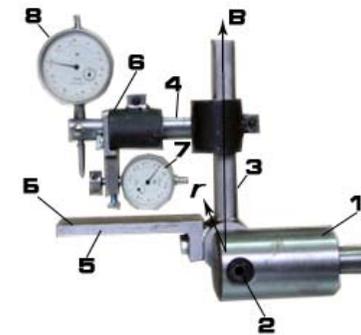


Рисунок 2 – Пристрій для імітації верстатної системи координат

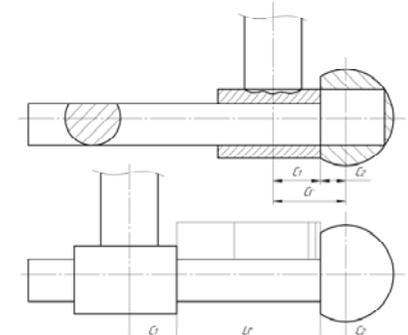


Рисунок 3 – До визначення розміру набору кінцевих мір L_G

Набір кінцевих мір встановлюють на лиску штанги 2 між базовими площинами вала 1 і штанги 3, притискають штангу до вала і закріплюють її на штанзі 2. Після фіксації штанги 3 набір кінцевих мір видаляють. Після встановлення розміру Г площина, в якій лежать осі вимірювальних штоків індикаторів 7 і 8, буде проходити через точку П лінії зуба майбутнього колеса.

Для настройки різцевої головки на розмір В будемо вважати суміщеними в кінцевому положенні при обробці зуба оброблюваного спіроїдне колеса, різець в западині зубчастого кінця і пристрій для настроювання положення різцевої головки.

В площині D (рисунок 1) розташовується різальна кромка cd різця (розглядається різець зовнішній, яким утворюється угнута сторона зуба), яка контактує з точкою П ділильної лінії зуба колеса з точкою П різальної кромки, яка належить номінальному діаметру різцевої головки і розташована від вершини різця на відстані висоти головки h_{a0} вихідного виробляючого контуру.

В такому положенні вісь штока індикатора 8 повинна лежати в ділильній

площині колеса. На схемі (рисунок 4) видно, що із-за нахилу різальної кромки під кутом α контакт її із сферичним наконечником штока індикатора зміщується з осі штока. В такому положенні між точками П і К виникає зазор $C_r = r(1/\cos\alpha - 1)$. На величину C_r треба розмір L_B набору кінцевих мір довжини збільшити. Тоді

$$L_B = B - C_B + r \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right), \quad (2)$$

де L_B – розмір набору кінцевих мір довжини; B – вертикальна координата точки П, $B = r_1 \sin \beta_1$; C_B – стала пристрою, яка дорівнює відстані між установчою площиною кронштейна і віссю вала 1; α – кут профілю вихідного контуру; r – радіус сферичного наконечника штока індикатора: $r=2\text{мм}$ (ГОСТ 577).

Алгоритм настроювання вертикально-фрезерного верстата для нарізування плоского спіроїдного колеса наступний.

1. Настроювання пристрою на розміри Г і В (далі будемо називати цей пристрій "пристрій ВГ") для установлення різцевої головки для обробки угнутої сторони зуба. Для цього визначають розмір набору кінцевих мір L_G і установлюють вертикальну штангу в необхідне положення відносно базового вала. Далі на місце вертикального індикатора установлюють центрошукач, складають набір кінцевих мір $L_h = h_{a0}$ і установлюють горизонтальний індикатор на відстані h_{a0} від осі індикатора вертикального з похибкою не більше половини поділки шкали, тобто 0,005мм.

Після цього визначають розмір набору кінцевих мір довжини L_B , замість центрошукача установлюють вертикальний індикатор і встановлюють його на розмір L_B . Для простоти запам'ятовування показів стрілок індикаторів пристрою ВГ бажано на обох шкалах в настроєному положенні встановлювати стрілки на нулі.

2. Настроювання кута δ нахилу осі різцевої головки, кута профілю α і горизонтальної координати Г. Для цього пристрій для настроювання розмірів на розмір Г і В установлюють в шпинделі ділильної головки і виміряють перпендикулярність осі штанги 3 і паралельність осі штанги 2 площині стала верстата. За цим за допомогою штангового патрона в шпинделі верстата установлюють точну шліфовану циліндричну оправку, перевіряють її радіальне биття, яке не повинне бути більше 0,015мм. Далі на установчу площину пристрою ВГ установлюють кутомір, настроєний з точністю $2'$ на кут $(90^\circ + \delta)$ і суміщають вимірювальну кромку кутоміра з по верхньою оправки. Просвіт між ними повинен бути рівномірним шириною 0,2...0,3мм. Після цього на оправку опирають ніжку вертикального індикатора і, переміщаючи стіл верстата в поперечному напрямку по максимальному відхиленню стрілки індика-

тора суміщають вісь шпинделя верстата з площиною, яка проходить через точку П ділильного кола колеса на відстані Г від осі ділильної головки. В цьому положенні стіл верстата затискають. Далі оправку видаляють із шпинделя, на її місце встановлюють різцеву головку для обробки угнутої сторони зуба колеса. На установчу площину пристрою Б пристрою ВГ установлюють кутомір (або шаблон), настроєний на кут $(180^\circ - \alpha)$, і суміщають його вимірювальну кромку з різальною кромкою зовнішнього різця, яка має максимальне радіальне биття і проходить через точку П. Просвіт між цими кромками повинен бути мінімальний, а його ширина вздовж різальної кромки однакова і визначається візуально. При різниці ширини на кінцях просвіту в 0,01мм похибка кута профілю зуба спіроїдного колеса становить 6 кутових мінут для модуля 2мм і пропорційно його збільшенню зменшується. Момент настроювання кута δ для нарізування угнутої сторони зуба показано на рисунку 5.

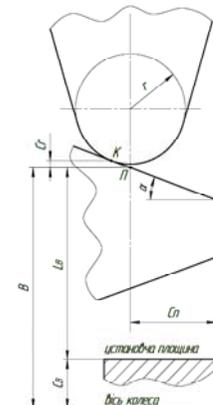


Рисунок 4 – Визначення розміру кінцевих мір L_B

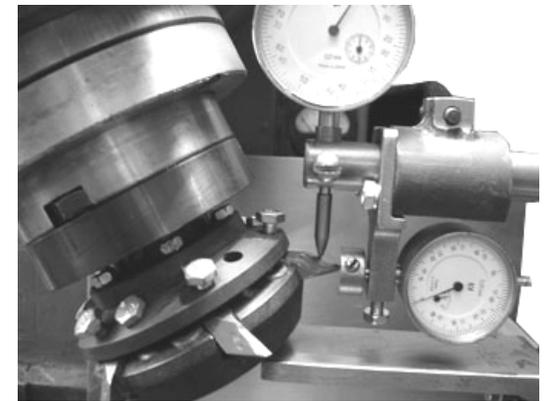


Рисунок 5 – Настроювання верстату для оброблення угнутої сторони зуба

3. Настроювання розміру В верстатного зачеплення. Для цього з установчої бази прибирають кутомір і переміщаючи стіл у поздовжньому і вертикальному напрямку установлюють його так, щоб вершина різця торкалась опорної площини штока горизонтального індикатора і на шкалі його було встановлено висоту головки зуба h_{a0} .

Далі опускають стіл верстата до дотику шарового наконечника штока вертикального індикатора з задньою поверхнею верхнього різця і плавним поворотом шпинделя суміщають різальну кромку різця з віссю штока індикатора. В такому положенні різцевої головки стіл верстата опускають вниз до моменту установки стрілок індикатора на поділці, відповідній розміру В. В такому стані стіл верстата фіксується затискачами.

4. Установлення заготовки плоского спіроїдного колеса проводять після видалення пристрою ВГ. Замість нього на шпиндель ділильної головки уста-

новлюють оправку для базування і закріплення заготовки. Биття базових поверхонь оправки не більш 0,01мм. Після встановлення на оправку заготовки настраюють глибину врізання різцевої голівки, яка дорівнює висоті зуба спіроїдного колеса, і фіксують в цьому положенні упор повздовжнього переміщення столу на станині, а стрілки шкал індикатора в зручному для читання показу положення. Величину врізання на висоту зуба спіроїдного колеса бажано установлювати за допомогою набору кінцевих мір довжини.

5. Настроювання ділильної головки для нарізування заданого числа зубців проводиться відповідно з її паспортом.

6. Призначають режими різання за загальними машинобудівними нормативами.

Після нарізування всіх зубів з угнутою лінією замінюють першу різцеву головку для головки для нарізування опуклої сторони зуба спіроїдного колеса. Знімають зі шпинделя ділильної головки оправку із спіроїдним колесом і на її місце установлюють пристрій ВГ, попередньо настроений так, як це описано в п.1 алгоритму, але для опуклої сторони. Відмінність полягає лише в тому, що індикатор В розташовано знизу різця (рисунок 1). Послідовність дій для підготовки верстата для обробки опуклої сторони не змінюється, а додається технологічний перехід щодо контролю товщини зуба. Для передач, в яких боковий зазор в зачепленні не менший 0,003...0,05мм, товщину зуба з достатньою точністю можна контролювати тангенціальним зубоміром з вузькою виміральною губкою.

Висновки:

1. Запропонований пристрій для настроювання параметрів верстатного зачеплення при обробці плоских коліс наближених спіроїдних передач дозволяє з високою точністю реалізувати теоретичну схему формоутворення.

2. Методика і алгоритм настроювання верстата легко реалізується на універсальному обладнанні і без ускладнень може бути використана при створенні спеціального верстата.

Список літератури: 1. *Надеина Э.В.* Формообразование поверхности зубьев плоского колеса приближенной спироидной передачи / *Надеина Э.В.* // Резание и инструмент в технологических системах: Международный научно-технический сборник. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2003. – Вып.65. – С.105-110. 2. *Розенберг О.О.* Визначення діаметра різцевої головки для формоутворення поверхонь зубців колеса наближеної циліндричної спіроїдної передачі / *Розенберг О.О., Надеина Э.В.* // Резание и инструмент в технологических системах. – Харків: НТУ"ХПИ". – Вып.69. – С.239-244.

Надійшла до редколегії 05.05.11

А.М. НАДЖАФОВ, д.т.н., доцент АзТУ, г. Баку, Азербайджан

СИСТЕМНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ТРЕХСТУПЕНЧАТОГО ПАКЕТНОГО РЕДУКТОРА

Предлагается методика системного вероятностного расчета на прочность по основным критериям работоспособности зубчатого цилиндрического пакетного редуктора с учетом флуктуации случайных факторов, влияющих на их несущую способность.

Пропонується методика системного імовірнісного розрахунку на міцність по основних критеріях працездатності зубчастого циліндрового пакетного редуктора з врахуванням флуктуації випадкових факторів, що впливають на їх здатність, що несе.

New methodology of system probability calculation on stress by main efficiency criterions of cylindrical gear package reducer with regard to random factor fluctuations influencing their load-carrier capacity has been offered.

Актуальность задачи. В конструкторской практике при проектировании редукторов обычно бывают известны мощность и частота вращения на выходном валу, передаточное отношение и условия работы (срок службы) механизма. В связи с тем, что наиболее изученным в отношении характера протекания процесса повреждений является усталостное изнашивание поверхности зубьев, то в большинстве случаев размеры зубчатых колес зубчатых редукторов определяют при расчете на контактную прочность активных зубьев обеспечивается за счет подбора модуля зацепления с помощью варьирования числа зубьев колес.

Разработанный на кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета пакетный редуктор на двух валах с цилиндрическими зубчатыми колесами [1], отличающийся компактностью, малой металлоемкостью, повышенной надежностью и высокими эксплуатационными показателями (рисунок 1), представляет собой сложную многоэлементную систему, все элементы которой определенным образом связаны между собой. Основным качественным показателем пакетного редуктора, как и любого другого редуктора, является его несущая способность. Поэтому комплексный подход к оценке несущей способности основных конструктивных элементов пакетных редукторов (зубчатых колес) при их проектировании представляет большой теоретический и практический интерес.

Существующая на практике методика расчета зубчатых редукторов, базирующаяся в основном на материалах ГОСТ 21354-87 не в состоянии должным образом оценить их несущую способность и надежность, поскольку эти методы приближены и не учитывают влияние случайных факторов, существенно влияющих на конечный результат.

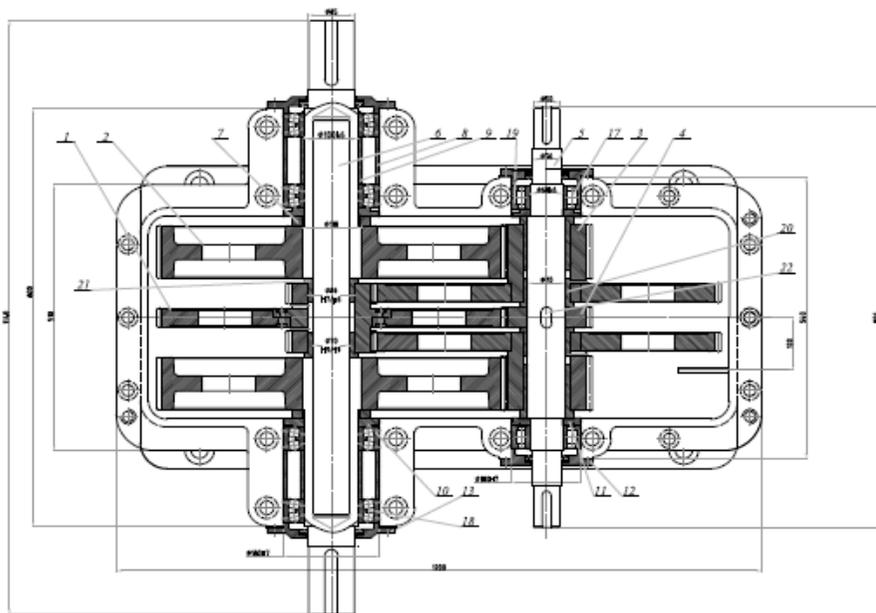


Рисунок 1 – Двухпоточный трехступенчатый пакетный редуктор для станков-качалок

Под случайными факторами понимаются те величины и параметры, значения которых имеют некоторое рассеивание. В связи с вышеизложенным, обособленные детерминированные методы расчета редукторов не позволяют должным образом оценить их несущую способность и надежность, в то время как целью любого прочностного расчета должно являться доказательство того, что за время эксплуатации не наступит разрушение составных элементов и механизма в целом.

Неточность расчетных зависимостей в традиционных детерминированных методах расчета компенсируется с помощью коэффициентов запасов прочности. Однако, существующая практика выбора коэффициентов запаса прочности не всегда себя оправдывает. Таким образом, вся приближенность традиционных методов расчета зубчатых механизмов и их обособленность в конечном итоге может привести к неверной оценке несущей способности элементов механизма и неправильной оценке ее надежности. Это, в свою очередь, может привести или к увеличению габаритов и массы всей передачи, или же к преждевременному выходу ее из строя.

Поскольку проектирование, производство и эксплуатация пакетных редукторов осуществляется в полном соответствии с техническим заданием и нормативно-техническими положениями, то удовлетворение всем требованиям должно производиться с учетом флуктуации всех случайных факторов, влияющих на его работоспособность.

Цель работы. Создание методики системного вероятностного расчета пакетных редукторов, позволяющей учесть в заданном диапазоне случайных характер рассеивания возмущающих факторов.

Следует отметить, что вероятностные методы расчета не требуют создания принципиально новой системы инженерных расчетов. Существующие уравнения объективно отражают связи между явлениями с достаточной точностью, но входящие в них случайные величины необходимо трактовать в вероятностном аспекте.

К случайным факторам можно отнести: дисперсии механических характеристик материалов составных деталей; влияние смазочных материалов; погрешности изготовления и монтажа; неравномерность распределения нагрузки и т. д. При этом, несущая способность элементов пакетного редуктора представляется как случайное событие, состояние которого характеризуется совокупностью входных $(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots)$, выходных d_i и возмущающих (случайных) \bar{x}_i параметров, принятых в качестве определяющих с точки зрения выполнения их назначений:

$$[\bar{T}_i] = f_i(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots; d_i; \bar{x}_{ik}; \tilde{S}_i); \quad (i=1,2,3..N); \quad (k=1,2,3..n). \quad (1)$$

Одной из основных задач этапа проектирования пакетного редуктора является построение такой конструктивной схемы, чтобы основные характеристики его элементов и самого механизма в целом находились в состоянии, гарантирующем выполнение возложенных на них функций с требуемым уровнем надежности с учетом экономических факторов. Для анализа надежности пакетного редуктора он разбивается на составные блоки и далее модули, которые характеризуются самостоятельными входными и выходными данными. Системный вероятностный подход к расчету пакетного редуктора предопределяет расчет отдельных блоков во взаимосвязи с другими блоками, что позволяет, в отличие от детерминированных методов расчета, вести проектирование с требуемым уровнем надежности.

В общем случае, модель надежности какой-то механической системы должна устанавливать функциональную связь между показателями надежности ее составных блоков во взаимосвязи их с производственно-эксплуатационными факторами.

Пусть пакетный редуктор имеет n блоков, между которыми имеется статистическая связь. Если для каждого блока в отдельности известны показатели надежности P_i , то вероятность безотказной работы (надежность) системы – пакетного редуктора – будет выражена в следующей форме:

$$\tilde{P} = Q(t) = \prod_1^N \tilde{P}_i + (P_c - \prod_1^N \tilde{P}_i) K_N, \quad (2)$$

где K_N – коэффициент, учитывающий статистическую взаимосвязь между от-казами блоков пакетного редуктора.

Очевидно, что если составные элементы зависимы, то вероятность без-отказной работы (надежность) всей системы определяется надежностью "сла-бого" звена (коэффициенты корреляции равны единице) $\tilde{P} = P_c$. При отсутст-вии статистической связи между элементами системы (коэффициент коррел-ляции равен нулю): $\tilde{P} = \prod_1^N \tilde{P}_i$.

Условие успешного функционирования элементов механической систе-мы формулируется в виде соотношений, отражающих требования непревы-шения некоторой функцией ее допустимого значения. При анализе надежно-сти считается, что функциональная связь, отражающая структуру, принцип действия и назначения механической системы, задана или устанавливается из условия равенства нагрузочной способности отдельных элементов, представ-ленной в виде функции случайных аргументов $\bar{x}_{ik}; \bar{x}_{(i-1)k}$.

$$\bar{\psi}_j \equiv \frac{d_{i+1}}{d_i} = \bar{B}_j \varepsilon_j f_{2i}(\bar{x}_{ik}; \bar{x}_{(i+1)k}), \quad (3)$$

где

$$\bar{B}_j = f_{3i}(\alpha_i; \beta_i; \gamma_i; \dots; \alpha_{i+1}; \beta_{i+1}; \gamma_{i+1}); \quad \varepsilon_j = f_{4i}(\tilde{S}_i; \tilde{S}_{i+1});$$

\bar{B}_j, ε_j – вспомогательные параметры; $\tilde{S}_i; \tilde{S}_{i+1}$ – статистические коэффициенты запаса работоспособности элементов.

При рассмотрении аналитического описания для наиболее распро-страненного случая, когда плотности вероятностей случайных аргументов подчи-нены нормальному закону, не представляется возможным точное определе-ние числовых характеристик распределения функции. Поэтому производится аппроксимация нелинейной связи между входными и возмущающими пара-метрами системы линейной, статистически эквивалентной исходной.

Замечая, что массы вероятностей распределения возмущающих парамет-ров сконцентрированы в весьма малой окрестности общего центра $m_{x_{ik}}; m_{x_{(i+1)k}}$, функция $\bar{\psi}_j$ разлагается в ряд Тейлора [2]:

$$\bar{\psi}_j = \bar{B}_j \varepsilon_j f_{2i}(A_{0j} + A_{1j} \bar{x}_{i+1} + \dots + \bar{A}_{1j} \bar{x}_{i2} + \dots + A_{2j} \bar{x}_{(i+1)k} + \bar{A}_{2j}),$$

где $A_{0j}, A_{1j}, \dots, \bar{A}_{1j}, \dots, A_{2j}, \bar{A}_{2j}$ – коэффициенты случайных аргументов (возму-щающих факторов).

Как правило, механическая система (пакетный редуктор) работает в сложных условиях. При этом различные процессы, климатические факторы, гидравлические и механические воздействия изменяют во времени значения

функциональных параметров. В поставленной задаче выходные параметры системы взаимосвязаны, вследствие чего удастся ограничиться одним из па-раметров состояния – "обобщенной координатой". Для обеспечения высокой надежности системы на этапе проектирования это обстоятельство позволяет воздействовать на нагрузочную способность системы и условия работы "сла-бого" звена \bar{a}_{w_r} . Тем самым, нет сомнения в том, что с применением модели "слабого" звена теоретически может быть обосновано численное определение вероятности безотказной работы данной механической системы (пакетного редуктора) в целом на основе законов теории надежности [3, 4].

Замечая, что параметры, характеризующие возмущающие факторы меха-нической системы статистически независимы, т.е. справедлив принцип супер-позиции, что между возмущениями и выходными параметрами имеется линей-ная зависимость, и что кривая распределения возмущающих факторов близка к нормальному закону, то, используя метод "несущая способность-нагрузка", ус-ловие непревышения (безотказного состояния) представится в виде:

$$\bar{T}_i < [\bar{T}_i]. \quad (4)$$

Сущность метода "несущая способность-нагрузка" раскрывается при помощи теоремы Лапласа [2], являющейся частным случаем центральной предельной теоремы. Очевидно, что несущая способность $[\bar{T}_i]$ и нагрузка \bar{T}_i вследствие совокупности влияния различной природы возмущающих факто-ров, являются случайными величинами или функциями, распределенными по нормальному закону с плотностью распределения $\varphi([\bar{T}_i])$ и $\varphi(\bar{T}_i)$:

$$\varphi(\bar{T}_i) = \frac{1}{\sigma_{\bar{T}_i} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(\bar{T}_i - m_{\bar{T}_i})^2}{2\sigma_{\bar{T}_i}^2} \right]; \quad (5)$$

$$\varphi([\bar{T}_i]) = \frac{1}{\sigma_{[\bar{T}_i]} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{([\bar{T}_i] - m_{[\bar{T}_i]})^2}{2\sigma_{[\bar{T}_i]}^2} \right], \quad (6)$$

где $m_{\bar{T}_i}, \sigma_{\bar{T}_i}, m_{[\bar{T}_i]}, \sigma_{[\bar{T}_i]}$ – соответственно математическое ожидание и средне-квадратическое отклонение нагрузки и несущей способности.

При этом, если производить оценку снизу, то вероятность безотказной работы – надежность $Q(t)$ элементов пакетного редуктора в общем виде оп-ределится следующим образом:

$$Q(t) = \tilde{P}(\bar{T}_i < [\bar{T}_i]) = \left[\Phi^* \left(\frac{a_i - m_{\bar{T}_i}}{\sigma_{\bar{T}_i}} \right) \right] \left[\Phi^* \left(\frac{a_i - m_{[\bar{T}_i]}}{\sigma_{[\bar{T}_i]}} \right) \right], \quad (7)$$

где a_i – абсцисса точки пересечения нагрузки несущей способностью; Φ^* – нормальная функция распределения.

Задача определения степени воздействия возмущающих факторов на нагрузочную способность элементов пакетного редуктора с целью доведения ее надежности до прогнозируемого уровня решается в три этапа.

I. Определяется математическое ожидание несущей способности расчетных блоков пакетного редуктора с учетом флуктуации возмущающих факторов, обеспечивающих передачу номинальной нагрузки T_0 , соответствующей паспортной (проектной) мощности с прогнозируемым уровнем надежности. Математическая модель сводится к определению вероятности попадания номинального вращающего момента на участок несущей способности элементов редуктора, характеризующей их предельное состояние. Несущая способность элементов принимается распределенной нормально, что подтверждается многочисленными литературными данными.

Отказ – достижение номинальной нагрузкой несущей способности:

$$q_i(t) \equiv P_i(T_0 > [\bar{T}]_i) = \int_{-\infty}^{T_0} \varphi([\bar{T}]_i) d[\bar{T}]_i = \Phi^* \left(\frac{T_0 - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} \right), \quad (8)$$

Откуда $\frac{T_0 - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} = (\Phi^*)' q_i(t) = u_p$.

Решая это уравнение относительно $m[\bar{T}]_i$, получим

$$m[\bar{T}]_i = T_0 \frac{1}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (9)$$

где u_p – фактор, обеспечивающий требуемый уровень надежности (квантиль вероятности).

II. Определяется статистический коэффициент запаса работоспособности из условия вероятности охвата расчетной нагрузкой (нагрузочной способностью) несущей способности элементов механической системы с требуемым уровнем их надежности. При этом вероятность неразрушения (надежности) элементов определяется следующим выражением:

$$Q_i(t) \equiv \tilde{P}([\bar{T}]_i < T_{p_i}) = 1 - \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\bar{T}_i) d\bar{T}_i = \Phi^* \left(\frac{T_{p_i} - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} \right). \quad (10)$$

Решая это уравнение относительно T_{p_i} , получим:

$$\frac{T_{p_i} - m[\bar{T}]_i}{\sigma[\bar{T}]_i} = (\Phi^*)' Q_i(t) = u_p.$$

Откуда

$$T_{p_i} = m[\bar{T}]_i (1 + u_p \nu[\bar{T}]_i). \quad (11)$$

Очевидно, что между статистическим коэффициентом запаса работоспособности и уровнем надежности (вероятностью безотказной работы) существует функциональная связь:

$$\tilde{S}_i = f_{S_i} [Q_i(t); \nu[\bar{T}]_i], \quad (i = 1, 2, \dots, k).$$

Коэффициент запаса работоспособности можно определить, используя метод "несущая способность-нагрузка". Действительно, пакетный редуктор будет до тех пор работоспособным, пока расчетная нагрузка (нагрузочная способность) будет выше несущей способности элементов.

Коэффициентом запаса работоспособности называется отношение математического ожидания расчетной нагрузки (нагрузочной способности) к математическому ожиданию номинальной нагрузки: $\tilde{S}_i = T_{p_i} / T_0$.

Следовательно:

$$\tilde{S}_i = \frac{1 + u_p \nu[\bar{T}]_i}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}. \quad (12)$$

Из этой формулы видно, что если параметры пакетного редуктора строго детерминированы, то коэффициент запаса работоспособности в идеальном случае равен единице. Поскольку несущая способность элементов по сути является функцией случайных аргументов, то статистический коэффициент запаса работоспособности должен быть больше единицы и увеличивается с ростом уровня надежности и дисперсии возмущающих факторов.

III. Определяется расчетная нагрузка с заранее заданным уровнем надежности элементов пакетного редуктора и с учетом флуктуации возмущающих факторов:

$$T_{p_i} = k_d \tilde{S}_i T_0;$$

или

$$T_{p_i} = k_d T_0 \frac{1 + u_p \nu[\bar{T}]_i}{1 - u_p \nu[\bar{T}]_i}, \quad (13)$$

где k_d – динамический коэффициент режима работы.

Опыт эксплуатации зубчатых механизмов станков-качалок свидетельствует о том, что наибольшее число их отказов связано с нарушением работоспособности зубчатого зацепления. В большинстве случаев размеры зубчатых колес зубчатых механизмов станков-качалок выявляются при расчете на контактную прочность активных поверхностей зубьев.

Так как по конструктивным соображениям межосевое расстояние пакетного редуктора определяется по его выходной – наиболее нагруженной – зубчатой передаче, то его прочностной расчет ведется по тяжело нагруженному выходному зацеплению. Кроме того, основные параметры пакетного редуктора связаны друг с другом через условия собираемости. Все это дает возможность связать все конструктивные параметры механизма с "обобщенной координатой", в качестве которой выбирается межосевое расстояние тяжело нагруженного выходного зацепления – $(a_w)_m$.

Следует отметить, что при этом, в связи со статистической природой возмущающих факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность элементов пакетного редуктора, значение основных его конструктивных параметров не является однозначно определенным, как это имеет место при традиционных методах расчета, а характеризуется некоторым рассеянием. Поэтому при проектировании по предлагаемой методике определяются математические ожидания значений основных конструктивных параметров и их коэффициенты вариации. При этом имеется возможность выбора наиболее оптимальных значений конструктивных параметров с учетом требований производства.

Несущую способность тяжело нагруженной ступени пакетного редуктора по критерию контактной выносливости активных поверхностей зубьев можно оценить по известному выражению:

$$[\bar{T}_H]_c = \frac{i_T^2}{(i_T + 1)^3} \frac{2\psi_{ba}}{(Z_E Z_H Z_\epsilon)^2} \frac{(\bar{\sigma}_{H \lim} Z_{NT} / S_{H \min})^2 \bar{K}_{HM}}{K_A \bar{K}_{H\alpha} \bar{K}_{H\beta} \bar{K}_{H\nu}} a_w^3, \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (14)$$

Здесь и далее все обозначения соответствуют ГОСТ 21354-87. Черта над параметром указывает, что величина является случайной.

Как видно из выражения (14), несущая способность является функцией от случайных аргументов. Так как было принято, что случайные параметры распределены по нормальному закону, то и функция от этих случайных аргументов также будет подчиняться нормальному закону.

Каждый из этих случайных (возмущающих) факторов имеет свои числовые характеристики (математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации). В общем случае для случайных величин, подчиненных нормальному закону распределения [57]:

$$m_{xi} = 0,5(\sup x_i + \inf x_i); \quad \sigma_{xi} = \frac{(\sup x_i - \inf x_i)}{6}; \quad \nu_{xi} = \frac{\sigma_{xi}}{m_{xi}} = \frac{(\sup x_i - \inf x_i)}{3(\sup x_i + \inf x_i)},$$

где $m_{xi}, \sigma_{xi}, \nu_{xi}, \sup x_i, \inf x_i$ – соответственно математическое ожидание, среднеквадратическое отклонение, коэффициент вариации, верхняя и нижняя границы случайной величины x .

К случайным факторам, существенно влияющим на несущую способность пакетного редуктора по критерию контактной выносливости поверхно-

стей зубьев, относятся: предел контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующей эквивалентному числу циклов перемены напряжений $\bar{\sigma}_{H \lim}$, и коэффициенты неравномерности распределения нагрузки в зацеплениях $\bar{K}_A, \bar{K}_{H\alpha}, \bar{K}_{H\beta}, \bar{K}_{H\nu}$.

В свою очередь предел контактной выносливости поверхностей зубьев по эквивалентному числу циклов перемены напряжений также является функцией от случайных величин: предела контактной выносливости поверхностей зубьев, соответствующей базовому числу циклов перемены напряжений $\bar{\sigma}_{H^0 \lim b}$, исходной шероховатости сопряженных поверхностей зубьев \bar{Z}_R ; перепада твердостей материалов сопряженных поверхностей зубьев \bar{Z}_w ; базы контактных напряжений \bar{Z}_N ; влияния смазки \bar{Z}_L . Иными словами:

$$\bar{\sigma}_{H \lim} = Z_V Z_X \bar{Z}_N \bar{Z}_R \bar{Z}_w \bar{Z}_L \bar{\sigma}_{H^0 \lim b}. \quad (15)$$

Линеаризируя выражение (15) и разлагая его в ряд Тейлора в окрестностях точки $m_{\sigma_{H^0 \lim b}}, m_{Z_R}, m_{Z_N}, m_{Z_L}, m_{Z_w}$, получим числовые характеристики распределения величины $\bar{\sigma}_{H \lim}$:

$$m_{\sigma_{H \lim}} = A_1(m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0 \lim b}} + 0,5((\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_R^2})_m \sigma_{Z_R}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_N^2})_m \sigma_{Z_N}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_L^2})_m \sigma_{Z_L}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial Z_w^2})_m \sigma_{Z_w}^2 + (\frac{\partial^2 \sigma_{H \lim}}{\partial \sigma_{H^0 \lim b}^2})_m \sigma_{\sigma_{H^0 \lim b}}^2)). \quad (16)$$

Здесь $A_1 = Z_V Z_X$. Или в связи с тем, что двойные производные от величин $\bar{Z}_N, \bar{Z}_R, Z_w, Z_L, \sigma_{H^0 \lim b}$ равны нулю можно записать:

$$m_{\sigma_{H \lim}} = A_1(m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0 \lim b}}). \quad (17)$$

Для среднеквадратического отклонения величины $\bar{\sigma}_{H \lim}$, учитывая равенство нулю двойных производных случайных величин, запишем:

$$\sigma_{\sigma_{H \lim}}^2 = ((\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_R})_m^2 \sigma_{Z_R}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_N})_m^2 \sigma_{Z_N}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_L})_m^2 \sigma_{Z_L}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial Z_w})_m^2 \sigma_{Z_w}^2 + (\frac{\partial \sigma_{H \lim}}{\partial \sigma_{H^0 \lim b}})_m^2 \sigma_{\sigma_{H^0 \lim b}}^2)). \quad (18)$$

Для случайных величин, распределенных по закону, близкому к нормальному, после некоторых преобразований можно записать:

$$\sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 = A_1^2 \left(m_{Z_R} m_{Z_N} m_{Z_L} m_{Z_w} m_{\sigma_{H^0\lim b}} \right)^2 \left(v_{Z_R}^2 + v_{Z_N}^2 + v_{Z_L}^2 + v_{Z_w}^2 + v_{\sigma_{H^0\lim b}}^2 \right).$$

Для коэффициента вариации предела контактной выносливости поверхностей зубьев по эквивалентному числу циклов перемены напряжений после некоторых преобразований получим:

$$v_{\sigma_{H\lim}} = \frac{\sigma_{\sigma_{H\lim}}}{m_{\sigma_{H\lim}}} = \sqrt{v_{Z_R}^2 + v_{Z_N}^2 + v_{Z_L}^2 + v_{Z_w}^2 + v_{\sigma_{H^0\lim b}}^2}. \quad (19)$$

Здесь $v_{Z_R}, v_{Z_N}, v_{Z_L}, v_{Z_w}, v_{\sigma_{H^0\lim b}}$ – коэффициенты вариаций случайных параметров.

Математического ожидание нагрузочной способности элементов пакетного редуктора по критерию контактной выносливости поверхностей зубьев m_{T_H} :

$$m_{T_H} = A_2 \left(\frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{H\nu}}} \right) + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial \sigma_{H\lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\nu}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\nu}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{HM}^2} \right)_m \sigma_{K_{HM}}^2 \right). \quad (20)$$

Здесь $A_2 = \frac{2i_T^2 \psi_{ba} (Z_{NT} / S_{H\min})^2}{(i_T + 1)^3 (Z_E Z_H Z_\varepsilon)^2} a_w^3$ – вспомогательный коэффициент.

После введения значений частных производных, для величин подчиненных нормальному распределению, и некоторых преобразований:

$$m_{T_H} = A_2 \left(\frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{H\nu}}} \right) \left(1 + \frac{\sigma_{\sigma_{H\lim}}^2}{m_{\sigma_{H\lim}}^2} + \frac{\sigma_{K_A}^2}{m_{K_A}^2} + \frac{\sigma_{K_{H\alpha}}^2}{m_{K_{H\alpha}}^2} + \frac{\sigma_{K_{H\beta}}^2}{m_{K_{H\beta}}^2} + \frac{\sigma_{K_{H\nu}}^2}{m_{K_{H\nu}}^2} \right).$$

Второй член этого выражения представляет собой поправку на нелинейность функции. С достаточной для практических целей точностью:

$$m_{T_H} = A_2 \left(\frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{H\nu}}} \right). \quad (21)$$

Среднеквадратическое отклонение величины T_H :

$$\begin{aligned} \sigma_{T_H}^2 = & \left(\frac{\partial T_H}{\partial \sigma_{H\lim}} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{H\lim}}^2 + \left(\frac{\partial T_H}{\partial K_A} \right)_m^2 \sigma_{K_A}^2 + \left(\frac{\partial T_H}{\partial K_{H\alpha}} \right)_m^2 \sigma_{K_{H\alpha}}^2 + \left(\frac{\partial T_H}{\partial K_{H\beta}} \right)_m^2 \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \\ & + \left(\frac{\partial T_H}{\partial K_{H\nu}} \right)_m^2 \sigma_{K_{H\nu}}^2 + \left(\frac{\partial T_H}{\partial K_{HM}} \right)_m^2 \sigma_{K_{HM}}^2 + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial \sigma_{H\lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{H\lim}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^4 + \right. \\ & + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^4 + \left. \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\nu}^2} \right)_m \sigma_{K_{H\nu}}^4 \right) + \left(\left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\alpha} \partial K_{H\beta}} \right)_m \sigma_{K_{H\alpha}}^2 \sigma_{K_{H\beta}}^2 + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\beta} \partial K_{H\nu}} \right)_m \sigma_{K_{H\beta}}^2 \sigma_{K_{H\nu}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_H}{\partial K_{H\nu} \partial K_{H\alpha}} \right)_m \sigma_{K_{H\nu}}^2 \sigma_{K_{H\alpha}}^2 \right). \end{aligned}$$

Подставляя значения частных производных случайных величин и после некоторых преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{T_H} = & A_2 \frac{m_{\sigma_{H\lim}}^2 m_{K_{HM}}}{m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{H\nu}}} \left((4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\nu}}^2 + v_{K_{HM}}^2) + \right. \\ & \left. + (2v_{\sigma_{H\lim}}^4 + v_{K_A}^4 + v_{K_{H\alpha}}^4 + v_{K_{H\beta}}^4 + v_{K_{H\nu}}^4) + (v_{K_{H\alpha}}^2 v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 v_{K_{H\nu}}^2 + v_{K_{H\nu}}^2 v_{K_{H\alpha}}^2)^{0,5} \right). \end{aligned}$$

Коэффициент вариации несущей способности выходного зацепления по критерию контактной выносливости поверхностей зубьев:

$$v_{T_H} = \left((4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\nu}}^2 + v_{K_{HM}}^2) + 2(v_{\sigma_{H\lim}}^4 + v_{K_A}^4 + v_{K_{H\alpha}}^4 + v_{K_{H\beta}}^4 + v_{K_{H\nu}}^4) + (v_{K_{H\alpha}}^2 v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 v_{K_{H\nu}}^2 + v_{K_{H\nu}}^2 v_{K_{H\alpha}}^2)^{0,5} \right). \quad (22)$$

Два последних члена в выражении (22) представляют собой поправку на нелинейность функции и служат для оценки точности метода линеаризации и являются членами высшего порядка малости.

С достаточной для практических целей точностью можно записать:

$$v_{T_H} = \sqrt{4v_{\sigma_{H\lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{H\alpha}}^2 + v_{K_{H\beta}}^2 + v_{K_{H\nu}}^2 + v_{K_{HM}}^2}. \quad (23)$$

Очевидно, что аппроксимация нелинейной связи между случайными параметрами и нагрузочной способностью элементов пакетного редуктора, а также несовпадение условий работы механизма с условиями эксперимента и приближенность оценки влияния случайных факторов вносит определенную погрешность на конечные результаты. В результате фактическое значение нагрузочной способности элементов пакетного редуктора может отличаться от действительного. Это обстоятельство требует введения в расчетные зависимости коэффициента модели $m_{K_{HM}}$, компенсирующего вышеуказанные рас-

хождения [5]. Числовые характеристики "коэффициента модели" можно принять по работе [5]: $m_{K_{HM}} = 1,0$; $\nu_{K_{HM}} = 0,04$.

Аналогичным образом оценивается влияние случайных (возмущающих) факторов на несущую способность выходного зацепления по критерию изгибной выносливости зубьев. Причем, в этом случае, для компенсации расхождения теории и эксперимента также вводится "коэффициент модели" по напряжениям изгиба $m_{K_{FM}}$ [5]: $m_{K_{FM}} = 1,0$; $\nu_{K_{FM}} = 0,03$.

Несущая способность элементов пакетного редуктора по критерию выносливости зубьев при изгибе оценивается по известному выражению:

$$[\bar{T}]_g = \frac{i_T m_n}{(i_T + 1) Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta} \frac{\psi_{ba}}{\bar{K}_A \bar{K}_{F\alpha} \bar{K}_{F\beta} \bar{K}_{Fv}} \frac{(\bar{\sigma}_{F \lim} Y_{NT} / S_{F \min}) \bar{K}_{FM}}{a_w^2}, \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (24)$$

К случайным факторам, влияющим на несущую способность пакетного редуктора по критерию выносливости зубьев при изгибе, относятся: предел выносливости зубьев при изгибе, соответствующий эквивалентному числу циклов перемены напряжений и коэффициенты неравномерности распределения нагрузки в зацеплении $\bar{K}_A, \bar{K}_{F\alpha}, \bar{K}_{F\beta}, \bar{K}_{Fv}$.

В свою очередь, предел выносливости зубьев при изгибе по эквивалентному числу циклов перемены напряжений также является функцией от случайных аргументов: предела выносливости зубьев при изгибе, соответствующий базовому числу циклов перемены напряжений $\bar{\sigma}_{F^0 \lim b}$; коэффициента влияния шлифования переходной поверхности зуба \bar{Y}_g ; влияния деформационного упрочнения или электрохимической обработки переходной поверхности \bar{Y}_d ; базы изгибных напряжений \bar{Y}_N ; влияния шероховатости переходной поверхности \bar{Y}_R :

$$\bar{\sigma}_{F \lim} = Y_T Y_Z Y_A Y_\delta Y_x \bar{\sigma}_{F^0 \lim b} \bar{Y}_R \bar{Y}_N \bar{Y}_g \bar{Y}_d. \quad (25)$$

Линеаризуя выражение (25) и разлагая в ряд Тейлора в окрестностях точки $m_{\sigma_{F^0 \lim b}}, m_{Y_R}, m_{Y_N}, m_{Y_g}, m_{Y_d}$, можно получить числовые характеристики распределения величины $\bar{\sigma}_{F \lim b}$:

$$m_{\sigma_{F \lim}} = A_3 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}} + 0,5 \left(\left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_R^2} \right)_m \sigma_{Y_R}^2 + \left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_N^2} \right)_m \sigma_{Y_N}^2 + \left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g^2} \right)_m \sigma_{Y_g}^2 + \left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_d^2} \right)_m \sigma_{Y_d}^2 + \left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial \sigma_{F^0 \lim b}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 \right)).$$

Или в связи с тем, что двойные производные случайных параметров равны нулю, можно записать:

$$m_{\sigma_{F \lim}} = A_3 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}}). \quad (26)$$

где $m_{\sigma_{F \lim}}$ – математическое ожидание предела выносливости зубьев при изгибе; $m_{Y_R}, m_{Y_N}, m_{Y_g}, m_{Y_d}, m_{\sigma_{F^0 \lim b}}$ – математические ожидания случайных факторов; A_3 – вспомогательный коэффициент, $A_3 = Y_T Y_Z Y_A Y_\delta Y_x$.

Учитывая, что частные производные второго порядка равны нулю, то для среднеквадратического отклонения величины $\bar{\sigma}_{F \lim}$ можно записать:

$$\sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 = \left(\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_R} \right)_m^2 \sigma_{Y_R}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_N} \right)_m^2 \sigma_{Y_N}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g} \right)_m^2 \sigma_{Y_g}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial Y_d} \right)_m^2 \sigma_{Y_d}^2 + \left(\frac{\partial \sigma_{F \lim}}{\partial \sigma_{F^0 \lim b}} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + \left(\frac{\partial^2 \sigma_{F \lim}}{\partial Y_g \partial Y_d} \right)_m^2 \sigma_{Y_g}^2 \sigma_{Y_d}^2.$$

Или после подстановок и некоторых преобразований, получим:

$$\sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 = A_3^2 (m_{Y_R} m_{Y_N} m_{Y_g} m_{Y_d} m_{\sigma_{F^0 \lim b}})^2 \times (\nu_{Y_R}^2 + \nu_{Y_N}^2 + \nu_{Y_g}^2 + \nu_{Y_d}^2 + \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + \nu_{Y_g}^2 \nu_{Y_d}^2). \quad (27)$$

Коэффициент вариации предела выносливости зубьев при изгибе:

$$\nu_{\sigma_{F \lim}} = \frac{\sigma_{\sigma_{F \lim}}}{m_{\sigma_{F \lim}}} = \sqrt{\nu_{Y_R}^2 + \nu_{Y_N}^2 + \nu_{Y_g}^2 + \nu_{Y_d}^2 + \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}^2 + \nu_{Y_g}^2 \nu_{Y_d}^2}, \quad (28)$$

где $\nu_{Y_R}, \nu_{Y_N}, \nu_{Y_g}, \nu_{Y_d}, \nu_{\sigma_{F^0 \lim b}}$ – коэффициенты вариации возмущающих (случайных) факторов.

Определим числовые характеристики несущей способности тяжелонагруженного выходного зацепления по критерию выносливости зубьев при изгибе T_F . Математическое ожидание m_{T_F} :

$$m_{T_F} = A_4 \left(\frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}} \right) + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial \sigma_{F \lim}^2} \right)_m \sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_A^2} \right)_m \sigma_{K_A}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha}^2} \right)_m \sigma_{K_{F\alpha}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta}^2} \right)_m \sigma_{K_{F\beta}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv}^2} \right)_m \sigma_{K_{Fv}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{FM}^2} \right)_m \sigma_{K_{FM}}^2 \right). \quad (29)$$

Здесь $A_4 = \frac{i_T \psi_{ba} (Y_{NT} / S_{F \min}) m}{(i_T + 1)(Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta)} a_w^2$ – вспомогательный коэффициент. После некоторых преобразований:

$$m_{T_F} = A_4 \left(\frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}} \right) (1 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2).$$

Или в более простой форме без поправки на нелинейность:

$$m_{T_F} = A_4 \frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}}. \quad (30)$$

Среднеквадратическое отклонение величины T_F :

$$\begin{aligned} \sigma_{T_F}^2 = & \left(\frac{\partial T_F}{\partial \sigma_{F \lim}} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{F \lim}}^2 + \left(\frac{\partial T_F}{\partial K_A} \right)_m^2 \sigma_{K_A}^2 + \left(\frac{\partial T_F}{\partial K_{F\alpha}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^2 + \left(\frac{\partial T_F}{\partial K_{F\beta}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\beta}}^2 + \\ & + \left(\frac{\partial T_F}{\partial K_{Fv}} \right)_m^2 \sigma_{K_{Fv}}^2 + \left(\frac{\partial T_F}{\partial K_{FM}} \right)_m^2 \sigma_{K_{FM}}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial \sigma_{F \lim}^2} \right)_m^2 \sigma_{\sigma_{F \lim}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_A^2} \right)_m^2 \sigma_{K_A}^4 + \\ & + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha}^2} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta}^2} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\beta}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv}^2} \right)_m^2 \sigma_{K_{Fv}}^4 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\alpha} \partial K_{F\beta}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^2 \sigma_{K_{F\beta}}^2 + \\ & + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{F\beta} \partial K_{Fv}} \right)_m^2 \sigma_{K_{F\beta}}^2 \sigma_{K_{Fv}}^2 + \left(\frac{\partial^2 T_F}{\partial K_{Fv} \partial K_{F\alpha}} \right)_m^2 \sigma_{K_{Fv}}^2 \sigma_{K_{F\alpha}}^2. \end{aligned}$$

После подстановок и некоторых преобразований получим:

$$\begin{aligned} \sigma_{T_F} = & A_4 \frac{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}}{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}} [(v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2) + \\ & + 2(v_{K_A}^4 + v_{K_{F\alpha}}^4 + v_{K_{F\beta}}^4 + v_{K_{Fv}}^4) + (v_{K_{F\alpha}}^2 v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 v_{K_{F\alpha}}^2)]^{0,5}. \end{aligned}$$

Для определения коэффициента вариации нагрузочной способности выходного зацепления по критерию выносливости зубьев при изгибе:

$$\begin{aligned} v_{T_F} = \frac{\sigma_{T_F}}{m_{T_F}} = & \left((v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2 + 2(v_{K_A}^4 + \right. \\ & \left. + v_{K_{F\alpha}}^4 + v_{K_{F\beta}}^4 + v_{K_{Fv}}^4) + (v_{K_{F\alpha}}^2 v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 v_{K_{F\alpha}}^2))^{0,5}. \quad (31) \end{aligned}$$

Два последних члена в выражении (31) представляют собой поправку на нелинейность, являются членами высшего порядка малости и потому с достаточной для практических целей точностью можно записать:

$$v_{T_F} = \sqrt{v_{\sigma_{F \lim}}^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{Fv}}^2 + v_{K_{FM}}^2}. \quad (32)$$

Таким образом, несущая способность основных статистических блоков пакетного редуктора имеет некоторое рассеяние, не учитываемое в традиционных методах их расчета.

Таким образом, математическое ожидание межосевого расстояния зубчатого зацепления по критерию контактной выносливости активных поверхностей зубьев с учетом флуктуации возмущающих факторов при требуемом уровне его надежности $Q_i(t)$ определяется по формуле:

$$m_{a_w} = 10(i_T + 1) \sqrt[3]{\frac{(Z_E Z_\varepsilon Z_H S_{H \min})^2 m_{K_A} m_{K_{H\alpha}} m_{K_{H\beta}} m_{K_{Hv}} T_{pH}}{i_T^2 \psi_{ba} Z_{NT}^2 (m_{\sigma_H \lim})^2 m_{K_{HM}}}}. \quad (33)$$

Коэффициент вариации межосевого расстояния по пределу контактной выносливости поверхностей зубьев будет равен:

$$v_{a_w} = \frac{\sigma_{a_w}}{m_{a_w}} = \frac{1}{3} v_{T_H}. \quad (34)$$

Аналогичным образом из расчета на изгиб зубьев определяются математическое ожидание и коэффициент вариации модуля зацепления при уровне надежности $Q_i(t)$:

$$m_{m_n} = \frac{(i_T + 1) Y_{FS} Y_\varepsilon Y_\beta}{i_T \psi_{ba}} \frac{m_{K_A} m_{K_{F\alpha}} m_{K_{F\beta}} m_{K_{Fv}}}{m_{\sigma_{F \lim}} m_{K_{FM}}} \frac{1}{(m_{a_w})^2} 10^3 T_{pF}. \quad (35)$$

Коэффициент вариации нормального модуля по пределу выносливости зубьев при изгибе будет равен:

$$v_{m_n} = \frac{\sigma_{m_n}}{m_{m_n}} = v_{T_F}. \quad (36)$$

Таким образом, из выражений (33)-(36) следует, что и межосевое расстояние, и модуль зацепления имеют некоторый разброс значений, и, тем самым, основные конструктивные размеры пакетного редуктора также будут иметь некоторый разброс, из которых можно будет выбрать наиболее оптимальный в зависимости от потребностей производства и условий работы.

Выводы:

1. В связи со статистической природой возмущающих факторов, оказывающих существенное влияние на несущую способность элементов пакетного редуктора, значение основных его конструктивных параметров не являются однозначно определенными.

2. Представлена методика системного вероятностного расчета трехступенчатых пакетных редукторов и формулы для их расчета на прочность по основным критериям их работоспособности с учетом флуктуации возмущающих факторов, влияющих на их несущую способность.

Список литературы: 1. Абдуллаев А.И., Давидов Г.Ш., Наджафов А.М., Гамидов Н.Р. Создание и оценка технического уровня пакетного редуктора // Сбор. докл. Международного конгресса "Механика и трибология транспортных систем 2003". – Ростов-на-Дону/Россия, 2003. – С.14-17. 2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480с. 3. Маркин Ю.С. Надежность зубчатых передач / Ю.С. Маркин, П.П. Лезин, Н.И. Пителина; Под ред. Лезина П.П. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2002. – 305с. 4. Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З. Надежность машин. – М.: Высшая школа, 1988. – 237с. 5. Снесарев Г.А. Расчёт редукторов на надёжность // Вестник машиностроения – 1982. – №4. – С.34-43; №5. – С.49-53; №6. – С.49-52; №7. – С.45-48; №8. – С.45-47.

Поступила в редколлегию 07.05.11

УДК 539.3

Н.Б. НЕГРОБОВА, викладач-стажист каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м Харків
М.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. кафедри ТММ і САПР НТУ "ХПІ"
М.М. ТКАЧУК, молодший науковий співробітник каф. КГМ
ім. О.О. Морозова НТУ "ХПІ"

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН З ВИТЯГНУТИМИ КОНТАКТНИМИ ОБЛАСТЯМИ

Для випадку контакту тіл з близькими радіусами кривизни вздовж одного з головних напрямів запропоновано загальну постановку контактної задачі. Здійснено параметризацію задачі відносно геометричних розмірів контактуючих тіл та радіусів їх кривизни. Проілюстрована поведінка розмірів контактних зон і розподілу контактного тиску при контактній взаємодії тіл з близькими радіусами.

Для случая контакта тел с близкими радиусами кривизны вдоль одного из главных направлений предложено общую постановку контактной задачи. Осуществлено параметризацию задачи относительно геометрических размеров контактирующих тел и радиусов их кривизны. Проиллюстрировано поведение размеров контактных зон и распределение контактного давления при контактном взаимодействии тел с близкими радиусами.

General formulation of contact problem was proposed for the bodies with the close radius of curvature along one of the main directions. Geometric dimensions of the contacting bodies and the curvature radius were parameterized. Behavior of contact zones and the distribution of contact pressure during the contact interaction of the bodies with close radius was illustrated.

Вступ. Аналіз контактної взаємодії є дуже розвинуеною областю механіки деформованого твердого тіла [1, 2]. Для визначення контактних зон та розподілу контактного тиску застосовуються різні методи: модель Герца [3], метод граничних елементів (МГЕ) [4], метод скінченних елементів (МСЕ) [5]. Вони мають свої переваги та недоліки [1], які проявляються у тому числі за різних геометричних форм поверхонь, уздовж яких здійснюється контакт деталей машин.

Постановка задачі. Ставиться задача аналізу контактної взаємодії деталей машин з різними кривизнами поверхонь, які перебувають у контакті.

Контактна взаємодія елементів машинобудівних конструкцій здійснюється через поверхні різної геометричної форми. При цьому гладкі поверхні забезпечують або початковий (у ненавантаженому стані) контакт через площадки ненульової площі (тобто через частини поверхонь узгодженої, конгруентної форми), або точковий. За деяких додаткових припущень останній варіант локально досить точно описується моделлю Герца. Крім того, можливий також варіант лінійчастого початкового контакту тіл. Його можна розглядати, наприклад, як перехідний випадок при дослідженні контакту параболоїду Π_2 з напівпростором Π_1 (див. рисунок 1). Якщо збільшувати головні радіуси кривизни R_1, R_2 у точці первинного контакту параболоїду з напівпростором, одночасно спрямовуючи їх до нескінченності, то у граничному випадку матимемо контакт поверхонь узгодженої форми (два напівпростори). Якщо ж при цьому зафіксувати, наприклад, R_1 , збільшуючи R_2 , то у граничному випадку отримаємо контакт циліндричного тіла з напівпростором, який реалізується у ненавантаженому випадку через лінію.

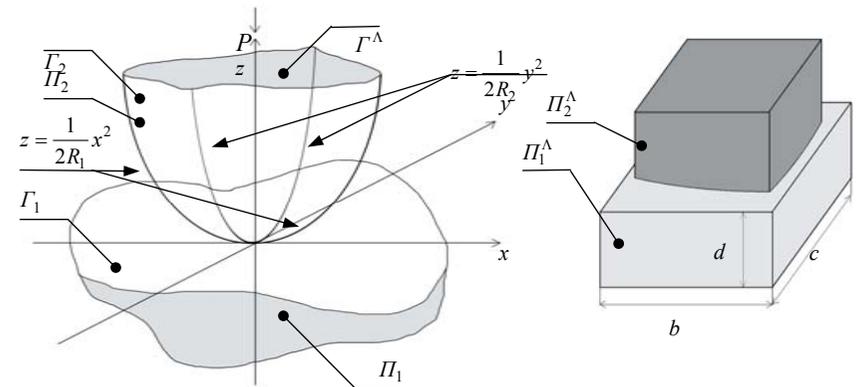


Рисунок 1 – Контактна взаємодія напівпростору Π_1 (гранична площина $\Gamma_1 - z = 0$) з тілом Π_2 , обмежений параболоїдом Π_2 , а також контакт їх обмежених областей Π_1^A і Π_2^A

Розглядаючи описану модельну контактну задачу у термінах кривизн ($r_1 = 1/R_1, r_2 = 1/R_2$), можна записати згадані випадки так: $r_1 = r_2 = 0$ – контакт узгоджених поверхонь; $r_1 = 0, r_2 \neq 0$ – лінійчастий контакт; $r_1 \neq 0, r_2 \neq 0$ – точковий контакт. Якщо при ненульових $r_1 \leq r_2 \equiv r$ ввести параметр $\alpha = r_1/r_2 \in [0;1]$, то виникає задача дослідження контактної задачі при $\alpha \rightarrow 0$. При цьому важливо зазначити, що поведінка розв'язку цієї задачі при скінченному α і про нульовому його значенні відомі. Таким чином, потрібно визначити якраз тенденцію у поведінці, наприклад, максимального контактного тиску p_{\max} як функції параметру α в околиці нуля.

Метод розв'язання задачі. Враховуючи, що насправді мова йде про розв'язання саме модельних задач, варто також розглянути і випадки, які мають більш практичне значення. Це стосується скінченності розподілів контактуючих тіл у плані. Для машинобудівних конструкцій це величини скінченні. Тому у розгляд потрібно ввести ще й параметр $\beta = b \cdot r$, який масштабує розміри тіла в плані до характерного геометричного параметра. Таким чином, потрібно розглядати ще й параметричну залежність $p_{\max}(\beta)$. Оскільки можна заздалегідь прогнозувати, що при малих α розміри контактної плями будуть великі, і вона вийде за межі тіла розміром b , то, відповідно, класична "герцівська" залежність p_{\max} від α спотвориться. Отже, з'являється ще й третій параметр γ , який описує ступінь відхилення "обрізаної" плями від випадку герцевського контакту. Наприклад, якщо взяти за цей параметр відношення b до розміру плями при контакті з необмеженим тілом, то при $\gamma \rightarrow 0$ та при $\gamma \rightarrow \infty$ маємо граничні випадки, причому перший представляє значно більший інтерес. Звичайно, введена параметризація не є вичерпною. Проте дослідження розподілу контактного тиску та $p_{\max} = p_{\max}(\alpha, \beta, \gamma)$ дає змогу визначити характерні тенденції контактної взаємодії при контакті по витягнутих площадках. При цьому контактні задачі були розв'язані різними методами (модель Герца, метод граничних елементів, метод скінченних елементів).

При цьому із застосуванням МСЕ задача зводиться до мінімізації функціоналу

$$I(u) = \frac{1}{2} \int_{(I_1, I_2)} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(u) dv - \int_{\Gamma^\Lambda} P_i u_i d\Gamma \rightarrow \min, \quad (1)$$

де σ, ε – компоненти тензорів напружень і деформацій; u_k, P – компоненти вектора переміщень та навантажень.

Тут

$$\int_{(\Gamma^\Lambda)} P_z d\Gamma = P, \quad (2)$$

де P – загальна сила притискання другого тіла до першого.

Обмеженнями буде умова

$$u_z^1 - u_z^2 \leq \delta = \frac{1}{2R_1} x^2 + \frac{1}{2R_2} y^2. \quad (3)$$

Із застосуванням метода граничних елементів розв'язувальна система рівнянь виглядає наступним чином (див. рисунки 2, 3):

$$\begin{cases} u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) + h(x, y) = \delta_1 + \delta_2, S_1(x, y) \\ \text{і } S_2(x, y) - \text{в контакті;} \\ u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) + h(x, y) > \delta_1 + \delta_2, S_1(x, y) \\ \text{і } S_2(x, y) - \text{поза зоною контакту;} \end{cases} \quad (4)$$

$$u_z(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} u_{z_1}(x, y) + u_{z_2}(x, y) &= \left(\frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2} \right) \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta = \\ &= \frac{1}{\pi E^*} \iint_S \frac{p(\xi, \eta)}{\rho} d\xi d\eta; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \sum_{m_c \in N_c} C_{n_c m_c} p_{m_c} - \delta = h_{n_c}, n_c \in N_c; \\ \sum_{m_c \in N_c} \frac{\sqrt{3}}{2} c^2 p_{m_c} = P. \end{cases} \quad (7)$$

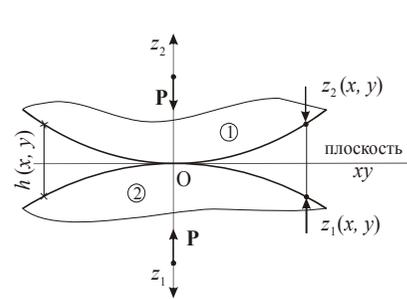


Рисунок 2 – Кінематика контактної взаємодії тіл 1 і 2

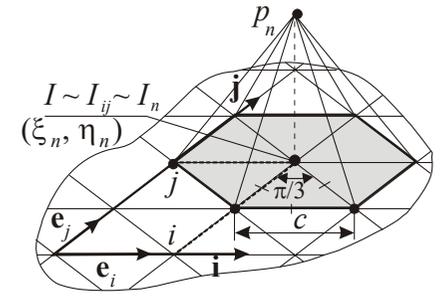


Рисунок 3 – Базові функції для апроксимації шуканого розподілу контактного тиску

У співвідношеннях (7) C_{nm} – коефіцієнти впливу, які дорівнюють переміщенню у вузлі m при дії одиничного розподілу ($p_n = 1$) контактної тиску, зосередженого навколо вузла n (див. рисунок 3).

Модель Герца (див. рисунок 4) дає змогу визначити для випадку контакту двох параболоїдів розподіл контактної тиску по еліпсу з напівосями a, b та його максимальне значення:

$$\sigma|_{z=0} = \frac{3P}{2\pi ab} \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}} \Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{3P}{2\pi ab}. \quad (8)$$

Наведені моделі МСЕ, МГЕ дають можливість визначити розподіл контактної тиску при різноманітних наборах параметрів α, β, γ тощо. Отже, з'являється інструмент аналітичних і числових досліджень. Це дає змогу ставити задачу і досліджувати аналіз впливу різних чинників на розподіл контактних зон і тиску, зокрема, при взаємодії тіл з різко відмінними радіусами кривизни у двох головних напрямках.

Тестова задача. Розв'язується задача про контакт плоского тіла з частиною параболоїда (див. рисунок 5). Розміри тіла: $b=0,015\text{м}$, $c=0,025\text{м}$, $d=0,01\text{м}$ (див. рисунок 1). Притискне зусилля – 100Н.

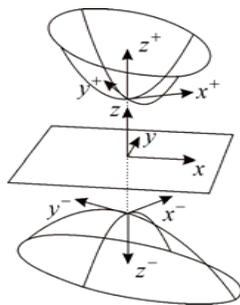


Рисунок 4 – До контакту двох параболоїдів

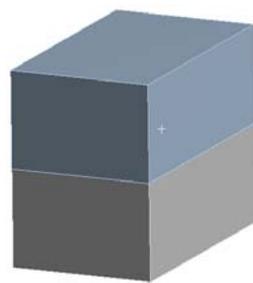


Рисунок 5 – Контакт плоского тіла з частиною параболоїда

Один із радіусів кривизни тіла P_2^Δ (див. рисунок 1) зафіксований і дорівнює 100м. Другий радіус змінюється: $R_2/R_1 = \alpha = \text{var}$. Зміна радіусу R_2 призводить (див. рисунок 6) до суттєвої зміни конфігурації контактної плями. Вона з ростом співвідношення α збільшується у напрямі більшого радіусу кривизни, а розподіл контактної тиску стає більш вирівняним на більшій частині плями (на відрізках, паралельних більшій напівосі). За деякої величини притискної сили та радіусу R_2 контактна пляма виходить на периферію конта-

ктуючих тіл (у даному випадку – при $\alpha > 30$). Розв'язання даної задачі здійснено за допомогою методу скінченних елементів.

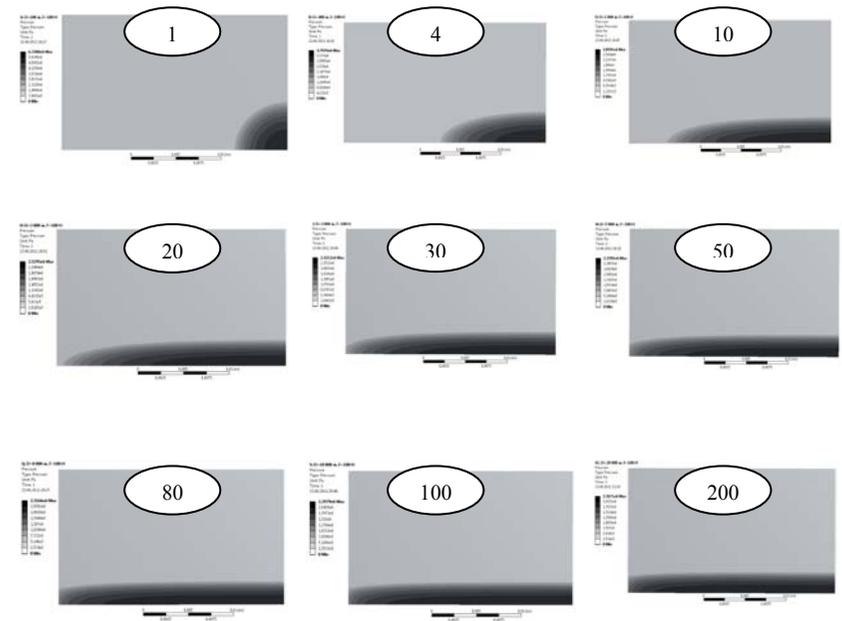


Рисунок 6 – Розподіл контактної тиску при різних співвідношеннях радіусів кривизни тіла P_2^Δ (див. рисунок 1)

Висновки. Одержані сімейства контактних плям та розподілів контактної тиску свідчать про швидко прогресуюче зростання розмірів плями з ростом одного із радіусів кривизни. У подальших дослідженнях планується установити за допомогою методу скінченних елементів, метода граничних елементів та моделі Герца шукані залежності розмірів цих плям та максимального контактної тиску від геометричних та силових параметрів в досліджуваній механічній системі.

Список літератури: 1. Джонсон К. Механіка контактної взаємодії. – М.: Мир, 1989. – 509с. 2. Галин Л.А. Контактні задачі теорії еластичності та в'язкоеластичності. – М.: Наука, 1980. – 303с. 3. Hertz H. Über die Berührung fester elastischer Körper. Math. – 1881. – Vol. 92. – S.156-171. 4. Крауч С. Методи граничних елементів в механіці твердого тіла. – М.: Мир, 1987. – 328с. 5. Стренг Э. Теорія метода кінцевих елементів. – М.: Мир, 1977. – 349с.

Надійшла до редакції 31.05.11

П.Н. ОНИШКОВ, вед. инженер ОАО ГСКБ Алмаз-Антей, г. Москва, Россия
Д.В. ОСТРОВСКИЙ, магистр РГСУ, г. Ростов-на-Дону, Россия

К ОЦЕНКЕ КОНТАКТНО-УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПОЛЮСНОЙ ЗОНЫ (Сообщение 2)

Обосновывается предположение о возникновении первичных дефектов вблизи границ раздела областей проскальзывания и сцепления и соответствии экстремального характера изменения контактно-усталостной долговечности изменению градиента касательных напряжений при вырождении области сцепления.

Обґрунтовується припущення про виникнення первинних дефектів поблизу кордонів розділу областей прослизання і зчеплення і відповідності екстремального характеру зміни контактно-втомної довговічності зміні градієнту дотичних напружень при виродженні області зчеплення.

Substantiates the hypothesis of the origin of the primary defects near the boundaries of areas and slip and grip under extreme nature of the change of contact-fatigue life changing gradient of shear stress in the degeneration of the field of adhesion.

В предыдущем сообщении [1] было обосновано предположение, что изменение величины касательной нагрузки при постоянной нормальной связано с наличием в пределах мгновенного пятна контакта областей проскальзывания и сцепления. В этом случае процесс разрушения поверхностей логично связывать не только (и не столько) с величиной касательных напряжений трения – достаточно незначительной, но и с концентрацией этих напряжений вблизи границ раздела областей E_+ и E_0 . В экспериментах [2] – пульсирующий контакт "шар-плоскость" – в центральной зоне площадки контакта, где давления максимальны, сохранились следы инструментальной обработки поверхностей. Области разрушения локализовались ближе к периферии площадки, при этом были отмечены следы *оплавления*. В рассматриваемых экспериментах первичные трещины имели охватывающий дуговой характер, согласующийся с ожидаемыми границами раздела областей сцепления и проскальзывания. Кольцевые следы фреттинга в области проскальзывания отмечены в работах [3, 4], причем в работе [4] эти повреждения возникли под действием чисто нормальной нагрузки.

Известно, что скольжение сопряженных поверхностей даже в микрообъемах начинается, лишь пройдя стадию упругого и упруго-пластического смещения. Тогда $\text{grad}\tau$ будет во многом определяться положением границ раздела зон. Пусть в начальном положении область E_0 достаточно велика, как показано на рисунке 3 сообщения 1. Рассмотрим изменение эпюры касательных напряжений при вырождении области сцепления (рисунк 1).

Положения 1 границы раздела E_0 и E_+ соответствуют зонам пятна контакта с относительно небольшими удельными нагрузками (как нормальными, так и касательными). Сужение E_0 ведет не только к некоторому увеличению T_Σ , но и к смещению границ раздела в область повышенных давлений, определяя возрастание $\text{grad}\tau$ – положение 2. Однако при дальнейшем возрастании скорости v , область сцепления, вырождаясь, вновь выходит своими границами на периферию пятна контакта, и эффект концентрации касательных напряжений снижается.

Подобное изменение $\text{grad}\tau$ довольно четко соответствует изменению долговечности образцов в интервале изменения коэффициента сопротивления качению "k" от 0,01 до 0,04 (рисунк 1 сообщения 1).

Влияние остаточных деформаций [5] может сказываться двояко – как снижением действующих контактных напряжений вследствие более плотного прилегания контактирующих поверхностей, так и усилением влияния касательных – в результате появления в области контакта знакопеременного проскальзывания. Для трех уровней нормальной нагрузки P_Σ были получены следующие величины полуосей контактного эллипса – a_n , b_n и остаточной деформации δ (по Пальмгрену):

P_Σ (H)	1190	1670	2340
a_n (мм)	0,382	0,431	0,479
b_n (мм)	0,234	0,263	0,293
δ (мм)	0,015	0,030	0,057

Полученные результаты показывают – вследствие пластической приработки уже после нескольких десятков циклов имеются основания рассматривать контакт как "качение шара по прилегающему желобу". В этом случае область контакта делится на три подобласти (рисунк 2) – центральную, где проскальзывание положительно, и две внешние с отрицательным проскальзыванием. Границами разделения являются линии нулевого проскальзывания y_{s0} . Вблизи этих линий направление касательных напряжений меняется на противоположное, что, естественно усиливает эффект их концентрации. Суммарная касательная нагрузка снижается, но имеет место отмеченный рядом авторов "жесткий удар" касательных напряжений в контакте подшипников качения.

В эвольвентных зубчатых передачах переход скорости проскальзывания "через ноль" с изменением направления неизбежен. Локализация первичных контактных повреждений наблюдается несколько ниже полюса на отстающей поверхности, что качественно согласуется с возможной границей раздела областей E_+ и E_0 . В передачах Новикова имеет место режим стационарного качения с геометрическим проскальзыванием и верчением. Влияние упругих смещений на скорость проскальзывания пренебрежимо мало. Распределение касательных напряжений близко к эллипсоидальному, с некоторым смещением центра по направлению качения (рисунк 3,а).

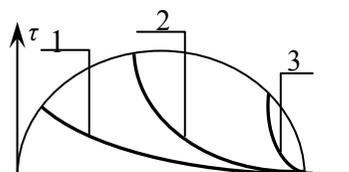


Рисунок 1 – Изменение $\text{grad}\tau$ по мере вырождения области сцепления

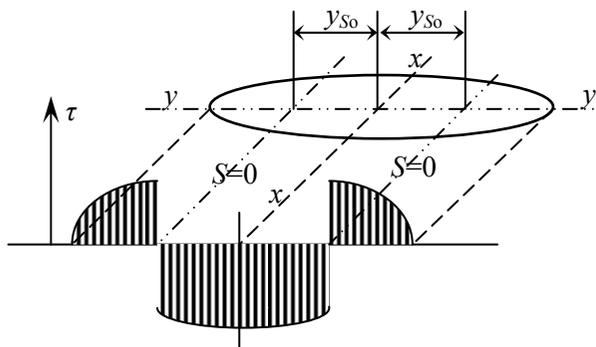


Рисунок 2 – Знакопеременное проскальзывание. Распределение касательных напряжений

раздела областей E_+ и E_0 . В передачах Новикова имеет место режим стационарного качения с геометрическим проскальзыванием и верчением. Влияние упругих смещений на скорость проскальзывания пренебрежимо мало. Распределение касательных напряжений близко к эллипсоидальному, с некоторым смещением центра по направлению качения (рисунок 3,а).

Однако при определенных условиях, как показано в работах [6, 7] в пределах площадки даже теоретически внеполюсного контакта может появиться точка с $v=0$, вокруг которой формируется область сцепления (рисунок 3,б), что резко изменяет характер распределения напряжений, а вектор τ , вследствие наличия верчения, меняет направление (рисунок 4).

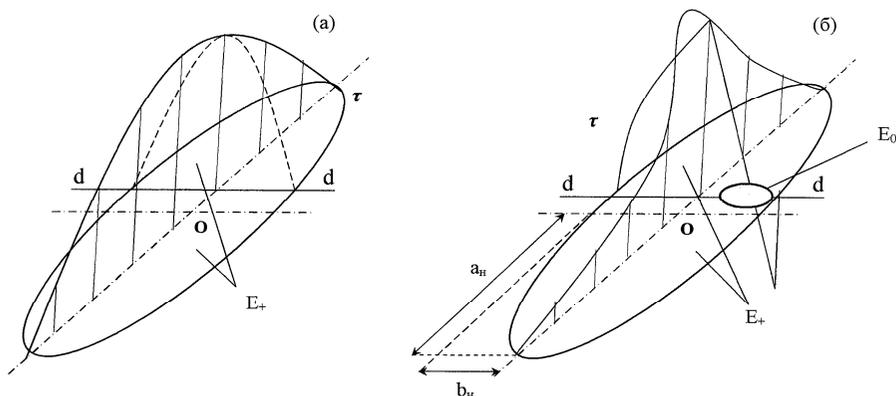


Рисунок 3 – Распределение касательных напряжений по поверхности контакта. Цилиндрическая передача Новикова ДЗП-07-15: $m=3,0$; $z_1=49$; $z_2=51$; $\beta=0,356$ рад; $\omega_1=191,082$ с $^{-1}$; $P=3000$ Н; $f=0,05$ [6]
(а) – $X_1=X_2=0$; полное проскальзывание.
(б) – $X_1=-0,3$; $X_2=0,3$; проскальзывание и сцепление

В эвольвентных зубчатых передачах переход скорости проскальзывания "через ноль" с изменением направления неизбежен. Локализация первичных контактных повреждений наблюдается несколько ниже полюса на отстающей поверхности, что качественно согласуется с возможной границей

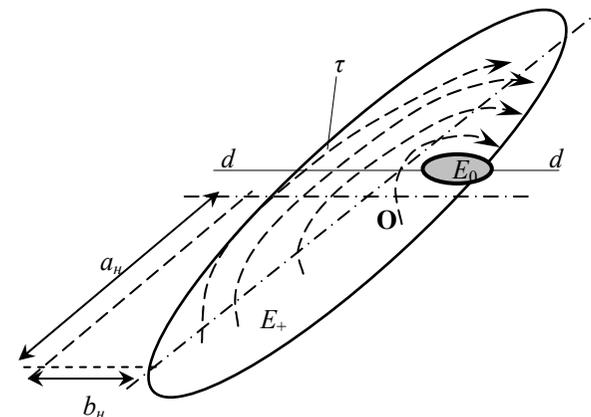


Рисунок 4 – Поле касательных напряжений в передаче Новикова при $X_1=-0,3$; $X_2=0,3$

Показателем того, что "нулевая" точка – точка с нулевым значением относительной скорости проскальзывания – лежит на границе контактного эллипса, является расстояние от полюса до теоретической точки контакта в торцевой плоскости

$$L_{кр} = \cos\alpha \cdot a_n b_n / [b_n^2 \cos^2\beta + a_n^2 \sin^2\alpha]^{-0,5},$$

где α – угол давления в теоретической точке контакта, β – угол наклона линии зуба.

При $L > L_{кр}$ особая точка лежит вне площадки контакта; при $L \leq L_{кр}$ – в пределах площадки.

Разумеется, полученные результаты можно рассматривать как сугубо ориентировочные (хотя бы вследствие известной неэллиптичности площадок контакта в передачах Новикова и малую вероятность отрицательного смещения меньшего из колес зубчатой пары). Однако и они, на наш взгляд, свидетельствуют о целесообразности принципиального исключения зон теоретически чистого качения в условиях силового контакта.

Список литературы: 1. *Онишков П.Н., Островский Д.В.* К оценке контактно-усталостной долговечности полноточной зоны (Сообщение 1) // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. науч. трудов. Тем. вып. Тематический выпуск "Проблемы механического привода". – Харьков, 2011. – №28. – С.106-110. 2. *Линегин С.В., Орлов А.В.* Влияние формы пятна контакта и размеров детали на их прочность при качении / Контактные задачи и их инженерные приложения. М.: НИИМаш. 1969. – С.274-284. 3. *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. М.: Мир, 1989. – 432с. 4. *Tyler J.C., Burton R.A., Ku P.M.* Contact fatigue under an oscillatory normal load // Trans. ASLE. 1963. №6. p.255. 5. *Черменский О.Н.* Учет качества материала в расчетах контактной долговечности деталей машин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – №3. – С.61-69. 6. *Онишков Н.П., Онишкова В.М.* Определение и оценка тангенциальных усилий в контакте зубьев передач Новикова // ТММ. Респ. Межвед. сб. – №44. – Харьков, 1988. – С.113-119. 7. *Онишков Н.П., Короткин В.И.* К проблеме контактно-усталостной долговечности поверхностно упрочненных зубчатых передач Новикова // Вестник РГУПС. – 2007. – №3.

Поступила в редколлегию 04.05.11

А.М. ОНИШКОВА, соискатель ЮФУ, вед. специалист ООО ИТСК,
г. Ростов-на-Дону, Россия

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ С ПЕРЕМЕННОЙ ГРАНИЦЕЙ

Разработан численный алгоритм решения плоской контактной задачи, заключающейся в определении минимума некоторого квадратичного функционала, заданного в области, содержащей заранее неизвестную границу. Последняя определяется из условия минимальности функционала. Рассмотрены задачи для плоской области. Двумерная задача решается методом сеток. Положение границы находится из условия минимума. Для поиска минимума использованы различные методы, в частности, генетические алгоритмы.

Розроблений чисельний алгоритм рішення плоскої контактної задачі, що полягає у визначенні мінімуму деякого квадратичного функціонала, заданого в області, що містить заздалегідь невідому межу. Остання визначається з умови мінімальності функціонала. Розглянуті завдання для плоскої області. Двовимірне завдання вирішується методом сіток. Положення межі знаходиться з умови мінімуму. Для пошуку мінімуму використані різні методи, зокрема, генетичні алгоритми.

The numerical algorithm of the flat contact problem decision consisting in definition of a minimum some square-law functional, set in the area containing in advance unknown border is developed. It is defined from a minimality condition of functional. Problems for flat area are considered. The two-dimensional problem dares a method of grids. Border position find from a minimum condition. For minimum search various methods, in particular, genetic algorithms are used.

Введение. Математические модели многих физических процессов приводят к плоским задачам о контакте полупространств с сухим трением, при котором поперечные эффекты и нормальное давление распределены по Герцу. Примером такой задачи является плоская задача для двух цилиндров, катящихся друг по другу с сухим трением.

Для решения таких контактных задач используются методы линейного программирования, также для решения задач с неизвестной границей широко применяются вариационные методы. Идея решения такой задачи состоит в определении экстремального или стационарного решения соответствующего функционала. Особенностью данного класса задач является то, что при варьировании нужно рассматривать не только неизвестные функции, но и положение неизвестной границы. Таким образом, математическая задача состоит в том, чтобы найти такие u^*, \tilde{A}^* : $I(u^*, \tilde{A}^*) = \min_{u \in H, \Gamma} I(u, \Gamma)$, где u – некоторые

функции из определенного пространства H , а Γ – положение неизвестной границы. Математическая теория такого класса задач в определенной степени развита [8]. Вместе с тем, численное исследование таких задач встречает значительные сложности. В данной работе предложен некоторый численный алгоритм для решения задач с неизвестными границами.

Идея метода состоит в следующем.

Предположим, что нам известно какое-то положение \tilde{A} . Тогда, решая задачу поиска $u \min_u I(u, \tilde{A})$, можно найти \tilde{u} , соответствующей \tilde{A} . Подставляя \tilde{u} в I , получим функционал, зависящий только от Γ :

$$\tilde{T}(\tilde{A}) = I(\tilde{u}(\tilde{A}), \tilde{A}).$$

Далее решаем задачу поиска минимума \tilde{T}

$$\min_{\tilde{A}} \tilde{T}(\tilde{u}(\tilde{A}), \tilde{A}).$$

Шаги алгоритма можно условно представить следующим образом:

- 1) задается начальное положение границы: Γ_0 .
- 2) Находится соответствующее решение \underline{u}_0 .
- 3) Вычисляется $I_0 = I(u_0, \tilde{A}_0)$.
- 4) Выверяется следующее приближение Γ_n .
- 5) Находится решение $u_n : \min_u I(u, \tilde{A}_n)$.
- 6) Вычисляется $I_n = I(u_n, \tilde{A}_n)$.
- 7) Проверяется условие сходимости.

Ключевыми вопросами являются:

- а) выбор следующей итерации Γ ;
- б) выбор условия сходимости минимизационной последовательности I_n .

В работе рассмотрены реализации данного метода двумерным задачам (Γ задается линией на плоскости). Показано, что в каждом из этих случаев предложенный алгоритм позволяет найти решение, т.е. как неизвестную функцию, так и положение границы.

1. Постановка задачи. Рассмотрим два тела, соприкасающихся по поверхности P , называемой зона контакта (см. рисунок 1).

Сила сцепления, прикладываемая телом 1 к телу 2, является функцией координаты и раскладывается на $Z(x)$ и $X(x)$, где $Z(x)$ – нормальная составляющая, перпендикулярная поверхности контакта, $X(x)$ – касательная сила сцепления (x – радиус-вектор точек поверхности), которая подчиняется закону Кулона-Амонтона, по которому зона контакта (E) делится на зоны скольжения (E_+) и сцепления (E_0):

$$E = E_+ \cup E_0.$$

Для $Z(x)$ известно: $Z(x) \geq 0$ в R , $Z(x) = 0$ вне зоны контакта.

В зоне скольжения:

$$X(x) = \mu Z(x) e(x),$$

где $e(x)=v(x)/\|v(x)\|$ – единичный вектор в направлении скольжения ($v \neq 0$, $v(x)$ – местная скорость тела 1 относительно тела 2); μ – постоянный коэффициент трения (в общем случае переменный).

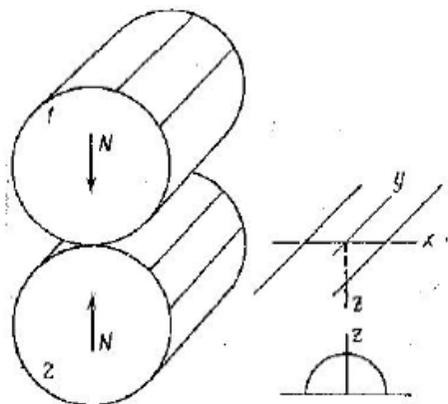


Рисунок 1 – Два прижатых друг к другу цилиндра

В области сцепления $v(x)=0$.

Кроме того, $\|X(x)\| \leq \mu Z(x)$.

Нормальное давление распределено по Герцу:

$$Z(x,t) = Q(t) \sqrt{[a(t)]^2 - x^2}; \quad Q(t) = \frac{1}{2A} \left\{ \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right\},$$

где R_i – радиус кривизны тела i в начале координат.

Задача состоит в минимизации разности между мощностью, рассматриваемой кулоновой силой сцепления, обусловленной скольжением, и мощностью, рассеиваемой силой сцепления, вызывающей это скольжение. Таким образом, неизвестная граница находится из условий минимума функционала

$$F = \int_{\text{зона контакта}} \{ \mu Z(x) \|v(x)\| - X(x) \cdot v(x) \} dx.$$

2. Генетический алгоритм. Отметим, что в результате мы решаем задачу минимума многих переменных. Для двумерной задачи число переменных равно удвоенному числу узлов, используемых для аппроксимации неизвестной границы. Поэтому существенным является вопрос о выборе метода поиска минимума. Перспективным классом алгоритмов являются так называемые генетические алгоритмы.

Генетический алгоритм – это метод решения задач оптимизации на основе естественного отбора, аналогично тому, как это происходит в процессе

биологической эволюции. В генетическом алгоритме происходит многократная модификация семейства отдельных решений. На каждом шаге в генетическом алгоритме проводится отбор выбранных наугад субъектов из полученного текущего решения, называемого родительским и которое используется для генерации последующего дочернего поколения. Посредством последовательного отбора поколений происходит "эволюция" по направлению к оптимальному решению.

В отличие от существующих методик, ГА начинает работу с некоторого случайного набора исходных решений, который называется популяцией. Каждый элемент из популяции называется хромосомой и представляет некоторое решение проблемы в первом приближении. Хромосома представляет собой строку символов некоторой природы, не обязательно бинарных. Хромосомы эволюционируют на протяжении множества итераций, носящих название поколений (или генераций). В ходе каждой итерации хромосома оценивается с использованием некоторой меры соответствия (англ. fitness function), которую мы будем называть функцией соответствия. Для создания следующего поколения новые хромосомы, называемые отпрысками, формируются либо путем скрещивания (англ. crossover) двух хромосом – родителей из текущей популяции, либо путем случайного изменения (мутации) одной хромосомы. Новая популяция формируется путем (а) выбора согласно функции соответствия некоторых родителей и отпрысков и (б) удаления оставшихся для того, чтобы сохранять постоянным размер популяции.

Хромосомы с большей функцией соответствия имеют больше шансов быть выбранными (выжить). После нескольких итераций алгоритм сходится к лучшей хромосоме, которая является либо оптимальным, либо близким к оптимальному решением.

Таким образом, используются два вида операций:

1. Генетические операции: скрещивание и мутация;
2. Эволюционная операция: выбор.

Генетические операции напоминают процесс наследования генов при создании нового отпрыска в каждой генерации.

Скрещивание является главной генетической операцией. Эта операция выполняется над двумя хромосомами-родителями и создает отпрыск путем комбинирования особенностей обоих родителей.

Этот метод работает очень хорошо, если хромосомы представляют собой битовые строчки. Кроме того, производительность всего генетического алгоритма в первую очередь зависит от производительности используемой операции скрещивания.

Мутация – это фоновая операция, производящая случайное изменение в различных хромосомах. Наипростейший вариант мутации состоит в случайном изменении одного или более генов. В ГА мутация играет важную роль для (а) восстановления генов, выпавших из популяции в ходе операции выбора, так что они могут быть опробованы в новых комбинациях, (б) формирова-

ния генов, которые не были представлены в исходной популяции.

Поиск является одним из наиболее универсальных методов нахождения решения для случаев, когда априори не известна последовательность шагов, ведущая к оптимуму.

Существуют две поисковые стратегии:

1. Эксплуатация наилучшего решения, например, градиентный метод
2. Исследование пространства решений. Примером является случайный поиск – метод, который исследует пространство решений, игнорируя исследование перспективных областей поискового пространства.

Генетический алгоритм представляет собой класс поисковых методов общего назначения, которые комбинируют элементы обеих стратегий. Использование этих методов позволяет удерживать приемлемый баланс между исследованием и эксплуатацией наилучшего решения. В начале работы генетического алгоритма популяция случайна и имеет разнообразные элементы. Поэтому оператор скрещивания осуществляет обширное исследование пространства решений. С ростом значения функции соответствия получаемых решений оператор скрещивания обеспечивает исследование окрестностей каждого из них. Другими словами, тип поисковой стратегии (эксплуатация наилучшего решения или исследование области решений) для оператора скрещивания определяется разнообразием популяции, а не самим этим оператором.

3. Алгоритм решения.

1. $-a \leq x \leq a$. Задаем a , h – шаг разбиения, μ .
2. Принимаем, что сила сцепления описывается кусочно-линейной функцией.
3. Путем преобразований в [1] получаем выражение для интеграла

$$\min F = \sum_{\alpha} \mu Z_{\alpha}(a_{\alpha} + b_{\alpha}) - v(fV \sum_i \mu Z_i) - \sum_i KA Z_i(p_i - q_i),$$

где переменными являются a_{α} , b_{α} , p_{α} , q_{α} , v_1 , v_2 .

4. Запускаем для функционала генетический алгоритм.

4. Преимущество данного метода перед другими. Существуют два главных преимущества применения генетических алгоритмов перед классическими оптимизационными методиками:

1. ГА не имеет значительных математических требований к видам целевых функций и ограничений. Исследователь не должен упрощать модель объекта, теряя ее адекватность и искусственно добиваясь возможности применения доступных математических методов. При этом могут использоваться самые разнообразные целевые функции и виды ограничений (линейные и нелинейные), определенные на дискретных, непрерывных и смешанных универсальных множествах.

2. При использовании классических пошаговых методик глобальный оп-

тимум может быть найден только в том случае, когда проблема обладает свойством выпуклости. В тоже время эволюционные операции генетических алгоритмов позволяют эффективно отыскивать глобальный оптимум.

Заключение:

1. Для двумерных задач со свободной (заранее неизвестной) границей разработан численный алгоритм, позволяющий найти ее положение, которое определяется из условия минимальности соответствующего функционала.

2. Выявлено, что увеличение скорости проскальзывания приводит к вырождению области сцепления E_0 (см. рисунок 2) и возрастанию коэффициента трения.

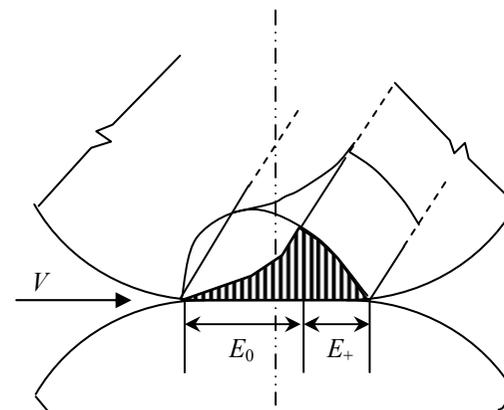


Рисунок 2 – Распределение касательных напряжений при качении цилиндров

3. Разработанный алгоритм позволяет определить области сцепления E_0 .

Список литературы: 1. Калкер Й. Принцип минимума для закона сухого трения с приложением к задаче о качении упругих цилиндров. Основные положения // Прикладная механика. Труды Американского общества инженеров-механиков. – 1971. – С.160-166. 3. Bhattacharya K., Kohn R.V. // Arch. Rational Mech. Anal. 1997. 139, 99-180. 4. Mielke A., Theil F., Levitas V.I. // Arch. Rational Mech. Anal. 2002, 162, 137-177. 5. Бахвалов Н.С. Численные методы. – М.: Наука, 1985. 6. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. 7. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Наука, 1987. 8. Форсайт Дж., Малькольм М., Моултер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. 9. Ануфриев И.Е., Смирнов А.Б., Смирнова Е.Н. MATLAB7. – СПб.: Изд. БХВ-Петербург, 2005.

Поступила в редакцию 04.05.11

А.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., профессор ХГТУСА, г. Харьков
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник
 каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
Г.А. ПРИЙМАКОВ, аспирант НТУ "ХПИ"

**ДИНАМИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ В СИЛОВЫХ ВОЛНОВЫХ
 ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ ГЕРМЕТИЧНОГО ТИПА С УЧЕТОМ
 МЕХАНИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ**

Разработаны расчетные зависимости, позволяющие оценить динамические нагрузки в силовых волновых зубчатых передачах герметичного типа при пусковых и переходных режимах с учетом механической характеристики электродвигателя по Клоссу. Теоретически и экспериментально определены динамические нагрузки, возникающие в металлополимерном гибком колесе при пуске и в переходных режимах работы асинхронного электродвигателя.

Розроблено розрахункові залежності, що дозволяють оцінити динамічні навантаження в силових хвильових зубчатих передачах герметичного типу при пускових і перехідних режимах з урахуванням механічної характеристики електродвигуна по Клоссу. Теоретично і експериментально визначені динамічні навантаження, які виникають в металополімерному гнучкому колесі при пуску і в перехідних режимах роботи асинхронного електродвигуна.

Formulas to assess the dynamic loads in the power wave gearing of hermetic type during start-up and transient condition are developed, taking into account the mechanical characteristics of the electromotor to Kloss. Dynamic loads, which resulting in metal-polymer flexible wheel at start up and transition modes of induction electromotor are determined theoretically and experimentally.

Цель статьи – создать расчетные зависимости, позволяющие оценить динамические нагрузки в силовых волновых зубчатых передачах герметичного типа (ГСВЗП) в пусковых и переходных режимах с учетом механической характеристики электродвигателя.

1. Динамические нагрузки в пусковых режимах с учетом механической характеристики электродвигателя. Механическая характеристика электродвигателя описывается формулой Клосса [1, 2]

$$M_g = \frac{2M_k}{\frac{\dot{S}}{S_k} + \frac{S_k}{\dot{S}}}, \quad (1)$$

и имеет вид, показанный на рисунке 1.

Рассматриваем двухмассовую расчетную схему.

Для первого случая нагружения системы дифференциальные уравнения движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_g(\dot{\varphi}_1); \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n(\varphi_1 - \varphi_2) + M_H &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для второго случая нагружения системы дифференциальные уравнения движения имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} I_1 \dot{\varphi}_1 + \mu_{12} \dot{\varphi}_1 + C_n \varphi_1 &= M_g(\dot{\varphi}_1) \quad 0 \leq t \leq t_0; \\ I_1 \dot{\varphi}_1 + \mu_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + C_n(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_g(\dot{\varphi}_1) \\ I_2 \dot{\varphi}_2 - \mu_{12}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - C_n(\varphi_1 - \varphi_2) + M_H &= 0 \quad t > t_0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Полученные дифференциальные уравнения нелинейны.

В дальнейшем для их решения на ЭВМ воспользуемся методом кусочно-линейной аппроксимации, заменяя сложный закон изменения момента двигателя рядом прямолинейных отрезков, как показано на рисунке 1.

2. Пример расчета динамических нагрузок в гибком колесе при пуске двигателя. Используя полученные результаты, определим на конкретном примере динамические нагрузки, возникающие в гибком колесе при прямом пуске асинхронного двигателя.

Параметры рассчитываемого привода: передаточное число редуктора $u=101$; момент инерции двигателя и соединенных с ним муфт $I_\phi=8,63 \times 10^{-4}$ кг×м²; момент инерции генератора $I_g=7 \times 10^{-6}$ кг×м²; момент инерции частей привода, жестко соединенных с тихоходным валом редуктора $I_T=1,3$ кг×м²; момент нагрузки равен $M_H=450$ Н×м; коэффициент жесткости системы $C_{IT}=3,1 \times 10^3$ Н×м/рад; коэффициент диссипации энергии $\mu=15$ Н×м×с/рад. На приводе установлен двигатель АОЛ 12-2, механическая характеристика которого, рассчитанная по паспортным данным, показана на рисунке 1.

Рассмотрим второй случай нагружения системы. Расчет динамических нагрузок при постоянном моменте двигателя без учета диссипации энергии производим по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_2 + I_2} - \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos \omega_1 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}} \sin \omega_1 t, \quad (4)$$

а с учетом диссипации энергии – по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ \begin{aligned} & - \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \\ & + \left[\sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} - \frac{n}{p_0} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \right] \sin p_0 t \end{aligned} \right\} \quad (5).$$

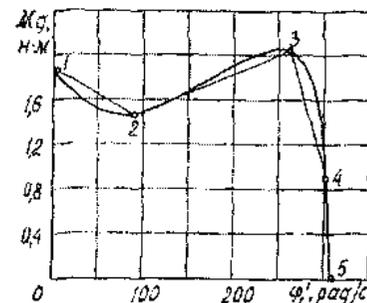


Рисунок 1 – Механическая характеристика асинхронного двигателя

Расчет динамических нагрузок с учетом механической характеристики электродвигателя произведен по исходным дифференциальным уравнениям (3) на ЭВМ. При этом момент двигателя аппроксимировался прямолинейными участками, рисунок 1. При расчете динамических нагрузок момент двигателя принимается равным пусковому.

Результаты расчета представлены на рисунке 2. Там же даны и результаты эксперимента, методика которого приведена в [2]. Из рисунка видно, что изменение упругого момента для теоретических кривых 2 и 3 близко к эксперименту. Дальнейшие исследования показали, что наибольшее приближение к действительным нагрузкам в приводе, как по их максимальным величинам, так и по характеру протекания переходного процесса дает формула (5), кривая 2. При этом погрешность в определении максимального упругого момента лежит в пределах 10...16%, а погрешность в определении частоты колебаний 5...15%. Расчеты динамических нагрузок по формуле (4) дают погрешность при определении максимального упругого момента в пределах 20...32% в сторону завышения. Расчеты динамических нагрузок с учетом механической характеристики двигателя дают заниженные результаты по сравнению с экспериментом на 15...35%.

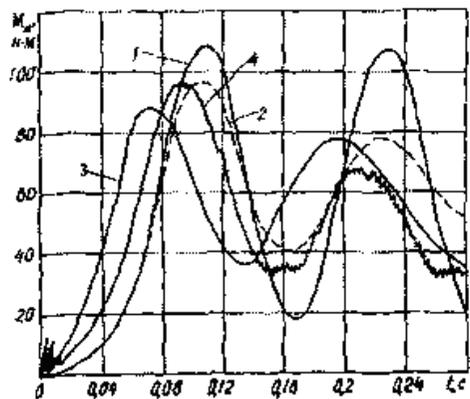


Рисунок 2 – Изменение упругого момента в гибком колесе при пуске двигателя:

1 – момент, рассчитанный без учета диссипации энергии; 2 – момент, рассчитанный с учетом диссипации энергии; 3 – момент, рассчитанный с учетом механической характеристики; 4 – экспериментальное значение момента для параметров, соответствующих рассмотренному примеру

3. Параметрические исследования. Сравнение методик расчета. Как показано выше, для определения динамических нагрузок в силовой волновой герметичной передаче в пусковых режимах можно применить различные методики, в которых по-разному учитываются моменты двигателя и диссипации энергии.

С целью определения влияния параметров системы на динамические нагрузки и выбора методики расчета, которая дает наибольшее приближение к эксперименту, проведены параметрические исследования. Определены также границы применения полученных формул.

Параметрические исследования проводились для привода, показанного на рисунках 3, 4.

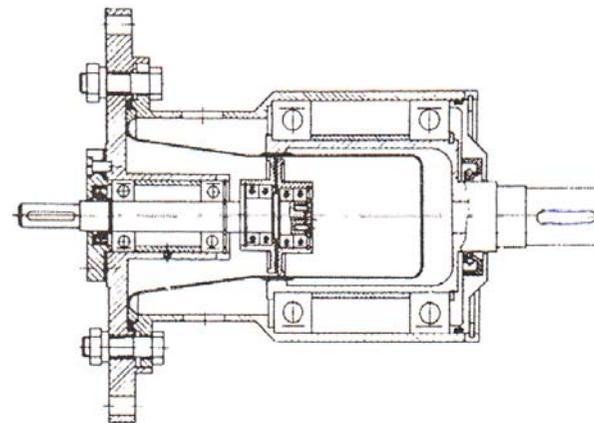


Рисунок 3 – Опытный двухволновой силовой герметичный редуктор (ДВГР)

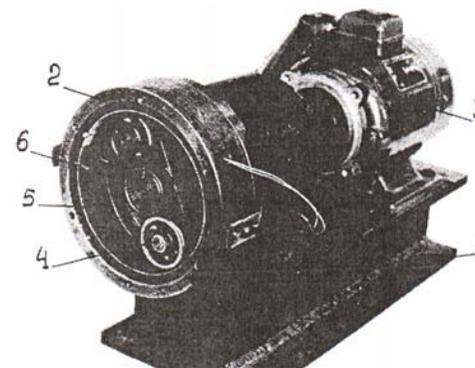


Рисунок 4 – Общий вид привода с ДВГР:

1 – рама; 2 – корпус ДВГР; 3 – электродвигатель УЛ-061; 4 – генератор волн; 5 – сменные гибкие колеса; 6 – штифты

Параметры расчетной схемы менялись в следующих пределах:

момент инерции ведущей массы – $I_q=3,2...10,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;

момент инерции ведомой массы – $I_f=1,3...3,9 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$;

полный коэффициент жесткости системы – $C_n=0,8 \times 10^3...2,1 \times 10^4 \text{ Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$;

момент нагрузки – $M_H=0...450 \text{ Н}\cdot\text{м}$;

коэффициент диссипации системы $\mu_{12}=5...40 \text{ Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$.

При исследовании влияния какого-либо параметра он изменялся, а остальные оставались постоянными.

Определение упругих моментов производилось: при расчете с учетом диссипации энергии, без учета диссипации энергии; при расчете с учетом механической характеристики электродвигателя по исходным дифференциаль-

ным уравнениям (3).

Влияние момента инерции и ведомой масс, момента нагрузки, коэффициента жесткости системы. Характер изменения упругого момента в переходном режиме при изменении отдельных параметров системы при расчете с учетом механической характеристики двигателя (уравнение 3) показаны на рисунках 5, 6. Во всех случаях максимальное значение упругого момента достигается в первой полуволне колебаний. Затем его колебания затухают.

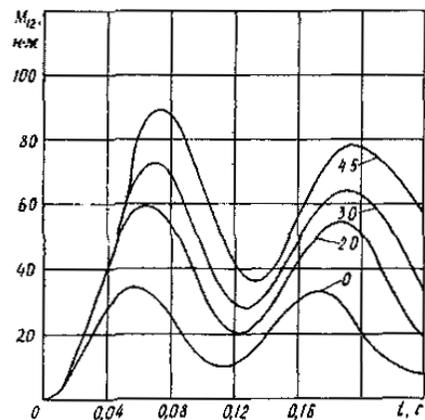


Рисунок 5 – Влияние момента нагрузки на динамические нагрузки

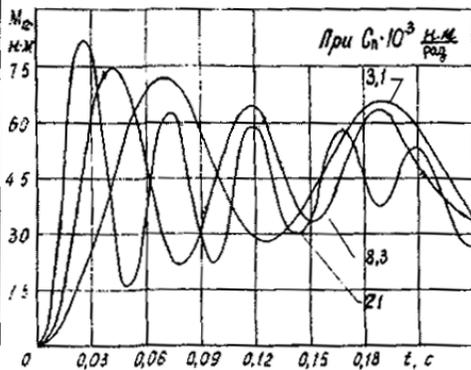


Рисунок 6 – Влияние коэффициента жесткости на динамические нагрузки

Изменения упругого момента при расчете по формуле (5) по характеру близки к показанным на рисунках. Изменения упругого момента, рассчитанного по формуле (4), представляют собой незатухающие колебания, что вносит большие погрешности при определении, как максимальных нагрузок, так и времени переходного процесса.

Изменение величины максимального значения упругого момента в зависимости от изменения параметров системы для второго случая нагружения показаны на рисунках 7-8.

Анализ полученных зависимостей показывает, что увеличение момента инерции ведомого звена, увеличение момента нагрузки и уменьшение момента инерции ведущего звена приводит к увеличению динамического упругого момента при пуске двигателя.

Исследования влияния момента инерции ведущей массы, рисунок 9, позволили установить, что конструкция генератора в силовых волновых передачах практически не влияет на динамические нагрузки ввиду малой величины его момента инерции по сравнению с моментом инерции двигателя. У исследуемого редуктора, например, момент инерции дискового генератора составил около 1% от момента инерции двигателя, а у равнозначного ему генератора принудительной деформации около 5%, что привело к уменьшению динамического момента на 3%.

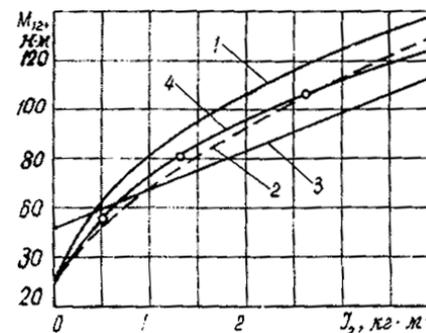


Рисунок 7 – Влияние момента инерции ведомого звена на максимальное значение динамических нагрузок:
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);
3 – момент, рассчитанный по уравнениям (3);
4 – экспериментальное значение момента M_{max} , Н×м

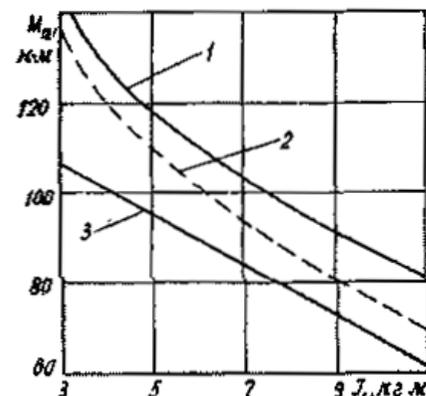


Рисунок 9 – Влияние момента инерции ведущего звена на максимальное значение динамических нагрузок:
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3)

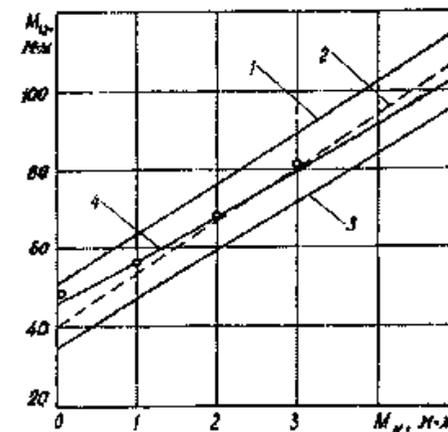


Рисунок 8 – Влияние момента нагрузки на максимальное значение динамических нагрузок:
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3);
4 – экспериментальное значение момента

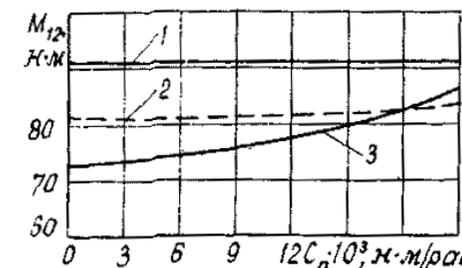


Рисунок 10 – Влияние коэффициента жесткости систему на максимальное значение динамических нагрузок:
1 – момент, рассчитанный по формуле (4);
2 – момент, рассчитанный по формуле (5);
3 – момент, рассчитанный по уравнению (3)

С увеличением коэффициента жесткости системы, рисунок 10, динамические нагрузки возрастают. Для исследуемого редуктора при изменении жесткости системы от $0,8 \times 10^3$ до $2,1 \times 10^3$ Н×м/рад, что соответствует частоте

собственных колебаний системы $f_c=4,2\dots22,3\text{с}^{-1}$, динамические нагрузки возрастают на 18%. Было выяснено, что наиболее опасный режим в приводе с асинхронным двигателем наблюдается при частоте собственных колебаний системы $f_c=50\text{с}^{-1}$. В этом случае наступает резонанс, связанный с совпадением частоты собственных колебаний системы с колебаниями электромагнитного момента двигателя при его пуске. Такое явление наблюдалось при экспериментальных исследованиях. Но так как колебания электромагнитного момента носят кратковременный характер [1, 2] и волновой редуктор обладает хорошим демпфированием, колебания упругого момента быстро затухают. При изменении частоты собственных колебаний в большую или меньшую сторону этих явлений не наблюдается.

Ввиду того, что у волнового редуктора имеется возможность изменения коэффициента жесткости в широких пределах за счет изменения как толщины гибкого колеса, так и его длины, то для исключения резонанса и уменьшения динамических нагрузок при пуске при проектировании привода необходимо выдержать условие, чтобы $f_c \neq 50\text{с}^{-1}$.

4. Влияние коэффициента диссипации. Демпфирование в приводе объясняется действием сил неупругого сопротивления – трения, которые ограничивают амплитуды колебаний. Точный учет трения в системе при расчетах крутильных колебаний связан с большими трудностями [1, 2]. Поэтому применяют приближенный метод, основанный на предположении о сравнительно малом демпфирующем сопротивлении.

Рассеяние энергии колебаний в приводе определяется электромагнитным демпфированием в электродвигателе и демпфированием в механических элементах привода, которое происходит в стыках механической системы, в материале деталей и в специально введенных в привод демпфирующих элементах.

Как показали наши исследования, демпфированием электродвигателя можно пренебречь ввиду его малости по сравнению с демпфированием в волновом редукторе. Рассеянием в материале деталей также можно пренебречь, т.к. относительное рассеяние энергии φ в металлах очень мало, $\varphi=0,01\dots0,02$ [1, 2]. Основное рассеяние в волновой передаче происходит в зубчатом соединении и генераторе деформации. Экспериментальные исследования показали, что для волновых передач $\psi=0,8\dots1,0$. Это соответствует рассеянию энергии в шлицевых соединениях и значительно выше коэффициента рассеяния для обычных зубчатых передач, у которых $\varphi=0,21\dots0,42$ [1, 2]. Такое увеличение относительного рассеяния энергии в приводе с волновым редуктором приводит к снижению динамических нагрузок по сравнению с обычными зубчатыми передачами на 20...30% и обуславливает необходимость учета демпфирования при расчетах.

Параметрические исследования показали, что как по величинам упругих моментов, так и по характеру протекания переходного процесса наилучшие результаты дают формулы (4) и (5) [2]. Было выяснено, что в приводах с вол-

новыми передачами всегда соблюдается условие $n/p_0 < 10$. Это позволило получить более простые формулы для определения упругого момента.

При пуске системы с предварительным нагружением максимальный момент необходимо определять по формуле [2]

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-\frac{\pi}{p_0}} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}. \quad (6)$$

При пуске системы без предварительного нагружения максимальный момент необходимо определять по формуле [2]

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ -\frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} \sin p_0 t \right\}. \quad (7)$$

При пуске системы без предварительного нагружения упругой связи формулы для определения максимального момента имеют вид:

$$\text{если соблюдается условие } \frac{I_2}{I_1 + I_2} \leq 0,1,$$

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) C_n M_H}{I_1 p_0^2}} e^{-\frac{\pi}{2p_0}}, \quad (8)$$

$$\text{если } \frac{I_2}{I_1 + I_2} > 0,1 \text{ то}$$

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \left[\frac{(M_g - M_H) I_2}{2(I_1 + I_2)} \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} \right] e^{-\frac{\pi}{2p_0}}. \quad (9)$$

Погрешность в определении максимального момента по приближенным формулам по сравнению с точным значением не превышает 3...5%.

Время затухания колебаний упругого момента с точностью до 15% определяется формулой [2, 3] окончательно:

$$t_{\text{nep.np}} = \frac{1}{n} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1M_H}, \quad (10)$$

а число полных колебаний

$$z = \frac{p_0}{2\pi} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1M_H}. \quad (11)$$

5. Влияние величины зазора. На рисунке 11 показаны рассчитанные по формуле [2]

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} \left[1 + \sqrt{\frac{(I_1 + I_2)(2M_g C_n \delta_1 - M_H^2 I_1)}{(M_g I_2 + M_H I_1)}} \right] \quad (12)$$

графики изменения максимального момента в гибком колесе в зависимости от величины приведенного к тихоходному валу зазора.

Как указывалось выше, в волновой передаче люфт практически отсутствует. Поэтому в приводе с волновым редуктором зазоры наблюдаются только в соединительных муфтах.

Конструктивно значение зазора в муфтах может быть сведено до 0,01рад. Тогда зазор в муфте между двигателем и генератором не будет сказываться на величине динамического момента. Зазор в муфте между тихоходным валом редуктора и рабочим органом при соотношении моментов инерции $I_1/I_2 < 0,15$ приводит к повышению динамического момента на 10...17% и его также можно не учитывать.

Выводы. Основные результаты комплексных исследований динамики волновой передачи в пусковых и переходных режимах:

1. На основании анализа конструкции привода с волновым герметичным редуктором разработана расчетная динамическая схема системы.

2. Составлены дифференциальные уравнения движения системы. Получено их решение при воздействии на систему пускового момента двигателя, изменяющегося по разным законам.

3. Проведено сравнение полученных решений. Определена степень их приближения к эксперименту.

4. На основании параметрических исследований найдены пути упрощения полученных зависимостей, что дало возможность вывести формулы, пригодные для проведения практических расчетов динамических нагрузок в пусковых режимах.

Список литературы: 1. Швырев Н.П. Исследование привода с волновой герметичной передачей в динамических режимах: Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 1981. – 22с. 2. Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырев Н.П. Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач. Монография. – Харьков: Обериг, 2010. – 112с. 3. Полетучий А.И. Волновые зубчатые передачи. Учебное пособие. – Харьков: Изд. ХАИ, 1979. – 166с.

Поступила в редколлегию 20.05.11

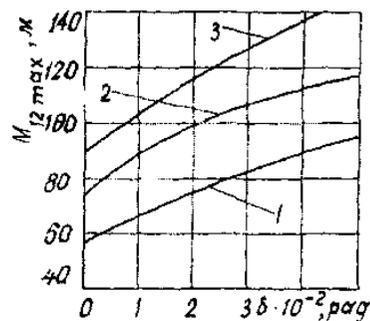


Рисунок 11 – Влияние зазора на величину максимального значения момента M_{12}

УДК 621.833

Р.В. ПРОТАСОВ, инженер каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

В.И. СЕРИКОВ, к.т.н., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР
НТУ "ХПИ"

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕКРЫТИЯ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Рассмотрено определение коэффициента перекрытия для всех типов эволютных прямозубых передач с выпукло-вогнутым контактом. Описана методика его определения в случае модификации исходного профиля. Проведен сравнительный анализ коэффициента перекрытия исходного и модифицированного профилей и их сравнение с аналогичным эвольвентным.

Розглянуто коефіцієнт перекриття усіх типів еволютних прямозубих передач з опукло-увігнутим контактом. Описана методика його визначення у разі модифікації початкового профілю. Проведено порівняльний аналіз коефіцієнта перекриття початкового та модифікованого профілів та їх порівняння з аналогічним евольвентним.

The contact ratio of all of types of evolute spur gear with a convex-concave contact is considered. The method of his solutions is described in the case of modification of basic rack. The comparative analysis of contact ratio basic and modified racks and their comparing is conducted to the similar involute gear.

Введение. Актуальной задачей современного машиностроения является увеличение несущей способности зубчатых передач.

Выпукло-вогнутый контакт (ВВК) зубьев позволяет снизить контактные напряжения и, тем самым, улучшить массогабаритные показатели. Эволютное зацепление с ВВК, предложенное А.И. Павловым, является обкатным по высоте зуба, т.е. может быть прямо- и косозубым. Однако прямозубые передачи при определенных преимуществах имеют небольшой коэффициент перекрытия, что негативно сказывается на их несущей способности. А в случае, если коэффициент перекрытия меньше 1, зубчатая передача становится неработоспособной. Поэтому подробное исследование этого параметра для эволютных передач является важной задачей.

Дифференциальное уравнение профиля инструментальной рейки эволютной передачи имеет вид [1, 2]:

$$y_0'' = \frac{y_0'(1 + y_0'^2)}{-ky_0' + x_0}, \quad (1)$$

где x_0 , y_0 – декартовы координаты точек профиля исходного контура; k – коэффициент разновидности передачи. При $k > 1$ зацепление парное (двустороннее), при этом шестерня и колесо нарезаются одной и той же инструментальной рейкой. При $k < 1$ зацепление получается непарным (одностороннее),

т.е. для нарезания шестерни и колеса требуется разный инструмент. В последнем варианте получается 2 разновидности зацепления – с выпукло-вогнутым и вогнуто-выпуклым контактом. [3, 4]

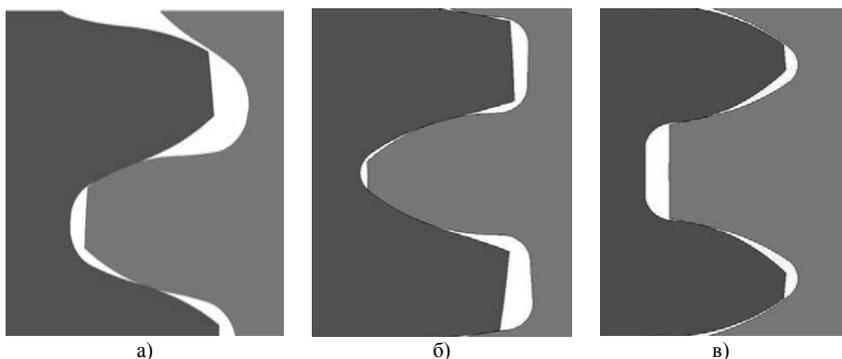


Рисунок 1 – Профили боковых поверхностей шестерни и колеса:
а) двустороннее зацепление; б), в) одностороннее зацепление

Целью данной работы является определение коэффициента перекрытия нескольких видов эвольвентного зацепления и его анализ в сравнении с аналогичным эвольвентным.

Построение линии зацепления. Перед определением коэффициента перекрытия необходимо построить линию зацепления. Будем основываться на уравнении профиля эвольвентной инструментальной рейки в следующем виде [1, 3]:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y(x_0) &= C_1x_0 + C_2x_0^2 + C_3x_0^3 + \dots + C_nx_0^n. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Пределы изменения x_0 в относительных единицах обусловлены областью существования профиля, которая на начальном этапе ограничивается особыми точками и зависит от параметров конкретной передачи (числа зубьев и передаточного отношения).

Линию зацепления зубчатой передачи можно получить несколькими способами.

В частности, согласно [5], прежде чем определить линию зацепления, необходимо записать уравнения рабочего профиля зуба шестерни. В работе [6] для этого был использован метод профильных нормалей:

$$\left. \begin{aligned} x_1(x_0) &= (x(x_0) - a(x_0)) \cos \varphi_1(x_0) + (y(x_0) + r_1) \sin \varphi_1(x_0); \\ y_1(x_0) &= -(x(x_0) - a(x_0)) \sin \varphi_1(x_0) + (y(x_0) + r_1) \cos \varphi_1(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Затем строим линию зацепления в координатах (x_z, y_z) , используя следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \gamma(x_0) &= \arctg \frac{(y_2(x_0))'}{(x_2(x_0))'}; \\ \cos \psi(x_0) &= \frac{x_2(x_0) \cos \gamma(x_0) + y_2(x_0) \sin \gamma(x_0)}{r_2}; \\ \varphi_2(x_0) &= \pi/2 - (\gamma(x_0) + \psi(x_0)); \\ xz(x_0) &= x_2(x_0) \cos \varphi_2(x_0) - y_2(x_0) \sin \varphi_2(x_0); \\ yz(x_0) &= x_2(x_0) \sin \varphi_2(x_0) + y_2(x_0) \cos \varphi_2(x_0). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

В работе [1] предлагается более простой вариант построения линии зацепления. Для ее нахождения необходимо лишь взять производную уравнения инструментальной рейки (2) и подставить ее в следующую формулу:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y_z(x_0) &= \frac{(x_0)'}{y'(x_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

В качестве примера будем использовать следующие уравнения рейки.

1. Одностороннее зацепление:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &\in [-h_f^*, h_a^*]; \\ y(x_0) &= 0,28491x_0 + 0,18971x_0^2 + 0,14419x_0^3 + (-0,14427)x_0^5 + \\ &\quad + 0,086228x_0^7. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2. Для двустороннего зацепления рассмотрим четыре различных профиля:

$$\left. \begin{aligned} y(x_0) &= 0,267949x_0 + 0,184264x_0^3 + 0,0129465x_0^5 - 0,0288067x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,267949x_0 + 0,114641x_0^3 + 0,008447x_0^5 - 0,0197301x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,36397x_0 + 0,206366x_0^3 + 0,0138768x_0^5 - 0,031043x_0^7; \\ y(x_0) &= 0,36397x_0 + 0,126246x_0^3 + 0,0089702x_0^5 - 0,0191787x_0^7. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

У всех профилей, как и ранее $x_0 \in [-h_f^*, h_a^*]$.

Для сравнения на рисунках 2-4 покажем линию зацепления как исследуемой эвольвентной передачи (сплошная линия), так и аналогичной эвольвент-

ной (штриховая линия). Параметры передачи: число зубьев шестерни $z_1=40$, передаточное число $u=2$, модуль $m=10$ мм.

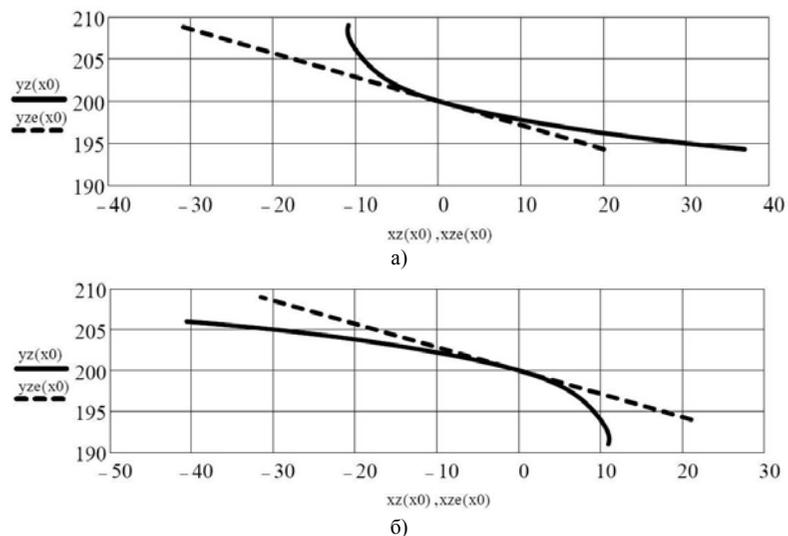


Рисунок 2 – Линия зацепления эвольвентной и односторонней эволютной передачи: а) с выпукло-выпуклым контактом, б) с вогнуто-выпуклым контактом. Угол зацепления в полюсе $\alpha = 15,9^\circ$

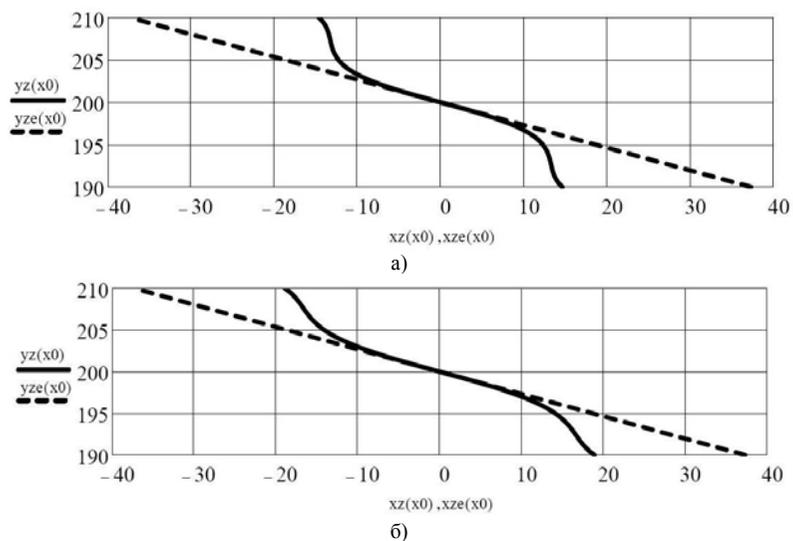


Рисунок 3 – Линия зацепления эвольвентной и двусторонней эволютной передачи. Угол зацепления в полюсе $\alpha = 15^\circ$. Коэффициент разновидности: а) $k=3$, б) $k=5$

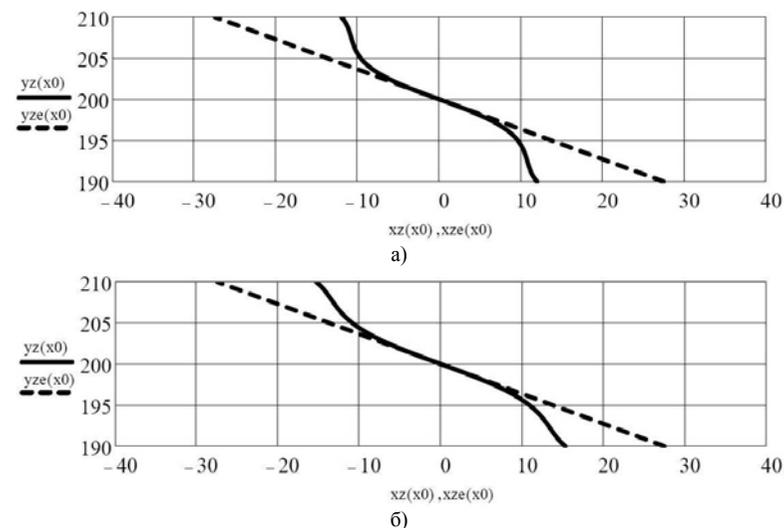


Рисунок 4 – Линия зацепления эвольвентной и двусторонней эволютной передачи. Угол зацепления в полюсе $\alpha = 20^\circ$. Коэффициент разновидности: а) $k=3$, б) $k=5$

Определение коэффициента перекрытия. Непрерывность работы зубчатой передачи должна обеспечиваться перекрытием одной пары зубьев другой, т.е. последующая пара зубьев должна войти в зацепления до выхода из зацепления предыдущей пары зубьев. В этом случае в зацеплении будут находиться не менее одной пары зубьев. При этом, чем больше пар зубьев одновременно находится в зацеплении, тем более плавной будет работа зубчатой передачи. Однако это происходит при условии точного изготовления зубчатых колес.

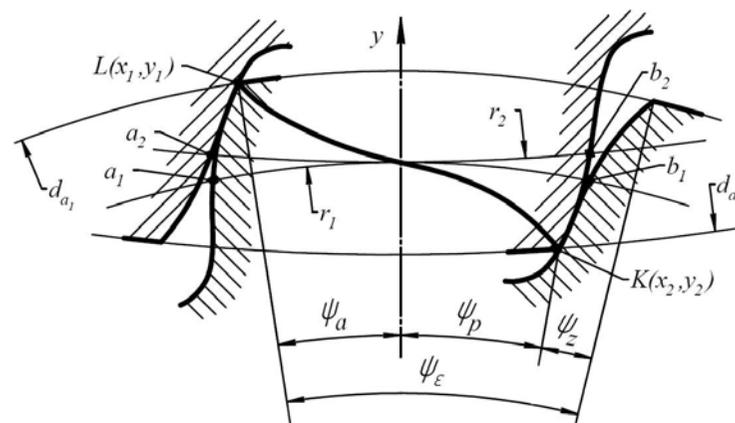


Рисунок 5 – Определение коэффициента перекрытия в общем случае

На рисунке 5 показаны положения двух сопряженных профилей в начале и в конце зацепления. Отметив точки a_1 и a_2 в начале зацепления и точки b_1 и b_2 в конце зацепления, получим, что за время работы одной пары зубьев точки a_1 и a_2 сопряженных профилей, описав дуги $\cup a_1b_1 = \cup a_2b_2$, перейдут в положение b_1 и b_2 . При этом шестерня за это же время повернется на угол ψ_ε . Отсюда коэффициент перекрытия зубчатой передачи определим как отношение угла поворота шестерни ψ_ε к шагу зацепления $P = 2\pi / z_1$:

$$\varepsilon_\alpha = \psi_\varepsilon / P. \quad (8)$$

Угол ψ_ε состоит из суммы углов:

$$\psi_\varepsilon = \psi_z + \psi_a + \psi_p. \quad (9)$$

Так как профили зубчатых колес, показанных на рисунке 5, ограничены окружностями вершин d_{a_1} и d_{a_2} , то линия зацепления используется только частично. Часть LK линии зацепления, заключенная между точками пересечения ее с окружностями выступов, является рабочей.

Угол ψ_a найдем, решая совместно уравнение линии зацепления (4) и уравнение окружности вершин шестерни:

$$xd_{a_1}^2 + yd_{a_1}^2 = (r_1 + h_a^*m)^2, \quad (10)$$

где r_1 – радиус делительной окружности шестерни,

В результате получим координаты (x_{z_1}, y_{z_1}) точки пересечения линии зацепления с окружностью вершин шестерни, тогда угол ψ_a :

$$\psi_a = \arctg(x_{z_1}/y_{z_1}). \quad (11)$$

Аналогично найдем угол ψ_p , но при этом будет использоваться уравнение окружности вершин колеса:

$$xd_{a_2}^2 + yd_{a_2}^2 = (r_2 + h_a^*m)^2, \quad (12)$$

где r_2 – радиус делительной окружности колеса.

Решая совместно уравнения (4) и (12), получим координаты (x_{z_2}, y_{z_2}) точки пересечения линии зацепления с окружностью выступов колеса, тогда угол ψ_p :

$$\psi_p = \arctg(x_{z_2}/y_{z_2}). \quad (13)$$

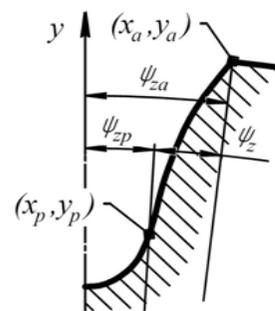


Рисунок 6 – Определение угла ψ_z

Для нахождения угла $\psi_z = \psi_{za} - \psi_{zp}$ необходимо найти координаты точек (x_a, y_a) и (x_p, y_p) . Для этого требуется дважды решить уравнение (3), подставляя соответствующие значения параметра x_0 и задав при этом смещение инструментальной рейки вдоль оси x на значение $\pi/4$.

Для определения угла ψ_{za} задаем $x_0 = h_a^*$ и найдем координаты точки (x_a, y_a) . Тогда угол ψ_{za} :

$$\psi_{za} = \arctg(x_a/y_a). \quad (14)$$

Для угла ψ_{zp} значение параметра x_0 возьмем из ранее полученного совместного решения уравнений (4) и (12). Определив координаты точки (x_p, y_p) , найдем

$$\psi_{zp} = \arctg(x_p/y_p). \quad (15)$$

Коэффициент перекрытия в случае модификации профиля. В работах [1, 7] было показано, что в приполюсной зоне двусторонних эволютных передач имеется зона двояковыпуклого контакта. От этой зоны предлагалось избавляться путем модификации профиля инструментальной рейки в "тело" нарезаемого зуба с тем, чтобы в этой зоне не было контакта. Поэтому при расчете коэффициента перекрытия для двусторонних эволютных передач необходимо учесть эту модификацию.

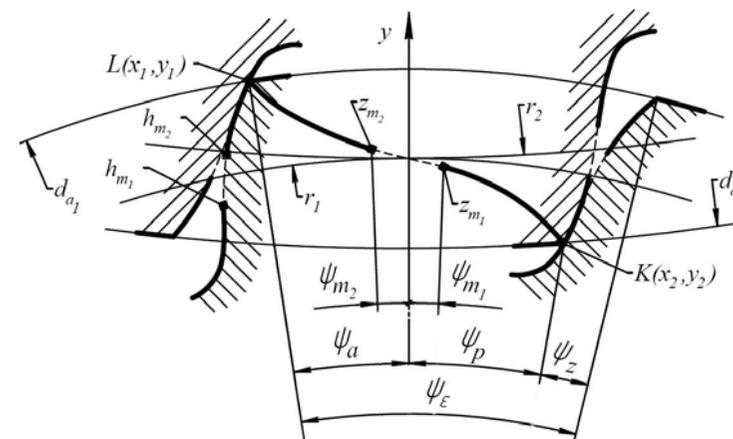


Рисунок 7 – Определение коэффициента перекрытия в случае модификации профиля двусторонней эволютной передачи

На рисунке 7 на боковых профилях зубьев штриховой линией показана зона ДВК для общего случая. Точки h_{m_1} и h_{m_2} обозначают начало и конец модифицированного участка. Так как уравнения профилей боковых поверхностей зубьев записаны в параметрическом виде, то каждой точке h_{m_1} и h_{m_2} соответствует определенное значение параметра x_0 . Подставив эти значения в уравнение (4) или (5), можно получить участок линии зацепления, ограниченный точками z_{m_1} и z_{m_2} , где, в связи с модификацией профиля, не будет происходить контакт.

Угол поворота шестерни, соответствующий модифицированному участку, состоит из суммы углов ψ_{m_1} и ψ_{m_2} .

Получив координаты точки $z_{m_1}(x_{m_1}, y_{m_1})$, можно найти соответствующий ей угол ψ_{m_1} :

$$\psi_{m_1} = \arctg(x_{m_1}/y_{m_1}). \quad (16)$$

Аналогично находим угол ψ_{m_2} . Тогда формула коэффициента перекрытия примет вид:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\psi_\varepsilon - (\psi_{m_1} + \psi_{m_2})}{2\pi/z}. \quad (17)$$

На рисунках 8-13 покажем графики изменения коэффициента перекрытия эвольвентной передачи и ее сравнение с аналогичной эвольвентной.

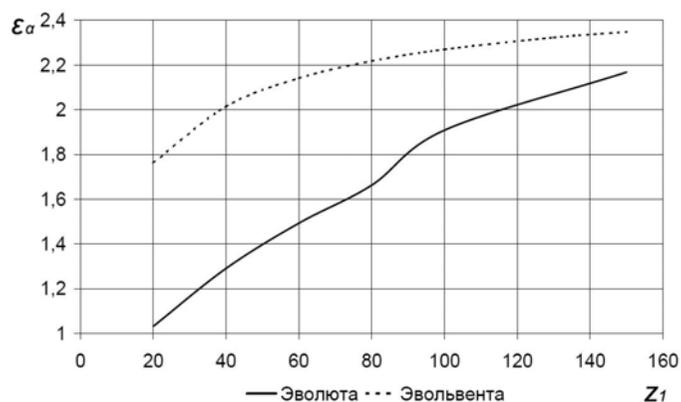


Рисунок 8 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи и аналогичной эвольвентной (угол зацепления в полюсе $\alpha = 15,9^\circ$, $u = 1$)

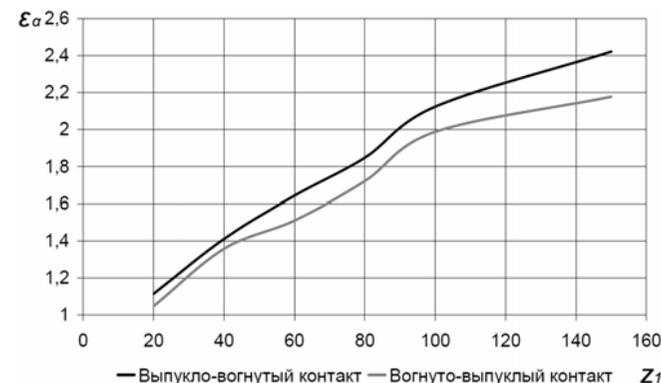


Рисунок 9 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи с выпукло-вогнутой и вогнуто-выпуклым контактом

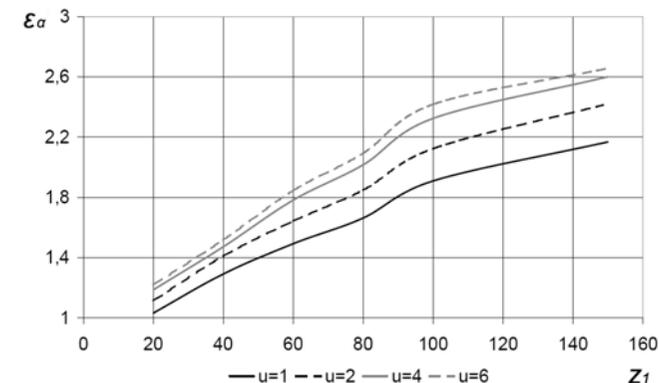


Рисунок 10 – Коэффициент перекрытия односторонней эвольвентной передачи для различных передаточных чисел

Анализируя графики на рисунках 8-10 можно заключить, что при одинаковом угле зацепления в полюсе передачи коэффициент перекрытия эвольвентного зацепления несколько ниже эвольвентного, однако $\varepsilon_\alpha > 1$, а при $z_1 > 120$ $\varepsilon_\alpha > 2$.

Коэффициент перекрытия выпукло-вогнутого типа одностороннего зацепления несколько больше вогнуто-выпуклого. Но учитывая, что первый тип зацепления является менее металлоемким [1], то он более предпочтителен при выборе односторонней передачи.

С изменением передаточного числа ε_α меняется незначительно, что позволяет использовать односторонние передачи во всем диапазоне u .

Из графиков на рисунках 11-12 видно, что, как и в случае с односторонним зацеплением, коэффициент перекрытия двустороннего несколько ниже аналогичного эвольвентного, однако находится в допустимых пределах $\varepsilon_\alpha > 1$.

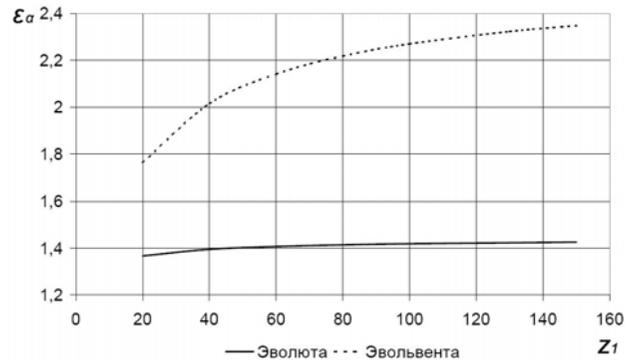


Рисунок 11 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи и аналогичной эвольвентной (угол зацепления в полусе $\alpha = 15^\circ$, $u = 2$)

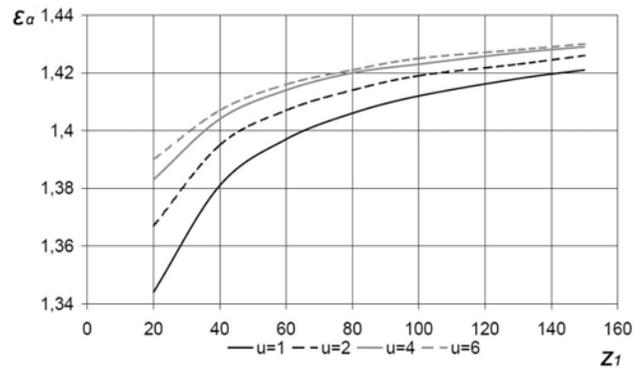


Рисунок 12 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи для различных передаточных чисел

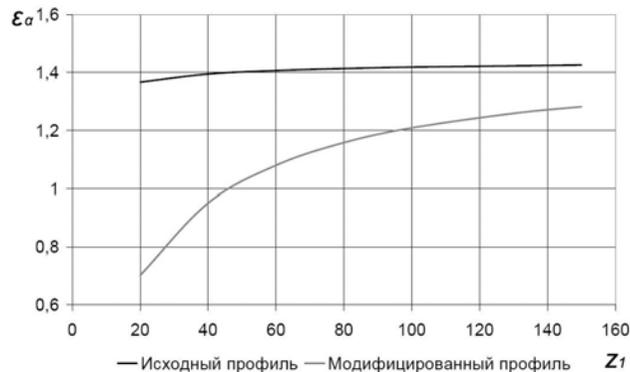


Рисунок 13 – Коэффициент перекрытия двусторонней эволютной передачи с исходной и модифицированной рейкой

Также заметим, что данный тип зацепления можно применять для широкого диапазона передаточных чисел, но, несмотря на малый угол зацепления в полусе $\alpha = 15^\circ$, коэффициент перекрытия при всех u небольшой: $\epsilon_\alpha < 1,5$.

Анализируя рисунок 13 можно заключить, что предлагаемый в работе [5] вариант модификации исходного контура приводит к неработоспособности передачи, т.к. для ее реализации необходимо, чтобы в исходной (немодифицированной) передаче коэффициент перекрытия был больше 2. Это связано с тем, что удаляемый участок профиля практически полностью совпадает с зоной однопарного зацепления. Однако двусторонняя эволютная передача может работать и без данной модификации.

Выводы:

1. Проведен сравнительный анализ линии зацепления трех типов эволютных передач с различными коэффициентами разновидности k и углами зацепления α в полусе и аналогичной эвольвентной.
2. Разработана методика определения коэффициента перекрытия для эволютных передач.
3. Для двусторонних эволютных передач, ввиду их предлагаемой модификации в приплюсненной зоне, в зависимость для коэффициента перекрытия введены дополнительные параметры, учитывающие ее высоту.
4. Показано, что предложенный ранее способ модификации для двустороннего типа эволютной передачи приводит к ее неработоспособности по перекрытию зубьев. Однако целью предлагаемой модификации являлось только исключение зацепления в приплюсненной зоне с высокими контактными напряжениями. Поэтому отказ от нее не приведет к значительному ухудшению геометрических показателей передачи. Целесообразным, на наш взгляд, является сочетание рассматриваемой модификации с косозубым зацеплением при обеспечении суммарного коэффициента перекрытия $\epsilon_\gamma = \epsilon_\alpha + \epsilon_\beta \geq 1,1 \dots 1,2$.

Список литературы: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Павлов А.И. Эволютное зацепление и его характеристики // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103-106. 3. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124-128. 4. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование приведенного радиуса кривизны и контактных напряжений в односторонних непарных эволютных передачах // Вестник СевНТУ: Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Механика, энергетика, экология". – Севастополь, 2011. – №120. – С.132-137. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука. – 1968. – 584с. 6. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение рабочих профилей зубьев эволютных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2010. – №19. – С.124-128. 7. Протасов Р.В. Исследование приведенного радиуса кривизны в эволютных передачах. // Механiка та машинобудування. – 2010. – №1. – С.37-43.

Поступила в редакцию 30.05.11

А.Г. СТАСИЛЕВИЧ, главн. конструктор тракторного производства
РУП "МТЗ", ПО "МТЗ", г. Минск, Беларусь

В.В. СУПИН, начальник КБ инженерной графики и расчетов
НТЦ – УКЭР-1 РУП "МТЗ"

СОЗДАНИЕ ТРАНСМИССИЙ ТРАКТОРОВ С ЗУБЧАТЫМИ ПЕРЕДАЧАМИ МНОГОПАРНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Прямозубые зубчатые передачи с коэффициентом торцевого перекрытия больше двух характеризуются увеличенной нагрузочной способностью. Коэффициенты формы зубьев определены методом граничных элементов. Корпус коробки передач с многопарным зацеплением остался серийным.

Прямозубі зубчасті передачі з коефіцієнтом торцевого перекриття більше двох характеризуються підвищеною навантажувальною здатністю. Коефіцієнти форми зубців визначені методом граничних елементів. Корпус коробки передач з багатопарним зацепленням залишився серійним.

Gearing with high contact ratio (HCR) has another properties then gearing formed with the standard shape profile. These gears are characterized by increased strength capacity. In the present paper the problem of stress concentration at the root of gear based on the boundary element method (BEM). HCR-gearboxes designed by the use of presented improved calculation will not be oversized.

Введение. К зубчатым передачам предъявляют все более высокие требования в отношении их несущей способности, обусловленные передачей большей мощности в прежних габаритах. Перспективным направлением повышения нагрузочной способности зубчатых передач является применение передач с многопарным зацеплением – зацеплением, в течение времени контакта которого происходит взаимодействие двух и более пар зубьев.

Известны передачи с многопарным зацеплением в новом поколении тракторов John Deere серии 6020, семействе коробок передач Eaton Twin Splitter грузовых автомобилей, редукторах авиационных двигателей и др. [1-3].

В настоящей работе представлено решение по созданию силовых передач тракторов "Беларус" на основе применения зубчатых передач с многопарным зацеплением без изменения габаритов корпусных деталей (рисунки 1, 2). Многопарность зацепления зубчатых передач достигнута за счет высотно-профильной модификации зубьев с исходным контуром, отличным от стандартного. Синтез передач осуществлялся выбором рациональных параметров зацепления прямозубых колес: меньшим модулем, большей высотой зуба (при условиях отсутствия подрезания ножки зуба, интерференции, заострения вершин зубьев) и удовлетворением требований прочностной выносливости. Параметры закругления вершины зуба производящей рейки выбраны таким образом, чтобы переходная кривая зуба являлась наименьшим концентратором напряжений.

Методы исследования. Представление о несущей способности эвольвентных зубчатых передач долгое время ограничивалось исследованиями передач, в основу которых положен стандартный исходный контур по ГОСТ 13755-81. Как известно, исходный контур определяет конфигурацию зубьев и тем самым устанавливает номинальный уровень несущей способности зубчатой передачи.

Величина торцевого перекрытия ε_α зависит от параметров производящего контура зуборезного инструмента. Для стандартного исходного контура предельное значение коэффициента перекрытия $\varepsilon_\alpha=1,98$.

Применение передач с нестандартным профилем зуба выявило недостаточность известных методик по расчету напряжений в зубьях. В расчетах изгибной выносливости ГОСТ 21534-87 приведены данные коэффициента формы зуба и концентрации напряжений Y_{FS} только для зубьев стандартного исходного контура. Одним из направлений совершенствования расчетов зубчатых передач является определение напряженного состояния зубчатых колес методами теории упругости, и в частности методом граничных элементов (МГЭ) [4-6]. Посредством МГЭ определены коэффициенты формы зубьев, нарезанных инструментом реечного типа для исходных контуров с полностью скругленной впадиной и профильными углами $\alpha=14,5^\circ; 17,5^\circ; 20^\circ; 25^\circ$ при коэффициенте высоты головки $h_a^*=1$ и $\alpha=28^\circ$ при $h_a^*=0,9$; а также с $\alpha=20^\circ$ и $h_a^*=1,25$. Границы изменения коэффициента смещения инструмента ($x=-0,8...+0,8$) и диапазон чисел зубьев ($z=10...500$) определены при условии отсутствия подрезания ножки зуба и заострения вершины.

Посредством полиномиальной аппроксимации получены формулы Y_{FS} для указанных выше контуров.

№	α	h_a^*	c^*	ρ_f^*	Y_{FS}
1	$14^\circ 30'$	1,0	0,408	0,544	$Y_{FS}=3,96+11,89/z-27,47x/z-0,015x^2$
2	$17^\circ 30'$	1,0	0,345	0,493	$Y_{FS}=3,62+13,12/z-27,38x/z+0,028x^2$
3	20°	1,0	0,25	0,38	$Y_{FS}=3,57+10,46/z-23,36x/z+0,038x^2$
4	25°	1,0	0,203	0,352	$Y_{FS}=3,08+9,85/z-20,76x/z+0,049x^2$
5	28°	0,9	0,184	0,347	$Y_{FS}=2,70+8,32/z-19,19x/z+0,063x^2$
6	20°	1,25	0,23	0,352	$Y_{FS}=3,91+15,89/z-30,69x/z+0,29x^2$

Основные расчетные зависимости для определения контактной прочности активных поверхностей зубьев и изгибной прочности зубьев при многопарном зацеплении приняты согласно стандартной методике. Особенности многопарного зацепления учтены через коэффициент Y_{FS} и коэффициенты распределения нагрузки между двумя парами зубьев K_{Ha} и K_{Fa} . В цилиндрических передачах с $\varepsilon_\alpha < 2$ нагрузочная способность определяется в большинстве случаев зоной однопарного контакта и на одну пару передается 100% нагрузки. В передачах с $\varepsilon_\alpha > 2$ передаваемая нагрузка распределяется попеременно

но между двумя и тремя парами зубьев, находящимися в зацеплении. Нагрузка на одну пару составляет в зависимости от степени точности, жесткости зацепления ~63% от общей передаваемой нагрузки. При движении зубьев на входе в зацепление и выходе из него в зависимости от характера деформаций зубьев и распределения погрешностей могут возникать пики контактных напряжений, которые устраняются профильной модификацией [2, 7-10].

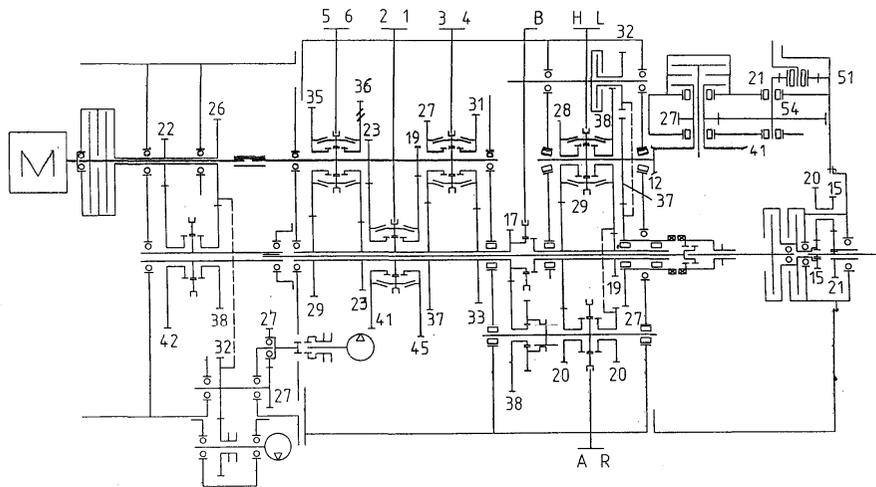


Рисунок 1 – Кинематическая схема серийной коробки передач

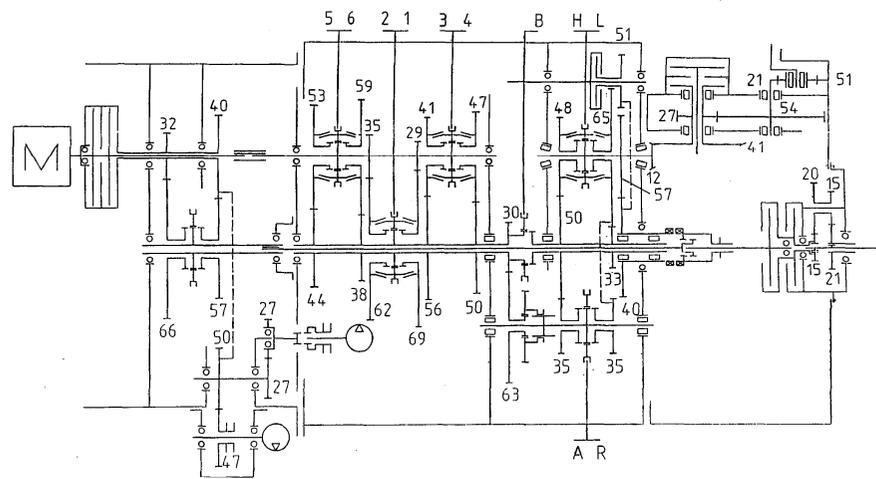


Рисунок 2 – Кинематическая схема опытной коробки передач с двухпарным зацеплением

Зубчатые колеса изготовлены из стали 15XГН2ТА, цементованы и закалены до твердости поверхности зубьев 59...65HRC, сердцевины 29...45HRC, точность обработки соответствовала степени 7-6-6Сс (шлифование) по ГОСТ 1643-81. Точность серийных пар – 8Сс (шевингование). Нарезание зубчатых колес осуществлялось специальными фрезами с углом исходного контура $\alpha=15^\circ$.

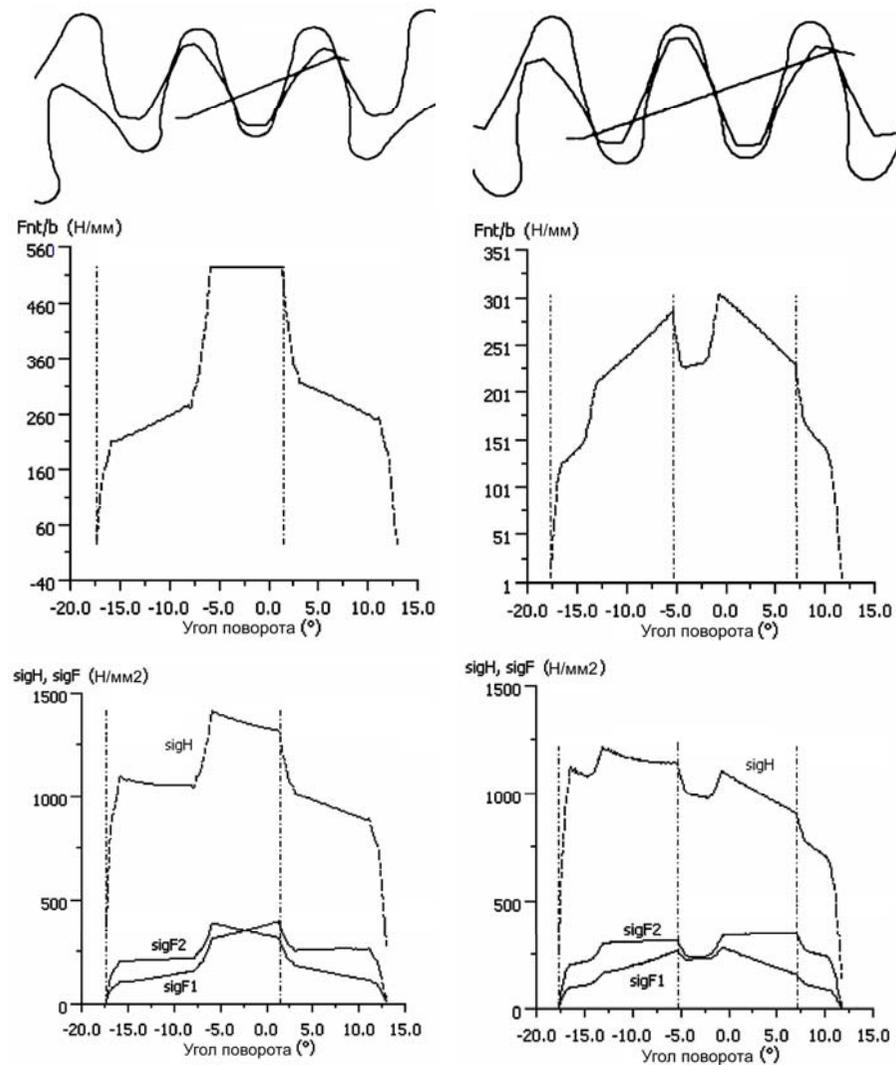


Рисунок 4 – Распределение удельной нагрузки и напряжений по линии зацепления в зубчатых парах $z_1/z_2=19/45$; $m=4,5$ мм; $\epsilon_\alpha=1,42$ слева и $z_1/z_2=29/69$; $m=3$ мм; $\epsilon_\alpha=2,12$ справа

Для определения и подтверждения работоспособности изготовленных передач были проведены ускоренные стендовые испытания опытных трансмиссий и полевые испытания в условиях рядовой эксплуатации трактора "Беларус-1523" тягового класса 3. Результаты испытаний опытных трансмиссий на стендах, в том числе на стенде инерционного типа с воспроизведением динамических нагрузок, возникающих в трансмиссии при включении муфты сцепления в объеме 30000 циклов включений, а также работа трактора "Беларус-1523" с опытной трансмиссией в условиях рядовой эксплуатации подтвердили работоспособность прямозубых цилиндрических колес с многопарным зацеплением для силовых передач тракторов. Нарботка трактора составила 4282ч, из них 1520ч трактор использовался на выполнении энергоемкой работы (пахота с четырехкорпусным оборотным навесным плугом ХМС-950).

Заключение. Применение передач многопарного зацепления в трансмиссиях тракторов становится возможным благодаря увеличению точности изготовления зубчатых колес и совершенствованию методов расчета. В качестве методик расчета геометрии и прочности можно использовать действующие стандарты, в частности ГОСТ 16532-70 и ГОСТ 21534-87 с учетом особенностей многопарного зацепления.

Создана и испытана коробка передач с многопарным зацеплением на стендах и в условиях рядовой эксплуатации трактора "Беларус-1523". Достигнута увеличенная передаваемая мощность в том же пространственном объеме.

Список литературы: 1. Barnett D.W., Agarwal A.B., Braun E.R. Load Sharing in High Contact Ratio Truck Transmission Gearing // ATZ Automobiltechnische Zeitschrift. 92 (1990). – №2. – P.80-88. 2. Кравченко И.Ф., Единович и др. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – №8(55). – С.129-134. 3. Rameshkumar M., Sivakumar P. end etc. Load Sharing Analysis of High-Contact-Ratio Spur Gears in Military Tracked Vehicle Applications // Gear Technology. – 2010. – P.43-50. 4. Устиненко В.Л., Рубенчик В.Я., Сутин В.В. Расчет напряжений в зубьях шестерен методом интегральных уравнений // Повышение надежности и ресурса зубчатых передач в тракторном и сельскохозяйственном машиностроении: тез. докл. научн.-техн. совещ. – Харьков, 1979. – С.197-199. 5. Рудницкий В.И., Сутин В.В. К расчету напряжений в зубьях шестерен при изгибе методом интегральных уравнений; Харьк. политехн. ин-т. – Харьков, 1982. – 49с. – Деп. УкрНИИНТИ 24.05.82, №3163-Д82. 6. Сутин В.В. Разработка и исследование прямозубых передач с многопарным зацеплением // Труды БГТУ. Сер II, Лесная и деревообаб. пром-сть. – 2008. – Вып.XVI. – С.159-162. 7. Wang J., Howard I. A Further Study on High-Contact-Ratio Spur Gears in Mesh with Double-Scope Tooth Profile Modification // Gear Technology. – 2008. – P.64-70. 8. Franulovic M., Basan R., Krizan B. Critical Position of HCR Gear's Teeth with Regard to Pitch Error // Engineering Review. – 2008. – Vol.28 – №2. – P.1-10. 9. Старжинский В.Е., Антонюк В.Е. и др. Словарь-справочник по зубчатым передачам: русско-англо-немецко-французский / Изд. 4-ое, испр. и доп. / Под общ. ред. В.Е. Старжинского. – Минск: БелГИСС, 2007. – 186с. 10. KISSsoft software 10-2008, Calculation Programmes for Machine Design [www.KISSsoft.ch].

Поступила в редколлегию 04.05.11

УДК 621.831

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., главн. инженер проекта ПАО НКМЗ,
г. Краматорск

Г.С. СУКОВ, к.э.н., ген. директор ПАО НКМЗ

М.Г. СУКОВ, зам. начальника цеха ПАО НКМЗ

Г.А. ЛЕСНЯК, начальник конструкторского. отд. редуكتورостроения
ПАО НКМЗ

Ю.П. ГАВРИШ, начальник бюро ОКР ПАО НКМЗ

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ОБОЛОЧКИ ГИБКОГО КОЛЕСА КРУПНОЙ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧИ

Представлена методика составления уравнений напряженно-деформированного состояния оболочки гибкого колеса волновой передачи. Силовые факторы, действующие на выделенный элемент оболочки, сводятся к уравновешенной системе нормальных и касательных напряжений, которые заменяется эквивалентной системой сил и моментов. Напряженно-деформированное состояние оболочки получено в перемещениях и решено методами теории упругости.

Представлено методу складання рівнянь напружено-деформованого стану оболонки гнучкого колеса хвильової передачі. Силкові фактори діючі на виділений елемент оболонки зводяться до врівноваженої системи нормальних і дотичних напружень, які заміняється еквівалентною системою зусиль і моментів. Напружено-деформований стан оболонки отримано в переміщеннях і вирішено методами теорії пружності.

The technique of the equations estimating tensely-deformed condition of a cover of a flexible wheel of wave gear is presented. Power factors covers operating on an allocated element are reduced to the counterbalanced system normal and tangents of pressure which it is replaced with equivalent system of efforts and the moments. The stress-deformed condition of a cover is received in movings and is solved by methods of the theory of elasticity.

Гибкое колесо волновой передачи можно рассматривать как тонкостенную цилиндрическую оболочку. Отношение толщины стенки гибкого колеса к диаметру окружности, делящей стенку колеса пополам, составляет 0,012 (рисунк 1) [1]. Пусть цилиндрическая оболочка с толщиной стенки h и радиусом срединной поверхности a закреплена концами в толстые плиты, поворачивающиеся относительно друг друга на некоторый угол. При этом сохраняется расстояние между плитами, равное длине недеформированной оболочки. В процессе поворота плиты не испытывают деформации.

При деформации оболочки точка M_0 , лежащая на ее поверхности, получает перемещение \bar{U} и переходит в некоторую точку M , радиус которой равен

$$\bar{r}^* = r + \bar{U}; \quad \bar{U} = U\tau_1 + v\tau_2 + \omega n,$$

где U, v, ω – составляющие вектора перемещения \bar{U} по осям τ_1, τ_2, n .

Выделим элемент оболочки двумя плоскостями, проходящими через ось

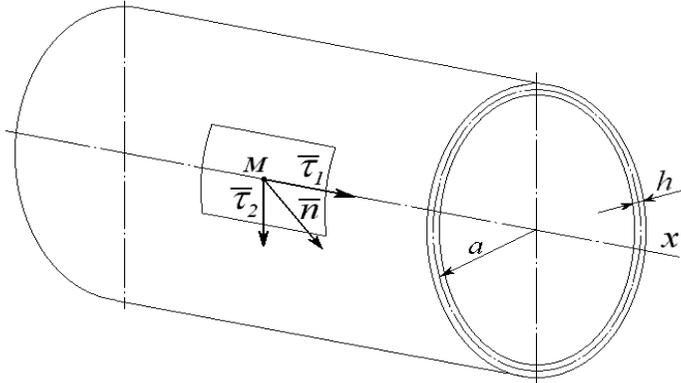


Рисунок 1 – Оболочка гибкого колеса волновой передачи

цилиндра, и двумя плоскостями, перпендикулярными этой оси. Со стороны отброшенной части оболочки на выделенный элемент действуют усилия, которые сводятся к системе нормальных и касательных напряжений, уравнивающих выделенный элемент [1]. Система нормальных и касательных напряжений, действующих на выделенный элемент, заменяется эквивалентной системой усилий и моментов (рисунок 2) $N_x, N_\theta, N_{x\theta}, M_x, M_\theta, M_{x\theta}$, приложенных по его боковым плоскостям

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{\partial U}{\partial x} + \nu \left(\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\omega}{a} \right) \right]; \\ N_\theta &= \frac{Eh}{1-\nu^2} \left[\frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\omega}{a} + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right]; \\ N_{x\theta} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{1}{a} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right); \\ M_x &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\nu}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \right]; \\ M_\theta &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\nu \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} \right) \right]; \\ M_{x\theta} &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu)a} \left(\frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial \theta} \right), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости первого ряда.

Напряженно-деформированное состояние оболочки представляется уравнениями [2]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{1-\nu}{2a^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2a} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial \theta} + \frac{\nu}{a} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{P_1(1-\nu^2)}{Eh} &= 0; \\ \frac{1+\nu}{2a} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial \theta} + \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{h^2}{12a^2} \times \\ \times \left(\frac{d^3 \omega}{\partial x \partial \theta} + \frac{1}{a^2} \frac{d^3 \omega}{\partial \theta^3} \right) + \frac{h^3}{12a^3} \left(\frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{a^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) + \frac{P_2(1-\nu)}{Eh} &= 0; \\ \nu \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{\omega}{a} - \frac{h^2}{12} \left(a \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \frac{2}{a} \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial \theta^2} \right) + \\ + \frac{1}{a^3} \frac{\partial^4 \omega}{\partial \theta^4} - \frac{h^2}{12} \left(\frac{1}{a} \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial \theta} + \frac{1}{a^3} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right) + \frac{aP_3(1-\nu^2)}{Eh} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

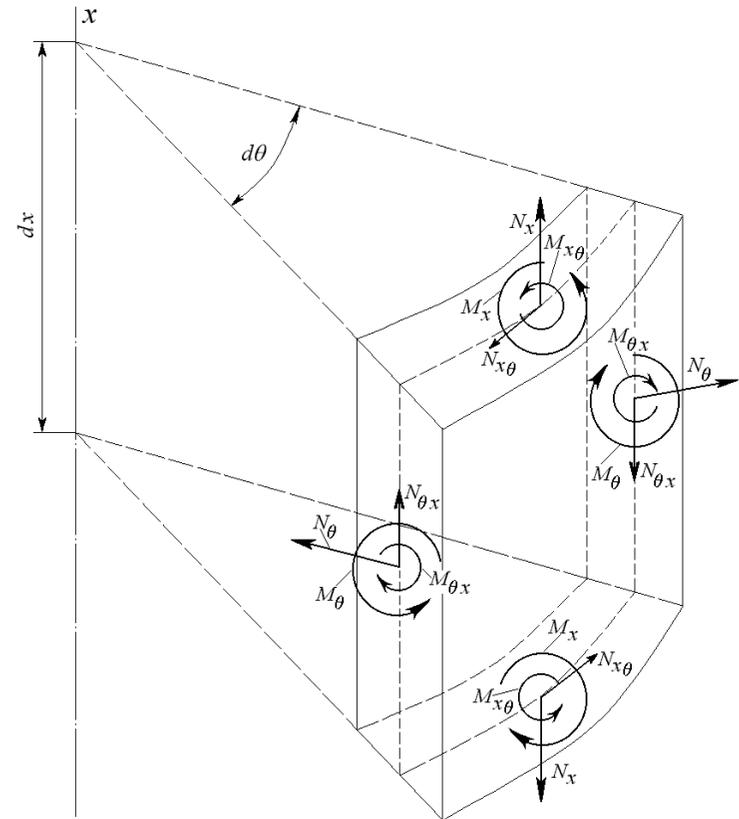


Рисунок 2 – Положительные направления усилий и моментов, действующих на выделенный элемент оболочки со стороны отброшенной части оболочки

В силу равномерности передачи крутящего момента от плит к поперечному сечению оболочки производные перемещений U, v, w по θ равны нулю, а также равны нулю нагрузки $P_1=P_2=P_3=0$, с учетом чего уравнения (2) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\nu}{a} \frac{\partial w}{\partial x} &= 0; \\ \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \left(1 + \frac{h^2}{12a^2} \right) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= 0; \\ \nu \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{ah^2}{12} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решение второго уравнения системы (3) позволяет определить смещение v

$$v = C_1 x + C_2. \quad (4)$$

Постоянная интегрирования C_2 равна нулю при выборе начала координат на середине длины оболочки и уравнение (4) примет вид

$$v = C_1 x. \quad (5)$$

Поворот образующей цилиндрической оболочки ψ связан с углом поворота конечного сечения φ следующим образом (рисунок 3)

$$\psi = \frac{2a\varphi}{1} = a \cdot \varphi_a.$$

Постоянная интегрирования C_1 в уравнении (5) определяется с учетом связи угла поворота образующей цилиндра со смещением точки, лежащей на образующей v (рисунок 4)

$$C_1 = \frac{\partial v}{\partial x} = \psi. \quad (6)$$

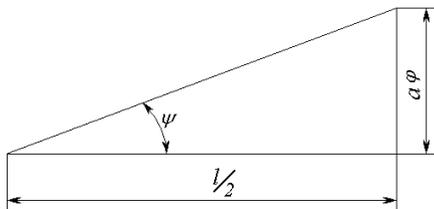


Рисунок 3 – Связь углов поворота образующей цилиндра и конечного сечения оболочки

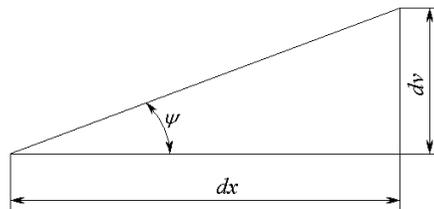


Рисунок 4 – Зависимость угловых и линейных перемещений образующей цилиндра

В третье уравнение системы (1) подставим значения (6) $\partial U/\partial \theta = 0$, последнее указывает на независимость смещений от угла θ

$$N_{x_\theta} = G \cdot h \cdot C_1. \quad (7)$$

Усилие N_{x_θ} является результирующим касательных напряжений τ боковой плоскости выделенного элемента единичной длины

$$N_{x_\theta} = \tau \cdot h. \quad (8)$$

Совместным решением (7) и (8) определяется постоянная интегрирования C_1

$$C_1 = \frac{\tau}{G}. \quad (9)$$

Смещение v определяется подстановкой значения постоянной интегрирования C_1 (9) в (5)

$$v = \frac{\tau \cdot x}{G}.$$

Величина крутящего момента, приложенного к оболочке

$$M_{кр} = 2\pi \cdot a^2 h \tau$$

вызывает касательные напряжения

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2\pi \cdot a^2 \cdot h} = \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (10)$$

где W_p – момент сопротивления при кручении.

Используя выражения (6), (9) и (10), можно установить угловое смещение оболочки

$$\psi = \frac{M_{кр}}{W_p \cdot G}. \quad (11)$$

Из условия равенства перемещений $\psi x = a\varphi$ и с учетом выражения (11), определяется угол относительного смещения нормальных сечений оболочки φ

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot x}{W_p \cdot G \cdot a} = \frac{M_{кр} \cdot x}{G \cdot I_p},$$

где $I_p = 2\pi a^3 h$ – полярный момент инерции оболочки; $G = E/2(1 + \nu)$ – мо-

дугу упругости при сдвиге.

Из шестого уравнения системы (1) и с учетом зависимостей (6), (9), (10) и равенства $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial \theta} = 0$ определяется момент $M_{x\theta}$, действующий на выделенный элемент оболочки

$$M_{x\theta} = \frac{h^2}{24\pi \cdot a^3} M_{кр}. \quad (12)$$

Момент $M_{x\theta}$ приложен к сечению оболочки единичной длины. Полный момент $\sum M_{x\theta}$, действующий по всему нормальному сечению оболочки

$$\sum M_{x\theta} = \frac{h^2}{24\pi \cdot a^3} M_{кр}.$$

При кручении оболочки с зашпеленными концами (рисунок 5) возникают растягивающие усилия, направленные по образующей цилиндра. Установим зависимость между крутящим моментом, действующим на оболочку $M_{кр}$, и величиной растягивающих напряжений, направленных вдоль образующей цилиндра.

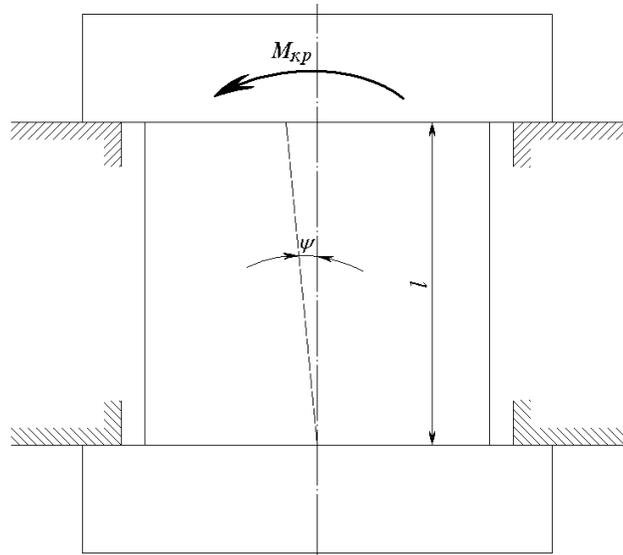


Рисунок 5 – Схема нагрузки оболочки гибкого колеса волновой передачи

Из соотношения $\psi \cdot l = \alpha \cdot \varphi$ определяется угол закручивания ψ

$$\psi = \alpha \cdot \varphi_0,$$

где $\varphi_0 = \varphi/l$ – угол закручивания на единицу длины оболочки.

Растяжение волокон оболочки Δl при закручивании на угол ψ

$$\Delta l = l \cdot \varepsilon = \frac{l}{\cos \psi} - l \approx l \frac{\psi^2}{2},$$

где ε – относительное удлинение оболочки, определяется из предыдущего равенства

$$\varepsilon = \frac{\psi^2}{2} = \varphi_0^2 \frac{a^2}{2}.$$

В соответствии с законом Гука находим растягивающие напряжения в поперечных сечениях оболочки

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \varphi_0^2 \frac{a^2}{2}. \quad (13)$$

Угол закручивания, приходящийся на единицу длины оболочки

$$\varphi_0 = \frac{M_{кр}}{G I_p} = \frac{(1+\nu)}{E \cdot \pi \cdot a^3 \cdot h} M_{кр}. \quad (14)$$

Подставляя значения φ_0 из предыдущего выражения (14) в уравнение (13), получим

$$\sigma = M_{кр} \frac{(1+\nu)^2}{\pi^2 \cdot E \cdot h^2 \cdot a^4}. \quad (15)$$

При достижении касательных напряжений τ максимально допустимых значений $[\tau]$ записываем выражение допустимого крутящего момента $[M_{кр}]$ приложенного к оболочке

$$[M_{кр}] = 2\pi \cdot a^2 h [\tau]. \quad (16)$$

В соответствии с выражениями (15) и (16) получим формулу определения нормальных напряжений

$$\sigma = \frac{4(1+\nu)^2}{E} [\tau]. \quad (17)$$

Из соотношения (17) определяем $\sigma = 0,32[\tau]$.

Растягивающие напряжения, возникающие в оболочке, направленные вдоль образующей цилиндра, слишком малы, и их можно не учитывать.

Диски генератора волн, гибкое и жесткое зубчатые колеса образуют узлы, подвергающиеся наиболее интенсивному силовому воздействию в процессе работы волновой зубчатой передачи.

Крутящий момент формируется в результате деформации зубчатого венца гибкого колеса при контакте с дисками генератора волн. Благодаря этому осуществляется зацепление зубчатого венца гибкого колеса с неподвижным зубчатым колесом на участке, имеющем значительную протяженность. Возникающие усилия воспринимаются дисками генератора волн и гибким колесом. Величина этих усилий определяется крутящим моментом на выходном валу волновой зубчатой передачи. Усилия в зацеплении являются внешней нагрузкой для дисков генератора волн и гибкого колеса. Под их воздействием в дисках генератора волн и элементах гибкого колеса возникают напряжения.

Интенсивность распределения касательных усилий, приложенных к зубчатому венцу гибкого колеса, аппроксимируем параболической зависимостью (рисунок 6)

$$q_t = q_{t \max} \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta^{*2}} \right),$$

где θ^* – половина центрального угла, проведенного к крайним точкам линии зацепления; θ – текущий угол, отсчитываемый от большой оси генератора волн; $q_{t \max}$ – максимальная интенсивность нагрузки.

Максимальная интенсивность касательной нагрузки выражается через крутящий момент M_2

$$q_{t \max} = \frac{3M_2}{8a_1^2 \cdot \theta^{*2}},$$

где a_1 – радиус начальной окружности гибкого колеса.

Венец зубчатого колеса воспринимает радиальную нагрузку, распределенную по параболическому закону. Интенсивность радиальной нагрузки

$$q_r = q_{R_2} \left(1 - \frac{\theta^2}{\theta^{*2}} \right), \quad (18)$$

где q_{R_2} – максимальная величина радиальной нагрузки.

Величина максимальной нагрузки зависит от угла зацепления α и определяется по формуле

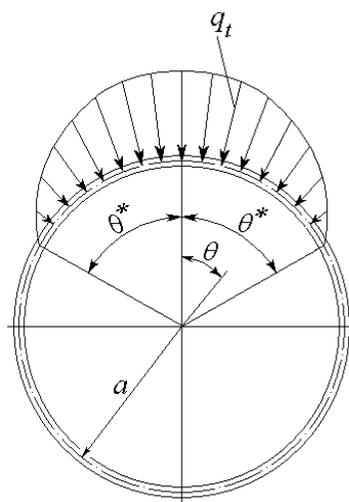


Рисунок 6 – Эпюра распределения касательных усилий в зацеплении зубчатого венца гибкого колеса

$$q_{R_2} = \frac{3M_2 \operatorname{tg} \alpha}{8a_1^2 \cdot \theta^{*2}}. \quad (19)$$

Вследствие малой изгибной жесткости зубчатого венца можно принять, что радиальная нагрузка определяется по формулам (18), (19) и полностью передается на цилиндрическую поверхность внешнего обода дисков генератора волн.

Крутящий момент, возникший в зацеплении, передается на шлицевый венец посредством цилиндрической оболочки, в которой выравнивается распределение касательных усилий от крутящего момента. Деформация зубчатого венца диска генератора волн создает в оболочке краевой эффект и дополнительное поле напряжений. Уровень интенсивности последних не должен превышать уровня интенсивности касательных напряжений при передаче крутящего момента.

Для обеспечения прочности и оптимизации конструктивных форм необходим уточненный расчет напряженного состояния основных деталей волновой зубчатой передачи.

Методики уточненных расчетов были получены из решения уравнений теории упругости. Разработанные методики позволили выполнить на прочностные расчеты гибких колес крупных волновых зубчатых редукторов, а также рассчитать ряд вариантов, связанных с оптимизацией параметров конструкции.

В оболочке выделим поле напряжений, связанное с передачей крутящего момента, и поле напряжений от краевого эффекта. Поле напряжений от крутящего момента определяется через компоненты смещения срединной поверхности

$$\left. \begin{aligned} U_0 &= 0; \\ V_0 &= \frac{(1+\nu)M_2 \cdot X}{\pi(1+3\xi^2)a \cdot E \cdot h}; \\ W_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

где U_0, V_0, W_0 – соответственно осевые, окружные и радиальные смещения точек, срединной поверхности оболочек; a – радиус срединной поверхности; h – толщина оболочки; x – осевая координата, отсчитанная от торца оболочки, сопряженного с зубчатым венцом. Величина ξ^2 вычисляется по формуле $\xi^2 = h^2/12a^2$.

Смещениям (20) соответствуют напряжения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{x_0} &= 0; \\ \sigma_{\theta_0} &= 0; \\ \tau_0 &= \frac{M_2 \left(1 - \frac{Z}{a} \right)}{2\pi \cdot a^2 \cdot h(1+3\xi^2)}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

где Z – нормальная координата, отсчитанная от срединной поверхности обочечки.

Решениям (21) соответствуют краевые условия для свободных торцов, нагруженных касательной нагрузкой, распределенной по тому же закону, что и касательные напряжения в третьей формуле системы (25). Эти напряжения невелики. Так для волновых редукторов привода перефутеровки рудоразмольных мельниц, где $a=548,3\text{мм}$, $h=13,5\text{мм}$, $M_2=500\text{кН}\cdot\text{м}$, максимальные касательные напряжения, рассчитанные по третьей формуле системы уравнений (25), получились равными 20МПа.

Выводы:

1. Разработана методика численного определения силовых факторов действующих на гибкое колесо волновой передачи с дисковым генератором волн.
2. Выполнен анализ напряженно-деформированного состояния гибкого колеса, в результате которого определены нормальные и касательные напряжения, линейные и угловые деформации в соответствии с силовыми и конструктивными параметрами.

Список литературы: 1. Тимошенко С.П. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. – М.: Издательство "Наука", 1971. – 808с. 2. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. – М.: Машиностроение, 1977. – 488с.

Поступила в редакцию 16.05.11

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

П.Л. НОСКО, д.т.н., проф., зав. кафедрой машиноведения ВНУ им. В. Даля

П.Н. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

И.Г. ТКАЧ, младший научный сотрудник каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

СИНТЕЗ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПОЛУОБКАТНЫХ ПЕРЕДАЧ ПО ГЕОМЕТРО-КИНЕМАТИЧЕСКИМ КРИТЕРИЯМ

Изложена математическая модель и порядок синтеза геометрии зубьев полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по заданным значениям геометро-кинематических критериев работоспособности.

Викладено математичну модель та порядок синтезу геометрії зубців напівобкатних циліндричних прямозубих передач за заданими значеннями геометро-кінематичних критеріїв працездатності.

The mathematical model and sequence of synthesis of teeth geometry halfrolled cylindrical spur transmissions on set values of geometric and kinematic criteria of serviceability are explained.

Постановка проблемы. Зубчатые передачи на протяжении последних десятилетий неизменно входят в состав механических приводов большинства машин различного назначения, оказывая влияние на их качественные показатели. Поэтому задача повышения нагрузочной способности и долговечности зубчатых передач является актуальной и может быть отнесена к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

Анализ литературы. К настоящему времени накоплен значительный опыт в изучении и эксплуатации передач на базе эвольвентного зацепления [2, 3], и они заслуженно считаются традиционными. При этом общеизвестно, что резервы совершенствования традиционных передач исчерпаны. Поэтому за последние десятилетия появились новые виды зацеплений на базе выпукло-вогнутого контакта рабочих поверхностей, обладающие большей нагрузочной способностью [4-7]. Исследования передач зацеплением [2-7] свидетельствуют, что высокая нагрузочная способность может быть обеспечена применением рациональной геометрии зубьев зацепляющихся колес. В частности, ее можно обеспечить синтезом по геометро-кинематическим критериям работоспособности, к которым относят [8]: скорость скольжения, скорости качения сопряженных поверхностей зубьев, приведенную кривизну рабочих поверхностей, удельные скольжения. Такой подход применим как для традиционных передач, например [9], так и для новых видов передач зацеплением [10]. В работе [10] для цилиндрических передач получены дифференциальные уравнения для синтеза геометрии исходного контура режущего инструмента реечного типа. Применительно к передачам, изготовленным по второму способу Т. Оливье, дифференциальные уравнения для синтеза геометрии получены в работе [11] в общем виде, что затрудняет практическую реализацию синтеза таких передач.

Цель статьи. Получить математическую модель и разработать порядок синтеза полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по заданным значениям геометро-кинематических критериев.

1. Обобщенный профиль зуба инструментального колеса. Будем полагать, что для профилирования зуба инструментального колеса (долбяка) при нарезании колес по второму способу Т. Оливье используется обобщенный профиль. Таковым будем называть профиль, очерченный произвольной кривой (см. рисунок).

Уравнение обобщенного профиля зададим в системе координат S_k (ось $O_k X_k$ направлена по касательной к начальной окружности (н.о.) рассматриваемого сечения зуба инструментального колеса) и представим в следующем виде:

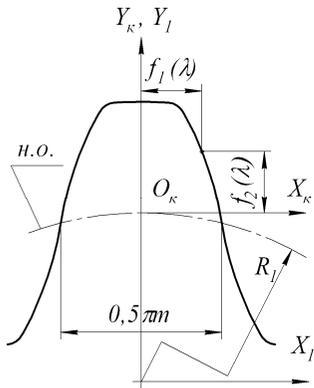


Рисунок – Обобщенный исходный контур инструментального колеса

$$X_k = f_1(\lambda); Y_k = f_2(\lambda); Z_k = 0, \quad (1)$$

где $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ – произвольные, необходимые число раз дифференцируемые функции; λ – переменная величина, значения которой $\lambda = \text{const}$ соответствуют поверхности цилиндра заданного радиуса.

В последующих уравнениях для их сокращения параметр λ будем исключать. Тогда, с учетом (1) уравнение поверхности зубьев инструментального колеса в собственной системе координат S_1 будет иметь вид:

$$X_1 = f_1; Y_1 = f_2 + R_1; Z_1 = \mu, \quad (2)$$

где R_1 – радиус начального цилиндра инструментального колеса, μ – параметр, определяющий торцовое сечение зуба.

Для реализации поставленной цели процесс изготовления можно представить как зацепление двух колес – инструментального и нарезаемого. В торцовом сечении поверхности зубьев инструментального колеса описаны обобщенным профилем (1), а нарезаемого – огибающей профиля (1). Для определения параметров такого зацепления воспользуемся кинематическим методом [3], согласно которому уравнение станочного зацепления инструментального колеса с нарезаемым имеет вид:

$$F = \bar{V}^{(12)} \cdot \bar{e}_1 = 0, \quad (3)$$

где \bar{e}_1 – орт нормали к поверхности (2), проекции которого определяются уравнениями:

$$e_{x1} = \frac{f_2'}{n}; e_{y1} = -\frac{f_1'}{n}; e_{z1} = 0. \quad (4)$$

Здесь $n = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ – модуль вектора нормали к поверхности (2), f_1' , f_2' – первые производные функций f_1 , f_2 по λ .

$\bar{V}^{(12)}$ – относительная скорость в станочном зацеплении инструментального колеса с нарезаемым ($\omega_1 = 1 \text{c}^{-1}$):

$$V_{x1}^{12} = -\frac{u+1}{u}[f_2 + R_1(1 - \cos \varphi_1)]; V_{y1}^{12} = \frac{u+1}{u}[f_1 - R_1 \sin \varphi_1]; V_{z1}^{12} = 0. \quad (5)$$

Здесь φ_1 – угол поворота инструментального колеса; u – передаточное число передачи.

Подставляя в (3) значения (4) и (5), получаем уравнение станочного зацепления в виде:

$$F(\lambda, \varphi_1) = -\frac{u+1}{un}[f_2 f_2' + f_1 f_1' - R_1(f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \sin \varphi_1 - f_2')] = 0. \quad (6)$$

2. Дифференциальные уравнения для синтеза передач. Получим уравнения для синтеза полуобкатной цилиндрической зубчатой передачи с обобщенной геометрией по критериям, характеризующим зубчатую пару: скорости скольжения рабочих поверхностей V^{12} ; скоростям перемещения точек контакта на зубьях шестерни и колеса V_1 и V_2 в направлении, перпендикулярном линии мгновенного контакта; суммарной скорости перемещения точек контакта V_Σ в направлении, перпендикулярном линии мгновенного контакта; приведенной кривизне поверхностей зубьев χ в направлении, перпендикулярном линии контакта; коэффициентам удельных скольжений зубьев шестерни и колеса η_1 и η_2 . При этом примем

$$f_1 = f_1(f_2), f_2' = 1, f_2'' = 0. \quad (7)$$

Для синтеза передач по скорости скольжения рассмотрим случай, когда функции f_1 и f_2 требуется определить при заданной скорости скольжения в виде:

$$V^{12} = -\omega_1 \frac{u+1}{u} \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + R_1^2 - 2R_1[f_1 \sin \varphi_1 + (f_2 + R_1) \cos \varphi_1]}. \quad (8)$$

При этом значения $\sin \varphi_1$ и $\cos \varphi_1$ связаны известными зависимостями:

$$\sin \varphi_1 = \frac{\text{tg } \varphi_1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_1}}; \cos \varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi_1}}. \quad (9)$$

Подставив в (8) выражения (9) и разрешив уравнение относительно $\text{tg } \varphi_1$, получим:

$$\text{tg } \varphi_1 = \frac{f_1(f_2 + R_1) \pm \sqrt{(f_1)^2 + (f_2 + R_1)^2 - A_V^2}}{A_V^2 - f_1^2}, \quad (10)$$

где A_V – параметр, зависящий от скорости скольжения:

$$A_V = \frac{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + R_1^2 - \left[\frac{V^{12}u}{1+u} \right]^2}{2R_1^2}.$$

Значение $\operatorname{tg} \varphi_1$ может быть также определено из уравнения зацепления:

$$\begin{aligned} \sin \varphi_1 &= \frac{f_1'(\xi + R_1) - \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)}}{2R_1}, \\ \cos \varphi_1 &= \frac{(\xi + R_1) + f_1' \sqrt{(f_1')^2 R_1^2 - \xi(\xi + 2R_1)^2}}{R_1 n^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

а искомая функция определится как:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{n^2}{2} \cdot \frac{f_1'(\xi + R_1) - \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)}}{(\xi + R_1) + f_1' \sqrt{(f_1')^2 R_1^2 - \xi(\xi + 2R_1)^2}}. \quad (12)$$

В соотношениях (11) и (12) в соответствии с условием (7) приняты обозначения $\xi = f_1 f_1' + f_2$ и $n^2 = 1 + (f_1')^2$.

Приравняв правые части выражений (10) и (12), получим дифференциальное уравнение, в котором с одной стороны функция $f_1 = f_1(f_2)$, а с другой ее первая производная f_1' . Такая форма записи делает уравнение удобным для решения приближенными методами [12].

Для синтеза *по заданной скорости* перемещения точек контакта на зубьях шестерни уравнение имеет вид:

$$f_1'' = \frac{\left[1 + (f_1')^2 \right] \cdot \left[\frac{R_1}{V_1} (f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1) - 1 \right]}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (13)$$

Здесь и в последующих дифференциальных уравнениях функции $\sin \varphi_1$ и $\cos \varphi_1$ определяются из (11).

Дифференциальное уравнение (13) не имеет решения при выполнении условия

$$2f_1 - f_1'(\xi + R_1) + \sqrt{(f_1')^2(\xi + R_1)^2 - 2\xi(\xi + 2R_1)} = 0. \quad (14)$$

Поэтому точки профиля, удовлетворяющие условию (14) должны быть исключены.

Для синтеза *по заданной скорости* перемещения точек контакта на зубьях колеса:

$$f_1'' = \frac{nR_1 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{V_2 - \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (15)$$

Уравнение (15) не будет иметь решения при равенстве нулю знаменателей, следовательно, ограничивать область значений функции f_1'' кроме условия (14) будет равенство

$$V_2 = \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}. \quad (16)$$

Для синтеза *по заданной суммарной скорости* перемещения точек контакта:

$$f_1'' = \frac{2nR_1 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{V_\Sigma - \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (17)$$

Уравнение (17) не будет иметь решения при выполнении условия (14) и равенства:

$$V_\Sigma = \frac{u+1}{un} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}. \quad (18)$$

При оценке контактной прочности поверхностей зубьев с линейным контактом определяющей является приведенная кривизна в направлении, перпендикулярном линии контакта. Поэтому, получим дифференциальные уравнения для синтеза *по приведенной кривизне* в этом направлении:

$$\begin{aligned} f_1'' &= \frac{\chi n \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}}{2(f_1 - R_1 \sin \varphi_1)} \times \\ &\times \left[1 \pm \sqrt{1 + \frac{4 \frac{u+1}{\chi u} R_1 (f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1)}{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1'(1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]}} \right] - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Очевидно, что решение уравнения (19) не существует при выполнении условия (14) и равенства

$$f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]. \quad (20)$$

Поэтому, для реализации синтеза геометрии передачи по приведенной кривизне точки профиля, удовлетворяющие условиям (14) и (20) должны быть исключены.

Для синтеза передач по коэффициентам удельных скольжений получим дифференциальные уравнения в виде:

$$f_1'' = \frac{\eta_1 R_1 n^2 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{\frac{u+1}{u} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1};$$

$$f_1'' = \frac{\frac{\eta_2}{1+\eta_2} R_1 n^2 \frac{f_1' \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}}{\frac{u+1}{u} \{f_1 - f_2 f_1' - R_1 [f_1' (1 - \cos \varphi_1) + \sin \varphi_1]\}} - \frac{n^2}{f_1 - R_1 \sin \varphi_1}. \quad (21)$$

При синтезе передач необходимо задать коэффициент удельного скольжения зубьев шестерни или колеса и линию на поверхности зацепления, вдоль которой задается η_1 или η_2 . Это могут быть линии $\mu = \text{const}$, $\lambda = \text{const}$, $z = \text{const}$, $\varphi = \text{const}$ или другие. Уравнения этих линий будут служить уравнениями связи между параметрами λ и μ , а решение дифференциального уравнения (21) позволяет определить обобщенный профиль зуба, обеспечивающий заданный коэффициент удельного скольжения для шестерни или колеса.

Ограничением при синтезе, как и в случае с приведенной кривизной, будет исключение точек профиля, удовлетворяющих условиям (14) и (20).

3. Порядок синтеза передач по геометро-кинематическим критериям. Из изложенного в п. 2 следует, что дифференциальные уравнения для синтеза исходного контура режущего инструмента по заданным значениям критериев работоспособности передач имеют вид

$$f_1'' = F(f_2, f_1, f_1', P, K), \text{ или } f_1' = F(f_2, f_1, P, K), \quad (22)$$

где K – критерий работоспособности; P – параметры зубчатой передачи (например R_1).

Из (22) следует, что решение дифференциальных уравнений зависит от геометрических параметров передачи и критерия работоспособности K . По-

этому для получения определенного решения следует задавать, кроме параметров передачи, значение критерия. При этом K могут быть постоянными или заданными в виде функций, зависящих от переменных, определяющих геометрию исходного контура.

При решении дифференциальных уравнений можно использовать любой приближенный метод [12]. Однако, учитывая структуру и сложный характер зависимостей, наиболее рациональным является метод рядов, когда решения уравнений вида (13), (15), (17), (19) и (21) представляется в виде рядов:

$$f_1 = \tilde{f}_1 + \tilde{f}_1'(f_2 - \tilde{f}_2) + \frac{\tilde{f}_1''}{2!}(f_2 - \tilde{f}_2)^2 + \frac{\tilde{f}_1'''}{3!}(f_2 - \tilde{f}_2)^3 + \dots, \quad (23)$$

где $\tilde{f}_1, \tilde{f}_1', \tilde{f}_1'', \tilde{f}_1'''$ – значения функции $f_1(f_2)$ и ее производных в точке \tilde{f}_2 .

При этом \tilde{f}_1, \tilde{f}_2 должны быть заданы, как начальные условия, в пределах поля зацепления с обеспечением необходимых критериев работоспособности и приемлемой геометрии исходного контура режущего инструмента. Другие производные определяются последовательным дифференцированием соответствующих дифференциальных уравнений.

Полученный таким способом профиль кроме условий (14), (16), (18) и (20) проверяется по ряду обязательных для зубчатых передач условий. К таковым можно отнести отсутствие подрезания и заострения зубьев цилиндрических колес, а также обеспечение требуемого коэффициента перекрытия.

Подрезание зубьев цилиндрических колес ослабляет основание зубьев, и, тем самым, приводит к снижению изгибной прочности нарезаемых колес. Поэтому при синтезе зубчатых передач необходимо ограничивать профиль, исключая из него точки, вызывающие подрезание. Оно связано с появлением на огибающей поверхности особых точек, в которых выполняется условие [3, 10]:

$$F^\varphi E_1 - \left(\bar{r}_1^\lambda \bar{V}^{12}\right) F^\lambda = 0, \quad (24)$$

где F^φ и F^λ – производные по φ и по λ уравнения станочного зацепления (6); \bar{r}_1^λ – производная по λ радиус-вектора поверхности (2); E_1 – коэффициент первой квадратичной формы поверхности (2), равный $E_1 = n^2$ [13].

После соответствующих преобразований и подстановки в (24) получим условие подрезания в виде:

$$\left[\xi_2 + R_1(\rho^\varphi - f_1')\right] \cdot \left[R_1(\rho^\lambda - f_2'') - (\xi_1 + n^2)\right] = \frac{u}{u+1} \cdot n^2 R_1 \rho^\varphi, \quad (25)$$

где

$$\rho^{\varphi} = f_1' \cos \varphi_1 - f_2' \sin \varphi_1; \rho^{\lambda} = f_2'' \cos \varphi_1 + f_1'' \sin \varphi_1;$$

$$\xi_1 = f_1 f_1'' + f_2 f_2''; \xi_2 = f_1 f_2' - f_1' f_2.$$

Следовательно, для предотвращения подрезания зубьев нарезаемых колес, необходимо на производящей поверхности исключить точки, определяемые решением уравнений (25).

Заострение зубьев характеризуется пересечением их боковых поверхностей, когда толщина зуба в точках заострения равна нулю. Из условий прочности передач, толщина зубьев на вершинах не должна быть меньше допустимой величины, обычно не менее $(0,25 \dots 0,3)m$, где m – модуль зацепления [14].

Условия заострения получим на основе уравнений для определения толщины зубьев:

$$S_1 = \frac{\pi}{2} - 2f_1^* \leq (0,25 \dots 0,3)m;$$

$$S_2 = \frac{\pi}{2} - 2|f_1^* \cos[\varphi_1(1+u)] - (f_2^* + R_1) \sin[\varphi_1(1+u)] + R_1(1+u) \sin(\varphi_1 u)| \leq (0,25 \dots 0,3)m.$$

Значения функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$ определяются из уравнений:

$$R_{b1} = \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2};$$

$$R_{b2} = \sqrt{f_1^2 + (f_2 + R_1)^2 + [R_1(u+1)]^2 - 2R_1(u+1)[f_1 \sin \varphi_1 + (f_2 + R_1) \cos \varphi_1]} \quad (26)$$

подстановкой вместо R_{bi} значения радиусов окружностей вершин колес R_{a1} и R_{a2} . Значения углов φ_1 находятся из уравнений (11) для тех же значений функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$.

Коэффициент перекрытия является важным критерием работоспособности, характеризующим плавность работы зубчатой пары. Его значение должно быть не менее $1,1 \dots 1,2$ [14]:

$$\varepsilon_{\alpha} = z_1 \frac{\varphi_{12} - \varphi_{11}}{2\pi}, \quad (27)$$

где φ_{11} и φ_{12} – углы поворота инструментального колеса, соответствующие положению точки контакта на его вершине и основании зуба соответственно; z_1 – число зубьев инструментального колеса.

Граничные значения углов поворота колеса φ_{11} и φ_{12} , которые подставляются в (27), можно определить из уравнения зацепления (6). Для этого не-

обходимо в уравнение (6) подставить значения функций $f_1 = f_1^*$ и $f_2 = f_2^*$ и их производных, соответствующие вершинам зубьев производящего и нарезаемого колес. Их можно найти из уравнений (26), если в их левые части подставить значения радиусов вершин колес R_{a1} и R_{a2} .

Выводы. В работе получены дифференциальные уравнения для синтеза обобщенного профиля зуба инструментального колеса цилиндрических полуобкатных передач. Определен порядок синтеза с проверкой условий, обеспечивающих отсутствие подрезания, заострения и заданный коэффициент перекрытия. Полученные дифференциальные уравнения и зависимости позволяют синтезировать передачи, изготовленные по второму способу Т. Оливье, по заданным значениям геометро-кинематических критериев.

Список литературы: 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // Львів, Машинознавство, 2002, №10(64). – С.26-40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 399с. 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 4. Павленко А.В., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Зубчатые передачи с зацеплением Новикова. – Киев: "Техніка", 1978. – 144с. 5. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // Надежность и качество зубчатых передач. – Ниинформтяжмаш., 18–67–106, 1967. – С.1-8. 6. Скляр Ю.А. Геометрокинематические критерии прямозубых конхоидальных передач со смешением исходного контура // Вісник Нац. Техн. ун-ту "ХПІ". 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.162-166. 7. Tökölly P., Gajdoš M., Božanský M. Effect of tooth shape to size of contact stress noninvolute gearing // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.10-20. 8. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Изв. вузов. Машиностроение. – 1964. – №10. – С.5-15. 9. Вулгаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 10. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 11. Шишов В.П., Ткач П.Н., Ревякина О.А., Ткач И.Г. Дифференциальные уравнения для синтеза полуобкатных цилиндрических прямозубых передач по геометро-кинематическим критериям // Науковий вісник Луганського національного аграрного університету. Серія: Технічні науки. – Луганськ: Видавництво ЛНАУ, 2009. – №3. – С.195-200. 12. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. 13-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1986. – 544с. 13. Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1969. – 176с. 14. Кудрявцев В.Н., Державец Ю.А., Глухарев Е.Г. Конструкции и расчет зубчатых редукторов. – Л.: Машиностроение, 1971. – 328с.

Поступила в редколлегию 05.05.11

СОДЕРЖАНИЕ

Бабичев Д.А. Виброактивность сил трения в цилиндрических прямозубых передачах и критерии для ее оценки.....	3
Басинюк В.Л., Старжинский В.Е., Мардосевич Е.И. Ускоренные испытания зубчатых передач и трансмиссий на их основе	12
Бошански М., Токоли П., Ваня А., Кожух И. Возможность использования неэвольвентного зацепления в коробках передач сельскохозяйственных машин	21
Витренко В.А., Воронцов Б.С., Кириченко С.Г. Поверхностное моделирование гиперболоидных инструментов в системе PowerSHAPE	30
Власенко В.Н. Работы ТК-47 по развитию нормативной базы	36
Власенко В.М., Добровольська І.В. Сучасні методи розрахунку на термічну здатність механічного привода загальномашинобудівного та спеціального призначення.....	37
Гудов Е.А., Лагутин С.А., Федотов Б.Ф. Нагрузочная способность модифицированных глобоидных передач	41
Дорофеев В.Л., Арнаутов К.Б., Дорофеев Д.В. Назначение параметров исходного контура эвольвентных зубчатых колёс с несимметричными зубьями	53
Короткин В.И., Явруян О.В. Продольная модификация арочных зубьев передач Новикова как фактор снижения их напряжённости.....	60
Крот П.В. Система мониторинга динамических нагрузок в линиях привода станов горячей прокатки.....	68
Кузнецова А.В. Влияние износа двояковыпукло-вогнутых зубьев конических передач на контактную прочность	82
Матусевич В.А., Шарaban Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Оптимизация многоступенчатого планетарного механизма \overline{AI} по критерию объема конструкции	87

Матюшенко М.В., Федченко Г.В., Бережний В.О., Калинин П.М. Метод Гессена в цилиндричных передачах Новикова	96
Муховатый А.А. Метод синтеза высоконагруженных зубчатых передач.....	100
Надєїна Е.В. Методика настроювання верстатного зачеплення для нарізування плоских коліс наближених спіроїдних передач.....	107
Наджафов А.М. Системный вероятностный расчет на прочность трехступенчатого пакетного редуктора.....	114
Негробова Н.Б., Ткачук М.А., Ткачук М.М. Контактна взаємодія деталей машин з витягнутими контактними областями	129
Онишков П.Н., Островский Д.В. К оценке контактно-усталостной долговечности полюсной зоны (Сообщение 2).....	135
Онишкова А.М. Численное исследование задач с переменной границей.....	139
Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Приймаков Г.А. Динамические нагрузки в силовых волновых зубчатых передачах герметичного типа с учетом механической характеристики электродвигателя	145
Протасов Р.В., Устиненко А.В. Исследование коэффициента перекрытия эволютных передач	154
Стасилевич А.Г., Супин В.В. Создание трансмиссий тракторов с зубчатыми передачами многопарного зацепления.....	165
Стрельников В.Н., Суков Г.С., Суков М.Г., Лесняк Г.А., Гавриш Ю.П. Исследование напряженного состояния оболочки гибкого колеса крупной волновой передачи	170
Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.Н., Ткач И.Г. Синтез цилиндрических полуобкатных передач по геометро-кинематическим критериям.....	179

CONTENTS

Babichev D.A. Vibration activity of friction power in spur gear pair and its criteria	3
Basinyuk V.L., Starginskiy V.E., Mardosevich E.I. Accelerated tests of gear drives and transmissions on their basis	12
Bošanský M., Tököly P., Vanya A., Kožuch I. Noninvolute gearing as a possibility of using in gearbox of agricultural machine	21
Vitrenko V.A., Vorontsov B.S., Kirichenko S.G. Superficial design of hyperboloidal instruments is in system of PowerSHAPE ..	30
Vlasenko V.N. The TC-47 works on development of normative base.....	36
Vlasenko V.N., Dobrovolskaya I.V. Modern methods of calculating the thermal ability mechanical occasion of general and special purpose.....	37
Gudov E.A., Lagutin S.A., Fedotov B.F. Load capacity of modified globoid gears	41
Dorofeev V.L., Arnaudov K.B., Dorofeev D.V. Appointment of parameters of an initial contour for involute gears with asymmetrical teeth.....	53
Korotkin V.I., Javrujan O.V. Longitudinal modification of arched teeth of Novikov gearing as a factor of reduction of their stress	60
Krot P.V. Monitoring system of the dynamic loads in the drivelines of hot rolling mills	68
Kuznetsova A.V. The influence of biconvex-concave teeth wear of bevel gears on the contact strength.....	82
Matusevich V.A., Sharaban Ju.V., Shehov A.V., Abramov V.T. Optimization of the multistage planetary mechanism by criterion of a construction volume	87
Matjushenko M.V., Fedchenko G.V., Beregniy V.O., Kalinin P.M. The Gessen's method in Novikov cylindrical gearings.....	96
Mukhovatiy A.A. Method of synthesis highly loaded gears	100

Nadeina E.V. The methodology of tuning a machinery for cutting a plane wheels of approximate spyroid gears.....	107
Nadzhafov A.M. System probabilistic calculation on durability of three-stage package reducing gear	114
Negrobova N.B., Tkachuk N.A., Tkachuk N.N. Contact interaction of machine details with the prolated contact areas.....	129
Onishkov P.N., Ostrovskiy D.V. To an estimation of contact-fatigue durability of a polar zone (the Message 2) ..	135
Onishkova A.M. Numerical research of problems with variable boundary	139
Priymakov A.G., Ustinenko A.V., Priymakov G.A. Dynamic loads in the power wave gearing of hermetic type taking into account the mechanical characteristics of the electromotor.....	145
Protasov R.V., Ustinenko A.V. Research of contact ratio for evolute gear	154
Stasilevich A.G., Supin V.V. Creation the tractor transmissions with gears of multiple contact.....	165
Strelnikov V.N., Sukov G.S., Sukov M.G., Lesnyak G.A., Gavrish Ju.P. Research of tensely-deformed condition of a flexible wheel cover for large wave gear	170
Shishov V.P., Nosko P.L., Tkach P.N., Tkach I.G. Synthesis of cylindrical halfrolled gears by geometric and kinematic criteria	179

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

**Тематичний випуск
"Проблеми механічного привода"**

Збірник наукових праць

Випуск №29

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск В.М. Луньова

Обл.-вид. №111-11

Підписано до друку 14.07.2011. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 10,0.
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10

ДЛЯ ЗАМЕТОК

ДЛЯ ЗАМЕТОК