

# ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"

Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".  
Харків: НТУ "ХПІ". – 2011, №28. – 190 с.

**Сборник научных трудов  
Тематический выпуск**

**28'2011**

**"Проблемы механического привода"**

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"  
в 2001 году

**КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:**

**Председатель** Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ,  
д-р техн. наук, проф.

**Зам. председателя**

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;  
Е.И. Сокол, д-р техн. наук, проф.

**Секретарь координационного совета**

К.А. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Л.М. Бесов, д-р ист. наук, проф.;

А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;

М.Д. Годлевский, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В.Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;

И.Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф.;

В.В. Епифанов, канд. техн. наук, проф.;

Ю.И. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П.А. Качанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С.И. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;

Г.В. Лисачук, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Луников, д-р техн. наук, проф.;

О.К. Морачковский, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Николаенко, канд. ист. наук, проф.;

П.Г. Перерва, д-р экон. наук, проф.;

В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;

М.И. Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;

Ю.В. Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

**Государственное издание**

**Свидетельство Госкомитета по ин-  
формационной политике Украины  
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года**

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**Ответственные редакторы**

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

**Зам. ответственного редактора**

А.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

**Ответственный секретарь**

Н.В. Матюшенко, канд. техн. наук

Г.И. Львов, д-р техн. наук, проф.;

Н.Э. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Павлов, д-р техн. наук, доц.;

В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Грибанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;

С.В. Гутьря, д-р техн. наук, проф.;

Б.И. Киндрацкий, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Стрельников, д-р техн. наук;

В.В. Шелюфаст, д-р техн. наук, проф.;

В.Е. Старжинский, д-р техн. наук, проф.;

Х.С. Самидов, д-р техн. наук, проф.;

М. Бошански, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Власенко, канд. техн. наук, с.н.с.

**АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ**

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

кафедра ТММ и САПР

тел. (057) 707-64-78

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПІ",  
протокол №7 від 05.07.2011**

*Д.Т. БАБИЧЕВ*, д.т.н., профессор каф. "Детали машин" ТюмГНГУ  
(Нефтегазовый университет), г. Тюмень, Россия

## **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О СОЗДАНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАСПОРТОВ ИНСТРУМЕНТОВ ДЛЯ ЗУБООБРАБОТКИ**

Предложено разработать геометрические паспорта для зубообрабатывающих инструментов, которые позволили бы рядовому технологу получить при зубообработке конкретным инструментом минимально возможные для имеющегося оборудования отклонения формируемой поверхности зуба от расчетной. Описаны: виды геометрических паспортов; их структура и принципы формирования; задачи, решаемые с их помощью. Представлен план работ по созданию системы паспортизации и сертификации геометрии инструментов.

Запропоновано розробити геометричні паспорти для зубообробних інструментів, які дозволили б пересічному технологу отримати при зубообробці конкретним інструментом мінімально можливі для обладнання відхилення формованої поверхні зуба від розрахункової. Описані: види геометричних паспортів; їх структура і принципи формування; завдання, що вирішуються з їх допомогою. Представлений план робіт по створенню системи паспортизації та сертифікації геометрії інструментів.

It is offered to develop geometrical passports for gear-machinery tools which would allow the ordinary technologist to receive at gear-machinery the concrete tool minimal possible deviations for the available equipment of a formed surface of tooth from calculation th. Are described: kinds of geometrical passports; their structure and formation principles; problems, are solving with their help. The plan of works on creation of system of certification and certification of geometry of tools is presented.

**Постановка проблемы.** Многие изделия промышленного и бытового назначения имеют паспорта, в которых указаны потребительские свойства и основные технические характеристики товара. Для зуборезных инструментов (рисунок 1) весьма важной характеристикой являются их геометрические свойства. К ним, в частности, относятся величины отклонений обрабатываемой поверхности в ее разных точках, возникающие из-за: переточки инструмента, погрешностей его установки и других причин. Эти данные нужны технологу: а) для оценки влияния погрешностей установки инструмента на отклонения обрабатываемой поверхности; б) для определения преднамеренных отклонений параметров установки инструмента с целью компенсации органических погрешностей переточки; в) для нахождения параметров переточки передних поверхностей с целью получения требуемой модификации поверхностей зубьев, например, при локализации контакта зубьев в передаче; и для решения других подобных задач. Получить подобную информацию технологу невозможно – такие данные часто индивидуальны для каждого конкретного инструмента. Поэтому нужен источник, содержащий эту информацию в виде, удобном для использования; и позволяющем решать названные задачи. В качестве таких источников предлагаем создать систему геометрических паспортов инструментов.

Мнение о необходимости разработки геометрических паспортов сформировалось у автора более 10 лет назад. И, судя по всему, задача создания

геометрических паспортов никем еще не ставилась ни у нас, ни за рубежом. За прошедшие годы продуманы многие детали реализации этой идеи; она частично обсуждена со специалистами; и, на мой взгляд, наступает время, когда промышленности потребуются такие паспорта. Ведь допуски на изготовление элементов зубьев современных передач составляют нередко несколько микрометров, и при их производстве становится необходимым учитывать: и геометрические особенности инструментов, и тонкости возникновения органических погрешностей формообразования методами огибания. Заметим, что величина органических погрешностей часто соизмерима с допусками на изготовление элементов колес современных передач, а не редко бывает и больше их. Геометрические паспорта будут способствовать переходу на более высокий уровень производства зубчатых колес.

Геометрические паспорта представляют интерес и для предприятий со старым парком зуборезных станков, потерявших былую точность. Чтобы на таких станках изготовить передачи приемлемого качества, нужно проектировать сами передачи с существенно большей степенью локализации пятна контакта, чем у более точных передач. Получить большую степень локализации пятна контакта можно за счет специальной заточки лезвийного зуборезного инструмента. Геометрический паспорт как раз и позволит рядовому заводскому технологу определять форму передней поверхности инструмента при его переточке.

Данная работа – первая публикация о геометрических паспортах. Стиль изложения материала выбран близким к популярному: хочется, чтобы материал был понятен и тем, кто мало знаком с тонкостями геометрии зубообрабатывающих инструментов. Поэтому, вначале изложены требования к рабочим поверхностям зубьев современных передач, а также особенности лезвийных инструментов. Затем описано: что представляет собой геометрический паспорт, какие задачи он позволяет решать; и как создается сам паспорт.

**Основные требования к геометрии рабочих поверхностей зубьев.** Зубчатые передачи основа механического привода большинства машин. Их надёжность и долговечность часто определяют работоспособность и долговечность машины в целом. Качество передач и их нагрузочная способность в значительной мере определяется геометрией рабочих поверхностей зубьев. Представление о том, какой должна быть геометрия в передачах, существенно менялось в 20-м веке.

В начале века считалось, что на зубьях должны участвовать в зацеплении теоретически сопряженные поверхности, т.е. такие, которые, касаясь друг друга по линии, при равномерном вращении ведущего колеса придают равномерное вращение ведомому колесу. И при этом полагали, что: отсутствуют погрешности изготовления и монтажа деталей передачи; и нет деформаций ни от нагрузки, ни температурных.

К середине века в ответственных передачах (прежде всего в цилиндрических, конических и гипоидных), стали широко применять профильную и

продольную модификации зубьев. Т.е. стали преднамеренно отклонять для одного из зубчатых колёс рабочую поверхность зуба от теоретически сопряжённой. При профильной модификации на сотые доли миллиметра уменьшали толщину зуба на поверхности вершин, что снижало силу удара зубьев в момент их пересопряжения. При продольной модификации на сотые доли миллиметра уменьшали толщину зуба на боковых сторонах зубьев, что исключало появление кромочного контакта зубьев при перекосе осей из-за погрешностей изготовления и монтажа передачи, износа подшипников, деформаций под нагрузкой. Продольную модификацию цилиндрических колёс обычно получают за счет малых перемещений инструмента вдоль межосевого расстояния в станочном зацеплении. Профильную же модификацию для них чаще всего обеспечивают за счет целенаправленных малых изменений исходной инструментальной поверхности (профилей зубьев фрез и осевых сечений шлифовальных кругов).

В 80-е годы 20 века наметился новый подход в деле оптимальной модификации зубьев. Стали учитывать контактные, изгибные и другие деформации всех элементов передачи: зубьев, ободов колёс, подшипников, валов, соединений, корпусов. При этом модификация зубьев назначается после сложных компьютерных расчетов напряженно-деформированного состояния элементов передачи, с учетом пересопряжения и многопарности контакта зубьев.

В развитие теории локализованного контакта в конических и гипоидных передачах большой вклад внесли: Ф.Л. Литвин с учениками (г. Ленинград), а также М.Г. Сегаль (г. Саратов), разработавший и внедривший метод проектирования и нарезания конических колёс с заданием величин отклонений в восьми граничных точках рабочих поверхностей зубьев (девятая точка – расчётная в середине зуба). Методы синтеза передач с компьютерным моделированием напряженно-деформированного состояния элементов передач успешно развивали: по коническим колёсам группа Г.И. Шевелёвой (г. Москва); по цилиндрическим и коническим колёсам – М.Л. Ерихов с учениками (г. Курган); по цилиндрическим передачам – фирма "Салют" (г. Москва); по передачам червячного типа – коллектив В.И. Гольдфарба (г. Ижевск). И многие другие специалисты и коллективы.

В настоящее время лучшими считаются передачи: а) с точечным касанием в расчетной точке (в середине зуба); б) с малыми отклонениями внутрь тела детали рабочей поверхности одного из зубчатых колёс на границах этой рабочей поверхности. Форма рабочих поверхностей в таких передачах выдерживается нередко с микронной точностью. И чтобы получить хорошую передачу из плохой, необходимо: в нужном месте, грамотно и с высокой точностью отклонить рабочую поверхность зуба примерно на 0,02-0,04 миллиметра от теоретически сопряженной.

Геометрический паспорт предназначен, в том числе, и для существенно облегчения работы технолога при нарезании зубчатых колёс с требуемой модификацией зубьев.

**Особенности зубообрабатывающих лезвийных инструментов.** Зубья всех лезвийных инструментов (рисунок 1) однотипны. На них есть передние и задние поверхности, образующие при пересечении режущие кромки – главные элементы инструмента (рисунок 2). К форме режущих кромок предъявляются очень высокие требования – именно они формируют зубья на колёсах. Одна из проблем сложных лезвийных инструментов: при их переточке режущая кромка уходит с некоторой расчётной поверхности, и тем сильнее, чем дальше передняя поверхность при данной заточке от расчетной передней поверхности. При уходе режущей кромки с расчётной поверхности, поверхность изделия отклонится от требуемой. Это отклонение и есть органическая погрешность формообразования.

Лезвийный инструмент принято проектировать из условия, чтобы при его переточке на 40% от допустимой величины, органическая погрешность отсутствовала. При этом новый и максимально изношенный инструмент дают на изделии, как правило, органические погрешности разных знаков – см. рисунок 3.

Величина органических погрешностей, максимальные значения которой лежит обычно в пределах 0,005-0,20мм, зависит от: вида инструмента, профиля его зубьев, способа затылования, величины и способа переточки при износе.

Есть множество работ по формообразованию винтовых поверхностей (встречаются весьма часто на инструментах и зубчатых колёсах), а также по исследованию геометрии долбяков, червячных модульных фрез и других зуборез-

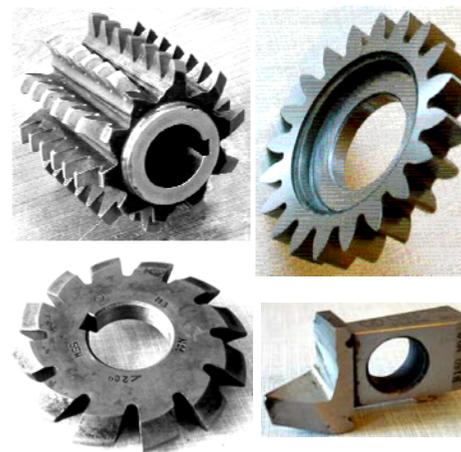


Рисунок 1 – Лезвийные инструменты для нарезания зубчатых колёс:  
а – червячная модульная фреза; б – долбяк; в – дисковая модульная фреза; d – резец резцовой головки для нарезания конических колёс с круговым зубом

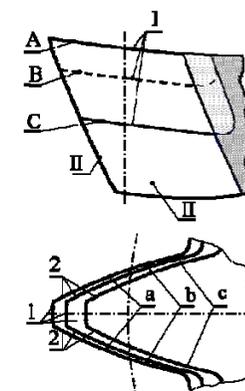


Рисунок 2 – Зуб и режущие кромки лезвийных инструментов:  
I – Передние поверхности.  
II – Задние поверхности.  
1, 2 – вершинные и боковые режущие кромки:  
А,а – нового инструмента,  
В,в – переточенного на 40%,  
С,с – исчерпавшего ресурс переточек

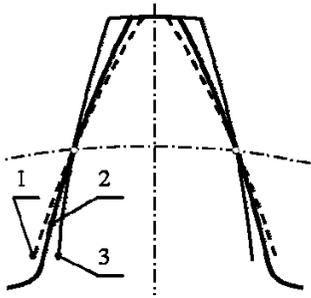


Рисунок 3. Органические погрешности лезвийных инструментов:  
1 – новых, 2 – переточенных на 40%,  
3 – исчерпавших ресурс переточек

ных инструментов. В них рассматривается, в том числе: а) влияние переточек на форму поверхности изделия; б) влияние погрешностей взаимного положения инструмента и заготовки на форму обрабатываемой поверхности; в) влияние взаимного положения зубчатых колес передачи на характер касания зубьев. Наибольшие органические погрешности возникают при обработке колес для передач червячного типа: червячных и глобоидных [1-2], а также спироидных [3]. Это связано со значительной чувствительностью формы поверхностей таких колес к

изменению диаметра червячной фрезы, происходящему при ее переточке.

Есть два метода корректировки технологом органических погрешностей зубообработки лезвийными инструментами: а) изменять форму передней перетачиваемой поверхности; б) изменять параметры установки инструмента относительно заготовки.

Предоставить технологю возможность свести к минимуму органические погрешности формообразования поверхностей зубьев – еще одна задача, которую призваны решать предлагаемые геометрические паспорта инструментов.

**Геометрический паспорт инструмента и задачи, решаемые с его помощью.** Геометрический паспорт – документ с приложениями, позволяющий технологю:

а) находить отклонения в заданных точках обрабатываемой поверхности, возникающих из-за переточки инструмента, а также из-за погрешностей его установки и движения при зубообработке;

б) определять параметры установки, движения и переточки инструмента для получения заданных отклонений обрабатываемой поверхности.

Поясним сказанное несколькими примерами того, какие задачи и как могут решаться с использованием геометрических паспортов.

*Пример 1. Геометрический паспорт шлифовального круга для обработки винтовой поверхности постоянного шага:* червяков, зубчатых колес (в том числе прямозубых) и других деталей. Главный элемент геометрического паспорта – номограммы, позволяющие в любой точке профиля изделия найти его отклонение от расчетного, в зависимости от указанных:

- а) диаметра шлифовального круга (при его неизменном расчетном профиле);
- б) погрешностей положения шлифовального круга относительно изделия (по всем параметрам его установки);
- в) погрешностей профиля шлифовального круга – смещения всего профиля и отклонений в любой указанной точке.

При этом на профиле изделия и шлифовального круга могут задаваться: а) точка на поверхности вершин; б) нижняя активная точка; в) точка на делительном (расчетном) цилиндре; г) любая другая точка.

Номограммы в паспорте позволят решать и обратную задачу: находить отклонения профиля шлифовального круга от расчетного при задаваемых отклонениях профиля изделия. Что нужно для изменения параметров пятна контакта зубьев в передаче, а также для корректировки параметров зубообработки после обмера обработанных деталей.

*Кто и как создает номограммы для геометрического паспорта.* Сам паспорт с инструкциями по использованию и с приложениями (номограммы, а возможно и пакет компьютерных программ), генерируется заводским технологом (конструктором) или в центре сертификации с помощью специального программного обеспечения для формирования паспортов шлифовальных кругов обрабатывающих: тела вращения, некруговые цилиндры и геликоидальные поверхности. О разработке такого программного обеспечения и идет речь в настоящей статье.

*Пример 2. Геометрический паспорт дисковой фрезы для обработки винтовой поверхности постоянного шага.* По составу паспорта, решаемым задачам и методологии использования он близок к паспорту шлифовального круга. Различие в том, что вместо изменения диаметра круга при неизменном осевом профиле, учитывается переточка инструмента по передней поверхности. При этом принимается во внимание: а) форма задней поверхности, имеющейся на инструменте и б) форма передней поверхности, по которой делают или надо делать переточку. Такое дополнение в паспорт существенно и достаточно сложное для компьютерной реализации. Так задняя поверхность того конкретного инструмента, на который генерируется геометрический паспорт, должна быть: либо обмерена на контрольно-измерительной машине, либо получена методом компьютерного моделирования процесса формообразования при затывании этого инструмента (с заданием профиля затывающего резца или шлифовального круга). А потом эти данные должны быть внедрены в генерируемый паспорт. Похожая ситуация и с учетом формы передней поверхности. Хотя и несколько проще: передняя поверхность, в отличие от задней, часто является геликоидом (или его частным видом – еще более простым).

*Пример 3. Геометрический паспорт червячной модульной фрезы – основного лезвийного зубообрабатывающего инструмента.* По функциональным возможностям паспорт похож на паспорт дисковой фрезы, но значительно сложнее его. Во-первых, состав паспорта и часть решаемых задач различны для фрез, обрабатывающих червячные и цилиндрические колеса. Во-вторых, приложение к паспорту должно включать достаточно мощный пакет программ: а) для решения сложных с математической точки зрения задач; б) для наглядного отображения решения конкретных технологических задач, связанных с геометрией как станочного, так и рабочего зацеплений. В-третьих, червячная модульная фреза предназначена для нарезания колес с

различными числами зубьев и коэффициентами смещения. И желательно иметь один паспорт на фрезу, а не серию паспортов одной фрезы на каждое из изделий. Все это усложняет, как структуру паспорта, так и его использование. Что и заставляет, для облегчения работы пользователя, увеличивать программную составляющую геометрического паспорта.

Рассмотрим немного подробнее, чем это сделано выше, технологические задачи, решаемые с помощью геометрических паспортов.

**Задача 1.** Выявить, как влияет положение инструмента на форму обрабатываемой поверхности зубчатого колеса:

- Каковы отклонения от заданного положения в указанных точках поверхности, формируемой данным инструментом на зубе колеса. Задачу решают при номинальном положении и движении инструмента и заготовки.
- Как изменятся эти отклонения при заданных погрешностях положения и движения инструмента относительно заготовки.

Решение этой задачи позволит оценить пригодность (для нарезания конкретного колеса) данного инструмента при имеющейся на нем передней поверхностью.

**Задача 2.** Найти для инструмента с конкретной передней поверхностью:

- Положение и параметры движения инструмента относительно заготовки, при которых в заданных точках зуба отклонение формируемой поверхности от расчётной будет минимальным.
- Допустимые пределы погрешностей установки инструмента, при которых отклонение формируемой поверхности от расчётной вписывается в поле допуска.

Решение этой задачи позволяет найти оптимальное положение и движение данного инструмента при обработке конкретного зубчатого колеса, обеспечивающие минимальную органическую погрешность формообразования. И даёт возможность назначить технически обоснованные допуски на положение и движение инструмента при зубообработке.

**Задача 3.** Определить форму передней поверхности инструмента, а также профиль шлифовального круга для его заточки по передней поверхности, обеспечивающих получение заданной модификации обрабатываемой поверхности зуба:

- Найти форму передних поверхностей зубьев инструмента, обеспечивающих при заданном положении и движении инструмента получение требуемой поверхности на обрабатываемом зубчатом колесе.
- Найти профиль шлифовального круга и параметры его положения и движения относительно инструмента при переточке инструмента по передней поверхности из условия, что нарезаемое этим инструментом колесо будет иметь поверхность зуба, минимально отклоняющуюся от требуемой расчётной поверхности.

Решение этой задачи снижает остроту проблемы изменения органических погрешностей формообразования из-за переточки зуборезных инструментов.

**Задача 4.** Корректировка положения, движения или параметров передних поверхностей инструмента на основе обмера (на эвольвентомерах или на контрольно-измерительных машинах) зубчатых колёс, ранее нарезанных этим инструментом. Решение этой задачи позволяет, хотя бы частично, компенсировать влияние большой группы случайных и не учитываемых в геометрических паспортах факторов, влияющих на процесс формообразования: деформации и динамические процессы в системе СПИД, вызываемые переменными силами резания; погрешности кинематических цепей и другие.

**Виды геометрических паспортов.** Возможно три вида паспортов:

**Вид 1.** *Бумажный паспорт*, основу которого составляют графики и номограммы, построенные компьютером для конкретного инструмента по одной из 2-х методик:

1) По результатам его обмера на контрольно-измерительной машине. Эта методика предпочтительнее второй, но требуется дорогое оборудование.

2) На основе компьютерного моделирования процессов формообразования, по которым инструмент изготовлен на инструментальном заводе, и, возможно, с учетом обмера на контрольно-измерительной машине нескольких инструментов одного типоразмера (для набора статистики по группе инструментов, и для проверки достоверности учтенных параметров формообразования при изготовлении инструментов). Эта методика менее надёжна, чем первая (если не использовать контрольно-измерительную машину), и целесообразна лишь для массового производства (при использовании контрольно-измерительной машины).

Недостатки паспорта 1-го вида: сложно обеспечить решение всех задач, рассмотренных в предыдущем разделе (особенно для червячных фрез); трудоёмко решение и документирование решений для оптимизационных задач.

**Вид 2.** *Компьютерный паспорт*, основу которого составляет пакет программ, предназначенный для решения всех задач, названных в предыдущем разделе. Такой паспорт состоит из пакета программ и документации по его использованию. Фирмы, производящие современное оборудование для изготовления и контроля передач и инструментов, стали встраивать в него системы (в том числе компьютерные) для измерения и корректировки формируемых поверхностей. В некоторой степени, это паспорта 2-го вида следующего поколения.

**Вид 3.** *Комбинированный паспорт*, включающий:

1. извлечения из бумажного паспорта – номограммы для решения простых задач с инструкциями и примерами их использования.
2. пакет программ для решения сложных оптимизационных задач с документацией по его использованию.

Полагаем, что основным видом геометрических паспортов должен стать паспорт 3-го вида – комбинированный.

**Инструменты для первоочередной паспортизации.** Наиболее распространёнными передачами в машинах являются цилиндрические. Поэтому

систему геометрических паспортов следует разрабатывать, прежде всего, на инструменты для обработки цилиндрических зубчатых колес: червячные и дисковые модульные фрезы, долбяки (см. рисунок 1), шлифовальные круги и другие. Очередность разработки целесообразно взять следующей:

*Первый паспорт* – на круги профильного шлифования. Ими обрабатывают, в частности, весьма точные эвольвентные колеса высокоскоростных высоконагруженных передач, и поэтому необходимо учитывать даже самые малые органические погрешности формообразования. А так как это и самый простой по геометрии инструмент, его паспорт будет проще остальных. В том числе и в программной части. Что позволит безболезненно набрать опыт разработки и внедрения геометрических паспортов, а также создания компьютерной системы паспортизации.

*Второй паспорт* – на дисковые модульные и фасонные фрезы. На них можно отработать методики решения задач, общих для лезвийных инструментов: геометрия режущих кромок, ее изменение при переточке и другие.

*Третий паспорт* – на червячные модульные фрезы: основной инструмент для нарезания зубчатых колес обычной точности. Как отмечалось выше, это самые сложные для разработки геометрические паспорта. И они нужны нескольких видов: как для обработки колес передач червячного типа, так и для обработки цилиндрических колес – эвольвентных и не эвольвентных.

*Четвертый паспорт* – на долбяки и обкаточные резцы.

*Паспорта на другие инструменты* – на пальцевые модульные и фасонные фрезы, на фрезы для нарезания шлицевых валов, на хоны и т.д.

**Содержание работ по созданию системы паспортизации и сертификации геометрии инструментов.** Приведем перечень и последовательность работ, которые необходимо выполнить при создании такой системы:

1. Систематизация типов и структуры геометрических паспортов и задач, решаемых с их помощью.
2. Разработка перечня, структуры и вида графиков, диаграмм и номограмм, предназначенных для включения в геометрические паспорта инструментов. Эти графические изображения индивидуальны для каждого конкретного инструмента. Их перечень и структура различны для разных типов инструментов.
3. Разработка математических моделей и алгоритмов:
  - Для анализа геометрии передних и задних поверхностей лезвийных инструментов (в том числе, при случайных и преднамеренных отклонениях в положении, движении и форме шлифовальных кругов для затылования и заточки).
  - Для анализа геометрии поверхностей зубьев, формируемых режущими кромками, являющимися линиями пересечения сложных передних и задних поверхностей (в том числе, при умышленных или непреднамеренных отклонениях положения и движения инструмента относительно заготовки).

- Для обработки данных обмеров инструментов на контрольно-измерительной машине (как индивидуальных, так и на партию инструментов).
  - Для обработки данных обмеров зубчатых колес на эвольвентомерах и на контрольно-измерительных машинах.
  - Для программ формирования номограмм и текстов для паспортов.
  - Для пакета программ, являющихся составной частью паспорта.
4. Создание пакетов программ для решения задач, перечисленных выше.
  5. Проведение численных исследований геометрии инструментов с помощью созданных пакетов программ, с целью установления свойств и основных зависимостей, характерных для данного вида инструмента.
  6. Опытная паспортизация инструментов (на основе двух предыдущих пунктов).
  7. Отработка системы паспортизации и производства зубчатых колес с заданной модификацией рабочих поверхностей зубьев, получаемой за счет специальной переточки имеющихся инструментов. А также, за счет преднамеренных отклонений в положении инструмента относительно заготовки. При этом параметры переточки и преднамеренные отклонения в положении инструмента, находятся с помощью геометрического паспорта.
  8. Паспортизация инструментов и внедрение на заводах технологий производства зубчатых колес с использованием геометрических паспортов.
  9. Создание центра(ов) паспортизации и сертификации геометрии инструментов.

#### **Заключение:**

1. Предложено создать геометрические паспорта для инструментов, применяемых при производстве зубчатых колес: шлифовальных кругов, червячных и дисковых модульных фрез, долбяков и др. Паспорта позволят рядовому технологу:

- а) получить при зубообработке минимально возможные для имеющегося оборудования отклонения получаемой поверхности от расчетной; и/или
- б) получить при зубообработке запланированную степень локализации пятна контакта, как за счет преднамеренных отклонений положения и движения инструмента и заготовки, так и за счет изменения формы передней поверхности, по которой перетачивают инструмент.

2. Предложен проект построения системы паспортизации и сертификации геометрии инструментов. Главный элемент предлагаемой системы – пакет программ, генерирующий геометрические паспорта для конкретных инструментов.

3. Проект открывает новое направление в теории проектирования инструментов и в практике их использования. Внедрение на заводах геометрических паспортов будут способствовать переходу на более высокий уровень производства зубчатых колес. Система полезна как для фирм, работающих на современных точных станках, так и для тех, кто работает на устаревшем изношенном оборудовании.

4. В практическую плоскость задача создания геометрических паспортов не переводилась, в силу ее неподъемности без наличия коллектива разработ-

чиков и без соответствующего финансирования разработки. Создание системы паспортизации – проект сложный и трудоёмкий: нужно создать пакет прикладных программ, соизмеримый по сложности с пакетами программ ведущих фирм, производящих зуборезные станки. Реализация проекта требует нескольких лет напряжённой работы коллектива.

5. Сейчас, по нашему мнению, настало время, когда нужно начинать работу над проектом – чтобы делать конкурентно способные передачи, теперь нужно учитывать: и геометрические особенности инструментов, и тонкости появления органических погрешностей формообразования методами огиба. Делать это без компьютерных расчетов невозможно. А геометрический паспорт – одна из форм представления таких расчетов в удобном для использования виде.

**Список литературы:** 1. Лагутин С.А., Сандлер А.И. Шлифование винтовых и затылочных поверхностей. М.: Машиностроение. 1991.– 110с. 2. Сандлер А.И., Лагутин С.А., Верховский А.В. Производство червячных передач. М.: Машиностроение. 2008.– 272с. 3. Трубацев Е.С., Савельева Т.В. Постановка задачи о разработке типоразмерного ряда однозаходных спироидных фрез // Теория и практика зубчатых передач: Сб. докл. научно-технической конференции с международным участием.– Ижевск, 2004. – С.202-207.

*Поступила в редколлегию 23.04.11*

УДК 62-23+519.863

**О.В. БОНДАРЕНКО**, аспірант каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків  
**О.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший науковий співробітник  
каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"

### **АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ ЗА МАСОГАБАРИТНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ**

Представлений алгоритм оптимізації тривальних коробок передач. Алгоритм поєднує методи ЛПт-пошуку і звуження околу простору параметрів. Приведена схема алгоритму оптимізації. Записані основне розрахункові залежності, що були використані для реалізації алгоритму. Послідовно описані етапи розрахунків і особливості обчислення деяких величин.

Представлен алгоритм оптимізації тривальних коробок передач. Алгоритм представляє собою комбінацію методів ЛПт-пошуку і звуження околу простору параметрів. Приведена схема алгоритму оптимізації. Записані основні розрахункові залежності, використовувані для реалізації алгоритму. Послідовно описані етапи розрахунків і особливості обчислення деяких величин.

The algorithm of optimization of three-shaft gearboxes is presented. An algorithm is combination of methods of LPt-sequences and narrowing of ranges of space of parameters. The chart of algorithm of optimization is resulted. Calculation dependences, in-use for realization of algorithm is written. The stages of calculations and feature of calculation of some sizes are consistently described.

**Актуальність задачі.** Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги за масогабаритними характеристиками до приводів машин і, отже, до такого їх елемента, як коробки передач. Тому максимально можливе зниження маси та габаритів останніх є актуальною задачею. Одним з перспективних шляхів в цьому напрямку є рішення задачі оптимізації [1] за критерієм мінімізації маси та(або) габаритів .

**Постановка задачі.** Найбільше розповсюдженими у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали КП, виконані за тривальною схемою [2]. Деякі питання щодо задачі оптимізації таких коробок передач, а також багатоступеневих зубчастих приводів загального призначення розглянуті у статтях [3, 4] та книгах [5, 6].

Оптимізація коробок передач може проводитись за багатьма критеріями: маса, габаритні розміри (довжина, ширина, висота, міжосьова відстань), вібрація та інше. Але, на погляд авторів, з усього різноманіття критеріїв найбільш відповідають за масогабаритні характеристики КП її міжосьова відстань, довжина та маса.

**Шляхи рішення задачі.** З усього різноманіття було обрано методи зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності, та звуження околів, які обкреслюються обмеженнями на змінні проектування, для знаходження більш якісного рішення.

Суміщення методів ЛПт-пошуку та звуження околів було спричинено тим фактором, що метод ЛПт-пошуку дозволяє оперувати значною кількістю параметрів (до 51), але має обмеження на кількість рівномірно-розподілених пробних точок (до  $20^{20}$ ). Цієї кількості пробних точок недостатньо для дослідження представленої задачі, тому було запропоновано знаходити рішення шляхом послідовного звуження  $n$ -вимірного паралелепіпеду параметрів. Це дозволяє знайти більш точне рішення,  $n$ -вимірний паралелепіпед зменшується на кожному наступному кроці дослідження, а кількість пробних точок залишається максимально можливою.

Для рішення даної задачі було обрано правило зменшення інтервалу поділом на число. Це дозволяє підібрати дільник по кожному параметру окремо при звуженні околів.

При рішенні задачі оптимізації тривальних  $p$ -ятиступеневих коробок передач було запропоновано звужувати окіл таких параметрів, як числа зубців та кути нахилу зубців у зачепленні. Також запропоновано згрупувати вказані параметри у дві групи: перша група –  $z_{1,1}, z_{1,2}, \dots, z_{5,1}, z_{5,2}, \dots$ ; друга група –  $\beta_1, \dots, \beta_5, \dots$ . При рішенні задачі групування параметрів можливо завдяки їхньому однаковому вкладу у групі. Це дозволить зменшити кількість дільників до двох значень ( $\Omega_1, \Omega_2$ ).

Таким чином в задачі з'явилося ще два параметри ( $\Omega_1, \Omega_2$ ), вибір яких буде здійснюватися також за псевдо-випадковим законом розподілення (ЛПТ-послідовність). Як було вказано вище, ЛПТ-послідовність має обмеження на кількість рівномірно-розподілених пробних точок (до  $2^{20}$ ), а кількість параметрів збільшилась, прийнято рішення вивести параметри ( $\Omega_1, \Omega_2$ ) у зовнішню "оболонку" задачі. Виникаюче накладення ЛПТ-послідовності самої на себе дозволяє збільшувати кількість пробних точок.

**Функціонування алгоритму оптимізації** (рисунок 1) проходить наступним чином.

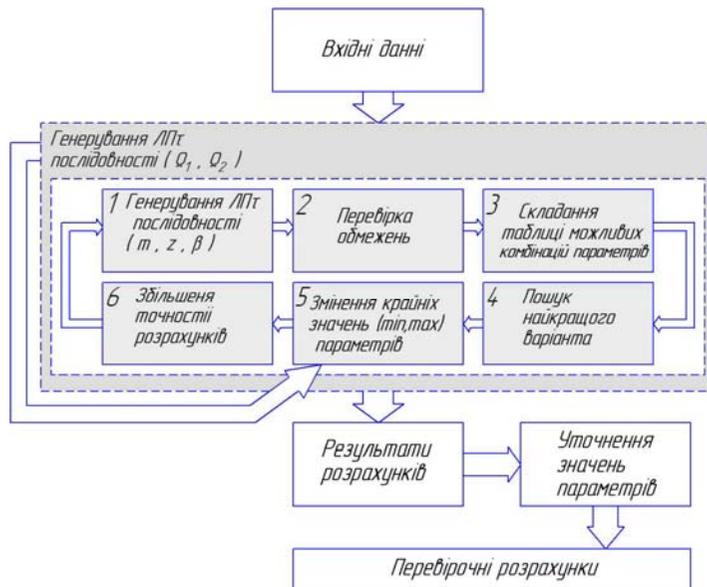


Рисунок 1 – Схема алгоритму оптимізації

**I.** В першу чергу проектувальником задаються вхідні данні. Вони обираються ним в залежності від різних особливостей тієї чи іншої конструкції тривальних коробок передач, технологічних та технічних обмежень, наявності чи відсутності базових варіантів конструкції коробок передач, вимог, що висуваються до майбутньої коробки передач та інших факторів.

У даному алгоритмі прийняті наступні вхідні данні.

Числові обмеження на змінні проектування:

$m_q$  – модулі зубчастих зачеплень повинні приймати конкретні значення, що належать заданому ряду, який відповідає найбільш розповсюдженим значенням у машинобудуванні;

$z_{q,k_{\min}}$  та  $z_{q,k_{\max}}$  – мінімальне та максимальне значення чисел зубців для

усіх зубчастих коліс коробки передач, мінімальне значення відповідає середньому куту нахилу зубців у зачепленнях при відсутності підрізання, максимальне – конструктивними та технологічними міркуваннями;

$\beta_{q_{\min}}$  та  $\beta_{q_{\max}}$  – мінімальне та максимальне значення кутів нахилу зубців у зачепленнях коробки передач, мінімальне значення відповідає куту нахилу зубців нижче якого косозубцеве зачеплення не має переваг від прямозубцевого, максимальне – з технічних та технологічних міркувань;

$\Omega_{1\min} = \Omega_{2\min}$  та  $\Omega_{1\max} = \Omega_{2\max}$  – мінімальне та максимальне значення дільників звуження околів за такими параметрами як числа зубців та кути нахилу зубців у зачепленнях відповідно, значення обираються проектувальником зважаючи на досвід рішення аналогічних задач.

Далі йдуть вхідні данні, що відповідають конструкторським та технологічним вимогам:

$T_{ex}$  – обертовий момент на вхідному валу коробки передач з урахуванням коефіцієнту використання двигуна;

$n_{ex}$  – оберти вхідного валу;

$i_{k1}, \dots, i_{k5}, \dots$  – передаточні числа на передачах;

$HB_1, \dots, HB_5, \dots; HR_{c1}, \dots, HR_{c5}, \dots; H_{v1}, \dots, H_{v5}, \dots$  – твердість зубчастих коліс для всіх зачеплень відповідно за Бринелем, Роквелом та Вікерсом;

ступінь точності для всіх зубчастих зачеплень;

$t_1, \dots, t_4, \dots$  – час роботи автомобіля на передачах відповідно до загального ресурсу;

$\rho_{зк}$  – щільність матеріалу з якого виготовлено зубчасті колеса;

$\rho_{вал}$  – щільність матеріалу з якого виготовлено вали коробки передач;

$\rho_{кар}$  – щільність матеріалу з якого виготовлено картер коробки передач;

$F_{\beta 1}, \dots, F_{\beta 5}, \dots$  – допуск на напрям зубця;

$f_{pb1}, \dots, f_{pb5}, \dots$  – граничне відхилення шагу зачеплення;

$[\tau_k]$  – напруження при скручуванні валів, що допускається;

$\sigma_{F \lim 1}, \dots, \sigma_{F \lim 5}, \dots$  – межа витривалості зубців при згині;

$[y_\Sigma]$  – граничне відхилення при прогині валу;

$L_1, L_6$  – відстані від опор до торців відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової КП);

$L_2 - L_5$  – відстані між торцями відповідних зубчастих зачеплень (відповідно до базової КП);

$h_{одат}$  – значення, що враховує величину зазору між колесом та дном картеру, а також простір необхідний для розміщення механізму перемикання передач;

$s_{\text{додат}}$  – значення, що враховує величину зазору між колесом та стінками картеру;

$l_{\text{вх.вал}}$  та  $l_{\text{вих.вал}}$  – відповідно довжини вхідного та вихідного валів;

$e_1, \dots, e_4$  – товщини стінок картеру;

$\sum_{p=1}^u M_{\text{син}}$  – сумарна маса усіх синхронізаторів у КП (береться відповідно

до коробки передач – прототипу),  $u$  – кількість синхронізаторів у КП;

$\sum_{o=1}^{\nu} M_{\text{підш}}$  – сумарна маса усіх підшипників у КП,  $\nu$  – кількість підшипників у КП;

$\Delta i_{\text{кп}}$  – похибка на передаточні числа коробки передач.

2. Генерування ЛПТ-последовності для зондування двохвимірному простору у координатах  $(\Omega_1, \Omega_2)$  (дивись рисунок 2).

Спочатку за заданим номером точки  $i$  обчислюється параметр  $m = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil$ , а потім для кожного параметру  $j$  ( $j=1,2$ ) обчислюємо координату з урахуванням відповідних значень чисельників  $q_{i,1}, q_{i,2}$ .

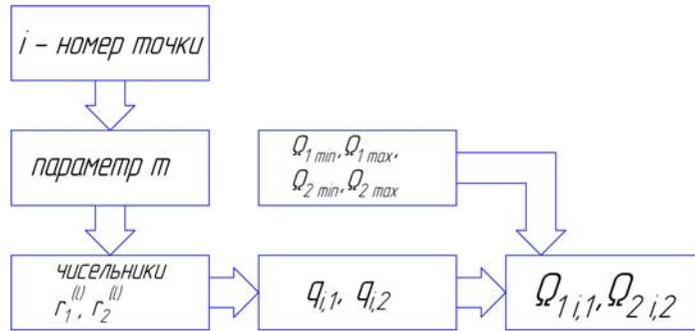


Рисунок 2

Вибір координат точок  $\Omega_{1i,1}, \Omega_{2i,2}$  проводиться за залежностями:

$$\begin{aligned} \Omega_{1i,1} &= \Omega_{1\min} + (\Omega_{1\max} - \Omega_{1\min}) \cdot q_{i,1}; \\ \Omega_{2i,2} &= \Omega_{2\min} + (\Omega_{2\max} - \Omega_{2\min}) \cdot q_{i,2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для кожної точки проводяться обчислення внутрішнього кола алгоритму, особливості якого приведено нижче відповідно до блоків.

3. Генерування ЛПТ-последовності  $(m, z, \beta)$ .

Розглянемо змінні проектування – модулі зачеплень. Особливістю цієї

групи є те, що вони повинні приймати стандартні (фіксовані) значення. Вибір модулів з стандартного ряду пропонується здійснювати шляхом збільшення координати  $q_{i,j}$  на порядок з наступним математичним округленням до цілого значення. За отриманим числом (порядковим номером) обираємо модуль з ряду (рисунок 3).

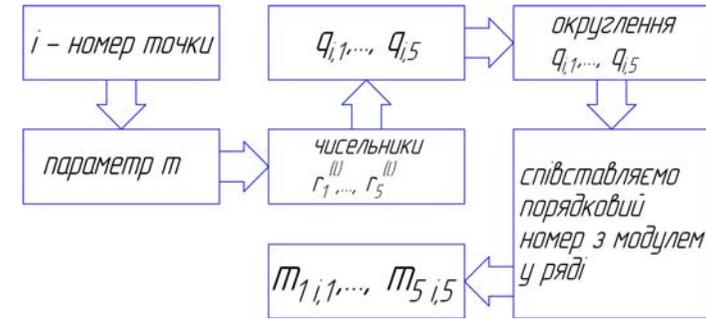


Рисунок 3

Наступна група параметрів – числа зубців зубчастих коліс (8). Числа зубців повинні приймати тільки цілі значення, на відміну від координат, отриманих за ЛПТ-последовністю. Застосування математичного округлення на ці параметри дозволяє уникнути цієї проблеми, пробні точки зсуваються за відповідними координатами.

Деякі з параметрів  $(z_{2,2}, z_{3,2}, z_{4,2}, z_{5,2}, \dots)$  будемо розраховувати через інші у відповідності до конструктивно-технологічних особливостей тривальних коробок передач, це суттєво зменшить кількість параметрів, що варіюються. Це також дозволить забезпечити передаточні числа коробки передач для кожної передачі (у межах похибки, що допускається).

Схема вибору координат пробних точок за цією групою параметрів наведено на рисунку 4. а їхнє обчислення виконується згідно залежностей:

$$\begin{aligned} z_{1,1,6} &= \text{Round}(z_{1,1\min 6} + (z_{1,1\max 6} - z_{1,1\min 6}) \cdot q_{i,6}); \\ z_{1,2,7} &= \text{Round}(z_{1,2\min 7} + (z_{1,2\max 7} - z_{1,2\min 7}) \cdot q_{i,7}); \\ z_{2,1,8} &= \text{Round}(z_{2,1\min 8} + (z_{2,1\max 8} - z_{2,1\min 8}) \cdot q_{i,8}); \\ z_{5,1,11} &= \text{Round}(z_{5,1\min 11} + (z_{5,1\max 11} - z_{5,1\min 11}) \cdot q_{i,11}); \\ z_{2,2,12} &= \text{Round}(i_{\text{кп1}} \cdot z_{1,1,6} \cdot z_{2,1,8} / z_{1,2,7}); \\ z_{5,2,15} &= \text{Round}(i_{\text{кп4}} \cdot z_{1,1,6} \cdot z_{5,1,11} / z_{1,2,7}). \end{aligned} \quad (2)$$

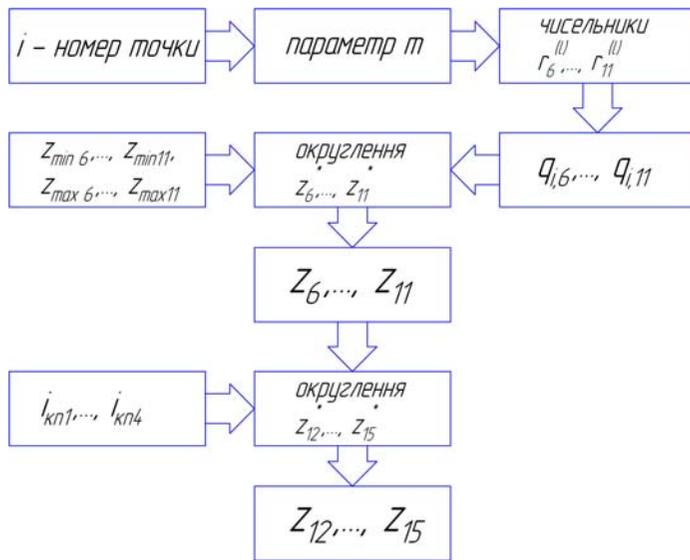


Рисунок 4

Розглянемо наступну групу. Кути нахилу зубців у зачепленні знаходимо у відповідності до рисунку 5.

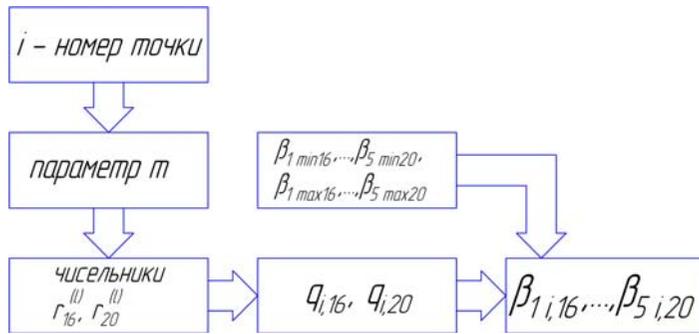


Рисунок 5

З приведеного вище видно, що кількість параметрів проектування є мінімально можливою. Це було досягнуто завдяки можливості виразити деякі параметри проектування через інші (деякі значення чисел зубців, це мінус чотири параметри від загальної їх кількості), та додавання двох додаткових (коефіцієнтів звуження околів, це плюс два параметри до загальної їх кількості).

4. Наступним етапом у внутрішньому колі алгоритму оптимізації є перевірка обмежень. Розглянемо цей етап детальніше.

Перевірка обмежень на змінні проектування (пробні точки) здійснюється у

певній послідовності, що дозволяє зменшити загальний час оптимізації за рахунок своєчасного відсіву пробних точок, котрі не відповідають ряду вимог. Пробна точка проходить послідовно перевірку за числовими та функціональними обмеженнями рівності та нерівності, і, якщо вона не задовольняє на певному етапі жодній з вимоз, то відкидається, а послідовну перевірку починає наступна точка.

Загальна схема перевірки для однієї точки може бути представлена у вигляді рисунку 6.

Саме таку послідовність проходження перевірки обмежень пробною точкою було обрано з урахуванням об'єму математичних обчислень. Якщо точка не задовольняє малим за об'ємом математичних обчислень умовам, то вона відкидається і не витрачається час на перевірку великих за об'ємом математичних обчислень умов.

Якщо пробна точка проходить всі умови, то вона потрапляє до таблиці можливих варіантів. Таблиця являє собою двовимірний масив, у якому кожному номеру точки відповідає набір параметрів проектування та значення цільових функцій.

5. Після того як було складено таблицю можливих комбінацій параметрів, проводиться пошук найкращого варіанта (пробної точки, що відповідає мінімальному значенню цільової функції).

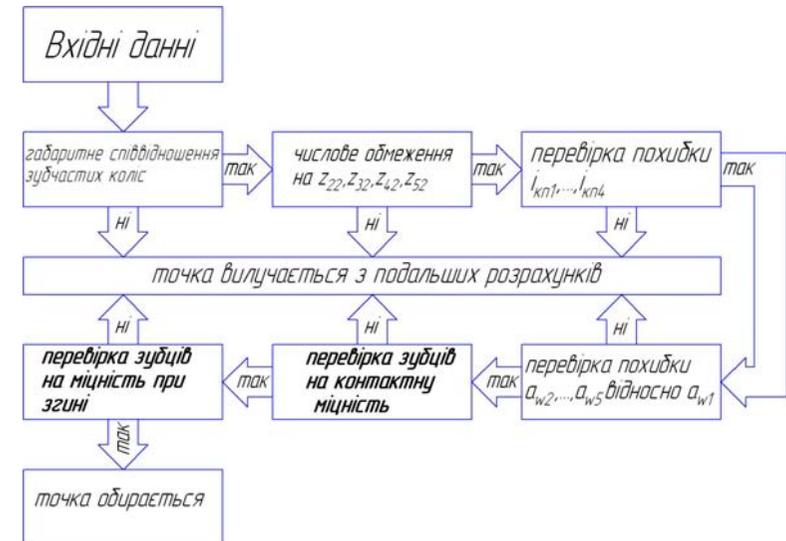


Рисунок 6

Пошук найкращого варіанту здійснюється сортуванням. З усього різноманіття методів сортування було обрано метод сортування вставками, який і не є самим швидким з методів, але дуже простий у програмній реалізації.

Метод називається так, оскільки на  $i$ -му етапі ми "вставляємо"  $i$ -й елемент  $A[i]$  в потрібну позицію серед елементів  $A[1], A[2], \dots, A[i-1]$ , які вже впорядковані. Після цієї вставки перші  $i$  елементів будуть впорядковані.

Щоб зробити процес переміщення елементу  $A[i]$  простішим, корисно ввести елемент  $A[0]$ , чис значення ключа буде менше значення ключа будь-якого елементу  $A[1], \dots, A[n]$ . Ми можемо постулювати існування константи, яка буде менше значення ключа будь-якого запису, що зустрічається на практиці. Якщо таку константу не можна застосувати, то при вставці  $A[i]$  в позицію  $j-1$  треба перевірити, чи не буде  $j=1$ , якщо ні, тоді порівнювати елемент  $A[i]$  (який зараз знаходиться в позиції  $j$ ) з елементом  $A[j-1]$ . Описаний алгоритм показаний у вигляді псевдопрограми (функція **swap** міняє місцями елементи  $A[j]$  та  $A[j-1]$ ):

```
A[0]:=0;
for i:=2 to n do
begin
j:=i;
while A[j]<A[j-1] do
begin
swap(A[j], A[j-1]);
end
end
```

Таке сортування масиву проводиться окремо за кожним критерієм оптимізації. Наприкінці всіх етапів сортування маємо три впорядковані масиви, що очолюються мінімальними значеннями цільових функцій та відповідними наборами параметрів, що відповідають їх значенням.

**6.** Якщо точності розрахунків недостатньо, проводиться наступний етап алгоритму, а саме, *змінення крайніх значень параметрів (звуження околів простору параметрів)*. Він проводиться у відповідності до залежностей (3).

$$\begin{aligned}
z_{q,1\min_k} &= z_{q,1k-1} - \left( z_{q,1\max_{k-1}} - z_{q,1\min_{k-1}} \right) / \Omega_1; \\
z_{q,1\max_k} &= z_{q,1k-1} + \left( z_{q,1\max_{k-1}} - z_{q,1\min_{k-1}} \right) / \Omega_1; \\
z_{q,2\min_k} &= z_{q,2k-1} - \left( z_{q,2\max_{k-1}} - z_{q,2\min_{k-1}} \right) / \Omega_1; \\
z_{q,2\max_k} &= z_{q,2k-1} + \left( z_{q,2\max_{k-1}} - z_{q,2\min_{k-1}} \right) / \Omega_1; \\
\beta_{q\min_k} &= \beta_{1k-1} - \left( \beta_{q\max_{k-1}} - \beta_{q\min_{k-1}} \right) / \Omega_2; \\
\beta_{q\max_k} &= \beta_{qk-1} + \left( \beta_{q\max_{k-1}} - \beta_{q\min_{k-1}} \right) / \Omega_2.
\end{aligned} \tag{3}$$

У якості точок, відносно яких звужуються околи на кожному кроці, беруться точки з попереднього кроку, що відповідають мінімальним значенням цільової функції.

Як результат, на кожному кроці внутрішнього кола алгоритму граничні значення для деяких параметрів проектування звужуються, об'єм  $n$ -вимірного паралелепіпеда зменшується. З урахуванням того, що кількість пробних точок залишається постійною, це призводить до більш високої щільності дослідження, а як наслідок і до максимально можливого наближення до абсолютного мінімуму цільової функції.

**7.** На етапі *збільшення точності розрахунків* проводиться поступове зменшення на кожному кроці похибки рівності міжосьових відстаней між зубчатими зачепленнями. Похибку рівності заданих та розрахованих за параметрами передаточних чисел коробки передач зведено до декількох відсотків (<5%) завдяки чотирьом останнім виразам у (2).

**Висновок.** Розроблений алгоритм з оптимізації тривальних коробок передач сумістив метод ЛПТ-пошуку та звуження околів, що дозволило збільшити кількість пробних точок для більш точного результату. Врахування конструктивних, технічних та технологічних особливостей тривальних коробок передач у даному алгоритмі дозволило задовольнити вимоги, що висуваються до агрегатів такого класу. Особлива послідовність алгоритму дозволила скоротити час розрахунків.

**Список літератури:** **1.** Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – Т.1. – 349с. **2.** Дымищ И.И. Коробки передач. – М.: Машгиз, 1960. – 360с. **3.** Бондаренко А.В. Оптимизация трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния / Алексей Бондаренко, Александр Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тем. вип. "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2008. – №28. – С.110-115. **4.** Бондаренко О.В. Критерії та шляхи оптимізації тривальних коробок передач / Олексій Бондаренко, Олександр Устиненко // Вісник НТУ "ХПІ": Збірник наукових праць. Тем. вип. "Машинознавство та САПР". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.14-18. **5.** Кудрявцев В.Н., Кузьмин И.С., Филипенков А.Л. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448с. **6.** Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. **7.** Бондаренко О.В. Суміщення методів ЛПТ-пошуку та звуження околів при оптимізації тривальних коробок передач / Олексій Бондаренко // Механіка та машинобудування: науково-технічний журнал. – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №1. – С.78-84.

Надійшла до редколегії 21.04.10

**О.Е. ВАСИЛЬЄВА**, к.т.н., доцент каф. ПАРТ Львівського ДУ БЖД

### ДОСЛІДЖЕННЯ КОЛИВНИХ ПРОЦЕСІВ ЗУБЧАСТОЇ ПЕРЕДАЧІ НА ВИПРОБУВАЛЬНОМУ СТЕНДІ ІЗ ЗАМКНЕНИМ СИЛОВИМ ПОТОКОМ

Розглянута методика і результати експериментальних досліджень впливу похибок профілю зубців, величини обертового моменту і шорсткості обробленої робочої поверхні зубця на величину амплітуди коливання і відповідно на внутрішні динамічні навантаження, які враховують в процесі розрахунку зубчастих передач введенням динамічних коефіцієнтів  $K_{H\gamma}$  і  $K_{F\gamma}$ .

Рассмотрена методика и результаты экспериментальных исследований влияния погрешностей профиля зубьев, величины вращательного момента и шероховатости обработанной рабочей поверхности зуба на величину амплитуды колебания и соответственно на внутренние динамические нагрузки, которые учитывают в процессе расчета зубчатых передач введением динамических коэффициентов  $K_{H\gamma}$  и  $K_{F\gamma}$ .

Methods and results of experimental researches of influence of errors of type of points are considered, sizes of rotatory moment and roughness of the treated working surface of tooth on the size of amplitude of oscillation and accordingly on the internal dynamic loading which take into account in the process of calculation of gearings introduction of dynamic coefficients of  $K_{H\gamma}$  and  $K_{F\gamma}$ .

**Сучасний стан проблеми.** Динамічні явища в процесі обертального руху призводять до виникнення коливальних процесів в механічній системі, які і впливають на експлуатаційні показники конструкції. Головними причинами, які призводять до виникнення коливань в зубчастих передачах, є похибки виготовлення зубчастих коліс, валів, підшипників, корпусів, неточність монтажу її елементів в процесі виконання складальних операцій тощо. Частота коливання зусиль в процесі передачі обертових моментів зубчастою передачею при певній робочій швидкості може збігатися з власною частотою всієї системи. В цьому випадку виникають резонансні явища, які нерідко призводять до виходу з ладу елементів механічної системи.

Кінцевою операцією оброблення зубців коліс у 90% всієї номенклатури є зубофрезерування черв'ячною фрезою [1, 4]. Після операції зубофрезерування черв'ячною фрезою бокова робоча поверхня зубців коліс внаслідок перервності процесу зубоутворення (черв'ячна фреза має певну кількість робочих гребінків – зубців) має не теоретичну евольвенту, а ломану лінію, яка за формою наближається до евольвенти [2, 3]. В цьому випадку на боковій робочій поверхні зубців утворюються гребінці (виступи) і западини (точки дотику ломаних ліній до евольвенти). В процесі передачі обертового моменту по лінії зачеплення виникає коливання передаточного числа передачі за рахунок контакту гребінців або западин робочих поверхонь зубців, тобто виникає похибка передаточного числа передачі, яка призводить до вимушених коливань зубчастої передачі. Крім цього, до цієї похибки додається похибка кроку зачеп-

лення. На підставі результатів теоретичних досліджень [5] була отримана залежність для визначення значень динамічних коефіцієнтів  $K_{H\gamma}$  і  $K_{F\gamma}$ , які враховують в процесі розрахунку зубчастих передач на втомну міцність. В процесі виконання теоретичних досліджень на підставі математичного моделювання визначалися амплітуди і частоти коливань для різних зубчастих передач при передачі різних обертових моментів на різних кутових швидкостях. Тому ставиться задача перевірити результати математичного моделювання коливних процесів на фізичній моделі, тобто з використанням випробувального стенда із замкненим силовим потоком. Результати цієї роботи дозволять спростити визначення динамічних коефіцієнтів у порівнянні з методикою, яка наведена в ГОСТ 21354-87 [6].

**Мета роботи.** На підставі результатів експериментальних досліджень перевірити результати теоретичних досліджень з отриманням емпіричної залежності для визначення амплітуди коливання зубчастої передачі в залежності від похибок профілю зубців і кроку зачеплення, величини обертового моменту та шорсткості робочої поверхні зубців.

Для реалізації поставленої мети був спроектований та виготовлений випробувальний стенд з замкненим силовим потоком (рисунок 1). При конструюванні випробувального стенда за основу був прийнятий стенд для дослідження зубчастих передач на втому при статичних навантаженнях, який було розроблено Експериментальним науково-дослідним інститутом машинознавства (м. Москва) [7].



Рисунок 1 – Загальний вигляд випробувального стенда

В процесі розроблення методики експериментальних досліджень на фізичній моделі основну увагу приділяли таким питанням:

1. Встановити вплив висоти вершин гребінців  $\Delta$  на робочій поверхні зубця ведучого колеса  $z_1$  (похибка профілю), які обумовлені технологією зубофрезерування коліс черв'ячними фрезами, що відповідають значенню  $\Delta\varphi$  в межах

0,00005...0,0004 рад, тобто з похибками профілю  $f_{jr}$  згідно ГОСТ 1643-81, що відповідають від 21,7% до 86,9% поля допуску в межах 6...8 ступенів точності відповідно на частоту та амплітуду коливання зубчастої передачі. Між висотою вершин гребінців  $\Delta$  та амплітудою відхилення кута повороту  $\Delta\varphi$  веденого колеса від положення, яке воно займає при ідеальному евольвентному профілі зубців, існує залежність

$$\Delta\varphi = \frac{2\Delta \cos \beta}{m_n z_1}$$

2. Встановити вплив різних значень обертового моменту  $T_1$ , який визначається навантажувальним моментом  $M=F \cdot L$  ( $F$  – сила навантаження;  $L$  – довжина плеча важеля навантажувальної системи) на амплітуду коливання зубчастої передачі.

3. Визначити вплив шорсткості  $R_a$  робочих поверхонь зубців на коливні процеси зубчастої передачі.

Для експериментального визначення параметрів коливного процесу (амплітуди і частоти) використовували балку рівномірного опору, на яку наклеювали тензодавачі та з'єднували їх в мостову схему. Сигнал з мостової схеми подавався на підсилювач і далі на реєструючий пристрій, з якого на модуль USB300 та комп'ютер. Для визначення параметрів коливного процесу (амплітудно-частотної характеристики) балку рівномірного опору, яка закріплена на стойці, під'єднували до корпусу редуктора, що закріплений нерухомо до фундаментної плити. В процесі отримання, оброблення та зберігання результатів вимірювань на ПЕОМ використовували програмне забезпечення "PowerGraph". Перед проведенням досліджень виконували тарування пристрою при різних значеннях напруги: 1,7В і 2,5В на 100мкм прогину балки.

Для планування експериментальних досліджень та математичної обробки отриманих результатів використовувався повнофакторний експеримент (ПФЕ). Ставилася задача визначити вплив похибки профілю  $\Delta\varphi$ , шорсткості робочих поверхонь зубців  $R_a$  та обертового моменту  $T_1$ , який витрачається на подолання корисного навантаження, на величину амплітуди коливання  $a$ . Досліди виконувалися з використанням прямозубих зубчастих коліс  $\beta=0^\circ$ , які виготовлялися зі сталі 40Х модуля  $m_n=4$ мм з числом зубців  $z_1=z_3=30$  і  $z_2=z_4=30$  ( $\alpha_t=20^\circ$ ), а ширина вінців коліс  $b=20$ мм. Зубчасті колеса після термічної обробки (покращання) мали твердість: ведуче –  $HВ_1=245...280$ ; ведене –  $HВ_2=215...235$ . Зубці коліс нарізалися черв'ячними фрезами  $m_n=4$ мм класу точності АА із швидкорізальної сталі Р6М5 з кількістю зубців  $z_{\varphi}=6...10$ .

Міжосьова відстань редукторів випробувального стенда  $a_w=120$ мм, а передаточне число  $u=1$ . Змащування зубчастих коліс редукторів випробувального стенду при проведенні всіх досліджень виконували мастилом СТ-20, як найбільш ефективним. Для отримання нелінійної емпіричної залежності використовуємо ПФЕ типу  $2^3$ . Результати кодування чинників зубчастої передачі, які досліджуються, наведені в таблиці.

Таблиця – Рівні зміни чинників

Рівні чинників	$\Delta\varphi$ , рад		$R_a$ , мкм		$T_1$ , Н·м	
	$\bar{x}_1$	$\ln \bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\ln \bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\ln \bar{x}_3$
Верхній (+)	0,0004	-7,82	3,2	1,16	150	5,01
Основний (0)	0,000225	-	1,9	-	100	-
Нижній (-)	0,00005	-9,9	0,63	-0,46	50	3,91

Для забезпечення отримання значень  $\Delta\varphi$  і  $R_a$  в межах верхнього та нижнього рівнів зубофрезерування зубчастих коліс виконувалося на зубофрезерному верстаті мод. 5К324 методом обкочування з використанням відповідних фрез і режимів:

1)  $\Delta\varphi=0,0004$  рад;  $R_a=3,2$ мкм  $\rightarrow$  фреза  $z_{\varphi}=6$ ; швидкість різання  $V=36,2$ м/хв; осьова подача  $S=2,5$ мм/оберт заготовки; припуск по товщині зубця 0,6мм;

2)  $\Delta\varphi=0,00005$ рад;  $R_a=3,2$ мкм  $\rightarrow$  фреза  $z_{\varphi}=10$ ; швидкість різання  $V=38,4$ м/хв; осьова подача  $S=2$ мм/оберт заготовки; припуск по товщині зубця 0,6мм;

3)  $\Delta\varphi=0,0004$ рад;  $R_a=0,63$ мкм  $\rightarrow$  фреза  $z_{\varphi}=6$ ; швидкість різання  $V=42,1$ м/хв; осьова подача  $S=0,8$ мм/оберт заготовки; припуск по товщині зубця 0,6мм;

4)  $\Delta\varphi=0,00005$ рад;  $R_a=0,63$ мкм  $\rightarrow$  фреза  $z_{\varphi}=10$ ; швидкість різання  $V=44,6$ м/хв; осьова подача  $S=0,8$ мм/оберт заготовки; припуск по товщині зубця 0,6мм.

Математична обробка результатів експерименту дозволила отримати математичну модель для визначення середнього значення амплітуди коливання корпусу редуктора (перша гармоніка)

$$\bar{a} = \frac{67,16\Delta\varphi^{0,07} R_a^{0,06}}{T_1^{0,31}}, \text{ мкм}, \quad (1)$$

де  $\Delta\varphi$  – похибка робочої частини профілю зубця колеса, рад;  $R_a$  – шорсткість робочої частини профілю зубця колеса, мкм;  $T_1$  – обертовий момент на ведучому колесі, Н·м.

Для аналізу результатів теоретичних і експериментальних досліджень розглядалися гармоніки частот, які розподіляються так:

- перша гармоніка відноситься до корпусу редуктора;
- друга гармоніка – до втулки для підшипника, яка кріпиться до корпусу редуктора разом із зовнішнім кільцем підшипника, що запресовують у втулку;
- третя гармоніка – до тіл кочення підшипника;
- четверта гармоніка – до внутрішнього кільця підшипника;
- п'ята гармоніка – до вала, на якому закріплено зубчасте колесо;
- шоста гармоніка – до зубчастого колеса, для якого визначається амплітудно-частотна характеристика;
- сьома гармоніка – до робочого профілю зуба зубчастого колеса.

В роботі [8] при розгляді функцій-рядів (тригонометричних) вказується, що суми тригонометричних функцій дають можливість моделювати найріз-

номанітніші збурення і реакції динамічних систем. Встановлено [8], що, наприклад, функцію  $a=a(\varphi)$ , де  $a$  – амплітуда коливання, а  $\varphi$  – кут повороту зубчастого колеса, з задовільним рівнем точності можна представити у вигляді

$$a_{(k)} = c_k \sin \Omega_k t_i, \quad (2)$$

де  $a_{(k)}$  – амплітуда  $k$ -ої гармоніки;  $c_k$  – коефіцієнт пропорційності (стала величина);  $\Omega_k = k\omega$ ;  $\omega$  – кутова швидкість зубчастого колеса, яке розглядається,  $\text{с}^{-1}$ ;  $t_i$  – час,  $\text{с}$ ;

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \text{с}^{-1}; \quad \tau = \frac{2\pi}{z}, \text{рад}; \quad t_\tau = \frac{\tau}{\omega}, \text{с}; \quad (3)$$

$n$  – частота обертання вала зубчастого колеса,  $\text{хв}^{-1}$ ;  $\tau$  – період зміни амплітуди;  $z$  – число зубців зубчастого колеса;  $t_\tau$  – час одного періоду.

В нашому випадку необхідно розглянути для перевірки адекватності математичної та фізичної моделей першу, шосту та сьому гармоніки. Першу гармоніку розглянемо з використанням залежностей (1) і (2) при номінальних значеннях обертового моменту  $T_1=150\text{Н}\cdot\text{м}$  випробувального стенда та шорсткості робочих поверхонь зубців коліс  $R_a=0,63\text{мкм}$  (згідно вимог робочих креслень зубчастих коліс редукторів загального призначення) при двох значеннях похибки профілю зубців: 1)  $\Delta\varphi=0,0001\text{рад}$  (зубофрезерування виконувалося черв'ячною фрезою  $z_{\varphi}=10$ ); 2)  $\Delta\varphi=0,0004\text{рад}$  (зубофрезерування виконувалося черв'ячною фрезою  $z_{\varphi}=6$ ).

Математична модель амплітудно-частотної характеристики першої гармоніки з використанням залежностей (1) і (2) має вигляд

$$a_{(k)} = \frac{67,16\Delta\varphi^{0,07} R_a^{0,06}}{T_1^{0,31}} \sin(k\omega t_i); \quad a_{(1)} = \frac{67,16\Delta\varphi^{0,07} R_a^{0,06}}{T_1^{0,31}} \sin(\omega t_i), \quad (4)$$

де  $\omega=\pi n_d/30=3,14\cdot 1410/30=147,58\text{с}^{-1}$  – кутова швидкість ведучого зубчастого колеса,  $\text{с}^{-1}$ ;  $n_d$  – частота обертання електродвигуна,  $\text{хв}^{-1}$ ;  $t_i$  – час,  $\text{с}$ ; розглянемо цей час в межах одного періоду, тобто в межах від  $t_i=0$  до  $t_i=t_\tau=t/\omega=2\pi/(z\omega)=2\cdot 3,14/(30\cdot 147,58)=0,0014\text{с}$ .

На підставі залежності (4) будуюмо амплітудно-частотну характеристику першої гармоніки (рисунок 2).

Представимо амплітудно-частотну характеристику першої гармоніки у вигляді полінома третьої степені:

$$a_{(1)} = c_1 t_i^3 + c_2 t_i^2 + c_3 t_i + c_4, \quad (5)$$

де для  $\Delta\varphi=0,0001\text{рад}$ :  $c_1=5\cdot 10^{10}$ ;  $c_2=-10^8$ ;  $c_3=5469$ ;  $c_4=-0,5826$ ;  
для  $\Delta\varphi=0,0004\text{рад}$ :  $c_1=6\cdot 10^{10}$ ;  $c_2=-10^8$ ;  $c_3=62303$ ;  $c_4=-0,6614$ .

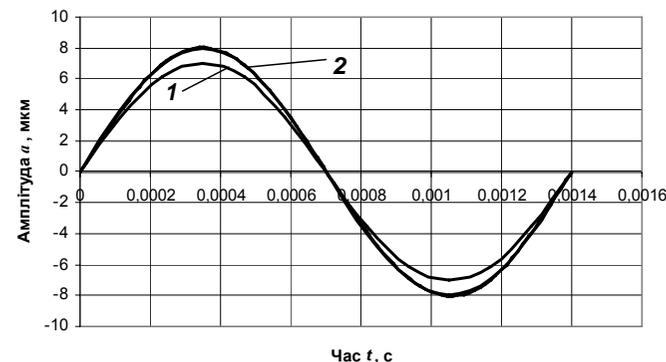


Рисунок 2 – Амплітудно-частотна характеристика першої гармоніки (коливання корпусу редуктора) при похибці профілю зубців колеса: 1 –  $\Delta\varphi=0,0001\text{рад}$ ; 2 –  $\Delta\varphi=0,0004\text{рад}$

На підставі отриманого полінома для визначення амплітуди певної гармоніки коливання  $a_{(k)}$  в залежності від часу періоду коливання використовуємо для розв'язку ряд Фур'є на проміжку  $[-t_\tau, +t_\tau]$  [8]. Тоді

$$a_{(k)} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad (6)$$

де  $a_k$  – косинусний коефіцієнт  $k$ -ої гармоніки ( $k=1; 2; 3; \dots$ );  $b_k$  – синусний коефіцієнт  $k$ -ої гармоніки.

В свою чергу для шостої гармоніки ( $k=6$ ) коефіцієнти  $a_6$  і  $b_6$  можна визначити за залежностями [8]

$$a_6 = \frac{1}{t_\tau} \int_{-t_\tau}^{t_\tau} (c_1 t_i^3 + c_2 t_i^2 + c_3 t_i + c_4) \cos \frac{6\pi}{t_\tau} t_i dt; \quad (7)$$

$$b_6 = \frac{1}{t_\tau} \int_{-t_\tau}^{t_\tau} (c_1 t_i^3 + c_2 t_i^2 + c_3 t_i + c_4) \sin \frac{6\pi}{t_\tau} t_i dt. \quad (8)$$

Після інтегрування залежностей (7) і (8) отримуємо: для  $\Delta\varphi=0,0001\text{рад}$

$$a_6 = \frac{c_2 t_\tau^2}{9\pi^2} = \frac{-10^8 \cdot 0,0014^2}{9 \cdot 3,14^2} = -2,21;$$

$$b_6 = -\frac{c_1 t_\tau^3}{3\pi} + \frac{c_1 t_\tau^3}{18\pi^3} - \frac{c_3 t_\tau^3}{3\pi} = -\frac{5 \cdot 10^{10} \cdot 0,0014^3}{3 \cdot 3,14} + \frac{5 \cdot 10^{10} \cdot 0,0014^3}{18 \cdot 3,14^3} - \frac{54691 \cdot 0,0014^3}{3 \cdot 3,14} = -14,56 + 0,25 - 0,000016 = -14,31.$$

В цьому випадку амплітуда коливань буде

$$a_{(6)} = \sqrt{a_6^2 + b_6^2} = \sqrt{(-2,21)^2 + (-14,31)^2} = 14,5 \text{ мкм.}$$

Фазовий кут  $\varphi_k$  можна визначити за залежністю

$$\varphi_6 = \arctg \frac{a_6}{b_6} = \arctg \frac{-2,21}{-14,5} = \arctg(0,1526) = 8^{\circ}40',$$

а частота пропорційна частоті обертання зубчастого колеса та кількості зубців

$$\omega_6 = \frac{nz}{60} = \frac{1410 \cdot 30}{60} = 705 \text{ Гц.}$$

За аналогією для  $\Delta\varphi=0,0004$  рад отримуємо:  $a_6=-2,21$ ;  $b_6=-17,16$ ;  $a_{(6)}=17,3$ мкм;  $\varphi_6=7^{\circ}20'$ .

Аналогічні розрахунки виконуємо для сьомої гармоніки, тобто для коливань, які обумовлені безпосередньо похибкою робочого профілю зубців. Для цього визначимо значення періодів коливань, які виникають безпосередньо від гребінців на робочій поверхні зубця. В свою чергу кількість гребінців на робочій поверхні кожного зубця залежить від кількості зубців черв'ячної фрези  $z_\varphi$ . В цьому випадку час періоду коливання буде

1) для  $\Delta\varphi=0,0001$ рад ( $z_\varphi=10$ )

$$\tau = \frac{2\pi}{zz_\varphi} = \frac{2 \cdot 3,14}{30 \cdot 10} = 0,021, \text{ рад; } t_\tau = \frac{\tau}{\omega} = \frac{0,021}{147,58} = 0,00014, \text{ с;}$$

2) для  $\Delta\varphi=0,0004$ рад ( $z_\varphi=6$ ):  $\tau=0,035$  рад;  $t_\tau=0,00024$ с.

Для сьомої гармоніки ( $k=7$ ) коефіцієнти  $a_7$  і  $b_7$  можна визначити за залежностями [8]

$$a_7 = \frac{1}{t_\tau} \int_{-t_\tau}^{t_\tau} (c_1 t_i^3 + c_2 t_i^2 + c_3 t_i + c_4) \cos \frac{7\pi}{t_\tau} t_i dt; \quad (9)$$

$$b_7 = \frac{1}{t_\tau} \int_{-t_\tau}^{t_\tau} (c_1 t_i^3 + c_2 t_i^2 + c_3 t_i + c_4) \sin \frac{7\pi}{t_\tau} t_i dt. \quad (10)$$

Після інтегрування для  $\Delta\varphi=0,0001$ рад:  $a_7=-0,016$ ;  $b_7=-1,16$ ;  $a_{(7)}=1,16$ мкм;  $\varphi_7=0^{\circ}47'$ , а для  $\Delta\varphi=0,0004$ рад:  $a_7=-0,016$ ;  $b_7=-4,01$ ;  $a_{(7)}=4,01$ мкм;  $\varphi_7=0^{\circ}13'$ .

На підставі отриманих даних будемо амплітудно-частотні характеристики сьомої гармоніки (рисунок 3 і 4), яка обумовлена безпосередньо похибкою профілю (гребінцями) робочої частини зубців колеса внаслідок фрезерування їх черв'ячною фрезою.

Результати експериментальних досліджень порівнюємо з результатами теоретичних досліджень з визначенням відносної похибки відносно результатів експерименту. При похибці профілю зубців  $\Delta\varphi=0,0001$ рад за результатами теоретичних досліджень  $a_\tau=0,0012$ мм=1,2мкм, за результатами експериментальних досліджень  $a=1,16$ мкм.

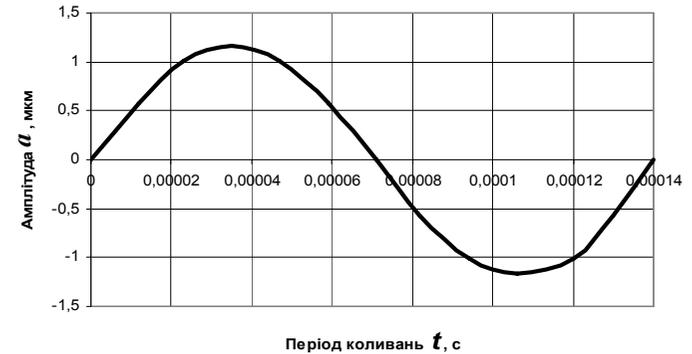


Рисунок 3 – Амплітудно-частотна характеристика сьомої гармоніки при похибці профілю зубців колеса  $\Delta\varphi=0,0001$ рад

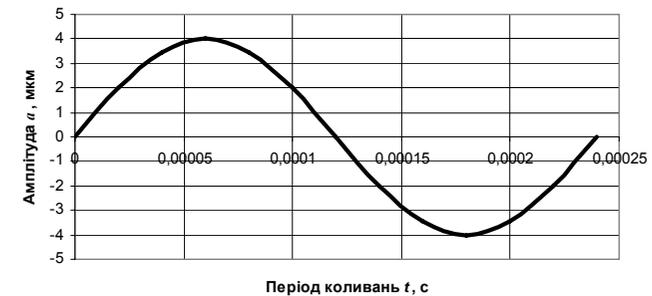


Рисунок 4 – Амплітудно-частотна характеристика сьомої гармоніки при похибці профілю зубців колеса  $\Delta\varphi=0,0004$ рад

Тоді відносна похибка буде

$$\delta = \frac{a - a_\tau}{a} 100\% = \frac{1,16 - 1,2}{1,16} 100 = -3,45\%;$$

при похибці профілю зубців  $\Delta\varphi=0,0004$ рад:  $a_\tau=3,6$ мкм;  $a=4,01$ мкм

$$\delta = \frac{4,01 - 3,6}{4,01} 100 = 10,2\%.$$

Багаточисельні розрахунки відносної похибки показали, що її величина не виходить за межі 11,3%. Таке значення похибки є допустимим, а отримані

результати можуть використовуватися в процесі розрахунку активних поверхонь зубців на контактну втому та втому зубців при згині.

Джерелом виникнення внутрішніх динамічних навантажень є зубчасті колеса передачі, які працюють в умовах навантаження при виконанні корисної роботи. Основний вплив на ці динамічні навантаження мають похибки кроку зачеплення  $f_{pbr}$  зубців ведучого та веденого коліс та похибка профілю  $f_{fr}$ , тобто ступінь точності їх виготовлення за показником плавності роботи згідно з ГОСТ 1643-81 [9], та їхня колова швидкість  $v$ .

При розрахунках зубчастих передач на міцність внутрішні динамічні навантаження враховують коефіцієнтами  $K_{Hv}$  (контактна міцність активних поверхонь зубців) та  $K_{Fv}$  (міцність зубців на згин), визначення яких наведено в ГОСТ 21354-87 від ступеня точності за нормою плавності роботи передачі, твердості зубців колеса та колової швидкості зубців. Крім цього, враховують при визначенні коефіцієнтів  $K_{Hv}$ ,  $K_{Fv}$  і зовнішні динамічні навантаження введеним коефіцієнтом  $K_A$ , значення якого залежать від режиму навантаження двигуна.

Згідно із стандартом ГОСТ 21354-87 [6] при виконанні умови:

для прямозубих передач

$$\frac{vz_1}{1000} < 1;$$

для косозубих передач

$$\frac{vz_1}{1000} < 1,4,$$

де  $v$  – колова швидкість зубчастого колеса  $z_1$ , м/с, значення цих коефіцієнтів визначають за залежностями [6]

$$K_{Hv} = 1 + \frac{w_{Hv} b_w}{F_{Ht} K_A}; \quad (11)$$

$$K_{Fv} = 1 + \frac{w_{Fv} b_w}{F_{Ft} K_A}, \quad (12)$$

де  $w_{Hv}$ ,  $w_{Fv}$  – питома колова динамічна сила, Н/мм;  $b_w$  – робоча ширина вінця зубчастієї передачі;  $F_{Ht}$  – колова сила на ділільному циліндрі при розрахунку на контактну втому, Н;  $F_{Ft}$  – колова сила на ділільному циліндрі при розрахунку на втому при згині, Н.

Для визначення навантаження на зубці циліндричних зубчастих передач з урахуванням коливних запропонована залежність, яка отримана на підставі результатів теоретичних досліджень [5]

$$K_v = C_{Kv} \exp\left[\frac{77,7\Delta \cos \beta}{m_n z_1}\right] \cdot \exp\left[3 \cdot 10^{-6} \frac{\omega_1}{u} d_2\right], \quad (13)$$

де  $C_{Kv}$  – коефіцієнт пропорційності; для коефіцієнта  $K_{Hv} \rightarrow C_{K_{Hv}} = 1,1$ ; для коефіцієнта  $K_{Fv} \rightarrow C_{K_{Fv}} = 1,4$ ;  $\Delta$  – висота вершин гребінців на робочій поверхні зубця ведучого колеса (похибка профілю), яка обумовлена технологією зубофрезерування коліс черв'ячними фрезами, мм; крім цього, ця похибка включає і похибку кроку зачеплення  $f_{pbr}$ , яка також впливає на внутрішні динамічні процеси;  $\omega_1$  – кутова швидкість ведучого зубчастого колеса з числом зубців  $z_1$ ,  $c^{-1}$ ;  $u$  – передаточне число зубчастієї передачі;  $d_2$  – ділільний діаметр веденого зубчастого колеса з числом зубців  $z_2$  ( $d_2 = m_n z_2 / \cos \beta$ ), мм.

Розглянемо спочатку залежність (13). Встановлено, що амплітуда коливань зубчастого колеса прямо пропорційна похибці кута повороту зубчастого колеса  $\Delta \varphi$ . Крім цього, похибка  $\Delta \varphi$  залежить не тільки від похибки профілю  $f_{fr}$  робочої частини зубця колеса (ГОСТ 1643-81), а і від похибки кроку зачеплення  $f_{pbr}$ . Тоді ми можемо записати, що  $\Delta = f_{fr} + f_{pbr}$ . Підставимо в залежність (13) замість  $\Delta$  суму допустимих значень на похибку профілю  $f_{fr}$  і крок зачеплення  $f_{pbr}$ , яка буде враховувати ступінь точності зубчастієї передачі за показниками плавності роботи згідно із ГОСТ 1643-81.

З використанням наведених залежностей (11)-(13) були виконані багаточисельні розрахунки з метою визначення коефіцієнтів  $K_{Hv}$  і  $K_{Fv}$  для різних зубчастих передач. Результати розрахунків показали, що максимальні значення відносних похибок коефіцієнтів  $K_{Hv}$  і  $K_{Fv}$ , визначених за залежністю (13) відносно значень визначених за залежностями (11) і (12) коливалися в межах 9...10,1%. Це вказує на допустимість використання залежності (13) для розрахунку зубчастих передач на контакту втому і втому зубців при згині при визначенні коефіцієнтів, які враховують динамічні навантаження.

### Висновки:

1. Результати експериментальних досліджень на випробувальному стенді із замкненим силовим потоком дозволили отримати математичну нелінійну модель для визначення амплітуди коливання та отримати амплітудно-частотну характеристику коливання корпусу редуктора (першу гармоніку), за допомогою якої визначена гармоніка коливання зубчастієї передачі і в тому числі гармоніка коливного процесу від похибок зубчастих коліс, що впливають на плавність роботи передачі.

2. Результати експериментальних досліджень підтвердили результати теоретичних досліджень, що дозволило отримати спрощену залежність для визначення динамічних коефіцієнтів. Максимальні значення відносних похибок для коефіцієнтів  $K_{Hv}$  і  $K_{Fv}$ , визначених за запропонованою залежністю, відносно значень визначених за залежностями згідно ГОСТ 21354-87, коливалися в межах 9...10,1%.

3. Результати експериментальних досліджень на випробувальному стенді із замкненим силовим потоком дозволили рекомендувати залежність (13) для визначення динамічних коефіцієнтів  $K_{Hv}$  і  $K_{Fv}$ .

**Список літератури:** 1. Справочник технолога-машиностроителя. В 2-х т. Т.2 / Под ред. А.Г. Косиловой и Р.К. Мецержкова. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1985. – 656с. 2. Гулида Э.Н. О чистоте боковых поверхностей круговинтовых зубьев, нарезанных червячными фрезами // Сб. Локомотивостроение, технология машиностроения и литейного производства. – Львов: Изд-во ЛГУ, 1964. – С.58-64. 3. Тайц Б.А. Точность и контроль зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1972. – 368с. 4. Соколовский М.В., Кауров В.В. Производство цилиндрических редукторов общего назначения. – М.: Машгиз, 1983. – 172с. 5. Васильева О.Е. Динамична та математична моделі для циліндричних зубчастих передач з урахуванням дії навантажень // Вісник СевНТУ. Механіка, енергетика, екологія – Севастополь, 2010. – №110. – С.79-84. 6. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления (расчет на прочность). – М.: Издательство стандартов, 1988. – 127с. 7. Определение показателей надежности цилиндрических зубчатых передач методом ускоренных испытаний. – М.: ЭНИМАШ, 1989. – 96с. 8. Гацук П.М. Лінійні динамічні системи і лінійні диференціальні рівняння. – Львів: Українські технології, 2002. – 608с. 9. ГОСТ 1643-81. Передачи зубчатые цилиндрические (допуски). – М.: Издательство стандартов, 1985. – 65с.

Надійшла до редакції 30.04.11

УДК 621.833

**В.М. ВЛАСЕНКО**, к.т.н., голова ТК-47 "Механічні приводи", ген. директор АТЗТ "НДІ "Редуктор", м. Київ  
**В.М. ФЕЙ**, гол. інженер АТЗТ "НДІ "Редуктор"

### ТЕХНІЧНІ ВИМОГИ ДО РЕДУКТОРІВ ЗУБЧАСТИХ ВИСОКОШВИДКІСНИХ СПЕЦІАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ

У статті представлені технічні вимоги до редукторів зубчастим високошвидкісним спеціального призначення.

В статье представлены технические требования к редукторам зубчатым высокоскоростным специального назначения.

The paper presents specifications for high-speed gear reducers of special purpose.

Згідно з директивою про розробку технічних регламентів в технічному комітеті зі стандартизації ТК 47 "Механічні приводи" ведеться системна робота по створенню, силами спеціалістів АТЗТ "НДІ "Редуктор", спеціалізованої нормативної бази державних та гармонізованих з міжнародними стандартами типу загальних технічних вимог [1-4]. Зважаючи на різке підвищення цін на газ та нафту, видобуваюча промисловість веде активні роботи по зниженню витрат на технологічне обладнання. Вагому частину в вартості цього обладнання складають редуктори зубчасті високошвидкісні спеціального призначення для газової та нафтової промисловості. З 2009 р. в АТЗТ "НДІ "Редуктор" ведуться роботи по розробці гармонізованого стандарту [5].

Стандарт ґрунтується на накопиченому знанні і досвіді виробників і споживачів зубчастих редукторів. Він розроблений, щоб задовольнити вимоги нафтової, нафтохімічної і газової промисловості, але його використання не обмежено цими галузями.

Мета стандарту – створити мінімальні вимоги до проекту і конструкції такими, щоб устаткування відповідало своєму призначенню.

Збереження енергії і захист довкілля – це актуальні проблеми, які є важливими в усіх аспектах проектування устаткування, застосування і роботи. Виробники і споживачі устаткування повинні енергійно шукати альтернативні, інноваційні підходи, які покращують утилізацію енергії, та/або мінімізують вплив на навколишнє середовище без втрати безпеки або надійності. Такі підходи повинні ретельно досліджуватися і вибір покупця повинен все більше і більше ґрунтуватися на оцінюванні повних витрат за строк експлуатації і екологічних наслідків швидше, ніж тільки на початковій вартості.

Стандарт встановлює мінімальні вимоги для закритих, точних, косозубих і шевронних, одно- і двоступінчастих мультиплікаторів і редукторів з паралельними валами з швидкостями шестерні  $3000\text{хв}^{-1}$  або більшими, або зі швидкістю на початковому колі  $25\text{м/с}$  або більшою, для застосувань спеціального призначення. Звичайно вимагається, щоб такі застосування діяли безперервно протягом довгого періоду, без встановлення запасного устаткування і були нормовані до безперервної дії обладнання. За згодою цей стандарт може використовуватися для інших умов експлуатації.

Стандарт також встановлює метод визначення навантажувальної здатності зубчастих передач, які відповідають наступним критеріям:

- точність зубчастих коліс  
– точність зубців: ступінь точності 4 або кращий згідно з ISO 1328-1:1995, для відхилення на одному кроці  $f_{pt}$  і для повного накопиченого відхилення кроку  $F_p$ ;
- повне відхилення на пряму зуба  $F_{\beta}$  між лініями зуба шестерні і колеса: ступінь точності 4 або кращий згідно з ISO 1328-1:1995;
- діапазон торцевого перекриття:  $1,2 < \varepsilon_{\alpha} < 2,0$ ;
- коефіцієнт осевого перекриття  $\varepsilon_{\beta} \geq 1,0$ ;
- кут нахилу лінії зуба:  $5 \leq \beta \leq 35^{\circ}$ ;
- робочі бічні поверхні зубців шестерні або колеса забезпечені профільною модифікацією, щоб отримати добре спряжене розповсюдження навантаження зуба уздовж лінії зацеплення;
- робочі бічні поверхні зубців шестерні або колеса модифікуються, якщо необхідно компенсувати деформації кручення та згинання і, що необхідно для зубчастих передач з швидкостями на початковому колі, які перевищують  $100\text{ м/с}$ , також для теплових деформацій;
- змащування зубчастих передач масляним дистиллятом без присадок, ступінь в'язкості VG-32 або VG-46 (див. ISO 3448);
- матеріал зубців зубчастих коліс якості MQ або кращої, згідно з ISO 6336-5:1996.

Для кожного зубчастого зачеплення редуктора значення напружень повинні розраховуватися щодо

- поверхневої довговічності (пітингу);
- міцності зубців на згинання.

Розраховані значення напружень не повинні перевищувати допустимі розрахункові значення напружень, як показано в таблиці 1.

Крім того, потрібно розглядати опір заїданню.

Використовувані коефіцієнти для визначення навантажувальної здатності припускають, що робочі бічні поверхні зубців шестерні і колеса модифікуються, наскільки це необхідно, щоб компенсувати як крутильні, так і згинальні деформації і, якщо необхідно для зубчастих передач з швидкостями на початковому циліндрі понад 100 м/с, також теплові деформації.

В таблиці 1 наведені значення допустимого розрахункового контактного напруження  $\sigma_{HAD}$  (для поверхневої довговічності) і значення допустимого розрахункового напруження вигину  $\sigma_{FAD}$  (для міцності на згинання), а також максимальні співвідношення довжина-діаметр ( $L/d$ ) шестерні для окремих використовуваних в поточний час матеріалів (які надані в стандарті).

Значення  $L/d$ , показані в таблиці 1, стосуються косозубих передач, які розробляються, щоб передати номінальну потужність.

Таблиця 1 – Допустимі значення розрахункових напружень  $\sigma_{HAD}$ ,  $\sigma_{FAD}$  – максимальні співвідношення ( $L/d$ ) шестерні

Матеріал	Твердість зуба	Допустиме значення розрахункового напруження		Максимальне співвідношення $L/d$ шестерні	
		контакту	вигину	шевронні	косозубі
		$\sigma_{HAD}$	$\sigma_{FAD}$		
Н/мм <sup>2</sup>					
Наскрізно-загартовані сталі	302 HBW	525	250	2,2	1,6
	321 HBW	542	256	2,2	1,6
	341 HBW	560	263	2,2	1,6
	363 HBW	580	270	2,2	1,6
Сталі цементовані і поверхневозагартовані	58 HRC	760	350	2,0	1,6
Сталі азотовані	58 HRC	660	270	2,2	1,6

**Примітка 1.** HBW=число твердості за шкалою Брінеля, HRC=число твердості за шкалою Роквелла, шкала С.

**Примітка 2.**  $L=b$  (для косозубої передачі);  $L=B$  (для шевронної передачі);  $d$ =ділильний діаметр шестерні, в міліметрах.

**Примітка 3.** Для зубчастих передач, які витримують повне навантаження реверсивно у кожному циклі навантаження, значення  $\sigma_{FAD}$  повинно множитися на коефіцієнт 0,7.

Якщо пропонується співвідношення  $L/d$  більше, ніж подане в таблиці 1, продавець зубчастих передач повинен представити виправдання в пропозиції для використання більшого співвідношення  $L/d$ . Якщо співвідношення  $L/d$  перевищують наведені в таблиці 1, вимагається схвалення покупця. Якщо

покупцем встановлюються умови експлуатації окрім номінальної потужності зубчастої передачі, такі як нормальна передавана потужність, продавець зубчастих передач повинен врахувати в аналізі тривалість і діапазон навантажень в яких редуктор діятиме за кожної умови, щоб можна було визначити правильну модифікацію кута нахилу лінії зуба. Якщо представлено передачу з модифікованим кутом нахилу лінії зуба, покупець і продавець повинні узгодити плями контакту зубців, отримані на контрольному стенді, в корпусі або на випробувальному стенді.

Для наскрізно-загартованої сталі можна використовувати наступні формули, щоб визначити значення допустимих розрахункових напружень для проміжних значень твердості між табличними значеннями:

$$\sigma_{HAD} = 253 + 0,9 HBW ; \quad (1)$$

$$\sigma_{FAD} = 149 + 0,33 HBW . \quad (2)$$

Деякі поширені комбінації твердості шестерні і колеса наведені в таблиці 2. Ці значення перелічені для довідок і не призначені, щоб вказувати єдині задовільні комбінації твердості.

Таблиця 2 – Деякі комбінації твердості, що поширено використовуються для шестерні і колеса

Мінімальна твердість колеса	Мінімальна твердість шестерні
302 HBW	341 HBW
321 HBW	341 HBW
341 HBW	363 HBW
363 HBW	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>a</sup>	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>b</sup>	58 HRC <sup>a</sup>
58 HRC <sup>b</sup>	58 HRC <sup>b</sup>

<sup>a</sup>цементована і поверхнево-загартована сталь;

<sup>b</sup>сталь з газовим азотуванням.

Коефіцієнт вибирання  $K_{SL}$  призначений врахувати додаткові навантаження зубчастих коліс від зовнішніх джерел. Ці додаткові навантаження можуть походити від особливостей приводних і ведених машин, можливих результатів крутильного розширення в зв'язаній системі зубчастих передач, і ймовірності того, що в промисловості, для якої цей стандарт призначений, робочі режими приводної або веденої машин можуть змінюватися.

Якщо особливості цілої системи машин і застосування точно відомі, величини цих результатів можна розрахувати і визначити відповідне значення для  $K_{SL}$ . За узгодженням це розраховане значення можна використовувати.

Якщо інше не узгоджено, повинні використовуватися значення, дані в таблиці 3.

Всі зубці зубчастих коліс, остаточно оброблених шевінгуванням або хонінгуванням, повинні нарізатися фрезеруванням. Шевери і хони повинні мати

взаємно прості числа зубців з оброблюваною деталлю. Точність зубців зубчастих коліс і модифікації профілю і кута нахилу лінії зуба повинні бути узгодженими з методом визначення навантажувальної здатності зубчастої передачі. Це повинно бути відображено в запиті покупця.

Всі зубці зубчастих коліс повинні остаточно нарізуватися або шліфуватися на складених зубчастому колесі і валу. Один або більше наступних процесів потрібно використовувати під час остаточного оброблення зубців зубчастих коліс: шліфування, шевінгування, хонінгування, точне фрезерування.

Непокрита поверхня зуба на навантажених бічних поверхнях повністю оброблених зубчастих коліс повинна мати шорсткість  $Ra$  0,8мкм або кращу, зміряну на початковому циліндрі згідно з ISO/TR 10064-4.

Зубці можуть бути покриті сріблом або міддю, щоб забезпечити додатковий захист від заїдання протягом початкової роботи. Бажаність такого покриття повинна взаємно визначатися покупцем і продавцем.

Таблиця 3 – Коефіцієнти вибирання  $K_{SL}$

Ведене устаткування	Тип двигуна			
	Синхронні двигуни і двигуни змінної частоти	Асинхронні двигуни	Газові або парові турбіни	Двигуни внутрішнього згоряння (багатоциліндрові)
	Коефіцієнти вибирання $K_{SL}$			
Відцентрові повітродувки	1,6	1,4	1,6	1,7
Компресори:				
Відцентрові	1,6	1,4	1,6	1,7
Осьові	1,6	1,4	1,6	1,7
Ротаційні пластинчасті (радіальні, осьові, гвинтові тощо)	1,8	1,7	1,7	2,0
Поршневі	2,1	2,0	2,0	2,3
Замикачі	1,8	1,7	1,7	2,0
Екструдери	1,8	1,7	1,7	–
Вентилятори				
Відцентрові	1,5	1,4	1,6	1,7
Нагнітальні	1,5	1,4	1,6	1,7
Витяжні	1,8	1,7	2,0	2,2
Генератори і збудники				
З постійним навантаженням і безперервним режимом	1,1	1,1	1,1	1,3
З робочим циклом пікового навантаження	1,3	1,3	1,3	1,7

Продовження таблиці 3

Ведене устаткування	Тип двигуна			
	Синхронні двигуни і двигуни змінної частоти	Асинхронні двигуни	Газові або парові турбіни	Двигуни внутрішнього згоряння (багатоциліндрові)
	Коефіцієнти вибирання $K_{SL}$			
Насоси:				
Відцентрові (всі види експлуатації, окрім перелічених нижче)	1,5	1,3	1,5	1,7
Відцентрові, парове котельне живлення	1,8	1,7	2,0	–
Відцентрові, гаряче масло	1,8	1,7	2,0	–
Відцентрові, висока швидкість (понад 3 600 об/хв)	–	1,7	2,0	–
Відцентрові, подавання води	1,6	1,5	1,7	2,0
Ротаційні, осьова течія (всі типи)	1,6	1,5	1,5	1,8
Ротаційні шестеренні	1,6	1,5	1,5	1,8
Поршневі	2,1	2,0	2,0	2,3

Конструкція косозубих редукторів повинна бути такою, щоб вплив моментів на зубчастих колесах внаслідок осьової реакції на зубі в зубчастому зачепленні не зменшував очікувану навантажувальну здатність редуктора.

Потрібні комбінації взаємно простих чисел зубців. Щоб задовольнити цю вимогу, може бути необхідним відрегулювати точне передатне відношення зубчастої передачі. Якщо таке коректування не прийнятне, покупець і продавець повинен узгодити рішення.

Кожне колесо і кожна шестерня повинні підтримуватися двома підшипниками. Консольні конструкції не прийнятні.

Стандарт має обсяг більш ніж 110 сторінок конкретних вимог до виробників та споживачів і зараз проходить апробації в розробках інституту і, безумовно, буде представляти інтерес для широкого кола спеціалістів в галузі механічного приводу.

**Список літератури:** 1. ДСТУ 2126-93 Варіатори ланцюгові. Загальні технічні умови. – 15с. 2. ДСТУ 2279-93 Мотор-редуктори зубчасті. Загальні технічні умови. – 17 с. 3. ДСТУ 2280-93 Редуктори зубчасті. Загальні технічні умови. – 15с. 4. ДСТУ ISO 81400-4 Вітрові установки. Частина 4. Конструкція і технічні умови редукторів. – 198с. 5. ДСТУ ISO 13691 Нафтова і газова промисловість. Редуктори зубчасті високошвидкісні спеціального призначення. – 113с.

**В.М. ГРИБАНОВ**, д.т.н., профессор каф. ПМ ВНУ им. В. Даля, г. Луганск  
**Ю.В. ГРИБАНОВА**, к.т.н., доцент каф. "Экономика предприятия"

ВНУ им. В. Даля

**Д.В. РАТОВ**, ассистент каф. ПМ ВНУ им. В. Даля

**Н.В. КОРОБКА**, аспирантка каф. ПМ ВНУ им. В. Даля

**Т.Е. ПЕЧОЛАТ**, аспирантка каф. ПМ ВНУ им. В. Даля

**А.В. МАТУШКИНА**, студентка ВНУ им. В. Даля

**Е.В. СУРИНА**, студентка ВНУ им. В. Даля

**В.В. РАТОВ**, студент ВНУ им. В. Даля

### О КВАЗИГИПЕРБОЛОИДНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ НОВИКОВА

Рассматривается синтез пространственных зацеплений на основе начальных поверхностей, наименее отклоняющихся от гиперболоидных аксоидов, что является перспективным направлением существенного увеличения прочности и улучшения эксплуатационных качеств винтовых, червячных, спироидных и гипоидных передач. Приведены результаты исследований, показывающих большую перспективность зацепления Новикова, чем эвольвентного зацепления.

Розглядається синтез просторових зачеплень на основі початкових поверхонь, які найменше відхиляються від гіперболоїдних аксоїдів, що є перспективним напрямком істотного збільшення міцності й поліпшення експлуатаційних якостей гвинтових, черв'ячних, спіроїдних і гіпоїдних передач. Наведено результати досліджень, що показують більшу перспективність зачеплення Новикова, ніж евольвентного зачеплення.

Synthesis of spatial gears on the basis of the pitch surfaces which least deviating from hyperboloid axoids that is a perspective trend of essential increase of durability and improvement of operational qualities screw, worm, spiroid and hypoid gearings has been considered. Results of the researches showing the big perspectivity of Novikov's gearing as compared with involute gearing have been presented.

Важнейшей задачей машиностроения является постоянное улучшение качества машин и механизмов. Существенную роль при этом играет увеличение прочности и износостойкости наиболее массовых деталей и агрегатов – зубчатых колес и редукторов.

Гиперболоидные – винтовые и гипоидные – передачи характеризуются большими достоинствами, однако недостаточная изученность некоторых геометрокинematicких аспектов оптимизации – по сопротивляемости заеданию и задиру – приводит к потере больших скрытых резервов их нагрузочной способности.

Гиперболоидные передачи характеризуются изменяющимися в широком диапазоне условиями зацепления и эксплуатации, разнообразием сферы применения. Но чаще всего, особенно при больших передаточных отношениях, их несущая способность лимитируется заеданием, проявляющимся в схватывании активных поверхностей зубьев (АПЗ) в зоне контакта с последующим

разрывом (в результате относительного движения) возникших связей и образованием задиров на контактирующих АПЗ.

Конструктивным путем повышения нагрузочной способности гиперболоидных передач является применение зацепления Новикова [6], которое служит эффективным средством повышения задиристости зубьев: в таких передачах благодаря контактированию выпукло-вогнутых участков профилей зубьев снижаются контактные напряжения, что приводит к повышению контактной прочности передачи. Это же обстоятельство, а также увеличение эффективной составляющей вектора  $\vec{V}^{(\Sigma)}$  суммарной скорости качения  $V^{(\Sigma)}$  и уменьшение скорости скольжения  $V^{(12)}$  АПЗ улучшают контактно-гидродинамические условия зацепления и повышения задиристости передачи.

Учитывая тот факт, что гиперболоидные – винтовые и гипоидные – передачи, как правило, лимитируются контактной прочностью (чаще задиристостью из-за повышенного скольжения зубьев), такой конструктивной мерой можно поднять общую несущую способность гиперболоидных передач. Однако попытки осуществить промышленное применение гиперболоидных передач Новикова были не вполне удачными [4] в том числе и из-за отсутствия рационального исходного контура зубьев, поскольку одной из наиболее важных задач, возникающих при проектировании зубчатых передач, является поиск таких значений геометрических параметров исходного контура, которые обеспечили бы экстремальные значения целевой функции. Сложность решения указанной задачи определяется, прежде всего тем, что при формировании целевой функции приходится учитывать несколько критериев качества проектных решений. Методы, позволяющие учитывать многокритериальность исходной оптимизационной задачи, в основном ориентированы на свертывание выбранных критериев в обобщенный критерий и поэтому имеют два основных недостатка. Во-первых, эти методы не гарантируют принадлежность полученного решения парето-оптимальному множеству, во-вторых, получаемое решение является неоднозначным в силу того, что улучшение по одному из критериев может быть компенсировано ухудшением по другому.

Выдвинутая гипотеза [3] о геометрическом резерве совершенствования винтовых, червячных, спироидных и гипоидных передач имеет расчётное подтверждение, заключающееся в следующем.

Задиристость передачи зацеплением увеличивается с увеличением скорости  $V^{(\Sigma)}$  и с уменьшением скорости  $V^{(12)}$ . Поэтому задиристость передачи может характеризовать, в определенной степени, коэффициент [4]

$$K_V = V^{(12)} / V^{(\Sigma)}. \quad (1)$$

Физический смысл: уменьшение (увеличение)  $K_V$  означает увеличение (уменьшение) задиристости зубчатой пары.

При приложении к осям зубчатых колес крутящих моментов в местах

соприкосновения зубьев возникают, как известно, распределённые по площадкам мгновенного контакта (ПМК) усилия, которые принято представлять в виде сосредоточенной силы  $P_N$ , действующей перпендикулярно контактирующим поверхностям зубьев в центральной точке ПМК.

На ПМК в направлении действия  $P_N$  возникают контактные напряжения  $\sigma_H$ . Наибольшее напряжение сжатия, рассчитываемое по известной [10] формуле Герца, имеет место в центре ПМК

$$\sigma_{H \max} = 3P_N / 2\pi ab. \quad (2)$$

Здесь  $a, b$  – величины большой и малой полуоси эллиптической ПМК.

Контактные напряжения  $\sigma_H$  создают в поверхностном слое металла напряжения  $\sigma_K$ , достигающие наибольшего (опасного) значения на некоторой глубине, зависящей от отклонения  $b/a$ . Однако наибольшее касательное напряжение в опасной точке почти не зависит от отношения  $b/a$ :

$$\tau_{\max} \approx 0,32\sigma_{H \max}. \quad (3)$$

Под действием силы  $P_N$  зуб изгибается, и в его основании возникают изгибные напряжения  $\sigma_F$ .

Поскольку усилие  $P_N$  распределено по всей ПМК площадью

$$S = \pi ab, \quad (4)$$

то с увеличением этой площади уменьшаются как контактные, так и изгибные напряжения.

Для двух сравниваемых в дальнейшем передач (индексы "I", "II"), подверженных действию одинаковой силы  $P_N$ , руководствуясь формулами (2)-(4), запишем очевидные тождества

$$\frac{\sigma_{H \max I}}{\sigma_{H \max II}} = \frac{\tau_{\max I}}{\tau_{\max II}} = \frac{S_{II}}{S_I} = \frac{a_{II} b_{II}}{a_I b_I},$$

ядром которой является соотношение

$$K_S = a_{II} b_{II} / a_I b_I. \quad (5)$$

В соответствии с изложенным, коэффициент  $K_S$  характеризует, в определенной степени, сравнительное напряженное состояние зубьев двух передач.

Физический смысл: неравенство  $K_S < 1$  ( $K_S > 1$ ) свидетельствует о меньших напряжениях в зубьях первой (второй) передачи; равенство  $K_S = 1$  свиде-

тельствует о равнонапряженном состоянии зубьев сравниваемых передач.

Численному сравнительному исследованию подвергались гиперболюидные передачи: с зацеплением Новикова (начальные поверхности наименее отклоняются от гиперболюидных аксоидов), с зацеплением типа Новикова (начальные поверхности – конические), с эвольвентным зацеплением (начальные поверхности наименее отклоняются от гиперболюидных аксоидов), с эвольвентным зацеплением (начальные поверхности – конические), глобуидная передача.

Коэффициент  $K_V$  задиростойкости и коэффициент  $K_S$  сравнительного напряженного состояния зубьев – функции угла  $\alpha_1$  поворота ведущего колеса. Коэффициенты вычислялись на угле  $\alpha_\omega$  (град) продолжительности зацепления пары зубьев, то есть при  $\alpha_1 \in [-0,5\alpha_\omega; 0,5\alpha_\omega]$ , по формулам (1) и (5) на основании функциональных выражений качественных показателей  $V^{(\Sigma)}$ ,  $V^{(12)}$ ,  $a, b$  из работы [2], на основании уравнений активных поверхностей зубьев и ортов нормалей к ним из работ [2], [4], для угловой скорости ведущего колеса  $\omega_1 = 1$  рад/сек, для фиксированных (одинаковых для сравниваемых передач) значений нагрузки  $P_N$ , коэффициент Пуассона и модуля упругости Юнга [10]. Геометро-кинематические параметры зубчатых колёс и передач:  $m_n = 3$  мм;  $Z_1 = 13$ ,  $Z_2 = 54$ ;  $E = r_1 + r_2$ , ( $r_1 = r_2 = 26,344$  мм);  $u_0 = 1/i = 0,2407$ ;  $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ , ( $\beta_1 = 74^\circ 34'$ ,  $\beta_2 = 15^\circ 26'$ ).

Результаты вычисления отражены на рисунках 1-3. На этих рисунках из четырёх рассматриваемых типов гиперболюидных передач лишь передача №3 обладает линейным (до упругого сближения) контактом зубьев, остальные же три типа (№№ 1, 2, 4) гипоидных передач – точечным контактом. В связи с этим для передачи №3 на рисунке 2 помещена дополнительная информация, включающая, наряду со срединной точкой линии мгновенного контакта, также и концевые её точки.

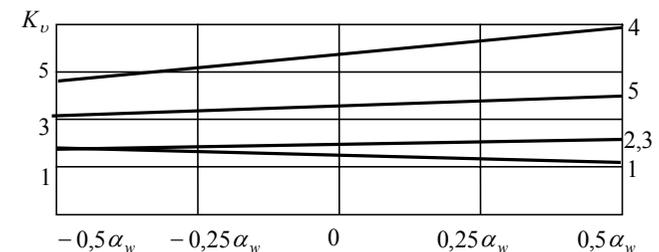


Рисунок 1 – Коэффициент  $K_V$  задиростойкости зубьев гиперболюидных передач:

1 – с зацеплением Новикова (начальные поверхности наименее отклоняются от гиперболюидных аксоидов); 2 – с зацеплением типа Новикова (начальные поверхности – конические); 3 – с эвольвентным зацеплением (линия с из рисунка 2; начальные поверхности наименее отклоняются от гиперболюидных аксоидов); 4 – с эвольвентным зацеплением (начальные поверхности – конические); 5 – глобуидная передача

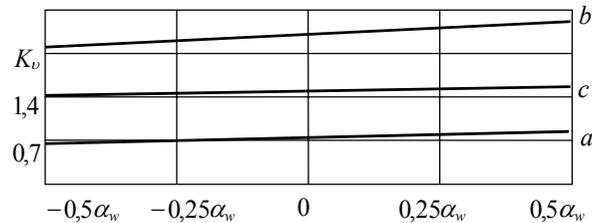


Рисунок 2 – Гипоидная передача с эвольвентным зацеплением (на рисунке 1 – номер 3).

Коэффициент  $K_v$  задиристости зубьев:

$a, b$  – в концевых,  $c$  – в срединной точках линии мгновенного контакта

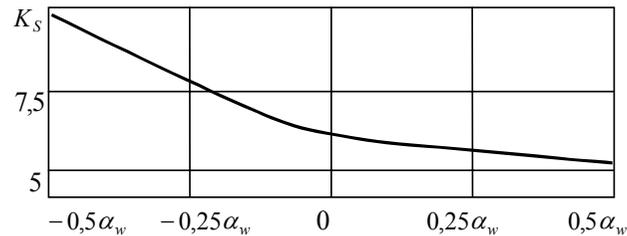


Рисунок 3 – Коэффициент  $K_s$  сравнительного напряженного состояния зубьев гипоидных передач с зацеплением типа Новикова (в формуле (5) – передача I ; начальные поверхности – конические) и с зацеплением типа Новикова (в формуле (5) – передача II ; начальные поверхности наименее отклоняются от гиперболоидных аксоидов)

Передачи №1 и №3 нарезаются долбьями, подача которых осуществляется вдоль образующей гиперболоидного аксоида при перекрещивании оси долбяка и сои нарезаемого колеса; передачи №2 и №4 нарезаются резцовыми головками.

По задиристости зубьев (рисунок 1 и 2): 1) существенно более высоким "рейтингом" обладают передачи №1 и №3, начальные поверхности которых наименее отклоняются от гиперболоидных аксоидов; 2) новиковский вариант зацепления доминирует над эвольвентным; 3) самым высоким "рейтингом" обладает передача №1, самым низким – передача №4, промежуточное положение занимают передачи №2 и №3, №5: коэффициент  $K_v$  передачи №1 в 1,5 ... 5 раз меньше коэффициента  $K_v$  передач №2, №3, №4.

**Выводы.** Из рисунка 3 видно, что площадь площадки мгновенного контакта передачи №1 в 5,5...9 раз превышает площадь площадки мгновенного контакта передач №2-№5, следовательно, упругонапряженное состояние зубьев гиперболоидной передачи с зацеплением Новикова существенно ниже упругонапряженного состояния зубьев гиперболоидной передачи с зацеплением типа Новикова, что показывает большую перспективность зацепления Новикова, чем эвольвентного зацепления.

**Список литературы:** 1. ГОСТ 16530-70. Передачи зубчатые. Термины, определения и обозначения. – М.: Изд-во стандартов. – 1971. – 70с. 2. Грибанов В.М., Клипаков Н.В. и др. Качественные показатели зубчатых гиперболоидных передач Новикова внешнего зацепления, нарезаемых цилиндрическими косозубыми долбьями // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – 2002. – №10. – Том 4. – С.77-86. 3. Грибанов В.М. Теория гиперболоидных зубчатых передач. – Луганск: Изд-во Восточноукр. нац. ун-та им. В. Даля, 2003. – 272с. 4. Журавлев Г.А., Иофис Р.Б. Гипоидные передачи. Проблемы и развитие. – Ростов-на-Дону: Северо-Кавказ. науч. Центр высшей школы, Изд-во РГУ, 1978. – 147с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 6. Мединцева Ю.В., Хмеловский Т.Г. Многокритериальный синтез исходного контура гипоидной зубчатой передачи Новикова // Вестник национального технического университета "ХПИ". – 2005. – №40. – С.187-195. 7. Мерцалов Н.И. Зубчатая передача между непересекающимися осями. – М.: Госмашметиздат, 1932. – 208с. 8. Писманик К.М. Гипоидные передачи. – М.: Машиностроение, 1964. – 227с. 9. Проектирование зубчатых конических и гипоидных передач. Инструкционные материалы фирмы "Глиссон" (США). – М.: Машгиз, 1963. – 274с. 10. Сопrotивление материалов: Учебник для вузов / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Вища Школа. Головное изд-во, 1979. – 696с. 11. Stribek. Versuche mit Schneckengetriebe, Z. – VDI, 1897. -936s. 12. Strübler. Z. für Math. Und Physik. – B.60. – 1911.

Поступила в редколлегию 11.04.11

УДК 62-233.3+621.833

**І.Є. ГРИЦАЙ**, д.т.н., проф., зав. кафедри ТМБ НУ "Львівська Політехніка"  
**В.І. ВІЛЬШАНЕЦЬКИЙ**, аспірант каф. ТМБ НУ "Львівська Політехніка"

### УДОСКОНАЛЕННЯ ТЕХНОЛОГІЇ ВИГОТОВЛЕННЯ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС НА ОСНОВІ НОВОГО МЕТОДУ ЗУБОНАРИЗАННЯ

Розглянуто нові способи виготовлення синусоїдальних зубчастих коліс, в основі яких – використання для формоутворення тонкої дискової (відрізної) багатозубчастої фрези. Розроблена порівняльна характеристика з найбільш застосовуваним методом виготовлення евольвентних коліс. Проведено співставлення евольвентних і синусоїдальних профілів.

Рассмотрены новые способы изготовления синусоидальных зубчатых колес, в основе которых – использование для формообразования тонкой дисковой (отрезной) многозубчатой фрезы. Разработана сравнительная характеристика с наиболее применяемым методом изготовления эвольвентных колес. Проведено сопоставление эвольвентных и синусоидальных профилей.

A new ways of making sinusoidal gears which are based on using for forming a thin disk (cutting) many pronged mills was considered. Comparative characteristic was developed by the most used method of manufacturing evolvent gear wheels. Comparison of sinusoidal and evolvent gears profiles was held.

**Актуальність задачі.** Зубчасті колеса є невід'ємними деталями сучасних машин, що на найближчу перспективу у більшості галузей застосування не мають альтернативи. Вони становлять багаточисельну групу деталей серед-

ньої складності і працемісткості, які виготовляють значними річними обсягами в усіх галузях машинобудування.

Серед великої різноманітності цих передач найбільшого застосування набули евольвентні передачі і евольвентне зачеплення. Порівняно з іншими видами передач (циклоїдними, арковими, зачепленням Новикова та ін.) евольвентні зубчасті передачі є найуніверсальнішими і найширше освоєними.

У технології виготовлення редукторів і коробок швидкостей операції нарізання зубців є найбільш складними і працемісткими. Загалом, на виготовлення зубчастих коліс припадає 10-12% загальної працемісткості машин, а за окремими групами обладнання та з врахуванням виробництва запасних частин – до 35-40%.

Основним методом попереднього прорізання впадин та півчистої обробки зубчастих коліс модулем 1-25мм є зубофрезерування модульними черв'ячними фрезами; протягом тривалого часу його використовують також для чистої обробки загартованих зубчастих коліс замість шліфування. Показником цього стану є факт, що більше половини парку зубонарізних верстатів складають зубофрезерні верстати, що працюють в умовах обкочування [1].

Черв'ячні фрези належать до найскладніших у виготовленні та найбільш вартісних різальних інструментів, які потребують також значних затрат на переагострення за повний період стійкості. За даними [2], витрати на зубонарізний інструмент виносять не менш, ніж 50% собівартості усього процесу зубообробки, а на собівартість зубонарізання припадає 50-60% витрат на механічну обробку зубчастих коліс.

Процесам нарізання зубчастих коліс черв'ячними фрезами належить ключове місце у технології виготовлення цих деталей. Продуктивність, якої досягають на вказаних операціях визначає продуктивність технологічних процесів виготовлення зубчастих коліс загалом; витрати засобів та часу зубофрезерування становлять основну частку затрат на їх механічну обробку, а точність виготовлення коліс та експлуатаційна якість передач залежить від точності, якої досягають на операціях попереднього зубонарізання.

Історія цього методу налічує понад півтора століття. Протягом цього часу неперервно удосконалювалися процес, обладнання та інструменти. Піку свого розвитку метод обкочувального зубофрезерування черв'ячними фрезами набув у наш час, коли його технологія базується на засадах високошвидкісного різання, її реалізують на зубофрезерних верстатах з укороченими кінематичними ланцюгами, підвищеної жорсткості, точності і потужності (1,8-2,8кВт на модуль), які обладнані сучасними системами програмного керування багатокординатними переміщеннями робочих органів.

Проте, незважаючи на усі впровадження, прогресивні тенденції та нововведення можна стверджувати, що метод зубообробки черв'ячними фрезами не відповідає вимогам сучасного виробництва. Високу якість на операціях попереднього зубофрезерування досягають внаслідок значних зусиль та великих матеріальних витрат. Причина полягає в недоліках процесу різання черв'ячною фрезою, які не можна подолати. Черв'ячна фреза є недосконалим різальним інструментом,

а сам процес різання нею супроводиться низкою негативних явищ, а саме [3]:

- нерівномірне розподілення об'єму припуску між зубцями. При участі у формуванні впадини 10-15 зубців на гвинтовій поверхні в одному циклі осьового переміщення приблизно 50% матеріалу, що усувається, припадає на 2-3 зубці, стійкість яких регламентує час роботи фрези між переагостреннями;

- нерівномірне розподілення припуску між лезами кожного з активних зубців: більша частина припуску усувається боковими вихідними лезами, 30-35% – вершинними, а вхідні леза є найменш завантаженими. Дія обидвох чинників призводить до високої нерівномірності процесу різання, ударних навантажень і вібрацій під час обробки;

- неперервна зміна параметрів зрізів по куту повороту фрези (на гвинтовій поверхні) і на зубцях інструментальної рейки (в торцевій площині колеса і по осі фрези), внаслідок чого відбувається неперервна зміна сили різання, розподіленої між усіма різальними елементами, що створює об'ємне "силове поле", яке періодично змінюється з частотою одного оберту фрези;

- присутність невеликого різання на вершинах зубців внаслідок того, що у формоутворенні приймає участь три леза; результатом цього є збільшення елементарних сил, що діють на передніх поверхнях і сумарної сили різання;

- з сумарного потенційно можливого периметра усіх різальних лез активними є не більш, ніж 30%, внаслідок чого не використовуються повною мірою потенційні можливості цих інструментів і не виправдовуються значні витрати на їх виготовлення;

- методична похибка формоутворення, коли профіль зубця утворюється як огинаюча прямолінійних ділянок виробничої поверхні.

У 50-60-х роках минулого ст. робилися спроби "обійти" ці недоліки шляхом зміни схеми різання черв'ячної фрези. Відомі з багаточисельних джерел різноманітні фрези з прогресивними та вершиннонавантаженими схемами різання, параболічні черв'ячні фрези, фрези т.зв. "рівномірного різання", "рівного зношування", фрези з "постійною товщиною зрізів на вході" і з "постійною товщиною зрізів на виході", проте вони базувалися на хибних теоретичних положеннях про параметри зрізів, надмірній схематизації процесу різання, невірному описанні складних явищ та процесів, що супроводять зубонарізання, внаслідок чого не дали очікуваних результатів і не знайшли практичного використання.

Загалом, можна підсумувати, що черв'ячні фрези використовуються на межі їх технічних можливостей, компроміс між продуктивністю процесу, якістю обробки і витратами не відповідає вимогам сучасного виробництва, а метод черв'ячного зубофрезерування вичерпав можливості і резерви подальшого удосконалення та підвищення ефективності.

Виходом з такого становища можуть бути лише революційні рішення в технології зубонарізання. Істотного прориву у вирішенні проблем зубообробки, багатократного підвищення ефективності процесів нарізання зубчастих коліс можна досягти впровадженням принципово нової технології нарізання зубчастих коліс, який розробляється на кафедрі технології машинобудування НУ "Львівська

політехніка". Це ресурсоощадний, високоефективний, простий у технічному відношенні і універсальний метод нарізання зубчастих коліс дисковою фрезою та шліфування їх профілів дисковим абразивним кругом, зі зміщеними геометричною і кінематичною осями. Його суть, достатньо описана у багаточисельних публікаціях І. Грицяя, полягає в нарізанні зубчастого колеса на звичайному зубофрезерному верстаті з допомогою тонкої (дискової) фрези, встановленої на інструментальну оправку замість черв'ячної фрези, а процес здійснюється в умовах неперервного обкочування, як у звичайному черв'ячному зубонарізанні. Конструктивне переміщення гвинтової поверхні черв'яка в цьому методі замінено періодичним зворотньо-поступальним радіальним переміщенням фрези, яке забезпечується зміщенням її геометричної і кінематичної осей, тобто, геометричним ексцентриситетом при установці (рисунок 1).

Цей метод має найширшу з можливих універсальність, яка полягає у наступному.

1. Дає змогу одним інструментом нарізати колеса не тільки з будь-якою кількістю зубців, як черв'ячна фреза, але також будь-якого модуля, при цьому зміна величини ексцентриситету, який рівнозначний еквівалентному модулю і певному куту зачеплення, може змінюватися у широкому діапазоні безперервно. Крім цього, для даного методу відсутнє поняття "підрізання профілю", тому мінімальна кількість зубців, які можна нарізати, дорівнює 3.

2. Одним інструментом на одному зубофрезерному верстаті можна нарізати колеса практично усіх відомих типів: циліндричні, конічні, черв'ячні (в т.ч. глобоїдальні), одновінцеві і шевронні, прямо- і косозубі, з прямолінійними і гвинтовими зубцями (в т.ч. гіпоїдальні). Нарізані цим методом дослідні колеса з пластмаси показані на рисунку 2. (Як відомо, передачі з гвинтовими зубцями мають набагато вищу навантажувальну здатність і менший рівень шуму, ніж передачі з прямолінійними зубцями, проте практично не використовуються, оскільки для їх виготовлення необхідні спеціальні складні та дорогі верстати).

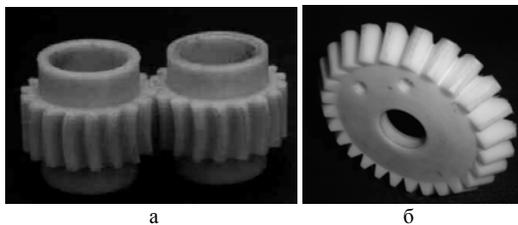


Рисунок 2 – Циліндричні колеса з гвинтовими зубцями (а) і конічне прямозубе колесо (б), нарізані дисковою фрезою на зубофрезерному верстаті

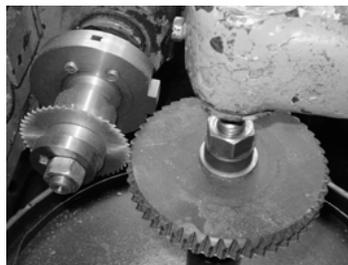


Рисунок 1 – Нарізання зубчастого колеса на зубофрезерному верстаті дисковою фрезою з ексцентриситетом

При нарізанні конічних коліс на верстаті з ЧПК формоутворення забезпечується осьовою подачею інструменту і радіальною подачею стола з заготовкою. В усіх випадках необхідне додаткове порівняно нескладне змінне технологічне спорядження.

3. Для удосконалення цього методу розроблені конструкції додаткових пристроїв, що дозволяють передати обертання від інструментального шпинделя верстата на вісь дискової фрези через додаткову передачу-мультиплікатор. Це дає змогу підвищити частоту обертання дискової фрези у 3-5 разів порівняно з черв'ячною фрезою (рисунок 3) та відповідно, підвищити швидкість різання до 180-250м/хв. На таких швидкостях вже можуть працювати інструменти з твердим сплавом, а продуктивність обробки зростає порівняно з різанням швидкохідними черв'ячними фрезами зростає в декілька разів. Зубофрезерування обкочуванням з допомогою складеної дискової фрези з зубцями з твердого сплаву показано на рисунку 4.

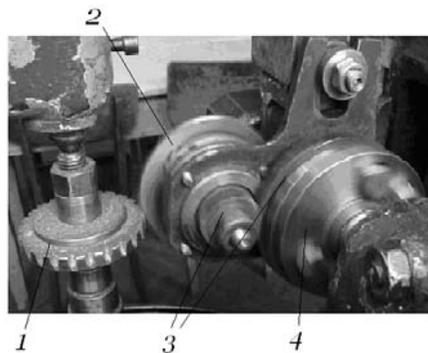


Рисунок 3 – Нарізання зубчастого колеса за допомогою мультиплікатора  
1 – заготовка; 2 – інструмент; 3 – мультиплікатор; 4 – механізм зворотньо-поступального руху

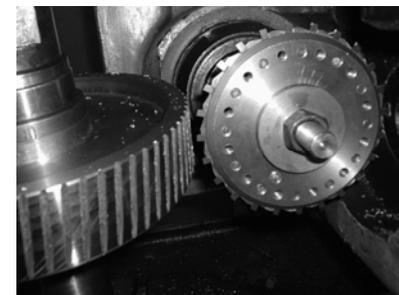


Рисунок 4 – Нарізання зубчастого колеса твердосплавною дисковою фрезою в умовах обкочування

4. Використання мультиплікатора змінює кінематику обкочувального зубофрезерування. При нарізанні зубчастих коліс черв'ячною фрезою треба виконати умову: поворот оброблюваного колеса на один кутовий крок має відповідати одному оберту черв'ячної фрези (осьовому переміщенню витка черв'ячної фрези на крок підйому гвинтової лінії).

Для дискової фрези мультиплікатор дає інше кінематичне співвідношення: поворот оброблюваного колеса на один кутовий крок відбувається при 3-5 обертах дискової фрези (рівне передавальному співвідношенню між віссю шпинделя і віссю фрези). Така зміна дає процесу зубофрезерування принципово нові якісні характеристики, зокрема, збільшує кількість зубців, що різують. Як результат цього досягається наступне:

- розподілення припуску між більшим числом зубців, зменшення сили різання, зменшення пружних деформацій і динамічних навантажень, підви-

щення точності обробки і якості поверхонь зубців;

- можливість виконувати за тою ж схемою, на тому ж зубофрезерному верстаті і з тою ж оснасткою шліфування зубчастих коліс після їх гартування з допомогою тонкого шліфувального круга, товщина якого рівна товщині дискової фрези;

- можливість значного підвищення осьової подачі і продуктивності процесу зубооброблення;

На рисунку 5 наведено графіки, що характеризують похибку профілю зубців – огранювання, нарізаних черв'ячною фрезою (а) та дисковою фрезою обкочуванням (б), на тому ж верстаті. Величина похибки для аналогічних умов (модуль 1мм, зовнішній діаметр фрез 60мм, осьова подача 2,5мм/об) зменшується більш, ніж у 10 разів.

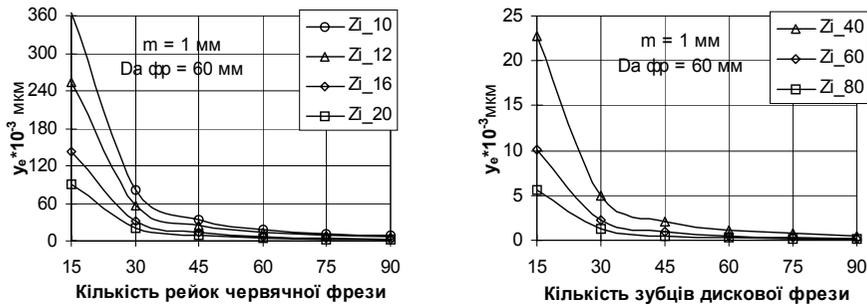


Рисунок 5

На рисунку 6 показано значення головної складової сили різання черв'ячною фрезою (а) та дисковою фрезою (б) для тих же початкових умов. Сила  $P_z$  у нашому випадку зменшується у 100 разів.

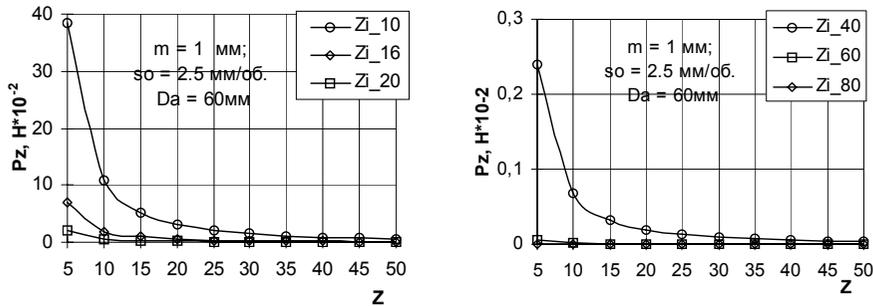


Рисунок 6

У більшості стандартних черв'ячних фрез кількість торцевих зубців (рейок) дорівнює 10 (іноді – 9). У дискової фрези ця кількість може становити от 20 до 60 (обмежується тільки розміром зубця і максимально допустимим з по робочому розміру верстата діаметром фрези). При однаковій подачі на зуб, наприклад, 0,015 мм/зуб, отримуємо:

- осьова подача черв'ячної фрези :  $S_0 = 0,015 \cdot 10 = 0,15$  мм/об.;

- осьова подача дискової фрези з урахуванням передавального співвідношення:  $S_0 = 0,015 \cdot (20 \dots 60) \cdot (3 \dots 5) = 1,5 \dots 4,5$  мм/об.,

тобто, можливе збільшення осьової подачі у 10–30 разів, у стільки ж разів можливе зменшення основного часу обробки.

**Співставлення евольвентних і синусоїдальних профілів.** Кінематика методу, який розглядається забезпечує утворення профілів, відмінних від евольвентних, а саме – синусоїдальних профілів. У цьому зв'язку виникає закономірне питання, як співставляються між собою ці профілі, чи існують умови, за яких вони можуть спрятатися і чи можливо використання змішаної передачі на основі цих зачеплень.

Для цього на основі аналітичного описання профілів отримано функцію їх різниці на куті, що відповідає куту розгорнуті евольвенти. Активна ділянка синусоїдального зубця становить  $\pm 0,6a$ , де  $a$  – величина ексцентриситету фрези, амплітуда коливань вісі. Встановлено, що похибка синусоїдального профілю є функцією числа зубців колеса, а в межах  $20 \leq z \leq 60$  для модулів 1...6мм відхилення профілів лежить в межах від 60мкм ( $m=1$ мм) до 360мкм для  $m=6$ мм. Похибка на вершині зубців при максимальному куті розгорнутості евольвенти рівна:

$$\Delta = a \cdot \left[ \frac{z}{\text{ctg } \alpha_\omega} + \sin(\varphi_a \cdot z) \right] \cdot \sin \alpha_\omega - R_b \cdot \text{tg } \alpha_\omega;$$

$$\varphi_a = \text{inv } \alpha_a - \text{inv } \alpha_\omega,$$

де  $\alpha_\omega$  – кут зачеплення;  $R_b$  – радіус основного кола;  $z$  – кількість зубців колеса;  $a$  – вершина точка профілю зубця.

Залежність відхилення синусоїдального профілю від евольвентного на максимальному куті розгорнутості евольвенти на лінії зачеплення в межах робочої висоти від кількості зубців колеса наведена на рисунку 7.

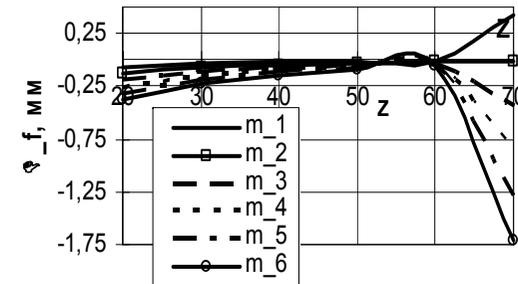


Рисунок7 – Відхилення синусоїдального профілю від евольвентного на максимальному куті розгорнутості евольвенти в межах робочої висоти

Як видно з графіків, різниця між профілями на лінії зачеплення для кількості зубців 54 і 60 рівна нулю, в межах  $z=35-60$  є незначною і різко зростає при  $z>60$ . Для модулів коліс 2мм і близьких до цього значення похибка профілів рівна нулю практично в усьому діапазоні кількості зубців.

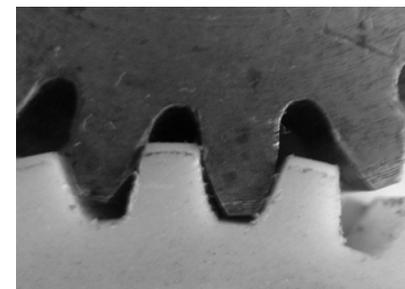
**Використання нового методу в процесах ремонту редукторів.** Технічна простота розробленого методу нарізання синусоїдальних коліс будь-якого типу, мінімальні засоби для впровадження технології, а також наведені вище переваги нового методу в порівнянні з традиційними становлять передумову для його використання в процесах ремонту зубчастих передач.

При ремонті коробок швидкостей після їх розбирання аналізують стан усіх елементів та визначають можливість повторного використання старих деталей, їх відновлення, або повної заміни. Серед зубчастих коліс найчастіше з ладу виходять шестерні, які піддаються найбільшим навантаженням і найшвидше підлягають спрацюванню. Виготовлення нових евольвентних зубчастих коліс усталеними методами (нарізання черв'ячними фрезами, дисковими модульними фрезами тощо) ускладнено внаслідок багатьох причин. Зокрема, евольвентні зубчасті колеса механізмів найчастіше виготовляють модифікованими по профілю, ширині зубця і куту зачеплення, а для виготовлення їх повних відповідників необхідно корегувати різальні інструменти. Проте, параметри корекції після тривалого часу експлуатації редукторів невідомі. З іншого боку, навіть якщо будуть забезпечені усі вимоги до нового колеса, то не буде компенсовано збільшений зазор внаслідок спрацювання парного колеса.

Встановлено, що синусоїдальні зубчасті колеса можуть працювати в парі з евольвентними. Доведено, що в межах активної ділянки синусоїдального зубця  $\pm 0,6 a$  ( $a$  – ексцентриситет фрези) похибка синусоїдального профілю залежить тільки від кількості зубців колеса. В межах  $20 \leq z \leq 60$  для модулів 1...6мм відхилення профілів на вершині зубців при максимальному куті розгорнутості евольвенти не перевищує 60мкм для  $m=1$ мм та 360мкм для  $m=6$ мм (рисуюнок 5).

Незначні відхилення профілів синусоїди і евольвенти дають підстави для впровадження в практику ремонту силових редукторів і коробок швидкостей гібридних синусоевольвентних передач, в яких одне з коліс евольвентне, а друге – синусоїдальне. Дослідний зразок гібридного зачеплення наведено на рисунку 8.

В розробленому методі зубонарізання можливість плавної зміни ексцентриситету в широкому діапазоні дає змогу підібрати довільне значення еквівалентного модуля синусоїдального колеса. Це значення повинно задовольняти вимогам: забезпечення заданої міжосьової віддалі, збереження передавального співвідношення між валами, а також має врахувати стан парного колеса і витримати допуск бокового зазору в передачі з урахуванням спрацювання зубців парного колеса. Значення еквівалентного модуля замінюваного колеса може не відповідати стандартному або нормалізованому ряду, наприклад дорівнювати 3,19мм або 5,78мм.



Рисуюнок 8 – Синусоевольвентне зачеплення

Таким чином, нова технологія дає змогу спростити процеси ремонту редукторів, а часто є єдиною можливим способом виготовлення дорогих деталей, якими є зубчасті колеса.

#### **Висновки:**

1. Традиційна технологія зубонарізання черв'ячними фрезами вичерпала резерви подальшого покращення і удосконалення.
2. Розроблено новий високоефективний метод нарізання зубчастих коліс практично усіх типів і видів, який є широкоуніверсальним, високоефективним та матеріалоощадним, він дозволяє у разі підвищити продуктивність зубонарізання, зменшити витрати і собівартість процесу зубообробки.
3. Розроблений метод створює передумови для впровадження синусоїдальних передач як таких, що мають вищі експлуатаційні властивості, в трансмісії сучасних машин та заміни у багатьох випадках традиційних евольвентних передач.
5. Метод спрощує, а в окремих випадках уможливує ремонт коробок швидкостей і редукторів на основі гібридних синусоевольвентних зубчастих передач.

**Список літератури:** 1. Сахаров А.З. Исследование процесса зубофрезерования косозубых колес многозаходными червячными фрезами // Прогрессивные процессы машиностроения: Межвед. сб. науч. трудов ВолгПИ. – Волгоград, 1982. – С.31-38. 2. Тайц Б.А. Точность и контроль зубчатых колес. – М.: Машиностроение, 1972. – 368с. 3. Грицай І.Є. Теоретико-прикладні основи комплексних наукових досліджень процесу нарізання зубчастих коліс. – Львів: Сполом, 2009. – 254с.

Надійшла до редколегії 30.04.11

**А.В. ЗАХАРЧЕНКО**, старший преподаватель каф. АТ Университета "Украина", г. Киев

### ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КРИТЕРИЙ В ТРИБОСОПРЯЖЕНИЯХ КАК ХАРАКТЕРИСТИКА ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА

На основании современных трибологических источников предлагается аналитический обзор путей решения проблемы выбора по температурному критерию в трибосопряжении смазочного материала, который соответствует конкретным условиям эксплуатации. Систематизированы требования для нахождения пороговых значений установившейся химической реакции смазочного материала на поверхности трения, которая может быть охарактеризована определённым параметром, поддающимся численной оценке и есть необходимым для технической диагностики трансмиссионных масел.

На підставі сучасних трибологічних джерел пропонується аналітичний огляд шляхів вирішення проблеми вибору за температурним критерієм у трибосопряженні мастильного матеріалу, який відповідає конкретним умовам експлуатації. Систематизовано вимоги для знаходження порогових значень сталої хімічної реакції мастильного матеріалу на поверхні тертя, яка може бути охарактеризована за певним параметром, що піддається чисельній оцінці і є необхідним для технічної діагностики трансмісійних олів.

On the basis of tribology sources the analytical review of the ways to resolve the problem of choice according to the temperature criterion in the tribolinkings of oil material appropriate for the specific conditions of operation is suggested. The requirements are systematised for detection of threshold values of the resulting chemical reaction of oil material on the friction surface that is characterised with the quantitatively assessed parameter needed for technical diagnostics of gear oils.

Граничные смазки, зависящие от химической реакции, пригодны для высоких нагрузок, высоких температур и высоких скоростей скольжения и ограничены в применении химически активными металлами. Такие условия обычно называют "приводящими к задиру", но наибольшую опасность среди них представляют высокие температуры.

**Постановка проблемы.** При трении смазанных поверхностей происходит нагрев смазочного материала (СМ) и соприкасающихся тел. Поэтому нередко при сравнительных испытаниях масел оценку их качества производят по величине его нагрева на участке, где имеет место трение. Как давно общеизвестно [1-4], лучшим считается тот СМ, при котором получается наименьшая температура в узле трения. Температурный критерий основывается на гипотезе Блока [5], по которой разрушение смазочного слоя (ССл) на поверхности контакта происходит при достижении критической температуры  $T_{кр}$  или "температуры заедания". При этом не отрицается, что данный критерий не отражает всей сложности физических и химических процессов, имеющих место в зоне контакта [6-9].

Важным фактом на практике является существование при смешанном и

граничном трении  $T_{кр}$  для СМ на поверхности трения (ПвТ). При температуре выше  $T_{кр}$  коэффициент трения  $f$ , износ и перенос материала с одного тела на другое возрастают, и пара трения быстро разрушается. При некоторых условиях это явление можно наблюдать как при повышении, так и при понижении температуры. Обширные исследования по изучению механизма влияния  $T_{кр}$  были проведены Р.М. Матвеевским [10, 11]. При исследовании долговечности конических и гипоидных зацеплений [12] в условиях смазки маслами с присадками и без также были рассчитаны  $T_{кр}$  разрушения ССл. По исследованиям Т. Фоула [13], единственным подтверждённым практикой эксплуатации зубчатых колёс является критерий  $T_{кр}$ . Расхождение расчётных и экспериментальных значений  $T_{кр}$  может быть обусловлено рядом причин. Например, заметный вклад в процесс теплообразования вносят трибохимические реакции на пятнах фактического контакта, что не учитывается в расчётах [14]. Р.М. Матвеевским совместно с М.М. Хрущовым был разработан метод определения температурной стойкости ССл при трении [15, 16]. Под температурной стойкостью СМ подразумевается возможность сохранять смазочную способность при трении под воздействием объёмных  $T_{об}$  или поверхностных  $T_{п}$  температур. А в случае присутствия в смазочной композиции химически-активных веществ метод даёт возможность установить температуру химической реакции присадки или продуктов её разложения с материалом ПвТ [17].

**Анализ последних исследований и публикаций** следует начать с того, что условия работы СМ в зубчатых передачах определяются тремя факторами: температурой, частотой вращения зубчатых колёс и давлением в зоне контакта [18, 19]. В зоне контакта трущихся тел происходит постоянное перераспределение нагрузки с одной неровности на другую. Этот процесс вызван и сопровождается как износом, так и тепловым расширением контактирующих выступов. В результате происходит постоянное изменение температурного поля в контакте, а отдельно взятый выступ подвергается периодическому тепловому и механическому нагружениям [14]. Автором [20] отмечается возможность повышения противозадирной стойкости контакта в широких пределах при соответствии качества СМ температурным условиям пары трения. Впервые измерение температурных всплесков  $T_{всп}$  было выполнено Боуденом и Ридлером [21, 22]. Непрерывно возникающие  $T_{всп}$  при рассеивании тепла в материал ПвТ и в ССл приводят к постепенному нагреву ПвТ и СМ, особенно в условиях граничной смазки, когда отсутствует отвод тепла в большой объём СМ, и он не выполняет функции охлаждающей жидкости. В зависимости от интенсивности  $T_{всп}$  этот нагрев может быть больше или меньше [17]. Калориметрические исследования энергетического баланса внешнего трения показали, что в основном работа силы трения  $F_T$  превращается в теплоту и лишь 4-7% этой работы идёт на изменение внутренней энергии ПвТ [23-25].

В работе [26] рассмотрены, составлены и оценены три подхода, которые позволяют определить тепловой режим в контакте зубьев. Предполагается

развитие и уточнение методики расчёта применительно к каждой конкретной задаче на стадии проектирования и конструирования различных ЗП, работающих со смазкой. Авторами [27] сделан обзор по определению реологических свойств СМ и присадок, используемых в технических и технологических циклах при больших контактных нагрузках, и делается вывод о необходимости учёта баротермических свойств СМ для более точного описания их трибологического поведения.

Давление в зоне контакта  $p$ , скорость скольжения  $v$  и коэффициент трения  $f$  определяют теплонапряжённость масляной плёнки, разделяющей сопряжённые поверхности. Величина  $fpv$  [28] характеризует интенсивность тепловыделения при трении и температуру масляной плёнки в зоне контакта. Предлагается [29] использование комплекса  $fpv$  – удельной тепловой мощности трения, для оценки износостойкости узлов трения. Выявлена чёткая дифференциация зависимости интенсивности изнашивания от комплекса  $fpv$ , который позволяет объективно сравнивать противоположные характеристики различных материалов. Показано [29], что возрастание  $fpv$  свидетельствует об ухудшении триботехнических характеристик пары трения и предлагается аналитическая зависимость текущей температуры от комплекса  $fpv$ .

Вместе с тем указывается [30] на разработанную для расчётов зубчатых передач, систем "кулачок-толкатель", подшипников качения контактно-гидродинамическую теорию, однако положенные в её основу математические модели не имеют простых решений и сейчас применяются только для расчётов величины зазора; расчётные же значения температуры и трения не согласуются с экспериментальными. Для устранения этих расхождений проведены описанные исследования, в ходе которых разработана новая, неизотермическая модель расчётов, учитывающая выделения тепла в зоне контакта вследствие окисления и сдвига масляной плёнки и неньютоновское течение смазки. Авторами [31] отмечается, что прямое измерение (непрерывный контроль)  $T_{OB}$  масла в передачах имеет большое значение при автоматизации производственных процессов.

Температурный режим работы СМ в агрегатах трансмиссии, как сложной системы, изменяется в широких пределах и зависит при установившемся режиме работы от многих факторов, определяющих поступление тепла в трансмиссию и его отвод, и в первую очередь – от нагрузочно-скоростного режима [32]. Общеизвестно, что пусковые свойства и длительная работоспособность трансмиссионных масел должны обеспечиваться в интервале температур от  $-60^{\circ}\text{C}$  – температура холодного пуска в районах Крайнего Севера – до  $120-130^{\circ}\text{C}$  (а в некоторых случаях и до  $150^{\circ}\text{C}$ ) – рабочей  $T_{OB}$  масла. При этом фактическая температура масла в зоне контакта зубьев шестерён, как правило, на  $150-250^{\circ}\text{C}$  превышает  $T_{OB}$  [28, 33]. Среднеэксплуатационная рабочая температура в агрегатах трансмиссий автомобилей не превышает преимущественно  $90^{\circ}\text{C}$ . Максимальная температура при этом колеблется в пределах  $150-200^{\circ}\text{C}$  [34], а в местах контакта зубчатых зацеплений до  $300^{\circ}\text{C}$  и выше [35]. Основным определяющим фактором при этом является рабочая

температура поверхности раздела  $T_{II}$  [36]. При сухом трении двух твёрдых тел разогрев границы раздела может достигать весьма высоких значений (до  $1000^{\circ}\text{C}$ ). Даже в условиях эффективной смазки контактирующие поверхности иногда нагреваются до  $600^{\circ}\text{C}$ . Столь значительный разогрев может вызвать существенные изменения структуры и свойств поверхностных слоёв, например их рекристаллизацию [37].

Фракции минеральных масел без присадок редко обеспечивают удовлетворительные результаты при смазке современного оборудования. Трансмиссионные масла без присадок применяют ограниченно, так как по ряду показателей они не соответствуют современным требованиям эксплуатации. Их производство сохраняется для смазывания машин и механизмов с зубчатыми передачами, которые работают при невысоких оборотах, относительно небольших удельных нагрузках в узлах трения, а  $T_{OB}$  не превышает  $50-70^{\circ}\text{C}$  [33]. Диапазон температур, в котором могут эксплуатироваться нелегированные нефтяные масла, ограничен:  $-40-100^{\circ}\text{C}$  (в отдельных случаях  $150^{\circ}\text{C}$ ). Расширение температурного диапазона эксплуатации нефтяных масел достигается введением легирующих присадок [14], например, сульфидов, хлоридов, фосфорных присадок и др. [38]. Образова с металлами химические соединения, присадки могут оказывать защитное действие при  $T_{II}$  до  $200-250^{\circ}\text{C}$ , а проявляют своё действие при сравнительно высокой  $T_{II}$  – порядка  $150-200^{\circ}\text{C}$  [15]. При испытании смазочных композиций с легирующими присадками  $T_{KP}$ , указывающая на разрушение масляной плёнки, может быть не получена даже при очень высоких температурах (до  $400^{\circ}\text{C}$ ). Но в этом случае определённая температура, при которой возникает падение  $F_T$  или  $f$  и возрастание износа, является температурой установившейся химической реакции [17].

Оценка разрушения смазочных плёнок, содержащих антизадирные присадки типа S, Cl, P, более сложна, чем в случае масел без таких присадок. Расчётные  $T_{KP}$  для масел с указанными присадками обычно выше  $300^{\circ}\text{C}$ . В отличие от нелегированных нефтяных масел, высокая  $T_{OB}$  смазочной плёнки благоприятна для возникновения химической реакции присадки с поверхностью металла и может способствовать увеличению температуры заедания в результате хемосорбционного действия присадок [17], а расчётные значения критических мгновенных температур могут быть весьма высокими ( $300-400^{\circ}\text{C}$ ) [39, 40]. После разрушения ССл и возникновения при соответствующих температурах химически модифицированного слоя происходит снижение  $f$  [41].

Результатом работы исследователей компании Мобил явилось создание масел серии Mobil gear 600 [42], которые рекомендуется применять в закрытых зубчатых передачах общего назначения с циркулированием или разбрызгиванием СМ, функционирующих при средней рабочей температуре масла до  $110^{\circ}\text{C}$ . Для червячных передач, работающих при температуре масла выше  $95^{\circ}\text{C}$ , рекомендуются продукты серии Mobil Glygoyle HE или серии Mobil SHC 600.

В работе [43] установлено, что между изменениями скорости изнашивания и изменениями способности к рассеиванию тепла трущихся тел имеется прямая

связь – эти изменения влияют на тепловое состояние контактирующих слоёв и кинетику образования оксидов. Там же показано, что тепловые эффекты при трении являются определяющими для обеспечения оптимального теплового состояния износостойких материалов, обладающих способностью к образованию защитных оксидных слоёв. В материалах статьи [44] приводится разработанный подход учёта эффективных приведенных теплофизических параметров системы поверхностного слоя; рассмотрены предельные случаи возникновения недопустимых температур на ПвТ и  $T_{BCП}$  на фактическом пятне касания при изменении времени теплового импульса, толщины поверхностных плёнок, параметров микрогеометрии поверхностей исходных материалов. Применение легирующих присадок к СМ усложнило оценку их смазочной способности, в разном диапазоне температур зависящей от трёх групп факторов. В реальных условиях работы различных узлов трения может наблюдаться совместное действие некоторых или всех указанных факторов [15]. Систематизация данных о трении и изнашивании при граничной смазке в присутствии химически активной смазочной среды на основе термодинамических представлений позволяет получить количественные зависимости для прогнозирования эффективности смазочного действия с применением в случае необходимости методов интер- или экстраполяции [45].

Оценка температурной стойкости базового масла с различными присадками показывает положительный эффект от введения присадок (заметное снижение  $f$  при всех температурах испытания по сравнению с данными для масла без присадки). Согласно [46], температуры химической реакции присадок и материала ПвТ связаны с температурами разложения тех же присадок.

Подбор присадок с заданной температурой разложения может представлять значительный интерес при создании новых противоизносных, противозадирных и антифрикционных присадок к смазочным маслам [47]. Температура начала взаимодействия противозадирных присадок с металлом определяет условия их применения и правильность выбора [48-51]. Присадки не должны реагировать с поверхностью металла при  $T_{Об}$ , чтобы не вызывать коррозию, но должны вступать в реакцию при температурах контакта [52, 53]. Поэтому при подборе присадок и выборе смазочных композиций необходимо иметь представление о температурах, возникающих на ПвТ [41]. С ростом частоты вращения возможно увеличение нагрузки заедания, что связано с трибохимическими процессами в контакте и образованием защитных плёнок на ПвТ. Трибохимические процессы становятся более существенными, так как при высоких частотах вращения увеличивается теплонапряжённость контакта в процессе задира (возрастают  $T_{Об}$  и  $T_{II}$ ) [39].

При больших температурах защитные плёнки, непрерывно возникающие вследствие химической реакции, предотвращают образование металлического контакта между ПвТ. Фактически происходит периодическая локализация возникающих очагов заедания. Поэтому уместно предположить, что температура разложения СМ не является единственным показателем несущей способности пары трения по заеданию. Факт роста задиростойкости зубчатых

колёс при увеличении  $T_{II}$ , начиная  $c \approx 250^\circ\text{C}$ , является подтверждением этому [54]. Поэтому становится понятным внимание, с которым исследователи относятся как к изучению условий, при которых имеет место заедание, так и к исследованию кинетики процесса заедания. Ряд исследователей обращает внимание на многостадийность процесса заедания [55-58].

Важно отметить, что на первой стадии заедания согласно "диаграмме переходов", приведённой в работах [59, 60], переход к заеданию при относительно невысоких скоростях происходит от частично ЭГД смазки к граничной и лишь затем – к режиму заедания. При высоких скоростях переход происходит непосредственно от частично ЭГД режима к заеданию (рисунок 1) [61]. Эти представления, а также анализ работ [37, 58] позволяют рассматривать процесс заедания как кинетический, на первой стадии которого происходит разрушения ССл, а на второй – образование и разрушение в процессе относительного перемещения адгезионных связей между контактирующими поверхностями.

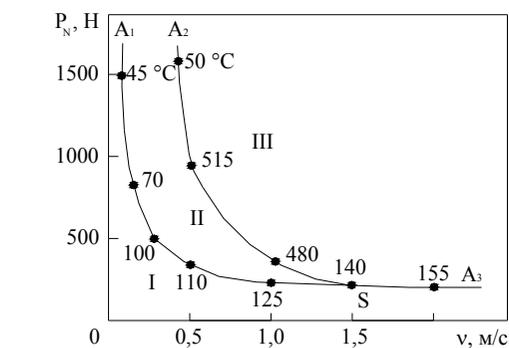


Рисунок 1 – "Диаграмма переходов" по Бегелингеру:  
I – зона частичной эластогидродинамической смазки;  
II – зона граничной смазки; III – зона заедания" [61]

Анализ изменения  $f$  при варьировании нагрузки и скорости, т.е. стадий реализации процесса заедания (рисунок 2) [62] позволяет установить, что зона II соответствует тяжёлому режиму граничной смазки, когда в результате трибохимических процессов [63] на ПвТ образуются толстые полимерные плёнки [64] либо металлоорганические соединения [65], либо химически модифицированные слои [66]. Образование этих защитных слоёв, по-видимому, возможно лишь при определённом соотношении нагрузки и скорости. За пределами этого соотношения при разрушении ССл, называемого авторами [67], "частично ЭГД", имеет место немедленный переход к заеданию [62]. Таким образом, увеличение скорости относительного перемещения трущихся тел приводит к увеличению  $T_{КР1}$  и  $T_{хм}$  и мало влияет ( $y \approx m$ ) на величину  $T_{КР2}$ . Это позволяет объяснить предложенную Бегелингером и Де Ги диаграмму: как переход от зоны I в II, а из неё в III, так и непосредственный переход из зоны I в III при соответствующих соотношениях  $P_N$  и  $V_{Sl}$  [62].

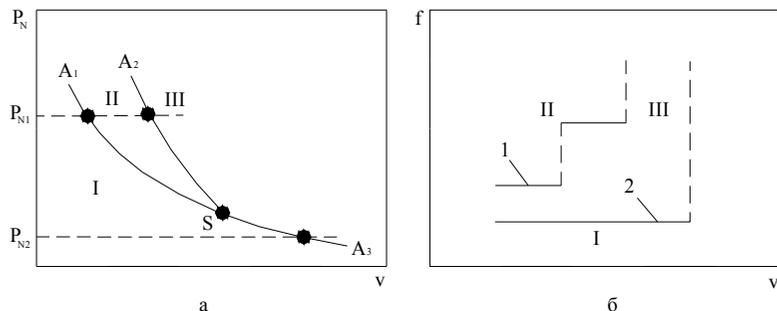


Рисунок 2 – "Диаграмма переходов" по Бегелингеру и Де Ги (а) и зависимость коэффициента трения  $f$  от скорости  $v$  при нагрузках  $P_{N1}$  (1) и  $P_{N2}$  (2) (б): I – зона частично ЭГД-смазки; II – зона "граничной" смазки; III – зона заедания" [62]

Поэтому, по мнению авторов [61] участок  $A_1SA_2$  на рисунке 1 можно рассматривать как переходный между граничной смазкой и режимом заедания. Это является следствием эффекта экранирующего действия тонких граничных плёнок на ПвТ, что и установлено путём корректного определения приведённых теплофизических параметров системы "граничная плёнка – металл" [62].

В качестве объяснения этой диаграммы предлагаются [62] трёхстадийная модель заедания при граничной смазке и влияние экранирующего действия смазочной плёнки при расчёте температуры в трибологическом контакте. На основе трёхстадийной модели заедания получены кинетические уравнения для расчёта  $T_{KP}$  масла при трении, т. е. температур, при превышении которых наблюдается переход к заеданию. Другими словами заедание имеет место, если  $T > T_{KP}$ , где  $T$  – суммарная температура в контакте трущихся тел известная из работы [55] как  $T = T_{Об} + T_{ВСП}$ . Корректность расчётных уравнений экспериментально подтверждена в работах [68, 69]. Тем не менее, ряд аспектов механизма перехода к заеданию (рисунок 3) [61] остаётся невыясненным.

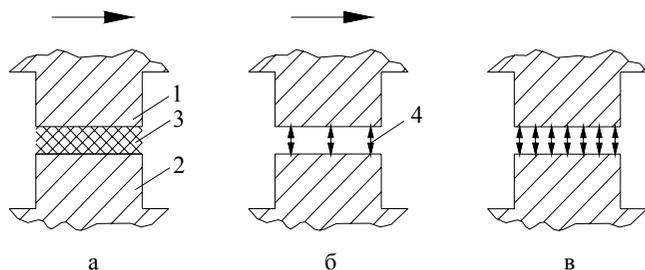


Рисунок 3 – Схема реализации процесса заедания при граничной смазке: а – начальная; б – разрушение граничного слоя, образование и разрыв адгезионных связей между движущимися поверхностями; в – образование критического числа адгезионных связей между поверхностями и схватывание этих поверхностей (стадии "б" и "в" могут быть совмещены); 1, 2 – контактирующие тела; 3 – граничный слой; 4 – адгезионные связи [61]

А.С. Ахматов считает, что время, протекающее от момента возникновения контакта до его ликвидации, является одной из важнейших характеристик элементарного акта трения [70]. Величина и продолжительность существования  $T_{ВСП}$  в рассматриваемой точке контакта оказываются достаточными для того, чтобы произошли структурные и фазовые превращения в тонком поверхностном слое. Эти превращения могут играть решающую роль в снижении выносности активными поверхностями сопряжённых деталей, а затем и их разрушения. Разрушение активных поверхностей зубьев в условиях заедания начинается в узких зонах минимальной выносности [71]. Это обстоятельство даёт основание предполагать, что вероятной причиной разрушения граничного слоя является проявление  $T_{ВСП}$  в результате скольжения внутри слоя по плоскости симметрии граничной системы в целом. Это утверждение основано на наблюдениях А. С. Ахматова, заключающихся в том, что граничные слои СМ всегда разрушаются изнутри и никогда снаружи. Авторами [61] рассматривается соответствие трёх стадий  $T_{ВСП}$  трём стадиям процесса заедания на примере цилиндрических эвольвентных передач. Определение зон минимальной выносности является естественным продолжением успешно разрабатываемого научного направления [72, 73] и связанного с исследованием формы естественного износа в формулировке Д.Н. Решетова [74]. Естественно, что наиболее упрочняемыми зонами должны стать зоны минимальной выносности. Это позволит повысить показатели надёжности так называемых самых "слабых" деталей.

И ещё на одном научном аспекте рассматриваемой проблемы акцентируют своё внимание авторы работы [61]: как показано выше, теоретическая продолжительность единичного фактического контакта для зубчатых передач находится в пределах  $10^{-3}-10^{-13}$  с при напряжениях  $10^3 \text{ Н/мм}^2$  в полюсе зацепления и окружных скоростях от 5 до 150 м/с. За этот промежуток времени при реализации процесса заедания должны произойти все три его стадии: разрушение ССл, разрушение вторичных структур и возникновение единичных адгезионных связей с переходом к их критическому числу с последующим возникновением лавинного процесса заедания. Оценить реальную продолжительность каждой из стадий затруднительно. Однако, если сравнить продолжительность контактирования с продолжительностью пребывания молекулы СМ в адсорбированном состоянии при данной температуре, то можно выяснить, успеет ли произойти стадия разрушения граничного слоя на примере нелегированного СМ в контакте зубьев стальных зубчатых колёс. Продолжительность пребывания молекул СМ в адсорбированном состоянии оценивается по формуле Я.И. Френкеля [75]:

$$t = t_0 \exp(E/R \cdot T).$$

Согласно данным работы [76] величина  $t = (4,8-13) \times 10^{-9}$  с при температуре в контакте в момент заедания (428-438)К и скорости относительного перемещения 2,5-6 м/с.

Для зубчатых передач общемашиностроительных редукторов [77] средними величинами основных параметров являются следующие:  $m=5 \text{ мм}$ ;  $z_1=20$ ;

$z_2=80$ ;  $v=10\text{м/с}$ ;  $b_w=60\text{мм}$ ;  $\sigma=1000\text{Н/мм}^2$ ;  $b=3,2\times 10^{-3}\text{см}$ . В этом случае продолжительность контактирования, т.е. продолжительность существования фактического пятна контакта, составляет  $1,36\times 10^{-6}\text{с}$ , если считать, что фактическое пятно контакта существует в течение всего времени существования контурного пятна контакта (контактной полоски для рассматриваемой точки активной поверхности зуба). При сравнении двух значений продолжительности существования пятна контакта ( $4,8\text{--}13\times 10^{-9}\text{с}$  и  $1,36\times 10^{-6}\text{с}$ ) видно, что молекулы масла успеют десорбироваться, и ССл будет разрушен. В то же время при более высоких окружных скоростях продолжительность существования единичного фактического пятна контакта сокращается до  $10^{-10}\text{--}10^{-13}\text{с}$ , т.е. при рассматриваемых выше условиях разрушение граничного слоя не успеет произойти. Поэтому для реализации процесса заедания необходимы более высокие  $T_{II}$  при более высоких напряжениях. Это может служить объяснением эффекта Борзова, заключающегося в повышении нагрузок заедания зубчатых колёс при повышении скорости их относительного перемещения в сопряжении, и одновременно подтверждает анализ этого эффекта авторами работы [75].

**Выводы.** Приведённые выше соображения и данные указывают на исключительную важность определения температуры установившейся химической реакции граничного слоя СМ на стали (или на других металлах); эта температура является одним из главных показателей качества СМ. По этому показателю можно непосредственно судить, с какой температуры, соответствующей тепловыделению в контакте, СМ на данном металле обладает способностью к началу химического модифицирования ПвТ содержащимися в нём присадками в маслах. Из изложенного следует, что во всех этих случаях причина разрушения ССл одна и та же – его нагрев от трения до  $T_{кр}$ . Таким образом, исследование температурных характеристик модельных присадок является удобным инструментом для использования при синтезе новых присадок, обладающих оптимальными свойствами.

**Список литературы:** 1. *Burwell A.W., Camelford J.A.* Oiliness in relation to viscosity // Inst. Mech. Engrs. Proc. Gen. Disc. on Lubrication and Lubricants. – 1937. – №2. – P.261. 2. *Дженкман Ч., Гай-Барр.* Исследование действия смазочных масел на баббитах // Малооловянистые баббиты. – ОНТИ НКТП СССР, 1937. – С.203. 3. *Leach E.F., Kelley B.W.* Temperature – the key of lubricant capacity // Trans. ASLE. – 1965. – Vol.8, №3. – P.271. 4. *Murrey S.F., Johnson R.L., Bisson E.E.* Limiting bulk fluid temperatures for effective boundary lubrication by synthetic lubricants // Lubricat. Engng. – 1954. – Vol.10, №4. – P.193. 5. *Blok H.* Theoretical study of temperature at surfaces of actual contact under oiliness lubricating conditions // Proc. Gen. Disc. on Lubrication and Lubricants. – London: Inst. Mech. Engrs. – 1937. – №2. – P.22. 6. *Биякович О.Н., Захарченко А.В., Корбут Ю.М.* Актуальность трибологических исследований // Пр. Міжнар. наук. конф. "Політ 2004". – К.: НАУ, 2004. – С.173. 7. *Биякович О.Н., Захарченко А.В., Корбут Ю.М.* Современные трибологические представления о процессах в зоне контакта зубчатых зацеплений // Наука і молодь. – К.: НАУ, 2004. – С.195-198. 8. *Захарченко А.В.* Современные трибологические представления о технических маслах как основном элементе смазываемого сопряжения // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тем. вип. "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2004. – №30. – С.192-199. 9. *Захарченко А.В.* Трибологические представления о технических маслах как носителях пакетов присадок // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тем. вип. "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2005. – № 40. – С.78-86. 10. *Матвеевский Р.М., Лазовская О.В.* Температурная стойкость смазочных слоёв при трении

легированного алюминия по стали // Машиноведение. – 1968. – №6. – С.78-85. 11. *Матвеевский Р.М., Лазовская О.В.* Влияние легирования на антифрикционные свойства двойных сплавов меди при трении в условиях граничной смазки // Износ и антифрикционные свойства материалов. – М.: Наука, 1968. – С.154-167. 12. *Colleman W.* Bevel and hipoid gear surface durability // Lubrication and wear. Fundamentals and application to design. – Proc. Inst. Mech. Engrs. – 1967-1968. – Vol.182, ses.3. – P.191. 13. *Fowle T.J.* Correlation the IAE and FZG rigs by the critical scuffing temperature theory // Gear Lubrication Proc. Symposium Inst. Petrol., 1966. – P.79-88. 14. *Богданович П.Н., Прушак В.Я.* Трение и износ в машинах. – Мн.: Выш. шк., 1999. – 374с. 15. *Матвеевский Р.М.* Температурный метод оценки предельной смазочной способности машинных масел. – М.: АН СССР, 1956. – 144с. 16. *Хруцов М.М., Матвеевский Р.М.* Новый вид испытания смазочных масел // Вестник машиностроения. – 1954. – №1. – С.12. 17. *Матвеевский Р.М.* Температурная стойкость граничных смазочных слоёв и твёрдых смазочных покрытий при трении металлов и сплавов. – М.: Наука, 1971. – 228с. 18. *Адамсон А.* Физическая химия поверхностей: Пер. с англ. / Под ред. З.М. Зорина, В.М. Муллера. – М.: Мир, 1979. – 558с. 19. *Арабян С.Г., Вуннер А.Б., Холмонов И.А.* Масла и присадки для тракторных и комбайновых двигателей: Справочник. – М.: Машиностроение, 1984. – 208с. 20. *Дроздов Ю.Н., Арчевов В.Г., Смирнов В.И.* Противозадирная стойкость трущихся тел. – М.: Наука, 1981. – 140с. 21. *Bowden F.P., Tabor D.* The friction and lubrication of solids. – Oxford: Clarendon Press, 1950. – 182p. 22. *Bowden F.P., Ridler E.W.* The surface temperature of sliding metals. The temperature of lubricated surfaced // Proc. Roy. Soc. London. – 1936. – №883. – P.640. 23. *Балакин В.А.* Основы прочности поверхностного слоя. – Гомель: Гомельский госуниверситет, 1974. – 120с. 24. *Большанина М.А., Панин В.Е.* Скрытая энергия деформации // Исследования по физике твёрдого тела. – М.: АН СССР, 1953. – С.193-233. 25. *Линник Ю.И.* Калориметрическая установка для исследования процессов внешнего трения и некоторые результаты исследования // Прикладная механика. – Киев: КИИГА, 1969. – №3. – С.11-16. 26. *Чичинадзе А.В., Браун Э.Д., Кожемякина В.Д.* Трибологический тепловой режим в зубчатых передачах // Машиностроитель. – 2000. – №10. – С.36-46. 27. *Гайворонский А.Т., Гайворонская М.В., Прокопьев Г.А.* О необходимости учёта изменения баротермических свойств смазочных материалов при больших нагрузках // Трение и износ. – 2000. – Т.21, №2. – С.213-218. 28. Смазочные материалы: Антифрикционные и противоизносные свойства. Методы испытаний / Р.М. Матвеевский, В.Л. Лаиши, И.А. Буяновский и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 224с. 29. *Зуев А.А., Турыгин В.Н., Савельев В.А.* Применение комплекса фру для оценки износостойкости сталей / Курган. гос. ун-т. – Курган, 2002. – 3с. – Рус. – Деп. в ВИНТИ 05.08.2002, №1446-B2002. 30. Temperatur- und Reibungsberechnung hoch-belasteter geschmierter Welz-Gleit-Kontakte // Plote H. Konstruktion. – 2000. – В.52, №3. – S.37-42. (Расчёты температуры и трения в высоконагружённых смазываемых контактах качения-скольжения.) 31. Direktes Messen der Wltemperatur Vermeidet Scheden in Getrieben // Dechert Thomas. Maschinenmarkt. – 2000. – В.106, №1-2. – S.50-52. (Прямое измерение температуры масла в передачах.) 32. *Бережнов Н.Г.* Некоторые вопросы теории теплопередачи и потерь энергии в ступенчатых трансмиссиях при низких температурах // Вестн. Рос. акад. естеств. наук. Зап.-Сиб. отд-ние. – 1997. – №1, Ч.1. – С.54-63. 33. Топлива, смазочные материалы, технические жидкости. Ассортимент и применение: Справочник / И.Г. Анисимов, К.М. Бадьштова, С.А. Бнатов и др.; Под ред. В.М. Школьников. Изд. 2-е перераб. и доп. – М.: Издательский центр "Техинформ", 1999. – 596с. 34. *Виленин А.В.* Масла для шестерёнчатых передач. – М.: Химия, 1982. – 248с. 35. *Караулов А.К., Худойли Н.Н.* Автомобильные масла. Моторные и трансмиссионные. Ассортимент и применение: Справочник. – К.: Журнал "Радуга", 2000. – 436с. 36. *Чихос Х.* Системный анализ в трибонике: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 352с. 37. *Бакли Д.* Поверхностные явления при адгезии и фрикционном взаимодействии / Пер. с англ. А.В. Белого, Н.К. Мышкина; Под ред. А.И. Свириденка. – М.: Машиностроение, 1986. – 360с. 38. *Польцер Г., Майсснер Ф.* Основы трения и изнашивания / Пер. с нем. О.Н. Озёрского, В.Н. Пальянова; Под ред. М.Н. Добычина. – М.: Машиностроение, 1984. – 264с. 39. Трение и износ в экстремальных условиях: Справочник / Ю.Н. Дроздов, В.Г. Павлов, В.Н. Пучков. – М.: Машиностроение, 1986. – 224с. 40. *Райко М.В.* Смазка зубчатых передач. – К.: Техніка, 1970. -196с. 41. Трение, изнашивание и смазка: Справочник. В 2-х кн. / Под ред. И.В. Крагельского, В.В. Алишина. – М.: Машиностроение, 1978. – Кн.1. – 400с. 42. Высококачественные редукторные масла Mobil // Металлург. – 1997. – №10-11. – С.21-22. 43. *Abdel-Aal Hisham A.* On the influence of thermal properties on wear resistance of rubbing metals at elevated temperatures // Trans. ASME. J. Tribol. – 2000. – Vol.122, №3. – P.657-660. (Влияние способности к рассеиванию тепла на износостойкость трущихся металлов при повышенных температурах.) 44. *Чичинадзе А.В., Полякова Н.В., Ключников В.И., Кожемякина В.Д.* Учёт экранирующего действия тонких плёнок для оценки температур на поверхностях трения твёрдых тел // Трение и износ. – 1999. – Т.20, №1. – С.62-66.

45. Лаиши В.Л., Йосебидзе Д.С., Анакидзе Т.М. Оценка эффективности смазочного действия на основе положений термодинамики // Химия и технология топлив и масел. – 1997. – № 5. – С.30-31. 46. Шульце Д.К. Зависимость между термической стабильностью и действием присадок для высоких давлений на смазочные масла // Исследования по триботехнике. – М.: НИИМаш, 1975. – С.164-171. 47. Матвеевский Р.М., Буяновский И.А., Лазовская О.В. Противозадирная стойкость смазочных сред при трении в режиме граничной смазки. – М.: Наука, 1978. – 192с. 48. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В. Оценка эффективности действия пакета присадок Компадит-731 // Пр. Міжнар. наук.-практ. конф. "Нафта і газ України-2000". – Івано-Франківськ: Факел, 2000. – Т.3. – С.139-143. 49. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В. Оптимизация концентрации химически активных веществ в трансмиссионных маслах // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2000. – №2. – С.35-41. 50. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В. Оптимизация концентрации пакета присадок при легировании трансмиссионных масел // Вісник Харківського державного політехнічного університету. Збірник наукових праць. Тем. вип. "Технології в машинобудуванні". – Харків: ХДПУ, 2000. – №109. – С.208-216. 51. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В. Сравнительная оценка эффективности смазочного действия различных трансмиссионных масел // Авиационно-космическая техника и технология. Тем. вып. "Тепловые двигатели и энергоустановки". – Харьков: ГАУ "ХАИ", 2000. – №19. – С.473-477. 52. Запорожец В.В., Билякович О.Н., Захарченко А.В. Оцінка мастильної дії трансмісійних олив в залежності від матеріалу трибоспрязень // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2000. – №4. – С.90-93. 53. Захарченко А.В. Проблема оптимізації концентрації хімічно активних речовин у трансмісійних оливах // Вісник Національного авіаційного університету. – К.: НАУ, 2005. – №1. – С.120-125. 54. Бейбер, Андерсон, Ку. Влияние смазки, материала и окружающей среды на несущую способность зубчатых колёс // Проблемы трения и смазки. – 1968. – №3. – С.146-157. 55. Blok H. "Seizure-delay" method for determining the seizure protection of EP lubricants // SAE J. – 1944. – Vol.1039, №5. – P.193-210. 56. Генкин М.Д., Кузьмин Н.Ф., Мишарин Ю.А. Вопросы заедания зубчатых колёс. – М.: АН СССР, 1959. – 126с. 57. Begelinger A., de Gee A.W.J., Salomon G. Failure of thin film lubrication – function-oriented characterization of additives and steels // ASLE Trans. – 1980. – Vol.23, №1. – P.23-34. 58. Семёнов А.И. О теории схватывания металлов // Теория трения и износа. – М.: Наука, 1965. – С.164-170. 59. Salomon G. Failure in thin film lubrication – the IRG program // Wear. – 1976. – Vol.36, №1. – P.1-6. 60. Begelinger A., De Gee A.W.J. Lubrikation of sliding point contacts of AISI 52100 steel – the influence of curvature // Wear. – 1976. – Vol.36, №1. – P.7-11. 61. Буяновский И.А., Гурский Б.Э. Три стадии проявления температурной вспышки при трении // Трение и износ. – 1998. – Т.19, №2. – С.187-193. 62. Чичинадзе А.В., Буяновский И.А., Гурский Б.Э. Диаграмма переходов и экранирующее действие смазочного слоя // Трение и износ. – 2002. – Т.23, №3. – С.334-341. 63. Kajdas C. Tribochemical and thermochemical reactions of tribological additives // 4 Symp. Intertribo 1990. – Vysoke Tatry, Strbske Pleso, 1990. – P.40-48. 64. Mills T. N., Cameron A. Basic studies in boundary and piston ring lubrication on using a special apparatus // ASLE Trans. – 1982. – Vol.25, №1. – P.117-124. 65. Заснаевский Ю.С. Трибология смазочных материалов. – М.: Химия, 1991. – 240с. 66. Буяновский И.А. Роль поверхностных взаимодействий в трибологическом процессе // Химия и технология топлив и масел. – 1992. – №11. – С.7-13. 67. Begelinger A., de Gee A.W.J., Salomon G. Failure of thin film lubrication – function-oriented characterization of additives and steels // ASLE Trans. – 1980. Vol.23, №1. – P.23-34. 68. Васильев Ю.Н. и др. Модель заедания при граничной смазке // Расчётно-экспериментальные методы оценки трения и износа / Под ред. И.В. Крагельского. – М.: Наука, 1980. – 75с. 69. Буяновский И.А. Температурно-кинетический метод оценки температурных пределов работоспособности смазочных материалов при тяжёлых режимах граничной смазки // Трение и износ. – 1993. – Т.14, №1. – С.129-142. 70. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. – М.: Физматгиз, 1963. – 472с. 71. Гурский Б.Э. Определение зон минимальной выносливости зубьев в условиях заедания // Проблемы машиноведения и надёжности машин. – 1997. – №2. – С.74-80. 72. Проников А.С. Надёжность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 224с. 73. Шульце В.В. Форма естественного износа деталей машин и инструмента. – Л.: Машиностроение, 1990. – 286с. 74. Решетов Д.Н. Работоспособность и надёжность деталей машин. – М.: Высшая школа, 1974. – 218с. 75. Матвеевский Р.М., Чичинадзе А.В., Буяновский И.А. и др. К вопросу о механизме разрушения смазочного слоя на фрикционном контакте // Трение и износ. – 1980. – Т.1, №3. – С.548-553. 76. Spikes H.A., Cameron A. Scuffing as a desorption process. An explanation of the Borsoff effect // ASLE Trans. – 1974. – Vol.17, №2. – P.92-96. 77. Снесарев Г.А. Общемашиностроительные редукторы следующего поколения // Вестник машиностроения. – 1985. – №8. – С.55-59.

Поступила в редколлегию 23.04.11

УДК 620.169.2.

**Н.Н. ИШИН**, к.т.н., доц., зам. директора НТЦ "Карьерная техника" Объединённого института машиностроения НАН Беларуси, г. Минск  
**С.А. ГАВРИЛОВ**, директор ДИП "Полтава-БелАЗ-сервис" г. Комсомольск

## МЕТОДОЛОГИЯ ВИБРОМОНИТОРИНГА РАСХОДОВАНИЯ РЕСУРСОВ РЕДУКТОРОВ МОТОР-КОЛЕС БОЛЬШЕГРУЗНЫХ САМОСВАЛОВ

Предложена методология расчётно-экспериментального определения остаточного ресурса зубчатых передач при испытаниях и в эксплуатации, основанная на мониторинге их вибрационных характеристик. Описана бортовая система вибромониторинга редукторов мотор-колес самосвала БелАЗ.

Запропоновано методологія розрахунково-експериментального визначення залишкового ресурсу зубчастих передач при випробуваннях і в експлуатації, заснована на моніторингу їх віброакустичних характеристик. Описана бортова система вібромоніторингу редукторів мотор-колеса самоскида БелАЗ.

The methodology of experiment-calculated prediction of residual life of the car's gearings and driven devices in process of tests and exploitation is expounded. It is based on monitoring and analysis of their vibration characteristics. The device and principle of operation of the on-board vibromonitoring system of the gearboxes of motor-in-wheel of dump truck BelAZ are described.

**Введение.** Одним из путей сокращения непроизводительных расходов при эксплуатации изделий машиностроения является переход от планово-предупредительной системы обслуживания оборудования и машин к обслуживанию по их фактическому состоянию. Поэтому разработка эффективных аналитических и методико-инструментальных средств оценки технического состояния и прогнозирования остаточного ресурса машин и механизмов является одной из приоритетных задач современного машиностроения.

Решению указанных проблем посвящены исследования крупнейших научных центров и ведущих зарубежных фирм, таких, как Институт машиноведения Российской Академии наук, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Балтийский государственный технический университет (С.-Петербург), Институт технической механики НАН Украины (Днепропетровск), "НТЦ "Диагностика" (Украина, г. Сумы), фирмы "ВАСТ", "Диамех", "Инкотек" (Россия), Rockwell Standard (США), SKF (Швеция) и др.

Прогнозирование остаточного ресурса включает целый комплекс задач: диагностика текущего технического состояния объекта, прогнозирование развития этого состояния на ближайшее будущее и выдача на основе этого прогноза рекомендаций об оптимальном остаточном сроке эксплуатации. В задаче прогнозирования входит также и оценка вероятностей наступления различных отказов с целью их предупреждения.

Созданные к настоящему времени методические и инструментальные средства оценки технического состояния и вибромониторинга механических

систем получают все большее практическое применение. Современное развитие микропроцессорной и вычислительной техники позволяет создавать диагностические комплексы, обеспечивающие эффективный контроль текущего технического состояния сложных систем и достаточно обоснованное прогнозирование "эксплуатационного ресурса" их наиболее ответственных элементов [1, 2]. Однако широкое практическое применение результатов подобных исследований требует дополнительного развития ряда научных и практических приложений, в частности таких, как прогнозирование остаточного ресурса зубчатых колес по данным периодического мониторинга динамики зацепления при ресурсных испытаниях, а также оценки технического состояния трансмиссионных узлов машин в процессе эксплуатации.

**Теоретические положения.** В работах [3-5] приведены зависимости для расчетного определения ресурса зубчатой передачи, учитывающие фактические значения факторов нагруженности, геометрии, кинематики, которые изменяются по времени функционирования зубчатой передачи. Все эти факторы в большей или меньшей степени связаны с изменением динамической составляющей нагрузки в зацеплении, поскольку достигшее определённой степени контактное выкрашивание изменяет шаг зацепления и, соответственно, плавность работы отдельных пар зубьев, а появление усталостных трещин у ножек зубьев под воздействием циклических изгибных напряжений приводит к изменениям жесткостных параметров зацепления [6].

Таким образом, представляется возможным, установив корреляционную связь между степенью контактного выкрашивания и изменением величины динамической составляющей нагрузки в зацеплении от наработки, оцениваемой путем контроля величины виброимпульсов, генерируемых зубьями в процессе пересопряжения, создать методику оценки ресурса зубчатых передач по изменению их вибрационных характеристик.

Мера несущей способности зубчатого колеса по контактной выносливости  $R_H$  определяется выражением [4, 5]

$$R_H = \sigma_{H \lim}^q N_{H0}, \quad (1)$$

где  $N_{H0}$  – число циклов напряжений, соответствующее перегибу кривой усталости, при расчете на контактную выносливость;  $\sigma_{H \lim}$  – предел контактной выносливости;  $q$  – показатель степени кривой усталости.

При действующих напряжениях, превышающих предел контактной выносливости  $\sigma_{Hi} \geq \sigma_{H \lim}$ , из уравнения наклонной ветви кривой усталости Велера следует соотношение:

$$R_H = \sigma_{H \lim}^q N_{H0} = \sigma_{Hi}^q N_{Hi}, \quad (2)$$

где  $N_{Hi}$  – число циклов до разрушения при напряжении  $\sigma_{Hi}$ .

Строго говоря, все величины, входящие в выражение (1), являются случайными. При выполнении расчетов их значения следует принимать на основании экспериментальных данных, нашедших отражение в стандартах или других нормативных документах.

Ресурс по контактной выносливости, расходуемый зубчатой передачей за определенный  $i$ -ый период нагружения, при принятии линейной гипотезы суммирования повреждений может быть представлен в виде:

$$R_{Hi} = n_i \int_{\sigma_{Hi \min}}^{\sigma_{Hi \max}} f(\sigma_{Hi}) \sigma_{Hi}^q d\sigma_{Hi}, \quad (3)$$

где  $n_i$  – число циклов нагружения зубьев в рассматриваемый период.

Остаточный ресурс передачи определяется выражением:

$$R_{HO} = R_H - \sum_{i=1}^k R_{Hi}, \quad (4)$$

где  $k$  – число периодов нагружения зубчатой передачи.

Анализ расчетных зависимостей определения контактных напряжений на зубьях зубчатых колес [3-5] свидетельствует о существенном влиянии на них внутренних динамических нагрузок. Указанные динамические нагрузки могут быть определены экспериментально путем непосредственного тензометрирования или же косвенно путем замера виброускорений на корпусе подшипника передачи [7].

При испытаниях зубчатых колес с одинаковым числом зубьев каждая пара зубьев может рассматриваться как индивидуальный объект испытаний [6,8]. Более того, определение суммарной погрешности шага зацепления для каждой  $j$ -ой пары зубьев позволяет выявить ее влияние на динамическую нагрузку и контактные напряжения, возникающие на зубьях этой пары. Полученные величины напряжений позволяют определить величину ресурса ее работоспособности, затраченного за определенный  $i$ -ый период испытаний, по выражению:

$$R_{Hji} = n_i \int_{\sigma_{Hji \min}}^{\sigma_{Hji \max}} f(\sigma_{Hji}) \sigma_{Hji}^q d\sigma_{Hji}, \quad (5)$$

а также определить ее остаточный ресурс по выражению:

$$R_{HOj} = R_H - \sum_{i=1}^k R_{Hji}. \quad (6)$$

В случае испытаний при постоянной нагрузке выражение (5) принимает вид:

$$R_{Hji} = n_i \sigma_{Hji}^q \quad (7)$$

Использование результатов расчета на остаточный ресурс каждой пары зубьев в виде независимого результата позволяет осуществить прогнозирование остаточного ресурса передачи.

Для определения взаимосвязи между величинами динамической составляющей нагрузки в зацеплении и амплитудой виброимпульса использовался метод, базирующийся на способе вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях [7]. Сущность разработанного метода заключается в одновременном (в реальном масштабе времени) фиксировании полного окружного усилия, действующего в зацеплении, с выделением динамической составляющей и импульса виброускорения на подшипниковом узле исследуемой передачи, порождаемого входом данного зуба в зацепление, установлении корреляционной зависимости между величиной динамической составляющей нагрузки на тензометрируемом зубе и амплитудой виброимпульса на данном режиме испытания. Затем, используя полученную зависимость, по амплитудам импульсов виброускорений, генерируемых каждым зубом при входе в зацепление, определяются величины динамических составляющих нагрузки, действующих в каждом зубчатом сопряжении испытываемой пары зубчатых колес. Определение предлагаемым способом параметров динамических нагрузок в зубчатых зацеплениях является ключевым элементом при мониторинге остаточного ресурса зубчатых передач в процессе испытаний.

Методика расчетно-экспериментального определения затраченного и остаточного ресурсов каждой пары сопряженных зубьев, апробированная при проведении стендовых испытаний зубчатых передач с передаточным отношением, равным единице, изложена в работах [6, 8]. В качестве примера, на рисунке 1 представлен график распределения остаточного ресурса после наработки зубчатой передачи 400 часов.

**Практическое использование.** Результаты теоретических и экспериментальных исследований были использованы при создании методических и инструментальных средств вибромониторинга редукторов мотор-колес (РМК) самосвалов БелАЗ (грузоподъемностью 130 тонн) в процессе их карьерной эксплуатации на Полтавском ГОК.

Редукторы мотор-колес являются одним из ответственных узлов трансмиссии карьерных самосвалов, в значительной степени определяющих их надежность и ресурс. В работе [9] на основании исследований причин простоев самосвалов БелАЗ 75131, проведенных на шести разрезах ОАО "УК Кузбассразрезуголь", отмечено, что наиболее частым по числу и "тяжести потерь" от простоев техники является отказ редукторов мотор-колес. По причине выхода из строя РМК в 2008г. потеряно 80699 моточасов, что составило 23 % от общего времени простоев технологического автотранспорта. Основной причиной ава-

рийного выхода РМК из строя являются высокие динамические нагрузки, обуславливающие интенсивный износ и поломки зубчатых колес и подшипников редукторов.

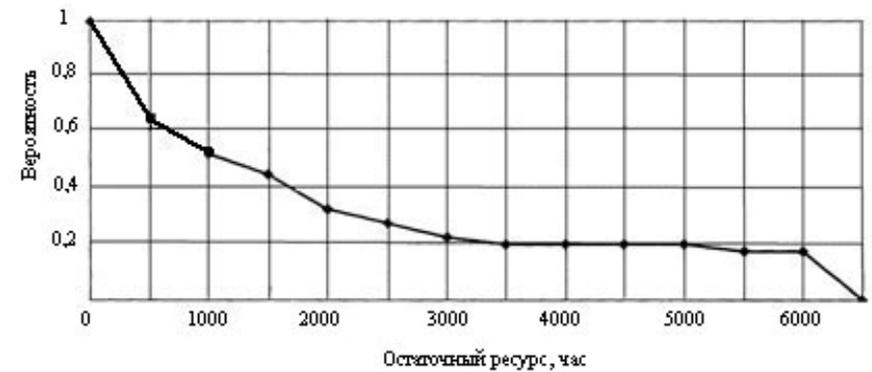
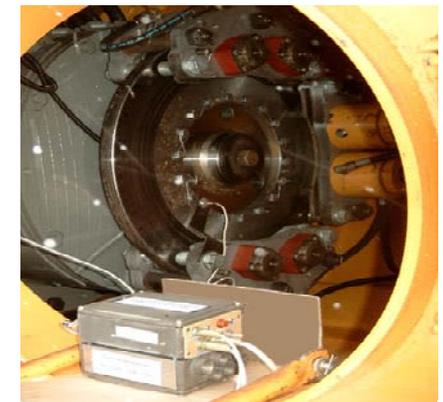
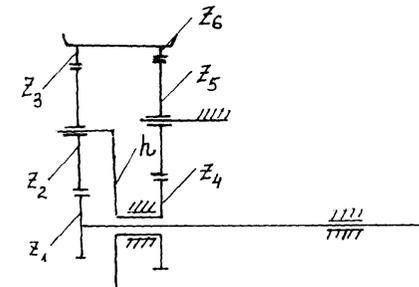


Рисунок 1 – Распределение остаточного ресурса зубчатой передачи при наработке 400 часов

На рисунке 2,а приведена кинематическая схема РМК. Первый ряд редуктора (колеса  $z_1=21$ ,  $z_2=47$ ,  $z_3=117$  зубьев) представляет собой планетарный механизм, второй ряд – рядовое соединение зубчатых колес ( $z_4=22$ ,  $z_5=29$ ,  $z_6=83$  зубьев). Угловые скорости вращения зубчатых колес  $z_3$  и  $z_6$  равны между собой.



а – кинематическая схема планетарного редуктора мотор-колеса самосвала БелАЗ;

б – система вибромониторинга, установленная в редукторном отсеке самосвала

Рисунок 2 – Редукторный отсек мотор-колеса самосвала БелАЗ

В процессе эксплуатации самосвалов происходит частичная или полная потеря работоспособности РМК, т.е. отказ. Отказы вызваны действием различных причин: особенностями конструкции, отклонениями в технологии изготовления, природно-климатическими условиями, естественным старением,

особенностями управления машиной и др. Время безотказной работы машины является величиной случайной, так как наработка на отказ каждой сборочной единицы РМК различна и колеблется в широких пределах.

Большой разброс в наработке на отказ узлов и элементов РМК приводит к затруднениям с организацией работ по поддержанию машин в работоспособном состоянии. Устранение отказов и восстановление работоспособности, как при выполнении плановых технических обслуживаний, так и при аварийных ремонтах, вызывает простой машины, влияющий на коэффициент технического использования автомобиля и рентабельность автотранспортного предприятия.

С увеличением срока эксплуатации машин возрастают объемы работ по их ремонту и техническому обслуживанию. Необходимо постоянно контролировать техническое состояние сборочных единиц машины и с помощью комплекса мероприятий технического обслуживания поддерживать их в работоспособном состоянии. Существенно сократить время технического обслуживания машин при одновременном сохранении надежности может диагностирование их технического состояния. Наиболее перспективным методом оценки остаточного ресурса является безразборный контроль динамических характеристик приводных механизмов путем мониторинга их вибрационных параметров. Большинство известных методов и стандартных инструментальных средств вибродиагностики наиболее эффективны при контроле машин, работающих в квазистационарных условиях [1]. При этом режимы работы меняются незначительно, динамика механизма обусловлена в основном погрешностями изготовления и монтажа деталей и их изменениями в процессе эксплуатации, вибрационные характеристики имеют достаточно стабильный характер. Трансмиссионные системы автотракторной техники работают, как правило, в условиях постоянно меняющихся скоростей и нагрузок, большое влияние на вибрационные характеристики оказывают внешние динамические воздействия. В таких условиях использование серийной вибродиагностической аппаратуры в процессе эксплуатации РМК оказывается затруднительным вследствие нестабильности результатов измерений амплитуд и частотного состава вибраций.

При записи вибраций РМК на движущемся самосвале, вследствие неравномерной скорости движения автомобиля, вынужденные частоты, генерируемые элементами РМК, постоянно меняют свое положение на частотной оси спектра. В свою очередь, прибор, фиксирующий спектр только при наличии получения за время записи нескольких идентичных спектров (например, виброанализатор "Кварц"), не может достигнуть нужной стабильности измерений и осуществить запись спектра. Решением этой проблемы является синхронизация измерений вибраций с частотой вращения элементов РМК. К сожалению, в серийно выпускаемых приборах синхронизация измерений вибраций с частотой вращения ротора предусмотрена только для задач балансировки, поэтому возможности оценки технического состояния РМК с определением дефектного элемента на движущемся автомобиле серийными средствами контроля вибраций существенно ограничены (может быть использована для контроля величины СКЗ и пик-фактора).

Необходимо отметить высокую сложность диагностирования РМК вибра-

ционными методами. Вследствие конструктивных особенностей редуктора мотор-колеса, пьезоэлектрические датчики приходится размещать на неподвижных элементах, отстоящих на относительно большом расстоянии от диагностируемых элементов РМК, что естественно значительно ослабляет вибрационные сигналы, генерируемые этими элементами. Кроме того, необходимо учитывать, что каждый контролируемый агрегат является уникальным, со своими особенностями работы, износа, связей вибрационного состояния с величиной остаточного ресурса. Вместе с тем, специализированных бортовых систем оценки текущего технического состояния приводов в процессе эксплуатации и оповещения водителя о предаварийном состоянии в настоящее время нет.

Разработка аппаратной части системы вибромониторинга редуктора мотор-колес основывалась на методике и алгоритмах, охватывающих ключевые моменты технологии диагностирования редукторных систем данного типа и непосредственно обеспечивающих сбор, обработку и выдачу информации о степени опасности диагностируемых состояний [6-8]. На рисунке 2,б показана система вибромониторинга, установленная в редукторном отсеке большегрузного самосвала. На рисунке 3 приведена структурная схема разработанной системы [10].

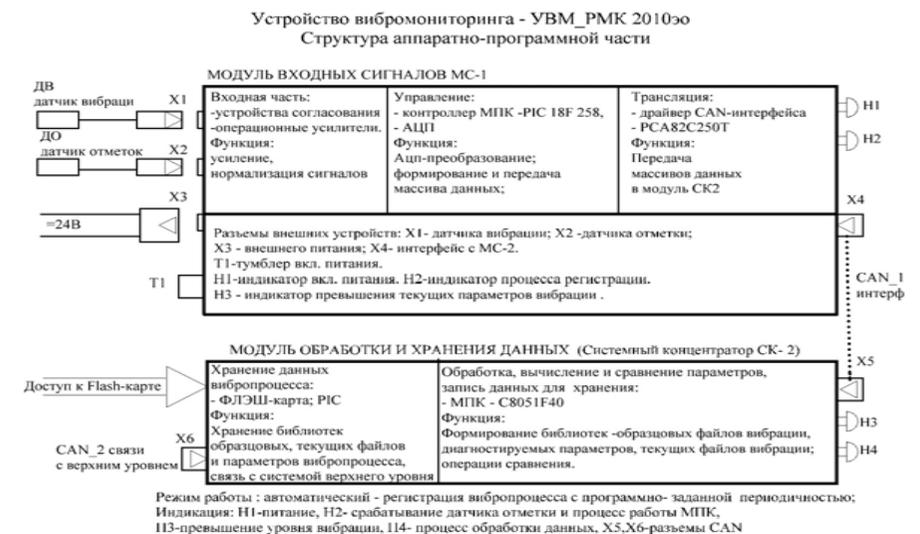


Рисунок 3 – Структура аппаратно-программной части УВМ\_РМК

Устройство работает следующим образом. Предварительно определяют коэффициенты частоты вращения промежуточных и выходного валов по отношению к частоте вращения входного вала и вводятся оператором в блок управления и синхронизации. Датчик вибросигнала, установленный на корпусе РМК, генерирует сигнал, являющийся источником информации о текущем состоянии зубчатых колес и подшипниковых узлов, который подается на вход регулируемого усилителя. Далее сигнал поступает на аналого-цифровой пре-

образователь (АЦП), при этом частота дискретизации и длительность цикла выборки вибросигнала определяется сигналами управления, поступающими от блока управления и синхронизации на вход АЦП.

Начало и конец отсчета цикла выборки синхронизируются от сигнала датчика отметки, при этом блок управления и синхронизации вычисляет длительность цикла выборки вибросигнала для выбранного диагностируемого вала в соответствии с пересчетными коэффициентами относительно быстроходного вала с отметкой. АЦП формирует и передает в блок накопления заданное количество циклов выборки. Сформированный в блоке накопления массив данных передается в блок синхронного усреднения, где мгновенные значения вибросигнала всего массива, соответствующие обозначенной временной дискретной выборке АЦП, перманентно суммируются, и сумма выборок делится на общее количество этих дискретных выборок. После усреднения полученный файл реализации подается на блок БПФ, где посредством процессора БПФ происходит преобразование данных из временной области в частотную, с получением гармонического спектра амплитуд вибраций контролируемого вала. Эти данные обозначаются как файл спектра данного диагностируемого вала. Далее файл спектра, содержащий также средние значения нагружающего момента и частоты вращения, по команде блока управления и синхронизации заносится через коммутатор в блок текущих дискриминант. В процессе эксплуатации приводного механизма с передачей зацеплением в блоке опорных дискриминант предварительно создается библиотека файлов спектра, именованных по диагностируемому валу, среднему нагрузочному моменту и средней частоте вращения. Блок сравнения осуществляет выборку из блока опорных дискриминант подходящего для сравнения файла спектра (совпадение данных файла) с файлом спектра, полученным от блока текущих дискриминант. Затем осуществляет сравнение этих файлов спектра диагностируемого вала и выдает результат диагностики на блок визуализации.

Расширение функциональных возможностей и повышение точности диагностики передач зацеплением приводных механизмов достигается за счет выделения посредством синхронного накопления только тех составляющих сигнала, которые согласованы с вращением диагностируемого вала редуктора. Шумовые и несинхронные составляющие сигнала в процессе синхронного усреднения стремятся к нулю.

Так, например, ухудшение состояния контактирующих поверхностей кинематических пар сопровождается ростом амплитуд спектральных составляющих практически во всем частотном диапазоне вибросигнала, но каждая из пар характеризуется своими частотами возбуждения. Для зубчатой пары это частота вращения вала и зубцовая частота, каждая из которых является образующей для целого гармонического ряда частот.

Скорости вращения валов зубчатого приводного механизма кинематически связаны между собой через передаточное отношение, поэтому каждую частоту возбуждения  $f$  можно выразить через базисную частоту вращения  $f_{вр}$  одной из деталей следующим образом:

$$f_{mi} = m(\alpha_i f_{вр}), \quad (8)$$

где  $m=1,2,3, \dots$  – числа натурального ряда, характеризующие кратность  $i$ -го фактора возбуждения;  $\alpha_i$  – коэффициент пропорциональности, характеризующий  $i$ -ый фактор возбуждения ( $i=1,2,3, \dots$ ). При этом частоты возбуждения  $f_{mi}$  изменяются пропорционально частоте вращения  $f_{вр}$ .

Таким образом, в вибрационном спектре передач зацеплением существует ярко выраженный гармонический ряд, амплитуды  $mf_i$  которого при этом являются компонентами  $n$ -мерного вектора диагностических признаков технического состояния  $i$ -го узла механизма. Такой вектор-признак аккумулирует информацию о поведении диагностируемой передачи с учетом перераспределения колебательной энергии между компонентами гармонического ряда.

Алгоритм процесса виброакустической диагностики приведен на рисунке 4. База данных вибрационных параметров формируется с учетом скоростных и нагрузочных режимов работы самосвала. Диагностика состояния редукторов мотор-колес производится периодически, через заданный промежуток времени.

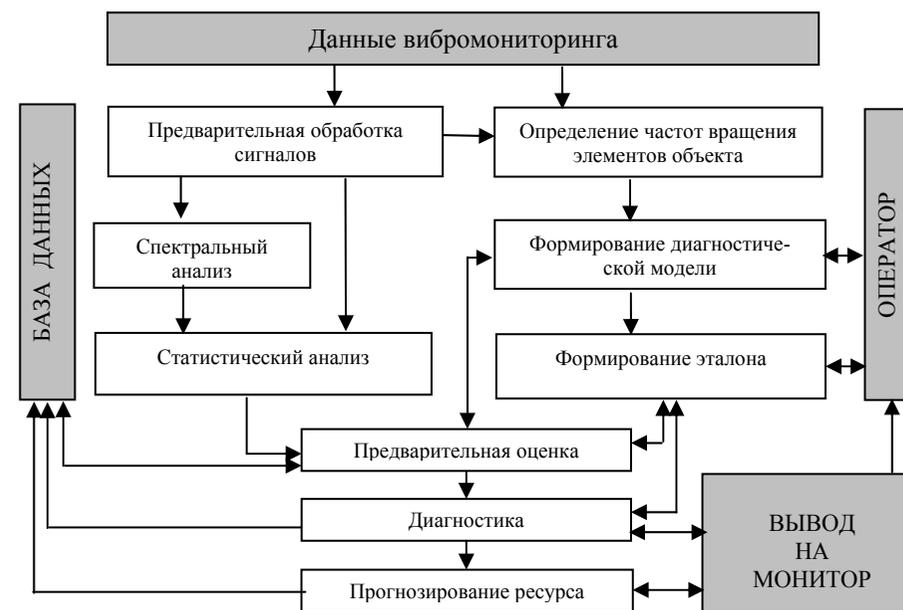
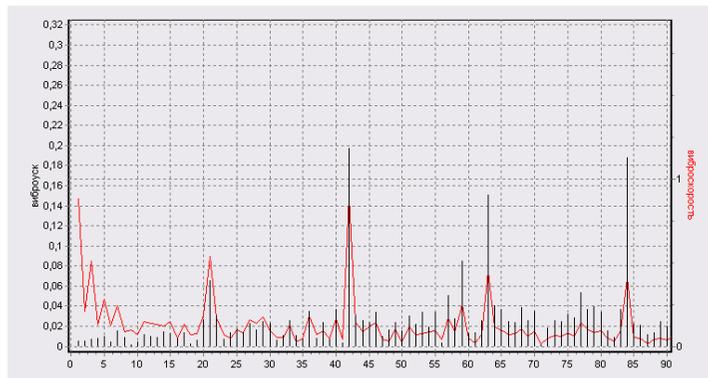
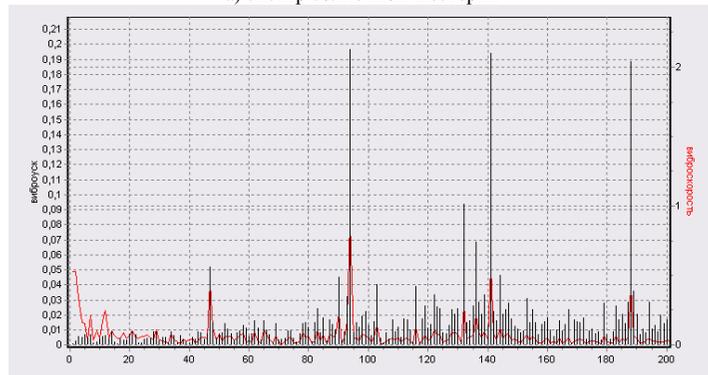


Рисунок 4 – Алгоритм процесса виброакустической диагностики

На рисунке 5 показаны отдельные, полученные с помощью созданной бортовой системы вибромониторинга гармонические спектры валов первой ступени РМК БелАЗ. На всех спектрах присутствуют ряды гармоник, характеризующие диагностируемые элементы, в данном случае зубчатые колеса. На рисунке 5,а это



а) спектр солнечной шестерни



б) спектр сателлитов

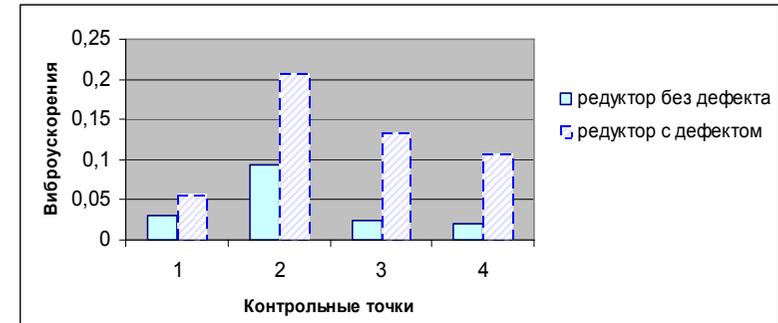
Рисунок 5 – Гармонические спектры валов планетарного ряда РМК

гармоники 21, 42, 63 и 84 зубцовой частоты  $f_z$  солнечной шестерни с числом зубьев  $z=21$ , и кратных ей частот  $2f_z$ ,  $3f_z$  и  $4f_z$ . Соответственно, для сателлитов с числом зубьев  $z=47$  это гармоники 47, 94, 141 и 188 (рисунок 5,б), для коронной шестерни  $z=117$  – гармоники 117 и 234. Полученные гармонические спектры позволяют либо отслеживать изменение амплитуды  $S$  соответствующей гармоники на характерных частотах в зависимости от наработки механизма, либо формировать из амплитуд гармонических составляющих комплексные критерии – безразмерные дискриминанты [1]. Например, для характеристики процесса изнашивания зубьев применяется дискриминант вида:

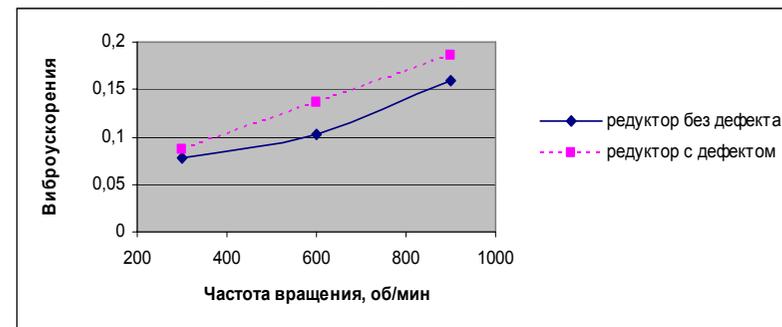
$$\beta_H = \frac{\sum_{n=2}^N S_{nf_z}}{S_{f_z}}. \quad (9)$$

Рисунки 6,а и 6,б иллюстрируют возможности обнаружения дефектов

элементов редуктора путем определения наличия существенных изменений в гармонических спектрах РМК при повреждении зубчатого колеса. С этой целью в редукторе была проведена замена коронной шестерни ( $z=117$ ) на дефектную, имеющую скол зуба, и проанализированы спектры виброускорений в четырех контрольных точках РМК до и после проведения замены.



а) амплитуда виброускорений на зубцовой частоте в контрольных точках редуктора без дефекта и с дефектом при  $n_1=600\text{мин}^{-1}$ ;



б) зависимость дискриминанта  $\beta_z$  от частоты вращения ведущего вала для дефектного и бездефектного редукторов.

Рисунок 6 – Результаты испытаний дефектного и бездефектного РМК

Результаты замеров амплитуды зубцовой частоты (гармоника №117) в контрольных точках при частоте вращения входного вала РМК  $600\text{мин}^{-1}$  показаны на рисунке 5а, а дискриминант, содержащий амплитуды двух первых гармоник зубцовой частоты  $\beta_z=(S_{f_z}+S_{2f_z})^{1/2}$ , замеренных на разных скоростях вращения, – на рисунке 5б.

Во всех контрольных точках и на разных скоростных режимах на зубцовой частоте наблюдается превышение уровня вибраций редуктора с дефектным колесом над уровнем вибраций бездефектного редуктора. Приведенные результаты контроля свидетельствуют о том, что выбранные в качестве критериев оценки технического состояния элементов редуктора параметры вибраций однозначно

зависят от состояния зубчатых колес и могут быть использованы для диагностики РМК в процессе эксплуатации самосвала.

**Выводы.** Разработанные методические подходы к оценке остаточного ресурса зубчатых колес на контактную выносливость и износостойкость позволяют при проведении ресурсных испытаний зубчатых передач прогнозировать их остаточный ресурс по результатам периодического вибромониторинга, с рассмотрением каждой пары зацепляющихся зубьев как отдельного объекта испытаний. Предлагаемая методика позволяет более чем на порядок сократить длительность трудоемких и дорогостоящих ресурсных испытаний зубчатых колес, ускорить внедрение новых перспективных материалов и технологий упрочнения, улучшающих эксплуатационные свойства зубчатых передач приводов автотракторной техники.

Созданная автоматизированная система безразборной оценки технического состояния редукторов мотор-колес большегрузных самосвалов производства БелАЗ предназначена для своевременного предупреждения в условиях карьерной эксплуатации машины о предаварийном состоянии РМК для исключения ситуаций, связанных с аварийным выходом автомобиля из строя. Применение бортовой системы вибромониторинга обеспечит повышение сроков службы и эксплуатационной надежности техники, переход от планово-предупредительного обслуживания машин к обслуживанию по фактическому состоянию, снижение времени простоя самосвалов, сокращение затрат на их обслуживание и ремонт.

**Список литературы:** 1. Барков А.В. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации. / А.В. Барков, Н.А. Баркова. – С.-Петербург, 2000. – 158с. 2. Paul D. Samue., Planetary Transmission Diagnostics / Paul D. Samueel, Joseph K. Conroy and Darryll J. Pines // Glenn Research Center, NASA/CR-2004-213068 82, 2004, 83р. Режим доступа <http://gltrs.grc.nasa.gov> 3. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 4. ISO 6336-5-2003. Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 5: Strength and quality of materials. 5. РД 50-639-87 Методические указания. Надежность в технике. Расчет показателей надежности. – М.: Изд-во стандартов. 1987. – 51с. 6. Ишин Н.Н. Вибромониторинг остаточного ресурса зубчатых передач / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов // Вестник БрГТУ. Машиностроение. – 2008. – №4(52) – С.52-58. 7. Пат. 4261 С2 ВУ, МПК G01M 13/02. Способ вибрационной диагностики нагруженности зубьев зубчатых передач при испытаниях / Берестнев О.В., Ишин Н.Н., Басинюк В.Л. и др. – Афіцыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. камітэт Рэсп. Беларусь. – 2001. – №4. – С.171-172. 8. Ishin N.A. Method of contact endurance determination of gearing by accelerated gear testing / N. Ishin, A. Goman, V. Starzhinsky // Journal "Machine Design", Serbia. – 2010. – P.283-286. 9. Хорешок А.А. Метод комплексного диагностирования редукторов мотор-колес карьерных автосамосвалов в условиях предприятий ОАО "УК Кузбассразрезуголь" / А.А. Хорешок, А.В. Кудреватых // Горная промышленность. – 2010. – №5(93). – С.60-64. 10. Пат. 5721 ВУ, МПК G01M 13/02. Устройство для диагностики зубчатых передач / Н.Н. Ишин, В.И. Адашкевич, А. С. Скороходов и др. – №u20090329; заявл. 17.04.2009. Афіцыйны бюлетэнь / Дзярж. пат. камітэт Рэсп. Беларусь. – 2010. – №1.

Поступила в редколлегию 22.03.11

УДК 621.833.002:621.9

**И.А. КИРИЧЕНКО**, д.т.н., зав. кафедрой метрологии СНУ им. В. Даля, г. Луганск

**А.Л. КАШУРА**, к.т.н., доцент каф. метрологии СНУ им. В. Даля

**С.Б. ВОРОНЦОВ**, магистр каф. системной инженерии СНУ им. В. Даля

**А.В. ВИТРЕНКО**, ассистент каф. орган. перевозок на ж/д трансп. СНУ им. В. Даля

## ФОРМООБРАЗОВАНИЕ КВАЗИГЛОБОИДНЫХ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ

В статье изложен общий метод решения вопросов, связанных с формообразованием квазиглобоидных червячных фрез.

У статті викладений загальний метод вирішення питань, пов'язаних з формоутворенням квазіглобоїдних черв'ячних фрез.

The article presents general method of solution of the questions connected with quasi-hyperbola gear hobs form-shaping.

Искажение профиля зубьев червячной фрезы получается в результате переточек. Отсюда следует, что необходимо добиться того, чтобы червячная фреза по своим размерам и профилю соответствовали, с которым должно работать нарезаемое червячное колесо. Задача исключительно сложная.

**Постановка задачи исследования.** Для получения высококачественного зацепления элементов червячной передачи необходимо, чтобы червячная фреза по своим размерам и профилю соответствовала червяку, с которым должно работать нарезаемое ею червячное колесо.

**Изложение основного материала.** Каждая вновь изготовленная червячная фреза удовлетворяет этому требованию только до первой заточки. Заточка затылованной фрезы уменьшает ее диаметр, приближая профиль режущих кромок зубьев к ее оси (рисунок 1).

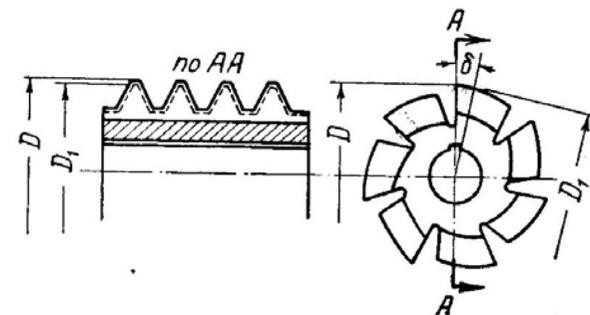


Рисунок 1 – Схема уменьшения диаметра червячной фрезы вследствие переточки

Последнее при нормальной настройке станка вызывает уменьшение высоты зубьев нарезаемого червячного колеса, что исключает возможность правильного зацепления его с червяком, изготовленным по размерам чертежа [1].

Отмеченный недостаток устраняется путем приближения оси червячного колеса к оси фрезы на половину величины уменьшения диаметра фрезы после переточки (рисунок 2, размер а).

Уменьшение межосевого расстояния вместе с уменьшением диаметра фрезы и связанным с этим изменением углов подъема винтовых линий фрезы и зубьев червячного колеса приводит к искажению профиля рабочих поверхностей зубьев.

С увеличением угла подъема червяка эти ошибки и искажения возрастают, особенно резко сказываясь на качестве зацепления и работе многозаходных червячных пар.

Для ослабления отмеченных недостатков существует много способов. Все они могут быть подразделены на две группы: 1) способы, направленные на компенсацию ошибок, вызываемых переточкой червячных фрез; 2) способы, направленные на устранение причин, порождающих появление этих ошибок.

Рассмотрим несколько способов, относящихся к первой группе.

1. Новая червячная фреза изготавливается несколько большего диаметра, вследствие чего ошибки, получающиеся на нарезаемых ими червячных колесах, вначале располагаются по одну сторону теоретического профиля и размеров, уменьшаясь по мере дальнейших переточек фрезы до нуля, после чего снова возрастают с дальнейшим уменьшением диаметра фрезы, располагаясь в противоположном направлении.

2. Ось переточенной червячной фрезы устанавливают под углом к оси нарезаемого колеса с таким расчетом, чтобы обеспечить равенство их средних углов подъема.

3. Изготавливают червяки, соответствующие по своему профилю и размерам переточенной червячной фрезе, при помощи шлифования на специальных станках с использованием переточенной фрезы в качестве копира.

4. Для чистового нарезания используют червячные фрезы с малой величиной затылования или шевер.

Недостаток способов, относящихся к первой группе, состоит в необходимости перехода от абсолютной взаимозаменяемости червячных колес к взаимозаменяемости в пределах групп червячных колес, получаемых в результате их обработки фрезой между двумя их переточками.

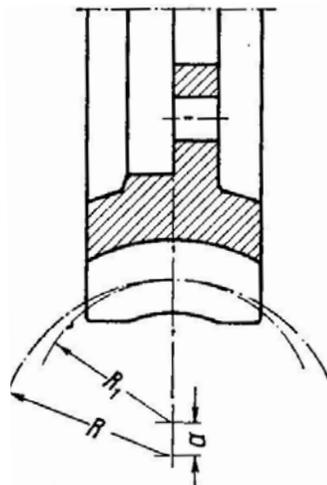


Рисунок 2 – Схема смещения оси червячной фрезы после переточки для получения нормальной высоты зуба червячного колеса

Способы, относящиеся ко второй группе, в большинстве случаев, свободны от отмеченного недостатка. Рассмотрим несколько примеров.

1. Применение комбинированной червячной фрезы, состоящей из двух частей режущих зубьев (рисунок 3). Назначение одной части зубьев – производить черновое нарезание; другой части – чистовое профилирование.

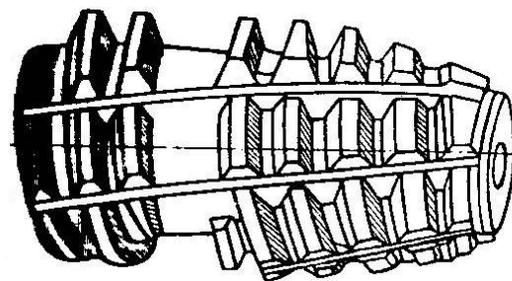


Рисунок 3 – Комбинированная червячная фреза

Под чистовое нарезание оставляется небольшой припуск, вследствие чего переточка зубьев для чистового профилирования производится значительно реже. Раздельная переточка обеих частей фрезы дает возможность сократить величину ошибок, получающихся на нарезаемых червячных колесах. Между двумя частями зубьев на фрезе сделана выточка для выхода шлифовального круга при раздельной заточке каждой части зубьев.

2. Значительно лучшие результаты получаются при нарезании червячных колес специальной фрезой сборной конструкции (рисунок 4). Отличительной особенностью этой фрезы является конструкция профилирующей цилиндрической части, состоящей из двух зубчатых секций, разделенных промежуточной шайбой 1. В процессе нарезания червячного колеса зубья каждой секции работают только одной из своих режущих кромок (рисунок 5). Благодаря этому два зуба различных секций профилируют противоположными режущими кромками один и тот же зуб нарезаемого колеса. Компенсация уменьшенной при переточке толщины режущего зуба производится путем изменения на соответствующую величину промежуточного кольца. Таким образом, калибрующая часть фрезы после каждой переточки восстанавливается в соответствии с размерами и профилем червяка.

3. Использование для чистового нарезания червячных колес специально режущего инструмента по патенту фирмы Дэвид Браун. Этот инструмент имеет форму удлиненного червяка 1, на рабочих поверхностях которого нарезаны мелкие зубья 2 (рисунок 6). Назначение этих зубьев – снимать небольшую стружку с поверхностей зубьев червячного колеса, предварительно нарезанного обычной червячной фрезой. Малый износ режущих кромок этого инструмента обеспечивает получение червячных колес, отличающихся высокой точностью, правильностью профиля и чистотой рабочих поверхностей зубьев. Недостаток червячных фрез по патенту Д. Брауна заключается в том, что они изготавливаются для нарезания лишь червячных колес эвольвентного зацепления.

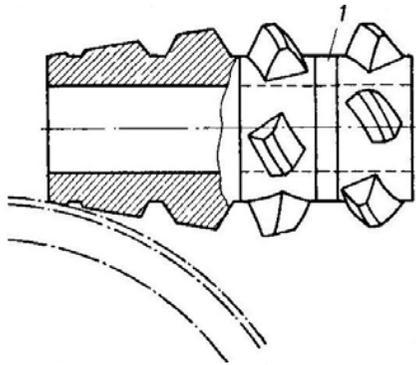


Рисунок 4 – Червячная фреза сборной конструкции

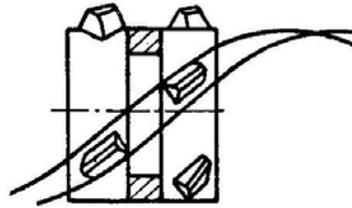


Рисунок 5 – Схема работы фрезы сборной конструкции

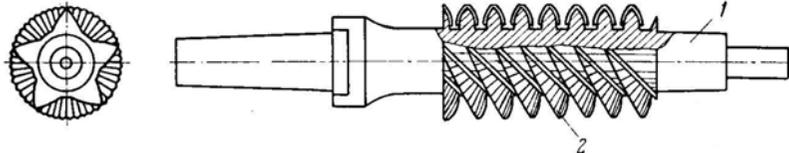


Рисунок 6 – Червячная фреза "Дэвид Браун"

Из теории зацеплений известно, что производящий червяк является воображаемым червяком, которые описываются режущими кромками искомого инструмента. Режущие кромки получаются в результате пересечения двух плоскостей: передней плоскости, получаемой в результате заточки и задней плоскости, получаемой в результате затылования. Эти две плоскости являются очень сложными. Передняя плоскость должна быть заточена под углом  $\delta=0$  (в противном случае получают геометрические искажения из-за затыловки). При этом угле процесс резания обычно неудовлетворительный. Из теории резания известно, что угол  $\delta$  должен быть в пределах  $\delta \pm 30^\circ$  в зависимости от обрабатываемого материала и его твердости, а также твердости режущего инструмента [2, 3].

Рассмотрим затылования искомым инструментом, то есть червячных фрез. Это выполним, для примера через определения формы задней поверхности червячных фрез.

Форма задней поверхности червячной фрезы должна быть такой, чтобы:

- а) во всех точках ее режущих кромок были обеспечены необходимые для работы фрезы задние углы;
- б) после переточки фрезы каждая ее режущая кромка лежала на поверхности основного червяка;
- в) выполнялись требования технологичности.

Подход к проектированию формы задней поверхности червячной фрезы в значительной мере зависит от того, имеется ли у фрезы возможность регулирования положения режущих кромок после переточки ее зубьев. Если кон-

струкция фрезы позволяет после каждой переточки восстанавливать положение режущей кромки на поверхности основного червяка (путем перемещения зубьев), то в этом случае задняя поверхность зубьев фрезы должна быть такой, чтобы после каждой переточки форма режущей кромки оставалась без изменения. Для выполнения этого требования достаточно, чтобы задняя поверхность представляла собой одну из поверхностей, допускающих движение самих по себе, то есть, или поверхность вращения, или винтовую поверхность, или цилиндрическую.

В большинстве случаев конструкция фрезы не допускает регулирования положения зубьев, и поэтому после каждой переточки за счет заднего угла ее наружный, а, следовательно, и начальный радиусы уменьшаются. Уменьшение радиуса  $r_{нч}$  приводит к тому, что после каждой переточки меняется теоретически требуемые форма передней поверхности (если она винтовая) и форма основного червяка. Вследствие этого для получения заданной формы зубчатой детали каждая режущая кромка фрезы как линия пересечения передней и задней поверхностей после каждой переточки должна иметь различную форму:  $B_{л}K_{л1}$ ;  $B_{л1}K_{л1}$ ; ... (рисунок 7). Если одноименные точки  $A_{л1}, A_{л2}, \dots$  этих режущих кромок соединить линиями, то тогда задняя поверхность фрезы будет определяться сетью координатных линий, составленной из режущих кромок (форма которых различна), и линий, соединяющих одноименные точки режущих кромок (форма этих линий также различна).

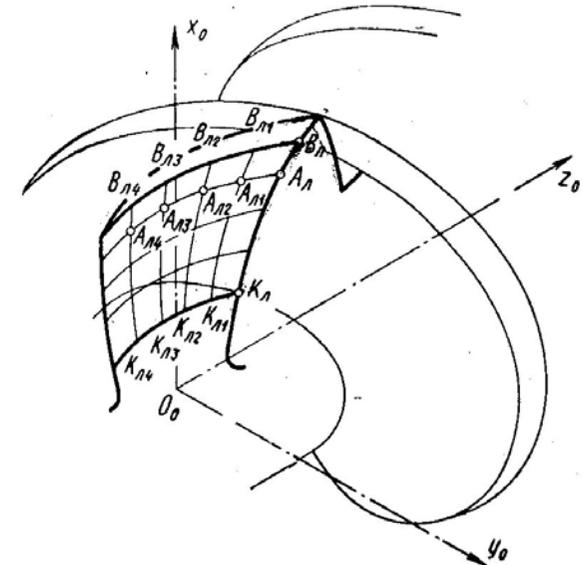


Рисунок 7 – Сеть координатных линий на боковой затылованной поверхности червячной фрезы

Полученную поверхность можно обработать только таким затылюющим инструментом (резцом, шлифовальным кругом и др.), который будет иметь с ней точечный контакт, причем инструмент в процессе обработки должен совершать движения, рассчитанные в зависимости от формы ее координатных линий. Последнее выполнить очень сложно. В частности, на обычных затыловочных станках указанные движения осуществить нельзя, так как затылюющий инструмент управляется только одним кулачком. Получить такую форму задней поверхности зуба червячной фрезы каким-либо затылюющим инструментом при его линейном контакте с этой поверхностью нельзя даже теоретически. Поэтому все применяемые в настоящее время способы получения задней поверхности зубьев червячной фрезы являются приближенными [4].

Каждый из этих способов предусматривает, что теоретически точную заднюю поверхность червячной фрезы можно заменить другой поверхностью, которая более удобна в технологическом отношении, а по форме мало отличается от теоретически точной задней поверхности. Подбор заменяющей поверхности в каждом конкретном случае обработки детали достигается частичным изменением формы режущих кромок червячной фрезы, формы кривой затылования, направления затылования, профиля и положения затылюющего инструмента. Окончательным инструментом, затылюющим заднюю поверхность червячной фрезы, является, как правило, шлифовальный круг. Поэтому в качестве заменяющей поверхности желательнее брать такую, которую можно получить производящей поверхностью шлифовального круга и легко контролировать. С этой технологической точки зрения наиболее близко к теоретической форме задней поверхности червячной фрезы подходит винтовая поверхность.

В предлагаемой статье искомый затылованный инструмент заменен на незатылованный, что позволяет повысить точность и снизить затраты на изготовление зубчатых колес.

На рисунке 8 показана схема формообразования квазиглобоидного червяка незатылованным производящим инструментальным колесом 2. Гиперboloидный профиль получаем при помощи круглого эвольвентного инструментального колеса. Это колесо не затылуется или остро не затачивается и имеет передний угол  $\delta \pm 30^\circ$ , который зависит от обрабатываемого материала и его твердости, а также твердости инструмента. Задние углы получаются автоматически и зависят от угла  $\gamma_3$  и линейного размера  $h$ . В свою очередь, величина угла  $\gamma_3$  и линейный размер  $h$  зависят от конструктора машин, куда входит рассматриваемая зубчатая передача, то есть зависят от диаметра выбранной квазиглобоидной заготовки в горловом сечении и

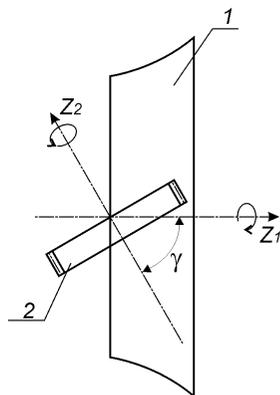


Рисунок 8 – Схема формообразования квазиглобоидной заготовки (колеса)

выбранной величины  $h$ , которая зависит от угла  $\beta$ .

При формообразовании квазиглобоидной заготовки круговая режущая кромка описывает цилиндрическую производящую поверхность. Диаметр круговой режущей кромки равен наружному диаметру цилиндрического прямозубого колеса за вычетом  $0,5m_n$ . Задние углы на инструментальном цилиндрическом колесе равны  $0^\circ$ , т.е. затыловка или острая заточка отсутствуют.

#### Выводы:

1. Профилирование витков осуществляется при помощи незатылованных производящих колес.
2. Использование незатылованных режущих инструментов снижает себестоимость изготовления квазиглобоидных червяков.
3. Предложенная схема формообразования квазиглобоидных витков (зубьев) позволяет получить линейный контакт при любом передаточном числе.
4. Предложенная схема формообразования квазиглобоидных витков (зубьев) позволяет их уменьшить в готовом изделии примерно в десять раз, что значительно уменьшит вес проектируемого редуктора (мультипликатора).

**Список литературы:** 1. Балакишин Б.С. Технология станкостроения. – М.: Машгиз, 1949. – 543с. 2. Кириченко И.А. Создание гиперboloидных передач с линейным контактом зубьев на базе специальных режущих инструментов: Дисс... докт.техн.наук: 05.02.02 / Ирина Алексеевна Кириченко. – Луганск, 2004. – 350с. 3. Лашнев С.И. Формообразование зубчатых деталей реечными и червячными инструментами. – М.: Машиностроение, 1971. – 215с. 4. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием: [Учеб. пособие для мех. специальностей вузов]. – К.: Вища школа, 1977. – 192с.

Поступила в редколлегию 16.04.11

УДК 621.833

**В.И. КОРОТКИН**, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, г. Ростов-на-Дону, Россия  
**Ю.Д. ХАРИТОНОВ**, к.т.н., старший научный сотрудник НИИМ и ПМ ЮФУ

#### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ГЕОМЕТРИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ НОВИКОВА С АРОЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ

Рассмотрены некоторые вопросы геометрии цилиндрических зубчатых передач Новикова с арочной формой зубьев применительно к используемому на практике исходному контуру РГУ-5, включая уравнения боковых поверхностей зубьев и линий зацепления, элементы качества зацепления, приведенные выражения для определения главных кривизн. Полученные результаты легли в основу разработанных вычислительных программ для оценки прочностных характеристик данного зацепления.

Розглянуті деякі питання геометрії циліндричних зубчатих передач Новікова з арочною формою зубів стосовно використовуваного на практиці вихідного контуру РГУ-5, включаючи рівняння бічних поверхонь зубів і ліній зачеплення, елементи якості зачеплення, приведені вирази для визначення головних кривизн. Отримані результати лягли в основу розроблених обчислювальних програм для оцінки міцностних характеристик даного зачеплення.

Considered some geometry questions of cylindrical Novikov gearing with arched shape of teeth in relation to the original contour of the RGU-5, which used in practice, including the equations of the lateral surfaces of the teeth, the lines of action the elements of quality links, the reduced expressions to determine the principal curvatures. The results obtained formed the basis of the developed computer programs to evaluate the strength characteristics of a given link.

Цилиндрическим зубчатым передачам с арочными зубьями (далее – арочные передачи) в литературе уделено незаслуженно мало внимания: исследования касаются, в основном, способов нарезания арочных зубьев и в некоторой степени их обобщённой геометрии. В то же время многие исследователи [1-4] отмечают несомненные достоинства данных передач, в частности, следующие:

- 1) повышенная изгибная прочность в сравнении с прямозубыми и косозубыми передачами;
- 2) повышенная контактная прочность благодаря работе выпуклой в продольном направлении стороны зуба одного колеса пары с вогнутой стороной зуба другого, что обеспечивает благоприятные кривизны и условия смазки;
- 3) возможность достаточно высокопроизводительного нарезания зубьев колес (при способе непрерывного деления);
- 4) возможность самоустановки колес пары и благодаря этому более равномерное по сравнению с косозубыми передачами распределение нагрузки вдоль сопряженных поверхностей зубьев;
- 5) сниженные шум и виброактивность передачи;
- 6) пониженная чувствительность к перекосу осей колёс при монтаже;
- 7) простота достижения модификации сопряженных поверхностей за счет, например, использования режцовых головок с разными для нарезания шестерни и колеса номинальными диаметрами, что дает широкие возможности влиять на распределение напряжений вдоль зубьев, снижая их концентрацию, особенно у торцов зубчатого венца, и повышая нагрузочную способность передачи;
- 8) наконец, отсутствие осевых усилий в зацеплении, что позволяет упрощать конструкцию опор приводов; по сравнению с традиционными шевронными арочные передачи более компактны, т.к. не имеют технологической канавки между полушевронами, более точны и технологичны, поскольку зубья нарезаются без переустановок режущего инструмента.

Перечисленные достоинства позволили осуществить ряд внедрений арочных передач. По данным источника [2] это выполнено в приводах гидронасоса и воздушного винта вентиляционно-оросительной самоходной установки УМП 1А, приводе дробилки, в проходческих и очистных комплексах типа КОВ 25, ПВ 1000 и КПВ 6, в качестве тяговой передачи магистрального теплового типа 2ТЭ и др.

Что касается использования зацепления Новикова в цилиндрических передачах с арочными зубьями [2], то достаточно полные сведения о геометрии, прочности и нагрузочной способности таких передач практически отсутствуют. Тем не менее, можно с большой вероятностью ожидать, что в таких передачах возникнет синергетический эффект, суммирующий достоинства как самого зацепления Новикова (высокая контактная прочность), так и арочной формы зубьев (см. выше). Достаточно констатировать, что в ряде случаев контактные точки на сопряженных поверхностях будут эллиптическими, т.е. характер контакта будет выпукло-вогнутым во всех направлениях, а это приведет к существенному снижению эффективных контактных напряжений.

Сказанное с очевидностью свидетельствует об актуальности проведения исследований цилиндрических передач Новикова с арочными зубьями.

Приведем кратко некоторые исходные геометро-кинематические предпосылки, лежащие в основе арочных передач Новикова. При этом рассмотрим наиболее распространенный случай – круговые зубья.

Формирование зубьев обкаткой можно представить, обратившись к рисункам 1 и 2. На рисунке 1 условно показан зуб кругового полушеврона исходной рейки двухлинейного зацепления для шестерни с вогнутой рабочей стороной, а на рисунке 2 – нормальное сечение зуба рейки, представляющее собой соответствующий исходный контур (в данном случае РГУ-5 [5]).

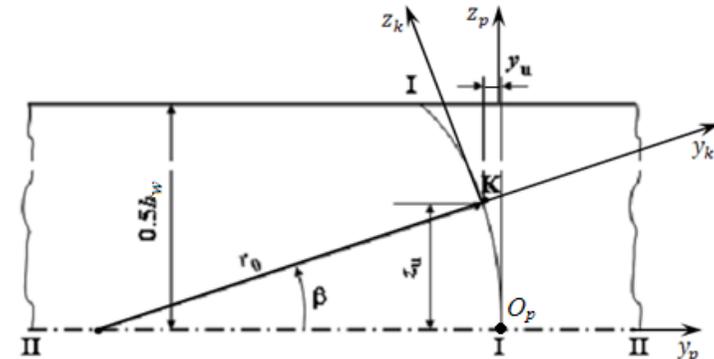


Рисунок 1 – Зуб арочного полушеврона производящей рейки для шестерни с вогнутой рабочей стороной

На рисунках 1 и 2 обозначено: I-I – линия симметрии головки зуба, II-II – средняя линия зубчатого венца, III-III – делительная линия,  $m_0$  – модуль инструмента (производящей рейки),  $b_w$  – рабочая ширина зубчатого венца,  $r_0$  – номинальный радиус продольной формы зуба,  $\rho$  – радиус окружности профиля зуба исходного контура,  $x$  – расстояние от центра радиуса  $\rho$  до линии III-III,  $l$  – расстояние от центра радиуса  $\rho$  до оси симметрии (впадины) зуба,  $\vartheta$  – текущий профильный угол,  $K_a, K_f, K$  – текущая точка соответственно на го-

ловке зуба (с углом  $\vartheta_a$ ), ножке зуба (с углом  $\vartheta_f$ ) и на линии симметрии зуба (с углом  $\beta$  и координатами  $y_u, z_u$ ).

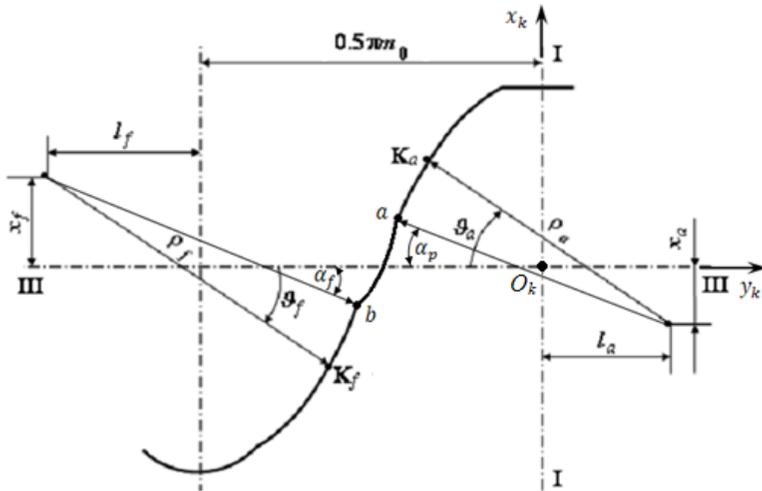


Рисунок 2 – Нормальное сечение зуба производящей рейки с исходным контуром РГУ-5

Параметрические уравнения рабочих поверхностей зубьев в системах координат, связанных с вращающимися колесами, находящимися в заданном движении по отношению к производящей рейке, могут быть принципиально представлены в виде:

$$\begin{cases} x = x(\vartheta, \beta, \varphi); \\ y = y(\vartheta, \beta, \varphi); \\ z = z(\vartheta, \beta, \varphi); \\ f(\vartheta, \beta, \varphi) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vartheta, \beta$  – криволинейные координаты,  $\varphi$  – параметр обкатки.

Условимся индексом "а" помечать параметры, относящиеся к головке, а индексом "f" – к ножке зуба.

В системе  $O_k x_k y_k$  уравнения профиля зуба:

- для головки

$$\begin{cases} x_k = \rho_a \sin \vartheta_a - (x_a - x_1); \\ y_k = -(\rho_a \cos \vartheta_a - l_a); \end{cases}$$

- для ножки

$$\begin{cases} x_k = -\rho_f \sin \vartheta_f + (x_f + x_1); \\ y_k = \rho_f \cos \vartheta_f - (0.5\pi m_0 + l_f). \end{cases}$$

Учитывая, что  $y_u = r_0(1 - \cos \beta)$  и  $z_u = r_0 \sin \beta$ , получим уравнения поверхностей производящей рейки в системе  $O_p x_p y_p z_p$ :

- для головки

$$\begin{cases} x_p = \rho_a \sin \vartheta_a - (x_a - x_1); \\ y_p = -(\rho_a \cos \vartheta_a - l_a - r_0) \cos \beta_a - r_0; \\ z_p = -(\rho_a \cos \vartheta_a - l_a - r_0) \sin \beta_a; \end{cases}$$

- для ножки

$$\begin{cases} x_p = -\rho_f \sin \vartheta_f + (x_f + x_1); \\ y_p = (\rho_f \cos \vartheta_f - l_f + r_0 - 0.5\pi m_0) \cos \beta_f; \\ z_p = (\rho_f \cos \vartheta_f - l_f + r_0 - 0.5\pi m_0) \sin \beta_f, \end{cases}$$

где  $x_1$  – смещение производящей рейки при нарезании шестерни.

Ниже рассматривается случай равносмещённого сдвига, т.е.  $x_1 = -x_2$ .

Используя положения пространственной теории зацепления [6], запишем в общем виде уравнения рабочей поверхности зуба:

$$\begin{cases} x = (\rho \sin \vartheta - b + r) \cos \varphi + [r\varphi + r_0 + (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta] \sin \varphi; \\ y = (\rho \sin \vartheta - b + r) \sin \varphi - [r\varphi + r_0 + (\rho \cos \vartheta - a - r_0) \cos \beta] \cos \varphi; \\ z = -(\rho \cos \vartheta - a - r_0) \sin \beta; \\ (r\varphi + r_0 - a \cos \beta - r \cos \beta) \sin \vartheta + b \cos \vartheta \cos \beta = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Последняя строка – уравнение зацепления  $f(\vartheta, \beta, \varphi) = 0$  – см. (1).

В системе (2) начальный радиус  $r = m_t z$ , где  $m_t$  – торцовый модуль,  $z$  – число зубьев зубчатого колеса, остальные параметры – из таблицы 1.

Таблица 1 – Параметры, входящие в систему (2) для контактной точки

Параметр	$k=1$		$k=2$	
	$i=1, a$	$i=2, f$	$i=1, f$	$i=2, a$
$\rho$	$\rho_a$	$\rho_f$	$\rho_f$	$\rho_a$
$a$	$l_a$	$l_a + \Delta\rho \cos \alpha_k$	$-(l_f + 0.5\pi m_0)$	$-(l_f + 0.5\pi m_0) + \Delta\rho \cos \alpha_k$
$b$	$x_a - x_1$	$x_f - x_1$	$-(x_f + x_1)$	$-(x_a + x_1)$
$\vartheta$	$\alpha_k$	$\alpha_k$	$\pi + \alpha_k$	$\pi + \alpha_k$
$r$	$r_1$	$-r_2$	$r_1$	$-r_2$
$r_0$	$r_0(-1)^{i+1}$	$r_0(-1)^{i+1}$	$r_0(-1)^{i+1}$	$r_0(-1)^{i+1}$
$\varphi$	$\varphi_a$	$\varphi_a z_1 / z_2$	$\varphi_f$	$\varphi_f z_1 / z_2$
$\beta$	$\beta_a(-1)^{i+1}$	$\beta_a(-1)^{i+1}$	$\beta_f(-1)^{i+1}$	$\beta_f(-1)^{i+1}$

В таблице 1:  $\Delta\rho = \rho_f - \rho_a$ ,  $\alpha_k$  – угол профиля зуба в точке контакта.

Индексы означают:  $i = 1$  относится к шестерне,  $i = 2$  – к колесу;  $k = 1$  – контакт головки зуба шестерни с ножкой зуба колеса,  $k = 2$  – контакт ножки зуба шестерни с головкой зуба колеса;  $t = 1$  – вариант с вогнутой рабочей стороной зуба шестерни (выпуклой стороной зуба колеса),  $t = 2$  – вариант с выпуклой рабочей стороной зуба шестерни (вогнутой стороной зуба колеса).

Переходя к неподвижной системе координат, полагая  $\mathcal{G}_a = \mathcal{G}_f = \alpha_k$  и подставляя значение  $r\varphi$  из уравнения зацепления в уравнения координат, получим уравнения линий зацепления:

- для головок зубьев

$$\begin{cases} x_0 = \rho_a \sin \alpha_k - (x_a - x_1); \\ y_0 = [-\rho_a \cos \alpha_k + (x_a - x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k] \cos \beta_a; \\ z_0 = -(\rho_a \cos \alpha_k - l_a - r_0) \sin \beta_a; \end{cases} \quad (3)$$

- для ножек зубьев

$$\begin{cases} x_0 = -\rho_f \sin \alpha_k + (x_f + x_1); \\ y_0 = [\rho_f \cos \alpha_k - (x_f + x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k] \cos \beta_f; \\ z_0 = (\rho_f \cos \alpha_k - l_f + r_0 - 0.5\pi m_0) \sin \beta_f. \end{cases} \quad (4)$$

Уравнения (3) и (4) представляют собой параметрические уравнения эллипсов, сильно вытянутых вдоль оси  $z$  (эксцентриситеты эллипсов близки 1), лежащих в плоскостях, параллельных начальной и отстоящих от последней на расстояниях соответственно  $x_0 = \rho_a \sin \alpha_k - (x_a - x_1)$  и  $x_0 = -\rho_f \sin \alpha_k + (x_f + x_1)$ .

Большая ( $a_0$ ) и малая ( $b_0$ ) полуоси эллипсов соответственно равны:

- для линии зацепления головок

$$a_0 = |-\rho_a \cos \alpha_k + l_a + r_0|, \quad b_0 = |-\rho_a \cos \alpha_k + (x_a - x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k|;$$

- для линии зацепления ножек

$$a_0 = |\rho_f \cos \alpha_k - l_f + r_0 - 0.5\pi m_0|, \quad b_0 = |\rho_f \cos \alpha_k - (x_f + x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k|.$$

На рисунке 3 пунктиром показаны линии зацепления головок (1) и ножек (2) зубьев для варианта  $t = 1$ . Отметим, что в этом случае эллипс линии зацепления головок имеет выпуклость, противоположную выпуклости линии зуба, а эллипс линии зацепления ножек имеет выпуклость в ту же сторону, что и выпуклость линии зуба. При  $t = 2$  картина будет обратной.

Одной из важных характеристик арочных передач Новикова является коэффициент продольного перекрытия зубьев. Обычно он определяется по

полушеврону и характеризует теоретическое количество точек контакта, которое, учитывая симметрию полушевронов, удваивается для всей передачи. При вращении колёс точки контакта движутся одновременно по обоим полушевронам от центра зубчатого венца, где угол  $\beta = \beta_{\min} = 0$ , к его торцам, где  $\beta = \beta_{\max}$ , или наоборот.

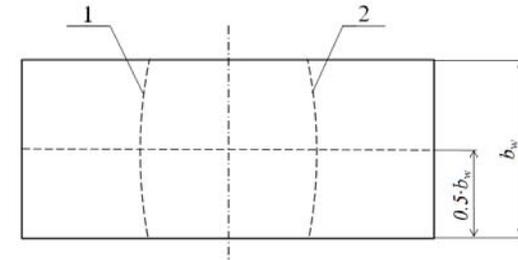


Рисунок 3 – Линии зацепления (эллипсы) для головок (1) и ножек (2) зубьев, вариант  $t = 1$

Пользуясь уравнениями зацепления системы (2), можно найти соотношение между текущими углами  $\varphi_i$  поворота зубчатого колеса и текущими углами  $\beta_i$  наклона зуба для контактных точек по головке и ножке зуба:

$$\begin{aligned} \varphi_{ai} &= [\mp r_0 + l_a \cos \beta_{ai} \pm r_0 \cos \beta_{ai} - (x_a - x_1) \cos \beta_{ai} \operatorname{ctg} \alpha_k] / r_1; \\ \varphi_{fi} &= [\mp r_0 - l_f \cos \beta_{fi} \pm r_0 \cos \beta_{fi} - 0.5\pi m_0 \cos \beta_{fi} + (x_f + x_1) \cos \beta_{fi} \operatorname{ctg} \alpha_k] / r_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{ai} &= \arcsin(b_{ai} b_w) / (r_0 \mp \rho_a \cos \alpha_k \pm l_a); \\ \beta_{fi} &= \arcsin(b_{fi} b_w) / (r_0 \mp 0.5\pi m_0 \pm \rho_f \cos \alpha_k \mp l_f), \end{aligned} \quad (6)$$

$b_{ai}$  ( $b_{fi}$ ) – текущее положение контактной точки по оси  $z$ , выраженное в долях ширины  $b_w$  зубчатого венца (верхние знаки здесь и далее при  $t = 1$ , нижние – при  $t = 2$ .)

Очевидно на торцах имеем  $b_{\max} = 0.5$ , в середине  $b_{\min} = 0$ .

Коэффициенты  $\varepsilon_\beta$  продольного перекрытия определяются как отношение угла поворота зубчатого колеса при прохождении контактной точки от середины до торца (или наоборот) к угловому шагу, равному  $2\pi / z_1$ . Из (5) и (6) следует, что коэффициенты  $\varepsilon_\beta$  по головке и ножке будут разными, в частности, для  $t = 1$ :

- по головке зуба

$$\varepsilon_{\beta a} = |z_1 [l_a - (x_a - x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k \pm r_0] (\cos \beta_{a_{\max}} - 1) / (2\pi z_1)|; \quad (7)$$

- по ножке зуба

$$\varepsilon_{\beta f} = \left| z_1 \left\{ \pm r_0 - \left[ 0.5\pi m_0 + l_f - (x_f + x_1) \operatorname{ctg} \alpha_k \right] \right\} (\cos \beta_{f \max} - 1) / (2\pi i) \right|. \quad (8)$$

Для ориентировки можно воспользоваться некоторым усреднённым коэффициентом продольного перекрытия:

$$(\varepsilon_{\beta})_{cp.} = 0.5b_w \operatorname{tg} [0.5 \arcsin(0.5b_w / r_0)] (\pi m_i). \quad (9)$$

Для расчёта контактной прочности рассматриваемых передач необходимо располагать сведениями о приведенных главных кривизнах взаимодействующих поверхностей арочных зубьев.

Отметим, что при контактировании по варианту  $t=1, k=1$  или  $t=2, k=2$  поверхности зубьев шестерни и колеса состоят из точек гиперболического класса, а при контактировании по варианту  $t=1, k=2$  или  $t=2, k=1$  поверхности зубьев шестерни и колеса состоят из точек эллиптического класса.

В отличие от косозубых, в арочных передачах Новикова кривизны поверхностей в контактных точках являются переменными величинами, зависящими как от варианта  $(t, k)$ , так и от угла  $\beta_{ai} (\beta_{fi})$  наклона зуба.

Определение главных кривизн поверхностей и соответствующих главных направлений может осуществляться разными методами – кинематическим [6], методом дифференциальной геометрии и т.д. По главным кривизнам и направлениям на поверхностях зубьев шестерни и колеса находят приведенные главные кривизны взаимодействующих поверхностей в точках контакта для различных фаз зацепления. Значительная вычислительная работа переведена нами на машинный язык. Ниже приведены результирующие зависимости для определения профильной  $K_{\alpha}$  и продольной  $K_{\beta}$  приведенных главных кривизн:

$$\begin{aligned} K_{\alpha} &= \operatorname{abs} \left[ \cos^2 \alpha / R_{\alpha 2} + \sin^2 \alpha / R_{\beta 2} - \cos^2 (\alpha - \theta) / R_{\alpha 1} - \sin^2 (\alpha - \theta) / R_{\beta 1} \right]; \\ K_{\beta} &= \operatorname{abs} \left[ \cos^2 \gamma / R_{\alpha 2} + \sin^2 \gamma / R_{\beta 2} - \cos^2 (\gamma - \theta) / R_{\alpha 1} - \sin^2 (\gamma - \theta) / R_{\beta 1} \right]; \\ \alpha &= 0.5 \arctg \left\{ \sin(2\theta) / \left[ \cos(2\theta) - (R_{\beta 2}^{-1} - R_{\alpha 2}^{-1}) / (R_{\beta 1}^{-1} - R_{\alpha 1}^{-1}) \right] \right\}, \end{aligned}$$

где  $\gamma = \pi / 2 + \alpha$ ;  $R_{\alpha 1} (R_{\alpha 2})$  – главный профильный радиус кривизны поверхности зуба шестерни (колеса),  $R_{\beta 1} (R_{\beta 2})$  – главный продольный радиус кривизны поверхности зуба шестерни (колеса),  $\theta$  – угловой параметр, вычисляемый через квадратичные формы поверхностей.

Остановимся кратко на некоторых вопросах качества зацепления, характеризующего, в частности, условиями неподрезания зубьев, а также допустимыми толщиной вершины зуба и положением полюсной линии при зацеплении пары.

Как известно, в передачах Новикова подрезанию может подвергнуться выпуклая головка зуба. Условие подрезания с достаточной точностью описывается кубическим уравнением [5]

$$\sin^3 \vartheta_n + a_v \sin \vartheta_n + b_v = 0, \quad (10)$$

где  $a_v = 2(x_a^* - x^*) / z_v$ ;  $b_v = -2(x_a^* - x^*)^2 / (z_v \rho_a^*)$  (здесь и далее звёздочка означает отнесение параметра к модулю).

Подрезания активной части головки зуба не наступит при соблюдении условия

$$\vartheta_n \leq \alpha_p. \quad (11)$$

( $\alpha_p$  – минимальный угол профиля на головке – см. рисунок 2).

Раскрывая коэффициенты  $a_v$ ,  $b_v$  и решая (10) относительно коэффициента  $x^*$  смещения, получим простые инженерные формулы для предельных значений

$$\begin{aligned} x_{\min}^* &= x_a^* - 0.5 \rho_a^* \sin \alpha_p (L + 1); \\ x_{\max}^* &= x_a^* + 0.5 \rho_a^* \sin \alpha_p (L - 1), \end{aligned} \quad (12)$$

где  $L = \sqrt{1 + 2 \sin \alpha_p z_v / \rho_a^*}$ ,  $\rho_a$  – радиус головки зуба (см. рисунок 2),  $z_v = z / \cos^3 \beta$  – приведенное число зубьев.

Теперь условие неподрезания запишется в виде

$$x_{\min}^* \leq x^* \leq x_{\max}^*. \quad (13)$$

Поскольку в середине зубчатого венца имеем  $\cos \beta = 0$  и наименьшее приведенное число зубьев  $z_v = z$ , то здесь условие (13) будет лимитирующим.

Если отвлечься от метода нарезания и параметров резцовых головок, могущих вносить свои коррективы, то здесь же будет наименьшей по ширине зубчатого венца толщина зуба по вершине, а максимальный коэффициент смещения производящей рейки выразится приближённой зависимостью:

$$x_{\max}^* = a_s (z_v - b_s)^{\gamma_s}, \quad (14)$$

где коэффициенты  $a_s, b_s, \gamma_s$  зависят от параметров исходного контура и однородности или неоднородности (т.е. наличия поверхностного упрочнения) материала зубьев колёс [5].

Современные исходные контуры (в том числе РГУ-5) имеют выключенную из работы с помощью вогнутого переходного участка  $ab$  (рисунок 2)

неблагоприятную в контактно-отношении околополюсную зону, что особенно важно для зубьев с высокотвердыми рабочими поверхностями.

Для передач, нарезанных со смещениями  $x^*$ , в зацеплении возможна ситуация, когда расположение полюсной линии окажется в области активных участков поверхностей головки или ножки зуба, т.е. в зоне контакта, что недопустимо, т.к. при этом функция участка  $ab$  по выключению полюса окажется бесполезной. Поэтому величина  $x_w^*$  смещения полюсной линии, определяемая как [5]  $x_w^* = x_1^* - z_1(x_1^* + x_2^*) / (z_1 + z_2)$ , должна по абсолютной величине не превышать допустимый уровень (см. рисунок 2)

$$|x_w^*| = \min\{(\rho_a^* \sin \alpha_p - x_a^*), (\rho_f^* \sin \alpha_f - x_f^*)\}. \quad (15)$$

В таблице 2 для примера приведены предельные значения коэффициентов смещения производящей рейки при нарезании арочных зубьев Новикова с исходным контуром РГУ-5, превышение которых приводит к ухудшению качества зацепления. Примеры даны для чисел зубьев  $z=9$  и  $z=25$ .

Таблица 2 – Предельные значения коэффициентов смещения производящей рейки

Коэфф. смещения	По условию					
	Неподрезания головки зуба		Допустимой толщины вершины зуба *)		Допустимого положения полюсной линии	
	$z = 9$	$z = 25$	$z = 9$	$z = 25$	$z = 9$	$z = 25$
$x_{\max}^*$	0,407	0,621	0,147/0,430	0,615/1,113	0,177	
$x_{\min}^*$	-0,384	-0,598	Без ограничений		-0,177	

\*) в числителе даны значения для зубьев с поверхностным упрочнением, в знаменателе – для зубьев с однородной структурой материала.

Выполненное исследование позволяет определить исходные данные для прочностного расчёта арочных зубьев Новикова с учётом качества зацепления.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 10-08-00031

**Список литературы:** 1. Решетов Д.Н., Головачев М.И. К расчёту арочных передач на сопротивление контактной усталости // Вестник машиностроения. – 1983. – №2. – С.12-16. 2. Догода М.И., Еремин В.Е., Догода А.И. Разработка и освоение высоконагруженных арочных передач и средств для их производства // Вестник машиностроения. – 1990. – №9. – С.41-44. 3. Сирицын А.И., Беляев А.И., Сирицын Д.А. Особенности изготовления и применения высокоточных арочных тяговых зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1997. – №1. – С.3-6. 4. Айрапетов Э.Л., Гордоничий В.П., Ерихов М.Л., Сызранцев В.Н. Нагруженность цилиндрических передач с арочными зубьями // Вестник машиностроения. – 1986. – №2. – С.20-22. 5. Короткин В.И., Онишков Н.П., Харитонов Ю.Д. Зубчатые передачи Новикова. Достижения и развитие. М.: Машиностроение-1, 2007. – 384с. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 24.04.11

**В.О. МАЛАЩЕНКО**, д.т.н., профессор НУ "Львівська політехніка"  
**О.Р. СТРИЛЕЦЬ**, аспірант НУ "Львівська політехніка"  
**В.М. СТРИЛЕЦЬ**, к.т.н., доцент НУ водного господарства та природокористування, м. Рівне

### ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРУЖНИХ ШПОНКОВИХ З'ЄДНАНЬ ТИПУ ВАЛ-МАТОЧИНА

Розглянуті динамічні властивості пружних шпонкових з'єднань приводів, при передачі ними періодичного, ударного довготривалого і короткотривалого навантаження та їх значного перевантаження, аж до зупинки виконавчого механізму, від вала до маточини або навпаки без врахування втрат енергії у них.

Рассмотрены динамические свойства упругих шпоночных соединений приводов, при передаче ими периодического, ударного длительного и кратковременного нагружения и их значительной перегрузки, вплоть до остановки исполнительного механизма, от вала до ступицы или наоборот, без учета потерь энергии в них.

Dynamic properties of transmissions resilient keys connections, during the transition of periodical, forced, permanent and short-term loading and significant overload up to the stoppage of executive device from shaft to hub or other way without considering of energy losses are considered.

З'єднання пружними призматичними шпонками описані в роботах [1...5]. Схема одного з'єднання показана на рисунку 1. Її можна розглядати як загальну для всіх пружних шпонкових з'єднань. Тут вал 1 і маточина 2 (шків, зірочка, зубчасте колесо тощо) з'єднані між собою пружною призматичною шпонкою 3. Пружний зв'язок вала та маточини дозволяє знизити короткочасні перевантаження, забезпечує, наприклад, плавніше входження зубів у зацепленнях зубчастих передач та інші переваги для привода.

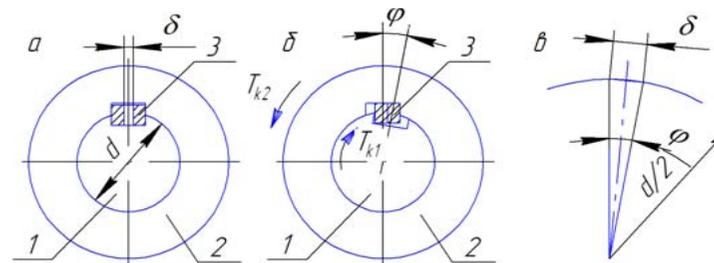


Рисунок 1 – Схеми роботи з'єднання типу "вал-маточина" з пружною призматичною шпонкою:  
 а – до навантаження; б – після навантаження;  
 в – для визначення кута повороту вала відносно маточини

Однією із основних характеристик пружних шпонкових з'єднань є його

жорсткість, записується відомою залежністю [6]

$$C_\varphi = \frac{dM}{d\varphi}, \quad (1)$$

де  $M$  – обертальний момент, який передається з'єднанням;  $\varphi$  – кут відносно повороту маточини відносно вала в площині їх обертання.

Відомі пружні призматичні шпонки мають постійну та змінну жорсткості, яку можна отримати вибором відповідної конструкцією.

Для аналізу впливу пружних шпонкових з'єднань на динамічні властивості привода і розв'язати поставлену задачу використовуємо рисунок 2, де прийняті наступні позначення:  $J_e$  – приведений до вала момент інерції мас привода, які стоять до вала приведення;  $J_m$  – приведений до маточини момент інерції мас привода – від маточини до виконавчого механізму;  $\omega_e$  і  $M_e$  – кутова швидкість і обертальний момент на валу;  $\omega_m$  і  $M_m$  – кутова швидкість і обертальний момент на маточині.

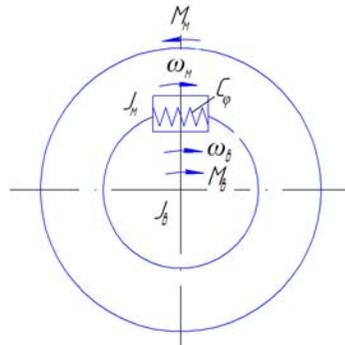


Рисунок 2 – Динамічна розрахункова схема

Припущення: у розрахунках коливань враховується тільки стале  $C_\varphi$ ; пружне шпонкове з'єднання має малу демпфуючу здатність; обертальний момент  $M_e$  може змінюватись без суттєвої зміни кутової швидкості  $\omega_e$ .

Перераховані умови дозволяють розглянути систему (рисунок 2), як просту, з однією ступінню вільності [6] з центром полярних координат на осі вала. Осі координат обертаються з кутовою швидкістю  $\omega_e$ . Тоді зможемо описати рух системи рівнянням загального вигляду

$$J_m \frac{d^2\varphi_m}{dt^2} + C_\varphi \varphi_m = M_m. \quad (2)$$

Розглянемо розв'язки рівняння (2) для чотирьох характерних випадків зміни навантаження  $M_m$  виконавчого механізму, графіки яких показані на рисунку 3:

**Періодична** зміна навантаження є найбільш розповсюджена на практиці. Її можна виразити за допомогою гармонічної функції у вигляді

$$M_m = M_0 + M_{am} \sin \omega t, \quad (3)$$

де  $M_0$  – постійна складова навантаження, номінальний обертовий момент на

вала двигуна;  $M_{am}$  і  $\omega$  – амплітуда та кругова частота навантаження.

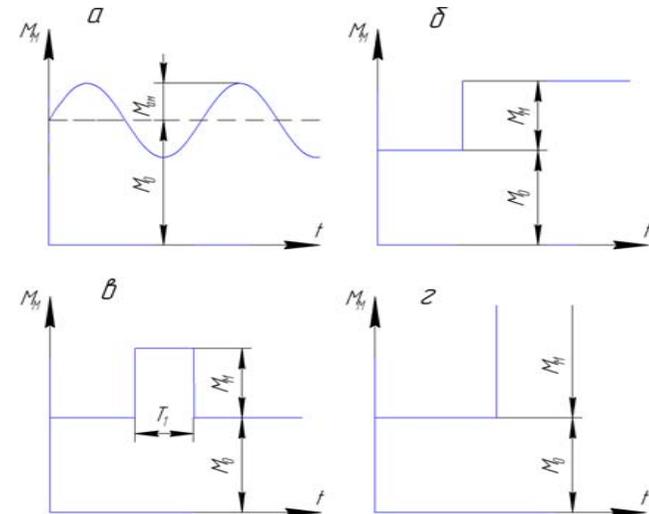


Рисунок 3 – Графіки навантаження виконавчого механізму:

*a* – навантаження змінюється періодично на протязі тривалого часу; *b* – величина ударного навантаження після різкого збільшення залишається незмінним на протязі тривалого часу; *v* – величина ударного навантаження після різкого збільшення зберігається на протязі малого часу; *z* – виконавчий механізм миттєво зупиняється внаслідок значного перевантаження

Далі позначимо  $\varphi_m = \varphi_0 + \varphi$  і диференціюємо двічі, маємо

$$\frac{d^2\varphi_m}{dt^2} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}, \quad (4)$$

де  $\varphi_0$  – кут повороту маточини відносно вала в площині їх обертання постійною складовою навантаження.

Враховуючи (3), після нескладних перетворень із (2) отримаємо:

$$J_m \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + C_\varphi \cdot \varphi = M_{am} \cdot \sin \omega t, \quad (5)$$

або

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + p^2 \cdot \varphi = q \cdot \sin \omega t, \quad (6)$$

де

$$p = \sqrt{\frac{C_\varphi}{J_m}}, \quad q = \frac{M_{am}}{J_m}. \quad (7)$$

Рівняння (5) і (6) описують вимушені гармонійні коливання. Загальний їхній розв'язок можна записати у вигляді

$$\varphi_3 = A \sin pt + B \cos pt + \frac{q}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t, \quad (8)$$

де  $A$  і  $B$  – постійні коефіцієнти;  $p$  – кругова частота вільних коливань.

Перші два члени в (8) виражають вільні, а третій – вимушені коливання системи. Беручи до уваги тільки частину вимушених коливань, з урахуванням (6), отримуємо динамічну складову навантаження у вигляді

$$\varphi C_\varphi = \frac{M_{ам}}{1 - (\omega/p)^2} \cdot \sin \omega t. \quad (9)$$

Позначимо амплітуду динамічного навантаження через  $M_{ав}$ , отримуємо

$$M_{ав} = \frac{M_{ам}}{1 - (\omega/p)^2}. \quad (10)$$

Залежність між  $M_{ав}$  і  $\omega/p$  виражається відомою резонансною кривою показаною на рисунку 4.

На основі аналізу отриманої кривої є очевидні випадки такі, що:

– при значеннях  $\omega/p = 0$  і  $\omega/p = \sqrt{2}$  значення  $M_{ав} = M_{ам}$  за абсолютною величиною; у проміжку  $0 < \omega/p < \sqrt{2}$  завжди буде  $M_{ав} > M_{ам}$  і при  $\omega/p = 1$  настає резонанс, що супроводжується поломкою деталей привода, при цьому  $M_{ав} \rightarrow \infty$ ;

– при значеннях  $\omega/p > \sqrt{2}$  завжди є випадок  $M_{ав} < M_{ам}$ .

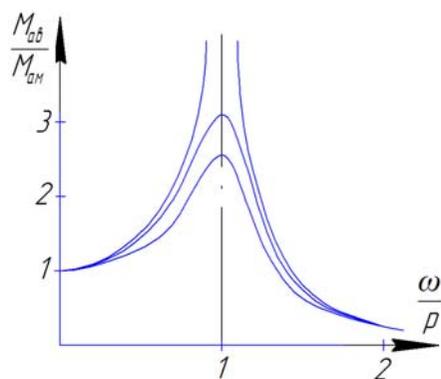


Рисунок 4 – Резонансна крива

Відтак, використовуючи запропоновані формулу (10) і нерівність  $\omega/p > \sqrt{2}$ , можна отримати випадок, коли пружне шпонкове з'єднання забезпечить плавну роботу привода для періодичного навантаження, а його жорсткість буде задовольняти умові

$$C_\varphi < \frac{J_m \cdot \omega^2}{2}. \quad (11)$$

**Розглянемо** другий випадок, який характерний для приводів, що вмикаються на повне навантаження після холостого ходу: металорізальні верстати, прокатні стани, вантажо-піднімальні машини тощо (рисунок 3,б).

Рівняння руху маси  $J_m$  буде подібне (6), в якому праву частину слід замінити постійним приростом навантаження  $M_m$ .

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + p^2 \cdot \varphi = q, \quad (12)$$

де

$$q = \frac{M_m}{J_m}. \quad (13)$$

Загальним розв'язком рівняння (12) є:

$$\varphi = A \sin pt + B \cos pt + \frac{q}{p^2}. \quad (14)$$

Останній член правої частини (14) рівний куту повороту маточини відносно вала в площині їх обертання при статичній дії приросту навантаження  $M_m$ . У цьому легко переконатися, якщо взяти до уваги позначення у (7).

У рівнянні (14) перші два члени виражають вільні коливання, що викликані ударним навантаженням, які швидко затухають внаслідок дисипації енергії, а залишається один третій член. На початковій ділянці коливань після ударного навантаження вільні коливання мають суттєві значення, а тому не можуть бути виключені із аналізу. Постійні коефіцієнти  $A$  і  $B$  у (14) визначаються за початковими умовами. Суть цих умов у тому, що перед ударним навантаженням додатковий кут відносного повороту маточини відносно вала в площині їх обертання  $\varphi$  і швидкість її повороту  $\omega$  були рівні нулю. Тоді, при  $t = 0$ :  $\varphi = 0$  і  $d\varphi/dt = 0$ , а  $B = -q/p^2$ .

Диференціюємо рівняння (14) і виконаємо другу початкову умову, маємо, що  $A = 0$ . Підставимо значення коефіцієнтів  $A$  і  $B$  у рівняння (14), отримуємо

$$\varphi = \frac{q}{p^2} (1 - \cos pt). \quad (15)$$

Якщо врахувати позначення (7) і перейти до моментів, дістанемо

$$M_{\epsilon} = \varphi C_{\varphi} = M_{\text{м}}(1 - \cos pt). \quad (16)$$

Із (16) видно, що при  $t = \pi/p$ ,  $M_{\epsilon\text{max}} = 2M_{\text{м}}$ .

Максимальне значення навантаження привода не залежить від частоти вільних коливань системи та жорсткості пружного шпонкового з'єднання.

Максимальне навантаження залишається постійним як при жорсткому, так і пружному шпонкових з'єднаннях, а змінюється лише плавність передачі цього навантаження. Цей висновок ґрунтується на рішенні, яке не враховує втрат у пружних шпонкових з'єднаннях.

Залежність (16) буде справедливим тільки на відрізку часу від  $t = 0$  до  $t = t_1$ , тобто маємо характерні випадки:

- при  $t_1 \geq \frac{\pi}{p}$  залишається справедливою рівність  $M_{\epsilon\text{max}} = 2M_{\text{м}}$ ;
- при  $\frac{\pi}{2p} < t_1 < \frac{\pi}{p}$  буде  $2M_{\text{м}} > M_{\epsilon\text{max}} > M_{\text{м}}$ ;
- тільки при  $t_1 < \frac{\pi}{2p}$  можна очікувати  $M_{\epsilon\text{max}} < M_{\text{м}}$ .

У **третьому** випадку (рисунок 3,б), при короткочасних навантаженнях після  $t = T_1$  система буде вільна від додаткового навантаження  $M_{\text{м}}$ . Для дослідження подальшого руху системи (при  $t > T_1$ ) використаємо розв'язок рівняння (14), враховуючи, що  $q = M_{\text{м}}/J_{\text{м}} = 0$ .

Тоді отримаємо

$$\varphi = A \sin pt + B \cos pt. \quad (17)$$

У (17) час відраховується від моменту закінчення дії навантаження. Постійні коефіцієнти  $A$  і  $B$  визначаються також за початковими умовами. При  $t_1 = 0$  кут повороту маточини відносно вала в площині їх обертання  $\varphi$  і швидкість її повороту  $d\varphi/dt$  визначаються із рівняння (15), у якому слід прийняти  $t = T_1$ .

Тоді отримаємо:

$$\varphi_{t_1=0} = \frac{q}{p^2}(1 - \cos pT_1), \quad \text{а} \quad \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{t_1=0} = \frac{q}{p} \sin pT_1.$$

За першою умовою із рівняння (17) маємо  $B = \frac{q}{p^2}(1 - \cos pT_1)$ ,

а за другою –  $A = \frac{q}{p^2} \sin pT_1$ .

Тоді (17) приймає вигляд

$$\varphi = \frac{q}{p^2} [\sin pT_1 \sin pt_1 + (1 - \cos pT_1) \cos pt_1], \quad (18)$$

або

$$M_{\epsilon} = M_{\text{м}} [\sin pT_1 \sin pt_1 + (1 - \cos pT_1) \cos pt_1]. \quad (19)$$

Рівняння (19) дозволяє аналітично визначити максимальне значення  $M_{\epsilon}$  у залежності від співвідношення  $T_1$  і  $p$ . Наголосимо, що  $M_{\epsilon}$  помітно зменшується порівняно з  $M_{\text{м}}$ , якщо  $T_1$  менше, ніж  $1/8$  періоду вільних коливань системи ( $T_1 = \pi/4p$ ).

Таким чином, правильним вибором жорсткості пружного шпонкового з'єднання можна зменшити шкідливу дію ударного навантаження на елементи приводів машин та механізмів.

Тепер **розглянемо випадок**, коли робочий механізм миттєво зупиняється внаслідок значного перевантаження (рисунок 3,з). Кутова швидкість вала і маточини до перевантаження була постійною і дорівнювала  $\omega_{\epsilon}$ . Після цього система буде навантажена пусковим моментом електродвигуна  $M_{\text{пуск}}$  тому, що він ще не вимкнений. Тут приймаємо, що  $M_{\text{пуск}} = M_{\text{н}}$ . При цьому постійну складову кута повороту маточини відносно вала в площині їх обертання  $\varphi_0$  виключаємо із розгляду, а рух маси  $J_{\epsilon}$  буде описуватись рівнянням вільних коливань (17) з початковими умовами:

- при  $t = 0$ ,  $\varphi = 0$  і  $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_{\epsilon}$ .

Постійні коефіцієнтів  $A$  і  $B$  для цих умов дорівнюють:

$$B = 0; \quad A = \frac{\omega_{\epsilon}}{p} \quad \text{і} \quad \varphi = \frac{\omega_{\epsilon}}{p} \sin pt. \quad (20)$$

Враховуючи, що  $p = \sqrt{C_{\varphi}/J_{\text{м}}}$ , отримаємо додатковий момент, який діє на систему

$$M = \varphi C_{\varphi} = \frac{C_{\varphi} \omega_{\epsilon} p}{p^2} \sin pt = J_{\epsilon} \omega_{\epsilon} p \sin pt; \quad (21)$$

при

$$t = \frac{\pi}{2p}; \quad M_{\max} = J_{\epsilon} \omega_{\epsilon} p. \quad (22)$$

Рівняння (22) дозволяє стверджувати, що величина додаткового моменту, який діє на систему в результаті її раптової зупинки, прямо пропорціональна частоті вільних коливань системи  $p$ . Чим менша жорсткість пружного шпонкового з'єднання при інших рівних умовах, тим менше перевантаження привода для такого критичного випадку. В той час як у жорстких з'єднаннях перевантаження можуть досягати дуже великих величин і викликати поломку слабшого елемента привода.

#### Висновки:

1. Аналіз отриманих результатів стосовно динамічних явищ для пружних шпонкових з'єднань приводів, при передачі ними періодичного, ударного довго- та короткотривалого навантаження і перевантаження, аж до зупинки виконавчого механізму, навіть без врахування дисипації енергії у них, істотно пом'якшує передавання моменту від вала до маточини або навпаки.

2. Запропоновані аналітичні залежності мають теоретичне та практичне значення для різних галузей машинобудування щодо проведення уточнених розрахунків навантажувальної здатності пружних шпонкових з'єднань і є науковим підґрунтям для подальших досліджень елементів приводів.

**Список літератури:** 1. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Обґрунтування нової класифікації шпонкових з'єднань // Підйомно-транспортна техніка. – Дніпропетровськ: 2009. – №4. – С.124-130. 2. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Навантажувальна здатність пружних шпонкових з'єднань типу вал-маточина // Вісник НТУ "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2010. – №26. – С.65-71. 3. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Статичні розрахунки деяких призматичних пружних шпонок / Матеріали Міжнародної науково-технічної конференції "Фундаментальні та прикладні проблеми сучасних технологій" (м. Тернопіль, 19-21 травня 2010р.). – Тернопіль: ТНТУ, 2010. – С.68-69. 4. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Деякі питання динаміки з'єднань типу вал-маточина з пружними призматичними шпонками // Праці 2-ої Міжнародної науково-технічної конференції "Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій" (м. Львів, 11-13 листопада 2010р.). – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2010. – С.140-142. 5. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Обґрунтування кінематико-силових параметрів з'єднань з пружними шпонками // Вісник НУ біоресурсів і природокористування України – К.: НУБПУ, 2010. – №26. – С.65-71. 6. Комаров М.С. Динаміка механізмів і машин. – М.: Машиностроение, 1968. – 351с.

Надійшла до редколегії 15.04.11

УДК 621.9.20.001.24

**В.С. НАДЄЇН**, к.т.н., доцент каф. МВтаС КНТУ, м. Кіровоград

### УДОСКОНАЛЕНА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ ДИСКОВОГО ШЕВЕРА

Методика розрахунку дискового шевера через достатньо вільний та багатоваріантний вибір вихідних параметрів інструменту і верстатного зачеплення представляє ітераційний процес з обов'язковою перевіркою виконання ряду умов. Для прискорення збіжності процесу обчислення використані властивості верстатного гвинтового зачеплення зі зміщенням вихідного контуру і характерних точок профілів шевера і колеса.

Методика расчета дискового шевера из-за достаточного свободного и многовариантного назначения исходных параметров инструмента и станочного зацепления представляет итерационный процесс с обязательной проверкой выполнения ряда условий. Для ускорения сходимости процесса вычисления использованы свойства станочного винтового зацепления со смещением исходного контура и характерных точек профилей шевера и колеса.

Method of calculating the disk shaving tool because of the fairly free and multivariate purpose of initial parameters of machine tool and the link is an iterative process with a mandatory check fulfillment of certain conditions. To speed up the convergence process of calculating the properties of the used machine tool screw engagement with the displacement of the original circuit and the characteristic points of the profiles shaving tool & wheels.

Найвні на даний час методики розрахунку дискового шевера складні, так як вибір і призначення параметрів шевера є досить вільні. Внаслідок цього не можна гарантувати придатність вказаних параметрів для виконання умов правильності обробки колеса або конструктивних обмежень розмірів шевера. Тому процес розрахунку шевера є ітераційним, що потребує високої кваліфікації конструктора-інструментальника [1-5].

Враховуючи сказане, створення методики розрахунку шеверів з обґрунтованим цілеспрямованим визначенням основних параметрів шевера є **актуальним** і складає мету даної статті.

Вихідними даними для розрахунку є геометричні параметри оброблюваного колеса, які розраховують за методикою, наведеною в [6, 7].

Надалі домовимось щодо індексів для того, щоб відрізнити однойменні параметри робочого і верстатного зачеплень, оброблюваного колеса і шевера. Параметри оброблюваного колеса (надалі колеса) у робочому зачепленні мають подвійних індекс 12, наприклад початковий діаметр у робочому зачепленні  $d_{w12}$ . Початковий діаметр оброблюваного колеса у верстатному зачепленні буде означений як  $d_{w1}$ . Параметр, загальний для оброблюваного колеса і шевера у верстатному зачепленні, має подвійний індекс 01, наприклад нормальний початковий кут верстатного зачеплення  $\alpha_{m01}$ . Крім того, параметрам сточеного шевера додається літера "с" в кінці складного індексу. Параметри нового шевера додаткових літер в індексах не мають. Позначення параметрів коліс, шевера і

верстатного зачеплення відповідають ГОСТ 16530-70, ГОСТ 16531-70.

Алгоритм розрахунку параметрів шевера наведено нижче, причому всі параметри оброблюваного колеса вважаються відомими.

Вихідними даними для розрахунку шевера є кут перехрещення осей шевера і колеса  $\Sigma = 10 \dots 15$ , зовнішній максимальний діаметр шевера  $d'_{a0}$ , який призначають за паспортом шевінгувального верстата та глибина  $h_k$  стружкових канавок. Параметри шевера, а також вимоги до його виготовлення, повинні відповідати ГОСТ 8570-57\*, ГОСТ 10222-62\*.

1. Початковий діаметр колеса у верстатному зачепленні

$$d_{w10} = \frac{d_{a1} + d_{p1}}{2}.$$

2. Кут профілю торцевий на діаметрі  $d_{w1}$  колеса

$$\cos \alpha_{tw1} = \frac{d_{b1}}{d_{w1}}.$$

3. Кут нахилу зубів колеса на діаметрі  $d_{w1}$  колеса

$$\operatorname{tg} \beta_{w1} = \frac{d_{w1}}{d_1} \operatorname{tg} \beta_1.$$

4. Нормальний кут верстатного зачеплення

$$\operatorname{tg} \alpha_{mw01} = \operatorname{tg} \alpha_{w1} \cos \beta_{w1}.$$

5. Початковий кут нахилу зубів шевера

$$\beta_{w0} = \beta_{w1} - \Sigma.$$

6. Ділильний кут нахилу зубів шевера

$$\sin \beta_0 = \frac{\sin \beta_1 \cdot \sin \beta_{w0}}{\sin \beta_{w1}}.$$

7. Торцевий початковий кут профілю шевера

$$\operatorname{tg} \alpha_{tw0} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{mw0}}{\cos \beta_{w0}}.$$

8. Основний кут нахилу зубів шевера

$$\sin \beta_{b0} = \sin \beta_0 \cos \alpha.$$

9. Число зубів шевера

$$z_0 = \frac{d'_{a0} - (3 \dots 4)m_n \cos \beta_0}{m_n}.$$

Округлюють до цілого числа, не кратного  $z_1$ .

10. Кут профілю на вершині зуба шевера

$$\sin \alpha_{a0} = \frac{\sin \alpha_{a1} \cdot \cos \beta_{b1}}{\cos \beta_{b0}}.$$

11. Кут профілю в нижній активній точці зуба колеса у верстатному зачепленні

$$\operatorname{tg} \alpha_{p10} = \operatorname{tg} \alpha_{tw1} - \frac{z_0 \cos^2 \beta_{b1}}{z_1 \cos^2 \beta_{b0}} (\operatorname{tg} \alpha_{a0} - \operatorname{tg} \alpha_{tw0}).$$

12. *Перевірка №1* відсутності підрізу зуба колеса. Повинно бути  $\alpha_{p12} > \alpha_{p10} > 0$ .

Якщо умова задовольняється то виконується *перевірка №2*. Якщо умова не виконується, то змінюють  $d_{w10}$  і повторюють розрахунок, починаючи з пункту 2.

*Перевірка №2* наявності і величини радіального зазору в западині колеса.

12.1 Міжосьова відстань у верстатному зачепленні

$$a_{w01} = \frac{m_n \sin \beta_{w1}}{2 \sin \beta_1} \left( \frac{z_1}{\cos \beta_{w1}} + \frac{z_0}{\cos \beta_{w0}} \right).$$

12.2 Початковий діаметр шевера

$$d_{w01} = 2a_{w01} - d_{w10}.$$

12.3 Основний діаметр шевера

$$d_{b0} = \frac{d_{b1} z_0 \cos \beta_{b1}}{z_1 \cos \beta_{b0}}.$$

12.4 Діаметр вершин шевера

$$d_{a0} = \frac{d_{b0}}{\cos \alpha_{a0}}.$$

12.5 Радіальний зазор в западині колеса

$$c_{10} = a_{w01} - 0.5(d_{a0} + d_{f1}).$$

12.6 Якщо  $0 < c_{12} \leq 0,1 m_n$ , то переходять до перевірки *№3*. Якщо не виконується умова, то приймають  $c_{10} = 0,1 m_n$ , визначають нове значення  $d_{a0} = a_{w01} - 0,5d_{f1} - 0,1 m_n$ , для цієї величини визначають нове значення кута профілю на вершині зуба шевера

$$\cos \alpha_{a0} = \frac{d_{b0}}{d_{a0}},$$

і ведуть розрахунок з пункту 11.

Перевірка №3 розміщення стружкових канавок на вершині зуба нового шевера.

12.7. Нормальний крок на початковому колі колеса

$$p_{mw1} = \frac{\pi d_{w1}}{z_1} \operatorname{tg} \beta_{w1}.$$

12.8. Торцевий кут профілю зуба колеса

$$\operatorname{tg} \alpha_{t1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta_1}.$$

12.9. Початкова нормальна товщина зуба колеса

$$S_{mw1} = d_{w1} \left( \frac{\pi}{2z_1} + \frac{2x_1 \operatorname{tg} \alpha}{z_1} + \operatorname{inv} \alpha_{t1} - \operatorname{inv} \alpha_{tw1} \right).$$

12.10. Початкова нормальна товщина зуба шевера

$$s_{nw0} = p_{nw1} - s_{mw1}.$$

12.11. Нормальна товщина на вершині зуба шевера

$$s_{na0} = d_{a0} \left( \frac{s_{nw0}}{d_{w01} \cos \beta_{w0}} + \operatorname{inv} \alpha_{nw0} - \operatorname{inv} \alpha_{ta0} \right).$$

Повинно бути  $s_{na0} \geq 2,5h_k$ . Якщо умова виконується, то параметри нового шевера винайдено, переходять до розрахунку шевера сточеного. Якщо умова не виконується, змінюють  $d'_{a0}$  і розрахунок повторюють починаючи з пункту 9.

13. Діаметр граничних точок профілю сточеного шевера

$$d_{l0c} = d_{b0} + 2a,$$

де  $a = 2 \text{ мм}$  при  $m_n < 3 \text{ мм}$ ,  $a < 3 \text{ мм}$  при  $m_n = 3 \dots 5 \text{ мм}$ ,  $a = 4 \text{ мм}$  при  $m_n > 5 \text{ мм}$ .

14. Діаметр вершин сточеного шевера

$$d_{a0c} = d_{l0c} + 2m_n(2h_a^* + c^*).$$

15. Початковий діаметр сточеного шевера у верстатному зачепленні

$$d_{w01c} = \frac{d_{a0c} + d_{l0c}}{2}.$$

16. Торцевий кут профілю на початковому діаметрі сточеного шевера

$$\cos \alpha_{nw0c} = \frac{d_{b0}}{d_{w01c}}.$$

17. Кут профілю в нижній точці профілю шевера у верстатному зачепленні

$$\operatorname{tg} \alpha_{p0c} = \operatorname{tg} \alpha_{tw0c} - \frac{z_1 \cos^2 \beta_0}{z_0 \cos^2 \beta_1} (\operatorname{tg} \alpha_{ta1} - \operatorname{tg} \alpha_{tw1}).$$

18. Діаметр нижніх активних точок профілю сточеного шевера

$$d_{p0c} = \frac{d_{b0}}{\cos \alpha_{p0c}}.$$

Перевірка: повинно бути  $d_{p0c} > d_{l0c}$ . Якщо умова не виконується то зменшити  $a$  чи збільшити  $d_l$  і провести новий розрахунок сточеного шевера з пункту 14.

19. Початковий кут нахилу зуба сточеного шевера

$$\operatorname{tg} \beta_{w0c} = \frac{d_{w01c}}{d_0} \operatorname{tg} \beta_0.$$

20. Початковий кут нахилу зуба колеса у верстатному зачепленні зі сточеним шевером

$$\beta_{w1} = \Sigma + \beta_{w0c}.$$

21. Початковий нормальний кут зачеплення сточеного шевера з колесом

$$\operatorname{tg} \alpha_{nw01c} = \operatorname{tg} \alpha_{tw0c} \cos \beta_{w01}.$$

22. Торцевий початковий кут профілю колеса

$$\operatorname{tg} \alpha_{tw1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{mw01c}}{\cos \beta_{w1}}.$$

23. Нормальний крок на початковому колі колеса верстатного зачеплення із сточеним шевером

$$p_{mw01} = \frac{\pi d_{b1} \cos \beta_{w1}}{z_1 \cos \alpha_{tw1}}.$$

24. Нормальна товщина зуба на початковому колі колеса у верстатному зачепленні із сточеним шевером

$$S_{mw1} = \frac{\pi d_{b1}}{\cos \alpha_{tw1}} \left( \frac{\pi}{2z_1} + \frac{2x_1 \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha_{t1} - \operatorname{inv} \alpha_{tw1} \right).$$

25. Нормальна початкова товщина зуба сточеного шевера

$$S_{mw0c} = t_u - S_{mw1}.$$

26. Торцевий кут профілю в граничній точці зуба сточеного шевера

$$\alpha_{l0} = \arccos \frac{d_{b0}}{d_{l0}}.$$

27. Товщина зуба шевера на колі граничних точок профілю шевера

$$s_{H0} = d_{H0} \left( \frac{s_{m0c}}{d_{w0c} \cos \beta_{w0c}} + \operatorname{inv} \alpha_{tw0} - \operatorname{inv} \alpha_{I0} \right).$$

28. Ширина западин на колі граничних точок профілю зуба шевера

$$e_{I0} = \frac{\pi d_{w01c}}{z_0} - s_{H0}.$$

Якщо  $e_{I0} < 1,5$  мм для  $m > 2$  мм, то збільшити  $d_{w01c}$  і провести новий розрахунок починаючи з пункту 16.

29. Діаметр отвору в западині для виходу гребінок

$$d_{ce} = e_l + (2 \dots 2,5) \text{ мм}.$$

30. Діаметр кола центрів отворів

$$D_{\psi} = d_{I0} - \sqrt{d_{ce}^2 - e_{I0}^2}.$$

31. Кут нахилу осі отворів

$$\operatorname{tg} \beta_{ce} = \frac{d_{I0}}{d_0} \operatorname{tg} \beta_0.$$

#### Висновки:

1. Запропонована методика розрахунку шевера суттєво скорочує процес обчислення. Вже на другій ітерації можна отримати параметри шевера, які задовольняють умовам правильної обробки колеса.

2. Перевірки правильності обробки колеса по кутовим параметрам нижніх активних і граничних точок профілів колеса і шевера дозволяють цілеспрямовано змінювати значення керуючих параметрів в разі невиконання умов перевірки.

3. Отримані значення кутів в нижніх активних і граничних точках профілю шевера і колеса дозволяють спросити процедуру оптимізації параметрів шевера і верстатного зацеплення.

**Список літератури:** 1. *Климов В.И.* Справочник конструктора-инструментальщика / *В.И. Климов, А.С. Лернер, М.Д. Пекарский и др.* – Изд.2. – М.: Машгиз, 1953. – 608с. 2. *Романов В.Ф.* Расчеты зуборезных инструментов / *В.Ф. Романов.* – М.: Машиностроение. – 1969. – 255с. 3. *Ординарцев Н.А.* Справочник инструментальщика / *Н.А. Ординарцев, Г.В. Филитов, А.Н. Шевченко и др.* – Л.: Машиностроение, 1987. – 846с. 4. *Иноземцев Г.Г.* Проектирование металлорежущих инструментов / *Г.Г. Иноземцев.* – М.: Машиностроение, 1984. – 270с. 5. *Родин П.Р.* Основы проектирования режущих инструментов / *Родин П.Р.* Учебник. – К. Высшая школа, 1990. – 424с. 6. *Гинзбург Е.Г.* Зубчатые передачи: Справочник / *Е.Г. Гинзбург, Н.Ф. Голованов, Н.Б. Фирун и др.*; Под общ. ред. Е.Г. Гинзбурга. – 2-е изд. перераб. и доп. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416с. 7. *Болотовский И.А.* Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления. Справочное пособие / *И.А. Болотовский, Б.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, Б.И. Шендерей.* – М.: Машиностроение, 1974. – 160с.

Надійшла до редакції 25.04.11.

УДК 621.833

**П.Н. ОНИШКОВ**, вед. инженер ОАО ГСКБ Алмаз-Антей, г. Москва, Россия  
**Д.В. ОСТРОВСКИЙ**, магистр РГСУ, г. Ростов-на-Дону, Россия

#### К ОЦЕНКЕ КОНТАКТНО-УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ПОЛЮСНОЙ ЗОНЫ (Сообщение 1)

Анализируются возможные причины изменения внешней касательной нагрузки в контакте качения в предположении наличия кулонова трения. Показано, что наиболее вероятной причиной является изменение областей сцепления и проскальзывания в пределах мгновенного пятна контакта – увеличение касательной нагрузки по мере вырождения областей сцепления.

Аналізуються можливі причини зміни зовнішнього дотичного навантаження в контактні качення в припущенні наявності кулонова тертя. Показано, що найбільш імовірною причиною є зміна областей зчеплення і прослизання в межах миттєвої плями контакту – збільшення дотичного навантаження у процесі виродження областей зчеплення.

The possible reasons for changes in the external tangential load in rolling contact under the assumption that Coulon friction. It is shown that the most likely cause is a change in clutch slippage and areas within the immediate contact area – increasing tangential load as the degeneration of areas of adhesion.

Несмотря на интенсивные исследования, вопросы контактно-усталостной долговечности остаются актуальными. Износ, питтинг, "серая пятнистость", глубинное выкрашивание, задиры – далеко не полный перечень негативных результатов контактного взаимодействия. В настоящей работе остановимся только на одном из аспектов.

Общепризнано, что зоны "чистого качения" (полюсные) относятся к потенциально наиболее опасным. Однако единого мнения о причинах нет. Так Р.М. Игнатищев [1] в качестве одного из факторов отмечает износ прилегающих околополюсных участков контактирующих поверхностей, ведущих к возникновению в полюсе своеобразного "бугра". Г.К. Трубин [2] и ряд других авторов предполагает влияние "всплеска" коэффициента трения при переходе "через ноль". Примеры можно продолжить.

Для режимов нагружения "качение без скольжения", "качение с внешней касательной нагрузкой", "качение с проскальзыванием", "пульсирующий контакт" рекомендуется значительное (до 35%) различие предельно допускаемых напряжений, причем нижний уровень соответствует режиму "пульсирующий контакт" [3]. Поскольку геометрия контактирующих тел и материал не меняются, можно предположить, что указанные различия – следствие кинематических особенностей контакта.

Режим "качение с проскальзыванием" характеризуется наличием проскальзывания взаимодействующих тел, как абсолютно жестких – геометрическим скольжением. В остальных случаях таковое отсутствует. В связи с этим интерес представляют эксперименты [4, 5]. На рисунке 1 приведен график изменения контакт-

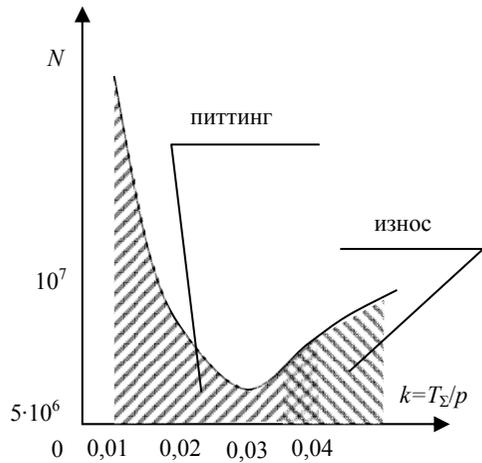


Рисунок 1 – Долговечность и характер контактных разрушений в зависимости от внешней касательной нагрузки (при  $P=1670\text{Н}$ )

ной долговечности от уровня внешней касательной нагрузки  $T_z$  при обкатывании неподвижного цилиндрического образца  $d_1=9,32\text{мм}$  шариком  $d_2=10,32\text{мм}$  в условиях тормозящего эффекта, обусловленного профилем прижимаемого к шарикку наружного кольца.

Обращает на себя внимание характер зависимости  $N=N(T_z)$ . Увеличение коэффициента сопротивления качению  $k=T_z/P$ , где  $P$  – внешняя нормальная нагрузка, ведет до определенного момента к снижению долговечности по критерию питтинга.

Но его дальнейшее возрастание,

наоборот – к некоторому ее возрастанию при одновременном изменении характера разрушения. Фактором, ограничивающим долговечность, становится износ. Интерес представляют два момента:

**1. Чем обусловлено возрастание  $T_z$  в предположении наличия кулонова трения.**

**2. Причина возрастания долговечности при  $0,03 < k < 0,04$  в условиях неизменности характера разрушения**

Основными "вкладчиками" коэффициента сопротивления качению стальных деталей являются:

1. Проскальзывание на площадке контакта.
2. Упругий гистерезис и микропластические деформации.
3. Потери в смазке.

В данных экспериментах смазка осуществлялась эпизодически, и ее влияние не учитывалось. Сопротивление вследствие упругого гистерезиса  $T_r$  определяется прежде всего величиной нормальной нагрузки. Так, по Тейбору, для случая качения шара по плоскости  $T_r=2Pa_n/3\pi R$ , где  $a$  – коэффициент потерь от гистерезиса при соответствующем уровне напряжений;  $a_n$  – полуось пятна контакта;  $R$  – радиус шара.

Упругие постоянные взаимодействующих тел одинаковы. Это позволяет разделить собственно контактную задачу, т.е. задачу определения формы площадки контакта и распределения давлений от задачи исследования напряженного состояния. При наличии внешних касательных нагрузок это необходимо и возможно. В системе координат с поверхностью контакта тел, лежащей в плоскости  $XOY$  (ось  $Z$  направлена по нормали к поверхности) скачки упругих смещений

взаимодействующих тел 1 и 2, выраженные через поверхностные напряжения, имеют структуру [6]:

$$\begin{aligned} U_{x1}-U_{x2} &= K\varphi_1(\sigma_z)+\psi_1(\tau_{xz}, \tau_{yz}); \\ U_{y1}-U_{y2} &= K\varphi_2(\sigma_z)+\psi_2(\tau_{xz}, \tau_{yz}); \\ U_{z1}-U_{z2} &= \varphi_3(\sigma_z)+K\psi_3(\tau_{xz}, \tau_{yz}); \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$K=[(1-2\nu_1)/G_1-(1-2\nu_2)/G_2]/2\pi.$$

Очевидно, что при  $\nu_1=\nu_2$  и  $G_1=G_2$ ,  $K=0$ , и скачек нормальных смещений, определяющий площадку контакта, зависит только от нормальной нагрузки. Это дает основание потери от гистерезиса считать величиной постоянной.

Коэффициент трения  $f$  при качении смазанных стальных поверхностей – величина, конечно, переменная. Но эти колебания находятся в пределах 20...30 процентов и объяснять ими изменение  $T_z$  в несколько раз нереально.

Остаточные деформации могут привести к изменению характера контактирования: вместо "качение шара по цилиндру" – "качение шара по прилегающему желобу" к. В случае знакопеременного скольжения (т.н. скольжения Хиткоута) – качение шара по прилегающему желобу – может быть достигнуто определенное снижение  $T_z$ . Такой эффект исключить нельзя, если принять во внимание остаточные деформации –  $\delta$ , которые (по Пальмгрену) при точечном контакте стальных тел с твердостью  $H=(63...65)\text{HRc}$  составляют:

$$\delta=1,25 \cdot 10^{-7} P^2 (k_{11}+k_{12})(k_{21}+k_{22})/d_2, \quad (2)$$

где  $k_{11}$ ,  $k_{12}$ ,  $k_{21}$ ,  $k_{22}$  – главные кривизны;  $d_2$  – (в данном случае) диаметр обкатываемого образца.

При снижении твердости деформации резко возрастают. Эксперименты проводились при твердости тел  $H=(61...62)\text{HRc}$ . В этом случае может иметь место знакопеременное проскальзывание (типа "скольжения Хиткоута"). Суммарная величина касательной нагрузки может измениться, что, однако, не объясняет особенностей поведения зависимости  $N=N(T_z)$  при  $P=\text{const}$ .

Анализируя результаты экспериментов, в предположении наличия кулонова трения изменение  $T_z$  можно связать с наличием проскальзывания в пределах мгновенного пятна контакта. Неизбежное нарушение под нагрузкой условий "чистого" качения ведет к появлению в пределах площадки контакта  $E$  областей с нулевыми и ненулевыми скоростями относительного скольжения  $s$  – областей сцепления  $E_0$  и проскальзывания  $E_+E=E_+ \cup E_0$ .

$$T_z=\Sigma T_0+\Sigma T_+ \leq fP_z.$$

Случай  $T_z=fP_z$  соответствует полному проскальзыванию.

В рамках настоящей работы были определены касательные нагрузки в контакте качения при наличии проскальзывания и сцепления на базе вариационного подхода [6], в соответствие с которым задача сводится к минимизации

функционала Калкера [7]:

$$\int_E [fP|s|(\tau) - \tau(s)(\tau)] dx dy. \quad (3)$$

при  $\forall (x,y) \in E_+$ ;  $\tau_+ = fP(s/|s|)$ ;  $\forall (x,y) \in E_0$ ;  $\tau_+ \leq fP$ .

$$s = -VB(\tau) + v, \quad (4)$$

где  $V$  – характеристическая скорость качения;  $B(\tau)$  – составляющая скоростей проскальзывания, обусловленная упругими деформациями тел;  $v$  – скорость проскальзывания тел, как абсолютно жестких.

Проведенные расчеты, естественно, могут рассматриваться как предварительные, поскольку не учитывалось неизбежное по способу торможения боковое вращение шарика, жесткость системы, а коэффициент трения  $f$  принимался постоянным и для  $E_+$ , и для  $E_0$ . Тем не менее, качественно они подтвердили тенденцию увеличения области проскальзывания и касательной нагрузки  $T_\Sigma$  в зависимости от степени торможения. Так, при  $f=0,045$ ;  $P_\Sigma=1670\text{Н}$ ;  $V=0,262\text{м/с}$ ;  $\Omega=26,671/\text{с}$  (орбитальная скорость), получены следующие результаты.

1.  $\omega=24,0851/\text{с}$  – угловая скорость вращения шарика вокруг собственной оси;  $v \rightarrow 0$ ;  $E_+ \rightarrow 0$ ; формально – "чистое качение".

2.  $\omega=23,9431/\text{с}$ ;  $v=0,735 \cdot 10^{-3}\text{м/с}$ ;  $T_+=0,63P_\Sigma$ ;  $T_0=0,16P_\Sigma$ ;  $T_\Sigma=0,79P_\Sigma$ .

3.  $\omega=23,2081/\text{с}$ ;  $v=0,453 \cdot 10^{-2}\text{м/с}$ ;  $T_+=T_\Sigma=1,0P_\Sigma$ ;  $E_0 \rightarrow 0$  – полное проскальзывание.

Область сцепления –  $E_0$  имеет форму, близкую к эллиптической, и примыкает к краю площадки контакта (см. рисунок 2).

Торможение тела качения ведет к снижению угловой скорости вращения шарика вокруг собственной оси при неизменной орбитальной.  $v=0,5(\Omega d_1 - \omega d_2)$ . С уменьшением  $\omega$  скорость проскальзывания возрастает, что ведет к вырождению области  $E_0$  (см. рисунок 3) и возрастанию  $T_\Sigma$ :  $\lim_{E_0 \rightarrow 0} T_\Sigma = 1,0P_\Sigma$ . Таким

образом, представляется логичным, что изменение коэффициента со-

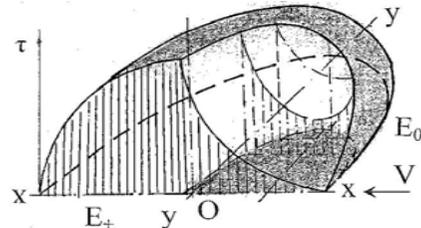


Рисунок 2 – Распределение касательных напряжений при наличии в пределах площадки контакта областей сцепления и проскальзывания

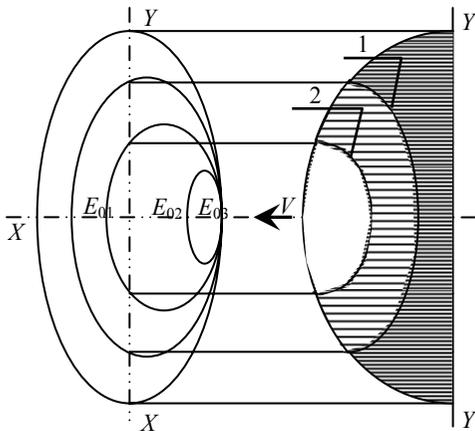


Рисунок 3 – Вырождение области сцепления при возрастании скорости проскальзывания:  $V = \text{const}$ ;  $v_1 < v_2 < v_3$

противления качению является следствием вырождения областей сцепления и перехода режима "качение с внешней касательной нагрузкой" в режим "качение с проскальзыванием".

**Список литературы:** 1. *Игнатицев Р.М.* Зубчатые передачи. Питтинг // Вестник машиностроения. – 2005. – №9. – С.59-61. 2. *Трубин Г.К.* Контактная усталость материалов для зубчатых колес. – М.: Машгиз, 1962. – 404с. 3. *Орлов А.В., Черменский О.Н., Нестеров В.М.* Испытания материалов на контактную усталость. – М.: Машиностроение, 1980. – 110с. 4. *Пинегин С.В.* Трение качения в машинах и приборах. – М.: Машиностроение, 1976. – 261с. 5. Влияние внешних факторов на контактную прочность при качении / Под ред. С.В.Пинегина. – М.: Наука. 1972. – 102с. 6. Решение вариационными методами пространственных задач с проскальзыванием и сцеплением / *Р.В. Гольдштейн и др.* // Успехи механики. – Т.5, вып.¼. – 1982. – С.61-102. 7. *Калкер Й.* Принцип минимума для закона сухого трения с приложением к задаче о качении упругих цилиндров. Основные положения // Прикладная механика. Труды Америк. Общества инженеров-механиков. – 1971. – С.160-166.

Поступила в редколлегию 14.04.11

621.83:621.9.06

**С.І. ПАСТЕРНАК**, аспірант ІМВ ШУ, Штутгарт, Німеччина  
**Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО**, д.т.н., проф., зав. кафедри ПМ НТУУ "КПІ", м. Київ  
**М.Г. СТОРЧАК**, д.т.н., науковий співробітник ІМВ ШУ  
**А.В. КРИВОШЕЯ**, к.т.н., старший науковий співробітник ІНМ НАНУ, м. Київ

## СИЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНТУРНОЇ ОБРОБКИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ДИСКОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ

На базі раніш спорудженого стенда проведено експериментальне дослідження процесу контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом. Визначені складові сили різання та вплив на них параметрів заготовки і режимів різання під час обробки западин зубчастих коліс. Визначено потенціал та шляхи оптимізації процесу обробки.

На базе ранее созданного стенда проведены экспериментальные исследования процесса контурной обработки цилиндрических зубчатых колес дисковым инструментом. Определены величины составляющих силы резания и влияние на них параметров заготовки и режимов резания во время обработки впадин зубчатых колес. Установлен потенциал и пути для оптимизации процесса обработки.

On the basis of the previously constructed experimental stand, an experimental research of spur gears' contour machining with disk-shaped cutting tools was conducted. Values of the cutting force components and an influence of workpiece parameters and cutting conditions on them by the machining of tooth slots were defined. New potential and ways for the cutting process optimization were determined.

Методи обробки інструментами з профілем опосередковано залежним або ж зовсім не залежним від профілю оброблюваної деталі, такі як кінцеві і диско-

ві фрези заслуговують особливої уваги, оскільки вони характеризуються високою гнучкістю [1]. Вони дозволяють обробляти зубчасті колеса з різними профілями зубів інструментами простої форми як на сучасних універсальних, так і на спеціалізованих зубообробних верстатах [2-3].

У той час, коли контурна обробка зубчастих коліс кінцевими фрезами широко використовується в промисловості [3-4], контурна обробка зубчастих коліс дисковими фрезами рідко знаходить застосування, хоча вона характеризується коротшим штучним часом і довшим періодом стійкості інструмента [1-3, 5-7]. Причиною цього є неоптимальна реалізація відомих кінематичних схем контурної обробки дисковими фрезами і нестача або ж відсутність інформації щодо кінематичних, силових і техніко-економічних характеристик, таких як траєкторії руху, швидкості і прискорення інструменту і заготовки, сили різання, продуктивність зняття стружки, стійкість інструменту, шорсткість та точність обробки і т.д. Все це у свою чергу знижує рентабельність процесу обробки.

Тому постає необхідність в дослідженні і подальшій оптимізації контурної обробки зубчастих коліс дисковим інструментом з метою досягнення максимального економічного ефекту. Для цього було розроблено узагальнену математичну модель кінематики формоутворення, розраховано траєкторії рухів виконавчих органів верстата, визначено характер і діапазон змін кінематичних характеристик (переміщень, швидкостей та прискорень) цих рухів [8-10]. Також було споруджено експериментальний стенд і отримано перші результати по вимірюванню та оптимізації силових характеристик процесу [11]. Далі потрібно провести більш глибокі дослідження силових характеристик і визначити вплив на них параметрів процесу обробки, таких як форма оброблюваного профілю, фізико-механічні властивості заготовки та режими різання. Саме цьому присвячена ця стаття.

Метою роботи є визначення характеру зміни складових сили різання в залежності від параметрів заготовки та режимів різання під час контурної обробки западини циліндричного зубчастого колеса дисковим інструментом. Ця інформація необхідна для виявлення потенціалу для подальшої оптимізації процесу та підвищення його рентабельності.

Експериментальне дослідження впливу параметрів заготовки та режимів різання на силові характеристики процесу контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом було проведено в лабораторії Інституту металорізальних верстатів Штутгартського університету. При цьому обробка проводилась по раніш розробленій і теоретично дослідженій кінематичній схемі формоутворення. Згідно цієї схеми періодичні профілі (западини зубчастого колеса) отримуються шляхом поєднання зворотно-поступального руху  $u$  і неперервного обертального руху  $\varphi$  дискової фрези відносно заготовки. Для забезпечення процесу різання, а також обробки профілю на всю ширину деталі у схемі передбачені відповідно обертний рух дискового інструмента відносно своєї осі  $\psi$  і його періодичний поступальний рух  $z$  відносно заготовки [8-11]. Цю схему було реалізовано на чотирьохкоординатному оброблюва-

льному центрі Hermle мод. UFW 1202 H з системою ЧПУ Heidenhain мод. TNC 426. Програми ЧПУ для експериментальної обробки зубчастих коліс були згенеровані з допомогою спеціальної САМ-програми, яка була розроблена на базі узагальненої математичної моделі кінематики формоутворення [9-10].

Обробка проводилась збірною дисковою відрізною фрезею діаметром  $d_{fr}=100$ мм, шириною  $b_{fr}=4$ мм і числом зубів  $z_{fr}=12$  (по 6 зубів з кожної сторони фрези), обладнаною поворотними пластинками з твердого сплаву МР30. Заготовки діаметром  $d_z=154$ мм і шириною  $b_z=15$ мм виготовлялись із різних конструкційних матеріалів, включаючи конструкційну сталь С45 (загальне машинобудування), легований алюміній А1МgSі1 (авіабудування) і поліпропілен РР-Н (приладобудування). Складові сили різання під час обробки вимірювалися за допомогою чотирьохкомпонентного динамометра, на якому нерухомо кріпилася заготовка. При вимірюванні сигнали від динамометра подавалися через підсилювач на аналогово-цифровий перетворювач і ПЕОМ, на якому вони реєструвалися, оброблялися, і виводилися за допомогою спеціальної програми [11].

Складові сили різання досліджувалися при різних параметрах заготовки і зубчастого колеса, а також при різних режимах різання. Таким чином, поряд з різними матеріалами (С45, А1МgSі1 і РР-Н) і профілями бокових поверхонь зубів (евольвентним, циклоїдальним і профілем Новікова) змінювалася швидкість різання ( $v_c \approx 126..188$ м/хв), періодична осьова подача ( $S_0=1..2$ мм/об) і стала подача вздовж профілю ( $S_m=100..400$ мм/хв).

Виміряні ортогональні складові сили різання ( $P_x$ ,  $P_y$  і  $P_z$ ) використовувалися для визначення осьової  $P_a$ , радіальної  $P_r$  і тангенціальної  $P_t$  сили, які діють на лезо інструмента (рисунк 1). Так як в процесі обробки інструмент постійно обертається навколо осі динамометра та закріпленої на ньому заготовки, а також навколо своєї власної осі, то величини осьової, радіальної і тангенціальної складових сили різання розраховувались з використанням кутів повороту  $\varphi$  і  $\psi$  (рисунк 1):

$$P_a = P_x \cos \varphi + P_y \sin \varphi ; \quad (1)$$

$$P_r = P_z \sin \psi + (P_x \sin \varphi + P_y \cos \varphi) \cos \psi ; \quad (2)$$

$$P_t = P_z \cos \psi - (P_x \sin \varphi + P_y \cos \varphi) \sin \psi . \quad (3)$$

Під час дослідження силові характеристики визначалися при всіх проходах, тобто при всіх положеннях інструменту відносно заготовки. Однак, у статті розглядаються лише складові сили різання виміряні при вертикальному положенні інструменту відносно заготовки  $z=0$ , оскільки у цьому положенні формоутворюється повний профіль западини зубчастого колеса і тому тут величина сили різання має особливо значущий вплив на процес обробки. При  $z<0$  утворюється теж повний профіль западини, але значення компонентів сили різання значно менші, ніж при  $z=0$ . При  $z>0$  профіль западини утворюється лише частково, а отже, і вплив сили різання на процес обробки і якість обробленої поверхні не такий важливий, хоча значення складових сили різання

при цьому можуть бути у два рази більшими.

Крім того, розглядаються лише середні значення сили різання і її компонентів при одному обороті інструменту або при 6 різках (рисунок 2), тому що їх поточні значення постійно змінюються, і через це їх складно передбачити і візуально чи чисельно представити. Зміна сили різання при одному різі (рисунок 4), пов'язана з характерною для фрезерування зміною параметрів різання, таких як ширина і товщина зрізаної стружки. Зміна її величини в залежності від одного чи іншого різку протягом одного обороту інструменту (рисунок 4) пов'язана з неточністю інструменту і нерівномірність його зносу.

Оскільки при обробці правої і лівої бокової поверхні западини, тобто при вході інструмента в западину і його виході з неї, вектори осьової і радіальної складових сили різання матимуть різний напрям, далі розглядаються лише їх абсолютні величини. Це у свою чергу дозволить спростити графічне представлення і сприйняття силових характеристик.

На рисунку 3 зображено розподіл експериментально визначених осьової  $P_a$ , радіальної  $P_r$  і тангенціальної  $P_t$  складових сили різання при обробці зубчастих западин з евольвентним (а), циклоїдальним профілем (б) та профілем Новікова (в). Усі западини фрезерувалися на заготовках із конструкційної сталі С45 при швидкості різання  $v_c=188\text{м/хв}$  ( $n=600\text{об/хв}$ ), періодичній осьовій подачі  $S_0=2\text{мм/об}$  і сталій подачі вздовж профілю  $S_m=200\text{мм/хв}$ .

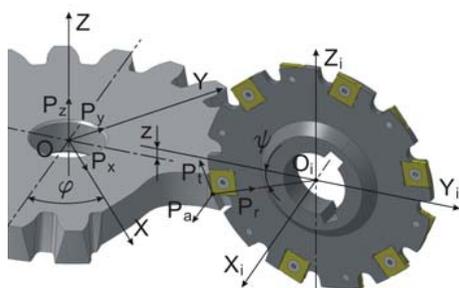


Рисунок 1 – Схема для перерахунку складових сили різання

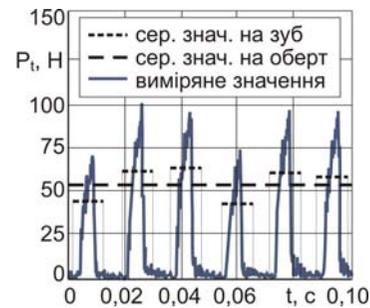
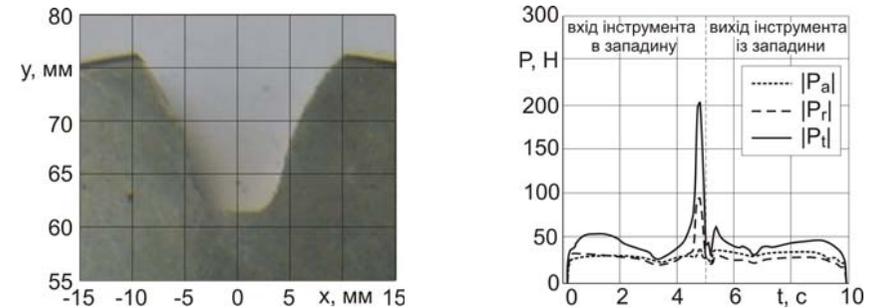
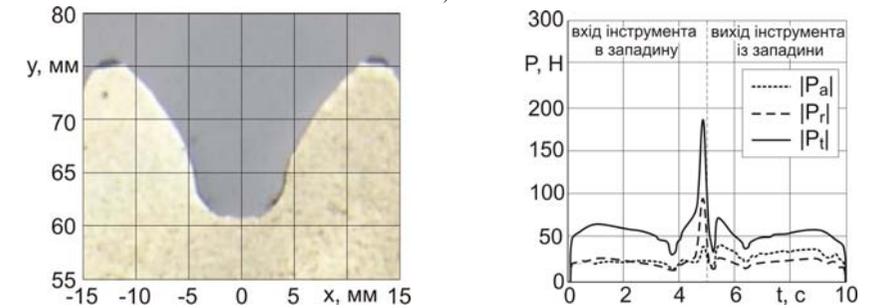


Рисунок 2 – Виміряні значення тангенціальної складової сили різання

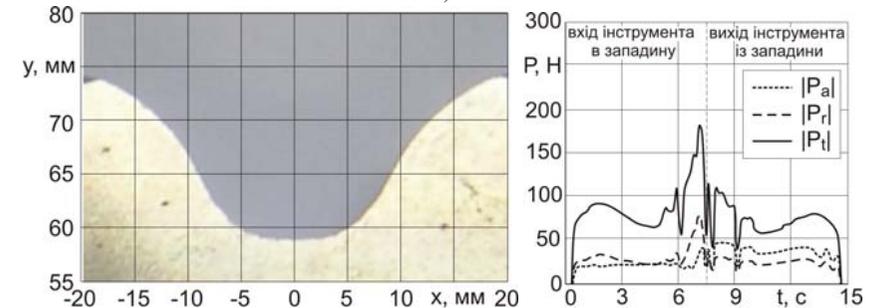
Загалом, помітно, що величини усіх складових сили різання під час обробки западини біля ніжки зуба стрімко зростають, досягаючи свого піку, який у кілька разів перевищує їх середнє значення. Під час обробки западини біля голівки зуба вони є малими і змінюються в невеликому діапазоні. Цей пік сил викликає значні напруження та деформації інструменту, а також призводить до погіршення умов різання. Як результат, не лише знижується стійкість інструменту, але й зростає загроза його поломки. Тому постає потреба у оптимізації процесу обробки шляхом повного усунення чи зменшення цього піку сил. До того ж, при обробці правої бокової поверхні западини (тобто при вході інструмента) абсолютні значення осьової складової сили різання є меншими, ніж значення раді-



а)



б)



в)

Рисунок 3 – Зміна складових сили різання при обробці зубчастих западин різних профілів дисковим інструментом

альної складової (рисунок 3), а при обробці лівої (при виході інструмента) навпаки – більшими (рисунок 3). Це обумовлено тим, що схеми зняття припуску у обох випадках значно відрізняються. Ця відмінність призводить до різних статичних, кінематичних та динамічних кутів різання, товщини і ширини стружки, а отже до різних величин складових сили різання і різної якості оброблених поверхонь. Таким чином постає потреба у виборі оптимальних схем зняття припуску для обох бокових поверхонь западини.

Як видно з рисунку 3, зв'язок між значеннями компонентів сили різання і формою профілю западини є неоднозначним. Максимальні значення радіальної і тан-

генціальної складових, які виникають в процесі обробки зуба біля дна западини, зменшуються при збільшенні ширини оброблюваної западини. Максимальні значення осьової складової сили різання при цьому навпаки зростають. Отже, можна розрахувати таку форму профілю зуба, при обробці якої виникали б мінімальні сили різання. Проте, профіль зубчастого зачеплення заздалегідь визначений конструктором і не може бути зміненим на стадії виробництва.

На рисунку 4 представлено експериментально встановлені тенденції зміни максимальних значень складових сили різання при обробці евольвентних зубчастих западин дисковою фрезою в залежності від фізико-механічних характеристик оброблюваного матеріалу та режимів різання. Слід зазначити, що зміна цих параметрів процесу обробки не дозволяє уникнути піку сил при обробці біля дна западини, однак вона впливає на його величини.

Рисунок 4, а) показує зміну максимальних значень складових сили різання при контурній обробці різних матеріалів, зокрема, поліпропілену PP-H з межею міцності на розрив  $\sigma=35$ МПа, легованого алюмінію AlMgSi1 з  $\sigma=285$ МПа та конструкційної сталі C45 з  $\sigma=700$ МПа. Режими різання при цьому були такими ж, як і в попередньому випадку – при обробці різних профілів. Як видно, значення всіх складових сили різання при збільшенні міцності матеріалу на розрив значно зростають, а отже контурна обробка дисковим інструментом з використанням описаної кінематичної схеми підходить більше для обробки м'яких матеріалів. Однак, матеріал заготовки вибирається конструктором і на стадії виробництва його фізико-механічні характеристики можуть бути змінені лише у вузькому діапазоні.

На рисунку 4, б) зображено зміну максимальних значень складових сили різання під час контурної обробки евольвентних зубчастих западин з різною швидкістю різання  $v_c$ , а саме в діапазоні від 126м/хв (400об/хв) до 188м/хв (600об/хв). Матеріал заготовки – C45. Величини осьової подачі і подачі вздовж профілю були сталими –  $S_0=2$ мм/об і  $S_m=200$ мм/хв. Помітно, що значення всіх складових сили різання плавно зменшуються при збільшенні швидкості різання. Однак, швидкість різання не можна нескінченно збільшувати, тому що після певної межі, яка визначається в залежності від матеріалу заготовки і інструменту, різко зростає знос інструменту і знижується його стійкість. Тому бажано проводити контурну обробку дисковим інструментом при максимальній швидкості, яка рекомендована його виробником.

На рисунках 4, в) і г) показано зміну максимальних значень складових сили різання під час контурної обробки евольвентних зубчастих западин при різних величинах подач. У першому випадку подача вздовж профілю западини  $S_m$  змінювалася в діапазоні від 100мм/хв до 400мм/хв. У другому – періодична осьова подача  $S_0$  – від 1мм/об до 2мм/об. В обох випадках оброблялася сталь C45 зі швидкістю різання  $v_c=188$ м/хв ( $n=600$ об/хв). Як бачимо з графіків, значення всіх складових сили різання значно зростають при збільшенні як однієї так і іншої подачі. Одночасно погіршується шорсткість поверхні і зменшується час обробки. Отже, можливо визначити такі величини подач, при яких досягається мінімальний час обробки та забезпечується необхідна якість обробки, а величина сили рі-

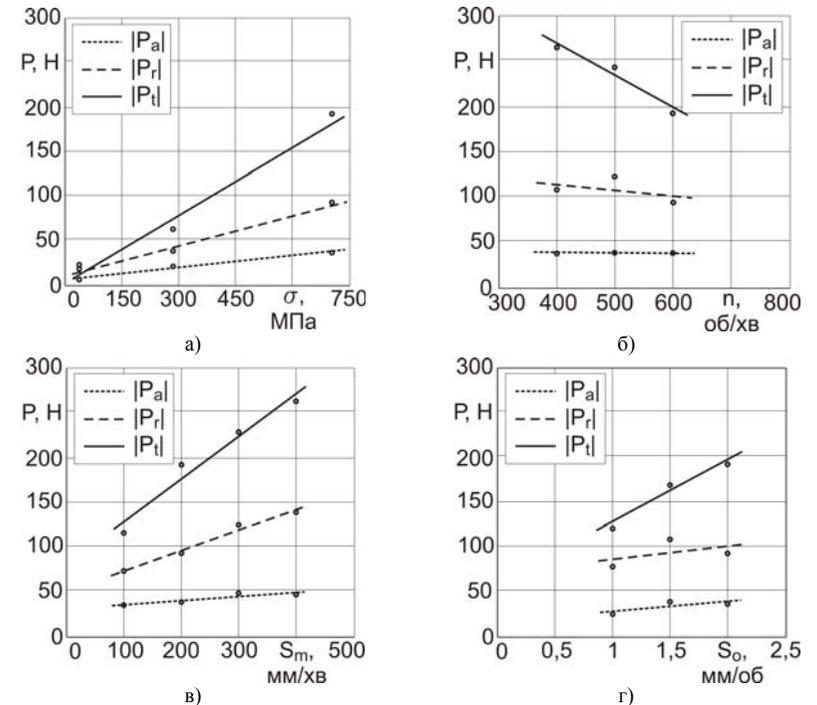


Рисунок 4 – Тенденції зміни максимальних значень складових сили різання при обробці евольвентних зубчастих западин в залежності від фізико-механічних характеристик оброблюваного матеріалу та режимів різання

зання чи її складових не перевищує допустиме значення.

Зазвичай оптимізація процесів обробки здійснюється з метою зменшення собівартості виробництва. Цього можна досягнути зменшенням тривалості обробки при одночасному збереженні стійкості інструменту і якості обробки, тобто шляхом зміни параметрів процесу. Як впливає з проведених досліджень, найбільший потенціал для такої оптимізації мають збільшення подачі вздовж профілю і періодичної осьової подачі, оскільки вони можуть змінюватися в широкому діапазоні як перед обробкою так і під час неї і дозволяють значно скоротити час обробки. Однак, рівномірно збільшувати подачу перешкоджає різке зростання сили різання при обробці біля дна западини, а також відмінності між значеннями компонентів сили різання при вході і виході інструмента з западини. Ці недоліки контурної обробки дисковим інструментом за розробленою кінематичною схемою призводять не лише до значних напружень інструмента і його поломки, але й до зниження точності і шорсткості обробленої поверхні. Через це сталу подачу вздовж профілю і періодичну осьову подачу не лише неможливо збільшити, але й необхідно у деяких випадках зменшувати. Це обмежує продуктивність процесу. Тому постає потреба у частковому чи повному усуненні цих недоліків.

Так, наприклад, різке зростання сили різання, викликане стрімким зростанням продуктивності зняття стружки виникає незалежно від параметрів заготовки і режимів різання, якщо вони при обробці залишаються сталими, може бути усунуто шляхом попередньої обробки заготовки, або ж зміною режимів різання в залежності від зміни сили різання під час обробки. Відмінності між значеннями складових сили різання при вході і виході інструмента із заготовки, які пов'язані зі зміною схеми зняття припуску, можуть бути нівельовані шляхом удосконалення кінематичної схеми контурної обробки дисковим інструментом чи розробкою спеціальних фрез з оптимальною геометрією різального клину. Це є метою подальших досліджень.

#### Висновки:

1. Під час контурної обробки зубчастих коліс дисковим інструментом по розробленій кінематичній різко зростають сили різання при обробці заготовки біля її дна і існує відмінність між значеннями осьової і радіальної складової при обробці правої і лівої бокової поверхні заготовки.
2. Для підвищення рентабельності і якості обробки зубчастих коліс необхідно частково чи повністю усунути виявлене підвищення сил різання.
3. Подальша оптимізація контурної обробки зубчастих коліс дисковим інструментом буде виконана при використанні отриманих залежностей між силовими характеристиками і параметрами процесу.

**Список літератури:** 1. *Roth, K.* Zahnradtechnik – Evolventen-Sonderverzahnungen zur Getriebeverbesserung: Evolvent-, Komplement-, Keilschräg-, Konische-, Konus-, Kronenrad-, Torus-, Wälzkolbenverzahnungen, Zahnrad-Erzeugungsverzahnungen. – Berlin: Springer Verlag, 1998. – 614с. 2. *Пангелов И.Н., Метев Х.Ц., Куманов И.В., Динев С.Д.* Нарязване на зъби на зъбни колела върху обработващи центри // Известия на ТУ-Габрово. – Т.30, 2004. – С. 121-134. 3. *Коганов И.А.* Прогрессивная обработка зубчатых профилей и фасонных поверхностей. – Тула: Приокское книжн. изд-во, 1970. – 180с. 4. *Schlossig, H-P.* Wozu noch Spezialmaschinen // WB Werkstatt und Betrieb – Hanser, 2009. – №5. – С.67-70. 5. *Грицай І.С., Благут Е.М., Яворський В.З.* Синусоїдальні зубчасті колеса та новий ефективний метод їх виготовлення // УИЦ "Наука. Техника. Технологія", – К., 2004. – С.47-50. 6. *Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В.* Економічне обґрунтування методу контурної обробки деталей з періодичними профілями дисковим інструментом // Вісник НТУ "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – №19. – С.118-126. 7. *Heisel, U.; Pasternak, S.; Storchak, M., Stehle, T.* Jede Verzahnung mit einem Werkzeug herstellbar. dima, 2009, Nr. 5, 44-45. 8. *Данильченко Ю.М., Кривошея А.В., Пастернак С.І., Короткий С.В.* Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисковим інструментом // Вестник НТУУ "КПІ", сер. Машиностроение. – 2005. – №46. – С.104-108. 9. *Данильченко Ю.М., Кривошея А.В., Пастернак С.І.* Математичне моделювання законів руху дискового інструменту при обробці зубчастих коліс довільного профілю // Вестник НТУУ "КПІ", сер. Машиностроение. – 2006. – №49. – С.104-108. 10. *Heisel, U.; Danilchenko, Yu.; Pasternak, S.; Storchak, M.* Modellieren des Verzahnens mit Scheibenwerkzeugen. ZWF (2010), Nr.7-8/2010, S.2-7. 11. *Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В.* Експериментальне дослідження контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №26. – С.94-101.

Надійшла до редакції 30.04.11

УДК 621.833.7

**А.Г. ПРИЙМАКОВ**, к.т.н., профессор ХГТУСА, г. Харьков  
**А.В. УСТИНЕНКО**, к.т.н., доц., старший научный сотрудник  
каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков  
**Г.А. ПРИЙМАКОВ**, аспирант НТУ "ХПИ"

### ДИНАМИКА СИЛОВОЙ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ГЕРМЕТИЧНОГО ТИПА

На основе теории линейных колебаний и созданной динамической модели герметичной силовой волновой зубчатой передачи исследована динамика гибкого колеса в пусковых и переходных режимах. Динамические нагрузки гибкого колеса оценены с учетом диссипации энергии и без нее. Рассмотрены наиболее типичные случаи пуска электромеханической системы при постоянном и переменном моменте внешней нагрузки.

На основе теории линейных колебаний и созданной динамической модели герметичной силовой волновой зубчатой передачи исследована динамика гибкого колеса в пусковых и переходных режимах. Динамические нагрузки гибкого колеса оценены с учетом диссипации энергии и без нее. Рассмотрены наиболее типичные случаи пуска электромеханической системы при постоянном и переменном моменте внешней нагрузки.

Based on the theory of linear oscillations and created a dynamic model of tight power of the wave gear drive the dynamics of a flexible wheel in starting and transient conditions. Dynamic load of flexible wheel evaluated considering the dissipation of energy without it. Considered the most typical cases of start-electromechanical system with constant and varying the external load torque.

**Введение.** Максимальные нагрузки в волновом приводе наблюдаются при пуске двигателя и значительно превышают нагрузки при установившемся режиме работы [1, 2].

Для борьбы с опасными последствиями действий динамических нагрузок в пусковых режимах необходимо ясно представлять физические причины их возникновения и иметь достоверную методику расчета их величин. Это позволит правильно учитывать величины перегрузок при расчетах на прочность и принимать конструктивные меры для уменьшения интенсивности нагрузок [3, 4].

**Цель статьи:** на основе теории линейных колебаний исследовать динамические нагрузки в гибком колесе силового волнового герметичного редуктора в пусковых режимах.

**1. Расчетная схема привода с силовым волновым герметичным редуктором.** На рисунке 1 представлена схема привода с силовым волновым герметичным редуктором. Электродвигатель 9 с помощью муфты 7 соединен с валом 6 генератора деформаций 5. Нагрузочный механизм 8 соединен при помощи муфты 3 с выходным валом редуктора. Гибкое колесо 4 закреплено неподвижно относительно корпуса 1 и находится в волновом зацеплении с жестким колесом 2.

Приняты следующие допущения:

- механизм представлен в виде сосредоточенных масс, соединенных уп-

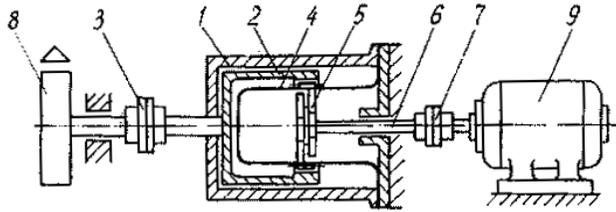


Рисунок 1 – Схема привода с силовым волновым герметичным редуктором

ругими звеньями;

- предполагается, что массы обладают постоянным моментом инерции и являются абсолютно жесткими, т.е. не подвержены деформациям;

- все упругие звенья невесомаы и обладают податливостью, которая характеризуется неизменностью коэффициента жесткости. Волновым движением деформации в упругих связях системы можно пренебречь, так как время переходного процесса значительно больше времени распространения волны упругих деформаций;

- так как колебания предполагаются малыми, то деформации упругих звеньев можно считать линейными;

- при расчете коэффициента жесткости гибкого колеса его радиальной деформацией пренебрегаем [3, 4];

- силами внутреннего трения в материалах упругих связей пренебрегаем, так как они ввиду их малости не оказывают влияния на частоту колебаний системы;

- ввиду того, что в волновой передаче люфт практически отсутствует [1, 3], соединения в связях волновой передачи считаем беззазорными.

Пользуясь известными правилами приведения [1-4], расчетную схему привода с силовым волновым герметичным редуктором можно представить в следующем виде (рисунок 2).

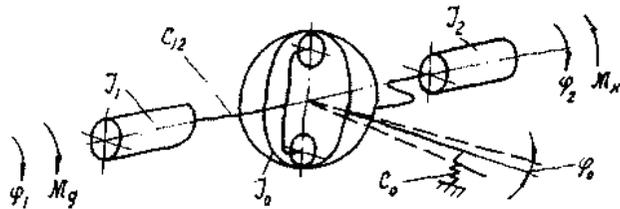


Рисунок 2 – Расчетная схема механизма с силовым волновым герметичным редуктором

**2. Динамические нагрузки в гибком колесе в пусковых режимах без учета диссипации энергии.** Используя полученную расчетную схему, рассмотрим динамические нагрузки в волновом редукторе при пуске двигателя.

В большинстве практических случаев для приводов с волновым герметичным редуктором соблюдается условие  $K_1 \geq 1/2$  ввиду больших передаточных отношений редуктора, где  $K_1$  – отношение момента инерции ротора двигателя к суммарному моменту инерции системы.

Это позволяет проводить раздельное изучение переходных процессов в механической и электрической частях привода и момент двигателя принимать как функцию времени.

Упругий момент, возникающий в связи между первой и второй массами, определяется выражением

$$M_{12} = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (1)$$

а в гибком колесе

$$M_0 = C_0\varphi_0. \quad (2)$$

К первой массе приложен движущий момент  $M_q$  двигателя, и она будет двигаться под действием этого момента. Отметим, что скорость движения массы  $I_1$  в подвижной системе координат не будет зависеть от скорости движения упругого основания (гибкого колеса).

Это обстоятельство легко объяснить тем, что изменение скорости движения гибкого колеса не может влиять на число оборотов двигателя, а, следовательно, и приведенной массы  $I_1$ .

Для составления уравнения движения воспользуемся принципом Д'Аламбера. Для первой массы имеем

$$I_1\ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) = M_q. \quad (3)$$

При рассмотрении движения массы  $I_2$  необходимо учесть упругие перемещения гибкого колеса. Абсолютное перемещение жесткого колеса (массы  $I_2$ ) равно сумме перемещений массы  $I_2$  в подвижной системе координат и перемещений гибкого колеса в неподвижной

$$I_2(\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_0) - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)M_H = 0. \quad (4)$$

Уравнение движения гибкого колеса будет иметь вид:

$$I_0\ddot{\varphi}_0 + C_0\varphi_0 = C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (5)$$

Учитывая, что  $I_0=0$ , можно записать:

$$\left. \begin{aligned} I_1\ddot{\varphi}_1 + C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) &= M_q; \\ I_2(\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_0) - C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2)M_H &= 0; \\ C_0\varphi_0 &= C_{12}(\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Решая систему (6) относительно  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ , получим

$$(\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + \frac{C_0 C_{12} (I_1 + I_2)}{(C_{12} + C_0) I_1 I_2} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{C_0}{C_{12} + C_0} \left( \frac{M_q}{I_1} + \frac{M_H}{I_2} \right). \quad (7)$$

Нас в задаче интересуют моменты в упругих связях. Из (1) имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{M_{12}}{C_{12}}, \quad (8)$$

откуда

$$\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2 = \frac{\ddot{M}_{12}}{C_{12}}. \quad (9)$$

Подставив (4.8) и (4.9) в (4.7) и обозначив через  $C_n$  полную жесткость редуктора,

$$C_n = \frac{C_{12}C_0}{C_{12} + C_0},$$

получим

$$\ddot{M}_{12} + \frac{C_n(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} M_{12} = C_n \left( \frac{M_g}{I_1} + \frac{M_H}{I_2} \right). \quad (10)$$

Вид решения уравнения (10) зависит от закона изменения момента двигателя и момента нагрузки.

Рассмотрим несколько наиболее типичных случаев пуска системы при постоянном моменте нагрузки.

**Момент двигателя постоянный.** Механизм предварительно нагружен статическим моментом.

$$M_g - M_H = \text{const}.$$

Общим решением уравнения (4.10) будет выражение

$$M_{12} = A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t + D_1, \quad (11)$$

где  $\omega_1$  – частота, определяемая по формуле:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{C_n(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}.$$

Частное решение

$$D_1 = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2}. \quad (12)$$

Амплитуда гармоник определяется на основании начальных условий: при  $t=0$ ;  $M_{12}; M_H; M_{12}=0$

$$A_1 = -\frac{(M_g - M_H)I_2}{I_1 + I_2}. \quad (13)$$

Тогда

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} - \frac{(M_g - M_H)}{I_1 + I_2} \cos \omega_1 t. \quad (14)$$

При разгоне всегда соблюдается неравенство  $M_g > M_H$ , поэтому максимальное значение момента в упругой связи наступает в тот момент, когда  $t = \pi/\omega_1$  и  $\cos \omega_1 t = -1$ ;

$$M_{12\text{max}} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \frac{(M_g - M_H)I_2}{I_1 + I_2}. \quad (15)$$

Минимальная величина упругого момента будет при  $t=0$  и  $\cos \omega t = 1$

$$M_{12\text{min}} = M_H. \quad (16)$$

Анализ формулы (15) показывает, что если момент инерции нагрузки  $I_2=0$ , то в пусковом режиме упругий момент в гибком колесе равен всегда моменту нагрузки независимо от величины момента электродвигателя и времени его разгона. Это обстоятельство объясняется тем, что ввиду малой величины момента инерции гибкого колеса он не влияет на движение массы  $I_1$ , а динамический упругий момент замыкается в упругой связи между валом двигателя и генератора.

Отсюда вытекает, что если приведенный момент инерции частей механизма, жестко соединенных с валом редуктора, равен нулю, то динамическая составляющая упругого крутящего момента, действующего на гибкое колесо в пусковых режимах, равна нулю независимо от величины момента статической нагрузки.

Эти выводы справедливы при условии, что момент нагрузки на валу редуктора не превышает момента электродвигателя, так как при  $M_H \gg M_q$  система превращается в систему с застопоренным выходным валом, что не соответствует условиям задачи.

**Пуск двигателя, когда упругая связь не нагружена.** Тогда, очевидно, сначала начнет двигаться только масса  $I_1$ .

Масса  $I_2$  начнет двигаться только после нагружения упругого звена до величины статической нагрузки  $M_2$ . При этом масса  $I_1$  будет иметь некоторую скорость.

Общим решением уравнения (10) будет выражение

$$M_{12} = A_2 \cos \omega_1 t + B_2 \sin \omega_1 t + D_2, \quad (17)$$

где амплитуды  $A_2$ ,  $B_2$  и частное решение  $D_2$  определяется аналогично предыдущему случаю.

Установлено, что при пуске привода без предварительного нагружения системы максимальный упругий момент равен

$$M_{12} = \frac{M_q I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \left[ \frac{(M_q - M_H) I_2}{2(I_1 + I_2)} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{\frac{(2M_q - M_H) M_H C_{II}}{I_1 p^2}} \right] e^{-\frac{2\pi}{3p}}, \quad (18)$$

где:

$$n = \frac{\psi}{2\pi} \sqrt{\frac{C_n(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}; \quad (19)$$

$$p = \frac{u}{\sqrt{\omega_1^2 - n^2}}. \quad (20)$$

Решение (18) есть упрощенным, однако, погрешность в определении  $M_{12}$  по зависимости (18) не превышает 3...5% по сравнению с точным решением.

При пуске привода с предварительным нагружением максимальной упругий момент  $M_{12}$ , по аналогии с (18), можно определять по упрощенной формуле

$$M_{12} = \frac{M_q I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + \frac{(M_q - M_H) I_2}{I_1 + I_2} e^{-\frac{\pi}{p}}. \quad (21)$$

Время затухания колебаний упругого момента с точностью до 15% определится по формуле

$$t = \frac{1}{n} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1M_H}, \quad (22)$$

а число полных колебаний

$$Z = \frac{p}{2\pi} \ln \frac{M_{12\max}}{1,1M_H}.$$

**Пуск двигателя, когда упругая связь нагружена.** В этом случае общее решение уравнения (10) примет вид

$$M_{12} = A_3 \cos \omega_1 t + B_3 \sin \omega_1 t + D_3. \quad (23)$$

Таким образом, процесс нагружения будет состоять из двух этапов: первый этап – от начала движения массы  $I_2$  до начала движения массы  $I_1$ ; второй этап – от начала движения массы  $I_2$  до окончания процесса неустановившегося движения.

При  $M_q = \text{const}$  и начальных условиях при  $t=0$

$$M_{12} = M_H, \quad M_{12} = \sqrt{\frac{2(M_g - M_H) M_H C_n}{I_1}}.$$

Коэффициенты уравнения (23) определяются из формул:

$$A_2 = -\frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}; \quad (24)$$

$$B_2 = \sqrt{\frac{M_H (2M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}}; \quad (25)$$

$$D_2 = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2}. \quad (26)$$

После подстановки значений коэффициентов в (23) имеем

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_2 + I_2} - \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos \omega_1 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}} \sin \omega_1 t. \quad (27)$$

Максимальное значение момента в упругой связи имеет место на втором этапе движения системы по истечении отрезка времени  $t_{20}$ , величину которого можно определить по формуле

$$t_{20} = \frac{1}{\omega_1} \arctg \frac{B_2}{A_2}.$$

Максимальное значение момента определится известным способом:

$$M_{12\max} = \sqrt{A_2^2 + B_2^2} D_2. \quad (28)$$

Подставляя значения коэффициентов, имеем:

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_2 + I_2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{M_H^2 I_1 (I_1 + I_2)}{(M_g I_2 + M_H I_1)^2}} \right]. \quad (29)$$

**3. Динамические нагрузки в пусковых режимах с учетом диссипации энергии.** Колебания механических систем в реальных условиях происходят при наличии сил сопротивления, вызывающих рассеивание (диссипацию) механической энергии системы. Это приводит к снижению динамических нагрузок в переходных режимах и быстрому затуханию колебаний.

Рассмотрим нагрузки в приводе при наличии сил сопротивления, пропорциональных скорости [4].

Дифференциальное уравнение для определения моментов будет иметь вид:

$$M_{12} + 2n' M_{12}' + \frac{C_n (I_1 + I_2)}{I_1 I_2} M_{12} = C_n \left( \frac{M_g}{I_1} + \frac{M_H}{I_2} \right). \quad (30)$$

Коэффициент затухания системы, определяемый по коэффициенту относительного рассеяния энергии или декременту колебаний на осциллограмме, равен:

$$n = \frac{\psi}{2\pi} \sqrt{\frac{C_n(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}}.$$

**Первый случай нагружения системы.** Для первого случая нагружения системы общее решение уравнения (30) имеет вид:

$$M_{12} = e^{-nt} (A_4 \cos p_0 t + B_4 \sin p_0 t) + D_4, \quad (31)$$

где

$$p_0 = \sqrt{\omega^2 n^2}; \quad D_4 = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2}. \quad (32)$$

Амплитуды гармоник определяются из начальных условий при  $t = 0$ ;  $M_{12} = M_2$ ;  $M_{12} = 0$ .

$$A_4 = \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}; \quad B_4 = -\frac{(M_g - M_H) I_2 n}{(I_1 + I_2) p_0}.$$

После подстановки значений коэффициентов получим

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} \left[ \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \frac{n(M_g - M_H) I_2}{p_0 (I_1 + I_2)} \sin p_0 t \right] e^{-nt}. \quad (33)$$

Как видно из формулы, колебания системы быстро затухают.

Выражение (4.33) можно упростить. Как показали дальнейшие исследования, для волновых герметичных передач значение  $p_0$  более чем на порядок превышает значение  $n$ , поэтому второй член квадратных скобок можно опустить.

Тогда

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} - e^{-nt} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t. \quad (34)$$

Ошибка в определении упругого момента по сравнению с формулой (4.33) не превышает 3%.

Максимальное значение момента в упругой связи наступает в тот момент, когда  $t = \pi/p_0$  и  $\cos p_0 t = -1$ ;

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-\frac{n\pi}{p_0}} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}. \quad (35)$$

**Второй случай нагружения системы.** Считаем, что на первом этапе движения системы происходит без затухания. Дифференциальное уравнение упругого момента на первом этапе имеет вид (18). Хотя такое упрощение не дает точного результата, но значительно упрощает задачу. Упругий момент на втором этапе движения определяется дифференциальным уравнением (30).

Решение дифференциального уравнения ищем в виде

$$M_{12} = (A_5 \cos p_0 t + B_5 \sin p_0 t) + D_5. \quad (36)$$

Начальные условия, как и ранее, при  $t_0=0$  равны

$$M_{12} = M_H; \quad M'_{12} = \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1}}.$$

Коэффициенты уравнения (36) определяют по формулам:

$$D_5 = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2}; \quad (37)$$

$$A_5 = \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}; \quad (38)$$

$$B_5 = \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} - \frac{n}{p_0} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2}. \quad (39)$$

Подставляя значения коэффициентов в (4.36), имеем

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ \begin{aligned} & -\frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \\ & + \left[ \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} - \frac{n}{p_0} \frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \right] \sin p_0 t \end{aligned} \right\}. \quad (40)$$

Учитывая, что  $p_0 \gg n$ , выражение (4.40) можно упростить и оно примет вид:

$$M_{12} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} + e^{-nt} \left\{ -\frac{(M_g - M_H) I_2}{I_1 + I_2} \cos p_0 t + \sqrt{\frac{(2M_g - M_H) M_H C_n}{I_1 p_0^2}} \sin p_0 t \right\}. \quad (41)$$

**4. Ударные динамические нагрузки при пуске двигателя.** Многие механизмы, как правило, имеют зазоры в кинематических парах или связях. Наиболее характерными из них являются зазоры в соединительных муфтах.

Наличие зазоров приводит к неодновременному началу движения масс привода и механизмов, что является причиной их соударений, и, как следствие, к возрастанию нагрузок в упругих связях. Поэтому при необходимости динамический расчет механизма должен учитывать соударение масс. Изучение процессов соударения масс будем проводить также в предположении, что момент двигателя при пуске является постоянной величиной.

Как показано в ряде исследований [1-5], максимальная нагрузка в упругой связи возникает сразу после удара в системе. Время развития этой нагрузки чрезвычайно мало и поэтому в течение этого небольшого отрезка времени усилие двигателя если и изменится, то не очень существенно. Поэтому, считая нагрузку от двигателя постоянной, при определении нагрузки в упругой связи не сделаем большой погрешности.

Под действием пускового момента  $M_g$  (рисунок 3) прежде всего, придет в движение приведенная масса  $I_1$ . Обозначая приведенный зазор через  $\delta_1$ , подсчитаем для массы  $I_1$  скорость  $\dot{\varphi}_0$  к концу выборки зазора.

$$\dot{\varphi}_0 = \sqrt{\frac{2M_g \delta_1}{I_1}}. \quad (42)$$

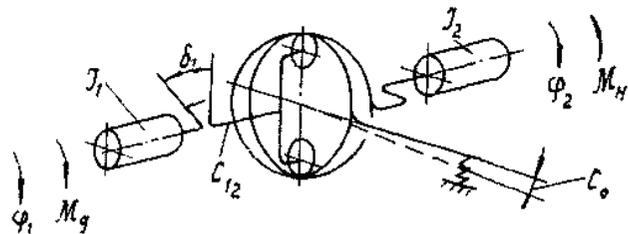


Рисунок 3 – Расчетная схема СВЗП с зазором в упругой связи

Деформирование упругой связи с приведение коэффициентом жесткости  $C_n$  будет начато с начальной скоростью  $\dot{\varphi}_0$ . Если с момента начала деформации упругой связи масса  $I_1$  пройдет путь  $\varphi_1$ , то дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$I_1 \dot{\varphi} + C_n \varphi_1 = M_g. \quad (43)$$

Решением этого уравнения будет выражение

$$\varphi_1 = A_6 \cos \omega_2 t + B_6 \sin \omega_2 t + D_6, \quad (44)$$

где  $D_6 = M_g / C_n$ ;  $\omega_2 = \sqrt{C_n / I_1}$ .

Коэффициенты  $A_6$  и  $B_6$  определяются начальными условиями: при  $t=0$ ;  $\varphi_1=0$ ;  $\dot{\varphi}_1=\omega_0$ .

В момент времени  $t=t_0$  момент в упругой связи станет равным моменту статического сопротивления  $M_H$ .

$$\varphi_1 C_n = M_H = (A_6 \cos \omega_2 t + B_6 \sin \omega_2 t + D_6) C_n.$$

Скорость массы  $I_1$  в этот момент времени будет отличаться от скорости  $\omega_0$

$$\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_1|_{t=t_0} = -A_6 \omega_2 \sin \omega_2 t_0 + B_6 \omega_2 \cos \omega_2 t_0 = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2M_g - M_H}{C_n I_1}}. \quad (45)$$

Когда момент в упругой связи превзойдет момент нагрузки, придет в движение и вторая масса  $I_2$ . Расчетная схема механизма для этого случая соответствует рассмотренной ранее на рисунке 2.

Решение дифференциальных уравнений движения в этом случае будет иметь вид:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = A_7 \cos \omega_3 t + B_7 \sin \omega_3 t + D_7, \quad (46)$$

где

$$D_7 = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{(I_1 + I_2) C_n}; \quad \omega_3 = \sqrt{C_n \frac{I_1 + I_2}{I_1 I_2}}.$$

Коэффициенты  $A_7$  и  $B_7$  определяются из начальных условий: при  $t=0$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 - \varphi_2 &= \frac{M_H}{C_n}; \\ \dot{\varphi} - \dot{\varphi}_1 &= \dot{\varphi} t = t_0 = \sqrt{\dot{\varphi}_0^2 \frac{(2M_H - M_g) M_H}{C_n I_1}}, \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

откуда

$$A_7 = -\frac{(M_g - M_H) I_2}{C_n (I_1 + I_2)}; \quad B_7 = \frac{1}{\omega_3} \sqrt{\dot{\varphi}_0^2 \frac{(2M_H - M_g) M_H}{C_n I_1}}.$$

Относительное перемещение масс по формуле (46) будет иметь максимальную величину

$$(\varphi_1 - \varphi_2)_{\max} = \sqrt{A_7^2 + B_7^2} + D_7.$$

Подставляя значения коэффициентов, получим

$$(\varphi_1 - \varphi_2)_{\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{C_n (I_1 + I_2)} \left[ 1 + \frac{I_1 (I_1 + I_2) (\omega_0^2 C_n I_2 - M_H^2)}{(M_g I_2 + M_H I_1)^2} \right]. \quad (48)$$

Максимальный момент в упругой связи равен

$$M_{12\max} = C_n (\varphi_1 - \varphi_2)_{\max} \cdot \quad (49)$$

Подставляя в выражение (48) значение начальной скорости по формуле (42), получим

$$M_{12\max} = \frac{M_g I_2 + M_H I_1}{I_1 + I_2} \left[ 1 + \sqrt{\frac{(I_1 + I_2)(2M_g C_n \delta_1 - M_H^2 I_1)}{(M_g I_2 + M_H I_1)}} \right]. \quad (50)$$

Если  $I_1 \gg I_2$ , то формула (50) преобразуется в более простое выражение

$$M_{12\max} = M_H + \sqrt{\frac{2M_g \delta_1 C_n I_2}{I_1}}. \quad (51)$$

#### Выводы:

1. Характер изменения момента электродвигателя при его пуске не оказывает большого влияния на величину максимальных динамических нагрузок в волновом редукторе. Поэтому при расчете динамических нагрузок момент двигателя можно принимать постоянным и равным пусковому.

2. При конструировании привода с волновым редуктором необходимо, с целью уменьшения амплитуды колебаний упругого момента, стремиться к уменьшению приведенного момента инерции нагрузки. Увеличение приведенного момента инерции электродвигателя приводит лишь к незначительному уменьшению колебаний упругого момента, увеличивает время протекания переходного процесса и поэтому не может быть рекомендовано как способ, улучшающий режим работы редуктора при пуске двигателя.

3. Зазор в кинематической цепи привода между валом электродвигателя и валом генератора как фактор, несущественно влияющий на величину динамического упругого момента, может не учитываться.

4. С целью исключения возникновения электромеханического резонанса колебаний в пусковых режимах при конструировании привода с волновым редуктором и асинхронным двигателем необходимо выдержать условие, чтобы частота собственных колебаний системы находилась в пределах  $f_c < 40\text{с}^{-1}$  и  $f_c > 60\text{с}^{-1}$ .

**Список литературы:** 1. Швырев Н.П. Исследование привода с волновой герметичной передачей в динамических режимах. Автореф. дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 1981. – 22с. 2. Приймаков А.Г., Воробьев Ю.С., Приймаков Г.А. Теория и конструирование силовых волновых зубчатых передач. Монография. – Харьков: Обериг, 2010. – 383с. 3. Приймаков А.Г., Приймаков Г.А., Швырев Н.П. Расчет и проектирование герметичных силовых волновых зубчатых передач. Монография. – Харьков: Обериг, 2010. – 112с. 4. Маргулис М.В., Волков Д.П. Динамический анализ приводов с волновыми зубчатыми передачами // Вестник машиностроения. – 1988. – №5. – С.23-27. 5. Полетуный А.И. Волновые зубчатые передачи. Учебное пособие. – Харьков: Изд. ХАИ, 1979. – 166с.

Поступила в редколлегию 10.04.11

УДК 620.178.162.4

**Я. РУСНАК**, к.т.н., проф., кафедра проектирования машин инженерного факультета Словацкого университета агрокультуры в Нитре, Словакия

**М. КАДНАР**, к.т.н., доц., кафедра проектирования машин инженерного факультета Словацкого университета агрокультуры в Нитре

**З. ТКАЧ**, к.т.н., проф., кафедра проектирования машин инженерного факультета Словацкого университета агрокультуры в Нитре

**Я. КАДНАР**, аспирант, институт инженерной педагогики и гуманитарных наук факультета материаловедения и технологии Словацкого технологического университета, Братислава, Словакия

#### РАЗРАБОТКА ПОДШИПНИКОВОЙ ПАРЫ ИСПЫТАТЕЛЬНОЙ МАШИНЫ TRIBOTESTOR M'06 ДЛЯ УСЛОВИЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СМАЗКИ

Испытательная машина TRIBOTESTOR M'06 проектируется для быстрого определения параметров и свойств пар скольжения. Оригинальная версия подвижной шпиндельной бабки была выполнена для сухого трения. Цель нашей работы состояла в том, чтобы приспособить подшипники испытательной машины TRIBOTESTOR M'06 к работе в условии гидродинамической смазки во время экспериментов. Главная цель проектируемой модификации подшипников заключается в уменьшении напряженности в скользящей системе вал-вкладыш.

Випробувальна машина TRIBOTESTOR M'06 проектується для швидкого визначення параметрів і властивостей пар ковзання. Оригінальна версія рухливої шпиндельної бабки була виконана для сухого тертя. Мета нашої роботи полягала в тому, щоб пристосувати підшипники випробувальної машини TRIBOTESTOR M'06 до роботи в умові гідродинамічного мастила під час експериментів. Головна мета проектованої модифікації підшипників полягає в зменшенні напруженості в коваючій системі вал-вкладыш.

The test machine TRIBOTESTOR M'06 is designed for the fast determination of parameters and properties of sliding pairs. The original version of a sliding head was determined for a solid friction. The aim of our work was to adapt the sliding head of the TRIBOTESTOR M'06 testing machine to be used for hydrodynamic lubrication in experiments. The main target of the designing modification of the sliding head was to solve the tightness of the sliding system in a relationship shaft-brick.

**Введение.** TRIBOTESTOR M'06 – это испытательная машина для определения параметров и свойств пар трения скольжения. Она позволяет проводить 4 основных испытания:

- определение критической нагрузки;
- определение критической скорости;
- определение максимальной нагрузки для диаграммы  $P-V$ ;
- испытание на износостойкость.

Испытательная машина позволяет моделировать текущие условия трибосистемы в пределах ее технических параметров. Она может работать не

только при постоянной скорости, когда возникающая нагрузка становится переменным параметром. Испытательная машина может также работать в противоположном направлении, т.е. при постоянной нагрузке скорость может менять свое направление. Если необходимо, возможно запрограммировать оба параметра, т.е. нагрузку и переменную скорость. Измерительная система испытательной машины позволяет измерять не только оба параметра, но и другие параметры, например температуру подшипника, момент трения и температуру рабочего оборудования. Данные, полученные в результате испытания, сохраняются в программе Microsoft Excel, где они могут быть статистически оценены и обработаны. Основываясь на полученных значениях, возможно, определять следующие параметры:

- коэффициент трения, зависящий от нагрузки при постоянной скорости скольжения  $\mu=f(p)$ ;
- коэффициент трения, зависящий от скорости скольжения при постоянной нагрузке  $\mu=f(v)$ ;
- нагрузка  $p$ , зависящая от скорости  $v$  при постоянной температуре  $p=f(v)$  и также  $v=f(p)$ ;
- параметр изнашиваемости, зависящий от нагрузки и скорости скольжения;
- температуру подшипников, зависящую от нагрузки и скорости скольжения;
- зависимость между изнашиваемостью и коэффициентом трения.

**Материалы и методология.** Модифицированная конструкция трибо-системы испытательной машины TRIBOTESTOR M'06 основана на кинематической схеме (рисунок 1) и модели подвижной шпиндельной бабки (рисунок 2). Вначале было принято решение проанализировать свойства, связанные с действием сил трения в скользящей паре, которая бы работала при сухом и смешанном трении. Исходная модель подвижной шпиндельной бабки была создана в CAD/CAM системе Pro/Engineer 2001. Все конструктивные модифика-

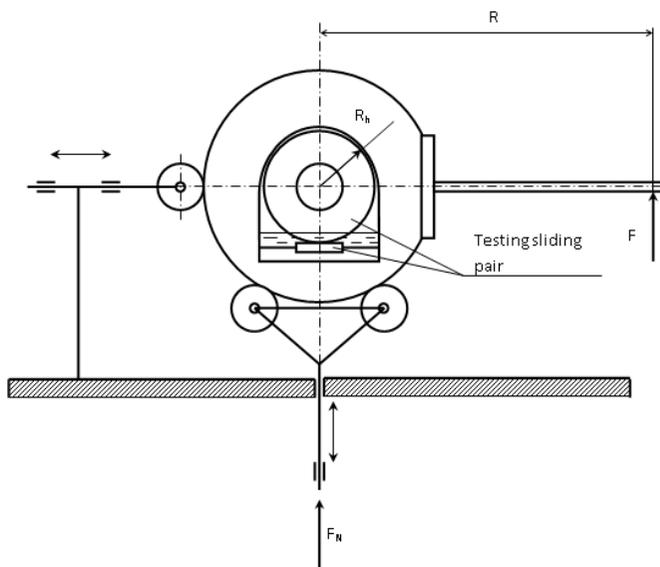


Рисунок 1 – Кинематическая схема испытательной машины

ции также были спроектированы и опробованы в этой CAD/CAM системе.

Методология.

- моделирование исходной модели (рисунок 2);
- предложение вариантов решений;
- выбор оптимального решения;
- моделирование выбранного варианта подвижной шпиндельной бабки;
- исследование и проверка;
- создание технической документации;
- изготовление составных деталей;
- контроль на практике.

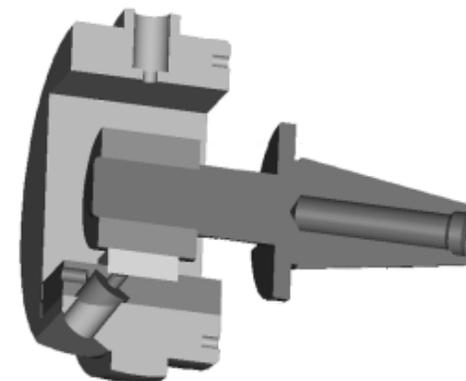


Рисунок 2 – Оригинальная модель

Предложения.

Предложенный последний вариант был основан на требованиях, согласно которым испытываемый скользящий узел должен был работать в условиях гидродинамической смазки:

- должен позволить быстро и просто вносить изменения в тестируемые образцы;
- скользящая система должна иметь все степени свободы в пределах движения,
- напряженность скользящей системы должна быть достоверной.

**Результаты и обсуждение.** Во всех предлагаемых модификациях мы использовали минимально возможный зазор в посадке пар. Такой вид посадки имеет очень низкий коэффициент скольжения, потому что контакт между вкладышем и валом незначительный, и разделение поверхностей достигается масляной пленкой в месте контакта поверхностей.

Модификация с радиальными ламелями – вариант А.

Модификация состоит из пазов, прорезанных на поверхностях скольжения, данные пазы дают возможность сливать масло обратно (рисунок 3). Пазы обычно выполняют винтовыми. Таким образом, можно представить данную конструкцию как винтовой насос с очень низкой производительностью. Это эффективно работает для такого вида зазора в кинематической паре.

Такой вариант уплотненного контакта поверхностей возможен только благодаря масляной пленке, причем отработанное масло возвращается обратно в пару скольжения.

Маслосъемные края размещаются по касательной к направлению движения. Этот вид расположения желобков минимально закручивает масло и работает с максимальной эффективностью.

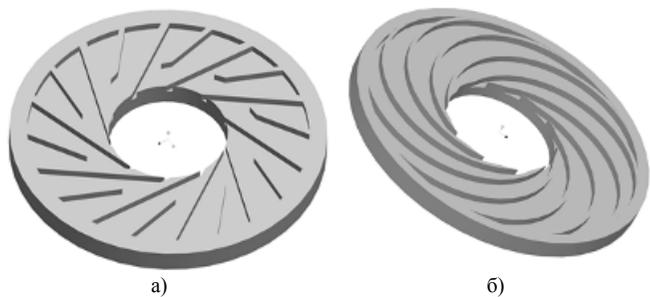


Рисунок 3

а) модификация с прямыми ламелями; б) модификация с радиальными ламелями

Максимальная эффективность подразумевает минимальное сопротивление движению момент трения. Это положительно влияет на точность измерения. Рисунок 3б показывает уплотнительный диск с ламелями, которые снимают и собирают масло. Однако, данный вариант требует больших затрат и времени на производство.

Материал был выбран, чтобы обеспечить низкий вес продукта и низкое сопротивление маслу. Поэтому был выбран полиамид, так как он имеет подходящий коэффициент трения по отношению к стали во время смазывания. На рисунке 4 приведен механизм уплотнения.

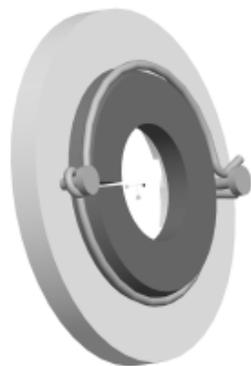


Рисунок 4 – Уплотнение с упругим промежуточным звеном

Уплотнение проталкивается с небольшой силой через упругую связь. Эластичный шарнир вместе с зажимом создает прокладку вала. Подготовка испытания пары трения также включает помещение эластичной связи на вал, установку уплотнения, установку головки испытательного устройства и его нагрузку (рисунок 5).

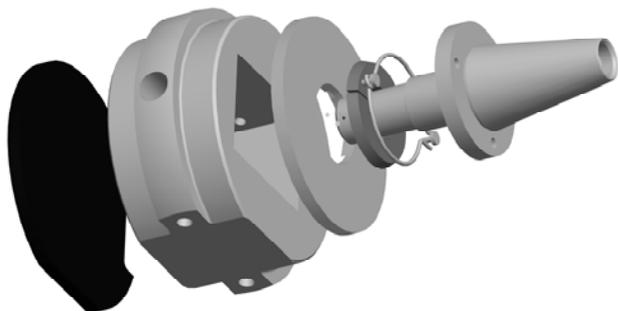


Рисунок 5 – Сборка модифицированной подшипниковой системы – вариант А

#### Модификация с использованием острой кромки – вариант В.

Решение основано на острой кромке. Это влияет на полный момент трения устройства незначительно и делает возможным движение во всех направлениях. Положение уплотнения гарантируют иглы, которые зафиксированы в испытательной машине. Уменьшенное давление и адаптация этого положения в верхней части проверяющей связи гарантированно эластичным связующим звеном.

Подготовка уплотнения к измерению основано на установке уплотнения на иглах в испытательной машине и на помещении уплотнительного диска в верхней части испытательной машины. Преимущество этого решения находится в его простоте и в факте, что уплотнение не зависит от изменения вала. Недостаток – пониженная уплотняющая эффективность. На эффективность влияет сжимающая сила по направлению к уплотнению и поверхности краев уплотнения.

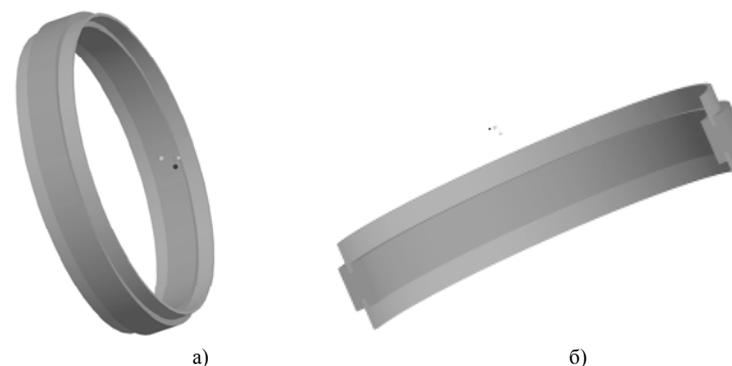


Рисунок 6 – а) сборка прокладки, б) секция прокладки с острой кромкой

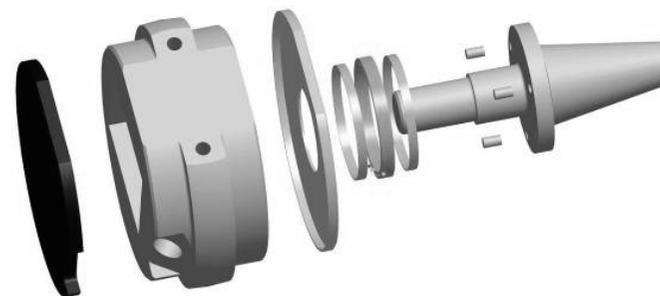


Рисунок 7 – Сборка модифицированной подшипниковой системы – вариант В

#### Модификация с осевыми ламелями – вариант С.

Это решение также основано на плотном приспособлении, и оно увеличивает эффективность благодаря маслу, текущему назад через ламели. Так как должна быть сжата меньшая область, чем в предыдущих вариантах, это

решение лучше для конструкции. Оно также имеет лучшие свойства сжатия, что также влияет на форму и измерения упругой связи.

Адаптер установлен на испытательной головке и прикреплен через болтовое соединение. Вал установлен на проверяющей головке, а упругая связь приложена через зажим (рисунок 9).

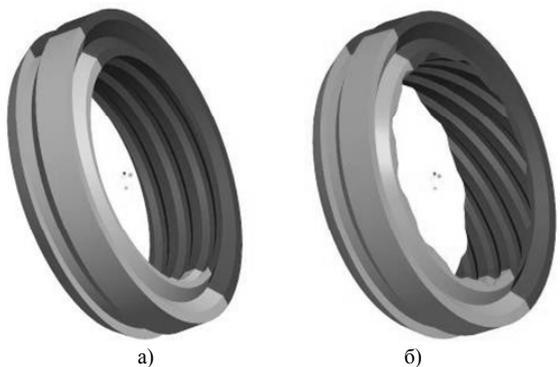


Рисунок 8

а) малая разновидность канавок; б) более глубокая разновидность канавок

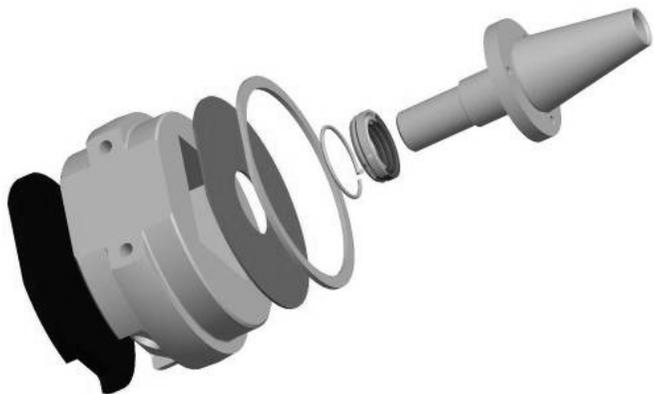


Рисунок 9 – Сборка модифицированной подшипниковой системы – вариант С

**Выводы.** Цель работы заключалась в том, чтобы спроектировать модификации для скользящей системы испытательной машины TRIBOTESTOR M'06 в условиях гидродинамической смазки. Предложения были основаны на использовании масла, которое бы возвращалось через желобки или через острую кромку обратно.

Решение с острой кромкой простое и его установка быстрая и свободная. Использование этого решения сложно при предыдущей модификации головки испытательной машины (круговая форма), которая была преобразована в

прямоугольную. Это изменение было создано из-за экономических проблем, в этом случае производство образца проще и дешевле. Изменение сечения позволяет использовать этот вид уплотнения; однако это требует применение накладки. Накладка не усложняет использование уплотнений с острыми кромками.

Решения с ламелями используют принцип течения обратного течения масла при вращении вала. Масло, кружащееся вращающим валом, вращается в направлении вращения с проскальзыванием. Это приводит к его движению в направлении ламелей.

Последнее решение имеет эластичную связь и обеспечивает лучшее воздействие на перемещения головки во время испытаний. Относительно замены проверяемого образца есть два варианта. Если образец имеет размеры, которые не вызовут проблемы при замене, возможно только освободить зажим и поместить вал вне головки. Если это решение не подходит, типовая замена произойдет, когда обратная сторона головки будет открыта. На основании анализа и экономических проблем мы рекомендуем вариант С как лучший. Модификация узла скольжения для машины TRIBOTESTOR M'06 в пределах гидродинамического трения делает эту машину более универсальной и годной для использования в экспериментальных испытаниях.

#### Результаты по проектам VEGA:

1/0008/09 Key attributes of sliding bearings lubricated by ecological oils research

1/0462/09 The Elimination of Negative Operation Impacts of Machines on Agricultural Land, Water and Atmosphere

**Список литературы:** 1. *Kadnár, M., Rusnák, J.* (2004): Theoretical calculation of lubricant film thickness in elastohydrodynamic lubrication. In.: Proceedings of International Scientific Conference "New trends in constructing and technical documentation creating 2004", Department of Machine Design, Faculty of Engineering, Slovak University of Agriculture in Nitra, May 2004, pp.55-58. ISBN 80-8069-362-5. 2. *Richter, J.* (2006): Modification of sliding node for Tribotestor M'06 testing machine in the area of hydrodynamic lubrication. Diploma thesis. Faculty of Engineering, Slovak University of Agriculture in Nitra, 2006. 3. *Kelley, D.* (2001): ProEngineer 2001 Assistant. Whitby: McGraw-Hill Science/Engineering/ Math, 2001, 256p., ISBN 00-7249-939-7. 4. *Vrábel'ová, X., Rusnák, J.* (2004): The risk of error solutions for safety system. In: 9<sup>th</sup> International Scientific Symposium "Quality and reliability of machines", Faculty of Engineering, Slovak University of Agriculture, May 2004, pp.106-108. ISBN 80-8069-369-2.

Поступила в редколлегию 20.04.11

**В.В. СТАВИЦКИЙ**, к.т.н., доцент ВНУ им. В. Даля, г. Луганск  
**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., проректор ВНУ им. В. Даля

## ОЦЕНКА ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ

Получены аналитические выражения для оценки потерь мощности на аэродинамическое сопротивление вращению зубчатых колес, периодическое сжатие-расширение масловоздушной смеси в защемленном пространстве между зубьями и трение скольжения и качения с учетом основных факторов, влияющих на их распределение. Проведен сравнительный анализ теоретических и экспериментальных результатов.

Отримані аналітичні вирази для оцінки втрат потужності на аеродинамічний опір обертанню зубчатих коліс, періодичне стиснення-розширення маслоповітряної суміші в замкненому просторі між зубцями та тертя ковзання і кочення з урахуванням основних чинників, що впливають на їх розподіл. Проведений порівняльний аналіз теоретичних і експериментальних результатів.

Analytical expressions are got for the estimation of windage power losses, pumping losses of oil-air mixture in space between meshing gear teeth and sliding and rolling frictions losses taking into account the basic factors, influencing on their distributing. The comparative analysis of theoretical and experimental results is conducted.

**Постановка проблемы.** В современном газотурбостроении окружные скорости зубчатых колес достигают 120м/с, а передаваемые мощности – 100МВт и более. Учитывая, что КПД зубчатой передачи колеблется в пределах 98-99%, потери мощности при реализации таких нагрузок составляют более 1 МВт. Поэтому достоверная оценка влияния основных факторов на потери мощности позволяет провести поиск рациональных конструктивных решений и выбор оптимальных условий эксплуатации высокоскоростных цилиндрических зубчатых передач с точки зрения их максимальной эффективности на этапах проектирования новых и усовершенствования существующих передач.

**Анализ литературы.** Потери в зубчатых передачах условно разделены на две группы: а) зависящие от передаваемой нагрузки (трение скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников); б) независящие от нагрузки (гидроаэрогидродинамическое сопротивление вращению зубчатых колес, элементов подшипников и уплотнений, потери вследствие периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в защемленном между зубьями объеме). Результаты оценки потерь мощности, имеющиеся в литературе весьма противоречивы. Например, в исследовании [4] отмечается, что потери на трение в зубчатом зацеплении составляют 40%; в подшипниках – 50%; потери аэродинамического сопротивления – 10%. В работе [5] на основании широкой экспериментальной базы отмечается, что

потери мощности аэродинамического сопротивления при частичных нагрузках практически равны потерям на трение в зубчатом зацеплении. Разноречивость выводов может быть объяснена различными условиями проведения экспериментальных исследований. Источник [14] указывает, что при полной нагрузке потери аэродинамического сопротивления вчетверо превышают потери на трение в передаче, а при 25% нагрузке – на порядок. Математическая модель [14] построена на базе эмпирических уравнений, область адекватности которых ограничена условиями проведения эксперимента и, следовательно, модель не может быть экстраполирована на более широкий диапазон изменения параметров передачи и условий ее эксплуатации. Расчеты и выводы, представленные в работе [14] приведены для одной конкретной конструкции передачи, вследствие чего отсутствует анализ влияния конструктивных параметров на потери мощности в зубчатой передаче.

Большинство опубликованных исследований аэродинамического сопротивления являются экспериментальными [1-6]. В работах [1-4] эксперименты проводились с отдельно взятыми зубчатыми колесами без учета эффекта периодического сжатия-расширения в защемленном между зубьями пространстве. В работах [5, 6] исследования проводились на экспериментальных установках полностью имитирующих зубчатое зацепление. Однако авторам этих работ не удалось выявить роль тех или иных потерь мощности. Ряд авторов [8-13] предложили численные математические модели сжатия-расширения масловоздушной смеси в защемленном между зубьями пространстве. В работе [7] проведено описание поведения масловоздушной смеси вокруг зубьев с помощью инструментов CFD (Computational Fluid Dynamics) технологий. Однако сложность предложенных моделей и отсутствие функциональных связей с параметрами зубчатых передач не позволяют их использовать для сравнительного анализа различных видов потерь мощности.

**Цель статьи.** Оценка потерь мощности на аэродинамическое сопротивление вращению зубчатых колес, периодическое сжатие-расширение масловоздушной смеси в защемленном пространстве между зубьями и трение скольжения и качения с учетом основных факторов, влияющих на их распределение.

**1. Потери аэродинамического сопротивления масловоздушной среды вращению зубчатых колес.** Ранее авторами была предложена экспериментально проверенная методика определения мощности и момента сил аэродинамического сопротивления для отдельно взятого зубчатого колеса [15, 16]. В случае если в зацеплении участвует  $n$  зубчатых колес, момент сил аэродинамического сопротивления представляет собой сумму моментов сил сопротивления

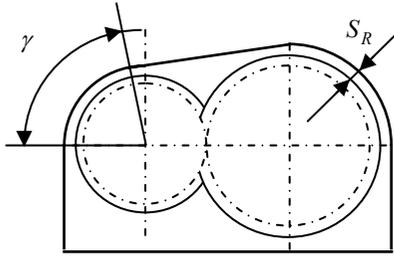
$$T_a = \sum_{i=1}^n (T_{n_i} + T_{\tau_i} + T_{M_i} + T_{R_i}), \quad (1)$$

где

$$T_{n_i} = M_{окр}^2 \cdot \frac{z_i \cdot k}{16} \cdot p_a \cdot O_i \cdot \Gamma_i \cdot \bar{\rho}_a \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin^2 2\alpha \quad (2)$$

– момент сил аэродинамического (парусного) сопротивления вращению  $i$ -го зубчатого колеса, Н·м;

$$T_{\tau_i} = \left( \frac{z_i \cdot r_i}{2 \cdot b} \right)^{0,25} \frac{k \cdot z_i \cdot p_a \cdot O_i \cdot M_{окр}^2 \cdot \Phi_i \cdot \cos \beta}{\text{tg}^2 \alpha \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\text{Re}} \cdot \sin^{1,5} \alpha} \quad (3)$$



– момент сил сопротивления вследствие вязкостного трения среды о профильные поверхности зубьев при вращении  $i$ -го зубчатого колеса, Н·м;

$$T_{M_i} = 0,5 \cdot p_a \cdot M_{окр}^2 \cdot O_i \cdot \frac{C_{M_i}}{b} \quad (4)$$

Рисунок 1 – определению аэродинамического трения в радиальном зазоре передачи

– момент сил сопротивления вследствие вязкостного трения среды о торцевые поверхности  $i$ -го зубчатого колеса, Н·м;

$$T_{R_i} = \gamma_i \cdot p_a \cdot A_i^2 \cdot r_i^2 \cdot b \cdot \left[ \frac{k \cdot M_{окр}^2}{\bar{S}_R \cdot \text{Re}_i} + \frac{\bar{S}_R}{2 \cdot \varphi_a} \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_{окр}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \right] \cdot \cos^2 \alpha \quad (5)$$

– момент сил аэродинамического сопротивления масловоздушной смеси в радиальном зазоре между вершинами зубьев  $i$ -го зубчатого колеса и корпусом передачи, Н·м;

$M_{окр} = V_{окр}/c$  – относительная окружная скорость зубчатого колеса;  $V_{окр} = r_i \cdot \omega$  – окружная скорость зубчатого колеса, м/с;  $\bar{\rho}_a = \rho_a/\rho$  – относительная плотность масловоздушной смеси, окружающей зубчатое колесо;  $c = \sqrt{k \cdot p_a/\rho}$  – скорость звука в масловоздушной среде, окружающей вращающееся зубчатое колесо, м/с;  $\Gamma_i = (\text{tg}^2 \alpha_{a_i} - \text{tg}^2 \alpha_{c_i})/\text{tg}^2 \alpha$  – безразмерный геометрический параметр, характеризующий аэродинамическое сопротивление зуба колеса;

$$\alpha_c = \arccos \left( 1 + 4 \cdot \text{tg} \alpha_2 \cdot (\text{tg} \alpha_2 - \alpha_1) + \alpha_1^2 \right)^{-0,5};$$

$$\alpha_2 = (\text{tg} \alpha_{a_i} - \varphi_i) + \frac{\pi}{2 \cdot z_i} + \frac{2 \cdot x_i \cdot \text{tg} \alpha}{z_i} - \text{inv} \alpha; \quad \alpha_1 = \text{tg} \alpha - \varphi;$$

$\rho = x_b \rho_b + (1 - x_m) \rho_m$  – средняя плотность масловоздушной среды, в которой вращается зубчатое колесо, кг/м<sup>3</sup>;  $A_i = r_{a_i}/r_{b_i}$  – относительный радиус окружности вершин;  $O_i = b \cdot r_i^2$  – величина пропорциональная объему, занимаемому зубчатым колесом, м<sup>3</sup>;  $\bar{b} = b/r_i$  – относительная ширина зубчатого венца;  $\text{Re} = \rho_a \cdot \omega \cdot r^2/\mu$  – число Рейнольдса;  $\lambda_i = \sqrt{bm} = r \cdot \sqrt{(b/r_i) \cdot (2/z_i)}$  – характерный размер зубьев, м;  $\Phi_i = (\text{tg} \alpha_{a_i} - \varphi_i/2) \varphi_i/\text{tg}^2 \alpha$  – геометрический параметр, характеризующий вязкостное трение масловоздушной смеси относительно профильной поверхности зуба колеса;

$$C_M = \frac{a_R^{лам}}{(5 - 2 \cdot b_R^{лам}) \cdot \text{Re}_{кр}^{b_R^{лам}}} \cdot \left( \frac{r_{кр}}{r} \right)^5 + \frac{a_R^{myp}}{(5 - 2 \cdot b_R^{myp}) \cdot \text{Re}_{кр}^{b_R^{myp}}} \cdot \left[ \frac{1}{\text{Re}_{кр}^{b_R^{myp}}} - \frac{1}{\text{Re}_{кр}^{b_R^{лам}}} \cdot \left( \frac{r_{кр}}{r} \right)^5 \right]$$

– безразмерный коэффициент аэродинамического сопротивления торцевых поверхностей зубчатого колеса;  $a_R^{лам} = 3,87$  – коэффициент в критериальном уравнении вида  $C_b = a_R/\text{Re}^{b_R}$  при ламинарном режиме течения;  $a_R^{myp} = 0,146$  – аналогичный коэффициент при турбулентном режиме течения;  $b_R^{лам} = 0,5$  – показатель степени в критериальном уравнении  $C_b = a_R/\text{Re}^{b_R}$  при ламинарном режиме течения;  $b_R^{myp} = 0,2$  – аналогичный показатель степени в критериальном уравнении при турбулентном режиме течения;  $\text{Re}_{кр} = 3 \cdot 10^5$  – критическое число Рейнольдса;  $r_{кр} = \sqrt{(\mu \cdot \text{Re}_{кр})/(\rho_a \cdot \omega)}$  – критический радиус зубчатого колеса, разделяющий зону обтекания на ламинарный и турбулентный режимы, м;  $\mu = \mu_m (1 + 1,5 \cdot (1 - \rho_a/\rho_m))$  – динамическая вязкость масловоздушной смеси, Па·с;  $\bar{S}_R = S_R/r_a$  – относительный радиальный зазор между вершинами зубьев зубчатого колеса и корпусом передачи.

Сравнительный анализ теоретических и экспериментальных результатов (рисунки 2-4) показал их хорошую корреляцию и позволил сделать ряд выводов: а) потери мощности вследствие вязкостного трения масловоздушной смеси о профильную поверхность зубьев зубчатого колеса являются вторыми по значимости, но не превышают 15% от суммарных потерь вследствие аэродинамического сопротивления; б) потери мощности вследствие вязкостного трения масловоздушной смеси о торцевые поверхности зубчатого колеса не превышают 5% от суммарных потерь аэродинамического сопротивления; в) потери мощности аэродинамического сопротивления потока масловоздушной смеси в радиальном зазоре между вершинами зубьев зубчатого колеса и корпуса передачи во много раз меньше суммарных.

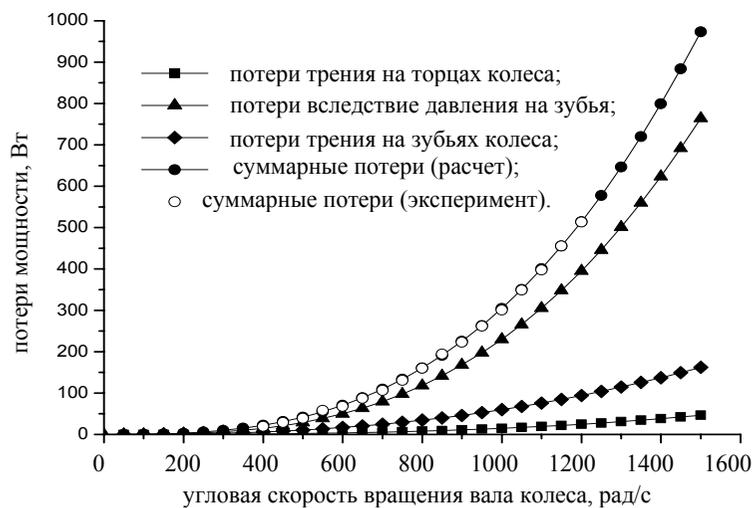


Рисунок 2 – Составляющие потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления зубчатого колеса ( $b=30\text{мм}$ ;  $m=4\text{мм}$ ;  $z=36$ )

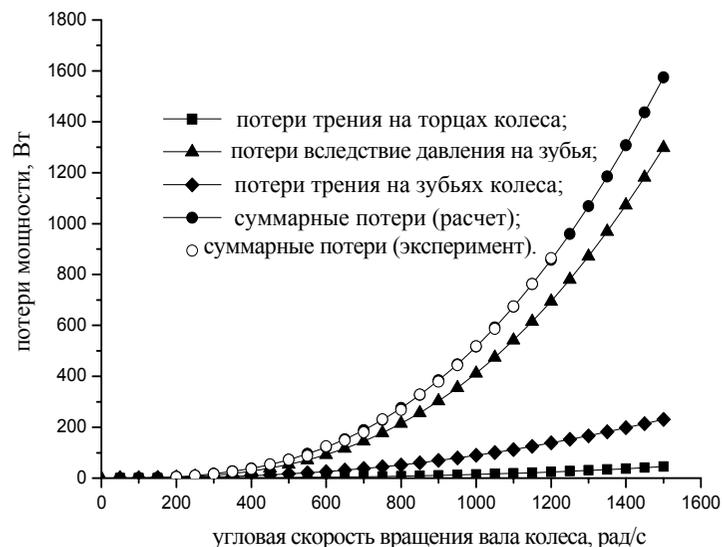


Рисунок 3 – Составляющие потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления зубчатого колеса ( $b=60\text{мм}$ ;  $m=4\text{мм}$ ;  $z=36$ )

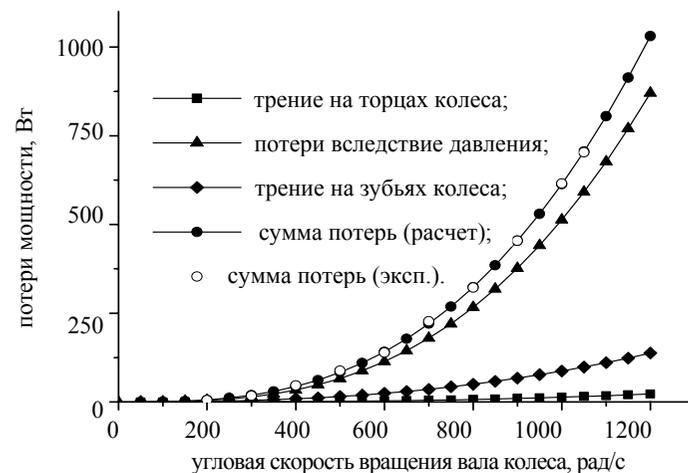


Рисунок 4 – Составляющие потерь мощности вследствие аэродинамического сопротивления зубчатого колеса ( $b=30\text{мм}$ ;  $m=6\text{мм}$ ;  $z=24$ )

**2. Потери вследствие периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в защемленном между зубьями пространстве.** Момент сопротивления, возникающий при периодическом сжатии-расширении масловоздушной смеси в защемленном объеме определяется на основании математической модели полученной авторами ранее [17]:

$$T_{cp} = k \cdot \frac{1+u}{8 \cdot u} \cdot \bar{b}^2 \cdot O_i \cdot M_{окр}^2 \cdot p_a \cdot \cos^2 \alpha \cdot \Lambda, \quad (6)$$

где

$$\Lambda = \left\{ \frac{1}{(2 \cdot \chi_2 - 1) \cdot \left[ 1 - \frac{(k-1)}{2} \cdot \left( \frac{\bar{b} \cdot M_{окр}}{(2 \cdot \chi_2 - 1) \cdot \tau_1} \right)^2 \right]} + \frac{1}{(2 \cdot \chi_1 - 1)} \right\};$$

$$\chi_1 = \frac{\text{tg } \alpha_{a_1} - \text{tg } \alpha_w}{\tau_1} = \text{tg } \bar{\alpha}_{a_1} - \text{tg } \bar{\alpha}_w; \quad \chi_2 = \frac{\text{tg } \alpha_{a_2} - \text{tg } \alpha_w}{\tau_2} = \text{tg } \bar{\alpha}_{a_2} - u \cdot \text{tg } \bar{\alpha}_w.$$

Для проверки адекватности зависимости (6) проведено сравнение результатов расчета по предложенной модели с результатами экспериментов, проведенных японскими учеными [8], [9]. Расчеты и эксперимент проводились для передачи со следующими параметрами:  $z_1 = z_2 = 76$ ,  $b = 100\text{мм}$ ,  $m = 4\text{мм}$ , межосевое расстояние  $a_w = 304\text{мм}$ ,  $\varepsilon = \chi_1 + \chi_2 = 1,82$ .

Передача, состоящая из нейлоновой шестерни и стального колеса, была нагружена небольшим крутящим моментом и работала без смазки. Поэтому параметры масловоздушной смеси при расчете приняты для воздуха. Анализ сравнения, представленного графически на рисунке 5, показывает хорошую корреляцию экспериментальных и расчетных результатов, что дает возможность использовать предложенную модель для расчета потерь вследствие периодического сжатия-расширения в защемленном между зубьями пространстве.

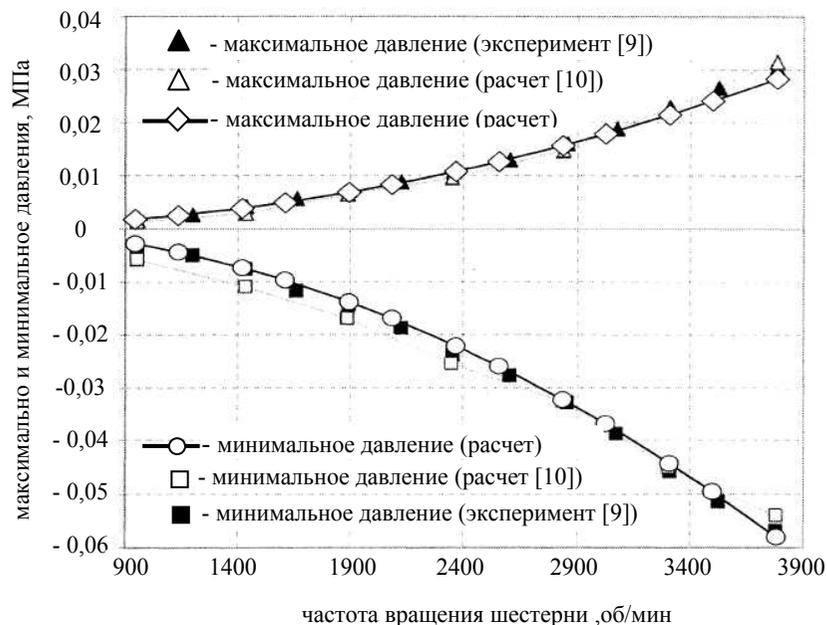


Рисунок 5 – Максимальное и минимальное давления в зависимости от частоты вращения шестерни зубчатой передачи

**3. Потери вследствие трения скольжения и качения.** С учетом коэффициента потерь мощности вследствие трения скольжения суммарные потери на трение могут быть представлены в виде суммы коэффициентов потерь

$$\psi_{mp} = \psi_f + \psi_k,$$

где

$$\psi_f = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{\tau_1}{2} \cdot [f_1 \cdot (\chi_1^2 + \chi_2^2) - (2 \cdot f_1 - f_2) \cdot (\varepsilon - 1)]$$

– коэффициент потерь мощности вследствие трения скольжения;

$$\psi_k = 3 \cdot \frac{[\sigma_H]}{E_{np}^*} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon \cdot \cos \alpha}{\pi \cdot u \cdot K_H \cdot \cos \beta}} \cdot \frac{(u+1)^2}{4 \cdot \tau_1} \cdot \text{tg}^2 \alpha_w \cdot H$$

– коэффициент потерь мощности вследствие трения качения.

Как указывалось ранее, потери на трение зависят от нагрузки, в то время как потери вследствие аэродинамического сопротивления и вследствие периодического сжатия-расширения не зависят от нагрузки.

Это обстоятельство затрудняет сравнительный анализ указанных выше потерь. Однако, зависимости (2), (3), (4), (5) и (6) показывают, что потери, определяемые ими, прямо пропорциональны объему, занимаемому зубчатыми колесами, который в свою очередь определяется расчетом на прочность зубчатой передачи

$$O_i = \frac{T_1 \cdot K_H}{[\sigma_H]^2 \cdot \cos \alpha} \cdot \frac{(u+1)}{u} \cdot \frac{\cos \beta}{\varepsilon \cdot \sin 2\alpha} \cdot \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{\pi [E_1(1-\nu_2^2) + E_2(1-\nu_1^2)]}. \quad (7)$$

Подставив выражение (7) в (2), (3), (4), (5) и (6), после преобразований коэффициенты минимально возможных потерь мощности, не связанных с нагрузкой, для пары сопряженных зубчатых колес определяются следующим образом

$$\psi_n = \frac{z_1 \cdot (\Gamma_1 + u^3 \cdot \Gamma_2) \cdot k \cdot K_H}{8 \cdot \pi \cdot \varepsilon} \cdot \frac{(u+1)}{u} \cdot \Pi \cdot M_{окр}^2 \cdot \bar{\rho}_a \cdot \cos^3 \beta \cdot \sin \alpha; \quad (8)$$

$$\psi_\tau = \left( \frac{\sin^2 \alpha}{\lambda} \right)^{0,25} \cdot \frac{K_H \cdot z_1 \cdot \bar{\rho}_a \cdot \Pi \cdot M_{окр}^2 \cdot \cos^2 \beta}{2 \cdot \varepsilon \cdot \alpha \cdot \sqrt{3} \cdot \text{Re} \cdot \text{tg}^3 \alpha} \cdot \frac{(u+1)}{u} \cdot (\Phi_1 + u^3 \cdot \Phi_2); \quad (9)$$

$$\psi_M = \bar{\rho}_a \cdot \frac{K_H}{4 \cdot \pi \cdot \bar{b} \cdot \cos^3 \alpha} \cdot \frac{(u+1) \cdot (u^2 + 1)}{u} \cdot \frac{\cos \beta}{\varepsilon \cdot \alpha \cdot \text{tg} \alpha} \cdot C_{M_i} \Pi \cdot M_{окр}^2; \quad (10)$$

$$\psi_{R_i} = \gamma_i \cdot A_i^2 \cdot \frac{K_H}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{(u+1)}{u} \cdot \frac{\cos \beta}{\varepsilon \cdot \sin \alpha} \cdot \left[ \frac{k \cdot M_{окк}^2}{\bar{S}_R \cdot \text{Re}_i} + \frac{\bar{S}_R}{2 \cdot \varphi_a} \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_{окк}^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \right], \quad (11)$$

где

$$\Pi = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot p_a}{[E_1(1-\nu_2^2) + E_2(1-\nu_1^2)] \cdot [\sigma_H]^2}$$

– безразмерный критерий, характеризующий свойства материалов сопряженных зубчатых колес окружающей зубчатые колеса среды.

Распределение видов потерь в зависимости от различных факторов представлено на рисунках 6-9. Увеличение окружной скорости приводит к значительному увеличению доли минимально возможных потерь вследствие аэродинамического сопротивления (рисунок 6). При значительных окружных

скоростях (100-120м/с) потери на аэродинамическое сопротивление вращения сравнимы с потерями на трение даже при значительном трении ( $f=0,1$ ). Естественно, при меньших силах трения равенство потерь наступает при меньших значениях окружной скорости (рисунок 7). На рисунке 10 представлена зависимость критической окружной скорости (при которой минимально возможные потери на аэросопротивление равны потерям на трение) от числа

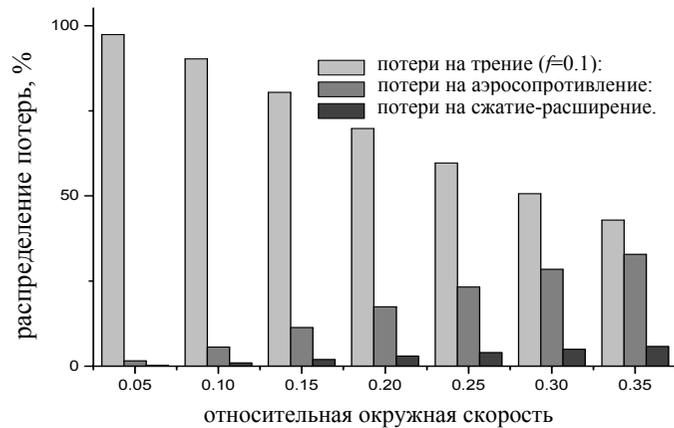


Рисунок 6 – Распределение потерь мощности в зависимости от относительной окружной скорости вращения

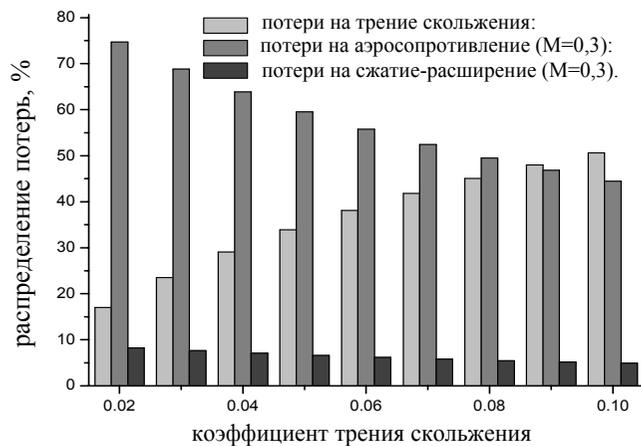


Рисунок 7 – Распределение потерь мощности в зависимости от коэффициента трения скольжения в передаче

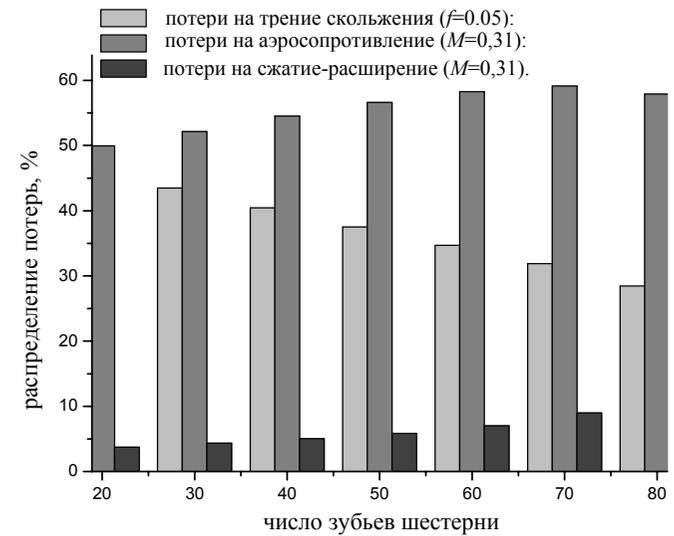


Рисунок 8 – Распределение потерь мощности в зависимости от числа зубьев шестерни



Рисунок 9 – Распределение потерь мощности в зависимости от объема, занимаемого зубчатыми колесами передачи

зубьев. С ростом числа зубьев критическая скорость снижается, то есть с увеличением числа зубьев доля потерь вследствие аэродинамического сопротивления в суммарных потерях существенно возрастает (рисунок 8).

Потери вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес и потери вследствие периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в защемленном пространстве между зубьями могут быть снижены уменьшением объема, занимаемого зубчатыми колесами до минимальных значений, определяемых расчетом зубчатой передачи на прочность по контактным напряжениям. С уменьшением допускаемых контактных напряжений минимальный объем, занимаемый зубчатыми колесами, растет, а, следовательно, растет доля потерь вследствие аэродинамического сопротивления и периодического сжатия и расширения (рисунок 10).

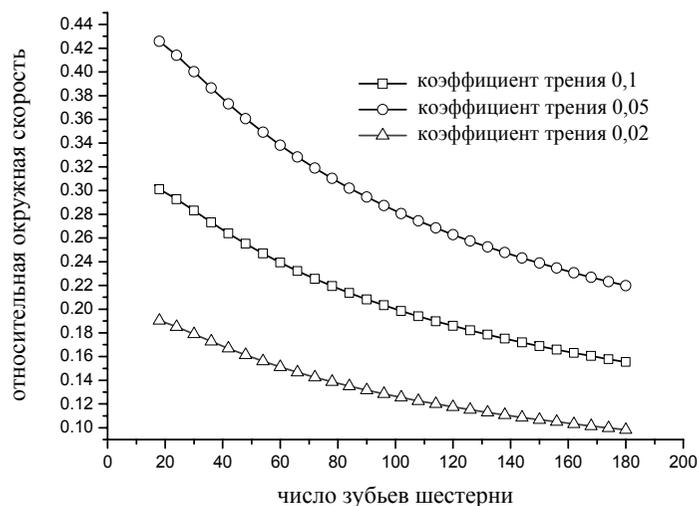


Рисунок 10 – Значения относительной окружной скорости при равенстве потерь на трение скольжения и аэродинамическое сопротивление вращению колес

Коэффициент полезного действия зубчатой передачи определяется известной формулой

$$\eta = 1 - (\psi_n + \psi_\tau + \psi_M + \psi_R + \psi_f + \psi_k).$$

#### Выводы:

1. Предложен расчет коэффициента полезного действия высокоскоростных зубчатых передач с учетом аэрогидродинамического сопротивления, периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в пространстве между зубьями сопряженных зубчатых колес и трения скольжения и качения.

2. На основе проведенного анализа распределения потерь мощности установлено:

а) потери мощности вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению и периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в пространстве между зубьями сопряженных зубчатых колес есть квадратичная функция окружной скорости зубчатых колес;

б) при значительных окружных скоростях потери мощности вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению и периодического сжатия-расширения масловоздушной смеси в пространстве между зубьями сравнимы с потерями на трение и должны учитываться при расчете коэффициента полезного действия;

в) потери мощности, независящие от нагрузки прямо пропорциональны объему, занимаемому зубчатыми колесами.

3. Разработанные методики оценки на основе учета различных видов потерь мощности позволяют проводить поиск рациональных конструктивных решений и выбор оптимальных условий эксплуатации высокоскоростных цилиндрических зубчатых передач с точки зрения их максимальной эффективности на этапах проектирования новых и усовершенствования существующих передач.

#### Условные обозначения:

$p_a$  – атмосферное давление, МПа;  $k$  – показатель адиабаты для масловоздушной смеси;  $r_b$  – радиус основной окружности, м;  $r_a$  – радиус окружности вершин, м;  $r$  – радиус делительной окружности, м;  $u$  – передаточное отношение зубчатой передачи;  $x_b$  – объемное относительное содержание воздуха в масловоздушной смеси;  $x_m$  – объемное относительное содержание масла в масловоздушной смеси;  $\mu_m$  – динамическая вязкость масловоздушной смеси, Па·с;  $\rho_b$  – плотность воздуха, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_a$  – плотность масловоздушной среды в пространстве между зубьями, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_m$  – плотность смазочного масла, кг/м<sup>3</sup>;  $\omega$  – угловая скорость вращения зубчатого колеса, рад/с;  $\alpha$  – угол станочного зацепления, рад;  $\alpha_i$  – угол профиля эвольвенты в произвольной ее точке, рад;  $b$  – ширина зубчатого венца, м;  $z_i$  – число зубьев зубчатого колеса;  $\text{tg } \alpha_{a_i}$  – тангенс угла профиля эвольвенты на окружности вершин произвольного зубчатого колеса;  $\varphi_i$  – центральный угол впадины зубчатого колеса по окружности вершин, рад;  $\eta$  – коэффициент полезного действия зубчатой передачи;  $m$  – модуль зубчатого зацепления, м;  $S_R$  – радиальный зазор между вершинами зубьев зубчатого колеса и корпуса передачи, м;  $\varphi_a$  – центральный угол, опирающийся на ширину зуба по окружности вершин, рад;  $\gamma_i$  – угол, стягивающий дугу минимального радиального зазора (рисунок 1);  $E_1$  и  $E_1$  – модули упругости материалов сопряженных зубчатых колес, МПа;  $\nu_1$  и

$v_1$  – коэффициенты Пуассона;  $[\sigma_H]$  – допускаемое контактное напряжение, МПа;  $K_H$  – коэффициент нагрузки зубчатой передачи,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – угловые шаги зубчатых колес;  $f_1$  и  $f_2$  – коэффициенты трения скольжения при однопарном и двухпарном зацеплении соответственно.

**Список литературы:** 1. *Diab Y.* Investigations on Power Losses in High Speed Gears / *Diab Y., Ville F., and Velex P.* // J. Eng. Tribol.-2006.-220. pp.191-298. 2. *Dawson P.H.* High Speed Gear Windage / *P.H Dawson* // – 1988 – GEC Review, 4(3), pp.164-167. 3. *Diab Y.* Windage Losses in High Speed Gears – Preliminary Experimental and Theoretical Results // *Diab Y., Ville F., Velex P., Chagent C.* // – 2004 – Journal of Mechanical Design, Vol. 126, Sept. 2004, pp.903-908. 4. *Anderson N.E.* Spur-Gear-System Efficiency at Part and Full Load / *N.E. Anderson, S.H. Loewenthal* // – 1979. – Tech. rep., NASA, 10 Dec. 1979, TP 1622 AVRADCOM TR 79-46. 5. *Anderson N.E.* Efficiency of Nonstandard and High Contact Ratio Involute Spur Gears / *N.E. Anderson, S.H. Loewenthal* // – 1984 – Fourth International Power Transmission and Gearing Conference, ASME, Cambridge, MA, Oct. 1984, NASA TM 83725 USAAVSCOM TR 84-C-9. 6. *Handschuh R.F.* Preliminary Investigation of the Thermal Behavior of High-Speed Helical Gear Trains / *R.F. Handschuh, C.J. Kilmain* // – 2002 – International Conference on Gears, International Federation for the Theory of Machines and Mechanisms, Munich, Germany, March 2002, NASA/TM-2002-211336 ARL-TR-2661. 7. *Al-Shibl.* Modelling windage power loss from an enclosed spur gear / *K. Al-Shibl, K. Simmons, C.N. Eastwick* // – 2007 – Journal of Power and Energy, Vol.221, 2007, pp.331-341, Proc. IMechE Part A. 8. *Houjoh H.* The sound radiated from gears (on the existence of aerodynamic sound) / *H. Houjoh, K. Umezawa* // – 1987 – JSME Int. J., 1987, 30(259), 153-160. 9. *Houjoh H.* Dynamic behavior of atmosphere in a tooth space of a spur gear during mesh process from the viewpoint of efficient lubrication / *H. Houjoh, S.I. Ohshima, S. Miyata, T. Takimoto, K. Maenami* // – 2000 – In Proceedings of the 8th ASME International Power Transmission and Gearing Conference, 2000, Vol.1, pp.111-118. 10. *Diab Y.* Experimental and numerical investigations on the air-pumping phenomenon in high-speed spur and helical gears / *Y. Diab, F. Ville, H. Houjoh, P. Sainsot, P. Velex* // – 2004 – Proc. IMechE. Vol. 219, Part C: J. Mechanical Engineering Science – 2004. p.785-799. 11. *Milian C.* A Model of the Pumping Action Between the Teeth of High-Speed Spur and Helical Gears / *Milian, J. Distretti, P. Leoni, P. Velex* // VDI Berichte – 2002. – №1665. – p.627-637. 12. *Milian C.* A Model of the Pumping Action Between the Teeth of High-Speed Spur and Helical Gears / *J. Milian, P. Distretti, Leoni, P. Velex* // Gear Technology – May 2004. – p.50-54. 13. *Seetharaman S.* An investigation of load-independent power losses of gear systems: PhD Dissertation / *S. Seetharaman.* – The Ohio State University, 2009. – 169p. 14. *Heingartner P.* Determining Power Losses in the Helical Gear Mesh; Case Study / *P. Heingartner, D. Mba* // – 2003 – DETC'03, ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Vol.4B, pp.965-970. 15. *Ставицкий В.* Исследование аэродинамических потерь энергии в высокоскоростных прямозубых цилиндрических передачах / *В.В. Ставицкий, П.Л. Носко* // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. – Харьков, 2010. – Вып.27. – С.167-173. 16. *Stavitsky V.* Model for prediction of windage losses in geared transmissions – preliminary results / *V. Stavitsky, Nosko P.* // TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture. – Lublin, 2010. – Vol.XC – P.116-323. 17. *Stavitsky V.* Power losses by the air-pumping phenomena in high-speed spur gears / *V. Stavitsky, Nosko P., Fil P.* // TEKA Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture. – Lublin, 2010. – Vol.XC – P.324-331.

Поступила в редколлегию 30.04.11

УДК 621.833

**В.Е. СТАРЖИНСКИЙ**, д.т.н., зав. лабораторией ИММС им. В.А. Белого  
НАН Беларуси, г. Гомель  
**Е.В. ШАЛОБАЕВ**, к.т.н., доц., СПбГУ ИТМО, г. Санкт-Петербург, Россия  
**В.Л. БАСИНЮК**, д.т.н., директор НТЦ ОИМ НАН Беларуси, г. Минск  
**Е.И. МАРДОСЕВИЧ**, к.т.н., зав. сектором ОИМ НАН Беларуси

## ОПТИМИЗАЦИЯ ДВУХПОТОЧНОГО ЗУБЧАТОГО МЕХАНИЗМА ПО КРИТЕРИЮ МИНИМИЗАЦИИ ОБЪЕМА РЕДУКТОРА

Рассматриваются варианты компоновки двухпоточного зубчатого механизма с двумя ступенями в каждом потоке на предмет оптимизации его кинематической схемы по критерию минимизации габаритных размеров.

Розглядаються варіанти компоновки двухпоточного зубчатого механізму з двома ступенями в кожному потоці на предмет оптимізації його кінематичної схеми за критерієм мінімізації габаритних розмірів.

The variants of arranging a two-flow toothed mechanism with two stages in each flow are considered in order to optimize its kinematic system in terms of minimizing overall dimensions of the mechanism.

**Постановка задачи.** В настоящее время, благодаря широкому использованию вычислительной техники, методы оптимизации параметров объектов по каким-либо заданным критериям эффективно используются при решении задач оптимизации проектных параметров кинематических схем приборных зубчатых механизмов (габаритных размеров или объема, массы, КПД, суммарной погрешности, приведенного момента инерции и др.).

В настоящей работе дается решение задачи оптимизации двухпоточного редуктора с двумя ступенями в каждом потоке по критерию минимизации его объема. Приводится алгоритм и программа расчета оптимального распределения передаточного отношения по потокам и ступеням редуктора, позволяющая выбрать при заданных параметрах проектирования приемлемый вариант компоновки редуктора с минимальным объемом.

**Литературный обзор.** В настоящее время разработан ряд высокоэффективных алгоритмов и соответствующих библиотек программ, позволяющих решать сложные задачи оптимизации с применением многообразных вычислительных методов многомерного поиска оптимума с применением ЭВМ [1]. Применительно к зубчатым механизмам силовых передач результаты оптимизационных расчетов по сумме межосевых состояний передач ступеней (с функциональным ограничением по контактной прочности) и решение задачи оптимизации по массе колес редуктора (с функциональными ограничениями по контактной прочности зубьев и по напряжениям изгиба в опасных сечени-

ях зубьев) изложены в учебнике [2], варианты подобного расчета приведены также в справочном и научном издании [3]. Концепция оптимизационных расчетов кинематических параметров одноступенчатых цилиндрического и конического редукторов и двухступенчатых редукторов, приводимых с использованием метода многокритериальной оптимизации, рассматривается в работе [4]. Оптимизируемые параметры-модули зацепления, числа зубьев шестерен и колес первой и второй ступени, передаточные числа второй ступени, удельная ширина зубчатых венцов шестерен; критерии оптимальности – объем привода, равнопрочность контактных и изгибных напряжений 1-ой и 2-ой ступени, разность равнопрочностей.

В плане оптимального проектирования одно и двухступенчатых цилиндрических передач следует также упомянуть работы Б.П. Тимофеева и С.С. Киселева с соавторами [5, 6], в которых рассматриваются закономерности распределения передаточных чисел и межосевых расстояний передач с минимальными габаритами.

Основы оптимизационных расчетов многоступенчатых зубчатых передач приборов изложены в работах Ф.С. Дмитриева [7], О.Ф. Тищенко [8], В. Олексюка [9], С.Н. Истомина [10]. Предлагаются аналитические решения и графические зависимости для выбора оптимальных кинематических параметров по критериям КПД, сумме межосевых расстояний (или объему редуктора), массе колес, моменту инерции вращающихся масс, накопленной погрешности и др.; получены аналитические зависимости для выбора оптимальных значений числа ступеней и передаточного числа ступеней редукторов со ступенчатой компоновкой по развернутой схеме, орбитальной компоновкой; разработаны алгоритмы и компьютерные программы автоматизации расчетов на ЭВМ [10]. Дальнейшее развитие данного направления в наших работах [11-17] позволило получить уточненные решения для редукторов, скомпонованных по схеме уступом с расположением ступеней под углом к линии, проходящей через центры входного и выходного валов; найти аналитические решения для орбитальной компоновки с равномерным и неравномерным распределением передаточного отношения по ступеням редуктора; рассмотреть вариант соосной компоновки многоступенчатого редуктора и предложить алгоритм его оптимизационного расчета по критерию минимизации объема редуктора.

Переходя к анализу работ по оптимизации многопоточных зубчатых передач, отметим, что, во-первых, информация по этой тематике в технической литературе весьма ограничена, во-вторых, следует в определенном смысле различать само понятие термина *многопоточная передача* в применении к силовым и кинематическим приборным передачам.

Разделение силового потока на параллельные ветви в силовой передаче производится в основном с целью снижения сил в зацеплении, более равномерного распределения нагрузки, уменьшения габаритных размеров и массы привода. Наиболее полно этот тип передач квалифицирован как многопоточные в работе [2], в работе [18] рассматриваются, в частности, особенности

сборки зубчатых колес двухпоточного двухступенчатого соосного редуктора и приводится методика расчета торсионных валов, соединяющего торцы промежуточные валов быстроходной ступени с торцами промежуточных валов тихоходной ступени.

Классическими примерами многопоточных силовых передач являются известные компоновочные схемы:

– *двухступенчатого однопоточного редуктора*, в котором используется *раздвоенная быстроходная ступень*;

– *двухпоточного редуктора с соосным расположением входного и выходного валов*, параллельной передачей крутящего момента на два промежуточных вала и последующим соединением двух потоков мощности на выходном валу;

– редуктора с передачей вращения от нескольких источников на один ведомый вал;

– *многоступенчатого планетарного редуктора*, число силовых потоков которого соответствует числу спутников.

Для кинематических приборных зубчатых передач характерной особенностью является создание зубчатых механизмов с двумя и более выходными валами, с целью создания компактной конструкции, скомпонованной в едином корпусе. Такие схемы механизмов обычно имеют последовательное или параллельное распределение мощности по потокам.

Авторам известен только один информационный источник [10], в котором достаточно основательно рассмотрены вопросы оптимизационных расчетов при проектировании двухпоточных механизмов, приведены структурные схемы алгоритмов и программы расчета. Рассматриваются схемы с двухпоточной компоновкой, оптимизируемые по габаритам, КПД, угловой погрешности и инерционности. На примерах этих схем показан единый методологический подход к решению задачи, который можно применить к любой другой компоновочной схеме двухпоточного механизма.

В соответствии с поставленной задачей минимизации объема редуктора проведем анализ приведенных в [10] компоновочных схем только по критерию минимизации габаритных размеров.

Рассмотрим варианты схем на рисунке 1.

На схеме рисунке 1а представлен многопоточный редуктор с двумя ступенями в правом потоке, для которого по исходным данным ( $n_1=1000\text{мин}^{-1}$ ;  $n_2=220\text{мин}^{-1}$ ; передаточные числа в потоках  $u_1=4,2$ ;  $u_2=19,4$ ) получено оптимальное значение передаточного числа первой ступени правого потока  $u_{1,2optm}=3,4$ , при этом минимальный удельный объем

$$V_{0optm} = V / m^3 z^2 \psi_{bm} N = 0,65.$$

Особенностью компоновки схемы на рисунке 1,б является то, что выходные валы располагаются на одном уровне. В каждом потоке механизм имеет по две ступени.

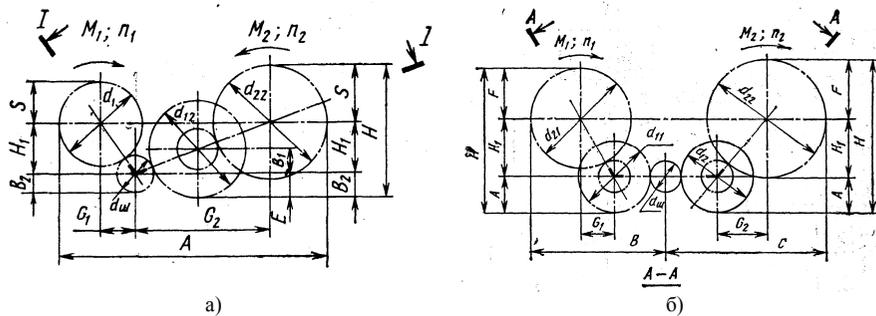


Рисунок 1 – Схема двухпоточного зубчатого механизма:

а – с двумя ступенями в правом потоке; б – с двумя ступенями в обоих потоках [10]

Для этой схемы при исходных данных ( $n_1=200\text{мин}^{-1}$ ,  $n_2=150\text{мин}^{-1}$ ,  $u_1=14,5$ ;  $u_2=19,333$ ) минимуму объема ( $V_{0\text{opt}}=0,85$ ) соответствует оптимальное передаточное число первой ступени правого потока  $u_{12\text{opt}}=4,6$ , при этом передаточное число второй ступени правого потока  $u_{22\text{opt}}=4,22$ . Распределение передаточных чисел по ступеням в левом потоке  $u_{11\text{opt}}=3,5$ ;  $u_{21\text{opt}}=4,14$ .

**Исходные данные и алгоритм оптимизационного расчета двухпоточного редуктора.** Рассмотренный выше частный вариант оптимизации двухпоточного редуктора по критерию минимизации объема  $V$  не позволяет комплексно, с учетом широких возможностей варьирования сочетанием передаточных чисел в ступенях левого и правого потоков, найти оптимальное решение задачи. Очевидно, что для решения задачи оптимизации двухпоточного редуктора необходимо рассмотреть более широкий диапазон сочетаний  $u_j$ , что предполагает анализ схемы механизма, представленной на рисунке 2, где указаны принятые обозначения определяемых параметров: передаточные числа в ступенях левого и правого потоков  $u_{л1}$ ,  $u_{л2}$ ,  $u_{п1}$ ,  $u_{п2}$ , а также приведены элементы габаритных размеров левого ( $L_л$ ,  $H_{л1}$ ,  $H_{л2}$ ,  $H_л$ ) и правого ( $L_п$ ,  $H_{п1}$ ,  $H_{п2}$ ,  $H_п$ ) потоков.

Рассмотрим алгоритм комплексного решения задачи при разных сочетаниях  $u_j$  в заданном диапазоне при следующих исходных данных:

1. Проектируется двухпоточный двухступенчатый зубчатый механизм с произвольной разбивкой передаточного отношения по ступеням редуктора, причем центры осей первых ступеней левого и правого потоков лежат на одной прямой, а центры осей выходных валов левого и правого потоков лежат на одной прямой, параллельной прямой, соединяющей центры осей ведущего и промежуточных валов редуктора (см. рисунок 2).

2. Общее передаточное число правого потока  $u_{пн}$  принимается большим, чем левого  $u_{лн}$ :  $u_{пн} > u_{лн}$ .

3. Расчеты проводятся для вариантов максимально допустимого угла  $\varphi_{\text{max}}$

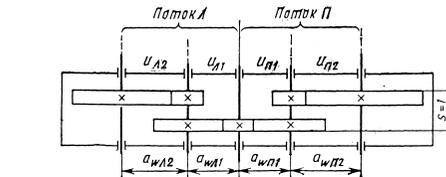
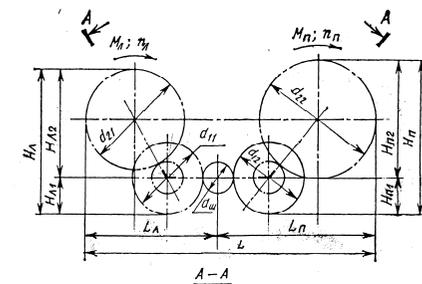


Рисунок 2 – Расчетная схема двухпоточного зубчатого механизма

4. Для наглядности рассчитывается численный пример.

Примечание. В связи с унифицированными кинематическими параметрами обеих ступеней и обоих потоков ( $m, z, \psi_{bm}$ ), расчет проводится по удельным показателям объема  $V_0$ , длины  $L$ , высоты  $H$  и ширины  $B$ . Удельный объем  $V_0 = V/\gamma$ , где  $\gamma = m^3 z^2 \psi_{bm} [N + (N + 1)k] = 1^3 \cdot 17^2 \cdot 6 \cdot 2,45 = 4248,3$ .

Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные для расчета двухпоточного редуктора

Наименование параметра	Обозначение параметра	Численное значение параметра
1 Частота вращения электродвигателя, $\text{мин}^{-1}$	$n_{\text{дв}}$	2900
2 Частота вращения выходных валов потоков левого, $\text{мин}^{-1}$	$n_{\text{лн}}$	200
правого, $\text{мин}^{-1}$	$n_{\text{пн}}$	1500
3 Модуль зацепления, мм	$m$	1,0
4 Число зубьев шестерен в стержнях правого и левого потоков	$z$	17
5 Коэффициент ширины зубчатого венца	$\psi_{bm}$	6
6 Предельные передаточные отношения – в ступенях левого потока		$2 \leq u_j \leq 7,25$
– в ступенях правого потока		$2,071 \leq u_j \leq 9,333$
7 Число рядов	$n$	2
8 Коэффициент, учитывающий зазоры между торцовыми поверхностями зубчатых колес	$k$	0,15

Алгоритм расчета объема двухпоточного редуктора приведен в таблице 2.

Таблица 2 – Алгоритм расчета габаритных размеров и объема двухпоточного редуктора

Наименование параметра	Обозначение параметра	Численное значение параметра
1	2	3
1 Общее передаточное число левого потока $u_{ln}$ $u_{ln} = n_{об}/n_{лн} = 2900/200 = 14,5$	$u_{ln}$	14,5
2 Общее передаточное число правого потока $u_{nn}$ $u_{nn} = n_{об}/n_{нн} = 2900/150 = 19,333$	$u_{nn}$	19,333
3 Удельная длина левой части редуктора $L_l$ – при $u_{л2} \leq u_{н2}$ и $u_{л2} > u_{л1}$ ; $L_l = 1 + u_{л1} + u_{л2}$ – при $u_{л2} \leq u_{н2}$ и $u_{л1} > u_{л2}$ ; $L_l = 1 + 2u_{л1}$ – при $u_{л2} > u_{н2}$ ; $L_l = 1 + u_{л1} + u_{л2} + (1 + u_{л2}) \cos \varphi$	$L_l$	
4 Удельная длина правой части редуктора $L_n$ – при $u_{л2} < u_{н2}$ ; $L_n = 1 + u_{л1} + u_{л2} + (1 + u_{л2}) \cos \varphi$ – при $u_{л2} \geq u_{н2}$ и $u_{н2} > u_{л1}$ ; $L_n = 1 + u_{н1} + u_{н2}$ – при $u_{л2} \geq u_{н2}$ и $u_{н2} < u_{л1}$ ; $L_n = 1 + 2u_{н1}$	$L_n$	
5 Удельная высота левой части редуктора $H_l = H_{л1} + H_{л2}$ – при $u_{л2} \leq u_{н2}$ ; $H_{л1} = u_{л1}$ ; $H_{л2} = 1 + 2u_{л2}$ – при $u_{л2} > u_{н2}$ ; $H_{л1} = u_{л1}$ ; $H_{л2} = (1 + u_{л2}) \sin \varphi + u_{л2}$	$H_l$	
6 Удельная высота правой части редуктора $H_n = H_{н1} + H_{н2}$ – при $u_{л2} < u_{н2}$ $H_{н1} = u_{н1}$ ; $H_{н2} = u_{н2} + (1 + u_{н2}) \sin \varphi$ – при $u_{л2} \geq u_{н2}$ $H_{н1} = u_{н1}$ ; $H_{н2} = 1 + 2H_{н2}$	$H_n$	
7 Удельная длина $L$ редуктора $L = L_l + L_n$	$L$	
8 Удельная высота редуктора $H$ . Примечание: В зависимости от варианта соотношения передаточных чисел в ступенях левого и правого потоков редуктора рассчитывают максимальную высоту редуктора $H_{max}$ , принимая во внимание соотношение элементов высоты его левой и правой частей $H_{л1}$ , $H_{л2}$ , $H_{н1}$ , $H_{н2}$ .	$H$	
9 Ширина редуктора	$B$	
10 Удельный объем редуктора $V_0 = H \cdot L \cdot B$	$V_0$	

Продолжение таблицы 2

1	2	3
11 Допустимые предельные значения передаточных отношений ступеней редуктора в левом и правом потоках: – для левого потока принимаем $u_{\varepsilon, min} = 2$ , тогда $u_{л2, max} = u_{лн} / u_{л1, min} = 14,5 / 2 = 7,25$	$u_{л1, min}$ $u_{л2, max}$	2,0 7,25
– для правого потока принимаем $u_{н, min} = 2,071$ , тогда $u_{н2, max} = u_{нн} / u_{н1, min} = 19,333 / 2,071 = 9,333$	$u_{н1, min}$ $u_{н2, max}$	2,071 9,333
12 Интервалы чисел для ступеней правого и левого потоков: – первая ступень левого потока – вторая ступень левого потока – первая ступень правого потока – вторая ступень правого потока	$u_{л1, min} \div u_{л2, max}$ $u_{л2, max} \div u_{л2, min}$ $u_{н1, min} \div u_{н1, max}$ $u_{н2, max} \div u_{н2, min}$	2,0 ÷ 7,0 7,25 ÷ 2,071 2,667 ÷ 9,333 7,25 ÷ 2,071

**Подготовка данных для разработки программы автоматизированного расчета.** По принятому алгоритму расчета удельные габаритные размеры редуктора  $L$  и  $H$  зависят только от величины передаточных чисел ступеней левого и правого потоков, поэтому в дальнейших выкладках и в самой программе речь пойдет об удельном объеме  $V_0$ , рассчитываемом как произведение  $L \times H$ , при условно принятой удельной ширине редуктора  $B=1$ .

Предварительно, по исходным данным численного примера, определялись варианты компоновочных схем редуктора. Диапазон передаточных чисел первой ступени левого потока  $u_{л1}$  разбивали на интервалы с шагом 0,5, принимали соответствующее количество интервалов передаточных чисел первой ступени правого потока  $u_{н2}$ , и рассчитывали передаточные числа вторых ступеней левого и правого потока (таблица 3), в результате чего были определены возможные варианты сочетаний передаточных чисел (таблица 4). Примеры компоновочных схем, построенные в соответствии с данными таблицы 4, приведены на рисунке 3. Обобщенные результаты подготовительного этапа разработки программы представлены в таблице 5, в которую для более четкого понимания общих закономерностей сочетания передаточных чисел внесены дополнительные данные с вариантами  $u_{н1}=u_{л1}$ . Анализ данных таблицы 5 позволяет обнаружить характерные сочетания передаточных чисел, например, 1-3 –  $u_{н1}=u_{л1}$ ; 4, 5, 6 –  $u_{н2}=u_{л2}$ ; переходы от условия  $u_{н1} < u_{н2}$  к условию  $u_{н1} > u_{н2}$  (вертикальная линия); переход от условия  $u_{л1} < u_{л2}$  к условию  $u_{л1} > u_{л2}$  (горизонтальная линия); условие, отличающее вариант 14 –  $u_{л1} > u_{н2}$  от остальных вариантов, для которых  $u_{л1} < u_{н2}$  и которое в основном определяет конфигурацию редуктора (см. рисунок 3).

Следующим этапом подготовки данных стало определение условия отсутствия интерференции колес второй ступени левого и правого потоков при  $u_{л2} = u_{н2}$  по схемам рисунка 3 а,б,в, записываемого в виде:

$$(u_{n_1} + u_{n_1} + 2) \geq (u_{n_1} + u_{n_2}). \quad (1)$$

Учитывая, что

$$u_{n_1} = u_{nm} / u_{n_2}; \quad u_{n_1} = u_{nm} / u_{n_2}.$$

принимая во внимание равенство  $u_{n_2} = u_{n_2}$  и, приравнявая левую и правую части, после несложных преобразований, получим квадратное уравнение:

$$u_{n_2}^2 - u_{n_2} - (u_{nm} + u_{nm}) / 2 = 0. \quad (2)$$

Таблица 3 – Массив передаточных чисел ступеней, используемый при разработке программы автоматизированного проектирования двухпоточного редуктора

$u_{n1} \backslash u_{n2}$	Значения $u_{n2}/u_{n1}$ при $u_{n1}$										
	2,667	3,333	4,0	4,667	5,333	6,0	6,667	7,333	8,0	8,667	9,333
2	7,25 7,25	5,8 7,25	4,833 7,25	4,143 7,25	3,625 7,25	3,222 7,25	2,9 7,25	2,636 7,25	2,417 7,25	2,231 7,25	2,071 7,25
2,5	7,25 5,8	5,8 5,8	4,833 5,8	4,143 5,8	3,625 5,8	3,222 5,8	2,9 5,8	2,636 5,8	2,417 5,8	2,231 5,8	2,071 5,8
3	7,25 4,833	5,8 4,833	4,833 4,833	4,143 4,833	3,625 4,833	3,222 4,833	2,9 4,833	2,636 4,833	2,417 4,833	2,231 4,833	2,071 4,833
3,5	7,25 4,143	5,8 4,143	4,833 4,143	4,143 4,143	3,625 4,143	3,222 4,143	2,9 4,143	2,636 4,143	2,417 4,143	2,231 4,143	2,071 4,143
4	7,25 3,625	5,8 3,625	4,833 3,625	4,143 3,625	3,625 3,625	3,222 3,625	2,9 3,625	2,636 3,625	2,417 3,625	2,231 3,625	2,071 3,625
4,5	7,25 3,222	5,8 3,222	4,833 3,222	4,143 3,222	3,625 3,222	3,222 3,222	2,9 3,222	2,636 3,222	2,417 3,222	2,231 3,222	2,071 3,222
5	7,25 2,9	5,8 2,9	4,833 2,9	4,143 2,9	3,625 2,9	3,222 2,9	2,9 2,9	2,636 2,9	2,417 2,9	2,231 2,9	2,071 2,9
5,5	7,25 2,636	5,8 2,636	4,833 2,636	4,143 2,636	3,625 2,636	3,222 2,636	2,9 2,636	2,636 2,636	2,417 2,636	2,231 2,636	2,071 2,636
6	7,25 2,417	5,8 2,417	4,833 2,417	4,143 2,417	3,625 2,417	3,222 2,417	2,9 2,417	2,636 2,417	2,417 2,417	2,231 2,417	2,071 2,417
6,5	7,25 2,231	5,8 2,231	4,833 2,231	4,143 2,231	3,625 2,231	3,222 2,231	2,9 2,231	2,636 2,231	2,417 2,231	2,231 2,231	2,071 2,231
7	7,25 2,071	5,8 2,071	4,833 2,071	4,143 2,071	3,625 2,071	3,222 2,071	2,9 2,071	2,636 2,071	2,417 2,071	2,231 2,071	2,071 2,071

Таблица 4– Варианты соотношения между передаточными числами в ступенях левого и правого потоков

№№ вариантов	$u_{n2}$ и $u_{n2}$	$u_{n1}$ и $u_{n1}$	$u_{n1}$ и $u_{n2}$	$u_{n1}$ и $u_{n2}$
1	2	3	4	5
1	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} = u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
2	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} = u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
3	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} = u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
4	$u_{n2} = u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$

Продолжение таблицы 4

1	2	3	4	5
5	$u_{n2} = u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
6	$u_{n2} = u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
7	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
8	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
9	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
10	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
11	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
12	$u_{n2} < u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
13	$u_{n2} > u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n2}$
14	$u_{n2} > u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} < u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$
15	$u_{n2} > u_{n2}$	$u_{n1} < u_{n1}$	$u_{n1} > u_{n2}$	$u_{n1} > u_{n2}$

Примечание: Номера вариантов соответствуют вариантам схем по рисунку 3.

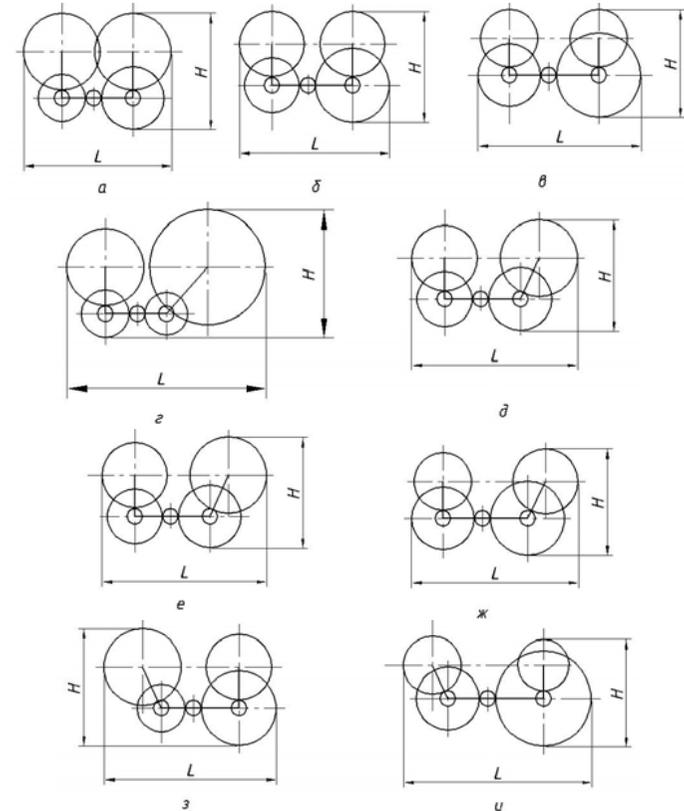


Рисунок 3 – Примеры вариантов компоновочных схем двухпоточного зубчатого механизма: обозначение номера варианта соответствует номерам компоновок таблицы 4: а – 4; б – 5; в – 6; г – 10; д – 7; е – 11; ж – 9; з – 14; и – 15

Корень уравнения

$$u_{n2} = u_{n2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + (u_{nn} + u_{nn})/2}. \quad (3)$$

**Пример:**

Задано  $u_{nn}=19,333$ ;  $u_{nn}=14,5$ .

В результате решения уравнения (2) имеем

$$u_{n2} = u_{n2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} + (19,333 + 14,5)/2} = 4,643,$$

$$u_{n1} = 14,5/4,643 = 3,123, \quad u_{n1} = 19,333/4,643 = 4,164.$$

Условие (1) выполняется

$$3,123 + 4,164 + 2,0 \approx 2 \times 4,643.$$

**Программа автоматизированного расчета.** При разработке программы принимались во внимание, в соответствии с таблицей 5, как основные варианты сочетания  $u_j$  в левом и правом потоках ( $u_{n1} < u_{n2}$ ,  $u_{n1} < u_{n2}$  – левый верхний квадрант;  $u_{n1} > u_{n2}$ ,  $u_{n1} < u_{n2}$  – левый нижний квадрант;  $u_{n1} < u_{n2}$ ,  $u_{n1} > u_{n2}$  – правый верхний квадрант;  $u_{n1} > u_{n2}$ ,  $u_{n1} > u_{n2}$  – правый нижний квадрант), так и специфические частные варианты сочетания  $u_j$ , например, 1-3 –  $u_{n1} = u_{n1}$ ; 4-6 –  $u_{n2} = u_{n2}$ ; 7-9 –  $u_{n1} > u_{n1}$  и т.д.

Таблица 5 – Варианты схем распределения общих передаточных чисел левого и правого потоков по ступеням

	$u_{n1}$	2,0	2,5	2,667	3,0	3,333	3,5	4,0	4,5	4,667	5,0	5,331	5,5	6,0	6,5	6,667	7,0	7,333	8,0	8,667	9,333		
$u_{n1}$	$u_{n2}$	9,667	7,733	7,25	6,444	5,8	5,527	4,833	4,297	4,143	3,867	3,625	3,515	3,222	2,974	2,9	2,762	2,636	2,417	2,231	2,071		
2,0	7,25	1	7	4				13															
2,5	5,8		1	7	4																		
3,0	4,833				1	7	4																
3,5	4,143						1	7	8	5													
4,0	3,625										2												
4,5	3,222								3														
5,0	2,9											3											
5,5	2,636												3										
6,0	2,417													3									
6,5	2,231														3								
7,0	2,071																						

Примечание: Основные варианты схем приведены на рисунке 3.

На первом этапе по исходным данным, приведенным в таблице 1, по формулам таблицы 2 с шагом 0,5 разбиения интервала  $u_{n1}=2,0 \div 7,0$  рассчитываются удельные объемы  $V_0$  для всего массива сочетаний  $u_j$ , представленного в таблице 3 (рисунок 4). Анализ результатов расчета позволяет обнаружить следующие закономерности:

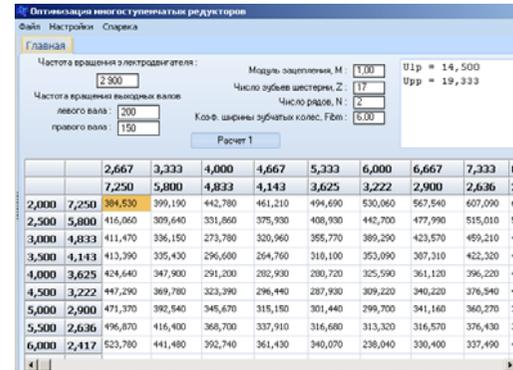


Рисунок 4 – Окно исходных данных и результатов расчета удельного объема двухпоточных зубчатых механизмов по критерию минимизации объема редуктора

С двумя кривыми – левая ветвь соответствует условию  $u_{n2} < u_{n2}$ , правая –  $u_{n2} > u_{n2}$ . Соответствующие уравнения приведены ниже

– рисунок 5, левая ветвь – 1:

$$V_0 = -10,322u_{n1}^3 + 144,554u_{n1}^2 - 696,867u_{n1} + 1409,968;$$

– рисунок 5, правая ветвь – 9:

$$V_0 = -5,099u_{n1}^3 + 95,315u_{n1}^2 - 545,915u_{n1} + 1254,814.$$

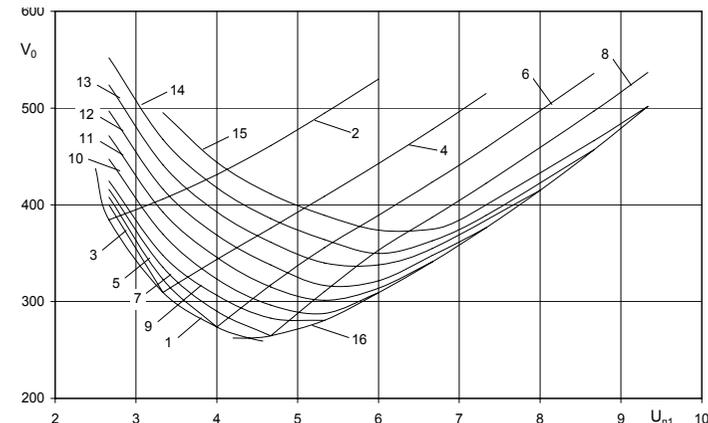


Рисунок 5 – Зависимость удельного объема механизма  $V_0$  от соотношения передаточных чисел в ступенях левого и правого потоков:

- 1, 9 –  $u_{n2} = u_{n2}$ ; 2 –  $u_{n1} = 3,0$ ,  $u_{n1} = 3,5$ ; 4 –  $u_{n1} = 4,0$ ; 5 –  $u_{n1} = 4,25$ ; 6 –  $u_{n1} = 4,5$ ; 7 –  $u_{n1} = 5,0$ ; 8 –  $u_{n1} = 5,5$ ;
- 1, 16 –  $u_{n2} = u_{n2}$ ; 2 –  $u_{n1} = 2,0$ ; 3, 4 –  $u_{n1} = 2,5$ ; 5, 6 –  $u_{n1} = 3,0$ ; 7, 8 –  $u_{n1} = 3,5$ ; 9 –  $u_{n1} = 4,0$ ; 10 –  $u_{n1} = 4,5$ ;
- 11 –  $u_{n1} = 5,0$ ; 12 –  $u_{n1} = 5,5$ ; 13 –  $u_{n1} = 6,0$ ; 14 –  $u_{n1} = 6,5$ ; 15 –  $u_{n1} = 7,0$ ; 2, 4, 6, 8 –  $u_{n2} > u_{n2}$ ;
- 3, 5, 7, 9, 11-16 –  $u_{n2} > u_{n2}$  (правые ветви графиков  $u_{n1} = 4,0$ ; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0 – не показаны)

На график нанесены также линии, соответствующие условию  $u_{n1} = \text{const}$ .

Учитывая выявленные закономерности, на следующем этапе расчета была реализована процедура выделения подходящего по техническому заданию варианта компоновки, разбиению для принятого варианта диапазона передаточных чисел  $u_{n1}$  в районе  $V_{0\text{min}}$  с шагом 0,01 и уточненному определению кинематических параметров по условию минимизации объема редуктора (рисунок 6).

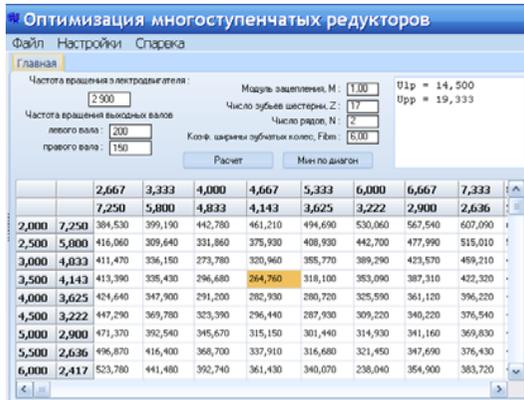


Рисунок 6 – Окно исходных данных и результатов расчета оптимальных кинематических параметров двухпоточного зубчатого редуктора по критерию минимизации его объема:  $u_{n1}=14,5$ ;  $u_{n2}=19,333$

полученных зависимостей и выявленных закономерностей работа будет направлена на совершенствование формы подачи результатов расчета и повышение уровня удобств для пользователя программой.

**Список литературы.** 1. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ. М.: Мир, 1982. – 238с. 2. Иосифович Г.Б. Детали машин / Учебник для студентов машиностроительных специальностей ВУЗов. – М.: Машиностроение, 1998. – 368с. 3. Старжинский В.Е. и др. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование / Справочное и научное издание. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. 4. Попов В.Б., Довжало В.А. Многокритериальная оптимизация параметров редуктора механического привода // Проблемы и перспективы развития транспортных систем и строительного комплекса: Тез. докл. Междунар. науч.-практ. конф. Ч.II / Под общ. ред. В.И. Сенько. – Гомель: БелГУТ, 2003. – С.106-109. 5. Киселев С.С., Брицкий В.Д., Тимофеев Б.П., Степанов А.А. Общая таблица передаточных чисел и ее свойства / Тр. V сессии междунар. науч. школы "Современные фундаментальные проблемы и прикладные задачи теории точности и качества машин, приборов и систем". – СПб.: ИПМаш РАН, 2004. – С.186-194. 6. Тимофеев Б.П., Киселев С.С. Закономерности расчета цилиндрических зубчатых передач минимальных габаритов / Сб. докл. научно-техн. конф. с междунар. участием "Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения". Ижевск: ИжГТУ, 2008. – С.169-173. 7. Дмитриев Ф.С. Проектирование редукторов точных приборов. Л.: Машиностроение, 1971. – 160с. 8. Элементы приборных устройств. Курсовое проектирование (в 2-х частях) // Под ред. О.Ф. Тищенко. Ч.1. – М.: Высшая школа, 1978. – 328с. 9. Олексюк В. К вопросу выбора оптимальных передаточных отношений в зубчатых редукторах / Измерения, автоматика, контроль (польск.). 1964. – №12. 10. Истомин С.Н. Проектирование

мелкомодульных передач с применением ЭВМ. М.: Машиностроение, 1985. – 176с. 11. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Шалобаев Е.В. Выбор оптимальных передаточных чисел многоступенчатых соосных зубчатых механизмов с минимальным объемом // Теория и практика зубчатых передач: Труды междунар. Конфер. 18-20 нояб. 1998г. – Ижевск: ИжГТУ, 1998. – С.160-165. 12. Starzhinsky V.E., Osipenko S.A., Shalobaev E.V. Optimization of Multistage Toothed Mechanisms // Mechanics in Design'98: Proceedings of the International Conference, 6-9 July 1998, Nottingham, 1998. pp. 111-119. 13. Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Осипенко С.А., Бабченко А.А. Оптимизация многоступенчатых приборных зубчатых редукторов с орбитальной компоновкой // Передачи и трансмиссии. – 1999. – №2. – С.15-24. 14. Шалобаев Е.В., Монахов Ю.С., Старжинский В.Е. Состояние и перспективы развития соосных многоступенчатых редукторов нового поколения // Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием / Под ред. Е.В. Шалобаева. Изд. 2-е, доп. и испр. – СПб.: ЦЦП "Светоч", 2003. – С.55. 15. Шалобаев Е.В., Старжинский В.Е., Осипенко С.А. Компоновочные схемы и оптимизация кинематических параметров редукторов приборов // Материалы Всероссийской научно-практической конференции с международным участием / Под ред. Е.В. Шалобаева. Изд. 2-е, доп. и испр. – СПб.: ЦЦП "Светоч", 2003. – 236с. 16. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Шалобаев Е.В. Выбор кинематических параметров многоступенчатых зубчатых механизмов // Вестник Харьковского политехнического университета. – Вып.109. – 2000. – С.173-180. 17. Starzhinsky V., Ossipenko S., Shalobaev E., Monahov Yu. Optimization of Multistage Instrumental Toothed Reducers by Volume Minimization Criterion. Proceedings of the 2nd International Conference "Power Transmissions 2006" (April 25-26, 2006, Novi Sad, Serbia and Montenegro). Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, pp.95-102. 18. Зиборов С.Н., Макаревич А.В. Схемы многопоточных зубчатых механизмов с неподвижными осями колес. [http://library.fentu.ru/index.php?option=com\\_reader&cat=fentu\\_vlogdin\\_2002\\_mi&Itemid=21&numPdf=26&dw=1](http://library.fentu.ru/index.php?option=com_reader&cat=fentu_vlogdin_2002_mi&Itemid=21&numPdf=26&dw=1) – С.43-45.

Поступила в редакцию 12.04.11

УДК 621.831

**В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ**, д.т.н., главн. инженер проекта ПАО НКМЗ,  
г. Краматорск  
**Г.С. СУКОВ**, к.э.н., ген. директор ПАО НКМЗ  
**М.Г. СУКОВ**, зам. начальника цеха ПАО НКМЗ  
**А.И. ТИТАРЕНКО**, к.т.н., главн. инженер ПМО ПАО НКМЗ  
**В.И. КОЛОЗИН**, зам. главн. инженера ПМО ПАО НКМЗ

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА ГИБКОГО КОЛЕСА С ГЕНЕРАТОРОМ ВОЛН

Исследования выполнены в условиях тяжелого машиностроения относительно крупных волновых передач. Получены экспериментальные значения распределения нагрузки, приложенной к гибкому колесу со стороны дисков генератора волн, от положения главной оси, при различной величине крутящего момента на тихоходном валу волновой передачи. Установлен характер зависимости результирующей силы, действующей на диски генератора волн со стороны гибкого колеса, от величины крутящего момента на тихоходном валу.

Дослідження виконані в умовах важкого машинобудування стосовно до великих хвильових передач. Отримано експериментальні значення розподілу навантаження, прикладеної до гнучкого колеса з боку дисків генератора хвиль, від положення головної осі, при різній величині крутного моменту на тихо-

хідному валу хвильової передачі. Установлено характер залежності результуючої сили, що діє на диски генератора хвиль із боку гнучкого колеса, від величини крутного моменту на тихохідному валу.

Researches are executed in the conditions of heavy mechanical engineering with reference to large wave gears. Experimental values of distribution of the loading enclosed to a flexible wheel from disks of the generator of waves, from position of the main axis are received, at various size of the torque on output shaft of wave gear. Character of dependence of a resultant of the force operating on disks of the generator of waves from a flexible wheel, from value of the torque moment on output shaft is established.

В тяжелой индустрии особое значение приобретают задачи повышения качества, надежности, долговечности, ресурса работы, экономичности машин и оборудования, снижения их массы, что во многом обусловлено существенными затратами потребителя. Технические характеристики продукции тяжелого машиностроения напрямую связаны с прочностными расчетами несущих деталей и узлов, достоверность которых определяется обоснованным учетом режимов работы, условий нагрузки, технологических, эксплуатационных и других факторов. Для объективной оценки прочности основных нагруженных элементов конструкции волновой передачи, необходимо знание характера распределения и величину нагрузки в области контакта гибкого колеса с генератором волн.

Гибкое колесо 1 под действием генератора волн деформируется и принимает заданную овальную форму, благодаря чему осуществляется непрерывная волнообразная передача вращательного движения между соосными валами волновой передачи (рисунок 1). Действие генератора волн и крутящего момента  $M_2$  со стороны тихоходного вала, вызывают сложное напряженное состояние гибкого колеса [1]. Для оценки нагрузок на генератор волн и установления напряженно-деформированного состояния гибкого колеса, необходимо установить величину и характер изменения силовых факторов в области взаимодействия генератора волн с гибким колесом [2, 3].

Генератор волн исследуемой волновой передачи состоит из трех дисков 2 одинакового радиуса  $r$  установленных с эксцентриситетом  $e$  на быстроходном валу [4]. Давление на гибкое колесо определяется с помощью тензорезисторов 3, наклеенных симметрично с двух сторон на каждый из дисков генератора. Место наклейки тензорезисторов отделено сквозными прямолинейными пазами 4 (рисунок 1). Оба тензорезистора соединяются последовательно и включаются в одно рабочее плечо полумоста тензоусилителя. Сигнал от тензорезисторов регистрируется при вращении генератора волн с частотой  $n_1=50$  об/мин.

Тарировка тензорезисторов выполняется путем анализа приложенных радиальных усилий  $R_1, R_2, \dots, R_k$ , измеряемых с помощью динамометра, связанного с выделенной пазами 4 областью диска 2 установки тензорезисторов 3, и соответствующих данных тензостанции.

Вычисляется удельное давление  $q_k$ , Н/град

$$q_k = \frac{R_k}{\Delta\varphi}, \quad (1)$$

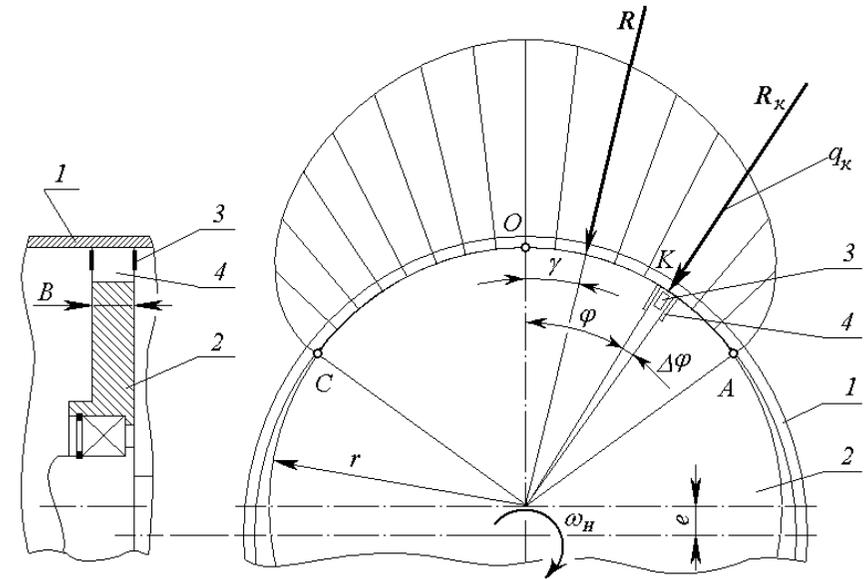


Рисунок 1 – Расчетная схема области взаимодействия генератора волн с гибким колесом: 1 – гибкое колесо, 2 – диск генератора волн, 3 – тензорезистор, 4 – сквозной паз

Для установления характера распределения нагрузки  $q_k$  относительно положения большой оси генератора волн на осциллограмме (рисунок 2) ставится отметка момента совмещения большой оси генератора волн и радиальной прямой, проходящей через середину локализованного участка диска – места наклейки тензорезисторов (рисунок 3). Техническое выполнение заключается в установке контактов на радиальных направлениях, проходящих через середину локализованного элемента диска и максимальный радиус генератора волн (на эксцентриковый вал).

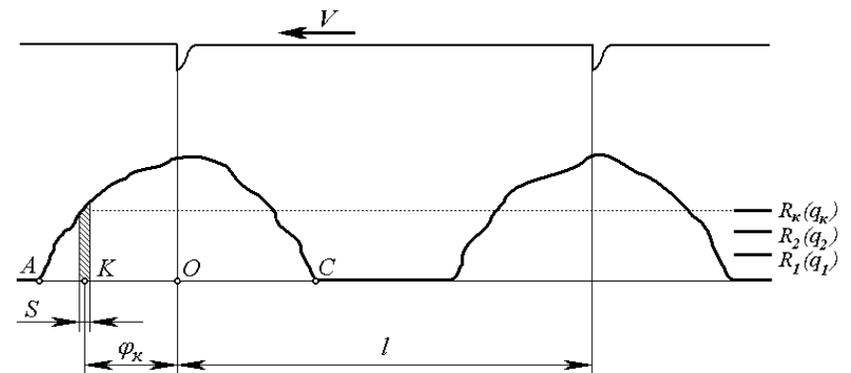


Рисунок 2 – Осциллограмма давлений в области контакта генератора волн с гибким колесом

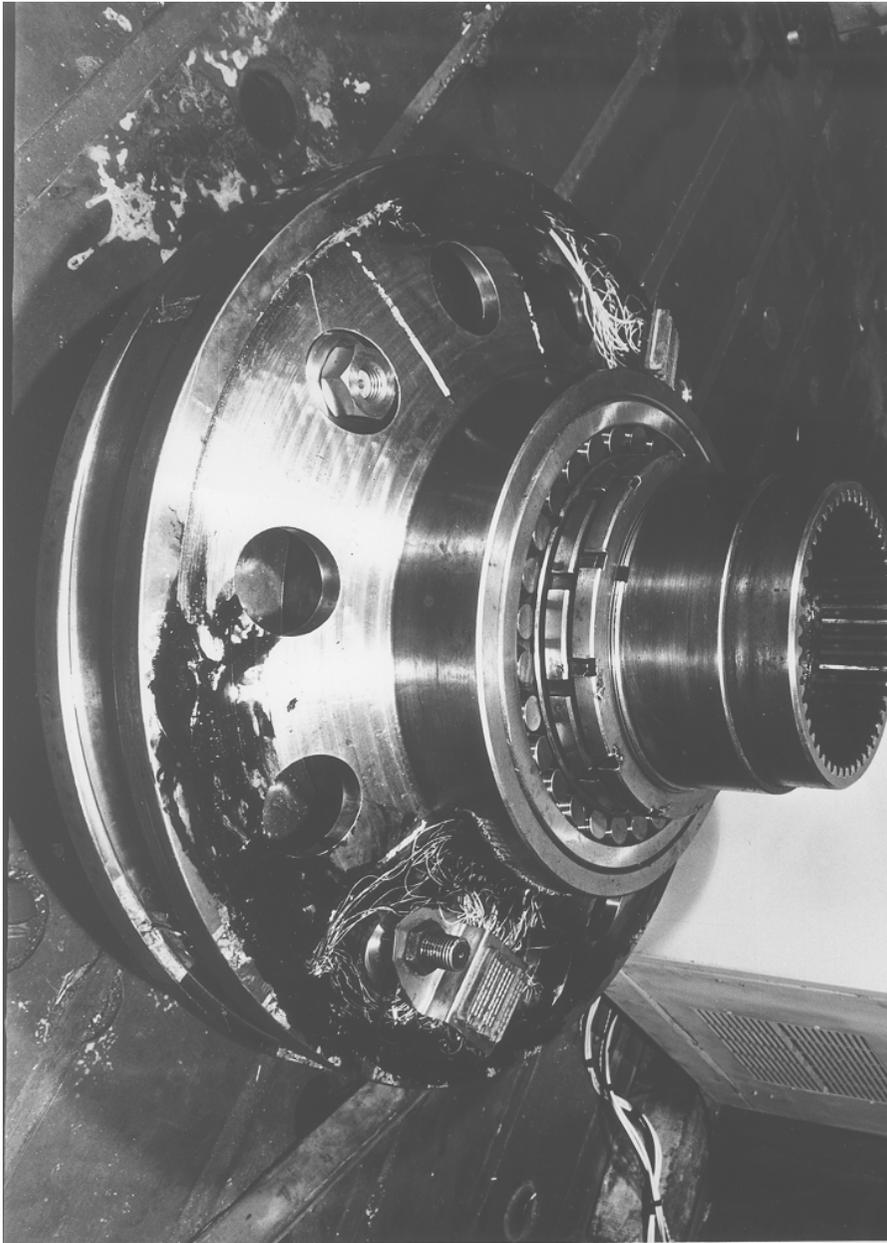


Рисунок 3 – Генератор волн с установленными тензорезисторами на дисках

Момент замыкания контактов фиксируется импульсом на осциллограмме, что соответствует углу поворота генератора  $\varphi = 0$ . При этом отклонения установки контактов от заданного положения не должны превышать  $\pm 3^\circ$ .

По результатам вычисления удельного нормального давления  $q_k$  в соответствии с формулой (1), строится вертикальная шкала, причем, угловая координата  $\varphi_k$  (рисунок 2) отсчитывается по горизонтали и вычисляется по формуле

$$\varphi_k = 180^\circ \frac{OK}{l}. \quad (2)$$

Положительное значение угла  $\varphi_k$  принято от максимальной оси генератора волн в сторону его вращения  $\omega_H$ . Направление протяжки ленты осциллографа обозначено  $V$  (рисунок 2).

По результатам вычислений (1) и (2) строятся кривые распределения давления  $q$  на дуге контакта диска генератора волн с гибким колесом для различных крутящих моментов на тихоходном валу редуктора (рисунок 4).

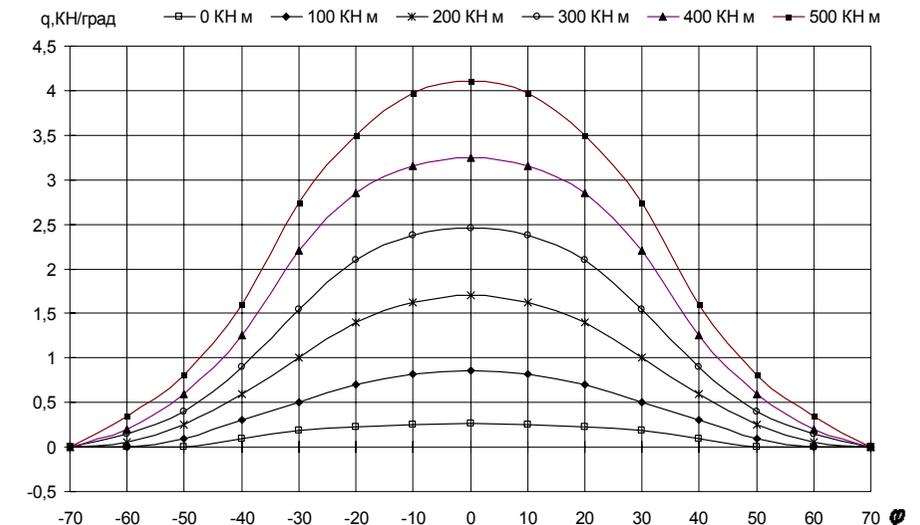


Рисунок 4 – Зависимость распределения нагрузки  $q$  приложенной к гибкому колесу со стороны дисков от положения главной оси генератора волн и величины крутящего момента  $M_2 = (0, 100, 200, \dots, 500)$  кН·м

По графикам вычисляется радиальная нагрузка  $R$ , действующая на гибкое колесо со стороны диска генератора волн, а также угол  $\gamma$  между результирующим вектором и большой осью генератора волн. Результирующая сила  $R$  равна сумме проекций элементарных сил на ось, совпадающую с вектором

$R$ . Для этого разбивают горизонтальную ось на участки  $S$ , каждый из которых соответствует значению некоторого угла  $\varphi_k$ .

Далее находят среднее значение нагрузки  $q_k$  на выделенном участке  $S$ , с помощью полученного значения нагрузки  $q_k$  вычисляют результирующую силу  $R$ , действующую на диск генератора волн со стороны гибкого колеса

$$R = \sum_l^k q_k S \cdot \cos(\varphi_k - \gamma) = S \cdot \sum_l^k q_k \cos(\varphi_k - \gamma). \quad (3)$$

Каждое значение  $q_k$  определяется в виде среднеквадратичной величины нескольких данных, полученных из ряда осциллограмм для одного и того же момента замера угла  $\varphi_k$  [5].

Определим угловую координату  $\gamma$  приложения результирующей силы  $R$  к диску генератора волн

$$\gamma = \frac{\sum_l^k q_k \sin \varphi_k}{\sum_l^k q_k \cos \varphi_k} \approx \frac{\sum_l^k q_k \varphi_k}{\sum_l^k q_k}. \quad (4)$$

По результатам вычислений (3) и (4) строится график (рисунок 5) изменения радиальной силы  $R$  в зависимости от передаваемого крутящего момента  $M_2$ .

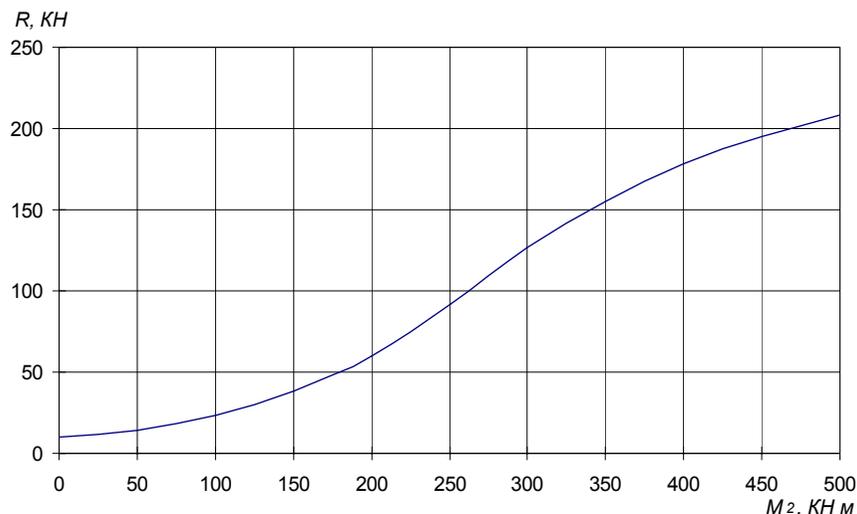


Рисунок 5 – Зависимость радиальной силы  $R$ , действующей на диск генератора волн от величины крутящего момента  $M_2$  на тихоходном валу

Значения радиальной силы  $R$  и угловой координаты ее приложения  $\gamma$  можно вычислить по осциллограмме (рисунок 2). Для этого необходимо разбить отрезок  $AC$  на ряд  $(25 \div 30)$  равных частей (точками  $K$ ). В каждой такой точке необходимо провести соответствующую вертикальную линию  $Y_k$ . Из уравнений (1) и (2) необходимо подставить полученные значения в выражение (3) и определить искомые величины

$$R = m \sum_l^k Y_k \cos\left(180^\circ \frac{OK}{l} - \gamma\right); \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{180^\circ}{l} \frac{\sum_l^k Y_k \cdot OK}{\sum_l^k Y_k}, \quad (6)$$

где  $m$  – масштаб сигнала, определяемый при тарировке.

#### Выводы:

1. Методом тензометрии получены осциллограммы радиальных перемещений локализованных элементов дисков генератора волн, вызванные действием гибкого колеса при различной нагрузке волновой передачи.
2. В процессе обработки осциллограмм перемещений использовались среднеквадратичные данные показаний тензорезисторов, наклеенных на локализованные элементы трех дисков генератора волн, для одного и того же момента замера угла  $\varphi_k$  каждого из дисков. Регулирование нагрузки волновой передачи осуществлялось ступенчато, после каждой серии замеров.
3. Полученные результаты экспериментальных исследований силовых факторов в области взаимодействия дисков генератора волн с гибким колесом позволили установить характер распределения нормальной нагрузки, действующей на гибкое колесо со стороны генератора волн, а также определить зависимость радиальной силы  $R$ , действующей на диск генератора волн, от величины крутящего момента  $M_2$  на тихоходном валу.

**Список литературы:** 1. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184с. 2. Шувалов С.А. Основные критерии работоспособности волновых зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1976. – №11. – С.17-20. 3. Шувалов С.А. Расчет волновых передач с учетом податливостей звеньев. – Вестник машиностроения. – 1974. – №6. – С.46-51. 4. Александров В.А., Скударь Г.М., Панков В.А., Стрельников В.Н. Волновые зубчатые передачи в тяжелом и металлургическом машиностроении. – М.: Машиностроение, 1991. – 166с. 5. Долинский Е.Ф. Обработка результатов измерений по способу наименьших квадратов. – М.: Издательство комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР, 1971. – 111с.

Поступила в редколлегию 16.04.11

**Н.Э. ТЕРНЮК**, д.т.н., проф., ИМиС, г. Харьков

**А.И. ПАВЛОВ**, д.т.н., доцент каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", г. Харьков

**В.И. ВЕРБИЦКИЙ**, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ"

## ПОСТРОЕНИЕ БОБИЛЬЕ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ

В статье рассмотрены вопросы построения Бобилье для пространственной ортогональной зубчатой передачи. Это позволяет записать соответствующую форму уравнения Эйлера-Савари и установить величину радиусов кривизны сопряженных контактирующих поверхностей, что дает возможность рассчитать приведенный радиус кривизны в зацеплении пространственной передачи.

В статті розглянуті питання побудови Бобильє для просторової ортогональної зубчастої передачі. Це дозволяє записати відповідну форму рівняння Ейлера-Саварі та встановити величину радіусів кривини спряжених контактуючих поверхонь, що дає можливість вирахувати зведений радіус кривини в зацепленні просторової передачі.

The question of Boblje building for space gear with right angle is considered in this article. That allow to write the suitable Ailer-Savari questions and define the size of curve radius of congruence work spaces.

**Постановка задачи.** Решение некоторых задач в теории зубчатых зацеплений удобно выполнять путем замены передачи плоским четырехзвенным механизмом, основанном на построении Бобилье. Такое построение для плоских передач приводится очень часто в технической литературе, например, у Ф.Л. Литвина [1]. Однако для пространственных механизмов в литературе не встречается.

Последние исследования [2, 3] позволяют переходить от пространственной передачи к плоской, что указывает на возможность построения Бобилье для пространственной передачи.

**Цель работы** – описать построение Бобилье для пространственной передачи и сделать соответствующие выводы.

**Построение Бобилье для пространственной ортогональной передачи.** Пусть оси вращения звеньев передачи направлены соответственно по осям координат  $OY$  и  $OZ$ , а ось  $OX$  совпадает с кратчайшим расстоянием между осями вращений. В дальнейшем для более удобно задания координат точки контакта ось  $OY$  перенесем параллельно самой себе в точку  $O_2$  пересечения оси  $OZ$  с осью  $OX$ . Отметим полюс передачи  $W_0$  и проведем через него ось зацепления  $n$ . Через полюс передачи перпендикулярно к оси зацепления проведем начальную плоскость зацепления  $\Sigma_0$ , которая пересечет оси вращений в точках  $O_1$  и  $O_2$ . В той же плоскости  $\Sigma_0$  проведем линию  $A_1B_1$ , перпендикулярную межцентровой  $O_1O_2$ . Линия зацепления пройдет через

точку контакта  $K$  под углом зацепления  $\alpha_1$  к прямой  $A_1B_1$ , а из точек  $O_1$  и  $O_2$  опустим перпендикуляры (для эвольвентного зацепления) на прямую  $AB$ . В случае эвольвентного зацепления линия зацепления – прямая. Построенный четырехзвенник  $O_1ABO_2$  и является построением Бобилье в начальной плоскости зацепления. Точка  $K$  является одной из точек контакта.

Для произвольной точки контакта  $K_1$  (рисунок 1) проведем линию зацепления  $CD$  параллельно  $AB$ , найдем новый полюс  $W_1$  и проведем плоскость зацепления  $\Sigma_1$ , которая пересечет оси вращений в точках  $D_1$  и  $C_1$ . Из этих точек опустим перпендикуляры на линию зацепления  $CD$ . Полученный четырехзвенник  $D_1DCC_1$  и является построением Бобилье в произвольной точке контакта.

Для передачи с непостоянным углом зацепления построения аналогичны, только линия зацепления – кривая, проходящая через выбранную точку контакта. Угол зацепления  $\alpha_1$  образует прямая, проведенная через точку контакта и полюс зацепления. Все линии зацепления имеют один вид.

Для вычисления радиусов кривизны в случае постоянного угла зацепления можно применить уравнение Эйлера-Савари в виде, предложенном Ф.Л. Литвиным

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin \alpha}, \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол зацепления в полюсе передачи;  $\rho_1, \rho_2$  – радиусы кривизны контактирующих поверхностей;  $R_1 = O_1W_0$  и  $R_2 = O_2W_0$ .

Для передачи с переменным углом зацепления уравнение (1), как показано в работе [1], принимает вид

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

где  $\alpha_1$  – текущий угол зацепления. Все остальные параметры такие же, как и в (1).

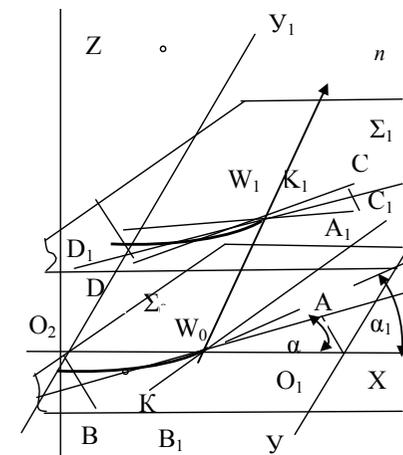


Рисунок 1 – К построению Бобилье для пространственной передачи в произвольной плоскости зацепления

Для вычисления радиусов кривизны рабочих поверхностей можно воспользоваться формулой

$$\rho_i = l \pm \frac{R_i \sin \beta_n}{\cos(\alpha_1 - \beta_n)}, \quad (3)$$

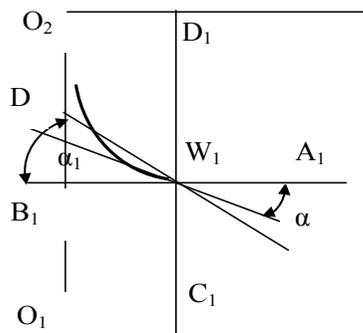


Рисунок 2 – Проекция зацепления на плоскость  $XO_1Y$

где  $l$  – расстояние  $K_iW_i$ ;  $\beta_n$  – угол смещения в построении Бобилье (рисунок 2), определяемый по формуле

$$\beta_n = \arctg \frac{k}{R_n \pm k \operatorname{tg} \alpha}; \quad (4)$$

$n$  – номер зубчатого колеса.

**Выводы.** Показано, что для пространственной передачи можно применять формулы (1) и (2) в соответствии с видом линии зацепления.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Ось зацеплений пространственной передачи // Вестник НТУ "ХПИ" – Харьков, 2002. – Вып.7, Т.2. – С.58-59. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.

Поступила в редколлегию 02.04.11

УДК 621.833.6

**А.В. ШЕХОВ**, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", г. Харьков

### АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ КОНСТРУКЦИЙ МНОГОСТУПЕНЧАТЫХ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

В статье рассмотрены алгоритмы нахождения решения задач оптимального проектирования многоступенчатых зубчатых механизмов. Приведен пример проектирования двухступенчатого кратного рядового механизма по критерию минимальной общей массы.

В статті розглянуто алгоритми знаходження рішення задач оптимального проектування багатоступінчатих зубчастих механізмів. Наведено приклад проектування двоступінчатого кратного рядового механізму за критерієм мінімальної загальної маси.

In article the algorithms of find results tasks of optimum design gear mechanisms is submitted. Example optimum design gear mechanism is given.

**Постановка проблемы.** Проектирование многоступенчатого зубчатого механизма – комплекс задач, которые решает конструктор. Это синтез кинематической схемы механизма, расчет кинематики и динамики механизма, прочностной расчет звеньев механизма, выполнение специальных расчетов, связанных с назначением проектируемого механизма и другие расчеты. На сегодняшний день эти расчеты, как правило, выполняют на компьютерах. С другой стороны, эти расчеты выполняются как оптимизационные. Другими словами, конструктор решает свои задачи как задачи оптимального проектирования. Особенность решения таких задач состоит в том, что они формулируются как многокритериальные задачи. Эффективное решение задач оптимального проектирования требует разработки соответствующих алгоритмов. Обычно, задача оптимального проектирования формулируется как поиск минимума или максимума некоей целевой функции, значение которой зависит от параметров проектирования. От вида целевой функции и ее свойств, как математической функции, зависит трудоемкость решения задачи оптимального проектирования. В этом плане разработка алгоритмов оптимизации конструкции вышеуказанных механизмов представляет собой актуальную задачу.

**Анализ литературы.** Вопросам оптимального проектирования многоступенчатых зубчатых механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-4]. В работах [1-2] приведены примеры определения распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности его зубчатых зацеплений. Там же приводятся блок-схемы некоторых алгоритмов, которые применялись авторами при решении этих примеров. Вопросы оптимизации по габаритам, массе и приведенному моменту инерции многоступенчатых рядных механизмов приведены в работах [3-4]. Здесь, как и в вышеуказанных работах, в качестве параметров проектирования выбраны передаточные отношения отдельных ступеней проектируемого механизма. Заметим, что такой подход типичен для решения задач оптимального проектирования многоступенчатых зубчатых механизмов.

**Цель статьи.** Разработка алгоритма решения задачи оптимального проектирования многоступенчатого зубчатого механизма, предоставляющего решение непосредственно для чисел зубьев колес механизма. Сравнение традиционного и разработанного алгоритмов.

**Раздел.** Пусть задан многоступенчатый зубчатый механизм в виде  $n$  ступенчатого кратного рядного механизма, кинематическая схема которого, приведена на рисунке 1.

Значение общего передаточного отношения механизма находят по формуле

$$U_{\Sigma} = u_1 u_2 \cdots u_{n-1} u_n = \frac{z_2 z_4 \cdots z_{2n}}{z_1 z_3 \cdots z_{2n-1}}, \quad (1)$$

где  $u_i = z_{2i}/z_{2i-1}$  – передаточное отношение  $i$ -ой ступени механизма ( $i=1, n$ ).

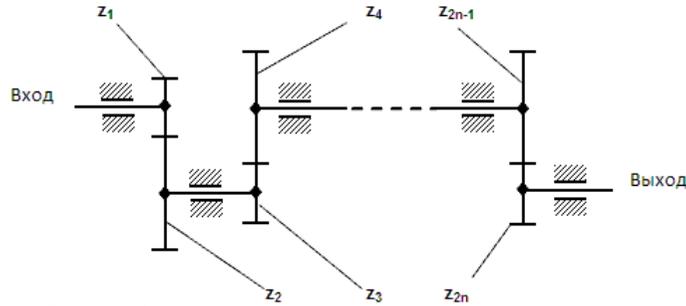


Рисунок 1 – Многоступенчатый кратный рядный механизм

Для заданного значения общего передаточного отношения механизма  $U_\Sigma$  требуется спроектировать механизм, имеющий наименьшую суммарную массу зубчатых колес  $M_\Sigma$ .

Запишем суммарную массу зубчатых колес  $M_\Sigma$  в виде следующей суммы

$$M_\Sigma = M_1 + M_2 + \dots + M_n, \quad (2)$$

где  $M_i = \frac{\pi\rho_i}{4}(b_{2i-1}d_{2i-1}^2 + b_{2i}d_{2i}^2)$  – масса зубчатых колес  $i$ -ой ступени механизма;  $\rho_i$  – плотность материала зубчатых колес  $i$ -ой ступени механизма;  $b_{2i-1}, b_{2i}, d_{2i-1}, d_{2i}$  – ширины и делительные диаметры зубчатых колес  $i$ -ой ступени механизма.

Заметим, что масса зубчатых колес  $M_i$  вычисляется на основе физической модели, рассмотренной в [1].

Принимаем следующее равенство

$$\rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_n = \rho. \quad (3)$$

С учетом (3) выражение (2) записываем в виде

$$M_\Sigma = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2 \left( 1 + \frac{b_2}{b_1} u_1^2 + \frac{b_3 d_3^2}{b_1 d_1^2} \left( 1 + \frac{b_4}{b_3} u_2^2 \right) + \dots + \frac{b_{2n-1} d_{2n-1}^2}{b_1 d_1^2} \left( 1 + \frac{b_{2n}}{b_{2n-1}} u_n^2 \right) \right). \quad (4)$$

В (4) учтено следующее соотношение

$$\frac{d_{2i}^2}{d_{2i-1}^2} = \left( \frac{m_i z_{2i}}{m_i z_{2i-1}} \right)^2 = u_i^2, \quad (5)$$

где  $m_i$  – модуль зубчатых колес  $i$ -ой ступени механизма.

Полагая  $b_1 = b_2 = \dots = b_n$ ,  $d_1 = d_3 = \dots = d_{2n-1}$  и  $m_1 = m_2 = \dots = m_n$ , получим

$$M_\Sigma = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2 \left( n + u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 \right) = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2 \left( n + u_1^2 + u_2^2 + \dots + \frac{U_\Sigma^2}{u_1^2 u_2^2 \dots u_{n-1}^2} \right). \quad (6)$$

Выражение (6) представим в безразмерном (относительном) виде

$$\overline{M}_\Sigma = \frac{M_\Sigma}{C_M} = n + u_1^2 + u_2^2 + \dots + \frac{U_\Sigma^2}{u_1^2 u_2^2 \dots u_{n-1}^2}, \quad (7)$$

где  $C_M = \frac{\pi\rho}{4} b_1 d_1^2$ .

Итак, при заданных параметрах  $n$ ,  $U_\Sigma$ ,  $\rho$ ,  $b_1$  и  $d_1$  минимум функции (7) зависит от распределения суммарного передаточного отношения проектируемого механизма по его ступеням.

Оптимальные значения передаточных отношений ступеней определяют из решения следующей системы

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_\Sigma}{\partial u_j} &= 0, \quad j = 1, n-1; \\ u_n &= \frac{U_\Sigma}{\prod_{j=1}^{n-1} u_j}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В системе (8)  $n-1$  уравнений имеют вид

$$u_j - \frac{U_\Sigma^2}{u_1^2 u_2^2 \dots u_{j-1}^2 u_{j+1}^2 \dots u_{n-1}^2} = 0, \quad j = 1, n-1. \quad (9)$$

С математической точки зрения система уравнений (8) – нелинейная система алгебраических уравнений  $n$ -го порядка. Решение такой системы кроме комплексных корней имеет также действительные корни.

В области действительных чисел решение системы (8) имеет вид

$$u_{opt1} = u_{opt2} = \dots = u_{optn} = \sqrt[n]{U_\Sigma}. \quad (10)$$

Так как в проектируемом механизме использованы внешние зубчатые зацеп-

ления, то решения (10) следует брать со знаком минус.

Параметры  $b_1$  и  $d_1$  выбирают из условий контактной и изгибной прочности. Например, для контактной прочности получим [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{0,77 T_{\text{вых}} (K_{H\beta} K_{Hv})_1 (Z_E)_1}{U_{\Sigma} (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg } \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1^2} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2}, \quad (11)$$

где  $U_{\Sigma}$ ,  $T_{\text{вых}}$  – суммарное передаточное отношение и вращающий момент на выходе механизма;  $K_{H\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактной линии при расчете на контакт;  $K_{Hv}$  – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса при расчете на контакт;  $Z_E$  – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубчатых колес;  $\alpha, \alpha_w$  – угол профиля зуба и угол зацепления;  $\sigma_{HP}$  – допустимое напряжение на контакт.

В формуле (11) нижний индекс 1 относится к зубчатым колесам первой ступени механизма.

Заметим, что условия для материалов, модулей, ширин и диаметров зубчатых колес проектируемого механизма, которые были нами приняты выше, обычно принимают для так называемых кинематических механизмов.

В качестве примера оптимального проектирования рассмотрим двухступенчатый кратный рядный механизм с суммарным передаточным отношением  $U_{\Sigma} = 31$ . Выражение для относительной массы механизма запишем в виде

$$\bar{M}_{\Sigma}(u_1) = 2 + u_1^2 + \frac{U_{\Sigma}^2}{u_1^2}. \quad (12)$$

Составим систему вида (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{M}_{\Sigma}}{\partial u_1} = u_1 - \frac{U_{\Sigma}^2}{u_1^3} = 0; \\ u_1 u_2 = U_{\Sigma}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Система (13) имеет 4 решения:  $u_1 = -\sqrt{31}, u_2 = -\sqrt{31}$ ,  $u_1 = \sqrt{31}, u_2 = \sqrt{31}$ ,  $u_1 = -\sqrt{31}i, u_2 = \sqrt{31}i$ ,  $u_1 = \sqrt{31}i, u_2 = -\sqrt{31}i$ .

Выбираем первое решение:  $u_{opt1} = -\sqrt{31}, u_{opt2} = -\sqrt{31}$ .

Для первого зубчатого колеса принимаем число зубьев  $z_1=18$ . Тогда че-

рез найденное значение передаточного отношения  $u_{opt1} = -\sqrt{31} = -5,568$ , находим  $z_2=100$ .

Из условий получения выражения для относительной массы вида (7) имеем  $z_3=z_1$  и соответственно  $z_4=z_2$ .

На рисунке 2а приведен график зависимости функции  $\bar{M}_{\Sigma}(u_1)$  от значения передаточного отношения первой ступени  $u_1$ . Как видно из этого графика, данная функция имеет явный минимум, который достигается при значении  $u_1=5,568$ .

Графическая зависимость функции  $\frac{\partial \bar{M}_{\Sigma}}{\partial u_1}$  от значения передаточного отношения первой ступени  $u_1$  показана на рисунке 2б. График этой функции пересекает ось абсцисс в точке  $u_1=5,568$ . Другими словами эта точка является действительным корнем уравнения  $\frac{\partial \bar{M}_{\Sigma}}{\partial u_1} = 0$ .

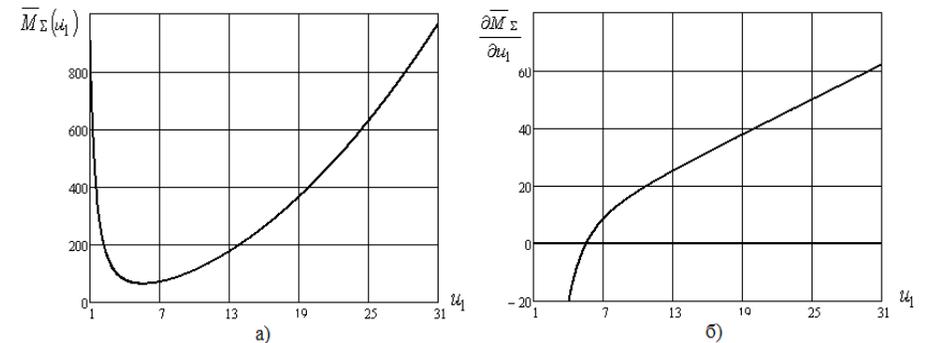


Рисунок 2 – Графическое решение для минимизации безразмерной массы двухступенчатого кратного рядного механизма с внешними зацеплениями. Вариант 1

Для оптимальных передаточных отношений первой и второй ступеней значение безразмерной массы составило  $\bar{M}_{\Sigma}(u_{opt1}, u_{opt2}) = 64$ . С учетом реализованных значений передаточных отношений этих ступеней получим  $\bar{M}_{\Sigma}(u_1 = 100/18, u_2 = 100/18) = 64,001$ .

Алгоритм решения оптимизационной задачи, решение которой приведено выше, включает следующие основные этапы:

- формирование целевой функции оптимизации как функции передаточных отношений отдельных ступеней проектируемого механизма;
- составление системы нелинейных алгебраических уравнений вида (8);
- решение составленной системы уравнений;
- нахождение из условий прочности приемлемых значений параметров  $b_1$  и  $d_1$ ;
- определение чисел зубьев с учетом принятых ограничений на конструкцию механизма и полученных значений требуемых передаточных отно-

шений его отдельных ступеней;

е) проверка полученных решений на соответствие требуемой точности реализации суммарного передаточного отношения проектируемого механизма. Если проверка показала неудовлетворительный результат, то надо вернуться к этапу д) и продолжить вычисления или вернуться к этапу в) и продолжить вычисления.

Особенность рассмотренного алгоритма состоит в том, что целевая функция принимается как непрерывная функция действительных аргументов. При этом целевая функция может быть разрывной. Также предполагается, что существуют как минимум первые частные производные этой функции. Для большинства задач оптимального проектирования такие допущения имеют место. Однако, требуемые передаточные отношения приходится реализовывать посредством выбора подходящих значений чисел зубьев колес ступеней проектируемого механизма. Но эти числа образуют дискретное множество целых чисел. Поэтому требуемые передаточные отношения, которые получают из решения системы уравнений вида (8), реализовывают с ошибкой. Так как решение задачи оптимального проектирования заканчивается после выбора чисел зубьев колес проектируемого механизма, то интерес представляет собой другой алгоритм, который ориентирован сразу на нахождение требуемых чисел зубьев. Продemonстрируем это на нашем примере, который мы рассмотрели выше.

Выражение для безразмерной массы двухступенчатого кратного рядного механизма (12) при заданном значении  $z_1$  можно представить в следующем виде

$$\bar{M}_\Sigma(z_2) = 2 + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + \frac{U_\Sigma^2}{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2}. \quad (14)$$

Если принять условия  $z_1=z_3=18$  и  $z_2=z_4$ , то имеем

$$\bar{M}_\Sigma(z_2) = 2 + \left(\frac{z_2}{18}\right)^2 + \frac{18^2 U_\Sigma^2}{(z_2)^2}. \quad (15)$$

Составим систему вида (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{M}_\Sigma}{\partial z_2} = \frac{z_2}{162} - \frac{648 U_\Sigma^2}{z_2^3} = 0 \\ z_2 z_4 = 324 U_\Sigma \end{aligned} \right\}. \quad (16)$$

Система (13) имеет 4 решения:  $z_2 = -18\sqrt{31}, z_4 = -18\sqrt{31}, z_2 = 18\sqrt{31}, z_4 = 18\sqrt{31}, z_2 = -18\sqrt{31}i, z_4 = 18\sqrt{31}i, z_2 = 18\sqrt{31}i, z_4 = -18\sqrt{31}i$ .

Выбираем второе решение:  $z_2 = 18\sqrt{31}, z_4 = 18\sqrt{31}$ . После округления до ближайшего целого числа получим  $z_{opt2} = 100, z_{opt4} = 100$ .

Итак, мы получили решение, которое нами было получено выше.

В случае принятия условий  $z_1=z_3=17$  и  $z_2=z_4$ , получим  $z_{opt2} = 95, z_{opt4} = 95$ .

Для передаточных отношений имеем  $u_1=95/17=5,588$  и  $u_2=95/17=5,588$ . Ошибка в реализации требуемых передаточных отношений не превысила 0,4%.

На рисунке 3а приведен график зависимости функции  $\bar{M}_\Sigma(z_2)$  от значения числа зубьев колеса первой ступени  $z_2$ . Как видно из этого графика данная функция имеет явный минимум, который достигается при значении  $z_2=100$ .

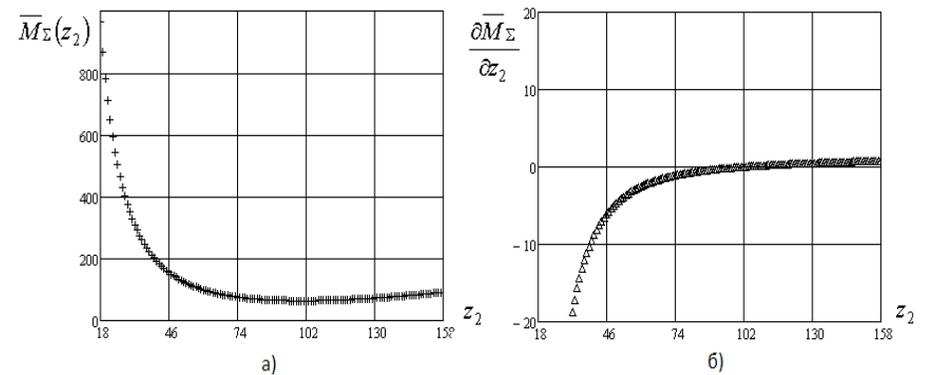


Рисунок 3 – Графическое решение для минимизации безразмерной массы двухступенчатого кратного рядного механизма с внешними зацеплениями. Вариант 2

Графическая зависимость функции  $\partial \bar{M}_\Sigma / \partial z_2$  от значения числа зубьев колеса первой ступени  $z_2$  показана на рисунке 3б. График этой функции пересекает ось абсцисс в точке  $z_2=100$ . Эта точка является действительным корнем уравнения  $\partial \bar{M}_\Sigma / \partial z_2 = 0$ .

Заметим, что на рисунке 3 приведены графики функций дискретного аргумента  $z_2$ .

Сравнение графиков, приведенных на рисунках и 3, показывает, что первые имеют более "четкий" минимум и корень.

Итак, алгоритм, который был продемонстрирован, включает следующие основные шаги (этапы):

- а) формирование целевой функции как функции дискретных аргументов – чисел зубьев зубчатых колес;
- б) составление системы разрешающих уравнений вида (8), но только относительно неизвестных чисел зубьев;
- в) выбор чисел зубьев, которые входят в составленную систему уравне-

ний в виде параметров, от значения которых зависит ее решение;

г) решение составленной системы относительно неизвестных чисел зубьев;

д) нахождение из условий прочности приемлемых значений параметров  $b_1$  и  $d_1$ ;

е) проверка полученных решений на соответствие требуемой точности реализации суммарного передаточного отношения проектируемого механизма. Если проверка показала неудовлетворительный результат, то надо вернуться к этапу в) и продолжить вычисления или вернуться к этапу в) и продолжить вычисления.

В заключении приведем постановку оптимизационной задачи, которая решается относительно чисел зубьев. Безразмерную массу вида (7) записываем в виде

$$\overline{M}_\Sigma = \frac{M_\Sigma}{C_M} = n + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 + \left(\frac{z_4}{z_3}\right)^2 + \dots + \frac{U_\Sigma^2}{\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \left(\frac{z_4}{z_3}\right)^2 \dots \left(\frac{z_{2n-2}}{z_{2n-3}}\right)^2}. \quad (17)$$

Формируем систему аналогичную системе (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_\Sigma}{\partial z_j} &= 0, \quad j = 2, 2n-2; \\ z_{2n} &= \frac{z_{2n-1} U_\Sigma}{\prod_{k=2}^{2n-2} \frac{z_k}{z_{k-1}}} \end{aligned} \right\}. \quad (18)$$

Для решения системы уравнений (18) принимают условия для чисел зубьев  $z_1, z_3, \dots, z_{2n-1}$  соответственно. Например,  $z_1 = z_3 = \dots = z_{2n-1} = 17$ . Выбранное решение данной системы уравнений округляют до целых чисел.

**Выводы.** Оба рассмотренных алгоритма решения задачи оптимального проектирования многоступенчатого зубчатого механизма имеют общее свойство, а именно, получающиеся решения зависят от выбора числа зубьев шестерни первой ступени механизма. Другими словами число зубьев шестерни первой ступени механизма является параметром, от значения которого зависит искомое решение. В задачах минимизации суммарной массы этот параметр желательно выбирать как можно меньшего значения. Если приняты одинаковые условия для чисел зубьев колес, которые являются параметрами (условия, подобные тем, которые были приняты при выводе выражения для безразмерной суммарной массы), то решения, полученные по обоим алгоритмам, совпадают. Второй алгоритм предоставляет решение сразу для искомых

чисел зубьев. Оба алгоритма можно запрограммировать на нахождение квадратов как искомых передаточных отношений ступеней механизма, так и искомых чисел зубьев его зубчатых колес.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов. Расчет и конструирование. Справочное и научное издание / В.Е. Старжинский, Б.П. Тимофеев, Е.В. Шалобаев, А.Т. Кудинов. Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева. – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с. 4. Истомин С.Н. Проектирование мелкомодульных передач приборов с применением ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1985. – 176с., ил. – (Б-ка приборостроителя).

Поступила в редколлегию 06.04.10

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

**П.Л. НОСКО**, д.т.н., проф., зав. кафедрой машиноведения ВНУ им. В. Даля  
**А.А. МУХОВАТЫЙ**, к.т.н., старший преподаватель каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

### ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ

Разработана геометрия исходного контура высоконагруженных зубчатых передач, дан сравнительный анализ критериев работоспособности синтезированных, конхоидальных и эвольвентных передач.

Розроблено геометрію вихідного контуру високонавантажених зубчастих передач, дано порівняльний аналіз критеріїв працездатності синтезованих, конхoidalних і евольвентних передач.

The geometry of an initial contour of highly loaded tooth gearings is developed, the comparative analysis of criteria of working capacity synthesised, konhoidal and involute gears is given.

**Постановка задачи.** Зубчатые передачи имеют широкое распространение в механических приводах современных машин. При этом работоспособность и нагрузочная способность зубчатых передач существенно влияют на экономические показатели оборудования. Поэтому решение задачи повышения нагрузочной способности таких передач является актуальной и относится к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

**Анализ литературы.** Известны зубчатые передачи, синтезированные по заданным значениям критериев работоспособности [2]. Известны так же зубчатые передачи, синтезированные по линии зацепления: передачи с конхоидальной линией зацепления [3] и передачи с линией зацепления, очерченной дугами окружности [4]. Такие зубчатые передачи имеют более высокие геометрико-кинематические и комплексные критерии работоспособности [3, 4]. Еще более высокие критерии работоспособности зубчатых передач можно обеспечить новой геометрией исходного контура.

**Цель статьи.** Разработать геометрию исходного контура, обеспечивающего более высокие критерии работоспособности по сравнению с известными передачами, предложенными в работах [3, 4] и эвольвентными передачами.

Качество зацепления зубчатых передач оценивается комплексными критериями работоспособности [2], к которым относят:

- критерий контактной прочности (по Герцу)

$$\theta = \frac{f_1'}{nx}; \quad (1)$$

- критерий износа рабочих поверхностей [5] (по Крагельскому И.В.)

$$h_{ui} = \Omega_u f^{0,75} |\eta_i|; \quad (2)$$

- критерий заедания [6] (по Блоку)

$$k_s = \Omega_s \frac{fV^{12} x^{0,25}}{\sqrt{V_1} + \sqrt{V_2}}; \quad (3)$$

- критерий толщины масляного слоя [7] (по Кодниру Д.С.)

$$h_{mc} = \Omega_{mc} V_{\Sigma}^{0,75} x^{0,4}; \quad (4)$$

- критерий потерь на трение в зацеплении [6] на мгновенной контактной линии

$$\Delta P = \Omega_p f V^{12}; \quad (5)$$

- критерий удельной работы сил трения для мгновенной контактной линии [6] (по Кудрявцеву В.Н.)

$$dA = \Omega_A f |\eta_i|. \quad (6)$$

В этих соотношениях  $\Omega_u, \Omega_s, \Omega_{mc}, \Omega_p, \Omega_A$  величины, не зависящие от геометрических параметров исходного контура,  $f$  – коэффициент трения скольжения, равный [5]

$$f = \frac{\Omega_f \left( 10 + \lg \frac{HB R_a x}{E_{np}} \right) x^{0,25}}{V_{\Sigma}^{0,1} (V^{12})^{0,35}}, \quad (7)$$

где  $\Omega_f$  – коэффициент, не зависящий от геометрии исходного контура;  $HB$  – твердость наименее твердого из контактирующих зубьев;  $R_a$  – шероховатость более твердого из контактирующих зубьев;  $E_{np}$  – приведенный модуль упругости материалов зацепляющихся колес.

Другие величины, входящие в (1)...(7) имеют значения [2]:

$$V^{12} = f_1 \frac{(u+1)}{u} \sqrt{\left( \frac{1}{f_2'} \right)^2 + 1}; \quad V_1 = \frac{n}{\Omega_2'} \left( R_1 \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right); \quad V_2 = \frac{n}{\Omega_2' u} \left( R_2 - \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \right);$$

$$V_{\Sigma} = \frac{n}{\Omega_2'} \left[ 2R_1 + \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2' \left( 1 - \frac{1}{u} \right) \right]; \quad x = \frac{(R_1 + R_2) f (\Omega_2')^2}{\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot n^3}; \quad \eta_i = \pm \frac{u+1}{u} \frac{f_1 \Omega_2'}{f_2' \cdot \tau_i}, \quad (8)$$

где  $f_1, f_2$  – функции, определяющие геометрию исходного контура зацепляющихся колес;  $f_2'$  – первая производная функции  $f_2$  по  $f_1$ ;  $u$  – передаточное число передачи;  $R_1, R_2$  – радиусы начальных окружностей шестерни и колеса;  $n = \sqrt{1 + (f_2')^2}$  – модуль нормали к профилю исходного контура;

$$\Omega_2' = \Omega_1' + f_2'; \quad \Omega_1' = \frac{f_1}{f_2'}; \quad \tau_i = R_i \pm \frac{f_1}{f_2'} \Omega_2'; \quad (9)$$

$\Omega_1'$  и  $\Omega_2'$  – производные функции  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  по  $f_1$ .

В равенствах (2), (6), (8), (9) верхний знак и  $i = 1$  для шестерни, нижний знак и  $i = 2$  – для колеса.

Из представленных выше зависимостей следует, что основное влияние на критерии работоспособности оказывает параметр  $\Omega_2'$ , который зависит от  $\Omega_1'$  и  $f_2'$ . Для реальных геометрических параметров исходного контура  $0 \leq f_2' \leq 0,7$  и основное влияние на величину  $\Omega_2'$  оказывает величина  $\Omega_1'$ .

Поэтому синтезировать исходный контур можно по величине  $\Omega_1'$ , задавая его значение в виде полинома

$$\Omega_1' = \sum_{r=1}^{n_1} a_r \cdot f_1^r, \quad (10)$$

где  $a_r$  – постоянные коэффициенты.

Наиболее простое решение дифференциального уравнения (10) имеет вид, когда

$$\Omega_1' = kf_1 + c, \quad (11)$$

где  $k, c$  – постоянные величины.

Из (11) следует, что с учетом (9)

$$\frac{1}{f_2'} = \frac{kf_1}{2} + c. \quad (12)$$

Будем полагать, что при  $f_1 = 0$ ;  $f_2' = \operatorname{tg} \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  – профильный угол исходного контура на начальной прямой (рисунок 1).

Тогда из (12) следует

$$c = \operatorname{ctg} \alpha_0. \quad (13)$$

Решение дифференциального уравнения (12) с учетом (13) имеет вид (при  $f_1 = 0$ ;  $f_2 = 0$ )

$$f_2 = \frac{2}{k} \ln \left( \frac{kf_1}{2 \operatorname{ctg} \alpha_0} + 1 \right). \quad (14)$$

Равенство (14) определяет кривую, которой очерчен исходный контур в системе координат  $f_1 O f_2'$  (рисунок 1). Исходный контур будет определен, когда заданы  $\alpha_0$  и  $k$ .

При этом величина "к" должна быть меньше нуля, а при  $k = 0$  исходный контур является прямобочным (случай эвольвентного зацепления).

Из (9), (11), (12) и (13) следует

$$\Omega_2' = kf_1 + \operatorname{ctg} \alpha_0 + \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0}; \quad f_2' = \frac{2}{kf_1 + 2 \operatorname{ctg} \alpha_0}. \quad (15)$$

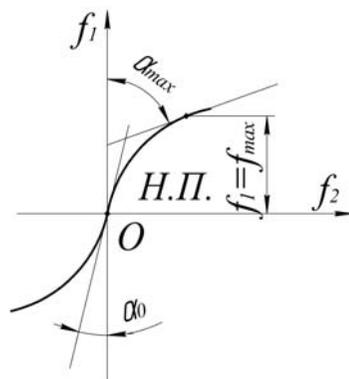


Рисунок 1 – Схема исходного контура

В этих равенствах  $k < 0$  при  $f_1 > 0$  и  $k > 0$  при  $f_1 < 0$ . Значение "к" можно определить следующим образом. Задаем, например, при  $f_1 = f_{1\max}$  значение угла профиля исходного контура  $\alpha_{\max}$ . Тогда из второго равенства (15) получаем

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} - \operatorname{ctg} \alpha_0)}{f_{1\max}}. \quad (16)$$

После чего определяются из (14) геометрические параметры исходного контура с последующим определением толщины вершин зубьев зацепляющихся колес, коэффициента перекрытия и проверяется наличие или отсутствие подрезания зубьев [2]. А затем по формулам (1)...(7) производится сравнительный анализ значений критериев работоспособности по полю зацепления с использованием известных параметров исходного контура.

В качестве примера рассмотрим исходный контур при следующих исходных данных:  $\alpha_0 = 20^\circ$ ,  $\alpha_{\max} = 30^\circ$ ,  $f_{1\max} = 1$ . Из (16) имеем

$$k = \frac{2(\operatorname{ctg} 30^\circ - \operatorname{ctg} 20^\circ)}{1} = -2,030,$$

а из (14) получаем

$$f_2 = 0,985 \ln(1 - 0,3695 f_1). \quad (17)$$

На рисунке 2 изображен исходный контур, полученный с использованием соотношения (17) при значении модуля  $m = 1$  мм.

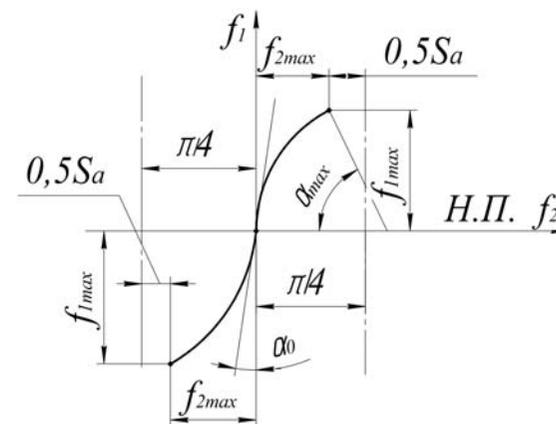


Рисунок 2 – Исходный контур  
( $f_{1\max} = 1$ ;  $f_{2\max} = 0,4543$ ;  $0,5S_a = 0,3306$ ; Н.П. – начальная прямая)

При зацеплении реек (число зубьев равно бесконечности) коэффициент перекрытия равен [2]

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{2(\operatorname{ctg} \alpha_{\max} + f_{2\max})}{\pi} = 1,36.$$

Подрезание наступает при числе зубьев равном [2] (с использованием (15))

$$z_{\min} = \frac{2\Omega'_{2\max}}{f'_{2\max}} = \frac{2\left(-2,05 + \operatorname{ctg} 20^{\circ} + \frac{2}{-2,03 + 2 \operatorname{ctg} 20^{\circ}}\right)}{\operatorname{tg} 30^{\circ}} \cong 4,5.$$

Анализ показывает, что зубчатые передачи с конхоидальной линией зацепления [3] и зубчатые передачи с линией зацепления, очерченной дугами окружности [4], имеют приблизительно равные критерии работоспособности по полю зацепления. Поэтому сравнительный анализ критериев работоспособности будем производить для прямозубых передач с использованием синтезированного исходного контура и прямозубых передач с конхоидальной линией зацепления. Кроме того, будем проводить сравнение критериев работоспособности зубчатых передач с синтезированным исходным контуром и эвольвентных передач с углом профиля  $\alpha = 20^{\circ}$ . Для конхоидальных зубчатых передач [2]

$$f_1 = \rho \sin \alpha - a; \quad f_2 = \rho \sin \alpha; \quad \Omega_2 = \frac{a}{\sin^2 \alpha}, \quad (18)$$

где  $\alpha$  – текущий угол профиля исходного контура;  $\rho$  – радиус окружности, которой очерчен исходный контур;  $a$  – расстояние центра окружности от начальной прямой исходного контура.

При  $\alpha_{\max} = 30^{\circ}, \alpha_0 = 20^{\circ}, f_{1\max} = 1$  значения  $a$  и  $\rho$  равны:  $a = 2,165, \rho = 6,330$ .

В таблицах 1, 2 даны сравнительные данные критериев работоспособности синтезированной, конхоидальной и эвольвентной передач с числом зубьев шестерни  $Z_1 = 20$ , числом зубьев колеса –  $Z_2 = 80$ .

Таблица 1 – Сравнительные данные синтезированных и конхоидальных передач

$f_1$	$\frac{\theta_c}{\theta_k}$	$\frac{h_{u1k}}{h_{u1c}}$	$\frac{h_{u2k}}{h_{u2c}}$	$\frac{K_{зк}}{K_{зс}}$	$\frac{h_{Мсс}}{h_{Мск}}$	$\frac{\Delta P_k}{\Delta P_c}$	$\frac{dA_{1k}}{dA_{1c}}$	$\frac{dA_{2k}}{dA_{2c}}$
1	1,44	1,59	1,70	1,53	1,33	1,17	1,96	1,46
-1	1,60	1,94	1,80	1,56	1,41	1,23	1,60	1,47

Таблица 2 – Сравнительные данные синтезированных и эвольвентных передач

$f_1$	$\frac{\theta_c}{\theta_e}$	$\frac{h_{u1e}}{h_{u1c}}$	$\frac{h_{u2e}}{h_{u2c}}$	$\frac{K_{зе}}{K_{зс}}$	$\frac{h_{Мсс}}{h_{Мсе}}$	$\frac{\Delta P_e}{\Delta P_c}$	$\frac{dA_{1e}}{dA_{1c}}$	$\frac{dA_{2e}}{dA_{2c}}$
1,0	3,39	5,81	10,75	4,27	2,99	2,22	3,85	7,14
0,5	1,63	2,08	2,53	1,89	1,51	1,39	1,79	2,17
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
-0,5	2,23	4,00	2,94	2,70	1,96	1,56	3,03	2,22
-0	20,05	166,67	28,57	18,52	8,81	4,35	58,82	10,00

Примечание к таблицам 1 и 2. Критерии работоспособности синтезированных передач отмечены индексом "с", конхоидальных – "к", эвольвентных – "е".

Из таблиц следует, что критерии работоспособности синтезированных передач существенно выше критериев конхоидальных и эвольвентных передач. При приближении к полюсной линии значения критериев работоспособности всех передач отличаются друг от друга в меньшей мере, а на полюсной линии они равны между собой.

#### Выводы:

1. Разработана методика синтеза исходного контура высоконагруженных зубчатых передач.
2. Синтезирован исходный контур с применением разработанной методики, и проведен сравнительный анализ критериев работоспособности синтезированных, конхоидальных и эвольвентных зубчатых передач.

**Список литературы:** 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріально-го синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство* – Львів, 2002. – №10(64). – С.26-40. 2. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганськ. Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2006. – 408с. 3. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидной линией зацепления // *Надежность и качество зубчатых передач*. НИИ Информтяжмаш. – 18–67–106, 1967. – С.1-8. 4. Tokoly P., Bosansky M., Vanya A. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened eayer // *Вісник національного технічного університету "ХПІ"*, Харків: НТУ "ХПІ", 2010. – №27. – С.10-19. 5. Трение, изнашивание, смазка. Справочник в 2-х кн. // *Под ред. И.В. Крагельского и В.В. Алисина*. – М.: Машиностроение, 1978. – Кн.1 – 400с., 1979. – Кн.2 – 338с. 6. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464с. 7. Коднич Д.С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 304с.

Поступила в редакцию 28.04.11

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Бабичев Д.Т.</b> Постановка задачи о создании геометрических паспортов инструментов для зубообработки.....	3
<b>Бондаренко О.В., Устиненко О.В.</b> Алгоритм оптимізації тривальних коробок передач за масогабаритними характеристиками.....	13
<b>Васильева О.Е.</b> Дослідження коливних процесів зубчастої передачі на випробувальному стенді із замкненим силовим потоком.....	23
<b>Власенко В.М., Фей В.М.</b> Технічні вимоги до редукторів зубчастих високошвидкісних спеціального призначення.....	33
<b>Грибанов В.М., Грибанова Ю.В., Ратов Д.В., Коробка Н.В., Печолат Т.Е., Матушкина А.В., Сурина Е.В., Ратов В.В.</b> О квазигиперболоидных зубчатых передачах Новикова.....	39
<b>Грицай І.Є., Вільшанецький В.І.</b> Удосконалення технології виготовлення зубчастих коліс на основі нового методу зубонарізання.....	44
<b>Захарченко А.В.</b> Температурный критерий в трибосопряжениях как характеристика параметров процесса.....	53
<b>Ишин Н.Н., Гаврилов С.А.</b> Методология вибромониторинга расходования ресурсов редукторов мотор-колес большегрузных самосвалов.....	64
<b>Кириченко И.А., Кашура А.Л., Воронцов С.Б., Витренко А.В.</b> Формообразование квазиглобоидных червячных фрез.....	76
<b>Короткин В.И., Харитонов Ю.Д.</b> Некоторые вопросы геометрии цилиндрических зубчатых передач Новикова с арочными зубьями.....	82
<b>Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М.</b> Динамічні характеристики пружних шпонкових з'єднань типу вал-маточина.....	92
<b>Надєїн В.С.</b> Удосконалена методика розрахунку дискового шевера.....	100

<b>Онишков П.Н., Островский Д.В.</b> К оценке контактно-усталостной долговечности полюсной зоны (Сообщение 1).....	106
<b>Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В.</b> Силлові характеристики контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом.....	110
<b>Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Приймаков Г.А.</b> Динамика силовой волновой зубчатой передачи герметичного типа.....	118
<b>Руснак Я., Каднар М., Ткач З., Каднар Я.</b> Разработка подшипниковой пары испытательной машины TRIBOTESTOR M'06 для условий гидродинамической смазки.....	130
<b>Ставицкий В.В., Носко П.Л.</b> Оценка потерь мощности в высокоскоростных цилиндрических передачах..	137
<b>Старжинский В.Е., Шалобаев Е.В., Басинюк В.Л., Мардосевич Е.И.</b> Оптимизация двухпоточного зубчатого механизма по критерию минимизации объема редуктора.....	150
<b>Стрельников В.Н., Суков Г.С., Суков М.Г., Титаренко А.И., Колозин В.И.</b> Экспериментальное определение силовых факторов в области контакта гибкого колеса с генератором волн.....	162
<b>Тернюк Н.Э., Павлов А.И., Вербицкий В.И.</b> Построение Бобилье для пространственной ортогональной передачи.....	169
<b>Шехов А.В.</b> Алгоритмы решения задач оптимизации конструкций многоступенчатых зубчатых механизмов.....	171
<b>Шишов В.П., Носко П.Л., Муховатый А.А.</b> Высоконагруженные зубчатые передачи.....	180

## CONTENTS

<b>Babichev D.T.</b>	
Formulation of task concerning creation geometrical passports of gear-machinery tools .....	3
<b>Bondarenko A.V., Ustinenko A.V.</b>	
Algorithm of optimization of three-shaft gearboxes .....	13
<b>Vasyljeva O.E.</b>	
Research of hesitating processes of toothed transmissions on tent-bed test from by the reserved power stream .....	23
<b>Vlasenko V.N., Fey V.M.</b>	
Specifications for high-speed gear reducers of special purpose .....	33
<b>Gribanov V.M., Gribanova Ju.V., Ratov D.V., Korobka N.V., Pecholat T.E., Matushkina A.V., Surina E.V., Ratov V.V.</b>	
About quasihyperboloid Novikov's tooth gearings .....	39
<b>Grycaj I.E., Vilshanetsky V.I.</b>	
An improvement of gears technology on the basis of the New method of teeth cutting .....	44
<b>Zakharchenko A.V.</b>	
A temperature criterion in tribolinkings as the process parameters characteristic .....	53
<b>Ishin N.N., Gavrilov S.A.</b>	
The methodology of the resources expending vibromonitoring of the large trucks power-wheels gearings .....	64
<b>Kirichenko I.A., Kashura A.L., Vorontsov S.B., Vitrenko A.V.</b>	
Quasi-hyperbola gear hobs form-shaping .....	76
<b>Korotkin V.I., Kharitonov Ju.D.</b>	
Some geometry questions of cylindrical Novikov gearing with arched teeth .....	82
<b>Malaschenko V.O., Strilec O.R., Strilec V.M.</b>	
Dynamic characteristics elastic keys joints of type the shaft-hub .....	92
<b>Nadein V.S.</b>	
The advanced methodology of disk shaving tool calculation .....	100
<b>Onishkov P.N., Ostrovskiy D.V.</b>	
To an estimation of contact-fatigue durability of a polar zone (the Message 1) ..	106
<b>Pasternak S.I., Danylchenko Yu.M., Storchak M.G., Krivosheya A.V.</b>	
Kinetic characteristic of the spur gears' contour machining with disks-haped cutting tools .....	110

<b>Priymakov A.G., Ustinenko A.V., Priymakov G.A.</b>	
Dynamics of the power wave gear of leakproof type .....	118
<b>Rusnák J., Kadnár M., Tkáč Z., Kadnár J.</b>	
Bearing pair design of testing machine TRIBOTESTOR M'06 for the conditions of hydrodynamic lubrication .....	130
<b>Stavitskiy V.V., Nosko P.L.</b>	
Estimation of power losses in high-speed gears .....	137
<b>Starginskiy V.E., Shalobaev E.V., Basinyuk V.L., Mardosevich E.I.</b>	
Optimization of a two-flow toothed mechanism by criterion of reducer volume minimization .....	150
<b>Strelnikov V.N., Sukov G.S., Sukov M.G., Titarenko A.I., Kolozin V.I.</b>	
Experimental definition of power factors in the contact field of a flexible wheel with the generator of waves .....	162
<b>Ternuk N.E., Pavlov A.I., Verbickiy V.I.</b>	
Boblje building for the space orthogonal gear .....	169
<b>Shehov A.V.</b>	
Algorithms of optimization problem solving for constructions of multistage teeth mechanisms .....	171
<b>Shishov V.P., Nosko P.L., Mukhovatiy A.A.</b>	
Highly loaded gears .....	180

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ВІСНИК  
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО  
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

**Тематичний випуск  
"Проблеми механічного привода"**

**Збірник наукових праць**

Випуск №28

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск В.М. Луньова

Обл.-вид. №110-11

Підписано до друку 14.07.2011. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 10,0.  
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

---

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.  
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.  
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10

---