

**ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"**

Вісник Національного Технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".
Харків: НТУ "ХПИ". – 2010, №27. – 199 с.

**Сборник научных трудов
Тематический выпуск**

27'2010

"Проблемы механического привода"

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"
в 2001 году

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ,
д-р техн. наук, проф.

Зам. председателя

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Е.И. Сокол, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета

К.А. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Л.М. Бесов, д-р ист. наук, проф.;

А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;

М.Д. Годлевский, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В.Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;

И.Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф.;

В.В. Епифанов, канд. техн. наук, проф.;

Ю.И. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П.А. Качанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С.И. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;

Г.В. Лисачук, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Луников, д-р техн. наук, проф.;

О.К. Морачковский, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Николаенко, канд. ист. наук, проф.;

П.Г. Перерва, д-р экон. наук, проф.;

В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;

М.И. Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;

Ю.В. Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Государственное издание

**Свидетельство Госкомитета по ин-
формационной политике Украины
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ответственные редакторы

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Зам. ответственного редактора

А.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

Ответственный секретарь

Н.В. Матюшенко, канд. техн. наук

Г.И. Львов, д-р техн. наук, проф.;

Н.Э. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Павлов, д-р техн. наук, доц.;

В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Грибанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;

С.В. Гутьря, д-р техн. наук, проф.;

Б.И. Киндрацкий, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Стрельников, д-р техн. наук;

В.В. Шелюфаст, д-р техн. наук, проф.;

В.Е. Старжинский, д-р техн. наук, проф.;

Х.С. Самидов, д-р техн. наук, проф.;

М. Бошански, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Власенко, канд. техн. наук

АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

кафедра ТММ и САПР

тел. (0572) 707-64-78

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПИ",
протокол №6 від 06.07.2010**

А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
И.С. ПОЛИЩУЧЕНКО, к.т.н., доц., г. Харьков

К 125-ЛЕТИЮ НТУ "ХПИ". ОЧЕРКИ ОБ ИСТОРИИ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ В УНИВЕРСИТЕТЕ

У статті описано історію та досягнення школи дослідників зубчастих передач в Національному Технічному університеті "Харківський політехнічний інститут". Розказано про найбільш видатних учених, що працювали в ХПІ у цьому напрямку. Показані шляхи його подальшого розвитку.

In the article history and achievements of gearings researcher's school in the National Technical university "Kharkov polytechnic institute" is described. It is told about the most outstanding scientists, workings in KHPI in this direction. The ways of its further development are displayed.

В преддверии годовщины создания нашего университета хочется вспомнить о научном направлении, создавшем в прошлом веке громкую славу Харьковскому политеху в научной и промышленной среде Советского Союза, но в наше время, к большому сожалению, несколько подзабытому. Речь идет о научной школе в области исследования зубчатых передач и редукторов.

Ее развитие неразрывно связано с историей таких гигантов машиностроения, как завод им. Малышева, Харьковский тракторный и многих других. Именно потребности промышленности в создании и внедрении новых энергонасыщенных трансмиссий и редукторов послужили толчком, который привел к тому всплеску научной активности в среде харьковских специалистов по зубчатым передачам (привыкших называть себя просто "зубчатниками"), который мы наблюдали в 50-х–80-х годах прошлого столетия.

Начало создания школы политеховцев-"зубчатников" произошло, по видимому, в конце 20-х годов на кафедре Деталей машин. В 1929 году там была создана лаборатория по испытанию авиационных редукторов, которой руководил профессор *Борис Петрович Дашкевич*. Из защищенных в предвоенные годы кандидатских диссертаций отметим работу *Георгия Владимировича Карпенко*. Она была посвящена исследованию червячных передач и защищена в 1940 году. Позже он стал известнейшим ученым в области физико-химической механики материалов, академиком АН УССР, директором Львовского Физико-механического института, который в настоящее время носит его имя.

В послевоенный период на кафедре Деталей машин была организована массовая подготовка аспирантов по нескольким направлениям, ключевыми из которых были исследования передач зацеплением и подшипников скольжения. Аспирантами руководил Б.П. Дашкевич, а после его смерти – доцент *Степан Кузьмич Дьяченко*.



1947 год. Аспирант В.Л. Устиненко делает доклад на кафедре Деталей машин



1955 год. Заседание кафедры Деталей машин

Среди защищенных в первой половине 50-х годов кандидатских диссертаций выделим работы *Виталия Лукича Устиненко* (посвящена динамическим нагрузкам в зацеплении цилиндрических колес, защищена в 1952 году) и *Виктора Ивановича Рудницкого* (исследовалось влияние на усталостную прочность зубьев кривизны выкружки и положения точки приложения нагрузки, защищена в 1955 году). К концу 50-х годов была заложена основа докторской диссертации В.Л. Устиненко, посвященной исследованию изгиб-



Профессор В.Л. Устиненко

ной прочности прямых зубьев цилиндрических колес методом конформного отображения. Эта работа была эпохальной и впоследствии стала основой первого в СССР стандарта по расчетам зубчатых передач на прочность в части расчета изгибных напряжений. К сожалению, в 1958 году он был вынужден перейти на работу в Харьковское Высшее военное командное училище им. Н.И. Крылова, где и защитил в 1963 году докторскую диссертацию. Работая там, он вел обширную научно-исследовательскую деятельность, подготовил множество аспирантов. Один из них, *Олег Ибрагимович Абляскин*, в настоящее время работает в нашем университете доцентом кафедры Автомобиле- и тракторостроения. Однако Виталий Лукич

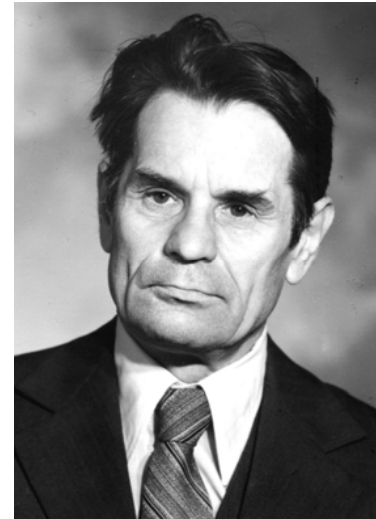
не прерывал тесного научного сотрудничества с политехом, а с 1976 года до своей безвременной кончины в 1980 году снова работал в ХПИ профессором кафедры Деталей машин. В этот период на кафедре под его руководством выполнялись хозяйственные работы с Харьковским тракторным заводом, посвященные совершенствованию трансмиссий тракторов Т-150 и Т-150К. Работы велись в тесном, даже можно сказать дружественном сотрудничестве с ныне здравствующим *Ильей Семеновичем Чернявским*, выпускником ХПИ по специальности "Динамика и прочность машин", в те годы начальником бюро расчетов и исследований ХТЗ.

После защиты В.И. Рудницким кандидатской диссертации под его руководством успешно развивались два научных направления:

- разработка и исследование совершенно нового на то время типа зубчатых передач – волновых;
- исследование геометрии, формообразования и контактной прочности конических передач с криволинейными зубьями.

Виктор Иванович руководил невероятным числом аспирантов, большинство из которых успешно защитили кандидатские диссертации и стали известными учеными. К сожалению, ограниченный объем статьи не дает возможности рассказать обо всех, упомянем лишь нескольких:

- *Валентин Николаевич Загребельный*, его первый защитившийся аспирант, речь о котором пойдет ниже;
- *Виталий Николаевич Ткаченко*, который занимался исследованием планетарных передач;
- *Николай Владимирович Белоусов*, решивший в своей диссертационной работе вопросы расчетов геометрии и контактной прочности конических ко-



Доцент В.И. Рудницкий

этих строк такую фразу: "Научным руководителем должен быть доктор наук или Рудницкий".

К сожалению, Виктор Иванович так и не написал докторскую диссертацию. Наверное, этому помешала его большая увлеченность аспирантами и хозяйственными работами. Но, несмотря на кандидатскую ученую степень, он пользовался непререкаемым авторитетом в научной и промышленной среде всего СССР.

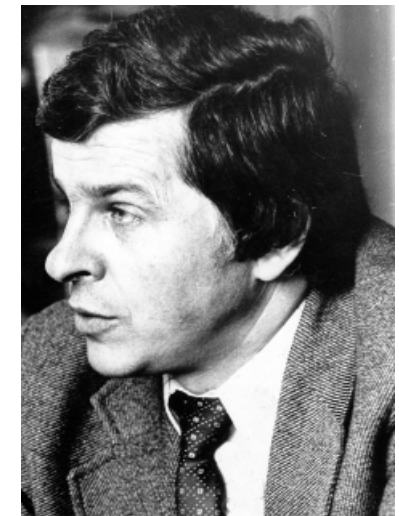
Теперь пришло время рассказать о В.Н. Загребельном. На многие годы он стал одним из лидеров кафедры Деталей машин. Его научные интересы лежали в области исследования геометрии и прочности конических зубчатых передач. Он был руководителем и ответственным исполнителем госбюджетных и хозяйственных работ, активно сотрудничал с ХТЗ, заводами им. Малышева и "Свет шахтера". Руководил аспирантами и соискателями, большинство из которых успешно защитили диссертации. Среди них был и один из авторов этих строк.

В 1993 году Валентин Николаевич был назначен деканом Машиностроительного факультета, однако это не помешало его научной деятельности. Он заведовал кафедрой Теории механизмов, машин и

лес с циклоидальной продольной линией зубьев (так называемые колеса по системе "Эрликон"). Эта работа, защищенная в 1987 году, была особенно актуальна для харьковской промышленности, так как в это период на заводе им. Малышева был внедрен комплекс зуборезных станков фирмы "Эрликон", и эти колеса пошли в серийное производство;

– *Александр Григорьевич Приймаков* исследовал напряженно-деформированное состояние (НДС) волновых зубчатых передач.

Стать аспирантом В.И. Рудницкого была мечта многих выпускников политеха. В конце 80-х годов незабвенный доцент ХАДИ *Юрий Николаевич Бунаков*, сам известный специалист в области зубчатых передач, сказал одному из авторов



Профессор В.Н. Загребельный

роботов, начал работать над докторской диссертацией, посвященной экспертной оценке работоспособности конических зубчатых передач.

К сожалению, он не успел ее защитить, но в 2001 году им была написана и издана книга "Конструирование, расчет геометрии и технология производства зубчатых конических колес центральных передач тракторов", в основу которой легли все положения будущей докторской. За ее написание и обширную научную и учебно-методическую деятельность он был удостоен ученого звания профессора университета.

В конце 50-х годов на кафедре проводились исследования червячных передач. Упомянем диссертацию *Игоря Семеновича Полищученко*, в которой была сделана попытка определения оптимальных параметров червячных передач при помощи ЭВМ. Правда, она была защищена позже, когда ее автор уже работал в Украинском заочном политехническом институте (УЗПИ, ныне УИПА), но основная часть работы была им выполнена за годы аспирантуры на кафедре Деталей машин.

Также на кафедре выполнялся цикл исследований зубчатых колес из пластмасс. По этой теме несколько аспирантов защитили кандидатские диссертации, из которых выделим *Виталия Николаевича Севрюка*, защитившегося в 1960 году. В дальнейшем он работал в Луганском машиностроительном институте (ныне – Восточноукраинский национальный университет им. В. Даля), где стал одним из ведущих специалистов СССР в области исследования передач с зацеплением М.Л. Новикова, доктором технических наук, профессором, заведующим кафедрой.

Работы по передачам М.Л. Новикова велись и в ХПИ. Их исследованиями занимался доцент кафедры Деталей машин *Рафаэль Ашотович Баласанян*. Позже он получил широкую известность и был удостоен ученого звания профессора за участие совместно с В.Л. Устиненко в создании учебного пособия по курсовому проектированию деталей машин и за самостоятельно разработанный им атлас деталей машин. Также в 1969 году защитил кандидатскую диссертацию, посвященную динамике передач Новикова, *Анатолий Федорович Кириченко*.

Личность А.Ф. Кириченко известна всем специалистам по зубчатым передачам в нашей стране. Он выпускник ХПИ по специальности "Локомотивостроение", в 60-е годы работал в Базовой лаборатории зубчатых передач М.Л. Новикова при Харьковском Совнархозе. Позже перешел в ХПИ на кафедру Начертательной геометрии и графики (НГГ), где и проработал до своей смерти в 2007 году. Все эти годы он занимался хозяйственными научно-исследовательскими работами, руководил аспирантами и докторантами. В настоящее время работают доцентами кафедры НГГ и занимаются исследованием зубчатых передач *Анна Валерьевна Федченко* и *Николай Васильевич Матюшенко*, защитившиеся под его руководством. Последний, а также один из авторов этих строк закончили при его консультировании докторантуру. На базе проведенных исследований Анатолий Федорович опубликовал более 300 научных работ. В 70-х годах он занялся исследованием напряженно-



Профессор А.Ф. Кириченко

"ХПИ" начал выходить тематический выпуск "Проблемы механического привода", в котором публикуются теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения.

На посту председателя секции зубчатых передач и оргкомитета конференции он сменил *Александру Васильевну Павленко*. Ее помнят как авторитетного специалиста в области исследования передач М.Л. Новикова, а также как бесшестенного председателя оргкомитета Севастопольской конференции и семинара по зубчатым передачам, регулярно проходившего в 70-х–80-х годах в Харьковском доме науки и техники. Она была выпускницей аспирантуры ХПИ и успешно защитила кандидатскую диссертацию по подшипникам скольжения. Позже руководила Базовой лабораторией зубчатых передач М.Л. Новикова, а с 70-х годов работала в УЗПИ. Но она никогда не теряла связи с Политехом и вела активное сотрудничество с кафедрой Деталей машин.

В ХПИ исследованием зубчатых передач и приводов занимались на многих кафедрах. Так, на кафедре Теории механизмов и машин *Александр Александрович Хлус* работал над кандидатской диссертацией, посвященной геометрии зубчатых колес, нарезанных долбяком. Тему продолжил его аспирант *Николай Эммануилович Тернюк*, позже ставший доктором технических наук, профессором, директором Института машин и систем НАН Украины (ИМиС). Долгое время он по совместительству преподавал на кафедрах Теории механизмов, машин и роботов и Колесных и гусеничных машин (КГМ).

В 90-е годы на кафедре Резания материалов проводил исследования геометрии и формообразования двухпараметрических зубчатых колес профессор *Борис Алексеевич Перепелица*. На кафедре Теоретической механики многие годы проработал *Анатолий Иванович Павлов*, защитивший кандидатскую диссертацию по методам синтеза высоконагруженных передач с выпукло-

деформированного состояния зубьев на основе R -функций и в 1991 году защитил докторскую диссертацию.

Но в первую очередь "зубчатники" вспоминают Анатолия Федоровича как неутомимого организатора международных научно-технических конференций, большинство из которых проходило (и проходят) в Севастополе. В 1961 году он стал заместителем председателя секции зубчатых передач и редукторостроения НТО Машиностроителей Украины, а с 1992 года – председателем секции и оргкомитета конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов". Благодаря его усилиям с 2004 года в рамках Вестника НТУ

вогнутым контактом рабочих поверхностей зубьев. Далее он успешно развивал эту тематику и в 2009 году защитил докторскую диссертацию. К этому моменту он перешел работать в Харьковский Национальный автомобильно-дорожный университет ХАДИ, но основные теоретические положения его диссертации были разработаны в НТУ "ХПИ" при научной консультации проф. А.Ф. Кириченко.

Разработкой и исследованием геометрии и контактной прочности двухпараметрических зубчатых передач на кафедре КГМ занимались *Николай Анатольевич Ткачук* и *Александр Витальевич Устиненко*. Последний под руководством проф. Н.Э. Тернюка и проф. В.Н. Загребельного защитил в 2000 году кандидатскую диссертацию по этой тематике. Также на кафедре КГМ выполнялись работы по созданию зубчатых вариаторов скорости на основе идей *Вадима Романовича Ковалюха*. Этой тематикой занимались *Роман Вадимович Ковалюх* и *Дмитрий Олегович Волонцевич*, защитивший в 1995 году кандидатскую диссертацию, посвященную синтезу вариатора скорости на основе составных зубчатых колес.

В настоящее время "центр тяжести" исследований в области зубчатых передач сместился на кафедру Теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин (ТММ и САПР). Здесь ведутся работы по нескольким направлениям:

- исследования новых видов зацеплений: эволютного и двухпараметрического;
- совершенствование теоретических основ оценки усталостной изгибной прочности цилиндрических зубчатых передач;
- оптимизация зубчатых приводов по массогабаритным характеристикам.

Следует также отметить, что кафедра ТММ и САПР стала с 2008 года базовой по организации проведения международной научно-технической конференции "Проблемы качества и долговечности зубчатых передач, редукторов, их деталей и узлов" в Севастополе. Кафедра является ответственной за издание Вестника НТУ "ХПИ", тематический выпуск "Проблемы механического привода". Начата работа по открытию в НТУ "ХПИ" межотраслевой проблемной лаборатории "Разработка и исследования прогрессивных видов зубчатого зацепления и механического привода".

В перспективе планируется развивать направления компьютерного моделирования НДС новых видов зубчатых зацеплений и расчетно-экспериментального исследования их геометрии и прочности. Также планируется оснащение современным лабораторным оборудованием для экспериментальных исследований. Ведется работа по написанию монографий и учебников, посвященных зубчатым передачам.

Таким образом, исследования зубчатых передач, имеющие в нашем университете богатую историю, получают второе дыхание и выходят на качественно новый уровень, не уступающий мировым достижениям.

Поступила в редколлегию 14.06.10

УДК 621. 833

P. TÖKÖLY, Ing., PhD., Institute of Transport Technology and Engineering Design, Faculty of Mechanical Engineering, Slovak University of Technology, Bratislava, SR

M. BOŠANSKÝ, Assoc. Prof., PhD., Institute of Transport Technology and Engineering Design

A. VANYA, Ing., PhD. student, Institute of Transport Technology and Engineering Design

THE EFFECT OF GEAR GEOMETRY ON THE THICKNESS OF TOOTH FACE HARDENED LAYER

В статье описывается влияние геометрических параметров стандартных эвольвентных и нестандартных выпукло-вогнутых (С-С) зубчатых передач до толщины упрочненного слоя. Толщина упрочненного слоя имеет важное значение для износа зуба. В случае с эвольвентной передачей толщина слоя определяется более авторами, и также использованием стандарта STN 01 4686-5. В случае нестандартных выпукло-вогнутых (С-С) зубчатых передач нет стандартов, поэтому можно определить толщину закаленного слоя только с использованием современных методов моделирования.

This article describes the effect of the geometrical parameters of the standard involute and non-standard convex-concave (C-C) gearing on the thickness of the hardened layer. The thickness of hardened layer is important from the aspect of wear on gearing. In case of involute gearing is the thickness of the hardened layer defined by various authors, what is on the other hand determined also by the standard STN 01 4686-5. In case of C-C gearing there are not available any standards, and therefore it is possible to determine the thickness of the hardened layer only by the means of modern simulation methods.

Introduction. The simplest gearing is created with one pair of meshing gears, where the tooth faces are creating a kinematics couple. This kinematics couple serves to the transition of rotational movement and mechanical energy. The basic criterion of a gearing is to acquire a continual tooth mesh what is defined in the fundamental law of gearing Fig.1: the continual mesh of two profiles occurs, when the mutual normal line in the point of contact proceeds through the pole of relative motion C (pitch point) in every moment [1]. Point C then divides the axis spacing in ratio, which equals to the gear ratio [2]:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{O_2C}{O_1C} = const. \quad (1)$$

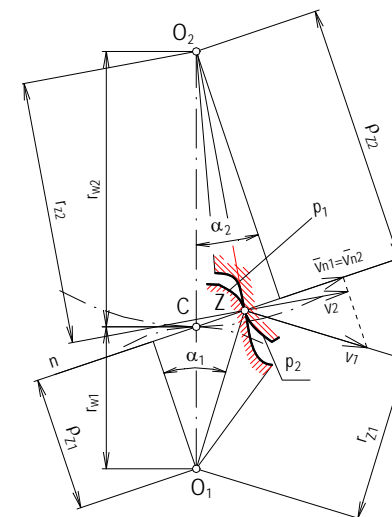


Fig.1 – Criterion of gear mesh

$\omega_{1,2}$ – angular speed (velocity), $z_{1,2}$ – number of teeth, $r_{w1,2}$ – rolling radius.

The elemental displacement of both profiles in the direction of the normal line has to fulfill the criteria (1), it means that the normal components of the peripheral velocities must be equal:

$$V_{n1} = V_{n2} = V_n, \quad (2)$$

$v_{n1,2}$ – normal components of peripheral velocity.

The profiles meeting the requirements (1) and (2) are called conjugated profiles and the C-C gearing must also fulfill these requirements. Except of the constant gear ratio (whit exception, when it does not acts on the gearing with variable gear ratio) the gearing in general has to meet also other requirements [3]:

- Functional requirement: teeth not undercut, determined width of tooth addendum ($s_a=0,2m_n$ or $s_a=0,4m_n$), absence of interference, minimum meshing duration ($\alpha_c > 1,2$)
- Operation requirements: similar values of bending strength and gearing slides, high stiffness in contact pressure transmission, wear resisntace.
- Economical requirements: simple manufacturing, simple control and assembly, easy operation and maintenance.
- Continuous and silent operation at the required period of service.

Material and methodology. It is evident from the fundamental law of gearing, that the main structural element of the gearing is the tooth face profile, characterized by basic geometrical parameters:

Involute gearing – the path of contact is a straight line (Fig.2): $z_{1,2}$, m_n , α_w , $x_{1,2}$ and the tool parameters h_a^* , h_p^* , r_f^* .

C-C gearing – the path of contact is created from two arcs with inflection point C (Fig.3): $z_{1,2}$, m_n , α_c , r_{kb} , r_{kd} and the tool parameters h_a^* , h_p^* , r_f^* .

Geometrical parameters and the shape of the path of contact clearly determines the type of the gear. The meshing conditions of the spur gears are defined on the face plane, where the general point of contact X is translating through the path of contact defined with point AE, while for the moment are two teeth in mesh (points AB, DE) – Fig.4,5.

For defining the reduced radius of curvature S_{red} in case of involute gearing (mesh of two convex surfaces) the following equation applies:

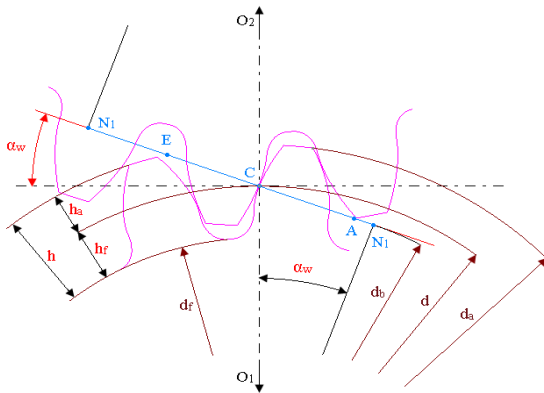


Fig.2 – Basic geometrical parameters of the involute gearing

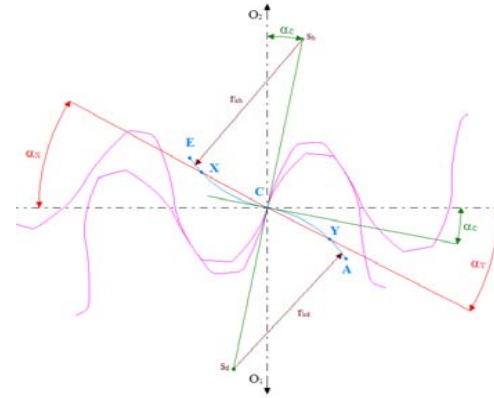


Fig.3 – Basic geometrical parameters of the C-C gearing [4]

$$\frac{1}{\rho_{red}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \cdot \rho_2}, \quad (3)$$

$\rho_{1,2}$ – radius of curvature

In case of C-C gearing and also the inner involute gearing (mesh of concave – and convex + surface) the following applies:

$$\frac{1}{\rho_{red}} = \frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \cdot \rho_2}. \quad (4)$$

The magnitude of Hertz's pressure can be determined by [5]:

$$\sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{F_N}{b} \cdot \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \cdot \left(\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right)}, \quad (5)$$

ρ_H – reduced radius of curvature by Hertz; F_N – normal force; b – face width; E_1 , E_2 , μ_1 , μ_2 – are elastic constants of materials of each cylinder

The tangential component of the peripheral velocity plays a significant role, where with the right correction of the gearing it is possible to influence and reduce

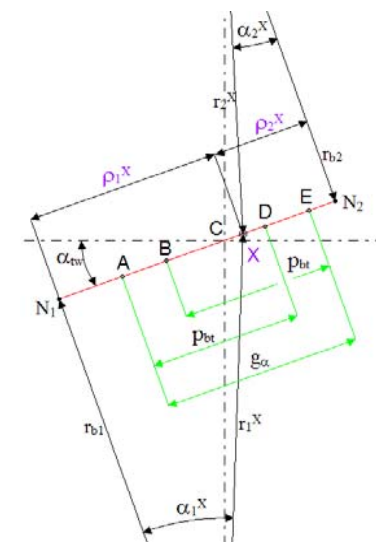


Fig.4 – Meshing parameters and radius of curvature of involute gearing

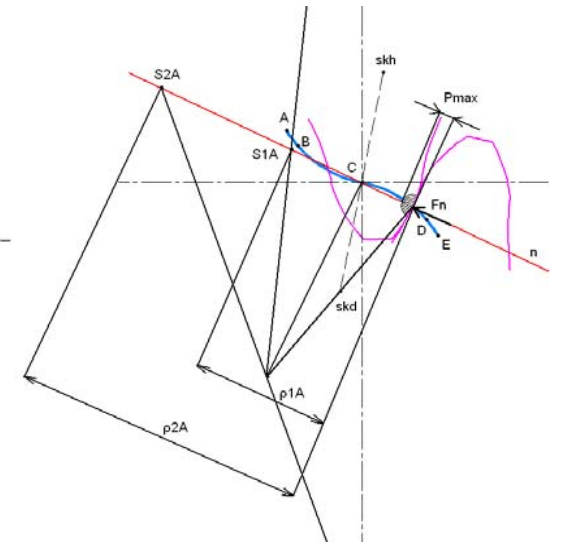


Fig.5 – Meshing parameters and radius of curvature for C-C gearing [5]

the magnitude of friction which comes with a temperature reduction in the contact area of the gearing. The calculation of the tangential components of the peripheral velocity in case of C-C gearing is more complicated [6] (the location and orientation of the components of the peripheral velocity is changing) because of the shape of the path of contact. Distribution of the normal and tangential components of the velocity in the involute gearing is evident from Fig 6, in case of C-C gearing (Fig.7) these components cannot be clearly determined due to the curved shape of the path of contact.

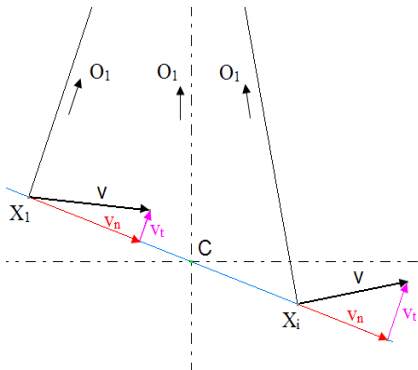


Fig.6 – Distribution of velocity components in case of involute gearing [6]

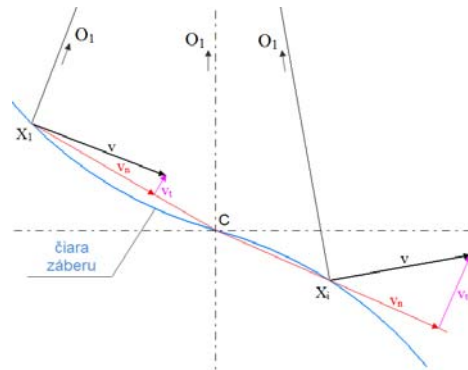


Fig.7 – Distribution of velocity components in case of C-C gearing [6]

The determination of the gearing slide could be done with the following expressions:

$$g_1 = \frac{v_{t1} - v_{t2}}{v_{t1}} ; \quad g_2 = \frac{v_{t2} - v_{t1}}{v_{t2}} , \quad (6)$$

$v_{t1,2}$ – tangential component of peripheral velocity

From Fig.8 it is evident, that the values of gearing slide in case of C-C gearing are lower than in case of involute gearing [6].

Based on the aforementioned facts it is possible to compare the advantages and disadvantages of the involute and C-C gearings.

Involute gearing – the benefits are due to the characteristics of the involute profile:

- simple profile and easy manufacturing,
- possibilities of tooth profile correction,
- correct mesh and constant gear ratio, even after the change of center distance,
- good reliability, lifetime and mechanical efficiency.

The drawbacks of the involute gearing:

- possibility of undercutting the tooth dedendum for the low number of teeth,
- risk of teeth tapering for the high angle of mesh,

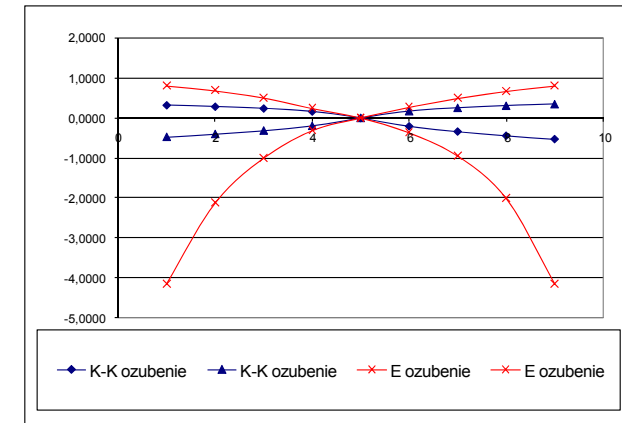


Fig.8 – Progress of gearing slides in C-C gearing [6]
($m=4\text{mm}$, $z_1=16$, $z_2=24$, $r_{k1}=r_{k2}=8\text{mm}$, $\alpha_c=20^\circ$)

- development of higher surface pressure (two convex surfaces engaging on each other- external gearing),
- development of higher gearing slide and higher losses by friction,
- noise and vibration,
- the rigid constraint not allows vibration damping and dynamical loading,
- requirements on the accuracy.

C-C gearing – the benefits comes from the advantage of mesh of convex tooth faces with concave tooth faces [7]:

- lower contact pressures (high load carrying capacity in contact),
- better gearing slide ratio what can affect the lower wear, noisiness, and losses by friction with final, effect on the longer life time and durability.

C-C gearing disadvantages:

- more complicated shape of tooth face,
- high requirements on finishing operation,
- reaching the accurate distance between axes.

Experimental methods. In force transmissions the widely used base material is steel where at the maximum load rating (high carrying capacity) it has to preserve its stiffness with ductile core and increased hardness of tooth faces with the following characteristics [7].

- gear teeth resistant against brittle fracture at impact loading,
- high stiffness and hardness of tooth faces in contact,
- good resistance of tooth faces against wear and seizing,
- increasing of fatigue strength of surface layer in tensile.

The geometry itself with the properly selected material does not ensure increased hardness of tooth faces, therefore it is necessary to modify the material by

the means of thermochemical design: cementation, carbonitriding, nitriding, boriding, or surface hardening (Table 1).

Table 1 – Datas of thermochemical surface engineering techniques [8]

Technology	Cemented	Carbonitriding	Nitriding	Nitrocemented	Borided	Surface hardened
Difused elements	C	C+N	N	N+C, N+C+O	B	-
Temperature [°C]	850-950	600-630	500-550	820-860	800-1000	30-70 °C over Ac3, 30-70 °C over Ac1
Thickness of layer [mm]	0,15-0,2,mm (max 2 mm)	0,05	0,2-0,6	0,4-0,8 (ammonia) 0,05-0,2 (bath)		2,5-6 or 1-2
Layer hardness [HV],[HRC]	60-62 HRC	1000 HV	60-65 HRC, (1000-1200 HV)	56-60 HRC, (700-800 HV)	1500-2000 HV	45-55 HRC

Hard layers established with the aforementioned technologies on the surface are of high resistance against abrasion, while the depth of the layers and the resulting hardness are not equal (Fig.9).

The nitride and carbonitride layers are the hardest and fatigue resistant, but they have small depth which not allow high loading with surface pressures (the core would deform and the nitrided layer would damage), therefore they are appropriate for gearings with intensive abrasive loadings and lower surface pressures. For higher surface pressures it is necessary to use alloyed steels with higher toughness and core strength.

Cemented and nitrocemented layers has lower hardness (~ 800HV) but are essentially thicker and therefore has good wear resistance and if the core strength is high enough they tolerate higher surface pressures.

Surface hardened layers have lower hardness (max. 750 HV) but they are the thickest and therefore they tolerate high surface pressures.

Other possibilities to increase the carrying capacity is the creation of coatings by de-

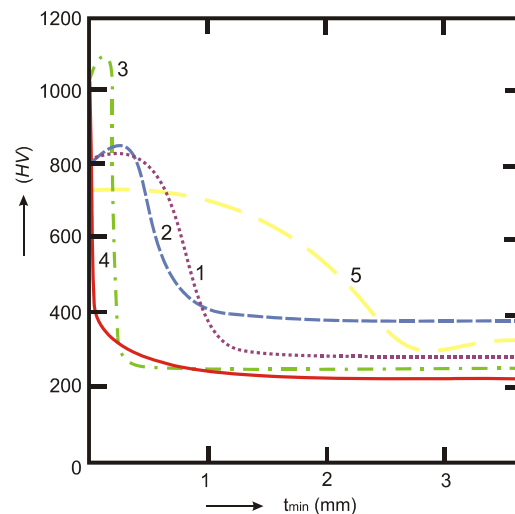


Fig.9 – Comparing the hardness of various layers [9]
1 - cemented, 2 - nitrocemented, 3 - nitriding,
4 - carbonitriding, 5 - surface hardened

positing thin layers on the base material. Methods of coating deposition are the following [10], [8]:

1) *CVD Method* (Chemical Vapour Deposition) – The principle of CVD is in heating up the coated substrate in vacuum to high temperature (900-1050 °C) and with response of chemical compounds, supplied to the surface of the material in vapour state, the solid state is formed.

Benefits: High temperature stability of the created layers, possibility to develop complicated layers not only nitrides of metals, high adhesion and wear resistance, uniform thickness of the layers on the surfaces with complex shape.

Disadvantages: maintaining the base substrate at high temperature to reach steady chemical structure and high power demands long operation cycle (8-10 h) due to long heating and cooling, ecological problems with disposal of exhaust gases produced during deposition, tensile strengths in the layer (different coefficient of thermal expansion).

2) *Coating with PACD method* (Plasma assisted chemical vapour deposition) – Presence of plasma allows to lower the temperature of layer forming at 470-530°C. No dimensional changes occur during the coating process. These coatings have extremely low coefficient of friction (below 0,1). The equipment for PACVD coatings enables except of coating deposition also surface nitriding and cleaning the parts by the means of ion etching. Coatings created in this way complies to high requirements of quality, mainly abrasion resistance, life and hardness.

3) *PVD Method* (Physical vapour deposition) – The principle of PVD is based on transformation of deposited material to vapour phase (ion sputtering) in vacuum and depositing on the substrate at low temperatures (150-500°C). The coating thickness is ranging from 1-to 5 µm.

Benefits: the most friendly method of coating deposition (no toxic materials are used), high wear resistance of the layers, low coefficient of friction, possibility to form wide range of various combinations of the layers, small thickness and easy reproduction of the layers, possibility to form accurate layer thickness, possibility to control internal tensions in the coating, high speed of coating deposition with good adhesion.

Drawbacks: difficulties with deposition on polymers, high costs on purchasing and operation.

4) *Thermal spraying* – The material is deposited as a powder or wire and it is brought to the equipment where it is melted and forwarded to the substrate. With impacting the surface the smelted particles are spread and the drops are coupled among each other, where the coating is formed during the cooling process. The thickness is ranging from 0,2-2 mm.

Benefits: good wear resistance, excellent tribological characteristics, oxidation resistance, corrosion, electro insulation and electro-conductive coatings.

From the mentioned methods of deposition of thin coatings the PVD method seems to be the most suitable to deposit thin coating on gears, which belongs to the

most advanced methods, operates with low temperatures (max. 500°C) and allows to create also several hundred layers, so called multilayers and nanolayers with thickness up to few μm and last but not least it is economically reasonable [15].

Before deposition it is necessary to remove impurities from the surface (due to good adhesion). The most important requirements in coating deposition are, that the layers must have good mechanical stability (no cracking) and must have good adhesion to the substrate (no delamination). From the aspect of increasing the carrying capacity of gear wheels it is necessary to improve the following mechanical characteristics:

high surface hardness, high stiffness, resistance against corrosion and high temperature oxidation, abrasion resistance, long lifetime [11]. Moreover the coating has to resist to temperatures around 400°C, low coefficient of friction, maximum surface roughness $Ra=0,6 \mu\text{m}$ etc. [10].

Results and discussion. From the aspect of minimum hardened layer thickness determination on the geared transmissions are dangerous mainly high shear stresses, developing from the contact pressures in the surface layers, which can cause pitting and plastic deformation in the area below the coating and to fracture of the layer [12].

Involute gearing:

1) The magnitude of minimum depth of hardened layer is specified by standard STN 01 4686-5 in the control of fatigue in contact

a) for cemented and nitrocemented gear wheels the following applies:

$$h_{\min} = \frac{J_{HV}}{J_{HV} - 120} \cdot 4,16 \cdot 10^{-3} \cdot d_1 \cdot \frac{u}{u+1}, \quad (7)$$

h_{\min} – min thickness of the hardened layer; J_{HV} – tooth core hardness; d_1 – circular pitch; u – transference number.

b) for nitrided gear wheels applies:

$$h_{\min} = \frac{J_{HV}}{J_{HV} - 150} \cdot 2,38 \cdot 10^{-3} \cdot d_1 \cdot \frac{u}{u+1}. \quad (8)$$

2) According to GLAUBITZ [13] has to be the minimum thickness of the hardened layer t_E greater than the depth of maximum shear stress:

$$t_E = 2 \cdot (z)_{\tau_{\max}}, \quad (9)$$

$(z)_{\tau_{\max}}$ – max shear stress depth.

3) LINHART [14] in his work determines the requirement of minimum hardened layer in the way, that on the interface of the layer and the core must not exceed the yield stress:

$$0,5 \sigma_{Kt} = p_H \left\{ 1 - \frac{t_{\min}}{a} \left[1 + \left(\frac{t_{\min}}{a} \right)^2 \right]^{0,5} \right\} \frac{t_{\min}}{a}, \quad (10)$$

σ_{Kt} – yield strength; p_H – max. tensile stress according to Hertz; t_{\min} – min thickness of hardened layer; a – half width of contact area.

C-C gearing: In case of C-C gearing it is possible to determine the minimum thickness of hardened layer on the base of numerical simulations [11]. Maximum von MISESS stresses and maximum shear stresses were evaluated, while the minimum thickness of the hardened layer was determined from the maximum shear stress. Simulation were run on 108 models, which varied in angle of path of contact in point C (α_c), which acquired values: $\alpha_c = 6^\circ \div 23^\circ$; further they varied in radius of curvature of path of contact (r_k), which acquired values: $r_k = 13, 17, 22 \text{ mm}$. Other geometrical parameters of C-C gearing are shown in Table 2.

Table 2 – Gearing parameters

α_c	m	z_1/z_2	D_1/D_2	D_{a1}/D_{a2}	D_{f1}/D_{f2}	$a=a_w$	$j=j_w$	r_k [mm]		
								13	17	22
[°]	[mm]	[–]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	ϵ_a [–]	ϵ_a [–]	ϵ_a [–]
23	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,167	1,219	1,266
22	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,176	1,23	1,281
21	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,185	1,242	1,296
20	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,194	1,254	1,311
19	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,204	1,268	1,328
18	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,216	1,283	1,346
17	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,228	1,299	1,367
16	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,24	1,315	1,387
15	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,253	1,332	1,408
14	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,267	1,351	1,431
13	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,282	1,37	1,456
12	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,297	1,39	1,481
11	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,314	1,411	1,507
10	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,331	1,434	1,535
9	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,349	1,457	1,564
8	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,367	1,481	1,594
7	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,387	1,507	1,626
6	4	28/42	112/168	120/176	102,8/158,8	140	0,142	1,407	1,533	1,659

α_c – angle of point C, m – modulus, z – number of teeth, D – diameter of the pitch circle, D_a – addendum diameter, D_b – dedendum diameter, a_w – axial distance, j_w – backlash

From the results of maximum shear stresses were specified equations for the determination of minimum thickness of hardened layer in point B and D (Fig.5),

which where defined by a trend line.

Than for the point B applies:

$$t_{\min} = 0,3012 \cdot \alpha_C^{0,0056}, \quad (11)$$

and for the point D applies:

$$t_{\min} = 0,2913 \cdot \alpha_C^{0,0282}. \quad (12)$$

Conclusion. The presented article deals with the effect of geometrical parameters of C-C gearing on the determination of the minimum thickness of hardened layer. This was specified by numerical simulation by the means of FEM analysis, where for the point B applies the expression (11) and for the point D expression (12) [11]. In the mentioned expression the minimum thickness of the hardened layer depends on the angle of the path of contact in point C – α_c , while the final value has to be round to hundredth. Starting point for the design of hardened layer then could be the most unfavorable situation from the expressions (11) and (12) to prevent its failure and damage of the base material.

Subject for further examination is to continue in research on increasing the load carrying capacity of C-C gearing by the means of thin hard layers (multi layers, nano layers,) while in [10] is evident the effect of TiN thin hard layer. Further research is carried on with the application of mono-, multi- and nano layer on the model of strength analysis.

The work was elaborated within the solution of grant projects VEGA 1/0189/09.

Bibliography: 1. *Kříž, R., Vávra, P.*: Strojírenská příručka – 6. svazek, Části strojů a převody, 2. část, Scientia Praha, 1995. 2. *Manas, F.*: Ozubení v konstrukční praxi, Bratislava, 1976. 3. *Šalamoun, Č.*: Převody – příručka, ČVUT Praha, 1971. 4. *Vereš, M., Bošanský, M.*: Teória čelného rovinného ozubenia, Bratislava, 1999. 5. *Tököly, Pavol, Gajdoš, Martin, Bošanský, Miroslav*: Effect of Tooth Shape to Size of Contact Stress Noninvolute Gearing, In: Problemi mehanického privodu 2009: Zbornik naukovich prac – Charkiv: Nacional'nogo techničnogo universitetu – Charkivskij Politehničnij Institut 2009, – UDK 621.833, №19 – 168s., 10–20s. 6. *Orokocký, R.*: Zvyšovanie odolnosti ozubených prevodov v interakcii s ekologickými mazivami – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Katedra častí strojov, 2004. 81s. Vedúci dizertačnej práce doc. Ing. Miroslav Bošanský, PhD. 7. *Bolek, A., Kochman, J. a kol.*: Technický průvodce 6 – Části strojů, II. svazek, SNTL, Praha 1990. 8. http://www.fs.cvut.cz/cz/U232/index_soubory/vyuka/perspektivni_materialy/13_povrchove_vrstvy_a_upravy.pdf. 9. *Pluhář, J., Koritka, J. a kol.*: Strojírenské materiály, Praha 1982. 10. *Fedák, M.*: Povlaky ako možnosť zvýšenia únosnosti ozubených kolies – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Ústav dopravnéj techniky a konštruovania, 2008, 82s. 11. *Tököly, P.*: Stanovenie hrúbky vrstvy povrchovej časti boku zuba z hľadiska odolnosti voči opotrebeniu – Dizertačná práca, Slovenská technická univerzita v Bratislave – Strojnícka fakulta, Ústav dopravnéj techniky a konštruovania, 2009, 130s. 12. *Vocel, M., Dufek, V.*: Tření a opotřebení strojních součástí, SNTL Praha 1976, DT 621.178.16, 376s. 13. *Glaubitz, H.*: Die zweckmässige einhärtungstiefe bei oberflächengehärteten getriebezähnen. VDI – Zeitschrift 100, 1958,č. 6. 14. *Linhart, V.*: Únosnost nitrocementovaných ozubených kol. Výzkumná zpráva SVÚM Z – 69 – 2132. 15. *Holmberg, K., Matthews, A.*: Coatings tribology, Second edition, Elsevier, Amsterdam 2009.

Поступила в редколлегию 05.05.10

УДК 621.01; 621.833; 621.852

Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет), г. Тюмень, Россия

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. “Детали машин” ТюмГНГУ

А.А. СЕРЕБРЕННИКОВ, д.т.н., первый проректор по учебной работе ТюмГНГУ, проф. каф. ТТС

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ ОТ УСКОРЕНИЯ ВНЕДРЕНИЯ ПРИ НАХОЖДЕНИИ ТОЧЕК НА ОГИБАЮЩЕЙ, ЗНАЯ ТОЧКИ НА ОБВОЛАКИВАЮЩЕЙ

Запропонована модифікація кінематичного методу обчислення координат крапок на поверхнях, формованих методами огинання. Метод легко вписується в існуючі системи аналізу процесів формоутворення недиференціальними методами, суттєво зменшуючи загальний обсяг обчислень. Показано, що застосування похідної від прискорення впровадження на порядок підвищує точність кінематичного методу знаходження крапок на поверхні, що обгинає.

There is a modification to the undifferentiated surface points' estimation methods that are formed by envelope methods. This method: doesn't need a lot of additional calculations; easily fits the existing analysis systems of forming processes; essentially reduces the overall total of calculations at adequate accuracy.

Постановка задачи. В [1] изложен кинематический метод нахождения точек на огибающей поверхности, имея точки на обволакивающей [2]. Метод основан на использовании понятий скорость и ускорение внедрения и, как показано в [1], позволяет при том же числе “резов” на 1-3 порядка уменьшить величину отклонения найденных точек от теоретической огибающей. Компьютерные расчеты, часть которых представлена в [1], показали, что характер отклонения найденных точек на Σ_3 от огибающей Σ_2 (см. рисунок 1), подчиняется вполне определенным зависимостям: а) в направлении роста радиуса кривизны огибающей Σ_2 точки Σ_3 располагаются внутри тела огибающей Σ_2 ; б) отклонения точек Σ_3 от Σ_2 связаны степенной зависимостью.

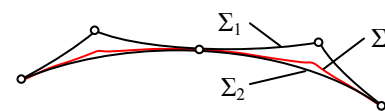


Рисунок 1 – Виды поверхностей:

Σ_1 – обволакивающая;

Σ_2 – огибающая;

Σ_3 – найдена кинематическим методом

Всё это соответствует физическому смыслу и указывает на то, что в анализируемом примере погрешности вычислений обусловлены влиянием третьих производных. Ведь скорость внедрения вычисляется через первые производные; ускорение внедрения – через вторые производные; а более высокие производные в кинематическом методе [1] не учитываются. Заметим, что высокие производные предлагалось использовать при анализе и синтезе зацеплений и ранее. Так Г.И. Шевелёва разработала метод степенных рядов [3]. Д.Т. Бабичев писал [4] о полезности понятий высоких производных от скорости внедрения, но идея эта до настоящего времени ни в методиках, ни в расчетах не была реализована.

Цель работы. Разработка методики нахождения точек на огибающей поверхности через координаты точек на обволакивающей, используя при вычислениях производную от ускорения внедрения. И оценка степени точности кинематического метода, изложенного в [1], при использовании в нём третьих производных.

1. Производная от ускорения внедрения. Её находим, дифференцируя ускорение внедрения a_{BH} [1, формула (3)] по времени t :

$$\dot{a}_{BH} = \frac{da_{BH}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{a}_{12} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{V}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}}) = \dot{\mathbf{a}}_{12} \cdot \mathbf{n} + 2 \cdot \mathbf{a}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}} + \mathbf{V}_{12} \cdot \ddot{\mathbf{n}}, \quad (1)$$

где \mathbf{V}_{12} – вектор относительной скорости; \mathbf{n} – орт нормали к поверхности, направленный из тела производящего элемента; \mathbf{a}_{12} – ускорение точки, находящейся на производящей поверхности Σ_1 и скользящей по ней со скоростью “ $-\mathbf{V}_{12}$ ”; $\dot{\mathbf{n}}$ – производная орта нормали \mathbf{n} .

Для плоской реечной передачи, в которой производящий профиль есть прямая, получили с использованием зависимостей (3)-(5) и (6b)-(8b) из [1], и полагая в обобщенном зацеплении [1, рисунок 1]: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $\gamma = 90^\circ$, $\omega_2 = 1$, $V_1 = -a_w$, $\omega_1 = \omega_3 = V_2 = V_3 = 0$, $S_3 = a_w$, следующую простую формулу для вычисления производной \dot{a}_{BH} от ускорения внедрения a_{BH} :

$$\dot{a}_{BH} = \omega_{12}^3 \cdot r_b = -\omega_2^3 \cdot r_b = -r_b, \quad (2)$$

где r_b – радиус основной окружности нарезаемого колеса.

Используя формулы работы [1], а так же зависимость (2), построили графики, представленные на рисунке 2, которые иллюстрируют, как изменяются: скорость внедрения V_{BH} , ускорение внедрения a_{BH} и его производная \dot{a}_{BH} вдоль режущих кромок в рассматриваемом реечном зацеплении.

Скорость внедрения V_{BH} – см. рисунки 2а и 2б – равна 0 в точках К и К* контакта производящей рейки с огибающей эвольвентой (на рисунке 2 не показана). В неконтактных точках V_{BH} численно равна (при $\omega_{12}=1$) плечу h орта нормали \mathbf{n} относительно полюса зацепления Р. При этом $V_{BH} > 0$, \mathbf{n} создает момент относительно полюса Р, совпадающий по направлению с относительной угловой скоростью ω_{12} (напомним $\omega_{12} = \omega_{\text{инструм}} - \omega_{\text{заготов}})$. При перемещении рейки, точки контакта К и К* смещаются по профилю рейки и поэтому скорости внедрения V_{BH} во всех точках профиля изменяются. Отметим три существенных обстоятельства. Во-первых, эпюры V_{BH} (при $V_{BH} > 0$) на рисунке 2б показывают толщины слоев, срезаемых режущей кромкой. Это одна из ключевых идей В.А. Шишкова [5], предложившего понятие V_{BH} . Во-вторых, в точках В и С излома профилей действует правило: если в изломе знак V_{BH} изменяется – этот излом формообразующий, т.е. точка находится на огибающей (см. точку С на рисунке 2б); если в изломе знак V_{BH} не изменяется – излом не

формообразующий, т.е. точка лежит вне огибающей (см. точку В на рисунке 2б). Это одно из положений работы [5], автором которой детально проработаны вопросы формообразования изломами. В-третьих, при изменении направления движения обката, скорость V_{BH} во всех точках производящего профиля изменяет направление на противоположное.

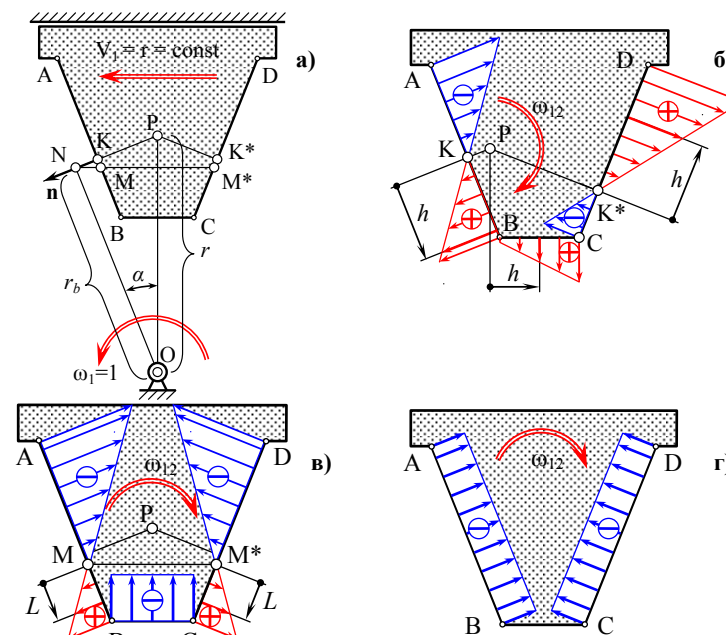


Рисунок 2 – Параметры внедрения прямых отрезков профиля рейки: а) схема зацепления; б) скорость V_{BH} ; в) ускорение a_{BH} ; г) его производная \dot{a}_{BH}

Ускорения внедрения a_{BH} – см. рисунки 2а и 2в – равно 0 в точках М и М*. В других точках боковых профилей АВ и CD ускорение a_{BH} находится в линейной зависимости от расстояния e текущей точки от точек М или М*: $a_{BH} = \omega_{12}^2 \cdot e \cdot \text{ctg } \alpha$, где α – угол исходного контура рейки. На участке ВС ускорение $a_{BH} = \omega_{12}^2 \cdot r_f$, где r_f – расстояние отрезка ВС от центра колеса – точки О. Два существенных обстоятельства. Во-первых, величина и направление ускорения a_{BH} не зависят ни от перемещения рейки при обкате, ни от направления этого движения. Во-вторых, в точках при $a_{BH} > 0$ огибающая формируется внутри тела производящего элемента (см. участки МВ и СМ*), т.е. имеет место подрезание зуба колеса.

Производная \dot{a}_{BH} от ускорения внедрения a_{BH} – см. рисунок 2г: равна $\dot{a}_{BH} = -\omega_{12}^3 \cdot r_b$; одинакова во всех точках боковых участков АВ и CD и не за-

висит от перемещения рейки. При смене направления движения при обкате, изменяется и знак a_{BH} . На участке ВС ускорение $a_{BH}=0$.

2. Основы кинематического метода, использующего производную от ускорения внедрения. Приводим алгоритм нахождения точек на огибающей поверхности для случая однопараметрического огибания.

Этап 1 аналогичен этапу 1, описанному в [1]: найти координаты x_2, y_2, z_2 точек на обволакивающей Σ_1 . При этом вычислить и запомнить: а) проекции n_{x2}, n_{y2}, n_{z2} орта нормали \mathbf{n}_1 к поверхности Σ_0 ; б) векторы относительных скоростей: угловой ω_{12} и линейной \mathbf{V}_{12} ; в) скорость V_{BH} и ускорение a_{BH} внедрения. Дополнительно найти производную ускорения внедрения \dot{a}_{BH} для процесса формообразования зубьев эвольвентного колеса рейкой используем формулу (2).

Этап 2 сильно похож на этап 2 из [1]:

- Вычислить расстояния δ от точек на обволакивающей Σ_1 до огибающей Σ_2 (вдоль нормалей \mathbf{n}_1 к Σ_1), и время Δt их прохождения по формулам:

$$\left. \begin{aligned} \Delta t &= \min \left\{ \text{abs} \left(\frac{-a_{BH} \pm \sqrt{a_{BH}^2 + 2 \cdot \dot{a}_{BH} \cdot V_{BH}}}{\dot{a}_{BH}} \right) \right\}; \\ \delta &= \text{abs} \left(V_{BH} \cdot \Delta t + \frac{a_{BH} \cdot \Delta t^2}{2} - \text{sign}(V_{BH}) \cdot \frac{\dot{a}_{BH} \cdot \Delta t^3}{6} \right). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

- Найти нормаль \mathbf{N} и её орт $\mathbf{n}^{(\Sigma_2)}$ к огибающей поверхности [1, формулы (13)].
- Вычислить расстояния δ_n по нормали к поверхности Σ_2 [1, формула (14)].
- Найти координаты точек на огибающей поверхности Σ_2 ([1, формулы (15)].

3. Апробация предлагаемого метода и оценка его точности. В соответствии с приведенными выше алгоритмом и формулами были внесены дополнения в компьютерную программу, используемую при выполнении работы [1]. По этой программе было выполнено моделирование процесса формообразования прямозубого эвольвентного колеса производящей рейкой. Как и в [1], делительный диаметр колеса принят равным $d=1000$ мм, т.е. $a_w=500$ мм. На рисунке 3 представлены результаты этого моделирования. На нём приведены в графическом виде отклонения найденных точек поверхности Σ_3 (см. рисунок 1) от огибающей Σ_2 , т.е. от эвольвенты. Видно, что: а) отклонения почти не зависят от положения точки на эвольвенте; б) отклонения стабильно и сильно снижаются при увеличении числа зубьев z и количества резов k при повороте заготовки на один зуб (при увеличении z или k в 2 раза, отклонение уменьшается более чем в 30 раз); в) величина отклонений ничтожна: при $z=10$ и $k=10$ максимальное отклонение от эвольвенты на колесе с делительным диаметром $d=1000$ мм равно всего 0,0001 микрометра; г) при $z^*k > 1500$ погрешность метода $\Delta h < 10^{-9}$

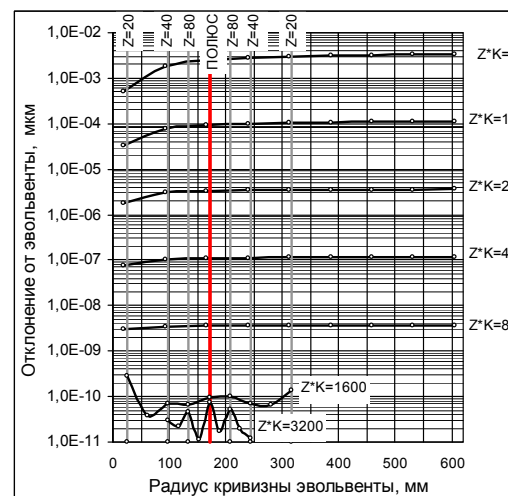


Рисунок 3 – Точность кинематического метода при использовании производных от ускорения внедрения

от ускорения внедрения. Видно, что на делительной окружности при $z^*k=100$ отклонение составляет примерно 100 мкм. Вторая снизу кривая (метод 2) – максимальное отклонение для кинематического метода, описанного в [1]. Видно, что на делительной окружности при $z^*k=100$, отклонение более 1 мкм; т.е. уменьшилось почти на два порядка.

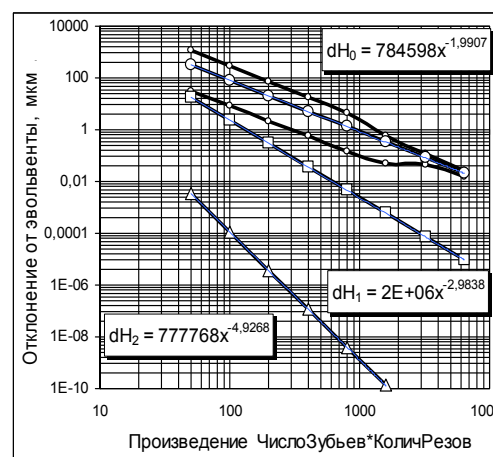


Рисунок 4 – Максимальные погрешности трёх методов нахождения огибающей

$$\Delta_{метод1} \approx \frac{8 \cdot 10^5}{(z \cdot k)^2}, \quad \Delta_{метод2} \approx \frac{8 \cdot 10^6}{(z \cdot k)^3}, \quad \Delta_{метод3} \approx \frac{8 \cdot 10^5}{(z \cdot k)^5}. \quad (4)$$

10^{-9} мкм становится соизмеримой с точностью вычислений компьютером, которая составляла 15-16 десятичных знаков (волнистые кривые при $z^*k=1600$ и $z^*k=3200$ свидетельствуют именно об этом).

На рисунке 4 приведено сравнение точности трёх методов нахождения огибающей в зависимости от числа зубьев z и количества резов k (на примере обработки эвольвентного колеса рейкой). Три верхние кривые (метод 1) – максимальное отклонение обволакивающей Σ_1 от эвольвенты Σ_2 на окружностях (сверху вниз): вершин, делительной, вблизи основной. Видно, что на делительной окружности при $z^*k=100$ отклонение составляет примерно 100 мкм. Вторая снизу кривая (метод 2) – максимальное отклонение для кинематического метода, описанного в [1]. Видно, что на делительной окружности при $z^*k=100$, отклонение более 1 мкм; т.е. уменьшилось почти на два порядка. Нижняя кривая (метод 3) – максимальные отклонения кинематического метода при использовании производной \dot{a}_{BH} от ускорения внедрения. Видно, что отклонение равно 0,0001 мкм, т.е. на шесть порядков меньше исходного и на четыре порядка меньше, чем в методе 2. Тренды, представленные на рисунке 4, показывают, что зависимости погрешностей от произведения z^*k носят степенной характер, но показатели степени различны:

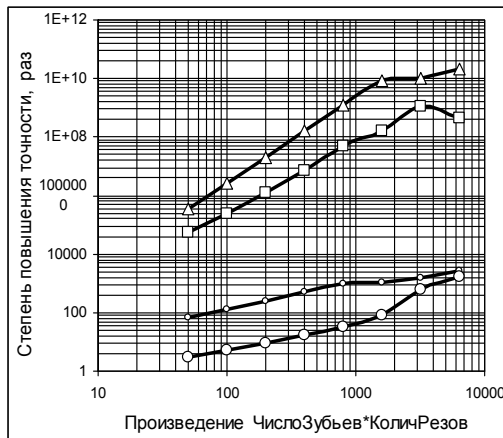


Рисунок 5 – Сравнительный анализ точности двух кинематических методов

Верхние две кривые – минимальное и максимальное повышение точности метода 3, изложенного выше и использующего производную a_{BH} .

Заключение. Использована производная от ускорения внедрения в приближенном кинематическом методе нахождения точек на огибающей, когда найдены точки на обволакивающей. На простом примере показано, что в этом случае точность кинематического метода вычисления координат при том же числе резцов увеличивается на 3-6 порядков. Полагаем, что в общем случае, применение производной \dot{a}_{BH} повышает точность не на 3-6, а лишь на 2-3 порядка, т.к. была рассмотрена в качестве огибающей эвольвента, а при ее образовании вторая производная $\ddot{a}_{BH}=0$. В других же зацеплениях, особенно в пространственных, четвертая производная может быть не нулевой, что приведет к снижению точности вычислений.

Список литературы: 1. Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н., Панфилова Е.Б. Кинематический метод нахождения точек на огибающей, зная точки на обволакивающей // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2010. – №20. – С.6–9. 2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Мосстанкин, 1999. – 494с. 3. Шевелева Г.И. Метод степенных рядов в теории зубчатых зацеплений с точечным контактом // Машиноведение. – 1969. – №4. – С.58–65. 4. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометрокинematicких представлений: Автореферат дисс. ... д-ра техн. наук. – Тюмень: ТюмГНГУ. – 2005. – 47с. 5. Шников В.А. Образование поверхностей резанием по методу обкатки. – М.: Машгиз. 1951. – 150с. 6. Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н. Анализ формообразования зубьев методами огибания изломами на производящих поверхностях и линиях // Вісник Національного Технічного університету "ХПІ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – №20. – С.32–44.

Поступила в редколлегию 14.05.10

УДК 621.822.6.001

С.В. БЕЛОДЕДЕНКО, к.т.н., доцент каф. МАМП НМетАУ, г. Днепрпетровск
Г.Н. БИЛИЧЕНКО, ассистент каф. МАМП НМетАУ
В.И. ГАНУШ, ассистент каф. МАМП НМетАУ

ВЫБОР ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ И ОЦЕНКА ИХ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ВАРИАЦИИ УСЛОВИЙ НАГРУЖЕНИЯ

Надійність опорних вузлів механічних передач можливо забезпечити на стадії проектування шляхом вибору підшипників кочення з урахуванням конструкційної та експлуатаційної нестаціонарності навантаження. В роботі приведено моделі для еквівалентного навантаження підшипників різних типів, а також алгоритм пошуку їх функцій розподілу довговічностей з урахуванням розсіювання механічних властивостей та варіації умов навантаження.

The reliability of reference sites of gears can be achieved at the design stage by selecting the rolling bearings in the light of structural and service variable loading. The paper presents a model for the equivalent load bearings of various types, as well as the algorithm for finding the distribution functions of their longevity in the light scattering of mechanical properties and the variation of loading conditions.

Актуальность темы и постановка задачи. Подшипники качения являются традиционным местом сосредоточения значительных затрат на техническое обслуживание и ремонт оборудования горно-металлургического комплекса. Их меняют, как по факту отказов, так и профилактически, превентивно. Первая ситуация характерна для опорно-ходовых систем непрерывного транспорта, где может не функционировать до половины имеющихся подшипников. Вторая ситуация присуща ответственным редукторам, плановый ремонт которых включает принудительную замену части подшипников относительно к их фактическому техническому состоянию. Кроме того, на многих предприятиях подшипниковые узлы подвергаются виброактивным методам диагностики, что с одной стороны призвано увеличивать коэффициент использования оборудования, но с другой стороны, возрастают расходы на техническое обслуживание.

Активное развитие в последние годы методов вибродиагностики подшипниковых узлов не снимает вопросов их эксплуатационного ресурса, но свидетельствует о сложности и тотальности данной проблемы. Ее истоки приходятся на этап проектирования, когда конструктор недостаточно внимания уделяет долговечности подшипников. Это при том, что характеристики сопротивления циклическому нагружению (динамическая грузоподъемность C , показатель наклона m) для них достаточно надежно определены, и что их отличает от других стандартных и нестандартных узлов и деталей. Следовательно, неверно (не вполне точно) прогнозируются действующие нагрузки. В частности, пренебрегается влиянием нестационарности нагружения. Сложно-

сти формирования режима нагружения являются субъективными, поскольку имеются рекомендации по выбору коэффициентов вариации передаваемой приводами машин нагрузки и, таким образом, эксплуатационная нестационарность может быть отражена в расчетах. Из поля зрения конструкторов часто выпадает фактор конструкционной нестационарности нагружения, обусловленный изменением местоприложения и направления нагрузки, действующей на подшипник.

Если для опорных узлов зубчатых передач этот фактор менее значим, чем эксплуатационная нестационарность, то для опорных узлов фрикционных передач (ролики, ходовые колеса), наоборот, конструкционная нестационарность становится доминирующей. Поэтому формирование режима нагружения **отдельно** взятых подшипников необходимо производить с учетом обоих составляющих факторов нестационарности.

Для оценки надежности механических систем по надежности ее структурных элементов актуальна функция распределения долговечностей (ФРД) подшипников, методика получения которой должна быть гармонизирована с алгоритмом поиска ФРД сопрягаемых деталей (зубчатых колес, валов). Разработка такого алгоритма для подшипников является целью данной работы.

Эквивалентная нагрузка. Профильным специалистам известно, что грамотный выбор подшипников из более 50 их видов имеет много особенностей. В то же время конструкторы, как правило, считают это тривиальной задачей, поскольку их усилия направлены на обеспечение функционирования исполнительных механизмов. Поэтому целесообразно выбор подшипников осуществлять с помощью автоматизированных систем.

Для двухопорной схемы установки подшипников качения при их нагружении поперечной Q и осевой A силами, приложенными между опорами Q_1 и Q_2 (неконсольно), разработан алгоритм нахождения эквивалентной приведенной нагрузки на каждый подшипник P_{e1} и P_{e2} (рисунок 1). Данный алгоритм реализован в программе для персонального компьютера на языке C++ (рисунок 2). В ней учитывается тип подшипников и их взаиморасположение ("враспор", "враспяжку"), вариация нагрузки Q и точки ее приложения b по нормальным законам, заданное число оборотов подшипников за срок службы n_3 в диапазоне от 10^6 до 10^8 . Исходными данными являются величины Q и A в кН, база установки h и расстояние точки приложения до оси y , коэффициенты вариации поперечной и осевой нагрузки V_Q и V_A . Изменение местоприложения нагрузки задается по коэффициенту вариации величины $k_b=b/h$ равной $V_b=0,167$.

Посредством данной программы был проведен вычислительный полный факторный эксперимент 2^5 , позволивший оценить степень влияния на эквивалентную нагрузку таких факторов, как абсолютная величина поперечной нагрузки Q , коэффициент ее вариации V_Q , относительная величина осевой нагрузки $k_A=A/Q$ ($k_A < 1$), относительных размеров $k_h=y/h$ и $k_b=b/h$ ($k_b < 1$). В результате были получены модели вида:

$$P_{e1(2)} = P_{01(2)} + b_Q \cdot Q + b_A \cdot k_A + b_h \cdot k_h + b_b \cdot k_b + b_{QA} \cdot Q \cdot k_A + b_{Qh} \cdot Q \cdot k_h + b_{Ah} \cdot k_A \cdot k_h + b_{Ab} \cdot k_A \cdot k_b, \quad (1)$$

где коэффициенты b_{jk} оценивают чувствительность эквивалентной нагрузки к влиянию соответствующего фактора. Их значения приведены в таблице 1 для величин $n_3=10^8$ оборотов, $V_A=0,3$, углов контакта в радиально-упорных подшипниках $\alpha=12^\circ$ (шарикоподшипники); 14° (сферические и конические роликоподшипники); 10° (сферические шарикоподшипники); при вращающемся внутреннем кольце. Точность моделей находится в пределах $\pm 10\text{кН}$.

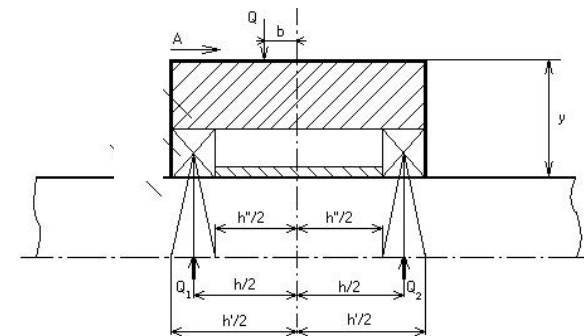


Рисунок 1 – Расчетная схема к определению эквивалентной нагрузки: Q – поперечная (вертикальная) нагрузка, Q_1, Q_2 – радиальная нагрузка на подшипник, A – осевая (горизонтальная) нагрузка, h, h' – база подшипников, соответственно, радиального и радиально-упорных, установленных враспяжку и враспор

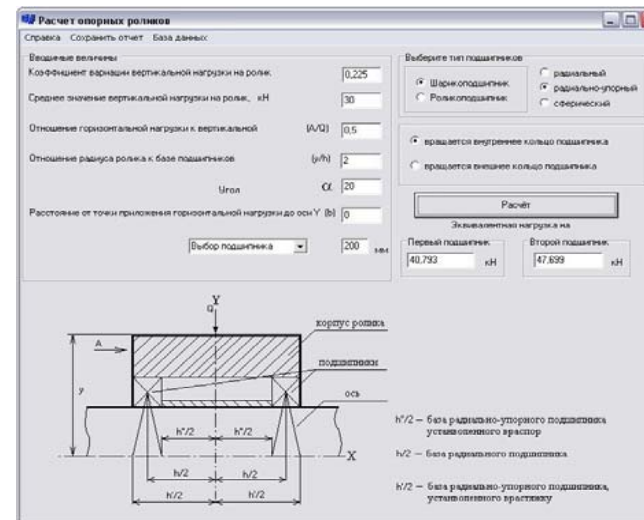


Рисунок 2 – Интерфейс программы расчета подшипников

По исследованиям моделей P_{ei} можно сделать такие выводы. Как и ожидалось, наиболее значимым оказывается фактор поперечной нагрузки. Однако, и величина k_A (фактор осевой нагрузки) имеет почти такую же значимость, особенно, для 2-го подшипника (P_{e2}). Несколько меньше значимость конструктивного параметра k_h , хотя для 1-го подшипника он остается таким же значимым, как и фактор k_A . Вариация поперечной нагрузки (фактор V_O), практически, не влияет на величину P_e .

Таблица 1 – Коэффициенты моделей эквивалентной нагрузки подшипников в кН

№ модели	Тип подшипника	$P_{e1(2)}$	$P_{o1(2)}$	b_Q	b_A	b_h	b_b	b_{QA}	b_{Qh}	b_{Qb}	b_{Ah}	b_{Ab}
1	Радиальные шарикоподшипники, радиально-упорные шарико-роликподшипники	P_{e1}	29,6	0,41	57,9	14,7	1,4	2,0	0,5	-1,2	30,5	0
2	Радиальные шарикоподшипники	P_{e2}	14,3	0,41	-53,2	-10,4	40	0,6	40	0	40	-58,4
3	Радиально-упорные шарикоподшипники	P_{e2}	27,7	-0,83	-55,6	-13,9	-0,4	3,9	0,53	-0,8	28,9	0
4	Радиально-упорные роликподшипники	P_{e2}	21,2	-0,72	-42,6	-10,7	0,2	4,3	0,47	-0,7	21,3	0
5	Сферические шарико-роликподшипники	P_{e1}	51,6	-0,84	-103,2	-25,8	-36,6	3,4	0,85	-0,8	51,6	0
6	Сферические шарикоподшипники	P_{e2}	34,9	-1,12	-70,0	-16,0	-36,6	8,6	0,81	-1,1	32,0	73,6
7	Сферические роликподшипники	P_{e2}	36,8	-1,18	-71,6	-17,8	-30,6	7,1	0,77	-1,1	35,6	60,0

Функция распределения долговечности (ФРД). Полученная эквивалентная нагрузка P_e соответствует уровню надежности $R=0,9$. Чтобы оценить надежность всей механической системы, необходимо воспроизвести полностью ФРД для подшипника по сопротивлению контактной усталости. Данный алгоритм должен учитывать, как изменчивость свойств самого подшипника (внутренний фактор), так и вариацию внешнего фактора, который рассмотрен выше.

Нахождению эквивалентной нагрузки P_e предшествует ее ступенчатая аппроксимация в виде графика приведенная нагрузка P_i – относительная длительность c_i . При этом также определяется среднеквадратическое отклонение (СКО) нагрузки, действующей на каждый подшипник $S_{P1(2)}$.

Для каждой ступени устанавливаются медианные долговечности при стационарном режиме:

$$N_i = 10^{6+m \cdot (\lg C - \lg P_i) + 1,28 \cdot S_{\lg N}}, \quad (2)$$

где $S_{\lg N}$ – СКО логарифма долговечности (таблица 2).

Тогда итоговая долговечность (число оборотов при различных уровнях нагрузки) будет $n_0 = 1/\Sigma(c_i/N_i)$.

Таблица 2 – Величина $S_{\lg N}$ для подшипников качения

Диаметр тела качения, мм	Шарикоподшипники	Роликподшипники
$d < 25,4$	0,38	0,32
$d > 25,4$	0,44	0,37

Установив коэффициент вариации внутреннего фактора, как 2,3 $S_{\lg N}$, получаем СКО логарифма итоговой долговечности:

$$S_{\lg n_0} = \sqrt{V_A^2 + V_Q^2} / 2,3. \quad (3)$$

Тогда ФРД логнормального вида будет:

$$\lg n_{0p} = (\lg n_0 - 1,15 \cdot S_{\lg n_0}^2) \pm u_p \cdot S_{\lg n_0}, \quad (4)$$

где u_p – квантиль нормального распределения.

Выводы. Низкая надежность опорных узлов механических передач обслуживания горно-металлургического комплекса в значительной мере обусловлена недостатками в выборе подшипников при проектировании. Избежать этого можно за счет формирования режима нагружения каждого подшипника с учетом конструкционной и эксплуатационной нестационарности нагружения. Для этой цели разработана программа нахождения эквивалентной нагрузки, а также для нее получены полиномиальные модели, позволяющие выбрать подшипники наиболее употребимых типов.

ФРД подшипников, алгоритм поиска которой отличается тем, что в нем учтены стохастические свойства подшипников и нагрузки, позволяет определить их гарантированный ресурс. В результате появляется возможность обоснованно планировать сроки и объем ремонта опорных узлов.

Поступила в редколлегию 03.05.10

О.В. БОНДАРЕНКО, аспірант каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"

ОПТИМІЗАЦІЯ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ ЗА КРИТЕРІЄМ МІНІМАЛЬНОЇ МІЖОСЬОВОЇ ВІДСТАНІ МЕТОДОМ ЛПТ-ПОШУКУ

Запропоновано вирішувати задачу оптимізації тривальних коробок передач за допомогою метода зондування n -вимірних паралелепіпедів. У якості пробних беруться точки за закономірністю ЛПТ-послідовності.

Solving of optimization problem three-shaft gearboxes by means of n -dimensional parallelepipeds sounding method is offered. Test points undertake on law LPT-sequences.

Актуальність задачі. Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги за масогабаритними характеристиками до приводів машин і, отже, до такого їх елементу, як коробки передач. Введення математичного апарату оптимізації у процес проектування дозволяє швидко та ефективно знаходити найраціональніші рішення. Але питання стає не тільки у тому, щоб сформулювати постановку задачі, а й в знаходженні методу для її розв'язання. Кожна оптимізаційна задача є винятковою, тому не кожен з існуючого різноманіття метод може бути використаний. В деяких випадках необхідно використовувати комбінації методів, чи навіть розробляти власні методи та алгоритми. Все це залежить від кількості параметрів проектування, виду цільової функції, переліку обмежень, які накладено на параметри. Тому розробка алгоритму рішення задачі оптимізації коробок передач є актуальною.

Постановка задачі. Найбільше розповсюдженими у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали КП, виконані за тривальною схемою [1]. Оптимізація коробок передач [2-4], як і кожна оптимізаційна задача [5], по-перше, потребує виділити ряд **параметрів проектування**. Для коробок передач, виконаних за тривальною схемою (рисунок 1), було прийнято наступний ряд параметрів проектування [2]:

m_q – відповідні модулі пар зубчастих коліс;

$z_{q,k}$ – відповідні числа зубців коліс, k – номер колеса у зачепленні ($k=1$ – ведуче колесо, $k=2$ – ведене колесо);

β_q – відповідні кути нахилу зубців зубчастих коліс;

ψ_{bd1} – коефіцієнт ширини вінця 1-го зубчастого зачеплення (постійного зачеплення), прийнято у якості базового, і у відповідності з яким обчислюються коефіцієнти ширини вінців інших зубчастих зачеплень.

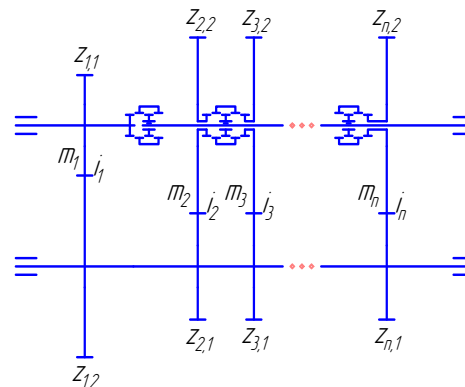


Рисунок 1 – Схема тривальної КП:

i_q – передаточні числа пар зубчастих коліс; q – номер зубчастих зачеплень у коробці передач ($q=1..n$, n – кількість зачеплень, $n=m+1$, m – кількість непрямих передач); i_1 – передаточне число зубчастих коліс постійного зачеплення

Наступним кроком необхідно сформулювати **цільову функцію**. У даному випадку розглянемо такий характеристичний критерій як міжосьова відстань, бо вона є одним з головних габаритних розмірів для коробок передач.

Міжосьові відстані для зубчастих зачеплень при вказаних вище змінних проектування будуть дорівнювати (розглядається випадок, коли коефіцієнти зміщення шестерні та колеса дорівнюють нулю: $x_1 = x_2 = 0$ [6]):

$$a_{wq} = 0.5 \cdot m_q \cdot (z_{q,1} + z_{q,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_q)} \quad (1)$$

Тепер запишемо цільову функцію як суму цих міжосьових відстаней:

$$F_a = \sum_{q=1}^n a_{wq} = \sum_{q=1}^n 0.5 \cdot m_q \cdot (z_{q,1} + z_{q,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_q)} \quad (2)$$

$$F_a \rightarrow \min.$$

Такий вигляд цільової функції дає змогу зменшити суму міжосьових відстаней усіх зачеплень коробки передач, а при наявності деяких умов (наприклад, умова рівності міжосьових відстаней зубчастих зачеплень КП між собою) зберегти конструктивне розташування зубчастих зачеплень у КП.

Останнім кроком сформулюємо **обмеження на змінні проектування**:

1) Для тривальної коробки передач, з урахуванням співвідносності вхідного та вихідного валів, **міжосьові відстані зачеплень повинні бути рівні між собою**, тобто:

$$0.5 \cdot m_1 \cdot (z_{1,1} + z_{1,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_1)} = 0.5 \cdot m_2 \cdot (z_{2,1} + z_{2,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_2)} = \dots \quad (3)$$

$$\dots = 0.5 \cdot m_n \cdot (z_{n,1} + z_{n,2}) \cdot \frac{1}{\cos(\beta_n)}$$

2) **Зубці зубчастих коліс повинні мати необхідну контактну витривалість**. При співставленні розрахованого (σ_{Hq}) контактного напруження та контактного напруження, що допускається (σ_{HPq}), повинна виконуватися умова:

$$\sigma_{Hq} \leq \sigma_{HPq} \cdot \quad (4)$$

3) Зубці зубчастих коліс повинні мати необхідну згинну міцність. При співставленні розрахованого ($\sigma_{Fq,k}$) напруження згину та напруження, що допускається ($\sigma_{FPq,k}$), повинна виконуватися умова:

$$\sigma_{Fq,k} \leq \sigma_{FPq,k} \cdot \quad (5)$$

4) Модуль зубців є основним параметром зубчастого зачеплення. Модулі обмежені верхнім та нижнім значенням:

$$m_{\min} \leq m_q \leq m_{\max} \cdot \quad (6)$$

5) Числа зубців зубчастих коліс обмежені верхнім та нижнім значенням з міркувань технології виготовлення:

$$z_{\min} \leq z_i \leq z_{\max} \cdot \quad (7)$$

6) З вимоги габаритного співвідношення зубчастих коліс передаточні числа не повинні перевищувати певне значення, прийемо $i_{\max} = 5$, тоді маємо:

$$i_q = \frac{z_{q,2}}{z_{q,1}} \leq 5 \cdot \quad (8)$$

7) Співвідношення чисел зубців повинні приблизно забезпечувати задані передаточні числа коробки передач:

$$\frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{2,2}}{z_{2,1}} \approx i_{KП1}, \quad \frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{3,2}}{z_{3,1}} \approx i_{KП2}, \dots, \quad \frac{z_{1,2}}{z_{1,1}} \cdot \frac{z_{n,2}}{z_{n,1}} \approx i_{KПn} \cdot \quad (9)$$

8) Кути нахилу зубців зубчастих коліс повинні бути у межах від β_{\min} до β_{\max} :

$$\beta_{\min} \leq \beta_q \leq \beta_{\max} \cdot \quad (10)$$

β_{\min} визначається порогом, нижче котрого косозубцеве зачеплення практично не має переваг перед прямозубцевим, β_{\max} – з умови допустимих осьових навантажень на підшипники.

9) Коефіцієнт ширини вінця 1-го зубчастого зачеплення повинен бути у межах від $\psi_{bd1_{\min}}$ до $\psi_{bd1_{\max}}$:

$$\psi_{bd1_{\min}} \leq \psi_{bd1} \leq \psi_{bd1_{\max}} \cdot \quad (11)$$

10) Функціональне обмеження для знаходження коефіцієнтів ширин зубчастих вінців $\psi_{bd2} \dots \psi_{bd5}$ виразимо з умови рівності міжосьових відстаней відповідних зачеплень(2-5), які вираховуються з умови контактної міцності, міжосьовій відстані першого зачеплення:

$$a_q = (i_q + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{500T_{1q} \cdot K_{Hq}}{\psi_{baq}} \cdot \left(\frac{Z_{Eq} Z_{Hq} Z_{eq}}{i_q \cdot [\sigma_{Hq}]} \right)^2}; \quad (12)$$

$$\psi_{baq}^* = \frac{K_{Hq}^* \cdot \psi_{ba1} \cdot Z_{Eq}^2 \cdot Z_{Hq}^2 \cdot [\sigma_{H1}]^2 \cdot Z_{eq}^2 \cdot z_{12}^2 \cdot z_{q*1} \cdot (i_{q*} + 1)^3}{K_{H1} \cdot Z_{E1}^2 \cdot Z_{H1}^2 \cdot [\sigma_{Hq}^*]^2 \cdot Z_{E1}^2 \cdot z_{11}^2 \cdot z_{q*2} \cdot (i_1 + 1)^3} \cdot$$

$$q^* = 2 \dots 5 \cdot$$

Шляхи рішення задачі. На сьогоднішній день існує велика кількість шляхів розв'язання оптимізаційних задач. З усього різноманіття було обрано метод зондування простору параметрів, де у якості пробних точок в одиничному багатомірному кубі використовуються точки ЛПт-послідовності.

Використання цього методу обумовлено тим, що одночасно можливо оцінити максимуми та мінімуми декількох функцій, що задані в одиничному багатомірному кубі; бо це можливо зробити за одними й тими ж точками. І по-друге, можливість рішення задач, у яких для пошуку глобального екстремуму багатоекстремальної функції використовують локальні методи пошуку (початкові точки повинні бути рівномірно розподілені в одиничному багатомірному кубі).

Досить вагомим аргументом є те, що ЛПт-послідовності – це найкращі серед відомих у сучасний час рівномірно розподілені послідовності.

Доцільно привести деякі **теоретичні викладки** [7] стосовно рівномірно розподілених послідовностей.

Одиничний n -мірний куб K^n , що складається з точок P , які мають декартові координати x_1, \dots, x_n , $P = (x_1, \dots, x_n)$, що задовольняють нерівностям $0 \leq x_j \leq 1$ при $j = 1, 2, \dots, n$.

Оберемо в K^n довільний n -мірний паралелепіпед Π . Позначимо через $S_N(\Pi)$ кількість точок P_i з номерами $1 \leq i \leq N$, що належать Π .

Послідовність точок P_1, \dots, P_i, \dots має назву рівномірно розподіленої в K^n , якщо для будь-якого Π

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S_N(\Pi)}{N} = V_{\Pi}, \quad (13)$$

де V_{Π} – об'єм (n -мірний) паралелепіпеда Π .

Якщо точки Q_i з декартовими координатами $(q_{i,1}, \dots, q_{i,n})$ є рівномірно розподіленою послідовністю в K^n , то точки A_i з декартовими координатами $(\alpha_{i,1}, \dots, \alpha_{i,n})$, де при $j = 1, 2, \dots, n$

$$\alpha_{i,j} = a_j + (b_j - a_j) \cdot q_{i,j}, \quad (14)$$

є рівномірно розподіленою послідовністю в паралелепіпеді Π , що складається з точок $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, координати яких задовольняють нерівностям $a_j \leq \alpha_j \leq b_j$.

Декартові координати $q_{i,j}$ для ЛПТ-послідовності обчислюються за арифметичним алгоритмом. Цей алгоритм базується безпосередньо на розрахунках за таблицею чисельників $r_j^{(l)}$. За заданим номером точки i обчислюємо верхню границю суми $m = 1 + \lceil \ln i / \ln 2 \rceil$, а потім для кожного параметру j ($j=1, 2, \dots, n$) обчислюємо координату:

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^m 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^m \left[2^{\lfloor l \rfloor} \right] \cdot \left[2^{\lfloor r_j^{(l)} \rfloor} 2^{k-1-l} \right] \right\}, \quad (15)$$

де $[z]$ – ціла частина, а $\{z\}$ – дрібна частина числа Z .

Алгоритм рішення задачі оптимізації. Рішення задачі проводиться шляхом зондування 21-вимірного паралелепіпеду. Точки для зондування обираються за законом ЛПТ-рівномірно розподіленої послідовності. Схема оптимізаційного алгоритму приведена на рисунку 2.

Першим етапом у алгоритмі є генерування ЛПТ послідовності, тобто пошук координат точок для зондування 21-вимірного паралелепіпеду.

Координати точок знаходяться за формулою 14. Для нашого випадку (розглядається коробка, що має п'ять передач):

$$\begin{aligned} m_{1i,1} &= m_{1\min 1} + (m_{1\max 1} - m_{1\min 1}) \cdot q_{i,1}, \dots, m_{5i,5} = m_{5\min 5} + (m_{5\max 5} - m_{5\min 5}) \cdot q_{i,5}; \\ z_{1,1i,6} &= z_{1,1\min 6} + (z_{1,1\max 6} - z_{1,1\min 6}) \cdot q_{i,6}, \dots, z_{5,2i,15} = z_{5,2\min 5} + (z_{5,2\max 5} - z_{5,2\min 5}) \cdot q_{i,15}; \\ \beta_{i,16} &= \beta_{1\min 6} + (\beta_{1\max 6} - \beta_{1\min 6}) \cdot q_{i,16}, \dots, \beta_{5i,20} = \beta_{5\min 20} + (\beta_{5\max 20} - \beta_{5\min 20}) \cdot q_{i,20}; \\ \psi_{bd1i,21} &= \psi_{bd1\min 21} + (\psi_{bd\max 21} - \psi_{bd\min 21}) \cdot q_{i,21}. \end{aligned} \quad (14)$$

Попередньо знаходимо для кожної i -ї точки верхню границю m та чисельники $r_j^{(l)}$.

Кількість пробних точок проектувальник задає самостійно, але з (13) зрозуміло, що воно має бути максимальним, зважаючи на потужності ЕОМ.

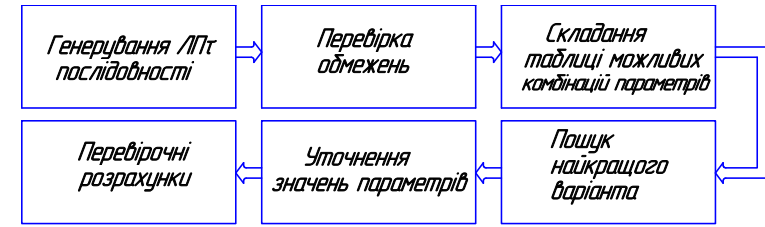


Рисунок 2

Другим етапом у алгоритмі є перевірка обмежень (3, 4, 5, 8, 9) на отримані параметри. Перевірка здійснюється саме у вказаній послідовності (рисунок 3). Якщо тільки пробна точка не задовольняє обмеженню, то вона негайно відсіюється від подальших розрахунків, і на перевірку береться наступна пробна точка. Таким чином проходять перебір усі пробні точки. Ця послідовність дозволяє вчасно відсіяти "непридатні" точки, і тим самим скоротити час машинних розрахунків.

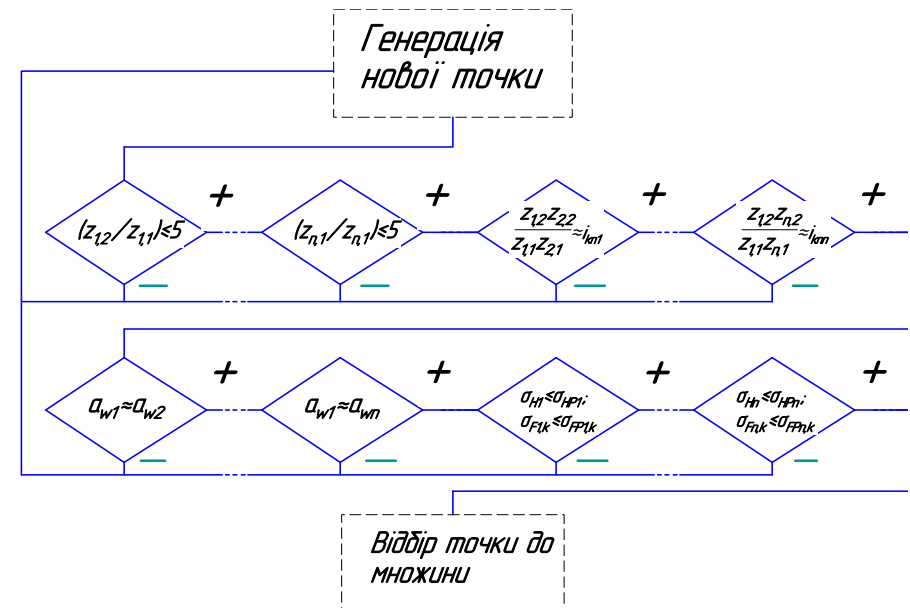


Рисунок 3. Алгоритм перевірки умов

Приблизність рівності умови 9 характеризується можливою наявністю похибки, максимально допустиме значення якої визначає проектувальник.

Умова 3 в алгоритмі характеризується тим, що міжосьові відстані зачеплень 2...n порівнюються з міжосьовою відстанню 1-го зачеплення. Приблизна рівність також обумовлена можливістю наявності похибки.

З точок, що пройшли перевірку, складається множина, що задовольняє умовам проектування – це наступний етап. На цьому етапі розраховують для кожної точки значення цільової функції (2).

Пошук найкращого варіанту здійснюється методом сортування множини точок за значенням цільової функції, при мінімальному значенні цільової функції маємо найкращу комбінацію параметрів проектування. Сортування здійснюється методом вставки [8], де на i -му етапі “вставляємо” i -й елемент $A[i]$ у потрібну позицію серед елементів $A[1], A[2], \dots, A[i-1]$, які вже впорядковані. Після цієї вставки перші i елементів будуть впорядковані.

Передостаннім етапом є уточнення значень параметрів. Він обумовлений тим, що при генеруванні ЛПТ послідовності значення параметрів є дрібними, а такі параметри, як числа зубців, повинні приймати цілі значення. Модулі зачеплень також повинні приймати стандартні значення. Таким чином, проектувальнику необхідно прийняти найближчі до отриманих з попереднього етапу значення i у відповідності до отриманої міжосьової відстані уточнити значення кутів нахилу зубців коліс.

На останньому етапі, з урахуванням уточнених значень параметрів, необхідно зробити потрібні перевіряючі розрахунки деталей коробки передач.

Висновок. Запропоновано вирішувати задачу оптимізації тривальних коробок передач за допомогою метода зондування n -вимірних паралелепіпедів. У якості пробних беруться точки за закономірністю ЛПТ-послідовності. Це дозволяє досить швидко досліджувати характер поверхні цільової функції та знаходити оптимально-раціональні рішення.

Список літератури: 1. Дьмишиц *И.И.* Коробки передач. – М.: Машгиз, 1960. – 360с. 2. Бондаренко *А.В.* Оптимизация трехвалных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния / Алексей Бондаренко, Александр Устиненко // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск “Проблеми механічного приводу”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2008. – №28. – С.110–115. 3. Бондаренко *О.В.* Критерії та шляхи оптимізації тривальних коробок передач / Бондаренко Олександр, Устиненко Олександр // Вісник Національного Політехнічного Інституту "Харківський Політехнічний Інститут": Збірник наукових праць. Тематичний випуск “Машинознавство та САПР”. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2009. – №19. – С.14–18. 4. Иосилевич *Г.Б.* Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 5. Реклейтис *Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т.1. – 349с. 6. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / *В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков;* Под общ.ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448 с. 7. Соболев *И.М., Статников Р.Б.* Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 107с. 8. Ахо, Альфред, В., Хопкрофт, Джон, Ульман, Джеффри, Д. Структуры данных и алгоритмы: Пер. с англ. Уч. пос. – М.: Вильямс, 2000. – 384с.

Надійшла до редколегії 31.05.10

УДК 621.833.1.001.2

О.Е. ВАСИЛЬЄВА, к.т.н., доцент каф. ПАРТ Львівського ДУ БЖД

БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОРПУСІВ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕДУКТОРІВ

Рассмотрена методология оптимизации и синтеза конструктивных элементов корпусов цилиндрических редукторов в процессе их проектирования с использованием математических моделей, которые связаны с прочностью, жесткостью и размерами элементов, которые входят в состав передачи.

Methodology of optimization and synthesis of structural elements of corps of the cylinder gearings is considered in the process of their planning with the use of mathematical models, which are related to durability, inflexibility and sizes of elements, that enters in the complement of transmission.

Сучасний стан проблеми. Основною проблемою сучасного машинобудування є забезпечення згідно із службовим призначенням обґрунтованого вибору оптимальної структури та параметрів запроєктованої конструкції. Важливим і відповідальним етапом проектування, виготовлення та експлуатації будь-якої конструкції є початковий етап, на якому розробляються принципові схеми, ескізи проекти та вибирається оптимальний варіант, тобто виконується синтез конструктивного рішення. Ефективність цих рішень впливає на собівартість розробленої конструкції виробу та її експлуатаційні показники.

Проблемами структурного синтезу та параметричної оптимізації різних конструкцій займалися відомі вчені І.І. Артоболовський, М.Д. Генкін, Є.М. Герасимов, А.Ф. Кіріченко, П.Л. Носко, Б.І. Кіндрацький та багато інших. Результати їх робіт дозволили впровадити в машинобудівну галузь промислової різні методи оптимізації та синтезу машинобудівних конструкцій.

Стосовно зубчастих передач питаннями оптимізації та синтезу конструктивних рішень, а також розробленням різних методів синтезу в цьому напрямку, займалися К.І. Заблонський [1], А.Ф. Кіріченко [2], Шишов В.П. [3, 4], Утутов М.Л. [5] та інші. Але розроблені методи стосуються лише окремих елементів зубчастих коліс передач. Тому була поставлена задача розробити таку методологію, яка б дозволила синтезувати конструктивні елементи корпусів циліндричної зубчастої передачі.

Мета роботи. На підставі результатів теоретичних і експериментальних досліджень розробити оптимізаційні багатокритеріальні математичні моделі синтезу конструктивних елементів корпусів циліндричної зубчастої передачі.

Розглянемо розв’язання цього питання на прикладі синтезу конструктивних елементів корпусу одноступеневого редуктора циліндричної зубчастої передачі.

Вибір критеріїв оптимізації основних конструктивних елементів корпусу. Багатокритеріальні оптимізаційні задачі в залежності від того, в якому вигляді виявляється дія різних критеріїв, поділяються на п’ять класів [6]. Для

розв'язання цієї задачі приймаємо третій клас – множину умов, тобто технічна система повинна функціонувати в різних умовах, для кожної з яких якість функціонування характеризується деяким частковим критерієм. Ефективність системи визначається в цьому випадку сукупністю величини критеріїв для кожної з умов. Часткові критерії мають однакову природу та однакову розмірність.

Одним із головних чинників, які характеризують якість любого виробу, є його надійність. В свою чергу одним з основних показників надійності є довговічність виробу. Згідно із ДСТУ 2860-94 показником довговічності виробу є середній повний ресурс T_p (термін служби). Наприклад, для циліндричних редукторів $T_p \geq 3600$ год [7]. До цього ж необхідно одночасно додати, що збільшення довговічності виробу без урахування його економічних показників надійності може бути не обґрунтованим.

Виходячи з наведеного положення для оптимізації та синтезу конструктивних параметрів корпусів зубчастої передачі приймаємо наступні критерії:

1) Економічний показник надійності корпуса $E = K_e \cdot T_E$ [8], де

$$K_e = (Q_B + Q_E) / T_B, \text{ грн/год}; \quad (1)$$

T_B – середнє напрацювання корпуса на відмову, год; Q_B – технологічна собівартість виготовлення заготовки корпуса, грн; Q_E – сумарні витрати на експлуатацію, грн; T_E – заданий період експлуатації, год; значення T_E приймають згідно рекомендацій [11], в яких наведено терміни експлуатації корпусів редукторів до капітального ремонту в межах від 5000 до 6000 год, тобто приймаємо, що T_E дорівнює середньому повному ресурсу T_p , а саме $T_E = T_p = 5000 \dots 6000$ год.

Технологічну собівартість виготовлення заготовки корпуса можна визначити за залежністю

$$Q_B = (M + 3)(1 + H/100), \text{ грн}, \quad (2)$$

де M – вартість матеріалу, грн; $M = m(S/1000) - (m - m_f)(S_b/1000)$; m – маса одиниці об'єму заготовки, кг; $m = 7,8L\delta^2$; $L = a_w - [(D1 + D2)/2]$ – довжина небезпечного перерізу стінки корпусу, мм; a_w – міжосьова відстань, мм; $D1, D2$ – діаметри зовнішніх кілець підшипників ведучого та веденого валів відповідно, мм; δ – товщина стінки корпусу, мм; m_f – маса одиниці об'єму готової деталі, кг; $m_f = (0,8 \dots 0,9)m$; S, S_b – ціна 1 т матеріалу заготовки та відходів відповідно, грн; 3 – заробітна плата на виконання операцій формування, литва, вибівки, очистки, грн; $3 = (B/1000)m_k$; B – базова заробітна плата на виконання вказаних операцій для 1 т виливки, грн ($B \approx 1600$ грн [9]); k_m – коефіцієнт, який залежить від марки матеріалу: для сірих чавунів $k_m = 1$; для модифікованих $k_m = 1,08$; для вуглецевих сталей $k_m = 1,22$; H – накладні витрати підприємства, де виготовляють корпус, %.

Сумарні витрати на експлуатацію корпуса

$$Q_E = B_i \cdot \Sigma O_i, \quad (3)$$

де B_i – вартість одного огляду в процесі експлуатації корпуса зубчастої передачі, грн ($B_i \approx 19$ грн [9]). Згідно із планово-попереджувальним ремонтом (ППР) обладнання [10] передбачаються огляди, поточні ремонти, середні ремонти та наприкінці ремонтного циклу капітальний ремонт, що відповідає 18 проміжним періодам; $\Sigma O_i = 18$ – загальна кількість оглядів.

Середнє значення напрацювання корпуса на відмову T_B визначимо виходячи зі значення імовірності його безвідмовної роботи $R(t)$ з використанням розподілу Вейбулла. В цьому випадку $R(t)$ визначають за залежністю [8]

$$R(t) = \exp \left[- \left(\frac{t}{a} \right)^b \right], \quad (4)$$

де t – час безпосередньої роботи об'єкта, на протязі якого визначають для нього $R(t)$; a – параметр масштабу, тобто $a = T_B$; b – параметр форми (якщо $b = 1$, то розподіл Вейбулла перетворюється в експоненціальний з параметром інтенсивності відмов $\lambda(t) = 1/a = \text{const}$; якщо $b = 2$, то розподіл Вейбулла перетворюється в розподіл Релея з лінійною функцією інтенсивності відмов $\lambda(t)$; якщо $b = 3,3$, то розподіл Вейбулла стає близьким до нормального розподілу).

Для розрахунків приймаємо наступне: огляд корпуса згідно із ППР виконують один раз на місяць, тобто кожні $t = 720$ год; згідно рекомендацій [8] параметр форми $b = 2$, а $R(t) = 0,97$. Тоді на підставі залежності (4) отримаємо

$$a = T_B = \sqrt{\frac{t^2}{-\ln(R(t))}}. \quad (5)$$

Результати розрахунків дозволили встановити, що $T_B \approx 4160$ год. Тобто при середньому ресурсі $T_p = 5500$ год до капітального ремонту корпус може відмовити тільки один раз. Основними відмовами корпуса можуть бути:

- тріщина в нижньому поясі кріплення корпусу;
- тріщина в стінці корпусу;
- тріщина в верхньому поясі фланця корпусу;
- послаблення фундаментних болтів;
- послаблення болтів з'єднання корпусу з кришкою;
- тріщина в ребрі корпусу тощо.

2) Вартість Q_H забезпечення надійності корпуса можна визначити за залежністю [8]

$$Q_H = Q_{II} (T_B / T_E)^\alpha, \text{ грн}, \quad (6)$$

де Q_{II} – вартість прототипу з встановленими значеннями показників надійності (T_B, T_p), грн.; α – показник степені, який характеризує рівень прогресивності виробництва з точки зору можливостей підвищення надійності виробу; $\alpha = 1,3 \dots 1,5$.

Вибір цих критеріїв можна пояснити наступними положеннями. При збі

льшені T_B прийнятий критерій $E=K_e T_E$ поступово зменшується до межі, коли $T_B=T_E$. В цьому випадку він приймає значення Q_B+Q_E , що вказує на режим роботи з високою надійністю (див. рисунок). Другий критерій Q_H навпаки при збільшені T_B поступово збільшується за рахунок зростання собівартості продукції для забезпечення більш високої надійності, тобто за рахунок зменшення кількості відмов (див. рисунок).

Тоді загальний критерій оптимізації можна представити у вигляді різниці витрат. При цьому виріб буде складатися з оптимальних конструктивних елементів у випадку, коли ця різниця має мінімальне значення

$$|E - Q_H| \Rightarrow \min. \quad (7)$$

Визначення меж зміни основних конструктивних елементів корпусу.

До основних конструктивних елементів корпусу відносять: товщину стінки корпусу δ ; товщину верхнього поясу фланця корпусу b_ϕ ; товщину нижнього поясу корпусу (без бобишек) p ; товщину ребер корпусу m_p ; діаметр отвору під фундаментні болти d_1 ; діаметр отворів під болти біля підшипників d_2 ; діаметр отворів під болти для з'єднання корпусу з кришкою d_3 ; відстань від зовнішньої поверхні стінки корпусу до осі болтів $d_1, d_2, d_3 - c_i$; ширину нижнього та верхнього поясів корпусу K_i ; висоту бобишек під болт $d_2 - h_\delta$; зовнішній діаметр гнізда під підшипники D_k ; довжина гнізда під підшипник l ; діаметр штифта d_{uu} та його довжину l_{uu} ; найменший зазор між зовнішньою поверхнею зубчастого колеса та стінкою корпусу по діаметру та по торцях.

На підставі рекомендацій [7] основним чинником, від якого залежать майже всі конструктивні елементи корпусу, є товщина його стінки δ . Тому на підставі розгляду напружено-деформованого стану корпусу від зусиль, які діють в процесі роботи зубчастої передачі, визначимо значення товщини стінки корпусу δ . Для цього розглянемо схему навантаження одноступеневого редуктора, наприклад, приводу конвеєра з використанням пасової передачі. Схему навантаження ускладнимо тим, що вхідний вал, з яким з'єднується вал електродвигуна за допомогою муфти, та вихідний вал зі шківом пасової передачі виходять в одну сторону. Тобто в цьому випадку виникає найбільш можливий напружено-деформований стан однієї сторони корпусу. В процесі передачі обертового моменту T_1 на корпус діють наступні зусилля: R_1 – сила від не співвісності муфти, яка з'єднує вал електродвигуна з вхідним валом редуктора; Y_A – реакція опори A від дії колової сили F_t та R_1 ; X_A – реакція опори A

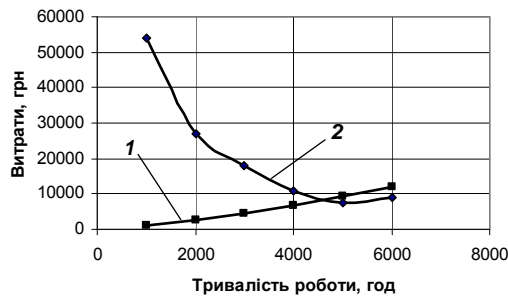


Рисунок – Критеріальні залежності:
1 – Q_H ; 2 – E

від дії радіальної сили F_r ; Z_A – реакція опори A від дії осьової сили F_a ; Y_B, X_B, Z_B – реакції опори B від дії відповідно сил F_t, F_r, F_a та $R_1; R_2$ – сила від дії відповідної передачі (пасової, ланцюгової, зубчастої тощо) на вихідний вал опори C , який передає обертовий момент T_2 ; $Y_C, X_C, Z_C, Y_D, X_D, Z_D$ – реакції опор C і D від дії відповідно сил F_t, F_r, F_a та R_2 ; a_w – міжосьова відстань.

Для розгляду напружено-деформованого стану корпусу від зусиль, які діють в процесі роботи зубчастої передачі, приймаємо розрахункову схему у вигляді рами [12]. Аналізуючи прийняту схему можна зауважити, що вона має три зайвих зв'язків, тобто рама тричі статично невизначена. Для розкриття цієї невизначеності, а також для виявлення небезпечного перерізу та значень внутрішніх сил в ньому, скористуємося методом сил. Використовуючи метод сил утворюємо статично визначену, так звану основну систему, за рахунок зняття зайвих зв'язків статично невизначеної системи. Для визначення переміщень навантажимо основну систему силами X_1, X_2 та X_3 , приймаючи їх значення рівними одиниці, а саме $X_1=1, X_2=1, X_3=1$. На підставі закону незалежності дії сил кожне з переміщень системи можна представити як суму переміщень від дії зайвих невідомих сил, тобто $\Delta_{ik}=\delta_{ik}X_k$ і переміщень від заданого навантаження Δ_{ip} . В цьому випадку система канонічних рівнянь має вигляд

$$\begin{aligned} X_1\delta_{11} + X_2\delta_{12} + X_3\delta_{13} + \Delta_{1p} &= 0; \\ X_1\delta_{21} + X_2\delta_{22} + X_3\delta_{23} + \Delta_{2p} &= 0; \\ X_1\delta_{31} + X_2\delta_{32} + X_3\delta_{33} + \Delta_{3p} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

При обчисленні коефіцієнтів δ_{ik} і вільних членів Δ_{ip} канонічних рівнянь для плоских рам, як правило, нехтують впливом нормальних і поперечних сил і беруть до уваги лише згинальні моменти. При визначенні коефіцієнтів δ_{ik} канонічних рівнянь (8) враховуємо те, що ці коефіцієнти розміщені по обох боках головної діагоналі матриці коефіцієнтів канонічних рівнянь і на основі теореми про взаємність переміщень вони мають властивість $\delta_{ik}=\delta_{ki}$. Крім цього, ставиться умова, що жорсткість окремих ділянок рами стала. На підставі наведеного та з використанням способу Верещагіна визначаємо вільні члени канонічних рівнянь (8), які дозволяють визначити внутрішні зусилля N та згинальні моменти, в тому числі і M_{\max} .

Багаточисельні розрахунки показали, що внутрішнє повздовжнє зусилля N практично не впливає на міцність стінки корпусу у порівнянні зі згином. Тоді виходячи з умови міцності на згин, отримуємо

$$\delta = \sqrt{\frac{6M_{\max}}{L[\sigma]}}, \quad (9)$$

де $[\sigma]$ – допустиме напруження на розтяг матеріалу корпусу редуктора.

Найбільші нормальні напруження на розтяг в стінках корпусу визначали

за залежністю [12]

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_{\max}}{W_z} \leq [\sigma], \quad (10)$$

де N – внутрішнє зусилля; A – площа перерізу стінки корпусу; $A = l_k \delta$; l_k – довжина корпусу по площині роз'єму; M_{\max} – максимальний згинальний момент, який діє на стінку корпусу; W_z – осьовий момент перерізу стінки корпусу; $W_z = L \delta^3 / 6$.

Виходячи з товщини δ стінки та рекомендацій [7] були отримані залежності для синтезу всіх інших конструктивних елементів корпусу. Наприклад, $b_{\phi} = 1,5\delta$; $p = 2,35\delta$; $m_p = (0,85 \dots 1)\delta$ і т.д.

Після прийняття критеріїв оптимізації переходимо до розроблення оптимізаційної математичної моделі синтезу конструктивних елементів корпусу редуктора.

Математичну оптимізаційну модель можна записати так:

функція мети

$$m = 7,8L\delta^2 \Rightarrow \min; \quad (11)$$

за критерієм

$$|E - Q_H| \Rightarrow \min; \quad (12)$$

за обмежень

$$\begin{aligned} a_1 \leq P \leq b_1; \quad a_2 \leq K_{II} \leq b_2; \quad a_3 \leq T_B \leq b_3; \quad a_4 \leq T_E \leq b_4; \\ a_5 \leq Q_{II} \leq b_5; \quad a_6 \leq a \leq b_6; \quad a_7 \leq \sigma_{\max} \leq b_7, \end{aligned} \quad (13)$$

де P – потужність, яка передається зубчастою передачею, кВт; K_{II} – коефіцієнт, який враховує короточасні перевантаження; a_1, a_2, \dots, a_7 – мінімальні значення експлуатаційних і конструктивних чинників, які визначають на стадії розроблення технічного завдання на проектування; b_1, b_2, \dots, b_7 – максимальні значення експлуатаційних і конструктивних чинників.

Поставлена задача відноситься до дискретного програмування, а для її розв'язання використовували метод Монте-Карло. Область допустимого розв'язання, яка визначається обмеженнями (13) на змінні чинники та критерієм оптимізації (12), оточують n -мірним паралелепіпедом. За допомогою спеціальної програми утворюється послідовність псевдовипадкових чисел μ_i в інтервалі $0 \dots 1$. Псевдовипадкові числа перетворюють до значень чинників за залежністю

$$x_i = a_j + \mu(b_j - a_j), \quad (14)$$

де x_i – значення чинника на i -му етапі розв'язання задачі; μ_i – псевдовипадкове число на цьому етапі; a_j, b_j – відповідно мінімальне та максимальне значення j -го обмеження.

Для розв'язання представленої оптимізаційної задачі було розроблено алгоритм, який включав всі необхідні розрахунки для визначення всіх необхідних конструктивних елементів корпусу.

На підставі алгоритму був розроблений пакет прикладних програм, який дозволив з використанням ПЕОМ виконувати розв'язування поставленої задачі в області допустимих розв'язків, що обмежується функцією мети (11), критерієм (12) та обмеженнями (13).

Час синтезу параметрів складових конструктивних елементів корпусу на ПЕОМ не перевищує 20...40 с.

Висновки.

1. Розроблено метод багатопараметричного синтезу конструктивних елементів корпусу з використанням оптимізаційної математичної моделі, який дозволяє у декілька разів скоротити цикл конструкторської підготовки виробництва.

2. Для реалізації методу багатопараметричного синтезу конструктивних елементів корпусу в процесі розв'язування оптимізаційної математичної моделі на ПЕОМ, використано метод Монте-Карло, що значно спрощує процес оптимізації за рахунок використання псевдовипадкових чисел.

3. Використання прийнятого критерію оптимізації дозволяє обґрунтовано забезпечувати встановлений ресурс роботи запроєктованого корпусу циліндричної зубчастої передачі.

4. Виконана робота для багатопараметричного синтезу конструктивних елементів корпусу циліндричної зубчастої передачі потребує подальшого удосконалення з метою поєднання її з існуючими системами комп'ютерного проектування.

Список літератури: 1. *Заблонский К.И.* Зубчатые передачи. – К.: Техніка, 1977. – 208с. 2. *Кириченко А.Ф., Бережной В.А.* Перспективы улучшения работы эвольвентных передач // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПІ", 2004. – Вип.31. – С.82–88. 3. *Шишов В.П., Ткач П.Н., Ревякина О.А., Мухоматов А.А.* Синтез цилиндрических зубчатых передач с высокой нагрузочной способностью // Вісник Східноукр. нац. ун-ту ім. В. Даля. – №10(56). – Луганськ: ВНУ ім. В. Даля. – 2002. – С.247–254. 4. *Шишов В.П., Ткач П.Н.* Дифференциальные уравнения для синтеза зубчатых передач с двояковыпукловогнутой зубьями // Подъемно-транспортная техника. – №4. – 2003. – С.25–32. 5. *Утутов Н.Л.* Синтез уравнительного механизма из некруглых зубчатых колес для цепных приводов // Вестник машиностроения. – №8. – 1986. – С.37–39. 6. *Кіндрацький Б.І., Сулим Г.Т.* Рациональне проектування машинобудівних конструкцій. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, 2003. – 280с. 7. *Анурьев В.И.* Справочник конструктора-машиностроителя. Т.3. – М.: Машиностроение, 1980. – 557с. 8. *Проников А.С.* Надежность машин. – М.: Машиностроение, 1978. – 502с. 9. *Ахумов А.В., Генкин Б.М., Иванов Н.Ю.* и др. Справочник нормировщика. – Л.: Машиностроение, 1986. – 458с. 10. *Пуш В.Э., Беляев В.Г., Гаврюшин А.А.* и др. Металлорежущие станки. – М.: Машиностроение, 1985. – 256с. 11. *Гриневич Г.П., Каменская Е.А., Алферов А.К.* Надежность строительных машин. – М.: Стройиздат, 1983. – 296с. 12. *Посацький С.Л.* Опір матеріалів. – Львів: Вид-во Львівського університету, 1973. – 404с.

Надійшла до редакції 08.05.10

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н, генеральный директор АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев
В.М. ФЕЙ, главный инженер АОЗТ "НИИ "Редуктор"

ОБЗОР РЕКОМЕНДАЦИЙ ПО ВЫБОРУ И ПРИМЕНЕНИЮ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ДЛЯ РЕДУКТОРОВ И МОТОР-РЕДУКТОРОВ ОМП

Розглянуто рекомендації з вибору і застосуванню змащувальних матеріалів для редукторів і мотор-редукторів ЗМП.

Recommendations on choice and application of lubricating materials for reducing gears and reducing motor-gears for general engineering are considered.

Смазка является одним из важнейших конструкционных материалов, от правильного выбора и применения которой зависят нагрузочная способность и долговечность зубчатых передач, подшипников, редукторов и мотор-редукторов ОМП, затраты на их эксплуатацию.

Широкое применение в эксплуатации приводной техники имеют минеральные и синтетические масла, полужидкие смазки. В последнее время за рубежом нашли применение также синтетические углеводороды, сложноэфирные синтетические масла и их смеси.


В настоящее время в Украине и странах СНГ действует отраслевой стандарт [1], разработанный ВНИИредуктором, который распространяется на все типы редукторов и мотор-редукторов: цилиндрические, конические, планетарные, коническо-цилиндрические, червячные, волновые и комбинированные.

Рекомендации даны в зависимости от окружных скоростей зубчатых передач (скорости скольжения червячных передач), температуры окружающей среды. Приведены рекомендации по применению пластичных смазок для подшипниковых узлов, а также рекомендации по выбору и применению зарубежных смазочных материалов.


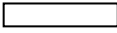
В приложениях к рекомендациям приведены основные характеристики смазочных материалов, порядок применения полужидких смазок "Трансол" и соотношения вязкостных классов масел.

Учитывая непрерывное совершенствование рекомендаций по выбору и применению смазочных материалов для редукторов и мотор-редукторов ОМП в данной публикации приведены рекомендации ведущей зарубежной компании "SEW EVRODRIVE" [2], распространяющаяся на основные типы редукторов и мотор-редукторов с учетом применения минеральных, синтетических масел и их соединений (таблица 1).

Таблица 1

Тип зубчатых передач	6) 		ISO-NLGI	Mobil®	Shell								
Цилиндрические (Ц), конические (К), коническо-цилиндрические (КЦ)	Standard	CLP(CC)	VG 220	Mobilgear 630	Shell Omala 220	Klubberoil GEM 1-220	Aral Degol BG 220	BP Energol GR-XP 220	Tribol 1100/220	Meropa 220	Optigear BM 220	Renolin CLP 220	
	+80	CLP PG	VG 220	Mobil Glygolyle 30	Shell Tivela WB	Klubbersynth GH 6-220	Aral Degol GS 220	BP Energol SG-XP 220	Tribol 800/220	Synlube CLP 220	Optiflex A 220	Optigear Synthetic A 220	
	+80	CLP HC	VG 220	Mobil SHC 630	Shell Omala 220 HD	Klubbersynth EG 4-220	Aral Degol PAS 220		Tribol 1510/220	Pinnacle EP 220	Optigear Synthetic A 220	Renolin Unisyn CLP 220	
	+40	CLP CC	VG 150	Mobil SHC 629	Shell Omala 100	Klubbersynth EG 4-150	Aral Degol BG 100	BP Energol GR-XP 100	Tribol 1100/100	Pinnacle EP 150	Optigear BM 100	Renolin CLP 150	
	+25	HLP (HM)	VG 150	Mobilgear 627	Shell Tellus T 32	Klubberoil GEM 1-150	Aral Degol BG 46		Tribol 1100/100	Meropa 150	Optigear BM 100	Renolin CLP 150	
	+10	HLP (HM)	VG 68/46	Mobil D.T.E. 13M	Shell Tellus T 32	Klubberoil GEM 1-68	Aral Degol BG 46		Tribol 1100/68	Rando EP Ashless 46	Rando EP Ashless 46	Renolin B 46 HVI	
	+10	CLP HC	VG 32	Mobil SHC 624	Shell Tellus T 15	Klubbersynth FG-32		BP Energol HLP-HM 10	Tribol 1100/68	Cetus PAO 46	Rando HDZ 15		
	+10	HLP (HM)	VG 15	Mobil D.T.E. 11M	Shell Tellus T 15	Isotefix MT 30 ROT							
	+40	CLP (CC)	VG 680	Mobilgear 636	Shell Omala 680	Klubberoil GEM 1-680	Aral Degol BG 680	BP Energol GR-XP 680	Tribol 1100/680	Meropa 680	Optigear BM 680	Optigear BM 680	Renolin CLP 680
	+60	CLP PG	VG 680 (1)	Mobil Glygolyle HE 680	Shell Omala 460 HD	Klubbersynth GH 6-680		BP Energol SG-XP 680	Tribol 800/680	Synlube CLP 680	Pinnacle EP 460		
Червячные (Ч)	+80	CLP HC	VG 460	Mobil SHC 634	Shell Omala 460 HD	Klubbersynth EG 4-460							
	+80	CLP HC	VG 150	Mobil SHC 629	Klubbersynth EG 4-150								
	+10	CLP (CC)	VG 150	Mobilgear 627	Shell Omala 100	Klubberoil GEM 1-150	Aral Degol BG 100	BP Energol GR-XP 100	Tribol 1100/100	Synlube BM 100	Optigear BM 100	Renolin CLP 150	
	+20	CLP PG	VG 220 (1)	Mobil Glygolyle 30	Shell Omala 100	Klubbersynth GH 6-220	Aral Degol BG 100		Tribol 800/220	Synlube CLP 220	Optiflex A 220		
	0	CLP HC	VG 32	Mobil SHC 624	Shell Omala 100	Klubbersynth FG-32							
	+40	HCE	VG 460	Shell Castella Field GL 460	Klubberoil 40HT-460	Klubberoil UHT-460	Aral Eural Gear 460				Optilieb GT 460		
	+40	E	VG 460		Klubberoil CAE-460	Klubberoil BAB 460					Optisyn BS 460		
	+40	SEW PG	VG 460 (2)	Mobilube SHC 75 W90-LS		Klubber SEW HT-460-5							
	+10	API GL5	SAE 75W90 (~VG 100)										
	+40	CLP PG	VG 460 (3)	Mobilube SHC 75 W90-LS									
Спиральные	+40	CLP PG	VG 460 (3)	Mobilube SHC 75 W90-LS									
	+60	DIN 51 818	00	Glygolyle Grease 00	Shell Tivela GL 00	Klubbersynth UHT 6-460							
Цилиндрические	+40	DIN 51 818	000 - 0	Mobilux EP-004	Shell Alvania GL 00	Klubbersynth GE 48-1200							
	+40	DIN 51 818	000 - 0	Mobilux EP-004	Shell Alvania GL 00	Klubbersynth GE 48-1200							
												Renolin SF 7 - 041	

Используемые в таблице 1 сокращения и сноски имеют следующие определения:

- CLP - минеральное масло;
 CLPPG - полигликоль для спироидных редукторов;
 CLPHC - синтетические углеводороды;
 E - сложноэфирное синтетическое масло;
 HCE - синтетические углеводороды + сложноэфирное масло;
 HLP - масло для гидравлических систем;
 - синтетический смазочный материал (смазка на синтетической основе для подшипников качения);
 - минеральный смазочный материал;
- 1) - червячные редукторы с PG маслом по согласованию с SEW-EVRODRIVE;
 - 2) - специальный смазочный материал только для спироидных редукторов;
 - 3) - рекомендуется выбирать при эксплуатационном коэффициенте $f_B \geq 1,2$.
 - 4) - необходимо учитывать критические условия запуска при низких температурах;
 - 5) - Жидкая смазка;
 - 6) - температура окружающей среды;
- смазочный материал для оборудования пищевой промышленности (безвредный для пищевых продуктов);
 - биологический смазочный материал для оборудования сельского, лесного и водного хозяйства.



Для подшипников качения рекомендуются смазки, приведенные в таблице 2.

Таблица 2

Место установки	Температура окружающей среды	Изготовитель	Тип
Подшипники качения в редукторе	-20...+ 60°C	Mobil	Mobilux EP2
	-40...+ 80°C	Mobil	Mobiltemp SHS100
Подшипники качения в двигателе	-20...+ 80°C	Esso	Unirex EQ3
	-20...+ 60°C	Shell	Alvania RL3
	+80...+ 100°C	Kiuber	Bamerta L55/2
	-45...+ 25°C	Shell	Aero Shell Grease 16
Специальная консистентная смазка (для подшипников редуктора в пищевой промышленности (например, в холодильных камерах))	-30...+ 40°C	Aral	Aral Eural Grease EP2
	-20...+ 40°C	Aral	Aral Aralube BAB EP2

Необходимое количество смазки рекомендуется:

- для подшипников с высокой скоростью вращения (двигатель и входная ступень редуктора) – заполняется смазкой полости между шариками (роликами) на одну треть объема;

- для подшипников с низкой скоростью вращения (редуктор и его выходная ступень) – заполняется смазкой полости между шариками (роликами) на две трети объема.

Ориентировочные объемы смазки должны указываться в паспорте редуктора (мотор-редуктора).

Интерес представляют рекомендации по смазке известной итальянской фирмы "Bonfiglioli" [3].

Рекомендации даны в зависимости от характера нагрузки и температуры окружающей среды $-20^{\circ}\text{C} < t < +40^{\circ}\text{C}$ (таблица 3). В случае необходимости работы редуктора при температурах от -10°C до -20°C , запуск возможен только после постепенного и равномерного предварительного прогрева редуктора либо после предварительной работы без нагрузки. Затем после достижения редуктором температуры в -10°C и выше, нагрузка может быть приложена к выходному валу.

Таблица 3

Характер нагрузки	Вязкость при температуре 0°C – 20°C		Вязкость при температуре 20°C – 40°C	
	Минеральное масло ISOVG	Синтетическое масло ISOVG	Минеральное масло ISOVG	Синтетическое масло ISOVG
Легкая	150	150	220	220
Средняя	150	150	320	220
Тяжелая	200–220	200–220	460	320

Редукторы и мотор-редукторы небольших размеров с крутящим моментом на выходном валу до 850 Н·м поставляются изготовителем заправленными маслом, редукторы больших размеров поставляются без масла.

Редукторы заполняемые на заводе смазкой на весь период эксплуатации в обслуживании не нуждаются. В других типах и размерах редукторов первая замена масла с промывкой специальным средством или маловязким маслом производится через 300 часов работы. Не допускается смешивание минеральных масел с синтетическими. Необходима регулярная проверка уровня масла и его замена через интервалы, указанные в таблице 4.

Таблица 4

Температура масла, °C	Интервал между заменами масла, ч	
	минеральное масло	синтетическое масло
< 65	8000	25000
65 – 80	4000	15000
80 – 95	2000	12500

Список литературы: 1. ГСТУ 3-26-1-94 "Редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного применения. Выбор и применение смазочных материалов отечественного и зарубежного производства. Методические рекомендации". –16с. 2. SEW-EVRODRIVE. Германия. Мотор-редукторы. Каталог A3.D01. 2008. –786с. 3. BONFIGLIOLI RIDUTORI.Италия. Каталог. 2008. – 402с.

Поступила в редколлегию 16.05.10

Б.С. ВОРОНЦОВ, к.т.н., доцент каф. ТМ ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНОГО СИНТЕЗА ПЕРЕДАЧ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Розроблено математичне забезпечення інтерактивного синтезу передач зацепленням. Новий підхід до управління параметрами дозволяє підвищити ефективність процесу синтезу за рахунок максимального використання можливостей сучасних комп'ютерних технологій.

Mathematical provision of interactive gear engagement synthesis has been developed. New approach to parameter control allows for synthesis process effectiveness increase due to maximum use of modern computer technologies possibilities.

Постановка проблеми. Важнейшей предпосылкой автоматизации процесса проектирования является возможность нахождения оптимального варианта технического решения. Оптимизация, как выбор наилучшего варианта среди некоторого множества, подразумевает наличие правила предпочтения одного варианта другому, которое называется критерием оптимальности. В основе построения правила предпочтения лежит целевая функция, количественно выражающая качество объекта и потому называемая также функцией качества.

Для параметрической оптимизации постановка задачи выглядит следующим образом:

Имеется вектор $\mathbf{X}=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ независимых внутренних параметров, значения которых однозначно определяют все характеристики изделия, в том числе целевую функцию и функциональные ограничения. Таким образом, целевая функция и функции ограничений зависят от внутренних параметров.

В процессе оптимизации часть независимых внутренних параметров подвергается изменениям в определенных пределах. Такие параметры называются управляемыми, а пределы их изменения – параметрическими ограничениями.

В задачах синтеза передач зацеплением выбор оптимального решения сводится к выбору наилучшей геометрии рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес. При этом кроме рабочих поверхностей зубьев используются и другие поверхности такие, как производящие, поверхности зацепления. Между этими поверхностями существуют различные связи (огибания, функциональные, скрытые), которые определяют зависимость одних поверхностей от других.

Поэтому в качестве управляемых параметров можно выбрать те параметры, которые управляют формой одной из взаимозависимых поверхностей. В качестве таких поверхностей могут служить как вышеперечисленные поверхности, так и различные вспомогательные поверхности, функционально связанные с синтезируемым объектом.

Анализ литературы. Разработке теории синтеза передач зацеплением посвящены работы отечественных и зарубежных ученых [1-4]. Применение

компьютерных технологий значительно повышает эффективность создания новых видов передач. Это подтверждают работы [5, 6]. В работе [7] приведен анализ математического обеспечения, которое широко используется при создании современных компьютерных систем поверхностного и твердотельного моделирования. Однако до настоящего времени недостаточно разработано математическое и методическое обеспечение систем интерактивного компьютерного синтеза передач зацеплением.

Целью данной работы является разработка математического обеспечения интерактивного компьютерного синтеза передач зацеплением.

Основная часть. Форму любой поверхности определяют параметрические кривые. Так в теории зубчатых зацеплений широко используются линии, описывающие исходный контур производящей поверхности.

Для того чтобы выбрать управляемые параметры задачи оптимизации зубчатых зацеплений, необходимо проанализировать математическое описание существующих линий и поверхностей и выбрать такие, которые бы имели ряд следующих преимуществ:

- позволяли максимально использовать современные достижения компьютерных технологий в плане управления процессом синтеза и визуализации результатов анализа;
- управляемые параметры можно было бы привести к единому виду, то есть унифицировать задачу синтеза и анализа передач зацеплением;
- процесс передачи информации из среды синтеза в среду твердотельного и поверхностного компьютерного моделирования не вызывал бы никаких затруднений, что позволяло бы создавать программные приложения для существующих CAD-систем.

Любую кривую, представленную как аналитически, так и таблично можно аппроксимировать с достаточной степенью точности различного вида сплайнами. В качестве универсального описания предлагаются кривые и поверхности Безье, которые широко используются в системах автоматизированного проектирования и обладают целым рядом свойств, удобных для построения математических моделей управляемого синтеза и оптимизации передач зацеплением.

Уравнение кривой в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x_k &= f_1(\lambda, P_x) = (1-\lambda)^3 x_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda x_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 x_2 + \lambda^3 x_3; \\ y_k &= f_2(\lambda, P_y) = (1-\lambda)^3 y_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda y_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 y_2 + \lambda^3 y_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где $P_x=(x_0, x_1, x_2, x_3)$, $P_y=(y_0, y_1, y_2, y_3)$ – векторы координат опорных и управляющих точек P_0, P_1, P_2, P_3 , λ – переменная величина $0 \leq \lambda \leq 1$.

Этой кривой можно управлять с помощью курсора на экране компьютера, изменяя положение опорных точек P_0, P_3 и управляющих точек P_1, P_2 . Это позволяет визуализировать процесс синтеза, проводить всесторонний дина-

мический анализ как геометрии синтезированных передач, параметров зацепления, так и функций качества задач синтеза и оптимизации. Положением управляющих точек можно также управлять с помощью диалоговых панелей, пошагово изменяя значение координат точек или задавая конкретные их значения. Поэтому в качестве управляемых параметров задач синтеза и оптимизации предлагается использовать координаты точек управляющих объектов.

Профильный угол исходного контура определяется из выражения:

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{f_1'(\lambda, P_x)}{f_2'(\lambda, P_y)},$$

где $f_1'(\lambda, P_x) = 3(-x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3)\lambda^2 + 6(x_0 - 2x_1 + x_2)\lambda + 3(x_1 - x_0)$;
 $f_2'(\lambda, P_y) = 3(-y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3)\lambda^2 + 6(y_0 - 2y_1 + y_2)\lambda + 3(y_1 - y_0)$,

- производные функций $f_1(\lambda, P_x)$ и $f_2(\lambda, P_y)$ по λ .

При анализе геометрии и выводе формул для определения функций качества необходимо знать вторые производные, которые имеют вид:

$$f_1''(\lambda, P_x) = 6(-x_0 + 3x_1 - 3x_2 + x_3)\lambda + 6(x_0 - 2x_1 + x_2);$$

$$f_2''(\lambda, P_y) = 6(-y_0 + 3y_1 - 3y_2 + y_3)\lambda + 6(y_0 - 2y_1 + y_2).$$

Уравнение станочного зацепления:

$$F_i = [\pm y_n(\mu, N) \pm \Omega_2 \cos \beta \mp R_i \varphi_i] \cdot \sin \alpha = 0, \quad (2)$$

где $\Omega_2 = \Omega_1 + f_2(\lambda, P_y)$; $\Omega_1 = \frac{f_1(\lambda, P_x) \cdot f_1'(\lambda, P_x)}{f_2'(\lambda, P_y)}$.

Уравнение поверхности станочного зацепления в параметрическом виде:

$$x = f_1(\lambda, P_x); \quad y = -\Omega_1 \cos \beta;$$

$$z = z_n(\mu, N) - f_2(\lambda, P_y) \sin \beta. \quad (3)$$

Для определения уравнений поверхностей зубьев нарезаемых колес необходимо представить уравнения поверхности станочного зацепления в системах координат S_1 или S_2 . Уравнения поверхностей контактирующих зубьев в системе координат S_i имеют вид:

$$x_i = [f_1(\lambda, P_x) \pm R_i] \cos \varphi_i \pm \Omega_1 \cos \beta \sin \varphi_i;$$

$$y_i = [R_i \pm f_1(\lambda, P_x)] \sin \varphi_i - \Omega_1 \cos \beta \cos \varphi_i;$$

$$z = z_n(\mu, N) - f_2(\lambda, P_y) \sin \beta. \quad (4)$$

Для определения функций качества многокритериального интерактивного синтеза и оптимизации передач зацеплением можно использовать следующие геометро-кинематические показатели:

- относительная скорость скольжения рабочих поверхностей;
- суммарная скорость перемещения точек контакта в направлении, перпендикулярном линии мгновенного контакта;
- коэффициент удельных скольжений;
- угол между относительной скоростью и направлением линии контакта;
- приведенная кривизна поверхностей зубьев в направлении, перпендикулярном линии контакта и др.

В качестве функциональных ограничений можно использовать:

- коэффициент перекрытия;
- условия подрезания зубьев;
- условия заострения зубьев и др.

Относительная скорость скольжения рабочих поверхностей зубьев:

$$V^{(12)} = (\omega_1 + \omega_2) f_1(\lambda, P_x) \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \alpha \cos^2 \beta + 1}. \quad (5)$$

Суммарная скорость перемещения точек контакта в направлении, перпендикулярном линии контакта при $\omega_1 = 1 \text{ рад/с}$:

$$u_i = u_{\tau 1} + u_{\tau 2} = \frac{\sqrt{(f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2}}{\sqrt{(\Omega_2')^2 \cos^2 \beta + [(f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2] \cdot \sin^2 \beta}} \times$$

$$\times \left[2R_1 + \frac{f_1(\lambda, P_x)}{f_2(\lambda, P_y)} (\Omega_2' \cos^2 \beta + f_2'(\lambda, P_y) \cdot \sin^2 \beta) \cdot \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right]. \quad (6)$$

Здесь $u = \omega_1 / \omega_2$ – передаточное число зубчатой пары.

Коэффициенты удельных скольжений:

$$\eta_i = \frac{\pm \frac{u+1}{u}}{\left(\frac{R_i f_2'(\lambda, P_y)}{f_1(\lambda, P_x) \cdot (\Omega_2' \cos^2 \beta + f_2'(\lambda, P_y) \cdot \sin^2 \beta)} \pm 1 \right)}. \quad (7)$$

Тангенс угла между относительной скоростью и направлением линии контакта имеет вид:

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{\sqrt{(f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2}}{\sin \beta \cdot \cos \beta} \times \frac{\Omega_2' \cdot \cos^2 \beta + f_2'(\lambda, P_y) \cdot \sin^2 \beta}{f_2'(\lambda, P_y) \cdot \Omega_2' - ((f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2)}. \quad (8)$$

Приведенная нормальная кривизна контактирующих поверхностей зубьев в направлении, перпендикулярном линии контакта:

$$\chi_{пр} = \frac{(R_1 + R_2) \cdot f_2'(\lambda, P_y)}{\left[(f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2 \right]^{\frac{3}{2}}} \times \frac{1}{\left[R_1 + \frac{f_1(\lambda, P_x)}{f_2'(\lambda, P_y)} (\Omega_2' \cdot \cos^2 \beta + f_2'(\lambda, P_y) \cdot \sin^2 \beta) \right]} \times \frac{\left[(\Omega_2')^2 \cos^2 \beta + (f_1'(\lambda, P_x))^2 + (f_2'(\lambda, P_y))^2 \right] \cdot \sin^2 \beta}{\left[R_2 - \frac{f_1(\lambda, P_x)}{f_2'(\lambda, P_y)} (\Omega_2' \cos^2 \beta + f_2'(\lambda, P_y) \cdot \sin^2 \beta) \right]} \quad (9)$$

Как видно из приведенных формул, описание рабочих поверхностей зубьев и все приведенные геометро-кинематические показатели зависят от координат управляющих точек.

На основании предложенной теории и полученного математического обеспечения была разработана компьютерная программа, позволяющая осуществлять многокритериальный интерактивный синтез передач зацеплением. Интерфейс программы приведен на рисунке.

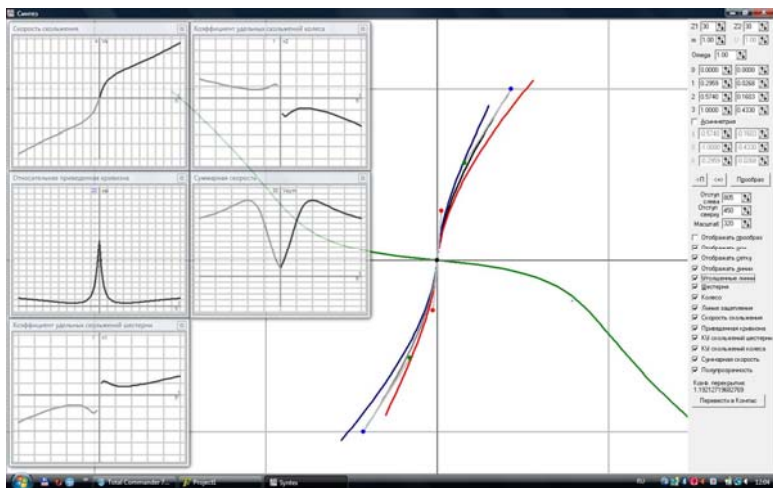


Рисунок – Интерфейс программы многокритериального интерактивного синтеза передач зацеплением

Выводы. Разработано математическое обеспечение многокритериального интерактивного синтеза передач зацеплением. Новый подход к управлению параметрами позволяет повысить эффективность процесса синтеза, унифицировать описание геометрии производящей поверхности, визуализировать дина-

мически изменяемые значения критериев синтеза, создавать компьютерные модули современных систем поверхностного и твердотельного моделирования.

Список литературы: 1. Litvin, F.L. Gear Geometry and Applied Theory. Prentice hall, Englewood Cliffs. – NJ, 1994. – 724с. 2. Шишов В.П. Високонвантажени циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубьями. Монографія / В.П. Шишов, П.Л. Носко и др. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Далі, 2005. – 216с. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 4. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. Монография. – М.: Изд-во "Станкин", 1999. – 494с. 5. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометро-кинематических представлений: Дис. ... д-ра техн. наук: 05.02.18. – Тюмень, 2005. – 421с. 6. 3-D моделирование инструментов, формообразования и съема припуска при обработке резанием / Грабченко А.И., Кондусова Е.Б., Кривошея А.В., Равская Н.С., Родин П.Р. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2001. – 304с. 7. Голованов Н.Н. Геометрическое моделирование. – М.: Изд-во физ. мат лит., 2002. – 472с.

Поступила в редколлегию 17.05.10

УДК 621.833

В.Л. ДОРОФЕЕВ, д.т.н., проф., ФГУП "ММП "Салют", г. Москва, Россия
Д.В. ДОРОФЕЕВ, инженер ФГУП "ММП "Салют"
А.Б. ЕДИНОВИЧ, нач. бригады ГП "Ивченко-Прогресс", г. Запорожье
А.В. КОРНЕЙЧУК, ведущий конструктор ГП "Ивченко-Прогресс"

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РЕДУКТОРОВ ДЛЯ САМЫХ МОЩНЫХ В МИРЕ УКРАИНСКО-РОССИЙСКИХ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Розглянуто питання підвищення якості проектування редукторів авіаційних двигунів за рахунок оптимальної модифікації профілю зубів евольвентного зачеплення, розрахованого за допомогою програми ASGears. Представлені теоретичні основи рішення зворотної задачі теорії зачеплення, реалізовані в програмі ASGears.

There is discussed question of increasing quality of gearbox design by means of optimum tooth profile modification of involute mesh calculated with ASGears program. There are presented theoretical principles of the inverse problem solution of mesh theory realized in ASGears program.

Выкат первого военно-транспортного самолета НАТО А400М состоялся 26 июня 2008 г. более чем на полгода позже запланированного срока. Основной причиной задержки стали проблемы в разработке нового двигателя TP400-D6 компанией EuroProp International. Этот двигатель является самым мощным турбовинтовым авиационным двигателем, когда-либо созданным странами Запада – его мощность составляет 11 тысяч лошадиных сил.

Однако самым мощным турбовинтовым авиационным двигателем в мире является советский двигатель НК-12МП, который устанавливался на самолеты

Ту-95МС и Ту-142М (15 тысяч лошадиных сил), и Украинско-Российский двигатель Д27 (14 тысяч лошадиных сил) для самолёта АН-70 (рисунок 1).



Рисунок 1 – Украинско-Российский стратегический военно-транспортный самолет АН-70 с двигателями Д27

На западе признают, что по всем тактико-техническим характеристикам самолет АН-70 существенно превосходит самолет А400М. Например, для взлета самолету АН-70 требуется полоса всего 600 метров. Первоначально предполагалось сделать самолет АН-70 основным военно-транспортным самолетом НАТО, однако, как и можно было предположить, на западе забыли об обещании и стали создавать собственный самолет. Но, несмотря на то, что в состав участников программы создания самолета А400М входят фирмы: "Аэроспасьяль" (Франция), "Бритиш аэропейс" (Великобритания), "Алениа" (Италия), CASA (Испания) и DASA (ФРГ) и в качестве ассоциативных членов в программе принимают участие компании Бельгии, Португалии и Турции решить конструкторские и технологические проблемы двигателя на западе не удалось. Неудачи потребовали уменьшить мощность двигателя и далее ухудшить ряд технических характеристик самолета А400М

Главной причиной, по которой на западе не удалось создать двигатель и самолет с близкими к АН-70 характеристиками – это редуктор, устанавливаемый между турбиной и винтом.

Двигатель Д27, как и двигатель НК-12МП начинали создаваться в Советское время. В это время государство имело возможность выделять достаточные средства и могло координировать работу различных предприятий для обеспечения превосходства в военной технике перед западом. Это позволяло решить проблемы, с которыми сталкивались конструкторы при разработке новых авиационных редукторов.

Президент Ассоциации "Союз авиационного двигателестроения" д.т.н., проф. Чуйко В.М., руководил в г. Запорожье работами по созданию новых двигателей и так описал, проблемы, возникающие при доводке редуктора двигателя АИ-24 [1]: "Повышенное динамическое возбуждение в зубчатых

колесах передавалось на лопатки и диски компрессора и сопровождалось обрывами лопаток I, III, VIII, IX и X ступеней компрессора и появлением трещин на дисках отдельных ступеней компрессора".

В Советское время проблема решалась путем проведения многочисленных экспериментов, часто сопровождаемых взрывами двигателей, из которых извлекалась информация, необходимая для создания работоспособной конструкции редуктора.

В настоящее время в связи с мировым кризисом капитализма и недостаточным финансированием новых разработок предприятия вынуждены искать новые подходы к решению проблем.

Два предприятия России и Украины: ФГУП "ММПШ "Салют" и ГП "Ивченко-Прогресс" объединили усилия для проектирования и производства новых двигателей. Так редуктор для двигателя Д27 изготавливает и выполняет его доводку методом расчёта российское предприятие ФГУП "ММПШ "Салют". Конструктивное оформление и экспериментальная проверка расчётов лежит на украинском ГП "Ивченко-Прогресс". Проанализировав историю доводки редуктора Д27, авторами был сделан важный вывод: Применяемые для расчёта авиационных зубчатых передач методы расчёта непригодны для создания новых высоконагруженных авиационных редукторов. Динамическое возбуждение в зубчатых передачах не рассчитывалось, толщина слоя смазки, определяющая заедание определялась без учёта динамики движения, связь между кинематическими и кинетическими погрешностями не выявлялась, модификация учитывалась крайне упрощенно, степень точности колес назначалась по возможностям имеющегося оборудования. Предстояло устранить все перечисленные недостатки.

В основу новой системы расчётов была положена методика, которая создавалась в ВОЕНМЕХе, для космического и оборонного производства [2]. В работе над новой методикой принимали участие такие учёные как Вулгаков Э.Б., Кудрявцев В.Н., Кузьмин И.С., Решетов Д.Н., Хлебалин Н.Ф. Экспериментальные работы по совершенствованию методики расчёта выполнили А.Б.Единович [3] и Корнейчук А.В.

Сущность нового метода расчета. В основе нового метода расчета была положена новая модель динамики, отличающаяся существенно более глубоким учетом кинематики зубьев. Схема динамической модели зависит от конструкции передачи, но во многих случаях её можно представить в виде, показанном на рисунке 2. Более простая модель уже не будет позволять рассчитывать процессы, важные для создания авиационных двигателей.

Для выполнения вышеперечисленных требований к методике динамическая модель для учёта радиальных и угловых инерционных сил должна включать зубчатые колеса с массами m_1 и m_2 , а также как минимум одну присоединенную массу m_3 , а для учета инерционных моментов выполняется дополнением масс моментами инерции колес и присоединенных масс J_1 , J_2 и J_3 . Чтобы учесть кру-

тильные колебания, передающиеся на детали двигателя введены упругости C_1 , C_2 и коэффициенты демпфирования H_1 и H_2 . Нелинейные упругие элементы C_{r1} и C_{r2} с коэффициентами демпфирования H_{r1} и H_{r2} позволяют выполнить расчет динамических сил, действующих на опоры. Влияние обычно малоэжесткого корпуса авиационного редуктора учитывается телами A и B , имеющими массы m_A и m_B , а жесткость корпуса моделируется элементом C_K, H_K .

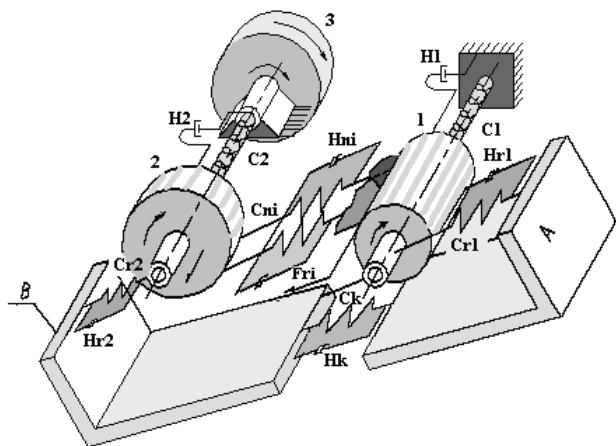


Рисунок 2 – Графическая схема динамической модели зубчатой передачи

Отличительной особенностью модели, с помощью которой решается задача проектирования авиационных редукторов и передач, является учёт сил P_{ri} , распределенных между парами зацепляющихся зубьев и которые зависят от структуры кинематики F_{ri} , состоящей из совокупности шаговых и профильных погрешностей $f_1(\varphi), f_2(\varphi), \dots, f_n(\varphi)$, рисунок 3.

В простейшем виде, модель кинематики представлена схемой, показанной на рисунке 3.

Принятая модель учета кинематического состояния зубьев в зацеплении, позволяет определить, какие зубья находятся в зацеплении, какие точки профиля каждого зуба находятся в контакте, какие зазоры есть между зубьями, какие радиусы кривизны профиля, какая жесткость C_{ni} каждой зацепляющейся пары зубьев и какой коэффициент демпфирования есть в зацеплении i -й пары зубьев. Например, в фазе зацепления $\varphi = \varphi_3$ отклонения зубьев от номинального положения будут $f_1(\varphi_3), f_2(\varphi_3), f_3(\varphi_3)$.

Конкретное определение структуры кинематики погрешностей $f_1(\varphi), f_2(\varphi), \dots, f_n(\varphi)$ выполняется путем численного решения n обратных задач теории зацепления для каждой пары зубьев. Т.е. по заданным отклонениям профилей зубьев определяется совокупность кинематических отклонений, которые являются кинематическими возбуждениями, действующими через упругости зубьев на инерционные массы колес.

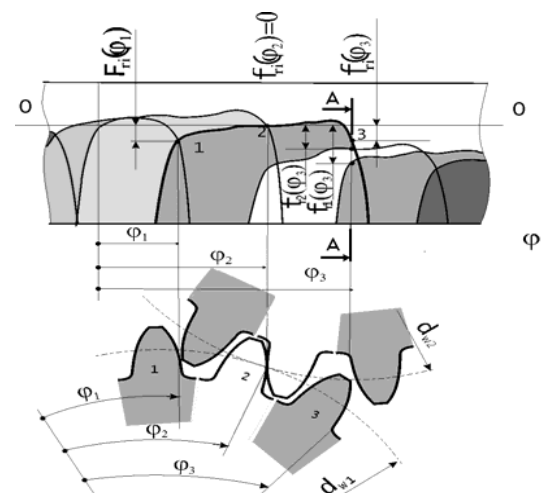


Рисунок 3 – Модель учета кинематического состояния зубьев в зацеплении

Авиационные редукторы обычно выполнены с внутренним зацеплением сателлитов с эпициклом. Поэтому важно было решить обратную задачу теории зацепления, как для внешнего, так и для внутреннего зацепления. Метод и программу решения обратной задачи теории зацепления разработал на ФГУП "ММП "Салют" Д.В. Дорофеев. Программа, использованная для верификации метода и программа расчёта показана на рисунке 4.

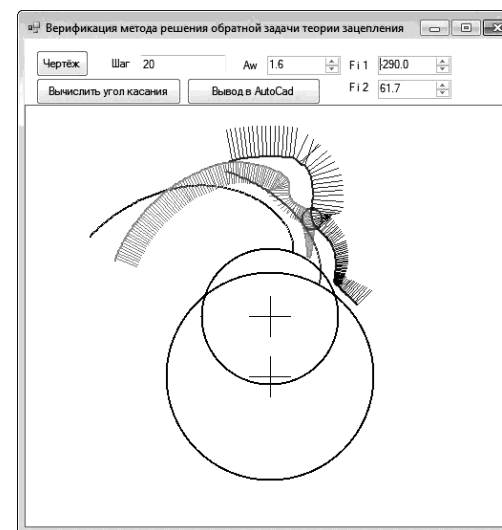


Рисунок 4 – Модель расчётно-графической верификации решения обратной задачи теории внутреннего зацепления

В процессе решения обратной задачи теории зацепления вычисляются: фактические углы давления, фактические передаточные отношения, фактическая кривизна зубьев в точках контакта. А по результатам расчета определяются: реальные контактные напряжения на зубьях, кинематическая погрешность, реальная сила давления на подшипники.

Поскольку разработанный метод расчёта является функциональным, то он позволяет оценить все процессы в кромочных фазах зацепления, которые в наибольшей степени определяют появления заедания на зубьях, динамические удары, плавность зацепления под нагрузкой. Именно эти важнейшие процессы не отражались в ранее применяемых методах расчёта.

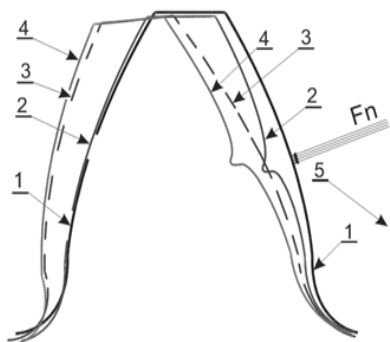


Рисунок 5 – Расчет прогиба нагруженного контура зуба:

- 1 – линия ненагруженного контура зуба,
- 2,3 – линий, промежуточных вычисления,
- 4 – линия прогиба зуба

Данные методы были внедрены в программный комплекс AsGears. Результат расчета показан рисунках 6, 7.

Реализация рассчитанной формы эвольвенты в зубчатых передачах.

Начиная с первых редукторов турбовинтовых двигателей известно, что точно изготовленные немодифицированные зубчатые передачи имеют недостаточную несущую способность, особенно на передачах с высокими окружными скоростями. Расчет с помощью программы ASGears зацеплений редукторов 50-60 годов с учетом модификации подобранной опытным путем, показал, что существующая модификация, не является оптимальной, но является необходимой и позволяет многократно снизить величину пиковых напряжений, внедрение оптимизированной модификации позволило кроме снижения контактных напряжений уменьшить виброактивность редуктора. Оптимизация зацепления авиационных редукторов, в том числе редуктора двигателя Д-27, а также коробок приводов, путем расчета оптимальной профильной модификации позволила обеспечить заданный ресурс и повысить стабильность производства за счет более точного определения требований при изготовлении.

Поскольку в предложенном методе отслеживается фазовое состояние зубьев, то это открыло возможность решить задачу строгого определения не только контактных, но и изгибных напряжений, действующих на зубья в любой фазе зацепления.

Для решения этой задачи потребовалось разработать высокоточный метод расчета деформаций и напряжений зубьев, (рисунки 5, 6). Известные способы решения этой задачи, в том числе и с использованием программ типа ANSYS, не позволяли определить деформации с достаточной точностью. А включение этих программ в систему автоматизированного проектирования авиационных зубчатых передач оказалось невозможным.

При модуле $m=1$ мм, норм. сила $F=1N$, ширина зуба $bw=1$ мм

Число зубьев- 67
 Смещение исходного контура= -0.30
 Радиальный зазор- 0.10
 Угол исходного контура= 14.00 25.00
 Высота головки- 1.39
 Граничная высота - 2.80
 Радиус закругления иск. контура- 0.60 0.40
 Протуберанец инструмента- 0.00 0.02
 Расстояние от точки приложения силы до делительной окружности= 0.03
 Полуширина контактной площадки= 0.12
 Шаг изолиний [МПа]= 0.15
 Растягивающее изгибное напряжение от $F=1N$ 2.81 МПа



РАЗНОСТЬ ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ - ИЗОХРОМЫ.

Рисунок 6 – Расчет напряжений на контуре и в теле асимметричного зуба

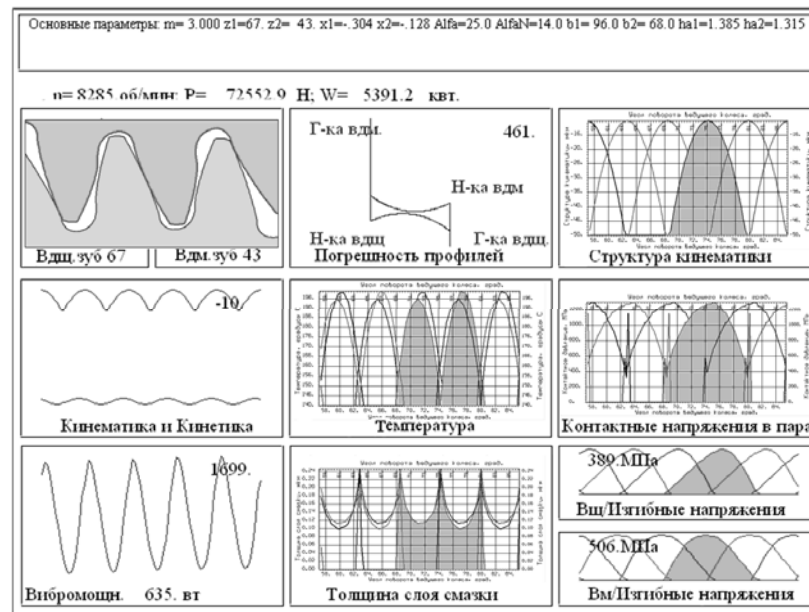


Рисунок 7 – Результат выполнения расчета с помощью программного комплекса ASGears

Выводы. В современных условиях возникла необходимость изменить метод проектирования зубчатых передач для высоконагруженных авиационных редукторов, центральных приводов и коробок двигательных и самолетных агрегатов.

Новым методом проектирования стал программный комплекс ASGears, в основе которого лежит математическая модель нового типа. Результатом проведенных работ, стало обеспечение возможности расчета новой геометрии и новых параметров зубчатых колес, применение которых обеспечило впервые в истории авиации внедрение в производство нового ТВД без дорогостоящей доводки параметров зубчатых колес редуктора. Данный метод применим ко всем авиационным и общепромышленным зубчатым передачам.

Список литературы: 1. Чуйко В.М. А.Г.Ивченко – стратег, организатор, ученый, конструктор. – Конверсия в машиностроении. – №4. – 2004. 2. Дорофеев В.Л. Основы расчета нагрузок и напряжений, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1983. – №3 – С.14–16. 3. Экспериментальные и теоретические результаты исследования авиационных зубчатых передач для двигателей пятого и шестого поколений / Кравченко И.Ф., Единович А.Б., Яковлев В.А., Дорофеев В.Л. // Авиационно-космическая техника и технология. – 2008. – №8. – С.129–134,206.

Поступила в редколлегию 20.05.10

УДК 621.831

Н.Н. ИШИН, к.т.н., доц., нач. отделения МКПАТ Объединённого института машиностроения НАН Беларуси, г. Минск

А.М. ГОМАН, к.т.н., доцент, начальник отдела ОДАВДМ

А.С. СКОРОХОДОВ, к.т.н., вед. научный сотрудник

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПРЯМОЗУБЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ НА КОЭФФИЦИЕНТ ПЕРЕКРЫТИЯ

Запропоновано розрахунок коефіцієнта перекриття прямозубої циліндричної зубчастої передачі, що враховує вплив динамічних процесів, демпфування, похибок кроків зачеплення. Порівняння розрахункових і експериментальних значень коефіцієнтів перекриття показало цілком задовільний їх збіг.

Calculation of a contact ratio of the spur gearing, considering influence of dynamic processes, damping, base errors is proposed. Comparison of calculated and experimental values of contact ratio has displayed their quite satisfactory coincidence.

Введение. В настоящее время практически во всех стандартах и научной литературе, например [1-5] и др., коэффициент перекрытия зубчатых передач находится теоретическим путём из геометрических соображений для идеально из-

готовленных зубчатых колёс. В расчётах зубьев на контактную и изгибную прочность, определении резонансных режимов вращения зубчатых колёс используется именно такое значение коэффициента перекрытия. Проведенные экспериментальные исследования на прямозубых цилиндрических колёсах [6-9] показали, что деформации сопряжённых зубьев, возникающие при нагружении передач, погрешности изготовления и монтажа зубчатых колёс приводят к возникновению значительных внутренних динамических нагрузок в передачах и к существенному изменению величины коэффициента перекрытия. Кроме того, установлено, что динамические процессы в зубчатых зацеплениях также оказывают определённое влияние на этот параметр за счет изменения соотношения периодов однопарного и двухпарного контакта за время зацепления зуба (рисунок 1).

Целью данной работы является разработка динамической модели зубчатого сопряжения прямозубых цилиндрических передач для оценки влияния погрешностей шагов зубьев, нагрузки, действующей в зацеплении, кинематических параметров и демпфирования на динамические нагрузки в зацеплении и реальное значение коэффициента перекрытия.

Динамическая модель зубчатой передачи. Существуют два подхода в исследовании динамических процессов в зубчатых передачах, получивших название вибрационной и ударной теорий динамики зубчатых передач. В соответствии с вибрационной теорией, динамические нагрузки возникают вследствие кинематических погрешностей и изменения жесткости зубьев [10], а по ударной теории они являются следствием удара зубьев в моменты пересопрыжения [11].

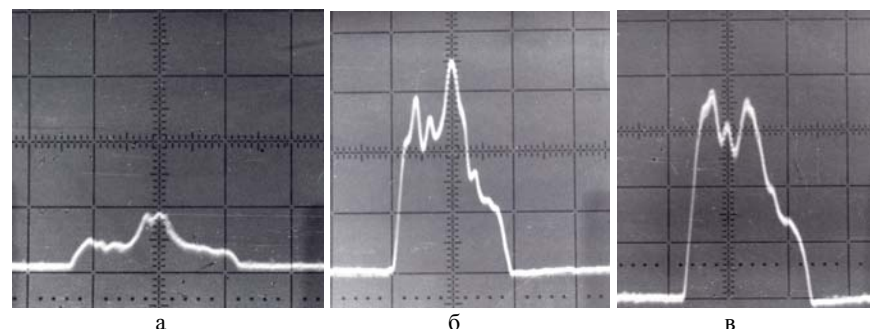


Рисунок 1 – Осциллограммы усилий действующих в зубчатом зацеплении:

- а – частота вращения 100 мин⁻¹, нагружающий момент – 20Н·м;
- б – частота вращения 1000 мин⁻¹, нагружающий момент – 200Н·м;
- в – частота вращения 1000 мин⁻¹, нагружающий момент – 300Н·м

Следует отметить, что значительное число опубликованных работ развивает первый подход. В этом случае учитывается переменная жесткость зубьев, кинематическая погрешность, погрешность профиля и др. Однако такие вопросы как влияние изгиба валов передачи и упруго присоединенных к ко-

лесам масс, передача нагрузки с одной пары зубьев на другую, вход и выход зубьев из зацепления проще и нагляднее изучаются с помощью второго подхода. С помощью теории удара достаточно просто можно также оценить динамическую составляющую нагрузки, действующую в зубчатом зацеплении.

В данной работе решение поставленной задачи строится на основе сочетания указанных методов, а исследование динамических нагрузок в зубчатых передачах ограничивается рассмотрением наиболее характерных для передач общемашиностроительного применения (7...9 степень точности) случаев кромочного удара, при котором шаг ведущего колеса меньше основного шага ведомого зубчатого колеса. При этом удар имеет место при входе новой пары в зацепление. Зубья начинают контактировать не в теоретической точке начала линии зацепления, а несколько раньше. То же самое произойдет и с абсолютно точными колесами, но подверженными деформации. В этом случае деформация предыдущей пары зубьев проявляется аналогично ошибке основного шага, приводящей к кромочному удару.

Эквивалентная динамическая схема, имитирующая работу зубчатых колес при кромочном ударе в момент перехода нагрузки с одной пары зубьев на две, представлена на рисунке 2 [12]. В этой схеме массы зубчатых колес, приведенные к основным окружностям, представлены в виде приведенной массы $\mu_{пр}$, а две пары сопряженных зубьев заменены пружинами, имеющими жесткости C_c и C_k . При этом жесткость C_c принадлежит находящейся в зацеплении впереди идущей паре зубьев 1-1', а жесткость C_k – вступающей с кромочным ударом в зацепление паре зубьев 2-2'.

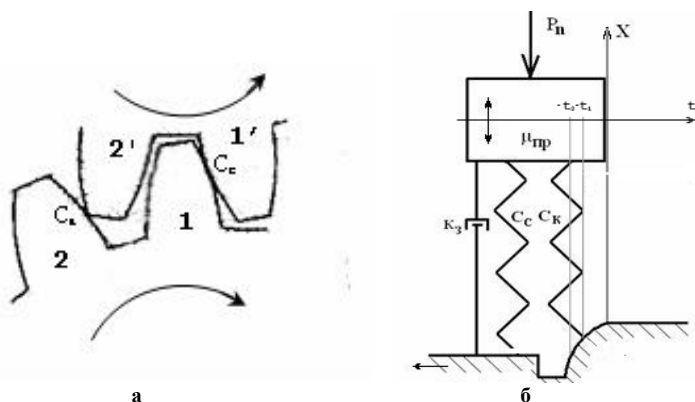


Рисунок 2 – Эквивалентная динамическая схема зубчатой пары:
а – схема зацепления; б – динамическая схема

Построим прямоугольную систему координат. Ось времени t направлена вправо, ось смещения приведенной массы $\mu_{пр}$ – X вверх. В процессе пересопряжения зубьев приведенная масса перемещается только вертикально вдоль оси X ,

а вдоль оси времени t перемещается основание, на которое опираются пружины, определяющие жесткости зубьев. Значение времени $t=0$ соответствует выходу передней пары зубьев с кромочной жесткостью C_k на теоретическую точку начала линии зацепления, смещение центра тяжести приведенной массы $x=0$ – моменту времени $t = -t_2$ входа рассматриваемой пары зубьев в зацепление.

При выбранном направлении координат x , t дифференциальное уравнение, описывающее вынужденные колебания зубчатых колес, имеет следующий вид

$$\mu_{пр}\ddot{x} + k_3\dot{x} + C(t)x = P_n, \quad (1)$$

где P_n – окружная сила, действующая на окружном цилиндре шестерни; $C(t)$ – переменная жесткость зубчатого зацепления; $k_3(\omega)$ – коэффициент демпфирования в зубчатом зацеплении.

Процесс пересопряжения зубьев при кромочном взаимодействии. В зависимости от соотношения величин: Δ_0 – разности основных шагов входящих в зацепление сопрягаемых зубьев (определяемые погрешностью изготовления) и δ_c – деформации пары зубьев, находящейся в зацеплении до момента кромочного удара, имеют место два случая кромочного удара. В первом случае при $\Delta_0 > \delta_c$ пара зубьев C_c полностью разгружается до выхода зубьев с линии зацепления. Вся нагрузка при этом начинает передаваться одной парой зубьев C_k . Во втором случае при $\Delta_0 < \delta_c$ контакт пары зубьев C_c на линии зацепления не нарушается.

При исследовании влияния погрешностей изготовления, действующих в моменты пересопряжения зубьев, на динамические нагрузки и реальный коэффициент перекрытия прямозубых цилиндрических зубчатых передач, функция относительного перемещения зубчатых колес S в случае контакта вне линии зацепления может быть принята параболической. Данная функция, зависящая от геометрических параметров зубчатых колес и окружной скорости, является также функцией приложения нагрузки, стремящейся вывести колесо из статического равновесия. Эта нагрузка пропорциональна увеличению деформации пары зубьев, входящей в зацепление, при кромочном ударе.

В работе [8] функция изменения S в зависимости от времени t представляется в виде

$$S = t^2 / 2p. \quad (2)$$

Параметр p определяется из соотношения

$$\frac{1}{2p} = \frac{2NV^2}{m \cos \alpha}, \quad (3)$$

где V – окружная скорость; m – модуль зубчатого колеса; α – угол зацепления.

Параметр N определяется числом зубьев ведущего и ведомого колёс. График зависимости функции N от чисел зубьев ведущего и ведомого зубчатых колёс представлен на рисунке 3.

Если разность основных шагов сопрягаемых зубьев Δ_0 больше деформации δ_c пары зубьев, находящейся в зацеплении до момента краевого удара, весь процесс перехода нагрузки с пары зубьев C_c на пару C_k можно разделить на четыре периода.

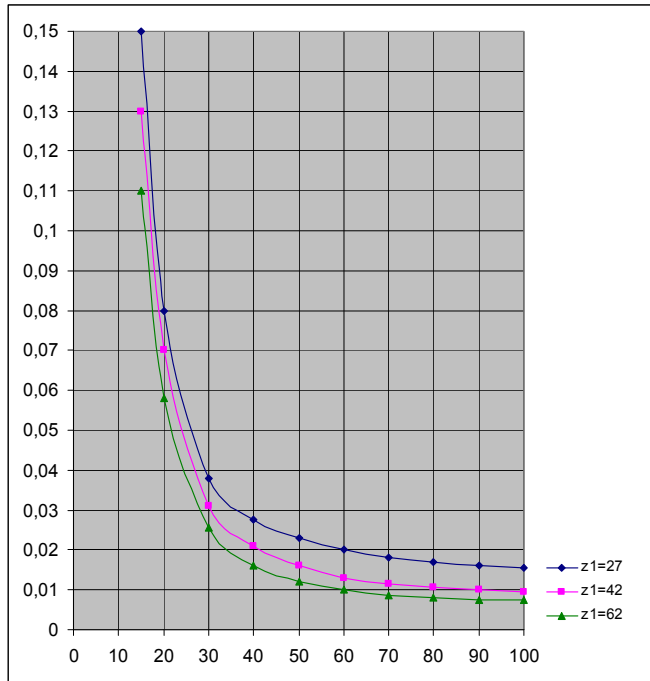


Рисунок 3 – Зависимость функции N от числа зубьев ведущего и ведомого зубчатых колёс [8]

В **первый период** зацепления вся нагрузка P_n передается парой зубьев C_c

$$C_c \delta_c = P_n. \quad (4)$$

Колебаниями, вызванные предыдущей пары зубьев, пренебрегаем.

В течение **второго периода**, начиная с момента времени $t = -t_2$ (рисунок 2) в зацепление вступает пара зубьев C_k , начиная деформироваться и воспринимая все большую и большую нагрузку, разгружая при этом пару

зубьев C_c . Удельная масса μ_{np} смещается при этом на величину x . Функция сжатия S пары зубьев C_k представляется в виде

$$S = \Delta_0 + \delta_c - \frac{t^2}{2p}. \quad (5)$$

Значение времени $t = -t_2$ находится из (5) при условии, что $S = 0$

$$t_2 = \sqrt{2p(\Delta_0 + \delta_c)}. \quad (6)$$

Процесс перераспределения нагрузки с одной пары (C_c) на две (C_c и C_k) может быть описан следующим уравнением

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{C_k}{C} \omega_0^2 (\Delta_0 + \delta_c - \frac{t^2}{2p}), \quad (7)$$

где $h = k_3 / 2\mu_{np}$ – коэффициент затухания; $\omega_0 = \sqrt{C / \mu_{np}}$ – собственная частота незатухающих колебаний зубчатой пары; $C = C_c + C_k$ – суммарная жесткость двух пар зубьев.

Пружина C_k будет сжиматься по закону S до момента времени $t = -t_1$, соответствующего выходу пружины C_c из зацепления. При этом масса μ_{np} переместится вверх по оси X на величину x . Когда сила, воспринимаемая пружиной C_k , достигнет величины $C_k(S - x)$, воспринимаемой пружиной C_c и равной $C_c \delta_c$, последняя выйдет из зацепления. Чтобы пара C_c вышла из зацепления, необходимо, чтобы масса μ_{np} поднялась на величину сжатия этой пружины, т.е. на величину $x = \delta_c$. Тогда $C_k(S - \delta_c) = C_c \delta_c$, откуда $S = \delta_c \cdot C / C_c$. Следовательно, для того, чтобы пара зубьев C_c вышла из зацепления, пружина C_k , начиная с момента t_2 должна пройти путь $S = \delta_c \cdot C / C_c$.

В промежутке от $-t_2$ до $-t_1$ перемещения массы описываются следующим уравнением

$$C_c(\delta_c - x) + C_k(S - x) = P_n + \mu_{np}\ddot{x} + k_3\dot{x}. \quad (8)$$

Постоянные интегрирования этого уравнения при начальных условиях: $t = -t_2$, смещение x и скорость \dot{x} массы μ_{np} равны нулю. Учитывая, что при малом затухании ($h \ll \omega_0$) собственная частота затухающих колебаний $\omega_* = \sqrt{\omega_0^2 - h^2}$ практически совпадает с собственной частотой незатухающих

колебаний ω_0 ($\omega_* \approx \omega_0$), решение уравнения (8) в первом приближении с учётом начальных условий можно представить в виде:

$$x_1 = e^{h(t_2-t)}(D_1 \sin \omega_* t + D_2 \cos \omega_* t) + \frac{C_\kappa}{C} \left(\Delta_0 + \delta_c - \frac{t^2}{2p} + \frac{1}{p\omega_0^2} \right), \quad (9)$$

где постоянные интегрирования D_1, D_2 определяются из выражений

$$D_1 = \frac{C_\kappa}{C\omega_0^2 p} [-\sin \omega_* t_2 + \omega_* t_2 \cos \omega_* t_2]; \quad D_2 = \frac{C_\kappa}{C\omega_0^2 p} [-\cos \omega_* t_2 - \omega_* t_2 \sin \omega_* t_2]. \quad (10)$$

Скорость перемещения массы $\mu_{\text{пр}}$ в первом приближении определяется выражением

$$\dot{x} = e^{h(t_2-t)} \omega_* (D_1 \cos \omega_* t - D_2 \sin \omega_* t) - \frac{C_\kappa}{C} \frac{t}{p}. \quad (11)$$

Момент времени t_1 полного выхода пары зубьев C_c из зацепления находится из трансцендентного уравнения

$$e^{h(t_2-t_1)}(D_1 \sin \omega_* t_1 + D_2 \cos \omega_* t_1) + \frac{C_\kappa}{C} \left(\Delta_0 + \delta_c - \frac{t_1^2}{2p} + \frac{1}{p\omega_0^2} \right) = \delta_c. \quad (12)$$

Третий период начинается с момента времени $t=-t_1$. Вся нагрузка при этом передаётся одной парой C_c . Для этого периода зацепления движение массы $\mu_{\text{пр}}$ описывается уравнением

$$C_\kappa(S-x) = P_n + \mu_{\text{пр}} \ddot{x} + k_3 \dot{x}, \quad (13)$$

или

$$\ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_\kappa^2 x = \omega_\kappa^2 \left(\Delta_0 + \delta_c - \frac{t^2}{2p} \right) - \frac{P_n}{\mu_{\text{пр}}}, \quad (14)$$

где $\omega_\kappa = \sqrt{C_\kappa / \mu_{\text{пр}}}$ – собственная частота незатухающих колебаний зубчатой пары с однопарным зацеплением.

Общим решением этого уравнения в первом приближении будет

$$x_2 = e^{h(t_1-t)}(A_1 \sin \omega_{*\kappa} t + A_2 \cos \omega_{*\kappa} t) + \left(\Delta_0 + \delta_c - \delta_\kappa + \frac{1}{\omega_\kappa^2 p} \right) - \frac{t^2}{2p}, \quad (15)$$

где $\delta_\kappa = \frac{P_n}{C_\kappa}$, $\omega_{*\kappa} = \sqrt{\omega_\kappa^2 - h^2}$.

Скорость перемещения приведенной массы находится из выражения

$$\dot{x}_2 = e^{h(t_1-t)} \omega_{*\kappa} (A_1 \cos \omega_{*\kappa} t + A_2 \sin \omega_{*\kappa} t) - \frac{t}{p}. \quad (16)$$

Произвольные постоянные A_1 и A_2 этого уравнения определяются из условия, что при $t=-t_1$ равны между собой перемещения и скорости: $x_1=x_2$, $\dot{x}_1=\dot{x}_2$. Откуда следует, что

$$A_1 = (x_1(t_1) - A) \sin \omega_{*\kappa} t_1 + \frac{1}{\omega_{*\kappa}} \left(\dot{x}_1(t_1) + \frac{t_1}{p} \right) \cos \omega_{*\kappa} t_1; \quad (17)$$

$$A_2 = (x_1(t_1) - A) \cos \omega_{*\kappa} t_1 - \frac{1}{\omega_{*\kappa}} \left(\dot{x}_1(t_1) + \frac{t_1}{p} \right) \sin \omega_{*\kappa} t_1, \quad (18)$$

где

$$A = \left(\Delta_0 + \delta_c - \delta_\kappa + \frac{1}{\omega_\kappa^2 p} \right) - \frac{t_1^2}{2p}. \quad (19)$$

Четвертый период зацепления, когда пара зубьев C_c вышла на линию зацепления, описывается следующим уравнением, справедливым при $t>0$

$$\ddot{x} + k_3 \dot{x} + \omega_\kappa^2 x = \omega_\kappa^2 (\Delta_0 + \delta_c) - \frac{P_n}{\mu_{\text{пр}}}. \quad (20)$$

Общим решением этого уравнения в первом приближении будет

$$x = e^{h(t_1-t)}(B_1 \sin \omega_{*\kappa} t + B_2 \cos \omega_{*\kappa} t) + (\Delta_0 + \delta_c - \delta_\kappa). \quad (21)$$

Скорость перемещения массы находится из выражения

$$\dot{x} = e^{h(t_1-t)} \omega_{*\kappa} (B_1 \cos \omega_{*\kappa} t - B_2 \sin \omega_{*\kappa} t). \quad (22)$$

Произвольные постоянные B_1 и B_2 этого уравнения определяем из условия равенства смещений и скоростей, определенных по уравнениям (20) и (14) в момент $t=0$. После некоторых преобразований получим

$$B_1 = A_1; \quad B_2 = A_2 + \frac{e^{-ht_1}}{p\omega_{*\kappa}}. \quad (23)$$

Следует отметить, что колебательный процесс в зубчатой передаче в течение четвёртого периода может протекать в двух видах. В первом – в процессе участвует только одна пара зубьев C_c , т.е. имеет место однопарное за-

цепление. Во втором – при движении приведенной массы вниз ($\dot{x} < 0$) при величине перемещения $x \leq \delta_c$ происходит подключение второй пары зубьев C_c и начинается процесс двухпарного зацепления. При этом по мере развития колебаний чередование однопарного и двухпарного зацеплений может продолжаться в течение некоторого времени t^* .

Таким образом, при первом виде колебаний двухпарное зацепление прямозубой передачи имеет место в промежутке времени Δt_1 , равном

$$\Delta t_1 = |t_2| - |t_1|. \quad (24)$$

При втором виде колебаний этот промежуток времени составляет Δt_2

$$\Delta t_2 = |t_2| + t^*. \quad (25)$$

Величины Δt_1 и Δt_2 определяют реальный коэффициент перекрытия зубчатой передачи. Как видно из представленных выше расчётов, они зависят от инерционно-жесткостных параметров передачи, демпфирующих свойств зубчатого сопряжения, погрешностей изготовления зубчатых колёс.

Для решения поставленной в данной работе задачи определения расчетного значения действительного коэффициента перекрытия, достаточно ограничиться проведенным выше исследованием динамики зубчатой пары в рассмотренном промежутке времени (до окончательного выхода впереди идущей пары (1-1') из зацепления).

Анализ зависимости (21) показывает, что колебание приведенной массы $\mu_{пр}$ при выходе пары зубьев C_k на линию зацепления носит затухающий характер. Перемещение массы асимптотически с течением времени стремится к величине $(\Delta_0 + \delta_c - \delta_k)$. Для определения величины максимальной нагрузки P_{max} , действующей в паре C_k , преобразуем выражение (21) к виду:

$$x = e^{h(t_1-t)} B_* \sin(\omega_* t + \gamma) + (\Delta_0 + \delta_c - \delta_k), \quad (26)$$

где $B_* = \sqrt{B_1^2 + B_2^2}$; $\gamma = \arctg \frac{B_2}{B_1}$.

Используя выражение (26), можно получить оценку величины полной динамической нагрузки P_{max}

$$P_{max} = C_k (B_* + (\Delta_0 + \delta_c - \delta_k)). \quad (27)$$

Расчётное и экспериментальное определение коэффициента перекрытия прямозубой цилиндрической передачи. На зависимость динамиче-

ской нагрузки в зацеплении зубчатых передач от коэффициента перекрытия ε_α указывали многие авторы [8, 13-15]. По данным работ [8, 14] реальный коэффициент перекрытия почти всегда значительно ниже теоретического вследствие погрешностей изготовления и монтажа, и увеличивается под действием передаваемых нагрузок.

Для прямозубых колёс время t_3 нахождения зуба в зацеплении связано с коэффициентом перекрытия и периодом зубцовой частоты соотношением (рисунок 4)

$$t_3 = \varepsilon_\alpha T_z. \quad (28)$$

Тогда, определяя из эксперимента по осциллограмме тензометрирования нагрузок на зубьях величину t_3 по методике [6-8] и, зная величину T_z

$$T_z = \frac{60}{n z_1}, \quad (29)$$

можно вычислить реальное значение коэффициента перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{t_3}{T_z}. \quad (30)$$

Здесь n – частота вращения шестерни, об/мин; z_1 – число зубьев шестерни.

Расчётное значение коэффициента перекрытия, основанное на рассмотрении приведенной выше динамической модели, может быть найдено после определения времени Δt (по формулам (24) или (25)) нахождения зубчатой передачи в состоянии двухпарного зацепления. Как видно из рисунка 4, это время равно $(\varepsilon_\alpha - 1)T_z$. После разделения расчётного значения времени двухпарного зацепления Δt на период зубцовой частоты T_z , вычисляется величина $(\varepsilon_\alpha^p - 1)$, содержащая уточненный расчётный коэффициент перекрытия ε_α^p , полученный с учетом динамики зубчатого зацепления. Тогда

$$\varepsilon_\alpha^p = 1 + \frac{\Delta t}{T_z}. \quad (31)$$

Следует отметить, что при рассмотрении кромочного удара в расчётные зависимости вводились значения жесткостей кромочного зацепления C_k и срединного зацепления C_c . Эти значения могут быть использованы при вели-

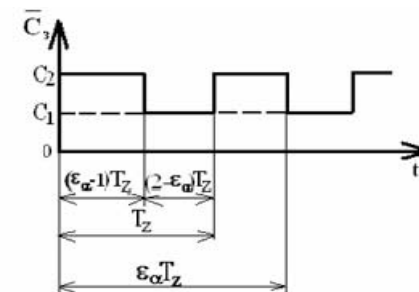


Рисунок 4 – Изменение парности контакта по фазе зацепления

чине коэффициента перекрытия, близкой к единице, т.е. при времени двухпарного зацепления, равного Δt_1 (24). При движении зубьев вдоль линии зацепления их жёсткость непрерывно изменяется. Поэтому при расчёте коэффициента перекрытия, соответствующего времени двухпарного зацепления Δt_2 (25), в первом приближении принимается, что значения жёсткости зубьев по фазам зацепления (однопарном и двухпарном) являются постоянными величинами, равными их средним значениям на каждой фазе. Для прямозубых цилиндрических зубчатых передач средняя величина суммарной жёсткости зубьев равна [5]:

при однопарном зацеплении

$$C_1 = \frac{E}{11,2} \left[0,6 + 1,6 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_\alpha} \right)^2 \right] b_w; \quad (31)$$

при двухпарном зацеплении

$$C_2 = \frac{2E}{11,2} \left\{ 1 - 0,4 \left[\frac{1}{\varepsilon_\alpha^2} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_\alpha} \right)^2 \right] \right\} b_w, \quad (32)$$

где b_w – рабочая ширина венца зубчатой передачи; E – модуль упругости материала зубчатых колёс.

Экспериментальные исследования коэффициента перекрытия проводились на серийных образцах прямозубых эвольвентных зубчатых колёс с передаточным числом равным единице, используемых в машиностроении, на универсальном испытательном стенде с разомкнутым силовым контуром [7].

Отклонения геометрических параметров (радиальное, торцовое биения, погрешность шага, погрешность направления зуба и т.д.) соответствовали величинам погрешностей, допускаемых ГОСТ 1643-81 для зубчатых колёс 7-ой степени точности. Остальные параметры зубчатых колёс: число зубьев $z_1=z_2=40$; модуль $m = 3 \cdot 10^{-3}$ м; угол зацепления $\alpha=20^\circ$; рабочая ширина венца зубчатой передачи $b_{w1} = b_{w2} = 0,03$ м; коэффициент смещения исходного контура $x_1 = x_2 = 0$; марка стали шестерни и колеса – 40Х; твердость поверхности зуба шестерни и колеса (средняя) – 50HRC (закалка ТВЧ); твердость сердцевины зуба шестерни и колеса (средняя) – 30HRC; теоретический коэффициент перекрытия $\varepsilon_\alpha^T = 1,72$.

Экспериментальные значения коэффициента перекрытия ε_α , найденные для испытуемой пары зубчатых колёс по изложенной в работе [8] методике, при различных значениях скорости вращения и нагрузки P_n , приходящейся на единицу длины зуба, приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Экспериментальные значения ε_α при различных значениях скорости вращения и нагрузки P_n

Окружная скорость шестерни V , м/сек	Частота вращения шестерни n , мин ⁻¹	Нагрузка P_n , приходящаяся на единицу длины зуба, кН/м			
		15	55	110	165
3,14	500	1,239	1,270	1,331	1,380
6,28	1000	1,240	1,228	1,277	1,256
9,42	1500	1,117	1,200	1,238	1,294

Расчёт коэффициента перекрытия рассматриваемой прямозубой зубчатой передачи. При расчёте коэффициента перекрытия зубчатой передачи используем следующие значения параметров: $P_n = 55, 110, 165$, кН/м; $\mu_{пр} = 0,756$ кг; $C_c = 1,62$ МПа; $C_K = 1,23$ МПа; $C_1 = 1,42$ МПа; $V = 6,28$ м/с; $E = 2,16 \cdot 10^5$ МПа.

Погрешность шагов зацепления тензометрируемой зубчатой пары равнялась $17 \cdot 10^{-6}$ м. В расчётные зависимости с учётом компенсационной величины $5 \cdot 10^{-6}$ м, отражающей влияние масляного слоя, вводилось значение $\Delta_0 = 12 \cdot 10^{-6}$ м. Деформация передней пары зубьев $\delta_c = 7,67 \cdot 10^{-6}$ м.

Собственная частота незатухающих колебаний зубчатой пары $\omega_0 = 3,36 \cdot 10^4$ с⁻¹, собственная частота затухающих колебаний $\omega_* = 3,35 \cdot 10^4$ с⁻¹.

Коэффициент затухания h для рассматриваемой зубчатой передачи вычисляется по формуле [7]

$$h = 2\alpha_f \omega_0 = 1,68 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad (35)$$

где $\alpha_f = 0,1$ – коэффициент затухания для исследуемой зубчатой передачи, определённый экспериментально [8].

Коэффициент N (рисунок 2) $N = 0,02$.

Значение параметра p определяем по формуле (3): $p = 8,94 \cdot 10^{-4}$ с²/м.

Время нахождения зубчатой пары на нерасчётном участке зацепления зубьев (6): $t_2 = -1,83 \cdot 10^{-4}$ с.

Постоянные интегрирования D_1, D_2 рассчитываются из выражений (10): $D_1 = -2,66 \cdot 10^{-6}$ м, $D_2 = -3,98 \cdot 10^{-6}$ м.

Произвольные постоянные A_1 и A_2 (17, 18): $A_1 = 4,04 \cdot 10^{-7}$ м, $A_2 = 1,1 \cdot 10^{-6}$ м.

Момент времени выхода пары зубьев C_c из зацепления (12): $t_1 = -0,91 \cdot 10^{-4}$ с.

Время двухпарного зацепления в течение четвёртого периода $t^* = 1,65 \cdot 10^{-4}$ с.

График изменения во времени функции перемещения приведенной массы x в течение второго, третьего и четвёртого периодов при $P_n = 110$ кН/м показан на рисунке 5.

Время двухпарного зацепления (25) $\Delta t_2 = 3,48 \cdot 10^{-4}$ с. Период зубцовой частоты (29) $T_z = 1,5 \cdot 10^{-3}$ с. Расчётное значение коэффициента перекрытия (30) $\varepsilon_\alpha^p = 1,232$.

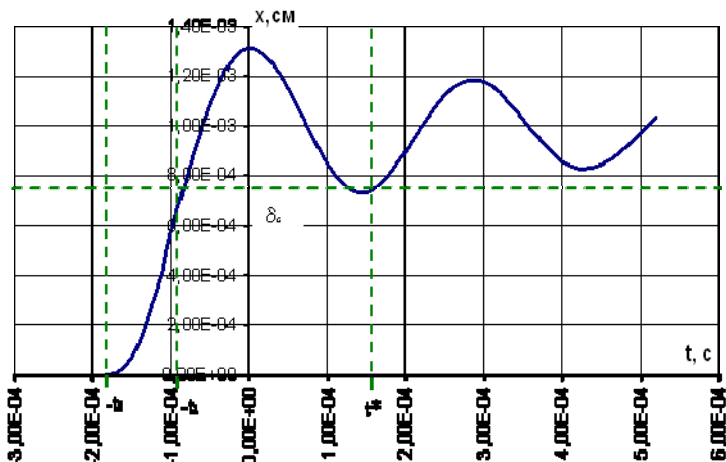


Рисунок 5 – График функции перемещения приведенной массы при $P_n=110\text{кН/м}$

Расчётные значения коэффициента перекрытия ε_α^p , найденные для рассматриваемой пары зубчатых колёс при различных значениях нагрузки P_n , приходящейся на единицу длины зуба, приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Расчётные значения ε_α^p при различных значениях скорости вращения и нагрузки P_n

Окружная скорость шестерни V , м/сек	Нагрузка P_n , приходящаяся на единицу длины зуба, кН/м			
	15	55	110	165
6,28	1,008	1,08	1,232	1,412

На рисунке 6 представлены графики изменения расчётных и экспериментально найденных с учетом динамических процессов в зацеплении коэффициентов перекрытия в зависимости от окружной силы. Как видно из рисунка 5 совпадение значений вполне удовлетворительное.

Заключение.

1. Действительное значение коэффициента торцового перекрытия ε_α в зацеплении прямозубых передач, как правило, существенно ниже теоретического и определяется сочетаниями погрешностей изготовления и монтажа зубчатых колес, деформациями зубьев под нагрузкой, внутренней динамикой передачи.

Предложенные в работах [4, 14, 16] методы оценки коэффициента перекрытия прямозубых зубчатых передач, учитывающие влияние податливостей зубьев, погрешностей шага, эксцентриситеты колес, перекос осей и др., основаны на рассмотрении процесса пересопряжения зубьев с геометрической точки зрения при статическом действии силы в зацеплении и допусков на

геометрические размеры в зависимости от степени точности зубчатых передач. Такие подходы позволяют оценить влияние на величину коэффициента перекрытия деформации зубьев, погрешностей изготовления и монтажа и дают возможность на стадии проектирования уточнять ε_α .

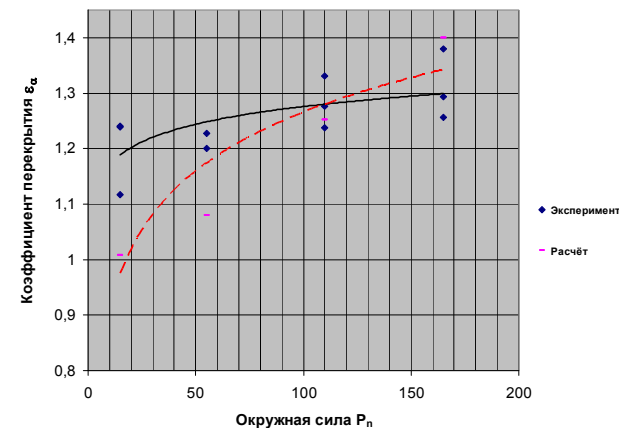


Рисунок 6 – Графики расчётных и экспериментально найденных значений коэффициентов перекрытия в зависимости от окружной силы

Однако названные методы не учитывают влияние динамических процессов в передачах, существенно меняющих картину деформированного состояния зубчатого зацепления во времени. Рассмотренный в данной работе метод расчета учитывает внутреннюю динамику зацепления, обусловленную погрешностями изготовления зубчатых колес, деформациями зубьев под нагрузкой и позволяет рассчитать действительную величину коэффициента торцового перекрытия.

2. В зависимости от инерционно-жесткостных параметров, величины демпфирования в зубчатом сопряжении, соотношения величин погрешностей шагов зацепления Δ_0 и деформации впереди идущей пары зубьев δ_c , могут иметь место два случая протекания динамических процессов в зубчатом зацеплении. В первом – процесс двухпарного зацепления заканчивается во время нахождения точки контакта рассматриваемой пары зубьев на нерасчетном участке линии зацепления $t=t_1$, во втором – этот процесс заканчивается после выхода зубьев на теоретическую линию зацепления в момент времени $t=t^*$. Время t_2 нахождения зубьев вне теоретической линии зацепления определяется условиями кромочного зацепления.

3. Анализ экспериментально полученных осциллограмм динамической нагруженности зубчатого зацепления демонстрирует качественную картину, подтверждающую процесс перераспределения нагрузки между парами зубьев

в течение времени пересопряжения.

4. Расчётное значение коэффициента перекрытия ε_α^p для первого варианта протекания динамических процессов в прямозубой цилиндрической передаче находится по формулам (24), (30)

$$\varepsilon_\alpha^p = 1 + \frac{|t_2| - |t_1|}{T_z}.$$

Для второго варианта развития колебательных процессов по формулам (25), (30)

$$\varepsilon_\alpha^p = 1 + \frac{|t_2| + t^*}{T_z}.$$

5. Сравнение расчётных и экспериментальных значений коэффициентов перекрытия прямозубой зубчатой передачи показало вполне удовлетворительное их совпадение.

Список литературы: 1. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт на прочность. 2. ISO 6336-1:2006 Calculation of load capacity of spur and helical gears – Part 1: Basic principles, introduction and general factors of influence. 3. ANSI/AGMA 2001 – C95. Fundamental Rating Factor and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth. 4. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: Справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. – М.: Машиностроение, 1981. – 374с. 5. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. – Т.3 / под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1980. – 544с. 6. Берестнев О.В. Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев / О.В. Берестнев, И.В. Жук, А.Н. Неделькин. – Мн.: Навука і тэхніка, 1993. – 183с. 7. Ишин Н.Н. Резонансные режимы зубчатых передач. Часть II: / Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов // Механика машин, механизмов и материалов. В печати. 8. Берестнев О.В. Экспериментальные исследования динамических нагрузок и виброакустических характеристик передач с самоустанавливающимися зубчатыми колёсами / О.В. Берестнев, В.К. Гринкевич, Н.Н. Ишин, А.М. Гоман, А.С. Скороходов. – Мн. Оперативно-информационные материалы. Институт проблем надёжности и долговечности машин АН БССР, 1987. – 98с. 9. Берестнев О.В. Аналитические методы механики в динамике приводов / О.В. Берестнев, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин. – Мн.: Навука і тэхніка, 1992. – 238с. 10. Возбуждение колебаний в зубчатых передачах / Э.Л. Айрапетов, В.И. Апархов, М.Д. Генкина и др. // Динамические процессы в механизмах с зубчатыми передачами – М.: Наука, 1978. – С.3–18. 11. Петрусевич А.И. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колёсами / А.И. Петрусевич, М.Д. Генкин, В.К. Гринкевич. – М.: Изд-во АН СССР, 1956. – 132с. 12. Берестнев О.В. Динамические нагрузки в зубчатых передачах с самоустанавливающимися зубчатыми колёсами / О.В. Берестнев, В.К. Гринкевич, А.М. Гоман, Н.Н. Ишин, Е.А. Королёва. – Мн. Оперативно-информационные материалы. Институт проблем надёжности и долговечности машин АН БССР, 1987. – 56с. 13. Rowvevol, William S. Noise at the machine / Machine Design. – №10. – 1979. 14. Вулгаков Э.Б. Виброактивность зубчатых передач с коэффициентам перекрытия, большим двух / Э.Б. Вулгаков, В.М. Ананьев, В.В. Голованов, В.А. Карасёв // Вестник машиностроения. – 1974. – №6. – С.26–31. 15. Mizutani, H. Noise and vibration of high speed spur gears / H. Mizutani, Yuzume I. // Prac. International Semposium on Gearing. Power Transmission. – 1981, Tokyo, seit 25 bis 29. 16. Зубчатые и червячные передачи / под ред. Н.И. Колчина. – М.: Машиностроение, 1968. – 363с.

Поступила в редколлегию 03.05.10

УДК 621.833.6

С.Н. КАВЕЦКИЙ, ассистент каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ СИНТЕЗА ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА \overline{AA} С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ПЕРВОЙ И ВТОРОЙ СТУПЕНЕЙ

У статті показано можливість застосування методики синтезу планетарних механізмів зі зв'язаними колесами на прикладі механізму \overline{AA} . Показана можливість виготовлення зубчатих коліс які входять до складу механізму, з використанням стандартного ріжучого інструмента.

In the article realization of method of synthesis of planetary mechanisms is rotined with the constrained wheels on the example of mechanism \overline{AA} . Possibility of making of gear-wheels is rotined entering in the complement of mechanism, with the use of standard toolpiece.

Введение. Планетарные механизмы широко применяются при конструировании различных механических систем. При этом, следует обратить внимание на возможные передаточные отношения, которые можно реализовать применяя ту или иную схему механизма. Широкий диапазон передаточных отношений открывает большие возможности с точки зрения применения планетарного механизма в составе механической системы. При учете углов зацепления первой и второй ступеней планетарного механизма можно получить значительно большие пределы возможных передаточных отношений, однако вопрос о реализации на практике таких механизмов остается открытым. В статье показана возможность проведения синтеза планетарных механизмов со связанными колесами, а также возможность изготовления зубчатых колес стандартным режущим инструментом.

Основная часть. Как показано в [2, 3], возможность определить числа зубьев для планетарных механизмов AA , Π , \overline{AA} и $\overline{\Pi}$ с учетом различных углов зацепления для первой и второй ступени, есть. Также в работе [4] введены области существования для этих механизмов. Однако для полученного в результате синтеза решения необходимо убедиться, что полученные пары зубчатых колес можно подобрать коэффициенты смещения, удовлетворяющие соответствующим блокирующим контурам.

Проведем синтез планетарного механизма \overline{AA} , с заданным передаточным отношением, используя методику, изложенную в [2, 3, 4]. А также покажем возможность изготовления полученных пар зубчатых колес с помощью инструментальной рейки.

Генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма \overline{AA} , имеют вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{C - Ci_{1H}^4 - 1}{1 - C}; \\ Z_4 = Z_1 (1 - i_{1H}^4); \end{cases} \quad (1)$$

где $C = \frac{\cos \alpha_{w12}}{\cos \alpha_{w23}}$.

Зададим передаточное отношение i_{1H}^4 и параметр C , в виде простой дроби. Такое задание имеет смысл, так как передаточное отношение есть рациональное число, а так как числа зубьев есть целые числа то из второго уравнения системы (1) видно, что C также рационально.

$$\begin{cases} C = \frac{A_c}{B_c}, \\ i_{1H}^4 = \frac{A}{B}. \end{cases}$$

Тогда система (1) примет вид:

$$\begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{\frac{A_c}{B_c} - \frac{A_c}{B_c} \cdot \frac{A}{B} - 1}{1 - \frac{A_c}{B_c}}; \\ Z_4 = Z_1 \left(1 - \frac{A}{B}\right); \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_1 = k \frac{B \cdot N}{A}; \\ Z_3 = Z_2 = Z_1 \frac{A_c \cdot (B - A) - B_c}{B_c - A_c}; \\ Z_4 = Z_1 \frac{B - A}{B}. \end{cases}$$

Из полученных равенств видно, что так как числа зубьев Z_3 , Z_2 и Z_4 есть целые, то число зубьев Z_1 должно быть кратным числам $(k \cdot B; B_c - A_c; B)$. Данный подход к проведению синтеза легко реализовать с помощью стандартных функций прикладного математического пакета MathCad (рисунок 1):

Задаем передаточное отношение планетарного механизма

A := 1 числитель простой дроби передаточного числа

B := 10 знаменатель простой дроби передаточного числа

Выполняем упрощение до простой дроби

$$Ai := \frac{A}{\text{gcd}\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 1 \quad Bi := \frac{B}{\text{gcd}\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 10 \quad i_{1H} := \frac{Ai}{Bi} \rightarrow \frac{1}{10}$$

Задаем параметр C - отношение косинусов углов зацепления

A := 104 числитель простой дроби параметра C

B := 100 знаменатель простой дроби параметра C

Выполняем упрощение до простой дроби

$$Ac := \frac{A}{\text{gcd}\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 26 \quad Bc := \frac{B}{\text{gcd}\left(\frac{A}{B}\right)} \rightarrow 25 \quad C := \frac{Ac}{Bc} \rightarrow \frac{26}{25}$$

Задаем пределы возможного числа зубьев колес

Zmax := 180 Zmin := 18

Задаем число сателлитов планетарного механизма

k := 3 число сателлитов механизма

Определяем числа которым должно быть кратно Z₁

$$Z1_krat_1 := \frac{k \cdot Bi}{\text{gcd}\left(\frac{k \cdot Bi}{Ai}\right)} \rightarrow 30 \quad Z1_krat_2 := \frac{|Bi \cdot (Bc - Ac)|}{\text{gcd}\left[\left[|Ac \cdot Bi - Ac \cdot Ai - Bc \cdot Bi|\right], |Bi \cdot (Bc - Ac)|\right]} \rightarrow 5$$

$$Z1_krat_3 := \frac{Bi}{\text{gcd}\left(\frac{Bi - Ai}{Bi}\right)} \rightarrow 10$$

Определяем число зубьев первого колеса Z₁^{min} как наименьшее общее кратное

$$Z1_min := \text{lcm}(Z1_krat_1, Z1_krat_2, Z1_krat_3) \rightarrow 30$$

Определяем минимально возможное число зубьев остальных колес

$$Z2_min := Z1_min \cdot \frac{Ac \cdot Bi - Ac \cdot Ai - Bc \cdot Bi}{Bi \cdot (Bc - Ac)} \rightarrow 48 \quad Z3_min := Z2_min \rightarrow 48 \quad Z4_min := Z1_min \cdot \frac{Bi - Ai}{Bi} \rightarrow 27$$

Все остальные комбинации чисел зубьев для выбранных параметров синтеза определяются простым умножением на натуральное число k_Z

k_Z := 1

$$Z1 := Z1_min \cdot k_Z \rightarrow 30 \quad Z2 := Z2_min \cdot k_Z \rightarrow 48 \quad Z3 := Z3_min \cdot k_Z \rightarrow 48 \quad Z4 := Z4_min \cdot k_Z \rightarrow 27$$

Рисунок 1 – Синтез планетарного механизма \overline{AA} в MathCad 11

После определения чисел зубьев механизма необходимо выбрать коэффициенты смещения зубчатых колес для пар первой и второй ступеней. Реализация алгоритма определения коэффициентов смещения с помощью пакета MathCad 11 приведена на рисунке 2.

Задаем параметры инструмента (инструментальная рейка)

Параметры инструмента:

$$\alpha_0 := 20 \cdot \frac{\pi}{180} \quad ha := 1 \quad c := 0.25 \quad m := 5$$

Коэффициенты смещения для первой пары, выбираем из блокирующего контура:

Пара колес: $Z1 = 30 \quad Z2 = 48$
 $x1 := -0.4 \quad x2 := 0.4$

Задаем прямую и обратную функцию инвалюты:

$$\text{inv}(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha \quad \text{Ainv}(\text{inv}_\alpha) := \text{root}\left(\tan(\alpha) - \alpha - \text{inv}_\alpha, \alpha, 0, \frac{\pi}{2}\right)$$

1. Определение угла зацепления первой пары зубчатых колес:

$$x_{\Sigma 12} := x1 + x2 \rightarrow 0$$

$$\text{inv}_{\alpha w 12} := \frac{2 \cdot x_{\Sigma 12}}{Z1 + Z2} \cdot \tan(\alpha_0) + \text{inv}(\alpha_0)$$

$$\alpha w_{12} := \text{Ainv}(\text{inv}_{\alpha w 12})$$

$$\alpha w_{12} \cdot \frac{180}{\pi} = 20$$

2. Определение межосевого расстояния:

$$Aw_{12} := \frac{m \cdot (Z1 + Z2)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{\cos(\alpha w_{12})}$$

$$Aw_{12} = 195$$

3. Определение коэффициентов смещения для второй пары зубчатых колес:

$$Aw_{34} := Aw_{12} \quad x3 := x2 \quad \text{коэффициенты смещения равны так как колеса связанные}$$

3.1 Определяем значение угла зацепления второй пары:

$$\cos_{\alpha w 34} := \frac{m \cdot (Z3 + Z4)}{2} \cdot \frac{\cos(\alpha_0)}{Aw_{34}}$$

$$\alpha w_{34} := \text{acos}(\cos_{\alpha w 34})$$

$$\alpha w_{34} \cdot \frac{180}{\pi} = 25.371$$

Проверка значения параметра С выбранного при синтезе механизма:

$$C := \frac{Ac}{Bc}$$

$$C = 1.04$$

$$\frac{\cos(\alpha w_{12})}{\cos(\alpha w_{34})} = 1.04$$

3.2 Определяем суммарный коэффициент смещения для второй пары колес:

$$x_{\Sigma 34} := (\text{inv}(\alpha w_{34}) - \text{inv}(\alpha_0)) \cdot \frac{Z3 + Z4}{2 \cdot \tan(\alpha_0)}$$

$$x_{\Sigma 34} = 1.7$$

3.3 Определяем коэффициент смещения x4:

$$x4 := x_{\Sigma 34} - x3$$

$$x4 = 1.3$$

Рисунок 2 – Определение коэффициентов смещения пар зубчатых колес планетарного механизма \overline{AA} в MathCad 11

Как видно из полученных результатов, полученные коэффициенты смещения попадают в область блокирующих контуров для пар колес $Z1 - Z2$, $Z3 - Z4$. Используя реализованный алгоритм синтеза и определения коэффициентов смещения, можно, применяя известные блокирующие контуры, на этапе синтеза ответить на вопрос о возможности изготовления синтезируемого механизма.

Общие выводы:

1. Реализован алгоритм синтеза планетарного механизма \overline{AA} с учетом углов зацепления первой и второй ступеней.

2. Полученный алгоритм дает возможность определить зависимость результата синтеза от выбранных параметров:

2.1. при увеличении параметра C в результате синтеза отношение $Z1 / Z2$ увеличивается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же $Z1$ будет уменьшаться;

2.2. при уменьшении параметра C в результате синтеза отношение $Z1 / Z2$ уменьшается, т.е. число зубьев сателлита для одних и тех же $Z1$ будет увеличиваться.

3. Параметр C необходимо выбирать в пределах простой дроби из двухзначных чисел, в этом случае минимальное число $Z1$ будет находится в пределах до 100.

4. При увеличении угла зацепления первой ступени угол зацепления для второй ступени возрастает, а при уменьшении уменьшается. Поэтому для приемлемых значений лучше выбирать первую ступень как нулевую передачу, а в случае уменьшения угла зацепления второй ступени можно перейти и к отрицательной передаче.

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446с. 2. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №2. – 2008. – С.115–120. 3. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и не связанными колесами с учетом углов зацепления. // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №9. – 2008. – С.98–103. 4. *Кавецкий С.Н.* Область существования планетарных механизмов AA и II со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – №14. – 2008. – С.47–53.

Поступила в редколлегию 31.05.10

П.М. КАЛІНІН, к.т.н., проф. каф. ІМ Акад. ВВ МВС України, м Харків
Л.В. КУРМАЗ, к.т.н., проф. каф. ДМ та ПМ НТУ "ХПІ", м Харків
Ю.В. ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО, доц. каф. ІМ Акад. ВВ МВС України

ПРО МОЖЛИВОСТІ І МЕТОДИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПЛАВНОСТІ ЗАЧЕПЛЕННЯ ПРИВОДНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ

В работе рассмотрены вопросы о выборе параметров цилиндрической зубчатой передачи коробки передач на этапе ее модернизации, которые бы обеспечивали постоянство суммарной длины контактных линий передачи, и, соответственно, , повышали плавность хода, уменьшали внутренние динамические усилия, которые связаны с пересопряжением зубьев.

Questions are considered In work about choice parameter cylindrical toothed issue gearbox in step of her modernizations, which provided the constancy of the total length contact line issues, and, accordingly, reduced the internal dynamic efforts, which are connected with пересопряжением teeth.

Постановка проблеми. Питання підвищення плавності ходу приводних зубчастих передач, а відповідно, зниження динамічних явищ у зубчастих передачах, завжди були актуальними. У роботі розглядається питання про можливі шляхи модернізації евольвентних циліндричних зубчастих передач коробок передач автомобіля з метою мінімізації внутрішніх динамічних зусиль у передачах, які пов'язані з пересполученням зубців.

Аналіз літератури. До зубчастих передач поряд з умовами працездатності (міцності, жорсткості, зносостійкості) ставлять також умови плавності і безшумності роботи. Останні відносять до умов комфортності, а також надійності і довговічності роботи, бо динамічні явища, що супроводжують процес пересполучення зубців, безумовно впливають на термін безвітказної роботи зубчастих передач.

Проблема багатопарності та плавності роботи зубчастих передач пов'язана з сутністю евольвентного зачеплення.

Відомо, що внаслідок зміни сумарної довжини l_{Σ} контактних ліній у циліндричних зубчастих передачах змінюється жорсткість зачеплення й, відповідно, виникають динамічні явища в зубчастих передачах [1]. Відповідно до цього "найвигіднішим для роботи зубчастої передачі є випадок $l_{\Sigma} = const$ " [2].

Однією з умов забезпечення сталості сумарної довжини l_{Σ} контактних ліній зубців, що перебувають у зачепленні, є виконання умови [2]

$$\varepsilon_{\beta} = \Pi, \quad (1)$$

де Π – ціле число, а ε_{β} – коефіцієнт осьового перекриття.

Для реалізації умови (1) розроблені наближені методики вибору параметрів циліндричної зубчастої передачі, наприклад, [4,5]. Однак представлені в [4] методики вибору параметрів циліндричних передач орієнтовані на процес проектування нових циліндричних передач. Питання модернізації існуючих циліндричних зубчастих передач у коробках передач автомобілів з метою забезпечення виконання умови (1) у роботі [4] не розглядалися.

Ціль статті – розглянути можливі шляхи модернізації існуючих евольвентних циліндричних зубчастих передач коробок передач (КП) автомобілів для забезпечення виконання умови (1).

Методи вирішення поставленої задачі. Особливістю проектування приводних циліндричних передач КП є те, що вони проектують не на основі критеріїв працездатності, а на основі методу аналогії й використання статистичних даних, що відбивають тривалу практику автобудування.

Наприклад, для тривальних КП головний розмірний параметр – міжосьову відстань a_w (мм) – наближено визначають за умовою, що побудована на підставі статистичних даних існуючих КП

$$a_w = k_a \sqrt[3]{T_{\text{вих}}}, \quad (2)$$

де $T_{\text{вих}}$ – максимальний крутний момент на вторинному валу, Н·м, який узгоджений з максимальним крутним моментом двигуна й передаточним числом першої передачі, а коефіцієнт k_a перебуває в межах: 8,9...9,3 для коробок легкових і 8,6...9,6 – вантажних автомобілів.

Практично для існуючих конструкцій КП ряд значень a_w обмежений. Міжосьова відстань у КП легкових автомобілів звичайно перебуває в межах 65...80мм, а для КП вантажних автомобілів рекомендований раціональний ряд міжосьових відстаней (мм): 85, 105, 125, 140, 160.

Після вибору міжосьової відстані призначається ширина b_w зубчастих вінців, модуль m_n та кут β нахилу зубців. Необхідна жорсткість конструкції, задовільна збалансованість термінів служби зубчастих коліс і підшипників і помірна металоємність забезпечують практично встановленими пропорціями основних елементів коробки передач. Тому ширину зубчастих вінців, а також довжину коробки по картеру й габаритні розміри валів і підшипників, визначають в частках міжосьової відстані, зберігають для існуючих конструкцій з типовим компонуванням високий ступінь сталості.

Наприклад, робочу ширину b_w зубчастих вінців визначають за умовою

$$b_w \approx (0,19...0,23)a_w. \quad (3)$$

Відзначимо, що такі зубчасті колеса КП відносять до вузьких зубчастих коліс.

Бажання підвищити плавність роботи зубчастих передач КП, а відповідно, забезпечити ціле значення ε_β більше одиниці у КП з вузькими зубчастими колесами не можна реалізувати, і, відповідно, є прагнення наблизитися до значення $\varepsilon_\beta=1$. У такому разі кут нахилу β_ε , що задовольняє умові $\varepsilon_\beta=1$, треба визначати з рівності,

$$\beta_\varepsilon = \arcsin(\pi m_n / b_W), \quad (4)$$

а це може привести до зміни значення міжосьової відстані a_W КП (див. (6)).

За таких умов проектування зубчастих передач, як показує аналіз існуючих КП, зубчасті передачі, як правило, є недовантаженими.

Визначимо можливості забезпечення виконання умови (1) при модернізації зубчастих пар коробок передач.

Враховуючи, що

$$\varepsilon_\beta = b_W \sin \beta / (\pi m_n), \quad (5)$$

то можливими шляхами забезпечення умови (1) є, по-перше, зміна кута β нахилу зубців або зміна ширини b_W зубчастих вінців, бо модуль m_n пов'язаний з міцністю зубчастих коліс.

Приймаючи до уваги, що для зубчастих передач коробок передач

$$a = 0,5m_n z_\Sigma / \cos \beta = 0,5m_n z_1(1+u) / \cos \beta = const, \quad (6)$$

зміна кута β пов'язана із зміною числа зубців z_Σ і, відповідно, z_1 .

Враховуючи, що напруження у зубцях зубчастих передач пов'язані із шириною b_W , умови працездатності зубчастих коліс

$$\sigma'_H = \sigma_H \sqrt{b_W / b'_W} \leq \sigma_{HP}, \quad (7)$$

$$\sigma'_F = \sigma_H b_W / b'_W \leq \sigma_{FP}, \quad (8)$$

накладають обмеження на зміну ширини вінців від b_W до b'_W .

Таким чином, можливими шляхами забезпечення умови (1) може бути пошук комплексного співвідношення між m_n , z_1 , β та b_W .

Вибір того чи іншого методу вирішення поставленої задачі залежить, по-перше, від умов проектування:

А – Проектування нової зубчастої передачі;

Б – Модернізація зубчастої передачі в умовах заданих обмежень (обмеження на зміну a_W ; обмеження на зміну габаритів вузла, де використовується зубчаста передача).

Для задач модернізації (Б), вибір метода залежить від початкових умов:

Б1 – зубчаста передача напружена (напруження у зубцях близькі до допустимих);

Б2 – зубчаста передача не напружена, напруження у зубцях незначні (передача недовантажена).

Реалізація запропонованих підходів. Розглянемо означені підходи до забезпечення виконання умови (1) на прикладах зубчастих передач роздавальної коробки та коробки передач автомобіля.

1. Модернізація зубчастих пар роздаткової коробки автомобіля

У таблиці 1 наведена конструкція роздаткової коробки (РК) передач автомобіля УРАЛ-4320 та деякі характеристики її зубчастих передач.

Таблиця 1 – Роздаткова коробка автомобіля типу "УРАЛ"

Схема роздаткової коробки		Параметри коробки			
Параметри	Зубчасті передачі	РК-В		РК-Н	
		1	2	3	4
a_W		135	195	135	195
d_1		135	170	98	170
d_2		135	220	172	220
m_n		4,5	4,5	4,5	4,5
b_W		46	46	45	46
u		1	1,3	1,75	1,3

РК працює у двох режимах: на нижчій (РК-Н) та вищій (РК-В) передачах. Робота РК коробки на нижчій передачі забезпечується роботою двох зубчастих пар: 1-а пара включає колеса 3 та 4; 2-а пара включає колесо 4 та водило 5 диференціала. Робота РК на вищій передачі забезпечується роботою також двох зубчастих пар: 1-а пара включає колеса 1 та 2; 2-а пара включає колесо 4 та зубчасте водило 5 диференціала.

Проаналізуємо напружений стан означених зубчастих пар на двох режимах роботи, враховуючи при цьому, що РК працює у режимі РК-Н близько (5...10)% часу, а у режимі РК-В близько (90...95)% часу.

Проведений аналіз працездатності зубчастих передач РК в цілому показав, що зубчасті пари і у режимі РК-В і у режимі РК-Н є працездатними (таблиця 2). Крім того для усіх зубчастих передач коефіцієнт осевого перекриття $\varepsilon_\beta \neq 1$.

Враховуючи, що усі зубчасті передачі РК недовантажені, а їх коефіцієнти осевого перекриття $\varepsilon_\beta > 1$, то можливим варіантом підвищення плавності ходу зубчастих пар зменшення ширини b_W вінців зубчастих коліс.

Таблиця 2 – Характеристики ЗП роздаткової коробки (вихідний варіант)

ЗП	z_1	m_n	b_W	β	σ_H	σ_{HP}	σ_{F1}	σ_{FP1}	ε_γ	ε_α	ε_β
1	28	4.5	46	21.04	1147,6	1211	278,4	516	2.92	1.54	1.168
2	35	4.5	46	22.62	771,2	1290,2	174,3	645	2.99	1.59	1.251
3	20	4.5	46	23.56	1394,3	1686	405,8	525	3.02	1.49	1.300
4	35	4.5	46	22.62	1065,3	1947,6	352,3	575	2.99	1.595	1.251

У таблиці 3 наведені результати модернізації циліндричних зубчастих передач РК та очікувані результати у зміні їх напруженого стану.

Таблиця 3 – Характеристики модифікованих ЗП

ЗП	z_1	m_n	b_W	β	σ_H	σ_{HP}	σ_{F1}	σ_{FP1}	Δ_H	Δ_F	ε_β
1	28	4.5	39,4	21.04	1240	1211	325	516	+2.4%	-37.0%	1.0
2	35	4.5	36,8	22.62	863	1290	218	645	-33.1%	-66.2%	1.0
3	20	4.5	35,4	23.56	1590	1686	528	525	-5.7%	+0.6%	1.0
4	35	4.5	36,8	22.62	1192	1948	441	575	-38.8%	-23.3%	1.0

Відзначимо, що зубчаста пара 1 за контактними напруженнями є переваженою, проте таке переваження є допустимим ($\Delta_H = 2,4\% < 5\%$), а зубчаста пара 3 є переваженою за напруженнями згину, проте також у допустимих межах. Зубчаста пара, до складу якої входять колеса 4 та 5 у разі модернізації залишається недовантаженою.

Можливі і інші варіанти модернізації зубчастих пар РК, наприклад шляхом заміни сумарного числа z_Σ зубців зубчастої передачі.

У таблиці 4 наведені результати аналізу працездатності зубчастої пари 1 при заміні чисел зубців зубчастих коліс.

Таблиця 4 – Характеристики модифікованої ЗП-1

№	z_Σ	z_1	z_2	u	m_n	b_W	β	σ_H	σ_{HP}	σ_{F1}	σ_{FP1}	ε_β
2	55	27	28	1,037	4,5	46	23,56	1149	1210	278	516	1,300
3	56	28	28	1	4,5	46	21,04	1147	1211	278	516	1,168
4	57	28	29	1,036	4,5	46	18,19	1167	1210	292	516	1,016
5	58	29	29	1	4,5	46	14,83	1165	1211	294	516	0,833

Аналіз результатів показує, що варіант №4 зміни числа зубців передачі дозволяє збільшити плавність її ходу бо $\varepsilon_\beta \approx 1$. Проте при цьому змінюється передаточне число передачі – зростає на 3,7%. Інші варіанти зміни чисел зубців зубчастої передачі потребують подальшої модернізації шляхом, наприклад, зміни ширини зубчастих вінців.

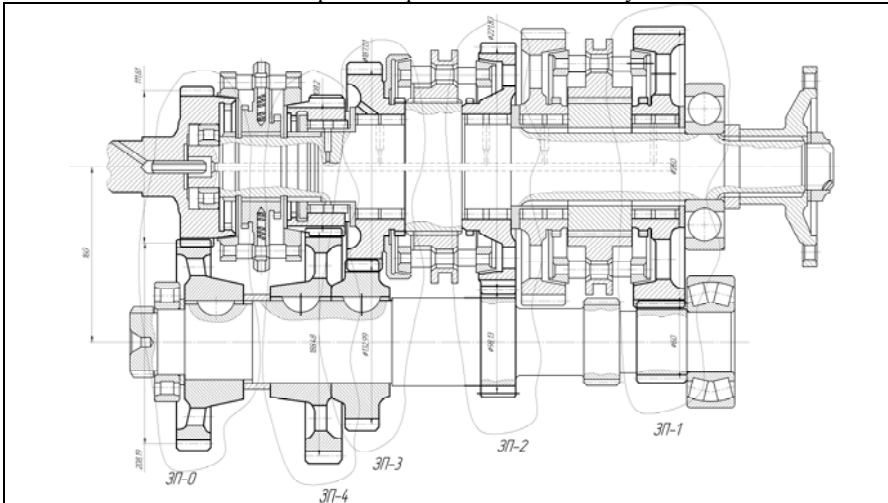
У результаті модернізації циліндричних зубчастих передач РК вдалося забезпечити ціле значення коефіцієнту ε_β осевого перекриття і, тим самим, збільшити плавність роботи та знизити динамічні навантаження у зубчастих передачах РК

2. Модернізація зубчастих передач коробки передач автомобіля

Розглянемо можливість підвищення плавності ходу зубчастих передач коробки передач (КП) автомобіля КАМАЗ-5320.

У таблиці 5 наведена схема роботи КП та деякі параметри її зубчастих пар. Зубчаста пара ЗП-0 передає крутний момент з первинного валу на проміжний вал. Для роботи КП на 1, 2, 3 та 4 передачах послідовно до пари ЗП-0 включаються зубчасті пари ЗП-1, ЗП-2, ЗП-3, ЗП-4, відповідно.

Таблиця 5 – Коробка передач автомобіля типу "КАМАЗ"



Параметр	Зубчасті пари				
	ЗП-0	ЗП-1	ЗП-2	ЗП-3	ЗП-4
d_1 , мм	111,81	60,0	98,13	132,99	147,69
d_2 , мм	208,19	260,0	221,87	187,01	172,31
b_W , мм	40	56	40	36	36
m , мм	3,5	5	4	4	4

Вибору методу модернізації зубчастих передач КП передуює дослідження працездатності усіх зубчастих пар КП (таблиця 6).

У таблиці 6 наведені деякі характеристики зубчастих пар КП, які показують що усі зубчасті пари є працездатними (стовбці 6 і 7) і усі зубчасті пари недовантажені (стовбці 8, 9). Найбільш напруженими є пари ЗП-0 і ЗП-1.

Таблиця 6 – Характеристики ЗП коробки передач

ЗП	z_1	m_n , мм	b_w , мм	β , град	σ_H , МПа	σ_{F1} , МПа	Δ_H , %	Δ_F , %	ε_β	b'_w , мм	σ'_H , МПа	Δ'_H , %	Δ_b , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ЗП-0	29	3.5	40	24.80	758	186	-13	-49	1.526	26	936	+7,1	-14
ЗП-1	12	5.0	56	0	1699	551	-14	-7	0				
ЗП-2	23	4.0	45	20.36	1148	376	-41	-26	0.997				
ЗП-3	32	4.0	36	15.74	935	280	-42	-39	0.777	47			+11
ЗП-4	36	4.0	45	12.84	887	257	-21	-44	0.637	57			+21

Аналіз значень коефіцієнтів ε_β показує, що умова (1) практично виконується тільки для пари ЗП-2. Для інших зубчастих пар $\varepsilon_\beta \neq 1$.

Для варіантів ЗП-3 та ЗП-4 враховуючи їх недовантаження можна рекомендувати збільшити ширину b_w вінців в $\gamma = 1/\varepsilon_\beta$ разів. Нова ширина вінців зубчастих пар ЗП-3 і ЗП-4 складатиме, відповідно, $b'_{w3} = b_{w3}/\varepsilon_\beta = 36/0,777 \approx 47$ мм та $b'_{w4} = b_{w4}/\varepsilon_\beta = 36/0,637 \approx 57$ мм, а зростання ширини складатиме – 11мм та 21мм (стовбець 14). Враховуючи конструкцію КП автомобіля таке збільшення ширини b_w вінців коліс передач ЗП-3 і особливо ЗП-4 є проблематичним.

Розглянемо питання можливості збільшення плавності ходу для ЗП-0. Для зменшення коефіцієнта осьового перекриття від $\varepsilon_\beta = 1.526$ до $\varepsilon_\beta = 1.0$ можна запропонувати зменшити ширину вінців у 1,526 разів, але при цьому очікуємо зростання контактних напружень та напруження згину:

$$\sigma'_H \approx \sigma_H \cdot \sqrt{\gamma} = 758 \cdot \sqrt{1,526} = 936 \text{ МПа},$$

$$\sigma'_{F1} \approx \sigma_{F1} \cdot \gamma = 185,5 \cdot 1,526 = 283,1 \text{ МПа}.$$

Аналіз працездатності модернізованої зубчастої пари ЗП-0 показує, що умова міцності від згину виконується ($\sigma'_{F1} \approx 283,1 \text{ МПа} < \sigma_{FP1} = 365,7 \text{ МПа}$), а контактної міцності не виконується – перевантаження складає $\Delta'_H = 7,1\%$. Таким чином пропозиція по зменшенню ширини вінців коліс ЗП-0 відпадає.

Розглянемо другий шлях модернізації зубчастої передачі ЗП-0 – зміна числа зубців шестерні z_1 .

У таблиці 7 наведені результати розрахунку зубчастої пари ЗП-0 при зміні числа z_1 у інтервалі [18...30] при постійній ширині вінців $b_w = 40$ мм.

Таблиця 7 – Характеристики модифікованих ЗП-0

№ варіанту	z_1	m_n , мм	β , град	σ_H , МПа	σ_{F1} , МПа	Δ_H , %	Δ_F , %	ε_β
4	21	5.0	20.36	784.3	143.2	-10.3	-60.9	8861
5	22	5.0	10.14	802.7	158.6	-8.2	-56.7	4484
6	23	4.5	23.93	762.2	148.7	-12.8	-59.3	1.148
7	24	4.5	17.01	779.3	160.2	-10.8	-56.2	8277
8	25	4.5	3.203	796.0	181.3	-8.9	-50.4	1581
9	26	4.0	22.33	765.9	168.6	-12.4	-53.9	1.209
10	27	4.0	15.74	781.1	180.4	-10.6	-50.7	8635
11	28	4.0	0	890.3	232.2	1.9	-36.5	0
12	29	3.5	24.80	758.3	185.5	-13.2	-49.3	1.526

Аналізуючи отримані результати виділяємо два варіанти №6 та №9, для яких можна виконати умову (1) шляхом зменшення ширини вінців зубчастих коліс, відповідно, у $\gamma_6 = \varepsilon_\beta = 1,148$ та $\gamma_9 = \varepsilon_\beta = 1,209$ разів.

При цьому очікуємо зростання контактних напружень:

$$\sigma'_{H6} \approx \sigma_{H6} \cdot \sqrt{\gamma_6} = 762,2 \cdot \sqrt{1,148} = 816,7 \text{ МПа},$$

$$\sigma'_{H9} \approx \sigma_{H9} \cdot \sqrt{\gamma_9} = 765,9 \cdot \sqrt{1,209} = 842,1 \text{ МПа}.$$

Враховуючи, що допустимі контактні напруження для ЗП-0 складають $\sigma_{HP} = 874 \text{ МПа}$, робимо висновок про доцільність такої модернізації.

Кращим вважаємо варіант №6 заміни у зубчастій парі ЗП-0 числа зубців шестерні з $z_1 = 29$ до $z_1 = 23$ і, відповідно, зменшення ширини вінців зубчастих коліс пари з $b_w = 40$ мм до $b'_w = 35$ мм.

Заключення. У роботі розглянуті підходи до модернізації зубчастих передач коробок передач автомобілів шляхом зміни b_w , z_1 , β та m_n з метою підвищення плавності ходу передач та наведені результати модернізації таких зубчастих передач.

Список літератури. 1. *Іванов М.Н.* Детали машин. – М.: Высшая школа, 2007. – 408с. 2. *Курмаз Л.В., Курмаз О.Л., Калинин П.Н.* Коэффициенты осевого и торцевого перекрытия зубьев и динамика зубчатых передач // Вісник НТУ "ХПІ" ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2007. – Вып.21. – С.197–202. 3. *Курмаз Л.В., Курмаз О.Л.* Конструирование узлов и деталей машин. – М.: Высшая школа, 2007. – 455с. 4. *Калинин П.Н., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В.* К вопросу обеспечения постоянства суммарной длины контактных линий зубчатой передачи // Вісник НТУ "ХПІ" ХПІ": Зб. наук. праць. – Харьков, 2008. – Вып.29. – С.35–39. 5. *Павлице В.Т.* Основи конструювання та розрахунок деталей машин. – Львів: Афіша. 2003. – 560с.

Надійшла до редколегії 10.06.10

И.А. КИРИЧЕНКО, д.т.н., зав. каф. метрологии СЧУ им. В. Даля, г. Луганск
А.Л. КАШУРА, к.т.н., доц. каф. метрологии СЧУ им. В. Даля
В.А. ВИТРЕНКО, д.т.н., зав. каф. ТМ СЧУ им. В. Даля
Н.Н. КУЗЬМЕНКО, ассистент каф. метрологии СЧУ им. В. Даля
А.В. ВИТРЕНКО, ассистент каф. ОП СЧУ им. В. Даля

ФОРМООБРАЗОВАНИЕ ВИНТОВЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС В ПРОСТРАНСТВЕННОМ СТАНОЧНОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

У статті розглянуті питання формоутворення гвинтових зубчастих коліс в просторовому верстатному зацепленні. При цьому змодельований рух ріжучого інструменту перпендикулярно осі обертання зуборізного долбяка.

In article questions form creations screw tooth wheels in spatial machine gearing are considered. Movement of the cutting tool of perpendicularly axis of rotation tooth cutting perforator is thus simulated.

Повышенное требование к качеству выпускаемой продукции с одновременным снижением ее себестоимости привело к тому, в различных отраслях народного хозяйства Украины, а также в ведущих промышленных разных странах мира проводятся интенсивные исследования в области винтового станочного и рабочего зацеплений с линейным контактом зубьев. Все это приводит к повышению несущей способности различного вида передач к которым относятся винтовые, червячные, гиперболоидные, спироидные и т.д.

В последнее время гиперболоидные винтовые зубчатые передачи вызывают интерес, как у отечественных, так и зарубежных исследователей и ученых. Объем выпуска таких зубчатых передач удваивается за три года. Промышленность всего мира выделяет несколько миллионов долларов на изготовление зубчатых колес для такой передачи.

Множество зубчатых колес для винтовых зубчатых передач имеют различную конструктивную форму, изготовление которой требует множества различных технологий, а также различных зуборезных инструментов, основанных на схемах формообразования третьего класса. Такие передачи широко распространены в общем машиностроении и применяются в механизмах с малыми мощностями и значительными передаточными отношениями. Бесшумность и плавность работы таких передач является одним из основных преимуществ таких передач. Если передаточное отношение в таких передачах меньше восьми, то характер касания зубьев в передаче точечный. Начальное касание зубьев происходит в точке, при этом в зоне контакта возникают значительные скорости скольжения, приводящие к интенсивному износу зубьев.

Упомянутое выше, позволяет сказать, что использование любых резервов в области конструирования и технологии изготовления различного вида гиперболоидных зубчатых колес дает значительный экономический эффект за

счет улучшения конструкции ортогональной винтовой зубчатой передачи, повышения производительности изготовления зубчатых колес, улучшения их качества с одновременным снижением себестоимости их изготовления.

При получении винтовой зубчатой поверхности, имеющей периодический профиль при помощи инструмента реечного типа, к которому могут относиться зуборезная зубчатая рейка и стандартная червячная фреза, получается сложная математическая модель, описывающая процесс такого формообразования. Поскольку станочное зацепление сопряженных зубьев представляет собой зацепление винтового зубчатого колеса с прямоочной рейкой, представим себе, что относительное движение зуборезного долбяка – это его относительное движение перпендикулярное его оси вращения. Однако такое относительное движение зуборезный долбяк не может осуществить из-за невозможности такого движения при помощи кинематических цепей зубофрезерных станков. Поэтому в качестве относительного движения примем движение винтового зубчатого колеса, перпендикулярно оси вращения зуборезного долбяка. Такое движение возможно осуществить только на зубофрезерных станках, оснащенных протяжным суппортом. При этом необходимо строго согласовать подачу протяжного суппорта с вертикальной подачей. Схема формообразования таких зубчатых колес, представлена на рисунке 1.

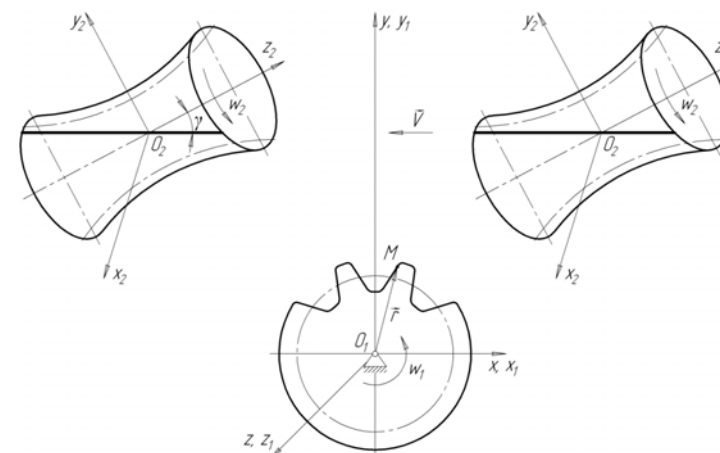


Рисунок 1 – Схема изготовления винтовых зубчатых колёс

Рассматриваемый процесс формообразования имеет два отличительных фактора по сравнению с существующими процессами получения зубьев. Первый заключается в том, что форма производящего исходного контура известна. В нашем случае это прямозубый долбяк, который в своем относительном движении описывает зубья прямозубой рейки. Неизвестной является форма формообразуемого винтового зубчатого колеса, получаемого при заданных

движениях заготовки и инструментального долбяка. Вторым фактором является в том, что инструментальная рейка (воображаемое зубчатое колесо) не вращается, а движется поступательно, прямолинейно. Если представить, что зуборезный долбяк имеет бесконечно большой диаметр, то процесс формообразования можно представить, как процесс зацепления инструментальной рейки с многозаходным винтовым зубчатым колесом.

При формообразовании винтового зубчатого колеса оно вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω , и описывает горизонтальное движение, описывающее зуборезную рейку, которая движется поступательно со скоростью V . Необходимо отметить, что угловая скорость вращения гиперболической заготовки ω и ее поступательное движение строго согласованы:

$$\frac{V}{\omega} = K,$$

где K – коэффициент или заданная константа.

Рассматривая описанный выше процесс формообразования зубьев винтовых многозаходных зубчатых колес попытаемся установить геометрические и кинематические показатели, рассматривая процесс формообразования как станочное зацепление инструмента с обрабатываемой деталью при двух параметрах движения инструмента и детали. В работе для увеличения коэффициента перекрытия зуба, формообразуются винтовые косозубые колеса, для получения которых вводится винтовой параметр P .

Профиль многозаходного винтового зубчатого колеса имеет следующую геометрическую форму, в его основе лежит тело вида однополостной гиперболической поверхности, в его основе лежит тело вида однополостной гиперболической поверхности. Такая сложная геометрическая форма может быть описана при помощи четырех трансцендентных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} x_2 &= (\xi - R)(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \cos\gamma \sin\varphi_1 \sin\varphi_2) + \eta(\cos\gamma \cos\varphi_1 \sin\varphi_2 - \sin\varphi_1 \cos\varphi_2) - \mu \sin\gamma \sin\varphi_2 + A \cos\varphi_2; \\ y_2 &= (\xi - R)(\cos\gamma \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 - \cos\varphi_1 \sin\varphi_2) + \eta(\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 - \cos\gamma \cos\varphi_1 \cos\varphi_2) - \mu \sin\gamma \cos\varphi_2 - A \sin\varphi_2; \\ z_2 &= (\xi - R) \sin\gamma \sin\varphi_1 + \eta \sin\gamma \cos\varphi_2 + K \mu \cos\gamma; \\ f(\xi, \eta; \mu) &= G_{21} \sin\gamma - \Delta \eta \eta' + \xi'(\xi - R) - A i_{21} \sin\gamma (\eta' \cos\varphi_1 + \xi' \sin\varphi_1) - A i_{21} \cos\gamma (\eta' \sin\varphi_1 - \xi' \cos\varphi_1). \end{aligned} \quad (1)$$

Для решения уравнения приняты (1) следующие исходные данные:

$$\left. \begin{aligned} \xi &= -r_0(\cos\theta + \sin\theta) + R \\ \eta &= r_0(\sin\theta - \theta \cos\theta) \\ \xi' &= -r_0 \theta \cos\theta \\ \eta' &= r_0 \theta \sin\theta \end{aligned} \right\}$$

Чтобы найти профиль винтового гиперболического зубчатого колеса, нужно найти координаты $x_2; y_2$ этого колеса в подвижной системе координат. Для реше-

ния этой задачи необходимо четвертое уравнение системы (1) подставить в третье уравнение. В этом случае получим уравнение, имеющее следующий вид:

$$\begin{aligned} z_2 i_{21} (\eta' \cos\varphi_1 + \xi' \sin\varphi_1) &= [(\xi - R) \sin\gamma \sin\varphi_1 + \eta \sin\gamma \cos\varphi_1] \times \\ &\times i_{21} (\eta' \cos\varphi_1 + \xi' \sin\varphi_1) - [A i_{21} \cos\gamma (\eta' \sin\varphi_1 - \xi' \cos\varphi_1) - \\ &- (1 - i_{21} \cos\gamma) \times (\eta \eta' + \xi'(\xi - R))] \operatorname{ctg}\gamma. \end{aligned} \quad (2)$$

Далее, задавая необходимую координату z_2 вдоль оси гиперболического колеса (в данном исследовании $z = -10; -8; -6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10$ мм) и изменяя параметр θ ($\theta = 0^\circ; 5^\circ; 10^\circ; 15^\circ; 20^\circ; 25^\circ; 30^\circ; 35^\circ; 40^\circ; 45^\circ; 50^\circ$) находим из выражения (2) угол поворота прямозубчатого долбяка φ_1 , при котором происходит его касание с винтовым зубчатым колесом. После этого подставляем найденные углы поворота φ_1 в первые два уравнения системы (1), что позволяет нам найти координаты $x_2; y_2$ в зависимости от выбранного сечения по оси z_2 винтового зубчатого колеса.

Выводы.

1. Определен в аналитическом виде профиль многозаходного винтового зубчатого колеса.
2. Найдена принципиально новая схема формообразования винтовых зубчатых колес в пространственном станочном зацеплении при их двухпараметрическом огибании.
3. Найдены профили винтового зубчатого колеса.

Список литературы: 1. Кириченко И.А. Создание гиперболических передач с линейным контактом зубьев на базе специальных режущих инструментов: Дисс. докт.техн.наук. 05.02.02 – машиноведение. – Луганск, 2004. – 364с. 2. Цвис Ю.В. Исследование процесса зуботочения цилиндрических зубчатых колес: Дисс. докт.техн.наук. 05.03.01. – М., 1956. – 262с.

Поступила в редколлегию 23.05.10

О.Ю. КЛАДОВА, к.т.н., доц. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ", г. Харьков
В.Н. САПРЫКИН, к.т.н., проф. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ"
И.Г. ШЕБАНОВ, к.т.н., проф. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ"

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ТИПА АА И П С КОСОЗУБЫМИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ КОЛЁСАМИ, ОСЕВЫЕ СИЛЫ КОТОРЫХ УРАВНОВЕШЕНЫ

Для планетарных механизмов типа АА та П з косозубими колесами показано методику синтезу при умовах урівноваження осевых зусиль. Доведено можливість передавати з використанням таких механізмів значно більших зусиль при підвищеній плавності передачі.

Method of synthesis under condition of axial forces equilibrium of AA and II planetary gear mechanism with helical wheels is presented. Possibility of transmission of high load with increased softness of gearing is revealed.

Актуальность задачи. Задача передачи больших мощностей может быть решена путем использования зубчатых механизмов с косозубыми цилиндрическими колёсами вместо прямозубых зубчатых механизмов при одинаковых габаритах и более высокой плавности движения. Для механизмов АІ уже доказана [1] возможность уравнивания возникающих в зацеплениях косозубых цилиндрических колёс осевых силы. Между тем вопросы синтеза подобных механизмов типа АА и П детально еще не рассмотрены в научной и учебной литературе.

Анализ литературы. Отдельные вопросы синтеза планетарных механизмов с косозубыми цилиндрическими колёсами изложены в [1]. Однако отсутствует рассмотрение проблемы синтеза, особенно с учётом уравнивания осевых сил.

Цель статьи. Рассмотреть возможность синтеза планетарных механизмов типа АА и П, но с косозубыми цилиндрическими колёсами, при уравнивании осевых сил.

1. Рассмотренный в работе [1] подход к проблеме синтеза планетарного механизма типа АІ с косозубыми цилиндрическими колёсами, у которых осевые силы уравновешены, может быть распространен на механизмы типа АА и П. Получим генеральные уравнения для подбора чисел зубьев косозубых колёс механизмов АА и П осевые силы которых уравновешены.

1.1. Простой планетарный механизм типа АА [2].

Условие передаточного отношения механизма

$$i_{1H}^{(4)} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}. \quad (1)$$

Условие соосности механизма

$$\lambda(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} = (Z_4 - Z_3) \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}}. \quad (2)$$

Условие сборки механизма

$$\frac{Z_1}{k} \left(1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right) - \frac{Z_2}{Z_3} Q = P. \quad (3)$$

Из (1) имеем

$$i_{1H}^{(4)} - 1 = \frac{Z_4}{Z_1} x \rightarrow Z_4 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1}{x}. \quad (4)$$

Из (34)

$$\frac{Z_1}{k} i_{1H}^{(4)} - xQ = P,$$

Откуда

$$Z_1 = \frac{k(P + Qx)}{i_{1H}^{(4)}}. \quad (5)$$

Преобразуем (2)

$$Z_1 + Z_2 = \frac{Z_4 - \frac{Z_2}{x}}{\lambda} \frac{\cos \alpha_{tW12}}{\cos \alpha_{tW34}} \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}}; \quad Z_1 + Z_2 = \frac{Z_4 x - Z_2}{x\lambda} \frac{\cos \alpha_{tW12}}{\cos \alpha_{tW34}} \frac{\cos \beta_{12}}{\cos \beta_{34}};$$

$$x\lambda(Z_1 + Z_2) \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} = \frac{Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1)}{x} x - Z_2;$$

$$x\lambda Z_1 \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + x\lambda Z_2 \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} = Z_1(i_{1H}^{(4)} - 1) - Z_2;$$

$$Z_2 \cdot \left(x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + 1 \right) = Z_1 \left(i_{1H}^{(4)} - 1 - x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} \right);$$

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}}}{x\lambda \frac{\cos \alpha_{tW34}}{\cos \alpha_{tW12}} \frac{\cos \beta_{34}}{\cos \beta_{12}} + 1},$$

или

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^{(4)} - 1 - \frac{d_{W2}}{d_{W3}}}{\frac{d_{W2}}{d_{W3}} + 1}; \quad (6)$$

$$Z_3 = Z_2/x. \quad (7)$$

1.2. Простые планетарные механизмы типа II.

Выражения для чисел зубьев планетарного механизма II находят также как и для механизма AA, используя условие передаточного отношения, соосности и сборки [2]:

$$Z_1 = k \frac{P - Qx}{i_{1H}^{(4)}}; \quad (8)$$

$$Z_1 = Z_2 \frac{1 - i_{1H}^{(4)} \frac{dw_2}{dw_3}}{1 - \frac{dw_2}{dw_3}}; \quad (9)$$

$$Z_3 = Z_2/x; \quad (10)$$

$$Z_4 = Z_1 \frac{1 - i_{1H}^{(4)}}{x}. \quad (11)$$

2. Области существования планетарных механизмов AA, II, AI с косозубыми колесами у уравновешенными осевыми силами.

Исходными для определения областей существования являются уравнение передаточного отношения, уравнение соосности и условие соседства сателлитов. Причем последнее условие принимается в соответствии с рекомендацией [2] в той форме, что и для прямозубых нулевых колес.

Системы неравенств, определяющих область существования исследуемых механизмов, имеют вид:

Таблица 1

Схема механизма	$xx \leq 1$	$xx \geq 1$
AA	$1 + \frac{dw_2}{dw_3} < i_{1H}^{(4)} < \frac{1 - \frac{dw_2}{dw_3}}{1 - \frac{dw_2}{dw_3} \sin \frac{\pi}{k}}$	$\frac{1 - \frac{dw_2}{dw_3}}{1 - \frac{dw_2}{dw_3} \sin \frac{\pi}{k}} < i_{1H}^{(4)} < 1 - \frac{dw_2}{dw_3}$
II	$\frac{1 - \frac{dw_2}{dw_3}}{1 + \frac{dw_2}{dw_3} \sin \frac{\pi}{k}} < i_{1H}^{(4)} < 1 - \frac{dw_2}{dw_3}$	$1 - \frac{dw_2}{dw_3} < i_{1H}^{(4)} < \frac{1 - \frac{dw_2}{dw_3}}{1 + \sin \frac{\pi}{k}}$
AI	$1 + \frac{dw_2}{dw_3} < i_{1H}^{(4)} < \frac{1 + \frac{dw_2}{dw_3}}{1 - \frac{dw_2}{dw_3} \sin \frac{\pi}{k}}$	$1 + \frac{dw_2}{dw_3} < i_{1H}^{(4)} < \frac{1 + \frac{dw_2}{dw_3}}{1 - \sin \frac{\pi}{k}}$

Анализ неравенств показывает на возможность образования нулевых и смещенных зацеплений планетарных механизмов AA и II для $dw_2/dw_3 \neq 1$ и для механизмов AI с $dw_2/dw_3 \leq 1$ и $dw_2/dw_3 \geq 1$ при разных углах наклона зубьев и коэффициентах смещения.

Выводы. Рассмотрен синтез простых планетарных механизмов с косозубыми цилиндрическими колёсами типа AA, II, AI осевые силы которых уравновешены. Приведены генеральные уравнения для подбора чисел зубьев колес и неравенства, определяющие область существования механизмов. Предлагаемые механизмы с косозубыми колесами позволяют передавать значительно больше мощности, чем с прямозубыми при высокой плавности движения и одинаковых габаритах.

Список литературы: 1. Кладова О.Ю., Сапрыкин В.Н., Шебанов И.Г. К синтезу оптимальных планетарных механизмов типа AI с косозубыми цилиндрическими колёсами // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2009. – №19. – С.90–95. 2. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы. (Оптимальное проектирование). Харьков, "ХАИ", 2003. – 445с.

Поступила в редакцию 10.06.10

УДК 621.771

П.В. КРОТ, к.т.н., ИЧМ им. З.И. Некрасова НАН Украины, г. Днепропетровск

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕДУКТОРНОГО ПРИВОДА С ИЗМЕНЯЕМОЙ СТРУКТУРОЙ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРОВОЛОЧНОГО ПРОКАТНОГО БЛОКА

Виконано дослідження динаміки високошвидкісного дротового редукційно-калібруючого стану. Розроблено діагностичну модель лінії приводу блоку зі змінною структурою на основі передатних функцій. Виконано аналіз амплітудних і фазових частотних характеристик приводу. Розроблено програмне забезпечення для автоматизованих розрахунків у реальному часі обертових коливань у лінії приводу.

It has been carried out a research of dynamics of the high speed wire reduction-sizing mill (RSM). Diagnostic model is developed of the multi-ratio drive train on the basis of transfer functions. The amplitude and phase-frequency characteristics of drive are analyzed. Software is developed for on-line calculations of the torsional oscillations in the drive train.

Введение. Действующие на сегодняшний день в СНГ проволочные прокатные станы поставлены известными производителями прокатного оборудования – фирмами Скот и СМС (Германия), Морган (США), Даниели (Италия). Ранее сотрудниками ИЧМ были выполнены экспериментальные и теоретические исследу-

дования динамических процессов (вибрации, крутильных моментов) в прокатных блоках Белорезцкого (БМК) и Череповецкого (ЧерМК) металлургических комбинатов, а также Белорусского (БМЗ) и Молдавского (МолдМЗ) металлургических заводов [1]. Было установлено, что в переходных режимах нагрузок при захвате металла валками в линиях привода блоков существенных динамических явлений не наблюдается. На стане 150 БМК в наиболее динамичных клетях №16-21 средние значения коэффициентов перегрузки по моменту составляли $K_d=2.4...3.4$, которые с вероятностью 0,95 не зависят от скорости прокатки [2-4]. В исследованиях фирмы Морган [5] отмечена такая же закономерность малой динамики при захватах металла валками. Несмотря на это, на стане 150 БМК фиксировались достаточно частые поломки оборудования (зубчатых передач), основной причиной которых определены повышенные статические нагрузки за счет натяжения раската между клетями, которые могут достигать 30 Н/мм^2 (оценка выполнена по крутильным моментам в момент захвата металла валками). Предложены рекомендации по корректировке режимов работы блока.

Постановка проблемы. В настоящее время на многих предприятиях, производящих сортовой прокат и проволоку, стоит проблема повышенных вибраций редукторных приводов высокоскоростных прокатных блоков, которая до конца не решена как в СНГ, так и в дальнем зарубежье. Нарастание скорости свыше 110-115 м/с ограничено высокой вероятностью "забуривания" раската из-за его колебаний в межклетевых промежутках блоков и последующей потери продольной устойчивости либо обрыва в зависимости от диаметра, формы сечения (круг, овал) и предварительной настройки клетей, которые в процессе прокатки не регулируются. Природа этой нестабильности до сих пор однозначно не установлена, наблюдение за процессом в полностью закрытых во время прокатки корпусах блоков затруднено или невозможно, что требует проведения углубленных аналитических исследований динамики приводов блоков. Проблема также заключается в том, что исследуемый в данной работе прокатный стан производства фирмы Морган, в отличие от всех ранее исследованных в СНГ блоков, имеет изменяемую структуру привода, за счет чего достигаются определенные технологические преимущества при прокатке катанки различного сортамента, но усложняется динамический анализ и диагностика оборудования. Это требует автоматизации процесса расчета собственных частот крутильных колебаний и кинематических частот зубчатых зацеплений с целью диагностики редукторного привода.

Анализ публикаций. Известны зарубежные исследования, выполненные на 8-клетевом прокатном блоке [6, 7]. Было установлено, что при постоянной скорости прокатки, совпадение кинематических частот зубчатых зацеплений редуктора и частот собственных крутильных колебаний линий привода может привести к амплитудам, сопоставимым по уровню или превышающих в несколько раз технологический момент прокатки на валках. Разработаны

математические модели для оптимизации конструкции прокатных блоков за счет устранения кинематических возмущений в рабочих диапазонах скоростей прокатки. Причем, в качестве наиболее опасных рассматриваются 8 наивысших собственных частот и форм колебаний из 50, существующих для блока с групповым приводом, что не характерно для других типов прокатных станов, где, обычно, рассматриваются 1-3 низшие частоты. В качестве средств устранения динамических явлений за счет отстройки от резонансных диапазонов частот применялись: упругие муфты (изменение крутильной жесткости); изменение количества зубьев (изменение жесткости передач); изменение масс вращающихся деталей (моментов инерции). Упругие муфты лишь незначительно уменьшают моменты нагрузки в раздаточном редукторе. Более эффективным является изменение количества зубьев в передачах (при тех же передаточных отношениях), т.к. основной причиной возникновения колебаний является периодическое изменение жесткости зацепления в редукторах и муфтах. Амплитуда колебаний жесткости зацепления зависит от коэффициента ε_R перекрытия зубьев. Рассмотренный в исследованиях диапазон его изменения $\varepsilon_R=2.5...4.1$ позволяет снизить динамику в линии привода до приемлемых величин. Основными подходами к решению задачи повышения скорости прокатки являются диагностика состояния оборудования и контроль натяжения раската.

Диагностика оборудования блоков. При увеличении скоростей прокатки на проволочных блоках большое значение приобретают дефекты привода: эксцентриситеты рабочих валков (шайб); неуравновешенность деталей приводной линии; перекосы валов при износе опор; дефектах монтажа и соединительных муфт; износ зубчатых передач, поломки зубьев; дефекты подшипниковых узлов. Кроме аварийных отказов, они вызывают кинематические возмущения, влияющие на точность катанки. Для выявления дефектов используются системы диагностики прокатных блоков [8, 9]. Известен способ обнаружения налипания металла в калибрах валков проволочного блока, включающий периодические измерения АЧХ и сравнение их с эталонными функциями [10]. Исследования ИЧМ по диагностике прокатных блоков выполнялись одновременно с измерениями крутильных колебаний моментов в линиях привода и оптимизацией режимов прокатки на различных станах [11]. Предложены системы диагностики роликовых проводок на основе контроля скорости их вращения [12, 13]. За рубежом для демпфирования колебаний раската при повышенных скоростях (более 100 м/с) применяют специальные ролики [14].

Контроль усилий натяжения. При повышенных вибрациях чистовых блоков в процессе высокоскоростной прокатки катанки для выполнения допусков по геометрии необходимо поддержание минимального усилия натяжения и подпора [15]. Ввиду отсутствия прямых методов измерения натяжения катанки, в качестве параметров предложено использовать его прогиб, а также частоту и амплитуду поперечных колебаний металла между клетями [16], что пока не

реализовано в чистовых блоках с групповым приводом валков. За рубежом применяются программные продукты для расчета режима обжатий раската по критериям как внутренних свойств и структуры металла, так и точности его геометрических размеров. При этом динамические процессы, происходящие в линиях привода прокатных блоков, в расчетах не учитываются.

Цель исследования. Целью данных исследований является разработка динамической модели редукторного привода высокоскоростного блока конструкции Морган с изменяемой структурой. На основе модели крутильной системы необходимо установить возможные причины возбуждения колебаний раската при различной скорости прокатки и установить режимы, оказывающие наименьшее влияние на размеры сечения прокатываемого металла, которые ограничены допусками 0.10-0.15мм.

Методы решения задачи. В отличие от зарубежных исследований прокатных блоков, где расчеты в основном выполнялись методом численного моделирования, в данной работе аналитический анализ крутильных колебаний в редукционно-калибрующем блоке (РКБ) выполняется на основе передаточных функций. Частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ) наряду с остальными основными функциями: переходной (отклик на ступенчатое воздействие); импульсной (отклик на единичный импульс) полностью описывают поведение динамической системы и взаимосвязаны между собой известными соотношениями, полученными в результате преобразования Фурье.

Динамический анализ прокатного блока. В данной статье рассматривается наиболее сложный в кинематическом отношении привод РКБ Белорусского металлургического завода*. На основе операционного метода непосредственно строятся передаточные функции по известным дифференциальным уравнениям системы, как отношение изображения выходной величины (отклик) к изображению входного воздействия (возмущение). Амплитудные и фазовые частотные характеристики (АЧХ, ФЧХ) могут быть построены в любом месте линии привода по входным возмущающим воздействиям в виде колебаний натяжения, усилия прокатки, дефектов зубчатых зацеплений и дисбаланса валов привода. Основные преимущества частотных методов анализа заключаются в следующем:

1. Возможность непосредственного вычисления собственных частот, амплитуд и фаз по каждой из форм колебаний для систем с произвольной структурой. Известный метод М. Толле (остаточных сумм) применяется в основном для рядных систем, а метод В.П. Терских (цепных дробей) требует громоздких табличных вычислений.

2. Обеспечивается учет в аналитическом виде параметров демпфиро-

вания и анализ устойчивости всей системы, включающей электродвигатели с регуляторами и механические элементы оборудования.

3. Расчет спектров выходных сигналов в многомассных системах с множественными связями, характерными для прокатных станов, выполняется матричными методами с применением стандартных процедур и наиболее соответствует задачам мониторинга в реальном масштабе времени.

4. Выполняется оптимизация параметров и упрощается проведение статистических расчетов случайных нагрузок при наличии аналитических выражений для спектров входных воздействий (моментов прокатки).

К недостаткам метода можно отнести сложности аналитического исследования систем с нелинейностями и переменными параметрами, требующие применения других методов [17].

В работе Н.Н. Дружинина [18] и других работах, касающихся систем управления прокатными станами, кроме передаточных функций использован термин "передаточный коэффициент", под которым понимают коэффициент, полученный при разложении функции, например, усилия прокатки в ряд при линеаризации по частным производным от технологических параметров прокатки. В динамических расчетах этим же термином определяется значение передаточной функции при нулевой частоте для описания статических свойств системы. Результаты применения частотного метода для анализа многомассных клеток листовых прокатных станов приведены в работе Ю.Д. Железнова и др. [19]. Здесь были получены АЧХ по каналам "биение валков – толщина на выходе", "толщина подката – толщина на выходе". Рассматривались колебания в низкочастотной области (до 10 Гц) при биениях валков, влияющих на работу системы регулирования толщины и натяжений. В работе В.Г. Дукмасова и др. [20] метод передаточных функций использован для анализа точности прокатки в клетях дуо и кварто с учетом вязкого и кинематического демпфирования за счет сил трения между подушками валков и станиной клетки. В работе Р.Ш. Адамии [21] передаточные функции использованы при оптимизации конструктивных параметров линий привода прокатных станов.

В исследованиях ИЧМ рассматривались передаточные отношения по скорости в функции угла поворота плоских механизмов в работе С.Н. Кожевникова [22]. Частотные передаточные функции получены в работе В.И. Лошкарева [23] для электромеханических систем трехмассных линий привода. В работе П.Я. Скичко, В.В. Веренева и др. [24] была получена передаточная функция одномассной системы прокатной клетки с учетом жесткости полосы, но детальный анализ частотных свойств системы "прокатная клетка - линия привода" не проводился. Наиболее полно частотные методы анализа применялись в работе Е.Я. Подковырина [25] для исследования механических систем приводов прокатных блоков, как сложных в кинематическом отношении агрегатов. На основе АЧХ по крутильному моменту были исследованы

* Работа выполняется при участии сотрудников РУП "БМЗ"

блоки чистовых клетей БМК, ЧерМК, МолдМЗ, БМЗ и рекомендованы диапазоны рабочих скоростей в клетях. Влияние форм крутильных колебаний, т.е. ФЧХ, на технологический процесс высокоскоростной прокатки катанки не рассматривалось.

Разработка модели редукционно-калибрующего блока.

Рабочие валки (валковые шайбы) клетей РКБ приводятся от электродвигателя мощностью 3200кВт с частотой вращения 850...1700об/мин через конические и косозубые передачи (см. рисунок 1). Валковые шайбы расположены под углом 45° к горизонту и 90° между смежными клетями. В блоке установлены две первые редукционные клетки с валковыми шайбами диаметром 230÷205мм и две последние калибрующие клетки с валковыми шайбами диаметром 156÷142мм. Количество калибров на шайбе составляет 2 или 4 (на валковых шайбах клетей №32-34 для катанки диаметром 5,0–9,0мм). На валах рабочих клетей установлены подшипники скольжения, трехслойные типа Морган. Максимальная допускаемая скорость прокатки составляет 120м/с в последней клетке. Перед РКБ и после него установлено устройство для непрерывного бесконтактного контроля геометрических размеров проката.

Линия привода РКБ состоит из четырехступенчатой коробки передач с девятью муфтами и системой управления для переключения передаточных отношений на основе серводвигателей с интерфейсом в главной системе управления станом. Муфты M1...M3 контролируют передаточное отношение ступени "А"; муфты M4, M5 - ступени "В"; муфты M6, M7 - ступени "С" и муфты M8, M9 - ступени "D". Запатентованная Морган [26] конструкция муфт (M1-M3 – две позиции, M4-M9 – три позиции) в зависимости от прокатываемого сортамента обеспечивает множество комбинаций передаточных отношений (всего 128). Переключением муфт между зубчатыми шестернями (G1-G6) каждой ступени обеспечивается различная схема силовых потоков и, соответственно, передаточных отношений (см. рисунок 2), что используется при настройке скоростей (обжатий) в смежных клетях блока при разных диаметрах валковых шайб и сортаменте.

Одним из основных вопросов в расчетах многомассных систем является создание оптимальной по размерности структуры динамической модели. В работе [27] определены погрешности перехода от крутильной системы с распределенными параметрами, как наиболее точной, к упрощенной модели с дискретными массами. Для пяти масс ошибка (в виде отношения частот) составила: от 10% - для первой формы, до 60% - для пятой. В работе [28] оптимальный диапазон собственных частот системы, оценивается по отношению амплитуд максимальной и минимальной гармоники, который должен составлять не больше десяти. В работе [29] введено понятие спектрального числа обусловленности, как отношение наибольшей и наименьшей собственной частоты. Если это число велико, то задача определения собственных частот и форм плохо обусловлена. Этот критерий тесно связан с возможностью со-

ращения масс динамической модели. При много меньшем единицы отношении максимальной собственной частоты к парциальной частоте некоторой массы, ее можно исключить.

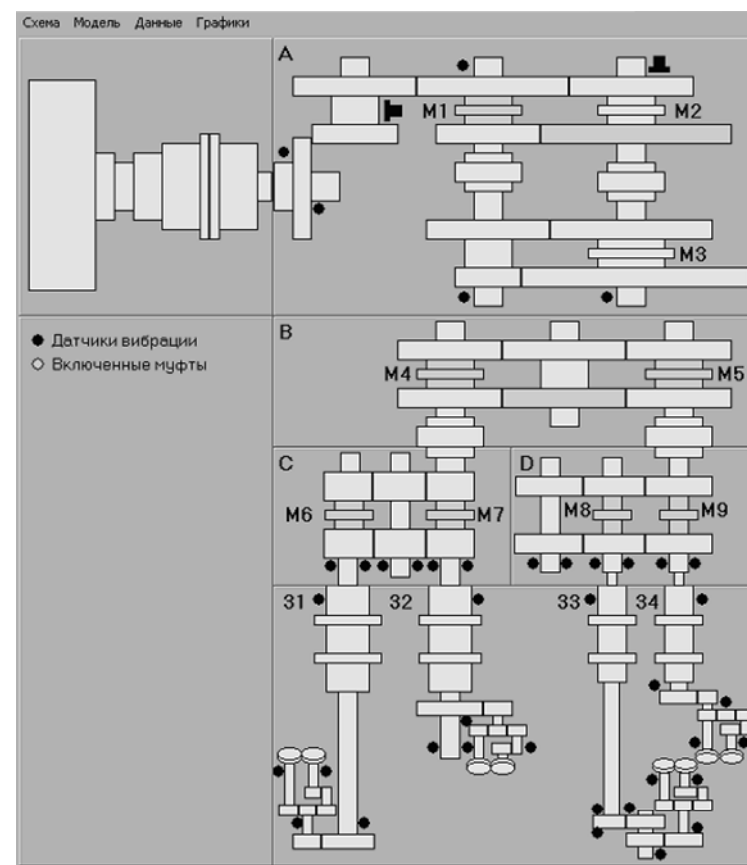


Рисунок 1 – Структурная схема линии привода в системе моделирования РКБ

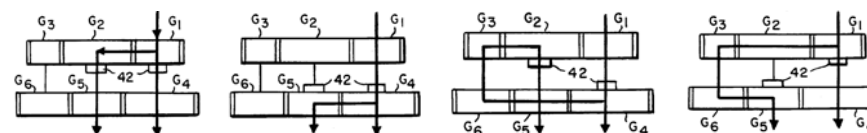


Рисунок 2 – Схема силовых потоков при переключении муфт ступени D

Первая собственная частота крутильной системы привода РКБ, приведенная фирмой-разработчиком Морган (входящей теперь в состав Siemens VAI), составляет 19.6Гц. Узел системы (позиция максимального момента) при

такой частоте колебаний располагается между муфтой двигателя и шестеренчатым переходником, что характерно и для других типов прокатных станов, т.к. приведенный момент инерции двигателя, как правило, является максимальным из всех элементов привода. Частота основной формы оказывается достаточно низкой и попадает в диапазон регулятора скорости, поэтому для ее нейтрализации предусмотрен узкополосный режекторный фильтр с регулировкой центральной частоты в диапазоне 15...25Гц. При ослаблении центральной частоты минимум в 4 раза (12dB), фильтр должен сводить к минимуму любое стремление системы к колебанию на основной частоте. Из-за большого разброса моментов инерции в коробке передач РКБ, регулятор скорости двигателя настроен на минимальное значение из 4-х различных передаточных отношений ступеней.

Расчетная схема линии привода РКБ представлена на рисунке 3, где в качестве сосредоточенных масс приняты: двигатель (Q_1), ступени редуктора А, В, С, D (Q_2-Q_5) и валковые узлы клеток 31...34 (Q_6-Q_9). В качестве упругих связей приняты: моторный вал (C_{12}), переходные шестерни между ступенями (C_{23}, C_{34}, C_{35}) и шпиндели ($C_{46}, C_{47}, C_{58}, C_{59}$).

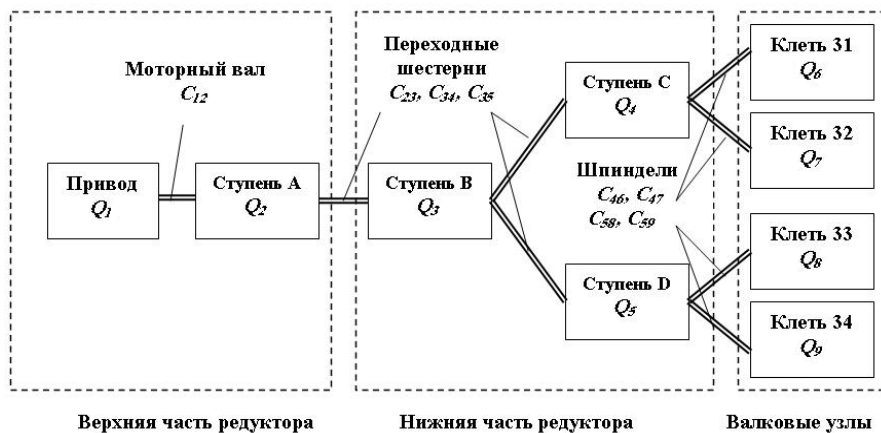


Рисунок 3 – Расчетная схема динамической модели линии привода РКБ

В качестве внешних воздействий задаются момент электропривода M_1 и четыре момента прокатки в клетях блока $M_6...M_9$. Линии привода верхних и нижних валков в модели рассматриваются совместно, замкнутые на прокатываемый металл. Упругие свойства раската между клетями оказывают несущественное влияние на собственные частоты крутильных колебаний, поэтому при модальном анализе не учитываются. Системы дифференциальных уравнений модели РКБ составлены в абсолютных углах колебаний сосредоточенных масс и относительных углах закручивания валов, которые представлены выражениям (1) и (2), где Q_i – моменты инерции сосредоточенных масс; φ_i –

абсолютные углы поворота масс; φ_{ij} – относительные углы закручивания упругих связей (валов); M_1 – электромагнитный момент двигателя; $M_6...M_9$ – моменты нагрузки на валках; $M_{ij}=C_{ij}(\varphi_i-\varphi_j)$ – моменты сил упругости.

$$\begin{aligned}
 Q_1 \cdot \ddot{\varphi}_1 &= M_1 - M_{12}; & \ddot{\varphi}_2 &= (M_1 - M_{12})/Q_1 - (M_{12} - M_{23})/Q_2; \\
 Q_2 \cdot \ddot{\varphi}_2 &= M_{12} - M_{23}; & \ddot{\varphi}_{23} &= (M_{12} - M_{23})/Q_2 - (M_{23} - M_{34} - M_{35})/Q_3; \\
 Q_3 \cdot \ddot{\varphi}_3 &= M_{23} - M_{34} - M_{35}; & \ddot{\varphi}_{34} &= (M_{23} - M_{34} - M_{35})/Q_3 - (M_{34} - M_{46} - M_{47})/Q_4; \\
 Q_4 \cdot \ddot{\varphi}_4 &= M_{34} - M_{46} - M_{47}; & \ddot{\varphi}_{35} &= (M_{23} - M_{34} - M_{35})/Q_3 - (M_{35} - M_{58} - M_{59})/Q_5; \\
 Q_5 \cdot \ddot{\varphi}_5 &= M_{35} - M_{58} - M_{59}; & \ddot{\varphi}_{46} &= (M_{34} - M_{46} - M_{47})/Q_4 - (M_{46} - M_6)/Q_6; \\
 Q_6 \cdot \ddot{\varphi}_6 &= M_{46} - M_6; & \ddot{\varphi}_{47} &= (M_{34} - M_{46} - M_{47})/Q_4 - (M_{47} - M_7)/Q_7; \\
 Q_7 \cdot \ddot{\varphi}_7 &= M_{47} - M_7; & \ddot{\varphi}_{58} &= (M_{35} - M_{58} - M_{59})/Q_5 - (M_{58} - M_8)/Q_8; \\
 Q_8 \cdot \ddot{\varphi}_8 &= M_{58} - M_8; & \ddot{\varphi}_{59} &= (M_{35} - M_{58} - M_{59})/Q_5 - (M_{59} - M_9)/Q_9; \\
 Q_9 \cdot \ddot{\varphi}_9 &= M_{59} - M_9.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Каждое уравнение в системе (1) соответствует угловым движениям одной из масс, а в системе (2) – одной упругой связи и описывает двухмассную парциальную систему линии привода (две массы на одной жесткости). Матрица правых частей системы дифференциальных уравнений (1) используется для расчета собственных частот и форм колебаний, а системы (2) – для расчета передаточных функций и частотных характеристик.

Модальный анализ редукторного привода. Полученные в результате расчета значения собственных частот крутильных колебаний составляют: 20.1(19.6), 22.7(22.2), 25.2(27.6), 31.8(34.3), 45.6, 62.8, 102.0, 156.0 Гц. В скобках даны значения четырех низших частот, приводимые фирмой-производителем РКБ, отклонения от которых расчетных частот не превышают 10%. Исследованы частотные характеристики линии привода РКБ по крутильным моментам. В качестве примера (см. рисунок 4) приведены расчетные функции по каналу "валки - вал электропривода" при входном воздействии на рабочие валки в клетях №32-33. По графикам АЧХ и ФЧХ можно оценивать влияние демпфирования, например при использовании эластичных муфт, параметры которых могут быть учтены в зависимости от предполагаемого места их установки.

По АЧХ видно, что собственные частоты системы проявляют себя по-разному. Появление минимумов на некоторых частотах (22.7Гц) обусловлено тем, что совпали нули (корни частотного полинома числителя) и полюсы (корни полинома знаменателя) соответствующей передаточной функции. Поэтому на этих частотах происходит ослабление амплитуды колебаний момента в данной упругой связи.

По ФЧХ определяются формы колебаний валков в клетях РКБ, расчет-

ные значения которых в относительных единицах приведены в таблице 1. Возрастание амплитуды колебаний усилий натяжения следует ожидать в тех межклетевых промежутках и на тех частотах, где наблюдаются противофазные крутильные колебания валков. Такие сочетания фаз колебаний валков выделены в таблице 1, что соответствует узлам колебаний, т.е. местам перехода амплитуды через ноль. На частотах 22.7 и 62.8 Гц следует ожидать усиления колебаний натяжения в паре клеток №32-33, на частоте 25.2 Гц – в паре клеток №33-34, а на частоте 31.8 Гц – в паре №31-32.

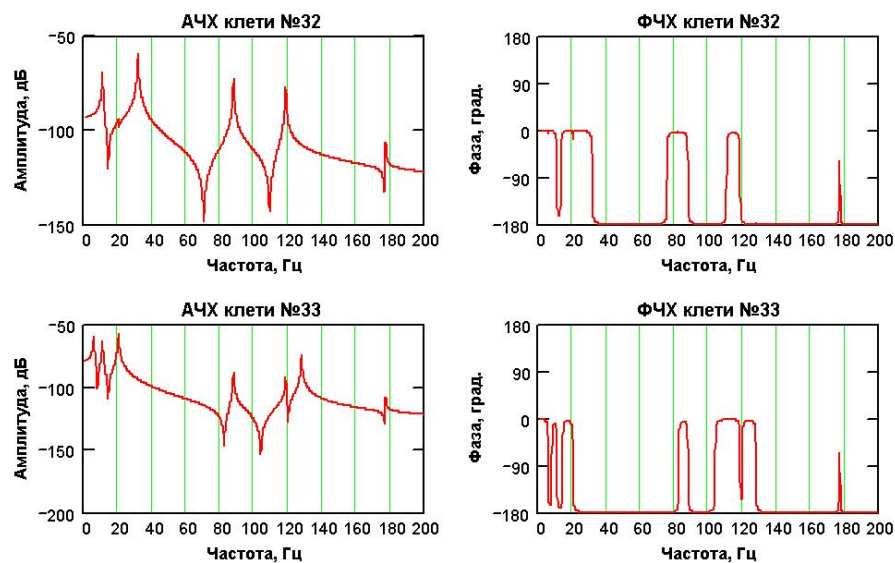


Рисунок 4 – АЧХ (а) и ФЧХ (б) клеток 32 и 33 РКБ

Поскольку первые четыре частоты имеют близкие значения, то весь диапазон 22...32 Гц следует считать неблагоприятным с точки зрения динамики. Кроме того, он пересекается с диапазоном возможных оборотных частот двигателя 14.2...28.3 Гц. На частотах 20.1, 45.6, 102 и 156 Гц колебания валков происходят во всех клетях синфазно.

Отклонения суммарных передаточных отношений двигатель/валок в диапазонах 0.1572...1.2173 (входная клеть) и 0.0778...0.5330 (выходная клеть) при переключении коробки передач изменяют момент инерции РКБ, приведенный к валу двигателя, в широких пределах 316...2195 кг·м². Соответственно, при прокатке разного сортамента будут изменяться собственные частоты и формы колебаний крутильной системы, а также резонансные диапазоны скорости, на которых возможно усиление колебаний натяжения и нестабильный процесс прокатки. Поэтому приведенные фирмой-производителем

значения первых четырех собственных частот можно считать их средними величинами по всей совокупности значений.

Таблица 1 – Формы собственных колебаний линии привода РКБ

массы	Собственные частоты системы (Гц)							
	20.1	22.7	25.2	31.8	45.6	62.8	102.0	156.0
Q1	-0.324	0.073	0.001	0.001	-0.09	-0.001	-0.059	0.015
Q2	0.130	0.017	0.001	0.001	0.187	0.003	0.854	-0.530
Q3	0.073	-0.040	0.001	0.001	0.406	0.005	0.452	0.835
Q4	0.167	-0.232	0.001	0.001	0.346	-0.653	-0.147	-0.089
Q5	0.205	0.090	0.001	0.001	0.575	0.662	-0.204	-0.120
Q6 (31)	0.278	-0.473	0.001	-0.707	-0.328	0.226	0.016	0.004
Q7 (32)	0.278	-0.473	0.001	0.707	-0.328	0.226	0.016	0.004
Q8 (33)	0.569	0.491	-0.707	0.001	-0.252	-0.127	0.013	0.003
Q9 (34)	0.569	0.491	0.707	0.001	-0.252	-0.127	0.013	0.003

Моделирование крутильных колебаний в линии привода. Учитывая плотный спектр собственных частот привода РКБ (18, 22, 25, 26, 41, 63, 102, 156 Гц) в диапазоне до 60 Гц можно ожидать повышенного влияния крутильных колебаний через натяжения с периодами амплитудной модуляции 3-5 Гц за счет биений в ветвях привода.

Выполнено моделирование импульсного возмущения на входе в РКБ в виде прямоугольного скачка момента нагрузки на валках в клетях 31. Длительность импульса задавалась в диапазоне 0.001...0.01 с, что соответствует времени прохождения дефекта на поверхности катанки или прокатной шайбы при частотах вращения 120-220 Гц на скорости 110 м/с. Транспортирование металла между клетями происходит с запаздываниями порядка 0.003...0.01 с. Установлено, что картина динамических процессов в блоке может качественно изменяться. При большой длительности возмущений, в т.ч. ступенчатых, две более высокие собственные частоты (около 100 и 150 Гц) себя практически не проявляют. В то же время при повышении частоты импульсного возмущения (уменьшении его длительности), формы колебаний, связанные с этими собственными частотами и локализованные в ступенях "С" и "D" редуктора становятся заметными в переходных процессах при амплитуде возмущения 1% от статического момента прокатки.

Программное обеспечение для динамических расчетов. Для учета всех изменений передаточных отношений и коэффициентов приведения в переключаемых зубчатых передачах разрабатывается программное обеспечение, которое позволяет в реальном масштабе времени строить частотные характеристики РКБ и получать диапазоны скорости, при которых возможно усиление вибрации валков при прокатке конкретного профилируемого сортамента. Установленные параметры сохраняются и могут быть автоматически

вызваны при выборе передаточных отношений и настроек обжатий. Действия программы аналогичны работе автоматической системы управления переключением муфт. По выбранному пользователем в таблице сортаменту (конечному размеру раската) программа в соответствии с заложенным алгоритмом переключения устанавливает в активное состояние необходимые муфты, изменяя тем самым структуру динамической модели. В качестве примера приведена диаграмма частот (см. рисунок 5), где вертикальные линии соответствуют собственным частотам, горизонтальные – скорости привода, а наклонные – кинематическим частотам возмущений в выбранных пользователем зубчатых зацеплениях блока.

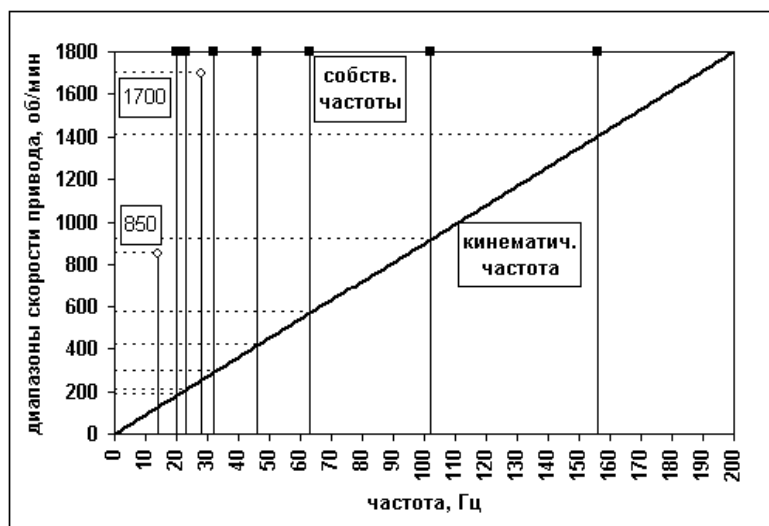


Рисунок 5 – Диаграмма кинематических и собственных частот РКБ

Пользователь программы, как и оператор стана, устанавливая рабочую скорость привода, получает картину динамических процессов, происходящих внутри блока в виде диаграмм кинематических и собственных частот (зависящих от конфигурации включенных муфт). Для каждого профилируемого сортамента точки совпадения кинематических и собственных частот определяют допустимые диапазоны скорости привода. Целенаправленным изменением скорости можно снижать колебания в тех упругих связях (зацеплениях), которые в наибольшей степени влияют на стабильность процесса прокатки и усиление вибрации блока.

Диагностика привода. Исследуемый стан оснащен полустационарной системой вибродиагностики, т.е. датчики постоянно установлены на опорах валов, а сбор данных осуществляется переносными приборами. Всего в раз-

личных местах установлено 42 датчика вибрации (см. рисунок 1). Появляется возможность с помощью программного обеспечения проводить достоверную диагностику зубчатых зацеплений и подшипников РКБ при изменении структуры привода за счет текущей, выбранной на момент измерений, конфигурации включенных муфт, которые влияют на частотную картину по всему блоку. Наряду с вибрацией целесообразно реализовать контроль крутильных колебаний цифровыми телеметрическими измерителями с бесконтактным питанием, разработанными в ИЧМ, позволяющими получать сигнал с тензометрических датчиков, установленных на вращающихся валах. Это позволит расширить диагностические возможности системы и осуществлять мониторинг крутильных колебаний в блоке на основе динамической модели.

Выводы и перспективы исследований. Проведенный анализ известных исследований динамических процессов в прокатных блоках показал, что высокоскоростной сортовой прокатке присущи крутильные колебания привода даже на постоянных скоростях привода, которые оказывают негативное влияние на стабильность технологического процесса и точность размеров катанки.

Исследуемый чистовой редуционно-калибрующий блок с кинематической схемой переменной структуры на основе четырехступенчатой коробки передач с управляемыми сервомуфтами обуславливает необходимость учета изменений приведенных упруго-массных параметров и собственных частот крутильной системы для каждого сортамента отдельно.

Целесообразно применение передаточных функций, как наиболее общего метода исследования линейных динамических систем с демпфированием. Разработана диагностическая модель РКБ, которая позволяет определять влияние технического состояния зубчатых зацеплений (общий износ, дефекты) на динамические процессы в зоне рабочих валков.

Программное обеспечение, разрабатываемое для динамических расчетов крутильных колебаний клетей блока, позволяет в реальном масштабе времени определять частотные характеристики в зависимости от текущей структуры.

Список литературы: 1. Горбанев А.А. Комплекс исследований, выполненный при освоении, эксплуатации и усовершенствовании конструкции высокоскоростных проволочных блоков / А.А. Горбанев, А.М. Юнаков, Е.А. Евтеев, А.Н. Кулдай // Производство проката. – 2004. – №3. – С.15–18. 2. Юнаков А.М. Анализ статических и динамических нагрузок в линии приводов прокатных клетей и резервов оборудования – база реконструкции проволочного стана / А.М. Юнаков, А.А. Горбанев, Е.А. Евтеев // Производство проката. – 2002. – №9. – С.22–26. 3. Кулеша В.А. Совершенствование технологии производства катанки и режимов работы стана 150 / В.А. Кулеша, А.А. Горбанев, А.М. Юнаков и др. // Сталь. – 1998. – №8. – С.31–34. 4. Емченко В.С. Оптимизация режимов прокатки в высокоскоростных чистовых блоках стана 150 / В.С. Емченко, А.М. Юнаков, Д.А. Деркач и др. // Сталь. – 1985. – №5. – С.52–54. 5. Wang J. Torsional vibration modeling and dynamic simulation of a rolling stand power transmission system / J. Wang, L.M. Cartright // Iron & Steel Eng. – 1999. – Jun. – Pp.30–34. 6. Тредер Х. Модель для исследования крутильных колебаний в раздаточном редукторе проволочного стана / Х. Тредер, Г. Дикханс, Х. Пекен // Черные металлы. – 1979. – №22. – С. 23–28. 7. Тредер Х. Моделирование крутильных колебаний в раздаточном редукторе проволочного стана / Х. Тредер, Г. Дикханс, Х. Пекен // Черные

металлы. – 1980. – №24. – С.9–15. **8.** Hofner J. Predictive maintenance for No-Twist rod mills using vibration signature analysis / J. Hofner, J.E. Olenick, J.D. Foley // Iron & Steel Eng. – 1991. – Jan. – Pp.55–61. **9.** Schmidt J.M. Continuous Vibration Monitoring of a 10-Stand Rod Block / J.M. Schmidt, R.E. Player, et al. // AISE Steel Technology. – 2002. – January. – Pp.44–45. **10.** А.с. №519239 СССР. МКИ В21 В 37/00. Способ обнаружения налипания металлов в калибрах валков чистой клетки при прокатке / В.Н. Выдрин, П.Н. Амосов и др. Челябин. политехн. ин-т. 2103797/02 Заявл. 11.02.1075. Оpubл. 30.06.1976. Бюл. №24. **11.** Веревев В.В. Приложения исследований динамических процессов в прокатных станах к решению прикладных задач производства проката / В.В. Веревев, А.М. Юнаков // Труды IV Конгресса прокатчиков, Магнитогорск, 16-19 октября 2001г. – М.: ОАО "Черметинформация". – Т.2. – 2002. – С.316–319. **12.** Жучков С.М. Контроль работоспособности роликовых проволочных прокатных станков / С.М. Жучков, А.Н. Бондаренко // Сталь. – 1996. – №1. – С.43–45. **13.** Патент №2221658 РФ. МПК В21В 39/16, В21В 38/00. Роликовая проволочка с устройством для контроля вращения роликов / А.Н. Бондаренко, С.М. Жучков, В.Ф. Дышлевич и др. 20011129443/02. Заявл. 02.11.2001. Оpubл. 20.01.2004. Бюл. "Изобретения". – 2004. – №2. – С.643. **14.** Патент. №1262014. Япония. МКИ В21В 39/00. Sizing roller guide for bar steel and wire rod / U. Ryuichi; S. Takeshi. Hitachi Metals Ltd. Оpubл. 18.10.1989. **15.** Горбанев А.А. Теоретические и технологические основы высокоскоростной прокатки катанки / А.А. Горбанев, С.М. Жучков, В.В. Филиппов и др. – Мн.: Выш. шк., 2003. – 287с. **16.** Праздников А.В. Автоматизация непрерывных мелкосортных станков / А.В. Праздников, В.С. Егоров, С.Д. Гринберг и др. – М.: Металлургия, 1975. – 216с. **17.** Крот П.В. Параметрические колебания в прокатных станах // Сб. научных трудов НГАУ – Дн-ск: Национальный горный ун-т, 2002 – №13. – Т.3. – С.15–21. **18.** Дружинин Н.Н. Непрерывные станы как объект автоматизации. – М.: Металлургия, 1975. – 336с. **19.** Железнов Ю.Д. Статистические исследования точности тонколистовой прокатки / Ю.Д. Железнов, С.Л. Коцарь, А.Г. Абиев. – М.: Машиностроение, 1974. – 240с. **20.** Дукмасов В.Г. Производство точного проката / В.Г. Дукмасов, В.Н. Выдрин, О.И. Тищенко. – М.: Металлургия, 1990. – 168с. **21.** Адамия Р.Ш. Оптимизация динамических нагрузок прокатных станков – М.: Металлургия. – 1978. – 232с. **22.** Кожевников С.Н. К вопросу о применении гармонического анализа передаточных функций в задачах кинематики и динамики машин / С.Н. Кожевников, Н.М. Долгов // Теория механизмов и машин. – 1974. – Вып.17. – С.82–94. **23.** Лошкарев В.И. Динамика электромагнитных систем приводов непрерывных станков горячей прокатки: Дисс. ... канд. техн. наук. 05.05.08 – Днепропетровск: Ин-т черной металлургии, 1968. – 325с. **24.** Скичко П.Я. Влияние жесткости прокатываемой полосы на динамические свойства клетки / П.Я. Скичко, В.В. Веревев, И.И. Леева, В.Д. Петров // "Листопркатное производство". Тем. отраслевой сб. ИЧМ. – 1975. – №4. – С.69–73. **25.** Подковырин Е.Я. Исследование амплитудно-частотных характеристик сложных высокоскоростных машин // Деп. научные работы. Библ. указатель ВИНТИ. – 1987. – №5. – 169с. **26.** Патент US 5 921 152. F16 H 37/06. Optional multi-ratio gear transmission system. Wang J. Morgan Construction. Priority Jul. 13, 1999. **27.** Ленский А.Н. О погрешностях замены распределенных параметров систем дискретными / А.Н. Ленский, В.М. Лобода // Динамика металлургических машин. Сб. трудов ИЧМ. – 1969. – №31. – С.41–46. **28.** Чекмарев А.П. Методы исследования процессов прокатки / А.П. Чекмарев, С.А. Ольдзиевский. – М.: Металлургия, 1969. – 293с. **29.** Банаш Л.Я. Связь спектрального числа обусловленности с возможностью упрощения динамической модели // Колебания сложных упругих систем. – М.: Наука, 1981. – С.35–37.

Поступила в редакцию 15.05.10

УДК 621.83

М.В. МАРГУЛИС, д.т.н., профессор каф. ТМ ПГТУ, г. Мариуполь
В.В. МИТИН, магистр каф. ТМ ПГТУ

РАЗМЕРНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ДЕТАЛЕЙ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ С ТЕЛАМИ КАЧЕНИЯ И ВЫБОР ТРЕБУЕМОЙ ТОЧНОСТИ ИХ ИЗГОТОВЛЕНИЯ

Виконаний розмірно-функціональний аналіз основного вузла механізму – передавального вузла, що включає вхідний вал, диски, прещесуюче, рухливе і нерухоме колеса. Встановлено зв'язки між розмірами всіх деталей механізму і складання загального розмірного ланцюга хвильової передачі з проміжними тілами качення.

The size-functional analysis of basic knot of mechanism is executed – transmitter knot, plugging in itself an entrance billow, disks, precessing, mobile and immobile wheels. Connections between the sizes of all details of mechanism and drafting of frame-clamping size chain of wave transmission are set with the intermediate bodies of wobbling.

Волновая передача с промежуточными телами качения (ВППТК) является уникальной разработкой в области силовых зацеплений, так как обеспечивает возможность получения передаточных чисел в интервале $\approx 10 \dots 40000$ и более, обладает высоким КПД, вследствие изменения конструкции передающего узла в сравнении с известными аналогами ВППТК [1], и обеспечивает передачу высоких вращающих моментов.

При разработке любого передаточного механизма необходим его размерно-функциональный анализ с целью минимизации себестоимости его изготовления. Размерно-функциональный анализ ВППТК позволяет: определить точность деталей механизма, необходимую и достаточную для его правильного функционирования, и минимизировать их себестоимость изготовления. Он включает:

- размерно-функциональный анализ основного узла механизма – передающего узла, включающего в себя входной вал, диски, прещесующее, подвижное и неподвижное колеса.
- установление связи между размерами всех деталей механизма и составление сборочной размерной цепи ВППТК.

Наиболее ответственной частью ВППТК является передающий узел (см. рисунок 1), состоящий из входного вала (1), дисков (2, 3), прещесующего (4), подвижного (5) и неподвижного колес (6), контакт между которыми осуществляется через промежуточные тела качения – шарики (7, 8). Очень важно правильно произвести точностной расчет данного узла с целью исключения дефектов волновом зацеплении тел качения и зигзагообразной дорожки качения.

В качестве замыкающего звена при расчете сборочной размерной цепи ВППТК принимается зазор между телами качения (шариками) и поверхно-

стью дорожки качения на одном из контактирующих колес. Этот зазор должен учитывать:

- температурную деформацию дорожек качения и тел качения;
- размещение масляной пленки между телами качения и дорожками качения шарового зацепления;
- погрешности изготовления и сборки сопрягаемых деталей звеньев в передающем узле механизма.

Таким образом, формула для определения расчетного зазора между шариком и поверхностью дорожки качения на одном из колес имеет следующий вид:

$$j_{n_{\min}} = j_{n_T} + j_{n_{\text{CM}}} + j_{n_{\text{ПИС}}}, \quad (1)$$

где j_{n_T} – составляющая $j_{n_{\min}}$, компенсирующая температурную деформацию дорожек качения и тел качения:

$$j_{n_T} = \frac{[\alpha_{p1}(t_1 - 20^\circ\text{C}) - \alpha_{p2}(t_2 - 20^\circ\text{C})]}{\sin 2\alpha}, \quad (2)$$

где α_{p1} , α_{p2} – коэффициенты линейного расширения материалов; t_1 , t_2 – предельные температуры; α – угол профиля исходного контура. $j_{n_{\text{CM}}}$ – составляющая $j_{n_{\min}}$, обеспечивающая размещение масляной пленки между телами качения и дорожками качения шарового зацепления:

$$j_{n_{\text{CM}}} \geq R_{z_1} + R_{z_2}, \quad (3)$$

где R_{z_1} , R_{z_2} – высота неровностей профиля дорожки качения и шарика; $j_{n_{\text{ПИС}}}$ – составляющая $j_{n_{\min}}$, компенсирующая погрешности изготовления и сборки сопрягаемых деталей звеньев в передающем узле механизма, учитывает допуски на основные размеры сопрягаемых деталей.

Расчет номинального зазора между шариком и поверхностью дорожки качения рассчитывается по аналогии с подшипниками качения, имеющими такой же диаметр шариков.

Далее были рассмотрены первая размерная цепь "Колесо прецессирующее – шарик – колесо подвижное" и аналогичная ей вторая размерная цепь "Колесо прецессирующее – шарик – колесо неподвижное" (см. рисунок 1).

Решение прямой задачи данных размерных цепей позволило установить уровень точности для ее составляющих звеньев, которая позволила изготавливать рассматриваемые детали цепи по 8-му качеству.

Далее была рассмотрена размерная цепь "Входной вал – самоустанавливающийся подшипник – диск – колесо прецессирующее" (см. рисунок 2). В

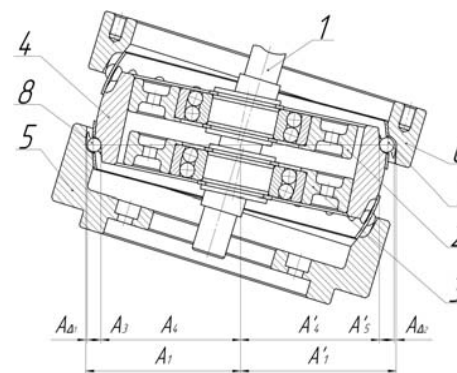


Рисунок 1 – Размерные цепи передающего узла ВППТК

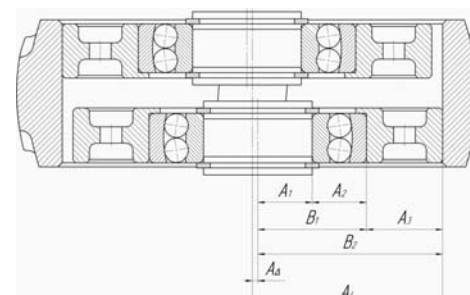


Рисунок 2 – Размерная цепь

"Входной вал – самоустанавливающийся подшипник – диск – колесо прецессирующее"

данном случае решалась обратная задача, то есть определялся номинальный размер, допуск и предельные отклонения замыкающего звена по установленным номинальным размерам, допускам и предельным отклонениям составляющих звеньев. Необходимо было выяснить, с какой точностью нужно выдерживать межосевое расстояние между эксцентриковыми шейками входного вала, чтобы обеспечить плотный контакт дисков с прецессирующим колесом.

Поэтому замыкающим звеном было выбрано именно это расстояние.

Анализ данной размерной цепи также позволил установить необходимую точность для данных деталей узла по 8-му качеству.

Для выявления взаимосвязи всех размеров ВППТК была составлена общая сборочная размерная цепь (см. рисунок 3). Расчет номинальных размеров, допусков и предельных отклонений составляющих звеньев производился при помощи разбивки цепи на узлы, где выявлялись исходные (замыкающие) звенья цепи.

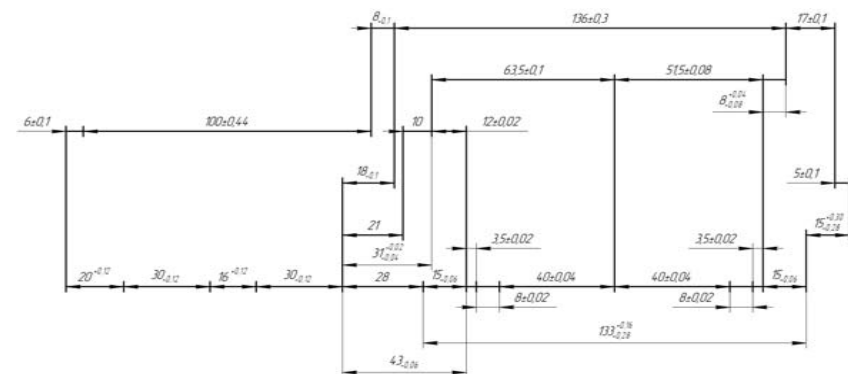


Рисунок 3 – Общая сборочная размерная цепь ВППТК

В конечном итоге в результате расчета размеров всех составляющих деталей механизма была сформирована подробная технологическая документация для изготовления опытно-промышленного образца ВППТК на одном из машиностроительных предприятий г. Мариуполя.

Выводы.

1. Размерно-функциональный анализ передающего узла механизма позволил обеспечить достаточно невысокую точность изготовления его составных деталей при обеспечении нормальной работы передачи в целом, что позволит снизить трудоемкость их изготовления, а, следовательно, – минимизировать себестоимость.

2. Размерный анализ передаточного механизма в целом позволит избежать трудностей при его сборке, а также обеспечить высокую точность сборки, что отразится на работе механизма и его долговечности.

Список литературы: 1. *Игнатицев Р.М.* Синусошариковые редукторы. – Мн.: Высш. школа, 1983. – 107с. 2. *Маргулис М.В.* Разработка конструкции рационального передаточного механизма с промежуточными телами // *Захист металургійних машин від поломок.* – Мариуполь, 2007. – Вип.10. – С.257–261. 3. *Якушев А.И., Воронцов Л.Н., Федотов Н.М. и др.* Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения: Учебник для вузов. 6-е изд. (перераб. и дополн.). – М.: Машиностроение, 1987. – 352с.

Поступила в редколлегию 03.05.10

УДК 621.833

А.М. НАДЖАФОВ, к.т.н., доцент АзТУ, г. Баку, Азербайджан

А.И. АБДУЛЛАЕВ, д.т.н., профессор АзТУ

РАЗРАБОТКА И АНАЛИЗ НОВОГО КОНСТРУКТИВНОГО РЕШЕНИЯ ПАКЕТНОГО РЕДУКТОРА

Рассматривается новое конструктивное решение зубчатого цилиндрического пакетного редуктора. Произведен кинематический анализ и сравнительная оценка уровня надежности, КПД и технического уровня пакетного и классического многоступенчатого цилиндрического редукторов.

Here is reviewed new constructive decision of cylindrical package reduction unit. Kinematic analysis and comparative evaluation of reliability level, efficiency and technical level of package and classic cylindrical multiple-reduction units is carried out.

Актуальность задачи. Экономика производства машин и агрегатов в значительной степени зависит и от кинематической схемы их составных механизмов и узлов. Обычно около 70% стоимости машины составляет стоимость затраченного на её изготовление металла. Поэтому очень важно изы-

скание наиболее подходящей кинематической схемы многоступенчатого редуктора, учитывая не только внешние (потребительские) характеристики, но и его стоимость [1, 2, 3].

В современном редукторостроении разрабатываются новые конструкции редукторов, уточняются и совершенствуются методы их прочностного расчета и проектирования конструктивных элементов. При больших передаточных отношениях обычно применяются многоступенчатые редукторы с цилиндрическими зубчатыми колёсами. Однако увеличение количества ступеней в зубчатых передачах приводит к одновременному увеличению как количества их конструктивных элементов, так и габаритных размеров и металлоемкости. Это негативно сказывается на КПД, надёжности и стоимости редуктора.

Важное практическое значение в современном машиностроении принимает требование заключения конструктивных элементов в корпус многоступенчатого редуктора минимального объёма. Чем меньше объём, тем меньше расходуется материал и тем ниже стоимость его изготовления. Конструкция считается совершенной, если относительное расположение деталей таково, что объём незаполненных мест в корпусе минимален. Кроме того, с уменьшением количества конструктивных элементов уменьшается не только стоимость многоступенчатого редуктора, но повышается и его надёжность.

Цель работы. Разработка многоступенчатых редукторов на двух валах с цилиндрическими зубчатыми колёсами, обеспечивающих большие значения передаточных отношений при минимальной металлоемкости, позволяющих повысить их надёжность и КПД за счёт частичного исключения из механической системы промежуточных валов и их опорных узлов.

На кафедре "Детали машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета разработана, изготовлена и испытана принципиально новая конструкция многоступенчатого редуктора на двух валах с цилиндрическими зубчатыми колёсами, отличающийся компактностью, малой металлоемкостью, повышенной надёжностью и высокими эксплуатационными показателями, см. рисунок 1.

Редуктор назван пакетным из-за взаимно наложенного расположения его основных конструктивных элементов – зубчатых двухвенцовых блоков. В предлагаемой механической системе промежуточные валы исключаются, а ведущие и ведомые валы используются как оси для последующих ступеней.

Редуктор выполнен из удвоенных ведущих и ведомых зубчатых колёс, симметрично установленных относительно опор и жестко закрепленных с ведущим и ведомым валами, установленными на подшипниках качения, а двухвенцовые блоки шестерен установлены на вращающихся ведущем и ведомом валах с возможностью свободного вращения вокруг их геометрической оси; при этом общее число двухвенцовых блоков шестерен на единицу превышает общее число ступеней редуктора.

Предложенный пакетный редуктор создается на основе набора унифициро-

С целью получения наибольшей нагрузочной способности и долговечности пакетного редуктора шестерня высоконагруженной ступени изготавливается из цементуемых сталей 15Х, 20Х, 12ХН3А, 18ХГТ, 20Х2Н4А. В процессе термической обработки обеспечивается твёрдость поверхностного слоя зубьев HRC=58÷63. Как правило, в этом случае хорошо сочетаются высокие контактные и изгибные прочностные характеристики.

На рисунке 2 представлена кинематическая схема трехступенчатого двухпоточного пакетного редуктора с передаточным отношением 1:64, спроектированного для механического привода штанговых насосов (станков-качалок). Редуктор выполнен из удвоенных ведущих и ведомых зубчатых колес, симметрично установленных относительно опор и жестко закрепленных с ведущим и ведомым валами, установленными на подшипниках качения; двухвенцовые блоки шестерен установлены на вращающихся ведущем и ведомом валах с возможностью свободного вращения вокруг их геометрической оси в одном направлении.

Редуктор содержит тяжелонагруженные зубчатые колеса – 1, 2, ведомый – 3 и ведущий – 4 вала, подшипники качения – 5, 6, 7, 8, шпоночное соединения – 9, 10 и 11, 12, корпус – 13, крышку – 14, резьбовые соединения – 15, 16, 17, 18.

Редуктор выполнен из двух ведущих зубчатых колес – 19, 20, симметрично расположенных относительно опор, жестко закрепленных с ведущим валом с помощью шпоночного соединения. Двухвенцовые блоки шестерен – 21, 22 и 23, 24, установлены на подшипниках скольжения – 25, 26 и 27, 28 соответственно на ведомом и ведущем валах с возможностью свободного вращения вокруг их геометрической оси в одном направлении. Ведомый шкив – 29 ременной передачи и шкив – 30 ко-

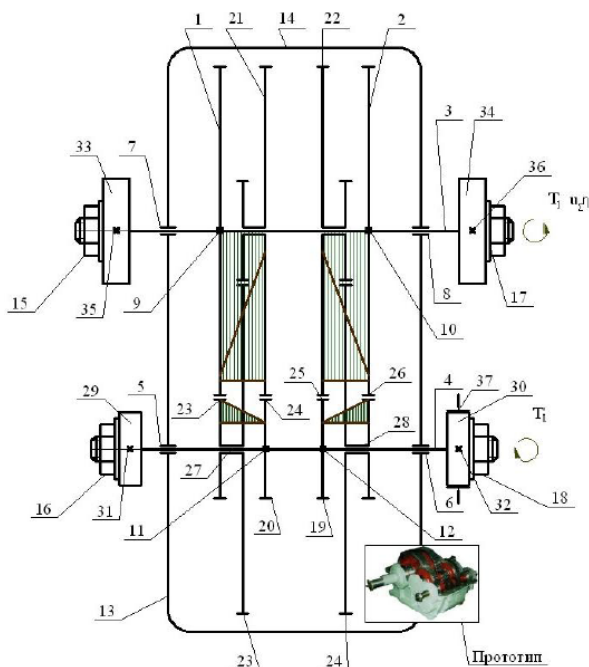


Рисунок 2 – Кинематическая схема цилиндрического двухпоточного трехступенчатого пакетного редуктора

лодочного тормоза жестко соединены с ведущим валом шпоночными соединениями – 31 и 32; кривошипные 33 и 34 имеют по два установочных шпоночных паза 35 и 36, расположенные под углом 90°.

Предложенный редуктор работает следующим образом: ведущий вал 4, установленный на подшипниках качения 5 и 6, получает вращательное движение от ведомого шкива ременной передачи 29, закрепленного с ним шпоночным 31 и резьбовым 16 соединениями и посредством шпоночных соединений 11 и 12 приводит в принудительное вращательное движение ведущие шестерни 19 и 20, которые далее приводят во вращательное движение находящиеся в зацеплении с ними двухвенцовые блоки шестерен 21 и 22, установленные на подшипниках качения 25 и 26 и свободно вращающиеся вокруг геометрической оси вращающегося ведомого вала 3 в одном направлении. Указанные двухвенцовые блоки шестерен, установленные симметрично относительно опор, приводят во вращательное движение двухвенцовые блоки шестерен 23 и 24, установленные на подшипниках скольжения 27 и 28 и свободно вращающиеся вокруг геометрической оси ведущего вала в одном направлении, которые в свою очередь приводят в принудительное вращательное движение наиболее нагруженные ведомые зубчатые колеса 1 и 2, симметрично расположенные вблизи подшипников качения 7 и 8 и жестко закрепленные с помощью шпоночных соединений 9 и 10 с ведомым валом, который приводит в принудительное вращательное движение симметрично расположенные вблизи опор кривошипные 33 и 34, установленные в соответствующих шпоночных пазах 35 и 36 и закрепленные на ведомом валу резьбовыми соединениями 15 и 17.

Вышеуказанные конструктивные элементы расположены в корпусе 13, закрытого крышкой 14. Торможение редуктора осуществляется прижатием колодок 37 к шкиву колодочного тормоза 30, закрепленного с ведущим валом с помощью шпоночного 32 и резьбового 18 соединений.

Предложенный пакетный редуктор создается на основе набора унифицированных зубчатых колес и двухвенцовых блоков шестерен в зависимости от заранее выбранного количества ступеней и общего передаточного числа.

Произведена сравнительная оценка уровня надежности, КПД и металлоемкости (габаритных размеров) предложенной и известной (для станков-качалок) конструкций редукторов.

Оценка технико-экономической эффективности разработанной конструкции пакетного редуктора произведена на примере пятиступенчатых редукторов. При прочих равных условиях произведена сравнительная оценка уровня надежности и КПД для предлагаемой пакетной и классической схем редукторов:

$$Q_{кр} = \prod_{i=1}^k Q_i, (Q_1 = 0,995, K_1 = 6; ; Q_2 = 0,9, K_2 = 12) = 0,995^6 \cdot 0,9^{12} = 0,2741;$$

$$Q_{пр} = \prod_{i=1}^k Q_i, (Q_1 = 0,995, K_1 = 2; ; Q_2 = 0,9, K_2 = 8) = 0,995^2 \cdot 0,9^8 = 0,4262,$$

где $Q_{пр}$ и $Q_{кр}$ – соответственно уровень надежности пакетного и классического редукторов.

Только лишь за счёт исключения из предлагаемой конструкции 4-х пар подшипников качения КПД пакетного редуктора увеличивается на 2%, что наглядно видно из нижеприведенного расчета:

$$\eta_{ппр} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_{\kappa}; (\eta=0,99; \kappa=4)=0,99^4=0,9606;$$

$$\eta_{пкр} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_{\kappa}; (\eta=0,99; \kappa=6)=0,99^6=0,9415,$$

где $\eta_{ппр}$ и $\eta_{пкр}$ – суммарный КПД пар подшипников качения пакетного и классического пятиступенчатых редукторов соответственно.

Таким образом за счёт исключения 4-х промежуточных валов на подшипниках качения уровень надёжности пятиступенчатого пакетного редуктора на 7,4% больше, чем у пятиступенчатого редуктора, выполненного по классической схеме.

Это свидетельствует о более высоком техническом уровне разработанного пакетного редуктора по сравнению с редукторами классического исполнения, который может быть успешно применён в различных агрегатах для редуцирования параметров движения рабочей машины. Кроме того, при рационализации и обеспечении научного и методологического единства в выборе и унификации характерных параметров можно еще больше повысить качество пакетного редуктора.

Для обеспечения одновременного вращения валов и блоков шестерен, компактности и повышения точности монтажа новых конструктивных решений разработанных пакетных редукторов в качестве опор под блоками шестерен используются подшипники скольжения производства ФРГ по *DIN ISO 4379-1*. При этом, по сравнению с обычными редукторами классического исполнения, в которых блоки шестерен устанавливаются неподвижно на вращающихся валах, и как минимум вследствие своего веса и усилий в зацеплениях сопротивляются их вращению, силы вязкого сдвига, возникающие в зазорах подшипников скольжения разработанных исполнений пакетных редукторов с нечетным количеством ступеней вследствие взаимного смещения слоев масла и частичного соприкосновения шероховатости взаимно-соприкасающихся поверхностей, оказывают положительное влияние на движение валов, а следовательно в целом и на КПД пакетных редукторов. Такое положительное влияние в дальнейшем назван "эффективным коэффициентом движения" в пакетных редукторах с нечетным количеством ступеней:

$$\psi_{\eta} = \frac{P_f}{P_2} = \frac{T_f}{T_2} = \frac{0,5 f_0 F_r d_2}{0,2 [\tau] d_2^3} = \frac{f_0 F_r}{0,4 [\tau] d_2^2} = \frac{\psi_{d_2}}{i_n} f_0 \operatorname{tg} \alpha, \quad (1)$$

где P_f , T_f – соответственно мощность и вращающий момент от силы вязкого сдвига, P_2 , T_2 – соответственно мощность и вращающий момент на выходном валу редуктора без учета "эффективного коэффициента движения"; F_r – ради-

альная сила в зацеплении; f_0 – эффективный коэффициент сцепления в режиме жидкостного или полужидкостного трения, $\alpha=20^\circ$ – угол профиля исходного контура зубчатых зацеплений, n – количество ступеней пакетного редуктора (нечетное число); $\psi_{d_2} = (d_2/d_1) < 1$ – безразмерный параметр, характеризующий отношение диаметра ведомого вала к диаметру начальной окружности ведущей шестерни.

Из расчета на кручение устанавливается взаимосвязь между диаметрами ведущего d_1 и ведомого d_2 валов для идеального случая, то есть при $\eta_{\Sigma}=1$:

$$d_2 = d_1 \sqrt[3]{(U_{\Sigma}/\psi_{\tau})} = \psi_u d_1, \quad (2)$$

где: $[\tau_2] = [\tau]^*$, $\psi_{\tau} = [\tau]^*/[\tau_1]$ – безразмерный параметр, характеризующий отношение допускаемых значений напряжений кручения материалов ведущего $[\tau_1]$ и ведомого валов $[\tau_2]$ пакетного редуктора; $[\tau]^*$ – допускаемое значение выбранного базового напряжения кручения; $\psi_u = \sqrt[3]{(U_{\Sigma}/\psi_{\tau})}$ – безразмерный параметр, учитывающий влияние общего передаточного отношения и механических характеристик материалов валов пакетного редуктора.

Следовательно:

$$\psi_{d_2} = \frac{d_2}{d_{w1}} = \frac{\psi_u d_1}{d_{w1}} = \psi_u \psi_{d_1}. \quad (3)$$

Или, подставив (3) в (1), получим:

$$\psi_{\eta} = \frac{\psi_u \psi_{d_1}}{i_n} f_0 \operatorname{tg} \alpha. \quad (4)$$

В многоступенчатых пакетных редукторах суммарный "эффективный коэффициент движения" определится в виде:

$$\psi_{\eta_{\Sigma}} = \sum_{i=1}^{n-1} \psi_{\eta_i}. \quad (5)$$

Учитывая вышеизложенное, мощность на выходном валу пакетного редуктора с учетом положительного влияния силы вязкого сдвига масла в подшипниках скольжения под двухвенцовыми блоками шестерен пакетных редукторов с нечетным количеством ступеней определится в следующем виде:

$$P_2^* = P_2 + \psi_{\eta_{\Sigma}} P_2 = P_2 (1 + \psi_{\eta_{\Sigma}}).$$

С учетом потерь на трение в зацеплениях и в подшипниках качения опор

валов (без учета прочих потерь) можно записать:

$$\eta_{\Sigma}^* = \frac{P_2^*}{P_1} = \frac{P_2(1+\psi_{\eta_{\Sigma}})}{P_1} \Rightarrow \frac{\eta_{\Sigma}^*}{1+\psi_{\eta_{\Sigma}}} = \frac{P_2}{P_1} = \eta_{\text{зп}}^n \eta_{\text{пк}}^2.$$

Откуда

$$\eta_{\Sigma}^* = \eta_{\text{зп}}^n \eta_{\text{пк}}^2 (1+\psi_{\eta_{\Sigma}}), \quad (6)$$

где $\eta_{\text{зп}}$, $\eta_{\text{пк}}$ – потери в зубчатых зацеплениях и пар подшипников качения соответственно.

Для оценки "эффективного коэффициента движения" многоступенчатых пакетных редукторов с нечетным количеством ступеней и проверки достоверности полученных зависимостей, в научной лаборатории кафедры "Детали Машин и ПТМ" Азербайджанского Технического Университета были смоделированы и проведены экспериментальные испытания узлов валов с двухвенцовыми зубчатыми блоками, установленными на подшипниках скольжения, на усовершенствованной экспериментальной установке ДМ 28М с использованием различных смазочных материалов: *Lubex 20W/50*, *Super Akta 20W/50*, *Motoroil HD40*, *M-40*, *MC-20*, при диапазонах нагрузки 500...5000Н, частот вращения основного вала в 760; 1350 и 2400 мин⁻¹ и вспомогательного вала – 180, 240 и 340 мин⁻¹. Результаты численного расчета КПД трех- и пятиступенчатых пакетных редукторов при $\psi_{d1}=0,652$, $f_0=0,0015$, $\eta_{\text{зп}}=0,98$ и $\eta_{\text{пк}}=0,99$, $[\tau_1]=[\tau_2]$ показали, что по сравнению с редукторами классического исполнения КПД трех- и пятиступенчатых пакетных редукторов повышается в среднем до 7% [4].

Поскольку в мировой практике себестоимость приблизительно пропорциональна массе машины или механизма, то за критерий технического уровня можно принять относительную массу – отношение массы машины или механизма к вращающему моменту на их тихоходном валу.

Соосное исполнение многоступенчатого пакетного редуктора требует равенства не только межосевого расстояния, но и диаметров начальных окружностей всех шестерен, а, следовательно, передаточного отношения всех ступеней. Это обстоятельство положительно влияет на унификацию конструктивных элементов редуктора.

Из расчета на контактную и изгибную прочность наиболее нагруженной тихоходной ступени пакетного редуктора определяются диаметр начальной окружности шестерни и нормальный модуль зацепления. Далее из условия равенства диаметров начальной окружности шестерен ступеней пакетного редуктора устанавливается взаимосвязь между коэффициентами ширины зубчатого колеса текущей и последующей ступеней редуктора:

$$(\psi_{bd})_{i+1} = (\psi_{bd})_i i_n \frac{[\sigma_H]_i^2}{[\sigma_H]_{i+1}^2} = v_i (\psi_{bd})_i, \quad (7)$$

где $v_i = (i_n [\sigma_H]_i^2) / [\sigma_H]_{i+1}^2 = i_n \psi_{\sigma}$ – безразмерный параметр, регулирующий прочностные характеристики ступеней пакетного редуктора.

Поскольку понятие "*технический уровень*" установлено и регламентировано, то его значение целесообразно оценивать количественным показателем, отражающим соотношение затраченных средств и полученный результат. "*Результатом*" для пакетного редуктора принимается его нагрузочная способность, характеризуемая значением вращающего момента T^* , Н·м на его выходном валу. В качестве объективной меры затраченных средств принимается масса пакетного редуктора " m ", кг, в которой практически интегрированы все геометрические параметры редуктора:

$$m = \varphi \cdot \rho \cdot V \cdot 10^{-9}, \quad (8)$$

где φ – коэффициент заполнения, определяется ориентировочно в соответствии с предельными значениями принятого критерия; ρ – плотность материалов конструктивных элементов, кг/м³; V – условный объем ПР, мм³. В результате исследований [5] была выведена формула для определения технического уровня пакетного редуктора:

$$\gamma = \frac{m}{T} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \cdot \varphi \cdot \rho \cdot \psi^*}{u_{\Sigma} \eta_{\Sigma} [\tau]^*}, \quad \frac{\text{кг}}{\text{Нм}}. \quad (9)$$

Численный расчет технического уровня пакетного редуктора выявил его соответствие лучшим мировым образцам.

Выводы.

1. Впервые разработаны, спроектированы и изготовлены опытные образцы нового конструктивного решения передаточного механизма МПШН в виде трех- и пятиступенчатых пакетных редукторов на двух валах, созданные на основе набора унифицированных зубчатых колес и двухвенцовых блоков шестерен.

2. Произведена сравнительная оценка уровня надежности, КПД и технического уровня предложенного пакетного и известного классического редукторов. На основании экспериментальных исследований установлено, что при прочих равных условиях уровень надежности пакетного редуктора повышается на 7,4%, КПД – до 7% а технический уровень – до 3%.

Список литературы: 1. Дунаев П.Ф., Леликов О.П. Конструирование узлов и деталей машин. 10-е изд., стер. – М.: Изд. центр "Академия", 2007. – 496с. 2. Решетов Д.Н. Детали машин. 4-е изд-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1989. – 496с. 3. Niemann G., Winter H. Maschinenelemente. Band II. Getriebe allgemein, Zahnradgetriebe-Grundlagen, Stitnradgetriebe. 2. Auflage. – Springer Verlag, 1989. – 376s. 4. Наджафов А.М. Теоретическая оценка влияния подшипника скольжения на КПД пакетного редуктора // Вестник машиностроения. – №3. – 2010. – С.19–21. 5. Абдуллаев А.И., Наджафов А.М. Качественная оценка технического уровня пакетного редуктора // Вестник машиностроения. – №12. – 2008. – С.6–9.

Поступила в редакцию 07.05.10

Н.В. НИЖНИК, к.т.н., Севастопольский национальный университет
ядерной энергии и промышленности (СНУЯЭиП)

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСМИССИЙ МАШИН С УЧЕТОМ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ МАССЫ ВАЛОВ

Виконано дослідження крутих коливань у лінії приводу прокатного стана, як системи з розподіленими параметрами. Визначено залежності кутів повертань поперечних перерізів валу і крутного моменту у часі захвату металу валками та уздовж шпинделя, що характеризує вимушені та власні коливання головної лінії.

It has been carried out a research of torsional oscillations of the rolling mill drive train as a system with the distributed parameters. It was determined a function of the cross sections deformation angles and torsional torques in time and along the spindle length, which characterizes the forced and natural oscillations of the drive train.

Введение. Одним из наиболее важных вопросов при совершенствовании существующих и разработке новых трансмиссий является расчет нагрузок в нестационарных режимах работы. В практике мирового и отечественного динамического моделирования различных машин в основном используются расчетные модели с сосредоточенными (дискретными) массами и жесткостями либо конечно-элементные модели. При проведении динамического анализа и составлении аналитических моделей крутильных колебаний принимается один из известных способов приведения масс и жесткости валов [1-3], который полностью определяет точность расчетных величин. Наиболее распространенной в динамических расчетах является поправка Релея [4], которая учитывает 1/3 момента инерции вала, что обоснованно лишь при значительном превышении сосредоточенной массы (например, редуктора или двигателя) массы вала. Такое допущение неприемлемо для протяженных трансмиссий прокатных станов, судов и других технологических линий, где масса валов или шпинделей соизмерима с массой дискретных элементов приводов.

Постановка проблемы. При приведении масс и жесткостей валов используют метод последовательного исключения высших форм колебаний, который позволяет получить приемлемую точность низшей частоты колебаний, но требует знания полного спектра частот, что возможно только на основании решения волнового уравнения движения системы с распределенными параметрами (континуальные свойства). Замена участка или целого вала упругой связью лишенной массы исключает возможность оценить характер изменения нагрузки по его длине, и не позволяет оценить динамические составляющие нагрузок в элементах шпиндельного соединения. Кроме того, погрешность в определении частоты низшего тона приводит к увеличению погрешности в определении нагрузок, что в свою очередь приводит к увеличению массы проекти-

руемого оборудования [5]. Для сохранения необходимой точности авторы в работе [3] рекомендуют брать не менее 5 масс, однако решение уравнений движения многомассовой системы в этом случае может быть сложнее, чем решение волнового уравнения движения системы с распределенными параметрами.

Цель исследования. В настоящей работе произведен динамический анализ главной линии прокатного стана как системы с распределенными параметрами. Такая расчетная схема используется не впервые [6] при определении спектра частот. Однако, расчет динамических нагрузок в системах с распределенными параметрами стал возможен лишь в настоящее время с применением методики анализа свойств собственных функций и получения весовой функции для систем с наличием в расчетной схеме кроме распределенных масс и сосредоточенных, предложенная в работах [7, 8].

Методы решения. Динамическая система трансмиссии представлена рядной линейной (без зазоров) дискретно-континуальной расчетной схемой. Аналитическое исследование нестационарных режимов системы осуществлялось путем решения волнового уравнения методом Фурье. С целью поиска решения волнового уравнения дискретно-континуальных систем необходимо добиться условия ортогональности собственных функций. Данный этап является наиболее трудоемким для дискретно-континуальных систем, и это обстоятельство послужило препятствием для развития такого подхода к динамическим моделям. Доказано, что собственные функции не ортогональны для дискретно-континуальных систем, это обусловлено наличием в расчетной схеме сосредоточенных масс, однако собственные функции являются ортогональными с весом. Определены весовая функция и квадрат нормы собственных функций для шпинделя и вала двигателя. Расчетные значения собственных частот и динамических моментов, полученные с помощью дискретно-континуальной модели, сопоставлялись с результатами дискретного моделирования и конечно-элементного расчета.

Расчетная схема модели. Трансмиссия представляет собой три сосредоточенные вращающиеся массы, соединенные между собой посредством упругих валов с распределенными осевыми моментами инерции (см. рисунок 1). Сосредоточенные массы имеют следующие моменты инерции: J_{Σ} – момент инерции рабочего органа, приведенного к продольной оси шпинделя с шарниром шпинделя, J_{Π} – момент инерции шарнира со стороны привода и приведенной к нему соединительной муфты, $J_{дв}$ – момент инерции ротора двигателя. Введены также следующие обозначения: i_b – погонный осевой момент инерции массы вала привода, $i_{шп}$ – погонный осевой момент инерции массы вала шпинделя, l_b – длина вала двигателя, $l_{шп}$ – длина вала шпинделя. Учтен угол наклона оси шпинделя к оси вала привода α . Данная расчетная схема соответствует трансмиссиям многих машин и агрегатов, включающих двигатель, редуктор (коробку передач) и рабочий орган.

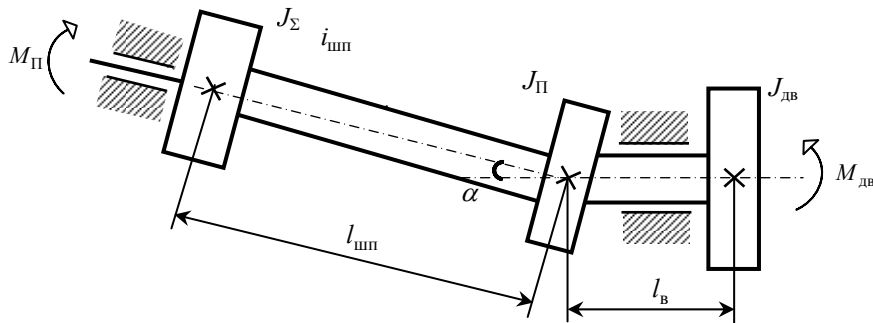


Рисунок 1 – Расчетная схема трансмиссии с тремя массами и двумя валами

Крутильные колебания системы с распределенными параметрами описываются волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{GJ_p/i}$ – фазовая скорость крутильных колебаний.

Решение уравнения (1) находится в форме метода начальных параметров:

$$\varphi(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\varphi_{0,n} \cos k_n x - \frac{M_{0,n}}{k_n GJ_p} \sin k_n x \right) \sin(\omega_n t + \mu_n), \quad (2)$$

где $\omega_n = k_n \sqrt{\frac{GJ_p}{i}}$ – циклическая частота крутильных колебаний; G – модуль упругости при сдвиге; $M_{0,n}$ и $\varphi_{0,n}$ – соответственно, крутящий момент и угол закручивания в начале участка системы, k_n – волновое число, μ_n – начальная фаза собственных колебаний, для случая отсутствия начальной скорости $\mu = \pi/2$.

Уравнение (2) представлено суммой ряда гармоник n , так как система с распределенными параметрами имеет бесконечное число степеней свободы. Для решения этого уравнения был вычислен спектр частот 20 гармоник путем поиска корней трансцендентного уравнения. Полученный спектр собственных частот системы был положен в основу анализа колебаний.

Для расчета нагрузок необходимо определить собственные функции (функция углов закручивания при единичной амплитуде) и проанализировать их свойства. Собственная функция для участка вала шпинделя имеет вид:

$$\Phi_n(x) = \cos k_n x - \frac{J_{\Sigma}}{i_{\text{шп}}} k_n \sin k_n x, \quad (3)$$

и для участка вала двигателя записывается следующим образом:

$$\bar{\Phi}_n(x) = \Phi_n(l_{\text{шп}}) \cos k_n x - \left[\frac{J_{\text{ршп}}}{k_n J_{\text{рдв}}} (\Phi_n(l_{\text{шп}}))' - \frac{J_{\text{п}}}{i_{\text{г}}} k_n \Phi_n(l_{\text{шп}}) \right] \cos \alpha \sin k_n x. \quad (4)$$

Аналитически доказано, что собственные функции (3) и (4) не ортогональны, в связи с наличием в расчетной схеме дискретных масс, однако собственные функции ортогональны с весом [8]. Используя разработанную ранее методику, были определены весовая функция и квадрат нормы собственных функций для участка вала шпинделя и двигателя, используемые в уравнениях для получения зависимостей углов закручивания и крутящих моментов внутренних усилий.

Задача ударного приложения нагрузки для систем с распределенными параметрами решается путем суммирования двух решений: свободных колебаний системы от сообщения системе начальной угловой скорости и вынужденных колебаний системы от внезапного приложения ударной нагрузки, изменяющейся по периодическому или аperiodическому закону [7, 8].

Анализ собственных колебаний трансмиссии, возникающих вследствие сообщения ей угловой скорости $\Delta\phi_0$ позволил установить функцию углов закручивания сечений вала шпинделя:

$$\varphi^c(x,t) = -\Delta\phi_0 J_{\Sigma} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n(x)}{\omega_n \Delta_n^2} \sin \omega_n t, \quad (5)$$

и крутящих моментов внутренних усилий, возникающих на валу шпинделя:

$$M_{\text{шп}}^c(x,t) = -\Delta\phi_0 J_{\Sigma} GJ_{\text{ршп}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_n'(x)}{\omega_n \Delta_n^2 i_{\text{шп}}} \sin \omega_n t. \quad (6)$$

Вынужденные колебания рассмотрены при линейном законе изменения момента нагрузки и получены зависимости, описывающие абсолютные углы закручивания вала шпинделя и крутящие моменты внутренних усилий от возмущающего воздействия нагрузки:

$$\varphi^e(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{\text{п}}}{n i_{\text{шп}} t_0 \omega_n^2 \Delta_n^2} \left(t - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \right) \Phi_n(x); \quad (7)$$

$$M_{\text{шп}}^e(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_{\text{п}} GJ_{\text{ршп}}}{n i_{\text{шп}} t_0 \omega_n^2 \Delta_n^2} \left(t - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n} \right) \Phi_n'(x). \quad (8)$$

Расчет переходных процессов. Разработанная модель использовалась для определения крутящего момента в теле шпинделя при крутильных коле-

баниях, возникающих от сообщения системе начальной скорости и воздействия нагрузки на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил Украина". Суммарная поверхность углов закручивания вала шпинделя по его длине и во времени представлены на рисунке 2.

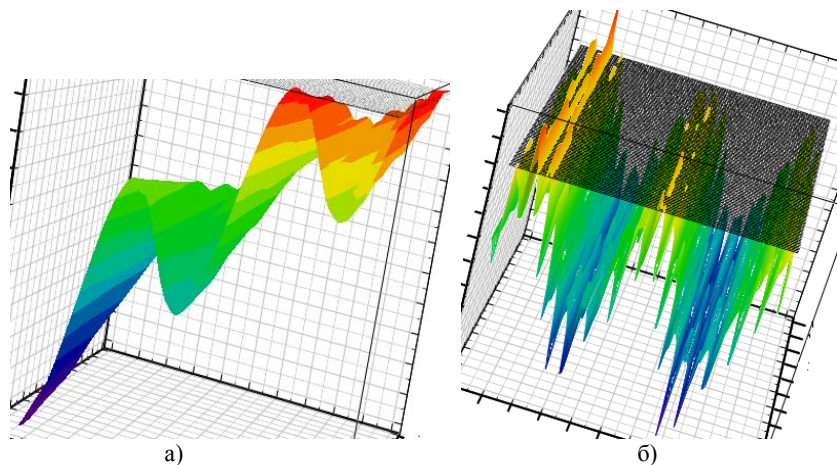


Рисунок 2 – Поверхности углов закручивания (а) и крутящих моментов (б)

Достоверность полученных результатов расчета динамического момента для клетки 950 доказана определением отклика системы на нагрузку методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS. Максимальный крутящий момент внутренних усилий, полученный на основе нестационарного анализа методом конечных элементов, отличается на 1,46% от момента, рассчитанного аналитически по разработанной модели. График изменения во времени угла закручивания позволил определить, что расхождение между значениями, установленными аналитически и методом конечных элементов, не превышает 4%. На основании проведенного расчета можно определить динамический коэффициент для произвольного сечения вала шпинделя в любой момент времени. Для шарнира универсального шпинделя со стороны рабочей клетки, например коэффициент динамичности равен $k_d=1,8$.

Выводы и перспективы исследований. В данной работе впервые выполнен динамический анализ крутильных колебаний трансмиссии как системы с распределенными параметрами. Получены зависимости внутренних силовых факторов: углов закручивания и крутящих моментов, позволяющие определить необходимые расчетные величины в любом сечении шпинделя или вала двигателя. Функция углов закручивания и крутящих моментов получены на примере клетки 950 стана 950/900 ЗАО ММЗ "Истил (Украина). Результаты аналитических преобразований проверены путем сравнения с экспериментальными данными, с результатами конечно-элементного моделирова-

ния системы и с результатами дискретного традиционного моделирования (линейная механическая модель) (значение коэффициента динамичности k_d , занижено на 23% по сравнению со значением, рассчитанным в дискретно-континуальной модели).

Список литературы: 1. Адамия Р.Ш., Лобода В.М. Основы рационального проектирования металлургических машин. – М.: Металлургия, 1984. – 128с. 2. Бузукин В.В., Большаков В.И. Разработка методики упрощения расчетных электромеханических систем // Вестник Приазовского государственного университета. – 1996. – Вып.2. – С.113–117. 3. Ленский А.Н., Лобода В.М. О погрешностях замены распределенных параметров систем дискретными // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т. XXXI. – С.41–45. 4. Динник А.Н. Продольный изгиб. Кручение. – М.: АН СССР, 1955. – 392с. 5. Верев В.В., Большаков В.И. Особенности идентификации моделей прокатных станов // Защита металлургических машин от поломок. – 1998. – Вып.3. – С.73–76. 6. Кожевников С.Н., Праздников А.В., Бережной В.В. Определение собственных частот линейных систем с распределенными параметрами // Динамика металлургических машин: Сб. тр. Днепропетровского института черной металлургии. – М.: Металлургия, 1969. – Т. XXXI. – С.41–45. 7. Динамічні задачі стержневих систем: Підручник / Ф.Л. Шевченко, Г.М. Улитин. – К.: ІСДО, 1995. – 100с. 8. Шевченко Ф.Л. Динамика упругих стержневых систем: Учебное пособие. – Донецк: ООО "Лебедь", 1999. – 268с.

Поступила в редколлегию 27.05.10

УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля, м. Луганськ
В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля
О.А. МУХОВАТИЙ, к.т.н., асистент каф. машинознатства СЧУ ім. В. Даля

ОСНОВИ СИНТЕЗУ ВИХІДНОГО КОНТУРУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ІЗ ЗМЕНШЕННЯМ ПИТОМОЇ РОБОТИ СИЛ ТЕРТЯ В ЗАЧЕПЛЕННІ

Даны рекомендации по определению геометрии исходного контура реечного инструмента из условия уменьшения удельной работы сил трения в зацеплении.

Recommendations about definition of geometry of an initial head loop rack the instrument from a condition of reduction of specific operation of forces of a friction in linkage are made.

Постановка проблеми. Працездатність машин, що застосовуються у будь-якій галузі, багато в чому визначається показниками приводів. Тому завдання вдосконалювання зубчастих приводів, що входять у проблему багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій [1], є актуальною.

Аналіз літератури. Для оцінки працездатності зубчастих передач протягом багатьох десятиліть успішно використовуються такі геометрично-кінематичні критерії [2, 3, 4]: відносна швидкість; сумарна швидкість кочення робочих поверхонь; приведена кривизна; питомі ковзання, а також комплексні критерії [3, 4]: критерій контактної міцності; критерій спрацювання; критерій втрат у зачепленні; критерій товщини масляної плівки в зоні контакту зубців; температурний критерій заїдання; питома робота сил тертя.

За останні роки тема синтезу стала дуже актуальною, їй присвячений ряд робіт, наприклад [4, 5]. З використанням їхніх результатів можна синтезувати зубчасті передачі за високим значенням кожного із зазначених критеріїв. При цьому синтез проводиться за одним із критеріїв, а інші використовуються для порівняльного аналізу.

У роботах [4, 5] наведено результати синтезу передач зачепленням за значеннями їх геометрично-кінематичних критеріїв з наступним аналізом комплексних критеріїв. Однак, можливо реалізувати синтез геометрії вихідного контуру безпосередньо за значеннями комплексних критеріїв.

Ціль статті. Визначити функціональний взаємозв'язок між геометричними параметрами вихідного контуру циліндричної прямозубої передачі і удільною роботою сил тертя в зачепленні (удільною роботою).

Розглянемо випадок синтезу геометрії вихідного контуру за значенням удільної роботи сил тертя в зачепленні. Величина удільної роботи сил тертя в зачепленні можна оцінити величиною [3, 4]:

$$dA = q_n f \eta, \quad (1)$$

де q_n – нормальна сила, що діє на одиницю довжини контактної лінії зубців; f – коефіцієнт тертя ковзання в зачепленні; η – питоме ковзання зубців.

Для порівняльної оцінки спрацювання зубців будемо використовувати значення коефіцієнта тертя ковзання, що дорівнює [6]:

$$f = 0,99 q_n^{0,1} \left[10 + i g \left(\frac{HB \cdot R_a \cdot \chi}{E_{np}} \right) \right] \chi^{0,25} v^{-0,07} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{0,35}, \quad (2)$$

де HB – твердість менш твердого з контактуючих зубців; R_a – шорсткість більш твердого з контактуючих зубців; E_{np} – приведений модуль пружності матеріалів коліс, що зачіпляються; v – в'язкість масла; V_{Σ} – сумарна швидкість кочення робочих поверхонь; V_{12} – відносна швидкість (швидкість ковзання); χ – кривизна робочих поверхонь зубців.

Для порівняльної оцінки будемо розглядати відношення значень удільних робіт синтезованої передачі та передачі з евольвентним зачепленням.

Тоді використанням (1) відносна удільна робота дорівнюватиме

$$\bar{d}A = \frac{q_n f \eta}{q_{ne} f_e \eta_e}. \quad (3)$$

Тут q_{ne} , f_e , η_e – значення величин для евольвентної передачі.

Аналіз показує, що відношення $q_n / q_e \approx l$ при однакових навантаженнях на синтезовану та евольвентну передачі. При цих же умовах відношення значень виразів у квадратних дужках співвідношення (2) для синтезованої та евольвентної передач можна покласти в першому наближенні такими, що дорівнюють одиниці. У цьому випадку рівняння (3) буде мати вигляд

$$\bar{h}_e = \frac{(x^{0,25} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{-0,35}) \cdot \eta}{(x_e^{0,25} V_{\Sigma_e}^{-0,1} V_{12_e}^{-0,35}) \cdot \eta}. \quad (4)$$

Для синтезованої передачі, при більших значеннях радіусів початкових окружностей коліс, що зачіпляються, кривизна робочих поверхонь зубців дорівнює [4]:

$$\chi = \frac{(u+l)f_2'(\Omega_2')^2}{uR_1 n^3}, \quad (5)$$

де R_1 – радіус початкового циліндра меншого колеса; $u = R_2 / R_1$ – передаточне число (R_2 – радіус початкового циліндра більшого колеса); $n = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ – модуль нормалі до профілю вихідного контуру; f_1, f_2, f_1', f_2' – функції, що визначають геометрію вихідного контуру та похідні функцій f_1 і f_2 ; Ω_2' – похідна на функції Ω_2 :

$$\Omega_2 = \frac{f_1 f_1'}{f_2'} + f_2. \quad (7)$$

З урахуванням зазначеного вище наближені значення V_{12}, V_{Σ} і η синтезованої передачі будуть дорівнювати [4]:

$$V_{12} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1 n}{f_2'}; \quad V_{\Sigma} = 2R_1 \sqrt{\frac{f_2'}{\chi n}}; \quad \eta = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{f_2' R_1} \sqrt{\frac{\chi R^3}{f_2'}};$$

де $\bar{\chi} = \frac{\chi R_1 u}{u+1}$ – відносна приведена кривизна.

Для евольвентної передачі з використанням (7) маємо:

$$V_{12e} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{\sin \alpha_e}; \quad V_{\Sigma e} = 2R_1 \sin \alpha_e;$$

$$\eta = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{uR_1 \sin^2 \alpha_e}; \quad \bar{\chi}_e = \frac{1}{\sin \alpha_e}, \quad (8)$$

де α_e – профільний кут вихідного контуру евольвентної передачі.

Виконаємо в співвідношенні (4) заміну $\xi = \sin \alpha$ (α – поточний профільний кут вихідного контуру синтезованої передачі, див. рисунок) Тоді з урахуванням (7) та (8) маємо:

$$dA = \bar{\chi}^{-0,8} \xi^{-1,2} \sin^2 \alpha_e. \quad (9)$$

При такій заміні змінних з (5) будемо мати

$$\bar{\xi} = \frac{(\xi - f_1 \xi')^2}{\xi^3}, \quad (10)$$

де ξ' – похідна функції ξ по f_1 .

З рівнянь (9) і (10) одержуємо

$$A_0 = \frac{(\xi - f_1 \xi')^2}{\xi^{4,5}}. \quad (11)$$

$$\text{Тут } A_0 = \left(\frac{d\bar{A}}{\sin^0 \alpha_e} \right)^{1,25}.$$

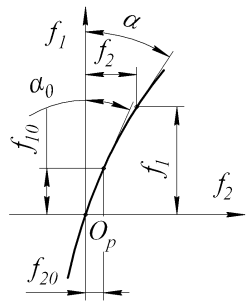


Рисунок – схема вихідного контуру

Рівняння (11) є диференціальним рівнянням, рішення якого при заданому $d\bar{A}$ визначає поточний кут вихідного контуру синтезованої передачі. При цьому значення $\bar{A}_0 < l$ показує в скільки разів удільна робота синтезованої передачі менше удільної роботи евольвентної передачі. Помітимо, що значення $d\bar{A}$ може бути постійним і змінним у межах поля зачеплення коліс. При $d\bar{A} = \text{const}$ рівняння (11) має таке рішення:

$$f_1 = \frac{c\xi}{\left(1 - \sqrt{A_0 \xi^{2,5}}\right)^{1,8}}, \quad (12)$$

де c – постійна інтегрування.

Задаючи початкові умови інтегрування $\xi = \xi_0$ при $f_1 = f_{10}$, одержуємо значення

$$c = \frac{f_{10} \left(1 - \sqrt{A_0 \xi_0^{2,5}}\right)^{0,8}}{\xi_0}. \quad (13)$$

З (12) випливає:

$$\xi = \frac{f_1}{\left(\sqrt{c^{2,5}} + \sqrt{A_0 + f^{2,5}}\right)^{0,8}}. \quad (14)$$

Функцію f_2 (рисунок) можна визначити з її розкладання в ряд виду

$$f_2 = f_{20} + f'_{20}(f_1 - f_{10}) + \frac{1}{2} f''_{20}(f_1 - f_{10})^2 + \frac{1}{6} f'''_{20}(f_1 - f_{10})^3 + \dots, \quad (15)$$

де f_{20} значення функції f_2 при $f_1 = f_{10}$; $f'_{20}, f''_{20}, f'''_{20}$ – значення похідної функції f_2 при $f_1 = f_{10}$.

Значення похідних в (15) дорівнюють

$$f'_{20} = \frac{\xi}{\sqrt{l - \xi^2}}; \quad f''_{20} = \frac{\xi'}{(l - \xi^2)^{3/2}}; \quad f'''_{20} = \frac{\xi''(l - \xi^2) + 3\xi(\xi')^2}{(l - \xi^2)^{2,5}}. \quad (16)$$

Тут

$$\xi' = \frac{\xi - \chi_0^{0,5} \xi^{1,91}}{f_1}; \quad \xi'' = -\frac{1,91 \xi^{0,91} \xi' \chi_0^{0,5}}{f_1}.$$

Підвищити точність розв'язання можливо збільшенням членів ряду (15), шляхом диференціювання по f_1 останні рівняння (16) та (17).

Висновок. Отримано залежності, що дозволяють визначати геометричні параметри вихідного контуру прямозубої циліндричної передачі, що має зменшене значення удільної роботи сил тертя в зачепленні.

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // *Изв. вузов. Сер. машиностроение*. – 1964. – №10. – С.5–15. 3. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1980. – 464с. 4. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Монография. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – 336с. 5. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск. Вид-во СНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 6. Трение, изнашивание, смазка. Справочник в 2-кн. / Под ред. И.В. Крагельского В.В. и В.В. Алишина. Книга 2. – М.: Машиностроение, 1979. – 358с.

Надійшла до редакції 21.04.10

А.П. ПОПОВ, д.т.н., зав. каф. механики и конструирования машин НУК
им. адм. Макарова, г. Николаев

А.И. МИРОНЕНКО, нач. отдела редукторов ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект",
г. Николаев

ЗУБЧАТАЯ ПЕРЕДАЧА С ТОЧЕЧНЫМ КОНТАКТОМ ЗУБЬЕВ

Уперше з урахуванням нелінійної залежності між деформаціями і напруженнями вирішено контактне завдання стосовно нової конструкції зубчастої передачі з просторовою точковою системою зацеплення евольвентних зубів. Отримано вирази для визначення розмірів еліптичного майданчика контакту і максимальних контактів напруження. Показана висока здатність навантаженої цієї зубчастої передачі по контактному напруженню.

For the first time the contact problem is got around in the context of the new design of gearing with the three-dimensional point system of the evolvent teeth gearing taking into account the nonlinear relationship between the distortions and stresses. The formulas of the elliptical contact patch dimensioning and maximum contacts of stresses are established. The high load capability of this gearing with respect to the contact stresses is shown.

Постановка проблемы. Повышение нагрузочной способности по контактному и изгибным напряжениям, снижение весогабаритных показателей и улучшение виброакустики зубчатых передач являются актуальной проблемой, успешное решение которой предопределяет развитие редукторостроения. Указанные требования особенно актуальны при создании зубчатых передач с окружными скоростями до 175...225м/с и передаваемыми мощностями от 60МВт до 110МВт. Для решения данной проблемы необходимо, как показали выполненные теоретические и экспериментальные исследования, осуществить качественный переход от традиционных зубчатых передач с начальным линейным контактом зубьев к зубчатым передачам с пространственной точечной системой зацепления зубьев.

Анализ последних исследований. Расчетные напряжения с использованием решений Герца [6] в гиперболических передачах, конических передачах со спиральными зубьями и в передачах Новикова, характеризующихся точечным контактом, достигают величин, которые в несколько раз превышают реальные величины контактных напряжений в указанных передачах. По этой причине указанные напряжения в упомянутых зубчатых передачах определяются по общеизвестной формуле Герца для случая линейного контакта зубьев, что абсолютно не соответствует истине.

С учетом вышеуказанного разработана новая теория контактной прочности упруго сжатых тел [2], которая в отличие от теории Герца, позволяет определять действительные напряжения в зубчатых передачах с пространственной точечной системой зацепления зубьев. Кроме того, решения новой тео-

рии контактной прочности распространяются на все виды зубчатых передач, характеризующихся всевозможными формами зубьев.

Целью работы является решение пространственной задачи применительно к модели контакта двух упруго сжатых круговых цилиндров с перекрещивающимися осями. Указанная расчетная модель контакта относится к новой зубчатой передаче [3-5] с пространственной точечной системой зацепления зубьев, у которой прямолинейные образующие боковых поверхностей зубьев шестерни повернуты под углом $0^\circ < \theta \leq 2^\circ$ относительно прямолинейных образующих боковых поверхностей зубьев колеса.

Изложение основного материала. Решение задачи предусматривает нахождение напряжений на поверхностях однородных и изотропных тел. При этом в зоне контакта создаются только упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука. Кроме того, между деформациями и напряжениями имеет место нелинейная взаимосвязь.

Зубчатое зацепление (рисунок 1) с повернутым на угол θ прямолинейными образующими боковых поверхностей зубьев 1 шестерни 2 относительно аналогичных образующих боковых поверхностей зубьев 3 колеса 4 позволяет изготавливать зубья шестерни путем установки режущего инструмента на указанный угол относительно оси заготовки шестерни, что упрощает технологию изготовления зубьев.

Если точечный контакт обеспечивается путем замены прямолинейных образующих боковых поверхностей зубьев колес криволинейными образующими, то в этом случае для получения криволинейных образующих необходимо использовать очень дорогие высокоточные зубошлифовальные станки немецкого производства типа "Хоффлер" либо "Пфаутер-600", которые на Украине имеются лишь в двух городах.

При решении любой пространственной задачи на основе новой теории контактной прочности упруго сжатых тел [2] следует исходить из определения двух равнозначных функций контактных деформаций $W_{(x,y)}$.

Для нахождения первой функции $W_{(x,y)}$ обратимся к рисунку 2,а, на котором цилиндр 1, условно заменяющий зуб шестерни, повернут на угол θ относительно зуба 2, который также условно заменяет зуб колеса. Сечения 3 и 4 указанных цилиндров приведены на рисунке 2,б. При этом под радиусом R_1

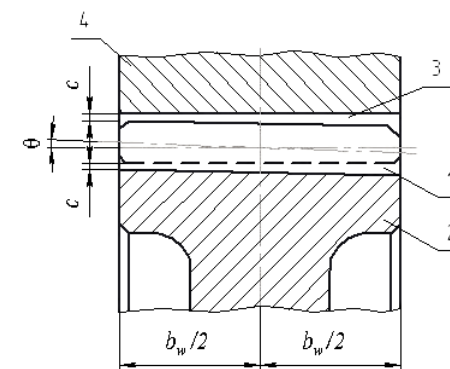


Рисунок 1 – Зубчатое зацепление

подразумевается условный радиус повернутого на угол θ цилиндра 1. Так как величина угла θ мала, то практически можно считать, что радиус $R_1^* = R_1$.

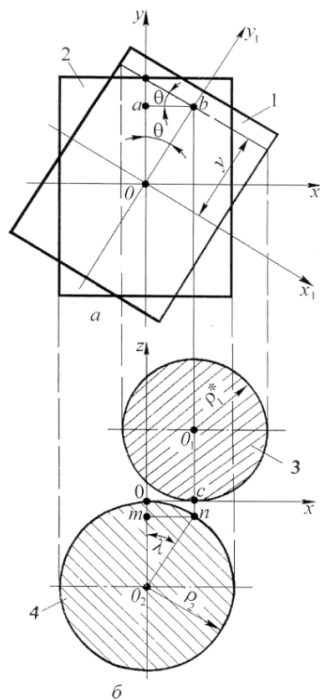


Рисунок 2 – Схематическое изображение поворота цилиндров относительно друг друга (а) и их сечений (б)

В действительности сечение 3 кругового цилиндра представляет собой сечение эллипса с малой полуосью $a = \rho_1 \cos \theta$ и большой полуосью $c = \rho_1$, которые пренебрежимо мало отличаются друг от друга.

При повороте цилиндра 1 относительно цилиндра 2 на угол θ точка a займет положение точки b (рисунок 2, а), тогда, учитывая малую величину угла θ , запишем

$$ab = y \operatorname{tg} \theta = y \theta, \quad (1)$$

где y – текущая координата.

Из рисунка 2,б с учетом выражения (1), полагая, что $\sin \lambda = \lambda$, найдем

$$\sin \lambda = \lambda = \frac{om}{O_2 m} = \frac{cn}{O_2 n} = \frac{y \theta}{\rho_2},$$

где λ – угол, заключенный между отрезками $O_2 m$ и $O_2 n$.

Обозначим величину отрезка $O_2 m = cn$ (рисунок 2,б), который является функцией переменной величины y , через $S_1(y)$, тогда на основании зависимостей (1) и (2) определим

$$S_1(y) = \rho_2 - \rho_2 \cos \theta = \rho_2 (1 - \cos \lambda) = \rho_2 \left(1 - \frac{\cos y \theta}{\rho_2}\right). \quad (3)$$

Разложив функцию $\cos(y \theta / \rho_2)$ в ряд и учитывая при этом малую величину $y \theta / \rho_2$, найдем выражение $\frac{\cos y \theta}{\rho_2} = 1 - \frac{\cos(y^2 \theta^2)}{2 \rho_2^2}$.

С учетом последней зависимости уравнение (3) примет вид

$$S_1(y) = \frac{y^2}{2R_1}, \quad (4)$$

где $R_1 = \rho_2^2 / \theta^2$ – радиус первого эквивалентного цилиндра.

Если цилиндр 2 повернуть на угол θ по часовой стрелке до совпадения его с положением цилиндра 1, а затем снова вернуть в исходное положение,

то в этом случае по аналогии с функцией (4) найдем выражение функции

$$S_2(y) = \frac{y^2}{2R_2}, \quad (5)$$

где $R_2 = \rho_2^2 / \theta^2$ – радиус второго эквивалентного цилиндра.

На основании выражений (4) и (5) получим единую функцию

$$S(y) = S_1(y) + S_2(y) = \frac{y^2}{2R_w}, \quad (6)$$

где $R_w = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}$ – приведенный радиус кривизны эквивалентных цилиндров в плоскости zOy .

Уравнение (6) характеризует форму зазора в направлении оси y между эквивалентными цилиндрами. На основании сказанного и исходя из эллиптического закона изменения деформаций в направлении оси y , представим функцию $W(y)$ с учетом $R_w = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} = \rho_w^2 / \theta^2$ в следующем виде

$$W(y) = \frac{b_c^2}{2R_w} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b_c^2}} = \frac{b_c^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{y^2}{b_c^2}}, \quad (7)$$

где $\rho_w = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$ – приведенный радиус кривизны эвольвентных зубьев в полюсе зацепления; ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны эвольвентных зубьев соответственно шестерни и колеса в полюсе зацепления; b_c – большая полуось эллиптической площадки контакта.

В направлении оси x функция $W(x)$ изменяется также по эллиптическому закону, и она имеет вид [2]

$$W(x) = \frac{b_0^2}{2\rho_w} \sqrt{1 - \frac{x^2}{b_0^2}}, \quad (8)$$

где b_0 – малая полуось эллиптической площадки контакта.

От функций $W(x)$ и $W(y)$ к единой функции $W(x, y)$ в виде:

$$W(x, y) = \frac{b_0^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b_0^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_c^2}\right)} = \frac{b_0^2 \theta^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b_0^2}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b_c^2}\right)}. \quad (9)$$

Уравнение (9) представляет собой функцию распределения контактных деформаций в пределах прямоугольника. В действительности контактные де-

формации распределены в пределах эллиптической площадки контакта с полуосями b_0 и b_x , которая равна $\pi b_0 b_x$. Для интегрирования в дальнейшем функции $W(x, y)$ заменим эллиптическую площадку контакта $\pi b_0 b_x$ эквивалентной площадкой прямоугольника. Исходя из равенства $\pi b_0 b_x = 4b_0 b_{sm}$ найдем выражение параметра $b_{sm} = \pi b_0 / 4$.

В соответствии со сказанным функцию (9) представим следующим образом:

$$W(x, y) = \frac{b_0^2}{2\rho_w} \sqrt{\left(1 - \frac{x^2}{b_0^2}\right)\left(1 - \frac{y^2}{b_{sm}^2}\right)}. \quad (10)$$

При $x = 0$ и $y = 0$ функции (7) и (8) характеризуются одинаковыми значениями максимальных контактных напряжений, в связи с чем запишем равенство $b_0^2 / 2\rho_w = b_x^2 \theta^2 / 2\rho_w$, исходя из которого, получим зависимость

$$\theta = \frac{b_0}{b_x}. \quad (11)$$

Имея функцию (10), перейдем к определению второй равнозначной ей функции $W(x, y)$, исходя из подчинения сближаемых зубьев гипотезе Винклера [2], в соответствии с которой запишем

$$W(x, y) = B(x, y)\sigma(x, y). \quad (12)$$

где $B(x, y)$ – коэффициент подушки сопряжений пары зубьев; $\sigma(x, y)$ – функция контактных напряжений.

Коэффициент подушки $B(x, y)$ является переменной величиной. Для получения указанного коэффициента в виде константы необходимо заменить реальную эпюру распределения напряжений $\sigma(x, y)$ по эллиптической площадке контакта эпюрой средних напряжений σ_m , распределенных по данной площадке контакта и с учетом выражения (11) равных

$$\sigma_m = \frac{F_n}{\pi b_0 b_x} = \frac{\theta F_n}{\pi b_0^2}. \quad (13)$$

После замены в уравнении (12) переменной величины $B(x, y)$ константой B оно примет вид

$$W(x, y) = B\sigma(x, y). \quad (14)$$

Для использования функции (14) необходимо определить выражение коэффициента подушки B . С этой целью запишем зависимость упругого перемещения W зубьев в виде

$$W = C_m \sigma^n, \quad (15)$$

где C_m – размерный параметр, мм/МПа; n – показатель степени нелинейности, принимаемый равным 0,7 [1, 2].

Далее запишем уравнения обобщенного закона Гука [1] применительно к сопряженной паре зубьев:

$$\sigma_1 = \frac{(\varepsilon_{xy} + \nu_1 \varepsilon_{zx})E_1}{1 - \nu_1^2}, \quad \sigma_2 = \frac{(\varepsilon_{xy} + \nu_2 \varepsilon_{zx})E_2}{1 - \nu_2^2}, \quad (16)$$

где $\varepsilon_{zx} = \Delta L_{zx} / L_x$; $\varepsilon_{xy} = \Delta L_{xy} / L_y$ – относительные деформации; ΔL_{zx} , ΔL_{xy} – абсолютные деформации; $L_x = 2b_0$, $L_y = 2b_x$ – условные линейные размеры.

При равенстве $\Delta L_{zx} = \Delta L_{xy}$ найдем зависимость $\varepsilon_{zx} L_x = \varepsilon_{xy} L_y$, исходя из которой при $L_x = 2b_0$ и $L_y = 2b_x$ с учетом формулы (11) представим соотношение:

$$\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{zx}} = \frac{L_x}{L_y} = \frac{2b_0}{2b_x} = \theta, \quad \varepsilon_{xy} = \theta \varepsilon_{zx}.$$

После подстановки правой части зависимости $\varepsilon_{xy} = \theta \varepsilon_{zx}$ в уравнения σ_1 и σ_2 они примут вид:

$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_{zx}(\theta + \nu_1)E_1}{1 - \nu_1^2}. \quad (17)$$

На основе зависимости (15) при $n = 0,7$ и выражений (16), (17) получим два уравнения упругих перемещений сопряженной пары зубьев:

$$W = 2C_{m1} \sigma_1^{0,7} = 2C_{m1} \left\{ \left[\frac{(\theta + \nu_1)}{1 - \nu_1^2} \left(\frac{\Delta L_{zx}}{L_x} \right) \right]^{0,7} \right\},$$

$$W = 2C_{m2} \sigma_2^{0,7} = 2C_{m2} \left\{ \left[\frac{(\theta + \nu_2)}{1 - \nu_2^2} \left(\frac{\Delta L_{zx}}{L_x} \right) \right]^{0,7} \right\}. \quad (18)$$

Приняв в уравнениях (18) размер $L = 2b_0$, $\Delta L_{zx}^{0,7} = \Delta L_{zx} / \Delta L_{zx}^{0,3}$ и $W = \Delta L_{zx}$, где $\Delta L_{zx}^{0,3} = (b_0^2 / 2\rho_w)^{0,3}$, получим зависимости размерных параметров:

$$C_{m1} = \frac{0,66 b_0^{2,3}}{\rho_w^{0,3}} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7}, \quad (19)$$

$$C_{m2} = \frac{0,66 b_0^{2,3}}{\rho_w^{0,3}} \left[\frac{1 - \nu_2^2}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7}. \quad (20)$$

Далее, исходя из зависимости (13) и выражений (19) и (20), найдем уравнения контактной податливости зубьев шестерни и колеса:

$$\delta_{k_1} = \frac{W}{F_n} = \frac{C_{m_1} \sigma_{m_1}^{0,7}}{F_n} = \frac{0,296}{(\rho_w F_n)^{0,8} b_0^{0,4}} \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7};$$

$$\delta_{k_2} = \frac{W}{F_n} = \frac{C_{m_2} \sigma_{m_2}^{0,7}}{F_n} = \frac{0,296}{(\rho_w F_n)^{0,8} b_0^{0,4}} \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7}.$$
(21)

С учетом размера эллиптической площадки деформации, равной $\pi b_0^2 / \theta$, и зависимостей (21) определим выражение коэффициента подушки

$$B = \frac{\pi b_0^2}{\theta} (\delta_{k_1} + \delta_{k_2}) = \frac{0,93 b_0^{1,9}}{(\rho_w F_n)^{0,8}} \left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\}.$$
(22)

В соответствии с выражением (22) функция (14) примет окончательный вид

$$W(x, y) = \frac{0,93 b_0^{1,9}}{(\rho_w F_n)^{0,8}} \left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\} \sigma(x, y).$$
(23)

Затем, воспользовавшись выражениями функций (10) и (23), составим уравнение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев, исходя из $b_{km} = \pi b_k / 4$, $b_k = b_0 / \theta$ и коэффициента $\xi = 32 / 3 \pi^2$, которое примет вид

$$B \int_{-b_1/2}^{b_1/2} \int_{-b_2/2}^{b_2/2} \sigma(x, y) dx dy = B F_n = (0,93 F_n).$$

Преобразуем последнее уравнение к виду:

$$b_0^{2,1} = 0,889 \left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\}.$$
(24)

Возведя левую и правую части уравнения (24) в степень, равную 10/21, получим зависимость малой полуоси эллипса

$$b_0 = 0,946 \sqrt[10/7]{\left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\}^{10/7}}.$$
(25)

На основании зависимости (25) представим выражение большой полуоси эллиптической площадки деформации

$$b_w = \frac{b_0}{\theta} = \frac{0,946}{\theta} = \sqrt[10/7]{\left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\}^{10/7}}.$$
(26)

Воспользовавшись зависимостями, найдем уравнение

$$F_n = \pi b_k b_0 \sigma_m = \xi \sigma_m \sqrt{\frac{\max\{b_{km}^2, b_k^2\}}{E_k} \left(1 - \frac{\nu_k^2}{E_k} \right) \sigma_m} = \frac{2 \pi b_0 b_k \sigma_{max}}{3},$$

исходя из которого получим выражение максимальных контактных напряжений

$$\sigma_{max} = \frac{3 \sigma_m}{2} = \frac{3 \theta F_n}{2 \pi b_0^2}.$$
(27)

С учетом зависимости (25) выражение (27) примет вид

$$\sigma_{max} = 0,984 \sqrt[10/7]{\frac{\theta^2 F_n^2}{\left\{ \left[\frac{(1 - \nu_1^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_1) E_1} \right]^{0,7} + \left[\frac{(1 - \nu_2^2) \theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu_2) E_2} \right]^{0,7} \right\}^{10/7}}}}.$$
(28)

На практике при расчетах зубчатых передач имеет место $E_1 = E_2 = E$ и $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,8$, в связи с чем уравнения (25), (26) и (28) сведем к более упрощенному виду:

$$b_0 = 1,279 \sqrt[10/7]{\frac{\theta \rho_w F_n}{(\theta + \nu) E}}.$$
(29)

$$b_0 = 1,279 \sqrt[10/7]{\frac{\rho_w F_n}{\theta^2 (\theta + \nu) E}}.$$
(30)

$$\sigma_{max} = 0,294 \sqrt[10/7]{\frac{\theta (\theta + \nu)^2 E^2 F_n}{\rho_w^2}}.$$
(31)

Угол θ , входящий в уравнения (25), (26) и (28)-(31), является неизвестной величиной. Для определения оптимальной величины θ примем в выражении (30) $b_k = b_w / 2$. Затем, разделив левую и правую части полученной зависимости на $b_w / 2$, найдем трансцендентное уравнение

$$\theta = \frac{4,072}{k_w} \sqrt{\frac{A_w F_n}{(\theta + \nu) E b_w}} \quad (32)$$

Решение новой контактной задачи применительно к запатентованным зубчатым передачам [3-5] обусловлено тем, что указанные передачи можно изготавливать на станках отечественного производства. Получение точечного зацепления за счет криволинейных образующих боковых поверхностей зубьев, аналогичного зацепления [3-5], возможно, как известно, при использовании высокоточных зубошлифовальных станков немецкого производства, которые на Украине имеются лишь в двух городах.

Выводы.

1. Впервые установлено, что для обеспечения точечного контакта зубьев необходимо ввести в зацепление прямые зубья конической шестерни с углом начального делительного конуса $\theta \approx 2^\circ$ с прямыми зубьями колеса.
2. Применительно к указанному случаю зацепления зубьев выполнено решение пространственной контактной задачи с учетом нелинейной зависимости между упругими деформациями зубьев и возникающих в них напряжениями.
3. Получены выражения полуосей эллиптической площадки деформации зубьев и максимальных контактных напряжений в явном виде.
4. Показано, что с учетом нелинейности между упругими перемещениями зубьев и возникающими при этом напряжениями нагрузочная способность зацепления превышает таковую в 1,414 раза при отсутствии нелинейности.
5. Подтверждена высокая нагрузочная способность рассматриваемой зубчатой передачи по контактным напряжениям, которая в 1,8...2,6 раза превышает таковую традиционной зубчатой передачи с линейным контактом зубьев.

Список литературы: 1. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с. 2. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 3. Патент №25078 на корисну модель. Україна. Евольвентна зубчата передача / Попов О.П. – І200702885; Заявл. 19.03.07; Опубл. 25.07.07. Бюл. №11. 4. Патент №26451 на корисну модель. Україна. Евольвентна зубчата передача / Попов О.П. – І200704288; Заявл. 18.04.07; Опубл. 25.09.07. Бюл. №15. 5. Патент №38196 на корисну модель. Україна. Циліндрична зубчата передача / Попов О.П., Попова Л.О. – І200809878; Заявл. 29.07.08; Опубл. 25.12.08. Бюл. №24. 6. Энциклопедический справочник. Инженерные расчеты в машиностроении. – М.: Машгиз., 1948. – 891с.

Поступила в редколлегию 31.05.10

УДК 621.833.7

О.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., професор ХДТУБА, м. Харків
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків
Г.О. ПРИЙМАКОВ, аспірант НТУ "ХПІ"

КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ПРОЕКТУВАННЯ СИЛОВИХ ХВИЛЬОВИХ ПЕРЕДАЧ

Метою статті є дослідження конструктивно-технологічних особливостей проектування та виготовлення силових хвильових зубчастих передач (СХЗП) з врахуванням пружних деформацій ланок під навантаженням та похибок виготовлення та монтажу.

The purpose of the article is research of constructive-technological features of projection and manufacture of power wave gears (PWG) taking into account elastic strains of links under loading, manufacture and mounting errors.

Проведені дослідження з вибору параметрів хвильової зубчастої передачі [1-3] показують, що найбільш раціональним є вибір геометричних параметрів хвильового зацеплення з умови утворення зони багатопарного зацеплення з нерухомим контактом зубців у районі огинання гнучким колесом жорсткого колеса. Це можливо при рівності в зазначеній зоні кутових кроків зубців гнучкого і жорсткого коліс, що відповідає радіальній деформації гнучкого колеса W_{Σ} . Однак, при виборі розрахункової деформації W_{Σ} гнучкого колеса необхідно додатково враховувати погрішності виготовлення ланок радіального ланцюга силової хвильової зубчастої передачі (СХЗП), а також пружну деформацію ланок цієї передачі. Врахування зазначених факторів здійснюється умовно, за рахунок вибору певного виду сполучення зубців або додаткової деформації гнучкого колеса [1, 2]. Найбільш доцільною є розробка рекомендацій з уточнення розрахункової деформації W_{Σ} з врахуванням конкретних конструктивних особливостей СХЗП.

Для евольвентних профілів зубців СХЗП, які є найбільш технологічними, необхідна розрахункова радіальна деформація гнучкого колеса W_{Σ} по великій осі з умови одержання безззорного зацеплення дорівнює міжосьовій відстані a_w недеформованих зубчастих коліс. Таким чином, значення W_{Σ} залежить від параметрів зацеплення [1]:

$$W_{\Sigma} = a_w = m \frac{z_2 - z_1}{2} \frac{0,0008}{0,0008}, \quad (1)$$

де m – модуль зацеплення; z_2 та z_1 – числа зубців жорсткого та гнучкого коліс; α_w – кут профілю вихідного контуру; α_w – кут зацеплення недеформованих коліс.

У наш час найбільше поширення одержали СХЗП із різницею чисел зу-

бців коліс $z_2 - z_3 = 2(3)$. Підставивши це значення у формулу (1), визначимо відносну деформацію гнучкого колеса:

$$\frac{W_3}{m} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{12}} \quad (2)$$

Кут зачеплення α_{12} визначається через його евольвентний кут [1]:

$$\text{inv} \alpha_{12} = \frac{(x_2 - x_3) \sin \alpha}{a_2 - a_3} + \text{inv} \alpha, \quad (3)$$

де x_2 та x_3 – коефіцієнти зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс.

З аналізу формул (2) і (3) виходить, що визначальним фактором, який впливає на величину W_3/m , є різниця коефіцієнтів зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс $x_d = x_2 - x_3$, від якої залежить відносна величина кроків зубців цих коліс.

Розглянемо вплив параметрів зачеплення на характер взаємодії ланок у СХЗП [1, 2].

У передачі з $W_3 < m$ ($x_2 < x_3$) кутові кроки зубців жорсткого колеса τ_b менше кутових кроків зубців гнучкого колеса τ_{gb} при підтисканні його до жорсткого, що викликає початок взаємодії зубців при вході їх у зачеплення, тобто перед великою віссю генератора хвиль. При цьому має місце неправильний крайових контакт зубців, і передача навантаження відбувається при відносному їхньому русі.

Зі збільшенням алгебраїчної різниці коефіцієнтів зміщення x_2 й x_3 зона зачеплення зміщується за більшу вісь генератора хвиль, і контакт зубців може початися поза зоною виходу зубців у зачепленні.

У передачі з $W_3 > m$ ($\tau_b > \tau_{gb}$) зона зачеплення не може бути збільшеною, і при значних навантаженнях можливе роздвоєння зони зачеплення [1]. Це впливає на ККД передачі і її навантажувальну здатність.

Найбільш сприятлива картина взаємодії ланок передачі, що характеризується нерухомим контактом зубців на більшій частині зони зачеплення, може бути отримана при рівності кутових кроків взаємодіючих зубців $\tau_b = \tau_{gb}$, що відповідає $W_3 = (1,00 \dots 1,05)m$ [1]. При цьому для одержання зачеплення без бічних зазорів деформації вибираються з умови

$$W_3 = W_2 = \alpha_{12} \quad (4)$$

Однак умову (4) може бути виконано тільки в ідеально виготовленій передачі з абсолютно жорсткими ланками. В реальній навантаженій СХЗП величина дійсної деформації гнучкого колеса W_{3d} буде менше розрахункової $W_3 = W_2$ в результаті пружної деформації ланок радіального ланцюга передачі під навантаженням і за рахунок похибок виготовлення цих ланок. При зменшенні W_{3d} в порівнянні із W_3 кривизна гнучкого й жорсткого коліс у зоні їхнього зачеплення збільшується, відповідно збільшується різниця кроків, тобто τ_{gb} стає більше τ_b . У зв'язку з цим початок взаємодії зміщується у бік входу їх у зачеплення, де відбувається передача навантаження при неправильному крайовому контакті.

Деяке збільшення W_3 в порівнянні із W_3 приводить до збільшення різниці кроків зубців жорсткого й гнучкого коліс СХЗП. Однак у навантаженій передачі різниця кроків зубців коліс у зоні зачеплення зменшується, що при певній навантаженні може привести до вирівнювання кроків та утворення досить великої зони зачеплення з нерухомим контактом зубців. Тому в роботах [1, 2] рекомендується приблизно приймати $W_3 = (1,05 \dots 1,25)m$. При цьому необгрунтовано мале значення W_3 із зазначеного діапазону може привести до неправильного крайового контакту зубців при вході їх у зачеплення, а необгрунтовано велике значення веде до скорочення зони зачеплення й збільшення навантажень на зубці хвильового зачеплення.

На основі вищевикладеного й даних проведених досліджень вибір параметрів хвильового зачеплення доцільно робити з врахуванням дійсної радіальної деформації гнучкого колеса W_{3d} навантаженій СХЗП, тобто з умови:

$$W_{3d} \geq W_3 \quad (5)$$

Такий підхід до вибору параметрів зачеплення дозволяє обгрунтовано врахувати конструктивні особливості СХЗП і похибки виготовлення ланок її радіального ланцюга.

Дійсна радіальна деформація гнучкого колеса ненавантаженої СХЗП залежить від похибок виготовлення ланок радіального ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо", що характеризується сумарним радіальним зазором $\Delta_{\Sigma 1}$, і від величин заданого попереднього натягу N_r . Зв'язок величин W_3 і W_2 може характеризуватися їхньою різницею:

$$W_3 - W_2 = \Delta_{\Sigma 1} - N_r \quad (6)$$

При $(W_3 - W_2) > 0$ у хвильовому зачепленні має місце зазор, а при $(W_3 - W_2) < 0$ можливий натяг.

У навантаженої СХЗП дійсна деформація $W_{\text{гн}}$ гнучкого колеса залежить також від величини сумарної пружної деформації $W_{\text{л}}^{\text{п}}$ ланок радіального ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо". З урахуванням (6) одержимо

$$W_{\text{гн}} = W_{\text{л}} - (W_{\text{л}}^{\text{п}} - N_r) - Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}, \quad (7)$$

де $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$ – сумарний радіальний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей ланцюга "вал генератора хвиль – гнучке колесо".

Величина $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$ характеризується вибором всіх зазорів по великій осі генератора хвиль під дією сил пружності гнучкого колеса, а $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$ залежить від вибору зазорів у напрямку рівнодіючого розподіленого навантаження $F_{\text{гн}}$ між гнучким колесом і генератором хвиль. При цьому $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}} = Z_{\text{гн}}^{\text{г}} \sin \alpha_n$, де α_n – кут тиску (кут між напрямком сили $F_{\text{гн}}$ й малою віссю генератора хвиль) [3].

Відповідно, $W_{\text{л}}^{\text{п}}$ також є проекцією на більшу вісь сумарної пружної деформації ланок радіального ланцюга "вал генератора – гнучке колесо".

Так як $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$ залежить від похибок виготовлення деталей й є випадковою величиною, то й $W_{\text{гн}}$ також буде величиною випадковою. При розрахунку радіального розмірного ланцюга СХЗП враховується мінімальна величина сумарного зазору $Z_{\text{гн}}^{\text{г}}$. Тому максимальна величина дійсної деформації гнучкого колеса $W_{\text{гн}}$ буде при $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}} = 0$, а мінімальна $W_{\text{гн}}$ при $Z_{\text{гн}}^{\text{гг}} = T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$, де $T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}$ – допуск на сумарний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей ланцюга "вал генератора – гнучке колесо". Із сказаного випливає, що

$$\begin{cases} W_{\text{гн}} = W_{\text{л}} - (W_{\text{л}}^{\text{п}} - N_r); \\ W_{\text{гн}} = W_{\text{л}} - (W_{\text{л}}^{\text{п}} - N_r) - T \cdot Z_{\text{гн}}^{\text{гг}}. \end{cases} \quad (8)$$

Результати дослідження сумарної пружності деформації $W_{\text{л}}$ ланок ланцюга СХЗП із дисковим генератором хвиль показують, що найбільший вплив на величину $W_{\text{л}} = W_{\text{л}}^{\text{п}} + \delta_{\text{ж}}$ робить згинаюча деформація $\delta_{\text{ж}}$ жорсткого колеса й контактна деформація $\delta_{\text{кп}}$ в підшипниках генератора хвиль, в результаті якої відбувається зближення кілець підшипника.

Величина натягу N_r обмежується можливим значенням сумарної радіальної деформації деталей $W_{\text{л}}$, однак, вибір радіального натягу з умови

$N_r = W_{\text{л}}$ утрудняє складання СХЗП, а також веде до збільшення напруженого стану гнучкого колеса, особливо при невеликих навантаженнях. Довід створення високомоментних СХЗП [1, 3] показує, що величину попереднього натягу доцільно вибирати рівною радіальній контактній деформації підшипників генератора хвиль під номінальним навантаженням.

Попередній натяг N_r і мінімальну величину сумарного ймовірного зазору в зачепленні $Z_{\text{гн}}$ від похибок виготовлення деталей СХЗП можна враховувати за рахунок збільшення ексцентриситету e генератора хвиль, зменшення внутрішнього діаметра проміжного кільця $d_{\text{вв}}$ або збільшення зовнішнього діаметра дисків $d_{\text{д}}$ генератора хвиль. Останнє в більшості випадків є найбільш вдалим. На основі залежностей [1] і наведених рекомендацій

$$d_{\text{д}} = d_{\text{вв}} - 2e + 2W_{\text{л}} + Z_{\text{гн}} + 2\delta_{\text{кп}}. \quad (9)$$

Допуск на виготовлення зубчастих вінців гнучкого й жорсткого коліс рекомендується визначати з умови одержання гарантованого (найменшого) зазору, що дорівнює нулю. При цьому мінімальний ймовірний радіальний зазор у зачепленні $Z_{\text{гн}}$ характеризується збільшенням різниці кроків жорсткого й гнучкого коліс.

При визначенні раціональної розрахункової деформації $W_{\text{л}}$ гнучкого колеса доцільно враховувати горизонтальне розташування СХЗП збільшенням $x_{\text{д}}$, що веде до зниження напруженого стану гнучкого колеса й вирівнювання навантаження по довжині зубців хвильового зачеплення [3]. У зв'язку із цим, при розрахунку горизонтально розташованої передачі можна рекомендувати використати рівність $W_{\text{л}} - \delta_{\text{ж}} = W_{\text{л}} - Z_{\text{гн}}$, що задовольняє умові (5) і враховує деформацію жорсткого колеса, а також похибки виготовлення зубчастих вінців. На основі зазначеної рівності й залежності (7) маємо

$$W_{\text{л}} = W_{\text{л}} + (W_{\text{л}} - N_r) + T \cdot Z_{\text{гн}} - Z_{\text{гн}}. \quad (10)$$

Для СХЗП із самоустановлювальними ланками рівняння (8) приймає вигляд

$$W_{\text{л}} = W_{\text{л}} + (W_{\text{л}} - N_r) + 0,5 T \cdot Z_{\text{гн}} - Z_{\text{гн}}, \quad (11)$$

де $T \cdot Z_{\text{гн}}$ – допуск на сумарний діаметральний зазор у хвильовому зачепленні навантаженої СХЗП від похибок виготовлення деталей.

При визначенні $T \cdot Z_{\text{гн}}$ й $Z_{\text{гн}}$ доцільно використати ймовірнісний метод розрахунку зазорів в радіальному ланцюзі СХЗП, тому що застосування методу мінімуму-максимуму може призвести до необґрунтованого завищення

W_{Σ} й x_{Σ} , що пов'язане зі зменшенням зони зачеплення й зі збільшенням навантажень на зубці.

На основі формул (2) і (3) для трихвильової передачі знаходимо різницю коефіцієнтів зміщення вихідних контурів жорсткого й гнучкого коліс:

$$x_{\Sigma} = \frac{\text{inv} \left[\arccos \left(\frac{m}{r_{\Sigma}} \cos \alpha \right) \right] - \text{inv} \alpha}{2 \tan \alpha} \quad (12)$$

Використовуючи формули (9) і (10), можна визначити x_{Σ} для СХЗП із самоустановлювальними ланками:

$$x_{\Sigma} = \frac{\text{inv} \left[\arccos \left(\frac{m \cos \alpha}{r_{\Sigma} + (r_{\Sigma}^2 - N_1^2) + \frac{2 \cdot Z_1^2}{Z_2} - 2 \cdot Z_1} \right) \right] - \text{inv} \alpha}{2 \tan \alpha} \quad (13)$$

Як відзначалося раніше, формули (9) і (11) рекомендується використати при визначенні параметрів горизонтально розташованої СХЗП. При виборі параметрів СХЗП із вертикальним розташуванням її осі у формулах (9) і (11) рекомендується замість $0,5 T \cdot Z_1^{\frac{2H_g}{Z_2}}$ використати найбільш імовірне значення радіального зазору від похибок виготовлення $-0,25 T \cdot Z_1^{\frac{2H_g}{Z_2}}$.

Таким чином, на основі наведених рекомендацій і залежностей можна визначити раціональні значення W_{Σ} й x_{Σ} а також інші параметри СХЗП із урахуванням зазорів від похибок виготовлення й деформації ланок її радіального ланцюга.

Список літератури: 1. *Приймаков О.Г.* Розрахунок та проектування силових хвильових зубчастих передач. – Харків: Вид-во ХУПС ім. І. Кожедуба, 2004. – 216с. 2. *Полетучий А.И.* Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов. – Харьков: Изд-во НАКУ "ХАИ" им. Н.Е. Жуковского, 2005. – 675с. 3. *Маргулис М.В., Волков Д.П.* Размерно-функциональный анализ тяжело нагруженных высокомоментных волновых зубчатых передач// Вестник машиностроения. – 1985. – №8. – С.9–13.

Надійшла до редколегії 05.05.10

Р.В. ПРОТАСОВ, аспирант каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕХОДНОЙ КРИВОЙ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Вживання перспективного евольвотного зачеплення з опукло-увігнутих контактом дозволяє зменшити контактну напругу і габарити передачі. Але, зі зменшенням розмірів зубчастого колеса, збільшуються згинні напруги в зубцях передачі. Величина цієї напруги залежить від радіусу перехідної кривої. Отримані рівняння перехідної кривої дозволять будувати скінченно-елементні моделі зубців з метою аналізу їхньої НДС.

Application perspective evolute gearing with convex-concave contact allows to decreasing contact stress and transmission gabarits. However, with decrease of gear sizes, bending stress in teeth is increase. These stresses depend on fillet curve radius. The gained equations of fillet curve will allow to build is teeth finite-element models for the purpose of the analysis their stress-strain state.

Актуальность задачи. Одним из ограничивающих факторов при уменьшении габаритов зубчатых колес с любым из наиболее широко известных видов зацепления (эвольвентного, циклоидального и зацепления Новикова), является изгибная прочность зуба. Эвольвотное зацепление, предложенное А.И. Павловым [1, 2], имеет выпукло-вогнутый контакт и, вследствие этого, повышенную контактную прочность. Однако, обеспечив малые габариты передачи по условиям контактной прочности $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$, мы можем получить колеса, зубья которых не отвечают условию изгибной прочности $\sigma_F \leq \sigma_{FP}$. Поэтому для эвольвотной передачи важно получить методику оценки не только контактных, но и изгибных напряжений.

Постановка задачи. Основным геометрическим фактором, влияющим на изгибную прочность зуба, является форма переходной кривой, соединяющей рабочий профиль последнего с поверхностью впадин. Знание ее параметров необходимо как при традиционном подходе к расчету зубьев на изгиб, аналогичном стандартной методике ГОСТ 21354-87 [3], так и для построения объемных моделей зубьев, служащих основой для анализа НДС методом конечных элементов. Поэтому сформулируем следующую задачу.

Имея аналитическое уравнение активного участка профиля рейки и сопряженного ей профиля зуба шестерни [4] построить профиль закругленного участка инструментальной рейки и соответствующую ему переходную кривую.

Уравнения профиля инструментальной образующей рейки и переходной кривой зуба шестерни. Профили зубьев при нарезании по методу обката содержат три характерных участка (рисунок 1): *a-a*, являющийся огибающим по отношению к профилю зубьев инструмента; *b-c* – очерченный по

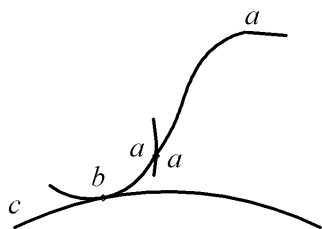


Рисунок 1 – Характерные участки зуба шестерни при нарезании по методу обката

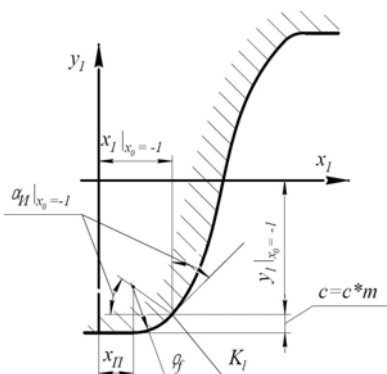


Рисунок 2 – Радиус закругления вершины и прямолинейный участок зуба производящей инструментальной рейки

эволютного зуба рейки, заданным в явном виде $y = f(x)$ [2]:

$$\left. \begin{aligned} x_0 \in (-1, 1); \\ y_0(x_0) = C_1 x_0 + C_2 x_0^3 + C_3 x_0^5 + \dots + C_n x_0^n \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Найдем тангенс угла, составленного касательной к рабочему профилю, проведенной из точки K_1 к вертикальной оси x :

$$\operatorname{tg} \alpha_H |_{x_0=-1} = y'_0. \quad (3)$$

Каждому эволютному профилю будет соответствовать свое значение угла $\alpha_H |_{x_0=-1}$, которое определяется по формуле:

$$\alpha_H |_{x_0=-1} = (\arctg(C_1 + 3C_2 \cdot (-1)^2 + 5C_3 \cdot (-1)^4 + \dots + nC_n \cdot (-1)^{n-1}) \cdot 180 / \pi). \quad (4)$$

дуге окружности и представляющий дно впадины; участок профиля a - b , соединяющий участки a - a и b - c , очерчен по так называемой переходной кривой.

Переходные кривые образуются закруглением на вершине зуба инструмента радиусом ρ_f или его острием (если закругление отсутствует). Для обеспечения радиального зазора в зацеплении головку зуба производящей инструментальной рейки удлиняют на величину $c = c^* m$. Радиус закругления и радиальный зазор связаны зависимостью [5]:

$$\rho_f = \frac{c^* m}{1 - \sin(\alpha_H |_{x_0=-1})}, \quad (1)$$

где $\alpha_H |_{x_0=-1}$ – угол, образуемый касательной к рабочему профилю рейки, проведенный из крайней нижней точки профиля K_1 , имеющей координаты $K_1(x_0 = -1, y_0 |_{x_0=-1})$ (см. рисунок 2).

Для нахождения угла $\alpha_H |_{x_0=-1}$ воспользуемся уравнением боковой поверхности эволютного зуба рейки, заданным в явном виде $y = f(x)$ [2]:

Учитывая, что угол $\alpha_H |_{x_0=-1}$ не является константой для эволютных передач, для обеспечения необходимого радиального зазора в каждом конкретном случае мы будем получать свое значение ρ_f , в отличие от эвольвентного зацепления, для которого $\alpha_H = \text{const}$ и величина $c = c^* m$ зависит только от модуля. Теоретически возможен случай, когда даже при максимально возможном значении ρ_f , соответствующем полностью скругленному дну впадины (отсутствует участок b - c на рисунке 1), радиальный зазор будет недостаточен для свободного относительного движения вершины зуба в сопряженной впадине. Этот вопрос требует дальнейших дополнительных исследований.

Найдем аналитическое выражение переходной кривой в случае нарезания колес рейкой с закругленной вершиной [6].

С рейкой свяжем подвижную систему координат (x_1, y_1) . Положение рейки в неподвижной системе координат (x, y) определяется отрезком a . Начало P неподвижной системы координат является одновременно полюсом зацепления.

В положении рейки, изображенном на рисунке 3, контактной точкой закругленной части профиля зуба рейки является K . Точка K_1 закругления будет контактной точкой в таком положении рейки, когда P_1 совпадает с полюсом зацепления, то есть когда $a=0$. Соответственно при таком сдвиге рейки, когда P_2 совпадает с P , контактной точкой станет K_2 .

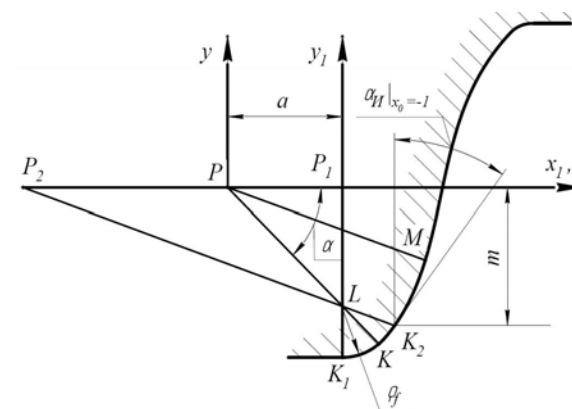


Рисунок 3 – Образование переходной кривой

Нужно заметить, что в некоторых положениях рейки переходная кривая образуется одновременно с рабочей частью профиля зуба шестерни, и у профиля зуба рейки имеются две контактные точки. Так, при смещении рейки на величину a (рисунок 3) помимо контактной точки K на закругленной части профиля, контактной окажется и точка M рабочего участка профиля.

Координаты контактной точки в системе (x_1, y_1) :

$$\begin{cases} x_1 = (L_1 + \rho_f) \cos \alpha - a + x_{II}; \\ y_1 = -(L_1 + \rho_f) \sin \alpha, \end{cases} \quad (5)$$

где L_1 – расстояние от полюса зацепления системы координат (x, y) до центра радиуса закругления рейки:

$$L_1 = \frac{m - \rho_f \sin \alpha_{II} |_{x_0=-1}}{\sin \alpha}. \quad (6)$$

Угол α является величиной переменной и вычисляется по формуле:

$$\alpha = \arctg \left(\frac{m - \rho_f \sin \alpha_{II} |_{x_0=-1}}{a} \right), \quad (7)$$

где a – величина перемещения рейки относительно неподвижной системы координат.

Прямолинейный участок на вершине инструментальной рейки x_{II} (рисунок 2) находится по формуле:

$$x_{II} = x_1 |_{x_0=-1} - \rho_f \cos \alpha_{II} |_{x_0=-1}. \quad (8)$$

где $x_1 |_{x_0=-1}$ – координата активного профиля исходного контура в точке сопряжения с закруглением.

В случае необходимости получения переходной кривой с максимальным радиусом кривизны на вершине инструментальной рейки должен отсутствовать прямолинейный участок x_{II} . Тогда полагаем в зависимости (8) $x_{II} = 0$ и получаем

$$\rho_{f \max} = \frac{x_1 |_{x_0=-1}}{\cos \alpha_{II} |_{x_0=-1}}. \quad (9)$$

В таком случае величину радиального зазора $c = c^* m$ легко определить из формулы (1).

Для того чтобы найти координаты точки переходной кривой шестерни, нужно воспользоваться формулами перехода:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 \cos \varphi_2 + y_1 \sin \varphi_2 + r_2 (\sin \varphi_2 - \varphi_2 \cos \varphi_2); \\ y_2 = -x_1 \sin \varphi_2 + y_1 \cos \varphi_2 + r_2 (\cos \varphi_2 + \varphi_2 \sin \varphi_2). \end{cases} \quad (10)$$

Здесь (x_1, y_1) – координаты контактной точки, φ_2 – угол поворота колеса, соответствующий перемещению a рейки, причем $\varphi_2 = -a/r_2$; знак минус соответствует здесь тому, что направление перемещения a рейки противоположно направлению перемещения, принятому в работе [6].

В качестве примера был рассмотрен профиль рейки с двусторонним зацеплением [7]:

$$y_1 = 0,178105x_1 + 0,195597x_1^3. \quad (11)$$

Согласно зависимости (4), для нахождения α_{II} про дифференцируем уравнение, описывающее профиль зубчатой рейки в относительных координатах и, подставив в (1), найдем радиус скругления вершины зуба. Далее определяем координаты точек профиля скругленной вершины (5) в системе координат (x_1, y_1) и, пользуясь уравнениями перехода (9), строим переходную

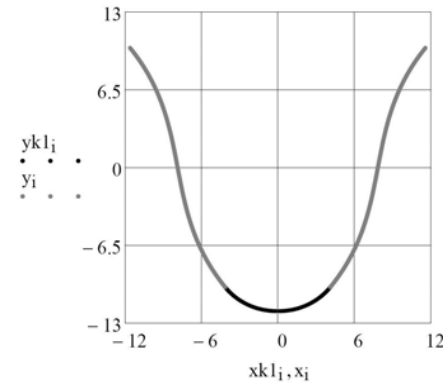


Рисунок 4 – Профиль зуба образующей инструментальной рейки

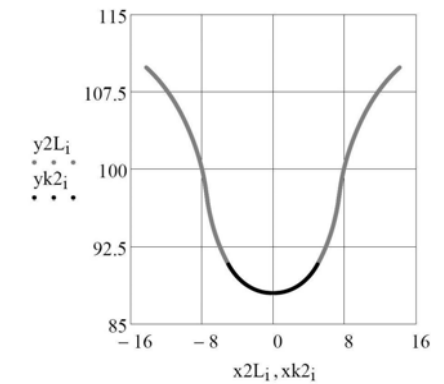


Рисунок 5 – Полный профиль впадины между зубьями шестерни

кривую зуба шестерни в системе координат (x_2, y_2) .

На рисунке 4 показан профиль зуба образующей инструментальной рейки с коэффициентом радиального зазора $c^* = 0,2$ и модулем $m = 10$ мм, а на рисунке 5 – полученный профиль впадины с переходной кривой между зубьями колеса при радиусе начальной окружности $r_2 = 100$ мм.

Выводы.

1. Вследствие наличия в эволютном зацеплении выпукло-вогнутого контакта габариты передачи по условию контактной прочности зубьев могут быть существенно уменьшены. В этом случае на первый план может выйти вопрос изгибной прочности зубьев. Поэтому исследование переходной кривой является важной практической задачей.

2. Предложенная методика позволяет построить впадину между зубьями эволютной передачи, в том числе и полностью скругленную, что наиболее выгодно с точки зрения изгибной прочности зуба.

3. Изменение коэффициента радиального зазора c^* (в данном примере его уменьшение) может привести к интерференции в передаче. Поэтому в дальнейшем будут проводиться исследования, посвященные этой задаче.

4. Полученные уравнения и профили переходных кривых зубьев послужат основой для построения параметрических и конечно-элементных моделей с целью исследования прочностных показателей зацепления.

Список литературы: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Павлов А.И. Эволютное зацепление и его характеристики // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. – Харьков, 2003. – Вып.5. – С.103–106. 3. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 4. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение рабочих профилей зубьев эвольвентных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР" – Харьков, 2010. – Вып.19. – С.124–128. 5. Гавриленко В.А. Зубчатые передачи в машиностроении. – М.:Машгиз, 1962 – 531с. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука: 1968. – 584с. 7. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Проектирование и расчет геометрии зубчатых передач с эволютным зацеплением // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2004. – Вып.30. – С.153–157.

Поступила в редколлегию 05.04.10

УДК 621.825.5/7

В.О. ПРОЦЕНКО, магістр, аспірант ХНТУ, м. Херсон
В.О. НАСТАСЕНКО, к.т.н., доцент ХДМІ, м. Херсон
М.Е. ТЕРНЮК, д.т.н., директор ІМіС, м. Харків

ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РУХОМИХ ПРУЖНО-КОМПЕНСУЮЧИХ МУФТ З КАНАТНИМИ ПРУЖНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

В статті представлена нова концепція розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт і обґрунтована потреба застосування в якості пружних елементів муфт канатів. Виконане прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з канатними пружними елементами методом морфологічного аналізу, що дозволяє створити ряд їх нових конструкцій.

The new concept of development movable elastic-compensating muffs is presented and the requirement of application as elastic elements muffs ropes is proved in article. Forecasting of development movable elastic-compensating muffs with rope elastic elements a method of the morphological analysis that allows creating a number of their new designs is executed.

Технічний прогрес обумовлює використання високопродуктивних економічних машин, а підвищення продуктивності машин досягається за рахунок збіль-

шення їх експлуатаційних швидкостей, що супроводжується підвищенням динамічних навантажень в приводі. Збільшення економічності машин досягається за рахунок уніфікації, агрегування та побудови машин модульної конструкції.

В даних умовах актуальним є синтез рухомих пружно-компенсуючих муфт підвищеної демпфуючої та компенсуючої здатності. Застосування таких муфт дасть можливість підвищити швидкохідність нових та закласти резерв для модернізації існуючих машин, а також знизити витрати на їх монтаж.

Прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами показало, що сучасні конструкції муфт, у більшості, досягли глобального екстремуму функціональних параметрів, тому подальший розвиток таких муфт, у відповідності до закону прогресивної еволюції техніки, йтиме за рахунок реалізації нового принципу дії.

Новий принцип дії муфт з металевими пружними елементами реалізується за рахунок застосування в якості пружних елементів канатів.

Відомо, що пружні елементи із спресованих дротів [1], та гнучкі вали, що являють собою багатошарові пружини кручення, характеризуються високим конструкційним демпфуванням [2] за рахунок наявності великої кількості контактів, в яких розвивається тертя, що призводить до розсіювання енергії.

Канати суміщають в собі властивості вказаних елементів за рахунок тертя дротів у сталках і сталок між собою та наявності додаткового кручення від вигину [3-7], що робить перспективним їх використання в муфтах.

При цьому муфти з канатними пружними елементами позбавлені багатьох недоліків наявних в існуючих конструкціях муфт з металевими пружними елементами.

Застосування канатів в муфтах надає їм значних переваг, до яких відноситься:

- 1) Висока навантажувальна здатність та довговічність, за рахунок високої міцності канатів.
- 2) Висока компенсуюча здатність, за рахунок високої гнучкості канатів.
- 3) Висока демпфуюча здатність за рахунок тертя дротів у сталках і сталок між собою при згині та крученні канатів.
- 4) Технологічність пружного елемента, оскільки виробництво сталевих канатів централізовано налагоджене багатьма підприємствами.
- 5) Зменшення періодичності та спрощення нагляду і мащення, оскільки мастилом просочене осердя каната.
- 6) Канатні пружні елементи можуть бути виготовлені з неліквідів канатних заводів та утилізовані після відбраковки з вантажопідійомних машин за рахунок застосування в муфтах, що сприятиме зниженню вартості муфт.

Переваги муфт з канатними пружними елементами підтверджують необхідність їх широкого застосування в сучасних конструкціях машин, що потребує пошуку шляхів їх розвитку.

Розв'язання даних проблем являється актуальним та важливим для розвитку техніки і становить головну мету даної роботи.

Однією з найпростіших канатних муфт є конструкція з осьюою центра-

льною установкою каната, в якій вісь каната співпадає з віссю напівмуфт, канат в цьому випадку працює на кручення [8]. Недоліком цієї конструкції є складність та нетехнологічність виготовлення деталей напівмуфти, а саме:

- 1) Пазів із сферичним дном та пірамідальних заглиблень у зтяжних втулках.
- 2) Неможливість реверсивної роботи муфти через розкручування каната.
- 3) Неможливість зміни пружного елемента без осьового зсуву валів.

Підвищення компенсуючої та демпфуючої здатності досягається за рахунок осьової центральної установки каната форми гвинтової спіралі [9], однак, при цьому конструкція муфти ускладнюється і зменшується її надійність, за рахунок збільшення кількості елементів.

Підвищення навантажувальної здатності муфт досягається за рахунок осьової паралельної установки канатів прямолінійної форми, кінці яких закріплені у втулках, у фланцях напівмуфт [10]. Муфта зберігає переваги попередніх канатних конструкцій, крім цього, в даній конструкції можлива зміна пружних елементів без осьового зсуву валів.

До недоліків відноситься:

1) Конструкція пружних елементів (скріплення канатів із втулками нетехнологічне, оскільки потребує додаткової складальної операції).

2) Нетехнологічність елементів муфти – дисків та втулок.

Подальший аналіз існуючих конструкцій муфт показав, що радіальна установка канатів прямолінійної форми [11] дозволяє скоротити осьові габарити та підвищити компенсуючу здатність муфти. До недоліків муфти відноситься нетехнологічність виготовлення напівмуфт та складність заміни пружного елемента.

Зменшення жорсткості муфти та збільшення її демпфуючої здатності досягається петлеподібною установкою канатів у напівмуфтах із затисненням кінцевими вкладишами [12, 13]. Недоліками таких муфт є складність монтажу та регулювання пружних елементів, через складність забезпечення їх рівномірної зтяжки.

Виконаний аналіз існуючих конструкцій канатних муфт виявив значний резерв їх удосконалення та розвитку, оскільки відомі на сьогоднішній день конструкції характеризуються рядом суттєвих недоліків. Із перспективністю застосування в муфтах канатних пружних елементів пов'язана постановка мети пропонуваної статті – прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з канатними пружними елементами.

Пошук шляхів розвитку муфт з канатними пружними елементами здійснено в даній статті за рахунок прогнозування їх розвитку системним методом морфологічного аналізу [14, 15].

Даний підхід стосовно муфт з канатними пружними елементами застосовано вперше, що становить наукову новизну даної роботи.

В якості морфологічних ознак виділимо три параметри конструкції муфт:

- 1) вид пружних елементів;
- 2) форма пружних елементів;
- 3) установка пружних елементів.

Для зручності подальшого використання морфологічної ознаки позначимо символами, вид пружних елементів – символом А, форми пружних елементів – символом Б, установку пружних елементів – символом В.

В теперішній час найбільш розповсюдженими є канати: сталеві, сталеві з еластомірною трубчастою оболонкою, сталеві з полімерним покриттям, гумово-тросові, канати з еластомірів.

Позначимо описані канати символами:

1. Сталевий канат – А₁;
2. Сталевий канат з еластомірною трубчастою оболонкою – А₂;
3. Сталевий канат з полімерним покриттям – А₃;
4. Гумово-тросовий канат – А₄;
5. Канат із еластомірів – А₅.

Для форми пружних елементів матимемо варіанти:

1. Прямолінійна форма – Б₁;
2. Форма гвинтової спіралі – Б₂;
3. Форма пласкої спіралі – Б₃;
4. Змієподібна форма – Б₄;
5. О – подібна форма – Б₅;
6. U – подібна вигнута форма – Б₆;
7. U – подібна увігнута форма – Б₇;
8. S – подібна вигнута форма – Б₈;
9. S – подібна увігнута форма – Б₉;

Для установок матимемо такі варіанти:

1. Осьова центральна установка – В₁;
2. Осьова паралельна установка – В₂;
3. Радіальна установка – В₃;
4. Радіально-осьова установка – В₄;
5. Торцева установка – В₅;
6. Торцево-радіальна установка – В₆;
7. Тангенціальна установка – В₇;
8. Тангенціально-осьова установка – В₈.

Із виділених морфологічних ознак та їх варіантів складаємо морфологічну матрицю у вигляді таблиці 1.

Знаходимо повне число варіантів розкриття матриці N:

$$N_{x,y,z} = (K_A)^x (K_B)^y (K_V)^z, \quad (1)$$

де K_A, K_B, K_V – кількість варіантів морфологічних ознак А, Б, В; x, y, z – кількість варіантів кожної морфологічної ознаки, що застосовуються в одній муфті.

В даному випадку K_A=5, K_B=9, K_V=8, x=1, y=1, z=1, тоді:

$$N_{1,1,1} = (5)^1 (9)^1 (8)^1 = 360.$$

Розкриття морфологічної матриці дає N=360 варіантів технічних рішень.

Отже, на кожен вид пружного елемента припадає по 72 варіанти конструкцій.

Оскільки на теперішній час найбільш широко розповсюдженими, технологічними та дешевими є звичайні сталеві канати і застосування цих канатів в муфтах різко збільшить їх ремонтоздатність, тому що пружні елементи таких муфт можна буде виготовляти із працездатних ділянок відбракованих канатів вантажопідійомних машин та за рахунок застосування неліквідів канатних заводів, то для подальшої розробки в даній роботі приймаємо пружні муфти зі сталевими канатами.

Четвертий етап морфологічного аналізу передбачає відсіювання нереальних і тавтологічних варіантів:

Таблиця 1 – Морфологічна матриця прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з канатними пружними елементами при $x=1, y=1, z=1$

Морфологічні ознаки та їх варіанти					Характеристика морфологічних ознак				
A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	Вид пружних елементів: Сталевий канат A ₁ , сталевий канат з еластичною трубчастою оболонкою A ₂ , сталевий канат з полімерним покриттям A ₃ , гумовотросовий канат A ₄ , канат із еластичних елементів A ₅				
B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	Форма пружних елементів: Прямолінійна B ₁ , форма гвинтової спіралі B ₂ , форма плоскої спіралі B ₃ , змієподібна B ₄ , O – подібна B ₅ , U – подібна вигнута B ₆ , U – подібна увігнута B ₇ , S – подібна вигнута B ₈ , S – подібна увігнута B ₉
V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈	Установка пружних елементів: Осьова центральна V ₁ , осьова паралельна V ₂ , радіальна V ₃ , радіально-осьова V ₄ , торцева V ₅ , торцево-радіальна V ₆ , тангенціальна установка V ₇ , тангенціально-осьова V ₈	

1. Варіанти A₁B₁V₃ і A₁B₁V₅ та A₁B₁V₆ є тавтологічними, оскільки радіальна установка каната прямолінійної форми еквівалентна торцевій та торцево-радіальній установкам, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₁=2.

2. Варіанти A₁B₁V₄ і A₁B₁V₈ є тавтологічними, оскільки радіально-осьова установка каната прямолінійної форми еквівалентна тангенціально-осьовій установці, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₂=1.

3. Варіанти A₁B₂V₃ і A₁B₂V₅ та A₁B₂V₆ є тавтологічними, оскільки радіальна установка каната форми гвинтової спіралі еквівалентна торцевій та торцево-радіальній установкам, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₃=2.

4. Варіанти A₁B₂V₄ і A₁B₂V₈ є тавтологічними, оскільки радіально-осьова установка каната форми гвинтової спіралі еквівалентна тангенціально-осьовій установці, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₄=1.

5. Варіанти A₁B₁V₂ і A₁B₆V₂ та A₁B₇V₂ є тавтологічними, оскільки осьова

паралельна установка каната прямолінійної форми еквівалентна осьовій паралельній установці канатів U – подібної вигнутої та U – подібної увігнутої форм, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₅=2.

6. Очевидно, що варіанти A₁B_{2-4,8,9}V₁₋₈ є технологічно складними, оскільки надання канатові форм гвинтової та плоскої спіралей, змієподібної, S – подібної вигнутої та S – подібної увігнутої викликати ускладнення при виготовленні та монтажу і потребуватиме спеціального оснащення та нових технологій. На даному етапі виключимо ці варіанти, з послідовним уточненням практикою, тому N₆=40.

Тоді дійсне число варіантів розкриття матриці складе:

$$N_d = N - N_1 - N_2 - N_3 - N_4 - N_5 - N_6 = 72 - 2 - 1 - 2 - 1 - 2 - 40 = 24.$$

З виконаної роботи за рахунок прогнозування розвитку муфт з канатними пружними елементами, очевидно, що:

1) Розробка нових конструкцій канатних муфт є доцільною через їх переваги.

2) Число реально відтворюваних варіантів конструкцій муфт відрізняється від числа відомих варіантів. Це означає можливість розробки нових конструкцій і спрощує пошук нових технічних рішень в даній галузі.

3) В нових конструкціях потрібне виключення недоліків відомих конструкцій муфт, які обмежують їх застосування в приводах сучасних машин.

Список літератури: 1. Фомин М.В. Рассеяние энергии в упругих элементах из спрессованной проволоки // Известия вузов. Машиностроение. – 1976. – №7. – С.15–18. 2. Глоzman В.М., Зборовская И.А. Демпфирующие свойства гибкого проволочного вала при поперечных колебаниях // Детали машин. – 1978. – Вып.26. – С.65–69. 3. Зелюкова Р.В. Расчет полых валов при колебаниях с канатным демпфером // Стальные канаты. – 1966. – Вып.3. – С.150–154. 4. Жиряков А.И. Рассеяние энергии при поперечных колебаниях растянутого каната // Подъемно-транспортное оборудование. – 1980. – Вып.11. – С.49–52. 5. Мулов Д.В. Экспериментальные исследования упруго-демпфирующих свойств кольцевых канатных демпферов // Научной праці Донецького національного технічного університету. – 2008. – Вып.16. – С.198–203. 6. Хромов О.В. Экспериментальные исследования характеристик внутреннего трения стальных спиральных канатов и проволоки // Труды Одесского политехнического университета. – 2009. – Вып.1. – С.32–35. 7. Малиновский В.А. Стальные канаты. Часть 1: Некоторые вопросы технологии, расчета и проектирования. – Одесса: Астропринт, 2001. – 188с. 8. Упругая муфта: А.с.830040 СССР; МКИ F16D 3/74 / Н.И. Бондарь, В.М. Мороз (СССР). – №2702880/25-27; Заявлено 26.12.78; Опубликовано 15.05.81, Бюл. №18. – 2с. 9. Упругая муфта: А.с.1183746 СССР; МКИ F16D 3/74 / Р.О. Мовсесян, А.М. Языджиан (СССР). – №3644844/25-27; Заявлено 14.07.83; Опубликовано 15.05.81, Бюл. №18. – 2с. 10. Упругая муфта: А.с.413300 СССР; МКИ F16D 3/72 / Н.Н. Губин, О.И. Гудым, Н.Н. Щелудяков, В.Ф. Юдченко (СССР). – №1772389/25-27; Заявлено 17.04.72; Опубликовано 30.01.74, Бюл. №4. – 2с. 11. Упругая муфта: А.с.281964 СССР; МКИ F16D 3/58 / Ю.В. Можяев (СССР). – №1364415/25-27; Заявлено 14.09.70; Опубликовано 07.04.71, Бюл. №29. – 2с. 12. Упругая муфта: А.с.681261 СССР; МКИ F16D 3/74 / М.С. Тривайло (СССР). – № 2586777/25-27; Заявлено 02.03.78; Опубликовано 25.08.79, Бюл. №31. – 2с. 13. Упругая муфта: А.с.881410 СССР; МКИ F16D 3/74 / С.Г. Земсков, В.В. Вороничев (СССР). – №2860016/25-27; Заявлено 27.12.79; Опубликовано 15.11.81, Бюл. №42. – 2с. 14. Прогнозування розвитку технічних систем / Кузнєцов Ю.М., Склярів Р.А. / Під заг. ред. Ю.М. Кузнєцова. – К.: ТОВ "ЗМОК" – ІІІ "ГНОЗИС", 2004. – 323с. 15. Настасенко В.А. Морфологический анализ – метод синтеза тысяч изобретений. – К.: Техніка, 1994. – 44с.

Надійшла до редколегії 15.05.2010

В.И. СЕРИКОВ, к.т.н., доцент каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ФАКТОРОВ НА ИЗМЕНЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК МЕХАНИЗМА С ЗУБЧАТЫМ РЕДУКТОРОМ

У статті розглянуті питання досягнення раціональних параметрів для механізмів із зубчастими редукторами, що призначені для доставки стандартних вантажів. Показано, що ці параметри можуть залежати не лише від параметрів зубчастого зачеплення, але і від конструктивних рішень. Сформульовані рекомендації.

Loading and moving mechanisms inside transporting machine of standard weight are under consideration. The time of fulfilling operation can be minimized by rational choice of gear ratio of the power drive.

Актуальность задачи. При проектировании технологических механизмов для перемещения стандартных грузов в рамках некоторой системы (в частности, транспортной машины) приходится решать задачу исследования кинематики и динамики этих механизмов. Эта необходимость возникает в случае:

- а) создания принципиально нового (для данной системы) механизма;
- б) изменения тех или иных параметров механизма по сравнению с прототипом (линейные размеры звеньев, массы перемещаемых грузов, характеристики зубчатого редуктора, приводного двигателя);
- в) если кинематические или динамические характеристики механизма не удовлетворяют заданным условиям.

Повышение скорости выполнения технологических переходов механическими системами позволяет существенно снизить временные затраты всего комплекса механизмов на выполнение производственного задания. Часто ограничением для повышения быстродействия становятся не только ограничения, связанные с особенностями изделия, над которым производится работа. Такие ограничения могут быть вызваны конструктивными особенностями механизма и в связи с этим требованиями к действующим силам, экономическими или эксплуатационными соображениями. Актуальным является поиск рационального удовлетворения ограничениям исходя из приоритетов конечного потребителя проектируемого комплекса механизмов.

Постановка задачи. Решение задачи выбора рационального сочетания характеристик механизмов, входящих в комплекс доставки стандартных грузов, основывается на кинематическом, динамическом и силовом анализе. Однако, при комплексном решении проблемы соответствия нового изделия критерию улучшения его характеристик необходимо учитывать и существующие или измененные условия эксплуатации.

Определение необходимых передаточных отношений редукторов, исследова-

ние их влияния на быстродействие механизма позволяет в определенном смысле оптимизировать конструкцию с целью повышения ее быстродействия. Для исследования динамики указанных объектов применяется единый подход, основанный на использовании унифицированной математической модели [1].

Повышение быстродействия системы достигается за счет увеличения быстродействия входящих в нее механизмов.

Динамические расчеты механизмов, имеющие различные кинематические схемы, позволяют установить некоторые общие для них закономерности. В частности, рассматривается связь между передаточным отношением приводного редуктора и временем действия механизма.

В качестве примера выберем механизм, обеспечивающий плоское движение с одновременным перемещением по вертикали и горизонтали. Механизм представляет собой четырехзвенник, геометрия которого изменяется с помощью телескопического звена переменной длины. В качестве последнего используется винтовой механизм оригинальной конструкции. Привод механизма – электродвигатель с планетарным редуктором.

В связи с такой схемой привода повысить его быстродействие можно за счет рационального выбора передаточного отношения, как редуктора, так и винтового механизма.

Рассмотрим результат варьирования передаточным отношением механизма с целью нахождения минимального времени рабочего хода. Варьирование производилось таким образом, чтобы суммарное время работы механизма удовлетворяло заранее заданным условиям.

Специфика работы исследуемого механизма заключается в том, что условия его работы по запыленности и загрязненности весьма разнообразны (от близких к "идеальным" до работы в условиях сильного загрязнения). При этом возможность технического обслуживания механизма непосредственно перед его использованием практически ограничена.

Если учесть, что в состав механизма входят две ветви открытой цепной передачи, работающие попеременно, то становится понятно, что КПД такого механизма во время его эксплуатации практически непредсказуем, за исключением крайних значений.

Поэтому одновременно с исследованием зависимости времени рабочего хода от передаточного отношения исследовалась и зависимость от КПД (см. таблицу).

Указанная зависимость может быть представлена в виде графиков (см. рисунок).

На графиках видно, что минимум времени, затрачиваемого на рабочий ход, получается при использовании передаточного отношения механизма в районе 3,5÷4,5. В районе минимума при уменьшении суммарного КПД даже до 0,7 (в реальных условиях эксплуатации можно прогнозировать и более низкие значения) наблюдается увеличение времени рабочего хода в среднем на 0,2 секунды (или на 21%).

Существующие в прототипе редукторы способны обеспечить суммарное

передаточное отношение механизма в районе правой ветви графиков. При этом указанное время при обеспечении КПД близкого к 0,9 будет ниже, чем при КПД равном 0,7 и передаточном отношении, обеспечивающим наибольшее быстродействие.

Таблица – Изменение времени прохождения рабочего хода

передаточное отношение	время при КПД 0,7, с	время при КПД 0,8, с	время при КПД 0,9, с
2	1,5	1,39	1,16
2,5	1,35	1,13	0,99
3	1,18	1,03	0,93
3,5	1,12	1	0,92
4	1,1	1	0,93
4,5	1,1	1,01	0,95
5	1,12	1,04	0,97
5,5	1,15	1,07	1,01
6	1,18	1,1	1,05
6,5	1,21	1,14	1,09
7	1,25	1,18	1,13
7,5	1,29	1,22	1,17
8	1,34	1,27	1,22
8,5	1,38	1,31	1,26
9	1,43	1,36	1,31

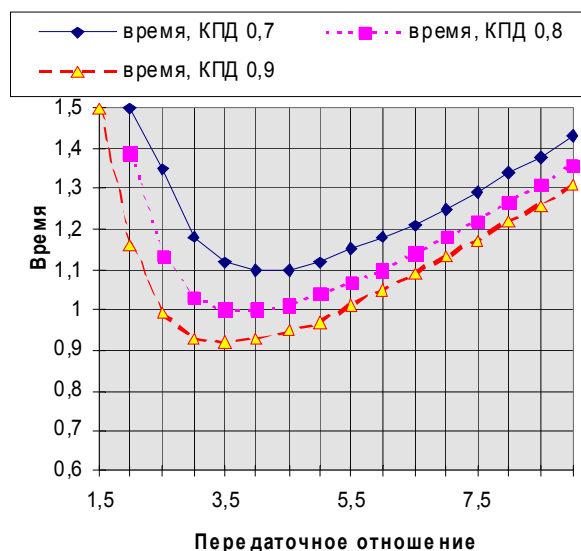


Рисунок – Время прохождения рабочего хода механизма в зависимости от передаточного отношения

Следовательно, при выработке рекомендаций по обеспечению быстродействия, предпочтительным может оказаться не конструирование и изготовление нового редуктора, а комплекс мер по обеспечению нормальных условий работы для механизма (по повышению КПД – установка пылезащитных кожухов). В пользу такой рекомендации может быть указано увеличение срока службы отдельных узлов механизма и повышение надежности работы.

Выводы.

1. Формальный подход к улучшению или поиску оптимальных параметров механизма может привести к ситуации, когда в формализуемые параметры не входят конструктивные особенности. Это не дает возможности в значительной мере перебрать или ознакомиться с полным спектром влияющих факторов.
2. Во избежание указанной проблемы может быть рекомендовано использование не только графического отображения полученных результатов множественных расчетов, но и сквозное твердотельное параметрическое моделирование с использованием современных программных продуктов.

Список литературы: 1. Медведев Н.Г., Абляскин О.И., Сериков В.И. Повышение быстродействия механизмов для перемещения стандартных грузов // Материалы междунар. науч.-техн. конф. "MicroCAD'97". 12-14 мая 1997г. – Харьков: ХГПУ, 1996. – Ч.3. – С.344. 2. Степанов Н.В., Голованов А.А. Проектирование в Pto/ENGINEER 2001 / Под общ. ред. Д.Г. Красковского. – М.: КомпьютерПресс, 2002. – 320с. 3. Потемкин А. Трехмерное твердотельное моделирование. – М.: КомпьютерПресс, 2002. – 296с.

Поступила в редколлегию 25.05.10

УДК 681. 833

Ю.А. СКЛЯР, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

ГЕОМЕТРОКИНЕМАТИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ПРЯМОЗУБЫХ КОНХОИДАЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧ СО СМЕЩЕНИЕМ ИСХОДНОГО КОНТУРА

Здобуто залежності для визначення геометро-кінематичних критеріїв працездатності циліндричних прямозубих передач із конхoidalною лінією зачеплення та зсувом вихідного контуру.

It is extracted dependences for definition of the geometric and kinematic criteria of work capacity of cylindrical spur transmissions from conchoid by a line of linkage and shift of an initial head loop.

Постановка проблемы. Проблема качества продукции была и остается актуальной для всех отраслей. В машиностроении качество продукции во многом определяется надежностью и долговечностью приводов машин. По-

этому задача их усовершенствования на базе многокритериального синтеза машиностроительных конструкций [1] является актуальной.

Анализ литературы. Реализация такого синтеза невозможна без функциональной взаимосвязи между геометрическими параметрами передач и геометро-кинематическими критериями работоспособности.

К таким критериям для передач зацеплением относят [2-7]: скорость скольжения, скорость качения сопряженных поверхностей зубьев, суммарную скорость качения рабочих поверхностей, приведенную кривизну рабочих поверхностей, удельные скольжения, коэффициент перекрытия, условия подрезания зубьев. Эти критерии влияют на контактную прочность рабочих поверхностей, изломную прочность и износ зубьев, потери в зацеплении, толщину масляной пленки в зоне контакта, температурный критерий заедания, удельную работу сил трения.

Геометро-кинематические критерии цилиндрических зубчатых передач с криволинейной формой зубьев по длине, спрофилированных в соответствии с исходным контуром инструмента без его смещения, определены в работе [3]. Для передач зацеплением при многопараметрическом и однопараметрическом огибании, для передач на скрещивающихся валах эти критерии исследованы в работах [4-6]. Для прямозубых цилиндрических передач отдельные геометрокинематические критерии представлены в работе [7]. В работе [8] изложены основы оценки нагрузочной способности конхоидальных передач. Геометро-кинематические критерии арочных передач с конхоидальной линией зацепления (конхоидальных передач) исследованы в работе [9].

Цель статьи. Получить математическую модель определения геометро-кинематических критериев работоспособности для прямозубых конхоидальных передач.

Профиль исходного контура зубьев конхоидальных передач очерчивается дугами окружностей. В этом случае линией зацепления зацепляющихся колес является конхоида Никомеда [8]. Профиль исходного контура зубьев колес таких передач представлен на рисунке.

В системе координат $X_p O_p Y_p$ уравнения профилей исходного контура запишем в виде:

– участок $O_p A$

$$\begin{aligned} x_{p1} = f_1 &= \rho \sin \alpha - a, \\ y_{p1} = f_2 &= b - \rho \cos \alpha; \end{aligned} \quad (1)$$

– участок $O_p B$

$$\begin{aligned} x_{p1} = f_1 &= -\rho \sin \alpha + a, \\ y_{p1} = f_2 &= -b + \rho \cos \alpha. \end{aligned} \quad (2)$$

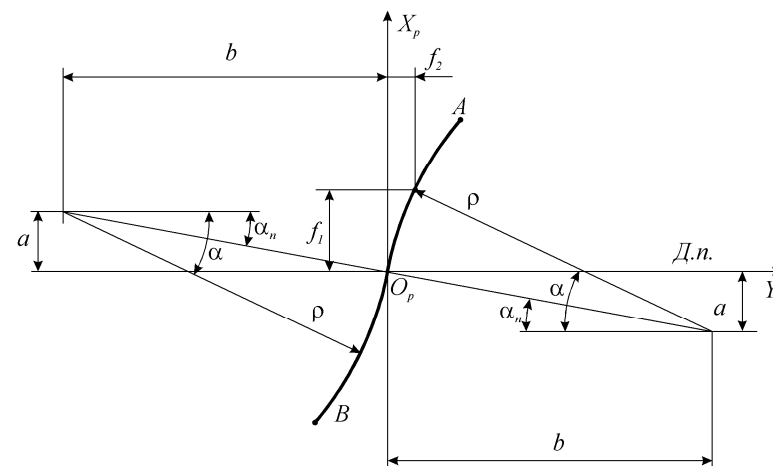


Рисунок – Профиль исходного контура

В этих равенствах введены обозначения: ρ – радиус профилирующей окружности; f_1, f_2 – координаты профиля исходного контура в системе координат $X_p O_p Y_p$; α – текущий угол профиля исходного контура; a и b – расстояния центров окружностей до осей координат $X_p O_p Y_p$

Из рисунка следует

$$a = \rho \sin \alpha_n; \quad b = \rho \cos \alpha_n, \quad (3)$$

где α_n – угол профиля исходного контура на делительной прямой.

Для зубьев колес со смещением исходного контура к значениям функций f_1 из (1)-(2) следует прибавить ξ – смещение. Если модуль зацепления не равен единице, значения $x_{p1}, y_{p1}, x_{p2}, y_{p2}$ следует умножить на величину модуля.

Используя результаты работы [9] для прямозубых передач со смещением исходного контура получаем следующие значения геометрокинематических критериев:

– скорость скольжения (при угловой скорости шестерни ω_1)

$$V_{ск} = (f_1 + \xi) \frac{(u+1)}{u \sin \alpha} \omega_1, \quad (4)$$

где f_1 имеет значения (1) и (2);

– скорость качения поверхностей зубьев шестерни при $\omega_1 = 1c^{-1}$

$$V_1 = \frac{\omega_1 \left[R_1 + \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right] \sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n}; \quad (5)$$

– скорость качения поверхностей зубьев колеса (при угловой скорости колеса ω_2)

$$V_2 = \frac{\omega_2 \left[R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right] \sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n}; \quad (6)$$

– суммарная скорость качения рабочих поверхностей (при $\omega_1 = 1c^{-1}$)

$$V_\Sigma = \frac{\left[2R_1 + \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \left(1 - \frac{1}{u} \right) \right] \sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n}; \quad (7)$$

– приведенная кривизна

$$\chi = \pm \frac{(R_1 + R_2) \left(\frac{\sin \alpha_n}{\sin^2 \alpha} \right)^2 \sin \alpha}{\left[R_1 + \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right] \left[R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right]}, \quad (8)$$

где знак плюс – для участка $O_p A$ профиля исходного контура, знак минус – для $O_p B$;

– удельные скольжения поверхностей зубьев шестерни и колеса

$$\eta_1 = \frac{(u+1)}{u} \cdot \frac{(f_1 + \xi_1) \sin \alpha_n}{\left[R_1 + \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right] \sin^3 \alpha}; \quad (9)$$

$$\eta_2 = -\frac{(u+1)}{u} \cdot \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\left[R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right] \sin^3 \alpha}. \quad (10)$$

Из (9) и (10) удельные скольжения принимают бесконечно-большие значения при выполнении равенств

$$R_i \pm \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} = 0. \quad (11)$$

В этом случае приведенные кривизны так же равны бесконечности, а скорости качения равны нулю.

– коэффициент перекрытия (при $\xi = 0$)

$$\varepsilon_\alpha = \frac{|a(\operatorname{ctg} \alpha_{12} + \operatorname{ctg} \alpha_{11}) - 2\rho \cos \alpha_n| z_1^*}{2\pi R_1}, \quad (12)$$

где α_{11} , α_{12} – значения профильных углов, соответствующих вершинам зубьев шестерни и колеса [9];

– условие подрезания зубьев

$$R + \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} = 0, \quad (13)$$

где R – радиус делительной окружности шестерни.

При заданном максимальном $f_{1\max}$ и $\alpha = \alpha_{\max}$ минимальное значение числа зубьев из условия отсутствия подрезания

$$z_{\min} = \frac{2(f_{1\max} + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha}. \quad (14)$$

Используя формулы (4)-(13) можно определить геометро-кинематические критерии конхоидальных передач в пределах поля зацепления, а так же минимальное число зубьев шестерни (колеса) из условия их подрезания.

Выводы.

1. Получены зависимости для определения значений геометро-кинематических критериев по полю зацепления конхоидальных прямозубых цилиндрических передач со смещением исходного контура.

2. Получено условие подрезания зубьев и определено минимальное число зубьев шестерни (колеса) из этого условия с учетом смещения исходного контура.

Список литературы. 1. Кіндрацький Б., Сулим І. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // *Изв. вузов. Сер. машиностроение*. – 1964. – №10. – С.5–15. 3. Шишов В.П., Панкратов Д.А., Мухоматов А.А. Критерии оценки работоспособности передач зацеплением // *Вестник НТУ "ХПИ"*. – Харьков: ХПИ, 2001. – №12. – С.33–40. 4. Дусев И.И., Васильев В.М. Аналитическая теория пространственных зацеплений и ее применение к исследованию гипоидных передач. – Новочеркасск, 1968. – 148с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. – 584с. 6. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск. Вид-во СНУ им. В.Даля, 2006. – 408с. 7. Ленский М.Ф. Синтез плоских зубчатых механизмов по некоторым качественным показателям // *Зубчатые и червячные передачи*. Под ред. проф. Н.И. Колчина. – М.: Изд. "Машиностроение" 1968. – С.35–46. 8. Шабанов И.Р. О зубчатой передаче с конхоидальной линией зацепления // *Надежность и качество зубчатых передач* // *Ниинформтяжмаш*. – 18-67-106, 1967. – С.1–8. 9. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревакина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Монография. – Луганськ: вид-во СНУ ім. В.Даля, 2004. – 336с.

Поступила в редакцию 11.05.10

В.В. СТАВИЦКИЙ, к.т.н., ВНУ им. В. Даля, г. Луганск
П.Л. НОСКО, д.т.н. проф. каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ПРЯМОЗУБЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ

Отримана залежність коефіцієнту моменту аеродинамічного спротиву обертанню зубчастих коліс від основних геометричних параметрів коліс та фізичних параметрів середи. Проведений порівняльний аналіз розрахункових результатів з експериментальними даними різних авторів. Отримані залежності надають змогу оцінювати вплив аеродинамічного спротиву середовища обертанню зубчастих коліс на коефіцієнт корисної дії високошвидкісних зубчастих передач.

Dependence of dimensionless windage moment coefficient of the rotation of gear is established in terms of rotational speed, Reynolds number, basic geometrical parameters of gears, tooth parameters, and the physical parameters of nearby fluid flow. A comprehensive analyse of predicted to publish experimental information on gear load-independent power losses is provided. Obtained dependences are destined to assist gearbox designers in evaluating of efficiency of gear transmissions particularly lightly loaded high-speed applications.

Постановка проблемы. В современном газотурбо- и вертолетостроении окружные скорости зубчатых колес возрастают до 90-120 м/с, а передаваемая мощность достигает 100 МВт и более. В наиболее совершенных зубчатых передачах коэффициент их полезного действия находится в пределах 98-99%. При таких передаваемых мощностях потери составляют 1 МВт и более. Поэтому в последние несколько лет интерес к исследованиям путей повышения эффективности зубчатых передач значительно возрос.

Потери энергии в зубчатых передачах условно могут быть разделены на две группы. Первая группа – это потери, зависящие от передаваемой нагрузки (потери вследствие трения скольжения и качения контактирующих поверхностей зубчатой пары и подшипников). Вторая группа – это потери, независящие от передаваемой нагрузки (потери вследствие аэрогидродинамического сопротивления вращению зубчатых колес среды (аэродинамического при принудительном смазывании или гидродинамического при смазывании в масляной ванне)). Удельный вес этих потерь составляет: 40% – потери на трение в зубчатом зацеплении; 50% – потери на трение в подшипниках; и 10% – потери мощности вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес [4].

Анализ литературы. Опубликованные исследования аэродинамических потерь также можно разделить на две группы. К первой группе относятся экспериментальные исследования [1-4], в которых определение потерь производится путем измерения снижения скорости вращения отдельно взятого зубчатого колеса или диска, применяя теорему о кинетической энергии для последующего расчета потерь мощности. Вторая группа исследований проводилась на экспериментальных

установках полностью имитирующих зубчатое зацепление [5, 6]. Например, экспериментальная установка [5] состоит из испытуемой и контрольной зубчатых передач. Скорость менялась от 0 до 15000 об/мин, а нагрузка от 0 до 3,7 кВт. Авторы отмечают, что при нагрузке, составляющей 33-100% максимальной и скоростях 83-100% максимальной, аэродинамические потери становятся практически равными потерям на трение в зубчатом зацеплении.

В перечисленных выше работах описание аэродинамического сопротивления проводилось эмпирическими зависимостями безразмерного коэффициента момента сопротивления от диаметров зубчатых колес, ширины зубчатого венца, модуля, числа зубьев, скорости вращения и т.п. В литературе имеется незначительное количество исследований, в которых предпринята попытка аналитически описать физические процессы при вращении зубчатых колес в масловоздушной среде [1, 7]. В [1] полученная зависимость не дает точных результатов, вследствие отсутствия учета трения масловоздушной среды о профильную поверхность зубьев. В [7] предпринята попытка описания указанных процессов с помощью инструмента CFD (Computational Fluid Dynamics) – технологии. Сложность полученной в результате модели не позволяет использовать ее при дальнейшем анализе и оптимизации конструктивных решений, направленных на уменьшение потерь.

Цель статьи. Получить аналитическую зависимость, дающую возможность с минимальными затратами вычислительных усилий количественно оценивать потери энергии, не связанные с нагрузкой, высокоскоростных зубчатых передач. Сравнить результаты расчета с экспериментальными данными, имеющимися в открытых публикациях. Провести анализ влияния ключевых геометрических параметров зубчатых колес и параметров среды на аэродинамические потери энергии в высокоскоростных зубчатых передачах.

Определение моментов сил аэродинамического сопротивления. При вращении зубчатых колес момент аэродинамического сопротивления их вращению можно представить в виде суммы моментов сопротивления

$$M = M_n + M_\tau + M_b + M_p, \quad (1)$$

где $M_n = F_n \cdot r_b$ – момент сил F_n вследствие парусного сопротивления, Н·м; $M_\tau = F_\tau \cdot r_b \cdot \operatorname{tg} \alpha_i$ – момент сил F_τ трения среды о профильную поверхность зубьев, Н·м; M_b – момент сил F_b трения среды о боковую поверхность ступицы зубчатого колеса, Н·м; M_p – момент сил давления F_p , вследствие периодического сжатия среды в пространстве между головками и ножками зубьев зубчатых колес, Н·м; $F_n = kQV_n\rho$ – сила F_n парусного сопротивления, направленная по нормали к эвольвенте, Н; $Q = \frac{dS}{dt} b$ – объемный расход потока масловоздушной смеси при вращении зубчатого колеса, м³; $dS = 0,5(r_a^2 - r_b^2)d\varphi$ – элементарная пло-

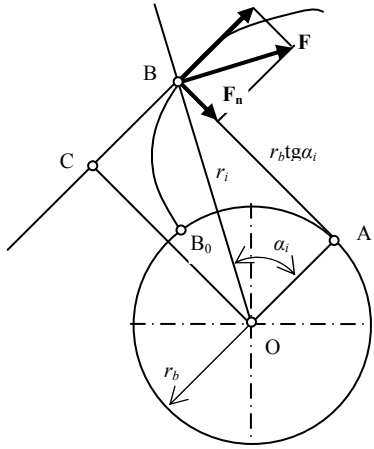


Рисунок 1 – Силы сопротивления вращению

в масловоздушной смеси; ρ_b – плотность воздуха, кг/м^3 ; ρ_m – плотность смазочного масла, кг/м^3 ; ω – угловая скорость вращения зубчатого колеса, рад/с ; α – угол станочного зацепления, рад ; α_i – угол профиля эвольвенты в произвольной ее точке, рад .

Введя безразмерные коэффициенты момента аэродинамического сопротивления $C_i = \frac{M_i}{0,5 \rho \omega^2 r^5}$, получим

$$C = \frac{M_n + M_\tau + M_b + M_p}{0,5 \rho \omega^2 r^5} = C_n + C_\tau + C_b + C_p. \quad (2)$$

Коэффициент момента парусного сопротивления вращению зубчатого колеса

$$C_n = k \left(\frac{b}{r} \right) (A^2 - 1) \cos^4 \alpha, \quad (3)$$

где $A = \frac{r_a}{r_b}$ – относительный радиус окружности вершин.

Элементарный момент от сил трения при обтекании потоком масловоздушной смеси профильной поверхности зубьев

$$dM_\tau = z \cdot r_b \cdot \text{tg} \alpha_i \cdot dF_\tau, \quad (4)$$

где z – число зубьев зубчатого колеса; $dF_\tau = \frac{\mu V_\tau dA_f}{\delta}$ – элементарная сила

трения масловоздушной смеси при вращении зубчатого колеса, Н; $V_\tau = \omega r_i \sin \alpha_i = \omega r_b \text{tg} \alpha_i$ – скорость обтекания зуба масловоздушным потоком, м/с ; $dA_f = b \cdot dl$ – элементарная площадь соприкосновения потока с профильной поверхностью зубьев, м ; $dl = \sqrt{(r_i d\theta)^2 + (dr_i)^2}$ – элементарная длина дуги эвольвенты, м ; $\mu = \mu_m (1 + 1,5(1 - \rho/\rho_m))$ – динамическая вязкость масловоздушной смеси, $\text{Па}\cdot\text{с}$ [10]; μ_m – вязкость смазочного масла, $\text{Па}\cdot\text{с}$; $\delta = 3,46 \sqrt{\frac{\mu \cdot x}{\rho \cdot V_\tau}}$ – толщина пограничного слоя, м [11]; $x = \frac{b \cdot z}{\varepsilon}$ – характерный размер зубчатого колеса в зоне обтекания, м ; ε – масштабный фактор.

После интегрирования уравнений эвольвенты в полярных координатах

$$\begin{cases} r_i = \frac{r_b}{\cos \alpha_i}; \\ \theta = \text{tg} \alpha_i - \alpha_i, \end{cases}$$

получаем

$$\begin{cases} dr_i = \frac{r_b \cdot \sin \alpha_i}{\cos^2 \alpha_i} \cdot d\alpha_i; \\ d\theta = \text{tg}^2 \alpha_i \cdot d\alpha_i. \end{cases}$$

После подстановки полученных значений дифференциалов радиуса кривизны эвольвенты и эвольвентного угла, скорости обтекания, толщины пограничного слоя в уравнение (4) элементарный момент от сил трения при обтекании потоком масловоздушной смеси после соответствующих упрощений будет равен

$$dM_\tau = r^4 \frac{(\rho \cdot \mu \cdot z \cdot \varepsilon \cdot (b/r))^{0,5} \cdot \omega^{1,5} \cos^{3,5} \alpha \cdot \text{tg}^{3,5} \alpha_i}{3,46 \cos^2 \alpha_i} d\alpha_i. \quad (5)$$

После интегрирования выражение для коэффициента момента сопротивления от сил трения при обтекании потоком масловоздушной смеси профильной поверхности зубьев примет окончательный вид

$$C_\tau = 0,12845 \cdot \left(\frac{bz\varepsilon}{r} \right)^{0,5} \frac{\cos^{3,5} \alpha (\text{tg}^{4,5} \alpha_a - \text{tg}^{4,5} \alpha_f)}{\text{Re}^{0,5}}, \quad (6)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho \omega r^2}{\mu}$ – число Рейнольдса; $\alpha_a = \arccos \frac{r_b}{r_a} = \arccos \frac{1}{A}$ – угол профи-

ля эвольвенты на окружности вершин, рад ; $\alpha_f = \arccos \frac{r_b}{r_f} = \arccos \frac{1}{B}$ – угол

профиля эвольвенты на окружности вершин, рад ; $B = r_f/r_b$ – относительный

радиус окружности впадин.

При условии $B \leq 1$ в формуле (6) угол профиля эвольвенты на окружности впадин следует принимать равным нулю ($\alpha_f = 0$), так как в этом случае участок профиля зуба между основной окружностью и окружностью впадин представляет собой радиальную прямую линию, и плечо силы аэродинамического трения при определении момента сопротивления равно нулю.

Коэффициент момента сил F_b трения среды о боковую поверхность ступицы зубчатого колеса может быть рассчитан для полностью ламинарного режима течения (при $Re \leq Re_{кр} = 3 \cdot 10^5$) по известной [12] формуле

$$C_b = \frac{3,87}{Re^{0,5}}. \quad (7)$$

В связи с тем, что ниже проводится сравнение расчетных значений с результатами экспериментальных исследований, проведенных для отдельно взятого зубчатого колеса, не находящегося в зацеплении, коэффициент сопротивления вследствие периодического сжатия среды в пространстве между головками и ножками зубьев зубчатых колес принимаем равным нулю.

Тогда окончательная зависимость для определения коэффициента момента аэродинамического сопротивления получает следующий вид

$$C = k \left(\frac{b}{r} \right) \cdot (A^2 - 1) \cos^4 \alpha + 0,12845 \cdot \left(\frac{bz\varepsilon}{r} \right)^{0,5} \frac{\cos^{3,5} \alpha (\operatorname{tg}^{4,5} \alpha_a - \operatorname{tg}^{4,5} \alpha_f)}{Re^{0,5}} + \frac{3,87}{Re^{0,5}}. \quad (8)$$

Были исследованы прямозубые колеса с числами зубьев 24, 36 и 72, модулями 4 и 6мм, радиусами делительной окружности 72 и 144мм и шириной зубчатого венца 30 и 60мм в диапазоне изменения угловых скоростей вращения зубчатых колес до 1200рад/с.

Сравнительный анализ результатов расчета с результатами экспериментальных исследований. Сравнительный анализ результатов расчета по зависимости (8) с экспериментальными данными, полученными в работе [3], показывает хорошую корреляцию (погрешность не превышает 10%), что дает возможность рекомендовать зависимость (8) для оценки потерь энергии вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес высокоскоростных передач на стадии проектирования.

Анализ результатов проведенных расчетного и экспериментального исследований показывает, что с увеличением числа зубьев и радиуса делительной окружности коэффициент момента аэродинамического сопротивления уменьшается, а при увеличении ширины зубчатого венца увеличивается.

Расчеты по зависимости (8) показывает также, что коэффициент момента парусного аэродинамического сопротивления не зависит от скорости вращения зубчатого колеса. Коэффициент момента аэродинамического сопротивления

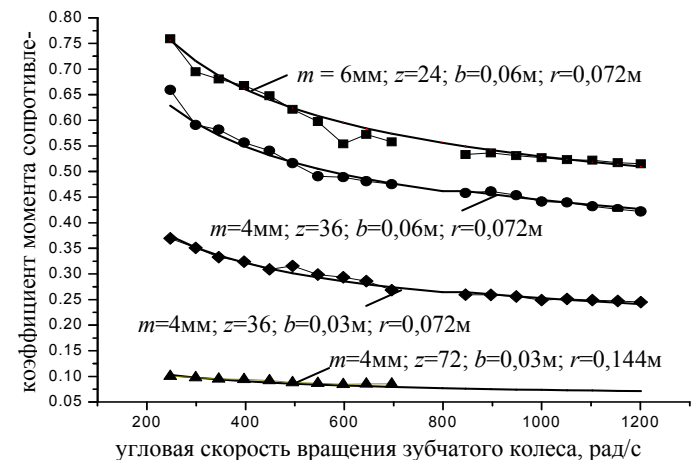


Рисунок 2 – Сравнительный анализ результатов экспериментального исследования с расчетными значениями коэффициента момента аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес:
●, ▲, ■, ◆ – экспериментальные данные [3];
— – результаты расчета по зависимости (8)

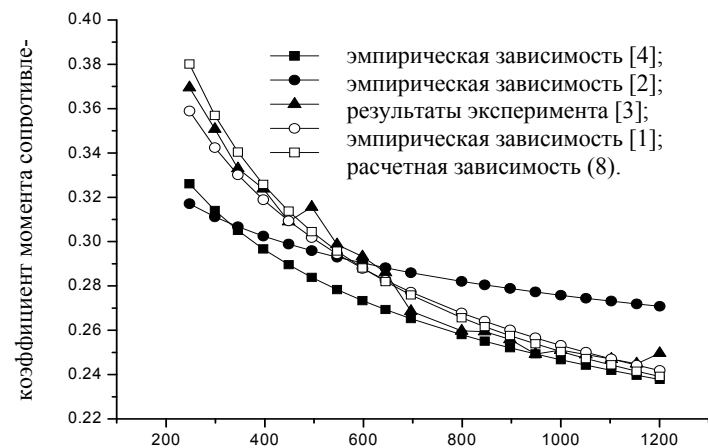


Рисунок 3 – Сравнительный анализ результатов расчета коэффициента момента аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес по зависимости (8) с результатами экспериментальных исследований различных литературных источников (колесо с $m=4$ мм; $z=36$; $b=0,03$ м; $r=0,072$ м)

вследствие относительного обтекания масловоздушной смеси профильных поверхностей зубьев уменьшается с ростом угловой скорости вращения зубчатого колеса, и при невысоких скоростях вращения соизмерим с коэффициентом мо-

мента парусного аэродинамического сопротивления. Трение масловоздушной смеси о боковые поверхности ступицы зубчатого колеса незначительны по сравнению с двумя вышеупомянутыми видами аэродинамического сопротивления.

Показатель степени при числе Рейнольдса дает возможность предположить, что обтекание масловоздушной смеси зубчатого колеса происходит при ламинарном режиме течения.

Выводы. В результате проведенного исследования получена аналитическая зависимость, дающая возможность с минимальными затратами вычислительных усилий количественно оценивать потери энергии, не связанные с нагрузкой, высокоскоростных зубчатых передач. Результаты сравнительного анализа расчетных данных с экспериментальными, имеющимися в открытых публикациях позволяют рекомендовать полученную зависимость для оценки потерь энергии вследствие аэродинамического сопротивления вращению зубчатых колес высокоскоростных передач на стадии проектирования. Проведен анализ влияния ключевых геометрических параметров зубчатых колес и параметров среды на аэродинамические потери энергии в высокоскоростных зубчатых передачах.

Список литературы: 1. Diab, Y., Ville, F., and Velex, P., 2006, "Investigations on Power Losses in High Speed Gears," J. Eng. Tribol., 220, pp.191–298. 2. Dawson, P.H., 1988, "High Speed Gear Windage," GEC Review, 4 (3), pp.164–167. 3. Y. Diab, F. Ville, P. Velex, and C. Chagent, "Windage Losses in High Speed Gears – Preliminary Experimental and Theoretical Results," Journal of Mechanical Design, Vol. 126, Sept. 2004, pp.903–908. 4. Neil E. Anderson and Stuart H. Loewenthal, "Spur-Gear-System Efficiency at Part and Full Load," Tech. rep., NASA, 10 Dec. 1979, TP 1622 AVRADCOM TR 79-46. 5. Neil E. Anderson and Stuart H. Loewenthal, "Efficiency of Nonstandard and High Contact Ratio Involute Spur Gears," Fourth International Power Transmission and Gearing Conference, ASME, Cambridge, MA, Oct. 1984, NASA TM 83725 USAAVSCOM TR 84-C-9. 6. Robert F. Handschuh and Charles J. Kilmain, "Preliminary Investigation of the Thermal Behavior of High-Speed Helical Gear Trains," International Conference on Gears, International Federation for the Theory of Machines and Mechanisms, Munich, Germany, March 2002, NASA/TM-2002-211336 ARL-TR-2661. 7. K. Al-Shibl, K. Simmons, and C. N. Eastwick, "Modelling windage power loss from an enclosed spur gear," Journal of Power and Energy, Vol. 221, 2007, pp. 331–341, Proc. IMechE Part A. 8. Handschuh, R. F., and Kilmain, C. J., 2003, "Preliminary Comparison of Experimental and Analytical Efficiency Results of High-Speed Helical Gear Trains," DETC'03, ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, Vol. 4B, pp.949–955. 9. Юдин Е.М. Шестеренные насосы. Издание 2-е, перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1964. – 236с. 10. Hayward A. T. "The viscosity of bubbly oil", Fluid Report, No99, National Engineering Laboratory, Glasgow, U.K., 1961. 11. Seetharaman, S. "An investigation of load-independent power losses of gear systems" PhD Dissertation, The Ohio State University, 2009. 12. Газовые турбины. Ч.1. Термодинамические процессы и теплообмен в конструкциях / Шнеэ Я. И., Капинос В. М., Котляр И. В. – К.: Вища школа, 1976. – 296с.

Поступила в редколлегию 18.06.10

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., главн. инж. пр-та ЗАО "НКМЗ", г. Краматорск
Г.С. СУКОВ, к.э.н., генеральный директор ЗАО "НКМЗ"
А.И. ВОЛОШИН, главный инженер ЗАО "НКМЗ"
Ю.В. ЧИБИСОВ, к.э.н., зам. ген. директора ЗАО "НКМЗ"
Г.А. ЛЕСНЯК, начальник отдела редуكتورования ЗАО "НКМЗ"

ИССЛЕДОВАНИЕ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ КРУПНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ, РАБОТАЮЩИХ С АБРАЗИВНЫМ ИЗНОСОМ

Викладено результати дослідження навантажувальної здатності великих зубчастих передач, що працюють у змащенні з наявністю часток абразиву. Концепція контактної взаємодії активних поверхонь зубів з абразивними частками представляє диференційований підхід до аналізу впливу фізико-механічних властивостей матеріалів зубчастих коліс, геометричних і кінематичних характеристик сполучених елементів, характеру розподілу навантаження по контактних лініях – на навантажувальну здатність зубчастих зацеплень. Вірогідність теоретичних положень підтверджена результатами лабораторно-експериментальних досліджень виконаних на ЗАТ "НКМЗ" і апробована в умовах експлуатації промислових зразків.

Results of research of load ability of the large gears working in greasing with presence of particles of an abrasive are stated. The concept of contact interaction of active surfaces of teeth with abrasive particles represents the differentiated approach to the influence analysis physical-mechanical properties of materials of gears, geometrical and kinematic performances of the interfaced elements, character of loading distribution on contact lines – to load ability of gears. Reliability of theoretical positions is confirmed by results laboratory – experimental researches executed on Joint-Stock Company "NKMZ" and approved under operating conditions industrial samples.

Абразивный износ поверхностей зубьев наблюдается преимущественно в открытых зубчатых передачах, хотя может происходить и в редукторах при попадании в масло твердых частиц, в т.ч. продуктов износа. Характер и интенсивность абразивного износа зубьев открытых и закрытых передач отличаются более слабой защищенности пространства между зубьями в открытых передачах от притока свежих абразивных материалов.

Физическая сущность явлений происходящих в окрестностях контакта активных поверхностей зубьев, в том числе и в промежуточном масляном слое, в настоящее время изучена не достаточно. Не сложилось единой оценки причин вызывающих различные формы и интенсивность износа поверхностей зубьев, различаются и подходы к решению этой сложной проблемы. Задача абразивного износа поверхностей зубьев имеет практическое инженерное значение, и поэтому в последние годы ей уделяется большое внимание исследователей.

При разработке критерия износостойкости зубчатых зацеплений используют энергетические и металловедческие концепции, представленные в работе [1], где приведена классификация видов отказов зубчатых зацеплений, а также намечены

пути решения проблемы влиянием физико-механических свойств и структуры стали на ее трибологические характеристики – методами металлофизики.

Как показывает практика, при адекватных условиях эксплуатации идентичных зубчатых пар, встроенных, соответственно, в одностипное прокатное, горнорудное, подъемно-транспортное, другое оборудование и машины тяжелой индустрии, поверхностный износ зубьев часто имеет заметные отличия. Разработчиком Ruhr–Univeersität (Bochum) опубликована расчетно-экспериментальная методика оценки долговечности зубчатых колес, основанная на использовании данных испытаний образцов зубчатых колес и компьютеризированной методики расчета с учетом этих данных [2]. Методика позволяет оценить долговечность с учетом вида смазочных материалов, температуры, частоты вращения зубчатых колес. Показано, что таким путем удобно оценивать износостойкость деталей крупногабаритных зубчатых передач и их эксплуатационные характеристики без натурных испытаний.

Одним из основных критериев нагрузочной способности зубчатых передач служит устойчивость к заеданию, являющейся некоторой функцией вязкости, теплопроводности и температурного коэффициента вязкости масла, шероховатости рабочих поверхностей и приведенного радиуса кривизны контактирующих зубьев, скорости их качения и скольжения, теплопроводности материалов и нагрузки. В целях повышения нагрузочную способность и ресурса работы зубчатых передач, используются специальные противозадирные присадки, обеспечивающие химическое модифицирование поверхностных и приповерхностных слоев материалов зубьев [3], а также наноразмерных алмазо-графитовых присадок [4].

Наличие частиц абразива в смазке существенно осложняет характер процессов протекающих в контакте, что вызывает дополнительные трудности и неточности при оценке нагрузочной способности и срока службы передач зацеплением [5]. Метод опознавания формы твердых частиц, позволяет определять остроту выступов [6], что может способствовать повышению точности математического моделирования абразивных процессов.

Зависимости, которые приходится использовать для расчета зубьев на прочность и долговечность, не в полной мере отражают реальные процессы, протекающие в области контакта зубьев. Они далеки от совершенства, требуют более объективной оценки и учета факторов, оказывающих непосредственное влияние на износ и нагрузочную способность зубчатых передач.

Для крупных зубчатых передач, подверженных абразивному износу, неадекватность существующих расчетных методик еще в большей мере усиливается не только негативным влиянием абразивных частиц в смазке, но и наличием масштабного фактора, который в свою очередь ограничивает технико-экономические возможности проведения полномасштабных экспериментальных исследований. Отсутствие достоверных расчетных методик не позволяет с достаточной точностью оценивать нагрузочную способность крупных зубчатых передач работающих с абразивным износом, прогнозировать их

ресурс работы, что затрудняет качественное проведение проектно-конструкторских работ, снижает технический уровень и конкурентные свойства продукции тяжелого машиностроения.

Цель настоящей работы заключается в исследовании нагрузочной способности крупных зубчатых передач работающих с абразивным износом, повышении достоверности оценки контактных напряжений в зубчатом зацеплении на основе разработки многофакторной математической модели, результатов экспериментальных исследований и промышленных испытаний.

На ЗАО "НКМЗ" разработана методика оценки износостойкости тяжело нагруженных зубчатых передач, работающих в смазке с наличием абразива. Концепция контактного взаимодействия активных поверхностей зубьев с абразивными частицами предполагает дифференцированный подход к анализу влияния физико-механических свойств материалов зубчатых колес, геометрических и кинематических характеристик сопряженных элементов – на износ и нагрузочную способность зубчатых зацеплений [7, 8, 9, 10]. Достоверность основных теоретических положений подтверждена результатами лабораторно – экспериментальных исследований и апробирована в условиях эксплуатации промышленных образцов.

Определим относительный уровень кинематических условий износа $y_{u_{\Sigma}}$ в каждой точке контакта через параметр линии зацепления

$$y_{u_{\Sigma}} = \frac{\chi - (1 - \chi) \cdot u}{\sqrt{\chi \cdot (1 - \chi)}}, \quad (1)$$

где u – передаточное отношение; $\chi = \rho'/l$ – коэффициент связывающий радиус кривизны поверхности зуба ρ' с протяженностью линии зацепления l .

Для оценки изменения нагрузки в зависимости от $y_{u_{\Sigma}}$ принимаем

$$\alpha_{\sigma} = \frac{1}{A \cdot y_{u_{\Sigma}}^K + 1}, \quad (2)$$

где

$$K = \frac{\ln \left(\frac{\alpha_2 \cdot (1 - \alpha_1)}{\alpha_1 \cdot (1 - \alpha_2)} \right)}{\ln \left(\frac{\chi_1}{\chi_2} \right)}; \quad \alpha_1 = \frac{P_1}{P_{\max}} \cdot \frac{\rho_{\max}^*}{\rho_1^*}; \quad \alpha_2 = \frac{P_2}{P_{\max}} \cdot \frac{\rho_{\max}^*}{\rho_2^*};$$

ρ_1^* , ρ_2^* , ρ_{\max}^* – приведенные радиусы кривизны $\rho_1, \rho_2, \rho_{\max}$; $\chi_1 = y_{u_{\Sigma 1}}$;

$\chi_2 = y_{u_{\Sigma 2}}$; $\ln A = \ln \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1} - K \cdot \ln \chi_1$.

Определяем характер распределения нагрузки $\alpha_p = P/P_{\max}$

$$\alpha_p = \frac{\chi(1-\chi) \cdot (1+u)^2}{(A \cdot y_{u_\Sigma}^k + 1) \cdot u} \quad (3)$$

Среднее значение условной удельной нагрузки в долях на контактной линии

$$\bar{\alpha}_p = \frac{\int_{\chi_1}^{\chi_2} \alpha_p d\chi}{p_{b_\chi} \cdot \varepsilon_\alpha} \quad (4)$$

где p_{b_χ} – основной шаг в долях χ .

Средняя нормальная нагрузка в зацеплении

$$\bar{W}_{cp} = \frac{2T_1}{d_{w_1} \cdot \cos \alpha_w \cdot b_w} \quad (5)$$

Величина нагрузки в полюсе зацепления

$$P_{\max} = \frac{\bar{W}_{cp}}{\alpha_p} \quad (6)$$

Контактные напряжения в полюсе зацепления

$$\sigma_{H_{\max}} = 0,413 \sqrt{\frac{P_{\max} \cdot E}{\rho_{\max}}} \quad (7)$$

Коэффициент, учитывающий влияние кинематических и геометрических параметров сопряжения на износ

$$K_g = \sqrt{2 \frac{m_n(z_1 + z_2) \sin \alpha_w}{\cos \beta}} \cdot \bar{y}_u \quad (8)$$

где

$$\bar{y}_u = \frac{y_{u_1}(\chi_1 - \chi_p) + y_{u_2}(\chi_p - \chi_2)}{3(\chi_2 - \chi_1)}; \quad \chi_1 = 1 - \frac{\sqrt{d_{a_2}^2 - d_{b_2}^2}}{2a_u \sin \alpha_w}; \quad \chi_2 = 1 - \frac{\sqrt{d_{a_1}^2 - d_{b_1}^2}}{2a_u \sin \alpha_w}; \quad \chi_p = \frac{z_1}{z_1 + z_2};$$

d_{a_1} , d_{a_2} – диаметры окружностей выступов; d_{b_1} , d_{b_2} – диаметры основных окружностей; a_u – межосевое расстояние; β – угол наклона зубьев; α_w – угол зацепления; для шестерни:

$$y_{u_1} = \sqrt{\chi_1(1-\chi_1)} \cdot \frac{\chi_1 - (1-\chi_1) \cdot u}{\chi_1}; \quad y_{u_2} = \sqrt{\chi_2(1-\chi_2)} \cdot \frac{\chi_2 - (1-\chi_2) \cdot u}{\chi_2};$$

для колеса:

$$y_{u_1} = \sqrt{\chi_1(1-\chi_1)} \cdot \frac{\chi_1 - (1-\chi_1) \cdot u}{(1-\chi_1) \cdot u}; \quad y_{u_2} = \sqrt{\chi_2(1-\chi_2)} \cdot \frac{\chi_2 - (1-\chi_2) \cdot u}{(1-\chi_2) \cdot u}.$$

Полученные результаты расчета сведены в таблицу. Данные для расчета открытой эвольвентной передачи привода рудоразмольной мельницы:

$m = 20$ мм, $z_1 = 43$, $z_2 = 244$, $\beta = 5^\circ 22' 52''$, $m_t = 20,097$ мм, $a_w = 2884$ мм, $b_w = 800$ мм, $\chi_1 = 0$, $\chi_2 = 0$, $d_{a_1} = 904,7$ мм, $d_{a_2} = 4943,7$ мм, $\varepsilon_\alpha = 1,816$, $\varepsilon_\beta = 1,25$, $\alpha_t = 20^\circ 5' 22''$, $\alpha_{t_w} = 20^\circ 6' 52''$, $d_{w_1} = 864,2$ мм, $d_1 = 864,174$ мм, $d_2 = 4903,68$ мм, $d_{b_1} = 811,6$ мм, $d_{b_2} = 4605,34$ мм, $N = 1500$ кВт, $n_1 = 100$ об/мин, $u = 0,17623$.

Материал шестерни сталь 40ХНМ, твердость поверхности 320 НВ, зубчатого колеса 35ХМЛ, твердость 260 НВ. Смазка – масло минеральное +0,1% частицы абразива.

Таблица – Расчетные зависимости связанные с условиями смазки и параметром χ

№ п/п	χ	y_{u_Σ}	$\frac{\chi(1-\chi) \cdot (1+u)^2}{u}$	α_σ		α_p	
				A=0,77 K=0,367	A=2,33 K=0,332	Масло	Масло + 0,1% абразив
1	0,093	0,23	0,66	0,71	0,41	0,469	0,27
2	0,107	0,163	0,75	0,66	0,44	0,5	0,33
3	0,11	0,15	0,7685	0,74	0,446	0,57	0,34
4	0,13	0,07	0,888	0,79	0,51	0,70	0,453
5	0,14	0,0333	0,94514	0,833	0,57	0,787	0,539
6	0,15	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
7	0,16	0,033	1,055	0,833	0,575	0,88	0,607
8	0,17	0,063	1,1	0,797	0,518	0,877	0,567
9	0,18	0,092	1,16	0,774	0,486	0,85	0,564
10	0,19	0,12	1,21	0,758	0,46	0,917	0,562
11	0,202	0,153	1,265	0,74	0,445	0,986	0,562
Σ				8,635	5,86	8,536	5,794
$\bar{\alpha}_\sigma, \bar{\alpha}_p$				0,864	0,586	0,854	0,579

В результате расчета получим: $\chi_1 = 0,098$, $\chi_2 = 0,202$, $\chi_p = 0,15$. Параметр χ изменяется в пределах $\chi_1 \dots \chi_p \dots \chi_2$.

$$T_1 = 143 \text{ кНм}, \quad \bar{W} = 480 \text{ Н/мм}, \quad \sigma_H = 360 \text{ МПа}, \quad \rho_{\max} = 126,37 \text{ мм}.$$

Нагрузка и напряжения в полюсе зацепления:

$$P_{\max_1} = 558 \text{ Н/мм}, \quad \sigma_{\max_1} = 398 \text{ МПа} \Rightarrow \text{без абразива};$$

$$P_{\max_2} = 828 \text{ Н/мм}, \quad \sigma_{\max_2} = 484 \text{ МПа} \Rightarrow \text{с абразивом}.$$

Допускаемые контактные напряжения $[\sigma_{HP}] = 403 \text{ МПа}$.

Выводы. Предложена методика оценки нагрузочной способности эвольвентной передачи, позволяющая учитывать негативное влияние наличия частиц абразива в смазке на характер взаимодействия активных поверхностей зубьев в контакте. Из полученных результатов выполненных исследований следует: максимальные напряжения в полюсе зацепления соответствуют требованиям ГОСТ 21354-87 для передачи, работающей в условиях смазки без включений элементов абразива. При работе в засоренных маслах (0,1% частиц абразива) контактные напряжения в полюсе зацепления возрастают на 22%, что в значительной мере снижает нагрузочную способность и ресурс работы зубчатой передачи.

Список литературы: 1. Сорокин Г.М., Сафонов Б.П., Данилов О.А. Исследование износостойкости зубчатых зацеплений металлофизическими методами // Новомосковский институт Российского химико-технологического университета. – Новомосковск, 2001. – 13с. – Деп. В ВИНИТИ 22.01.2001, №170 – В2001. 2. Zahnrad – Lebensdauer von Großgetrieben lässt sich per Software berechnen // Maschinenmarkt. – 2005. – №8. – P.58. 3. Схиртладзе А.Г. Предремонтное изнашивание зубчатых передач // МГТУ "Станкин". Технология металлов. – 2002. – № 6. – С.20–24. 4. Витязь П.А., Жорник В.И., Кукарко В.А., Калинин А.С. Применение наноразмерных алмазо-графитовых присадок для повышения триботехнических свойств элементов пар трения // Тяжелое машиностроение. – Минск: Белорусский национальный технический университет, 2005. – №10. – С.19–22. 5. Wang Zhonghou, Kubo Aizoh, Asano Soichiro, Kato Shogo Nonaka Tetsuya (Kyoto University, Dept Pres. Eng., Kyoto, 606 – 8501 Japan). Nihon kikai qakkai ronbunshu. C=Trans // Jap. Soc. Mech. Eng. C. – 2000. 66. – №647. – P.2363–2370. 6. Leavers V.F. An active angularity factor for the characterization of abrasive particles // Electrical Engineering Division, Manchester School of Engineering, Manchester University, Oxford Road, Manchester M13 9PL, UK. Wear. – 2000. 239. – №1. – P.102–110. 7. Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И. Износостойкость зубчатых передач работающих в средах с наличием абразива // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Междунар. сб. научных тр. – Донецк: ДонНТУ, 2008. – Вып.35. – С.198–201. 8. Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И., Титаренко А.И. Исследование характера распределения нагрузки в зубчатом зацеплении // Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века: сб. тр. XV МНТК. – Донецк: ДонНТУ, 2008. – Т.3. – С.184–188. 9. Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И. Особенности расчета зубьев на контактную прочность с учетом износа // Машиностроение и техносфера на рубеже XXI века: сб. тр. XV МНТК. – Донецк: ДонНТУ, 2008. – Т.3. – С.179–184. 10. Стрельников В.Н., Суков Г.С. Определение скоростей износа поверхностей зубьев // Современные технологии машиностроения и проблемы подготовки инженерных кадров: Сборник трудов II Междунар. научно-методического семинара в Махди. 30 октября – 6 ноября 2008 (Тунис). – Донецк: ДонНТУ, 2008. – С.93–94.

Поступила в редакцию 20.05.10

УДК 621.833

Н.Э. ТЕРНЮК, д.т.н., проф., директор ИМиС, г. Харьков
А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., доц. каф. инж. графики ХНАДУ "ХАДИ", г. Харьков
В.И. ВЕРБИЦКИЙ, к.ф.-м.н., ХНАДУ "ХАДИ"

ПОСТРОЕНИЕ БОБИЛЬЕ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧИ

В статті розглянуті питання побудови Бобилье для просторової ортогональної зубчастої передачі. Це дозволяє записати відповідну форму рівняння Ейлера-Саварі та встановити величину радіусів кривини спряжених контактуючих поверхонь, що дає можливість врахувати зведений радіус кривини в зацепленні просторової передачі.

The question of Boblje building for space gear with right angle is considered in this article. That allow to write the suitable Ailer-Savari questions and define the size of curve radius of congruence work spaces.

Постановка задачи. Решение некоторых задач в теории зубчатых зацеплений удобно выполнять путем замены передачи плоским четырехзвенным механизмом, основанном на построении Бобилье. Такое построение для плоских передач приводится очень часто в технической литературе, например, у Ф.Л. Литвина [1]. Однако для пространственных механизмов в литературе не встречается.

Последние исследования [2, 3] позволяют переходить от пространственной передачи к плоской, что указывает на возможность построения Бобилье для пространственной передачи.

Цель работы – описать построение Бобилье для пространственной передачи и сделать соответствующие выводы.

Построение Бобилье для пространственной ортогональной передачи. Пусть оси вращения звеньев передачи направлены соответственно по осям координат OY и OZ , а ось OX совпадает с кратчайшим расстоянием между осями вращений. В дальнейшем для более удобно задания координат точки контакта ось OY перенесем параллельно самой себе в точку O_2 пересечения оси OZ с осью OX . Отметим полюс передачи W_0 и проведем через него ось зацепления n . Через полюс передачи перпендикулярно к оси зацепления проведем начальную плоскость зацепления Σ_0 , которая пересечет оси вращений в точках O_1 и O_2 . В той же плоскости Σ_0 проведем линию A_1B_1 , перпендикулярную межцентровой O_1O_2 . Линия зацепления пройдет через точку контакта K под углом зацепления α_1 к прямой A_1B_1 , а из точек O_1 и O_2 опустим перпендикуляры (для эвольвентного зацепления) на прямую AB . В случае эвольвентного зацепления линия зацепления – прямая. Постро-

енный четырехзвенник O_1ABO_2 и является построением Бобилье в начальной плоскости зацепления. Точка K является одной из точек контакта.

Для произвольной точки контакта K_1 (рисунок 1) проведем линию зацепления CD параллельно AB , найдем новый полюс W_1 и проведем плоскость зацепления Σ_1 , которая пересечет оси вращений в точках D_1 и C_1 . Из этих точек опустим перпендикуляры на линию зацепления CD . Полученный четырехзвенник D_1DCC_1 и является построением Бобилье в произвольной точке контакта.

Для передачи с непостоянным углом зацепления построения аналогичны, только линия зацепления – кривая, проходящая через выбранную точку контакта. Угол зацепления α_1 образует прямая, проведенная через точку контакта и полюс зацепления. Все линии зацепления имеют один вид.

Для вычисления радиусов кривизны в случае постоянного угла зацепления можно применить уравнение Эйлера-Савари в виде, предложенном Ф.Л. Литвиным

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{1}{\sin \alpha}, \quad (1)$$

где α – угол зацепления в полюсе передачи; ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны контактирующих поверхностей; $R_1 = O_1W_0$ и $R_2 = O_2W_0$.

Для передачи с переменным углом зацепления уравнение (1), как показано в работе [1], принимает вид

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

где α_1 – текущий угол зацепления. Все остальные параметры такие же, как и в (1).

Для вычисления радиусов кривизны рабочих поверхностей можно воспользоваться формулой

$$\rho_i = l \pm \frac{R_i \sin \beta_n}{\cos(\alpha_1 - \beta_n)}, \quad (3)$$

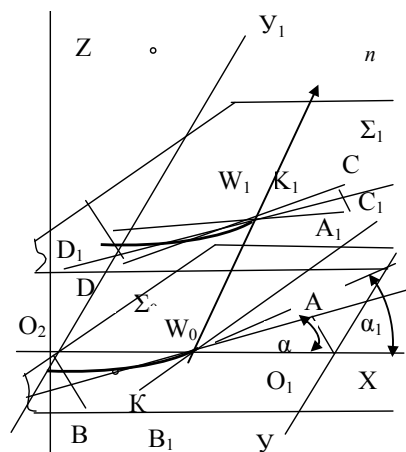


Рисунок 1 – К построению Бобилье для пространственной передачи в произвольной плоскости зацепления

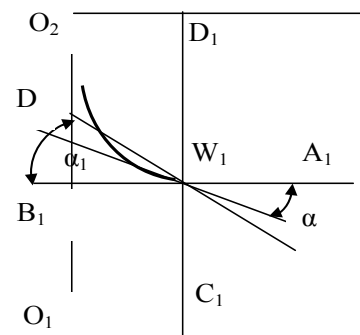


Рисунок 2 – Проекция зацепления на плоскость XO_1Y

где l – расстояние K_iW_i ; β_n – угол смещения в построении Бобилье (рисунок 2), определяемый по формуле

$$\beta_n = \arctg \frac{k}{R_n \pm k \operatorname{tg} \alpha}; \quad (4)$$

n – номер зубчатого колеса.

Выводы. Показано, что для пространственной передачи можно применять формулы (1) и (2) в соответствии с видом линии зацепления.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Ось зацеплений пространственной передачи // Вестник НТУ "ХПИ" – Харьков, 2002. – Вып.7, т.2. – С.58–59. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.

Поступила в редколлегию 20.04.08

УДК 621.01:621.833

Н.Н. ТКАЧУК, мл. научн. сотр. каф. КГМ им. А.А. Морозова НТУ "ХПИ", г. Харьков

Н.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД И ЕГО РЕАЛИЗАЦИЯ В ПРИЛОЖЕНИЯХ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

У статті описані основні співвідношення кінематичного методу Литвина стосовно геометричного синтезу просторових зачеплень. Реалізація співвідношень кінематичного методу проведена на прикладі двопараметричних передач.

The theoretical basis of Lytvyn's kinematics method as it applies to the geometrical synthesis of the spatial gears are described in the paper. Realization of the kinematics method is described on the example of two-parameter gear.

Введение. Рассмотрим общие свойства задачи синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями, которые без потери общности можно осуществить на примере двухпараметрических передач, впервые предло-

женных В.Р. Ковалюхом [1-7]. При их исследовании потребовалось создать новые схемы решения задач синтеза геометрии и анализа НДС. Особенностью данного типа передач является то, что в них реализуется одновременно два типа относительного движения зубчатых колес. Помимо вращательного движения, они могут совершать смещение относительно друг друга без потери зацепления. При этом первоначальный контакт зубьев передачи происходит в точке, а не по линии [5, 6]. Для того, чтобы обеспечить такое пространственное зацепление, необходимы зубья сложной формы, не нашедшие широкого распространения ранее. Общая методика исследования подобных зубчатых передач была предложена в работе [7] и предусматривает решение двух взаимосвязанных задач: синтез рабочих поверхностей зубьев и параметрический анализ по критериям жесткости и прочности в пространстве геометрических и силовых характеристик синтезируемой двухпараметрической передачи.

Ниже предложена математическая модель и реализация метода решения первой задачи на примере цилиндро-конической передачи с равновысокими зубьями на коническом колесе. Подробно описан алгоритм синтеза рабочих поверхностей зубьев, основанный на кинематическом методе Ф.Л. Литвина [4-7], а также приведена его численная адаптация. Сравнение и анализ результатов позволило сделать вывод о качественном характере влияния отдельных параметров задачи на вид получаемых поверхностей и оценить точность метода.

Этапы решения. При решении задачи синтеза было решено исходить из тех предположений, что форма зубьев одного из колес, передаточное отношение и закон относительного смещения зубчатых колес являются заданными. В этом случае становится возможным однозначно определить форму зубьев другого колеса и линии зацепления, соответствующие обоим независимым движениям звеньев передачи. Для этого выбрана схема решения (рисунок 1), в которой реализуется кинематический метод расчета пространственных зубчатых зацеплений. Исходными параметрами являются рабочая поверхность зуба одного из колес, параметризованная некоторыми параметрами α и θ , и закон движения колес, определяемый матрицей перехода между локальными системами координат колес, являющейся функцией параметров движения φ_1 и u . Для цилиндрической передачи [1-3, 6, 7] задается форма зуба цилиндрического колеса: $r_2(\alpha, \theta)$ – радиус-вектор точки поверхности зуба в локальной системе координат; $n_2(\alpha, \theta)$ – вектор нормали в точке зуба с параметрами α и θ . Вращение колес определяется углом поворота конического колеса φ_1 , связанным с φ_2 , углом поворота цилиндрического колеса, соотношением

$$\frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} = -i_{21} = \text{const}, \quad (1)$$

что соответствует постоянному передаточному числу. Параметр u отвечает

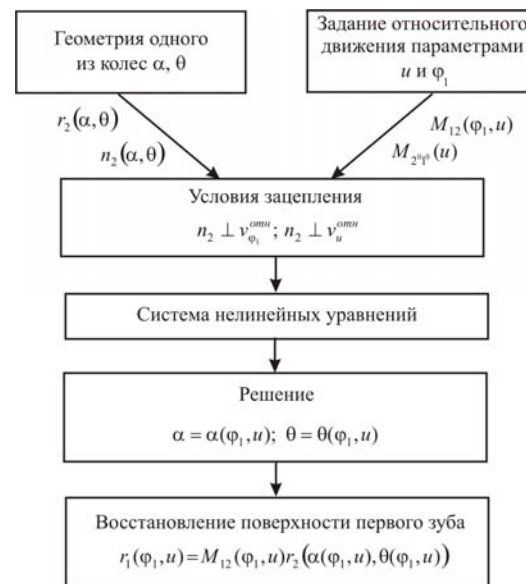


Рисунок 1 – Алгоритм синтеза рабочей поверхности зубьев двухпараметрической передачи

В свою очередь, с использованием соотношения (2) можно восстановить форму зуба конического колеса:

$$\{\alpha = \alpha(\varphi_1, u); \theta = \theta(\varphi_1, u)\}. \quad (2)$$

Здесь r_1 и r_2 – радиус-векторы точки контакта зубьев в локальных системах координатах первого и второго колес. При численном решении системы (2) получается конечный набор точек, а потому искомая форма рабочей поверхности зуба первого колеса в конечном счете получается в виде сетки (облака) точек.

$$r_1(\varphi_1, u) = M_{12}(\varphi_1, u)r_2(\alpha(\varphi_1, u), \theta(\varphi_1, u)). \quad (3)$$

Здесь r_1 и r_2 – радиус-векторы точки контакта зубьев в локальных системах координатах первого и второго колес. При численном решении системы (2) получается конечный набор точек, а потому искомая форма рабочей поверхности зуба первого колеса в конечном счете получается в виде сетки (облака) точек.

Условие зацепления. Рассмотрим две ортогональные системы координат $O_e e_1 e_2 e_3$ и

за второе независимое движение.

В точке контакта должно выполняться условие обкатки. Относительная скорость точек зубьев, находящихся в зацеплении, должна быть ортогональной общему вектору нормали касающихся поверхностей зубьев [4-7]. Поскольку одновременно возможными должны быть два разных вида движения, указанное условие эквивалентно $\{n_2 \perp v_{\varphi_1}^{omni}, n_2 \perp v_u^{omni}\}$,

где $v_{\varphi_1}^{omni}$ и v_u^{omni} – относительные скорости контактирующих точек, соответствующие вращению и сдвигу зубчатых колес, соответственно. При фиксированных φ_1 и u это условие принимает вид системы двух нелинейных уравнений относительно α и θ , что позволяет найти их как функции параметров движения:

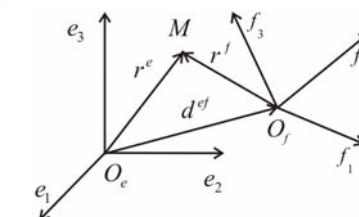


Рисунок 2 – Системы координат $O_e e_1 e_2 e_3$ и $O_f f_1 f_2 f_3$

$O_f f_1 f_2 f_3$ (рисунок 2) в аффинном пространстве и некоторую точку M , координаты которой в каждой из них выражаются как $r_i^e = (r^e, e_i)$; $r_j^f = (r^f, f_j)$. Радиус-векторы связаны между собой соотношением $r^e = d^{ef} + r^f$; $r^f = d^{fe} + r^e$, откуда $d_i^f = (d^{ef}, e_i)$, $r_i^e = (r^e, e_i) = (d^{ef}, e_i) + (r_j^f f_j, e_i) = d_i^f + L_{ij}^{ef} r_j^f$, $L_{ij}^{ef} = (e_i, f_j)$. В результате можем выразить компоненты одного вектора через компоненты другого:

$$r^e = d^f + L^{ef} r^f; r^f = d^e + L^{fe} r^e. \quad (4)$$

Матрицы вращения L^{ef} и L^{fe} взаимнообратные и ортогональные: $L^{fe} = (L^{ef})^{-1} = (L^{ef})^T$. Векторные величины d^f и d^e связаны между собой соотношением $d^e = -L^{fe} d^f$. Соотношения (4) удобно записывать в однородных координатах: $\rho^e = (r_1^e \ r_2^e \ r_3^e \ 1)^T$; $\rho^f = (r_1^f \ r_2^f \ r_3^f \ 1)^T$. Они тогда принимают вид: $\rho^e = M^{ef} \rho^f$; $\rho^f = M^{fe} \rho^e$, где M^{ef} и M^{fe} – матрицы взаимного перехода для однородных координат:

$$M^{ef} = \begin{pmatrix} L^{ef} & d^f \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, M^{fe} = \begin{pmatrix} L^{fe} & d^e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Приведенные выше соотношения используются для описания движения зубчатых колес и записи связи между координатами точек в локальных системах координат. Вводятся четыре системы координат (рисунок 3). Локальные системы колес $O_i x_i y_i z_i$ вращаются вместе с ними, координаты точек зубьев в этих системах не меняются. Системы $O_i x_{i0} y_{i0} z_{i0}$ соответствуют фиксированному положению звеньев при некотором значении параметра u . Угол между осями x_{i0} и y_{i0} и соответствующими осями локальной системы координат равен углу поворота колеса φ_i . Таким образом, взаимное движение колес разделяется на перемещение осей вращения и центров звеньев, определяемое параметром u , и вращение вокруг осей z_{i0} с угловыми скоростями, связанными передаточным соотношением (1).

Рассмотрим точку зацепления звеньев 1 и 2 и соответствующие ей точки на поверхно-

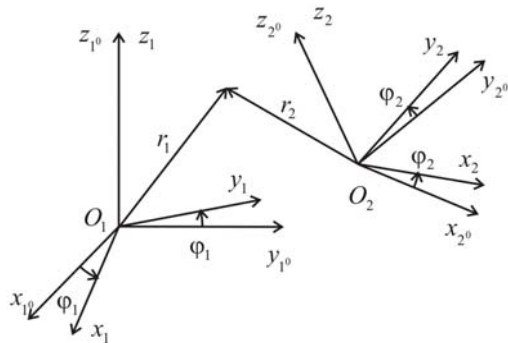


Рисунок 3 – Системы координат звеньев передачи

сти звеньев с радиус-векторами r_1 и r_2 . Компоненты однородных координат этих точек связаны соотношением $\rho_2 = M_{21} \rho_1$, где

$$M_{21} = M_{22^0}(\varphi_2) M_{2\varphi_1^0}(u) M_{1\varphi_1}(\varphi_1). \quad (5)$$

Чтобы определить относительную скорость точек звеньев в месте контакта, вводится произвольная неподвижная система координат, которой отвечает индекс "s". M_{s1} и M_{s2} определяют переход от локальных координат к введенным глобальным. При этом

$$\rho_1^s = M_{s1} \rho_1 \Rightarrow v_1^s = \frac{d}{dt} \rho_1^s = \frac{d}{dt} M_{s1} \rho_1; \rho_2^s = M_{s2} \rho_2 \Rightarrow v_2^s = \frac{d}{dt} \rho_2^s = \frac{d}{dt} M_{s2} \rho_2.$$

В качестве t может выступать как время, так и другой параметр движения, в частности, φ_1 или u . С учетом того, что $M_{s1} = M_{s2} M_{21}$, определяется относительная скорость точек, находящихся в зацеплении, в неподвижной системе координат:

$$\begin{aligned} v_{omn}^s &= v_1^s - v_2^s = \frac{d}{dt} M_{s1} \rho_1 - \frac{d}{dt} M_{s2} \rho_2 = \\ &= \frac{d}{dt} M_{s2} M_{21} \rho_1 + M_{s2} \frac{d}{dt} M_{21} \rho_1 - \frac{d}{dt} M_{s2} \rho_2 = M_{s2} \frac{d}{dt} M_{21} \rho_1. \end{aligned}$$

Таким образом, в системе координат второго звена относительная скорость принимает следующее значение: $v_2^{omn} = \frac{d}{dt} M_{21} \rho_1$. Для того, чтобы движение звеньев передачи происходило свободно в области параметров φ_1 , u , необходимо, чтобы условие зацепления выполнялось для всех возможных перемещений, определяемых этими параметрами. Для каждого из них в отдельности условие $v^{omn} \perp n$ записывается следующим образом:

$$n_2^T \frac{\partial M_{21}}{\partial \varphi_1} \rho_1 = 0; n_2^T \frac{\partial M_{21}}{\partial u} \rho_1 = 0. \quad (6)$$

Здесь n_2 – вектор, первые три компоненты которого равны компонентам вектора общей нормали в локальной системе координат второго звена, а четвертая – нулю. Соответственно, значение этого вектора определяется параметрами поверхности зуба второго колеса α и θ : $n_2 = n_2(\alpha, \theta)$. Помимо этого следует учесть, что $\rho_1 = M_{21} \rho_2$. Вместе с соотношениями (6) это позволяет записать условие зацепления в точке зуба $\rho_2(\alpha, \theta)$ в виде системы уравнений:

$$\begin{aligned} n_2^T(\alpha, \theta) \frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial \varphi_1} M_{12}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0; \\ n_2^T(\alpha, \theta) \frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial u} M_{12}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

С учетом (5) и (1)

$$\frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial \varphi_1} = -i_{21} M'_{22^0}(\varphi_2) M_{2^0_1}(u) M_{1^0_1}(\varphi_1) + M_{22^0}(\varphi_2) M_{2^0_1}(u) M'_{1^0_1}(\varphi_1);$$

$$\frac{\partial M_{21}(\varphi_1, u)}{\partial u} = M_{22^0}(\varphi_2) M'_{2^0_1}(u) M_{1^0_1}(\varphi_1).$$

Матрицы вращения $M_{1^0_1}$, M_{22^0} и их производные имеют простой вид:

$$M_{ii^0} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_i & \sin \varphi_i & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; M'_{ii^0} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 & 0 \\ -\cos \varphi_i & -\sin \varphi_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$M_{i^0_i} = (M_{ii^0})^T; M'_{i^0_i} = (M'_{ii^0})^T.$$

Матрица перехода $M_{2^0_1}$ определяется сложным относительным движением конического и цилиндрического колес. Для случая цилиндрического зацепления предложено такое взаимное расположение [1], при котором цилиндрическое колесо размещается перпендикулярно линии зуба на коническом колесе. При этом матрица $M_{2^0_1}$ определяется выбором линии и радиуса конического колеса.

Условие эквидистантности линии зубьев на коническом колесе.

В [1] было предложено подчинить линии зубьев на коническом колесе условию эквидистантности, которое заключается в следующем. Расстояние по поверхности конуса между двумя соседними линиями, получающимися одна из другой вращением на угол δ , должно быть постоянным (рисунок 4). Такое требование обеспечивает равную высоту получающихся зубьев конического колеса и глубину впадин между ними. В результате зуб получается одинаково прочным и одинаково входит в зацепление с зубьями цилиндрического колеса по всей своей длине.

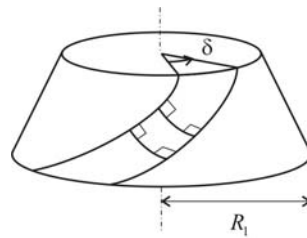


Рисунок 4 – Линии зубьев на коническом колесе

Для нахождения такой линии запараметризуем поверхность конуса и изобразим искомую линию на его развертке на плоскости. Вводим ψ и u – ортогональные координаты (рисунок 5), для которых координатные линии являются направ-

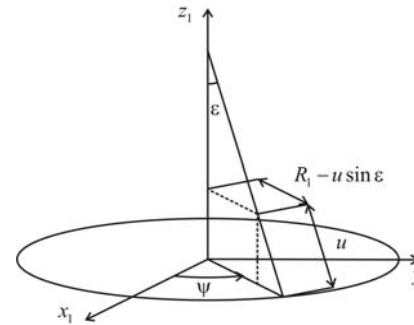


Рисунок 5 – Параметризация конуса

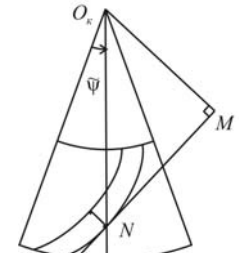


Рисунок 6 – Линии зубьев на развертке конуса

ляющими горизонтальными окружностями и прямыми образующими соответственно. При развороте конуса прямые переходят в прямые на плоскости, пересекающиеся в точке O_k . Окружности с разрезом переходят в дуги концентрических окружностей на плоскости. При этом их длина составляет $2\pi(R_1 - u \sin \epsilon)$. Расвор угол развертки равен $2\pi \sin \epsilon$. Соответственно, $\psi' = \psi \sin \epsilon$ – угол между линией разреза и образом координатной линии ψ . Координатные линии при разворачивании остаются ортогональными и не меняют длины. Это значит, что

отображение изометрично, и на развертке все углы и длины всех кривых сохраняются. Рассмотрим одну линию зуба и соседнюю с ней (рисунок 6). Выполнение условия эквидистантности этих линий на конусе эквивалентно существованию общей нормали постоянной длины для их образов на развертке. При этом повороту линии зуба на угол δ соответствует поворот ее образа на развертке вокруг точки O_k на угол $\delta \sin \epsilon$.

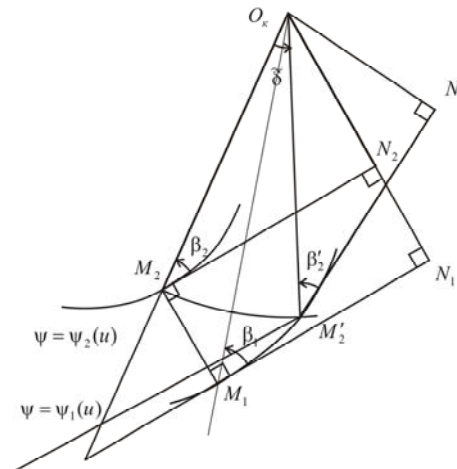


Рисунок 7 – Критерий эквидистантности

Утверждение. Если MN (см. рисунок 6) постоянно вдоль некоторой кривой, то равноотстоящая от нее кривая совпадет с ней при пово-

роте на определенный угол. Действительно, пусть первая кривая имеет уравнение $\psi = \psi_1(u)$, а равноотстоящая от нее вторая кривая – уравнение $\psi = \psi_2(u)$, тогда в произвольной точке M_1 первой кривой существует общая со второй кривой нормаль M_1M_2 (рисунок 7). Определим точку M'_2 как пересечение первой кривой с окружностью с центром в O_κ , проходящей через M_2 . Поскольку полученная точка будет принадлежать первой кривой, $M'_2N'_2 = M_1N_1$. С другой стороны, $M_1N_1 = M_2N_2$ как стороны прямоугольника. Отсюда следует, что треугольники $O_\kappa M_2N_2$ и $O_\kappa M'_2N'_2$ равны и поворотом на некоторый угол δ совмещаются, а, значит, $\beta'_2 = \beta_2$.

Имеем:

$$\beta_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_2'^2 (R_1 - u \sin \varepsilon)^2}} \Rightarrow \psi_2'(u) = \psi_1'(u) \Rightarrow \psi_2(u) = \psi_1(u) + \tilde{\delta}.$$

$$\beta'_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_1'^2 (R_1 - u \sin \varepsilon)^2}} \Big|_{\beta'_2 = \beta_2}$$

Отсюда видно, что кривые $\psi = \psi_1(u)$, $\psi = \psi_2(u)$ действительно получают-ся одна из другой поворотом на $\tilde{\delta}$. Легко доказать и обратное к *Утверждению*. Таким образом, условие постоянства MN получается необходимым и достаточным для эквидистантности линий зубьев и может быть использовано для их определения. Итак, $MN = \text{const} \Leftrightarrow \cos \beta_i (R_1 - u \sin \varepsilon) = \cos \beta R_1$, где $\beta = \beta_i(0)$ – угол между касательной к линии зуба и образующей конического колеса в начальной точке зуба. Отсюда с учетом $\cos \beta_i = 1 / \sqrt{1 + \psi'^2 (R_1 - u \sin \varepsilon)^2}$ получаем $\psi'^2 = \frac{1}{R_1^2 \cos^2 \beta} \left[1 - \frac{R_1^2 \cos^2 \beta}{(R_1 - u \sin \varepsilon)^2} \right]$. В случае закручивания зуба против часовой стрелки приходим к следующему дифференциальному уравнению относительно ψ :

$$\frac{d\psi}{du} = \frac{1}{R_1 \cos \beta} \sqrt{1 - \frac{R_1^2 \cos^2 \beta}{(R_1 - u \sin \varepsilon)^2}},$$

интегрируя которое, находим следующее общее решение:

$$\psi_0 = \frac{1}{\sin \varepsilon} \left[\text{arctg} \left(\sqrt{\left(\frac{R_1 - u \sin \varepsilon}{R_1 \cos \beta} \right)^2 - 1} \right) - \sqrt{\left(\frac{R_1 - u \sin \varepsilon}{R_1 \cos \beta} \right)^2 - 1} \right] + C,$$

где C – некоторая константа.

Отсюда

$$\cos \beta_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi'^2 (R_1 - u \sin \varepsilon)^2}} = \frac{R_1 \cos \beta}{R_1 - u \sin \varepsilon}.$$

В дальнейшем будет использоваться одно из следующих представлений частного решения с начальным условием $\psi(0) = 0$:

$$\psi(u) = \frac{1}{\sin \varepsilon} [\beta_i - \text{tg}(\beta_i)] - \frac{1}{\sin \varepsilon} [\beta - \text{tg}(\beta)] =$$

$$= \frac{1}{\sin \varepsilon} \left[\text{arctg} \left(\sqrt{\left(\frac{R_1 - u \sin \varepsilon}{R_1 \cos \beta} \right)^2 - 1} \right) - \sqrt{\left(\frac{R_1 - u \sin \varepsilon}{R_1 \cos \beta} \right)^2 - 1} \right] - \frac{1}{\sin \varepsilon} [\beta - \text{tg}(\beta)].$$

Выбранная ветвь решения обрывается в точке, где значение $\cos \beta_i$ достигает единицы: $\cos \beta_i = 1 \Leftrightarrow R_1 \cos \beta = R_1 - u \sin \varepsilon \Rightarrow u^{\text{max}} = R_1 \frac{1 - \cos \beta}{\sin \varepsilon}$. Теперь с помощью найденной формы зуба можно задать относительное расположение осей звеньев передачи и построить матрицу перехода $M_{2^0 1^0}$.

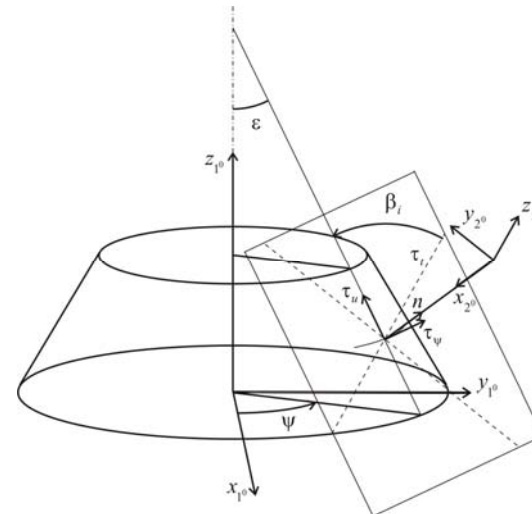


Рисунок 8 – Взаимное расположение осей конического и цилиндрического колес

зуба. Ось O_2y_2 выбирается таким образом, чтобы орты системы образовывали

Взаимное расположение осей колес передачи.

Положение осей $O_1x_1y_1z_1$ и $O_2x_2y_2z_2$ определяется параметром u . По нему выбирается точка на линии зуба конического колеса. Центр системы координат цилиндрического колеса O_2 располагается по нормали на удалении R_2 от выбранной точки. Ось O_2x_2 направлена к точке линии зуба, ось O_2z_2 , относительно которой цилиндрическое колесо совершает вращение, параллельна касательной к линии

правую тройку (рисунок 8). При таком определении $O_2x_2 \parallel n$: $O_2x_2 = -n(u, \psi)$, $O_2z_2 \parallel \tau_i$: $O_2z_2 = \cos \beta_i \tau_u + \sin \beta_i \tau_\psi$, $O_2y_2 \perp O_2x_2, O_2z_2$: $O_2y_2 = \sin \beta_i \tau_u - \cos \beta_i \tau_\psi$, где в левых частях вторых выражений в (6), (7) подразумеваются значения оргов. Здесь τ_ψ и τ_u – касательные к координатным линиям конуса; под ψ подразумевается $\psi(u)$; n – вектор нормали к конусу в выбранной точке линии зуба, которые в системе координат конического колеса имеют следующее представление:

$$n(u, \psi) = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \varepsilon \\ \sin \psi \cos \varepsilon \\ \sin \varepsilon \end{pmatrix}; \quad \tau_u = \begin{pmatrix} -\cos \psi \sin \varepsilon \\ -\sin \psi \sin \varepsilon \\ \cos \varepsilon \end{pmatrix}; \quad \tau_\psi = \begin{pmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Помимо этого $O_1O_2 = r(u, \psi) + R_2n(u, \psi)$, где $r(u, \psi)$ – радиус-вектор точки линии зуба на конусе $r(u, \psi) = (\cos \psi (R_1 - u \sin \varepsilon) \sin \psi (R_1 - u \sin \varepsilon) \cos \varepsilon)^T$.

В итоге, имея представление для всех трех оргов системы $O_2x_2y_2z_2$ и вектора O_1O_2 в системе координат $O_1x_1y_1z_1$, можем записать матрицы преобразования координат:

$$L_{2^0_1} = \begin{pmatrix} -n^T \\ \sin \beta_i \tau_u^T - \cos \beta_i \tau_\psi^T \\ \cos \beta_i \tau_u^T + \sin \beta_i \tau_\psi^T \end{pmatrix}; \quad M_{2^0_1} = \begin{pmatrix} L_{2^0_1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{2^0_1} & -L_{2^0_1} O_1 O_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для записи системы (7) необходима производная матрицы $M_{2^0_1}$ по u . Однако у нее имеется особенность в точке $u = u^{\max}$, в которой некоторые коэффициенты матрицы $\frac{dM_{2^0_1}}{du}$ обращаются в бесконечность. Для того, чтобы этого избежать, предлагается изменить переменную дифференцирования. Так, β_i взаимно однозначно выражается через u , при этом $\frac{dM_{2^0_1}}{du} = \frac{dM_{2^0_1}}{d\beta_i} \frac{d\beta_i}{du}$, $\frac{d\beta_i}{du} < 0$ при $\beta_i \neq \pi/2$. На основании этого второе уравнение системы (7) можем заменить эквивалентным $n_2^T \frac{\partial M_{21}}{\partial u} M_{12} \rho_2 = 0 \Leftrightarrow n_2^T \frac{\partial M_{21}}{\partial \beta_i} M_{12} \rho_2 = 0$. Для нахождения $\frac{dM_{2^0_1}}{d\beta_i}$ достаточно:

$$\frac{d\psi}{d\beta_i} = \frac{1 - \frac{1}{\cos^2 \beta_i}}{\sin \varepsilon}, \quad \frac{du}{d\beta_i} = -\frac{R \cos \beta \sin \beta_i}{\sin \varepsilon \cos^2 \beta_i}, \quad \frac{dn}{d\beta_i} = \frac{d\psi}{d\beta_i} \cos \varepsilon \tau_\psi, \quad \frac{d\tau_u}{d\beta_i} = -\frac{d\psi}{d\beta_i} \sin \varepsilon \tau_\psi,$$

$$\frac{d\tau_\psi}{d\beta_i} = -\frac{d\psi}{d\beta_i} \begin{pmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \frac{dr}{d\beta_i} = \frac{du}{d\beta_i} \tau_u + \frac{d\psi}{d\beta_i} (R_1 - u \sin \varepsilon) \tau_\psi.$$

Поверхность зубьев цилиндрического колеса. В рассматриваемой цилиндрической передаче в качестве профиля зуба выбирается эвольвента вращения – поверхность, образованная вращением эвольвенты, лежащей в плоскости $O_2x_2y_2$, вокруг некоторой оси, находящейся в той же плоскости. Уравнение эвольвенты в плоскости и выражение для вектора нормали: $r_{ev}(\alpha) = R_2^{ev} [\cos \alpha + \alpha \sin \alpha, \sin \alpha - \alpha \cos \alpha]$; $n_{ev}(\alpha) = [\sin \alpha, -\cos \alpha]$.

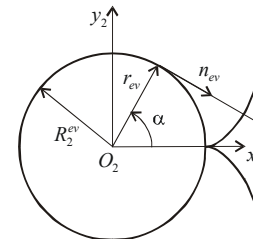


Рисунок 9 – „Положительная“ и „отрицательная“ эвольвенты

Параметр α может принимать как положительные, так и отрицательные значения (рисунок 9). При этом образуются лицевая и тыльная рабочие поверхности зуба на цилиндрическом колесе, через контакт с которыми передается вращение конического колеса в двух противоположных направлениях. Точки поверхности вращения и компоненты ее нормали находятся по формулам:

$$\rho_2(\alpha, \theta) = T_{tr}^{-1} T_{rot}(\theta) T_{tr} (r_{ev}(\alpha) \ 0 \ 1)^T;$$

$$n_2(\alpha, \theta) = T_{tr}^{-1} T_{rot}(\theta) T_{tr} (n_{ev}(\alpha) \ 0 \ 0)^T,$$



Рисунок 10 – Передняя и тыльная стороны зубьев на цилиндрическом колесе

где T_{tr} – матрица перехода к системе координат, содержащей ось вращения, а $T_{rot}(\theta)$ – матрица поворота на угол θ вокруг этой оси. Ось в плоскости $O_2x_2y_2$, вокруг которой вращается эвольвента, может быть выбрана произвольным образом. Так, в частности, зубья на рисунке 10 получены вращением вокруг осей, параллельных оси O_2x_2 и расположенных в верхней и нижней полуплоскостях для "реверсной" (тыльной) и "аверсной" (лицевой) стороны зубьев, соответственно.

Решение системы нелинейных уравнений. Измененная система уравнений (7) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} n_2^T(\alpha, \theta) N_{\varphi_1}(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0; \\ n_2^T(\alpha, \theta) N_u(\varphi_1, u) \rho_2(\alpha, \theta) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Радиус-вектор ρ_2 точки поверхности зуба второго колеса и вектор нормали к поверхности зуба n_2 задаются как функции α и θ . При этом параметры на поверхности цилиндрического колеса являются искомыми, т.е. из уравнения (8) должны быть найдены те значения α и θ , при которых возможно зацепление зубьев колес в положении, определяемом фиксированными φ_1 и u (α и θ рассматриваются в пределах области $\Omega_{\alpha\theta}$, φ_1 и u варьируются в пределах $\Omega_{\varphi_1 u}$).

Предполагается, что в области $\Omega_{\varphi_1 u}$ существует подобласть $\Omega_{\varphi_1 u}^m$, в которой определены непрерывные функции $\alpha(\varphi_1, u)$, $\theta(\varphi_1, u)$, удовлетворяющие системе (8). Принадлежность точки (φ_1, u) области $\Omega_{\varphi_1 u}^m$ параметров движения, допускающих зацепление, определяется следующим образом. Каждому из уравнений системы (8) соответствует кривая в пространстве параметров α и θ . Пересечение этих кривых отвечает решениям системы при заданных φ_1 и u . При этом может оказаться, что в $\Omega_{\alpha\theta}$ пересечений нет (рисунок 11,а), что означает неосуществимость зацепления. В этом случае $(\varphi_1, u) \notin \Omega_{\varphi_1 u}^m$. Те же значения, при которых кривые в области $\Omega_{\alpha\theta}$ пересекаются в единственной точке (рисунок 11,б), принадлежат искомой подобласти. Точка пересечения определяет значения искомым функций $\alpha(\varphi_1, u)$, $\theta(\varphi_1, u)$. Вместе с тем возможна ситуация, при которой имеется более одного пересечения в $\Omega_{\alpha\theta}$ (рис. 11, в). В таком случае необходимо разделить ветви решений с разными областями определения, оставив лишь одну из них.

Если при численном решении системы рассматривать сетку точек в области $\Omega_{\varphi_1 u}$:

$$\{(\varphi_1^{ij}, u^{ij})\}_{i,j=1}^n \subset \Omega_{\varphi_1 u}, \quad (9)$$

то среди них будут как те точки, для которых решение в области $\Omega_{\alpha\theta}$ не существует, так и те, для которых существует хотя бы одно решение. Первые точки исключаются из рассмотрения, для остальных выбираются значения $\{\alpha^{ij}, \theta^{ij}\}_{(i,j) \in I^m}$. Здесь I^m – индексы точек сетки, для которых решение существует. Для того, чтобы принять эти числа за значения искомым непрерывных функций в точках $\{(\varphi_1^{ij}, u^{ij})\}_{(i,j) \in I^m}$, необходимо, чтобы в соседних точках сетки

значения α^{ij}, θ^{ij} были близкими. По этому принципу можно исключить лишние решения системы (9). В частности, при численном решении системы итерационными методами [8] в качестве начального приближения для нахождения α^{ij}, θ^{ij} можно выбирать полученное ранее решение в соседней точке. В случае наличия нескольких нулей в области итерационный процесс сойдется к точке, наиболее близкой к начальному приближению. При этом все узловое значения будут принадлежать одной ветви решения системы.

Для исследуемой цилиндрической передачи решение системы (8) обладает той особенностью, что $\theta(\varphi_1, u) \equiv 0$ в $\Omega_{\varphi_1 u}^m$, а α не зависит от u . Это значит, что при движении цилиндрического колеса вдоль линии зуба конического колеса с изменением параметра u точка контакта на зубе цилиндрического колеса не изменяется. Кроме того, углы φ_1^{ex} и φ_1^{blyx} , при которых зубья передачи входят и выходят из зацепления, одинаковы для всех положений колес. Для вращения конического колеса против часовой стрелки, при котором усилие передается через контакт лицевых сторон зубьев, φ_1^{ex} и φ_1^{blyx} – минимальное и максимальное значения φ_1 в области $\Omega_{\varphi_1 u}^m = [\varphi_1^{ex}, \varphi_1^{blyx}] \times [0, u^{max}]$. Коэффициент зацепления в таком случае также не будет меняться при сдвиге цилиндрического колеса и вычисляется по формуле: $\kappa = \frac{\varphi_1^{blyx} - \varphi_1^{ex}}{2\pi / z_1}$.

Синтез поверхности (зубья на коническом колесе). После численного решения системы нелинейных уравне-

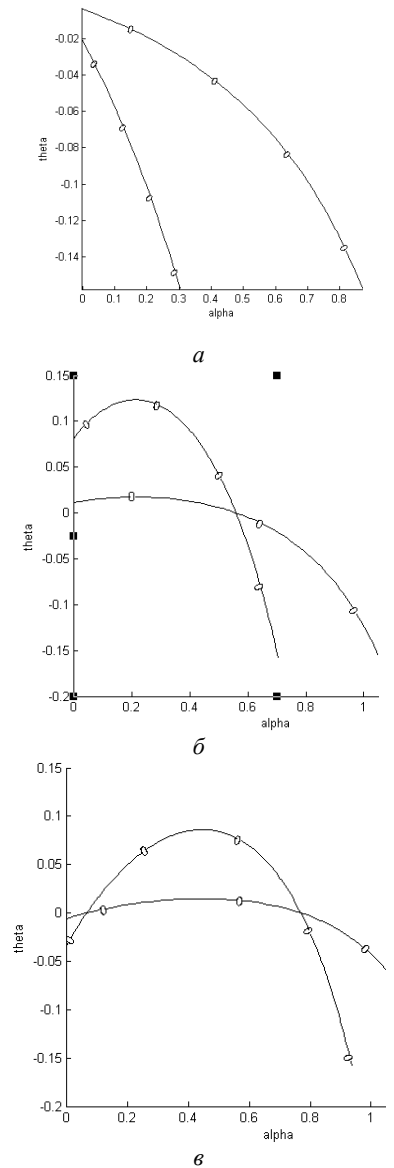


Рисунок 11 – Кривые корней первого и второго уравнений

ний поверхность зуба восстанавливается по формуле (3) с подстановкой в нее узловых значений α^{ij}, θ^{ij} . На рисунке 12 изображена полученная таким образом поверхность зуба с нанесенной на нее сеткой, которая состоит из линий двух типов. Одни представляют собой точки контакта при вращении передачи. Они начинаются у корня зуба и заканчиваются его вершиной. Другие тянутся вдоль линии зуба и состоят из точек, в которых касаются зубья при движении цилиндрического колеса, определяемом параметром u . На рисунке 13 показано, как зубья передачи входят в зацепление. Видно, что коэффициент перекрытия оказался больше единицы, и в зацеплении находятся одновременно несколько зубьев.

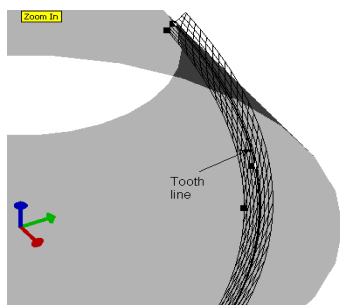


Рисунок 12 – Рабочая поверхность зуба конического колеса

Помимо передней части зуба, предложенным методом можно построить и обратную сторону зуба конического колеса (рисунок 14). Как и предполагалось, зубья получились одинаковой ширины по всей длине. Ее величину можно менять. При этом с увеличением ширины зуба конического колеса, определяемом углом между линиями прямого и обратного зубьев, уменьшается толщина зуба конического колеса, который входит при зацеплении во впадину между зубьями.

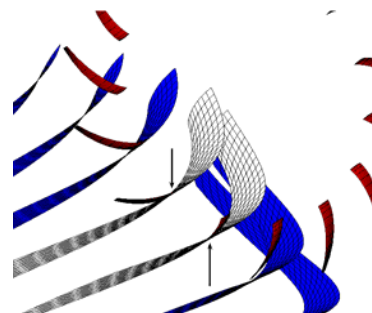


Рисунок 13 – Зацепление рабочих поверхностей зубьев

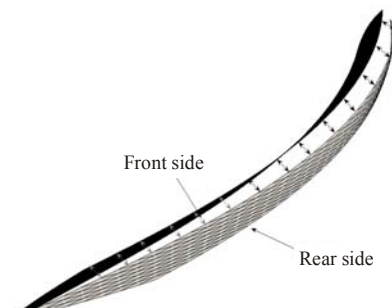


Рисунок 14 – Зуб конического колеса

Среди других параметров передачи, которые можно варьировать, размеры конического и цилиндрического колес, угол конусности (рисунок 15), начальный наклон линии зуба на коническом колесе, радиус начальной окружности эвольвенты, расположение оси вращения эвольвенты. Это позволяет в дальнейшем провести широкий параметрический анализ. Вопрос о соотношении

толщин зубьев конического и цилиндрического колес может быть приведен в качестве примера того, как правильный подбор параметров передачи может повлиять на ее прочностные и другие свойства.

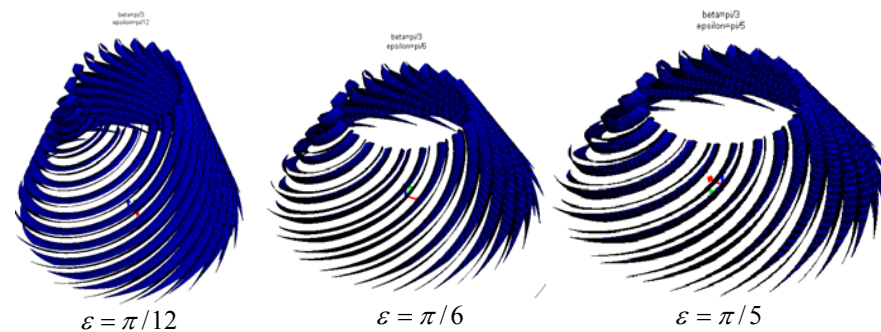


Рисунок 15 – Конические зубья с различными углами конусности

Предложенный алгоритм оказался достаточно эффективным при исследовании двухпараметрической цилиндрично-конической передачи. Разработанное программное обеспечение позволяет решать задачу синтеза рабочих поверхностей зубьев передачи с высокой точностью при произвольных значениях исходных параметров. С его помощью были найдены сопряженные поверхности зубьев, исследовано их зацепление. Разработано удобное представление основных соотношений метода, принципиально не зависящее от вида зацепления.

С использованием предложенных методов можно решить следующие задачи, связанные с анализом геометрии синтезируемых передач: обнаружение интерференции зубьев и нахождение параметров передачи, ее исключающих; вычисление главных кривизн зубьев в точках зацепления и их направлений; формирование критериев рационального выбора параметров передачи. С их помощью станет возможным решение ряда прикладных задач, связанных с исследованием жесткости и прочности исследуемых передач, а также задач их параметрического анализа и синтеза.

Заключение. Одной из обнаруженных особенностей данного двухпараметрического зацепления является то, что главные кривизны поверхности зуба конического колеса имеют противоположные знаки. В результате происходит выпукло-вогнутый контакт рабочих поверхностей, и пятно контакта оказывается вытянутым в направлении, близком к направлению отрицательной главной кривизны поверхности зуба конического колеса. Кроме того, наличие такого направления может приводить к тому, что положительный радиус нормальной кривизны поверхности зуба цилиндрического колеса в нем будет больше по модулю, чем отрицательный радиус главной кривизны поверхности зуба конического колеса. Это означает наличие отрицательного зазора между зубьями в зацепленном состоянии

и невозможность вхождения в точечный контакт зубьев передачи из-за интерференции материала в зоне контакта.

Описанный выше вариант кинематического метода Литвина [4] отличается от других вариантов его применения тем, что изначально нацелен не только на восстановление геометрической формы сопрягаемых рабочих поверхностей или на формообразование этих поверхностей и вычисление траекторий движения инструмента, а и на подготовку геометрической модели как основы построения конечно-элементной. В связи с этим возможно вычисление не только координат сопряженных точек на рабочих поверхностях, но и локальных геометрических свойств их окрестностей.

Описанный на примере рабочих поверхностей зубьев двухпараметрических передач метод синтеза геометрии обладает высокой степенью общности для всего класса пространственных зацеплений. Естественно, что для более простых способов сопряжения тел упрощается и способы описания их геометрии. В дальнейшем планируется завершение построения геометрической модели зубьев двухпараметрических передач и исследование их напряженно-деформированного состояния.

Список литературы: 1. Ковалюх В.Р., Тернюк Н.Э. Методы обработки зубчатых колес двухпараметрических передач. // Производственно-технический бюллетень. – 1981. – №6. – С.26–27. 2. Ковалюх В.Р. Синтез зубчатых вариаторов на основе колес с равновысокоширокими зубьями и впадинами: Дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 1982. – 156с. 3. Устиненко А.В. Разработка двухпараметрических передач и исследование их геометрии и контактной прочности: Дисс... канд. техн. наук. – Харьков, 2000. – 185с. 4. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 5. Крылов Н.Н. Теория зацепления огибающих двухпараметрического семейства поверхностей // Известия вузов. Машиностроение. – 1963. – №12. 6. Ерихов М.Л. К вопросу о синтезе зацеплений с точечным касанием // Теория передач в машинах. – М.: Машиностроение, 1966. 7. Ткачук Н.Н. Методы и алгоритмы синтеза формы рабочих поверхностей зубьев двухпараметрических передач // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – 2005. – №60. – С.137–151. 8. Трауб Дж. Итерационные методы решения уравнений. – М.: Мир, 1985. – 264с.

Поступила в редколлегию 21.05.10

СОДЕРЖАНИЕ

Устиненко А.В., Полищук И.С. К 125-летию НТУ "ХПИ". Очерки об истории научной школы исследователей зубчатых передач в университете.....	3
Tököly P., Vošanský M., Vanya A. The effect of gear geometry on the thickness of tooth face hardened layer	10
Бабичев Д.А., Бабичев Д.Т., Серебренников А.А. Использование производной от ускорения внедрения при нахождении точек на огибающей, зная точки на обволакивающей.....	20
Белодеденко С.В., Биличенко Г.Н., Гануш В.И. Выбор подшипников качения и оценка их надежности с учетом вариации условий нагружения.....	26
Бондаренко О.В., Устиненко О.В. Оптимізація тривальних коробок передач за критерієм мінімальної міжосьової відстані методом ЛПТ-пошуку.....	31
Васильева О.Е. Багатопараметричний синтез конструктивних елементів корпусів циліндричних редукторів	38
Власенко В.Н., Фей В.М. Обзор рекомендаций по выбору и применению смазочных материалов для редукторов и мотор-редукторов ОМП.....	45
Воронцов Б.С. Математическое обеспечение интерактивного синтеза передач зацеплением ..	49
Дорофеев В.Л., Дорофеев Д.В., Единович А.Б., Корнейчук А.В. Особенности проектирования редукторов для самых мощных в мире украинско-российских авиационных двигателей.....	54
Ишин Н.Н., Гоман А.М., Скороходов А.С. Влияние динамических процессов в прямозубых зубчатых передачах на коэффициент перекрытия	61
Кавецкий С.Н. Порядок проведения синтеза планетарного механизма \overline{AA} с учетом углов зацепления зубчатых колес первой и второй ступеней.....	76
Калінін П.М., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Про можливість і методи забезпечення плавності зацеплення приводних зубчастих передач	81
Кириченко И.А., Кацура А.Л., Витренко В.А., Кузьменко Н.Н., Витренко А.В. Формообразование винтовых зубчатых колес в пространственном станочном зацеплении	89
Кладова О.Ю., Сапрыкин В.Н., Шебанов И.Г. Синтез планетарных механизмов типа АА и П с косозубыми цилиндрическими колёсами, осевые силы которых уравновешены	93

Крот П.В. Динамическая модель редукторного привода с изменяемой структурой высокоскоростного проволочного прокатного блока	96
Маргулис М.В., Митин В.В. Размерно-функциональный анализ основных деталей волновых передач с телами качения и выбор требуемой точности их изготовления.....	110
Наджафов А.М., Абдуллаев А.И. Разработка и анализ нового конструктивного решения пакетного редуктора ...	113
Нижник Н.В. Динамическая модель трансмиссий машин с учетом распределенной массы валов.....	123
Носко П.Л., Шишов В.П., Ткач П.М., Муховатий О.А. Основы синтезу вихідного контуру циліндричних зубчастих передач із зменшенням питомої роботи сил тертя в зачепленні.....	128
Попов А.П., Мироненко А.И. Зубчатая передача с точечным контактом зубьев	133
Приймаков О.Г., Устиненко О.В., Приймаков Г.О. Конструктивно-технологічні особливості проектування силових хвильових передач	142
Протасов Р.В., Устиненко А.В. Построение переходной кривой зубьев эволютных передач	148
Проценко В.О., Настасенко В.О., Тернюк М.Е. Прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з канатними пружними елементами	153
Сериков В.И. Оценка влияния эксплуатационных факторов на изменение характеристик механизма с зубчатым редуктором	159
Скляр Ю.А. Геометрокинематические критерии прямозубых конхоидальных передач со смещением исходного контура.....	162
Ставицкий В.В., Носко П.Л. Исследование аэродинамических потерь энергии в высокоскоростных прямозубых цилиндрических передачах.....	167
Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И., Чибисов Ю.В., Лесняк Г.А. Исследование нагрузочной способности крупных зубчатых передач, работающих с абразивным износом	174
Тернюк Н.Э., Павлов А.И., Вербицкий В.И. Построение Бобилье для пространственной ортогональной передачи	180
Ткачук Н.Н., Ткачук Н.А. Кинематический метод и его реализация в приложениях геометрического синтеза зубчатых передач.....	182

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

**Тематичний випуск
"Проблеми механічного привода"**

Збірник наукових праць

Випуск №27

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск В.М. Луньова

Обл.-вид. №122-10

Підписано до друку 12.07.2010. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 9,9.
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10
