

**ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"**

Вісник Національного Технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".
Харків: НТУ "ХПИ". – 2010, №26. – 196 с.

**Сборник научных трудов
Тематический выпуск**

26'2010

"Проблемы механического привода"

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"
в 2001 году

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ,
д-р техн. наук, проф.

Зам. председателя

А.П. Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Е.И. Сокол, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета

К.А. Горбунов, канд. техн. наук, доц.

Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;

Л.М. Бесов, д-р ист. наук, проф.;

А.В. Бойко, д-р техн. наук, проф.;

Ф.Ф. Гладкий, д-р техн. наук, проф.;

М.Д. Годлевский, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Грабченко, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Данько, д-р техн. наук, проф.;

В.Д. Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;

И.Ф. Домнин, д-р техн. наук, проф.;

В.В. Епифанов, канд. техн. наук, проф.;

Ю.И. Зайцев, канд. техн. наук, проф.;

П.А. Качанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Клепиков, д-р техн. наук, проф.;

С.И. Кондрашов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Кошельник, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Кравченко, д-р техн. наук, проф.;

Г.В. Лисачук, д-р техн. наук, проф.;

В.С. Луников, д-р техн. наук, проф.;

О.К. Морачковский, д-р техн. наук, проф.;

В.И. Николаенко, канд. ист. наук, проф.;

П.Г. Перерва, д-р экон. наук, проф.;

В.А. Пуляев, д-р техн. наук, проф.;

М.И. Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;

В.Б. Самородов, д-р техн. наук, проф.;

Г.М. Сучков, д-р техн. наук, проф.;

Ю.В. Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Государственное издание

**Свидетельство Госкомитета по ин-
формационной политике Украины
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года**

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ответственные редакторы

В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;

Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Зам. ответственного редактора

А.В. Устиненко, канд. техн. наук, доц.

Ответственный секретарь

Н.В. Матюшенко, канд. техн. наук

Г.И. Львов, д-р техн. наук, проф.;

Н.Э. Тернюк, д-р техн. наук, проф.;

А.И. Павлов, д-р техн. наук, доц.;

В.П. Шишов, д-р техн. наук, проф.;

В.М. Грибанов, д-р техн. наук, проф.;

В.Г. Хромов, д-р техн. наук, проф.;

С.В. Гутьря, д-р техн. наук, проф.;

Б.И. Киндрацкий, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Стрельников, д-р техн. наук;

В.В. Шелюфаст, д-р техн. наук, проф.;

В.Е. Старжинский, д-р техн. наук, проф.;

Х.С. Самидов, д-р техн. наук, проф.;

М. Бошански, д-р техн. наук, проф.;

В.Н. Власенко, канд. техн. наук

АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21

кафедра ТММ и САПР

тел. (0572) 707-64-78

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПИ",
протокол №6 від 06.07.2010**

М.А. ТКАЧУК, д.т.н., проф., зав. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"
Р.В. ПРОТАСОВ, асп. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ"
М.М. ТКАЧУК, м.н.с. каф. КГМ ім. О.О. Морозова НТУ "ХПІ"

ДО 125-РІЧЧЯ НТУ "ХПІ". РОЗВИТОК ТЕОРЕТИЧНИХ ОСНОВ СИНТЕЗУ ГЕОМЕТРІЇ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ВТОМНОЇ МІЦНОСТІ НОВИХ ЗУБЧАСТИХ ЗАЧЕПЛЕНЬ В УНІВЕРСИТЕТІ

В работе описаны исследования в области синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния новых зубчатых передач. Показаны направления дальнейших исследований.

In article researches in the field of geometry synthesis and the analysis of new gears stress-strain state are described. Directions of the further researches are shown.

Вступ. На даний час актуальною і важливою є проблема синтезу геометрії та підвищення навантажувальної здатності зубчастих передач. Вона має декілька шляхів розв'язання. Зокрема, це шлях впровадження якісно нових зачеплень [1-11], а, крім того, значні резерви приховані у традиційних методах розрахунків зубчастих передач, що потребують нових підходів [12-17]. Поєднання вказаних напрямків для підвищення навантажувальної здатності зубчастих передач дає можливість ввести до розгляду нові якісні чинники та удосконалити кількісні характеристики і критерії.

Таким чином, виникає нова масштабна актуальна і важлива науково-практична проблема. Її розв'язання пропонується досягати шляхом:

1. Впровадження нових видів зачеплення, наприклад, еволютного [1-5] або двопараметричного [6-10]. Це дозволить підвищити, в першу чергу, контактну міцність зубців, а також забезпечити розширені кінематичні можливості зубчастих механізмів.

2. Удосконалення теоретичних основ оцінки втомної згинної міцності, у т.ч. циліндричних зубчастих передач.

Пропонується також розробити фізичні та параметричні геометричні й числові моделі для аналізу циліндричних евольвентних та еволютних зубчастих передач за критеріями забезпечення заданого ресурсу; скласти рекомендації з науково обгрунтованого вибору конструктивних параметрів зубчастих передач за критеріями міцності та витривалості.

Постановка задач досліджень. Об'єкт дослідження – процес передачі навантаження в зубчастих зачепленнях та підвищення їх навантажувальної здатності. Предмет дослідження – методи синтезу геометрії і визначення на-

пружено-деформованого стану еволютних та традиційних зубчастих передач та оцінки втомної міцності. Загальна фундаментальна проблема, на вирішення якої спрямовано дослідження – розробка теоретичних основ синтезу нових зачеплень та забезпечення підвищеної навантажувальної здатності зубчастих передач шляхом удосконалення існуючих методів їх розрахунку.

Конкретна фундаментальна задача в рамках загальної проблеми, шляхи вирішення якої описані у статті, – удосконалення методів синтезу геометрії робочих поверхонь зубців нових видів зачеплення та удосконалення методів розрахунку втомної міцності зубчастих передач на основі сучасних досягнень механіки суцільного середовища.

Основна мета досліджень:

– розробка методів синтезу зубчастих передач із новими видами зачеплень, які мають підвищену навантажувальну здатність, а також таких, що забезпечують вищі якісні показники зачеплення, наприклад, еволютних;

– розробка теоретичних основ оцінки втомної згинної міцності циліндричних зубчастих передач шляхом математичного моделювання втомних процесів.

При цьому треба вирішити такі основні завдання:

1. Удосконалення методів синтезу спряжених поверхонь на прикладі еволютних та двопараметричних передач.

2. Розробка методів розрахунку геометрії еволютних зубців, побудова параметричних моделей зубчастих коліс.

3. Побудова параметричних та скінченно-елементних моделей зубчастих коліс.

4. Розробка методів оцінки контактної міцності еволютних та двопараметричних передач.

5. Моделювання процесу втомного руйнування зубця. Оцінка напружено-деформованого стану (НДС) зубця з тріщиною.

6. Розробка методів визначення допустимих напружень за результатами математичного моделювання.

7. Створення прикладних програмних модулів для автоматизованого аналізу контактної міцності та витривалості зубчастих передач.

8. Розв'язання тестових прикладних задач аналізу міцності та витривалості на прикладі реальних конструкцій циліндричних еволютних, евольвентних та двопараметричних зубчастих передач.

Аналіз стану досліджень. Зменшення габаритів зубчастих передач при одночасному збільшенні потужності, що передається, є актуальною проблемою сучасного машинобудування. Одним із шляхів у цьому напрямку є підвищення контактної міцності зубців. На цей час досягнуті великі успіхи у дослідженні традиційних евольвентних зубців. Але вони вже майже вичерпали резерви контактної міцності. Це стосується і матеріалів, що використовують для зубчастих коліс. Тому єдиний перспективний шлях у цьому напрямку –

впровадження нових видів зачеплень.

Як відомо, контактна міцність залежить від приведенного радіуса кривизни у полюсі. Для його підвищення необхідно застосовувати випукло-ввігнутий контакт. Цю задачу успішно вирішив М.Л. Новіков, тому передачі з його зачепленням широко впроваджуються у сучасному машинобудуванні. Але вони мають і деякі недоліки, наприклад, можуть бути тільки з косими зубцями. У наш час розроблено новий тип зачеплень, названий його автором, українським вченим А.І. Павловим, еволютним [1, 4]. Нині досить детально розглянута геометрія цих передач, якісні показники, проте оцінка їх навантажувальної здатності виконана лише орієнтовно. Тому вивчення контактної і згинної міцності зубців еволютних передач є актуальною і важливою науковою проблемою. Крім того, свого часу були запропоновані до розробки та двопараметричні передачі, які реалізують 2 види незалежних рухів – обертання та взаємне зміщення [6].

Другим шляхом в цьому напрямку є уточнення розрахунків на згинну міцність як традиційних евольвентних передач, так і еволютних [13-16]. У цьому випадку ми отримуємо максимальну енергонасиченість приводів, маємо можливість повністю реалізувати фізико-механічні властивості матеріалів, а також можливість існуючих та перспективних методів зміцнення зубців.

На цей час автори досягли значних успіхів у розв'язанні задачі визначення діючих напружень методом скінченних елементів (МСЕ) у просторовій постановці. Але при цьому використовують допустимі напруження, наведені у ГОСТ 21354-87. Як відомо, вони визначені за результатами натурних втомних випробувань зубчастих коліс для випадку плоскої задачі теорії пружності. Їх співставлення з діючими напруженнями, визначеними за допомогою МСЕ, призводить до парадоксального явища, а саме до зниження достовірності розрахунків. До того ж, навіть у випадку стандартних розрахунків, ці допустимі напруження достовірні лише для евольвентних циліндричних коліс зовнішнього зачеплення зі стандартним похідним контуром.

Таким чином, склалася ситуація, яка характеризується необхідністю розвитку теоретичних основ для удосконалення розрахунків зубчастих передач, з одного боку, та потенційно перспективних шляхів розв'язання цієї задачі, що запропоновані авторами, з іншого.

Методи, підходи, ідеї, робочі гіпотези, які пропонуються для вирішення завдань дослідження. Розв'язання проблеми, що склалася, пропонується на основі наступних ідей, підходів та гіпотез, що знайшли достатнє обґрунтування та перевірку у попередніх дослідженнях авторів.

1. Впровадження у сучасне машинобудування нових видів зубчастих зачеплень, в т.ч. еволютних зубчастих та двопараметричних передач. Для цього необхідно в першу чергу удосконалити *методи синтезу спряжених поверхонь* цих передач. На базі даних методів можлива розробка методів розрахунку геометрії зубців та побудова параметричних моделей. Далі пропонується ви-

значити основні геометричні та кінематичні показники, що впливають на контактну міцність (головні кривизни поверхонь, відносні швидкості ковзання та ін.) та побудувати скінченно-елементні моделі зубчастих коліс. На базі цього можлива розробка методики оцінки контактної міцності проєктованих передач. На першому етапі виконується оцінка контактних напружень за формулою Герца, а далі – дослідження контактної взаємодії зубців на базі МСЕ.

2. Перехід до *визначення допустимих напружень* при об'ємному НДС зубців аналітично, *шляхом математичного моделювання втомних руйнувань*. Останні досягнення в галузі матеріалознавства дозволяють моделювати процес втомного руйнування твердого тіла. З іншого боку, сучасні програмні комплекси для визначення НДС дозволяють проводити розрахунок моделі зубця з тріщиною. Об'єднання цих двох тез у вигляді математичної моделі розвитку втомного руйнування і є основною ідеєю. А саме: задається геометрія зуба, спектр навантажень, фізико-механічні та структурні характеристики матеріалу. Моделюється процес зародження та розвитку втомної тріщини шляхом визначення критичних мікронапружень в матеріалі. Зростання тріщини викликає зміну НДС зубця, а це, в свою чергу, визиває подальший ріст втомного руйнування. Таким чином, проводячи математичне моделювання процесу, можна визначити допустимі втомні напруження.

3. Поєднання запропонованих методів та моделей на основі узагальненого параметричного опису [17], що забезпечить розв'язання багатокритеріальних задач синтезу зачеплень.

Напрямки досліджень. Як результат дослідження отримуються нові знання про основні властивості геометрії нових видів зачеплень та про характеристики міцності зубчастих коліс при багатоцикловому навантаженні. У результаті розробляється загальна концепція та методи забезпечення підвищеної навантажувальної здатності нових та традиційних зубчастих передач. Зокрема, пропонується:

- розробка удосконалених методів синтезу робочих поверхонь зубців нових передач;
- розробку методів та моделей аналізу якісних показників нових видів зачеплення;
- удосконалення методів і моделей для розрахунків на контактну міцність зубчастих передач;
- удосконалення теоретичних основ моделювання втомних процесів на основі останніх досягнень фізики металів та теоретичних основ міцності;
- розробка методології визначення допустимих напружень за результатами математичного моделювання;
- створення єдиної параметричної моделі для подальшої реалізації запропонованих розробок у вигляді програмних комплексів для автоматизованого аналізу контактної міцності та витривалості зубчастих передач/

Очікувані результати розробок відповідають сучасному світовому рівню.

Наприклад, у загальновідомому пакеті MSC.Fatigue присутні модулі аналізу росту втомної тріщини, але досі відсутні модулі втомних розрахунків зубчастих коліс та інших складнопрофільних деталей (є тільки модуль оцінки витривалості простих тіл обертання). Самі нові зубчасті передачі є малодослідженим видом передач, новим є також метод єдиного параметричного опису складних та надскладних механічних систем, запропонований авторами до досліджень зубчастих зачеплень. Кожний із запропонованих підходів є новим, відповідає світовому рівню, а в сукупності вони забезпечують нові якісні результати, що також будуть відповідати світовому рівню.

Для **організаційного забезпечення досліджень** в НТУ "ХПІ" створено науково-дослідний та навчальний центр комп'ютерного моделювання машинобудівних конструкцій, у якому зібрано колектив досвідчених вчених та талановитої молоді. Він оснащений найсучаснішими програмно-апаратними засобами, в т.ч. комп'ютерним кластером для проведення числового моделювання напружено-деформованого стану складних об'єктів, та має значний добробок за тематикою досліджень і досвід успішного виконання масштабних науково-дослідних проектів.

Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут" проводить великий обсяг науково-освітньої діяльності з підготовки фахівців у галузі проектування, технологічної підготовки та дослідження машинобудівних конструкцій. При цьому велика увага приділяється інтеграції наукових досліджень і навчального процесу та проектів із промисловими підприємствами України.

Слід зазначити, що останнім часом значну гостроту в Україні набула проблема розробки та дослідження механічного приводу, в тому числі прогресивних видів зубчастого зачеплення. З цього напрямку НТУ "ХПІ" має значні досягнення за фундаментальними бюджетними темами, господарчими договорами, грантами та договорами про співробітництво. Розроблені теоретичні основи розрахунків зубчастих передач. Підготовлені кілька докторських та кандидатських дисертацій. Діє спеціалізована вчена рада за спеціальністю 05.02.02 "Машинознавство". Навчаються аспіранти та докторанти. Випускається фахове видання "Вісник НТУ "ХПІ". Машинознавство і САПР" та "Вісник НТУ "ХПІ". Проблеми механічного приводу". Проводиться щорічна міжнародна конференція "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей і вузлів".

Враховуючи вказані обставини, на сумісному семінарі Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут", "Інституту машин і систем" МПП та НАН України, НДІ Редуктор, а також інших організацій, та беручи до ваги рішення конференції "Проблеми якості і довговічності зубчастих передач, редукторів, їх деталей і вузлів", було прийнято пропозиція про діяльність, актуальність та важливість організації в НТУ "ХПІ" міжгалузевої проблемної лабораторії "Розробка та дослідження прогресивних ви-

дів зубчастого зачеплення та механічного приводу".

Таким чином, як основний **висновок** можна відзначити, що в НТУ "ХПІ" склалися всі об'єктивні обставини та чинники для розвитку досліджень в області синтезу геометрії та забезпечення підвищеної навантажувальної здатності нових зубчастих зачеплень.

Список літератури: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зависимость между параметрами зацепления в эволютной передаче // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2006. – №22. – С.24–28. 3. Носко П.Л., Павлов А.И., Черников А.В. Построение сопряженной поверхности зубчатого зацепления // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2008. – №29. – С.29–32. 4. Павлов А.И. Синтез высоконавантажених передач на основі лінійчастих зубчастих зачеплень з опукло-увігнутим контактом робочих поверхонь: Автореф. дис... докт. техн. наук.: 05.02.02. – Луганськ, 2009. – 42с. 5. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків, 2009. – №12. – С.14–18. 6. Устиненко А.В. Разработка двухпараметрических зубчатых передач и исследование их геометрии и контактной прочности: Дисс... канд. техн. наук. 05.02.02. – Харьков, 2000. – 186с. 7. Устиненко А.В. Алгоритм поиска технических решений в процессе разработки конструкций двухпараметрических зубчатых передач // Вестник ХГПУ: Сб. научн. трудов. Вып.109. – Харьков, 2000. – С.60–64. 8. Волонцевич Д.О. Казанжиева Т.В. Устиненко А.В. Разработка приводов машин на базе двухпараметрических зубчатых передач // Вестник НТУ "ХПІ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Технологии в машиностроении". – Харьков, 2002. – №10. – Т.3. – С.73–78. 9. Ткачук Н.А., Ткачук Н.Н., Полищук Т.В. Контактное взаимодействие элементов конструкций с кинематически генерируемыми поверхностями // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Транспортне машинобудування". – Харків, 2007. – №33. – С.176–183. 10. Ткачук Н.Н., Ткачук Н.А. Программный комплекс синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния звеньев двухпараметрических передач // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2007. – №21. – С.68–76. 11. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Геометрический расчет зубчатых колес планетарного механизма II с малой разностью чисел зубьев первой и второй ступеней // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля. – Луганськ, 2007. – №9(115). Ч.1. – С.79–83. 12. Бондаренко О.В. Устиненко О.В. Критерії та шляхи оптимізації тривалих коробок передач // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Машинознавство та САПР". – Харків, 2009. – №12. – С.14–18. 13. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В., Танасевский В.В. Совершенствование стандартных прочностных расчетов зубчатых передач на основе моделирования усталостных процессов // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2006. – №22. – С.110–114. 14. Ткачук Н.А. и др. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57–79. 15. Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Приймаков Г.А. Аналитическое определение трещиностойкости зубчатых пар с позиций синергетики // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2007. – №21. – С.76–86. 16. Кириченко А.Ф., Устиненко А.В. Определение выносливости зубьев на изгиб путем моделирования усталостных процессов // XXIII Symposium Podstaw Konstrukcji Maszyn. – Rzeszow-Przemysl, 2007. – Т.4. – С.321–327. 17. Чепурной А.Д., Полищук Т.В., Ткачук Н.А., Ткачук Н.Н. Проблемы моделирования сложных механических систем с применением CAD/CAM/CAE-технологий // Вісник НТУ "ХПІ": 36. наук. праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків, 2008. – №28. – С.88–98.

Надійшла до редакції 21.04.10

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Детали машин" ТюмГНГУ, г. Тюмень, Россия

Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. ТТС ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет)

Д.Н. ПАНКОВ, ассистент кафедры "Детали машин" ТюмГНГУ

Е.Б. ПАНФИЛОВА, ассистент каф. ПТ ТюмГАСУ (Архитектур. строит. ун-т)

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ МЕТОД НАХОЖДЕНИЯ ТОЧЕК НА ОГИБАЮЩЕЙ, ЗНАЯ ТОЧКИ НА ОБВОЛАКИВАЮЩЕЙ

Розрізняють два види поверхонь, формованих тілами, що рухаються: обволакиваюча, що й обгинає. У роботі викладений розроблений авторами кінематичний метод обчислення координат крапок на, що обгинає, коли знайдена обволакиваюча. Метод є наближеним; заснований на використанні понять "швидкість і прискорення впровадження"; і дозволяє суттєво зменшити обсяг обчислень при використанні недиференціальних методів знаходження, що обгинає. Дана оцінка точності й надійності методу.

There are two kinds of surfaces that are formed by the movable bodies: wraparound and envelope surfaces. In this work the authors develop velocity (kinematic) envelope points' calculation method, when the envelope is known. The method is approximate; and based upon the usage of terms "speed and acceleration"; and lets reduce the amount of calculation using undifferentiated methods of envelope estimation.

Постановка проблемы. В теории формообразования поверхностей движущимися телами различают [1] два вида получаемых поверхностей: обволакивающая и огибающая – см. рисунок 1. Обволакивающая Σ_1 – связанное множество дискретного семейства кусков исходных инструментальных поверхностей (ИИП); огибающая Σ_2 – поверхность, касающаяся всех элементов этого дискретного множества. Огибающая Σ_2 является обычно гладкой поверхностью; обволакивающая Σ_1 – всегда поверхность с огранкой (гребешками). Нахождение огибающей Σ_2 – одна из основных задач теории зубчатых зацеплений, и её решению посвящено большое число работ [2-10]. В основе названных работ – дифференциальные методы: классические [2-3] и кинематический [4-10], который стал с середины 20 века основным в теории зацеплений. Обволакивающую Σ_1 находят [1,11-12], непосредственно отслеживая положение точек производящей поверхности Σ_0 относительно заготовки – метод прямого цифрового моделирования (ПЦМ) по [12]. Большинство специалистов, моделирующих процессы формообразования на компьютерах, считают методы ПЦМ более надёжными, нежели кинематиче-

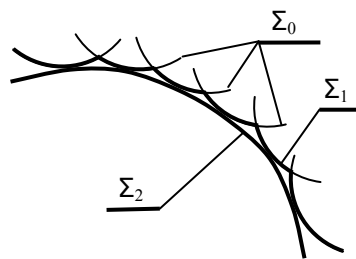


Рисунок 1 – Производящая, обволакивающая и огибающие поверхности.

Σ_0 – производящая;
 Σ_1 – обволакивающая;
 Σ_2 – огибающая

ски и потому предпочитают находить обволакивающую, а не огибающую. Вследствие чего такие методы профилирования – основа наиболее мощных российских программных комплексов: а) системы "ЭКСПЕРТ" для гипоидных и конических передач, созданной Г.И.Шевелевой и её учениками; б) комплекса "SPDIAL+" для передач червячного типа, созданный В.И. Гольдфарбом и его учениками. А также многих зарубежных: а) программа ПЦМ С.В.Лунина (США); б) программный комплекс фирмы Klingelnberg (Германия), разработанный при участии и известного российско-го специалиста по коническим и гипоидным передачам М.Г.Сегалю.

Но нахождение точек на обволакивающей Σ_1 , а не на огибающей Σ_2 , имеет ряд недостатков. Во-первых, требуется выполнить на 1-2 порядка больше вычислений, чем при нахождении точек на огибающей.

Во-вторых, возникают сложности в определении кривизны формируемой поверхности, необходимой, в частности, для оценки контактной прочности зубьев и нагрузочной способности масляной пленки. Эти сложности в том, что:

• Кривизна ленточных и чешуйчатых поверхностей принципиально и существенно отличается от кривизны огибающей. Например, у эвольвенты, как огибающей прямолинейной рейки, радиус кривизны плавно изменяется вдоль этой кривой: вблизи основной окружности $\rho_b = 0$, а на диаметре вершин

$\rho_a = \rho_{\max} = \sqrt{r_a^2 - r_b^2}$. Однако у обволакивающей эвольвенты, формируемой той же прямолинейной рейкой, радиусы кривизны во всех точках $\rho = \infty$

(да в изломах $\rho = 0$). Т.к. обволакивающая такой эвольвенты есть ломаная линия, касающаяся эвольвенты каждым своим прямолинейным отрезком.

• Точки, найденные недифференциальными методами, часто располагают на ленточных и чешуйчатых поверхностях в узлах некоторой регулярной *и*-сетки, которую практически невозможно увязать с центрами лунок или с впадинами ленточек. Поэтому, найденное множество точек располагается по отношению к лункам или ленточкам весьма неудачно: любая из точек может оказаться: и в центре лунки, и на гребне, и вблизи вершины пирамидки. Что ведёт к появлению ошибок, если кривизну вычислять, аппроксимируя точки кривыми или поверхностями.

В-третьих, усложняется решение контактной задачи численными методами: точки, располагаясь случайно на гребнях и во впадинах огранки, искажают величину деформаций в анализируемых точках. Это вносит ошибки в вычисляемые контактные напряжения и даёт "рваные" границы мгновенных площадок контакта.

Общепринятое средство "сближения" обволакивающей Σ_1 с огибающей Σ_2 – задание очень малых подач при компьютерном моделировании процесса формообразования. Это, конечно же, снижает "шероховатость" получаемой при моделировании поверхности, что уменьшает погрешности при решении контактной задачи. Но проблему вычисления кривизны огибаемой не решает; хотя бы потому, что кривизна обволакивающей не зависит от подачи.

Цель работы. Изложить кинематический метод "сближения" оболочающей Σ_1 с огибающей Σ_2 , основанный на использовании понятий "скорость внедрения V_{BH} " и "ускорение внедрения a_{BH} ". И дать оценку его точности, степени надёжности и объёма вычислений. Метод может быть использован вместо метода малых подач или совместно с ним. Прежде чем перейти к изложению самого метода, рассмотрим скорость и ускорение внедрения, на которых метод базируется.

1. Скорость внедрения V_{BH} , предложенная В.А. Шишковым [4] – называемая также скоростью взаимного сближения и отдаления [4] – есть скорость углубления исходной инструментальной поверхности (ИИП) в объем заготовки. Находят скорость внедрения, как проекцию вектора скорости движения инструмента относительно обрабатываемой детали на направление нормали к ИИП в этой точке, т.е.:

$$V_{BH} = \mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n} = V_{12x} \cdot n_x + V_{12y} \cdot n_y + V_{12z} \cdot n_z, \quad (1)$$

где \mathbf{V}_{12} – вектор относительной скорости в точке на ИИП: $\mathbf{V}_{12} = \mathbf{V}_{инстр} - \mathbf{V}_{загот}$; \mathbf{n} – орт нормали к ИИП в этой точке, всегда направленный из тела инструмента, например, из объема шлифовального круга, но не вовнутрь него.

Скорость V_{BH} , вычисленная по (1), это скалярная величина, которая может быть:

- *положительной* – инструмент (Σ_1) внедряется в объем заготовки (Σ_2), и происходит сьем металла, если он есть в этом месте на заготовке;
- *отрицательной* – Σ_1 отходит от Σ_2 , и обработка в данном месте невозможна;
- *нулевой* – данная точка на инструменте в этот момент времени формирует точку, лежащую на той поверхности, которая получится на заготовке после завершения обработки: на огибающей семейства производящих поверхностей.

Понятие "скорость внедрения" применимо не только к технологическим зацеплениям, но и к рабочим. Более того, в [10] кинематический показатель "скорость внедрения" распространен на все возможные виды производящих элементов: на изломы поверхностей в виде рёбер и вершин; на плоские и на пространственные линии с изломами и гладкие; на точки. И для всех видов относительного движения звеньев: однопараметрического, двухпараметрического и многопараметрического.

2. Ускорение внедрения a_{BH} , предложенное Д.Т. Бабичевым, есть ускорение, с которым производящий элемент (обычно поверхность) внедряется ("вдавливается") в объём того тела, на котором формируется сопряженный элемент (обычно также поверхность). То есть a_{BH} показывает, как быстро во времени изменяется скорость внедрения V_{BH} , в данной точке того пространства, в котором находится формируемый элемент (формируемая поверхность в пространственных зацеплениях и формируемая линия – в плоских). Ускорение внедрения – ускорение относительное; и также как скорость внедрения, –

скалярная величина. Впервые a_{BH} , было применено при расчете зон резания и вычислении толщин слоев, срезаемых режущими кромками обкатных инструментов [13]. Позднее [10] было выявлено, что ускорение внедрения a_{BH} есть весьма значимый качественный показатель процесса формообразования: а) ребро возврата на поверхности, формируемой методом огибания, есть множество точек, в которых при формообразовании $a_{BH}=0$; б) если a_{BH} *положительна*, то *огибающая формируется внутри тела производящего элемента*, что в металле неосуществимо и свидетельствует о наличии подрезания; в) касание двух сопряженных поверхностей осуществимо в металле лишь в точках, где $a_{BH}<0$; г) через ускорение внедрения a_{BH} , которое, кстати, не зависит от направления сечения, вычисляется [14] приведённая кривизна в любых нормальных сечениях и в одно- и в многопараметрических зацеплениях:

$$\frac{1}{R_p} = -\frac{\omega_k^2}{a_{BH}}, \quad \frac{1}{R_p} = -\sum_{i=1}^n \left(\frac{\omega_{k i}^2}{a_{BH i}} \right), \quad (2)$$

где ω_k – угловая скорость перекатывания тел в плоскости сечения, в котором вычисляется кривизна; n – число параметров огибания. И это далеко не полный перечень задач, при решении которых целесообразно использовать a_{BH} [10].

Находим a_{BH} , дифференцируя V_{BH} по времени t :

$$a_{BH} = \frac{dV_{BH}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n}) = \mathbf{a}_{12} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{V}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}}, \quad (3)$$

где \mathbf{V}_{12} – вектор относительной скорости; \mathbf{n} – орт нормали к поверхности, направленный из тела производящего элемента; \mathbf{a}_{12} – ускорение точки, находящейся на производящей поверхности Σ_1 и скользящей по ней со скоростью " $-\mathbf{V}_{12}$ ".

Отметим, что ускорение внедрения отличается от производной уравнения зацепления, используемой обычно [6] при расчетах кривизн. Различие это в методе вычисления частных производных от криволинейных координат и параметра огибания по времени: $\frac{\partial u}{\partial T}, \frac{\partial v}{\partial T}, \frac{\partial t}{\partial T}$ (будем их ниже обозначать

$\dot{u}, \dot{v}, \dot{t}$). В [6] они находятся из условия, чтобы точка оставалась контактной (приравнивая к нулю производные по времени от уравнения зацепления). Здесь же, уравнение связи $\dot{u}, \dot{v}, \dot{t}$ записываем иначе:

$$\mathbf{C}_u \cdot \dot{u} + \mathbf{C}_v \cdot \dot{v} + \mathbf{V}_{12} \cdot \dot{t} = \mathbf{n} \cdot \mathbf{V}_{BH} \cdot \quad (4)$$

Т.е. скорость скольжения точки по производящему элементу выбирается (за счет назначения $\dot{u}, \dot{v}, \dot{t}$) так, чтобы вектор скорости движения этой точки являлся вектором скорости внедрения. Это ключевое положение в методике

вычисления a_{BH} . И его можно вычислять в любом месте поверхности производящего элемента, а не только в точках контакта.

И еще одно существенное замечание: производная орта нормали $\dot{\mathbf{n}}$, входящая в (3) и называемая иногда скоростью конца орта нормали [6], является и угловой скоростью перекачивания. А ω_k и ω_k^\perp есть проекции этого вектора $\dot{\mathbf{n}}$ на оси правого трехгранника Дарбу [15] с осями $\{\mathbf{c}, \mathbf{c} \times \mathbf{n}, \mathbf{n}\}$. Т.е. формулу (3) для вычисления ускорения внедрения a_{BH} можно представить в виде:

$$a_{BH} = \mathbf{a}_{12} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{V}_{12} \cdot \dot{\mathbf{n}} = \mathbf{a}_{12} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{c} \cdot \omega_k + \mathbf{V}_{12} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{n}) \cdot \omega_k^\perp. \quad (5)$$

3. Вычисление параметров, нужных для нахождения ускорение внедрения. Нахождение векторов ω_k , ω_k^\perp и, особенно, \mathbf{a}_{12} , входящих в (5), представляет для конкретных зацеплений немалые трудности. Поэтому, приведём формулы для их определения в обобщенном зацеплении, показанном на рисунке 2. В системы координат и движений этого зацепления можно вписать практически любую конкретную передачу или станочное зацепление. И приводимые ниже формулы можно, поэтому, применять для любых конкретных зацеплений. На рисунке 2 оба звена, образующих зацепление, совершают винтовые движения около своих осей, а сами оси участвуют в винтовом движении вокруг межосевого перпендикуляра. Производящий элемент находится на звене 1, формируемый – на звене 2. На характер движения звеньев не накладывается никаких ограничений: параметры движения ($\omega_1, \omega_2, \omega_3, V_1, V_2$ и V_3) могут быть переменными или постоянными во времени, положительными, отрицательными или равными нулю. Все эти параметры считаем функциями одной, двух или n независимых параметров движения (t_1, t_2, \dots, t_n), что

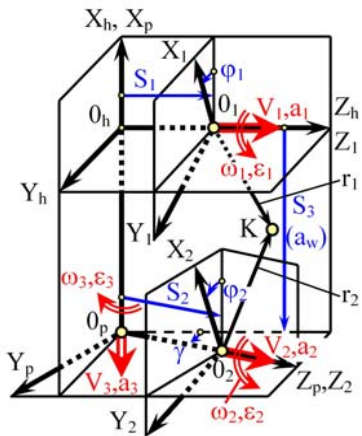


Рисунок 2 – Обобщенное зацепление

будет соответствовать одно-, двух-, или n -параметрическому движению (огибанию). Заметим, что в [16, 10] показано, в том числе на примерах: поверхности среза, возникающие иногда при подводе-отводе инструментов, есть огибающие многопараметрического семейства производящих поверхностей. И потому анализ многопараметрических зацеплений есть важная практическая задача, а не абстрактные теоретические изыскания. Полагаем, что в зацеплении на рисунке 2 известны:

- перемещения, скорости и ускорения по всем шести движениям ($\phi_1, \omega_1, \varepsilon_1, \dots$);
- координаты точки на производящем элементе ($x_1, y_1, z_1; x_h, y_h, z_h; \dots, x_2, y_2, z_2$);

- орт нормали \mathbf{n} к производящему элементу в этой точке ($n_{x1}, n_{y1}, n_{z1}; \dots, n_{x2}, n_{y2}, n_{z2}$);
- кривизны производящего элемента в этой точке ($R_R^1, R_R^{1\perp}, R_K^1, \mathbf{c} = \{c_{x1}, c_{y1}, c_{z1}\}$).

Здесь: $R_R^1, R_R^{1\perp}$ – радиусы кривизны производящей поверхности в двух взаимно перпендикулярных нормальных сечениях; R_K^1 – радиус геодезического кручения линии вдоль орта касательной \mathbf{c} ; \mathbf{c} – орт касательной к производящей поверхности, задающий первое направление (в нём радиус кривизны равен R_R^1). Заметим, что если орт \mathbf{c} направлен по одному из главных направлений на производящей поверхности, то $R_K^1 = \infty$, т.е. геодезическая кривизна $k_K^1 = \frac{1}{R_K^1} = 0$. Поэтому, настоятельно рекомендуется задавать касательную \mathbf{c} вдоль одного из главных направлений на производящей поверхности: не нужно будет вычислять R_K^1 или k_K^1 .

О направлении орта нормали \mathbf{n} и о знаках радиусов кривизны и кручения:

а) орт нормали \mathbf{n} всегда направлен наружу из тела производящего элемента;

б) R_R^1 и $R_R^{1\perp}$ положительны для выпуклых поверхностей; в) $R_K^1 > 0$, если при движении вдоль орта \mathbf{c} , орт нормали \mathbf{n} , вращаясь вокруг \mathbf{c} , порождает левый винт.

Ниже приводим формулы для вычисления всех параметров, необходимых для вычисления ускорения внедрения по формуле (5). При этом, не даём общеизвестные формулы для вычисления орта нормали \mathbf{n} и радиусов кривизны $R_R^1, R_R^{1\perp}$ по заданному уравнению производящей поверхности. Не приводим и формулы преобразования координат для обобщенного зацепления на рисунке 2.

3.1. Формулы, зависящие от вида зацепления. Приводим их для рисунка 2.

Вектор относительной угловой скорости ω_{12} в системе координат $X_h Y_h Z_h$:

$$\omega_{12}^{(h)} = \{\omega_3 \cdot \mathbf{i}, -\omega_2 \cdot \sin \gamma \cdot \mathbf{j}, (\omega_1 - \omega_2 \cdot \cos \gamma) \cdot \mathbf{k}\}. \quad (6)$$

Вектор относительной линейной скорости \mathbf{V}_{12} в системе координат $X_h Y_h Z_h$:

$$\left. \begin{aligned} V_{12x}^{(h)} &= V_3 - \omega_1 \cdot y_h + \omega_2 \cdot y_p; \\ V_{12y}^{(h)} &= -V_2 \cdot \sin \gamma + \omega_1 \cdot x_h - \omega_2 \cdot x_p \cdot \cos \gamma - \omega_3 \cdot z_h; \\ V_{12z}^{(h)} &= V_1 - V_2 \cdot \cos \gamma + \omega_2 \cdot x_p \cdot \sin \gamma + \omega_3 \cdot y_h. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Вектор относительного ускорения \mathbf{a}_{12} :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{12} &= [(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_3) + (\boldsymbol{\varepsilon}_1 - \boldsymbol{\varepsilon}_2 - \boldsymbol{\varepsilon}_3) \times \mathbf{r}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_2 \times \mathbf{S}_3 - (\boldsymbol{\varepsilon}_2 + \boldsymbol{\varepsilon}_3) \times \mathbf{S}_1] + \\ &+ [\boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1) - \boldsymbol{\omega}_3 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{S}_2) - (\boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\omega}_3) \times ((\boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\omega}_3) \times \mathbf{r}_2)] - \\ &- [2 \cdot (\boldsymbol{\omega}_3 \times \mathbf{V}_2) - (\boldsymbol{\omega}_3 \times \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{r}_2] - 2 \cdot (\boldsymbol{\omega}_2 + \boldsymbol{\omega}_3) \times \mathbf{V}_{12} - \boldsymbol{\omega}_{12} \times \mathbf{V}_{12}. \end{aligned} \quad (8)$$

При анализе двухпараметрических зацеплений, по формулам (6)–(8) нужно вычислять дважды, находя по отдельности скорости и ускорения от каждого из параметров огибания. Соответственно, при рассмотрении n -параметрических зацеплений, следует вычислять по n значений скоростей и ускорений.

Применить формулы (6)–(8) для конкретных зацеплений можно, вычеркнув из них слагаемые, содержащие нулевые ускорения, скорости или перемещения. Например, для всех ортогональных передач (гипоидной, червячной, глобоидной, спироидной и других), принимая: $\gamma=90^\circ$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $\omega_2 = 1$, $\omega_1 = \pm i_{12}$ (здесь знак "-", если направление одной из скоростей ω_1 или ω_2 не совпадает с направлением, указанным на рисунке 2), $\omega_3 = V_1 = V_2 = V_3 = 0$, $S_3 = a_w$, получим вместо уравнений (6)–(8) более простые выражения:

$$\boldsymbol{\omega}_1^{(h)} = \{0 \cdot \mathbf{i}, 0 \cdot \mathbf{j}, i_{12} \cdot \mathbf{k}\}; \quad \boldsymbol{\omega}_2^{(h)} = \{0 \cdot \mathbf{i}, 1 \cdot \mathbf{j}, 0 \cdot \mathbf{k}\}; \quad \boldsymbol{\omega}_{12}^{(h)} = \{0 \cdot \mathbf{i}, -1 \cdot \mathbf{j}, i_{12} \cdot \mathbf{k}\}. \quad (6a)$$

$$\mathbf{V}_{12}^{(h)} = \{(-i_{12} \cdot y_h + y_p) \cdot \mathbf{i}, i_{12} \cdot x_h \cdot \mathbf{j}, x_p \cdot \mathbf{k}\}. \quad (7a)$$

$$\mathbf{a}_{12} = [\boldsymbol{\omega}_1 \times (\boldsymbol{\omega}_1 \times \mathbf{r}_1) - \boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2)] - (\boldsymbol{\omega}_1 + \boldsymbol{\omega}_2) \times \mathbf{V}_{12}. \quad (8a)$$

Здесь:

$$\mathbf{r}_1^{(h)} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix}; \quad \mathbf{r}_2^{(h)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

при $\varphi_2 = \varphi_{20} + \frac{\varphi_1}{i_{12}}$; где φ_1 – параметр огибания.

Аналогично можно получить упрощенные формулы для цилиндрических, реечных и других передач, а также кулачковых механизмов и станочных зацеплений. Так, для плоской реечной передачи, положив: $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = a_1 = a_2 = a_3 = 0$, $\gamma=90^\circ$, $\omega_2 = 1$, $V_1 = -a_w$, $\omega_1 = \omega_3 = V_2 = V_3 = 0$, $S_3 = a_w$, получим:

$$\boldsymbol{\omega}_1^{(h)} = \mathbf{0}; \quad \boldsymbol{\omega}_2^{(h)} = \{0 \cdot \mathbf{i}, 1 \cdot \mathbf{j}, 0 \cdot \mathbf{k}\}; \quad \boldsymbol{\omega}_{12}^{(h)} = \{0 \cdot \mathbf{i}, -1 \cdot \mathbf{j}, 0 \cdot \mathbf{k}\}. \quad (6b)$$

$$\mathbf{V}_{12}^{(h)} = \{y_p \cdot \mathbf{i}, 0 \cdot \mathbf{j}, (x_p - a_w) \cdot \mathbf{k}\}. \quad (7b)$$

$$\mathbf{a}_{12} = -\boldsymbol{\omega}_2 \times (\boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{r}_2) - \boldsymbol{\omega}_2 \times \mathbf{V}_{12}. \quad (8b)$$

При этом можно использовать формулы (9), полагая $\varphi_1=0$; и принимая в формулах преобразования координат $\varphi_2 = \varphi_{20} + \frac{S_1}{a_w}$; где S_1 – параметр огибания.

3.2. Формулы, не зависящие от вида зацепления. По ним вычисляем угловые скорости перекачивания ω_k и ω_k^\perp , входящие в уравнение (5).

Угловая скорость перекачивания ω_k есть угловая скорость поворота орта

\mathbf{n} нормали к производящей поверхности относительно формируемой поверхности, замеряемая в плоскости, задаваемой векторами \mathbf{n} и \mathbf{c} . Ее вычисляем по формуле:

$$\omega_k = (\mathbf{n} \times \mathbf{c}) \cdot \boldsymbol{\omega}_{12} + \frac{\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{c}}{R_R^1} + \frac{\mathbf{V}_{12} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{c})}{R_K^1} = \left(\boldsymbol{\omega}_{12}^{(i)} + \frac{\mathbf{V}_{12}^{(i)}}{R_K^1} \right) \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{n}) + \frac{\mathbf{V}_{12}^{(i)}}{R_R^1} \cdot \mathbf{c}. \quad (10)$$

Все три составляющие в средней части формулы (10) есть вращения в плоскости нормального сечения, проходящего через векторы \mathbf{n} и \mathbf{c} . Первое слагаемое – проекция вектора относительной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}_{12}$ на нормаль к секущей плоскости, т.е. вращение нормали в этой плоскости, обусловленное относительным вращением звеньев. Второе слагаемое учитывает вращение нормали к поверхности, возникающее при скольжении тел *в плоскости нормального сечения* из-за кривизны поверхности в этом сечении. Третье слагаемое учитывает вращение нормали к поверхности, возникающее из-за скольжения тел *в направлении перпендикулярном плоскости нормального сечения* и обусловленное геодезическим кручением линии на поверхности.

Угловая скорость перекачивания в плоскости, перпендикулярной орту \mathbf{c} :

$$\omega_k^\perp = \left(-\boldsymbol{\omega}_{12} + \frac{\mathbf{V}_{12}}{R_K^1} \right) \cdot \mathbf{c} + \frac{\mathbf{V}_{12}}{R_R^1} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{n}). \quad (11)$$

При анализе двух- и n -параметрических зацеплений, по формулам (10)–(11) нужно вычислять два или n раз, находя по отдельности скорости перекачивания от каждого из параметров огибания.

4. Принцип нахождения точек на огибающей кинематическим методом. Формообразование есть процесс *взаимодействия поверхности Σ_0 тела производящего элемента с пространством \mathbf{g}_2* , в котором тело движется. Если в таком пространстве \mathbf{g}_2 поместить другое тело – "изделие", то движущийся производящий элемент, заметая пространство, сформирует на этом теле поверхность Σ_2 , которая есть огибающая семейства поверхностей Σ_0 – границ производящего элемента.

Точки, принадлежащие формируемой поверхности Σ_2 , есть те точки поверхности Σ_0 производящего элемента, в которых скорость внедрения $V_{BH}=0$. Чтобы найти эти точки нужно решать уравнение зацепления. Если из уравнения зацепления находят одну из криволинейных координат u или v , это означает поиск контактной точки на поверхности Σ_0 при заданном значении параметра огибания. Если находят параметр огибания t , то это означает поиск перемещения поверхности Σ_0 , при котором заданная на Σ_0 точка, станет контактной. Но в любом случае поиск точки на поверхности Σ_2 начинается с решения уравнения зацепления.

В настоящей работе рассмотрен принципиально иной метод нахождения огибающей, т.е. точек на Σ_2 . Его особенности:

- Точки на Σ_2 находим прямым методом – без решения уравнения зацепления.
- Для вычисления координат "сопряженной" точки на Σ_2 нужно знать только: а) координаты точки на поверхности Σ_1 (она и Σ_0); б) проекции орта нормали к Σ_1 в этой точке; в) скорость и ускорение внедрения (V_{BH} и a_{BH}) в этой же точке.
- "Сопряженные" точки на формируемой поверхности находим в той же системе координат, в которой заданы параметры, названные в предыдущем пункте.
- Метод пригоден для всех разновидностей формообразования поверхностей кинематическим способом: при одно-, двух- и n-параметрическом движении производящего элемента в виде поверхности, или линии, или точки.
- Метод является приближенным; его точность тем выше, чем ближе исходная точка на поверхности Σ_1 к контактной точке и к формируемой поверхности Σ_2 .

Принцип нахождения точки на поверхности Σ_2 , формируемой методом однопараметрического огибания, иллюстрирует рисунок 3. На нем:

- точки A_1 и B_1 – заданы на производящей поверхности Σ_1 , и расположены вблизи контактной точки K ;
- точки A_2 и B_2 – искомые точки на формируемой поверхности, расположенные, соответственно, "напротив" точек A_1 и B_1 ;
- $\mathbf{n}_1^{(A)}$, $\mathbf{n}_1^{(B)}$ – орты нормалей к Σ_1 ;
- V_{BH} и a_{BH} – скорости и ускорения внедрения;
- δ_A и δ_B – расстояния от искомых точек A_2 и B_2 до заданных A_1 и B_1 .

Вблизи точки B_1 происходит формирование поверхности Σ_2 за счет "вдавливания" поверхности Σ_0 в направлении нормали $\mathbf{n}_1^{(B)}$. Точка A_2 на Σ_2 уже сформирована, и поверхность Σ_0 , находясь от точки A_2 на расстоянии δ_A , удаляется от неё со скоростью $V_{BH}^{(A)}$. Считаем (из-за малости расстояний δ_A и δ_B) движение "вдавливания" на отрезке δ_B и движение отдаления на отрезке δ_A равнопеременными, т.е. $a_{BH} = \text{const}$. Эти отрезки δ , а также время Δt их прохождения, вычисляем по формулам для равнопеременного движения:

$$\delta = -\frac{V_{BH}^2}{2 \cdot a_{BH}}; \quad \Delta t = -\frac{V_{BH}}{a_{BH}}. \quad (12)$$

5. Алгоритм нахождения огибающей кинематическим методом. Рассмотрим лишь случай формообразования при одном параметре огибания.

Эман 1. Любым из недифференциальных методов найти по три декартовых координаты (x_2, y_2, z_2) множества Σ_1 точек A_1 , расположенных на обволакивающей. При вычислении этих координат дополнительно найти и запомнить: а) проекции n_{x2}, n_{y2}, n_{z2} орта нормали \mathbf{n}_1 к поверхности Σ_0 (в системе ко-

ординат изделия – $X_2Y_2Z_2$); б) векторы относительных скоростей: угловой ω_{12} (6) и линейной V_{12} (7) – также в $X_2Y_2Z_2$; в) скорость V_{BH} (1) и ускорение a_{BH} (8-11, 5) внедрения в точках A_1 .

Эман 2. Пересчитать координаты всех точек множества Σ_1 (обволакивающая) во множество Σ_2 (огибающая) в следующей последовательности:

- Вычислить расстояние δ вдоль нормали \mathbf{n}_1 к Σ_1 , и время Δt по формулам (12).
- Найти нормаль \mathbf{N} и её орт $\mathbf{n}^{(\Sigma 2)}$ к огибающей поверхности (также в $X_2Y_2Z_2$):

$$\mathbf{N} = \mathbf{n}_1 + (\omega_{12} \times \mathbf{n}_1) \cdot \Delta t; \\ N = \sqrt{N_x^2 + N_y^2 + N_z^2}; \quad \mathbf{n}^{(\Sigma 2)} = \frac{\mathbf{N}}{N}. \quad (13)$$

- Вычислить расстояния δ_n по нормали к поверхности Σ_2 (см. рисунок 3):

$$\delta_n = \delta \cdot (\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1). \quad (14)$$

- Найти координаты точек на огибающей поверхности Σ_2 (см. точку A_3 на рисунке 3):

$$x_2^{(\Sigma 2)} = x_2 + \delta_n \cdot n_x^{(\Sigma 2)}, \quad y_2^{(\Sigma 2)} = y_2 + \delta_n \cdot n_y^{(\Sigma 2)}, \quad z_2^{(\Sigma 2)} = z_2 + \delta_n \cdot n_z^{(\Sigma 2)}. \quad (15)$$

Замечание. При использовании недифференциальных методов, точки множества Σ_2 получают, обычно, в виде таблицы аппликат t_{ij} в центрах uv -сетки – см. [1, раздел 4.6]. Чтобы при пересчете всех точек множества Σ_1 (обволакивающая) во множество Σ_2 (огибающая), точки оказались в центрах uv -сетки, следует вместо (14) использовать формулу:

$$\delta_n = \delta \cdot \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_1}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_S}. \quad (16)$$

где \mathbf{n}_S – орт вектора, направленного из узла uv -сетки и показывающего направление отсчета аппликаты t_{ij} ; орт \mathbf{n}_S должен быть направлен в ту же сторону, что и орт нормали \mathbf{n}_1 , т.е. внутрь тела заготовки.

6. Оценка точности и надёжности предлагаемого метода. Для оценки точности метода исследовался процесс формообразования прямобоочной рейкой эвольвентного профиля прямозубого цилиндрического колеса. Такое зацепление взято в качестве объекта исследования в силу того, что для эвольвенты не сложно получить формулы для вычисления расстояний рассчитываемых точек от теоретической огибающей, каковой эвольвента и является. В

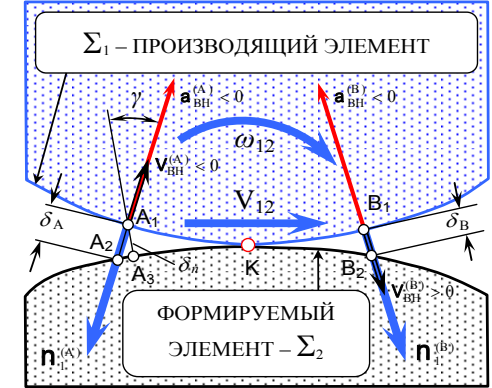


Рисунок 3 – Принцип нахождения точек на огибающей поверхности Σ_2

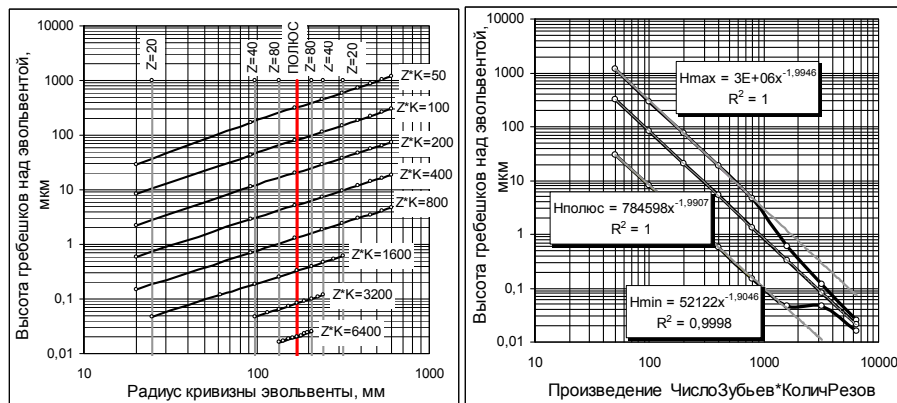


Рисунок 4 – Отклонение обволакивающей поверхности Σ_1 от огибающей Σ_2

программе, созданной для моделирования этого процесса формообразования, реализованы алгоритмы и формулы, приведенные выше. Расчеты проводились для зубчатого колеса с делительным диаметром $d = \text{const} = 1000 \text{ мм}$. На первом этапе анализировалось влияние трех параметров на высоту гребешков обволакивающей над эвольвентой: z – числа зубьев; k – количества ходов (резов), совершаемых рейкой при повороте колеса на один зуб; $\rho_{\text{эвол}}$ – радиуса кривизны эвольвенты, задающего положение точки на зубе колеса. Полученные зависимости представлены на рисунке 4.

Видно, что: а) на делительном цилиндре величина отклонения гребешков обволакивающей от эвольвенты определяется зависимостью $H_{\text{полос}} = \frac{7,85 \cdot 10^5}{(z \cdot k)^2}$ мкм, при $d = 1000 \text{ мм}$; б) вблизи окружности вершин при малом числе зубьев она в четыре раза больше, а вблизи основной окружности – в 15 раз меньше, чем на делительной окружности.

На втором этапе исследовалось влияние тех же трех параметров (z , k , $\rho_{\text{эвол}}$) на отклонения от эвольвенты точек, полученных предлагаемым кинематическим методом. Результаты этого анализа на рисунке 5.

Из этого рисунка следует, что: а) максимальные отклонения полученных точек от эвольвенты мало зависят от положения точек на ней – см. левую часть рисунка 1; б) максимальное отклонение от эвольвенты подчиняются зависимости $\Delta H_{\text{max}} = \frac{2 \cdot 10^6}{(z \cdot k)^3}$ – см. тренды в правой части рисунка 5; в) приме-

нение вышеизложенного кинематического метода в качестве "постпроцессора" к недифференциальным методам нахождения огибающей (через обволакивающую), позволяет снизить величину максимальных отклонений найденных точек от огибающей на 1-3 порядка, т.е. в 10-1000 раз.

О степени надежности предлагаемого метода. Она соответствует вы-

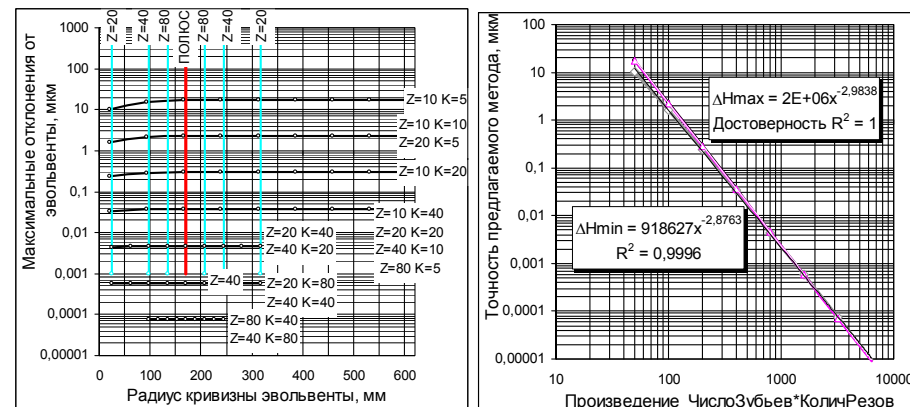


Рисунок 5 – Точность предлагаемого метода нахождения огибающей поверхности Σ_2

сокой надежности недифференциальных методов, но при соблюдении одного требования: на обволакивающей не должно быть элементов (полосок или лунок) с очень малым радиусом кривизны. Очень малый радиус кривизны имеет тот элемент обволакивающей (и производящей) на котором на двух соседних гребнях или вершинах угол между нормальными к этому элементу более 3-4 градусов. Элементами с очень малым радиусом кривизны являются, в частности, все изломы на производящих элементах. Поэтому способ не пригоден для анализа переходных поверхностей, формируемых изломами. Заметим, что в [4, 6] изложен метод нахождения огибающих, формируемых изломами. Этот метод был опробован д.т.н. Е.С. Трубачевым в системе "SPDIAL+", показав хорошую надежность при сокращении времени счета более чем на два порядка.

Список литературы: 1. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел, М.: Мостанкин, 1999. – 494 с. 2. Гохман Х.И. Теория зацеплений, обобщенная и развитая путем анализа: Дисс... магистра механики, Одесса, 1886. – 232с. 3. Колчин Н.И. Аналитический расчет плоских и пространственных зацеплений (с приложением к профилированию режущего инструмента и расчету погрешностей в зацеплениях). – М.-Л.: Машгиз, 1949. – 210с. 4. Шишков В.А. Образование поверхности резанием по методу обкатки. – М.: Машгиз, 1951. – 150с. 5. Давыдов Я.С. Незвольвентное зацепление. – М.: Машгиз, 1950. – 189с. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 7. Ерихов М.Л. Принципы систематики, методы анализа и вопросы синтеза схем зубчатых зацеплений: Автореф. дисс... докт. техн. наук. – Л., 1972. – 48с. 8. Залгаллер В.А. Теория огибающих. – М.: Наука, 1975. – 104с. 9. Гольдфарб В.И. Некоторые упражнения с уравнениями зацепления // Пространство зацеплений. Сборник докладов научного семинара Учебно-научного центра зубчатых передач и редукторостроения. – Ижевск-Электросталь, 2001. – С.20–24. 10. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометрико-кинематических представлений: Автореф. дисс... докт. техн. наук. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2005. – 47с. 11. Несмелов И.П., Гольдфарб В.И. Недифференциальный подход к решению задачи огибающей // Механика машин. – Вып.61. – М.: Наука, 1983. – С.3–10. 12. Goldfarb V.I., Lunin S., Trubachov E.S. Advanced computer modeling in gear engineering. In: Proceedings of ASME International Power Transmission and Gearing Conference. Chicago, Illinois, USA, September 2–6. 2003. 13. Лангофер А.Р., Бабичев Д.Т., Райхман Г.Н. Шунаев Б.К. Исследование на ЭВМ нагрузки на режущие кромки зуборезного

инструмента // Станки и инструменты. – №1. – 1986. – С.18–19. 14. Бабичев Д.Т. Ускорение внедрения и кривизны в зацеплениях // Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения: Сб. докл. научно-технической конференции с международным участием. – Ижевск, 2008. – С.157–161. 15. Дусев И.И. Связь между кривизнами взаимогнбаемых поверхностей зубьев пространственных зацеплений // Изв. вузов. Машиностроение. – 1969. – №3. 16. Бабичев Д.Т. О применении многопараметрических огибаний при компьютерном моделировании процессов формообразования в рабочих и технологических зацеплениях // Теория и практика зубчатых передач: Сб. докл. научно-технической конференции с международным участием. – Ижевск, 2004. – С.302–315.

Поступила в редколлегию 14.04.10

УДК 621. 833

В.А. БЕРЕЖНОЙ, ст.преп. каф. НГГ НТУ "ХПИ", г. Харьков

О ВЫБОРЕ РАСЧЁТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ПЕРЕДАЧ

Відбувається вибір розрахункової динамічної моделі для евольвентної циліндричної прямозубої передачі. На основі рівняння Лагранжа складається система диференціальних рівнянь динамічної системи зубчастих передач.

Occurs a choice accounting dynamic models for cylindrical spur gears. On the base of equation Lagrang forms a system of differential equations of dynamic toothed issue system.

Введение. Точность динамического расчёта зубчатых передач определяется принятой моделью динамической системы и её параметрами. Сама процедура динамического расчёта зубчатых передач после получения системы дифференциальных уравнений, описывающих их динамическое состояние, не отличается от разработанных в теории колебаний аналитических и численных методов расчёта упругих систем. Поэтому основное внимание при динамических расчётах зубчатых передач следует уделять обоснованному выбору расчётных моделей и определению параметров зубчатых передач.

Выбор расчётной динамической модели для эвольвентной цилиндрической прямозубої передачі не может быть сделан однозначно, он в значительной мере зависит от целей выполняемого динамического расчёта. Поэтому следует стремиться к получению такой динамической модели, с помощью которой можно получить ответ на поставленный вопрос с необходимой точностью [1, 2].

Постановка задачи. Цель работы – обосновать простейшую эквивалентную схему и получить математическую модель динамики одноступенчатой цилиндрической эвольвентной прямозубої передачі на основе уравнений Лагранжа с учетом жесткости зубьев и валов, которая в дальнейшем будет

использована для исследования изменения собственных частот системы при воздействии на жесткость зубьев [3, 4].

Разработка расчётной динамической модели для эвольвентных цилиндрических прямозубых передач. Механическую систему "двигатель – передача – исполнительный механизм" можно упрощенно представить в виде эквивалентной четырехмассовой динамической модели (рисунок 1). Где: I_1 – момент инерции двигателя; I_4 – момент инерции исполнительного механизма; $I_{ш}$ и $I_к$ – моменты инерции шестерни и колеса; C_1 и C_4 – крутильные жесткости соединительных валов; $c_{ш}^3$ и $c_{к}^3$ – жесткости зубьев шестерни и колеса передачи; C_3 – жесткость зацепления передачи, где $C_3=c_{ш}^3+c_{к}^3$.

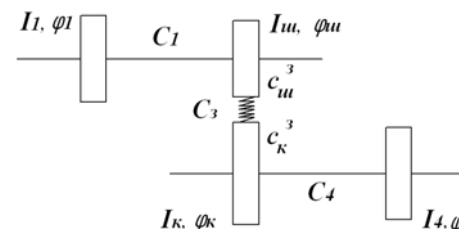


Рисунок 1 – Динамическая модель цилиндрического эвольвентного прямозубого зацепления в плоском виде

Зубчатые колёса представляются в виде твёрдых тел, посаженных на несущие валы, зубья же колёс представляются в виде консольных балок, жёстко соединённые с ободом зубчатого колеса (рисунок 2). Моделирование упругой связи непосредственно в зацеплении зубчатых колес осуществлено с помощью пружинки (рисунки 1-2).

При сделанных допущениях из анализа движения системы вытекает, что данная динамическая модель определяется четырьмя обобщенными координатами:

φ_1, φ_4 – углы поворота ведущей и ведомой присоединенных масс;

$\varphi_{ш}, \varphi_{к}$ – углы поворота шестерни и колеса соответственно.

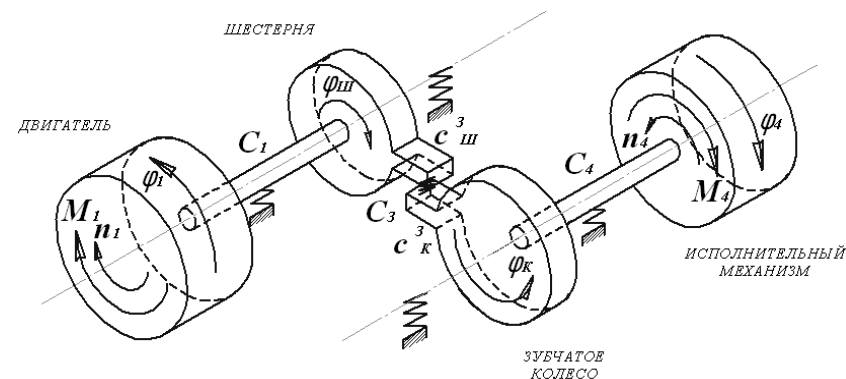


Рисунок 2 – Динамическая модель цилиндрического эвольвентного прямозубого зацепления в пространственном виде

Для принятой динамической модели, определенной четырьмя обобщенными координатами запишем дифференциальные уравнения движения. Для этого воспользуемся уравнением Лагранжа II рода [5]:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия системы; Π – потенциальная энергия системы; Q_i – обобщенная сила, соответствующая i -й обобщенной координате; q_i – i -я обобщенная координата; \dot{q}_i – скорость i -й обобщенной координаты.

Запишем кинетическую энергию исходной системы

$$2T = I_1 \dot{\varphi}_1^2 + I_{\text{ш}} \dot{\varphi}_{\text{ш}}^2 + I_{\text{к}} \dot{\varphi}_{\text{к}}^2 + I_4 \dot{\varphi}_4^2. \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) &= I_1 \ddot{\varphi}_1; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_1} &= 0; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_4} \right) &= I_4 \ddot{\varphi}_4; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_4} &= 0; \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{\text{ш}}} \right) &= I_{\text{ш}} \ddot{\varphi}_{\text{ш}}; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_{\text{ш}}} &= 0; & \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}_{\text{к}}} \right) &= I_{\text{к}} \ddot{\varphi}_{\text{к}}; & \frac{\partial T}{\partial \varphi_{\text{к}}} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Потенциальная энергия системы:

$$2\Pi = C_1 (\varphi_1 - \varphi_{\text{ш}})^2 + C_3 (\varphi_{\text{ш}} R_{\text{ш}} - \varphi_{\text{к}} R_{\text{к}})^2 + C_4 (\varphi_{\text{к}} - \varphi_4)^2. \quad (4)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_1} &= +C_1 (\varphi_1 - \varphi_{\text{ш}}); & \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_{\text{ш}}} &= -C_1 (\varphi_1 - \varphi_{\text{ш}}) + C_3 R_{\text{ш}} (\varphi_{\text{ш}} R_{\text{ш}} - \varphi_{\text{к}} R_{\text{к}}); \\ \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_4} &= -C_4 (\varphi_{\text{к}} - \varphi_4); & \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi_{\text{к}}} &= -C_3 R_{\text{к}} (\varphi_{\text{ш}} R_{\text{ш}} - \varphi_{\text{к}} R_{\text{к}}) + C_4 (\varphi_{\text{к}} - \varphi_4). \end{aligned} \quad (5)$$

Обобщенные силы найдены как частные производные по обобщенным координатам из выражения для виртуальной работы (рисунок 2)

$$A = -\varphi_1 M_1 + \varphi_4 M_4. \quad (6)$$

Тогда

$$Q_{\varphi_1} = \frac{\partial A}{\partial \varphi_1} = -M_1; \quad Q_{\varphi_4} = \frac{\partial A}{\partial \varphi_4} = +M_4. \quad (7)$$

Воспользовавшись уравнением Лагранжа, запишем дифференциальные уравнения движения приведенной системы:

$$\begin{cases} I_1 \dot{\varphi}_1 + C_1 (\varphi_1 - \varphi_{\text{ш}}) = -M_1; \\ I_{\text{ш}} \ddot{\varphi}_{\text{ш}} - C_1 (\varphi_1 - \varphi_{\text{ш}}) + C_3 R_{\text{ш}} (\varphi_{\text{ш}} R_{\text{ш}} - \varphi_{\text{к}} R_{\text{к}}) = 0; \\ I_{\text{к}} \ddot{\varphi}_{\text{к}} - C_3 R_{\text{к}} (\varphi_{\text{ш}} R_{\text{ш}} - \varphi_{\text{к}} R_{\text{к}}) + C_4 (\varphi_{\text{к}} - \varphi_4) = 0; \\ I_4 \ddot{\varphi}_4 - C_4 (\varphi_{\text{к}} - \varphi_4) = +M_4. \end{cases} \quad (8)$$

Полученная система дифференциальных уравнений второго порядка (8) описывает вынужденные колебания рассмотренной эквивалентной динамической модели зубчатой передачи и позволяет исследовать влияние на колебательный процесс основных геометрических, кинематических и динамических параметров линейной модели [6]. Решение данной системы (8) осуществляется в математическом пакете VisSim.6 на основе численного метода интегрирования метода Рунге-Кутты IV-го порядка.

Предложенная модель обеспечивает возможность имитационного изучения колебательных процессов в передаче за одно пересопряжение пары зубьев; один полный оборот и за несколько десятков оборотов одного из зубчатых колес при разных частотах вращения и со сменной по фазой зацепления жесткостью.

Список литературы: 1. *Абрамов Б.М.* Колебания прямозубых зубчатых колёс. – Харьков: ХГУ, 1968. – 175с. 2. *Петрусевич А.И.* Динамические нагрузки в зубчатых передачах с прямозубыми колёсами. – М.: АН СССР, 1956. – 134с. 3. *Арефьев В.А.* Снижение вибраций быстроходных зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1975. – №4. – С.25–27 4. *Берестнев О.В., Жук И.В., Неделькин А.Н.* Зубчатые передачи с повышенной податливостью зубьев. – Минск: Наука и техника, 1993. – 184с. 5. *Кириченко А.Ф., Воронцова Д.В., Бережной В.А.* Геометро-кинематическая модель динамики прямозубых эвольвентных передач с учётом модификации зубьев. // Вестник науки и техники // Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт", ТОВ "Харьковский дом науки и техники" – Харьков: ТОВ "ХДНТ", 2006. – Вып.1-2(24-25). – С.11–17. 6. *Бережной В.А., Матюшенко Н.В., Федченко А.В.* О влиянии на динамику зубьев в эвольвентной прямозубой передаче // Вісник Національного технічного університету "Харківський політехнічний інститут". – Харків: НТУ "ХПІ", 2009. – Вип.19. – С.35–38.

Поступила в редколлегию 20.04.2010

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н., генеральный директор АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев
В.М. ФЕЙ, главный инженер АОЗТ "НИИ "Редуктор"

СОВРЕМЕННАЯ МЕТОДИКА ВЫБОРА РЕДУКТОРОВ И МОТОР-РЕДУКТОРОВ

Запропонована сучасна методика вибору редукторів і мотор-редукторів.

Modern method of choice of reducing gears and motor-gears is offered.

Непрерывное совершенствование электромеханических приводов общемашиностроительного применения (МП ОМП) и их компонентов (электродвигателей, редукторов, муфт и др.) направленное на повышение нагрузочной способности, снижение габаритных размеров и массы, повышение надежности и долговечности требует от проектировщиков и потребителей знаний правильного выбора привода [1-4].

В общем случае выбор редуктора (мотор-редуктора) сводится к определению потребной мощности или крутящего момента на выходном валу с учетом режима эксплуатации, характера нагрузки, температуры внешней среды, типа и типоразмера изделия, передаточного числа (отношения) редуктора или частоты вращения выходного вала мотор-редуктора, допускаемой радиальной консольной нагрузки на выходном валу. При этом расчетные значения мощности, крутящего момента и радиальной консольной нагрузки на выходном валу не должны превышать допускаемых нагрузок, указанных в паспорте или каталоге на изделие.

Для правильного расчета параметров привода необходимо располагать данными приводного механизма (нагрузки, частоты вращения валов, массы вращающихся деталей и др.). По ним определяются необходимые значения мощности, крутящего момента и частоты вращения. Рассчитав мощность и частоту вращения привода можно выбирать соответствующий вариант привода с учетом других требований к механическим параметрам.

1 Порядок выбора редуктора

1.1 Коэффициент полезного действия (КПД). КПД редукторов в основном зависит от трения в зубчатом зацеплении и подшипниках. Следует учитывать, что КПД редуктора при запуске всегда ниже, чем при номинальной частоте вращения и нагрузке, что очень важно при выборе червячных редукторов для работы в переменных режимах работы, например в подъемниках.

При передаче обратного момента КПД червячного редуктора определяется как $\eta' = 2 - 1/\eta$, что значительно ниже, чем КПД η при прямой передаче. Если КПД при прямой передаче $\eta \leq 0,5$, то червячный редуктор является самотормозящим.

При поставке боковая поверхность зубьев новых червячных редукторов еще не приработана. Поэтому в период приработки КПД ниже, чем при после-

дующей эксплуатации на следующую величину: 12% – для однозаходных передач, 6% – для двухзаходных и 3% – для трех- и четырехзаходных передач.

Приработка червячных передач считается законченной и КПД достигает номинальных значений, если достигнута нормальная рабочая температура редуктора при номинальной нагрузке.

1.2 Определение эксплуатационного коэффициента. Воздействие рабочего механизма на редуктор учитывается с достаточной точностью, если при расчете использовать эксплуатационный коэффициент f_B (сервис-фактор). Эксплуатационный коэффициент определяется по ежедневному времени работы и количеству включений. При этом выделяют три характера нагрузки в зависимости от коэффициента инерции. Необходимый эксплуатационный коэффициент можно определить по диаграмме на рисунке 1.

$$\text{Коэффициент инерции} = \frac{\text{Все внешние моменты инерции}}{\text{Момент инерции двигателя}} \quad (1)$$

Все внешние моменты инерции – это моменты инерции рабочего механизма и редуктора, приведенные к валу двигателя. Расчет для приведения к валу двигателя выполняется по следующей формуле:

$$J_X = J \times \left(\frac{n_2}{n_{\text{дв}}} \right)^2, \quad (2)$$

где J_X – момент инерции, приведенный к валу двигателя; J – момент инерции, приведенный к выходному валу редуктора; n_2 – частота вращения выходного вала редуктора; $n_{\text{дв}}$ – частота вращения вала двигателя.

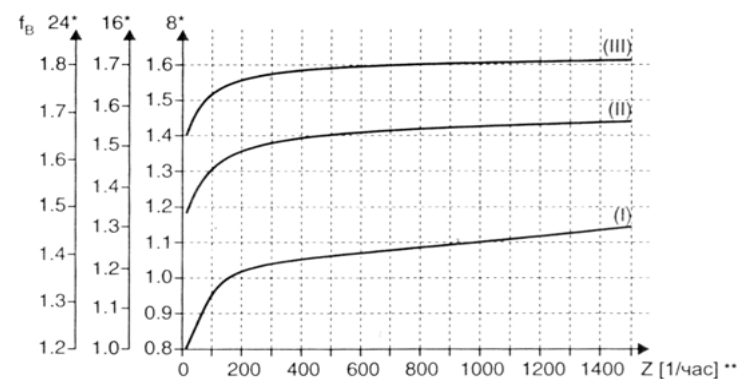


Рисунок 1 – Эксплуатационный коэффициент f_B :

* Ежедневное время работы, часов в сутки;

** В данном количестве включений Z учитываются все процессы запуска и торможения, а также переходы с низкой частоты вращения на высокую и наоборот

Различают три характера нагрузки:

- (I) Равномерная нагрузка, допустимый коэффициент инерции $\leq 0,2$.
- (II) Умеренная ударная нагрузка, допустимый коэффициент инерции ≤ 3 .
- (III) Значительная ударная нагрузка, допустимый коэффициент инерции ≤ 10 .

Момент инерции двигателя – это моменты инерции ротора двигателя, а также тормоза и инерционной крыльчатки, если таковые установлены. При большом коэффициенте инерции (>10), большом люфте в передающих элементах или при значительных внешних радиальных нагрузках эксплуатационный коэффициент f_B может быть $>1,8$.

В дополнение к эксплуатационному коэффициенту f_B , показанному на рисунке 1, при выборе червячных редукторов необходимо принимать в расчет еще два эксплуатационных коэффициента. Это:

– f_{B1} = эксплуатационный коэффициент, учитывающий температуру окружающей среды;

– f_{B2} = эксплуатационный коэффициент, учитывающий относительную продолжительность включения.

Дополнительные эксплуатационные коэффициенты f_{B1} и f_{B2} можно определить по диаграммам на рисунке 2. Характер нагрузки учитывается в f_{B1} таким же образом, как и в f_B .

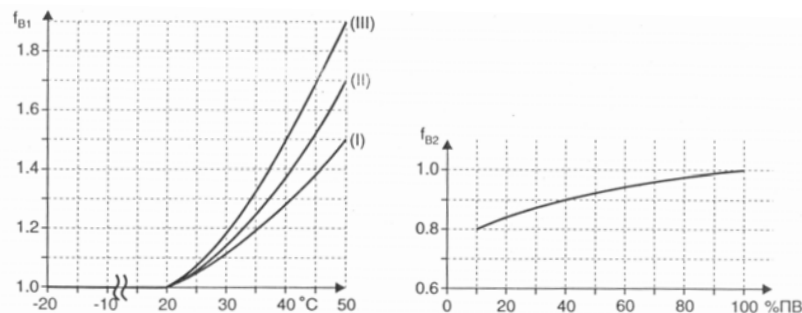


Рисунок 2 – Дополнительные эксплуатационные коэффициенты f_{B1} и f_{B2}

$$PV(\%) = \frac{\text{Время работы под нагрузкой в мин} / \text{ч}}{60} \times 100 \quad (3)$$

Общий эксплуатационный коэффициент, необходимый для выбора червячных редукторов, рассчитывается следующим образом:

$$f_{BC} = f_B f_{B1} f_{B2} \quad (4)$$

1.3 Расчетный крутящий момент, которым необходимо пользоваться при выборе редуктора. Расчетный крутящий момент M_{2p} , которым необходимо пользоваться при выборе редуктора с учетом требуемого крутящего

момента M_2 и эксплуатационного коэффициента f_B вычисляется по формуле:

$$M_{2p} = M_2 f_B \leq M_{2n} \quad (5)$$

где M_{2n} – допускаемый крутящий момент редуктора.

Аналогично определяется расчетная мощность:

$$P_p = P \cdot f_B \leq P_{дв} \quad (6)$$

Или для червячных редукторов:

$$P_p = P \cdot f_B \cdot f_{B1} \cdot f_{B2} \leq P_{дв} \quad (7)$$

где P – требуемая мощность; $P_{дв}$ – мощность электродвигателя.

1.4 Определение радиальной консольной нагрузки. При определении результирующей внешней радиальной нагрузки необходимо учитывать тип передающего элемента, установленного на выходной вал. Кроме того, следует принимать во внимание коэффициенты запаса n для различных передающих элементов приведенные в таблице 1.

Внешняя радиальная нагрузка на вал двигателя или редуктора рассчитывается по формуле:

$$F_{r1(2)} = \frac{2000M}{d} \cdot n, \text{ Н} \quad (8)$$

где M – крутящий момент на валу, Н·м; d – средний диаметр устанавливаемого передающего элемента, мм; n – коэффициент запаса.

Определенная внешняя радиальная нагрузка должна быть меньше или равна допускаемой радиальной консольной нагрузки, указанной в паспорте или каталоге.

Таблица 1

Тип передающего элемента	Коэф-т запаса, n	Примечание
Шестерня	1,15	$z > 17$
Звездочка цепной передачи	1,40	$13 \leq z < 20$
Звездочка цепной передачи	1,25	$z \geq 20$
Клиноременный шкив	1,75	В зависимости от предварительного натяжения
Плоскорременный шкив	2,50	– " –
Шкив зубчатого ремня	1,50	– " –

2 Выбор мотор-редукторов. Производится в следующем порядке:

2.1 Определить эксплуатационные коэффициенты f_B , f_{B1} , f_{B2} соответствующие типу мотор-редуктора, типу нагрузки в зависимости от количества включений в час и количеству часов работы в сутки.

2.2 Определить необходимую входную мощность по формуле:

$$P_1 = \frac{M_2 \cdot n_2}{9550 \cdot \eta}, \text{ кВт} \quad (9)$$

2.3 В таблицах паспорта или каталога найдите значение мощности двигателя, соответствующее требуемой мощности. При этом $P_{дв} \geq P_1$. Мощность двигателя, указанная в паспорте, как правило, относится к продолжительному режиму S1. Для двигателей применяемых в условиях режимов, отличных от режима S1, в частности S2 и S3 для двигателей типоразмера 132 и меньше, возможно повышение мощности по сравнению с мощностью в режиме S1, определяемое по формуле:

$$P_{дв} = \frac{P_1}{f_m}, \text{ кВт} \quad (10)$$

где f_m – поправочный коэффициент, учитывающий относительную продолжительность включения, приведенный в таблице 2.

Таблица 2

Обозначение коэффициента	Режим работы S2			Режим работы S3		
	Продолжительность цикла, мин			Продолжительность включения, %		
	10	30	60	25	40	60
f_m	1,35	1,15	1,05	1,25	1,15	1,1

2.4 В соответствии с требуемой частотой вращения выходного вала выберите из паспорта или каталога мотор-редуктор.

Игнорирование учета реальных режимов работы привода при выборе изделия по каталогам иномарок может привести к значительным ошибкам, сопровождающихся отказами и разрушениями приводной техники при эксплуатации.

Список литературы: 1. Редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного применения. Методика выбора в зависимости от режимов нагружения. – М., 1986. – 48с. 2. SEW-EVRODRIVE. Мотор-редукторы. Каталог A3.D01. 2008. – 786с. 3. BONFIGLIOLI RIDUTORI. Каталог. 2008. – 402с. 4. YILMAZ. REDUKTOR. General kataloque. 2008. – 785с.

Поступила в редакцию 16.03.10

І.С. ГРИЦАЙ, д.т.н., професор, зав. кафедри ТМБ НУ "Львівська політехніка"
Я.М. ЛИТВИНЯК, к.т.н., доцент кафедри ТМБ НУ "Львівська політехніка"

ПІДВИЩЕННЯ ТЕХНІКО-ЕКОНОМІЧНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЦТВА ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ПОЄДНАННЯМ ТРАДИЦІЙНИХ ТА НОВИХ СПОСОБІВ ФОРМОУТВОРЕННЯ

Приведены характеристика и обоснование комплексного использования при изготовлении цилиндрических зубчатых колес с большими модулями для выполнения черновой и чистовой зубообработки для нового способа радиально-окружного формообразования зубьев дисковой фрезой с непрерывной обкаткой и традиционного зубофрезерования стандартной червячной фрезой, что обеспечивает повышение эффективности производства зубчатых колес.

Description and ground of the combined application of new and traditional method of treatment of gear-wheels is resulted. The new or traditional methods of treatment are representing a disk milling cutter which continuously rotating of gear-wheel or worm milling cutter. A new method is utilized for draft treatment of gear-wheel. A traditional method is for eventual treatment of gears. Exactness and productivity are providing.

Актуальність проблеми. Процес зубонарізання модульними черв'ячними фрезами, як основний метод виготовлення циліндричних зубчастих коліс, належить до складних і витратних. Ця теза особливо справедлива для великомодульних коліс та твердих матеріалів заготовок, які виготовляють за 2-4 проходи. Для економії коштів на інструмент підприємства замість фрез, споряджених твердосплавними пластинами використовують фрези зі швидкорізальних сталей, які мають невисокі різальні властивості та обмежений період стійкості. Ефективність цього процесу можна підвищити з допомогою комбінованого способу формування зубців коліс.

Зміст розробки та її технічні можливості. На кафедрі технології машинобудування НУ "Львівська політехніка" вже протягом тривалого часу розробляють новий спосіб виготовлення зубчастих коліс, в основі якого – використання для формоутворення тонкої дискової (відрізної) багатозубчастої фрези. Нарізання зубців та формування робочих профілів відбувається в умовах обкатування, як і в черв'ячному зубофрезеруванні, на звичайному зубофрезерному верстаті, що випускається серійно. Особливість формоутворення – у зміщенні кінематичної та геометричної осей інструменту на верстаті (ексцентриситет), що, одночасно з обертанням фрези забезпечує кінематику формоутворення. Універсальність способу полягає в тому, що зміна величини ексцентриситету рівнозначна зміні модуля, тому однією фрезою можна нарізати колеса будь-якого модуля і кількості зубців. При додатковому нескладному дооснащенні верстата на ньому можна однією дисковою фрезою нарізати практично усі види і типи коліс: циліндричні, конічні, черв'ячні (у т.ч. глобо-

ідальні), одновіцеві та шевронні, прямо-і косозубчасті, з прямолінійними і гвинтовими зубцями (у т.ч. гіпоідальні). Перелічені можливості способу підтверджені експериментально [1, 2]. За широтою універсальності, технічними і технологічними можливостями, досягненими результатами (зменшення витрат, підвищення продуктивності, скорочення номенклатури зуборізних верстатів та інструментів) даний спосіб не має аналогів у практиці зубообробки.

Дослідження та подальший розвиток цього способу ведуться у різних напрямках та охоплюють низку теоретико-прикладних проблем: проектування та профілювання дискового зуборізного інструменту; розроблення пристроїв та засад модернізації зубонарізних обкочувальних верстатів для розширення їх технологічних можливостей; розроблення теорії синусоїдального зачеплення та модифікації синусоїдальних профілів; розрахунок точності зубообробки та визначення структури сумарної похибки обробки; оптимізація робочих режимів процесу; метрологія синусоїдальних зубчастих коліс і передач.

Практичне використання. Один із напрямків ефективного використання даного способу полягає у створенні змішаної, або гібридної технології зубообробки, що базується на поєднанні традиційного зубофрезерування черв'ячними модульними фрезами, та нового способу формоутворення. Ця технологія дає змогу отримати максимальний економічний ефект, який формується комплексно – у виробника, за рахунок скорочення широкою номенклатури дорогих і складних зубообробних верстатів та інструментів, та у користувача синусоїдальних передач, завдяки їх вищим експлуатаційним властивостям. Покажемо це на конкретному прикладі.

У галузі зубообробки кафедра ТМБ співпрацює з Львівським локомотиворемонтним заводом. "Вузькою" ділянкою цього підприємства є процеси виготовлення зубчастих коліс приводів тепловозів. Об'єкт виробництва – косозубчасті колеса (кут нахилу зубців –) модуль 10мм, кількість зубців 82 (колесо) і 22 (шестірня), матеріал колеса сталь 45, шестірні – 20ХН3А; ТО – нормалізація, твердість НВ 280-320. Профіль зубців модифікований. Черв'ячна фреза з швидкорізальної сталі Р6М5, однозахідна, зовнішній діаметр 170мм, кількість зубців – 10.

Процес нарізання цих деталей працездатний та низькопродуктивний. Він включає 3 переходи: чорновий з глибиною різання 14мм, півчистовий з глибиною різання 7мм; чистовий з глибиною різання 2,5мм. Стійкості однієї черв'ячної фрези вистачає на 1 перехід, після кожного переходу фрезу відправляють на перезагострення, а процес зубонарізання продовжується після відновлення працездатності фрези; протягом перешліфовки інструменту верстат вимушено простоює. Іншу черв'ячну фрезу, на час перешліфування основної, використати не можна внаслідок складності попадання її гвинтової поверхні в попередньо прорізану впадину колеса першою фрезею. В результаті повний час зубонарізання становить дві зміни (понад 16 год.).

Для покращення діючого техпроцесу і підвищення його ефективності розроблено такі заходи.

1. На етапі чорнового прорізання впадин використати спосіб зубонарізання дисковою фрезею: замість швидкорізальної черв'ячної фрези використовуємо збірну дискову фрезу, споряджену пластинами з твердого сплаву.

2. Попереднє прорізання зубців, які мають синусоїдальний профіль, здійснюємо не за 2 переходи, а за один перехід з глибиною різання $0,85h$. Припуск по боковій стороні зубців (що відповідає глибині різання $0,15h$) достатній для формування евольвентного модифікованого профілю черв'ячною фрезею на чистовому переході.

3. За рахунок використання твердосплавного інструменту настроюємо верстат на вищу швидкість різання та підвищуємо продуктивність процесу.

4. Додатковий фактор підвищення продуктивності полягає

в зміні кінематики процесу зубонарізання. На кафедрі ТМБ розроблено ряд конструкцій і схем модернізації верстатів, які через додаткову зубчасту пару між осями інструментального шпинделя і віссю інструменту дають можливість перейти на вищі частоти обертання і більшу швидкість різання. Додатковий пристрій змінює кінематику процесу черв'ячного зубофрезерування: за один цикл зворотно-поступального переміщення дискової фрези і поворот колеса на один кутовий крок дискова фреза здійснює в радіальному напрямку не один оберт, як у черв'ячному зубофрезеруванні, а 5-10 обертів. Один з таких пристроїв-мультиплікаторів показано на рисунку.

Конструкція мультиплікатора, розроблена для верстатів 5К32, що використовуються на ЛЛРЗ, підвищує оберти у 6 разів, відповідно, швидкість різання збільшується з 21,4 м/хв. у базовому варіанті до 113 м/хв.

Техніко-економічні переваги. Зміна структури технологічного процесу, підвищення робочих режимів та економія часу у гібридній технології порівняно з діючою наведені в таблиці 1 і таблиці 2; розрахунки виконані тільки для зубчастого колеса.

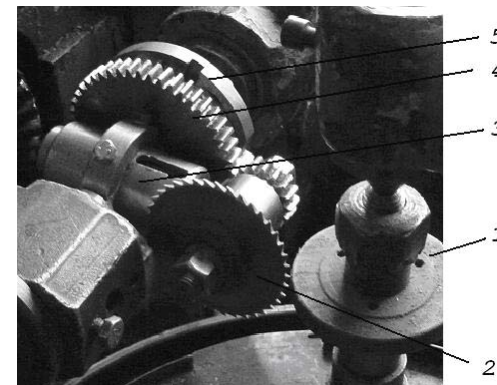


Рисунок – Модернізація зубофрезерного верстата для нарізання синусоїдальних зубчастих коліс

1 – заготовка зубчастого колеса; 2 – дискова фреза; 3 – напрямний механізм зворотно-поступального руху; 4 – зубчаста передача від інструментального шпинделя верстата до шпинделя інструменту; 5 – механізм зміни величини ексцентриситету

Таблиця 1 – Базовий варіант

Параметр, показник	Переходи		
	1	2	3
Швидкість різання, м/хв. / частота обертання черв'ячної фрези, об. ⁻¹	21,4 / 40		
Глибина різання, мм	14	7	2,5
Осьова подача фрези: мм/зуб інструменту мм/об заготовки	0,0017 1,4		0,000854 0,7
Основний час обробки, хв.	284,1	254,8	445,1
Складові часу на операцію: - підготовчо-заключний $T_{п-з}$, хв. - допоміжний $T_{д}$, хв	108,8 219,5		
Штучно-калькуляційний час на 1 колесо, хв.	1311,88		

Таблиця 2 – Проектний варіант

Параметр, показник	Переходи	
	1	2
Швидкість різання, м/хв. / частота обертання черв'ячної фрези, об. ⁻¹	113,04 / 240	
Глибина різання, мм	21	2,5
Осьова подача фрези: мм/зуб інструменту мм/об заготовки	0,0017 2,23	
Основний час обробки, хв.	29,7	445,1
Складові часу на операцію: - підготовчо-заключний $T_{п-з}$, хв. - допоміжний $T_{д}$, хв	108,8 -	
Штучно-калькуляційний час на 1 колесо, хв.	583,6	
Фреза дискова з пластинами твердого сплаву, діаметр 150мм, кількість зубців 16		

Техніко-економічна ефективність розробки. Початкові дані: річна програма випуску колісних пар 200-220 шт., тобто, коліс і шестерень – по 200 – 220 кожного виду. На ділянці зубообробки використовують 4 зубофрезерні верстати мод. 5К32, режим роботи – двозмінний; річний ефективний фонд часу одного верстата 3850 год.

Складові техніко-економічного ефекту.

1. Зменшення штучного часу:

а) зменшення основного часу на першому переході досягається за рахунок вищої осьової подачі (при однаковій подачі на зуб інструменту) і більшої швидкості різання, різниця часу становить 254,4 хв. (4,24 год.);

б) зменшення основного часу на другому переході – другий (півчистовий) перехід відсутній, зменшення часу – 254,8 хв. (4,25 год.);

в) виключення простоювання верстата після першого і другого переходів в очікуванні перешліфовування черв'ячної фрези становить 219,5 хв. (3,66 год.)

Зменшення штучного часу на операцію становить 728,28 хв. (12,14 год.).

2. Економія витрат на різальний інструмент.

а) *вартість нового інструменту.* Ціна однієї модульної черв'ячної фрези m 10мм становить 10 000-11 000 грн., приймаємо 10 500 грн. Фреза допускає 12 переточок. За час виготовлення 1 колеса фреза проходить трикратне перезагострювання, тобто, повного ресурсу однієї черв'ячної фрези вистачає на виготовлення 4 – х зубчастих коліс. Річна програма випуску коліс 200-220 шт., а потреба в нових черв'ячних фрезах рівна 50-55 шт. Витрати на їх придбання становлять 525000-577500 грн.

Дискова фреза є інструментом багатократного використання, її ціна, приведена до однієї деталі (включаючи вартість конструкторської документації і виготовлення корпусу) 20-40 грн. Ціна одного комплекту твердосплавних зубців – 250-320 грн. Навіть якщо допустити, що один комплект зубців твердого сплаву спрацьовується за один чорновий прохід, то витрати на дисковий інструмент, приведені до одного колеса рівні 300-360 грн., а на всю річну програму зубчастих коліс – 60000-79200 грн.

б) *зменшення витрат на перешліфовування черв'ячних фрез.* Річні витрати заточного відділення (включаючи амортизацію заточних верстатів, вартість їх утримання і обслуговування, заробітну плату заточників), приведені до річного обсягу зубчастих коліс становлять 5 500 – 7 000 грн. (за найменшими підрахунками).

Твердосплавні зубці дискової фрези не підлягають перешліфовуванню, а заміну спрацьованих зубців може виконувати оператор зубофрезерного верстату за час першого, або другого проходу (для цього потрібно ще один комплект корпусу дискової фрези з двох деталей-фланців і кріпильних елементів). Економія коштів на перешліфовуванні становить 5500-7000 грн, а сумарні річні витрати на інструмент рівні 470500-505300 грн.

3. Підвищення продуктивності праці.

Зменшення працездатності коліс дає змогу збільшити річну програму N^1 їх виготовлення без придбання нового обладнання. Працездатність виготовлення однієї шестерні (кількість зубців $z=22$) становить ~30% від працездатності виготовлення колеса, тобто. Тоді сумарна кількість комплектів колесошестерня в проектному варіанті рівна:

$$N^1 = \frac{60 \cdot C_d \cdot \Phi_d}{1,3 \cdot T_{шт}^1} = 1216 \text{ шт.},$$

де C_d – дійсна кількість верстатів (4); Φ_d – дійсний річний фонд часу роботи обладнання (3850 год.); $T_{шт}^1$ – штучний час в проектному варіанті.

Кількість деталей кожного найменування становить – 608 шт. Отже, можливе збільшення річного випуску продукції становить 388-408 одиниць зубчастих коліс і шестерень по кожному виду.

4. *Додатковий економічний і технічний ефект* можна отримати за рахунок:

а) покращення якості профілів зубців після термічної обробки – гарту-

вання до твердості НВ введенням операції шліфування, що здійснюється за тим же кінематичним методом, що і зубонарізання дисковою фрезою.

Термообробка після зубонарізання зменшує точність колеса з 7 до 8-9 ступені, а від заключної операції – традиційного шліфування черв'ячними шліфувальними кругами на заводі відмовилися через великі фінансові витрати, зв'язані з впровадженням зубошліфування.

У нашому способі зубообробки шліфування можливе на звичайному зубофрезерному верстаті без використання спеціальних шліфувальних інструментів, а з допомогою дискового (відрізного) шліфувального круга. Шліфування профілів можливе за тією кінематичною схемою, що й зубонарізання – обертанням дискового круга з його періодичним зворотно-поступальним переміщенням у кожній впадині. Необхідну швидкість різання зубошліфування теж можна забезпечити мультиплікатором, проте, для шліфування даним способом евольвентних профілів необхідне додаткове спорядження, або реалізація процесу на зубофрезерному верстаті з ЧПК.

б) при меншій працездатності зубчастих коліс і незмінній програмі – 200 – 220 пар коліс в рік, для їх виготовлення потрібно таку розрахункову кількість верстатів:

$$C_p = \frac{1,3 \cdot T_{шт}^1 \cdot N^1}{60 \cdot \Phi_d} = 0,66 - 0,72,$$

тобто всю річну програму колісних пар можна нарізати на одному верстаті, завантаженому при двозмінній роботі на 0,66-0,72%.

Інші 3 зубофрезерні верстати можна реалізувати і використати виробничу площу, що звільняється, на інші потреби, або ж завантажити їх зовнішніми замовленнями по міжзаводській кооперації.

Висновки. Теоретично обґрунтовано та показано на конкретному прикладі переваги, які дає використання нового способу нарізання зубчастих коліс в поєднанні з традиційними методами і технологією. Складовими ефективності є істотне спрощення діючих технологічних процесів, зменшення їх працездатності і підвищення продуктивності обробки, можливість отримання значного економічного ефекту у діючому виробництві.

Список літератури: 1. *Грицай І.С., Литвиняк Я.М.* Синусоїдальні зубчасті передачі як альтернатива традиційним передачам та новий метод їх виготовлення / Вісник НТУ "ХП". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХП", 2009. – №19. – С.43–53. 2. *Грицай І.Е., Литвиняк Я.М.* Изготовление червячных колес глобоидальных передач. Новый эффективный способ решения актуальной проблемы / Оборудование и инструмент. – 2009. – №4(115). – С.12–14.

Надійшла до редколегії 29.04.10

УДК 621.833

В.Е. ЗАМКОВОЙ, к.т.н., главный металлург ГП "Ивченко-Прогресс", г. Запорожье
А.Б. ЕДИНОВИЧ, нач. бригады зубчатых передач ГП "Ивченко-Прогресс"
Т.В. ТИХОМИРОВА, инженер ГП "Ивченко-Прогресс"

ВЛИЯНИЕ АНТИФРИКЦИОННЫХ ПОКРЫТИЙ НА ОСНОВЕ МЕДИ НА КОНТАКТНУЮ ВЫНОСЛИВОСТЬ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС ИЗ СТАЛИ 14ХГСН2МА-Ш И 16ХЗНВФМБ-Ш

Розглянута можливість нанесення, переваги та недоліки антифрикційного покриття на основі міді, вплив технології нанесення на значення контактної витривалості робочих поверхонь зубчастих коліс. Приведені основні вимоги до антифрикційного покриття деталей редукторів. Виконані випробування обраного покриття підтвердили підвищення контактної витривалості.

In this work is produced results contact fatigue test of steel models with antifrictional copper's cover. Presented effect of a covering and technology of their coating on reducers details. The base demand to cover is composed. Lacks and advantage different technology of coating antifrictional copper's cover is accounted.

Введение. Повышение ресурса и улучшение механических характеристик, в частности контактной выносливости, зубчатых колес авиационных двигателей является актуальной задачей нашего времени. Разработка и внедрение теплоустойчивых сталей, синтетических масел с антифрикционными присадками, конструктивные изменения (изменение угла зацепления) и другие мероприятия внесли свою лепту в увеличении ресурса, однако повысить уровень применяемых напряжений на поверхности контактирующих деталей практически не удалось.

Основным фактором, снижающим контактную выносливость, является местный поверхностный перегрев детали (до 350°C) непосредственно в зоне контакта, который приводит к снижению твердости и, соответственно, разупрочнению поверхности. В свою очередь для зубчатых передач редукторов авиадвигателей, как правило, применяются теплоустойчивые стали с химикотермическим упрочнением (14ХГСН2МА и 16ХЗНВФМБ), с допустимой рабочей температурой до 200°C и до 350°C соответственно.

Одним из путей повышения контактной выносливости является поверхностное упрочнение деталей. Анализ различных упрочняющих технологий показал, что совокупность химикотермического упрочнения и последующего формирования тонкого антифрикционного слоя из мягкого металла может оказаться весьма перспективным[1].

Эффект применения металлических покрытий состоит в разделении контактирующих поверхностей слоем материала обладающим низким коэффициентом трения для снижения температуры в зоне контакта и предотвращения заедания [2]. Также покрытие снижает влияние поверхностных дефектов, улучшается приработка, что также положительно влияет на повышение контактной выносливости[3].

Однако следует учитывать, что применение антифрикционных покрытий является одним из этапов повышения контактной выносливости и рассматривать в отрыве от остальных усовершенствований нецелесообразно.

Разработка покрытия начинается с определения требований к слою и качеству поверхности:

- 1) Опытным путем установлено, что толщина покрытия должна быть в пределах допуска 1-2мкм, чтобы обеспечить точность изготовления детали;
- 2) Покрытие должно наноситься на окончательно готовую деталь;
- 3) Коэффициент сухого трения должен быть меньше, чем сталь по стали (ниже 0,15);
- 4) Теплостойкость при температуре не менее 350°C, т.е. не ниже температуры в зоне контакта;
- 5) Коррозионная стойкость к применяемому маслу, допускается ограниченная стойкость к воде и солям кислот;
- 6) Стойкость к абразивному износу;
- 7) Наличие технологии нанесения, которая обеспечит стабильность свойств покрытия и его адгезию к основному материалу;
- 8) Соотношение цены и качества.

На основании предложенных требований выбраны следующие технологии нанесения: гальваническое и механофрикционное.

Преимуществом гальванического метода является наличие технологии нанесения, стабильные результаты и сравнительно низкая себестоимость. Но обеспечение адгезии и ограничение определенными электро-химическими реакциями несколько ограничивает применение. Механофрикционный метод нанесения позволяет наносить разнородные материалы, не повреждает материал деталей, также имеет низкую стоимость[3]. Недостатком в некоторых случаях может явиться недостаточная адгезия.

Целью данных исследований является изучение эффективности антифрикционных покрытий на основе меди с целью повышения контактной выносливости рабочих поверхностей зубчатых колес из стали 14ХН2ГСМА и 16ХЗНВФМБ.

Материалы и методика испытания. Все образцы перед испытанием прошли термическую обработку согласно типовой технологии цементации зубчатых колес.

Испытания выполнены на трех группах образцов: без покрытия, с гальваническим меднением, нанесенным вкруговую, механофрикционным меднением (Медь+УДА+Баббит Б93 и Медь МФО) рабочей поверхности образца. Форма рабочей поверхности образцов за счет наличия эллипса вращения исключает краевые эффекты и повышает точность эксперимента (рисунок 1).

Испытания выполнены на роликовой машине МКВ-К конструкции ВНИИ подшипниковой промышленности. Данная установка предназначена для испытаний при комнатной температуре и постоянной скорости вращения приводного диска.



Рисунок 1 – Внешний вид образца

Испытания выполнены при соблюдении следующих условий:

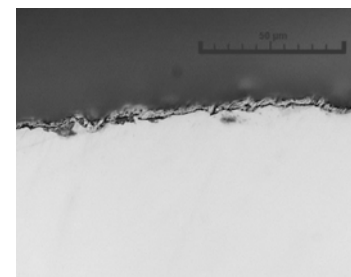
- 1) испытания проводятся до начала питтинга (контроль обеспечивается технологически);
- 2) напряжение в контакте 3500МПа (оптимальное по длительности и величине нагрузки);
- 3) степень проскальзывания 7% (соответствует реальным условиям в зубчатых зацеплениях),
- 4) температура масла 20-30°C;
- 5) масло СМ-25 (25% МС-20 и 75% МС8П).

Оценка качества материала образцов и покрытия. Внешний вид медного покрытия нанесенного гальваническим и механофрикционным методами отличается:

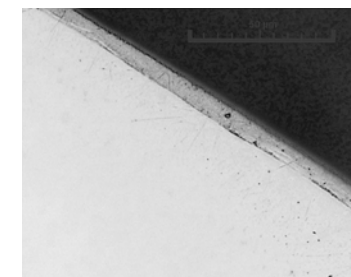
- гальваническое покрытие имеет равномерный матовый цвет – оранжево-розовый, образец покрыт полностью;

- механофрикционное покрытие находится только на рабочей поверхности образца, цвет покрытия – оранжево-серый. Покрытие имеет металлический блеск, поверхность гладкая со следами наволакивания.

Гальваническое покрытие имеет неравномерную толщину по длине окружности от 0,002 до 0,005мм, на образцах без обдувки – под слоем имеется окисление (рисунок 2,а), при этом на поверхности сохранился исходный рельеф. Слой меди, нанесенный механофрикционным методом, имеет плотную структуру и равномерную толщину 0,005...0,006мм по окружности образца (рисунок 2,б). Покрытие имеет плотное сцепление с поверхностью образца. Использование механофрикционного нанесения сгладило поверхностные микронеровности.



а) гальваническое меднение



б) медь МФО

Рисунок 2 – Микроструктура покрытия на поверхности образцов.

Качество материала и ХТО всех образцов соответствует требованиям технической документации.

Состояние дорожки качения всех образцов идентично: характеризуется наличием полосы выработки покрытия шириной 1,2...2мм, на поверхности которой отдельные участки питтинга.

Результаты испытаний. Полученные результаты испытаний подтвердили предположения о положительном влиянии антифрикционных покрытий на повышение контактной выносливости рабочих поверхностей зубчатых колес.

Образцы с медным покрытием, нанесенным гальваническим методом, показали значения выше, чем образцы без покрытия в среднем на 20%.

Значения контактной выносливости поверхности с покрытием, нанесенным механофрикционным методом, повысились на 50% от значений характеристик образцов без покрытия.

Как и предполагалось при нанесении покрытия значительно снизилось влияние проскальзывания, такой вывод стал возможен при сравнении результатов испытаний без проскальзывания и с введением данного параметра.

В настоящее время для некоторых наименований зубчатых колес серийных двигателей разработки ГП "Ивченко-Прогресс" успешно применяется гальваническое меднение рабочих поверхностей. Рассматривается возможность внедрения механофрикционного метода нанесения.

Список литературы: 1. Леванцевич М.А., Максимченко Н.Н., Зольников В.Г. Повышение эксплуатационных свойств трибосопряжений нанесением покрытий металлическими щетками // Весці нацыянальнай Акадэміі навук Беларусі. – №1. – 2005. – С.67–72. 2. Буше Н.А., Копытько В.В. Совместимость трущихся поверхностей. – М.: Наука, 1981 – 127с. 3. Леванцевич М.А. Технологические возможности покрытий, нанесенных металлическими щетками // Прикладные науки. – Т.2. – №4. – 2005 – С.53–55.

Поступила в редколлегию 28.04.10

УДК 621/01

А.Ю. ЗАРЕМБА, к.т.н., докторант, ОАО НПО "Теплоавтомат», г. Харьков

О.В. ДЕМЧЕНКО, гл. инж. ГП ИМиС, г. Харьков

Н.Э. ТЕРНЮК, д.т.н., директор ГП ИМиС

МЕТОДЫ АПРИОРНОГО И ОПЕРАТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ТОЧНОСТЬЮ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС

Розвивається загальний підхід до створення систем, що управляють точністю машин. Показано два види оптимізаційних проблем як набори ієрархічних рівнів систем. Встановлені цілі, змінні, стадії реалізації і принципи управління.

The general approach to creation of control systems by accuracy of machines is developed. Two kinds of optimum problems and as sets of hierarchical levels of systems. Are established the purposes of the object, operating variables, stages of realization and principles of management are allocated.

Введение. Расширение требований к изделиям, а также появление новых способов и систем обработки деталей машин, гибких и трансформенных производств высокой и сверхвысокой производительности требуют разработки и создания более совершенных систем управления точностью изделий и, в частности, зубчатых колес. Существующие исследования в области точности [1-4] создают теоретическую базу для анализа, но не позволяют синтезировать комплексно оптимальные системы управления.

Как правило, искомые решения создаются путём поэтапного развёртывания информации, последовательных интерактивных приближений. Однако, для этого необходима выработка общего подхода, который позволил бы на единой основе формировать облик систем и их структуры.

Целью статьи является разработка общего подхода к созданию методов и систем управления точностью механической обработки зубчатых колёс.

Общую характеристику методов управления точностью механической обработки деталей машин можно получить путём выделения целей и уровней управления, управляющих переменных и характера их изменения во времени, а также этапов реализации.

Известно [5], что в инженерной практике создания и эксплуатации систем возможна постановка двух основных видов оптимизационных задач:

- а) получение желаемого эффекта при минимуме затрат;
- б) получение максимального эффекта при использовании заданных ограниченных ресурсов.

Поэтому в задачах оптимального управления точностью механической обработки зубчатых колёс можно выделить две возможные в реализации цели: а) обеспечение заданной точности при минимуме затрат (в первую очередь, трудоёмкости); б) достижение максимальной точности при ограничении на затраты (в том числе, на трудоёмкость).

Множество возможных уровней управления точностью может быть выявлено на основе рассмотрения технологического процесса как иерархического образования [6].

В соответствии с [5] мощность множества возможных уровней иерархической структуры технологического процесса управления точностью механической обработки зубчатых колёс равна четырём. Они соответствуют уровням технологического процесса, операции, перехода и рабочего хода.

На каждом уровне может реализоваться общая схема управления процессами (действиями), приведённая на рисунке 1. На этом рисунке обозначено: $U(t)$, $Y(t)$ – вход и вы-

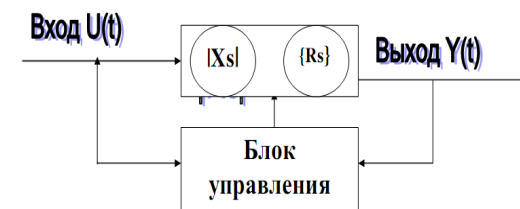


Рисунок1 – Общая схема управления

ход системы соответственно в момент времени t . $|Xs|$, R_s – структура и множество параметров системы.

Рассматривая точность как один из выходов системы, в соответствии с рисунком 1 можно утверждать, что управление точностью на каждом уровне, в общем случае, может обеспечиваться за счёт изменения $U(t)$, $Ct=[|Xs|(t), R_s(t)]$ и t . То есть, за счёт входа, состояния системы Ct , характеризуемого структурой и параметрами, а также времени t обработки.

В каждый момент времени t управление может охватывать все или часть факторов, допускающих варьирование, т.е. оно может быть полным или частичным.

В зависимости от характера изменения управляющих воздействий во времени можно выделить статическое управление, основанное на априорной информации о процессе, и динамическое управление, основанное на оперативной информации о процессе. Кроме того, может быть комбинированное управление, когда часть параметров или структура, реализующая управление, подготавливаются априорно и в процессе рабочего цикла не изменяются, а другая часть управляется динамически на протяжении рабочего цикла.

Статические изменения формируются на этапах проектирования (П), изготовления (И), наладки (Н), а реализуются на этапе работы (Р). Динамические и формируются, и реализуются на этапе работы.

В зависимости от применяемого принципа можно выделить управление точностью по отклонению и по возмущению.

Реализация этих принципов обеспечивается, в общем случае, действиями технических средств и человека.

Совокупность названных признаков, дающих общую характеристику методов управления точностью, приведена на рисунке 2

Рисунок 2 охватывает признаки, характерные для обеих из возможных методов обеспечения требуемой точности: ограничительного, заключающегося в ограничении, т.е. статическом изменении всех факторов, влияющих на погрешности, и адаптивного (или компенсационного), заключающегося в оперативном, т.е. динамическом изменении этих факторов.

Среди методов управления есть те, которые позволяют получать информацию о погрешностях в момент, предшествующий их проявлению на изделиях [5]. Такие методы особенно важны для многономенклатурных производств.

Полученные результаты позволяют перейти к системному исследованию управления точностью на всех возможных уровнях. При этом в качестве общей модели достигаемого результата можно использовать общие уравнения обрабатываемых поверхностей [5], связывающие показатели рабочих профилей со структурой технических систем.

Выводы.

1. На базе общего подхода сформировано множество возможных методов управления точностью производства зубчатых колёс.
2. Выведены общие характеристики методов управления, точности ме-

ханической обработки этих изделий, необходимые для решения задач, анализа и синтеза технологических систем.



Рисунок 2 – Признаки методов управления точностью

Список литературы: 1. Борадачев Н.А. Общие вопросы теории точности производства. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – 416с. 2. Базров Б.М. Определение изменений погрешности обработки детали // Вестник машиностроения. – 1978. – №8. – С.8–11. 3. Портман В.Т. Универсальный метод расчёт точности механических устройств // Вестник машиностроения. – 1981. – №7. – С.12–16. 4. Сулов А.Г., Дальский А.М. Научные основы технологического машиностроения. – М: Машиностроение, 2002. – 684с. 5. Тернюк Н.Э. Основы комплексной оптимизации технологических систем для производства зубчатых колёс. Дисс...докт.техн.наук. – Харьков, 1983. – 435с. 6. Тернюк Н.Э., Беловол А.В., Хунг В.Ф. Система структур технологических комплексов и методов их конкретизации // Автомобильный транспорт: Сборник научных трудов ХНАДУ. – Харьков: Изд-во ХНАДУ, 2005. – Вып.18. – С.91–94.

Поступила в редколлегию 30.04.10

А.В. КОРНЕЙЧУК, ведущий конструктор ГП "Ивченко-Прогресс", г. Запорожье

ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ РЕДУКТОРОВ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Розглянуто питання розширення використання редукторів привода повітряних гвинтів та вентиляторів з точки зору підвищення економічності авіаційних двигунів. Представлені проблеми оптимізації елементів конструкції редукторів, підвищення їх надійності, а також перспективні напрямки розвитку.

There is discussed question of application expansion of reduction gearboxes of propeller and fan drives in respect to economy improving of gas-turbine engines. There are presented problems of construction optimization of gearbox's elements, increasing their reliability and perspective directions of development.

Известно, что экономичность двигателей самолетов зависит от тягового КПД, который обратно пропорционален разности скоростей реактивной струи и скорости полета. Таким образом, повышение экономичности напрямую связано с задачей уменьшения скорости уменьшения реактивной струи, что достигается применением воздушных винтов или вентиляторов большого диаметра. В обоих случаях такие двигатели должны иметь редуктор для понижения частоты вращения турбины привода вентилятора.

В 60-е годы прошлого века авиадвигателестроительные фирмы, имевшие успешный опыт эксплуатации редукторов турбовинтовых двигателей (ТВД), начали применять редукторы для привода вентилятора двухконтурных турбореактивных двигателей (ТРДД) с высокой степенью двухконтурности ($m > 2$).

Одним из первых был двигатель TFE-731, созданный в 1969 году фирмой Garrett. Поскольку этот двигатель был разработан на базе газогенератора ТВД TPE-371, вполне логичным был привод вентилятора через редуктор, то есть так же как и воздушного винта на исходном двигателе. За прошедшее время было создано около 20 модификаций двигателя TFE-731 тягой от 1500 до 2200 кгс.

Достаточно известным редукторным ТРДД был ALF-502, сертифицированный в 1991 году. Этот двигатель тягой 3100 кгс выпускается в наше время фирмой Honeywell под обозначением LF-507.

В 1980-х годах по контракту NASA были разработаны и доведены до экспериментальных образцов две программы по редуктору (AGBT) фирм Pratt & Whitney и Allison Gas Turbine Div. Первый редуктор имел торцевое перекрытие в зацеплении больше 2, второй – шевронную передачу.

В 1998 году фирмой Pratt & Whitney был представлен проект ТРДД PW8000 с тягой 12тс и со степенью двухконтурности $m=11$. Как показывают исследования этой фирмы при степени двухконтурности $m > 10$, для двигателей тягой больше 100кН, редукторный привод вентилятора дает преимущество в цене и массе (то есть в прямых эксплуатационных расходах)

двигателя по сравнению с прямым приводом от многоступенчатой турбины.

Дальнейшим развитием проекта двигателя PW8000 стал редукторный демонстрационный двигатель GTF, который прошел стендовые и летные испытания. Создаваемый на его основе двигатель PW1000G предназначается для японского ближнемагистрального самолета, другие модификации рассматриваются в качестве силовой установки семейства самолетов C-Series фирмы Бомбардье и российского самолета МС-21.

В начале 80-х годов на ГП "Ивченко-Прогресс" был создан первый в мире турбовинтовентиляторный двигатель (ТВВД) Д-236Т с редукторным приводом соосного винтовентилятора. В настоящее время проходит сертификационные испытания ТВВД Д-27 (рисунок 1) для самолета Ан-70 с дифференциальным соосным редуктором, передающим мощность 14000 л.с. Было изготовлено 16 двигателей Д-27 суммарная наработка которых в стендовых и полетных условиях составляет более 4000 часов.

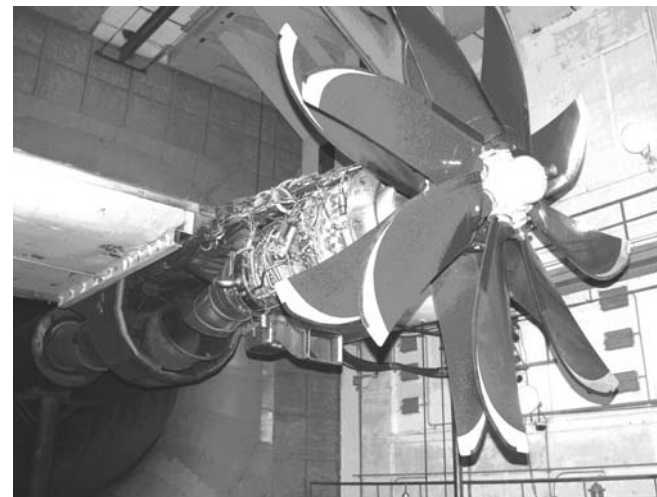


Рисунок 1 – Двигатель Д-27 на стенде

Сравнение характеристик редуктора двигателя Д-27 и редукторов созданных по программе AGBT приведено в таблице 1. Сравнение показывает, что изготовленные и испытанные примерно в одно время в США и в СССР редукторы для привода соосного винтовентилятора имеют близкие характеристики.

В 90-е годы на ГП "Ивченко-Прогресс" разработаны и запущены в серийное производство редукторы электростанций мощностью 2500 кВт и 6000 кВт. Нарботка отдельных экземпляров этих редукторов достигает 30000 часов без ремонта.

В 2000-х годах в ГП "Ивченко-Прогресс" начаты работы по вертолетным трансмиссиям. В настоящее время разработаны и выпускаются главные и хвостовые редукторы для легких вертолетов КТ-112 и АК-1-3.

Таблица 1

Редуктор (л.с)	Мощность	Передаточное отношение	Масса (кг)	К.П.Д.	α (град)	β (град)	m_n (мм)	Прокачка масла (кг/мин)
PW	15000	8,36	700	0,991	20/23	0	2,87	68
GM	13000	8,33	397	0,994	22,5	26	3,62	20
Д-27								
Исходный	14000	8,39	370	0,994	28	0	4,75	20
Косозубый	14000	8,39	370	-	28	20	4,75	20
Перекрытие 2	14000	8,32	370	-	22	0	3,58	20

В 1999...2003г.г., в рамках программы создания научно-технического задела "ТРДД-2005", предприятия ГП "Ивченко-Прогресс", ОАО "СНТК им. Н. Д. Кузнецова" (г. Самара) и НПП "Мотор" (г. Уфа), при поддержке ЦИАМ разработали техническое предложение на ТРДД со сверхвысокой степенью двухконтурности "Д-БСМС". В 2005 и в 2009 годах ГП "Ивченко-Прогресс", совместно с рядом авиадвигателестроительных заводов Украины и России представил еще два проекта ТРДД со сверхвысокой степенью двухконтурности – АИ-436Т12 и СПМ-21 для ближнесредних магистральных самолетов.

На двигателях с редукторами разработки ГП "Ивченко-Прогресс" достигнуты достаточно высокие показатели надежности. Так, например, назначенный ресурс двигателя АИ-20М составляет 24000 часов, а межремонтный до 9000 часов. При этом опыт эксплуатации показывает, что редуктор может отрабатывать назначенный ресурс без ремонта. Вероятность выключения в полете (ВП) на 1000 часов наработки для этого двигателя составляет 0,008, а вероятность ВП по причине отказа редуктора – 0,001. С учетом того, что редуктор ТВД АИ-20 имеет примерно в 3 раза больше деталей, чем предлагаемый редуктор ТРДД (при этом основных деталей – в 2 раза), то можно ожидать, что показатели надежности редуктора ТРДД должны быть не менее чем в 2 раза лучше, то есть вероятность ВП по причине отказа редуктора порядка 0,0005 на 1000 часов наработки.

Компоновка больших ТРДД предполагает соосное расположение вентилятора и турбины вентилятора. Это, в отличие от ТВД, накладывает дополнительное ограничение на выбор кинематической схемы редуктора. Таким образом, возможны только три схемы редуктора:

- планетарная;
- перебор или "звезда" (с невращающимся корпусом сателлитов);
- двухступенчатая (с наружным зацеплением).

Подробный анализ кинематических схем и их показателей массы, прочности и надежности был проведен на ГП "Ивченко-Прогресс" в 2000 году и подтвержден исследованиями, проведенными совместно с "СНТК им. Н.Д. Кузнецова".

Схема с наружным зацеплением имеет явно худшую удельную массу при отсутствии каких-либо преимуществ. Планетарная схема обеспечивает при равных габаритах большее передаточное отношение, однако в данном

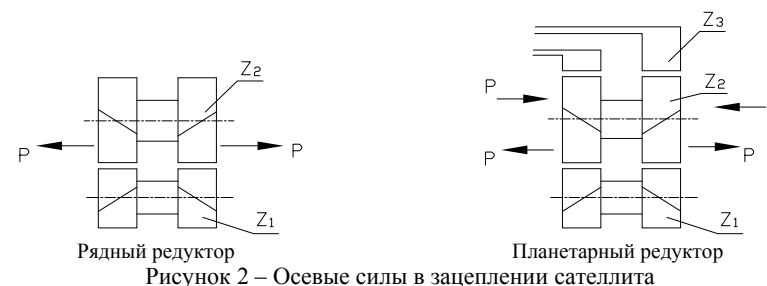
случае, когда частота вращения вала вентилятора достаточно высока, эта схема проигрывает редуктору с перебором по показателям надежности из-за значительных центробежных сил, действующих на подшипники сателлитов. Применение в сателлитах подшипников скольжения значительно увеличивает прокачку масла через редуктор и массу элементов маслосистемы двигателя и собственно подшипников.

На основании этих исследований была принята схема редуктора с неподвижным корпусом сателлитов.

Кроме общих требований к геометрии редуктора, таких, как безизносное и малозумное зацепление, обеспечение изгибной и контактной прочности зубьев, к редуктору ТРДД предъявляются также специальные требования по минимальной виброактивности и по размещению и обеспечению работоспособности опор вала вентилятора.

Снижение виброактивности редуктора обеспечивается увеличением суммарного коэффициента перекрытия больше 2, что может быть достигнуто при косозубых или шевронных шестернях.

В шевронном редукторе отсутствуют осевые силы на шестернях как в косозубом редукторе, в результате чего нет необходимости их блокирования упорными подшипниками или торцевыми гребнями. Однако в случае планетарного редуктора (по схеме перебора) осевые силы возникающие в наружном и внутреннем зацеплении каждого из полушевронов равны и направлены в противоположные стороны, чем компенсируют друг друга (рисунок 2).



Таким образом, в шевронном планетарном редукторе, в отличие от рядного, шестерни не имеют возможности самоустанавливаться и равномерно загружать полушевроны, а равномерная загрузка обеспечивается податливостью венцовых полушевронов (проект фирмы Allison).

В случае применения редуктора в ТРДД, разрывается силовая связь между валами вентилятора и турбины низкого давления, в результате чего необходимо либо делать большие разгрузочные газостатические полости в турбине, снижающие экономичность двигателя, либо устанавливать подшипники большой грузоподъемности с большой массой. Задача замыкания осевых сил турбины и вентилятора через редуктор была впервые решена на двигателе LF-507 фирмы "Лайкоминг" США, где усилия, возникающие в косозубом за-

цеплении редуктора, компенсируют силы на опорах валов.

Подобное решение в настоящее время реализовано в рядном редукторе двигателя АИ-450 и в экспериментальном планетарном редукторе двигателя Д-27 с косозубым зацеплением.

Также возможна реализация варианта с увеличенным упорным подшипником, без газостатической разгрузки осевых сил. В этом случае увеличивается масса опоры ротора низкого давления и уменьшается масса редуктора.

С целью определения оптимальной силовой схемы двигателя в части замыкания осевых сил роторов низкого давления был проработан прямозубый вариант редуктора и усиленная опора ротора низкого давления, а также редуктор с косозубым зацеплением.

Был выполнен сравнительный расчет масс элементов двух вариантов редуктора и опор. Результаты приведены в таблице 1, при этом видно, что некоторое преимущество имеет прямозубый редуктор с усиленной опорой ротора низкого давления, однако окончательное решение может быть принято только при компоновке редуктора в составе двигателя.

Таким образом, для турбореактивных двухконтурных двигателей (ТРДД) с редукторным приводом вентилятора на этапе эскизного проекта, оптимальным по критериям массы, надежности, рисков доводки и цены производства является соосный, одноступенчатый с неподвижным корпусом сателлитов редуктор с суммарным перекрытием больше 2.

Таблица 2 – Масса элементов редукторов

Масса конструкции	Редуктор	
	Косозубый	Прямозубый
Корпус, собранный с валом вентилятора	111,5	110,4
Корпус сателлитов собранный	114,6	86,0
Вал ведущий собранный	24,9	21,6
Опоры переднего ротора ТНД (дополнительная масса)	-	24
Масса редуктора	251	218
Суммарная масса редуктора и опоры ТНД	251	241

Таким образом, для турбореактивных двухконтурных двигателей (ТРДД) с редукторным приводом вентилятора на этапе эскизного проекта, оптимальным по критериям массы, надежности, рисков доводки и цены производства является соосный, одноступенчатый с неподвижным корпусом сателлитов редуктор с суммарным перекрытием больше 2.

Учитывая незначительную разницу в показателях сравниваемых редукторов, окончательное решение может быть принято только с учетом общей компоновки двигателя при рабочем проектировании.

Аналогичный вывод можно сделать из анализа разработок фирм Pratt & Whitney (PW), Allison Gas Turbine Division General Motors (GM)

Известно, что авиационный редуктор, в котором реализуются достаточно большие удельные нагрузки, должен быть "точным под нагрузкой", то есть

должна быть обеспечена надежная работа зацепления при деформации всех элементов конструкции, в том числе зубьев, под действием внутренних и внешних сил. С этой целью, после выбора исходного контура и модуля зубьев, оптимальных по массе и прочности, что делается по разработанной в ГП "Ивченко-Прогресс" специальной программе, выполняется оптимизация продольной и профильной модификаций.

Указанная оптимизация обеспечивается программой, разработанной во ФГУП "НПЦ Газотурбостроения "Салют". В настоящее время такая программа апробирована в редукторах двигателей Д-27 и ТВ3-117ВМА-СБМ1, что позволяет уменьшить контактные и изгибные напряжения в зубьях на 15-20%.

Кроме учета деформаций зубьев при расчете модификации необходимо учитывать деформации корпусов и опор, что обеспечивается трехмерным расчетом перемещений и напряжений в деталях, выполняемых с помощью программы "ANSYS".

Большое значение имеет расчет оптимальных параметров зубьев, моментов реакций и напряжений, а также расчет гидродинамических характеристик шлицевых муфт вала ведущей шестерни, назначение которых состоит в обеспечении равномерной загрузки сателлитов. Методика указанных расчетов была разработана и апробирована при доводке редуктора Д-27.

С целью повышения контактной долговечности зубьев шестерен и беговых дорожек подшипников в ГП "Ивченко-Прогресс" разработаны антифрикционные покрытия, а также технология их нанесения. Исследования на роликовой машине ВНИИ ПП показали повышение контактной выносливости образцов с покрытием до 40%. В настоящее время покрытие внедрено в редукторах электростанции и в редукторах двигателей АИ-450, Д-27 и ТВ3-117-ВМА-СБМ1.

С целью повышения изгибной и контактной прочности зубьев шестерен в ГП "Ивченко-Прогресс" разработано и внедрено упрочнение зубьев шестерен редукторов методом поверхностно-пластической деформации.

Ресурс редуктора во многом определяется долговечностью подшипников. Исследования показали, что для принятой кинематической схемы редуктора в качестве подшипников сателлитов преимущество имеют роликовые подшипники качения, поскольку подшипники скольжения требуют большую в (1,5-2 раза) прокачку масла, что ведет к увеличению массы маслосистемы и общей массы двигателя.

Расчеты показывают, что в случае применения подшипников качения, прокачка масла через редуктор составит не более 50 л/мин, в то время как для редуктора с подшипниками скольжения, не менее 130 л/мин. В результате, при практически равной массе собственно подшипников, масса маслосистемы возрастает за счет массы маслоагрегата, теплообменника и заправленного маслом бака. Прирост массы маслосистемы в случае использования подшипников скольжения составляет до 40кг, что фактически означает увеличение массы редуктора на 20%. Кроме того, подшипники скольжения чувствительны к запуску без предварительного подогрева, при температурах ниже – 5...10°С, а также,

вызывает сомнение их работоспособность в условиях длительной авторотации.

Высокий уровень контактных напряжений в зубьях шестерен и подшипниках, а также высокая температура масла определяет необходимость применения теплостойких сталей. Такими сталями для шестерен является цементуемая сталь ДИ-39Ш и азотируемая сталь 30Х2Н2ВФМА-Ш, а для подшипников сталь объемной закалки ЭИ-347-Ш. Эти стали хорошо зарекомендовали себя в высоконагруженных редукторах двигателей Д-27 и АИ-450. Дальнейшее повышение стабильности свойств указанных сталей должно быть обеспечено введением вакуумного переплава. В перспективе рассматривается применение более теплостойкой стали с комбинированной химико-термической обработкой (цементация+азотирование), которая обрабатывается в ФГУП "ВИАМ". К перспективным направлениям развития материалов можно отнести внедрение стали ВКС-10, разработанной в ФГУП "ВИАМ" и допускающей рабочие температуры до 400°C, а также подшипниковую сталь разработки УкрНИИспецсталь. Анализ зарубежной информации показывает, что ведущие американские фирмы, например Pratt & Whitney так же начали использовать теплопрочные цементуемые стали EX-53, CBS-600.

Антифрикционные покрытия дают возможность повысить контактную выносливость шестерен и подшипников, а также снизить тепловые потери в редукторе. Подобные покрытия применяют на шестернях вертолетных редукторов фирмы Balsers (США).

Эксплуатация редуктора в течение назначенного ресурса по состоянию, предполагает наличие достаточно информативной системы диагностики. Кроме традиционного магнитного стружкосигнализатора, редуктор будет оснащен системой контроля тренда качества зацепления, разрабатываемой совместно с ФГУП "ЦИАМ". В состав системы входят устанавливаемые в редукторе высокочастотные датчики частоты вращения входного и выходного валов редуктора, а также, высокочастотные вибродатчики. Кроме того, в систему входит анализатор, который позволяет оценивать состояние редуктора по изменению уровней вибраций и кинематической погрешности. Прототип этой системы испытывался при стендовых испытаниях редуктора двигателя ТВ3-117ВМА-СБМ1.

Список литературы: 1. Авиационные зубчатые передачи и редукторы / Под редакцией д.т.н. проф. Вулгакова Э. Б. – М.: Машиностроение, 1981. – 374с. 2. Биргер И.А. и др. Расчет на прочность деталей машин. Справочник. – М.: Машиностроение, 1979. – 702с. 3. Вулгаков Э.Б. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 4. Доллежал В.А. Редукторы числа оборотов авиационных двигателей. – М.: Оборонгиз, 1945. – 295с. 5. Коднир Д. С. Контактная гидродинамика смазки деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – 304с. 6. Производство зубчатых колес. Справочник / Под редакцией Б.А. Тайца. – Л.: Машиностроение, 1975. – 727с. 7. Рыжов Э.В. Технологическое обеспечение эксплуатационных свойств деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 176с. 8. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Справочное пособие. – М.: Машиностроение, 1975. – 448с. 9. NASA Contractor Report No. 180883 Pratt & Whitney, 1988. 10. NASA Contractor Report No. 179625 Allison Gas Turbine Div., 1988.

Поступила в редколлегию 28.04.10

УДК 621.833

В.И. КОРОТКИН, к.т.н., зав. лабораторией НИИМ и ПМ им. И.И. Воровича ЮФУ, г. Ростов-на-Дону

КОНЦЕНТРАЦИЯ НАПРЯЖЕНИЙ В КОРНЕ БОЧКООБРАЗНЫХ ЗУБЬЕВ ПРИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕКОСАХ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРЯМОЗУБЫХ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЁС

В статье приведены результаты моделирования пространственной контактной задачи в конечно-элементной системе ANSYS применительно к бочкообразным зубьям колёс цилиндрических эвольвентных прямозубых передач. Разработаны удобные для применения в инженерной практике зависимости для определения изгибных напряжений в корне зубьев с учётом перекосов осей колёс.

The paper represents the modeling results of 3D contact problem in finite-element software ANSYS applied to barrel-shaped teeth of wheels of the cylindrical involute spur gearing. There are developed the simple for applications in engineering the dependencies for definition of bending stresses in root of teeth taking into account misalignment of wheel axes.

Известно, что цилиндрические эвольвентные передачи, проектируемые в расчёте на теоретически линейный контакт поверхностей зубьев, весьма чувствительны к таким погрешностям, как непараллельность и перекося осей колёс передачи, погрешность направления линии зуба и т.п., вызывающим торцовый кромочный контакт и повышенные напряжения как контактные в области самой контактной площадки, так и изгибные в основании зубьев, в результате чего снижается нагрузочная способность передачи. Это заставляет вводить расчётные коэффициенты неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий, значения которых могут достигать 2-х и более [1].

С целью ослабления или полного исключения торцового кромочного контакта используют продольную модификацию рабочих поверхностей зубьев (чаще одного из колёс пары), придавая им, например, слегка бочкообразную форму [2]. При наличии технологических погрешностей и деформаций деталей происходит перекачивание поверхностей таких зубьев в продольном направлении с перемещением контактной площадки в сторону одного из торцов зубчатого венца.

Необходимо иметь в виду, что продольная модификация поверхностей влечёт за собой концентрацию напряжений в средней части зубчатого венца. Поэтому параметры модификации должны назначаться такими, чтобы эта концентрация у бочкообразных зубьев не превышала кромочной концентрации напряжений у обычных зубьев, в противном случае продольная модификация бессмысленна.

Следует отметить, что в литературе не приводится практически доступных обоснований параметров продольной модификации (величины отвода

поверхностей сопряжённых зубьев, радиусов продольной кривизны и т.д.), отвечающих вышеуказанному критерию. Чаще описываются технологические способы нарезания бочкообразных зубьев, сами же параметры модификации назначаются нередко вслепую, "на глазок", что иногда приводит к результату, противоположному ожидаемому.

Чтобы дать научное обоснование параметров продольной модификации поверхностей зубьев, надо, прежде всего, иметь достаточно достоверные сведения об их напряжённо-деформированном состоянии (НДС).

Ниже рассмотрен вопрос об определении изгибных напряжений в основании бочкообразных зубьев, выполненных на базе стандартного исходного контура по ГОСТ 13755-81 ($\alpha = 20^\circ$).

Учитывая, что бочкообразные зубья работают в условиях локального контакта (объёмного НДС), структура рабочей формулы расчёта изгибных напряжений σ_F может быть принята аналогичной структуре соответствующей формулы для зубчатых передач Новикова, также работающих в условиях локального контакта [3, 4]:

$$\sigma_F = 2TY_\varepsilon Y_{Vec} Y_{ae} K_F / (m^3 z), \quad (1)$$

где T – передаваемый вращающий момент на зубчатом колесе пары; m – модуль зацепления; z – число зубьев зубчатого колеса; Y_ε – коэффициент, учитывающий влияние перекрытия зубьев, принимаемый по [1]; Y_{Vec} – приведенный объёмный коэффициент формы зуба, представляющий собой приведенное максимальное местное напряжение в основании зуба, вызываемое единичной окружной сосредоточенной силой, приложенной к вершине бесконечно длинного зуба единичного модуля; Y_{ae} – приведенный коэффициент, учитывающий распределение нагрузки вдоль длины бесконечно длинного зуба, или продольную протяжённость площадки контакта; K_F – коэффициент нагрузки.

Рассмотрим подробнее параметры Y_{Vec}, Y_{ae}, K_F .

Приведенный объёмный коэффициент Y_{Vec} формы зуба. Результаты определения коэффициента Y_{Vec} изложены в работе [5]. Термин "приведенный" означает, что в качестве критериальных принимались не растягивающие, а эффективные (эквивалентные, октаэдрические) максимальные напряжения в галтели зуба, что позволяет, как показано в [6], при оценке изгибной прочности использовать допускаемые напряжения, установленные для линейного контакта [1].

Исследование проведено с помощью численного метода в конечно-элементной среде ANSYS. В качестве модели использован прямой зуб, находящийся под действием единичной сосредоточенной окружной силы $F_t=1$, достаточно удалённой от торцов зуба. Форма, тип и размеры жёсткой заделки

зуба, компенсирующей отброшенную часть обода зубчатого колеса, а также количество элементов сетки разбиения подбирались таким образом, чтобы получаемые при решении плоской задачи (для торцового сечения) коэффициенты Y_{FS} формы зуба минимально отличались от известных [7], полученных методом конформного отображения. Такое тестирование при условии транслирования установленных параметров заделки вдоль длины зуба даёт возможность объективного сопоставления НДС в основании бочкообразных и обычных зубьев в объёмном случае. Дополнительным критерием правильности расчётов служило доказанное в [8] положение о том, что площадь P эпюры растягивающих напряжений зуба вдоль его длины от сосредоточенной силы равна напряжению при плоском изгибе.

Ниже приведены разработанные приближённые формулы (2), (3) для определения приведенного объёмного коэффициента Y_{Vec} в зависимости от z и смещения x^* исходной рейки:

- для области $0 \leq x^* \leq 1.2$, т.е. положительных значений смещений исходной рейки

$$Y_{Vec} = 0.8 + \frac{1.53}{z} - \frac{1.6\sqrt{\ln z} \cdot (x^*)^{0.613}}{z^{0.925}}; \quad (2)$$

- для области $-0.6 \leq x^* \leq 0$, т.е. отрицательных значений смещений исходной рейки

$$Y_{Vec} = 0.8 + \frac{1.53}{z} + \frac{160 |x^*|^{1.428}}{z^{1.675}}. \quad (3)$$

(Здесь и далее верхней звёздочкой помечены линейные величины, отнесённые к модулю).

Приведенный коэффициент Y_{ae} , учитывающий распределение нагрузки по площадке контакта вдоль длины зуба. При зацеплении пары зубчатых колёс нагрузка распределена по очень узкой, вытянутой вдоль длины бочкообразного зуба условно эллиптической контактной площадке с большой полуосью a_H эллипса.

Если обозначить: σ_{Fed} – приведенное эффективное изгибное напряжение от действия распределённой нагрузки (при условии достаточного удаления площадки контакта от торцов зубьев), σ_{Fec} – то же от действия сосредоточенной силы, то можно записать:

$$\sigma_{Fed} = Y_{ae} \sigma_{Fec}. \quad (4)$$

Ранее [5] было установлено, что эффективное напряжение σ_{Fec} и приве-

денный объёмный коэффициент Y_{Vec} связаны зависимостью:

$$Y_{Vec} = \sigma_{Fec} m^2 / F_t. \quad (5)$$

На основании (4) и (5):

$$Y_{ae} = \sigma_{Fed} / \sigma_{Fec} = \sigma_{Fed} m^2 / (Y_{Vec} F_t). \quad (6)$$

Обозначая безразмерный параметр $Y_{Ved} = \sigma_{Fed} m^2 / F_t$, выражающий приведенное напряжение от единичной распределённой окружной силы при единичном модуле, получим:

$$Y_{ae} = Y_{Ved} / Y_{Vec}. \quad (7)$$

При решении контактной задачи выбрана модель, соответствующая действию ножки зуба сопряжённого (парного) зубчатого колеса на вершинную кромку головки исследуемого зуба.

Поскольку ножка зуба парного колеса претерпевает практически только контактные деформации (изгибными можно пренебречь в силу их ничтожности из-за чрезвычайно малого плеча действующей на ножку силы), то для упрощения модели ножка парного зуба заменена упругим индентором с профильным радиусом ρ_2 кривизны эвольвенты ножки в точке контакта. В продольном направлении, т.е. вдоль длины зуба, индентору придана кривизна радиуса ρ_β , что соответствует условию локального контакта бочкообразных зубьев.

Как показали исследования, основное влияние на параметр Y_{ae} оказывает величина a_H^* большой полуоси контактного эллипса, которую можно рассчитывать по Герцу.

Для рассматриваемого случая сильной вытянутости эллипса (эксцентриситет которого близок 1) вдоль длины зуба предложена приближённая формула определения продольной полуоси пятна контакта:

$$a_H = 2.565 \cdot 10^{-2} C_{\alpha\beta}^{-0.038} (F_t \cdot \rho_\beta / \cos \alpha)^{1/3}, \quad (8)$$

где $C_{\alpha\beta}$ – отношение меньшего (профильного) приведенного главного радиуса ρ_α кривизны контактирующих поверхностей к большему (продольному) приведенному главному радиусу ρ_β в точке контакта.

В таблице 1 приведены результаты численного определения параметра Y_{Ved} и искомого параметра $Y_{ae} = f(a_H^*)$ при $m=1$ мм, $\rho_2^*=4$, длине зуба $b_w^*=16\dots 20$, $x^*=0$ для различных значений z . Значения Y_{Vec} взяты из работы [5].

Помимо a_H^* при моделировании исследовалось влияние на коэффици-

ент Y_{ae} таких параметров, как $m, F_t, z, x^*, \rho_2, \rho_\beta$. При этом установлено следующее.

Таблица 1 – Результаты расчёта параметра Y_{ae} при $m=1$ мм, $\rho_2^*=4$, $b_w^*=16\dots 20$, $x^*=0$

№ п/п	Исходные данные				Результаты расчёта		
	z	ρ_β , мм	F_t , Н	a_H^*	Y_{Vec}	Y_{Ved}	Y_{ae}
1	17	800	1	0.304	0.885	0.846	0.956
2		4000		0.553		0.837	0.946
3		10000		0.778		0.824	0.931
4		4000	100	2.57		0.588	0.664
5		800	1000	3.04		0.521	0.589
6		10000	100	3.61		0.476	0.538
7		4000	1000	5.53		0.338	0.382
8	20	800	1	0.304	0.875	0.828	0.946
9		10000		0.777		0.805	0.920
10		800	1000	3.04		0.496	0.567
11	4000	5.53		0.313	0.358		
12	25	800	1	0.303	0.868	0.804	0.926
13		10000		0.775		0.780	0.899
14		800	1000	3.03		0.479	0.552
15		4000		5.51		0.302	0.348
16	30	800	1	0.303	0.856	0.793	0.926
17		10000		0.774		0.767	0.896
18		4000	100	2.55		0.531	0.620
19		800	1000	3.03		0.469	0.548
20		10000	100	3.59		0.426	0.498
21		4000	1000	5.50		0.295	0.344
22	60	800	1	0.301	0.819	0.763	0.932
23		4000		0.547		0.748	0.913
24			100	2.54		0.508	0.620
25		800	1000	3.01		0.448	0.547
26		10000	100	3.57		0.407	0.497
27		4000	1000	5.47		0.284	0.347
28	100	4000	1000	5.45	0.810	0.278	0.343
29	150	800	1	0.299	0.800	0.746	0.933
30		4000		0.544		0.732	0.915
31		10000		0.765		0.718	0.898
32		800	1000	2.99		0.439	0.549
33		10000	100	3.55		0.397	0.496
34		4000	1000	5.44		0.277	0.346
35		200	800	1		0.299	0.798

1) При изменении силы F_t и модуля m (и, соответственно, пропорциональных модулю параметров x, ρ_2 и ρ_β) таким образом, что отношение

F_t / m^2 остаётся неизменным, величина a_H^* и, следовательно, коэффициент Y_{ae} также не изменяются.

2) Параметр x^* практически не оказывает влияния на Y_{ae} .

3) Параметры z и ρ_2 оказывают незначительное влияние на Y_{ae} , причём число зубьев это влияние оказывает только в диапазоне $z = 17 \dots 30$.

Обработка результатов моделирования позволила вывести следующую приближённую аппроксимационную формулу:

$$Y_{ae} = 1 - 0.97(\rho_\alpha^*)^{0.038} \left[\frac{0.12(a^*)^2}{1 + 0.21a^* + 0.12(a^*)^2} + 0.0031(z - 17) \right], \quad (9)$$

$$17 \leq z \leq 30.$$

При $z < 17$ следует в (9) подставлять $z = 17$, а при $z > 30$ – подставлять $z = 30$.

Коэффициент K_F нагрузки. Следуя стандартной методологии [1], коэффициент нагрузки можно представить в виде:

$$K_F = K_A K_{Fv} K_{F\alpha} K_{F\beta}, \quad (10)$$

где K_A – коэффициент учёта внешней динамической нагрузки; K_{Fv} – коэффициент учёта внутренней динамической нагрузки; $K_{F\alpha}$ – коэффициент учёта распределения нагрузки между зубьями; $K_{F\beta}$ – коэффициент учёта неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий.

Что касается коэффициентов K_A , $K_{F\alpha}$ и K_{Fv} , то их определение в первом приближении может быть выполнено по [1], т.е. как для передач с обычными зубьями. При этом логично предположить, что при таком подходе напряжения для передач с бочкообразными зубьями окажутся несколько завышенными, т.к. реальные значения коэффициентов $K_{F\alpha}$ и K_{Fv} для них будут заведомо ниже значений соответствующих коэффициентов для передач с обычными зубьями. Подобное предположение основано на том, что, во-первых, контактная жёсткость бочкообразных зубьев в силу локального характера контакта ниже, чем обычных и, во-вторых, торцы бочкообразных зубьев, в отличие от обычных, не претерпевают резких кромочных ударов при пересопряжениях.

Определение же коэффициента $K_{F\beta}$ для бочкообразных зубьев по сравнению с его определением для обычных зубьев имеет свою специфику, поскольку продольная модификация поверхностей как раз и предназначена для снижения торцевой концентрации нагрузки, и, следовательно, коэффициента $K_{F\beta}$.

Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Выше указывалось, что при наличии различных перекосов в зацеплении происходит перекатывание поверхностей бочкообразных зубьев в продольном направлении с перемещением контактной площадки в сторону одного из торцов зубчатого венца. Это означает, что точка первоначального контакта переместится на некоторую величину S от середины зубчатого венца к его торцу:

$$S = \gamma_\Sigma \cdot \rho_\beta. \quad (11)$$

Здесь суммарный угол γ_Σ может быть представлен как

$$\gamma_\Sigma = \gamma_m + \gamma_\delta, \quad (12)$$

где γ_m – угол перекоса, вызываемый технологическими погрешностями изготовления и сборки зубчатой пары; γ_δ – угол перекоса, вызываемый деформациями деталей под нагрузкой и определяемый при известной конструкции привода методами, изложенными, например, в [2], или в проектных расчётах ориентировочно принимаемый в диапазоне (0.0005...0.002)рад [2].

Угол γ_m зависит от степени точности зубчатых колёс по номинам контакта [9], он носит вероятностный характер и в соответствии с [2] и [4] может быть вычислен по зависимости:

$$\gamma_m = \eta \sqrt{F_{\beta 1}^2 + F_{\beta 2}^2 + (f_x \sin \alpha)^2 + (f_y \cos \alpha)^2} / (K_c b_w), \quad (13)$$

где $F_{\beta 1,2}$ – допуск на направление зуба (здесь и далее нижний индекс "1" относится к ведущей шестерне, индекс "2" – к ведомому колесу); f_x – допуск непараллельности осей передачи; f_y – допуск на перекося осей передачи; K_c – коэффициент, зависящий от закона распределения погрешностей, при нормальном распределении $K_c = 3$; η – коэффициент, зависящий от принятой "степени риска", при рекомендуемой "степени риска" 3% он равен $\eta = 2.17$ [4].

Учитывая, что, согласно [9], $F_{\beta 1} = F_{\beta 2} = F_\beta = f_x, f_y = 0.5F_\beta, \alpha = 20^\circ$, получим на основании (13) простую расчётную формулу:

$$\gamma_m = 1.1F_\beta / b_w. \quad (14)$$

Моделирование контактной задачи при $S \neq 0$ в широком диапазоне геометрических параметров передач показало, что на величину максимального эффективного напряжения определяющее влияние оказывают, в основном два фактора: отношение a_H / b_w и, разумеется, угол γ_Σ (т.е. смещение S). Что касается других параметров ($m, F_t, z, x^*, \rho_2, \rho_\beta$), то их влияние на НДС

практически такое же, как и рассмотренное выше.

Выбор отношения a_H/b_w (и, следовательно, a_H) достаточно произволен, однако необходимо помнить, что помимо вычисления изгибных должны контролироваться и контактные напряжения на площадке контакта. (Вопрос о контактных напряжениях в данной работе не рассматривается, являясь предметом отдельных исследований).

Выбрав из тех или иных соображений отношение a_H/b_w и определив требуемое значение a_H , находят из формулы (8) необходимый продольный радиус ρ_β , при котором под действием заданного усилия F_t должна обеспечиваться величина a_H :

$$\rho_\beta^* = 1.806 \cdot 10^4 (a_H^*)^{2.69} (\rho_\alpha^*)^{0.103} (F_t/m^2)^{-0.897}. \quad (15)$$

Попутно отметим, что, зная ρ_β , легко определить величину Δ торцового отвода поверхностей зубьев (называемую иногда степенью бочкообразности), необходимую для наладки зубообрабатывающего станка:

$$\Delta = b_w^2 / (8\rho_\beta). \quad (16)$$

В результате моделирования получены искомые коэффициенты $K_{F\beta}$ как отношение напряжения σ_{Feds} при перекосах к напряжению σ_{Fed} без перекосов, или как отношение соответствующих безразмерных коэффициентов:

$$K_{F\beta} = \sigma_{Feds} / \sigma_{Fed} = Y_{Veds} / Y_{Ved}. \quad (17)$$

Моделирование осуществлялось при $b_w^* = 20$. Для распространения полученных результатов на любое значение b_w^* , введен нормированный параметр

$$t = 20S^*/b_w^*. \quad (18)$$

Ниже приведена итоговая расчётная таблица 2 для определения $K_{F\beta} = f(a_H/b_w, t)$.

Интересно отметить, что при $a_H/b_w \leq 0.3$ значения $K_{F\beta}$ равны 1 или близки к 1 даже при средних значениях $t=5$, а при $a_H/b_w > 0.3$ значения $K_{F\beta}$ начинают заметно превышать 1 уже при малых $t = 1$. Последнее объясняется тем, что при значительных a_H/b_w на НДС начинают влиять оба торца даже при $t=0$. Во избежание существенного влияния торцов на НДС зубьев, рекомендуется ограничивать $t \leq 9$ и $a_H/b_w \leq 0.5$.

Таблица 2 – Определение коэффициента $K_{F\beta}$ в зависимости от a_H/b_w и t

$a_H/b_w=0.1$	t	3	5	6	7	8	9
	$K_{F\beta}$	1.00	1.00	1.01	1.07	1.20	1.43
$a_H/b_w=0.2$	t	1	2	4	6	8	9
	$K_{F\beta}$	1.00	1.00	1.00	1.09	1.29	1.44
$a_H/b_w=0.25$	t	1.7	3.5	5	6	7.5	9
	$K_{F\beta}$	1.00	1.02	1.06	1.13	1.27	1.43
$a_H/b_w=0.3$	t	1.3	2.7	4	6	8	9
	$K_{F\beta}$	1.00	1.02	1.07	1.18	1.36	1.45
$a_H/b_w=0.4$	t	1	3	5	7	8	9
	$K_{F\beta}$	1.09	1.14	1.24	1.37	1.45	1.52
$a_H/b_w=0.5$	t	1	3	5	7	8	9
	$K_{F\beta}$	1.25	1.29	1.36	1.47	1.53	1.59

Выполненное исследование позволяет с помощью формул (2), (3), (9), (15), и таблицы 2 определять изгибные напряжения в основании бочкообразных зубьев колёс прямозубых цилиндрических эвольвентных передач при наличии различных перекосов в зацеплении.

Пример расчёта. Пусть требуется определить изгибное напряжение в основании бочкообразных зубьев ведущей шестерни цилиндрических эвольвентных прямозубых передач по следующим исходным данным: $m=5$ мм, $z_1=20$, $z_2=60$, $b_w=80$ мм, $x_1^*=0.4$, $x_2^*=-0.4$, $T_2=2400$ Н·м (на ведомом колесе), зубчатые колёса изготовлены на основе исходного контура по ГОСТ 13755-81 ($\alpha = 20^\circ$) и имеют 9-ю степень точности по нормам контакта [9].

Согласно [1] принимаем: $Y_\varepsilon = 1$, $K_A = 1$, $K_{F\alpha} = 1$, $K_{Fv} = 1$, а по рекомендациям [2] принимаем угол γ_ρ равным 0.0007 рад. Тогда формула (1) примет вид:

$$\sigma_{F1} = 2000T_2(Y_{Veds})_1 / (m^3 z_2),$$

где $(Y_{Veds})_1 = Y_{Ved1} Y_{ae1} K_{F\beta1}$.

1. По (2) находим:

$$Y_{Ved1} = 0.8 + 1.53/20 - 1.6\sqrt{\ln 20} \cdot 0.4^{0.613} / 20^{0.925} = 0.778.$$

2. Пользуясь известными [10] формулами, определяем, что профильный приведенный главный радиус кривизны в контакте вершины шестерни $z_1=20$ с ножкой колеса $z_2=60$ равен $(\rho_\alpha^*)_1=3.41$.

3. Задаёмся отношением $a_{H1}/b_w=0.3$, $a_{H1}=24$ мм, $a_{H1}^*=4.8$. По (9) находим:

$$Y_{a\alpha 1} = 1 - 0.97 \cdot 3.41^{0.038} \left[\frac{0.12 \cdot 4.8^2}{1 + 0.21 \cdot 4.8 + 0.12 \cdot 4.8^2} + 0.0031(20 - 17) \right] = 0.402$$

4. Согласно [9] $F_{\beta} = 0.040$ мм, тогда на основании (14) и (12) имеем

$$\gamma_{\Sigma} = 1.1 \cdot 0.04/80 + 0.0007 = 0.00125 \text{ рад.}$$

5. Определяем окружную силу

$$F_t = 2000T_2 / (mz_2) = 2000 \cdot 2400 / (5 \cdot 60) = 16000 \text{ Н.}$$

Тогда фактор $F_t / m^2 = 16000/25 = 640 \text{ МПа.}$

6. По (15) находим продольный приведенный главный радиус кривизны:

$$\rho_{\beta}^* = 1.806 \cdot 10^4 \cdot 4.8^{2.69} \cdot 3.41^{0.103} \cdot 640^{-0.897} = 4236$$

7. По (11) и (18) определяем $S^* = 0.00125 \cdot 4236 = 5.3$, $t = 5.3 \cdot 20/16 = 6.62$.

8. По таблице 2 с помощью линейной интерполяции для $t = 6.62$ и $a_{H1} / b_w = 0.3$ определяем $K_{F\beta 1} = 1.24$.

9. Теперь: $(Y_{Veds})_1 = 0.778 \cdot 0.402 \cdot 1.24 = 0.388$.

10. Искомое изгибное напряжение в основании зуба шестерни:

$$\sigma_{F1} = 2000 \cdot 2400 \cdot 0.388 / (5^3 \cdot 60) = 248 \text{ МПа.}$$

11. По (16) определяем величину Δ торцового отвода поверхностей зубьев, необходимую для наладки зубообрабатывающего станка:

$$\Delta = 80^2 / (8 \cdot 5 \cdot 4236) = 0.038 \text{ мм.}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 10-08-00031.

Список литературы: 1. *ГОСТ 21354-87*. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. – М.: Изд-во стандартов, 1988. – 125с. 2. *Часовников Л.Д.* Передачи зацеплением (зубчатые и червячные). 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1969. – 486с. 3. Передачи зубчатые Новикова с твердостью поверхностей зубьев $HV \geq 350$. Расчет на прочность. Методические рекомендации МР 221-86. – М.: ВНИИНМАШ, 1987. – 86с. 4. *Короткин В.И., Онищikov Н.П., Харитонов Ю.Д.* Зубчатые передачи Новикова. Достижения и развитие. – М.: Машиностроение-1, 2007. – 384с. 5. *Короткин В.И., Колосова Е.М., Сухов Д.Ю.* Коэффициент формы зуба при расчете на изломную прочность цилиндрических эвольвентных зубчатых колёс, работающих в условиях локального контакта // Изв. вузов. Сев.-Кав. Регион. Технические науки. – 2009. – №5. – С.78–84. 6. *Яковлев А.С.* К оценке напряжённости материала зубьев передач с зацеплением Новикова // Изв. вузов. Машиностроение. – 1985. – №6. – С.13–16. 7. *Устиненко В.Л.* Напряжённое состояние зубьев цилиндрических прямозубых колёс. – М.: Машиностроение, 1972. – 92с. 8. *Яковлев А.С.* К определению напряжений изгиба в зубьях цилиндрических передач методом граничных конечных элементов // Машиноведение. – 1982. – №2. – С.89–94. 9. *ГОСТ 1643-81*. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 69с. 10. *ГОСТ 16532-70*. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт геометрии. – М.: Изд-во стандартов, 1971. – 4с.

Поступила в редколлегию 05.04.10

УДК 621.81 (075.8)

Л.В. КУРМАЗ, к.т.н., проф. каф. деталей машин и ПМ НТУ "ХПИ", г Харьков

T-FLEX PARAMETRIC CAD И ТРЕХМЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ДЕТАЛЯХ МАШИН

Представлено деякі результати застосування програми T-FLEX parametric CAD до тривимірного конструювання деталей машин – шківів, зірочок, зубчастих коліс. Виконано приклад конструювання шківів пасової передачі.

Some results of application of the program T-FLEX parametric CAD to three-dimensional constructing of details of machines – cones, asterisks, cog-wheels are submitted. The example of constructing of a cone of belt transmission is executed.

Постановка проблеми. В настоящее время все более широко используется трехмерное конструирование в конструкторских бюро, а также в студенческой практике конструирования. Особый интерес вызывает трехмерное конструирование с параметризацией ряда параметров конструкции, что позволяет расширить область использования разработанной конструкции шкивов, звездочек, колес на ряд этих же деталей, но с измененными параметрами.

Анализ литературы. T-FLEX parametric CAD – система автоматизированного конструирования, которая позволяет высокую степень изменения содержания чертежа при постоянстве конструкционного решения, заложенного конструктором [1].

Под параметризацией понимаем многократное использование технического чертежа с возможностью изменения его параметров. Теоретически все последние CAD-системы, SOLID-WORKS, КОМПАС декларируют о возможности параметризации чертежей. Но разработанные ранее, до появления концепции параметризации, эти системы базируются на внутренней организации данных, которая не наилучшим способом соответствует параметризации и приводит к малоэффективным или ограниченным решениям.

От конструктора, работающего с T-FLEX CAD, не требуются специальных знаний из области программирования. Параметры чертежа могут быть изменяемые или задаваемые в соответствии с представленными зависимостями. Их определение может быть выполнено в начале или во время процесса конструирования, получено из других чертежей или баз данных, что увеличивает возможности модификации рисунка до бесконечности.

Созданные трехмерные параметрические модели конструкции легко модифицируются. При параметрическом изменении двухмерных моделей чертежа автоматически изменяются параметры трехмерной модели и наоборот.

Используемая теория и алгоритмы простые и доступные для пользователя без специальной подготовки.

Цель статьи – апробировать программу T-FLEX CAD для ее использования в процессе конструирования деталей машин (без параметризации параметров).

В системе T-FLEX CAD существуют два способа создания 3D моделей:

- создание 3D модели по схеме "Рабочая плоскость – Эскиз – Модель";
- создание 3D модели по схеме "От 2D к 3D".

Для создания 3D моделей двумя способами используются одинаковые операции. Разница состоит в способах создания 3D элементов.

Рассмотрим создание 3D модели чертежа шкива плоскоременной передачи [2] по схеме "Рабочая плоскость – Эскиз – Модель", которая представляется более удобной. При использовании этой схемы графическая разработка шкива выполняется в 3D окне, а затем, если есть потребность, независимо от способа создания 3D модели можно создавать чертежи, разрезы, сечения и т.д. соответствующих размеров со всеми атрибутами чертежа – размерами, обозначениями посадок, шероховатостей, допусков формы и расположения поверхностей, рамки чертежа с соответствующими техническими условиями и т.д.

Схема процесса создания 3D модели чертежа шкива [2] схематически представлена на рисунке 1. Создание 3D модели шкива выполняется этапами:

- создание нового документа (рисунок 1,а);
- создание базовых линий (рисунок 1,б) и линий контура шкива (параметрических линий) (рисунок 1,в);
- создание контура шкива и осевой линии (рисунок 1,г);
- вращение контура шкива и получение 3D его модели (рисунок 1,д);
- выполнение вспомогательных профилей для операций выталкивания и булевых операций уменьшения (рисунок 1,е,ж) с выполнением указанных операций;
- выполнение операций выталкивания и булевых операций уменьшения и получение 3D модели шкива (рисунок 1,и);
- выполнение фасок, закруглений и т.д.;
- выполнение плоских рабочих чертежей с изменением их размеров (рисунок 1,к).

Для создания нового файла в T-FLEX CAD выбираем на инструментальной панели команду **создать новую 3D модель** (команда **F3**), для чего нажимаем левую клавишу мышки. Результат виден на рисунке 1,а.

Выбираем на рисунке 1,и из трех плоскостей рабочую плоскость **вид спереди**, нажимая левую клавишу мышки на ее очертание, и вызываем команду **построить прямую** (команда **L:**), в результате чего плоскость становится рабочей. Результат виден на рисунке 1,б. Сейчас на плоскости вид спереди доступны все команды плоского черчения

Выбирая базовый пункт на рабочей плоскости, создадим две базовые прямые (команда **создать две перпендикулярные прямые и узел** (команда **L:**)). Для этого курсором укажем произвольную точку в левой нижней части рабочей плоскости и нажмем левую клавишу мышки. Результат виден на ри-

сунке 1,б. Все дальнейшие операции по выполнению конструкции шкива будем привязывать к базовому узлу и к базовым прямым.

Проведем ряд вертикальных и горизонтальных линий на определенном расстоянии от базовых линий, используя команду **построение; прямая** (команда **L:**). Для рисования линии параллельной заданной выбираем заданную линию, относительно которой будет создана новая. Заданной линией может быть одна из базовых линий или же нарисованная ранее линия. Наводим курсор на заданную линию, нажимаем левую клавишу мышки (курсор меняет знак) и перетаскиваем ее на необходимое расстояние, образуя таким образом новую линию. Расстояние перетаскивания можно контролировать, включив окно свойства. При этом включается счетчик расстояния перетягивания. Команда **построение; прямая** (команда **L:**) остается включенной и далее, что позволяет нарисовать еще линию или ряд линий, не выходя из команды. Расстояние перетягивания можно получить из существующего плоского чертежа шкива и в каждый момент изменить его. Полученный таким образом ряд вертикальных и горизонтальных линий (параметрических линий) используется для рисования сечения ступицы, диска и венца по узлам их пересечения (рисунок 1,в).

Ориентируясь на существующую или желаемую для выполнения конструкции шкива и нанесенные ранее параметрические линии командой **рисунок; изображение** (команда **G**) обводим по узлам пересечения параметрических линий замкнутый контур сечения шкива. Линия рисования (линия изображения) – **continuous**. Выполняется также осевая линия. Тип осевой линии – **center** (рисунок 1,г).

Выходим из режима рисования и вызываем команду **операции; вращение** (команда **3RO**). Для получения параметрической модели используются как линии параметрические, так и линии изображения. На основании линий изображения и оси вращения, выбираемых автоматически, программа строит 3D профиль, который можно предварительно просмотреть. Угол вращения – 360° , что устанавливается в окне **свойства**. В автоменю в этом случае доступна пиктограмма V , информирующая о том, что можно закончить операцию вращения. Нажимаем на эту пиктограмму и в окне 3D появляется трехмерное изображение шкива ременной передачи (рисунок 1,д).

Полученное изображение шкива лишено отверстий в диске и шпоночного паза в ступице (рисунок 1,е). Для их создания передвинем курсор на рабочую плоскость 2D, которая при этом подсветится, и нажмем левую клавишу мышки. В контекстном меню выбираем пункт **чертить по грани** (рисунок 1,ж). Выбираем команду **построение; окружность** (команда **C**). Укажем курсором в центральный узел, чтобы выбрать его в качестве центра окружности. Задаем величину радиуса окружности в окне **свойства** и получаем центральную окружность размещения отверстий на диске. На ней подобным образом чертим четыре отверстия. Далее командой **чертеж; изображение** (команда **G**) изменяем тип линии четырех окружностей на линии изображения.

По размерам сечения шпонки выполняем две вертикальные и две горизонтальные параметрические прямые в отверстиях вала под ступицу. Их пере-

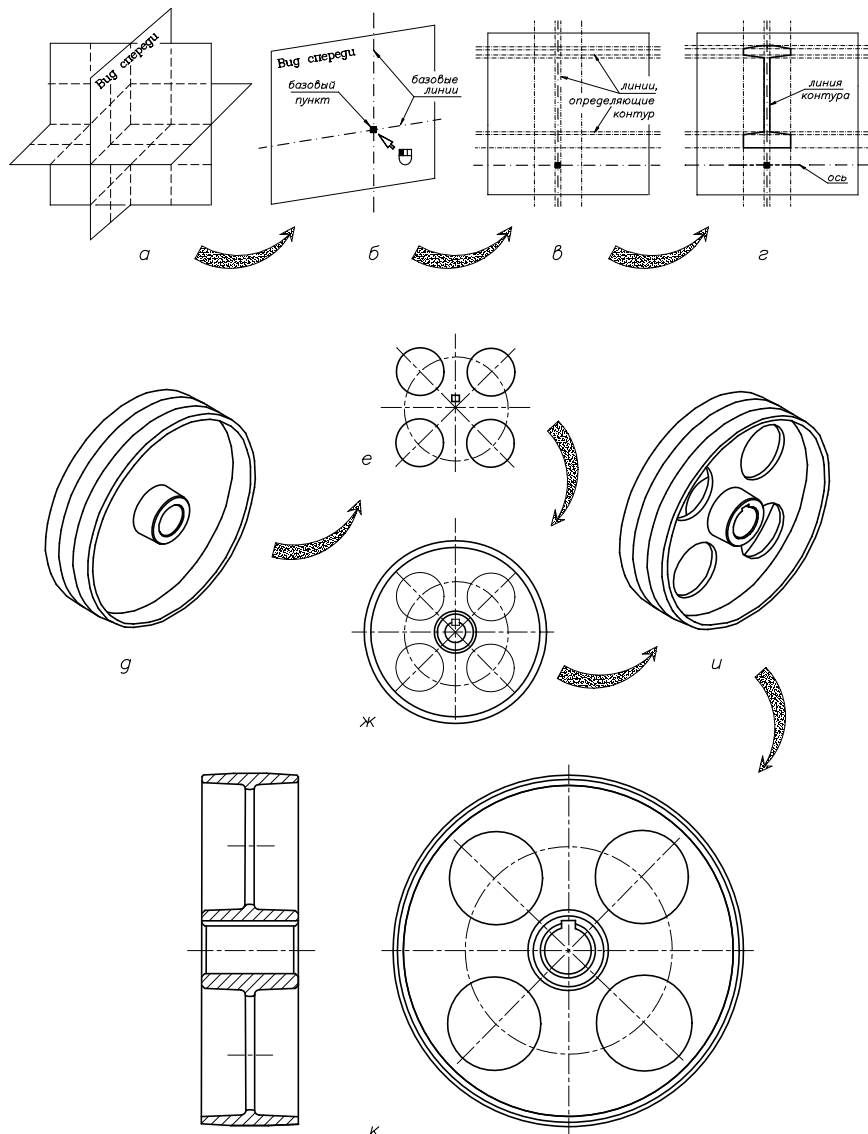


Рисунок 1 – Схема создания 3D модели шкива плоскоременной передачи:

а – создание нового документа; б – создание базового пункта и базовых линий на плоскости 3D; в – создание линий, определяющих контур шкива; г – обрисовывание контура шкива и осевой линии; д – вращение контура шкива и создание 3D модели шкива; е – элементы, создающие отверстия в диске шкива, а также шпоночный паз в ступице; ж – размещение этих элементов на рабочей плоскости 3D; з – шкив после выполнения операций выталкивания элементов по п. е; и – шкив после выполнения операций выталкивания элементов по п. е; к – графика рабочего чертежа (без размеров, посадок, шероховатости, допусков формы и расположения; без рамки, ТУ и т.д.)

сечение определяет размеры поперечного сечения шпонки, которые командой **построение; прямая** (команда **L:**) обрисовываем линией изображения. Таким образом, имеем подготовленные четыре отверстия и шпоночный паз для выполнения операции **выталкивание** (операция **3X**), которая переводит при этом чертеж в трехмерное пространство. В автоменю появляется опция **выбрать контур** (опция **R**). Выбираем подготовленные контуры отверстий и шпоночного паза наведением на них курсора, которые при этом подсвечиваются. Система автоматически устанавливает вектор выталкивания перпендикулярно плоскости профиля наружу от границ. Далее система просит выбрать начальный, а потом конечный пункты выталкивания. Курсором выбираем начало и конец оси шкива и нажимаем левую клавишу мышки. При правильном выборе параметров в автоменю доступна пиктограмма ∇ , информирующая о том, что можно закончить операцию выталкивания. Нажимаем на пиктограмму и в окне 3D появляется трехмерное изображение шкива ременной передачи (рисунок 1,и) с отверстиями в диске и со шпоночным пазом в ступице.

Следующим шагом является выполнение фасок и закруглений, определяемых конструкцией шкива (команда **операции; закругления**) (команда **3D**).

После создания 3D модели шкива создается двухмерный чертеж шкива, который без размеров, без обозначения посадок, шероховатости поверхностей и т.д. (что не составляет трудностей) представлен на рисунке 1,к.

Таким образом, создана 3D модель шкива плоскоременной передачи дисковой конструкции, привязанная к 2D параметрической модели. В связи с этим все изменения 2D чертежа будут автоматически вызывать такие же изменения в 3D модели наоборот.

Выводы

1. Программа T-FLEX parametric CAD 9 (учебная) сравнительно просто позволяет получить трехмерные чертежи деталей машин (шкивов, зубчатых колес, звездочек).

2. Польза от использования этой программы будет несравненно большей, если апробировать процесс параметризации, что позволит создать комплекс рисунков с параметризованными параметрами для различных конструкций шкивов, зубчатых колес, звездочек.

Список литературы: 1. Программа T-FLEX parametric CAD 9 (учебная). 2. Курмаз Л.В. Основы конструирования деталей машин (посібник). – Харків: Вид-во "Підручник НТУ "ХПІ", 2010. – 532с.

Поступила в редколлегию 25.04.10

В.О. МАЛАЩЕНКО, д.т.н., професор НУ "Львівська політехніка", м. Львів
О.Р. СТРИЛЕЦЬ, магістр, НУ "Львівська політехніка"
В.М. СТРИЛЕЦЬ, к.т.н., доцент НУ водного господарства та природоко-
 ристування, м. Рівне

НАВАНТАЖУВАЛЬНА ЗДАТНІСТЬ ПРУЖНИХ ШПОНКОВИХ З'ЄДНАНЬ ТИПУ "ВАЛ-МАТОЧИНА"

Розглянуті статичні розрахунки пружних шпонок з округленими торцями і порожниною концентричною зовнішній формі, які можуть застосовуватися в з'єднаннях типу "вал-маточина" різноманітних редукторів. Отримані аналітичні і графічні залежності деформацій таких шпонок від навантаження та геометричних розмірів.

Static calculations of some constructions of the resilient keys with round-off butt ends and cavity concentric to the key external shape are considered. Analytical and graphic dependences of deformations of such keys on their construction, loading and geometrical sizes are obtained.

Відомі шпонкові з'єднання утворені жорсткими, напівпружними, пружними і запобіжними призматичними шпонками [1]. В сучасній технічній літературі, наприклад [2-4] описані лише з'єднання жорсткими шпонками, їх теоретичні та практичні розрахунки. Пружні шпонки мають меншу жорсткість і обертальний момент від вала до маточини, наприклад, зубчастого колеса, або навпаки передається плавніше, тобто безударно, а це позитивно впливає на довговічність деталей з'єднання і приводу в цілому. Крім того, при передачі обертального моменту вали закручуються на деякий кут, але із-за менш жорсткого з'єднання деталей встановлених на них, наприклад, лінія контакту зубців зубчастих передач не зменшується, що також позитивно впливає на роботу зубчастих, фрикційних, ланцюгових та інших передач. Деякі запатентовані конструкції пружних призматичних шпонок показані на рисунку 1, де а – призматична пружна шпонка з округленими торцями та з порожниною, яка є концентричною до зовнішній формі; б – призматична пружна шпонка з округленими торцями і з особливою порожниною, яка складається із кругових отворів концентричних округленим торцям, з'єднаних розрізом по поздовжній осі симетрії; в – пружна складена шпонка (складена із двох поздовжніх

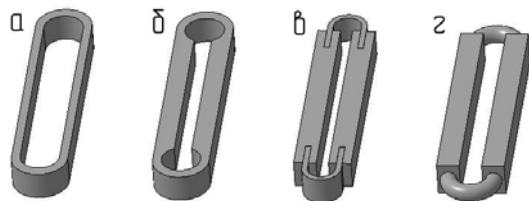


Рисунок 1 – Моделі деяких запатентованих пружних шпонок

брусків і двох дугоподібних пружин. В торцях поздовжніх брусків виконані канавки, в які встановлені кінці дугоподібних пружин. У зібраному вигляді шпонка схожа на призматичну з округленими торцями); г – пружна складена шпонка подібна до попередньої, але в торцях поздовжніх брусків виконані кругові отвори, в які встановлені кінці дугоподібних пружин круглого перетину.

Зміст викладу матеріалу. Натепер немає методики розрахунків таких шпонкових з'єднань і експлуатаційних характеристик самих шпонок. Метою даної роботи є розробка методики розрахунків пружних призматичних шпонок для різних режимів навантаження передач. Тут виконано розрахунок пружної призматичної шпонки з порожниною концентричною зовнішній формі [5]. Розрахункова схема наведена на рисунку 2. Від дії обертального моменту вал закручується на деякий кут φ , а із-за цього на шпонку діє розподілене навантаження q . Для отримання залежностей пружних деформацій шпонки від обертального моменту, що передається з'єднанням прийняті наступні припущення: навантаження q рівномірно розподілене на довжині прямолінійної частини і лежить у площині шпонки; для малої кривини округлень кінців шпонки впливом осевих сил на її деформацію нехтуємо.

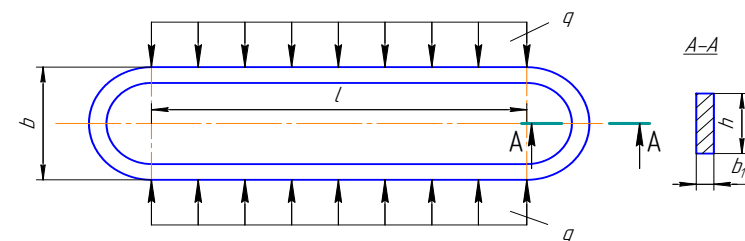


Рисунок 2 – Розрахункова схема пружної шпонки з пустотілою частиною концентричною зовнішній формі

Питоме навантаження q від дії обертального моменту T_k дорівнює

$$q = \frac{F_t}{l} = \frac{2T_k}{dl}, \quad (1)$$

де F_t – колова сила; d – діаметр сполуки вала і маточини; l – довжина прямолінійної частини шпонки.

Пружну шпонку (рисунку 2) можна подати як плоску раму з одним замкнутим контуром. Згідно [6] ступінь статичної невизначеності такої рами визначається за формулою

$$n = l + 3k - m, \quad (2)$$

де l – число лишніх зовнішніх зв'язків; k – число замкнутих контурів; m – число простих шарнірів. Для даного випадку: $l = 0$, $k = 1$, $m = 0$, $n = 3$.

Складання еквівалентної схеми (рисунок 3) виконаємо розрізанням в місці вертикальної осі, тобто виявляємо лишні зв'язки, при відкиданні яких рама залишається незмінною але статично визначеною.

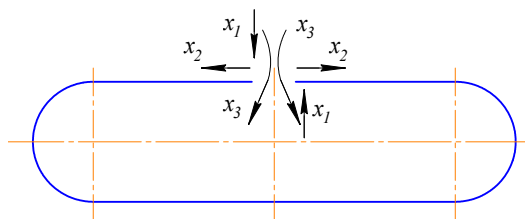


Рисунок 3 – Еквівалентна схема шпонки

Лишні зв'язки замінюємо невідомі реакціями: x_1 , x_2 і x_3 . Така рама деформується тотожно шпонці. Ці невідомі сили визначаємо із умови рівності нулю переміщень, що виникають за їхніми напрямками.

Тоді канонічні рівняння за методом сил матимуть вигляд:

$$\begin{cases} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \delta_{13} x_3 + \delta_{1F} = 0; \\ \delta_{21} x_1 + \delta_{22} x_2 + \delta_{23} x_3 + \delta_{2F} = 0; \\ \delta_{31} x_1 + \delta_{32} x_2 + \delta_{33} x_3 + \delta_{3F} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

де δ_{11} , δ_{22} і δ_{33} – переміщення за напрямками сил x_1 , x_2 і x_3 , викликані відповідно одиничними силами: $x_1=1$, $x_2=1$ і $x_3=1$; δ_{12} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_2=1$; δ_{13} – переміщення за напрямком сили x_1 від сили $x_3=1$; δ_{21} і δ_{23} – переміщення за напрямком сили x_2 від сил, відповідно $x_1=1$ і $x_3=1$; δ_{31} і δ_{32} – переміщення за напрямком сили x_3 від сил, відповідно $x_1=1$ і $x_2=1$; δ_{1F} , δ_{2F} і δ_{3F} – переміщення за напрямками сил x_1 , x_2 і x_3 , при дії на основну систему питомого навантаження q .

Основна система отримується із еквівалентної після звільнення її від зовнішнього навантаження q і невідомих сил x_1 , x_2 і x_3 . Основна схема наведена на рисунку 4, де $\rho = (b - b_1) / 2$ – середній радіус округлень кінців пружної шпонки.

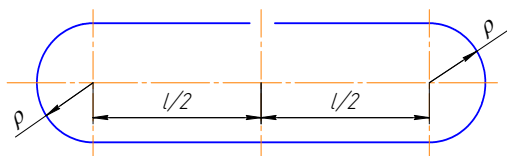


Рисунок 4 – Основна система шпонки

Переміщення (3) визначаються за допомогою інтегралів Мора і в частинних випадках способом Верещагіна із наступних виразів:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \sum \int_0^s \frac{M_1^2 ds}{EJ}; & \delta_{22} &= \sum \int_0^s \frac{M_2^2 ds}{EJ}; & \delta_{33} &= \sum \int_0^s \frac{M_3^2 ds}{EJ}; \\ \delta_{12} &= \sum \int_0^s \frac{M_1 M_2 ds}{EJ}; & \delta_{13} &= \sum \int_0^s \frac{M_1 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{21} &= \sum \int_0^s \frac{M_2 M_1 ds}{EJ}; \\ \delta_{23} &= \sum \int_0^s \frac{M_2 M_3 ds}{EJ}; & \delta_{31} &= \sum \int_0^s \frac{M_3 M_1 ds}{EJ}; & \delta_{32} &= \sum \int_0^s \frac{M_3 M_2 ds}{EJ}; \\ \delta_{1F} &= \sum \int_0^s \frac{M_1 M_F ds}{EJ}; & \delta_{2F} &= \sum \int_0^s \frac{M_2 M_F ds}{EJ}; & \delta_{3F} &= \sum \int_0^s \frac{M_3 M_F ds}{EJ}, \end{aligned} \quad (4)$$

де E – модуль пружності першого роду для матеріалу шпонки; $J = hb^3 / 12$ – осьовий момент інерції перетину А-А (рисунок 2); M_1 , M_2 , M_3 і M_F – згинальні моменти відповідно від сил x_1 , x_2 , x_3 і q , їхні епюри на рисунку 5.

Із аналізу підінтегральних значень моментів виразів (4), де перемножуються симетричні епюри на косиметричні, маємо: $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$; $\delta_{13} = \delta_{31} = 0$; $\delta_{23} = \delta_{32} = 0$; $\delta_{1F} = 0$ і $\delta_{2F} = 0$.

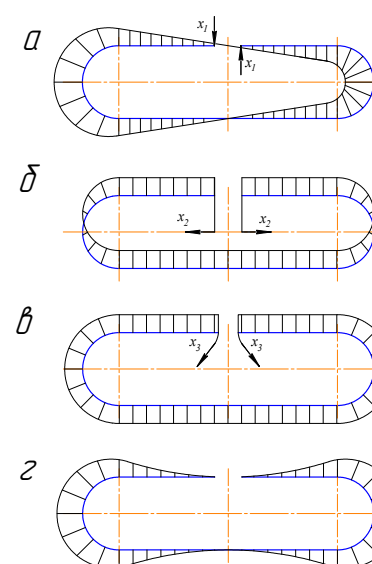


Рисунок 5 – Епюр згинальних моментів, відповідно від сил x_1 , x_2 , x_3 і q

З урахуванням цих значень із (3) отримуємо

$$\delta_{33} x_3 + \delta_{3F} = 0. \quad (5)$$

Використовуючи вирази (4) і епюри згинальних моментів (рисунок 5) та прийнявши, що на прямолінійній ділянці верхня межа інтегрування $s = l / 2$, а на криволінійній – $s = \rho \cdot d\varphi$, отримаємо:

$$\delta_{33} = \frac{2}{EJ} (l + \pi \rho); \quad \delta_{3F} = \frac{ql}{EJ} \left[\frac{l^2}{12} + 2\rho \left(\frac{\pi l}{8} + \rho \right) \right]. \quad (6)$$

З урахуванням (6) із рівняння (5) дістанемо

$$x_3 = -q\rho^2 a, \quad (7)$$

де

$$a = \frac{\Delta^3 + 3\Delta(\pi\Delta + 8)}{24(\pi + \Delta)}, \quad a \Delta = l / \rho.$$

Сумарний згинальний момент дорівнює

$$M_{F\Sigma} = M_F + x_3 M_3; \quad (8)$$

для $s=0$, $M_F = 0$; $M_{F\Sigma} = -q\rho^2 a$;

для $s=l/4$, $M_F = \frac{q\rho^2 \Delta^2}{32}$; $M_{F\Sigma} = q\rho^2 (\frac{\Delta^2}{32} - a)$;

для $s=l/2$, $M_F = \frac{q\rho^2 \Delta^2}{8}$; $M_{F\Sigma} = q\rho^2 (\frac{\Delta^2}{8} - a)$;

на криволінійній ділянці

$$M_{F\Delta} = q\rho^2 (\frac{\Delta^2}{8} + \frac{\Delta}{2} \sin \varphi - a).$$

Епюра сумарного згинального моменту в даному випадку має вигляд (рисунок 6).

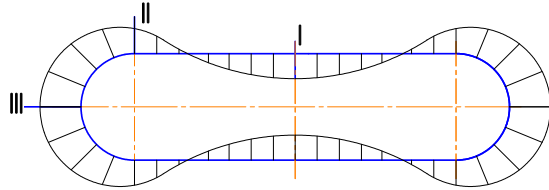


Рисунок 6 – Епюра сумарного згинального моменту

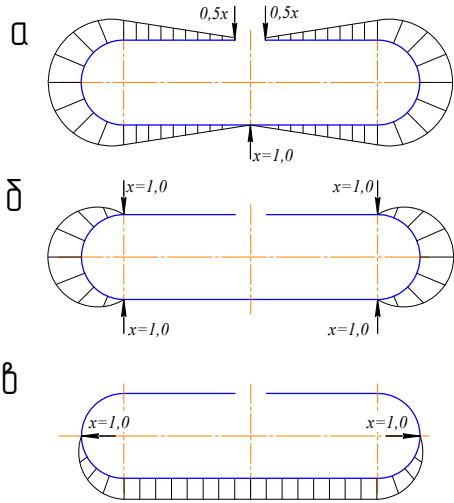


Рисунок 7 – Епюри згинальних моментів M_4 , M_5 і M_6

Для визначення переміщень в перерізах I, II і III використовуємо спосіб Мора і основну схему (рисунок 4). У напрямку переміщень δ_{IF} , δ_{IIF} і δ_{IIIF} прикладаємо одиничні сили ($x_i = 1$) і від них будемо епюри згинальних моментів: $M_4 = \frac{\rho \cdot \Delta}{4} \sin \varphi$; $M_5 = \rho \sin \varphi$ і $M_6 = \rho(1 - \cos \varphi)$ (рисунок 7).

Перемножуємо отримані епюри M_4 , M_5 і M_6 (рисунок 7) з епюром $M_{F\Sigma}$ (рисунок 6), отримуємо:

$$\delta_{IF} = \frac{q\rho^4}{EJ} \left\{ \frac{\Delta^2}{6} \left(\frac{\Delta^2}{16} + a \right) + 4 \left[\frac{\pi \Delta}{8} \left(1 + \frac{\Delta^2}{8} \right) - a \left(1 + \frac{\pi \Delta}{8} \right) + \frac{\Delta^2}{4} \right] \right\};$$

$$\delta_{IIF} = \frac{q\rho^4}{EJ} (\Delta^2 + \frac{\pi \Delta}{2} - 4a); \quad \delta_{IIIF} = \frac{q\rho^4}{EJ} \left[\frac{\Delta}{4} \left(1 + \frac{\Delta}{2} \right) + a(3\Delta - 1) \right]. \quad (9)$$

За значеннями δ_{IF} , δ_{IIF} і δ_{IIIF} будемо епюру переміщень, показану на рисунку 8.

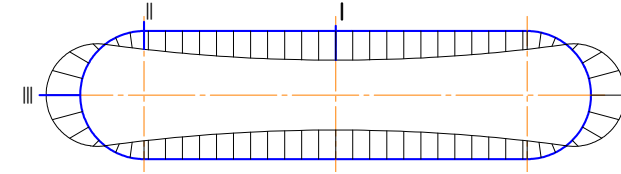


Рисунок 8 – Епюра переміщень

Для виконання практичних розрахунків вирази (8) і (9) подаємо у вигляді:

$$\delta_{IF} = \frac{q\rho^4}{EJ} a_1; \quad \delta_{IIF} = \frac{q\rho^4}{EJ} a_2; \quad \delta_{IIIF} = \frac{q\rho^4}{EJ} a_3;$$

$$M_{IF\Sigma} = -q\rho^2 a_4; \quad M_{IIF\Sigma} = q\rho^2 a_5; \quad M_{IIIF\Sigma} = q\rho^2 a_6, \quad (10)$$

де a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 і a_6 – коефіцієнти, які рівні:

$$a_1 = \frac{\Delta^2}{6} \left(\frac{\Delta^2}{16} + a \right) + 4 \left[\frac{\pi \Delta}{8} \left(1 + \frac{\Delta^2}{8} \right) - a \left(1 + \frac{\pi \Delta}{8} \right) + \frac{\Delta^2}{4} \right];$$

$$a_2 = \Delta^2 + \frac{\pi \Delta}{2} - 4a; \quad a_3 = \frac{\Delta}{4} \left(1 + \frac{\Delta}{2} \right) + a(3\Delta - 1);$$

$$a_4 = a; \quad a_5 = \frac{\Delta^2}{8} - a; \quad a_6 = \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta^2}{4} + \Delta \right) - a. \quad (11)$$

Значення коефіцієнтів (11) для $\Delta = 0 \dots 10$ визначені за допомогою ПЕОМ і зведені в таблиці.

Якщо підставити значення (1) і коефіцієнти (11) у вирази (10) можна визначити переміщення і згинальні моменти в перерізах I, II і III в залежності від розмірів і матеріалу шпонки та перевірити її навантажувальну здатність.

Висновки. Проведений аналіз з'єднань вала та маточини пружною шпонкою дозволив отримати нові аналітичні залежності для визначення величин обертального моменту і деформації в поперечних перерізах таких шпонок від їх геометричних розмірів, що мають істотне значення для різних галузей машинобудування.

Застосування пружних шпонок для з'єднання, наприклад, зубчастих ко-

ліс з валами істотно покращує процес входження зубців у зачеплення, здійснюючи його плавніше.

Таблиця – Значення коефіцієнтів $a_1 - a_6$ для визначення переміщень та моментів

Δ	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
0,5	0,3	0,4	0,2	0,1	-0,1	0,2
1,0	0,9	1,2	1,1	0,3	-0,2	0,3
1,5	2,1	2,4	2,6	0,5	-0,3	0,5
2,0	4,0	4,1	4,8	0,7	-0,3	0,8
2,5	6,8	6,2	7,9	1,0	-0,2	1,0
3,0	10,9	8,7	11,9	1,4	-0,1	1,2
3,5	16,4	11,7	16,8	1,8	0,0	1,5
4,0	23,7	15,0	22,3	2,2	0,2	1,8
4,5	33,1	18,8	30,2	2,7	0,4	2,1
5,0	45,0	23,0	38,8	3,2	0,7	2,5
5,5	59,7	27,6	48,8	3,7	1,0	2,8
6,0	77,7	32,7	60,2	4,3	1,3	3,2
6,5	99,3	38,1	73,2	4,9	1,7	3,6
7,0	125,0	44,0	87,8	5,6	2,1	4,0
7,5	155,4	50,3	104,2	6,3	2,6	4,4
8,0	190,9	57,0	122,4	7,1	3,1	4,9
8,5	232,0	64,1	142,6	7,9	3,7	5,4
9,0	279,4	71,7	164,8	8,8	4,3	5,9
9,5	333,6	79,6	189,1	9,7	4,9	6,4
10,0	395,1	88,0	215,7	10,6	5,6	6,9

Список літератури: 1. Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Нова класифікація шпоночних з'єднань // Підйомно-транспортна техніка. – Дніпропетровськ, 2009. – №4. – С.38–41. 2. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин. – К.: Вища школа, 2003. – 560с. 3. Малащенко В.О., Янків В.В. Деталі машин. Курсове проектування: Навчальний посібник. – Львів: Новий Світ, 2000, 2010. – 252с. 4. Заблонський К.І. Деталі машин. – Одеса: Астропринт, 1999. – 404с. 5. Стрелец В.Н. Шпоночное соединение переменной жесткости // Технология и организация производства. – 1984. – №4. – С.50. 6. Спицына Д.Н. Строительная механика стержневых машиностроительных конструкций. – М.: Высшая школа, 1977. – 248с.

Надійшла до редколегії 22.04.10

УДК 621.83

М.В. МАРГУЛИС, д.т.н., профессор каф. ТМ ПГТУ, г. Мариуполь
В.В. МИТИН, магистр каф. ТМ ПГТУ

РАЗРАБОТКА СИЛОВЫХ ВОЛНОВЫХ ПРИВОДОВ С ПРЕЦЕССИОННЫМ ДВИЖЕНИЕМ В ПЕРЕДАТОЧНЫХ МЕХАНИЗМАХ

Приведені теоретичні положення, на основі яких розроблений новий раціональний вид зачеплення для хвильової передачі з проміжними тілами кочення. Досліджена кінематика і виконаний розрахунок на міцність елементів зачеплення. Його використання в передавальних механізмах дозволить істотно збільшити їх ККД, довговічність, надійність, зменшити масогабаритні показники і собівартість виготовлення.

Theoretical positions on the basis of which the new rational type of hooking is developed for a wave transmission with the intermediate bodies of wobbling are resulted. A kinematics is investigational and the durability calculation of elements of hooking is executed. His use in transmission mechanisms will allow substantially to increase their output-input ratio, longevity, reliability, to decrease mass and sizes parameters and prime price of making.

Важнейшей задачей современного машиностроения является повышение надежности машин при минимально возможных их массогабаритных показателях и себестоимости изготовления. Известно, что приводы являются неотъемлемой частью большинства машин, а передаточный механизм – основной частью привода. Поэтому актуальны разработка и исследования новых видов волновых передач, использование которых позволит создать высокоэкономичные приводы для различных машин.

Волновые зубчатые передачи (ВЗП) обладают рядом преимуществ перед обычными зубчатыми редукторами. Практика использования ВЗП в приводах тяжело нагруженных машин показывает, что в сравнении с традиционными передачами в 2...3 раза уменьшаются их массогабаритные характеристики и на 30-40% динамические нагрузки. Указанные преимущества достигаются за счет множества точек контакта в зацеплении (тогда как в обычном зацеплении контактируют всего 1-1,5 зуба). В то же время созданные ВЗП включают в себя гибкое колесо, которое является лимитирующим звеном, как по надежности, так и по трудоемкости изготовления. Впадины зубьев применяемого эвольвентного зацепления являются концентраторами напряжений, что может привести к трещинообразованию и к поломке. Рациональные конструкции ВЗП с передаточным числом в одной ступени в пределах 100-500, как показали многочисленные исследования, приведенные в [1]. Учитывая вышеизложенные недостатки ВЗП, кафедрой "Технология машиностроения" Приазовского государственного технического университета было разработано несколько конструкций волновых передач с промежуточными телами качения (ВППТК) (см. рисунок 1), в которых были устранены конструктивные недостатки известных ВППТК [2] и получены патенты Украины на полезную мо-

дель №№ 25141, 25503 и на изобретение № 88076. Предложены несколько вариантов практической реализации теоретической схемы зацепления. В каждом из них взаимодействующие пространственные кривые материализуются в дорожки качения, выполненные на колесах, а в точках касания пространственных кривых помещены тела качения – шарики. При сообщении одной из деталей прецессии шарики катятся одновременно по двум дорожкам взаимодействующих деталей. Если количество периодов взаимодействующих дорожек отличается, например, на две единицы, то при взаимодействии колес происходит редукция движения: за одну волну прецессии одно из колес поворачивается на один период.

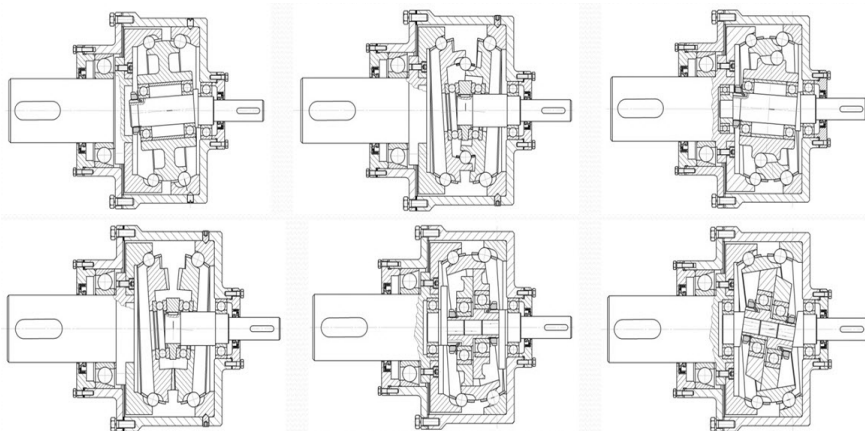


Рисунок 1 – Разработанные новые конструкции ВППТК

Таким образом, волновое зацепление обеспечивает передачу вращающего момента посредством множества тел качения и при этом трение скольжения в зацеплении незначительно.

Тем не менее, из ряда предложенных механизмов для дальнейших расчетов и исследований была отобрана наиболее рациональная, потенциально долговечная и наименее трудоемкая конструктивная статически определяемая схема ВППТК, не имеющая избыточных связей, как показал расчет по формуле Малышева (см. рисунок 2).

Данная конструкция ВППТК с предложенным зацеплением содержит такие основные детали: корпус, входной и выходной валы, установленные на подшипниках качения, прецессирующее колесо, установленное на подшипниках качения на кривошипном участке входного вала, неподвижно установленное в корпусе колесо, подвижное колесо, связанное с выходным валом. На каждом из колес выполнены дорожки качения.

Исходными данными для расчета основных параметров ВППТК являются:

- передаточное число i ;

- мощность электродвигателя $N_{эл.дв.}$, кВт;
- частота вращения двигателя n , об/мин;
- допускаемое контактное напряжение $[\sigma]$, МПа.

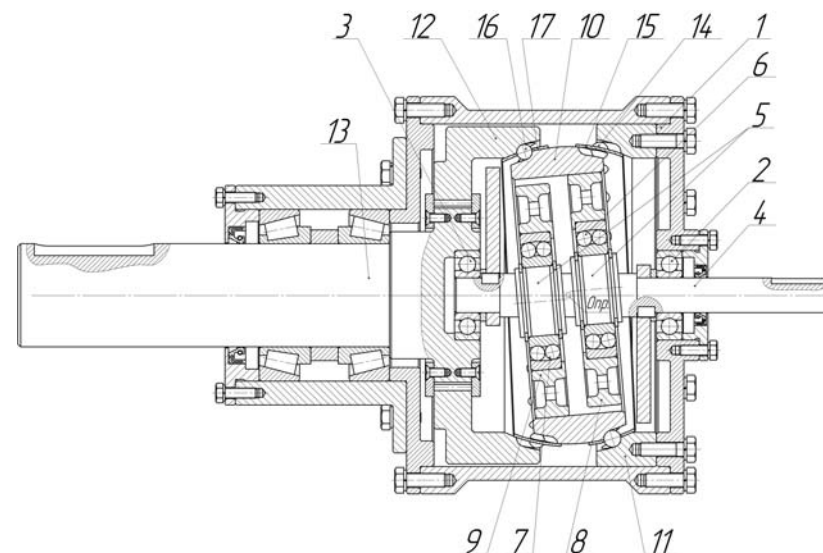


Рисунок 2 – Схема предложенной ВППТК:

1 – корпус; 2, 3 – подшипники качения; 4 – ведущий вал; 5 – эксцентриковые шейки; 6, 7 – сферические подшипники качения; 8, 9 – диски; 10 – прецессирующее колесо; 11 – неподвижное колесо; 12 – подвижное колесо; 13 – выходной вал; 14, 16 – промежуточные тела качения; 15, 17 – сепаратор

Для подбора необходимых чисел U периодов дорожек качения колес использовалась математическая программа Mathcad 13 Enterprise Edition.

При проектировании механизма по заданному передаточному числу (U) используют формулу (1):

$$U = U_1 \cdot U_2 = \frac{Z_{пр1} Z_{вр}}{Z_{пр1} Z_{вр} - Z_{пр2} Z_0}, \quad (1)$$

где $Z_0, Z_{вр}$ – количество периодов дорожек качения остановленного и вращающегося колеса; $Z_{пр1}, Z_{пр2}$ – количество периодов дорожек качения прецессирующего колеса.

Данная формула позволяет подобрать необходимое количество периодов дорожек качения подвижного, неподвижного и прецессирующего колёс в соответствии с необходимым передаточным числом. Необходимо из нескольких возможных вариантов выбрать оптимальный, в котором учитывалось бы влияние количества периодов на габаритные размеры и массу передачи, а

также размеры шариков и углов зацепления.

Затем рассчитывается количество тел качения (шариков) в зацеплении по формулам:

$$K_1 = \frac{Z_o + Z_{пр1}}{2}; \quad (2)$$

$$K_2 = \frac{Z_{подв} + Z_{пр2}}{2}, \quad (3)$$

где K_1, K_2 – количество шариков в первом и втором зацеплении.

Далее производится прочностной расчет передачи, начиная с диаметра окружности зацепления (диаметра расположения центров шаров в зацеплении):

$$D_{зац} = \frac{2T_{вр.вых} \cdot 0,418E \left(\frac{1}{R_{пр}} + \frac{1}{D_{ш}^{пред}/2} \right)}{[\sigma]^2 \lambda \cos \psi \cos \varphi C}, \quad (4)$$

где $T_{вр.вых}$ – вращающий момент на выходном валу, кН; E – модуль упругости материала, МПа; $R_{пр}$ – радиус кривизны продольного профиля дорожки, мм; $D_{ш}^{пред}$ – диаметр шарика передачи, мм; $[\sigma]$ – допускаемое контактное напряжение, МПа; λ – длина контактной линии дорожки качения, мм; φ, ψ – углы, определяющие положение линии зацепления в пространстве; C – количество нагруженных тел качения.

Затем определяется входной момент с учетом требуемой мощности электродвигателя:

$$T_{вх} = \frac{9750 \cdot N_{эл.дв.}}{n} \cdot \eta_{дв}, \quad (5)$$

где $\eta_{дв}$ – КПД электродвигателя.

Выходной вращающий момент определяется по формуле:

$$T_{вых} = T_{вх} \cdot U \cdot \eta_{вп}, \quad (6)$$

где $\eta_{вп}$ – КПД волновой передачи.

Для расчета диаметра окружности зацепления необходимо предварительно принять диаметр шариков передачи. Поскольку диаметр шариков зависит от передаваемой мощности и передаточного отношения, предварительно его можно определить по эмпирической формуле:

$$D_{ш}^{пред} = \frac{P_{эл.дв.} \cdot U}{n}, \quad (7)$$

где $P_{эл.дв.}$ – передаваемая мощность, кВт; U – общее передаточное отношение механизма; n – коэффициент соответствия $D_{ш}$, полученный на основе оптимизации геометрических параметров ВППТК, $n=40000$.

Длина контактной линии дорожки качения определяется по формуле:

$$\lambda = 0,2 \cdot \pi \cdot D_{ш}^{пред}. \quad (8)$$

Угол линии зацепления в поперечном сечении:

$$\varphi = \frac{45 \cdot \pi}{180}. \quad (9)$$

Угол линии зацепления в продольном сечении: $\psi = 1,55$ рад.

Все детали передаточного механизма цилиндрической формы и могут быть обработаны по типовым технологическим процессам для аналогичных деталей, кроме пространственных криволинейных циклических дорожек качения, которые обрабатываются контурным фрезерованием и шлифованием на станках с ЧПУ, воспроизводящих пространственные траектории движения инструмента по заданным формулам. Направляющая кривая дорожки качения определяется по следующим формулам:

$$\begin{aligned} X &= (\cos \alpha \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta) Y_0 + (\sin \alpha \cdot \sin \beta) Z_0; \\ Y &= (\sin \alpha \cdot \sin \beta + \cos \alpha \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta) Y_0 - (\cos \alpha \cdot \sin \beta) Z_0; \\ Z &= (\cos \alpha \cdot \sin \beta) Y_0 + \cos \beta \cdot Z_0, \end{aligned} \quad (10)$$

где α, β, γ – углы, определяющие прецессию; Y_0, Z_0 – координаты точек зацепления.

Расчет координат по этим формулам позволяет определить перемещения режущего инструмента при черновой и чистовой обработке направляющих кривых дорожек качения. Для автоматизированного расчета координат точек перемещения на языке Delphi написана программа, выполняющая расчет координат по заданным формулам (10) с последующей записью данных в файл.

Детали, имеющие дорожки качения, выполняются из шарикоподшипниковой стали ШХ15. После предварительной обработки необходимо выполнить термообработку в виде объемной закалки или ТВЧ поверхностей дорожек. В качестве окончательной обработки целесообразно применить шлифование дорожек на станке с ЧПУ повышенной точности. В качестве режущего инструмента при предварительной обработке можно применять сферические двухперые концевые фрезы, при чистовой обработке – многолезвийные сферические концевые фрезы, при шлифовании – сферические шлифовальные головки. При серийном производстве колеса с дорожками качения целесообразно получать с помощью высо-

коточных методов штамповки с последующей незначительной обработкой резанием. Возможно также применение высокопроизводительных методов формирования поверхностей дорожек – горячего и холодного накачивания.

Проведенные теоретические исследования показали, что данный передаточный механизм будет обладать теми же преимуществами перед обычными зубчатыми передачами, что и волновые зубчатые передачи. Но безусловным ее преимуществом будет отсутствие гибкого звена.

Выводы.

1. Впервые разработана методика проектирования высокоэкономичных волновых передач с прецессирующим движением.
2. Разработана конструкция привода с ВППТК без избыточных связей.

Список литературы: 1. Маргулис М.В. Снижение материалоемкости машин. – К.: Знание, 1985. – 64с. 2. Игнатищев Р.М. Синусошариковые редукторы. – Мн.: Вышш. школа, 1983. – 107с. 3. Маргулис М.В. Разработка конструкции рационального передаточного механизма с промежуточными телами // Захист металургійних машин від поломок. – Маріуполь, 2007. – Вип.10. – С.257–261.

Поступила в редколлегию 23.04.10

УДК 621.833.6

В.А. МАТУСЕВИЧ, гл. конструктор-директор ГП "ХАКБ", г. Харьков
Ю.В. ШАРАБАН, зам. гл. конструктора ГП "ХАКБ"
А.В. ШЕХОВ, с.н.с. НАКУ "ХАИ", г. Харьков
В.Т. АБРАМОВ, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

РАВНОПРОЧНОСТЬ ЗУБЧАТЫХ ЗАЦЕПЛЕНИЙ В ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА АІ ПО КРИТЕРИЮ МАССЫ

Розглянуто питання оптимізації загальної маси багатоступінчатого планетарного механізму \overline{AI} з урахуванням умов рівномірності при згині та контакту. Оптимальний розподіл передаточного відношення механізму по ступеням враховує можливі значення чисел зубців однієї ступені. Наведено результати проектування механізму з чотирма ступенями.

The method of finding of the optimum result mass of planetary transmission \overline{AI} from the conditions of the bending strength equal contact strength is considered. The optimum distribution transfer attitude from the area of existence of number of teeth is given. Example planetary transmission with four drives is given.

Постановка проблемы. Одним из основных требований, которому должна удовлетворять конструкция электромеханического привода системы

управления летательного аппарата является минимум значение ее массы. Поэтому в конструкциях приводов применяют многоступенчатые планетарные механизмы, например, типа $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Масса такого механизма с учетом конструктивных ограничений зависит от распределения общего передаточного отношения по его ступеням. При этом значения возможных передаточных отношений ступеней механизма выбирают из условий прочности. Применение условий равнопрочности внешних зубчатых зацеплений ступеней механизма обеспечивает наименьшее значение его массы. Следовательно, разработка методики оптимизации массы многоступенчатого планетарного механизма, учитывающей условия равнопрочности его всех зубчатых зацеплений, является актуальной задачей.

Анализ литературы. Минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-3]. В работе [2] приведены примеры определения распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности его зубчатых зацеплений. Там же приводятся блок-схемы некоторых алгоритмов, которые применялись автором при решении этих примеров. Однако в этих работах не рассмотрены вопросы реализации методик оптимизации массы механизма, учитывающие ограничения на возможные значения чисел зубьев. Кроме того не исследованы возможности реализации различных конфигураций многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, выбранные из условий равнопрочности его внешних зубчатых зацеплений.

Цель статьи. Разработка программной методики минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с учетом рекомендаций по распределению общего передаточного отношения по его ступеням, обеспечивающего выполнение условий изгибной и контактной равнопрочности его внешних зацеплений. При этом в качестве основы методики выбрана методика, рассмотренная в работе [4].

Раздел. Структурная схема построения многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с числом ступеней n приведена на рисунке 1,а. Нумерация зубчатых колес в пределах i -ой ступени механизма и формула, по которой определяется ее передаточное отношение u_i , показаны на рисунке 1,б.

В работе [4] рассмотрена методика оптимизации суммарной массы M_Σ многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, значение которой определяется по формуле

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left(A_1 + \sum_{i=2}^{n-1} A_i B_i + A_n B_n \right), \quad (1)$$

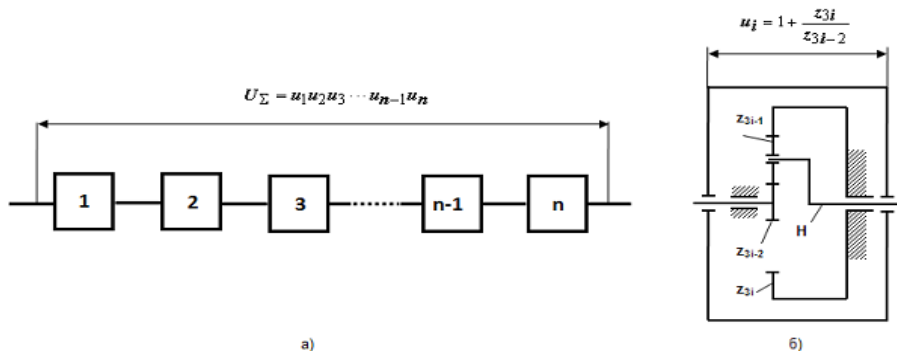


Рисунок 1 – Многоступенчатый планетарный механизм $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$

где $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$, $B_i = \frac{\rho_i b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ – безразмерные коэффициенты; ρ_i , b_{3i-2} , d_{3i-2} – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса z_{3i-2} i -й ступени механизма; k_i , u_i – число сателлитов и передаточное отношение i -й ступени механизма; n_{Mi} – коэффициент приведения масс корпуса, водила H_i и неподвижного зубчатого колеса z_{3i} к массе условного диска для i -й ступени механизма.

Распространенным вариантом исполнения многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, который обоснован по экономическим и технологическим причинам, является вариант, когда модули m_i , ширины зубчатых венцов b_i и материалы зубчатых колес ρ_i всех его ступеней выбраны одинаковыми соответственно. В этом случае коэффициенты $B_i = 1$, а прочность механизма достигается за счет величины $b_1 d_1^2$.

В зависимости от условия прочности – изгибной или контактной, из которого определяется допустимое значение $b_1 d_1^2$, получаем из (1) безразмерные суммарные массы при расчете на изгибную прочность $\overline{M}_F = \frac{M_\Sigma}{C_F}$ и кон-

тактную прочность $\overline{M}_H = \frac{M_\Sigma}{C_H}$ соответственно. Вывод формул для вычисления этих масс приведен в [1]. Там же приведены формулы для определения коэффициентов масс C_F и C_H .

Если коэффициенты $B_i = 1$ и приняты условия $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$ и $n_{M1} = n_{M2} = \dots = n_{Mn} = n_M$, то получаем безразмерные суммарные массы при расчете на изгибную и контактную прочности как функции, зависящие только

от распределения передаточных отношений отдельных ступеней u_i . Условия минимизации этих функций за счет распределения передаточных отношений отдельных ступеней u_i показаны в работе [4].

В i -ой ступени рассматриваемого механизма имеем внешнее зацепление зубчатых колес z_{3i-2} и z_{3i-1} , а также внутреннее зацепление зубчатых колес z_{3i-1} и z_{3i} .

Условие изгибной равнопрочности всех внешних зубчатых зацеплений многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$

$$\frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} = \frac{2T_1 \prod_{j=1}^{i-1} u_j (K_{F\beta} K_{Fv})_i \left(\frac{\Omega_F}{k} \right)_i \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)_i z_{3i-2}}{2T_1 (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \left(\frac{\Omega_F}{k} \right)_1 \left(\frac{Y_{FS}}{\sigma_{FP}} \right)_1 z_1} = \frac{z_{3i-2} \prod_{j=1}^{i-1} u_j}{z_1}. \quad (2)$$

Обозначения параметров, входящих в эту формулу, такие же, как и в работе [4].

Полагая материал всех зубчатых колес одинаковым с учетом (2) находим

$$B_i = \frac{z_{3i-2}}{z_1} \prod_{j=1}^{i-1} u_j = a_i \prod_{j=1}^{i-1} u_j. \quad (3)$$

Подставив соотношение (3) в выражение для функции безразмерной массы \overline{M}_F , приведенное в [4], получим

$$\overline{M}_F = \frac{z_1}{k U_\Sigma} \left(A_1 + \sum_{i=2}^n a_i A_i \prod_{j=1}^{i-1} u_j \right). \quad (4)$$

Оптимальные передаточные отношения ступеней $u_{i, \text{опт}}$, при которых безразмерная масса \overline{M}_F будет минимальной, находим из решения следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u_j} = 0, \quad j = 1, n-1 \\ u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1} u_n = U_\Sigma \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Умножив первое уравнение системы (5) на u_1 , второе на u_2 и т.д., получим

$$u_1 \frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u_1} = u_2 \frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u_2} = \dots = u_{n-1} \frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u_{n-1}}. \quad (6)$$

Из условия (6) находим следующие соотношения

$$\frac{\partial A_i}{\partial u_i} = \frac{a_{i+1}}{a_i} \left(u_{i+1} \frac{\partial A_{i+1}}{\partial u_{i+1}} - A_{i+1} \right), i = 1, n-2. \quad (7)$$

На основе соотношений (7) получим зависимости между передаточными отношениями двух соседних ступеней механизма

$$u_{i+1} = 2 \sqrt{\frac{u_i \frac{k+n_M}{2} + (k+1) \frac{z_{3i+1}}{z_{3i-2}} - k}{(k+n_M) \frac{z_{3i+1}}{z_{3i-2}}}}, i = 1, n-2. \quad (8)$$

С учетом зависимостей (8) система уравнений (5) может быть сведена к системе, состоящей из $n-1$ уравнений. При этом $n-2$ уравнений имеют вид (8) и одно уравнение – последнее уравнение из системы (5).

Таким образом, полученная система уравнений может быть решена при известном значении передаточного отношения одной ступени, например u_1 .

В случае, когда соседние ступени имеют одинаковые передаточные отношения, равные u , из (8) получим его значение

$$u = \frac{z_{3i-2}}{z_{3i+1}} + \sqrt{\left(\frac{z_{3i-2}}{z_{3i+1}} \right)^2 + \frac{4k}{k+n_M} \left(1 - \frac{z_{3i-2}}{z_{3i+1}} \right) + \frac{4}{k+n_M}}, i = 1, n-2. \quad (9)$$

Из (9) следуют следующие соотношения между числами зубьев центральных колес

$$\frac{z_1}{z_4} = \frac{z_4}{z_7} = \dots = \frac{z_{3n-8}}{z_{3n-5}}. \quad (10)$$

Если соотношения (10) равны 1, что равносильно условию $a_2=a_3=\dots=a_{n-1}=1$, то выражение (9) имеет вид

$$u = 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{k+n_M}}. \quad (11)$$

Условие контактной равнопрочности всех внешних зубчатых зацеплений многоступенчатого планетарного механизма $\overline{A1} \times \dots \times \overline{A1}$ задаем в виде

$$\frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} = \frac{0,7 \frac{T_{\text{ВЫХ}}}{U_{\Sigma}} u_1 u_2 \dots u_{i-2} u_{i-1} \frac{\Omega_{Hi}}{k_i} \left(\frac{K_{H\alpha} K_{H\beta} Z_E}{\cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_w \cdot \sigma_{HP}^2} \right)_i \frac{u_i}{u_i - 2} (u_i - 2) \prod_{j=2}^i u_j}{0,7 \frac{T_{\text{ВЫХ}}}{U_{\Sigma}} \frac{\Omega_{H1}}{k_1} \left(\frac{K_{H\alpha} K_{H\beta} Z_E}{\cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_w \cdot \sigma_{HP}^2} \right)_1 \frac{u_1}{u_1 - 2}}. \quad (12)$$

В формуле (12) обозначение параметров такие же, как и в работе [4].

Подставив соотношения (12) в выражение для функции безразмерной массы \overline{M}_H , которое приведено в работе [4], получим

$$\overline{M}_H = \frac{u_1}{k U_{\Sigma}} \left(\frac{A_1}{u_1 - 2} + \sum_{i=2}^n \frac{A_i}{u_i - 2} \prod_{j=2}^i u_j \right). \quad (13)$$

Оптимальные передаточные отношения ступеней $u_{i\text{opt}}$, при которых безразмерная масса \overline{M}_H будет минимальной, получим из решения следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_H}{\partial u_j} &= 0, j = 1, n-1 \\ u_1 u_2 u_3 \dots u_{n-1} u_n &= U_{\Sigma} \end{aligned} \right\}. \quad (14)$$

Выполним с системой уравнений (14) действия такие же, как и для системы уравнений (5). В результате получим следующие соотношения

$$\frac{u_i}{u_i - 2} \frac{\partial A_i}{\partial u_i} - 2 \frac{A_i}{(u_i - 2)^2} = \frac{u_{i+1}^2}{u_i - 2} \left(\frac{\partial A_{i+1}}{\partial u_{i+1}} - \frac{A_{i+1}}{u_{i+1} - 2} \right), i = 1, n-2. \quad (15)$$

Соотношения (15) не позволяют найти в явном виде зависимости между передаточными отношениями двух соседних ступеней механизма, как это было получено для изгибающей равнопрочности. Поэтому систему уравнений вида (14) следует решать численным способом, учитывая зависимости (15).

Учет зависимостей вида (15) приводит систему (14) к системе $n-1$ уравнений. В этой системе $n-2$ уравнений – соотношения вида (15) и одно уравнение – последнее уравнение системы (14).

Решение полученной системы зависит от значения передаточного отношения одной ступени, например от u_1 .

В работе [3] предложено зависимости (15) аппроксимировать линейными зависимостями вида

$$\Phi(u_i) = 5,3u_i - 5,1; \quad \Phi(u_{i+1}) = 28,8u_{i+1} - 106,5; \quad i = 1, n-2. \quad (16)$$

На основе зависимостей вида (16) для многоступенчатого планетарного механизма получим следующее оптимальное распределение передаточных отношений

$$u_1 = u_2 = \dots = u_{n-1} = 4,3, u_n = \frac{U_{\Sigma}}{4,3^{n-1}}. \quad (17)$$

Рассмотрим решение систем уравнений вида (5) и (14) применительно к

планетарному механизму $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, имеющему четыре ступени. Требуется найти такие конфигурации механизма, которые обеспечивают наибольшие его передаточные отношения из условий изгибной и контактной равнопрочности соответственно.

Решение поставленной задачи выполнено на основе программной методики, рассмотренной в [4], при следующих исходных данных: число ступеней механизма $n=4$; число сателлитов $k=3$; коэффициент $n_M = 5$; возможные числа зубьев $Z_n = 18, Z_e = 180$; минимальное число зубьев сателлита $Z_{2n} = 18$; число зубьев неподвижного центрального колеса не превышает $Z_{3e} = 108$; требуемые передаточные отношения выбираются с точностью $\pm 10\%$.

В заданном диапазоне чисел зубьев $Z_n \leq (z_1, z_2, z_3) \leq Z_e$ в соответствии с условиями поиска было найдено всего 262 возможных комбинаций чисел зубьев одной ступени. Наименьшее передаточное отношение одной ступени составило 2,5 ($z_1 = 72, z_2 = 18, z_3 = 108$), а наибольшее – 7 ($z_1 = 18, z_2 = 45, z_3 = 108$) соответственно [4]. Таким образом, наибольшее возможное передаточное отношение четырехступенчатого механизма составило $7^4=2401$, а наименьшее – $2,5^4=39,0625$. С учетом заданного допуска на реализацию передаточного отношения одной ступени получено 26 возможных комбинаций для $u=2,5$ ($2,5 \leq u \leq 2,75$) и 6 комбинаций для $u=7$ ($6,3 \leq u \leq 7$).

Случай изгибной равнопрочности. Рассмотрим конфигурацию механизма для случая $a_2=a_3=1$. В таблице 1 приведены значения передаточных отношений первых трех ступеней, полученные по формуле (8).

Таблица 1

u_1	7	6	5	4	3	2,5
u_2	3,82971	3,55903	3,26599	2,94392	2,58199	2,38048
u_3	2,8855	2,79011	2,68303	2,56018	2,41467	2,32973

Анализ данных, приведенных в таблице 1, показывает, что приемлемым решением выбора передаточного отношения первой ступени является диапазон от 4 до 7. Однако поиск допустимых передаточных отношений трех ступеней удовлетворяющих условию $z_1=z_4=z_7$ и условиям вида (8) не дал положительных результатов. Связано это с тем, что в предпочтительном диапазоне реализации передаточного отношения u_1 и соответственно u_2 и u_3 нет комбинаций допустимых чисел зубьев, в которых было бы одинаковое значение для центральных колес z_1, z_4 и z_7 .

Переходим к рассмотрению конфигурации механизма с условием $a_2 > a_3$. На рисунке 2, а показана зависимость вида (8) для трех различных случаев отношения зубьев центральных колес.

Для номинальных передаточных отношений $u_1=7, u_2=2,422764$ и $u_3=2,5028$ найдены следующие числа зубьев: $z_1=19, z_2=44, z_3=107; z_4=61,$

$z_5=20, z_6=101; z_7=48, z_8=18, z_9=84$. Передаточное отношение четвертой ступени принимаем равным 7, которое реализуется при $z_{10}=18, z_{11}=45, z_{12}=108$. В результате получим $a_2=61/19=3,21053, a_3=48/19=2,52632$ и $a_4=18/19=0,94737$. Общее передаточное отношение механизма составило 339,02558.

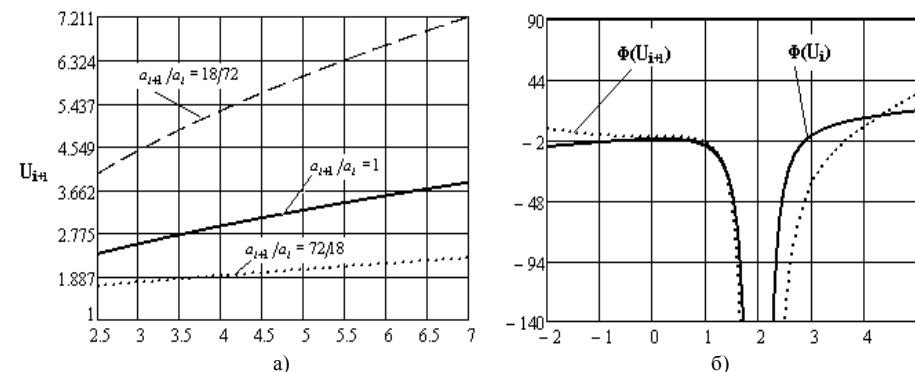


Рисунок 2

Возможность реализации конфигурации механизма с условиями $u_1=u_2=u_3=u$ и $a_2=a_3=1$ проверим по формуле (11)

$$u = 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{k + n_M}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{4 + 5}} = 2,22474.$$

Полученное значение передаточного отношения меньше допустимого, равное 2,5, и, следовательно, такая конфигурация механизма не может быть реализована.

Случай контактной равнопрочности. Предварительно исследуем зависимость (15) применительно к первым трем ступеням механизма. Результаты этого исследования приведены в таблице 2. При этом полученные значения передаточных отношений второй и третьей ступени найдены численным способом, исходя из задаваемого передаточного отношения первой ступени.

Таблица 2

u_1	7	6	5	4	3	2,5
u_2	4,80297	4,62884	4,44425	4,22244	3,76346	2,98825
u_3	4,44052	4,36939	4,32968	4,2787	4,15394	3,7529

Поиск допустимых передаточных отношений первых трех ступеней, соответствующих данным первого столбца таблицы 2, показал такие числа зубьев: $z_1=18, z_2=42, z_3=102$ ($u_1=6,66667$); $z_4=18, z_5=27, z_6=72$ ($u_2=5$); $z_7=18, z_8=24, z_9=66$ ($u_3=4,66667$). Передаточное отношение четвертой ступени u_4 принимаем равным 7, которое реализуется при $z_{10}=18, z_{11}=45, z_{12}=108$. В ре-

зультате получим $a_2=18/18=1$, $a_3=18/18=1$ и $a_4=18/18=1$. Общее передаточное отношение механизма составило 1088,89021. Это значение в 2,2 раза меньше максимально возможного, равного 2401.

Условие (15) не зависит от соотношений между коэффициентами a_i . Поэтому первый столбец таблицы может быть реализован при следующих значениях чисел зубьев: $z_1=18$, $z_2=45$, $z_3=108$ ($u_1=7$); $z_4=25$, $z_5=41$, $z_6=107$ ($u_2=5,28$); $z_7=21$, $z_8=30$, $z_9=81$ ($u_3=4,85714$). При $u_4=7$ получим общее передаточное отношение механизма, равное 1256,63926. Но такая конфигурация механизма предполагает применение разных ступеней, что иногда может быть невыгодным решением.

Выводы. На основе результатов, приведенных в работах [3-4], разработана эффективная программная методика минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, учитывающая как условия прочности первой ступени, так и условия равнопрочности внешних зубчатых зацеплений всех его ступеней. При этом поиск оптимального распределения общего передаточного отношения механизма по его ступеням учитывает как ограничения на значения чисел зубьев, так и ограничения конфигурационного характера. Условия равнопрочности внешних зубчатых зацеплений многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ существенно ограничивают возможные варианты его реализации. Особенно это ограничение проявляется для механизма, имеющего все ступени одинаковой конструкции, рассчитанной из условий изгибающей равнопрочности.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202207. 4. Абрамов В.Т., Гетья А.Н, Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы // Вісник Національного технічного університету "ХПИ". – 2009. – Вип.29. – С.45–52.

Поступила в редколлегию 20.04.10

УДК 621.923.5:621.833

В.С. НАДЕИН, к.т.н., доцент КНТУ, г. Кировоград

СИНТЕЗ СТАНОЧНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПРИ ШЕВИНГОВАНИИ КОЛЕС С МОДИФИЦИРОВАННЫМ УГЛОМ НАКЛОНА ЗУБЬЕВ

Шевингування евольвентних зубчатих коліс не завжди забезпечує якість обробки із-за порушення спряженості верстатного зачеплення. В статті описано спосіб синтезу параметрів спряженого верстатного зачеплення, який забезпечує високу якість обробки стандартним шевером без модернізації верстата.

Shaving of evolvent of gear-wheels not always provides quality of treatment from violation of conjugating of the machine-tool hooking. The method of synthesis parameters of the conjugating machine-tool hooking, which provides high quality of treatment a standard shaver without modernization of machine-tool is described in the article.

Нагрузочная способность зубчатых передач в большинстве случаев существенно определяет технические характеристики машин и зависит от возможности обеспечения технических требований, предъявляемым к ее звеньям, при обработке.

Обеспечение выполнения технических требований к передаче определяется, в основном, возможностями чистовой обработки зубчатого венца образующих эту передачу зубчатых колес. Шевингование, как метод чистовой обработки, применяют чаще других. Однако качество обработанных шевингованием зубчатых колес не всегда удовлетворяет желанию изготовителей.

Известно несколько способов повышения качества обработки эвольвентных зубчатых колес шевингованием, но они достаточно сложны в применении и не всеми производителями могут быть использованы [1-3].

Одной из существенных причин возникновения погрешностей зубчатого венца эвольвентного колеса, как показано в [4], является несопряженность поверхностей зубьев шевера и колеса на всех проходах, предшествующих последнему чистовому. В этой работе предложен способ повышения точности обработки шевингованием и показаны результаты экспериментальной проверки.

Несмотря на то, что результаты этих экспериментов положительные и подтверждают теоретические предпосылки механизма возникновения и развития погрешностей зубчатого венца, практическая реализация способа [5] в настоящее время требует создания нового оборудования или модернизации существующего.

Вместе с тем, учитывая свойства винтового эвольвентного зацепления и его частного применения – процесса шевингования, – можно разработать еще несколько способов шевингования, позволяющих повысить точность обработки.

Если учесть, что шевингование из всех методов чистовой обработки зубчатых колес самый производительный, менее трудоемкий и менее затратный, то разработка способа шевингования, реализация которого возможна на стан-

дартном оборудовании с применением стандартного инструмента, *актуальна* для машиностроения, а аналитические основы способа расширяют теоретическую базу зубообработки. Разработка такого способа является *целью* данного исследования.

Предлагаемый способ основан на следующем.

Производящая поверхность шевера – винтовая эвольвентная поверхность зуба. Для образования режущих кромок боковую поверхность зуба шевера рассекают стружечными канавками. С точки зрения теории резания боковая поверхность канавки – передняя поверхность режущего клина, а его задняя поверхность есть боковая эвольвентная поверхность зуба шевера. Особенностью процесса резания при шевинговании есть то, что в отличие от других процессов резания, точки передней поверхности режущего клина не всегда первыми вступают в контакт с обрабатываемой поверхностью. Известно, что при шевинговании контакт поверхностей зубьев шевера и колеса, точечный без нагрузки, при приложении последней принимают форму, близкую к эллиптической. Центр этого мгновенного пятна контакта находится на линии зацепления. Траектории, которые описывает центр мгновенного пятна контакта на поверхностях зубьев шевера и колес, называются активными линиями. Поскольку режущие кромки на зубьях шевера не совпадают с активными линиями на боковых поверхностях этих же зубьев, то в пределах фазы зацепления одной пары зубьев только одна точка мгновенной обработанной поверхности будет принадлежать эвольвентной поверхности зуба колеса, образованной данной режущей кромкой. Поскольку вертикальная подача на проход создает натяг в зацеплении, возникает усилие на поверхностях зубьев шевера и колеса, находящихся в контакте, и задние поверхности режущих клиньев, расположенные в пределах мгновенного пятна контакта, внедряются в тело зуба обрабатываемого колеса. Относительное перемещение поверхностей зубьев из-за продольного скольжения приводит к срезанию части металла.

Величина внедрения режущего клина в обрабатываемую поверхность при прочих равных условиях определяется упруго-пластической деформацией этой поверхности в пределах касания ее задними поверхностями режущих клиньев. Эксперимент показывает, что площадь касания задних поверхностей режущего клина с обрабатываемой поверхностью много больше площади среза на фазе зацепления.

Если учесть то, что режущая кромка пересекает линию зацепления за фазу зацепления один раз, что величина перемещения режущей кромки в срезаемом материале много меньше перемещения задних поверхностей по обрабатываемой поверхности как в направлении скорости резанья, так и в направлении обкатки, можно показать, что поверхность зуба колеса, полученная на предыдущем проходе, играет роль направляющей поверхности для режущей кромки в направлении обкатки на проходе выполняемом. Отсюда следует, что обеспечение сопряженности поверхностей зубьев шевера и колеса при свободном обкате позволит выполнить закон движения эвольвентного винтового зацепления. А это создает предпосылки, позволяющие повысить точность обработки.

Суть этого способа заключается в том, что в станочном зацеплении создаются параметры, обеспечивающие сопряженность поверхности зубьев шевера и колеса на каждом проходе без модернизации зубошевинговального станка, необходимой для реализации способа, описанного в [5].

Особенность геометрии зубьев колеса, нарезанного под шевингование, состоит в том, что для оставления припуска ΔS на обработку зубья нарезают червячными фрезами с уменьшенной на $2\Delta S$ толщиной зуба по делительной прямой производящего контура. Увеличенная в связи с этим толщина зуба колеса при неизменных диаметральных его размерах существенно изменяет характер станочного зацепления, особенно на черновых проходах. Как показано в работе [5], при шевинговании колеса, зубья которого предварительно были шлифованы, на первых четырех проходах погрешности венца увеличились в 50...80 раз. Особенно характерным в этих результатах есть то, что на первом проходе величину погрешности направления зуба практически можно считать углом наклона зуба косозубого колеса, созданного на этом проходе, хотя обрабатывается колесо прямозубое.

При наличии на боковых сторонах припуска под шевингование, обрабатываемое колесо нужно рассматривать как колесо с увеличенной толщиной зуба, что позволяет ввести коэффициент изменения толщины зуба, как это принято в конических передачах [6]. Величина коэффициента увеличения толщины зуба колеса

$$x_{\tau} = \frac{2\Delta S}{m_n}, \quad (1)$$

где x_{τ} – коэффициент увеличения толщины зуба; ΔS – величина припуска под шевингование на сторону зуба колеса; m_n – модуль нормальный.

При наличии у колеса смещения исходного контура x_1 , предусмотренного конструкцией передачи, суммарный коэффициент смещения

$$x_{1\Sigma} = x_1 + x_{\tau} \quad (2)$$

где $x_{1\Sigma}$ – суммарный коэффициент смещения колеса.

У шевера на боковых сторонах зуба оставляют припуск на переточку. В соответствии с величиной этого припуска изменяется и высота зуба шевера. В связи с этим изменениями размеров зуба шевера можно представить как косозубое колесо со смещением исходного контура x_0 . Будучи соединенным в станочном зацеплении в зубчатую пару шевер и колесо образуют винтовую эвольвентную передачу. Естественно потребовать, чтобы в станочном зацеплении выполнялись условия, обеспечивающие правильное сопряжение поверхностей зубьев, что устранил возникновение и развитие погрешностей зубчатого венца обрабатываемого колеса. В связи с этим передачу шевера-обрабатываемое колесо в станочном зацеплении нужно рассматривать как передачу со смещением, коэффициент суммы смещений которой на первом черновом проходе будет равен:

$$x_{\Sigma 01} = x_1 + x_r + x_0, \quad (3)$$

где $x_{\Sigma 01}$ – коэффициент суммы смещений.

Угол скрещивания осей шевера и колеса равен алгебраической сумме углов наклона зубьев последних на начальных цилиндрах в момент окончания обработки и величина его не изменяется за время обработки.

Из-за увеличения начальных углов наклона зубьев угол скрещивания должен быть изменен на величину изменения этих углов на первом проходе. Поскольку этого сделать (по условиям задачи исследования) нельзя, то нарушается сопряженность станочного зацепления, и, как следствие этого, вступает в действие механизм создания погрешностей обработки.

Для устранения этого нужно изменить угол наклона зуба колеса-заготовки на величину, соответствующую изменению величины межосевого расстояния на первом проходе, так как изменить угол наклона зуба шевера нельзя.

Для нахождения угла наклона зуба колеса заготовки воспользоваться условием постоянства передаточного отношения в станочном зацеплении на каждом проходе. Сопряженность станочного зацепления будет гарантирована, если на каждом проходе величины углов β_{oi} , Σ_{01} будут соответствовать величине межосевого расстояния a_{oi} . Выполнив соответствующие преобразования при постоянном угле скрещивания осей и угле наклона зуба шевера, получим:

$$\beta_{1\text{заг}} = \beta_1 + \Delta\Sigma_{01}, \quad (3)$$

где $\beta_{1\text{заг}}$ – угол наклона зуба колеса-заготовки; $\Delta\Sigma_{01}$ – величина изменения угла скрещивания осей, соответствующая изменению межосевого станочного расстояния

$$\Delta\Sigma_{01} = \frac{2 \cos^2(\Sigma_{01} - \beta_1)}{m_n z_0 \sin(\Sigma - \beta_1)} \Delta a_{01}, \quad (4)$$

где m_n – нормальный модуль зацепления; z_0 – число зубьев шевера; Δa_{01} – величина изменения станочного межосевого расстояния на первом проходе,

$$\Delta a_{01} = \sum_1^i S_{pi} + c, \quad (5)$$

где i – число черновых и чистовых проходов при обработке; S_{pi} – радиальная подача на каждом проходе; c – величина увеличения межосевого станочного расстояния для исключения заклинивания при наличии биения зубчатого венца колеса-заготовки, $c = 0,05$ мм.

Для определения параметров станочного зацепления на первом проходе нужно знать начальный угол станочного зацепления, так как поверхность зуба, полученная на предшествующей зуборезной операции будет направляющей на первом проходе при шевинговании. Удобнее искать нормальный угол станочного зацепления. Для этого используем приведенное станочное зацеп-

ление. Характерным для обоих станочных зацеплений будет то, что начальный угол зацепления в них и коэффициенты смещения исходного контура шевера и колеса будет одинаковы. Учитывая это, из уравнения эквивалентного станочного зацепления можно получить зависимость для определения начального нормального станочного угла зацепления на первом проходе

$$\text{inv } \alpha_{wп01} = \frac{2(x_1 + x_0 + x_r) \text{tg } \alpha_0 \cos^3 \beta_0 \cos^3 \beta_1}{z_0 \cos^3 \beta_1 + z_1 \cos^3 \beta_0} + \text{inv } \alpha, \quad (6)$$

где x_0 – коэффициент смещения исходного контура шевера; z_0, z_1 – числа зубьев шевера и колеса соответственно; β_0, β_1 – делительные углы наклона зубьев шевера и колеса соответственно; α – угол профиля исходного контура.

Зная углы $\alpha_{wп01}$, β_{w0} , β_{w1} можно определить все остальные параметры станочного зацепления по известным зависимостям.

Экспериментальная проверка предложенного способа синтеза станочного зацепления была проведена на шестернях насоса НШ-10 в условиях завода "Гидросила" (г. Кировоград). Зубчатый венец окончательно обработанной шестерни имеет параметры $m_n = 3$ мм; $z_1 = 10$; $x_1 = 0,3445$; $\beta_1 = 0$. Зубчатый венец шестерни-заготовки выполняется с углом $\beta_{1\text{заг}} = 0,4495^\circ$ при увеличении межосевого расстояния на первом проходе на 0,18 мм. После обработки шестерен стандартным шевером класса точности В измеренные погрешности составили: направления зуба 1...2 мкм; радиальное биение 8...6 мкм; колебание длины общей нормали 6...4 мкм; погрешность профиля 0,01 мм.

Таким образом, приведенные выше рассуждения позволяют сделать **ВЫВОДЫ** о том, что:

1. Выполнение колеса-заготовки с измененным углом наклона зуба, соответствующим изменению станочного межосевого расстояния, обеспечивает сопряженность станочного зацепления на каждом проходе;
2. Использование модифицированного предложенным способом колеса-заготовки позволяет существенно повысить точность обработки зубчатого венца без существенных затрат на производство.

Список литературы: 1. Гулида Э.Н. Технология отделочных операций зубообработки цилиндрических колес. – Львов: Вища школа, 1977. – 168с. 2. Калашников С.Н. Шевингование зубчатых колес / С.Н.Калашников, А.С. Калашников. – М.: Высшая школа, 1985. – 272с. 3. Петрухин С.С. Классификация видов шевингования в области технологии машиностроения / С.С. Петрухин, Н.Т. Ананьев // Прогрессивная технология машиностроения. – Тула: ТулПИ, 1970. – Вып. IV. – С. 71–77. 4. Надеин В.С. Механизм возникновения и развития погрешностей зубчатого венца при шевинговании / В.С. Надеин, Хамдан Мухаммед // Проблемы автоматизации и энергообеспечения в машиностроении. Сб. статей. – Кировоград, 1995. – С. 61–66. 5. Хамдан Мухаммед. Определение погрешности зубчатого венца по проходам при шевинговании // Проблеми розробки, виробництва та експлуатації сільськогосподарської техніки. Зб. наук. пр. – Кировоград, 1995. – С. 97–100. 6. Болотовский И.А. Прямозубые конические передачи: Справочник / И.А. Болотовский, Б.И. Гурьев, В.Э. Смирнов, Б.И. Шендрей. – М.: Машиностроение, 1981. – 104с.

Поступила в редколлегию 09.04.10

П.Л. НОСКО, д.т.н., профессор каф. машиноведения СХУ им. В. Даля, г. Луганск
А.И. ПАВЛОВ, д.т.н., доц. каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ" г. Харьков
В.А. ПАВЛОВ, инж. ХНАДУ "ХАДИ",
А.В. ПЯТАЕВ, студент ХНАДУ "ХАДИ"

ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННЫХ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ

В статті розглянуто питання побудови спряжених поверхонь в зубчастому зацепленні. Для цього записані формули, які дозволяють якнайпростішим методом визначити лінію зацеплення або функцію бокової поверхні зубця зубчастого колеса.

The question of building of congruence spaces in gearing is considered in this article. For that the formulas, which allow to define line of action or function of work space of tooth for gear easy method, are written.

Постановка задачи. Обязательным условием плавности работы зубчатого зацепления есть сопряженность рабочих поверхностей, т.е. совпадение нормалей в точках контакта. В монографии [1] приводится матричный способ построения сопряженных поверхностей, который лишен наглядности самого построения. Построение по Х.И. Гохману слишком громоздко.

Цель работы – дать метод построения сопряженных поверхностей, облегчающий работу проектантов.

Основная часть работы. Исходя из того, зубчатое зацепление может быть задано тремя способами, рассмотрим такие варианты:

1. Построение профиля зуба инструмента по заданной линии зацепления.
2. Построение линии зацепления по заданной рабочей поверхности зуба зубчатого колеса.
3. Проверка сопряженности рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес, имеющих общую линию зацепления.

На основании основного уравнения зацепления линия зацепления находится из решения уравнения

$$z(x) = \frac{x}{y'}, \quad (1)$$

где x – аргумент, y' – производная функции, описывающей профиль зуба инструмента. Для эвольвентного зацепления $y' = \operatorname{tg} \alpha$, где α – угол зацепления, тогда и линия зацепления $z = x \operatorname{ctg} \alpha$, т.е. прямая линия.

Для зацепления М.Л.Новикова (ГОСТ 15023-70) исходный контур (профиль зуба инструмента) задается дугами окружности. Если центр этой окружности расположен на начальной плоскости (делительной окружности) и

окружность описывается уравнением $(y-r)^2 + x^2 = r^2$, то производная

$$y' = \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad (2)$$

и тогда условная линия зацепления описывается уравнением $z(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$.

Профиль зуба инструмента находится из решения дифференциального уравнения зацепления [2]

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{ky' + x}, \quad (3)$$

где k – коэффициент разновидности.

Для решения обратной задачи (нахождение контура зуба инструмента по линии зацепления) придется решать дифференциальное уравнение

$$y' = \frac{x}{z(x)}, \quad \text{или} \quad y = \int \frac{x dx}{z(x)}.$$

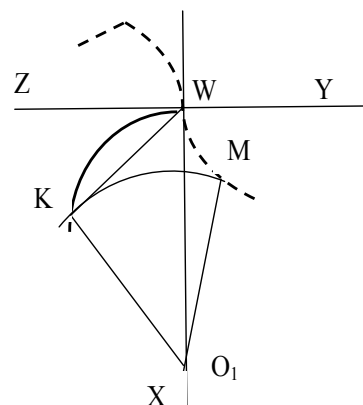


Рисунок 1 – К нахождению линии зацепления KW по заданному профилю зуба

Более сложной задачей является определение линии зацепления по заданной рабочей поверхности зуба зубчатого колеса точками $M(x_M, y_M)$ (рисунок 1). Нахождение точки контакта $K(x_K, y_K)$ на линии зацепления осуществим путем отыскания точки пересечения дуги \overline{KM} радиуса $R = \sqrt{y_M^2 + (r - x_M)^2}$ с искомой линией зацепления. Положение точки определяется профильной нормалью KW :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x_K}{y_K}, \quad \text{откуда} \quad R = \sqrt{z_K^2 + (r - x_K)^2}.$$

Приравнявая значения O_1M и O_1K , имеем

$$y_M^2 + (r - x_M^2) = z_K^2 + (r - x_K)^2,$$

или

$$x_K^2 \operatorname{csc} \alpha - 2rx_K + r^2 = R^2 = 0.$$

Отыскание координат (x_K, z_K) производится методом последовательных приближений. Задаемся $\alpha = \alpha_w + \Delta\alpha$, вычисляем соответствующие x_K, z_K , а

по ним определяем $\alpha_1 = \arctg \frac{x_K}{z_K}$. Задаваясь новым значением

$\Delta\alpha_1 = \frac{\alpha_1 - \alpha_w}{2}$, вычисляем новые значения x_K, z_K . Операцию повторяем до тех пор, пока $\Delta\alpha_1$ не станет меньше наперед заданной величины.

Проверка сопряжения двух поверхностей осуществляется в два этапа. На первом находятся контактирующие точки с общими координатами на линии зацепления. На втором этапе определяются текущие углы зацепления. Если эти углы будут равными между собой, то сопряжение рабочих поверхностей соблюдается. Сопряжение достаточно проверить в нескольких точках на линии зацепления.

Что касается зацепления М.Л. Новикова, то это точечное зацепление требует сопряжения только в точках контакта (одна для заполненного варианта и две для дозаполненного).

Если профиль зуба инструмента для нарезания одного колеса задан в виде дуги окружности (рисунок 2)

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2, \quad (4)$$

то условная линия зацепления, проходящая через полюс передачи,

$$(x - r/2)^2 + z^2 = (r/2)^2. \quad (5)$$

Если же профиль зуба инструмента задан смещенной дугой окружности (рисунок 2)

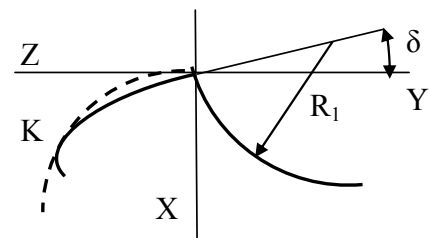


Рисунок 2 – Условная линия зацепления кругового контура со смещением и контактирование в зацеплении Новикова

$$(x - R_1 \cos \delta)^2 + (y + R_1 \sin \delta)^2 = R_1^2 \quad (6)$$

то условная линия зацепления

$$z = \frac{x \sqrt{R_1^2 - (x + R_1 \sin \delta)^2}}{x + R_1 \sin \delta}. \quad (7)$$

Выводы. Выше приведенные формулы и рекомендации позволяют построить сопряженные рабочие поверхности в зубчатом зацеплении и проверить их точность.

Список литературы. 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.

Поступила в редколлегию 20.04.10

С.І. ПАСТЕРНАК, аспірант ІМВ ШУ, м. Штутгарт, Німеччина
Ю.М. ДАНИЛЬЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. ПМ НТУУ "КПІ", м. Київ
М.Г. СТОРЧАК, д.т.н., н.с. ІМВ ШУ
А.В. КРИВОШЕЯ, к.т.н., с.н.с. ІНМ НАНУ, Київ

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТУРНОЇ ОБРОБКИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ КОЛІС ДИСКОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ

На базе чотирьохкоординатного оброблюючого центра Hermle мод. UFW 1202 H з використанням раніше розробленої кінематичної схеми формоутворення проведено експериментальне дослідження процесу контурної обробки циліндричних зубчастих коліс диском інструментом. Визначено величини складових сил різання та характер їх зміни в час обробки евольвентного зубчатого колеса. Визначено та апробовано один з можливих шляхів оптимізації процесу обробки.

By using of the earlier designed kinematic scheme of shape forming on the base of 4-axis machining center Hermle UFW 1202 H an experimental research of spur gears' contour machining with disk-shaped tools was developed. Values of the cutting force components and their behavior by machining of evolvent teeth were defined. One of the possible ways for the cutting process' optimization was determined and tested.

Сучасні металорізальні верстати характеризуються високою ступінню рухомості виконавчих органів, що в поєднанні з високою точністю відпрацювання траєкторій їх рухів дозволяє здійснювати контурну обробку складнопрофільних деталей із застосуванням інструментів простої форми. Саме до таких деталей належать зубчасті колеса, але їх обробка зазвичай здійснюється за методом обкату на спеціально призначених для цього універсальних зубообробних верстатах із застосуванням інструментів складної форми. Це стосується лише зубчастих коліс із евольвентним профілем зубів. Виготовлення зубчастих коліс із профілем зубів, відмінним від евольвентного (циклоїдальним, синусоїдальним, профілем Новикова тощо), потребує застосування спеціального інструменту.

Застосування методу контурної обробки при виготовленні зубчастих коліс має ряд переваг, які насамперед полягають у підвищенні гнучкості самого процесу обробки та можливості його інтенсифікації за рахунок використання сучасних інструментальних матеріалів (мінералокераміки, полікристалічних надтвердих матеріалів), що робить дослідження в цьому напрямку актуальними.

Принципова можливість контурної обробки зубчастих коліс, як різновиду деталей з фасонним, періодично повторюваним профілем, не викликає сумніву, але способи реалізації такої обробки можуть бути різними [1]. На сучасних фрезерних верстатах така обробка здійснюється із використанням кінцевих фрез [2], але її точність і продуктивність у значній мірі визначається жорсткістю, яка залежить від діаметру цих фрез, що обмежений шириною

западин зубчастого колеса. Перспективність контурної обробки зубчастих коліс дисковими фрезами вперше була доведена Когановим [3]. На даний час такий вид обробки використовується при виготовленні зубчастих коліс із циклоїдальним [4] і синусоїдальним [5] профілями, але інформація про силові характеристики самого процесу різання, яка необхідна для конструюванні інструментів і обладнання призначених для його реалізації, його оптимізації і т. п., або є неповною, або ж взагалі відсутня.

Для використання цього способу для обробки зубчастих коліс з довільним, наперед заданим профілем на універсальному обладнанні розроблено узагальнену математичну модель кінематики формоутворення, розраховано траєкторії рухів його виконавчих органів, визначено характер і діапазон змін кінематичних характеристик (переміщень, швидкостей та прискорень) цих рухів, обґрунтовано економічну доцільність його впровадження при одиничному і дрібносерійному виробництві [6-10]. Наступним логічним кроком є встановлення силових характеристик процесу бконтурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом і виявлення шляхів оптимізації процесу обробки для підвищення її рентабельності. Проведенню таких досліджень і присвячується ця стаття.

Метою цієї роботи є визначення величини складових сил різання і характеру їх зміни під час контурної обробки западин циліндричного зубчастого колеса дисковим інструментом. На основі цього буде встановлено шляхи для подальшої оптимізації процесу обробки.

Для реалізації цієї мети потрібно вирішити такі задачі:

1. Підготувати і провести експериментальне дослідження силових характеристик процесу контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом за раніше розробленою кінематичною схемою.
2. Провести аналіз результатів експерименту і встановити шляхи для подальшої оптимізації процесу обробки.

Дослідження процесу контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом було проведено в лабораторії Інституту металорізальних верстатів Штутгартського університету. Для цього було обрано раніше розроблену і теоретично досліджену кінематичну схему формоутворення (рисунк 1), яка шляхом комбінації зворотно-поступального руху u і неперервного обертального руху φ дискової фрези відносно заготовки забезпечує отримання на останній періодичних профілів (западин зубчастого колеса) [7-9]. Для забезпечення процесу різання, а також обробки періодичних профілів на всю ширину деталі у схемі передбачені відповідно обертаний рух дискового інструмента відносно своєї осі ψ і його періодичний поступальний рух z відносно заготовки. Цю схему було реалізовано на чотирьохкоординатному оброблювальному центрі Hermle мод. UFW 1202 H з системою ЧПУ Heidenhain мод. TNC 426 (рисунк 2), для якого попередньо з допомогою раніше розробленої узагальненої математичної моделі кінематики формоутворення [7-9] була сгенерована програма ЧПУ.

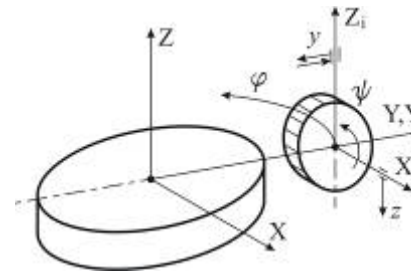


Рисунок 1 – Схема відносних рухів інструменту та деталі



Рисунок 2 – Експериментальний стенд на базі оброблювального центру

Обробка проводилась збірною дисковою відрізною фрезою фірми Alberg мод. 17210004, діаметром $d_{fr} = 100$ мм, шириною $b_{fr} = 4$ мм і числом зубів $z_{fr} = 12$, обладнаною поворотними пластинками SNCX1102 з твердого сплаву MP30 (рисунк 3). Заготовки діаметром $d_z = 154$ мм і шириною $b_z = 15$ мм виготовлялись зі сталі C45 твердістю HB 180 (рисунк 4).



Рисунок 3 – Дискова відрізна фреза



Рисунок 4 – Заготовка

Для вимірювання складових сили різання використовувався чотирьохкомпонентний динамометр фірми Kistler мод. 9272A. Заготовка закріплювалась на оправці динамометра, а він сам жорстко кріпився на поворотному столі верстата. Гарування динамометра проводилось безпосередньо на верстаті за допомогою еталонного одноканального динамометра фірми Kistler мод. 9331B. Під час експериментів сигнал від динамометра подавався на підсилювач фірми Kistler мод. 5015A10X0 і далі через розподільвач фірми National Instrument мод. BNC-2110 на вимірювальну карту тієї ж фірми мод. PCI-6071. Результати вимірювання реєструвалися, оброблялися, і виводилися на ПЕОМ за допомогою спеціальної інформаційно-вимірювального системи, яку було розроблено в програмному середовищі LabVIEW 7.1. Принципова схема вимірювання силових характеристик процесу різання зображена на рисунку 5.

Під час досліджень на вищезгаданих заготовках оброблялися западини

евольвентного циліндричного прямозубого зубчастого колеса модулем $m = 7$ мм і числом зубів $z = 20$ (рисунки 6 і 7). Обробка проводилася при частоті обертання шпинделя $n = 600$ об/хв ($v_z \approx 188$ м/хв), швидкості подачі уздовж профіля западини $S_m = 200$ мм/хв і осьовій подачі $S_o = 2$ мм/об і при цьому вимірювалися величини складових сили різання.

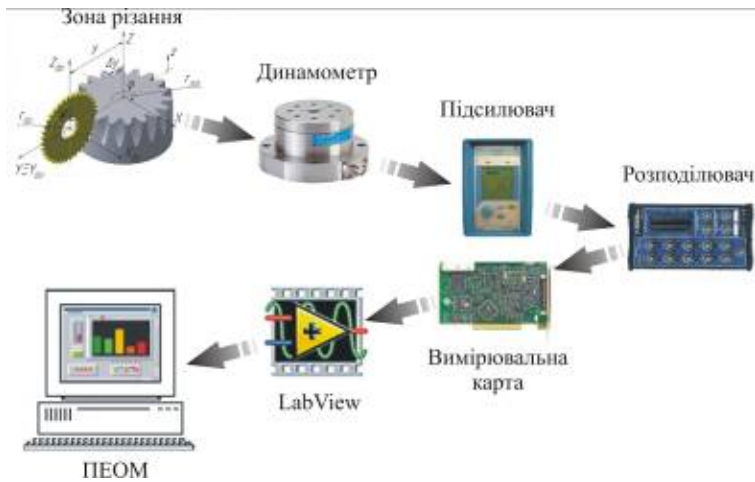


Рисунок 5 – Принципова схема вимірювання складових сили різання



Рисунок 6 – Контурна обробка зубчастого колеса дисковим інструментом



Рисунок 7 – Оброблене евольвентне зубчасте зачеплення

На рисунку 8 зображено розподіл експериментально виміряних радіальної P_x (а), осьової P_y (б) і тангенціальної P_z (в, зверху) складових сили різання уздовж оброблюваної западини (в, знизу). Величини усіх складових сили різання під час обробки западини біля ніжки зуба стрімко зростають, досягаючи свого піку, який у кілька разів перевищує їх середнє значення. Під час обробки западини ж біля голівки зуба вони є малими і змінюються в невеликому діапазоні. Цей пік сил викликає значні напруження в тілі інструменту (рисунки 10,а) і його деформації, а також призводить до погіршення умов різання.

Через це не лише знижується стійкість інструменту, але й зростає загроза поломки інструменту. Тому постає потреба у оптимізації процесу обробки шляхом вирівнювання величин складових сили різання.

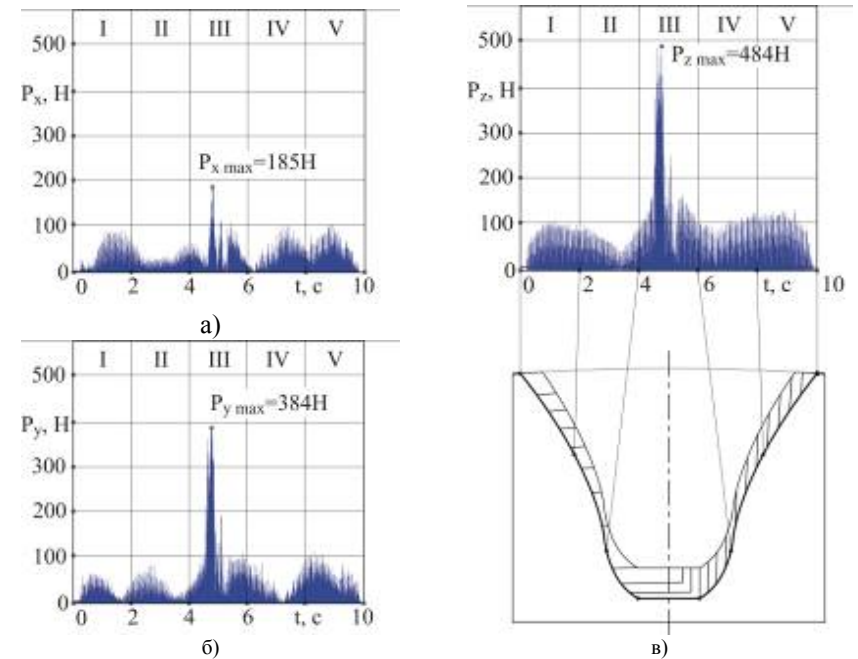


Рисунок 8 – Експериментально виміряні величини складових сили різання при обробці западини евольвентного зубчастого колеса

Однією з таких причин зміни складових сили різання є непостійна продуктивність зняття стружки, з якою, як відомо, тісно пов'язана сила різання [11]. Оскільки під час досліджень обробка западин зубчастого колеса проводилася зі сталюю подачею $S_m = 200$ мм/хв, а ширина a , товщина b , довжина l_c , а отже і об'єм припуску V_c (матеріалу, який необхідно зняти) постійно змінювалися (рисунки 8,в, знизу), тому змінною була і продуктивність зняття стружки $P_c = 0,01..160$ мм³/с:

$$P_c = \frac{V_c}{t} = \frac{a \cdot b \cdot l}{t} = S_m \cdot a \cdot l_c. \quad (1)$$

Далі було здійснено кілька спроб досягнути сталої продуктивності зняття стружки шляхом зміни під час обробки швидкості подачі. Діапазон зміни швидкості подачі визначався відповідно до залежності (1). Для постійної продуктивності $P_c = 20$ мм³/с, при якій власне і вимірювалися величини складових сили різання, цей діапазон становить $S_m = 20..4000$ мм/хв.

На рисунку 9 зображено характер зміни експериментально виміряних складових сили різання під час обробки западини евольвентного зубчастого колеса при постійній швидкості подачі (а) і при постійній продуктивності зняття стружки (б). Помітно, що внаслідок оптимізації величини складових сили різання частково вирівнялися, а їх максимальні значення знизилась у 2-4 рази при збереженні того ж часу обробки. Разом з тим стабілізувався процес різання, знизилась напруженість в тілі інструменту (рисунок 10, б) і його деформації. У результаті підвищилась стійкість інструменту і відповідно зросла рентабельність обробки.

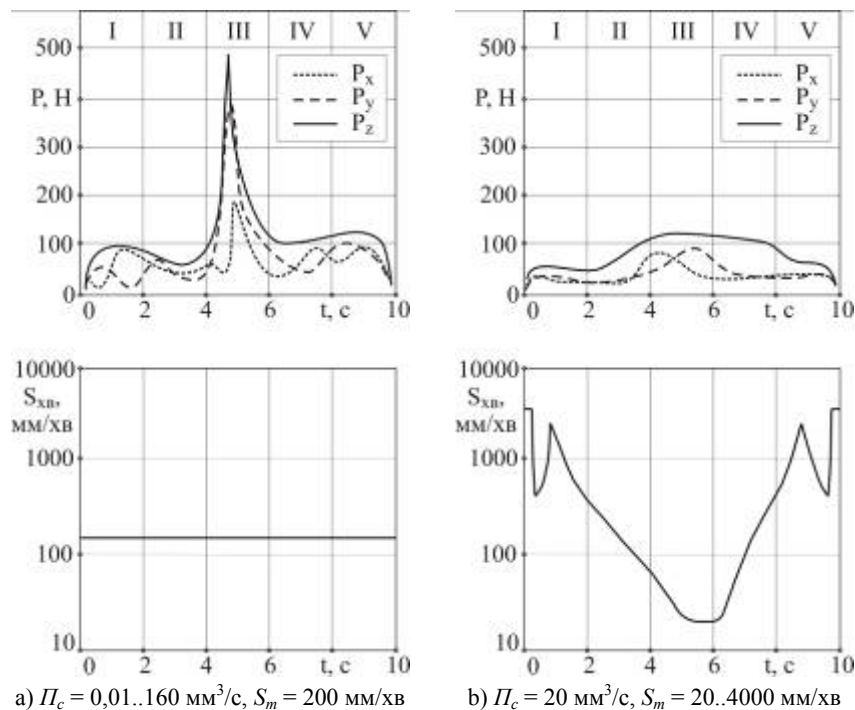


Рисунок 9 – Характер зміни складових сили різання до (а) і після (б) оптимізації шляхом зміни швидкості подачі

Однак, після проведеної оптимізації величини складових сили різання вирівнялися не повністю. Це зумовлено тим, що вони пов'язані з продуктивністю Π_c нелінійно. На цей зв'язок впливають також коефіцієнти k_x , k_y і k_z , які характеризують питому роботу по зняттю одиниці об'єму матеріалу, а також швидкості подачі у напрямку відповідних осей координат S_x і S_y ,

$$(S_m = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}) \text{ та швидкість різання } v_z \text{ [11]:}$$

$$|P_x| = \frac{k_x \cdot \Pi_c}{S_x}, |P_y| = \frac{k_y \cdot \Pi_c}{S_y}, |P_z| = \frac{k_z \cdot \Pi_c}{v_z}. \quad (2)$$

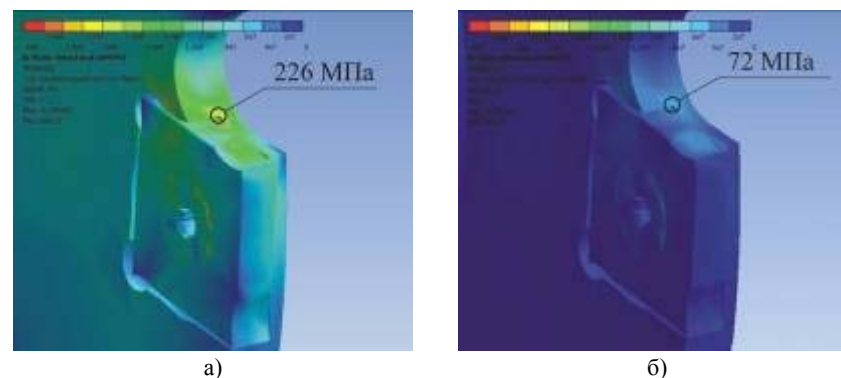


Рисунок 10 – Напруження по фон Мізесу, які виникають в тілі інструменту під дією сумарної сили різання, до (а) і після оптимізації (б)

Коефіцієнти k_x , k_y і k_z залежать від багатьох геометричних і кінематичних параметрів процесу різання, а також матеріалу інструменту і заготовки, а тому у нашому випадку вони постійно змінюються. Отже, для проведення оптимізації і вирівнювання складових сили різання шляхом зміни швидкості подачі у повній мірі, необхідно точно знати значення цих коефіцієнтів для заданої кінематичної схеми формоутворення. А це потребує у свою чергу проведення цілого ряду більш ґрунтовних експериментальних досліджень, які власне і заплановано в подальшому провести.

Висновки.

1. Спосіб контурної обробки зубчастих коліс дисковим інструментом по раніше розробленій кінематичній схемі формоутворення не лише теоретично, але й практично може бути реалізований на універсальному, доступному на ринку обладнанні. Однак, перед впровадженням у виробництво цей оброблювальний процес, для підвищення його рентабельності, потрібно оптимізувати.

2. Оптимізація процесу контурної обробки дисковим інструментом може здійснюватися шляхом призначення оптимальних режимів різання (наприклад, швидкості подачі). Але для того, щоб її здійснити необхідно провести ґрунтовні теоретичні і експериментальні дослідження процесу обробки, які б дозволили встановити емпіричні або аналітичні залежності між параметрами оптимізації (наприклад, швидкістю подачі) і її цільовими функціями (наприклад, стійкістю інструмента і рентабельністю обробки).

3. Визначені в результаті проведеного дослідження величини складових сил різання та характер їх зміни при обробці будуть в подальшому використані для вибору конструктивних параметрів експериментального стенду. Цей

стенд буде призначено для вище згаданих експериментальних досліджень процесу контурної обробки зубчастих коліс, а також інших деталей з періодичними і неперіодичними профілями дисковим інструментом.

Список літератури: 1. *Лаинев С.И., Юликов М.И.* Расчет и конструирование металлорежущих инструментов с применением ЭВМ. – М.: Машиностроение, 1975. – 392с. 2. *Пантелов И.Н., Метев Х.Ц., Куманов И.В., Динев С.Д.* Нарязване на зъби на зъбни кола върху обработващи центри // Известия на ТУ-Габрово. – Т.30. – 2004. – С.121–134. 3. *Коганов И.А.* Прогрессивная обработка зубчатых профилей и фасонных поверхностей. – Тула: Приокское книжн. изд-во, 1970. – 180с. 4. Формообразование рабочего профиля сателлита трохонидной передачи // *Dr. Eng. Jankevich M., Ass. Dziatkovich V.*, National Academy of Science – Minsk, Belarus. Опубликовано в Интернеті: <http://www.gears.ru/transmis/zaprogramata/2.139.pdf>. 5. *Грицай І.Є., Благут Е.М., Яворський В.З.* Синусоїдальні зубчасті колеса та новий ефективний метод їх виготовлення // УИЦ "Наука. Техника. Технологія". – К., 2004. – С.47–50. 6. *Кривошея А.В., Данильченко Ю.М., Мельник В.Е., Благут Э.М.* Перспективы применения твердосплавных отрезных дисковых фрез при обработке цилиндрических зубчатых колес // Резание и инструмент в технологических системах: Межд. научн.-техн. сборник. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2005. – Вып.69. – С.115–120. 7. *Данильченко Ю.М., Кривошея А.В., Пастернак С.І., Короткий С.В.* Кінематика формоутворення циліндричних зубчастих коліс з заданим профілем дисковим інструментом // Вестник НТУУ "КПИ", сер. Машиностроение. – 2005. – №46. – С.104–108. 8. *Данильченко Ю.М., Кривошея А.В., Пастернак С.І.* Математичне моделювання законів руху дискового інструменту при обробці зубчастих коліс довільного профілю // Вестник НТУУ "КПИ", сер. Машиностроение. – 2006. – №49. – С.104–108. 9. *Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В.* Економічне обґрунтування методу контурної обробки деталей з періодичними профілями дисковим інструментом // Вісник НТУ "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу". – Харків: НТУ "ХПИ", 2009. – №19. – С.118–126. 10. *Heisel, U.; Pasternak, S.; Storchak, M., Stehle, T.*: Jede Verzahnung mit einem Werkzeug herstellbar. *dima*, 2009, Nr. 5, 44-45. 11. *Решетов Д.Н., Портман В.Т.* Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336с.

Надійшла до редколегії 30.04.10

УДК 621.833

І.В. ПЕНЗОВА, президент правління ОАО "Агрегат", г. Славянск
Н.И. ПОНОМАРЕВ, головний інженер ОАО "Агрегат"
В.М. ФЕЙ, головний інженер АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев

ОПЫТ ПРОИЗВОДСТВА ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МОТОР-РЕДУКТОРОВ С ПЕРЕДАЧАМИ НОВИКОВА НА ОАО "АГРЕГАТ"

Розглянуто досвід виробництва циліндричних мотор-редукторів з передачами Новикова на ВАТ "Агрегат".

Experience of production of cylindrical reducing motor-gears with the Novikov gears on JSC "Agregat" is considered.

С целью расширения номенклатуры и увеличения объема производства механических приводов на Славянском ОАО "Агрегат" в 2004г. была завер-

шена ОКР и начато производство цилиндрических двухступенчатых редукторов с передачами Новикова типоразмера 3МЦ2С-63Н по документации, разработанной АОЗТ "Научно-исследовательский институт "Редуктор" [1].

Мотор-редукторы (см. рисунок) имеют широкий диапазон передаваемых мощностей (0,25-3кВт), частот вращения выходного вала (28-400 об/мин), конструктивных исполнений по способу монтажа и современный технический уровень. Сравнительные данные мотор-редукторов 3МЦ2С-63Н с лучшими зарубежными образцами [2-4] приведен в таблице 1.



Рисунок – Мотор-редуктор 3МЦ2С-63Н

Таблица 1 – Сравнительные данные мотор-редукторов 3МЦ2С с передачами Новикова (твердость зубьев HRC 28...32) с лучшими зарубежными образцами с эвольвентными передачами высокой твердости (HRC 58...63)

Технические данные	3МЦ2С-63Н-56 НИИРедуктор, Украина, 2004-2009 [1]	C31290S4 Bonfiglioli Италия, 2008 [2]	R4790S4 SEW-EVRODRIVE Германия, 2008 [3]	SK22-90L4 NORD Германия, 2006 [4]
Мощность двигателя	1,1	1,1	1,1	1,1
Частота вращения выходного вала, об/мин	56	56	56	59
Крутящий момент на выходном валу, Н·м	160	132	147	139
Масса, кг	22,7	18-23	28	40
Габаритные размеры, L×B×H, мм	520×220×260	490×190×235	589×246×187	542×240×216
Удельная масса, кг/Н·м	0,14	0,14-0,17	0,19	0,286
Допускаемая радиальная консольная нагрузка на выходном валу, Н·м	3350	5180	4290	3440
Диаметр выходного вала, мм	28	30	30	30
Высота оси вращения, мм	140	110	115	125

На протязенні п'яти лет мотор-редукторы 3МЦ2С-63Н имеют стабільное качество, низкий уровень шума и устойчивый спрос у потребителей Украины, России и стран СНГ.

Список литературы: 1. ТУ У29.2-002224828-351-2004. "Мотор-редукторы цилиндрические двухступенчатые типоразмера 3МЦ2С-63Н. Технические условия". – 44с. 2. SEW-EVRODRIVE. Мотор-редукторы. Каталог АЗ.Д01. 2008. – 786с. 3. BONFIGLIOLI RIDUTORI. Каталог. 2008. – 402с. 4. Getriebebau NORD. G1000. 2006.

Поступила в редколлегию 16.03.10

УДК 621.833.7

О.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., професор ХДТУБА, м. Харків
О.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ і САПР НТУ "ХПІ", м. Харків
Г.О. ПРИЙМАКОВ, аспірант НТУ "ХПІ"

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ ТРИХВИЛЬОВИХ СИЛОВИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ БЕЗ НАДЛИШКОВИХ В'ЯЗЕЙ

Метою статті є визначення напружено-деформованого стану силових хвильових зубчастих передач (СХЗП) за трихвильовою схемою, що не містять надлишкових в'язей. Особливий інтерес викликає дослідження припрацьовуваності зубчастих коліс таких передач.

The purpose of the article is definition of stress-strain state for the power wave gears (PWG) with a three-waves scheme, which do not contain surplus bracings. The special interest is caused by research of wear-in of gear-wheels of such transmissions.

Вступ. При проектуванні сучасних хвильових зубчастих передач рекомендується використовувати принцип виключення надлишкових зв'язків [1], що знижує вплив технологічних похибок виготовлення й деформацій ланок на працездатність механізму.

В горизонтально розташованих хвильових передачах без надлишкових зв'язків на характер взаємодії їхніх елементів повинні впливати сили ваги й сили інерції ланок, що самовстановлюються. Це може відбитися на напруженому стані гнучкого колеса, міцність якого є одним з основних критеріїв працездатності хвильових зубчастих передач. Тому вивчення впливу надлишкових зв'язків на напружений стан гнучкого колеса при горизонтальному розташуванні хвильової передачі становить великий інтерес.

Експериментальні дослідження напружень у гнучкому колесі. Дослідження проводилися на експериментальному зразку хвильової зубчастої передачі механізму повороту барабана самохідного кабельного пересувача [1-3].

Параметри передачі наступні: номінальний момент на гнучкому колесі $M_n=8500\text{Н}\cdot\text{м}$; передатне відношення 249; модуль 0,6мм; ексцентриситет вала генератора хвиль 3мм; коефіцієнти зміщення вихідного контуру гнучкого й жорсткого коліс 5,23 й 5,26 відповідно; потужність приводу 4,0 кВт; номінальна частота обертання вала генератора хвиль $72,5\text{с}^{-1}$; ступінь точності виготовлення зубчастих вінців хвильового зачеплення 7-Gf ГОСТ 9178-72.

СХЗП має трихвильовий тридисковий генератор, що містить три диски, зміщені на 120° один відносно одного.

На рисунку 1,а наведена конструктивна схема механізму із хвильовою передачею, у якій виключені надлишкові зв'язки. Фланець двигуна 1 прикріплений до кришки редуктора 8. Вал двигуна з'єднаний за допомогою подвійної зубчастої муфти 2 з генератором хвиль 3, а гнучке колесо 4 – з вихідним валом 7 за допомогою подвійної зубчастої муфти 6. Це дозволяє генератору хвиль і гнучкому колесу самовстановлюватися щодо жорсткого колеса 5. Реактивний момент із жорсткого колеса передається на опору 10 через корпус редуктора 9.

Для визначення впливу надлишкових зв'язків на напружений стан гнучкого колеса в конструкції механізму була передбачена можливість з'єднання вала двигуна й генератора хвиль за допомогою одинарної зубчастої муфти 11 (рисунок 1,б). Це веде до появи двох надлишкових зв'язків відповідно до розрахунку, проведеного за методикою, запропонованою в роботі [2].

При експериментальних дослідженнях здійснювалось визначення нормальних напружень в осьових перерізах гнучкого колеса, які значно перевершують напруження в розрізах, нормальних до утворюючого колеса, і відрізняються від головних не більш ніж на 5% [3]. Вимір деформацій, що відповідають обумовленим напруженням, здійснювався за допомогою тензодатчиків, які були розташовані перпендикулярно утворюючим гнучкого колеса на його гладкій зовнішній поверхні. Напруження у внутрішньому шарі колеса не визначалися, тому що вони близькі по величині розглянутим напруженням у зовнішньому шарі і протилежні за знаком.

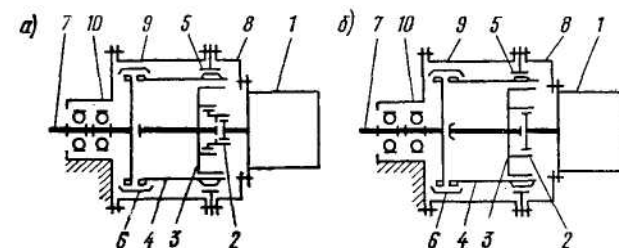


Рисунок 1 – Кінематичні схеми механізму із хвильовою передачею

Найбільші значення вимірюваних деформацій у гнучкому колесі мали місце поблизу зубчастого вінця хвильового зачеплення. Тому далі при розгляді напруженого стану по периметру гнучкого колеса використовуються дані

вимірів тензодатчика Д1 (див. рисунок 4).

На рисунку 2,а представлена загальна картина розподілу напружень по периметру гнучкого колеса навантаженої хвильової передачі. Стрілка показує напрямку обертання генератора хвиль, H_c-H_k – положення його великої осі. При цьому H_c відповідає зоні деформації гнучкого колеса середнім диском генератора хвиль, а H_k – крайніми дисками.

На даному рисунку можна розмежувати зони огинання гнучким колесом середнього диска генератора хвиль I і крайніх дисків V (напруження розтягування), зони огинання жорсткого колеса IV й VIII (напруження стиску), зони виходу зубців із зачеплення II й VI (напруження розтягування) і зони вільної деформації гнучкого колеса III й VII (напруження стиску).

Дані проведених досліджень хвильової передачі показують, що при постійному навантаженні має місце зміна напружень у різних зонах деформації гнучкого колеса залежно від положення датчика при записі. Для визначення величини й характеру зміни цих напружень здійснювався вимір деформацій у гнучкому колесі протягом його обороту. За цей час датчик займав різні положення по периметру колеса.

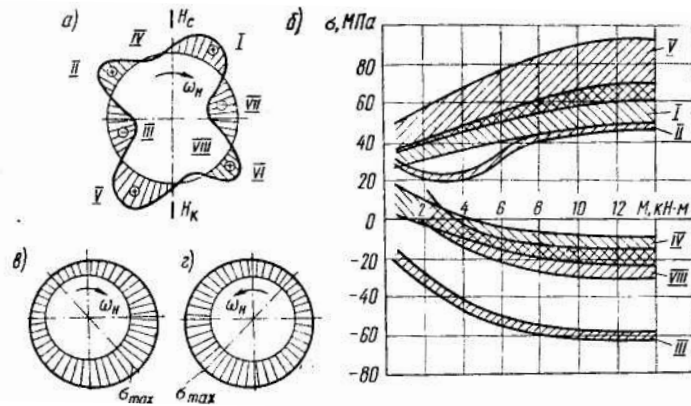


Рисунок 2 – Розподіл напружень по периметру гнучкого колеса

На рисунку 2,б наведений графік розташування областей зміни максимальних значень напружень у різних зонах деформації гнучкого колеса хвильової зубчастої передачі без надлишкових зв'язків залежно від моменту на вихідному валу. Области зміни напружень у зонах VI й VII не наведені, тому що вони практично збігаються з областями II й III, відповідно.

Із даного рисунка видно, що найбільші зміни напружень по периметру гнучкого колеса мають місце в зонах I, IV, V й VIII, тобто в зонах взаємодії гнучкого колеса з генератором хвиль і жорстким колесом. Через ці ділянки гнучкого колеса відбувається замикання сил інерції й сил ваги ланок, що самовстановлюються, на жорстке колесо. Зміна результуючих від цих сил, оче-

видно, і впливає на зміну напружень по периметру гнучкого колеса.

Збільшене значення напружень у зонах V й VIII, у порівнянні з напруженнями в зонах I й IV, відповідно пояснюється шириною рознесення крайніх дисків генератора хвиль, які визначають деформації гнучкого колеса на більшій його довжині, чим середній диск. Отже, у районі середнього диска повинне раніше початися зниження напружень по довжині гнучкого колеса, й тому тензодатчик Д1 вимірює зменшені величини деформацій у зонах I й IV. Крім того, менший нахил утворюючого гнучкого колеса в районі його деформацій крайніми дисками сприяє зменшенню перекосу зубців у зачепленні, що приводить до збільшення навантаження на ділянці зубців гнучкого колеса, розташованого поруч із тензодатчиком.

Аналіз даних випробувань хвильової зубчастої передачі показує, що присутня певна закономірність зміни максимальних значень напружень у зонах I, IV, V й VIII по периметру гнучкого колеса, що наведена на рисунку 2,в,г. Як видно із цих рисунків, максимальні значення напружень мають місце в нижній частині гнучкого колеса, при цьому максимум зміщений у сторону, протилежну обертанню генератора хвиль. На цій ділянці результуючі сили інерції й ваги генератора хвиль впливають на зони його взаємодії із гнучким колесом, які розташовані перед великою віссю його деформації. Це підтверджує припущення про вплив горизонтального розташування хвильової зубчастої передачі на зміну напружень по периметру гнучкого колеса.

Вплив надлишкових зв'язків у горизонтально розташованій хвильовій передачі на зміну максимальних напружень у зонах V й III, які визначають величину амплітудних напружень у гнучкому колесі, показано на рисунку 3,а. Области 1 відповідають хвильовій передачі без надлишкових зв'язків (див. рисунок 3,а), а області 2 – із двома надлишковими зв'язками (див. рисунок 3,б).

З рисунку 3,а виходить, що наявність надлишкових зв'язків веде до збільшення максимальних напружень розтягування й стиску в гнучкому колесі, а також до збільшення області зміни максимальних напружень у зоні входу зубців у зачеплення.

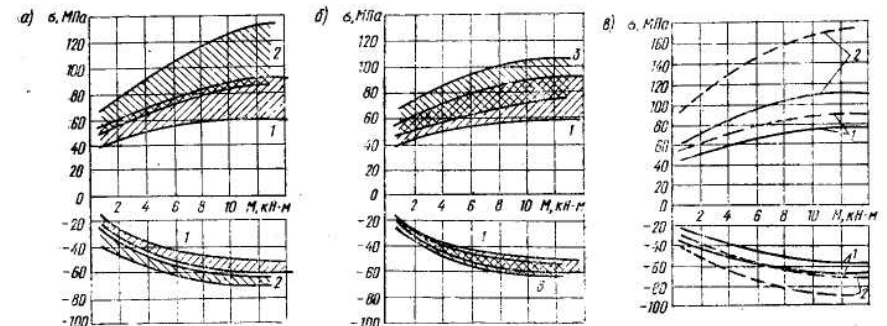


Рисунок 3 – Зміна напружень у гнучкому колесі, до прироблення; після прироблення

Експериментальне дослідження хвильової передачі з надлишковими зв'язками показує, що області зміни максимальних напружень у зонах I, IV й VIII також збільшуються.

Для визначення впливу частоти обертання генератора хвиль на напружений стан гнучкого колеса були проведені дослідження хвильової передачі із двигуном, що має номінальну частоту обертання 145с^{-1} . На рисунку 3,б наведені області зміни максимальних напружень у зонах V й III гнучкого колеса хвильової передачі без надлишкових зв'язків при частотах обертання генератора хвиль $n_n=72\text{с}^{-1}$ (області 1) і $n_n=145\text{с}^{-1}$ (області 3). Як видно з даного рисунка, збільшення частоти обертання генератора веде до збільшення напружень розтягування в зоні V. У зоні вільної хвилі деформації гнучкого колеса напруження не змінюються.

На рисунку 3,б приведено порівняння впливу припрацювання під навантаженням на зміну напружень у гнучкому колесі при відсутності (криві 1) і при наявності надлишкових зв'язків (криві 2) у хвильовому редукторі. Криві побудовані на підставі усереднених значень зміни максимальних напружень у зонах V й III, які визначають амплітудні значення напружень у гнучкому колесі.

З аналізу даного графіка виходить, що припрацювання під навантаженням має більше значення для хвильової передачі з надлишковими зв'язками. У цій передачі відбувається значне зменшення напружень розтягання в зоні V гнучкого колеса, що пояснюється, очевидно, наявністю інтерференції зубців на вході в зачеплення до припрацювання передачі під навантаженням.

Визначення впливу різних факторів на характер розподілу напружень по довжині гнучкого колеса виконується за допомогою 12 тензодатчиків, розташованих рівномірно по довжині гладкої зовнішньої поверхні колеса (рисунок 4). Запис показань всіх датчиків реєструвався одночасно. Ділянки кривих 2' відображають напружений стан неприробленого під навантаженням гнучкого колеса у хвильовій передачі із двома надлишковими зв'язками. Після прироблення гнучкого колеса під навантаженням спостерігається значне падіння напружень у районі зубчастого вінця (криві 2).

Як видно з даного рисунка, зміна величини моменту на вихідному валу чинить найбільший вплив на величини максимальних напружень у районах зубчастих вінців і гладкої частини гнучкого колеса, що прилягає до них. При цьому в районі зубчастого з'єднання зовнішні шари гнучкого колеса можуть почати працювати тільки на стиск.

З аналізу рисунка 4 витікає, що виключення надлишкових зв'язків у хвильовій передачі й зменшення частоти обертання генератора хвиль дозволяє значно знизити максимальні напруження розтягання в районі зубчастого вінця хвильового зачеплення й гладкої частини гнучкого колеса, що прилягає до нього. Це веде до найбільш рівномірної зміни максимальних напружень по довжині гнучкого колеса.

Таким чином, на напружений стан гнучкого колеса і його працездатність істотно впливають наявність надлишкових зв'язків, сили ваги й сили інерції ланок хвильової зубчастої передачі, що варто враховувати при проектуванні цих передач.

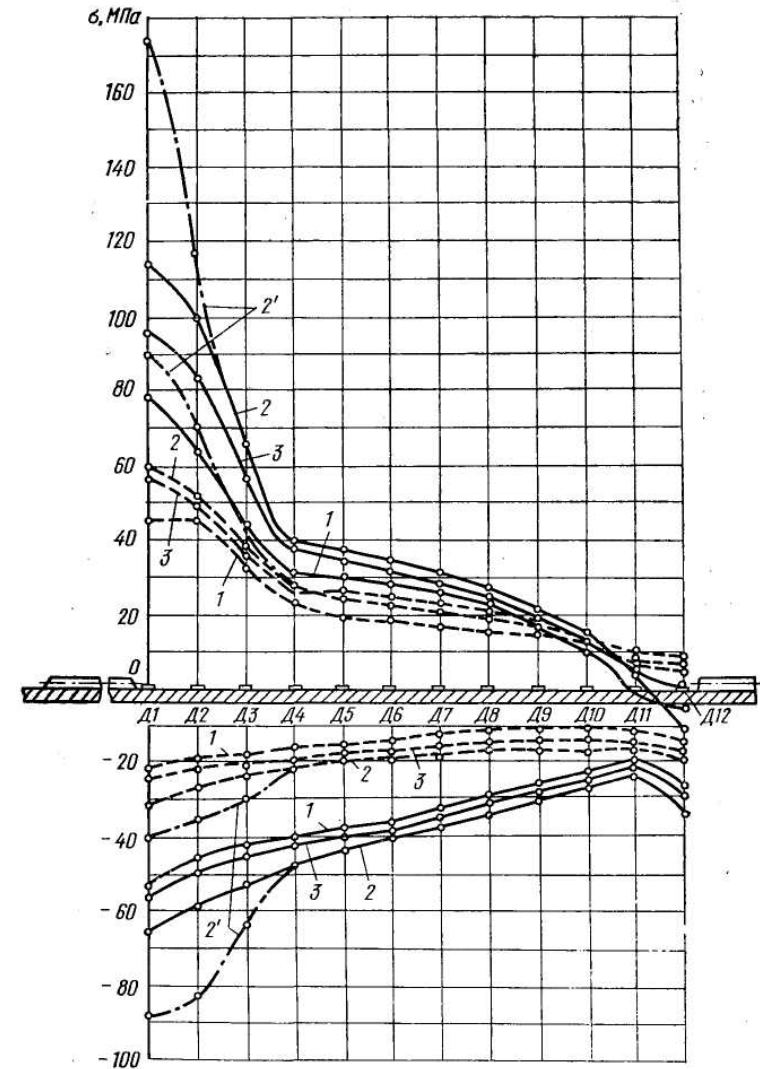


Рисунок 4 – Розподіл максимальних напружень (розтягання й стиску) по довжині гнучкого колеса:
 — при $M_T=1,5M_{Tн}$; - - - - - при $M_T=0,06M_{Tн}$;
 1 – $n_n=72\text{с}^{-1}$, без надлишкових зв'язків;
 2 – $n_n=72\text{с}^{-1}$, при наявності надлишкового зв'язку;
 3 – $n_n=145\text{с}^{-1}$, без надлишкових зв'язків;
 2' – до прироблення під навантаженням

Припрацьовуваність зубчастих коліс хвильової передачі. Завданням дослідження приробки зубців гнучких і жорстких коліс хвильової передачі з дисковим генератором є, по-перше, визначення впливу зубчастих вінців, що приробляються, на ресурс роботи хвильової зубчастої передачі, а, по-друге, вивчення факторів, що впливають на прироблення, з метою їхнього врахування при проектуванні передачі.

Відомо, що швидкість зношування деталей залежить від їхньої твердості. У наш час найбільш уживана термічна обробка гнучких коліс – поліпшення до твердості 28...32 HRC, а для жорстких коліс – загартування до твердості 40...45 HRC. Однак, з метою збільшення ресурсу роботи гнучкого колеса, іноді застосовується зміцнююча термообробка до більшої твердості. Проведені в галузевій лабораторії механічних передач ХДГУБА експериментальні роботи дозволили визначити залежність ресурсу хвильової передачі від твердості гнучкого колеса після термообробки. Ця залежність наведена на рисунку 5 для передачі з параметрами: крутний момент на гнучкому колесі $M_{ном}=10\text{кН}\cdot\text{м}$; частота обертання вала генератора хвиль $n_n=100\text{с}^{-1}$; передатне відношення 152; модуль зачеплення $m=1\text{мм}$; коефіцієнти зміщення гнучкого й жорсткого коліс $x_r=x_{ж}=2,5$. Геометрія зубчастого зачеплення досліджуваних передач була обрана відповідно до рекомендацій [1]. Крива 1 (рисунок 1) характеризує число циклів навантаження до руйнування гнучкого колеса залежно від його твердості, крива 2 побудована для зубчастих пар гнучке колесо – жорстке колесо, що пройшли попереднє прироблення зубців (при твердості гнучкого колеса 28...32 HRC) до остаточної термообробки гнучкого колеса. Розходження в ресурсі прироблених і не прироблених пар можна пояснити різною формою зубців загартованих гнучких коліс й у зв'язку із цим різною їх завантаженістю. На рисунку 6,а показане зношування робочої поверхні зубця в процесі роботи. Точки В відображають зношування вершини зубця, а точки К контакту робочих поверхонь при сполученій осі жорсткого колеса й гнучкого колеса – знос робочої поверхні зубця. Форма зубця була отримана при 50-кратному збільшенні свинцевих відбитків, знятих із зубчастих вінців гнучкого колеса.

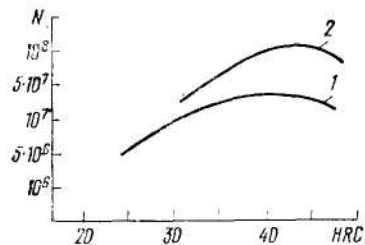


Рисунок 5 – Залежність ресурсу гнучкого колеса хвильової передачі зі сталі 30ХГСА від твердості

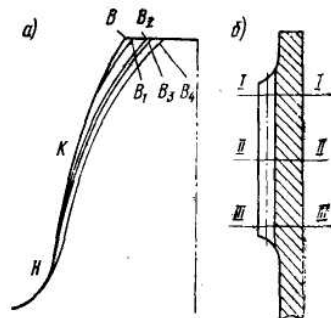


Рисунок 6 – Характер зношування зубців гнучкого колеса

Лінія ВН відповідає профілю, що не працював, поверхні зубця; В₁Н – профілю загартованого колеса (HRC 44) після $N=5\cdot 10^7$ циклів навантаження. Лінія В₂Н характеризує профіль поліпшеного колеса (HRC 31) після періоду прироблення, що відповідало $N=5\cdot 10^6$ циклам навантаження. Надалі експлуатація гнучкого колеса з такою твердістю приводила до рівномірного зношування всієї робочої поверхні зубця до лінії В₄Н ($N=5\cdot 10^7$). Лінія В₃Н відповідає профілю загартованого гнучкого колеса з первісним приробленням при загальній кількості циклів навантаження, рівній $1,2\cdot 10^8$. Твердість жорстких коліс для всіх перерахованих випадків перебувала в межах 41...44 HRC. Як видно з рисунка 6,а, у початковий період роботи відбувається зміна форми зубця, а потім рівномірне зношування всієї робочої поверхні зубця. На рисунку 6,б показані перетини, в яких замірялася форма зубця. Ці виміри дозволили визначити просторову форму зношування зубчастого вінця гнучкого колеса. Графічно швидкість зношування зубців гнучкого колеса зображена на рисунку 7. Тут по осі абсцис відкладена кількість циклів навантаження, а по осі ординат – зношування зубця в точці В (див. рисунок 6,а). Криві 1 й 2 (рисунок 7) показують знос зубця поліпшеного гнучкого колеса, причому крива 2 відноситься до перетину І-І (рисунок 6,б), а крива 1 – до перетину ІІ-ІІ. Ці лінії близькі одна до одної, що вказує на те, що нахил утворюючого гнучкого колеса дуже малий і для даної передачі не перевищує значення 0,002 модуля зачеплення. Крива 3 (рисунок 7) характеризує зношування зубців загартованого гнучкого колеса.

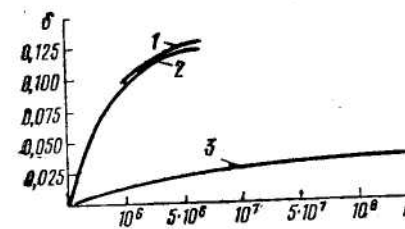


Рисунок 7 – Швидкість зношування зубців гнучкого колеса

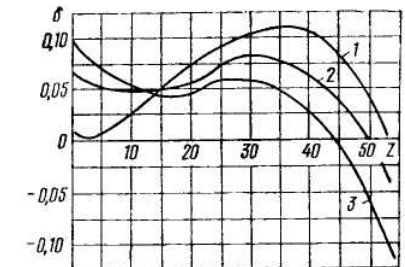


Рисунок 8 – Розподіл нормальних бічних зазорів

Зміна форми зубця в період прироблення викликана як евольвентним характером роботи хвильового зачеплення, так і наявністю інтерференції при вході зубців гнучкого колеса в западини жорсткого колеса. У роботі [2] наведені рівняння для визначення зазорів між зубцями гнучкого й жорсткого коліс і за допомогою ЕОМ побудовані графіки цих зазорів для різних параметрів зачеплення. Для розглянутої передачі результати такого розрахунку зображені на кривій 1 (рисунок 8). Тут по осі абсцис відкладена кількість пар зубців, що беруть участь у зачепленні, а по осі ординат – зазори й натяги бічних поверхонь зубців. Крива 1 показує, що теоретично інтерференції зубців у цій передачі бути не повинно. Однак, як уже вказувалося раніше, по зношуванню зубців видно, що інтерференція була. Наявність інтерференції викликана тим, що в реаль-

ній передачі через деформативності ланок величина деформації гнучкого колеса була не такою, як при теоретичному підрахунку ($W=m$), а значно менше. Розширюючи завдання, поставлене в роботі [2], можна написати рівняння для розрахунку бічних зазорів при різній глибині входу зубців гнучкого колеса в западини жорсткого. Рішення цього завдання дає ряд кривих для різних величин глибини заходу зубців хвильової передачі. Ці криві представлені на рисунку 8. Порівняння результатів виміру зношування зубчастих вінців з розрахунковими кривими в зоні негативних зазорів (натягів) зубців гнучкого й жорсткого коліс показує, що точка максимального натягу (крива 3) відповідає зміні профілю зубця гнучкого колеса за період приробітку. Деформація генератора хвиль при статичному навантаженні хвильового редуктора номінальним моментом дорівнювала 0,26мм. Це значення приблизно відповідає різниці розрахункових деформацій гнучкого колеса для кривих 1 і 3. На підставі сказаного можна прийти до висновку, що реальні зазори між зубцями гнучкого і жорсткого коліс описуються кривою 3. При використанні гнучких коліс невеликої твердості розбіжність розрахункових параметрів зачеплення з дійсними не грає великої ролі, тому що зуби гнучкого колеса порівняно швидко притираються.

У випадку застосування загартованих коліс великої твердості зубці погано притираються. Тому при проектуванні хвильової передачі із загартованими гнучким і жорстким колесами необхідно вибирати більший запас по інтерференції 2-го роду, наприклад, мінімальний зазор при вході зубців гнучкого колеса в западини жорсткого повинен вибиратися в межах $j_{\min}=(0,08...0,1)m$. Перевірка зачеплення по інтерференції 2-го роду спроектованої передачі повинна виконуватися з урахуванням деформацій генератора хвиль під номінальним навантаженням, при цьому мінімальний зазор повинен бути більше $j_{\min}>0,04m$.

Висновки.

1. Виключення надлишкових в'язей (зв'язків) в СХЗП ц зменшення частоти обертання генератора хвиль дозволяє значно знизити напруження розтягу в зоні зубчастого вінця гнучкого колеса.

2. На працездатність гнучкого колеса істотно впливають надлишкові зв'язки, сили ваги та інерції ланок СХЗП, що слід враховувати при проектуванні таких передач.

3. Встановлено вплив приробляння зубців СХЗП на призначений ресурс роботи цих передач.

4. Для запобігання інтерференції 2-го роду в СХЗП встановлено, що мінімальний зазор в хвильовому зубчастому зачепленні повинен бути більше $j_{\min}>0,04m$.

Список літератури: 1. *Приймаков О.Г.* Розрахунок та проектування силових хвильових зубчастих передач. – Харків: Вид-во ХУПС ім. І. Кожедуба, 2004. – 216с. 2. *Полетучий А.И.* Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов. – Харьков: Изд-во НАКУ "ХАИ" им. Н.Е. Жуковского, 2005. – 675с. 3. *Маргулис М.В., Волков Д.П.* Динамический анализ приводов с волновыми зубчатыми передачами// Вестник машиностроения. – 1988. – №5. – С.23–25. 4. *ГОСТ 24439-80.* Мотор-редукторы волновые зубчатые типа МВз. Основные параметры и размеры. – М.: Изд-во стандартов, 1980. – 20с.

Надійшла до редколегії 15.04.10

УДК 621.825.5/7

В.О. ПРОЦЕНКО, магістр, аспірант ХНТУ, м. Херсон
В.О. НАСТАСЕНКО, к.т.н., доцент ХДМІ, м. Херсон
М.Е. ТЕРНЮК, д.т.н., директор ІМіС, м. Харків

ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ РУХОМИХ ПРУЖНО-КОМПЕНСУЮЧИХ МУФТ З МЕТАЛЕВИМИ ПРУЖНИМИ ЕЛЕМЕНТАМИ

В статті запропонована нова система класифікації рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами, що розроблена на базі системного підходу до створення можливих конструкцій методом морфологічного аналізу. На основі запропонованої класифікації виконане прогнозування розвитку муфт. Запропонований напрямок розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами.

The new system of classification movable elastic-compensating muff's with metal elastic elements which is developed on the base of the system approach to creation of possible designs by a method of the morphological analysis is proposed in article. On the base of the proposed classification the forecasting of development of muff's is executed. The direction of development movable elastic-compensating muff's with metal elastic elements is proposed.

Сучасні тенденції до побудови машин модульної та агрегатованої конструкції, спрямовані на зосередження великих потужностей в одному агрегаті, викликають постійний ріст вимог до технологічності виготовлення, складання і ремонтоздатності, машин [1-3]. Найбільш важливою з вимог є ріст довговічності складових частин машин, а особливо таких відповідальних з них, як рухомі пружно-компенсуючі муфти, що вимагає розвитку існуючих і пошуку нових технічних рішень у даній галузі.

Для потреб сучасного машинобудування, що стрімко ростуть за рахунок збільшення експлуатаційної швидкості та потужності машин, особливо актуальним є пошук шляхів розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами для розширення сфери їх застосування.

Аналіз відомих конструкцій [1-3, 8-25] показав, що дотепер створена значна кількість конструкцій рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами. Однак без використання системних методів прогнозування розвитку технічних систем, немає можливості дати вичерпну відповідь, чи повністю охоплюють відомі технічні рішення всі можливі варіанти конструкцій муфт? Це також зменшує можливості науково обґрунтованого прогнозування їх майбутнього розвитку.



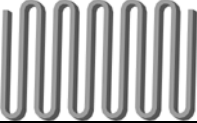


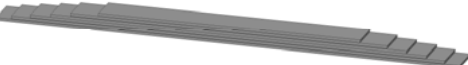
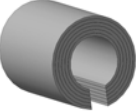


Розв'язання даних проблем являється актуальним та важливим для розвитку техніки і становить головну мету даної роботи.

Пошук шляхів удосконалення муфт в даній статті здійснено за рахунок прогнозування, розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами з використанням системного методу морфологічного аналізу.

Даний підхід до муфт застосовано вперше, що становить наукову новизну роботи.

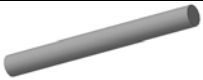








Аналіз сучасних конструкцій рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами, які застосовуються в сучасному машинобудуванні, показав, що в теперішній час у більшості їх конструкцій застосовують пружні елементи, які наведені в таблиці 1.

Таблиця 1 – Види металевих пружних елементів

№	Назва пружного елемента	Рисунок
1	Гвинтова пружина	
2	Пружний стрижень	
3	Змієподібна пружина	
4	Криволінійна пластинчаста пружина	
5	Пружний диск	
6	Пакет пластинчастих пружин	
7	Пакет гільзових пружин	
8	Циліндр із прорізами	
9	Сільфон	

Вказані пружні елементи в муфтах мають форми, які наведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Форми пружних елементів

№	Назва форми пружного елемента	Рисунок
1	Прямолінійна	
2	Форма гвинтової спіралі	
3	Форма пласкої спіралі	
4	Змієподібна	
5	О – подібна	
6	U – подібна вигнута	
7	U – подібна увігнута	
8	S – подібна вигнута	
9	S – подібна увігнута	

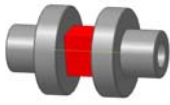
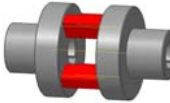

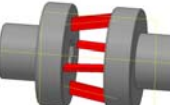


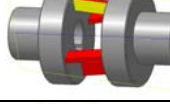

В існуючих конструкціях муфт застосовуються наступні установки вказаних пружних елементів (таблиця 3):

1. Осьова центральна установка – при якій вісь симетрії пружного елемента співпадає з віссю напівмуфт.

2. Осьова паралельна установка – при якій вісь симетрії пружного елемента паралельна осі напівмуфт і не співпадає з нею.

3. Радіальна установка – при якій пружний елемент і вісь напівмуфт лежать в одній площині, а вісь симетрії пружного елемента перпендикулярна до осі напівмуфт.

Таблиця 3 – Установки пружних елементів

№	Назва установки пружного елемента	Рисунок
1	Осьова центральна	
2	Осьова паралельна	
3	Радіальна установка	
4	Радіально-осьова установка	
5	Торцева	
6	Торцево-радіальна	
7	Тангенціальна	
8	Тангенціально-осьова	

4. Радіально-осьова установка – при якій пружний елемент і вісь напівмуфт лежать в одній площині, а вісь симетрії пружного елемента перетинає вісь напівмуфт під непрямым кутом.

5. Торцева установка – при якій пружний елемент лежить у площині, перпендикулярній до осі напівмуфт, і вісь симетрії пружного елемента схрещується з віссю напівмуфт.

6. Торцево-радіальна установка – при якій пружний елемент лежить у площині, перпендикулярній до осі напівмуфт, а вісь симетрії пружного елемента перетинається з віссю напівмуфт.

7. Тангенціальна установка – при якій пружний елемент лежить у площині, неперпендикулярній до осі напівмуфт, а вісь симетрії пружного елемента схрещується з віссю напівмуфт.

8. Тангенціально-осьова установка – при якій пружний елемент лежить у площині, неперпендикулярній до осі напівмуфт, а вісь симетрії пружного елемента перетинається з віссю напівмуфт.

Прогнозування розвитку муфт будемо виконувати на основі методу морфологічного аналізу [4-7], який передбачає:

1. Постановку задачі, вибір об'єкту морфологічного дослідження.

2. Вибір морфологічних ознак (вихідних даних у вигляді найважливіших характеристик об'єкту та його параметрів, від яких залежить досягнення поставленої мети).

3. Виявлення можливих варіантів кожної ознаки і складання морфологічної матриці. Визначення повного числа варіантів.

4. Розкриття можливих варіантів у вигляді комбінацій вихідних елементів, відсіювання нереальних і тавтологічних варіантів, аналіз існуючих рішень.

5. Відбір найбільш перспективних рішень.

В якості морфологічних ознак виділимо три параметри конструкції муфт:

1) вид пружних елементів;

2) форма пружних елементів;

3) установка пружних елементів.

Даний вибір обумовлений тим, що ці показники визначають конструкцію інших елементів муфт та їх основні експлуатаційні характеристики (компенсуючу та демпфуючу здатність, жорсткість, енергомісткість). Вказані ознаки є адекватними (відповідають одне одному по значенню), доступними (задані в своїй природній формі), незалежними, універсальними, і допускають розширення обсягу та аналіз помилок [5].

Для зручності подальшого використання морфологічної ознаки позначимо символами, вид пружних елементів – символом А, форми пружних елементів – символом Б, установку пружних елементів – символом В.

Для пружних елементів матимемо такі варіанти:

1. Гвинтові пружини – А₁;

2. Змієподібні пружини – А₃;

3. Криволінійні пластинчасті пружини – А₄;

4. Пружні диски – А₅;

5. Пакети пластинчастих пружин – А₆;

6. Пакети гільзових пружин – А₇;

7. Циліндри із прорізами – А₈;

8. Сільфони – А₉.

Для форми пружних елементів матимемо варіанти:

1. Прямолинійна форма – B₁;
2. Форма гвинтової спіралі – B₂;
3. Форма пласкої спіралі – B₃;
4. Змієподібна форма – B₄;
5. O – подібна форма – B₅;
6. U – подібна вигнута форма – B₆;
7. U – подібна увігнута форма – B₇;
8. S – подібна вигнута форма – B₈;
9. S – подібна увігнута форма – B₉;

Для установок матимемо такі варіанти:

1. Осьова центральна установка – B₁;
2. Осьова паралельна установка – B₂;
3. Радіальна установка – B₃;
4. Радіально-осьова установка – B₄;
5. Торцева установка – B₅;
6. Торцево-радіальна установка – B₆;
7. Тангенціальна установка – B₇;
8. Тангенціально-осьова установка – B₈.

Попередньо запишемо формулу для визначення повного числа розкриття морфологічної матриці в загальному вигляді [4,5]:

$$N = \prod_{i=1}^n K_i, \quad (1)$$

де i – порядковий номер морфологічної ознаки; n – кількість морфологічних ознак; K – кількість варіантів морфологічної ознаки.

Тоді, застосовно до муфт, маємо $n=3$, і, якщо вважати, що одна муфта може включати в себе x видів пружних елементів, які можуть приймати у різних, із описаних, форм, і бути установленими z різними із описаних установок, то отримаємо формулу для визначення повного числа варіантів розкриття матриці N :

$$N_{x,y,z} = (K_A)^x (K_B)^y (K_V)^z, \quad (2)$$

де K_A, K_B, K_V – кількість варіантів морфологічних ознак А, Б, В.

У випадку, коли застосовуються два види пружних елементів, дві форми та два способи установки, морфологічна матриця прогнозування набуде виду таблиці 4.

При цьому, матимемо $x=2, y=2, z=2$. Тоді повне число варіантів розкриття матриці N , згідно формули 2, при $K_A=9, K_B=9, K_V=8$, складе:

$$N_{2,2,2} = (9)^2 (9)^2 (8)^2 = 419904.$$

Таблиця 4 – Морфологічна матриця прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами при $x=2, y=2, z=2$

Морфологічні ознаки та їх варіанти									Характеристика морфологічних ознак
A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	A ₁₆	A ₁₇	A ₁₈	A ₁₉	Вид пружних елементів: Гвинтові пружини A _{11,21} , пружні стрижні A _{12,22} , змієподібні пружини A _{13,23} , криволінійні пластинчасті пружини A _{14,24} , пружні диски A _{15,25} , пакети пластинчастих пружин A _{16,26} , пакети гільзових пружин A _{17,27} , циліндри з прорізами A _{18,28} , сільфони A _{19,29}
A ₂₁	A ₂₂	A ₂₃	A ₂₄	A ₂₅	A ₂₆	A ₂₇	A ₂₈	A ₂₉	Форма пружних елементів: Прямолинійна B _{11,21} , форма гвинтової спіралі B _{12,22} , форма пласкої спіралі B _{13,23} , змієподібна B _{14,24} , O – подібна B _{15,25} , U – подібна вигнута B _{16,26} , U – подібна увігнута B _{17,27} , S – подібна вигнута B _{18,28} , S – подібна увігнута B _{19,29}
B ₁₁	B ₁₂	B ₁₃	B ₁₄	B ₁₅	B ₁₆	B ₁₇	B ₁₈	B ₁₉	Установка пружних елементів: Осьова центральна B _{11,21} , осьова паралельна B _{12,22} , радіальна B _{13,23} , радіально-осьова B _{14,24} , торцева B _{15,25} , торцево-радіальна B _{16,26} , тангенціальна установка B _{17,27} , тангенціально-осьова B _{18,28}
B ₂₁	B ₂₂	B ₂₃	B ₂₄	B ₂₅	B ₂₆	B ₂₇	B ₂₈	B ₂₉	
V ₁₁	V ₁₂	V ₁₃	V ₁₄	V ₁₅	V ₁₆	V ₁₇	V ₁₈		
V ₂₁	V ₂₂	V ₂₃	V ₂₄	V ₂₅	V ₂₆	V ₂₇	V ₂₈		

Очевидно, що застосування в муфті кількох видів пружних елементів не сприятиме зниженню її вартості, що набуло особливого значення в умовах економічної кризи. Крім цього, суміщення в одній муфті двох установок пружних елементів, наприклад, радіальної, і осьової центральної, обумовить, крім збільшення вартості, ріст її ваги, махового моменту, і, як наслідок, пускового моменту приводу, що також є негативним фактором. Водночас, поєднання в одній муфті кількох видів пружних елементів різних форм і установок, через складність реалізації, в світовій практиці муфтобудування поширення не отримало, що також доводить його недоцільність.

Таким чином, найбільш доцільною і поширеною схемою побудови муфт являється схема з одним видом пружного елемента, який має одну форму і реалізує одну установку, тоді $x=1, y=1, z=1$.

Морфологічна матриця прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами при $x=1, y=1, z=1$ побудована у вигляді таблиці 5.

Таблиця 5 – Морфологічна матриця прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами при $x=1, y=1, z=1$

Морфологічні ознаки та їх варіанти									Характеристика морфологічних ознак
A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	Вид пружних елементів: Гвинтові пружини А ₁ , пружні стрижні А ₂ , змієподібні пружини А ₃ , криволінійні пластинчасті пружини А ₄ , пружні диски А ₅ , пакети пластинчастих пружин А ₆ , пакети гільзових пружин А ₇ , циліндри з прорізами А ₈ , сільфони А ₉
B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	Форма пружних елементів: Прямолінійна B ₁ , форма гвинтової спіралі B ₂ , форма пласкої спіралі B ₃ , змієподібна B ₄ , O – подібна B ₅ , U – подібна вигнута B ₆ , U – подібна увігнута B ₇ , S – подібна вигнута B ₈ , S – подібна увігнута B ₉ .
V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆	V ₇	V ₈		Установка пружних елементів: Осьова центральна V ₁ , осьова паралельна V ₂ , радіальна V ₃ , радіально-осьова V ₄ , торцева V ₅ , торцево-радіальна V ₆ , тангенціальна установка V ₇ , тангенціально-осьова V ₈ .

Повне число варіантів розкриття цієї матриці складе:

$$N_{2,2,2} = (9)^1 (9)^1 (8)^1 = 648.$$

Розкриття морфологічної матриці дає 648 варіантів технічних рішень, які неможливо охопити без використання даного системного методу пошуку.

Четвертий етап морфологічного аналізу передбачає відсіювання нереальних і тавтологічних варіантів.

В результаті аналізу морфологічної матриці зроблено висновок, що тавтологічними є наступні варіанти:

1. A₂B₂V₁₋₈, і A₁B₁V₁₋₈, оскільки пружний стрижень гвинтової форми еквівалентний гвинтовій пружині прямолінійної форми, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₁=8.

2. A₂B₂V₁₋₈ і A₃B₁V₁₋₈, оскільки пружний стрижень змієподібної форми еквівалентний змієподібній пружині прямолінійної форми, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₂=8.

3. A₂B₆₋₉V₁₋₈ і A₅B₆₋₉V₁₋₈, оскільки пружний стрижень U – подібної вигнутої, U – подібної увігнутої, S – подібної вигнутої, S – подібної увігнутої форм еквівалентний пружному диску вказаних форм, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₃=32.

4. A₆B₅V₁₋₈ і A₇B₁V₁₋₈, оскільки пакет гільзових пружин прямолінійної форми еквівалентний пакету пластинчастих пружин O-подібної форми, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₄=8.

5. A_{1,3-9}B₆₋₉V₂ і A_{1,3-9}B₁V₂, оскільки пружні елементи U – подібної вигнутої, U – подібної увігнутої, S – подібної вигнутої, S – подібної увігнутої форм

при осьовій паралельній установці, еквівалентні пружним елементам прямолінійної форми при осьовій паралельній установці, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₅=32.

6. A_{2,8,9}B₁V₄₋₆ і A_{2,8,9}B₁V₃, оскільки радіально-осьова, торцева, та торцево-радіальна установки пружних стрижні, циліндрів з прорізами, та сільфонів прямолінійної форми еквівалентні радіальній установці цих елементів, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₆=9.

7. A_{2,8,9}B₁V_{7,8} і A_{2,8,9}B₁V₂, оскільки тангенціальна та тангенціально-осьова, установки пружних стрижні, циліндрів з прорізами, та сільфонів прямолінійної форми, еквівалентні осьовій паралельній установці цих елементів, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₇=6.

8. A_{2,6}B_{3,5,6-9}V₆ і A_{2,6}B_{3,5,6-9}V₅, оскільки торцево-радіальна установка пружних стрижнів та пакетів пластинчастих пружин форми пласкої спіралі, O – подібної, U – подібної вигнутої, U – подібної увігнутої, S – подібної вигнутої, S – подібної увігнутої форм, еквівалентна їх торцевій установці, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₈=12.

9. A_{1,3,4}B_{3,5,6-9}V₆ і A_{1,3,4}B_{3,5,6-9}V₅, оскільки торцево-радіальна установка гвинтових пружин, змієподібних та криволінійних пластинчастих пружин форми пласкої спіралі, O – подібної, U – подібної вигнутої та U – подібної увігнутої форм, еквівалентна їх торцевій установці, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₉=18.

Нераціональними, або позбавленими сенсу є наступні варіанти:

1. A₁B_{2,4,8,9}V₁₋₈, оскільки пружний елемент, що являє собою гвинтову пружину форми гвинтової спіралі, змієподібної, S – подібної вигнутої та S – подібної увігнутої форм, викликати ускладнення при виготовленні та монтажу (є нетехнологічним), що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₈=32.

2. A₃B_{2,4,8,9}V₁₋₈, оскільки пружний елемент, що являє собою змієподібну пружину форми гвинтової спіралі, змієподібної, S – подібної вигнутої та S – подібної увігнутої форм, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₉=32.

3. A₄B_{2,4,8,9}V₁₋₈, оскільки пружний елемент, що являє собою криволінійну пластинчасту пружину форми гвинтової спіралі, змієподібної, S – подібної вигнутої та S – подібної увігнутої форм, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₁₀=32.

4. A₅B_{2,5}V₁₋₈, оскільки надання пружним дискам форми гвинтової та пласкої спіралей, змієподібної та O-подібної форм є неможливим, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₁₁=32.

5. A₆B_{2,3}V₁₋₈, оскільки пружний елемент, що являє собою пакет пластинчастих пружин форми гвинтової та пласкої спіралей, та змієподібної форми, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на N₁₂=24.

6. A₇B₂₋₉V₁₋₈, оскільки пружний елемент, що являє собою пакет гільзових

пружин форми, відмінної від прямолінійної, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на $N_{13}=64$.

7. $A_8B_{2-9}V_{1-8}$, оскільки пружний елемент, що являє собою циліндр із прорізами, форми відмінної від прямолінійної, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на $N_{14}=64$.

8. $A_8B_{2-9}V_{1-8}$, оскільки пружний елемент, що являє собою сільфон, форми відмінної від прямолінійної, є нетехнологічним, що зменшує загальну кількість варіантів розкриття матриці на $N_{15}=64$.

Тоді дійсне число варіантів розкриття матриці складе:

$$N_d = N - N_1 - N_2 - N_3 - N_4 - N_5 - N_6 - N_7 - N_8 - N_9 - N_{10} - N_{11} - N_{12} - N_{13} - N_{14} - N_{15} = 648 - 8 - 8 - 32 - 8 - 32 - 9 - 6 - 12 - 18 - 32 - 32 - 32 - 24 - 64 - 64 - 64 = 171.$$

Таке зменшення кількості варіантів значно спрощує кінцевий аналіз. При цьому, жодне з технічних рішень не було пропущено.

Четвертий етап морфологічного аналізу передбачає також аналіз існуючих рішень.

Розглянемо основні реальні варіанти розкриття матриці. Наприклад, варіант $A_1B_1V_1$ реалізований в муфті "Сімплафлекс" [8] та їм подібних [9-11]; варіанти $A_1B_1V_3$ та $A_1B_1V_5$ реалізовані в муфтах "Корделіс" [8] та муфтах [12, 13]; варіант $A_1B_1V_2$ реалізований в муфті "Делі-Демаг" [14]. Варіант $A_2B_1V_1$ являє собою звичайний торсіонний вал; варіант $A_2B_1V_2$ реалізований в муфті Корейво з пружними стрижнями; варіант $A_2B_3V_1$ реалізований в муфтах [15, 16]; варіант $A_2B_6V_3$ реалізований в муфтах [17, 18]. Варіант $A_3B_5V_1$ реалізований в муфті зі змієподібною пружиною типу "Мальмеді"; варіант $A_3B_5V_5$ реалізований в муфті конструкції кафедри деталей машин ЛПІ ім. Калініна [14] та муфтах [18, 29]. Варіант $A_4B_1V_2$ реалізований в муфті з криволінійними пружинами. Варіант $A_5B_1V_1$ реалізований в муфті з проміжними дисками ГОСТ 26455-85 та в муфтах [20-23]. Варіант $A_6B_1V_2$ реалізований в муфті "Вальдрон" [14] та подібних; варіант $A_6B_1V_3$ реалізований в муфті з радіальними пакетами пружин [14]. Установка B_6V_3 реалізована в муфті "Мультикросс" з гумовими хомутами [8]; варіант $A_6B_9V_2$ реалізований в муфті [24]; варіант $A_6B_9V_3$ реалізований в муфті [25]. Варіант $A_7B_5V_2$ реалізований в муфті "Ренк" [8]. Варіант $A_8B_1V_1$ реалізований в муфті [26]. Варіант $A_9B_1V_1$ реалізований в муфті "Тулфлекс".

Таким чином, використання методу морфологічного аналізу підтверджує можливість створення на його базі реальних конструкцій муфт.

Виконаний огляд варіантів розкриття матриці прогнозування розвитку показав, що більшість можливих варіантів на теперішній час відомі, інші конструкції, очевидно, є нераціональними, тому вони не були реалізовані.

З виконаного огляду варіантів розкриття морфологічної матриці очевидно, що еволюція рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами, у відповідності до закону прогресивної еволюції техніки [4, 6], відбувається в напрямку збільшення компенсуючої та демпфуючої зда-

тності муфт, що відповідає сучасним тенденціям їх розвитку.

Так, у розвитку муфт з пружними стрижнями, після досягнення граничного покращення параметрів лінійних муфт (яким є параметричний екстремум за параметром жорсткості), відбувся перехід до нового технічного рішення – нелінійних муфт.

Після вичерпання можливостей удосконалення параметрів (енергомісткості, демпфуючої здатності) при незмінному принципі дії лінійних і нелінійних муфт із стрижнями (досягнення глобального екстремуму) відбувся перехід до іншого, більш раціонального, принципу дії – застосування в якості пружних елементів криволінійних пластинчастих пружин, причому вдалося підвищити енергомісткість муфт, за рахунок збільшення об'єму пружних елементів, та демпфуючу здатність, за рахунок збільшення кількості стиків.

Конструкції муфт з криволінійними пластинчастими пружинами розвивалися в напрямку удосконалення параметрів енергомісткості та компенсуючої здатності, що привело до появи нового технічного рішення – муфти із осью центральною установкою змієподібною пружини О-подібною форми. Розвиток цієї конструкції муфти, що початково була раціональною, і тому збереглася у вжитку майже в первинному вигляді, відбувся в напрямку підвищення технологічності виготовлення деталей муфти, за рахунок заміни зубців стрижнями, та виконання пружини з окремих частин. Після досягнення глобального екстремуму у розвитку цієї конструкції муфти, у вигляді муфт із торцевою установкою пружин, відбувається перехід до нового принципу дії – муфт із гвинтовими пружинами, в яких, за рахунок більш раціонального розміщення пружних елементів, вдалося збільшити енергомісткість.

Розвиток муфт з гвинтовими пружинами, починаючи від лінійних муфт з торцевою установкою пружин, відбувся в напрямку побудови нових технічних рішень – нелінійних муфт та муфт квазінульової жорсткості.

Після вичерпання можливостей удосконалення параметрів існуючих технічних рішень при торцевій установці пружин, з'явилися нові технічні рішення – муфти типу "Сімплафлекс", що характеризуються більшою компенсуючою здатністю за рахунок осьової центральної установки пружини, а також муфти типу "Делі-Демаг", що здатні до ефективного демпфування коливань, за рахунок збільшеної кількості стиків при осьовій паралельній установці по периферії муфти пакетів гвинтових пружин.

Муфти із пакетами пластинчастих пружин реалізують новий принцип дії, після досягнення муфтами з гвинтовими пружинами глобального екстремуму за параметром демпфуючої здатності. Муфти з радіальним розташуванням пакетів пружин проходять удосконалення за параметром жорсткості та демпфуючої здатності від лінійних до нелінійних конструкцій і досягають параметричного екстремуму в конструкції муфти "Гайслінгер", в якій реалізоване найбільш ефективне демпфування коливань за рахунок циркуляції мастила в щілинах між корпусом та пружними елементами. Після цього відбувається створення нового технічного рішення – муфти фірми "Вальдрон" з аксіальною установкою пакетів пружин. Наступним етапом удосконалення муфт з пакетами пласт-

тинчастих пружин, за параметром демпфуючої здатності, є поява муфти із S-подібною установкою пластин, та муфти з гільзовими пластинами фірми "Ренк", які, за рахунок збільшення поверхні тертя та відносних рухів пластин в кількох напрямках, характеризуються більшою демпфуючою здатністю.

Комплексний аналіз конструкцій муфт, що охоплює 648 конструкцій, на базі системного методу морфологічного аналізу, проведений вперше. Реальність з них 171 конструкції також показана вперше. Настільки велика кількість технічних рішень не може бути досягнута жодним конструктором, при цьому виключається пропуск будь-якого з варіантів.

Виконаний огляд та аналіз відомих конструкцій показав, що еволюція рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами, відбувається за законом прогресивної еволюції техніки в напрямку збільшення енергомісткості, компенсуючої та демпфуючої здатності, за рахунок розвитку конструкції, форм та установок (розташування) пружних елементів.

З виконаного, за допомогою морфологічного аналізу, прогнозування розвитку муфт, очевидно, що існуючі конструкції, форми та установки пружних елементів досягли, у своїй більшості, глобального екстремуму, тому прогнозується, що подальший розвиток муфт з металевими пружними елементами, у відповідності до закону прогресивної еволюції техніки, йтиме за рахунок реалізації нового принципу дії, що потребуватиме в майбутньому нових технічних рішень.

Таким чином, виконана робота, за рахунок створення цього прогнозу, дозволяє спростити пошук нових шляхів удосконалення рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами, що веде до економії часу, людських та матеріальних ресурсів.

Список літератури: 1. Детали машин / Андрієнко Л.А., Байков Б.А., Ганулич І.К. и др. / Под ред. О.А. Ряховского. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 544с. 2. Павлице В.Т. Основы конструирования та розрахунок деталей машин. – Львів.: Афіша, 2003. – 560с. 3. Иванов М.Н., Финогенов В.А. Детали машин. – М.: Высшая школа, 2008. – 408с. 4. Прогнозування розвитку технічних систем / Кузнецов Ю.М., Скляр Р.А. / Під заг. ред. Ю.М. Кузнецова. – К.: ТОВ "ЗМОК" – ПП "ГНОЗИС", 2004. – 323с. 5. Настасенко В.А. Морфологический анализ – метод синтеза тысяч изобретений. – К.: Техніка, 1994. – 44с. 6. Половинкин А.И. Основы инженерного творчества. – М.: Машиностроение, 1988. – 368с. 7. Андрейчиков А.В., Андрейчикова О.Н. Компьютерная поддержка изобретательства (методы, системы, примеры применения). – М.: Машиностроение, 1998. – 476с. 8. Справочник по муфтам / Ряховский О.А., Иванов С.С. / Под ред. О.А. Ряховского. – Л.: Политехника, 1991. – 384с. 9. Пат.43160 Україна, МКИ F16D 3/72. Пружно-компенсуюча муфта: Р.В. Комап. – №2001031831; Заявлено 20.03.2001; Опубліковано 15.11.2001, Бюл. №10. – 2с. 10. Пат. 45617 Україна, МКИ F16D 3/72. Еластична муфта: Р.В. Комап., І.Б. Гевко – №2001042847; Заявлено 25.04.2001; Опубліковано 15.04.2002, Бюл. №4. – 2с. 11. Пат.45618 Україна, МКИ F16D 3/72. Пружно-компенсуюча муфта: Р.В. Комап., І.Б. Гевко, Б.Б. Гладиш, Р.Я. Леуцк – №2001042848; Заявлено 25.04.2001; Опубліковано 15.04.2002, Бюл. №4. – 3с. 12. Упругая муфта: А.с.567867 СССР; МКИ F16D 3/56 / С.Л. Панов, Н.Ф. Киркач, В.С. Гапонов (СССР). – №2150647/27; Заявлено 01.07.75; Опубліковано 05.08.77, Бюл. №29. – 3с. 13. Упругая муфта: А.с.569770 СССР; МКИ F16D 3/56 / В.С. Гапонов, Н.Ф. Киркач, Л.В. Курмаз, С.Л. Панов (СССР). – №2117630/08; Заявлено 27.03.75; Опубліковано 25.08.77, Бюл. №31. – 2с. 14. Поляков В.С., Барбаиш И.Д. Муфты. – Л.: Машиностроение, 1973. – 336с. 15. Упругая муфта: А.с.333318 СССР; МКИ F16D 3/66 / Ю.В. Можжев (СССР). – №1364416/25-27; Заявлено 20.08.69; Опубліковано 21.03.72, Бюл. №11. – 2с. 16. Упругая муфта: А.с.318749 СССР; МКИ F16D 3/58 / Ю.В. Можжев (СССР). – №1493705/25-

27; Заявлено 30.11.70; Опубліковано 28.10.71, Бюл. №32. – 2с. 17. Упругая компенсационная муфта: А.с.1286850 СССР; МКИ F16D 3/74 / В.А. Друян, Е.А. Кретишин, А.Б. Жуков, А.А. Ковальский (СССР). – №3955459/25-27; Заявлено 23.09.85; Опубліковано 05.08.77, Бюл. №4. – 2с. 18. Упругая муфта: А.с.1383028 СССР; МКИ F16D 3/56 / В.И. Лачугин, Г.Е. Филиппова (СССР). – №4021865/27; Заявлено 06.01.86; Опубліковано 23.03.88, Бюл. №11. – 3с. 19. Упругая муфта: А.с.706600 СССР; МКИ F16D 3/52 / В.А. Пестряков, А.М. Филатов, В.В. Точилкин (СССР). – №2595383/25-27; Заявлено 27.03.78; Опубліковано 30.12.79, Бюл. №48. – 2с. 20. Упругая муфта: А.с.720224 СССР; МКИ F16D 3/58 / Н.В. Василенко, П.М. Тривайло (СССР). – №2586484/25-27; Заявлено 02.03.78; Опубліковано 05.03.80, Бюл. №9. – 3с. 21. Пат.18516 Україна, МКИ F16D 3/50, 3/60. Пластинчатая муфта: П.П. Костенко, В.М. Бакуров, М.Г. Гірченко, О.Т. Ткаченко. – №4924975/SU; Заявлено 03.04.91; Опубліковано 25.12.97, Бюл. №6. – 4с. 22. Пат.49964 Україна, МКИ F16D 3/78 Муфта: В.С. Марцинковський, В.Г. Грищенко. – №200020865; Заявлено 16.02.2000; Опубліковано 15.10.2002, Бюл. №10. – 2с. 23. Пат.66248 Україна, МКИ F16D 3/78 Пружна муфта: І.С. Скуба. – №2003098277; Заявлено 08.09.2003; Опубліковано 15.04.2004, Бюл. №4. – 3с. 24. Упругая муфта: А.с.969997 СССР; МКИ F16D 3/56 / Д.Н. Решетов, О.А. Ряховский, С.С. Иванов, К.А. Ходжаян (СССР). – №2807772/25-27; Заявлено 18.07.79; Опубліковано 30.10.82, Бюл.№40. – 3с. 25. Упругая муфта: А.с.1254220 СССР; МКИ F 16 D 3/74 / Н.А. Емельянов (СССР). – №3727103/25-27; Заявлено 11.04.84; Опубліковано 30.08.86, Бюл. №32. – 2с. 25. Попов О.П., Асланов Г.В., Садиков В.А., Лисов В.Т., Шмирін Ю.П. Инженерный метод расчета пружных муфт // Детали машин. – 1970. – Вып.11. – С.36–43.

Надійшла до редколегії 15.03.10

УДК 621.01(833)

Х.С. САМИДОВ, д.т.н., проф., зав. кафедрой АзАСУ, г. Баку, Азербайджан

ОПТИМИЗАЦИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАШИН И ЕЁ ФИЗИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗУЕМОСТЬ

Розроблена й реалізована методика оптимізації динамічних процесів і проектування електромеханічних систем машин.

Developed and implemented a technique for optimization of dynamic processes and design of electro-mechanical systems of machines.

Актуальность проблемы: Проблема оптимизации переходных процессов машин в настоящее время является предметом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. Поэтому разработка и реализация комплексных методов оптимизации динамических процессов электромеханических систем машин является актуальной проблемой и отвечает дальнейшему прогрессу современного машиностроения.

Анализ литературы. Существует довольно много научных трудов, посвященных методам оптимизации динамических процессов и оптимизации конструкций машин [1, 2, 3, 4, 5]. В оптимизации большую роль играют распространение пакетов программ. Такой пакет состоит из программ нескольких мето-

дов оптимизации, каждый из которых приспособлен к некоторому классу задач.

Большинство машин современной техники зачастую работают в интенсиивно динамических режимах. Поэтому, при решении задач оптимального проектирования, совершенные машины должны рассматриваться как колебательные системы, характеризующиеся сильным воздействием с источником энергии и технологической нагрузкой.

Цель статьи. Разработка и реализация научно обоснованных мероприятий для оптимизации переходных процессов и оптимального проектирования электромеханического привода машин, позволяющие получить виброустойчивые машины с минимальными динамическими нагрузками и металлоемкостью.

Раздел основного материала. Пусть электромеханическая система, состоящая из четырехступенчатого редуктора (рисунок 1) по методике, представленной в работах [1, 2, 5] упрощена и приведена к трехмассовой динамической модели (рисунок 2). Дифференциальные управления движения динамической модели в обобщенных координатах моментов сил упругости запишутся так [2]

$$\left. \begin{aligned} BT\dot{M}_1 + BM_1 + M_1 - \frac{\beta_{12}M_{12}}{c_{12}} &= 0; \\ \ddot{M}_{12} + b_{12}^2 M_{12} - \frac{c_{12}}{J_1} M_1 - \frac{c_{12}}{J_2} M_{23} + \frac{\beta_{12}b_{12}^2}{c_{12}} \dot{M}_{12} - \frac{c_{12}\beta_{23}M_{23}}{c_{23}J_2} &= \frac{c_{12}}{J_2} M(t); \\ \ddot{M}_{23} + b_{23}^2 M_{23} - \frac{c_{23}}{J_2} M_{12} + \frac{\beta_{23}b_{23}^2}{c_{23}} \dot{M}_{23} - \frac{c_{23}\beta_{12}}{c_{23}J_2} \dot{M}_{12} &= \frac{c_{23}}{J_3} M_3(t) - \frac{c_{23}}{J_2} M_2(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $b_{i,i+1}^2 = c_{i,i+1}(J_i + J_{i+1})/J_i J_{i+1}$; $i = 1, 2, 3$ – цикловые частоты собственных колебаний парциальных систем; $J_1, c_{i,i+1}, M_{i,i+1}, M_i$ – соответственно величины моментов инерции масс, жесткостей, моментов сил упругости и внешних моментов; $B = J_1 / \beta_3$ – электромагнитная постоянная системы; $T = 1 / \omega_s S_k = 1 / S_k p \omega_s$ – электромагнитная постоянная времени; $\beta_3 = 1 / \lambda \omega_0 = T c_3$ – коэффициент крутизны статической характеристики двигателя; c_3 – жесткость связи электродвигателя. В случае, если динамическая модель электромеханической системы имеет n степеней свободы $B = (J_1 + J_2 + \dots + J_n / \beta_3)$; $N = J_1 / (J_1 + J_2 + \dots + J_n)$.

В дальнейшем, при исследовании динамических процессов и оптимизации конструкций машин, по методике, представленной в работах автора настоящей работы [2, 4] приводятся уравнений системы (1) к одному дифференциальному уравнению шестого порядка относительно переменных M_1, M_{12} и M_{23} . С целью незагромождения статьи, запишем выражения только относительно переменной M_{12} :

$$\begin{aligned} M_{12}^{VI} + a_0 M_{12}^V + a_1 M_{12}^{IV} + a_2 M_{12}^{III} + a_3 M_{12}^{II} + a_4 M_{12} + a_5 M_{12} &= \\ = \frac{c_{12}}{J_2} M_2^{IV}(t) + \left[\frac{(J_2 + J_3)\beta_{23}c_{12} - \beta_{23}J_3c_{12}}{J_2^2 J_3} + \frac{c_{12}}{TJ_2} \right] M_2^{III}(t) + \\ + \left[\frac{c_{12}b_{23}^2}{J_2} + \frac{c_{12}c_{23}}{J_2^2} + \frac{(J_2 + J_3)c_{12}\beta_{23}}{TJ_2^2 J_3} - \frac{c_{12}\beta_{23}}{TJ_2^2} + \frac{\beta_3 c_{12}}{TJ_1 J_2} \right] \times \\ \times M_2^{II}(t) + \left[\frac{c_{12}b_{23}^2}{TJ_2} + \frac{c_{12}c_{23}}{TJ_2^2} + \frac{(J_2 + J_3)c_{12}\beta_{23}\beta_3}{TJ_1 J_2^2 J_3} - \frac{\beta_3 \beta_{23} c_{12}}{TJ_2^2 J_1} \right] \times \\ \times M_2^I(t) + \left(b_{23}^2 \frac{c_{12}\beta_3}{TJ_1 J_2} - \frac{c_{12}c_{23}\beta_3}{TJ_1 J_2^2} \right) M_2(t) + \frac{c_{12}\beta_{23}}{J_2 J_3} M_3^{III}(t) + \left(\frac{c_{12}c_{23}}{J_2 J_3} - \frac{c_{12}\beta_{23}}{TJ_2 J_3} \right) M_3^{II}(t) + \\ + \left(\frac{c_{12}c_{23}}{TJ_2 J_3} - \frac{c_{12}\beta_{23}\beta_3}{TJ_1 J_2 J_3} \right) M_3^I(t) + \frac{c_{12}\beta_{23}\beta_3}{TJ_1 J_2 J_3} M_3(t). \end{aligned} \quad (2)$$

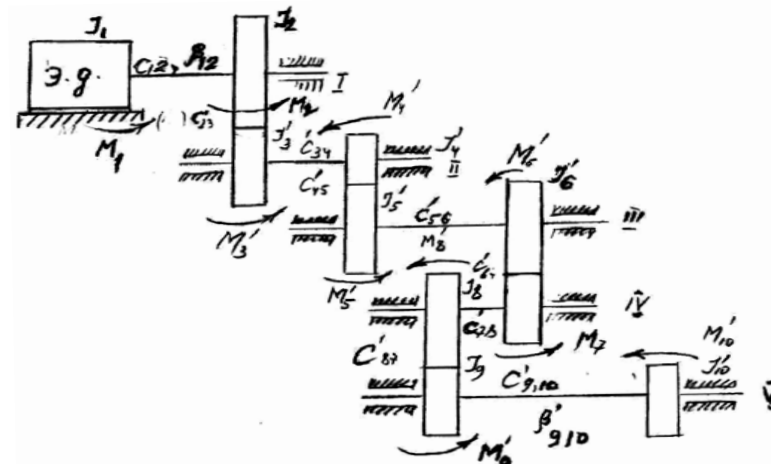


Рисунок 1

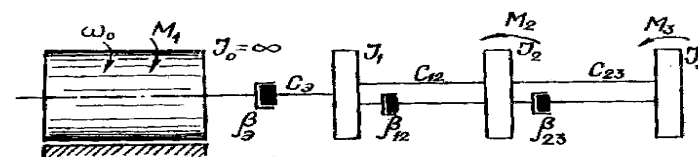


Рисунок 2

Как известно, при выявлении наибольших значений упругих сил машин, развиваемых в звеньях, затуханием колебаний пренебрегают. Поэтому, в

дальнейшем из дифференциального уравнения (2) отбрасываем затухающую часть. Тогда это уравнение не будут содержать нечетные производные и при замене аргумента $t = \tau\sqrt{a_1}$ приводятся к виду [4]:

$$M_{i,i+1}^{VI} + M_{i,i+1}^{IV} + c_1 M_{i,i+1}^{IV} + c_2 M_{i,i+1}^{II} = \frac{1}{a_1^2} Q_i \left(\frac{\tau}{\sqrt{a_1}} \right), \quad i=0,1,2, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{a_3}{a_1^2}; \quad c_2 = \frac{a_5}{a_1^3}; \quad a_1 = \frac{1}{BTN} + b_{12}^2 + b_{23}^2; \quad a_3 = b_{12}^2 b_{23}^2 - \frac{c_{12} c_{23}}{J_2^2} + \frac{b_{12}^2 + b_{23}^2}{BTN} - \frac{c_{12}}{BTNJ_1}; \\ a_5 &= \frac{b_{12}^2 b_{23}^2}{BTN} - \frac{c_{12} c_{23}}{BTNJ_2^2} - \frac{c_{12} b_{23}^2}{BTNJ_1}; \quad BTN = \frac{J_1 T}{\beta_3}; \quad b_{12}^2 = \frac{c_{12}(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}; \quad b_{23}^2 = \frac{c_{23}(J_2 + J_3)}{J_2 J_3}; \\ Q_1(t) &= \frac{\beta_3 c_{12}}{TJ_1 J_2} M_2^{II}(t) + \frac{\beta_3 c_{12}}{TJ_1 J_2} \left(b_{23}^2 - \frac{c_{23}}{J_2} \right) M_2(t) + \frac{\beta_3 c_{12} c_{23}}{TJ_1 J_2 J_3} M_3(t); \\ Q_2(t) &= \frac{c_{12}}{J_1} M_2^{IV}(t) + \frac{c_{12}}{J_2} \left(b_{23}^2 - \frac{c_{23}}{J_2} + \frac{\beta_3}{TJ_1} \right) M_2^{II}(t) + \\ &+ \frac{c_{12} \beta_3}{TJ_1 J_2} \left(b_{23}^2 - \frac{c_{23}}{J_2} \right) M_2(t) + \frac{c_{12} c_{23}}{J_2 J_3} M_3^{II}(t) + \frac{c_{12} c_{23} \beta_3}{TJ_1 J_2 J_3} M_3(t); \\ Q_3(t) &= -\frac{c_{23}}{J_2} M_2^{IV}(t) - \frac{c_{23}}{J_2} \left(b_{12}^2 - \frac{c_{12}}{J_2} + \frac{\beta_3}{TJ_1} \right) M_2^{II}(t) + \frac{c_{23}}{J_3} \left(b_{12}^2 + \frac{\beta_3}{TJ_1} \right) M_3^{II}(t) + \\ &+ \frac{c_{23}}{J_3} M_3^{IV}(t) + \frac{\beta_3 c_{23}}{TJ_1 J_3} \left(b_{12}^2 - \frac{c_{12}}{J_1} \right) M_3(t). \end{aligned} \quad (4)$$

Обобщенные безразмерные параметры c_1 и c_2 рассматриваемой системы равны:

$$c_1 = \frac{a_3}{a_1^2} = \frac{TJ_1^2 J_2^2 b_{12}^2 b_{23}^2 - TJ_1^2 c_{12} c_{23} + J_1 J_2^2 \beta_3 (b_{12}^2 + b_{23}^2) - J_2^2 c_{12} \beta_3}{TJ_1^2 J_2^2 (b_{12}^2 + b_{23}^2 + \beta_3 / TJ_1)^2}; \quad (5)$$

$$c_2 = \frac{a_5}{a_1^3} = \frac{J_1 J_2^2 b_{12}^2 b_{23}^2 \beta_3 - J_1 c_{12} c_{23} \beta_3 + J_2^2 \beta_3 c_{12} b_{23}^2}{TJ_1^2 J_2^2 (b_{12}^2 + b_{23}^2 + \beta_3 / TJ_1)^3}. \quad (6)$$

Общее решение уравнения (3) зависит от значения обобщенных параметров c_i и характера функций $Q_i(\tau/\sqrt{a_1})$.

Переход к обобщенным безразмерным параметрам значительно упрощает оптимизацию переходных процессов [1, 2, 3, 4]. Максимальные значения интервала изменения численных значений обобщенных параметров ограничены диапазоном

$$0 < c_{i\max} < \frac{n-1}{2n} (i=1,2,\dots,n-1), \quad (7)$$

где n – число степеней свободы динамической модели машины.

Если, $n = 2$, т.е. в случае дифференциального уравнения четвертого порядка, максимальное значение $C_{1\max} = \frac{2-1}{2 \cdot 2} = \frac{1}{4} = 0,25$, при $n=3$, $C_{1\max} = \frac{3-1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = 0,33$, при $n = 4$, $C_{1\max} = \frac{3}{8} = 0,375$.

Значения обобщенных параметров также зависят от коэффициентов дифференциальных уравнений, a_i которые определяются упругомассовыми параметрами динамической модели (см. формулы 3, 5, 6).

Например, для трехмассовых крутильных динамических моделей механических систем a_1 и a_3 выражаются формулами [2]

$$a_1 = c_{12} \frac{J_1 + J_2}{2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{2}; \quad a_3 = c_{12} c_{23} \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 J_2 J_3}. \quad (8)$$

Для трехмассовых замкнутых механических систем

$$a_1 = c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2} + c_{13} \frac{J_1 + J_3}{J_1 J_3} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2 J_3}; \quad (9)$$

$$a_3 = \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1 J_2 J_3} (c_{12} c_{23} + c_{13} c_{23} + c_{12} c_{13}). \quad (10)$$

Подробный анализ решения задач оптимизации переходных процессов механических и электротехнических систем с двумя, тремя и более степенями свободы при различных законах приложения внешних сил к исполнительному звену дал возможность установить интервал допустимых значений изменения обобщенных безразмерных параметров [1, 5]

$$0,05 \leq c_i \leq 0,15. \quad (11)$$

Раскрывая значения обобщенного параметра, применительно к динамическим моделям с разными степенями свободы получим следующие условия оптимальности по коэффициенту динамичности в виде:

Для двухмассовых заземленных динамических моделей механических систем

$$0,05 \leq \frac{c_{12} c_{23}}{J_1 J_2 \left(\frac{c_{12}}{J_1} + \frac{c_{12}}{J_2} + \frac{c_{23}}{J_2} \right)^2} \leq 0,15. \quad (12)$$

Для трехмассовых крутильных динамических моделей рядных механических систем

$$0,05 \leq \frac{c_{12}c_{23}(J_1 + J_2 + J_3)}{J_1J_2J_3 \left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} \right)^2} \leq 0,15. \quad (13)$$

Для трехмассовых крутильных динамических моделей замкнутых механических систем

$$0,05 \leq \frac{J_1J_2J_3(J_1 + J_2 + J_3)(c_{12}c_{23} + c_{13}c_{23} + c_{12}c_{13})}{[c_{12}J_1(J_1 + J_2) + c_{13}J_2(J_1 + J_3) + c_{23}J_1(J_2 + J_3)]^2} \leq 0,15. \quad (14)$$

Для двухмассовых динамических моделей электромеханических систем

$$0,05 \leq \frac{c_{12}BTn}{J_2 \left(1 + BTn'c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} \right)^2} \leq 0,15. \quad (15)$$

где B – электромеханическая постоянная электродвигателя; T – электромагнитная постоянная электродвигателя; $n' = J_1/(J_1 + J_2)$.

Авторами монографий [1, 2] доказано, что для обеспечения минимальной динамической нагруженности трехмассовых заземленных и четырехмассовых крутильных механических систем их конструктивные параметры должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$\left. \begin{aligned} 0,1 = c_1 &\leq \frac{c_{12}c_{23} \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1J_2J_3} + c_{12}c_{34} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + \frac{c_{23}c_{34}}{J_2J_3}}{\left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + \frac{c_{34}}{J_3} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} \right)^2} \leq 0,25; \\ 0,1 = c_2 &\leq \frac{c_{12}c_{23}c_{34}}{J_1J_2J_3 \left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + \frac{c_{34}}{J_3} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} \right)^3} \leq 0,03. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} 0,1 &\leq \frac{c_{12}c_{23} \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1J_2J_3} + c_{23}c_{34} \frac{J_2 + J_3 + J_4}{J_2J_3J_4} + c_{12}c_{34}J_1J_2 + J_2J_3 + J_1J_3 + J_3J_4}{\left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} + c_{34} \frac{J_3 + J_4}{J_3J_4} \right)^2} \leq 0,25; \\ 0,1 = c_2 &\leq \frac{c_{12}c_{23}c_{34}}{J_1J_2J_3J_4 \left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} + c_{34} \frac{J_3 + J_4}{J_3J_4} \right)^3} \leq 0,03. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Согласно выражениям (17), максимальное значение обобщенного параметра c_1 для динамических моделей с тремя свободами равно $c_{1\max} = 1/3 = 0,33$, а предельное значение параметра c_2 , как видно из формулы (16), $c_{2\max} = 0,33$.

Таким образом, для динамических моделей машин с тремя степенями свободы, верхний предел обобщенных параметров c_1 и c_2 определится интервалами

$$c_1 = 0,33 \div 1/3; \quad c_2 = 0,03 \div 1/27. \quad (18)$$

Следовательно, для динамических моделей машин с четырьмя степенями свободы обобщенные параметры c_1, c_2, c_3 определяются интервалами:

$$c_1 = 0,3 \div 0,375; \quad c_2 = 0,010 \div 1/16; \quad c_3 = 0,008 \div 1/256. \quad (19)$$

Анализ результатов оптимизации приводов машин по обобщенным безразмерным параметрам. На рисунке 3 представлены динамические модели многочисленных механических и электромеханических систем машин с двумя, тремя и четырьмя степенями свободы с соотношением масс (моментов инерции) и жесткостей, равными единице. Надо отметить, что, независимо от численного и относительного значения масс и жесткостей, в таких динамических моделях машин всегда будет реализовываться идентичный переходной процесс. Одинаковыми будут и значения обобщенных параметров c_i . Так, для динамической модели, показанной на рисунке 3, к единичными значениями параметров

$$c_{12} = c_{23} = 1 \text{ и } J_1 = J_2 = J_3 = 1; \\ c_1 = \frac{c_{12}c_{23}(J_1 + J_2 + J_3)}{J_1J_2J_3 \left(c_{12} \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2} + c_{23} \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3} \right)^2} = \frac{1 \cdot 1(1+1+1)}{1 \cdot 1 \cdot 1 \left(1 \frac{1+1}{1 \cdot 1} + 1 \frac{1+1}{1 \cdot 1} \right)^2} \approx 0,187. \quad (20)$$

Со значениями параметров $c_{12} = c_{23} = 10^7$ Нм/рад, $J_1 = J_2 = J_3 = 10^4$ Нмс²

$$c_1 = \frac{10^7 \cdot 10^7(1+1+1) \cdot 10^4}{10^4 \cdot 10^4 \cdot 10^4 \left(10^7 \frac{10^4 + 10^4}{10^4 \cdot 10^4} + 10^7 \frac{10^4 + 10^4}{10^4 \cdot 10^4} \right)^2} \approx \frac{3}{16} \approx 0,187. \quad (21)$$

Анализируем динамические модели машин, показанные на рисунке 3, б и 3, в с точки зрения их динамичности. Эти динамические модели относятся к симметричным схемам с одинаковыми жесткостями. В варианте рисунок 3, б средняя масса на порядок меньше каждой из концевых, а в варианте рисунок 3, в – наоборот, средняя масса на порядок больше каждой из концевых.

Как видно из таблицы 1, вариант 4, значение обобщенного параметра для

динамической модели (рисунок 3,в) равно 0,248, т.е. близко к предельному значению границы обобщенного параметра $c_1 = 0,25$. В такой динамической модели развивается биение колебаний с высокими амплитудами. В динамической модели (рисунок 3,в), как видно из таблицы 1, вариант 12, $c_1 = 0,043$, что выходит за пределы нижней границы интервала оптимальных значений обобщенного параметра. Исходя из сказанного, можно сделать важный практический вывод о том, что симметричные динамические модели с большим соотношением масс (порядка 7-10 и выше) являются крайне неблагоприятными и их применение в машинах с высоким уровнем нагруженности недопустимо.

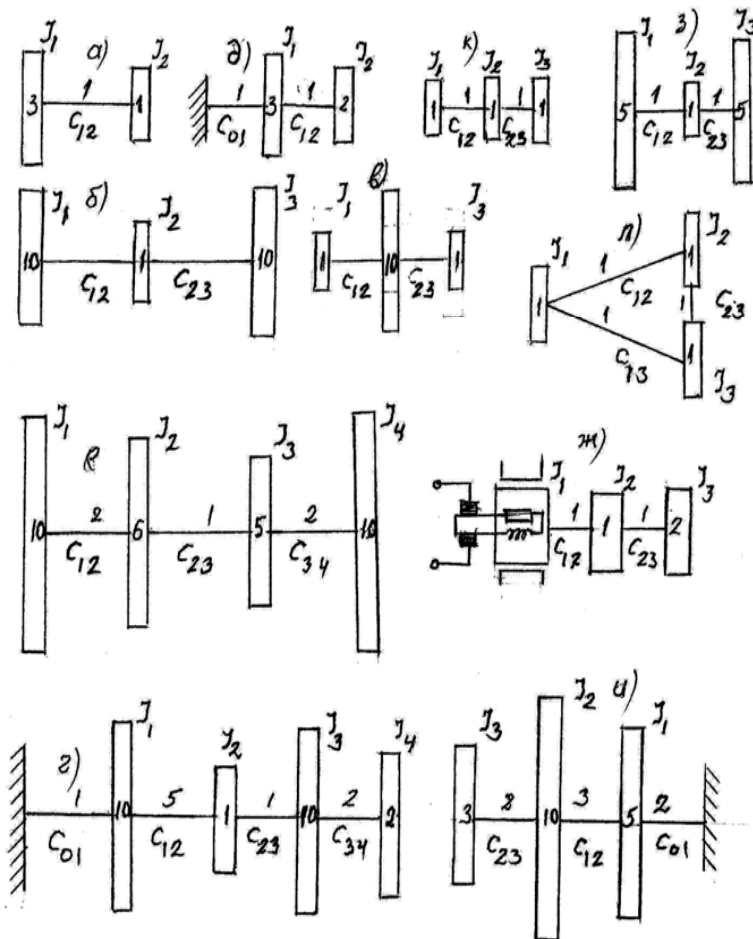


Рисунок 3 – Варианты размещения масс в динамической модели с двумя, тремя и четырьмя степенями свободы

Следует отметить, что схема расположения масс (моментов инерции) по схеме (рисунок 3,в) является оптимальной для вибрационных машин, так как обеспечивает устойчивые колебания с высокими амплитудами.

С уменьшением соотношения масс (моментов инерции) до 3-5 (рисунок 3) значение обобщенного параметра $c_1 = 0,110$ (таблица 1, вариант 10), динамические свойства динамической модели системы улучшаются, и машина становится оптимальной.

Судя по значениям обобщенных параметров динамических моделей с тремя степенями свободы, как видно из таблицы 1, наилучшим, с точки зрения снижения динамической нагруженности, следует считать варианты 4, 8, 12, 16, 20. Однако, практическая реализация динамических моделей, подобных вариантам 8, 12, 19, 20, требующих чрезмерного увеличения масс системы, неэкономична. Ни один конструктор не пойдет на многократное увеличение массы ради снижения динамичности системы. Здесь предпочтение следует отдать изменению жесткостных параметров, эффект воздействия которых, на динамичность машин, значительно выше по сравнению с влиянием вариации масс.

Таблица 1 – Значения обобщенных параметров для различных вариантов исполнения трехмассовых динамических моделей

Вариант	Безразмерный параметр					Обобщенный параметр, c_1
	J_1	J_2	J_3	c_{12}	c_{23}	
1	1	1	1	1	1	0,187
2	1	2	1	1	1	0,221
3	1	5	1	1	1	0,243
4	1	10	1	1	1	0,248
5	5	1	1	1	1	0,135
6	2	1	1	1	1	0,164
7	3	1	1	1	1	0,150
8	10	1	1	1	1	0,125
9	2	1	2	1	1	0,140
10	3	1	3	1	1	0,110
11	5	1	5	1	1	0,076
12	10	1	10	1	1	0,043
13	1	1	1	2	1	0,090
14	1	1	1	3	1	0,062
15	1	1	1	2	2	0,187
16	1	1	1	5	5	0,187
17	2	1	1	2	1	0,040
18	2	1	1	2	2	0,163
19	1	10	2	2	1	0,222
20	1	10	1	5	1	0,135

Сравнивая варианты 6 и 17 (таблица 2) видим, что, увеличение в последнем жесткость в 2 раза, значительно снижает значение обобщенного параметра c_1 , переводя его из неоптимальной области (в варианте 6 $c_1 = 0,164$, а в варианте 17 $c_1 = 0,040$) в оптимальную. Для достижения той же цели вариации

циями масс, пришлось бы значения двух концевых масс увеличить в 10 раз, как в варианте 8, где $c_1 = 0,043$, что невыгодно реализовать.

Расчет показывает, что, с целью получения оптимального значения параметра c_1 в варианте 6, необходимо лишь на 15% увеличить соотношение жесткостей. Для этого достаточно на 5% увеличить диаметр одного из водопроводов, или на 15% сократить его длину.

В таблице 2 также даны значения обобщенных параметров $c_i (i=1,2)$ для различных вариантов исполнения четырехмассовых динамических моделей. В вариантах 2, 13, 20 возможны биения колебаний, так как в этих вариантах значения $c_1 = 0,250; 0,268; 0,275$ близки к предельному значению границы ($c_1 = 0,250$).

Таблица 2 – Значения обобщенных параметров для различных вариантов исполнения четырехмассовых динамических моделей

Вариант	Безразмерный параметр							Обобщенный параметр	
	J_1	J_2	J_3	J_4	c_{12}	c_{23}	c_{32}	c_1	c_2
1	1	10	1	1	1	1	1	0,260	0,015
2	1	1	1	1	1	1	1	0,277	0,018
3	1	10	1	-	1	1	-	0,280	-
4	10	1	1	1	1	1	1	0,250	0,010
5	10	10	1	1	1	1	1	0,240	0,006
6	2	1	1	1	1	1	1	0,164	0,002
7	1	1	1	1	10	1	1	0,120	0,003
8	10	1	10	-	1	1	-	0,043	-
9	1	1	1	1	1	3	1	0,220	0,012
10	5	1	1	5	1	1	1	0,180	0,006
11	1	1	1	1	5	1	1	0,190	0,007
12	1	10	10	1	5	1	1	0,145	0,004
13	1	10	10	1	5	1	5	0,268	0,007
14	1	1	1	1	1	3	1	0,240	0,12
15	1	10	1	5	1	1	1	0,135	0,003
16	1	10	10	1	2	1	1	0,260	0,010
17	2	1	1	-	2	1	-	0,04	-
18	1	5	1	3	1	2	1	0,082	0,002
19	1	1	1	1	1	10	1	0,110	0,003
20	1	10	10	1	2	1	2	0,275	0,009

Увеличение соотношения жесткостей (варианты 14 и 19) переводит машину в область оптимальных обобщенных параметров, увеличение значения концевых масс (вариант 8) также улучшает динамические свойства машин.

В качестве примера приведем один пример, имеющий иллюстративный характер. В результате машинного решения уравнения движения трехмассовой динамической модели главной привода станка ЧПУ 16K20T1 и 1M63БФ30C1 с ОСУ (оперативной системой управления) на рисунке 4 и рисунке 5 построены кривые изменения упругих моментов M_{12} и M_{23} до и после оптимизации конструкции.

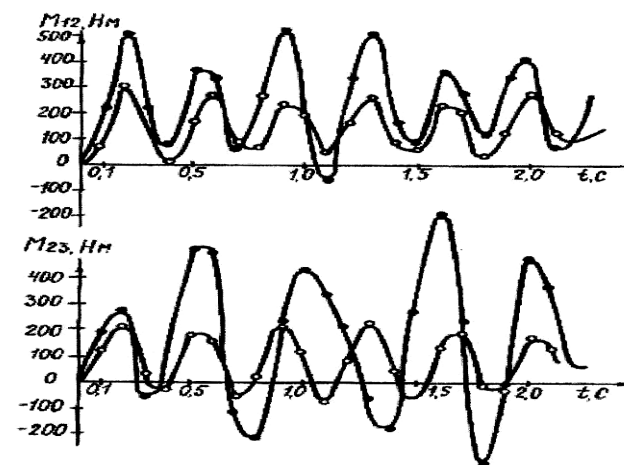


Рисунок 4 – Графики изменения моментов сил упругости главного привода станка с ЧПУ 16K20T1: —●— до оптимизации; —○— после оптимизации

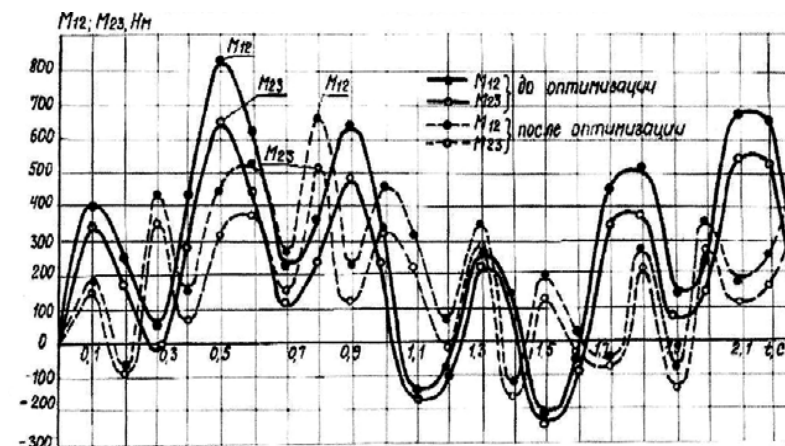


Рисунок 5 – Графики изменения моментов сил упругости главного привода станка 1M63БФ30C1 с ОСУ до и после оптимизации

В результате решения задачи оптимизации удалось улучшить качество приводов рассматриваемых станков по ряду критериев: динамические нагрузки в упругой системе приводов станков 16K20T1 и 1M63БФ30C1 с ОСУ уменьшены соответственно на 20-30% и 24-30%; веса оптимальных вариантов снижены на 20-35%; упругие перемещения (деформации) понижены соответственно до 32% и 40%; уменьшение коэффициентов динамичности достигнуто до 35%.

Выводы.

1. Предложена методика оптимизации динамических процессов машин в пространстве параметров электромеханических систем, которая позволяет при помощи несложных аналитических выражений установить связь между конструктивными параметрами и динамическими характеристиками проектируемой машины.

2. Решена конкретная задача поиска оптимальных конструктивных параметров приводов металлорежущих станков, результате чего удалось уменьшить в упругих системах станка с ЧПУ 16K20T1 и станка 1M63БФ30С1 с оперативной системой значение коэффициентов динамичности соответственно на 24 и 30%.

Список литературы: 1. *Адамия Р.Ш., Михайленко Ф.Ф.* Оптимизация динамических нагрузок в машинах. – Тбилиси: Изд-во "Мецниереба", 1989. – 180с. 2. *Самидов Х.С., Самидов Э.Х.* Динамика и оптимальное конструирование машин. – Баку: Изд-во "Нурлан", 2003. – 622с. 3. *Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф.* Оптимизация параметров динамической системы зубчатых передач металлорежущих станков // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – Харків, 2007. – №21. С.239–248. 4. *Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф.* Оптимизация электромеханических систем приводов машин по коэффициенту динамичности // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – Харків, 2008. – №28. – С.70–83. 5. *Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф.* Составление динамических моделей сложных зубчатых передач // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". – Харків, 2009. – №30. – С.126–145.

Поступила в редколлегию 27.04.10

УДК 621.833.24

А.В. САМОЙЛОВА, аспирант каф. ОПМ ДонНТУ, г. Донецк
В.П. ОНИЩЕНКО, д.т.н., профессор каф. ОПМ ДонНТУ

ОЦЕНКА ЖЕСТКОСТИ ЗУБЬЕВ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С КРУГОВЫМИ ДВОЯКОВЫПУКЛО-ВОГНУТЫМИ ЗУБЬЯМИ

В статті досліджено жорсткість конічних зубчастих передач з круговими двоопукло-ввігнутими зубцями. Визначено деформацію зубців у місці їх контакту за допомогою аналізу напружено-деформованого стану зубців шестірни та колеса методом кінцевих елементів. Обчислено питому жорсткість зубців колеса та шестірни, а також питому жорсткість зубчастої пари, зубці якої знаходяться у контакті. Визначено нормальну силу в зачепленні і контактні напруження з урахуванням фаз зачеплення.

The article investigates stiffness of bevel gearings with circular biconvex-concave teeth. The deformation of teeth in the contact place was calculated with the help of the analysis of gears teeth tension-deformed state by the method of final elements. Specific stiffness of pinion and wheel teeth and also specific stiffness of the gear pair, which teeth are in contact, is calculated. Normal force in the gearing and contact stress were defined considering the engagement phases.

Актуальность задачи. В последние годы с целью повышения несущей способности зубчатых передач применяют зубчатые передачи с двояковыпукловогнутыми зубьями (ДВВ) с кривизной по длине зуба и, в частности, конические передачи [1]. Конические колеса с ДВВ зубьями выгодно отличаются от конических прямозубых колес высокой нагрузочной способностью, большей плавностью зацепления и значительным снижением шума. Преимущество конических передач с ДВВ зубьями перед коническими колесами с круговым зубом заключается в том, что они имеют разную кривизну в двух направлениях (шестерня выполняется с двояковыпуклыми, а колесо с двояковогнутыми зубьями), вследствие чего уменьшаются контактные напряжения. В отличие от колес с зацеплением Новикова, в которых торцевой коэффициент перекрытия равен нулю, колеса с ДВВ зубьями имеют торцевой коэффициент перекрытия большой единицы. Недостатком этих колес является сложность нарезания зубьев.

Опыт эксплуатации показал, что конические обкатные колеса с круговыми ДВВ зубьями внешнего зацепления имеют высокую работоспособность. Однако, если расчету жесткости зубьев цилиндрических эвольвентных передач уделяется большое внимание [2, 3, 4], то в настоящее время данные по жесткости конических передач с круговыми ДВВ зубьями отсутствуют. Для исследования динамики зубчатых колес требуется оценить степень влияния формы профиля на жесткость контакта в зоне приложения нагрузки. Следовательно, исследование жесткости зубьев конических передач с круговыми ДВВ зубьями является актуальным.

Основное содержание работы. В общем случае, на положение точки контакта зубьев в неподвижной системе координат оказывает влияние целый ряд факторов, обусловленных упругой деформацией элементов зубчатого колеса. К основным таким факторам относятся: упругая деформация зубьев (изгибная и контактная), деформация зубчатого венца (вызывающая смещение основания зуба), прогиб валов, сближение тел качения подшипников, деформация корпуса привода машины [2].

В настоящей работе рассматривалось влияние на жесткость зацепления только упругой деформации зубьев и податливости зубчатого венца. Влияние остальных факторов на положение точки контакта считалось незначительным, что, однако, не исключает дальнейшего совершенствования разработанных методик расчета путем учета этих факторов.

Исследования жесткости зубьев проводились на базе анализа зацепления зубчатой передачи угольного комбайна 2РКУ10 производства Горловского машиностроительного завода (Донецкая обл., Украина). Параметры исследуемой передачи представлены в таблице.

Для моделирования напряженно-деформированного состояния зуба методом конечных элементов в настоящей работе была использована универсальная программная система конечно-элементного анализа ANSYS12. Конечно-элементные модели зубчатых колес исследуемой передачи, полученные в этой программе, представлены на рисунке 1.

Таблица – Основные параметры исследуемой зубчатой передачи

Параметр	шестерня	колесо
Средний нормальный модуль	13 мм	
Внешний окружной модуль	15,4647 мм	
Числа зубьев	13	24
Коэффициенты смещения исходного контура	0,55	0,95
Межосевой угол	90°	
Средняя арифметическая шероховатость	6,3 мкм	
Ширина зубчатого венца	70 мм	
Угловая скорость ведущего вала	27,69 рад/сек	
Вращающий момент на ведущем валу	10420 Н·м	
Удельная нагрузка по длине зуба	1866,9 Н/мм	
Материал и термическая обработка	Сталь 20Х2Н4А цементация, закалка 57÷63HRC ₃	
Предел текучести материала зубчатых колес	1080 МПа	

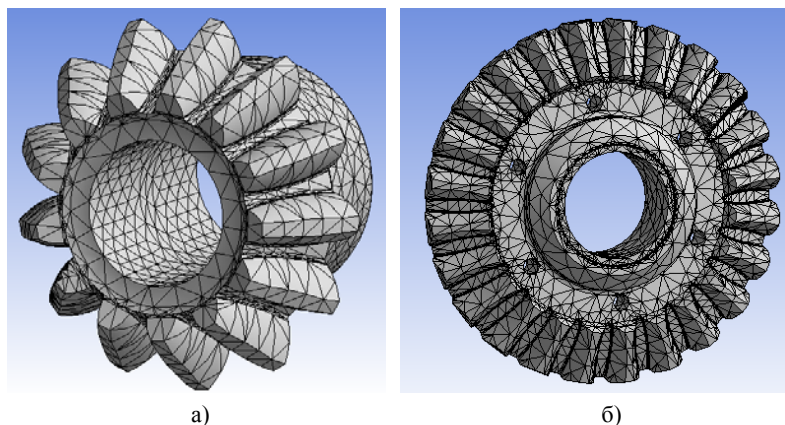


Рисунок 1 – Конечно-элементные модели шестерни – а) и колеса – б) для исследования напряженно-деформированного состояния зуба

Распределенная по длине зуба нагрузка прикладывалась по линии контакта. Было заложено 32 варианта нагружения, соответствующих последовательному приложению распределенной нагрузки по высоте зуба. Ширина каждого варианта нагружения соответствовала половине ширины герцовской полоски контакта зубьев. Пример определения полной деформации зубьев в месте контакта показан на рисунке 2.

Трехмерные графики распределения деформации по длине и высоте зуба шестерни и колеса (рисунок 3) были построены с помощью программы Table Curve. Из графика видно, что деформация в соответствующих точках на зубе шестерни в 1.5-2 раза меньше, чем на зубе колеса. Деформации в соответствующих точках на зубе шестерни одного порядка с деформациями зуба колеса.

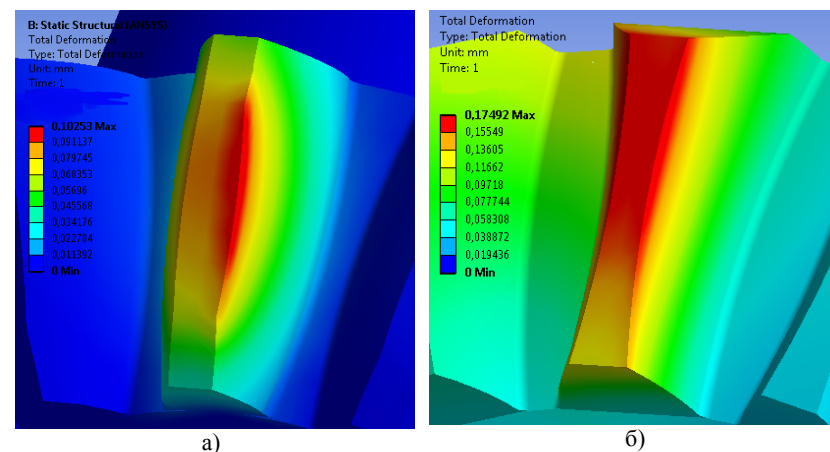


Рисунок 2 – Распределение деформации на зубьях шестерни – а) и колеса – б)

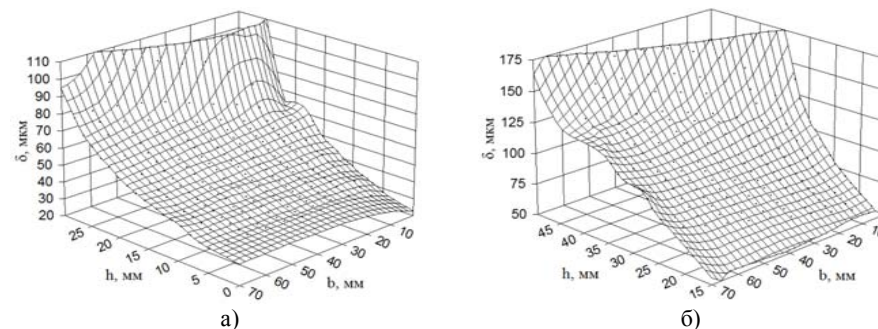


Рисунок 3 – Распределение деформации δ по длине зуба b и высоте зуба h для шестерни – а) и колеса – б).

Удельная жесткость зубчатого колеса (шестерни) определяется как отношение нормальной погонной нагрузки к полному перемещению точки ее приложения – то есть сумме изгибной деформации зуба колеса (шестерни) и контактной деформации (сближение центров кривизны) в зоне зацепления [3]

$$C_1 = \frac{q_1}{\delta_1}; \quad C_2 = \frac{q_2}{\delta_2}, \quad (1)$$

где C_1, C_2 – удельная жесткость зубьев шестерни и колеса, соответственно, кН/мм²; q_1, q_2 – нормальная погонная нагрузка на зуб шестерни и колеса, соответственно, кН/мм; δ_1, δ_2 – деформация зубьев шестерни и колеса в зоне их контакта, мм.

Удельная жесткость одной пары зубьев определяется по зависимости для последовательно соединенных упругих элементов (рисунок 4).

Пара I:

$$C_I = \frac{C_{1A} \cdot C_{2A}}{C_{1A} + C_{2A}}; \quad (2)$$

пара II:

$$C_{II} = \frac{C_{1B} \cdot C_{2B}}{C_{1B} + C_{2B}}. \quad (3)$$

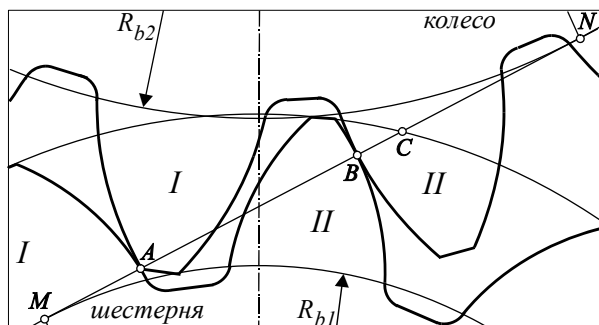


Рисунок 4 – Схема двухпарного зацепления зубьев

Удельная жесткость двух зацепляющихся пар зубьев определяется по схеме параллельного соединения упругих элементов:

$$C = C_I + C_{II}. \quad (4)$$

Из выражения (4) и равенства перемещений точек A и B следует, что полная сила в зацеплении зубьев равна сумме сил, передаваемых каждой парой зубьев:

$$F = F_I + F_{II}. \quad (5)$$

Полная сила в зонах двухпарного зацепления распределяется между парами зубьев прямо пропорционально их жесткости:

$$\frac{F_I}{F_{II}} = \frac{C_I}{C_{II}}. \quad (6)$$

Окончательно, из выражений (4), (5) и (6) значения составляющих полной силы F будут равны:

$$F_I = \frac{C_I}{C} F, \quad F_{II} = \frac{C_{II}}{C} F. \quad (7)$$

При определении контактных напряжений было принято следующее допущение. В плоскости, касательной к основному конусу, зуб имеет криволинейную форму, которая достигается при движении резцовой головки по окружности. Эта

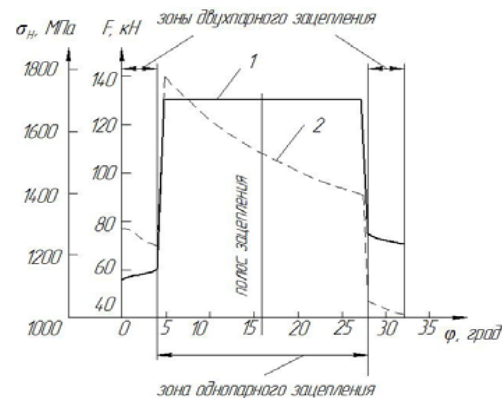


Рисунок 5 – График изменения нормальной силы (1) и контактных напряжений (2) в зацеплении двойковыпукло-вогнутых зубьев

$$\rho_r = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} - \text{приведенный радиус кривизны профилей зубьев в точке их}$$

контакта, мм; ρ_1 и ρ_2 – радиусы кривизны зуба шестерни и колеса соответственно, мм.

Результаты определения сил, действующих на зацепляющиеся зубья, и контактных напряжений в зоне их контакта для среднего по длине зуба сечения представлены на рисунке 5.

Выводы. Таким образом, предложенный подход позволяет учесть упругие характеристики зубьев зубчатой передачи, что обеспечивает большую степень приближения создаваемых моделей к реальным объектам. Полученные значения жесткости зацепления, нормальной силы и контактных напряжений являются одними из исходных параметров модели для исследования динамических процессов в зацеплении, а также модели изнашивания зубьев, учитывающей взаимовлияние параметров контакта на форму профиля зуба и формы зуба на параметры контакта в результате чего существенно повышается надежность расчетов зубчатых передач на прочность и долговечность.

Список литературы: 1. СТП 12.44.28.028-76 "Передачи зубчатые конические с круговыми двойковыпукло-вогнутыми зубьями". 2. Валентин Онищенко. Прогнозирование долговечности тяжело нагруженных зубчатых передач на основе моделирования износа зубьев. – Gliwice (Polska): Politechnika Śląska Z. 131 (1410) Mechanika, 1999. – 199с. 3. Кудрявцев В.Н. Зубчатые передачи. – М.: Машгиз, 1957. – 263с. 4. Mohamed Nizar Bettaieb, Mohamed Maatar, Chafik Karra. Bidimensional finite element analysis of spur gear: study of the mesh stiffness and stress at the level of the tooth foot // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. – Vol.33. – No.2, 2009. – Pp.175–187.

кривая является выпуклой для зуба шестерни и вогнутой для зуба колеса, но радиусы этих кривых одинаковы. На дополнительном конусе профили зубьев соответствуют эвольвентным профилям внешнего зацепления. На этом основании определение контактных напряжений в зацеплении производилось по формуле Герца:

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{q E_r}{\rho_r}}, \quad (8)$$

где E_r – приведенный модуль упругости (для стальных зубчатых колес $E_r = 203000 \text{ МПа}$);

В.Е. СПИЦЫН, к.т.н., главный конструктор ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект", г. Николаев

А.П. ПОПОВ, д.т.н., зав. каф. механики и конструирования машин НУК им. адм. Макарова, г. Николаев

А.И. МИРОНЕНКО, нач. отдела редукторов ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект"

В.Г. ВАНЦОВСКИЙ, нач. конструкторского отделения ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект"

А.А. ФИЛОНЕНКО, к.т.н., нач. конструкторского управления лидерных проектов ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект"

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ТОЧЕЧНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Представлено основные результаты расчета на контактную прочность традиционного линейного зубчатого зацепления и точкового контакта на примере действующего энергетического редуктора. Показано эффективность точкового зацепления после его испытаний в составе энергетического редуктора. Представлены варианты продавливания роликов с прямолинейным и точковым контактом на статических стендах.

The basic results of the contact strength calculation of the conventional linear gearing and the point contact are presented by the example of the running power reduction gear. The point gearing efficiency is shown after its tests as part of the power reduction gear. The variants of rollers' impression with the rectilinear and point contact on the static test beds are presented.

Актуальность задачи. На государственном предприятии "Научно-производственный комплекс газотурбостроения "Зоря"- "Машпроект" совместно с Национальным университетом кораблестроения начиная с 2007г. ведутся научно – исследовательские и опытно – конструкторские работы по созданию зубчатых передач с точечной системой зацепления зубьев. Начало работ в этом направлении было положено по инициативе доктора технических наук, профессора Национального университета кораблестроения А.П. Попова. Для установления действительных возможностей существующих эвольвентных зубчатых передач и выявления резервов повышения их эффективности была разработана методология теоретических исследований контактной прочности зубчатых передач с начальным линейным либо точечным контактом [1]. Данная методология позволяет решать контактные задачи применительно к любым зубчатым передачам с произвольной формой зубьев. На основании указанной методологии профессором Поповым А.П.:

- показано, что наиболее приемлемым начальным контактом эвольвентных зубьев является не линейный, а точечный контакт зубьев;
- разработаны основы контактной прочности зубьев;
- разработаны практические методы расчетов на контактную прочность эвольвентных зубчатых передач с точечной системой зацепления зубьев.

Анализ точечного контакта зубьев на примере действующего энергетического редуктора. В качестве объекта оценки эффективности точечного зацепления использовалась первая ступень энергетического редуктора. Редуктор – двухступенчатый, с внешним зацеплением зубьев и распределением мощности по трем потокам. На рисунке 1,а показана кинематическая схема, а на рисунке 1,б – общий вид редуктора.

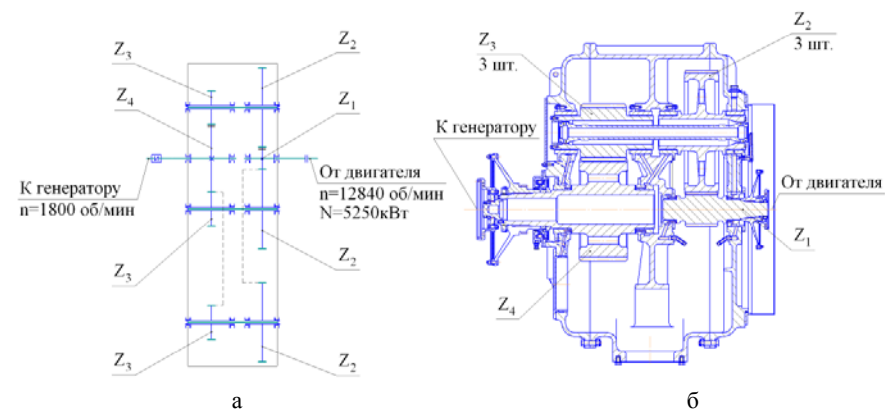


Рисунок 1 – Энергетический редуктор:
а – кинематическая схема; б – общий вид

Основные данные редуктора: $N=5250$ кВт; $n_1=12480$ об/мин; $n_4=1800$ об/мин; $z_1=33$; $z_2=127$; $m_{1,2}=4$ мм; $F_{n1}=2,1 \times 10^4$ Н; $\rho_1=22,576$ мм; $\rho_2=86,868$ мм; $\rho_{1,2} = 17,916$ мм; $b_{1,2} = 135$ мм; $\gamma = 0,8$; $E=2,1 \times 10^5$ МПа.

В ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект" в 2009г. изготовлены два указанных редуктора, в один из которых установлена штатная шестерня z_1 с прямолинейным зубом шириной $b_w=135$ мм (рисунок 2,а), а в другой редуктор установили опытную шестерню z_1 с профилно-продольной модификацией с шириной $b_w=77$ мм (рисунок 2, б). По расчетам согласно методологии [1] эти шестерни являются равнопрочными по контактным напряжениям.

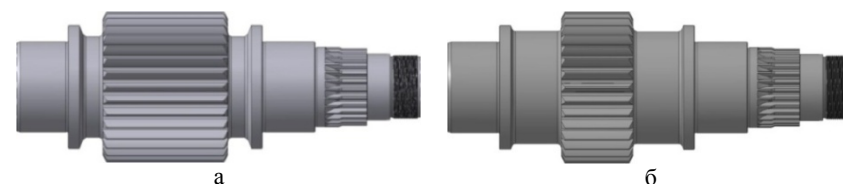


Рисунок 2 – Равнопрочные шестерни z_1 энергетического редуктора:
а – штатная шестерня; б – опытная шестерня

Опытная шестерня z_1 изготовлена на ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект", а шлифование боковых поверхностей зубьев с выполнением профилно-

продольной модификации выполнено на высокоточном шлифовальном станке "Pfauter-600" в ЗАО "Мотор-Сич" (Запорожье). Зуб опытной шестерни z_1 с кривизной боковых поверхностей показан на рисунке 3.

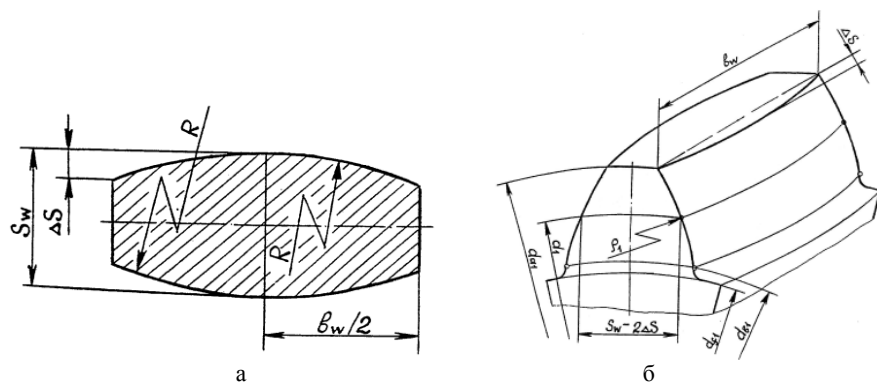


Рисунок 3 – Зуб опытной шестерни z_1 :
а – общий вид; б – сечение зуба

Геометрические параметры боковых поверхностей зуба следующие: $\Delta S=0,012$ мм, $R=61740$ мм, $\alpha=0,017$.

Сравнительный расчет контакта напряжений по формуле Герца [2] и методике [1] приведен в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнительный анализ контактных напряжений

Шестерня z_1	Ширина зубчатого венца, мм	Форма начального контакта	Контактные напряжения рабочей поверхности зуба, МПа	Расчетная формула контактных напряжений
Штатная, рисунок 2,а	135	линия	564,5	По Герцу $\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E F_H}{b_w \rho_H}}$
Опытная, рисунок 2,б	77	линия	746,76	По Герцу $\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{E F_H}{b_w \rho_H}}$
Опытная, рис. 2, б	77	точка	560,77	По [1] $\sigma_H = 0,88 \sqrt{\frac{E(\alpha + \gamma) E F_H}{\rho_H}}$

Из приведенных расчетов видно, что нагрузочная способность точечного зацепления при $b_w=77$ мм выше линейного зацепления при той же ширине зубчатого венца в 2,36 раза (без учета нелинейности между упругими перемещениями), в φ_H раз, а именно:

$$\varphi_H = \left(\frac{746,76}{560,77} \right)^2 = 2,36$$

При учете нелинейности между упругими перемещениями и напряжениями повышение нагрузочной способности составит [2]

$$\varphi_H = 2,36 \times 1,27 \approx 3 \text{ раз.}$$

При расчете контактного напряжения по Герцу для точечного зацепления опытной шестерни z_1 максимальное контактное напряжение $\sigma_H \approx 3000$ МПа, а

$$\text{коэффициент } \varphi_H = \left(\frac{3000}{560,77} \right)^2$$

Таким образом, если бы первая ступень энергетического редуктора была рассчитана по Герцу для точки, то в этом бы случае нагрузочная способность зацепления оказалась бы в 154 раза ниже нагрузочной способности линейного контакта. В этом бы случае зацепление было бы неработоспособным. Однако испытания опытной шестерни z_1 опровергли эти опасения, о чем речь пойдет далее.

Проверка эффективности точечного зацепления в действующем энергетическом редукторе и на статических стендах.

1. На специально созданном в ГП НПКГ "Зоря"- "Машпроект" стенде, работающего по методу замкнутого контура, прошли испытания два вышеуказанных редуктора, один из которых содержал штатную шестерню z_1 с прямолинейным зубом шириной $b_w=135$ мм, а другой редуктор – опытную шестерню z_1 с профилно-продольной модификацией при ширине зубчатого венца $b_w=77$ мм.

2. После испытаний двух редукторов на стенде замкнутого контура редуктор с опытной шестерней z_1 в комплекте со штатным газотурбинным двигателем (ГТД) установлен на другой полномерный стенд для испытания агрегата в целом с загрузкой от гидротормоза. Нарботка редуктора с опытной шестерней z_1 на всех режимах его работы на стенде замкнутого контура со штатным ГТД составила ≈ 55 часов. Число циклов нагружения опытной шестерни z_1 составило $\approx 1,15 \times 10^8$. Плановая разборка и дефектация редуктора с опытной шестерней показала следующие результаты:

- к внешнему виду опытной шестерни z_1 замечаний нет; неразрушающие методы контроля (люминесцентный, магнитный, цветная дефектоскопия) не показали дефектов на зубьях;
- зубья сопрягаемых с z_1 трех зубчатых колес z_2 также дефектов не имели;
- остальная материальная часть редуктора находилась в удовлетворительном состоянии.

3. С целью сравнения нагрузочной способности прямолинейного и точечного контактов зубьев созданы статические испытательные установки для определения и сравнения фактических площадей контакта под рабочими нагрузками штатного зацепления z_1-z_2 с прямолинейным контактом ($b_w=135$ мм)

и опытного зацепления z_1-z_2 с точечным контактом ($b_w=77$ мм).

3.1 Установка для продавки роликов и определения их фактических площадок контакта под рабочей нагрузкой показана на рисунке. 4

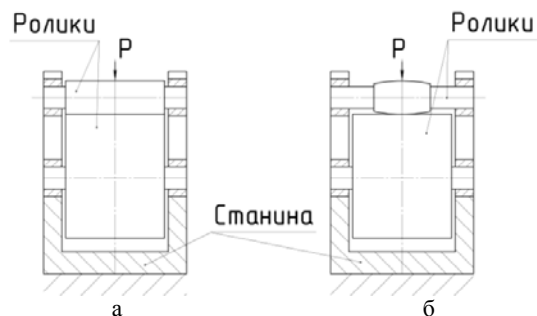


Рисунок 4 – Принципиальная схема установки продавки роликов:

а – продавка роликов, имитирующих штатное зацепление;
б – продавка роликов, имитирующих опытное зацепление

На установке продавливаются ролики, которые имитируют прямолинейный контакт штатного зацепления z_1-z_2 с шириной $b_w=135$ мм (рисунок 5,а) и точечный контакт опытного зацепления z_1-z_2 с шириной зубчатого венца $b_w=77$ мм (рисунок 5,б) под рабочей нагрузкой $F \leq 3 \times 10^4$ Н.

Установка имеет возможность продавливать ролики, как с параллельными, так и с перекрещивающимися осями с углом до 2° .

В настоящее время по специальной программе проходят испытания ролики на указанной установке. Результаты по роликам ожидаются в июле-августе 2010г.

3.2 Установка для определения фактических площадок контакта зубьев штатного прямолинейного зацепления z_1 и z_2 шириной венца $b_w=135$ мм и зацепления опытной шестерни z_1 с шириной венца $b_w=77$ мм со штатным зубчатым колесом z_2 под рабочей нагрузкой до 3000кГ (рисунок 5).

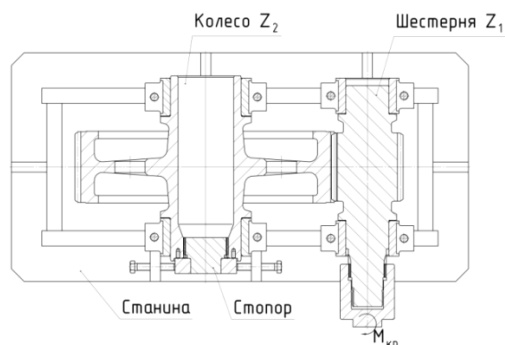


Рисунок 5 – Принципиальная схема установка статического нагружения шестерни z_1 и колеса z_2 первой ступени опытного энергетического редуктора

В настоящее время ведутся испытания на указанном статическом стенде и их результаты также ожидаются не позднее августа 2010г.

Для проверки достоверности результатов указанных в пунктах 3.1 и 3.2 экспериментов намечено выполнить расчет напряженного состояния роликов и зубьев при помощи программного комплекса ANSYS.

Выводы.

1. Согласно теоретическим исследованиям [1] и проведенным динамическим испытаниям редукторов для эвольвентных зубчатых передач с точечным зацеплением зубьев характерен ряд преимуществ по сравнению с традиционными передачами, которые заключаются в следующем:

- высокая нагрузочная способность по контактным напряжениям, превышающая таковую традиционных зубчатых передач с линейным контактом зубьев, примерно в 1,5...2,4 раза;
- плавность и маложумность зацепления зубьев, способствующие существенному улучшению виброакустических характеристик передач;
- стабилизация формы пятна контакта и избежание кромочного контакта зубьев;
- компенсация погрешностей сборки зубчатых колёс в собственных корпусах;
- компенсация ошибок изготовления зубьев и всевозможных упругих деформаций элементов редукторной передачи в эксплуатации;
- высокая нагрузочная способность рассматриваемых передач создает возможность перехода от косозубых и шевронных передач к прямозубым передачам с точечной и двухпарной системой зацепления эвольвентных зубьев, что является серьезным совершенствованием в области редукторостроения;
- при одинаковой нагрузочной способности зубчатых передач с точечной и линейной системой зацепления зубьев возможно одновременное снижение веса и габаритов рассматриваемых передач на 30%...50%.

2. Условность использования формулы Герца для расчета зубчатых колес ставит под сомнение целесообразность её экстраполяции на все случаи за пределами накопленного опыта её применения.

Список литературы: 1. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев, Изд-во НУК, 2008. – 580с. 2. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с.

Поступила в редколлегию 30.04.10

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси, г. Гомель

Н.Н. ИШИН, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси, г. Минск

А.М. ГОМАН, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси

В.Ф. ХИЖЕНОК, к.т.н., доцент ГГТУ им. П.О. Сухого, г. Гомель

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОЧНОСТИ ПЛАСТМАССОВЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С СИММЕТРИЧНЫМ И АСИММЕТРИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ ЗУБЬЕВ

На прикладі приводу пристроїв побутової техніки розглядається ефективність вживання пластмасових зубчатих коліс з асиметричним профілем зубців.

As an example of household appliance drive efficiency of using plastic gears with asymmetric teeth is considered.

Постановка задачи. Идея использования несимметричных профилей зубьев (далее – установившийся в практике термин "асимметричный профиль"), получила широкое применение в практике проектирования зубчатых передач. На первом этапе, аналогично расчету зубчатых колес с симметричным исходным контуром, рассчитываются параметры зацепления зубцов, на втором – обычно производится расчет параметров унифицированного производящего реечного контура для пары сопряженных колес. В отдельных случаях назначают параметры индивидуальных реечных контуров для каждого из колес передачи. Преимуществом зубчатых передач с асимметричным профилем зубьев является увеличение угла зацепления по рабочим профилям (за счет уменьшения угла зацепления по нерабочим профилям) и возможность существенного увеличения коэффициента перекрытия.

В настоящей работе, на примере трехступенчатого привода электромотора с пластмассовыми зубчатыми колесами, дается сравнительный анализ расчетных напряжений для колес с симметричным и асимметричным профилем зубьев.

Литературный обзор. Реализация концепции асимметричных зубьев достигается как применением специальных исходных контуров, так и посредством проектирования зубчатых передач в системе обобщающих параметров. Особенности проектирования и реализации передач с асимметричными зубьями посредством использования специальных исходных контуров рассматривались в работах [1-3]. В работе [1] предлагаются простейшие расчетные формулы для прямозубых колес, аналогичных используемым при расчете передач со стандартным исходным контуром по ГОСТ 16532, в работе [2] – рассматривается более общий случай – косозубые колеса и несимметричный профиль производящей рейки с модификациями головок зубьев прямой ли-

нией и дугой окружности. Приводятся формулы для расчета измерительных размеров – для контроля прямых зубьев кромочным зубомером – номинальных S_y и h_{ay} [1] и с учетом допусков [2]; размера по роликам – номинального [1] и с учетом вышеуказанных модификаций и допусков [2, 3].

Для передач с асимметричными зубьями предлагается обобщенный исходный контур (ОИК) [4, 5], причем это понятие в совокупности с тангенциальным смещением путем изменения толщины зубьев за счет ширины впадины и радиального смещения исходного контура, является предпосылкой для создания обобщенной теории (ОТ) геометрического расчета эвольвентных зубчатых передач, в которой совмещаются положения как традиционной теории (ТТ), так и теории обобщающих параметров (ТОП). Подтверждением концепции обобщенности предлагаемой теории является общность расчетных зависимостей, которые можно преобразовать в частном случае для расчета передач с равноделенным исходным контуром и симметричным профилем зуба по ГОСТ 16532.

Универсальность предлагаемого подхода реализуется за счет использования в ТОП неравноделенных исходных контуров с асимметричными профилями, причем геометрия передачи определяется восемью (в отличие от четырех в ТТ) независимыми параметрами, в результате чего появляется возможность формирования семи разновидностей зубчатых колес (двухсторонне смещенных с разным сочетанием радиального x и тангенциального x_t смещения, радиально и тангенциально смещенных с разным соотношением x и x_t , равными или не равными нулю). Из указанных колес можно синтезировать девять разновидностей передач (для каждого из вариантов $a_w=a$; $a_w>a$ и $a_w<a$ по три типа – без-, равно- и равновесно смещенные при $a_w=a$ и двухсторонне, радиально и тангенциально смещенные при $a_w\leq a$).

Как и для передач, спроектированных в системе обобщающих параметров, этот подход обеспечивает расширение области существования эвольвентного зацепления с повышением несущей способности передачи за счет реализации высоких показателей угла зацепления и коэффициента перекрытия.

При проектировании передач с асимметричным профилем зубьев в системе обобщающих параметров первоначально использовали способ представления несимметричных зубцов, составленных из двух половин симметричных зубцов, совмещенных по общей оси симметрии, при этом эффект асимметрии зацепления, как отмечается в работах [6-8] использовался не полностью (способ А). В работе [9] рассматривается другой способ формирования площадки на окружности вершин, при котором вводится понятие коэффициента асимметрии $k = d_b^* / d_b > 1$ (d_b^* – основной диаметр нерабочего профиля, d_b – то же рабочего профиля: $d_b^* > d_b$), и коэффициент рабочего участка начального шага $\kappa = (S_1 + S_2) / p_w$, показывающего, какая часть профилей контактирующих зубцов используется для передачи вращения. Для способа А $\kappa=0,5$ (при заостренных зубьях) и необходимая толщина зубьев на окружности вершин формируется полностью за счет нерабочих половин зубцов. В зацеплении,

построенном по способу Б, появляется возможность варьировать величиной коэффициента κ , который может быть больше или меньше 0,5, а в предельном случае, при заострении, можно получить κ , близкий к единице*. Показано [9], что возможны два варианта построения области существования передачи: при $\kappa, m_{a1,2}=\text{const}$ или при $\kappa, \kappa^*=\text{const}$ (κ^* – коэффициент нерабочего участка начального шага), причем в первом варианте заданы m_{a1} и m_{a2} , во втором – коэффициент суммарного относительного притупления зубцов $\kappa_a=1-(\kappa+\kappa^*)$, что позволяет варьировать величинами m_{a1} и m_{a2} , с целью, например, достижения равнопрочности на изгиб зубьев шестерни и колеса.

Развитие и обобщение разработанной Э.Б. Вулгаковым системы обобщающих параметров с выходом на современный уровень ее представления в виде компьютерных программ и организации процесса автоматизированного проектирования связано с именем его ученика и последователя А.Л. Капелевича, развивающего это направление под общим брендом "Direct Gear Design" [8].

В системе "Direct Gear Design" используется метод автоматизированного проектирования эвольвентной зубчатой передачи с оптимальными параметрами, отвечающим требованиям технического задания на проектирование, посредством представления области существования (зоны возможных конструкторских решений) передачи с асимметричным профилем зубьев в виде блокирующего контура в системе координат v_1 и v_2 . Зона существования строится для пары зубчатых колес с числами зубьев z_1 и z_2 , с заданными коэффициентом асимметрии k и коэффициентами толщины зуба на вершине $m_{a1} = m_w/d_{b1}$ и $m_{a2} = m_w/d_{b2}$.

После того как в системе "Direct Gear Design" полностью определены параметры профилей эвольвентных зубцов, производится оптимизация параметров переходной кривой (галтели), с использованием [10, 11]:

- стохастического (вероятностного) метода расположения точек галтели, обеспечивающего минимизацию изгибных напряжений;
- тригонометрических функций для аппроксимации галтели;
- метода конечных элементов для расчета напряжений.

Оптимизированная переходная кривая обеспечивает минимизацию радиального зазора, исключает интерференцию профилей, благодаря образованию максимальных радиусов кривизны на всей переходной кривой происходит распределение изгибных напряжений на большом участке переходной кривой, достигается существенное снижение концентрации напряжений.

В одной из последних версий "Direct Gear Design" [12] рассматривается вариант автоматизированного проектирования, в соответствии с которым, наряду с традиционным этапом – созданием области существования эвольвентного зацепления пары колес с числами зубьев z_1 и z_2 , относительной толщиной на вершине зубьев $m_{a1,2} = m/d_{b1,2}$ и коэффициентом асимметрии k , предусмотренный процесс предварительной оптимизации переходной галтели по эллипсу, в результате чего обеспечивается оперативный поиск приемлемого ва-

* Способ построения профилей защищен а.с. 1060839, Б.И. №46. 1983.

рианта передачи, для которой затем, по вышеописанной процедуре, производится окончательная оптимизация галтели.

Таким образом, оператор имеет возможность выбрать в пределах области существования передачи с заданными z_1 и z_2 , пару сопряженных зубчатых колес, с зубцами определенной геометрии, определить параметры зацепления, умножая единичные параметры из области существования на масштабный коэффициент (модуль или диаметральный питч), оценить соответствие качественных показателей и служебных свойств заданным параметрам проектирования, а затем рассчитать оптимальные параметры переходной кривой.

В результате реализации оптимального варианта передачи по системе "Direct Gear Design" (с асимметричными зубьями, коэффициентом перекрытия больше двух и оптимизированной по вышеуказанной схеме переходной кривой) существенно снижаются изгибные и контактные напряжения (таблица 1) [11].

Таблица 1 – Сравнение параметров передач, спроектированных по традиционной схеме и по системе "Direct Gear Design" ($m=3\text{мм}$; $z_1=27, z_2=49, \alpha_0=25^\circ; b_w=30\text{мм}; T_1=300\text{ Н}\cdot\text{м}$ [11])

Параметр	Исходный реальный контур с профильным углом $\alpha=25^\circ$ и полностью скругленной впадиной	Метод "Direct Gear Design", асимметричные зубья, коэффициент перекрытия больше двух
Рабочий угол зацепления α_w	25	24
Нерабочий угол зацепления α_w^*	25	16
Коэффициент перекрытия ε_α	1,5	2,05
Контактные напряжения σ_H , МПа	976	777
Разница %	-	-21
Изгибные напряжения σ_F , МПа	196*/198	130/128*
Разница %	-	-35

Примечание: * – над чертой – для шестерни, под чертой – для колеса

Алгоритм расчета передачи с асимметричными профилями зубьев.

Ниже дается краткое изложение алгоритма расчета зубчатой передачи с асимметричными зубьями по источнику [13].

Для рабочего профиля принимается больший угол давления, для нерабочего – меньший. Принимаются индексы: для рабочего профиля – d (по принятому индексу в англоязычной литературе – drive flank), для нерабочего – c (course flank).

Асимметричный эвольвентный зуб образуется двумя эвольвентами от различных основных окружностей d_{bc} и d_{bd} и ограничивается диаметром вершин d_a и переходной кривой, формируемой исходя из условия минимизации изгибных напряжений и приемлемого радиального зазора, рисунок 1:

$$v_d = \arccos(d_{bd}/d_\Delta), \quad v_c = \arccos(d_{bd}/d_\Delta). \quad (1)$$

Коэффициент асимметрии κ (для симметричных зубьев $\kappa=1$)

$$\kappa = d_{bc}/d_{bd} = \cos v_c / \cos v_d = \cos d_{bc} / \cos d_{bd}. \quad (2)$$

Профильные углы на диаметре d_a

$$d_{ad} = \arccos(d_{bd}/d_a), \quad d_{ac} = \arccos(d_{bc}/d_a). \quad (3)$$

Коэффициент толщины зубьев на вершине

$$m_a = S_a/d_{bd} = [\text{inv } v_d + \text{inv } v_c - \text{inv } d_{ad} - \text{inv } d_{ac}] / 2 \cos m_a. \quad (4)$$

Коэффициент m_a выбирают в пределах $(0,25 \dots 0,4)/z$. Увеличение m_a ведет к уменьшению коэффициента перекрытия. На рисунке 2 – схема зацепления зубчатых колес с асимметричными зубьями.

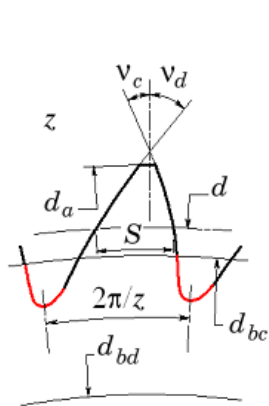


Рисунок 1 – Профиль асимметричного зуба в обобщающих параметрах [13]

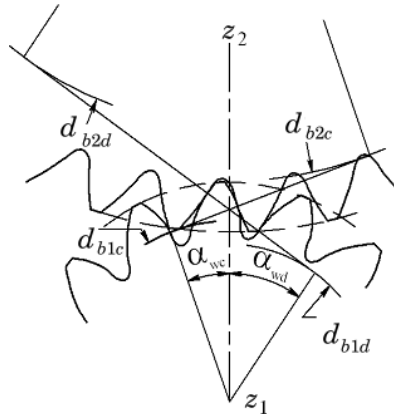


Рисунок 2 – Схема зацепления зубьев шестерни и колеса с асимметричными зубьями [13]

Углы зацепления α_{wd} и α_{wc} находят из (5) с учетом (2):

$$\text{inv } \alpha_{wd} + \text{inv } \alpha_{wc} = [\text{inv } v_{1d} + \text{inv } v_{1c} + u(\text{inv } v_{2d} + \text{inv } v_{2c}) - 2\pi/z_1](1+u). \quad (5)$$

Коэффициент перекрытия

– для рабочей стороны зуба

$$\varepsilon_{ad} = z_1 [\text{tg } \alpha_{a1d} + u \text{tg } \alpha_{a2d} - (1+u) \text{tg } \alpha_{wd}] / 2\pi; \quad (6)$$

– для нерабочей стороны зуба

$$\varepsilon_{ac} = z_1 [\text{tg } \alpha_{a1c} + u \text{tg } \alpha_{a2c} - (1+u) \text{tg } \alpha_d] / 2\pi. \quad (7)$$

Во избежание интерференции углы давления в нижних точках нерабочей стороны зуба (как наиболее чувствительные) должны быть больше или равны 0:

– для шестерни

$$\text{tg } \alpha_{p1c} = (1+u) \text{tg } \alpha_c - u \text{tg } \alpha_{p2c} > 0; \quad (8)$$

– для колеса

$$\text{tg } \alpha_{p2c} = (1+u) \text{tg } \alpha_c / u - \text{tg } \alpha_{a2c} / u > 0. \quad (9)$$

Углы давления в нижних точках контакта для рабочей стороны равны

$$\text{tg } \alpha_{p1d} = (1+u) \text{tg } \alpha_d - u \text{tg } \alpha_{p2d}; \quad \text{tg } \alpha_{p2d} = (1+u) \text{tg } \alpha_d / u - \text{tg } \alpha_{a2d} / u. \quad (10)$$

При синтезе передачи из колес с асимметричными зубьями и параметров производящей рейки исходными данными являются: числа зубьев пары колес z_1 и z_2 при наличии блокирующего контура и коэффициенты толщины зубьев на вершине S_{a1}^* и S_{a2}^* , которые можно взять как точку на блокирующем контуре. Координаты точки соответствующие передаче с углами рабочего профиля на диаметре вершин α_{a1d} и α_{a2d} и масштабный коэффициент, такой как модуль m_w или межосевое расстояние a_w , полностью описывают геометрию передачи.

При известных α_{a1d} и α_{a2d} остальные параметры рассчитывают: α_{a1c} , α_{a2c} , v_{1d} , v_{2d} , v_{1c} , v_{2c} по формулам (2) и (4), α_d и α_c – по (5), α_{p1c} , α_{p2c} , α_{p1d} , α_{p2d} – по формулам (2), (8) и (10).

При заданном модуле на начальной окружности m_w межосевое расстояние:

$$a_w = (z_1 + z_2) m_w / 2. \quad (11)$$

При заданном a_w рассчитывают модуль на начальной окружности m_w :

$$m_w = 2a_w / (z_1 + z_2). \quad (12)$$

Начальные диаметры

$$d_{w1} = m_w z_1; \quad d_{w2} = m_w z_2. \quad (13)$$

Основные диаметры

$$\begin{aligned} d_{b1d} &= d_{w1} \cos \alpha_{wd}; & d_{b2d} &= d_{w2} \cos \alpha_{wd}; \\ d_{b1c} &= d_{w1} \cos \alpha_c; & d_{b2c} &= d_{w2} \cos \alpha_c. \end{aligned} \quad (14)$$

Толщина зуба на начальном диаметре

$$\begin{aligned} S_{w1} &= d_{w1} (\text{inv } v_{1d} + \text{inv } v_{1c} - \text{inv } \alpha_{dw} - \text{inv } \alpha_{wc}) / 2; \\ S_{w2} &= d_{w2} (\text{inv } v_{2d} + \text{inv } v_{2c} - \text{inv } \alpha_{dw} - \text{inv } \alpha_{wc}) / 2. \end{aligned} \quad (15)$$

Если для данной пары колес нет блокирующего контура, необходимо принять в качестве исходных данных угол давления α_{wd} или коэффициент перекрытия ε_{ad} для рабочей стороны, а также назначить коэффициент $C_S = S_{w1}/S_{w2}$. Для предварительного расчета можно принять $C_S = u^{0,5}$ и уточнить S_{w1} и S_{w2} при оптимизации параметров производящей рейки (или реек). Тогда толщина зуба на начальном диаметре будет равна

$$S_{w1}=\pi m_w G_s/(C_S+1); \quad S_{w2}=\pi m_w/(C_S+1). \quad (16)$$

Если в качестве исходных данных выбран угол давления α_d , тогда углы $\nu_{1d}, \nu_{2d}, \nu_{1c}, \nu_{2c}$ можно рассчитать по (2) и (15) углы α_{a1d} и α_{a2d} – по (4). Если выбрано ε_{ad} , углы $\alpha_d, \alpha_c, \nu_{1d}, \nu_{2d}, \nu_{1c}, \nu_{2c}, \alpha_{a1d}, \alpha_{a2d}, \alpha_{a1c}, \alpha_{a2c}$ рассчитывают, решая совместно (2), (4), (6) и (15).

Производящая рейка формирует активную часть профиля зуба без подреза и с приемлемым радиальным зазором между окружностью впадин и окружностью вершин сопряженного колеса. Кроме того, форма переходной кривой должна обеспечивать необходимую изломную прочность и жесткость зубьев.

Величина углов профиля рейки α_{od} и α_{oc} и форма скругления вершины зуба являются предметами оптимизации. Цель оптимизации – обеспечить минимизацию изгибных напряжений и необходимую жесткость зубьев под нагрузкой.

Параметры производящей рейки для шестерни и колеса оптимизируются независимо и, как правило, они различны. В отдельных случаях возможно применение унифицированной производящей рейки, хотя это может привести к увеличению изгибных напряжений для одного из сопряженных колес. Чтобы оценить возможность применения унифицированной производящей рейки, рекомендуется сравнить изгибные напряжения, полученные при использовании унифицированной и индивидуальных для шестерни и колеса реек. Оптимизация производится с помощью процедуры, описанной ранее.

Методика сравнительного анализа. Расчеты на прочность передач с симметричными зубьями проводились по программе *GearPair* [14]. Определение расчетных напряжений по программе производится в соответствии с основными положениями стандарта ГОСТ 21354 расчета на прочность цилиндрических зубчатых передач. Допускаемые напряжения рассчитываются по пределам контактной выносливости σ_{Hlim} и выносливости при изгибе σ_{Flim} , данные о которых для основных полимерных материалов в зависимости от числа циклов перемены напряжений N_H и температуры боковой поверхности зуба t_H и ножки зуба t_F приведены в нормативном материале VDI 2545 [15].

Для оценки достоверности расчетов по программе *GearPair* параллельно проводились сравнительные расчеты на прочность по программе *KISSoft**).

Кроме того, по программе *GearPair* были проведены предварительные расчеты реальных передач с пластмассовыми зубчатыми колесами, данные о которых имеются в технической литературе [16-18].

Расчет прочности колес с асимметричными зубьями произведен А.Л. Капелевичем по программе *Direct Gear Design*. При этом, для получения максимально возможного выигрыша от использования асимметричных профилей зубьев были реализованы условия получения максимально возможного коэффициента перекрытия за счет допущения подреза нерабочей части профиля зуба при условии примерно равной прочности при изгибе зубьев шестерни и колеса.

*) Расчеты проведены В.В. Супиным.

Результаты расчета и их анализ. Первоначально были проведены расчеты реальных приводов по исходным данным из различных источников [15-18]. Результаты расчета по программе *GearPair* представлены в таблицах 2-4.

Таблица 2 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе *GearPair* (исходные данные – из источника [15])

Параметры	Значение параметра для примера								
	Пример 1		Пример 2		Пример 3		Пример 4		
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Модуль нормальный, m_n , мм	2		6		1		1		
Число зубьев, z	57	66	22	73	16	44	28	105	
Коэффициент смещения, x	0	0	0,195	0,280	0	0	0	0	
Рабочая ширина венца, b_{w2} , мм	13		73,4		7		5,5		
Межосевое расстояние, a_{w2} , мм	123,0		287,459		30		66,5		
Характеристика передачи	Частично открытая		Закрытая		Частично открытая		Частично открытая		
Характер смазывания (смазочный материал)	Консистентная смазка		Окунанием, жидкая смазка		Консистентная смазка		Консистентная смазка		
Материал зубчатых колес	Полиамид ПА6 с/н		Полиамид ПА6 с/н		Полиацеталь		Полиацеталь		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Передаваемая мощность, $P_{dвс}$, кВт	0,74		6,78		0,007		0,008		
Крутящий момент T , Нм	10,1	11,7	195	647,4	0,35	0,96	0,4	1,5	
Частота вращения, n , мин ⁻¹	700	605	332	100	190	70	190	50	
Окружная сила, F_t , Н	177,1		2954,5		44,0		28,7		
Окружная скорость, V_t , м/с	4,178		2,295		0,159		0,279		
Температура ножки зуба, T_F , °С	28	28	36	27	42	45	44	41	
Температура боковой поверхности зуба, T_{Fb} , °С	45	42	108	47	76	53	53	44	
Расчетный модуль упругости, E , МПа	2970	3108	842	2878	1938	2555	2555	2794	
Требуемый ресурс, L_h , ч	2380		1000		1000		8770 (~10 ⁸ циклов)		
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{HP}$	шестерня	14,4 < 29,4		13,5 < 37,7		21,9 < 39,4		13,8 < 28,9	
	колесо	14,4 < 30,3		13,5 < 51,6		21,9 < 48,7		13,8 < 36,7	
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{FP}$	шестерня	18,2 < 24,4		20,9 < 33,8		21,4 < 32,5		12,9 < 28,7	
	колесо	18,1 < 24,5		19,4 < 38,4		18,8 < 35,9		11,8 < 30,7	

Примечание: Температура ножки зуба t_F и температура боковой поверхности зуба t_H рассчитана по формулам работы [15].

Таблица 3 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе GearPair (исходные данные – из источника [16]:

$m=2,5\text{мм}$; $a_n=75\text{мм}$; $b_n=12\text{мм}$; материал – полиацеталь, $E=2900\text{МПа}$; $P=1,0\text{кВт}$; $T_1=6,4\text{Н·м}$; $n=1500$;

$L_k=1104$; $t_H=t_F=40^\circ\text{C}$, тип смазывания – окуномием, смазочный материал – масло "индустриальное")

Параметры	Значение параметра для примера					
	Пример 1		Пример 2		Пример 3	
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
Число зубьев, z	24	36	22	34	23	34
Коэффициент смещения, x	0	0	1,07	1,085	-0,2	1,461
Коэффициент перекрытия, ε_α	1,647		1,078		1,349	
Окружная сила, F_t , Н	216,5		236,4		226,1	
Окружная скорость, V_t , м/с	4,7		4,3		4,5	
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{HP}$	шестерня	22,7 < 41,1	28,1 < 41,1		24,7 < 41,1	
	колесо	22,7 < 43,7	28,1 < 43,7		24,7 < 43,7	
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{FP}$	шестерня	22,9 < 30,5	25,9 < 30,5		29,4 < 30,5	
	колесо	21,8 < 31,3	29,2 < 31,3		22,2 < 31,3	

Примечание: Коэффициент безопасности $S_{H1}=1,5$; $S_{F1}=1,8$.

Таблица 4 – Примеры расчета на прочность зубчатых передач с пластмассовыми колесами по программе GearPair (исходные данные – из источников [17, 18])

Параметры	Значение параметра для примера					
	Пример 1		Пример 2		Пример 3	
	шестерня	колесо	шестерня	колесо	шестерня	колесо
Модуль нормальный, m_n , мм	0,8		1,0		1,5	
Число зубьев, z	17	68	22	43	43	61
Коэффициент смещения, x	0	-0,224	0	0	0	0
Рабочая ширина венца, b_w , мм	6,0		7,5		7,5	
Межосевое расстояние, a_w , мм	36,0		32,5		78,0	
Характеристика передачи	Частично открытая		Открытая		Открытая	
Характер смазывания (смазочный материал)	Консистентная смазка		Несмазываемая		Несмазываемая	
Материал зубчатых колес	Полиамид ПА6	Полиамид ПА6	Полиацеталь	Полиамид ПА6	Полиацеталь	Полиацеталь
Передаваемая мощность, $P_{ов}$, Вт	47		60		66	
Крутящий момент T , Нмм	150	600	528	1032	1290	1830
Частота вращения, n , мин ⁻¹	3000	750	2120	1085	490	345
Окружная сила, F_t , Н	20,7		48		40	
Окружная скорость, V_t , м/с	2,27		1,25		1,16	
Температура ножки зуба, t_F , °C	28,6		30,3		31,5	
Температура боковой поверхности зуба, t_H , °C	73,5		62,9		42,0	
Расчетный модуль упругости, E , МПа	2030		2070	3150	2250	
Требуемый ресурс, L_h	55		80		350	
Выполнение условий $\sigma_H < \sigma_{HP}$	шестерня	11,7 < 40,3	18,4 < 31,2		12,4 < 24,5	
	колесо	11,7 < 49,9	18,4 < 35,9		12,4 < 25,9	
Выполнение условий $\sigma_F < \sigma_{FP}$	шестерня	9,4 < 30,3	20,7 < 20,6		9,9 < 21,9	
	колесо	10,1 < 35,7	12,2 < 21,8		9,7 < 22,5	

Примечание: Температура ножки зуба t_H и температура боковой поверхности зуба t_F приняты по данным первоисточника.

Из приведенных результатов сравнения действующих и допускаемых напряжений видно, что выполняются оба условия прочности $\sigma_H < \sigma_{HP}$ и $\sigma_F < \sigma_{FP}$. Таким образом, можно утверждать, что концентрация, принятая при формировании автоматизированной программы GearPair проектирования передач с пластмассовыми зубчатыми колесами, апробированная на расчетах реальных приводов, достаточно адекватно отражает соотношение между действующими (расчетными) и допускаемыми напряжениями.

Затем были проведены сравнительные расчеты передач с симметричными (по программе GearPair) и асимметричными (по программе Direct Gear Design) зубьями (таблицы 5 и 6).

Таблица 5 – Геометрические параметры передач с симметричным профилем зуба ($P_{ов}=180\text{Вт}$; $n_{ов}=12000\text{мин}^{-1}$)

Параметры	Значение параметра для передачи					
	1		2		3	
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо
Модуль m , мм	0,8		1,0		1,5	
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57
Коэффициент смещения x	0,4	0	0,7	-0,15	0,45	-0,45
Межосевое расстояние a_w , мм	25,50649		39,52454		51,0	
Ширина венца b_w , мм	15		14		21	
Передаточное отношение i	3,846154		5,0		5,181818	
Начальный диаметр d_w , мм	10,5265	40,4865	13,1748	65,8742	16,50	85,50
Угол зацепления α_w , °	21,813		21,9942		20	
Коэффициент перекрытия, ε_α	1,435		1,343		1,447	
Диаметр окружности вершин d_a , мм	12,613	41,573	16,349	66,649	20,85	87,15
Диаметр окружности впадин d_f , мм	9,040	38,0	11,9	62,2	14,1	80,4
Высота зуба h , мм	1,7865	1,7865	2,2245	2,2245	3,375	3,375
Коэффициент высоты зуба h^* , мм	2,233	2,233	2,2245	2,2245	2,25	2,25
Основной диаметр d_b , мм	9,7728	37,5877	12,2160	61,080	15,5049	80,3437
Толщина зуба на окружности вершин S_a , мм	0,335	0,633	0,203	0,829	0,432	1,247
Толщина зуба на начальном диаметре S_w , мм	1,459	1,084	2,041	1,143	2,848	1,865
Коэффициент $C_S=S_{w1}/S_{w2}$	1,35		1,79		1,53	
Размер по роликам M , мм	12,836	42,156	17,786	69,233	22,368	90,029
Диаметр измерительного ролика D , мм	1,441		2,311		3,177	

Таблица 6 – Геометрические параметры передач с асимметричным профилем зуба ($P_{об}=180\text{Вт}$; $n_{об}=12000\text{мин}^{-1}$)

Параметры	Значение параметра для передачи					
	1		2		3	
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57
Межосевое расстояние a_{w2} , мм	25,50649		39,52454		51,0	
Ширина венца b_{w2} , мм	15		14		21	
Передаточное отношение i	3,846154		5,0		5,181818	
Модуль на окружности обката m_{w2} , мм	0,80973		1,01345		1,500	
Диаметр окружности обката d_{w2} , мм	10,526	40,485	13,176	65,878	16,500	85,500
Рабочий угол зацепления α_{wd} , °	23		23		25	
Нерабочий угол зацепления α_{wc} , °	15		15		16	
Рабочий коэффициент перекрытия ϵ_{ad}	1,695		1,791		1,723	
Нерабочий коэффициент перекрытия ϵ_{ac}	1,387 (с учетом подреза)		1,474 (с учетом подреза)		1,342	
Диаметр окружности вершин зубьев d_a , мм	12,885	42,194	16,440	67,972	21,257	88,658
Диаметр окружности впадин d_f , мм	8,718	38,003	10,984	62,488	13,229	80,603
Высота зуба h , мм	2,084	2,073	2,728	2,742	4,014	4,028
Коэффициент высоты зуба h^* , мм	2,6044	2,5913	2,728	2,742	2,676	2,685
Рабочий основной диаметр d_{bd} , мм	9,689	37,267	12,128	60,641	14,954	77,489
Нерабочий основной диаметр d_{bc} , мм	10,167	39,106	12,7266	63,6328	15,861	82,188
Рабочий диаметр граничных точек, мм	9,690	39,021	12,1376	63,8253	14,957	82,427
Нерабочий диаметр граничных точек, мм	10,210	39,483	12,7827	64,4448	15,970	83,386
Толщина зуба на окружности обката S_w , мм	1,546	0,998	2,0668	1,1172	3,087	1,625
Коэффициент $C_S = S_{w1}/S_{w2}$	1,55		1,85		1,90	
Толщина зуба на окружности вершин зубьев S_a , мм	0,32	0,32	0,30	0,30	0,30	0,30
Радиус при вершине зуба R_a , мм	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12
Размер по роликам M_r , мм	14,580	45,362	19,497	73,68354	24,942	95,891
Диаметр измерительного ролика D_p , мм	1,441		2,311		3,177	

Анализ данных, приведенных в таблицах 5, 6, показывает, что повышенная несущая способность передач с асимметричными зубьями достигается благодаря более высоким значениям угла зацепления ($\alpha_{wd}=23^\circ$ и 25° по сравнению с $\alpha_w \approx 21,8^\circ$ и 22° для симметричных зубьев); повышенным коэффициентам перекрытия ($\epsilon_{ad} \approx 1,34 \dots 1,45$ для симметричных зубьев и $\epsilon_{ad} \approx 1,7 \dots 1,8$ для асимметричных зубьев); за счет рационального соотношения толщины зубьев шестерни и колеса ($c_s \sim 1,55 \dots 1,9$ для асимметричных зубьев против $c_s \sim 1,35 \dots 1,79$ для симметричных) выравнивается их несущая способность; гарантированно исключается заострение зубьев, так как коэффициент $m_{a1,2}$ задается изначально; за счет приемлемой, с точки зрения прочности, величины подреза нерабочего профиля зуба достигается возможность улучшения в целом основных геометрических параметров передачи.

Снижение концентрации напряжений у корня зуба, определяемой переходной кривой, достигается оптимизацией ее формы по процедуре, описанной ранее, причем в целом указанные преимущества асимметричных зубьев в сочетании с оптимизацией формы переходной кривой приводят к существенному снижению действующих напряжений изгиба и возможности спроектировать практически равнопрочную пару зубчатых колес (таблица 7).

Таблица 7 – Сравнительные данные о прочности пластмассовых зубчатых колес с симметричным и асимметричным профилем зубьев (материал зубчатых колес – полиамид стеклонаполненный ПА6+30% СВ, требуемый ресурс – $L_h=500\text{ч}$)

Наименование и обозначение параметра	Численное значение параметра для ступени редуктора						
	1		2		3		
	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	Шестерня	Колесо	
Нормальный модуль, m_n , мм	0,8		1,0		1,5		
Число зубьев z	13	50	13	65	11	57	
Начальный диаметр d_w , мм	10,526	40,487	13,175	65,874	16,5	85,5	
Рабочая ширина венца b_{w2} , мм	15		14		21		
Частота вращения, n , мин^{-1}	12000	3112	3112	624	624	120	
Крутящий момент, T , нм	0,140	0,539	0,539	2,695	2,695	13,965	
Окружная сила, F_t , Н	26,9		82,9		326,5		
Окружная скорость, V_t , м/с	6,535		2,118		0,539		
Напряжение изгиба в опасном сечении, σ_F , МПа	σ_F^{*1}	8,8	9,2	18,8	24,05	33,0	36,8
	σ_F^{**}	5,6	5,8	13,3	16,5	25,4	28,2
Снижение напряжений изгиба для зубчатых колес с асимметричным профилем, %	57,1	58,6	41,4	45,8	29,9	30,5	

Примечание: *1 Расчет по программе GearPair; ** Расчет по программе Direct Gear Design.

Заключение. Анализ литературных источников показывает, что эволюционные зубчатые передачи обладают определенным резервом несущей способности, который может быть реализован посредством выбора рациональ-

ных геометрических параметров зацепления, причем этот выбор может быть осуществлен как на этапе проектирования непосредственно передачи в параметрах, не связанных с исходным контуром, так и назначением соответствующих параметров исходного контура. Из результатов расчета прочности зубчатых передач по разным литературным источникам получено подтверждение достоверности расчетов передач с пластмассовыми зубчатыми колесами по программе *GearPair*. На примере трехступенчатого привода электромясорубки, который оснащен пластмассовыми зубчатыми колесами из стеклонаполненного полиамида, показана возможность существенного улучшения служебных свойств привода при использовании асимметричного профиля зуба.

Благодарность. Авторы выражают благодарность А.Л. Капелевичу за проведение прочностных расчетов зубчатых передач с асимметричными зубьями трех ступеней по расчетной программе *Direct Gear Design* и В.В. Супину за оценку прочности зубчатых передач с симметричными зубьями по расчетной программе *KISSoft*.

Список литературы: 1. Болотовский И.А., Васильева О.Ф., Котельников В.П. Эвольвентные зубчатые колеса с несимметричными зубьями // Вестник машиностроения. – 1984. – № 4. – С.15–17. 2. Андожский В.Д., Рогачевский Н.И. Эвольвентные зубчатые колеса с несимметричным профилем зубьев // Вестник машиностроения – 1988. – №10. – С.32–34. 3. Рогачевский Н.И. Размер по роликам (шарикам) зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение – 1983. – №5. – С.35–38. 4. Алишев О., Антонов С. Обобщен зиходен контур в теорията на еволвентното зацепване // Механика на машините. – Варна, 2005. – №69. 5. Алишев О.Л. Геометрический расчет эвольвентных передач обобщенного исходного контура // Теория механизмов и машин – 2008. – Т.6. – №2. – С.60–73. 6. Вулгаков Э.Б., Ривкин Г.В. Проектирование зубчатых колес с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение. – 1976. – №5. – С.35–39. 7. Вулгаков Э.Б., Ривкин Г.В. Обобщенная область существования эвольвентного зубчатого зацепления с несимметричным профилем зубьев // Машиноведение – 1980. – №1. – С.55–59. 8. Вулгаков Э.Б., Капелевич А.Л. Возможности несимметричных зубчатых передач // Вестник машиностроения – 1986. – №4. – С.14–16. 9. Капелевич А.Л. Синтез несимметричного эвольвентного зацепления // Машиноведение – 1987. – №1. – С.55–59. 10. Kapelevich A.L., Shekhtman Y.V. Direct Gear Design: Bending Stress Minimization, Gear Technology – September/October 2003. – P.44–47. 11. Kapelevich A. Gear Design: Breaking the status quo. Traditional gear design limits the performance of mechanical drives // Machine Design – 2007, May 10. – Pp.89–93. 12. Kapelevich A., Shekhtman Yu. Area of existence of involute gears // Proceedings of the 3rd International Conference "Power Transmissions'09". Editor: Athanassios Mihailidis. – Pallini Beach Hotel, Kallithea, Greece, 1–2 Oktober, 2009. – P.3–8. 13. Kapelevich A. Direct Design of Asymmetric Gears: Approach and Application // Proceedings of MPT 2009 – Sendai, May 13–15, 2009, Matsushima Isles Resort, Japan. – 5p. 14. Старжинский В.Е., Гоман А.М., Хиженок В.Ф., Петроковец Е.М. Зубчатые передачи с пластмассовыми колесами: программа автоматизированного проектирования // Вестник национального технического университета "ХПИ". Сборник научных трудов. – Харьков, 2009. – Т.20. – С.145–159. 15. VDI 2545. Zahnräder aus thermoplastischen Kunststoffen. 16. Старжинский В.Е. Теоретическое и экспериментальное исследование цилиндрической эвольвентной металлополимерной зубчатой передачи с литыми колесами из полиформальдегида: Автореф. дис... канд. техн. наук – Рига, 1967. 17. Krause W. Plastzahnäder. – Veb Verlag Technik, Berlin. 1985. – 159s. 18. Пластмассовые зубчатые колеса в механизмах приборов / Под общ. ред. В.Е. Старжинского и Е.В. Шалобаева – Санкт-Петербург-Гомель: ИММС НАН Б, 1998. – 538с.

Поступила в редколлегию 08.04.10

УДК 621.833.7

Я.А. СТЕЦЕНКО, асп. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ", г. Харьков
А.Г. НАРЫЖНЫЙ, к.т.н., доц. каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ"

МОДЕЛИРОВАНИЕ СБОРКИ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Розглянуто моделювання зборки хвильової зубчатої передачі (ХЗП), зокрема деформація гнучкого колеса, генератора хвиль та взаємодія зубців гнучкого та жорсткого коліс. Поставлені задачі та запропонована методика дослідження процесу за допомогою скінчено-елементного аналізу. Приведені результати моделювання та висновки.

Modeling of harmonic drive gear assemble is considered, specifically flexible spline and wave generator deformation and interaction of flexible and circular splines' teeth. Tasks are assigned and a method is proposed to examine the process with the help of finite-element analysis. The results of modeling and conclusions are adduced.

Введение. Волновые зубчатые передачи (ВЗП) широко применяют в различных областях аэрокосмической техники. Это связано с преимуществами, которые получают благодаря таким механизмам. Объекты аэрокосмической техники часто работают в критических условиях, что выдвигает высокие требования в отношении их нагрузочной способности, КПД, точности передачи движения и долговечности элементов этих систем. Как известно, при своей компактности и малом весе ВЗП позволяют получить большое передаточное отношение, обеспечить высокую точность позиционирования и увеличить срок службы механизма. ВЗП применяют в приводах управления механизацией крыла, в механизмах движения солнечных батарей ИСЗ, в орбитальных телескопах, системах позиционирования наземных устройств (пусковые ракетные установки, тяжелые антенны, телескопы) и др. ВЗП были применены в ходовой части Лунохода и далее применяются в планетоходах.

В современных условиях актуальной является задача моделирования процессов, происходящих в ВЗП, в частности, моделирование ее сборки, нормального и предельного режимов работы с целью выявления критических напряжений в деталях передачи и анализа процессов их взаимодействия. В дальнейшем это позволит улучшить методики сборки ВЗП, оптимизировать ее параметры, а также уточнить способы расчета передачи.

Формулирование задачи. Процесс сборки ВЗП позволяет привести отдельные части передачи в рабочее состояние и получить функционирующий механизм. Отличительной чертой процесса является то, что гибкое колесо подвергается начальной деформации и после сборки приобретает начальные напряжения. То же самое касается генератора волн. Моделирование сборки позволяет выявить наиболее критические и важные явления с точки зрения точности и работоспособности передачи, а также проанализировать их и устранить

негативные факторы, приводящие к ухудшению рабочих характеристик ВЗП. Начальный этап моделирование – это создание геометрической интерпретации механизма. Соответствие геометрического моделирования реальным параметрам в большой степени определяет достоверность результатов конечно-элементного анализа. Таким образом, можно выделить задачи исследования: 1) создание геометрической модели ВЗП максимально соответствующей реальным параметрам; 2) моделирование процесса сборки передачи с помощью метода конечных элементов; 3) анализ полученных результатов.

В настоящее время известны публикации, касающиеся данной темы [1-4] однако они не связаны в полной мере с вопросом геометрического моделирования ВЗП, а также с механико-математическим моделированием процессов, протекающих при сборке ВЗП.

Решение задачи. Геометрическая модель ВЗП включает в себя основные элементы конструкции передачи, передающие ее базовые геометрические характеристики. Все детали расположены в положении, соответствующем началу процесса сборки. Сюда входит гибкое и жесткое колеса, генератор волн и элементы, позволяющие придать гибкому колесу начальную деформацию для того, чтобы установить генератор волн (рис. 1). Также геометрическое моделирование включает назначение связей между элементами введение ограничений и перемещений.

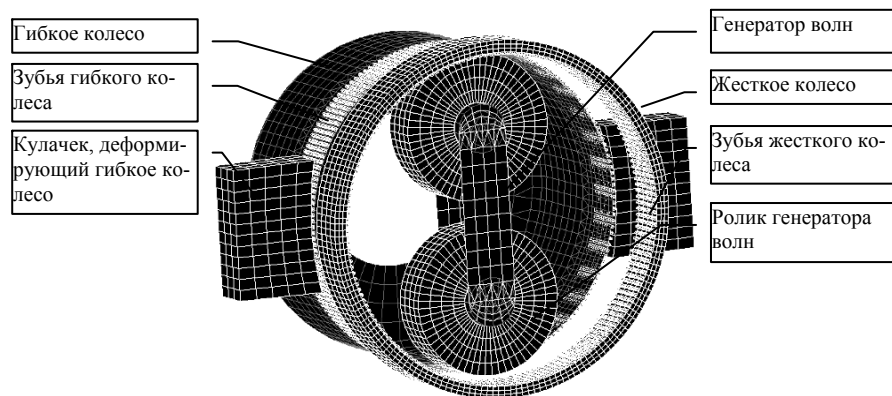


Рисунок 1 – Геометрическая модель ВЗП перед началом сборки

Сборки ВЗП включает в себя следующие этапы: 1) сжатие гибкого колеса с помощью кулачков и придание ему формы, необходимой для установки генератора волн; 2) установка генератора волн и придание гибкому колесу его естественной формы под действием сил упругости и сил реакции со стороны генератора (рисунок 2); 3) установка жесткого колеса. [5] Сборка ВЗП является предварительным шагом, который в дальнейшем позволит провести моделирование нормального и предельного режимов работы передачи.

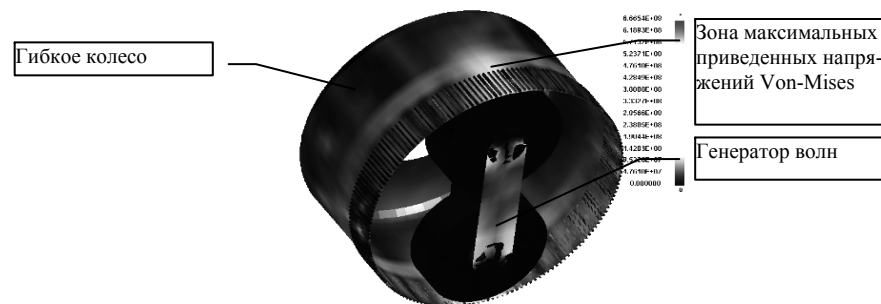


Рисунок 2 – Гибкое колесо ВЗП с установленным генератором волн

Как показало моделирование, в процессе сборки наиболее требовательным к точности геометрических параметров является этап установки жесткого колеса. При формировании зацепления между зубьями в области волн на гибком колесе возможны множественные интерференции и деформации (рисунок 3).

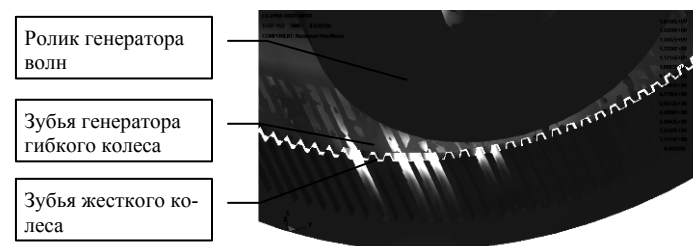


Рисунок 3 – Множественные напряжения в зубьях при установке жесткого колеса

Для предотвращения этих деформаций было предложено воспользоваться зубьями, которые со стороны, где происходит взаимодействие с другими зубьями, имели фаски, что позволяет обеспечить позиционирование зубьев в зацеплении без значительных деформаций.

Полученное моделирование процесса сборки ВЗП позволило получить модель передачи в собранном состоянии (рисунок 4) и проводить дальнейшие исследования по расчету механизма в различных режимах работы средствами конечно-элементного анализа.

Детали ВЗП в собранном состоянии имеют начальные напряжения, часть из которых обусловлена конструкцией передачи, а часть – неточностью геометрических параметров. Второе следует свести к минимуму, что также является актуальной задачей.

Выводы. На основании исследований получена методика моделирования процесса сборки ВЗП. Определено, что при сборке ВЗП возникают начальные напряжения, часть из которых можно минимизировать. Установка

жесткого колеса может привести к значительным деформациям зубьев, что можно предотвратить путем выполнения фаски на зубьях со стороны контакта. Изложенная методика позволяет осуществить механико-математическое моделирование процесса сборки ВЗП.

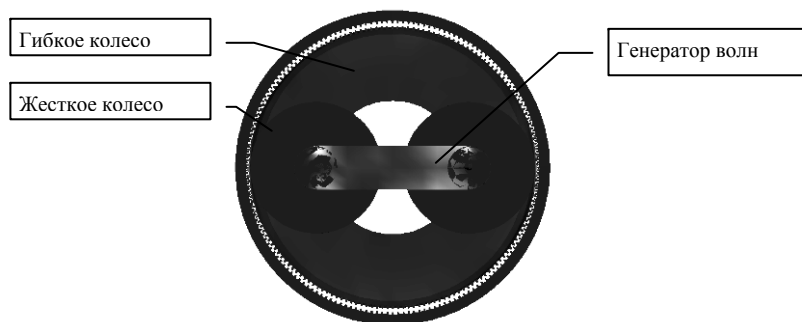


Рисунок 4 – ВЗП в собранном состоянии

Список литературы: 1. *Flavius A. Ardelean*. 3D modeling of the harmonic drive using "CATIA" // Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering. – 2007. – Vol.VI(XVI). – P.882–885. 2. *Flavius A. Ardelean, Petru Ungur*. Comparison between the classical harmonic drive and the hermetized harmonic drive // Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering. – 2007. – Vol.VI(XVI). – P.886–889. 3. МВТУ им. Баумана, кафедра РК-2. Учебно-методический комплекс по Теории Механизмов и Машин. Лекции. Лекция 18 [Электронный ресурс]: база данных методической и учебной информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect_18.htm. – Загл. с экрана. 4. Мотор-редукторы. Мотор-барабаны. Редукторы. Колеса и муфты. Некоторые вопросы сборки волновых зубчатых редукторов [Электронный ресурс]: база данных технической информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: http://www.gears.ru/bar_s_1.htm. – Загл. с экрана. 5. *Полетучий А.И.* Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов: моногр. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "ХАИ". – 2005. – 675с.

Поступила в редколлегию 30.04.2010

УДК 621.833

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., главн. инж. пр-та ЗАО "НКМЗ", г. Краматорск
Г.С. СУКОВ, к.э.н., генеральный директор ЗАО "НКМЗ"
А.И. ВОЛОШИН, главный инженер ЗАО "НКМЗ"
А.И. ТИТАРЕНКО, к.т.н., главн. инж. ПМО ЗАО "НКМЗ"
Г.А. ЛЕСНЯК, начальник отдела редуктороения ЗАО "НКМЗ"

АППРОКСИМАЦИЯ ЗУБЬЕВ С КРУГОВЫМ ПРОФИЛЕМ В БИПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Виконано апроксимацію зубів із круговим профілем за допомогою біполярної системи координат, у результаті чого спрощена розробка моделі розрахунку кругового зуба на міцність. На круговий зуб накладена сітка біполярних координатних ліній, що окреслює контур зуба й охоплює його масив таким чином, що будь-яка крапка масиву зуба однозначно визначена в площині координат. Через збільшення ортів координатних ліній представлені переміщення.

Approximation of teeth with a circular profile by means of a bipolar coordinate system is executed, therefore model elaboration of circular tooth calculation of a durability is simplified. On a circular tooth the grid of bipolar coordinate lines, delineating a head loop of a tooth and enveloping its array in such a manner that any point of an array of tooth uniquely defined in a plane of coordinates is overlapped. Migrations through increments of coordinate lines basis vectors are presented.

Зуб является частью массива, составляющего зубчатое колесо. Для расчета выделим из массива отдельный зуб цилиндрической поверхностью большого радиуса R' . В результате сечение зуба будет ограничено замкнутым контуром, образованным дугами образующих окружностей боковых поверхностей с радиусами r_1 и радиусом R_1 очерчивающим окружности вершин зубьев. Для построения профиля зуба задается радиус R_1^* центров образующих окружностей и число зубьев z_1 колеса. Определяется угловой шаг зубьев λ_1 колеса $\lambda_1 = \frac{180^\circ}{z_1}$. Радиусы окружностей R' , выделяющие зубья из массива,

получаются геометрическим построением (рисунок 1). Взаимодействие зуба с массивом рассматриваем как заделку [1]. Участок зуба загружен нормальной контактной нагрузкой. Остальные части поверхности зуба свободны от нагрузки. Граничную задачу о прочности зуба решаем в биполярных координатах (рисунок 2).

Координатными линиями биполярной системы координат являются окружности. Возможен выбор системы координат, для которой окружности радиусов r_1 образующие профиль зубьев и R' вырезающие зуб из массива, будут координатными линиями, а окружность выступов с радиусом R_1 будет заменена близкой к ней координатной линией. На оси абсцисс координатной плоскости XOY симметрично относительно начала координат расположим полюсы O' и O'' . Расстояние между полюсами примем равным $2a$.

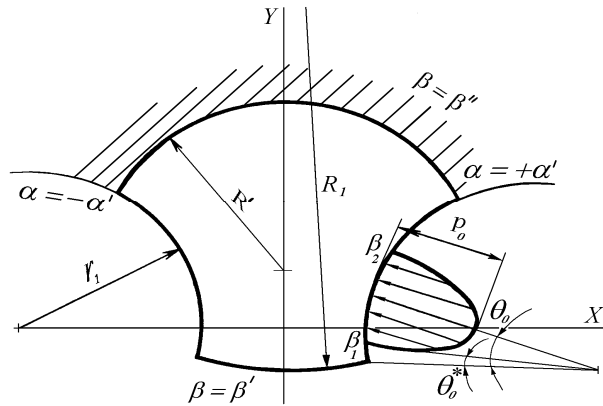


Рисунок 1 – Расчетная схема нагруженного зуба

Из полюсов в произвольную точку плоскости XOY проведем радиусы ρ_1 и ρ_2 . Задание абсолютных величин ρ_1 и ρ_2 не определяет однозначно положение точки M на плоскости: для заданных ρ_1 и ρ_2 получаются две точки симметрично относительно оси абсцисс. Неоднозначность устраним введя биполярные координаты α и β . За координату α примем $\alpha = \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}$. Правой полу-

плоскости XOY соответствуют положительные значения α , левой – отрицательные. За координату β примем внешний угол треугольника $OO'M$, отсчитанный от продолжения радиуса ρ_2 до ρ_1 , так чтобы $|\beta| < 180^\circ$. Положительный угол отсчитывается против стрелки часов, отрицательный – по ходу часовой стрелки. Верхней полуплоскости соответствуют положительные значения углов β , нижней – отрицательные.

Однозначность нарушается на оси абсцисс при $|X| \geq a$. Вдоль линий $Y=0$ при $X \leq -a$ и $X \geq a$ следует сделать разрезы. Верхним берегам разрезов соответствуют значения $\beta = \pi$, нижним $\beta = -\pi$. Установим связь декартовых и биполярных координат. В соответствии с рисунком 2 получим [2]

$$\rho_1^2 + \rho_2^2 + 2\rho_1\rho_2 \cos \beta = 4a^2.$$

Выразим радиусы ρ_1 и ρ_2 через α и β , учитывая при этом $\rho_1 = \rho_2 \cdot e^\alpha$

$$\rho_1 = \frac{2ae^\alpha}{\sqrt{(e^{2\alpha} + 1) + 2e^\alpha \cos \beta}}; \quad \rho_2 = \frac{2a}{\sqrt{(e^{2\alpha} + 1) + 2e^\alpha \cos \beta}}. \quad (1)$$

Установим зависимость между декартовыми координатами X, Y некоторой точки M и биполярными. Из треугольника $OO'M$ находим

$$\rho_1 \cos \gamma = X + a, \quad \rho_2^2 = \rho_1^2 + 4a^2 - 4a\rho_1 \cos \gamma. \quad (2)$$

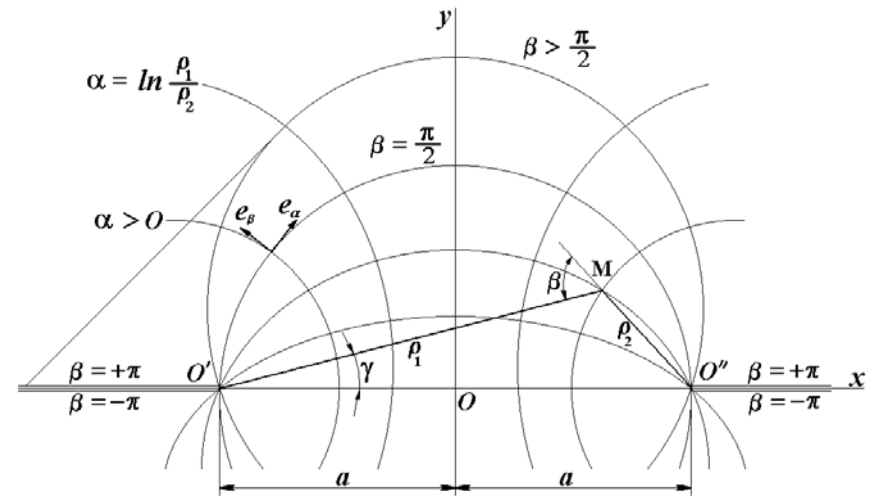


Рисунок 2 – Координатные линии биполярной системы координат

Для определения координат X воспользуемся формулами (1), (2) теоремой косинусов и выражениями гиперболических функций

$$X = \frac{a \cdot \text{Sh } \alpha}{\text{Ch } \alpha + \cos \beta}. \quad (3)$$

Для определения координаты Y определим площадь треугольника $OO'M$: $0,5 \cdot \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \sin \beta = ay$, откуда

$$Y = \frac{a \cdot \sin \beta}{\text{Ch } \alpha + \cos \beta}. \quad (4)$$

Формулы (3) и (4) определяют уравнения координатных линий в параметрической форме, если в них поочередно полагать $\alpha = \text{const}$, $\beta = \text{const}$.

Найдем уравнения координатных линий в явной форме. Считаем координату α постоянной. Исключим из уравнений (3) и (4) координату β . Делим уравнение (4) на уравнение (3) и определяем $\sin \beta = \frac{Y}{X} \text{sh } \alpha$. Из уравнения (3)

$$\cos \beta = \frac{a}{X} \text{Sh } \alpha - \text{Ch } \alpha.$$

Исключим параметр β и получим уравнение окружности

$$\left(X - a \frac{\text{Ch } \alpha}{\text{Sh } \alpha}\right)^2 + Y^2 = \frac{a^2}{\text{Sh}^2 \alpha}. \quad (5)$$

Из уравнения (5) следует, что центры окружностей $\alpha=\text{const}$ расположены на оси X , имеют координаты $\left(a \cdot \frac{\text{Ch } \alpha}{\text{Sh } \alpha}; 0\right)$ и радиусы окружностей $R_\alpha = \frac{a}{\text{Sh } \alpha}$.

Полагаем постоянной координату β . Из уравнений (3) и (4) исключим координату α , находим

$$\text{Sh } \alpha = \frac{X}{Y} \sin \beta; \quad \text{Ch } \alpha = \frac{a \cdot \sin \beta}{Y} - \cos \beta.$$

Исключаем координату α , заменяя $\text{Ch } \alpha$ и $\text{Sh } \alpha$ соответствующими значениями

$$X^2 + (Y + a \cdot \text{ctg } \beta)^2 = \frac{a^2}{\sin^2 \beta}. \quad (6)$$

Координатные линии $\beta=\text{const}$ – окружности (6) с центрами на оси Y , имеют координаты $(0; -a \text{ctg } \beta)$ и радиусы окружностей координатных линий

$$R_\beta = \frac{a}{\sin \beta}.$$

Координатные линии проходят через полюсы биполярной системы координат [3]. Для доказательства в уравнении (6) семейства линий надо положить $Y=0$, получаем $X=\pm a$. Через каждую точку плоскости с координатами $(\alpha; \beta)$ проходит пара ортогональных координатных линий $\alpha=\text{const}$; $\beta=\text{const}$. Для доказательства ортогональности координатных линий, определим угловые коэффициенты касательных K_α и K_β к координатным линиям $\alpha=\text{const}$ и $\beta=\text{const}$, в точке их пересечения

$$K_\alpha = \frac{Y'_\beta}{X'_\beta}; \quad K_\beta = \frac{Y'_\alpha}{X'_\alpha}. \quad (7)$$

Дифференцируем выражения координатных функций (3) и (4)

$$\left. \begin{aligned} X'_\alpha &= \frac{a(1 + \text{Ch } \alpha \cos \beta)}{(\text{Ch } \alpha + \cos \beta)^2}; & X'_\beta &= \frac{a \cdot \text{Sh } \alpha \cdot \sin \beta}{(\text{Ch } \alpha + \cos \beta)^2}; \\ Y'_\alpha &= \frac{a \cdot \sin^2 \beta \cdot \text{Sh } \alpha}{(\text{Ch } \alpha + \cos \beta)^2}; & Y'_\beta &= \frac{a(1 + \text{Ch } \alpha \cdot \cos \beta)}{(\text{Ch } \alpha + \cos \beta)^2}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

и подставляем в формулы (7)

$$K_\alpha = \frac{(1 + \text{Ch } \alpha \cdot \cos \beta)}{\text{Sh } \alpha \cdot \sin \beta}; \quad K_\beta = -\frac{\sin \beta \cdot \text{Sh } a}{(1 + \text{Ch } \alpha \cdot \cos \alpha)}. \quad (9)$$

Из формул (9) следует условие ортогональности координатных линий

$$K_\alpha K_\beta = 1. \quad (10)$$

Вдоль координатных линий $\beta=\text{const}$ и $\alpha=\text{const}$ направим орты \vec{e}_α и \vec{e}_β .

Орт \vec{e}_α направлен в сторону возрастания координаты α по касательной к линии $\beta=\text{const}$, орт \vec{e}_β направлен в сторону возрастания координаты β по касательной к линии $\alpha=\text{const}$ (рисунок 3). Связь между приращением криволинейной координаты и дифференциалом дуги координатной линии определяется коэффициентами Ляме

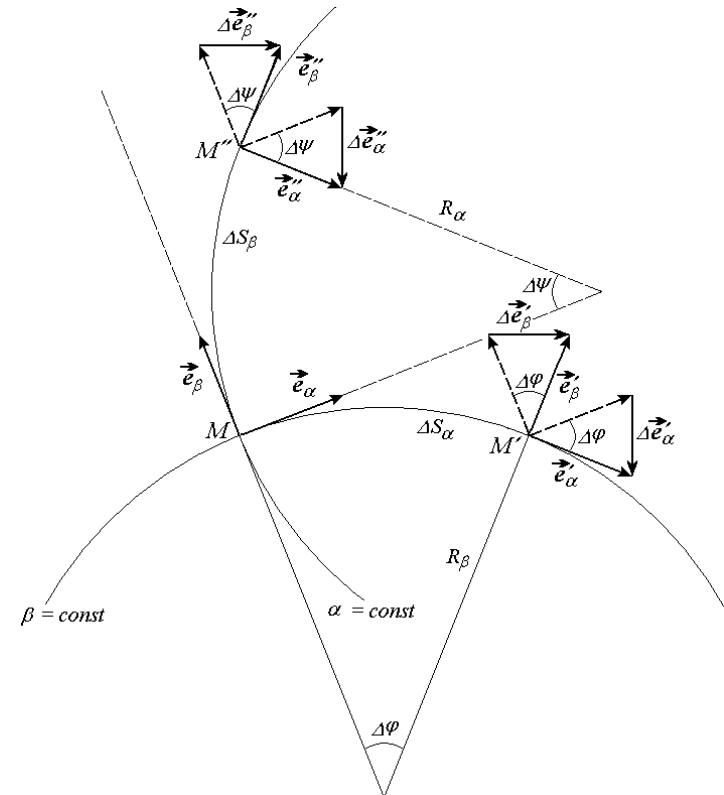


Рисунок 3 – Схема приращения ортов координатных линий

$$dS_\alpha = H_\alpha \cdot d\alpha; \quad dS_\beta = H_\beta \cdot d\beta. \quad (11)$$

Коэффициенты H_α и H_β определяются по формулам

$$H_\alpha = \sqrt{(X'_\alpha)^2 + (Y'_\alpha)^2}; \quad H_\beta = \sqrt{(X'_\beta)^2 + (Y'_\beta)^2}. \quad (12)$$

Подставим в выражения (12) значения $X'_\alpha, X'_\beta, Y'_\alpha, Y'_\beta$ из формул (8):

$$H_\alpha = H_\beta = H = \frac{a}{\operatorname{Ch} \alpha + \cos \beta}. \quad (13)$$

В соответствии с значениями (11), (12), (13) частные производные ортов $\bar{e}_\alpha, \bar{e}_\beta$

$$\frac{\partial \bar{e}_\alpha}{\partial \alpha} = -\frac{H}{R_\beta} \cdot \bar{e}_\beta; \quad \frac{\partial \bar{e}_\beta}{\partial \alpha} = \frac{H}{R_\beta} \cdot \bar{e}_\alpha; \quad \frac{\partial \bar{e}_\alpha}{\partial \beta} = -\frac{H}{R_\alpha} \bar{e}_\beta; \quad \frac{\partial \bar{e}_\beta}{\partial \beta} = \frac{H}{R_\alpha} \bar{e}_\alpha. \quad (14)$$

Для аппроксимации профилей зубьев координатными линиями биполярной системы координат, необходимо определить межполюсное расстояние и значения параметров α и β для контура зуба. Рассмотрим построение аппроксимирующего профиля для зуба сателлита (рисунок 4).

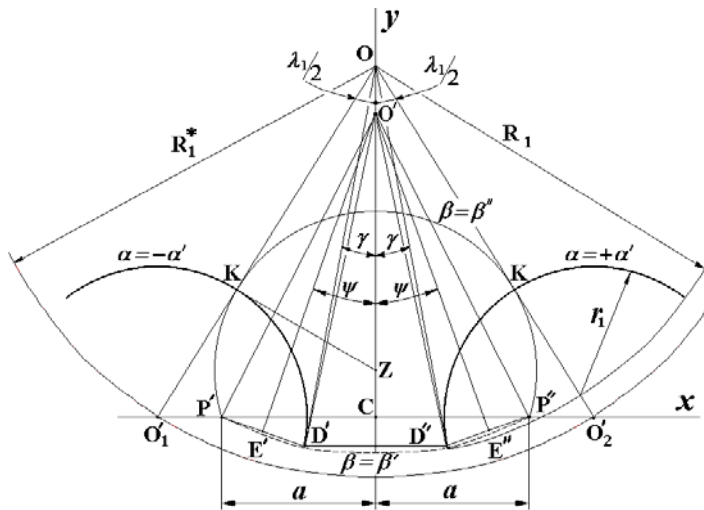


Рисунок 4 – Аппроксимация профиля зуба сателлита

Из центра сателлита O проводим окружности радиусами R_1, R_1^* и вертикальную ось симметрии. По обе стороны оси симметрии под углами $\lambda_1/2$, к

ней проводим лучи. В точках O_1', O_2'' пересечения этих лучей с окружностью радиуса R_1^* получим центры O_1' и O_2'' образующих окружностей зубьев сателлита радиуса r_1 . Эти окружности с центрами O_1', O_2'' на оси X принимаем за координатные линии $\alpha = -\alpha'$ и $\alpha = +\alpha'$.

Из точки K пересечения луча, проведенного под углом $\lambda_1/2$ из центра O с образующей зуба сателлита проведем касательную до пересечения с осью Y в точке Z . Радиусом KZ проводим в массиве дугу окружности. Находим на оси X точки P' и P'' . Если точки P' и P'' принять за полюсы, то дуга окружности радиуса $KZ = R'$ будет являться координатной линией $\beta = \beta''$. Определим половину межполюсного расстояния $P'C = a$.

Находим смещение центра окружности $\beta = \beta''$, имеющей радиус R'

$$CZ = \frac{r_1 - R_1^* \cdot \sin^2 \lambda_1 / 2}{\cos \lambda_1 / 2}; \quad R' = (R_1^* - r_1) \operatorname{tg} \lambda_1 / 2. \quad (15)$$

Запишем уравнение этой окружности

$$X^2 + \left(Y - \frac{r_1 - R_1^* \sin^2 \lambda_1 / 2}{\cos \lambda_1 / 2} \right)^2 = (R_1^* - r_1)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \lambda_1 / 2. \quad (16)$$

Половину межполюсного расстояния найдем, полагая в уравнении (16) $Y=0$ и $X=a$

$$a = \sqrt{R_1^{*2} \sin^2 \lambda_1 / 2 - r_1^2}. \quad (17)$$

Определяем параметр координатной линии β''

$$\sin \beta'' = \frac{a}{KZ}. \quad (18)$$

Подставим значения KZ и a по формулам (15) и (17) в формулу (18)

$$\beta'' = \arcsin \left(\frac{\sqrt{R_1^{*2} \cdot \sin^2 \lambda_1 / 2 - r_1^2}}{(R_1^* - r_1) \operatorname{tg} \lambda_1 / 2} \right). \quad (19)$$

Угол β'' следует выбирать больше 90° . Для получения координатной линии $\beta = \beta'$, проводим окружность выступов радиусом R_1 . В пересечении с окружностями радиусов r_1 получим точки D', D'' соответствующие кромкам зуба. Найдем центр окружности координатной линии $\beta = \beta'$. Отрезок $P'D'$ делим

пополам и к середине отрезка восстанавливаем перпендикуляр. Точка O' пересечения перпендикуляра с осью Y является центром окружности – координатной линии $\beta=\beta'$. Радиусом $R'_\beta = O'P'$ проводим окружность. Окружность β' с незначительной погрешностью аппроксимирует линию выступов. Определим параметр β' . Составим уравнения для определения координатной точки D'' . Точка D' получается в результате пересечения окружностей радиусов R_1 и r_1 . Запишем уравнения этих окружностей в системе координат X, Y

$$X^2 + \left(Y - R_1^* \cos \frac{\lambda_1}{2} \right)^2 = R_1^2, \quad \left(X - R_1^* \sin \frac{\lambda_1}{2} \right)^2 + Y^2 = r_1^2. \quad (20)$$

Из разности уравнений (20) определяем угол γ

$$\cos \left(\frac{\lambda_1}{2} - \gamma \right) = \frac{R_1^2 - r_1^2 + R_1^{*2}}{2R_1 R_1^*}. \quad (21)$$

С помощью координат точки E'' и апофемы O_1E'' определим угол ψ и радиус $R_{\beta'}$

$$\sin \psi = \frac{R_1 \cdot \cos \gamma - R_1^* \cos \lambda_1 / 2}{\sqrt{(R_1 \cos \gamma - R_1^* \cos \lambda_1 / 2)^2 + (a - R_1 \cdot \sin \gamma)^2}}, \quad (22)$$

$$R_{\beta'} = \frac{1}{2 \sin \psi} \sqrt{(R_1 \sin \gamma + a)^2 + (R_1 \cos \gamma - R_1^* \cos \lambda_1 / 2)^2}. \quad (23)$$

Вычисляем параметры β' и α'

$$\beta' = \arcsin \left(\frac{a}{R_{\beta'}} \right). \quad (24)$$

Определим значения параметра α' , т. е. $\text{Sh } \alpha' = \frac{a}{R_\alpha}$. Пользуясь определением функции $\text{Sh } \alpha'$, равенством (17) и значением $r_{\alpha'} = r_1$, получим

$$\alpha' = \ln \left(\frac{R_1^*}{r_1} \sin \lambda_1 / 2 + \sqrt{\frac{R_1^{*2}}{r_1^2} \sin^2 \lambda_1 / 2 - 1} \right). \quad (25)$$

Выполненное решение упрощает представление напряженно-деформированного состояния зуба [4, 5]

$$T = \bar{e}_\alpha \cdot \bar{e}_\alpha \cdot \sigma_\alpha + (\bar{e}_\alpha \cdot \bar{e}_\beta + \bar{e}_\beta \cdot \bar{e}_\alpha) \tau_{\alpha\beta} + \bar{e}_\beta \cdot \bar{e}_\beta \cdot \sigma_\beta,$$

где T – тензор напряжений; $\sigma_\alpha, \sigma_\beta$ – напряжения нормальные к координатным линиям $\alpha=\text{const}, \beta=\text{const}$; $\tau_{\alpha\beta}$ – касательные напряжения на гранях элемента, выделенного координатными линиями: $\alpha, \beta, \alpha+d\alpha, \beta+d\beta$. Компоненты тензора напряжений удовлетворяют условиям равновесия $\nabla T=0$, где $\nabla = \frac{1}{H} \left(\bar{e}_\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} + \bar{e}_\beta \frac{\partial}{\partial \beta} \right)$ – оператор Гамильтона.

Компоненты тензора деформации $E^* = 0,5 \cdot (\nabla U + (\nabla U)'),$ где $\bar{U} = \bar{e}_\alpha(U) + \bar{e}_\beta(V)$ – вектор смещения; $(\nabla \bar{U})'$ – транспонирование $\nabla \bar{U}$.

Компоненты тензора напряжений выразим через компоненты тензора деформаций с помощью обобщенного закона Гука

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\alpha} \left[(\text{Ch } \alpha + \cos \beta) \left(\frac{\partial U}{\partial \alpha} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial V}{\partial \beta} \right) + V \sin \beta - \frac{\nu}{1-\nu} U \text{Sh } \alpha \right], \\ \sigma_\beta &= \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\alpha} \left[(\text{Ch } \alpha + \cos \beta) \left(\frac{\partial V}{\partial \beta} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right) - U \text{Sh } \alpha + \frac{\nu}{1-\nu} V \sin \beta \right], \\ \tau_{\alpha\beta} &= \frac{E}{2(1+\nu)\alpha} \left[(\text{Ch } \alpha + \cos \beta) \left(\frac{\partial U}{\partial \beta} + \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right) + (V \text{Sh } \alpha - U \sin \beta) \right]. \end{aligned}$$

Список литературы: 1. Стрельников В.Н. Расчёт зубьев кругового профиля на прочность // Опыт исследования, проектирования, изготовления и эксплуатации передач Новикова. Тезисы докладов Межреспубликанской научно-технической конференции – Рига: ЛРП ВНТОМ, 1989. – С.31–33. 2. Стрельников В.Н. О расчёте на прочность зуба в передаче с промежуточными телами качения // Республиканская научно-техническая конференция "Научные достижения и опыт отраслей машиностроения – народному хозяйству". Тезисы докладов – Севастополь: ВНТОМ, 1991. – С.44–45. 3. Стрельников В. Н. Прочностной расчёт зубьев в передачах с промежуточными телами качения // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. Международный сборник научных трудов – Донецк: ДГТУ, 2005. – Вып.29. – С.176–188. 4. Иосилевич Г.Б., Осипова Г.В. Применение численных методов решения задач теории упругости к расчёту зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1976. – №4. – С.19–23. 5. Демидов С. П. Теория упругости. – М.: Высшая школа, 1979. – 432с.

Поступила в редколлегию 20.04.10

А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., с.н.с. каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", г. Харьков
В.А. ПАВЛОВ, инж. ХНАДУ "ХАДИ", г. Харьков

ПОВЫШЕНИЕ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЬВЕНТНОЙ ПЕРЕДАЧИ ЗА СЧЕТ УМЕНЬШЕНИЯ УГЛА ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Розглянуто вплив кута зацеплення в евольвентній зубчастій передачі на її коефіцієнт торцевого перекриття та контактні напруги на зубцях. Запропоновано два підходи для визначення контактних напруг з урахуванням розподілу навантаження між двома парами зубців.

Influence of pressure angle in evolving gear on her profile contact ratio and teeth contact stress is considered. Two approaches for determination of contact stress taking into account the partition of load between two pair of teeth are offered.

Постановка задачи. С целью повышения контактной прочности прямозубых передач проектанты зачастую увеличивают угол зацепления α_w с 20° до 28° и даже больше, предполагая при этом, что увеличивается приведенный радиус кривизны в зацеплении. Но при этом они не обращают внимания на другие характеристики зубчатой передачи, которые могут оказать большее влияние на контактные напряжения, например, коэффициент торцевого перекрытия ε_α [1, 2].

Цель работы – показать влияние изменения угла зацепления на коэффициент перекрытия и контактные напряжения в зубчатой передаче.

Обеспечение дупарного зацепления. Увеличение угла зацепления эвольвентной передачи α_w не только приводит к уменьшению коэффициента перекрытия, но и повышает величину нормальной нагрузки на зуб F_n . При этом также возрастает радиальная составляющая нагрузки F_r , что приводит к перегруженности валов и подшипников. Все вышесказанное ясно видно из общеизвестных зависимостей

$$F_n = F_t / \cos \alpha_w; \quad F_r = F_t \operatorname{tg} \alpha_w. \quad (1)$$

Уменьшение угла зацепления, наоборот, приведет к падению нагрузки на зуб. При этом возрастет коэффициент перекрытия, и в результате мы можем получить, что в зацеплении всегда будет находиться не менее двух пар зубьев. А это приведет к снижению нагрузки на зуб, теоретически, в два раза. На практике, из-за погрешностей изготовления зубьев (в первую очередь, из-за ошибок шага зацепления) снижение нагрузки будет несколько меньше, а для передач с низкой степенью точности практически вообще отсутствует [3].

Однако для точных высоконагруженных передач, у которых погрешности шага меньше деформации зубьев под нагрузкой (например, привода в авиации и транспортном машиностроении), реализация коэффициента торцевого перекрытия $\varepsilon_\alpha \geq 2$ является важной научно-практической задачей.

Воспользуемся зависимостью для определения ε_α в случае суммарного коэффициента смещения исходного контура $x_\Sigma = 0$, выраженную через число зубьев шестерни z_1 и передаточное число u [4]:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\sqrt{(z_1 + 2h_a^*)^2 - (z_1 \cos \alpha_w)^2} + \sqrt{(z_1 u + 2h_a^*)^2 - (z_1 u \cos \alpha_w)^2} - z_1(1+u) \sin \alpha_w}{2\pi \cos \alpha_w}. \quad (2)$$

Варьируя z_1 и u , определяем из (1) методом последовательных приближений значение угла зацепления α_w , при котором теоретический коэффициент перекрытия равен 2 (коэффициент высоты головки зуба принимаем стандартным $h_a^* = 1$). Результаты расчета представлены в таблице.

Таблица – Минимальное значение угла зацепления, обеспечивающее коэффициент перекрытия в эвольвентной передаче не менее 2

Число зубьев шестерни z_1	Передаточное число u	Угол зацепления минимальный, $\alpha_w, ^\circ$
20	2	12,6
	4	14,3
	6	15,6

Оценка влияния дупарности зацепления на контактные напряжения. Чтобы в первом приближении учесть число пар в зацеплении, в общеизвестную формулу Герца необходимо ввести целую часть значения коэффициента перекрытия ε_α . Тогда она примет вид

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E_{\text{пр}}}{b_w \rho_{\text{пр}} \varepsilon_\alpha}}, \quad (3)$$

где $E_{\text{пр}}$ – приведенный модуль упругости; b_w – рабочая ширина зуба; $\rho_{\text{пр}}$ – приведенный радиус кривизны в контакте двух поверхностей.

Эта формула может приводить к погрешностям при расчете напряжений в контакте выпуклой поверхности с вогнутой. В этом случае более корректна зависимость, приведенная в работе [5]:

$$\sigma_H = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n^2 E_{np}}{b_w^2 \rho_{np}^2}}, \quad (4)$$

а с учетом коэффициента перекрытия

$$\sigma_H = \lambda \cdot \sqrt[3]{\frac{F_n^2 E_{np}}{b_w^2 \rho_{np}^2 \varepsilon_\alpha^2}}. \quad (5)$$

Что касается коэффициента λ , то он зависит от приведенного радиуса кривизны и может быть определен из графика (см. рисунок), который построен для случая однопарного контакта ($\varepsilon_\alpha = 1$).

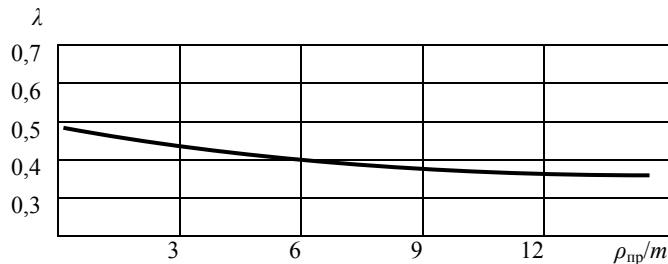


Рисунок 3 – График зависимости $\lambda(\rho_{np}/m)$

Зависимость (4) необходима для исследования эвольвентных передач с выпукло-вогнутым контактом, одна из разновидностей которых – дозаполусная, и разработана с целью реализации преимуществ двупарного зацепления [6]. У такой передачи угол профиля исходного контура α переменная величина, а в полюсе передачи – минимально допустимая по граничной величине угла трения $\rho \approx \arctg f \leq \alpha_w$, не приводящей к заклиниванию. Профиль зуба инструментальной рейки определяется из решения дифференциального уравнения зацепления в виде полиномов:

$$y_1'' = \frac{y_1'(1+y_1'^2)}{-ky_1' + x_1}; \quad y_1 = C_1 + C_1 x_1 + C_2 x_1^2 + \dots + C_n x_1^n, \quad (6)$$

а профили зубьев шестерни и колеса можно получить любым общеизвестным способом, например, методом профильных нормалей [7].

В работе [6] также можно найти необходимые зависимости для определения коэффициента перекрытия в эвольвентном зацеплении.

Для более точного решения поставленной задачи целесообразно провести моделирование контактного взаимодействия зубьев с учетом двупарности зацепления методом конечных элементов [8] на основе стандартных САЕ пакетов (например, ANSYS). В этом случае, построив параметрическую и конечно-элементную модели зубчатого колеса с погрешностями по шагу между зубьями, мы можем получить достаточно корректную картину распределения деформаций и напряжений и оценить реальную степень снижения нагруженности передачи при двупарном зацеплении.

Выводы.

1. С уменьшением угла зацепления увеличивается коэффициент перекрытия эвольвентной зубчатой передачи [9], что приводит к снижению нормальной нагрузки на зуб и, соответственно, к уменьшению контактных напряжений в полюсной зоне.

2. Предложено, с целью оценки снижения нагруженности эвольвентных и эвольвентных передач при коэффициенте торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha \geq 2$, в зависимости для вычисления контактных напряжений (2) и (4) подставлять целую часть значения ε_α .

3. Для более точного решения этой задачи предложено применить моделирование контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Litvin F.L. Theory of Gearing // NASA Reference Publication 212, AVSCOM Technical Report 88-C-035. – Washington, D.C., 1989. – 620р. 3. Бунаков Ю.Н., Устиненко А.В. Вероятностная оценка работы зубьев зубчатых колес подъемно-транспортных машин // Подъемно-транспортное оборудование: Респ. межвед. научн.-техн. сб. – 1988. – Вып.19. – С.22–24. 4. Кожевников С.Н. Теория механизмов и машин. – М.: Машиностроение, 1973. –592с. 5. Павлов А.И., Вербицкий В.И. Геометрическое моделирование зоны контакта при взаимодействии двух упругих цилиндров // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць. – Вып.15. – Харків, 2006. – С.95–99. 6. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 7. Протасов Р.В., Устиненко А.В. Аналитическое описание поверхностей зубьев эвольвентных передач // Вестник НТУ "ХПИ": Сб. научн. трудов. Тем. вып. "Машиноведение и САПР". – Харьков, 2009. – №12. – С.125–129. 8. Ted Belytschko, Wing Kam Liu, and Brian Moran. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. – "Wiley", 2000. 9. Павлов А.И., Павлов В.А. Геометричне моделювання зубчастих зацеплень з підвищеними якісними характеристиками // Наукові нотатки. "Сучасні проблеми геометричного моделювання": Міжвузівський зб. – Вып.22, част.1. – Луцьк, 2008. – С.248–253.

Поступила в редколлегию 28.04.10

Н.Л. УТУГОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск
А.П. КАРПОВ, к.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

О ПРОФИЛИРОВАНИИ ЗУБЬЕВ НА НЕКРУГЛЫХ КОЛЕСАХ

Проведено порівняльний аналіз профілів зубців некруглих прямозубих коліс, нарізаних методом обкату довбляком при розташуванні осі обертання заготовки на міжосьовій відстані довбляк-заготовка поза цією міжосьовою відстанню. На підставі проведених теоретичних досліджень сформульована теорема.

The comparative research of tooth profile of noncircular gear cut by a rolling method by gear-cutter at an arrangement of gear-blank rotational axis on interaxial distance cutter-blank outside of this interaxial distance is carried out. On the basis of carried out theoretical researches the theorem is formulated.

Из основной теоремы зацепления [1] следует, что при заданных профилях полюсом зацепления является точка пересечения нормали к профилям с линией межосевого расстояния. Это условие соблюдается в случае изготовления передач круглыми зубчатыми колесами.

Для проверки соблюдения условий основной теоремы зацепления в случае передач некруглыми зубчатыми колесами сравним поверхности зубьев, полученные методом обкатки режущего инструмента (круглого долбяка) по заготовке некруглого колеса. Здесь могут быть два случая.

В первом случае профилирование зубьев происходит по известному методу для круглых колес, т.е. режущий инструмент и нарезаемое некруглое колесо имеют постоянные согласованные окружные скорости и осевые перемещения при нахождении оси вращения заготовки на межосевом расстоянии режущий инструмент-заготовка.

Во втором случае применяется новый способ нарезания [2] некруглых зубчатых колес: режущий инструмент и заготовка имеют постоянные окружные согласованные скорости и осевые перемещения при нахождении оси вращения заготовки вне межосевого расстояния режущий инструмент-заготовка. При этом должны выполняться два условия.

Условие первое. Окружная скорость нарезаемого колеса должна быть постоянной, то есть:

$$V_i = \omega_i \cdot r_i = \text{const}, \quad (1)$$

где ω_i – угловая скорость вращения заготовки; r_i – радиус центроиды нарезаемого колеса в станочном зацеплении.

Наиболее простым вариантом выполнения этого условия является введение в кинематическую цепь деления устройства для нарезания некруглых зубчатых колес копирного некруглого колеса, радиус центроиды которого изменяется по тому же закону, что и радиус центроиды нарезаемого колеса.

При этом полагаем, что точка контакта центроиды режущего инструмента и центроиды нарезаемого колеса все время будет оставаться неподвижной (рисунок 1).

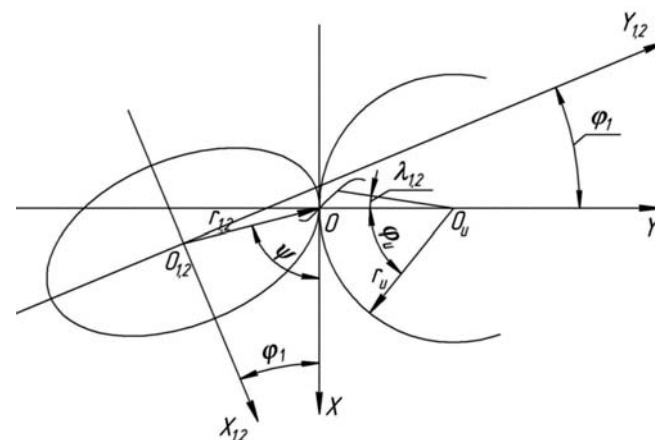


Рисунок 1 – Системы координат некруглого колеса при нарезании зубьев

Условие второе. Нарезаемые зубья на некруглых колесах должны располагаться нормально центроиде. Это значит, что ось симметрии основания нарезаемого зуба должна совпадать с нормалью к данному участку центроиды.

Для выполнения этого условия заготовке нарезаемого некруглого колеса кроме вращательного движения вокруг его оси с постоянной окружной скоростью необходимо сообщать дополнительные обкатные движения относительно точки контакта центроид заготовки и режущего инструмента в плоскости, перпендикулярной наружной (внутренней) образующей заготовки. При этом общая нормаль в точке их контакта проходит через центр кривизны центроиды нарезаемого участка заготовки [2] (рисунок 2).

При этом полагаем, что режущий инструмент 2 совершает только вращательное движение с постоянной окружной скоростью вокруг своей оси и перемещается вдоль образующей заготовки 1.

Позиции 3, 4, 5, 6 и 7 (рисунок 2) – положения заготовки относительно режущего инструмента в процессе нарезания зубьев.

Рассмотрим второе условие в торцевой плоскости цилиндрического некруглого колеса. На рисунке 1 система координат $O_1X_1Y_1$ – подвижная, связанная с заготовкой, где центр

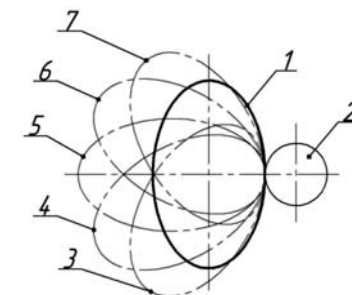


Рисунок 2 – Положения заготовки некруглого зубчатого колеса относительно режущего инструмента: 1 – заготовка, 2 – режущий инструмент, 3, 4, 5, 6, 7 – позиции заготовки

O_1 находится на оси вращения заготовки. Система OXY – неподвижная, у которой центр O совпадает с точкой контакта центроид режущего инструмента и нарезаемого колеса. Ось OX совпадает с касательной к центроиде нарезаемого колеса и с центроидой режущего инструмента (червячной фрезы, например). Радиус центроиды нарезаемого колеса, например, ведущего, определяется по зависимости:

$$r_1 = \frac{a_w i(\varphi_1)}{1 + i(\varphi_1)}, \quad (2)$$

где a_w – межосевое расстояние передачи некруглыми зубчатыми колесами; $i(\varphi_1)$ – функция передаточного отношения передачи некруглыми колесами; φ_1 – угол поворота ведущего некруглого колеса.

Уравнение (2) в подвижных системах координат имеет вид:

$$X_1 = \frac{a_w i(\varphi_1) \cos \varphi_1}{1 + i(\varphi_1)}; \quad (3)$$

$$Y_1 = \frac{a_w i(\varphi_1) \sin \varphi_1}{1 + i(\varphi_1)}. \quad (4)$$

Координаты оси вращения ведущего нарезаемого колеса относительно точки O в системе координат OXY в любой момент времени описываются зависимостями:

$$X = \frac{a_w i(\varphi_1)}{1 + i(\varphi_1)} \cos \psi; \quad (5)$$

$$Y = -\frac{a_w i(\varphi_1)}{1 + i(\varphi_1)} \sin \psi, \quad (6)$$

где ψ – угол, образуемый радиус-вектором центроиды колеса с положительным направлением касательной [2], с использованием (3) и (4) равен

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{r_1}{dr_1/d\varphi_1} = \frac{i(\varphi_1)[1 + i(\varphi_1)]}{i'(\varphi_1)}. \quad (7)$$

Отсюда

$$\sin \psi = \frac{i(\varphi_1)[1 + i(\varphi_1)]}{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}; \quad (8)$$

$$\cos \psi = \frac{i(\varphi_1)}{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}. \quad (9)$$

Подставив значения (8) и (9) в уравнения (5) и (6), соответственно получим:

$$X = \frac{a_w i^2(\varphi_1)}{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}; \quad (10)$$

$$Y = \frac{-a_w i^2(\varphi_1)}{\sqrt{[1 + i(\varphi_1)]^2 i^2(\varphi_1) + [i'(\varphi_1)]^2}}. \quad (11)$$

Система уравнений (10) и (11) описывает траекторию движения оси вращения нарезаемого некруглого колеса относительно точки контакта центроиды его с центроидой режущего инструмента в зависимости от углов поворота заготовки.

Положив в уравнениях (10) и (11) $i(\varphi_1) = \text{const}$, получим уравнения координат оси вращения для круглой заготовки:

$$X = 0; \quad (12)$$

$$Y = \frac{-a_w i(\varphi_1)}{1 + i(\varphi_1)}. \quad (13)$$

Из уравнений (10) и (11), (12) и (13) следует, что для нарезания зубьев на некруглых колесах, расположенных нормально центроиде, необходимо ось вращения заготовки поворачивать вокруг точки контакта центроид нарезаемого колеса и режущего инструмента в плоскости перпендикулярной образующей заготовки. Если же сделать ось вращения заготовки неподвижной в плоскости OXY , то для выполнения второго условия, указанного выше, необходимо режущему инструменту сообщать дополнительные согласованные перемещения в направлении вращения заготовки и вдоль межосевого расстояния заготовка-режущий инструмент.

Уравнения (12) и (13) показывают, что известные методы нарезания круглых зубчатых колес являются частными случаями описываемого способа [2].

Пусть режущие кромки профиля зубьев режущего инструмента (долбяка) очерчены кривой вида:

$$\begin{aligned} X_u &= \pm f_1(\lambda); \\ Y_u &= r_u \pm f_2(\lambda), \end{aligned} \quad (14)$$

где λ – параметр; $f_1(\lambda)$ и $f_2(\lambda)$ – функции, описывающие режущие кромки, состоящие из обыкновенных точек; r_u – радиус делительной окружности долбяка.

Пользуясь методом Х.И. Гохмана [3], совершив переход от системы координат режущего инструмента $X_n Y_n Z_n$ к неподвижной системе координат XYZ , а затем от неподвижной системы к подвижной системе координат не-

круглого зубчатого колеса, запишем координаты контактной точки на поверхностях зубьев:

$$\begin{aligned} X_{1,2} &= [\pm f_1(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_{1,2}) - [r_n \pm f_2(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + r_n \sin \varphi_n + r_{1,2} \sin \psi_{1,2}; \\ Y_{1,2} &= [\pm f_1(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + [r_n \pm f_2(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_{1,2}) - r_n \cos \varphi_n - r_{1,2} \cos \psi_{1,2}; \\ Z_{1,2} &= Z_n. \end{aligned} \quad (15)$$

Уравнение связи между поворотами режущего инструмента и нарезаемых некруглых колес будет иметь вид:

$$\begin{aligned} [r_n \pm f_1(\lambda) \pm f_2(\lambda)] [1 + i(\varphi_1)] [1 + \sin 2(\varphi_n + \varphi_{1,2})] + r_n [1 + i(\varphi_1)] \sin(\varphi_n + 2\varphi_{1,2}) + \\ + \cos(\varphi_n + 2\varphi_{1,2}) + r_{1,2} [1 + i(\varphi_1)] \sin(\varphi_n + \varphi_{1,2} + \psi_{1,2}) + \cos(\varphi_n + \varphi_{1,2} + \psi_{1,2}) - \\ - r_{1,2} (\varphi_n + \psi_{1,2})' [\sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + \cos(\varphi_n + \psi_{1,2})] = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Связь между углами $\lambda_{1,2}$ поворота долбяка и углами поворота $\varphi_{1,2}$ нарезаемого некруглого колеса:

$$\varphi_{n1} = \frac{r_n}{a_w} \varphi_n + \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i(\varphi_1)} d\varphi_1 = \left[\frac{r_n}{a_w} + \frac{1}{i(\varphi_1)} \right] \varphi_1; \quad (17)$$

$$\varphi_{n2} = \frac{r_u}{a_w} \varphi_n + \int_0^{\varphi_1} i(\varphi_1) d\varphi_1 = \left[\frac{r_u}{a_w} + i(\varphi_1) \right] \varphi_1. \quad (18)$$

Уравнения (15) и (16) являются параметрическими уравнениями профилей зубьев нарезаемых некруглых колес методом обката режущего инструмента (долбяка) по заготовке некруглого колеса. При этом кроме согласованных движений заготовки и режущего инструмента вокруг своих осей, заготовка нарезаемого колеса совершает дополнительные обкатные движения относительно точки касания центроид нарезаемого колеса и режущего инструмента по закону, связанному с формой центроиды заготовки, то есть с функцией передаточного отношения.

Если заготовке нарезаемого некруглого колеса сообщать только согласованные с режущим инструментом движения вращения с постоянной окружной скоростью и перемещения вдоль линии межосевого расстояния без обкатных дополнительных движений заготовки относительно точки контакта центроид нарезаемого колеса и режущего инструмента, то параметрические уравнения профилей зубьев некруглых колес будут иметь вид:

$$\begin{aligned} X_{1,2} &= [\pm f_1(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_{1,2}) - [r_n \pm f_2(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + r_n \sin \varphi_n; \\ Y_{1,2} &= [\pm f_1(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + [r_n \pm f_2(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_{1,2}) - r_n \cos \varphi_n - r_{1,2}; \\ Z_{1,2} &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Уравнение связи между углами φ_n поворота режущих кромок обобщенного долбяка и углами $\varphi_{1,2}$ поворота заготовки нарезаемого некруглого колеса:

$$\begin{aligned} [r_n \pm f_1(\lambda) \pm f_2(\lambda)] [1 + \sin 2(\varphi_n + \varphi_{1,2})] + r_n [1 + i(\varphi_1)] [\sin(\varphi_n + 2\varphi_{1,2}) + \cos(\varphi_n + 2\varphi_{1,2})] + \\ + r_{1,2} [1 + i(\varphi_1)] \sin(\varphi_n + \varphi_{1,2}) + \cos(\varphi_n + \varphi_{1,2}) - r_{1,2} [\sin \varphi_n + \cos \varphi_n] = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Уравнения (15)...(20) описывают поверхности зубьев прямоугольной передачи некруглыми колесами в зависимости от функции передаточного отношения в общем виде.

Для проверки соблюдения условий основной теоремы зацепления запишем уравнения проекций нормалей к поверхностям одного из колес, например, ведущего, описываемого уравнением (15), и сравним их:

$$n_{X1} = \frac{dX_1}{d\varphi_n} = \{[\pm f_2(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_1) - [r_n \pm f_1(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_1)\}(\varphi_n + \varphi_1)' + r_n \varphi_1' \sin \varphi_1; \quad (21)$$

$$n_{Y1} = \frac{dY_1}{d\varphi_n} = -\{[\pm f_2(\lambda)]\sin(\varphi_n + \varphi_1) + [r_n \pm f_1(\lambda)]\cos(\varphi_n + \varphi_1)\}(\varphi_n + \varphi_1)' + r_n \varphi_1' \cos \varphi_1.$$

Такие же уравнения имеют проекции нормалей к поверхностям зубьев ведомого колеса.

Из уравнений (21) следует, что условия основной теоремы зацепления соблюдаются в зубчатой передаче некруглыми колесами, изготовленной методом обката при помощи производящего колеса с постоянным радиусом центроиды независимо от расположения оси вращения заготовки относительно мгновенного центра вращения. Здесь зубья профилированы относительно нормали к центроиде нарезаемого участка колеса, проходящей через центр кривизны этого участка.

Полученный результат дает основание сделать вывод, что при профилировании зубьев на некруглых колесах методом обката производящего колеса с постоянным радиусом центроиды расположение оси вращения изготавливаемого колеса вне нормали к центроиде нарезаемого участка, проходящей через мгновенный центр вращения его зубьев, не нарушает основной теоремы зацепления в передаче некруглыми колесами.

Для оценки поверхностей профилей зубьев некруглых колес, нарезанных одним и тем же производящим инструментом (долбяком) методом обката сравним уравнения связи (16) и (20). Исключив одинаковые слагаемые, для первого и второго случаев получим:

$$\left(1 + \frac{r_u}{r \cos \psi}\right) [\sin(\varphi_n + \varphi - \psi) + \cos(\psi - \varphi_n - \varphi)] - (\varphi_n - \psi)' [\sin(\varphi_n + \psi) + \cos(\varphi_n + \varphi)] = 0; \quad (22)$$

$$\left(1 + \frac{r_u}{r}\right) [\sin(\varphi_n + \varphi) + \cos(\varphi_n + \varphi)] + \sin \varphi_n + \cos \varphi_n = 0. \quad (23)$$

Отсюда следует, что уравнения (22) и (23) не равны друг другу. Это значит, что касательные к профилям зубьев, спрофилированных одним и тем же инструментом, но с разными движениями заготовки относительно режущего инструмента, не совпадают и имеют разные углы наклона к осям координат. Следовательно, в обоих случаях профили зубьев разные.

Результат, полученный в уравнениях (22) и (23), можно сформулировать в виде теоремы.

Теорема. Для обеспечения расположения зубьев нормально центроиде нарезаемого участка некруглого колеса необходимо и достаточно заготовке нарезаемого колеса, кроме согласованного с производящим инструментом вращательного движения с постоянной окружной скоростью сообщать дополнительные обкатные движения в плоскости нормального сечения образующей аксоида нарезаемого колеса относительно полюса зацепления нарезаемого колеса и режущего инструмента таким образом, чтобы центр кривизны нарезаемого участка centroиды находился на линии нормали к центроиде режущего инструмента, проходящей через мгновенный центр вращения.

Доказательством теоремы служит изложенный выше материал.

Список литературы: 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. А.с. 439375 СССР, МКа В23f 15/02. Способ нарезания некруглых зубчатых колес / Н.Л. Утатов, В.Н. Севрюк. – Оpubл. в Б.И., 1974, №30. – 1975. 3. Гохман Х.И. Теория зацеплений, обобщенная и развитая путем анализа. – Одесса, 1986.

Поступила в редколлегию 21.04.10

УДК 621.833

А.В. ФЕДЧЕНКО, к.т.н., ст. преп. каф. НГГ НТУ "ХПИ", г. Харьков

Н.В. МАТЮШЕНКО, к.т.н., доцент каф. НГГ НТУ "ХПИ"

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОПИСЫВАЮЩИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПЕРЕДАЧУ НОВИКОВА ДЛЗ

Виконано дослідження стійкості рішення системи диференціальних рівнянь з змінними коефіцієнтами, що описують циліндричну передачу Новикова.

Stability of the decision of system of the differential equations with the variable factors, Novikov describing cylindrical gear is investigated.

Для задачи об устойчивости движения в постановке Ляпунова А.М. характерно следующее:

а) рассматривается устойчивость невозмущенного движения только по отношению к возмущениям начальных условий;

б) предполагается, что начальные возмущения, а следовательно, и последующие возмущения – достаточно малые величины;

в) рассматривается неограниченный интервал времени.

Рабочим состоянием многих машин и агрегатов является колебательное движение их звеньев, не является исключением и зубчатая передача. Будем считать ее голономной механической системой, которая в общем случае описывается системой дифференциальных уравнений n -го порядка вида

$$\frac{dx_s}{dt} = X_s(t, x_1, \dots, x_n); S = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

и в которой функции X_s удовлетворяют условиям Липшица по переменным x_s в каждой замкнутой области $\bar{G}_s \subset G$ и $t \in J_t^+$, где $J_t^+ = [0 \leq t \leq \infty]$:

$$G = \{x: x \in E_n; \|x\| < H, H = \text{const или } H = \infty\}; \|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{1/2} \text{ или } \|x\|_2 = \max_s(x_s). \quad (2)$$

При этом из теории обыкновенных дифференциальных уравнений известно [1], что по каждому набору вещественных чисел $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0, t_0)$ из области $\bar{G}_s \times J_t^+$ определяется n непрерывно дифференцируемых функций

$$x_s(t, x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0, t_0) = x_s(t), s = 1, 2, \dots, n, \quad (3)$$

удовлетворяющих системе (1) и принимающих значения

$$x_s(t) = x_s^0 \text{ при } t = t_0.$$

Следует заметить, что функции X_s ($s=1, 2, \dots, n$) должны, естественно, зависеть от некоторых конструктивных параметров передачи $(\gamma_1, \dots, \gamma_m) \in \Omega$.

Наряду с системой (1) имеет место другая система

$$\frac{dx_s}{dt} = X_s(t, x_1, \dots, x_n) + R_s(t, x_1, \dots, x_n); (S = 1, 2, \dots, n), \quad (4)$$

в которой функции $R_s(t, x_1, \dots, x_n)$ учитывают непрерывно действующие возмущения на систему (1). В этом случае можно предположить, что в области $\bar{G}_s \times J_t^+$ существует решение системы (4) и оно единственно для заданных начальных условий. Однако в [1] показано, что функции $R_s(t, x_1, \dots, x_n)$ на практике не определимы, что существенно усложняет задачу, но, как правило, из-

вестны верхние границы, которые эти функции не превосходят. Для упрощения дальнейшего исследования переписем системы (1) и (4) в векторной форме

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x); \quad (5)$$

$$\frac{dx}{dt} = X(t, x) + R(t, x), \quad (6)$$

где x, X и R – n -мерные векторы в пространстве E_n .

Решением систем (5) и (6) следует считать вектор-функцию $x(t)$ с компонентами $x_1(t), \dots, x_n(t)$. Введя далее обозначение $J = \{t: t_0 \leq t \leq t_0 + T\}$, где $T > 0$, будем считать, что системы (5) и (6) определены в области

$$D = \bar{G}_\delta \times J \subset G \times J_t^+ \quad (7)$$

Установив понятие предельного перехода в нормированном фазовом пространстве, можно далее предположить, что последовательность векторов x_m^0 сходится при $m \rightarrow \infty$ к вектору x^0 . Обозначим через $x=f(t)$ решение системы (5), определенное в области D начальным вектором x_m^0 , т.е. $f_m(t_0)=x_m^0$. Тогда, если $x=f(t)$ – решение системы (5), определенное на том же отрезке и соответствующее начальному вектору x^0 , то будем иметь $\lim_{m \rightarrow \infty} f_m(t)=f(t)$, при $m \rightarrow \infty$, причем стремление к пределу на J равномерно по t . Содержание этого утверждения состоит в следующем. Если выполнены приведенные выше условия, то для любого положительного ε можно указать положительное δ такое, что неравенство $\|f_m(t) - f(t)\| < \varepsilon$ имеет место при $t \in J$, лишь только при $\|x_m^0 - x^0\| < \delta$. Это утверждение, носящее название теоремы о непрерывной зависимости решения от начальных данных [1], использовано нами ниже.

Основным методом исследования технической устойчивости движения является метод функций Ляпунова, опирающийся на исследование поведения вспомогательной функции на траектории рассматриваемой системы.

Таким образом, опираясь на вышеизложенное, оценить устойчивость системы [2]

$$I_1 \varphi_1 + c_1(\varphi_1 - \varphi_{ш}) = M_1;$$

$$I_{ш} \varphi_{ш} - c_1(\varphi_1 - \varphi_{ш}) + F_1(z)R_{ш} + F_2(z)R_{ш} = -M_1 - h'_3 \varphi_{ш};$$

$$m_{ш} \dot{x}_{ш} + c'_{ш} [x_{ш} - (a + b_w/2)\psi_{ш}] + c''_{ш} [(a + b_w/2)\psi_{ш} + x_{ш}] + F_1(z) + F_2(z) =$$

$$P_{1ш} - P_{2ш} - h_{1ш}(x_{ш} - (a + b_w/2)\psi_{ш}) - h_{2ш}(x_{ш} + (a + b_w/2)\psi_{ш});$$

$$I'_{к} \psi_{к} - c'_{к}(a + b_w/2)[x_{к} - (a + b_w/2)\psi_{к}] + c''_{к}(a + b_w/2)[(a + b_w/2)\psi_{к} + x_{к}] +$$

$$(z \pm (i-1)p_x)F_1(z) + (z \pm (i-1)p_x + q_{21})F_2(z) = -P_{1к}(a + b_w/2) - P_{2к}(a + b_w/2) +$$

$$h_{1к}(a + b_w/2)(x_{к} - (a + b_w/2)\psi_{к}) - h_{2к}(a + b_w/2)(x_{к} + (a + b_w/2)\psi_{к});$$

$$I_к \varphi_к + c_2(\varphi_к - \varphi_4) + F_1(z)R_к + F_2(z)R_к = M_4 - h''_3 \varphi_к;$$

$$m_к \dot{x}_к + c'_к [x_к - (a + b_w/2)\psi_к] + c''_к [(a + b_w/2)\psi_к + x_к] - F_1(z) - F_2(z) =$$

$$P_{1к} - P_{2к} - h_{1к}(x_к - (a + b_w/2)\psi_к) - h_{2к}(x_к + (a + b_w/2)\psi_к);$$

$$I'_к \psi_к - c'_к(a + b_w/2)[x_к - (a + b_w/2)\psi_к] + c''_к(a + b_w/2)[(a + b_w/2)\psi_к + x_к] -$$

$$(z \pm (i-1)p_x)F_1(z) - (z \pm (i-1)p_x + q_{21})F_2(z) = -P_{1к}(a + b_w/2) - P_{2к}(a + b_w/2) +$$

$$h_{1к}(a + b_w/2)(x_к - (a + b_w/2)\psi_к) - h_{2к}(a + b_w/2)(x_к + (a + b_w/2)\psi_к);$$

$$I_4 \varphi_4 - c_2(\varphi_к - \varphi_4) = -M_4,$$

где

$$F_1(z) = A_{1j} c_3 (z \pm (i-1)p_x) [\varphi_{ш} R_{ш} - \varphi_к R_к + \Delta \beta (z \pm (i-1)p_x) + x_{ш} - x_к + (z \pm (i-1)p_x)(\psi_{ш} - \psi_к)];$$

$$F_2(z) = A_{2j} c_3 (z \pm (i-1)p_x + q_{21}) [\varphi_{ш} R_{ш} - \varphi_к R_к + \Delta \beta (z \pm (i-1)p_x + q_{21}) + x_{ш} - x_к + (z \pm (i-1)p_x + q_{21})(\psi_{ш} - \psi_к)],$$

можно следующим образом. Имея некоторый набор начальных условий, в нашем случае $\varphi_1^0, \varphi_{ш}^0, \varphi_к^0, x_{ш}^0, x_к^0, \psi_{ш}^0, \psi_к^0, \varphi_4^0$ согласно (3) должны существовать в нашем случае 8 функций, удовлетворяющих (1). Эти функции $\varphi_1(t), \varphi_{ш}(t), \varphi_к(t), x_{ш}(t), x_к(t), \psi_{ш}(t), \psi_к(t), \varphi_4(t)$ у нас заданы таблично, т.к. получены численным интегрированием. В качестве начальных условий были определены

$$\varphi_1^0 = 0,00188; \varphi_{ш}^0 = -0,000187; \varphi_к^0 = 0,000122;$$

$$x_{ш}^0 = -6,29 \cdot 10^{-6}; x_к^0 = 1,18 \cdot 10^{-5}; \varphi_4^0 = 0,0012.$$

При изменении одного из начальных условий, а именно $\varphi_1=0,00188+1\%$, после анализа полученных графиков, оказалось, что изменения составляют для $\varphi_{ш}(0,04)=-0,00205$, что на 10,8% отличается от исходного значения в соответствующей точке.

Таблица

Изменяемый параметр +1%	Изменения по обобщенным координатам, %							
	$\varphi_{ш}$	φ_1	$\varphi_к$	φ_4	$x_{ш}$	$x_к$	$\psi_{ш}$	$\psi_к$
$\varphi_{ш}+1\%$	5	11,8	0,8	0,4	0,1	0,1	0	3
$\varphi_1+1\%$	10,8	12	8,2	0	0	0	0	0
$\varphi_к+1\%$	5	13	0,8	0,2	11	3,5	0	3
$\varphi_4+1\%$	5	4	0	0,6	14	3,5	0	0
$x_{ш}+1\%$	5	4,2	0,8	0,4	0,1	7	0	3
$x_к+1\%$	14	1	0,8	0,1	2	3,5	0	0
$\psi_{ш}+1\%$	5	9	1,3	0	11	7	1,5	3
$\psi_к+1\%$	5	12,6	0	0,4	0,1	11	1,5	3

Для φ_1 расхождения составили 12%, для $\varphi_к - 8,2\%$, для $x_{ш}, x_к, \varphi_4$ изменения составили 0%. Изменяя начальные условия, согласно теореме о непрерывности зависимости решения от начальных условий, на +1% по каждой из координат

отдельно, получаем искомые функции, которые отличаются от первоначальных на 0–14%, что является достаточным признаком технической устойчивости решения. Расчеты по всем координатам сведены в таблицу.

Список литературы: 1. Мартынюк А.А. Техническая устойчивость в динамике. – Киев: Техніка, 1973.- 188с. 2. Кириченко А.Ф., Федченко А.В. Математическая модель внутренней динамики цилиндрических передач Новикова ДЛЗ // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов: Труды международной научно-технической конференции. – Харьков, 1997. – С.102–108.

Поступила в редколлегию 28.04.10

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., профессор каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля, г. Луганск
О.А. РЕВЯКИНА, к.т.н., доцент каф. инженерно-педагогических дисциплин ЛНУ им. Т.Г. Шевченко, г. Луганск
П.Н. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля
Ю.А. СКЛЯР, аспирант каф. машиноведения ВНУ им. В. Даля

КРИТЕРИИ РАБОТОСПОСОБНОСТИ РЕЕЧНОЙ ПЕРЕДАЧИ СО СМЕЩЕНИЕМ РЕЙКИ

Викладено математичну модель визначення геометрично-кінематичних критеріїв працездатності рейкової передачі загального вигляду та рейкової цівкової передачі з ізсувом вихідного контуру.

The mathematical model of definition of the geometric and kinematic criteria of work capacity of rail transmission of a general view and rail sausage filler nozzle transmissions with and shift of an initial head loop is stated.

Постановка проблемы. Реечные передачи находят применение в силовых механизмах – в автомобилях, сельскохозяйственных и подъемно-транспортных машинах, прессовом оборудовании, в пищевой промышленности и др. Причем, работоспособность реечных передач существенно влияет на работоспособность оборудования в целом. Поэтому задача повышения нагрузочной способности и долговечности таких передач является актуальной и может быть отнесена к проблеме многокритериальной оптимизации машиностроительных конструкций [1].

Анализ литературы. Эвольвентные реечные передачи достаточно изучены. Теория таких передач [2, 3, 4], а также значительный опыт, накопленный в ходе их эксплуатации, позволяют сделать вывод о том, что они достигли своего предела по качественным показателям работоспособности. Подтверждением тому является развитие в последние десятилетия новых видов

реечных передач, в том числе цевочных. Их развитие связано, в значительной мере, с крупногабаритными передачами. В основном они применяются взамен эвольвентных передач [5]. Известны цевочные передачи, в которых цевки рейки зацепляются с эвольвентным зубчатым колесом [6]. Причем, предлагаемое зацепление является приближенным, а поэтому не обеспечивает постоянную скорость движения рейки.

Математическая модель определения геометро-кинематических критериев реечных передач общего вида и реечных цевочных передач без смещения рейки получена в работе [8].

Цель статьи. Получить математическую модель реечных передач со смещением рейки.

Рассмотрим зацепление прямозубой рейки общего вида с зубчатым колесом и следующие системы координат (рисунок 1):

- XYZ – неподвижная система координат;
- $X_2Y_2Z_2$ – система координат, связанная с колесом;
- $X_pY_pZ_p$ – система координат, связанная с рейкой.

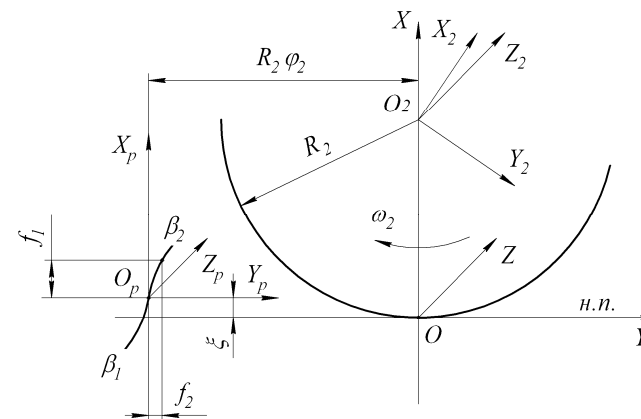


Рисунок 1 – Схема зацепления рейки с колесом со смещением:
н.п. – начальная прямая; ω_2 – угловая скорость колеса;
 φ_2 – угол поворота колеса; ξ – смещение рейки

Профиль зубьев рейки изображен в виде кривой $\beta_1 - \beta_2$. Уравнение этой кривой в системе координат $X_pY_pZ_p$ запишем в виде:

$$\begin{aligned} X_p &= f_1(\lambda); \\ Y_p &= f_2(\lambda); \\ Z_p &= Z_0, \end{aligned} \tag{1}$$

где $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ – произвольные функции; λ – переменный параметр (в дальнейшем λ в обозначениях функций будем опускать); Z_0 – переменный параметр.

Колесо при зацеплении вращается с угловой скоростью ω_2 , поворачиваясь на угол φ_2 (рисунок 1) в указанном стрелкой направлении. Рейка при этом перемещается со скоростью $V = \omega_2 R_2$ на расстояние $R_2 \varphi_2$ от оси OX .

Уравнение поверхностей зубьев прямозубой рейки в неподвижной системе координат XYZ имеет вид

$$\begin{aligned} X &= f_1 + \xi; \\ Y &= f_2 - R_2 \varphi_2; \\ Z &= Z_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Для такой схемы уравнение зацепления рейки с колесом можно записать в виде [7]

$$F = \frac{1}{n}(\Omega_2 - R_2 \varphi_2) = 0, \quad (3)$$

где $n = \sqrt{(f'_1)^2 + (f'_2)^2}$; f'_1 , f'_2 – первые производные функций f_1 и f_2 по λ ;

$$\Omega_2 = \frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2} + f_2. \quad (4)$$

Уравнение (3) является дополнительным условием связи между параметрами λ и φ_2 . Уравнение поверхности зацепления зубчатого колеса и рейки можно записать [7] в неподвижной системе координат XYZ

$$\begin{aligned} X &= f_1 + \xi; \\ Y &= -\frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2}; \\ Z &= Z_0. \end{aligned} \quad (5)$$

В этом случае координаты поверхности зубьев колеса имеют значения (в системе координат $X_2 Y_2 Z_2$)

$$\begin{aligned} X_2 &= (f_1 + \xi - R_2) \cos \varphi_2 - \Omega_1 \sin \varphi_2; \\ Y_2 &= -(f_1 + \xi - R_2) \sin \varphi_2 - \Omega_1 \cos \varphi_2; \\ Z_2 &= Z_0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Omega_1 = \frac{(f_1 + \xi)f'_1}{f'_2}$.

При определении геометро-кинематических критериев будем использовать результаты работы [7].

Скорость скольжения в зацеплении.

$$V^{12} = \omega_2 \sqrt{\Omega_1^2 + (f_1 + \xi)^2}. \quad (7)$$

Проекции этой скорости на оси неподвижной системы координат XYZ равны

$$V_X^{12} = -\Omega_1 \omega_2; \quad V_Y^{12} = -(f_1 + \xi) \omega_2; \quad V_Z^{12} = 0. \quad (8)$$

Отсюда следует, что скорость скольжения увеличивается при увеличении f_1 и ξ . Вектор скорости скольжения лежит в торцевой плоскости колес.

Скорости качения сопряженных поверхностей.

В общем случае скорость качения поверхностей зубьев рейки и колеса в направлении вектора скорости скольжения равны

$$\begin{aligned} V_r^{(1)} &= \frac{[(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)F - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)G][\bar{r}_1^U \bar{a}] - [(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)E - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)F][\bar{r}_1^V \bar{a}]}{[(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)E - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)F]F_V - [(\bar{V}^{12} \bar{r}_1^V)F - (\bar{V}^{12} \bar{r}_1^U)G]F_U} \cdot F_\varphi; \\ V_r^{(2)} &= V_r^{(1)} + (\bar{V}^{12} \bar{a}), \end{aligned} \quad (9)$$

где \bar{a} – единичный вектор скорости скольжения, равный

$$\bar{a} = \frac{\Omega_1 \omega_2}{V^{12}} \bar{i} + \frac{(f_1 + \xi) \omega_2}{V^{12}} \bar{j} + 0 \cdot \bar{k}. \quad (10)$$

Координаты вектора \bar{V}^{12} определяются соотношениями (8); E , F , G – коэффициенты первой квадратичной формы поверхности (1); \bar{r}_1^U , \bar{r}_1^V – производные вектора с координатами (1) по λ и Z_0 ; F_φ , F_U , F_V – производные функции (3) по φ_2 , λ , Z_0 .

Дифференцируя (1), получим

$$\bar{r}_1^U = f'_1 \bar{i} + f'_2 \bar{j} + 0 \cdot \bar{k}; \quad \bar{r}_1^V = 0 \cdot \bar{i} + 0 \cdot \bar{j} + 1 \cdot \bar{k}. \quad (11)$$

Тогда

$$E = \bar{r}_1^U \bar{r}_1^U = (f'_1)^2 + (f'_2)^2; \quad F = \bar{r}_1^U \bar{r}_1^V = 0; \quad G = \bar{r}_1^V \bar{r}_1^V = 1. \quad (12)$$

Дифференцируя (3), имеем

$$F_\varphi = -\frac{R_2}{n}; \quad F_U = \frac{\Omega'_2}{n}; \quad F_V = 0. \quad (13)$$

Из соотношений (7), (8), (10) следует,

$$(\bar{V}^{12} \bar{a}) = V^{12}. \quad (14)$$

Тогда из (9) будем иметь с учетом (10)-(14)

$$V_r^{(1)} = -\frac{nR_2}{\Omega'_2} \omega_2; \quad V_r^{(2)} = -\frac{n}{\Omega'_2} \left(R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right) \omega_2. \quad (15)$$

Из первого соотношения следует, что скорость качения поверхностей зубьев рейки равна нулю только при $\Omega'_2 = \infty$, а скорость качения поверхностей зубьев колеса равна нулю при

$$R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 = 0. \quad (16)$$

В этом случае наблюдается подрезание зубьев.

Суммарная скорость качения при сложении скоростей будет равна

$$V_\Sigma = -\frac{n}{\Omega'_2} \left(2R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right) \omega_2. \quad (17)$$

Эта скорость равна нулю при выполнении равенства

$$2R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 = 0. \quad (18)$$

Приведенная кривизна рабочих поверхностей. Этот критерий определяет контактную прочность зубьев и от него зависят все критерии работоспособности передачи.

Для рассматриваемого зацепления она будет равна

$$\chi = \frac{f'_2 (\Omega'_2)^2}{\left(R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) n^3}. \quad (19)$$

Когда знаменатель выражения (19) равен нулю наблюдается перемена знака приведенной кривизны, и наступает подрезание зубьев колеса (см. (16)).

Удельные скольжения. Этот критерий определяет износ и удельную работу сил трения зубьев элементов реечного зацепления.

Для реечного зацепления значения этих критериев равны:

– для зубьев рейки

$$\eta_1 = \frac{V^{12}}{V_r^{(1)}} = -\frac{(f_1 + \xi) \Omega'_2}{f'_2 R_2}; \quad (20)$$

– для зубьев колеса

$$\eta_2 = \frac{V^{12}}{V_r^{(2)}} = -\frac{(f_1 + \xi) \Omega'_2}{f'_2 \left(R_2 - \frac{(f_1 + \xi)}{f'_2} \Omega'_2 \right)}. \quad (21)$$

Из (20) и (21) следует, что в реечном зацеплении только на поверхности зубьев колеса возможно появление точек с бесконечным удельным скольжением (исключая $f'_2 = 0$). В полюсе зацепления ($f_1 + \xi = 0$) удельные скольжения равны нулю.

Коэффициент перекрытия. Известно, что этот коэффициент характеризует плавность работы реечного зацепления. Для рассматриваемого зацепления он равен (коэффициент профилевого перекрытия)

$$\varepsilon_\lambda = \frac{|\Omega_2(\lambda_2) - \Omega_2(\lambda_1)|}{\pi}, \quad (22)$$

где λ_2 – параметр, соответствующий точке β_2 (рисунок 1) профиля зуба рейки; λ_1 – определяется из соотношения

$$R_{a2}^2 = (f_1 + \xi - R_2)^2 + \Omega_1^2, \quad (23)$$

где R_{a2} – радиус вершин зубьев колеса.

Применим полученные результаты для получения математической модели цевочной реечной передачи. На рисунке 2 изображена схема цевочной реечной передачи, где системы координат такие же, как на рисунке 1 (здесь $\lambda = \alpha$).

Из рисунка 2 следует (при расположении центра O_y ниже делительной прямой "д.н.")

$$\begin{aligned} X_p &= f_1 = \rho \sin \alpha - a + \xi; \\ Y_p &= f_2 = b - \rho \cos \alpha; \\ Z_p &= Z_0, \end{aligned} \quad (24)$$

где ρ – радиус цевки; f_1, f_2 – координаты профиля цевки в торцовом сечении; α – текущий угол профиля рейки; a, b – расстояния оси цевки O_y до осей $O_p Y_p$ и $O_p X_p$.

Согласно рисунку 1 значения a и b равны

$$a = \rho \sin \alpha_n; \quad b = \rho \cos \alpha_n. \quad (25)$$

Здесь α_n – угол профиля торцового сечения цевки на делительной прямой "д.н."

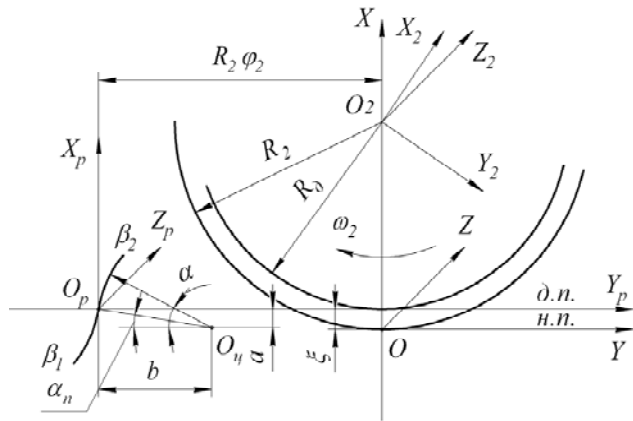


Рисунок 2 – Схема зацепления реечной цевочной передачи:

R_2 – радиус начальной окружности, R_0 – радиус делительной окружности,
д.н. – делительная прямая, н.н. – начальная прямая

С использованием (24) и приведенных выше зависимостей получаем

$$\begin{aligned} f'_1 &= \rho \cos \alpha; \quad f'_2 = \rho \sin \alpha; \quad f''_1 = -\rho \sin \alpha; \quad f''_2 = \rho \cos \alpha; \\ \Omega_1 &= (f_1 + \xi) \operatorname{ctg} \alpha; \quad \Omega_2 = \Omega_1 + f_2 = \operatorname{arcctg} \alpha + b; \quad \Omega'_2 = \frac{a}{\sin^2 \alpha}. \end{aligned} \quad (26)$$

Геометро-кинематические критерии равны:

– скорость скольжения

$$V^{12} = \frac{(f_1 + \xi)}{\sin \alpha} \omega_2; \quad (27)$$

– скорости качения

$$\begin{aligned} V_r^{(1)} &= -\frac{R_2 \sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \omega_2; \quad V_r^{(2)} = -\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \left(R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right) \omega_2; \\ V_\Sigma &= -\frac{\sin^2 \alpha}{\sin \alpha_n} \left(2R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right) \omega_2; \end{aligned} \quad (28)$$

– приведенная кривизна

$$\chi = \frac{\left(\frac{\sin \alpha_n}{\sin^2 \alpha} \right)^2 \sin \alpha}{\left(R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right)}; \quad (29)$$

– удельные скольжения

$$\eta_1 = -\frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{R_2 \sin^3 \alpha}; \quad \eta_2 = -\frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\left(R_2 - \frac{(f_1 + \xi) \sin \alpha_n}{\sin^3 \alpha} \right)}; \quad (30)$$

– коэффициент перекрытия

$$\varepsilon_\alpha = \frac{a(\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \alpha_2)}{\pi}. \quad (31)$$

Значения α_1 определяется из равенства

$$R_{a2}^2 = (f_1 + \xi - R_2)^2 + [(f_1 + \xi) \operatorname{ctg} \alpha_1]^2, \quad (32)$$

а α – угол профиля цевки в точке β_2 (рисунок 2).

Выводы.

1. Разработана математическая модель реечной передачи общего вида с профилем рейки, очерченным произвольной кривой, и реечной цевочной передачи при смещении рейки.

2. Полученные зависимости могут быть использованы при анализе работоспособности реечных передач общего вида по качественным показателям.

3. Полученные данные можно использовать при синтезе реечных передач по заданным значениям геометрокинематических критериев.

Список литературы: 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Гавриленко В.А. Геометрическая теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949 – 399с. 3. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 4. Вулгаков Э.В. Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М.: Машиностроение, 1974. – 264с. 5. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 128с. 6. Дейниченко В.А., Корольчук А.Н., Воскресенский В.С., Василенко М.С. Создание движителей бесцепных систем подачи очистных комбайнов на базе цевочного зацепления с использованием эвольвентной теории // *Вісник НТУ "ХПІ"*. – Харків: НТУ "ХПІ", 2007. – №21. – С.52–60. 7. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В.Даля. 2006. – 408с. 8. Шишов В.П., Ревякина О.А., Ткач П.Н., Скляр Ю.А. Критерии работоспособности реечной передачи // *Вісник СНУ ім. В.Даля*. – 2008. – №3(121). – С.228–234.

Поступила в редколлегию 21.04.10

СОДЕРЖАНИЕ

Ткачук М.А., Устиненко О.В., Протасов Р.В., Ткачук М.М. До 125-річчя НТУ "ХПІ". Розвиток теоретичних основ синтезу геометрії та моделювання втомної міцності нових зубчастих зацеплень в університеті	3
Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н., Панфилова Е.Б. Кинематический метод нахождения точек на огибающей, зная точки на обволакивающей	9
Бережной В.А. О выборе расчётной динамической модели для эвольвентных цилиндрических прямозубых передач	21
Власенко В.Н., Фей В.М. Современная методика выбора редукторов и мотор-редукторов	25
Грицай І.Є., Литвиняк Я.М. Підвищення техніко-економічної ефективності процесів виробництва зубчастих коліс поєднанням традиційних та нових способів формоутворення	30
Замковой В.Е., Единович А.Б., Тихомирова Т.В. Влияние антифрикционных покрытий на основе меди на контактную выносливость рабочих поверхностей зубчатых колес из Стали 14ХГСН2МА-Ш и 16ХЗНВФМБ-Ш	36
Заремба А.Ю., Демченко О.В., Тернюк Н.Э. Методы априорного и оперативного управления точностью изготовления зубчатых колёс	39
Корнейчук А.В. Перспективы развития редукторов авиационных двигателей	43
Короткин В.И. Концентрация напряжений в корне бочкообразных зубьев при технологических перекосах в зацеплении цилиндрических прямозубых эвольвентных зубчатых колёс	50
Курмаз Л.В. T-FLEX parametric CAD и трехмерное моделирование в деталях машин	60
Малащенко В.О., Стрілець О.Р., Стрілець В.М. Навантажувальна здатність пружних шпонкових з'єднань типу "вал-маточина"	65
Маргулис М.В., Митин В.В. Разработка силовых волновых приводов с прецессионным движением в передаточных механизмах	72
Матусевич В.А., Шарaban Ю.В., Шехов А.В., Абрамов В.Т. Равнопрочность зубчатых зацеплений в задаче оптимизации многоступенчатого планетарного механизма \overline{AI} по критерию массы	77
Надеин В.С. Синтез станочного зацепления при шевинговании колес с модифицированным углом наклона зубьев	86

Носко П.Л., Павлов А.И., Павлов В.А., Пятаев А.В. Построение сопряженных рабочих поверхностей в зубчатом зацеплении ...	91
Пастернак С.І., Данильченко Ю.М., Сторчак М.Г., Кривошея А.В. Експериментальне дослідження контурної обробки циліндричних зубчастих коліс дисковим інструментом	94
Пензова И.В., Пономарев Н.И., Фей В.М. Опыт производства цилиндрических мотор-редукторов с передачами Новикова на ОАО "Агрегат"	101
Приймаков О.Г., Устиненко О.В., Приймаков Г.О. Дослідження динаміки трихвильових силових зубчастих передач без надлишкових в'язей	103
Проценко В.О., Настасенко В.О., Тернюк М.Е. Прогнозування розвитку рухомих пружно-компенсуючих муфт з металевими пружними елементами	112
Самидов Х.С. Оптимизация переходных процессов электромеханических систем машин и её физическая реализуемость	124
Самойлова А.В., Онищенко В.П. Оценка жесткости зубьев конических зубчатых колес с круговыми двояковыпукло-вогнутыми зубьями	135
Спицын В.Е., Попов А.П., Мироненко А.И., Ванцовский В.Г., Филоненко А.А. Экспериментальная проверка эффективности точечного зацепления	141
Старжинский В.Е., Ишин Н.Н., Гоман А.М., Хиженок В.Ф. Сравнительный анализ прочности пластмассовых зубчатых колес с симметричным и асимметричным профилем зубьев	147
Стеценко Я.А., Нарыжный А.Г. Моделирование сборки волновой зубчатой передачи методом конечных элементов	160
Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И., Титаренко А.И., Лесняк Г.А. Аппроксимация зубьев с круговым профилем в биполярной системе координат	164
Устиненко А.В., Павлов В.А. Повышение контактной прочности зубьев эвольвентной передачи за счет уменьшения угла зацепления	173
Утутов Н.Л., Карпов А.П. О профилировании зубьев на некруглых колесах	177
Федченко А.В., Матюшенко Н.В. Исследование устойчивости решения системы дифференциальных уравнений, описывающих цилиндрическую передачу Новикова ДЛЗ	183
Шишов В.П., Ревякина О.А., Ткач П.Н., Скляр Ю.А. Критерии работоспособности реечной передачи со смещением рейки	187

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ДЛЯ ЗАМЕТОК

**ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ "ХПІ"**

**Тематичний випуск
"Проблеми механічного привода"**

Збірник наукових праць

Випуск №26

Науковий редактор М.А. Ткачук

Технічний редактор О.В. Устиненко

Відповідальний за випуск В.М. Луньова

Обл.-вид. №121-10

Підписано до друку 12.07.2010. Формат 60×84/16.

Папір офісний. Друк – ризографія. Умовн. друк. арк. 9,8.
Гарнітура Times New Roman. Наклад 300 прим. Зам. №

Надруковано у СПДФО Ізрайлев Є.М.
Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р.
61024, м. Харків, вул. Гуданова, 4/10
