

**ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА "ХПИ"**

**Сборник научных трудов
Тематический выпуск**

20'2009

"Проблемы механического привода"

Издание основано Национальным техническим университетом "ХПИ"
в 2001 году

Государственное издание

Свидетельство Госкомитета
По информационной политике Украины
КВ № 5256 от 02.07.2001 г.

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ

Председатель

Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ, *д.т.н., проф.*

Секретарь

К.А. ГОРБУНОВ, *к.т.н., проф.*

А.П. МАРЧЕНКО, *д.т.н., проф.*
Е.И. СОКОЛ, *д.т.н., проф.*
Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ, *д.т.н., проф.*
Т.С. ВОРОПАЙ, *д.ф.н., проф.*
М.Д. ГОДЛЕВСКИЙ, *д.т.н., проф.*
А.И. ГРАБЧЕНКО, *д.т.н., проф.*
В.Д. ДМИТРЕНКО, *д.т.н., проф.*
В.Г. ДАНЬКО, *д.т.н., проф.*
В.Б. КЛЕПИКОВ, *д.т.н., проф.*
П.А. КАЧАНОВ, *д.т.н., проф.*
А.К. МОРАЧКОВСКИЙ, *д.т.н., проф.*
П.Г. ПЕРЕРВА, *д.т.н., проф.*
Н.И. ПОГОРЕЛОВ, *д.т.н., проф.*
М.И. РЫШЕНКО, *д.т.н., проф.*
В.Б. САМОРОДОВ, *д.т.н., проф.*
В.П. СЕБКО, *д.т.н., проф.*
В.Н. ТАРАН, *д.т.н., проф.*
Ю.В. ТИМОФЕЕВ, *д.т.н., проф.*
Н.А. ТКАЧУК, *д.т.н., проф.*

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Ответственные редакторы

В.С. ГАПОНОВ, *д.т.н., проф.*
Н.А. ТКАЧУК, *д.т.н., проф.*

Зам. ответственного редактора

А.В. УСТИНЕНКО, *к.т.н., доц.*

Ответственный секретарь

В.А. БЕРЕЖНОЙ, *к.т.н.*

Н.Э. ТЕРНЮК, *д.т.н., проф.*
А.П. ЛЮБЧЕНКО, *д.т.н., проф.*
В.П. ШИШОВ, *д.т.н., проф.*
В.М. ГРИБАНОВ, *д.т.н., проф.*
Н.Л. УТУГОВ, *д.т.н., проф.*
В.Г. ХРОМОВ, *д.т.н., проф.*
С.В. ГУТЫРЯ, *д.т.н., проф.*
Б.В. МОТУЛЬКО, *д.т.н., проф.*
Б.И. КИНДРАЦКИЙ, *д.т.н., проф.*
В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, *д.т.н.*
В.В. ШЕЛОФАСТ, *д.т.н., проф.*
А.С. КУНИВЕР, *д.т.н., проф.*
В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, *д.т.н., проф.*
Х.С. САМИДОВ, *д.т.н., проф.*
М. БОШАНСКИ, *д.т.н., проф.*
А.И. ПАВЛОВ, *к.т.н., доц.*
В.Н. ВЛАСЕНКО, *к.т.н.*
Н.В. МАТЮШЕНКО, *к.т.н.*
В.В. МЕДВЕДЬ, *канд. пед. наук*

АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21
кафедра ТММ и САПР
тел. (0572) 707-64-78

УДК 621.833

Вісник Національного Технічного університету "ХПИ". Збірник наукових праць. Тематичний випуск "Проблеми механічного приводу".
Харків: НТУ "ХПИ". – 2009, №20. – 178 с.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ "ХПИ",
протокол № 8 від 26.06.2009**

©Національний технічний університет "ХПИ", 2009

В.Ф. ШАПОВАЛОВ, к.т.н., директор КМП "Сателлит"
В.И. ПЕЧЕНЬИЙ, к.т.н., ведущий науч. сотр. ОАО "НИИПТМаш"
А.Н. КОРОТУН, к.т.н., зам. директор ООО "Крамтехцентр"
А.А. КЛОЧКО, к.т.н., доцент каф. МСИ ДГМА
Г.И. МИХАЙЛОВ, зам. гл. констр. ОАО "ВНИКТИ", Россия

О ПАТРИАРХЕ ЗУБООБРАБОТКИ А.К. СИДОРЕНКО (к 100-летию со дня рождения)

Стаття присвячена творчій діяльності відомого вченого й практика в області обробки крупномодульних зубчастих коліс, заслуженого винахідника УРСР, канд. техн. наук О.К. Сідоренко, 100-річчя якого відзначалося 10 грудня 2008 р.

The article touches upon the creative activities of k.t.s. A.K. Sidorenko, well-known scientist and practician in the area of large-modul gears, merited inventor of the USSR, whose 100-th anniversary was celebrated 10 December, 2008.



Заслуженный изобретатель
УССР, канд. техн. наук
А.К.Сидоренко

Отечественное машиностроение знает немало специалистов – научных работников и практиков, чьи идеи и упорный ПОИСК новых технических решений на том или ином этапе развития производства способствовали дальнейшему прогрессу в области изготовления крупномодульных зубчатых передач. В их ряду достойное место занимает заслуженный изобретатель Украинской ССР Александр Константинович Сидоренко и его научно-практические разработки.

Феномен А.К. Сидоренко заключается в том, что, даже не имея высшего образования, он самообразованием познал сложные геометрические и кинематические зависимости в теории зубчатых зацеплений, получил более 50 авторских свидетельств на изобретения, стал автором восьми монографий, неоднократно удостоивался различных медалей ВДНХ СССР, ВВЦ и других выставок.

Неуемная жажда познания, пылкий и изобретательский ум, колоссальная творческая целеустремленность, сопровождали А.К. Сидоренко на протяжении всей его долгой жизни (1908-2007).

Особое значение имеет то, что А.К. Сидоренко вел научные и практические разработки в области инструментов, предназначенных для зубонарезания крупномодульных (до $m=65$ мм), крупногабаритных (диаметром до 12,5м)

зубчатых колес, отличающихся длительным до 600 ч.) циклом изготовления.

В процессе зубонарезания колес крупного модуля режущим инструментом срезаются сравнительно большие по периметру и сечению стружки металла, а весь процесс сопровождается высокими температурами в зоне резания. Это требует от инструмента повышенной жесткости и стойкости, применения рациональной схемы резания и геометрии режущей части.

В 50-е годы, работая ведущим конструктором по зуборезному инструменту на Ново-Краматорском машиностроительном заводе (НКМЗ), А.К. Сидоренко предложил рассмотреть процесс зубонарезания цилиндрических зубчатых колес червячной фрезой как взаимодействие двух цилиндров, заглубленных друг в друга на величину, равную высоте исходного контура зубчатой рейки [1].

Пятно контакта этих двух вращающихся цилиндров при сообщении инструменту осевой подачи было названо автором "контактным полем резания".

Анализ конфигураций и размеров контактных полей резания для различных случаев зубонарезания (встречное или попутное зубофрезерование, различные габариты, угол наклона и направление зубьев зубчатых колес и др.) позволили А.К. Сидоренко сделать определенные, важные выводы по совершенствованию конструкций червячных фрез, направленные на существенную интенсификацию в несколько раз процесса резания.

Так, например, для повышения производительности чернового зубонарезания венцов угле- и рудоразмельных мельниц ($m=20-28$ мм; $D_a=5000-12500$ мм; $\beta_a=6-8^\circ$; $b=700-1200$ мм) режущую часть червячной фрезы было предложено выполнять с заборным конусом, причем при левом наклоне зубьев венца фреза должна быть правой и иметь заборный конус справа, а при правом наклоне наоборот – фреза должна быть левой, а заборный конус находится слева. Величина и длина заборного конуса зависят от габаритов и других конструктивных параметров обрабатываемых зубчатых колес [2].

Использование червячных фрез с заборными конусами, выполненными по прямой или кривой линии, позволило выровнять нагрузку, приходящуюся на каждый зуб инструмента, что, в свою очередь, позволило в два-три раза повысить подачу инструмента на один оборот заготовки.

Так, при черновом зубонарезании на ЗАО "ИКМЗ" венцов угле- и рудоразмельных мельниц ($m=20$ мм; $Z=250-316$; сталь 35 ХМЛ) используются подачи порядка $S=5-6$ мм/об, что в три раза превышает нормативную подачу по ранее сложившейся технологии зубонарезания. Для повышения надежности и стойкости инструмента, А.К. Сидоренко предложил изготавливать крупномодульные ($m=16-42$ мм) червячные фрезы сборно-сварными, а именно: корпус фрезы с увеличенным до $\phi 100$ мм диаметром посадочного отверстия изготавливать из конструкционной стали, а вставные режущие зубья из быстрорежущей стали Р9, Р18 приваривать к корпусу электросваркой. Такие фрезы (рисунок 1), названные впоследствии А.К. Сидоренко фрезами "Прогресс", еще с 50-х годов и по настоящее время широко используются на ЗАО "НКМЗ" и других предприятиях, изготавливающих крупномодульные зубчатые колеса.

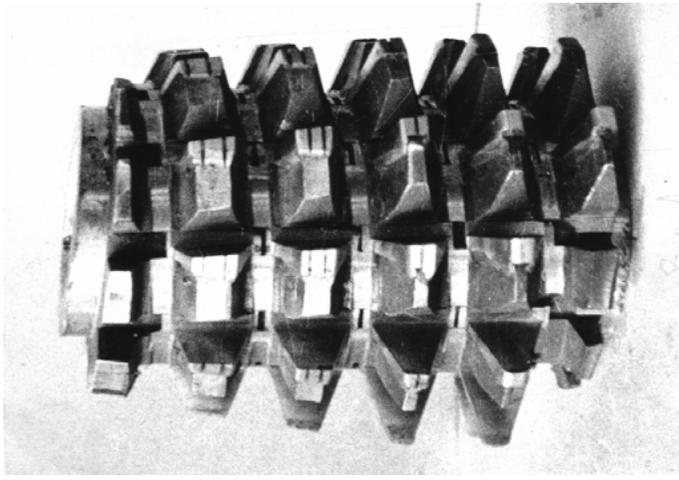


Рисунок 1 – Сборно-сварная червячная фреза "Прогресс" $m=20$ мм с сборным конусом и стружкоразделительными канавками

На основе теоретических работ [1, 2] и результатов промышленного внедрения А.К. Сидоренко в 1966 г. была присвоена ученая степень кандидата технических наук.

Особенно ярко изобретательский и научный талант А.К. Сидоренко проявился в годы его работы в должности заведующего лабораторией технологии зубообработки Краматорского института (НИИПТМАШ).

Здесь впервые, учитывая, что крупномодульный зуборезный инструмент не срезает, а фактически перерабатывает в стружку значительные объемы металла, он предложил инструмент и специальную оснастку для обработки методом "трепанации" впадин зубьев крупномодульных колес [3].

При этом способе зубонарезания большая часть металла впадин зубьев вырезается и выпадает в виде треугольных призм. Для осуществления способа "трепанации" были разработаны дисковые прорезные фрезы, названные "чистовые по доньшку", оформляющие дно впадин зубьев сразу в размер, а на боковых поверхностях оставляющие небольшой припуск на чистовую обработку. Периметр резания таких фрез при модуле обрабатываемых зубьев $m=30-36$ мм в пять-шесть раз меньше, чем у обычной дисковой модульной фрезы, а зубьев в два-три раза больше, что позволяет при оснащении их твердым сплавом повысить производительность черного зубонарезания в три-четыре раза.

Для крупногабаритных зубчатых венцов с числом зубьев более $z=144$ впервые в зуборезной практике заменили эвольвентный профиль зубьев на прямолинейный, т.к. отклонения при этом не превышают допуск на изготовление. Это, в свою очередь (рисунок 2), позволило применить при чистовом зубонарезании (практически трапецеидальных по профилю зубьев) торцевые высокоскоростные фрезы, оснащенные твердым сплавом.

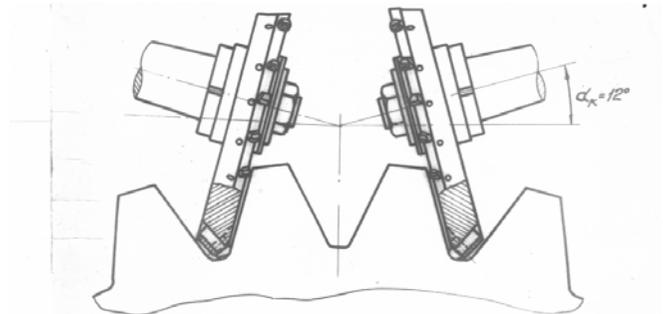


Рисунок 2 – Схема чистовой обработки прямозубых колес торцевыми твердосплавными фрезами на спецсуппорте к станку мод. КУ-279

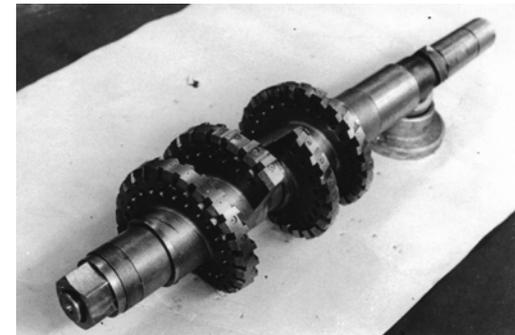


Рисунок 3 – Фреза червячная "Победа" со вставными режущими элементами $m=36$

Появление нового зуборезного инструмента, работающего при скоростях резания 100-150 м/мин, потребовало (для получения более полного эффекта) модернизации существующих тяжелых зубофрезерных станков. Работа по модернизации суппортов тяжелых зубообрабатывающих станков проводилась совместно с ведущими специалистами Коломенского завода тяжелого станкостроения (КЗТС) во главе с главным конструктором С.П. Налетовым. Была разработана гамма специальных двухшпиндельных высокоскоростных суппортов для осуществления метода "трепанации" впадин зубьев с использованием специальных дисковых и торцевых фрез. Таким суппортом был оснащен тяжелый зубофрезерный станок мод. КУ-279 с диаметром планшайбы 8000 мм, поставленный на НКМЗ.

Для чистового зубонарезания колес методом обкатки А.К. Сидоренко предложил оригинальную конструкцию червячной фрезы, названную "Победа" (рисунок 3), со вставными режущими элементами, размеры которых не зависят от модуля зубьев нарезаемых колес и в диапазоне $m=12-65$ мм имеют постоянную длину 20 мм [4]. Уменьшение размеров зубьев инструмента позволило увеличить их количество в два-три раза по сравнению с ранее известными конструкциями крупномодульных фрез, а это, в свою очередь, позволило повысить как производительность зубонарезания, так и качество нарезаемых зубьев.

Сравнительно малые размеры зубьев позволили применить на таких фрезах режущие элементы из твердых сплавов (рисунок 4). На НКМЗ фрезы "Победа" применялись для предварительной обработки зубьев под зубошлифование лезвийной обработки цементованных и закаленных колес (рисунок 5) $m=14-36$ мм; $D_a=400-2500$ мм; $\beta_a=28^\circ$; $b=700$ мм; HRC50...55 [5].

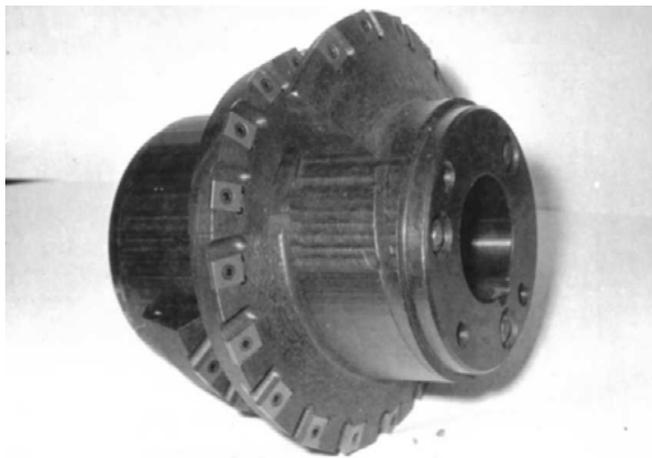


Рисунок 4 – Червячная твердосплавная фреза $m=20$ мм с неперетачиваемыми поворотными пластинками (BK10-ХОМ, 20x8x15мм)

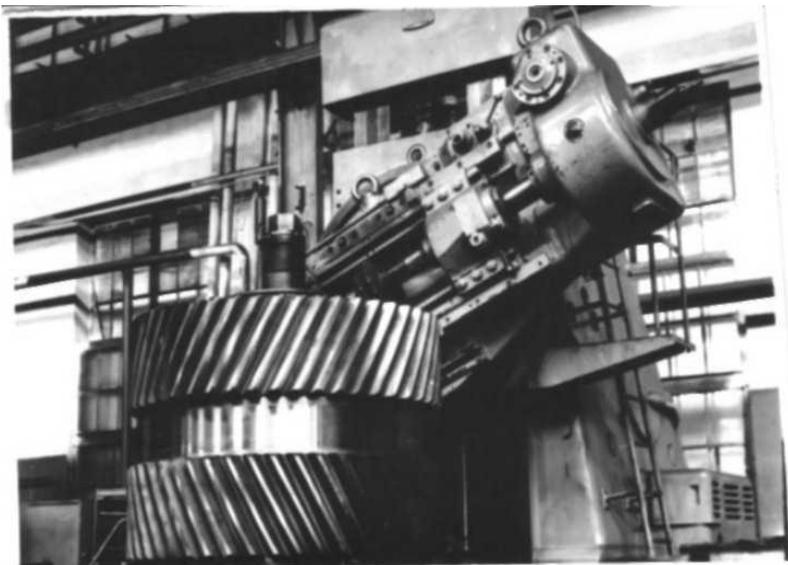


Рисунок 5 – Предварительная зубообработка закаленного шевронного колеса под зубошлифование $m=28$ мм, HRC 50...55

Кроме работы по совершенствованию зуборезных инструментов, станков и технологии зубообработки, А.К. Сидоренко постоянно следил за появлением новых видов зубчатых передач, анализировал целесообразность их применения, технологичность в изготовлении, возможности их совершенствования.

Так, в конце 1970-начале 1980-х годов его внимание привлекли цилиндрические зубчатые передачи с арочными зубьями. Из имеющегося большого количества разновидностей этих передач А.К. Сидоренко, опираясь на личный производственный опыт и проведенные аналитические исследования, разрабатывает арочную передачу с круговыми зубьями, нарезанными резцовыми головками с нулевым углом профиля резцов. Автор называет такую передачу "70-НКМЗ", т.к. первые опытные образцы этой передачи были изготовлены на ЗАО "НКМЗ" к 70-летию А.К. Сидоренко [6]. В этих работах также активное участие принимали Ю.И. Каплий, В.И. Эскин, А.Г. Цевковский и др. Зубчатая передача "70-НКМЗ" отличается от других видов арочных передач тем, что кривизна дуг зубьев по верхним и нижним активным точкам у них одинакова, и это не уменьшает линии контакта зубьев при изменении межосевого расстояния. Кроме того, для изготовления таких передач применяются резцовые головки с унифицированными режущими элементами – резцами, затачиваемыми комплектно в отдельном приспособлении. Подходя комплексно к решению проблемы, А.К. Сидоренко дает методику геометрического расчета арочной передачи, приводит оценку ее несущей способности, предлагает конструкцию зуборезного оборудования и инструмента для ее изготовления. Новый прилив творческой энергии А.К. Сидоренко получил сотрудничая с творческим коллективом хозрасчетного центра "Новатор" при Мособлсовете ВОИР. Он разрабатывал новые виды зубчатых передач, такие как арочная передача с эллиптическими зубьями, арочная с циклоидными зубьями, двоякокруговая зубчатая передача, зубчато-роликовая передача [7]. Под его руководством творческим коллективом проведена конструкторская проработка универсального зуборезного станка (рисунок 6), спецснастки и инструмента для изготовления арочных зубчатых передач, разработаны методики геометрических и прочностных расчетов.

Несущая способность арочных передач по теоретическим исследованиям А.К. Сидоренко значительно выше, чем у прямозубых, а также превосходит косозубые и шевронные зубчатые передачи. И пусть не во всех случаях такая замена возможна и оправдана, но, несомненно, что арочные цилиндрические передачи должны занять определенную полезную нишу в общем количестве используемых в машиностроении зубчатых передач, а также послужили толчком для развития исследований в этой области и нашли последователей в организациях Москвы, Краматорска, Донецка, Кургана, Одессы, Хабаровска и других городов.

По разработкам А.К. Сидоренко его учениками и последователями защищены две диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Его энергия нашла выход в создании экспериментальных образцов. Необходимо

особо отметить, что подавляющее большинство изобретений и разработок А.К. Сидоренко носят прикладной характер. Они опробованы и внедрены в производстве на многих предприятиях тяжелого машиностроения: на Ижорском заводе (г. Колпино), Сибтяжмаше (г. Красноярск), СЗТМ (г. Сызрань), ЭЗТМ (г. Электро-сталь), ПО КЗТС (г. Коломна), НКМЗ (г. Краматорск) и других.

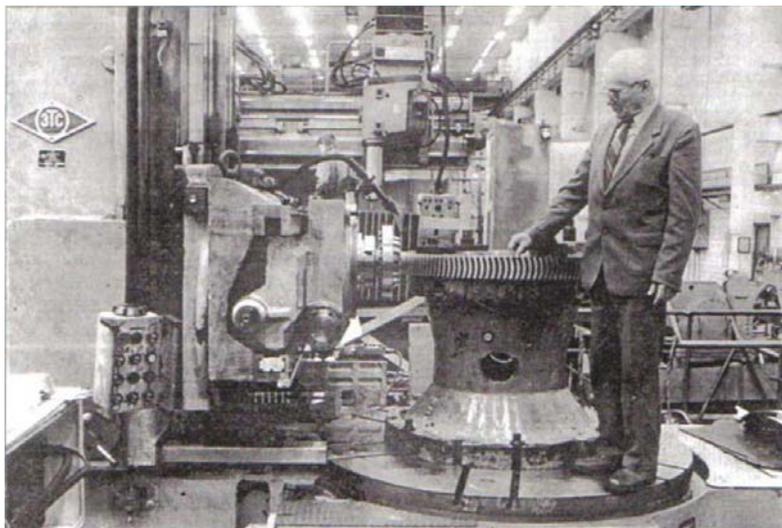


Рисунок 6 – А.К.Сидоренко у станка мод. 5A342ПФ2. 1989г., Коломенский ЗТС

Патриарх зубообработки А.К. Сидоренко прожил долгую трудовую и творческую жизнь. Он является автором оригинальных разработок, внедренных в промышленность, создал научный задел в области новых видов зубчатых передач, зуборезного оборудования и инструмента. Долг учеников и последователей продолжить работы патриарха, расширить их и внедрить в производство на общее благо технического прогресса. Это и будет наилучшая память о выдающемся специалисте и человеке – Александре Константиновиче Сидоренко.

Список литературы: 1. Сидоренко А.К. Прогрессивное зубофрезерование. – М.: Машиностроение, 1951. – 80с. 2. Сидоренко А.К., Адам Я.И., Овумян Г.Г. Производство крупных зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1961. – 155с. 3. Сидоренко А.К. Особенности изготовления крупномодульных колес. – М.: Машиностроение, 1976. – 112с. 4. Сидоренко А.К. Новый способ зубофрезерования крупномодульных колес. – НИИИНФОРМТЯЖМАШ. 1967.Х" 12-61-1. – 21с. 5. Шаповалов В.Ф., Гузенко В.С., Мироненко Е.В., Колесник В.Ф., Иванов С.А. Совершенствование технологии зубообработки крупномодульных закаленных колес. // Вестник ХПИ. – 2003. – №8. – С.142-147. 6. Сидоренко А.К. Зубчатая передача "70-НКМЗ". – М.: Машиностроение, 1984. – 80с. 7. Сидоренко А.К. Новые виды зубчатых передач. – М.: Машиностроение, 1990. – 129с. 8. Сидоренко А.К. Арочная цилиндрическая зубчатая передача "85-ПО КЗТС" (Геометрические расчеты и технологические приемы). – М.: ЦНИИТЭИТЯЖМАШ, 1993. – 170с. 9. Сидоренко А.К. Арочная передача по высоте зубьев "90-ВНИТИ". – Коломна, 1998. – 50с.

Поступила в редколлегию 08.06.09

УДК 621.833.6

В.Т.АБРАМОВ, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"
А.Н.ГЕТЯ, начальник сектора ГП "ХАКБ"
В.А.МАТУСЕВИЧ, главный конструктор-директор ГП "ХАКБ"
А.В.ШЕХОВ, с.н.с. НАКУ "ХАИ"

МЕТОДИКА ОПТИМИЗАЦИИ МНОГООРУБЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ПО КРИТЕРИЮ МАССЫ

Розглянуто підхід до розробки програмної методики оптимізації загальної маси багатоступінчатого планетарного механізму з урахуванням умов міцності при згині та контакту. Оптимальний розподіл передаточного відношення механізму по ступеням враховує можливі значення чисел зубців однієї ступені.

The computing method of finding of the optimum result mass of planetary transmission from the conditions of bending and contact strength is considered. The optimum distribution transfer attitudes from the area of existence of number of teeth is given.

Постановка проблемы. Проектирование многоступенчатых планетарных механизмов относится к многовариантной задаче, решение которой выполняется, как правило, путем последовательного приближения к требуемым техническим условиям. Данное обстоятельство, в основном, связано с различным распределением общего передаточного отношения по ступеням такого механизма. Поэтому с целью ограничения возможных вариантов конструкции проектируемого механизма принимают ряд дополнительных требований по ее оптимизации. Например, для приводов, используемых в системах управления летательных аппаратов, работающих в старт-стопном режиме, такими требованиями являются быстродействие и масса привода. Дополнительные требования могут быть противоречивыми друг другу. Качество выбора оптимальной конструкции проектируемого механизма зависит от применяемой методики ее оптимизации.

Анализ литературы. Минимизации массы рядно-планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-3]. Однако в этих работах не приводятся описания методик минимизации. В частности, в работе [2] приведены примеры определения распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы. Там же приводятся блок-схемы некоторых алгоритмов, которые применялись автором при решении этих примеров.

Цель статьи. Разработка программной методики минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ с учетом рекомендаций по распределению общего передаточного отношения по его ступеням, обеспечивающего выполнение условий изгибной и контактной

прочности. При этом рекомендации основаны на исследованиях, приведенные в работах [2, 3].

Раздел. На рисунке 1 представлена схема многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Сквозная нумерация всех зубчатых колес механизма показана на рисунке 1а. Локальная (в пределах одной ступени) нумерация зубчатых колес приведена на рисунке 1.б.

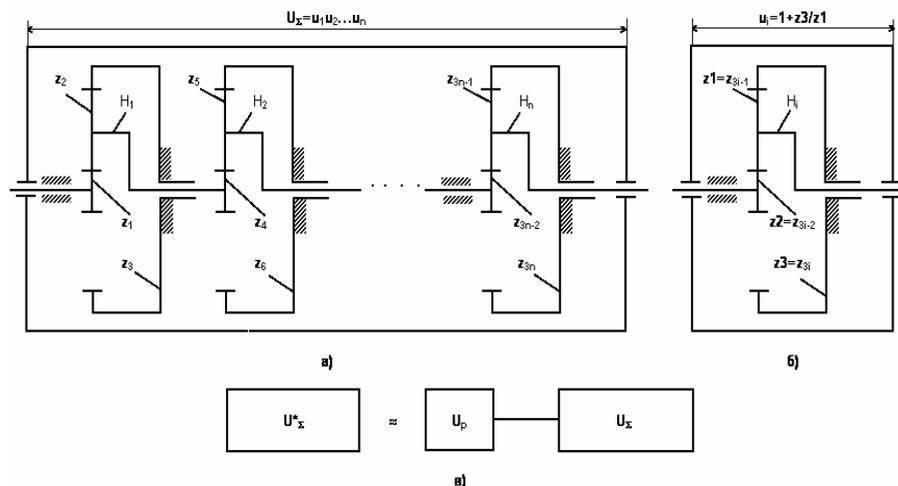


Рисунок 1 – Схема исследуемого механизма

Суммарная масса многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ определяется следующим образом [3]

$$M_{\Sigma} = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i, \quad (1)$$

где M_i – масса i -ой ступени механизма; n – число ступеней механизма.

Для вычисления массы M_i отдельной ступени механизма необходимо принять допущения, например, такие как в работах [1-2]. С учетом этого имеем

$$M_i = \frac{\pi \rho_i}{4} b_i d_i^2 \left(1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4} \right), \quad (2)$$

где ρ_i , b_i , d_i – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса; k_i – число сателлитов; n_{Mi} – коэффициент приведения масс корпуса, водила и неподвижного зубчатого коле-

са к массе условного диска; u_i – передаточное отношение ступени.

Подставив (2) в (1) и вынося за скобки общий множитель $\frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2$, получим

$$M_{\Sigma} = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left(A_1 + \sum_{i=2}^{n-1} A_i B_i + A_n B_n \right), \quad (3)$$

где $A_i = 1 + k_i \left(\frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$; $B_i = \frac{\rho_i b_i d_i^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$ – безразмерные коэффициенты.

При конструировании многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, исходя из технологических и экономических соображений, обычно принимают равные модули и ширины венцов, а также одинаковые материалы зубчатых колес отдельных ступеней. Такой подход обеспечивает, что коэффициенты $B_i = 1$. При этом прочность механизма достигается за счет величины $b_1 d_1^2$.

Изгибная прочность будет обеспечена, если выполнено следующее условие [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{2T_{\text{вых}} (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \Omega_{F1} (Y_{FS})_1 z_1}{U_{\Sigma} k_1 (\sigma_{FP})_1}, \quad (4)$$

где U_{Σ} , $T_{\text{вых}}$ – суммарное передаточное отношение и вращающий момент на выходе механизма; k_1 – число сателлитов первой ступени; Ω_{F1} – коэффициент неравномерности нагрузки среди сателлитов при расчете на изгибную прочность; $K_{F\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине контактной линии; K_{Fv} – коэффициент, учитывающий динамическую нагрузку, возникающую в зацеплении до зоны резонанса; Y_{FS} – коэффициент, учитывающий форму зуба и концентрацию напряжений; σ_{FP} – допускаемое напряжение при изгибе; z_1 – число зубьев центрального колеса первой ступени.

В формуле (4) нижний индекс 1 относится к первой ступени механизма.

Введем следующее обозначение коэффициента массы при расчете на изгибную прочность

$$C_F = \frac{\pi \rho_1}{4} \cdot \frac{2T_{\text{вых}} (K_{F\beta} K_{Fv})_1 \Omega_1 (Y_{FS})_1}{(\sigma_{FP})_1}. \quad (5)$$

С учетом (5) выражение (3) представим в безразмерном виде

$$\overline{M}_F = \frac{M_{\Sigma}}{C_F} = \frac{z_1}{k_1 U_{\Sigma}} \left(A_1 + \sum_{i=2}^{n-1} A_i B_i + A_n B_n \right). \quad (6)$$

Если коэффициенты $B_i = 1$ и приняты условия $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$ и $n_{M1} = n_{M2} = \dots = n_{Mn} = n_M$, то выражение (6) примет вид

$$\overline{M}_F = \frac{z_1}{kU_\Sigma} \left(\sum_{i=1}^n A_i \right). \quad (7)$$

Из (7) следует, что значение безразмерной массы n -ступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ является функцией передаточных отношений отдельных его ступеней, т.е. $\overline{M}_F = \overline{M}_F(u_1, u_2, \dots, u_n)$.

Итак, при заданных параметрах n , U_Σ , z_1 , k и n_M минимум функции (7) зависит от распределения суммарного передаточного отношения механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ по его ступеням.

Оптимальное распределение передаточных отношений $n_{opt i}$ по ступеням механизма определяется решением следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_F}{\partial u_j} = 0, j = 1, n-1 \\ u_n = \frac{U_\Sigma}{\prod_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Решение системы (8) имеет вид [2]

$$u_{opt 1} = u_{opt 2} = \dots = u_{opt n} = \sqrt[n]{U_\Sigma}. \quad (9)$$

Подставив (9) в (7), получим значение минимальной безразмерной суммарной массы механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ при расчете на изгибную прочность

$$\overline{M}_{F \min} = \frac{z_1 n}{kU_\Sigma} \left(1 + \frac{k}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} - 2 \right)^2 + \frac{n_M}{4} \left(\sqrt[n]{U_\Sigma} \right)^2 \right). \quad (10)$$

Значение (10) получено с учетом ограничений, которые были приняты при выводе выражения (7).

Контактная прочность обеспечивается выполнением следующего условия [1]

$$b_1 d_1^2 \geq \frac{0.7 T_{\text{вых}} (K_{H\beta} K_{Hv})_1 \Omega_{H1} (Z_E)_1}{U_\Sigma k_1 (\cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1^2} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2}, \quad (11)$$

где Ω_{H1} – коэффициент неравномерности нагрузки среди сателлитов при

расчете на контактную прочность; $K_{H\beta}, K_{Hv}$ – коэффициенты аналогичные коэффициентам $K_{F\beta}$ и K_{Fv} соответственно; Z_E – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных зубчатых колес; α, α_w – угол профиля зуба и угол зацепления; σ_{HP} – допускаемое напряжение на контакт.

В формуле (11), как и в формуле (4), нижний индекс 1 относится к первой ступени механизма.

Введем коэффициент массы при расчете на контактную прочность

$$C_H = \frac{\pi \rho_1}{4} \frac{0.7 T_{\text{вых}} (K_{H\beta} K_{Hv})_1 \Omega_{H1} (Z_E)_1}{(\cos^2 \alpha \cdot \text{tg} \alpha_w)_1 (\sigma_{HP})_1^2}. \quad (12)$$

С учетом (12) выражение (3) запишем в безразмерном виде

$$\overline{M}_H = \frac{M_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{k_1 U_\Sigma (u_1 - 2)} \left(A_1 + \sum_{i=2}^{n-1} A_i B_i + A_n B_n \right). \quad (13)$$

Принимаем условия, которые были приняты при выводе формулы (7). В результате получим

$$\overline{M}_H = \frac{u_1}{k U_\Sigma (u_1 - 2)} \left(\sum_{i=1}^n A_i \right). \quad (14)$$

Подобно безразмерной массе \overline{M}_F безразмерная масса (14) тоже является функцией передаточных отношений отдельных ступеней механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, т.е. $\overline{M}_H = \overline{M}_H(u_1, u_2, \dots, u_n)$.

Оптимальное распределение передаточных отношений $n_{opt i}$ по ступеням механизма определяется решением следующей системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \overline{M}_H}{\partial u_j} = 0, j = 1, n-1 \\ u_n = \frac{U_\Sigma}{\prod_{j=1}^{n-1} u_j} \end{aligned} \right\}. \quad (15)$$

Решение системы (15) такое же, как и решение системы (8).

Минимальное значение безразмерной массы \overline{M}_H при расчете на контактную прочность достигается при распределении передаточных отношений по закону (9). В этом случае получим

$$\overline{M}_{H \min} = \frac{n^n \sqrt{U_\Sigma}}{k U_\Sigma (\sqrt{U_\Sigma} - 2)} \left(1 + \frac{k}{4} (\sqrt{U_\Sigma} - 2)^2 + \frac{n_M}{4} (\sqrt{U_\Sigma})^2 \right). \quad (16)$$

Применение закона (9) должно учитывать то обстоятельство, что передаточное отношение одной ступени механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ не может быть произвольным. Для заданного диапазона чисел зубьев $Z_n \leq Z \leq Z_g$ множество возможных передаточных отношений одной ступени u_i конечно и дискретно. Поэтому при конструировании многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, имеющего минимальную массу \overline{M}_F (или \overline{M}_H) и суммарное передаточное отношение U_Σ близкое к заданному значению U_Σ^* приходится решать следующие две основные задачи:

- определение необходимого числа ступеней n_{opt} ;
- выбор такого передаточного отношения одной ступени u_{opt1} , чтобы

выполнялось условие $U_\Sigma^* - (u_{opt1})^{n_{opt}} \leq \Delta_{u_\Sigma}$, где Δ_{u_Σ} – допуск на реализацию требуемого общего передаточного отношения механизма.

Решение перечисленных задач выполняется при ограничениях, которые были приняты при выводе формул (7) и (14) соответственно.

Отметим следующее. Решение (9) получено при одном ограничении на передаточные отношения ступеней планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, а именно $u_1 u_2 \dots u_{n-1} u_n = U_\Sigma$. Однако при конструировании такого механизма кроме отмеченного ограничения имеются еще ограничения вида $u_n^i \leq u_i \leq u_g^i$.

Минимум безразмерной массы \overline{M}_F зависит от значения числа зубьев центрального колеса z_1 . Однако не всегда можно выбрать значение z_1 равное минимальному значению, например, 18.

Итак, сформулируем математическую постановку задачи минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$. Необходимо найти число ступеней механизма n_{opt} и передаточное отношение одной ступени u_{opt1} , при которых суммарная масса механизма будет наименьшей и реализуемое общее передаточное отношение механизма будет близко к требуемому значению. Поиск подходящего решения выполняют при следующих ограничениях на числа зубьев z_1, z_2 и z_3 одной ступени механизма:

$$Z_n \leq (z_1, z_2, z_3) \leq Z_g, Z1_n \leq z_1 \leq Z1_g, z_3 \leq Z3_g, \quad (17)$$

$$\frac{z_3 + z_1}{k} - \text{целое}, \frac{z_3 - z_1}{2} - \text{целое}, \left(z_1 + \frac{z_3 - z_1}{2} \right) \sin\left(\frac{\pi}{k}\right) \geq \frac{z_3 - z_1}{2} + 2, \quad (18)$$

$$\frac{z_3 - z_1}{2} \geq Z2_n, \quad (19)$$

где Z_n, Z_g – нижнее и верхнее значения допустимого числа зубьев; $Z1_n, Z1_g$ – нижнее и верхнее значения числа зубьев для центрального зубчатого колеса z_1 ; $Z2_n$ – нижнее значение числа зубьев сателлита z_2 ; $Z3_g$ – верхнее значение числа зубьев неподвижного колеса z_3 .

Первое условие в (17) определяет допустимый диапазон чисел зубьев. Второе условие – ограничение на возможные значения чисел зубьев подвижного центрального колеса. Третье условие в (17) – ограничение на габарит ступени.

Ограничения (18) – условия сборки, соосности и соседства соответственно.

Ограничение (19) определяет минимальное допустимое значение числа зубьев сателлита.

Ограничения (17)-(19) определяют возможные комбинации чисел зубьев z_1, z_2 и z_3 одной ступени механизма. Каждая такая комбинация реализует соответствующее передаточное отношение одной ступени. Общее число возможных передаточных отношений одной ступени равно M .

Далее необходимо найти такое значение числа ступеней n_{opt} из заданного диапазона (n_n, n_g) и номер возможной комбинации чисел зубьев z_1, z_2 и z_3 одной ступени механизма j ($1 \leq j \leq M$) для которых имеем

$$\left(U_\Sigma^* - (u_i^j)^{n_{opt}} \right) \wedge \left(\overline{M}_\Sigma \right) \Rightarrow \min. \quad (20)$$

В (20) безразмерная суммарная масса механизма \overline{M}_Σ вычисляется в форме \overline{M}_F или в форме \overline{M}_H .

Решение задачи (17)-(20) может быть выполнено путем целочисленного программирования или обычным поиском. Более простым с точки зрения реализации является обычный поиск. В случае нахождения значения n_{opt} без последовательного перебора числа ступеней приходится решать нелинейную систему уравнений тем или иным численным методом. При этом время решения может быть существенно большим.

В зависимости от того какая прочность (изгибная или контактная) является определяющей при проектировании многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ минимизацию (20) выполняют для соответствующей безразмерной суммарной массы (7) или (14).

Рассмотренная постановка минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ была применена при проектировании со следующими исходными данными: требуемое переда-

точное отношение $U_{\Sigma}^* = 1944$; число ступеней $n \leq 10$; число сателлитов $k=3$; коэффициент $n_M = 5$; возможные числа зубьев $Z_n = 18, Z_6 = 180$; минимальное число зубьев сателлита $Z_{2n} = 18$; число зубьев неподвижного центрального колеса не превышает $Z_{3_6} = 108$.

В заданном диапазоне чисел зубьев $Z_n \leq (z_1, z_2, z_3) \leq Z_6$ в соответствии с условиями (17)-(19) было найдено всего $M=262$ возможных комбинаций чисел зубьев. Наименьшее передаточное отношение одной ступени составило $2,5(z_1 = 72, z_2 = 18, z_3 = 108)$, а наибольшее – $7(z_1 = 18, z_2 = 45, z_3 = 108)$ соответственно.

Случай 1. Искомое передаточное отношение одной ступени может быть любым из допустимого диапазона. Минимум безразмерной массы \overline{M}_F был достигнут для $n_{opt}=4$ и номера комбинации возможных чисел зубьев $j=19(z_1 = 19, z_2 = 44, z_3 = 107)$. При этом оптимальное передаточное отношение одной ступени $u_{opt1} = 6,63158$. В результате общее передаточное отношение механизма $U_{\Sigma} = u_{opt1}^{n_{opt}} = 1934,05035$. Ошибка получения требуемого значения $U_{\Sigma}^* = 1944$ составила 0,5%. Минимум безразмерной массы \overline{M}_H был получен также при $n_{opt}=4$ и $j=19$.

Случай 2. На искомое передаточное отношение одной ступени накладывают ограничение вида $u_{optn} \leq u_{opt1} \leq u_{opt6}$. Для значений $u_{optn} = 3$ и $u_{opt6} = 4,5$ минимум безразмерной массы \overline{M}_F был получен при $n_{opt}=6$ и $j=95(z_1 = 29, z_2 = 22, z_3 = 73)$. Данная комбинация зубьев реализует $u_{opt1} = 3,51724$ и соответственно $U_{\Sigma} = u_{opt1}^{n_{opt}} = 1893,27214$. Ошибка получения требуемого значения $U_{\Sigma}^* = 1944$ составила около 2%. Такой же результат был получен при минимизации безразмерной массы \overline{M}_H .

Сравнение решений для рассмотренных случаев показало, что минимум суммарной безразмерной массы \overline{M}_F для первого случая превышает аналогичное значение для второго случая в 1,7 раза. Но решение для второго случая предполагает большее число ступеней, чем для первого случая.

Численные эксперименты с варьированием ограничений на значение u_{opt1} показали следующее. Наименьшее значение суммарной безразмерной массы механизма \overline{M}_F или \overline{M}_H достигается при $n_{opt}=6$ и $u_{opt1}=3,5(z_1 = 24, z_2 = 18, z_3 = 60)$. Ранее этот результат был приведен в работе [3]. Но данное решение может не удовлетворять по условию минимального габарита

механизма из-за низкого значения параметра z_3 . С другой стороны, передаточное отношение $u_{opt1}=3,5$ реализует требуемое общее передаточное отношение механизма с ошибкой около 5,5%. Уменьшить эту ошибку можно за счет постановки на входе механизма рядной ступени с передаточным отношением U_p , как это показано на рисунке 1в. Чем больше ошибка в реализации требуемого общего передаточного отношения U_{Σ}^* , тем большее передаточное отношение U_p надо обеспечивать. Это в свою очередь может привести к росту числа рядных ступеней и в конечном итоге к увеличению суммарной массы механизма.

Решение для случая 2 показывает, что число зубьев сателлита меньше числа зубьев центрального подвижного зубчатого колеса. На практике часто требуется обратное соотношение, т.е. $z_2 \geq z_1$. Если учесть это ограничение, то для случая 2 будет найдено $n_{opt}=5$ и $j=22(z_1 = 20, z_2 = 25, z_3 = 70)$. Данная комбинация зубьев реализует $u_{opt1} = 4,5$ и соответственно $U_{\Sigma} = u_{opt1}^{n_{opt}} = 1845,28125$. Ошибка получения требуемого значения $U_{\Sigma}^* = 1944$ составила около 5%.

В состав ограничений задачи (17)-(20) можно добавить: проверку на отсутствие заклинивания зацепления z_2-z_3 ; выбор некратного числа зубьев центрального колеса z_1 числу сателлитов k ; условие обеспечения заданного межосевого расстояния.

Методика позволяет найти такой диапазон значений передаточного отношения одной ступени механизма, для которого значение его суммарной безразмерной массы расположено в заданном числовом интервале.

Подход по минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, примененный в методике, справедлив к нулевым и смещено-нулевым зубчатым зацеплениям [2].

Рассмотренная методика минимизации массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$ реализована в виде программы в среде пакета MathCAD версии не ниже 13. Программа проста в эксплуатации и легко модифицируется под новые задачи связанные с оптимизацией массы механизма.

Выводы. На основе исследований, выполненных в работах [1-3], разработана эффективная программная методика минимизации суммарной массы многоступенчатого планетарного механизма $\overline{AI} \times \dots \times \overline{AI}$, учитывающая допустимые комбинации чисел зубьев отдельной ступени механизма. Минимизация может быть выполнена при различных ограничениях накладываемых как на числа зубьев, так и на возможные передаточные отношения отдельной ступени.

Список литературы: 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Корочкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207.

Поступила в редакцию 28.05.09

УДК 621.452.33-585:621.833

В.М. АНАНЬЕВ, ФГУП "ЦИАМ им. П.И. Баранова", Россия.
В.Л. ДОРОФЕЕВ, ФГУП "ММП "Салют", Россия.
А.Л. КАПЕЛЕВИЧ, AKGears, LLC, USA.

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ АВИАЦИОННЫХ РЕДУКТОРОВ

В статье приводятся сведения о новых подходах расчета и проектирования зубчатых передач для редукторов авиационных двигателей. Описанные подходы реализованы при проектировании турбовинтового газотурбинного двигателя ТВ7-117С (Россия), используемого на самолете ИЛ-114. Новизной редуктора ТВ7-117С является применение зубчатых колес с несимметричными зубьями [1, 2, 3]. При заданной толщине на вершине зуба переход от симметричных к несимметричным зубьям позволяет улучшить качественные показатели: во внешнем зацеплении солнечного колеса с сателлитом – за счет увеличения угла зацепления и во внутреннем зацеплении сателлита с эпициклом – за счет увеличения коэффициента перекрытия при уменьшении угла зацепления. При проектировании геометрии зубчатых передач с несимметричными зубьями использовался метод обобщающих параметров [4] или метод прямого проектирования [6], при котором сначала выбираются параметры зубчатых передач с необходимыми качественными показателями, а затем разрабатываются параметры производящих контуров инструмента. Такой подход к проектированию обеспечивает повышение несущей способности зубчатых передач, снижение динамических нагрузок и виброактивности, увеличение КПД и ресурса редуктора. Метод не ограничен только авиационной промышленностью, он начинает применяться в других отраслях промышленности.

Введение. О преимуществах передач с несимметричными профилями зуба для однонаправленной передачи крутящего момента написано много статей. Большинство авторов, например [7, 8], исследовали передачи с несимметричными зубьями, образованными несимметричным производящим контуром с заданными параметрами – традиционный метод проектирования. Вулгаков Э.Б. создал теорию эвольвентных передач в обобщающих параметрах [4] и разработал геометрию зубчатых передач с несимметричными зубьями. В дальнейшем эти работы развил Капелевич А.Л. [10], расширив диапазон параметров зубчатого зацепления по углу зацепления и по коэффициенту перекрытия.

1. Параметры редуктора. Редуктор двигателя ТВД ТВ7-117С спроектирован ОАО "КЛИМОВ" с учетом рекомендаций ФГУП "ЦИАМ им. П.И. Баранова" [5] и изготавливается на ОАО "ММП им. В.И. Чернышева".

Основные параметры редуктора представлены в таблице 1. Кинематическая схема редуктора аналогична редукторам ТВД АИ-20 и АИ-24.

Первая ступень – планетарно-дифференциальная, имеет три сателлита. Вторая соосная ступень имеет пять промежуточных колес с остановленными осями.

Таблица 1

Частота вращения на входе, об/мин	17500	
Частота вращения на выходе, об/мин	1200	
Общее передаточное отношение	14.6	
Габаритные размеры, мм: диаметр, длина	520 645	
Масса редуктора, кг	105	
Мощность на крейсерском режиме, л.с.	2500	
Максим. передаваемая мощность, л.с.	4000	

2. Геометрия зубчатых зацеплений. Параметры несимметричных зубьев были выбраны так, чтобы увеличить плотность передаваемой мощности, уменьшить динамические нагрузки и вибрации зубчатых колес [2].

Свободный синтез, обобщенное или прямое проектирование зубчатого колеса¹ представляет несимметричный зуб посредством двух эвольвент, образованных от двух различных основных окружностей и расположенных между переходной кривой и окружностью вершин зуба (рисунок 1). Переходная кривая между зубьями проектируется независимо, обеспечивая минимальную концентрацию напряжения при изгибе и необходимый радиальный зазор в зацеплении.

Зубчатые передачи с несимметричными зубьями (рисунок 2) могут иметь два зацепления с различными углами зацепления и коэффициентами перекрытия, которые названы как рабочее и нерабочее зацепления.

Рабочий угол зацепления α_w и коэффициент перекрытия ε_α для передачи с несимметричными зубьями определяются по формулам [2]:

$$\begin{aligned} \operatorname{inv} \alpha_{wd} + \operatorname{inv} \alpha_{wc} &= [T (\operatorname{inv} v_{1d} + \operatorname{inv} v_{1c}) + u (\operatorname{inv} v_{2d} + \operatorname{inv} v_{2c}) - \\ &\quad - (T+1) 2 \pi / z_1] / (1+T u); \\ \varepsilon_{ad} &= z_1 [\operatorname{tg} \alpha_{a1d} + T u \operatorname{tg} \alpha_{a2d} - T (1+T u) \operatorname{tg} \alpha_{wd}] / (2 \pi); \\ \varepsilon_{ac} &= z_1 [\operatorname{tg} \alpha_{a1c} + T u \operatorname{tg} \alpha_{a2c} - T (1+T u) \operatorname{tg} \alpha_{wc}] / (2 \pi), \end{aligned} \quad (1)$$

где $u = z_2/z_1$ – передаточное число, $T = 1$ для внешнего зацепления, $T = -1$ для

¹ Свободный синтез, обобщенное или прямое проектирование – различные названия нового метода проектирования зубчатых передач

внутреннего зацепления.

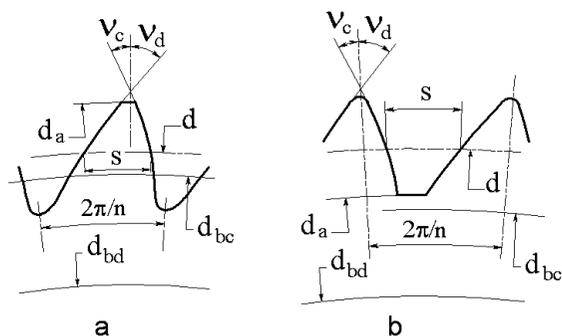


Рисунок 1 – Профиль несимметричного зуба; а – внешний зуб; б – внутренний зуб; d_a, d_b, d – диаметры окружностей вершин зубьев, основной и делительной, соответственно; S – толщина зуба на делительной окружности; v – угол пересечения эвольвентных профилей; "d" и "c" – индексы рабочей и нерабочей сторон несимметричного зуба

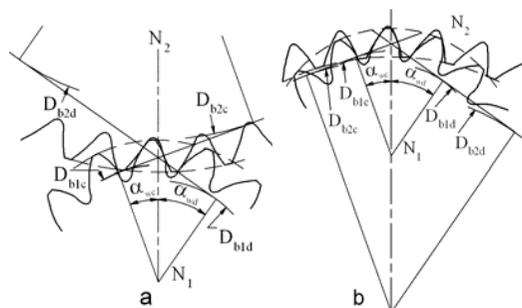


Рисунок 2 – Несимметричное зубчатое зацепление; а – внешнее зацепление; б – внутреннее зацепление; α_w – рабочий угол зацепления; $d_{b1,2}$ – основные окружности рабочих профилей; индексы "1" и "2" обозначают шестерню и колесо, соответственно

Во многих зубчатых передачах одна сторона зуба более нагружена, как по моменту, так и по числу циклов нагружения, чем противоположная сторона. Несимметричная форма зуба отражает это функциональное различие. Конструктивная особенность несимметричных зубьев заключается в улучшении показателей более нагруженных (рабочих) профилей за счет не нагруженных или менее нагруженных (нерабочих) профилей.

В планетарной передаче 2К-Н сателлит находится одновременно во внешнем и внутреннем зацеплении. Нагрузка на зуб и число циклов нагружения равны для обеих сторон сателлита. Но, если во внешнем зацеплении с симметричными зубьями контактные напряжения значительно выше, чем во внутреннем, то в зацеплении с несимметричными зубьями контактные напряжения, за счет выбора более высокого угла зацепления в контакте солнеч-

ного колеса и сателлита, уменьшаются, и напряженность передач выравнивается.

Рабочие стороны зубьев во внешнем зацеплении имеют повышенные радиусы кривизны, результатом чего является увеличение толщины гидродинамической масляной пленки. Это приводит к увеличению площади пятна контакта и уменьшению контактных напряжений. Основные геометрические параметры передачи приведены в таблице 2.

Таблица 2

Первая ступень			
Зубчатое колесо	Z_1	Z_2	Z_3
Количество колес	1	3	1
Число зубьев	28	41	107
Межосевое расстояние, мм	103.5		
Рабочий модуль, мм	3.0	3.044	
Угол зацепления, град.	рабочий	33	29.9
	нерабочий	25	36.66
Рабочий коэф. перекрытия	1.29	1.46	
Вторая ступень			
Зубчатое колесо	Z_4	Z_5	Z_6
Количество колес	1	5	1
Число зубьев	38	31	97
Межосевое расстояние, мм	116		
Рабочий модуль, мм	3.362	3.412	
Угол зацепления, град.	рабочий	33	29.9
	нерабочий	25	36.66
Рабочий коэф. перекрытия	1.29	1.47	

Прямое проектирование передачи с несимметричными профилями зуба позволяет также формировать нерабочую сторону и переходную кривую независимо от рабочих профилей, уменьшая напряжения в зубе, обеспечивая необходимый угол зацепления и коэффициент перекрытия на рабочих профилях.

Число зубьев выбрано так, чтобы увеличить рабочий угол зацепления в зубчатой передаче сателлит-эпицикл по сравнению с нерабочим углом зацепления в зубчатой передаче сателлит-солнечное колесо:

$$\alpha_{wd2-3} = \arccos[\cos(\alpha_{wc1-2}) (z_3 - z_2) / (z_1 + z_2)], \quad (2)$$

где α_{wc1-2} – нерабочий угол зацепления.

3. Изгибные напряжения. Для определения напряжений изгиба несимметричных зубьев не могут быть использованы ни традиционное уравнение Льюиса [11], ни метод Верховского А.В. [12]. Для определения напряжения при изгибе Э.Б. Вулгаковым использовались фотоупругие модели (рисунок 3а), а позже – метод конечных элементов [13].

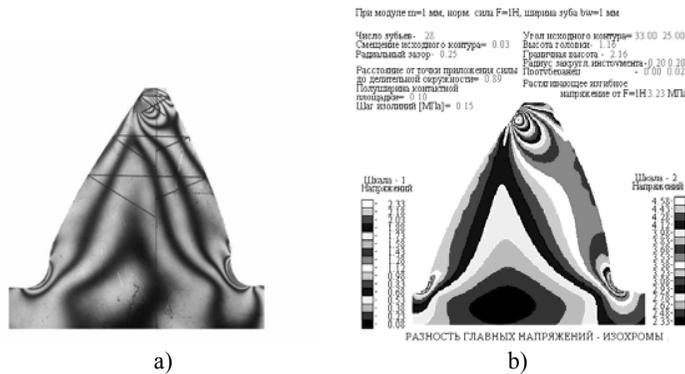


Рисунок 3 – Несимметричный зуб: а) фотоупругая модель, предложенная Э.Б. Вулгаковым для верификации программ расчета полей напряжений методом комплексных аналитических функций; б) – расчетные изолинии напряжений, определенные методом интегральных уравнений и комплексных аналитических функций

Для расчета изгибных напряжений в несимметричных зубьях может быть применен аналитический метод, основанный на комплексных аналитических функциях и конформном отображении полуплоскости, разработанный В.Л. Устиненко и В.Я. Рубенчиком [14]. Ими было получено следующее интегральное уравнение:

$$\Phi(t) - \frac{1}{\pi i} \int_{\Gamma} D(t, w) \operatorname{Re} \frac{\Phi(w)}{w-t} dw = r(t), \quad (3)$$

где

$$r(t) = \frac{1}{2} \sigma_{Hx,y}(t) + \frac{1}{2\pi i} \frac{dt}{dt} \int_{\Gamma} \frac{\sigma_{Hx,y}(w)}{(\bar{w}-\bar{t}_0)} dw. \quad (4)$$

Здесь $\sigma_{Hx,y}$ – внешнее контактное напряжение на профиль зуба:

$$\sigma_{Hx,y} = \sigma_{Hx}(t) + i\sigma_{Hy}(t). \quad (5)$$

В интегральном уравнении В.Я. Рубенчика и В.Л. Устиненко по сравнению с интегральным уравнением, предложенными Н.И. Мусхелишвили [15]:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\varphi(t) dt}{t-z} + \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{\bar{t}\varphi'(t) dt}{t-z} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma} \frac{f(t) dt}{t-z}, \quad (6)$$

функция $\Phi(t)$, получаемая из решения уравнения, непосредственно связана с внутренними напряжениями и напряжениями на контуре формулой Г.В. Колосова:

$$\sigma_{x,y} = \sigma_x(t) + \sigma_y(t) = 4 \operatorname{Re}[\Phi(z)]. \quad (7)$$

В последующих работах, выполненных В.Л. Дорощевым, метод Устиненко В.Л. был развит, и в существующем виде с его помощью можно рассчитывать не только напряжения на контуре, но и поля напряжений, контактные напряжения под слоем цементации [16, 17] (рисунок 3б) и жесткость зацепления [18].

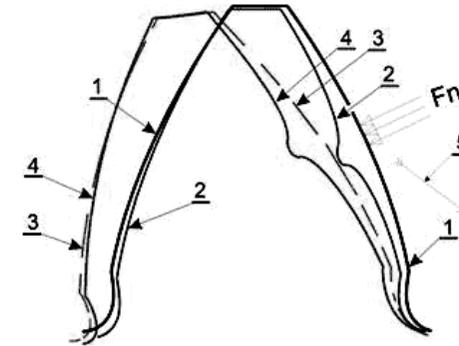


Рисунок 4 – Результаты расчета перемещений контура зуба без асимметрии методом комплексных аналитических функций $z_1=20$: 1) контур зуба; 2) контактное перемещение, 3) изгибное перемещение, 4) суммарное перемещение контура контактное плюс изгибное; 5) направление на точку, принятую за неподвижную

В расчетах изгибной выносливости по ГОСТ 21354-87 применяется коэффициент формы зубьев Y_{FS} , но приведены данные только для стандартных внешних зубьев. На рисунках 5 и 6 показаны расчетные графики для определения коэффициентов Y_{FS} , учитывающих форму внешних и внутренних зубьев и концентрацию напряжений в основании зубьев, для колес с параметрами, не охватываемыми ГОСТ 21354-87, полученные решением уравнения (3).

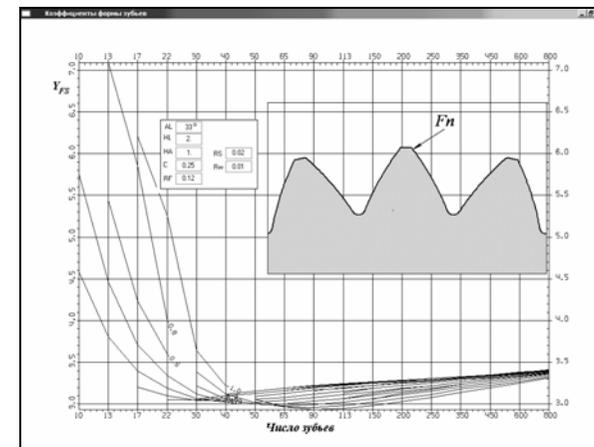


Рисунок 5 – Коэффициенты формы внешних симметричных зубьев при угле профиля $\alpha_n=33^\circ$

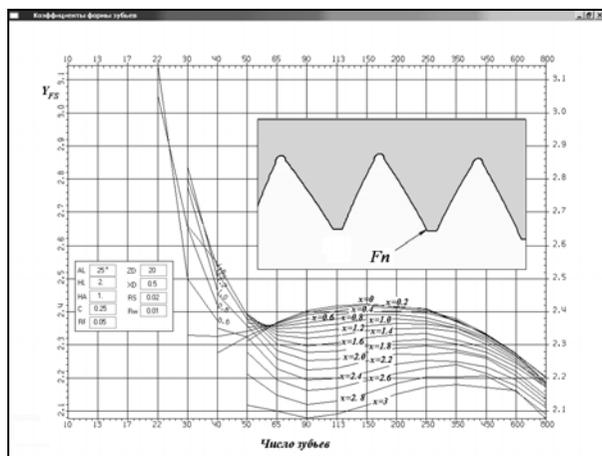


Рисунок 6 – Коэффициенты формы внутренних симметричных зубьев при угле профиля $\alpha_n=25^\circ$, обработанных долбяком

4. Динамика зубчатых передач с несимметричными зубьями. Поскольку в планетарных передачах радиальная нагрузка на центральную солнечную шестерню и сателлиты уравнивается, то угол зацепления можно увеличить до пределов, при которых толщина зуба на вершине будет не менее $(0,1 \dots 0,2) m_n$.

На рисунках 7 и 8 показаны результаты моделирования динамических процессов в зацеплении методом, описанном в работе [19], с $\alpha_n=33^\circ$ с одинаковой толщиной зубьев на вершине с симметричными (рисунок 7) и асимметричными (рисунок 8) зубьями. В обоих случаях расчет выполнялся с оптимальной параболической модификацией зубьев для устранения заклинивания под нагрузкой.

Сравнивая результаты моделирования видно, что наибольший эффект применения асимметрии проявляется в уменьшении уровня вибраций. Этого следовало ожидать, поскольку при одинаковых углах давления высота несимметричных зубьев выше, а, следовательно, увеличивается коэффициент перекрытия и плавность работы. Из графиков также видно, что требуемая глубина модификации для несимметричных зубьев для устранения заклинивания при высоких нагрузках меньше, что также повышает плавность работы зацепления с несимметричными зубьями. Расчеты показали, что вследствие уменьшения динамических нагрузок уменьшились контактные, изгибные напряжения, температура в зоне контакта зубьев, увеличилась толщина масляной пленки.

Стендовые и летные испытания редуктора с несимметричными зубьями подтвердили правильность теоретических предположений.

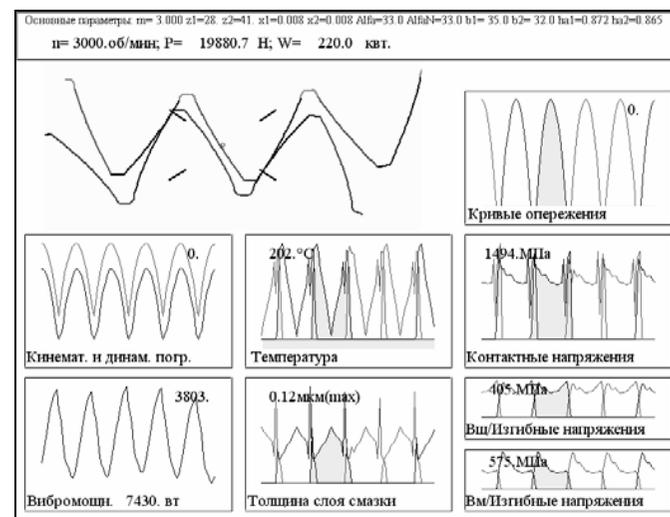


Рисунок 7 – Результат моделирования динамических процессов в зацеплении с симметричными зубьями

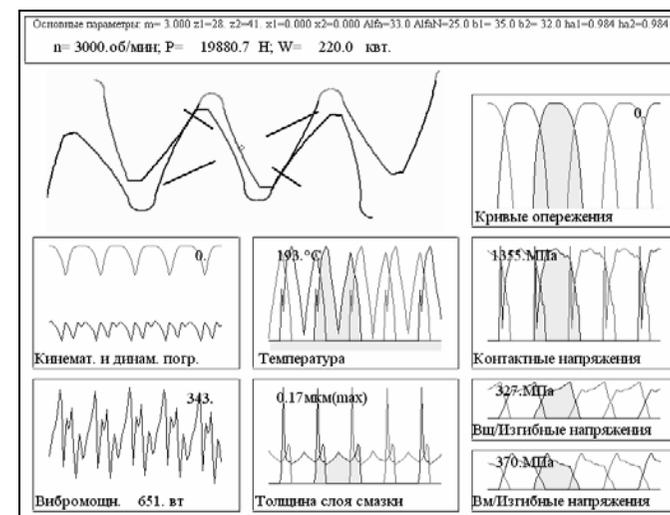


Рисунок 8 – Результат моделирования динамических процессов в зацеплении с асимметричными зубьями.

5. Изготовление и сборка редуктора. Зубчатые колеса редуктора изготовлены из кованных заготовок стали 20ХНЗМВФА (ЭИ-415), применяемой в редукторах конструкции ОАО "КЛИМОВ".

Для нарезания зубчатых колес с несимметричными зубьями требуются специальные зуборезные фрезы. Реечный профиль фрезы определен на осно-

"Завода им. В.Я.Климова" // Аэрокосмический курьер – 2000 – №2 – С.32-33. **6. A.L. Kapelevich**, Direct Gear Design Drives Performance – Gear Solutions – January 2004 – 28, 29. **7. Болотовский Я.А., Васильева О.Ф., Котельников В.П.** Эвольвентные передачи с несимметричными зубьями // Вестник машиностроения. – 1984 – №4. – С.15–17. **8. DiFrancesco G., Marini S.** Structural Analysis of Asymmetrical Teeth: Reduction of Size and Weight // Gear Technology. – 1997. September/October – P.47–51. **9. Вулгаков Э.Б.** Зубчатые передачи с улучшенными свойствами. – М: Машиностроение, 1974. – 225с. **10. Капелевич А.Л.** Исследование и развитие геометрии модифицированных зубчатых передач: Автореф. дисс. канд. техн. наук. – М: МВТУ им. Н.Э. Баумана, 1984. **11. Lewis W.** Investigation of the strength of gear teeth // Proc/ Eng/ Club Philadelphia. – 1893. – V.10, №1 – P.16-23. **12. Верховский А.В.** Новый способ определения напряжений в деталях сложной формы // Труды Горьковского политехнического института им. А.А.Жданова. – 1951. – Т.9, вып.1. **13. Novicov A.S., Raikin A.G., Dorofeyev V.L., Ananiev V.M., Kapelevich A.L.** Application of Gear with Asymmetric Teeth in Turbogroup Engine Gearbox // Geartechnology – January/February 2008. – P.60-64. **14. Рубенчик В.Я., Устиненко В.Л.** О методе интегральных уравнений для решения задач плоской теории упругости применительно к зубчатым передачам // Вестник Харьковского политехнического ин-та. – 1978. – Вып.9. – №139. – С.3-9. **15. Мухелишвили Н.И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. 5-е. – М.: Наука, 1966. – 768с. **16. Дорофеев В.Л.** Вычислительное моделирование полей контактных напряжений численно-аналитическим методом // Статика и динамика упругопластических сред. – Бишкек: КАСИ. – С.52-56. **17. Дорофеев В.Л.** Основы технологии компьютерного моделирования полей напряжений методом комплексных аналитических функций // Новые технологии управления движением технических объектов – Новочеркасск: НПИ. – С.104-109. **18. Дорофеев В.Л.** Принцип аналитического разделения упругих перемещений на контактные и изгибные и его применение для расчета зубчатых передач // Труды конференции "Техника приводов". – Болгария, София, 2003 / <http://gears.ru/transmis/zaprogramata/1.307.pdf>. **19. Дорофеев В.Л.** Основы расчета нагрузок и напряжений, действующих в зацеплении цилиндрических зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1983. – №3. – С.14-16.

Поступила в редколлегию 03.05.09

УДК 621.83

С.В. АНДРИЕНКО, преподаватель каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ"

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ УСИЛИЙ В ЦЕПИ В ПРОЦЕССЕ ЕЕ ДВИЖЕНИЯ

Описана методика експериментальних вимірювань зусиль в ланках ланцюгової передачі, що дозволяє провести дослідження в процесі руху.

The method of experimental measurings efforts in the links of chain in the motion of its process is offered.

Постановка вопроса. Для экспериментального измерения усилий в цепи применяется методика, позволяющая определить усилие в цепи в статических условиях, т.е. когда оси звездочек цепи неподвижны. Но такая методика не позволяет определить усилие в цепи в процессе ее движения.

Цель работы – разработать методику экспериментального измерения усилий в цепи в процессе ее движения, что позволит исследовать динамические явления.

Метод измерения усилий в звеньях цепи. Тензодатчик, наклеенный на звено цепи, должен быть включен в мостовую или полумостовую схему, находящуюся на неподвижном основании. Особенность предлагаемой экспериментальной методики состоит в токосъемном устройстве с контакторами, помещенными в ролики цепи и соединенными между собой ветвью схемы. Вторая ветвь схемы соединена с массой конструкции (рисунок 1).

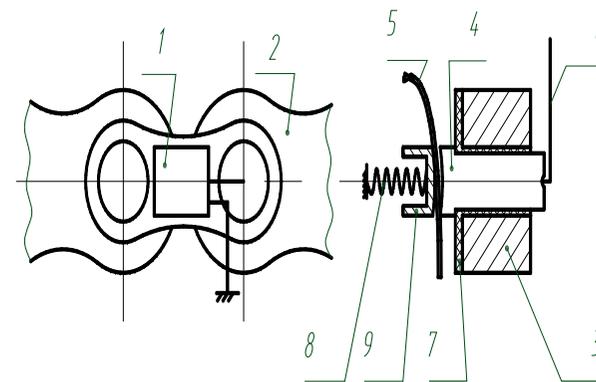


Рисунок 1 – Схема цепи измерения

Предлагаемая конструкция токосъемного устройства устанавливается, например, на велосипеде, что позволяет подать сигнал от моста на осциллограф, установленный на багажнике велосипеда. При необходимости там же устанавливается усилительное приспособление.

Доработка цепи состоит в просверливании (при их отсутствии) отверстий диаметром 2 мм для протягивания в них изолированного проводника в роликах 3 и установка на масляной краске контакторов 4 с последующей их развальцовкой. После просушки краски проверяется отсутствие замыкания контакторов на массу цепи.

Ожидаемый результат. В связи с предполагаемой неравномерностью нагружения звеньев цепи в виде ступенчатого графика (рисунок 2), что приведет к неравномерному износу отдельных звеньев, график усилий в звене может приобрести такой вид (рисунок 3).

Предполагаемый график будет отличаться от графика нагрузки из-за появления колебаний в цепи, вызванных неучтенными факторами: погрешности изготовления, деформации звеньев и даже износ.

Предлагаемая методика может применяться в случае исследования как существующих зацеплений, так и новых предложений.

Выводы. В статье предложена методика для исследования усилий в звеньях цепи в процессе ее движения.

Список литературы. 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука. – 1968. – 584с.

2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с.
 3. Андриенко С.В., Вальнюк Т.Н., Павлов А.И. Сравнение характеристик зубчатых передач с выпукло-вогнутым контактом // Труды международной конференции "Micro-CAD-98" – Харьков, 1998. – С.17-19. 4. Кириченко А.Ф., Андриенко С.В., Медведев Д.В., Павлов А.И. Контроль точности изготовления зубчатых передач ВВК // Вестник ХГПУ. – Вып.100. – Харьков. – 2000. – С.108-110. 5. Павлов А.И., Андриенко С.В. Построение рабочей поверхности зубьев звездочки цепной передачи // Вестник Харьковского национального университета "ХПИ". – Вып.8, т. 3. – Харьков. – 2003. – С. 43.

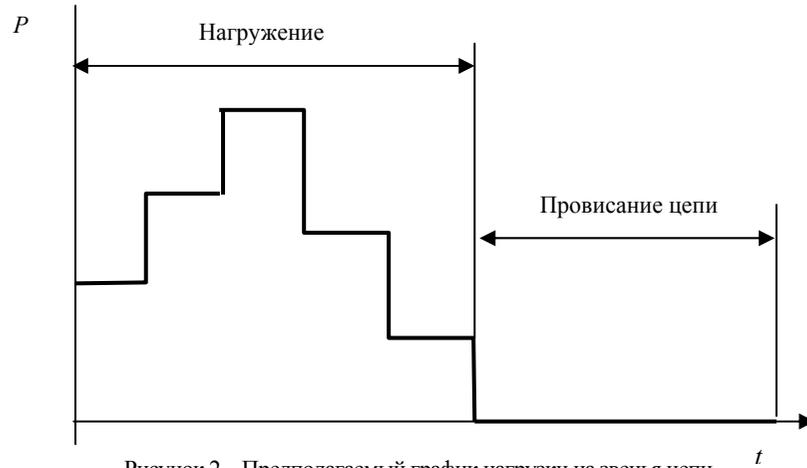


Рисунок 2 – Предполагаемый график нагрузки на звенья цепи

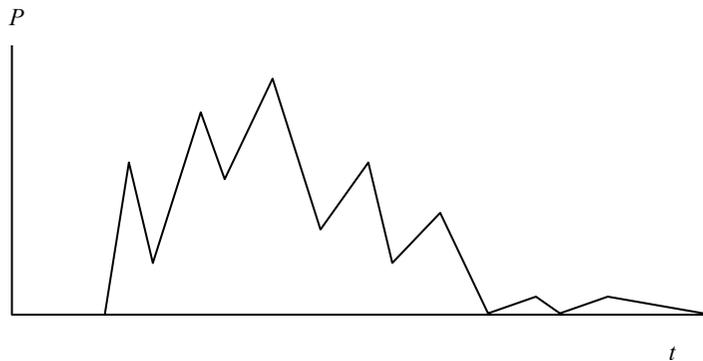


Рисунок 3 – Предполагаемый график измерений нагрузки на звенья цепи

Поступила в редколлегию 22.05.09

УДК 621.01; 621.833; 621.852

Д.Т. БАБИЧЕВ, д.т.н., профессор каф. "Детали машин" ТюмГНГУ
Д.А. БАБИЧЕВ, аспирант каф. МСП ТюмГНГУ (Нефтегазовый университет)
Д.Н. ПАНКОВ, ассистент каф. "Детали машин" ТюмГНГУ

АНАЛИЗ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ЗУБЬЕВ МЕТОДАМИ ОГИБАНИЯ ИЗЛОМАМИ НА ПРОИЗВОДЯЩИХ ПОВЕРХНОСТЯХ И ЛИНИЯХ

Відзначається, що на профілях і на поверхнях тел зустрічається три види зламів. Їм відповідає три геометричних образа: клин, в'яло і пучок нормалей, які в геометрії та у класичній теорії зачеплення до авторів не використовувалися. Показана корисність цих образів при аналізі процесів формоутворення. Для всіх видів зламів наведені алгоритми для знаходження формообразующих точек і контактних нормалей в них.

Noticed, that there are three kinds of fractures on cogs profiles and surfaces. And there are three geometrical forms equal with it: wadge, fan and normal bunch, which were not been used in geometry and classical gearing theory by other authors. The useness of that profiles for form-creation processes analyzing is established. Algorithms for form-creating points and normal contacts definition are described.

Методы анализа формообразования и изломы поверхностей и линий.

Научная основа проектирования передач и зубообрабатывающих инструментов – теория зубчатых зацеплений (ТЗЗ). Ее главный объект исследования – поверхности, формируемые методами огибающих, т.е. при сложных относительных движениях звеньев в передачах и в станочных зацеплениях. В ТЗЗ есть две группы методов анализа процессов такого формообразования: дифференциальные и недифференциальные. Основа дифференциальных методов [1-6] – теория огибающих. В кинематической трактовке при этом на производящей поверхности находят точки, в которых вектор относительной скорости \mathbf{V}_{12} перпендикулярен вектору нормали \mathbf{n} к производящей поверхности, т.е. те, где уравнение зацепления $\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n} = 0$. Основа недифференциальных методов [6,7] – непосредственное отслеживание во времени положения производящего элемента относительно звена, на котором формируется поверхность. И отбор точек, внедрившихся в тело заготовки глубже ранее сформированной поверхности обрабатываемой детали. Дифференциальные методы требуют меньшего объема вычислений и позволяют определять кривизну. Но когда на производящем элементе встречаются особые точки (например, угловая точка в месте пересечения боковой и вершинной режущих кромок), то по всем канонам дифференциальной геометрии в такой особой точке нельзя найти касательную и нормаль к линии или к поверхности. Из этого делают вывод (см. например [6, стр. 464 и рис. 14.21]), что для особых точек производящего элемента огибающая вообще не существует, и ту часть реальной поверхности на изделии, которая формируется особыми точками, дифференциальными методами в принципе нельзя найти.

Ещё один недостаток дифференциальных методов в том, что он даёт не реальную поверхность, формируемую на изделии, а некую абстрактную "тонкую плёнку", которая может и самопересекаться, и располагаться внутри тела производящего элемента. Считается также, что дифференциальные методы не позволяют выявить срезы на формируемом зубе, которые могут появляться при подводе-отводе инструмента. Поэтому, дифференциальные методы считают менее надёжными и их последнее время вытесняют недифференциальные. Актуальная проблема ТЗЗ – создание методов анализа формообразования с надёжностью недифференциальных и достоинствами дифференциальных. Мы полагаем, что кинематический метод исследования формообразования, относящийся к дифференциальным, может достичь надёжности недифференциальных методов, если рассматривать формообразование изломами и применять многопараметрические огибания [8-9].

На рисунке 1, взятом из [8], как иллюстрация к сказанному, приведены результаты анализа формообразования эвольвентного зуба двумя методами. "Нарезалось" колесо с внутренними зубьями ($z_2=20$) долбяком ($z_0=15$, $m=5$). При этом главный профиль 1 и линии возможного среза в зоне вторичного резания (линии 2), найденные кинематическим методом с использованием изломов профиля долбяка на вершине его зуба, есть огибающие однопараметрического семейства профилей долбяка. Профили 3 – линии максимального возможного среза при подводе-отводе инструмента, являющиеся огибающими двухпараметрического семейства.

На рисунке 1б – "тёмный лес", в котором практически невозможно разглядеть все линии, изображенные на рисунке 1а. Но зато чётко выделяется

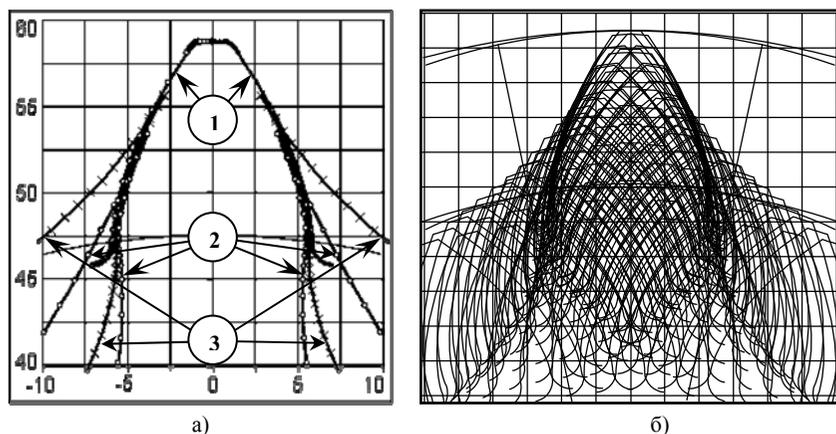


Рисунок 1 – Два метода анализа процесса формообразования:

- а) дифференциальный (кинематический) метод; б) не дифференциальный метод
 1 – главный профиль, 2 – срезы в зоне вторичного резания (формируются изломами),
 3 – срезы от подвода-отвода инструмента (огибающая двухпараметрического семейства)

"граница леса" – тот профиль, который будет получен на изделии в конце зубообработки.

На рисунке 2, взятом также из [8], показаны линии зацепления. Их три и все они замкнуты. Линия зацепления 1 порождает замкнутый главный профиль 1 зубчатого венца. (На рисунке 1а показан лишь главный профиль 1 одного зуба, полученный при однократном "пробеге" контактных формообразующих точек по замкнутой линии зацепления 1 на рисунке 2а). Линия зацепления 2 порождает замкнутый профиль 2, состоящий из эвольвентных участков (левого и правого) и отрезков гипоциклоидного вида, связывающих эвольвентные. При этом связываются профили не соседних зубьев. Линии зацепления 3 порождают два замкнутых профиля 3 (левый и правый); на каждом из них по два эвольвентных участка и по два отрезка гипоциклоидного вида, объединяющих эвольвенты на не соседних зубьях.

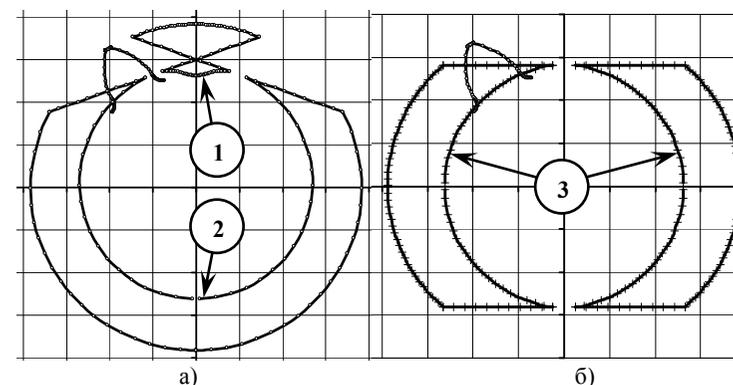


Рисунок 2 – Линии зацепления при обработке эвольвентного колеса:

- а) однопараметрическое огибание: обкат долбяка по колесу;
 б) двухпараметрическое огибание: обкат и подвод-отвод долбяка

Замкнутость линий зацепления и формируемых профилей, а также возможность их "расщепления" находится в полном соответствии с теоремами и аксиомами формообразования, изложенными в [10, 9].

Заметим, что понятие об изломах, как специфических особенностях производящих поверхностей, идет, по всей видимости, от П.Р.Родина. В 1977 году [11, стр.52] он писал: "...поверхность детали, состоящую из ряда смежных участков, можно рассматривать как единую поверхность. Причем, точку излома профиля поверхности, расположенную на границе смежных участков, можно считать участком дуги окружности, радиус которой стремится к нулю". Но, насколько нам известно, дальнейшего развития эта идея не получила и серьезных математических моделей на ее основе не создавалось.

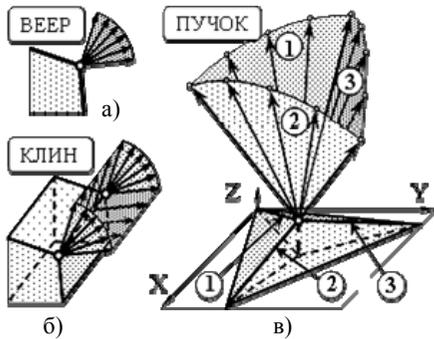


Рисунок 3 – Виды изломов и геометрические образы, порождаемые ими:
 а) плоский излом и веер нормалей
 б) кромочный излом и клин нормалей
 в) вершинный излом и пучок нормалей

поверхности общего вида. Ребро же, порождающее клин, в общем случае, есть пространственная линия.

3. Вершинный излом (излом поверхности тела в вершине). В изломе – пространственный пучок нормалей. Отметим два важных свойства такого излома: **а)** Вершина – всегда точка пересечения *трех* поверхностей. Четырехгранная вершина – это две совпавшие вершины двух трехгранных пирамид. А пятигранная – три совпавшие вершины также трехгранных пирамид. И так далее. **б)** Пучок нормалей всегда ограничен плоскими гранями. Для трехгранной вершины – это сектор, вырезанный из шара тремя плоскостями 1, 2, 3, проходящими через вершину и перпендикулярными "своим" трем ребрам.

Во всех пространственных зацеплениях изломы поверхностей тел – двумерные объекты, имеющие две криволинейные координаты: например, v вдоль и u поперек линии излома. Во всех плоских зацеплениях изломы профилей – одномерные объекты, имеющие одну криволинейную координату u , идущую вдоль профиля. При изменении криволинейной координаты u , декартовы координаты x, y, z точки в изломе не меняются, но становятся иными проекции n_x, n_y, n_z вектора нормали к поверхности в этой точке.

Полезность предлагаемых множеств нормалей (веер, клин и пучок) при анализе формообразования иллюстрирует рисунок 4, на котором в данном положении точка В является контактной, а точка С – нет. Классическая ТЗЗ объяснить математически причину этого не

1. Об изломах поверхностей тел. На рисунке 3 показаны все возможные виды изломов и геометрические образы, порождаемые ими. Имеется три вида изломов:

1 – Плоский излом (излом плоского профиля). В нём – плоский веер нормалей.

2 – Кромочный излом (излом поверхности тела по линии). В нём – пространственный клин нормалей. При неплоских пересекающихся поверхностях клин может быть достаточно сложным. Торцовые поверхности клина – всегда плоскости (не всегда параллельные); а боковые – линейчатые

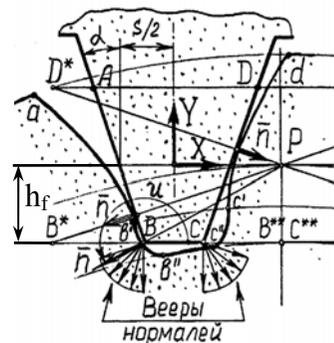


Рисунок 4 – Почему точка В контактная, а точка С – нет

может. Хотя она проста: одна из нормалей веера В проходит через полюс зацепления и здесь есть точка, в которой $\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n} = 0$, а веер в точке С такой нормали не содержит.

2. Уравнения формообразования классической ТЗЗ. При использовании кинематического метода классическое уравнение поверхности P_2 , формируемой методом однопараметрического огибания, имеет вид:

уравнение производящей поверхности P_1 :

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u, v) \quad (1a)$$

уравнение зацепления (скорость внедрения [2]): $V_B = F(u, v, \varphi) = \mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n} = 0$ (1б)

уравнение преобразования координат: $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2(u, v, \varphi) = \mathbf{M}_{21}(\varphi) \cdot \mathbf{r}_1(u, v)$ (1в)

нормаль к поверхности P_2 : $\mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_2(u, v, \varphi) = -\mathbf{M}_{21}(\varphi) \cdot \mathbf{n}_1(u, v)$ (1г)

нормаль к поверхности P_1 : $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u, v) = W_{НОРМ}(\mathbf{r}_1(u, v))$ (2а)

относительная скорость: $\mathbf{V}_{12} = \mathbf{V}_{12}(u, v, \varphi) = \mathbf{V}_{12}(\mathbf{r}_1, \varphi) = W_{СКОР}(\mathbf{M}_{21}(\varphi), \mathbf{r}_1(u, v))$ (2б)

Здесь: u, v – две криволинейные координаты на поверхности P_1 ; φ – параметр огибания; \mathbf{M}_{21} – матрица преобразования координат точек и проекций векторов из системы координат $X_1Y_1Z_1$ в систему $X_2Y_2Z_2$; $W_{НОРМ}$ – некоторый оператор, основанный на методах дифференциальной геометрии, воздействие которого на уравнение (1а) поверхности P_1 даёт уравнения для вычисления проекций вектора нормали \mathbf{n}_1 к этой поверхности P_1 ; $W_{СКОР}$ – оператор, основанный на векторных или матричных операциях, включающих, в том числе, и дифференцирование [4], который при воздействии на матрицу \mathbf{M}_{21} и на уравнение (1а) поверхности P_1 даёт уравнения для вычисления проекций вектора относительной скорости \mathbf{V}_{12} .

Заметим, что в теории зацеплений [4, 6] принято сопряженную поверхность P_2 описывать лишь уравнениями (1а)–(1в). Нам представляется запись уравнения P_2 в полной и операторной форме (1)–(2), хотя и громоздкой, но более корректной. Ведь такая запись содержит *все операции* (включая процессы $W_{НОРМ}$ и $W_{СКОР}$ – хотя бы по названию, а не по содержанию), которые нужно выполнить *над всеми данными и уравнениями* – производящей поверхностью $\{\mathbf{r}_1(u, v)\}$ и движениями звеньев $\{\mathbf{M}_{21}(\varphi)\}$, чтобы получить сопряженную поверхность $\{\mathbf{r}_2\}$. Т.е. эта форма записи позволяет *отразить в уравнениях все процессы и алгоритмы*, сопутствующие формообразованию поверхностей и контакту тел.

Классическое уравнение поверхности P_2 , формируемой методом двухпараметрического огибания, похоже на уравнения (1)–(2) для однопараметрического:

уравнение производящей поверхности:

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u, v) \quad (3a)$$

$$\left. \begin{aligned} V_B^{\varphi} &= F_1(u, v, \varphi, S) = \mathbf{V}_{12}^{\varphi} \cdot \mathbf{n} = 0 \\ V_B^S &= F_2(u, v, \varphi, S) = \mathbf{V}_{12}^S \cdot \mathbf{n} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3б)$$

уравнение преобразования координат: $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_2(u, v, \varphi, S) = \mathbf{M}_{21}(\varphi, S) \cdot \mathbf{r}_1(u, v)$ (3в)

нормаль к поверхности P_2 : $\mathbf{n}_2 = \mathbf{n}_2(u, v, \varphi, S) = -\mathbf{M}_{21}(\varphi, S) \cdot \mathbf{n}_1(u, v)$ (3г)

нормаль к поверхности P_1 : $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u, v) = W_{НОРМ}(\mathbf{r}_1(u, v))$ (4а)

относительные скорости: $\left. \begin{aligned} \mathbf{V}_{12}^\varphi &= \mathbf{V}_{12}^\varphi(\mathbf{r}_1, \varphi, S) = W_{СКОР}(\mathbf{M}_{21}(\varphi, S), \mathbf{r}_1(u, v)) \\ \mathbf{V}_{12}^S &= \mathbf{V}_{12}^S(\mathbf{r}_1, \varphi, S) = W_{СКОР}(\mathbf{M}_{21}(\varphi, S), \mathbf{r}_1(u, v)) \end{aligned} \right\} (4б)$

В уравнениях (3)–(4) два параметра огибания (φ и S) и поэтому: две относительные скорости и два уравнения зацепления – сравните (4б) с (2б) и (3б) с (1б).

3. Особенности анализа формообразования изломами. Из (1)–(4) видно, что при анализе процессов формообразования нужно вычислять координаты точек на производящей поверхности (\mathbf{r}_1) и нормали (\mathbf{n}_1) к этой поверхности. В классической ТЗЗ уравнения (1а) для вычисления (\mathbf{r}_1) получают так: а) вводят декартовы системы координат и делают эскиз производящей поверхности или линии; б) записывают уравнение производящей линии в виде $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u)$ или производящей поверхности в виде $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u, v)$. А формулы в виде $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u)$ или $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u, v)$ для вычисления нормали находят методами дифференциальной геометрии, что показано в уравнениях (2а) и (4а), как воздействие оператора $W_{НОРМ}$ на уравнение $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u, v)$ производящей поверхности.

Для излома поверхности уравнения (2а) и (4а) из формул (2а) и (4а) методами дифференциальной геометрии не получить, т.к. в изломе $\frac{d\mathbf{r}_1}{du} = 0$. Но это можно делать, используя геометрические образы: веер, клин и пучок нормалей. Так для плоского излома в точке В, показанного на рисунке 4, уравнения для радиус-вектора \mathbf{r}_1 и для орта нормали \mathbf{n} можно записать, опираясь лишь на рисунок 4:

$$x = -\frac{S}{2} + h_f \cdot \operatorname{tg} \alpha; y = -h_f; n_x = \cos u; n_y = \sin u; \text{ где } (180^\circ + \alpha) \leq u \leq 270^\circ \quad (5)$$

где u – криволинейная координата.

Необычность уравнений (5) в их двойственности: а) т.к. в формулы для вычисления координат не входит криволинейная координата, то *это точка*; но б) т.к. в формулы для вычисления проекций орта нормали криволинейная координата входит, то *это линия*. Хотя из первых двух уравнений (координаты), две последние формулы (орт нормали) методами дифференциальной геометрии не получить, т.к. $\frac{dx}{du} = \frac{dy}{du} = 0$. В целом, формулы (5) – это уравне-

ние плоского излома: в точке расположен веер нормалей, который, являясь одномерным множеством (функцией от одной переменной – криволинейной координаты u), ведет себя в вопросах формообразования, как линия. Подста-

вив уравнения (5) плоского излома в (1б), можно в задачах профилирования решать полученное уравнение зацепления хоть относительно параметра огибания, хоть относительно криволинейной координаты u .

Аналогично можно записывать уравнения двумерных изломов: а) кромочного излома – в нём будет линия излома $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u)$ и поверхность клина нормалей $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u, v)$; б) вершинного излома – с вершиной $\mathbf{r}_1 = \text{const}$ и с поверхностью пучка нормалей $\mathbf{n}_1 = \mathbf{n}_1(u, v)$. А затем получать и решать уравнения зацепления (1б) и (3б) и относительно параметров огибания φ, S и относительно криволинейных координат u, v . При этом возможно два принципиально различных варианта решения задачи нахождения поверхности, формируемой методами огибания:

Вариант 1 – практически чистая классика ТЗЗ: задать два параметра из трёх или четырёх, определяющих положение точки производящего элемента в пространстве (из u, v, φ, S); решив уравнения зацепления (1б) или (3б), найти недостающие один или два параметра; вычислить $\mathbf{r}_1, \mathbf{n}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{n}_2$, по формулам (1а, 2а, 1в, 1г) или по (3а, 3а, 3в, 3г). Если при этом точка попадает на излом, то нормаль к производящему элементу не исчезает. В этом отличие от классики.

Вариант 2 – новый и сильно отличающийся от классики: а) задать перемещения звеньев и "гладкую" криволинейную координату v вдоль излома б) проверить, есть ли в этой точке излома хотя бы одна контактная точка; если "нет" – перейти к следующему участнику; если "да" – найти контактную нормаль или контактный веер нормалей в этой точке и вычислить $\mathbf{r}_2, \mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$. Отличительные особенности этого варианта: а) нужны уравнения для проверки: есть ли контактная точка на фрагменте производящего элемента (такого нет в классике); б) нахождение контактной точки в изломах специфично: вначале находят контактную нормаль, а уже потом криволинейную координату, ей соответствующую; (в классике порядок вычислений противоположный). Ниже рассмотрим подробнее этот вариант 2.

4. Формообразование линий изломами профилей в плоских зацеплениях. На рисунке 5 показан плоский излом. На изломе три точки: А, В – начало и конец излома, С – расчетная точка. Различаем два вида параметров: единые и базовые.

Единые параметры одни для всех типовых отрезков различных линий, включая и плоский излом. Это: 1) Параметры положения: координаты излома x_C, y_C ; направление нормали в расчетной точке ψ_C ; признак p_T , показывающий с какой стороны расположено тело детали при

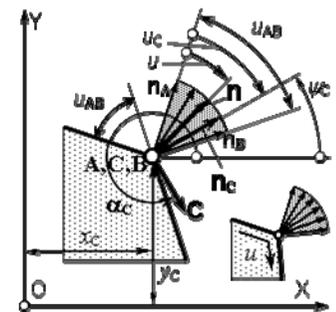


Рисунок 5 – Параметры плоского излома

движении от начала к концу излома ($p_T=+1$ – справа; $p_T=-1$ – слева). 2) Размерный параметр u_{AB} – угол излома (т.к. при $u_{AB} > 0$ – излом выпуклый, при $u_{AB} < 0$ – вогнутый, то знак u_{AB} еще и параметр формы). 3) Параметр формы: радиус кривизны $R=0$. 4) параметр границы u_C – "расстояние расчетной точки С" от точки А начала излома.

Базовые параметры удобнее для вычисления: координат точек, касательных и нормалей при задании точки в изломе криволинейной координатой u . Это: **а)** $x_C, y_C, n_{AX}, n_{AY}, n_{BX}, n_{BY}$ – координаты точки излома и проекции орта нормали в точках А и В; **б)** u_{AB} – угол излома (со знаком).

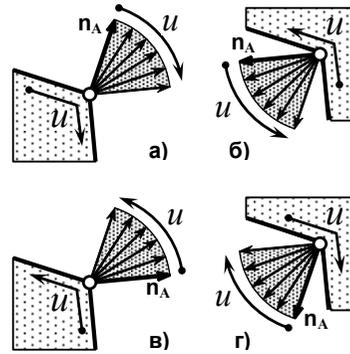


Рисунок 6 – Виды плоских изломов: **а** – $p_T=1, u_{BA}>0$; **б** – $p_T=1, u_{BA}<0$; **в** – $p_T=-1, u_{BA}>0$; **г** – $p_T=-1, u_{BA}<0$. n_A – орт нормали в начале веера; u – направление роста криволинейной координаты

На рисунке 6 показаны четыре возможных вида плоских изломов и соответствующие этим видам сочетания признака p_T положения тела детали и знака угла излома u_{AB} . Формулы, приводимые ниже, пригодны для всех этих видов изломов.

Перерасчет единых параметров в базовые:

$$\left. \begin{aligned} p_B &= \text{if } u_{AB} < 0 \text{ then } -1 \text{ else } 1; & p_B &= -p_T \cdot p_R; & u_{\max} &= \text{abs}(u_{AB}); \\ \Psi_A &= \Psi_C - p_B \cdot u_C; & \Psi_B &= \Psi_A + p_B \cdot u_{\max}; & k &= p_R \cdot (10^{10} \dots 10^{12}); \\ n_{AX} &= \cos \Psi_A, & n_{AY} &= \sin \Psi_A, & n_{BX} &= \cos \Psi_B, & n_{BY} &= \sin \Psi_B. \end{aligned} \right\} (6)$$

где p_B – вспомогательный признак направления поворота нормали в веере ($p_B = +1$ – против часовой стрелки, $p_B = -1$ – по часовой стрелке); k – кривизна в изломе.

Вычисление параметров текущей точки, заданной криволинейной координатой u :

$$\left. \begin{aligned} u &= \text{if } u < 0 \text{ then } 0 \text{ else if } u > u_{\max} \text{ then } u_{\max} \text{ else } u; \\ \Psi &= \Psi_A + p_B \cdot u; & n_X &= \cos \Psi, & n_Y &= \sin \Psi; & c_X &= -p_T \cdot n_Y; & c_Y &= p_T \cdot n_X. \end{aligned} \right\} (7)$$

Нахождение контактной (формообразующей) точки. Это возможно, если в дополнение к базовым параметрам, найден вектор V_{12} относительной скорости в изломе:

$$1. \text{ Находим нормаль } \mathbf{N} \text{ в середине излома: } N_X = n_{AX} + n_{BX}; \quad N_Y = n_{AY} + n_{BY} \quad (8)$$

2. Вычисляем скорости внедрения в начале и в конце излома:

$$\left. \begin{aligned} V_B^{\text{begin}} &= V_{12X} \cdot n_{AX} + V_{12Y} \cdot n_{AY}; \\ V_B^{\text{end}} &= V_{12X} \cdot n_{BX} + V_{12Y} \cdot n_{BY}. \end{aligned} \right\} (9)$$

3. Выясняем, является ли излом формообразующим – находим признак p_F наличия в изломе формообразующей точки:

$$p_F = \text{if } V_B^{\text{begin}} \cdot V_B^{\text{end}} > 0 \text{ then } 0 \text{ else } 1. \quad (10)$$

4. Если $p_F=1$, то излом формообразующий и находим орт контактной нормали:

Если $V_{12}=0$ то

формируется слепок производящего излома, т.е. обратный веер нормалей иначе

находим орт контактной нормали:

$$\left. \begin{aligned} k &= \text{Sign}(N_X \cdot V_{12Y} - N_Y \cdot V_{12X}); \\ n_X &= \frac{k \cdot V_{12Y}}{V_{12}}, & n_Y &= -\frac{k \cdot V_{12X}}{V_{12}}. \end{aligned} \right\} (11)$$

а затем вычисляем и криволинейную координату u контактной точки:

$$u = \Psi - \arctg \frac{n_Y}{n_X}; \quad u = u + \text{if } u < 0 \text{ then } 2\pi \text{ else if } u > \pi \text{ then } -2\pi \text{ else } 0. \quad (12)$$

Поясним на примере, представленном на рисунке 7, что дает применение изломов. На этом рисунке для плоского зацепления показано четыре фазы взаимодействия производящего отрезка L_1 (прямой с изломами по 70° на её концах) и сопряженного ему профиля L_2 . Движения звеньев – слева направо. В фазе 1 – сопряженные профили не касаются: нет контактной нормали, поэтому отрезок L_1 ещё не формообразующий. Фаза 2 – начало контакта L_1 и L_2 : появилась на L_1 контактная нормаль, проходящая через полюс зацепления; отрезок L_1 стал формообразующим. Фаза 3 – продолжается формообразование переходной кривой на L_2 левым изломом. В фазе 4 – на отрезке L_1 имеется сразу три формообразующих точки: каждая из них формирует свой участок на L_2 ; видны три контактные нормали.

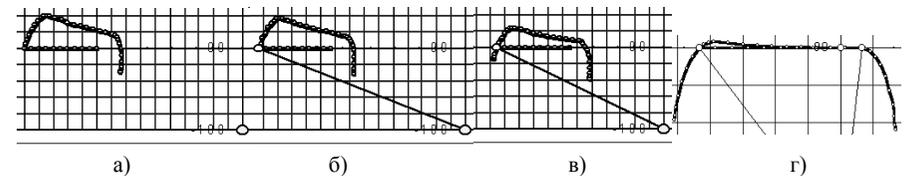


Рисунок 7 – Профилирует отрезок с изломами на концах

Удивительно, но, задав всего 6 чисел о производящем отрезке (координаты двух концов и два угла излома), получаем по основной программе со-

стыкованными все три кривые, сопряженные с отрезком. И это, не решая каких-либо дополнительных уравнений для нахождения точки сопряжения переходной кривой с основным профилем (что приходится делать при классическом подходе).

5. Формообразование поверхностей кро-мочными изломами тел.

На рисунке 8 изображен кромочный излом поверхности тела. На смежные поверхности и излом нанесена кривая (можно принять, что это координатная u -линия). Вдоль этой линии показаны орты нормалей к поверхности. Обратим внимание на ряд обстоятельств: **а)** кривая, описывающая концом орта нормали, есть непрерывная линия, дающая щетки нормалей на поверхностях и веер нормалей в изломе; **б)** эта пространственная линия имеет изломы в местах "стыковки" веера и щеток нормалей; **в)** веер нормалей к ребру объект плоский и эта плоскость перпендикулярна к ребру. Базовые параметры ребра такие же, как у плоского излома, но с учетом трехмерности пространства. Это: **а)** векторы: точки на ребре (\mathbf{r}), орты нормалей в начале (\mathbf{n}_A) и в конце (\mathbf{n}_B) излома, орт касательной ($\boldsymbol{\tau}$) к ребру; **б)** максимальная криволинейная координата (u_{\max}), кривизна (k) в изломе; **в)** признак p_R выпуклости излома.

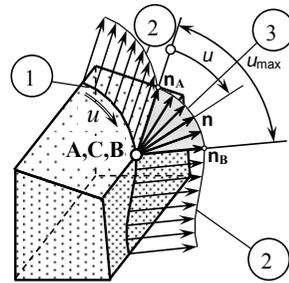


Рисунок 8 – Параметры кромочного излома:
1 – u -линия; 2 – щетки нормалей; 3 – веер нормалей; $\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ – главные орты веера нормалей

Заметим, что между u_{\max} , а также ортами $\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ и $\boldsymbol{\tau}$ существует очевидная связь: $k \cdot \boldsymbol{\tau} = (\mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B)$, где $k = \pm \sin(u_{\max})$. Т.е. набор базовых параметров избыточен. И его можно поделить на две части:

а) основные базовые параметры – минимальный набор, однозначно определяющий геометрию описываемого объекта; б) дополнительные параметры, сокращающие вычисления – их целесообразно найти один раз в начале, чтобы многократно не вычислять через основные параметры. В данном случае, для кромочного излома основные параметры: $\mathbf{r}, \mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ и p_R ; дополнительные: $\boldsymbol{\tau}, u_{\max}$ и k .

Вычисление параметров текущей точки, заданной криволинейной координатой u :

1. Проверяем, является ли тройка векторов $\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ и $\boldsymbol{\tau}$ правой (если $\boldsymbol{\tau}$ найдено не через $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B$):

$$p_P = \text{знак}((\mathbf{n}_A \times \mathbf{n}_B) \cdot \boldsymbol{\tau}) \quad (13)$$

2. Находим вспомогательный вектор \mathbf{C} , перпендикулярный к \mathbf{n}_A и лежащий в плоскости веера нормалей (нужен, чтобы искомым вектор \mathbf{n} орта нормали, спроецировать на два ортогональных базиса: \mathbf{n}_A и \mathbf{C}): $\mathbf{C} = p_P(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}_A)$ (14)

3. Вычисляем орт вектора нормали: $\mathbf{n} = \mathbf{n}_A \cos u + \mathbf{C} \sin u$ (15)

Нахождение контактной (формообразующей) точки в изломе:

1. Находим признак p_F – есть ли в этом месте на ребре формообразующая точка:

$$p_F = \text{если } (\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n}_A)(\mathbf{V}_{12} \cdot \mathbf{n}_B) > 0 \text{ то } 0 \text{ иначе } 1 \quad (16)$$

2. При $p_F = 1$, формообразующая точка есть, и вычисляем орт нормали в ней:

$$\mathbf{n} = \frac{\boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{V}_{12}}{V_{12}}; \quad \mathbf{n} = \text{sign}(\mathbf{n} \cdot (\mathbf{n}_A + \mathbf{n}_B)) \cdot \mathbf{n} \quad (17)$$

Замечание. Если $\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{V}_{12} = 0$ (вектор относительной скорости направлен вдоль ребра), то все точки излома (веера нормалей) являются формообразующими.

Покажем, как найти перечисленные выше основные базовые параметры ($\mathbf{r}, \mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ и p_R) для кромочного излома на винтовой поверхности постоянного шага (косозубом колесе, червяке и т.п.). На рисунке 9 приведены параметры винтового кромочного излома: R – расстояние излома от оси; a_z – смещение начальной точки; β – угол наклона зуба на ребре излома ($\beta > 0$ – правый заход); λ – угол наклона "передней грани"; v_0 – начальный угол веера нормалей; v_k – конечный угол веера нормалей.

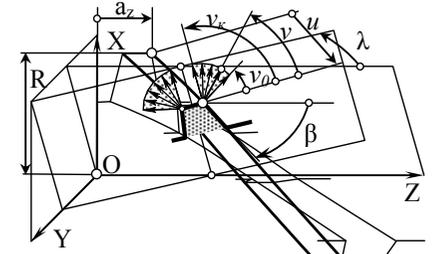


Рисунок 9 – Параметры кромочного излома на винте

Система параметров выбрана так, что:

- задав $\beta = 0$ и $\lambda = 90^\circ$, получим ребро на прямозубом колесе;
- задав $\beta = 90^\circ$ и $\lambda = 0$, получим ребро на теле вращения (шлифовальном круге, дисковой или пальцевой фрезе и т.п.);
- задав $v_0 \neq 90^\circ$ и $v_k \neq 90^\circ$, получим ребро не на поверхности вершин.

Криволинейные координаты на ребре излома: v – угол лежащий в плоскости, перпендикулярный ребру изломов ($v_0 \leq v \leq v_k$), и u – линейное расстояние вдоль ребра излома до текущей точки. Уравнение ребра излома и ортов нормалей к нему:

$$\left. \begin{aligned} x &= R \cdot \cos(k \cdot u), & n_x &= \sin v \cdot \cos(k \cdot u) + \cos v \cdot \cos \beta \cdot \sin(k \cdot u); \\ y &= R \cdot \sin(k \cdot u), & n_y &= \sin v \cdot \sin(k \cdot u) - \cos v \cdot \cos \beta \cdot \cos(k \cdot u); \\ z &= a_z + u \cdot \cos \beta, & n_z &= \cos v \cdot \sin \beta. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Орт \mathbf{c}_u касательной к ребру излома, т.е. к u -линии:

$$c_{ux} = -\sin(k \cdot u) \cdot \sin \beta, \quad c_{uy} = \cos(k \cdot u) \cdot \sin \beta, \quad c_{uz} = \cos \beta \quad (19)$$

В уравнениях (18 – 19) коэффициент k равен: $k = \frac{\sin \beta}{R}$ (20)

б. Формообразование вершинными изломами тел. На рисунке 10 показан излом поверхности тела в виде трехгранной вершины. В таком изломе имеем:

а) три пересекающихся ребра (1,2,3); **б)** три секущих плоскости, каждая из которых, являясь одной из трех граней пучка нормалей, перпендикулярна одному из ребер (обозначения их, соответственно: 1,2,3); **в)** трех ортов нормалей ($\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$) к каждой из граней поверхности излома. Эти три орта нормалей являются одновременно ребрами трехгранного пучка нормалей. Отметим, что направление обхода троек всех элементов рассматриваемого излома (граней, ребер, секущихся плоскостей и ортов нормалей) всегда одинаковое: на рисунке 10 – против часовой стрелки. Из рисунка 10 видно, что вершинный излом поверхности тела, порождая при движении веер нормалей, перпендикулярный вектору относительной скорости, формирует, как правило, кромочный излом.

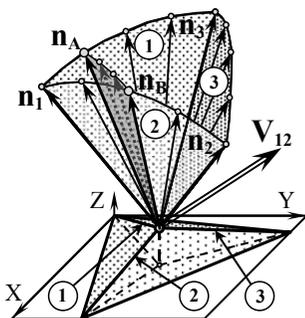


Рисунок 10 – Формирование ребра вершинным изломом: $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$ – нормали к граням вершины (пучок нормалей); $\mathbf{n}_A, \mathbf{n}_B$ – граничные нормали ребра (веер нормалей); \mathbf{V}_{12} – относительная скорость

Основные базовые параметры вершин-

ны: радиус-вектор вершины (\mathbf{r}), орты нормалей ($\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$) и признаки выпуклости трех ребер (p_{R1}, p_{R2}, p_{R3}). В зависимости от сочетания признаков выпуклости, существует четыре вида изломов в виде трехгранных углов, рождающих пучки нормалей: вершина, порог, изгиб, яма – см. рисунок 11. В задачах формообразования основной вид изломов – вершина (все $p_R=+1$), реже встречается излом, названный порогом (в нем у одного из ребер $p_R=-1$).

Нахождение контактных (формообразующих) точек в угловом изломе.

Как и для кромочного излома были получены расчетные уравнения для нахождения контактных нормалей (их здесь не приводим). При выводе уравнений: **а)** введены нормированные криволинейные координаты для задания нормалей в пучке; **б)** применены дополнительные базовые параметры; **в)** проверялись все три граничных веера пучка нормалей на наличие в этих веерах контактных нормалей; **г)** рассмотрены все частные случаи.

Алгоритм нахождения контактного веера нормалей таков:

1. Проверить три веера, ограничивающих пучок нормалей, на наличие в них формообразующих точек – найти признаки формообразования ребер: p_{F1}, p_{F2}, p_{F3} .
2. Если $\Sigma p_F=0$, то вершина не является формообразующей.
3. Если $\Sigma p_F=3$, то найти формообразующий веер из условия $\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{V}_{12} = \mathbf{0}$.
4. Если $\Sigma p_F=2$, то найти два орта \mathbf{n}_A и \mathbf{n}_B для тех двух вееров, у которых $p_F=1$.
5. Если $\Sigma p_F=1$, то это свидетельствует об ошибке округления (или в программе). Хотя в этом случае можно найти и одну контактную нормаль (она должна быть очень близкой к одному из угловых ортов нормалей $\{\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3\}$).

Правило выявления признака p_R выпуклости ребра, формируемого вершиной: он противоположен признаку p_R того ребра, на веере нормалей которого нет контактной точки. Например, на рисунке 10 \mathbf{n}_A и \mathbf{n}_B лежат на веерах ребер №1 и №2, следовательно, для формируемого ребра $p_R=p_{R3}=-1$.

И еще одно весьма важное правило: ребра, как огибающие семейства вершин, формируются снаружи тела производящей элемента лишь в том случае, когда обе контактные нормали находятся на веерах выпуклых ребер. Т.е., из четырех видов угловых изломов, представленных на рисунке 11:

- а)** вершина 1 всегда формирует вогнутые ребра снаружи своего тела;
- б)** порог 2 формирует выпуклое ребро снаружи тела, но только если контактные нормали \mathbf{n}_A и \mathbf{n}_B находятся на веерах двух ребер с положительной кривизной;
- в)** изгиб 3 и яма 4 всегда формируют ребра внутри своего тела.

Находить ребра и другие элементы, формируемые внутри тела производящего элемента, имеет смысл, чтобы получить одну непрерывную огибающую поверхность, из которой проще, чем из отдельных "обрывков" сформировать реальную поверхность: с изломами, срезами и т.д. Это относится к поверхностям, формируемым всеми видами изломов, а также другими производящими элементами.

Список литературы: 1. Гохман Х.И. Теория зацеплений, обобщенная и развитая путем анализа, Дисс... магистра механики. – Одесса, 1886. – 232с. 2. Шишков В.А. Образование поверхностей резанием по методу обкатки. – М.: Машгиз, 1951. – 150с. 3. Колчин Н.И. Аналитические основы дифференциального метода исследования зубчатых зацеплений // Труды семинара по теории машин и механизмов АН СССР. – Вып.64, 1957. 4. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 5. Залгаллер В.А. Теория огибающих. М.: Наука, 1975. – 104с. 6. Швелелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. – М.: Мосстанкин, 1999. – 494с. 7. Несмелов И.П., Гольдфарб В.И. Недифференциальный подход к решению задачи огибания // Механика машин. – Вып.61. – М.: Наука, 1983. – С.3–10. 8. Бабичев Д.Т. О применении многопараметрических огибаний при компьютерном моделировании процессов формообразования в рабочих и технологических зацеплениях // Теория и практика зубчатых передач: Сб. докл. научно-технической конференции с международным участием. – Ижевск, 2004. – С.302–315. 9. Бабичев Д.Т. Развитие теории зацеплений и формообразования поверхностей на основе новых геометрико-кинематических представлений. Дисс... д-ра технич. наук. – Тюмень, 2005. – 421с. 10. Бабичев Д.Т. Основы альтернативной теории формообразования, базирующейся на новых геометрических понятиях // Международная конференция "Техника проводов 03": Секция 1. Теория, расчет и конструирование трансмиссионных элементов. – Болгария, София, 2003. – С.270–275. 11. Родин П.Р. Основы формообразования поверхностей резанием. – Киев: Вища школа, 1977. – 192с.

Поступила в редколлегию 20.05.09

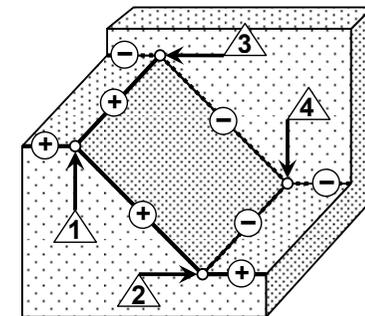


Рисунок 11 – Четыре вида угловых изломов тел: 1 – вершина (+++); 2 – порог (++-); 3 – изгиб (+-); 4 – яма (- - -). В скобках – выпуклость трех ребер: выпуклое ребро (+); вогнутое (-)

С.В. БЕЛОДЕДЕНКО, канд. техн. наук, доцент НМетАУ
А.С. ИВАНИЦА, аспирант НМетАУ, Днепропетровск

ОПТИМИЗАЦИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СТАЛЕЙ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ОТРЕЗНЫХ УСТРОЙСТВ ДЛЯ МЕТАЛЛОПРОКАТА

Розглянуто методику знаходження оптимальних параметрів механічних властивостей зубчастих передач, що працюють при високих швидкостях, та передають значні моменти. Методика не оперує параметрами деградаційних процесів а базується на формі та розмірах конструктивних елементів, що дає можливість використовувати її на стадії виготовлення машин. За цим алгоритмом здійснена оптимізація технології термообробки зубчастих коліс отрезного пристрою стана 219 ДМЗ "Коминмет".

Рассмотрена методика нахождения оптимальных параметров механических свойств зубчатых передач работающих при высоких скоростях и передающих значительные моменты. Методика не оперирует параметрами деградационных процессов, но нуждается в знании формы и размеров конструктивных элементов, что позволяет использовать её на стадии изготовления машин. По этому алгоритму была произведена оптимизация технологии термообработки зубчатых колёс отрезного устройства стана 219 ДМЗ "Коминмет".

Актуальность задачи. Зубчатые передачи современных отрезных устройств для металлопроката (ножницы, пилы) работают при высоких угловых скоростях ($15\text{--}50\text{ с}^{-1}$), передавая значительные моменты ($5\text{--}10\text{ кН}\cdot\text{м}$). Это не вполне соответствует установившемуся мнению, что в металлургическом оборудовании применяются редукторы с большим передаточным отношением ($i=100\text{...}1000$ и более). В таких зубчатых передачах, являющихся, по существу, исполнительными механизмами, величина $i=2\text{...}5$ и менее. Вместе с этим режим нагружения зубчатых передач отрезных устройств имеет такие же особенности, как и остальные металлургические машины. В частности, это широкая вариация итогового спектра нагружения, а также появление периодических перегрузок.

О наличии последних свидетельствуют заедания зубьев зубчатых передач пилы трубоэлектросварочного стана 219 (рисунок 1) немецкого производства, имевшие твёрдость поверхности HRc 60...62 (правая потемневшая зона зубьев, рисунок 2). Причины появления перегрузок довольно разнообразны, не последнюю роль в них играет нарушение правил технической эксплуатации. Это субъективный взгляд на проблему. Объективно, перегрузки обусловлены закономерностями теории случайных процессов, где учитывается, что выбросы за границы полосы гауссовского процесса (перегрузки) происходят регулярно. Их периодичность составляет одна на $10^4\text{...}10^8$ циклов основного процесса и зависит от его коэффициентов вариации и широкополосности.

Расхождение между расчётными нагрузками, при проектировании зубчатых передач, и реальным процессом нагружения металлургических машин

при работе, приводит к эксплуатационным отказам первых. Поэтому на металлургических предприятиях приходится решать задачу перепроектирования зубчатых колёс, "вписывая" их в имеющиеся посадочные места. В этом аспекте актуальна проблема назначения механических свойств зубьев, что зависит от их термической обработки. Наиболее успешно вопрос выбора термообработки решается путём испытаний зубчатых колёс.

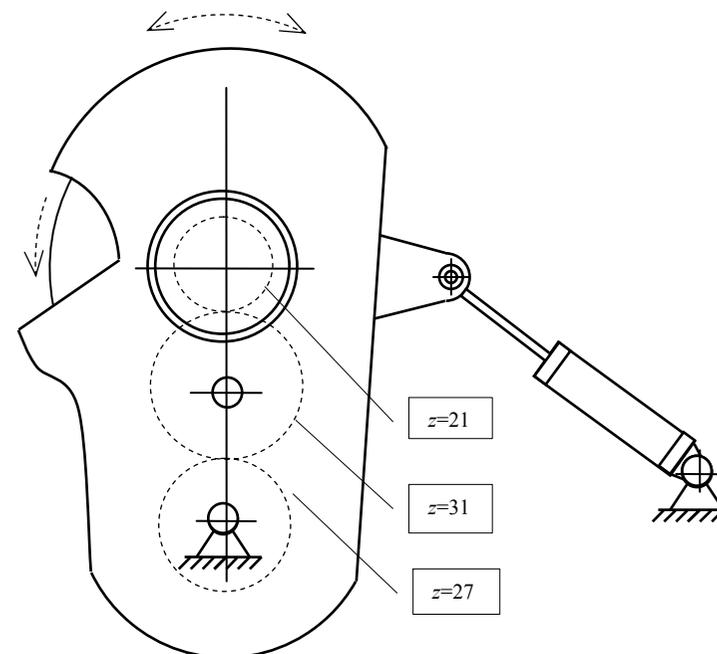


Рисунок 1 – Схема отрезного устройства

У специалистов в области зубчатых зацеплений наибольшим доверием пользуются испытания зубчатых колёс при их вращении на нагрузочном стенде [1]. Также надёжными считаются испытания зубьев на пульсаторах, когда колесо закреплено неподвижно, а опора испытательной машины активна, имитируя усилие в зацеплении. Подобные схемы, на наш взгляд, хороши при проверке ресурса колёс. Но для выбора механических свойств и технологии изготовления, когда необходимо иметь десятки и сотни результатов испытаний, такой путь затратен. В последние годы получает распространение методика определения пределов выносливости зубьев по результатам испытаний малогабаритных моделей зубчатых зацеплений в виде образец-контробразец по схеме испытаний в машинах трения [2].



Рисунок 2 – Вид отказа зубчатого колеса

Цели и методы исследований. В исследовании ставилась задача разработки методики нахождения оптимальной термообработки легированной стали для исполнительных механизмов отрезных устройств металлопроката, подвергающихся воздействию комплекса повреждающих процессов постепенного и мгновенного типа. Как показывает опыт, основными причинами выхода из строя зубчатых передач отрезных устройств являются излом зуба у основания и заедание. Отказ зубчатой передачи может иметь двойную природу: усталостное разрушение может развиваться постепенно, или же этот длительный процесс прерывается внезапным статическим разрушением самого зуба или его поверхности. От природы разрушения зависит срок службы передачи. В условиях воздействия на деталь конкурирующих деградиационных процессов выбор механических свойств производится по критерию равенства запасов прочности по усталостному и однократному хрупкому разрушению, когда уже имеется трещина в основании. Но т.к. неизвестно по какой причине произойдет отказ, то критерием оптимизации будет достижение требуемых запасов прочности при максимальной твердости.

Применяются образцы в виде плоских брусков, укороченного пролёта, что делает подобие напряженного состояния и режима нагружения близкими к зубьям колеса. Предварительно измеряются твердости поверхностей образцов. Чем выше твердость, тем лучше зуб сопротивляется контактной усталости и износу, но ухудшаются противоизломные свойства. Циклическая стойкость и вязкость разрушения (склонность к хрупкому разрушению) оцениваются по результатам усталостных испытаний на сосредоточенный изгиб. По-

сле разрушения образца по размеру трещины в изломе вычисляется критический коэффициент интенсивности напряжений (КИН).

Математический алгоритм оптимизации.

1. Устанавливаются модели $\sigma_B(\text{HRC})$, $\sigma_R(\text{HRC})$, $K_{fc}(\text{HRC})$

$$\begin{cases} \sigma_B = b_B \cdot \text{HRC} + \sigma_{0B}; \\ \sigma_{R(\alpha)} = b_{R(\alpha)} \cdot \text{HRC} + \sigma_{0R} \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^5}{N} \right)^{\frac{1}{m}}; \\ K_{fc} = K_0 - b_K \cdot \text{HRC} + b_y \cdot K_y, \end{cases} \quad (1)$$

где σ_R – предел выносливости; σ_B – предел прочности; m – показатель кривой усталости; $4 \cdot 10^5$ – сравнительная долговечность, для которой в данном случае найдены значения σ_R ; K_{fc} – критический КИН при циклическом нагружении; K_y – относительная зона возможного упрочнения (отношение исходных пределов прочности и упругости).

2. Критерий оптимизации

$$\frac{K_{fc}}{\sigma_a \cdot f_1 \cdot \sqrt{\pi \cdot c}} = \frac{\sigma_{B(R)}}{\sigma_a}, \quad (2)$$

где σ_a – действующая амплитуда циклических напряжений; f_1 – тарировочная функция для определения КИН [3]; c – глубина трещины.

Зависимость оптимального уровня твердости поверхности при разрушении от краевой трещины

$$\text{HRC}_{opt} = \frac{K_0 + b_y \cdot K_y - \sigma_{0(R)} \cdot f_1 \cdot \sqrt{\pi \cdot c}}{b_K + b_{B(R)} \cdot f_1 \cdot \sqrt{\pi \cdot c}}. \quad (3)$$

При разрушении от поверхностных четвертьэллиптических трещин это выражение будет выглядеть так

$$\text{HRC}_{opt} = \frac{K_0 + b_y \cdot K_y - \sigma_{0(R)} \cdot f_S \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot c}{Q}}}{b_K + b_{B(R)} \cdot f_S \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot c}{Q}}}, \quad (4)$$

где f_S – тарировочная функция для определения КИН поверхностной трещины [3]

$$Q = 1 + 1.464 \cdot \left(\frac{c}{h}\right)^{1.65}, \quad (5)$$

где $c/h = \varepsilon$ – относительная длина трещины к толщине зуба.

3. Взаимосвязь формы трещин в практической области значений, отражающая закономерность развития трещин при изгибе получена нами в виде

$$\frac{c}{a} = 0.44 \cdot \left(\frac{c}{h}\right)^{-0.36}. \quad (5)$$

4. С помощью взаимосвязей $c/a(c/h)$ зависимость оптимального уровня твёрдости преобразуются в модель вида $HRc_{opt}(c, \varepsilon)$ (рисунок 3)

$$HRc_{opt}(c, \varepsilon) = H_0 - \beta_1 \cdot c - \beta_2 \cdot \varepsilon + \beta_{12} \cdot c \cdot \varepsilon, \quad (6)$$

где β_{ij} – коэффициенты чувствительности HRc_{opt} к абсолютным и относительным размерам трещины; H_0 – параметр модели.

Такая форма удобна для анализа моделей, из которого делаем следующие выводы. При росте абсолютных и относительных размеров трещины, оптимальный уровень твёрдости снижается, т.к. для поддержания роста запасов прочности необходим запас трещиностойкости, что требует высоких значений критических КИН при циклическом нагружении. Но следует учитывать, что низким эквивалентным напряжениям соответствует более высокая долговечность. При этом величина показателя прочности снизится, что приведёт к росту HRc_{opt} . С другой стороны, если снижается прочность материала и уменьшается её запас по вязкому и циклическому разрушению, то это даёт возможность соответственно снизить запас прочности по хрупкому разрушению за счёт роста твёрдости, что позитивно сказывается на износостойкости. Но подобное сочетание наблюдается в зонах концентрации напряжений, где технология изготовления слабо влияет на прочность, но заметно влияет на трещиностойкость. При увеличении относительной зоны упрочнения K_y происходит рост величины HRc_{opt} , что объясняется положительным влиянием этого показателя на работоспособность зубчатой передачи. В условиях разрушения от поверхностных трещин величина HRc_{opt} увеличивается по сравнению с показателями, соответствующими краевым трещинам, что обусловлено ослаблением влияния механических свойств на форму диаграмм усталостного развития поверхностных трещин.

5. Заключительный этап оптимизации связан с косвенной оценкой параметров режима по анализу изломов.

Ремонтный вариант зубчатой передачи отрезного устройства стана 219 ДМЗ "Коминмет" изготавливается из стали 40X, для этой марки получены параметры моделей $\sigma_B(HRc)$, $\sigma_R(HRc)$, $K_{fc}(HRc)$ (таблица).

Таблица – Коэффициенты моделей механических свойств стали 40X

Марка стали	σ_{0B} [МПа]	σ_{0R}^{**} [МПа]	b_B	b_R^*	K_0^{**}	b_K^{**}	b_y^{**}
40X	-150	624 (316)	37.5	5.7 (0)	302 (190)	6,9 (4)	60 (34)

* – значение σ_{0R} для гладких образцов, в скобках для надрезанных образцов;

** – значение для краевой трещины, в скобках – значение для поверхностной трещины.

По данным моделям для стали 40X оптимальным значением можно считать $HRc=46$. Такая твёрдость может быть недостаточной для обеспечения контактной прочности. Тогда необходимо изменить свойства материала. Например, для стали 35ХГСА, оптимальное значение будет $HRc = 56$. Высокое значение HRc , для стали 35ХГСА, объясняется хорошей трещиностойкостью этой стали при наличии поверхностных трещин.

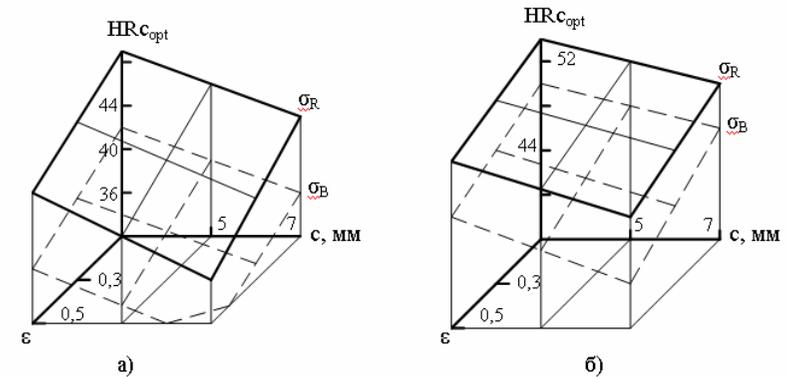


Рисунок 3 – Поверхности моделей оптимальной твердости для стали 40X при краевой (а) и поверхностной трещинах (б) по статической (σ_B - -) и циклической (σ_R —) прочности

Выводы.

1. Предложена методика оптимизации механических свойств материалов зубчатых передач, испытывающих воздействие конкурирующих деградационных процессов. Установлено, что к режиму термообработки наиболее чувствительна такая служебная характеристика, как вязкость разрушения.

2. Методика апробирована на зубчатых передачах отрезного устройства стана 219 ДМЗ "Коминмет". Для них установлены наиболее приемлемые режимы термообработки стали 40X.

3. Получены количественные зависимости показателей механических свойств от режимов термообработки.

4. Установлено, что позитивное влияние твёрдости и статической прочности на зарождение трещин (на предел выносливости) исчезает в условиях концентрации напряжений.

Список литературы: 1. Редукторы энергетических машин: Справ. пособие / под. ред. Ю. Державца. – Л.: Машиностроение, 1985. – 230с. 2.Тюрин С., Комиссаров В. Опыт обеспечения работоспо-

собности зубчатых колёс // Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин: Пр. 1-ї міжнародної науково-техн. конф. – Тернопіль, ТДТУ, 2004. – С.337–342. 3. Саврук М.П. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. Пособие в 4 т. Т.2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / Саврук М.П. – Киев: Наук. Думка, 1988. – 620с.

Поступила в редколлегию 04.05.09

УДК 621.833

В.Н. ВЛАСЕНКО, к.т.н., директор АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев
А.З. ВЫСОЦКИЙ, АОЗТ "НИИ "Редуктор", г. Киев

РАСЧЕТ ГЕОМЕТРИИ КОНИЧЕСКИХ И ГИПОИДНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Розрахунок геометрії конічних та гіпоїдних зубчастих передач.

Calculation of geometry data of bevel and hypoid gears.

Многие десятилетия информация о геометрии конических, а особенно гипоидных зубчатых передач, разрабатывалась и публиковалась различными производителями зубчатых механизмов. Известно, что специфические формулы для их соответствующей геометрии были разработаны для методов формообразования для конкретных станков и инструментов. Во многих случаях эти формулы не могут быть использованы для всех типов конических зубчатых передач. Эта ситуация изменилась с введением универсальных, многокоординатных станков с числовым программным управлением способных производить все виды зубчатого зацепления. Таким образом, производители требовали обеспечения программами для расчета геометрии конических зубчатых колес получаемых разными методами зубообработки.

В ТК-47 "Механические приводы" разработана окончательная редакция национального стандарта [1] идентичным переводом международного стандарта [2]. Этот стандарт объединяет конические передачи с прямыми зубьями и три главных метода формирования конструкции конических передач с криволинейными зубьями в один полный набор формул. Структура формул такая, что их можно программировать непосредственно, позволяя пользователю сравнивать разные конструкции.

Дополнительная цель этого стандарта является возможность в будущем создание системы ISO оценки показателей гипоидной зубчатой передачи.

Этот стандарт объединяет в себе области применения действующих межгосударственных стандартов [3, 4], а также нестандартизированной методики расчета геометрии гипоидных передач.

В стандарте [1] гипоидные передачи рассматриваются как наиболее общий вид зубчатой передачи. Оси зубчатых колес смещены и не пересекаются. Зубья криволинейные в продольном направлении. Все остальные виды зубчатых передач можно считать подгруппами гипоидных. Конические зубчатые передачи с криволинейными зубьями являются гипоидными с нулевым смещением между осями. Прямозубые конические передачи являются гипоидными передачами с нулевым смещением и нулевой кривизной зуба. Цилиндрические косозубые передачи являются гипоидными передачами с нулевым межосевым углом и нулевой кривизной зуба.

В стандарте [1] несколько отличается подход к форме зуба. В упомянутых межгосударственных стандартах применяются, а в межгосударственном стандарте [5] определены такие осевые формы зуба:

- I – пропорционально понижающаяся (высота ножки зуба прямо пропорциональна расстоянию от вершины),
- II – понижающаяся (делительная окружная толщина зуба приблизительно прямо пропорциональна расстоянию от вершины делительного конуса), в двух вариантах:
 - с приблизительно равной шириной "ленточки" на поверхности вершин и переменным радиальным зазором и
 - с постоянным радиальным зазором,
- III – равновысокая (высота зуба постоянна по всей его длине).

В новом стандарте [1] рассматриваются следующие взаимосвязанные основные типы конических форм:

- коническая форма высоты касается изменения высоты зуба вдоль зубчатого венца;
- коническая форма ширины дна впадины касается изменения в разводе резцов;
- коническая форма ширины впадины касается изменения ширины впадины вдоль зубчатого венца;
- коническая форма толщины зуба касается изменения толщины зуба вдоль зубчатого венца.

Конической формой первоочередного рассмотрения для производства является коническая форма ширины дна впадины. Ширина дна в самой узкой точке определяет развод резцов режущего инструмента и ограничивает радиус режущей кромки, который может иметь резец. Конической формой, непосредственно влияющей на заготовку, является коническая форма высоты из-за ее влияния на угол ножки зуба, используемый при расчете угла конуса вершин сопряженной детали. Коническая форма ширины дна впадины зависит от продольной кривизны и угла ножки зуба. Ее можно изменять изменением конической формы высоты, т.е. наклона линии дна. Линия дна вообще поворачивается вокруг средней части для поддержания желаемой рабочей высоты в среднем сечении зуба. В стандартной форме высоты зуба высота изменяется пропор-

ционально конусному расстоянию в любом сечении зуба. Коническая форма по ширине дна впадины может иметь варианты с постоянной шириной дна впадины обоих зубчатых колес и с модифицированной шириной дна впадины при которой ширина дна впадины колеса постоянная, а шестерни – произвольная. Существенным методом управления конической формой зуба, влияющим на геометрические, кинематические и прочностные показатели передачи, является надлежащий выбор параметров режущего инструмента.

К сожалению, международный стандарт [2] не содержит конкретных и формализованных рекомендаций по выбору конической формы зуба (в отличие от межгосударственных стандартов, содержащих рекомендации и ограничения по выбору осевой формы зуба, диаметра зуборезной головки и т.п.). В тексте стандарта [2] и в прилагаемых примерах в качестве исходных данных приводятся не параметры стандартизованного исходного контура [6-8], а некоторые производные величины, логика назначения которых не определена. Это явление серьезно затрудняет проведение сравнительных расчетов по международному и межгосударственным стандартам, дополнительные затруднения вносит низкая (5 значащих цифр) точность расчетов в примере к международному стандарту [2], которая при использовании современной вычислительной техники и программного обеспечения выглядит смехотворной, в то время как в межгосударственных стандартах, по крайней мере в ряде операций, требуется точность не ниже 0,000001).

При внедрении международного стандарта необходимо разработать методические рекомендации с приведением практического алгоритма расчетов и рекомендаций по выбору параметров.

Список литературы: 1. *DCTV ISO 23509* Передачи зубчатые конические и гипоидные. Расчет геометрии. 2. *ISO 23509:2006* Bevel and hypoid gear geometry. 3. *ГОСТ 19326-73* Передачи зубчатые конические с круговыми зубьями. Расчет геометрии. 4. *ГОСТ 19624-74* Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Расчет геометрии. 5. *ГОСТ 19325-73* Передачи зубчатые конические. Термины, определения и обозначения. 6. **ГОСТ 13754-81** Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические с прямыми зубьями. Исходный контур. 7. *ГОСТ 16202-81* Основные нормы взаимозаменяемости. Передачи зубчатые конические с круговыми зубьями. Исходный контур. 8. *DCTV ISO 677* Передачі зубчасті конічні прямозубі для загального і важкого машинобудування. Вихідний контур.

Поступила в редколлегию 08.05.09

УДК 621.83

Б.С. ВОРОНЦОВ, к.т.н., доцент каф. ТМ ВНУ им. В. Даля
И.А. БОЧАРОВА, к.т.н., ст. преп. каф. НГиГ ВНУ им.В.Даля
Д.А. ЧАПЛИНСКИЙ, аспирант, ВНУ им. В. Даля, г. Луганск

СИНТЕЗ И ИЗГОТОВЛЕНИЕ СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫХ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Розроблено методику визначення геометрії зубців зношених зубчастих коліс. Синтезовано зубчасті передачі з покращеною формою зубців. Отримані твердотільні комп'ютерні моделі, керуючі програми для верстата із ЧПУ, які були згенеровані та були виготовлені зубчасті колеса.

Methods of worn gear wheels teeth geometry definition has been worked out. Teeth gears having improved teeth form have been synthesized. Solid computer models have been obtained, controlling programs for numerically controlled machine-tools have been generated and gear wheels have been produced.

Постановка проблемы. Для повышения срока службы и эффективности использования импортного оборудования возникают задачи изготовления различных ответственных узлов и деталей и улучшения их эксплуатационных свойств.

Часто такими деталями являются различные виды зубчатых колес. При этом по изношенным или разрушенным зубьям колес необходимо восстановить первоначальную геометрию, провести анализ и синтезировать более предпочтительную форму зубьев.

Анализ литературы. Выбору рациональной геометрии зубчатых колес посвящены работы [1,2]. На основании полученных исследований создаются твердотельные компьютерные модели колес, по которым изготавливаются конечные изделия. В работе [3] приведен способ создания зубообрабатывающего инструмента и зубчатых колес методом послойного наращивания материала на основании твердотельной компьютерной модели. Метод изготовления зубчатых колес с арочными зубьями на станке с ЧПУ по программе, сгенерированной на основании компьютерной модели рассмотрен в работе [4].

Целью данной работы является решение комплексной задачи получения исходных данных, синтеза и изготовления сложнопрофильных зубчатых колес.

Основная часть. В результате эксплуатации зубчатых колес происходит износ и разрушение поверхностей зубьев (рисунок 1).

Для определения исходной геометрии зубьев использовалась координатно-измерительная машина типа рука "MicroScribe G2" (рисунок 2).

Для обработки полученных данных была применена система CoreCAD компании Delcam plc. На рисунке 3 показано зацепление зубчатых колес в торцевом сечении.



Рисунок 1 – Колесо с изношенными зубьями

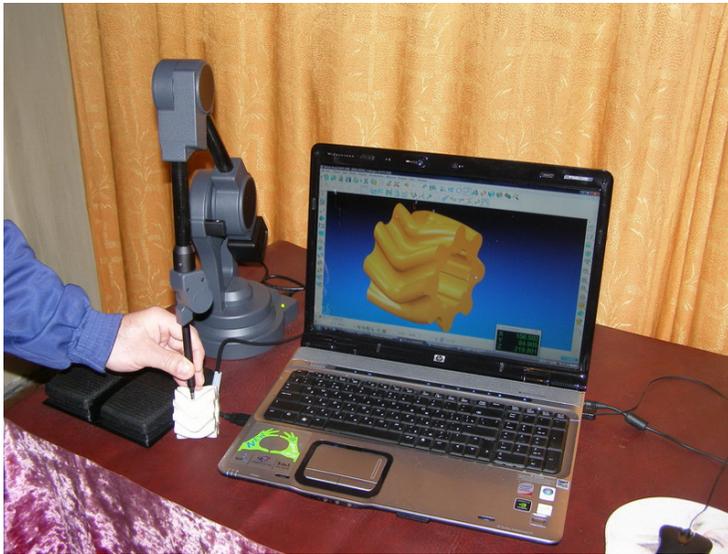


Рисунок 2 – Использование КИМ MicroScribe G2

Кривые, описывающие профиль зубьев были аппроксимированы кривыми Безье третьего порядка и переданы в программный комплекс "СИНТЕЗ" [5] для дальнейшего анализа.

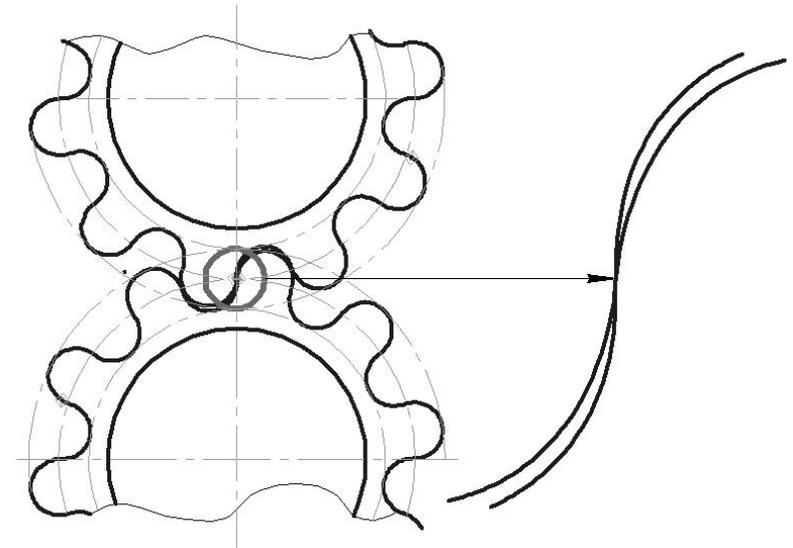


Рисунок 3 – Зацепление зубчатых колес в торцевом сечении

Уравнение исходного контура было представлено в виде кривой Безье третьего порядка:

$$x_k = f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) = (1-\lambda)^3 x_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda x_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 x_2 + \lambda^3 x_3;$$

$$y_k = f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) = (1-\lambda)^3 y_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda y_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 y_2 + \lambda^3 y_3,$$

где x_0, y_0, x_3, y_3 – координаты опорных точек P0, P3; x_1, y_1, x_2, y_2 – координаты управляющих точек P1, P2.

Уравнение контура зубьев колес имеет вид:

$$x_i = [f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \pm R_i] \cos \varphi_i \pm \Omega_1 \cos \beta \sin \varphi_i;$$

$$y_i = [R_i \pm f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)] \sin \varphi_i - \Omega_1 \cos \beta \cos \varphi_i,$$

$$\text{где } \Omega_1 = \frac{f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \cdot f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)}{f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)}.$$

На рисунке 4 приведены результаты синтеза исходного контура и контуров зубьев синтезируемой передачи.

На основании синтезированного контура зубьев в системе PowerSHAPE создана твердотельная компьютерная модель (рисунок 5), на основании которой в системе PowerMILL разработана и проанализирована (рисунок 6) управляющая программа для станка с ЧПУ.

Смоделированные зубчатые колеса были изготовлены на копировально –

фрезерном двухшпиндельном станке Starrag KF-200 с ЧПУ HEIDENHAIN 355 с модернизированной и программно управляемой делительной головкой (рисунок 7). В качестве материала использовался Эрталайт твердостью HB 170.

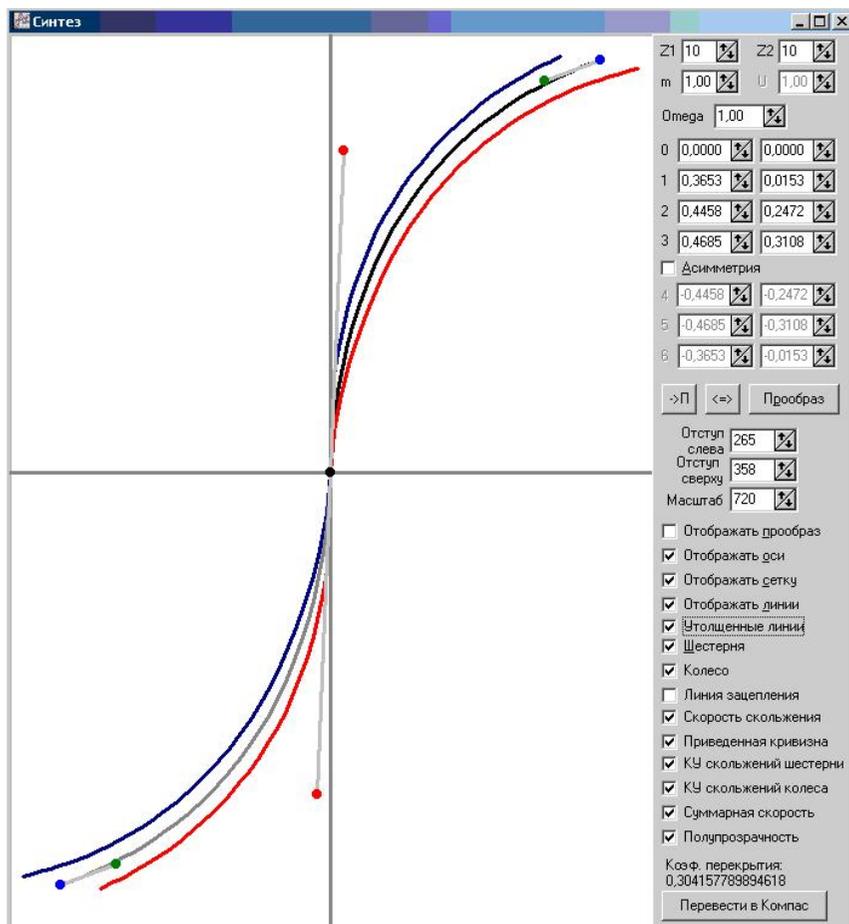


Рисунок 4 – Результаты синтеза, контура зубьев колес

Выводы. Разработанный программный комплекс "СИНТЕЗ" и современные компьютерные системы семейства PowerSolution позволяют повысить эффективность получения исходной информации, ее анализа, синтеза и изготовление на станках с ЧПУ сложнопрофильных зубчатых колес с улучшенными эксплуатационными свойствами.

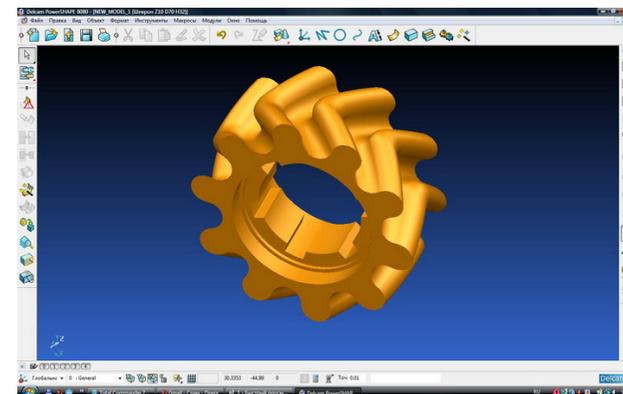


Рисунок 5 – Твердотельная компьютерная модель зубчатого колеса

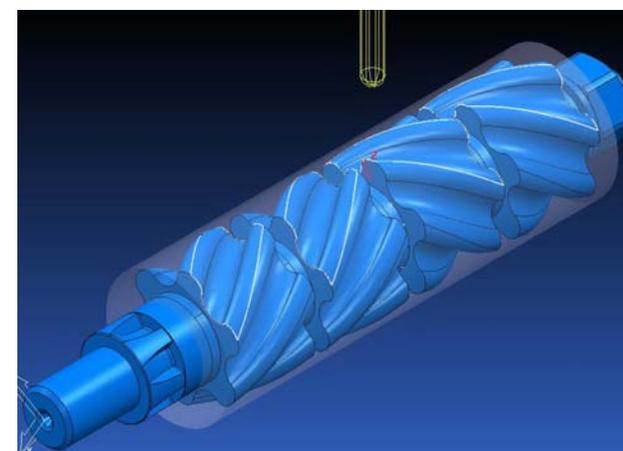


Рисунок 6 – Моделирование процесса

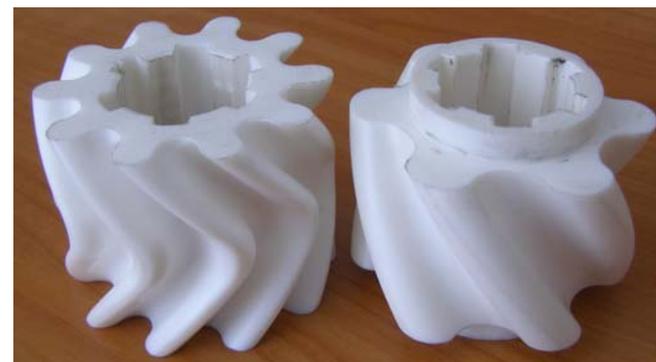


Рисунок 7 – Сложнопрофильные зубчатые колеса

Список литературы. 1. Шишов В.П., Носко П.Л. и др. Високо навантажені циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубцями. Монографія. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В.Даля, 2005. – 216с. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. Кривошея А.В., Сторчак М.Г. и др. Изготовление моделей и функциональных опытных образцов алмазных зубообрабатывающих инструментов с использованием метода ускоренного лазерного прототипирования. // Резание и инструмент в технологических системах: Междунар. науч.-техн. сб. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2007. – Вып.73. – С.124-137. 4. Паршин А.Н. Разработка методов анализа, синтеза зацепления и изготовления арочных цилиндрических зубчатых колес: автореф. дис. на соиск. науч. степени канд. техн. наук: спец. 05.0.18 "Теория механизмов и машин". – М: ИМАШ РАН, 2008. – 21с. 5. Бочарова И.А. Алгоритм и программа для интерактивного синтеза цилиндрических зубчатых передач // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наукових праць. – Харків, 2007. – Вып.16. – С. 133-140.

Поступила в редколлегию 15.05.09

УДК 621.833.1

Д.В. ДОРОФЕЕВ, инженер-программист ФГУП ММПП "Салют"

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОЦЕНКИ КОНТАКТНОЙ ВЫНОСЛИВОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ БЛОКИРОВОЧНЫХ КОНТУРОВ

Статья посвящена анализу методов оценки несущей способности зубчатых передач, а также об использовании специальных полей на области существования для совершенствования проектирования.

The article narrates about using of various methods for an estimation of bearing capacity of gears, and also using of special fields on existence domain for simplification of process of projection.

Введение. Согласно [1], "влияние параметров, определяющих геометрию зацепления, на несущую способность, лимитируемую прочностью активных поверхностей зубьев, учитывается коэффициентами Z_H и Z_ε ". Также в работе [1] показано, что коэффициенты Z_H и Z_ε имеют приближенный характер, что связано с невозможностью учитывать реальную погрешность профиля зубчатого колеса (Z_H), а также необходимостью учета динамических нагрузок (Z_ε).

Существует несколько формул для вычисления Z_H и Z_ε , приведенных в работах [1], [3], [4]. Данная работа преследует цель определить степень их соответствия значениям нагрузок на зубчатое колесо.

Оценка формул для определения коэффициентов Z_H и Z_ε . Согласно [1], варьируя коэффициентами смещения для шестерни и колеса можно спроектировать "прямозубую передачу с полюсом в зоне двухпарного зацепления и получить значительное увеличение несущей способности". Количество пар участ-

вующих в зацеплении определяется величиной коэффициента перекрытия. Таким образом, формулы для расчета коэффициентов Z_H и Z_ε должны учитывать изменения геометрии, связанные с подбором коэффициентов смещения.

Для вычисления нагрузок использован программный комплекс AS Gears, показавший "хорошую сходимость результатов расчета и экспериментов" [2].

Расчет будет проводиться для пары зубчатых колес со следующими параметрами:

Таблица 1 – Параметры зубчатых колес

Геометрические параметры		
Зубчатое колесо	Шестерня	Колесо
Число зубьев	28	41
Рабочий модуль, мм	3.0	3.0
Угол зацепления, град.	25	25
Угол наклона зубьев	0	0
Коэффициент высоты головки	1.235	1.235
Режим нагружения		
Частота вращения на входе, об/мин		17500
Номинальная мощность, л.с.		833
Максимальная передаваемая мощность, л.с.		1333

Для коэффициентов смещения, показанных в таблице 2:

Таблица 2 – Выбранные коэффициенты смещения

Точка	X1	X2	Коэффициент перекрытия
1 (1.4566, 2.1055)	1.4566	2.1055	1.1771
2 (0.0136, 0.608)	0.0136	0.608	1.6998
3 (-0.443, -0.2764)	-0.443	-0.2764	1.9332

Для точек 1–3 проведем расчет несущей способности по формулам из [3]:

$$K_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos \alpha_t} \cdot \frac{\cos \arcsin(\sin \beta \cdot \cos \alpha)}{\cos \alpha_{tw}} \cdot \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}} \right)^2}; \quad (1)$$

$$K_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\cos \alpha_t} \cdot \frac{\cos \arcsin(\sin \beta \cdot \cos \alpha)}{\cos \alpha_{tw}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_\alpha}} \right)^2}. \quad (2)$$

А также [4]

$$K_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \sin \alpha_{tw} (\sin \alpha_{tw} / \sin \alpha)^2 \cos \alpha \cos \beta \cdot \varepsilon_\alpha. \quad (3)$$

Сведем результаты, полученные по данным формулам в таблицу:

Таблица 3 – Значения коэффициентов относительной прочности

Точка	Формула (1)	Формула (2)	Формула (3)
1 (1.4566, 2.1055)	0.290204	0.3214355	0.5906794
2 (0.0136, 0.608)	0.2731601	0.355600806	0.69987
3 (-0.443, -0.2764)	0.241576	0.3217313	0.65796

Графически эти данные можно представить в виде:

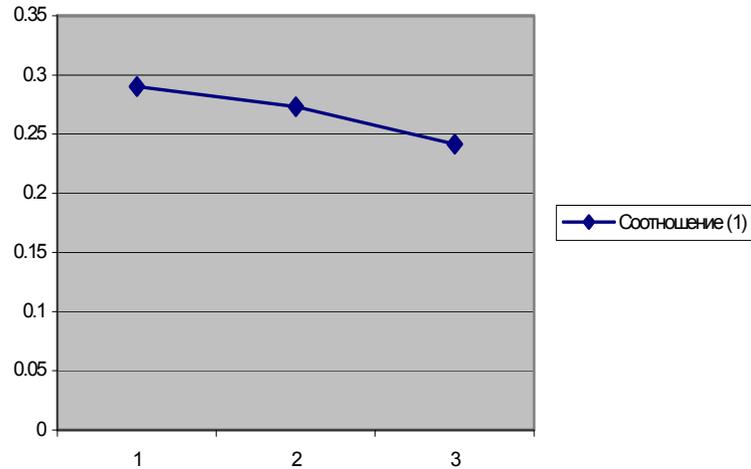


Рисунок 1 – Графическое представление расчетных значений по формуле (1)

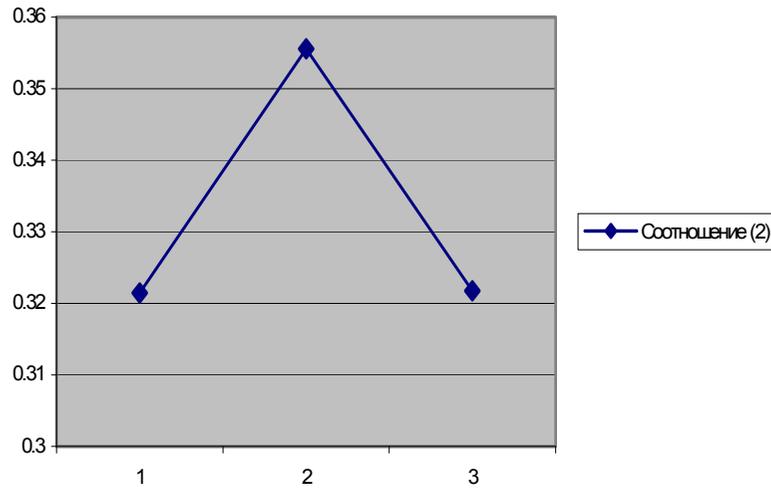


Рисунок 2 – Графическое представление расчетных значений по формуле (2)

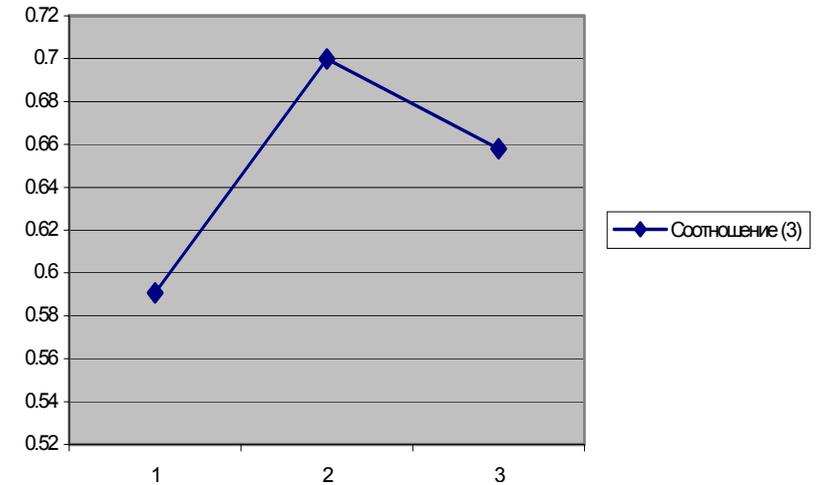


Рисунок 3 – Графическое представление расчетных значений по формуле (3)

Очевидно, что при одних и тех же значениях коэффициентов смещений расчетные соотношения дают различные результаты изменения несущей способности.

Сопоставим полученные результаты с расчетом напряжений для зубчатой передачи 7 степени точности:

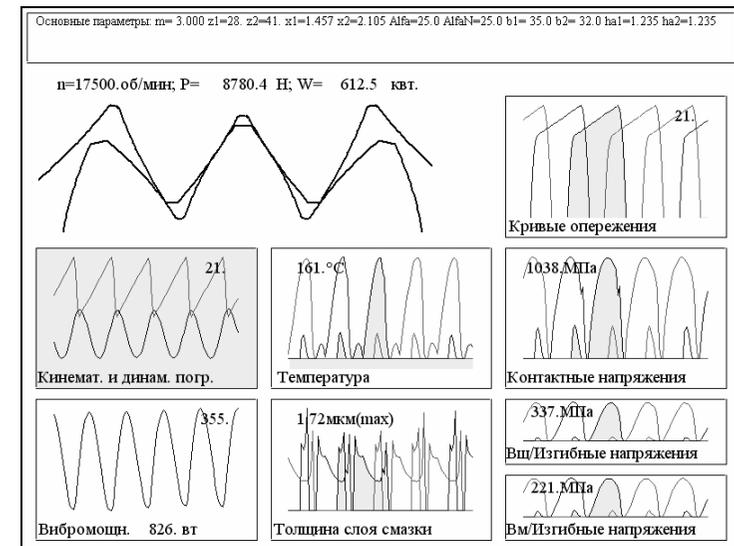


Рисунок 4 – Результат выполнения расчета напряжений по 7 степени точности для коэффициентов смещения $X_1=1.4566$, $X_2=2.1055$

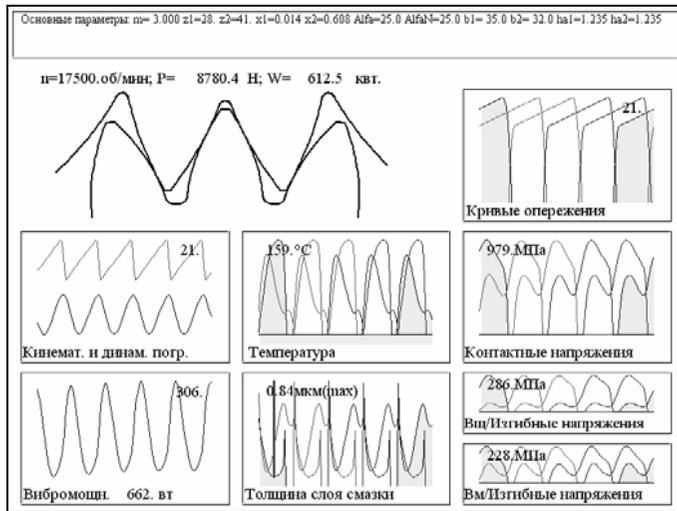


Рисунок 5 – Результат выполнения расчета напряжений по 7 степени точности для коэффициентов смещения $X_1=0.0136$, $X_2=0.608$

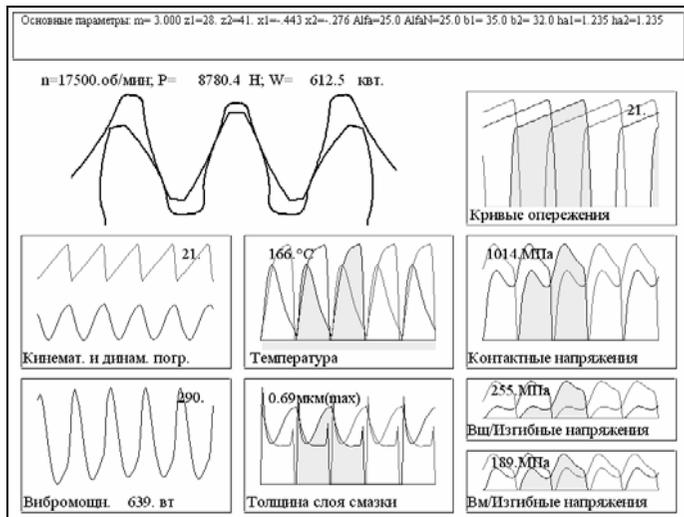


Рисунок 6 – Результат выполнения расчета напряжений по 7 степени точности для коэффициентов смещения $X_1=-0.443$, $X_2=-0.2764$

Из формулы расчета контактных напряжений в полюсе [3] при $K_H = 1$:

$$\sigma_{H0} = Z_E Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{F_{tH}}{b_w d_1} \cdot \frac{u+1}{u}}$$

найдем по данным компьютерного моделирования значение $K_{\alpha,\beta,\varepsilon}$ в виде:

$$K_{\alpha,\beta,\varepsilon} = \frac{1}{(Z_H \cdot Z_\varepsilon)^2} = \left(\frac{Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_{tH}}{b_w d_1} \cdot \frac{u+1}{u}}}{\sigma_H} \right)^2, \quad (5)$$

которые, сведем в таблицу:

Таблица 4 – Результаты расчета напряжений системой AS Gears

Точка	Контактные напряжения (МПа)	Критерий относительной контактной прочности
1 (1.4566, 2.1055)	1038	0.16693157
2 (0.0136, 0.608)	979	0.18765831
3 (-0.443, -0.2764)	1014	0.174927172

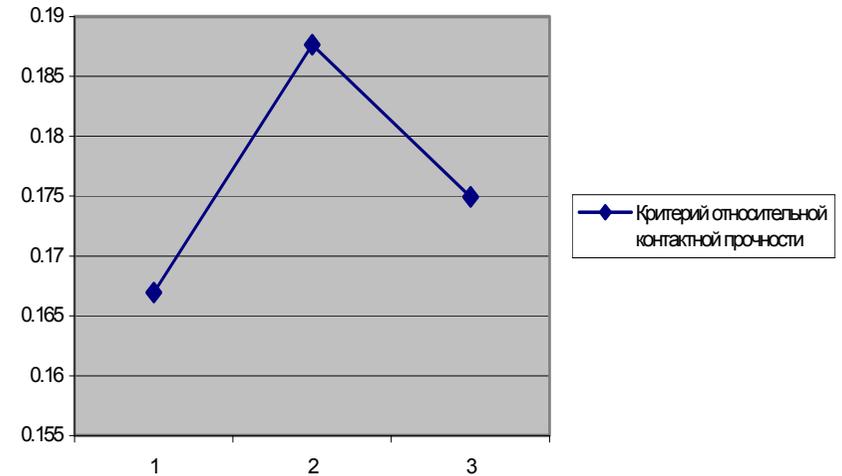


Рисунок 7 – График изменения критерия относительной контактной прочности при расчете по 7 степени точности

Сопоставим степень соответствия формул (1–3) с полученным результатами по формуле (5), представленные на графике (7):

Таблица 5 – Соотношение изменения значений между точками

Точки	Формула (1)	Формула (2)	Формула (3)	Формула (5)
1–2	1.062395	0.903922	0.843984	0.889550
2–3	1.130741	1.105272	1.063696	1.072779649

Из таблицы видно, что наиболее близкими значениями к результатам вычисления критерия относительной контактной прочности, полученной методом компьютерного моделирования, обладает формула (3). Однако, из графиков

следует, что существует максимум контактной прочности зубчатой передачи при определенных коэффициентах смещения. Для его нахождения требуется проведение многократных расчетов. Для упрощения процесса проектирования предлагается использовать построение поля относительной контактной прочности, построенные методами компьютерного моделирования (рисунки 8, 9).

Автором разработано два метода построения областей существования зубчатых передач: 1) при заданной высоте головки зуба и 2) при заданной толщине зуба на вершине. Результат расчета первым методом показан на рисунке 8.

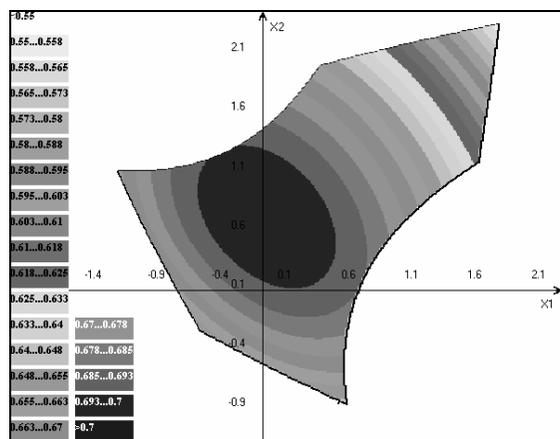


Рисунок 8 – Поле изменения критерия относительной контактной прочности, построенное методами компьютерного моделирования при заданной высоте головки зуба

Из рисунка 8, следует, что существует достаточно широкая зона равномерной прочности в пределах $0.693 \leq K_{\alpha,\beta,\varepsilon} < 0.7$. Однако для обеспечения оптимальной геометрии и задания условий химико-технологической обработки, большие значения приобретают поля с заданной толщиной зуба на вершине, при изменяемой высоте головки зуба (рисунок 9):

Выводы. Различные расчетные формулы для определения несущей способности зубчатых колес общего машиностроения дают различные результаты при одних и тех же коэффициентах смещений. Сопоставление полученных данных с программным комплексом AsGears, разработанного в ФГУП "ММПП "Салют", позволяет сделать вывод, что наиболее объективная картина об изменении несущей способности может быть получена по формуле (3), предложенной Яковлевым А.С. [4].

Выбор коэффициентов перекрытия с помощью блокировочных контуров, на которые нанесены поля критерия относительной контактной прочности, может значительно упростить процесс проектирования и является важным дополнением программного комплекса моделирования зубчатых передач – AsGears.

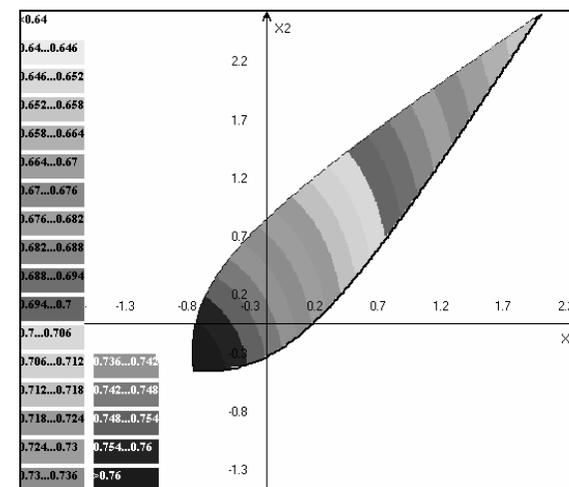


Рисунок 9 – Поле изменения критерия относительной контактной прочности, построенное методами компьютерного моделирования при заданной толщине зуба на вершине

Автором разработано два метода проектирования передач с построением блокировочных контуров:

1. **По заданной высоте головки зуба.** Наибольшие значения по контактной выносливости достигаются в достаточно широкой зоне, в пределах изменения $0,693 \leq K_{\alpha,\beta,\varepsilon} < 0,7$ при небольших положительных коэффициентах смещения.

2. **По заданной толщине зуба на вершине.** В каждой точке контура высота головки зуба различна. Этот метод позволяет достигнуть оптимальной геометрии практически в каждой точке блокировочного контура. Большие значения критерия относительной контактной прочности достигаются при малых и отрицательных коэффициентах смещения.

В работе [4] указано, что увеличение коэффициента высоты головки, позволяет достигнуть больших значений контактной выносливости, это подтверждается результатами настоящей работы. Наибольшим критериям относительной прочности ($K_{\alpha,\beta,\varepsilon} > 0,76$) соответствует коэффициенты высоты головки $h_a \approx 1,45$. При проектировании по заданной толщине зуба на вершине можно повысить контактную прочность на 10% при седьмой степени точности колес.

Список литературы: 1. Кудрявцев В. Н. К вопросу об уточнении оценки несущей способности цилиндрических зубчатых передач // Вестник машиностроения. – 1983. – №3. – С.17–19. 2. Постелова О. Нужны ли нам "двигатели прогресса": <http://www.avia.ru/aut/135/>. 3. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. 4. Яковлев А.С. Еще раз к вопросу эффективности применения зубчатых передач с зацеплением Новикова // Редукторы и приводы. – 2007. – №1,2. – С.48–54.

Поступила в редакцию 05.05.09

Е.М. ИВАНОВ, к.т.н., доц. каф. инженерной графики ХНАДУ "ХАДИ"

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕМПИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗВЕНЬЕВ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Запропоновано метод оцінки демпфіруючих характеристик ланок коливальних систем з n -ступенями вільності (KC_n), а саме як множина коливальних ланок, поєднаних між собою. Розглянуто питання метода визначення коефіцієнтів дисіпації усіх ланок, які належать цієї системі.

The method of estimation of absorbing characteristics of the oscillatory systems links with n -stages of freedom (KC_n), namely as a number of interconnected oscillatory links has been offered. The problem of dissipation coefficients determination method of all links of the system has been investigated.

При проектировании машин и механизмов, включающих в себя колебательные системы с n -степенями свободы (KC_n), то есть множество колебательных звеньев, соединенных между собой, кроме определения масс и коэффициентов жесткости важным является правильный расчет демпфирующих (диссипативных) характеристик звеньев. Причем в некоторых случаях создаются специальные демпфирующие устройства. Если величины масс и коэффициентов жесткости колебательной системы (KC) определяются с учетом конструкции и механизма, то коэффициенты диссипации так определить, особенно экспериментально, затруднительно. Для четкого уяснения вопроса о диссипации в KC_n является рациональным создание метода оценки коэффициентов диссипации

всех звеньев, входящих в эту систему. Таким методом может быть предлагаемый в данном изложении теоретико-экспериментальный метод.

Рассмотрим этот метод более подробно.

Пусть KC_n является линейной и ее механическая схема изображена на рисунке 1, где $m_1 \div m_n$; $c_1 \div c_n$; $b_1 \div b_n$ – величины масс, коэффициентов жесткости и диссипации соответственно; $x_1 \div x_n$ – перемещения масс; F – вынуждающая сила.

Для решения поставленной задачи запишем уравнения движения всех масс в KC_n в виде

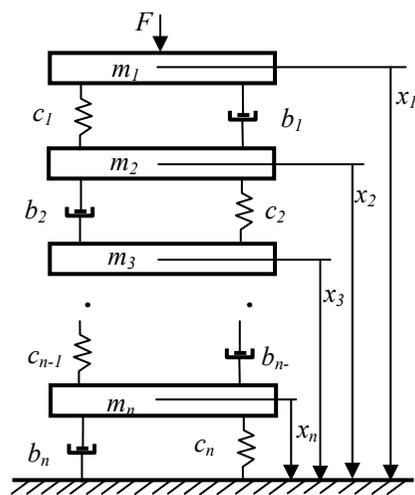


Рисунок 1

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + b_1 \frac{dx_1}{dt} + c_1 x_1 = F + b_1 \frac{dx_2}{dt} + c_1 x_2$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + (b_1 + b_2) \frac{dx_2}{dt} + (c_1 + c_2) x_2 = b_1 \frac{dx_1}{dt} + b_2 \frac{dx_3}{dt} + c_1 x_1 + c_2 x_3$$

$$m_3 \frac{d^2 x_3}{dt^2} + (b_2 + b_3) \frac{dx_3}{dt} + (c_2 + c_3) x_3 = b_2 \frac{dx_2}{dt} + b_3 \frac{dx_4}{dt} + c_2 x_2 + c_3 x_4$$

$$m_{(n-1)} \frac{d^2 x_{(n-1)}}{dt^2} + [b_{(n-2)} + b_{(n-1)}] \frac{dx_{(n-1)}}{dt} + [c_{(n-2)} + c_{(n-1)}] x_{(n-1)} = b_{(n-2)} \frac{dx_{(n-2)}}{dt} + b_{(n-1)} \frac{dx_n}{dt} + c_{(n-2)} x_{(n-2)} + c_{(n-1)} x_n$$

$$m_n \frac{d^2 x_n}{dt^2} + (b_{(n-1)} + b_n) \frac{dx_n}{dt} + (c_{(n-2)} + c_n) x_n = b_{(n-1)} \frac{dx_{(n-1)}}{dt} + c_{(n-1)} x_{(n-1)}$$

Как видно из (1) каждое уравнение в этой системе можно представить как уравнение движения $KC_l, l = \overline{1, n}$ с одной степенью свободы при условии, что правые части этого уравнения описывают вынуждающую силу этой $KC_l, l = \overline{1, n}$.

Примем, что $F = F_a \cos \omega t$, где F_a – амплитуда; ω – круговая частота; t – время. В этом случае перемещения $x_l, l = \overline{1, n}$ запишутся в виде $x_l(t) = x_{la} \cos(\omega t - \varphi_l)$, $l = \overline{1, n}$ где x_{la} – амплитуда; φ_l – угол сдвига между x_l и l -й вынуждающей силой.

При гармоническом внешнем воздействии F массы $m_l, l = \overline{1, n}$ колеблются с частотой этой силы. Амплитуды $x_{la}, l = \overline{1, n}$ тогда можно определить соотношением [2]

$$x_{la} = \frac{F_{al}}{m_l \sqrt{(\omega_{0l}^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{b_l}{m_l} \omega\right)^2}}, \quad (2)$$

где F_{al} – амплитуда l -й вынуждающей силы; ω_{0l} – собственная частота l -й KC . Если всмотреться в схему, изображенную на рисунке 1, то видно, что KC_n представляет собой совокупность KC с двумя степенями свободы и собствен-

ные частоты $\omega_{0l}, l = \overline{1, n}$ могут определяться выражениями [1]

$$\omega_{0(l-1)} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{c_{(l-1)} + c_l}{m_{(l-1)}} + \frac{c_l}{m_l} \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{c_{(l-1)} + c_l}{m_{(l-1)}} + \frac{c_l}{m_l} \right]^2 - \frac{c_{(l-1)}c_l}{m_{(l-1)}m_l}} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$\omega_{0l} = \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{c_{(l-1)} + c_l}{m_{(l-1)}} + \frac{c_l}{m_l} \right] - \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{c_{(l-1)} + c_l}{m_{(l-1)}} + \frac{c_l}{m_l} \right]^2 - \frac{c_{(l-1)}c_l}{m_{(l-1)}m_l}} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Определение коэффициентов $b_l, l = \overline{1, n}$ будем осуществлять последовательно, начиная с b_1 . Заметим, что в данном исследовании учитывается принцип суперпозиции, а это значит, что в каждом уравнении системы (1) амплитуда вынуждающей силы равна сумме амплитуд слагаемых (при условии, что все $KC_l, l = \overline{1, n}$ колеблются в дорезонансной области, то есть $\omega < \omega_{0l}, l = \overline{1, n}$ и тогда $\varphi_{(l-1)} \approx \varphi_l$).

Из первого уравнения системы (1) получаем

$$x_{1a} = \frac{F_a + b_1 \omega x_{2a} + c_1 x_{2a}}{m_1 \sqrt{(\omega_{01}^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{b_1}{m_1} \omega \right)^2}},$$

откуда выводится уравнение

$$\alpha_1 b_1^2 - \beta_1 b_1 + \gamma_1 = 0, \quad (5)$$

где $\alpha_1 = \omega^2(x_{1a}^2 - x_{2a}^2)$; $\beta_1 = 2\alpha x_{2a}(F_a + c_1 x_{2a})$; $\gamma_1 = x_{1a}^2 m_1^2 (\omega_{01}^2 - \omega^2)^2 - 2F_a c_1 x_{2a} - F_a^2 - (c_1 x_{2a})^2$.

Решение квадратного уравнения (3) известно, то есть

$$b_{1(1,2)} = \frac{\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 - 4\alpha_1 \gamma_1}}{2\alpha_1}. \quad (6)$$

Так как коэффициент диссипации является действительным числом, то в (6)

$$\beta_1^2 - 4\alpha_1 \gamma_1 \geq 0.$$

Известно [1], что для того, чтобы система была колебательной, необходимо, чтобы показатель диссипации системы $\xi = \frac{b}{2m\omega_0} < 1$ и тогда коэффициент диссипации должен быть

$$b_{1(1,2)} < 2m_1 \omega_{01}. \quad (7)$$

Из (6) определяются $b_{1(1)}$ и $b_{1(2)}$ и выбирается то значение, которое соответствует выражению (7).

Зная b_1 , переходим к определению коэффициента b_2 . Для этого рассматривается второе уравнение системы (1) и записывается

$$x_{2a} = \frac{\omega b_1 x_{1a} + \omega b_2 x_{3a} + c_1 x_{1a} + c_2 x_{3a}}{m_2 \sqrt{(\omega_{02}^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{b_2'}{m_2} \omega \right)^2}},$$

где $b_2' = b_1 + b_2$ и откуда также выводится уравнение

$$\alpha_2 (b_2')^2 - \beta_2 b_2' + \gamma^2 = 0, \quad (8)$$

где $\alpha_2 = \omega^2(x_{2a}^2 - x_{3a}^2)$; $\beta_2 = 2\alpha x_{3a}(\omega b_1 x_{1a} + c_1 x_{1a} + c_2 x_{3a})$;

$\gamma_2 = [x_{2a} m_2 (\omega_{01}^2 - \omega^2)]^2 - x_{1a}^2 (\omega b_1 + c_1)^2 - 2x_{1a} x_{3a} c_2 (\omega b_1 + c_1) - (c_2 x_{3a})^2$.

Решение уравнения (8) имеет вид

$$b_{2(1,2)}' = \frac{\beta_2 \pm \sqrt{\beta_2^2 - 4\alpha_2 \gamma_2}}{2\alpha_2}.$$

Как и в случае с выражением (6)

$$\beta_2^2 - 4\alpha_2 \gamma_2 \geq 0.$$

$$b_{2(1,2)}' < 2m_2 \omega_{02}.$$

В дальнейшем решения до n -й KC подобны нахождению коэффициентов b_2' . В этом случае надо иметь в виду следующие соотношения

$$b_{l(1,2)}' = \frac{\beta_l \pm \sqrt{\beta_l^2 - 4\alpha_l \gamma_l}}{2\alpha_l};$$

$$\beta_l^2 - 4\alpha_l \gamma_l \geq 0; l = \overline{2, (n-1)};$$

$$b_{l(1,2)}' < 2m_l \omega_{0l}, \quad b_{l1}' = b_{(l-1)} + b_l, \quad (9)$$

где $\alpha_l = \omega^2[x_{1a}^2 - x_{(l+1)a}^2]$; $\beta_l = 2\alpha x_{(l+1)a}[\omega b_{(l-1)} x_{(l-1)a} + c_{(l-1)} x_{(l-1)a} + c_l x_{(l+1)a}]$;

$$\gamma_l = [x_{la} m_l (\omega_{0l}^2 - \omega^2)]^2 - x_{(l-1)}^2 \{ [\omega b_{(l-1)}]^2 + c_{(l-1)} + 2\omega b_{(l-1)} c_{(l-1)} \} - 2x_{(l-1)a} x_{(l+1)a} c_l [\omega b_{(l-1)} + c_{(l-1)}] - [c_l x_{(l+1)}]^2.$$

Последний n -й коэффициент диссипации определяется из последнего уравнения системы (1). Амплитуда перемещения x_n определяется выражением

$$x_{na} = \frac{b_{(n-1)} \omega x_{(n-1)a} + c_{(n-1)} x_{(n-1)a}}{m_n \sqrt{(\omega_{0n}^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{b'_n}{m_n} \omega\right)^2}}, \quad (10)$$

где $b'_n = b_{(n-1)} + b_n$.

Из выражения (10) получаем значение коэффициента b'_n в виде

$$b'_n = \left(\frac{1}{x_{na} \omega} \right) \left\{ x_{(n-1)a}^2 [b_{(n-1)} \omega + c_{(n-1)}]^2 - [x_{na} m_n (\omega_{0n}^2 - \omega_0^2)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

Таким образом, предложен метод, на основании которого можно определить коэффициенты диссипации KC_n . Но при этом следует иметь в виду, что данный метод требует измерения амплитуд координат $x_l, l = \overline{1, n}$, знания величин c_l, m_l, ω_{0l} и ω .

Эти величины реально ощутимы в отличие от диссипативных характеристик KC_n . И их определения не являются затруднительными. Таким образом, предложенный метод имеет право на существование, поскольку он дает возможность получить информацию о силах сопротивления в колебательных системах.

Список литературы: 1. *Бабиков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1965. – 560с. 2. *Божко А.Е., Голуб Н.М.* Динамико-энергетические связи колебательных систем. – Киев: Наук. думка, 1980. – 188с.

Поступила в редколлегию 05.06.09

С.Н. КАВЕЦКИЙ, аспирант каф ТММ и САПР НТУ "ХПИ"

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА 2A – A1 С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ С РАДИАЛЬНЫМ ДАЛЬНИМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ САТЕЛЛИТОВ

У статті показано можливість синтезу планетарних механізмів з двозв'язаними колесами, на прикладі планетарного механізму 2A – A1. Одержані генеральні рівняння, для визначення чисел зубців зубчастих колес планетарного механізму 2A – A1. Визначені умови для вибору параметрів синтезу, та нерівності які визначають границі допустимих передаточних відношень.

In the article possibility of synthesis of planetary mechanisms is rotined with double-chained wheels, on the example of planetary mechanism 2A – A1. General equalizations are got, for determination of numbers of indents of toothed koles of planetary mechanism 2A – A1. Terms are certain for the choice of parameters of synthesis, and inequalities which determine granici of possible transmission relations.

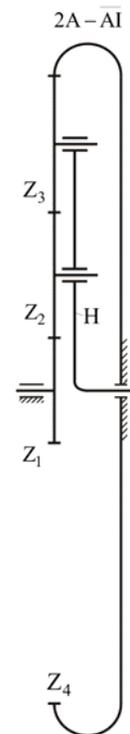


Рисунок 1

Введение. Вопрос синтеза планетарных механизмов с разными углами зацепления пар зубчатых колес, входящих в его состав, достаточно интересен, так как такие механизмы могут реализовать большие передаточные отношения при прочих равных условиях. При этом следует заметить, что синтез механизмов со степенью связности больше единицы значительно сложнее, так как возникают дополнительные параметры синтеза. Неоднозначность выбора параметров синтеза, приводит к необходимости определения дополнительных неравенств, описывающих пределы их изменения.

Основная часть. Как известно, для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Запишем условия передаточного отношения и сборки для схемы 2A – A1 (рисунок 1) [1]:

$$\begin{cases} \frac{Z_4 - Z_1}{k} = N, & \text{условие сборки;} \\ i_{1H}^4 = 1 - \frac{Z_4}{Z_1}, & \text{условие передаточного отношения.} \end{cases} \quad (1)$$

С учетом углов зацепления в первой и второй ступенях, условие соосности в общем виде, для дальнего радиального расположения сателлитов будет иметь вид:

$$a_{12} + a_{23} = a_{43}.$$

Используя формулу для определения межосевого расстояния, получим:

$$m \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{12}}} + m \frac{Z_2 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{23}}} = m \frac{Z_4 - Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{34}}}.$$

Следовательно, условие соосности можно представить в виде:

$$Z_1 + Z_2 + (Z_2 + Z_3)C_1 = (Z_4 - Z_3)C_2, \quad (2)$$

где $C_1 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{23}}}$ и $C_2 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{34}}}$.

Используя выражения (1), получают уравнения для определения чисел зубьев колес Z_1 и Z_4 [1]:

$$Z_1 = k \frac{N}{-i_{IH}^4}, \quad Z_4 = Z_1(1 - i_{IH}^4). \quad (3)$$

Числа зубьев зубчатых колес Z_2 и Z_3 связаны между собой параметром y [1]:

$$Z_3 = yZ_2. \quad (4)$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев зубчатого колеса Z_2 . Используя условие соосности (2), подставив ранее определенные Z_3 и Z_4 , получим:

$$Z_1 + Z_2(1 + C_1) + yC_1Z_2 = Z_1C_2(1 - i_{IH}^4) - yC_2Z_2.$$

Выражая Z_2 , получим:

$$Z_2 = \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} Z_1. \quad (5)$$

Параметры C_1 и C_2 можно принимать в пределах $[0,8...1,2]$, в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах $[20^\circ...44^\circ]$ и для второй ступени в пределах $[40^\circ...20^\circ]$ [2].

Получим неравенства, определяющие область существования планетарного механизма $2A - \overline{AI}$.

Из уравнений (5) и (3) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - i_{IH}^4 > 0; \\ \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} > 0. \end{array} \right. \quad (6)$$

Откуда получим,

$$i_{IH}^4 < \frac{C_2 - 1}{C_2}. \quad (7)$$

Определим верхний предел по передаточному отношению. Рассмотрим условие соседства для механизма $2A - \overline{AI}$:

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2; \\ (Z_4 - Z_3) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2. \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (8). Подставляя генеральные уравнения для числа зубьев Z_2 , получим:

$$\left(Z_1 + \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} Z_1 \right) \cdot \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} \cdot Z_1 + 2.$$

Разделив обе части на Z_1 , получим:

$$\frac{C_1(1 + y) + yC_2 + C_2(1 - i_{IH}^4)}{1 + C_1 + y(C_1 + C_2)} \cdot \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1 + y(C_1 + C_2)} + \frac{2}{Z_1}.$$

При синтезе планетарного механизма $2A - \overline{AI}$ рекомендуется выбирать число зубьев $Z_1 \geq 18$, следовательно, соблюдается отношение $2/Z_1 \leq 1/9$. При этом максимальное значение достигается для $Z_1 = 18$, а в случае других значений значительно меньше. На практике при синтезе планетарных механизмов выбор передаточного отношения на границе пределов его изменения не желателен, поэтому для оценки пределов передаточного отношения слагаемым $2/Z_1$ можно пренебречь. Следовательно, неравенство примет вид:

$$\frac{C_1(1 + y) + yC_2 + C_2(1 - i_{IH}^4)}{1 + C_1 + y(C_1 + C_2)} \cdot \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{C_2(1 - i_{IH}^4) - 1}{1 + C_1 + y(C_1 + C_2)}.$$

Учитывая, что $1 + C_1 + y(C_1 + C_2) > 0$, получим:

$$(C_1(1 + y) + yC_2 + C_2(1 - i_{IH}^4)) \cdot \sin \frac{\pi}{k} > C_2(1 - i_{IH}^4) - 1.$$

Выражая передаточное отношение i_{IH}^4 , получим:

$$i_{IH}^4 < \frac{1 - C_2 + (C_1 + C_2)(1 + y) \sin \frac{\pi}{k}}{C_2 \left(1 - \sin \frac{\pi}{k} \right)}. \quad (9)$$

Из схемы планетарного механизма видно, что $Z_1 < Z_4$. Следовательно, из уравнения передаточного отношения (1) можно сделать вывод, что $i_{1H}^4 < 0$. Из выражения (9) видно, что числитель дроби в правой части больше нуля и $1 - \sin \frac{\pi}{k} > 0$ для любого k . Это означает, что неравенство (9) выполняется тождественно.

Таким образом, из выражения (7) можно сделать вывод, что выбор параметра $C_2 < 1$ ограничивает сверху передаточное отношение i_{1H}^4 . Значение $C_2 \geq 1$, на возможные пределы передаточного отношения i_{1H}^4 не оказывает влияния.

Рассмотрим второе уравнение системы (8):

$$(Z_4 - Z_3) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2.$$

Подставляя выражения для чисел зубьев Z_4 и Z_3 (3)-(5), получим:

$$\left(Z_1(1 - i_{1H}^4) + \frac{yC_2(1 - i_{1H}^4) - y}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} Z_1 \right) \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{yC_2(1 - i_{1H}^4) - y}{1 + C_1(1 + y) + yC_2} Z_1 + 2.$$

Используя аналогичные предположения, как и для первого уравнения, получим:

$$\left((1 - i_{1H}^4)(1 + C_1(1 + y) + yC_2) + yC_2(1 - i_{1H}^4) - y \right) \sin \frac{\pi}{k} > yC_2(1 - i_{1H}^4) - y,$$

или

$$\left((1 + C_1(1 + y) + 2yC_2 - y - i_{1H}^4(1 + C_1(1 + y) + 2yC_2)) \right) \sin \frac{\pi}{k} > yC_2 - yC_2 i_{1H}^4 - y.$$

Выражая передаточное отношение i_{1H}^4 , получим:

$$i_{1H}^4 < \frac{(1 + C_1(1 + y) + 2yC_2 - y) \sin \frac{\pi}{k} - y(C_2 - 1)}{(1 + C_1(1 + y) + 2yC_2) \sin \frac{\pi}{k} - yC_2}. \quad (10)$$

Для анализа полученного неравенства, рассмотрим случай двух сателлитов ($k = 2$). Неравенство (10) примет вид:

$$i_{1H}^4 < \frac{-y(C_2 - 1)}{-yC_2} = 1 - \frac{1}{yC_2}.$$

Следовательно, верхняя граница зависит от выбора параметров синтеза, а при выборе $C_2 = 1$ не зависит [1].

Рассматривая полученное выражение (10) совместно с условием (7), получим:

$$\begin{cases} i_{1H}^4 < \frac{(1 + C_1(1 + y) + 2yC_2 - y) \sin \frac{\pi}{k} - y(C_2 - 1)}{(1 + C_1(1 + y) + 2yC_2) \sin \frac{\pi}{k} - yC_2}; \\ i_{1H}^4 < \frac{C_2 - 1}{C_2}. \end{cases} \quad (11)$$

Для определения нижнего предела передаточного отношения данного механизма, можно воспользоваться уравнением передаточного отношения (1) записанного для максимально возможного числа зубьев Z_4 и минимально возможного числа зубьев Z_1 :

$$i_{1H}^4 \geq 1 - \frac{Z_4^{\max}}{Z_1^{\min}}.$$

Минимальное и максимальное число зубьев можно принимать исходя из условий нарезания зубчатых колес.

Общие выводы.

1. Показана возможность синтеза планетарных механизмов с учетом корректировки углов зацепления, не только с односвязными колесами [3], но и для механизмов с двусвязными колесами, на примере механизма $2A - A\bar{I}$.

2. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма $2A - A\bar{I}$ с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес, на этапе синтеза механизма.

3. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма, для каждого сочетания параметров синтеза.

4. Синтез планетарного механизма $2A - A\bar{I}$, проведенный с использованием генеральных уравнений (3), (4) и (5), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

Список литературы: 1. *Ткаченко В.А.* Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446с. 2. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. Машиностроение и САПР. – 2008. – №2. – С.115-120. 3. *Кавецкий С.Н., Гереш Т.В.* Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и не связанными колесами с учетом углов зацепления // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – 2008. – №9. – С.98-103.

Поступила в редколлегию 28.05.09

П.Н. КАЛИНИН, к.т.н., профессор каф. ИМ Акад. ВВ МВД Украины
Л.В. КУРМАЗ, к.т.н., профессор каф. ДМиПМ НТУ "ХПИ"
Ю.В. ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО, доцент каф. ИМ Акад. ВВ МВД Украины

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПЕРЕДАЧИ С ПОСТОЯННОЙ СУММАРНОЙ ДЛИНОЙ КОНТАКТНЫХ ЛИНИЙ

У роботі розглянуто питання про вибір параметрів циліндричної зубчастої передачі на етапі її проектування, які б забезпечували сталість сумарної довжини контактних ліній передачі, і, відповідно, зменшували внутрішні динамічні зусилля, що пов'язані зі сполученнями зубців.

Questions is considered In work about choice parameter cylindrical toothed issue in step of her designing, which provided the constancy of the total length contact line issues, and, accordingly, reduced the internal dynamic efforts, which are connected with interfacing teeth.

Постановка проблемы. Проблема снижения динамических усилий, возникающих при работе зубчатой передачи, всегда представлялось актуальной проблемой. В работе рассматривается вопрос о выборе на этапе проектирования параметров цилиндрической эвольвентной зубчатой передачи, которые минимизируют внутренние динамические нагрузки в передаче, связанные с пересопряжением зубьев.

Анализ литературы. Как известно в процессе пересопряжения зубьев изменяется жесткость зацепления, что, в значительной мере, определяет динамические явления в зубчатых передачах.

Одним из методов решения задачи уменьшения динамических нагрузок в зубчатом зацеплении является выбор параметров зацепления, обеспечивающих постоянство суммарной длины l_{Σ} контактных линий зубьев, находящихся в зацеплении: $l_{\Sigma} = const$.

Одним из условий обеспечения постоянства длины l_{Σ} контактных линий является выполнение условия [1, 3]

$$\varepsilon_{\beta} = 1, 0, \quad (1)$$

для реализации которого разработаны приближенные методики выбора параметров цилиндрической зубчатой передачи, например, [4].

В [5], рассматривая вопрос о возможности выбора параметров цилиндрической передачи, которые обеспечивают выполнение условия (1), установлено, что в общем случае обеспечить выполнение условия не возможно, однако можно ставить задачу о проектировании передачи, для которой

$$|\varepsilon_{\beta} - N| \leq \Delta, \quad (2)$$

где $N = 1; 2$ – целое число; Δ – малое число.

Цель статьи – рассмотреть методику проектирования эвольвентной цилиндрической зубчатой передачи с обеспечением выполнения условия (2).

Как показывает опыт проектирования, рекомендаций по выбору, например, параметров ψ_{bd} и z_1 для обеспечения выполнения условия (2) нет. Параметры ψ_{bd} и z_1 вначале выбирают произвольно, рассчитывают другие параметры с последующей их оптимизацией. Однако известно, что в нелинейных задачах при оптимизации параметров особенно важно правильно выбрать начальную точку. От такого выбора часто зависит успех задачи.

Рассмотрим наиболее распространенный случай проектирования эвольвентных цилиндрических зубчатых передач, для которых основным критерием работоспособности есть контактная выносливость активных поверхностей зубьев: $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$.

Проектную зависимость для рассматриваемого случая

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{T_{1H} K_{H\beta} (u+1) / (\psi_{bd} \sigma_{HP}^2 u)} \quad (3)$$

перепишем в виде

$$d_1 = d_{01} \cdot x, \quad (4)$$

где $x = \sqrt[3]{K_{H\beta} / \psi_{bd}}$; $d_{01} = d_1(\psi_{bd} = 1)$, т.е. $d_{01} = K_d \sqrt[3]{T_{1H} (u+1) / (\sigma_{HP}^2 u)}$.

Из геометрии зубчатой передачи следует

$$d_1 = m_n \cdot z_1 / \cos \beta = m_n \cdot z_1 \cdot \operatorname{tg} \beta / \sin \beta. \quad (5)$$

Учитывая, что $\psi_{bd} = b_w / d_1$ и $\varepsilon_{\beta} = b_w \sin \beta / (\pi m_n)$, запишем

$$z_1 \operatorname{tg} \beta = \pi \varepsilon_{\beta} / \psi_{bd}. \quad (6)$$

Из (4) и (5) получаем соотношение

$$d_{01} \cdot x / (z_1 \cdot \operatorname{tg} \beta) = m_n / \sin \beta. \quad (7)$$

Очевидно, что выполнение условий (6) и (7) позволяет определить необходимые значения параметров z_1 , β и m_n , которые обеспечивают желаемое, в частности целое, значение ε_{β} .

Для поиска необходимого решения предлагается воспользоваться полями параметров (рисунок 1 и рисунок 2), которые построены, соответственно, для обеспечения условий $\varepsilon_{\beta} = 1$ и $\varepsilon_{\beta} = 2$. При этом обозначено $X = x / (z_1 \cdot \operatorname{tg} \beta)$, $Q = d_{01} \cdot X$, $Y = m_n / \sin \beta$.

Для иллюстрации предлагаемой методики проектирования воспользуемся примером проектирования цилиндрической зубчатой передачи* с параметрами $T_1 = 144,7$ Нм, $u = 3,55$ и $\sigma_{HP} = 447$ МПа[4].

В проектном расчете было положено $\psi_{bd} = 0,9$ и $z_1 = 17$ [4], что соответствует точке a_0 на рисунке 1. Из расположения точки a_0 видно, что при таких параметрах $\varepsilon_\beta \neq 1$, что и подтвердил проектный расчет – получено значение $\varepsilon_\beta = 1,38$ [4]. Корректировка параметров передачи (через изменение суммарного числа зубьев $z_{\Sigma 1,2} = z_{\Sigma 0} \pm 1$, $z_{\Sigma 3,4} = z_{\Sigma 0} \pm 2$) позволила уточнить параметры передачи ($\beta = 12,836^\circ$, $b_W = 64$ мм, $\psi_{bd} = 0,917$), что соответствует точке a_1 . Однако, как видно из рисунка 1, и в этом случае $\varepsilon_\beta \neq 1$ (расчет в [4] дает $\varepsilon_\beta = 1,13$). Дальнейшая корректировка параметров за счет снижения коэффициента ψ_{bd} (до $\psi_{bd} = 0,83$) позволила определить точку (a_2, b_2) (рисунок 1), которая обеспечивает выполнение условия (2) ($\varepsilon_\beta = 1,025$ [4]).

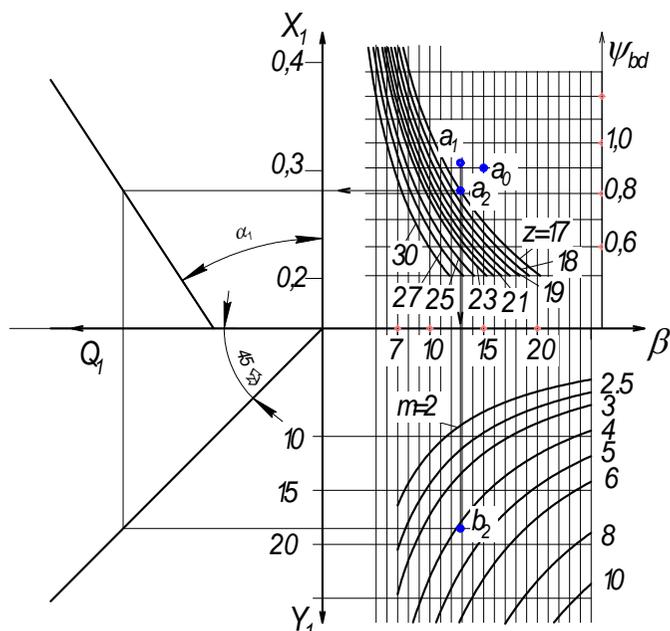


Рисунок 1 – Поле параметров обеспечивающих выполнение условия $\varepsilon_\beta = 1,0$

Использование предложенной методики для расчета цилиндрической передачи из [6] иллюстрирует рисунок 2: выбор на этапе проектного расчета значений $\psi_{bd} = 0,96$ и $z_1 = 21$ (точка a_3) позволяет спроектировать работоспособную передачу, для которой $\beta = 18,76^\circ$ и $m_n = 3$ мм (точка b_4). Однако взаимное расположение точек a_3 и b_4 (рис. 2) свидетельствует, что $\varepsilon_\beta \neq 2$. Действительно, для спроектированной передачи $\varepsilon_\beta = 2,18$ [6]. Воспользовав-

шись рисунок 2, на котором построена прямая $Q_2 = d_{01} X_2 = 63,066 \cdot X_2$, определяем, что изменяя угол наклона зубьев до $\beta = 18,1^\circ$ (точка a_5, b_5), можно обеспечить $\varepsilon_\beta = 2,0$. Отметим, что $\varepsilon_\beta = 2,0$ могут иметь и другие точки, например, (a_6, b_6), (a_7, b_7) и (a_8, b_8) (рисунок 2).

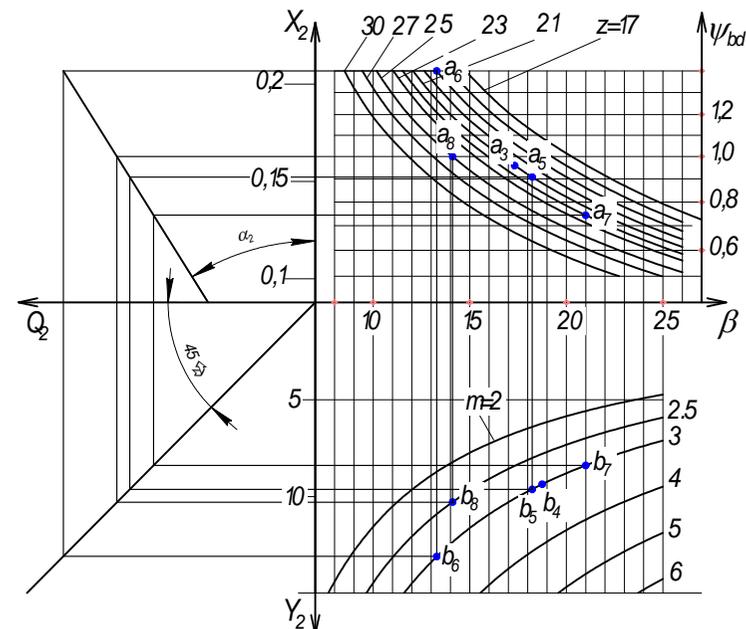


Рисунок 2 – Поле параметров обеспечивающих выполнение условия $\varepsilon_\beta = 2,0$

Вывод. В работе предложен метод проведения проектного расчета цилиндрической эвольвентной передачи, для которой обеспечивается постоянство суммарной длины контактных зубьев. Метод позволяет на начальном этапе проектирования целенаправленно выбирать параметры ψ_{bd} , z_1 , β и m_n для обеспечения выполнения условия (2).

Список литературы. 1. Иванов М.Н. Детали машин. М.: Высш. шк., 2007. – 408с. 2. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л., Калинин П.Н. Коэффициенты осевого и торцевого перекрытия зубьев и динамика зубчатых передач // Вісник НТУ "ХПІ" ХПІ": 3б. наук. праць. – Харьков, 2007. – Вып.21. – С.197-202. 3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование узлов и деталей машин. М.: Высш. шк., 2007. – 455с. 4. Калинин П.Н., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. К вопросу обеспечения постоянства суммарной длины контактных линий зубчатой передачи // Вісник НТУ "ХПІ" ХПІ": 3б. наук. праць. – Харьков, 2008. – Вып.29. – С.35-39. 5. Павлице В.Т. Основы конструирования та розрахунок деталей машин. – Львів: Афіша, 2003. – 560с.

Поступила в редакцию 15.06.09

И.А. КИРИЧЕНКО, д.т.н., проф., зав. каф. метрологии ВНУ им. В. Даля
Н.Н. КУЗЬМЕНКО, ассистент. каф. метрологии ВНУ им. В. Даля

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ГЛОБОИДНОЙ ПЕРЕДАЧИ ВТОРОГО РОДА

В аналітичному вигляді визначені якісні показники працездатності квазіглобoidної передачі другого роду, що складається з циліндрового прямокутного і квазіглобoidного колеса. Аналітичні залежності, застосовні для аналізу глобoidних передач другого роду, колеса яких формообразуються за допомогою циліндрових коліс, що проводять, з довільним профілем. Приведено співвідношення за допомогою якого можна визначити точки контакту, в яких умови мастила будуть найбільш сприятливі для роботи глобoidної передачі другого роду.

The high-quality indexes of capacity of kvazigloboidnoy transmission of the second family, consisting of cylindrical pryamozubogo and kvazigloboidnogo wheel are certain in an analytical kind. Analytical dependences, applicable for the analysis of globidnykh transmissions of the second family, wheels of which formoobrazuyutsya through cylindrical productive wheels with an arbitrary type. Correlation is resulted through which it is possible to define the points of contact, in which the terms of greasing will be most favorable for work of globoidal gear of the second family.

Условия внедрения контактирующих поверхностей зубьев и режущих лезвий квазіглобoidных или цилиндрических обкатных инструментов зависят от скорости перемещения точек контакта в направлении, перпендикулярном линии контакта. Данная скорость оказывает существенное влияние на процесс резания. Чем больше эта скорость и больше угол, тем труднее происходит внедрение режущих кромок в обрабатываемый материал. При этом глобoidная передача второго рода работает лучше.

При исследовании удельных скольжений нарезаемых зубьев и других показателей работоспособности инструментов и передач возникают задачи определения скорости движения точек контакта в направлении заданного вектора. Определим эту скорость. Пусть задан единичный вектор \bar{a} , перпендикулярный \bar{q} . Требуется определить $\bar{V}^{(12)} \neq 0$ в направлении заданного вектора. В рассматриваемом случае вектор \bar{q} равен

$$\bar{q} = [a \times \bar{l}_1] = [a \times (r_1^\lambda \times r_1^\mu)] / |\bar{N}|. \quad (1)$$

После преобразований получим:

$$\bar{V}^{(1)} = -[(\bar{a}\bar{r}_1^\lambda)G_1\bar{r}_1^\lambda + (\bar{a}\bar{r}_1^\mu)E_1\bar{r}_1^\mu]F^{\phi 1} / [(\bar{a}\bar{r}_1^\mu)E_1F^\mu + (\bar{a}\bar{r}_1^\lambda)G_1F^\lambda], \quad (2)$$

$$\bar{V}^{(2)} = -[(\bar{a}\bar{r}_1^\lambda)G_1\bar{r}_1^\lambda + (\bar{a}\bar{r}_1^\mu)E_1\bar{r}_1^\mu] \cdot F^{\phi 1} / [(\bar{a}\bar{r}_1^\mu)E_1F^\mu + (\bar{a}\bar{r}_1^\lambda)G_1F^\lambda] + \bar{V}^{(12)}.$$

Определим суммарную скорость движения точек контакта в направлении, перпендикулярном вектору \bar{q} .

$$\bar{u} = \bar{V}^{(1)} + \bar{V}^{(2)} = 2F^{\phi 1} [\bar{q} \times \bar{l}_1] N / [(r_1^\lambda \bar{q})F^\mu - (r_1^\mu \bar{q})F^\lambda + \bar{V}^{(12)}]. \quad (3)$$

Для нахождения истинного значения скорости спроектируем вектор \bar{u} на единичный вектор, перпендикулярный вектору \bar{q} .

$$\bar{q} = [\bar{q} \times \bar{l}_1]. \quad (4)$$

Умножая скалярно обе части равенства на, после преобразований имеем:

$$\bar{u}\bar{q} = 2F^{\phi 1} + \bar{V}^{(12)} [\bar{q} \times \bar{l}_1] (r_1^\lambda \bar{q})F^\mu - (r_1^\mu \bar{q})F^\lambda / [(r_1^\lambda \bar{q})F^\mu - (r_1^\mu \bar{q})F^\lambda]. \quad (5)$$

Попутно определим суммарную скорость точек контакта в направлении вектора \bar{a} под углом ψ к вектору $\bar{\tau}_1$ – касательному к контактной линии основных поверхностей кинематической пары. Представим вектор \bar{a} в следующем виде

$$\bar{a} = (r_1^\lambda \frac{d\lambda}{d\mu} + r_1^\mu) / \sqrt{E_1 (\frac{d\lambda}{d\mu})^2 + G_1}. \quad (6)$$

Угол между векторами \bar{a} и $\bar{\tau}_1$ можно определить из соотношения

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{|\tau \times a|}{(\tau_1, a)}. \quad (7)$$

Преобразуя правую часть этого выражения, получим

$$\operatorname{tg} \psi = |\bar{N}| (F_1^\lambda \frac{d\lambda}{d\mu} + F^\mu) / (E_1 F^\mu \frac{d\lambda}{d\mu} - G_1 F^\lambda).$$

Решая последнее уравнение относительно $d\lambda / d\mu$, получаем

$$d\lambda / d\mu = -(G_1 F^\lambda \operatorname{tg} \psi + |\bar{N}| F^\mu) / (|\bar{N}| F^\lambda - E_1 F^\mu \operatorname{tg} \psi). \quad (8)$$

Эти соотношения можно использовать при произвольном значении угла ψ . Так, например при $\psi = 0$ получаем $d\lambda / d\mu = -F^\mu / F^\lambda$, что соответствует направлению вектора $\bar{\tau}_1$. В этом случае вектор \bar{a} направлен по вектору $\bar{\tau}_1$

$$\bar{a} = ar_1^\lambda + br_1^\mu. \quad (9)$$

где коэффициенты a и b определяются равенствами

$$a = -(G_1 F^\lambda \operatorname{tg} \psi + |N| F^\mu) a_w; \quad (10)$$

$$b = (|N| F^\lambda - E_1 F^\mu \operatorname{tg} \psi) a_w.$$

$$a_w = [(E_1 G_1 F^\lambda \operatorname{tg} \psi^\ominus + |N| F^\mu)^2 + (G_1 F^\lambda |N| - E_1 G_1 F^\mu \operatorname{tg} \psi^\ominus)^2]^{1/2}. \quad (11)$$

При замене вектора \bar{q} вектором a получаем

$$u_a = \frac{2F^{\varphi 1} + [b G_1 (r_1^\lambda V^{(12)} - a E_1 (r_1^\mu V^{(12)}))] \cdot [(r_1^\lambda q) F^\mu - (r_1^\mu q) F^\lambda] / E_1 G_1}{[(r_1^\lambda q) F^\mu - (r_1^\mu q) F^\lambda] / |N|}. \quad (12)$$

Полагая в соотношениях (7) и (8) $\psi = 0$, получим следующую формулу для определения суммарной скорости движения точек контакта в направлении, перпендикулярном вектору τ_1 .

$$u_\tau = \frac{2F^{\varphi 1} + [G_1 F^\lambda (r_1^\lambda V^{(12)}) + E_1 F^\mu (r_1^\mu V^{(12)})] \cdot \frac{[(r_1^\lambda q) F^\mu - (r_1^\mu q) F^\lambda]}{A_1 E_1 G_1}}{[(r_1^\lambda q) F^\mu - (r_1^\mu q) F^\lambda] / |N|}, \quad (13)$$

где $A_1 = \sqrt{E_1 (F^\mu)^2 + G_1 (F^\lambda)^2}$ – модуль вектора; E_1, G_1 – коэффициенты квадратичных форм основной поверхности, равные $E_1 = f_1^{\ominus 2} + f_2^{\ominus 2}; F_1 = 0; G_1 = 0$; $F^{\varphi 1}, F^\mu, F^\lambda$ – частные производные, находим из уравнения станочного зацепления

$$\begin{aligned} F^{\varphi 1} &= -\mu u_{21} \sin \gamma (-f_2' \sin \varphi_1 + f_1' \cos \varphi_1) - \\ &\quad - a_w u_{21} \cos \gamma (f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \sin \varphi_1); \\ F^\lambda &= -(1 - u_{21} \cos \gamma) [f_2^{/2} + f_2 f_2^{//} + f_1^{//} (f_1 - r_1) + f_1^{/2}] - \\ &\quad - \mu u_{21} \sin \gamma (f_2^{//} \cos \varphi_1 + f_1^{//} \sin \varphi_1 - a_w u_{21} \cos \gamma (f_2^{//} \sin \varphi_1 - f_1^{//} \cos \varphi_1)); \\ F^\mu &= -u_{21} \sin \gamma (f_2' \cos \varphi_1 + f_1' \sin \varphi_1); \end{aligned} \quad (14)$$

$\tau^0 = \bar{q} = \frac{r_1^\lambda F^\mu - r_1^\mu F^\lambda}{a_w}$ – единичный вектор касательной к контактной линии.

$$\begin{aligned} u_\tau &= \frac{2F^{\varphi 1} E_1 + F^\mu (r_1^\lambda V^{(12)}) - F^\mu E_1 (r_1^\mu V^{(12)})}{\sqrt{E_1 [E_1 (F^\mu)^2 + (F^\lambda)^2]}} = \\ &= \frac{2F^{\varphi 1} (f_1^{/2} + f_2^{/2}) - F^\lambda (r_1^\lambda V^{(12)}) - (f_1^{/2} + f_2^{/2}) F^\mu (r_1^\mu V^{(12)})}{\sqrt{(f_1^{/2} + f_2^{/2}) [(f_1^{/2} + f_2^{/2}) (F^\mu)^2 + (F^\lambda)^2]}}. \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} (r_1^\lambda V^{(12)}) &= [-f_1' f_2 + f_2' (f_1 - r_1)] (1 - u_{21} \cos \gamma) - \mu u_{21} \sin \gamma (f_1' \cos \varphi_1 - \\ &\quad - f_2' \sin \varphi_1) - a_w u_{21} \cos \gamma (f_1' \sin \varphi_1 + f_2' \cos \varphi_1); \end{aligned} \quad (16)$$

$$(r_1^\mu V^{(12)}) = [(f_1 - r_1) \cos \varphi_1 - f_2 \sin \varphi_1 + a_w] u_{21} \sin \gamma$$

при

$$2F^{\varphi 1} (f_1^{/2} + f_2^{/2}) - F^\lambda (r_1^\lambda V^{(12)}) - (f_1^{/2} + f_2^{/2}) F^\mu (r_1^\mu V^{(12)}) = 0. \quad (17)$$

При этом суммарная скорость движения точек контакта $u_\tau = 0$. Полученные соотношения можно использовать для точек контакта, для которых $u_\tau = 0$, т.е. тех точек, в которых самые благоприятные условия резания и неблагоприятные условия для работы цилиндрично-глобоидной передачи. Переменная величина λ при функциях f_1 и f_2 опущена для простоты записи.

По величине скоростей скольжения зубьев глобоидной передачи второго рода сложно судить о величине проскальзывания основных поверхностей. Из теории зацепления известно, что оценка износа зубьев только по скорости скольжения не является объективной. Поэтому для оценки их износа и, следовательно, их долговечности следует использовать коэффициенты удельного скольжения. Эти коэффициенты выразим следующим образом, соответственно, для обрабатываемых зубьев цилиндрических колес и режущих кромок на квазиглобоидном обкатном инструменте, а также на зубьях передачи

$$\eta_1 = V^{(12)} / V^{(1)}; \quad \eta_2 = V^{(12)} / V^{(2)}, \quad (18)$$

где $V^{(12)}$ – модуль скорости скольжения зубьев обрабатываемого цилиндрического колеса, а также контактирующих зубьев глобоидного колеса; $V^{(1)}, V^{(2)}$ – скорости перемещения точки контакта зуба цилиндрического колеса и контактирующего зуба глобоидного колеса в направлении вектора относительной скорости скольжения $V^{(12)}$.

Коэффициенты удельных скольжений можно записать в следующем виде:

$$\eta_1 = [V^{(12)}]^2 / (V^{(1)} V^{(12)}); \quad \eta_2 = [V^{(12)}]^2 / (V^{(2)} V^{(12)}). \quad (19)$$

После преобразований получим

$$\eta_1 = -[(V^{(12)} r_1^\mu) (f_1^{/2} + f_2^{/2}) F^\mu + (V^{(12)} r_1^\lambda) F^\lambda] / F^{\varphi 1} (f_1^{/2} + f_2^{/2}); \quad (20)$$

$$\eta_2 = 1 - F^{\varphi 1} (f_1^{/2} + f_2^{/2}) / [F^{\varphi 1} (f_1^{/2} + f_2^{/2}) - (V^{(12)} r_1^\mu) (f_1^{/2} + f_2^{/2}) F^\mu - (V^{(12)} r_1^\lambda) F^\lambda]. \quad (21)$$

Переменная величина λ при функциях f_1 и f_2 опущена для краткости записи.

Если числитель в выражении (20) не равен нулю, то точки контакта с бесконечным значением удельного скольжения η_1 определяют из условия:

$F^{\phi 1} = 0$. При $F^{\phi 1} \neq 0$ коэффициент удельного скольжения η_2 имеет значения, равные бесконечности при условии

$$F^{\phi 1}(f_1'^2 + f_2'^2) - (V^{(12)} r_1^{\mu})(f_1'^2 + f_2'^2)F^{\mu} - (V^{(12)} r_1^{\lambda})F^{\lambda} = 0. \quad (22)$$

Эти условия можно использовать для определения точек контакта с бесконечными удельными скольжениями и таким образом судить об износе зубьев колес глобоидной передачи.

Нагрузочную способность глобоидной передачи в большей степени определяет приведенная кривизна основных поверхностей зубьев в направлении, перпендикулярном линии контакта.

Нарезание поверхностей зубьев цилиндрических колес, а также колес для пространственных передач в значительной степени зависит от приведенной кривизны контактирующей нарезаемой поверхности и режущей кромки в направлении перпендикулярном линии контакта.

Под приведенной нормальной кривизной χ_{np} понимают разность кривизны касающихся поверхностей в общем нормальном сечении.

$$\chi_{np} = \chi^{(1)} - \chi^{(2)}, \quad (23)$$

где $\chi^{(1)}, \chi^{(2)}$ – нормальные кривизны огибающей и огибаемой поверхностей в общем нормальном сечении.

Для определения приведенной кривизны поверхностей сопряженных зубьев применяем выражение из теории передач.

Длина контактной линии характеризует до некоторой степени длину зуба (витка), а также контактную и изломную прочность зубьев.

Уравнение длины контактной линии можно получить в следующем виде

$$L = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2 + \left(\frac{d\mu}{dt}\right)^2} d\lambda. \quad (24)$$

λ_1, λ_2 соответствуют точкам пересечения контактных линий с поверхностями выступов основного цилиндрического колеса и основного квазиглобоидного колеса. Значение, соответствующее вершине зубьев цилиндрического колеса известно. Что касается λ , соответствующего вершине основного квазиглобоидного колеса, то в зависимости от типа передач уравнения для определения его значений будут иметь расчетный вид.

Эти уравнения легко получить, зная уравнения поверхности, соответствующей вершинам зубьев колеса.

Список литературы: 1. *Витренко А.Н.* Исследование геометрии и кинематики цилиндрико-гиперболюидных передач: Дисс... канд. техн. наук: 01.02.02. – Ворошиловград, 1975. – 214с. 2. *Выгодский М.Я.* Дифференциальная геометрия. – М.: Машгиз, 1949. – 659с. 3. *Гавриленко В.А.* Геометриче-

ская теория эвольвентных зубчатых передач. – М.: Машгиз, 1949. – 404с. 4. *Гавриленко В.А.* Зубчатые передачи в машиностроении. – М.: Машгиз, 1968. – 280с. 5. *Гавриленко В.А.* Цилиндрическая эвольвентная зубчатая передача. – М.: Машгиз, 1956. – 296с. 6. *Дусеев И.И.* Кривизна нормальных сечений сопряженных поверхностей зубьев зубчатых зацеплений // Изв. вузов. Сер. машиностроение. – 1964. – №3. – С.33–40. 7. *Ерихов М.П.* Определение главных кривизн и главных направлений огибающей двухпараметрического семейства поверхностей // Изв. вузов. Сер. машиностроение. – 1966. – №9. – 11с. 8. *Коростелев Л.В.* Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // Изв. вузов. Сер. "Машиностроение". – 1964. – №10. – С.141–147. 9. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 05.05.09

УДК 621.833

Б.И. ЛАЛЕВ, к.т.н., машинно-технологический ф-т, каф. ТМММ, ТУ-Варна, Болгария
Г.П. АНТОНОВ, машинно-технологический ф-т, каф. ТМММ, ТУ-Варна, Болгария
К.С. КОЛЕВА, судостроительный ф-т, каф. технической механики, ТУ-Варна, Болгария

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ШПИНДЕЛЕЙ МЕТАЛЛОРЕЖУЩИХ СТАНКОВ

Основным этапом проектирования шпиндельных узлов для металлорежущих станков является оптимизация его размеров. Изучение опыта ведущих фирм показывает, что конструктивное оформление шпинделей производится при соблюдении определенных соотношений расстояния между подшипниками, толщины стенки и регламентированных величин статической жесткости подшипниковых опор. При этом базовыми являются расчеты на статическую жесткость и динамическую устойчивость. Расчеты на прочность производятся только для тяжело нагруженных станков. В работе проведен статический анализ шпиндельных узлов для металлорежущих станков по методу конечных элементов при помощи пакета программ COSMOSWorks. Моделированы и определены экспериментальным путем деформации шпинделя между подшипниками и для его консольной части.

A major emphasis of the designing of spindle knots for metal-cutting machines is the optimization of the knot's size. Based on research conducted by leading companies, the spindles are constructed observing specific proportions for inter-bearing space, width of the wall and values for static stability of bearing brackets. Calculations of static stability and dynamic steadiness are pivotal. Strength computation are done only for heavily charged machines. In this paper a static analysis of spindle knots for metal-cutting machines is done using the finite elements method with the help of the commercial product COSMOSWorks. The deformations of the spindle between the bearings and in its console are modeled and experimentally defined.

Введение. Основным моментом на стадии проектирования шпиндельных узлов для металлорежущих станков является оптимизация его размеров. Изучение опыта ведущих фирм показывает, что при разработке новых станков шпиндельный узел конструктивно оформляется при соблюдении определенных соотношений для расстояний между опорами (подшипниками) и регламентированные величины статической жесткости. Эти два показателя определяют в значительной степени точность обрабатываемых деталей. Поэтому

му различные методы определения оптимального расстояния между опорами валов на подшипниках качения аппроксимированы к требованиям по отношению шпинделей металлорежущих станков. Во всех случаях в качестве исходного критерия принята наименьшая возможная деформация консольной части шпинделя.

В настоящей работе предложена методика определения оптимального расстояния между подшипниками шпиндельных узлов для металлорежущих станков, проведено численное моделирование упругих деформаций при статических нагружениях шпинделей. Анализ проводится по методу конечных элементов при помощи программного пакета COSMOSWorks.

COSMOSWorks является сравнительно новой программой и работает на основе метода конечных элементов. Она осуществляет вычисления на высоком уровне, поэтому находит широкое применение для решения множества задач, в основном из области машиностроения. Инстиллируется в качестве дополнительной программы к SolidWorks и работает совместно с ней. Созданные 3D модели в SolidWorks можно легко и быстро загрузить в COSMOSWorks при известной схеме нагрузки (рисунок 1). Этим способом еще на стадии проектирования можно узнать как будет вести себя объект (модель) исследования в реальных условиях. Это в свою очередь является преимуществом с точки зрения возможности еще на стадии проектирования улучшить конструкцию с целью избежания зон перегрузок и повысить коэффициент запаса, который автоматически подсчитывается программой.

После окончания каждого анализа программа выдает результаты о деформациях, напряжениях и рассеянии энергии в модели при заданных граничных условиях сетки конечных элементов и под воздействием внешних влияний (сила, напряжение, температура, радиация и т.п.).

1. Создание 3D модели осуществляется при помощи программы SolidWorks (см. рисунок 2).

2. Модифицирование модели является желательным, но необязательным условием и связано с устранением небольших отклонений от основной формы. Такими могут быть: фаски; радиусы закругления; отверстия с небольшими диаметрами и т.д.

3. Запуск функции Study является обязательным условием при решении любых задач программой COSMOSWorks. Функция открывает папки с дополнительными функциями ввода сил и виртуальных элементов, указания площадей контакта элементов, функциями создания сетки конечных элементов и т.п., необходимыми для составления схемы нагрузки.

4. Выбор материала модели обязательно.

5. Выяснение схемы нагрузки шпинделя – это шаг, связанный с расчетом и вводом сил, действующих на шпиндель, а так же с выявлением контактных поверхностей подшипников на шпинделе. Расчет можно провести в следующей последовательности:

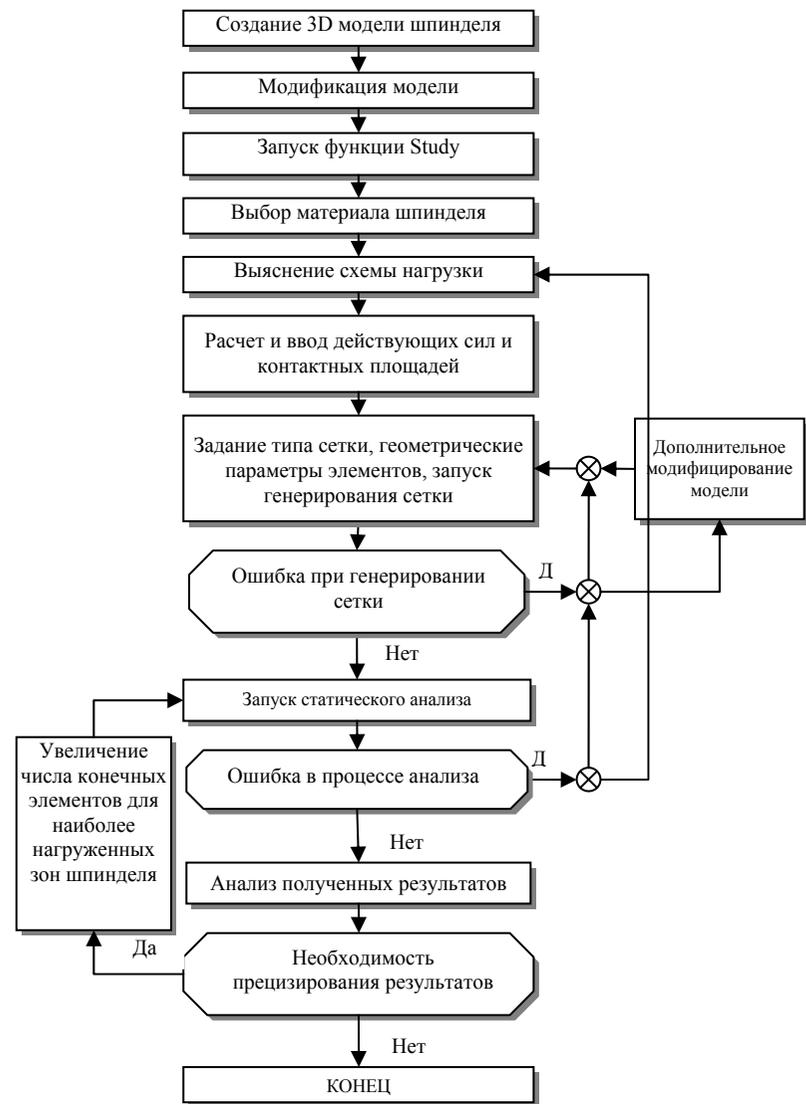


Рисунок 1 – Блок-схема статического анализа жесткости шпинделя универсального станка С10МВ



Рисунок 2 – 3D модель шпинделя универсального станка C10MB

- Составление схемы нагрузки шпинделя.

Принципиальная схема нагрузки шпинделей универсальных станков показана на рисунке 3.

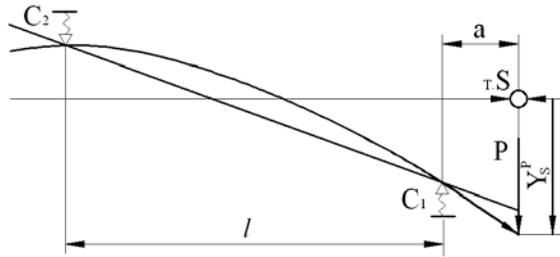


Рисунок 3 – Принципиальная схема статической нагрузки шпинделя универсальных станков

Аналитическое вычисление деформации осуществляется по формуле [1]:

$$Y_S^P = P \left[\frac{(l+a)^2}{C_1 l^2} + \frac{a^2}{C_2 l^2} + \frac{a^2(l+a)}{3EJ} \right], \quad (1)$$

где: Y_S^P – деформация в переднем конце шпинделя, $[\mu m]$; C_1, C_2 – радиальная жесткость переднего и заднего подшипника шпинделя, $\left[\frac{N}{\mu m} \right]$; l – расстояние между подшипниками, $[mm]$; a – длина передней консоли, $[mm]$; P – внешняя нагружающая сила (сила резания), $[N]$; E – модуль эластичности

материала шпинделя (для стали $E = 2,1 \cdot 10^5, \left[\frac{N}{mm^2} \right]$); J – усредненный момент инерции шпинделя.

Расчет податливости шпинделя осуществляется по формуле [2]:

$$W_s = \frac{Y_S^P}{P} = \frac{a^3}{3EJ_2} + \frac{a^2 l}{3EJ_1} + \frac{1}{C_1} \left(1 + \frac{a}{l} \right)^2 + \frac{1}{C_2} \left(\frac{a}{l} \right)^2 \quad (2)$$

где: J_1, J_2 – моменты инерции передней и задней подшипниковых опор; W_s – податливость шпинделя, $\left[\frac{\mu m}{N} \right]$.

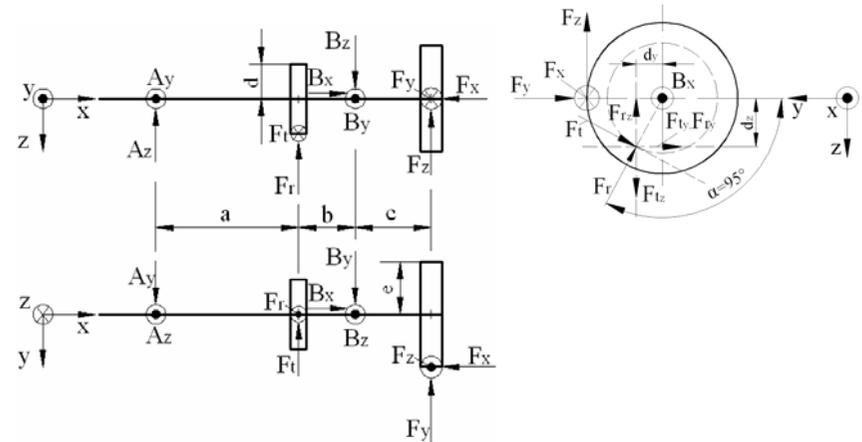


Рисунок 4 – Схема нагрузки шпинделя универсального станка C10MB в процессе работы для наиболее нагруженной цепи оборотного плана

- Расчет и ввод внешней нагрузки (P).

Сила P стандартизована для различных типоразмеров универсальных станков (БДС 3144-70) и выбирается в зависимости от максимального диаметра обрабатываемой детали над направляющими, от условного межцентрового расстояния и от массы станка.

- Подсчет и ввод жесткости подшипников.

С целью расчета реакций в подшипниковых опорах шпиндель рассматривается как вал сложного сопротивления (см. рисунок 4).

A_y, A_z – опорные реакции в задней части шпинделя $[N]$; d – делительный диаметр переднего зубчатого колеса, $[mm]$; d_y, d_z – проекции диаметра по осям Y и Z , $[mm]$; F_t, F_r – тангенциальная и радиальная силы зацепления в

преднем конце шпинделя, [N]; $F_{ly}, F_{lz}, F_{ly}, F_{lz}$ – проекции сил зацепления по осям Y и Z, [N]; B_x, B_y, B_z – опорные реакции в переднем конце шпинделя, [N]; e – диаметр заготовки в зоне резания, [mm]; F_x, F_y, F_z – силы резания, [N]; a, b, c – расстояния между опорами и местами прикладывания сил, [mm]; α – угол зацепления вала V и вала VI (шпинделя), [deg].

После нахождения опорных реакций, расчет жесткости подшипников осуществляется следующим способом:

5.1. Радиальная жесткость переднего и заднего радиального роликового подшипника (см. рисунок 5). Расчет величины чистой радиальной на-

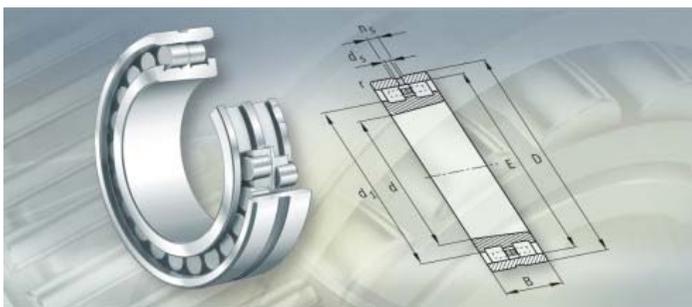


Рисунок 5 – Радиальный двухрядный роликовый подшипник фирмы FAG

грузки, воспринимаемой наиболее нагруженным телом, [2]:

$$F_{Qp} = \frac{5 \cdot F_p}{i \cdot z \cdot \cos(\alpha)}, [daN] \quad (3)$$

где i – число рядов тел качения; z – число тел в одном ряду; F_p – нагружающая радиальная сила (опорная реакция), [daN].

Взаимная податливость двух колец подшипника, [2]:

$$\delta_{p_0} = 6 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{F_p^{0,9}}{l^{0,8}}, [mm] \quad (4)$$

где l – длина тел качения, [mm].

Радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения, [2]:

$$\delta'_p = \beta \cdot \delta_{p_0} [mm] \quad (5)$$

где δ_{p_0} – радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения при нулевом зазоре; β – коэффициент,

учитывающий величину предварительного натяга, респ. зазора в подшипнике, определяется графическим путем.

Радиальная податливость в зоне контакта подшипниковых колец с поверхностями вала и корпуса, [2]:

$$\delta''_p = \frac{4 \cdot F_p \cdot k}{\pi \cdot d \cdot B} \cdot \left(1 + \frac{d}{D}\right), [mm] \quad (6)$$

где $k=0,005-0,025$, [mm^3 / daN] (меньшие значения коэффициента принимаются при повышенной точности изготовления мест монтажа подшипников, при посадках с большим натягом, а также при посадке подшипника на конусные шейки); d, D, B – внутренний, наружный диаметры и ширина подшипника, [mm].

Радиальная жесткость подшипника, [2]:

$$j_p = \frac{F_p}{\delta'_p + \delta''_p}, [daN / mm] \quad (7)$$

5.2. Радиальная жесткость переднего радиально-упорного двухрядного шарикоподшипника (см. рисунок 6). Расчет величины радиальной нагрузки, воспринимаемой наиболее нагруженным телом проводится по формуле (3):



Рисунок 5 – Радиально-упорный двухрядный шарикоподшипник фирмы FAG

Взаимная податливость колец подшипника, [2]:

$$\delta_{p_0} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\cos(\alpha)} \cdot \sqrt[3]{\frac{F_{Qp}^2}{D_T}}, [mm] \quad (8)$$

Радиальная податливость в зоне контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения рассчитывается по формуле (5). Величина радиальной податливости в зоне контакта подшипниковых колец с поверхностями вала и корпуса определяется по формуле (6). Расчет радиальной жесткости

подшипника осуществляется по формуле (7).

5.3. Осевая жесткость переднего радиально-упорного двухрядного шарикоподшипника. Расчет величины осевой нагрузки, [2]:

$$F_{Q_0} = \frac{F_{oc}}{z \cdot \sin(\alpha)}, [daN] \quad (9)$$

где F_{oc} – осевая нагрузка подшипника, [daN]; z – число тел качения в одном ряду; α – угол контакта, [deg].

Взаимная осевая податливость колец подшипника:

$$\delta_{oc} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\sin(\alpha)} \sqrt[3]{\frac{F_{Q_0}}{D_T}}, [mm] \quad (10)$$

где D_T – диаметр тел качения, [mm].

Осевая жесткость подшипника:

$$j_{oc} = \frac{F_{oc} + A_0}{\delta_{oc}} [daN/mm] \quad (11)$$

где A_0 – сила предварительного натяга, [daN].

6. Построение сетки конечных элементов. Программа использует только два вида конечных элементов: тетраэдрические (объемные) и треугольные (огibaющие), которые в свою очередь бывают первичные и вторичные.

Тетраэдрические элементы применяются для объемных, массивных деталей, а огibaющие – для тонкостенных тел. Вторичные характеризуются до-

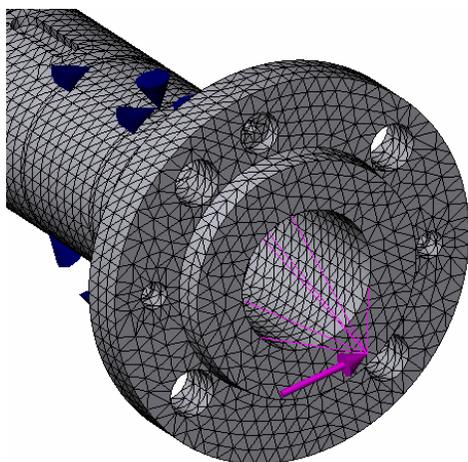


Рисунок 7 – Вид на шпиндель после генерирования сетки конечных элементов

полнительным узлом посередине каждого торца, что позволяет создать сетку для тел более сложной формы из-за возможности дополнительной деформации в этих узлах.

Программа автоматически подсчитывает число конечных элементов, необходимо только задать граничные условия, минимальные размеры элементов и типа сетки.

7. После генерирования сетки конечных элементов запускается статический анализ. По окончании анализа программа автоматически создает текстовый документ в папку исследуемого объекта, содержащий информацию о числе конечных элементов и узлов, о числе решенных частных дифференциальных уравнений, как и информацию о продолжительности анализа.

8. Анализ полученных результатов. После окончания статического анализа программа выдает результаты как о деформациях (см. рисунок 8), так и о напряжениях (см. рисунок 9) в шпинделе.

Поскольку имеется возможность изменять как внешнюю нагрузку, так и геометрические параметры шпинделя, можно исследовать влияние того или другого геометрического параметра на деформации и напряжения. На рисунке 10 графически показано влияние на межопорного расстояния на деформации в передней части шпинделя, а на рисунке 11 – в части между опорами.

Результаты о напряжениях указывают на места наибольшей нагрузки и для этих зон можно сделать дополнительное разбиение на конечные элементы меньшей величины, т.е. увеличить число элементов, после чего снова запустить статический анализ. Тем самым повышается точность результатов анализа.

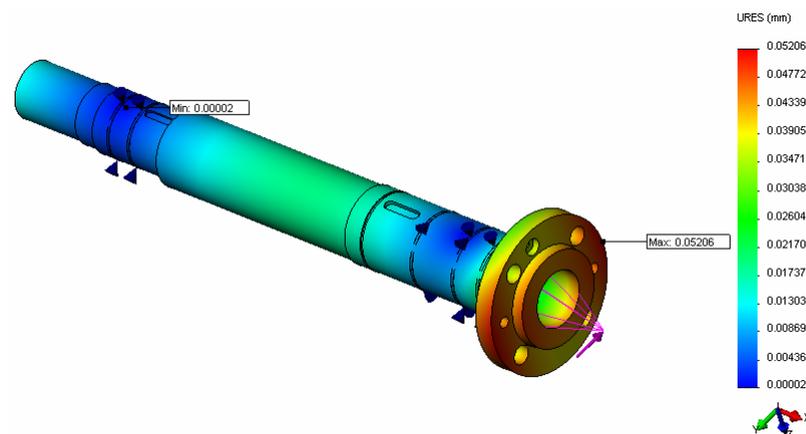


Рисунок 8 – Деформации в шпинделе после окончания статического анализа при внешней нагрузке 10000 [N]

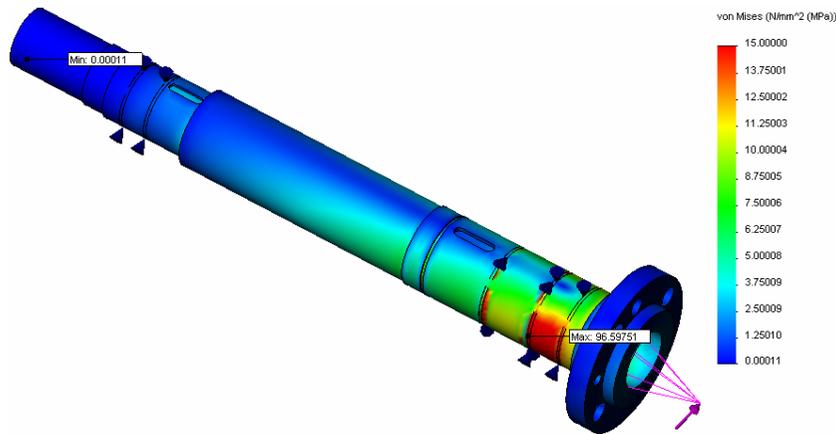


Рисунок 9 – Напряжения в шпинделе после окончания статического анализа при внешней нагрузке 10000 [N]



Рисунок 10 – Деформации в переднем конце шпинделя при внешней нагрузке 10000 [N]



Рисунок 11 – Деформации в шпинделе между опорами при внешней нагрузке 10000 [N]

Список литературы: 1. Чернавский П.М., Повышение жесткости шпиндельных узлов // Известия ВУЗов, Машиностроение. – 1980. – №3. 2. Иванов, И.Д. и др. Современни механизми и елементи в машиностроенето. – София: Изд. "Техника", 1985. – 109с. 3. Реиетов Д.Н. Детали машин и механизмы для металлорежущих станков. Том 2. – М.: Машиностроение, 1972. – С.212–217. 4. Левина З.М., Астафьев А.М. Расчеты при проектировании шпиндельных. – СИ. – 1981. – №6. – С.4–6.

Поступила в редколлегию 22.05.2009

УДК.621.833

В.О. МАЛАЩЕНКО, д.т.н., проф. НУ "Львівська політехніка"
І.Є. КРАВЕЦЬ, к.т.н., Добротвірська ТЕС
В.В. МАЛАЩЕНКО, аспірант кафедри ЕРАТ НУ "Львівська політехніка"

КОМП'ЮТЕРНО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ СПРАЦЮВАННЯ ЗУБЦІВ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ЗУБЧАТИХ ПЕРЕДАЧ МЛІНІВ

Розглянуто питання з визначення величини спрацювання зубців великогабаритних зубчастих передач вуглерозмелювальних млинів компютерно-експериментальним методом. Проведено визначення глибини спрацювання зубців колеса передачі для заданих умов роботи.

Рассмотрено вопросы по определению величины износа зубьев передач больших габаритов для углерозмелювальных мельниц компютерно-експериментальным методом. Определена величина глубины изнашивания зубьев колеса передачи для заданных условий работы.

Постановка задачі. Продовження терміну роботи зубчасті передачі дає завжди позитивний ефект та матеріальні вигоди. Для відкритих зубчастих передач вирішальним критерієм довговічності часто є спрацювання робочих поверхонь профілів зубців. Це першою чергою стосується великогабаритних зубчастих передач, наприклад, млинів для розмелювання вугілля, що працюють у дуже важких умовах та передають великі обертальні моменти. Тому питання, що пов'язані з продовженням терміну служби таких елементів механічних приводів, є актуальними та мають практичне значення для різних галузей машинобудування [3].

Зв'язок даної задачі з відомими дослідженнями. З огляду на те, що зубчасті передачі відносяться до широко розповсюджених пристроїв, вони є під постійною увагою багатьох вчених країни. Теоретичними та експериментальними дослідженнями зубчастих передач у різні часи займалися багато вітчизняних і закордонних дослідників та науковців. Більш широко відомі роботи [1–3, 6–8], де повніше досліджувались геометричні та кінематико-силові характеристики різноманітних зубчастих передач. Дана робота є продовженням задачі, перша частина якої експериментально розв'язано у роботах [3–5]. Поставлена

тут задача відповідає також проблемам машинобудування різних країн і її розв'язок буде певним доповненням до відомих результатів та підґрунтям подальших досліджень великогабаритних відкритих зубчастих передач.

Виклад основного матеріалу. У роботах [4-5] визначено експериментально глибину спрацювання зубців великогабаритної зубчастої передачі, яка працює у певних виробничих умовах, а в статті [3] розв'язано подібну задачу для виробничих потреб Добротвірської ТЕС на основі пропорційності питомої роботи сил тертя та глибини спрацювання робочих поверхонь зубів. Ця методика є більш універсальною, а її достовірність підтверджується конкретним прикладом проведення теоретично кількісного аналізу.

Розв'язок задачі базується на відомих рівняннях, що описують евольвенту кола в Декартових координатах у вигляді:

$$\begin{aligned} x &= r_b \cos \varphi + r_b \varphi \sin \varphi; \\ y &= r_b \sin \varphi - r_b \varphi \cos \varphi. \end{aligned} \quad (1)$$

Для комп'ютерної побудови профілів зубців рівняння (1) необхідно звести до вигляду:

$$\begin{aligned} x &= r_b (\cos(\varphi - \delta) + \varphi \sin(\varphi - \delta)); \\ y &= r_b (\sin(\varphi - \delta) - \varphi \cos(\varphi - \delta)), \end{aligned} \quad (2)$$

де r_b – радіус початкового кола; φ – кут нахилу відрізка, що проведений від осі зубчастого колеса до дотичної початкового кола; δ – кут нахилу евольвенти до осі X , який вибирається для зручності побудови евольвенти.

Для конкретного випадку необхідно знати радіуси початкових кіл шестірни та колеса, що в даному випадку відповідно дорівнюють:

$$\begin{aligned} r_{b1} &= 0,5d_1 \cos \alpha = 0,5 \cdot 580 \cdot \cos 20^\circ = 272,511 \text{ мм}; \\ r_{b2} &= 0,5d_2 \cos \alpha = 0,5 \cdot 4400 \cdot \cos 20^\circ = 2067,324 \text{ мм}. \end{aligned} \quad (3)$$

Використовуючи систему рівнянь (2), визначалась висота зубця та відповідно половина його товщини у різних перерізі. З метою підвищення точності обчислень та побудови відповідних кривих розроблено відповідну програму розрахунку товщини зубців шестірни та вінця колеса. Для цього застосовувались електронні таблиці "Microsoft Excel". Для використання обчислень у програму вносились основні параметри шестірни та колеса: ділильні діаметри d_1 і d_2 , діаметри виступів d_{a1} і d_{a2} , діаметри впадин d_{f1} і d_{f2} [3], кути φ і δ . Точність обчислень евольвенти профілю зубців контролювалась і погоджувалась з товщиною зубців, що наведено в технічних характеристиках на проектних кресленнях шестірни та колеса.

Значення кута δ для шестірни та колеса вибирались методом підбору. Його величина контролювалась товщиною зубця, що визначалось за другим

рівнянням залежностей (2), і порівнювалась з технічними характеристиками, що наведені в кресленнях шестірни і колеса. Для даної передачі проводилась за такою послідовністю. На відстані від вершини зубця шестірни $h_1=32,7$ мм довжина хорди повинна знаходитись в межах $S_1=39,76\dots 39,92$ мм, а для зубчастого колеса на відстані від вершини зубця $h_2=4,36$ мм довжина хорди повинна знаходитись в межах $S_2=18,73\dots 19,03$ мм. Внаслідок цього для шестірни отримано кут $\delta=4,847^\circ$, а для колеса – $\delta=1,136^\circ$.

Отримані результати розрахунків після обробки зведено в таблицю 1, де жирним шрифтом виділено значення результатів комп'ютерних обчислень профілю зубців шестірни та колеса на їх ділильних діаметрах. Результати вимірювань та обчислень дозволили побудувати графіки профілів стандартних евольвентний та профілі спрацьованих поверхонь зубців для трьох площин (рисунки 1 і 2).

Таблиця 1 – Результати комп'ютерних обчислень профілю зубців шестірни і колеса

Шестірня		Колесо	
Висота зубця, мм	Ширина зубця, мм	Висота зубця, мм	Ширина зубця, мм
0	45,515	0	45,931
5	43,934	5	42,923
10	41,645	10	39,828
13	39,979	15	36,647
15	38,755	20	33,381
20	35,323	25	30,032
25	31,382	30	26,600
30	26,955	35	23,088
35	22,054	37	21,661
40	16,687	40	19,496
45	10,855	45	15,824

За рисунком 1 можна легко оцінити величину спрацювання зубців шестірни як різниця між наведеними профілями. Верхня і нижня криві – це теоретичні профілі зубця шестірни, а крива між ними – робоча поверхня спрацьовано зубця. Розбіжність між теоретичними підрахунками глибини спрацювання профілів зубців і експериментальними значеннями не перевищує 7...9%.

Подібно до попереднього побудовано профілі зубців колеса (рисунок 2).

Подібно до шестірни за рисунком 2 легко оцінювати величину спрацювання робочих поверхонь зубців колеса, де верхня і нижня криві – це евольвентні профілі зубця зубчастого вінця, а дві середні криві окреслюють профілі спрацьованого зубця колеса.

Величиною спрацювання зубців шестірни та колеса є різниця обчисленої та виміряної товщини зубців. Одержані при цьому значення спрацювання профілів зубців шестірни та колеса занесено в таблицю 2.

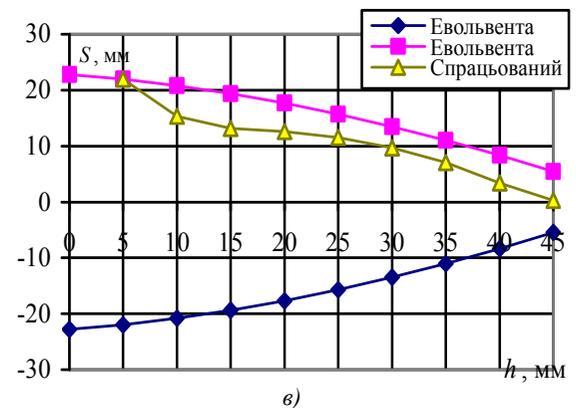
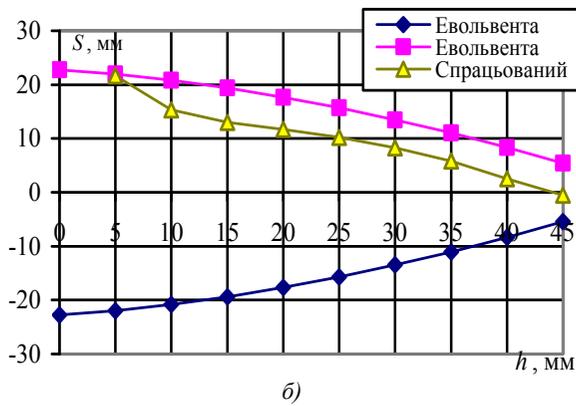
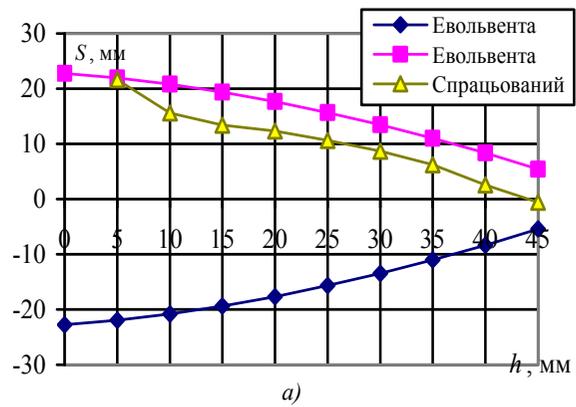


Рисунок 1 – Профілі зубця шестірні на площинах:
а) і в) – на краях зубців; б) –по його середині

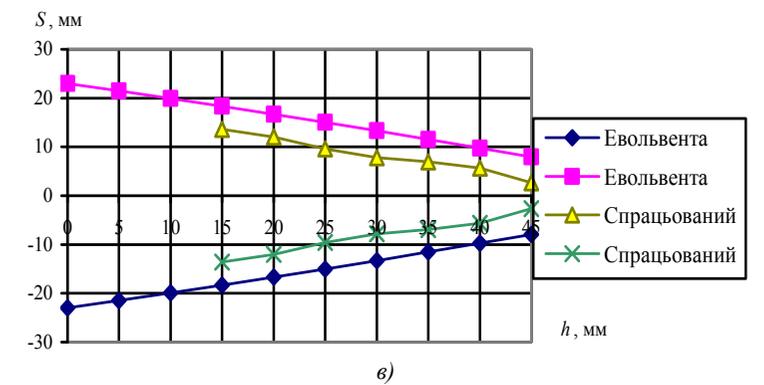
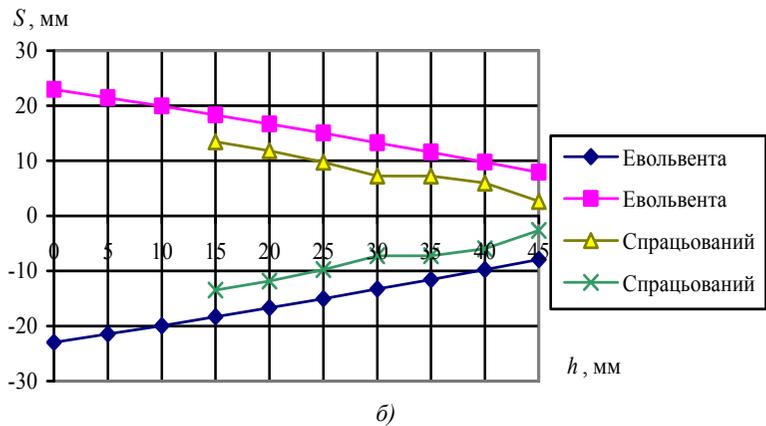
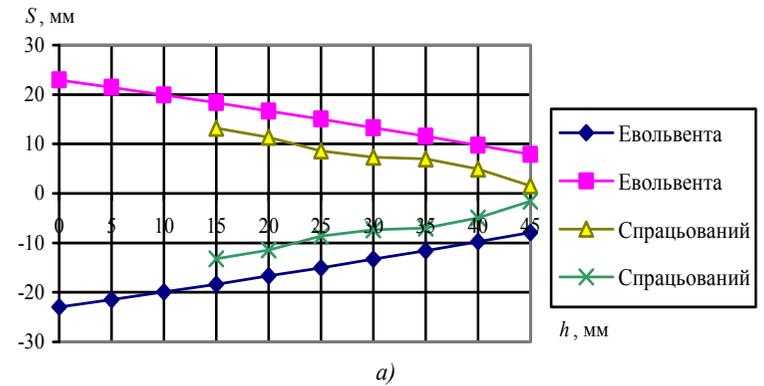


Рисунок 2 – Стандартні та спрацьовані профілі зубця вінця колеса на відповідних до шестірні площинах

Таблиця 2 – Величина спрацювання профілів зубців шестірни і колеса

Висота зубця, мм	Шестірна			Колесо		
	Початок	Середина	Кінець	Початок	Середина	Кінець
5	0,301	0,267	0,001	–	–	–
10	5,212	5,478	5,512	–	–	–
15	5,955	6,355	6,222	10,180	9,847	9,480
20	5,356	5,990	5,090	10,581	9,781	9,348
25	5,049	5,482	4,149	12,865	10,632	10,832
30	4,789	5,122	3,822	11,967	11,134	10,967
35	4,821	5,221	3,988	9,055	9,255	9,222
40	5,754	5,854	4,920	9,562	7,696	8,196
45	6,022	6,122	5,288	12,691	10,491	10,491
13	5,612	5,846	5,012	8,328	8,228	8,394

Для більшої наочності та зручності практичного використання за даними таблиці 2 побудовано графіки спрацювання робочих профілів зубців шестірни і колеса (рисунок 3), що дозволяють оцінити величину спрацювання робочих поверхонь зубців за їх висотою та довжиною, із яких випливає, що профіль зубців шестірни більше спрацьовується посередині довжини зубця, а профіль зубців колеса – на площині наближеної до торця, що підтверджує теоретичні положення, які наведено вище.

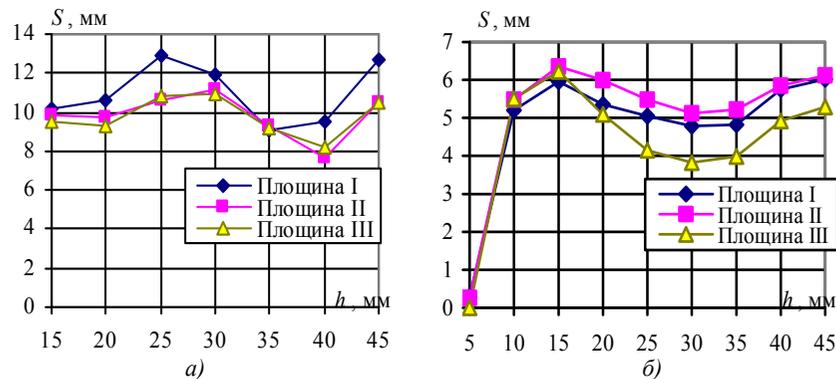


Рисунок3 – Графіки спрацювань зубців: а) – шестірни; б) – колеса

Окрім того одержані графіки дозволяють установити залежності величини спрацювання зубців за їх висотою та довжиною. Вони підтверджують теоретичні положення стосовно більш інтенсивного спрацювання зубців шестірни біля їх кореня та біля вершин, в той час як зубці зубчастого вінця колеса більш інтенсивно спрацьовуються біля полюса зачеплення та вершин. Це підтверджується також оглядом інших пар зубчастих коліс млинів Ш-12, що відпрацювали свій термін.

Висновки.

Комп'ютерно-експериментальний метод уможливило пришивидшувати проведення кількісного аналізу спрацювань профілів зубчастих коліс і першою чергою великогабаритних передач важконавантажених механічних приводів.

Запропонована методика апробована на конкретному прикладі з визначенням величини і місця інтенсивнішого спрацювання зубців шестірни та колеса.

Отримані результати можуть бути підґрунтям для подальших досліджень і вони показують, що є необхідність у продовженні подібних робіт.

Список літератури: 1. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Зависимость между параметрами зацепления в эвольвентной передаче // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків, 2006. – №22. – С.24–28. 2. Кириченко А.Ф., Павлов А.И. Проектирование и расчет геометрии зубчатых передач с эвольвентным зацеплением // Вестник НТУ "ХПІ". – Харьков, 2004. – №30. – С.153–157. 3. Малащенко В.О., Кравець І.С., Малащенко В.В. Спрацювання зубців великогабаритної зубчастої передачі млинів барабанного типу // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків, 2007. – №21. – С.7–11. 4. Малащенко В.О., Кравець І.С., Сороківський О.І. Проблеми довговічності великогабаритних відкритих зубчастих передач вуглерозмельовальних млинів // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків, 2006. – №22. – С.81–85. 5. Малащенко В.О., Куновський Г.П., Петренко П.Я., Сороківський О.І. Визначення глибини спрацювання зубців великогабаритної прямозубої передачі млинів // Збірник наукових праць асоціації "Автобус". – Вип.4. – Львів, 2000. – С.67–70. 6. Носко П.Л., Муховатий А.А., Шишова Н.В. Критерии работоспособности прямозубых цилиндрических передач с геометрией зубьев общего вида // СУНУ, Науковий журнал. – Луганск, 2003. – №12(70). – С.19–26. 7. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 8. Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Філь П.В. Висконавантажені циліндричні передачі з двоопукло-угнутими зубцями. – Луганськ: СНУ ім. В.Даля, 2005. – 216с.

Надійшла в редколегію 24.05.09

УДК 621.833

П.Л. НОСКО, д.т.н., зав. каф. машинобудівництва ВНУ ім. В. Даля, г. Луганск
А.В. ЧЕРНИКОВ, д.т.н., зав. каф. інженерної графіки ХНАДУ "ХАДИ"
А.И. ПАВЛОВ, к.т.н., доц. каф. інженерної графіки ХНАДУ "ХАДИ"

ПОСТРОЕНИЕ ЭВОЛЮТНОГО ЗАЧЕПЛЕНИЯ

Розглядаються варіанти побудови передач з еволютним зачепленням, яке характеризується тим, що лінія зачеплення має еволюту. Вид еволютного зачеплення залежить від початкових умов (кута зачеплення в полюсі передачі) та величини коефіцієнту різноманітності.

Variants of construction of the evolute gearings which is characterized by that the line of gearing has an evolute are considered. The kind of the evolute gearings depends on entry conditions (a corner of gearing in a pole of transfer) and size of factor of a version.

Постановка вопроса. Зубчатое зацепление чаще всего определяется линией взаимодействия зубьев (линией зацепления) в плоскости зацепления. Если эта линия – прямая, то зацепление называется эвольвентным, а если –

дуга окружности, то зацепление называется циклоидальным. В этих двух случаях эволюта линии зацепления не существует, так как вырождается в точку. Поэтому упомянутые зацепления будем называть безэволютными. В остальных случаях зацепления будем называть эволютными, так как эволюта линии зацепления имеет место.

Цель работы – определить способы построения эволютных зацеплений.

Построение эволютного зацепления. Зацепление может считаться построенным, если известны либо линия зацепления, либо контур зуба инструмента. Для дифференциального уравнения зацепления в виде

$$y'' - \frac{y'(1+y'^2)}{ky'+x}, \quad (1)$$

Решение функции $y(x)$ можно записать как полином

$$y(x) = a_1x + a_3x^3 + a_5x^5 + a_7x^7, \quad (2)$$

Значения коэффициентов a_i уравнения (2) зависят от выбора начальных условий $y(0)$, $y'(0)$ и величины коэффициента разновидности k , некоторые значения которых приведены в таблице. Рассматривается только эволютное зацепление двухстороннее (ЭЗД). При этом начало координат помещено в полюсе передачи, угол зацепления в полюсе передачи $\alpha=15\div 20^\circ$ ($y(0)=0$, $y'(0)=\operatorname{tg}\alpha$), а величина коэффициента разновидности принята в пределах от 2 до 5. Степени полинома взяты только нечетные только потому, чтобы применить контур ЭЗД, симметрично относительно полюса передачи.

Геометрическая модель (по которой может быть получено наглядное изображение) зубчатого колеса построено с помощью программы AutoCad (рисунок 1). Вначале строится профиль одного зуба и создается массив зубьев на окружности впадин. Затем созданный контур выдавливается на толщину венца, дорабатываются диск и ступица. Аналогично строится пространственная модель шестерни и производится их совмещения до касания по делительным окружностям.

Для анимированного изображения зубчатой передачи может применяться программа Inventor, где выполняются аналогичные действия. Это позволяет рассмотреть характер сопряжения передачи в любой фазе, исследовать возникающие напряжения, а также определить многопарность зацепления.

Выводы. В статье приведены варианты построения и графического изображения зубчатой передачи с эволютным зацеплением. Вариант передачи зависит от выбранного значения коэффициента разновидности, а изображение передачи – от выбранной компьютерной программы.

Таблица – Коэффициенты полинома, описывающего контур зуба рейки

$\alpha=15^\circ$ $k=$	x_i			
	$a_1=$	$a_3=$	$a_5=$	$a_7=$
2	0,353623	-0,034321	-0,017501	0,049669
3	0,348970	-0,098494	-0,021552	0,059871
4	0,346491	-0,131927	-0,023727	0,065334
5	0,344944	-0,153723	-0,025090	0,068751
$\alpha=16^\circ$ $k=$	x_i			
	$a_1=$	$a_3=$	$a_5=$	$a_7=$
2	0,345386	-0,0909686	-0,0235015	0,0656863
3	0,340982	-0,149902	-0,0273252	0,0759243
4	0,340379	-0,197275	-0,0267276	0,0987297
5	0,336500	-0,194272	-0,0316602	0,0770823
$\alpha=18^\circ$ $k=$	x_i			
	$a_1=$	$a_3=$	$a_5=$	$a_7=$
2	0,349505	-0,0625947	-0,0204984	0,0576724
3	0,344972	-0,124169	-0,0244400	0,0676026
4	0,347567	-0,203201	-0,0189634	0,1249840
5	0,343566	-0,200106	-0,0240610	0,1025210
$\alpha=20^\circ$ $k=$	x_i			
	$a_1=$	$a_3=$	$a_5=$	$a_7=$
2	0,353623	-0,0343207	-0,075012	0,0496691
3	0,348970	-0,0984945	-0,0215525	0,0598713
4	0,364491	-0,1319270	-0,0237271	0,0653338
5	0,344944	-0,1527230	-0,0250899	0,0687513

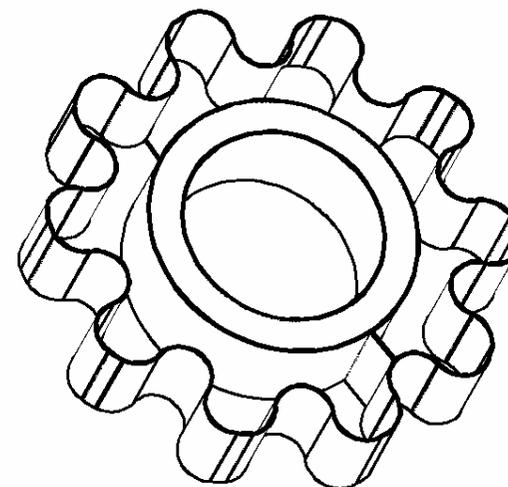


Рисунок 1 – Изображение зубчатого колеса в AutoCad

Список литературы. 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука. 1968. – 584с. 2. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 3. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102.

Поступила в редколлегию 03.06.09

УДК 621.833

В.А. ПАВЛОВ, инженер ХНАДУ "ХАДИ"

ИНСТРУМЕНТ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЮТНОЙ ПЕРЕДАЧИ.

Наведені результати розрахунків профіля зубців інструментальної рейки для виготовлення зубчастих коліс методом обкату.

Results of calculation of the racks structures for manufacturing cogwheels by a running method are resulted.

Постановка вопроса. Предлагаемое в работах [1-2] эволютное зацепление обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими в промышленности. Однако внедрение в промышленности нового зацепления не оправданно затягивается.

Цель работы – спроектировать инструмент для изготовления зубьев передачи с эволютным зацеплением и предложить для внедрения его на производстве.

Вид инструмента для изготовления зубьев эволютной передачи зависит от выбранного метода зубообработки. Наиболее прогрессивным методом изготовления цилиндрических зубчатых колес является метод обкатки, а инструмент принимает форму червячной фрезы, размеры которой мало зависят от параметров передачи. Для изготовления конических зубчатых колес, например, с круговым зубом, применяется метод копирования. В этом случае инструмент имеет форму нарезаемого зуба.

Расчет профиля зуба инструментальной рейки производился путем решения дифференциального уравнения [1]

$$y'' = \frac{y'(1+y'^2)}{ky'} \quad (1)$$

а решение приведено в виде полинома (таблица 1)

$$y = a_1x + a_3x^3 + a_5x^5 + a_7x^7. \quad (2)$$

Таблица 1 – Коэффициенты полиномов приближенных решений

α°	k	a_1	a_3	a_5	$-a_7$
15	1	0,267949	0,685515	-0,023226	0,241045
	2		0,259779	0,0134558	0,0218818
	3		0,184264	0,0129465	0,0288067
	4		0,141111	0,0101687	0,0220939
	5		0,114641	0,008447	0,0179301
16	1	0,286745	0,686706	0,0022785	0,243746
	2		0,266753	0,0136584	0,0222346
	3		0,188454	0,0131191	0,029323
	4		0,144017	0,0102959	0,0223966
	5		0,116836	0,0085443	0,0181617
18	1	0,324919	0,690378	0,0120218	0,1967360
	2		0,281274	0,0140689	0,0229508
	3		0,197135	0,0134873	0,030111
	4		0,150039	0,0105609	0,0230285
	5		0,121391	0,0087487	0,0186493
20	1	0,36397	0,722135	-0,010492	0,136646
	2		0,296802	0,0144931	0,0236933
	3		0,206366	0,0138768	0,031043
	4		0,156443	0,0108450	0,0237076
	5		0,126246	0,0089702	0,0191787

Расчет параметров профиля зуба инструмента (червячной фрезы) для передачи с единичным модулем приведен в таблице 2. Величина бокового зазора принята 0,2 модуля передачи. Таким образом, $h = m$, $s_1 = 1,55m$, $t_0 = \pi m$.

Таблица 2 – Координаты исходного профиля эволютных зацеплений при $k=2$

$X_i(k=2)$	Y_i			
	$\alpha=20^\circ$	$\alpha=18^\circ$	$\alpha=16^\circ$	$\alpha=15^\circ$
0,1	0,0384	0,03386	0,03009	0,02821
0,2	0,0823	0,07429	0,06583	0,06191
0,3	0,1305	0,11849	0,10533	0,10188
0,4	0,1854	0,16228	0,15329	0,14342
0,5	0,2446	0,22288	0,20213	0,19044
0,6	0,3094	0,28213	0,2558	0,24216
0,7	0,3785	0,34420	0,31317	0,297816
0,8	0,4542	0,41379	0,37618	0,35658
0,9	0,5310	0,48527	0,44201	0,42086
1,0	0,6177	0,56426	0,51253	0,48824

Таблица 3 – Координаты исходного профиля эволютных зацеплений при $k=3$

$X_i(k=3)$	Y_i			
	$\alpha=20^\circ$	$\alpha=18^\circ$	$\alpha=16^\circ$	$\alpha=15^\circ$
0,1	0,03668	0,033699	0,0290	0,02821
0,2	0,07806	0,069749	0,06318	0,05956
0,3	0,12320	0,111285	0,10110	0,09404
0,4	0,17116	0,156740	0,14028	0,13244
0,5	0,22476	0,203762	0,18260	0,17241
0,6	0,27837	0,253918	0,22884	0,21630
0,7	0,33762	0,306426	0,27821	0,26254
0,8	0,39969	0,363636	0,33072	0,31191
0,9	0,46455	0,423981	0,38401	0,36364
1,0	0,53417	0,487461	0,44054	0,41849

Таблица 4 – Координаты исходного профиля эволютных зацеплений при $k=4$

$X_i(k=4)$	Y_i			
	$\alpha=20^\circ$	$\alpha=18^\circ$	$\alpha=16^\circ$	$\alpha=15^\circ$
0,1	0,036834	0,032915	0,02878	0,0269
0,2	0,076802	0,068966	0,06113	0,0577
0,3	0,119906	0,108150	0,09395	0,09156
0,4	0,166144	0,150047	0,13558	0,1266
0,5	0,213166	0,194357	0,17319	0,1642
0,6	0,264890	0,240596	0,21552	0,2019
0,7	0,318182	0,288401	0,25940	0,2458
0,8	0,373824	0,33934	0,30564	0,2896
0,9	0,431035	0,392633	0,35345	0,3348
1,0	0,492947	0,448276	0,40439	0,3837

Выводы. По приведенным в таблицах значениям можно изготовить инструмент для нарезания зубьев эволютного зацепления методом обката. Выбор значения коэффициента разновидности определяется из неравенства [1] $k \leq z \sin 2\alpha / 4$.

Список литературы: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Павлов А.И. Контактное взаимодействие выпуклой и вогнутой поверхностей в зубчатом зацеплении // Вестник Харьковского национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2002. – Вып.10, т.2. – С.99-102.

Поступила в редакцию 03.06.09

А.П. ПОПОВ, д.т.н., зав. каф. МКМ НУК им. С.О. Макарова, г. Николаев
Ю.Н. КИПРЕЕВ, к.т.н., профессор каф. МКМ НУК им. С.О. Макарова

ПОВЫШЕНИЕ НАГРУЗОЧНОЙ СПОСОБНОСТИ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ ПО КОНТАКТНЫМ НАПРЯЖЕНИЯМ

Виконано рішення контактної задачі стосовно зубчастих передач із профільне модифікованими зубами. Отримано рівняння контактних напружень і розмірів ділянки деформації. Установлено високу навантажувальну здатність зубчастої передачі, що розглядається.

The solution of contact problem conformably to toothed gearing with profile – modified tooth has been carried out. The equations of area deformation size have been obtained. High load capacity of mentioned gearing has been ascertained.

Актуальность проблемы. Повышение нагрузочной способности, срока службы, снижение весогабаритных показателей и улучшение виброакустических характеристик зубчатых передач является актуальной проблемой, успешное решение которой обеспечивает современный уровень редукторостроения. Указанная проблема является неразрывной составной частью всех научных программ и задач в любой отрасли машиностроения, выпускающей зубчатые передачи различного назначения.

Анализ последних исследований. Наиболее полно исследования по данной проблеме изложены в [1-8]. Указанные работы посвящены разработкам новых методов расчета и новых технических решений, направленных на кардинальное повышение эффективности зубчатых передач. Однако эти решения и разработки не задевают профильной модификации, которая выполнена одновременно на нескольких участках сопряженных пар зубьев. В связи с этим в данной работе впервые предпринята попытка решения указанной задачи.

Цель работы – разработка практического метода расчета напряжений и нагрузочной способности зубчатой передачи [5] с равнопрочным зацеплением эвольвентных зубьев по контактными напряжениям.

Изложение основного материала. Основой для решения вышеуказанной задачи является впервые разработанная и не имеющая аналогов методология теоретических исследований контактной прочности упруго кратких полупространств с начальным линейным или точечным касанием, ограниченных произвольными поверхностями [1].

Методология, в отличие от известных решений Герца и других авторов, базируется на установленной причинно-следственной связи между функциями контактных деформаций и напряжений, суть которой заключается в том, что функция контактных напряжений является отображением (следствие) функции контактных деформаций (причина).

При решении задачи напряжения определяются на рабочих поверхностях зубьев, а силы трения не учитываются. Материал зубьев принимается однородным и изотропным. Кроме того, при сжатии зубьев нормальной силой в зоне контакта возникают лишь упругие деформации, подчиняющиеся закону Гука.

Рассматриваемая зубчатая передача предусматривает одновременную профильную модификацию сопряженной пары зубьев 1 и 2 (рисунок 1,а) соответственно на участках 3, 4 и 5 шестерни и на участках 6 и 7 колеса. При этом участки эвольвентных кривых ножек зубьев 1, 2 и прилегающих к полюсу зацепления заменены прямолинейными участками 3, 4 и 7, длина которых в 1,1...1,3 раза превышает ширину участка контакта. Участки 5 и 6, прилегающие к вершинам зубьев шестерни и колеса, очерчены кривыми с радиусами ρ_{1m} и ρ_{2m} в пределах расстояний $(0,25...0,35)t$, отдаленных от вершин указанных зубьев, где t – модуль зацепления.

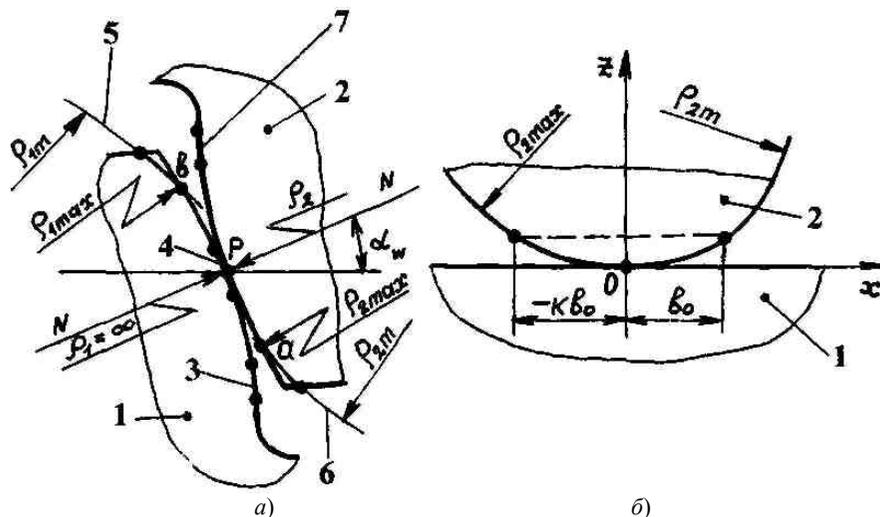


Рисунок 1 – Сопряженная пара зубьев в полюсе зацепления (а) и расчетная модель контакта зубьев на входе в зацепление (б)

При этом на выходе зубьев из зацепления (точка b) эвольвентная кривая бокового профиля зуба 1 пересекается с кривой 5, которая характеризует фланкированную часть зуба. На входе зубьев в зацепление (точка a) эвольвентная кривая плавно сопряжена с кривой 6 модифицированного участка зуба.

Рассматриваемая задача, как следует из приведенных выше пояснений, характеризуется тремя расчетными моделями контакта. На входе зубьев в зацепление (рисунок 1,б) в качестве расчетной выступает модель контакта жестко соединенных друг с другом полуцилиндров с радиусами ρ_{2m} и ρ_{2max} . Максимальные контактные напряжения в данном случае при коэффициентах

Пуассона $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0,3$ и модулях упругости материалов $E_1 = E_2 = E$ находятся по формуле [2]:

$$\sigma_{aH} = \frac{0,836}{\sqrt{\rho_{2m} + \sqrt{\rho_{2max}}} \sqrt{b_w}} \sqrt{EF_n}, \quad (1)$$

где F_n – нормальная сила, которая действует на сопряженную пару зубьев; b_w – длина зубьев.

В полюсе зацепления (точка p) в качестве расчетной принята модель контакта цилиндра, очерченного радиусом ρ_2 , с плоскостью, где $\rho_2 = mz_2 \sin \alpha_w / 2$; z – число зубьев колеса; α_w – угол зацепления. В соответствии с формулой Герца напряжения в точке p будут иметь вид

$$\sigma_H = \frac{0,418}{\sqrt{\rho_2}} \sqrt{EF_n}. \quad (2)$$

На выходе зубьев из зацепления (точка b) в качестве расчетной рассматривается модель контакта жестко соединенных друг с другом полуцилиндра и сегмента, с плоскостью (рисунок 2,б). Они характеризуются радиусами кривизны ρ_{1m} и ρ_{1max} .

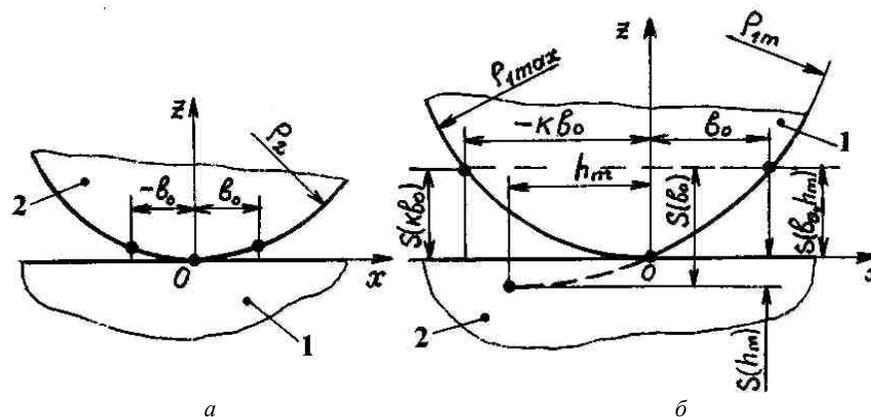


Рисунок 2 – Расчетные модели контакта зубьев в полюсе зацепления (а) и на выходе из зацепления (б)

Рассмотрим решение плоской задачи относительно рисунка 2,б в общем случае, полагая $\nu_1 \neq \nu_2$ и $E_1 \neq E_2$. Методология теоретических исследований контактной прочности упруго сжатых тел предусматривает определение двух функций контактных деформаций. Для получения первой функции обратимся

к рисунку 2, б, согласно которому выразим зазор между зубьями 1 и 2 до нагружения в точке $x = b_0$ либо в точке $x = \kappa b_0$, а именно:

$$S(b_0, h_m) = S(b_0) - S(b_0, h_m) = \frac{(b_0 + h_m)^2}{2\rho_{1m}} - \frac{h_m^2}{2\rho_{1m}} = \frac{(1 + 2\alpha_m)b_0^2}{2\rho_{1m}}; \quad S(\kappa b_0) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2\rho_{1\max}},$$

где b_0 – полуширина участка контакта дело от оси z ; $\alpha_m = h_m/b_0$ – коэффициент; h_m – параметр, определяющий сегментоид с радиусом ρ_{1m} ; κ – коэффициент, характеризующий несимметричное расположение участка контакта относительно оси z , причем $1 < \kappa \leq 2$.

В соответствии с выражениями $S(b_0, h_m)$ и $S(\kappa b_0)$ уравнения функций контактных деформаций слева $W_n(x)$ и дело $W_n(x)$ от оси z будут иметь вид [1]:

$$W_n(x) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2\rho_{1\max}} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\kappa^2 b_0^2}}; \quad (3)$$

$$W_n(x) = \frac{(1 + 2\alpha_m)b_0^2}{2\rho_{1m}} \sqrt{1 - \frac{x^2}{(1 + 2\alpha_m)b_0^2}}. \quad (4)$$

В связи с тем, что в начале координат $x = 0$ максимальные значения функций (3) и (4) одинаковы, запишем равенство

$$\frac{\kappa^2 b_0^2}{2\rho_{1\max}} = \frac{(1 + 2\alpha_m)b_0^2}{2\rho_{1m}},$$

исходя из которого, определим зависимость для расчета коэффициента

$$\kappa = \sqrt{\frac{(1 + 2\alpha_m)\rho_{1\max}}{\rho_{1m}}}. \quad (5)$$

Определив функции (3) и (4), перейдем к нахождению вторых равнозначных им функций контактных деформаций. При этом принимаем, что при упругом сжатии зубьев 1 и 2 (рисунок 2, б) с начальным линейным контактом их сближение под действием силы F_n в пределах $S(b_0, h_m) = S(\kappa b_0)$ подчиняется в пределах упругости гипотезе Винклера. В связи с этим запишем [1]:

$$W_n(x) = A \cdot \omega_n(x); \quad (6)$$

$$W_n(x) = A \cdot \omega_n(x), \quad (7)$$

где A – коэффициент постели, мм²/Н; $W_n(x)$, $W_n(x)$ – функции удельной нагрузки в пределах ширины участка контакта соответственно слева и справа от

оси z , Н/мм.

Для использования функций (6) и (7) в следующих решениях задачи необходимо найти выражение для определения коэффициента постели A . С этой целью запишем зависимость, которая характеризует взаимосвязь между упругими перемещениями зубьев W и возникающими при этом напряжениями σ в виде [1]

$$W = C_m \sigma, \quad (8)$$

где C_m – некоторый размерный параметр, мм/МПа.

Выражения контактных напряжений на каждой из рабочих поверхностей зубьев в соответствии с законом Гука представим следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\varepsilon E_1}{1 - \nu_1^2} = \frac{E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}; \\ \sigma_2 &= \frac{\varepsilon E_2}{1 - \nu_2^2} = \frac{E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{L}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где ΔL – абсолютная величина деформации; L – некоторый линейный размер, который принимается равным ширине участка контакта, т.е. $L = \kappa b_0 + b_0 = (1 + \kappa)b_0$ [1].

В соответствии с уравнением (8) и выражениями (9), считая $\sigma = \sigma_1$ и $\sigma = \sigma_2$, найдем расчетные зависимости для упругих перемещений зубьев:

$$\left. \begin{aligned} W &= 2C_{m1}\sigma_1 = \frac{2C_{m1}E_1}{1 - \nu_1^2} \cdot \frac{\Delta L}{(1 + \kappa)b_0}; \\ W &= 2C_{m2}\sigma_2 = \frac{2C_{m2}E_2}{1 - \nu_2^2} \cdot \frac{\Delta L}{(1 + \kappa)b_0}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

С учетом равенства $W = \Delta L$ из уравнений (10) найдем зависимости размерных параметров:

$$\left. \begin{aligned} C_{m1} &= \frac{(1 + \kappa)(1 - \nu_1^2)b_0}{2E_1}; \\ C_{m2} &= \frac{(1 + \kappa)(1 - \nu_2^2)b_0}{2E_2}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Объединив зависимости (11) и выражения для определения средних контактных напряжений $\sigma_m = F_n / ((1 + \kappa_0)b_0 b_w)$, получим уравнения контактной податливости каждого из зубьев:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{\kappa 1} &= \frac{C_{m1}\sigma_m}{F_n} = \frac{1-v_1^2}{2E_1b_w}; \\ \delta_{\kappa 2} &= \frac{C_{m2}\sigma_m}{F_n} = \frac{1-v_2^2}{2E_2b_w}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Затем, умножив ширину участка контакта на суммарную податливость зубьев, определяемую из уравнений (12), представим в конечном виде выражение для определения коэффициента постели

$$A = (1+\kappa)b_0(\delta_{\kappa 1} + \delta_{\kappa 2}) = \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) \frac{(1+\kappa)b_0}{2bw}. \quad (13)$$

На основе выражений функций (3) и (4) и равнозначных им функций (6) и (7) с учетом найденной зависимости (13), запишем основное уравнение напряженно-деформированного состояния сопряженной пары зубьев

$$\begin{aligned} A \left[\int_{-\kappa b_0}^0 \omega_{\text{л}}(x) dx + \int_0^{b_0} \omega_{\text{п}}(x) dx \right] &= A(F_{n1} + F_{n2}) = AF_n = \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right) \frac{(1+\kappa)b_0 F_n}{2bw} = \\ &= \frac{\kappa^2 b_0^2}{2\rho_{1\max}} \int_{-\kappa b_0}^0 \sqrt{1 - \frac{x^2}{\kappa^2 b_0^2}} dx + \frac{(1+2\alpha_m)b_0^2}{2\rho_{1m}} \int_0^{b_0} \sqrt{1 - \frac{x^2}{(1+2\alpha_m)b_0^2}} dx = \frac{\pi b_0^3}{8\rho_{\text{пр}}}, \end{aligned}$$

исходя из которого, представим уравнение параметра

$$b_0 = 1,128 \sqrt{\frac{(1+\kappa)\rho_{\text{пр}}F_n}{b_w} \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}, \quad (14)$$

где $\rho_{\text{пр}} = 2\rho_{1m}2\rho_{1\max} / \left[\kappa^3\rho_{1m} + (1+2\alpha_m)\sqrt{1+2\alpha_m}\rho_{1\max} \right]$ – приведенный условный радиус кривизны сопряженной пары зубьев.

Функции удельной нагрузки $\omega_{\text{л}}(x)$ и $\omega_{\text{п}}(x)$, входящие в уравнения (6) и (7), выразим через функции контактных напряжений:

$$\left. \begin{aligned} W_{\text{л}}(x) &= Ab_w\sigma_{\text{л}}(x); \\ W_{\text{п}}(x) &= Ab_w\sigma_{\text{п}}(x), \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где $\omega_{\text{л}}(x) = b_w\sigma_{\text{л}}(x)$ и $\omega_{\text{п}}(x) = b_w\sigma_{\text{п}}(x)$.

Вводя в уравнение (15) вместо функций $W_{\text{л}}(x)$ и $W_{\text{п}}(x)$ правые части зависимостей (3) и (4), найдем выражения функций контактных деформаций

$$\sigma_{\text{л}}(x) = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2\rho_{1\max}b_w A} \sqrt{1 - \frac{x^2}{\kappa^2 b_0^2}}; \quad (16)$$

$$\sigma_{\text{п}}(x) = \frac{(1+2\alpha_m)b_0^2}{2\rho_{1m}b_w A} \sqrt{1 - \frac{x^2}{(1+2\alpha_m)b_0^2}}. \quad (17)$$

При $x = 0$ в уравнениях (16) и (17) они будут сведены к максимальным и равным друг другу напряжениям, а именно

$$\sigma_{\text{вн}} = \sigma_{\text{лн}} = \sigma_{\text{пн}} = \frac{\kappa^2 b_0^2}{2b_w A \rho_{1\max}} = \frac{(1+2\alpha_m)b_0^2}{2b_w A \rho_{1m}}.$$

В результате подстановки в правую часть последнего уравнения правой части зависимости (14) получим уравнение максимальных контактных напряжений

$$\sigma_{\text{вн}} = 1,128 \frac{\kappa^2}{\rho_{1\max}} \sqrt{\frac{\rho_{\text{пр}}F_n}{b_w \left(\frac{1-v_1^2}{E_1} + \frac{1-v_2^2}{E_2} \right)}}. \quad (18)$$

При равных механических характеристиках $v_1 = v_2 = v = 0,3$ и $E_1 = E_2$ уравнения (14) и (18) представим в упрощенном виде:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{(1+\kappa)\rho_{\text{пр}}F_n}{b_w}}; \quad (19)$$

$$\sigma_{\text{вн}} = 0,836 \frac{\kappa^2}{\rho_{1\max}} \sqrt{\frac{\rho_{\text{пр}}EF_n}{(1+\kappa)b_w}}. \quad (20)$$

Объединив выражения (19) и (20) с выражением (5) и зависимостью $\rho_{\text{пр}}$, представим эти уравнения следующим образом:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{\rho_{1m}(\sqrt{\rho_{1m}} + \sqrt{(1+2\alpha_m)\rho_{1\max}})}{(1+2\alpha_m)\sqrt{1+2\alpha_m}(\sqrt{\rho_{1m}} + \sqrt{\rho_{1\max}})} \sqrt{\frac{F_n}{Eb_w}}}; \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{вн}} = 0,836 \frac{\sqrt[4]{1+2\alpha_m}}{(\sqrt{\rho_{1m}} + \sqrt{\rho_{1\max}})(\sqrt{\rho_{1m}} + \sqrt{(1+2\alpha_m)\rho_{1\max}})} \sqrt{\frac{EF_n}{b_w}}. \quad (22)$$

Оценим достоверность полученных уравнений (21) и (22). С этой целью примем в них $\rho_{1\max} = \rho_{1m}$. В связи с этим, параметр $h_m = 0$ и коэффициент $\alpha_m = 0$, а указанные уравнения примут вид:

$$b_0 = 1,522 \sqrt{\frac{\rho_{1\max} F_n}{E b_w}}; \quad \sigma_{вн} = 0,418 \sqrt{\frac{E F_n}{b_w \rho_{1\max}}}.$$

Последние уравнения характеризуются расчетной моделью контакта цилиндра (радиус $\rho_{1\max}$) с плоскостью, и они полностью совпадают с известными уравнениями Герца. Если от уравнений (21) и (22) перейти к уравнениям (19) и (20), то при $\rho_{1\max} = \rho_{1m}$ коэффициент $\kappa = 1$, а условный приведенный радиус кривизны $\rho_{np} = \rho_{1\max}/2$, поэтому указанные уравнения также сводятся к двум последним выражениям для расчета b_0 и $\sigma_{вн}$.

В рассматриваемой задаче неизвестными являются радиусы ρ_{1m} и ρ_{2m} модифицированных участков зубьев. Для определения радиуса ρ_{1m} приравняем правые части уравнений (2) и (22), исходя из равенства $\sigma_H = \sigma_{вн}$. В связи с этим получим

$$\rho_{1m} + (1 + \sqrt{1 + 2\alpha_m}) \sqrt{\rho_{1m} \rho_{1\max}} = \sqrt{1 + 2\alpha_m} (4\rho_2 - \rho_{1\max}). \quad (23)$$

Потом, приравняв правые части уравнений (1) и (2) в силу принятого равенства $\sigma_{аН} = \sigma_H$, найдем зависимости для определения радиуса

$$\rho_{2m} = (2\sqrt{\rho_2} - \sqrt{\rho_{2\max}})^2. \quad (24)$$

Заменой $x = \sqrt{\rho_{1m}}$ уравнение (23) легко приводится к канонической форме алгебраического квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$, в котором:

$$p = (1 + \sqrt{1 + 2\alpha_m}) \sqrt{\rho_{1\max}}, \quad (25)$$

$$q = \sqrt{1 + 2\alpha_m} (\rho_{1\max} - 4\rho_2). \quad (26)$$

Корни квадратного уравнения общеизвестны и рассчитываются по формуле

$$x_{1,2} = -0,5p \pm \sqrt{0,25p^2 - q}. \quad (27)$$

Из двух решений (27) условию $\rho_{1m} > \rho_{1\max}$ удовлетворяет одно

$$x = -0,5p - \sqrt{0,25p^2 - q}. \quad (28)$$

Возвращаясь к прежней переменной $\rho_{1m} = x^2$, с учетом решения (28), получим

$$\rho_{1m} = \left(-0,5p - \sqrt{0,25p^2 - q} \right)^2 = 0,25p^2 - q + p\sqrt{0,25p^2 - q}. \quad (30)$$

При расчетах радиуса ρ_{1m} необходимо задаться несколькими значениями коэффициента α_m . С помощью исходных данных рассчитываемого зацепления определяются величины $\rho_{1\max}$, $\rho_{2\max}$ и ρ_2 . Затем при фиксированных значениях коэффициента α_m рассчитываются коэффициент p и свободный член квадратного уравнения q по соответствующим формулам (25) и (26). Далее по зависимости (30) нетрудно рассчитать значения радиуса ρ_{1m} в зависимости от конкретных значений коэффициента α_m . По зависимости (24) рассчитывается значение радиуса ρ_{2m} .

Определим радиусы ρ_{1m} и ρ_{2m} , а также напряжений и нагрузочной способности первой ступени прямозубой зубчатой передачи внешнего зацепления при следующих исходных данных: $z_1 = 50$; $z_2 = 100$; $m = 5$ мм; $\alpha_w = 20^\circ$; $b_w = 125$ мм; $F_n = 4 \cdot 10^4$ Н; $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа; $\alpha_m = 0,1$; $0,25$; $0,5$ и 5 ; $\Delta h_m = 0,3m = 1,5$ мм – высота модифицированных участков зубьев, прилегающих к их вершинам.

По приведенным в [1] зависимостям при $\Delta h_m = 1,5$ мм находим: $\rho_{1\max} = 52,3$ мм; $\rho_{2\max} = 106,7$ мм; $\rho_2 = 85,5$ мм и $\rho_w = 28,5$ мм – приведенный радиус кривизны эвольвентных зубьев в полюсе зацепления.

Задаваясь значениями коэффициента $\alpha_m = 0,1$; $0,25$; $0,5$ и 5 получим: $\rho_{1m} = 135,5$; $141,7$; $154,6$ и $285,5$ мм. По формуле (24) находим $\rho_{2m} = 66,6$ мм. Итак, $\rho_{1m} > \rho_{1\max}$, а $\rho_{2m} < \rho_{2\max}$.

При любом из указанных радиусов ρ_{1m} и соответствующих им величин коэффициента α_m максимальные контактные напряжения $\sigma_{вн}$, найденные по формуле (22), равны 371 МПа, и совпадают со значениями напряжений σ_H и $\sigma_{аН}$, найденных по формулам (2) и (1), т.е. $\sigma_H = \sigma_{аН} = \sigma_{вн} = 371$ МПа. Максимальные контактные напряжения, найденные по формуле Герца в полюсе зацепления не модифицированных зубьев равные 642 МПа, и они в $\varphi_k = 642/371 = 1,73$ раза ниже таких в точках a , p , в зубчатой передаче, которая рассматривается. Указанное снижение напряжений исследуемой зубчатой передачи эквивалентно повышению ее погрузочной способности в $\varphi_H = \varphi_k^2 = 3$ раза, что указывает на высокую эффективность предлагаемого технического решения.

Выводы и рекомендации.

1. Впервые выполнено решения контактной задачи применительно к зубчатой передаче с профилльно модифицированными зубьями на входе и вы-

ходе и в полюсе их зацепления. Получены уравнения максимальных контактных напряжений, размеров участка контакта и радиусов кривизны фланкированных участков зубьев.

2. Установлено, что при наличии профильной модификации на нескольких участках рабочих поверхностей зубьев шестерни и колеса существенно снижается величина максимальных контактных напряжений. Указанное снижение напряжений приводит к росту погрузочной способности зубчатой передачи приблизительно в 2...3 раза.

3. Данная профильная модификация зубьев позволяет в процессе эксплуатации уменьшить ударное нагружение и осуществить плавное зацепление зубьев, что приводит к улучшению виброакустических характеристик зубчатой передачи.

4. Анализ предварительно выполненных исследований указывает на возможность повышения эффективности рассматриваемой зубчатой передачи заменой начального линейного контакта точечным контактом. В связи с этим, в последующем целесообразно провести исследование зубчатой передачи с пространственной точечной системой зацепления зубьев.

Список литературы: 1. Попов А.П. Контактная прочность зубчатых механизмов. – Николаев: Изд-во НУК, 2008. – 580с. 2. Попов А.П. Нагрузочная способность энкайтных зубчатых передач по контактному напряжению // Вестн. Национал. Техн. Университета "ХПИ". – Харьков, 2004. – № 30 – С.61–68. 3. Попов А.П. Нагрузочная способность зацепления Попова А.П. по контактному напряжению // Сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф. – Харьков, 2003. – С.95–104. 4. Попов А.П., Кипреев Ю.Н. Снижение виброакустических характеристик зубчатых передач // Сб. трудов XV Междунар. науч.-техн. конф. "Машиностроение и техносфера XXI века". – Донецк, 2008. – Т.3. – С.104–109. 5. Патент 84606 на винахід. Україна. Зубчаста передача з рівномірним зацепленням евольвентних зубів / О.П. Попов (Україна). – а200611795; Заявл. 09.01.06; Опубл. 10.11.08. Бюл. №21. 6. Патент 81008 на винахід. Україна. Зубчаста передача Попова О.П. з точковою і двопарною системою зацеплення евольвентних зубів / О.П. Попов (Україна). – а200507850; Заявл. 08.08.05; Опубл. 21.11.07. Бюл. №19. 7. Патент 29612 на корисну модель. Україна. Зубчаста передача з точковою і трипарною системою зацеплення евольвентних зубів / О.П. Попов (Україна). – а200706154; Заявл. 04.06.07; Опубл. 25.01.08. Бюл. №2. 9. Патент 35343 на корисну модель. Україна. Зубчаста передача з точковою і чотирипарною системою зацеплення евольвентних зубів / О.П. Попов, Ю.М. Кипреев (Україна). – 200805267; Заявл. 22.04.08; Опубл. 10.09.08. Бюл. №17.

Поступила в редколлегию 01.06.09

УДК 621.833.031

А.Г. ПРИЙМАКОВ, к.т.н., профессор ХГТУСА, г. Харьков
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доцент НТУ "ХПИ", г. Харьков

САМОРЕГУЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ РАЗРУШЕНИЯ ЗУБЧАТЫХ ПАР С ПОЗИЦИЙ ТЕОРИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ

У статті автори розглядають створення загальної методології використання теорії поверхневої міцності стосовно явищ саморегулювання процесів руйнування зубчастих пар під час експлуатації і на стадії проектування.

In the article authors consider the common methodology creation of the use of superficial durability theory in relation to the self-regulation phenomena of toothed pair destruction processes during exploitation and on the stage of planning.

Введение. Теория поверхностной прочности (ПП) представляет собой универсальный и достаточно точный [1...4] инструмент синергетики – науки о структурной приспособляемости вторичных структур триботехнических систем (ТС), например, зубчатых пар.

Целью данной статьи авторы предполагают создание общей методологии использования теории ПП применительно к явлениям саморегулирования процессов разрушения зубчатых пар во время эксплуатации и на стадии проектирования.

1. Явление саморегулирования процессов разрушения зубчатых пар. Явление саморегулирования процессов разрушения и восстановления вторичных структур выявлены с помощью методов электрохимического потенциала, электронной микроскопии, калориметрирования, изменения электромагнитных параметров поверхностных слоев [1]. Закономерности этого явления состоят в свойстве термодинамической системы трения (начиная с момента окончания приработки – после периода релаксации) поддерживать сколь угодно долго стационарность всех термодинамических и структурных параметров.

В результате исследований были установлены явления стационарности и минимальности теплового потока [1, 2] (рисунок 1), стационарности установившейся относительной площади вторичных структур и субмикрорельефа [2, 3], стационарности электродного потенциала, определяющего физико-химическую активность поверхности [1]. Эти явления объясняют известный факт стационарности микрорельефа (исследования М.М. Хрущева и П.Е. Дьяченко).

В результате исследования механизма нормального износа и условий возникновения повреждаемости установлены следующие основные условия

нормального износа. Динамическое равновесие процессов разрушения и восстановления вторичных структур при неизменных параметрах трения (нагрузках, скоростях, средах и т.п.) реализуется при условии $v_p'' = v_b''$, где v_p'' – скорость разрушения вторичных структур и v_b'' – скорость их восстановления.

Метаустойчивое состояние поверхности трения как следствие динамического равновесия достигается в тех случаях, когда $S_{пл} = \text{const}$, где $S_{пл}$ – суммарная площадь поверхности трения, покрытая пленкой вторичных структур при неизменных параметрах трения.

Устойчивость динамического равновесия ($v_p'' = v_b''$) в некотором диапазоне параметров трения материалов и условий среды достигается, если $p < p_{кр}^{v_i}$, C_i ; $v < v_{кр}^{p_i}$, C_i ,

где $p_{кр}^{v_i}$, C_i – критические значения нагрузки для некоторого фиксированного значения скорости v_i и параметров трения C_i ; $v_{кр}^{p_i}$, C_i – критические значения скорости для некоторого фиксированного значения нагрузки p_i и параметров C_i . Причем в этом диапазоне v , C , p заданному изменению параметров соответствует определенное время переходного процесса.

Приведенные закономерности, подтверждаемые экспериментально, позволяют прийти к заключению о наличии явления саморегулирования при износе металлов [1].

Для рассмотрения механизма саморегулирования процессов разрушения и восстановления вторичных структур физическая модель нормального износа была описана структурной схемой.

Процесс, происходящий в тончайших поверхностных слоях, условно может быть разделен на три этапа: 1) деформирование и активация; 2) образование вторичных структур; 3) разрушение вторичных структур.

Работа связей вызывает пластическое деформирование тонких слоев металла. При этом плотность несовершенств достигает значений насыщения. Термодинамически неустойчивое состояние металла в процессе деформирования вызывает его резкую активацию. Материальный контакт активированного слоя и имеющихся в зоне трения активных компонентов среды (в частности, кислорода) приводит к их физико-химическому взаимодействию – образованию вторичных структур. В результате многократного нагружения и

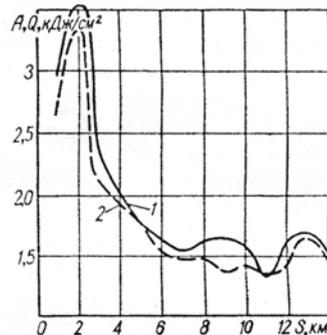


Рисунок 1 – Зависимость энергетических соотношений от пути трения s для пары трения медь-медь при $p=1,1$ МПа, $v=0,34$ м/с в поверхностно-активной среде:
1 – затраченная работа;
2 – выделившаяся теплота

наличия внутренних напряжений в пленке вторичных структур происходит образование и развитие микротрещин, а на поверхности раздела пленки и основного металла – ослабление связей и отслаивание пленки. Последующие механические воздействия приводят к разрушению и уносу пленки. На обнаженных (ювенильных) участках процесс повторяется. Вследствие неравномерности нагружения и неоднородности характеристик пленки на поверхности контакта одновременно присутствуют все три фазы описанного процесса.

Рассмотренная физическая модель может быть представлена структурной схемой (рисунок 2,а), в которой приняты следующие обозначения: S – общая площадь контакта; $S_{пл}$ – площадь, покрытая пленкой; S_p – часть $S_{пл}$, подвергающаяся разрушению; S_b – часть ювенильной поверхности, на которой произошло восстановление пленки; z – толщина пленки; $i=kzS_p$ – скорость износа; k – коэффициент пропорциональности; ε – рассогласование, равное площади обнаженной поверхности в каждый момент времени, т.е. $E=S_p-S_b$; нагрузка p и скорость скольжения v объединены в один вектор (q).

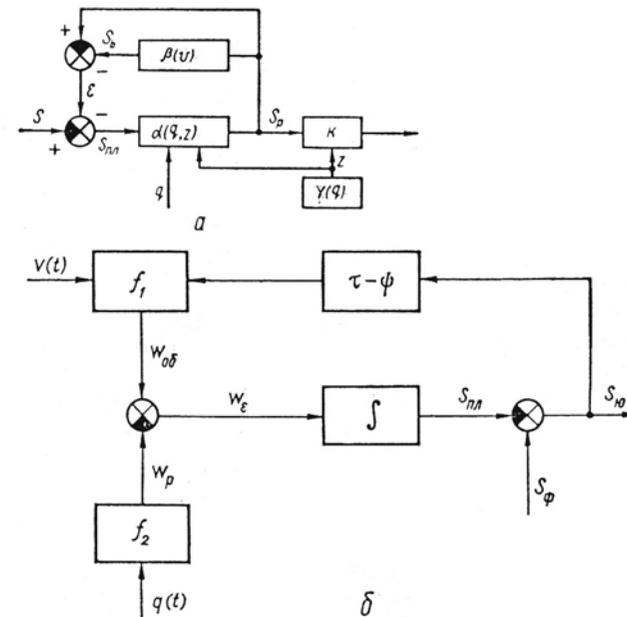


Рисунок 2 – Структурная схема саморегулирования процессов при изнашивании металлов (а) и взаимодействия металлов и среды в зоне трения (б)

В результате деформирования при наличии активной среды (в частности, кислорода) поверхность контакта покрывается пленкой. Но под действием механических возмущений (вектор q) часть пленки разрушается. Причем площадь, на которой произошло разрушение, зависит от прочности, а следо-

вательно, и от толщины пленки z , поэтому $S_p = \alpha(q, z)S_{пл}$ (блок $\alpha(q, z)$).

На каждом элементарном участке моменты разрушения и восстановления пленки разделены отличным от нуля отрезком времени, что обусловлено дискретностью контакта и конечностью скорости скольжения. Таким образом, в каждый момент времени восстановление пленки происходит только на части ювенильной поверхности. Считая параметр, характеризующий дискретность контакта при установившемся износе, постоянным, получаем $S_b = \beta(v)S_p$, где $\beta(v) \leq 1$ (блок $\beta(v)$).

Термодинамически устойчивым является состояние, когда вся поверхность контакта покрыта пленкой, поэтому $\varepsilon \rightarrow 0$. Но вследствие задержки в восстановлении пленки выполняется только условие $\varepsilon = \varepsilon_0 > 0$, что соответствует динамическому равновесию процессов разрушения и восстановления пленок вторичных структур. Толщина разрушаемой пленки является функцией вектора q (блок $\gamma(q)$).

Структурной схеме соответствует следующая система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} S_{пл} &= S - \varepsilon; \\ \varepsilon &= S_p - S_b; \\ S_p &= \alpha_1(q)S_{пл}; \\ S_b &= \beta(v)S_p; \\ i &= kzS_p; \\ z &= \gamma(q), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где $\alpha_1(q) = \alpha[q, z(q)]$. Поэтому можно записать

$$i = \frac{kS_\gamma(q, \bar{C})\alpha_1(q, \bar{C})}{1 + \alpha_1(q, \bar{C})[1 - \beta(v, \bar{C})]}. \quad (2)$$

В этом выражении участвует в явном виде вектор \bar{C} , компонентами которого являются параметры материалов и рабочих сред. Используя \bar{C} , можно получить закономерности для расчета нормального износа в зависимости от условий нагружения и среды.

Для описания кинетических закономерностей явлений СП и процессов трения и износа при переменных воздействиях разработана динамическая модель саморегулирования (рисунок 2,б) [4, 5, 6].

Для аналитического описания рассматриваемой физической модели приняты следующие обозначения: S_ϕ – площадь фактического контакта; $S_{ю}$ – площадь ювенильных участков на поверхности фактического контакта, образующихся в результате разрушения и уноса пленок; W_p – скорость раз-

рушения пленок (уменьшение площади пленок в единицу времени); $W_{об}$ – скорость образования пленок (увеличение их площади в единицу времени); $q(\tau)$ – обобщенный параметр нагружения, зависящий от величины удельной нагрузки $p(\tau)$; f_1 и f_2 – функции, выражающие зависимости скоростей образования и разрушения пленок вторичных структур от соответствующих параметров; ψ – время между моментами разрушения и уноса пленок (образования ювенильных участков) и возникновения новых пленок на этих участках. Параметр ψ характеризуется, главным образом, проникающей способностью среды и скоростью физико-химического взаимодействия среды и ювенильной поверхности металла. Рассматриваемой физической модели соответствуют следующие уравнения:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_{пл}}{d\tau} &= W_{об}(\tau) - W_p(\tau) = W_\varepsilon(\tau); \\ W_{об}(\tau) &= f_1[v(\tau), S_{ю}(\tau - \psi)]; \\ W_p(\tau) &= f_2[q(\tau)]; \\ S_{ю}(\tau) &= S_\phi - S_{пл}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Скорость образования пленок пропорциональна скорости скольжения и площади, на которой возможно их образование и может быть записана в виде $W_{об} = kW(\tau)S_{ю}(\tau - \psi)$, где k – коэффициент интенсивности образования пленок. Учитывая независимость механических воздействий – удельной нагрузки и скорости перемещения – можно записать, что $W_p[q(\tau)] = a_1v(\tau) + a_2p(\tau)$, где a_1 и a_2 – коэффициенты, зависящие от прочности пленок.

Таким образом, процесс образования и разрушения вторичных структур описывается дифференциальным уравнением первого порядка с запаздывающим аргументом

$$\frac{dS_{пл}}{d\tau} + kv(\tau)S_{пл}(\tau - \psi) = v(\tau)(kS_\phi - a_1) - a_2p(\tau). \quad (4)$$

которое при $p, v = \text{const}$ описывает состояние саморегулирования и стационарности процессов разрушения и образования пленок вторичных структур [7, 8].

2. Исследование переходных процессов при изменении условий нагружения. Исследование установившихся режимов динамического равновесия позволяет определить закономерности одновременного протекания процессов разрушения и восстановления вторичных структур при неизменном соотношении интенсивностей этих процессов. Изучение переходных процессов, возникающих при изменении параметров нагружения, дает возможность исследовать процессы разрушения и восстановления при различных соотно-

шениях их интенсивностей и, таким образом, предоставляет возможность их дифференцированного изучения. Кроме того, исследование переходных процессов важно в связи с тем, что в реальных условиях эксплуатации машин узлы трения работают при изменяющихся режимах нагружения.

Рассмотрим протекание процессов разрушения и трансформации поверхностных слоев металла при скачкообразном изменении параметров нагружения. Как показано выше, электродный потенциал поверхностей трения определяется площадью пассивирующих вторичных структур. Поэтому изменение электродного потенциала во времени, как при установившихся режимах, так и при переходных процессах, характеризует соотношение процессов разрушения и восстановления вторичных структур, протекающих одновременно. Схема изменения электродного потенциала во времени при изменении p или v приведена на рисунке 3.

При приложении нагрузки происходит резкое отрицательное смещение электродного потенциала φ , а затем его плавное возрастание (облагораживание) до определенного значения $\varphi_{уст}$, при котором потенциал устанавливается. В качестве основных параметров переходного процесса выбраны: время до установления потенциала $\tau_{уст}$, максимальное смещение потенциала по отношению к установившемуся значению $\Delta\varphi$, угловая характеристика времени начального срыва потенциала α .

Для исследования установившихся режимов и переходных процессов было проведено пять серий опытов: скачкообразное (последовательное) увеличение нагрузки соответственно на 0,30; 0,45; 0,50; 0,90; 1,05 МПа (большие скачки); скачкообразное изменение скорости скольжения на величины от 0,1 до 1,8 м/с; скачкообразное уменьшение нагрузки до значений $p=0,15$ МПа и $p=0$ (остановка); скачкообразное уменьшение скорости до нуля (остановка).

На рисунке 4 представлены зависимости изменения установившегося значения электродного потенциала от нагрузки и скорости скольжения.

При неизменных установившихся значениях p и v имеет место динамическое равновесие процессов разрушения и восстановления вторичных структур. При этом параметр равновесия – метастабильная площадь вторичных структур – определяется режимами нагружения. Это оказывается справедливым только в определенном диапазоне p и v , в котором процессы разрушения локализованы в слоях вторичных структур. При значениях нагрузок и скоростей выше критических возникают процессы схватывания и разрушения ме-

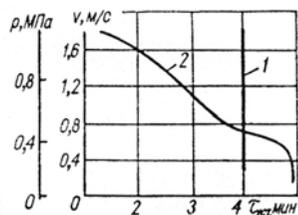


Рисунок 3 – Время восстановления электродного потенциала после различных режимов нагружения:

1 – при изменении удельной нагрузки; 2 – при изменении скорости скольжения

талла, что выражается в неустойчивости электродного потенциала.

При сравнении кривых 2 и 3 видно, что равновесие зависит также и от предшествующих условий нагружения. При малых последовательных скачках смещение потенциала меньше, что может быть объяснено меньшей скоростью разрушения вторичных структур, т.е. прочность вторичных структур при более плавном нагружении оказывается выше, чем при резком нагружении до одинаковых значений нагрузки.

На рисунке 5 представлены переходные процессы в зависимости от перегрузок при малых (а) и больших (б) скачках p .

При всех перегрузках, не превышающих критические, максимальное отрицательное смещение электродного потенциала не превышает значений, соответствующих установившемуся потенциалу, при котором еще не возникает схватывание.

Параметр α является, в основном, характеристикой процесса разрушения вторичных структур в момент возникновения перегрузок и непосредственно связан с механическими свойствами вторичных структур. Параметры $\Delta\varphi$ и $\tau_{уст}$ характеризуют соотношение интенсивности процессов разрушения и восстановления вторичных структур.

Из графика изменения электродного потенциала на образцах, покрытых пленками естественных окислов (кривая 2) и вторичных структур трения (кривая 1) (рисунок 6), при приложении одинаковых нагрузок следует, что прочностные характеристики вторичных структур при нагружении трением значительно выше.

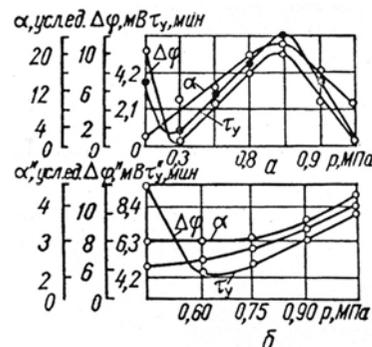


Рисунок 5 – Характеристики переходных процессов в зависимости от перегрузок

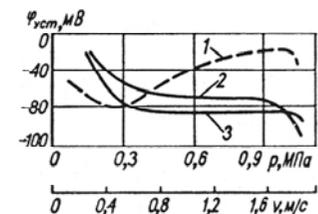


Рисунок 4 – Зависимость электродного потенциала от скорости скольжения (1) и удельной нагрузки, изменяющейся большими (3) и малыми (2) скачками

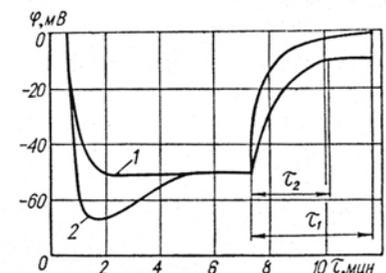


Рисунок 6 – Смещение электродного потенциала во времени при изменении типа пленок на поверхностях трения

Выводы.

1. Произвольную зубчатую пару следует рассматривать как открытую трибосистему, работающую в условиях абразивного изнашивания.

2. При определении параметров трения (качения и скольжения) в зубчатом зацеплении следует учитывать явления саморегулирования процессов разрушения и переходные процессы при изменении условий нагружения, а также параметры этих явлений.

3. Теория поверхностной прочности позволяет более качественно подойти к выбору материалов зубчатых пар и назначению их допускаемых контактных напряжений.

4. В статье показано, что зарождение трещин и потеря выносливости зубчатых пар происходит в поверхностном слое пятна контакта при одновременной максимизации контактного давления $p_{кр}$, скорости скольжения в зацеплении V , а также установившегося значения электродного потенциала $\varphi_{уст}$, толщины вторичных структур z и высоты микронеровностей R_a .

5. Теория поверхностной прочности хорошо согласуется с теорией износостойкой выносливости, по крайней мере, в вопросе прогнозирования выносливости износоконтактных трибосистем, например, зубчатых пар.

Список литературы: 1. Костецкий Б.И., Носовский И.Г., Караулов А.К. и др. Поверхностная прочность материалов при трении. – Киев: Техника, 1976. – 296с. 2. Расчет износостойкости трущихся поверхностей машин / Под. ред. А.А. Благодрава. – М.: ВНИИМАШ, 1972. – 296с. 3. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Теорія зносостійкої витривалості та її застосування в машинобудуванні. – Харків: Оберіг, 2009. – 386с. 4. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О., Приймаков Г.О. Експериментально-аналітичне визначення параметрів зношування та витривалості авіаційних матеріалів // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Динамика и прочность машин". – Харьков, 2004. – №3. – С.127–133. 5. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Статистична модель поверхневого деформування трибосполучень // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2008. – Вып.1(52). – С.88–103. 6. Приймаков О.Г. Витривалість авіаційних конструкцій та її прогнозування на прикладі зубчастих передач // Вестник НТУ "ХПИ". Тем. вып. "Технологии в машиностроении". – Харьков, 2002. – №10. – С.85–97. 7. Приймаков О.Г., Градиський Ю.О. Експериментальне дослідження інтенсивності зношування та пов'язаного з ним напружено-деформованого стану визначальних пар тертя в середньому машинобудуванні // Вестник науки и техники. – 2005. – №4(21). – С.19–28. 8. Иванова В.С. Синергетика: Прочность и разрушение металлических материалов. – М.: Наука, 1992. – 160с.

Поступила в редколлегию 15.05.2009

УДК 621.01.(833)

Х.С. САМИДОВ, д.т.н., проф., зав. кафедрой АзАСУ
Ф.Ф. АГАЕВ, асп. АзАСУ

СОСТАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СЛОЖНЫХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

У роботі ставиться завдання про складання динамічної моделі головного приводу токарного патронно-центрального верстата 1М63БФ30С1 з оперативною системою управління (ОСУ).

In this work a task is put about drafting of dynamic model of main drive of cartridge-central lathe with operative control the system (WASP).

Зубчатые передачи (простые и планетарные) являются наиболее распространенными видами передач, используемых в приводах современных машин различного назначения. Достоверность динамического расчета привода машин во многом зависит от адекватности выбранных динамических моделей зубчатых передач.

Адекватная динамическая модель зубчатой передачи должна удовлетворять двум основным требованиям: обеспечивать правильное качественное и количественное отображение динамических процессов исследуемой системы и количественное описание этих процессов с принятой степенью точности. Выбор адекватной динамической модели не является однозначным, поскольку число факторов, которые могут быть учтены при динамической схематизации реальной машины, формально не ограничено. Поэтому, при решении практических инженерных задач используются оптимальной адекватной модели машин. Под оптимальной адекватной или корректной, динамической моделью понимается максимальная простая модель, удовлетворяющая выше указанным двум требованиям адекватности.

В настоящей работе ставится задача о составлении динамической модели главного привода токарного патронно-центрального станка 1М63БФ30С1 с оперативной системой управления (ОСУ). В главной привод данного станка входят: источник движения – асинхронный электродвигатель типа 4А16ОМЧУЗ мощностью 18,5кВт с частотой вращения 1465 об/мин, коробка скоростей, коробка передач, клиноременная передача и рабочие машины – шпиндельный узел и суппорт (рисунок 1). При составлении динамической модели учитываются распределенные и сосредоточенные массы движущихся деталей главного привода станка, крутильная и изгибная податливостей валов и приведенная к крутильной контактная податливость шлицевых, шпоночных соединений и зубчатых передач.

Ниже дано краткое описание последовательности составления динамической модели главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ.

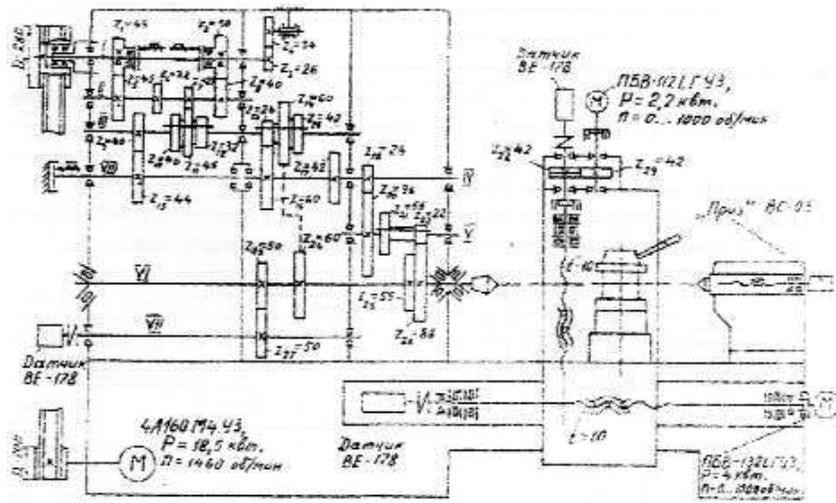


Рисунок 1 – Кинематическая схема токарного патронно-центрового станка 1М63БФ30С1 с ОСУ

1. Определение масс и моментов инерции. Моменты инерции и массы деталей машин определяются аналитическим, графоаналитическим и экспериментальными методами [5, 6, 7, 8, 9].

Большинство деталей приводов металлорежущих станков имеют цилиндрическую форму, поэтому их величины определяли аналитическим методом. В справочной литературе, например [8], приводятся формулы и таблицы для определения масс и моментов инерции вращающихся тел различной конфигурации.

Моменты инерции некруглых деталей и узлов машин относительно их центров тяжести определялись по формуле

$$J_T = \sum m_i \left(\frac{b_i^2 + \ell_i^2}{12} + r_i^2 \right),$$

где m_i, b_i, ℓ_i – масса, высота и длина i -го, элемента; r_i – расстояние между центрами тяжести i -го элемента всего тела.

В таблице 1 внесены значения моментов инерции валов и насаженных на них деталей главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ при частоте вращения шпинделя $n_{шпн}=200$ об/мин.

2. Определение усилий, действующие на детали главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ (рисунок 2). Сделав кинестатический расчет определили усилия, действующие на зубчатые колеса и на опоры валов главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ. Результаты расчета внесены в таблицы 2 и 3.

Таблица 1 – Момент инерции и податливости деталей главного привода токарного

патронно-центрового станка 1М63БФ30С1 с ОСУ при $n_{шпн}=200$ об/мин

Вал	Участок вала	Момент инерции, 10^4 Нм^2	Крутильная податливость валов, 10^7 рад/Нм	Крутильная податлив. от конт. деформ. шпон. и шлиц. соединений, 10^7	Крутильная податлив. от изгиб валов, деформ. опор и зубч. передач, 10^7 рад/Нм	Суммарная крутиль. податл. 10^7 рад/Нм	Приведенная крутильная податливость в % от суммарного		
							От кручения валов	От конт. деформ. шпон. и шлиц. соединений	От изгиба валов, деформ. опор и зубч. передач
I	1	6122,2	212,4	1048,0	28,6	1289,0	16,5	81,3	2,2
	2	25,9	104,8	312,7	44,6	431,1	788,4	39,7	5,7
III	1	121,4	--	--	--	405,6	42,8	27,5	29,7
	2	288,1	173,7	111,4	120,5	1297,3	27,0	12,6	60,4
V	1	136,8	--	--	--	216,5	99,2	0,7	0,1
	2	605,7	214,7	1,6	0,2	783,5	30,5	68,5	1,0
VI	1	1477,1	--	--	--	20	100	--	--
	2	6660,3	5,3	9,3	0,2	373,52	100	--	--
	3	1548,0	0,8	4,4	0,2	100	--	--	--
VII	1	177,3	--	--	--	50,8	28,0	21,2	
	2	3,6	373,5	--	--				

3. Определение прогибов валов под зубчатыми колесами. На рисунке 3 заимствованной из работы [2], изображена в искаженном масштабе искривленная ось балки, заделанной одним концом и нагруженной на другом конце силой P . Центр тяжести O какого либо сечения с абсциссой z перемещается в точку O_1 . Перемещение OO_1 центра тяжести сечения по направлению, перпендикулярному к оси балки, называется прогибом балки в этом сечении и обозначается буквой f . Угол θ , на который каждое сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению называется углом поворота сечения.

Исходя из рисунка 3, уравнение изогнутой балки, будет $y=F(z)$ или $f=F(z)$. Тангенс угла θ , образованного касательной к кривой с осью, равен $\text{tg } \theta = df/dr$. Так как углы поворота валов зубчатых передач бывают очень малыми углами ($\theta \leq 1^\circ$), то принимают $\text{tg } \theta \approx \theta = df/dr$.

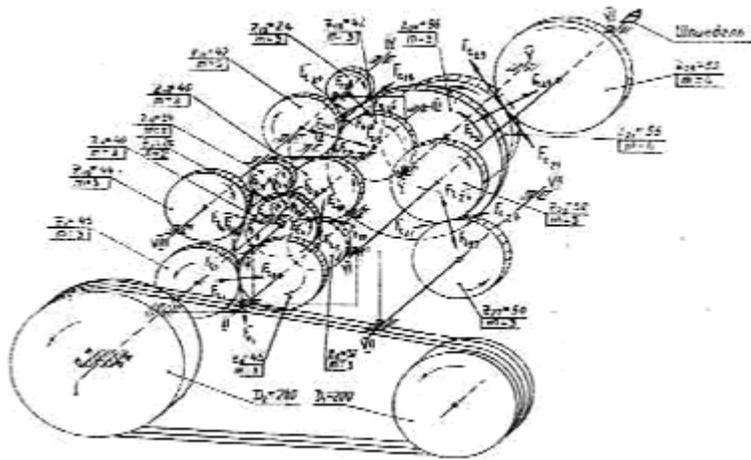


Рисунок 2 – Силы в зацеплениях коробки скоростей станка 1М63БФ30С1 с ОСУ при $n_{шпн}=200$ об/мин

Таблица 2 – Силы, действующие на зубчатые колеса главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ (P – окружное, T – радиальное, Q – осевое усилия), Н

Частота вращения шпинделя, об/мин	Вал I		Вал II		Вал III		Вал IV		Вал V		Вал VI		Вал VII		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
50	$P_1=5055$ $T_1=-1840$ $Q_1=0$	$P_2=5055$ $P'_2=-6980$ $T_2=1840$ $T'_2=-2541$ $Q_2=0$	$P_3=6980$ $P'_3=-10767$ $T_3=2541$ $T'_3=-7360$ $Q_3=0$	$P_4=-10767$ $P'_4=20217$ $T_4=3919$ $T'_4=-3919$ $Q_4=0$	$P_5=-20217$ $P'_5=-28195$ $T_5=-7360$ $T'_5=-10798$ $Q_5=0$	$P_6=28195$ $P'_6=26750$ $T_6=10798$ $T'_6=10245$ $Q_6=9164$ $Q'_6=-8694$									50
100	$P_1=5055$ $T_1=-1840$ $Q_1=0$	$P_2=5055$ $P'_2=-4653$ $T_2=1840$ $T'_2=-1694$ $Q_2=0$	$P_3=4653$ $P'_3=5400$ $T_3=1694$ $T'_3=-1966$ $Q_3=0$	$P_4=-5400$ $P'_4=10100$ $T_4=1966$ $T'_4=3676$ $Q_4=0$	$P_5=-10100$ $P'_5=13000$ $T_5=-3676$ $T'_5=-4980$ $Q_5=4220$	$P_6=13000$ $P'_6=12471$ $T_6=4980$ $T'_6=4776$ $Q_6=-4220$ $Q'_6=-4052$									100
200	$P_1=5055$ $T_1=-1840$ $Q_1=0$	$P_2=-5055$ $P'_2=-6980$ $T_2=1840$ $T'_2=-2541$ $Q_2=0$	$P_3=6980$ $P'_3=10767$ $T_3=2541$ $T'_3=-3919$ $Q_3=0$	$P_4=-6980$ $P'_4=10767$ $T_4=3919$ $T'_4=-3919$ $Q_4=0$	$P_5=10767$ $P'_5=7255$ $T_5=3919$ $T'_5=2778$ $Q_5=2358$	$P_6=7255$ $P'_6=6880$ $T_6=2778$ $T'_6=26355$ $Q_6=-2358$ $Q'_6=-2236$									200

Продолжение таблицы 2

1	2	3	4	5	6	7	8	
315	$P_1=5055$ $T_1=-1840$ $Q_1=0$	$P_2=-5055$ $P'_2=-4653$ $T_2=1840$ $T'_2=-1694$ $Q_2=0$	$P_3=4653$ $P'_3=5400$ $T_3=1694$ $T'_3=-1966$ $Q_3=0$	$P_4=-5400$ $P'_4=10100$ $T_4=1966$ $T'_4=3676$ $Q_4=0$	$P_5=-10100$ $P'_5=13000$ $T_5=-3676$ $T'_5=-4980$ $Q_5=4220$	$P_6=13000$ $P'_6=12471$ $T_6=4980$ $T'_6=4776$ $Q_6=-4220$ $Q'_6=-4052$	$P_7=3695$ $P'_7=3417$ $T_7=1404$ $T'_7=1309$ $Q_7=-1200$ $Q'_7=-1110$	315

Таблица 3 – Опорные реакции валов главного привода станка 1М63БФ30С1, Н

Частота вращения шпинделя, об/мин	Вал I		Вал II		Вал III		Вал IV		Вал V		Вал VI		Вал VII		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
50	$P_{Ax}=-2100$ $P_{Ay}=5538$ $P_A=5983$ $P_{Bx}=-2955$ $P_{By}=-405$ $P_B=2983$	$P_{Fy}=7321$ $P_{Fz}=1138$ $P_F=7409$ $P_{Dx}=4714$ $P_{Dy}=-417$ $P_D=4732$	$P_{Cx}=-5046$ $P_{Cy}=-63587$ $P_C=8122$ $P_{Ex}=-5356$ $P_{Ey}=23503$ $P_E=24100$	$P_{Kx}=-1260$ $P_{Ky}=-7186$ $P_K=7300$ $P_{Ix}=-8190$ $P_{Iy}=-4073$ $P_I=9149$	$P_{Ox}=7345$ $P_{Oy}=15742$ $P_O=17350$ $P_{IIX}=-6110$ $P_{Ily}=21800$ $P_{II}=22650$	$P_{3x}=-28902$ $P_{3y}=19890$ $P_{3z}=17410$ $P_{3x}=35080$	$P_{IIIx}=4037$ $P_{IIIy}=-854$ $P_{III}=4118$ $P_{IIIX}=-22613$ $P_{IIy}=11182$ $P_{IIF}=25220$								
100	$P_{Ax}=-2076$ $P_{Ay}=6074$ $P_A=6419$ $P_{Bx}=-2924$ $P_{By}=-484$ $P_B=2964$	$P_{Fy}=4043$ $P_{Fz}=31$ $P_F=4043$ $P_{Dx}=5610$ $P_{Dy}=43$ $P_D=5611$	$P_{Cx}=1968$ $P_{Cy}=2827$ $P_C=3445$ $P_{Ex}=4205$ $P_{Ey}=10932$ $P_E=11713$	$P_{Kx}=-570$ $P_{Ky}=3472$ $P_K=3518$ $P_{Ix}=-4130$ $P_{Iy}=-1970$ $P_I=4576$	$P_{Ox}=3880$ $P_{Oy}=7583$ $P_O=8518$ $P_{IIX}=-2546$ $P_{Ily}=10300$ $P_{II}=10621$	$P_{3x}=-1372$ $P_{3y}=9303$ $P_{3z}=8279$ $P_{3x}=16617$	$P_{IIIx}=1430$ $P_{IIIy}=-20$ $P_{III}=1431$ $P_{IIIX}=10044$ $P_{IIy}=5630$ $P_{IIF}=11514$								
200	$P_{Ax}=-2100$ $P_{Ay}=5538$ $P_A=5983$ $P_{Bx}=-2955$ $P_{By}=-405$ $P_B=2983$	$P_{Fy}=7321$ $P_{Fz}=1138$ $P_F=7409$ $P_{Dx}=4714$ $P_{Dy}=-417$ $P_D=4732$	$P_{Cx}=-5379$ $P_{Cy}=-2738$ $P_C=6037$ $P_{Ex}=-3620$ $P_{Ey}=4926$ $P_E=6340$	$P_{Kx}=-1260$ $P_{Ky}=-7186$ $P_K=7300$ $P_{Ix}=-8190$ $P_{Iy}=-4073$ $P_I=9149$	$P_{Ox}=8748$ $P_{Oy}=-785$ $P_O=8786$ $P_{IIX}=2868$ $P_{Ily}=4879$ $P_{II}=5660$	$P_{3x}=-7456$ $P_{3y}=5332$ $P_{3z}=4594$ $P_{3x}=9286$	$P_{IIIx}=1003$ $P_{IIIy}=190$ $P_{III}=1021$ $P_{IIIX}=5777$ $P_{IIy}=2528$ $P_{IIF}=6307$								
315	$P_{Ax}=-2076$ $P_{Ay}=6074$ $P_A=6419$ $P_{Bx}=-2924$ $P_{By}=-484$ $P_B=2964$	$P_{Fy}=4043$ $P_{Fz}=31$ $P_F=4043$ $P_{Dx}=5610$ $P_{Dy}=43$ $P_D=5611$	$P_{Cx}=-2086$ $P_{Cy}=-996$ $P_C=2312$ $P_{Ex}=-3589$ $P_{Ey}=896$ $P_E=3700$	$P_{Kx}=-570$ $P_{Ky}=3472$ $P_K=3518$ $P_{Ix}=-4130$ $P_{Iy}=-1970$ $P_I=4576$	$P_{Ox}=4378$ $P_{Oy}=397$ $P_O=4396$ $P_{IIX}=-1458$ $P_{Ily}=2406$ $P_{II}=2813$	$P_{3x}=-3729$ $P_{3y}=2652$ $P_{3z}=2310$ $P_{3x}=4575$	$P_{IIIx}=474$ $P_{IIIy}=-74$ $P_{III}=481$ $P_{IIIX}=2843$ $P_{IIy}=1466$ $P_{IIF}=3225$								

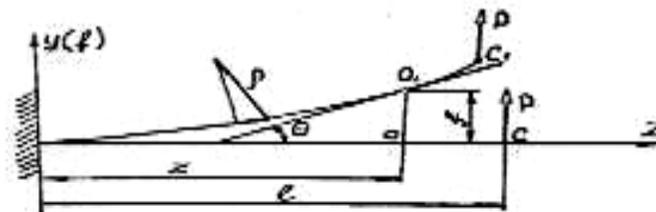


Рисунок 3

Таблица 4 – Прогибы валов там, где зубчатые колеса, мкм

Частота вращения шпинделя, об/мин	Вал I	Вал II	Вал III	Вал IV	Вал V	Вал VI	Вал VII
50	$f_{1x}=46,0$ $f_{1y}=22,5$	$f_{2x}=-37,6$ $f_{2y}=8,4$ $f'_{2/x}=-66,7$ $f'_{2/y}=-2,6$	$f_{3x}=120,0$ $f_{3y}=100,0$ $f'_{3/x}=-13,0$ $f'_{3/y}=-170,0$	$f_{4x}=41,0$ $f_{4y}=25,3$ $f'_{4/x}=112,0$ $f'_{4/y}=56,0$	$f_{5x}=-21,0$ $f_{5y}=-108,0$ $f'_{5/x}=-5,6$ $f'_{5/y}=-103,8$	$f_{6x}=8,6$ $f_{6y}=-8,4$	$f_{7x}=-1,4$ $f_{7y}=0,06$
100	$f_{1x}=45,0$ $f_{1y}=150,0$	$f_{2x}=-86,0$ $f_{2y}=0,0$	$f_{3x}=45,0$ $f_{3y}=72,0$ $f'_{3/x}=-25,0$ $f'_{3/y}=-82,0$	$f_{4x}=20,6$ $f_{4y}=13,3$ $f'_{4/x}=56,0$ $f'_{4/y}=30,9$	$f_{5x}=-10,5$ $f_{5y}=-54,8$ $f'_{5/x}=-2,5$ $f'_{5/y}=-51,9$	$f_{6x}=3,4$ $f_{6y}=-2,4$	$f_{7x}=-0,6$ $f_{7y}=0,03$
200	$f_{1x}=46,0$ $f_{1y}=2,5$	$f_{2x}=-37,6$ $f_{2y}=8,4$ $f'_{2/x}=-66,7$ $f'_{2/y}=-2,6$	$f_{3x}=120,0$ $f_{3y}=100,0$ $f'_{3/x}=-13,0$ $f'_{3/y}=-170,0$	$f_i=0$	$f_{5x}=-8,4$ $f_{5y}=1,1$ $f'_{5/x}=-101,0$ $f'_{5/y}=37,7$	$f_{6x}=2,0$ $f_{6y}=-2,1$	$f_{7x}=-0,4$ $f_{7y}=0,016$
315	$f_{1x}=45,0$ $f_{1y}=150,0$	$f_{2x}=-86,0$ $f_{2y}=0,0$	$f_{3x}=45,0$ $f_{3y}=72,0$ $f'_{3/x}=-25,0$ $f'_{3/y}=-82,0$	$f_i=0$	$f_{5x}=-4,2$ $f_{5y}=0,5$ $f'_{5/x}=-50,5$ $f'_{5/y}=18,8$	$f_{6x}=1,0$ $f_{6y}=-1,0$	$f_{7x}=-0,2$ $f_{7y}=0,01$

Таким образом, задача изучения прогиба валов под зубчатыми колесами сводится к получению уравнения изогнутой оси типа $f=F(z)$. Для этого необходимо записывают дифференциальные уравнения изогнутых осей соответствующих валов и интегрировать их.

В качестве примера определим прогиб III вала главного привода станка 1М63БФ30С1в вертикальной плоскости (ВП) (рисунок 4). Начало координат назначим в точке O_y . Напишем дифференциальные уравнения изогнутой оси вала и интегрируем их.

Первый участок, $0 \leq z_1 \leq l_9$:

$$EJ \frac{d^2 f_1}{dz_1^2} = P'_{oy} z_1; \quad EJ \frac{df_1}{dz_1} = -P'_{oy} \frac{z_1^2}{2} + c_1; \quad EJ f_1 = -P'_{oy} \frac{z_1^3}{6} + c_1 z_1 + D_1.$$

Второй участок, $0 \leq z_2 \leq l_8 + l_9$:

$$EJ \frac{d^2 f_2}{dz_2^2} = -P'_{oy} z_2 - (T'_3 + G'_3)(z_2 - l_9); \quad EJ \frac{df_2}{dz_2} = -P'_{oy} \frac{z_2^2}{2} - (T'_3 + G'_3) \frac{(z_2 - l_9)^2}{2} + c_2;$$

$$EJ f_2 = -P'_{oy} \frac{z_2^3}{6} - (T'_3 + G'_3) \frac{(z_2 - l_9)^3}{6} + c_2 z_2 + D_2.$$

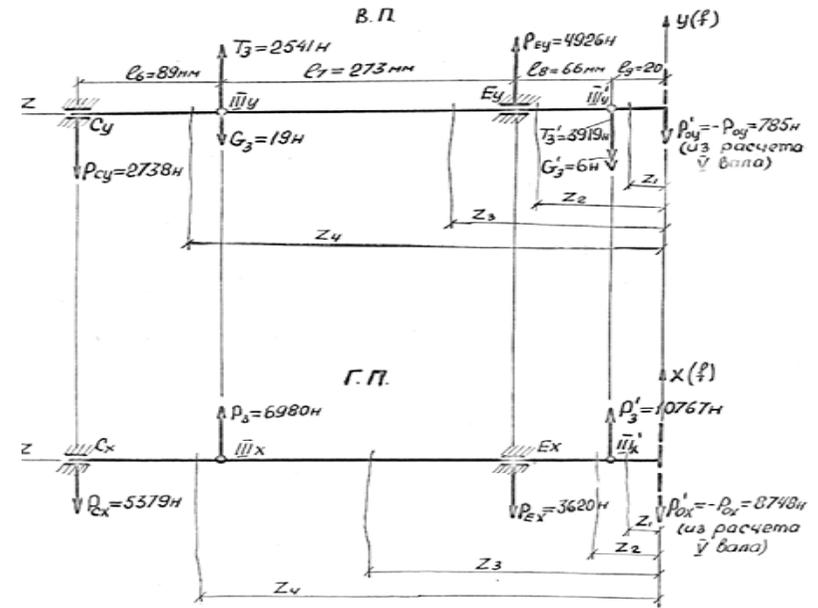


Рисунок 4

Третий участок $0 \leq z_3 \leq l_7 + l_8 + l_9$:

$$EJ \frac{d^2 f_3}{dz_3^2} = -P'_{oy} z_3 - (T'_3 + G'_3)(z_3 - l_9) + P_{Ey}(z_3 - l_9 - l_8);$$

$$EJ \frac{df_3}{dz_3} = -P'_{oy} \frac{z_3^2}{2} - (T'_3 + G'_3) \frac{(z_3 - l_9)^2}{2} + P_{Ey} \frac{(z_3 - l_9 - l_8)^2}{2} + c_3;$$

$$EJ f_3 = -P'_{oy} \frac{z_3^3}{6} - (T'_3 + G'_3) \frac{(z_3 - l_9)^3}{6} + P_{Ey} \frac{(z_3 - l_9 - l_8)^3}{2} + c_3 z_3 + D_3.$$

Четвертый участок $0 \leq z_4 \leq l_6 + l_7 + l_8 + l_9$:

$$EJ \frac{d^2 f_4}{dz_4^2} = -P'_{oy} z_4 - (T'_3 + G'_3)(z_4 - l_9) + P_{Ey}(z_4 - l_9 - l_8) + T_3(z_4 - l_9 - l_8 - l_7) - G_3(z_4 - l_9 - l_8 - l_7);$$

$$EJ \frac{df_4}{dz_4} = -P'_{oy} \frac{z_4^2}{2} - (T'_3 + G'_3) \frac{(z_4 - l_9)^2}{2} + P_{Ey} \frac{(z_4 - l_9 - l_8)^2}{2} + T_3 \frac{(z_4 - l_9 - l_8 - l_7)^2}{2} -$$

$$-G_3 \frac{(z_4 - l_9 - l_8 - l_7)^2}{2} + c_4;$$

Второй участок $0 \leq z_2 \leq l_8 + l_9$:

$$f_{2x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_2^3}{6} + P'_3 \frac{(z_2 - l_9)^3}{6} + c_{IIIx} z_2 + D_{IIIx} \right];$$

$$\theta_{2x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_2^2}{2} - P'_3 \frac{(z_2 - l_9)^2}{6} + c_{IIIx} \right].$$

Третий участок $0 \leq z_3 \leq l_7 + l_8 + l_9$:

$$f_{3x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_3^3}{6} + P'_3 \frac{(z_3 - l_9)^3}{6} - P_{Ex} \frac{(z_3 - l_8 - l_9)^3}{6} + c_{IIIx} z_3 + D_{IIIx} \right];$$

$$\theta_{3x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_3^2}{2} + P'_3 \frac{(z_3 - l_9)^2}{2} - P_{Ex} \frac{(z_3 - l_8 - l_9)^2}{2} + c_{IIIx} \right].$$

Четвертый участок $0 \leq z_4 \leq l_6 + l_7 + l_8 + l_9$:

$$f_{4x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_4^3}{6} - P'_3 \frac{(z_4 - l_9)^3}{6} + P_{Ex} \frac{(z_4 - l_8 - l_9)^3}{6} + P_3 \frac{(z_4 - l_7 - l_8 - l_9)^3}{6} + c_{IIIx} z_4 + D_{IIIx} \right];$$

$$\theta_{4x} = \frac{1}{EJ} \left[-P'_{ox} \frac{z_4^2}{2} + P'_3 \frac{(z_4 - l_9)^2}{2} - P_{Ex} \frac{(z_4 - l_8 - l_9)^2}{2} + P_3 \frac{(z_4 - l_7 - l_8 - l_9)^2}{2} + c_{IIIx} \right].$$

Аналогично проведенному здесь расчеты, нами рассчитаны прогибов во всех валов главного привода станка 1М63БФ30С1 для различных чисел оборотов его шпинделя.

В таблице 4 внесены значения прогибов валов, там где сидят зубчатые колеса для четырех характерных частот вращения шпинделя для данного станка.

4. Определение податливостей (жесткостей) деталей и узлов главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ. Динамическая система приводов станков из-за наличия окружной и распорной сил зубчатых передач является сложной изгибно-крутильной системой. В связи с этим упругие угловые перемещения валов привода сопровождаются изгибом валов, упругим оседанием опор и изгибными и контактными деформациями зубьев колес, что приводит к дополнительным взаимным поворотам зацепляющихся зубчатых колес. Поэтому податливость на кручение ($e_{кр}$) такой системы должна суммироваться с

приведенной эквивалентной крутильной податливостью при изгибе валов и оседании опор ($e_{экр.изг.}$) и собственной податливостью зубчатой передачи ($e_{зп}$), т.е.

$$e = e_{кр} + e_{экр.изг.} + e_{зп}.$$

Вопросам определения податливостей деталей и узлов машин различной конструкции посвящено достаточно много работ [1, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]. В этих работах приводятся аналитические и эмпирические формулы, полученные на основе теории упругости или экспериментального исследования. При помощи этих формул можно рассчитать податливости деталей и узлов машин-зубчатых колес, валов, муфт, подшипников и т.д.

Одним из основных факторов, определяющих количественный и качественный характер крутильного колебания машин, является податливость её деталей и их соединений. Крутильная податливость вала " $e_{кр}$ " на данном участке называется отношение угла закручивания этого участка " φ " к величине скручивающего момента " M ", приложенного на его концах.

$$e_{кр} = \varphi / M, \text{ рад/Нсм.}$$

Податливость есть величина обратная жесткости, $e = 1/c$.

Общая крутильная податливость участка вала находится суммированием податливостей элементов, на которые разбивается данный участок вала по его длине [10]

$$e_{кр} = \sum_1^n e_i + \frac{32}{\pi G} \sum_1^{n-1} x_{i,i+1} = \frac{32}{\pi G} \left[\sum_1^n \frac{k_i l_i}{d_i^4} + \sum_1^{n-1} x_{i,i+1} \right],$$

где n – число элементов участка вала; e_i, l_i – податливость и длина i -го элемента; $x_{i,i+1}$ – поправка, учитывающая увеличение податливости участка вала за счет таких факторов, как переход от вала к ступице и сопряжение элементов различных диаметров; G – модуль сдвига материала; d_i – диаметр i -того элемента вала в см; k_i – коэффициент, учитывающий характер соединения и формы вала.

Для стали, в среднем $\frac{32}{\pi G} = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ см}^2 / \text{Н}$. Это есть коэффициент, ха-

рактеризующей упругие свойства материала на кручение. В таблицу 5 внесены значения крутильных податливостей деталей и узлов главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ.

Эквивалентная крутильная податливость от изгиба валов, деформации опор и зубчатых колес главного привода станка 1М63БФ30С1 находилась следующим образом.

Определение условной (приведенной) нагрузки на подшипниках. Из-за влияния погрешностей изготовления подшипников и несоосности посадочных мест действительные упругие перемещения в опорах бывают несколько больше расчетных [6]. По этому для компенсации этой разницы нами

при расчете упругих перемещений в опорах вместо усилия, действующего на подшипник, подставляется некоторая ее условная (приведенная) нагрузка, подсчитанная по формуле [6]

$$R=[Pk_k+m(A-S)]k_0k_m,$$

где P – расчетная радиальная нагрузка, действующая на подшипника, которая представляет собой суммарную опорную реакцию, в H ; A – расчетная осевая нагрузка на подшипник, H ; S – осевая составляющая реакция наружного кольца подшипника; m – коэффициент приведения осевой нагрузки к радиальной, этот коэффициент зависит от типа и размера подшипника и выбирается по таблице [6]; k_k – коэффициент, учитывающий, какое кольцо (внутреннее или наружное) вращается; k_0 – коэффициент, учитывающий влияние характера нагрузки на долговечность подшипника и выбирается по таблице [6]; k_m – коэффициент, учитывающий влияние температурного режима на работу подшипника, значения которого приведены в таблице [6].

В качестве примера определи условные нагрузки на подшипниках III вала главного привода рассматриваемого станка при $n_{\text{мин}}=100$ об/мин.

Таблица 5 – Значения крутильных податливостей динамической модели станка 1М63БФ30С1 с ОСУ

Вал	Усл. обозн. податлив-востп	Частоты вращения шпинделя, $n_{\text{мин}}$, об/мин								
		12,5	25	50	100	200	315	800	1250	1600
Рем-пер	e'_{01}	1798	1798	1798	1798	1798	1798	1798	1798	1798
I	e'_{12}	16,0	15,3	17,6	41,2	28,6	35,6	44,4	44,4	41,8
	e'_{23}	357,3	357,3	357,3	357,3	357,3	357,3	357,3	357,3	357,3
II	e'_{34}	419,6	529,7	584,0	657,5	431,1	583,5	409,5	404,1	412,6
	e'_{45}	285,1	285,1	285,1	285,1	285,1	285,1	285,1	285,1	285,1
III	e'_{56}	166,5	158,7	248,35	317,0	120,5	123,0	119,0	122,5	135,3
	e'_{67}	513,8	513,8	513,8	513,8	513,8	513,8	513,8	513,8	513,8
IV	e'_{78}	782,8	715,2	341,5	259,9	783,5	816,7	-	-	-
	e'_{89}	216,3	216,2	216,3	216,3	216,3	216,3	-	-	-
V	e'_{910}	15,8	16,3	45,4	12,62	0,2	4,4	-	-	-
	e'_{1011}	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3	5,3
VI	e'_{1112}	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
	e'_{1213}	6,0	6,1	16,8	5,0	0,2	5,3	6,7	8,2	9,1
VII	e'_{1314}	373,5	373,5	373,5	373,5	373,5	373,5	373,5	373,5	373,5

Условные нагрузки на подшипниках III вала при $n_{\text{мин}}=100$ об/мин. В опорах С и Е третьего вала главного привода станка 1М63БФ30С1 состоят подшипники №7309 и № 218. Подшипник №218 является радиальным однородным шарикоподшипником легкой серии. Для этих подшипников осевая сила

равно нулю, т.е. $A=0$.

Полные реакции опор: $P_c=3445$ Н; $P_E=11713$ Н.

Осевая составляющая реакция наружного кольца подшипника №7309 равна: $S_c=1,3P_c \text{tg}\beta=1,3 \cdot 3445 \cdot \text{tg}14^0=1,3 \cdot 3445 \cdot 0,2498=1118$ Н – эта сила передается в опору пятого вала.

Найдем значения условных нагрузок

$$R_c=P_c k_k k_0 k_m = 3445 \cdot 1 \cdot 1,4 \cdot 1,05 = 5064 \text{ Н};$$

$$R_E=P_E k_k k_0 k_m = 11713 \cdot 1 \cdot 1,4 \cdot 1,05 = 17218 \text{ Н}.$$

Аналогично приведенному здесь расчету определили условные (приведенные) силы, действующие на подшипники других валов главного привода станка 1М63БФ30С1 для различных чисел оборотов его шпинделя. Результаты расчета внесены в таблицу 6.

5. Податливость (упругие перемещения) опор валов. Податливость опор, например опор с подшипниками качения определяются суммированием упругих сближений тел качения δ' и колец и контактных деформации δ'' в местах посадки колец на вал и в корпус [6].

В таблицу 7 внесены значения податливостей опор для четырех характерных чисел оборотов шпинделя станка 1М63БФ30С1 с ОСУ.

Таблица 7 – Податливость (упругие перемещения) опор главного привода станка 1М63БФ30С1, мкм

Вал	I	II	III	IV	V	VI	VII
Частота вращ-я шпинделя, об/мин							
50	$\delta_A=23,30$ $\delta_B=28,92$	$\delta_D=45,60$ $\delta_L=38,80$	$\delta_C=49,80$ $\delta_E=106,2$	$\delta_K=25,59$ $\delta_L=28,27$	$\delta_O=96,60$ $\delta_P=69,80$	$\delta_J=187,5$	$\delta_{\text{ш}}=11,00$ $\delta_{\text{и}}=5,57$
100	$\delta_A=25,44$ $\delta_B=30,44$	$\delta_D=8,46$ $\delta_L=34,19$	$\delta_C=21,01$ $\delta_E=62,13$	$\delta_K=12,78$ $\delta_L=14,13$	$\delta_O=47,42$ $\delta_P=32,79$	$\delta_J=87,00$	$\delta_{\text{ш}}=4,99$ $\delta_{\text{и}}=2,54$
200	$\delta_A=23,30$ $\delta_B=28,92$	$\delta_D=45,60$ $\delta_L=38,80$	$\delta_C=35,70$ $\delta_E=39,30$	$\delta_K=0$ $\delta_L=0$	$\delta_O=24,67$ $\delta_P=17,47$	$\delta_J=55,80$	$\delta_{\text{ш}}=2,76$ $\delta_{\text{и}}=1,31$
315	$\delta_A=25,44$ $\delta_B=30,44$	$\delta_D=28,46$ $\delta_L=34,19$	$\delta_C=15,64$ $\delta_E=26,30$	$\delta_K=0$ $\delta_L=0$	$\delta_O=14,25$ $\delta_P=8,68$	$\delta_J=33,80$	$\delta_{\text{ш}}=1,38$ $\delta_{\text{и}}=0,68$

6. Перемещения зубчатых колес, вызванные податливостью опор. Вычисление перемещения зубчатых колес, вызванные податливостью (упругими перемещениями) опор демонстрируем на следующем примере (рисунки 5, 6). Предположим что, в точках С, Д и Е вала с опорами А и В сидят зубчатые колеса и на данный вал действуют силы P_i . Вследствие сил P_i опоры А и В будут деформироваться и вал перейдет от положения I в положение II.

Из подобия треугольников $\Delta A'B''B' \sim \Delta A'D''D'$, $\Delta A'B''B' \sim \Delta A'E''E'$ и $\Delta A'B''B' \sim \Delta A'C''C'$ можно написать

$$\frac{\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A}{l_2 + l_3} = \frac{\bar{\delta}_D - \bar{\delta}_A}{l_2}, \quad \frac{\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A}{l_2 + l_3} = \frac{\bar{\delta}_E - \bar{\delta}_A}{l_2 + l_3 + l_4}, \quad \frac{\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A}{l_2 + l_3} = \frac{\bar{\delta}_C - \bar{\delta}_A}{l_1},$$

или

$$l_2(\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) = \bar{\delta}_D(l_2 + l_3) - \bar{\delta}_A(l_2 + l_3);$$

$$(l_2 + l_3 + l_4)(\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) = \bar{\delta}_E(l_2 + l_3) - \bar{\delta}_A(l_2 + l_3); \quad l_1(\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) = \bar{\delta}_C(l_2 + l_3) - \bar{\delta}_A(l_2 + l_3).$$

Из последних 3-х уравнений найдем

$$\bar{\delta}_D = (\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) \frac{l_2}{l_2 + l_3} + \bar{\delta}_A; \quad \bar{\delta}_E = (\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) \frac{l_2 + l_3 + l_4}{l_2 + l_3} + \bar{\delta}_A;$$

$$\bar{\delta}_C = (\bar{\delta}_B - \bar{\delta}_A) \frac{l_1}{l_2 + l_3} + \bar{\delta}_A,$$

где $\bar{\delta}_D$, $\bar{\delta}_E$ и $\bar{\delta}_C$ – перемещения зубчатых колес (черта показывает векторный характер данной величины), вызванные податливостью опор; $\bar{\delta}_A = e_{OA} \cdot \bar{R}_A$; $\bar{\delta}_B = e_{OB} \cdot \bar{R}_B$; \bar{R}_A , \bar{R}_B – суммарная реакция (условная или приведенная сила) от всех сил на опоре А, В; e_{OA} , e_{OB} – податливость опор А, В.

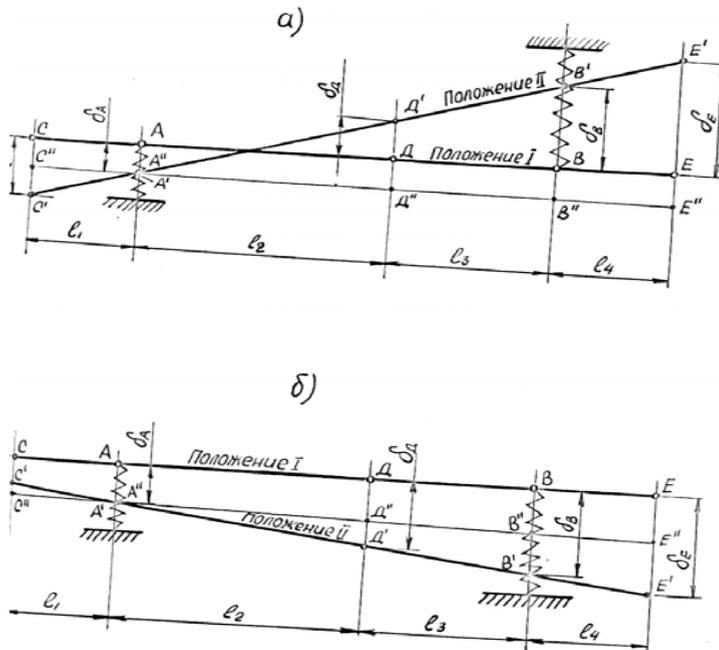


Рисунок 5

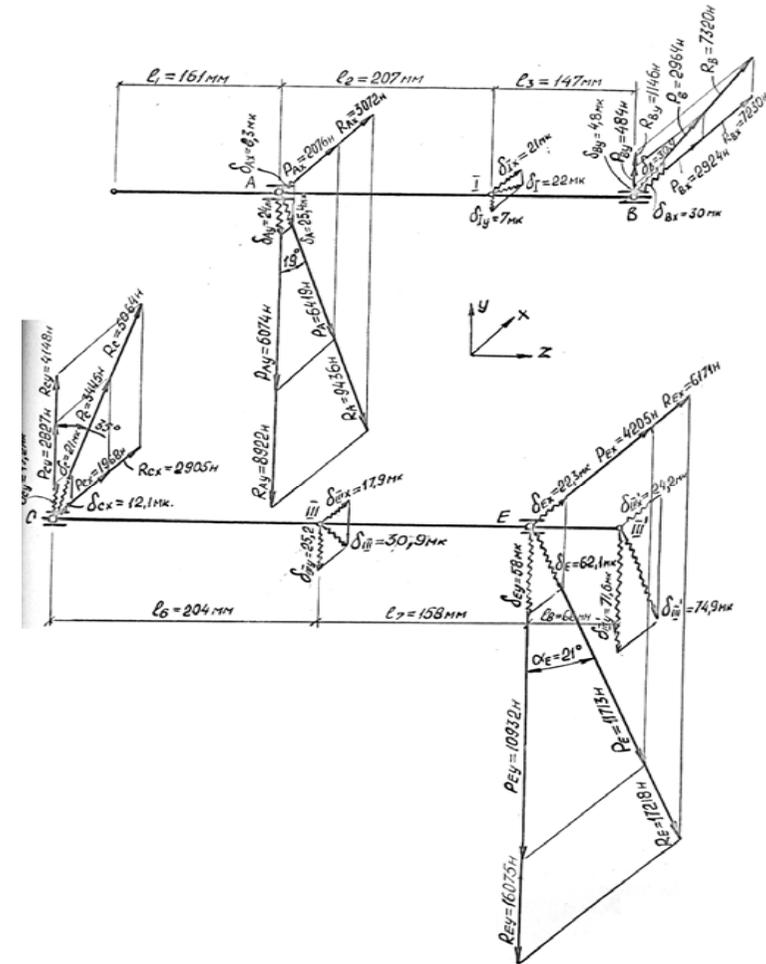


Рисунок 6

В таблицу 8 внесены значения перемещений зубчатых колес для четырех характерных чисел оборотов шпинделя станка 1М63БФ30С1 с ОСУ.

7. Полные линейные перемещения зубчатых колес. Полное линейное перемещение i -го зубчатого колеса определяется по формуле [9]

$$\bar{\Delta}_i = \bar{f}_i + \delta_i,$$

где \bar{f}_i – перемещение i -го зубчатого колеса, вызванное прогибом вала; δ_i – перемещение i -го зубчатого колеса, вызванное податливостью опор.

Таблица 8 – Перемещения зубчатых колес, вызванные податливостью опор, станка 1МБЗБФ30С1, мкм

Вал Частота вращ-я шпин- деля, об/мин	I	II	III	IV	V	VI	VII
50	$\delta_{1x}=20,1$ $\delta_{1y}=-6,8$	$\delta_{2x}=-41,3$ $\delta_{2y}=0,5$ $\delta_{2'x}=-43,5$ $\delta_{2'y}=-3,8$	$\delta_{3x}=27,1$ $\delta_{3y}=28,2$ $\delta_{3'x}=23,1$ $\delta_{3'y}=-131,3$	$\delta_{4x}=7,4$ $\delta_{4y}=23,4$ $\delta_{4'x}=14,5$ $\delta_{4'y}=18,8$	$\delta_{5x}=-4,3$ $\delta_{5y}=-170,8$ $\delta_{5'x}=8,2$ $\delta_{5'y}=-115,8$	$\delta_{6x}=155,6$ $\delta_{6y}=-105,0$	$\delta_{7x}=-5,9$ $\delta_{7y}=-1,7$
100	$\delta_{1x}=21,0$ $\delta_{1y}=-7,0$	$\delta_{2x}=-31,8$ $\delta_{2y}=0,0$	$\delta_{3x}=17,9$ $\delta_{3y}=-25,2$ $\delta_{3'x}=24,2$ $\delta_{3'y}=-71,6$	$\delta_{4x}=3,5$ $\delta_{4y}=11,7$ $\delta_{4'x}=7,2$ $\delta_{4'y}=9,5$	$\delta_{5x}=4,4$ $\delta_{5y}=-84,2$ $\delta_{5'x}=6,1$ $\delta_{5'y}=-56,0$	$\delta_{6x}=72,2$ $\delta_{6y}=-48,7$	$\delta_{7x}=-2,6$ $\delta_{7y}=-1,0$
200	$\delta_{1x}=20,1$ $\delta_{1y}=-6,8$	$\delta_{2x}=-41,3$ $\delta_{2y}=0,5$ $\delta_{2'x}=-43,5$ $\delta_{2'y}=-3,8$	$\delta_{3x}=29,7$ $\delta_{3y}=4,7$ $\delta_{3'x}=21,4$ $\delta_{3'y}=-41,4$	$\delta_i=0$	$\delta_{5x}=-1,5$ $\delta_{5y}=-37,8$ $\delta_{5'x}=4,9$ $\delta_{5'y}=-24,8$	$\delta_{6x}=45,2$ $\delta_{6y}=-32,8$	$\delta_{7x}=-1,2$ $\delta_{7y}=-0,4$
315	$\delta_{1x}=21,0$ $\delta_{1y}=-7,0$	$\delta_{2x}=-31,8$ $\delta_{2y}=0,0$	$\delta_{3x}=20,5$ $\delta_{3y}=-0,9$ $\delta_{3'x}=27,5$ $\delta_{3'y}=-9,2$	$\delta_i=0$	$\delta_{5x}=12,9$ $\delta_{5y}=-7,8$ $\delta_{5'x}=7,1$ $\delta_{5'y}=-7,6$	$\delta_{6x}=27,7$ $\delta_{6y}=-19,3$	$\delta_{7x}=-0,7$ $\delta_{7y}=-0,03$

В таблице 9 внесены значения полных линейных перемещений зубчатых колес главного привода токарного патронно-центрального станка 1МБЗБФ30С1 с оперативной системой управления.

Таблица 9 – Полные линейные перемещения зубчатых колес главного привода станка 1МБЗБФ30С1, мкм

Вал Частота вращ-я шпин- деля, об/мин	I	II	III	IV	V	VI	VII
50	$\Delta_{1x}=66,1$ $\Delta_{1y}=15,7$	$\Delta_{2x}=-78,91$ $\Delta_{2y}=8,9$ $\Delta_{2'x}=-110,2$ $\Delta_{2'y}=-6,4$	$\Delta_{3x}=147,1$ $\Delta_{3y}=102,5$ $\Delta_{3'x}=10,1$ $\Delta_{3'y}=301,3$	$\Delta_{4x}=48,6$ $\Delta_{4y}=48,7$ $\Delta_{4'x}=126,5$ $\Delta_{4'y}=75,1$	$\Delta_{5x}=-25,3$ $\Delta_{5y}=-278,8$ $\Delta_{5'x}=2,6$ $\Delta_{5'y}=-219,6$	$\Delta_{6x}=164,2$ $\Delta_{6y}=-113,4$	$\Delta_{7x}=-7,33$ $\Delta_{7y}=-1,6$
100	$\Delta_{1x}=66,0$ $\Delta_{1y}=143,0$	$\Delta_{2x}=-54,2$ $\Delta_{2y}=0$	$\Delta_{3x}=62,9$ $\Delta_{3y}=46,8$ $\Delta_{3'x}=-0,8$ $\Delta_{3'y}=-153,6$	$\Delta_{4x}=24,1$ $\Delta_{4y}=25,0$ $\Delta_{4'x}=63,2$ $\Delta_{4'y}=40,4$	$\Delta_{5x}=-6,1$ $\Delta_{5y}=-139,0$ $\Delta_{5'x}=3,6$ $\Delta_{5'y}=-107,9$	$\Delta_{6x}=75,6$ $\Delta_{6y}=-51,1$	$\Delta_{7x}=-3,2$ $\Delta_{7y}=1,0$
200	$\Delta_{1x}=66,1$ $\Delta_{1y}=15,7$	$\Delta_{2x}=-78,91$ $\Delta_{2y}=8,9$ $\Delta_{2'x}=-110,2$ $\Delta_{2'y}=-6,4$	$\Delta_{3x}=149,1$ $\Delta_{3y}=104,7$ $\Delta_{3'x}=8,4$ $\Delta_{3'y}=-211,4$	$\Delta_i=0$	$\Delta_{5x}=-9,9$ $\Delta_{5y}=-36,7$ $\Delta_{5'x}=-96,1$ $\Delta_{5'y}=12,9$	$\Delta_{6x}=47,1$ $\Delta_{6y}=-34,9$	$\Delta_{7x}=-1,6$ $\Delta_{7y}=-0,4$
315	$\Delta_{1x}=66,0$ $\Delta_{1y}=143,0$	$\Delta_{2x}=-54,2$ $\Delta_{2y}=0$	$\Delta_{3x}=62,9$ $\Delta_{3y}=71,1$ $\Delta_{3'x}=2,5$ $\Delta_{3'y}=-91,2$	$\Delta_i=0$	$\Delta_{5x}=8,8$ $\Delta_{5y}=-7,3$ $\Delta_{5'x}=-43,4$ $\Delta_{5'y}=11,2$	$\Delta_{6x}=28,7$ $\Delta_{6y}=-20,3$	$\Delta_{7x}=-0,9$ $\Delta_{7y}=-0,2$

8. Относительное смещение и взаимный угол поворота зацепляющихся зубчатых колес. Относительное смещение двух зацепляющихся зубчатых колес i и $i+1$ равно $\bar{\Delta}_{i,i+1} = \bar{\Delta}_i - \bar{\Delta}_{i+1}$.

Взаимный угол поворота двух зацепляющихся зубчатых колес, вызванный относительным смещением на величину $\bar{\Delta}_{i,i+1}$, приведенный к i -му колесу, определяется по формуле [9]

$$\alpha_i = \frac{\Delta_{i,i+1}^t + \Delta_{i,i+1}^r \operatorname{tg}(a + \gamma)}{R_i},$$

где $\Delta_{i,i+1}^t$ и $\Delta_{i,i+1}^r$ – тангенциальная и радиальная проекция вектора $\bar{\Delta}_{i,i+1}$; R_i – радиус начальной окружности зубчатого колеса, a – угол зацепления; γ – угол трения.

В таблицу 10 внесены значения относительных смещений и взаимный угол поворота зацепляющихся зубчатых колес главного привода станка 1МБЗБФ30С1 с ОСУ для четырех характерных чисел оборотов его шпинделя.

9. Эквивалентная крутильная податливость от изгиба валов, деформаций опор и зубчатых передач. Эквивалентная крутильная податливость находится следующей формулой:

$$e_{экр} = e_{экр.изг} + e_{экр.н},$$

где $e_{экр.изг}$ – эквивалентная крутильная податливость при изгибе валов и деформаций опор; $e_{экр.н}$ – податливость зубчатой передачи,

$$e_{экр.изг} = \alpha_i / M_i.$$

здесь M_i – передаваемый колесам расчетный крутящий момент; α_i – взаимный угол поворота зубчатых колес. В таблицу 10 внесены значения эквивалентной крутильной податливости главного привода станка 1МБЗБФ30С1 с ОСУ при частоте вращения шпинделя $n_{шпд}=200$ об/ми, а в таблицу 11 внесены те же параметры станка для всех частот вращения его шпинделя. В этих таблицах не учтены податливостей и моменты инерции электродвигателя и ременной передачи.

Таким образом, в результате расчета и приведения распределенных и сосредоточенных масс движущихся деталей к сосредоточенным, а также под считывая изгибно-крутильные податливости деталей и их соединений, получены динамические модели патронно-центрального станка 1МБЗБФ30С1 с оперативной системы управления (рисунки 7 и 8).

Выводы.

1. Приводя распределенные и сосредоточенные массы деталей к сосредоточенным, а также подсчитывая изгибно-крутильную податливость деталей и их соединений, получены динамические модели главного привода (коробка скоростей и коробка подач) токарного патронно-центрального станка 1МБЗБФ30С1 с оперативной системой управления (ОСУ). Динамическая

модель главного привода данного станка при $n_{\text{шп}}=12,5; 50; 200$ и 315 об/мин, состоит из 14 сосредоточенных масс, при $n_{\text{шп}}=800; 1250$ и 1600 об/мин, состоит из 10 сосредоточенных масс.

Таблица 10 – Относительное смещение и взаимный угол поворота зацепляющихся зубчатых колес станка 1М63БФ30С1, мкм и 10^{-4} радиан

Частота вращения шпинделя, об/мин	Вал	I	II	III	IV	V	VI	VII
		50	$\Delta_{1,2}^i = 145,0$ $\Delta_{1,2}^z = 2,4$ $\alpha_1 = 19,0$	$\Delta_{2,3}^i = -257,3$ $\Delta_{2,3}^z = -39,7$ $\alpha_2 = -62,0$	$\Delta_{3,4}^i = -38,5$ $\Delta_{3,4}^z = -129,9$ $\alpha_3 = -28,0$	$\Delta_{4,5}^i = 151,8$ $\Delta_{4,5}^z = 128,8$ $\alpha_4 = 46,8$	$\Delta_{5,6}^i = -162,2$ $\Delta_{5,6}^z = -40,6$ $\alpha_5 = -24,5$	$\Delta_{6,7}^i = 171,5$ $\Delta_{6,7}^z = -40,7$ $\alpha_6 = 10$
100	$\Delta_{1,2}^i = 120,2$ $\Delta_{1,2}^z = 52,1$ $\alpha_1 = 24$	$\Delta_{2,3}^i = -117,1$ $\Delta_{2,3}^z = -17,0$ $\alpha_2 = -26,0$	$\Delta_{3,4}^i = -24,9$ $\Delta_{3,4}^z = -65,0$ $\alpha_3 = -15,0$	$\Delta_{4,5}^i = 69,3$ $\Delta_{4,5}^z = 65,3$ $\alpha_4 = -22,0$	$\Delta_{5,6}^i = -62,0$ $\Delta_{5,6}^z = -21,7$ $\alpha_5 = -10,0$	$\Delta_{6,7}^i = 78,8$ $\Delta_{6,7}^z = -18,2$ $\alpha_6 = 5,0$	$\Delta_{1,2}^i = 120,2$ $\Delta_{1,2}^z = 52,1$ $\alpha_1 = 24$	
200	$\Delta_{2,3}^i = 145,0$ $\Delta_{2,3}^z = 2,4$ $\alpha_1 = 19,0$	$\Delta_{2,3}^i = -257,3$ $\Delta_{2,3}^z = -39,7$ $\alpha_1 = -62,0$	$\Delta_{3,4}^i = 18,3$ $\Delta_{3,4}^z = -68,0$ $\alpha_3 = -7,5$	$\Delta_{4,5}^i = 0$ $\Delta_{4,5}^z = 0$ $\alpha_4 = 0$	$\Delta_{5,6}^i = -143,2$ $\Delta_{5,6}^z = 18,3$ $\alpha_5 = -16,0$	$\Delta_{6,7}^i = 48,7$ $\Delta_{6,7}^z = -12,6$ $\alpha_6 = 3,0$	$\Delta_{2,3}^i = 145,0$ $\Delta_{2,3}^z = 2,4$ $\alpha_1 = 19,0$	
315	$\Delta_{2,3}^i = 120,2$ $\Delta_{2,3}^z = 52,1$ $\alpha_1 = 24,0$	$\Delta_{2,3}^i = -117,1$ $\Delta_{2,3}^z = -17,0$ $\alpha_2 = -26,0$	$\Delta_{3,4}^i = -6,3$ $\Delta_{3,4}^z = -30,6$ $\alpha_3 = -6,0$	$\Delta_{4,5}^i = 0$ $\Delta_{4,5}^z = 0$ $\alpha_4 = 0$	$\Delta_{5,6}^i = -72,1$ $\Delta_{5,6}^z = 12,0$ $\alpha_5 = -8,4$	$\Delta_{6,7}^i = 29,6$ $\Delta_{6,7}^z = -7,3$ $\alpha_6 = 1,5$	$\Delta_{2,3}^i = 120,2$ $\Delta_{2,3}^z = 52,1$ $\alpha_1 = 24,0$	

Таблица 11 – Эквивалентная крутильная податливость от изгиба валов, деформации опор и зубчатых передач станка 1М63БФ30С1 с ОСУ, 10-7 рад/Нм

Вал	Усл. обозн. податливости	Частоты вращения шпинделя, $n_{\text{шп}}$, об/мин								
		2,5	25	50	100	200	315	800	1250	1600
I и II	$e_{\text{Э1}}$	16,0	15,29	17,6	41,14	28,6	35,63	44,4	44,4	41,8
II и III	$e_{\text{Э2}}$	419,6	529,7	584,0	657,48	431,1	583,5	409,5	440,1	412,5
III и IV	$e_{\text{Э3}}$	166,5	158,7	248,35	316,98	120,5	123,0	119,0	122,5	135,3
IV и V	$e_{\text{Э4}}$	782,8	715,2	341,5	258,95	783,5	816,7	-	-	-
V и VI	$e_{\text{Э5}}$	15,8	16,32	45,4	12,62	0,2	4,5	-	-	-
VI и VII	$e_{\text{Э7}}$	6,0	6,041	16,84	4,95	0,15	5,32	6,7	8,24	9,1

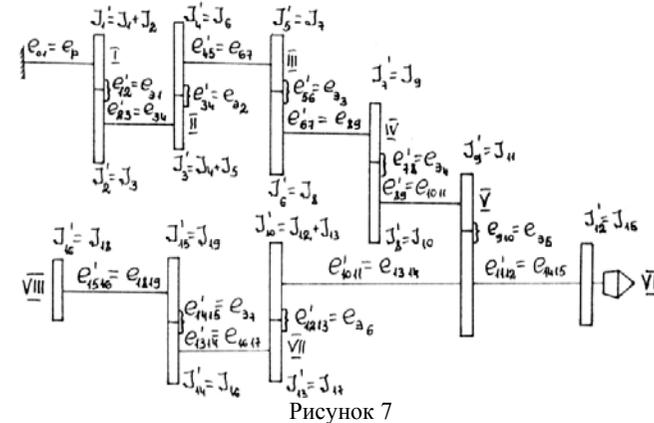


Рисунок 7

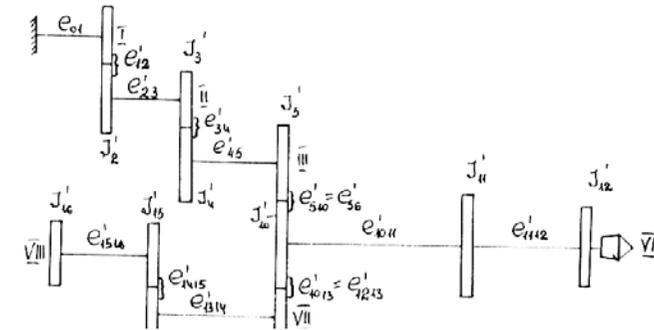


Рисунок 8

2. Чистая податливость на кручение валов главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ составляет всего 50,8% от общей суммарной податливости системы. При этом приведенная к крутильной податливости изгиб валов, деформации опор и зубчатых передач составляют 21,2%, а приведенные к крутильной податливости контактные деформации шпоночных и шлицевых соединений составляет 28,0%.

3. Из анализа общего баланса крутильной податливости главного привода станка 1М63БФ30С1 с ОСУ можно сделать вывод о том, что при составлении динамической модели сложных зубчатых передач наряду с чистой податливостью на кручение вращающихся деталей необходимо также учитывать приведенные к крутильной податливости изгиб валов, деформации опор, зубчатых колес, шпоночных и шлицевых соединений.

Список литературы: 1. Агаев Ф.Ф. Упругие динамические нагрузки приводов машин // Труды международной конференции "Научно-технический прогресс и современная авиация". – Баку, 2009 – Т.II. – С.151-155. 2. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: Гостехиздат, 1958. 3. Вейц В.Л., Кочура

А.Е., Мартыненко А.М. Динамические расчеты приводов машин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 352с.
4. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1978. – 198с. 5. Кудинов В.А. Динамика станков. – М.: Машгиз, 1967. – 359с. 6. Левина З.М., Решетов Д.Н. Контактная жесткость машин. – М.: Машиностроение, 1971. – 264с. 7. Маслов В.С. Расчеты колебаний валов. – М.: Машиностроение, 1980. – 151с. 8. Никитин Б.В. Расчет динамических характеристик металлорежущих станков. – М.: Машгиз, 1962. – 111с. 9. Ривин Е.И. Динамика приводов машин. – М.: Машиностроение, 1966. – 204с. 10. Самидов Х.С., Самидов Э.Х. Динамика и оптимальное конструирование машин. – Баку: Нурлан, 2003. – 622с. 11. Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф. Оптимизация параметров динамической системы зубчатых передач металлорежущих станков // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2007. – №21. – С.239-248. 12. Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф. Оптимизация электромеханических система приводов машин по коэффициенту динамичности // Вестник Национального технического университета "ХПИ". – Харьков, 2008. – №28. – С.70-83.

Поступила в редколлегию 21.05.09

УДК 621.833

В.Е. СТАРЖИНСКИЙ, д.т.н., ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси
А.М. ГОМАН, к.т.н., ОИМ НАН Беларуси
В.Ф. ХИЖЕНОК, научный сотр. ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси
Е.М. ПЕТРКОВЕЦ, научный сотр. ИММС им. В.А. Белого НАН Беларуси

ЗУБЧАТЫЕ ПЕРЕДАЧИ С ПЛАСТМАССОВЫМИ КОЛЕСАМИ: ПРОГРАММА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

The PC-aided software for projection of drive with plastic gears is presented. Computation algorithm of basic parameters of gear pairs, gears, and mold dies for plastic cylindrical and bevel gears is suggested. Depending on purpose of computation and existence of initial data one can fulfill or projecting strength design of new gear drive or make checking strength calculation for existing one. The procedure of projection strength design; calculation of gear pair and gear nominal dimensions and geometrical parameters; assignment of accuracy modes; checking guaranteed quality ratio and calculation of measured parameters taken into account appointed tolerances; computation of mold die geometrical parameters; checking strength design. Software contents, peculiarities and operations are considered too.

Постановка задачи. Методические основы автоматизированного расчета формующего инструмента для изготовления пластмассовых зубчатых колес, заложенные в работах авторов [1], затем получили развитие в части автоматизации расчета профиля зубчатого венца формообразующих матриц [2, 3] и последующего создания программных продуктов для расчета прямозубых и косозубых цилиндрических пластмассовых зубчатых колес и формообразующих матриц по заказу фирмы "Полиформ" (г. Москва, преемник – инженерная фирма "АБ Универсал"). В оболочке DOS были созданы программы, позволяющие по параметрам, указанным в чертеже зубчатого колеса, рассчитывать геометрические параметры и показатели точности зубчатой матрицы при наличии разных исходных данных – по интервалу усадки (программа "Intus"), по размерам имитаторов ("Imitat"), специальная программа

для расчета косозубых колес ("Helius") и программа для корректировки геометрических параметров матриц по результатам измерения опытной партии зубчатых колес ("Korimat") [3-5]. Основные особенности расчета по программам были изложены в руководящем техническом материале¹.

Дальнейшее совершенствование этого программного продукта определялось задачами и требованиями потребителей.

По заказу Корейского Института науки и технологии (KIST) разработана и передана заказчику англоязычная версия программы. Для Оскольского электрометаллургического комбината произведена модернизация программы с целью возможности ее применения для расчета стандартных мелко модульных зубчатых колес и выполнен комплекс работ по расшифровке, расчету, подготовке производства, анализу точности и выпуску опытно-промышленных партий пластмассовых зубчатых колес ($m=0.3-0.45$ мм; $z=14-43$) для комплектации привода компенсографа 7ND2021 [6]. Дальнейшее развитие программы привело к созданию совместно с KIST программных продуктов P-GEAR и P-GRUN, обеспечивающих, кроме расчета матриц, расчет зубчатых передач с возможностью корректировки стандартных параметров, наличием базы данных и анимационной модели зубчатого зацепления [7]. Краткое описание возможностей программ "P-GEAR" и "P-GRUN" приведено в работе [8].

Настоятельная потребность в совершенствовании программ в части, касающейся создания объемных моделей проектируемых объектов, имитации и анимации процессов изготовления, взаимодействия зубчатых колес в передаче и т.д. привела авторов к необходимости разработки программного продукта, совместимого с универсальными программами типа Solid Works, ProEngineer, MachinWin и др. Разработка такой программы была выполнена совместно со специалистами производственно-технического центра ТНП ОАО "ПАТЕП" (г. Серпухов) при участии Московского представительства фирмы Solid Works.

Работы по автоматизации расчетов конических передач с пластмассовыми колесами были начаты в 2002 году, первые результаты были опубликованы в работе [9], дальнейшее развитие это направление получило в работах [10-12].

При построении 3-D модели конического зубчатого колеса основное внимание было обращено на выбор алгоритма построения профилей зубчатого венца, который обеспечивал бы приемлемую точность расчета, принимая во внимание наличие погрешностей, появляющихся при развертке на плоскость реального профиля сферической эвольвенты, расположенной на дополнительных внешнем и внутреннем конусах конического зубчатого колеса. были рассмотрены вопросы подготовки исходных данных для построения 3-D модели – порядок построения линий, образованных сечением поверхности дополнительного конуса плоскостью, перпендикулярной образующей конуса вершин и получены формулы для расчета радиуса аппроксимирующих окружностей при

¹ Колеса зубчатые из пластмасс. Расчет размеров и точностных параметров формующих матриц. Конструирование литьевых форм. РТМ-0-01-83. Гомель, ИММС АН БССР.

различных формах линии пересечения – эллипса, параболы и гиперболы; описаны методика и алгоритм построения модели конического колеса с элементами расчета координат профиля зуба на поверхности дополнительного конуса и рассмотрены в первом приближении концепция и содержание программы автоматизированного расчета геометрических параметров и размеров зубчатых колес и формообразующих матриц с учетом назначаемых показателей точности. В дальнейшем программа была дополнена расчетами на прочность [13]. В данной статье приведен наиболее подробный обзор литературных источников по теме, а также излагаются результаты дальнейших исследований по усовершенствованию разработанных программных продуктов.

Литературный обзор. В настоящее время рынок CAD/CAM/CAE-систем предлагает пользователям широкий набор программных продуктов разного уровня и разного назначения. Широко известные программные продукты как верхнего, так и среднего и нижнего уровней, такие как Pro/Engineer, Unigraphics, CATIA, EUKLID, I-DEAS, Ansys, T-ELEXCAD, APM WinMachine, Solid Works, Компас, AutoCAD имеют специальные модули, позволяющие рассчитывать и строить модели различных типов зубчатых колес и передач, в том числе с пластмассовыми колесами.

В системе APM WinMachine российской компании НТЦ АПМ имеется модуль APM Trans, позволяющий выполнять проектировочные и проверочные расчеты передач зацеплением (цилиндрические передачи внешнего и внутреннего зацепления, косозубые внешнего, шевронные, конические с прямым и круговым зубом, червячные). Сообщается [14], что в новой версии программы APM WinMachine 8.5) усовершенствованы алгоритмы расчетных процедур, включена процедура геометрического расчета неравносмещенных конических зубчатых колес, разработана система назначения допусков, большое внимание уделяется англоязычной версии программы. Планируется проведение работ по поддержке расчетных стандартов AGMA, ISO, DIN и JIS, используемых в странах, определяющих техническую политику в мире, а также работ по интеграции системы APM WinMachine с такими графическими продуктами, как Solid Edge, AutoCAD, Inventor и ADEM. Компания намерена дополнить модуль APM Trans расчетом пластмассовых зубчатых передач, инструмент для расчета которых, по данным авторов, отсутствует на рынке программ СНГ.

Специальные программные продукты, предназначенные для расчета зубчатых передач, базируются в основном на стандартных расчетах в соответствии с национальными (DIN 3990, AGMA 610) и международными (ISO 6363) стандартами с вариацией тех или иных дополнительных возможностей. В программе "ZABGON" [15] есть возможность проектировать передачи с нестандартными параметрами. Авторы [16] предлагают комплекс программ, поддерживающих жизненный цикл детали от стадии проектирования до изготовления. В программе [17], с использованием системы AutoCAD расчет ведется с учетом динамических нагрузок, рассчитывается также долговечность

передачи. В виде приложений к программам AutoCAD, Компас и др. предлагаются программы [18, 19] для расчета геометрии, прочности и надежности цилиндрических прямозубых и косозубых передач с внешним и внутренним зацеплением, конических передач с прямыми и круговыми зубьями, цилиндрических червячных передач.

Программный продукт GEAR Trax (разработка фирмы Camnetics Inc., США) – предназначен для построения моделей деталей трансмиссий – цилиндрических прямозубых и косозубых колес внешнего и внутреннего зацепления, конических зубчатых колес с прямыми и круговыми зубьями, элементов Архимедова червячного зацепления. GEAR Trax взаимодействует с программами Solid Works, Invektor, Solid Edge.

Нестандартный подход к созданию САПР зубчатых передач предлагают авторы [20, 21]. Концепция основана на использовании не зависящих от типа передачи программных модулей, сопровождающих проектирование, изготовление и работу передачи. Библиотека универсальных программных модулей должна включать модули: 3D-моделирования и интерактивной визуализации; модуль схемы передачи; процесса нарезания зубьев; моделирования контакта зубьев; анализа нагруженного контакта зубьев; моделирования обкатки шестерни и колеса, численные модели которых построены по результатам измерения реальных поверхностей зубьев; прогнозирования состояния передачи (износ, шум, виброактивность).

В работе [22] предлагается вариант автоматизированного проектирования цилиндрических передач внешнего зацепления, базирующихся на концепции динамичного блокирующего контура, с помощью которого выбираются рациональные коэффициенты смещения шестерни и колеса и осуществляется прогнозное проектирование зубчатой передачи, при этом обеспечивается высокая производительность и наглядность процесса проектирования.

Ряд программных продуктов по проектированию зубчатых передач разрабатывались с целью использования в учебном процессе при выполнении курсовых проектов. Авторами [23] разработана программа проектирования одно- и двухступенчатых редукторов для развернутой схемы, схемы с раздвоением тихоходной ступени, соосной схемы. Выполняются все виды расчетов зубчатых передач и валов, производится подбор подшипников, проектирование завершается эскизной компоновкой редуктора. Программное обеспечение "ТрансМЕХ", разработанное на кафедре "Детали машин, подъемно-транспортные машины и механизмы" БНТУ, базируется на материалах справочного учебно-методического пособия [24], обеспечивает проектирование передач в соответствии со стандартом ГОСТ 21354, при расчете используется минимальный ресурс компьютерной вычислительной техники.

В программных продуктах, в которых имеются разделы, касающиеся проектирования непосредственно пластмассовых зубчатых колес (в частности, таких известных, как KISS SOFT, StarGear [25], "Plastig Gearing" Software

program of ABA-PGT, Inc. Company и др.) алгоритм проектирования строится в основном, на базе стандартов ISO 6336, DIN 3990 и AGMA 610. Наиболее полно концепция учета специфики пластмасс при проектировании изложена, в частности, в нормативном материале VDI 2545 [26], однако наличие достаточных для расчета данных о механических свойствах термопластов и расчетных коэффициентах, обеспечивающие сквозное автоматизированное проектирование, ограничивается сведениями о полиамидах марок ПА6, ПА66, ПА6 стеклонеполненный и полиоксиметилена, для остальных пластмасс такие данные либо не приводятся, либо для некоторых из них предлагается производить упрощенный расчет по коэффициенту нагрузки $c = F_t / b_w m$.

Набор исходных контуров из 4-х модификаций с разной высотой зубьев, предлагаемый фирмой ABA-PGT Inc., обеспечивает равновеликую толщину у основания зубьев пары сопряженных колес и модификацию профиля у вершины зуба, исключает подрез зубьев и снижает изгибные напряжения за счет полностью скругленной впадины, имеется программа расчета [27]. Параметры исходного контура стандартизованы [28].

В работах [29, 30] на примере металлополимерной червячной передачи с пластмассовым косозубым колесом, предлагается методика и программа расчета нагрузочной способности передачи по критерию безопасности с определением коэффициентов безопасности по усталостному излому зуба, контактной выносливости, износу, температуре, превышающей температуру плавления материала пластмассового колеса при длительной непрерывной эксплуатации, а также по температуре смазочного материала.

Авторами [31, 32] предлагается вариант расчета зубчатых передач (в том числе с пластмассовыми колесами) в обобщающих параметрах под фирменным названием Direct Gear Design, дополняемый для пластмассовых зубчатых колес концепцией Genetic Mold Solution, из которой следует, что форма изготавливаемого пластмассового зубчатого колеса, полученного методом литья под давлением из термопластичного полимера или композиционного материала на его основе (равно как и любое другое изделие) содержит в себе, условно говоря, "генетическую информацию" о предыстории получения материала, оформляющей полости литьевой формы и параметрах технологического процесса литья на термопластавтомате определенного типа. Программный продукт, разработанный фирмой AKGears, позволяет рассчитывать разные типы зубчатых передач с оптимальной формой зубьев, оптимизацией формы выкружки по критерию минимизации изгибных напряжений, а также передачи с зубьями асимметричного профиля, обеспечивающими повышенную нагрузочную способность передачи.

Назначение и содержание программы. Блоки программы предназначены для автоматизированного проектирования эвольвентных цилиндрических и конических передач с пластмассовыми зубчатыми колесами, исходным контуром по ГОСТ 13755-81 при $m > 1$, и ГОСТ 9587-81 при $m < 1$, для ци-

линдрических передач и по ГОСТ 13754-81 при $m \geq 1$ мм. Для конических передач реализована методика расчета номинальных размеров колес и передач с постоянным радиальным зазором при межосевом угле 90° .

Предельные значения геометрических параметров:

- Модуль, m – от 0,1 до 10 мм;
- (Средний) делительный диаметр, d – до 400 мм;
- Межосевые расстояния, a_w – до 250 мм при $m > 1$ и до 180 мм при $m < 1$;
- Среднее конусное расстояние – до 200 мм.

В процессе проектирования по программе производится проектировочный расчет передачи и расчет номинальных размеров и геометрических параметров зубчатых колес; по назначенным степеням точности производится расчет соответствующих показателей; оценивается качество зацепления, реализуется визуальный контроль процесса зацепления колес с анимацией; формируется полный протокол расчета; выводятся данные для чертежа; производится проверочный прочностной расчет по контактной прочности и выносливости при изгибе и расчет (по разным вариантам исходных данных) формообразующих матриц с выдачей данных для их изготовления на станках с ЧПУ. При расчете пластмассовых зубчатых колес по программе принимаются во внимание следующие факторы, учитывающие специфику свойств пластмасс на разных этапах проектирования, изготовления и последующей эксплуатации зубчатых передач:

- учет усадки изделий при расчете и изготовлении формообразующих зубчатых матриц по разным вариантам исходных данных;
- расчет реальных измерительных размеров и качественных показателей с учетом назначенных показателей точности;
- учет в расчетах на прочность температуры боковой поверхности зуба и объемной температуры у корня зуба;
- существенная зависимость механических свойств от температуры и продолжительности работы (имеется база данных по модулю упругости и пределам выносливости при расчетах на контактную выносливость и выносливость зубьев при изгибе для некоторых конструкционных полимерных материалов с возможностью ее пополнения по мере накопления экспериментальных данных);
- возможность расчета геометрии зубчатых передач с нестандартными параметрами исходного контура.

Номинальные размеры цилиндрической зубчатой передачи и зубчатых колес рассчитываются по ГОСТ 16532-83, конической передачи и конических зубчатых колес – по ГОСТ 19624-74.

Исходными данными являются параметры исходного контура, для расчета цилиндрической передачи принимаются межосевое расстояние a_w или коэффициенты смещения шестерни x_1 и колеса x_2 , для конической дополнительно – коэффициенты тангенциального смещения x_{t1} и x_{t2} .

При заданном a_w , при разбивке коэффициента суммы смещений x_{sum} на со-

ставляющие x_1 и x_2 можно воспользоваться рекомендациями ГОСТ 16532-83.

Допуски выбираются автоматически в соответствии с принятыми степенями точности по нормам кинематической точности, плавности работы, контакта зубьев, видом сопряжения и видом допуска на боковой зазор по ГОСТ 1643-81 при $m > 1$ и ГОСТ 9178-81 при $m < 1$ для цилиндрических передач и ГОСТ 1758-81 при $m \geq 1$ мм и ГОСТ 9368-81 при $m < 1$ мм для конических передач. Проверяется выполнение условий, обеспечивающих правильное проведение измерений, производится проверка качественных показателей передачи с учетом допусков.

Порядок расчета на прочность, включая проектировочный и проверочный расчеты, соответствует ГОСТ 21354-85. При расчете на прочность используются основные расчетные зависимости для определения контактной прочности активных поверхностей зубьев и прочности зубьев при изгибе, установленные указанным стандартом. При расчете прочности конических передач используются методические указания [33].

Производится расчет формообразующих матриц и прошивных электродов для цилиндрических и прямозубых конических пластмассовых зубчатых колес. Расчет ведется по исходным параметрам, указанным в чертеже колеса, или по данным обменного файла программы, и сведениям о литевой усадке, представленным в виде массива данных измерения опытной партии имитаторов проектируемого зубчатого колеса или в виде интервала (предельных отклонений) усадки.

Программа рассчитывает:

- среднее значение и доверительный интервал литевой усадки при заданном коэффициенте надежности, причем, если величина разброса усадки не позволяет получить колеса заданной точности, то следует подсказка о допустимом интервале усадки;
- геометрические параметры матрицы, ее контролируемые размеры и допуски;
- координаты верхнего, среднего и нижнего профилей зуба матрицы и колеса, эвольвентные участки которых аппроксимированы дугами окружностей с заданной точностью;
- координаты профиля зубьев прошивного электрода для изготовления матриц косозубых и конических зубчатых колес с задаваемым оператором смещением (межэлектродным зазором) относительно среднего профиля зубьев матрицы;
- файл кодов для подготовки программы изготовления прямозубой матрицы проволочным электродом на электроэрозионном станке.

Рассчитанные координаты профилей записываются в обменный файл вида *.DXF, что позволяет получить чертеж матрицы в системе графического редактирования, например, AutoCAD. В работе программы по умолчанию предусмотрено, что в исходных данных, относящихся к параметрам исходных контуров и показателям точности зубчатых колес, указывается основной

(один из наиболее распространенных) вариант задания исходных данных, причем при выборе параметров исходного контура в подсказках оператору указываются возможные стандартные значения параметров исходного контура, а при назначении степени точности и вида сопряжения – ограничения при комбинировании норм кинематической точности, плавности работы и норм контакта зубьев зубчатых колес и передач разных степеней точности, предусмотренные стандартами.

Работа с программой. При запуске программы открывается главное окно. Выбрав в главном меню пункт "Настройка" можно загрузить последний файл расчета, показать заставку или информацию о программе или вызвать окно с указанием путей размещения файлов программы. Далее, в зависимости от поставленной цели – проектирования новой передачи или необходимости проведения проверочного прочностного расчета и расчета размеров формообразующих матриц для зубчатых колес передачи с известными геометрическими параметрами после входа в главное окно программы "Номинал" оператор либо переводит программу в режим "Проектировочный расчет", либо рассчитывает "Номинальные размеры передачи".

Результаты расчета выводятся в правой части главного окна (рисунок 1).

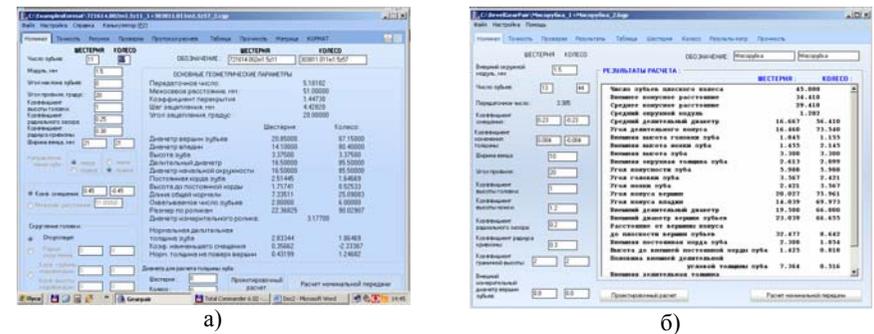


Рисунок 1 – Исходные данные и результаты расчета геометрических параметров цилиндрической (а) или конической (б) передачи.

После расчета номинальных размеров в верхней части главного окна появляются вкладки "Точность", "Рисунок", "Проверки", "Протокол расчета", "Таблица", "Прочность", "Матрица", "Кормат".

На следующем этапе производится расчет реальной передачи, в котором задается и учитывается точность выполнения элементов передачи.

При нажатии на вкладку "Точность" открывается окно, в верхней части которого расположены окна исходных данных, снабженные спаренными кнопками, которые предназначены для выбора степени точности передачи и норм бокового зазора (рисунок 2).

Оператор может при необходимости задать другие нормы, в том числе и

комбинированные. При этом, если комбинированные нормы будут выходить за пределы, регламентированные ГОСТ-ом, выдаются предупреждения, касающиеся ограничений при выборе комбинированных норм кинематической точности, плавности работы и норм контакта зубьев зубчатых колес и передач разных степеней точности. Все предупреждения выделяются шрифтом красного цвета.

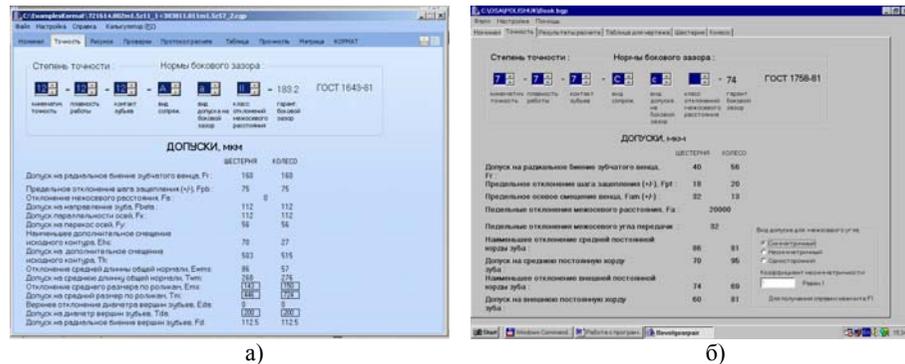


Рисунок 2 – Задание параметров точности для цилиндрической (а) и конической (б) зубчатой передачи

В левой нижней части экрана указываются численные значения предельных отклонений и допусков, которые автоматически выбираются по таблицам стандартов в соответствии с принятыми степенью точности, видом сопряжения и видом допуска на боковой зазор.

Для удобства последующего расчета исполнительных размеров формообразующих матриц для цилиндрических зубчатых колес показатели дополнительного смещения исходного контура E_{nr} и допуска на дополнительное смещение T_n могут быть заменены оператором соответственно на наименьшее отклонение длины общей нормали E_{wr} и допуск на длину общей нормали T_w или наименьшее отклонение размера по роликам E_{wr} и допуск на размер по роликам T_m (рисунок 2,а).

Для конической зубчатой передачи (рисунок 2,б) в правой нижней части окна имеется группа зависимых переключателей, с помощью которых выбирается вид допуска для межосевого угла (симметричный, несимметричный, односторонний), а также окно для ввода значения коэффициента несимметричности. По умолчанию устанавливается симметричный вид допуска на межосевой угол E_{Σ} . При этом в соответствующих строках показателей $\pm E_{\Sigma}$, E_{Σ}^- и T_{Σ}^- , определяющих гарантированный боковой зазор, указываются их значения, автоматическим образом выбираемые по соответствующим таблицам ГОСТ 9368-81 или ГОСТ 1758-81.

При необходимости назначения показателей E_{Σ}^- , T_{Σ}^- при несимметричных предельных отклонениях межосевого угла E_{Σ} следует выбрать соответ-

ствующий переключатель. Затем в окне "Коэффициент несимметричности" установить его значение K . При назначении увеличенного верхнего предельного отклонения E_{Σ} значение K выбирается в пределах $2 > K > 1$; а при назначении уменьшенного верхнего предельного отклонения E_{Σ}^- – в пределах $(-2) > K > (-1)$.

Если необходимо назначить одностороннее предельное отклонения межосевого угла E_{Σ} , следует после выбора соответствующего переключателя установить значение коэффициента несимметричности $K=+2$ или $K=-2$.

Для цилиндрических передач вкладкой "Рисунок" можно открыть окно, в котором изображена рассчитываемая передача в масштабе, определяемом размерами окна. Имеется кнопка, нажатие на которую вызывает перестройку изображения в масштабе 5:1 от исходного, а также кнопки, позволяющие увеличивать и уменьшать масштаб изображения до желаемых величин. Кроме того, можно запустить процесс анимации изображения.

При открытии окна вкладкой "Проверки" выполняется расчет передачи с учетом назначенных степеней точности и вида сопряжения колес передачи. Рассчитываются наименьшие отклонения и допуски на размер по роликам (шарикам), длина общей нормали, размер постоянной хорды, хорды на заданном диаметре.

Производится проверка правильности расчета геометрических параметров и положения контактных точек при измерении длины общей нормали и размера по роликам; проверка достаточности величины активного участка профиля зуба, в случае наличия подрезания; проверка на заострение вершин зубьев; проверка коэффициента перекрытия передачи. Все проверки производятся при экстремальном сочетании параметров, входящих в расчетные формулы, и с учетом отклонения размеров зубчатых колес в процессе их изготовления.

В случае если условие, по которому производится данная проверка, не выполняется, то результат этой проверки выделяется красным цветом. По окончании геометрического расчета в окне "Таблица" размещаются итоговые результаты геометрического расчета передачи.

Одновременно с выводом результатов расчета в окне "Номинал" они также выводятся в окно результатов (вкладка "Протокол расчета"). После выбора параметров точности передачи заданные параметры и результаты расчета также отражаются в итоговой таблице, которая содержит исходные данные; допуски; основные геометрические параметры; измерительные размеры зуба.

Вкладка "Таблица" открывает окно, в котором приводятся данные, указываемые на чертеже шестерни и зубчатого колеса. В нижней части окна имеется группа зависимых переключателей, с помощью которых можно видеть измерения для контроля разноименных поверхностей зубьев шестерни и колеса – для цилиндрической передачи – длина общей нормали, размер по роликам, постоянная хорда, толщина зуба по хорде, для конической – размер средней или внешней постоянной или делительной хорды зуба.

Окно "Прочность" служит для производства проверочного расчета на контактную выносливость поверхностей зубьев и на выносливость зубьев при

изгибе (рисунок 3). В окне имеются переключатели для выбора характеристик рассчитываемой передачи: типа передачи (открытая, частично открытая, закрытая); способ смазывания (несмазываемая передача, разовая смазка, консистентная смазка, масляная ванна); положение колес относительно подшипников опор (для цилиндрической передачи – симметрично, несимметрично, консольно, для конической – в зависимости от схемы передачи (рисунок 3,б)); способ изготовления колес (нарезание, литье под давлением).

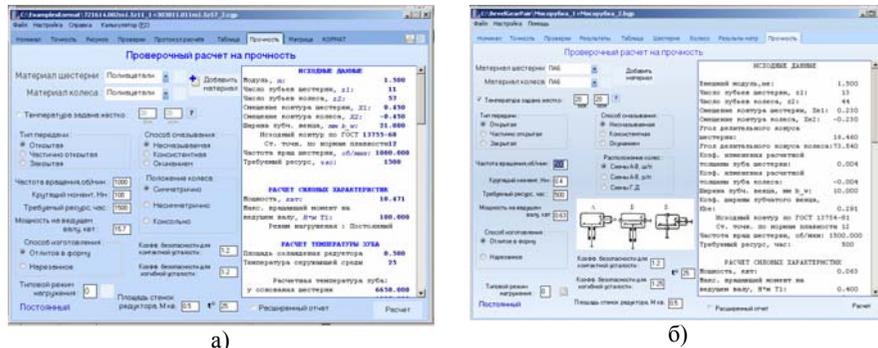


Рисунок 3 – Вид окон "Прочность" проверочного расчета на контактную выносливость зубьев при изгибе для цилиндрической (а) и конической (б) передач

В соответствующие поля заносятся данные, необходимые для расчета: частота вращения шестерни, мин^{-1} ; вращающий момент на шестерне, Н·м; требуемый ресурс работы, час; коэффициенты безопасности для контактной и изгибной выносливости; площадь теплоотводящих стенок и крышки редуктора, м^2 ; температура окружающей среды, $^{\circ}\text{C}$.

Режим нагружения (один из типовых или ступенчатый) указывают цифрой в соответствующем поле, ориентируясь на всплывающую подсказку. При ступенчатом режиме нагружения открывается окно, куда заносится число ступеней, нагрузка и длительность работы на каждой ступени.

В верхней части окна "Прочность" расположены поля для выбора материала шестерни и колеса. Материал выбирается из падающего списка. После выбора материала активизируется кнопка рядом с полем материала, которая открывает окно с характеристиками выбранного материала.

Необходимые для расчета величины пределов контактной (σ_{Hlim}) и изгибной (σ_{Flim}) выносливости определяются расчетом по уравнениям, полученным обработкой табличных экспериментальных данных. Здесь в левой части окна находятся таблицы, в которых приведены коэффициенты полиномов четвертой степени для интервала температур от 20 до 120 градусов в зависимости от вида смазки. Вид смазки устанавливается одним из переключателей, расположенных в верхней части окна. Переключатели синхронизированы с переключателями способа смазывания в окне "Прочность".

В правой части окна приведены коэффициенты полинома для расчета модуля упругости материала при температуре эксплуатации, а также ряд коэффициентов, используемых при расчете температуры боковой поверхности и основания зубьев.

При расчете по программе для цилиндрических передач результаты расчета формообразующих матриц для шестерни и колеса выводятся в окне "Матрица" (рисунок 4, а).

Исходные данные могут быть заданы в одном из вариантов – либо в виде интервалов усадки по диаметру вершин зубьев ($S_{a\max} \div S_{a\min}$) и толщине зуба ($S_{m\max} \div S_{m\min}$), либо в виде массива данных, полученных при измерении имитаторов зубчатых колес – диаметр d_{am} и ширина b_h матрицы, массив измерений диаметра d_a и ширина b образцов имитаторов, количество измерений (N_d и N_b).

В результате расчета матриц для шестерни и колеса на экран выводятся максимальное, среднее и минимальное значения коэффициента смещения, диаметра вершин зубьев, длины общей нормали и размера по роликам. Исходными данными для расчета указанных параметров являются заданные в окне "Точность" показатели наименьшего смещения исходного контура, отклонения средней длины общей нормали и отклонения размера по роликам и допуски на эти отклонения.

При расчете формообразующих матриц для конических передач предусмотрены вкладки "Шестерня" и "Колесо". Вкладка "Шестерня" открывает окно, левая сторона которого служит для ввода исходных данных, необходимых для расчета геометрических параметров матрицы для литевой формы на коническую шестерню и электрода для ее изготовления (рисунок 4, б).

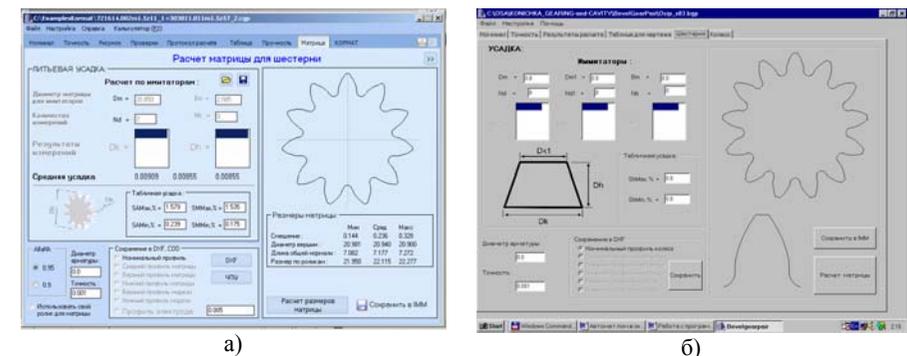


Рисунок 4 – Вид окна расчета матриц цилиндрического (а) и конического (б) зубчатого колеса

В верхней части расположены три колонки окон, в которые заносятся результаты измерения имитаторов, необходимые для расчета величины усадки полимерного материала. Усадка может определяться либо по результатам измерения одного (большого) диаметра имитатора D_k , либо по результатам измерения большого D_k и меньшего D_{k1} диаметров и высоты h имитатора в соответствии со

схемой, приведенной в окне "Шестерня". В каждой колонке имеются окна, куда заносятся: размер матрицы Dm , $Dm1$ и Bm , в которую отливались имитаторы; количество измерений Nd , $Nd1$ и Nb ; массив результатов измерений Dk , $Dk1$ и h .

Для расчета матрицы может быть использован также интервал табличной усадки. Соответствующие окна для ввода максимальной и минимальной величины усадки расположены рядом со схемой измерения имитаторов.

Кроме того, имеется окно для ввода диаметра металлической арматуры, если она предусмотрена конструкцией колеса, окно для ввода точности аппроксимации эвольвентного профиля зубьев и окно для задания величины межэлектродного зазора между профилями зубьев матрицы и инструмента-электрода. Правая часть окна предназначена для вывода графической информации. Выводится профиль зубчатого венца в сечении, перпендикулярном оси колеса. Здесь же расположена кнопка "Расчет матрицы", которой после ввода исходных данных дается команда на выполнение расчета, а также кнопка "Сохранить в IMM", позволяющая сохранить введенные исходные данные в соответствующем файле исходных данных, например, Book1.imm (аналогично файлу исходных данных Book1.bgr для расчета передачи).

В нижней части окна имеется группа независимых переключателей для выбора профилей, которые необходимо сохранить в DXF файлах. Программа автоматически присваивает файлам имена, например: Book1_Ring1-6-0, Book1_Ring2-6-0, Book1_Ring1-6-2. Здесь Book1 – имя файла исходных данных, Ring1 – обозначение шестерни, Ring2 – обозначение колеса, 6 – вид профиля (0, 1 и 2 – соответственно, верхний, средний и нижний профили колеса, 3, 4 и 5 – аналогичные профили матрицы, 6 – относится к электроду).

Вкладка "Колесо" открывает окно, которое служит для ввода исходных данных и расчета геометрических параметров матрицы конического колеса и электрода – инструмента для ее изготовления. Конфигурация окна "Колесо" аналогична рассмотренному выше окну "Шестерня". Результаты расчета размещаются в следующем окне "Результаты расчета матрицы"

Заключение. В статье приведены некоторые итоги исследований, направленных на создание САПР зубчатых передач с пластмассовыми колесами, изготавливаемыми методом литья под давлением. Для автоматизированного проектирования предложен алгоритм и создан эскизный проект программы расчета по действующим стандартам с учетом зависимости показателей теплофизических, физико-механических и триботехнических свойств пластмасс и расчетных коэффициентов от вида материалов сопряженных пар, внешних факторов и условий эксплуатации. При расчете геометрических параметров учитывается изменение размеров от технологической усадки, а также изменение сборочных зазоров при изменении температуры и влажности окружающей среды; в расчетах на прочность – повышенная податливость зацепления пластмассовых колес, зависимость модуля упругости, коэффициента Пуассона и пределов выносливости при изгибе и контактной выносливости

от температуры и зависимость триботехнических характеристик от вида смазочного материала, характера смазывания и сочетания материалов сопряженных пар. Реализован принцип многовариантности проектировочного прочностного расчета и возможности пополнения базы данных по полимерным материалам показателями теплофизических, механических и триботехнических свойств пластмасс, достаточных для проведения расчетов по программе.

При подготовке программ автоматизированного расчета использованы стандарты, регламентирующие расчет основных параметров зубчатых передач – исходного контура цилиндрических (ГОСТ 13755-81, ГОСТ 9587-81) и конических (ГОСТ 13754-81 и ГОСТ 9587-81) зубчатых колес; расчет геометрии (ГОСТ 16532-83 и ГОСТ 19624-74 соответственно), допуски – ГОСТ 1643-81 ($m \geq 1$ мм) и ГОСТ 9178-81 ($m < 1$ мм) – для цилиндрических передач, ГОСТ 1758-81 ($m \geq 1$ мм) и ГОСТ 9368-81 ($m < 1$ мм) – для конических передач, расчеты на прочность по ГОСТ 21354-87, а также нормативные и справочные источники, в том числе по расчету прочности конических передач и передач с пластмассовыми зубчатыми колесами [33].

Список литературы. 1. Старжинский В.Е., Кудинов А.Т. О разработке методики расчета формирующего инструмента для литых пластмассовых зубчатых колес // Вестник машиностроения. – 1985. – №10. – С.38-41. 2. Ли С.Ч., Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Кудинов А.Т. Пластмассовые зубчатые колеса: Автоматизированный расчет профиля формообразующей матрицы // Вестник машиностроения. – 1995. – №10. – С.8-12. 3. Starzhinsky V.E., Ossipenko S.A., Kudinov A.T., Lee S.C., Shalobaev E.V. Plastic Gears: PC-aided Computation of Tooth Ring Profile Coordinates for Forming Dies // Gearing and Transmissions. – 1999. – No2. – P.36-46. 4. Starzhinsky V.E., Kudinov A.T., Ossipenko S.A., Lee S.C. Plastic Gears: Automated Computation of Geometrical Parameters and Accuracy Indices // Proc. of International Conference "Gear Transmissions-95". – Sofia, Bulgaria, 1995. – Vol.3. – P.91-93. 5. Starzhinsky V.E., Ossipenko S.A., Kudinov A.T. Plastic Gears: Female Dies Geometrical Parameters Computation and Experimental Results // Proc. of International Conference "Gears-96: Manufacturing, Control, Maintenance". – Poznan, Poland, 1996. – P.350-355. 6. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Кудинов А.Т., Шалобаев Е.В. Экспериментальное исследование технологической точности пластмассовых зубчатых колес // Вестник машиностроения. – 1997. – № 8. – С.11-14. 7. Lee S.C. A Study on the Design and Manufacturing Technology for Precision Plastic Gears // Korea Institute of Science and Technology. – Seoul, 1994. 8. Starzhinsky V.E., Lee S.C., Ossipenko S.A., Kudinov A.T. PC-Aided Design of Injection Molding Tool for Spur and Helical Plastic Gears // Proc. of XXXV Conference of Department of Machine Parts. – Bratislava, 1997. – P.167-171. 9. Starzhinsky V.E., Ossipenko S.A., Starominsky V.B., Slepov Yu.A. PC-Aided Design of Gear Mold Dies for Cylindrical and Bevel Plastic Gears // Proc. of International Conference "Power Transmissions'03" (September 11-12, 2003, Varna, Bulgaria). – Section II. – Sofia, 2003. – P.51-55. 10. Старжинский В.Е., Осипенко С.А. Автоматизированное проектирование конических пластмассовых зубчатых колес и формирующего инструмента для их производства // Сб. докладов научно-технической конференции с международным участием "Теория и практика зубчатых передач". – Ижевск: ИжГТУ, 2004. – С.289-294. 11. Starzhinsky V.E., Ossipenko S.A. Preparation of Initial Data for Construction of 3-D Model for Straight Bevel Plastic Gear // Proceedings of the Scientific Seminar "Terminology for the Mechanism and Machine Science". Edited by Štefan Segl'a. – Bardejov Spa, Slovakia, 2005. – P.37-44. 12. Starzhinsky V., Ossipenko S., Soliterman Yu., Goman A. Plastic Bevel Gears: PC-aided Design of Gear Pairs, Gears and Gear Mold Dies // Monograph "Machine Design", University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences, Association for Design, Elements and Construction. – Novi Sad, 2007. – P.265-274. 13. Старжинский В.Е., Петроковец Е.М., Хиженок В.Ф. САПР конических зубчатых передач с пластмассовыми колесами // Сб. докладов научн.-техн. конф. с международным участием "Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения". – Ижевск, 2008. – С.369-374. 14. Шелодвайт В.В. Новые возможности инженерного проектирования в системе APM WinMachine 8.5 // САПР и графика. – 2005. – № 9 (<http://www.sapr.ru/Archive/SG/2005/9/4/>). 15. Hohle A., Kempa B., Weck

E.h.M. Modern Gear Design Computer Assisted from Conception to Production // Proc. of 4-th world Congress on Gearing and Transmission. – M.C.I, Paris, 1999. – P.91-102. 16. Ren Z., Ulbin M. Computer Aided Gear Design // Proc. of 4-th world Congress on Gearing and Transmission. – M.C.I, Paris, 1999. – P.355-360. 17. Rao J.S., Puri T., John J. Computer-Aided Design of Gears in Transmission Systems // Proc. of the International Conference on Gearing, Transmissions and Mechanical Systems, Edited by Daizhong Su. – London UK, 2000. – P.213-222. 18. <http://www.consistent.ru> 19. <http://www.ascon.ru> 20. Гольдфарб В.И., Лукин С.В., Трубочев Е.С. Новый подход к созданию универсальных САПР зубчатых передач // Сб. докладов научно-технической конференции с международным участием "Теория и практика зубчатых передач". – Ижевск, 2004. – С.269-277. 21. Goldfarb V.I., Lunin S.V., Trubachov Ye.S. Direct Digital Simulation for Gears. – Vol.1. – Izhevsk, 2004. – 77p. 22. Гольдфарб В.И., Ткачев А.А. Проектирование эвольвентных цилиндрических передач. Новый подход. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2004. – 94с. 23. Гутин С.Я., Власов М.Ю. Информационные технологии в эскизном проектировании и оптимизации параметров зубчатых цилиндрических редукторов. – М.: Высшая школа, 2004. – 112с. 24. Курмаз Л.В., Скойбеда А.Т. Детали машин. Проектирование: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высшая школа, 2004. – 309с. 25. <http://www.stargear.com> 26. Zahnräder aus thermoplastischen Kunststoffen. VDI 2545. 27. http://www.abapgt.com/plastic_gears.asp 28. Tooth Proportions for Plastic Gears. ANSI/AGMA 1006-A97. 29. Predki W., Wassermann J. Design and Optimization of Crossed Helical Gears Made from a Combination of Steel and Plastic // Proc. of International Conference on Gears. VDI-Berichte, 1904.1, Garhing near Münnich, Germany. – VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 2005. – P.65-75. 30. Wassermann J. Einflussgrößen auf die Tragfähigkeit von Schraubradgetrieben der Werkstoffpaarung Stahl / Kunststoff / Dissertation zur Erlangung des Grades Doktor-Ingenieur. – Bochum, 2005. – 308p. 31. Kleiss R.E., Kapelevich A.L. and Kleiss N.J. New Opportunities with Molded Plastic Gears. AGMA Technical Paper 01FTM9. 32. Kapelevich A. Gear Design: Breaking the Status quo // Machine Design. – May 10, 2007. – P.89-93. 33. Зубчатые передачи. Справочник / Под общей ред. Е.Г. Гинзбурга. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416с.

Поступила в редколлегию 04.05.2009

УДК 621.833.7

Я.А. СТЕЦЕНКО, аспирант каф. ТМ и ТММ НАКУ "ХАИ"

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Розглянуто граничний режим роботи хвильової зубчастої передачі (ХЗП), зокрема проскакування зубців гнучкого та жорсткого коліс при досягненні граничного обертаючого моменту в ХЗП. Поставлені задачі та запропонована методика дослідження даного явища. Приведено спосіб оптимізації геометричних параметрів ХЗП за граничним обертаючим моментом.

Limit mode of harmonic drive gear (HDG) operation is considered, specifically circular and flexible splines teeth overshoot when limit torque is aimed in HDG. Tasks are assigned and a method is proposed to research this occurrence. A way of limit torque optimization of HDG geometrical parameters is adduced.

Введение. Волновые зубчатые передачи (ВЗП) широко применяют в различных областях аэрокосмической техники. Это связано с преимуществами, которые можно получить благодаря таким механизмам. Объекты аэрокосмической техники часто работают в критических условиях, что выдвигает высокие требования в отношении их нагрузочной способности, КПД, точно-

сти передачи движения и долговечности элементов этих систем. Как известно, при своей компактности и относительно небольшом весе ВЗП позволяют получить большое передаточное отношение, обеспечить высокую точность позиционирования и увеличить срок службы механизма. ВЗП применяют в приводах управления механизацией крыла, в механизмах движения солнечных батарей ИСЗ, в орбитальных телескопах и др.

В современных условиях актуальной является задача исследования предельного режима работы передачи с целью улучшения ее характеристик, в частности предельного вращающего момента, а также для разработки новых методик расчета ВЗП.

Формулирование задачи. Предельный вращающий момент является одним из основных параметров, характеризующих предельные возможности ВЗП. Оптимизация передачи по предельному вращающему моменту позволяет получить такой набор значений параметров, которые обеспечат оптимальную конфигурацию передачи. Механико-математическое моделирование и исследование предельного режима также позволит осветить процессы, происходящие во время наступления данного режима и непосредственно после него. Результаты такого исследования могут быть использованы для совершенствования существующих методик расчета ВЗП. Процедура оптимизации, моделирование и исследование предельного режима работы ВЗП представляют собой актуальную научно-техническую задачу.

В настоящее время известны публикации, касающиеся данной темы [1-4] однако они не связаны в полной мере с вопросом оптимизации ВЗП, а также с механико-математическим моделированием процессов, протекающих в ВЗП при наступлении предельного режима.

Решение задачи. Как известно, передача движения в ВЗП происходит по причине деформирования гибкого колеса и взаимодействия зубьев гибкого и жесткого колес. Возможность достижения волновой передачей предельного вращающего момента обусловлена проскоком зубьев гибкого колеса. Как показали проведенные ранее эксперименты [5], основными причинами проскока зубьев являются изменение начального бокового зазора между вершинами зубьев на входе в зацепление и появление интерференции из-за упругих перемещений зубьев при нагружении передачи, как это показано на фотографиях (рисунок 1).

На рисунке 1а показано зацепление при нагружении передачи предельным моментом, но при неподвижном генераторе. Зубья гибкого колеса находятся в зацеплении всей активной частью профиля. Из-за того, что вращающий момент имеет предельное значение, зубья гибкого и жесткого колес начинают интерферировать. При вращении генератора зубья гибкого колеса, опираясь в зубья жесткого колеса, начинают выходить из взаимодействия, что видно на рисунке 1б. Генератор продолжает вращаться, что приводит к дальнейшему увеличению зазоров между зубьями гибкого и жесткого колес, которые затем полностью

выходят из зацепления (рисунки.1в-1д). После этого зубья гибкого и жесткого колес упираются вершинами, жесткое колесо растягивается, вал генератора отклоняется и происходит проскок генератора вместе с гибким колесом, происходит также проскок зубьев в зацеплении. На рисунке 1е показано, как зубья гибкого и жесткого колес полностью вышли из зацепления.

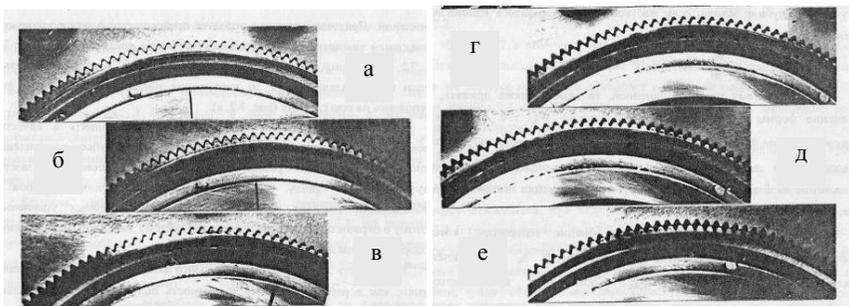


Рисунок 1 – Возникновение проскока зубьев

Важно увеличить значение предельного вращающего момента, при котором передача сохраняет свою работоспособность и не происходит проскок зубьев, а также насколько важно смоделировать процессы, происходящие при проскоке и исследовать их.

Известна аналитико-алгоритмическая зависимость, которая определяет предельный вращающий момент как функцию ряда параметров [6]. В общем виде ее можно представить следующим образом: $T_{пр} = F(h_d, L, h_k, Z_{ш}, D_{ш})$, где h_d – глубина захода зубьев; L – длина гибкого колеса; h_k – толщина жесткого колеса; $Z_{ш}, D_{ш}$ – число и диаметр шариков в случае применения шариковых подшипников. Данная зависимость является целевой функцией, которую необходимо оптимизировать. Для оптимизации был применен метод Хука-Дживса с адаптивным алгоритмом [6].

Проведено исследование влияния параметров ВЗП на значение данной функции. Результаты исследования показаны на рисунках 2-4.

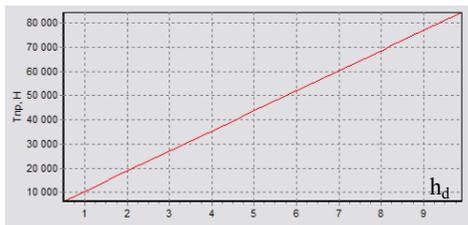


Рисунок 2 – Зависимость предельного вращающего момента от глубины захода зубьев при $i=80$; $E=2,1 \cdot 10^5$ Н/мм²; $G=8 \cdot 10^4$ Н/мм²; $D_{п}=120$ мм; $L=500$ мм; $h_k=25$ мм; шариковый подшипник с $Z_{ш}=20$ и $D_{ш}=6$ мм

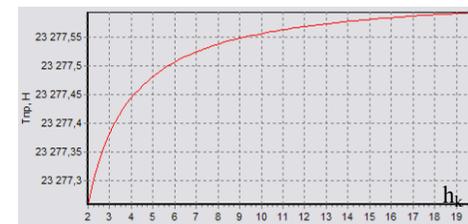


Рисунок 3 – Зависимость предельного вращающего момента от толщины жесткого колеса при $i=80$; $E=2,1 \cdot 10^5$ Н/мм²; $G=8 \cdot 10^4$ Н/мм²; $D_{п}=120$ мм; $L=500$ мм; $h_d=3$ мм; шариковый подшипник с $Z_{ш}=20$ и $D_{ш}=6$ мм

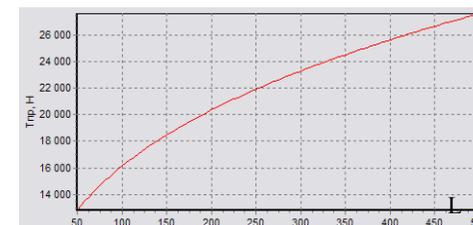


Рисунок 4 – Зависимость предельного вращающего момента от длины гибкого колеса при $i=80$; $E=2,1 \cdot 10^5$ Н/мм²; $G=8 \cdot 10^4$ Н/мм²; $D_{п}=120$ мм; $h_d=3$ мм; $h_k=25$ мм; шариковый подшипник с $Z_{ш}=20$ и $D_{ш}=6$ мм

Описан переход к механико-математическому моделированию предельного режима работы ВЗП, который включает в себя ряд этапов. Создание и подготовка геометрической модели исследуемого объекта в среде 3-мерного геометрического проектирования (рисунок 5). Геометрическая модель должна в полной мере отражать особенности объекта, которые важны при моделировании. Следующий этап – наложение нагрузок и связей, действующих на объект. Также следует предусмотреть ограничения для модели, отражающие реальные условия (максимумы перемещений и деформаций). Непосредственное моделирование включает в себя расчет поведения частей механизма под действием нагрузок и ограничений. Заключительным этапом является анализ полученных результатов моделирования.

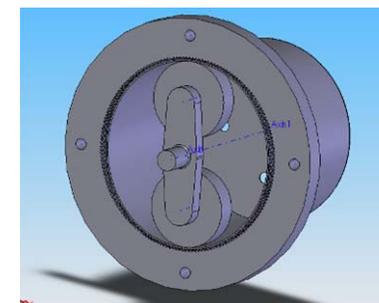


Рисунок 5 – Приближенная геометрическая модель ВЗП с роликовым генератором волн

Выводы. На основании исследований получена методика оптимизации геометрических параметров ВЗП по предельному вращающему моменту. Определено, что увеличение глубины захода зубьев, длины жесткого колеса и толщины его стенки приводит к увеличению предельного вращающего момента. Изложенная методика позволяет осуществить механико-математическое моделирование предельного режима работы ВЗП.

Список литературы: 1. *Flavius A. Ardelean.* 3D modeling of the harmonic drive using "CATIA" // Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering. – 2007. – Vol.VI(XVI). – P.882-885. 2. *Flavius A. Ardelean, Petru Ungur.* Comparison between the classical harmonic drive and the hermetized harmonic drive // Annals of the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering. – 2007. – Vol.VI(XVI). – P.886-889. 3. *МВТУ им. Баумана, кафедра РК-2.* Учебно-методический комплекс по Теории Механизмов и Машин. Лекции. Лекция 18 [Электронный ресурс]: база данных методической и учебной информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: http://tmm-umk.bmstu.ru/lectures/lect_18.htm. – Загл. с экрана. 4. *Мотор-редукторы.* Мотор-барабаны. Редукторы. Колеса и муфты. Некоторые вопросы сборки волновых зубчатых редукторов [Электронный ресурс]: база данных технической информации. – Электрон. данные (1 файл). – Режим доступа: http://www.gears.ru/bar_s_1.htm. – Загл. с экрана. 5. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов / А.И. Полетучий – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т им. Н.Е. Жуковского "ХАИ", 2005. – 675с.* 6. *Полетучий А.И., Стеценко Я.А.* Оптимизация параметров волновой зубчатой передачи по предельному вращающему моменту // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – 2007. – №37. – С.73-79.

Поступила в редколлегию 28.05.09

УДК 621.833

В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ, д.т.н., ЗАО "НКМЗ"
Г.С. СУКОВ, к.э.н., генеральный директор ЗАО "НКМЗ"
А.И. ВОЛОШИН, главный инженер ЗАО "НКМЗ"
Н.Д. ВОРОБЬЕВ, к.т.н., БГТУ им. В.Г. Шухова, Россия

ФОРМИРОВАНИЕ КОНИЧЕСКИХ ЗУБЬЕВ С ЦИКЛИЧЕСКИМ ПРОДОЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ НА УНИВЕРСАЛЬНЫХ МНОГОКООРДИНАТНЫХ СТАНКАХ С ЧПУ

На основі синтезу та аналізу конічних зубчастих зацеплень розроблена математична модель формоутворення й оптимізації конічних коліс із циклічним продольним профілем зуба, на універсальних багатокординатних верстатах з ЧПУ.

On the basis of synthesis and analysis of bevel gears the mathematical model geometry generation and optimisation of bevel gears with a cyclic direct profile of a tooth for CNC-machine is developed.

Всемерное снижение затрат на разработку и производство приоритетной конкурентоспособной продукции, соответствующей по качественным характеристикам европейским стандартам и лучшим мировым образцам, представ-

ляет одну из актуальных проблем современного машиностроительного комплекса. Динамика расширения корпоративных связей науки с производством активизирует интеграцию интеллектуального потенциала, тренд прогрессивного развития которого расширяет возможности создания наукоемкой продукции, освоения передовых технологий, ускоряет продвижение новейших результатов научно – технической деятельности в производственный сектор, стимулирует экономический рост предприятия.

В условиях экономической глобализации возрастает уровень разделения труда и производственная кооперация в мировом масштабе. Возрастающее влияние рыночной конкуренции сокращает сроки обновления номенклатуры производства, усиливает потребность переоснащения материально – технической базы производства современным многофункциональным переналаживаемым оборудованием.

Современные универсальные многокоординатные станки с ЧПУ обладают широкими технологическими возможностями, в т. ч. могут нарезать зубья различного профиля, с высокой точностью, цилиндрических, конических, шевронных, червячных, гипоидных колес. При этом возрастает производительность производства, снижается численность станочного парка, потери от брака, расходы на инструмент и оснастку, снижается себестоимость, повышается качество и конкурентоспособность выпускаемой продукции. Как показывает опыт ЗАО НКМЗ, особая эффективность достигается при использовании станков с ЧПУ для производства крупных зубчатых и червячных колес. На основе созданной трехмерной математической модели смежных поверхностей зубьев червячного колеса и установленных граничных условий, посредством ПО "CIMATRON" разработана управляющая программа к станку с ЧПУ "TOS VARNSDORF". Эта программа обеспечивает заданные параметры технологического режима нарезки зубьев червячного колеса торцевой фрезой (рисунок 1): модуль $m=38$ мм, число зубьев $z_2=49$, делительный диаметр $d=1862$ мм, число витков сопрягаемого червяка $z_1=3$, масса червячного колеса 2120 кг. Зубья крупных колеса нарезаются на стационарно установленных секторах (*1/4 зубчатого венца*): *наружный диаметр $d_a=800,35$ мм; $m=25$*
 $z=316$; $\beta=6^\circ$; $h=900$ мм, *масса $m=(13300 \times 4)=53200$ кг* (рисунок 2).

В процессе освоения производства конических колес с круговыми зубьями, и в еще большей степени, с циклическим продольным профилем зуба, на универсальных многокоординатных станках с ЧПУ, возникли серьезные сложности. Традиционная геометрическая модель зубчатого зацепления отражает станочное зацепление. В основе формообразования зубьев на универсальных многокоординатных станках с ЧПУ заложено математическое моделирование поверхностей зубьев.

Конические колеса с продольными линиями зубьев, очерченными по циклическим кривым, нарезаются торцовыми резцовыми головками методом обкатки с непрерывным делением на станках фирм Клингльнберг, Фиат, Эрликон, Крэвен [1, 2, 3, 4]. В условиях современного тяжелого машиностроения

достаточная загрузка такого станочного парка представляется весьма проблематичной. Многокоординатные станки с ЧПУ позволяют воспроизвести сложные поверхности зубьев по управляющим программам, для разработки которых необходимо получить соответствующие геометрические представления.

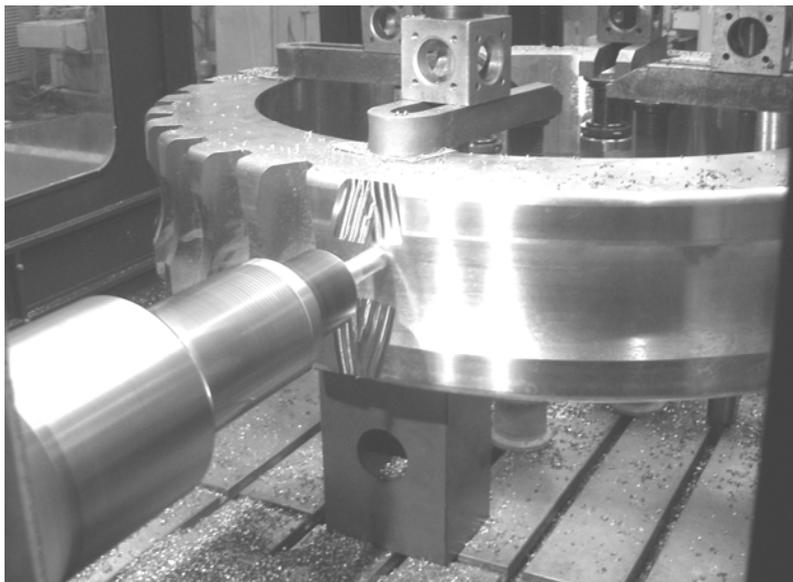


Рисунок 1 – Нарезка зубьев червячного колеса на станке с ЧПУ "TOS VARNSDORF"



Рисунок 2 – Нарезка зубьев на секторе зубчатого колеса на станке с ЧПУ "TOS KURIM"

Для вывода уравнений производящих поверхностей, расположенных на производящих колесах, введем системы координат: неподвижную $O \xi \eta \zeta$; подвижные $O_w x_w y_w z_w$ и $O_v x_v y_v z_v$ – жестко связанные с режущей головкой (рисунок 3). Режущая кромка инструмента Δ лежит в координатной плоскости $x_w O_w y_w$, где α представляет исходный профильный угол инструмента. Начало координат O_w смещено на величину радиуса установки инструмента m_w относительно оси режущей головки. Положение центра режущей головки O_v определяется соответствующими параметрами h_D и λ_D , а угол поворота координатой φ_v . Постоянный угловой параметр γ_D задает установку инструмента, начальное положение режущей головки определяется параметром δ_v . Система координат $O_D \xi_D \eta_D \zeta_D$ жестко связана с производящим колесом, угловая координата которого φ_D отображает процесс формирования зубьев. Считаем, что вращения производящего колеса φ_D и режущей головки φ_v происходят в различных направлениях.

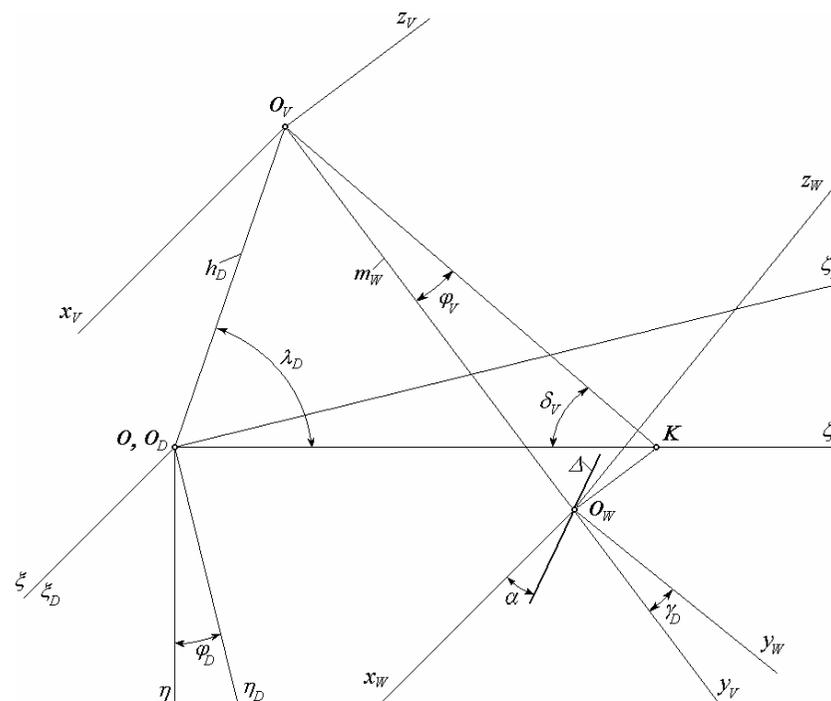


Рисунок 3 – Системы координат для определения производящих поверхностей

Уравнения, определяющие режущую кромку инструмента Δ

$$x_w = \Delta \cdot \cos \alpha; \quad y_w = \Delta \cdot \sin \alpha; \quad z_w = 0, \quad (1)$$

где Δ – текущий параметр для режущей кромки инструмента.

Уравнения (1) с помощью преобразований представим в системе координат $O_D \xi_D \eta_D \zeta_D$ и в результате получим уравнения производящей поверхности (2)

$$\left. \begin{aligned} x_{D_j} &= \Delta_j \cdot \cos \alpha, \\ y_{D_j} &= \Delta_j \cdot \sin \alpha \cdot \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j}] + m_{w_j} \times \\ &\quad \times \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] - h_{D_j} \cdot \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}), \\ z_{D_j} &= \Delta_j \cdot \sin \alpha \cdot \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j}] + m_{w_j} \times \\ &\quad \times \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + h_{D_j} \cdot \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $j=1, 2$ – индекс, указывающий соответствующую производящую поверхность, образующую выпуклую или вогнутую сторону нарезаемого зуба.

Продольный профиль зуба производящей поверхности представляет удлиненную эпициклоиду (3)

$$\left. \begin{aligned} y_{D_j}^0 &= m_{w_j} \cdot \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] - h_{D_j} \cdot \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}), \\ z_{D_j}^0 &= m_{w_j} \cdot \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + h_{D_j} \cdot \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

В соответствии с основной теоремой зацепления, представим общую нормаль к нарезаемой и производящей поверхности в канонической форме

$$\frac{\Xi_D - \xi_D}{n_{\xi_D}} = \frac{H_D - \eta_D}{n_{\eta_D}} = \frac{Z_D - \zeta_D}{n_{\zeta_D}}, \quad (4)$$

которая в точке их касания проходит через ось зацепления $O\xi$;

$$\Xi_D = 0; \quad \frac{H_D}{Z_D} = -tg\psi, \quad (5)$$

где ξ_D, η_D, ζ_D – координаты точки производящей поверхности; Ξ_D, H_D, Z_D – координаты точки пересечения нормали с осью зацепления; $n_{\xi_D}, n_{\eta_D}, n_{\zeta_D}$ – проекции нормали на оси координат; ψ – угол поворота производящего колеса в зацеплении с нарезаемым колесом.

Решая совместно уравнения (2), (4), (5), получим уравнение зацепления

$$\begin{aligned} &\Delta_j \cos \alpha \left\{ \cos \alpha \left[\Delta_j \sin \alpha \cos [\theta - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + m_{w_j} \cos [\theta - \gamma_{D_j} - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] - \right. \right. \\ &- r_{v_j} \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\} \cos \psi_j + \cos \alpha \left\{ \Delta_j \sin \alpha \sin [\theta - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + \right. \\ &+ m_{w_j} \sin [\theta - \gamma_{D_j} - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + r_{v_j} \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\} \sin \psi_j \left. \right\} + \\ &+ \sin \alpha \left[\Delta_j \sin \alpha + m_{w_j} \cos \gamma_{D_j} + r_{v_j} \sin (\theta - \varphi_{D_j} u_{vD} - \lambda_{D_j}) \right] \times \\ &\times \left\{ \Delta_j \sin \alpha \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j}] + m_{w_j} \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] - \right. \\ &- h_{D_j} \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\} \cos \psi_j + \left\{ \Delta_j \sin \alpha \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j}] + \right. \\ &+ m_{w_j} \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + h_{D_j} \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\} \sin \psi_j \left. \right\} = 0, \end{aligned}$$

где $\theta = \frac{\pi}{2} - \delta_{v_j} + \gamma_{D_j}$; r_{v_j} – радиус центриды резцовой головки; значения проекций нормали к производящей поверхности на оси координат

$$\left. \begin{aligned} n_{xD_j} &= \sin \alpha \cdot \left[\Delta_j \sin \alpha + m_{w_j} \cos \gamma_{D_j} + r_{v_j} \sin (\theta - \varphi_{D_j} u_{vD} - \lambda_{D_j}) \right]; \\ n_{yD_j} &= -\cos \alpha \cdot \left\{ \Delta_j \sin \alpha \cos [\theta - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + m_{w_j} \times \right. \\ &\quad \times \cos [\theta - \gamma_{D_j} - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] - r_{v_j} \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\}; \\ n_{zD_j} &= -\cos \alpha \cdot \left\{ \Delta_j \sin \alpha \sin [\theta - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + m_{w_j} \times \right. \\ &\quad \times \sin [\theta - \gamma_{D_j} - \varphi_{D_j}(1 + u_{vD})] + r_{v_j} \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j}) \left. \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

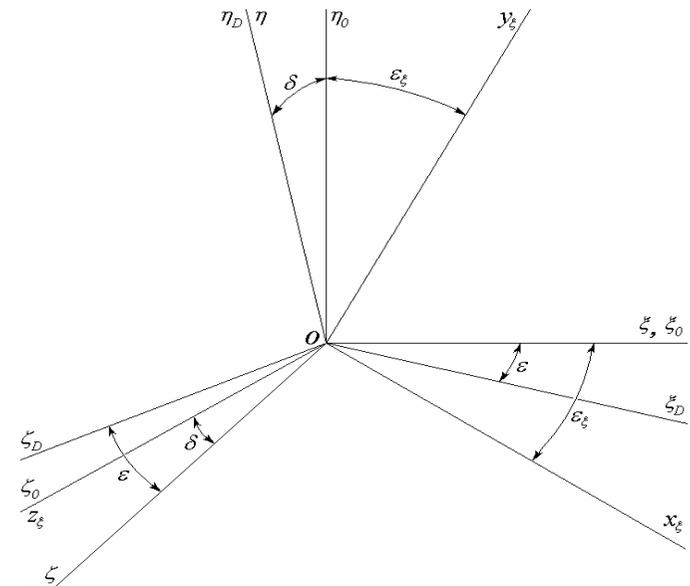


Рисунок 4 – Системы координат для определения поверхностей зубьев

Введем неподвижную систему координат $\xi_0 \eta_0 \zeta_0$, повернутую на угол начального конуса изделия δ относительно системы координат $\xi \eta \zeta$ (рисунок 4).

Система координат $x_\xi y_\xi z_\xi$ жестко связана с изделием. При зацеплении производящего колеса с изделием, системы координат $\xi_D \eta_D \zeta_D$ и $\xi \eta \zeta$ связаны углом ε , а системы $x_\xi y_\xi z_\xi$ и $\xi_0 \eta_0 \zeta_0$ углом ε_ξ . Представим уравнения (2) в системе нарезаемого колеса $x_\xi y_\xi z_\xi$:

$$\left. \begin{aligned} x_\xi &= \Delta_j \left\{ \cos \alpha \cos \varepsilon_{\xi_j} \cos \delta_j - \sin \alpha \left[\cos \varepsilon_{\xi_j} \sin \delta_j \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j} + \varepsilon_j] - \sin \varepsilon_{\xi_j} \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j} + \varepsilon_j] \right] \right\} - m_{w_j} \left\{ \cos \varepsilon_{\xi_j} \times \right. \\ &\times \sin \delta_j \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) + \varepsilon_j] - \sin \varepsilon_{\xi_j} \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) + \varepsilon_j] + \\ &+ h_{D_j} \left[\cos \varepsilon_{\xi_j} \sin \delta_j \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j} - \varepsilon_j) + \sin \varepsilon_{\xi_j} \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j} - \varepsilon_j) \right] \left. \right\} \\ y_\xi &= \Delta_j \cos \alpha \sin \delta_j + \cos \delta_j \left\{ \Delta_j \sin \alpha \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j} + \varepsilon_j] + \right. \\ &+ m_{w_j} \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) + \varepsilon_j] - h_{D_j} \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j} - \varepsilon_j) \left. \right\} \\ z_\xi &= \Delta_j \left\{ -\cos \alpha \sin \varepsilon_{\xi_j} \cos \delta_j + \sin \alpha \left[\sin \varepsilon_{\xi_j} \sin \delta_j \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) - \right. \right. \\ &- \gamma_{D_j} + \varepsilon_j] + \cos \varepsilon_{\xi_j} \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) - \gamma_{D_j} + \varepsilon_j] \left. \right\} + m_{w_j} \left\{ \sin \varepsilon_{\xi_j} \times \right. \\ &\times \sin \delta_j \sin [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) + \varepsilon_j] - \cos \varepsilon_{\xi_j} \cos [\delta_{v_j} + \varphi_{D_j} (1 + u_{vD}) + \varepsilon_j] - \\ &- h_{D_j} \left[\sin \varepsilon_{\xi_j} \sin \delta_j \sin (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j} - \varepsilon_j) - \cos \varepsilon_{\xi_j} \cos (\lambda_{D_j} - \varphi_{D_j} - \varepsilon_j) \right] \left. \right\} \end{aligned} \right\} (7)$$

Поверхность нарезаемого зуба определяется совместным решением уравнений (7) и (6).

Одной из основных задач синтеза конической передачи является оптимизация пятна контакта, представляющего непрерывное отображение на поверхности зуба мгновенных площадок контакта сопряженных поверхностей в процессе зацепления. Во избежание "диагональности" пятна контакта следует добиваться перпендикулярности направления рабочей линии зуба 2 к его средней линии 1 [5] (рисунок 5).

Большая ось эллипса сжатия сопряженных поверхностей 3 ориентирована вдоль линии мгновенного контакта станочного зацепления и определяется углами θ^* или λ^* [6, 7]

$$\begin{aligned} \cos \theta^* &= \frac{d\bar{r} \delta\bar{r}}{|d\bar{r}| |\delta\bar{r}|} = \\ &= \frac{E du \delta u + F (du \delta v + dv \delta u) + G dv \delta v}{\sqrt{E du^2 + 2F du dv + G dv^2} \sqrt{E \delta u^2 + 2F \delta u \delta v + G \delta v^2}}, \end{aligned}$$

где $d\bar{r}$ и $\delta\bar{r}$ – касательные векторы первой и второй кривых на поверхности; E, F, G – коэффициенты первой квадратичной формы; du, dv и $\delta u, \delta v$ – дифференциалы первой и второй линий на поверхности; θ^* – угол между касательными к линиям;

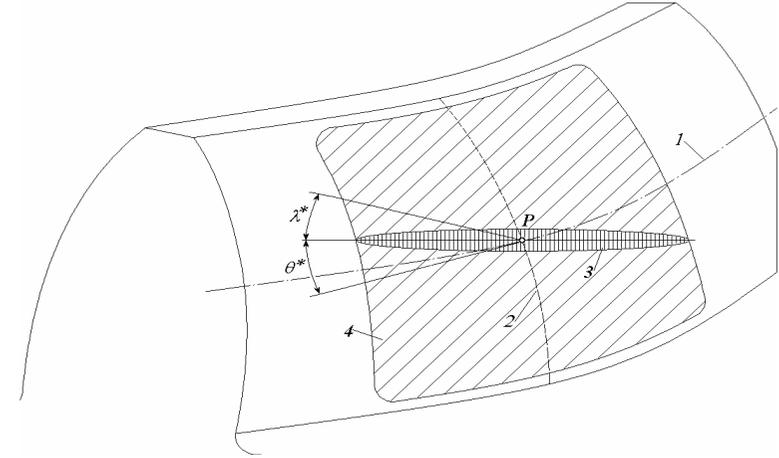


Рисунок 5 – Положение мгновенной площадки контакта и пятна контакта: 1 – средняя линия зуба; 2 – рабочая линия зуба; 3 – мгновенная площадка контакта сопряженных поверхностей зубьев; 4 – пятно контакта на боковой поверхности зуба

$$\cos 2\lambda^* = \frac{[(\kappa_{11} - \kappa_{12}) + (\kappa_{21} - \kappa_{22}) \cos 2\lambda]^2}{(\kappa_{11} - \kappa_{12})^2 + (\kappa_{21} - \kappa_{22})^2 + 2(\kappa_{11} - \kappa_{12}) \cdot (\kappa_{21} - \kappa_{22}) \cos 2\lambda},$$

где κ_{11}, κ_{12} и κ_{21}, κ_{22} – главные кривизны сопряженных поверхностей зубьев колес; λ – угол составленный направлениями главных кривизн κ_{11} и κ_{21} ; λ^* – угол составленный большой осью эллипса 3 и направлением главной кривизны κ_{11} .

Следует отметить, что существующие методы синтеза передач зацеплением привязаны к геометрическим и кинематическим параметрам станочного зацепления, что существенно ограничивает условия оптимизации активных поверхностей зубьев. Научные труды М.Л. Новикова и его последователей расширили представления о возможностях формообразования зубьев на основе контактных линий. Однако, реализация научных результатов ограничилась технологическими возможностями зуборезного оборудования. Широкие технологические ресурсы обрабатывающих центров, в совокупности с возможностью виртуального моделирования контакта зубьев проектируемой передачи, нуждаются в разработке новых подходов к синтезу зацепления высших кинематических пар, в полной мере отвечающих состоянию научного и технологического уровня современного производства.

Выводы. Методом геометрического синтеза построена математическая модель зуба конического колеса с продольными линиями, очерченными по циклическим кривым. Полученные результаты позволили разработать виртуальную модель зубчатой пары, оптимизировать пятно контакта, устранить интерференцию зубьев, обеспечить возможность выполнения управляющей программы к универсальному многокоординатному станку с ЧПУ для производства конических колес с циклическим продольным профилем зуба.

Список литературы: 1. Кедринский В.Н., Писманик К. М. Станки для нарезания конических зубчатых колес. – М.: ГНТИМЛ, 1958. – 535с. 2. Литвин Ф. Л., Кедринский В.Н., Гуляев К. И., Фирун Н. Б. Зацепление и нарезание конических колес с циклоидальными линиями зубьев // Станки и инструмент. – 1967. – №2. – С.23–26. 3. Гуляев К. И. Методы получения сопряженного зацепления конических колес с циклоидальным продольным профилем зуба // Изв. Вузов. Машиностроение. – 1964. – № 12. – С.15–20. 4. Литвин Ф.Л., Фирун Н.Б. Зацепление конических зубчатых колес с эпи-гипотрохоидными продольными профилями // Труды ИМАШ, семинар ТММ, т. XXII, вып. 85.М.: Изд. АН СССР. – 1961. – С.92–107. 5. Litvin F. L., Qi Fan, Fuentes A. Computerized Design, Generation, and Simulation of Face // Milled Formate Cut Spiral Bevel gears. – Chicago: Universitu of Illinois at Chicago, 2001. – 54с. 6. Фиников С.П. Теория поверхностей. – М.-Л.: ОНТИ ГТТИ, 1934. – 204с. 7. Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К. К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Т.2. – М.: Машгиз, 1959. – 478с.

Поступила в редколлегию 02.06.09

УДК 621.833

В.П. ШИШОВ, д.т.н., професор каф. машинознавства СНУ ім. В. Даля
П.Л. НОСКО, д.т.н., зав. каф. машинознавства СНУ ім. В. Даля
П.М. ТКАЧ, к.т.н., доцент каф. машинознавства СНУ ім. В. Даля
Ю.О. СКЛЯР, асп. каф. машинознавства СНУ ім. В. Даля
І.Г. ТКАЧ, асп. каф. машинознавства СНУ ім. В. Даля, м. Луганськ

ОСНОВИ СИНТЕЗУ ВИХІДНОГО КОНТУРУ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ІЗ ПІДВИЩЕНОЮ ЗНОСОСТІЙКІСТЮ ЗУБЦІВ КОЛІС

Дано рекомендації з визначення геометрії вихідного контуру рейкового інструмента з умови зниженого спрацювання робочих поверхонь зубців.

Recommendations by definition of geometry of an initial circuit of the rack instrument from a condition of a reduced wear of working surfaces of teeth are given.

Постановка проблеми. У сучасних умовах підприємства всіх галузей відчують гостру необхідність у якісних, надійних і довговічних зубчастих приводах, що є одним з відповідальних вузлів сучасних машин. Працездатність останніх багато в чому визначається показниками приводів. Тому завдання вдосконалювання зубчастих приводів, що входить у проблему багато-

критеріального синтезу машинобудівних конструкцій [1], є актуальною.

Аналіз літератури. Для оцінки працездатності зубчастих передач протягом багатьох десятиліть успішно використовуються такі геометро-кінематичні критерії [2, 3, 4]:

- відносна швидкість;
 - сумарна швидкість кочення робочих поверхонь;
 - приведена кривизна;
 - питомі ковзання,
- а так само комплексні критерії [3,4]:
- критерій контактної міцності;
 - критерій спрацювання;
 - критерій втрат у зачепленні;
 - критерій товщини масляної плівки в зоні контакту зубців;
 - температурний критерій заїдання;
 - питома робота сил тертя.

За останні роки тема синтезу стала дуже актуальною, їй присвячений ряд робіт, наприклад [4, 5]. З використанням їхніх результатів можна синтезувати зубчасті передачі за високим значенням кожного із зазначених критеріїв. При цьому синтез проводиться за одним із критеріїв, а інші використовуються для порівняльного аналізу.

У роботах [4, 5] наведено результати синтезу передач зачепленням за значеннями їх геометро-кінематичних критеріїв з наступним аналізом комплексних критеріїв. Однак, можливо реалізувати синтез геометрії вихідного контуру безпосередньо за значеннями комплексних критеріїв.

Ціль статті. Визначити функціональний взаємозв'язок між геометричними параметрами вихідного контуру циліндричної прямозубої передачі та критерієм спрацювання.

Розглянемо випадок синтезу геометрії вихідного контуру за значенням критерію спрацювання робочих поверхонь зубців. Величина зношування зубців (критерій спрацювання) можна оцінити величиною [4, 6]:

$$h_c = \Omega_u q_n f^{t_y} \eta, \quad (1)$$

де Ω_u – коефіцієнт, що не залежить від геометрії зубців; q_n – радіальна сила, що діє на одиницю довжини контактної лінії зубців; f – коефіцієнт тертя ковзання в зачепленні; η – питоме ковзання зубців; t_y – параметр кривої фрикційної втоми.

Для порівняльної оцінки спрацювання зубців будемо використовувати значення коефіцієнта тертя ковзання, що дорівнює [6]:

$$f = 0,09q_n^{0,1} \left[10 + \lg \left(\frac{HB \cdot R_a \cdot \chi}{E_{np}} \right) \right] \chi^{0,25} \nu^{-0,07} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{-0,35}, \quad (2)$$

де HB – твердість менш твердого з контактуючих зубців; R_a – шорсткість більш твердого з контактуючих зубців; E_{np} – приведений модуль пружності матеріалів коліс, що зачеплюються; ν – в'язкість масла; V_{Σ} – сумарна швидкість кочення робочих поверхонь; V_{12} – відносна швидкість (швидкість ковзання); χ – приведена кривизна робочих поверхонь зубців.

Для порівнювальної оцінки будемо розглядати відношення значень спрацювання зубців синтезованої передачі та передачі з евольвентним зачепленням. Тоді з використанням (1) відносне спрацювання дорівнюватиме:

$$\bar{h}_c = \frac{q_n f_e^{t_y} \eta}{q_{ne} f_e^{t_y} \eta_e}. \quad (3)$$

Тут q_{ne} , $f_e^{t_y}$, η_e – значення величин для евольвентної передачі.

Аналіз показує, що відношення $q_n/q_e \approx 1$ при однакових навантаженнях на синтезовану та евольвентну передачі. При цих же умовах відношення значень виразів у квадратних дужках співвідношення (2) для синтезованої та евольвентної передач можна покласти в першому наближенні такими, що дорівнюють одиниці. У цьому випадку рівняння (2) буде мати вигляд (при $t_y = 2$):

$$\bar{h}_c = \frac{\left(x^{0,25} V_{\Sigma}^{-0,1} V_{12}^{-0,35} \right)^2 \cdot \eta}{\left(x_e^{0,25} V_{\Sigma e}^{-0,1} V_{12 e}^{-0,35} \right)^2 \eta_e}. \quad (4)$$

Для синтезованої передачі, при більших значення радіусів початкових окружностей коліс, що зачепляються, приведена кривизна робочих поверхонь зубців дорівнює [4]:

$$\chi = \frac{(u+1)f_2'(\Omega_2')^2}{uR_1n^3}, \quad (5)$$

де R_1 – радіус початкового циліндра меншого колеса; $u = \frac{R_2}{R_1}$ – передаточне число (R_2 – радіус початкового циліндра більшого колеса); $n = \sqrt{(f_1')^2 + (f_2')^2}$ – модуль нормалі до профілю вихідного контуру; f_1 , f_2 , f_1' , f_2' – функції, що визначають геометрію вихідного контуру та похідні функцій f_1 і f_2 ; Ω_2' – по-

хідна функції Ω_2 :

$$\Omega_2 = \frac{f_1 f_1'}{f_2'} + f_2. \quad (6)$$

З урахуванням зазначеного вище наближені значення V_{12} , V_{Σ} і η синтезованої передачі будуть дорівнювати [4]:

$$V_{12} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1'}{f_2'}; \quad V_{\Sigma} = 2R_1 \sqrt{\frac{f_2'}{\chi n}}; \quad \eta = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{f_2' R_1} \sqrt{\frac{\chi R^3}{f_2'}}, \quad (7)$$

де $\chi = \frac{\chi R_1 u}{u+1}$ – відносна приведена кривизна.

Для евольвентної передачі з використанням (7) маємо:

$$V_{12e} = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{\sin \alpha_e}; \quad V_{\Sigma e} = 2R_1 \sin \alpha_e; \\ \eta_e = \frac{u+1}{u} \cdot \frac{f_1}{uR_1 \sin^2 \alpha_e}; \quad \chi_e = \frac{1}{\sin \alpha_e}, \quad (8)$$

де α_e – профільний кут вихідного контуру евольвентної передачі.

З рівняння (4) з використанням (7) і (8) одержуємо

$$\bar{h}_c = \chi^{1,1} (f_2')^{-0,9} n^{0,9} \sin^2 \alpha_e. \quad (9)$$

Зробимо в співвідношенні (9) заміну змінних: $\zeta = \sin \alpha$ (α – поточний профільний кут вихідного контуру синтезованої передачі, дивись рисунок). Тоді

$$\bar{h}_c = \frac{\chi^{1,1}}{\zeta^{0,9}} \sin^2 \alpha_e. \quad (10)$$

При такій же заміні змінних з (5) будемо мати

$$\chi = \frac{(\zeta - f_1 \zeta')^2}{\zeta^3}, \quad (11)$$

де ζ' – похідна функції ζ по f_1 .

З рівностей (10) і (11) одержуємо

$$\chi_0 = \frac{(\zeta - f_1 \zeta')^2}{\zeta^{3,82}}. \quad (12)$$

Тут $\chi_0 = (\bar{h}_c \sin^{-2} \alpha_e)^{0,91}$.

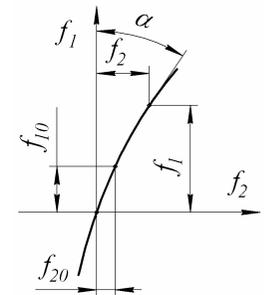


Рисунок – Схема вихідного контуру

Рівняння (12) є диференціальним рівнянням, рішення якого при заданому χ_0 визначає поточний кут вихідного контуру синтезованої передачі. При цьому значення $\bar{h}_c < 1$ показує в скільки разів спрацювання робочих поверхонь зубців синтезованої передачі менше спрацювання зубців евольвентної передачі. Помітимо, що значення \bar{h}_c може бути постійним і змінним у межах поля зачеплення коліс. При $\bar{h}_c = const$ рівняння (12) має таке рішення:

$$f_1 = c \frac{\zeta}{\left(1 - \sqrt{\chi_0 \zeta^{1,82}}\right)^{1,1}}, \quad (13)$$

де c – постійна інтегрування.

Задаючи початкові умови інтегрування $\zeta = \zeta_0$ при $f_1 = f_{10}$, одержуємо значення

$$c = \frac{f_{10} \left(1 - \sqrt{\chi_0 \zeta_0^{1,82}}\right)^{1,1}}{\zeta_0}. \quad (14)$$

З (13) випливає:

$$\zeta = \frac{f_1}{\left(\sqrt{c^{1,82}} - \sqrt{\chi_0 f_1^{1,82}}\right)^{1,1}}. \quad (15)$$

Функцію f_2 (рисунок) можна визначити з її розкладання в ряд виду

$$f_2 = f_{20} + f_{20}'(f_1 - f_{10}) + \frac{1}{2} f_{20}''(f_1 - f_{10})^2 + \frac{1}{6} f_{20}'''(f_1 - f_{10})^3 + \dots, \quad (16)$$

де f_{20} – значення функції f_2 при $f_1 = f_{10}$; f_{20}' , f_{20}'' , f_{20}''' – значення похідної функції f_2 при $f_1 = f_{10}$.

Значення похідних дорівнюють

$$\begin{aligned} f_{20}' &= \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}; \\ f_{20}'' &= \frac{\zeta'}{\left(1 - \zeta^2\right)^{\frac{3}{2}}}; \\ f_{20}''' &= \frac{\zeta''(1 - \zeta^2) + 3\zeta(\zeta')^2}{\left(1 - \zeta^2\right)^{\frac{5}{2}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{Тут } \zeta' = \frac{\zeta - \chi_0^{0,5} \zeta^{1,91}}{f_1}; \quad \zeta'' = -\frac{1,91 \zeta^{0,91} \zeta' \chi_0^{0,5}}{f_1}.$$

Висновок. Отримано залежності, що дозволяють визначити геометричні параметри вихідного контуру прямозубої циліндричної передачі, що має зменшене значення критерію спрацювання (підвищену зносостійкість).

Список літератури: 1. Кіндрацький Б., Сулим Г. Сучасний стан і проблеми багатокритеріального синтезу машинобудівних конструкцій (огляд) // *Машинознавство*. – Львів, 2002. – №10(64). – С.26–40. 2. Коростелев Л.В. Кинематические показатели несущей способности пространственных зацеплений // *Изв. вузов. Машиностроение*. – 1964. – №10. – С.5–15. 3. Кудрявцев В.Н. Детали машин. – Л.: Машиностроение, 1980. – 464с. 4. Шишов В. П., Носко П. Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями. Монография. – Луганск: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2004. – 336с. 5. Шишов В. П., Носко П. Л., Филь П. В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением. – Луганск: вид-во СНУ ім. В. Даля, 2006. – 408с. 6. Трение, изнашивание, смазка // *Справочник в 2-х кн. Под редакцией И.В. Крагельского и В.В. Алисына*. – Кн.2. – М.: Машиностроение, 1979. – 358с.

Поступила в редколлегию 14.05.09

СОДЕРЖАНИЕ

Шаповалов В.Ф., Печеный В.И., Коротун А.Н., Клочко А.А., Михайлов Г.И. О патриархе зубообработки А.К. Сидоренко (к 100-летию со дня рождения)...	3
Абрамов В.Т., Гетья А.Н., Матусевич В.А., Шехов А.В. Методика оптимизации многоступенчатого планетарного механизма по критерию массы.....	10
Ананьев В.М., Дорофеев В.Л., Капелевич А.Л. Новые подходы к проектированию зубчатых передач авиационных редукторов	19
Андрюченко С.В. Экспериментальное измерение усилий в цепи в процессе ее движения.....	29
Бабичев Д.Т., Бабичев Д.А., Панков Д.Н. Анализ формообразования зубьев методами огибания изломами на производящих поверхностях и линиях.....	32
Белодеденко С.В., Иваница А.С. Оптимизация механических свойств сталей зубчатых передач отрезных устройств для металлопроката	45
Власенко В.Н., Высоцкий А.З. Расчет геометрии конических и гипоидных зубчатых передач	51
Воронцов Б.С., Бочарова И.А., Чаплинский Д.А. Синтез и изготовление сложнопрофильных зубчатых колес	54
Дорофеев Д.В. Анализ методов оценки контактной выносливости зубчатых передач для повышения эффективности проектирования с использованием нового метода построения блокировочных контуров	59
Иванов Е.М. Определение демпфирующих характеристик звеньев колебательной системы	67
Кавецкий С.Н. Синтез планетарного механизма $2A - \overline{AI}$ с учетом углов зацепления с радиальным дальним расположением сателлитов	72
Калинин П.Н., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В. Проектирование цилиндрической передачи с постоянной суммарной длиной контактных линий.....	77

Кириченко И.А., Кузьменко Н.Н. Аналитическое определение кинематических и геометрических параметров глобоидной передачи второго рода	81
Лалев Б.И., Антонов Г.П., Колева К.С. Численное моделирование упругих деформаций при статическом нагружении шпинделей металлорежущих станков	86
Малащенко В.О., Кравець І.Є., Малащенко В.В. Комп'ютерно-експериментальне визначення спрацювання зубців великогабаритних зубчатих передач млинів	96
Носко П.Л., Черников А.В., Павлов А.И. Построение эволютного зацепления	102
Павлов В.А. Инструмент для изготовления зубьев эволютной передачи.....	105
Попов А.П., Кипреев Ю.Н. Повышение нагрузочной способности зубчатых передач по контактным напряжениям.....	108
Приймаков А.Г., Устиненко А.В. Саморегулирование процессов разрушения зубчатых пар с позиций теории поверхностной прочности	118
Самидов Х.С., Агаев Ф.Ф. Оптимизация электромеханических систем приводов машин по коэффициенту динамичности	126
Старжинский В.Е., Гоман А.М., Хиженок В.Ф., Петроковец Е.М. Зубчатые передачи с пластмассовыми колесами: программа автоматизированного проектирования	145
Стеценко Я.А. Исследование предельного режима работы волновой зубчатой передачи ...	159
Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И., Воробьев Н.Д. Формирование конических зубьев с циклическим продольным профилем на универсальных многокоординатных станках с ЧПУ	163
Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Скляр Ю.О., Ткач І.Г. Основи синтезу вихідного контуру циліндричних зубчастих передач із підвищеною зносостійкістю зубців коліс.....	171