

**ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА “ХПИ”**

**Сборник научных трудов
Тематический выпуск
“МАШИНОВЕДЕНИЕ И САПР” 12'2009**

Издание основано Национальным техническим университетом “Харьковский Политехнический Институт” в 2001 году

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель

Л.Л.Товажнянский, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета

К.А.Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Е.И.Сокол, д-р техн. наук, проф.;
Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;
Т.С.Воропай, д-р фил. наук, проф.;
М.Д.Годлевский, д-р техн. наук, проф.;
А.И.Грабченко, д-р техн. наук, проф.;
В.Г.Данько, д-р техн. наук, проф.;
В.Д.Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б.Клепиков, д-р техн. наук, проф.;
П.А.Качанов, д-р техн. наук, проф.;
В.А.Лозовой, д-р фил. наук, проф.;
О.К.Морачковский, д-р техн. наук, проф.;
П.Г.Перерва, д-р экон. наук, проф.;
Н.И.Погорелов, канд. экон. наук, проф.;
М.И.Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б.Самородов, д-р техн. наук, проф.;
В.П.Себко, д-р техн. наук, проф.;
В.И.Таран, д-р техн. наук, проф.;
Ю.В.Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;
Н.А. Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Государственное издание Свидетельство Госкомитета по информационной политике Украины
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Ответственный редактор:

Н.А.Ткачук, д-р техн. наук, проф.

Ответственный секретарь:

А.В.Ткачук, канд.техн. наук, ст.н.с.

Е.Е. Александров, д-р техн. наук, проф.;
В.С. Гапонов, д-р техн. наук, проф.;
Г.Н. Жолткевич, д-р техн. наук, проф.;
А.А. Зарубина, канд.техн.наук, проф.;
В.Б. Зеленский, канд.техн.наук, доц.;
Г.И. Львов, д-р техн. наук, проф.;
А.Д. Чепурной, д-р техн. наук, проф.

Адрес редколлегии: 61002, Харьков,
ул. Фрунзе, 21. НТУ “ХПИ”.

Каф. ТММиСАПР,
тел. (0572) 7076-902.

Харьков 2009

Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”. Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Машинознавство та САПР. – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2009. – № 12. – 149 с.

У збірнику представлені результати досліджень кінематики, динаміки, напружено-деформованого стану елементів сучасних машин, а також методи, моделі та системи їх автоматизованого проектування.
Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

В сборнике представлены результаты исследований кинематики, динамики, напряженно-деформированного состояния элементов современных машин, а также методы, модели и системы их автоматизированного проектирования.
Для преподавателей, научных сотрудников, специалистов.

**Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ “ХПІ”.
Протокол № 7 від 29 травня 2009 р.**

О.Д. БОЙКО, ад'юнкт науково-організаційного відділу Львівського інституту Сухопутних Військ Національного університету „Львівська Політехніка”, м. Львів

АНАЛІЗ ЗАПАТЕНТОВАНИХ КОНСТРУКТИВНИХ РІШЕНЬ КОЛІСНОГО РУШІЯ ЩОДО ЗМЕНШЕННЯ ВПЛИВУ ЙОГО ПОШКОДЖЕННЯ НА ДИНАМІКУ РУХУ

В статті проаналізовані та узагальнені патентні джерела інформації стосовно особливостей конструкцій та можливості використання цих рішень для вітчизняних військових колісних транспортних засобів. Проведена систематизація, класифікація, аналіз напрямків робіт та визначені основні завдання подальших досліджень.

In the paper patent sources of information are generalized and analysed concerning the features of constructions and possibility of the use of these solutions for domestic military wheeled transport vehicles. The systematization, classification, analysis of working directions are conducted and basic tasks are determined in relation to subsequent researches.

Постановка проблеми. Практично кожен водій відчуває страх втратити контроль над автомобілем на швидкості з причин пошкодження шини. З міркувань безпеки під час руху такі застереження є небезпідставними оскільки такі випадки практично неможливо передбачити, і, як наслідок, запобігти їх появи, а вони призводять до аварій з різними ступенями важкості. Як свідчить опублікований статистичний матеріал, у Німеччині щорічно пошкодження шин стає причиною близько 6000 аварій [1]. Ця проблема не менш гостро стоїть перед військовими колісними транспортними засобами. Досвід застосування колісних транспортних засобів (КТЗ) підрозділами ЗС України в миротворчих операціях показав, що одними з найбільш уразливих елементів таких машин є колесо та елементи системи регулювання тиску повітря в шинах (СРТПШ). З опублікованих статистичних матеріалів [2] відомо, що внаслідок експлуатації КТЗ на межі експлуатаційних можливостей та отриманих бойових пошкоджень на шини та елементи СРТПШ припадає близько 23 % від загальної кількості несправностей, з них близько – 16% на шини, 30% – на їх камери і 56% – на елементи СРТПШ.

Одним із перспективних способів збереження та покращення динамічних властивостей КТЗ військового призначення є мінімізація впливу проколів, бойових пошкоджень шин коліс, що досягається шляхом застосування СРТПШ. Такі системи в певних межах дозволяють зберігати сталий тиск повітря в шинах і дають можливість зміни тиску повітря в шинах коліс залежно від умов експлуатації, але СРТПШ є ефективними при незначних пошкодженнях, коли продуктивність насоса перевищує втрати в пошкодженій шині.

Метою статті є узагальнення та аналіз технічних рішень щодо розвитку конструкції колісного рушія та засобів, які забезпечують його надійну роботу за умов пошкодження та можливості спільної роботи з СРТПШ, з урахуван-

ням конструктивних особливостей та ефективності застосування на КТЗ. Огляд проведено по опублікованих патентних, технічних, науково-технічних періодичних вітчизняних та закордонних виданнях. Методика досліджень базується на порівняльному аналізі шляхів вирішення цієї проблеми з метою визначення можливості та доцільності використання отриманих результатів для вітчизняних військових КТЗ.

Викладення основного матеріалу. Автомобільна шина, пошкоджена під час руху, погіршує динамічні властивості КТЗ і часто стає причиною аварії, особливо на великій швидкості. Але цей ризик можна звести до мінімуму, якщо знати основні причини, що приводять до пошкодження шини, їх слід класифікувати: *непередбачувані*: бойове пошкодження від кулі, осколка, міни тощо; наїзд на сторонній предмет, який руйнує конструкцію шини; попадання колеса автомобіля до ями на великій швидкості. При цьому, як правило, ушкоджується колісний диск і порушується герметичність покриття; *передбачувані*: невідповідний тиск повітря в шинах (це приводить до перегріву шини і руйнування конструкції); механічні пошкодження шини (порізи, грижі, фрагменти металевих кордів і ниток); сильний знос шини; старіння гуми і втрата її еластичності (візуально помітні маленькі тріщини на поверхні шини); перевантаження або нерівномірне розташування вантажу на вантажній платформі; перевищення швидкості при зниженому тиску.

Основні дослідження були спрямовані на проведення порівняльного аналізу існуючих патентних розробок, які би дозволяли мінімувати вплив пошкоджень, які неможливо передбачити. Як відомо, на всіх військових вітчизняних КТЗ, до яких відносяться автомобілі багатоцільового призначення та бронетранспортери, використовуються СРТПШ, для якої компресор є джерелом стиснутого повітря і має продуктивність 220 л/хв. та 360±20 л/хв. при максимальних обертах двигуна. На закордонних КТЗ компресори більш потужні, наприклад, на автомобілях корпорації Oshkosh використовуються поршневі компресори двох типів, які мають продуктивність 390 або 570 л/хв. та 610 або 880 л/хв. при максимальних обертах двигуна. У випадку, коли компресор не компенсує втрати повітря при пошкодженні колеса, проблема забезпечення безпеки руху залишається.

Шляхи зменшення впливу пошкодження колісного рушія за допомогою додаткових засобів. Зовнішні засоби зменшення впливу пошкодження колісного рушія. Суть способу полягає в тому, що на диск встановлюють додаткові пружні або жорсткі елементи, які, як правило, жорстко кріпляться до диску з зовнішнього боку шини або камери, інколи – з обох боків. Їх конструкція являє собою елемент меншого діаметру від самої шини, який певною мірою дозволяє зберегти керованість КТЗ при ушкодженні шин. Перевагами цього способу є те, що такі елементи створюють додатковий захист шини від бокових пошкоджень. Основна відмінність запропонованих патентних рішень полягає в загальних ознаках, в формі, особливостях виконання та способах кріплення самих елементів, на даний час цей спосіб не набув широкого застосування.

Надувана порожнина колеса [3] пересувного засобу (безкамерна покрит-

шка, шина, камера, порожнина або їх система), що має засіб для уникнення пошкодження диском шини чи камери, камери містять кільцеву частину, яка може бути жорсткою і такою, що ковзає відносно камери. Винахід дозволяє збільшити безпеку і термін служби покриття.

Порожнина колеса, що накачується [4], представляє собою камеру з розташованими на її зовнішній поверхні високоміцними зігнутими пружними стрижнями, що охоплюють камеру уперек бігової доріжки колеса. Також на зовнішній поверхні обода колеса розташовані бічні обмежувальні кільця з еластичними кільцеподібними прокладками, що фіксують тороподібну пружну камеру і високоміцні зігнуті пружні стрижні в певному положенні на ободі колеса. Високоміцні зігнуті пружні стрижні виконані у вигляді пружної дуги, кінцеві частини якої Г-подібно зігнуті в напрямі один до одного, причому Г-подібна зігнута кінцева частина дуги розташована на поверхні обмежувального кільця або на поверхні еластичної кільцеподібної прокладки цього кільця.

Суттєвим недоліком запропонованих розробок є те, що їх неможливо застосовувати на здвоєних шинах, вони унеможливають тривалу здатність КТЗ продовжувати рух із збереженням достатніх динамічних якостей КТЗ, а також не дозволяють застосування СРТПШ на важкопрохідних ділянках дороги, що ставить під сумнів доцільність і ефективність їх застосування на військових КТЗ.

Внутрішні засоби зменшення впливу пошкодження колісного рушія – цей спосіб застосування додаткових внутрішніх пружних елементів у вигляді бандажу або додаткової шини, які встановлюються всередині шини безпосередньо на диск.

Перший патент №2262780 US. "Inner tire" [5], розроблений винахідником з США (рис. 1). Відомі форма елемента, що може бути суцільною, з наповнювачем, а також виконаними з порожниною для заповнення повітрям. Зараз цей спосіб порівняно широко застосовується на КТЗ різних галузей економіки розвинутих держав. Перевагою цього способу є відсутність обмежень на застосування СРТПШ і надає можливість продовжувати рух при пошкодженій шини до найближчого пункту технічного обслуговування без значної шкоди для шини. Основна відмінність патентних рішень полягає в конструктивних особливостях виконання, місці розміщення та способі кріплення самого пружного елемента.

Пневматична вставка [6] тороїдного типу для пневматичної шини, яка розташовується всередині шини на пазах диску, містить в бічних стінках два пружних кільцевих елемента, за рахунок яких вона щільно прилягає до диска та внутрішніх частин шини, вона оснащена пристроєм для наповнення стислим повітрям (рис. 2).

Гумова армована тороїдна мембрана [7] для підтримки безкамерної шини

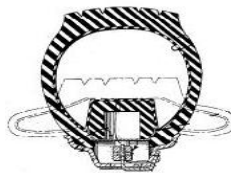


Рис.1



Рис.2



Рис.3



Рис.4



Рис.5



Рис.6

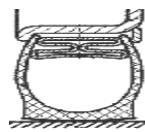


Рис.7

типу Р, вона розташовується в середині шини на пазах диску і являє собою тороїдну ємність, яка у верхній (контактній) частині має армований протектор з малюнком, бокові стінки містять кордові нитки, вона оснащена пристроєм для наповнення стислим повітрям (рис. 3).

Колесо [8] містить обід і пневматичну шину, в порожнині якої встановлена з кільцевим зазором еластична оболонка у вигляді порожнисто-го тора, що розділяє порожнину шини на дві, утворюючи в шині кільцеву робочу порожнину. Кільцева робоча порожнина забезпечена додатковою еластичною камерою у вигляді тора, встановленою у внутрішній порожнині еластичної оболонки і що сполучається з кільцевою робочою порожниною за допомогою клапанів з отворами, що дроселюють, встановленими на поверхні еластичної оболонки. Кільцева робоча порожнина і додаткова еластична камера, заповнені рідиною, утворюють гідравлічну демпфуючу систему колеса (рис. 4).

Система функціонування шини без тиску [9], яка охоплює пневматичну шину, являє собою пружний елемент, який встановлюється довкола обода колеса в його пазах, для кращого контакту верхній та нижній контактні шари мають малюнок, між ними всередині елемента є ребра жорсткості, які утворюються перегородками (рис. 5).

Опорне тіло [10] виконане у вигляді оболонкоподібного кільцевого елемента, розташованого усередині шини, який своїми обома аксіально-зовнішніми зонами стінки спирається через кільцеві опорні елементи на обід колеса. Причому опорні елементи в радіальному і осьовому напрямках навантаження мають різні величини пружності. При цьому кільцеві опорні елементи виконані у вигляді багатопарових елементів, які по радіальній висоті опорних елементів складаються з декількох сполучених один з одним шарів матеріалу різної пружності (рис. 6).

Безкамерне колесо підвищеної надійності [11] містить обід (диск), шину, встановлену на ободі, і силовий каркас, виконаний у вигляді пружного амортизуючого кільця, встановленого усередині шини на ободі колеса. Силовий каркас рівномірно деформований при нормальній температурі у напрямку до центру обода до утворення зазору між ним і внутрішньою поверхнею шини, що знаходиться під навантаженням, і виконаний з матеріалу з ефектом пам'яті форми з температурою відновлення первинної до деформації форми, рівної гранично допустимій температурі нагріву шини (рис. 7).

Автомобільне колесо [12] має опорне тіло аварійного руху, яке виконано з міцного, еластичного і повітронепроникного матеріалу у формі автомобільної камери і знаходиться в здутому стані під покришкою на ободі колеса або в спеціально виготовлений на ободі колеса під покришкою кільцевій ніші, воно жорстко прикріплено однієї своєю стороною до обода колеса. Опорне тіло аварійного руху виконане з можливістю під час подачі до нього повітря роздуватися до розмірів штатної покришки і через сполучний клапан сполучено з апаратом, аналогічним апарату для наповнення газом запобіжних подушок системи безпеки транспортних засобів. Даний апарат у свою чергу сполучений зі встановленими на ободі колеса під покришкою декількома датчиками, здатними при різкому падінні тиску повітря під покришкою включати в дію даний апарат (рис. 8).



Рис.8

Шина [13] сконструйована так щоб, із внутрішнього боку до стінок бортових кілець основної шини була можливість кріплення двох додаткових пружних елементів (губок), пружні елементи (губки) в поперечному перерізі мають поперечні повітряні отвори та отвори для кріплення до основної шини за допомогою гвинтів (рис. 9).



Рис.9

Аналіз вищезазначених патентів показав, що поряд із всіма перевагами і доволі широким застосуванням, цей спосіб можливий тільки при використанні на КТЗ безкамерних шин, а, як відомо, на більшості вітчизняних військових КТЗ використовуються діагональні камерні шини з регульованим тиском. Також він ускладнює конструкцію колеса за рахунок матеріаломісткості, що збільшує вагу колеса, а, як наслідок, це доволі негативно позначиться на динамічних якостях машини. Це ставить під сумнів доцільність застосування цього способу в вітчизняних військових КТЗ.

Конструктивні рішення по зміні елементів колісного рушія для зменшення впливу пошкоджень. Повздовжні секційні камери та шини. Суть цього способу полягає в тому, що шина містить всередині щонайменше одну перегородку або всередину звичайної шини колеса встановлюють одну розділену на повздовжні секції або кілька окремих меншого розміру тороподібних камер, які можуть бути з'єднані між собою або відокремлені щодо наповнення їх стислим повітрям. У випадку проколу однієї секції чи камери стисле повітря виходить з неї, а сусідні секції чи камери заповнюють її простір або за рахунок жорстких стінок зберігають свою форму. При цьому відбувається падіння тиску в шині, але зберігається керованість КТЗ і надає можливість продовжувати рух за умови доведення тиску в непошкоджених секціях до норми.

Шина [14] містить камеру, призначену для використання в низькопрофільних шинах, яка розділена щонайменше на дві частини за допомогою внутрішньої стінки, яка проходить в екваторіальній площині і визначальній межі центрального сердечника, і двох бічних стінок згаданої камери. Сердечник містить згадану стінку, від кінців якої два фланці відходять перпендикулярно

самій стінці в протилежних напрямках на задану довжину. Кінці фланців і бічних стінок зв'язані один з одним за допомогою вулканізації, при цьому жорсткість сердечника більше жорсткості бічних стінок (рис. 10).



Рис.10

Обід колеса [15] виконаний з двома сідлами, що формують конус для зачеплення з відповідними бортами шини, причому з його вершиною на осі обертання в положенні аксіального зовні обода. При цьому шина містить тороїдальний каркас і камеру. Шина має максимальну ширину в зоні бортів. Камера забезпечена пристроєм для накачування і спуску, вставленим в стінку камери, причому без якого-небудь елемента для з'єднання з середовищем зовні колеса,



Рис.11

зокрема, обода, що проходить через стінку (рис. 11). Власником цих патентів є корпорація, яка є одним з найбільших виробників шин – Пиреллі Пнеуматичи С.П.А.

Шина [16] складається з протектора, бортів, посилені металевим сердечником, і опорної стійки, привулканізованої до протектора з внутрішнього його боку. Висота опорної стійки менше висоти внутрішнього профілю шини. Опорна стійка має виступи (на нижньому кінці її), на яких встановлені пелюсткові кільцеві клапани. Опорна стійка утворює усередині шини два тороїдальні об'єми, а між клапанами в порожнині на диску колеса розташований зарядний вентиль. Шина може мати дві опорні стійки, тоді усередині шини розташовано три внутрішні об'єми (рис. 12).



Рис.12

Винахід [17] містить дві розташовані уздовж кола бічні стінки, щонайменше одну розташовану уздовж кола проміжну стінку, встановлену між бічними стінками і розташовану поперечна підстава, що продовжується від однієї бічної стінки до іншої, і утворює відсік між бічною стінкою і розташованою поряд з нею проміжною стінкою або між двома сусідніми проміжними стінками (рис. 13).

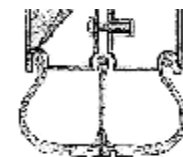


Рис.13

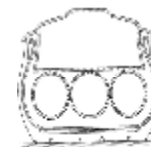


Рис.14

Винахід [18] містить платформу, розташовану довкола обода і три або більше камери, розташовані в межах западини шини між платформою і периферичною внутрішньою поверхнею каркасу, так, що при номінальному тиску повітря в шині камери не контактують з периферичною внутрішньою поверхнею шини, а вступають в роботу при зниженні тиску чи пошкодженні шини (рис. 14).

Радіальна шина [19], яка встановлюється на диск і містить основну, праву і ліву частини (секції), кожна частина оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям, перегородки між ними виконані під кутом і містять жорсткі елементи, які утримують перегородки в пазах диску,



Рис.15

стілки перегородок здатні деформуватись в обох напрямках, при номінальному тиску бокові частини не контактують з опорною поверхнею (рис. 15).

Пневматична шина [20], яка містить покришку і розміщену в ній камеру з вентилям, покришка по висоті розділена перегородкою з вільним нижнім кінцем, яка розміщена по внутрішньому екватору і утворює дві порожнини, кожна з яких містить свою камеру з вентилям (рис. 16).

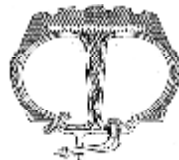


Рис.16

Безпечна шина [21], яка розділена на три секції, кожна секція оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям, на стінках перегородок встановлено клапани, стінки перегородок виконані з пружного нежорсткого матеріалу і здатні деформуватись в обох напрямках (рис. 17).

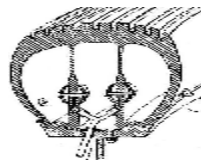


Рис.17

Камера для шини [22], яка ділить шину на два відокремлених об'єми, шина має пази кріплення змінної надувної камери, що безпосередньо контактує з внутрішньої сторони з поверхнею бігової частини шини, камера і шина оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям (рис. 18).

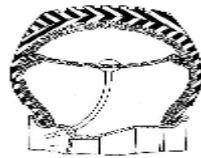


Рис.18

Безпечна шина [23], що містить зовнішню шину і стійку внутрішню шину, кожна з яких оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям, внутрішня шина містить в боковій стінці односторонній клапан (рис. 19).



Рис.19

Шина [24], яка розділена на три секції, секції (А,С) оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям, а секція (В) має сполучний клапан, стінки секцій виконані з пружного нежорсткого матеріалу і здатні деформуватись (рис. 20).



Рис.20

Безкамерна шина [25], яка розділена на три секції. Основна секція, яку утворюють шина та диск, оснащена засобом для наповнення стисненим повітрям, а бокові секції є герметичними, стінки секцій виконані з пружного нежорсткого матеріалу і здатні деформуватись, при цьому за рахунок особливої форми вони здійснюють перерозподіл площі контакту в залежності від навантаження див. рис. 21.

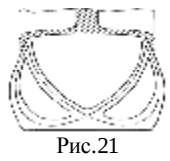
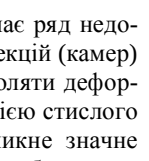


Рис.21

Повздовжнє розділення шин чи камер має ряд недоліків, зокрема шина повинна містити багато секцій (камер) або жорсткі перегородки, які не будуть дозволяти деформуватись стінкам неущкоджених секцій під дією стислого повітря. При умові невиконання цього виникне значне падіння тиску в непошкоджені секції або шина буде мати недостатні демпфуючі якості, що негативно відзначиться на динамічних якостях машини і підвищить навантаження на підвіску та трансмісію КТЗ. Також

такі конструктивні рішення вимагають кардинальної зміни технології виготовлення. Це обумовлює складність цього способу і недоцільність застосування цього способу в вітчизняних військових КТЗ.

Поперечні секційні камери та шини – суть цього способу полягає в тому, що шина містить всередині камеру, розбиту в поперечному напрямку на секції або набір окремих камер у вигляді секцій, які утворюють при збиранні одну тороподібну звичайну камеру. Секції можуть бути як з'єднані між собою, так і відокремлені щодо наповнення їх стислим повітрям. Перша патентна публікація по цьому способу було опубліковано 1920.05.04 [26] (рис. 22). У випадку проколу однієї секції чи камери стисле повітря виходить з неї, а сусідні секції

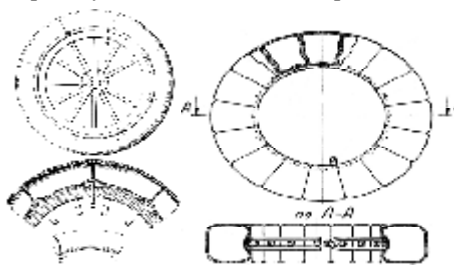


Рис.22

Рис.23

чи камери заповнюють її простір, внаслідок чого відбувається незначне падіння тиску в них, що дозволить зберегти керованість КТЗ і надасть можливість продовжувати рух скільки це необхідно за умови доведення тиску в непошкоджених секціях до норми. Цей спосіб може бути застосований як з радіальними, так діагональними шинами [27] (рис. 23).

Суть обох винаходів полягає в тому, що пневматична шина містить покришку і надувну камеру з окремих секцій. Кількість секцій складає 12-50. Осередки контактують торцевими стінками, площа яких складає 1,2-3,5 площі поперечного перетину секції. Секції закріплені на основі, виконаному у вигляді двох паралельних один одному трубчастих колекторів - основного і допоміжного, ідентичних формі обода колеса. Між колекторами закріплені втулки. Кожна секція забезпечена штуцером, що приєднаний до відповідної втулки, при цьому кожна втулка усередині у верхній частині містить повітряний клапан з пружиною, в нижній частині поршень-штовхач, основний колектор сполучається з клапаном, допоміжний з поршнем, з одного кінця обидва трубчасті колектори герметично заглушено, а з іншого кінця жорстко сполучені з ніпелем, виконаним з двома відповідними отворами, вільний кінець ніпеля виконаний із зовнішньою різьбою.

Автомобільне колесо [28] містить корпус колеса, маточину з отвором для посадки колеса на вісь, покришку, шину з секційною гумовою пневматичною камерою, розділеною на 8 окремих пневматичних камер (секцій), кожна з яких має свій зарядний пристрій. Усередині шини на верхньому краю покришки розташований металевий захисний обід з привареними до нього штирями на кінцях з шпильками, які втиснені в наявні отвори у поверхні покришки. Для виведення штуцерів зарядки для кожної окремої пневматичної камери (секції) в корпусі колеса (диску) просвердлено 8 отворів. Може бути використана як нова, так і зношена шина.

Камера для шини [29], яка розділена на п'ятнадцять секцій, кожна секція

розбита перегородками в повздовжній і поперечній площині, що в секції утворює ще від 1 до 12 чарунк (яєчок), чарунк та кожна секція містять засоби для наповнення стисненим повітрям, стінки секцій та чарунк виконані з пружного нежорсткого матеріалу і здатні деформуватись (рис. 24).

Пневматична шина [30], яка розділена радіальними ребрами на декілька секцій, в яких розміщені камери-секції по периметру шини і сполучені між собою зворотними лими отворами, за допомогою яких здійснення повітря із контактуючої з дорогою підвищеним тиском повітря у суміжну з нею камеру-секцію за напрямом руху транспортного засобу (рис. 25).

Колесо [31] містить сталевий обід і еластичну шину. Еластична шина сполучена із сталевим ободом за допомогою сталевих кордових канатів і розділена на герметичні камери, в яких розміщені еластичні повітряні балони (секції) (рис. 26).

Шина [32] містить камеру з послідовно та периферійно розташованими секціями. Секції з'єднані між собою через впускний та випускний трубопровід за допомогою односторонніх клапанів для заповнення їх стислим повітрям та зниження тиску в них. Трубопроводи (колектори) з'єднані з основним двостороннім клапаном (рис. 27).

Шина [33], в якій міститься суцільну камеру, за допомогою плоских перегородок в поперечному напрямі послідовно та периферійно розділена на секції. В перегородках секцій встановлено двосторонній клапан для заповнення їх стислим повітрям та зниження тиску в них (рис. 28).

Аналіз патентних розробок щодо поперечного розділення шин чи камер показав, що цей спосіб має, на відміну від вище зазначених, ряд переваг, з яких зокрема є те, що поперечні секційні камери можуть застосовуватись з різними типами шин і не обмежуючи функціональність СРТПШ. Він також має ряд недоліків, зокрема шина повинна містити багато секцій (камер), що в певних межах ускладнює їх конструкцію та збірку шини. В окремих випадках застосування багатьох секцій вимагає кардинальної зміни технології виготовлення.

Висновки. На підставі аналізу опублікованих патентних розробок щодо способів та засобів зменшення впливу непередбачуваних пошкоджень колісного рушія за умов використання СРТПШ можна зробити висновок, що існуючі роботи носять частинний характер і не охоплюють всесторонньо досліджуваної проблеми. Досліджені патентні розробки систематизовано і класифіковано.

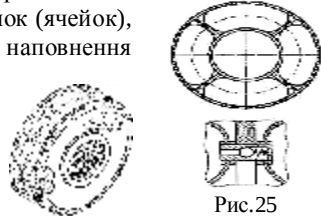


Рис. 24

клапанами з ма-
нюють дроселю-
камери-секції з

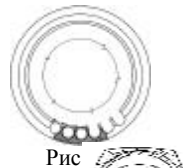


Рис.



Рис. 27

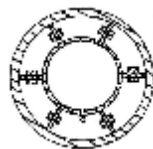


Рис. 28

фіковано. Їх взаємозв'язок за різними ознаками представлено на рис. 29.

Можна зробити висновок, що для вітчизняних військових КТЗ для збереження або покращення експлуатаційних властивостей КТЗ (тяго-швидкісні, прохідність, керованість, стійкість руху) при пошкодженні колісного рушія, особливо при використанні КТЗ у важких дорожніх умовах та військових конфліктах доцільно зупинитися на вивченні конструктивних рішень щодо повздовжніх поперечних секційних камер та шин.

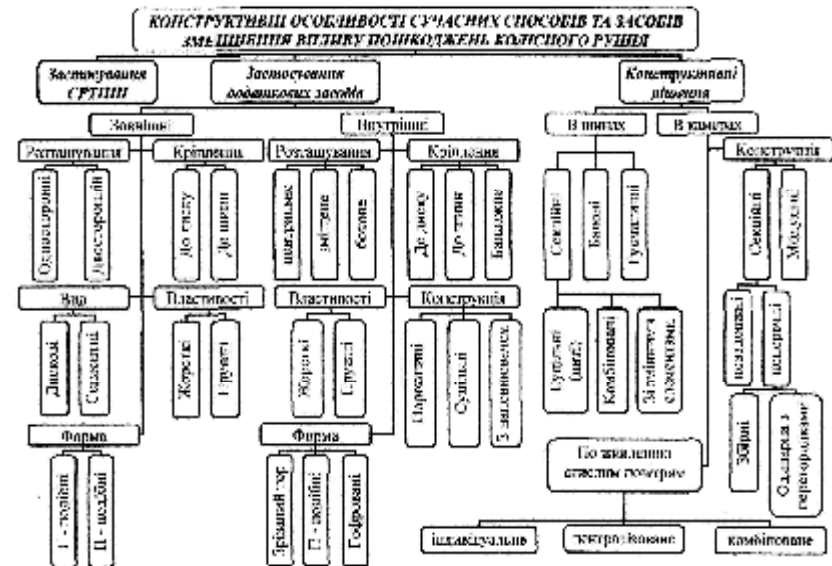


Рис. 29. Класифікація засобів з патентних джерел щодо зменшення впливу пошкоджень на динамічні якості машини

Список літератури: 1. Headrest extension protects against whiplash injuries. 03/08/2006. – [Цит. 5 квітня 2009 р.]. – Доступний з: http://www.conti-online.com/generator/www.com/en/continental/portal/themes/press_services/press_releases/press_releases_en.html. 2. Інформаційно-аналітичні матеріали: Експлуатація бронетанкового озброєння та військової техніки в умовах спекотного пустельного клімату Республіки Ірак // Миротворча діяльність ЗСУ та досвід застосування підрозділів ЗСУ в Іраці – К.:ННДЦ ОТ і ВБ України, 2005. – 400 с. 3. Пат. 95100660 RU, МПК6 В60С23/00. Надуваема полость колеса: Молчанов К.В. (Росія); № 95100660/11; Заяв.17.01.95; Опубл.10.12.96. 4. Пат. 2003100245 RU, МПК6 В60С7/20. Колесо безрельсового транспортного средства: Плясов К.Н. (Росія); № 2003100245/11; Заяв.04.01.2003; Опубл.10.07.2004. 5. Пат. 2262780 US, МКИ В60С17/06; В60С17/00. Inner tire: Arthur, Sherwood. (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline). Заяв.31.10.1939; Опубл.18.11.1941. НКИ 152/158. – 3с. 6. Пат. 4153095 US, МКИ В60С5/12; В60С5/20; В60С17/01; В60С5/00; В60С5/08; В60С17/00; В60С5/06. Pneumatic tire having a pneumatic safety insert with beads: Sarkissian, Berge. (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc. № 833109/05; Заяв.24.01.2003; Опубл.04.12.2004. НКИ 152/504. – 25 с. 7. Пат. 6467518 US, МКИ В60С5/00; В60С17/01; В60С17/02; В60С17/00; В60С5/22; В60С9/22. Supporting membrane for a tread: Alain Clouet та Renaud Rivaton. (Франція); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc. – № 595179/09; Заяв.24.01.2003; Опубл.04.12.2004. НКИ 152/340.100. – 7 с. 8. Пат. 2144862 RU, МПК7 В60С17/00. Колесо транспортного средства: Рябов И.М. (Росія); № 98118321/28; Заяв.02.10.98; Опубл.27.01.2000. 9. Пат. 20050072506 US, МКИ

B60C007/24. Runflat system: *Tanaka, Masatoshi* . (Японія); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 912190/10; Заяв.06.08.2004; Опубл.07.04.2005. НКИ 152/400. – 14с. **10. Пат.** 2224662 RU, МПК7 B60C17/06. Автомобильное колесо с опорным телом аварийного движения: *ХЕ/ЛИБЕГ Ханс-Бернд* та *Глинц Михайель*. (Германия); № 2000133235/11; Заяв.28.05.99; Опубл.27.02.2004. **11. Пат.** 2286623 RU, МПК7 B60C7/20, B60C7/18. Бескамерное колесо повышенной надежности: *Керножский И.М.* та інші. (Росія); № 2004123722/11; Заяв.20.01.2006; Опубл.20.10.2006. – 8с. **12. Пат.** 2309854 RU, МПК7 B60C17/02. Автомобильное колесо с пневматическим опорным телом аварийного движения: *Абрамкін С.Г.* та *Абрамкін М.С.* (Росія); № 2006139982/11; Заяв.13.11.2006; Опубл.10.11.2007. Бюл. №31. – 7с. **13. Пат.** 20030221757 US, МКИ (IPC1-7) B60C017/04. Tire: *Hsu, Shut Chen*. (Тайвань); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 349965/10; Заяв.14.09.1977; Опубл.08.05.1979. НКИ 152/520. – 6с. **14. Пат.** 2211764 RU, МПК7 B60C5/20, B60C17/01, B29C69/00. Камера для шины и способ ее изготовления: *Ман-козу Федерико* (Италия); № 2000115308/28; Заяв.14.11.97; Опубл.10.11.98. **15. Пат.** 2230672 RU, МПК7 B60C15/02, B60C15/04, B60C5/22. Колесо с шиной для транспортных средств: *Каретта Ренато* (Италия); № 99111955/11; Заяв.04.06.99; Опубл.20.06.2004. **16. Пат.** 2299131 RU, МПК6 B60B11/04, B60C5/22. Шина: *Макаров Ю.В.* (Росія); № 2005135359/11; Заяв.16.11.2005; Опубл.20.05.2007. Бюл. №14. – 11 с. **17. Пат.** PCT/IL2006/000271, МКИ B60C 17/02, B60C 5/22, B60C 17/01. Run-flat tire : *Rubin, Eldad*. (Израиль); ЕАПО Inc.-№ PCT/IL2006/000271; Заяв.28.02.2006; Опубл.31.08.2006. Бюл. 1.2008. – 35с. **18. Пат.** 6516845 US, МКИ B60C17/01, B60C17/04, B60C17/06, B60C17/00, B60C5/00, B60B21/02. Support device within a tire cavity to provide runflat capability: *Nguyen Gia Van* та *Dheur Jean Luc*. (Бельгія); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 813695/09; Заяв.21.03.2001; Опубл.11.02.2003. НКИ 152/158. – 20с. **19. Пат.** 20080135153 US, МКИ B60C17/00. Pneumatic Tire and Tire/Rim Assembly: *Sawada Hiroki*. (Японія); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 793214/11; Заяв. 91.12.2005; Опубл.12.06.2008. НКИ 152/516. – 26с. **20. Пат.** 46106 UA, МПК6 B60C 5/00. Пневматична шина: *Кубай П.І.* (Україна); № 98115822; Заяв.15.08.2000; Опубл.15.05.2002. Бюл. №5. – 2 с. **21. Пат.** 4280546 US, МКИ B60C5/00, B60C5/20, B60C11/14. Multi-annular chamber, tubeless safety tire: *Mistretta Victor S.* (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 123212/06; Заяв. 21.02.80; Опубл.28.07.81. НКИ 152/516. – 4с. **22. Пат.** 4293017 US, МКИ B60C5/00, B60C5/12, B60C5/20, B60C17/00, B60C5/06. Dual-chamber pneumatic tire: *Lambe Donald M.* (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 079315/06; Заяв. 27.09.79; Опубл.06.10.81. НКИ 152/339.100. – 8с. **23. Пат.** 0301729 US, МКИ B60C5/22, B60C17/01, B60C5/00, B60C17/00. Dual chamber safety tire: *Michael W. Ball*. (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 919748/07; Заяв. 27.07.92; Опубл.12.04.94. НКИ 152/342.100. – 4с. **24. Пат.** 5479976 US, МКИ B60C5/22, B60C17/01, B60C5/00, B60C17/00. Three-chamber tire: *Cho, Woon-je*. (Канада); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 359429/08; Заяв. 20.12.94; Опубл.02.01.96. НКИ 152/518. – 8с. **25. Пат.** 6470935 US, МКИ B60C5/22, B60C17/01, B60C5/00, B60C17/00. Tire having inside walls: *Fulsang, Eric J.* (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 563101/09; Заяв. 02.05.2000; Опубл.29.10.2002. НКИ 152/339.100. – 7с. **26. Пат.** 1339283 A US, МКИ B60C5/22, B60C17/01, B60C5/00, B60C17/00. No full text available: *James Albert Perkins* (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline), Опубл.04.05.1920. НКИ 152/337.100. – 3с. **27. Пат.** 2099200 RU, МПК6 B60C5/20. Пневматическая шина: *Греков И.Н.* та *Рубенчик Ю.И.* (Росія); № 96102885/11; Заяв.14.02.96; Опубл.20.12.97. **28. Пат.** 2312027 RU, МПК6 B60C5/20. Автоколесо безопасное, с защитным ободом и секционной резиновой камерой шины колеса: *Владимиров В.М.* (Росія); № 2005140998/11; Заяв.27.12.2005; Опубл.10.12.2007. Бюл. №34. – 6 с. **29. Пат.** 7316252 US, МКИ B60C5/24. Modular tire: *Heard, Nathaniel*. (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 992478/09; Заяв. 19.11.2001; Опубл.08.01.2008. НКИ 152/334.100. – 35с. **30. Пат.** 31736 UA, МПК6 B60C 5/00. Спосіб регулювання тиску повітря у пневматичній шині: *Ріло І.П., Стрілець В.М.* та інші. (Україна); № u200712038; Заяв.31.10.2007; Опубл.25.04.2008. Бюл. №8. – 2 с. **31. Пат.** 2005102866 RU, МПК6 B60C5/24. Колесо транспортного средства: *Татаренко С.М.* (Росія); № 2005102866/11; Заяв.04.02.2005; Опубл.10.07.2006. Бюл. №19. – 1 с. **32. Пат.** 3967670 US, МКИ B29B15/02, B60C5/24, B29B15/00, B60C5/00, B60C5/06. Tires: *Brickwood, Alan J.* (США); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 564676/05; Заяв. 03.04.75; Опубл.06.07.76. НКИ 152/337.100. – 10 с. **33. Пат.** 6588473 US, МКИ B60C5/24; B60C5/00. Tires: *Walrond, Chesterfield E.* (Барбадос); McGraw-Hill (FreePatentsOnline) Inc.-№ 785135/09; Заяв. 16.02.2001; Опубл.08.07.2003. НКИ 152/331.100. – 9 с.

Поступила в редколлегию 21.05.09

УДК 62.23: 519.863

О.В. БОНДАРЕНКО, асп. каф. ТММ і САПР,
О.В. УСТИНЕНКО, канд. техн. наук, доц. каф. ТММ і САПР, НТУ „ХПІ”

КРИТЕРІЙ ТА ШЛЯХИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТРИВАЛЬНИХ КОРОБОК ПЕРЕДАЧ

Розглянута методика оптимізації коробок передач. Приведена постановка задачі і вказані змінні проектування при оптимізації. Записані цільові функції і сформульовані обмеження на змінні проектування, у тому числі і з урахуванням згінної і контактної міцності зубів, геометричних співвідношень.

The method of optimization of gear-boxes is considered. Problem definition is resulted and the design variables are indicated during optimization. The criterion functions are written and limits on the design variables are formulated, including flexural and contact strength of cogs, geometrical interrelations.

Актуальність задачі. Сучасне транспортне машинобудування висуває все більш жорсткі вимоги за малогабаритними характеристиками до приводів машин і, отже, до такого їх елементу, як коробки передач (КП). Тому максимально можливе зниження маси та габаритів останніх є актуальною задачею.

Постановка задачі. Найбільше розповсюдженими у трансмісіях транспортних засобів (наприклад, автомобілів) отримали КП, виконані за тривальною схемою (див. рисунок). Як бачимо, передавальне число КП на кожній i -й „непрямій” передачі u_{KPi} визначається залежністю

$$u_{KPi} = u_{pz} u_i, \quad (1)$$

де u_{pz} – передаточне число зубчастої пари постійного зачеплення; u_i – передаточні числа зубчастих пар, що вмикаються на i -х передачах.

На кожній передачі ми отримуємо двоступеневий співвісний редуктор. Звичайно з метою зниження маси та габаритів, намагаються забезпечити рівномірність ступенів за контактними напруженнями, за різноманітними залежностями та графіками [1].

У нашому випадку задача ускладнюється неоднозначністю рішення, оскільки для кожної i -ої передачі буде знайдена своя оптимальна розбивка, але передаточне число u_{pz} повинно бути однаковим.

На рис. 1 $m_{pz}, m_i, z_{upz}, z_{ui}, z_{kpz}, z_{ki}, b_{pz}, b_i$ – модулі, числа зубців шестерень та коліс, кути нахилу зубців у відповідних зачепленнях, які й будуть змінними проектування при оптимізації.

Шляхи розв'язання задачі. Як відомо [2], постановка оптимізаційної задачі складається з побудови цільової функції з визначенням змінних проектування та формуванням системи обмежень.

1. Цільова функція. В багатьох випадках при проектуванні КП оптимальним вважається таке рішення, котре при однакових матеріалах, конструктивних та технологічних факторах забезпечує найменший ваговий показчик чи габарити КП.

У якості цільової функції можемо використовувати ряд критеріїв, які характеризують певні якості КП. Цими критеріями можуть бути: маса КП, габаритні розміри КП (міжосьова відстань або довжина) [3, 4]. Критерії обираються проектувальником за потребою.

1.1. Важливим критерієм є маса КП, бо вона визначає затрати матеріалів, енергії, часу та інш. Цільову функцію можна надати у вигляді суми мас зубчастих коліс з коефіцієнтом, який враховує інші складові КП:

$$\Phi = \left(\frac{m_{pz}^2 \cdot \pi \cdot \psi_{bapz} \cdot a_{wpz} \cdot (z_{wpr}^2 + z_{kpr}^2)}{\cos^2 \beta_{pz} \cdot 4} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{m_i^2 \cdot \pi \cdot \psi_{bai} \cdot a_{wi} \cdot (z_{wi}^2 + z_{ki}^2)}{\cos^2 \beta_i \cdot 4} \right] \right) \cdot \rho + \sum_{j=1}^3 m_{валj} + \sum_{k=1}^r m_{підшк} + \sum_{p=1}^u m_{синхр} + m_{карт} \rightarrow \min, \quad (2)$$

де ρ – щільність матеріалу; $\sum_{j=1}^3 m_{валj}$, $\sum_{k=1}^r m_{підшк}$, $\sum_{p=1}^u m_{синхр}$ – відповідно сумарна маса валів, підшипників, синхронізаторів; $m_{карт}$ – маса картеру; n – кількість „непрямих” передач в КП.

1.2. У якості наступного критерію оптимальності розглянемо міжосьову відстань. Запишемо цільову функцію як суму міжосьових відстаней пари постійного зачеплення a_{wpz} та пар, що вмикаються на кожній i -й передачі a_{wi} :

$$\Phi = a_{wpz} + \sum_{i=1}^n a_{wi} \rightarrow \min. \quad (3)$$

Міжосьова відстань кожного зачеплення (якщо сумарний коефіцієнт зміщення початкового контуру $x_\Sigma = 0$):

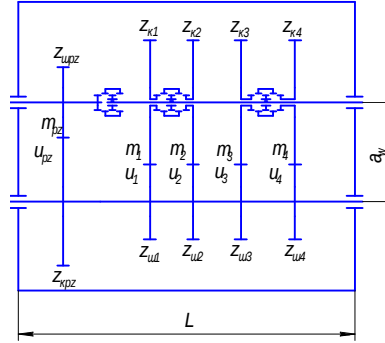


Рис. 1. Схема тривальної КП

$$a_{wpz} = \frac{m_{pz}(z_{wpr} + z_{kpr})}{2 \cos \beta_{pz}}; \quad a_{wi} = \frac{m_i(z_{wi} + z_{ki})}{2 \cos \beta_i}. \quad (4)$$

Тоді

$$\Phi = \frac{m_{pz}(z_{wpr} + z_{kpr})}{2 \cos \beta_{pz}} + \sum_{i=1}^n \frac{m_i(z_{wi} + z_{ki})}{2 \cos \beta_i} \rightarrow \min. \quad (5)$$

1.3. Також можна розглянути, як критерій оптимальності, довжину КП. Цільову функцію для цього критерію визначимо як суму ширин зубчастих коліс синхронізаторів, різноманітних зазорів, опор, картеру тощо:

$$\Phi = \left(\psi_{bapz} \cdot a_{wpz} + \sum_{i=1}^n \psi_{bai} \cdot a_{wi} \right) + \sum_{k=1}^r l_{підшк} + \sum_{p=1}^u l_{синхр} + \sum_{q=1}^v l_{зая} \rightarrow \min, \quad (6)$$

де $\sum_{k=1}^r l_{підшк}$, $\sum_{p=1}^u l_{синхр}$, $\sum_{q=1}^v l_{зая}$ – відповідно сумарна довжина підшипників, синхронізаторів та зазорів.

1.4. Найбільш складним є комплексний (система критеріїв) критерій оптимальності. Формулювання такої цільової функції є достатньо важкою задачею. Необхідно об'єднати декілька (t) різнорідних показчиків „якості” (оптимальності) [2], котрі залежать від параметрів оптимізації:

$$\Phi_f(x) = \Phi_f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (f = 1, t). \quad (7)$$

Умову оптимального рішення можна записати у вигляді

$$\Phi = F[\Phi_1(x), \Phi_2(x), \dots, \Phi_t(x)] \rightarrow \min. \quad (8)$$

Зазвичай цю функцію задають таким чином:

$$\Phi = \sum_{f=1}^t \alpha_f \cdot \Phi_f(x), \quad (9)$$

де α_f – ваговий коефіцієнт (коефіцієнт важливості) відповідно критерію.

Але дуже складно записати цільову функцію для декількох критеріїв, оскільки необхідно знати „цінність” різних якостей. Тому для побудови математичної моделі використовують експерименти, моделі прототипів та інше. Щоб модель характеризувала усі існуючі зв'язки, проводять її уточнення.

2. Обмеження на змінні проектування

Рівність міжосьових відстаней усіх зачеплень КП:

$$a_{wpz} = a_{w1} = a_{w2} = \dots = a_{wn} . \quad (10)$$

Співвідношення чисел зубців повинно приблизно забезпечувати попередньо задані передаточні числа КП u_{KPi} :

$$\frac{z_{kpz}}{z_{wzp}} \cdot \frac{z_{ki}}{z_{wi}} = u_{pz} u_i \approx u_{KPi} . \quad (11)$$

Числа зубців усіх коліс повинні лежати у діапазоні

$$z_{\min} \leq z_j \leq z_{\max} . \quad (12)$$

Передаточні числа усіх зацеплень не повинні перевищувати величин

$$u_{pz} = \frac{z_{kpz}}{z_{wzp}} \leq u_{pz \max} ; \quad u_i = \frac{z_{ki}}{z_{wi}} \leq u_{i \max} . \quad (13)$$

Кути нахилу зубців в усіх зацепленнях повинні знаходитись у діапазоні

$$\beta_{\min} \leq \beta_{pz} \leq \beta_{\max} , \quad \beta_{\min} \leq \beta_i \leq \beta_{\max} . \quad (14)$$

Мінімальна величина міжосьової відстані обмежується з умови контактної міцності [5]:

$$a_{wpz} \geq K_a \left(\frac{z_{kpz}}{z_{wzp}} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_{wHpz} K_{H\beta pz}}{z_{wzp} \Psi_{bapz} \sigma_{HPz}^2}} ; \quad (15)$$

$$a_{wi} \geq K_a \left(\frac{z_{ki}}{z_{wi}} + 1 \right) \sqrt[3]{\frac{T_{wHi} K_{H\beta i}}{z_{wi} \Psi_{bai} \sigma_{HPi}^2}} .$$

Мінімальні значення модулів зацеплень обмежуються з умови згинної міцності зубців [5]:

$$m_{pz} \geq K_{ma} \left(\frac{z_{kpz}}{z_{wzp}} + 1 \right) \frac{T_{wFpz} Y_{FPz}}{\left(\frac{m_{pz} (z_{wzp} + z_{kpz})}{2 \cos \beta_{pz}} \right)^2 \Psi_{bapz} \sigma_{FPz}} ; \quad (16)$$

$$m_i \geq K_{ma} \left(\frac{z_{ki}}{z_{wi}} + 1 \right) \frac{T_{wFi} Y_{Fi}}{\left(\frac{m_i (z_{wi} + z_{ki})}{2 \cos \beta_i} \right)^2 \Psi_{bai} \sigma_{Fpi}} . \quad (17)$$

Більш докладніше обмеження на змінні проектування були розглянуті у статті [6].

Висновки

1. Оптимізація коробок передач дозволяє поліпшити їх масові та габаритні характеристики.

2. Надані математичні моделі оптимізації тривальних КП з переліком змінних проектування.

Список літератури: 1. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448 с. 2. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: Пер. с англ. – М.: Мир 1986. – Т.1. – 349 с. 3. Иосилевич Г.Б. Детали машин. – М.: Машиностроение, 1988. – 368 с. 4. Лившиц Э.Г., Придухо В.Т. Оптимизация параметров редукторов при автоматизированном проектировании. – Минск, 1977. – 88 с. 5. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76 с. 6. Бондаренко А.В., Устиненко А.В. Оптимизация трехвальных коробок передач по критерию минимального межосевого расстояния // Вестник НТУ "ХПИ": Тем. вып. "Проблемы механического привода". – Харьков, 2008. – №28. – С.110-115.

Поступила в редколлегию 12.03.2009

УДК 539.3:612.76:616.001

О. В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, асп. каф. ТММиСАПР НТУ “ХПИ”

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ОРТЕЗОВ ПРИ ОРТЕЗИРОВАНИИ ШЕЙНОГО ОТДЕЛА ПОЗВОНОЧНИКА

Аналіз механічної поведінки шийного відділу хребта при ортезуванні все ще закликає до розгляду, незважаючи на велику кількість досліджень, які проводяться протягом минулих років. У роботі пропонується нові геометричні моделі шийного відділу хребта і різні конструкції ортезів. Скінчено-елементний метод разом з програмами CAD використовувалися в дослідженнях ортезування. Аналізи напружень виконувалися для сегментів шийного відділу хребта і ортезів, що знаходяться в клінічному використанні.

The analysis of mechanical conduct of the cervical spine at with orthosis still calls to consideration, in spite of plenty of researches which are conducted during past years. This work conducts new geometrical models of the cervical spine and different constructions of orthoses. Finite element method together with the programs of CAD utilized in researches of orthosis. The analyses of tension were

executed for the segments of the cervical spine and orthoses, that is in the clinical use.

Введение. В различных областях деятельности достаточно широкое применение нашли элементы машин, механизмов, устройств и оборудования, состоящие из материалов с резко различающимися по механическим и физико-механическим характеристикам свойствами. Характерным примером могут служить различного типа протезы, эндопротезы, ортезы, механические компоненты которых изготовлены из материалов, свойства которых отличны от свойств биологических компонентов. При этом задача исследования напряженно-деформированного состояния таких систем обладает дополнительной спецификой, и прямое применение численных методов неэффективно.

Рассмотрим, в частности, ортезы шейного отдела позвоночника (ШОП). Заболевания и повреждения ШОП сопровождается разрушением его элементов, что приводит к нестабильности шейного отдела. В литературе хорошо описаны причины и характер различных травм ШОП.

Важное место в послеоперационном ведении больных с повреждениями шейного отдела позвоночника после реконструктивно-восстановительных операций занимает ортезирование. Ортезы – это функциональные приспособления, имеющие структурные и функциональные характеристики опорно-двигательного аппарата. К ним относятся различные лечебно-профилактические шины, воротники, туторы, корсеты, бандажи, пояса, реклинаторы и т.д., предназначенные для обеспечения временной надежной иммобилизации отдельных сегментов опорно-двигательного аппарата, а также для компенсации функционально неполноценных конечностей и частей тела. В настоящее время в мире существует большая разновидность ортезов, например, такие как шины-воротники Шанца, туторы, галоаппараты, бандажи и т.д. [1, 2].

В публикациях практически не встречаются исследования применения различных конструкций ортезов в послеоперационных фиксациях шейного отдела позвоночника. В данной работе проводится исследование различных конструкций ортезов, разработанных в Харьковском НИИ патологии позвоночника и суставов им. проф. М. И. Ситенко.

Постановка задачи. В работе предлагается исследование шейного отдела позвоночника с различными конструкциями ортезов. С этой целью была создана конечно-элементная модель (КЭМ), основанная на компьютерно-томографических срезах реально существующих позвонков и физических свойствах мягкотканых элементов в позвоночно-двигательном сегменте



Рис. 1. Различные конструкции ортезов

(ПДС) соединяющих позвонков. С помощью КЭМ возможно исследование кинематики (движений в ПДС), кинетики (движений в результате приложения нагрузок) и распределения внутренних напряжений в ПДС при различных вариантах нагружения. Эта работа сконцентрирована на моделировании ШОП и трех различных форм ортеза, представленных на рис. 1, а также проведении ряда исследований.

Для геометрического моделирования ШОП необходимо промоделировать семь шейных позвонков, мышцы, связки, кровеносные магистрали, нервные стволы, дыхательные пути и т.д. Для простоты моделирования мышцы, связки, кровеносные магистрали и т.д. были промоделированы как единое целое, схематично была построена голова, так как в исследованиях интересует область контакта головы и ортеза. При моделировании было предположено, что ШОП симметричен в сагиттальной плоскости. На рис. 2, 3 представлены вся геометрия в сборке для трех конструкций ортезов и геометрии исследуемых моделей ШОП соответственно, на рис. 4 представлена геометрия шейного отдела без ортеза, на рис. 5 изображена геометрия опоры.



Рис. 2. Геометрии сборки



Рис. 3. Геометрия $C_1 - C_7$ позвонков



Рис. 4. Геометрия модели без ортеза

На первом этапе строилась геометрическая модель с помощью CAD системы SolidWorks. Для построения $C_1 - C_7$ были использованы компьютерно-томографические срезы шейных позвонков без признаков врожденных аномалий развития или деструктивного поражения. На втором этапе геометрическая модель передавалась в программный комплекс ANSYS/WorkBench, в котором проводились дальнейшие расчеты. Задавались физические характеристики материалов модели. Материалы считались однородными и изотропными. Модуль упругости E и коэффициент Пуассона ν различных материалов, используемых при расчетах, взяты из литературных первоисточников и приведены в табл. 1 [3-9]. При проведении исследований материалы считались однородными и изотропными.

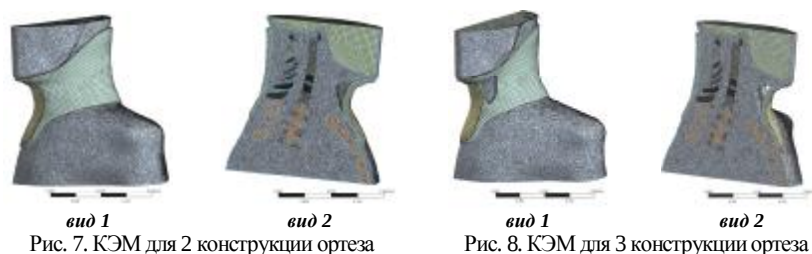
Таблица 1
Свойства материалов ШОП

Материал	E , МПа	ν
Кортикальная	10 000	0,3
Губчатая кость	450	0,2
Суставной	10,6	0,49
Диск	4,2	0,45



Рис. 6. КЭМ для 1 конструкции ортеза

разбивалась на конечные элементы (КЭ). Для построения КЭ сетки использовались 3-D 10-узловой тетраэдральный элемент – SOLID187; 3-D 20-узловой квадратичный элемент – SOLID186, а также TARGE170 и CONTA174 – контактные элементы. Всего КЭ модель насчитывала приблизительно 1500000 элементов, представленных на рис. 6-8. Нагружение осуществлялось путем приложения силы 100 Н к поверхности головы. Это, согласно расчетам [8, 9], соответствует весу головы среднестатистического человека. На модель накладывались ограничения по перемещениям, опора жестко фиксировалась и добавлялась симметрия в сагиттальной плоскости.



Схемы численных исследований. Были проведены численные исследования интересующих систем, которые состояли из четырех расчетов:

1. Расчет шейного отдела позвоночника без ортеза.
2. Расчет шейного отдела позвоночника с ортезом (изготовлен из пенополиэтилена), внешний вид которого представлен на рис. 9 (конструкция 1).
3. Расчет шейного отдела позвоночника с ортезом, внешний вид которого представлен на рис. 9 (конструкция 2). Ортез имеет измененную форму относительно первого варианта, к которому добавлена усиливающая пластина, изготовленная из винипласта.



Рис. 9. Восстановленные геометрии ортезов

4. Расчет шейного отдела позвоночника с ортезом, внешний вид которого представлен на рис. 9 (конструкция 3). Внешняя форма представляет собой форму как и во втором варианте, но только с добавлением боковых отверстий.

Результаты численных исследований. По результатам исследования определялись максимальные напряжения по von-Mises в межпозвоночных дисках для трабекулярной и кортикальной костей $C_{III} - C_V$ позвонков. Проводилось сравнение полученных результатов для всех расчетных схем. На рис. 10 представлены максимальные напряжения (Па) в межпозвоночных дисках $D_{II-III} - D_{VI-VII}$ для всех расчетов. На представленном рис. 11 изображены максимальные напряжения (Па) в трабекулярных костях для $C_{III} - C_V$ позвонков

шейного отдела позвоночника. На рис. 12 представлены максимальные напряжения (Па) в кортикальных костях для $C_{III} - C_V$ позвонков. На рис. 13 представлены максимальные напряжения (в Па) в ортезах для трех вариантов, и на рис. 14 представлены максимальные суммарные перемещения в ортезах (м).

На рис. 15 - 18 представлены поля распределений напряжений по von-Mises (Па) для шейного позвоночного сегмента $C_{III} - C_V$, включающего кортикальную и трабекулярную кости, межпозвоночные диски и хрящи для всех схем исследования.

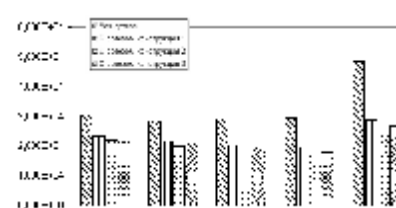


Рис. 10. Максимальные напряжения в межпозвоночных дисках

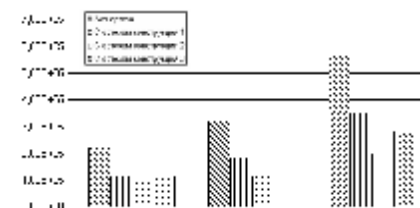


Рис. 11. Максимальные напряжения в трабекулярных костях

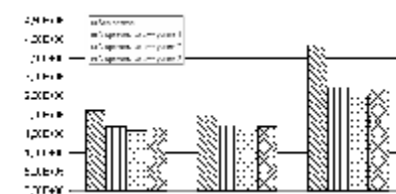


Рис. 12. Максимальные напряжения в кортикальных костях

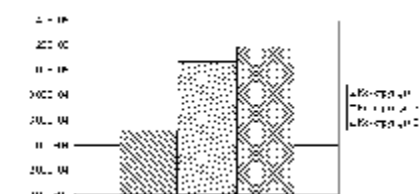


Рис. 13. Максимальные напряжения в ортезах

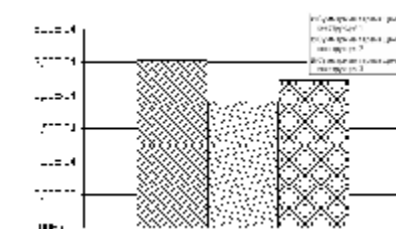


Рис. 14. Максимальные суммарные перемещения в ортезах

Анализ результатов численных исследований человеческого ШОП показал, что максимальные напряжения по von-Mises в межпозвоночных дисках составляют 0,03 МПа; в кортикальной кости равны 3,8 МПа, для трабекулярной кости – 0,5 МПа. Анализ уровня напряженности ШОП позволяет говорить о сопоставимости с данными в доступных публикациях [6]. Анализ напряжений, возникающих

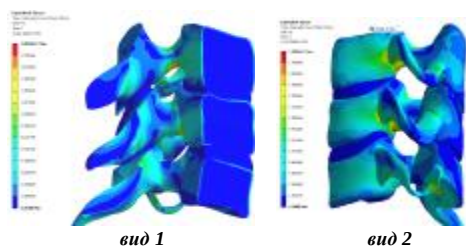


Рис. 15. Распределение напряжений по von-Mises в исследуемой геометрии без ортеза

1) разработанная КЭМ достаточно точно описывает геометрию шейного отдела позвоночника, включая адекватное геометрическое представление позвонков, межпозвоночных дисков, ортезов, мягких тканей и хрящей;

2) разработанная модель, включающая тканевые области и различные конструкции ортезов, является полностью параметризованной как по геометрии, так и по свойствам материалов;

3) конечно-элементная модель всей комплексной модели, включающей собственно ШОП, прилегающие ткани, элементы крепления и ортеза, а также нагрузки и закрепления, является варьруемой и управляемой.

Из анализа результатов численных исследований видно, что при использовании ортеза напряжения значительно снижаются в шейном отделе позвоночника как для кортикальной, так и для трабекулярной костей. Из анализа напряженного состояния ортезов видно, что наименьшие напряжения возникают при первом варианте ортеза, но при этом варианте наибольшие перемещения. Помимо снижения напряжений при ис-

пользовании ортопедического устройства значительным образом стабилизируются позвоночные сегменты, что способствует быстрейшему наращиванию костных тканей, что в свою очередь способствует быстрейшему выздоровлению пациентов.

Закключение. Разработанная модель шейного отдела позвоночника с ортезом обладает следующими свойствами, отличающими ее от ранее созданных:

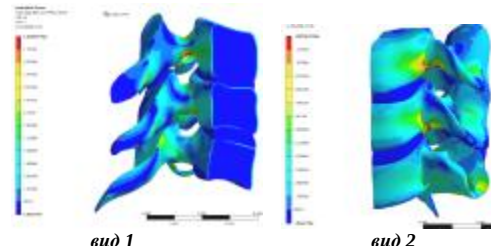


Рис. 16. Распределение напряжений по von-Mises в исследуемой геометрии с ортезом 1-й конструкции

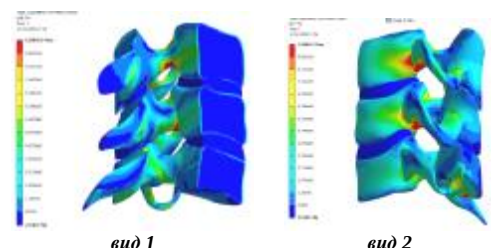


Рис. 17. Распределение напряжений по von-Mises в исследуемой геометрии с ортезом 2-й конструкции

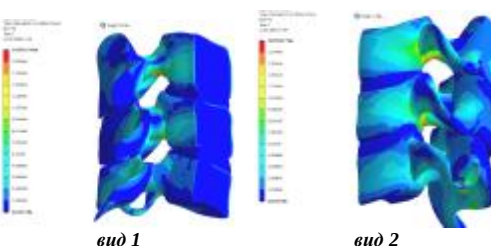


Рис. 18. Распределение напряжений по von-Mises в исследуемой геометрии с ортезом 3-й конструкции

пользовании ортопедического устройства значительным образом стабилизируются позвоночные сегменты, что способствует быстрейшему наращиванию костных тканей, что в свою очередь способствует быстрейшему выздоровлению пациентов.

Список литературы: 1. Веретельник О.В. Моделирование напряжений в шейном отделе позвоночника с ортезом // Вестник НТУ "ХПИ" Тем. вып.: "Машиноведение и САПР" – 2008. – № 9. – С.22-29. 2. Веретельник О.В. Обзор конструктивных схем и решений по моделированию ШОП и ортезов // Вестник НТУ "ХПИ" Тем. вып.: "Машиноведение и САПР" – 2008. – № 42. – С.3-8. 3. Heitplatz P., Hartle S.L., Gentle C.R. A 3-dimensional large deformation FEA of a ligamentous C4-C7 spine unit // Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering – 2, – 1998 Gordon and Breach Science, UK. – P.387-394. 4. Веретельник О.В. Моделирование реакций на силовое воздействие элемента шейного отдела позвоночника // Вестник НТУ "ХПИ" Тем. вып.: "Машиноведение и САПР" – 2008. – № 2. 5. Веретельник Ю.В., Веретельник О.В., Тимченко И.Б., Дыньник А.А., Соснина Ю.К. К вопросу о построении параметрических моделей шейного отдела позвоночника. // Вестник НТУ "ХПИ" Тем. вып.: "Машиноведение и САПР" – 2007. – № 29. – С.16-20. 6. Барыш А.Е. Конечно-элементное бисегментарное моделирование позвоночных двигательных сегментов $C_{IV} - C_{VI}$ // Ортопедия, травматология и протезирование. – 2005. – №1. – С.41-49. 7. Natarajan R.N., Chen B.H., An H.S., Andersson G.B.J. Anterior cervical fusion: a finite element model study on motion segment stability including effect of osteoporosis // Spine. – 2000. – Vol.25. – №8. – P.955-961. 8. Nolan J.P., Sherk H.H. Biomechanical evaluation of the extensor musculature of the cervical // Spine. – 1988. – Vol.13. – P.9-11. 9. Panjabi M.M., Duranceau J., Goel V., et.al. Cervical human vertebrae: quantitative three-dimensional anatomy of the middle and lower regions // Spine. – 1991. – Vol.16, №8. – P.861-869.

Поступила в редакцию 21.09.08

УДК 539.3

Ю.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, мл. науч. сотр. каф. ТММиСАПР,
Н.А. ТКАЧУК, д.т.н., зав. каф. ТММиСАПР,
Г.Д. ГРИЦЕНКО, к.т.н., проф. каф. ТММиСАПР

РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ СИНТЕЗ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ТЕЛ С РЕГУЛЯРНОЙ СИСТЕМОЙ ВЫРЕЗОВ

У статті описана постановка задачі та розвиток розрахунково-експериментального методу дослідження тіл з регулярною системою вирізів. З урахуванням специфіки тіл та особливостей їхнього напружено-деформованого стану запропоновано новий, „парціальний”, критерій відповідності числових та експериментальних досліджуваних тіл.

In the paper the problem definition and development of the computational and experimental method of research of bodies with the regular system of cutouts. Taking into account the specific of bodies and features of their stressed and deformed state, new partial criterion of adequacy between the numerical and experimental researches of bodies is offered.

Введение. В современном машиностроении широкое применение находят машины, элементы которых представляют собой тела с большим количеством вырезов. Примерами таких тел являются, например, базовые плиты технологи-

ческой оснастки, решетчатые конструкции, предназначенные для калибровки, подачи и пропускания технологического груза (как правило, сыпучей среды, жидкостей, газов, деталей малых размеров и т.д.), экранные конструкции, элементы эндопротезов человеческих органов и т.д. Присущее им нарушение регулярной геометрии области пространства, занимаемой телом, существенно затрудняет расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) этих тел, поскольку наличие вырезов приводит, как правило, к нарушению плавности распределения компонент НДС. Это приводит, в свою очередь, к необходимости сгущения конечно-элементных сеток при использовании метода конечных элементов (МКЭ) для более точного расчета напряженно-деформированного состояния этих тел, особенно в зонах резкого изменения геометрии. Учитывая, что при проектировании таких элементов необходимо в кратчайшие сроки проводить большое количество расчетов НДС при ограниченных вычислительных ресурсах и ограниченных возможностях распараллеливания вычислений, на первый план выдвигается задача разработки методов синтеза сбалансированных по точности и размерам численных моделей этих тел. Учитывая также, что наиболее распространенным и мощным методом моделирования напряженно-деформированного состояния тел сложной формы является МКЭ, а, кроме того, что уже предложен ранее расчетно-экспериментальный метод (РЭМ) синтеза параметров конечно-элементных моделей (КЭМ) тел произвольной формы при произвольном нагружении [1], возникает задача развития и адаптации этого метода применительно к телам с регулярной системой вырезов. Это определяет актуальность и важность данной задачи динамики и прочности машин, составляющей содержание статьи.

Цель работы. Как отмечалось выше, в процессе проектирования и исследования современных машин и оборудования, элементы которых содержат тела с регулярными системами вырезов (ТРСВ), возникают задачи обеспечения достоверности расчетных схем, применяемых для исследования их НДС. Применение расчетных схем в МКЭ требует в качестве исходных данных знания: параметров конечно-элементной разбивки исследуемых объектов, граничных условий, условий сопряжения и нагрузок. Точность исходных данных, в свою очередь, обеспечивает высокую точность численных результатов. В последующем при использовании данных моделей в САЕ-системах анализа и синтеза обеспечивается и точность исследований, и, как результат, заданные технические характеристики проектируемых элементов конструкций.

Существующие в настоящее время численные методы исследования напряженно-деформированного состояния, среди которых лидирующее положение занимает МКЭ, не обеспечивают только за счет внутренних средств контроль точности результатов моделирования по сравнению с поведением реальных объектов. Актуальной становится задача обеспечения достоверности используемых расчетных схем при численном исследовании элементов тел с вырезами. В работе предлагается развитие и адаптация расчетно-экспериментального метода исследований [1], при использовании которого в качестве основного результата выступают достоверные и точные расчетные

модели исследуемых объектов, в частности, элементов тел с системами регулярных вырезов.

1. Математическая формулировка задачи и общие методы решения. Задачу исследования напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем, в том числе ТРСВ, можно рассмотреть, следуя [1-3], следующим образом. Пусть $\mathbf{R}$ – реальный исследуемый объект, поведение которого формально можно описать при помощи в общем случае искомого оператора L_R :

$$L_R(u_R, P_R, f, t) = 0, \quad (1)$$

где u_R, P_R, f, t – соответственно массивы переменных состояния, обобщенные параметры, внешняя нагрузка и время.

Математическую модель $\mathbf{M}$ исследуемого объекта $\mathbf{R}$, получаемую в результате процесса идеализации I , описывает некоторый задаваемый оператор L_M :

$$L_M(u_M, P_M, f, t) = 0, \quad (2)$$

где в скобках – соответственно аналоги величин, фигурирующих в (1).

Численную модель $\mathbf{N}$ (в данном случае – конечно-элементная модель), получаемую в результате процесса дискретизации D , описывает (в зависимости от используемых типов конечных элементов (КЭ), сетки разбиения области Ω , особенностей реализации в том или ином САЕ-пакете) оператор L_N :

$$L_N(u_N, P_N, f, t) = 0. \quad (3)$$

Здесь индексы N соответствуют сформированной конечно-элементной модели исследуемого объекта, процесса, состояния.

Численная модель подразумевает совокупность собственно дискретизированных уравнений, численных методов их решения, алгоритмов и программного обеспечения.

Для экспериментальной модели $\mathbf{E}$ ее поведение в операторном виде по аналогии можно представить следующим образом:

$$L_E(u_E, P_E, f, t) = 0. \quad (4)$$

Соотношения (1)-(4) формально описывают различные модели реального объекта и исследуемого процесса и состояния (на рис. 1 приведена схема исследования). В схеме процесс сравнения данных численных и экспериментальных исследований обозначен через S . Данный традиционный алгоритм предложен ранее в [1]. Он предлагает формализацию системы соответствий в множестве операторов L_* , а также последующую процедуру определения степени соответствия (несоответствия) моделей путем сравнения распределений переменных состояния u_i .

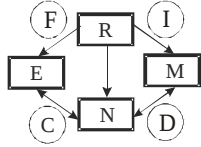


Рис. 1. Общая схема соотношения этапов исследования элементов ТРСВ:
R – реальный объект; **M** – математическая модель;
N – численная модель; **E** – экспериментальная модель;
F – физическое моделирование; **I** – идеализация;
D – дискретизация; **C** – сравнение

Именно процедура соответствий операторов является во многих случаях определяющей при построении сбалансированной по точности и сложности численной модели исследуемого объекта. В этой связи при выборе критерия соответствия моделей было бы нерационально выдвигать в качестве критерия формально-абстрактную величину (например, евклидову, энергетическую или чебышевскую норму несоответствия распределения состояния u_i), а ту величину, которая имеет четкий физический смысл, связанный с техническими характеристиками исследуемого объекта. Таким образом, общая постановка задачи, предложенная ранее, нуждается в развитии и адаптации к специфическим особенностям исследуемых объектов.

В частности, в данной работе предлагается принцип расслоения операторов задачи и характеристик НДС исследуемых объектов. Действительно, в некоторых случаях удается представить операторы, описывающие поведение того или иного объекта, в виде совокупности несвязанных операторов (например, разделить плоское напряженное состояние и изгиб пластин). Однако даже если такое расслоение сделать затруднительно или невозможно, всегда можно вычленить отдельные группы характеристик реального объекта, его математической, численной и экспериментальной моделей так, что соответствие можно рассматривать не по полному массиву переменных состояния, а по отдельным группам характеристик или же по отдельным характеристикам (рис. 2).

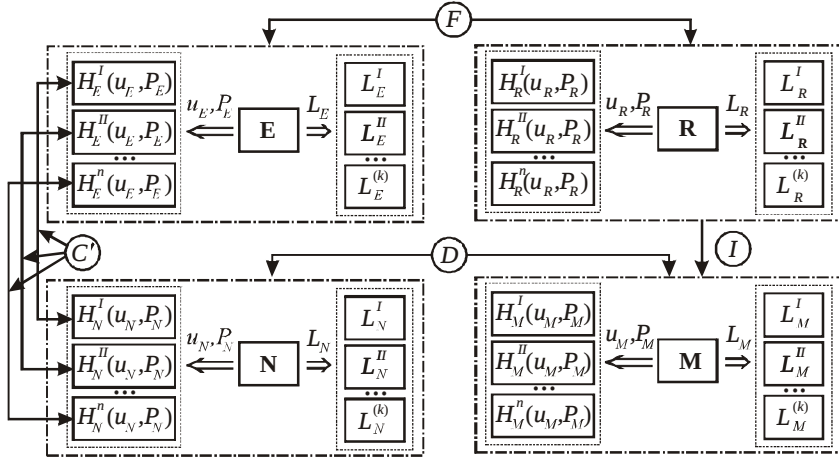


Рис. 2. Предлагаемый вариант расчетно-экспериментального метода синтеза конечно-элементных моделей исследуемых объектов

При таком подходе само соответствие достаточно просто формализовать на уровне „математическая модель – численная модель”. Однако „технологические” сложности возникают при установлении такого соответствия на уровне „численная модель – экспериментальная модель” (см. рис.2). В данном случае особые требования предъявляются к методу экспериментальных исследований: он должен быть достаточно универсальным, чтобы его результаты можно было бы трансформировать к нужному для сравнения с результатами численных исследований виду.

Выбор метода экспериментального исследования НДС тел с регулярной системой вырезов был проведен исходя из критериев полноты, точности, информативности и универсальности. Исходя из этого, предпочтение было отдано методу спекл-голографической интерферометрии (МСГИ) [4]. Как показывает практика исследования ТРСВ, именно этап сопоставления результатов численных и экспериментальных исследований в настоящее время разработан недостаточно: отсутствуют методы и алгоритмы **сравнения полей** u_R, u_M, u_N, u_E ; требуют развития технологии **верификация** модели в части точности и достоверности параметров P, f ; не исследуется **полнота** модели; не производится **рационализация** моделей (определение их значимых факторов). Особенно актуальной задача определения соответствия результатов численных и экспериментальных исследований становится для случая предлагаемой технологии, представленной на рис. 2, в том варианте, когда заранее (до проведения исследований) неизвестен ни способ „расслоения” моделей, ни „вычлениваемые” значимые характеристики.

Как отмечается в [1-3], исходя из предположений, что этап **I** – достаточно корректен; этап **D** характеризуется сходимостью, точностью и устойчивостью (для МКЭ эти вопросы достаточно исследованы); этап **F** – при использовании МСГИ достаточно точен для тел с произвольной геометрией, требование соответствия результатов исследований ТРСВ на всех этапах моделирования **R, M, N, E** предполагает соответствие результатов в звене **C (C')** (см. рис.1, 2). При этом наиболее узким местом является обоснованный выбор на различных этапах: параметров дискретизации модели ТРСВ (этап **D**); вычленение значимых параметров и характеристик моделей (этапы **R, M, N, E**); степени полноты множества обобщенных параметров и характеристик (этап **I, D**).

Сведя к минимуму погрешности в цепочке этапов **I, D** и **F**, исходную задачу, следуя [1], можно представить в виде определения такого множества параметров P_N , чтобы с наперед заданной точностью описать поведение реального объекта:

$$P_N^*, f_N^* : I(u_N - u_E) \leq \varepsilon. \quad (5)$$

Здесь I – мера несоответствия результатов численных и экспериментальных

исследований ($\Delta u_{NE} = u_N - u_E$).

При этом можно выделить следующие типы задач [1]: определение типа КЭ и (или) характеристик генерируемых конечно-элементных сеток; определение или уточнение величины, структуры, типа и (или) закона распределения внешних нагрузок на исследуемые объекты; уточнение граничных условий и условий сопряжения (для системы тел); определение типа и свойств материалов, из которых изготовлен исследуемый объект; определение границ и условий применимости тех или иных моделей; определение чувствительности моделей M, N, E к изменению параметров; определение зависимости контролируемых характеристик модели от варьируемых параметров модели; построение „экспресс-моделей” и „экспресс-систем” для оценки прочностных и жесткостных характеристик ТРСВ, в том числе для множества объектов того или иного класса.

Основное противоречие, возникающее при использовании предложенного подхода, заключается в том, что формальное применение критерия (5) (например, как отмечалось выше, использование евклидовой, энергетической или чебышевской нормы для определения меры несоответствия $I(u_N - u_E)$) не учитывает специфических особенностей исследуемых объектов и требуемых от них технических характеристик. При этом получаемая в результате численная модель является несбалансированной по размерам и точности не полных результатов моделирования, а именно нужной их части. Действительно, для описания геометрии и конечно-элементной модели ТРСВ требуется гораздо более подробная детализация, чем без вырезов. В то же время зачастую исследователю или проектировщику важны не локальные характеристики (например, характер распределения напряжений в зоне резкого изменения геометрии тела вблизи выреза), а глобальные или интегральные характеристики (максимальные прогибы, собственные частоты, критические усилия при потере устойчивости, контактные давления и т.д.).

Таким образом, исходная постановка задачи по сравнению с соотношениями (5) нуждается в развитии и адаптации для тел с системой вырезов. В частности, предлагаются следующие обобщения предлагаемого подхода.

Формально оставляя в силе структуру исследований, представленную на рис. 1, предлагается модифицировать сам критерий соответствия переменных состояния (см. рис. 2). Вместо формального, не связанного напрямую с особенностями НДС объекта и условиями его функционирования критерия соответствия предлагается применение критерия, естественно следующего из той или иной технической характеристики или специфики напряженно-деформированного состояния. Так, например, для многих базовых плит станочных приспособлений, основным назначением которых является обеспечение базирования и закрепления обрабатываемых деталей на станке, основной характеристикой, определяемой НДС, является жесткость на изгиб. Именно эта характеристика является доминирующей величиной, определяющей прогибы, углы поворота закрепленного на ней объекта, что напрямую влияет на точность обработки детали. При этом для случая малых прогибов и незначи-

тельных усилий, действующих в плоскости, распределение нормальных перемещений не зависит от тангенциальных перемещений. В таком случае естественно в качестве критерия несоответствия выбрать

$$I^P = \max\{|w_N - w_E|/|w_E|\}, \quad (6)$$

где w_N, w_E – численно и экспериментально определенные прогибы точек плиты.

Аналогичные соображения и критерии можно выдвинуть при расчетно-экспериментальном синтезе конечно-элементных моделей ТРСВ при определяющем значении, например, жесткости при действии вполне определенного типа внешних усилий, собственных частот колебаний, контактных давлений и т.п.

Естественно, что условие (6) намного слабее условия, в котором участвуют, например, перемещения в срединной плоскости и напряжения. При этом можно ожидать, что и требования к густоте конечно-элементной сетки окажутся слабее. Кроме того, этот критерий может быть основой для оправдания применения оболочечных элементов вместо объемных. Уже эти два фактора на несколько порядков могут уменьшить размерность КЭМ, а, значит, в еще большей степени – требуемое время и вычислительные ресурсы для решения единичной задачи анализа НДС базовой плиты. Учитывая, что в процессе проектирования может потребоваться проведение нескольких тысяч таких расчетов, то, соответственно, существенно уменьшится общее время исследований без ущерба для точности определения значимых технических характеристик и обоснованности принятия соответствующего проектного решения.

Обобщая приведенный выше алгоритм, можно предложить следующий порядок действий при расчете НДС тел с регулярной системой вырезов:

1. Определение на основе анализа конструкции требований к техническим характеристикам и условий эксплуатации *частного* („парциального”) критерия I^P для синтеза КЭМ исследуемого класса тел с регулярной системой вырезов.
2. Предварительный качественный анализ особенностей НДС исследуемого объекта и выбор того или иного типа конечных элементов для разбики области Ω , занимаемой телом.
3. Построение параметризированной, управляемой, качественной конечно-элементной модели, дающей возможность автоматизации пре- и постобработки извне пакетов конечно-элементного анализа НДС.
4. Проведение серии численных и экспериментальных исследований напряженно-деформированного состояния ТРСВ для определения параметров КЭМ, удовлетворяющей критерию (6) или аналогичному.
5. Решение прикладных задач анализа НДС и синтеза элементов машин, оборудования и конструкций, представляющих собой ТРСВ, с использованием синтезированной на основе «парциальных» критериев КЭМ.

Каждый из перечисленных этапов должен проводиться с учетом характерных свойств исследуемых объектов – наличием большого количества регулярных вырезов.

В данном случае естественно исходить из того, что для того или иного типа конструкций, представляющих собой ТРСВ, для формирования баз данных, знаний и экспертных систем на основе расчетно-экспериментальных исследований во многих случаях самостоятельную ценность имеют не только и не столько экспериментально проверенные результаты численных исследований, но и рационально сбалансированная достоверная КЭМ объекта.

Конечно-элементная модель сложного объекта (в данном случае – тела с регулярными системами вырезов) может иметь также и большую коммерческую ценность. Кроме того, полученные с ее применением результаты могут быть положены в основу иерархической базы данных и знаний о том или ином классе ТРСВ, причем объектами сравнения могут быть не только отдельные базы данных, а множества баз данных. Также могут быть усовершенствованы соответствующие критерии улучшения модели **N** и проектируемого объекта **R**. Окончательным результатом исследований по предлагаемой методике (см. рис. 2) является достоверная конечно-элементная модель для определения НДС тех или иных ТРСВ или их множеств.

При решении поставленной задачи с применением предложенного варианта РЭМ ее можно обратить. Действительно, рассмотрев задачу формально, можно одновременно с параметрами численных моделей ТРВС варьировать и определять в качестве искомых параметры математической и экспериментальной моделей, которые обеспечивают соответствие результатов исследований на всей цепочке $I - D - C - F$ (см. рис. 1, 2). В таком случае можно либо определить структуру и параметры определенной модели ТРВС (*узкая задача*), либо определить в пространстве варьируемых параметров некоторые области, в пределах которых те или иные различные модели адекватны, точны, корректны (*широкая задача*).

Таким образом, формально в процессе расчетно-экспериментальных исследований ТРВС можно „уравнять в правах” все типы моделей, выделив из всего множества подмножество уточняющих моделей и подмножество уточняемых моделей. Сами эти подмножества могут изменяться за счет „миграции” моделей. Более того, идя дальше по пути формализации предложенного варианта расчетно-экспериментального метода исследований, можно (в соответствии с алгоритмом на рис. 2) углубить данный подход, переводя его на уровень слоев и характеристик моделей. При таком подходе варьируются не модели в целом (как при традиционном подходе), а их подмодели или характеристики.

Таким образом, можно сделать вывод, что для построения сбалансированных по точности и громоздкости численных моделей ТРСВ предложен новый подход. Он опирается на известную технологию расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем. Однако, в отличие от применения критерия „полного” соответствия результатов численных u_N и экспериментальных u_E исследований, предложен частный („парциальный”) критерий соответствий или по компонентам массива переменных состояния, или по некоторым характеристикам НДС, которые напрямую завязаны на технические характеристики исследуемого объекта.

Именно данная особенность позволяет вместо моделирования напряженно-деформированного состояния ТРСВ как сплошного тела без вырезов, материал которого имеет некоторые „приведенные”, „эквивалентные” физико-механические свойства, исследовать НДС с использованием конечно-элементного моделирования на реальной геометрии с вырезами.

2. Методы оценки несоответствия полей распределений различной природы. При формулировке задачи расчетно-экспериментального исследования ТРСВ можно вычленив следующие основные проблемы: метод сравнения полей разной природы и происхождения; оценка точности численных исследований НДС ТРСВ при помощи МКЭ; модификация теоретических основ метода спекл-голографической интерферометрии с точки зрения оценки точности и взаимодействия с МКЭ; построение меры несоответствия результатов экспериментальных и численных исследований НДС ТРСВ; выбор методов минимизации меры несоответствия результатов численного и экспериментального исследования. Ниже, следуя [1-3], рассмотрим исследуемый объект как механическую систему взаимодействующих тел, поведение которой (математическая модель) описывается в общем виде в операторной форме выражением (2).

В частности, для большинства случаев удобно сформулировать напряженно-деформированное состояние в перемещениях. В этом случае переменные состояния $U_M = \bigcup_s u_{M_i}^{(s)}$, где $u_{M_i}^{(s)} = u_{M_i}^{(s)}(r_i, t)$ – массив перемещений точек элемента s исследуемой системы функций с радиус-вектором r с компонентами r_i ($i=1,2,3$), соответствующих моменту времени t . Соответственно $P_M = \bigcup_s p_M^{(s)}$, $F_M = \bigcup_s f_M^{(s)}$.

Например, для некоторого элемента исследуемой системы (массивное тело) общее уравнение (1-4) расписывается в виде системы уравнений (индексы $*_{M_i}^{(s)}$ опущены) в области Ω , занимаемой телом [5]:

$$2\varepsilon_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}; \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}; \quad \sigma_{ij,j} + \bar{f}_i = 0, \quad (7)$$

где $\sigma_{ij} \cdot \varepsilon_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и деформаций, связь между которыми задается тензором упругих постоянных C_{ijkl} ; $\bar{f}_i$ – составляющая объемной нагрузки.

Соотношения (7) дополняются граничными условиями

$$u_i|_{S_u} = g_i(r), \quad (8) \quad \sigma_i|_{S_\sigma} = \bar{f}_i(r), \quad (9)$$

где S_u, S_σ – части поверхности тела, на которых заданы геометрические и силовые граничные условия; $g_i, \bar{f}_i$ – заданные вектор-функции перемещений и поверхностных нагрузок.

В случае контактного взаимодействия тел p, q с гладкими поверхностями

на части поверхности S_c каждого тела добавляются условия непроникновения:

$$(u_v^p + u_v^q) \Big|_{S_c} \leq \delta(r), \quad (10)$$

где u_v – составляющая перемещения по нормали v к поверхности; δ – начальный зазор в сопряжении тел.

Как известно [6, 7], исходная задача (1), (2), (7)-(10) приводится к вариационной задаче

$$(\bar{L}_m u_m, v_m) = (f_m, v_m), \quad \forall v_m, \quad (11)$$

где $\bar{L}_m$ – оператор краевой задачи внутри области Ω ; $(*,**)$ – соответствующая билинейная форма, или вариационному неравенству

$$(\bar{L}_m u_m, v_m - u_m) \geq (f_m, v_m - u_m), \quad \forall v_m \in G, \quad (12)$$

где G – множество, задаваемое ограничениями (10).

Вариационная задача (11) или неравенство (12) приводятся к проблеме минимизации функционала $I(u_m)$ [8]:

$$I(u_m) = 1/2 (\bar{L}_m u_m, u_m) - (f_m, u_m) \rightarrow \min. \quad (13)$$

Для случая (11) ищется безусловный минимум, а для случая (12) – минимум на множестве G в пространстве функций u_m . Данный квадратичный функционал состоит из квадратичной $a(u_m, u_m)$ и линейной $b(u_m)$ форм. При этом квадратичная форма в (13) представляет собой потенциальную энергию деформации исследуемой системы, а линейная – работу внешних сил. Например, для пространственной задачи теории упругости билинейная форма, порождающая квадратичную составляющую (13), имеет вид:

$$a(u_m, v_m) = (\bar{L}_m u_m, v_m) = \int_{(\Omega)} \sigma_{ij}(u_m) \varepsilon_{ij}(v_m) d\Omega, \quad (14)$$

а линейная –

$$b(u_m) = (f_m, u_m) = \int_{(S_u)} \bar{f}_i \cdot u_{m_i} dS + \int_{(\Omega)} \bar{f}_i \cdot u_{m_i} d\Omega. \quad (15)$$

Для определения напряженно-деформированного состояния тел исследуемой системы, т.е. решения некоторой текущей задачи анализа, необходимо или решить систему уравнений (2), (9) (или неравенств (10) для случая контактного взаимодействия), или вариационное уравнение (11) (соответственно неравенство (12)), или произвести минимизацию функционала (13).

При решении задачи определения НДС предполагается, что она корректна (по Адамару). При этом кроме классических требований разрешимости, единственности и устойчивости, т.е.:

$$\forall f_m \exists u_m : L_m(u_m, p_m, f_m, t) = 0, \quad (16)$$

$$[L_m(u_m^1) = 0, L_m(u_m^2)] = 0 \Rightarrow u_1 = u_2, \quad (17)$$

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \|f_m^\varepsilon - f_m\| = 0 \Rightarrow \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \|u_\varepsilon - u\| = 0, \quad (18)$$

где $\|*\|$ – некоторая норма; u_ε – решение (4.1) для $f_m = f_m^\varepsilon$, предполагается еще и требование устойчивости по отношению к изменению оператора $\bar{L}_m$ (как структурному, так и параметрическому), а также граничных условий (8), (9) и условий контактного непроникновения (10). Последние условия распространяются и на функции $g_i, \bar{f}_i, \delta$ из (8)-(10), и, соответственно, на поверхности S_u, S_σ, S_c . Соотношения (1), (2), (7)-(18) составляют математическую модель для определения напряженно-деформированного состояния ТРСВ.

Оператор $\bar{L}_m$ исследуемой задачи действует как оператор $\bar{L}_m$ в области Ω и характеризуется типом оператора, его структурой, физико-механическими характеристиками, определяемыми свойствами материала, а также физической размерностью области Ω . На границе действуют различные граничные условия, характеризующие тип краевых условий, внешние нагрузки, условия контактного взаимодействия. Кроме того, сама область Ω имеет некоторую форму и геометрические размеры. То же относится к границе S и ее составляющим.

Все указанные данные различной природы составляют множество обобщенных параметров математической модели исследуемого тела. Естественно, что при переходе от реального объекта к его математической модели допускается некоторая погрешность. В соответствии с этим необходимо в различных случаях решать следующие типы задач: уточнение оператора краевой задачи (тип, структура); уточнение краевых условий; уточнение нагрузок (тип, величина, распределение); уточнение условий сопряжения; уточнение формы, размеров, гладкости областей Ω, S .

Для численного решения задачи минимизации функционала (13) в настоящее время часто применяется метод Рунге с базисными кусочно-полиномиальными функциями – метод конечных элементов [9]. Тогда, вводя пространство V^n (n – количество узлов сетки КЭ) базисных функций МКЭ, исходную задачу можно привести к проблеме минимизации функционала

$$I^n(q^n) = 1/2 K_{ij} q_i q_j - b_i q_i, \quad i, j = 1, \dots, n, \quad (19)$$

где $K_{ij} = (L\phi_i, \phi_j)$ – коэффициенты матрицы жесткости конструкции K ; ϕ_i – базисная функция МКЭ; $b_i = (f_i^N, q_i)$ – элементы массива узловых нагрузок.

Условия минимальности (19) дают систему линейных алгебраических уравнений

$$K \cdot q = b, \quad (20)$$

которая соответствует операторному аналогу (3).

Таким образом, при дискретизации исходной задачи производится переход от функционального пространства функций U_N к пространству конечной

размерности V^N . Поскольку V^N является замкнутым подпространством U_M , то для решения u_N и ошибки МКЭ $\Delta_N = (u_M - u_N)$ справедливы следующие утверждения [9]:

$$a(u_M - u_N, u_M - u_N) = \min_{v_N \in V^N} a(u_M - v_N, u_M - v_N); \quad (21)$$

$$a(u_M - u_N, v_N) = 0, \quad \forall v_N \in V^N; \quad (22) \quad a(u_N, v_N) = b(v_N) \quad \forall v_N \in V^N; \quad (23)$$

$$a(\Delta_N, \Delta_N) = a(u_M, u_M) - a(u_N, u_N); \quad (24) \quad a(u_N, u_N) \leq a(u_M, u_M). \quad (25)$$

Таким образом, в пространстве с энергетической нормой решение u_N является проекцией решения u_M на пространство V^N , причем энергия ошибки равна ошибке в энергии.

Для евклидовой нормы ошибки справедлива оценка

$$\|\Delta_N\| \leq C_N h^\xi \|u_N\|, \quad (26)$$

где h – размер конечного элемента; ξ – показатель, зависящий от типа задачи.

Зависимости и соотношения (12)-(26) носят качественный характер. Тем не менее, из этих зависимостей можно сделать вывод о том, что теоретическая точность МКЭ в силу эллиптичности исследуемых задач может быть оценена качественно в различных нормах (энергетическая, евклидова, чебышевская). При этом тенденция изменения нормы ошибки должна быть монотонной: начиная с некоторого момента с уменьшением размеров конечных элементов ошибка уменьшается по обратной степенной зависимости.

Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов сложных механических систем предполагает наличие самого объекта исследований или его физической модели, измерительной аппаратуры, регистрирующих приборов, оборудования для расшифровки полученных результатов. Все эти элементы объединены при помощи специально разработанных схем, которые реализуют тот или иной способ измерений. Голографическая интерферометрия [4] предоставляет исследователю мощный инструмент определения перемещений точек поверхности исследуемых элементов механических систем. Особенностью голографической интерферометрии является возможность проведения бесконтактных измерений как на физической модели исследуемого объекта, так и на самом объекте. При этом, как и любой другой метод экспериментальных измерений, метод голографической и спекл-интерферометрии допускает формальную запись в виде (4). Информация, получаемая в результате записи интерферограмм, представляет собой множество изолиний некоторых проекций перемещений точек поверхности исследуемых ТРСВ.

Рассмотрим стадии расшифровки интерферограмм. Задача расшифровки может быть сформулирована следующим образом: по заданному множеству полос M_p определить непрерывное поле перемещений u_i ($i=1,2,3$) на части исследуемой поверхности Γ с минимальной погрешностью. Для решения дан-

ной задачи используются известные соотношения МГСИ [4]. Однако при этом возникают вопросы: идентификации номеров полос N ; идентификации средних линий $\tilde{L}_s$ полос; интерполяции промежуточных значений компонент вектора перемещений на заданной сетке S^* ; определение путем интерполирования значений компонент вектора u_i^I перемещений в произвольных точках.

Решение задачи идентификации средних линий интерференционных полос предполагается осуществлять по следующему алгоритму (рис.3).

1. Над полем дискретно заданных (в ячейках $J(i, j) = \{0;1\}$ на рис. 3) булевых значений, идентифицирующих наличие-отсутствие полосы, совершается операция выделения „средних” линий L_i по правилу: точка $\tilde{M} \in \tilde{L}_k$, если $abs(dist[MM'] - dist[MM''])/MM' < \tilde{\pi}$, где $\tilde{\pi}$ – некоторый заданный параметр точности; M', M'' – точки, образуемые расширением зоны примыкания к теку-

щей внутренней точке M (круг с центром M и нарастающим радиусом) до одно-временной встречи с двух сторон с ячейками, в которых $J(i, j) = 0$.

2. Множеству точек $\tilde{M} \in \tilde{L}_q$ присваивается численное значение $q \cdot \lambda / 2$ (начиная с некоторой указанной исследователем полосы с условно „нулевым” номером).

3. При повторном обходе линий $\tilde{L}_i$ проводится операция замыкания средней

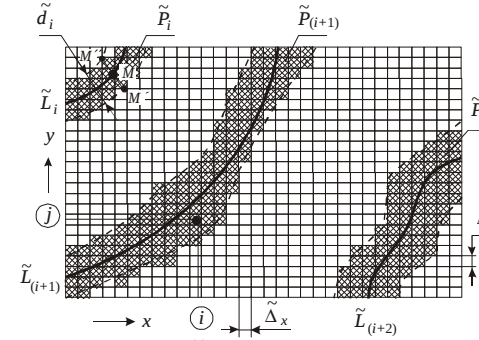


Рис. 3. Картина полос $\tilde{P}_i$, заданных в системе ячеек $J(i, j)$: $\tilde{\Delta}_x, \tilde{\Delta}_y$ – размеры ячеек, (i, j) – номер ячеек; $\tilde{L}_i$ – средняя линия; $\tilde{P}_i$ – полоса интерферограммы

линии интерференционных полос (рис. 4): если точка M_0 – исходная на некоторой линии, то при обходе за и против часовой стрелки образуется множество текущих точек M_T^R, M_T^L , принадлежащих веткам $\tilde{L}^R, \tilde{L}^L$; точки M_T^R, M_0, M_T^L и некоторая внутренняя точка $M_C \in S_{\Gamma^{int}}, M_C \in S_{\Gamma^{out}}$, где $S_{\Gamma^{int}}, S_{\Gamma^{out}}$ – области, ограниченные внутренним и внешним контурами и образующие при пересечении область между $\Gamma_{int}, \Gamma_{out}$. Луч $M_C M_T$ образует углы $\tilde{\phi}_L, \tilde{\phi}_R$; тогда опреде-

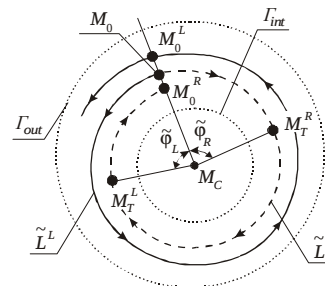


Рис. 4. Операция замыкания средней линии интерференционных полос

ляются замыкающие точки M_0^R, M_0^L по правилу:

$$\tilde{\varphi}_L(M_T^L) = 2\pi, \tilde{\varphi}_R(M_T^R) = 2\pi. \quad (27)$$

В связи с тем, что в силу дискретности задания картины полос линии $\tilde{L}^R, \tilde{L}^L$ в общем случае не совпадают, то для выделения единой линии предлагаются следующие способы:

- строится “коридор” линий:

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_D(\tilde{\varphi}) &= \min \left\{ |M_C M_T^L|, |M_C M_T^R| \right\}, \\ \tilde{\rho}_U(\tilde{\varphi}) &= \max \left\{ |M_C M_T^L|, |M_C M_T^R| \right\}; \end{aligned} \quad (28)$$

- строится непрерывное или дискретно заданное множество $\Omega_{\tilde{L}}$ линий, удовлетворяющих ограничениям

$$\tilde{\rho}_D(\tilde{\varphi}) \leq \tilde{\rho}(\tilde{\varphi}) \leq \tilde{\rho}_U(\tilde{\varphi}), \quad \tilde{\rho}(\tilde{\varphi}_0) = |M_C M_0|, \quad (29)$$

где $\tilde{\rho}(\tilde{\varphi})$ – текущий радиус-вектор точки с началом в точке M_C ;

- на множестве $\Omega_{\tilde{L}}$ определяется линия $\tilde{L}^*$, удовлетворяющая некоторому дополнительному условию

$$F_{\tilde{L}}(\tilde{L}) = 0, \quad (30)$$

например, требованию минимальной кривизны линии.

Таким образом, описанный выше подход позволяет произвести идентификацию средних линий полос и попутно присвоить их точкам числовую характеристику, соответствующую перемещению точек полосы с определенным номером.

Задача интерполяции значений перемещений по картине линий уровня может решаться различными способами. Пусть $\tilde{P}$ – некоторая точка (узел сетки S^* , наброшенной на исследуемую область). На рис. 5 приведена схема к двум способам интерполяции значения компоненты $\tilde{w}$ вектора перемещений в точке $\tilde{P}$.

1. Полиномиальная интерполяция

вдоль сечения. Рассмотрим луч $\tilde{l}$ из точки $\tilde{P}$, проходящей под углом $\tilde{\varphi}_P$ к горизонтали.

Пусть $\tilde{P}_i^*$ – точки встречи луча с полосами, $\tilde{P}_i^{**}$ – точки встречи луча под углом $(\tilde{\varphi}_P + \pi)$.

Из условия прохождения некоторым полиномом соответствующей степени через точки

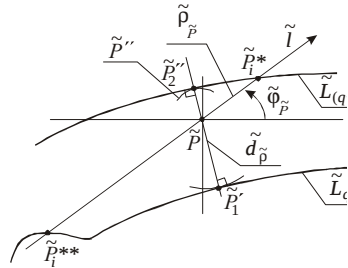


Рис. 5. К вопросу интерполяции перемещений в промежуточных точках

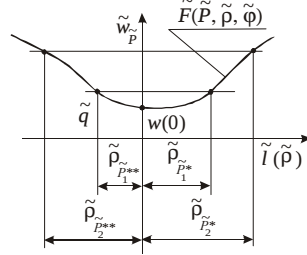


Рис. 6. Интерполяция искомой функции вдоль сечений
w от угла phi

$(-\tilde{\rho}_{\tilde{P}_i^{**}}, \tilde{q}(\tilde{P}_i^{**}))$ и $(+\tilde{\rho}_{\tilde{P}_i^*}, \tilde{q}(\tilde{P}_i^*))$ (рис. 6) строится интерполирующий полином $\tilde{F}$ от переменной $\tilde{l}$, изменяющейся при изменении угла $\tilde{\varphi}$. Значение $\tilde{F}$ при $\tilde{l} = 0$ (обозначим $\tilde{F}_0(\tilde{\varphi}_P)$) интерполирует искомое значение перемещения в точке $\tilde{P}$. Естественно, что при изменении угла $\tilde{\varphi}$ меняется значение $\tilde{F}_0$, и в результате выбранной точке $\tilde{P}$ соответствует множество значений $\tilde{w}$, являющихся функцией угла $\tilde{\varphi}$ (рис. 7).

Для определения единственного значения $\tilde{w}$ возможны различные подходы. Их можно условно разбить на 2 группы. При использовании локального подхода задачи рассматривается изолированно для выбранной точки $\tilde{P}$, и тогда из функции $\tilde{w}$ по некоторому закону определяется „средневзвешенное” значение $\tilde{w}$:

$$\bar{w} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\tilde{w}(\tilde{\varphi}) - \tilde{g}(\tilde{\varphi})] d\tilde{\varphi} \quad (31)$$

или

(32)

$$\bar{w} = \frac{1}{2\pi N} \sum_{i=1}^N \tilde{w}(\tilde{\varphi}_i) \cdot \tilde{g}(\tilde{\varphi}_i),$$

где $\tilde{g}(\tilde{\varphi})$ – некоторая заданная весовая функция, подчиняющаяся соответственно условиям нормировки

$$\int_0^{2\pi} \tilde{g}(\tilde{\varphi}) d\tilde{\varphi} = 2\pi \quad \text{или} \quad \sum_{i=1}^N \tilde{g}(\tilde{\varphi}_i) = 2\pi. \quad (33)$$

Рассматривая значения $\tilde{w}$ во взаимосвязи с множеством значений $\tilde{w}$ в остальных точках исследуемой области, можно построить некоторый относительно глобальный критерий. Например, можно потребовать от поверхности $\tilde{S}_{\tilde{P}}$, образованной точками $\tilde{P}$, некоторых свойств гладкости, минимальности кривизны или наименьшего значения некоторой нормы. В частности, представляет интерес для множества практически важных задач критерий минимальности нормы

$$\tilde{I} = \tilde{\alpha} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} \tilde{w}^2 d\tilde{S}_{\tilde{P}} + \tilde{\beta} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} \left[\left(\frac{d\tilde{w}}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\tilde{w}}{dy} \right)^2 \right] d\tilde{S}_{\tilde{P}} + \tilde{\gamma} \int_{(\tilde{S}_{\tilde{P}})} \left[\left(\frac{d^2 \tilde{w}}{dx^2} \right)^2 + \left(\frac{d^2 \tilde{w}}{dy^2} \right)^2 \right] d\tilde{S}_{\tilde{P}}, \quad (34)$$

где $\tilde{\alpha}, \tilde{\beta}, \tilde{\gamma}$ – некоторые задаваемые из специфики задач весовые коэффициенты ($\tilde{\alpha} + \tilde{\beta} + \tilde{\gamma} = 1$).

Оправданно использование в качестве функционала $\tilde{I}$ величины внутренней энергии или другого (в т.ч. „парциального”) функционала, выбор структуры которого диктуется спецификой исследуемой конструкции, явления, процесса. В таком случае задача может быть формализована следующим образом:

$$\tilde{w}^\wedge : \tilde{I}(\tilde{w}) \rightarrow \min \text{ на множестве } \tilde{M}_{\tilde{w}}; \quad (35)$$

где $\tilde{M}_{\tilde{w}} = \{\tilde{w} : \tilde{w}_{\min}(\tilde{P}) \leq \tilde{w}(\tilde{P}) \leq \tilde{w}_{\max}(\tilde{P})\}$. Здесь $\tilde{w}_{\min}(\tilde{P})$, $\tilde{w}_{\max}(\tilde{P})$ – значения ограничений коридора варьирования искомого перемещений (см. рис. 7).

2. *Полиномиальная интерполяция вдоль радиусов касательных окружностей*. При рассмотрении интерполяции значений $\tilde{w}(\tilde{P})$ (см. рис. 6) некоторые направления выделяются естественным образом. Например, это направления из точки $\tilde{P}$ по кратчайшему расстоянию до линии $\tilde{L}_q$. При достаточно гладких линиях в локальной окрестности $\tilde{P}$ это множество точек касания окружностей растущего радиуса с центром в точке $\tilde{P}$ (т.е. точки $\tilde{P}'$, $\tilde{P}''$ на рис.6). В данном случае в качестве независимой переменной выступают расстояния $d_{\tilde{P}'}$, $d_{\tilde{P}''}$ (рис. 8).

Значение интерполирующего полинома в нуле интерполирует искомую функцию в точке $\tilde{P}$. Кроме рассмотренных вариантов интерполяции с выбором определенных направлений интерполирования возможно использование локальной интерполяции искомой функции как функции двух переменных. Действительно, искомую функцию локально можно представить в виде квадратичной формы

$$\tilde{F}_{\tilde{P}}(x, y) = \tilde{\mu}_1 x^2 + \tilde{\mu}_2 y^2 + \tilde{\mu}_3 xy + \tilde{\mu}_4 x + \tilde{\mu}_5 y + \tilde{\mu}_6. \quad (36)$$

Неопределенные коэффициенты $\tilde{\mu}_i$ в выражении (36) могут быть рассчитаны из условий прохождения интерполирующей поверхности через некоторое множество точек. Основной проблемой при этом является обоснованный выбор данного множества точек. Он может быть продиктован или спецификой решаемой задачи, или характером поведения полос в локальной окрестности точки $\tilde{P}$. Для однозначного определения коэффициентов $\tilde{\mu}_i$ в выражении (36) необходимо минимум 6 значений функции или задание множества точек с количеством, превышающим минимально необходимое, и заданием дополнительного критерия (т.е. применения критерия минимального квадратичного отклонения или иного условия, которое позволяет однозначно определить функцию $\tilde{F}_{\tilde{P}}(x, y)$). Значение $\tilde{F}_{\tilde{P}}(0, 0)$ интерполирует $\tilde{w}(\tilde{P})$. В общем случае нельзя выделить приоритетный способ интерполяции. Наиболее разумным представляется использование различных способов и их комбинаций. При получении значительного разброса значений $\tilde{w}(\tilde{P})$, получаемых при использовании различных методов, необходимо дополнительное исследование поведения функции $\tilde{w}$ в окрестности точки $\tilde{P}$.

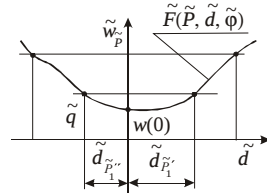


Рис.8. Интерполяция искомой функции вдоль радиус-векторов с началом в точке $\tilde{P}$ и концом на ближайших точках линии

Таким образом, для определения значений $\tilde{w}$ в узлах сетки $S^\sim$, наброшенной на исследуемую область, можно использовать описанные выше методы. Это дает возможность перехода к интерполяции значений функции $w^\wedge$ в произвольной точке $P^\wedge$. Прямое определение $w^\wedge$ возможно, но только при использовании так называемого (см. выше) локального подхода. При неизбежном наличии шумов на носителе, погрешностей процессов расшифровки и интерполяции более предпочтительным путем является использование описанного выше глобального подхода, что требует обязательной первичной интерполяции $\tilde{w}$ на узлах сетки $S^\sim$, последующего „сглаживания” $w^\wedge$, а затем интерполяции $w^\wedge$ в произвольных точках исследуемой области.

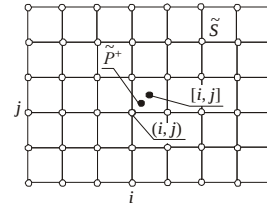


Рис. 9. Интерполяция значений функции по узловым значениям функции $\tilde{w}$

Рассмотрим интерполяцию функции $w^\wedge$ по значениям $\hat{w}_{i,j}$ в узлах сетки $S^\sim$ с номерами i, j (рис. 9). Пусть $\tilde{P}^+$ – заданная точка, в которой требуется определение значения $w^\wedge$. Пусть также $[i, j]$ – принятое обозначение (нумерация) ячейки сетки $S^\sim$ (при этом i, j – минимальные номера узлов, образующих ячейку). Обозначая через $\{i, j\}$ “звезду” ячеек с центром в узле (i, j) , можно ввести в рассмотрение локальный базис $\hat{f}(i, j)$. Функции базиса с локальным носителем

– „звездой” ячеек $\{i, j\}$. Тогда значение функции в произвольной точке $\tilde{P}^+$ определяется в виде разложения по базисным функциям

$$\hat{w}(\tilde{P}^+) = \sum_{\hat{s}, \hat{t}=1}^2 \left[\hat{w}(\hat{i} + \hat{s} - 1, \hat{j} + \hat{t} - 1) \cdot \hat{f}(\hat{i} + \hat{s} - 1, \hat{j} + \hat{t} - 1) \right]. \quad (37)$$

В общем случае выражение (37) может быть записано с учетом значений функций и их производных в узлах. В частности, по значениям функций, производных первого порядка и смешанной производной второго порядка строятся интерполяционные полиномы Эрмита:

$$\hat{f}_1 = \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); \quad \hat{f}_2 = \hat{\Phi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j); \quad \hat{f}_3 = \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Phi}(j); \quad \hat{f}_4 = \hat{\Psi}(i) \cdot \hat{\Psi}(j),$$

где $\hat{\Phi}, \hat{\Psi}$ – функции аргументов с локальным носителем, определяемые по формулам

$$\Phi(\eta) = (|\eta| - 1)^2 (2|\eta| + 1); \quad \Psi(\eta) = \eta(|\eta| - 1)^2. \quad (38)$$

Приведенные функции характеризуются следующими свойствами:

$$\Phi_i(x_i) = 1, \Phi_i(x_{i \neq j}) = 0, \Phi'_i(x_i) = 0; \quad (39) \quad \Psi_i(x_i) = 0, \Psi'_i(x_{i \neq j}) = 0, \Psi'_i(x_i) = 1; \quad (40)$$

$$\hat{f}_1(x_i, y_i) = \frac{\partial \hat{f}_2(x_i, y_i)}{\partial y} = \frac{\partial \hat{f}_3(x_i, y_i)}{\partial x} = \frac{\partial^2 \hat{f}_4(x_i, y_i)}{\partial x \partial y} = 1. \quad (41)$$

Остальные сочетания функций, производных и их узловых аргументов в выражении (41) дают нулевые значения.

Таким образом, обобщение формулы (37) в виде

$$\hat{w}(\tilde{P}^+) = \sum_{i, j \in J_{P^+}} \left[\hat{w}^{(s)}(i, j) \cdot \hat{f}_s(i, j) \right], \quad (42)$$

где $\hat{w}^{(1)} = \hat{w}$, $\hat{w}^{(2)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial y}$, $\hat{w}^{(3)} = \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}$, $\hat{w}^{(4)} = \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial x \partial y}$; J_{P^+} – множество узлов, при-

надлежащих ячейке, в которую попадает точка $\tilde{P}^+$, дает возможность получить

локальное полиномиальное представление функции $\hat{w}$ (при этом обеспечиваются условия непрерывности функции и ее производных на границах ячеек).

Таким образом, в данном разделе предложены: способ перехода от непрерывного поля интерференционных полос к дискретному полю изолиний, далее – к дискретно заданному множеству значений функций на узлах некоторой сетки, и последующий переход к непрерывному полю компонент вектора перемещений, которое описывается интерполяционными полиномами.

Особенностью предложенного подхода является формализация всех этапов экспериментальных исследований. Это позволяет, во-первых, автоматизировать процессы измерений, регистрации, расшифровки и интерполяции результатов. Во-вторых, соотношения (27)-(42) составляют математический аппарат, посредством которого формально расширяется поле действия аппарата математической физики на экспериментальные исследования. Кроме того, предложенный математический аппарат позволяет идентифицировать источники и провести оценки накопленных на разных этапах ошибок.

В процессе проведения экспериментальных исследований возникают следующие задачи уточнения обобщенных параметров: определение адекватности объекта или его модели множеству исследуемых объектов (т.е. соответствие свойств конкретного изделия или группы изделий, на которых проводятся измерения, свойствам, которыми обладают элементы всего множества аналогичных объектов); определение соответствия моделируемых величин и законов распределения нагрузки и граничных условий реально действующим; определение диапазона нагрузок, позволяющих проверить измерение картины деформирования исследуемого тела с приемлемой точностью (т.е. подбор диапазона нагрузок, в котором интерференционные полосы, во-первых, присутствуют на регистрирующей среде; во-вторых, их количество позволяет проводить сам процесс расшифровки); определение схем измерений, методов расшифровки и интерполяции, которые в конкретном случае дают необходимую точность измерений.

Анализ предложенных подходов позволяет сделать следующие выводы:

1. Разработанные методы получения информации о деформации объекта по результатам экспериментальных исследований элементов сложных механических систем позволяют перейти от графического образа (картины интерференционных полос), т.е. практически непрерывного распределения исследуемых функций, к дискретной системе значений на наперед заданной сетке узлов, а в завершение – к непрерывному заданию данных функций через интерполяционные функции.

2. Предложенная совокупность методов позволяет регулировать точность регистрации измерений, аппроксимаций и вычислений на каждом этапе исследований.

3. На основе разработанных подходов возможна формализация операций сравнения с результатами экспериментальных исследований и приведение информации, с которой производятся различные операции в дальнейшем, к удобному виду.

4. Методы сглаживания полей распределений искоемых функций позволяют уменьшить влияние факторов дискретности на всех этапах экспериментальных исследований методом голографической и спекл-интерферометрии (зернистость регистрирующей среды, наложение спекл-структуры на картину интерференционных полос, дискретный характер сетки узловых значений исследуемых функций).

5. Система поэтапной обработки информации позволяет провести автоматизацию процесса исследований и решить основную задачу: определение с достаточной точностью значений искоемых функций в заданной точке.

6. Предложенные методы позволяют реализовать идею расширенного параметрического подхода применительно к этапу экспериментальных исследований.

7. Предложены методы уменьшения погрешностей измерений за счет применения технологии измерений, соединяющих голографию и спекл-фотографию.

8. Описанные методы обработки информации в конечном счете позволяют привести ее к форме, которая легко трансформируется к виду, используемому в системах автоматизированного проектирования, исследования и изготовления машиностроительных конструкций.

Численная оценка функционала несоответствия. Одним из важнейших аспектов построения функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований является процедура его вычисления. Действительно, при сравнении полей компонент перемещений, заданных на поверхностях в пространстве трех измерений, важно получить численную характеристику, которая отражает две стороны: совпадение *качественное*, т.е. степень соответствия закона распределения по пространственным координатам, тенденции изменения во времени или реакция на изменение того или иного параметра; совпадение *количественное*, т.е. точность численного моделирования измеряемой экспериментально функции.

Естественно, что в интегральной оценке совмещены оба приведенных

требования. Рассмотрим форматы сравниваемых величин. При использовании метода конечных элементов искомые компоненты вектора перемещений формально определяются в любой точке исследуемого тела, в том числе и на поверхности, через базисные функции $\varphi_N^\cup$ и узловые значения $u_N^\cup$. Таким образом, в рассмотрении находятся следующие данные: описание области $\Omega^\cup$, занимаемой телом, в виде ансамбля конечных элементов (т.е. при численном исследовании задаются массив координат узлов $\chi^\cup$, матрица конечных элементов $M^\cup$, определяющая узлы, которые образуют различные конечные элементы); узловые параметры $u_N^\cup$; тип представления искомой компоненты вектора перемещений через узловые параметры и базисные функции МКЭ:

$$\bar{u}_N^\cup(x) = \sum_{E^\cup} u_N^\cup(E^\cup) \varphi_N^\cup(E^\cup, x), \quad (43)$$

где $E^\cup$ – подмножество узлов, образующих элемент, которому принадлежит точка x ; $\varphi_N^\cup$ – базисная функция метода конечных элементов.

Результаты экспериментальных исследований МСГИ имеют следующую структуру данных: сетка $S^\sim$ узлов $J^\wedge$, покрывающих исследуемую часть поверхности объема S ; узловые параметры $u_E^\wedge$; выражение искомой компоненты вектора перемещений в заданной точке x через узловые параметры и интерполяционные функции $\hat{f}$:

$$\bar{u}_E^\wedge(x) = \sum_{j^\wedge} u_E^\wedge(j) \hat{f}(j, x), \quad (44)$$

где $j^\wedge$ – подмножество узлов ячейки, в которую попадает точка x .

Несмотря на кажущуюся эквивалентность структуры выражений (43) и (44), их сопоставление через непосредственное вычисление по приведенным формулам применимо для сравнения данных только в отдельных точках. В то же время непосредственное применение формул (43) и (44) для вычисления функционала несоответствия $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$ проблематично. Действительно, основное отличие представлений $\bar{u}_N^\cup$ и $\bar{u}_E^\wedge$ на данном этапе состоит в том, что они определяются через различные дискретные множества (множества конечных элементов и узлов конечных элементов, с одной стороны, и множество ячеек и узлов интерполяции – с другой). Для устранения возникающих при этом проблем возможны следующие пути:

1. Приведение численных данных, вычисляемых по выражению (43), к узлам $J^\wedge$ сетки $S^\sim$, используемой при представлении результатов экспериментальных исследований.

2. Приведение экспериментальных данных, вычисляемых по формуле

(44), к узлам $\chi^\cup$ множества конечных элементов $M^\cup$ (из конечно-элементной модели исследуемого объекта).

3. Приведение численных и экспериментальных результатов к некоторому искусственно созданному дискретному множеству R^* узлов ячеек (элементов) T^* с базисными функциями ξ^* . Тогда

$$\bar{u}_N = \sum_{r^*} \bar{u}_N^\cup(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (45) \quad \bar{u}_E = \sum_{r^*} \bar{u}_E^\wedge(x(r^*)) \cdot \xi^*(r^*, x), \quad (46)$$

где r^* – подмножество узлов, образующих элементарный фрагмент искусственно созданной сетки T^* .

Формально третий путь оказывается наиболее универсальным, поскольку отсутствует привязка к формам представления численных и экспериментальных данных. Тогда с учетом выражений для функционала $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$, содержащего операции суммирования $\sum$ и (или) интегрирования $\int$ и выражений (45)-(46) можно записать для некоторых случаев:

$$I(\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) = \left\{ \sum, \int \right\} \left\{ \sum_{r^*} (\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) \cdot \xi(r^*, x) \right\}^2. \quad (47)$$

Учитывая перестановочность операций суммирования и интегрирования, выражение (47) может быть представлено в виде:

$$I(\bar{u}_N^\cup - \bar{u}_E^\wedge) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} \left[\bar{u}_N^\cup(r_1^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_1^*) \right] \cdot \left[\bar{u}_N^\cup(r_2^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_2^*) \right] \cdot \left\{ \sum, \int \right\} \cdot [\xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x)]. \quad (48)$$

Введя обозначение $\Delta \bar{u}_{NE}^* = \bar{u}_N^\cup(r_1^*) - \bar{u}_E^\wedge(r_1^*)$, выражение для функционала $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$ можно записать в виде

$$I(\Delta \bar{u}_{NE}^*) = \sum_{r_1^*} \sum_{r_2^*} [\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_1^*) \cdot \Delta \bar{u}^*(r_2^*)], \quad (49)$$

где через $\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*)$ обозначен результат применения операции интегрирования (суммирования) в выражении (48)

$$\bar{\alpha}^*(r_1^*, r_2^*) = \left\{ \sum, \int \right\} \cdot [\xi(r_1^*, x) \cdot \xi(r_2^*, x)]. \quad (50)$$

Таким образом, вычисление функционала $I(\bar{u}_N^\cup, \bar{u}_E^\wedge)$ сводится к определению квадратичной формы (50) с известными коэффициентами. Указанный способ вычислений формально остается в силе при использовании любого формата представления данных численных и экспериментальных результатов.

Методы минимизации функционала несоответствия результатов чис-

ленных и экспериментальных исследований. Специфика минимизируемого функционала $I(\Delta u_{NE}^*, \bar{p})$ (здесь $\bar{p}$ – множество варьируемых параметров), состоит в том, что заранее неизвестен характер изменения I по параметрам $\bar{p}$. Кроме того, сама область варьирования этих параметров может быть задана при помощи достаточно сложной системы трудноформализуемых соотношений. В связи с этим нельзя заранее определить тип возникающей задачи математического программирования, а также ни предпочтительный метод минимизации, ни критерий окончания процесса поиска минимума.

Следующим специфическим моментом является то, что для определения значений функционала в различных точках параметрического пространства требуется численное решение задачи определения НДС. В работе приведены методы автоматизации процесса построения параметризованных конечно-элементных моделей исследуемых объектов. Таким образом, большая часть задачи решается в автоматизированном режиме, что существенно ускоряет весь процесс исследований. Особенно это важно при многовариантных исследованиях, когда требуется чрезвычайно большое количество решений задач анализа. Важным фактором является также тот факт, что в связи с бурным развитием возможностей вычислительной техники время решения задач резко уменьшается, особенно для задач средней размерности. Учитывая эти обстоятельства, можно заключить, что „цена” решения отдельной задачи анализа МКЭ уменьшается. Следовательно, появляется возможность увеличения количества вычислительных циклов, связанных с определением значения минимизируемого функционала в отдельных точках параметрического пространства.

Отмеченные особенности выдвигают на первый план такие особенности применяемых методов минимизации, как их универсальность, высокую вероятность отыскания минимума функционала I , устойчивость, сходимости и достигаемую точность даже в ущерб вычислительным затратам.

Поскольку на данный момент не существует универсального алгоритма определения минимума функции общего вида многих переменных, а каждый отдельный метод имеет свои преимущества и недостатки, то представляется целесообразным при решении возникающей задачи использовать комбинации различных методов: методы по координатного спуска, сопряженных направлений, Ньютона. Предлагается комплексный метод поиска минимума.

3. Методы регуляризации физических и численных моделей тел с системой вырезов. „Регуляризация” формы областей с системой регулярных вырезов и с другими особенностями геометрии. Исследуемые ТРСВ имеют большое количество отверстий, пазов, вырезов. Они имеют различные функциональные назначения: закрепление, базирование, центрирование и т.д. При этом часть поверхности S_r^* детали состоит из регулярного „паркета” элементарных поверх-

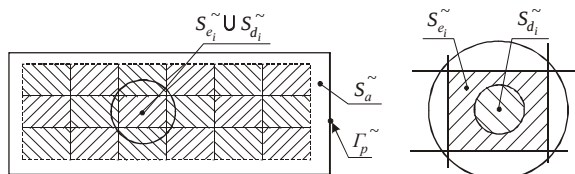


Рис. 10. Полная исследуемая поверхность S_p^*

ностей:

$$S_r^* = \bigcup_i S_{e_i}^* \quad (51)$$

Если S_p^* – полная исследуемая поверхность элемента ТРСВ, т.е. поверхность, ограниченная наружным контуром Γ_p^* (рис. 10), то во многих случаях ее можно представить в виде $S_p^* = S_r^* \bigcup S_d^* \bigcup S_a^*$, где $S_d^* = \bigcup_i S_{d_i}^*$ – воображаемая поверхность, „занятая” вырезами, пазами; S_a^* – сплошной участок поверхности S_p^* .

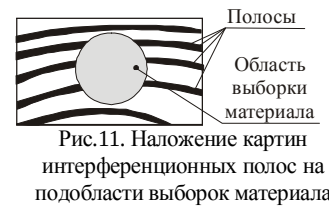


Рис.11. Наложение картин интерференционных полос на подобласти выборок материала

На голографической интерферограмме, фиксирующей поле перемещений точек поверхности элемента ТРСВ, основным информационным носителем являются интерференционные полосы. Естественно, что при расшифровке картины полос в автоматизированном режиме возникает ситуация (рис. 11), когда некоторые подобласти $S_{d_i}^*$

пересекают несколько интерференционных полос. Следуя формальному правилу принадлежности некоторой точки полосе с определенным номером (например, правило: все выбранные точки (ячейки) принадлежат одной и той же полосе, если из каждой точки (ячейки) в каждую можно попасть вдоль линии, каждая точка которой принадлежит данной полосе), можно получить, что все полосы, проходящие через одну и ту же область выборки материала, имеют один и тот же номер. Искаженная картина может быть исправлена дополнительной процедурой идентификации, причем в некоторых ситуациях необходимо проводить эту операцию вручную.

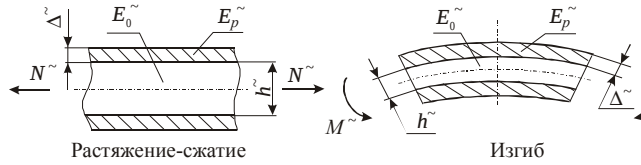
В то же время достаточно часто при исследовании аналогичных элементов ТРСВ задачу можно разбить на 2 подзадачи: определение картины напряженно-деформированного состояния в зонах выборки материала; определение общей картины деформирования исследуемого элемента тела с регулярными системами вырезов.

Первая из указанных задач решается для обособленных фрагментов общей картины распределения компонент НДС и сформулированных выше трудностей не содержит. При решении второй задачи возникает проблема избавления от множества особенностей формы. Действительно, более удобной при обработке является картина полос по области S_p^* без особенностей. Для решения данной задачи необходимо рассмотреть ее физическую и математическую стороны.

Физически область S_p^* можно получить, покрыв исследуемую поверхность тонкой эластичной пленкой, создающей сплошную однородную по-

верхность и, в то же время, практически не искажающей картину НДС в оригинальной детали, получаемую без наложения пленки.

Рис. 12.
Схема
наложения
пленки на
исследуемый
объект



С математической точки зрения важно оценить количественно вносимую погрешность и определить область применимости предложенного метода. На рис. 12 представлена схема наложения пленки на исследуемый объект при растяжении-сжатии и изгибе. Здесь $E_o^{\sim}$ – модуль упругости основного материала, $E_p^{\sim}$ – модуль упругости материала пленки. Жесткость на растяжение и изгиб изменяется в пределах

$$\lambda_1^{\sim} = 1 + (E_p^{\sim} / E_o^{\sim}) \cdot (2\Delta^{\sim} / h^{\sim}); \quad \lambda_2^{\sim} = 1 + (E_p^{\sim} / E_o^{\sim}) \cdot (2\Delta^{\sim} / h^{\sim}) \cdot 6 \quad (52)$$

соответственно.

Обозначая соотношение модулей в выражениях (52) $\lambda_{E^{\sim}}$, а отношения толщин $\lambda_{h^{\sim}}$, можно записать выражение для относительной погрешности при использовании пленки

$$\epsilon^{\sim} = k^{\sim} \cdot \lambda_{E^{\sim}} \cdot \lambda_{h^{\sim}}, \quad (53)$$

где $k^{\sim}$ – некоторый ограниченный коэффициент, зависящий от типа напряженно-деформированного состояния в окрестности той или иной выборки материала. Видно, что для уменьшения погрешности измерений необходимо наклеивать относительно тонкую пленку из относительно податливого материала.

Внесение в исследуемую систему дополнительного покрытия формально означает, например, что исходный функционал полной внутренней энергии системы изменяется. Так, квадратичная его часть состоит в таком случае из двух слагаемых: $a_N^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_o^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) + a_p^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim})$, где составляющие $a_o^{\sim}$ и $a_p^{\sim}$ выражают вклад основного материала и материала пленки. Тогда с учетом выражения (53)

$$a_N^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) = a_o^{\sim}(u^{\sim}, u^{\sim}) (1 + 2k^{\sim}), \quad (54)$$

где $k^{\sim} \ll 1$ – среднеинтегральный коэффициент, отражающий специфику напряженно-деформированного состояния исследуемого объекта.

Поскольку в исходной постановке задачи предполагается устойчивость исследуемой задачи к изменению параметров системы, то погрешность, вносимая наклеиваемой индикаторной пленкой, будет того же порядка, что и $k^{\sim}$

в выражении (54).

Кроме требований, предъявляемых к материалу и толщине индикаторной пленки, необходимо соблюдение дополнительных требований, диктуемых особенностями используемого метода голографической интерферометрии.

1. Поскольку при появлении в областях выборки материала зон сжатия или сдвига в тонких пленках могут возникать „выпучины”, то во избежание наложения локальных всплесков распределений перемещений необходимо создать в индикаторной пленке предварительное деформированное состояние (например, двухосное растяжение), такое, что в каждой точке $\epsilon_o^{\sim} + \epsilon_E^{\sim} \geq 0$, где $\epsilon_o^{\sim}$ – предварительная деформация в пленке; $\epsilon_E^{\sim}$ – деформация в процессе нагружения исследуемого объекта эксплуатационными нагрузками.

3. В областях $S_E^{\sim}$ требуется высокая адгезия индикаторной пленки, поскольку в противном случае в отдельных областях может быть получена существенно искаженная картина НДС исследуемого объекта.

4. Индикаторная пленка должна обеспечивать удовлетворительные светоотражающие качества, т.е. быть достаточно равномерно по всей области диффузно отражающей поверхностью, что обеспечивает хорошее качество голографических интерферограмм.

Таким образом, индикаторная пленка является своеобразной „маской”, устраняющей нерегулярности геометрии поверхности исследуемых объектов, но полностью отражающей в целом характерные свойства их деформированного состояния. Показано, что достаточно тонкая пленка из низко модульного материала, нанесенная на исследуемую поверхность способом, обеспечивающим высокую адгезию с основным материалом с одновременным созданием предварительного растяжения, позволяет получать практически неискаженную картину деформированного состояния элемента тела с регулярными системами вырезов.

Формально трактуя выражение (54), которое по структуре соответствует структуре функционала при применении процедуры регуляризации задач математической физики, можно говорить о „регуляризации” в том смысле, что в исследуемую систему вносится незначительный дополнительный элемент, позволяющий для корректной задачи устранить „некорректность” формы границы области. Таким образом, в результате применения индикаторной пленки образуется новая система, практически совпадающая по жесткостным характеристикам с исследуемым объектом, но при этом позволяющая в автоматизированном режиме интерпретировать картину интерференционных полос.

Что касается математической и численной модели ТРСВ, то их регуляризацию можно провести путем замещения вырезов низко модульным материалом. В этом случае исследуемая область избавляется от нерегулярностей, а НДС меняется достаточно мало.

В статье предложен комплекс методов для решения задачи вычисления и минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований. Разработана процедура приведения данных различ-

ной природы к универсальному формату. Задание массива данных в виде совокупности параметров, привязанных к узлам создаваемой исследователем сетки, которая покрывает исследуемую область, позволяет распространять на поля различного происхождения операции вычитания, суммирования (интегрирования по областям или под областям), а также любые другие операции. Этот формат, отделенный от форматов данных эксперимента и численных исследований, можно трактовать как некоторый „экран”, на который проецируются два потока информации („Е” и „N”). При этом данный носитель информации по структуре формально независим от структуры носителей „Е”, „N”. Указанные особенности позволяют абстрагироваться от технологии проведения численных и экспериментальных исследований в каждом конкретном случае, а также распространить на задачу минимизации функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований классических методов математического программирования. Предложенная технология „зашивания” нерегулярностей геометрической формы позволяет привести все операции на поверхностях исследуемых объектов к операциям с односвязными областями. Таким образом, предложенные подходы обеспечивают приведение исходной задачи к ряду задач, технология решения которых достаточно отработана.

Заключение. В статье разработан единый подход к расчетно-экспериментальному исследованию тел с регулярными системами вырезов. При этом можно сделать выводы:

1. Разработанная обобщенная математическая модель для исследования прочностных и жесткостных характеристик тел с регулярными системами вырезов соединяет все этапы от составления систем уравнений до сравнения численных результатов с экспериментальными данными

2. Задача синтеза достоверных конечно-элементных моделей ТРСВ на основе „парциальных” критериев получила полную математическую формализацию.

3. Достоверность расчетных моделей ТРСВ обеспечивается соединением преимуществ метода конечных элементов и метода спекл-голографической интерферометрии: путем сравнения полей различного происхождения (причем каждый из методов – МКЭ и МСГИ – обладает высокой точностью и широкими возможностями) удается замкнуть цикл расчетно-экспериментальных исследований, получив не только конкретные результаты для конкретной задачи, но также достоверную численную модель.

4. Разработанные методы автоматизированного перевода графического портрета деформирования элементов сложных механических систем в численный формат данных обладают свойствами устойчивости и обеспечения плавности получаемых при расшифровке полей искомых функций.

5. Конкретизация функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований, проведенная в работе, позволяет получить численную характеристику при сравнении полей перемещений точек элементов сложных механических систем.

6. Разработка единого формата данных для вычисления функционала несоответствия результатов численных и экспериментальных исследований да-

ет возможность удобного и точного его вычисления.

7. Модифицированные методы минимизации функционала позволяют экономно, с достаточной универсальностью и гарантированностью произвести поиск параметров, обеспечивающих высокое качество расчетных моделей исследуемых объектов.

8. Метод „регуляризации” формы тел с большим количеством отверстий, пазов, выборок позволяет формально перейти к сравнению распределения искомых величин в односвязной области.

Таким образом, предложенный в работе подход после формализации основных этапов исследований при помощи соответствующего математического аппарата реализован в виде конечного числа задач, методы решения которых приведены выше.

Список литературы: 1. Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Глуценко Е.В., Ткачук Г.В. Решение задач расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем // Механіка та машинобудування. – Харків: НТУ „ХПІ”, 2004. – № 2. – С. 85-96. 2. Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Грищенко Г.Д., Орлов Е.А. Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения // Механіка та машинобудування. – 2005. – № 1. – С.184-194. 3. Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Четурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – №1. – С.57-79. 4. Вест Ч. Голографическая интерферометрия. – М.: Мир, 1982. – 504 с. 5. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с. 6. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. – 1977. – Т.41. – Вып.2. – С.329–337. 7. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. – 1978. – Т.42. – Вып.3. – С.466–474. 8. Кравчук А.С., Сурськов В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач. // Доклады АН СССР, 1981. – Т.259. – №6. – С.1327–1329. 9. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

Поступила в редколлегию 10.03.2009

УДК 621.01:539.3

В.И. ГОЛОВЧЕНКО, канд. техн. наук, нач. бюро,
В.А. ШКОДА, канд. техн. наук, нач. бюро,
Л.Е. ПОЛЕТУН, гл. конструктор ОАО „Головной специализированный конструкторско-технологический институт”, г. Мариуполь,
Т.В. ПОЛИЩУК, зам. генерального директора ОАО „Азовобщесмаш”, г. Мариуполь

РАСЧЕТЫ МЕХАНИЗМОВ НАКЛОНА ДУГОВЫХ СТАЛЕПЛАВИЛЬНЫХ ПЕЧЕЙ

Наведено короткий опис конструкцій дугової сталеплавильної печі, вимоги, що пред'являються до механізму її нахилу, а також приклади розрахунків, що виконуються при проектуванні механізму

Short description of construction of arc steel-smelting furnace, requirements produced to the mechanism of its inclination and also examples of calculations executable at design of mechanism of inclination of arc steel-smelting furnace are resulted.

Краткое описание конструкции дуговой сталеплавильной печи. В производстве качественной стали ведущая роль принадлежит электросталеплавному производству. Основными плавильными агрегатами в современных сталеплавильных цехах являются дуговые сталеплавильные печи (ДСП). Емкость печей составляет от 0,5 до 360 т. Наиболее крупная печь, спроектированная и изготовленная в странах СНГ, имеет емкость 200 т. Общий вид ее представлен на рис. 1. Конструкции печей большой емкости (свыше 50 тонн) во многом сходны.

Корпус печи 1 состоит из стального кожуха цилиндрической формы с днищем в виде сферического сегмента. Внутренняя поверхность кожуха и днища футерованы огнеупорным кирпичом. В кожухе печи имеются рабочие окна 2 для загрузки ферросплавов, заправки печи и скачивания шлака, а также выпускное отверстие со сливным носком 3 для слива металла. Корпус печи установлен на восьми тумбах на люльке 4. Плавильное пространство сверху накрывается сводом 5, который подвешен к полупорталу 6. Полупортал жестко соединен с шахтой 7, в которой перемещаются три подвижные колонны электрододержателей 9. Шахта с полупорталом установлена на поворотной тумбе. К дугообразной части поворотной тумбы крепится зубчатый сегмент, в зацепление с которым входит зубчатая пара отворота свода. В центральной части полукруга поворотная тумба опирается на опорно-поворотную ось, а по периферии имеет ряд роликов, которые при отвороте свода катятся по кольцевому рельсу, закрепленному на платформе люльки печи. Люлька имеет два опорных сектора, которыми опирается на фундаментные балки 10.

Для обеспечения плавки электропечь обслуживают такие основные механизмы: зажима электродов, перемещения электродов, подъема свода, поворота полупортала, поворота корпуса. Имеются также вспомогательные механизмы для открывания заслонок рабочих окон и др. Для наклона печи с целью скачивания шлака или слива металла печь имеет специальный механизм – механизм наклона. Составными частями механизма наклона являются

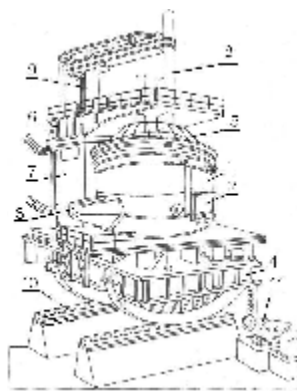


Рис. 1. Печь ДСП-200:

- 1 – корпус; 2 – рабочее окно;
- 3 – сливной носок; 4 – люлька;
- 5 – свод; 6 – полупортал; 7 – шахта;
- 8 – электрод; 9 – электрододержатель; 10 – фундаментная балка;
- 11 – привод механизма наклона

опорная конструкция печи (люлька) и привод 11. Механизм наклона данной печи является нижним с электромеханическим приводом.

Механизмы наклона по расположению относительно корпуса печи подразделяются на боковые и нижние. Боковые механизмы наклона применяются в печах малой емкости (до 12 т). В печах средней (12-50 т) и большой (свыше 50 т) емкости применяются нижние механизмы наклона. Пример бокового механизма наклона показан на рис. 2. Приводы механизмов наклона выполняются как электромеханические, так и гидравлические.

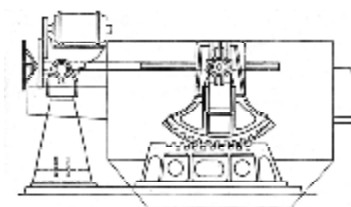


Рис. 2. Боковой механизм наклона печи малой емкости (кожух печи изображен тонкими линиями)

Требования, предъявляемые к механизму наклона ДСП.

Из рис. 1 видно, что практически вся конструкция ДСП и ее механизмы устанавливаются на люльке. Поэтому механизм наклона является одной из самых ответственных частей печи. Он должен быть надежным и долговечным и обеспечивать регулируемый плавный наклон корпуса на требуемый угол с соответствующей скоростью. Обычно угол наклона для слива металла в ковш составляет 40–45° (в сторону сливного носка), а для скачивания шлака – 10–15° (в сторону рабочего окна). В печах с эркерным выпуском, которые в последние годы получили широкое распространение, величина этого угла меньше: около 20° и 10° соответственно. С целью максимального сокращения маневрирования ковшом при сливе металла или скачивании шлака отклонение конца сливного носка при наклоне корпуса печи должно быть по возможности минимальным. Важнейшим требованием к механизму наклона является невозможность самопроизвольного опрокидывания печи при наклоне. Как и ко всем металлоконструкциям, к платформе и опорным секторам люльки предъявляются требования прочности, жесткости при минимальной металлоемкости.

Виды расчетов, выполняемых при проектировании механизма наклона ДСП.

Очевидно, что удовлетворение перечисленных выше требований возможно только на основе комплекса расчетов, по результатам которых на стадии проектирования принимаются оптимальные технические решения для каждого элемента механизма. Основными расчетами, выполняемыми при проектировании механизмов наклона ДСП, являются расчеты по определению координат центра масс печи, кинематический, силовой и прочностной расчеты. К настоящему времени базовые положения для возможности выполнения необходимых расчетов при проектировании механизмов наклона печей разработаны. Они содержатся в учебной литературе по металлургическим специальностям, в статьях периодических изданий и сборниках научных трудов, в проектах ведущих предприятий по проектированию электротермического оборудования – Всесоюзного научно-исследовательского и проектно-технологического института электротермического оборудования (ВНИИЭТО), г. Москва, и Специального конструкторского бюро Новосибирского завода электротермического оборудования (СКБ НЗЭТО),

ныне ОАО „Сибэлектротерм”, в частности, в работах [1-15].

Определение координат центра масс печи. Основой правильного расчета механизма наклона является верное определение координат центра масс печи. При проектировании необходимо определение всех трех координат: вертикальной и горизонтальных: продольной и поперечной. Определение координат производится по формулам статики

$$X_c = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i}, \quad Y_c = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{\sum m_i}, \quad Z_c = \frac{\sum m_i \cdot z_i}{\sum m_i},$$

где m_i – масса i -го элемента печи; x_i, y_i, z_i – координаты центра его массы (обычно x – продольная, y – поперечная, z – вертикальная).

Расчет выполняется дважды: предварительный – для разработки конструкции механизма наклона, и окончательный, когда механизм наклона спроектирован и известны массы всех его узлов и деталей.

Координаты центра масс печи не являются неизменными величинами. Они зависят от количества металла в печи, от материала футеровки и степени ее износа, от положения электродов, степени их окисления. Наиболее значительно в процессе работы изменяется координата центра масс по вертикали. Эта же координата в наибольшей степени влияет на устойчивость печи от опрокидывания. Для обеспечения устойчивости от опрокидывания необходимо, чтобы центр масс порожней печи располагался ниже центра кривизны опорных секторов. Весьма желательно, чтобы это условие выполнялось как для порожней, так и для загруженной печи.

Положение центра масс печи по вертикали необходимо определять для следующих условий:

- 1) новая футеровка, печь без металла, электроды максимальной длины находятся в крайнем верхнем положении;
- 2) то же, электроды максимальной длины – в крайнем нижнем положении;
- 3) то же, электроды минимальной длины – в крайнем верхнем положении;
- 4) то же, электроды минимальной длины – в крайнем нижнем положении;
- 5) условие 1 для печи с металлом;
- 6) условие 2 для печи с металлом;
- 7) условие 3 для печи с металлом;
- 8) условие 4 для печи с металлом;
- 9 – 16) условия 1 – 8, но для печи с максимальным износом футеровки.

По поперечной оси положение центра масс определяется для печи с металлом, без металла, без футеровки. Для печей с отворачивающимся сводом эти расчеты выполняются для каждого крайнего положения свода. Изменение положения центра масс вдоль продольной оси в основном происходит при сливе металла вследствие наклона печи и уменьшении массы металла. Это изменение определяется для ряда значений углов наклона.

Кинематический расчет. Кинематический расчет предполагает определение перемещений или изменений координат точек конструкции печи при ее наклоне. Наибольший практический интерес представляют величины продоль-

ного перемещения конца сливного носка печи, вертикального и продольного перемещений точек крепления реек (гидроцилиндров) привода наклона к корпусу печи, продольных и вертикальных перемещений крайних точек платформы люльки. Траектории этих точек зависят от типа опорной конструкции печи. По виду траектории конца сливного носка печи механизмы наклона делятся на механизмы с движением по окружности, по циклоиде, по эпициклоиде и по вертикали. Схемы таких механизмов представлены на рис.3.

Формулы для горизонтального перемещения конца сливного носка следующие:

- при движении по окружности $l = R(\cos a_1 - \cos a_2)$;
- при движении по циклоиде $l = R_1(\cos a_1 - \cos a_2) - p R_2 a$;
- при движении по эпициклоиде $l = R_1(\cos a_1 - \cos a_2) - 2R_2 \sin a/2$;
- при движении по вертикали $l = 0$.

Обозначения величин понятны из рис. 3. Очевидно, эти формулы справедливы также и для определения перемещений любой другой точки конструкции печи, жестко связанной с опорными сегментами.

Силовой расчет. Силовой расчет механизма наклона заключается в определении величин моментов и усилий, необходимых для наклона печи на требуемый угол. Для выполнения расчета составляется уравнение равновесия печи в виде равенства суммы опрокидывающих моментов моментам сил, создаваемым на зубчатых рейках или на штоках гидроцилиндров при наклоне печи. Опрокидывающие моменты создаются массовыми силами конструкции печи и жидкого металла. К ним также относят моменты сил трения и сил сопротивления при перекачивании опорных секторов люльки по фундаментным балкам или по роликам. Схе-

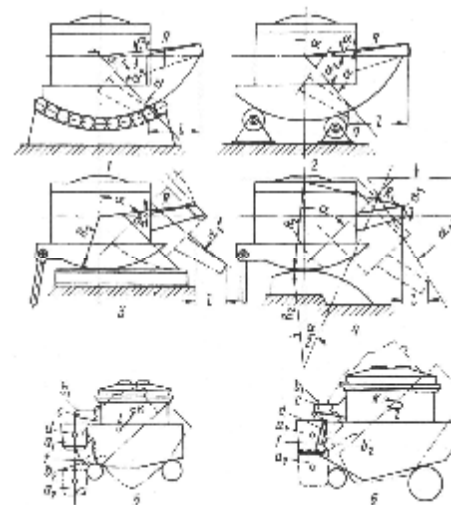


Рис. 3. Схема механизма наклона и траектория конца сливного носка: 1 и 2 – окружности; 3 – циклоида; 4 – эпициклоида; 5 и 6 – вертикали; a_1 и a_2 – положения ковша в начале и конце слива металла; b_1 и b_2 – положения конца сливного носка в начале и конце слива металла; $c - d - f$ – траектория конца сливного носка; $k - l$ – траектория центра масс всей печи

мы для определения опрокидывающих моментов приведены на рис. 4 для

наиболее распространенного способа опирания печи – на фундаментные балки через опорные сектора.

Момент от веса печи составляет $M_n = G_n a = G_n r_0 \sin(a \pm j)$, где $r_0 = \sqrt{e^2 + f^2}$. Знаки „плюс” или „минус” берутся в зависимости от направления наклона печи: „плюс” принимается в случае наклона печи для слива металла, „минус” – при наклоне в обратную сторону – для скачивания шлака.

Момент от веса жидкого металла $M_m = G_m b$. Для определения веса остающегося в печи металла G_m его приближенно представляют в виде шарового сегмента и пользуются формулой $G_m = \rho V_m = \rho \pi h (R_1 - h/3)$, где V_m – объем металла; ρ – плотность металла; R_1 – радиус ванны печи; h – высота уровня металла.

При наклоне печи на угол j высота уровня оставшегося металла, его вес и плечо силы веса будут равны соответственно

$$h = R_1 [1 - \cos(d - j)], G_m = \rho r R_1 [1 - \cos(d - j)]^2 [1 - \frac{1 - \cos(d - j)}{3}], b = n \sin j.$$

Момент от сил сопротивления при перекачивании $M_c = (G_n + G_m) f$, где f – плечо, принимаемое равным одной четвертой ширины площадки контакта опорного сектора с фундаментной балкой. Ширина площадки контакта определяется по формуле Герца для случая контакта цилиндра с плоскостью $\Delta = 2,16 \sqrt{pD/E}$, где p – нагрузка, приходящаяся на единицу длины образующей цилиндра (сектора); D – диаметр цилиндра (сектора); E – модуль упругости материала (обычно балки и опорные сектора изготавливаются из одного и того же материала).

Общий опрокидывающий момент $M_o = M_n + M_m + M_c$. Усилие на зубчатые рейки (или штоки гидроцилиндров) $P_o = \frac{M_o}{m}$, где m – плечо усилия P_o , которое определяется

расстоянием от мгновенного центра вращения C до рейки (или до оси штока) – прямой MN . Аналитическое определение величины плеча m представляет

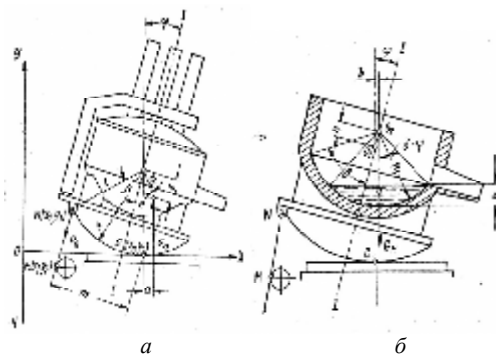


Рис. 4. Схемы для определения опрокидывающих моментов:
а – от веса конструкции печи и силы сопротивления при перекачивании опорного сегмента; б – от веса жидкого металла

некоторые трудности, поскольку точка крепления N гидроцилиндра к люльке совершает сложное движение. Формула для определения плеча следующая: $m = \frac{A(x_3 - x_1) + y_1}{\sqrt{A^2 + 1}}$, где $A = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1)$.

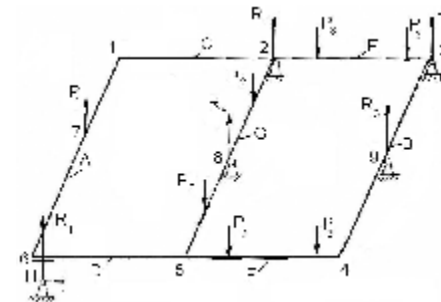
Координаты x_1 и y_1 точки N определяются по уравнениям циклоиды в зависимости угла j наклона печи $x_1 = R(b + j) - l \sin(b + j)$, $y_1 = R - l \cos(b + j)$, где l – расстояние от центра кривизны опорного сектора до точки N .

В связи с тем, что центр масс всей печи по поперечной оси всегда смещен от оси симметрии печи, рекомендуется толкатели располагать симметрично относительно центра масс всей печи, а не относительно геометрической оси ее корпуса. Это способствует обеспечению равенства нагрузки на толкатели при наклоне печи.

По найденному значению усилия P производится расчет привода (определяется необходимая мощность электродвигателя или необходимое давление в гидроцилиндре и рассчитываются конструктивные параметры элементов привода).

Расчет на прочность. Надежность работы дуговой сталеплавильной печи во многом зависит от прочности и жесткости люльки – конструкции, на которой установлена печь. В печах большой емкости люлька представляет собой платформу из балок коробчатого поперечного сечения – плоской рамы – с настилами, опирающуюся на два параллельно расположенных сектора, имеющие возможность перекачиваться по фундаментным балкам. На этой платформе в проеме между секторами устанавливается корпус печи, а на консольной части монтируются системы подъема и поворота свода, электрододержатели, механизмы перемещения электродов, вспомогательные механизмы. В работе [12] приведена расчетная схема рамы люльки электропечи ДСП-200-И2, описан ход выполнения ее расчета на прочность и даны основные результаты. Расчетная схема рамы изображена на рис 5.

Рис. 5. Расчетная схема рамы люльки печи ДСП-200-И2: A, B, C, D, E, F, G – обозначения балок люльки; P_1 – нагрузка от оси системы поворота; P_2 – нагрузка от балансирных катков; P_3 – нагрузка от кожуха печи; R_1, R_2 – опорные реакции на гидроцилиндрах наклона люльки; R_3, R_4 – опорные реакции секторов люльки; R_H – опорная реакция промежуточной опоры



Опорами рамы являются опорные сектора (точки 8 и 9) и гидроцилиндры наклона (точки 2 и 3); опора H под консольной частью рамы – промежу-

точная (убирается, когда печь наклоняется на слив металла).

Для выполнения расчета во ВНИИЭТО была разработана программа для ЭВМ БЭСМ-6. С ее помощью определялись геометрические характеристики поперечных сечений балок и опорных секторов, величины изгибающих и крутящих моментов и напряжений, возникающих в поперечных сечениях балок при наклоне печи. Расчет выполнен для двух основных вариантов нагружения: 1 – свод печи поднят; 2 – свод поднят и повернут и двух вариантов поперечных сечений опорных секторов: открытого и замкнутого (коробчатого). Результаты расчета показали, что наиболее нагруженной частью рамы является консоль. Что касается конструкции опорных секторов, то для открытого поперечного сечения напряжения оказались на 25% выше, чем для замкнутого. Было получено также, что люлька с секторами открытого поперечного сечения имеет большую деформативность, чем люлька с секторами коробчатого сечения.

Анализ конструкций люлек печей большой емкости и результатов расчетов показывает, что для оценки прочности рамы можно рассматривать только ее консольную часть. Такое упрощение расчетной схемы позволяет значительно снизить трудоемкость расчета и относительно быстро выполнить его в условиях конструкторского бюро завода. В частности, при разработке технического проекта печи ДСП-200М2 [13] такой подход был применен. Расчетная схема, принятая для оценки прочности рамы люльки этой печи, представлена на рис 6. На схеме обозначено:

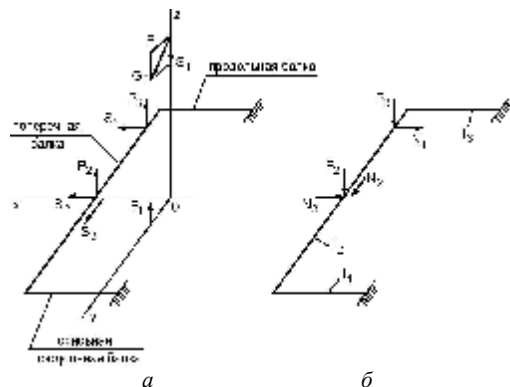


Рис. 6. Расчетная схема рамы люльки ДСП-200М2

но: G_0 – общий вес металлоконструкций, приходящийся на консольную часть рамы; P , S – горизонтальная и вертикальная составляющие силы веса печи при наклоне люльки; P_1 – реакция опорного ролика; P_2 , S_2 , S_3 – реактивные силы, действующие на ось поворотной тумбы; S_1 , P_3 – реактивные силы, действующие на стопор. Вначале были определены реакции оборудования и опорных устройств консольной части рамы (рис. 6, а), затем по схеме нагружения, изображенной на рис 6, б), методом сил была раскрыта статическая неопределимость, построены эпюры внутренних силовых факторов и определены величины напряжений в поперечных сечениях балок рамы. Расчет выполнялся для двух положений печи: вертикального и наклонного.

Таким же ответственным несущим элементом люльки, как и рама, являются опорные сектора. На них передается вес всей печи, включая вес рамы.

Опорные сектора печей большой емкости имеют замкнутое коробчатое поперечное сечение, образованное двумя вертикальными листами (сегментами) и двумя горизонтальными. Внутри секторов располагаются ребра или диафрагмы. Люльки печей малой емкости имеют сектора с одним вертикальным листом – сегментом, подкрепленным вертикальными ребрами жесткости, и двумя горизонтальными листами. На нижнем горизонтальном листе (подошве) устанавливаются шипы, которые при перекачивании опорного сектора по фундаментной балке при наклоне печи входят в отверстия в горизонтальном листе фундаментной балки (рис. 7). Шипы предназначены

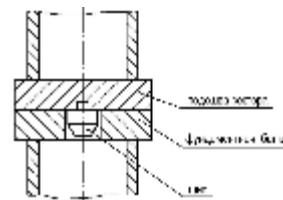


Рис. 7. Шип опорного сектора люльки

для предотвращения перекаса печи относительно продольной вертикальной плоскости при наклоне печи. При такой конструкции секторов их масса, по данным, приведенным в работе [14], составляет 4-17% всей массы металлоконструкции печи. В этой работе приведена сравнительная характеристика опорных конструкций печей по металлоемкости (см. табл. 1).

Таблица 1

Параметры	ДСП-6	ДСП-12	ДСП-25	ДСП-50	ДСП-100
Масса всей конструкции печи, т	49	90	168	265	510
Масса опорных секторов, т	2	11,2	18,0	25,7	87
Относительная металлоемкость опорных секторов, %	4	12	11	10,3	17

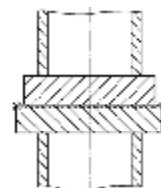


Рис. 8. Пластическое деформирование верхнего пояса фундаментной балки (показано штриховой линией)

Как видно из таблицы, для печей большой емкости и абсолютные, и относительные величины масс опорных секторов весьма значительны. Однако, как отмечается в [14], описанные типовые конструкции секторов не являются рациональными в отношении массы. Значительная часть металлоконструкции сектора оказывается нагруженной слабо. Напряжения в секторах достигают высоких значений только в небольшой окрестности зоны контакта подошвы сектора с фундаментной балкой. При высоких значениях контактных напряжений на контактных поверхностях возникает наклеп. Замечено, что если ширина верхнего пояса фундаментной балки превышает ширину подошвы сектора, металл пояса в верхних углах при наклепе выдавливается наружу (рис. 8). Если же ширина подошвы сектора и пояса балки одинакова, этого не наблюдается. По-

этому специалисты ОАО «Сибэлектротерм» рекомендуют ширину секторов и фундаментных балок принимать одинаковой (как показано на рис. 7).

Определение контактных напряжений в подошве сектора производится по формуле Герца для случая контакта цилиндра с плоскостью

$s_k = 0,418 \sqrt{\frac{PE}{IR}}$, где P – нагрузка на сектор от веса печи; R – радиус кривизны поверхности качения; l – суммарная длина образующей, по которой сектор контактирует с фундаментной балкой; E – модуль упругости материала.

Для снижения металлоемкости опорных секторов во ВНИИЭТО предложена рамная конструкция секторов [15], состоящая из основания в виде арки и вертикальных стоек. Наружные очертания секторов традиционного и предложенного исполнений совпадают (рис. 9, а, б). Расчетная схема основания сектора представлена на рис 9, б. Для его расчета на прочность во ВНИИЭТО была разработана программа на языке ФОРТРАН для ЭВМ СМ1420 [14]. Результаты расчета, выполненного при проектировании печи ДСП-6, показали, что арочное исполнение сектора позволяет существенно (на 20%) уменьшить массу опорной части печи, обеспечивая при этом необходимые запасы прочности. Поперечное сечение основания может быть как замкнутым, так и открытым (рис. 9, в).

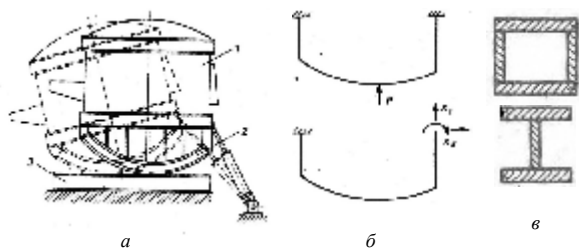


Рис. 9. Варианты исполнения опорного сектора люльки: а – традиционный; б – арочного типа; в – формы поперечного сечения основания сектора арочного типа

Весьма ответственными элементами конструкции опорного сектора являются также шипы. Шипы, как уже говорилось, устанавливаются для того, чтобы при наклоне печь не могла сдвигаться вдоль фундаментных балок и вращаться относительно вертикальной оси. Нагрузками, вызывающими эти перемещения, являются горизонтальные проекции усилий в рейках (на штоках гидроцилиндров) и крутящий момент, созда-

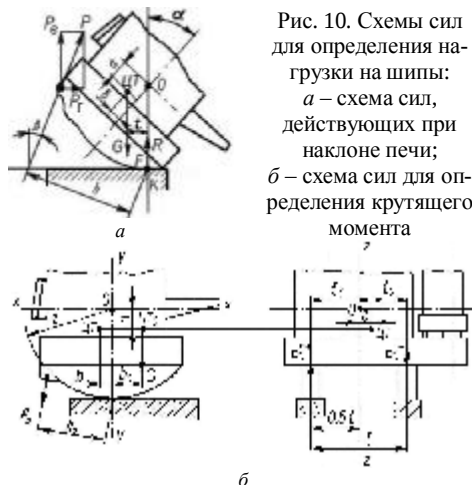


Рис. 10. Схемы сил для определения нагрузки на шипы: а – схема сил, действующих при наклоне печи; б – схема сил для определения крутящего момента

ваемый этими проекциями вследствие несимметричного расположения центра масс печи относительно реек (рис. 10). Максимальное усилие на шипы возникает в конечном положении печи при ее наклоне для слива металла. Методика определения нагрузок на шипы изложена в работе [16]. Из рис. 10, а можно определить горизонтальную и вертикальную проекции усилий P в рейках (штоках): $P_g = P \cos b$; $P_z = P \sin b$, где b – угол отклонения рейки от вертикали при максимальном наклоне печи, а из рис 10, б – крутящий момент от них относительно вертикальной оси печи $M_k = P_z l_2 - P_g l_1 = 2P_z c$, где l_1 и l_2 – расстояния от центра масс печи до реек; c – эксцентриситет.

Так как обычно в печах большой емкости оси реек (штоков) совпадают с осями опорных секторов люльки, вертикальные реакции секторов равны $R_1 = \frac{Gl_2}{l} - P_g$, $R_2 = \frac{Gl_1}{l} - P_g$, где G – вес печи.

Усилия на шипы секторов равны $N_1 = P_z - fR_1$, $N_2 = P_z - fR_2$, где f – коэффициент трения на контактных поверхностях сектора и фундаментной балки; рекомендуется принимать $f = 0,12$. Шипы рассчитываются на смятие, а швы приварки их к секторам – на совместное действие изгиба и среза. Плечо изгиба принимается равным половине диаметра шипа.

В работе [16] рекомендуется при расчете механизма наклона рассматривать также случай, когда печь будет наклоняться только одним приводом, т.е. только одной рейкой или одним гидроцилиндром, который может возникнуть при аварийной ситуации. В этом случае усилие на рейке возрастает более чем в два раза. Коэффициент перегрузки рекомендуется принимать равным 2,4÷2,8. При этом большая нагрузка на шипы будет действовать в том случае, когда наклон печи производится более удаленным от центра масс печи приводом.

Выводы. Обзор материалов, касающихся расчетов механизмов наклона дуговых сталеплавильных печей [1-16], показал, что для проектирования основных положений по выполнению необходимых расчетов имеются. Во всех источниках обращается внимание на важность и ответственность данного механизма для обеспечения работоспособности печи. Достаточно подробно исследована кинематика печи при ее наклоне, также весьма подробно освещен порядок выполнения силового расчета механизма. Весьма серьезное значение придается вопросам обеспечения прочности металлоконструкций механизма. В работах [12-14, 16] изложены методики выполнения расчета на прочность основной несущей конструкции печи – люльки. В них выделено главное, на что должно быть обращено внимание проектировщика – это рама и опорные сектора платформы. В силу условий, в которых выполнялись данные работы, расчеты производились либо вручную, либо с помощью создаваемых проектировщиками специальных программ для ЭВМ. Конечно-элементных программных комплексов в то время (1975-1982 гг.) еще не было, и проектировщики не имели возможности подробно определять и анализировать параметры НДС большинства элементов металлоконструкций. Поэтому, как отмечено в работе [14], материал конструкции люлек большинства печей используется весьма нера-

ционально. К сожалению, эта картина существует и поныне, т.к. с 1991 г. после расформирования ВНИИЭТО, а впоследствии – и СКБ НЗЭТО работы по проектированию новых печей, исследованию напряженно-деформированного состояния их металлоконструкций в странах СНГ не ведутся.

Поэтому в настоящее же время при выполнении проектов дуговых сталеплавильных печей и, в частности, при проектировании механизмов наклона следует серьезное внимание уделить вопросам создания оптимальной в отношении прочности и металлоемкости конструкции люльки, используя для этого современные конечно-элементные программные комплексы.

Список литературы: 1. Толоконников Л.С. Расчет и конструирование механизмов электрических печей. – М. – Л.: Госэнергониздат, 1961. – 240 с. 2. Иванченко Ф.К., Павленко Б.А. Механическое оборудование электросталеплавильных цехов. – М.: Металлургия, 1964. – 440 с. 3. Крамаров А.Д., Соколов А.Н. Электрометаллургия стали и ферросплавов. – М.: Металлургия, 1976. – 376 с. 4. Еднерал Ф.П. Электрометаллургия стали и ферросплавов. – М.: Металлургия, 1977. – 488 с. 5. Целиков А.И., Полухин П.И., Гребеник В.М. и др. Машины и агрегаты металлургических заводов. Т. 2: Машины и агрегаты сталеплавильных цехов. – М.: Металлургия, 1978. – 328 с. 6. Поволоцкий Д.Я., Роцин В.Е., Рыс М.А., Строганов А.И., Ярцев М.А. Электрометаллургия стали и ферросплавов. – М.: Металлургия, 1984. – 568 с. 7. Егоров А.В. Электроплавильные печи черной металлургии. – М.: Металлургия, 1985. – 280 с. 8. Огороков Н.В. Дуговые сталеплавильные печи. – М.: Металлургия, 1985. – 344 с. 9. Гребеник В.М., Иванченко Ф.К., Ширяев В.И. Расчет металлургических машин и механизмов. – К.: Выща школа, 1988. – 448 с. 10. Сойфер В.М., Кузнецов Л.Н. Дуговые печи в сталелитейном цехе. – М.: Металлургия, 1989. – 176 с. 11. Сапко А.И., Чернов Л.А. Расчет механизмов наклона дуговых печей // Сталь, 1961. – №12. – С.1085-1087. 12. Факторович Г.Е., Ройтенбург З.Н. Оценка прочности люльки дуговой сталеплавильной печи // Электротермическая промышленность. Серия «Электротермия», 1982. – Вып. 1 (227). – С.16-18. 13. Электропечь ДСП-200М2. Технический проект 19.028 ТП. ВНИЭТО, 1975. 14. Факторович Г.Е., Ройтенбург З.Н. Рациональная конструкция опорного сектора дуговой сталеплавильной электропечи. Дуговые сталеплавильные электропечи // Сб. науч. тр. ВНИИЭТО, 1991. – С.125-129. 15. Ас. 1179075. Устройство для наклона дуговой печи / Г.Е. Факторович, З.Н. Ройтенбург, Е.М. Пономарев // Открытия. Изобретения, 1985 – №34. 16. Сморгонский В.И. Расчет механизма наклона дуговых печей большой емкости // Электротермическая промышленность. Серия «Электротермия», 1973. – Вып. 6 (130). – С.28-30.

Поступила в редколлегию 10.03.2009

УДК 531.8:621.747

А.В. ГРАБОВСКИЙ, асп. каф. ТММиСАПР, НТУ „ХПИ”

1. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ИНЕРЦИОННЫХ ВИБРОМАШИН И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕЙСТВУЮЩИХ НАГРУЗОК В ВИБРОУДАРНОЙ СИСТЕМЕ

Представлений аналіз існуючих методів дослідження динамічних характеристик інерційних машин. Запропонована базаторівнева схема методів розрахунків. Проведені дослідження вибівної машини згідно запропонованої схеми на всіх рівнях моделей динаміки. Для всіх розрахунків представлені теоретичні викладення по виведенню розв'язувальної системи рівнянь для динаміч-

них моделей. Проведений аналіз і верифікація отриманих результатів.

The analysis of existent methods of research of dynamic descriptions of inertia machines is presented. The multilevel chart of methods of calculations is offered. Researches of knock-out machine are conducted in obedience to the offered chart at all levels of models of dynamics. For all calculations theoretical setups are presented on the conclusion of the resolvent system of equations for dynamic models. The analysis and verifications of obtained results is conducted.

Введение. Инерционные машины получили большое распространение. Они достаточно широко используются в современной промышленности. Область их использования достаточно широкая, начиная от таких трудоемких операций, как выбивка отливок, транспортирование грузов, обработка деталей, и заканчивая горной промышленностью.

В литературе содержится достаточно большое количество моделей для описания различных динамических процессов [1-7], наблюдаемых в инерционных машинах. Однако в этих моделях присутствует большое число упрощений, допущений и гипотез. Это не дает возможности проводить адекватное описание рабочих процессов в этих машинах. При этом на сегодняшний день отсутствует единый обобщенный подход к исследованию динамических процессов в виброударных машинах как нелинейных виброударных системах. Поэтому разработка новых подходов к решению этой задачи является актуальной и важной задачей, имеющей большое практическое значение.

Имеющиеся теоретические наработки и модели виброударных процессов, как показали попытки решения ряда важных задач исследования динамики крупнотоннажных машин, обладают очень существенными принципиальными недостатками, в первую очередь, жесткой, изначально принимаемой за основу, структурой математических моделей. Это не позволяет модифицировать эти модели применительно к моделированию широкого класса машин. В свою очередь это требует разработки новых подходов к генерированию математической модели варьiruемой структуры. Кроме того, требуется создание критерияльных основ для выбора того или иного типа модели, а в пределах выбранного типа – идентификация параметров модели.

Постановка задачи. Исходя из особенностей поставленной в работе задачи, для моделирования сложных физико-механических процессов в вибрационных машинах предлагается использовать подход, позволяющий генерировать множество моделей, объединяющее наборы моделей по различным срезам и принципам:

- иерархический принцип: тип математической модели m_i изменяется от более простых к более сложным, сохраняя свойство преемственности и вложенности:

$$m_i \supset m_j \forall i < j, \quad m_i, m_j \in M, \quad (1) \quad \forall i \exists j > i: m_i(p_i) = m_j(p_j), \quad (2)$$

где p – набор обобщенных параметров, определяющих свойства той или иной модели m_k , $k = 1, 2, \dots$;

- разделение по срезам моделируемых процессов и состояний:

$$L(w, u) = L_w(w, u) \cdot L_u(w, u), \quad (3)$$

где w, u – перемещения точек исследуемой механической системы как твердых и упругих тел соответственно;

- разделения по средствам численного моделирования (универсальные, специальные, специализированные, интегрированные системы).

Обзор существующих методов исследования динамических характеристик. Основополагающими работами по исследованию динамических характеристик инерционных вибромашин можно считать работу [1]. Для описания процесса выбивки литья в этих работах выбивная машина вместе с комом представляется двухмассовой виброударной колебательной системой.

В работе [7] поиск динамических характеристик основан на модифицированном методе для исследуемой выбивной машины. В основе математической модели заложено уравнение:

$$m_p \cdot \ddot{y}_p + b \dot{y}_p + cy_p = Dw^2 \cdot \cos v \cdot \cos(wc + y) - m_p g. \quad (4)$$

В других работах [2, 8, 9] автором предлагается математическая модель инерционной машины направленных колебаний с управляемыми вибровозбудителями. В модели исследуется рассеяние энергии на установившемся режиме, показана эффективность виброобработки на переходных режимах. Рассмотрена динамика разгона вибрационной машины в плоской постановке движения рабочего органа. Уделяется внимание возникновению эффекта Зоммерфельда.

В работе [10] автор разработал математическую модель питателя-грохота, которая учитывает поведение короба под действием двух разнонаправленных сил вибраторов. Эти силы обеспечивают как направленную возбуждающую силу, так и момент, который появляется при изменении направления силы. В работе [11] освещен вопрос повышения эффективности и снижения энергоемкости вибрационного технологического оборудования в процессах переработки минерального сырья. Идея работы заключается в использовании рациональных энергетических и силовых параметров вибрационного нагружения технологических сред посредством применения нелинейного вибрационного привода, обеспечивающего их независимую регулировку.

Работа [12] посвящена решению проблемы, заключающейся в установлении закономерностей, которые объясняют и описывают влияние на кинетику вибрационного грохочения сегрегации, просеивания, вибротранспортирования, формы частиц и отверстий сита.

В работах [3, 4, 13] автор вводит математическую модель, которая учитывает различные особенности технологических процессов. В модели масса технологической нагрузки является переменной. Контакт технологической нагрузки с машиной представляется в виде односторонней упругой связи при наличии сил сухого трения, а также учитывается переменное взаимное поло-

жение точек контакта отливки с полотном решетки. Тела системы совершают плоское движение.

Однако в отмеченных выше работах не рассмотрен единый подход к исследованию виброударных систем, не описываются пространственные модели конструкций, что не совсем адекватно характеризует динамику системы.

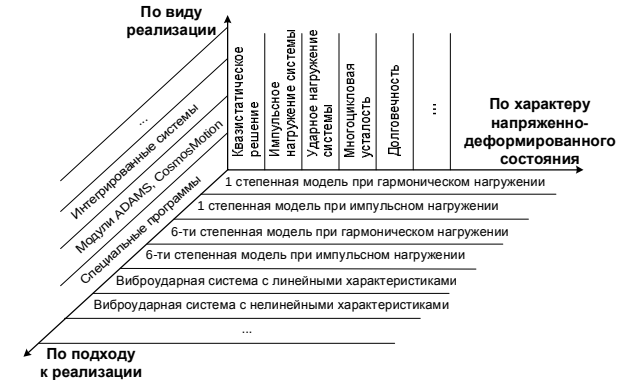


Рис. 1. Многоуровневая схема моделей для моделирования инерционной машины как вибрационной системы

моделей, которые составлены с разной степенью достоверности и упрощения при различных анализах виброударных систем. Схема является пространственной, в ней на пересечении различных типов признаков моделей получается тот или иной уровень рассмотрения детализации модели. Исследование конструкции при различных уровнях детализации необходимо при выборе тех или иных рациональных параметров, например, жесткости опор инерционной машины, вязкости песчано-глинистой смеси, из которой выбивается отливка, прочностных характеристик металлоконструкции корпуса инерционной машины и т.п.

В работе предложены новые методы и подходы для исследования динамических характеристик выбивных машин. При этом совмещаются подходы, описанные в работах других авторов [1-7]. Однако в большей мере используются методики, предложенные в работах [2, 3, 7], в которых авторы наиболее близко подошли к исследуемой проблеме.

Рассмотрим ряд математических моделей для исследования процессов в вибрационной машине (на примере крупнотоннажной выбивной инерционной машины [7]), включающий:

- модель движения машины как твердого тела с 6-ю степенями свободы: на холостом ходу, на переходных режимах и при заданном импульсном нагружении;
- линейная виброударная модель движения машины как твердого тела с одной степенью свободы;

Методы и модели для исследования динамических характеристик инерционных машин. Система с 6-ю степенями свободы при гармоническом и импульсном нагружении. Для описания процесса движения при составлении разрешающей системы уравнений предлагается в основу положить технологию составления уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} = Q_s, \quad s = (1..6), \quad (5)$$

$$q_s = \{u, v, w, \phi_x, \phi_v, \phi_z\}^T \equiv \{q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}^T, \quad (6)$$

Схема исследуемой машины представлена на рис. 2. Кинетическая энергия для такой динамической системы будет иметь следующий вид:

$$T = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t) + \dot{z}^2(t)) + \frac{1}{2}I_x\dot{\phi}_x^2(t) + \frac{1}{2}I_y\dot{\phi}_y^2(t) + \frac{1}{2}I_z\dot{\phi}_z^2(t). \quad (7)$$

На представленной схеме инерционная машина устанавливается на 4-х упругих опорах, поэтому при составлении общей потенциальной энергии необходимо записать виртуальные перемещения каждой пружины. Исходя из вышесказанного, виртуальные перемещения будут зависеть не только от трансляционных обобщенных координат, но и от угловых составляющих координат, умноженных на соответствующие плечи:

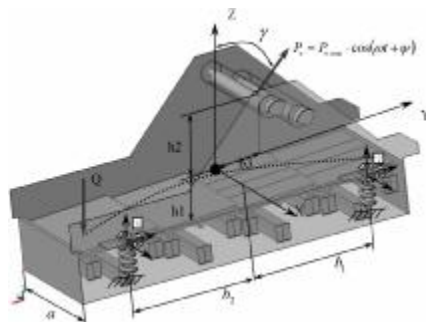


Рис. 2. Динамическая схема исследуемой

$$\begin{aligned} u_1(t) &= u(t) - h_1 \cdot \varphi_y(t) - b_1 \cdot \varphi_z(t); \\ u_2(t) &= u(t) - h_1 \cdot \varphi_y(t) - b_1 \cdot \varphi_z(t); \\ u_3(t) &= u(t) - h_1 \cdot \varphi_y(t) + b_2 \cdot \varphi_z(t); \\ u_4(t) &= u(t) - h_1 \cdot \varphi_y(t) + b_2 \cdot \varphi_z(t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1(t) &= v(t) + h_1 \cdot \varphi_x(t) - a/2 \cdot \varphi_z(t); \\ v_2(t) &= v(t) + h_1 \cdot \varphi_x(t) + a/2 \cdot \varphi_z(t); \\ v_3(t) &= v(t) + h_1 \cdot \varphi_x(t) + a/2 \cdot \varphi_z(t); \\ v_4(t) &= v(t) + h_1 \cdot \varphi_x(t) - a/2 \cdot \varphi_z(t); \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}w_1(t) &= w(t) + b_1 \cdot \varphi_x(t) + a/2 \cdot \varphi_y(t); \\w_2(t) &= w(t) + b_1 \cdot \varphi_x(t) - a/2 \cdot \varphi_y(t); \\w_3(t) &= w(t) - b_2 \cdot \varphi_x(t) - a/2 \cdot \varphi_y(t); \\w_4(t) &= w(t) - b_2 \cdot \varphi_x(t) + a/2 \cdot \varphi_y(t).\end{aligned}$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_i \cdot u_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_i \cdot v_i^2(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 C_i \cdot w_i^2(t). \quad (9)$$
$$P_e = P_{e \max} \cdot \cos(\omega t + \psi), \quad (10)$$

$$\text{где } P_{\text{с max}} = D \cdot \omega^2 \cdot \cos v - \quad (11)$$

Подставив в уравнения (9), (11) параметры значений реальной конструкции [7], получим $D = 2 \cdot m_0 \cdot e = 33.5$, $P_{g, \max} = 293$ кН.

После определения T , Π и нагрузок системы можно достаточно просто вывести систему дифференциальных уравнений, описывающих динамическое поведение исследуемой системы. Для этого необходимо подставить выражения для энергии (7, 9) в уравнение Лагранжа 2-го рода (5) и продифференцировать по обобщенным координатам (6). В результате таких операций получить следующую систему из 6-ти уравнений:

$$\begin{aligned}
& m\ddot{u}(t) + 4C_1 u(t) - 4C_1 h_1 \varphi_y(t) + 2C_1 (b_2 - b_1) \varphi_z(t) + 4R_1 \ddot{\Phi}(t) - 4 \cdot R_1 \cdot h_1 \cdot \dot{\Phi}_y(t) + \\
& \quad + 2R_1 (b_2 - b_1) \dot{\Phi}_z(t) = 0; \\
& m\ddot{w}(t) + 4C_2 w(t) + 4C_2 h_1 \varphi_x(t) + 4R_2 \ddot{\Psi}(t) + 4R_2 h_1 \dot{\Phi}_x(t) = D\omega^2 \cos(\gamma) \sin(\omega t) \sin(\alpha); \\
& m\ddot{\Psi}(t) + 4C_3 w(t) + 2C_3 (b_1 - b_2) \varphi_x(t) + 4R_3 \ddot{\Psi}(t) + 2R_3 (b_1 - b_2) \dot{\Phi}_x(t) = \\
& \quad = D\omega^2 \cos(\gamma) \sin(\omega t) \cos(\alpha) + F_{imp}; \\
& \left\{ \begin{aligned} & I_1 \ddot{\Phi}_x(t) + 4C_2 h_1 v(t) + 2C_3 (b_1 - b_2) w(t) + (4C_2 h_1^2 + 2C_3 (b_1^2 + b_2^2)) \varphi_x(t) + 4R_2 h_1 \ddot{\Psi}(t) + \\ & \quad + 2R_3 (b_1 - b_2) \ddot{\Psi}(t) + (4R_2 h_1^2 + 2R_3 (b_1^2 + b_2^2)) \dot{\Phi}_x(t) = \\ & \quad = D\omega^2 \cos(\gamma) \sin(\omega t) (b_3 \cos(\alpha) - h_2 \sin(\alpha)) - F_{imp} l_x; \\ & I_2 \ddot{\Phi}_y(t) - 4C_1 h_1 u(t) + (4C_1 h_1^2 + C_3 a^2) \varphi_y(t) + 2C_1 h_1 (b_1 - b_2) \varphi_z(t) - \\ & \quad - 4R_1 h_1 \ddot{\Phi}(t) + (4R_1 h_1^2 + R_3 a^2) \dot{\Phi}_y(t) + 2R_1 h_1 (b_1 - b_2) \dot{\Phi}_z(t) = F_{imp} l_y; \\ & I_3 \ddot{\Phi}_z(t) + 2C_1 (b_2 - b_1) u(t) + 2C_1 h_1 (b_1 - b_2) \varphi_y(t) + (2C_1 (b_1^2 + b_2^2) + C_2 a^2) \varphi_z(t) + \\ & \quad + 2R_1 (b_2 - b_1) \ddot{\Phi}(t) + 2R_1 h_1 (b_1 - b_2) \dot{\Phi}_y(t) + (2R_1 (b_1^2 + b_2^2) + R_2 a^2) \dot{\Phi}_z(t) = 0. \end{aligned} \right. \quad (12)
\end{aligned}$$

6-тистепенная модель при гармоническом нагружении. Приведенная выше математическая модель (12) полностью описывает холостой режим вибробивной машины. Она была проинтегрирована в среде Maple методом Рунге-Кутты. В качестве результатов исследования предлагаются графики перемещений, скоростей и ускорений различных точек во времени различных координат, перемещение в пространстве, а также фазовые портреты и траектории движения центра масс в пространстве (рис. 3-6).

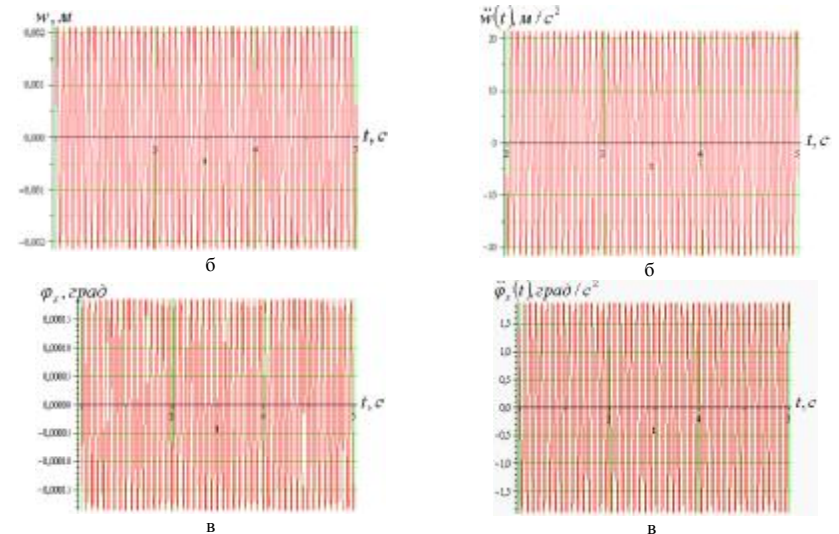
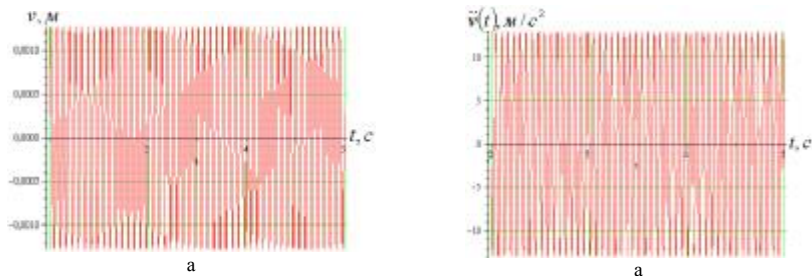


Рис. 3. Перемещения (а, б) и вращение (в) центра масс вибробивной машины в обобщенных координатах по времени: а – v , б – w , в – φ_x

Рис. 4. Линейные (а, б) и угловые (в) ускорения центра масс вибробивной машины в обобщенных координатах по времени: а – $\ddot{w}(t)$, б – $\ddot{\Psi}(t)$, в – $\ddot{\Phi}_x(t)$

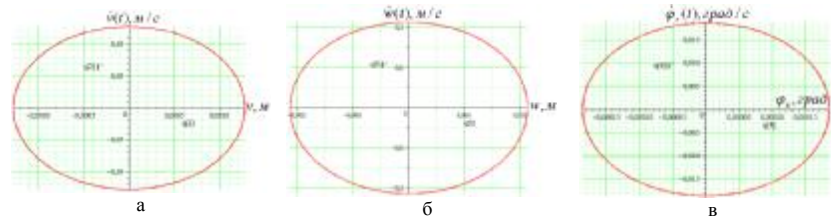


Рис. 5. Фазовые портреты движения центра масс вибробивной машины во времени: а – v , б – w , в – φ_x

Для проверки достоверности выведенной выше математической модели проведен расчет аналогичной конструкции в специализированном программном комплексе CosmosMotion. Графики распределения искомых величин, полученных при исследовании конструкции, представлены на рис. 7, 8. Сравнивая результаты аналитического и численного моделирования (рис. 3-4, 7-8), можно сделать вывод, что математическая модель при гармоническом нагружении построена довольно точно. В связи с этим все последующие выкладки будут производиться на предложенной выше математической модели (12).

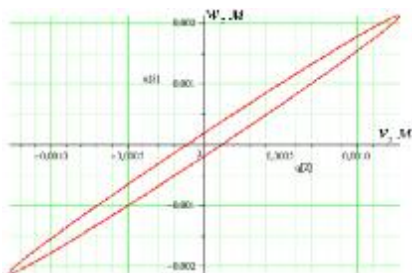


Рис. 6. Траектории движения центра масс на плоскости YOZ

в пространстве (для центра масс конструкции).

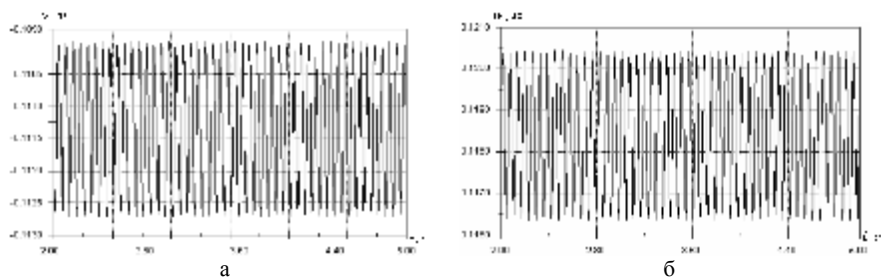


Рис. 7. Перемещения центра масс выбивной машины обобщенных координат во времени: а – v , б – w

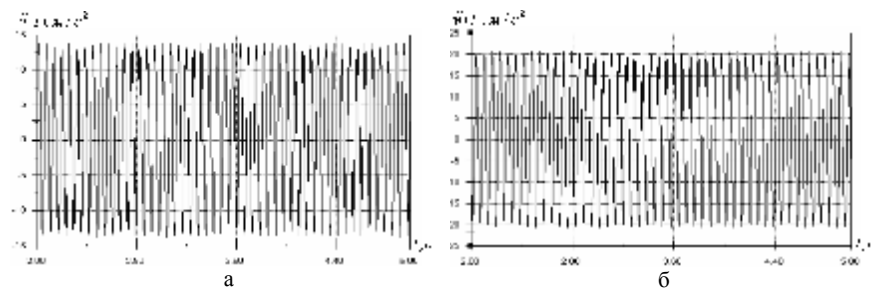


Рис. 8. Линейные ускорения центра масс выбивной машины обобщенных координат во времени: а – $\ddot{v}(t)$, б – $\ddot{w}(t)$

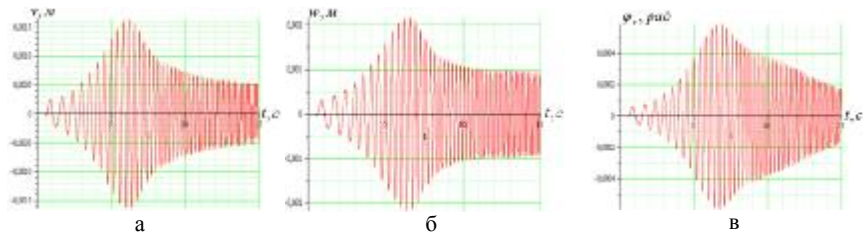


Рис. 9. Перемещения (а, б) и вращение (в) центра масс выбивной машины во времени:

а – v , б – w , в – φ_x .

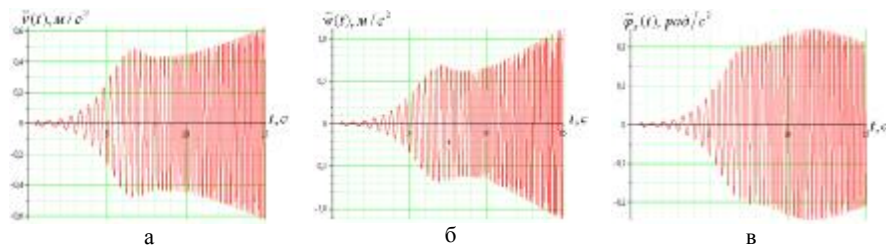


Рис. 10. Линейные, m/c^2 , (а, б) и угловые, $grad/c^2$, (в) ускорения центра масс выбивной машины во времени: а – $\ddot{v}(t)$, б – $\ddot{w}(t)$, в – $\ddot{\varphi}_x(t)$

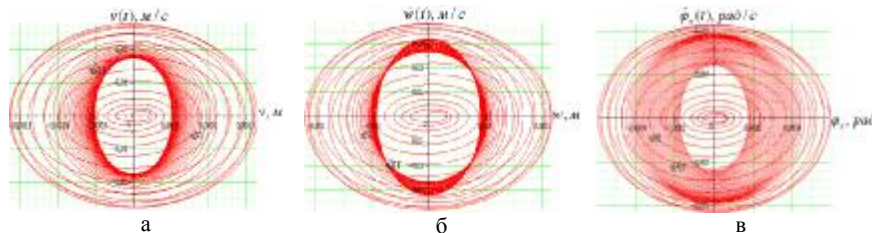


Рис. 11. Фазовые портреты движения центра масс во времени: а, б – перемещения в плоскости, в – поворот в плоскости

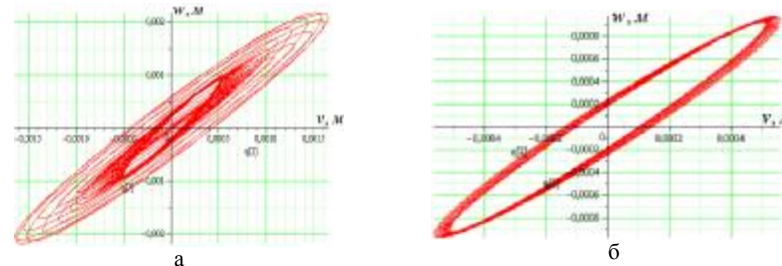


Рис. 12. Траектория движения центра масс в плоскости YOZ: а – расчетное время, б – квазиустановившийся режим

По полученным графикам виден переход через резонансный режим. Причем с заданными характеристиками системы [7] максимальная амплитуда в три раза превышает зарезонансную. По фазовым портретам движения можно наблюдать, что в начальный момент времени присутствуют переходные режимы, а далее колебания выходят на практически установившийся режим. Траектория движения точек машины в установившемся режиме – эллипс.

Описание динамических характеристик системы от полезной вибро-

ударной нагрузки „отливка – выбивная машина”. В литературе пока нет единого мнения относительно формализации описания внешнего воздействия в виде ударной нагрузки от воздействия песчано-глинистого кома с отливкой. Одни исследователи предлагают использовать эмпирические подходы, другие делают попытки описания внешнего воздействия, используя теорию удара. Однако во всех выкладках внешнее воздействие описывается приближенно.

Например, в работе [7] для определения ударной нагрузки автор предлагает провести предварительные экспериментальные исследования на опытной конструкции. Предлагается датчиками ускорений замерить отклик машины на нагрузку на несущих элементах выбивной машины и по полученным характеристикам составить функцию нагружения, а далее при поиске оптимальной конструкции использовать данные о нагружении, полученные уже на опытном образце. Однако в такой методике есть множество недостатков. Например, новая, усовершенствованная конструкция выбивной машины будет иметь отличные от предыдущей конструкции массово-инерционные характеристики. Также эксперимент проводится для определенного типа отливок, что не позволяет судить об ударных нагрузках для случая установки выбивной машины в линию, производящую другую продукцию. Нельзя судить об отклике по одному экспериментальному исследованию, для этого необходимо провести серию проходов отливки, после чего усреднить полученный результат, а потом составлять функцию нагрузки. Функция нагрузки должна иметь стохастический характер.

Что касается теории удара и методов, описанных для исследования вибротомашин в работах [3, 4, 13], то следует отметить, что механические свойства кома существенно неоднородны, земляная смесь имеет существенно отличающиеся прочностные, вязкоупругие и жесткостные характеристики в зависимости от пропекания смеси, от температуры залитого металла, от влажности и т.д. К тому же отливка имеет сложную геометрию, которую достаточно сложно описать аналитически и выделить поверхности удара. Реализация такого метода является более сложной и более затратной по времени расчета. Поэтому при исследовании конструкции такими методами возникают значительные трудности.

Однако, несмотря на большое количество трудностей при проектировании подобных конструкций, такие машины проектируются и внедряются в производство. Поэтому при исследовании конструкций такого класса предлагается создавать параметрическое семейство математических подмоделей (см. рис. 1) и выбирать их в зависимости от класса задачи (выбор жесткости и вязкости опор выбивной машины, исследование динамики движения и выбивки в процессе работы, исследование необходимых характеристик песчано-глинистой смеси). Такой подход является наиболее оптимальным, поскольку при выборе рациональной структуры исследуемой конструкции в зависимости от класса задачи исследуется упрощенная модель, но учитывающая эффекты, присущие конкретному классу задачи.

Пространственная модель при импульсном воздействии. При исследовании конструкции по методике, предложенной в работе [7] при импульсном нагружении, предлагается ее доработать. Для этого будут учитываться все шесть степеней свободы, присущие абсолютно твердому телу. В расчетах импульсная нагрузка берется из экспериментальных исследований [14]. Математическая модель приведена выше (12). В результате расчетов по этой методике можно получить интересные характеристики в виде графиков и чисел.

На следующих графиках приводятся функция импульсного нагружения (рис. 13) и длительность импульса (рис. 14), полученные из экспериментальных данных. Траектория движения кома с отливкой приведена на рис. 15. При заданной функции нагружения можно получить

графики различных характеристик, например, представленные на рис. 16-27.

Анализируя полученные данные, можно сделать вывод, что если отбросить выбросы от действия импульсной нагрузки на графиках (рис. 16, 17), то они практически совпадают с графиками (рис. 3, 4), что свидетельствует о достаточном соответствии полученных результатов. Импульсная нагрузка в данном случае считается вертикальной, соответственно она практически не оказывает влияния на остальные координаты. Сравнивая графики (рис. 6, 28), можно увидеть, что в случае добавления импульсного нагружения траектория движения в плоскости меняется с эллиптической на траекторию с впадиной от импульсного нагружения, что является вполне объяснимым с физической точки зрения.

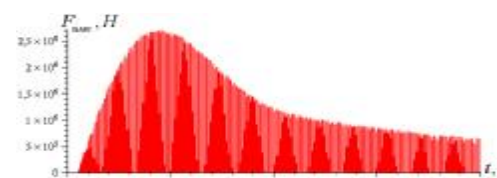


Рис. 13. Функция импульсного нагружения

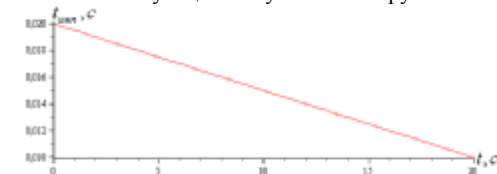
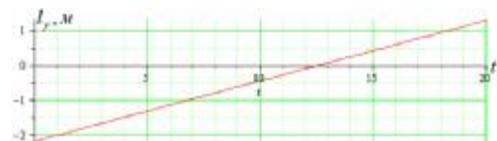
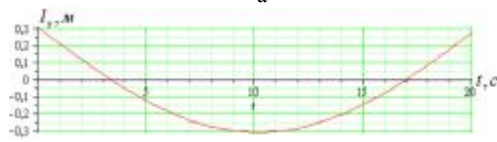


Рис. 14. Функция длительности импульса в зависимости от времени выбивки



а



б

Рис. 15. Траектория движения импульсной нагрузки во времени:
а – в плоскости OY, б – в плоскости OX

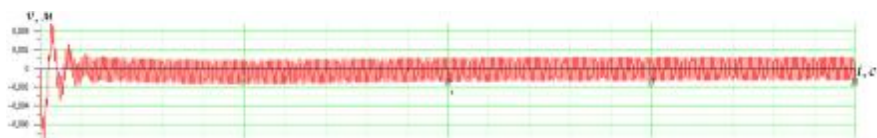


Рис. 16. Перемещения центра масс вдоль оси OY (см. рис. 2)

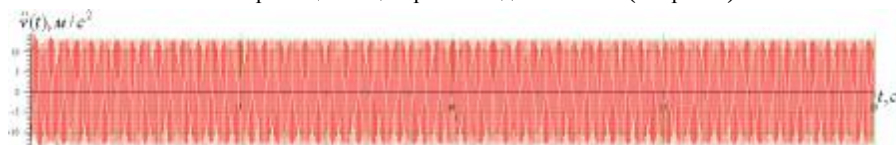


Рис. 17. Ускорения, м/с^2 , центра масс вдоль оси OY (см. рис. 2)

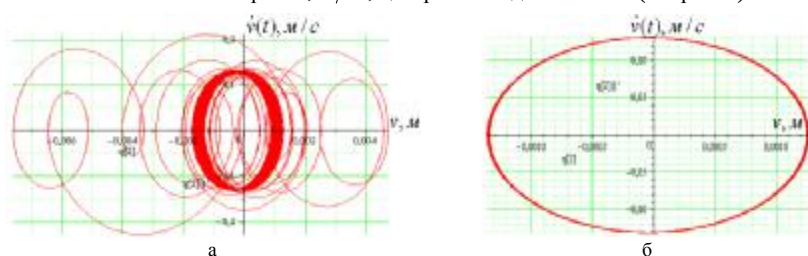


Рис. 18. Фазовый портрет (продольная координата v) (см. рис. 2): а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

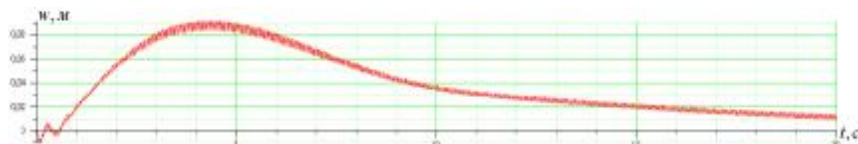


Рис. 19. Перемещения центра масс вдоль оси OZ (см. рис. 2)

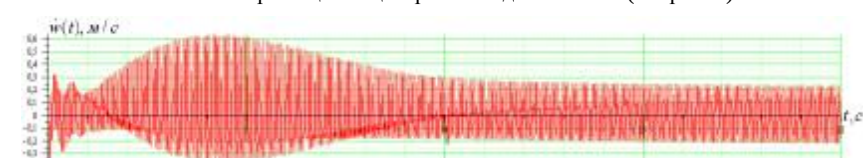


Рис. 20. Скорости центра масс вдоль оси OZ (см. рис. 2)

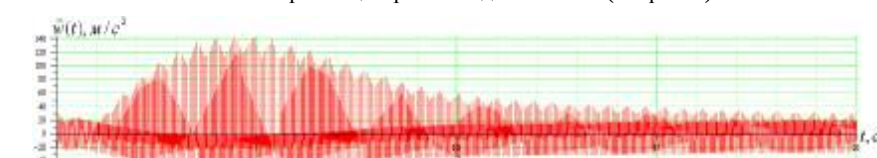


Рис. 21. Ускорения вдоль оси OZ (см. рис. 2)

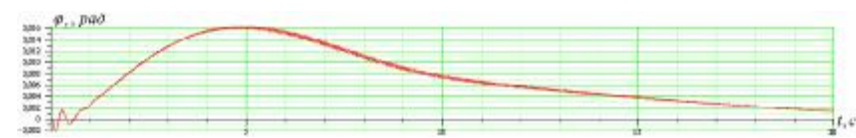


Рис. 22. Поворот центра масс ϕ_x (см. рис. 2)

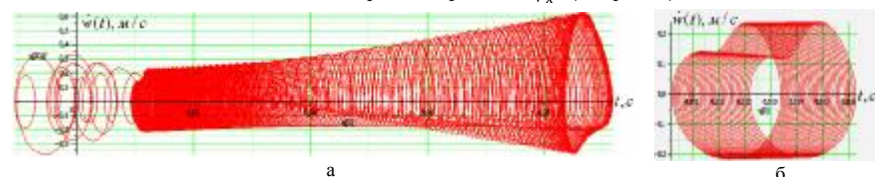


Рис. 23. Фазовый портрет (вертикальная координата w) (см. рис. 2): а – расчетный временной интервал, б – квазиустановившийся режим

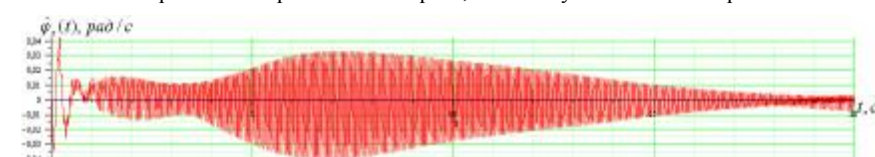


Рис. 24. Угловая скорость центра масс $\dot{\phi}_x(t)$

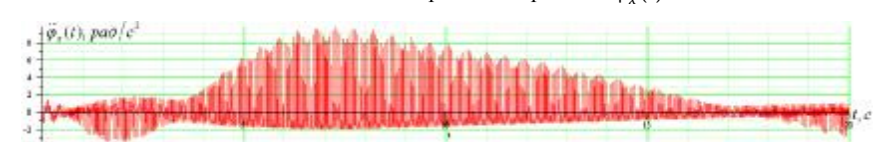


Рис. 25. Угловое ускорение центра масс $\ddot{\phi}_x(t)$

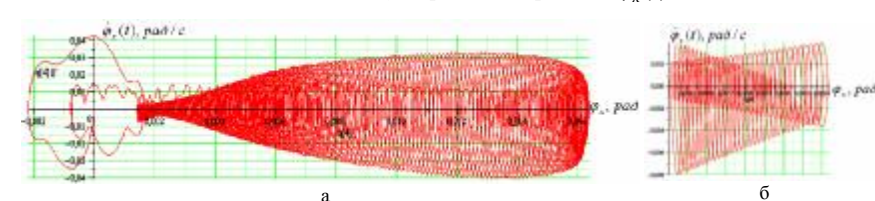


Рис. 26. Фазовый портрет (угловая координата ϕ_x): а – расчетный временной интервал, б – квазиустановившийся режим

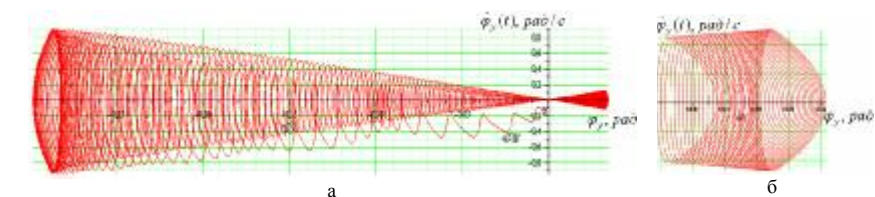


Рис. 27. Фазовый портрет (угловая координата ϕ_y): а – расчетный временной интервал, б – квазиустановившийся режим

Разрешающие уравнения для виброударной системы. При исследовании виброударных машин ближе всех к описанию ударного характера системы приблизились авторы в работах [3, 4, 13]. В данной статье предлагается математическая модель с большим количеством упрощений, однако модель описывает более существенные факторы, связанные со спецификой работы машины (на примере системы с 2-мя степенями свободы: вертикальные перемещения машины w и технологическую нагрузку w_k):

$$\begin{cases} M\ddot{w}(t) + h_{ам}\dot{w}(t) + h_k(\dot{w}(t) - \dot{w}_k(t)) + h_k(\dot{w}(t) - \dot{w}_k(t))|w(t) - w_k(t)| \times \\ \times \max_{t \rightarrow t_{ycm}}(w(t) - w_k(t)) * 10^3 + c_{ам}w(t) + c_k(w(t) - w_k(t)) + c_k(w(t) - w_k(t))|w(t) - w_k(t)| \times \\ \times \max_{t \rightarrow t_{ycm}}(w(t) - w_k(t)) * 10^3 = A_y \sin(\omega t) \cos(\alpha) + Mg; \\ m_k \ddot{w}_k(t) + h_k(\dot{w}_k(t) - \dot{w}(t)) + h_k(\dot{w}_k(t) - \dot{w}(t))|w(t) - w_k(t)| \max_{t \rightarrow t_{ycm}}(w(t) - w_k(t)) * 10^3 + \\ + c_k(w_k(t) - w(t)) + c_k(w_k(t) - w(t))|w(t) - w_k(t)| \max_{t \rightarrow t_{ycm}}(w(t) - w_k(t)) * 10^3 = m_k g. \end{cases} \quad (13)$$

В математической модели в выражениях для сил сопротивления присутствуют как линейные, так и квадратичные слагаемые, которые связаны с абсолютным значением расстояния между выбивной машиной и земляным комом. Т.о., жесткость упругой составляющей ударной силы зависит от модуля расстояния между выбивной машиной и комом (14), а демпфирование – от модуля разности скоростей (15):

$$C_k = \begin{cases} 0, |w(t) - w_k(t)| > L \\ c_k, |w(t) - w_k(t)| \leq L \end{cases}, \quad (14) \quad H_k = \begin{cases} 0, |\dot{w}(t) - \dot{w}_k(t)| > L \\ h_k, |\dot{w}(t) - \dot{w}_k(t)| \leq L, C_k \neq 0 \end{cases}. \quad (15)$$

Предлагается исследовать как линейную, так и нелинейную математические модели.

Исследование линейной виброударной системы. При исследовании динамики выбивной машины как линейной виброударной системы [15] предлагается провести серию расчетов с варьируемым весовым коэффициентом, стоящим при линейном слагаемом. Нелинейные слагаемые не учитываются.

На следующих графиках приведены результаты исследования для выбивной машины с базовыми характеристиками песчано-глинистой смеси. На рис. 29 представлены графики перемещения центра масс во времени выбивной машины и кома. На следующих рисунках приведены графики скоростей (рис. 30, 31) и ускорений (рис. 32, 33) центров масс выбивной машины и кома. На рис. 34, 35 приведены фазовые портреты движения для выбивной машины и кома. График силы ударного воздействия приведен на рис. 36.

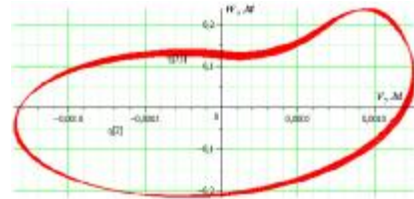


Рис. 28. Траектория движения центра масс в плоскости YOZ

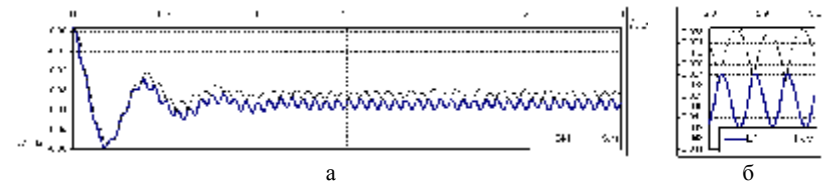


Рис. 29. Изменение перемещений центров масс во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

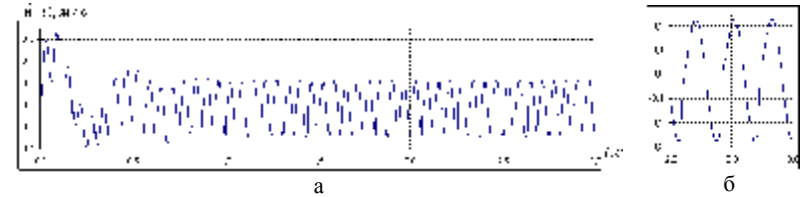


Рис. 30. Изменение скорости центра масс выбивной машины во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

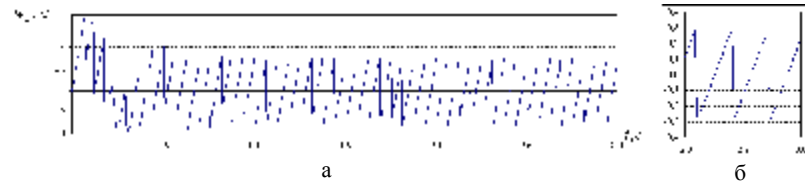


Рис. 31. Изменение скорости центра масс кома во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

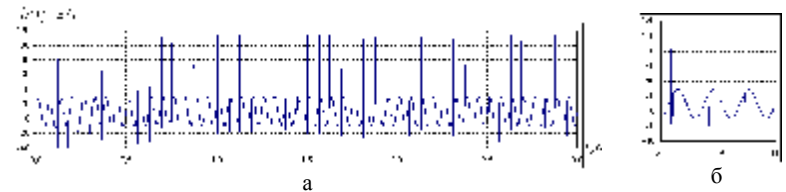


Рис. 32. Изменение ускорений центра масс выбивной машины во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

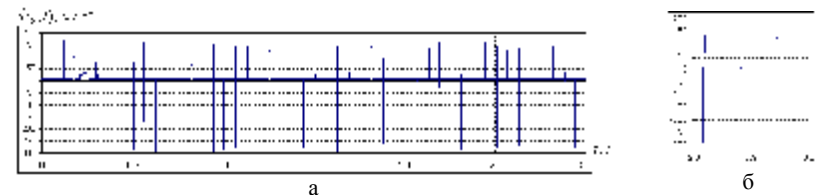


Рис. 33. Изменение ускорений центра масс кома во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

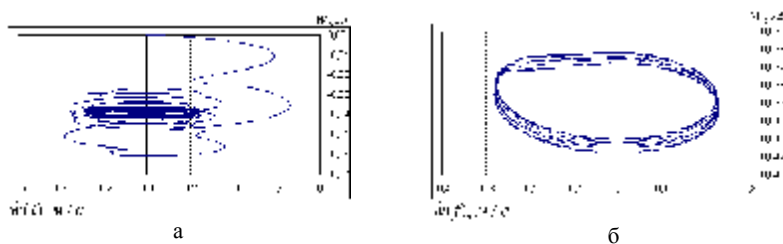


Рис. 34. Фазовый портрет движения центра масс вибробивной машины:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

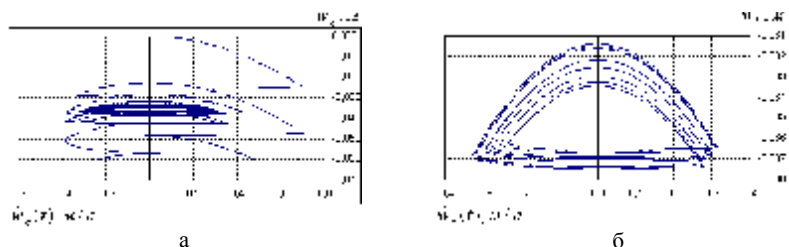


Рис. 35. Фазовый портрет движения центра масс кома:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим.

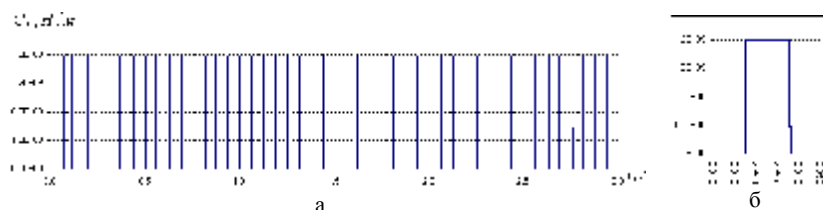


Рис. 36. График ударного воздействия:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что результаты совпадают с приведенными выше, а также с полученными с использованием других математических моделей. При этом нужно отметить, что в линейной постановке решение получается более приближенным, поскольку не учитывается эффект уплотнения земляной смеси, характеристики вязкости и упругости включаются резко, что сказывается на поведении виброударной системы. Для получения более достоверного результата необходимо исследовать систему с присутствующими в ней нелинейными процессами.

Исследование нелинейной виброударной системы. При введении нелинейных слагаемых в математическую модель удается в большем диапазоне варьировать различными параметрами исследуемой системы, можно включать характеристики смеси без резких скачков. В результате исследования нелинейной виброударной системы получают уточненные характеристики

динамической системы. На следующих рисунках представлены результаты перемещений (рис. 37), ускорений (рис. 38), фазовые портреты (рис. 39) центра масс во времени и усилия реакций от различных слагаемых (рис. 40, 41).

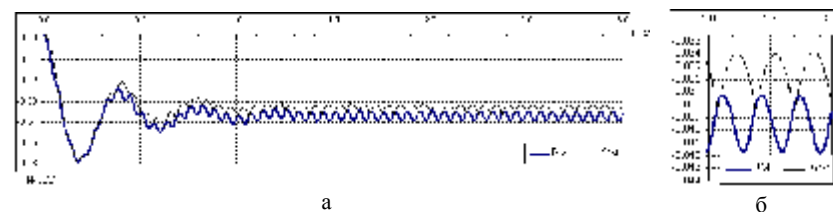


Рис. 37. Изменение перемещений центров масс во времени:
а – расчетный временной интервал, б – установившийся режим

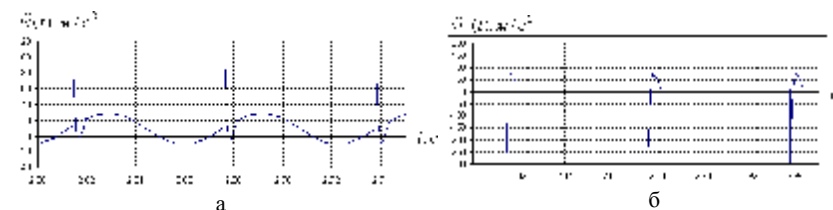


Рис. 38. Изменение ускорений центров масс вибробивной машины (а) и кома (б) во времени на установившемся режиме

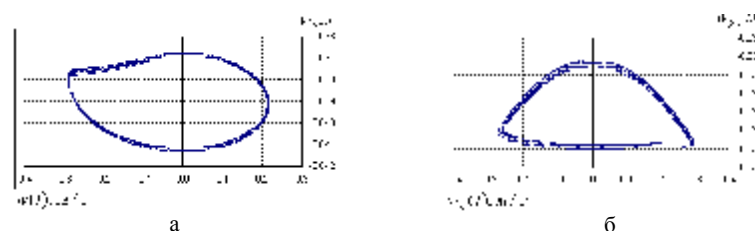


Рис. 39. Фазовые портреты движения центров масс вибробивной машины (а) и кома (б) во времени на установившемся режиме

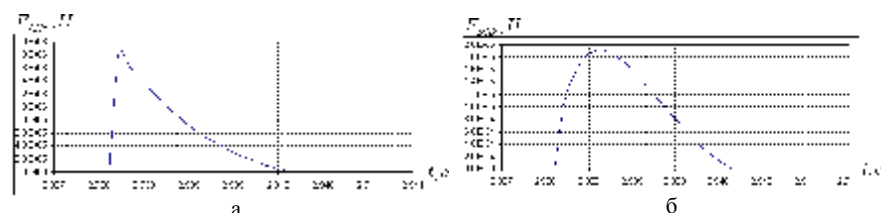


Рис. 40. Линейная (а) и нелинейная (б) реакции от вязкого демпфирования:
а – $h_k(\dot{\psi}_k(t) - \dot{\psi}(t))$, б – $h_k(\dot{\psi}_k(t) - \dot{\psi}(t))w(t) - w_k(t) \max(w(t) - w(t)) * 10^3$

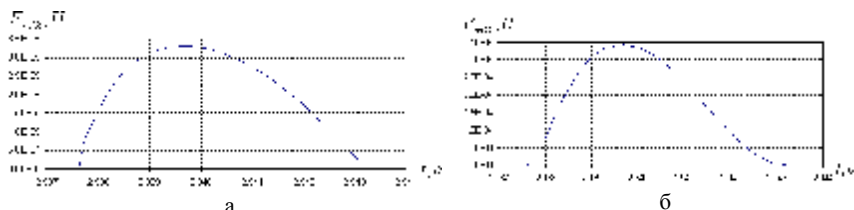


Рис. 41. Линейная (а) и нелинейная (б) реакции от сил упругости:
 $a - C_k(w_k(t) - w(t))$, $b - C_k(w_k(t) - w(t)) \cdot (w(t) - w_k(t)) \cdot \max(w(t) - w_k(t)) \cdot 10^3$

Анализ приведенных результатов для виброударной системы. Предложенные математические модели позволяют исследовать динамические свойства в зависимости от параметров песчано-глинистой смеси виброударной системы „выбивная машина – технологическая нагрузка”.

По приведенным выше соотношениям (18) можно решать не только прямую задачу (отыскание характеристик динамической системы при заданных механических характеристиках смеси), но и обратную (по заданному закону движения системы находить необходимые механические характеристики). В качестве примера решения такой задачи предлагается исследовать линейную виброударную систему. При решении обратной задачи в данном случае варьируемым параметром выступает модуль упругости кома. Предлагается варьировать характеристики кома от $0.1 \cdot C_k$ до $10 \cdot C_k$.

При решении поставленной задачи были получены характеристики длительности удара в зависимости от жесткости кома (рис. 42), а также амплитуды размаха перемещений, скоростей и ускорений (рис. 43-47).

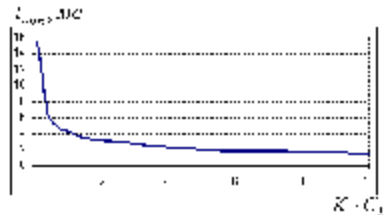


Рис. 42. Длительность удара центра масс на установившемся режиме

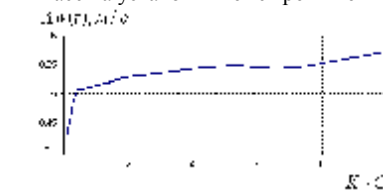


Рис. 44. Амплитуда скорости центра масс выбивной машины на установившемся режиме

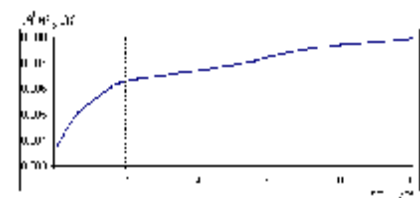


Рис. 43. Амплитуда перемещений центра масс выбивной машины на установившемся режиме

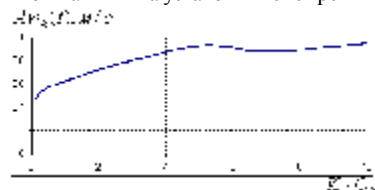


Рис. 45. Амплитуда скорости центра масс кома на установившемся режиме

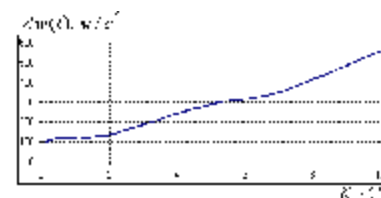


Рис. 46. Амплитуда ускорений центра масс выбивной машины на установившемся режиме

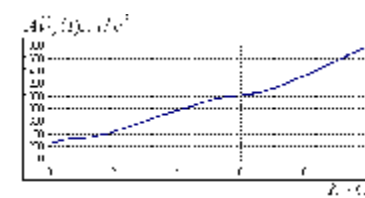


Рис. 47. Амплитуда ускорений центра масс кома на установившемся режиме

Из полученных результатов можно, например, определить необходимый коэффициент упругости кома, при котором длительность импульса будет совпадать с экспериментальной ($t_{имп} \approx 10$ мс).

Выводы и направление дальнейших исследований. В статье предложена методика исследования вибрационных машин, в основу которой положено многоуровневое семейство моделей. Приведены расчеты с использованием моделей динамики различных уровней, которые предлагается использовать для разных типов анализа. Проведена верификация полученных результатов на всех этапах исследования инерционной выбивной машины. Результаты сравнивались при различных постановках, а результаты при холостом режиме сравнивались с полученными в универсальном программном модуле CosmosMotion. Приведены результаты синтеза для линейной системы. Предложенная схема позволяет объединить и развить модели и подходы, предложенные различными авторами [1-15].

В дальнейшем планируется развить идею многоуровневых моделей, распространив ее на другие типы анализа. Это позволит описать полный цикл исследований при проектировании виброударных машин, объединив все типы анализа в одном специализированном программном модуле.

Список литературы: 1. Горский А.И. Расчет машин и механизмов автоматической линии литейного производства. – М.: Машиностроение, 1978. – 551с. 2. Сердюк Л.И. Основы теории, расчёт и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными возбудителями. Дис. д-ра. техн. наук: 05.02.02:01.02.06 / Харьковский политехнический институт. – Х.: 1991. 3. Гергея И.И., Совершенствование конструкций и методов расчёта вибрационных машин. Дис. канд. техн. наук: 01.02.06 / Львовский политехнический институт. – Л.: 1991. 4. Нисонский В.П., Гергея И.И., Козулькевич Р.М., Гуцуляк Ю.В. Математическая модель многосекционных выбивных агрегатов с учётом рассеяния энергии // Проблемы прочности. – 1994. – № 10. – С.30-36. 5. Латишин Е.С. Развитие вибрационного грохочения на основе усовершенствования модельных явлений кинетики процесса. Дис. д-ра. техн. наук: 05.15.11 / Институт геологической механики им. М.С. Полякова. – Днепропетровск. – 2006. 6. Яковенко В.Б., Моделирование динамики вибрационных систем. Дис. д-ра. техн. наук: 01.02.06 / Киевский политехнический институт. – Киев. 1993. 7. Барчан Е.Н. Удосконалення методів розрахунку та конструції вибвної транспортувочої машини для формувальних ліній крупного литва. Дис. канд. техн. наук: 05.02.02. / Гол. спеціаліз. конструктор.-технол. ін-т. – Маріуполь, 2008. – 22 с. 8. Сердюк Л.И. Динамика вибрационной установки с управляемым приводом // Изв. вузов. Машиностроение. – 1991. – № 10. – С.14–18. 9. Ярошевич Т, Тимошук В., Силивонюк А. Дослідження процесу розбігу вібраційної машини з дебалансним приводом / Теорія та практика раціонального проектування, виготовлення і експлуатації машинобудівних конструкцій. Праці конференції. – Львів: КІНПАТІ ЛТД. – 2008. – С. 131-132. 10. Дятчин В.З. Обґрунтування параметрів вібраційного живильника грохота з просторовими коливаннями короба. Дис. канд. техн. наук:

05.05.06 / Національний гірничий університет. – Дніпропетровськ. – 2004. **11.** Ленда В.О. Вибрационные системы с комбинированным режимом динамического нагружения для энергосберегающих технологий переработки минерального сырья. Дис. д-ра. техн. наук: 05.05.06 / Институт геологической механики им. М.С. Полякова. – Днепропетровск. – 2006. **12.** Латишин Е.С. Развитие вибрационного грохочения на основе усовершенствования модельных явлений кинетики процесса. Дис. д-ра. техн. наук: 05.15.11 / Институт геологической механики им. М.С. Полякова. – Днепропетровск. – 2006. **13.** Гергеа И.И. Взаимодействие рабочей нагрузки с рабочим органом в ударно-вибрационных машинах. // Проблемы прочности. – 1995. – № 4. – С.74-82. **14.** Барчан Е.Н., Ткачук Н.А., Грабовский А.В. Экспериментальное исследование динамических процессов в выбивной машине с дебалансным приводом // Вісник НТУ “ХПІ”. Тем. вип.: „Машинознавство та САПР”. – 2007. – №3. – С.17-23. **15.** Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т./ Под ред. Лавендева Э.Э. Т. 4: Вибрационные процессы и машины. – М: Машиностроение, 1981. – 510 с.

Поступила в редакцию 19.03.2009

УДК 621.01

В.Б. ЗЕЛЕНСКИЙ, канд. техн. наук, доц. каф. ТММиСАПР,
А.А. ЗАРУБИНА, канд. техн. наук, проф. каф. ТММиСАПР,
И.Я. ХРАМЦОВА, научн. сотр. каф. ТММиСАПР,
З.С. САФОНОВА, доц. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХОДЬБЫ С ПРОТЕЗОМ НА ФАЗЕ ПЕРЕНОСА

Розглянуто динамічну модель ходи на протезі, яка містить пружні елементи, що дозволяють акумулювати енергію на одних фазах руху та віддавати її на інших. Модель складено як незамкнутий кінематичний ланцюг, для якого запропонований алгоритм автоматизованої побудови рівнянь Лагранжа другого роду у матричній формі. Використання запропонованого алгоритму дозволить обирати оптимальні параметри протезу із урахуванням антропометричних вимог індивіда.

The dynamic model of ambulation on prosthetic appliance, which contains resilient elements allowing to accumulate energy at one phases of motion and give it at other phases, is considered. A model is made as kinematics chain for which the algorithm of the automated construction of Lagrangian equations of second type in matrix form is offered. The use of the offered algorithm will allow to change optimum parameters of prosthetic appliance with the account of anthropometric requirements of individual.

Постановка задачи. Рассмотрим сначала динамическую модель ходьбы с протезом нижней конечности без упругих элементов с продольной жесткостью в бедре (т. е. при отсутствии в кинематической схеме кинематических пар поступательного типа). Динамическая модель ходьбы с протезом нижней конечности при учете движений отдельных частей тела человека (стопы, голени, бедра, корпуса) на фазе переноса структурно соответствует модели манипулятора, представленного открытой (незамкнутой) кинематической цепью звеньев (см. рис. 1). Шарниры O_3 и O_4 соединяют различные пары звеньев и показаны на рис. 1 раздельно; на самом деле они совпадают, так как рассматривается плоская модель.

Динамический анализ такой цепи с большим количеством звеньев ($n = 7$) отличается значительной сложностью и громоздкостью уравнений движения. Поэтому здесь целесообразно использовать методы автоматизированного построения уравнений динамики на ЭВМ. В частности, достаточно удобным является составление уравнений Лагранжа II рода в матричной форме.

Пусть $R_i = [x_i, y_i, z_i, 1]^T$ – вектор, определяющий положение произвольной точки звена i в системе отсчета, жестко связанной с этим звеном. Так как нами рассматривается плоская задача, то $R_i = [x_i, y_i, z_i, 1]^T$. Если матрица перехода от системы координат $(i-1)$ -го звена к системе i -го звена есть $A_i (3 \times 3)$, то можно связать радиусы и векторы одной и той же точки в системах i и $i-1$:

$$R_{i-1} = A_i R_i. \quad (1)$$

Матрицы перехода A_i для звеньев 1, 2, ..., 5 и 7 имеют одинаковый вид (2). Строение матрицы звена 6 будет показано ниже.

Пусть a_i – длина i -го звена (расстояние между шарнирами); x_i^*, y_i^* – координаты центра тяжести i -го звена в собственной системе координат; m_i – масса звена; $I_{xx}^{(i)}, I_{xy}^{(i)}, I_{yx}^{(i)}, I_{yy}^{(i)}$ – элементы тензора инерции, вычисляемые для i -го звена относительно собственных осей.

Матрица перехода A_i ($i = 1, 2, \dots, 5; 7$) имеет вид:

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos q_i & -\sin q_i & a_i \cos q_i \\ \sin q_i & \cos q_i & a_i \sin q_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Введем матрицы преобразования

$$T_{il} = A_{i+1} A_{i+2} \dots A_l; \quad i = 0, 1, \dots, n-1; \quad l = 0, 1, \dots, 7; \quad i < l. \quad (3)$$

Отдельно обозначим

$$T_{0n} = T. \quad (4)$$

Матрицей инерции называется матрица

$$H_i = \begin{bmatrix} I_{xx}^{(1)} & I_{xy}^{(1)} & m_i x_i^* \\ I_{yx}^{(1)} & I_{yy}^{(1)} & m_i y_i^* \\ m_i x_i^* & m_i y_i^* & m_i \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Рассмотрим величины $\dot{T}_{0i}$ и $\frac{\partial \dot{T}_{0i}}{\partial q_k}$.

$$\dot{\mathbf{r}}_{0i} = \sum_{k=1}^i \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_{0i}}{\partial \mathbf{q}_k} \dot{\mathbf{q}}_k, \quad (6)$$

где

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_{0i}}{\partial \mathbf{q}_k} = A_1 A_2 \dots A_{k-1} \frac{\partial A_k}{\partial \mathbf{q}_k} A_{k+1} \dots A_i, \quad k \leq i. \quad (7)$$

Известно [1], что для цепи с вращательными парами

$$\frac{\partial A_k}{\partial \mathbf{q}_k} = \Omega_k A_k, \quad (8)$$

где Ω_k – матрица вида

$$\Omega_k = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Тогда вместо (7) получаем

$$\frac{\partial T_{0i}}{\partial \mathbf{q}_k} = A_1 A_2 \dots A_{k-1} \Omega_k A_k A_{k+1} \dots A_i \quad (10)$$

или с учетом (3)

$$\frac{\partial T_{0i}}{\partial \mathbf{q}_k} = T_{0k-1} \Omega_k \dots T_{k-i}, \quad (11)$$

обозначим

$$u_{ik} = T_{0k-1} \Omega_k \dots T_{k-i}. \quad (12)$$

Можно теперь записать

$$\frac{\partial T_{0i}}{\partial \mathbf{q}_k} = \begin{cases} u_{ik} & k \leq i \\ 0 & k > i \end{cases}. \quad (13)$$

Далее

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}_{0i}}{\partial \mathbf{q}_j} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}_j} \sum_{k=1}^i u_{ik} \dot{\mathbf{q}}_k = \sum_{k=1}^i \frac{\partial u_{ik}}{\partial \mathbf{q}_j} \dot{\mathbf{q}}_k. \quad (14)$$

Обозначим

$$u_{ikj} = \frac{\partial u_{ik}}{\partial \mathbf{q}_j} \quad \text{для } k \leq i, \quad (15)$$

причем

$$u_{ikj} = \begin{cases} u_{k-1j} \Omega_k T_{k-i} & \text{для } j \leq k-1; \\ T_{0k-1} \Omega_k \Omega_k T_{k-i} & \text{для } j = k; \\ T_{0k-1} \Omega_k T_{k-1j-1} \Omega_j T_{j-i} & \text{для } k < j \leq i; \\ 0 & \text{для } j > i. \end{cases} \quad (16)$$

Потенциальная энергия i -го звена в поле сил тяжести:

$$\Pi_i = P_i y_0^*, \quad (17)$$

где P_i – сила тяжести звена i ; y_0^* – координата центра тяжести звена I в системе отсчета $x_0 y_0$, связанной с основанием. В матричной записи

$$\Pi_i = m_i G^T T_{0i} R_i^*, \quad (18)$$

где R_i^* – матрица-столбец (вектор), первые два элемента которой есть декартовы координаты центра тяжести звена i в соответственной системе отсчета, связанной со звеном i , то есть

$$R_i^* = [x_i^*, y_i^*, 1]^T, \quad (19)$$

$$G^T = [0, -g, 0], \quad (20)$$

где g – ускорение свободного падения.

Суммарная потенциальная энергия системы

$$\Pi = \sum_{i=1}^n \Pi_i = - \sum_{i=1}^n m_i G^T T_{0i} R_i^*. \quad (21)$$

Обобщенную силу Q_j представим состоящей из трех слагаемых:

1) активного момента M_j (вектор $\dot{M}_j$ приложен к j -звену, записан в системе j и проходит через начало координат этой системы);

2) упругого момента в сочленениях

$$M_j^y = -C_{j-1j} q_j + C_{jj+1} q_{j+1}, \quad j = 1, 2, \dots, n-1, \quad (22)$$

где C_{j-1j} – жесткость на поворот в сочленении $j-1$, j ; в частности C_{j-1j} может быть нулем, так в соответствии с рис. 1 отличными от нуля являются жесткости C_{45} , C_{56} , C_{67} ;

3) потенциального момента сил тяжести

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{q}_j} = \sum_{i=1}^n m_i G^T \frac{\partial T_{0i}}{\partial \mathbf{q}_j} R_i^* = \sum_{i=1}^n m_i G^T u_{ij} R_i^*, \quad (23)$$

$$Q_j = M_j - C_{j-1j} q_j + C_{jj+1} q_{j+1} + \sum_{i=1}^n m_i G^T u_{ij} R_i^*. \quad (24)$$

Теперь уравнения Лагранжа II рода в матричной форме записываются в виде:

$$\sum_{i=j}^n \sum_{k=1}^i t_r (u_{ij} H_i u_{ik}^T) \dot{\mathbf{q}}_k + \sum_{i=j}^n \sum_{k=1}^i \sum_{l=1}^i t_r (u_{ij} H_i u_{ik}^T) \dot{\mathbf{q}}_k \dot{\mathbf{q}}_l - \sum_{i=j}^n m_i G^T u_{ij} R_i^* + C_{j-1j} q_j - C_{jj+1} q_{j+1} = M_j \quad (j = 1, 2, \dots, n). \quad (25)$$

Рассмотрим модель с учетом передаточных функций в коленном сочленении протеза. Представим звенья 5 и 6 в виде двух стержней, составляющих вращательную пару и имеющих переменные длины a_5^* и a_6^* . Длина каждого из этих звеньев состоит из суммы, включающей постоянный и переменный члены, второй из которых зависит от механизма сочленения и является функцией угла q_6 между осями звеньев 5 и 6:

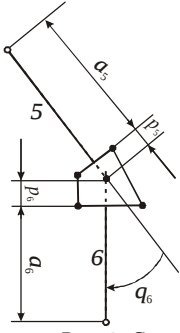


Рис. 2. Схема коленного сочленения в виде шарнирного четырехзвенника

$$\begin{aligned} a_5^* &= a_5 + p_5, & a_6^* &= a_6 + p_6, \\ p_5 &= p_5(q_6), & p_6 &= p_6(q_6). \end{aligned} \quad (26)$$

Очевидно, при таком представлении в левые части уравнений Лагранжа следует добавить дополнительные члены, связанные с учетом функций $p_5(q_6)$, $p_6(q_6)$.

Будем снабжать индексом «*» обозначения матриц перехода и матриц преобразования, включающих в свою конструкцию члены с p_5 и p_6 . Имеем

$$A_5^* = A_5 + p_5 A_{p_5}, \quad A_6^* = A_6 + p_6 A_{p_6}, \quad (27)$$

где

$$A_{p_5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos q_5 \\ 0 & 0 & \sin q_5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ и } A_{p_6} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos q_6 \\ 0 & 0 & \sin q_6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Отметим, что

$$A_{p_5} A_{p_5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos q_5 \\ 0 & 0 & \sin q_5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cos q_5 \\ 0 & 0 & \sin q_5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0. \quad (29)$$

С целью унификации формул (11)-(13), (16) для величин u_{ik} , u_{ikj} запишем для $i < 6$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{0i}}{\partial q_6} &= A_1 \dots A_4 \frac{\partial A_5}{\partial q_6} A_6 \dots A_7 + A_1 \dots A_4 A_5 \frac{\partial A_6}{\partial q_6} A_7 = \\ &= A_1 \dots A_4 \frac{\partial p_5}{\partial q_6} A_{p_5} A_6 \dots A_7 + A_1 \dots A_4 A_5 \frac{\partial p_6}{\partial q_6} A_{p_6} A_7 \dots A_7 + \dots A_1 \dots A_5 \Omega_6 A_6 \dots A_7 = \\ &= A_1 A_2 \dots A_5 \left\{ A_5^{-1} A_{p_5} \frac{\partial p_5}{\partial q_6} + A_{p_6} A_6^{-1} \frac{\partial p_6}{\partial q_6} + \Omega_6 \right\} A_6 A_7 \dots A_7. \end{aligned} \quad (30)$$

Здесь Ω_6 определяется выражением (9). Если для элемента с номером 6 обозначить теперь

$$\Omega_6 = A_5^{-1} A_{p_5} \frac{\partial p_5}{\partial q_6} + A_{p_6} A_6^{-1} \frac{\partial p_6}{\partial q_6} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

то, очевидно, формулы (11)-(13) справедливы для всех элементов системы.

Далее, так как теперь $\Omega_6 = \Omega_6(q_6)$, то вместо (16) следует записать

$$u_{ikj} = \frac{\partial u_{ik}}{\partial q_j} = \frac{\partial}{\partial q_j} T_{0k-1} \Omega_k T_{k-li} = \begin{cases} u_{k-1j} \Omega_k T_{k-li} & j \leq k-1; \\ T_{0k-1} \frac{\partial \Omega_k}{\partial q_j} T_{k-li} + T_{0k-1} \Omega_k \Omega_k T_{k-li} & j = k; \\ T_{0k-1} \Omega_k T_{k-1j-1} \Omega_j T_{j-li} & k < j \leq i; \\ 0 & j > i. \end{cases} \quad (32)$$

Причем, если $k \neq 6$, то $\frac{\partial \Omega_k}{\partial q_k} = 0$ и выражения (32) совпадают с (16), а

при $k = 6$ следует учитывать член $T_{0k-1} \frac{\partial \Omega_k}{\partial q_k} T_{k-li}$, в котором с учетом (31)

$$\frac{\partial \Omega_6}{\partial q_6} = A_5^{-1} A_{p_5} \frac{\partial^2 p_5}{\partial q_6^2} + A_{p_6} A_6^{-1} \frac{\partial^2 p_6}{\partial q_6^2}. \quad (33)$$

Наконец, при получении коэффициентов Лагранжа (25) следует учитывать, что в рассматриваемом случае матрицы инерции (5) для звеньев 5 и 6 будут переменными, так как координаты x_5^* и x_6^* центров тяжести звеньев 5 и 6 являются переменными

$$x_5^* = x_5^*(p_5(q_6)) \text{ и } x_6^* = x_6^*(p_6(q_6)). \quad (34)$$

Указанное обстоятельство приводит к тому, что матрица инерции (5) будет, вообще говоря, зависеть от времени и из-за усложнения матричных выражений для кинетической энергии появятся в уравнениях Лагранжа II рода дополнительные члены достаточно сложной структуры. Поэтому в силу того, что

$$p_5 \ll a_5, \quad p_6 \ll a_6, \quad (35)$$

будем пренебрегать их влиянием на выражения для матрицы инерции.

Включение поступательных звеньев. Применение упругих элементов в протезе нижней конечности приводит к необходимости включения в модель протеза поступательных звеньев в голень и бедро протеза. Рассмотрим в общем виде локальную систему отсчета поступательного звена и соответствующую матрицу перехода.

Ось x_i поступательного звена i (рис. 3) направлена по оси звена. Обобщенная координата q_i определяет положение звена относительно предыдущего $(i-1)$ -го звена. Матрица перехода определяется как матрица переноса осей $(i-1)$ -го звена вдоль оси $O_i x_i$ на величину $a_i + q_i$

$$A_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & a_i + q_i \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Очевидно, что

$$\frac{\partial A_i}{\partial q_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Представим последнюю матрицу в виде произведения

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i^{-1} A_i.$$

Так как

$$A_i^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

что проверяется непосредственным вычислением, то

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i^{-1} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -d \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} A_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A_i.$$

Тогда по типу выражения (8) для поступательного звена

$$\frac{\partial A_i}{\partial q_i} = \Omega_i A_i, \quad (38)$$

где

$$\Omega_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (39)$$

Такое представление производной $\frac{\partial A_i}{\partial q_i}$ матрицы перехода поступатель-

ного звена позволяет использовать представленные выше формулы для уравнений Лагранжа II рода при наличии в цепи звеньев не только с вращательными, но и с поступательными парами.

Обобщенная сила для поступательного звена. Для обобщенной силы поступательного звена в выражении (24) вместо активного момента M_j следует принять 0, так как активные силы, действующие на звено, отсутствуют. В этом случае

$$M_j = -C_{j-1j} q_j + \sum_{i=j}^n m_i G^T u_{ij} R_i^*, \quad (40)$$

где C_{j-1j} – жесткость на линейное перемещение в сочленении $j-1, j$.

Заключение. Теперь можно скорректировать рассмотренную выше динамическую модель путем добавления поступательных звеньев. Разобьем бедро и голень протеза на два звена, связанных кинематической парой поступательного типа с добавлением упругого элемента с продольной жесткостью,

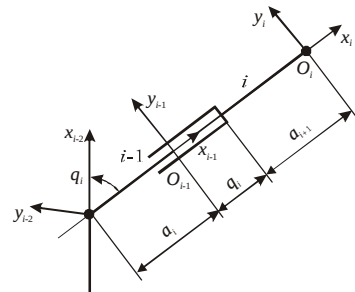


Рис. 3. Поступательное звено

ось которого направлена по оси бедра (голени). Кроме того, с целью учета компенсаторного подъема „шарнира” бедра, осуществляемого инвалидом при переносе протеза, можно ввести в схему дополнительное поступательное звено между корпусом и шарниром бедра протеза.

Список литературы: 1. М. Вукобратович. Шагающие роботы и антропоморфные системы. – М.: Мир. – 1976. 2. Г. В. Корнев. Введение в механику человека. – М.: Наука, 1977.

Поступила в редколлегию 02.04.2009

УДК 621.01

О.І. ЗІНЧЕНКО, канд. техн. наук, каф ТММіСАПР НТУ „ХПІ”

КІНЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ МЕХАНІЗМУ ВИСОКОГО КЛАСУ З ВИКОРИСТАННЯМ БІБЛІОТЕКИ ПІДПРОГРАМ АНАЛІЗУ ГРУП ДРУГОГО КЛАСУ

У статті викладено методику кінематичного аналізу механізму четвертого класу з використанням програмного забезпечення для груп другого класу, розробленого на кафедрі ТММіСАПР. Показана можливість розбиття механізму високого класу на прості групи, для яких відомі алгоритми аналізу.

In the article method of kinematical analysis of fourth class mechanism are accounted. For second class groups the computer programs are used. A possibility divide of mechanism of high class in simple groups are demonstrated.

Вступ. Запропоновано стратегію кінематичного дослідження механізмів четвертого класу, яка представляє собою розбиття механізму на групи та знаходження кінематичних параметрів цих груп з подальшим використанням методу ітерацій. Цей підхід до розв’язання цієї складної задачі здається простим і наглядним і дає змогу за дуже короткий час вирішити питання аналізу. У статті детально описується бібліотека підпрограм і принцип користування ними, що дає змогу любому проектувальнику, зокрема студенту, скористатися ними для рішення подібної задачі.

Актуальність. Питання аналізу будь-яких механізмів завжди були і залишаються бути актуальними. Питання лише в тому, щоб знайти найбільш просту методику, яка при своїй простоті здатна вирішити всі необхідні питання і мати достатню точність і швидкість розв’язання. Пропонується така методика, яка базується на використанні формул для аналізу структурних груп другого класу.

Алгоритм розв’язання задачі аналізу шляхом розбиття на групи. Метою кінематичного дослідження є визначення положень ланок, їх швидкостей та прискорень або швидкостей та прискорень точок механізму. Досліджуваний механізм зображений на рис. 1. На рис. 1 ланки мають наступні назви: 1 – кривошип (корба) – OA , 2 – шатун – ADC , 3 – шатун – CB , 4 – шатун – ED , 5 – коромисло – EFB . Механізм складається із початкової ланки 1 і однієї структурної групи четвертого класу другого порядку. Клас механізму – чет-

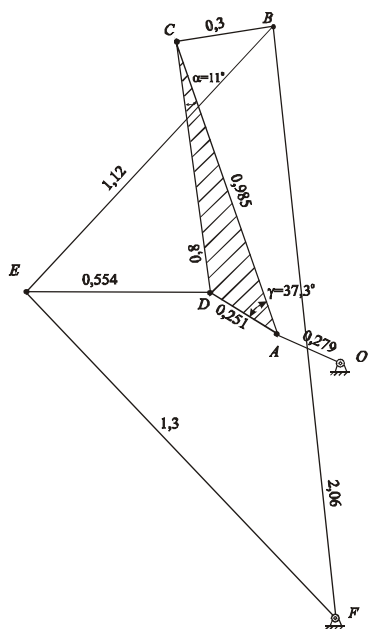


Рис.1. Механізм із структурною групою четвертого класу

та прискорення на нерухомі осі X і Y .

Друга процедура призначена для кінематичного аналізу структурної групи другого класу першого виду (рис.4): $ASSUR21(A, C, PAR, K, B, D, E, UGOL, G)$.

Тут A, C, PAR, K – вхідні параметри, $B, D, E, UGOL, G$ – вихідні, A, B, C, D, E – масиви кінематичних параметрів точок A, B, C, D, E , де A і C – точки приєднання структурної групи до початкового ланцюга, B – внутрішня шарнірна точка.

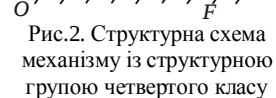


Рис.2. Структурна схема механізму із структурною групою четвертого класу

Кути відраховуються від прямих AB і BC проти годинникової стрілки. Параметри l_1, l_3, α_1 завжди відповідають першій ланці групи, а параметри l_2, l_4, α_2 – другій ланці: $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$.

Точка D належить ланці 1, точка E – ланці 2. K – коефіцієнт скла-

вертий по Артоблевському [1]. Група має тільки обертальні кінематичні пари. Структурна схема такого механізму зображена на рис. 2. Для проведення кінематичного аналізу використовуються дві процедури та процедура-функція.

Перша процедура призначена для кінематичного аналізу початкової ланки, яка обертається, і детально описана в [2]: $ASSUR11(x_0, y_0, l, \varphi, \omega, \varepsilon, A)$, де x_0, y_0 – координати нерухомого шарніра O (рис. 3); l – довжина кривошипа OA ; φ – кут, який складає ланка OA з віссю x в радіанах; ω – кутова швидкість ланки OA ; ε – кутове прискорення ланки OA . Всі ці параметри є вхідними. Приймаємо кутову швидкість і кутове прискорення додатними, якщо вони будуть мати напрямок проти часової стрілки. Вихідний параметр – масив кінематичних параметрів точки A , елементами якого є $A = \{x_A, y_A, \dot{x}_A, \dot{y}_A, \ddot{x}_A, \ddot{y}_A\}$, де x_A, y_A – координати точки A в системі координат XOY , $\dot{x}_A, \dot{y}_A$ – проекції її швидкості

данія (дорівнює 1 або -1). Елементами вихідного масиву $UGOL$ є значення кута φ_1 , кутової швидкості і кутового прискорення першої ланки; значення кута φ_2 ; кутової швидкості і кутового прискорення другої ланки: $UGOL = \{\varphi_1, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_2\}$ (G – можливість складання при заданих значеннях вхідних параметрів).

Формули для розрахунків кінематичного аналізу структурних груп, які використовуються у названих вище процедурах, відомі з літератури [3, 4]. Процедура-функція Lde призначена для обчислення значення довжини ланки DE при заданих значеннях кутів повороту кривошипу і кутів повороту ланки 2 (див. рис. 1). Розглянемо детально проведення кінематичного аналізу механізму, зображеного на рис. 1.

Крок 1. Розділимо механізм, зображений на рис. 1 на такі групи: ланка OA (1) – початкова; ланка AC (2) – початкова; ланки CB (3) і EFB (5) – група другого класу першого виду; ланки CB (3) і ADC (2) – група другого класу першого виду; ланка ED (4) – не входить в групи, після досліджень груп 3, 5 і 3, 2 порівнюємо знайдену довжину цієї ланки із заданою довжиною.

Крок 2. Задамо деякі лінійні і кутові розміри механізму: $l_{OA} = 0,279$; $l_{CB} = 0,3$; $l_{AC} = 0,985$; $l_{DE} = 0,554$; $l_{AD} = 0,251$; $\gamma = 37,3^\circ = 0,65 \text{ рад}$; $x_F = 0$; $y_F = -1,08$; $l_{EF} = 1,3$; $l_{BF} = 2,06$; $\angle EFB = 28,1^\circ = 0,49 \text{ рад}$.

Крок 3. Знаходимо кінематичні параметри точки A , задавши наступні вхідні дані (рис. 3): $x_0 = y_0 = 0$; $l = l_{OA}$; $\varphi = (-180^\circ * \pi) / 180^\circ$; $\omega = 1$; $\varepsilon = 0$ (ланка здійснює рівномірне обертання). Для цього використаємо процедуру $ASSUR11(0; 0; 0,279; 1; 0; A)$.

Крок 4. Знаходимо кінематичні параметри точки C , задавши наступні вхідні дані: $x_0 = x_A$; $y_0 = y_A$; $l = l_{AC}$; φ_1 ; $\omega_1 = 1$; $\varepsilon = 0$ (рис. 5). Для цього використаємо процедуру $ASSUR11(A[1]; A[2]; 0,985; \varphi_1; 1; 0; C)$. φ_1 знаходимо як: $d\varphi = 2\pi/n$; $n = 72$.

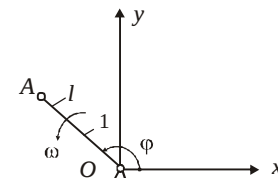


Рис.3. Схема початкової ланки, яка обертається

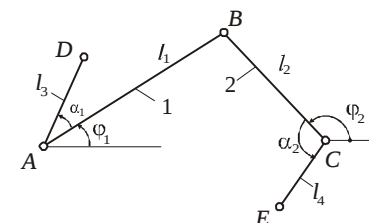


Рис.4. Схема структурної групи другого класу

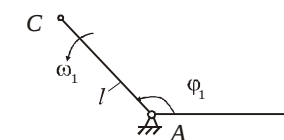


Рис.5. Схема ланки 2 як початкової ланки

Крок 5. Задамо наступні коефіцієнти складання: $K1=1$ (для групи 3, 5), $K2=1$ (для групи 3, 2). Коефіцієнт складання дорівнює „1”, якщо обхід точок групи проходить за стрілкою годинника, і „-1” – якщо проти стрілки (див. рис. 1).

Крок 6. Задамо наступні значення масивів $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$ для групи 3, 5 (рис. 6): $PAR1[1] = l_{CB}$; $PAR1[2] = l_{BF}$; $PAR1[3] = 0$; $PAR1[4] = l_{EF}$; $PAR1[5] = 0$; $PAR1[6] = \angle EFB = 0,49 \text{ рад}$. Використаємо процедуру $PAR1 = \{0,3;2,06;0,1;3;0,49\}$.

Крок 7. Задамо наступні значення масивів $PAR = \{l_1, l_2, l_3, l_4, \alpha_1, \alpha_2\}$ для групи 2, 3 (рис. 7): $PAR2[1] = l_{AC}$; $PAR2[2] = l_{CB}$; $PAR2[3] = l_{AD}$; $PAR2[4] = 0$; $PAR2[5] = \angle CAD = 37,3^\circ = 0,65 \text{ рад}$; $PAR2[6] = 0$. Використаємо процедуру $PAR2 = \{0,985;0,3;0,251;0,65;0\}$.

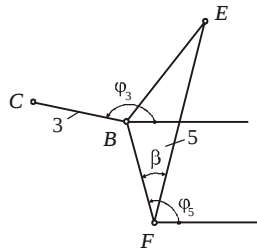


Рис.6. Схема групи 3-5

Крок 8. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів B та E і масиву $UGOL1 = \{\phi_3, \phi_3, \phi_3, \phi_5, \phi_5, \phi_5\}$ для групи 3, 5 (див. рис. 6), використавши процедуру: $ASSUR21(C, F, PAR1, K1, B, PUS, E, UGOL1, G)$, де PUS – пустий масив.

Крок 9. Знайдемо значення кінематичних параметрів шарнірів C та D і масиву $UGOL2 = \{\phi_2, \phi_2, \phi_2, \phi_3, \phi_3, \phi_3\}$ для групи 2, 3 (див. рис. 7), використавши процедуру:

$ASSUR21(A, B, PAR2, K2, C, D, PUS, UGOL2, G)$.

Крок 10. Обчислюємо значення довжини ланки DE, використовуючи процедуру-функцію Lde методом ітерацій і порівнюємо її із заданою довжиною $l_{DE} = 0,554$.

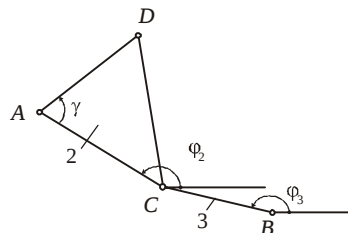


Рис.7. Схема групи 3-2

Висновки. Запропонована стратегія розрахунку кінематики складного механізму з групою четвертого класу, яка базується на можливості розбиття такого механізму на прості групи, для яких відомі алгоритми аналізу.

Список літератури: 1. Артоблевский И.И. Теория механизмов. – М.: Наука. – 1965. – 776 с. 2. Новгородцев В.А., Зеленский В.Б., Даниленко Л.С. Методические указания по применению ЭВМ при выполнении курсовой работы по теории механизмов и машин. – Харьков: ХПИ. – 1993. – 46 с. 3. Заблонский К.И., Белоконов И.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. – К.: Выща шк. – 1989. – 375 с. 4. Грунауэр А.А., Долгих И.Д. Теория механизмов и машин. – Киев.: УМК ВО. – 1992. – 384 с.

Поступила в редакцію 03.04.09

УДК 621.833.6

С.Н. КАВЕЦКИЙ, асп. каф. „ТММиСАПР” НТУ „ХПИ”,
Т.В. ГЕРЕШ, асс. каф. „Теоретической механики и машиноведения”, Харьковский аэрокосмический университет им. Жуковского „ХАИ”

СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА 2А–АА С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНОГО ДАЛЬНЕГО РАСПОЛОЖЕНИЯ САТЕЛЛИТОВ

У статті показана можливість синтезу планетарних механізмів з двозв'язаними колесами на прикладі планетарного механізму 2А–АА. Одержані генеральні рівняння для визначення чисел зубців зубчастих коліс планетарного механізму 2А–АА. Визначені умови для вибору параметрів синтезу та нерівності, які визначають границі допустимих передаточних відношень.

In the paper the possibility of synthesis of planetary mechanisms with doubly connected wheels is shown on the example of 2A–AA planetary mechanism. General equations are got for determination of numbers of teeth of gear-wheels of planetary mechanism. The conditions for the choice of parameters of synthesis and inequality, which determine scopes of possible reduction ratios, are determined.

Введение. Рассмотрение вопроса синтеза планетарных механизмов с разными углами зацепления пар зубчатых колес, входящих в его состав, достаточно интересен, так как такие механизмы могут реализовать большие передаточные отношения при прочих равных условиях. Также следует заметить, что при их изготовлении возникают вопросы с выбором коэффициентов смещения режущего инструмента для обеспечения приемлемых параметров с точки зрения геометрии зацепления пар колес, входящих в их состав.

Основная часть. Как известно, для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Так, для схемы 2А–АА (рис. 1), условия передаточного отношения и сборки имеют вид [1]:

$$\begin{cases} \frac{Z_1 + Z_4}{k} = N, & \text{условие сборки;} \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_4}{Z_1}, & \text{условие передаточного отношения.} \end{cases} \quad (1)$$

Определим условие соосности в общем виде с учетом углов зацепления в первой и второй ступенях для дальнего ради-

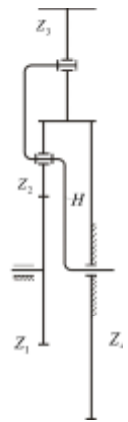


Рис. 1

ального расположения сателлитов: $a_{12} + a_{23} = a_{43}$. Используя формулу для определения межосевого расстояния, получим:

$$m \frac{Z_1 + Z_2}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{12}}} + m \frac{Z_2 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{23}}} = m \frac{Z_4 + Z_3}{2} \cdot \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_{w_{34}}}$$
 Следовательно, условие соосности можно представить в виде:

$$Z_1 + Z_2 + (Z_2 + Z_3)t_1 = (Z_4 + Z_3)t_2, \quad (2)$$

где $t_1 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{23}}}$ и $t_2 = \frac{\cos \alpha_{w_{12}}}{\cos \alpha_{w_{34}}}$.

Используя выражения (1), получают уравнения для определения чисел зубьев колес Z_1 и Z_4 :

$$Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^4}, \quad Z_4 = Z_1(i_{1H}^4 - 1). \quad (3)$$

Числа зубьев зубчатых колес Z_2 и Z_3 связаны между собой параметром y [1]:

$$Z_3 = yZ_2. \quad (4)$$

Получим уравнение для определения чисел зубьев зубчатого колеса Z_2 . Используя условие соосности (2), подставив ранее определенные Z_3 и Z_4 , получим $Z_1 + Z_2(1+t_1) + yt_1Z_2 = Z_1t_2(i_{1H}^4 - 1) + yt_2Z_2$. Выражая Z_2 , получим:

$$Z_2 = \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1. \quad (5)$$

Параметры t_1 и t_2 можно принимать в пределах $[0,8...1,2]$, в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах $[20^\circ...44^\circ]$ и для второй ступени в пределах $[40^\circ...20^\circ]$ [2].

Получим неравенства, определяющие область существования планетарного механизма $2A - \overline{AA}$. Из уравнений (5) и (3) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\left\{ i_{1H}^4 - 1 > 0; \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} > 0, \right. \quad (6)$$

откуда получим

$$i_{1H}^4 > (1+t_2)/t_2. \quad (7)$$

Определим верхний предел по передаточному отношению. Рассмотрим условие соседства для механизма $2A - \overline{AA}$:

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_2)\sin(\pi/k) \geq Z_2 + 2; \\ (Z_4 + Z_3)\sin(\pi/k) \geq Z_3 + 2. \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим первое уравнение системы (8). Подставляя генеральные уравнения для числа зубьев Z_2 , получим:

$$\left(Z_1 + \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} Z_1 \right) \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1(1+y) - yt_2} \cdot Z_1 + 2.$$

Разделив обе части на Z_1 , получим:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin(\pi/k) \geq \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} + \frac{2}{Z_1}.$$

При синтезе планетарного механизма $2A - \overline{AA}$ рекомендуется выбирать число зубьев $Z_1 \geq 18$, следовательно, соблюдается отношение $\frac{2}{Z_1} \leq \frac{1}{9}$. При этом максимальное значение достигается для $Z_1 = 18$, а в случае других значений — значительно меньше. На практике при синтезе планетарных механизмов выбор передаточного отношения на границе пределов его изменения нежелателен, поэтому для оценки пределов передаточного отношения слагаемым $\frac{2}{Z_1}$ можно пренебречь. Следовательно, неравенство примет вид:

$$\frac{t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)} \cdot \sin \frac{\pi}{k} > \frac{t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1}{1 + t_1 + y(t_1 - t_2)}.$$

Учитывая, что $1 + t_1 + y(t_1 - t_2) > 0$, получим:

$$(t_1(1+y) - yt_2 + t_2(i_{1H}^4 - 1)) \cdot \sin(\pi/4) > t_2(i_{1H}^4 - 1) - 1.$$

Передаточное отношение i_{1H}^4 определяем из неравенства:

$$i_{1H}^4 < \frac{t_2 + 1 + (t_1 - t_2)(1+y)\sin(\pi/4)}{1 - t_2 \sin(\pi/4)}. \quad (9)$$

Передаточное отношение i_{1H}^4 должно быть больше нуля, следовательно, $1 - t_2 \sin(\pi/4) > 0$. Таким образом, для параметра t_2 получим условие:

$$t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}.$$

Используя полученное неравенство, запишем условие выбора параметра t_2 для синтеза. С учетом пределов возможного изменения t_2 при синтезе планетарных механизмов со связанными колесами следует [2]:

$$\begin{cases} 0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/4)}; \\ 0,8 < t_2 < 1,2. \end{cases} \quad (10)$$

Например, для трех сателлитов условие (10) примет вид:

$$0,8 < t_2 < \frac{1}{\sin(\pi/3)} \approx 1,15.$$

Для числа сателлитов больше трех параметр t_2 может изменяться в пределах $0,8 < t_2 < 1,2$, так как $\frac{1}{\sin(\pi/4)} > 1,2$. Рассмотрим второе уравнение системы (8): $(Z_4 + Z_3)\sin(\pi/4) \geq Z_3 + 2$. Подставляя выражения для чисел зубьев Z_4 и Z_3 (3)-(5), получим:

$$\left(Z_1(i_{1H}^4 - 1) + \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 \right) \sin \frac{\pi}{k} \geq \frac{yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y}{1 + t_1(1 + y) - yt_2} Z_1 + 2.$$

Используя аналогичные предположения, что и для первого уравнения, получим: $((i_{1H}^4 - 1)(1 + t_1(1 + y) - yt_2) + yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y) \sin \frac{\pi}{k} > yt_2(i_{1H}^4 - 1) - y$ или $(i_{1H}^4(1 + t_1 + y) - y) \sin(\pi/4) > yt_2 i_{1H}^4 - yt_2 - y$.

Выражая передаточное отношение i_{1H}^4 , получим:

$$i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}. \quad (11)$$

Рассматривая полученное выражение (11) совместно с условием (7), получим:

$$\begin{cases} i_{1H}^4 > \frac{y \sin(\pi/4) - y(t_2 + 1)}{(1 + t_1 + y) \sin(\pi/4) - yt_2}; \\ i_{1H}^4 > \frac{1 + t_2}{t_2}. \end{cases} \quad (12)$$

Общие выводы

1. Показана возможность синтеза планетарных механизмов с учетом корректировки углов зацепления не только с односвязными колесами [3], но и для механизмов с двусвязными колесами на примере механизма $2A - \overline{AA}$.

2. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарного механизма $2A - \overline{AA}$ с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес на этапе синтеза механизма.

3. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма для каждого сочетания параметров t_1 и t_2 .

4. Синтез планетарного механизма $2A - \overline{AA}$, проведенный с использованием генеральных уравнений (3), (4) и (5), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

Список литературы: 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ“. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115-120. 3. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Синтез планетарных механизмов AA и II со связанными и не свя-

занными колесами с учетом углов зацепления. // Вестник НТУ „ХПИ“. Тем. вып.: Машиностроение и САПР. – № 9. – 2008. – С.98-103.

Поступила в редколлегию 19.03.2009

УДК 519.8

Висс. Гр. КЛИМЕНКО, канд. фіз.-мат. наук, НТУ “ХПІ”

2.

3. **БУЛЬОВІ АЛГЕБРИ НА БАЗІ НЕПЕРЕРВНИХ І**

4. **НЕПЕРЕРВНО-ДИФЕРЕНЦІЙОВНИХ ФУНКЦІЙ**

В даній роботі на множинах неперервних і неперервно-диференційовних функцій встановлюється відношення еквівалентності, яке розбиває ці множини на класи еквівалентності H_0, H_m . В доповнення до алгебро-логічних побудов, започаткованих раніше, показано, як на множинах класів еквівалентності H_0, H_m можна побудувати бульові алгебри, ізоморфні бульовій алгебрі множин простору R^n .

In this work the relation of equivalence is determined on sets of continuous and continuously differentiable functions, which breaks up these sets on the classes of equivalence H_0, H_m . In addition to algebro-logical constructions, founded before, it is shown, how on the sets of classes of equivalence of H_0, H_m can be built Boolean algebra isomorphic Boolean algebra of sets of R^n space.

Нехай $f(M) \in C(R^n)$, де $C(R^n)$ – множина всіх неперервних на R^n функцій. Означимо для неї супровідну їй характеристику – характеристичну функцію таким чином:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}(1 + \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 1, & f(M) \geq 0, \\ 0, & f(M) < 0 \end{cases} : R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

або ж і так:

$$X(f(M)) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1, & M \in L(f(M), 0) \\ 0, & M \in \overline{L(f(M), 0)} \end{cases} : R^n \rightarrow \{0, 1\},$$

де $L(f(M), 0) = \{M \in R^n \mid f(M) \geq 0\}$.

Неважко збагнути, що $X(f(M))$ є двійкова змінна величина, яка є суперпозицією функції Хевісайда і функції $f(M)$. Заради простоти цю функцію будемо також позначати і таким символом – $X_f(M)$.

Очевидно, що $X_f(M)$ є характеристична функція лебегової множини $L(f(M), 0)$. Визначимось також із характеристикою для протилежної функції до $f(M)$:

$$X(-f(M)) = \frac{1}{2}(1 - \text{Signum}(f(M))) = \begin{cases} 0, & f(M) \geq 0, \\ 1, & f(M) < 0 \end{cases} \Rightarrow X(-f(M)) = \overline{X_f(M)}.$$

Зрозуміло також, що в разі $f(M) \geq 0$ для $\forall M \in R^n$, то $X_f(M) \equiv 1$; в разі ж $f(M) < 0$ для $\forall M \in R^n$, то $X_f(M) \equiv 0$.

Отже «1» – характеристика додатно визначених функцій на R^n , а «0» характеризує від'ємні функції. Спираючись на означену характеристику функцій множини $C(R^n)$, введемо на ній відношення еквівалентності і класи еквівалентності. Нехай $f(M)$ і $g(M)$ – довільні функції множини $C(R^n)$.

Означення 1. Функції $f(M)$ і $g(M)$ назвемо еквівалентними, позначимо $f(M) \sim g(M)$, якщо $X_f(M) = X_g(M)$.

Означення 2. Підмножину функцій із $C(R^n)$, елементи якої є еквівалентними заданій функції $f(M)$, назвемо класом еквівалентності функції $f(M) \in C(R^n)$. Позначаємо цю підмножину символом $[f(M)]$; функцію $f(M)$ будемо називати її представником.

Отже, $g(M) \in [f(M)] \Leftrightarrow X_g(M) = X_f(M)$, тобто кожний елемент множини $[f(M)]$ є її представником. Позначаємо також $X([f(M)]) \stackrel{\text{def}}{=} X_f(M)$.

Зважаючи на те, що додатно визначені функції належать одному класу еквівалентності і R_+ міститься в цьому класі, то будемо цей клас позначати символом $[1]$; $X([1]) \equiv 1$. Клас еквівалентності, який містить від'ємні функції, позначаємо через $[-1]$; $X([-1]) \equiv 0$. Введемо позначення для доповнення класу $[f(M)]$: $[f(M)]^{\text{def}} = [-f(M)]$, $\overline{X([f(M)])} \stackrel{\text{def}}{=} X([f(M)])$.

Маємо наступне очевидне твердження.

Теорема 1. Якщо $X([f(M)]) \neq X([g(M)])$, то $[f(M)] \cap [g(M)] = \emptyset$;
 $[f(M)] = [g(M)] \Leftrightarrow X([f(M)]) = X([g(M)])$.

Із попереднього випливає наявність наступних однозначних відповідностей:

$$\begin{aligned} [f(M)] &\rightarrow X([f(M)]) \rightarrow L(f(M), 0), \\ [f(M)] &\rightarrow \overline{X([f(M)])} \rightarrow \overline{L(f(M), 0)}, \\ [1] &\rightarrow 1 \rightarrow R^n, \\ [-1] &\rightarrow 0 \rightarrow \emptyset. \end{aligned} \quad (1)$$

Знайдемо характеристики для функцій:

$$\max(M) = f(M) + g(M) + |f(M) - g(M)|,$$

$$\min(M) = f(M) + g(M) - |f(M) - g(M)|.$$

Зрозуміло, що функція $\max(M) < 0$ лише в разі, коли $f(M) < 0$ і $g(M) < 0$; а функція $\min(M) > 0$ лише в разі, коли $f(M) > 0$ і $g(M) > 0$. Отже, значення двійкових змінних $X_{\max}(M)$ і $X_{\min}(M)$ легко визначаємо через

Таблиця 1

$X_f(M)$	$X_g(M)$	$X_{\max}(M)$	$X_{\min}(M)$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

значення характеристик $X_f(M)$ і $X_g(M)$ із наведеної нижче табл. 1.

Таким чином,

$$X_{\max}(M) = X_f(M) \vee X_g(M) \text{ є диз'юнкція,}$$

а
$$X_{\min}(M) = X_f(M) \wedge X_g(M) \text{ є кон'юнкція}$$

двійкових змінних $X_f(M)$ і $X_g(M)$. Позначаємо через H_0 множину всіх класів еквівалентності функцій із $C(R^n)$. Введемо операції над елементами цієї множини, які узгоджуються з логічними операціями над характеристиками представників цих елементів. Нехай $[f(M)], [g(M)], [h(M)] \in H_0$.

Означення 3. Диз'юнкцією елементів $[f(M)]$ і $[g(M)]$, позначаємо $[f(M)] \vee [g(M)]$, будемо називати клас еквівалентності $[\max(M)]$. Отже,

$$h(M) \in [f(M)] \vee [g(M)] \Leftrightarrow X([h(M)]) = X([f(M)]) \vee X([g(M)]) = X_{\max}(M).$$

Означення 4. Кон'юнкцією елементів $[f(M)]$ і $[g(M)]$, позначаємо $[f(M)] \wedge [g(M)]$, будемо називати клас еквівалентності $[\min(M)]$;

$$[f(M)] \wedge [g(M)] \stackrel{\text{def}}{=} [f(M) + g(M) - |f(M) - g(M)|].$$

Неважко переконатися, що так введені операції « $\vee$ », « $\wedge$ » над елементами множини H_0 мають властивості, наведені в табл. 2.

Доведемо, наприклад, властивість 3 (закон поглинання). Для цього необхідно переконатися, що $X([(f] \vee [g]) \wedge [g]) = (X_f \vee X_g) \wedge X_g \equiv X_g$. Скористаємося для цього табл. 3. Наведені в табл. 2 властивості означають, що множина H_0 з двома бінарними операціями « $\vee$ » і « $\wedge$ » та однією унарною операцією – «до-

повненням», є бульова алгебра. Позначимо її символом $(H_0, \vee, \wedge)$. Зрозуміло, що однозначні відповідності (1) здійснюють гомоморфізм бульової алгебри $(H_0, \vee, \wedge)$ в бульову алгебру всіх замкнених і відкритих підмножин простору R^n , позначаємо її – $(\Sigma^n, \cup, \cap)$.

Таблиця 2

1. $[f] \vee [g] = [g] \vee [f]$	1*. $[f] \wedge [g] = [g] \wedge [f]$
2. $[f] \vee ([g] \vee [h]) = ([f] \vee [g]) \vee [h]$	2*. $[f] \wedge ([g] \wedge [h]) = ([f] \wedge [g]) \wedge [h]$
3. $([f] \vee [g]) \wedge [g] = [g]$	3*. $([f] \wedge [g]) \vee [g] = [g]$
4. $[f] \vee ([g] \wedge [h]) = ([f] \vee [g]) \wedge ([f] \vee [h])$	4*. $[f] \wedge ([g] \vee [h]) = ([f] \wedge [g]) \vee ([f] \wedge [h])$
5. $([f] \vee [f]) \wedge [g] = [g]$	5*. $([f] \wedge [f]) \vee [g] = [g]$
6. $[f] \wedge [g] = [f] \Leftrightarrow [f] \vee [g] = [g]$	
7. $[f] \wedge [1] = [f]$	7*. $[f] \vee [-1] = [f]$
8. $[f] \vee [g] = [f] \wedge [g]$	8*. $[f] \wedge [g] = [f] \vee [g]$

Згідно теореми Уїтні (див. [5]), яка говорить, що «для будь-якої замкненої підмножини $L \subset R^n$ існує така неперервно-диференційована, будь-якого порядку, функція $f(M)$ на R^n , що $f(M)=0$ при $M \in L$ і $f(M)<0$ при $M \notin L$ », маємо і зворотну до (1) однозначну відповідність. Із взаємно однозначного гомоморфізму бульових алгебр $(H_0, \vee, \wedge)$ і $(\Sigma^n, \cup, \cap)$, і випливає

X_f	X_g	$X_f \vee X_g$	$(X_f \vee X_g) \wedge X_g$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

правильність наступного твердження.

Теорема 2. Бульова алгебра $(H_0, \vee, \wedge)$ ізоморфна бульовій алгебрі $(\Sigma^n, \cup, \cap)$.

Зауваження. Нехай $f(M)$ і $g(M)$ є довільні

функції множини $C^m(R^n)$ – множини m раз неперервно-диференційованих функцій. Зважаючи на те, що функції

$$\delta(M) = \left(f(M) + g(M) + \sqrt{f(M)^2 + g(M)^2} \right) \left(f(M)^2 + g(M)^2 \right)^{m/2},$$

$$\kappa(M) = \left(f(M) + g(M) - \sqrt{f(M)^2 + g(M)^2} \right) \left(f(M)^2 + g(M)^2 \right)^{m/2}$$

належать $C^m(R^n)$ і є представниками, відповідно, класів $[\max(M)]$ і $[\min(M)]$, то, очевидно, що на базі множин $C^m(R^n)$ можна будувати підалгебри бульової алгебри $(H_0, \vee, \wedge)$, які будуть ізоморфні бульовій алгебрі $(\Sigma^n, \cup, \cap)$. Позначаємо їх, відповідно, через $(H_m, \vee, \wedge)$. Зрозуміло, що $(H_0, \vee, \wedge) \supset (H_1, \vee, \wedge) \supset K \supset (H_m, \vee, \wedge) \supset K$. Зазначимо також, що функції, побудовані за допомогою бінарних операцій « $\vee$ » і « $\wedge$ », відомі під назвою R-функції [2, 4], знайшли широке застосування в різних напрямках прикладної математики [1-4].

Висновок. Встановлений ізоморфізм бульових алгебр дає теоретичне підґрунтя для застосування методів дискретної математики для аналізу і побудови R-функцій, широке використання яких в інженерних розрахунках і проектуванні є доконаним фактом.

Список літератури: 1. Клименко Вісс.Гр. Багатокритеріальні формалізації. – Харків: СПДФО Яковлева Г.Г., 2004. – 308 с. 2. Клименко В.Г., Рвачев В.Л. Об одном методе решения второй основной задачи для областей сложной формы // Прикладная механика. – Т. IV. – Вып. 1. – 1968. – С. 25-32. 3. Рвачев В.Л. Про алгоритмічну повноту засобів аналітичної геометрії. // Доповіді АН УРСР. – №1. – 1966. 4. Рвачев В.Л. Геометрические приложения алгебры логики. – К.: Техніка, 1967. – 212 с. 5. Постников М. М. Гладкие многообразия. – М.: Наука, 1987. – 480 с.

Поступила в редколлегию 27.04.09

УДК 519.8

Вісс. Гр. КЛИМЕНКО, канд. фіз.-мат. наук, НТУ “ХПІ”

5.

6. ЗМІШАНА БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ЗАДАЧА

7. МІНІМІЗАЦІЯ ПО МАКСИМУМУ

В даній роботі представлена формалізована багатокритеріальна модель оптимізаційних задач, які виникають, коли не всі учасники інженерного проекту, пов'язаного із розміщенням споріднених виробничих об'єктів (вузлів), одночасно готові визначитись із своїми намірами. Ця модель поповнює ряд багатокритеріальних моделей, розроблених і досліджених автором в роботах. В статті наведені встановлені автором умови існування і єдиності розв'язку описаної багатокритеріальної оптимізаційної задачі. Досліджений зв'язок між цією оптимізаційною задачею та спорідненою з нею стратегічною грою. Також запропонований і метод відідукування розв'язку поставленої багатокритеріальної оптимізаційної задачі, який ілюструється конкретним прикладом.

In this work the formalized multicriterion model of optimization tasks is presented, which arise up when not all of participants of engineering project, related with placing of cognate production objects (knots), are simultaneously ready to determine with their intentions. This model fills up the row of multicriterion models, developed and probed by the author. In the paper the author's offered conditions of existence and uniqueness of solution of the described multicriterion optimization task is resulted. The connection

between this optimization task and cognate with it strategic game is probed. Also method of solution's searching of the multicriterion optimization task is offered, which is illustrated by concrete example.

1. Постановка задачі. Існування та єдиність розв'язку. Нехай $H = \{H_1, \mathbf{K}, H_m\}$ є система строго опуклих попарно неперетинних компактів в просторі R^n . І нехай H_0 є опуклий багатогранник – $\text{Conv}\{U_1, \mathbf{K}, U_k\}$, для якого $H_0 \cap H_i = \emptyset$ при $\forall i = \overline{1, m}$. Розглядаємо змінний граф $G(X_1, \mathbf{K}, X_m)$, де вершини графа є плинні точки $X_i \in H_i$. Ребрам (X_i, X_j) цього графа зіставляємо функції

$$h_{ij}(X_i, X_j) := \max_{Y \in H_0} (\alpha_i f_i(d(X_i, Y)) + \beta_j g_j(d(Y, X_j))), \quad \alpha_i, \beta_j \in R_+.$$

Тут $f_i(d), g_j(d)$ є неперервні, опуклі, додатні і не спадні на R_+ функції. Відносно функції $h_{ij}(X_i, X_j)$ зауважимо, що

$$h_{ij}(X_i, X_j) = \bigvee_{v=1}^{v=k} (\alpha_i f_i(d(X_i, U_v)) + \beta_j g_j(d(U_v, X_j))). \quad (1)$$

Дійсно, припустимо, що $h_{ij}(X_i, X_j) = \alpha_i f_i(d(X_i, Y_0)) + \beta_j g_j(d(Y_0, X_j))$, де

$Y_0 \in H_0$ і $Y_0 \notin \{U_1, \mathbf{K}, U_k\}$. Тоді $Y_0 = \sum_{v=1}^{v=k} \mu_v U_v$ ($\mu_v \geq 0$ і $\sum_{v=1}^{v=k} \mu_v = 1$), а отже,

$$\begin{aligned} h_{ij}(X_i, X_j) &= \alpha_i f_i \left(d \left(X_i, \sum_{v=1}^{v=k} \mu_v U_v \right) \right) + \beta_j g_j \left(d \left(\sum_{v=1}^{v=k} \mu_v U_v, X_j \right) \right) \leq \\ &\leq \alpha_i \sum_{v=1}^{v=k} \mu_v f_i(d(X_i, U_v)) + \beta_j \sum_{v=1}^{v=k} \mu_v g_j(d(U_v, X_j)) = \\ &= \sum_{v=1}^{v=k} \mu_v (\alpha_i f_i(d(X_i, U_v)) + \beta_j g_j(d(U_v, X_j))). \end{aligned}$$

Тут рівність можлива лише при $Y_0 \in \{U_1, \mathbf{K}, U_k\}$. Далі: кожній вершині $X_i \in H_i$ графа $G(X_1, \mathbf{K}, X_m)$ ставимо у відповідність функцію

$$P_i(X) \equiv P_i(X_1, \mathbf{K}, X_m) := \bigvee_{j=1}^{j=m} h_{ij}(X_i, X_j) \equiv \max \{h_{ij}(X_i, X_j) \mid j = \overline{1, m}\};$$

$$X \in B_0 = H_1 \times \mathbf{K} \times H_m \subset R^{nm}.$$

Графу $G(X_1, \mathbf{K}, X_m)$ зіставляємо вектор-функцію

$$\overline{q(X)} = (P_1(X), \mathbf{K}, P_m(X)): B_0 \rightarrow R^m. \quad (2)$$

Задачу мінімізації по максимуму

$$\overline{q(X)} \xrightarrow[\max]{X \in B_0} \min \quad (3)$$

будемо називати змішаною.

Теорема 1. Змішана задача мінімізації по максимуму (3) має єдиний розв'язок.

Доведення. Існування розв'язку гарантує теорема 6.1 із [1, 2]. Припустимо, що $X, Y \in B_0$ два різних розв'язки задачі (3). В силу умови $H_1 \cap H_0 = \emptyset$, всі компоненти X_i розв'язку задачі (3) належать $\text{Fr } H_1$. А отже, згідно із строгою опуклістю компактів H_i і теоремою 6.2 із [1, 2], точка $Z = \lambda X + (1 - \lambda)Y$, $\lambda \in [0, 1]$, також буде розв'язком задачі (3), а всі компоненти її — $Z_i = \lambda X_i + (1 - \lambda)Y_i \in \text{Int } H_1$, що суперечливо.

Для задачі (3) означимо споріднену з нею стратегічну гру гравців із множини $I = \{1, \mathbf{K}, m\}$, канонічні правила вибору стратегій в якій визначаємо так, як і в §11 із [1, 2]:

$$X_i = C_i(X_i) := \text{argmin} \{P_i(W_i, X_i) \mid W_i \in H_i; X_i \in H_i\} : H_i \rightarrow H_i,$$

де $H_i = \bigvee_{j=1, j \neq i}^{j=m} H_j$. Однозначність відображення $C_i(X_i)$ впливає із опуклості компакта H_i та строго явної квазіопуклості опуклої функції $P_i(W_i, X_i) : H_i \rightarrow R_+$. Відображення

$$\overline{C(X)} = (C_1(X_1), \mathbf{K}, C_m(X_m)) : B_0 \rightarrow B_0$$

за теоремою Брауера, має нерухому точку – узгоджену мультистратегію $X^0 = (X_1^0, \mathbf{K}, X_m^0) \equiv \overline{C(X^0)}$. Позначаємо означену гру, так як і в §11 із [1, 2], символом $\Gamma(I, B_0)$. Множину узгоджених мультистратегій цієї гри позначаємо через A . Неважко, аналогічно доведенню теореми 11.1 із [1, 2], переконатися в правильності наступного твердження.

Теорема 2. Розв'язок задачі (3) – $B_{\min}^0$ є узгодженою мультистратегією для гравців гри $\Gamma(I, B_0)$; $B_{\min}^0 \in A$.

2. Метод розв'язування змішаної задачі мінімізації по максимуму. Формуємо оціночну функцію

$$\varphi(X) = \bigvee_{i=1}^{i=m} P_i(X) : R^{nm} \rightarrow R_+. \quad (4)$$

Функція (4) опукла вниз в просторі R^{nm} , а отже, на опуклому компактi $B_0 = \bigvee_{i=1}^{i=m} H_i$ досягає свого мінімального значення. Нехай $\Phi_{\min} = \text{Arg min}\{\varphi(X) | X \in B_0\}$. Зрозуміло, що $B_{\min}^0 \in \Phi_{\min}$. Нехай $B_{\min}^0 = (X_1, K, X_i, K X_m)$, а $\overline{q(B_{\min}^0)} = (b_1^1, K b_{\mu(1)}^1; K; b_1^k, K b_{\mu(k)}^k)$ є мінімальний по максимуму вектор на B_0 ; тут $\sum_{i=1}^{i=k} \mu(i) = m$, $b_\delta^i > b_\pi^j$ при

$i < j$, $b_\delta^i = b_\pi^i$. Припустимо, не обмежуючи загальності наших міркувань, що $\text{mes } X_1 = K = \text{mes } X_{\mu(1)} = b_1^1 \left(\text{mes } X_i := P_i(X) = \bigvee_{j=1}^{j=m} h_{ij}(X_i, X_j) \right)$.

Позначаємо підмножину $\{X_1, K, X_{\mu(1)}\}$ через B^* і назвемо її **базою** розв'язка X задачі (3).

Теорема 3. Множина $\Phi_{\min} = \text{Arg min}\{\varphi(X); X \in B_0\}$ є множиною ізоморфних матриць [3] із спільною базою $B^* = \{X_1, K, X_{\mu(1)}\}$, міра компонент якої дорівнює $b_1^1 = \min_{X \in B_0} \varphi(X)$. Компоненти бази B^* є узгоджені стратегії гравців $I_{\mu(1)} = \{1, K, \mu(1)\}$ гри $\Gamma(I, B_0)$.

Доведення. Правильність твердження випливає із теорем 1 і 2.

Таким чином, першим кроком у відшукуванні розв'язку задачі (3) є знаходження будь-якого розв'язку $U = (U_1, K, U_m)$ задачі

$$\varphi(X) \xrightarrow{X \in B_0} \min. \text{ Нехай } \overline{q(U)} = (\beta_1^1, K \beta_{\eta(1)}^1; K; \beta_1^p, K \beta_{\eta(p)}^p), \text{ тут}$$

$$\sum_{i=1}^{i=p} \eta(i) = m, \beta_\delta^i > \beta_\pi^j \text{ при } i < j, \beta_\delta^i = \beta_\pi^i \text{ при } \forall \delta, \pi \in \{1, K, \eta(i)\}.$$

Позначаємо через E^* підмножину компонент розв'язку $U = (U_1, K, U_m)$,

міра яких дорівнює β_1^1 ; отже,

$$E^* = \{U_{i_1}, K, U_{i_{\eta(1)}}\}, \quad I_{\eta(1)} = \{i_1, K, i_{\eta(1)}\} \subset \{1, K, m\}.$$

Виділимо із E^* компоненти бази B^* . Для цього необхідно компоненти множини $E^* = \{U_{i_1}, K, U_{i_{\eta(1)}}\}$ перевірити на узгодженість, тобто необхідно розв'язати (при $\eta(1) > 1$) $\eta(1)$ задачі:

$$P_i(U_1, K, U_{i-1}, X_i, U_{i+1}, K, U_m) \xrightarrow{X_i \in H_i} \min, \\ i \in \{i_1, K, i_{\eta(1)}\}.$$

Зауважуємо, що ці задачі мають єдині розв'язки X_i^* , і тільки ті із них формують базу B^* , для яких

$$P_i(U_1, K, U_{i-1}, X_i^*, U_{i+1}, K, U_m) = \min_{X \in B_0} \varphi(X) = \beta_1^1.$$

Наступним кроком у пошуку решти компонент розв'язку X задачі (3) буде перехід до її еквівалентної редукції (див. теорема 7.2 із [1, 2])

$$\overline{q_1(X_1, K, X_{\mu(1)}, X_{\mu(1)+1}, K, X_m)} \xrightarrow[\max]{(X_{\mu(1)+1}, K, X_m) \in D_{\mu(1)+1} \times K \times D_m} \min, \text{ де} \\ \overline{q_1(Y)} = (P_{\mu(1)+1}(Y), K, P_m(Y)), \quad Y = (X_1, K, X_{\mu(1)}, X_{\mu(1)+1}, K, X_m).$$

Зрозуміло, що після скінченного числа цих редукцій ми і встановимо розв'язок задачі (3).

Зауваження. Зважаючи на те, що компоненти X_i при $\forall i = 1, m$ розв'язку X належать $\text{Fr } H_i$, то у випадку наявності параметричних зображень:

$$\text{Fr } H_i : \left\{ \begin{aligned} X_i &= (x_1^i(S_i), K, x_n^i(S_i)), \\ S_i &= (t_1^i, K, t_{n-1}^i) \end{aligned} \right\} : T_i \rightarrow \text{Fr } H_i, \text{ бажано при реалізації}$$

обчислювального процесу зробити заміну декартових координат

$$X_i = (x_1^i, K, x_n^i) \rightarrow S_i = (t_1^i, K, t_{n-1}^i).$$

На конкретному прикладі проілюструємо в системі комп'ютерної математики MathCAD 2001 Premium обчислювальний процес описаного методу пошуку розв'язка змішаної багатокритеріальної задачі мінімізації по максимуму.

3. Будівництво мосту. Мерія міста $\aleph$, уступаючи настійним вимогам населення, планує будівництво мосту B через річку, попередньо визначившись лише, що міст буде розташований на її прямолінійній ділянці [A1, A2] (рис. 1). З конкретним місцем розташування мосту на ділянці [A1, A2] мерія

вирішила визначитися після попередньої диверсифікації навколишнього району. З цією метою мерія виділяє безоплатно для спорудження торгово-виробничих і спортивно-розважальних комплексів зацікавленому синдикату із п'яти учасників п'ять земельних ділянок Н1, К, Н5, але синдикат зобов'язаний буде профінансувати (певна річ, після визначення конкретного місця розташування мосту) будівництво комунікаційної мережі між цими комплексами (рис. 1).

В своїй оферті до синдикату мерія обумовила можливі мінімальні фінансові витрати на умовну одиницю відстані комунікаційної мережі:

- 1) від ділянки Н1 до мосту В – 2 умовні одиниці,
- 2) від Н2 до мосту – 2.5 умовні одиниці,
- 3) від Н3 до мосту – 1.5 умовні одиниці,
- 4) від Н4 до мосту – 2 умовні одиниці,
- 5) від Н5 до мосту – 1.2 умовні одиниці.

Приставши на пропозицію мерії, синдикат вирішив, що кожний із учасників

проекту попередньо сплатить пайовий внесок за виділену йому земельну ділянку, який повинен дорівнювати максимальним віртуальним витратам на спорудження прилеглої до земельної ділянки частини комунікаційної мережі.

Маючи намір мінімізувати витрати на спорудження комунікаційної мережі, синдикат для отримання більш детальної інформації з цього питання звертається до спеціалізованої інжинірингової фірми. Уявімо себе виконавцями цього замовлення.

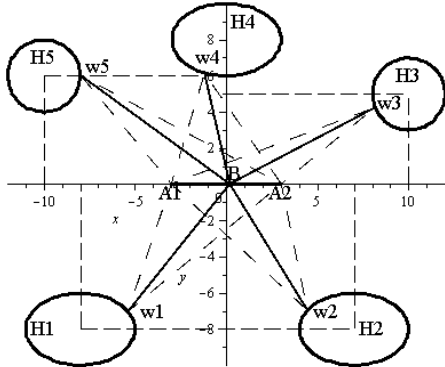


Рис. 1

Формалізуємо задачу, яка постає перед нами. В опорному просторі (ХОУ), в який занурені координатні простори $R^2(1), K, R^2(5)$ із відповідними плінними точками $w1(x1, y1), K, w5(x5, y5)$, визначаємо ділянки Н1, К, Н5:

$$H1: \frac{(x1+8)^2}{9} + \frac{(y1+8)^2}{4} \leq 1, \quad H2: \frac{(x2-7)^2}{9} + \frac{(y2+8)^2}{4} \leq 1,$$

$$H3: (x3-10)^2 + (y3-5)^2 \leq 4, \quad H4: \frac{x4^2}{9} + \frac{(y4-8)^2}{4} \leq 1,$$

$$H5: (x5+10)^2 + (y5-6)^2 \leq 4.$$

Траковим відрізкам віртуальної комунікаційної мережі зіставляємо, від-

повідно, функції:

$$d11(w1) = 2\sqrt{(x1+3)^2 + y1^2}, \quad d12(w1) = 2\sqrt{(x1-3)^2 + y1^2},$$

$$d21(w2) = 2.5\sqrt{(x2+3)^2 + y2^2}, \quad d22(w2) = 2.5\sqrt{(x2-3)^2 + y2^2},$$

$$d31(w3) = 1.5\sqrt{(x3+3)^2 + y3^2}, \quad d32(w3) = 1.5\sqrt{(x3-3)^2 + y3^2},$$

$$d41(w4) = 2\sqrt{(x4+3)^2 + y4^2}, \quad d42(w4) = 2\sqrt{(x4-3)^2 + y4^2},$$

$$d51(w5) = 1.2\sqrt{(x5+3)^2 + y5^2}, \quad d52(w5) = 1.2\sqrt{(x5-3)^2 + y5^2}.$$

Віртуальним ребрам графа $G(w1, w2, w3, w4, w5)$ (див. рис. 1) зіставляємо, відповідно, реберні функції:

$$h13(w1, w3) = \max(d11(w1) + d31(w3), d12(w1) + d32(w3)),$$

$$h23(w2, w3) = \max(d21(w2) + d31(w3), d22(w2) + d32(w3)),$$

$$h14(w1, w4) = \max(d11(w1) + d41(w4), d12(w1) + d42(w4)),$$

$$h24(w2, w3) = \max(d21(w2) + d41(w4), d22(w2) + d42(w4)),$$

$$h15(w1, w5) = \max(d11(w1) + d51(w5), d12(w1) + d52(w5)),$$

$$h23(w2, w3) = \max(d21(w2) + d51(w5), d22(w2) + d52(w5)).$$

Вершинам $w1, w2, w3, w4, w5$ графа $G(w1, K, w5)$ зіставляємо, відповідно, критеріальні функції:

$$P1(w1, w3, w4, w5) = \max(h13(w1, w3), h14(w1, w4), h15(w1, w5)),$$

$$P2(w2, w3, w4, w5) = \max(h23(w2, w3), h24(w2, w4), h25(w2, w5)),$$

$$P3(w1, w2, w3) = \max(h13(w1, w3), h23(w2, w3)),$$

$$P4(w1, w2, w4) = \max(h14(w1, w4), h24(w2, w4)),$$

$$P5(w1, w2, w5) = \max(h15(w1, w5), h25(w2, w5)).$$

Самому графу $G(w1, K, w5)$ ставимо у відповідність векторну критеріальну функцію

$$q(w1, K, w5) = (P1(w1, w3, w4, w5), K, P5(w1, w2, w5)).$$

Тепер зрозуміло, що наміри синдикату здійсненні, якщо місця забудов $w1, K, w5$ на ділянках Н1, К, Н5 складуть розв'язок змішаної багатокритеріальної задачі мінімізації по максимуму:

$$\overline{q(w1, \mathbf{K}, w5)} \xrightarrow[\max]{(w1, \mathbf{K}, w5) \in B_0 = H1 \times \mathbf{K} \times H5} \min. \quad (5)$$

Згідно теореми 1 задача (5) має єдиний розв'язок, причому компоненти цього розв'язка $w1, \mathbf{K}, w5$ належать, відповідно, межах ділянок $H1, \mathbf{K}, H5$. Зважаючи на те, що:

$$\text{FrH1:} \begin{cases} x1(t1) = -8 + 3 \cos(t1), \\ y1(t1) = -8 + 2 \sin(t1); \end{cases} \quad \text{FrH2:} \begin{cases} x2(t2) = 7 + 2 \cos(t2), \\ y2(t2) = -8 + 2 \sin(t2); \end{cases}$$

$$\text{FrH3:} \begin{cases} x3(t3) = 10 + 2 \cos(t3), \\ y3(t3) = 5 + 2 \sin(t3); \end{cases} \quad \text{FrH4:} \begin{cases} x4(t4) = 3 \cos(t4), \\ y4(t4) = 8 + 2 \sin(t4); \end{cases}$$

$$\text{FrH5:} \begin{cases} x5(t5) = -10 + 2 \cos(t5), \\ y5(t5) = 6 + 2 \sin(t5); \end{cases} \quad \dots t1, \mathbf{K}, t5 \in [0, 2\pi] = H0,$$

то доцільно буде зробити заміну $(w1, \mathbf{K}, w5) \rightarrow (t1, \mathbf{K}, t5)$. Отже,

$$d11(w1) \equiv d11(t1) = 2\sqrt{(x1(t1)+3)^2 + y1(t1)^2},$$

$$d12(w1) \equiv d12(t1) = 2\sqrt{(x1(t1)-3)^2 + y1(t1)^2},$$

$$d21(w2) \equiv d21(t2) = 2.5\sqrt{(x2(t2)+3)^2 + y2(t2)^2},$$

$$d22(w2) \equiv d22(t2) = 2.5\sqrt{(x2(t2)-3)^2 + y2(t2)^2},$$

$$d31(w3) \equiv d31(t3) = 1.5\sqrt{(x3(t3)+3)^2 + y3(t3)^2},$$

$$d32(w3) \equiv d32(t3) = 1.5\sqrt{(x3(t3)-3)^2 + y3(t3)^2},$$

$$d41(w4) \equiv d41(t4) = 2\sqrt{(x4(t4)+3)^2 + y4(t4)^2},$$

$$d42(w4) \equiv d42(t4) = 2\sqrt{(x4(t4)-3)^2 + y4(t4)^2},$$

$$d51(w5) \equiv d51(t5) = 1.2\sqrt{(x5(t5)+3)^2 + y5(t5)^2},$$

$$d52(w5) \equiv d52(t5) = 1.2\sqrt{(x5(t5)-3)^2 + y5(t5)^2},$$

$$X = (w1, \mathbf{K}, w5) \rightarrow X(t1, \mathbf{K}, t5) = \begin{pmatrix} x1(t1) \mathbf{K} & x5(t5) \\ y1(t1) \mathbf{K} & y5(t5) \end{pmatrix}.$$

Задача (5) після заміни символічно запишеться так:

$$\overline{q(t1, \mathbf{K}, t5)} \xrightarrow[\max]{(t1, \mathbf{K}, t5) \in B_0^* = H0 \times \mathbf{K} \times H0} \min, \quad (6)$$

$$\overline{q(t1, t2, t3, t4, t5)} := (P1(t1, t3, t4, t5) \quad P2(t2, t3, t4, t5) \quad P3(t1, t2, t3) \quad P4(t1, t2, t4) \quad P5(t1, t2, t5)).$$

Для характеристики віртуального графа $G(w1, \mathbf{K}, w5)$ введемо реберну матрицю суміжності його вершин:

$$M(t1, t2, t3, t4, t5) := \begin{pmatrix} 0 & 0 & h13(t1, t3) & h14(t1, t4) & h15(t1, t5) \\ 0 & 0 & h23(t2, t3) & h24(t2, t4) & h25(t2, t5) \\ h13(t1, t3) & h23(t2, t3) & 0 & 0 & 0 \\ h14(t1, t4) & h24(t2, t4) & 0 & 0 & 0 \\ h15(t1, t5) & h25(t2, t5) & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Формуємо і матрицю віртуальних внесків:

$$K(t1, t2, t3, t4, t5) := \begin{pmatrix} d11(t1) & d21(t2) & d31(t3) & d41(t4) & d51(t5) \\ d12(t1) & d22(t2) & d32(t3) & d42(t4) & d52(t5) \end{pmatrix}.$$

Формуємо функції і вектор пайового внеску:

$$b1(t1) := \max(d11(t1), d12(t1)) \quad b2(t2) := \max(d21(t2), d22(t2))$$

$$b3(t3) := \max(d31(t3), d32(t3)) \quad b4(t4) := \max(d41(t4), d42(t4))$$

$$b3(t3) := \max(d31(t3), d32(t3)) \quad b4(t4) := \max(d41(t4), d42(t4))$$

$$b5(t5) := \max(d51(t5), d52(t5))$$

Зрозуміло, формуємо також і оціночну функцію:

$$F(t1, t2, t3, t4, t5) = \max \begin{pmatrix} P1(t1, t3, t4, t5), P2(t2, t3, t4, t5), P3(t1, t2, t3), \\ P4(t1, t2, t4), P5(t1, t2, t5) \end{pmatrix}$$

Розв'язування. Вибираємо довільним чином початкове розміщення вершин графа $G(w1, \mathbf{K}, w5)$:

$$t1 := 0 \quad t2 := \frac{\pi}{2} \quad t3 := \pi \quad t4 := \frac{3\pi}{2} \quad t5 := 0 .$$

Знаходимо розв'язок задачі

$$F(t1, \mathbf{K}, t5) \xrightarrow{(t1, \mathbf{K}, t5) \in B_0^* = H0 \times \mathbf{K} \times H0} \min .$$

Given

$$0 \leq t1 \leq 2\pi \quad 0 \leq t2 \leq 2\pi \quad 0 \leq t3 \leq 2\pi$$

$$0 \leq t4 \leq 2\pi \quad 0 \leq t5 \leq 2\pi$$

$$Q := \text{Minimize}(F, t1, t2, t3, t4, t5)$$

$$Q^T = (0 \quad 2.586 \quad 3.509 \quad 4.712 \quad 0)$$

$$t1 := Q_{1,1} \quad t2 := Q_{2,1} \quad t3 := Q_{3,1} \quad t4 := Q_{4,1} \quad t5 := Q_{5,1}$$

$$t1 = 0 \quad t2 = 2.586 \quad t3 = 3.509 \quad t4 = 4.712 \quad t5 = 0$$

$$Q^T = (0 \quad 2.586 \quad 3.509 \quad 4.712 \quad 0)$$

$$M(t1, t2, t3, t4, t5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 34.385 & 36.044 & 37.663 \\ 0 & 0 & 43.358 & 38.882 & 34.837 \\ 34.385 & 43.358 & 0 & 0 & 0 \\ 36.044 & 38.882 & 0 & 0 & 0 \\ 37.663 & 34.837 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Як бачимо, визначилась база розв'язку задачі (6):

$$X(t1, t2, t3, t4, t5)^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 4.452 \\ -6.945 \end{pmatrix} \quad X(t1, t2, t3, t4, t5)^{\langle 3 \rangle} = \begin{pmatrix} 8.133 \\ 4.282 \end{pmatrix}$$

– це вершини $w2(x2(t2), y2(t2))$ і $w3(x3(t3), y3(t3))$.

Для пошуку решти компонент розв'язку задачі (6) переходимо до її еквівалентної редукції:

$$q(t1, 2.586, 3.509, t4, t5) \xrightarrow[(\max)]{(t1, t4, t5) \in H0 \times H0 \times H0} \min . \quad (7)$$

Формуємо для неї оціночну функцію –

$$F1(t1, t2, t3, t4, t5) := \max(P1(t1, t3, t4, t5), P4(t1, t2, t4), P5(t1, t2, t5))$$

і знаходимо розв'язок задачі:

$$F1(t1, \mathbf{K}, t5) \xrightarrow{(t1, t4, t5) \in H0 \times H0 \times H0} \min .$$

Given

$$0 \leq t1 \leq 2\pi \quad t2 = 2.586 \quad t3 = 3.509$$

$$0 \leq t4 \leq 2\pi \quad 0 \leq t5 \leq 2\pi$$

$$G := \text{Minimize}(F1, t1, t2, t3, t4, t5)$$

$$G^T = (0 \quad 2.586 \quad 3.509 \quad 4.3 \quad 0)$$

$$t1 := G_{1,1} \quad t2 := G_{2,1} \quad t3 := G_{3,1} \quad t4 := G_{4,1} \quad t5 := G_{5,1}$$

$$t1 = 0 \quad t2 = 2.586 \quad t3 = 3.509 \quad t4 = 4.3 \quad t5 = 0 .$$

$$\xrightarrow{\quad} q(t1, t2, t3, t4, t5) = (37.663 \quad 43.358 \quad 43.358 \quad 38.314 \quad 37.663)$$

$$M(t1, t2, t3, t4, t5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 34.385 & 37.553 & 37.663 \\ 0 & 0 & 43.358 & 38.314 & 34.837 \\ 34.385 & 43.358 & 0 & 0 & 0 \\ 37.553 & 38.314 & 0 & 0 & 0 \\ 37.663 & 34.837 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Як бачимо, місце розташування забудови

$$w4(x4(t4), y4(t4)) = X(t1, t2, t3, t4, t5)^{\langle 4 \rangle} = \begin{pmatrix} -1.202 \\ 6.168 \end{pmatrix}$$

також визначилось.

Переходимо тепер до знаходження розв'язка еквівалентної редукції задачі (7) (зрозуміло, що і задачі (6)):

$$\overrightarrow{q(t_1, 2.586, 3.509, 4.3, t_5)} \xrightarrow[(\max)]{(t_1, t_5) \in H_0 \times H_0} \min . \quad (8)$$

Формуємо для неї оціночну функцію

$$F_2(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) := \max(P_1(t_1, t_3, t_4, t_5), P_5(t_1, t_2, t_5)).$$

Знаходимо розв'язок задачі

$$F_2(t_1, \mathbf{K}, t_5) \xrightarrow[(t_1, t_5) \in H_0 \times H_0]{} \min :$$

Given

$$0 \leq t_1 \leq 2\pi \quad t_2 = 2.586 \quad t_3 = 3.509$$

$$t_4 = 4.3 \quad 0 \leq t_5 \leq 2\pi$$

$$D := \text{Minimize}(F_2, t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)$$

$$D^T = (0.51 \quad 2.586 \quad 3.509 \quad 4.3 \quad 0)$$

$$t_1 := D_{1,1} \quad t_2 := D_{2,1} \quad t_3 := D_{3,1} \quad t_4 := D_{4,1} \quad t_5 := D_{5,1} .$$

$$t_1 = 0.51 \quad t_2 = 2.586 \quad t_3 = 3.509 \quad t_4 = 4.3 \quad t_5 = 0$$

$$\overrightarrow{q(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)} = (36.907 \quad 43.358 \quad 43.358 \quad 38.314 \quad 36.907)$$

$$\overrightarrow{q(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)} = (36.907 \quad 43.358 \quad 43.358 \quad 38.314 \quad 36.907)$$

$$M(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 32.727 & 36.798 & 36.907 \\ 0 & 0 & 43.358 & 38.314 & 34.837 \\ 32.727 & 43.358 & 0 & 0 & 0 \\ 36.798 & 38.314 & 0 & 0 & 0 \\ 36.907 & 34.837 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$K(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) = \begin{pmatrix} 14.834 & 25.465 & 17.893 & 12.849 & 9.372 \\ 21.871 & 17.738 & 10.027 & 14.927 & 15.036 \end{pmatrix}$$

$$X(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5) = \begin{pmatrix} -5.381 & 4.451 & 8.133 & -1.202 & -8 \\ -7.024 & -6.945 & 4.282 & 6.168 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{T(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)} = (21.871 \quad 25.465 \quad 17.893 \quad 14.927 \quad 15.036) .$$

Отже, як бачимо, визначились і місця розташування забудов w_1, w_5 , і величини пайових внесків. Згідно теорем 1 і 2, єдиним розв'язком задачі (5) буде точка

$$B_{\min}^0 = \left(w_1(-5.381, -7.024), w_2(4.451, -6.945), w_3(8.133, 4.282), w_4(-1.202, 6.168), w_5(-8, 6) \right), \quad (9)$$

якій відповідає мінімальний по максимуму вектор

$$\overrightarrow{q(B_{\min}^0)} = (36.907, 43.358, 43.358, 38.314, 36.907) .$$

Таким чином, якщо учасники проекту зголошуються на розміщення своїх забудов на ділянках H_1, K, H_5 згідно розв'язка $B_{\min}^0$, то фірма може порадити синдикату створити фонд фінансування будівництва комунікаційної мережі в сумі

$$TS := \sum \overrightarrow{T(t_1, t_2, t_3, t_4, t_5)} \quad TS = 95.191 .$$

Таблиця 1

H1	21.871
H2	25.465
H3	17.893
H4	14.927
H5	15.036
TS	95.191

Пайові внески в цей фонд розподіляються згідно табл. 1.

Зрозуміло, що ці пайові внески є надлишковими. Надлишок може бути повернутим після того, як мерія визначиться із місцем розташування мосту **B**. Наприклад, нехай мерія, після диверсифікації навколишнього району, воліє розмістити міст **B** так, щоб була мінімізована загальна сума внеску синдикату на будівництво комунікаційної мережі

$G(w_1, \mathbf{K}, w_5)$ (такі собі альтруїстичні мотиви мерії по відношенню до синдикату). Формуємо функцію $S(x)$: $[-3, 3] \rightarrow R_+$ – величини внеску синдикату на будівництво комунікаційної мережі в залежності від місця розташування мосту **B**. Паї учасників проекту:

$$b1(x) := 2\sqrt{(x + 5.381)^2 + 7.024^2} \quad b2(x) := 2.5\sqrt{(x - 4.451)^2 + 6.945^2}$$

$$b3(x) := 1.5\sqrt{(x - 8.133)^2 + 4.282^2} \quad b4(x) := 2\sqrt{(x + 1.202)^2 + 6.168^2}$$

Функція і вектор функція пайових внесків:

$$S(x) := b1(x) + b2(x) + b3(x) + b4(x) + b5(x);$$

При довільному виборі початкового значення x , нехай $x = 0$, знаходимо розв'язок задачі $S(x) \xrightarrow{x \in [-3, 3]} \min$. Зауважимо, що, в силу опуклості функції $S(x)$, цей розв'язок єдиний.

$$\text{Given } -3 \leq x \leq 3$$

$$B := \text{Minimize}(S, x) \quad B = 0.158$$

$$x := B \quad x = 0.158 \quad S(x) = 76.665$$

$$\overrightarrow{SS(x)} = (17.891 \ 20.411 \ 13.577 \ 12.632 \ 12.153).$$

Отже, учасники проекту будуть мати в цьому випадку „економію” своїх фінансів:

$$\overrightarrow{T(t1, t2, t3, t4, t5)} - \overrightarrow{SS(x)} = (3.98 \ 5.054 \ 4.315 \ 2.294 \ 2.883),$$

$$TS - S(x) = 18.527.$$

Заключний висновок. Отримані вище результати по дослідженню багатокритеріальної оптимізаційної моделі разом із результатами, викладеними в розділі 5 із [1, 2], безумовно, знадобляться в конкретній практиці інженерного проектування і саме там, де присутність фактора невизначеності його учасників із прийняттям рішення є суттєвим.

Список літератури: 1. *Вісс.Гр.Клименко*. Багатокритеріальні формалізації. Харків, СПДФО Яковлева Г.Г., 2004. – 308 с. 2. *Вісс.Гр.Клименко*. Задачі багатокритеріальної оптимізації. Харків, Бізнес Ін форм, 2001. – 168 с. 3. *В. Липский*. Комбинаторика для программистов. – М.: Мир, 1988. – 216 с. 4. Whitney H. On the abstract properties of linear independence. // Amer. J. Math., 1935. – № 57. – PP. 509-533.

Поступила в редколегію 23.04.09

УДК 539.3:621.225

А.В. МАРТЫНЕНКО, преподаватель-стажер каф. „ТММиСАПР” НТУ „ХПИ”

К ВОПРОСУ О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРООБЪЕМНЫХ ПЕРЕДАЧ

Работа посвящена питаньям дослідження гідрооб'ємних передач. Запропоновано удосконалену числову модель взаємодії елементів передачі. Модель втілена у вигляді програмного продукту, за допомогою якого проведено дослідження і наведені їх результати. Також розглянуто експериментальні дослідження масштабної моделі насосу гідропередачі.

Paper deals with the investigation of hydrovolumetric transmission. New improved numerical model is offered. This model was implemented into software program, used for numerical studies. Results are given and examined. Experimental study of the hydrovolumetric transmission scale model was conducted and results analyzed.

Введение. Гидроприводы в трансмиссиях транспортных средств получили широкое распространение благодаря своим уникальным характеристикам – удельная мощность, малые относительные габариты, бесступенчатость регулирования скорости передвижения и передаваемого потока мощности от двигателя к исполнительным элементам [1]. Однако промышленность постоянно предъявляет дополнительные, все возрастающие, требования к таким элементам. Появляются задачи по форсированию существующих и созданию новых образцов приводов повышенной мощности с прежними (а чаще меньшими) массогабаритными показателями.

В данной статье рассматривается перспективная гидropередача, предназначенная к установке в гусеничной технике. Наша страна, к большому сожалению, оказалась в роли „догоняющей” относительно применения гидравлических передач, так как все современные, актуальные к применению в реальных условиях, зарубежные машины уже оснащаются гидropередачами. Более того, в механические трансмиссии западной техники гидродинамические передачи стали вводить еще в середине 70-х годов XX века [2]. О преимуществах применения современных гусеничных машин с гидрообъемными трансмиссиями над машинами с обычной трансмиссией можно судить по публикациям, освещающим результаты последних мировых событий, в которых использовалась эта техника [3-5].

С учетом данных факторов, КП „Харьковское конструкторское бюро по машиностроению им. А.А. Морозова” разработало радиальную гидрообъемную передачу ГОП-900. Цель применения такой передачи – повышение тактико-технических характеристик перспективных тяжелых гусеничных машин производства ГП „Завод им. Малышева”. Подробное описание конструкции ГОП-900 и основные ее характеристики приведены в работе [6]. Опыт использования данной гидropередачи в реальных условиях показал, что необхо-

димо провести дальнейшие углубленные исследования процессов, происходящих в передаче, и напряженно-деформированного состояния (НДС) блока цилиндров во время эксплуатации.

Численное моделирование. Для создания конкурентоспособной продукции, отвечающей всем техническим и экономическим требованиям, необходим этап научных исследований. В значительной мере успех этого этапа определяется адекватностью математической модели конструкции, используемой при проведении численных исследований. В работе [7] предлагается обобщенная модель динамики и кинематики движения поршня ГОП, но для реального применения в исследованиях необходимо внести в нее некоторые изменения. Рассмотрим систему тел, образуемую элементами передачи (рис.1), в данном случае – гидронасоса. Для него вектор силы реакции ротора R_{rot} направлен по движению, т.к. ротор насоса двигает поршень.

Учитывая конструкцию передачи, можно предположить два типа движения, которые возникают во время ее реальной работы: 1) поршень движется по поверхности статора (верхняя часть сферы на рисунке) без скольжения; 2) поршень движется по поверхности статора со скольжением. Как было показано в работе [7], о характере возникающего движения можно судить с помощью построенной авторами области значений коэффициентов трения поршня о ротор и поршня о статор. Исходя из полученных данных, возможно найти численные значения интересующих сил в любой момент времени с последующим переносом и приложением соответствующих нагрузок к конечно-элементной модели (КЭМ). Результирующие силы из условий равновесия поршня определяются для 1-го случая:

$$R_{rot} = \frac{m_{pist} \cdot \omega_r - (\epsilon_{pist} \cdot I_{pist}) / R_{pist} + P_{oil} \cdot \sin(\alpha)}{\cos(\alpha) - \mu_{rot} (\sin(\alpha) + 1)}, \quad (1)$$

$$F_{stat} = \mu_{rot} \cdot R_{rot} - (\epsilon_{pist} \cdot I_{pist}) / R_{pist}, \quad (2)$$

$$R_{stat} = m_{pist} \cdot \omega_N + R_{rot} (\sin(\alpha) + \mu_{rot} \cdot \cos(\alpha)) + P_{oil} \cdot \cos(\alpha), \quad (3)$$

где m_{pist} – масса поршня; ϵ_{pist} – угловое ускорение движения, а I_{pist} – момент инерции поршня относительно оси, проходящей через точку O_{pist} , пер-

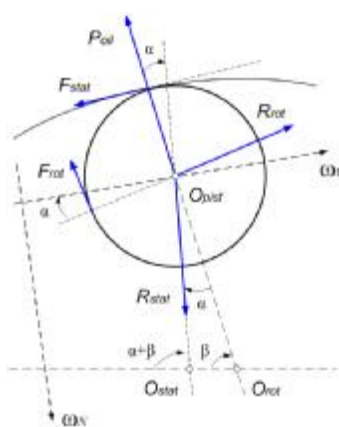


Рис.1. Схема действия сил на поршень гидрообъемной передачи:

P_{oil} – сила давления масла на поршень; F_{stat} – сила трения поршня о статор; F_{rot} – сила трения поршня о ротор; R_{stat} – сила реакции статора; R_{rot} – сила реакции ротора; O_{stat} – центр статора; O_{rot} – центр ротора; O_{pist} – центр

пендикулярно рис. 1; R_{pist} – радиус поршня; μ_{rot} – коэффициент трения взаимодействия между поршнем и ротором;

для 2-го случая: $F_{stat} = \mu_{stat} \cdot R_{stat}$, (4)

$$R_{rot} = \frac{\mu_{stat} \cdot m_{pist} \cdot \omega_N + m_{pist} \cdot \omega_r + P_{oil} (\mu_{stat} \cdot \cos(\alpha) + \sin(\alpha))}{\cos(\alpha) \cdot (1 + \mu_{stat} \cdot \mu_{rot}) - \sin(\alpha) \cdot (\mu_{stat} + \mu_{rot})}; \quad (5)$$

$$R_{stat} = m_{pist} \cdot \omega_N + R_{rot} (\sin(\alpha) + \mu_{rot} \cdot \cos(\alpha)) + P_{oil} \cdot \cos(\alpha), \quad (6)$$

$$\epsilon_{pist} = -\frac{R_{pist}}{I_{pist}} (\mu_{rot} \cdot R_{rot} - \mu_{stat} \cdot R_{stat}), \quad (7)$$

где μ_{stat} – коэффициент трения взаимодействия между поршнем и статором.

Программа для проведения расчетов. Описанные выше теоретические выкладки легко поддаются алгоритмизации и программной реализации. Упрощенный алгоритм разработанной программы, вычисляющей на основе введенных пользователем исходных данных о геометрии элементов передачи (радиусы поршня и статора, эксцентриситет), динамических характеристиках (максимальное и минимальное рабочее

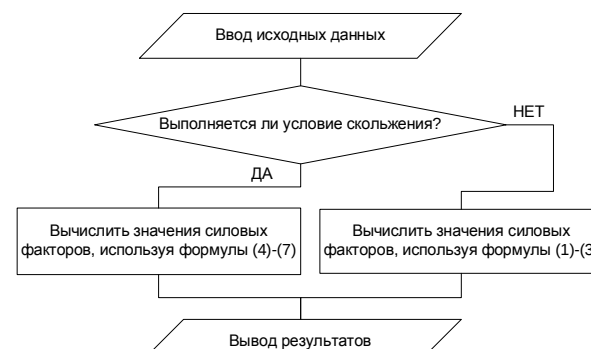


Рис.2. Упрощенный алгоритм модуля

давление, угловая скорость вращения) и физических параметров (плотность материала, коэффициенты трения пар поршень-ротор, поршень-статор), все силовые факторы, действующие во время работы передачи, представлен на рис. 2.

Представленный алгоритм был реализован в виде дополнительного модуля к прикладной программе расчета и анализа параметров ГОП, подробно описанной в работе [8]. Модуль был написан на языке программирования Delphi, так же, как и основная программа. Ниже, на рис. 3 и 4, показаны диалоговые окна, иллюстри-

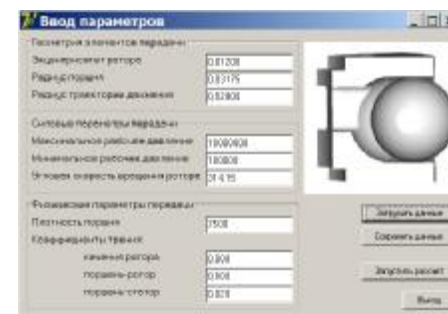


Рис.3. Форма ввода исходных данных



а



б



в

Рис. 4. Диалоговые окна программы расчета силовых характеристик ГОП, модуль визуализации:
а – силовые характеристики;
б – характеристики ротора;
в – потери на трение

рующие процесс работы с программой.

Численные исследования.

Автором была построена расчетная твердотельная модель ГОП, на основе которой была создана КЭМ в программном комплексе ANSYS. На этапе постройки модели были опущены те конструктивные элементы, которые не оказывают существенного влияния на НДС модели, но усложняют построение равномерной конечно-элементной сетки без вырожденных элементов. В качестве механических свойств материала брались свойства, близкие сталям 20Х2Н4А и 18Х2Н4МА, а именно: модуль упругости $E=0,2$ ГПа; коэффициент Пуассона $\nu=0,28$; плотность $\rho=7800$ кг/м³.

Силовые факторы, используемые в качестве прилагаемых нагрузок, вычислялись методом, детально описанным в данной статье выше. Основной задачей данной работы было оценить влияние на НДС корпуса гидронасоса натяга втулки, который моделировался с помощью модели контактного взаимодействия, аналогично методу, подробно рассмотренному в работе [8]. Было просчитано 3 варианта нагружения, полученные результаты приведены в табл. 1. Как видно из результатов расчетов, на напряженно-деформированное состояние наибольшее влияние оказывает гильзование, т.е. натяг втулки, а рабочее давление масла в отдельных случаях оказывает положительное влияние на

НДС, т.е. уменьшает максимальные перемещения и напряжения.

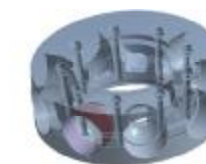
Исследования проводились на конечно-элементной сетке, содержащей 122,8 тыс. преимущественно шестигранных элементов (245 тыс. узлов), результаты которых приведены на рис. 5. Закрепление производилось по местам реального

крепления насоса к рабочему органу болтовым соединению.

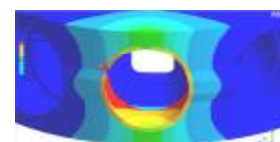
Таблица 1

Максимальные напряжения и перемещения, полученные при различных вариантах нагружения модели

Вариант нагружения	Натяг от гильзования втулки, м		Давление рабочего тела на втулку, МПа		Максимальные напряжения $\sigma_{\max}$, Н/м ²	Общие перемещения $\delta_{\max}$, м
	наличие	значение	наличие	значение		
1	есть	0	нет	0	$3,68 \cdot 10^8$	$4,45 \cdot 10^{-7}$
2	есть	$2,50 \cdot 10^{-5}$	нет	0	$1,85 \cdot 10^8$	$2,43 \cdot 10^{-5}$
3	есть	$5,00 \cdot 10^{-5}$	нет	0	$3,66 \cdot 10^8$	$4,86 \cdot 10^{-5}$
4	есть	$1,00 \cdot 10^{-4}$	нет	0	$7,27 \cdot 10^8$	$9,73 \cdot 10^{-5}$
5	есть	$1,25 \cdot 10^{-4}$	нет	0	$9,08 \cdot 10^8$	$1,22 \cdot 10^{-4}$
6	есть	$1,50 \cdot 10^{-4}$	нет	0	$1,09 \cdot 10^9$	$1,46 \cdot 10^{-4}$
7	есть	$1,75 \cdot 10^{-4}$	нет	0	$1,27 \cdot 10^9$	$1,70 \cdot 10^{-4}$
8	есть	$2,00 \cdot 10^{-4}$	нет	0	$1,45 \cdot 10^9$	$1,94 \cdot 10^{-4}$
9	нет	0	есть	35	$1,99 \cdot 10^8$	$3,09 \cdot 10^{-5}$
10	есть	$2,00 \cdot 10^{-4}$	есть	35	$1,32 \cdot 10^9$	$1,90 \cdot 10^{-4}$



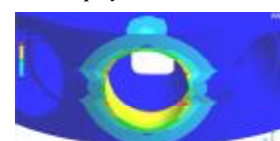
твердотельная геометрическая модель



общая картина распределения максимальных перемещений при учете натяга



укрупненная КЭ сетка для решения контактной задачи



общая картина распределения максимальных напряжений при учете натяга

Рис.5. Модели и результаты численного моделирования блока цилиндров насоса ГОП

ного метода обосновывается в работах [8, 9], там же приведена расшифровка результатов и соответствующие выводы.

В процессе работы выяснилось, что для получения более достоверных данных о характере деформирования конструкции требуются уточняющие экспериментальные исследования, выполненные методом, отличным от голографической интерферометрии, с целью получения численных значений деформаций модели и

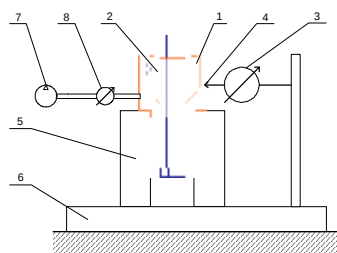


Рис.6. Схема экспериментальной установки:

- 1 – масштабная модель корпуса гидронасоса;
- 2 – поршень;
- 3 – индикатор перемещений стрелочного типа;
- 4 – точки измерений на корпусе;
- 5 – зажимное устройство;
- 6 – подставка;
- 7 – источник сжатого воздуха;
- 8 – манометр стрелочного типа

масштабной модели части блока цилиндров ГОП, как и ожидалось, прямопропорциональны приложенному внутреннему давлению; наибольшие по амплитуде перемещения наблюдаются в средней части модели; направление перемещений модели совпадает с положительным направлением нормали к внешней поверхности. Полученные экспериментальные данные сравнивались с численными исследованиями, выполненными в программном комплексе ANSYS на

определения направления прогиба. В качестве такого метода был выбран метод непосредственных прямых инструментальных измерений с помощью микрометра. В эксперименте использовался аналоговый показывающий стрелочный микрометр. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 6. Согласно разработанной схеме была собрана установка, основные составляющие части которой приведены на рисунках 7-12. В соответствии с методикой непосредственных измерений было произведено 12 сеансов измерений, по 3 для 4 различных давлений, в 5 контрольных точках (рис.13). Усредненные по давлениям результаты измерений приведены в табл. 2.

По результатам экспериментальных исследований можно сделать следующие выводы. Перемещения характерных точек

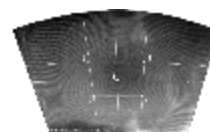


Рис.13. Контрольные точки для измерений на экспериментальной модели



Рис.14. Модель для численного моделирования экспериментальных исследований НДС фрагмента блока цилиндров

Таблица 2
Результаты экспериментальных исследований в контрольных точках

Сеансы измерений	Давление воздуха, МПа	Перемещения в контрольных точках, мкм				
		1	2	3	4	5
1	0,2	2,3	1,7	1,8	1,7	1,7
2	0,175	1,9	1,4	1,5	1,5	1,5
3	0,15	1,7	1,2	1,2	1,3	1,2
4	0,125	1,4	1,0	1,1	1,1	1,0

модели, показанной на рис. 14, из 58367 элементов и 214764 узлов, и показали хорошую сходимость. В качестве свойств материала брались данные для акрилового плексигласа.

Выводы. В статье предложен математический аппарат, реализованный в программном модуле на языке программирования Delphi, позволяющий определять факторы силового нагружения ротора и поршня гидронасоса гидрообъемной передачи ГОП-900 для проведения дальнейшего всестороннего анализа НДС с помощью программных комплексов ANSYS либо ABAQUS. Целью последующих научных исследований является формирование предложений по внесению усовершенствований в конструкцию. Проведена оценка

влияния на напряженно-деформированное состояние контактного взаимодействия, возникающего при гильзовании втулки ротора. Выполнены экспериментальные исследования масштабной модели гидронасоса, подтвердившие правильность предложенной методики исследования.

Список литературы: 1. Пузанов А.В., Холкин И.Н. Современные тенденции комплексного проектирования гидромашин. Модернизация. // Доклад на межд. конф. пользователей MSC – 2002. 2. *Машиностроение*: Энциклопедия в 40 т. Том IV-15: Колесные и гусеничные машины / Под ред. В.Ф. Платонова. – М.: Машиностроение, 1997. – 688 с. 3. *Зуворов С.* Советское и американское оружие в иракской войне // *Техника и вооружение*, 2003. – №10. – С.15-18. 4. *Танковый парк стран Латинской Америки и перспективы его развития* // *Зарубежное военное обозрение*. – 2006. – №10. – С.33-37. 5. *Тарасенко А., Тулицы С.* Положение в отечественном танкостроении: правда и вымыслы // *Техника и вооружение*. – 2006. – №11. – С.10-15. 6. *Аврунин Г.А., Кабаненко И.В., Хавиль В.В. и др.* Объемная гидропередача с шариковыми поршнями ГОП-900: характеристики и технический уровень // *Механика та машинобудування*. – 2004. – №1. – С.14-21. 7. *Ткачук А.В., Ткачук Н.Н.* Математическое моделирование динамических процессов и напряженно-деформированного состояния элементов гидрообъемной передачи // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: “Колесные и гусеничные машины специального назначения”. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2003. – № 28. – С.9-19. 8. *Мартыненко А.В., Ткачук А.В., Зарубина А.А., Бондаренко Л.Н.* Комплексные исследования влияния различных факторов на напряженно-деформированное состояние блока цилиндров гидропередачи ГОП-900 // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: “Машиноведение и САПР”. – 2007. – №3. – С.78-81. 9. *Мартыненко А.В.* Применение экспериментальных голографических методов при исследовании элементов гидрообъемных передач // *Вісник НТУ «ХПІ»*. Тем. вип.: “Машиноведение и САПР”. – 2006. – №3. – С.117-133.

Поступила в редколлегию 17.03.09



Рис.7. Общий вид установки



Рис.8. Стрелочный манометр для измерения давления



Рис.9. Стрелочный микрометр для измерения перемещений



Рис.10. Источник сжатого воздуха



Рис.11. Объект исследования до герметизации



Рис.12. Объект исследования после герметизации и подсоединения подающего шланга

Г.А. ПРИЙМАКОВ, асп. каф. газогидромеханики и тепло-массообмена НТУ „ХПИ”

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНОГО ГИБКОГО КОЛЕСА ГЕРМЕТИЧНОЙ СИЛОВОЙ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

Описані результати експериментального дослідження динаміки та перехідних процесів металополімерних гнучких коліс герметичних силових хвильових зубчатих передач.

The research results of experimental investigation of dynamics and transient processes of metalpolymeric flexible wheel of leakproof power wave gear drives were described.

1. Описание станда и методика эксперимента. Экспериментальный стенд

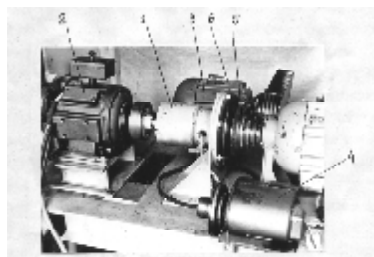


Рис. 1. Экспериментальный стенд для исследования герметичной силовой волновой зубчатой передачи (СВЗП)

изображен на рис. 1. Волновой редуктор 1 установлен на общей раме с порошковым электромагнитным тормозом ПТ-6, поз. 2. Входной вал редуктора приводится во вращение при помощи клиноременной передачи 5 электродвигателя 3 или 4. последний из них служит для получения частоты вращения генератора 2 мин⁻¹. Диск 6 позволяет устанавливать генератор герметичной волновой передачи в строго определенном положении относительно неподвижного металлополимерного гибкого колеса (МГК).

На рис. 2 изображена применяемая аппаратура: тензоусилительная станция 8АНЧ-7м, поз. 9; светолучевой осциллограф типа Н-115, поз. 8, и выпрямитель постоянного тока типа ВСТ-3, поз. 7. Испытуемое колесо показано на рис. 3. Напряженное состояние гибкого колеса при различных частотах вращения генератора исследовалось методом тензометрирования. Схема наклейки датчиков показана на рис. 4. Датчики 1, 2 наклеены в сечении, для которого координата $\xi=0.5$, датчики 3, 4 и 5, 6 наклеены соответственно в сечениях, для которых $\xi=1.5$ и $\xi=2.0$.

В экспериментах замерялись компоненты относительных деформаций в точках наклейки тензодатчиков. Напряжения определялись по известным зависимостям:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_x + \mu \epsilon_\phi); \\ \sigma_\phi = \frac{E}{1-\mu^2} (\epsilon_\phi + \mu \epsilon_x), \end{cases} \quad (1)$$



Рис. 3. Исследуемое металлополимерное гибкое колесо СВЗП

где σ_x, σ_ϕ – нормальные напряжения в осевом и окружном направлениях; $\epsilon_x, \epsilon_\phi$ – де-

формации, замеренные при помощи тензодатчиков соответственно в осевом и окружном направлениях; в экспериментах частота вращения генератора изменялась при помощи клиноременной передачи от 2 до 9000

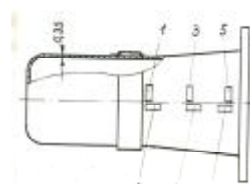


Рис. 4. Схема наклейки тензодатчиков

мин⁻¹ ступенями через 1500 мин⁻¹. Нагрузка на выходном валу редуктора поддерживалась постоянной при всех скоростях вращения генератора и равнялась $M_T = 0; 100; 200; 300$ Нм. При каждой нагрузке скорости вращения генератора было проведено не менее 5 экспериментов.

Из-за нагрева гибкого колеса в предварительных экспериментах отмечался значительный разбаланс тензометрического моста, т.к. компенсационные датчики расположены за пределами редуктора. Для уменьшения температурной погрешности тензодатчики типа ПКП были заменены на термокомпенсированные. Такая замена, однако, не привела к полному устранению температурной погрешности.

В дальнейшем был применен следующий метод исключения «увода нуля» и температурной погрешности. После установки нулей на приборе усилителя 8АНЧ-7м редуктор собирался и записывались показания отклонений лучей гальванометров осциллографа при фиксированном положении генератора. Фиксация генератора осуществлялась контрольным диском, установленным на его валу. Температура гибкого колеса замерялась термпарой и регистрировалась на приборе АСП-12. Работе передачи на любой скорости вращения генератора соответствовал определенный тепловой режим, т.е. определенная температура гибкого колеса. Поэтому во время каждого эксперимента волновой редуктор работал до установившегося теплового режима, отключался, генератор при помощи контрольного диска фиксировался, и световой луч устанавливался поворотом гальванометра в положение, соответствующее его отклонению при начальной установке генератора. Далее повторно включался электродвигатель, и производилась запись деформаций. Отклонение температуры от установившейся при настройке и съемке не превышало $\pm 1^0$ С. „Увод нуля” контролировался перед каждым экспериментом при помощи контрольного диска и настраивался усилителем так, чтобы гальванометр работал в линейной части его характеристики.

Из партии тензодатчиков, которые использовались на гибком колесе, бралась часть датчиков и наклеивалась на тарировочную

балку, и они использовались в качестве компенсационных. Каждый канал усилителя тарировался по величине относительной деформации. При тарировке гибкое колесо снималось с генератора, и наклеенные на нем датчики использовались в качестве компенсационных. Рабочими в этом случае служили датчики на тарировочной балке.

2. Результаты экспериментальных исследований. В качестве примера на рис.5 показаны осциллограммы изменения деформаций в гибком колесе в продольном направлении, датчик 2.

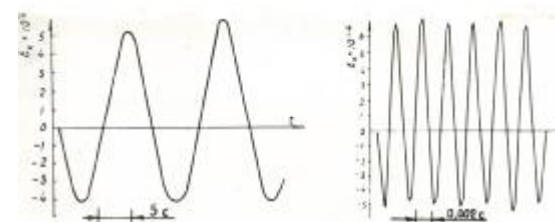


Рис. 5. Осциллограммы изменения относительных деформаций в продольном направлении в сечении $\xi=0.5$:
1 – $n=2$ мин⁻¹; 2 – $n=9000$ мин⁻¹

Как видно из осциллограмм, в гибком колесе наблюдаются только вынужденные колебания относительных деформаций, частота которых соответствует частоте вращения генератора. Характер изменения относительных деформаций в окружном направлении не отличается от характера изменения относительных деформаций в продольном направлении.

На основании полученных осциллограмм построены графики изменения амплитудных значений относительных деформаций в зависимости от частоты вращения генератора и момента на выходном валу редуктора (рис. 6-8). Там же представлены графики изменения амплитудных значений изгибных напряжений в окружном и осевом направлениях для зон большой и малой осей сформированного колеса, рассчитанные по формуле (1).

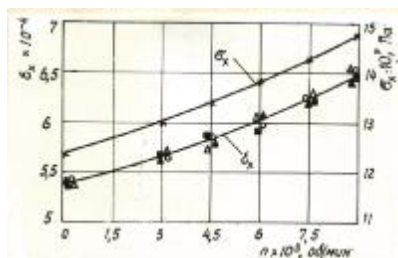


Рис. 6. Изменение уровней относительных деформаций и напряжений в окружном направлении в колесе, в сечении $\xi=0.5$, в зоне большой оси генератора: $\circ$ - $M_n=0$; $\blacksquare$ - $M_n=200$ Нм; Δ - $M_n=100$ Нм; $\blacktriangle$ - $M_n=300$ Нм

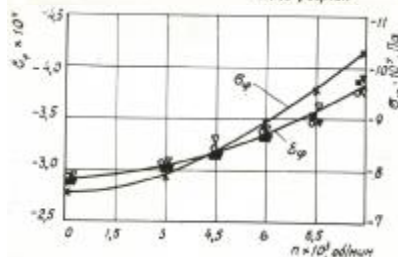


Рис. 7. Изменение уровней относительных деформаций и напряжений в окружном направлении в колесе, в сечении $\xi=0.5$, в зоне малой оси генератора: $\circ$ - $M_n=0$; $\blacksquare$ - $M_n=200$ Нм; Δ - $M_n=100$ Нм; $\blacktriangle$ - $M_n=300$ Нм

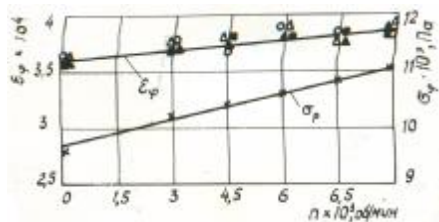


Рис. 8. Изменение уровней относительных деформаций и изгибных напряжений в осевом направлении и гибком колесе, в сечении $\xi=0.5$, в зоне большой оси генератора: $\circ$ - $M_n=0$; $\blacksquare$ - $M_n=200$ Нм; Δ - $M_n=100$ Нм; $\blacktriangle$ - $M_n=300$ Нм

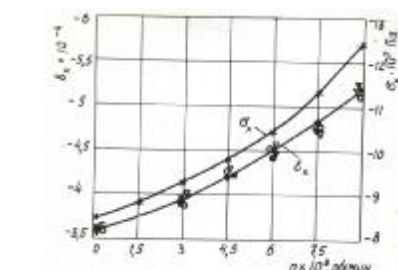


Рис. 9. Изменение уровней относительных деформаций и изгибных напряжений в осевом направлении в гибком колесе, в сечении $\xi=0.5$, в зоне малой оси генератора: $\circ$ - $M_n=0$; $\blacksquare$ - $M_n=200$ Нм; Δ - $M_n=100$ Нм; $\blacktriangle$ - $M_n=300$ Нм

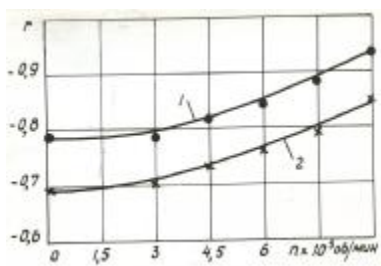


Рис. 10. Изменение коэффициентов асимметрии цикла изгибных напряжений в сечении $\xi=0.5$: 1 – для напряжений изгиба в окружном направлении; 2 – для напряжений изгиба в продольном направлении

Как видно из графиков, с увеличением частоты вращения генератора наблюдается рост напряжений изгиба (рис. 9). Рост отрицательных напряжений в зоне малой оси деформированного колеса более интенсивен, чем в зоне большой оси. В силу этого наблюдается увеличение коэффициента асимметрии цикла (рис. 10). Было установлено, что максимальные изгибные напряжения наблюдаются в сечениях гибкого колеса вблизи зубчатого венца. Напряжения изгиба у фланца гибкого колеса по абсолютной величине практически не изменяются с возрастанием частоты вращения генератора. Эксперименты показали, что изменение величины крутящего момента в пределах номинального момента, передаваемого редуктором (см. рис 6-8), практически не влияет на рост изгибных напряжений в металлополимерном гибком колесе, с ростом крутящего момента напряжения изгиба возрастают по зависимостям, приведенным в [1-4]. На основании полученных осциллограмм построены графики изменения коэффициентов динамичности изгибных напряжений.

Экспериментальные значения коэффициентов динамичности изгибных напряжений исследуемого колеса для его наиболее опасных зон представлены на рис. 11 и 12 кривыми 1 и 2 и показывают их удовлетворительное совпадение с теоретическим расчетом.

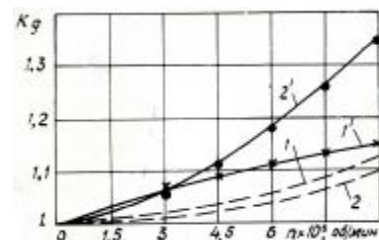


Рис. 11. Изменение коэффициента динамичности изгибных напряжений в окружном направлении в сечении $\xi=0.5$: 1 и 1' – теоретическое и экспериментальное значение для зоны большой оси деформированного колеса; 2 и 2' – теоретическое и экспериментальное значение $K_{дин}$ для зоны малой оси деформированного колеса

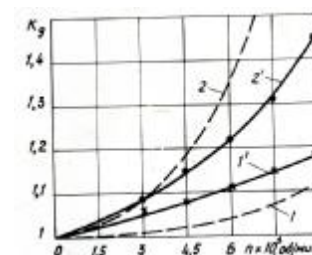


Рис. 12. Изменение коэффициента динамичности изгибных напряжений в осевом направлении в сечении $\xi=0.5$: 1 и 1' – теоретическое и экспериментальное значение $K_{дин}$ для зоны большой оси деформированного колеса; 2 и 2' – теоретическое и экспериментальное значение $K_{дин}$ для зоны малой оси

3. Выводы

1. Достаточно хорошее совпадение результатов теоретических исследований и эксперимента подтверждают правомерность допущений, сделанных при теоретическом исследовании, и подтверждает достоверность выбранных расчетных схем и результатов теоретических расчетов.

2. Экспериментально установлено, что волновые редукторы ввиду их конструктивных отличий от обычных зубчатых передач – наличия гибкого колеса и большого числа одновременно находящихся в зацеплении зубьев – обладают высокими демпфирующими свойствами, что снижает динамические нагрузки в элементах передачи и сокращает время переходных процессов при пуске двигателя. Выяснено, что демпфирование в волновых передачах определяется в основном демпфированием в зубчатом зацеплении, а значение коэффициента относительного рассеяния энергии для волновых передач равно $0.8+1.0$.

3. Выяснено, что при докритических скоростях вращения генератора изгибные колебания гибких элементов носят вынужденный характер. Установлено, что если скорость вращения генератора $\omega_r < 0.25\omega_{кр}$, то изгибные напряжения гибких элементов практически мало отличаются от напряжений при статическом нагружении. Это позволяет при таких скоростях вращения генератора не учитывать динамические явления при расчете гибких элементов СВЗП.

Список литературы: 1. Приймаков А.Г., Рудницкий В.И. Напряженно-деформированное состояние и усталостная прочность силовых трехволновых передач с металлополимерными гибкими колесами // Вестник машиностроения. – 1984. – №6. – С.25. 2. Рудницкий В.И., Приймаков А.Г. Расчет напряжения изгиба в гибком металлополимерном колесе трехволновой зубчатой передачи от воздействия генератора волн //ВИНИТИ. Депонированные рукописи. – 1982. – №7. – б/о 803. 3. Рудницкий В.И., Приймаков А.Г., Ткаченко В.Н. Исследование напряженно-деформированного состояния двухслойных гибких колес трехволновых наружных передач // ВИНИТИ. Депонированные рукописи. – 1982. – №7. – б/о 802. 4. Рудницкий В.И., Приймаков А.Г. Теоретическое исследование напряженного состояния двухслойных гибких колес волновых зубчатых передач // Тез. докл. науч.-техн. конф. – Севастополь, 1983. – С.150-151.

Поступила в редколлегию 02.04.2009

Р.В. ПРОТАСОВ, асп. каф. ТММиСАПР, **А.В. УСТИНЕНКО**, канд. техн. наук, доц. каф. ТММиСАПР НТУ „ХПИ”

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ЭВОЛЮТНЫХ ПЕРЕДАЧ

Зниження габаритів зубчастих передач є актуальною задачею сучасного машинобудування. Перспективний шлях її розв'язання – застосування еволютних передач із опукло-увігнутим контактом зубців. Отримані рівняння профілів еволютних зубців на основі методу профільних нормалей. Вони необхідні для подальших досліджень якісних показників та міцності еволютних зацеплень.

Lowering of dimensions of gears is an actual task of a modern machine industry. The perspective way of its decision is application of evolute gears with the convex-concave contact. On the basis of method of type normal' the equations of evolute teeth are got. They are needed for further researches of high-quality indexes and durability of evolute gearings.

Актуальность задачи. Ведущей тенденцией современного машиностроения является улучшение массогабаритных характеристик зубчатых передач. Основной фактор, влияющий на габариты традиционных эвольвентных зубчатых колес – контактная прочность поверхностей зубьев. Анализируя общеизвестную формулу Герца

$$\sigma_H = 0,418 \sqrt{\frac{F_n E}{b_w \rho_{np}}}, \quad (1)$$

где ρ_{np} – приведенный радиус кривизны, являющийся основным геометрическим фактором, влияющим на величину контактных напряжений ($1/\rho_{np} = 1/\rho_1 \pm 1/\rho_2$, здесь знак „+” при двояковыпуклом контакте, а „–”, – при выпукло-вогнутом), мы видим, что за счет увеличения ρ_{np} контактные напряжения σ_H можно уменьшить:

а) *увеличив размеры зубчатых колес.* Это следует из уравнения Эйлера-Савари, которое устанавливает связь радиусов кривизны сопряженных профилей ρ_1 и ρ_2 с радиусами центроид r_1 и r_2 соответственно, а также углом зацепления α . Для полюса зацепления

$$\left(\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right) \sin \alpha = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}; \quad (2)$$

б) *применяя выпукло-вогнутое зацепление.* Первый путь приводит к возрастанию габаритов зубчатых передач, а второй является весьма перспективным. Поэтому последние 70 лет ведутся интенсивные работы по созданию новых видов зацеплений с выпукло-вогнутым контактом зубьев. Важным достижением в этом вопросе было создание зацепления М.Л. Новикова [1].

Однако наряду с преимуществами, у него есть и недостатки, в частности, оно может быть только косозубым. В последние годы появилось эволютное зацепление, предложенное А.И. Павловым [2, 3]. В настоящее время довольно подробно рассмотрена геометрия этих передач, качественные показатели, однако оценка их нагрузочной способности выполнена только ориентировочно. Поэтому изучение контактной и изгибной прочности зубьев эволютных передач является важной научно-практической задачей.

Постановка задачи. Первым этапом на пути подробного исследования прочности эволютных передач является получение уравнений поверхностей зубьев, что необходимо для:

- 1) определения главных кривизн рабочих поверхностей зубьев;
- 2) исследования качественных показателей зацепления;
- 3) построения параметрических и конечно-элементных моделей, необходимых для исследования контактного взаимодействия зубьев и их изгибной прочности, опираясь на возможности современных CAE-систем.

Само собой, в работах А.И. Павлова имеются уравнения боковых поверхностей зубьев, но они записаны для частных случаев [4]. Нами поставлена задача записи уравнений в более общем виде, что облегчит дальнейшую автоматизацию исследований и расчетов.

Уравнения профиля зубьев на основе метода профильных нормалей. Будем рассматривать профили зубьев колес как взаимоигибаемые кривые. При этом профиль боковой поверхности зуба шестерни является огибающей, а профиль зуба рейки – огибаемый.

Для получения уравнения боковой поверхности зуба по имеющемуся исходному контуру (в данном случае это профиль рейки) можно воспользоваться расчетом плоских зацеплений по Х. И. Гохману, кинематическим методом или методом профильных нормалей [5]. Так как в исследуемых передачах при постоянном отношении угловых скоростей колес полюс зацепления занимает постоянное положение на линии центров, то метод профильных нормалей является предпочтительным.

При построении эволютного зацепления А.И. Павловым был использован новый способ образования его торцевого сечения – построение кривой, описывающей профиль зуба по заданной его эволюте [2]. Для нахождения эволюты использовано построение Бобилье. Описание исходного контура зубчатой рейки было получено им в виде дифференциального уравнения

$$y_1'' = \frac{y_1'(1 + y_1'^2)}{-ky_1' + x_1} \quad (3)$$

в системе координат, начало которой находится в полюсе зацепления, а оси x_1 и y_1 направлены соответственно вдоль и перпендикулярно межцентровой линии.

Его решение было найдено в виде полинома n -ой степени [4]:

$$y_1 = C_0 + C_1 x_1 + C_2 x_1^2 + \dots + C_n x_1^n. \quad (4)$$

Для построения рабочего участка профиля зуба координата x_0 должна изменяться в пределах $[-h_f'; h_a']$, где h_f' – высота ножки зуба без учета переходной кривой; h_a' – высота головки зуба (в общем случае эволютной передачи они не равны)

В дальнейшем, для получения уравнения боковой поверхности зуба А.И. Павловым применяется в основном полином третьей степени.

Метод профильных нормалей из основной теоремы зацепления устанавливает взаимосвязь между положением контактной точки на заданном профиле и углом поворота колеса. Система координат x_1, y_1 связана с инструментальной рейкой, а x_2, y_2 – с нарезаемым колесом (рис. 1).

В отличие от систем координат, применяемых в работе [5], направление осей $O_1 x_1$ и $O_1 y_1$ совпадает с принятыми в зависимости (3). Соответственно, в сравнении с [5] несколько изменится вид расчетных зависимостей.

Уравнение нормали в текущей точке профиля имеет вид:

$$(X_1 - x_1) \cos \gamma + (Y_1 - y_1) \sin \gamma = 0. \quad (5)$$

Здесь через (x_1, y_1) обозначены координаты выбранной точки профиля, а через (X_1, Y_1) – координаты выбранной точки нормали. Угол γ составлен касательной к профилю с осью $O_1 x_1$.

Нормаль к профилю в контактной точке должна проходить через полюс зацепления P , совпадающий с началом O неподвижной системы координат. В зависимости от формы уравнения профиля для определения γ нужно воспользоваться соответствующими формулами. В нашем случае оно задано в явном виде:

$$y_1 = f(x_1). \quad (6)$$

Тогда угол γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = y_1'. \quad (7)$$

Так как исходным контуром является зубчатая рейка, то величина перемещения рейки относительно неподвижной системы координат

$$a = y_1 \operatorname{tg} \gamma + x_1. \quad (8)$$

Для определения сопряженного профиля в системе координат (x_2, y_2) , связанной с центром зубчатого колеса (см. рис. 1), воспользуемся уравнениями перехода

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -(y_1 - a) \sin \varphi_2 + (x_1 + r_2) \cos \varphi_2; \\ y_2 &= (y_1 - a) \cos \varphi_2 + (x_1 + r_2) \sin \varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

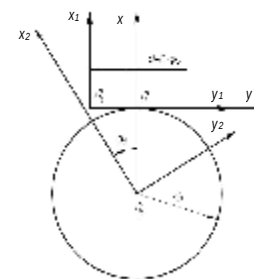


Рис. 1. Применяемые системы координат

В этих уравнениях $\varphi_2 = a/r_2$, где r_2 – радиус центроиды (начальной окружности) второго колеса.

Дополнительно, для удобства применения метода профильных нормалей в системах координат на рис. 1, сместим кривую (4) на величину $-0,25\pi t$ вдоль оси $O_1 y_1$. Тогда ось $O_1 x_1$ будет проходить не через полюс, а через ось симметрии зуба.

В качестве примера построим боковые профили зубьев с односторонним (выпукло-вогнутым) и двусторонним (двойко выпукло-вогнутым) эволютным зацеплением по имеющемуся профилю инструментальной рейки.

Профиль рейки с односторонним зацеплением описывается уравнением [2]:

$$y_1 = 0,15383x_1 + 0,0431889x_1^2 + 0,0180714x_1^3 - 0,25\pi t. \quad (10)$$

Согласно зависимости (7), для нахождения тангенса угла между касательной к профилю и осью x продифференцируем уравнение, описывающее зубчатую рейку, и, подставив в (8), найдем величину ее перемещения относительно неподвижной системы координат. Далее вычисляем значения угла поворота нарезаемого колеса φ_2 и определяем координаты точек профиля зуба в системе координат (x_2, y_2) по зависимостям (9).

На рис. 2 приведен полученный профиль боковой поверхности зуба модулем $m = 1\text{мм}$ при радиусе начальной окружности $r_2 = 100\text{мм}$.

Профиль рейки с двусторонним зацеплением описывается уравнением

$$y_1 = 0,178105x_1 + 0,195597x_1^3 - 0,25\pi t. \quad (11)$$

Алгоритм построения профиля боковой поверхности зуба шестерни по имеющемуся профилю зубчатой рейки аналогичен описанному выше.

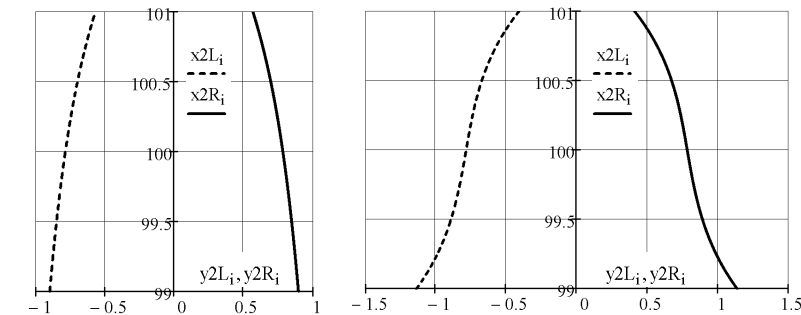


Рис. 2. Профили боковых поверхностей зуба при одностороннем зацеплении

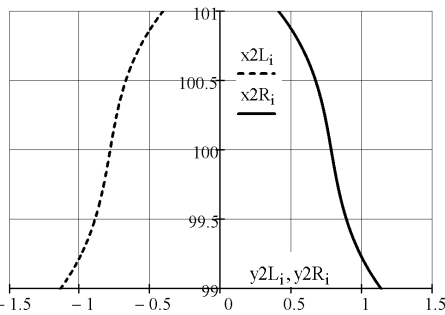


Рис. 3. Профили боковых поверхностей зуба при двустороннем зацеплении

На рис. 3 приведен профиль боковой поверхности зуба модулем $m = 1\text{мм}$ при радиусе начальной окружности $r_2 = 100\text{мм}$.

УДК 539.3

Н.А. ТКАЧУК, докт. техн. наук, зав.каф. ТММиСАПР,
А.Н. ТКАЧУК, асп. каф. ДІМ НТУ «ХПІ»,
В.А. ЗАБОЛОТСКИХ, рук. направления ООО "Ю БИ СИ МЕБЕЛЬ",

А.А. КАПУСТИН

МЕТОДЫ, АЛГОРИТМЫ И МОДЕЛИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ДЕТАЛЕЙ ЛИТЬЕМ

У статті наведені підходи для розв'язання задачі моделювання фізико-механічних процесів при виготовленні деталей литтям. Описана математична модель досліджуваного процесу. Наведені числові та експериментальні результати дослідження напружено-деформованого стану прес-форм.

In the paper the approaches are presented for task's solution of modeling of physical and mechanical processes at manufacturing of details by casting. The mathematical model of the researching process is described. The numerical and experimental results of research of stressed and deformed state of press-forms are resulted.

Введение. В статьях [1-6] сформулирована актуальная и важная задача разработки методов, моделей и алгоритмов для исследования физико-механических процессов при изготовлении деталей литьем. Эти процессы характеризуются следующими особенностями: сложной формой изготавливаемых деталей, а, следовательно, сложной формой полуматриц, в которых происходит формообразование деталей; сложной структурой технологической оснастки (пресс-формы (ПФ), литьевые формы), которые содержат, кроме собственно формирующих полуматриц, также и подкладные плиты, направляющие элементы, элементы охлаждения, газоудаления и т.д., которые находятся в условиях контактного термоупругого взаимодействия; сложным характером нагружения, граничных условий и условий сопряжения: давление подпрессовки, усилие запираания, сопряжение с элементами литьевой машины и т.д.; сложным процессом теплового и контактного взаимодействия расплава с полуматрицами, моделирование которого сопряжено с решением задачи о фазовых переходах, конвективной и контактной теплопередаче.

В работе [3] описана достаточно полная постановка задачи, сведение ее к вариационной, а также предложены общие пути решения. В силу того, что для различных случаев литья степень важности того или иного из перечисленных факторов различна, можно выделить отдельные частные подмодели, описывающие исследуемый физико-механический процесс с учетом его специфики. Решение таких частных задач весьма продуктивно с точки зрения качественного анализа результатов, поскольку количество значимых факторов в этом случае ограничено, а существующие объективно и выявляемые аналитически или численно взаимосвязи не затеняются множеством других. С другой стороны, существенно упрощается экспериментальная проверка адекватности, достоверности и точно-

сти используемых моделей, алгоритмов и результатов численного решения данных задач. В то же время при этом не происходит выхода из самой сути задач моделирования, которые представляют собой, по сути, те же связанные нелинейные задачи. Например, при исследовании пресс-форм для оснащения термопластавтоматов из всего множества перечисленных факторов наиболее существенными являются: нелинейный характер контактного термоупругого взаимодействия полуматриц и других элементов пресс-форм, подвергающихся действию усилий замыкания ПФ, внутреннего давления расплава в формирующей полости и усилий обжатия полуматриц. В данном случае в силу особенностей термопластических материалов (как правило, аморфное тело без резких фазовых переходов, обладающее невысокой температурой нагрева для формозаполнения в вязкотекучем состоянии) в первом приближении можно рассмотреть тестовую модель, учитывающую только механическое воздействие усилий записания ПФ, силовое воздействие элементов крепления и равномерное давление в формирующей полости при постоянной температуре. Пренебрегая инерционными эффектами, приходим к частному случаю контактной задачи эластостатики при совместном воздействии нескольких силовых факторов. В данной работе предложена конечно-элементная модель (КЭМ) для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) элементов пресс-форм с учетом контактного взаимодействия, а также проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований.

Метод решения задачи. Рассматривается напряженно-деформированное состояние элементов типовой переналаживаемой пресс-формы. Расчетные схемы элементов пресс-форм строятся на основе анализа их взаимодействия (рис. 1). Варианты трех схем закрепления полуматрицы 1 на плите 3 со вставкой 4 показаны на рис. 2: вариант 1 соответствует свободному опиранию полуматрицы 1, зафиксированной обоймой 2, на подкладной плите 3; вариант 2 соответствует закреплению полуматрицы при помощи наклонных винтов, расположенных в обойме 2 (по два с каждой стороны) и создающих усилия прижима полуматрицы к плите и усилия ее обжатия T ; вариант 3 соответствует закреплению полуматрицы при помощи обоймы 2, выполненной в виде прижимных планок.

На полуматрицу со стороны подкладной плиты действует контактное давление, внутренняя ее часть находится под действием давления p рабочего тела. По плоскости $z = \gamma_1$

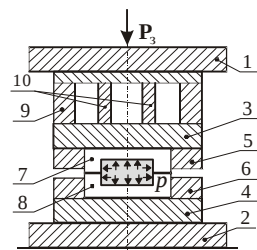


Рис. 1. Схема взаимодействия элементов пресс-формы:

1 – подвижная плита литейной машины; 2 – неподвижная плита литейной машины; 3 – подкладная плита; 4 – плита; 5, 6 – обойма; 7, 8 – полуматрицы; 9 – опоры; 10 – промежуточные опоры; P_3 – усилие записания ПФ; p – давление расплава в формирующей полости

(рис. 3) исследуемая подматрица взаимодействует с полуматрицей 8, размещенной на неподвижной жесткой плите. Граничные условия на плоскости сопряжения полуматриц имеют вид:

$$u_z^1 + u_z^2 \leq 0, \quad (1)$$

где u_z^i – перемещения точек полуматриц (1-й и 2-й) в направлении оси z . Данное выражение определяет условие непроникновения полуматриц друг в друга. Такие же условия можно сформулировать для всех пар сопряженных тел. Множество этих ограничений задает область K в пространстве функций u .

Рассматривая частный случай общей постановки [3], на основе теории вариационных неравенств, получаем компоненты НДС элементов пресс-форм при отыскании минимума функционала:

$$u = \arg \min \left(\frac{1}{2} a(u, u) - b(u) \right); \quad (2)$$

$$a(u, u) = \int_{(\Omega)} \sigma_{ij}(u) \varepsilon_{ij}(u) d\Omega; \quad b(u) = \int_{(S)} f u dS. \quad (3)$$

Здесь $\Omega = \bigcup_n \Omega_n$ – область пространства, занимаемая исследуемыми телами, а $S = \bigcup_n S_n$ – об-

единенная поверхность этих областей.

Таким образом, для определения НДС элементов пресс-формы необходимо решить пространственную контактную задачу теории упругости. Для ее решения была использована методика, изложенная в работах [7-18] с использованием теории вариационных неравенств. Для дискретизации задачи использован метод конечных элементов с привлечением методов штрафа, множителей Лагранжа, модифицированного метода множителей Лагранжа для поиска решения на множестве K , задаваемом системой ограничений

типа (1) [19, 20]. Предложенный алгоритм реализован в виде комплекса программных модулей и использован при решении ряда задач об определении напряженно-деформированного состояния элементов ПФ [1]. Разработаны параметризованные КЭМ пресс-форм, а также специализированные программные модули, позволяющие управлять этими параметрами извне универсальных систем (например, ANSYS).

Анализ расчетных схем позволяет выделить следующие основные параметры, определяющие прочно-

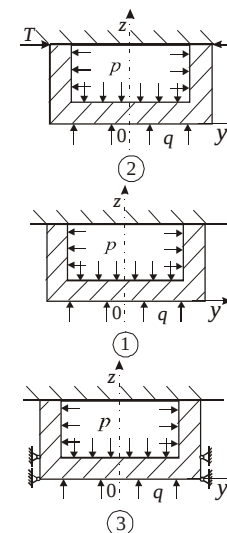


Рис. 2. Варианты расчетных схем полуматриц

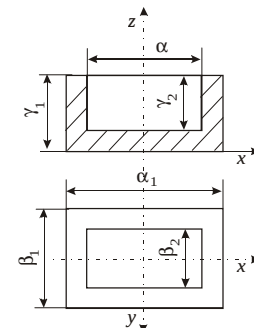


Рис. 3. Основные конструктивные параметры полуматриц

стные и жесткостные характеристики полуматриц пресс-форм: схема закрепления полуматрицы на подкладной плите; величина обжимающих усилий (схема 2 закрепления полуматрицы), величина усилия закрытия пресс-формы P_3 , давление впрыска p , наличие, форма, длина и схема расположения промежуточных опор, а в качестве основных задач исследований – определение их влияния на НДС полуматриц и других элементов ПФ.

Численное моделирование напряженно-деформированного состояния элементов пресс-форм. Предложенные методы и алгоритмы для исследования НДС элементов пресс-форм реализованы в виде программно-

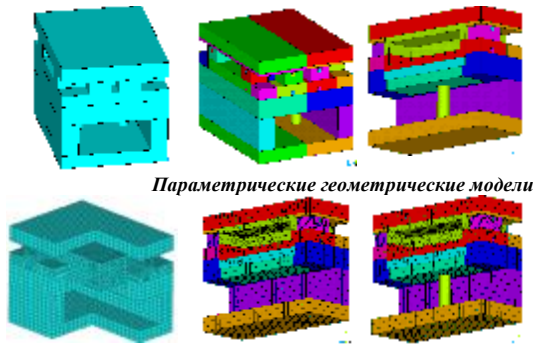


Рис.4. Этапы моделирования исследования элементов ПФ

модельного комплекса (ПМК), состоящего из специализированных модулей, управляющих параметрами конечно-элементной модели, созданной в среде ANSYS (см. выше). Общий вид параметрических геометрических и конечно-элементных моделей ПФ представлен на рис.4.

Данный комплекс является достаточно полноценной комплексной системой

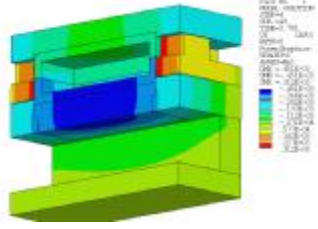
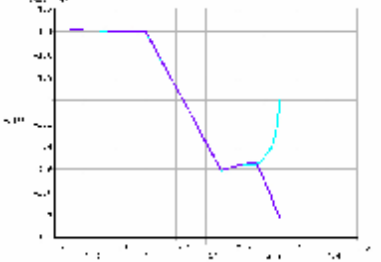
моделирования физико-механических процессов в пресс-формах. Для него *характерны*: реализация строгой математической постановки задачи на основе теории вариационных неравенств; соединение преимуществ специализированной и универсальных CAD/CAM/CAE-систем; использование параметрического подхода как основы для описания геометрии, свойств материалов элементов ПФ, силовых факторов и параметров численных моделей; расчетно-экспериментальное обоснование используемых количественных и качественных параметров численных моделей элементов ПФ [1]; полнофункциональность как с точки зрения полноты охвата конструктивных элементов, так и условий их контактного взаимодействия; комплексность подхода, который позволяет исследовать и силовое воздействие от литьевой машины, и давление рабочего материала в формирующих полостях, учитывать тепловое воздействие данного материала и системы охлаждения, а также другие факторы.

Разработанный ПМК является основой для создания комплексной системы автоматизированного проектирования, исследования и технологической подготовки производства, отличительными характеристиками которой являются: широкие возможности моделирования связанных физико-механических процессов и

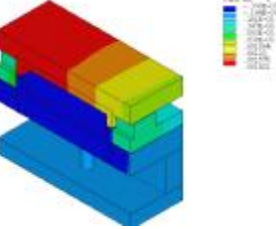
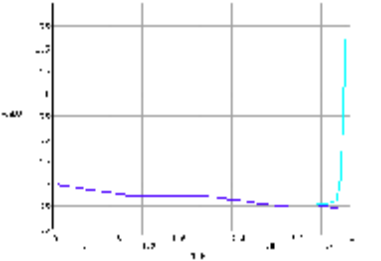
состояний; встроенная база данных и знаний; учет специфики конструкций, сортамента и свойств используемых материалов; учет технологического оборудования и оснастки предприятий отечественного машиностроения. В табл. 1 представлены иллюстрации отдельных этапов моделирования и исследования пресс-форм с использованием созданного ПМК.

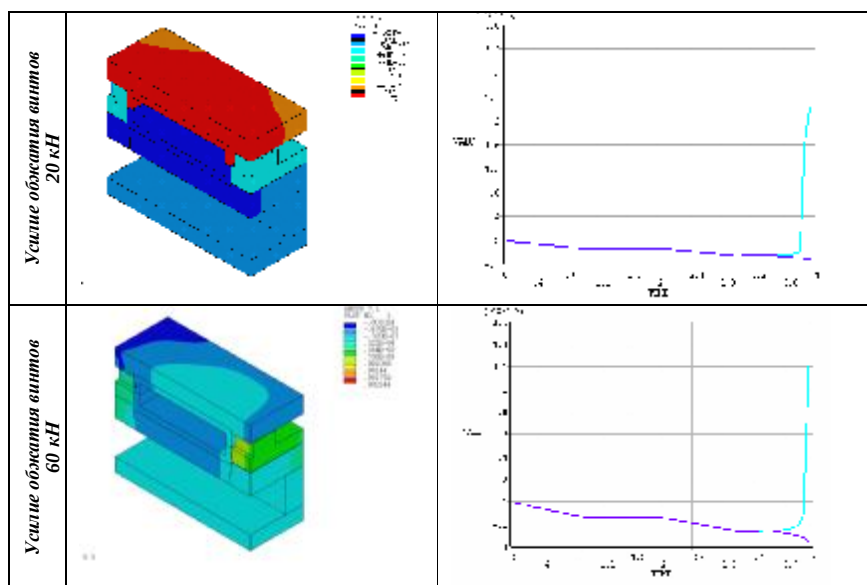
Таблица 1

Результаты исследования НДС пресс-форм в процессе нагружения усилиями закрытия пресс-формы, обжатия винтами и давления впрыска рабочего тела

Картинки распределения осевых перемещений		Зависимости перемещений точек в сопряжении полуматриц	
Базовый вариант			
	Картинки распределения осевых перемещений	Зависимости перемещений точек в сопряжении полуматриц	

Продолжение табл. 1

Опора $E 20 \cdot 10^{-3}$ М			
	Опора $E 20 \cdot 10^{-3}$ М		



Экспериментальное исследование напряженно-деформированного состояния элементов пресс-форм методом электротензометрии и непосредственных измерений. Целью данных исследований является определения адекватности, точности и сходимости разработанных методов, алгоритмов и моделей для определения НДС элементов пресс-форм с учетом контактного взаимодействия. Проведено сравнение полученных результатов с данными экспериментальных исследований [1, 21]. При разработке конструкций ПФ, в т.ч. переналаживаемых, необходимо знать прочностные и жесткостные характеристики наиболее ответственных деталей с целью обоснованного выбора их основных конструктивных параметров. Ранее численно получены значения напряжений и перемещений для наиболее нагруженных частей ПФ – подкладной плиты и полуматрицы, а также других элементов пресс-форм. Для экспериментального исследования НДС пресс-формы привлечен метод моделирования, что обусловлено следующими причинами: ПФ в натуральную величину имеет габариты 400x500x400 (мм), что не позволяет проводить испытания в лабораторных условиях; на имеющемся лабораторном оборудовании невозможно создать реальные усилия ее закрытия $P_3 = 10$ МН и давление внутри полости матрицы $F_n = 100$ МПа; использование модели, выполненной из материала натуре, позволяет производить исследование в более широких диапазонах нагрузок различных конструктивных вариантов ПФ в различных режимах. Поэтому было принято решение изготовить модель пресс-формы в масштабе 1:2, нагружать ее усилием закрытия $P_3 = 1$ МН и

внутренним давлением $F_n = 10$ МПа. Матрица модели в соответствии с натурной конструкцией выполнена составной из двух половин и по периметру плоскости разреза уплотняется резиновым кольцом. Давление в полости матрицы имитируется нагнетанием в нее масла от пневмогидропреобразователя.

Таким образом, при проведении экспериментального исследования напряженно-деформированного состояния модели пресс-формы были соблюдены все необходимые условия масштабного физического моделирования, а также условия закрепления, нагружения и эксплуатации натурной конструкции крупногабаритной пресс-формы.

Моделируемую конструкцию в модели воспроизводят полностью или с изменениями, не влияющими на определяемые напряжения и перемещения. Модель по отношению к натуре выполняют с соблюдением масштабов геометрического и силового подобия [21, 22]: $\alpha = l_n / l_m, \beta = P_n / P_m$, где l_n, l_m – расстояние между подобными точками детали и модели, P_n, P_m – силы, приложенные в подобных местах детали и модели соответственно. Масштаб геометрического подобия модели α выбирают с учетом сложности конфигурации исследуемой детали и ее размеров, величины нагрузки модели, применяемого метода измерений и имеющихся в наличии приборов измерения, требуемой точности, а также размера имеющегося для изготовления модели материала, времени и средств для испытаний. Масштаб силового подобия β выбирают из условия создания в модели достаточных для измерения деформаций, которые должны находится в упругой области в пределах пропорциональности и не вызывать пластичности.

В упругих моделях масштабы α и β не сказываются прямым образом на погрешностях моделирования. Относительная погрешность определения напряжений и перемещений для натуре остается той же, что и погрешность, полученная при перемещениях на модели при применении тензометрии, и изменяется от 2% до 10% в наиболее неблагоприятном случае.

При моделировании составных деталей и узлов должны быть соблюдены условия подобия по упругости соединения, силам затяга и выбираемым зазорам. Существенное значение имеет воспроизведение на модели условий сопряжения составных частей конструкции, что требует применения соответствующих приемов экспериментирования и способов пересчета.

Устройства, передающие на модель нагрузку, должны обеспечивать отсутствие сил трения, которые могут приводить к изменению характера прикладываемых нагрузок и создавать дополнительные усилия. Условия моделирования должны быть выдержаны не только для тех частей, на которых проводятся измерения, но и для тех, которые влияют на распределение усилий и напряжений в исследуемых частях.

Условия подобия, по которым выполняют упругую модель и проводят переход от замеров на модели к искомым величинам для натуре, составляют из анализа размерностей или по общим функциональным зависимостям. Ес-

ли масштабы α и β выбраны независимо друг от друга, то пересчет напряжений σ , линейных перемещений Δl , относительных деформаций ϵ и усилий P с модели на натуру производят по приведенным ниже формулам:

$$\sigma_n = \frac{\beta}{\alpha^2} \sigma_m; \Delta l = \frac{E_m}{E_n} \frac{\beta}{\alpha} \Delta l_m; P_n = \beta P_m; \epsilon_n = \frac{E_m}{E_n} \frac{\beta}{\alpha^2} \epsilon_m. \quad (4)$$

Для данного случая моделирования пресс-формы из того же материала, что и натуре, $E_m/E_n=1$, масштабные коэффициенты $\alpha=2$ и $\beta=10$. Тогда формулы пересчета (4) от модели к натуре принимают вид $\sigma_n = 2,5 \sigma_m$; $\Delta l = 5 \Delta l_m$; $P_n = 10 P_m$; $\epsilon_n = 2,5 \epsilon_m$.



Рис. 5. Модель пресс-формы (а), ее элементы (б) и полуматрицы (в)



Рис. 6. Нагружение ПФ на столе пресса П-125

Для определения НДС подкладной плиты и полуматрицы была изготовлена модель пресс-формы в масштабе 1:2 (рис. 5, 6). На рис. 7 представлен общий вид установки и измерительная аппаратура, а также размещение модели ПФ на столе пресса П-125. Для определения деформаций подкладной плиты и полуматрицы на них были наклеены тензорезисторы типа КФ5Р5-5-100 с базой 5 мм (является составным, фиксирует деформацию во взаимоперпендикулярных направлениях и под углом 45° к осям). Тензорезисторы подключены к тензометрической системе СИИТ-3. В результате последовательного опроса тензорезисторов система СИИТ-3 выдает на печатающее устройство информацию о деформациях во всех исследуемых точках. Схема наклейки тензорезисторов на нижнюю поверхность подкладной плиты приведена на рис. 8. Там же укрупненно показана схема составного тензорезистора КФ-5Р5.

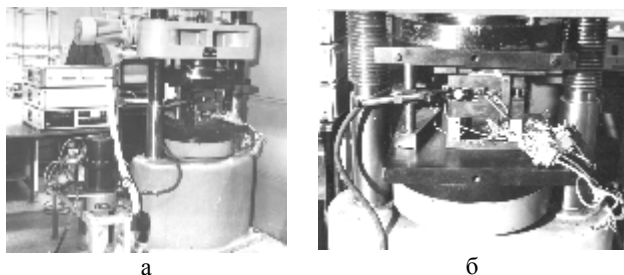


Рис. 7. Общий вид установки и измерительная аппаратура (а), а также размещение модели пресс-формы на столе пресса П-125 (б)

Для раздельного замера перемещений поверхности подкладной плиты и дна полуматрицы были применены подпружиненные измерительные штифты, конструкция которых показана на рис. 9. В подкладной плите 1 выполнено сверление, куда вставлен измерительный штифт 2, прижимаемый пружиной 3 в верхнее положение. Индикатор 4 фиксирует перемещение нижней поверхности полуматрицы 5, а индикатор 6 фиксирует перемещение подкладной плиты. Разность перемещений, фиксируемых индикаторами 4 и 6, характеризует зазор между полуматрицей и подкладной плитой. На рис. 8 места установки измерительных штифтов обозначены Ш1-Ш3. Схема наклейки тензорезисторов ($N_5 - N_8$) на полуматрицу показана на рис. 10. Испытания проводились на гидравлическом прессе П-125 (см. рис.7).

По значениям определенных в ходе экспериментальных исследований деформаций ϵ_x и ϵ_y на нижней поверхности подкладной плиты по закону Гука определяются (при условии, что $\sigma_z = 0$ на по-

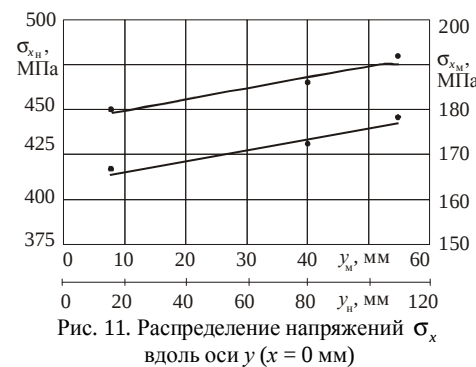


Рис. 11. Распределение напряжений σ_x вдоль оси y ($x = 0$ мм)

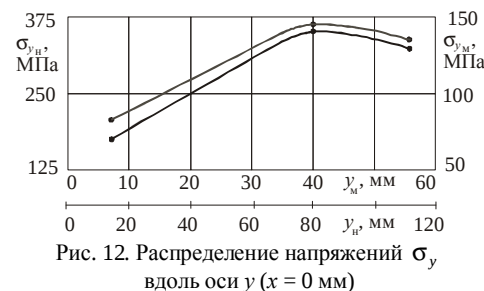


Рис. 12. Распределение напряжений σ_y вдоль оси y ($x = 0$ мм)

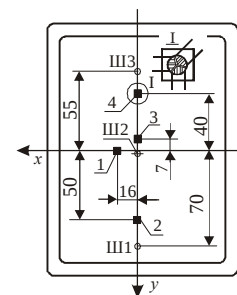


Рис. 8. Схема наклейки тензорезисторов и размещения измерительных штифтов в подкладной плите (1-4 – тензорезисторы, Ш1-Ш3 – измерительные штифты)

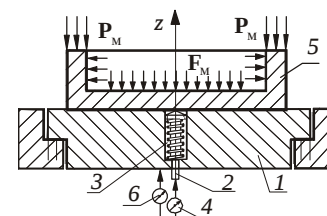


Рис. 9. Замер перемещений подкладной плиты и полуматрицы (верхности) напряжения по следующим формулам:

$$\sigma_x = \left(E / (1 - \nu^2) \right) (\epsilon_x + \nu \epsilon_y);$$

$$\sigma_y = \left(E / (1 - \nu^2) \right) (\epsilon_y + \nu \epsilon_x), \quad (5)$$

где $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости стали; $\nu = 0,3$ – коэффициент Пуассона.

Результаты замера деформаций, значение величин напряжений на нижней по-

верхности подкладной плиты приведены в табл. 2 (точки замера 1-4). По полученным результатам построены распределения осевых напряжений σ_x , σ_y на нижней поверхности подкладной плиты – рис. 11, 12. В связи с симметрией НДС относительно осей x и y графики напряжений и перемещений строятся для положительной области $y > 0$. Кривая показывает напряжение в плите при приложении усилия закрытия пресс-формы $P_m = 1$ МН, кривая 2 – напряжения в подкладной плите при суммарном действии усилия закрытия и внутреннего давления жидкости $F_m = 10$ МПа. Как видно из рис. 11, 12, основную долю напряженного состояния дает приложение к ПФ усилия записи, а создание внутреннего давления увеличивает напряжение на нижней поверхности подкладной плиты на 5-6%.

Таблица 2

Напряжения и деформации на нижней поверхности подкладной плиты при нулевом натяге ($\delta = 0$)

Точки замера	Координаты точек замера, мм			Деформации		Напряжения, МПа	
	x	y	z	$\epsilon_x \cdot 10^5$	$\epsilon_y \cdot 10^5$	σ_x	σ_y
1	16	0	-32,5	80	8	181,2	70,4
2	0	50	-32,5	63	40	178,0	132,0
3	0	-7	-32,5	72	12	168,0	72,0
4	0	-40	-32,5	64	44	172,0	140,0

При проведении замеров перемещений подкладной плиты и нижней полуматрицы с помощью измерительных штифтов выявлено, что они деформируются совместно. Также были произведены замеры нижней поверхности подкладной плиты при приложении усилия закрытия и внутреннего давления. Перемещения подкладной плиты в центре модели равны $0,15 \pm 0,18$ мм, что соответствует $0,75 \pm 1,0$ мм натуре, и несколько увеличиваются вдоль оси y .

При исследовании влияния величины размера промежуточных опор на перемещения нижней поверхности подкладной плиты с увеличением высоты (2 шт.) с 62,29 мм до 62,34 мм (натяг $\delta = 0 + 0,05$) существенного изменения НДС подкладной плиты и полуматрицы не происходит.

При исследовании влияния усилия закрытия ПФ (см. точки 5-8, рис. 10) были получены следующие данные: напряжения в вертикальном направлении z для этих точек составили 162,0 МПа, а при приложении дополнительного внутреннего давления – 174,0 МПа. Прогибы боковой поверхности нижней полуматрицы в точках с координатами $x = \pm 65$ мм, $y = 0$ мм, $z = 25$ мм (вдоль длинной стороны) составляют $0,05 \pm 0,06$ мм при приложении соответственно усилия закрытия и внутреннего давления.

Таким образом, можно сделать вывод, что экспериментальные исследования напряженно-деформированного состояния модели подтвердили резуль-

таты численных расчетов, выполненные для натурной конструкции. Расхождение между ними не превышает 10% и обусловлено принятыми допущениями в расчетах. Максимальные осевые напряжения в подкладной плите не превышает 500 МПа, а максимальные перемещения составляют 1,25 мм при $x = 0$ мм, $y = \pm 770$ мм (в перерасчете на натурный объект). Напряженно-деформированное состояние зависит, в основном, от приложения усилия записи пресс-формы и незначительно (5-7%) увеличивается при создании внутреннего давления в матрице.

Исследование напряженно-деформированного состояния блоков переналаживаемых пресс-форм методами голографической и спекл-интерферометрии. Целью данного исследования является изучение напряженно-деформированного состояния блоков переналаживаемых пресс-форм для определения рациональных геометрических параметров и конструктивных решений, а также оценка точности и достоверности численных исследований. Приводятся результаты исследований НДС блоков пресс-форм при различных способах закрепления формирующей вставки и при установке дополнительных опор различной высоты.

Одним из важнейших этапов разработки конструкций и определения работоспособности пресс-форм является исследование НДС наиболее ответственных и нагруженных элементов: подкладных плит и полуматриц. Это вызвано тем, что данные детали воспринимают действие значительных по величине усилий закрытия пресс-форм и давление расплавленной пластмассы (рабочего тела), что приводит к их деформации и раскрытию стыков в полуматрицах. Последнее может послужить причиной брака. В настоящее время для высокоточных исследований геометрических изменений, происходящих с объектом при приложении возмущающих нагрузок (тепловых, механических, магнитных и т.д.) широкое применение нашли методы голографической и спекл-интерферометрии. Прежде всего это связано с тем, что обладая существенными преимуществами по сравнению с широко известными, они позволяют в короткий срок на этапах разработки, доводки, отработки технологических процессов изготовления, транспортировки, хранения получать высокоточную и интегральную информацию [23-25]. При этом для нахождения на-

учно-обоснованных параметров и конструктивных решений блоков пресс-форм необходимо определить влияние *закрепления формирующей вставки* на величины возникающих перемещений и деформаций (закрепление винтами, свободное опирание); *дополнительных опор* на жесткость конструкции (опоры трех типоразмеров).

Для решения поставленных задач был применен метод, совмещающий голографическую интерферометрию во встречных пучках (голограммы Денисюка) и спекл-интерферометрию [24]. При проведении исследований прозрачную регистрирующую среду закрепляют



Рис. 13. Рабочий момент записи интерферограмм непосредственно на столе пресса П-125

на исследуемом объекте с помощью специальных приспособлений. Этим достигается отстройка от регистрации паразитных смещений объекта как жесткого тела. Кроме того, при этом при расшифровке легко разделяются нормальная и тангенциальная компоненты вектора перемещений [23-25]. На рис. 13 представлен рабочий момент записи интерферограмм непосредственно на столе пресса П-125.

В табл. 3 приведены варианты сочетания конструктивных и эксплуатационных параметров при экспериментальном исследовании НДС пресс-форм.

В табл. 4 представлены интерферограммы, характеризующие деформированное состояние блока ПФ, а на рис. 14-16, 18, 21, 24, 25 (1 – $z=60$ мм; 2 – $z=10$ мм; 3 – $z=-20$ мм; 4 – $z=-60$ мм; 5 – $z=-110$ мм), рис. 17, 19 (1 – $z=60$ мм; 2 – $z=30$ мм; 3 – $z=10$ мм; 4 – $z=-110$ мм); рис. 20, 23 (1 – $z=60$ мм; 2 – $z=30$ мм; 3 – $z=-10$ мм; 4 – $z=-110$ мм); рис. 18 (1 – $z=60$ мм; 2 – $z=15$ мм; 3 – $z=-30$ мм; 4 – $z=-110$ мм); рис. 26, 27 (1 – $z=-25$ мм; 2 – $z=-15$ мм; 3 – $z=-5$ мм; 4 – $z=5$ мм; 5 – $z=25$ мм; 6 – $z=35$ мм; 7 – $z=55$ мм) – картины расшифровки некоторых интерферограмм.

Анализ поведения элементов пресс-формы при варьировании схем нагружения и сопряжения позволяет отметить следующие особенности. В целом деформированное состояние внешних поверхностей ПФ достаточно слабо зависит от наличия промежуточных опор и усилий закрепления полуматриц боковыми винтами. По плоскостям сопряжения элементов пресс-формы, в том числе полуматриц, наблюдаются разрывы перемещений, что

Таблица 3

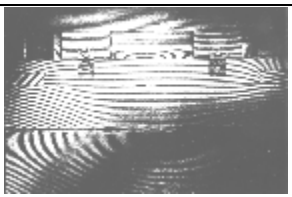
Варианты сочетания конструктивных и эксплуатационных параметров (* для матрицы)

№ голограммы	Плоскость записи	Изменения в конструкции	Перепад нагрузки, кН	Внутр. давление, МПа
1	Oy	винты затянуты, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
2	Oy	винты касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
3	Oy	винты не касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
4	Ox	винты не касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
5	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,29мм	1000 ÷ 875	9,80
6	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,29мм	1000 ÷ 875	9,80
7	Ox	опоры отсутствуют, винты затянуты	1000 ÷ 875	9,80
8	Oy	винты затянуты, опоры отсутствуют	1000 ÷ 875	9,80
9	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,34 мм	1000 ÷ 875	9,80
10	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80

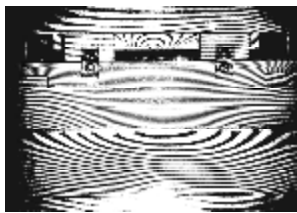
11	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80
12	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80
13*	Oy		50 ÷ 20	0
14*	Ox		50 ÷ 20	0

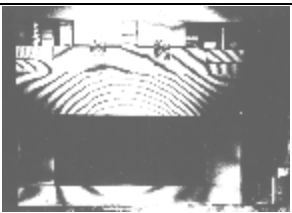
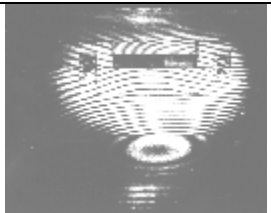
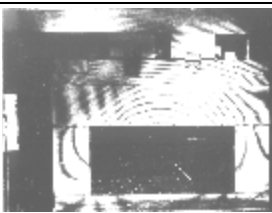
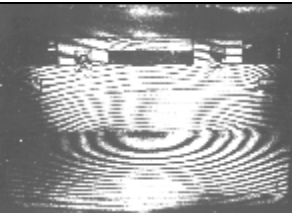
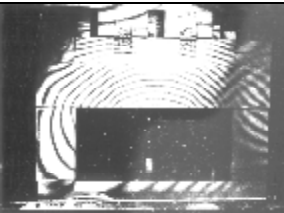
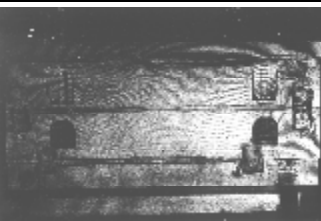
Таблица 4

Голографические интерферограммы матриц, характеризующие деформационные изменения при перепаде нагрузки гидравлического пресса (№ голограммы в табл.3)

Перепад нагрузки	$P_{\text{вн}}$, МПа	Интерферограмма	Перепад нагрузки	$P_{\text{вн}}$, МПа	Интерферограмма
1	2	3	4	5	6
250, 330	245		250, 330	245	
		1			2

Продолжение табл. 4

1	2	3	4	5	6
250, 330	245		250, 330	245	
		3			4
1000, 875	980		1000, 875	980	
		5			6

1000, 875	980		1000, 875	980	
1000, 875	980		1000, 875	980	
1000, 875	980		1000, 875	980	
Продолжение табл. 4					
1	2	3	4	5	6
50, 20	0		50, 20	0	

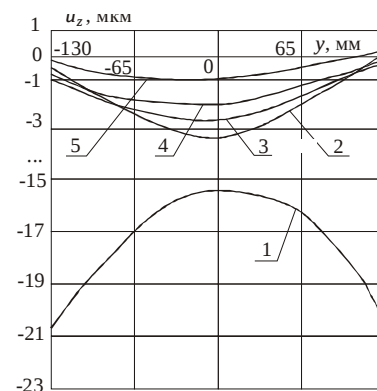


Рис.14. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 1 в табл.3)

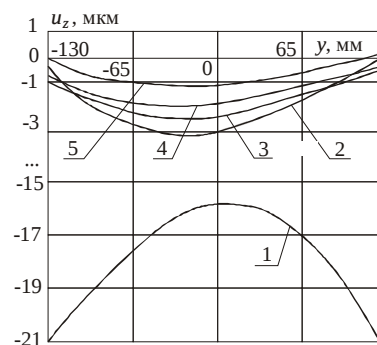


Рис.16. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 3 в табл.3)

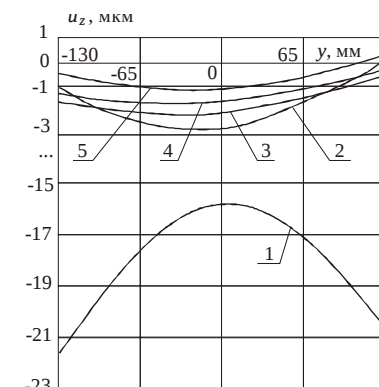


Рис.15. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 2 в табл. 3)

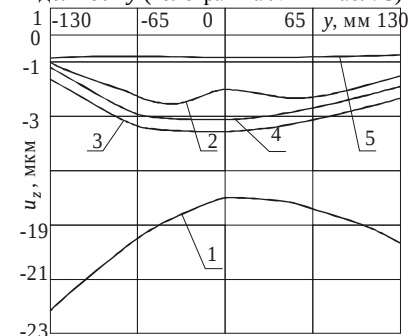


Рис.17. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 5 в табл.3)

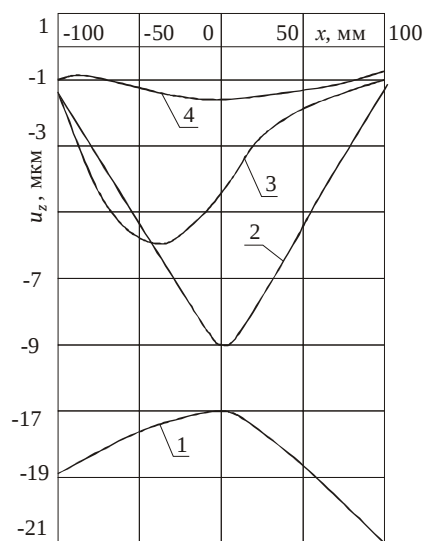


Рис.18. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 6 в табл.3)

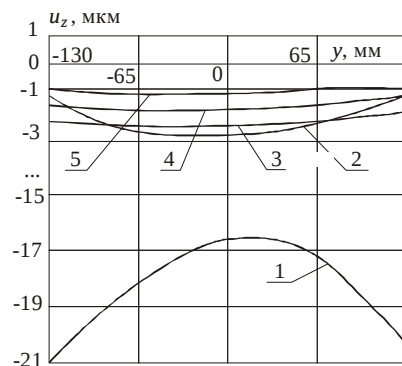


Рис. 21. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 8 в табл.3)

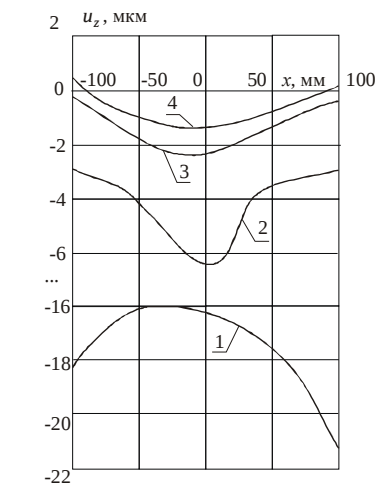


Рис.19. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 4 в табл.3)

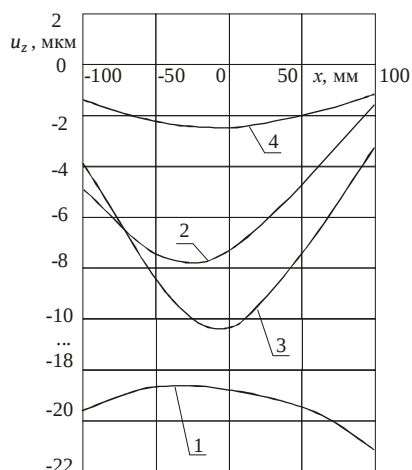


Рис.20. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси x (голограмма № 7 в табл.3)

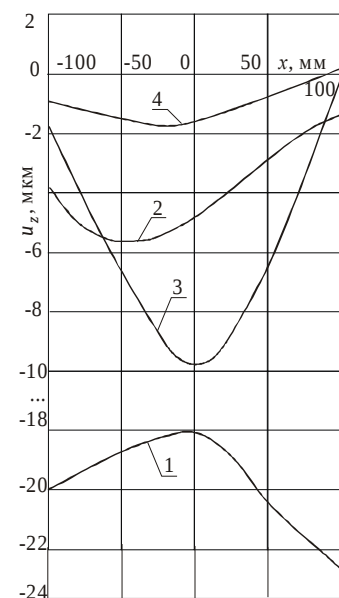


Рис.22. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 12 в табл.2)

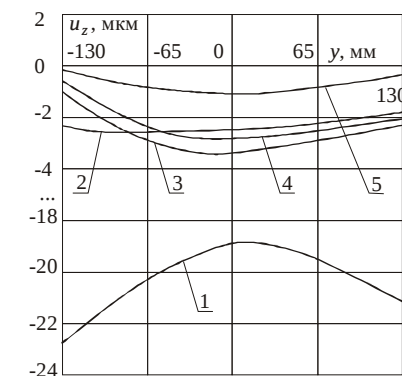


Рис.24. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 11 в табл. 3)

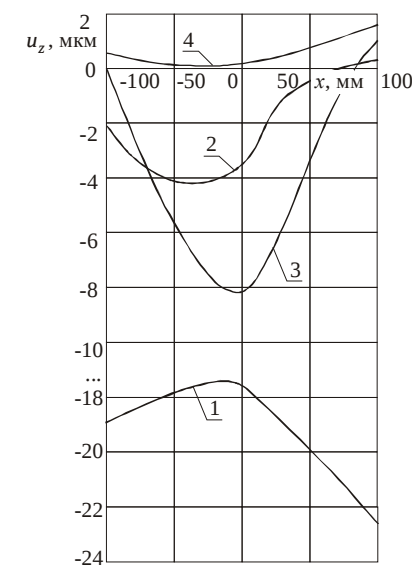


Рис.23. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 10 в табл. 3)

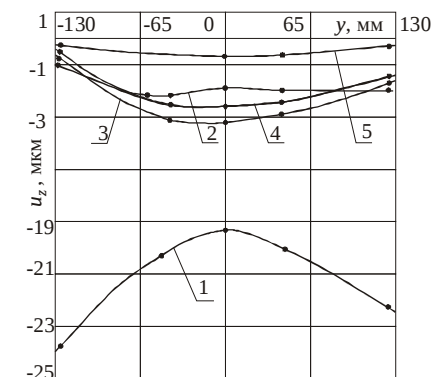


Рис.25. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 9 в табл.3)

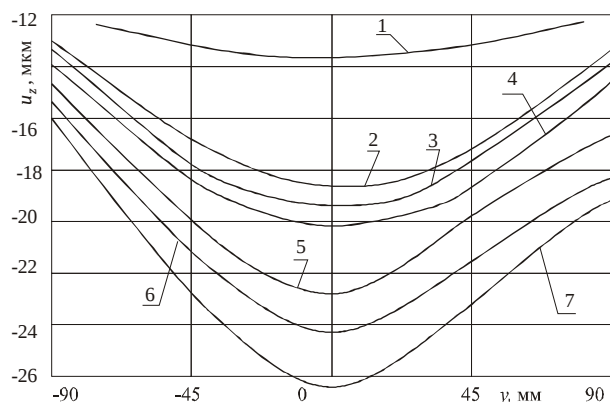


Рис. 26. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси y (голограмма № 13 в табл. 3):

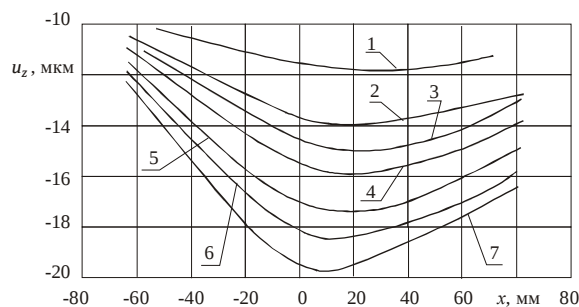


Рис.27. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси x (голограмма № 14 в табл. 3)

свидетельствует о необходимости рассмотрения ПФ как сложной механической системы контактирующих друг с другом элементов. На картине интерференционных полос отсутствуют зоны резких градиентов, что позволяет создавать КЭМ элементов пресс-формы без зон резких изменений размеров конечных элементов.

Заключение. Анализ результатов свидетельствует о качественном соответствии результатов численных исследований данным, полученным в ходе экспериментальных исследований. При этом погрешность по перемещениям не превышает 10-15% для различных вариантов сочетания параметров. Это позволяет заключить, что разработанный программно-модельный комплекс автоматизированного анализа и синтеза расчетных моделей и элементов конструкций пресс-форм является эффективным инструментом, позволяющим оперативно и с высокой степенью достоверности решать комплекс задач, возникающих при проектировании и исследовании ПФ.

Данный программно-модельный комплекс впитал в себя результаты огромного числа численных и экспериментальных исследований и отражает важнейшие направления развития методов решения связанных нелинейных задач: строгая математическая постановка и привлечение современных тео-

рий и численных методов; возможность комплексного моделирования связанных процессов и состояний с высокой точностью и разработки обоснованных рекомендаций по выбору конструктивных, технологических и эксплуатационных характеристик проектируемых литейных форм; учет специфики проектируемых изделий; возможность накопления баз знаний; обеспечение работоспособности и точности изготовления изделий; сквозная параметризация и возможность экспорта/импорта в/из различные системы автоматизированного проектирования.

В дальнейшем планируется проведение разработок по расширению возможностей созданного программно-модельного комплекса и спектра решаемых задач.

Список литературы. 1. Храмова И.Я., Ткачук А.Н., Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Орлов Е.А., Чепурной А.Д. Специализированная система анализа и синтеза и расчетно-экспериментальное исследование элементов пресс-форм // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиностроительство та САПР». – 2005. – № 60. – С.151-178. 2. Демина Н.А., Назарова О.П., Ткачук А.Н. Контактное взаимодействие в сопряжении «пуансон – матрица – заготовка» // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиностроительство та САПР». – 2007. – № 23. – С.39-48. 3. Ткачук А.Н. Исследования термоупругих контактных задач элементов пресс-форм для литья под давлением с учетом фазовых превращений в отливке // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 2. – С.144-158. 4. Ткачук А.Н. Численное решение тестовых термоупругих контактных задач для элементов пресс-форм // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 9. – С.118-124. 5. Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Ткачук А.Н., А.В. Бондаренко, Бруль С.Т. Расчетно-экспериментальное обоснование параметров численных моделей элементов механических систем // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 14. – С.117-125. 6. Ткачук Н.А., Мовшиович А.Я., Ткачук А.Н. Технологические системы холоднолистовой штамповки: к вопросу обоснования расчетных схем элементов разделительных штампов // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 14. – С.126-140. 7. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 8. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 240 с. 9. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. – 1977. –Т.41.– Вып.2. – С.329-337. 10. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров – // Доклады АН СССР, 1976. – Т.230. –№ 2.– С.308-310. 11. Кравчук А.С., Васильев В.А. Численные методы решения контактных задач для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикладная механика. – 1980. –Т.16.– Вып.6. – С.9-15. 12. Кравчук А.С., Васильев В.А. Вариационный метод в контактной задаче теории упругости / В кн. Упругость и неупругость. – М.: Наука, 1978. – С.23-31. 13. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. – 1978. – Т.42. – Вып.3. – С.466-474. 14. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 15.Кравчук А.С., Сурськов В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач // Доклады АН СССР, 1981. – Т.259. – № 6.– С.1327-1329. 16. Гловачек И, Ганслингер Я, Нечас И., Ловишек Я. Решение вариационных неравенств в механике. – М.: Мир, 1986. – 270 с. 17. Дюво Г., Лионс Ж.Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 18. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с. 19. Belytschko T., Neal M.O. Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods // Int. J. for Numerical Methods in Engineering, (1991), 31. P.547-572. 20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 21. Отчет о комплексных исследованиях прочности и жесткости базовых плит УПТО-Р и элементов крупногабаритных пресс-форм // ХФ ЦНИТИ. Тема ТТУ-654-90, этап 5. – Арх. № 0386 от 28.12.90 г. 22. Касатки Б.С., Кудорин Б.А., Лобанов Л.М., Пивторак В.А., Полухин П.И., Чиченев Н.А. Экспериментальные методы исследования

деформаций и напряжений. – К.: Наукова думка. – 1981. – 584 с. 23. Капустин А.А. Отчет об исследовании жесткости и прочности блоков переналаживаемых пресс-форм и рабочего инструмента штампов методами голографической и спекл-интерферометрии. // ХФ ЦНИТИ. Тема №38-01-90. Арх. № 0387 от 30.11.90 г. 24. Капустин А.А. Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натурных конструкций. / В кн.: Физические основы голографии. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137-159. 25. Капустин А.А. Методы, использующие голографическую интерферометрию для спекл-интерферометрических измерений / В кн.: Методические указания /Применение спекл-интерферометрии для контроля качества промышленных изделий. – Горький: ГФ. ВНИИМАШ, 1980. – С.45-53.

Поступила в редколлегию 12.03.09

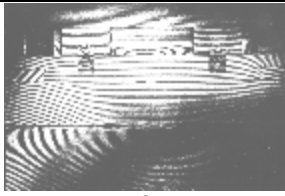
Таблица 3

Варианты сочетания конструктивных и эксплуатационных параметров (* для матрицы)

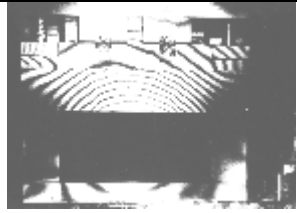
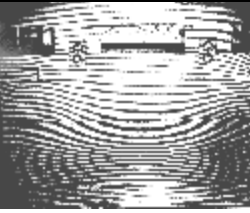
№ голограммы	Плоскость записи	Изменения в конструкции	Перепад нагрузки, кН	Внутр. давление, МПа
1	Oy	винты затянуты, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
2	Oy	винты касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
3	Oy	винты не касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
4	Ox	винты не касаются, опоры отсутствуют	250 ÷ 330	2,45
5	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,29мм	1000 ÷ 875	9,80
6	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,29мм	1000 ÷ 875	9,80
7	Ox	опоры отсутствуют, винты затянуты	1000 ÷ 875	9,80
8	Oy	винты затянуты, опоры отсутствуют	1000 ÷ 875	9,80
9	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,34 мм	1000 ÷ 875	9,80
10	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80
11	Oy	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80
12	Ox	винты затянуты, установлены две опоры 62,39 мм	1000 ÷ 875	9,80
13*	Oy		50 ÷ 20	0
14*	Ox		50 ÷ 20	0

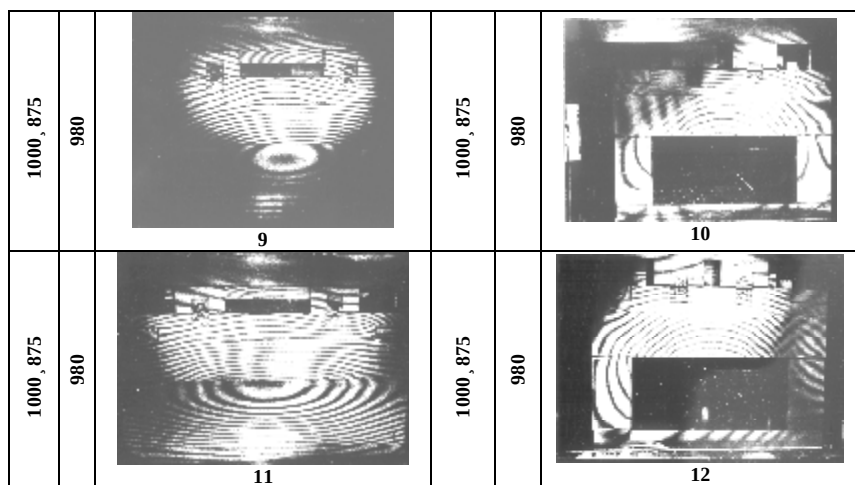
Таблица 4

Голографические интерферограммы матриц, характеризующие деформационные изменения при перепаде нагрузки гидравлического пресса (№ голограммы в табл.3)

Перепад нагрузки	P _{вн} , МПа	Интерферограмма	Перепад нагрузки	P _{вн} , МПа	Интерферограмма
1	2	3	4	5	6
250, 330	245		250, 330	245	
		1			2

Продолжение табл. 4

1	2	3	4	5	6
250, 330	245		250, 330	245	
		3			4
1000, 875	980		1000, 875	980	
		5			6
1000, 875	980		1000, 875	980	
		7			8



Продолжение табл. 4

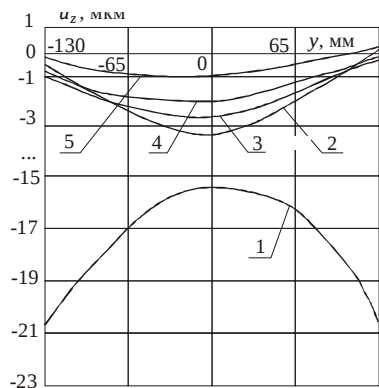
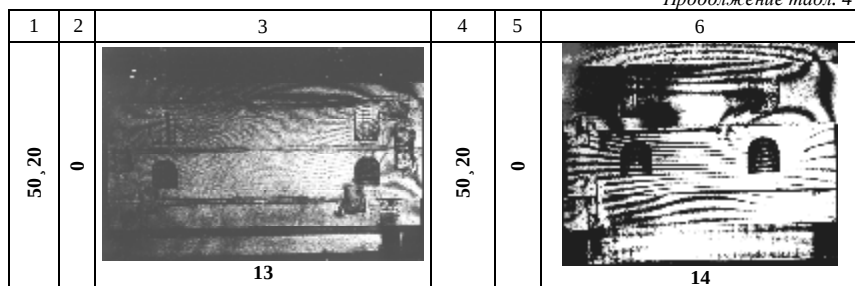


Рис.14. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 1 в табл.3)

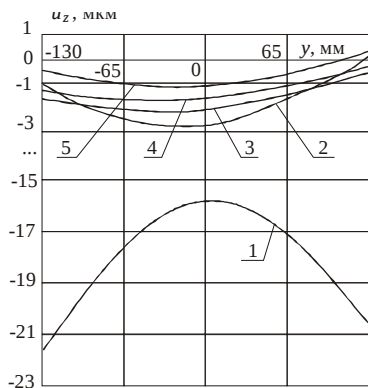


Рис.15. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 2 в табл. 3)

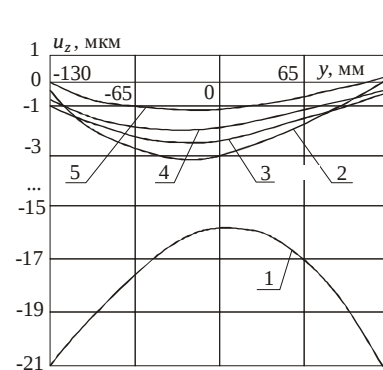


Рис.16. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 3 в табл.3)

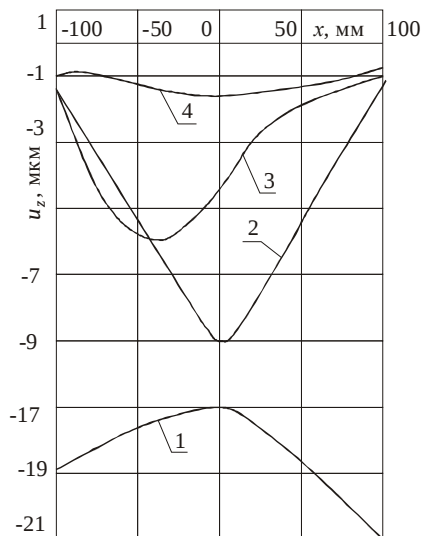


Рис.18. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 6 в табл.3)

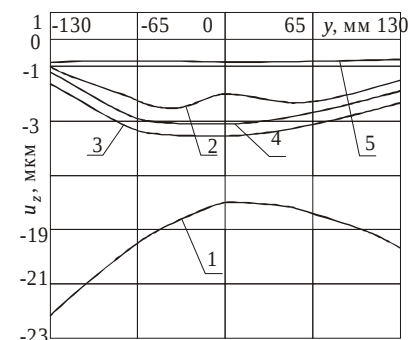


Рис.17. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 5 в табл.3)

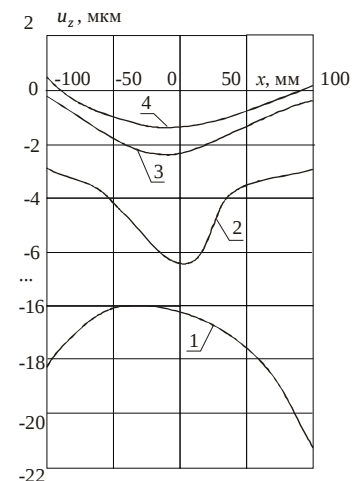


Рис.19. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 4 в табл.3)

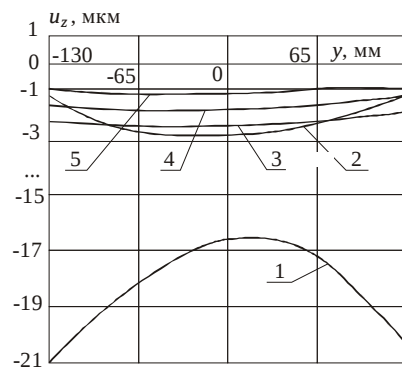


Рис. 21. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 8 в табл.3)

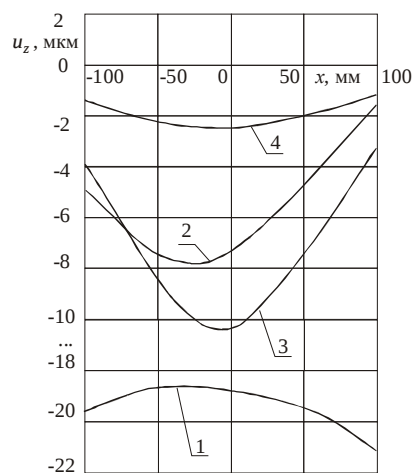


Рис.20. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси x (голограмма № 7 в табл.3)

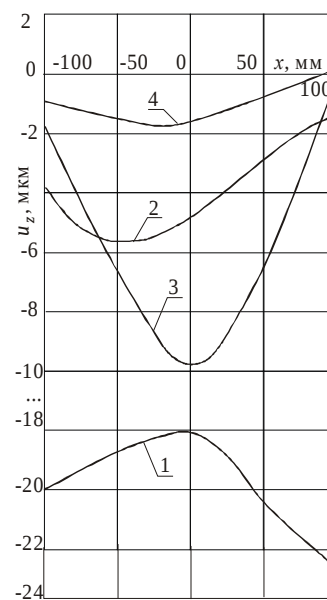


Рис.22. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 12 в табл.2)

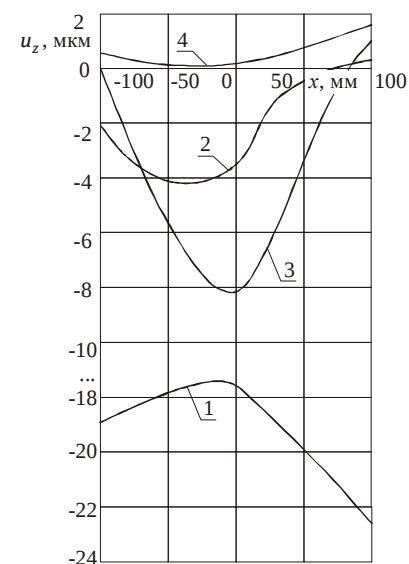


Рис.23. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси x (голограмма № 10 в табл. 3)

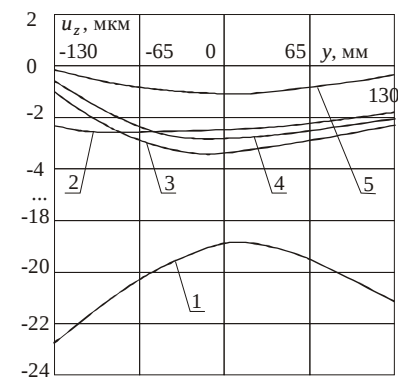


Рис.24. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 11 в табл. 3)

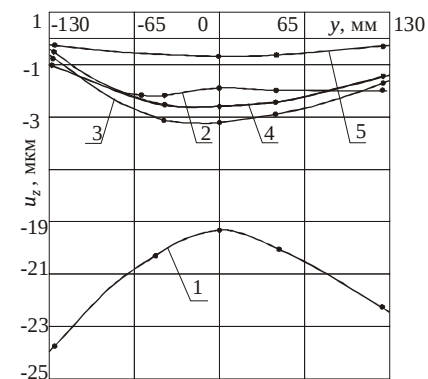


Рис.25. Распределение перемещений u_z точек поверхности блока пресс-формы вдоль оси y (голограмма № 9 в табл.3)

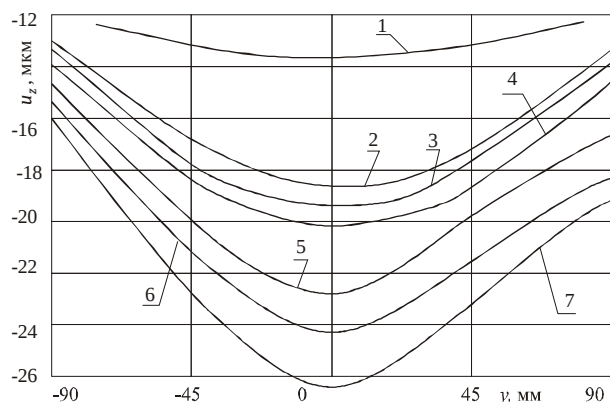


Рис. 26. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси y (голограмма № 13 в табл. 3):

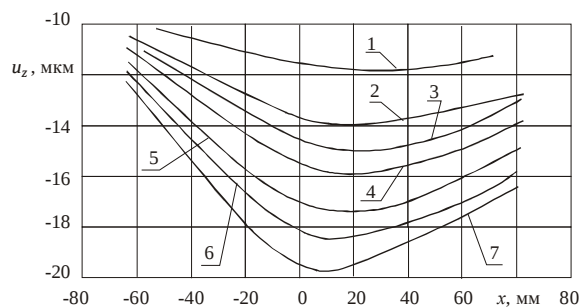


Рис. 27. Распределение перемещений u_z точек поверхности матрицы вдоль оси x (голограмма № 14 в табл. 3)

свидетельствует о необходимости рассмотрения ПФ как сложной механической системы контактирующих друг с другом элементов. На картине интерференционных полос отсутствуют зоны резких градиентов, что позволяет создавать КЭМ элементов пресс-формы без зон резких изменений размеров конечных элементов.

Заключение. Анализ результатов свидетельствует о качественном соответствии результатов численных исследований данным, полученным в ходе экспериментальных исследований. При этом погрешность по перемещениям не превышает 10-15% для различных вариантов сочетания параметров. Это позволяет заключить, что разработанный программно-модельный комплекс автоматизированного анализа и синтеза расчетных моделей и элементов конструкций пресс-форм является эффективным инструментом, позволяющим оперативно и с высокой степенью достоверности решать комплекс задач, возникающих при проектировании и исследовании ПФ.

Данный программно-модельный комплекс впитал в себя результаты огромного числа численных и экспериментальных исследований и отражает важнейшие направления развития методов решения связанных нелинейных задач: строгая математическая постановка и привлечение современных тео-

рий и численных методов; возможность комплексного моделирования связанных процессов и состояний с высокой точностью и разработки обоснованных рекомендаций по выбору конструктивных, технологических и эксплуатационных характеристик проектируемых литейных форм; учет специфики проектируемых изделий; возможность накопления баз знаний; обеспечение работоспособности и точности изготовления изделий; сквозная параметризация и возможность экспорта/импорта в/из различные системы автоматизированного проектирования.

В дальнейшем планируется проведение разработок по расширению возможностей созданного программно-модельного комплекса и спектра решаемых задач.

Список литературы. 1. Храмова И.Я., Ткачук А.Н., Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Орлов Е.А., Чепурной А.Д. Специализированная система анализа и синтеза и расчетно-экспериментальное исследование элементов пресс-форм // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиностроительство та САПР». – 2005. – № 60. – С.151-178. 2. Демина Н.А., Назарова О.П., Ткачук А.Н. Контактное взаимодействие в сопряжении «пуансон – матрица – заготовка» // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиностроительство та САПР». – 2007. – № 23. – С.39-48. 3. Ткачук А.Н. Исследования термоупругих контактных задач элементов пресс-форм для литья под давлением с учетом фазовых превращений в отливке // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 2. – С.144-158. 4. Ткачук А.Н. Численное решение тестовых термоупругих контактных задач для элементов пресс-форм // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 9. – С.118-124. 5. Ткачук Н.А., Грищенко Г.Д., Ткачук А.Н., А.В. Бондаренко, Бруль С.Т. Расчетно-экспериментальное обоснование параметров численных моделей элементов механических систем // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 14. – С.117-125. 6. Ткачук Н.А., Мовшиович А.Я., Ткачук А.Н. Технологические системы холоднолистовой штамповки: к вопросу обоснования расчетных схем элементов разделительных штампов // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: «Машиноведение и САПР». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 14. – С.126-140. 7. Сеа Ж. Оптимизация. Теория и алгоритмы. – М.: Мир, 1973. – 244 с. 8. Черноусько Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. – М.: Наука, 1973. – 240 с. 9. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикл. мат. и мех. – 1977. – Т.41. – Вып.2. – С.329-337. 10. Кравчук А.С. К задаче Герца для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Доклады АН СССР, 1976. – Т.230. – № 2. – С.308-310. 11. Кравчук А.С., Васильев В.А. Численные методы решения контактных задач для линейно- и нелинейно-упругих тел конечных размеров // Прикладная механика. – 1980. – Т.16. – Вып.6. – С.9-15. 12. Кравчук А.С., Васильев В.А. Вариационный метод в контактной задаче теории упругости / В кн. Упругость и неупругость. – М.: Наука, 1978. – С.23-31. 13. Кравчук А.С. Постановка задачи о контакте нескольких деформируемых тел как задачи нелинейного программирования // Прикл. мат. и мех. – 1978. – Т.42. – Вып.3. – С.466-474. 14. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с. 15. Кравчук А.С., Сурськов В.А. Численное решение геометрически нелинейных контактных задач // Доклады АН СССР, 1981. – Т.259. – № 6. – С.1327-1329. 16. Гловачек И, Ганслингер Я, Нечас И., Ловишек Я. Решение вариационных неравенств в механике. – М.: Мир, 1986. – 270 с. 17. Дюво Г., Лионс Ж.Л. Неравенства в механике и физике. – М.: Наука, 1980. – 384 с. 18. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972. – 587 с. 19. Belytschko T., Neal M.O. Contact-Impact by the Pinball Algorithm with Penalty and Lagrangian Methods // Int. J. for Numerical Methods in Engineering, (1991), 31. P.547-572. 20. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 510 с. 21. Отчет о комплексных исследованиях прочности и жесткости базовых плит УПТО-Р и элементов крупногабаритных пресс-форм // ХФ ЦНИТИ. Тема ТТУ-654-90, этап 5. – Арх. № 0386 от 28.12.90 г. 22. Касатки Б.С., Кудорин Б.А., Лобанов Л.М., Пивторак В.А., Полухин П.И., Чиченев Н.А. Экспериментальные методы исследования

деформаций и напряжений. – К.: Наукова думка. – 1981. – 584 с. **23. Капустин А.А.** Отчет об исследовании жесткости и прочности блоков переналаживаемых пресс-форм и рабочего инструмента штампов методами голографической и спекл-интерферометрии. // ХФ ЦНИТИ. Тема №38-01-90. Арх. № 0387 от 30.11.90 г. **24. Капустин А.А.** Теория спекл-интерферометрических измерений напряженно-деформированного состояния элементов натурных конструкций. / В кн.: Физические основы голографии. – Л.: ЛИЯФ, 1979. – С.137-159. **25. Капустин А.А.** Методы, использующие голографическую интерферометрию для спекл-интерферометрических измерений / В кн.: Методические указания /Применение спекл-интерферометрии для контроля качества промышленных изделий. – Горький: ГФ. ВНИИМАШ, 1980. – С.45-53.

Поступила в редколлегию 12.03.09

СОДЕРЖАНИЕ

О.Д. БОЙКО Аналіз запатентованих конструктивних рішень колісного рушія щодо зменшення впливу його пошкодження на динаміку руху.....	3
О.В. БОНДАРЕНКО, О.В. УСТИНЕНКО Критерії та шляхи оптимізації тривалих коробок передач.....	14
О. В. ВЕРЕТЕЛЬНИК Исследование различных конструкций ортезов при ортезировании шейного отдела позвоночника	18
Ю.В. ВЕРЕТЕЛЬНИК, Н.А. ТКАЧУК, Г.Д. ГРИЦЕНКО Расчетно-экспериментальный синтез конечно-элементных моделей тел с регулярной системой вырезов.....	24
В.И. ГОЛОВЧЕНКО, В.А. ШКОДА, Л.Е. ПОЛЕТУН, Т.В. ПОЛИЩУК Расчеты механизмов наклона дуговых сталеплавильных печей.....	50
А.В. ГРАБОВСКИЙ Методы исследования динамики инерционных вибромашин и определение действующих нагрузок в виброударной системе.....	61
В.Б. ЗЕЛЕНСКИЙ, А.А. ЗАРУБИНА, И.Я. ХРАМЦОВА, З.С. САФОНОВА Математическая модель ходьбы с протезом на фазе переноса	80
О.І. ЗИНЧЕНКО Кінематичний аналіз механізму високого класу з використанням бібліотеки підпрограм аналізу груп другого класу.....	87
С.Н. КАВЕЦКИЙ, Т.В. ГЕРЕШ Синтез планетарного механизма 2А– АА с учетом углов зацепления для радиального дальнего расположения сателлитов.....	91
Вісс. Гр. КЛИМЕНКО Бульові алгебри на базі неперервних і неперервно-диференційовних функцій.....	95
Вісс. Гр. КЛИМЕНКО Змішана багатокритеріальна задача мінімізації по максимуму.....	99
А.В. МАРТЫНЕНКО К вопросу о численном моделировании и экспериментальных исследованиях элементов гидрообъемных передач.....	112
Г.А. ПРИЙМАКОВ Экспериментальное исследование динамики металлополимерного гибкого колеса герметичной силовой волновой зубчатой передачи.....	119
Р.В. ПРОТАСОВ, А.В. УСТИНЕНКО Аналитическое описание поверхностей зубьев эволютных передач.....	125
Н.А. ТКАЧУК, А.Н. ТКАЧУК, В.А. ЗАБОЛОТСКИХ, А.А. КАПУСТИН Методы, алгоритмы и модели для исследования физико-механических процессов при изготовлении деталей литьем....	129

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК
НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ
„ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Тематичний випуск
“МАШИНОЗНАВСТВО та САПР”

Збірник наукових праць
№ 12

Науковий редактор
Ткачук М.А.

Технічний редактор
Ткачук Г.В.

Відповідальний за випуск
Обухова І.Б.

Обл. вид. № 85-09.

Підп. до друку 10.06.2009 р. Формат 60х90/16. Папір офісний.
Віддруковано на ризографі. Гарнітура Таймс. Ум. друк. арк.8,9.
Обл.-вид. арк.9,6. Тираж 300 прим. Зам. № 162.

Надруковано СПД ФО Ізрайлев Є.М. Свідоцтво № 04058841Ф0050331 від 21.03.2001 р. 61024, Харків, вул. Гуданова, 4/10.
