

**ВЕСТНИК  
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА “ХПИ”**

**Сборник научных трудов  
Тематический выпуск**

**29’2008**

**“Проблемы механического привода”**

Издание основано Национальным техническим университетом “ХПИ”  
в 2001 году

**Государственное издание**

Свидетельство Госкомитета  
По информационной политике Украины  
КВ № 5256 от 02.07.2001 г.

**КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ**

**Председатель**

Л.Л. ТОВАЖНЯНСКИЙ, *д.т.н., проф.*

**Секретарь**

К.А. ГОРБУНОВ, *к.т.н., проф.*

А.П. МАРЧЕНКО, *д.т.н., проф.*  
Е.И. СОКОЛ, *д.т.н., проф.*  
Е.Е. АЛЕКСАНДРОВ, *д.т.н., проф.*  
Т.С. ВОРОПАЙ, *д.ф.н., проф.*  
М.Д. ГОДЛЕВСКИЙ, *д.т.н., проф.*  
А.И. ГРАБЧЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Д. ДМИТРЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Г. ДАНЬКО, *д.т.н., проф.*  
В.Б. КЛЕПИКОВ, *д.т.н., проф.*  
П.А. КАЧАНОВ, *д.т.н., проф.*  
В.О. ЛОЗОВОЙ, *д.т.н., проф.*  
А.К. МОРАЧКОВСКИЙ, *д.т.н., проф.*  
П.Г. ПЕРЕРВА, *д.т.н., проф.*  
Н.И. ПОГОРЕЛОВ, *д.т.н., проф.*  
М.И. РЫШЕНКО, *д.т.н., проф.*  
В.Б. САМОРОДОВ, *д.т.н., проф.*  
В.П. СЕБКО, *д.т.н., проф.*  
В.Н. ТАРАН, *д.т.н., проф.*  
Ю.В. ТИМОФЕЕВ, *д.т.н., проф.*  
Н.А. ТКАЧУК, *д.т.н., проф.*

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**Ответственные редакторы**

В.С. Гапонов, *д.т.н., проф.*  
Н.А. Ткачук, *д.т.н., проф.*

**Зам. ответственного редактора**

А.В. Устиненко, *к.т.н., доц.*

**Ответственный секретарь**

В.А. Бережной, *к.т.н.*

А.И. Павлов, *к.т.н., доц.*  
Н.Э. Тернюк, *д.т.н., проф.*  
С.В. Гутыря, *д.т.н., проф.*  
Ф.Л. Литвин, *д.т.н., проф.*  
В.В. Шелофаст, *д.т.н., проф.*  
В.П. Шишов, *д.т.н., проф.*  
В.М. Грибанов, *д.т.н., проф.*  
Н.Л. Утутов, *д.т.н., проф.*  
А.П. Попов, *д.т.н., проф.*  
Б.В. Мотулько, *д.т.н., проф.*  
В.Г. Хромов, *д.т.н., проф.*  
Б.И. Киндрацкий, *д.т.н., проф.*  
В.Н. Власенко, *к.т.н.*  
В.Е. Старжинский, *д.т.н., проф.*  
А.С. Кунивер, *д.т.н., проф.*  
А.И. Беляев, *д.т.н., проф.*  
А.П. Любченко, *д.т.н., проф.*  
А.Л. Филипенков, *д.т.н., проф.*  
В.Н. Стрельников, *д.т.н.*  
Н.В. Матюшенко, *к.т.н.*  
В.В. Медведь, *инж.*

**АДРЕС РЕДКОЛЛЕГИИ**

61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21  
кафедра ТММ и САПР  
тел. (0572) 707-64-78

УДК 621.833

Вісник Національного Технічного університету “ХПІ”. Збірник наукових праць тематичний випуск “Проблеми механічного приво́ду”.  
Харків: НТУ “ХПІ”. – 2008, №29. – 122 с.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок в области зубчатых передач и редукторостроения, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

У збірнику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок в галузі зубчастих передач і редукторобудування, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій і підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

**Друкується за рішенням Вченої ради НТУ “ХПІ”,  
протокол №7 від 04.07.2008**

©Національний технічний університет “ХПІ”, 2008

*А.Л. ГОЛУБЕНКО*, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
*Ю.В. МЕДИНЦЕВА*, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
*П.Л. НОСКО*, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля

## **О СОЗДАНИИ ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫХ ГИПЕРБОЛОИДНЫХ ПЕРЕДАЧ С УЛУЧШЕННЫМИ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ ГЕОМЕТРОКИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ**

Створення високонавантажених гіперболоїдних передач з покращеними і екстремальними геометрично-кінематичними показниками на основі квазігіперболоїдного зачеплення – перспективний і ефективний напрям в підвищенні техніко-економічних характеристик редукторів.

Creation high-loaded hyperboloid gears transfers with improved and extreme geometry kinematic parameters on the basis of quasi hyperboloid gearings is a perspective and effective direction in increase of technical and economic characteristics of reducers.

### **Постановка проблемы.**

Важнейшую роль в повышении технико-экономических характеристик редукторов – массовой продукции отраслей народнохозяйственного комплекса Украины – играют зубчатые передачи, во многом определяющие долговечность, надежность и конкурентоспособность механизмов, в которых они применяются. Возрастающие же требования к увеличению окружных скоростей, нагрузки и ресурса, к уменьшению габаритов и массы редукторов всё в меньшей степени удовлетворяются традиционными передачами, которые не отвечают в ряде случаев требованиям рыночного хозяйства по таким параметрам как единичная мощность, точность, удельная материалоемкость, конкурентоспособность. Так, в условиях вхождения Украины во Всемирную Торговую Организацию механические приводы общемашиностроительного и специального применения, выпускающиеся на предприятиях Украины, подлежат обновлению в кратчайшие сроки с учётом повышения их технического уровня, расширения потребительских свойств и улучшения конкурентоспособности.

Исследования, направленные на создание эффективных гиперболоидных передач, обладающих высокой нагрузочной способностью и КПД, меньшей металлоёмкостью, являются актуальными и отвечают требованиям научно – технического прогресса современного машиностроения. Актуальность исследования гиперболоидных зубчатых передач не снижается с непрерывной тенденцией к повышению передаваемой мощности, характерной для современного машиностроения.

Создание передач, отвечающих высокому научно – техническому и производственному уровню, требует совместного рассмотрения всех показателей качества проектируемой передачи, а также конструктивных и технологических путей их обеспечения, с учётом экономических факторов, научно-техническая и промышленная реализация которых – предмет многокритериального синтеза и оптимизации зубчатых передач с улучшенными и экстремальными геометрокинематическими показателями и эксплуатационными характеристиками.

Исследование проводится в рамках работ и на основании программы научно-технических исследований Луганского отделения транспортной Академии Украины; по плану научно-исследовательских работ Восточноукраинского национального университета имени В. Даля.

### **Цель исследования.**

Развитие теории и повышение технического уровня пространственных передач созданием высоконагруженных гиперболоидных – винтовых и гипоидных – передач с улучшенными и экстремальными качественными показателями, поскольку в настоящее время большая часть редукторов и передач специального, общемашино- и станкостроительного назначения, которые предлагают производители стран постсоветского пространства, – это модели, разработанные, главным образом, в 1960-1980-е гг. Они были заложены в конструкции многочисленных станков, машин и механизмов и применяются и по сей день. Однако, в силу разных причин даже в новых проектах упомянутые передачи и редукторы уже не удовлетворяют современным технологическим требованиям, неконкурентоспособны по сравнению с зарубежными аналогами, и в большинстве случаев их применение в современном производстве невыгодно.

### **Основной материал.**

В различных отраслях народного хозяйства Украины и в ведущих промышленно развитых странах мира проводятся интенсивные исследования в области гиперболоидного (пространственного) станочного и рабочего зацеплений, направленные на повышение несущей способности гиперболоидных – винтовых, червячных, спироидных и гипоидных – передач, которые во всевозрастающих масштабах изготавливаются на машиностроительных заводах стран мира. Так, из материалов ежегодной международной конференции по механическим трансмиссиям (Япония, Фокуока) известно, что в мире: объем выпуска гиперболоидных передач каждые 5-7 лет удваивается, при этом в начале третьего тысячелетия годовая стоимость гиперболоидных колес превысила несколько миллиардов долларов США.

Упомянутое позволяет сказать, что использование любых резервов в производстве гиперболических зубчатых колес, передач и редукторов может дать и уже реально дает значительный экономический эффект за счет улучшения конструкции, повышения производительности труда, улучшения качества, снижения себестоимости, повышения конкурентоспособности продукции.

Особое место среди пространственных передач и редукторов занимают гипоидные и винтовые зубчатые колеса с улучшенными (экстремальными) качественными (геометрокинематическими) показателями, содержащие большие скрытые резервы увеличения их прочности и улучшения эксплуатационных качеств. В том числе одним из существенных резервов является переход от конических и цилиндрических начальных поверхностей к квазигиперболическим начальным поверхностям, наименее отклоняющимся от гиперболических аксоидов – теоретических начальных поверхностей.

**Список литературы:** 1. Голубенко О.Л., Мединцева Ю.В. Кинематика зубогенерування квазігіперболических колес і проблема синтезу покращених гіперболических передач // *Машинознавство*. – 2007. – №1 (115). – С.26–29. 2. Голубенко А.Л., Мединцева Ю.В., Носко П.Л. Геометрокинематические показатели и основные критерии несущей способности гиперболических передач // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – № 2. – С.35–40. 3. Голубенко А.Л., Грибанова Ю.В., Крамарь Н.М. Гипоидные передачи с экстремальными качественными показателями: вопросы синтеза, анализа и зубогенерирования // *Збірник наукових праць Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – Луганськ: Вид-во СНУ, 2003. – С.117. 4. Мединцева Ю.В., Балицкая Т.Ю., Ратов Д.В. Квазигиперболические передачи – альтернатива традиционным гиперболическим передачам // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – №3 (109), часть 2. – С.94–99. 5. Голубенко А.Л., Мединцева Ю.В., Носко П.Л. Аспекты и проблемы синтеза и математико-механического формообразования зубьев квазигиперболических колес улучшенных гиперболических передач // *Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В. Даля*. – 2007. – №9 (115). – С.42–51. 6. Власенко В.Н. Работы ТК-47 “Механические приводы” по гармонизации национальных и международных стандартов // *Вестник национального технического университета “ХПИ”*. – 2005. – №40. – С.3–6. 7. Власенко В.Н., Фей В.М. Современное состояние и перспективы развития механических приводов общемашиностроительного применения с передачами Новикова // *Вестник национального технического университета “ХПИ”*. – 2007. – №21. – С.11–19.

*Поступила в редакцию 09.06.08*

УДК 621.83

**В.М. ГРИБАНОВ**, докт. тех. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**Д.В. РАТОВ**, асп., ВНУ им. В. Даля,  
**Т.Ю. БАЛИЦКАЯ**, ВНУ им. В. Даля,  
**Н.В. КОРОБКА**, ВНУ им. В. Даля,  
**Т.Е. ПЕЧОЛАТ**, ВНУ им. В. Даля

## ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Розглядається підхід до складання математичної моделі процесу формоутворення бокових поверхонь зубців гіперболическої передачі з наступною побудовою комп'ютерної імітаційної моделі зборки гіперболических шестерень.

The approach to drawing up of mathematical model of process shape of building like edge surface of tooth transfer with the subsequent construction of computer imitating model of assembly transfers is considered.

**Постановка проблемы.** Как известно, зубчатые детали являются одними из наиболее распространенных классов деталей в современном машиностроении. Серийность их выпуска достигает сотен тысяч деталей в год. Изготовление их, как правило, производится методами снятия стружки. Замена процессов резания при обработке зубчатых деталей процессами пластической деформации – накатыванием является одним из путей прогрессивной технологии машиностроения.

В наше время моделирование на цифровых вычислительных машинах является одним из наиболее мощных средств исследования, в частности, сложных динамических систем. Как и любое компьютерное моделирование, оно дает возможность проводить вычислительные эксперименты с еще только проектируемыми системами и изучать системы, натурные эксперименты с которыми из-за соображений безопасности или дороговизны не целесообразны. В тоже время, благодаря своей близости по форме к физическому моделированию, этот метод исследования доступен более широкому кругу пользователей.

**Цель статьи:** основанное на выводах работ [2], [6] получение квазигиперболических зубчатых передач в виде компьютерной модели.

**Основной материал.** Моделью объекта является любой другой объект, отдельные свойства которого полностью или частично совпадают со свойствами исходного [8]. Имитационная модель рассматривается как специальная форма математической модели, в которой декомпозиция системы на компоненты производится с учетом структуры проектируемого или изучаемого объекта; в качестве законов поведения могут использоваться экспериментальные данные, полученные в результате натурных экспериментов, а пове-

дение системы во времени иллюстрируется заданными динамическими образцами.

В основе многих технологических процессов формообразования, т.е. получения поверхности детали режущим инструментом, лежит огибание. При этом форма полученной поверхности детали отличается от формы производящей поверхности – геометрического места бесконечного числа режущих кромок.

Изложим подход к составлению математической модели довольно большой группы технологических процессов формообразования, используемых в машиностроении при изготовлении деталей различной формы накатываемым инструментом. Чертами, объединяющими все процессы формообразования, являются следующие:

- огибаемой служит производящая поверхность, форма которой считается заранее известной;
- огибающей является обработанная режущим инструментом поверхность, форма которой заранее неизвестна;
- огибаемая поверхность относительно условно неподвижной системы отсчета, связанной, например, со станком, может совершать сложное движение, являющееся совокупностью вращательных и прямолинейных поступательных движений, причем положение производящей поверхности в указанной системе отсчета определяется одним параметром – параметром движения;
- заготовка в той же системе отсчета может вращаться вокруг собственной оси; угол поворота заготовки зависит от параметра движения производящей поверхности, и эта зависимость заранее известна;
- целью составления математической модели является получение уравнения обработанной поверхности и при надобности его анализ.

Таким образом, опишем математическую модель технологического процесса формообразования с конкретизацией формы производящей поверхности и вида ее движения (см. рис. 1).

Пусть в неподвижной системе отсчета параметр  $\psi$  характеризует положение движущейся производящей поверхности  $\Omega$ , а параметр  $\varphi$  определяет в той же системе положение вращающейся заготовки. Между  $\psi$  и  $\varphi$  существует функциональная зависимость, так что можно считать, что движение указанных объектов определяется одним параметром.

В математическую модель технологического процесса формообразования входит описание формы производящей поверхности  $\Omega$  и закона ее движения относительно заготовки, а также получение уравнения обработанной поверхности  $\Xi$  как огибающей семейства производящих поверхностей.

Для составления математической модели введем в рассмотрение три системы отсчета:

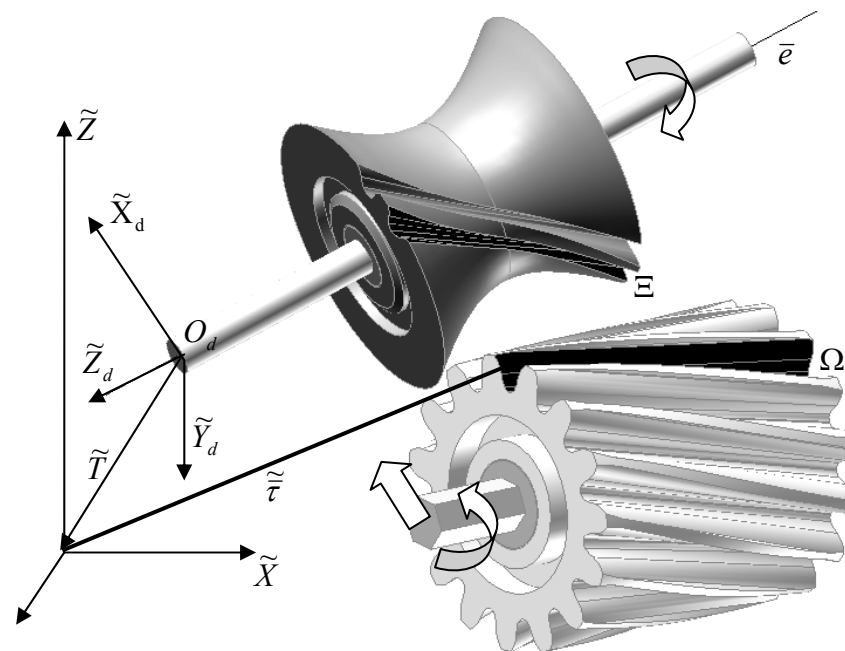


Рис.1. Выбранные системы отсчета при получении огибающей поверхности  $\Xi$

1.  $\Sigma_d$  – подвижная декартова система, жестко связанная с заготовкой, вращающейся вокруг своей оси  $e$ . В этой системе будем получать уравнение огибающей  $\Xi$ , т.е. уравнение обработанной поверхности. Начало системы  $\Sigma_d$  лежит на оси  $e$  вращения заготовки в точке  $O_d$ .

2.  $\tilde{\Sigma}_d$  – неподвижная декартова система с осями  $\tilde{x}_d, \tilde{y}_d, \tilde{z}_d$ . В начальном положении, когда  $\varphi = 0, \psi = 0$ , системы  $\Sigma_d$  и  $\tilde{\Sigma}_d$  совпадают друг с другом.

3.  $\tilde{\Sigma}$  – неподвижная декартова система с началом в точке  $\tilde{O}$  и с осями

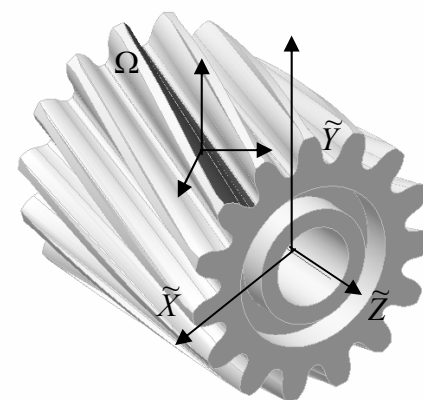


Рис. 2.

$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ . В этой системе удобно описать производящую поверхность  $\Omega$  в начальном положении, т.е. при  $\psi = 0$ .

Последовательность составления математической модели следующая:

1) в системе  $\Sigma$  записываем уравнение производящей поверхности  $\Omega$  в начальном положении;

2) производим переход в систему  $\Sigma_d$ , и там записывается уравнение производящей поверхности  $\Omega$  в произвольном положении;

3) переходим в систему  $\Sigma_d$ , вращающуюся вместе с заготовкой. В этой подвижной системе определяем огибающую семейства производящих поверхностей  $\Xi$ , которая и служит моделью обработанной поверхности.

Итак, пусть в начальном положении радиус-вектор произвольной точки производящей поверхности в системе  $\Sigma$  равен  $\bar{p} = \bar{p}(\theta, \nu)$ , где  $\theta$  и  $\nu$  – параметры или криволинейные координаты этой точки. Производящей поверхностью выступает винтовая поверхность, задающаяся вектор-функцией:

$$\bar{p}(\theta, \nu) = \begin{bmatrix} R \cos(\theta) + \nu \cos(\delta) \sin(\theta) \\ R \sin(\theta) - \nu \cos(\delta) \cos(\theta) \\ p\theta - \nu \sin(\theta) \end{bmatrix},$$

где  $p = R \cdot \operatorname{tg}(\delta)$  (параметр винта),  $\delta$  – угол подъёма винтовой линии на основном цилиндре.

В системе  $\Sigma_d$  радиус вектор той же точки производящей поверхности выглядит так:

$$\bar{r}(0) = [M(\bar{g}, -\gamma)](\bar{T} + \bar{p}(\theta, \nu)),$$

где  $[M(\bar{g}, -\gamma)]$  – матрица поворота системы  $\Sigma$  вокруг некоторой оси  $g$  на угол  $\gamma$  до совмещения с системой  $\Sigma_d$  (элементы матрицы  $[M(\bar{g}, -\gamma)]$  – постоянные величины);  $\bar{T}$  – вектор постоянной длины, идущий из точки  $O_d$  в точку  $\bar{O}$ . Все векторы, стоящие в правой части равенства, записаны в проекциях на оси системы  $\Sigma$ .

В произвольный момент радиус-вектор той же точки производящей поверхности в неподвижной системе  $\Sigma_d$  имеет вид:

$$\bar{r} = \bar{H}(\psi) + [M(\bar{k}, \psi)]\bar{r}(0). \quad (1)$$

Для перехода из системы  $\Sigma_d$  в подвижную систему  $\Sigma_d$  воспользуемся формулой:

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)]\bar{r}. \quad (2)$$

(имеем в виду, что ось вращения заготовки проходит через начало координат системы  $\Sigma_d$ ).

Подставляя в (2) выражение (1), получаем уравнение производящей поверхности в подвижной системе  $\Sigma_d$ , связанной с вращающейся заготовкой:

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{H}(\psi) + [M(\bar{k}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](\bar{T} + \bar{p}(\theta, \nu))),$$

где вектор перемещения  $\bar{H}(\psi) = \bar{l}(0) + \bar{p}(\psi) - [M(\bar{k}, \psi)]\bar{l}(0)$ .

Тогда

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{l}(0) + \bar{p}(\psi) - [M(\bar{k}, \psi)]\bar{l}(0) + [M(\bar{k}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](\bar{T} + \bar{p}(\theta, \nu))));$$

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{l}(0) + \bar{p}(\psi) + [M(\bar{k}, \psi)]([M(\bar{g}, \gamma)](\bar{T} + \bar{p}(\theta, \nu)) - \bar{l}(0)));$$

$$\bar{\tau} = [M(\bar{e}, -\varphi)](\bar{p}(\psi) + \bar{l}(0) + [M(\bar{k}, \psi)]\bar{p}'),$$

где  $\bar{p}' = [M(\bar{g}, \gamma)](\bar{T} + \bar{p}(\theta, \nu)) - \bar{l}(0)$ .

Таким образом, уравнение семейства поверхностей, полученное при движении огибаемой (производящей) поверхности, записано в векторно-параметрическом виде  $\bar{p}' = (\theta, \nu, \psi)$ , где  $\theta, \nu$  – криволинейные координаты точки огибаемой поверхности;  $\psi$  – параметр движения, причём  $\varphi = \frac{\psi}{i}$  ( $i$  – передаточное число моделируемой передачи).

Условие огибания в этом случае выражается в равенстве нулю скалярно-векторного произведения трех векторов, представляющих собой частные производные от радиус-вектора по параметрам:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \nu} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \psi} = 0. \quad (3)$$

Это уравнение является требованием того, чтобы вектор скорости точки огибаемой поверхности, попавшей на характеристику, был перпендикулярен нормали или, что то же самое, лежал в плоскости, касательной к огибающей и огибаемой. Это связано с тем, что вся огибаемая поверхность во все время движения находится по одну сторону от огибающей, и поэтому точка огибаемой поверхности, попавшая на характеристику, не может иметь составляющей скорости, идущей по нормали.

Продифференцируем уравнение производящей поверхности по аргументам:

$$\frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} = [M(\bar{e}, -\varphi)] [M(\bar{k}, \psi)] [M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{p}(\theta, \nu)}{\partial \theta}, \quad \left( \frac{\partial \bar{p}'(\theta, \nu)}{\partial \theta} = [M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{p}(\theta, \nu)}{\partial \theta} \right);$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial v} = [M(\bar{e}, -\varphi)][M(\bar{k}, \psi)][M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \rho(\theta, v)}{\partial v}, \quad \left( \frac{\partial \rho'(\theta, v)}{\partial v} = [M(\bar{g}, \gamma)] \frac{\partial \bar{\rho}(\theta, v)}{\partial v} \right);$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial \varphi} &= -[M(\bar{e}, -\varphi)][\Omega(\bar{e})](\bar{S}(\psi) + \bar{I}(0) + [M(\bar{k}, \psi)]\bar{\rho}') + \\ &+ [M(\bar{e}, -\varphi)] \left( i \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i[M(\bar{k}, i\varphi)][\Omega(\bar{k})]\bar{\rho}' \right). \end{aligned}$$

Перемножив полученные выражения соответствующим образом друг на друга и сократив при этом на произведение  $[M(\bar{e}, -\varphi)][M(\bar{k}, i\varphi)]$ , получаем уравнение (условие огибания) в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \theta} \times \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial v} &(-[M(\bar{k}, -i\varphi)][\Omega(\bar{e})](\bar{S}(i\varphi) + I(0) + [M(\bar{k}, i\varphi)]\bar{\rho}') + \\ &+ i[M(\bar{k}, -i\varphi)] \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i[\Omega(\bar{k})]\bar{\rho}') = 0; \\ \bar{N} &(-[M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi) + \bar{I}(0) + [M(\bar{k}, i\varphi)]\bar{\rho}') + \\ &+ i[M(\bar{k}, -i\varphi)] \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + i(\bar{k} \times \bar{\rho}')) = 0, \end{aligned}$$

$$\text{где } N = \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial \theta} \times \frac{\partial \bar{\rho}'}{\partial v}.$$

$$\begin{aligned} N([M(\bar{k}, -i\varphi)] \left( i \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} - (\bar{e} \times I(0)) \right) + i(\bar{k} \times \bar{\rho}') + \\ + \bar{\rho}' \times [M(\bar{k}, -i\varphi)]\bar{e}) = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))). \end{aligned} \quad (4)$$

Матрица поворота  $[M(\bar{k}, -i\varphi)]$  на угол  $-i\varphi$  вокруг вектора  $\bar{k}$  имеет вид:

$$[M(\bar{k}, -i\varphi)] = \begin{bmatrix} k_i^2(1 - \cos(\varphi)) + \cos(\varphi) & k_i k_j(1 - \cos(\varphi)) + k_k \sin(\varphi) & & \\ k_j k_i(1 - \cos(\varphi)) - k_k \sin(\varphi) & k_j^2(1 - \cos(\varphi)) + \cos(\varphi) & & \\ k_k k_i(1 - \cos(\varphi)) + k_j \sin(\varphi) & k_k k_j(1 - \cos(\varphi)) - k_i \sin(\varphi) & & \\ & & k_i k_k(1 - \cos(\varphi)) - k_j \sin(\varphi) & \\ & & k_j k_k(1 - \cos(\varphi)) + k_i \sin(\varphi) & \\ & & & k_k^2(1 - \cos(\varphi)) + \cos(\varphi) \end{bmatrix}$$

где вектор  $\bar{k} = \begin{bmatrix} k_i \\ k_j \\ k_k \end{bmatrix}$  имеет координаты, являющиеся проекциями на оси не-

подвижной системы  $\bar{\Sigma}$ .

Подставив в левую часть уравнения (3) выражения для матрицы  $[M(\bar{k}, -i\varphi)]$ , получим конкретизированное условие огибания:

$$\begin{aligned} \left( N\bar{\rho}'\bar{e} - (\bar{e}\bar{k})(N\bar{\rho}'\bar{k}) + N \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) - \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k} (N\bar{k}) \right) \cos(i\varphi) + \\ + \left( (\bar{e} \times \bar{k})(N \times \bar{\rho}') + N \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k} \right) \sin(i\varphi) + N\bar{k}\bar{\rho}'(1 - \bar{e}\bar{k}) + N\bar{k} = \\ = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))). \end{aligned}$$

Обозначим

$$\begin{aligned} a &= N\bar{\rho}'\bar{e} - (\bar{e}\bar{k})(N\bar{\rho}'\bar{k}) + N \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) - \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k} (N\bar{k}); \\ b &= (\bar{e} \times \bar{k})(N \times \bar{\rho}') + N \left( \frac{d\bar{S}(i\varphi)}{d\varphi} + \bar{I}(0) \times \bar{e} \right) \bar{k}; \\ c &= N\bar{k}\bar{\rho}'(1 - \bar{e}\bar{k}) + N\bar{k}. \end{aligned}$$

Тогда

$$a \cos(i\varphi) + b \sin(i\varphi) + c = \bar{N}([M(\bar{k}, -i\varphi)](\bar{e} \times \bar{S}(i\varphi))).$$

Поскольку производящая поверхность находится в одном лишь вращательном движении, в этом случае вектор перемещения имеет вид  $\bar{S}(i\varphi) = 0$ . Условие огибания принимает вид:

$$a \cos(i\varphi) + b \sin(i\varphi) + c = 0.$$

Как известно, если  $a^2 + b^2 \leq c^2$ , то

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(i\varphi) + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(i\varphi) = -\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \\ \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sin(\alpha), \quad \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \cos(\alpha). \end{aligned}$$

Тогда

$$\sin(\alpha + i\varphi) = -\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Разрешим условие огибания относительно параметра движения  $\varphi$ :

$$\alpha + i\varphi = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) + \pi i;$$

где

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right); \quad \varphi = \frac{1}{i} \arcsin\left(\frac{-bc - a\sqrt{a^2 + b^2 - c^2}}{a^2 + b^2}\right).$$

Система уравнений

$$\begin{cases} \bar{\rho}' = (\theta, \nu, \psi); \\ \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \nu} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \psi} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

определяет огибающую  $\Xi$  семейства поверхностей. Производящей поверхностью  $\Omega$  (огибаемой), заданной уравнением в векторно-параметрической форме, является боковая поверхность зуба накатывающего колеса.

Подставим функцию  $\varphi(\theta, \nu)$  в первое уравнение системы (5), получим одно векторно-параметрическое уравнение, описывающее огибающую  $\Xi$ , являющуюся боковой поверхностью зуба заготовки:

$$\begin{aligned} \tau(\theta, \nu) = [M(\varepsilon, -\varphi)] \left( S(i\varphi) + I(0) + M[(\bar{k}, i\varphi)] \left( \begin{array}{l} [M(\bar{g}, \gamma)](T + \\ + \bar{\rho}(\theta, \nu)) - I(0) \end{array} \right) \right); \\ \begin{cases} \bar{\rho}' = (\theta, \nu, \psi), \\ \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \nu} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \psi} = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим компьютерное моделирование гиперboloидной передачи. Построение каждой детали в среде проектирования представляет собой последовательное описание составляющих ее конструктивных элементов. Конструктивные элементы могут быть заданы с помощью формообразующих эскизов (например, элементы, полученные выдавливанием, вращением, сдвигом по траектории, натягиванием), а также созданы на базе уже имеющих элементов (например, отверстия, фаски, скругления, оболочки, ребра жесткости, перегородки, литейные уклоны, резьбовые элементы). В качестве исходного контура накатника возьмем контур с двумя линиями зацепления (рис. 3).

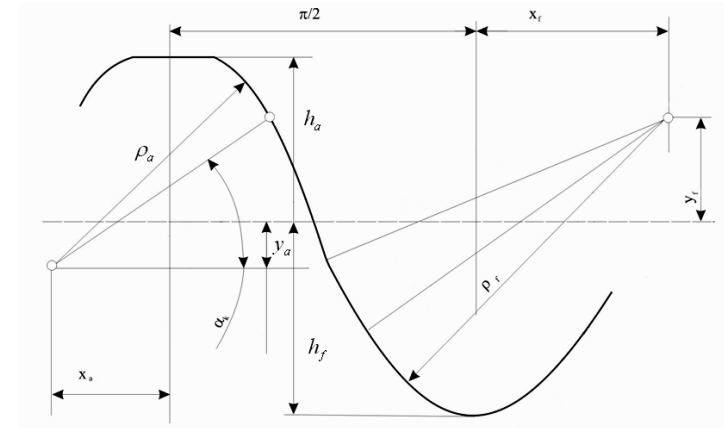


Рис. 3. Исходный контур



Рис. 4. Накатник

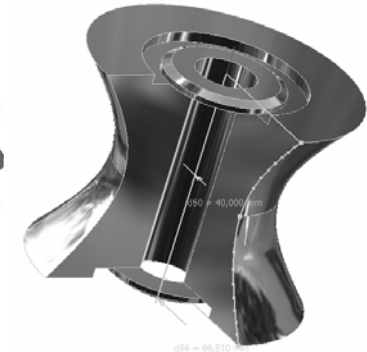


Рис. 5. Исходный гиперboloид

Построение бокового профиля зуба сопровождается точным заданием всех размеров, указанных в ГОСТ'е, поэтому профиль получаем точный, без аппроксимации сплайном. Создадим на исходном цилиндре впадину зуба методом выдавливания (лофтинг с заданием траектории в режиме вычитания поверхностей) исходного контура вдоль длины цилиндра. Профили зуба представлены винтовыми поверхностями:

$$\bar{\rho}(\theta, \nu) = \begin{bmatrix} R \cos(\theta) + \nu \cos(\delta) \sin(\theta) \\ R \sin(\theta) - \nu \cos(\delta) \cos(\theta) \\ p\theta - \nu \sin(\theta) \end{bmatrix}.$$

Операцией дубликата образца впадины по делительной окружности накатника создаём остальные зубья (рис. 7).

Вначале эскиз и тело могут быть выполнены приблизительно, что соответствует практике реального проектирования. Затем форма уточняется путем задания двух видов зависимостей — размерных (конкретные или заданные с помощью формул значения параметров) и геометрических (параллельность, перпендикулярность, касательность, концентричность, симметричность).

Исходя из функциональной зависимости нормального модуля накатника и параметров накатываемой заготовки (гиперboloида) вычисляем базовые точки гиперболы  $y = \pm\sqrt{r^2 + \text{tg}^2(\beta)z^2}$ , вращение которой вокруг оси аппликата даёт гиперboloидный аксоид (см. таблицу, рис. 5).

В контексте рабочей сборки (процесс накатывания зубьев) на накатник и рабочую заготовку накладываются сборочные зависимости (межосевое расстояние, равное сумме радиуса горловины гиперboloида и радиуса накатника; угол между скрещивающимися осями; отношение угловых скоростей накатника и гиперboloида). После задания сборочной зависимости возможно только такое расположение деталей в сборке, которое не противоречит данной зависимости. Это позволяет моделировать реальное поведение механизма при перемещении и вращении его компонентов. Более того, система проектирования позволяет определить сборочную зависимость как управляющую, задать диапазон изменения ее параметров (таких как расстояния между сопряженными элементами). В результате операции выдавливания получаем зубья на гиперboloидном аксоиде (см. рис. 7). Боковая поверхность зубьев пред-

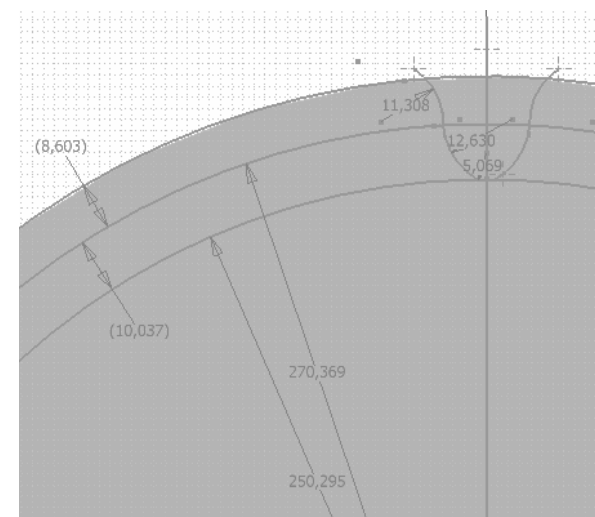


Рис. 6. Профиль впадины зуба в торцовом сечении гиперboloида

ставляет собой огибающую поверхность  $\Xi$ , полученную в процессе вращения образующей поверхности на зубе накатника. Сделав сборку из двух гиперboloидных шестерен, получаем модель гиперboloидной передачи с зацеплением Новикова (рис. 8).

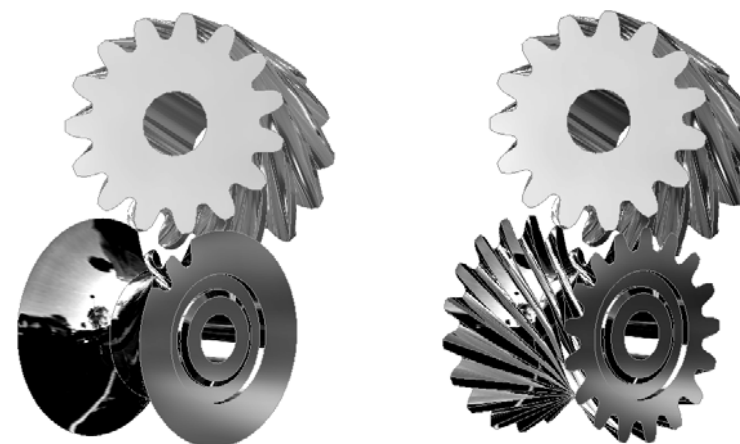


Рис. 7. Процесс накатывания зубьев

Система автоматизированного проектирования даёт возможность автоматического анализа сборки на пересечение деталей (выявление области интерференции) с последующим расчётом координат центра площадки мгновен-

Таблица.

Базовые точки гиперболы

$y_1$	101,673		$z_1$	0
$y_2$	110,09587		$z_2$	42,23388479
$y_3$	118,51873		$z_3$	60,9039525
$y_4$	126,9416		$z_4$	76,00507362
$y_5$	135,36447		$z_5$	89,36520789
$y_6$	143,78734		$z_6$	101,673
$y_7$	152,2102		$z_7$	113,2720039
$y_8$	160,63307		$z_8$	124,3607018
$y_9$	169,05594		$z_9$	135,0648394
$y_{10}$	177,4788		$z_{10}$	145,4693333
$y_{11}$	185,90167		$z_{11}$	155,6342905



венного контакта и её размеров с целью дальнейшего исследования модели зацепления.

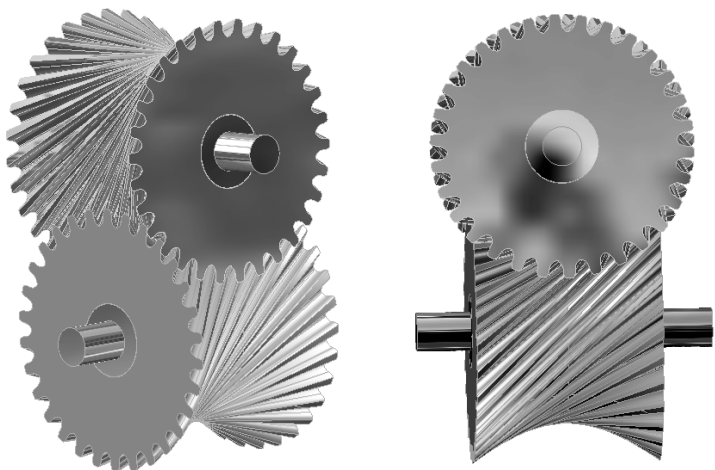


Рис. 8. Сопряженная гиперboloидная пара

**Выводы.** Можно сделать вывод: математическая модель, посредством которой получен компьютерный аналог квазигиперboloидной зубчатой передачи, позволяет создать твердотельные квазигиперboloидные зубчатые колеса накатыванием (рис. 8). Геометрия начальных поверхностей зубчатых колес при накатывании максимально приближается к теоретическим начальным поверхностям – гиперboloидным аксиодам [2]. Анализ разработок гиперboloидных (винтовых и гипоидных) передач важен с той точки зрения, что полученная в результате анализа информация позволит каждому промышленному предприятию Украины, применяющему пространственные передачи, оценить степень их соответствия современным требованиям производства.

**Список литературы:** 1. ГОСТ 16530-70. Передачи зубчатые. Термины, определения и обозначения. -М.: Изд-во стандартов, 1971. – 70с. 2. Грибанов В.М. Теория гиперboloидных зубчатых передач. – Луганск: Изд-во Восточноукр. нац. ун-та им. В. Даля, 2003. – 272 с. 3. Грибанова Ю.В., Балцкая Т.Ю. Сравнительное исследование геометро – кинематических показателей зубчатых гипоидных передач // Вісник ЗМТУ. – 2004. – № 2. – С.83–86. 4. Журавлев Г.А., Иофис Р.Б. Гипоидные передачи. Проблемы и развитие. – Ростов-на-Дону: Северо-Кавказ. науч. Центр высшей школы: Изд-во РГУ, 1978. – 147с. 5. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 6. Кириченко И.А. Создание гиперboloидных передач с линейным контактом зубьев на базе специальных режущих инструментов; Дисс. д-ра техн. наук: 05.02.02 – "Машиноведение". – Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля. – Луганск, 2004. – 274с. 7. Писманик К.М. Гипоидные передачи. – М.: Машиностроение, 1964. – 227с. 8. Спротивление материалов: Учебник для вузов / Под общ. ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Вища Школа. Головное изд-во, 1979. – 696с. 9. Бенькович Е.С., Колесов Ю.Б. Практическое моделирование динамических систем. – Петербург, 2002. – 464с.

Поступила в редакцию 12.05.08

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**О.А. РЕВЯКИНА**, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**П.Н. ТКАЧ**, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**Ю.А. СКЛЯР**, асп., ВНУ им. В. Даля

### ОБ ОДНОЙ РАЗНОВИДНОСТИ ВЫСОКОНАГРУЖЕННОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ ВНУТРЕННЕГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Розроблено математичну модель геометрії циліндричної прямозубої передачі з внутрішнім зацепленням, яка забезпечить підвищену згинну міцність зубців коліс та більш високе значення передаточного числа.

The mathematical model of geometry of cylindrical spur transmission with an internal gearing which will provide heightened bending strength of teeth and a higher value of a reduction rate is developed.

Зубчатые передачи с внутренним эвольвентным зацеплением получили широкое распространение в планетарных передачах, в поворотных механизмах подъемно-транспортных машин, металлорежущих станков и прочего оборудования, причем обладают рядом преимуществ по сравнению с передачами внешнего зацепления. Они имеют повышенный КПД и повышенную нагрузочную способность из условия контактной прочности рабочих поверхностей зубьев [1]. Однако зачастую ограничением допускаемой нагрузки на такие передачи является изгибная прочность зубьев [2]. Поэтому актуальным является повышение изгибной прочности зубьев колес этих передач. Особенно это актуально для планетарных зубчатых передач с малой разностью чисел зубьев колеса с внутренними и колеса с наружными зубьями, когда контактная прочность зубьев значительно выше их изгибной прочности [2]. Кроме того, разность чисел зубьев, непосредственно влияющая на передаточное число, также ограничена в связи с наличием интерференции зубьев [1].

Данная работа посвящена созданию геометрии передачи с внутренним зацеплением с укороченными, в сравнении с эвольвентными, зубьями путем применения колес, зубья одного из которых имеют профили, очерченные дугой окружности.

Рассмотрим зацепление прямозубых зубчатых колес передачи с внутренним зацеплением в торцовом сечении, см. рис., и следующие системы координат:

–  $X_1O_1Z_1$  – подвижную систему координат, связанную с колесом с внутренними зубьями (колесом);

–  $X_2O_2Z_2$  – подвижную систему координат, связанную с колесом с наружными зубьями (шестерней);

–  $XOY$  – неподвижную систему координат.

Пусть профиль зуба колеса (см. рис.) очерчен дугой окружности  $\beta-\beta$  с радиусом  $\rho$  и центром  $O'$ . Тогда в системе координат  $X_1O_1Y_1$  уравнение профиля зуба  $\beta-\beta$  колеса будет иметь вид

$$\begin{aligned} x_1 &= \rho \cos \alpha; \\ y_1 &= \rho \sin \alpha + a + R_1, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha$  – текущий угол профиля  $\beta-\beta$ ;  $a$  – расстояние от центра  $O'$  до касательной к начальной окружности колеса;  $R_1$  – радиус начальной окружности колеса с внутренними зубьями.

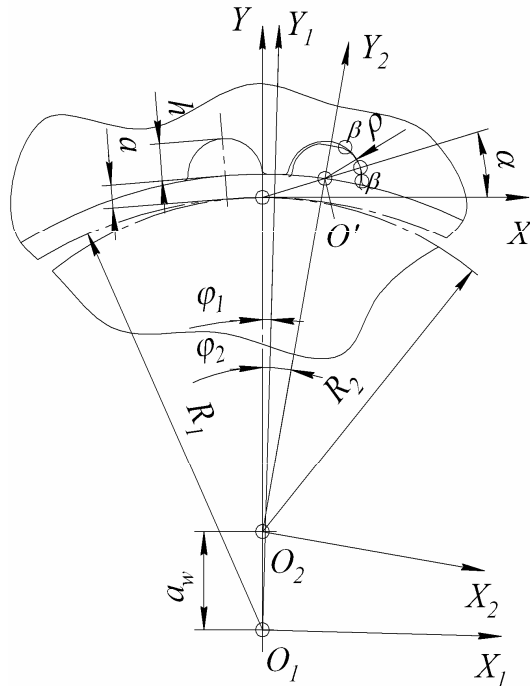


Рис. Схема зацепления колес в торцовом сечении

Профиль зубьев шестерни будет огибающей профиля (1) зубьев колеса. Для определения уравнения этой огибающей воспользуемся кинематическим методом [2], согласно которому уравнение зацепления имеет вид

$$\varepsilon_1 \cdot V^{12} = 0, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_1$  – орт нормали кривой (1);  $V^{12}$  – вектор относительной скорости в зацеплении.

Проекции орта нормали в системе координат  $X_1O_1Y_1$  равны

$$e_{x1} = \frac{y_1^\alpha}{n}; \quad e_{y1} = -\frac{x_1^\alpha}{n}, \quad (3)$$

где  $x_1^\alpha$ ,  $y_1^\alpha$  – производные  $x_1$ ,  $y_1$  по  $\alpha$ ;  $n = \sqrt{(x_1^\alpha)^2 + (y_1^\alpha)^2}$  – модуль вектора нормали кривой (1).

Учитывая, что

$$\begin{aligned} x_1^\alpha &= -\rho \sin \alpha; \\ y_1^\alpha &= \rho \cos \alpha, \end{aligned} \quad (4)$$

из соотношений (3) получаем

$$\begin{aligned} e_{x1} &= \cos \alpha, \\ e_{y1} &= \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Проекции вектора относительной скорости в системе координат  $X_1O_1Y_1$  равны [3] (при угловой скорости  $\omega_1 = 1 \text{ c}^{-1}$ )

$$\begin{aligned} V_{x1}^{12} &= -(\rho \sin \alpha + a + R_1)(u - 1) + a_w \cos \varphi_1; \\ V_{y1}^{12} &= \rho(u - 1) \cos \alpha + a_w \sin \varphi_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $u = \frac{R_1}{R_2}$  – передаточное число передачи;  $a_w = R_1 - R_2$  – межосевое расстояние.

Тогда уравнение (2) будет иметь вид

$$(R_1 + a) \cos \alpha - R_1 \cos(\alpha + \varphi_1) = 0. \quad (7)$$

В неподвижной системе координат  $XYZ$  координаты кривой (2) равны

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \alpha \cos \varphi_1 - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin \varphi_1; \\ y &= \rho \cos \alpha \sin \varphi_1 + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos \varphi_1 - R_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Равенства (7) и (8) определяют координаты линии зацепления в торцовой плоскости.

В системе координат  $X_2O_2Y_2$  координаты кривой (2) равны [3]

$$\begin{aligned} x_2 &= \rho \cos \alpha \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin(\varphi_1 - \varphi_2) - a_W \sin \varphi_2; \\ y_2 &= \rho \cos \alpha \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - a_W \cos \varphi_2, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\varphi_2$  – угол поворота шестерни с нагруженными зубьями.

Равенства (7) и (9) определяют координаты профиля зуба шестерни с наружными зубьями.

Зубья шестерни и колеса могут быть нарезаны по методу обкатки реечным инструментом, координаты профиля зубьев которого определяются соотношениями (8), записанными в системе координат  $X_P O_P Y_P$ , связанной с рейкой, совместно с уравнением (7)

$$\begin{aligned} x_P &= \rho \cos \alpha \cos \varphi_1 - (\rho \sin \alpha + a + R_1) \sin \varphi_1 - R_1 \varphi_1; \\ y_P &= \rho \cos \alpha \sin \varphi_1 + (\rho \sin \alpha + a + R_1) \cos \varphi_1 - R_1. \end{aligned} \quad (10)$$

Чтобы воспользоваться результатами работы [3] при определении критериев работоспособности исследуемой передачи, запишем уравнение профиля реечного инструмента с использованием (10) и (7) в виде

$$\begin{aligned} y_p &= f_1 = \rho \sin(\alpha + \varphi_1) + (R_1 + a) \cos \varphi_1 - R_1; \\ x_p &= f_2 = \rho \cos(\alpha + \varphi_1) + (R_1 + a) \sin \varphi_1 - R_1 \varphi_1; \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1}{\sin \varphi_1}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\bar{a} = \frac{a}{R_1}$ .

При определении критериев работоспособности необходимо иметь значения первых  $f'_1$ ,  $f'_2$  и вторых  $f''_1$ ,  $f''_2$  производных функций  $f_1$  и  $f_2$ , например, по  $\varphi_1$ . Используя (11), получаем

$$\begin{aligned} f'_1 &= \rho \cos(\alpha + \varphi_1) \left( 1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right) - (R_1 + a) \sin \varphi_1; \\ f'_2 &= -\rho \sin(\alpha + \varphi_1) \left( 1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right) + (R_1 + a) \cos \varphi_1 - R_1; \\ f''_1 &= -\rho \left( 1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right)^2 \sin(\alpha + \varphi_1) + \rho \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} \cos(\alpha + \varphi_1) - (R_1 + a) \cos \varphi_1; \\ f''_2 &= -\rho \left( 1 + \frac{d\alpha}{d\varphi_1} \right)^2 \cos(\alpha + \varphi_1) - \rho \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} \sin(\alpha + \varphi_1) - (R_1 + a) \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (12)$$

Используя последнее равенство (11) имеем

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{d\varphi_1} &= \frac{(\bar{a} + 1) \cos \varphi_1 - 1}{\sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2}; \\ \frac{d^2 \alpha}{d\varphi_1^2} &= \frac{-(\bar{a} + 1) \sin \varphi_1 \left[ \sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]}{\left[ \sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]^2} - \\ &\quad - \frac{\left[ 2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_1 + 2(\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)(-\sin \varphi_1)(\bar{a} + 1) \cos \varphi_1 - 1 \right]}{\left[ \sin^2 \varphi_1 + (\cos \varphi_1 - \bar{a} - 1)^2 \right]^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя результаты работы [3], запишем значения геометрокинематических критериев рассматриваемой передачи:

– относительная скорость при  $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ ,

$$V^{12} = f_1 \frac{(u+1)}{u} \sqrt{\left( \frac{f'_1}{f'_2} \right)^2 + 1}; \quad (14)$$

– скорость качения поверхностей зубьев колеса с внутренними зубьями при  $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ ,

$$V_1 = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left( R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right); \quad (15)$$

– скорость качения поверхностей зубьев шестерни с наружными зубьями при  $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ ,

$$V_2 = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left( -R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right); \quad (16)$$

– суммарная скорость качения при  $\omega_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ ,

$$V_\Sigma = \frac{\rho}{\Omega'_2} \left( 2R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \left( 1 + \frac{1}{u} \right) \right); \quad (17)$$

– приведенная кривизна профилей зубьев,

$$\chi = \frac{(R_1 - R_2) f'_2 (\Omega'_2)^2}{\left( R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) \left( R_2 - \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) \rho^3}; \quad (18)$$

– удельные скольжения зубьев колеса с внутренними зубьями,

$$\eta_1 = \frac{u-1}{u} \frac{f_1 \Omega'_2}{\left( R_1 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) f'_2}; \quad (19)$$

– удельные скольжения для зубьев шестерни с наружными зубьями,

$$\eta_2 = \frac{u-1}{u} \frac{f_1 \Omega'_2}{\left( R_2 + \frac{f_1}{f'_2} \Omega'_2 \right) f'_2}; \quad (20)$$

– торцовый коэффициент перекрытия,

$$\varepsilon_\alpha = \frac{|\Omega_2(\alpha_2) - \Omega_2(\alpha_1)|}{\pi}; \quad (21)$$

– условие подрезания зубьев шестерни с наружными зубьями

$$\frac{f_1}{f_2} \Omega'_2 + R_2 = 0, \quad (22)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – параметры, соответствующие границам поля зацепления, определяемые из соотношений

$$\begin{aligned} R_{a1} &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}; \\ R_{a2} &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $R_{a1}$  и  $R_{a2}$  – радиусы вершин зубьев зацепляющихся колес;  $x_1, y_1, x_2, y_2$  – определяются из соотношений (1) и (9), соответственно.

Радиусы вершин зубьев равны

$$\begin{aligned} R_{a1} &= R_1 - h_{a1}; \\ R_{a2} &= R_2 + h_{a2}, \end{aligned} \quad (24)$$

где  $h_{a1}$  – высота головки зуба колеса с внутренними зубьями;  $h_{a2}$  – высота головки зуба колеса с наружными зубьями.

Высоты головок зубьев определяются из условия обеспечения значения коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$ . При этом высота зуба равна  $(0,5 \dots 0,6)m$ ,

что в 3,75...4,5 раза меньше высоты зуба эвольвентной передачи двадцати-градусного зацепления.

#### Выводы.

1. Получены зависимости для определения геометрокинематических критериев цилиндрической прямозубой передачи с внутренним зацеплением, профили зубьев которой очерчены отрезками дуг окружностей.

2. Применение колес с зубьями меньшей высоты обеспечит существенное повышение изгибной прочности их зубьев.

**Список литературы:** 1. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 2. Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н., Гинзбург Е.Г. и др. Планетарные передачи. Справочник. – Л., «Машиностроение», 1977. – 536с. 3. Шишов В.П., Носко П.Л., Филь П.В. Теоретические основы синтеза передач зацеплением: Монография. – Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля. 2006. – 408с.

Поступила в редколлегию 12.05.08

УДК 621.83

**Б.С. ВОРОНЦОВ**, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**И.А. БОЧАРОВА**, асс., ВНУ им. В. Даля,  
**Д.А. ЧАПЛИНСКИЙ**, асп., ВНУ им. В. Даля

#### УНИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ РАБОЧИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ ПРИ СИНТЕЗЕ ПЕРЕДАЧ ЗАЦЕПЛЕНИЕМ

Розглядаються комп'ютерно – графічний і аналітичний способи апроксимації таблично представлених кривих, що описують профіль зубців. Для уніфікації геометрії робочих поверхонь зубців використовуються криві Без'є третього порядку. Отримані результати дозволяють підвищити ефективність систем автоматизованого синтезу й аналізу передач зацепленням.

Computer-aided-drawings and analytical methods of approximation of presented in the tables curves which describes teeth profile have been investigated. To unify geometry of teeth working surfaces Bezie curves of the third power have been used. The obtained results allow for the increase of effectiveness of automate synthesis and analysis of gearing.

**Постановка проблемы.** Повышение эффективности систем автоматизированного проектирования передач зацеплением в значительной мере зависит от математического ядра, которое заложено в основу этих систем. Поэтому возникает необходимость в выборе таких зависимостей для описания геометрии рабочих поверхностей зубьев, которые наилучшим образом используют возможности современных компьютерных технологий.

**Анализ литературы.** За последние годы опубликовано большое количество работ, посвященных синтезу передач зацеплением [1, 2, 3]. Результатом синтеза является математическое описание геометрии рабочих поверхностей зубьев производящей поверхности, зубчатых колес, зуборезного инструмента. В зависимости от выбранных методов синтеза и оптимизации, математического аппарата, управляемых параметров получаемые описания геометрии у различных исследователей не имеют единообразия. Это не позволяет унифицировать методику синтеза и оптимизации зубчатых передач.

**Цель статьи.** Целью данной статьи является разработка способов и методик преобразования геометрии рабочих поверхностей зубьев зубчатых колес и производящих поверхностей к единой форме математического описания, удобной для использования в системах автоматизированного синтеза и анализа передач зацеплением.


**Основная часть.** При синтезе передач зацеплением геометрия рабочих поверхностей зубьев может быть представлена в виде различных зависимостей. Если рассмотреть сечение зуба колеса или контур производящей поверхности, то описание кривых может относиться к определенному классу – прямые, дуги окружностей, эвольвенты и т.д., а также может быть представлено в табличной форме в виде набора точек. В общем случае любые зависимости для описания контура можно представить в виде набора точек и выразить их таблично. Однако, в этом случае сложно использовать теорию зубчатых зацеплений для автоматизации синтеза и оптимизации. Для этого желательно использовать аналитически описанные гладкие, дважды дифференцируемые кривые, имеющие минимальное количество управляемых элементов.

Любую кривую, представленную как аналитически, так и таблично, можно аппроксимировать с достаточной степенью точности различного вида сплайнами. В качестве универсального описания предлагаются кривые и поверхности Безье, которые широко используются в системах автоматизированного проектирования и обладают целым рядом свойств, удобных для построения математических моделей управляемого синтеза и оптимизации передач зацеплением. Более подробно использование кривых Безье описано в работах [4, 5].

Рассмотрим два способа аппроксимации кривых, представленных набором точек, с помощью кривых Безье третьего порядка.

Ниже приведен порядок действий при компьютерно – графическом методе. Пример будем выполнять в программном комплексе КОМПАС.

1. Пусть задана кривая, которая описывается координатами  $X$  и  $Y$  (рис. 1).

2. Выбираем команду *Кривая Безье*  для построения кривой, для этого указываем первую и последнюю точки заданной кривой (опорные точки для кривой Безье, рис. 2).

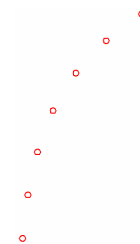


Рис. 1. Кривая, заданная табличными данными  $X$  и  $Y$

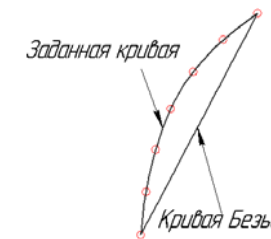
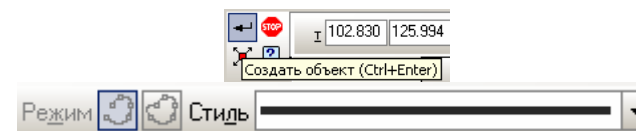


Рис. 2. Построение кривой Безье

Нажимаем кнопку *Создать объект* на панели специального управления.



3. Для аппроксимации кривой необходимо выбрать кривую, для этого нужно щелкнуть по кривой Безье дважды левой кнопкой мыши. Кривая подсветится зеленым цветом, и появятся управляющие точки, изменяя положение которых можно изменять кривую (рис. 3).

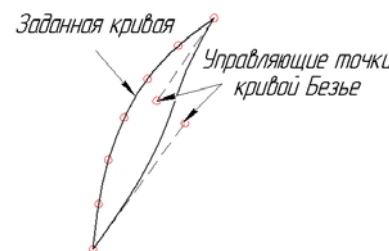


Рис. 3. Управление кривой Безье с помощью управляющих точек

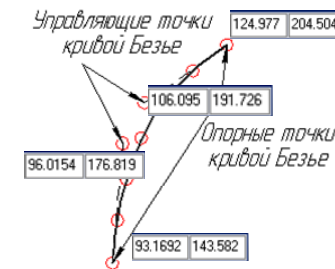


Рис. 4. Результат аппроксимации кривой

Изменяя положение управляющих точек, аппроксимируем представленную кривую (рис. 4).

В результате выполненных действий получаем координаты опорных и управляющих точек кривой, которые в дальнейшем вносятся в соответствующие окна разработанной программы "СИНТЕЗ".

При аналитическом способе аппроксимации необходимо использовать один из алгоритмов оптимизации. Кривую Безье третьего порядка можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_i &= (1-\lambda_i)^3 x_0 + 3(1-\lambda_i)^2 \lambda_i x_1 + 3(1-\lambda_i) \lambda_i^2 x_2 + \lambda_i^3 x_3; \\ y_i &= (1-\lambda_i)^3 y_0 + 3(1-\lambda_i)^2 \lambda_i y_1 + 3(1-\lambda_i) \lambda_i^2 y_2 + \lambda_i^3 y_3, \end{aligned} \quad (1)$$

здесь,  $x_i, y_i$  – текущие координаты точек кривой,  $\lambda_i$  – текущий параметр, изменяющийся в пределах  $0 \leq \lambda_i \leq 1$ , и соответствующий  $i$ -й точке кривой,  $x_0, y_0, x_3, y_3$  – координаты начальной  $P_0$  и конечной  $P_3$  опорных точек кривой,  $x_1, y_1, x_2, y_2$  – координаты управляющих точек  $P_1, P_2$ .

При задании кривой табличным способом нам известны координаты точек  $x_i, y_i$ . В случае аппроксимации кривой Безье третьего порядка неизвестными являются координаты управляющих точек  $P_1, P_2$  и значения  $\lambda_i$  – соответствующие  $i$ -ым точкам кривой. В задаче оптимизации управляемыми параметрами являются координаты управляющих точек. Перебирая значения  $x_1$  и  $x_2$  из первого уравнения системы, определяем значения  $\lambda_i = f(x_i, x_1, x_2)$ .

Целевую функцию запишем, используя метод наименьших квадратов:

$$S = \sum_{i=1}^n \delta_i^2 = \min ,$$

где  $\delta_i = y_i - y_{iB} = y_i - \left[ (1-\lambda_i)^3 y_0 + 3(1-\lambda_i)^2 \lambda_i y_1 + 3(1-\lambda_i) \lambda_i^2 y_2 + \lambda_i^3 y_3 \right]$  – отклонение текущих значений координат  $y_{iB}$  кривой Безье, полученных из второго уравнения системы (1) от заданных табличных значений  $y_i$ .

Для определения оптимальных значений координат управляющих точек использовался метод главных осей, разработанный Р.П. Брентом [6] и являющийся одним из лучших среди семейства методов оптимизации, не требующих информации о градиенте функции.

На основании этого метода была разработана программа “Аппроксимация кривыми Безье”, интерфейс которой представлен на рис. 5.

**Выводы.** В работе рассмотрены компьютерно-графический и аналитический способы аппроксимации таблично представленных профилей кривыми Безье третьего порядка. Это позволяет унифицировать описание геометрии рабочих поверхностей зубьев и представлять их в виде, удобном для использования в системах автоматизированного синтеза и анализа передач зацеплением.

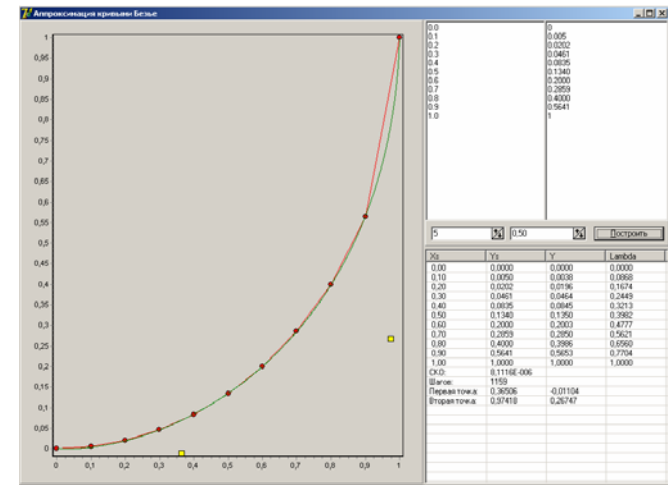


Рис. 5. Интерфейс программы аппроксимации

**Список литературы:** 1. Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Филь П.В. Високо навантажені циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубцями // Монографія. – Луганськ: Вид-во СНУ ім. В. Даля, 2005. – 216с. 2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел. Монография. – М.: Изд-во «Станкин», 1999. – 494с. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 4. Бочарова І.А., Воронцов Б.С. Модифікація твірної поверхні з використанням кривої Безье третього порядку // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. – Вип.4, т.30. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – С.116–120. 5. Воронцов Б.С. Интерактивное управление синтезом зубчатых передач // Вестник национального технического университета «ХПИ». // Сборник научных трудов. Тематический выпуск «Проблемы механического привода». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005, №40. – С.182–187. 6. Brent R.P. Algorithms for minimization without derivatives. – N.J.: Prentice-Hall. Inc., 1973. – 195p.

Поступила в редколлегию 14.05.08

**П.Л. НОСКО**, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**А.И. ПАВЛОВ**, канд. техн. наук, **А.В. ЧЕРНИКОВ**, канд. техн. наук, ХНАДУ

### ПОСТРОЕНИЕ СОПРЯЖЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЗУБЧАТОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Наведений метод побудови спряженої поверхні зубчатого зацеплення, якщо відома поверхня зуба шестерні. Для запису потрібних формул використовуються рівняння Ейлера-Саварі. Цей метод слід застосовувати для виготовлення інструменту, якщо зубчасті колеса нарізаються методом копіювання.

The method of construction of the interfaced surface of gearing if the surface of a pinion tooth is known is resulted. For record of the necessary formulas equation Ailer-Savari is used. This method should be applied to manufacturing the tool if cogwheels are cut by a method of copying.

**Постановка задачи.** Зубчатое зацепление считается заданным, если известна образующая поверхность (иногда называют исходным контуром, что является профилем зуба инструментальной рейки) или линия зацепления, или профиль зуба зубчатого колеса с известным числом зубьев. Известны формулы, по которым находится необходимая поверхность [1]. Но в случае, когда известна поверхность зуба зубчатого колеса, для нахождения поверхности зубьев сопряженного колеса такие перестроения очень сложны [2]. Такая задача возникает при обработке зубчатых колес методом копирования.

**Цель работы** – получить уравнение, описывающее сопряженную поверхность более простым способом и установить свойства этого зацепления.

**Вывод уравнения.** Обратимся к рис. Пусть задана поверхность  $y(x)$  зуба шестерни с осью вращения  $O_1$ . Тогда в точке контакта радиус кривизны этой поверхности  $C_1K$  расположен под текущим углом зацепления  $\alpha_1$  (с перпендикуляром к межцентровой линии  $O_1O_2$ ). Этот угол определяется по формуле  $\alpha_1 = \text{arctg} y'(x)$ , а радиус кривизны по известной формуле

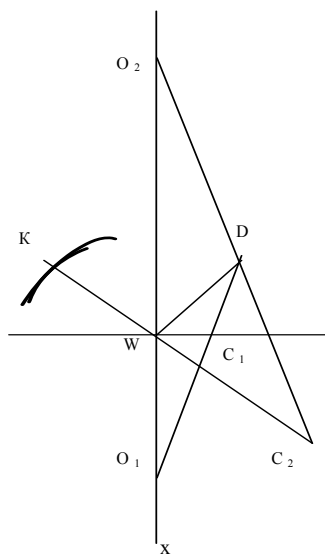


Рис. Построение Бобилье для зацепления с выпукло-вогнутым контактом

$$\rho = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{y''}, \quad (1)$$

где  $y', y''$  – производные функции  $y(x)$ .

Для нахождения радиуса кривизны сопряженной поверхности воспользуемся уравнением Эйлера-Савари для эволютного зацепления с выпукло-вогнутым контактом в форме

$$\frac{1}{\rho_2 - l} - \frac{1}{\rho_1 - l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}, \quad (2)$$

где  $R_{1,2}$  – радиусы делительных окружностей зубчатых колес передачи;  $\alpha$  – угол зацепления в полюсе передачи;  $l$  – полюсное расстояние, определяемое по формуле

$$l = \frac{x}{y'} \sqrt{1 + y'^2}.$$

Тогда

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (3)$$

Эта формула позволяет определить сопряженную поверхность решением дифференциального уравнения

$$y'' = \frac{(1 + y'^2)^{3/2}}{\rho_1}. \quad (4)$$

Коэффициент разновидности зацепления определяется по формуле

$$k = \frac{(\rho_1 - l) R_1 \sin \alpha \cos \alpha_1}{R_1 \sin \alpha + (\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}. \quad (5)$$

Для выпукло-вогнутого контакта предельное значение коэффициента разновидности

$$k_0 = R_1 \sin 2\alpha / 4. \quad (6)$$

Для двояковыпуклого контакта, когда  $k > k_0$ , уравнение Эйлера-Савари имеет вид

$$\frac{1}{\rho_2 - l} + \frac{1}{\rho_1 + l} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \frac{\cos(\alpha_1 - \alpha)}{\sin \alpha}. \quad (7)$$

Как видим, уравнение (7) отличается от (2) знаками в знаменателе второго слагаемого и в сумме дробей левой части уравнения.

Радиус кривизны сопряженной поверхности в этом случае равен

$$\rho_2 = \frac{R_1 R_2 \rho_1 \sin \alpha + (R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(R_1 + R_2)(\rho_1 - l) \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 R_2 \sin \alpha}. \quad (8)$$

С помощью коэффициента разновидности определяется свойства зацепления и вид контакта. Если коэффициент разновидности имеет постоянное значение, то в зацеплении могут находиться не одна пара зубьев одновременно, что очень важно для силовых передач. Если значение коэффициента разновидности меньше предельного значения, то контакт в зацеплении выпукло-вогнутый, что также немаловажно для силовых передач.

*Пример.* Пусть известна боковая поверхность зуба одного из колес зубчатой передачи, радиус кривизны которой в полюсе передачи равен  $\rho$ . Запишем уравнение (3) в таком виде, разделив числитель и знаменатель на  $R_1$  и заменив отношение радиусов делительных окружностей передаточным числом  $u$ :

$$\rho_2 = \frac{R_1(\rho + l) \sin \alpha + (u + 1)\rho l \cos(\alpha_1 - \alpha)}{(u + 1)\rho \cos(\alpha_1 - \alpha) + R_1 \sin \alpha}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{y' - xy''}{y'^2} \quad (10)$$

и полюсное расстояние

$$l = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (11)$$

Вторая производная функции, описывающей профиль искомой поверхности  $y''$ , представлена в неявном виде. Величина коэффициента разновидности определяется по формуле (5).

Как видим, это не простой способ. Сравнительно проще, если по известным параметрам (угол зацепления в полюсе передачи и коэффициент разновидности) определить профиль зуба инструментальной рейки, а по нему с помощью формул преобразования [3] построить искомый профиль зуба сопряженной шестерни.

Проверка сопряжения в зубчатом зацеплении легко осуществить с помощью графической программы Inventor, которая позволяет произвести анимацию, т.е. увидеть процесс пересопряжения зубьев и обнаружить возможную интерференцию в зацеплении.

**Выводы.** Предложен метод определения поверхности, сопряженной заданной. Для этого используется уравнение Эйлера-Савари в новой форме.

Определение коэффициента разновидности позволяет судить о зацеплении и виде контакта в нем.

**Список литературы.** 1. Павлов А.И. Условие сопряжения в зацеплении с выпукло-вогнутым контактом. // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 29. – С.95–97. 2. Павлов А.И. Зацепления с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1999. – Вып. 68. – С.49–53. 3. Павлов А.И. До побудови спряжених поверхонь нових зубчастих зацеплень // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Київ. – 1999. – №66. – С.182–185. 4. Павлов А.И. Основное уравнение зацепления в общем виде и его решения // Вестник ХГПУ. – Харьков. – 1998. – Вып. 25. – С.22–24. 5. Павлов А.И. Особенности зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков. – 2002. – Вып. 6, том 1. – С.43–45. 6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с.

Поступила в редколлегию 30.04.08

УДК 621.833

**В.А. ПАВЛОВ, В.В. НЕМЦЕВ, ХНАДУ**

### ОПТИМИЗАЦИЯ ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ ПО КОЭФФИЦИЕНТУ ПЕРЕКРЫТИЯ

Розглянуто вплив параметрів евольвентної зубчастої передачі на її коефіцієнт перекриття. Підвищення цього коефіцієнту приведе до зниження навантаження на зубець в два рази. Це дозволить підвищити довготривалість передачі в 6 разів. Досягти цього можна за допомогою зниження кута зацеплення до  $15^\circ$ .

Influence of parameters of involute gearing on its factor of overlapping is considered. The increase in this factor will lead to decrease in loading on a tooth twice. It will allow to increase durability of transfer to 6 times. To reach it, it is possible by decrease in a corner of gearing up to 15 degrees.

**Постановка проблемы.** Наиболее важными характеристиками зацепления следует считать коэффициент перекрытия [1], приведенный радиус кривизны, коэффициент полезного действия и коэффициент удельного скольжения [2]. К сожалению, между ними такая сложная связь, что с улучшением одного показателя ухудшаются другие. Например, с увеличением угла зацепления уменьшается коэффициент перекрытия, с увеличением чисел зубьев шестерни увеличивается коэффициент перекрытия, но при этом возрастают габариты передачи.

**Цель работы** – установить наиболее оптимальные характеристики зацепления для применения их в проектных расчетах.

**Решение поставленной проблемы** будем ставить в зависимости от коэффициента перекрытия, поскольку от него зависят в первую очередь прочностные характеристики зубчатой передачи.



Определение коэффициента перекрытия для прямозубчатого колеса с эвольвентным зацеплением производится по формуле, приводимой во многих справочниках и пособиях, например, [1, 3, 4], из которой видна зависимость этого коэффициента от длины активной части линии зацепления АВ и угла зацепления  $\alpha$

$$\varepsilon = AB / (\pi \cos \alpha). \quad (1)$$

Длину участка АВ линии зацеплений [5] можно выразить через абсциссы точек входа в зацепление и выхода из него. Делается это для того, чтобы увидеть влияние на коэффициент перекрытия таких параметров передачи, как числа зубьев зубчатых колес и их отношения. Так, из рис. можно установить, что

$$x_A = ur \sin^2 \alpha (\sqrt{1 + (2urh + h^2) / (ur \sin \alpha)^2} - 1), \quad (2)$$

и аналогично,

$$x_B = r \sin^2 \alpha (\sqrt{1 + (2rh + h^2) / (r \sin \alpha)^2} - 1), \quad (3)$$

где  $u$  – передаточное число;  $r$  – радиус делительной окружности шестерни;  $h$  – высота головки и ножки зуба;  $\alpha$  – угол эвольвентного зацепления.

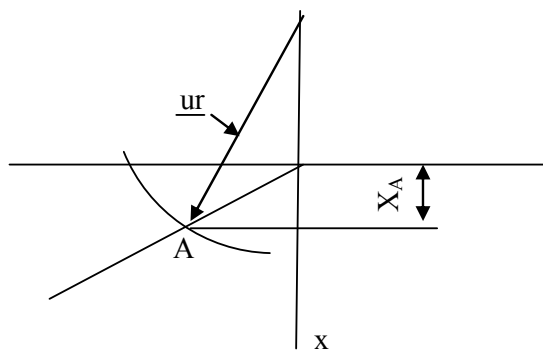


Рис. Определение координаты точки входа

Поскольку активный участок линии зацепления для эвольвентной передачи зависит от абсцисс точек входа и выхода

$$x_A + x_B = AB \sin \alpha, \quad (4)$$

то после подстановки (4) в (1) имеем выражение для коэффициента перекрытия

$$\varepsilon = (x_A + x_B)C / \pi, \quad (5)$$

где  $C$  – коэффициент, определяемый по формуле

$$C = 2 / \sin 2\alpha. \quad (6)$$

Расчеты коэффициента перекрытия для эвольвентного зацепления некорригированной прямозубчатой цилиндрической передачи с передаточным числом  $u=2$  позволяют сделать заключение, что при проектировании новых приводов и редукторов надо избегать сложившихся стереотипов, когда проектанты с целью уменьшения габаритов передачи старались уменьшать числа зубьев шестерни, а это приводило к необходимости корригирования, чтобы избежать подрезания зубьев и интерференции. Нужен иной, более осмысленный подход к проектированию. Если даже несколько увеличить число зубьев, то, даже проигрывая в весе и габаритах, значительно возрастает прочность. А это приведет к увеличению ее долговечности.

Другой, еще более ценный подход – уменьшение угла зацепления. Опять-таки, проектанты всегда считали, что возрастает прочность зацепления, так как возрастает приведенный радиус кривизны в зацеплении, и, следовательно, повышается контактная прочность зубьев. Однако это не так. С увеличением угла зацепления возрастает нагрузка на зубья, а коэффициент перекрытия, который определяет число пар зубьев в зацеплении, уменьшается. Другой путь – уменьшение угла зацепления в допустимых пределах – приведет к одновременному уменьшению нагрузки и увеличению коэффициента перекрытия (см. табл.). Попутно происходит уменьшение скольжения в зацеплении. Все это даст увеличение прочности и долговечности передачи.

Таблица.

Значения коэффициента перекрытия передачи с малыми углами зацепления

$\alpha$	$u$	$Z=16$	$Z=20$	$Z=24$
$\alpha=13^\circ$	1	3	2,55	2,22
	2	3,27	2,74	2,49
	4	3,5	2,92	2,52
$\alpha=11^\circ$	1	3,77	3,2	2,8
	2	4,15	3,52	3,05
	4	4,53	3,8	3,29
$\alpha=10^\circ$	1	4,25	3,65	3,2
	2	4,73	4	3,52
	4	5,17	4,35	3,8

Расчет коэффициента перекрытия по формуле (6) показывает, что теоретическое его значение (см. табл.) может быть достаточно большим (более 5). Однако обеспечить такое его значение практически невозможно, так как при изготовлении и монтаже, а также в процессе эксплуатации за счет погрешностей и деформаций одновременного и равноценного контакта в нескольких парах зубьев добиться нельзя. Поэтому следует, что вполне реально при коэффициенте перекрытия больше 2, добиваться постоянного контакта в зацеплении двух пар зубьев. А это позволит снизить нагрузку на зуб в некоторые моменты зацепления примерно в два раза, что приведет к повышению долговечности передачи в 6-8 раз.

**Выводы.** В результате проведенных исследований установлено, что одним из путей увеличения прочности зубчатой передачи является применение зацеплений с меньшими углами зацепления.

**Список литературы:** 1. Козерод Ю.В. Построение картины зубчатого зацепления: Методическое указание на выполнение курсового проектирования. – Хабаровск: Изд-во. ХабИИЖТ, 1983. – 9с. 2. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. – М.: Наука, 1968. – 584с. 3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 4. Аникин Ю.В. Синусоидальное зацепление. – Воронеж: Изд-во Воронежского университета, 1975. – 61с. 5. ГОСТ 16530-70. Зубчатые передачи. Термины и определения.

Поступила в редколлегию 30.04.08

УДК 621.831

**П.Н. КАЛИНИН**, канд. техн. наук, Акад. ВВ МВД Украины,  
**Л.В. КУРМАЗ**, канд. техн. наук, Политехника Свентокшистка в Кельцах,  
**Ю.В. ЖЕРЕЖОН-ЗАЙЧЕНКО**, Акад. ВВ МВД Украины

### К ВОПРОСУ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПОСТОЯНСТВА СУММАРНОЙ ДЛИНЫ КОНТАКТНЫХ ЛИНИЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

У роботі розглянуто питання про можливість вибору параметрів зубчастої передачі, які б забезпечували сталість сумарної довжини контактних ліній зубчастої передачі, і, відповідно, зменшення внутрішніх динамічних зусиль, пов'язаних з процесом зацеплення зубців.

The question of possibility of choice of parameters of gearing, providing constancy of total length of contact lines is considered in work, which internal dynamic efforts, related to the process of hooking of points, diminish at.

**Постановка проблемы.** Уменьшение динамических явлений, возникающих при работе зубчатой передачи, всегда представлялось актуальной проблемой. В работе рассматривается вопрос о возможности обеспечения по-

стоянства суммарной длины контактных линий зубьев, при котором минимизируются внутренние динамические нагрузки в передаче, связанные с процессом зацепления зубьев

**Анализ литературы.** Как известно, в процессе пересопряжения зубьев изменяется жесткость зацепления, что, в значительной мере, определяет динамические явления в зубчатых, особенно прямозубых, передачах [1]. В косозубых передачах внутренние динамические нагрузки заметно снижаются, так как процесс пересопряжения зубьев происходит постепенно.

Одним из методов решения задачи уменьшения динамических нагрузок в зубчатом зацеплении является выбор параметров зацепления, определяющих постоянство суммарной длины контактных линий зубьев, находящихся в зацеплении.

«Найвигіднішим для роботи зубчастої передачі є випадок  $l_{\Sigma} = const$ » [2].

Суммарную длину контактных линий характеризуют коэффициентами осевого  $\varepsilon_{\alpha}$  и торцевого  $\varepsilon_{\beta}$  перекрытия. В [3] отмечено, что обычно в косозубых передачах значение коэффициента  $\varepsilon_{\beta} > 1$  и значение коэффициента  $\varepsilon_{\alpha} > 1$ , хотя возможны передачи, у которых  $\varepsilon_{\beta} < 1$  при  $\varepsilon_{\alpha} > 1$  или  $\varepsilon_{\alpha} < 1$  при  $\varepsilon_{\beta} > 1$ .

В [4] отмечается, что желательно так добрать параметры зубчатой пары, чтобы выполнялось условие  $\varepsilon_{\beta} = 1$ . Реализация методики выбора параметров цилиндрической зубчатой передачи, обеспечивающая получение осевого коэффициента перекрытия зубьев  $\varepsilon_{\beta} = 1$ , представлена в работах [5] и [6].

В [7], рассматривая рекомендации по выбору величин коэффициентов  $\varepsilon_{\alpha}$  и  $\varepsilon_{\beta}$ , установлены наилучшие условия для уменьшения внутренних динамических усилий в зубчатых передачах, в частности  $\varepsilon_{\beta} = 1$ , однако реализация этих рекомендаций не рассматривалась.

**Цель статьи** – рассмотреть возможность параметрического синтеза зубчатой передачи, обеспечивающего получение целого значения коэффициента осевого перекрытия зубьев  $\varepsilon_{\beta}$ .

В косозубых передачах важную роль, особенно в динамике зацепления, имеет суммарная длина  $l_{\Sigma}$  линии контакта зубьев, которая во время работы передачи может изменяться, а может и не изменяться. В первом случае – при постоянстве суммарной длины контактных линий зубьев – имеют место минимальные внутренние динамические нагрузки в передаче.

В [2] отмечено, что желательно так выбирать параметры зубчатой пары, чтобы выполнялось условие  $l_{\Sigma} = const$ , однако методика реализации этого пожелания не представлена: «Цього можна досягнути відповідним вибором  $\beta$  та ширини зубчастого вінця  $b$  так, щоб коефіцієнт осьового перекриття  $\varepsilon_{\beta}$  був цілим числом». Однако при этом одновременно автор рекомендует выби-

рять  $\varepsilon_\beta \geq 1,1$ , что следует делать путем выбора ширины  $b$  при заданных модуле  $m_n$  и угле наклона зубьев  $\beta$ . Кстати, в примере проектирования цилиндрической передачи [2] получено значение коэффициента  $\varepsilon_\beta = 2,184$ , однако путь достижения такого значения  $\varepsilon_\beta$  не указан.

Существующая практика рекомендаций по изменению  $b$  для достижения требуемого  $\varepsilon_\beta$  не всегда приводит к желаемым результатам. Например, в [8] после проектного и проверочного расчетов цилиндрической передачи оказалось, что коэффициент перекрытия  $\varepsilon_\beta = 1,38$ . Снижение  $\varepsilon_\beta$  до 1 за счет изменения  $b$  не представляется возможным, так как при этом контактные напряжения возрастают в  $\sqrt{1,38} = 1,17$ , что ведет к нарушению условия контактной прочности.

В работе [8] для обеспечения условия

$$\varepsilon_\beta = C, \quad (C - \text{целое число}) \quad (1)$$

предлагается проводить коррекцию параметров передачи: 1) рассчитать суммарное число зубьев передачи  $z_{\Sigma 0}$ ; 2) выбрать четыре значения  $z_{\Sigma 1,2} = z_{\Sigma 0} \pm 1$ ,  $z_{\Sigma 3,4} = z_{\Sigma 0} \pm 2$ ; 3) для каждого значения  $z_{\Sigma k}$  определить угол  $\beta_k = \arccos(0,5 \cdot z_{\Sigma k} \cdot m_n / a_w)$ ; 4) рассчитать величины  $\varepsilon_{\beta k} = b_w \cdot \sin \beta_k / (\pi \cdot m_n)$ ; 5) принимая во внимание, что  $8^\circ \leq \beta \leq 22^\circ$ , выбрать из ряда  $\varepsilon_{\beta k}$  коэффициент  $\varepsilon'_\beta$ , наиболее близкий к целому числу  $C$ . Такой метод перебора не гарантирует выполнение условия (1), а поэтому, авторы рекомендуют для случая, «если выполненные действия не привели к желаемому результату, проводить изменение  $m_n$ , а потом изменение и ширины  $b_w$ ».

В таблице представлены результаты реализации приведенной методики по коррекции параметров цилиндрической передачи.

К ограничениям приведенной методики следует отнести неопределенность в возможности подбора параметров зубчатой передачи, обеспечивающих выполнение условия (1), а также необоснованность метода перебора *четырёх* дополнительных вариантов суммарных чисел зубьев  $z_\Sigma$ .

Желательно при проектировании зубчатой передачи знать ответ о возможности обеспечения выполнения условия (1) и уже на начальном этапе проектного расчета синтезировать необходимые параметры передачи, а не производить корректировку параметров на последних этапах проектирования.

Таблица.  
Результаты коррекции параметров цилиндрической передачи [8]

Параметр, характеристика		Значение	
Наименование	Обозначение	Исходный вариант	Скорректированный вариант
Число зубьев	$z_\Sigma$	77	78
Передаточное число	$u$	3,53	3,59
Рабочая ширина, мм	$b_w$	64	58
Угол наклона, град	$\beta$	15,741	12,836
Контактные напряжения – расчетные/допустимые, МПа	$\sigma_H / \sigma_{HP}$	459/473	488/473
Коэффициент перекрытия	$\varepsilon_\beta$	1,38	1,025

Рассмотрим наиболее распространенный случай проектирования цилиндрических зубчатых передач, для которых основным критерием работоспособности есть контактная выносливость активных поверхностей зубьев:  $\sigma_H \leq \sigma_{HP}$ .

Проектную зависимость для рассматриваемого случая

$$a_w = 0,5 K_d (u+1) \sqrt[3]{T_{1H} K_{H\beta} (u+1) / (\psi_{bd} \sigma_{HP}^2 u)} \quad (2)$$

перепишем в виде

$$a_w = a_{w1} / \sqrt[3]{\psi_{bd}}, \quad (3)$$

где  $a_{w1} = a_w(\psi_{bd})$  при  $\psi_{bd} = 1$ , т.е.  $a_{w1} = 0,5 K_d (u+1) \sqrt[3]{T_{1H} K_{H\beta} (u+1) / (\sigma_{HP}^2 u)}$ .

Из геометрии зубчатой передачи следует соотношение

$$a_w = 0,5 \cdot z_\Sigma \cdot m_n / \cos \beta = 0,5 \cdot z_1 \cdot m_n \cdot (1+u) z_1 \cdot \text{tg} \beta / \sin \beta. \quad (4)$$

Учитывая, что  $\psi_{bd} = b_w / d_1 = \pi \varepsilon_\beta / (z_1 \text{tg} \beta)$ , перепишем (3) в виде

$$a_w = a_{w1} \sqrt[3]{z_1 \text{tg} \beta / (\pi \varepsilon_\beta)}. \quad (5)$$

Очевидно, что система двух уравнений (4) и (5) позволяет определить при заданных параметрах  $a_w$ ,  $m_n$ ,  $u$  необходимые значения параметров  $z_1$  и  $\beta$ , которые обеспечивают желаемое, в частности, целое значение  $\varepsilon_\beta$ .

Перепишем (5) в виде  $\pi \varepsilon_\beta (a_w / a_{w1})^3 = (z_1 / \cos \beta) \cdot \sin \beta$ .

Из (4) определяем, что  $z_1 / \cos \beta = 2a_w / m_n (1+u)$ , а, следовательно,

$$\sin \beta = 0,5\pi\varepsilon_\beta (a_w / a_{w1})^3 m_n (1+u) / a_w. \quad (6)$$

Задавая желаемые значения коэффициенту осевого перекрытия  $\varepsilon_\beta$ , по (6) определяем необходимое значение угла наклона зубьев  $\beta$  проектируемой передачи и далее находим расчетное значение числа зубьев шестерни

$$z_{1p} = 2a_m / (1+u) \sqrt{1 - (0,5(1+u)\pi\varepsilon_\beta (a_w / a_1)^3 / a_m)^2}, \quad (7)$$

где  $a_m = a_w / m_n$ .

Однако, принимая во внимание, что переменная  $z_1$  является величиной целой, можно сделать вывод, что решение уравнения (7) возможно только в отдельных случаях.

Использование зависимости (7) для зубчатой передачи из [2] позволяет определить значения  $z_{1p} = 22,05$  и  $z_{1p} = 21,49$  для обеспечения значений  $\varepsilon_\beta = 1,0$  и  $\varepsilon_\beta = 2,0$ , соответственно. Становится ясно, почему в [2] (в проектном расчете) автор принял «число зубцов шестерни  $z_1 = 21$ ».

**Выводы.** Таким образом, в общем случае обеспечить выполнение условия (1) для цилиндрической передачи невозможно.

В общем случае можно ставить только задачу о проектировании цилиндрической зубчатой передачи, для которой

$$|\varepsilon_\beta - \Pi| \leq \Delta, \quad (8)$$

где  $\Delta$  – малое число.

**Список литературы:** 1. *Абрамов Б.М.* Динамические явления в прямозубых зубчатых передачах. – Харьков: Изд. ХГУ им. А.Горького, 1959. 2. *Павлице В.Т.* Основы конструирования та розрахунок деталей машин. – Львів: Афіша, 2003. – 560с. 3. Расчет и проектирование зубчатых редукторов: Справочник / *В.Н. Кудрявцев, И.С. Кузьмин, А.Л. Филипенков*; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева. – СПб.: Политехника, 1993. – 448 с. 4. *Иванов М.Н.* Детали машин. М.: Высш. шк., 2007. – 408с. 5. *Курмаз Л.В., Скойбеда А.Т.* Детали машин. Проектирование. – М.: Высш. шк., 2005. 6. *Kurmaz L.W., Kurmaz O.L.* Projektowanie węzłów i części maszyn. – Wydawnictwo Politechniki Świętokrzyskiej. Kielce, 2006. 7. *Курмаз Л.В., Курмаз О.Л., Калинин П.Н.* Коэффициенты осевого и торцевого перекрытия зубьев и динамика зубчатых передач // Вісник національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків: НТУ «ХПИ», 2007. – Вип. 21. – С.197–202. 8. *Курмаз Л.В., Курмаз О.Л.* Конструирование узлов и деталей машин. – М.: Высш. шк., 2007. – 455с.

*Поступила в редколлегию 09.06.08*

**А.И. ДЫГАЛО**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков),  
**И.П. ДЕМКОВСКИЙ**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков),  
**Н.В. МАТЮШЕНКО**, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ» (г. Харьков)

### ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ТЕОРЕМА ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТОЧЕК КОНТАКТА В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ НОВИКОВА ДЛЗ С АРОЧНОЙ ФОРМОЙ ЗУБЬЕВ

У статті на основі лінійних дериваційних формул Вейнгардена та класичної теорії зубчастих передач з зачепленням Новікова знайдено ГМТ точок контакту як функції радіус-векторів спряжених поверхонь. Для циліндричних арочних передач Новікова ДЛЗ цей результат дає можливість за рахунок варіації подовжньої кривої та параметрів вихідного контуру ріжучого інструменту регулювати осьове зміщення точок контакту, що належать одному зубу, тобто на стадії проектування регулювати коефіцієнт перекриття.

#### Постановка проблемы в общем виде и связь ее с научным заданием.

Конфигурация арочного зуба по высоте формируется исходным контуром инструментальной рейки в обкаточном движении, а по длине – как кинематической наладкой зуборезного станка, так и расположением резцов на резцовой головке. Форма зуба по длине изменяется и образует кривой зуб типа арки, что позволяет более эффективно использовать зацепление Новикова, особенно с двумя линиями зацепления (ДЛЗ). Нарезание зубьев арочной формы производится [1, 2] с помощью резцовых головок, и поэтому шаг зацепления в осевом направлении носит переменный характер. Появляется возможность за счет вариации продольной кривой зуба улучшать работоспособность и долговечность передачи.

#### Анализ последних достижений и публикаций, в которых намечены пути решения поставленной проблемы.

В [3] показано, что если продольная кривая – круг, то достигается простота изготовления. В [2] исследуется вопрос выбора кривой арки в виде эллипса, при этом индикатрисы Дюпена в номинальной точке контакта не пересекаются, практически всегда осуществим контакт зубьев. Кроме этого, в [6] показано, что выбор продольной кривой в виде спирали Архимеда дает возможность производить меньшую величину проточки в средней части шеврона, а если эта кривая – циклоида, то осуществима возможность общей линии в контакте, возникает квазилинейный контакт сопряженных поверхностей с продольной приведенной кривизной равной нулю. В этом случае размеры мгновенных площадок контакта по длине являются максимально возможными, однако, как показано в [4], в подобных случаях зацепление имеет наибольшую чувствительность к погрешностям относительного положения колес и требуется введение продольной модификации зубьев.

**Выделение нерешенных ранее частей проблемы.** Для арочных цилиндрических передач Новикова с двумя линиями зацепления при всем разнообразии выбора продольной кривой не разработана методика, которая гарантирует, еще на стадии проектирования, наличие двухточечного контакта в любой фазе зацепления.

**Цель статьи.** Разработать критерий нахождения номинальной точки контакта при произвольном выборе продольной кривой арки.

**Решение.** Пусть имеется цилиндрическая зубчатая передача, для которой справедливо соотношение

$$\vec{V}_p = 0,$$

и, стало быть,

$$\vec{V}_{ba} = \vec{\Omega} \times \vec{r}_p. \quad (1)$$

Здесь мы пользуемся терминологией статьи [7]. Проведем через некоторую точку  $M$  контакта зубчатых поверхностей  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  секущую плоскость перпендикулярно вектору  $\Omega$ . Сечение поверхности зуба  $\Pi_a$  этой плоскостью дает некоторую кривую линию  $\Gamma_1$ , сечение поверхности  $\Pi_b$  – линию  $\Gamma_2$ . Эта же плоскость пересекает ось  $O_v z_p$  в некоторой точке  $P'$ , которую будем называть полюсной, на расстоянии  $z_p = const$ . Пусть  $S_1$  – длина дуги линии  $\Gamma_1$ ,  $S_2$  – линии  $\Gamma_2$ . Тогда уравнения этих линий  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  при данном положении зубчатых колес соответственно будут

$$\begin{aligned} \vec{r}_{p1} &= \vec{r}_{p1}(S_1); \\ \vec{r}_{p2} &= \vec{r}_{p2}(S_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Если теперь для того же положения зубчатой передачи взять другое сечение плоскостью  $z_p = const$ , то линии  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  как-то изменятся, сообразно чему изменятся и уравнения (2). Иначе говоря, поверхности зубьев  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  мы соответственно представим в виде  $\vec{r}_{p1} = \vec{r}_{p1}(S_1, z_p)$ ;  $\vec{r}_{p2} = \vec{r}_{p2}(S_2, z_p)$ .

Единичный вектор нормали на этих поверхностях соответственно будет

$$\begin{aligned} \vec{N}_a &= \lambda_a \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p}; \\ \vec{N}_b &= \lambda_b \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_2} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\lambda_a$  и  $\lambda_b$  – нормирующие до единичной длины множители. В точке касания  $M$  поверхностей  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  векторы  $\vec{N}_a$  и  $\vec{N}_b$  должны совпадать, т.е.

$$\lambda_a \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} = \lambda_b \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_2} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p}.$$

Используем линейные дериационные соотношения:

$$\vec{\tau}_v \frac{dS_v}{dt} = \vec{\tau}_\lambda \frac{dS_\lambda}{dt} - v_a; \quad (4^1)$$

$$\vec{\tau}_\mu \frac{dS_\mu}{dt} = \vec{\tau}_\lambda \frac{dS_\lambda}{dt} - v_b. \quad (4^2)$$

Вычитая равенства (4<sup>1</sup>) и (4<sup>2</sup>) одно из другого, найдем для общей линии зацепления  $\Gamma_\lambda$  формулу

$$\vec{\tau}_v \dot{S}_v - \vec{\tau}_\mu \dot{S}_\mu = \vec{V}_b - \vec{V}_a = \vec{V}_{ba}. \quad (5)$$

Так как векторы  $\vec{\tau}_v$  и  $\vec{\tau}_\mu$  находятся в касательной плоскости к поверхностям зубьев  $\Pi_a$  и  $\Pi_b$  в точке  $M$ , то из (5) следует

$$(\vec{V}_b - \vec{V}_a) \vec{N} = \vec{V}_{ba} \vec{N} = 0. \quad (6)$$

Обратимся теперь к формуле (6), которую с учетом (1) и первой формулы (3) представим в виде  $\lambda_a \Omega (\vec{k}_p \times \vec{r}_p) \left( \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} \right) = 0$ .

Но так как произведение  $\lambda_a \Omega$  отлично от нуля, то необходимо, чтобы

$$(\vec{k}_p \times \vec{r}_p) \left( \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} \right) = 0.$$

Это выражение может быть преобразовано к виду

$$\vec{r}_p \left[ \left( \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \times \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} \right) \times \vec{k}_p \right] = \vec{r}_p \left[ \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} \left( \vec{k}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \right) - \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \left( \vec{k}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial z_p} \right) \right]. \quad (7)$$

Однако вектор  $\frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1}$  есть единичный касательный вектор к линии  $\Gamma_1$  в точке касания  $M$ . Следовательно, этот вектор находится в плоскости линии  $\Gamma_1$ , которая перпендикулярна вектору  $\vec{k}_p$ . Стало быть, и вектор  $\frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1}$  также перпендикулярен вектору  $\vec{k}_p$ . Таким образом, должно быть  $\vec{k}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} = 0$ , и то-

гда формула (7) принимает вид:  $\left( \vec{r}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \right) \left( \vec{k}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} \right) = 0$ . Второй из этих сомножителей для зубчатых передач, передающих движение давлением поверхностей зубьев  $P_a$  и  $P_b$ , отличен от нуля. Стало быть,  $\vec{r}_p \frac{\partial \vec{r}_p}{\partial S_1} = 0$ . Или

$$\text{иначе } \frac{\partial}{\partial S_1} \left( \frac{r_p^2}{2} \right) = 0.$$

Равенство это может быть сформулировано экстремальной теоремой:

*Из всех точек линии, получающихся от пересечения поверхности зуба плоскостью, точкой касания будет та, расстояние до которой от полюсной точки экстремально.*

*Следствие: В точке касания контактных линий их общая касательная перпендикулярна вектору, проведенному из полюсной точки в точку касания.*

**Выводы из данного исследования и перспективы последующих исследований в данном направлении.** При разработке циклограммы зацепления для цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев необходима величина осевого смещения точек контакта, принадлежащих одному зубу, лежащих на разных контактных линиях. Экстремальная теорема позволяет обеспечить наличие этих точек контакта, а, следовательно, и плавность перекрытия.

**Список литературы:** 1. *Догода М.И.* Зубчатые передачи с круговой и циклоидальной линией зуба и технологические особенности их изготовления / М.И. Догода, В.Д. Тереник // *Технология механосборочного производства*. – Краматорск, 1975. – Вып.19. – С.55–59. 2. *Догода М.И.* Зубчатые передачи с эллиптической линией зуба и особенности их изготовления / М.И. Догода, В.Д. Тереник, О.П. Гоголев // *Технология механосборочного производства*. – Краматорск, 1979. – Вып.5. – С.55. 3. *Айрапетов Э.Л.* О выборе продольной кривизны арочных зубьев / Э.Л. Айрапетов, С.Э. Айрапетов, Т.Н. Мельникова // *Цилиндрические передачи с арочными зубьями: Тез. докл. зонального семинара*. – Курган, 1983. – С.11. 4. *Паулиньи К.К.* Квазиэвольвентное зацепление в арочных цилиндрических передачах // *Исследование и повышение качества поверхностей и эксплуатационных свойств материалов и изделий*. – Рига, 1983. – С.45–56. 5. *Догода М.И.* Оптимизация геометрических параметров арочных передач с зацеплением Новикова // *Перспективные направления создания новых конструкций тяжело нагруженных редукторов и прогрессивная тех-*

*нология их изготовления: Тез. докл. науч. – техн. конф.* – Краматорск, 1987. – С.145. 6. *Wu X., Song X., Liu H.* A New method in curvature calculation of the conjugate gear surfaces in 3-d meshing. *Mathematical theory and applications* // Vol. 23. №3, 2003. – p.49–52. 7. *Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В.* К вопросу о преобразовании геометрии зацепления Новикова с арочной формой зубьев к виду, удобному для анализа // *Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”*. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2007. – Вип. 21. – С.166–170.

*Поступила в редколлегию 15.05.08*

УДК 539.3

**Н.Н. ТКАЧУК**, аспирант, НТУ „ХПИ”

### РЕАЛИЗАЦИЯ ПОЛНОГО ЦИКЛА ИССЛЕДОВАНИЙ ДЕТАЛЕЙ СО СЛОЖНОПРОФИЛЬНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ НА ПРИМЕРЕ ЭЛЕМЕНТОВ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

Пропонуються теорія, методи, алгоритми і моделі для аналізу напружено-деформованого стану деталей, що мають складнопрофільні поверхні, та для синтезу їх геометрії. На прикладі двохпараметричних циліндро-конічних передач продемонстровано весь комплекс досліджень – від початку проектно-дослідницьких робіт до виготовлення дослідного зразка та його випробування.

A theory, methods, algorithms and models are offered for analysis of stressed and deformed state of details which have geometrically-complex surfaces, and for synthesis of their geometry. The whole complex of researches – from the beginning of design-research works to making of pre-production model and his test – is shown on the example of two-parametrical cylinder-conical transmissions.

**Введение.** Одной из основных тенденций современного машиностроения является рост числа деталей, форма рабочих поверхностей которых определяется условиями подвижного контакта с сопряженными поверхностями других деталей. Яркими примерами таких деталей являются элементы пространственных и плоских кулачков, зубчатых передач, радиальных гидроредукторов, механизмов наклона электроплавильных печей, шарико- и роликоподшипников. При этом при их проектировании, выборе материалов и условий обработки и эксплуатации возникает связанная задача синтеза геометрии рабочих поверхностей и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) тел, находящихся в контакте. Особенно сложной такая задача становится при исследовании сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями, которые не имеют аналитического описания, а получаются как облако точек при численном решении вспомогательной задачи о кинематическом контакте сопряженных поверхностей. Методы решения таких задач и модели для синтеза геометрии и анализа НДС предложены ранее и описаны в работах [1-4].

В то же время задача анализа напряженно-деформированного состояния и синтеза геометрии не является изолированной, а встраивается в общую цепь проектно-исследовательских работ по технологической подготовке производства деталей с кинематически генерируемыми поверхностями. Соответственно на разрабатываемые методы, алгоритмы и модели накладываются дополнительные ограничения, обуславливаемые необходимостью свободного двунаправленного бесконфликтного обмена данными между этапами жизненного цикла исследуемых объектов (рис. 1).

Особую актуальность задача комплексного моделирования сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями приобретает в случае, когда некоторые из этапов 1-8 (см. рис. 1) наряду с этапами собственно разработки математических моделей, синтеза геометрии и анализа напряженно-деформированного состояния (1-3, см. рис. 1) на момент исследований не реализованы. В данной работе на примере исследования двухпараметрических цилиндро-конических передач проиллюстрированы этапы комплексного решения всех задач моделирования. Именно разработка сквозной технологии моделирования сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями, а также ее практическая реализация составляет цель работы.

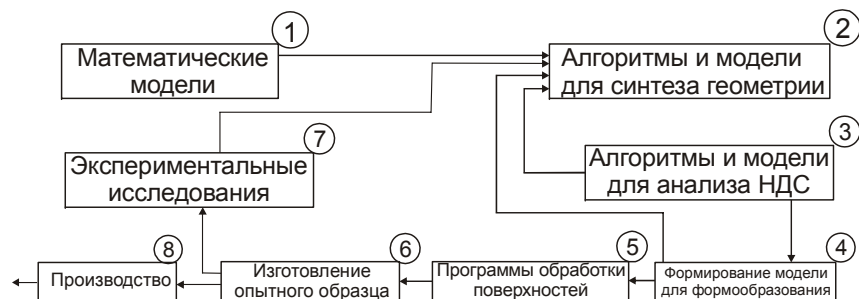


Рис. 1. Жизненный цикл создания сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями

**Постановка задачи.** В статьях [1-4] описаны общие подходы к решению задач анализа напряженно-деформированного состояния и синтеза геометрии сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями. Совокупность приведенных методов, алгоритмов и моделей покрывает основную проблемную часть (1-3) этапов из приведенных на рис. 1. В то же время оставшиеся этапы 4-8 в этой ситуации представляют большую часть проблемы. Однако особое значение эти этапы приобретают для объектов, которые не изготавливались или изготавливались в единичных экземплярах. Так, двухпараметрическая передача [5-7] была изготовлена в небольшом количестве (опытные образцы), технология изготовления отра-

ботана только для частных случаев, а программно-модельные средства для обработки сложнопрофильных рабочих поверхностей зубьев не созданы. В связи с этим в данной работе основное внимание уделяется этапам 4-7 (см. рис. 1) для опытного образца цилиндро-конической зубчатой передачи [1,5].

Естественно, что не имея в распоряжении отработанной технологии изготовления сложнопрофильных рабочих поверхностей зубьев двухпараметрической передачи, в первую очередь следует ориентироваться на универсальные методы, модели и технологии обработки поверхностей. В этой связи изначально и технология восстановления геометрической формы 2, и алгоритмы анализа напряженно-деформированного состояния 3 ориентированы на дальнейшее использование на этапе 4 формирования модели для формообразования поверхности 4 (причем на основе технологии объемного фрезерования с применением современных технологий и фрезерных станков с ЧПУ) (см. рис. 1). На завершающем этапе становится возможным экспериментальное исследование изготовленного опытного образца (см. этапы 6, 7 на рис. 1).

Запланированный комплекс исследований, записанных выше, невозможен без этапа изготовления опытного образца. Для этого требуется изначальная ориентация средств, методов и моделей геометрического описания, в том числе и на этот ответственный этап. Основная сложность реализации этого вида моделирования состоит в том, что по исследуемым объектам заранее необходимо предусмотреть формат представления данных, который обеспечивает, в конечном счете, воспроизведение поверхности рабочих зубьев в виде, удобном для формирования программ обработки на станках с ЧПУ.

**Методы решения поставленных задач.** При реализации методов и алгоритмов, соответствующих этапам 1-3 (см. рис. 1), используются общие соотношения параметрического описания элементов сложных механических систем, метода конечных элементов, 3D геометрического параметрического моделирования. Реализация предложенных методов производится в среде Delphi, Pro/ENGINEER, ANSYS путем параметризации основных соотношений кинематического метода синтеза сопряженных поверхностей [8], метода конечных элементов [9], методов конструктивной геометрии [10] в моделях, представленных в формате соответствующих программ и макросов. Соответственно, нужно обеспечить преемственность при переходе от данных форматов описания к форматам обработки поверхностей на станках с ЧПУ. Для этого предлагается получаемую геометрическую модель поверхности описать в формате системы Pro/ENGINEER, чтобы в модуле Pro/NC без конфликтов произвести генерацию обрабатывающей программы (в данном случае – лицевой и тыльной стороны зубьев цилиндрической передачи). Имея в распоряжении управляющую программу для станка с ЧПУ, можно изготовить физическую модель изделия, а затем провести испытания

на выполнение условий обкатывания, а также по критерию соответствия реального контактного давления вычисленному при решении соответствующей задачи анализа.

**Реализация предложенной методики.** В качестве исходного примера цилиндро-конического зацепления выступает таковое при значениях параметров, приведенных в таблице. При этом заданной является бочкообразная форма поверхностей зубьев цилиндрического колеса с эвольвентной образующей [1] (рис. 2).

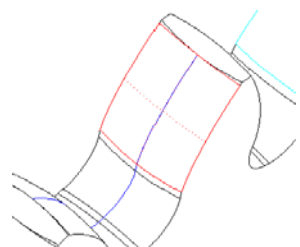


Рис. 2. Геометрия зубьев цилиндрического колеса

Таблица.

Параметры колес	
$z_1 = 20$	количество зубьев конического и цилиндрического колес
$z_2 = 15$	количество зубьев конического и цилиндрического колес
$\varepsilon = \pi/2$	угол конусности
$\beta = \pi/3$	начальный угол наклона линий зубьев конического колеса
$R_1 = 140$ мм $r_1 = 70$ мм	внешний и внутренний радиусы конического колеса
$R_2 = 52,5$ мм $R_2^{ev} = 70$ мм	радиусы начальной и основной окружностей цилиндрического колеса
$r_2^c = 25$ мм	радиус кривизны поверхности зуба цилиндрического колеса в поперечном направлении
$m = 7$ мм	модуль эвольвентного профиля цилиндрического колеса

Соответствующая рабочая поверхность зубьев конического колеса получается в виде облака точек, сопряженных семейству точек цилиндрического (рис. 3).

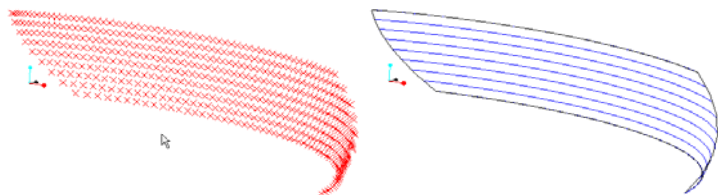


Рис. 3. Облако точек и рабочие поверхности зубьев конического колеса

Дополняя рабочие части поверхностей переходными торцевыми и боковыми участками поверхностей, можно получить 3D модели цилиндрического и конического зубчатых колес (рис. 4).

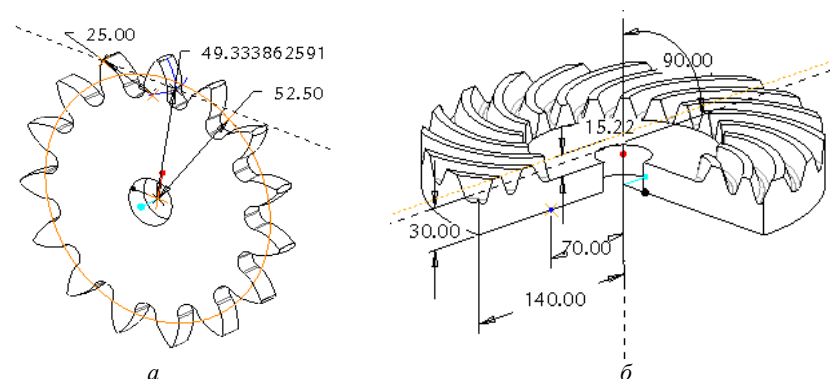


Рис. 4. Геометрические модели цилиндрического (а) и конического (б) колес

Тогда можно проверить собираемость и сопрягаемость этих колес визуально, а также путем вычисления интерференции зубьев. Следующим этапом создания физической модели двухпараметрической передачи является ее физическое изготовление. Для этих целей программа обработки на станке с ЧПУ, сгенерированная на основе 3D геометрической модели, обрабатывалась на плексигласовом материале (рис. 5).

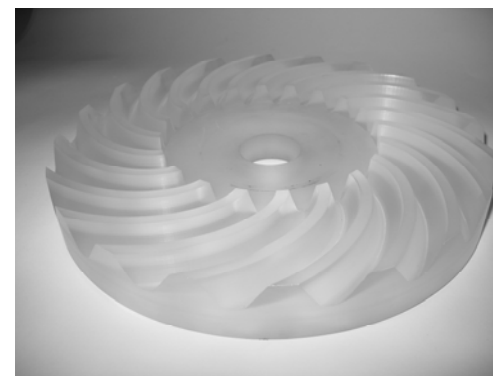


Рис. 5. Прототип плоского конического колеса, изготовленный на станке с ЧПУ

В результате получались колеса, образующие зацепление. Для их базирования, фиксации и обеспечения согласованного изменения взаимного положения предлагается механизм, представленный на рис. 6. Он был изготовлен из стали 20Х. В результате собран макет зубчатой передачи (рис. 7), реализующей два вида относительного движения звеньев: согласованное вращение с заданным передаточным отношением и взаимное смещение цилиндрического и конического колес.



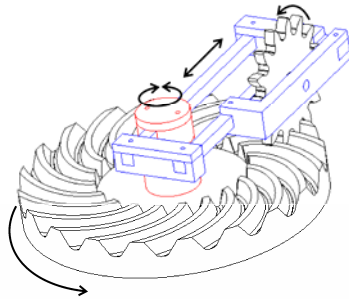


Рис. 6. Механизм позиционирования колес прототипа передачи

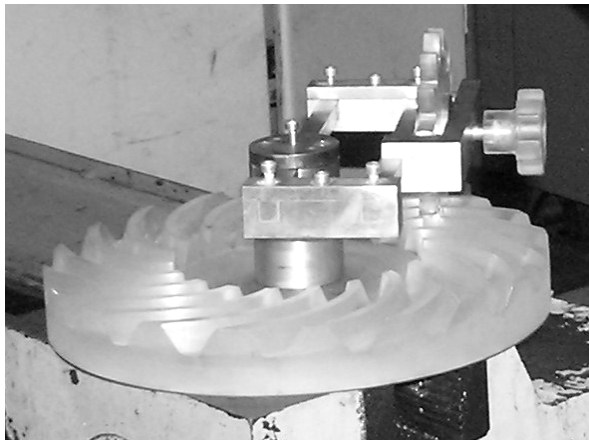


Рис. 7. Макет плоской цилиндро-конической передачи

Используя изготовленный опытный экземпляр, можно проверить работоспособность передачи, точность и стабильность ее передаточного отношения, а также прочность зубьев, определяемую уровнем контактных давлений. Для этого передача в сборе опробуется при различных конфигурациях взаимного положения зубчатых колес. В результате проверки установлена работоспособность спроектированной передачи, а также проведена оценка контактных зон при различных смещениях цилиндрического колеса вдоль образующей конического.

**Заключение.** В результате комплексного моделирования двухпараметрического цилиндро-конического зацепления установлено следующее:

1. Рабочие поверхности зубьев синтезированного двухпараметрического зацепления находятся в непрерывном зацеплении при одновременном совершении двух видов движения – вращении вокруг своих осей и взаимном смещении колес с сохранением заданной ориентации оси цилиндрического колеса относительно линии зуба конического колеса.

2. Реализована схема сквозной передачи данных между различными этапами моделирования сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями, обладающая свойствами бесконфликтности, согласованности, параметричности и ассоциативности.

3. Впервые осуществлен полный цикл исследований элементов сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями на примере двухпараметрической передачи (вплоть до этапа производства изделий), обладающий всем комплексом свойств, необходимых для его автоматизации и встраивания в процесс проектирования в условиях реального производства.

В результате продемонстрирована адекватность предложенных методов, достоверность и точность построенных моделей и полученных результатов исследований сложнопрофильных тел с кинематически генерируемыми поверхностями на примере двухпараметрических передач.

**Список литературы:** 1. *Ткачук Н.Н.* Особенности реализации кинематического метода расчета двухпараметрических передач // Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск: Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – Вып. 3. – С.133–151. 2. *Ткачук Н.Н.* Оценка контактных напряжений в сопряжении сложнопрофильных деталей// Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – Вып. 24. – С.138–152. 3. *Ткачук М.М.* Віртуальне прототипування механізмів з кінематично генерованими поверхнями // Машинознавство. – 2007. – №6(109). – С.26–32. 4. *Ткачук Н.Н.* К вопросу конечноэлементного моделирования колес двухпараметрических передач // Вестник НТУ «ХПИ». Тематический выпуск Машиноведение и САПР. – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2008. – Вып. 2. – С.159–166. 5. *Ковалюх В.Р.* Синтез зубчатых передач на основе колес с равновысокоширокими зубьями и впадинами: Дисс. канд.техн. наук // Харьков, 1982. – 156с. 6. *Ковалюх В.Р.* Двухпараметрические колеса с равновысокоширокими зубьями и впадинами // Машиноведение. – 1982. – №1 – С.43–45. 7. А.с. СССР №1128025, МКИ<sup>4</sup> F16N3/42. Способ передачи вращения в цилиндрической зубчатой передаче и цилиндрическая зубчатая передача 8. *Литвин Ф.Л.* Теория зубчатых зацеплений. – Л.: 1968. – 584с. 9. *Сабонадьер Ж.-К., Кулон Ж.-Л.* Метод конечных элементов и САПР. – М: Мир, 1989. – 190с. 10. *Ли К.* Основы САПР (CAD/CAM/CAE). – СПб.: Питер, 2004. – 560с.

Поступила в редакцию 15.05.08

**В.Е. СТАРЖИНСКИЙ**, докт. техн. наук, ИММС им. В.А. Белого  
НАН Беларуси,

**А.М. ГОМАН**, канд. техн. наук, ОИМ НАН Беларуси,

**Н.Н. ИШИН**, канд. техн. наук, ОИМ НАН Беларуси

### **ПЛАСТМАССОВЫЕ ЗУБЧАТЫЕ КОЛЕСА: МЕТОДИКА И ПРОГРАММА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА КОРРЕКТИРОВОК РАЗМЕРОВ ФОРМООБРАЗУЮЩИХ ЗУБЧАТЫХ МАТРИЦ**

Procedure, algorithm and results of automation design of controlled dimension updates of molded plastic gears are considered taking into account the data received at measuring pilot batch of gear workpieces. The possibility of integral increasing probability of corresponding dimensional inaccuracies of gears manufactured in the improved mold dies to accuracy indices indicated in technical documentation is demonstrated.

**Постановка проблемы.** Соответствие отклонений размеров литых пластмассовых деталей заданным показателям точности обеспечивается, как известно, правильным учетом величины усадки и ее отклонений при расчете размеров пуансонов и матриц литьевых форм, образующих их оформляющие полости. Для литых пластмассовых зубчатых колес размеры формирующего инструмента могут быть назначены либо по величине интервала литьевой усадки ( $S_{min} \dots S_{max}$ ), приводимом в справочной литературе, либо по среднему значению усадки  $\bar{s}$  и ее отклонению  $\pm \Delta S$ , рассчитанным по результатам измерения имитаторов зубчатых колес, либо по расчетным значениям компонентов усадки, полученным при измерении непосредственно опытной партии зубчатых колес.

В статье приводится методика, алгоритм расчета и расчет корректировок размеров матриц по различным вариантам исходных данных.

**Обзор литературы.** В связи с тем, что геометрические параметры формообразующих зубчатых матриц необходимо рассчитывать, принимая во внимание изменение размеров зубчатого колеса в результате усадки, что естественно обуславливает необходимость изготавливать матрицы с нестандартными параметрами исходного контура, в основу методики расчета положен предложенный Э.Б. Вулгаковым [1] принцип проектирования в обобщающих параметрах, не связанных с параметрами исходного контура. Метод геометрического синтеза зубчатых передач в обобщающих параметрах получил широкое распространение при проектировании зубчатых передач как эвольвентных, в том числе прямозубых и косозубых [2], с асимметричными зубьями [3, 4], планетарных [4], винтовых [5] и червячных [6], так и простанственных неэвольвентных цилиндрично-конических передач [7], в том чис-

ле с внешними [8] и внутренними [9] зубьями.

Применительно к проектированию зубчатых передач с пластмассовыми колесами, зубчатый венец которых формируется литьем под давлением в зубчатых матрицах с размерами, учитывающими усадку материала, этот принцип был первоначально сформулирован в работе [10] и затем был развит в последующих работах [11, 12].

В качестве обобщающих параметров при расчете геометрии зубцов зубчатых колес и формообразующих матриц приняты: основной диаметр  $d_b^k$  и угловая толщина зуба  $\theta_b^k$  по основной окружности. Третьим обобщающим параметром принят диаметр вершин зубьев  $d_a^k$ . Впадина формируется как полностью скругленная кривой максимально возможного радиуса. Соответственно обобщающим параметрам вычисляются коэффициенты усадки  $S_a$ ,  $S_b$  и  $S_s$ .

**Методика расчета обобщающих параметров.** Для расчета обобщающих параметров  $d_a$ ,  $d_b$  и  $\theta_b$  и соответствующих им значений усадки по вершинам зубьев  $S_a$ , диаметру основной окружности  $S_b$  и толщине зуба  $S_s$  используются следующие основные методы [11, 13]:

1. Расчет по координатам точек профиля зуба. По данному методу эвольвента аппроксимируется дугами окружностей, отклонения относят к погрешностям профиля и затем, минимизируя сумму квадратов отклонений точек профиля от эвольвенты, вычисляют средние значения  $\bar{d}_b$  и  $\theta_b$ .

2. Метод расчета  $d_b$  и  $\theta_b$  по разности длины общей нормали основывается на зависимости  $d_b = p_b z / \pi$  между основным диаметром  $d_b$  и основным шагом  $p_b$ . Основному шагу соответствует разность длин общей нормали  $W_1$  и  $W_2$ , измеренных при разных числах охватываемых зубьев  $z_{n1}$  и  $z_{n2}$ . Соответственно рассчитываются угловая толщина зуба  $\theta_b$  на основной окружности и коэффициенты усадки  $S_b$  и  $S_s$ .

3. Метод расчета  $d_b$  и  $\theta_b$  по результатам измерения размеров по роликам  $M_1$  и  $M_2$  при разных размерах измерительного ролика  $D_1$  и  $D_2$ . В этом случае одновременно фиксируется положение точек левого и правого эвольвентного профиля, по которым рассчитывается основной диаметр  $d_b$ , толщина зуба  $\theta_b$  и соответствующие усадки.

Во всех случаях значение третьего обобщающего параметра  $d_a$  рассчитывают как среднее значение из серии непосредственных измерений.

Возможно разнообразное сочетание основных методов измерений и расчета обобщающих параметров, в том числе включая непосредственное измерение основного шага  $p_b$ .

**Методика расчета корректирующих поправок [13].** Для расчета геометрических параметров формообразующих матриц, скорректированных по результатам измерения опытной партии зубчатых колес, использовали следующие зависимости.

Средний диаметр вершин зубьев  $\bar{d}_a^M$ :

$$\bar{d}_{a\text{ corr}}^M = \bar{d}_b^{k*} / (1 - \bar{S}_a). \quad (1)$$

Средний основной диаметр  $\bar{d}_b^M$ :

$$\bar{d}_{b\text{ corr}}^M = \bar{d}_b^{k*} / (1 - \bar{S}_b). \quad (2)$$

Модуль зацепления  $m^M$ :

$$m_{\text{corr}}^M = \bar{d}_{b\text{ corr}}^M / z \cos \alpha. \quad (3)$$

Средний размер по роликам  $\bar{M}^M$ :

$$\bar{M}_{\text{corr}}^M = \bar{d}_{b\text{ corr}}^M / \cos \alpha_{D\text{ corr}} + D^M, \quad (4)$$

где

$$\text{inv} \alpha_{D\text{ corr}}^M = [D \bar{d}_{b\text{ corr}}^M + \bar{\theta}_b^{k*} / 2(1 - \bar{S}_s) - \pi / z]. \quad (5)$$

**Методика расчета вероятности соответствия реальных показателей точности зубчатых колес заданным [13].** Отклонение любого фактического среднего контролируемого размера  $\bar{X}$  от заданного среднего по чертежу  $\bar{X}^*$  сравнивали с доверительным интервалом для среднего  $\Delta X$ :

$$|\bar{X} - \bar{X}^*| < \Delta X / 2\sqrt{n}, \quad (6)$$

а на основании сравнения отклонения размера  $\bar{X}$  от  $\bar{X}^*$  с допуском  $T_x$  оценивали вероятность получения колес заданной точности:

$$P(X) = \Phi_o(Z_1) - \Phi_o(Z_2) \geq P(X)^z, \quad (7)$$

где

$$Z_1 = \frac{\bar{X}^* + T_x / 2 - \bar{X}}{\sigma_x}; \quad Z_2 = \frac{\bar{X}^* - T_x / 2 - \bar{X}}{\sigma_x}, \quad (8)$$

где  $\sigma_x$  – среднее квадратическое отклонение.

Доверительный интервал  $\Delta X$  рассчитывали по формуле

$$\Delta X = \bar{X} \cdot t(\alpha), \quad (9)$$

где  $t(\alpha)$  – коэффициент Стьюдента.

Проверялось также условие соотношения поля рассеяния  $3\sigma_x$  с полем допуска  $T_x/2$ :

$$3\sigma_x \leq T_x / 2. \quad (10)$$

**Программа автоматизированного расчета корректировки размеров формообразующих матриц.** Для корректировки размеров формообразующих матриц разработана программа автоматизированного расчета, входящая в виде подпрограммы в общую программу проектирования цилиндрических зубчатых передач с пластмассовыми колесами [12].

Этапами проектирования по программе предусмотрен расчет номинальных размеров передачи, назначение показателей точности зубчатых колес и расчет классных размеров формообразующей матрицы по одному из вариантов, указанных во введении. В том числе имеется возможность корректировки размеров матрицы, обеспечивающей соответствие среднеарифметических значений контролируемых размеров (диаметра вершин, шага зацепления и толщины зуба) середине поля допуска соответствующего параметра. Корректировка размеров производится по формулам (1) – (5), вероятность соответствия реальных и заданных показателей точности – по формулам (6) – (10).

**Анализ результатов расчета.** Качественный анализ корректировок по программе проводили на примерах, в которых использовали виртуальные, специально подобранные массивы данных измерений с разной величиной и положением среднеарифметических значений и разброса, по отношению к середине поля допуска и его величине.

Результаты сравнения при использовании разных измерительных комплексов (рис. 1) и двух предельных значениях показателей точности, соответствующих степеням точности 7-N-h (рис. 2, а) и 12-A-z (рис. 2, б) по ГОСТ 1643-81, показаны на рис. 3. Данные приведены для зубчатого колеса, основные геометрические параметры которого указаны ниже

$m$ , мм	$z$	$x$	$p_b$ , мм	$W$ , мм	$z_n$	$M_p$ , мм
5	11	0,5	14,76066	24,6214	2	69,8935

где  $m$  – модуль зацепления;  $z$  – число зубьев;  $x$  – коэффициент смещения;  $p_b$  – основной шаг;  $W$  – длина общей нормали;  $z_n$  – число охватываемых зубьев;  $M$  – размер по роликам.

При нажатии в окне выбора измерительного комплекса (см. рис. 1) кнопки «Расчет» в следующем окне (см. рис. 3) появляется информация о соотношении отклонений контролируемых размеров и допуска на соответствующий размер; значения компонентов усадки по трем параметрам – диаметру вершин зубьев, толщине зуба и шагу зацепления; указываются размеры матрицы до и после корректировки.

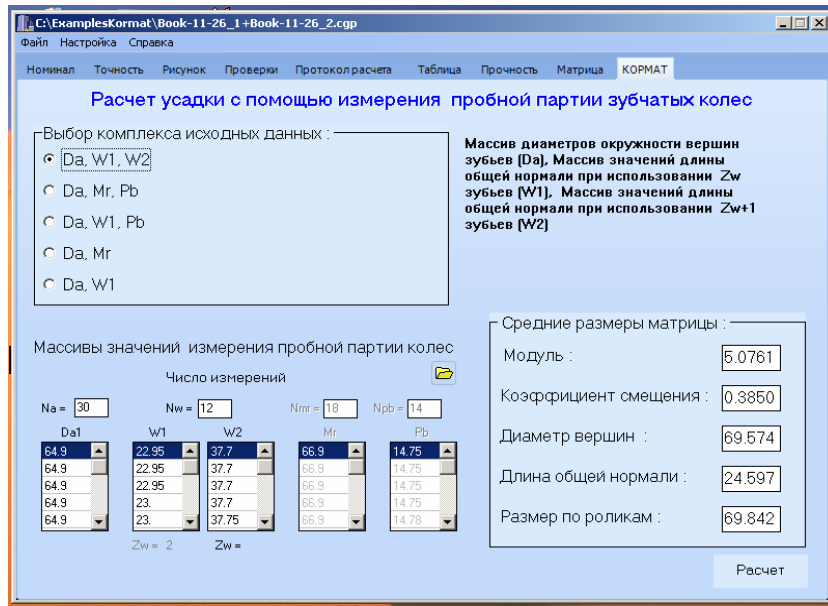


Рис. 1. Окно выбора измерительного комплекса и ввода результатов измерения

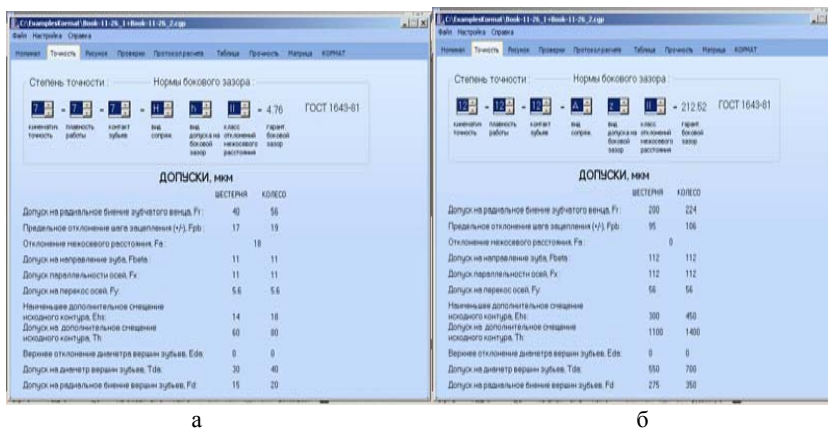


Рис. 2. Окно назначения показателей точности: примеры назначенных степеней точности, норм бокового зазора и допусков по ГОСТ 1643-81: а) 12-A-z; б) 7-N-h

Приведенная на рис. 3 форма представления результатов корректировки матрицы позволяет наглядно сравнить отклонения реальных размеров с заданными показателями точности; определить необходимую величину и направление корректировки размеров матрицы, влияющих на параметры контроли-

руемых размеров колес; рассчитать вероятность получения колес заданной степени точности; увидеть, что именно следует корректировать – размеры матрицы (диаметр вершин, толщину зуба, шаг зацепления) или параметры технологического процесса литья с целью уменьшения отклонений контролируемых размеров при разбросе усадки. Изменяя заданную степень точности и сравнивая интервал разброса размеров с допуском на размер, можно также оценить, какой степени точности соответствуют тестируемые зубчатые колеса.

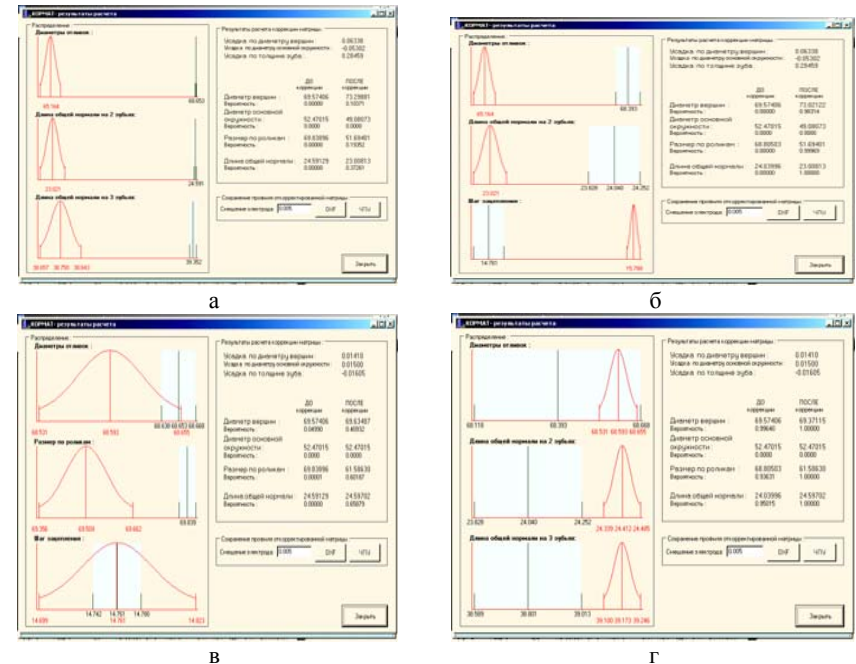


Рис. 3. Примеры демонстрации соотношений: между средним арифметическим серии измерений  $\bar{X}$  и серединой поля допуска  $\bar{X}^*$ ; между границами доверительного интервала  $\Delta X$  и величиной поля допуска  $(E_x - T_x)$  при разных вариантах заданной точности и измерительного комплекса  
а) Комплекс  $d_a; W_n; W_{n+1}$ ; степень точности 7-N-h,  $P(d_a) = 0,104$ ;  $P(W_n) = 0,373$ ;  $P(M_p) = 0,194$ ;  $3\sigma_{da} > T_{da}/2$ ;  $3\sigma_w > (E_{wm} - T_m)/2$ ;  $3\sigma_{pb} > |f_{pb}|$   
б) Комплекс  $d_a; W_n; p_b$ ; степень точности 12-A-z,  $P(d_a) = 0,9831$ ;  $P(W_n) = 0,9997$ ;  $P(M_p) = 1,0$ ;  $3\sigma_{da} < T_{da}/2$ ;  $3\sigma_w < (E_{wm} - T_m)/2$ ;  $3\sigma_{pb} < |f_{pb}|$   
в) Комплекс  $d_a; M_p; p_b$ ; степень точности 7-N-h,  $P(d_a) = 0,4093$ ;  $P(W_n) = 0,6588$ ;  $P(M_p) = 0,6919$ ;  $3\sigma_{da} > T_{da}/2$ ;  $3\sigma_M > (E_M - T_M)/2$ ;  $3\sigma_{pb} > |f_{pb}|$   
г) Комплекс  $d_a; W_n; W_{n+1}$ ; степень точности 12-A-z,  $P(d_a) = 1,0$ ;  $P(W_n) = 1,0$ ;  $P(M_p) = 1,0$ ;  $3\sigma_{da} < T_{da}/2$ ;  $3\sigma_{wn} < (E_{wm} - T_m)/2$ ;  $3\sigma_{Mp} < (E_M - T_M)/2$

**Результаты экспериментального исследования.** В качестве экспериментальных образцов использовали прямозубые зубчатые колеса, изготовленные из полиамида марки ПА6-ЛТ4-СВ30-П. Геометрические параметры зубчатых колес приведены в таблице 1.

Измеряемые параметры:

- диаметр вершин зубьев  $d_a$  (от 22 до 30 измерений);
- длина общей нормали  $W_n$  и  $W_{n+1}$  при разном числе охватываемых зубьев  $z_n$  и  $z_{n+1}$  (от 36 до 90 измерений);
- размер по роликам  $M_{p1}$  и  $M_{p2}$  при разных диаметрах ролика  $D_1$  и  $D_2$  (от 12 до 36 измерений);
- основной шаг  $p_a$  (от 36 до 70 измерений).

По результатам измерений вычисляли средние значения измеряемых параметров  $\bar{X}$ , среднеквадратические отклонения  $\sigma_x$  и доверительные интервалы  $\Delta X$ , а также компоненты усадки  $S_a$ ,  $S_b$  и  $S_s$ . Корректировки основных параметров матрицы  $d_a^M$ ,  $d_b^M$  и  $M^M$  рассчитывали по формулам (1)-(6). Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 1.

Геометрические параметры экспериментальной партии зубчатых колес

Параметр	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Нормальный модуль, мм	$m_n$	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5	2,5
Число зубьев	$z$	12	36	15	32	15	33
Коэффициент смещения	$x$	+0,3	-0,3	+0,3	-0,3	+0,3	-0,3
Номинальный диаметр вершин зубьев, мм	$d_a$	21,9	56,1	35,2	66,8	44,0	86,0
Средний диаметр вершин зубьев по чертежу, мм	$\bar{d}_a^*$	21,795	55,95	35,12	66,65	43,92	85,825
Номинальная длина общей нормали на $z_n$ зубьях, мм	$W_n^k$	7,20	15,497	9,687	15,247	12,109	19,094
Средняя длина общей нормали на $z_n$ зубьях по чертежу, мм	$\bar{W}_n^{k*}$	7,0023	15,7473	9,4870	15,0466	11,9087	18,8633
Число охватываемых зубьев при $W_n$	$z_n$	2	4	2	3	2	3
Средняя длина общей нормали на $z_{n+1}$ зубьях по чертежу, мм	$\bar{W}_{n+1}^{k*}$	11,4303	20,1754	15,3912	20,9508	19,2890	26,244
Число охватываемых зубьев при $W_{n+1}$	$z_{n+1}$	3	5	3	4	3	4
Диаметр основной окружности, мм	$d_b^{k*}$	16,9145	50,7434	28,1908	60,1403	35,2385	77,5246
Шаг зацепления, мм	$p_a$	4,4282	4,4282	5,9042	5,9043	7,3803	7,3803

Таблица 2.

Результаты обработки экспериментальных данных, полученных при измерении экспериментальной партии зубчатых колес ( $\alpha = 0,9$ )

Параметр	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Нормальный модуль, мм	$m$	1,5	1,5	2,0	2,0	2,5	2,5
Средний диаметр окружности вершин зубьев, мм	$\bar{d}_a^k$	21,6556	55,8309	34,4365	66,2060	49,9785	85,4534
Число измерений	$N_{da}$	27	22	20	30	23	22
Среднеквадратическое отклонение	$\sigma_{da}$	0,0556	0,0580	0,0771	0,1234	0,1831	0,0158
Доверительный интервал, мм	$\Delta d_a$	0,1898	0,1996	0,2666	0,4192	0,6287	0,0544
Средняя длина общей нормали, мм	$\bar{W}_n$	7,2364	15,9862	9,5873	15,1332	11,8656	19,0426
на $z_n$ зубьях, мм	$\bar{z}_n$	2	4	2	3	2	3
Число измерений на $z_n$ зубьях	$N_{w(n)}$	36	90	45	90	45	90
Среднеквадратическое отклонение, мм	$\sigma_{wn}$	0,0271	0,0402	0,0311	0,0545	0,0597	0,0379
Доверительный интервал, мм	$\Delta W_n$	0,0918	0,1335	0,1038	0,1808	0,1995	0,1259
Средняя длина общей нормали на $z_{n+1}$ зубьях, мм	$\bar{W}_{n+1}$	11,6133	20,4009	15,4611	21,0434	19,1224	26,4304
на $z_{n+1}$ зубьях, мм	$\bar{z}_{n+1}$	3	5	3	4	3	4
Число измерений на $z_{n+1}$ зубьях	$N_{w(n+1)}$	36	90	45	90	45	90
Среднеквадратическое отклонение, мм	$\sigma_{w(n+1)}$	0,0253	0,0296	0,0341	0,0289	0,0544	0,0356
Доверительный интервал, мм	$\Delta W_{(n+1)}$	0,0859	0,0983	0,1138	0,0959	0,1816	0,1183
Средний основной шаг, мм	$p_b$	4,3769	4,4138	5,8738	5,9102	7,2569	7,3878
Среднеквадратическое отклонение, мм	$\sigma_{pb}$	0,0259	0,0355	0,0325	0,0371	0,0226	0,0443
Доверительный интервал	$\Delta_{pb}$	0,0875	0,1179	0,1085	0,1231	0,0754	0,1472

Примечание: Средний основной шаг рассчитан по результатам измерения средней длины общей нормали  $p_b = \bar{W}_{n+1} - \bar{W}_n$ .

В результате расчетов по принятой методике были получены скорректированные размеры матриц, вероятность получения размеров заданной точно-

сти в которых увеличилась с  $0 \pm 0,5$  до  $0,335 \pm 0,999$  (табл. 3). Низкая вероятность получения некоторой части годных зубчатых колес обусловлена большим разбросом усадки, не укладывающимся в заданное поле допуска. Улучшение этого показателя обеспечивается повышением стабильности параметров технологического процесса производства изделий.

Таблица 3.

Результаты расчета скорректированных размеров матриц и вероятности получения размера заданной точности (размеры матриц до ( $X^M$ ) и после ( $X^{M_{corr}}$ ) корректировки)

Наименование параметра	Обозначение	Численное значение параметра для варианта					
		1	2	3	4	5	6
Диаметр вершин	$\frac{d_a^M}{d_{acorr}^M}$	21,90	56,20	35,20	66,95	44,076	86,25
		22,042	56,400	35,900	67,400	45,032	86,820
Размер по роликам	$\frac{M^M}{M_{corr}^M}$	—	—	—	—	—	—
		22,149	56,812	36,870	68,400	45,504	87,892
Основной диаметр	$\frac{d_b^M}{d_{bcorr}^M}$	16,9012	50,8305	28,1715	60,2679	35,2864	77,7346
		17,099	50,980	28,318	60,208	35,888	77,716
Вероятность: - по $d_a$ ;	$\frac{P(d_a)}{P(d_{acorr})}$	0,370	0,297	0	0	0	0
		0,941	0,990	0,684	0,776	0,335	0,999
- по $M_p$	$\frac{P(M)}{P(M_{corr})}$	0	0	0,390	0,144	0,492	0
		0,937	0,998	0,973	0,949	0,905	0,999

**Заключение.** Разработанная методика и программа расчета позволяют на стадии подготовки и в процессе производства литых пластмассовых зубчатых колес с высокой точностью корректировать контролируемые размеры формообразующих матриц, обеспечив соответствие средних размеров изделий середине поля допуска и существенно повысить таким образом вероятность получения зубчатых колес заданной точности.

**Список литературы.** 1. Вулгаков Э.Б. Теория эвольвентных зубчатых передач. – Москва: Машиностроение, 1995. – 320с. 2. Kapelevich A.L., Kleiss R.E. Direct Gear Design for spur and Helical Gears // Gear Technology, September / October. – 2002. – P.29–35. 3. Kapelevich A.L. Geometry and design of involute spur gears with asymmetric teeth // Mechanism and Machine Theory, 35. – 2000. – P.117–130. 4. Симеонов С, Цветанов Г. Возможности за геометричен синтез на 2К-Н предавки с асиметричен профил за зъбите / Сб. доклади «Unitech'05», Том. II. – Габрово. – 2005. 5. Курлов Б.А. Винтовые эвольвентные передачи. – Москва: Машиностроение. – 1981. – 176с. 6. Цуканов О.Н., Плотникова С.В. Геометрический синтез цилиндрично-конических зубчатых и червячных зацеплений в обобщающих параметрах // Труды Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Редукторостроение России: состояние, проблемы, перспективы». Под ред. Е.В. Шалобаева. Изд. 2-е доп. испр. – Санкт-Петербург, 2003. – С.170–172. 7. Цуканов О.Н., Лопатин Б.А. Цилиндрично-конические зубчатые передачи. – Челябинск: ЮурГУ, 2005. – 200с. 8. Лопатин Б.А., Цуканов О.Н. Проектирование цилиндрично-конических зубчатых передач в обобщающих параметрах // Передачи и трансмиссии. – 1999. – № 2. – С. 24–35. 9. Цуканов О.Н., Плотникова С.В. Исследование областей существования и качественных показателей внутренне-коническо-цилиндрического зубчатого зацепления // Материалы международного конгресса

«Машиностроительные технологии-04». – Варна, Болгария. – 2004. – С.19–21. 10. Старжинский В.Е., Кудинов А.Т. О разработке методики расчета формующего инструмента для литых пластмассовых колес. – Вестник машиностроения. – 1985. – № 10. – С.38–41. 11. Старжинский В.Е., Кудинов А.Т. Расчет формующего инструмента для пластмассовых зубчатых колес // В кн. «Технология производства и методы обеспечения качества зубчатых колес и передач». Под общей ред. В.Е. Старжинского и М.М. Кане. – Санкт-Петербург: Профессия, 2007. – С.618–663. 12. Старжинский В.Е., Осипенко С.А., Солитерман Ю.Л., Гоман А.М. Автоматизированное проектирование цилиндрических зубчатых передач с пластмассовыми зубчатыми колесами. Алгоритм, методика и программа расчета // Сборн. трудов III Белорусского конгресса по теоретической и прикладной механике «Механика-2007». – Минск. – 2007. – С.214–222. 13. Starzhinsky V., Soliterman Yu., Goman A. Methods of updating accuracy indices of molded plastic gears: Theoretical and experimental results. – Machine Design, Editor Siniša Kuzmanović. – Novi sad: Faculty of Technical sciences. – 2008. – P.19–24.

Поступила в редколлегию 15.05.08

УДК 621.833

**В.Д. ПЛАХТИН**, докт. техн. наук, МГОУ,  
**А.П. ДАВЫДОВ**, канд. техн. наук, РИ(Ф) МГОУ,  
**А.Н. ПАРШИН**, асп., МГОУ

## ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С АРОЧНЫМИ ЗУБЬЯМИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ПАЛЬЦЕВЫХ ФРЕЗ

У статті представлено методику виготовлення зубчатих коліс з арочними зубами із застосуванням пальцевих фрез. У запропонованому способі виготовлення зубчатих коліс з арочними зубами, на відміну від відомих способів, чистове нарізування опуклою і увігнутою евольвентних поверхонь зубців виконується однією пальцевою фрезою при заданій кривизні лінії зсуву початкового контуру на розгортці діляного циліндра. При зміні заданої кривизни подовжнього профілю арочних зубів потрібна тільки заміна стандартної фрези на фрезу другого діаметру. Це забезпечує широку універсальність запропонованої технології нарізування коліс з арочними зубами за запропонованим способом і його застосування для нарізування коліс різного призначення.

In the article the method of making of gear-wheels is presented with arched teeth with using of finger milling cutters. In the offered method of making of gear-wheels with arched teeth, unlike the known methods, clean cutting protuberant and concave evolute of the surfaces teeth executed one finger milling cutter at the set curvature of line of displacement of initial contour on the involute of the pitch cylinder. At the change of the set curvature of longitudinal type of arched teeth substituting of standard milling cutter is required only by the milling cutter of other diameter. It provides wide universality of the offered technology of cutting of wheels with arched teeth on the offered method and his application for cutting of wheels of the different setting.

Применение зубчатых колес с арочными зубьями для наружного зацепления вместо прямозубых является эффективным направлением повышения нагрузочной способности, долговечности и снижения уровня шума при работе зубчатых передач [1].

В настоящее время для нарезания арочных зубьев зубчатых колёс применяются резцовые головки, резцы которых расположены по окружности и выполнены с нулевым профилем режущей кромки [2, 3, 4]. Общим недостатком нарезания арочных зубьев таким инструментом является необходимость применения индивидуальных резцовых головок для нарезания зубчатых колёс с различной формой линии смещения исходного контура, а также различных головок для нарезания выпуклой и вогнутой поверхностей арочных зубьев. Кроме того, при использовании таких резцовых головок невозможно нарезание бочкообразных арочных зубьев, обеспечивающих существенное повышение нагрузочной способности арочного зацепления.

Указанные недостатки ограничивают распространение арочных зубчатых передач.

С целью устранения указанных недостатков на кафедре «Теория механизмов и машин» Московского Государственного открытого университета совместно с ООО НПО «Зубчатые трансмиссии» разработан способ нарезания арочных зубчатых колёс на станках с ЧПУ с использованием стандартных цилиндрических пальцевых фрез с концевым сферическим участком. Диаметр концевой сферической части фрезы принимается равным диаметру ее цилиндрической части, который определяется в зависимости от продольного профиля нарезаемого арочного зуба – с постоянной шириной в поперечных сечениях или бочкообразного.

Для реализации способа на основе применения автоматизированного программного комплекса T-Flex разработана методика определения параметров пальцевой фрезы и станочного зацепления, обеспечивающих нарезание арочных зубьев требуемого профиля. К этим параметрам относятся диаметр пальцевой фрезы, координаты центра концевой режущей сферической части фрезы и положение её оси в пространстве при нарезании. При определении параметров нарезание зубьев моделировали перемещением пальцевой фрезы 1 по боковым поверхностям зубьев некоторой условной арочной инструментальной рейки 2, соответствующей продольному профилю выпуклой или вогнутой поверхностей зуба нарезаемого колеса, рис. 1.

С помощью полученных массивов параметров пальцевой фрезы и станочного зацепления колес по разработанной методике нарезание арочных зубьев выполняется в следующем порядке: черновое нарезание эвольвентных поверхностей впадин между зубьями; нарезание криволинейных переходных участков впадин от эвольвентных поверхностей к цилиндрической; цилиндрической поверхности впадины между смежными зубьями; чистовая обработка эвольвентных поверхностей.

Для сокращения времени обработки при черновом нарезании целесообразно последовательно использовать несколько пальцевых фрез разного диаметра. Диаметр фрез должен уменьшаться по мере приближения к центру заготовки при формировании впадин между зубьями с учётом припуска на черновое фрезерование.

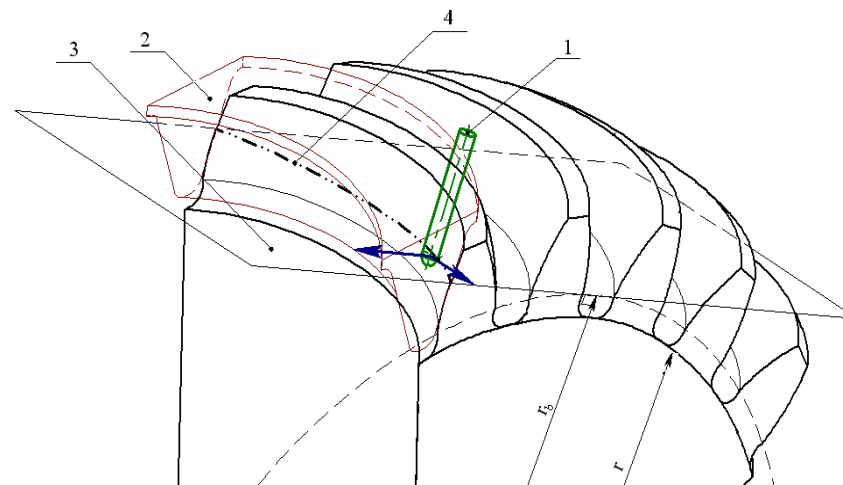


Рис. 1. Станочное зацепление пальцевой фрезы с арочным зубом

При чистовом нарезании после термической обработки колес с арочными зубьями целесообразно использовать фрезы с твердосплавным наконечником.

При нарезании эвольвентных поверхностей арочных зубьев профилирующая точка находится на окружности сопряжения цилиндрической части фрезы со сферической. При этом профилирующая точка фрезы 1 совершает сложное движение в плоскости 3 станочного зацепления – вдоль оси нарезаемого колеса и перпендикулярно этой оси (направления показаны стрелками) и находится на пространственной линии контакта 4 нарезаемой поверхности арочного зуба с зубом условной инструментальной рейки 2.

Нарезание криволинейных переходных участков впадин между зубьями от эвольвентных участков к цилиндрическим выполняется концевым сферическим участком фрезы. При этом ось пальцевой фрезы также расположена перпендикулярно плоскости станочного зацепления и совершает такое же сложное движение вдоль оси нарезаемого колеса и перпендикулярно этой оси. В процессе нарезания радиус-вектор профилирующей точки относительно оси колеса уменьшается, и эта точка располагается в плоскости параллельной плоскости станочного зацепления.

После обработки боковых арочных поверхностей смежных зубьев выполняется нарезание цилиндрической поверхности впадин радиуса  $r$  между зубьями. При этом ось фрезы расположена по нормали к цилиндрической поверхности и совершает движение вдоль оси нарезаемого колеса и перпендикулярно этой оси с подачей к центру колеса. При этом профилирующая точка находится на этой поверхности.

После нарезания вогнутой и выпуклой боковых поверхностей смежных зубьев и цилиндрической поверхности впадины между ними для нарезания следующей пары смежных зубьев производится поворот заготовки относительно своей оси на один или несколько угловых шагов, и процесс нарезания боковых и цилиндрической поверхностей между зубьями повторяется. Последовательность процесса деления, обработки поверхностей смежных зубьев и цилиндрических поверхностей впадин между ними может быть различной. Эта последовательность зависит от особенностей станка с ЧПУ, на котором нарезают цилиндрические колёса с арочными зубьями.

Для изготовления арочных зубчатых колёс с различными параметрами станочного зацепления в автоматизированном программном комплексе T-Flex созданы параметрические трехмерные модели процесса обработки колёс, необходимые для подготовки программ для станков с ЧПУ. С помощью трехмерных моделей определяются текущие координаты центра концевой сферической участка фрезы  $x_{fd}$ ,  $y_{fd}$ ,  $z_{fd}$ , рис. 2, угол  $\alpha$  между проекцией оси фрезы на центральное поперечное сечение зубчатого колеса и осью впадины между зубьями в этом сечении и угол поворота заготовки колеса.

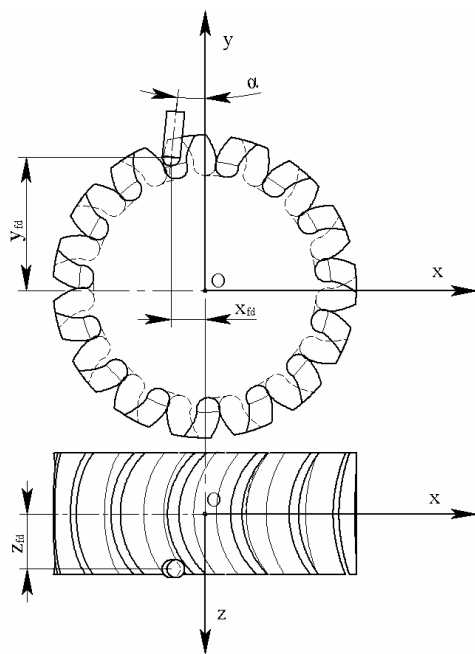


Рис. 2. Текущее положение пальцевой фрезы при нарезании арочного зуба на 5-ти координатном станке

Для нарезания арочных зубчатых колёс наиболее эффективно использование станков с ЧПУ с 5-ю координатами, однако возможно использование и 4-х координатных станков. В этом случае координата, характеризующая угол наклона фрезы  $\alpha$ , совмещается с координатой, выполняющей функцию деления при нарезании зубчатого колеса, и заготовка зубчатого колеса поворачивается на этот угол в процессе обработки. Координаты центра сферы концевой участка пальцевой фрезы  $x'_{fd}$ ,  $y'_{fd}$ ,  $z'_{fd}$ , рис. 3, для 4-х координатного станка определяются из выражений:

$$\begin{aligned} x'_{fd} &= x_{fd} \cdot \cos(\alpha) + y_{fd} \cdot \sin(\alpha); \\ y'_{fd} &= -x_{fd} \cdot \sin(\alpha) + y_{fd} \cdot \cos(\alpha); \\ z'_{fd} &= z_{fd}. \end{aligned}$$

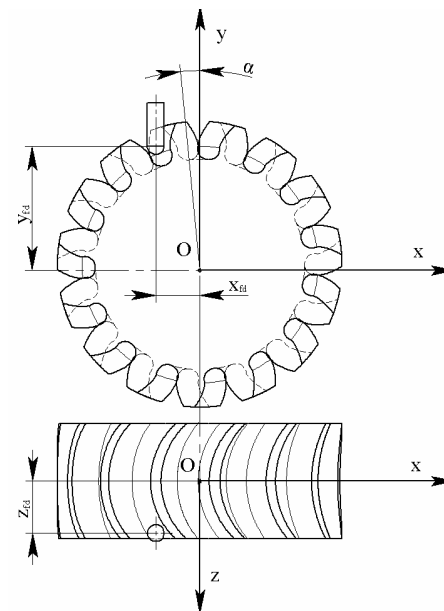


Рис. 3. Текущее положение пальцевой фрезы при нарезании арочного зуба на 4-х координатном станке

В автоматизированном программном комплексе T-Flex модели впадины между зубьями после обработки эвольвентных участков выпуклой и вогнутой боковых поверхностей фрезой одного диаметра принимали вид, показанный на рис. 4, а, б. После обработки криволинейных переходных участков впадины между зубьями от эвольвентных участков к цилиндрическим фрезой одного диаметра модели впадины принимали вид, как на рис. 5, а, б.



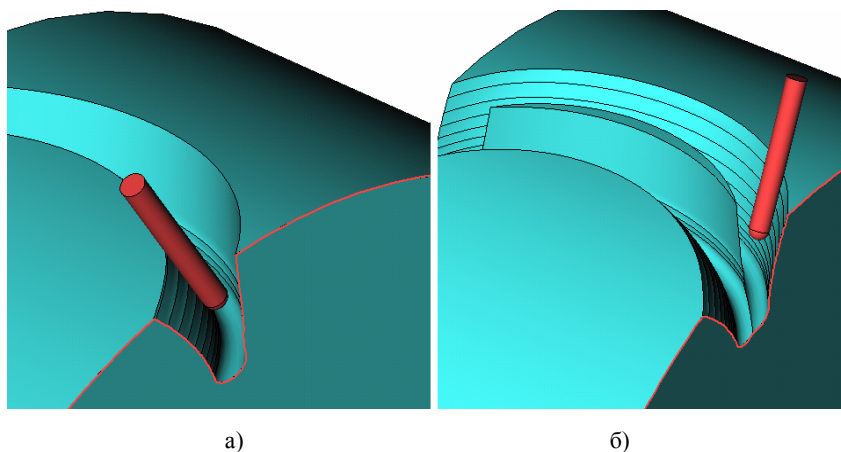


Рис. 4. Трехмерные модели впадин между зубьями после обработки эвольвентных участков боковых поверхностей арочных зубьев при нарезании выпуклой (а) и вогнутой (б) поверхностей

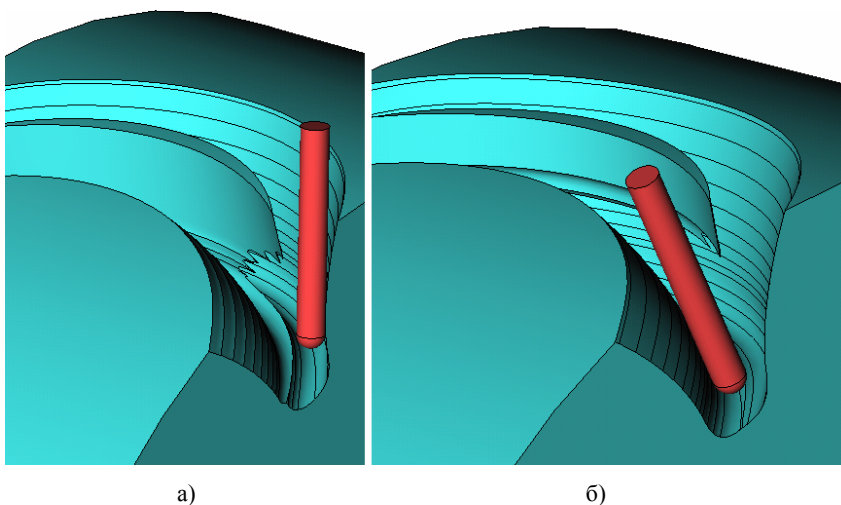


Рис. 5. Трехмерные модели впадин между зубьями после обработки переходных криволинейных участков фрезой одного диаметра

После черновой обработки эвольвентных участков выпуклой и вогнутой боковых поверхностей несколькими фрезами модели принимали вид в последовательности от 1 до 6 см, рис. 6.

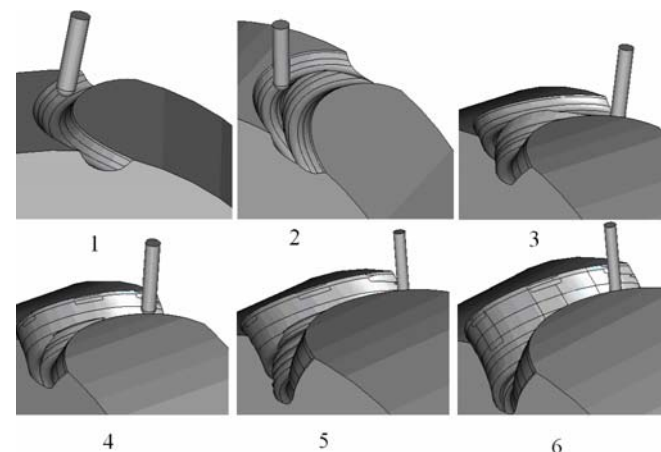


Рис. 6. Трехмерные модели впадин между зубьями при нарезании фрезами разного диаметра после черновой обработки эвольвентных участков боковых поверхностей

В автоматизированном программном комплексе T-flex созданы параметрические трехмерные модели расчета траектории движения центра сферического концевой участка пальцевой фрезы при нарезании. Возможные траектории движения сферического концевой участка фрезы при обработке эвольвентного участка выпуклой боковой поверхности арочного зуба, смоделированные в автоматизированном программном комплексе T-flex, представлены на рис. 7, а, б; при обработке переходного криволинейного участка впадины между зубьями на рис. 7, в, г.

На рис. 8 показаны цилиндрические колеса с арочными зубьями с модулем 4, числами зубьев 18 и 32 и радиусом развертки линии смещения исходного контура на делительном цилиндре 45мм. Колеса нарезаны на обрабатывающем центре 1П730 «Рязанского станкостроительного завода» по заказу металлургического комбината ОАО «Северсталь».

В предлагаемом способе изготовления зубчатых колёс с арочными зубьями, в отличие от известных способов, чистовое нарезание выпуклой и вогнутой эвольвентных поверхностей зубьев выполняется одной пальцевой фрезой при заданной кривизне линии смещения исходного контура на развертке делительного цилиндра. При изменении заданной кривизны продольного профиля арочных зубьев требуется только замена стандартной фрезы на фрезу другого диаметра. Это обеспечивает широкую универсальность предлагаемой технологии нарезания колёс с арочными зубьями по предлагаемому способу и его применения для нарезания колёс различного назначения.

Предлагаемый способ позволяет изготавливать также цилиндрические колёса с бочкообразными [5, 6] арочными зубьями, обеспечивающими оптимальное распределение контактных напряжений по всей их длине. Благодаря

этому повышается износостойкость и нагрузочная способность арочного зацепления.

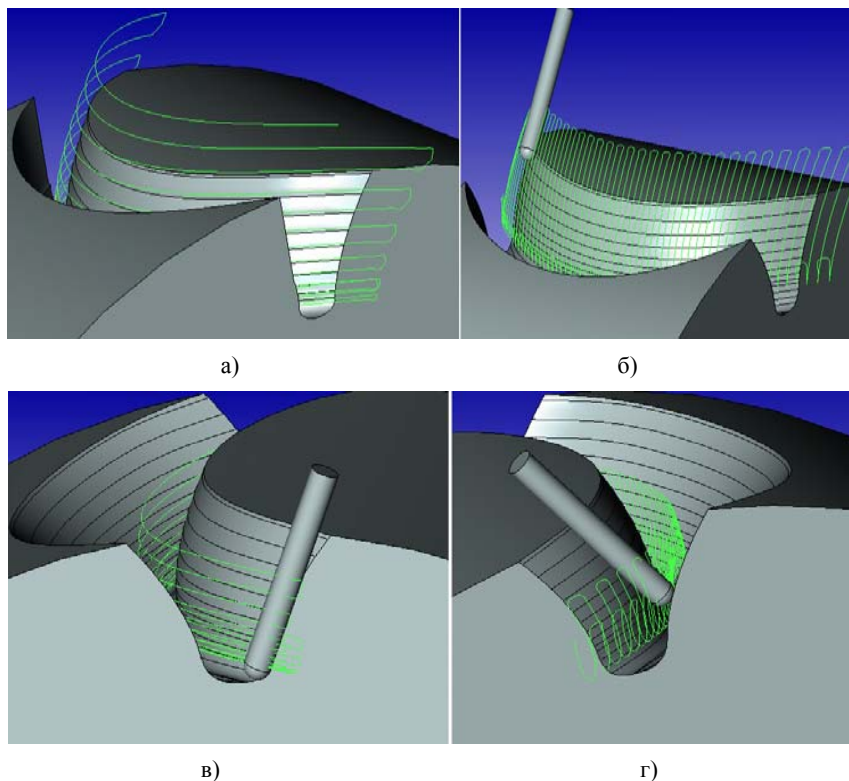


Рис. 7. Возможные траектории движения пальцевой фрезы при нарезании арочных зубьев:

а, б – эвольвентного участка выпуклой боковой поверхности арочного зуба;  
в, г – переходных криволинейных участков впадины между зубьями

Предлагаемым способом можно также нарезать цилиндрические колёса с обычными или криволинейными зубьями, у которых заданная линия смещения исходного контура на развёртке делительного цилиндра отлична от дуги окружности, а также эвольвентные колёса с различным смещением условной инструментальной рейки, различным углом её исходного профиля и дробным торцевым модулем. Это приводит к расширению универсальности применения предлагаемого способа.

Таким образом, предлагаемый способ изготовления зубчатых колёс с арочными зубьями позволяет повысить универсальность технологии изготовления, износостойкость и нагрузочную способность арочного зацепления.



Рис. 8. Арочные зубчатые колеса

**Список литературы:** 1. Плахтин В.Д., Давыдов А.П., Паришин А.Н. Анализ зацепления цилиндрических колёс с арочными зубьями – Вестник машиностроения. – 2006. – №11. – С.3–7. 2. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. Обеспечение теоретически точной геометрии зубьев цилиндрических арочных передач // Тез. докл. междунар. науч.-техн. конф. Качество и долговечность зубчатых передач и редукторов. – Харьков, 1995. – С.69. 3. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. Особенности изготовления и применения высокоточных арочных тяговых зубчатых передач – Вестник машиностроения. – 1997. – №1. – С.3–6. 4. Беляев А.И., Сирицин А.И., Сирицин Д.А. Геометрический расчёт и технология нарезания колёс с арочными зубьями – Вестник машиностроения. – 1999. – №1. – С.3–8. 5. Плахтин В.Д., Паришин А.Н. Синтез цилиндрических зубчатых передач с арочными бочкообразными зубьями // Тез. докл. междунар. конф. по теории механизмов и механике машин. – Краснодар, 2006. – С.79–80. 6. Плахтин В.Д., Паришин А.Н. Синтез зацепления цилиндрических зубчатых колёс с арочными бочкообразными зубьями – Технология машиностроения. – 2007. – №2 – С.46–53.

Поступила в редколлегию 17.05.08

**Н.А. КОВРИШКИН**, канд. техн. наук, Кировоградский НТУ,  
**О.И. САДЧЕНКО**, асп., Кировоградский НТУ

### **ИНСТРУМЕНТАЛЬНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ЧЕРВЯЧНЫХ КОЛЕС ЧЕРВЯЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С ВОГНУТЫМ ПРОФИЛЕМ ВИТКА ЧЕРВЯКА**

Розглянуто питання геометрії зубців черв'ячних фрез з розділенням на три частини по висоті профілем початкового контуру для обробки черв'ячних коліс черв'ячних передач з угнутих профілем витка черв'яка. Проведено розрахунки вершинних та бокових задніх кутів зуба нової черв'ячної фрези.

Questions of worm mills tooth geometry with distributed on three parts on height a structure of an initial contour for processing worm wheels of worm gears with a concave profile of a worm are considered. Calculations of topmost and lateral back corners of a tooth of a new worm mill are carried out.

**Постановка проблемы.** В машиностроении показатели качества изделий тесно связаны с точностью обработки деталей машин. При разработке современных металлорежущих станков вопросы повышения точности отдельных механизмов и станка в целом имеют большое значение и являются актуальными.

В металлорежущих станках применение червячных передач сокращает длину кинематических цепей, что существенно повышает точность станка в целом. К червячным передачам, которые используются в металлорежущих станках, выдвигаются высокие требования к долговечности, высокой кинематической точности, тонком регулировании зазора, компенсации износа и др. Синтез новых червячных передач открывает новые направления и подходы в решении научной задачи повышения точности и долговечности червячных передач для металлорежущих станков.

Особый научный и практический интерес представляет применение в механизмах металлорежущих станков червячных передач с вогнутым профилем витков червяка. Такие передачи известны своей высокой нагрузочной способностью, которая может практически в два раза превышать нагрузочную способность червячных передач с червяками типа *ZA*, *ZI* и др. Этот факт подтверждается характеристиками червячных передач типа *ZT* по ГОСТ 18498, нагрузочная способность которых, благодаря вогнутому профилю червяка, выше, чем у червячных передач других типов при одинаковых условиях эксплуатации.

Применение таких червячных передач в механизмах металлорежущих станков позволит:

– при одинаковых габаритных размерах и передаваемом моменте в сравнении с существующими механизмами повысить долговечность благодаря

меньшим максимальным нормальным напряжениям при контакте выпуклых зубцов червячного колеса и вогнутых витков червяка;

– уменьшить габаритные размеры существующих механизмов за счет более высокой нагрузочной способности.

Однако червячные передачи с вогнутым профилем витка червяка имеют ряд особенностей, влияние которых на точность механической обработки червячных колес и червяков необходимо исследовать. Поэтому исследования инструментального обеспечения для механической обработки звеньев червячных передач с вогнутым профилем витков червяка являются актуальными.

**Анализ литературы.** Известна червячная передача с вогнутым профилем витка червяка [1], которая синтезирована на основе способа жесткой неконгруэнтной производящей пары (ЖНПП) [2]. Первым элементом ЖНПП является червячная фреза для нарезания эвольвентных колес по ГОСТ 9324, которая используется для нарезания червячного колеса [3]. Вторым элементом ЖНПП является дисковый инструмент, производящая поверхность которого формируется дугами гипербол однополостных гиперболоидов вращения, которые образуются при вращении линейных образующих эвольвентного геликоида червячной фрезы. В соответствии с работой [1] производящие поверхности червячной фрезы и дискового инструмента являются неконгруэнтными.

Механическая обработка червячных колес рассмотренной выше передачи до седьмой степени точности по ГОСТ 1643 осуществляется червячными фрезами по ГОСТ 9324 класса точности А обычных габаритных размеров [1, 3]. Для механической обработки более точных колес в соответствии с рекомендациями [4] необходимо воспользоваться червячными фрезами класса точности АА и ААА с увеличенными габаритными размерами. Увеличение габаритных размеров этих фрез позволяет свести к минимуму органические погрешности их профилирования на базе архимедового или конволютного червяков.

Воспользовавшись фрезой класса точности АА на зубофрезерном станке нормальной точности можно обработать колеса седьмой степени точности [4]. Воспользовавшись фрезой класса точности ААА на зубофрезерном станке повышенной точности можно обработать колеса шестой степени точности, а на зубофрезерном станке высокой точности можно обработать колеса пятой степени точности [4]. Это отвечает требованиям, которые выдвигаются к точности червячных передач механизмов металлорежущих станков, однако на обработке червячного колеса рассматриваемой передачи отражается негативно, поскольку увеличение диаметра червячной фрезы приводит к увеличению межосевого расстояния в соответствующем станочном зацеплении и существенному ослаблению зубьев вследствие большего объема удаленного металла. Таким образом, для повышения точности механической обработки червячного колеса рассмотренной передачи необходимо иное инструментальное обеспечение.

Поскольку обработка червячного колеса ведется на существующем оборудовании [3], то при решении вопроса о повышении точности обработки можно воспользоваться результатами работ [5, 6].

В работе [5] рассмотрено повышение эффективности нарезания цилиндрических зубчатых колес червячными фрезами с разделенным профилем исходного контура. В соответствии с [5] устранение или частичное уменьшение отрицательного влияния на процесс зубообработки факторов, присутствующих в схеме резания червячных фрез стандартной конструкции, возможно за счет увеличения количества стружечных канавок и реек. Это достигается при неизменном внешнем диаметре фрезы уменьшением высоты зубьев и разделением профиля рейки нормального исходного контура по высоте между фрезами для двух последовательных проходов [5]. У фрезы для первого прохода зубья отвечают профилю ножки зубьев рейки нормального исходного контура, а зубья фрезы для второго прохода – головке зубьев профиля нормального исходного контура [5]. Однако в [5] червячные фрезы по ГОСТ 9324 рассматривались по своему прямому назначению, т.е. для обработки эвольвентных зубчатых колес из стали и чугуна, в то время как венцы червячных колес изготавливаются из бронзы. Следовательно, геометрия зуба червячной фрезы, рассмотренной в работе [5], не является оптимальной для нарезания червячных колес.

В работе [6] для обработки червячных колес предлагается воспользоваться разделением профиля рейки нормального исходного контура по высоте на три равные части между червячными фрезами для трех последовательных проходов. У фрезы для первого прохода зубья отвечают профилю ножки зубьев рейки нормального начального контура, а зубья фрезы для третьего прохода отвечают головке зубцов профиля нормального начального контура. Для устранения переходного следа на рабочих поверхностях зубьев червячного колеса на зубьях фрез первого и зубьях фрез второго прохода выполняется перекрытие по высоте зуба  $e = 0,25m_0$ . Поскольку при обработке вершинным и боковыми лезвиями потоки стружки пересекаются, то для устранения этого отрицательного фактора зубья фрез для первого и второго проходов на вершинах имеют полукруглые канавки, эффективность применения которых известна.

Основной эффект применения червячных фрез с разделенным профилем начального контура проявляется вследствие изменения числа зубьев. Повышение количества зубьев повышает количество профилирующих резцов, вследствие чего точность обработки увеличивается за счет уменьшения огранки профиля зуба червячного колеса [5, 6]. Также повышение количества зубьев фрезы вызывает уменьшение силы резания, что также способствует повышению точности обработки [6]. С другой стороны, увеличение количества зубьев скажется на их геометрии, а особенно на задних углах на боковых режущих лезвиях.

Поскольку вопросы геометрии зубьев червячных фрез с разделенным на три части профилем исходного контура в работе [6] не рассматривались, то необходимо провести соответствующие исследования.

**Цель статьи.** Целью статьи является исследование геометрии зубьев червячных фрез с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура.

**Раздел основного материала.** Для рассматриваемых фрез, как и для червячных фрез класса точности АА тип 1 по ГОСТ 9324, заменим эвольвентный основной червяк архимедовым червяком.

Передние углы для рассматриваемых фрез назначаются из тех же соображений, что и для стандартных фрез.

Рассмотрим задние углы на вершинной и боковых режущих кромках.

Известно [4], что задние углы на боковых режущих кромках в произвольной точке  $M$  можно определить так:

$$\operatorname{tg} \alpha_{bM} = \frac{r_{a0}}{r_{aM}} \operatorname{tg} \alpha_a \sin \alpha_{x0}, \quad (1)$$

где  $r_{a0}$  – радиус вершин фрезы, мм;  $r_{aM}$  – радиус произвольной точки  $M$  на боковой кромке зуба фрезы, мм;  $\alpha_a$  – задний угол на вершинной режущей кромке, град. (при обработке бронзы  $7 \dots 9^\circ$ , а при обработке чугуна и стали  $10 \dots 12^\circ$  [4]);  $\alpha_{x0}$  – угол профиля задней поверхности, град.

Угол профиля задней поверхности правозаходной фрезы в осевом сечении для левой и правой стороны зуба разный и определяется так [4]:

$$\operatorname{ctg} \alpha_{xR(L)0} = \operatorname{ctg} \alpha_{z0} \mp \frac{Kz_0}{P_z}, \quad (2)$$

где  $\alpha_{z0}$  – угол профиля заменяющего архимедова червяка, град.;  $K$  – величина затылования, мм;  $P_z$  – ход стружечной канавки, мм;  $z_0$  – число зубьев фрезы. Для левозаходных фрез знаки в (2) – противоположные.

Определим максимально теоретически возможное число зубьев рассматриваемой червячной фрезы [4]:

$$z_0 = 360^\circ / \varphi, \quad (3)$$

где  $\varphi$  – угол, который определяется по формуле  $\cos(\varphi) = (d_{a0} - h_0) / d_{a0}$ ,  $d_{a0}$  – наружный диаметр, мм;  $h_0$  – высота зуба стандартной фрезы, мм.

Очевидно, что для червячной фрезы с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура минимальное число зубьев будет определяться фрезой для первого прохода. Учитывая, что высота зуба фрезы для первого прохода составляет  $1/3$  от высоты зуба стандартной фрезы плюс пе-

рекрытие, после математических преобразований (3) получим:

$$z_{0\min} = \frac{360^\circ}{\arccos \left[ \frac{d_{a0} - (2h_0/3) - [(h_0/3) + 0,25m]}{d_{a0} - 2h_0/3} \right]} \quad (4)$$

После математических преобразований (1) и (2) получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_{bM} = \left( \frac{r_{a0}}{r_{aM}} \operatorname{tg} \alpha_a \right) / \sqrt{1 + \left( \operatorname{ctg} \alpha_{z0} \mp \frac{Kz_0}{P_z} \right)^2} \quad (5)$$

Проводились расчеты значений минимальных боковых задних углов червячных фрез класса точности АА тип 1 исполнение 1 ГОСТ 9324 и расчеты вершинных и минимальных боковых задних углов для червячных фрез с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура. Результаты расчетов приведены в таблице.

Таблица.

Результаты расчетов

m <sub>0</sub> , мм	Червячные фрезы по ГОСТ 9324			Червячные фрезы с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура							
	K, мм	z <sub>0</sub> , шт.	α <sub>b</sub> , град	K, мм	z <sub>0</sub> , шт.	1-й проход		2-й проход		3-й проход	
						α <sub>a</sub> , град	α <sub>b</sub> , град	α <sub>a</sub> , град	α <sub>b</sub> , град	α <sub>a</sub> , град	α <sub>b</sub> , град
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2,5	12	4,66	1,5	12	8,45	2,90	8,27	2,84	8,15	2,80
				1,5	13	9,14	3,15	8,95	3,08	8,82	3,04
				1,5	14	9,83	3,39	9,63	3,32	9,49	3,27
				1	15	7,05	2,42	6,91	2,37	6,81	2,34
				1	16	7,52	2,58	7,36	2,53	7,26	2,49
1,125	2,5	12	3,73	1	17	7,98	2,74	7,82	2,69	7,70	2,65
				2	12	8,97	3,09	8,80	3,03	8,69	2,99
				1,5	13	7,31	2,51	7,17	2,46	7,08	2,43
				1,5	14	7,86	2,70	7,71	2,65	7,62	2,62
				1,5	15	8,42	2,89	8,26	2,84	8,15	2,80
1,25	2,5	12	3,73	1,5	16	8,97	3,09	8,80	3,03	8,69	2,99
				1,5	17	9,52	3,28	9,34	3,22	9,22	3,18
				1,5	18	10,07	3,47	9,88	3,41	9,75	3,36
				2	12	9,00	3,10	8,81	3,03	8,09	2,99
				1,5	13	7,33	2,52	7,18	2,47	7,08	2,43
1,25	2,5	12	3,73	1,5	14	7,89	2,71	7,73	2,65	7,62	2,62
				1,5	15	8,45	2,91	8,27	2,84	8,15	2,80
				1,5	16	9,00	3,10	8,81	3,03	8,69	2,99
				1,5	17	9,51	3,29	9,36	3,22	9,22	3,17
				1,5	18	10,07	3,47	9,88	3,41	9,75	3,36

Продолжение таблицы.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1,375	2,5	12	3,73	2	12	9,03	3,11	8,83	3,04	8,69	2,99
				1,5	13	7,36	2,53	7,19	2,47	7,08	2,43
				1,5	14	7,92	2,72	7,74	2,66	7,62	2,62
				1,5	15	8,48	2,92	8,28	2,85	8,15	2,80
1,5	2,5	12	3,56	1,5	16	9,03	3,11	8,83	3,04	8,69	2,99
				2	12	7,15	2,46	7,01	2,41	6,91	2,37
				2	13	7,74	2,66	7,59	2,61	7,48	2,57
				2	14	8,33	2,86	8,16	2,81	8,05	2,77
				2	15	8,92	3,07	8,74	3,01	8,62	2,97
				1,5	16	7,15	2,46	7,01	2,41	6,91	2,37
				1,5	17	7,60	2,61	7,44	2,56	7,34	2,52
1,75	3,0	12	3,55	1,5	18	8,04	2,76	7,88	2,71	7,77	2,67
				2	12	7,20	2,47	7,03	2,41	6,91	2,37
				2	13	7,79	2,68	7,61	2,61	7,48	2,57
				2	14	8,38	2,88	8,18	2,81	8,05	2,77
				2	15	8,97	3,09	8,76	3,01	8,62	2,96
2	3,0	12	3,55	1,5	16	7,20	2,47	7,03	2,41	6,91	2,37
				2	12	7,24	2,48	7,04	2,42	6,91	2,37
				2	13	7,83	2,69	7,62	2,62	7,48	2,57
				2	14	8,43	2,90	8,20	2,82	8,05	2,77
2,25	3,0	12	3,16	2	15	9,02	3,10	8,78	3,02	8,62	2,96
				2,5	12	8,02	2,75	7,80	2,68	7,66	2,63
				2,5	13	8,67	2,98	8,44	2,90	8,29	2,85
2,5	3,0	12	3,155	2	14	7,49	2,57	7,29	2,50	7,16	2,46
				2	15	8,02	2,75	7,80	2,68	7,66	2,63
				2,5	12	8,06	2,77	7,82	2,69	7,66	2,63
2,75	3,0	12	3,15	2,5	13	8,72	3,00	8,46	2,91	8,29	2,85
				2	14	7,53	2,58	7,30	2,51	7,16	2,46
3	4,0	10	3,11	2,5	12	8,10	2,78	7,84	2,69	7,66	2,63
				2,5	13	8,76	3,01	8,48	2,92	8,29	2,85
				2	14	7,57	2,60	7,32	2,51	7,16	2,46
				3	10	7,19	2,47	6,96	2,39	6,81	2,34
				3	11	7,90	2,71	7,65	2,63	7,48	2,57
3,25	4,0	10	3,11	2,5	12	7,19	2,47	6,96	2,39	6,81	2,34
				2,5	13	7,78	2,67	7,53	2,59	7,37	2,53
				2,5	14	8,37	2,88	8,10	2,78	7,93	2,72
				3,5	10	8,41	2,89	8,12	2,79	7,93	2,72
				3	11	7,93	2,73	7,66	2,63	7,48	2,57
3,5	4,0	10	3,11	3	12	8,64	2,97	8,35	2,87	8,15	2,80
				2,5	13	7,81	2,68	7,55	2,59	7,37	2,53
				3,5	10	8,45	2,90	8,13	2,79	7,93	2,72
				3	11	7,97	2,74	7,67	2,64	7,48	2,57
3,5	4,0	10	3,11	3	12	8,68	2,99	8,36	2,87	8,15	2,80
				2,5	13	7,85	2,70	7,56	2,56	7,37	2,53

Продолжение таблицы.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3,75	4,5	10	3,11	3,5	10	7,50	2,57	7,23	2,48	7,06	2,42
				3,5	11	8,23	2,83	7,95	2,73	7,75	2,66
				3	12	7,71	2,65	7,44	2,55	7,26	2,49
				3	13	8,34	2,87	8,05	2,76	7,85	2,70
4	4,5	10	3,11	3,5	10	7,53	2,58	7,24	2,49	7,06	2,42
				3,5	11	8,27	2,84	7,96	2,73	7,75	2,66
				3	12	7,74	2,66	7,45	2,56	7,26	2,49
				3	13	8,37	2,88	8,06	2,77	7,85	2,70
4,25	4,5	10	3,11	3,5	10	7,56	2,60	7,26	2,49	7,06	2,42
				3,5	11	8,30	2,85	7,97	2,74	7,75	2,66
				3	12	7,77	2,67	7,46	2,56	7,26	2,49
4,5	4,5	10	3,11	3,5	10	7,59	2,61	7,27	2,49	7,06	2,42
				3,5	11	8,34	2,87	7,98	2,74	7,75	2,66
				3	12	7,80	2,68	7,47	2,57	7,26	2,49
5	5,0	10	3,11	4	10	7,80	2,68	7,47	2,57	7,26	2,49
				3,5	11	7,51	2,58	7,19	2,47	6,99	2,40
				3,5	12	8,19	2,81	7,84	2,69	7,62	2,61
5,5	6,0	10	3,33	4,5	10	7,83	2,69	7,50	2,58	7,29	2,50
				4	11	7,66	2,63	7,34	2,52	7,13	2,45
				3,5	12	7,31	2,51	7,01	2,40	6,81	2,34
6	6,0	10	3,33	4,5	10	7,88	2,71	7,52	2,58	7,29	2,50
				4	11	7,71	2,65	7,36	2,53	7,13	2,45
				3,5	12	7,36	2,53	7,02	2,41	6,81	2,34
6,5	6,5	9	3,08	5	9	7,50	2,58	7,15	2,45	6,92	2,38
				4,5	10	7,50	2,58	7,15	2,45	6,92	2,38
				4,5	11	8,24	2,83	7,86	2,70	7,61	2,61
7	6,5	9	3,08	5	9	7,55	2,59	7,17	2,46	6,92	2,38
				4,5	10	7,55	2,59	7,17	2,46	6,92	2,38
				4,5	11	8,29	2,85	7,88	2,71	7,61	2,61
8	7,0	9	3,13	5,5	9	7,89	2,71	7,46	2,56	7,18	2,47
				5	10	7,97	2,74	7,53	2,59	7,26	2,49
9	8,0	9	3,20	6	9	7,69	2,64	7,27	2,50	7,00	2,40
				5,5	10	7,83	2,69	7,40	2,54	7,13	2,45
10	8,5	9	3,17	6,5	9	7,81	2,68	7,36	2,53	7,08	2,43
				6	10	8,00	2,75	7,55	2,59	7,26	2,49
11	9,0	9	3,15	7	9	7,91	2,72	7,44	2,55	7,14	2,45
				7,5	10	8,15	2,80	7,67	2,64	7,37	2,53
12	9,5	9	3,13	7,5	9	7,99	2,75	7,51	2,58	7,20	2,47
				6,5	10	7,70	2,65	7,23	2,48	6,94	2,38
14	10,5	9	3,09	8,5	9	8,14	2,80	7,63	2,63	7,30	2,51
				8	10	8,51	2,93	7,97	2,74	7,63	2,62
16	13,5	8	3,17	10,5	8	8,04	2,77	7,52	2,58	7,19	2,47
				9,5	9	8,18	2,81	7,65	2,63	7,32	2,51
				8,5	10	8,13	2,80	7,60	2,61	7,27	2,50

Окончание таблицы.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
18	15,0	8	3,16	11,5	8	7,92	2,72	7,40	2,54	7,07	2,43
				10,5	9	8,13	2,80	5,60	2,61	7,26	2,49
				9,5	10	8,18	2,81	7,64	2,62	7,30	2,51
20	16,0	8	3,18	12	8	7,85	2,70	7,31	2,51	6,97	2,38
				11	9	8,09	2,78	7,53	2,59	7,18	2,47

Анализ результатов исследований, приведенных в таблице, показывает, что вершинные задние углы близки к оптимальным значениям, рекомендованным для обработки бронзовых венцов червячных колес, а боковые задние углы минимальны у фрезы для третьего прохода и находятся в пределах  $2,33^\circ \dots 3,27^\circ$ , что является приемлемым.

**Выводы.** Таким образом, в результате проведенных исследований можно сделать вывод, что:

1. Число зубьев червячных фрез с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура существенно превышает соответствующий параметр, рекомендуемый для стандартных червячных фрез по ГОСТ 9324.

2. Вершинные задние углы зубьев червячных фрез с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура близки к оптимальным значениям, рекомендованным для обработки бронзовых венцов червячных колес, а боковые задние углы минимальны у фрезы для третьего прохода и находятся в пределах  $2,33^\circ \dots 3,27^\circ$ , что является приемлемым.

Результаты исследований можно применить при проектировании червячных фрез с разделенным на три части по высоте профилем исходного контура для обработки червячных колес червячных передач с вогнутым профилем витка червяка.

**Список литературы:** 1. *Надеин В.С., Ковришкин Н.А.* Производящая пара для нарезания червячных передач с вогнутым профилем червяка // Проблемы качества и долговечности зубчатых передач и редукторов: Тр. междунар. научн.-техн. конф. – Харьков: ХГПУ. – 1997. – С.68–74. 2. *Давыдов Я.С.* Образование сопряженных поверхностей в зубчатых передачах по принципу жесткой неконгруэнтной производящей пары // Вестник машиностроения. – 1963. – №2. – С.9–13. 3. *Безруков В.И., Надеин В.С.* Общий случай нарезания червячного колеса эвольвентной червячной фрезой // Совершенствование конструкций машин и методов обработки деталей / Сб. научн. трудов ЧПИ. – Челябинск: ЧПИ. – 1975. – № 164. – С.9–20. 4. Справочник инструментальщика / *И.А. Ординарцев, Г.В. Филиппов, А.Н. Шевченко и др.*; Под общ. ред. И.А. Ординарцева. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1987. – 846с. 5. *Грицай І.С.* Основи підвищення ефективності процесу нарізання циліндричних зубчатих коліс черв'ячними фрезами: Дис. докт. техн. наук. – Львів, 2003. – 425с. 6. *Ковришкин М.О., Садченко О.І.* Підвищення точності механічної обробки черв'ячних коліс черв'ячних передач з угнутим профілем витка черв'яка // Машинобудування України очима молодих: прогресивні ідеї-наука-виробництво. Матеріали сьомої Всеукраїнської молодіжної науково-технічної конференції / Під ред. Копитчука М.Б. та ін. – Одеса: ОНПУ, 2007. – С.54–55.

Поступила в редколлегию 20.05.08

**В.Н. СТРЕЛЬНИКОВ**, докт. техн. наук, ЗАО "НКМЗ",  
**Г.С. СУКОВ**, генеральный директор "ЗАО "НКМЗ",  
**А.И. ВОЛОШИН**, главный инженер ЗАО "НКМЗ"

### **УСТРАНЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ ЗУБЬЕВ В КРУПНОЙ ВОЛНОВОЙ ПЕРЕДАЧЕ**

Виконано аналіз основних факторів зубців, що впливають на інтерференцію у великій хвильовій передачі, розроблені методи усунення інтерференції зубців.

The assaying of major factors of teeth influencing an interference in large wave transmission is made, methods of elimination of an interference of teeth are developed.

Современные тенденции развития машиностроительного комплекса направлены на повышение технического уровня, производительности, конкурентных свойств выпускаемых машин. Единичные массы редукторов в тяжелом машиностроении достигли десятков и сотен тонн, став одним из сдерживающих факторов прогрессивного развития тяжёлой индустрии. Особую актуальность это приобретает при расширенной реконструкции производств, когда на существующих производственных площадях выстраиваются современные технологические процессы и соответствующее оборудование с более высокой установочной мощностью.

Для повышения нагрузочной способности используют многопоточные силовые кинематические схемы, в т.ч. с гибкими звеньями, упругие деформации которых упрощают технику дифференцирования силовых потоков. Многократно уменьшаются нагрузки на зубья, устраняются ограничения по критериям термической мощности, изгибным и контактным напряжениям, снижаются габариты и металлоёмкость передач.

Как показывает практика, перспективным направлением развития приводной техники в тяжелом машиностроении является совершенствование конструктивных параметров крупных волновых передач (рис. 1). Обладая резервом нагрузочной способности, волновые передачи охватывают широкий спектр передаточных отношений, что в значительной мере снижает их габаритно – весовые характеристики. Однако наличие масштабного фактора ограничивает возможности широкого промышленного внедрения крупных волновых передач и требует глубоких исследований (рис. 2).

Опыт создания крупных волновых передач определил одну из наиболее актуальных задач – исключение интерференции зубьев (рис. 3-7). Небольшой модуль зубьев (1,5...3) мм, значительная ширина (100...200) мм и диаметр зубчатых венцов (1000...2000) мм, низкая жесткость гибкого колеса, высокие крутящие моменты  $(3...10) \times 10^5$  Нм – представляют совокупность основных

факторов обуславливающих возникновение интерференции зубьев второго рода.

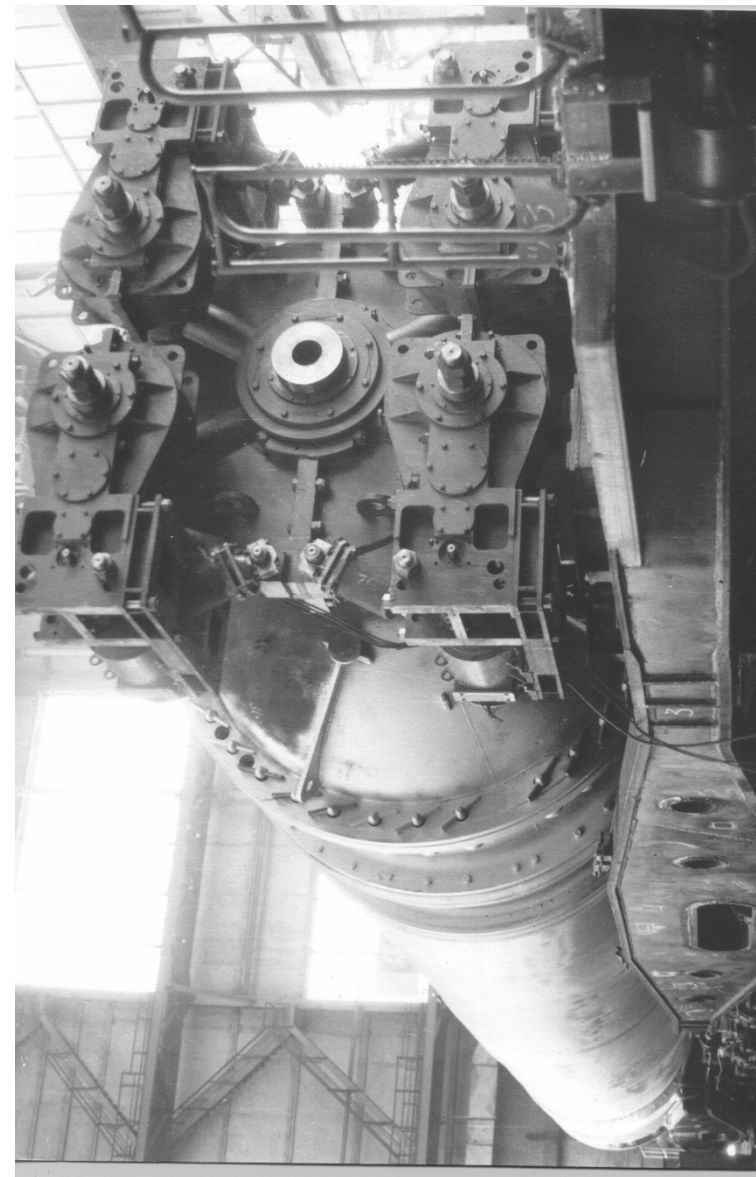


Рис. 1. Миксер передвижной МП-60АС грузоподъемностью 600 т расплавленного металла

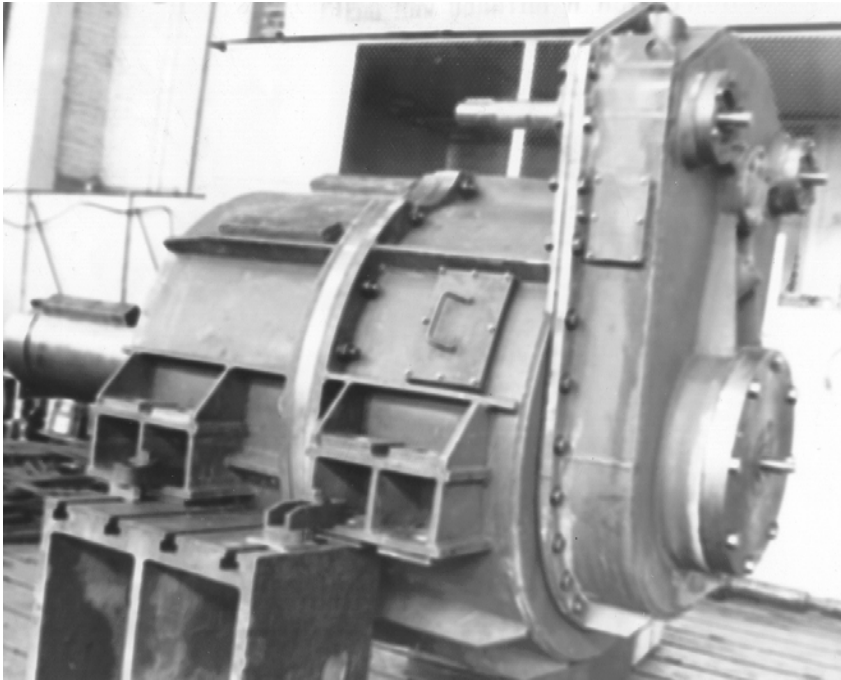


Рис. 2. Редуктор волновой поворота миксера МП-600АС: масса 8406 кг; габариты, мм, 2865×1660×1870; передаточное число 2163,1; максимальный крутящий момент на выходном валу  $5 \times 10^5$  Н·м

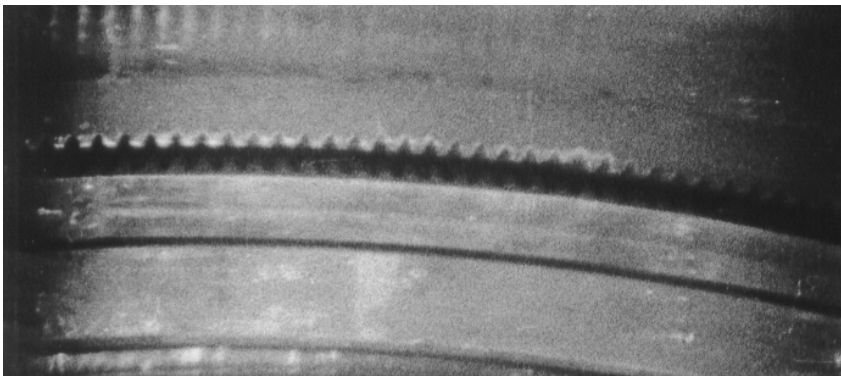


Рис. 3. Момент входа зубьев гибкого колеса в зацепление, зафиксированный скоростной киносъемкой

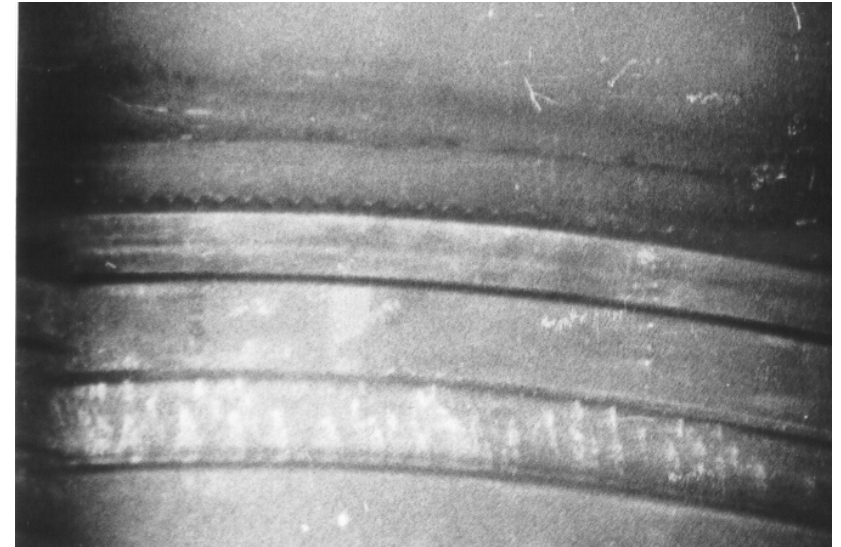


Рис. 4. Момент зубчатого зацепления волновой передачи, зафиксированный скоростной киносъемкой

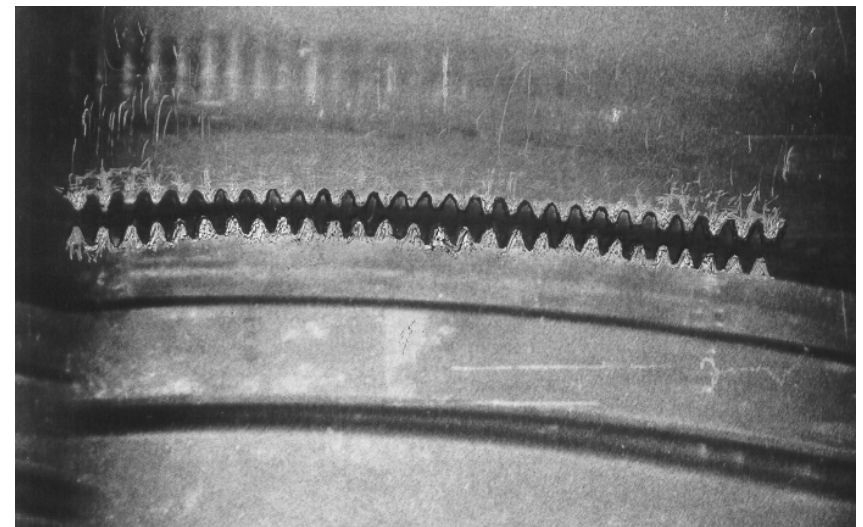


Рис. 5. Момент выхода зубьев гибкого колеса из зацепления, зафиксированный скоростной киносъемкой





Рис. 6. Жесткое колесо волнового редуктора поворота миксера МП-600АС

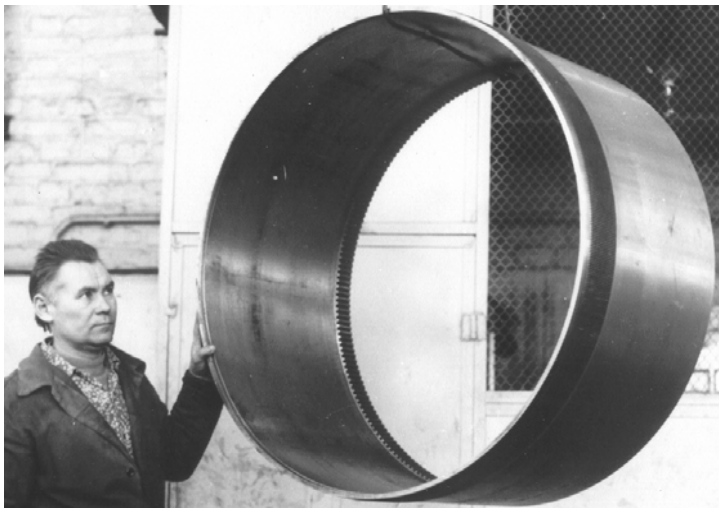


Рис. 7. Гибкое колесо волнового редуктора поворота миксера МП-600АС

При определенных конструктивных параметрах волновой передачи и заданных нагрузках главным условием отсутствия интерференции зубьев служит наличие гарантированных зазоров в зубчатом зацеплении [1-5].

Определяем параметр  $\gamma$  – половину угла прилегания гибкого колеса к диску генератора волн  $\cos \gamma = 1 - \frac{W_o}{\varepsilon}$ , где  $W_o$  – максимальная радиальная деформация гибкого колеса в окрестностях большой оси генератора волн;  $\varepsilon$  – эксцентриситет установки дисков генератора волн.

Представим безразмерные коэффициенты  $A_1, B_1$ , характеризующие деформацию гибкого колеса

$$A_1 = \frac{\pi}{2} - \gamma - \sin \gamma \cos \gamma; \quad B_1 = \frac{4}{\pi} \left[ \cos \gamma - \left( \frac{\pi}{2} - \gamma \right) \sin \gamma \right].$$

Перемещения  $W, V, \Theta$  участка зубчатого венца гибкого колеса, удаленного на угол  $0 \leq \varphi \leq \gamma$  от большой оси генератора волн

$$W = \frac{W_o}{A_1 - B_1} (A_1 \cos \varphi - B_1);$$

$$V = -\frac{W_o}{A_1 - B_1} (A_1 \sin \varphi - B_1 \varphi);$$

$$\Theta = \frac{W_o B_1 \varphi}{r(A_1 - B_1)},$$

где  $\varphi = \frac{\pi}{2} - \omega_h t$  – текущее положение большой оси генератора волн;  $r$  – радиус срединной поверхности обода гибкого колеса.

Для угла  $\gamma \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$

$$W = \frac{W_o}{A_1 - B_1} \left[ (1 + \sin^2 \gamma) \sin \varphi + \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \cos \varphi - 2 \sin \gamma - B_1 \right];$$

$$V = -\frac{W_o}{A_1 - B_1} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) \sin \varphi - (2 + \sin^2 \gamma) \cos \varphi - (2 \sin \gamma + B_1) \varphi + 2(\cos \gamma + \gamma \sin \gamma) \right];$$

$$\Theta = \frac{W_o}{r(A_1 - B_1)} [2 \cos \varphi + (2 \sin \gamma + B_1) \varphi - 2(\cos \gamma + \gamma \sin \gamma)].$$

Проекции радиальных перемещений вершин и впадин зубьев гибкого колеса  $W_{aq}, W_{fq}$  на направление оси симметрии зуба

$$\left. \begin{aligned} W_{aq} &= (r_{aq} + W) \cos \varphi_q - r; \\ W_{fq} &= (r_{fq} + W) \cos \varphi_q - r, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $r_{aq}, r_{fq}$  – соответствующие радиусы окружностей вершин и впадин зубьев;  $\varphi_q = (0,5\pi - \varphi)/U$  – угол поворота гибкого колеса относительно жесткого.

Проекция окружных перемещений вершин и впадин зубьев гибкого колеса  $V_{aq}, V_{fq}$  на направление, ортогональное к оси симметрии зуба

$$\left. \begin{aligned} V_{aq} &= V + (r_{aq} - r) \theta - (r_{aq} + W) \varphi_q; \\ V_{fq} &= V + (r_{fq} - r) \theta - (r_{fq} + W) \varphi_q. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Для произвольного радиуса  $r_y$  воспользуемся 2<sup>й</sup> формулой системы (2)

$$V_{yq} = V + (r_{yq} - r) \theta - (r_{yq} + W) \varphi_q. \quad (3)$$

Радиус окружности  $r_{yq}$  недеформированного гибкого колеса "q", который у деформированного гибкого колеса совпадает с окружностью вершин жесткого колеса "b" в точке, определяемой углом  $\varphi$

$$r_{yq} = r_{fq} + r_{ab} - (r_{fq} + W) \cos \varphi_q, \quad (4)$$

аналогично

$$r_{yb} = r_{ab} + r_{aq} - r_{yq}, \quad (5)$$

где  $r_{ab}$  – радиус окружности вершин зубьев жесткого колеса.

Угол профиля зуба в произвольном сечении  $\alpha_y$ :  $\cos \alpha_y = \frac{m \cdot Z \cos \alpha}{d_y}$ .

Толщина зубьев  $S_y$  по дуге произвольного диаметра  $d_y$

$$S_y = d_y \left( \frac{\pi}{2Z} \pm 2x \frac{\operatorname{tg} \alpha}{Z} \pm \operatorname{inv} \alpha \mp \operatorname{inv} \alpha_y \right),$$

где  $x$  – коэффициент смещения инструмента.

Зазоры у вершин зубьев гибкого колеса  $J_{aq}$  и жесткого  $J_{ab}$  при входе зубьев в зацепление

$$\left. \begin{aligned} J_{aq} &= \left( |V_{aq}| - \frac{S_{aq} + S_{yb}}{2} \right) \cos \alpha_{yq}; \\ J_{ab} &= \left( |V_{yq}| - \frac{S_{ab} + S_{yq}}{2} \right) \cos \alpha_{yb}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

где  $S_{aq}, S_{ab}$  – соответствующая толщина у вершин зубьев гибкого и жесткого колес.

Зазоры у вершин зубьев гибкого  $J'_{aq}$  и жесткого  $J'_{ab}$  колес на дуге выхода зубьев из зацепления

$$\left. \begin{aligned} J'_{aq} &= \left[ (r + W_{aq}) \frac{2\pi}{Z_b} - |V_{aq}| - \frac{(S_{aq} + S_{yb})}{2} \right] \cos \alpha_{yq}; \\ J'_{ab} &= \left[ (r + W_{aq}) \frac{2\pi}{Z_b} - |V_{yq}| - \frac{(S_{ab} + S_{yq})}{2} \right] \cos \alpha_{yb}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Диски генератора волн установлены на роликовых радиальных двухрядных подшипниках. Суммарная величина упругой деформации по внутреннему и наружному кольцам подшипника [6]

$$\delta_{ko} = 1,1 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{\frac{R^2}{z^2 \cdot d_p \cdot \cos^2 \beta}}, \quad (8)$$

где  $R$  – радиальная сила;  $z$  – количество роликов;  $d_p$  – диаметр ролика;  $\beta$  – угол контакта роликов с кольцом подшипника.

Максимальный радиальный зазор в подшипнике с учетом износа  $\delta = k \Delta$ , где  $k = 1,1 \dots 1,3$  – коэффициент, учитывающий износ;  $\Delta$  – начальный суммарный радиальный зазор, состоящий из зазора в подшипнике и зазора посадки дисков генератора волн.

Угол возможного входа зубьев в условиях ненагруженного зацепления определяется из условия:  $W = r_{ab} - r_{aq}$ .

Угол  $\varphi$  входа зубьев в зацепление под нагрузкой определяется в соответствии с условием равенства координат вершин зубьев гибкого и жесткого колес, для чего получим значение радиального перемещения  $W_H$

$$W_H = r_{ab} - r_{aq} + \delta.$$

Деформации гибкого колеса с учетом приложенной нагрузки

$$\left. \begin{aligned} w &= W - \delta - \delta_{ko} \cos \varphi; \\ v &= V + \delta \varphi + \delta_{ko} \sin \varphi + V_p; \\ \theta &= \Theta + \frac{\delta \varphi + V_p}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где  $V_p = \frac{0,375 T_2}{E b s_1} \left[ \varphi + 2 \cos \frac{\varphi}{2} - 2 \right]$ ;  $b$  – ширина зубчатого венца;  $s_1$  – толщина

гибкого колеса, измеренная по впадине зубьев.

С учетом системы (9), 1<sup>я</sup> формула из (2) и формула (3) приводятся к виду:

$$\begin{aligned} v_{aq} &= v + (r_{aq} - r) \theta - (r_{aq} + w) \varphi_q; \\ v_{yq} &= v + (r_{yq} - r) \theta - (r_{yq} + w) \varphi_q. \end{aligned}$$

Зазоры по торцам гибкого колеса: переднему  $J_{vw_1}$  и заднему  $J_{vw_2}$

$$\left. \begin{aligned} J_{vw_1} &= -\frac{b}{2l_1} (v \cos \alpha_{cp} + w \sin \alpha_{cp}); \\ J_{vw_2} &= \frac{b}{2l_1} (v \cos \alpha_{cp} + w \sin \alpha_{cp}), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где  $l_1$  – расстояние расчетного сечения до конца оболочки.

Приращение зазоров по переднему  $J_{k_1}$  и заднему  $J_{k_2}$  торцам от закручивания гибкого колеса

$$\left. \begin{aligned} J_{k_1} &= \frac{T_2 \cdot b}{4\pi \cdot G \cdot r^2 \cdot s_1}; \\ J_{k_2} &= -\frac{T_2 \cdot b}{4\pi \cdot G \cdot r^2 \cdot s_1}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где  $G = 8 \cdot 10^4$  мПа – модуль упругости второго рода.

Зазоры у переднего и заднего торцов  $J_{aq_1}$ ,  $J_{aq_2}$  зубчатого венца учитывают перекосы зубьев(6), (7), (10) и закручивание гибкого колеса (11) при входе

$$\left. \begin{aligned} J_{aq_1} &= J_{aq} + J_{vw_1} + J_{k_1}; \\ J_{aq_2} &= J_{aq} + J_{vw_2} + J_{k_2}, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

и выходе из зацепления

$$\left. \begin{aligned} J'_{aq_1} &= J'_{aq} + J_{vw_1} + J_{k_1}; \\ J'_{aq_2} &= J'_{aq} + J_{vw_2} + J_{k_2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

В качестве примера выполним расчет интерференции зубьев волновой передачи механизма поворота передвижного миксера МП–600АС (рис. 8-10): нормальный исходный контур по ГОСТ 13755-81; модуль зубьев  $m = 1,5$  мм; угол профиля в точке зуба на делительной окружности  $\alpha_0 = 20^\circ$ ; число зубьев

колес и долбяка  $Z_q = 760$ ,  $Z_b = 762$ ,  $Z_0 = 50$ ; диаметры делительных окружностей колес  $d_q = 1140$  мм,  $d_b = 1143$  мм; диаметры окружностей вершин зубьев  $d_{aq} = 1156,985$  мм,  $d_{ab} = 1154,775$  мм; диаметры окружностей впадин зубьев  $d_{fq} = 1150,95$  мм,  $d_{fb} = 1160,81$  мм; коэффициент смещения исходного контура  $x_q = +4,113$  мм,  $x_b = +4,14$  мм,  $x_0 = +0,583$  мм; высота зубьев  $h_q = h_b = 3,018$  мм; ширина зубчатых венцов  $b = 100$  мм; длина оболочки гибкого колеса  $l = 415$  мм;  $r = 568$  мм;  $\varepsilon = 8$  мм;  $W_0 = 1,7$  мм.

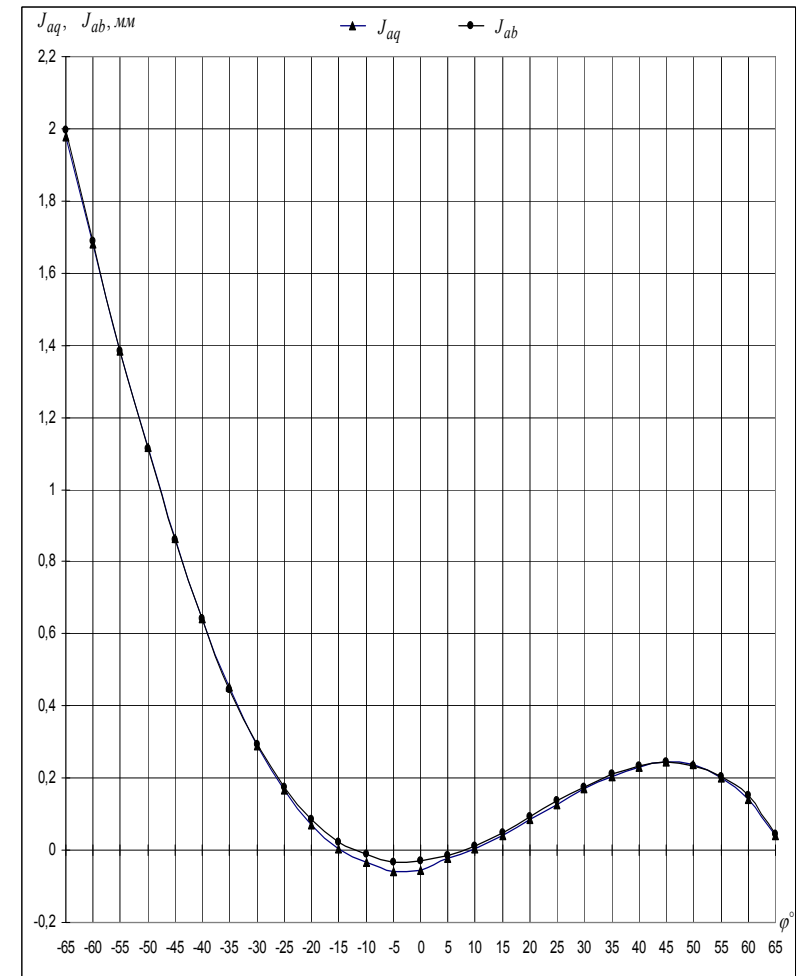


Рис. 8. Зазоры у вершин зубьев гибкого и жесткого колес ненагруженной волновой передачи редуктора механизма поворота передвижного миксера МП–600АС

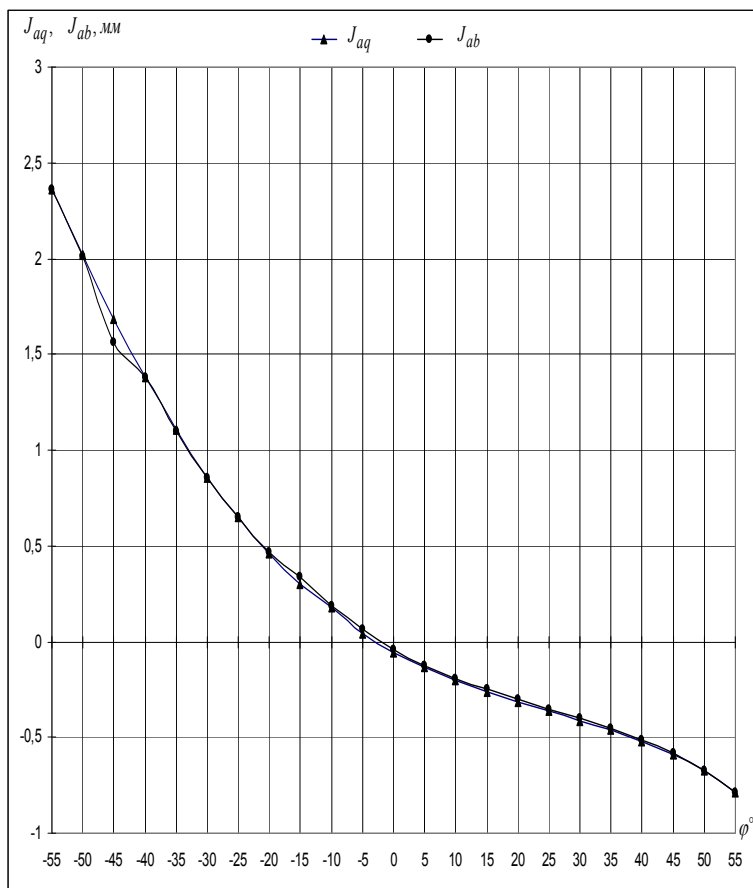


Рис. 9. Зазоры у вершин зубьев гибкого и жесткого колес волновой передачи редуктора механизма поворота передвижного миксера МП-600АС при нагрузке  $5 \times 10^5$  Н·м

**Выводы. 1.** Как следует из результатов исследования, ненагруженная волновая зубчатая передача редуктора механизма поворота передвижного миксера МП-600АС имеет отрицательные зазоры в окрестностях большой оси генератора волн (рис. 8). Диапазон интерференции вершин зубьев гибкого колеса  $J_{aq}$  лежит в пределах изменения угла поворота генератора волн  $\varphi_{(J_{aq})} \{ -14^\circ \dots +8^\circ \}$ , диапазон интерференции вершин зубьев жесткого колеса  $\varphi_{(J_{ab})} \{ -12^\circ \dots +8^\circ \}$ .

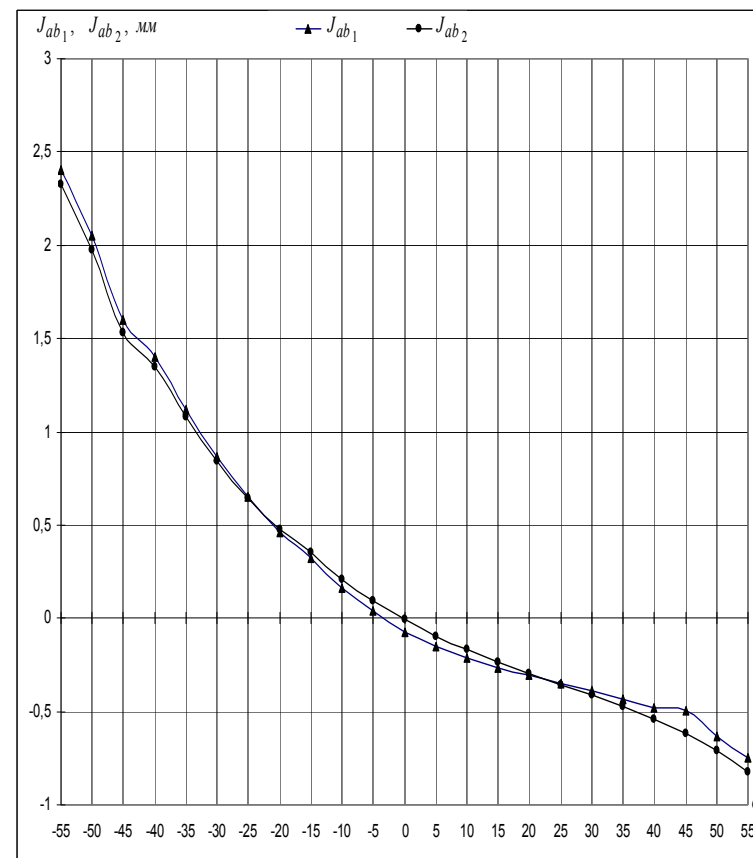


Рис. 10. Зазоры у переднего и заднего торцов вершин зубьев гибкого колеса волновой передачи редуктора механизма поворота передвижного миксера МП-600АС при нагрузке  $5 \times 10^5$  Н·м

**2.** В ненагруженной волновой зубчатой передаче отрицательные зазоры несколько смещены в сторону выхода зубьев из зацепления. При этом наибольший отрицательный зазор у вершин зубьев гибкого колеса составляет  $J_{aq_{max}} = -0,06$  мм, что соответствует углу  $\varphi_{(J_{aq})} = -5^\circ$ , а наибольший отрицательный зазор у вершин зубьев жесткого колеса  $J_{ab_{max}} = -0,03$  мм, что отвечает углу  $\varphi_{(J_{ab})} = -5^\circ$ .

**3.** При передаче крутящих моментов отрицательные зазоры у вершин зубьев гибкого и жесткого колес смещаются в сторону входа зубьев в зацепление (рис. 9-10). Максимальная величина отрицательных зазоров у вершин

зубьев гибкого и жесткого колес волнового редуктора поворота миксера МП-600АС, при нагрузке  $5 \cdot 10^5$  Нм, составляет  $J_{a q \max} = -0,79$  мм при угле поворота генератора волн  $\varphi_{(J_{a q})} = \varphi_{(J_{a b})} = 55^\circ$ , что соответствует углу входа зубьев в зацепление (рис. 9).

4. В окрестностях торцов зубчатого венца гибкого колеса в тяжело нагруженных волновых передачах наблюдаются следы неравномерного интенсивного износа зубьев. Это обусловлено главным образом влиянием нагрузки на отклонения зубьев гибкого колеса по длине относительно оси симметрии, а также сложной конусообразной деформацией гибкого колеса.

5. Определены зазоры по торцам у вершин зубьев гибкого колеса в зацеплении волновой передачи редуктора механизма поворота передвижного миксера МП-600АС, при максимальной нагрузке  $5 \times 10^5$  Н·м (рис. 10). По переднему торцу у вершин зубьев гибкого колеса зазоры полностью выбираются вблизи большой оси генератора волн при значении угла  $\varphi_{(J_{a b 1})} = -4^\circ$ , и начинается интерференция зубьев. По заднему торцу у вершин зубьев гибкого колеса интерференция зубьев возникает на большой оси генератора волн, т.е.  $\varphi_{(J_{a b 2})} = 0^\circ$ .

6. Максимальные значения интерференция вершин зубьев на торцах гибкого колеса приобретает на входе в зацепление:  $J_{a b 1 \max} = -0,75$  мм,  $J_{a b 2 \max} = -0,83$  мм, при  $\varphi_{(J_{a b 1})} = \varphi_{(J_{a b 2})} = -55^\circ$ .

7. Как показывают результаты выполненных исследований, интерференция зубьев наблюдается в зацеплении даже ненагруженной волновой передачи, а при максимальном значении нагрузки  $5 \times 10^5$  Н·м величина интерференции зубьев принимает весьма большие значения, что делает такую передачу неработоспособной. Задача устранения интерференции зубьев в тяжело нагруженных волновых передачах требует самостоятельного конструктивного решения. Для устранения интерференции зубьев в зацеплении на ЗАО «НКМЗ» разработано принципиально новое техническое решение, исключаящее интерференцию зубьев в крупных тяжело нагруженных волновых передачах [7].

8. Выполненные исследования позволили определить область и величину интерференции зубьев в волновой передаче в зависимости от размеров зубьев, характеристики зацепления, конструктивных параметров генератора волн, фазы зацепления, крутящего момента на выходном валу волнового редуктора.

9. Установлено, что максимальные значения интерференция приобретает на вершинах зубьев под нагрузкой, в окрестностях торцов зубчатого венца, на входе зубьев в зацепление.

10. Полученные результаты дают возможность определить границы существования интерференции зубьев в зацеплении в зависимости от геометрических, конструктивных и силовых параметров крупной волновой передачи, что позволяет обеспечить условия устранения интерференции зубьев на стадии выполнения проектно-конструкторских работ.

**Список литературы:** 1. Волошин А.И., Суков Г.С. Стрельников В.Н. Системный анализ крупной волновой передачи // Вестник национального технического университета «ХПИ». – 2007. – Вып. 21. – С.38–45. 2. Иванов М.Н. Волновые зубчатые передачи. – М.: Высшая школа, 1981. – 184с. 3. Иванов М.Н., Иванова Т.М., Чиров А.А. Расчёт относительного положения зубьев в нагруженной волновой передаче // Известия вузов. Машиностроение. – 1976. – № 10. – С.21–24. 4. Редукторы и мотор-редукторы общемашиностроительного применения: Справочник / Бойко Л.С., Высоцкий А.З., Галинченко Э.Н. и др. – М.: Машиностроение, 1984. – 248с. 5. Руденко В.Н. Планетарные и волновые передачи: Альбом конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 148с. 6. Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В. Подшипники качения: Справочник. – М.-Л.: ГНТИМЛ, 1959. – 608с. 7. А.с. 1373058 СССР, МКИ F16 H 1/00. Волновая передача / Е.А. Мацегора, В.М. Аркуша, В.Н. Стрельников и др. (СССР). – №015137/25-28; Заявл. 4.02.86; зарегистрировано в Государственном реестре изобретений СССР 08.10.87. – 5с.

Поступила в редколлегию 20.05.08

УДК 621.833

**В.П. ШИШОВ**, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**П.Л. НОСКО**, докт. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**П.Н. ТКАЧ**, канд. техн. наук, ВНУ им. В. Даля,  
**А.А. МУХОВАТЫЙ**, асп., ВНУ им. В. Даля

## О РАСШИРЕНИИ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПЛАНЕТАРНОЙ ПЕРЕДАЧИ К-Н-V

Отримано рекомендації зі створення передач К-Н-V з різністю чисел зубців коліс із внутрішнім та зовнішнім зацепленням, що дорівнює одиниці.

Recommendations on creation of transmissions K-H-V with a variance of teeth of sprockets with internal and an external gearing to equal unit are obtained.

Планетарная передача К-Н-V обладает простотой конструкции, высокой нагрузочной способностью и сравнительно большим коэффициентом полезного действия [1, 2]. Однако распространенные рекомендации по созданию такой передачи позволяют обеспечить в одной ступени при двадцатиградусном зацеплении передаточное число  $u \leq 70$ , что ограничивает кинематические возможности такой передачи в сравнении с волновой передачей. Исследованиями установлено [3], что при двадцатиградусном некорригированном

эвольвентном зацеплении минимальная разность зубьев колеса с внутренним зацеплением  $Z_2$  и колеса с внешним зацеплением –  $Z_1$  из условия отсутствия интерференции даже при  $Z_2 \geq 100$  составляет 3-5 зубьев. При такой разности чисел зубьев нельзя обеспечить передаточное число передачи больше восьмидесяти [3]. Уменьшить возможность интерференции зубьев можно путем увеличения при уменьшении разности зубьев угла зацепления и уменьшения высоты зуба, а также применением угловой коррекции [3]. Однако из-за уменьшения коэффициента перекрытия обеспечить разность числа зубьев  $Z_2 - Z_1 = 1$  не представляется возможным.

Данное положение можно исправить применением эвольвентных передач с углом зацепления меньше двадцати градусов и уменьшенной высотой зуба в сравнении со стандартным значением в сочетании с угловой коррекцией зацепления.

По предварительным данным наших исследований угол зацепления передачи следует принимать  $\alpha_s \leq 10^\circ$ , а высоту зуба колес и коэффициент коррекции колеса с внутренними зубьями определять из условия отсутствия интерференции и обеспечения коэффициента перекрытия больше единицы.

Приведем формулы для синтеза указанных передач. При этом будем использовать результаты работ [1, 3].

Коэффициент торцового перекрытия будем определять по формуле

$$\varepsilon_\alpha = \frac{Z_1}{2\pi}(\operatorname{tg}\alpha_{a1} - \operatorname{tg}\alpha_W) + \frac{Z_2}{2\pi}(-\operatorname{tg}\alpha_{a2} + \operatorname{tg}\alpha_W), \quad (1)$$

где  $Z_1, Z_2$  – числа зубьев колес с внешними и внутренними зубьями;  $\alpha_{a1}, \alpha_{a2}$  – углы зацепления на вершинах зубьев;  $\alpha_W$  – угол зацепления в торцовом сечении.

Для обеспечения отсутствия пересечения головок зубьев (отсутствия интерференции) надо выполнить условие [3]:

$$(\Phi_1 + \operatorname{inv}\alpha_{a1} - \operatorname{inv}\alpha_s) \frac{Z_1}{Z_2} + \operatorname{inv}\alpha_s - \operatorname{inv}\alpha_{a2} \geq \Phi_2. \quad (2)$$

где  $\operatorname{inv}\alpha = \operatorname{tg}\alpha - \alpha$  – инволютная функция соответствующих углов.

Углы  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , а также  $\alpha_{a1}$  и  $\alpha_{a2}$  определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \cos \Phi_1 &= \frac{R_{a2}^2 - R_{a1}^2 - a_W^2}{2R_{a1}a_W}; & \cos \Phi_2 &= \frac{R_{a2}^2 - R_{a1}^2 + a_W^2}{2R_{a2}a_W}; \\ \cos \alpha_{a1} &= \frac{r_{o1}}{R_{a1}}; & \cos \alpha_{a2} &= \frac{r_{o2}}{R_{a2}}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R_{a1}, R_{a2}$  – радиусы вершин зубьев колес;  $a_W$  – межосевое расстояние;  $r_{o1}, r_{o2}$  – радиусы основных окружностей колес.

Сводка формул для определения основных геометрических размеров колес, входящих в соотношения (3), приведены в таблице, заимствованной из работы [1].

Таблица.

Формулы для определения основных размеров передачи с цилиндрическими зубчатыми колесами внутреннего зацепления с угловой коррекцией

Параметры зацепления	Формулы
Делительное межосевое расстояние $a$	$a = 0,5(d_2 - d_1) = 0,5m(z_2 - z_1)$
Межосевое расстояние $a_W$	$a_W = \frac{a \cos \alpha_t}{\cos \alpha_{tW}}$ или $a_W = a + ym = a + (x_2 - x_1 - \Delta y)m$
Делительный диаметр $d$	$d_1 = mz_1; d_2 = mz_2$
Начальный диаметр $d_W$	$d_{W1} = \frac{2a_W}{(u-1)}$ или $d_{W1} = d_1 + \frac{2y}{(z_2 - z_1)}d_1$ ; $d_{W2} = d_{W1}u$ или $d_{W2} = d_2 + \frac{2y}{(z_2 - z_1)}d_2$
Диаметр вершин зубьев $d_a$	$d_{a1} = d_1 + 2(1 + x_1)m$ ; $d_{a2} = d_2 - 2(1 - x_2 - \Delta y - k_2)m$ , где $k_2 = 0,25 - 0,125x_2$ при $x_2 < 2$ ; $k_2 = 0$ при $x_2 \geq 2$
Ориентировочное значение диаметра впадин $d_f$ колес с внутренними зубьями	$d_{f2} \approx 2a_W + d_{a1} + 0,5m$
Модуль $m$	1-й ряд (предпочтительный): 1; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 2-й ряд: 1,125; 1,375; 1,75; 2,25; 2,75; 3,5; 4,5; 5,5; 7; 9; 11. (СТ СЭВ 310-76)
Коэффициент смещения $x$	$x = \frac{(E - 0,5m_t z)}{m}$
Разность коэффициентов смещения	$x_2 - x_1 = y + \Delta y$
Коэффициент воспринимаемого смещения $y$	$y = \frac{(a_W - a)}{m} = x_2 - x_1 - \Delta y$

Окончание таблицы.

Параметры зацепления	Формулы
Коэффициент уравнительного смещения $\Delta y$	При заданной величине $x_2 - x_1$ $\Delta y = \left( \frac{\Gamma}{1000} - \nu \right) \frac{z_2 - z_1}{\cos \beta},$ где $\Gamma$ определяется по номограмме из работы [1]; $\nu = 0$ при $\beta = 0$
Угол профиля исходного контура $\alpha$	По ГОСТ 13755-68 $\alpha = 20^\circ$
Угол профиля $\alpha_t$ производящей рейки в сечении, перпендикулярном к оси сцепляющегося с ней зубчатого колеса	$\alpha_t = \arctg \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$
Угол зацепления $\alpha_{tW}$	$\alpha_{tW} = \arccos \frac{(a \cos \alpha_t)}{a_W}$
Коэффициент торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha$	Значение $\varepsilon_\alpha$ определяется по формуле (1)

Примечания: 1. Необходимо задать  $\chi_2 > 0$  и обеспечить выполнение условия  $\xi_c = a + \Delta y$ .  $\Psi$  можно задать произвольно в пределах  $\Delta y = 0,04 \dots 0,06$ .

2. Можно принять предварительное значение  $h_a = 0,5 \dots 0,6$ .

**Пример.** Рассмотрим планетарную К-Н-V передачу с кривошипом  $Z_1 = 100$ ,  $Z_2 = 101$ , модуль зацепления  $m = 1$  мм. Передаточное число такой планетарной передачи  $i = -100$ .

1. Делительное межосевое расстояние

$$a = 0,5(Z_2 - Z_1) \cdot m = 0,5(101 - 100) \cdot 1 = 0,5 \text{ мм.}$$

2. Принимаем коэффициенты смещения

$$\chi_1 = 0; \quad \chi_2 = 0,55;$$

$$\chi_\Sigma = \chi_2 - \chi_1 = 0,55 - 0 = 0,55.$$

3. Межосевые расстояния зубчатой пары при  $\Delta y = 0,05$

$$a_W = (a + \chi_\Sigma - \Delta y) \cdot m = (0,5 + 0,55 - 0,05) \cdot 1 = 1 \text{ мм.}$$

4. Принимаем коэффициент высоты головки зуба

$$h_a = 0,5.$$

5. Делительные диаметры

$$d_1 = mZ_1 = 1 \cdot 100 = 100 \text{ мм;}$$

$$d_2 = mZ_2 = 1 \cdot 101 = 101 \text{ мм.}$$

6. Радиусы вершин зубьев

$$R_{a1} = 0,5[d_1 + 2(h_a + \chi_1 - \Delta y) \cdot m] = 0,5[100 + 2(0,5 + 0 - 0,05) \cdot 1] = 50,45 \text{ мм;}$$

$$R_{a2} = 0,5[d_2 - 2(h_a - \chi_2 - \Delta y) \cdot m] = 0,5[101 - 2(0,5 - 0,55 + 0,05) \cdot 1] = 50,5 \text{ мм;}$$

$$\cos \Phi_1 = \frac{R_{a2}^2 - R_{a1}^2 - a_W^2}{2R_{a1}a_W} = \frac{50,5^2 - 50,45^2 - 1^2}{2 \cdot 50,45 \cdot 1} = 0,040114,$$

$$\Phi_1 = 87,70102^\circ = 1,53067 \text{ радиан;}$$

$$\cos \Phi_2 = \frac{R_{a2}^2 - R_{a1}^2 + a_W^2}{2R_{a2}a_W} = \frac{50,5^2 - 50,45^2 + 1^2}{2 \cdot 50,5 \cdot 1} = 0,059876,$$

$$\Phi_2 = 86,56729^\circ = 1,51088 \text{ радиан.}$$

7. Радиусы основных окружностей (принимаем угол профиля  $\alpha_s = 7^\circ$ )

$$r_{o1} = 0,5d_1 \cos \alpha_s = 0,5 \cdot 100 \cdot \cos 7^\circ = 49,62731 \text{ мм;}$$

$$r_{o2} = 0,5d_2 \cos \alpha_s = 0,5 \cdot 101 \cdot \cos 7^\circ = 50,12358 \text{ мм.}$$

8. Углы  $\alpha_{a1}$  и  $\alpha_{a2}$

$$\cos \alpha_{a1} = \frac{r_{o1}}{R_{a1}} = \frac{49,62731}{50,45} = 0,98369; \quad \alpha_{a1} = 10,36137^\circ$$

$$\cos \alpha_{a2} = \frac{r_{o2}}{R_{a2}} = \frac{50,12358}{50,5} = 0,99255; \quad \alpha_{a2} = 7^\circ$$

$$\alpha_{a2} = \alpha_s.$$

9. Инволютные функции

$$\operatorname{inv} \alpha_{a1} = \operatorname{tg} \alpha_{a1} - \alpha_{a1} = \operatorname{tg} 10,36137^\circ - 0,18084 = 0,002;$$

$$\operatorname{inv} \alpha_s = \operatorname{tg} \alpha_s - \alpha_s = \operatorname{tg} 7^\circ - 0,12217 = 0,00061.$$

10. Условие (2) имеет вид

$$(1,53067 + 0,002 - 0,00061) \frac{100}{101} + 0,00061 - 0,00061 = 1,51689 > \Phi_2 = 1,51088$$

Условие отсутствия интерференции выполняется.

11. Углы зацепления

$$\alpha_W = \arccos\left(\frac{a}{a_W} \cos \alpha_s\right) = \arccos\frac{0,5}{1} \cos 7^\circ = 60,24627^\circ$$

12. Коэффициент перекрытия по формуле (1) равен

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{Z_1}{2\pi} (\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_W) + \frac{Z_2}{2\pi} (-\operatorname{tg} \alpha_{a2} + \operatorname{tg} \alpha_W) = \\ &= \frac{100}{2\pi} (\operatorname{tg} 10,36^\circ - \operatorname{tg} 60,24626^\circ) + \frac{101}{2\pi} (-\operatorname{tg} 7^\circ + \operatorname{tg} 60,24626^\circ) = 1,2147. \end{aligned}$$

Значение коэффициента перекрытия в пределах допустимых.

Для передачи с передаточным числом  $i = -100$  возможны следующие значения угла зацепления  $\alpha_s = 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ, 7^\circ, 8^\circ, 9^\circ, 10^\circ$  (см. рис). Причем минимальные значения угла ограничены технологическими возможностями изготовления зубьев.

Максимальные значения угла  $\alpha_s$  ограничиваются из условия обеспечения минимального коэффициента перекрытия  $\varepsilon_\alpha \geq 1 \dots 1,2$  [3]. При увеличении угла  $\alpha_s$  уменьшается коэффициент перекрытия (см. рис.).

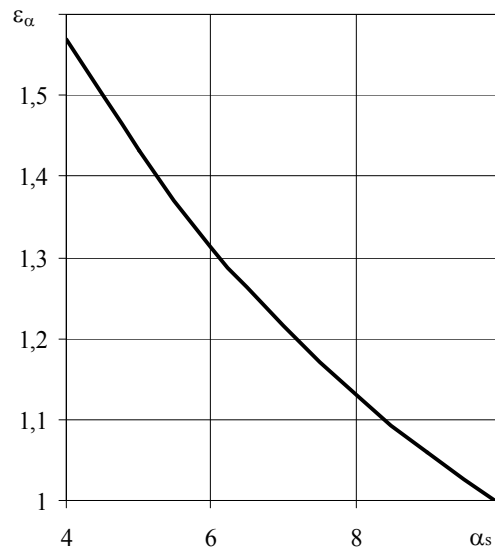


Рис. Зависимость коэффициента перекрытия от угла зацепления при  $Z_2 = 101$  и  $i = -100$

**Выводы.** 1. Получены рекомендации по созданию передач К-Н-V с разницей зубьев колес с внутренним и внешним зацеплением, равной единице.

2. Наиболее рациональная область существования таких передач определяется значениями угла зацепления в пределах  $\alpha_s = 6^\circ \dots 8^\circ$ .

**Список литературы:** 1. Кудрявцев В.Н., Кирдяшев Ю.Н., Гинзбург Е.Г. и др. Планетарные передачи: Справочник. – Л.: Машиностроение, 1977. – 536с. 2. Детали машин: Атлас конструкций / Под ред. Д.Н. Решетова. – М.: Машиностроение, 1988. – 370с. 3. Кудрявцев В.Н. Зубчатые передачи. – Л., Машгиз, 1957. – 264с.

Поступила в редколлегию 21.05.08

УДК 629.735.33.05

**В.Т. АБРАМОВ**, доц., канд. техн. наук, НАКУ “ХАИ”,  
**В.А. МАТУСЕВИЧ**, главный конструктор-директор “ХАКБ”,  
**В.Н. САПРЫКИН**, проф., канд. техн. наук, НАКУ “ХАИ”,  
**А.В. ШЕХОВ**, с.н.с., НАКУ “ХАИ”

### ОПТИМИЗАЦИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ ПО КРИТЕРИЮ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ КОНТАКТНОЙ ПРОЧНОСТИ

Приведені дані щодо впливу розповсюдження передаточного відношення по ступеням поставного планетарного механізму на приведений момент інерції та приводяться рекомендації з оптимізації цього розповсюдження з урахуванням умови контактної рівномірності.

The influence distribution transfer attitudes members of planetary transmission on value reduce moment of inertia is consider. Recommendations of optimization distribution transfer attitudes are given.

**Постановка проблемы.** Проектирование механизмов, в том числе планетарных, является многовариантной задачей. В частности, для планетарных механизмов это объясняется различным распределением общего передаточного отношения по его ступеням. Данное обстоятельство позволяет выполнить ряд дополнительных требований по оптимизации проектируемых механизмов. Для приводов, используемых в системах автоматизированного управления, работающих в старт-стопном режиме, таким требованием является повышение быстродействия механизмов. Повышение быстродействия, обеспечиваемое уменьшением приведенного момента инерции [1], приводит к снижению пусковых моментов электродвигателей и уменьшению инерционных нагрузок на зубья при переменных скоростях движения звеньев механизмов. Кроме того, уменьшается время разбега и выбега, т.е. обеспечивается



большая преемственность приводов, и, как следствие, меньшее время реагирования изделий в целом на изменения условий работы, что повышает надежность его эксплуатации.

**Анализ литературы.** Минимизации приведенных моментов инерции механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-6]. Однако, несмотря на многочисленность работ, результаты исследований ограничены по вариантам задач оптимизации. В частности, в работе [6] приведены данные о влиянии распределения общего передаточного отношения по ступеням составного планетарного механизма на величину приведенного момента инерции для кинематических передач без учета обеспечения прочности зубчатых колес.

**Цель статьи.** Исследование влияния перераспределения общего передаточного отношения многоступенчатого планетарного механизма на его быстродействие и выработка рекомендаций на оптимальное распределение с учетом обеспечения контактной равнопрочности зубчатых колес.

**Основной материал.** Оптимизация параметров проектируемых механизмов выполняется в два этапа.

На первом этапе производится выбор кинематической схемы механизма наиболее полно удовлетворяющей техническому заданию (схемный синтез).

На втором этапе определяются параметры выбранной схемы механизма с учетом заданных критериев оптимизации (внутрисхемный синтез).

Среди планетарных механизмов, используемых для приводов, наибольшее применение получила схема  $\overline{AJ}$  для относительно небольших передаточных отношений и многоступенчатая схема, составленная из последовательного соединения данных механизмов  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$  (см. рис.).

Эту схему будем в дальнейшем рассматривать при внутрисхемном синтезе механизма, заключающемся, в частности, в выборе числа ступеней и распределении общего передаточного отношения по этим ступеням.

Величина приведенного момента инерции составного планетарного механизма может быть вычислена из следующего выражения

$$J_{np} = \sum_{i=1}^n \frac{\omega_{3i-2}^2}{\omega_1^2} \left( J_{3i-2} + S m_{3i-1} \frac{v_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} + S J_{3i-1} \frac{\omega_{3i-1}^2}{\omega_{3i-2}^2} + J_{Hi} \frac{\omega_{Hi}^2}{\omega_{3i-2}^2} \right), \quad (1)$$

где  $J_{3i-2}, J_{3i-1}$  – моменты инерции соответственно ведущего зубчатого колеса и сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $J_{Hi}$  – момент инерции водила  $i$ -ой ступени механизма;  $m_{3i-1}$  – масса сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $S$  – число сателлитов  $i$ -ой ступени механизма;  $n$  – число ступеней механизма.

Соотношения скоростей  $\omega_{3i-1}/\omega_{3i-2}$  и  $v_{3i-1}/\omega_{3i-2}$  определяют исходя из формулы Виллиса

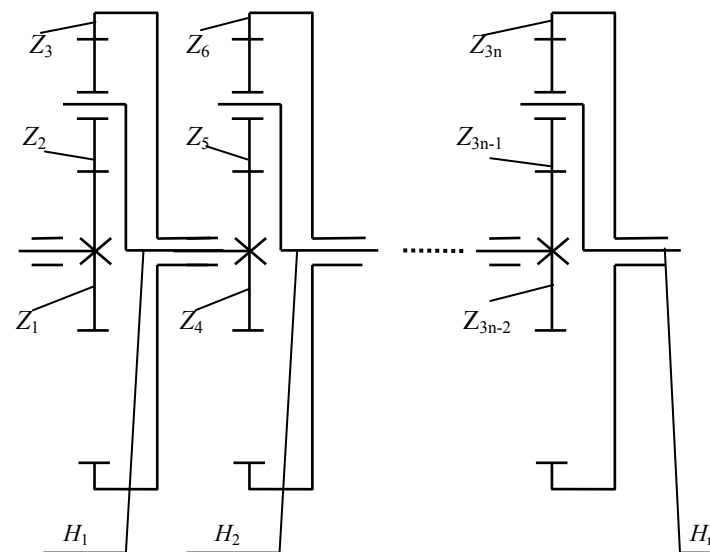


Рис. Схема исследуемого механизма

$$\frac{\omega_{3i-1}}{\omega_{3i-2}} = \frac{1}{2 - u_i}; \quad (2)$$

$$\frac{v_{3i-1}}{\omega_{3i-2}} = \frac{d_{3i-1}}{2(u_i - 2)}, \quad (3)$$

где  $d_{3i-1}$  – диаметр делительной окружности сателлита  $i$ -ой ступени механизма;  $u_i$  – передаточное отношение  $i$ -ой ступени механизма.

При определении моментов инерции и масс зубчатых колес последние заменяют дисками, диаметры которых  $d$  равны диаметрам делительных окружностей, а ширины  $b$  – ширинам зубчатых венцов соответствующих зубчатых колес

$$J = \frac{\pi \rho}{32} b d^4; \quad (4)$$

$$m = \frac{\pi \rho}{4} b d^2, \quad (5)$$

где  $\rho$  – плотность материала.

Конструкция водила отличается от зубчатых колес, и его момент инерции непосредственно не связан с числом зубьев и передаточными отноше-

ниями. В связи с этим предложена замена водила условным диском, диаметр которого равен удвоенному межосевому расстоянию соответствующей ступени, а ширина равна ширине зубчатого венца ведущего зубчатого колеса. Несоответствие этих двух элементов учитывают коэффициентом приведения условного диска к водилу  $n_H$  [5]

$$J_{Hi} = n_{Hi} \cdot J_{Ai}, \quad (6)$$

где  $J_{Ai} = \frac{\pi \rho_i}{32} \cdot b_{3i-2} \cdot (d_{3i-2} + d_{3i-1})^4$ ;  $b$  – ширина зубчатого венца;  $d$  – диаметр делительной окружности.

Множитель  $\omega_{3i-1}/\omega_1$  в соотношении (1) представим в виде

$$\frac{\omega_{3i-1}}{\omega_1} = \frac{u_i}{\prod_{j=1}^i u_j}. \quad (7)$$

С учетом соотношений (2)-(7) выражение (1) приведем к следующему виду:

$$J_{np} = \frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{\prod_{j=1}^i u_j^2} \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^4}{b_1 d_1^4} \left( 1 + \frac{3S(u_i-2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \right). \quad (8)$$

При выводе формулы (8) предполагают, что материалы всех зубчатых колес одинаковые.

Введем обозначение, аналогичное принятому в работе [6]:

$$A_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^4}{b_1 d_1^4}. \quad (9)$$

Тогда выражение (8) можно преобразовать следующим образом:

$$J_{np} = \frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{\prod_{j=1}^i u_j^2} A_i \left( 1 + \frac{3S(u_i-2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \right). \quad (10)$$

Множитель  $A_i$  преобразуем следующим образом:

$$A_i = \frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} \cdot \frac{d_{3i-2}^2}{d_1^2}. \quad (11)$$

С учетом условия контактной прочности [1] отношение  $b_{3i-2} d_{3i-2}^2 / b_1 d_1^2$  записывают в виде

$$b_{3i-2} d_{3i-2}^2 = \frac{0,7 \cdot T_{3i-2} \cdot K_{Hv} \cdot K_{H\beta} \cdot \Omega \cdot E_{np} \cdot u_i}{S \cdot \cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha_w \cdot (u_i - 2) \cdot [\sigma_H]^2}, \quad (12)$$

$$\frac{b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{b_1 d_1^2} = \frac{T_{3i-2} \cdot u_i \cdot (u_i - 2)}{T_1 \cdot u_1 \cdot (u_i - 2)}, \quad (13)$$

здесь отношение моментов на ведущих колесах представляют в виде

$$\frac{T_{3i-2}}{T_1} = \frac{\prod_{j=1}^i u_j}{u_i}. \quad (14)$$

Из технологических соображений принимают модули зубчатых колес одинаковыми величинами. Тогда отношения  $b_{3i-2} d_{3i-2}^2 / b_1 d_1^2$  можно найти из условий соосности механизма

$$d_1 + 2d_2 = d_4 + 2d_5 = \dots = d_{3i-2} + 2d_{3i-1}, \quad (15)$$

что в конечном итоге приводит к следующим зависимостям:

$$d_1(u_1 - 1) = d_4(u_2 - 1) = \dots = d_{3i-2}(u_i - 1). \quad (16)$$

Таким образом, получают следующее выражение:

$$A_i = \frac{\prod_{j=1}^i u_j}{u_1} \cdot \frac{(u_1 - 2)(u_1 - 1)^2}{(u_i - 2)(u_i - 1)^2}. \quad (17)$$

Исходя, из условия обеспечения контактной прочности, выполним следующее преобразование:

$$\frac{\pi \rho}{32} b_1 d_1^4 = \frac{\pi \rho}{32} \psi_{bd1} z_1^5 m_1^5 = C_J \left( \frac{u_1}{u_1 - 2} \right)^{5/3} \frac{1}{S_i^{5/3}}, \quad (18)$$

где

$$C_J = \frac{\pi \rho \cdot 0,7 \cdot T_1 \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta} \cdot \Omega \cdot E_{np}}{32 \cdot \psi_{bd}^{2/3} \cdot \cos^2 \alpha \cdot tg \alpha_w \cdot [\sigma_H]^2}$$

Для сравнительного анализа величин приведенных моментов инерции при различных вариантах распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма введем относительный параметр

$$\bar{J} = \frac{J_{np}}{C_J} = \frac{u_1}{S_1^{5/3} (u_1 - 2)^{5/3}} \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^2}{u_1 \prod_{j=1}^i u_j} (u_i - 2)(u_i - 1)^2 \left( 1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \right). \quad (19)$$

Для случая одинаковых передаточных отношений всех ступеней механизма соотношение (19) примет вид

$$\bar{J} = \left( \frac{u_1}{S_1} \right)^{5/3} \frac{1}{(u_1 - 2)^{5/3}} \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{3S_i(u_i - 2)^2}{16} + \frac{n_{Hi} u_i^2}{16} \right) \cdot \frac{1}{u_1^{i-1}}. \quad (20)$$

Расчеты по формуле (20) выполнены в диапазоне передаточных отношений  $3 \leq u_i \leq 6$ . В этом диапазоне значения  $\bar{J}$  мало отличаются от минимальной его величины [2]. Результаты расчетов приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Влияние числа ступеней на относительный приведенный момент инерции ( $S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Параметры механизма	Число ступеней механизма					
	1	2	3	4	5	6
$u_i$	3	3	3	3	3	3
$\bar{J}$	4,375	5,8333	6,3194	6,4815	6,5355	6,5535
$u_i$	4	4	4	4	4	4
$\bar{J}$	4,1973	5,2466	5,5089	5,5745	5,5909	5,595
$u_i$	5	5	5	5	5	5
$\bar{J}$	5,2093	6,2512	6,4595	6,5012	6,5095	6,5112
$u_i$	6	6	6	6	6	6
$\bar{J}$	6,6933	7,8089	7,9948	8,0258	8,031	8,0318

Учитывая, что после 2-ой ступени передаточные отношения ступеней практически не влияют на величину  $\bar{J}$ , можно предложить следующее перераспределение общего передаточного отношения: на первой ступени механизма обеспечить минимально возможное передаточное отношение, на второй ступени – максимально возможное, а на последующих ступенях руководствуясь другими критериями оптимизации.

Для проверки правильности такого утверждения были просчитаны различные варианты перераспределения общего передаточного отношения  $u = 1944$ . Результаты проверки приведены в таблице 2.

Таблица 2.

Влияние распределения передаточного отношения на приведенный момент инерции ( $u = 1944, S_i = 3, n_{Hi} = 5$ )

Вариант	Параметры	Ступени механизма					$u_\Sigma$
		1	2	3	4	5	
1	$u_i$	3	3	6	6	6	1944
	$\bar{J}$	4,375	5,8333	6,5889	6,7148	6,7358	
2	$u_i$	3	4	5,451	5,451	5,451	1942,6
	$\bar{J}$	4,375	5,8236	6,3203	6,4114	6,4282	
3	$u_i$	3	5	5,06	5,06	5,06	1943,3
	$\bar{J}$	4,375	6,1593	6,5213	6,5928	6,607	
4	$u_i$	3	6	4,762	4,762	4,762	1943,7
	$\bar{J}$	4,375	6,6417	6,9231	6,9822	6,9946	
5	$u_i$	3	7	4,524	4,524	4,524	1944,4
	$\bar{J}$	4,375	7,2333	7,4621	7,5127	7,5239	
6	$u_i$	3	8	4,327	4,327	4,327	1944,3
	$\bar{J}$	4,375	7,9225	8,1146	8,159	8,1693	

Как видно из представленных в таблице 2 данных, сделанные ранее предположения подтвердились.

Начиная с 3-ей ступени механизма, при одном и том же общем передаточном отношении приведенный момент инерции практически не изменяется. Однако есть различие между ранее сделанными выводами и вновь полученными данными в части перераспределения общего передаточного отношения по ступеням механизма.

После предварительного анализа был сделан вывод, что на 2-ой ступени передаточное отношение нужно выбирать максимально возможным. Но как следует из данных таблицы 2, начиная с передаточного отношения 2-ой ступени

пени  $u_2 = 4$ , дальнейшее его повышение мало влияет на приведенный момент инерции, что позволяет при его выборе учесть дополнительно другие критерии оптимизации.

Таким образом, выполненное исследование влияния распределения общего передаточного отношения по ступеням механизма на его быстродействие позволяет найти оптимальное решение.

**Выводы.** Для многоступенчатого планетарного механизма  $\overline{AJ} \times \dots \times \overline{AJ}$  выведена формула приведенного момента инерции для общего случая.

Общая формула вычисления приведенного момента инерции исследования для кинематических передач систем управления с модулями, которые были приняты одинаковыми для всех ступеней механизма.

Выполнено исследование влияния числа ступеней механизма на величину приведенного момента инерции. Исследование показало, что, начиная с 3-ей ступени, момент инерции практически не изменяется при любых значениях передаточных отношений ступеней механизма. Этот вывод подтвердил ранее сделанный в работе [6].

Исходя из полученных результатов предложено следующее перераспределение общего передаточного отношения по ступеням механизма:

- на 1-ой ступени следует обеспечить минимально возможное передаточное отношение;

- на 2-ой ступени передаточное отношение следует выбирать в диапазоне 4...5;

- на последующих ступенях передаточные соотношения можно выбирать из технологических соображений одинаковыми.

Создано программное обеспечение оптимального перераспределения общего передаточного отношения многоступенчатого планетарного механизма.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Ушаков Е.М. Относительный момент инерции зубчатых передач. – “Известия вузов. Машиностроение”. – 1976. – №4. – С.50–55. 3. Кирдяшов Ю.Н., Иванов А.И. Проектирование сложных зубчатых механизмов. – Л.: Машиностроение, 1973. – 352с. 4. Курсовое проектирование деталей машин / В.Н. Кудрявцев, Ю.А. Державец, И.И. Арефьев и др.; Под общ. ред. В.Н. Кудрявцева: Учебное пособие для студентов машиностроительных специальностей вузов. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1984. – 400с. 5. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. Респ. межвед. науч.-техн. сборник. – Харьков: Вища школа: Изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – Вып. 32. – С.85–87. 6. Абрамов В.Т., Матусевич В.А., Шехов А.В. Оптимизация параметров планетарных механизмов по критерию быстродействия // Вісник Національного технічного університету “ХПІ”. – 2007. – Вип. 21. – С.45–52.

Поступила в редколлегию 25.05.08

УДК 621.833.6

**О.Ю. КЛАДОВА**, доц., канд.техн.наук,  
**И.Г. ШЕБАНОВ**, проф., канд.техн.наук, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

## ОБ АНАЛОГАХ БИПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ И ПАРНО-ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ОДНИМ САТЕЛЛИТНЫМ ПЛАНЕТАРНЫМ МЕХАНИЗМОМ

Пропонується використання аналогів за загальним передаточним відношенням біпланетарних та парно-планетарних механізмів, завдяки їх перевагам, в механічних авіаційних пристроях.

Using of biplanet and pair-planetary gears analogs (with similar transmission ratio) in view of their advantages is presented.

**Постановка проблемы.** Всё больше распространение в технике получают разработка и изготовление различных типов сложных планетарных механизмов, в связи с этим большое значение приобретает рациональность их строения и область использования.

**Анализ литературы.** В работах [1, 2, 3] установлены условия эквивалентности некоторых замкнутых планетарных зубчатых механизмов и планетарных зубчатых механизмов с парными сателлитами.

Вместе с тем ещё не определены возможные аналоги бипланетарных и парно-планетарных зубчатых механизмов, их достоинства и область использования.

**Цель статьи.** Рассмотрение образования аналогов бипланетарных механизмов и парно-планетарных механизмов (с одним сателлитным планетарным механизмом), их достоинств, формирование рекомендаций по практическому применению.

1. **Аналоги бипланетарных зубчатых механизмов.** Пусть имеем бипланетарный зубчатый механизм [4] типа А-АI-I (рис. 1, а). Преобразуем его в замкнутый планетарный механизм АI-(АI)-H (рис. 1, б), для этого ликвидируем сателлитный планетарный механизм (рис. 1, а) и используем его колёса  $Z_5, Z_6, Z_7, Z_8$  для формирования замыкающей части механизма АI-(АI)-H.

Выражения общих передаточных отношений  $i_{1H}$  механизмов АI-(АI)-H и АI-(АI)-I имеют вид [4]

$$i_{1H}^{(A-AI-I)} = 1 - i_{14}^{(H)} = 1 - (1 - i_{1H}^{(4)})i_{5H} = i_{1H}^{(4)} + (1 - i_{1H}^{(4)})i_{58}^{(H)} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} + \frac{Z_2 Z_4 Z_6 Z_8}{Z_1 Z_3 Z_5 Z_7}; \quad (1)$$

$$i_{1H}^{(AI-(AI)-H)} = i_{18} = i_{18}^{(4)} + i_{18}^{(H)} = i_{1H}^{(4)} + (1 - i_{1H}^{(4)})i_{58} = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} + \frac{Z_2 Z_4 Z_6 Z_8}{Z_1 Z_3 Z_5 Z_7 Z_2}. \quad (2)$$

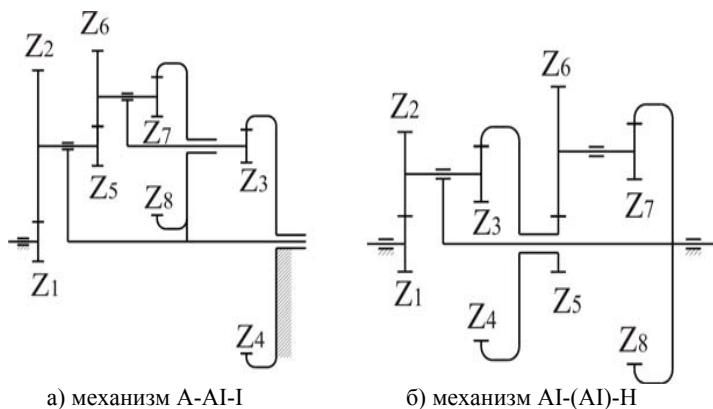


Рис. 1

Таким образом, синтезирован замкнутый планетарный механизм AI-(AI)-H с таким же выражением общего передаточного отношения  $i_{IH}$ , что и у бипланетарного механизма A-AI-I.

При одинаковых числах зубьев одноимённых колёс механизмов

$$i_{IH}^{(AI-(AI)-H)} = i_{IH}^{(A-AI-I)}, \quad (3)$$

то есть механизм AI-(AI)-H является аналогом механизма A-AI-I по общему передаточному отношению.

Аналог имеет более простую кинематическую схему, в его замкнутом контуре отсутствует циркулирующая мощность ( $i_{18}^{(4)} > 0, i_{18}^{(H)} > 0$ )<sup>1</sup>.

Анализ относительных скоростей сателлитов и переборов (таблица 1) также свидетельствуют о преимуществах аналога.

Таблица 1.

Относительные угловые скорости сателлитов и переборов

Механизм A-AI-I	Механизм AI-(AI)-H
$\omega_{2H} = -i_{5h}^{(H)} i_{34}^{(H)} \omega_H =$ $= -\frac{Z_4}{Z_3} \left(1 + \frac{Z_6 Z_8}{Z_5 Z_7}\right) \omega_H$	$\omega_{2H} = -i_{5h}^{(H)} i_{34}^{(H)} \omega_H =$ $= -\frac{Z_4}{Z_3} \left(1 + \frac{Z_6 Z_8}{Z_5 Z_7}\right) \omega_H$
$\omega_{6h} = i_{78}^{(h)} i_{34}^{(H)} \omega_H =$ $= \frac{Z_8 Z_4}{Z_7 Z_3} \omega_H$	$\omega_6 = i_{78} \omega_H = \frac{Z_8}{Z_7} \omega_H$

<sup>1</sup> Циркулирующая мощность в замкнутых контурах бипланетарных механизмов почти всегда присутствует [1].

Достоинство аналога определяют ограничения на использование бипланетарного зубчатого механизма для редукции или мультипликации только случаями, сопряженными с формированием сложных траекторий точек сателлитов.

Возможные аналоги бипланетарных механизмов по общему передаточному отношению  $i_{IH}$  приведены в таблице 2 [5].

Таблица 2 позволяет выбрать для редукции или мультипликации рациональный аналог бипланетарного механизма, т.е. такой, в замкнутом контуре которого отсутствует циркулирующая мощность.

Таблица 2.

№№ п.п	Тип бипланетарного механизма	Тип аналога бипланетарного механизма по общему передаточному отношению $i_{IH}$	Наличие циркулирующей мощности в замкнутом контуре аналога
1	2	3	4
1	A-AI-A	AA-(AI)-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
2	A-AI-I	AI-(AI)-H	Ц.м. нет
3	I-AI-A	IA-(AI)-H	Ц.м. нет
4	I-AI-I	II-(AI)-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
5	A- $\bar{AI}$ -A	AA-( $\bar{AI}$ )-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
6	A- $\bar{AI}$ -I	AI-( $\bar{AI}$ )-H	Ц.м. нет
7	I- $\bar{AI}$ -A	IA-( $\bar{AI}$ )-H	Ц.м. нет
8	I- $\bar{AI}$ -I	II-( $\bar{AI}$ )-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
9	A-AA-A	AA-(AA)-H	Ц.м. нет при $0 < i_{IH}^{(4)} < 1$
10	A-AA-I	AI-(AA)-H	Ц.м. есть
11	I-AA-A	IA-(AA)-H	Ц.м. есть
12	I-AA-I	II-(AA)-H	Ц.м. нет при $0 < i_{IH}^{(4)} < 1$
13	A-II-A	AA-(II)-H	Ц.м. нет при $0 < i_{IH}^{(4)} < 1$
14	A-II-I	AI-(II)-H	Ц.м. есть
15	I-II-A	IA-(II)-H	Ц.м. есть
16	I-II-I	II-(II)-H	Ц.м. нет при $0 < i_{IH}^{(4)} < 1$
17	A-IA-A	AA-(IA)-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
18	A-IA-I	AI-(IA)-H	Ц.м. нет

Продолжение таблицы 2.

1	2	3	4
19	I-IA-A	IA-(IA)-H	Ц.м. нет
20	I-IA-I	II-(IA)-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
21	A- $\overline{IA}$ -A	AA-( $\overline{IA}$ )-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$
22	A- $\overline{IA}$ -I	AI-( $\overline{IA}$ )-H	Ц.м. нет
23	I- $\overline{IA}$ -A	IA-( $\overline{IA}$ )-H	Ц.м. нет
24	I-IA- $\overline{I}$	II-( $\overline{IA}$ )-H	Ц.м. нет при $i_{IH}^{(4)} < 0$

Среди рациональных аналогов наибольшее общее передаточное отношение  $i_{IH}$  имеют механизмы типа AA-(AI)-H, AI-(AI)-H, AA-( $\overline{AI}$ )-H, AI-( $\overline{AI}$ )-H.

## 2. Аналоги парно-планетарных зубчатых механизмов с одним сателлитным планетарным механизмом

### 2.1 Парно-планетарные зубчатые механизмы с левым блоком парного сателлита в виде сателлитного планетарного механизма.

Пусть имеем механизм типа 2AxAI(л)-AA (рис. 2, а). Преобразуем его в замкнутый планетарный механизм типа AI-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub> (рис. 2, б).

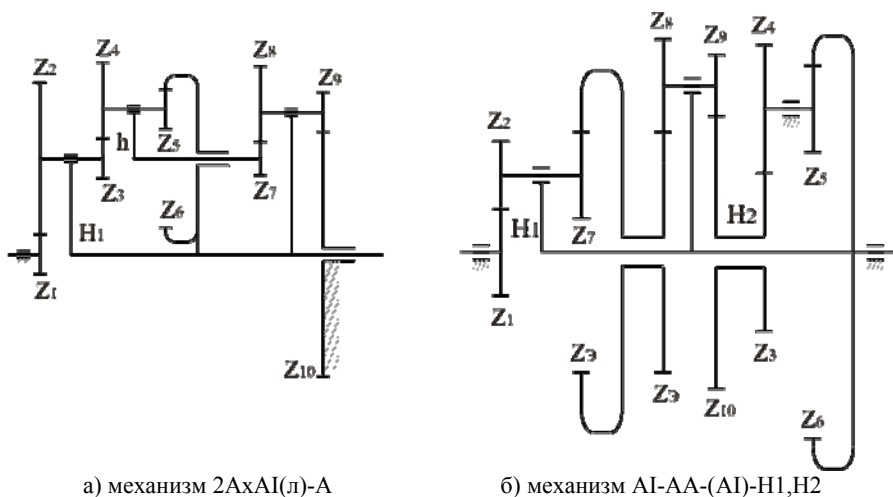


Рис. 2

Для этого введем между колёсами  $Z_7$ - $Z_8$ , соединяющими блоки парного сателлита, дополнительное центральное звено с одинаковыми числами зубьев  $Z_3$  колес с сохранением знака  $i_{78}$  (рис. 2,б), а также ликвидируем сателлитный планетарный механизм (рис. 2,а) и используем его колёса  $Z_3$   $Z_4$   $Z_5$   $Z_6$  для формирования замыкающей части замкнутого контура  $Z_2$ - $Z_7$ - $Z_3$ - $Z_3$ - $Z_8$ - $Z_9$ - $Z_{10}$ - $Z_3$ - $Z_4$ - $Z_5$ - $Z_6$ - $Z_1$  механизма AI-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>

Выражения общих передаточных отношений  $i_{IH}$  механизмов 2AxAI(л)-AA и AI-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub> имеют вид

$$i_{IH}^{(2AxAI(л)AA)} = 1 - i_{1,10}^{(H)} = 1 - i_{1,2}^{(H)} i_{2,3}^{(H)} i_{3,h}^{(H)} i_{h,7}^{(H)} i_{7,10}^{(H)} = 1 + \frac{Z_2 Z_8 Z_{10}}{Z_1 Z_7 Z_9} + \frac{Z_2 Z_8 Z_{10} Z_4 Z_6}{Z_1 Z_7 Z_9 Z_3 Z_5}; \quad (4)$$

$$i_{IH}^{AI-AA-(AI)-H_1,H_2} = i_{16} = i_{16}^{(\ominus)} + i_{16}^{(H_1,10)} + i_{16}^{(H_1,H_2)} = i_{1H_1}^{(\ominus)} + i_{1\ominus}^{(H_1)} i_{\ominus H_2}^{(10)} + i_{1\ominus}^{(H_1)} i_{\ominus 10}^{(H_2)} i_{36} = \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_7} - \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 Z_7} \left(1 - \frac{Z_8 Z_{10}}{Z_3 Z_9}\right) + \frac{Z_2 Z_3 Z_8 Z_{10} Z_4 Z_6}{Z_1 Z_7 Z_9 Z_3 Z_5} = 1 + \frac{Z_2 Z_8 Z_{10}}{Z_1 Z_7 Z_9} + \frac{Z_2 Z_8 Z_{10} Z_4 Z_6}{Z_1 Z_7 Z_9 Z_3 Z_5}.$$

Таким образом, синтезирован замкнутый планетарный зубчатый механизм с двумя замкнутыми контурами: малым  $Z_7$  -  $Z_9$  -  $Z_9$  -  $Z_8$  -  $H_2$  -  $H_7$  и большим  $Z_7$  -  $Z_3$  -  $Z_3$  -  $Z_8$  -  $Z_9$  -  $Z_{10}$  -  $Z_3$  -  $Z_4$  -  $Z_5$  -  $Z_6$  -  $H_1$ .

Выражение общего передаточного отношения  $i_{IH}$  у замкнутого планетарного механизма такое же, как и у парно-планетарного.

При одинаковых числах зубьев одноименных колёс механизмов

$$i_{IH}^{AI-AA-(AI)-H_1,H_2} = i_{IH}^{2AxAI(л)-AA}. \quad (6)$$

То есть, механизм AI-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub> является аналогом механизма 2AxAI(л)-AA по общему передаточному отношению  $i_{IH}$ .

Аналог, несмотря на увеличение числа звеньев, имеет более простую кинематическую схему. В замкнутых контурах при  $i_{\ominus H_2}^{(10)} < 0$  отсутствует циркулирующая мощность ( $i_{16}^{(\ominus)} > 0$ ;  $i_{16}^{(H_1,10)} > 0$ ;  $i_{16}^{(H_1,H_2)} > 0$ ).

Выражения для определения относительных угловых скоростей сателлитов и переборков представлены в таблице 3.

Достоинства аналога определяют ограничения на использование парно-планетарного зубчатого механизма с левым блоком парного сателлита в виде сателлитного планетарного механизма для редукции или мультипликации только случаями, сопряженными с формированием сложных траекторий точек сателлитов.

Таблица 3.

Относительные угловые скорости спутников и переборов

Механизм 2AxAI(л)-AA	механизм AI-AA-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>
$\omega_{2H} = -i_{3h}^{(6)} i_{7,10}^{(H_2)} \omega_H = -\frac{Z_8 Z_{10}}{Z_7 Z_9} \left(1 + \frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5}\right) \omega_H$	$\omega_{2H} = i_{23}^{(H)} i_{5,10}^{(H)} (i_{36} - 1) \omega_H = -\frac{Z_8 Z_{10}}{Z_7 Z_9} \left(1 + \frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5}\right) \omega_H$
$\omega_{4h} = i_{46}^h i_{7,10}^{(H_2)} \omega_H = \frac{Z_6 Z_8 Z_{10}}{Z_5 Z_7 Z_9} \omega_H$	$\omega_5 = i_{56} \omega_H = \frac{Z_6}{Z_5} \omega_H$
$\omega_{8,H_2} = -i_{8,10}^{(H_2)} \omega_{H_2} = \frac{Z_{10}}{Z_9} \omega_H$	$\omega_{8,H_2} = i_{8,10}^{(H_2)} (i_{36} - 1) \omega_H = \frac{Z_{10}}{Z_9} \left(1 + \frac{Z_4 Z_6}{Z_3 Z_5}\right) \omega_H$

Другие аналоги парно-планетарных механизмов с левым блоком парного спутника в виде спутникового планетарного механизма приведены в таблице 4.

Таблица 4.

№ п.п.	Тип парно-планетарного механизма	Тип аналога парно-планетарного механизма по общему передаточному отношению	Наличие циркулирующей мощности в малом замкнутом контуре	Наличие циркулирующей мощности в большом замкнутом контуре
1	2	3	4	5
1	2AxAI(л)-AA	AI-AA-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
2	2AxAI(л)-AI	AI-AI-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. есть
3	2AxAI(л)-IA	II-AA-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$ ; $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$
4	2AxAI(л)-II	II-AI-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$
5	2AxAI(л)-AA	AI-AA-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
6	2AxAI(л)-AI	AI-AI-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. есть
7	2AxAI(л)-IA	II-AA-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$ ; $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$
8	2AxAI(л)-II	II-AI-(AI)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$

Продолжение таблицы 4.

1	2	3	4	5
9	2AxAA(л)-AA	AI-AA-(AA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. есть
10	2AxAA(л)-AI	AI-AI-(AA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. нет
11	2Ax-AA(л)-IA	II-AA-(AA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$ ; $0 < i_{1H_2}^{(10)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$
12	2AxAA(л)-II	II-AI-(AA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} > 0$ ;	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} > 0$
13	2AxII(л)-AA	AI-AA-(II)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. есть
14	2AxII(л)-AI	AI-AI-(II)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. нет
15	2AxII(л)-IA	II-AA-(II)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$ ; $0 < i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$ ;
16	2AxII(л)-II	II-AI-(II)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} > 0$ ;	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$
17	2AxIA(л)-AA	AI-AA-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
18	2AxIA(л)-AI	AI-AI-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. есть
19	2AxIA(л)-IA	II-AA-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 0$
20	2AxIA(л)-II	II-AI-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\mathcal{E})} < 1$
21	2AxIA(л)-AA	AI-AA-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
22	2AxIA(л)-AI	AI-AI-(IA)-H <sub>1</sub> ,H <sub>2</sub>	Ц.м. есть	Ц.м. есть

Продолжение таблицы 4.

1	2	3	4	5
23	2Ax $\overline{IA}$ (л)-IA	II-AA-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(\ominus)} > 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
24	2Ax $\overline{IA}$ (л)-II	II-AI-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
25	2IxAI (л)-AA	AA-AA-(AI)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
26	2IxAI (л)-AI	AA-AI-(AI)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
27	2IxAI (л)-IA	IA-AA-(AI)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
28	2IxAI (л)-II	IA-AI-(AI)-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. есть
29	2Ix $\overline{AI}$ (л)-AA	AA-AA-( $\overline{AI}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
30	2Ix $\overline{AI}$ (л)-AI	AA-AI-( $\overline{AI}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
31	2Ix $\overline{AI}$ (л)-IA	IA-AA-( $\overline{AI}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
32	2Ix $\overline{AI}$ (л)-II	IA-AI-( $\overline{AI}$ )-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. есть
33	2IxAA (л)-AA	AA-AA-(AA)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$ ; $0 < i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
34	2IxAA (л)-AI	AA-AI-(AA)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
35	2IxAA (л)-IA	IA-AA-(AA)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. есть
36	2IxAA (л)-II	IA-AA-(AA)-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. нет

Окончание таблицы 4.

1	2	3	4	5
37	2IxII(л)-AA	AA-AA-(II)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$ ; $0 < i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
38	2IxII(л)-AI	AA-AI-(II)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
39	2IxII(л)-IA	IA-AA-(II)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. есть
40	2IxII(л)-II	IA-AA-(II)-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. нет
41	2IxIA(л)-AA	AA-AA-(IA)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
42	2IxIA(л)-AI	AA-AI-(IA)-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
43	2IxIA(л)-IA	IA-AA-(IA)-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет
44	2IxIA(л)-II	IA-AA-(IA)-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. есть
45	2Ix $\overline{IA}$ (л)-AA	AA-AA-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$ ; $i_{\mathcal{E}H_2}^{(10)} < 0$	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$
46	2Ix $\overline{IA}$ (л)-AI	AA-AI-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$	Ц.м. нет при $0 < i_{1H_1}^{(\ominus)} < 1$
47	2Ix $\overline{IA}$ (л)-IA	AA-AI-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. нет при $i_{1H_1}^{(\ominus)} < 0$	Ц.м. нет
48	2Ix $\overline{IA}$ (л)-II	IA-AA-( $\overline{IA}$ )-H1,H2	Ц.м. есть	Ц.м. есть

Таблица 4 позволяет выбрать для редукции или мультипликации рациональный аналог парно-планетарного механизма. Среди рациональных аналогов наибольшие передаточные отношения имеют механизмы AI-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>; AI-AA-( $\overline{AI}$ )-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>; AI-AA-(IA)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>; AA-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>; AA-AA-(AI)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>; AA-AA-(IA)-H<sub>1</sub>,H<sub>2</sub>.



**Парно-планетарные механизмы с правым блоком парного сателлита в виде сателлитного планетарного механизма.**

Поменяем в парном сателлите механизма 2АхАI(л)-АА (рис. 2, а) левый и правый блоки местами, получили механизм 2АхАI(п)-АА (рис. 3).

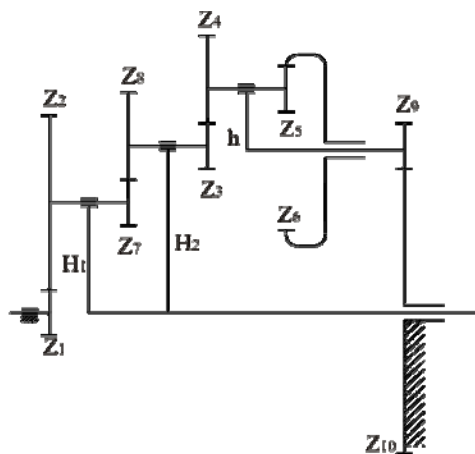


Рис. 3. Механизм 2АхАI(п)-АА

Выражение общего передаточного отношения  $i_{1H}$  имеет вид

$$i_{1H} = 1 - i_{1,10}^{(H)} = 1 - i_{12}^{(H)} i_{78}^{(H)} i_{3h}^{(6)} i_{9,10}^{(H)} = 1 + \frac{z_2 z_8}{z_1 z_7} \left( 1 + \frac{z_4 z_6}{z_3 z_5} \right) \frac{z_{10}}{z_9} = 1 + \frac{z_2 z_8 z_{10}}{z_1 z_7 z_9} + \frac{z_2 z_8 z_4 z_6 z_{10}}{z_1 z_7 z_3 z_5 z_9} \quad (7)$$

Сравнение (4) и (7) указывает на справедливость заключения о том, что передаточное отношение парно-планетарного механизма с одним сателлитным планетарным механизмом не зависит от его расположения в блоках парного сателлита. Соответственно и структура аналога парно-планетарного механизма по общему передаточному отношению механизма 2АхАI(л)-АА может быть принята и для механизма 2АхАI(п)-АА. Выражения для определения относительных угловых скоростей сателлитов и переборов механизмов 2АхАI(п)-АА и АI-АА-(АI)-Н1,Н2, представлены в таблице 5.

Таблица 5.

Относительные угловые скорости сателлитов и переборов

Механизм 2АхАI(п)-АА	механизм АI-АА-(АI)-Н1,Н2
$\omega_{2H} = -i_{78}^{(H)} i_{8h}^{(6)} i_{9,10}^{(H)} \omega_H =$ $= - \left( 1 + \frac{z_4 z_6}{z_3 z_5} \right) \frac{z_8 z_{10}}{z_7 z_9} \omega_H$	$\omega_{2H} = i_{23}^{(H)} i_{3,10}^{(H)} (i_{36} - 1) \omega_H =$ $= - \frac{z_8 z_{10}}{z_7 z_9} \left( 1 + \frac{z_4 z_6}{z_3 z_5} \right) \omega_H$
$\omega_{4h} = i_{46}^h i_{9,10}^{(H)} \omega_H = - \frac{z_6 z_{10}}{z_5 z_9} \omega_H$	$\omega_5 = i_{56} \omega_H = \frac{z_6}{z_5} \omega_H$
$\omega_{8,H_2} = -i_{3h}^{(H_2)} i_{9,10}^{(H)} \omega_H =$ $= \left( 1 + \frac{z_4 z_6}{z_3 z_5} \right) \frac{z_{10}}{z_9} \omega_H$	$\omega_{8,H_2} = i_{8,10}^{(H_2)} (i_{36} - 1) \omega_H =$ $= \frac{z_{10}}{z_9} \left( 1 + \frac{z_4 z_6}{z_3 z_5} \right) \omega_H$

**Выводы.** Установлено, что зубчатые бипланетарные и парно-планетарные механизмы с одним сателлитным планетарным механизмом имеют аналоги по общему передаточному отношению в виде зубчатых замкнутых планетарных механизмов различной структуры. Аналоги бипланетарных механизмов одноконтурные, парно-планетарных – двухконтурные. Показано, что аналоги имеют более простые кинематические схемы, чем оригиналы, в замкнутых контурах многих аналогов отсутствуют циркулирующие мощности, в более благоприятных условиях работают подшипники сателлитов и переборов. Достоинства аналогов позволяют рекомендовать их для применения в авиационных устройствах.

В статье приведены возможные аналоги бипланетарных и парно-планетарных зубчатых механизмов с установлением их рациональности.

**Список литературы:** 1. Ткаченко В.А. Об аналогии планетарных механизмов с парными сателлитами замкнутым планетарным механизмом // Вестник ХГПУ. – Х.: ХГПУ, 2000. – Вып. 109. С.43–48. 2. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы. Оптимальное проектирование. – Харьков: «ХАИ», 2005. – 445с. 3. Ткаченко В.А., Шебанов И.Г. К проектированию рациональных зубчатых планетарных механизмов с парными сателлитами // Вестник ХГПУ. – Х.: ХГПУ, 2000. – Вып. 109. – С.49–55. 4. Цыплаков Ю.С. Бипланетарные механизмы. – М.: Машиностроение, 1956. – 95с. 5. Шебанов И.Г. Определение циркулирующей мощности в замкнутых планетарных и дифференциальных зубчатых механизмах методом Н.Е.Жуковского // Вестник НТУ «ХПИ». – Х.: НТУ «ХПИ», 2001. – Вып. 12. – С.117–125.

Поступила в редколлегию 29.05.08

**С.Н. КАВЕЦКИЙ**, аспирант, НТУ “ХПИ”

### СИНТЕЗ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ $AI$ И $\overline{AI}$ СО СВЯЗАННЫМИ И НЕСВЯЗАННЫМИ КОЛЕСАМИ С УЧЕТОМ УГЛОВ ЗАЦЕПЛЕНИЯ

У статті показано можливість синтезу планетарних механізмів  $AI$  з незв'язаними колесами і  $\overline{AI}$  із зв'язаними колесами. Розглянуто синтез планетарних механізмів  $AI$  і  $\overline{AI}$  з урахуванням можливих значень кутів зацеплення на етапі проектування. Отримані генеральні рівняння, що враховують параметри геометричного розрахунку зубчатих пар, що входять до складу механізму. Побудована область існування планетарних механізмів  $AI$  і  $\overline{AI}$  для різних кутів зацеплення пар зв'язаних і незв'язаних коліс.

In the article possibility of synthesis of planetary mechanisms  $AI$  is retined with unrelated wheels and  $\overline{AI}$  with the interconnected wheels. The synthesis of planetary mechanisms  $AI$  is considered and  $\overline{AI}$  taking into account the possible values of corners of hooking on the stage of planning. General equalizations, taking into account the parameters of geometrical calculation of toothed pair entering in the complement of mechanism, are got. The area of existence of planetary mechanisms is built  $AI$  and  $\overline{AI}$  for the different corners of hooking for the pair of the interconnected and unrelated wheels.

**Введение.** Схемы планетарных механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$  нашли широкую область применения в машиностроении в составе различных механических устройств. В связи с применением данных схем интересен вопрос о возможности изготовления планетарных механизмов с наперед заданным передаточным отношением, что приводит к вопросу о возможных его значениях. При проведении синтеза механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$  для разных углов зацепления ступеней пар зубьев связанных и несвязанных колес существенно расширяются возможности по передаточному отношению для этих схем.

**Основная часть.** Как известно, что для работоспособности планетарного механизма необходимо выполнение следующих условий: соосности, сборки, передаточного отношения и соседства. Так, для схем  $AI$  и  $\overline{AI}$  планетарных механизмов условие передаточного отношения и сборки имеют вид [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z_1}{k} \left( 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} \right) - \frac{Z_2}{Z_3} Q = P, \quad \text{условие сборки, схема } AI; \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}, \quad \text{условие передаточного отношения, схема } AI. \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z_1 + Z_4}{k} = N, \quad \text{условие сборки, схема } \overline{AI}; \\ i_{1H}^4 = 1 + \frac{Z_4}{Z_1}, \quad \text{условие передаточного отношения, схема } \overline{AI}. \end{array} \right. \quad (2)$$

Условие соосности в общем виде с учетом углов зацепления в первой и второй ступенях можно записать, используя [2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \frac{Z_1 + Z_2}{Z_4 - Z_3} = t, \quad \text{для схемы } AI, \\ \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3 - Z_2} = t, \quad \text{для схемы } \overline{AI}, \end{array} \right. \quad (3)$$

где  $\lambda = m_{12}/m_{34}$  – отношение модулей зубчатых колес первой и второй ступеней соответственно.

С учетом параметра  $x$ , определяющего отношение чисел зубьев сателлита второй и первой ступеней для схемы  $AI$ :

$$x = \frac{Z_2}{Z_3}, \quad (4)$$

и выражения (1) получают генеральные уравнения для чисел зубьев зубчатых колес  $Z_1$ ,  $Z_3$  и  $Z_4$  [1]:

$$\left\{ \begin{array}{l} Z_1 = k \frac{P + xQ}{i_{1H}^4}; \quad Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x}. \end{array} \right. \quad (5)$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев колеса  $Z_2$  при выбранной схеме  $AI$ . Подставляя выражение для  $Z_3$  и  $Z_4$  в условие соосности (3), получим:

$$\lambda \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x} - \frac{Z_2}{x}} = t \Rightarrow \lambda(Z_1 + Z_2) = t \cdot \left( Z_1 \frac{i_{1H}^4 - 1}{x} - \frac{Z_2}{x} \right).$$

Выражая  $Z_2$ , получим уравнение:

$$Z_2 = Z_1 \frac{t \cdot i_{1H}^4 - t - \lambda x}{\lambda x + t}. \quad (6)$$

Аналогично для механизма  $\overline{AI}$  из выражения (2) получают генеральные уравнения для чисел зубьев зубчатых колес  $Z_1$  и  $Z_3$  [1]:

$$\left\{ Z_1 = k \frac{N}{i_{1H}^3}; Z_3 = Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) \right. \quad (7)$$

Определим уравнение для определения чисел зубьев колеса  $Z_2$  при выбранной схеме  $\overline{AI}$ . Подставляя выражение для  $Z_3$  в условие соосности (3), получим:

$$\frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) - Z_2} = t \Rightarrow Z_1 + Z_2 = t \cdot (Z_1 \cdot (i_{1H}^3 - 1) - Z_2).$$

Выражая  $Z_2$ , получим уравнение:

$$Z_2 = Z_1 \frac{i_{1H}^3 - t - 1}{t + 1}. \quad (8)$$

Параметр  $t$  можно принимать в пределах  $[0,8...1,2]$ , в этом случае угол зацепления зубчатой пары первой ступени будет изменяться в пределах  $[20^\circ...44^\circ]$  и для второй ступени в пределах  $[40^\circ...20^\circ]$  [2].

Рассмотрим, как изменятся системы неравенств, определяющие область существования планетарных механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$ .

Из уравнений (5), (6) и (7), (8) можно сделать вывод, что генеральные уравнения имеют смысл, если выполнены условия:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} i_{1H}^4 - 1 > 0, \\ i_{1H}^4 - t - x\lambda > 0; \end{cases} & \begin{cases} i_{1H}^3 - 1 > 0, \\ i_{1H}^3 - t - 1 > 0; \end{cases} \end{aligned} \quad (9) \quad (10)$$

Выражая из неравенств (9)-(10) передаточное отношение  $i_{1H}^4$ , получим:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & i_{1H}^4 > 1 + \frac{x\lambda}{t} & i_{1H}^3 > 1 + \frac{1}{t} \end{aligned} \quad (11) \quad (12)$$

Определим второе ограничивающее условие для передаточного отношения  $i_{1H}^4$ . Запишем условие соседства сателлитов планетарного механизма:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2, \text{ для } x\lambda > 1, \\ \lambda(Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2, \text{ для } x\lambda < 1. \end{cases} & (Z_1 + Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2. \end{aligned} \quad (13) \quad (14)$$

Используя условие соосности для максимального числа зубьев  $Z_4, Z_3$  при  $x\lambda > 1$  и  $x\lambda < 1$  и, совершив предельный переход [1], получим:

$$\begin{aligned} & \bullet \text{ схема } AI & \bullet \text{ схема } \overline{AI} \\ & \begin{cases} i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t - t \sin \frac{\pi}{k}} \text{ для } x\lambda > 1, \\ i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t \left( 1 - x\lambda \sin \frac{\pi}{k} \right)} \text{ для } x\lambda < 1; \end{cases} & i_{1H}^3 < \frac{t + 1}{t - t \sin \frac{\pi}{k}} \end{aligned} \quad (15) \quad (16)$$

Полученные неравенства (15-16) дают возможность для каждого выбора параметров  $x\lambda$  и  $t$  определить пределы возможных передаточных отношений синтезируемого механизма. Неравенства, определяющие пределы изменения передаточного отношения, приведены в таблице.

Таблица.  
Системы неравенств, определяющие область существования планетарных механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$

Схема механизма	Неравенства, определяющие безусловную область существования при	
	$x\lambda > 1$	$x\lambda < 1$
$AI$	$1 + \frac{x\lambda}{t} < i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t - t \sin \frac{\pi}{k}}$	$1 + \frac{x\lambda}{t} < i_{1H}^4 < \frac{t + x\lambda}{t \left( 1 - x\lambda \sin \frac{\pi}{k} \right)}$
$\overline{AI}$	$\frac{t + 1}{t} < i_{1H}^3 < \frac{t + 1}{t \left( 1 - \sin \frac{\pi}{k} \right)}$	

**Общие выводы.**

1. Получены генеральные уравнения для синтеза планетарных механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$  с учетом корректировки углов зацепления для пар связанных и несвязанных зубчатых колес на этапе синтеза механизма.

2. Получены условия для определения пределов возможных передаточных отношений проектируемого механизма для каждого выбора параметров  $x\lambda$  и  $t$ .

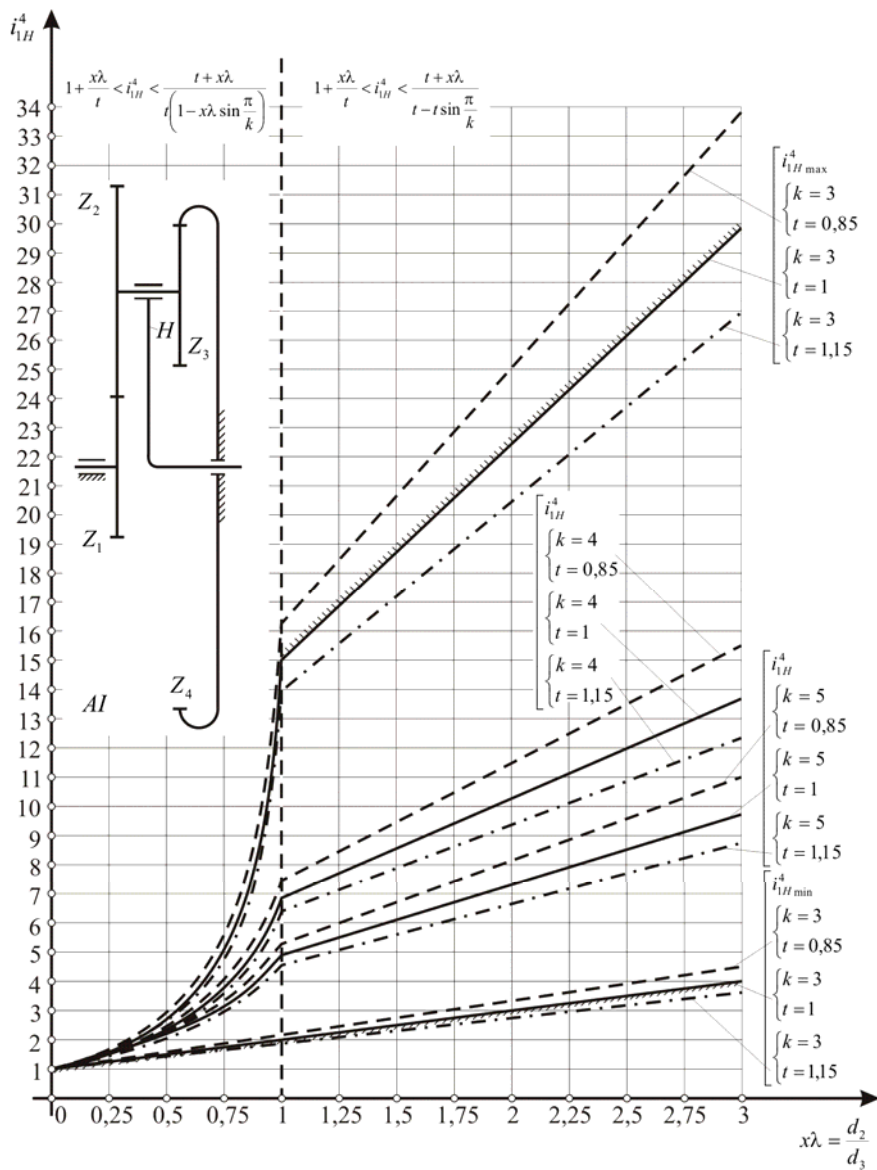


Рис. 1. Область существования механизма  $AI$

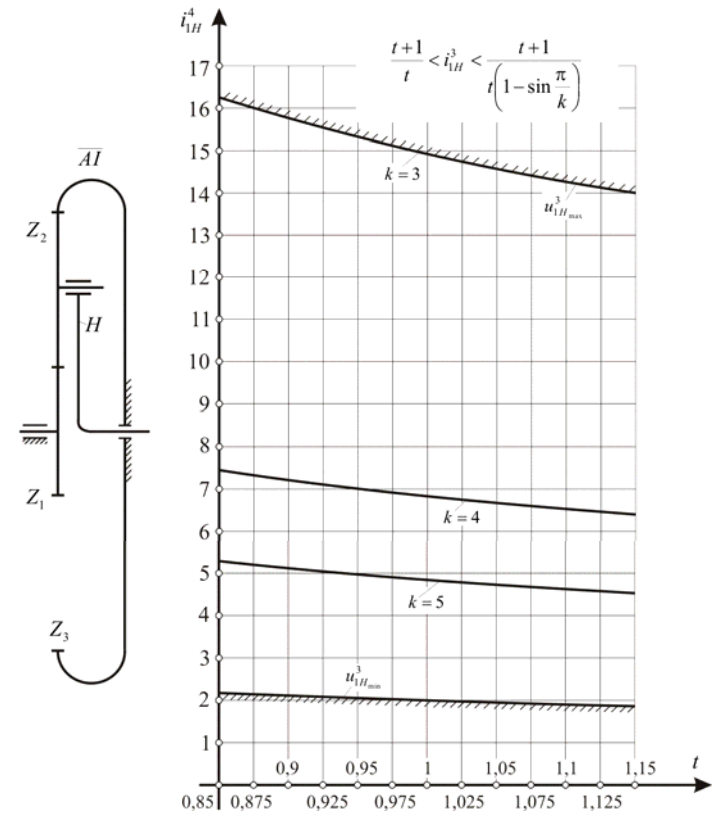


Рис. 2. Область существования механизма  $\overline{AI}$

3. Синтез планетарных механизмов для схем  $AI$  и  $\overline{AI}$ , проведенный с использованием генеральных уравнений (5), (6), (7) и (8), дает возможность получить дополнительные комбинации чисел зубьев, которые нельзя получить с помощью генеральных уравнений, приведенных в [1].

4. Построенная область существования планетарных механизмов  $AI$  и  $\overline{AI}$  (рис. 1, 2) дает возможность оценить пределы передаточного отношения в зависимости от выбора параметров синтеза или выбрать их значения.

**Список литературы:** 1. Ткаченко В.А. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование). – Харьков: Издательский центр ХАИ. – 2003. – 446 с. 2. Кавецкий С.Н., Гереш Т.В. Зависимость углов зацепления зубчатых пар планетарных механизмов со связанными и несвязанными колесами. // Вестник НТУ „ХПИ”. Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – № 2. – 2008. – С.115–120.

Поступила в редколлегию 01.06.08

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>Голубенко А.Л., Мединцева Ю.В., Носко П.Л.</b> О создании высоконагруженных гиперболоидных передач с улучшенными и экстремальными геометрокинематическими показателями .....	3
<b>Грибанов В.М., Ратов Д.В., Балицкая Т.Ю., Коробка Н.В., Печолат Т.Е.</b> Имитационное моделирование гиперболоидных зубчатых передач .....	6
<b>Шишов В.П., Ревякина О.А., Ткач П.Н., Скляр Ю.А.</b> Об одной разновидности высоконагруженной цилиндрической зубчатой передачи внутреннего зацепления .....	18
<b>Воронцов Б.С., Бочарова И.А., Чаплинский Д.А.</b> Унификация геометрии рабочих поверхностей зубьев при синтезе передач зацеплением .....	24
<b>Носко П.Л., Павлов А.И., Чернишов А.В.</b> Построение сопряженной поверхности зубчатого зацепления .....	29
<b>Павлов В.А., Немцев В.В.</b> Оптимизация эвольвентного зацепления по коэффициенту перекрытия .....	32
<b>Калинин П.Н., Курмаз Л.В., Жережон-Зайченко Ю.В.</b> К вопросу обеспечения постоянства суммарной длины контактных линий зубчатой передачи .....	35
<b>Дыгало А.И., Демковский И.П., Матюшенко Н.В.</b> Экстремальная теорема об определении точек контакта в цилиндрических передачах Новикова ДЛЗ с арочной формой зубьев .....	40
<b>Ткачук Н.Н.</b> Реализация полного цикла исследований деталей со сложнопрофильными поверхностями на примере элементов двухпараметрических передач .....	44
<b>Старжинский В.Е., Гоман А.М., Ишин Н.Н.</b> Пластмассовые зубчатые колеса: методика и программа автоматизированного расчета корректировок размеров формообразующих зубчатых матриц .....	51
<b>Плахтин В.Д., Давыдов А.П., Паршин А.Н.</b> Изготовление зубчатых колес с арочными зубьями с применением пальцевых фрез .....	60

<b>Ковришкин Н.А., Садченко О.И.</b> Инструментальное обеспечение для изготовления червячных колес червячных передач с вогнутым профилем витка червяка .....	69
<b>Стрельников В.Н., Суков Г.С., Волошин А.И.</b> Устранение интерференции зубьев в крупной волновой передаче .....	77
<b>Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.Н.</b> О расширении кинематических возможностей планетарной передачи К-Н V .....	90
<b>Абрамов В.Т., Матусевич В.А., Сапрыкин В.Н., Чехов А.В.</b> Оптимизация планетарных механизмов по критерию быстродействия с учетом контактной прочности .....	96
<b>Кладова О.Ю., Шебанов И.Г.</b> Об аналогах бипланетарных механизмов и парно-планетарных механизмов с одним сателлитным планетарным механизмом .....	104
<b>Кавецкий С.Н.</b> Синтез планетарных механизмов $AI$ и $\overline{AI}$ со связанными и несвязанными колесами с учетом углов зацепления .....	115