



ВЕСТНИК
НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
«ХПИ»

38'2007

Харьков

ВЕСТНИК

НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА «ХПИ»

Сборник научных трудов
Тематический выпуск

38'2007

«ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ МАШИН»

Издание основано Национальным техническим университетом
«Харьковский политехнический институт» в 2001 году

Государственное издание

Свидетельство Госкомитета по информационной политике Украины
КВ № 5256 от 2 июля 2001 года

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель: Л.Л.Товажнянский, докт. техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета: К.А.Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П.Марченко, докт. техн. наук, проф.;
Е.И.Сокол, докт. техн. наук, проф.;
Е.Е.Александров, докт.техн.наук, проф.;
А.В.Бойко, докт. техн. наук, проф.;
М.Д.Годлевский, докт.техн.наук, проф.;
А.И.Грабченко, докт.техн.наук, проф.;
В.Г.Данько, докт. техн. наук, проф.;
В.Д.Дмитриенко, докт.техн.наук, проф.;
В.В.Епифанов, докт. техн. наук, проф.;
П.А.Качанов, докт. техн. наук, проф.;
А.Ф.Кириченко, докт.техн.наук, проф.;
В.Б.Клепиков, докт. техн. наук, проф.;
В.И.Кравченко, докт.техн.наук, проф.;
О.К.Морачковский, докт.техн.наук, проф.;
В.И.Николаенко, канд.ист.наук, проф.;

П.Г.Перерва, докт. техн. наук, проф.;
Н.И.Погорелов, докт.техн.наук, проф.;
М.И.Рыщенко, докт.техн.наук, проф.;
В.Б.Самородов, докт.техн.наук, проф.;
В.П.Себко, докт. техн. наук, проф.;
В.И.Таран, докт. техн. наук, проф.;
М.А.Ткачук, докт. техн.наук, проф.;
М.П.Требин, докт. фил. наук, доц.;
Ю.В.Тимофеев, докт.техн.наук, проф.;
Е.И.Юносова, докт. фил. наук, проф.

Адрес редколлегии: 61002, Харьков,
ул. Фрунзе, 21. НТУ «ХПИ».
Каф. ДІМ, Тел. (057) 707-68-79.

Харьков 2007

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХПІ», – 2007. – № 38. – 198 с.

В збірнику представлено теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій та установ.

Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты исследований и разработок, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для преподавателей, научных сотрудников, специалистов.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Ответственный редактор: О.К.Морачковский, докт. техн. наук, проф.

Ответственный секретарь: А.Г.Андреев, канд. техн. наук, доц.

Е.Е.Александров,	докт. техн. наук, проф.;
В.В.Бортовой,	канд. техн. наук, доц.;
Ю.С.Воробьев,	докт. техн. наук, проф.;
Е.Г.Голоскоков,	докт. техн. наук, проф.;
О.О.Горошко,	докт. физ.-мат. наук, проф.;
В.Б.Гринев,	докт. техн. наук, проф.;
В.А.Жовдак,	докт. техн. наук, проф.;
Г.И.Львов,	докт. техн. наук, проф.;
В.Л.Остапенко,	докт. физ.-мат. наук, проф.;
Л.А.Фильштинський,	докт. техн. наук, проф.;
Ю.М.Шевченко,	академик НАНУ

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».
Протокол № 12 від 07 грудня 2007 р.

Л.В.АВТОНОМОВА, канд.техн.наук; **С.М.ДЕРГУН**;
В.И.ЛАВИНСКИЙ, докт.техн.наук; **С.И.ПАНАСЕНКО**; НТУ «ХПИ»

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ХОЛОДНОЙ ВЫТЯЖКЕ ЛИСТОВОГО МАТЕРИАЛА

Надана методика оцінки граничного тиску для формоутворення сферичної витяжки заданої глибини в тонкій пластині під дією рівномірного тиску. Кількісні дані приведені для пластин з кузовних автомобільних сталей.

The method of estimation of maximum pressures for creation of spherical extraction of the given depth in a lamina under action of the even pressure is given. Quantitative information is resulted for plates from basket motor-car steels.

1. Введение. Современное состояние машиностроения характеризуется широким использованием тонкостенных элементов в конструкциях. В частности, автомобилестроение уже невозможно представить без применения тонкостенных кузовных элементов. Повышение жесткости таких пластинчато-оболочечных элементов достигается за счет создания технологических вытяжек разнообразных форм или введения ребер жесткости. При ремонтных и восстановительных операциях кузовных элементов современных автомобилей большое значение приобретает достоверная информация о возможностях традиционных технологических процессов, использующих методы пластической обработки материалов. Одним из основных параметров в таких операциях является создание необходимых по величине давлений для формообразования вытяжек различных конфигураций. Достоверное определение требуемых уровней давлений при вытяжке даже простых форм невозможно без корректной информации о прочностных и пластических свойствах материала.

В настоящей работе предпринята попытка разработки методики оценки предельных по величине давлений для создания сферической по форме вытяжки. Вытяжка заданной глубины формируется в тонкой пластинчатой заготовке из специальной стали, применяемой в автомобилестроении для производства кузовных элементов. На основе результатов анализа разработанной механико-математической модели процесса вытяжки (штамповки) сферической лунки заданного радиуса в плоском стальном листе получены медианные зависимости предельных давлений от глубины лунки в заданном доверительном интервале, определяемом по случайным отклонениям физико-механических свойств материала.

2. Механико-математическая модель. Расчетная модель процесса штамповки сферической лунки радиуса R и максимальной глубины w в плоском стальном листе толщиной t схематично приведена на рис. 1. К круглой

листовой заготовке, которая на наружном радиусе обжата двумя массивными кольцами, прикладывается квазистатическое равномерное давление $P(r) = p$. Прижимные кольца закреплены в направляющих пресс-формы.

Сформированная расчетная модель процесса вытяжки отвечает условиям математической модели структурно связанных технологических систем. Основные принципы создания таких моделей описаны в работе [1].

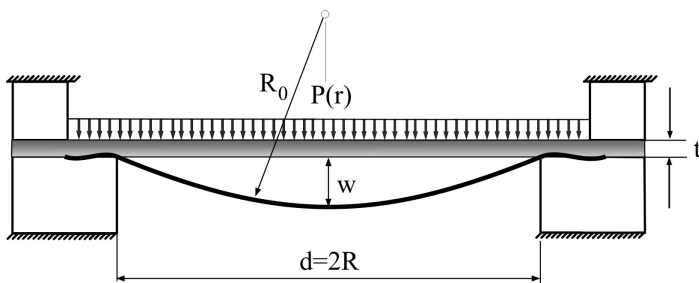


Рисунок 1 – Расчетная модель сферической вытяжки

Сила прижима заготовки в кольцах определяется из решения соответствующей смешанной контактной задачи для структурно связанных систем с использованием исследовательского программного комплекса SPACE-T [2,3]. Эффекты проскальзывания в опорных элементах наблюдаются при значительных прогибах заготовки, соизмеримых с ее размерами в плане ($R/w > 1,5$). Отметим, что требуемые значения сил прижима опорных колец позволяют в рассматриваемом случае использовать мобильные нагрузочные устройства, что весьма важно при ремонтных работах.

Использование обобщенных математических моделей структурно связанных технологических систем является целесообразным при определении параметров вытяжки сложных форм, требующих использования несимметричных матриц и реализации достаточно непростых законов распределений давлений по поверхности листовой заготовки.

В случае анализа условий вытяжки осесимметричной формы введем упрощающие предположения, позволяющие достаточно просто оценить в физическом плане влияние реальных механических свойств материала на процессы пластического течения при формообразовании. При определении предельного давления для формообразования в тонкой пластине сферической лунки заданной глубины w примем, что форма лунки – сфера радиуса R_0 (рис. 2).

Кроме этого примем, что влияние эффектов контактных взаимодействий в граничных закреплениях заготовки незначительно. Так как толщина пластинки t является достаточно малой величиной $t/R \leq 0,1$; $t/R_0 \leq 0,1$ по сравнению с радиусом сферической лунки R_0 и радиусом круглой заготовки диаметром $2R$, то при рассматриваемых законах нагружения с высокой степенью достоверности можно принять закон равномерного распределения напряже-

ний по толщине заготовки. Другими словами, можно считать напряженное состояние при вытяжке безмоментным.

Кроме этого, предполагаем, что выполняются условия простого нагружения, приводящие к известным условиям деформационной теории пластичности.

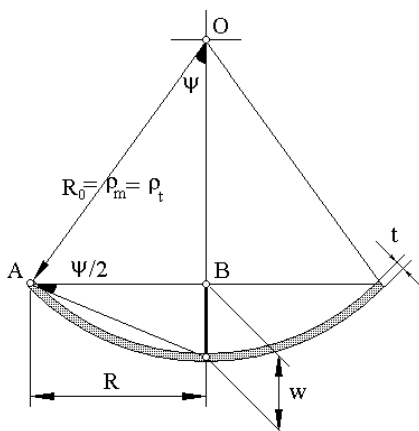


Рисунок 2 – Геометрическая схема

3. Основные уравнения состояния. При принятых выше допущениях, обобщенные уравнения состояния при холодной вытяжке приняты в виде тензорно-линейных соотношений:

$$\varepsilon_{ij} = A_{ijkl} \sigma_{kl}, \quad (1)$$

где $\sigma = \sigma_{ij}$, $\varepsilon = \varepsilon_{ij}$ тензоры напряжений и деформаций; A_{ijkl} – компоненты тензора, которым определяются свойства деформирования материала. Большинство конструкционных материалов можно рассматривать кусочно-однородными с различными физико-механическими свойствами в пределах однородных областей. В пределах упругого деформирования соотношения

(1) отвечают обобщенному закону Гука. Для упруго-пластического деформирования приведенные соотношения в форме переменных параметров упругости соответствуют теории малых упруго-пластических деформаций Ильюшина, причем компоненты тензора A_{ijkl} определяются в виде:

$$A_{ijkl} = \frac{1}{E_*} \left[(1 + \nu_*) \delta_{ik} \delta_{jl} - \nu_* \delta_{ij} \delta_{kl} \right], \quad (2)$$

где E_* , ν_* – переменные параметры упругости, которые имеют известные выражения через интенсивности напряжений и деформаций, отвечающих диаграмме деформирования. Соотношения (1), (2) являются справедливыми для простых или близких к ним процессах нагружения.

Для сложных процессов нагружения целесообразно использовать теории пластического течения. В работе использована теория Прандтля-Рейса с соотношениями:

$$d(\varepsilon_{ij})_p = \frac{1}{2G} \left[d\sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{3\nu}{1+\nu} d\sigma_0 \right] + \frac{1}{\sigma_i} \sqrt{\frac{3}{2}} d(\varepsilon_{ij})_p d(\varepsilon_{ij})_p (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0). \quad (3)$$

К уравнениям (3) добавлена зависимость между интенсивностью напряжений и мерой пластической деформации в виде $\sigma_i = H(\chi(\varepsilon_i^p))$ и теория пластичности, ассоциированная с условиями пластичности для изотропных материалов с трансляционным анизотропным упрочнением:

$$d\epsilon_{ij} = A_{ijk\ell} d\sigma_{ij}. \quad (4)$$

Использование приведенных соотношений в дальнейших количественных расчетах предполагает наличие достоверной информации о диаграммах деформирования материала. Поэтому для прогнозирования параметров процесса вытяжки в заготовках из реальных автомобильных сталей были проведены стандартные испытания на растяжение.

Испытания проводились на разрывной машина FP 100/1, которая оснащена индукционным силовым измерителем и усовершенствованным диаграммным аппаратом для съема информации в бортовой компьютер. Из кузовных элементов (крылья, крышки капотов и другое) выбирались практически плоские участки, из которых далее были изготовлены стандартные плоские образцы. Результаты проведенных серийных испытаний (количество образцов в серии 7...15) для автомобильных сталей, используемых известными фирмами – ВАЗ, Mitsubishi, Opel, обработаны с помощью статистического пакета MicroCAL Origin 6.0. Медианные диаграммы растяжения с доверительной вероятностью 0,95, приведенные на рис. 3, далее использованы в расчетах по определению предельных давлений при вытяжке сферической формы заданной глубины.

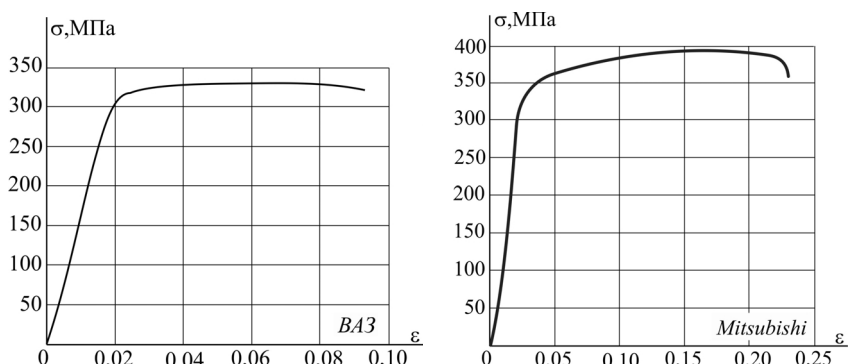


Рисунок 3 – Диаграммы деформирования автомобильных сталей

Отметим характерную особенность диаграмм деформирования автомобильных сталей, заключающуюся в практическом отсутствии зон упрочнения материала. Поэтому для таких сталей достаточно использовать соотношения деформационной теории пластичности (1), (2).

4. Количественные результаты. Решим задачу приближенно, принимая, что напряженное состояние является безмоментным и форма вытяжки близка к сферической. Как уже отмечалось, такое предположение сильно не искажает количественные результаты, по крайней мере, для рассматриваемых классов сталей. С учетом геометрической схемы процесса вытяжки (рис. 2)

для сферической формы интенсивность деформации равна $\epsilon_i = \frac{4}{3} \frac{w^2}{R^2}$. Задаваясь величиной прогиба w , далее в условиях простого нагружения по диаграмме деформирования (рис. 3) определяем величину интенсивности напряжений $\sigma_i = \frac{pR^2}{4tw}$. Принимая толщину плоской заготовки $t = 1$ мм, радиус сферической вытяжки $R = 30$ мм, легко определить величину давления p . Результаты указанных расчетов показаны на рис. 4.

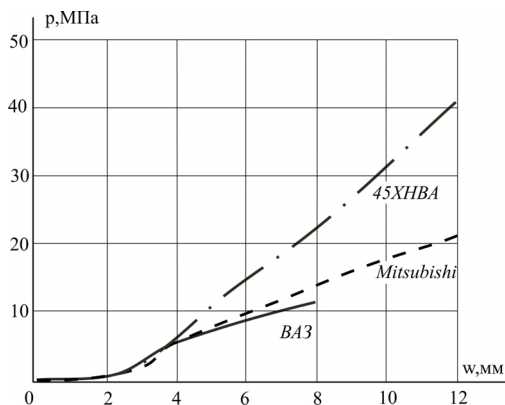


Рисунок 4 – Предельные давления для сферической вытяжки

5. Выводы. В настоящей работе изложен один из возможных подходов, позволяющий с заданной степенью достоверности получить прогноз на величину необходимого давления для формообразования сферической вытяжки в тонкой пластине. Представленные результаты могут быть приняты в качестве исходной информации для разработки технологических условий штамповки вытяжек в плоских заготовках. При анализе процессов вытяжки в заготовках из сталей, диаграммы деформирования которых имеют зоны упрочнения, необходимо использовать указанную ассоциированную теорию пластического течения.

Список литературы: 1. Автономова Л.В., Бондарь С.В., Лавинский В.И. Узагальнена математична модель структурно зв'язаних механічних систем // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2003. – Вып. 12, т. 1. – С. 156-160. 2. Бондарь С.В., Зубатый С.С., Киркач Б.Н., Лавинский В.И. Программный комплекс SPACE-T для решения термоупругопластических контактных задач // Республ. межвед. науч.-техн. сборн. «Динамика и прочность машин». – Харьков: ХГПУ. – 2000. – Вып. 57. – С. 24-34. 3. Лавинский В.И. Исследование прочности и жесткости структурно взаимосвязанных механических систем // Вісник Харківського державного політехнічного університету. – Харків: ХДПУ. – 2000. – Вип. 116. – С. 86-97.

Поступила в редколлегию 05.09.2007

Г.О.АНИЩЕНКО, канд.техн.наук;

О.К.МОРАЧКОВСКИЙ, докт.техн.наук; НТУ «ХПИ»

ОБЗОР РЕШЕНИЙ ЗАДАЧ ПОЛЗУЧЕСТИ И РАЗРУШЕНИЯ ЕЛОЧНЫХ ЗАМКОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ЛОПАТОК ГТД

Надано огляд рішень проблем повзучості й руйнування ялинкового замкового з'єднання лопаток авіаційних газотурбінних двигунів. Розглянуті дослідження різних авторів, які містять чисельні розв'язки плоских й просторових задач статичної та динамічної повзучості.

The survey of solutions of problems of creep and fracture of the fur-tree lock of connection of shovels of aviation gas turbine engines is presented. The researches of different authors containing numerical solutions of plane and space problems for static and dynamic creep-damage are considered.

Актуальность темы. Проблемы ползучести и длительной прочности особенно актуальны для энергомашиностроения в связи с усовершенствованием и обеспечением долговечности турбомашин различной мощности турбоагрегатов, повышенными требованиями к условиям их эксплуатации. Лопатки компрессоров и турбин и их замковые соединения работают в сложных силовых и температурных условиях и относятся к числу наиболее ответственных деталей газотурбинного двигателя. Одной из важных здесь является проблема исследование причин разрушения отдельных узлов и агрегатов турбомашин, требующая усовершенствования расчетов их на длительную прочность. Как отмечается в работе [1] главной причиной разрушения лопаток газотурбинных двигателей (61 % отказов) является их недостаточная прочность и процессы накопления повреждений вследствие ползучести и усталости. При этом 9 % разрушений лопаток и их соединений связано с недопустимыми деформациями и статическим разрушением, а 42 % разрушений и трещин вызвано влиянием переменных напряжений.

В процессе эксплуатации турбомашин лопатки и их замковые соединения находятся под действием центробежных сил и моментов от центробежных сил, возникающих при смещении центров тяжести поперечных сечений лопатки по отношению к радиусу диска, моментов газовых усилий в осевой плоскости и в плоскости вращения ротора. Кроме того, газовые турбины работают в сложных температурных условиях, что способствует развитию в лопатках, дисках и их соединениях деформаций ползучести. Для газотурбинных двигателей типичны такие рабочие режимы, когда лопатки и их замковые соединения испытывают действие высокочастотных циклических нагрузок, вызванных неравномерностью газового потока.

Экспериментальные исследования по ползучести весьма затруднены [3], поэтому расчетные исследования напряженно – деформированного состояния элементов энергетических машин при ползучести имеют большое значение

для достоверной оценки их длительной прочности при циклических воздействиях. Кроме того, методы расчеты на длительную прочность являются важной составной частью в проектировании турбин.

Состояние проблемы. До середины прошлого столетия расчеты на длительную прочность лопаток и их соединений проводились отдельно на статическую ползучесть и усталость. В традиционных расчетах методы базировались на подходах, сформировавшихся в период становления теории ползучести, и заключались в определении напряженного установившегося состояния при стационарном нагружении для оценки времени до разрушения по критерию длительной прочности [2,4-5]. В этих расчетах действие циклического нагружения не учитывалось. При этом в расчетах на усталость использовались модели усталостного разрушения, а влияние статической нагрузки учитывалось по «граничным» диаграммам [1]. Однако, как отмечалось ранее, высокотемпературная ползучесть лопаток ГТД и их замковых соединений - это сложный процесс, происходящий под действием не только значительных стационарных нагрузок, вызванных центробежными силами, но и при циклическом нагружении, вызванном в основном неравномерностью газового потока.

Предложенные и обоснованные в работах [5-9] методы расчета на длительную прочность основаны на современных представлениях о ползучести и разрушении тел, включает достижения в области континуальной механики повреждаемости, и расширяют возможности расчетов на ползучесть, в частности, для случая высокочастотного циклического нагружения. В рамках этого подхода процессы микроповреждений при ползучести описываются соотношениями, ранее предложенными Работновым и Качановым. При рассеянных микроповреждениях параметр повреждаемости $\omega = \omega(x,t)$ принимается скалярной функцией координат точек тела и времени. На стадии скрытого разрушения $0 \leq t < t_c$ (t_c – время окончания скрытого разрушения) в точках конструктивного элемента происходит накопление повреждаемости от $\omega(x,0) = 0$ до $\omega(x,t_c) = \omega_*$ в момент окончания скрытого разрушения. Обычно принимают $\omega_* \cong 1$.

В работе [8] на основании теоретических подходов и численных методов расчета на ползучесть и повреждаемость в плоских конструктивных элементах машин при совместном действии статических и циклических нагрузок, представленных ранее в работах [6,7], выполнены расчеты ползучести и длительной прочности елочного замкового соединения ГТД. Здесь приведены результаты численного анализа напряженно-деформированного состояния, накопления повреждаемости и разрушения вследствие динамической ползучести при температуре 700 °С для елочного замкового соединения лопатки второй ступени ГТД из жаропрочного сплава ЭИ-617 (ХН70ВМТЮ).

Расчетами установлено время до окончания скрытого разрушения, которое оказалось равным $t_c = 6760$ часов при статическом нагружении центро-

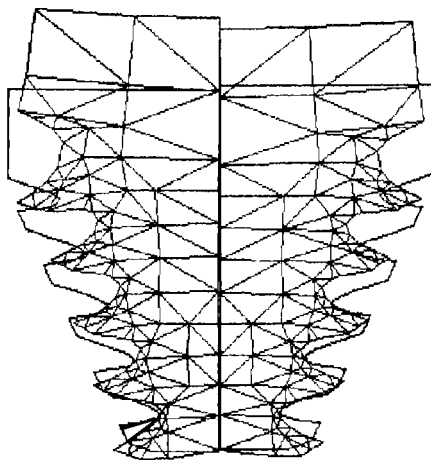
бежными усилиями $\sigma_0 = 110$ МПа при температуре 700 °С. Коэффициент концентрации напряжений во впадине первого зуба достигает 3,5. Во всех зубьях максимальные напряжения локализуются на некотором расстоянии от дна впадины, а по мере удаления от корня лопатки их значения уменьшаются. Через 100 часов работы вследствие установления ползучести отмечается снижение уровня максимальных напряжений во впадинах всех зубьев. На этой стадии влияние поврежденности весьма мало. Затем в замковом соединении происходит процесс накопления повреждаемости при существенном перераспределении напряжений по телу замка. Напряжения перед разрушением не соответствуют установившимся, как это предполагается в традиционных методах расчета [2,4].

Зоны с максимальными значениями параметра повреждаемости, локализованы вблизи впадин каждого из зубьев замкового соединения. Так, например, в момент окончания скрытого разрушения значения $\omega_{\max}^i$ (i – номер зуба) оказались следующими: $\omega_{\max}^1 = 0,994$; $\omega_{\max}^2 = 0,426$; $\omega_{\max}^3 = 0,359$; $\omega_{\max}^4 = 0,217$; $\omega_{\max}^5 = 0,128$. Разрушение соединения начинается во впадине первого зуба, где параметр повреждаемости достигает наибольшего значения, равного предельному – $\omega_* \equiv 1$. Эти данные согласуются с расчетными данными работы [9], в которой проведено численное исследование ползучести елочного хвостовика лопатки авиационного ГТД на основе полуаналитического метода конечных элементов

В работе [9] на основании численных методов расчета на ползучесть и повреждаемость пространственных элементах елочного хвостовика лопатки авиационного ГТД при статических нагрузках, представлены распределения повреждаемости в момент начала разрушения ($\omega_{\max}^1 = 0,94$; $\omega_{\max}^2 = 0,372$; $\omega_{\max}^3 = 0,223$; $\omega_{\max}^4 = 0,074$). Здесь приведены результаты численного анализа напряженно-деформированного состояния, накопления повреждаемости и время до начала разрушения составило 1580 часов. Расположение зон разрушения совпадает с [8]. Решение задачи в пространственной постановке с учетом совместного действия изгибающих и растягивающих усилий уменьшает значение времени до начала разрушения на 25 %.

В работе [8] также рассмотрены результаты влияния циклической нагрузки $P_a \sin \Omega t$, наложенной на центробежные силы P_0 . Моделирование динамической ползучести выполнялось для различных значений параметра асимметрии цикла нагружения $A = P_a/P_0$: 0,25; 0,3; 0,5. На рисунке представлено формоизменение замкового соединения (в масштабе 200 : 1): слева – при действии статического нагружения $P = P_0$ ($t_c = 6760$ ч), справа – при наложении циклической составляющей $P_a = 0,25 P_0$ ($t_c = 2330$ ч). Отметим, что окончание скрытого разрушения при циклическом нагружении происходит при не столь существенном формоизменении за время до разрушения, чем при статическом нагружении. Это объясняется тем, что в условиях циклического нагружения происходит более интенсивное накопление повреждаемости и со-

кращение времени до разрушения, хотя скорость динамической ползучести заметно увеличивается.



Формоизменение замкового соединения

Распределение интенсивности напряжений σ_i для статического и циклического нагружения различной составляющей внешней нагрузки имеют существенные различия перед разрушением. Вблизи оси замкового соединения значения σ_i изменяются в диапазоне от 130-180 МПа до 100-150 МПа, уровень максимальных значений σ_i снижается 320-390 МПа до 180-230 МПа. При динамической ползучести во впадине первого зуба σ_i снижаются на меньшую величину, чем при статической ползучести, причем, чем больше величина P_a , тем большие значения $\sigma_i(t_c)$ в окрестности впадины.

Сравнительные данные проведенных исследований сведены в таблицу, анализ которой позволяет сделать следующие выводы. При циклическом нагружении замкового соединения вдали от резонанса большее значение на время окончания скрытого разрушения t_c оказывает величина параметра асимметрии цикла внешней нагрузки A . Наложение даже незначительной амплитудной составляющей $P_a = 0,1 P_0$ сокращает время $t_c = 6760$ часов, как было установлено расчетами статической ползучести с нагрузкой $P = P_0$ ($A = 0$), до 5120 ч ($A = 0,1$). Увеличение величины амплитудной составляющей, например до $P_a = 0,25 P_0$ уменьшает время t_c примерно в 3 раза, а до $P_a = 0,5 P_0$ – почти в 12 раз.

A	P = P ₀ (1 + A)			P = P ₀ (1 + A sin Ωt)		
	σ _v ^{max} (0), МПа	σ _v (t _c), МПа	t _c , ч	σ _v ^{max} (0), МПа	σ _v (t _c), МПа	t _c , ч
0	407,7	34,3	6760	407,7	34,3	6760
0,1	448,5	27,2	2690	407,7	22,03	5120
0,25	509,6	209,5	700	407,7	73,88	2330
0,5	611,6	457,6	122	407,7	218	534

Установлено, что замена расчетов на динамическую ползучесть расчетами на статическую ползучесть с нагрузкой, равной максимальному ее значению в цикле, приводит к снижению расчетного времени окончания скрыто-

го разрушения рассматриваемой конструкции. Так, например, при статической нагрузке $P = 1,1 P_0$, равной максимальной за цикл при $A = 0,1$, время t_c меньше примерно в 2 раза, чем при действии соответствующей циклической нагрузки, при $P = 1,25 P_0$ – в 3,3 раза, а при $P = 1,5 P_0$ – уже в 4,4 раза.

Таким образом, влияние циклического нагружения на напряженно-деформированное состояние и длительную прочность елочного замкового соединения лопаток турбомашин даже при небольших значениях коэффициента асимметрии цикла внешней нагрузки A весьма существенно. При этом, замена расчета динамической ползучести рассматриваемой детали при ее циклическом нагружении на расчет статической ползучести не является адекватной для оценки длительной прочности, так как приводит к завышению значений узловых перемещений и снижению времени до окончания скрытого разрушения.

После окончания периода скрытого разрушения (с момента времени t_c) в некоторой точке или области конструктивного элемента процесс накопления рассеянных повреждений становится неустойчивым и образовавшиеся микротрещины сливаются в макротрещину. Дальнейшее разрушение происходит преимущественно вследствие роста магистральных трещин. Точный анализ развития последних затруднен. Приближенное же описание макроразрушения при $t > t_c$ с момента окончания скрытого микроразрушения можно выполнить введением движущегося фронта разрушения. В момент окончания скрытого разрушения в некоторой области, в точках которой $\omega = \omega_*$, образуется фронт разрушения и новые микротрещины, продвижением фронта завершается полное разрушение конструктивного элемента. Для оценки ресурса конструктивного элемента в условиях ползучести можно принять $t_{cr} \cong t_c + t_{fr}$, где t_{fr} – время распространения фронта разрушения.

В работах [10,11] предложен метод численного анализа распространения макротрещины в елочном замковом соединении турбинной лопатки газотурбинного двигателя (ГТД), для которого ранее в работе [8] определен ресурс по критерию зарождения макротрещины и установлено время распространения фронта разрушения $t_{fr} \cong 2700$ часов, продвижение которого происходит между первым и вторым зубьями замка. Вначале фронт разрушения продвигается по телу замка с максимальной скоростью. Затем фронт медленно продвигается с постоянной скоростью до его распространения на глубину $l_* \cong 0,65 \cdot 10^{-3}$ м, что отвечает разрыву связи в передаче нагрузки на первый зуб. Далее фронт распространяется с увеличением скорости и в момент времени $t_{cr} \cong t_c + t_{fr} \cong 9500$ часов корневая нагрузка замка уже воспринимается только четырьмя зубьями зацепления, что существенно и ускоряет процесс разрушения соединения. Найденное время разрушения первого зуба можно рекомендовать в качестве оценки времени полного разрушения замкового соединения.

Время «доживания» замкового соединения после завершения скрытого

разрушения составляет примерно 40 % от этого времени и 28,8 % от времени полного разрушения. Заметная продолжительность времени полного разрушения конструкции объясняется существенным перераспределением напряженно-деформированного состояния при ползучести и высокой вязкостью материала.

Практическая ценность предложенного [10,11] метода состоит в возможности его использования для оценки ресурса «доживания» конструктивных элементов энергетических машин после завершения в них процессов скрытого накопления повреждений, происходящих до появления макротрещин. Это время позволяет установить остаточный ресурс машин после возникновения в них макротрещин.

Выводы. Предоставлен обзор решений проблем ползучести и разрушение елочного замкового соединения лопаток авиационных газотурбинных двигателей. Рассмотрены исследования разных авторов, которые содержат численные решения плоских и пространственных задач статической и динамической ползучести. Сопоставления результатов позволяют сделать вывод об их хорошем соответствии, что позволяет положить их в основу дальнейших исследований.

Список литературы. 1. Несущая способность рабочих лопаток ГТД при вибрационных нагружениях / Троценко В.Т., Матвеев В.В., Грязнов Б.А. и др. – Киев, Наукова думка, 1981. – 316 с. 2. Мавлютов Р.Р. Концентрация напряжений в элементах машиностроительных конструкций. – М.: Наука, 1981. – 141 с. 3. Сухинин В.П. Расчет нагрузочных и деформационных характеристик елочных хвостовых соединений рабочих лопаток паровых турбин // Проблемы машиностроения. – 2005. – Том. 8, № 1. – С. 38-46. 4. Малинин Н.Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1981. – 221 с. 5. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикладная механика. – 1992. – Т. 28, № 8. – С. 17-23. 6. Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Нелинейная ползучесть и разрушение плоских тел при высокочастотном циклическом нагружении // Прикладная механика. – 1998. – Том 34, № 3. – С. 97-103. 7. Анищенко Г.О., Бреславский Д.В. Ползучесть и повреждаемость в телах при плоском напряженном состоянии // Динамика и прочность машин. – 1997. – Харьков: ХГПУ. – Вып. 55. – С. 23-32. 8. Анищенко Г.О., Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Ползучесть и длительная прочность елочного замкового соединения ГТД при совместном действии статических и циклических нагрузок // Проблемы прочности, 1998. – № 19 (331). – С. 34-40. 9. Баженов В.А., Гуляев А.И., Майборода Е.Е., Пискунов С.О. Численное исследование ползучести элементов паровых и газовых турбин // Вибрации в технике и технологиях. – 2001. – № 5(21). – С. 109-111. 10. Морачковский О.К., Анищенко Г.О. Распространение трещин вследствие ползучести и численный анализ накопления повреждений в пластинах с надрезами // Резание и инструмент в технологических системах. – Харьков: ХГПУ. – 1995-1996. – Вып. 50. – С. 226-228. 11. Анищенко Г.О. Численный анализ макроразрушения для оценки ресурса замкового соединения лопаток газотурбинных дисков // Вісник Інженерної академії України, KB N2635, Спеціальний випуск 2000. – Київ. – 2000. – С. 379-382.

Поступила в редколлегию 08.11.2007

О.А.БАБИЧ, О.І.ТРУБАЄВ, канд. техн. наук; НТУ «ХПІ»;
І.В.ЧАЛИЙ, канд. техн. наук; ХНТУСГ ім. Петра Василенка

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТРІЙНИКОВИХ З'ЄДНАНЬ ТРУБОПРОВІДІВ ГІДРОСИСТЕМ

В роботі досліджувався напружено-деформований стан (НДС) трійникового з'єднання труб гідроприводу пресу під дією внутрішнього тиску. Розглядалося дві моделі конструктивної реалізації з'єднання.

The stressedly-deformed state of t-junction of connection of pipes of a hydraulic drive press under an operation of internal pressure is examined. Two models of constructive realization of connection were considered.

Трубопроводи металургійної та інших промислових галузей представляють собою просторову розгалужену систему, яка навантажена внутрішнім тиском. Небезпечними з точки зору напружено-деформованого стану в таких конструкціях є місця різкої зміни геометрії, зокрема трійникові з'єднання. Зважаючи на це, ще на стадії проектування таким місцям необхідно приділяти особливу увагу.

Дослідженню трійникових з'єднань трубопроводів присвячена досить велика кількість як експериментальних [1], так і теоретичних [2-3] робіт. Останні в основному базуються на застосуванні теорії тонких оболонок. У нормах розрахунку на міцність устаткування й трубопроводів атомних енергетичних установок [4] запропоновані наближені інженерні методики розрахунку напружень у трійникових з'єднаннях, в яких труба й штуцер перетинаються під прямим кутом. Застосування теорії тонких оболонок для розрахунку товстостінних трійникових з'єднань не дозволяє одержати досить повну картину напруженого стану в місці з'єднання труби й штуцера, що особливо важливо при наступній оцінці їхньої довговічності [5]. Тому розрахунок напруженого стану трійникових з'єднань доцільно проводити з позицій тривимірної теорії пружності із залученням ефективних чисельних методів, зокрема методу скінченних елементів (МСЕ) [6].

Аналіз навантажень гідросистеми копрового пресу, що виникають в процесі експлуатації [7], показав що трубопровідна система працює в умовах квазістатичного навантаження, де максимальні значення внутрішнього тиску досягають 29 МПа. У зв'язку з цим представляє інтерес дослідження напруженого стану, що виникає при максимальних експлуатаційних навантаженнях.

На рис. 1 представлено схематичне зображення геометрії трійникового з'єднання виділеного з просторового трубопроводу гідросистеми копрового пресу, що підводить робочу рідину до гідророзподільників. Матеріал – сталь Ст3. Трійник жорстко закріплений з усіх боків.

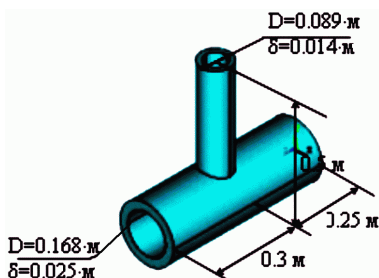


Рисунок 1 – Геометрія конструкції трійника

Для дослідження НДС трійникового з'єднання в даній роботі побудовані твердотільні моделі за двома конструктивними схемами трійника (рис. 2).

Для вибору адекватної скінченно-елементної (СЕ) моделі попередньо проведені розрахунки статичної міцності трійника, навантаженого внутрішнім тиском $P = 29$ МПа, який відповідає максимальному значенню тиску в процесі експлуатації. В табл. 1 наведені максимальні значення еквівалентних напружень по

Мізесу та сумарних переміщень, отриманих з використанням різних СЕ моделей для трійникового з'єднання, побудованого за схемою 2 на основі об'ємного 20-вузлового елемента.

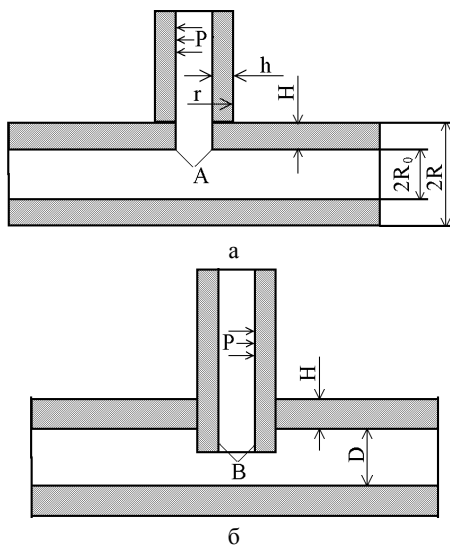


Рисунок 2 – Схеми трійника (а – схема 1, б – схема 2)

Таблиця 1

№ СЕ моделі	Розмір елемента	Порядок розрахункових рівнянь	Максимальні напруження, МПа	Максимальні переміщення, м
1	δ^*	36876	325	$0.404 \cdot 10^{-4}$
2	$\delta/2$	279450	334	$0.411 \cdot 10^{-4}$
3	$\delta/3$	754218	339	$0.412 \cdot 10^{-4}$

* -- δ – товщина труби

Подальші розрахунки проводили з використанням SE моделі №2, оскільки ця модель забезпечує достатню точність при розрахунках напружень та переміщень, що видно з досліджень збіжності результатів (табл. 1). Статичний аналіз конструкцій для двох конструктивних схем (рис. 2) виявив місця максимальних напружень (рис. 3 та рис. 4).

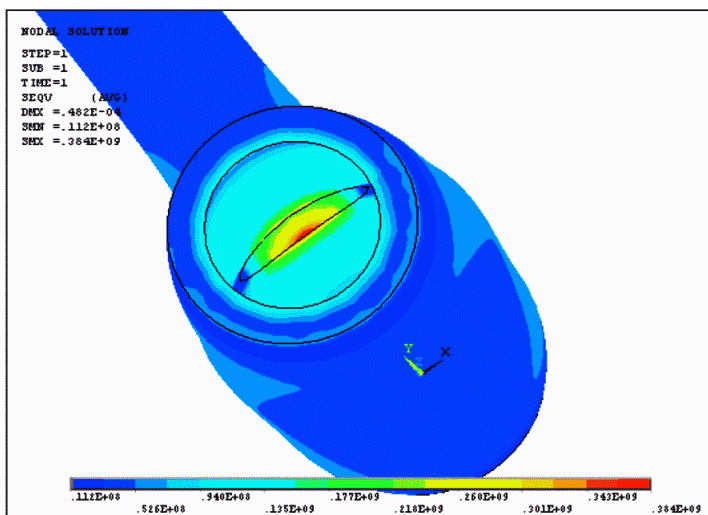


Рисунок 3 – НДС конструкції побудованої за схемою 1

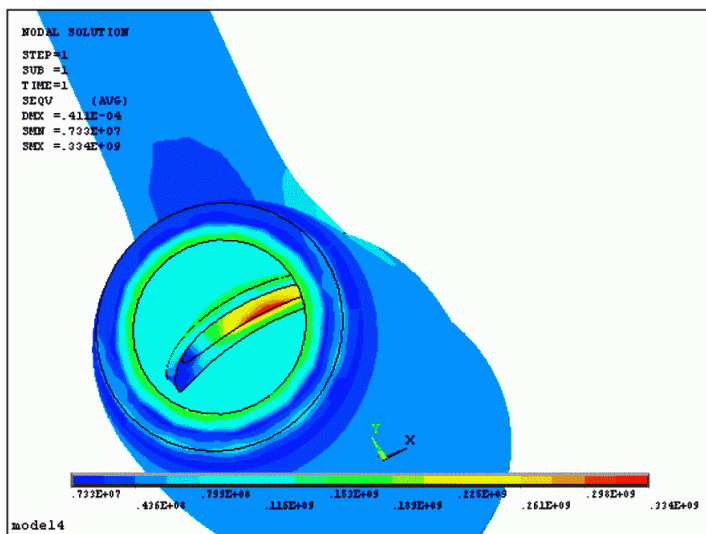


Рисунок 4 – НДС конструкції побудованої за схемою 2

В результаті проведеного аналізу, були виявлені області виникнення максимальних напружень. Для оцінки чисельних значень напружень порівняємо їх з границею текучості та границею міцності. Для матеріалу Ст3 $[\sigma_T] = 210 \div 240$ МПа та $[\sigma_M] = 380 \div 470$ МПа. У нашій конструкції максимальні напруження виникають на внутрішній поверхні трійника в зоні різкої зміни геометрії і дорівнюють для схем 1 та 2 відповідно 384 МПа, 334 МПа. (рис. 3, 4). Проте, в таких зонах різкої зміни геометрії (отвори, галтели, виточки і т.п.) має місце локальний зріст напружень. При пружних деформаціях максимальне напруження $\sigma_{\max}$ в цій області визначають як добуток номінального напруження $\sigma_{\text{ном}}$ на коефіцієнт концентрації α_σ [4] :

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\text{ном}} \alpha_\sigma. \quad (1)$$

У правилах та нормах в атомній енергетиці[4] приведені коефіцієнти концентрації α_σ отримані з експерименту чи розрахунку. Для трійникових з'єднань різної геометрії (схема 1,2): $\alpha_{\sigma 1} = 4,19$, $\alpha_{\sigma 2} = 2,01$.

Провівши аналіз результатів, ми отримали градієнт розподілення напружень по конструкції. Якщо дослідити зміну напружень в околиці точки максимуму, то ми можемо визначити номінальне напруження.

Дослідивши таким чином конструкцію ми отримали значення номінальних напружень за МСЕ для розглянутих схем: схема 1– $\sigma_{\text{ном}1} = 94$ МПа; схема 2 – $\sigma_{\text{ном}2} = 79$ МПа.

Значення номінальних напружень можна також визначити аналітично. Для геометрії конструкції, що відповідає схемі 1 (рис. 2, а) використовується формула 2, для схеми 2 (рис. 2, б) – формула 3 [4].

$$\sigma_{\text{ном}} = p \frac{R^2 + R_0^2}{R^2 - R_0^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_{\text{ном}} = p \frac{D + H}{2H}. \quad (3)$$

Скориставшись наведеними формулами визначили аналітично номінальні напруження для схем 1, 2: $\sigma'_{\text{ном}1} = 98$ МПа, $\sigma'_{\text{ном}2} = 82,94$ МПа. Як бачимо, результат отриманий за допомогою МСЕ відрізняється від аналітичного рішення не більше ніж на 5 %.

В табл. 2 наведені рішення отримані відповідно з формулою (1) з урахуванням номінальних напружень отриманих аналітично (формули 2,3) та чисельно згідно МСЕ.

Таблиця 2 – Максимальні напруження

	Аналітичне рішення, МПа	Рішення отримане по МСЕ, МПа
$\sigma_{\max 1}$	410,62	393,86
$\sigma_{\max 2}$	166,7094	158,79

Аналізуючи отримані результати, ми бачимо, що напруження для схеми 1 перевищують границю текучості, але не перевищують границю міцності. Це

говорить про те, що конструкція одразу не зруйнується. Проте, враховуючи, що система працює в умовах циклічного навантаження рекомендується проводити дослідження ресурсу з урахуванням пружно-пластичних деформацій, а також, має сенс зміцнення конструкції. Проте для схеми 2 ми спостерігаємо напруження, що не перевищують допустимі. Отже ми можемо зробити висновок, що така побудова трійникового з'єднання для заданої геометрії та умов навантаження є рішенням проблеми виникнення небезпечних напружень.

Список літератури: 1. Скопинский В.Н., Казачкин А.В. Расчетный экспериментальный анализ тройниковых соединений с отбортовкой // Проблемы прочности. – 1994. – № 11. – С. 69-74. 2. Шрон Р.З., Гецфрид Э.И., Гооге С.Ю. и др. Длительная прочность тройниковых сварных соединений трубопроводов // Проблемы прочности. – 1992 – № 2. – С. 40-45. 3. Стрельченко А.С., Стрельченко И.Г. Напряженное состояние пересекающихся цилиндрических оболочек с учетом поперечного сдвига обжатия // Проблемы прочности. – 1992. – № 2. – С. 61-67. 4. Нормы расчета на прочность оборудования и Трубопроводов атомных энергетических установок (ПНАЭ Г-7-002-86) (Правила и нормы в атомной энергетике) / Госатомэнергонадзор СССР – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 525 с. 5. С.В.Кобельский, В.И.Кравченко, А.Л.Квитка и др. Анализ напряженного состояния в равнопроходных тройниковых соединениях трубопроводов // Проблемы прочности. – 1998. – № 6. – С. 116-122. 6. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. – М., Мир, 1975. – 342 с. 7. Астахова К.В., Жовдак В.А., Татьков В.В. и др. Вынужденные колебания трубопроводов гидросистемы копрового пресса // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Динаміка та міцність машин. – 2006. – № 32.

Надійшла до редколегії 21.11.2007

УДК 621.039.55:593.3

О.В.БИРЮКОВ, канд.техн.наук; ННЦ «ХФТИ», Харьков
Ю.М.АНДРЕЕВ, канд.техн.наук; **Д.В.ЛАВИНСКИЙ**, канд.техн.наук;
В.Н.СОБОЛЬ, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ПРИ ПАДЕНИИ КОНТЕЙНЕРА-УПАКОВКИ С РАДИОАКТИВНЫМИ ОТХОДАМИ

Представлено метод та результати аналізу динамічних реакцій, кінематичних параметрів та напружено-деформованого стану (НДС) при падіннях контейнера-упаковки (КУ) для транспортування радіоактивних відходів. Аналіз ударної взаємодії виконувався на базі САПР динаміки систем твердих тіл. Аналіз НДС конструктивних елементів КУ виконано методом скінчених елементів (МСЕ). Приведено розрахункові дані та рекомендації з удосконалення конструкції КУ.

The method and results of the analysis of dynamic reactions, kinematics parameters and stress-strain state for the falling nuclear waste package are presented. The analysis of impact interaction by using the SAE of multibody system dynamics is done. The stress-state analysis of the package elements by finite element method (FEM) is given.

Актуальность проблемы. Безопасная перевозка отработавшего топлива является обязательной для предприятий, организаций и учреждений, которые разрабатывают, изготавливают, испытывают и эксплуатируют транспортные упаковочные комплекты для перевозки и хранения делящихся ядерных материалов [1].

Правила МАГАТЭ [2] и отечественные стандарты предъявляют определенные требования к конструкциям транспортного комплекта в части обеспечения приемлемой безопасности отработавшего ядерного топлива, которые допускается обосновывать с помощью расчетов и другой аргументации, включая испытания масштабных моделей, прототипов или сочетание этих методов. В отдельных случаях принимается решение о необходимости проведения испытаний полномасштабного комплекта, несмотря на большие трудности и затраты испытаний крупногабаритных и массивных объектов.

Расчет кинематических параметров и силовых факторов проведен в целях прогноза конечного положения после падения на жесткое основание и оценки параметров напряженно-деформированного состояния (НДС) контейнера–упаковки (КУ). Расчет кинематических параметров – распределений векторов ускорений и угловых скоростей – и, силовых факторов – реакции основания – проведен на основе САПР динамики систем твердых тел при ударном взаимодействии с упруго-диссипативным основанием. Расчет НДС проведен на базе метода конечных элементов с учетом действия сил инерции.

Устройство для транспортировки высокоактивных радиационных отходов атомных станций. Высокоактивные отходы атомных транспортируются в контейнере-упаковке (КУ) [3], расчетная схема которой представлена на рис.1. КУ состоит из торцевого затвора (1); торцевого фланца (2); наружных и внутренних защитных труб (3,4); защитного слоя из материала-поглотителя (5); торцевого вкладыша (6) и тепловыделяющей сборки реактора (7), которая находится внутри КУ в свободном состоянии. С целью обеспечения герметичности конструкции торцевой затвор запрессован во фланец с натягом (рис. 2).

Постановка задачи. Оценить расчетным путем напряженно-деформированное состояние от удара в деталях КУ: затворе – 1; торцевом фланце – 2; в трубах защитных внутренней – 3 и наружной – 4; в слое защитном – 5; с целью прогноза последующей работоспособности конструкции, которая заключается в не нарушении герметичности торцевого затвора и не разрушении деталей КУ. Так как при решении задачи необходимо учитывать силы инерции, то рассмотрим далее соответствующую методику определения кинематических параметров.

Метод расчета кинематических параметров и силовых факторов. Решение динамических задач для конструкций, представленных твердыми

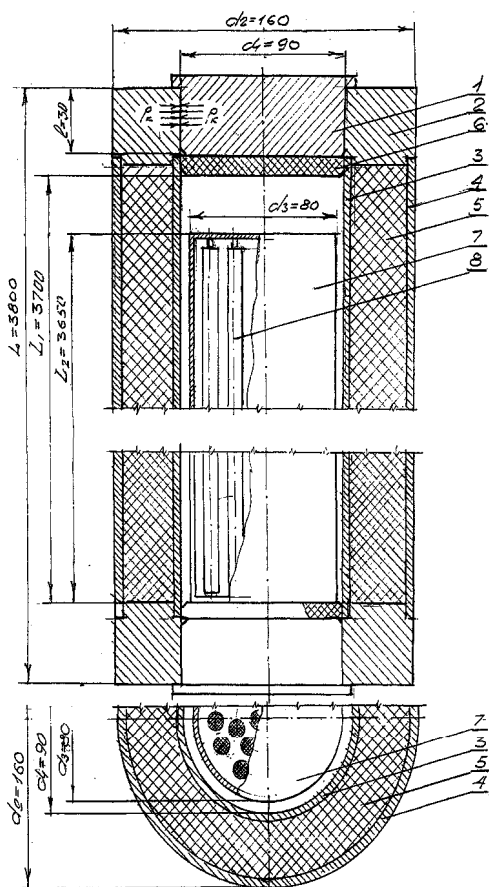


Рисунок 1 – Контейнер-упаковка для высоко-активных радиационных отходов атомных станций: 1 – торцевой затвор, сталь; 2 – торцевой фланец, сталь; 3 – труба защитная внутренняя, сталь; 4 – труба защитная наружная, сталь; 5 – слой защитный, керамический композитный материал-поглотитель (ккм-п); 6 – вкладыш торцевой, ккм-п; 7 – тепловыделяющая сборка (ТВС) реактора

диссипации – коэффициент восстановления при ударе. Таким образом, варьируя эти два параметра, можно добиться упругого удара с любым коэффициентом восстановления и любой длительностью удара. Анализ состава требуемых экспериментов, проведенные численные расчеты, рекомендации статьи

телами относительно легко реализуется на основе САПР динамики систем. Он позволяет автоматизировать получение уравнений движения широкого класса механических систем и численным интегрированием получить законы движения исследуемых объектов, а по ним – действующие силы. Это особенно актуально, когда приходится многократно решать такие задачи в процессе выбора конструкции проектируемого устройства. Особенностью задачи проектирования КУ является обеспечение возможности выдерживать значительные ударные нагрузки. Поэтому разработка эффективных алгоритмов решения таких задач для реальных объектов является актуальной проблемой. Более предпочтительным оказывается здесь способ, основанный на введении в механическую модель упруго-диссипативных взаимодействий, моделирующих удары. В данной работе эти силы считаются линейными. В любом случае (впрочем, как и в при использовании коэффициентов восстановления при ударе), надо привлекать дополнительные обоснования принятой модели таких взаимодействий. В данной работе было принято, что коэффициент жесткости определяет время взаимодействия, а также величину упругих деформаций, а коэффициент

решающему уравнению:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \tag{3}$$

Результаты расчетов. Расчеты проводились для следующих механических характеристик материала, представленных в таблице.

Расчеты кинематических и силовых факторов при ударном взаимодействии произведены для следующих условий нагружения: падение КУ в вертикальном положении на жесткую плиту с высоты 1,2 м; падение КУ под углом 60° и 45° к плите с высоты 0,3 м; вертикальное падение КУ на стальной штырь диаметра 150 мм, l = 200 мм с высоты 1 м; вертикальное падение стального стержня весом 6 кг, диаметра 32 мм, длиной 940 мм на торцевой затвор КУ с высоты 1 м. Расчеты позволили получить информацию о величинах и распределении нормальных реакций, векторов ускорений, скоростей, угловых скоростей и ускорений элементов КУ при ударах. На рис. 3 приведен график изменения во времени ускорения точек нижнего торца КУ при падении под углом 60°.

Механические свойства	Сталь 18Н10Т	ККМ-П
Модуль упругости, кг/см ²		
при растяжении – E · 10 ⁻⁶	2,01	0,95
при сжатии – E · 10 ⁻⁶	2,01	3,32
Коэффициент Пуассона	0,3	0,2
Плотность, г/см ³	7,95	2,6



Рисунок 3 – Зависимость от времени ускорений точек нижнего торца КУ

Помимо данных о ускорениях и скоростях, необходимых для дальнейшего кинетостатического анализа НДС, по результатам исследования ударно-

го взаимодействия были сделаны рекомендации по усовершенствованию конструкции торцевых затворов. Так при ударе краем КУ о плиту под определенным углом к его оси, ТВС также ударит изнутри по торцевому вкладышу, что приведет к появлению значительного вышибающего затвор усилия. Это может привести к «выворачиванию» затвора из фланца за счет того, что его диаметр его крышки меньше внешнего диаметра КУ. Далее проводились расчеты, в которых диаметр фланцев был принят равным диаметру всего КУ. При таком конструктивном исполнении «выворачивание» невозможно.

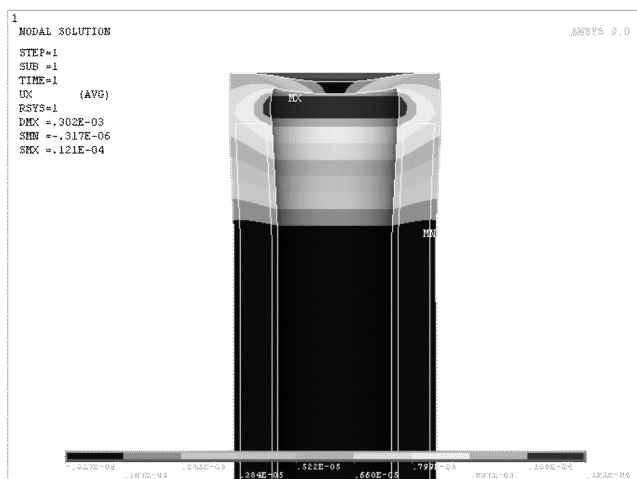


Рисунок 4 – Распределение радиальных перемещений в корпусе КУ

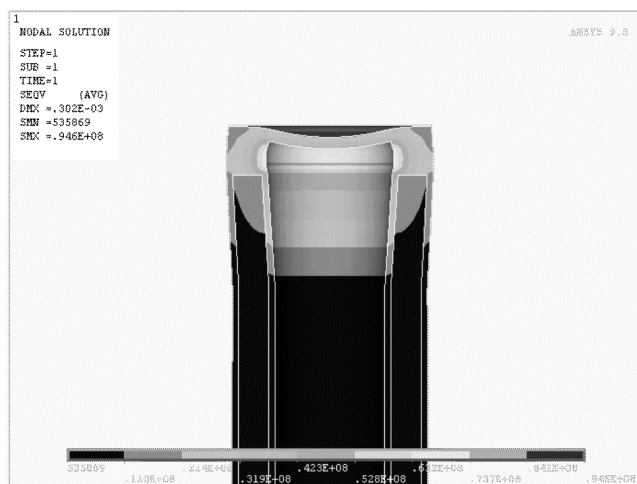


Рисунок 5 – Распределение интенсивности напряжений в корпусе КУ

Расчеты НДС проводились для полученных максимальных значений ускорений и для заданной величины натяга $\Delta = 0,33 \cdot 10^{-4}$ м. На рис. 4 и 5 представлены картины полей радиальных перемещений и интенсивности напряжений в зонах торцевых затворов. Максимальные радиальные перемещения стенок КУ наблюдаются на границах контакт с затвором но не превышают величины $0,16 \cdot 10^{-4}$ м, то есть условие герметичности выполняется. Максимальные значения интенсивности напряжений (≈ 90 МПа) наблюдаются в точках материала защитных стальных труб в зоне контакта с преградой. Величина интенсивности не достигает значения предела текучести для стали. Таким образом, можно сделать вывод, что при заданных условиях ударных нагрузок конструкция КУ остается работоспособной.

Список литературы: 1. Основные правила безопасности и физической защиты при перевозке ядерных материалов (ОПБЗ-83). – М., ЦНИИАтом-информ, 1984. 2. Правила безопасной перевозки радиоактивных веществ. Нормы МАГАТЭ по безопасности. Серия изданий по безопасности № 6. Издание 1985 г. 3. Комплекты упаковочные транспортные для отработавших тепловыделяющих сборок ядерных реакторов. Общие технические требования. ГОСТ 26013–83. Издательство стандартов, 1984. 4. Андреев Ю.М., Ларин А.А, Морачковский О.К. Система комп'ютерної алгебри для досліджень механіки машин // Машинознавство. – 2005. – № 6 - С.3-8. 5. Веселков И.Л., Самарин Ю.А., Свидлов А.В. и др. Расчетная оценка динамической реакции ТУК-84 при испытаниях на аварийные условия перевозки // Атомная энергия. – Т. 100. Вып. 6. – Июнь 2006 г. – С. 437-440.

Поступила в редколлегию 04.12.2007

УДК 539.3

Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, докт.техн.наук; **Ю.Н.КОРЫТКО**; **П.М.ЛЫСАК**;
НТУ «ХПИ»

ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Статтю призначено опису програмних засобів, розроблених в НТУ «ХПІ» для розв'язку двовимірних задач теорії повзучості – плоского напруженого стану, плоскої деформації та узагальненого плоского напружено-деформованого стану. Як метод розв'язання поставлених задач застосовується метод скінчених елементів (МСЕ) у поєднанні з багатокроковими методами інтегрування за часом. Обговорюється побудова програмного продукту та проводиться оцінка достовірності чисельних результатів.

The paper describes the program codes has been developed in NTU 'KhPI' for the numerical simulation of two-dimensional problems of creep theory, such as plane stress, plane strain and generalized stress-strain state. The Finite Element Method (FEM) jointly with multi step time integration methods are used as a method of computer simulation. The software structure, as well as verification of numerical results are discussed.

1. Актуальность темы. Моделирование поведения при высокотемпературной ползучести достаточно большого количества элементов и деталей машиностроительных конструкций приводит к постановкам, отвечающим расчетным схемам двумерных задач. Это сосуды и клапана высокого давления, трубопроводы, цилиндры двигателей внутреннего сгорания, ротора паровых и газовых турбин, корпусные детали активной зоны ядерных реакторов и др. В связи со сложной геометрической формой деталей, сложной геометрией нагрузок и закреплений, использование аналитических методов в расчетах зачастую затруднительно. В связи с этим в расчетах используются численные методы, прежде всего метод конечных элементов (МКЭ). Разработка современных программных продуктов, предназначенных для решения задач ползучести и длительной прочности, является, таким образом, актуальной и важной в научно-практическом отношении задачей.

2. История создания. Работы в направлении создания высокоэффективных средств численного анализа двумерных задач теории ползучести на базе метода конечных элементов ведутся в НТУ «ХПИ» с середины восьмидесятих годов прошлого столетия [1, 2]. В это время был разработан и внедрен в Украинском республиканском фонде алгоритмов и программ [2] программный комплекс для решения задач ползучести осесимметричных элементов конструкций. Комплекс имел две версии – одну на языке Алгол-ГДР для ЭВМ типа БЭСМ-6, другую – на языке PL/1 для ЭВМ серии ЕС. Математические постановки задач и описание алгоритмов опубликованы в работах [1, 3].

Переход на IBM-совместимые компьютеры с операционной системой MS DOS в начале девяностых годов потребовал разработки нового поколения программных средств, для реализации которых был выбран алгоритмический язык Паскаль. К этому же времени относятся и разработки первых препроцессоров, предназначенных для генерации конечноэлементных сеток для областей, составленных из комбинации простых геометрических объектов [4].

В качестве конечного элемента был выбран треугольный трехузловой элемент, позволяющий избавиться от многих проблем, связанных с необходимостью обеспечения совместности нелинейного деформирования при ползучести в соседних элементах. Как будет показано ниже, использование достаточного числа данных элементов обеспечивает вполне удовлетворительную точность решения инженерных задач.

Развитие операционных систем, опирающихся на мощные вычислительные комплексы с большим быстродействием и объемом оперативной памяти, позволило перейти к созданию третьего поколения программного продукта.

3. Описание программных средств. В настоящее время программный комплекс для решения двумерных задач теории ползучести состоит из трех основных частей – препроцессорной программы генерации конечноэлементных сеток с соответствующим заданием граничных условий, собственно мо-

делирующей программы и постпроцессора, позволяющего визуализировать поля напряжений, деформаций, перемещений, структурных параметров в рассчитываемом конструктивном элементе. В качестве основной идеи разработки была принята идея максимального приближения к платформенной независимости программного средства. В связи с этим для его написания использованы наиболее распространенные алгоритмические C++ и java, что позволяет организовывать работу с комплексом как в операционной системе MS Windows, так и в UNIX – подобных системах (например Linux).

Препроцессор *Divider* предназначен для редактирования и разбиения на треугольники фигуры, которая задается как совокупность контуров. В настоящее время используется версия «divider 2.4с». Программа написана на языке java и может быть запущена на любой платформе, на которой имеется java-среда (Windows, Linux и др.).

В программе задаются и редактируются граничные условия в виде закрепления узлов или приложенных сил. Разбиение фигуры на треугольные элементы осуществляется по опциям, которые определяет пользователь: минимальная площадь элемента, максимальная площадь элемента и минимальный угол в элементе. В основе работы программы лежат алгоритмы предварительного разбиения многоугольника, измельчения сетки и алгоритм поворота диагоналей относительно узла. Результатом работы программы являются файлы – массивы узловых координат, матрица индексов; закрепленных, пограничных узлов, узлов, в которых приложена нагрузка, параметров линий уровня для дальнейшей работы препроцессора.

На рис. 1-3 приведены характерные окна, доступные при работе с препроцессором, а также примеры разбиения сложных фигур на треугольные элементы с помощью программы «divider 2.4с».

Основная моделирующая программа *FEM CREEP* написана на языке C/C++ и состоит из ряда функций, основные из которых следующие:

- 1 Блок вычисления физических констант.
- 2 Функция MATRGS(), которая служит для вычисления компонент матриц жесткости конечных элементов и построения матрицы жесткости системы.
- 3 Функция PG() - для определения вектора узловой нагрузки.
- 4 Функции CHOBANDD() та CHOBANDS() реализуют алгоритм решения системы линейных алгебраических уравнений методом Холецкого.
- 5 Функция STRESS обеспечивает подсчет компонентов тензоров деформаций и напряжений в конечных элементах, деформаций ползучести в элементах.
- 6 Функция CREFOR() предназначена для определения величин сил, вызванных неоднородными температурными и радиационными полями и деформациями ползучести.
- 7 Функция PRECOR() реализует интегрирование начально-краевой задачи ползучести методом прогноза-коррекции.

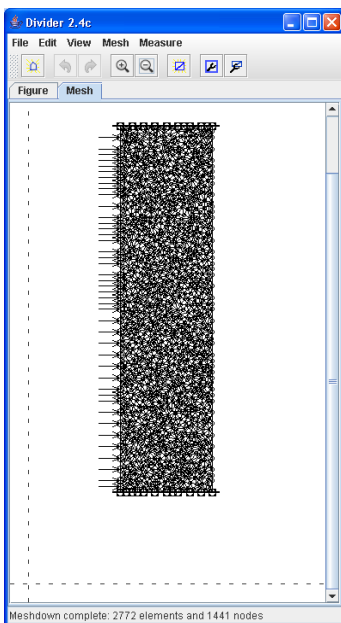


Рисунок 1 – Тело вращения – цилиндр, произвольная сетка из 2772 КЭ, 1441 узла

Постпроцессор «*POST 2D*» написан на языке C/C++. Реализует две основные формы представления решения задач ползучести – вывод графиков функций по заданным в препроцессоре линиям и вывод полей распределения основных неизвестных по области рассматриваемого конструктивного элемента. Также предусмотрена возможность подключения библиотек и функций пакета MatLab.

4. Пример расчетов. Достоверность получаемых результатов была предметом особого внимания во все периоды разработки комплекса. Результаты тестовых задач для осесимметричных тел вращения, пластин с отверстиями и т.п. обсуждаются в [2, 3]. В данной работе в качестве примера рассмотрим расчет тепловой ползучести для модели, представленной на рис. 3. В программе «Divider 2.4c» создана конечно-элементная модель: количество конечных элементов

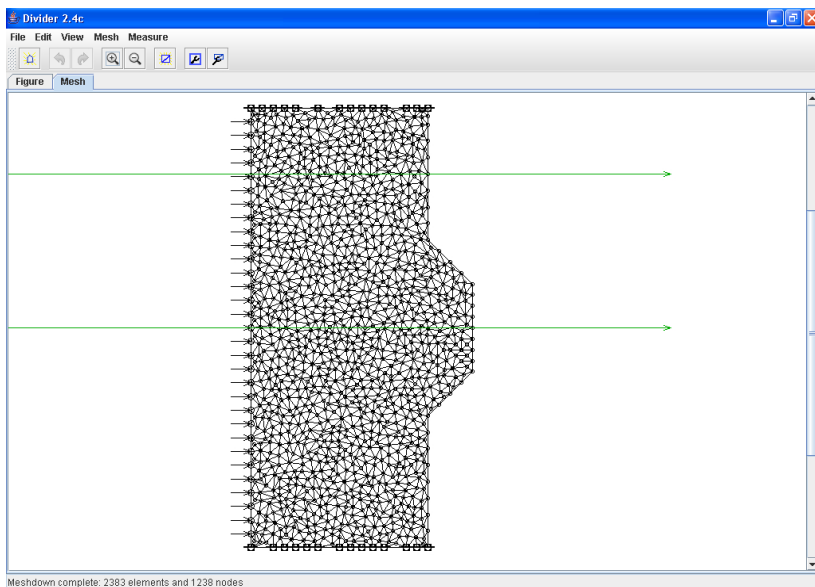


Рисунок 2 – Оболочка твэла, 2383 КЭ, 1238 узла

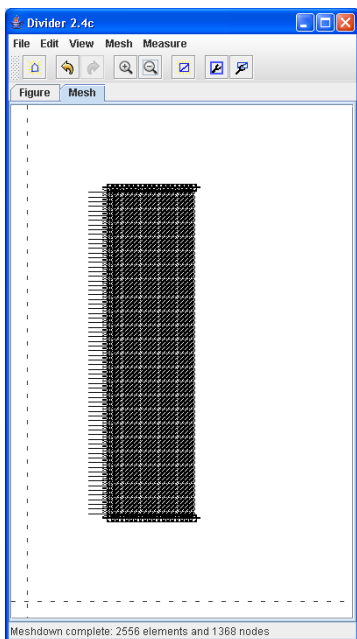


Рисунок 3 – Тело вращения – цилиндр, равномерная сетка из 2556 КЭ, 1368 узлов

составляет 2556, количество узлов 1368. Приложено внутреннее давление 1 МПа, материал сталь 45Х14Н14В2М при температуре $T = 873$ К. Расчет ползучести проводился с шагом 0,1 часа, общее время – 300 часов. В результате расчета установлено, что перераспределение напряжений происходит при $t = 200$ часов. На рис. 4 представлены графики распределения напряжений в среднем сечении в пределах упругости и при установившейся ползучести. Ниже приведены таблицы полученных в среднем сечении результатов. Погрешность расчетов составляет 4 % в пределах упругости и 9 % при установившейся ползучести.

5. Выводы. Проведенные исследования позволяют сделать вывод о вполне удовлетворительном характере моделирования ползучести в осесимметричных телах вращения сложной геометрии с помощью программных средств конечно-элементного моделирования.

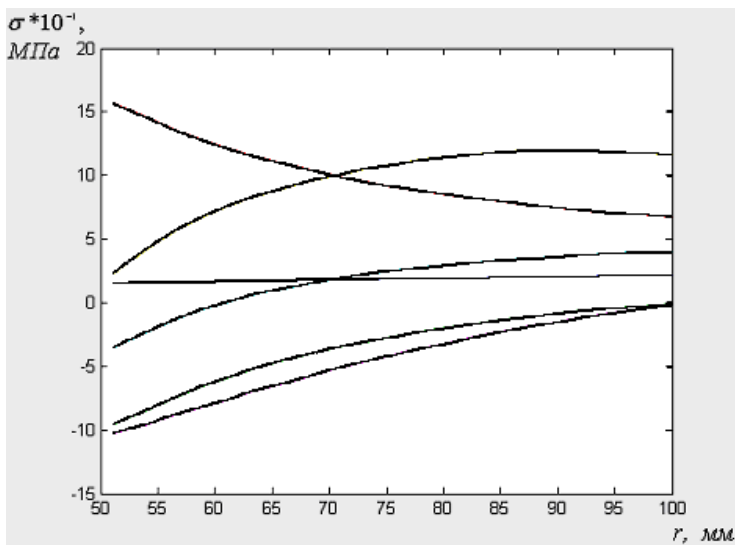


Рисунок 4 – Графики распределения напряжений

Таблица 1 – Результаты расчетов при $t = 0$ ч

	50,9 мм (1153 эл-т)	60,2 мм (1160 эл-т)	70,4 мм (1167 эл-т)	79,6 мм (1174 эл-т)	89,8 мм (1181 эл-т)	99,1 мм (1188 эл-т)
σ_r anal	-0,952	-0,587	-0,34	-0,192	-0,0799	-0,00626
σ_r num	-0,912	-0,612	-0,326	-0,203	-0,073	-0,0115
σ_θ anal	1,62	1,25	1,01	0,859	0,746	0,673
σ_θ num	1,629	1,24	1,01	0,854	0,7506	0,673
σ_z anal	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
σ_z num	0,197	0,195	0,199	0,194	0,206	0,208

Таблица 2 – Значение компонент НДС при $t = 200$ ч

	50,9 мм (1153 эл-т)	60,2 мм (1160 эл-т)	70,4 мм (1167 эл-т)	79,6 мм (1174 эл-т)	89,8 мм (1181 эл-т)	99,1 мм (1188 эл-т)
σ_r anal	-0,967	-0,686	-0,449	-0,279	-0,126	-0,0106
σ_r num	-0,91	-0,726	-0,43	-0,291	-0,113	-0,0113
σ_θ anal	0,812	0,906	0,985	1,042	1,093	1,13
σ_θ num	0,801	0,823	0,959	0,972	1,014	1,014
σ_z anal	-0,0773	0,1103	0,268	0,381	0,483	0,5604
σ_z num	-0,137	0,000767	0,2	0,289	0,397	0,495

Список литературы: 1. Д.В.Бреславский. Термолупзучесть анизотропных тел вращения и математическое обеспечение расчетов практических задач на ЭВМ // Динамика и прочность машин. – Харьков: Вища школа. – 1986. – Вып. 43. – С. 22-25. 2. Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Программный комплекс для решения задач ползучести осесимметричных элементов конструкций // ПС РФАП УССР, инв. № П6345. Ном. гос. рег. № 50880001310. – 1988. – 99 с. 3. Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Нелинейная ползучесть и разрушение плоских тел при высокочастотном циклическом нагружении // Прикладная механика. – 1998. – Т. 34, № 3. – С.97-103. 4. Анищенко Г.О., Бреславский Д.В., Морачковский О.К. Программные средства для проектирования машиностроительных конструкций, предназначенных для эксплуатации в условиях статической и динамической ползучести // Компьютер: наука, техника технология, здоровье. Тез. докл. международной научно-технической конференции. – Харьков, Мишкольц: ХПИ, МУ. – 1993. – С. 6-8.

Поступила в редколлегию 7.11.2007.

Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, докт.техн.наук; **И.В.НАУМОВ**;
А.В.ОНИЩЕНКО; НТУ «ХПИ»

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ УДАРНОГО НАГРУЖЕНИЯ ТОНКИХ ПЛАСТИН

Статтю присвячено опису експериментальних засобів, розроблених в НТУ «ХПІ» для моделювання процесів ударної взаємодії пружного ударника та тонких пластин. Надано опис експериментальної установки, та блоків, що входять до неї. Демонструється приклад роботи експериментального комплексу при його тестуванні.

The paper describes the experimental facilities had been developed in NTU «KhPI» for the modeling of the impact interaction between the pellet and thin rectangular plate. The experimental unit, as well as its components, are described. The example of the experimental unit's working at the testing process is given.

1. Актуальность работы. При реализации любого процесса измерения необходимых характеристик механических объектов и систем необходимы технические средства, осуществляющие восприятие, преобразование и представление числового значения физических величин. Современные технологии позволяют создавать многофункциональные измерительные комплексы на базе персональных компьютеров и дополнительных устройств ввода-вывода сигналов: плат аналого-цифрового (АЦП) и цифро-аналогового преобразования (ЦАП).

Применение компьютера в качестве регистрирующего устройства позволяет обрабатывать результаты измерений, как в реальном масштабе времени, так и с предварительным накоплением информации в памяти компьютера, т.е. со сдвигом по времени для последующего углубленного анализа полученной информации.

В статье рассматривается вопрос проектирования информационной измерительной системы для лабораторных исследований механических процессов, возникающих при ударном взаимодействии ударника и тонкостенной конструкции. Экспериментальный комплекс должен включать в себя средства сбора экспериментальных данных, их дальнейшую обработку и анализ [1].

В качестве экспериментальной задачи рассматривается удар сферического тела по прямоугольной шарнирно-опертой по контуру пластине постоянной толщины. Размеры пластины должны соответствовать требованиям теории тонких пластин. Размеры ударника должны быть соизмеримо малы по отношению к размерам пластины. Физические свойства материалов ударника и пластины предполагаются известными. Ударник падает на пластину с определенной высоты с ускорением свободного падения, что позволяет определить его скорость в начальный момент удара. На протяжении всего процесса удара с определенной частотой фиксируются значения экспериментальных данных.

2. Описание экспериментальной установки. Структурная схема измерительного комплекса представлена на рис. 1. Комплекс включает следующие элементы:

- 1) испытательную установку (узел датчиков);
- 2) блок формирования сигналов датчиков
- 3) блок сопряжения и защиты;
- 4) плату АЦП;
- 5) компьютер.

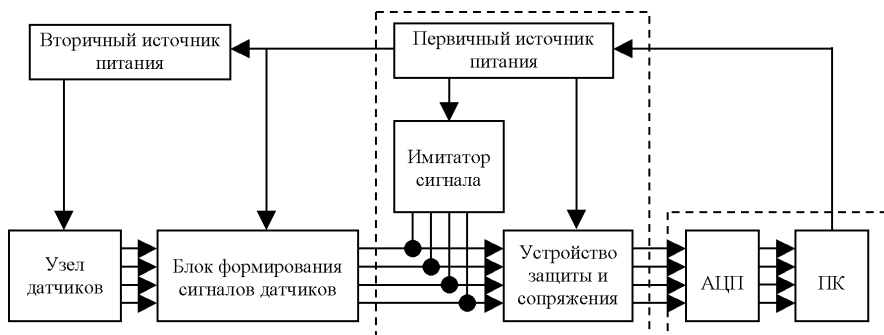


Рисунок 1 – Структурная схема измерительного комплекса

Плата АЦП установлена в PCI разъем компьютера. Конструктивно предусмотрена возможность установки блока сопряжения и защиты в 5,25" отсек системного блока компьютера. Блоки формирования сигналов датчиков также могут устанавливаться в 5,25" отсек, объединяясь в группы при малом расстоянии до узла датчиков с целью уменьшения длины соединительных проводов и снижения влияния внешних факторов на измерения. Все блоки комплекса соединены между собой экранированными кабелями через разъемы. Это позволяет при необходимости оперативно сменить любой из электронных блоков, не нарушая настроек системы. Таким образом, измерительный комплекс представляет собой мобильную систему с широким набором функций, который обеспечивается сменными блоками.

Экспериментальная установка представляет собой специально разработанную конструкцию, предназначенную для реализации условий опытов – анализа динамических процессов в пластине, на которую вертикально падает стальное сферическое тело. В верхней точке ударник фиксируется с помощью электромагнитного поля соленоида. Запуск шарика осуществляется дистанционно. Пластина шарнирно закрепляется по периметру на опорной раме. На пластине размещена измерительная сеть из тензодатчиков. Под пластиной может находиться сеть датчиков перемещения. Конфигурация измерительных сетей выбирается исходя из необходимости получения максимальной информации о динамическом деформировании пластины. Источник питания датчи-

ков размещен вне зоны испытаний.

Для исключения помех сигнал с датчиков усиливается, и датчики подключаются к блоку сопряжения и защиты с помощью экранированных кабелей. Для измерений применены несколько типов датчиков: для измерения напряжений на поверхности пластины – тензодатчики; для ускорений и частот – вибрационные датчики; для измерения прогибов пластины – датчики перемещения. Тензодатчики объединены в розетки.

Для исключения влияния внешних факторов на тензодатчики провода для вывода сигнала прижаты к пластине металлическим фиксатором, приваренным точечной сваркой. Провода выводятся сквозь отверстия в плите, на которой закреплена опорная рама.

Данные, полученные датчиками одного типа, можно проверить измерениями с других датчиков, построенных на иных физических принципах.

Блок формирования сигналов датчиков. Испытательная установка может располагаться на значительном расстоянии от компьютера, и при передаче данных могут возникнуть помехи. Данный блок осуществляет усиление сигналов, снимаемых с датчиков до уровня, необходимого для их передачи, балансировку тензомостов, выбор частоты измерений, а также фильтрацию частот, не предусмотренных условиями эксперимента.

Блок является сменным, что обеспечивает быстрый переход между различными задачами измерений без нарушения настроек. Для исключения влияния помех блок запитан от собственного источника.

Формирование сигнала тензодатчиков. Для измерения сопротивления тензорезистора используют мостовую (рис. 2) схему подключения. В качестве резисторов $R_1 - R_3$ используются такие же тензорезисторы, как и измерительные, только наклеенные на пластину в поперечном направлении.

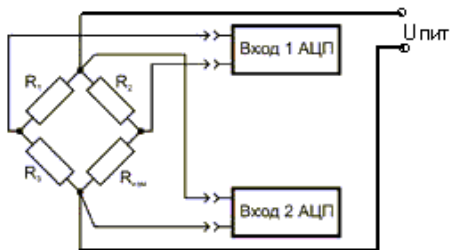


Рисунок 2 – Мостовая схема подключения тензодатчиков

При использовании в качестве $R_1 - R_3$ таких же резисторов, находящихся в таких же условиях, что и измерительный тензорезистор, существенно упрощается термокомпенсация мостовой схемы. Для этого используется 6-проводная схема измерения. Одна пара проводов служит для питания моста,

другая пара проводов служит для измерения подаваемого напряжения, третья пара – для измерения разности потенциалов [1].

Таким образом, в мостовой схеме выходным сигналом является относительное падение напряжения V_1/V_2 .

Приемник может измерять сигнал относительно общего проводника или относительно второго входного зажима. В первом случае это приемник с несимметричным входом, во втором случае – дифференциальный приемник сигнала [2].

Измерение падения напряжения в мостовой схеме производится между двумя проводниками, в связи с этим необходимо применить дифференциальный приемник сигнала.

Неидеальность дифференциальных приемников заключается в том, что наряду с дифференциальным сигналом на выход приемника попадает и ослабленный синфазный сигнал. Коэффициент передачи синфазного сигнала меньше, чем дифференциального, в некоторое число раз, которое называется коэффициентом ослабления синфазного сигнала. Поэтому во всех случаях, когда измеряется разность двух напряжений, нужно усиливать один потенциал, измеренный относительно другого. Эта идея положена в основу построения большинства прецизионных усилителей с дифференциальным входом. В качестве приемника с дифференциальным входом в схеме формирования сигналов датчиков применен прецизионный инструментальный усилитель AD623 фирмы Analog Devices.

Блок сопряжения и защиты. При проведении измерений возможно превышение уровня сигнала на входе АЦП выше допустимого. Это может произойти при выходе из строя датчиков или превышении питающего датчики напряжения. Блок сопряжения и защиты служит для исключения риска подачи на вход АЦП высокого напряжения и усиления сигналов, получаемых с измерительных датчиков. Блок также содержит: источник питания датчиков; тестовый генератор; коммутатор входов АЦП.

Источник питания. Первичный источник питания формирует стабильное напряжение $\pm 12\text{В}$ для вторичного источника питания, а также питает блок защиты и сопряжения и блок формирования сигналов датчиков. Мощный выпрямитель, расположенный в первичном источнике, предназначен для питания соленоида-фиксатора.

Вторичный источник питания датчиков формирует из стабильного напряжения $\pm 12\text{В}$ первичного источника стабильные двуполярные напряжения $\pm 5\text{В}$, подаваемые на испытательную установку [2].

Тестовый генератор. Тестовый генератор служит для проверки прохождения сигнала по цепям блока сопряжения и защиты. Сигнал генератора подается на вход блока вместо сигнала от измерительных датчиков. В режиме

проверки защиты от высокого напряжения амплитуда сигнала плавно увеличивается до срабатывания защитного устройства. При необходимости корректируется порог включения защиты. При тестовом режиме имитируется работа испытательной установки, контролируется прохождение сигнала по электрическим цепям и проводится регулировка уровней на выходе блока, производится пробная запись сигнала на ПК.

Коммутатор входов АЦП. В случае, если используются не все аналоговые каналы платы АЦП, неиспользуемые каналы необходимо заземлить. Это устранил наводку помех со стороны свободных каналов. Если их оставить незаземленными, то из-за большого входного сопротивления инструментального усилителя и проникания сигнала через мультиплексор на входе АЦП будет дополнительный шум, дающий ухудшение отношения С/Ш и, как следствие, приводящий к уменьшению числа эффективных разрядов для сигналов в используемых каналах. Коммутатор входов АЦП позволяет заземлить свободные каналы, что увеличивает точность измерений на используемых.

Плата АЦП. Для преобразования аналоговых входных сигналов, сформированных блоком сопряжения и защиты в цифровую форму для дальнейшей обработки сигнала при помощи компьютера, применена плата АЦП ЛА-1.5PCI. Плата АЦП является составной частью компьютера, обмен данными аналого-цифрового преобразования между компьютером и платой осуществляется через интерфейс PCI. Плата ЛА-1.5PCI может вести измерения по 32 однополюсным или 16 дифференциальным каналам. В конструкции платы применен АЦП последовательного приближения. Максимальная частота дискретизации 700 КГц и зависит от числа активных каналов. Аналого-цифровой канал состоит из входного мультиплексора, полного инструментального усилителя, программируемого усилителя, АЦП с UBX, буфера FIFO на 2048 слов данных. Режим АЦК (однополюсный или дифференциальный) задается программно.

С помощью программируемого усилителя можно программно задать входной диапазон АЦП. Максимальная амплитуда измеряемых сигналов $\pm 10,0\text{В}$. Буфер FIFO позволяет «выровнять» скорость потоков чтения данных с АЦП и записи данных в ПК по шине PCI (процессы чтения и записи являются асинхронными), что снижает вероятность пропусков кодов на высоких частотах дискретизации.

Компьютер. Цифровые данные, полученные с платы АЦП, поступают в ПК и подвергаются обработке с помощью специального программного обеспечения. Программы позволяют записать сигнал, определить значения измеряемых параметров, спектры сигналов, время затухания колебаний.

Запуск испытательной установки происходит дистанционно, по сигналу пользователя ПК. Одновременно с началом испытаний начинается запись ре-

зультатов. Программа может обрабатывать информацию, поступающую на любое количество каналов платы АЦП, от 1 до 32.

3. Тестирование комплекса. В ходе тестовых испытаний измерительного комплекса была проверена работоспособность всех элементов ЛИС. С помощью специализированного программного обеспечения записывались показания датчиков в процессе ударного нагружения. На рис. 3 приведены результаты, получаемые по одному из каналов. Ярко выражен ударный импульс и дальнейшие колебания пластины с постепенным затуханием.

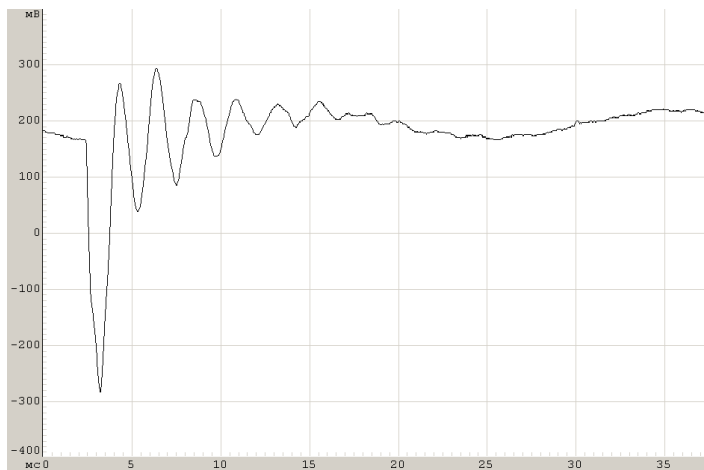


Рисунок 3 – Данные, полученные с тензодатчика

4. Выводы. В данной работе создана лабораторная измерительная система (ЛИС) для экспериментального изучения процессов ударного взаимодействия ударника и пластины. Разработанная ЛИС позволяет проводить испытания при статических и динамических нагрузках. При ее разработке применены технологии, позволяющие создать систему с заданным диапазоном измерений, обладающую высокой точностью и быстродействием. Создана аппаратная часть комплекса, отвечающая требованиям поставленной задачи. Предусмотрена возможность последующей модернизации. Планируется создание специализированных программных средства для обработки результатов испытаний.

Список литературы: 1. Экспериментальная механика: В 2-х книгах. Кн.2 / Под ред. А.Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 552 с. 2. И.И.Белопольский. Электропитание радиоустройств. – М.-Л.: Энергия, 1965. – 320 с. 3. Тензодатчики для экспериментальных исследований. – М.: Машиностроение, 1972. – 152 с. 4. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. – К.: Наукова думка, 1981. – 583 с.

Поступила в редколлегию 10.11.2007

Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, докт.техн.наук; **О.А.ТАТАРИНОВА**;
О.Н.ХОРОШИЛОВ, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ БРОНЗОВЫХ СПЛАВОВ

Статтю призначено опису методики отримання рівнянь стану статичної й циклічної повзучості та накопичення прихованої пошкоджуваності для бронз, що знаходяться при високих температурах (0,9 – 0,95 температури плавлення). Застосування методики демонструється на прикладі рівнянь стану для двох сплавів, для яких порівнюються експериментально визначені та розрахункові данні. Отримані рівняння застосовані для спрощеного аналізу рівня деформованості та пошкоджуваності бронзових заготовівель у технологічному процесі безперервного лиття.

The paper describes the technique for derivation of static and cyclic creep-damage constitutive equations for bronze alloys under the high temperatures (0,9 – 0,95 of melting temperatures). The use of the developed technique is demonstrated on the examples for two alloys, for which the experimentally and numerically determined values are compared. The derived state equations were used for simplified analysis of the strain and damage levels in bronze billets in the technological process of continuous casting.

1. Актуальность темы. В настоящее время процессы непрерывного литья получают все большее распространение. Процесс получения металлических заготовок в этом случае имеет ряд особенностей, связанных с тем, что материал при движении заготовки из печи постепенно переходит от жидкого состояния к твердому. В этом процессе очень важным является обеспечение минимального уровня деформированности и поврежденности получаемых заготовок. Многие процессы построены на циклическом приложении нагрузок, обеспечивающих заданную программу выдачи заготовок из печи до их полного отвердевания. В связи с этим адекватное описание циклической ползучести и связанного с ней накопления поврежденности в материале заготовок для проектирования с помощью эффективных уравнений состояния технологических процессов непрерывного литья является актуальной и практически важной задачей.

2. Получение констант с помощью экспериментальных данных. Для получения констант, входящих в уравнения ползучести и повреждаемости для бронз при высоких температурах, в лаборатории кафедры динамики и прочности машин ХПИ был проведен цикл экспериментальных исследований одноосных образцов.

Стандартная испытательная машина АИМА-5-2, рассчитанная на относительно низкие температуры испытаний конструкционных материалов – (0,37 – 0,71) T_L и, соответственно, низкие скорости деформации образца, была подвергнута существенной модернизации [1, 2], что позволило обеспечить перемещение образца с максимально возможной скоростью, обусловленной

скоростью его свободной деформации.

Испытывались стандартные образцы длиной 200 мм с базой длиной 100 мм и диаметром 10 мм, что соответствует ГОСТ 3248-81, ГОСТ 26007-83. Образцы устанавливались в специальное устройство по оси действия нагрузки, позволяющее производить их испытания в температурном интервале (0,9 – 0,95) $T_{пл}$

Для каждого сплава при фиксированных значениях температуры и напряжения испытывалось 3-4 образца. С помощью статистических методов экспериментальные данные обрабатывались, после чего были построены графики для зависимости деформации ползучести от времени и кривые длительной прочности.

Для описания экспериментально полученных кривых высокотемпературной ползучести и разрушения использованы определяющие уравнения типа Бейли-Нортон и Работнова-Качанова:

$$\dot{\epsilon} = B \frac{\sigma^n}{(1 - \omega)^m}; \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = D \frac{\sigma^n}{(1 - \omega)^m}; \quad \omega(0) = 0; \quad \omega(t_*) = \omega, \quad (2)$$

где ϵ – деформация ползучести, ω – параметр повреждаемости; B , D , n , m – константы, определяемые по экспериментальным данным о ползучести и разрушении материала при заданной температуре.

Кратко изложим методику определения констант в законе ползучести (1) и кинетическом уравнении для параметра повреждаемости (2):

1. Используются наборы опытных результатов, полученных при заданной температуре и разных напряжениях. Например, для определения 4-х констант B , D , n и m , входящих в определяющие соотношения (1, 2), необходимо иметь наборы опытов на ползучесть образцов вплоть до разрушения при трех различных нагрузках. Также для определения констант, входящих в уравнение (2), возможно использование кривых длительной прочности. Два опыта необходимо для получения констант, а третий – для проверки достоверности найденных констант.
2. Для нахождения материальных констант B , n в законе ползучести используются два значения деформации в определенные моменты времени из кривых ползучести при двух разных напряжениях. Решая дифференциальное уравнение (1) и подставляя в него указанные значения, определяются константы B и n .
3. Для нахождения констант в кинетическом уравнении для параметра повреждаемости используются кривые длительной прочности. Решая совместно уравнения (1, 2) и подставляя значение времени до разрушения и разрушающей деформации при двух разных напряжениях,

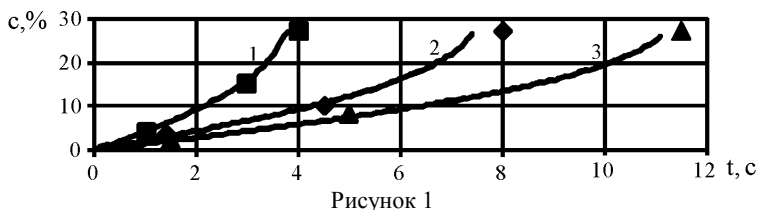
определяются константы D и m .

- Используя найденные константы, строятся расчетные кривые зависимости деформации и параметра повреждаемости от времени, кривые длительной прочности по уравнениям состояния (1, 2) для трех значений напряжений. Производится сравнение расчетных кривых и экспериментальных данных. Если относительная погрешность не превышает заданного значения (например, 10 %), то тогда найденные материальные константы считаются верными.

Описанной методикой воспользуемся для определения констант в уравнениях (1, 2). Рассматриваем образцы из бронз марок О8Н4Ц2 и О10Ц2. Путем обработки экспериментальных данных о ползучести вплоть до разрушения образцов из бронз марок О8Н4Ц2 и О10Ц2, полученных в лаборатории прочности кафедры «Динамика и прочность машин» НТУ «ХПИ» при температуре $T = 930^\circ\text{C}$, установлены значения постоянных для двух марок бронзы.

Для бронзы марки О8Н4Ц2: $n = 3,265$; $m = 0,25$; $B = 3,548 \cdot 10^{-3} (\text{МПа})^{-n}/\text{с}$; $D = 0,018 (\text{МПа})^{-n}/\text{с}$. Для бронзы марки О10Ц2: $n = 3,06$; $m = 0,143$; $B = 3,615 \cdot 10^{-3} (\text{МПа})^{-n}/\text{с}$; $D = 9,037 \cdot 10^{-3} (\text{МПа})^{-n}/\text{с}$.

На рис. 1-2 представлено сравнение экспериментальных данных (точки) с расчетными кривыми, полученными при найденных материальных постоянных (сплошная линия) для трех разных значений напряжений. Кривая 1 соответствует напряжению $\sigma = 2,1$ МПа, кривая 2 – $\sigma = 1,7$ МПа, кривая 3 – $\sigma = 1,5$ МПа. Рис. 1 отвечает данным для образцов из бронзы О8Н4Ц2, рис. 2 – О10Ц2. Анализ и сравнение экспериментальных и расчетных данных позволяет сделать вывод об удовлетворительной точности найденных констант.



3. Циклическая ползучесть. Условия протекания различных технологических процессов, нагружение элементов машиностроительных конструкций часто характеризуются циклическим характером изменения напряжений.

Экспериментальное получение законов циклического деформирования и разрушения при одноосном и сложном напряженном состоянии является более сложной задачей по сравнению с чисто статическими опытами. В связи с этим возникает задача теоретического описания кривых циклической ползучести вплоть до разрушения с использованием результатов опытов, проведенных при статической нагрузке. Решение этой задачи для случая многоциклового нагружения приведено в работе [2], для малоциклового – в [3].

В связи с тем, что исследования высокотемпературной кратковременной ползучести бронзовых образцов проводились для экспериментального обоснования режимов движения заготовок в технологическом процессе непрерывного литья, разработанную в работе [3] методику получения определяющих уравнений применим для описания малоциклового ползучести.

Рассмотрим циклическое нагружение при одновременном действии постоянного напряжения σ_0 и медленно меняющегося за период рабочего цикла T напряжения σ_1 . В работе используется вид цикла, в котором образец в течение 4 с. находится под нагрузкой и в течение 12 с. выдерживается без нагрузки.

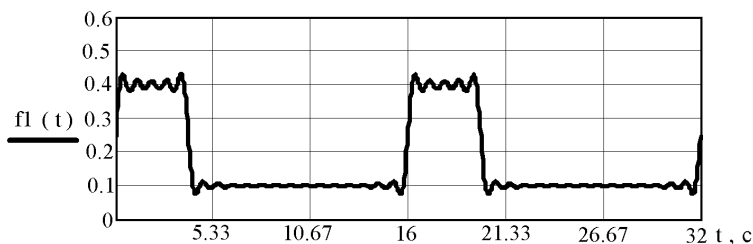


Рисунок 3

Представим циклическое напряжение в виде ряда Фурье:

$$\sigma_1 = \sigma_M \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) - \frac{\cos(\pi k/2) - 1}{\pi k} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \right) \right) \quad (3)$$

Здесь σ_M – амплитудное значение напряжения, МПа.

Ограничимся случаем 20 гармоник. Полученное представление (рис. 3) вполне удовлетворительно описывает график изменения полного напряжения.

Рассмотрим уравнения состояния ползучести при простом напряженном состоянии, принимая закон статической ползучести с повреждаемостью в виде (1,2).

Для описания процессов ползучести и связанной с ней повреждаемости применим методику асимптотических разложений и осреднения на периоде, предложенную в работе [3]. Асимптотические разложения по малому параметру $\mu = T/t_*$ в двух масштабах времени – медленного t , и быстрого $\xi = \tau/T$, $\tau = t/\mu$, принимаем в виде

$$c = c^0(t) + \mu c^1(\xi), \quad (4)$$

$$\omega = \omega^0(t) + \mu \omega^1(\xi), \quad (5)$$

где $c^0(t)$, $\omega^0(t)$, $c^1(\xi)$, $\omega^1(\xi)$ – функции, отвечающие основному процессу ползучести и повреждаемости в масштабе медленно изменяющегося времени и периодически повторяющемуся процессу в масштабе быстрого времени ξ .

Используя технику асимптотических разложений для уравнений (1,2) и соотношения (4,5), после осреднения на периоде рабочего цикла T получаем определяющие уравнения циклической ползучести:

$$\dot{c}^0 = B g_n(M) \frac{(\sigma_0)^n}{(1 - \omega^0)^m}, \quad (6)$$

$$\dot{\omega}^0 = D g_n(M) \frac{(\sigma_0)^n}{(1 - \omega^0)^m}, \quad \omega^0(0) = 0, \quad \omega^0(t_*) = \omega_*, \quad (7)$$

где

$$g_n(M) = \int_0^1 \left(1 + M \left(\frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k} \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) - \frac{\cos(\pi k/2) - 1}{\pi k} \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \right) \right) \right)^n d\xi$$

– функции асимметрии цикла напряжений; $M = \sigma_M / \sigma_0$.

Полученные определяющие уравнения использованы для описания кривых циклической ползучести. На рис. 4, 5 представлены графики зависимости от времени деформации ползучести, а на рис. 6 – параметра повреждаемости.

На рис. 4 кривая 1 соответствует статическому нагружению при $\sigma_0 = 1,5$ МПа; кривая 2 – совместному действию статического нагружения при $\sigma_0 = 1,5$ МПа и наложенной на него медленно изменяющейся составляющей по закону (3) при $\sigma_0 = 0,75$ МПа; кривая 3 – совместному действию статического нагружения при $\sigma_0 = 0,75$ МПа и наложенной на него медленно изменяющейся составляющей по закону (3) при $\sigma_0 = 0,75$ МПа. Отметим существенное (в 2,4 раза) ускорение ползучести по сравнению со статическим нагружением (кривые 1 и 2). На рис. 5 и 6 кривая 1 соответствует совместному действию статического нагружения при $\sigma_0 = 0,002$ МПа и наложенной на него медленно изменяющейся составляющей по закону (3) при $\sigma_0 = 0,8$ Па; кривая 2 – совместному действию статического нагружения при $\sigma_0 = 0,002$ МПа и наложенной на него медленно изменяющейся составляющей по закону (3) при $\sigma_0 = 0,4$ МПа. Значения напряжений выбраны из предварительного упрощенного анализа напряжений в заготовке, причем амплитуда циклического нагружения выбиралась из интервала возможных значений сил вытягивания заготовки. Для случаев, описанных кривыми 1 и 2 – это 200 и 100 Н соответственно. Анализ результатов, приведенных на рис. 6, показывает, что за требуемое время технологического процесса 160 с. при нагрузке 200 Н происходит разрушение образца, а при 100 Н уровень поврежденности составляет 0,07. Следовательно, такие значения циклически меняющейся нагрузки являются недопустимыми. Далее расчеты были проведены для других значений силы вы-

тягивания.

Для случая, когда эта сила оказывается равной 20Н, уровень поврежденности в заготовке оказывается допустимым и составляет 0,0004.

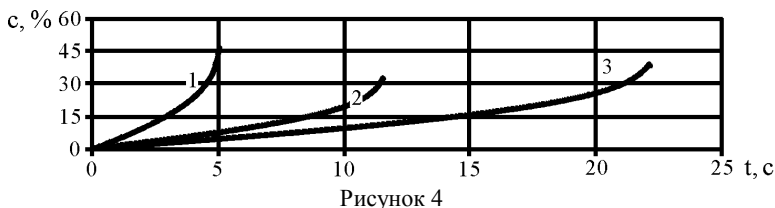


Рисунок 4

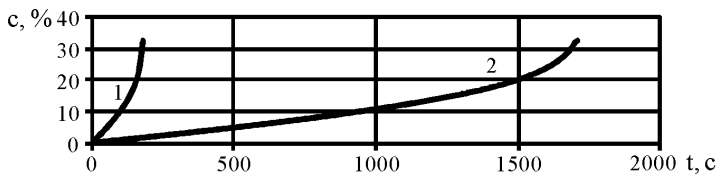


Рисунок 5

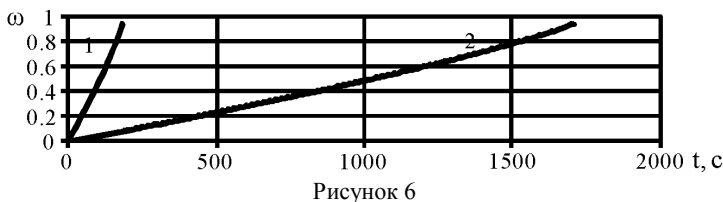


Рисунок 6

4. Выводы. На основе разработанной методики, использующей асимптотические разложения основных неизвестных с последующим осреднением на периоде рабочего цикла, получены определяющие уравнения циклической ползучести и связанного с ней накопления повреждаемости. Выполнены расчеты, по которым построены кривые циклической ползучести вплоть до разрушения. Для процессов непрерывного литья по упрощенной методике проведены предварительные оценочные расчеты циклического деформирования заготовок от действия силы вытягивания. Полученные критические значения силы вытягивания должны быть уточнены в дальнейшем по результатам расчетов при сложном напряженном состоянии, которое реализуется в заготовке.

Список литературы: 1. О.Н.Хорошилов Прочность медных сплавов в температурном интервале кристаллизации // Литейное производство. – 1999. – № 12. – С. 22-23. 2. Breslavsky D., Morachkovsky O. New experiments in dynamic creep // Proc. 15th Symp. on Experimental Mechanics of Solids. – Warsaw: Warsaw Techn. Univ. – 1992. – P.29-31. 3. Бреславский Д.В., Морачковский О.К., Уварова О.А. Метод асимптотических разложений в задачах мало- и многоциклового ползучести материалов // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП». – № 19. – 2004. – С. 23-32.

Поступила в редакцию 8.11.2007

Н.В.ГРЕЧИХИНА; В.Г.СУКИАСОВ, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ФРАГМЕНТА ПОЯСНИЧНОГО ОТДЕЛА ПОЗВОНОЧНИКА

Наведено результати порівняльного аналізу напруженого стану хребта в нормальному стані та при наявності фіксатора. Розрахунки виконано методом скінчених елементів в тривимірній постановці. Критерієм для зіставлення є рівень напруженого стану хребця та фіксатора під дією фізіологічного навантаження.

The comparative analysis results of stress state of spine in the normal state and with fixing are presented. Calculations are executed by finite element method in three-dimensional statement. Criterion of the comparison is the stress state level of vertebra and fix by physiological loading.

Стабилизация позвоночника при помощи металлических имплантатов используется в медицине с начала XX века. В настоящее время широко применяются различные виды транспедикулярных аппаратов и протезов межпозвоночных дисков. Среди предъявляемых к ним требований главными являются высокая коррозионная стойкость и прочность, а также биологическая инертность материала [1].

Назначение имплантата состоит в выполнении функций отсутствующего межпозвоночного диска, в том числе обеспечение целостности позвоночного столба в сочетании с его подвижностью. В условиях совместной работы имплантата с позвонком напряжения достигают максимальных значений в местах их крепления друг к другу, что может стать причиной разрушения костной ткани. В связи с этим перспективным представляется использование сплавов с низким модулем упругости, в частности, на основе титана (70–80 ГПа). Кроме того, предпринимаются попытки изменения конструкции имплантатов введением в них различных вырезов, изгибов с целью снижения жесткости. Однако при этом повышается риск их разрушения в результате концентрации напряжений [2,3].

Среди известных в настоящее время конструкций протеза межпозвоночного диска заслуживает внимания показанная на рис. 1 [4,5].

Имплантат состоит из двух металлических пластин, которые с помощью выступов крепятся своими тыльными поверхностями к соседним позвонкам. Между обращенными друг к другу профилированными лицевыми поверхностями заключен керамический вкладыш. Рабочие поверхности вкладыша имеют форму сферического купола, на лицевых поверхностях пластин имеется соответствующее углубление. В сборе имплантат препятствует взаимному смещению позвонков в поперечном направлении и обеспечивает подвижность за счет скольжения по поверхностям контакта пластин с вкладышем.

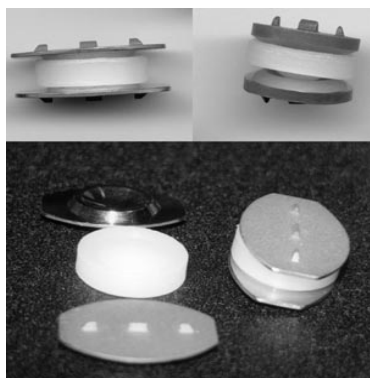


Рисунок 1 – Конструкция протеза

Простота конструкции в сочетании с большой поверхностью восприятия нагрузки обеспечивают высокую надежность такому имплантату и выгодно отличают его от применявшихся ранее. Поскольку данная модель является относительно новой, в настоящее время в литературе отсутствует подробное описание фиксации позвонков с помощью такой конструкции, а также не приводятся характеристики восприятия физиологических нагрузок при использовании данного протеза. Изучению последнего из названных вопросов посвящена настоящая работа.

Объектом исследования является фрагмент позвоночника, состоящий из двух соседних позвонков, под действием осевой сжимающей нагрузки. В нормальном состоянии позвонки отделены друг от друга межпозвоночным диском из хрящевой ткани. Хрящевые прослойки имеются также в местах, где позвонки сопряжены посредством отростков. При отсутствии межпозвоночного диска на его место устанавливается протез описанной выше конструкции.

Цель расчетов состоит в теоретическом изучении восприятия осевого сжатия фрагментом позвоночника в нормальном состоянии и с имплантатом, а также в сопоставлении различных конструктивных решений имплантата с точки зрения уровня напряженного состояния. При расчетном анализе сборки с протезом возможно упрощающее предположение о полном сцеплении пластин и вкладыша (двусторонний контакт), либо учет фактической возможности взаимного скольжения и неполного прилегания деталей протеза (односторонний контакт), что делает задачу нелинейной. В этой связи, наряду с упомянутыми выше, ставится цель сопоставления результатов, полученных на основе этих двух подходов.

Эффективным средством численного анализа статического деформирования тел и конструкций сложной геометрии является метод конечных элементов. При этом одной из возможных технологий подготовки расчетной схемы является создание объемной модели средствами твердотельного моделирования с последующей дискретизацией на конечные элементы. Для реализации поставленной задачи были построены расчетные модели объектов исследования: позвонков, межпозвоночный диск, хрящевая прослойка в зоне стыка отростков, протез из двух профилированных пластин и вкладыша. Модель позвонка является расчетной, поэтому имеет значительные упрощения в виде игнорирования округлений, выемок и некоторых выступов. Модели протезов строились без упрощения геометрии.

Эффективность применения протеза оценивалась с точки зрения уровня

напряженного состояния рассматриваемых моделей при соединении позвонков межпозвоночным диском, как показано на рис. 2, а также двумя модификациями протеза, представленными на рис. 3. Эти модификации отличаются формой выступов для крепления к позвонку: в виде четырехугольной пирамиды (протез 1) и в виде конуса (протез 2).

Необходимые для расчетов механические характеристики материалов приведены в таблице [6].

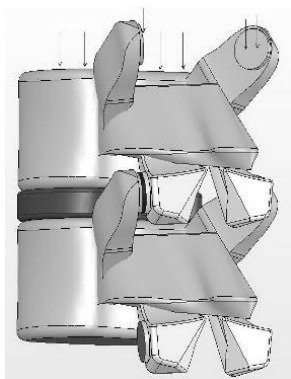


Рисунок 2 – Фрагмент позвоночника в нормальном состоянии

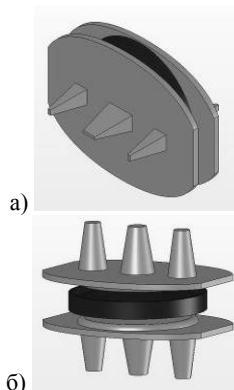


Рисунок 3 – Протез 1 (а) и протез 2 (б)

Материал	Модуль упругости E , МПа	Коэффициент Пуассона ν	Предел прочности $\sigma_{\text{в}}$, МПа
Кортикальная кость	6900	0,29	≈ 100
Межпозв. диск, хрящ	50	0,35	–
Титановый сплав	196100	0,30	1200
Керамика	200000	0,27	1000

Для дискретизации исследуемых объектов применен 10-узловой тетраэдральный элемент с 3-мя степенями свободы в каждом узле. На рис. 4 показана разбивка частей конструкции на конечные элементы (далее – КЭ). Число КЭ всей модели составляет порядка 263 тыс. Сжимающая нагрузка вдоль оси позвоночника, суммарно составляющая 600 Н, прикладывается к верхнему позвонку (см. рис. 2), равномерно распределяясь между теми поверхностями на теле позвонка и остистых отростков, где данный позвонок стыкуется с соседним. Соответствующие поверхности нижнего позвонка считаются закрепленными, что исключает жесткое смещение модели.

Задача статического анализа фрагмента позвоночника в нормальном состоянии либо при наличии протеза, в предположении о двустороннем контакте его деталей, является линейной и решается за один шаг нагружения.

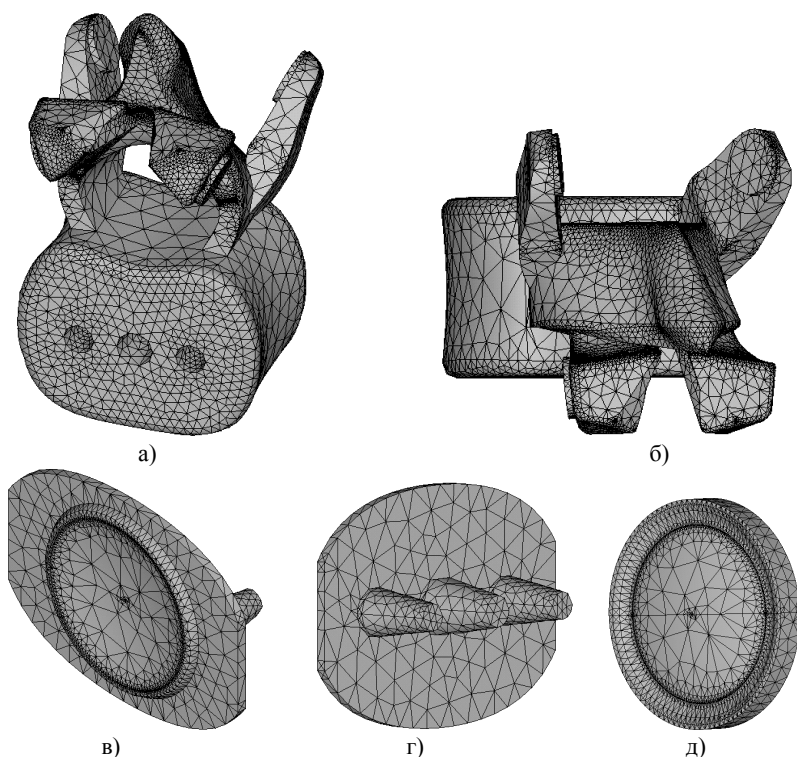


Рисунок 4 – КЭ разбивка конструкции (а, б – позвонок, в, г – пластина с выступами, д – вкладыш)

При этом решение системы линейных алгебраических уравнений для отыскания узловых неизвестных осуществляется методом сопряженных градиентов.

Некоторые результаты расчетов в виде полей интенсивностей напряжений приведены ниже. В частности, рис. 5 иллюстрирует напряженное состояние модели фрагмента позвоночника в нормальном состоянии. Наличие местных максимумов напряжений в зоне примыкания отростков к телу позвонка обусловлено концентрацией напряжений вследствие упрощенности геометрии модели (отсутствия округлений). Средние напряжения в позвонках, без учета локальных областей концентрации (в пределах 2-3 КЭ), не превышают 60 МПа. В протезе наиболее нагруженной является область сопряжения выступов и пластины. При этом сопоставление данных на рис. 6 и 7, полученных в предположении о двустороннем контакте деталей протеза, позволяет считать конусные выступы для крепления к позвонку более предпочтительными в сравнении с выступами пирамидальной формы, в виду более низкого уровня напряженного состояния. В связи с этим последующие результаты (в

том числе решение контактной задачи) приведены для протеза с конусными выступами.

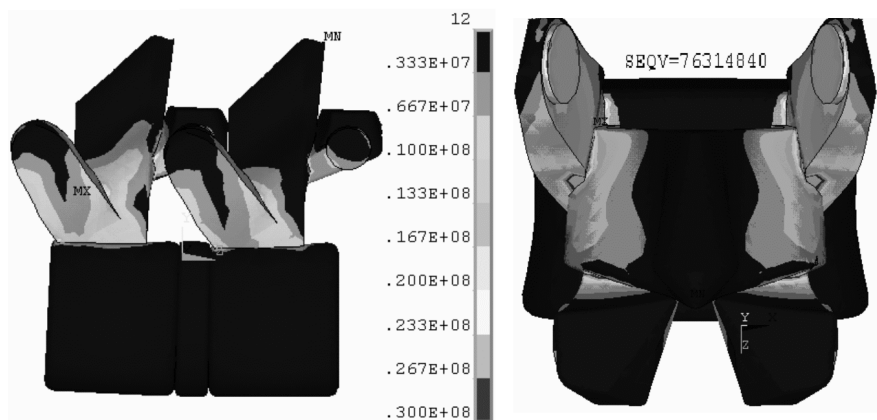


Рисунок 5 – Напряженное состояние модели с межпозвоночным диском

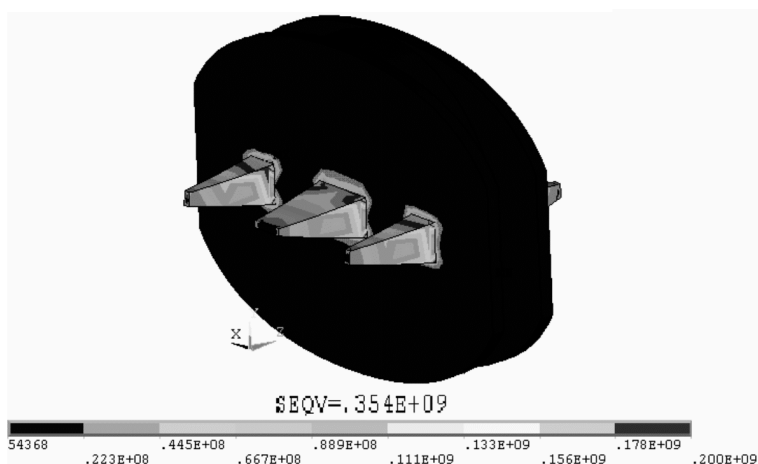


Рисунок 6 – Напряженное состояние протеза 1 без учета контакта

При решении нелинейной задачи об одностороннем контакте деталей протеза используется расширенный метод Лагранжа, представляющий собой последовательность уточнений штрафных функций в процессе отыскания неопределенных множителей. Роль неопределенных множителей Лагранжа играют контактные реакции (нормальная и тангенциальные составляющие), подсчитываемые итерационно в каждом элементе. Трение в области контакта описывается законом Кулона. Для поиска узловых неизвестных применяется итерационная процедура Ньютона-Рафсона. При этом нагрузки разбиваются

на серию приращений, которые могут прикладываться за несколько шагов нагружения. Решение контактной задачи требует создания контактных пар, включающих специализированные конечные элементы для имитации взаимодействия двух деформируемых тел. Для деталей протеза созданы контактные пары типа «поверхность-поверхность», представленные на рис. 8.

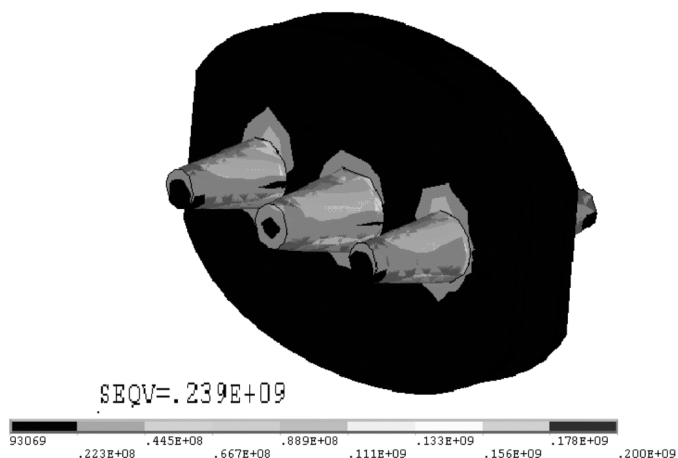


Рисунок 7 – Напряженное состояние протеза 2 без учета контакта

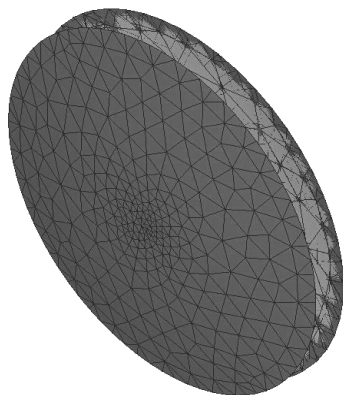


Рисунок 8 – Контактные пары протеза

Показанные на рис. 9 - 12 для задачи анализа фрагмента позвоночника с имплантатом поля напряжений демонстрируют различие результатов, полученных на основе двух подходов: в предположении двустороннего либо одностороннего контакта деталей протеза.

Согласно расчетам, наибольшая интенсивность напряжений составляет:

- а) для модели с межпозвоночным диском около 30 МПа в позвонках;
- б) для модели с протезом без учета контактного взаимодействия около 100 МПа в позвонках и 253 МПа в протезе;
- в) для модели с протезом с учетом контактного взаимодействия около 95 МПа в позвонках и 70 МПа в протезе.

Проведенные исследования показали преимущество крепления протеза с помощью конусных выступов по сравнению с выступами пирамидальной формы, что позволяет снизить уровень напряжений и за счет этого уменьшить



Рисунок 9 – Напряженное состояние модели с протезом без учета контакта



Рисунок 10 – Напряженное состояние модели с протезом, контактная задача

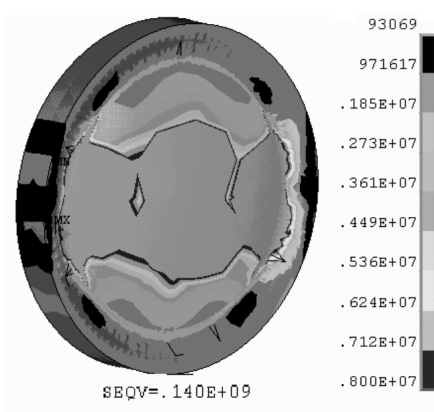
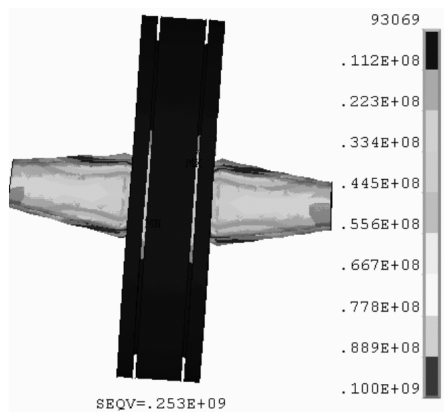


Рисунок 11 – Напряженное состояние протеза 2 без учета контакта

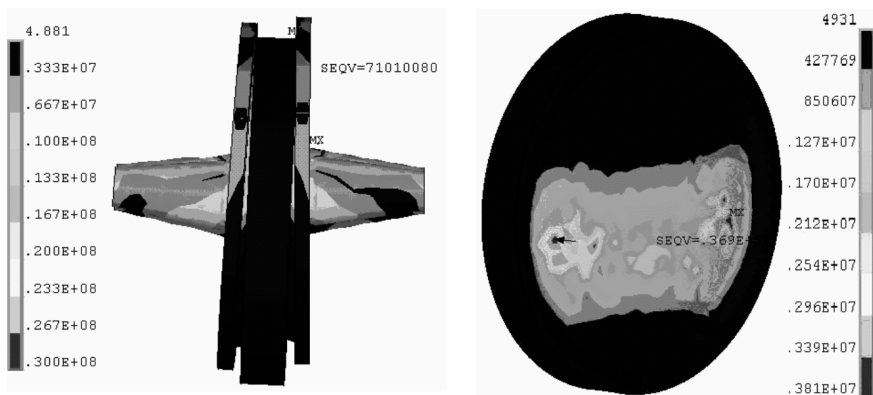


Рисунок 12 – Напряженное состояние протеза 2 с учетом контакта

травмируемость позвонков. Кроме того, очевидна необходимость учета контактного взаимодействия при решении задач подобного рода, поскольку упрощенный подход заметно искажает картину напряженно-деформированного состояния, которое является определяющим фактором для прогноза развития неблагоприятных эффектов в костных тканях с течением времени. Полученные результаты могут служить базой для последующих расчетов с целью оптимального планирования фиксации позвонков при наличии патологии межпозвоночного диска.

Список литературы: 1. Берснев В.П., Давыдов Е.А., Кондаков Е.Н. Хирургия позвоночника, спинного мозга и периферических нервов. – СПб: Специальная литература, 2004. – 368 с. 2. Грунтовский Г.Х. Обоснование и клиническое применение керамических имплантатов при хирургическом лечении некоторых заболеваний и повреждений опорно-двигательного аппарата: Автореф. дис. ... докт. мед. наук. – Харьков, 1990. – 28 с. 3. Хачин В.Н., Пушин В.Г., Кондратьев В.В. Никелид титана: Структура и свойства. – М.: Наука, 1992. – 160 с. 4. Грунтовский Г.Х. Первично-стабильный спондилодез эндопротезами из корундовой керамики у больных остеохондрозом поясничного отдела позвоночника // Остеохондроз позвоночника. – М., 1992. – С. 18-23. 5. Корж А.А. Биомеханическое обоснование эндопротезирования позвоночника при поясничном спондилодезе / А.А.Корж, Н.И.Хвизюк, Е.М.Маковоз и др. // Современные проблемы биомеханики. – Рига, 1997. – Вып. 4. – С. 144-168. 6. Березовский В.А., Колотилев Н.П. Биофизические характеристики тканей человека. – К.: Наукова думка. 1990. – 224 с.

Поступила в редколлегию 20.11.07

Ю.Б.ГУСЕВ, ОАО «Головной специализированный конструкторско-технологический институт», Мариуполь

К ВОПРОСУ О ДИАГНОСТИРОВАНИИ СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИИ УГЛЕПЕРЕГРУЖАТЕЛЯ

У статті описана методика діагностування стану металоконструкції вуглеперевантажувача. Наведені дані дослідження на прикладі крана-перевантажувача фірми ФЕБ, ФТА, Німеччина.

The method of diagnosing the state of metalware of coal-loader is described in the paper. The research data are presented on the example of crane-loader made by FEB, FTA, Germany.

Введение. Углерегружатели [1-5] работают в тяжелых условиях эксплуатации, сопровождающихся, кроме действия высоких эксплуатационных нагрузок, еще и действием агрессивных веществ (угольная пыль, атмосферные осадки и т.д.). В комплексе получаемое интегральное воздействие приводит к утонению стенок несущих элементов конструкций. В свою очередь при этом происходит исчерпание нагрузочной способности отдельных элементов металлоконструкции. Поскольку математические модели данных процессов с учетом совокупного действия всех факторов отсутствуют, то высокую актуальность и важность приобретают экспериментальные методы исследования текущего состояния углерегружателей. Именно они могут стать источником данных о закономерностях изменения несущей способности углерегружателей, которые можно будет использовать в создаваемых комплексных моделях для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) металлоконструкций углерегружателя и их синтеза по критериям сохранения нагрузочной способности в течение заданного срока эксплуатации. Данные обстоятельства обуславливают актуальность и важность разработки методики диагностирования текущего состояния металлоконструкций углерегружателей, находящихся в условиях эксплуатации на действующих производствах, что и составляет содержание данной статьи.

Методика исследований. Рассмотрим методику диагностирования металлоконструкции углерегружателя. Ввиду интенсивного режима работы, испытания металлоконструкции углерегружателя могут носить как плановый, так и внеплановый характер (зависит от наличия/отсутствия существенных проблем). Для подобного вида конструкций исследования носят периодический устоявшийся характер, характеризующийся довольно стандартным набором измерений. Целью данной статьи является показать на конкретном примере определение общих закономерностей, то есть собственно методику диагностирования.

Таблица 1 – Объект диагностирования

Тип крана	Кран-перегрузатель, грейферный
Транспортируемый материал	руда, кокс, известняк
Плотность в навалку	0,8...2,6 т/м ³
Среднее количество подачи моста	670 т/ч
Скорость передвижения крана	30 м/мин
Скорость передвижения тележки	200 м/мин
Грузоподъемность тележки на тросах	32 тс
Емкость грейфера	6,7 м ³
Скорость спуска грейфера	90 м/мин
Скорость подъема грейфера	80 м/мин
Время замыкания грейфера	8,5 с
Максимальная высота подъема	32 м
Пролет моста	76,2 м
Длина моста	140,75 м
Минимальная рабочая температура	-35°C
Режим работы	весьма тяжелый
Завод-изготовитель	ФЭБ, ФТА, г. Лейпциг, Германия
Год изготовления	1970
Год пуска в эксплуатацию	1972

Объект испытаний (диагностирования). Типовая техническая характеристика состояния крана проводится на примере углеперегрузателя 32 тс х 76,2 м (табл. 1).

Металлоконструкция моста крана – сварная коробчатого сечения, изготовлена из стали МСТ38-3 (рис. 1). Сталь МСТ38-3 по химическому составу и механическим свойствам соответствует ВСтЗсп по ГОСТ 380.

Как видно из рис. 1, 2, несущие балки металлоконструкции углеперегрузателя разбивались на отсеки (59 шт.). В дальнейшем распределения исследуемых величин в левой и правой балках относятся к номерам отсеков как дискретной координате.

Установка тензорезисторов и монтаж измерительной схемы производились в соответствии с требованиями «Технологической инструкции на установку и электрический монтаж тензорезисторов на поверхность изделий машиностроения при испытаниях», АМТ, 1998 г.

Цель и объем диагностирования. Целью проводимого комплекса исследований являлась оценка технического состояния металлоконструкции крана-перегрузателя и определение возможности его дальнейшей безопасной эксплуатации. При выполнении технического диагностирования выполнен следующий объем работ:

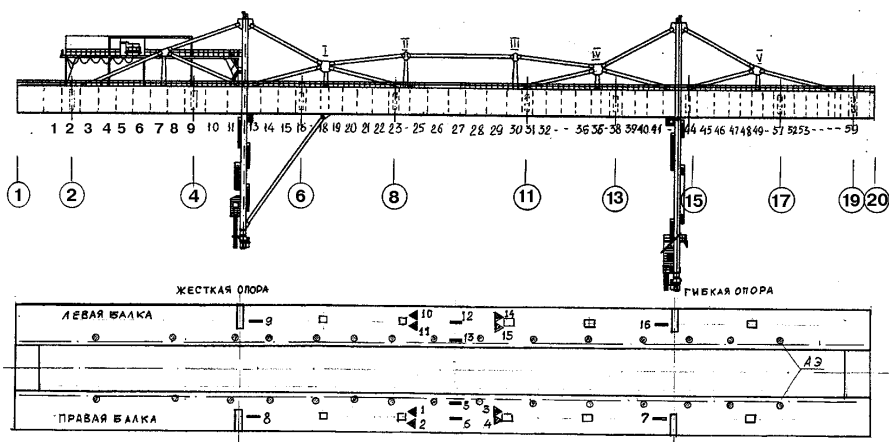


Рисунок 1 – Кран перегружатель грейферный: расположение пьезопреобразователей АЭ и тензорезисторов на мосту крана-перегрузчика РГП-2, рег. №077898;
1...59 – номера отсеков; ○ – пьезопреобразователи АЭ; ▽ – тензорезисторы;
① – ② – мостовые балки между осями; I – V – шпренгельные стойки

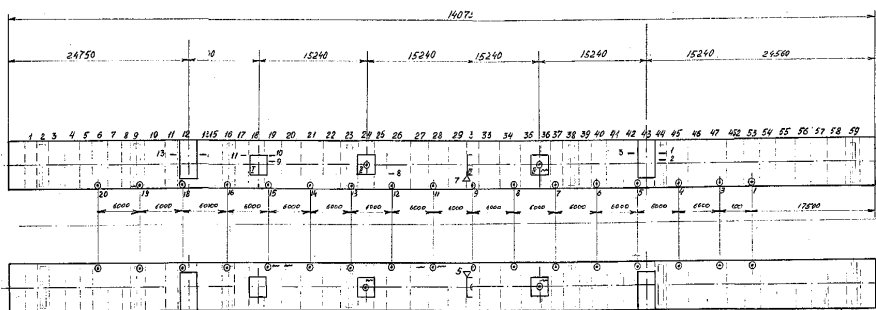


Рисунок 2 – Схема расположения датчиков АЭ и тензорезисторов на продольных Мостовых балках (вид сверху): ~ – трещины; 1...59 – номера отсеков; ○ – датчики АЭ; ▽ – тензорезисторы; I...V – шпренгельные опоры

- внешний осмотр состояния несущих элементов металлоконструкций при определении мест замера толщин;
- определение степени коррозионного поражения металлоконструкций, измерение толщины стенок металла элементов металлоконструкций;
- контроль элементов металлоконструкции крана с помощью акустической эмиссии (АЭ) на наличие в них развивающихся дефектов, которые ведут к накоплению повреждений в металле, появлению и развитию трещин до критических уровней и повышению вероятности разрушения основных несущих элементов моста и потери ими несущей способности. Определение степени опасности имеющих по-

- вреждений крана на возможность его дальнейшей безопасной эксплуатации;
- определено НДС металлоконструкции крана-перегрузателя от действия статической испытательной нагрузки;
- анализ полученных результатов.

Методика проведения технического диагностирования. *Внешний осмотр* заключался в визуальной оценке состояния металлоконструкции крана, выявлении видимых трещин в основном металле и сварных швах, определении механического и коррозионного износа, а также состояния защитного покрытия.

Измерение толщины стенки металла элементов и определение степени их коррозионного износа. Измерение толщины стенки металла несущих металлоконструкций крана проводилось методом неразрушающего контроля ультразвуковым толщиномером по ГОСТ 25863. В качестве измерителя толщины стенок применялся толщиномер УТ-93П, с погрешностью измерения $\pm 0,1$ мм.

Определение напряженно-деформированного состояния металлоконструкций. Измерение деформаций проводилось методом электротензометрии с использованием фольговых тензорезисторов типа КФ-5П1-20-100-Н-12 и измерителя деформаций ИДЦ-1 в соответствии с требованиями «Методики выполнения измерений статических и динамических деформаций при испытаниях изделий машиностроения», АМТ, 1998. Нагружение крана-перегрузателя при статических прочностных испытаниях осуществлялось испытательной нагрузкой, равной максимальной грузоподъемности – 32 тс. Статическое нагружение осуществлялось приложением нагрузки на консолях, над опорами и в середине пролета моста. За нулевой отсчет при испытаниях приняты показания тензорезисторов при порожнем грейфере и с тележкой, находящейся над гибкой и жесткой опорами.

Контроль металлоконструкций крана методом АЭ. Руководством при выполнении АЭ-контроля являлись ГОСТ 27655 и «Методика определения местоположения развивающихся дефектов АЭ-методом» МР 204-86. Метод акустической эмиссии обеспечивает выявление развивающихся дефектов посредством регистрации и анализа акустических волн, возникающих в процессе пластической деформации и роста трещин в контролируемом объекте. Метод АЭ является интегральным, обеспечивающим контроль всей зоны контроля с использованием одного или нескольких преобразователей АЭ, неподвижно установленных на поверхности металлоконструкции. АЭ-контроль позволяет выявить наличие и определить координаты источников акустической эмиссии.

При принятии решения по результатам АЭ-контроля используют данные, содержащие сведения о всех источниках АЭ, их классификации и установлении источников АЭ, параметры которых превышают допустимый уро-

вень. Классификация источников АЭ выполняется с использованием следующих параметров сигналов: суммарный счет; число импульсов; амплитуда (амплитудное распределение); скорость счета; активность АЭ-сигналов; концентрация источников АЭ.

Выявленные и идентифицированные источники АЭ разделяются согласно ГОСТ 27655 на пассивные источники; активные источники; критически-активные; катастрофически-активные источники. Пассивные и активные источники требуют регистрации, анализа и последующего контроля за их развитием. Критически-активные источники требуют регистрации, контроля в процессе выполнения испытаний и последующего ремонта. Катастрофически-активные источники АЭ-сигнала требуют немедленного уменьшения нагрузки до 0, либо величины, при которой класс источника АЭ снизится до уровня активных или критически активных. После сброса нагрузки требуется немедленный ремонт дефектного узла. Для АЭ-контроля металлоконструкции использовался многоканальный акустико-эмиссионный комплекс на базе приборов АФ-15 и ПЭВМ. Схема установки пьезопреобразователей АЭ на металлоконструкции крана приведена на рис 1, 2. АЭ-контролю подвергались ездовые балки крана при приложении испытательной нагрузки, равной максимальной грузоподъемности $R_{исп} = 32$ тс, и выдержке под этой нагрузкой.

Средства измерений. При проведении технического диагностирования металлоконструкции крана использовался набор средств измерений, приведенный в табл. 2.

Таблица 2 – Средства измерений

Наименование прибора	Тип	Диапазон измерений	Погрешность измерений
Акустико-эмиссионный комплекс на базе приборов и компьютера	АФ-15 Notebook	8 каналов, частотный диапазон 20...2000 кГц регистрация активности от 10^0 до 10^3 имп/с	$\pm 10 \%$
Толщиномер ультразвуковой	УТ-93П	0,6...350 мм 100...1000 мм	осн. погр. $\pm 1 \%$,
Тензоусилитель	8АНЧ-23	8 каналов 10...1500 Гц при $R = 8$ кГц; 10...5000 Гц при $R = 20$ кГц	$\pm 0,2 \%$,
Тензорезистор	КФ5П1-10-100-Б-12	$R = 100 \pm 0,1$ Ом чувствительность 2,1...2,2	
Светолучевой осциллограф	К-20-22	(0...500) Гц	$\pm 5 \%$

Результаты контроля состояния металлоконструкции.

Измерение толщины стенки металла и оценка степени коррозионного износа. На рис. 3 приведено распределение длины трещин в отсеках правой и левой балок. Видна концентрация трещин значительного протяжения в интервале отсеков «13-28». Результаты измерения толщин стенок металла сведены на рис. 4, 5.

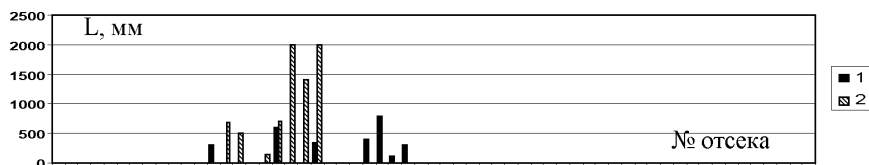


Рисунок 3. Наличие и длина трещин в отсеках балок: 1 – правой, 2 – левой

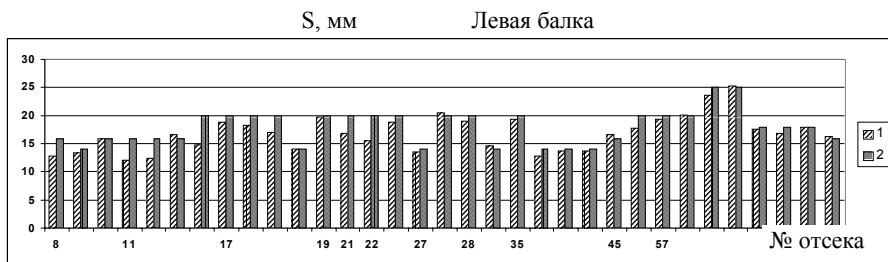
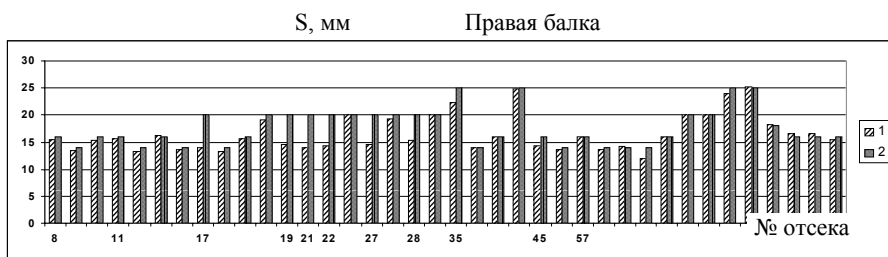


Рисунок 4 – Толщины листов: 1 – измеренные, 2 – согласно чертежам

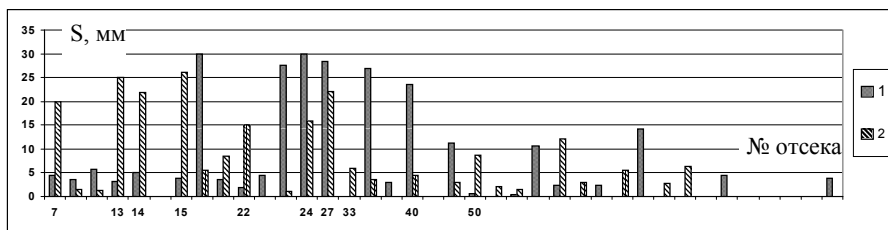


Рисунок 5 – Степень коррозионного износа листов балок, %: 1 – правой, 2 – левой

Максимальное утонение листов составило: *правая балка*: верхний лист под рельсом – 30 %; нижний лист – 5,6 %; вертикальный лист, внутренняя сторона – 5,0 %; верхний лист, заделка раскоса – 14,3 %; *левая балка*: верхний лист под рельсом – 26 %; нижний лист – 8,5 %; вертикальный лист, внутренняя сторона – 3,6 %; верхний лист, под I шпренгельной стойкой – 12,0 %.

Механический износ верхнего листа балок под рельсом – выше допустимой величины (10 %). Коррозионный износ верхнего листа правой балки в зоне крепления раскоса и I шпренгельной стойки носит очаговый характер, выше допустимой величины (10 %).

Оценка напряженно-деформированного состояния металлоконструкции крана. Расположение тензорезисторов на металлоконструкции крана приведены на рис. 1, 2. Соответствующие распределения напряжений – на рис. 6.

За нулевой отсчет приняты показания тензорезисторов при опущенном на землю грейфере с ослабленными канатами и тележкой, находящейся над жесткой опорой.

Максимальные значения напряжений от действия испытательной нагрузки составили – при нахождении тележки с грузом в центре пролета моста: т/р №5-32,0 МПа; т/р №6-32,2 МПа; т/р №12-32,3 МПа; т/р №13-32,5 МПа. Максимальные напряжения, таким образом, наблюдаются в районе отсеков «26-28».

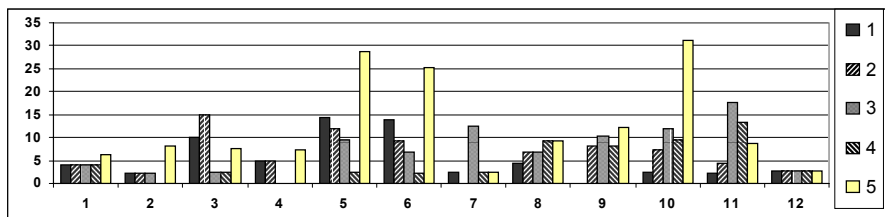


Рисунок 6 – Напряжения в тензодатчиках (МПа) при различных (табл. 3) положениях тележки (1994 год)

АЭ-контроль металлоконструкции крана на наличие в ней развивающихся дефектов. В процессе АЭ-контроля металлоконструкция крана нагружалась статической испытательной нагрузкой 320 кН. Активность источников сигналов акустической эмиссии зафиксирована по обоим мостовым балкам. Интенсивность сигналов акустической эмиссии нарастала в моменты отрыва груза от земли. После отрыва груза и выключения механизмов подъема интенсивность АЭ-сигналов ослабевает. На площадках выдержек под испытательной нагрузкой идет регистрация сигналов от активных дефектов в сварных швах и основном металле контролируемых отсеков.

Все локализованные источники сигналов от действия испытательной нагрузки, равной 320 кН, классифицируются как активные и критически-активные. Катастрофически активных источников АЭ-сигналов не зафиксировано.

Таблица 3 – Положения грейферной тележки

№ положения тележки	Местонахождение тележки
1	Тележка с грузом над жесткой опорой
2	Тележка с грузом на консоли за жесткой опорой
3	Тележка с грузом в центре пролета
4	Тележка с грузом над гибкой опорой
5	Тележка с грузом на консоли за гибкой опорой

Заключение. По результатам технического диагностирования металлоконструкции крана-перегрузателя зав. № 830, рег. № 077898, можно сделать следующие выводы.

1. Наличие критически-активных источников АЭ (развивающихся трещин) при нагружении крана номинальной нагрузкой не позволило его подвергнуть испытательной нагрузке $1,25 Q_{\text{ном}}$ (на 25% выше номинальной).
2. В верхней части II-й и III-й стоек правой балки выявлены трещины. При этом трещина во второй стойке правой балки расценивается как критически-активная и требует неопременного устранения. Во II и III стойках правой балки трещин не выявлено.
3. В отсеках 13, 14, 15, 18 правой балки в сварном шве под рельсом выявлены активные трещины длиной 400÷600 мм, в отсеках 13, 18, 21, 25 левой балки там же выявлены активные трещины длиной 300-400 мм, в отсеке 18 на продольной балке – трещина около 800 мм.
4. Правая балка имеет критически активные трещины в отсеках 19, 20, 21 длиной от 1500 мм до 2000 мм.
5. В отсеках 18, 21, 25, 26, 27, 28 левой балки выявлены активные трещины длиной 300-600 мм.
6. Коррозионно-механический износ верхнего листа мостовых балок под пяткой рельса составляет 26-30 % от толщины листа верхнего пояса.
7. Максимальный коррозионный износ 14,3 % имеет верхний лист в кармане раскоса на консоли жесткой опоры и 12 % – верхний лист под первой шпренгельной стойкой.
8. В остальных несущих элементах металлоконструкции крана интенсивная коррозия отсутствует и не превышает 10 %.

Полученные в процессе исследований конкретного углеперегрузателя результаты исследований свидетельствуют о значительных проблемах с обеспечением его несущей способности после значительных (десяти лет) сроков эксплуатации. Источником существенного снижения несущей способности является совместное действие таких факторов, как многоцикловое динамическое силовое воздействие и ослабление сечений вследствие коррозий. Огромные трещины в балках углеперегрузателя не позволяют произвести догружение крана нагрузкой нагрузкой, превышающей на 25% номинальную, вследствие раз-

вития при этом процессов разрушения, которые фиксирует АЭ-контроль.

Весь цикл проведенных исследований одного углеперегрузателя свидетельствует, во-первых, о наличии проблемы обеспечения нагрузочной способности углеперегрузателей, во-вторых – о факторах, ее вызывающих, а в-третьих, – о необходимости создания расчетно-экспериментальной методики обеспечения нагрузочной способности при проектировании углеперегрузателей путем рационального выбора его конструктивных параметров на основе численного анализа напряженно-деформированного состояния с учетом экспериментально определенных изменений толщины несущих элементов конструкций на примере обследования множества углеперегрузателей. Данное направление является предметом дальнейших исследований.

Список литературы: 1. Гусев Ю.Б. К вопросу об исследовании напряженно-деформированного состояния металлоконструкции перегружателя ПМГ-20 // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2006. – № 24. – С.70-75. 2. Гусев Ю.Б., Слободяник В.А., Ткачук Н.А., Танченко А.Ю. К вопросу об определении причин сверхнормативного износа реборд колес грейферной тележки мостового крана-перегрузателя // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2007. – № 3. – С. 55-66. 3. Гусев Ю.Б., Шкода В.А., Танченко А.Ю. Формирование конечно-элементной модели металлоконструкции углеперегрузателя // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Машинознавство та САПР. – 2007. – № 23. – С. 33-39. 4. Гусев Ю.Б., Литвиненко А.В., Танченко А.Ю. К вопросу моделирования напряженно-деформированного состояния металлоконструкции углеперегрузателя // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Транспортне машиностроєння. – 2007. – № 31. – С. 75-80. 5. Гусев Ю.Б., Танченко А.Ю. К вопросу определения жесткостных характеристик металлоконструкции углеперегрузателя // Вісник НТУ «ХПІ». Тем. вип.: Машинобудування та САПР. – 2007. – № 29. – С.42-47.

Поступила в редколлегию 20.11.2007

УДК 539.3

В.О.ЖОВДАК, докт. техн. наук; **О.О.ЛАРИН**;
О.М. ГОЛОВКО; НТУ «ХПИ»

ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ЦИКЛО-СИМЕТРИЧНОГО ЛОПАТКОВОГО АПАРАТУ З ВИПАДКОВИМ ТЕХНОЛОГІЧНИМ РОЗЛАДОМ

Проведено аналіз гармонічних коливань цикло-симетричної дискретної моделі лопаткового апарату першого ступеня циліндру низького тиску парової турбіни з випадково заданим розладом методом Монте-Карло. Наведено різноманітні реалізації розладу та відповідні їм реалізації АЧХ. Побудовано математичні очікування та дисперсії АЧХ.

Investigation of the harmonic vibration of the lump-mass discrete cyclic model of bladed disk of the first stage of the stem turbine with the random mistuning is carried out by means of Monte-Carlo method. Various realizations of the mistuning and corresponding to them amplitude-frequency characteristics are investigated. The expectations and variances for the frequency-response curve are built.

Вступ. У техніці широко розповсюджені конструкції із циклічною симетрією. В цих конструкціях можна виділити сектор геометричні, механічні й силові параметри якого зберігають свою інваріантність під час обертання на кут $2\pi/N$ [1,2,3]. Реальні конструкції завжди відхиляються від строгої симетрії в більшому або меншому ступені. Порушення строгої симетрії викликається обмеженою точністю формоутворення й монтажу елементів конструкцій, неоднорідністю властивостей матеріалів, з яких вони виготовлені, експлуатаційною деградацією їх механічних характеристик. Сприяють порушенню симетрії також і умови роботи: окружна неоднорідність деформацій, нерівномірність зовнішнього поля температур та ін. [3].

У конструкціях з розладом суттєво змінюється спектр власних частот та власні форми коливань [3,4]. На амплітудно-частотній характеристиці (АЧХ) це призводить до зміни форми та частотних діапазонів існуючих піків та спонукає до появи нових, що обумовлені розшаруванням кратних частот та втратою ортогональності між власними формами системи та просторовою формою навантаження. Усі перераховані ефекти є випадковими у наслідок стохастичної природи розладу, а отже потребують статистичного аналізу.

1. Вимушені коливання. В роботі було проведено якісне дослідження випадкових коливань робочого апарату першої ступені циліндру низького тиску парової турбіни з промисловим відбором пару. Робоча лопатка цієї ступені має циліндричний профіль, цільно-фрезеровану бандажну полицю та двох опорний грибоподібний хвостовик (рис. 1). Робочий апарат першої ступені має масивне, жорстке бандажне з'єднання, що забезпечує слабку чутливість лопаткового апарату до розладу, що обумовлений розходженням фізичних характеристик (щільність, модуль пружності) у сусідніх лопатках апарату. Так у роботі [5] наведено результати дослідження власних коливань розладженого робочого апарату четвертої ступені аналогічної турбіни, який є менш жорстким, у наслідок значно більшої довжини лопатки. Для цієї ступені розходження власних частот при зменшенні модуля пружності матеріалу лопаток у двічі не перевищує 5 % (лише для першої частоти складає 12 %). Разом із цим проведені попередні дослідження [6,7] показали, що ЦС робочі апарати з бандажним з'єднанням такого типу є чутливими до технологічного розладу, наявність якого обумовлена між-бандажними зазорами, що утворюються під час технологічних операцій з монтажу лопаток на диску. Існування таких зазорів суттєво зменшує згинну жорсткість відповідної частини бандажної полиці, а отже обумовлює існування в кожному секторі системи випадковий розлад.

Для дослідження випадкових коливань такого апарату було побудовано дискретну модель (рис. 2), що складається з 8 секторів по 3 маси в кожному. Рівняння вимушених коливань такої системи можна привести в наступному вигляді:

$$\begin{cases} m_j^{\pi} \ddot{q}_{i+1} + (c_j^{\pi} + c_{i+1}^{36} + c_i^{36} - \tilde{c}_{j-1}) q_{i+1} - c_{i+1}^z q_{i+2} - c_i^{36} q_i = F_j(t); \\ m_j^{36,2} \ddot{q}_{i+2} + (c_{i+1}^{36} + c_{i+2}^{36}) q_{i+2} - c_{i+2}^{36} q_{i+3} - c_{i+1}^{36} q_{i+1} = 0; \\ m_{j+1}^{36,1} \ddot{q}_{i+3} + (c_{i+2}^{36} + c_{i+3}^{36} - \tilde{c}_j) q_{i+3} - c_{i+2}^{36} q_{i+2} - c_{i+3}^{36} q_{i+4} = 0; \end{cases}$$

$$i = 3 \cdot (j - 1)$$

$$j = \overline{1..N}, \quad (1)$$

де $q_0 = q_{24}$; $q_{25} = q_1$; $m_8^{36,3} = m_1^{36,1}$; $c_0^{36} = c_{24}^{36}$; $\tilde{c}_0 = \tilde{c}_N$, N – кількість секторів, $F_j(t)$ – сила, що прикладуться до кожної лопатки і має вигляд:

$$F_j(t) = e^{i\omega t} \cdot e^{i\alpha_j}; \quad \alpha_j = \left(\frac{2\pi(j-1)k}{N} \right), \quad (2)$$

де k – параметр, що визначає кількість вузлових діаметрів у просторовій формі навантаження.

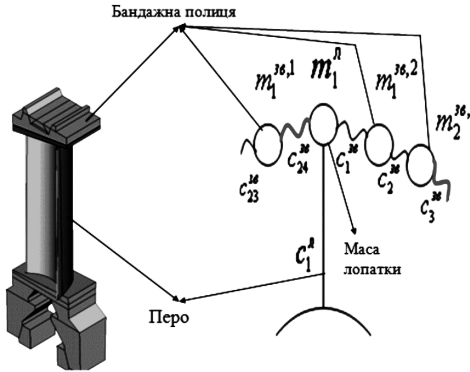


Рисунок 1 – Сектор

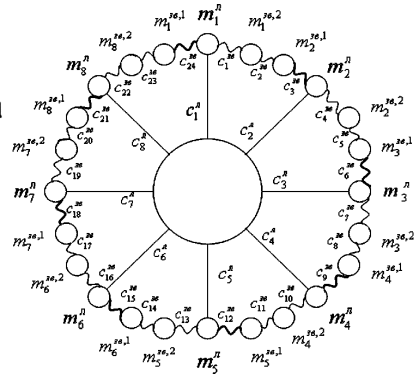


Рисунок 2 – Дискретна модель

2. Вимушені коливання системи з розладом в одному секторі. Розлад системи, що досліджується, викликаний технологією монтажу лопаток, яка може призвести до зменшення жорсткості в часті бандажній полиці на 70 відсотків від номінального її значення.

На рис. 3 наведено амплітудно-частотні характеристики переміщень пера лопатки першого сектору (суцільною лінією зображено графіки для системи з розладом, пунктирною – для системи без розладу).

На рис. 4 зображено розгортки на частотах, що відповідають пікам у АЧХ. Розгортки для тих частот, що відповідають новим резонансним пікам характеризуються наявністю ефекту локалізації, що спостерігаються у секторах з різким перепадом розладу у з'єднанні.

На графіках амплітудно-частотних характеристик, що наведені на рис. 3 для системи з розладом існують додаткові резонансні піки, один з яких відпо-

відає збудженню власної форми з розширеною частотою, а інші збудженню форм з меншим числом вузлових діаметрів, що проявляється внаслідок втрати ортогональності цих форм з формою навантаження.

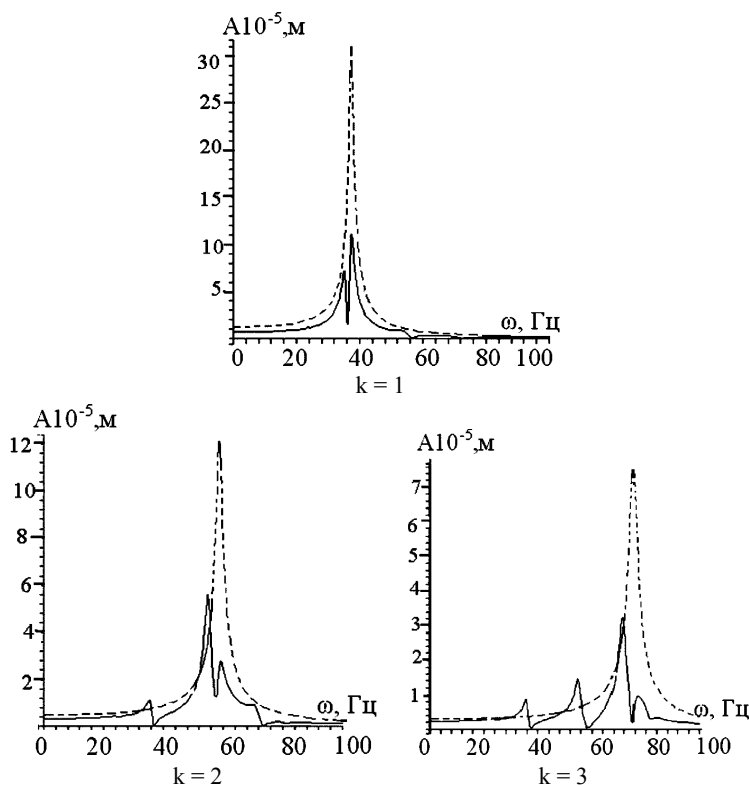


Рисунок 3 – АЧХ для другого сектору системи з одним розладженим сектором та з навантаженням, що має різну кількість вузлових діаметрів

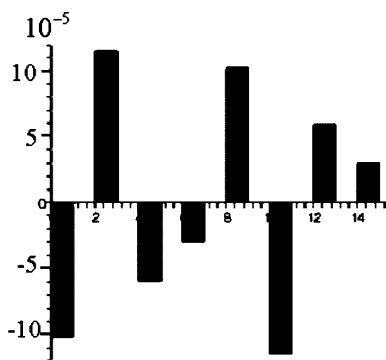
3. Реалізації амплітудно-частотних характеристик за різних комбінацій випадково заданого розладу

В даній роботі випадковий розлад по жорсткості задавався у вигляді наступного виразу:

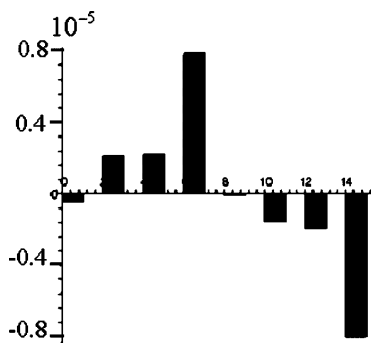
$$\tilde{c}_j = \langle \tilde{c}_j \rangle \cdot (1 - \alpha), \quad (3)$$

$\langle \tilde{c}_j \rangle$ – математичне очікування випадкової жорсткості, α – центрована нормальна випадкова величина з дисперсією 0,23 та щільністю ймовірності:

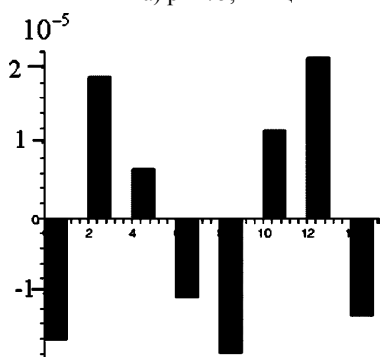
$$f(\alpha) = \begin{cases} 0, & \alpha < 0; \\ 1,73 \exp(-9,45\alpha^2), & \alpha \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$



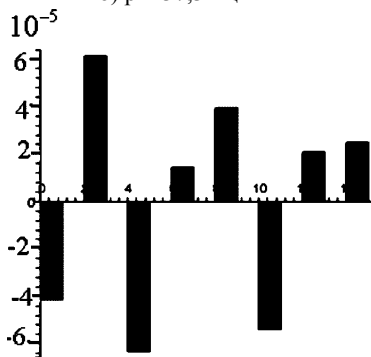
а) $p = 75,24$ Гц



б) $p = 37,3$ Гц



в) $p = 54,97$ Гц



г) $p = 71,38$ Гц

Рисунок 4 – Розгортки форми вимушених коливань робочого колеса з одним розладженням сектором та з навантаженням, просторова форма якого має 3 вузлових діаметра: а) – розгортка форми вимушених коливань; циклічно-симетричного робочого колеса на резонансній частоті; б), в), г) – розгортки форм вимушених коливань робочого колеса з одним розладженням сектором на резонансних частотах

Таблиця 1 – Реалізації розладу

	а	б	в	г	д	є
$\tilde{c}_1 \cdot 10^5$	2,61	2,16	1,94	3,42	4,01	3,33
$\tilde{c}_2 \cdot 10^5$	4,01	2,7	4,41	4,41	3,06	1,58
$\tilde{c}_3 \cdot 10^5$	1,44	2,43	3,24	4,28	2,75	1,35
$\tilde{c}_4 \cdot 10^5$	3,87	2,52	4,05	1,94	1,62	3,12
$\tilde{c}_5 \cdot 10^5$	2,39	4,14	3,74	2,97	3,11	4,37
$\tilde{c}_6 \cdot 10^5$	1,85	1,76	3,19	1,67	2,03	4,37
$\tilde{c}_7 \cdot 10^5$	4,23	4,28	3,29	4,41	3,33	4,32
$\tilde{c}_8 \cdot 10^5$	2,75	2,88	1,35	2,52	3,06	2,79

В табл. 2 наведено реалізації амплітудно-частотних характеристик, що побудовані при випадковому розладі, ймовірнісні характеристики якого визначено за виразами (3-4), Різні варіації просторового розміщення розладу можуть призвести до суттєвої зміни форми амплітудно-частотної характеристики, а отже розширити небезпечну резонансну область.

Числові реалізації жорсткості, що відповідають наведеним в табл. 2 реалізаціям АЧХ зведено до табл. 1.

4. Розрахунок статистичних характеристик АЧХ

Для визначення статистичних параметрів випадкових вимушених коливань системи з випадковими параметрами було застосовано метод Монте-Карло [8]. Кількість реалізацій необхідних для визначення математичного очікування та дисперсії визначалась у відповідності до значення похибки, що визначалась за виразами:

$$\varepsilon(n) = \max_{\omega \in [0, 400]} |M_n[A(\omega)] - M_{n-1}[A(\omega)]|; \quad (5)$$

$$\eta(n) = \max_{\omega \in [0, 400]} |M_n[\tilde{A}_n^2(\omega)] - M_{n-1}[\tilde{A}_{n-1}^2(\omega)]|; \quad (6)$$

$$\tilde{A}_n(\omega) = A(\omega) - M_n[A(\omega)], \quad (7)$$

де $\varepsilon(n)$, $\eta(n)$ – похибки математичного очікування та дисперсії, $M_n[\dots]$ – оператор взяття математичного очікування амплітуди вимушених коливань з урахуванням n реалізацій, $A(\omega)$ – амплітуда вимушених коливань.

На рис. 5 зображено графіки похибок, що обчислені за допомогою виразів (5) та (6) для АЧХ лопаткового апарату, що збуджується навантаженням з просторовою формою, яка має 2 вузлових діаметра. З наведених графіків видно, що похибка стабілізується на малому значенні починаючи з 70 ітерацій у процедурі Монте-Карло.

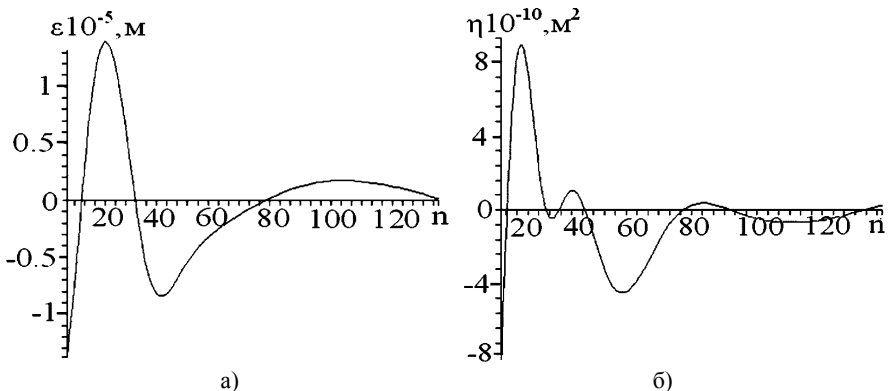
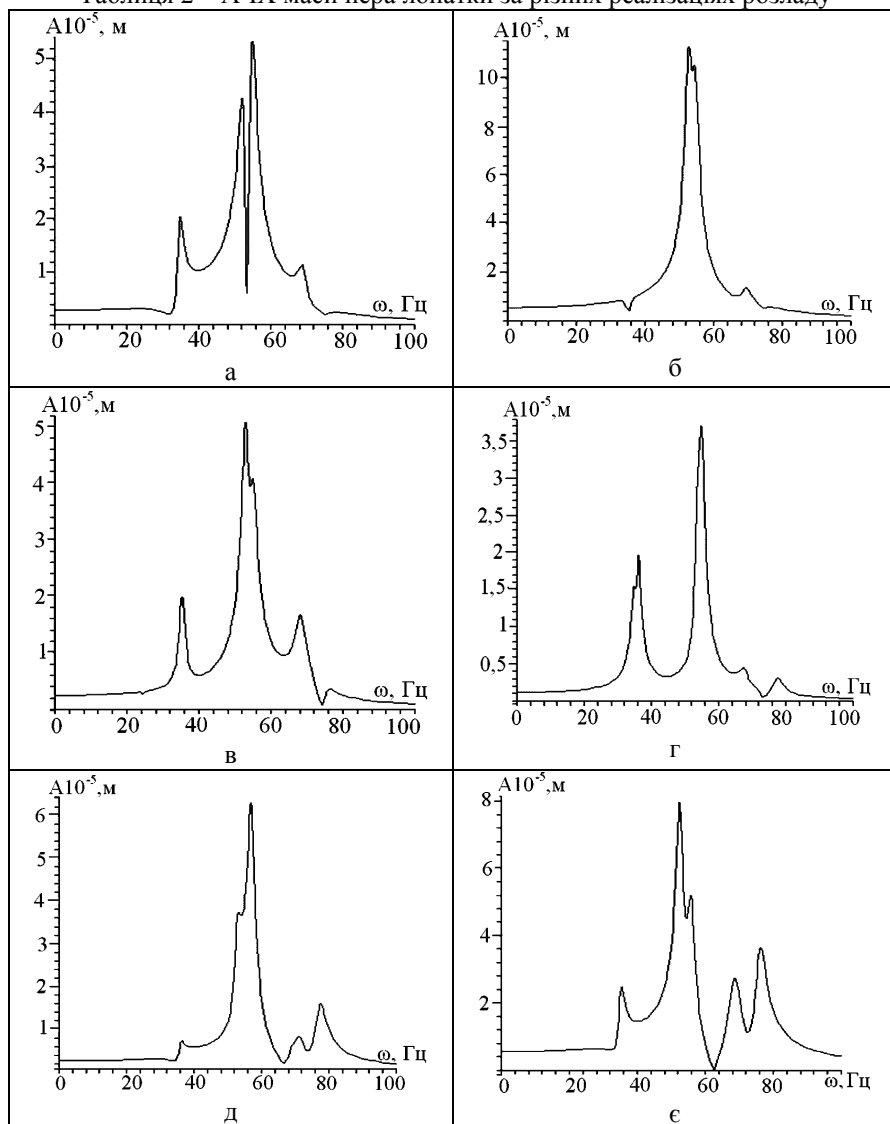


Рисунок 5 – Похибка в обчисленні методом Монте-Карло:

а) – математичного очікування амплітуди переміщень;

б) – дисперсії амплітуди переміщень

Таблиця 2 – АЧХ маси пера лопатки за різних реалізаціях розладу

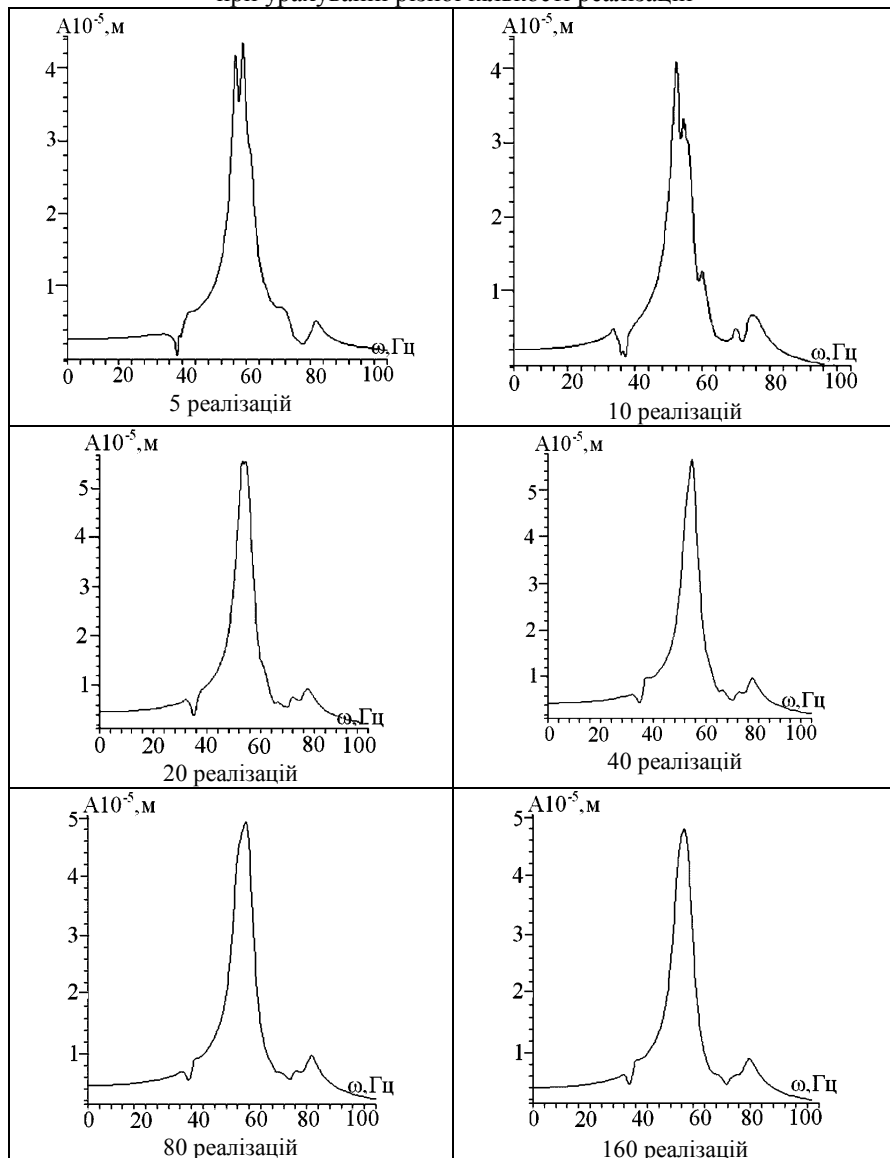


В табл. 3 наведено графіки математичного очікування, що обчислені з урахуванням різної кількості реалізацій АЧХ лопаткового апарату, що збуджується навантаженням з просторовою формою, яка має 2 вузлових діаметра.

На рис. 6 наведено математичне очікування системи з випадковим роз-

ладом (на рисунках позначено суцільною лінією), графіки детермінованого АЧХ для циклічно-симетричної системи (позначено пунктирною лінією). На рис. 6 також наведено середньоквадратичне відхилення (СКВ) АЧХ.

Таблиця 3 – Графіки математичного очікування амплітуди коливань при урахуванні різної кількості реалізацій



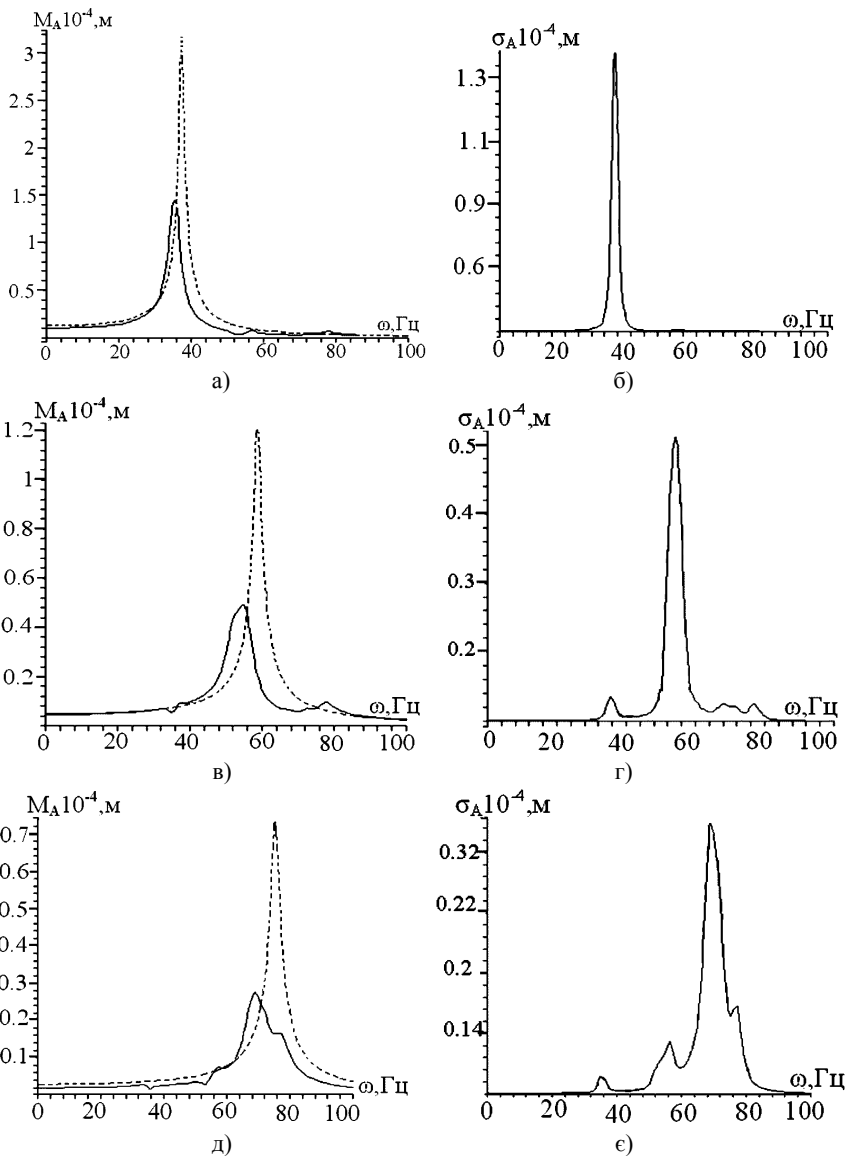


Рисунок 6 – Статистичні параметри АЧХ для другого сектору системи:

- а), в), д) – Математичне очікування АЧХ; б), г), е) – СКВ АЧХ;
- а), б) просторова форма навантаження має 1 вузловий діаметр;
- в), г) просторова форма навантаження має 2 вузлових діаметра;
- д), е) просторова форма навантаження має 3 вузлових діаметра

Як можна бачити з наведених графіків, максимальне значення математичного очікування амплітуди коливань системи з розладом значно менше за максимальне значення амплітуди коливань циклічно-симетричного лопаткового апарату. Зменшення жорсткості бандажного з'єднання розладу призвело до збільшення ширини резонансної області та її зміщення по вісі абсцис у бік зменшення величини резонансної частоти.

СКВ, що наведені на рисунках 6, вказують на можливість появи у системі випадкових викидів з великими значеннями амплітуд переміщень. Так, наприклад, оцінюючи можливий максимальний розкид амплітуд переміщень за правилом трьох сігм, для системи, що збудовується навантаженням з $k = 3$, можливі максимальні амплітуди переміщень складатимуть $1,21 \cdot 10^{-4}$ м, що майже на 73 % більше за значення максимальних амплітуд системи зі строгою циклічною симетрією.

Висновки:

1. Реалізації амплітудно-частотних характеристик переміщень лопаткового апарату мають велику кількість резонансних піків, що обумовлені розшаруванням попередньо кратних власних частот та втратою ортогональності між просторовою формою навантаження та власними формами системи з розладом;
2. Проведено дослідження вимушених коливань системи з випадковим розладом методом Монте-Карло збіжність по нормі математичного очікування та дисперсії якого спостерігалась починаючи з 70 ітерацій;
3. Визначені ймовірнісні характеристики АЧХ показали збільшення ширини резонансної області та її зміщення в бік зменшення частоти. Зміна характеру резонансної області збільшується з ростом кількості числа вузлових діаметрів просторової форми навантаження;
4. Максимальне значення математичного очікування амплітуди коливань значно менше за відповідне значення для циклічно-симетричної системи. Проте визначені варіації можливих амплітуд вказують на високу ймовірність появи у системи з розладом резонансних коливань з великою амплітудою.

Список літератури: 1. Лукин Б.С. Об исследовании колебаний циклически симметричных конструкций методом конечных элементов // Динамика и прочность машин. – Харків: ХПИ. – 1979. – Вып. 31. – С. 12-21. 2. Petrov E.P., Sanliturk K.Y., Ewins D.J. A new method for dynamic analysis of mistuned blade disk based on the extract relationships between tuned and mistuned systems // Transaction of the ASME. – Vol. 124. – 2002. – P. 586-597. 3. Иванов В. П. Колебания рабочих колес турбомашин. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с. 4. Зинковский А.П., Бусленко И.Н., Матвеев В.В. Локализация колебаний бандажированного лопаточного венца рабочего колеса турбомашин // Проблемы прочности. – Киев.: Институт проблем прочности АН Украины. – 1994. – № 7. – С. 53-62. 5. Ларин А.А. Собственные колебания циклически-симметричных систем с расстройкой // Системы обработки информации. – № 7(47). – 2005. – С. 91-95. 6. Жовдак В.А., Кабанов А.Ф., Ларин А.А., Степченко А.С. Исследование влияния бандажного соединения на статические и

динамические характеристики лопаточного аппарата на основе трехмерных моделей // Вісник НТУ «ХП». – Харків, НТУ «ХП». – 2005. – №21. – С. 35-43. 7. Жовдак В.А., Демуз Я.Д., Кабанов А.Ф., Ларин А.А., Степченко А.С. Исследование влияния технологических отклонений в бандажном соединении на спектр собственных частот лопаточного аппарата // Надійність і довговічність машин і споруд. – Київ: Інститут проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України. – 2006. – Вип. 26. – С. 59-67. 8. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. – М.: Наука, 1972. – 64 с.

Надійшла до редколегії 26.10.2007.

УДК 539.3

О.В.КЕДРОВСКАЯ; Г.Ю.МАРТЫНЕНКО, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»,
А.Д.ПИРОГОВ; АО «НПО им.М.В.Фрунзе», Сумы

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СВАРНЫХ УЗЛОВ ЦИРКУЛЯЦИОННОГО НАСОСА С ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ДЕФЕКТАМИ

У статті запропонована модель робочого колеса циркуляційного насоса ГЦН-195М, яка дозволяє адекватно врахувати умову несправу в місцях з'єднання лопаток з основним і покриваючим дисками. Створена модель може бути використана для подальшого аналізу тріщиностійкості конструкції та інших розрахунків.

In article the scheme of the goods accounting at the retail trade firm is considered, necessity of the computerized of the goods accounting as the basic parameter of work of trade enterprises is retail commodity circulation shows.

В настоящее время АО «НПО им. М.В. Фрунзе» является основным поставщиком специального насосного оборудования для всех энергоблоков атомных электростанций. Их производство осуществляется в специализированных цехах, которые оснащены самым современным оборудованием и имеют мощную испытательную базу. Оборудование изготавливается в полном соответствии с требованиями и правилами Госатомэнергонадзора (Минэкобезопасность Украины), проходит жесткий технический контроль. Общий срок его службы составляет не менее 30 лет.

К уникальному оборудованию относятся выпускаемые предприятием для энергоблоков ВВЭР-1000 главные циркуляционные насосы ГЦН-195М мощностью 8000 кВт и подачей теплоносителя 20000 м³/ч, предназначенные для работы внутри первого контура ядерного реактора АЭС. Действующие атомные электростанции России, Украины, Армении, Литвы, Болгарии, Финляндии, Германии, Кубы, Словакии, укомплектованы данным насосным оборудованием, изготовленным объединением.

Несмотря на высокую надежность всех элементов насоса ГЦН-195М, ко-

торые были проверены многочисленными испытаниями и натурными экспериментами, при современных уровнях безопасности, которые предъявляются к оборудованию атомных электростанций, необходимо проводить расчеты и теоретически обосновывать результаты экспериментов.

Одним из наиболее ответственных узлов циркуляционного насоса является его рабочее колесо, состоящее из основного и покрывного дисков и лопаток. При расчетах этого колеса и проведении экспериментов необходимо учитывать, что из-за технологических ограничений поверхность соединения лопатки с диском сваривается не полностью, а остается зазор (непровар), который может влиять на картину напряженно-деформированного состояния колеса насоса. Поэтому построение адекватной модели рабочего колеса циркуляционных насоса ГЦН-195М, которая позволит учесть условие непровара в местах соединения лопаток с дисками – является актуальной проблемой.

Построенная модель в дальнейшем должна давать возможность провести анализ трещиностойкости конструкции под действием реальных нагрузок. Необходимо оценить адекватность построенной модели, а также влияние непровара на напряженно-деформированное состояние конструкции, для чего необходимо провести ряд расчетов с различными конечно-элементными моделями.

Для решения задачи определения напряженно-деформированного состояния рабочего колеса насоса ГЦН-195М необходимо разработать модель конструкции, которая адекватно реализует условие непровара в местах соединения лопаток с основным и покрывным дисками.

Геометрическая модель рабочего колеса строится средствами программного комплекса SolidWorks (рис. 2), однако с помощью Cosmos/Works решить данную задачу затруднительно, поскольку он не обладает достаточными возможностями для сложного статического и динамического расчета существенно-нелинейной геометрии. Для проведения над моделью в дальнейшем таких исследований экспортируем уже созданную геометрическую модель в ANSYS и проверяем соответствие новой модели и исходной.

Используем циклическую симметрию конструкции для ускорения проведения расчета и уменьшения размерности задачи. ANSYS позволяет производить циклически-симметричные статические расчеты даже при приложении

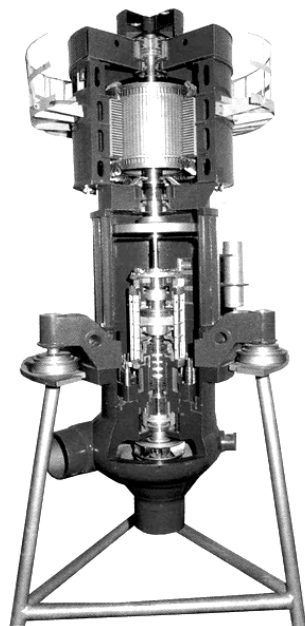


Рисунок 1

циклически-несимметричных нагрузок. Выделяем сектор циклической симметрии, производим расчеты и сравниваем результаты для сектора и полной модели с целью обоснования использования циклической симметрии.

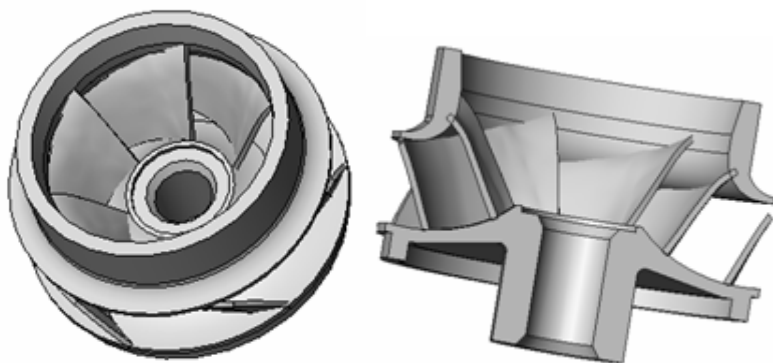


Рисунок 2 – Геометрическая модель рабочего колеса

Имитируем условие непровара – разбиваем поверхность соединения лопатки с диском на три поверхности, крайние полосы будут общими для диска и лопатки, средняя же полоса лопатки и диска не соединены. Необходимо удостовериться в правильности полученных циклически-симметричных моделей учитывающих и не учитывающих непровар путем проведения серии тестовых расчетов при различной густоте конечно-элементных сеток.

После получения результатов расчета сравниваем суммарные перемещения и эквивалентные напряжения моделей с учетом и без учета непровара и сделать выводы о его влиянии на напряженно-деформированное состояние рабочего колеса насоса ГЦН-195М.

Полная и циклически-симметричная модели без учета непровара.

Для решения задачи определения напряженно-деформированного состояния рабочего колеса насоса ГЦН-195М используем геометрическую модель конструкции представленную на рис. 2. В исходной модели выделяем сектор циклической симметрии конструкции (рис. 3, а).

Сектор циклической симметрии содержит одну лопатку и части обоих дисков, примыкающих к ней. Особую сложность при выделении сектора представляло то, что соседние лопатки перекрывают друг друга, поэтому линии сечения основного и покрывного дисков не совпадают.

При копировании сектора циклической симметрии на 360° вокруг оси симметрии колеса (оси Z) с шагом 60° может быть получена исходная полная модель конструкции, что показывает правильное выделение циклически-симметричной модели из полной (рис. 3, б).

Для дальнейших расчетов и преобразований геометрии был произведен

экспорт полной и циклически-симметричной моделей (рис. 3) из SolidWorks в ANSYS, для чего использовался общий для этих комплексов формат Parasolid. Для проверки адекватности созданной циклической модели были проведены тестовые расчеты полученных моделей с одинаковым размером конечно-элементной сетки.

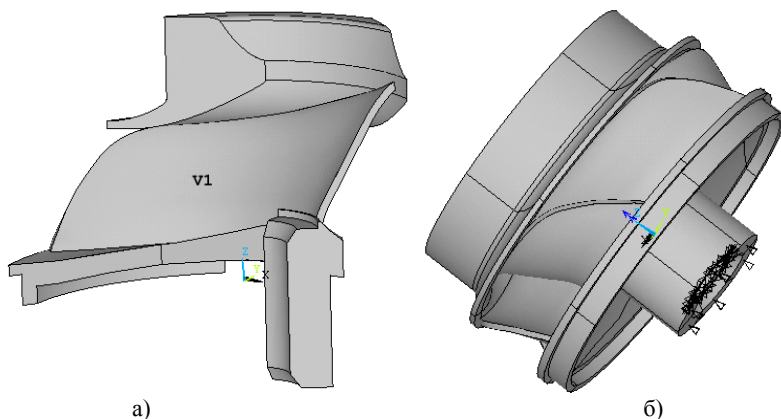


Рисунок 3 – Циклически симметричная модель (один объем):
а) сектор; б) тиражирование сектора

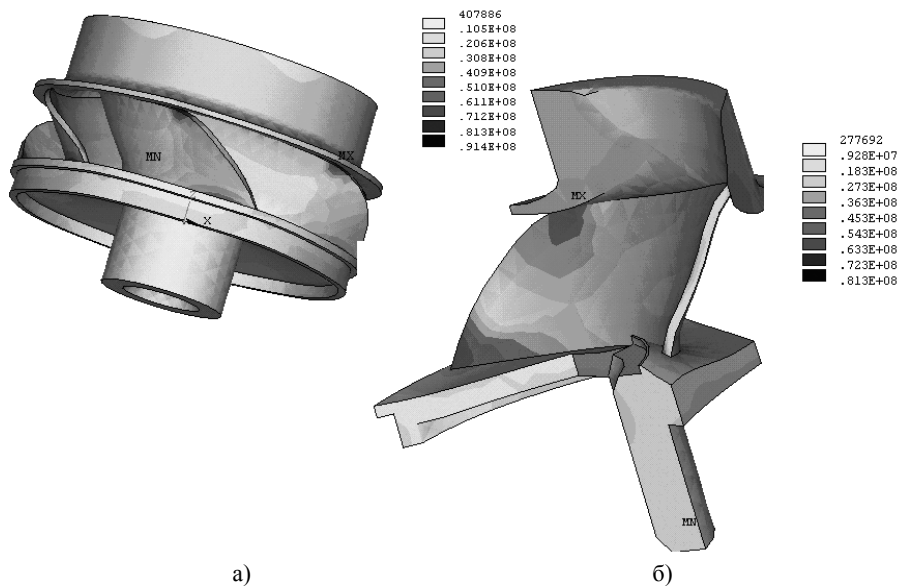


Рисунок 4 – Эквивалентные напряжения:
а) полная модель; б) циклически симметричная модель

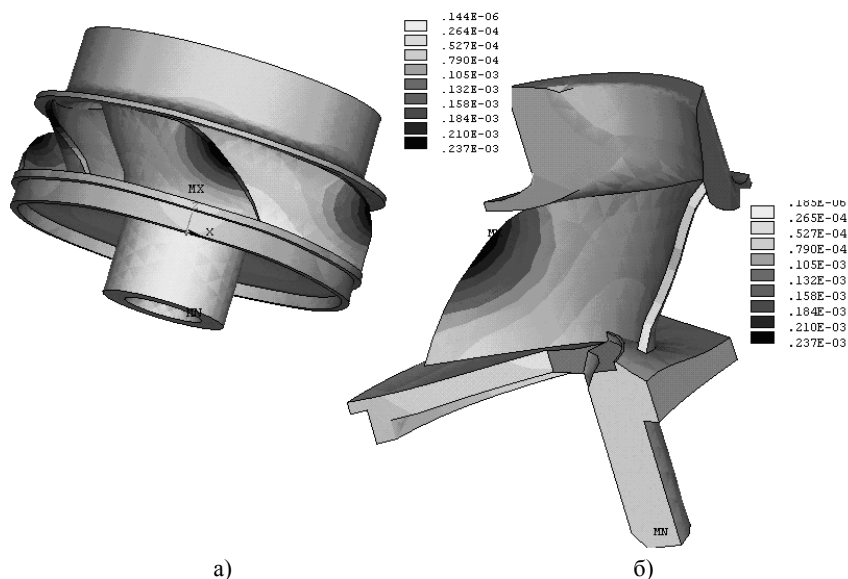


Рисунок 5 – Суммарные перемещения:
а) полная модель; б) циклически симметричная модель

Закрепление колеса моделирует осевой подшипник качения поверхность основного диска, перпендикулярная оси колеса закреплялась по этой оси (ось Z), а линия внутренней поверхности диска, прилегающая к валу, закреплялась в радиальном направлении (по осям X и Y). В качестве нагрузки задавалась угловая скорость вокруг оси Z равная 105 рад/с.

Для создания конечно-элементной сетки был выбран объемный тетраэдрический конечный элемент SOLID95. Этот 20-ти узловой квадратичный h-элемент может аппроксимировать нерегулярные формы без существенной потери точности и подходит для моделирования изогнутых нелинейных границ. SOLID95 также способен корректно вычислять большую смену напряжений в локальной области, что очень важно при построении достаточно густой конечно-элементной сетки.

При анализе использовалась произвольная КЭ-сетка (free mapped), задавался лишь усредненный размер конечного элемента.

Полученные результаты (табл. 1) по суммарным перемещениям (usum) и эквивалентным напряжениям по фон Мизесу (seqv) показали соответствие моделей наблюдается равенство максимальных значений величин и их распределение по конструкции.

Циклически-симметричная модель с учетом условия не провара

Сектор циклической симметрии, экспортированный из SolidWorks, со-

стоит из одного объема (рис. 3), этот объем необходимо разбить на 3 отдельных (рис. 6) – объем основного и покрывающего дисков, объем лопатки, а затем совместить их между.

Таблица 1 – Расчет полной и циклически-симметрической модели

Размер КЭ	Полная модель без учета непровара		Циклически-симметричная модель без учета непровара	
	Usum (м)	Seqv (МПа)	Usum (м)	Seqv (МПа)
0,05	0,00237 (рис. 5, а)	91,4 (рис. 4, а)	0,00237 (рис. 5, б)	81,3 (рис. 4, б)
0,03	0,00254	151	0,00254	139

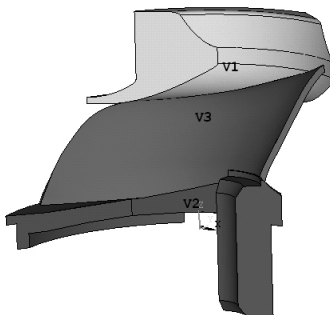


Рисунок 6 – Сектор циклической симметрии (три объема)

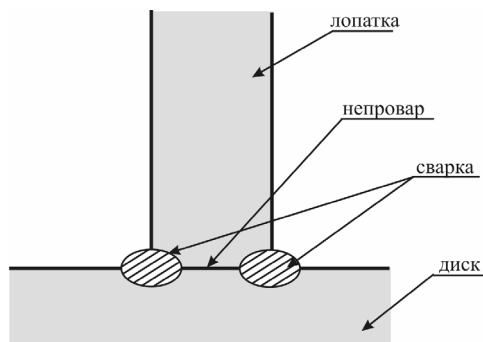


Рисунок 7 – Схема непровара в месте соединения лопатки с диском

Условие непровара (рис. 7) моделировалось следующим образом - поверхность пересечения лопатки (рис. 8) и диска (рис. 9, 10) разбивалась на 3 поверхности, крайние из которых были общими для двух объемов (эти поверхности считались сваренными вместе), а средняя поверхность для каждого объема была своей. Следовательно, в средней поверхности объемы не были соединены друг с другом – что и является моделью непровара.

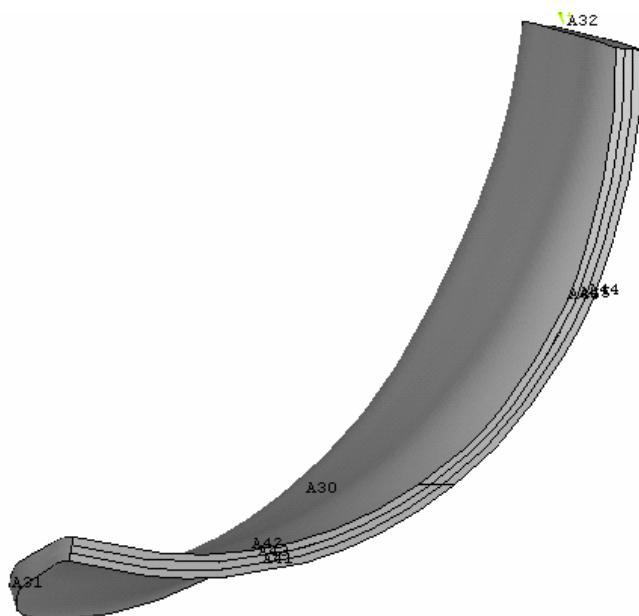


Рисунок 8 – Поверхность соединения лопатки с диском

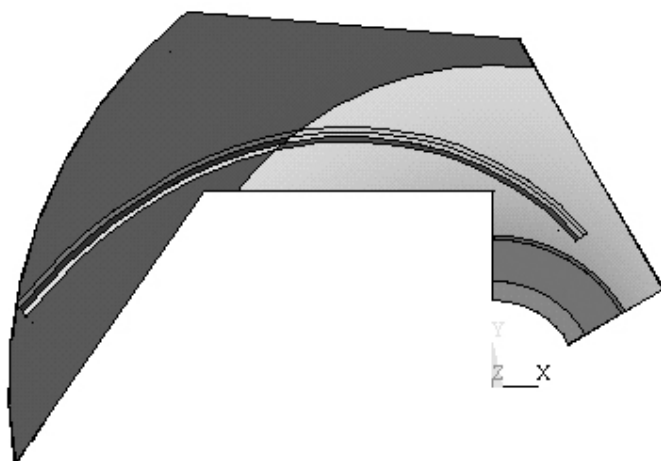


Рисунок 9 – Поверхность основного диска и место соединения с лопаткой

В результате создания дополнительных поверхностей, а затем объемов по этим поверхностям – получили модель сектора циклической симметрии рабочего колеса насоса, состоящую из объема лопатки, основного и покрывного дисков (рис. 11).

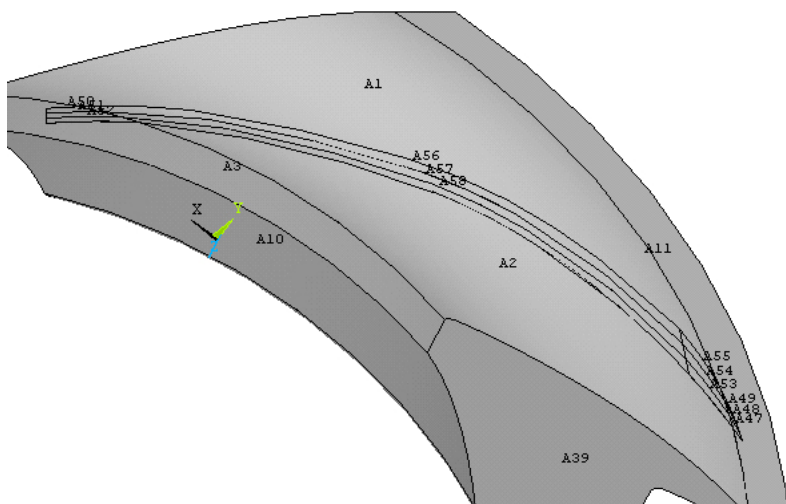


Рисунок 10 – Поверхность покрывного диска и место соединения с лопаткой

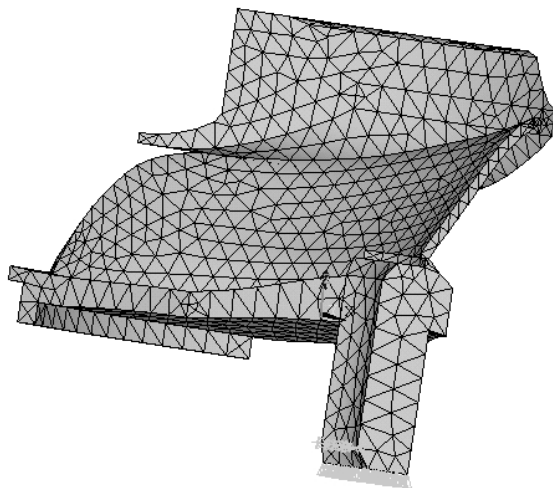


Рисунок 11 – Сектор циклической симметрии, состоящий из объемов лопатки, основного и покрывного диска

Следующим шагом необходимо удостовериться в адекватности моделирования условия непровара, для этого был проведен ряд тестовых расчетов, который включал в себя расчет циклически-симметрической модели с учетом и без учета непровара при различных размерах конечного элемента. Результаты расчетов суммарных перемещений (u_{sum}) и эквивалентных напряжений по фон-Мизесу (σ_{eqv}) представлены в табл. 2.

Было создано несколько моделей исходной конструкции полная, циклически-симметричная без учета непровара, циклически-симметричная с учетом непровара. Разработанные модели рабочего колеса циркуляционного насоса ГЦН-195М позволяют адекватно учесть условие непровара в местах соединения лопаток с основным и покрывающим дисками.

Таблица 2 – Расчет моделей с учетом и без учета непровара

Размер КЭ	Циклически-симметричная модель без учета непровара		Циклически-симметричная мо- дель с учетом непровара	
	Usum (м)	Seqv (МПа)	Usum (м)	Seqv (МПа)
0,05	0,00237	81,3	0,00243 (рис. 13)	108 (рис. 12)
0,03	0,00254	139	0,00254	140 (рис. 14)

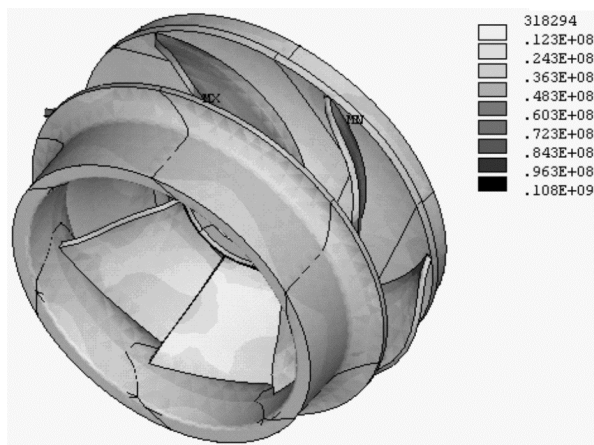


Рисунок 12 – Эквивалентные напряжения модели с учетом непровара

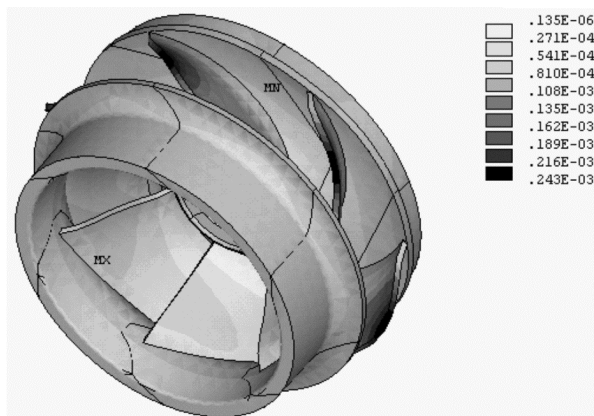


Рисунок 13 – Суммарные перемещения модели с учетом непровара

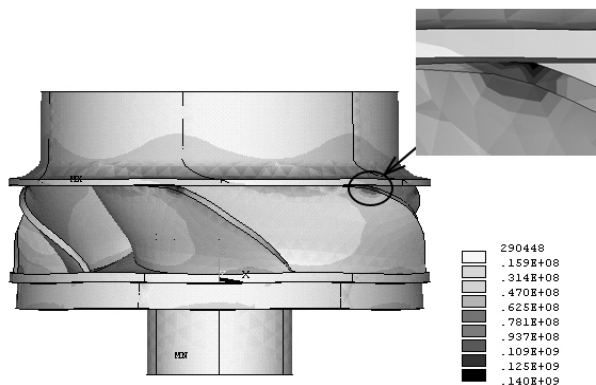


Рисунок 14 – Эквивалентные напряжения модели с учетом непровара

Анализ результатов проведенных расчетов показал адекватность созданных моделей и их пригодность к использованию для дальнейшего анализа трещиностойкости конструкции с реальными нагрузками и оценки развития трещины в местах непровара, а также других расчетов.

Список литературы 1. *В.В.Панасюк* Механика разрушения и прочность материалов. Т.1 – Киев, Наукова думка, 1988. 2. ANSYS Online Manuals. Release 8.0. User Programmable Features. 3. *В.И.Мяченкова* Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов. – Москва, Машиностроение, 1989. 4. *А.Б.Каплун* ANSYS в руках инженера. – Москва, УРСС, 2003.

Поступила в редколлегию 21.11.2007

УДК 539.3

В.И.ЛАВИНСКИЙ, докт.техн.наук; **С.А.НАЗАРЕНКО**, канд.техн.наук;
Ю.П.АНАЦКИЙ; НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЧНОСТИ И ЖЕСТКОСТИ СТРУКТУРНО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

В статті пропонуються методи аналізу чутливості складних скінченноелементних моделей структурно зв'язаних систем. Досліджено обчислювальні етапи одержання градієнтів функціоналів міцності та жорсткості до відхилення фізико-механічних характеристик.

The methods to analyze the sensitivity of complicated finite-element models of structurally connected systems are proposed in this paper. Computational stages are investigated. The applications of developed mathematical apparatus are examined.

Развитие науки и техники в условиях информационной фазы развития рыночной экономики, интенсификация рабочих процессов, усложнение конструктивных форм, увеличивающиеся потребности использования в технике неоднородных анизотропных материалов и расширяющиеся технологические возможности обуславливают необходимость интеграции математических моделей высокого уровня структурно связанных систем [1,2]. Анализ чувствительности представляет информацию о направлении и скорости изменения функционалов качества конструкций при изменении варьируемых параметров без модификации всей модели[3]. Анализ чувствительности позволяет, с одной стороны, производить оперативные оценочные расчеты большого числа вариантов структурно связанных систем при стохастическом анализе характеристик в поле случайных отклонений свойств материала и геометрических параметров, назначении полей допусков на изготовление, вибродиагностике и неразрушающем контроле, корректировке или идентификации математической модели конструкции; с другой стороны, эффективно построить улучшенную вариацию структурно связанной системы в системах оптимального автоматизированного и интерактивного проектирования. Кроме того, градиенты функционалов также могут применяться при решении нелинейных задач (например, в методе инвариантного погружения).

Целью проведенных исследований был анализ чувствительности характеристик прочности и жесткости для структурно связанных систем к отклонению геометрических параметров, физико-механических характеристик и параметров внешнего воздействия на основе уточненных моделей и эффективных методов.

Задача анализа количественных характеристик качества $J = J(u, y)$ описывается в общем виде в операторной форме

$$A(y, u, t) = 0, \quad (1)$$

где A – оператор математической связи между заданными u и искомыми y физическими величинами, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузок и условий сопряжения; y – вектор(функция) переменных состояния(перемещения, температуры, потенциалы электрического поля и т.д.), образующих пространство решений; u – вектор (функция) варьируемых и детерминированных параметров (характеристики физико-механических свойств материалов, присоединенных масс, жесткости, управляющих нагрузок, геометрические размеры и т.д.); t – время. Моделирование реальных эксплуатационных режимов нагружения f может быть заданным, зависящим от взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), случайным.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных краевых задач математической физики (1), весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения уравнения (1) на произвольный виртуальный z из пространства Z гладких «обобщенных» перемещений, удовлетво-

ряющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем [4,5]. Для случая статики задача (1) приводится к вариационному уравнению, справедливому для всех кинематически допустимых z :

$$a_u(y, z) \equiv (\bar{A}_u y, z) = (f, z), \quad (2)$$

или в случае контактного взаимодействия тел с гладкими поверхностями к вариационному неравенству

$$(\bar{A}_u y, z - y) \geq (f, z - y), \quad \forall z \in G, \quad (3)$$

где $\bar{A}$ – расширение по Фридрихсу оператора краевой задачи; $a_u(y, z)$ – соответствующая положительно определенная и непрерывная билинейная форма, (f, z) – линейная силовая форма, G – множество, задаваемое условиями непроникновения. Вариационные задачи или неравенства приводятся к проблеме минимизации функционалов. Для случая (2) ищется безусловный минимум, а для случая (3) – минимум на множестве G в пространстве функций y . Например, используя принцип Даламбера, для пьезоэлектрических тел может быть записано следующее вариационное уравнение

$$\delta T - \delta \mathcal{E} + \delta W = 0,$$

где, соответственно, δT , $\delta \mathcal{E}$ и δW – виртуальная работа внутренних, электромеханических и приложенных механических сил.

Были разработаны две методики анализа чувствительности. Первый подход предполагает следующую последовательность вычислительных этапов (на примере задачи статики): 1) конечноэлементная дискретизация задачи анализа (2)

$$A(\bar{u}, \bar{y}) = K(\bar{u})\bar{y} - \bar{F}(\bar{u}) = 0, \quad (4)$$

где $\bar{y}, \bar{F}$ – «обобщенные» векторы узловых перемещений и нагрузок; $K(\bar{u})$ – «обобщенная» матрица жесткости; $\bar{u}$ – вектор варьируемых параметров системы; 2) введение вектора сопряженных переменных $\bar{\psi}$; 3) вычисление градиентов от функционалов качества системы

$$\bar{\nabla}_u J = \left\{ \left(\frac{\partial J}{\partial \bar{y}}, \bar{y}'_{u_i} \right) + \frac{\partial J^s}{\partial u_i} = - \frac{\partial H^s}{\partial u_i}, i = \overline{1, n} \right\},$$

где производную от гамильтониана

$$H = (K(\bar{u})\bar{y}, \bar{\psi}) - J(\bar{u}, \bar{y})$$

берем лишь по явно входящему $\bar{u}$. Для мультифизической конечноэлементной модели систем слабой степени связанности при двустороннем взаимодействии (с учетом обратных связей) уравнение (4) имеет вид

$$\begin{bmatrix} K_{11}(\bar{y}_2) & 0 \\ 0 & K_{22}(\bar{y}_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{F}_1(\bar{y}_2) \\ \bar{F}_2(\bar{y}_1) \end{bmatrix}.$$

Во второй методике сопряженные переменные вводятся непосредственно для вариационной или дифференциальной формулировки исходной задачи анализа (2). После чего редукция исходной и сопряженной задач (переход от непрерывных переменных к дискретным с одновременным избавлением от операций дифференцирования и/или интегрирования), а также варьируемых функций формы механического элемента или конструкции (введение понятия материальной производной) может выполняться как три формально несвязанных этапа. При этом для некоторого фиксированного виртуального перемещения z можно взять вариацию от обеих частей уравнения (2):

$$a_u(y', z) = f'_u(z) - a'_u(y, z), \quad (5)$$

где в правой части штрих' обозначает вариацию билинейной формы a_u и линейной формы нагрузки f по явно входящему аргументу u . Отметим, что y' является функцией независимой переменной системы координат x , зависит от значения переменной проектирования u , при которой вычисляется вариация, и линейно от δu , представляя собой производную Фреше от переменной состояния y по u , вычисленному в направлении δu .

Предполагая, что y – решение уравнения (2), можно сказать, что (5) – вариационное уравнение с такой же энергетической билинейной формой для первой вариации y' . Преимуществом второй методики является то, что для производных получаются явные выражения в терминах физических величин, а не в терминах сумм производных от матриц конечных элементов систем. Конечномерный и континуальный подходы связаны между собой (первый является аппроксимацией второго).

Сложные современные конструкции создаются как комбинация множества взаимодействующих между собой и с внешней средой конструктивных элементов, которая описывается достаточно сложной математической моделью. При анализе чувствительности составных конструкций объем и сложность вычислений настолько велики, что необходимо сегментирование системы. Полная конструкция представляется в виде совокупности иерархически соподчиненных подсистем различных уровней с сохранением структур и принадлежности. Исследование чувствительности всей конструкции следует базировать на независимом анализе естественно заданных субструктур, а затем связывать эти подконструкции в единую систему. Области подконструкций на своих границах взаимосвязаны при помощи кинематических ограничений, то есть части конструкций взаимодействуют посредством соединений, связывающих соседние субструктуры, и ограничивают поля возможных перемещений внутри элементов. Граничные области в зависимости от геометрической формы подконструкции могут состоять как из одной, так и из нескольких несвязных областей. Принцип Гамильтона-Остроградского приводит к объединенной вариационной формулировке уравнений поведения конструкции, которая применяется для анализа чувствительности составных систем. Здесь предполагается, что удовлетворяются гипотезы строгой эллиптичности энергетических билинейных форм. Изложенный подход делает воз-

возможным изъятие из полной расчетной модели некоторой ее части, перестроение сетки и более подробный анализ для выделенной области. Это может повысить эффективность численного моделирования, так как сначала делается анализ для грубой сетки, а затем для интересующей области - подсистемы - измельчается сетка и уточняется расчет. Можно получить более точную информацию для части конструкции, не увеличивая сложность полной ее модели.

Рассмотрим составную конструкцию – вертикальную установку подъема стальной емкости 300 т, состоящую из набора узлов сложной геометрической формы (рис. 1). Распределение полей коэффициентов чувствительностей интегральной податливости к изменению распределения приведенного модуля упругости одного из взаимодействующих конструктивных элементов приведено на рис. 2. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тонкая заливка на поверхности. При расчете конструкций, изготовленных из композитных материалов, часто пользуются приведенными упругими модулями [5]. Кроме того, неравномерность физико-механических свойств может возникать как при изготовлении (например, переходные зоны между разными материалами, образовавшиеся в результате сварки или пайки), так и при эксплуатации например, под воздействием градиента температур).

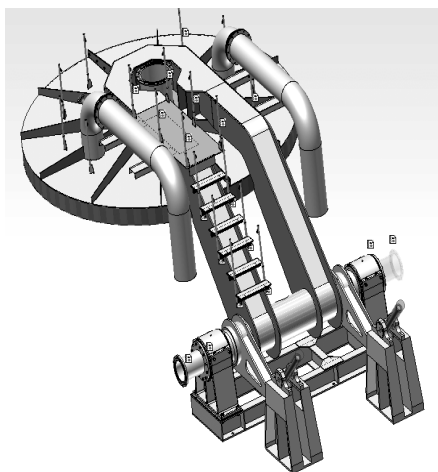


Рисунок 1 – Общий вид конструкции

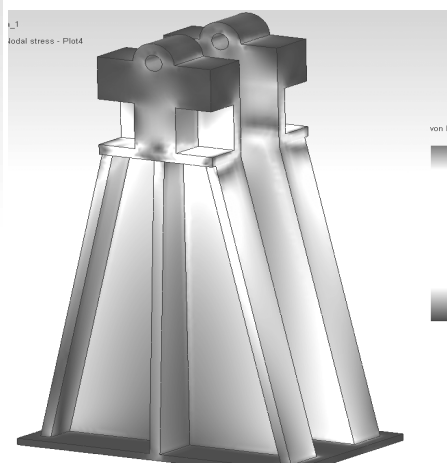


Рисунок 2 – Опора гидроцилиндра

Рассмотрим вакуумную камеру (рис. 3). К режимам нагружения относятся вес расплавленного металла и футеровки, собственный вес составляющих камеры, внутренний вакуум заданной величины. Расчеты проводились для различных случаев задания граничных условий. Для области дна напряженное состояние практически не зависело от вариантов граничных условий. Максимальные эквивалентные напряжения по Мизесу находятся в областях опирания цапф на контактирующую поверхность. Поэтому именно для этого

случая, как наиболее опасного, на рис. 3 рассмотрены различные ракурсы вакуумной камеры с распределением коэффициентов чувствительности интегральной податливости к изменению распределения приведенного модуля упругости. На основе анализа полученных результатов были предложены следующие конструктивные решения – локальное утолщение нижней области оболочки вакуумной камеры и области днища, а также доработка сварного узла опоры, включающая увеличение радиуса галтелей и необходимую термообработку.

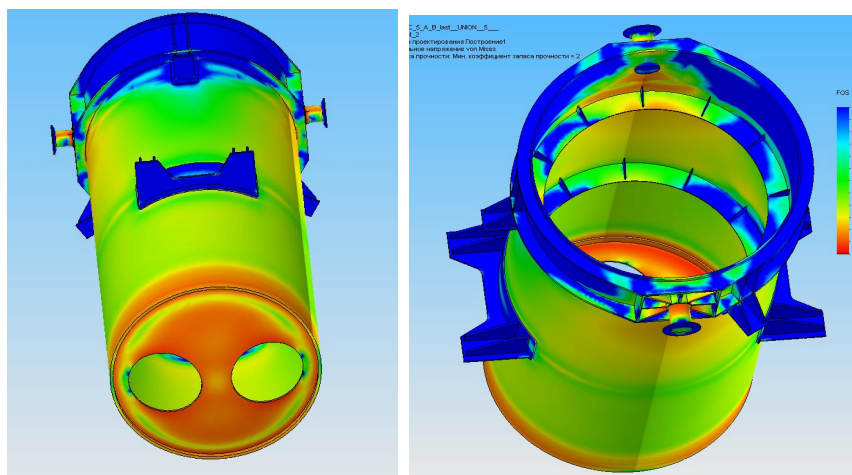


Рисунок 3

В работе предложена методика анализа чувствительности характеристик прочности и жесткости для сложных составных конструкций к отклонению геометрических параметров, физико-механических характеристик и параметров внешнего воздействия на основе уточненных моделей. Методика была апробирована при проектировании вертикальной установки подъема стальной и вакуумной камеры.

Список литературы: 1. Автономова Л.В., Лавинский В.И. Бондарь С.В. Узагальнена математична модель структурно зв'язаних систем // Вісник НТУ «ХПІ». – Харків: НТУ «ХПІ». – 2003. – Вип. 12, т. 1. – С. 160-164. 2. Xu B. and Jiang J. S.. Integrated optimization of structure and control for piezoelectric intelligent trusses with uncertain placement of actuators and sensors // Computational Mechanics. – 2004. – Vol. 33, № 5. – P. 406-412. 3. Назаренко С.А Анализ чувствительности конструкций при воздействии физических полей различной природы // Вестник НТУ «ХПІ». – 2006. – № 32. – С. 119-122. 4. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с. 5. Васильду К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.

Поступила в редколлегию 04.11.2007

Г.Ю.МАРТЫНЕНКО, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЖЕСТКОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКОВ НА ДВУХ КОЛЬЦЕВЫХ ПОСТОЯННЫХ МАГНИТАХ

У роботі запропонована методика розрахунку силових характеристик і визначення квазіпружних коефіцієнтів радіальних магнітних підшипників на двох постійних кільцевих магнітах, яка заснована на методі скінченних елементів. Виконано зіставлення розрахункових і експериментальних даних. Приведена порівняльна характеристика двох типів магнітних підшипників.

In the paper the procedure of calculation of power descriptions and definition of quasielastic coefficients for the radial magnetic bearings on two permanent circular magnets is offered. This procedure is based on the finite element analysis. Comparison of design and experimental data is executed. Comparative description of two types of the magnetic bearings is carried out.

Введение. На сегодняшний день магнитные подшипники (МП) используются в качестве опор роторов наряду с традиционными подшипниками качения и скольжения, а также газодинамическими подшипниками и являются альтернативой им, так как обладают по сравнению с ними целым рядом преимуществ (отсутствие смазочных систем, повышение надежности, снижение потерь на трение и механического изнашивания, сравнительно большой зазор и др.). Сами МП подразделяются по принципу действия на магнитные подшипники на постоянных магнитах (МППМ) и на электромагнитные подшипники (ЭМП) [1], к которым относятся МП на электромагнитах постоянного тока, МП с резонансной цепью и активные (управляемые) электромагнитные подшипники (АМП) с системой управления, реализующей некоторый алгоритм управления [2]. АМП по сравнению с МППМ обладает рядом преимуществ: более высокая грузоподъемность, возможность изменения жесткости и демпфирования в широких пределах, а также возможность обеспечения устойчивости движения в заданном диапазоне возмущающих воздействий. К недостаткам АМП относятся: наличие источника питания со значительным энергопотреблением, зависящим от грузоподъемности и требуемой жесткости, наличие системы автоматического регулирования (САР) включающей, кроме источника питания датчики, усилители, электромагниты (статоры с катушками) и регулятор, и как следствие, высокая стоимость. МППМ в свою очередь лишены перечисленных недостатков. Однако, главным их недостатком является невозможность создания полного магнитного подвеса ротора только с применением постоянных магнитов вследствие теоремы Ирншоу [3-5] (о неустойчивости положения равновесия активного элемента в статическом силовом поле, если сила и расстояние связаны законом обратных квадратов) и утверждений Браунбека [6-7] (устойчивый подвес тела в постоянном

магнитном поле возможен в случае, когда магнитная проницаемость материала тела меньше магнитной проницаемости окружающей среды). Данные положения приводят к тому, что при обычных атмосферных условиях в постоянном магнитном поле могут быть вывешены только тела, изготовленные из диамагнетиков или сверхпроводников. Ферромагнитные тела могут быть вывешены только в том случае, если в качестве окружающей среды используется ферромагнитная жидкость с более высокой магнитной проницаемостью. В работе [5] для обеспечения устойчивости положения постоянных магнитов в трех направлениях предложено погружать их в ферромагнитную жидкость, в качестве которой используется синтетический эфир на масляной основе с насыщенностью намагничивания 325 Гс и вязкостью 0,13 Па · с.

Таким образом, полный подвес ротора на МППМ для подавляющего большинства роторных машин невозможен с технологической и эксплуатационной точки зрения. Поэтому полный магнитный подвес ротора может быть осуществлен либо с использованием управляемых АМП в качестве всех опор ротора, либо в сочетании АМП и МППМ.

Одним из способов конструкционного решения для радиальных МППМ является использование двух магнитных колец. Существует множество схем таких МППМ [5], некоторые из которых приведены на рис. 1.

В них применяются магнитные кольца с осевой (рис. 1, а-в) или радиальной (рис. 1, г-д) намагниченностью и реализующие подвес за счет сил притяжения (рис. 1, в, е) или отталкивания (рис. 1, а,б,г,д). На рис. 1 более темным цветом изображены механически неподвижные кольца, которые крепятся к корпусу роторной машины, а более светлым – подвижные кольца, располагаемые на роторе. Следует отметить, что у всех приведенных радиальных МППМ устойчивый подвес реализуется только в радиальном направлении, а в осевом направлении такие МППМ неустойчивы.

1. Постановка задачи. Целью данной работы является создание методики определения жесткостных характеристик радиальных магнитных подшипников на постоянных кольцевых магнитах (МППКМ) и исследование на ее основе влияния направления намагниченности постоянных кольцевых магнитов на жесткостные характеристики таких подшипников при прочих равных параметрах. В качестве исследуемых типов МППКМ, исходя из простоты технической реализации, выбраны схемы представленные на рис. 1, а и рис. 1, г.

2. Расчет статических электромагнитных и магнитных полей. Математическим описанием непрерывных в пространстве и во времени процессов распределения электромагнитного поля являются дифференциальные уравнения в частных производных относительно характеристик поля (векторов напряженности электрического и магнитного полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$, векторов электрической и магнитной индукции $\vec{D}$ и $\vec{B}$, вектора плотности тока $\vec{J}$,

векторного магнитного потенциала $\bar{A}$, скалярного магнитного потенциала φ_M), которые получают из преобразования уравнения Максвелла, представляющего собой закон полного тока в дифференциальной форме [8, с. 633]:

$$\text{rot } \bar{H} = \bar{J} + \varepsilon_a \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}, \quad (1)$$

где ε_a – плотность тока электрического смещения, возникающего в любом диэлектрике при изменении напряженности электрического поля во времени.

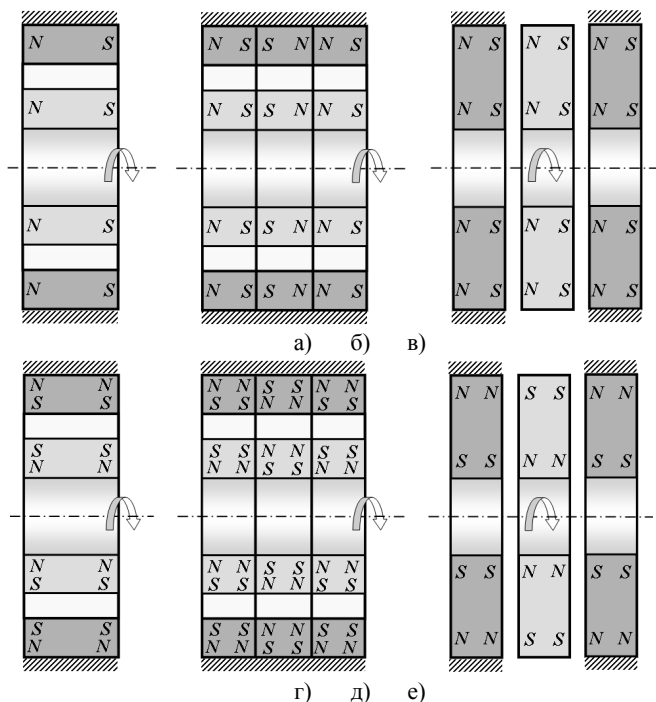


Рисунок 1 – Схемы радиальных магнитных подшипников на двух кольцевых постоянных магнитах

Второе слагаемое в правой части уравнения (1) в случае, когда магнитное поле не изменяется с течением времени, равно нулю. Тогда приходим к основным уравнениям статического электромагнитного поля [8, 9]:

$$\text{rot } \bar{H} = \bar{J}, \quad \text{div } \bar{B} = 0 \Rightarrow \text{rot } \bar{B} = \mu_a \bar{J}, \quad (2)$$

если учесть, что $\bar{B} = \mu_a \bar{H}$, и предположить, что $\mu_a = \text{const}$ во всей области поля или поле может быть подразделено на отдельные области, так что магнитные проницаемости μ_a в каждой отдельной области постоянны.

При отсутствии токов (статическое магнитное поле):

$$\operatorname{rot} \bar{\mathbf{H}} = 0, \operatorname{div} \bar{\mathbf{B}} = \operatorname{div} \mu_a \bar{\mathbf{H}} = \mu_a \operatorname{div} \bar{\mathbf{H}} = 0, \quad (3)$$

а значит как дивергенция, так и ротор напряженности магнитного поля во всем пространстве равны нулю (то есть нет ни источников, ни вихрей). Тогда сама напряженность поля тоже равна нулю, и поле можно получить только при наличии намагниченности среды, состояние которой определяется вектором намагниченности $\bar{\mathbf{M}}$. В этом случае [8, с. 599] и [9, с. 266]:

$$\bar{\mathbf{B}} = \mu_0 (\bar{\mathbf{H}} + \bar{\mathbf{M}}) = \mu_0 \mu \bar{\mathbf{H}} = \mu_a \bar{\mathbf{H}}. \quad (4)$$

Расчет статического магнитного поля и магнитного поля постоянных токов может быть выполнен двумя способами – с помощью магнитного скалярного (φ_M) или векторного ($\bar{\mathbf{A}}$) потенциалов.

Для совокупностей точек, где $\bar{\mathbf{J}} = 0, \operatorname{rot} \bar{\mathbf{H}} = 0$ (то есть для областей не занятых током) и магнитное поле может рассматриваться как потенциальное, то есть как поле, каждая точка которого имеет скалярный магнитный потенциал φ_M можно принять:

$$\bar{\mathbf{H}} = -\operatorname{grad} \varphi_M. \quad (5)$$

В этом случае с учетом $\mu_a = \text{const}$ скалярный магнитный потенциал φ_M подчиняется уравнению Лапласа $\nabla^2 \varphi_M = 0$ [8, с. 606], которое в декартовой системе координат имеет вид:

$$\nabla^2 \varphi_M(x, y, z) = \frac{\partial^2 \varphi_M(x, y, z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_M(x, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_M(x, y, z)}{\partial z^2} = 0. \quad (6)$$

Для расчета магнитных полей также широко используется векторный потенциал магнитного поля $\bar{\mathbf{A}}$. С учетом $\operatorname{div} \bar{\mathbf{B}} = 0$ справедливо [8, с. 608]:

$$\bar{\mathbf{B}} = \operatorname{rot} \bar{\mathbf{A}}. \quad (7)$$

При этом вектор $\bar{\mathbf{H}}$ также может быть определен через $\bar{\mathbf{A}}$ в однородной среде или в среде, которая может быть подразделена на области с $\mu_a = \text{const}$.

Так как линии вектора $\bar{\mathbf{A}}$ есть замкнутые на себя линии, то $\operatorname{div} \bar{\mathbf{A}} = 0$ и векторный магнитный потенциал подчиняется уравнению Пуассона:

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{A}} = -\mu_a \bar{\mathbf{J}}, \quad (8)$$

которое составлено относительно векторной величины, а с учетом:

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{i}A_x + \bar{j}A_y + \bar{k}A_z, \quad \bar{\mathbf{J}} = \bar{i}J_x + \bar{j}J_y + \bar{k}J_z, \quad (9)$$

разбивается на три уравнения относительно скалярных величин A_x, A_y, A_z :

$$\nabla^2 A_x = -\mu_a J_x, \quad \nabla^2 A_y = -\mu_a J_y, \quad \nabla^2 A_z = -\mu_a J_z. \quad (10)$$

Выражение магнитного потока через циркуляцию вектора потенциала:

$$\Phi = \oint \bar{\mathbf{A}} d\mathbf{l}. \quad (11)$$

Если среда моделирования нелинейная, то есть $\mu_a \neq \text{const}$, то с учетом то-

го что $\mu_a = \mu\mu_0$ из уравнения Максвелла получаем:

$$\operatorname{rot} (1/\mu) \operatorname{rot} \bar{\mathbf{A}} = \mu_0 \bar{\mathbf{J}}. \quad (12)$$

3. Применение метода конечных элементов (МКЭ) для расчета статических электромагнитных полей и сил. Конечно-элементная формулировка анализа электромагнитных полей основана на уравнениях Максвелла вида (1) в общем случае и (2), (3) в случае стационарных процессов [10, 11].

Трехмерная задача магнитостатики является результатом минимизации нелинейного функционала магнитной энергии, ассоциированного с одной скалярной функцией – магнитным потенциалом $U = \varphi_M$ или трехмерным вектором магнитного потенциала $U = A_x, A_y, A_z$ [10]. Задача может быть решена с помощью итерационной процедуры Ньютона-Рафсона.

Конечно-элементная формулировка проблемы может быть представлена следующим образом:

$$\begin{cases} [K]\{\Delta U\}_k = \{R\} - \{F\} \\ \{U\}_{k+1} = \{U\}_k + \{\Delta U\} \end{cases}, \quad (13)$$

где $[K]$ – матрица коэффициентов электромагнитной задачи, $\{U\}$ – вектор узловых потенциалов, $\{\Delta U\}$ – приращение вектора потенциалов, $\{R\}$ – вектор приложенных нагрузок (электрический ток, напряжение или магнитная индукция), $\{F\}$ – вектор остаточных нагрузок, k – номер итерации.

На этапе расчета выбор метода достигается применением в конечно-элементной модели соответствующего типа конечного элемента (КЭ) со степенями свободы в каждом узле: φ_M – при использовании метода скалярного потенциала, и A_x, A_y, A_z – метода векторного потенциала [10]. Кроме этого, применение специальных конечных элементов для задания условий на бесконечности исключают необходимость моделировать бесконечную среду, окружающую электромагнитное устройство (например, воздух), что позволяет обходиться моделями небольшого размера.

Для того чтобы уравнения Лапласа или Пуассона имели единственное решение, они дополняются граничными условиями на замкнутой границе:

1. Граничные условия первого рода (Дирихле) – $\varphi_M = f_1(x, y, z)$,
2. Граничные условия второго рода (Неймана) – $\partial\varphi_M/\partial n = f_2(x, y, z)$,
3. Граничные условия третьего рода – $\partial\varphi_M/\partial n + f_3(\varphi_M) = f_4(x, y, z)$.

Могут быть заданы также и смешанные граничные условия.

В результате выполненных вычислений с помощью МКЭ могут быть получены распределения магнитного поля (вектора магнитной индукции, вектора напряженности и магнитного векторного потенциала), а также основных электромагнитных характеристик (индуктивности и магнитной силы).

Расчет магнитных сил возможен двумя способами – на основе определения виртуальной работы (работы на возможных перемещениях) или компонентов тензора напряжений Максвелла для магнитного поля ($\bar{\mathbf{T}}_M$).

По тензору напряжений магнитная сила, действующая на поверхность S , ограничивающую объем V , может быть вычислена по формуле [9, с. 51]:

$$\bar{\mathbf{F}}_M = \oint_S \bar{\mathbf{T}}_M d\bar{\mathbf{S}} = \oint_S [\mu_a \bar{\mathbf{H}}(\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{n}}) - \frac{1}{2} \mu_a H^2 \bar{\mathbf{n}}] dS, \quad (14)$$

где $\bar{\mathbf{n}}$ – единичный вектор, нормальный к поверхности.

С использованием принципа виртуальной работы электромагнитная узловая сила (в том числе электро- или магнитостатическая) рассчитывается для элемента, находящегося в воздушном слое, окружающем подвижную часть модели, и в направлении s может быть получена как производная от энергии по смещениям этой части [12]:

$$F_s = \int_v \{B\}^T \left\{ \frac{\partial H}{\partial s} \right\} dv + \int_v \left(\{B\}^T \{dH\} \right) \frac{\partial}{\partial s} dv, \quad (15)$$

где F_s – сила в элементе в направлении s , $\{\partial H / \partial s\}$ – производная от напряженности поля по перемещениям, s – виртуальные перемещения узлов взятые поочередно в направлениях осей системы координат, v – объем КЭ.

Чтобы определить полную силу $\bar{\mathbf{F}}_M$, действующую на подвижное тело, силы в воздушном слое, окружающем его необходимо просуммировать.

4. Объект исследований и экспериментальные данные. В качестве объекта исследований выбран радиальный магнитный подшипник на кольцевых постоянных магнитах с осевой намагниченностью, схема которого представлена на рис. 1, а. Геометрические размеры входящих в него колец – диаметры внешнего неподвижного (статорного) кольца $D_1 = 58$ мм и $D_2 = 40$ мм, а внутреннего подвижного (роторного) кольца – $D_3 = 29$ мм и $D_4 = 15$ мм, толщина обоих колец $h = 10,5$ мм. Кольца изготовлены из сплава NdFeB с остаточной индукцией $B_r = 1,07$ Тл и коэрцитивной силой $H_c = 808000$ А/м.

Экспериментально зависимость «магнитная сила – радиальное смещение внутреннего кольца» данного магнитного подшипника были определены с помощью установки представленной на рис. 2, в которую входили сам МППКМ, динамометр (цена деления – 1 Н), индикатор часового типа ИЧ10 (ц.д. – 0,01 мм), станина и крепежные элементы из немагнитных материалов.

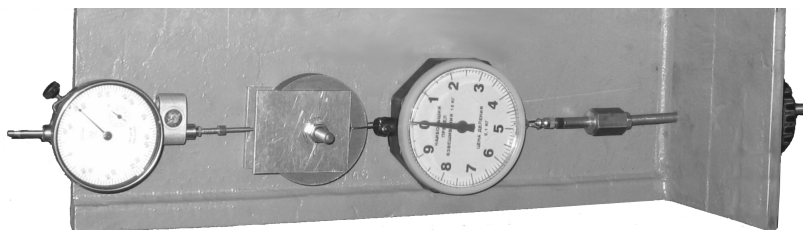


Рисунок 2 – Экспериментальная установка для определения жесткостных характеристик радиальных МП на двух кольцевых постоянных магнитах

При проведении эксперимента внутренний кольцевой магнит был неподвижно закреплен, а к внешнему прикладывалась радиально направленное усилие, измеряемое динамометром. На каждой единице силовой нагрузки с помощью индикатора ИЧ10 измерялось смещение внешнего кольцевого магнита, которое соответствует взаимному смещению центров масс колец в радиальном направлении или смещению внутреннего роторного кольца магнитного подшипника относительно внешнего статорного кольца. Далее измерения повторялись после разворота кольцевых магнитов на 90° , 180° и 270° .

Для достижения точности экспериментальных данных систематические погрешности измерений устранялись введением поправок в результаты измерений, а случайные погрешности были существенно уменьшены путем снижения трения между внешним кольцом и крепежными элементами. В итоге, значение суммарной относительной погрешности измерений, включая инструментальную и методическую погрешность, не превышало 1-2 % [13].

Результаты эксперимента (набор точек в координатах «магнитная сила – смещение») представлены графически в следующем пункте для удобства сравнительного анализа с расчетными данными.

5. Численное определение жесткостных характеристик МППКМ.

Расчетные эксперименты проводились для магнитного подшипника описанного в п. 4 с помощью метода конечных элементов (см. п. 3). Полная геометрическая модель (магниты-воздух) и конечно-элементная модель (КЭМ) магнитов данного МППКМ представлены на рис. 3. Численные эксперименты проводились следующим образом – полный номинальный зазор ($D_2 - D_3$) равномерно разбивался на $2n + 1$ уровень, так чтобы $n + 1$ уровень совпадал с центральным положением подвижного кольца, то есть когда оба кольцевых магнита расположены concentрично и местоположение их центров масс совпадает. Другими словами, когда система координат неподвижно связана со статорным магнитом и ее центр расположен в центре масс этого магнита (см. рис. 3), а координаты центра масс подвижного роторного магнита $x_{rc} = y_{rc} = z_{rc} = 0$.

Далее подвижный магнит смещался по оси y так, что его центр масс совпадал с одним из уровней и при этом взаимном положении проводился электромагнитный статический расчет методом конечных элементов, в результате которого определялись распределение магнитной индукции (рис. 4, а), напряженности магнитного поля (рис. 4, б) и вычислялись суммарные магнитные силы в направлениях осей системы координат. При этом расчетная погрешность не превышала 2 %. Она достигалась качеством КЭМ, а определялась сопоставлением усредненных узловых результатов со значениями магнитной индукции и напряженности в точках интегрирования [14].

Для построения силовых характеристик была проведена серия из $2n + 1$ расчетов для каждого положения подвижного магнита на одном из уровней. В

результате определено, что при всех положениях роторного магнита суммарные магнитные силы в направлениях x , z равны нулю, а зависимость силы от координаты y центра масс роторного магнита представлена на рис. 5.

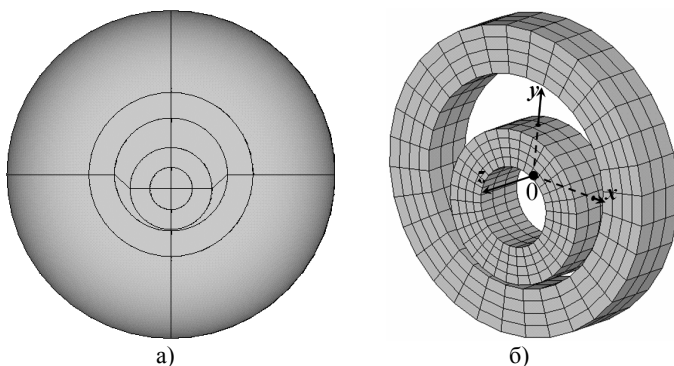


Рисунок 3. Модель МППКМ: а) полная геометрическая модель, б) конечно-элементная модель магнитов

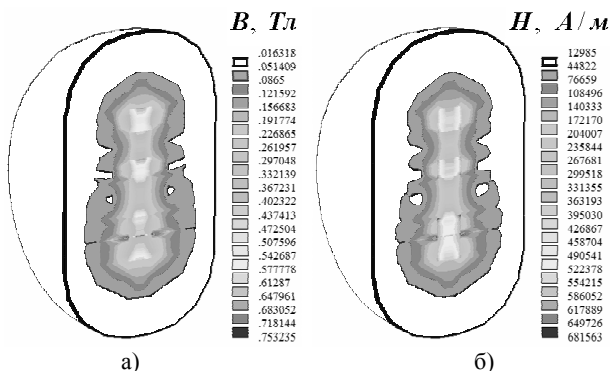


Рисунок 4 – Результаты статического магнитного расчета МППКМ – распределение модуля вектора: а) магнитной индукции, б) напряженности магнитного поля

Здесь круглыми маркерами обозначены экспериментальные данные зависимости силы от смещения (F_M^{Exp}), квадратными – силы, рассчитанные по тензору напряжений Максвелла (F_M^{Max}), ромбовидными – с использованием принципа виртуальной работы (F_M^{VW}). Кроме того, все расчеты выполнялись двумя методами – магнитного векторного потенциала и магнитного скалярного потенциала. Силы, полученные с использованием первого метода, приведены на рис. 5, а, а с использованием второго – на рис. 5, б.

Сплошные линии на рис. 5 – есть аппроксимация экспериментальных и

расчетных данных выполненная методом наименьших квадратов кубическими полиномами вида [15].

$$F_M(y) = f_0 + k_0 y + k_1 y^2 + k_2 y^3. \quad (16)$$

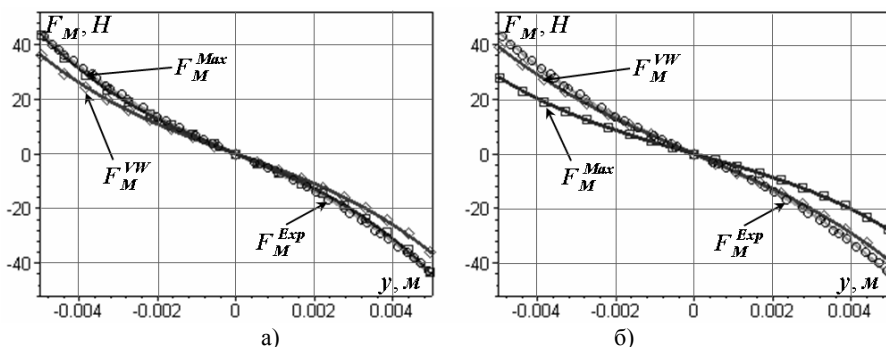


Рисунок 5. Зависимость магнитной силы от радиального смещения подвижного магнита МППКМ: экспериментальные данные ($\circ$) и силы, рассчитанные с использованием метода а) скалярного потенциала, б) векторного потенциала

Квазиупругие коэффициенты или коэффициенты жесткости (если принять, что исследуемый тип МППКМ является аналогом нелинейно-упругого элемента) могут быть найдены по формуле [16]:

$$K_M(y) = -\frac{\partial F_M(y)}{\partial y} = -k_0 - 2k_1 y - 3k_2 y^2. \quad (17)$$

Сравнительный анализ силовых характеристик, полученных экспериментальным и расчетным путем (см. рис. 5), показал, что наиболее точное совпадение с экспериментальными данными дает метод векторного потенциала (расхождение не превышает 1 %). При этом оценка квазиупругих коэффициентов, полученных по аппроксимациям экспериментальной силовой характеристики и характеристик, рассчитанных с помощью данного метода и представленных на рис. 6, позволяет сделать вывод, что наиболее достоверным является расчет магнитных сил по тензору напряжений Максвелла (расхождение не превышает 5 %). Поэтому для дальнейших исследований подобного типа может быть выбран именно этот подход.

6. Сопоставление жесткостных характеристик МППКМ двух типов.

Анализировались характеристики МПКМП с различными направлениями намагниченности, схемы которых приведены на рис. 1, а и 1, г, при прочих равных геометрических и физических параметрах. Для МППКМ с радиальной намагниченностью постоянных кольцевых магнитов (рис. 1г) экспериментальные данные представлены в [5, с. 121], где также описана модель и методика выполнения самого эксперимента. Геометрические размеры составных

частей МППКМ – диаметры внешнего кольца $D_1 = 53,35$ мм и $D_2 = 20,32$ мм, а внутреннего – $D_3 = 12,57$ мм, толщина внешнего и внутреннего кольца – $h = 6,99$ и $6,35$ мм соответственно. Внутренне кольцо изготовлено из сплава Ceramic 8 с остаточной индукцией $B_r = 0,385$ Тл и коэрцитивной силой $H_c = 263000$ А/м, внешнее – из сплава Ceramic 5 с $B_r = 0,38$ Тл и $H_c = 192000$ А/м.

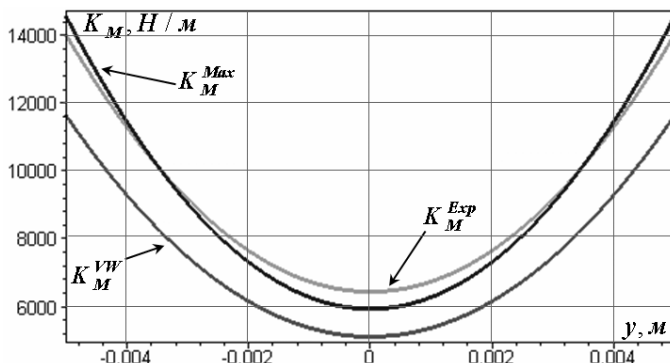


Рисунок 6 – Зависимость квазиупругих коэффициентов МППКМ от радиального смещения подвижного магнита

Зависимость магнитной силы и квазиупругого коэффициента от радиального смещения центра масс роторного магнита (координата y) представлена на рис. 7. Здесь круглыми маркерами обозначены экспериментальные данные для МППКМ с радиальной намагниченностью (F_M^{Exp} , K_M^{Exp}), а квадратными – расчетные для МППКМ с осевой намагниченностью (F_M^{Max} , K_M^{Max}).

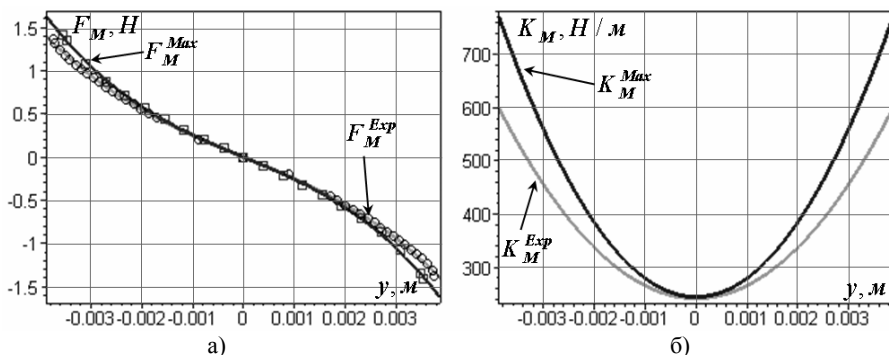


Рисунок 7 – Графики характеристик двух типов МППКМ с различным направлением намагниченности при прочих равных параметрах:
а) магнитная сила, б) квазиупругий коэффициент

Анализ характеристик позволяет сделать вывод, что разница между магнитными силами для этих двух типов МППКМ не превышает 1 % при одинаковых отклонениях роторного магнита, лежащих в пределах половины номинального зазора с одной стороны, то есть $-(D_2 - D_3)/4 < y < (D_2 - D_3)/4$. Однако, различие между квазиупругими коэффициентами в том же диапазоне отклонений подвижного кольца достигает 12 %, причем жесткость МППКМ с радиальной намагниченностью постоянных кольцевых магнитов меньше. Но вблизи нулевого отклонения, то есть при центральном положении внутреннего магнита, квазиупругие коэффициенты практически совпадают.

При увеличении отклонения вплоть до половины полного номинального зазора разница между магнитными силами при одинаковых смещениях возрастает до 12 %, а между квазиупругими коэффициентами – до 20 %.

Таким образом, данные результаты свидетельствуют о предпочтительности использования в МППКМ постоянных магнитов с осевой намагниченностью для обеспечения большей жесткости опор при прочих равных геометрических и физических параметрах.

7. Способ изменения жесткости МППКМ. На рис. 8 приведены эквипотенциальные линии магнитного поля для векторного магнитного потенциала для МППКМ с осевым (рис. 8, а) и радиальным (рис. 8, б) направлением намагниченности, схемы которых представлены на рис. 1, а и рис. 1, г соответственно.

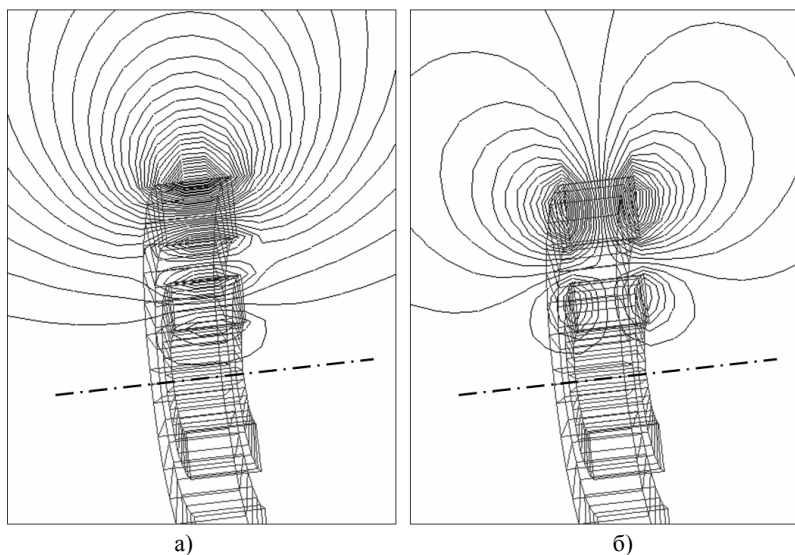


Рисунок 8. Эквипотенциальные линии магнитного поля для векторного потенциала а) МППКМ с осевой намагниченностью, б) МППКМ с радиальной намагниченностью

Изменение жесткостных характеристик этих МППКМ может быть достигнуто созданием дополнительного постоянного электромагнитного поля той же конфигурации что и конфигурация поля создаваемого внешним (статорным) кольцевым постоянным магнитом. Причем при совпадении направлений силовых линий этих магнитных полей жесткость МППКМ будет увеличиваться, а при обратном направлении – уменьшаться.

Так, например, для МППКМ с осевой намагниченностью (рис. 8, а) такое поле может быть создано с помощью электромагнита, обмотка которого навита на внешней цилиндрической поверхности кольцевого магнитопровода в окружном направлении, а оси и центры масс обмотки, магнитопровода и неподвижного кольцевого постоянного магнита совпадают.

Заключение. Предложенная методика расчета, основанная на применении МКЭ, может использоваться для определения силовых характеристик и квазиупругих коэффициентов (коэффициентов жесткости) МППКМ с достаточной точностью, что подтверждено экспериментально. При этом, качество построение расчетной модели позволяет обеспечить общую вычислительную погрешность, состоящую из погрешности расчета магнитных сил с помощью МКЭ и погрешности связанной с аппроксимацией, не превышающую 3%.

Основным достоинством данной методики является возможность ее применения вообще для любого типа МППМ, а не только для радиальных МППКМ, так как используемый метод практически не накладывает ограничений на геометрию расчетных моделей.

Применение описанной методики определения жесткостных параметров МППМ позволяет повысить адекватность математических моделей роторов на комбинированных магнитно-электромагнитных подшипниках.

В свою очередь, использование предложенного способа изменения жесткости МППКМ позволит при приближении к критическим оборотам в процессе разгона гибкого ротора до номинальных оборотов вращения включением электромагнитов (подачей на них постоянного напряжения) увеличить или уменьшить жесткость опор и тем самым избежать резонансных режимов, на которых происходят колебания ротора как твердого тела.

Список литературы: 1. Журавлев Ю.Н. Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с. 2. Мартыненко Г.Ю. Исследование устойчивых движений роторов на электромагнитных подшипниках при различных вариантах управления с помощью имитационной вычислительной модели / Интегрированные технологии и энергосбережение. – Харьков: ХГПУ. – 2000. – № 2. – С. 88-96. 3. S.Earnshaw, On the nature of molecular forces which regulate the constitution of luminiferous ether / Transactions of Cambridge Philosophie Society. – 1842. – V–VII, Part I. – P. 97–112. 4. R.Bassani, Earnshaw (1805–1888) and Passive Magnetic Levitation / Meccanica. – Springer, 2006. – № 41. – P. 375–389. 5. R.Jansen and E.DiRusso Passive Magnetic Beating With Ferrofluid Stabilization. – NASA Technical Memorandum 107154, 1996. – 154 p. 6. W.Brounbeck Freischwebende Körper in elektrischen und magnetischen Feld. – Z. Phys., 1939. – 112. – P. 753–763. 7. W.Brounbeck, Frein schweben diamagnetischen Körper in Magnetfeld. – Z. Phys., 1939. – 112. – P. 764–769. 8. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники:

Учебник для студентов энергетических и электротехнических ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1973. – 752 с. **9. К. Шимони** Теоретическая электротехника. – М.: Мир, 1964. – 773 с. **10. Jn. Volakis, A. Chatterjee, L. Kempel**, Finite element method for electromagnetics. – IEEE Press, 1996. – 344 p. **11. П. Сильвестер, Р. Феррари** Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков. – М.: Мир, 1986. – 229 с. **12. J. Coulomb and G. Meunier**, Finite Element Implementation of Virtual Work Principle for Magnetic for Electric Force and Torque Calculation / IEEE Transactions on Magnetics, 1984. – Vol. Mag-2D, № 5. – P. 1894-1896. **13. Кузнецов В.А., Ялунин Г.В.** Метрология (теоретические, прикладные и законодательные основы): Учеб. Пособие. – М.: ИПК Издательство стандартов, 1998. – 336 с. **14. Jn. Crawford**, Interpreting Your Analysis Results: Spend time reviewing the answers to understand what they really mean / ANSYS Solutions. – Spring 2004. – P. 36-38. **15. Корн Г., Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1978. – 831 с. **16. Вибрации в технике: Справочник.** В 6-ти т. / Ред. В.Н.Челомей (пред). – М.: Машиностроение, 1979. – Т.2: Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И.Блехмана. – 351 с.

Поступила в редколлегию 14.09.2007

УДК 534-16: 534.015

Ю.В.МИХЛИН, докт.физ.-мат.наук; **Г.В.РУДНЕВА**, канд.физ.-мат.наук;
Т.В.БУНАКОВА; НТУ «ХПИ»

ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМАХ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ, СОДЕРЖАЩИХ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫЙ ГАСИТЕЛЬ

Розглядається перехідний процес у системі, що містить лінійний осцилятор і приєднаний істотно нелінійний елемент із відносно невеликою масою. Враховано тертя. Метод багатьох масштабів використаний для опису перехідного процесу в розглянутій системі. Спостерігається перекачування енергії зі початково-збудженої лінійної системи в нелінійний гаситель. Подібне дослідження проведено й для системи, що містить лінійний осцилятор і вібро-ударний гаситель з відносно малою масою. Розглянутий також перехідний процес у такій системі під дією зовнішнього періодичного збудження. Чисельне моделювання підтверджує ефективність аналітичних побудов в обох системах.

Transient in a system containing a linear oscillator, linearly coupled to an essentially nonlinear attachment with a comparatively small mass, is considered. A damping is taken into account. The multiple scales method is used to construct a process of transient in the system under consideration. A transfer of energy from the initially perturbed linear subsystem to the nonlinear absorber can be observed. A similar construction is made to describe the transient in a system which contains a linear oscillator and a vibro-impact attachment with a comparatively small mass. A transient in such system under the external periodical excitation was considered too. Numerical simulation confirms an efficiency of the analytical construction in both systems.

1. Введение. Исследование переходного процесса играет важную роль в инженерии, в частности, в проблемах гашения. За последние несколько лет различные новые устройства применялись для гашения механических коле-

баний [1-4 и др.]. Интересным является использование для этих целей нелинейных пассивных гасителей.

В данной работе рассмотрен переходный процесс в системе, содержащей линейный осциллятор, связанный линейной пружиной с существенно нелинейным гасителем сравнительно малой массы. При этом учитывается трение в системе и предполагается, что линейная система подвергается некоторому начальному возмущению.

Для построения переходного процесса в рассматриваемой системе использовался метод многих масштабов [5 и др.]. Наблюдалась перекачка энергии из изначально возмущенной линейной системы в нелинейный гаситель.

Подобное исследование было проведено и для системы, содержащей линейный осциллятор и вибро-ударный гаситель сравнительно малой массы. При этом были использованы как метод многих масштабов, так и непосредственное интегрирование уравнений системы с учетом условий удара. Рассмотрен также переходный процесс в системе, подверженной внешнему периодическому возбуждению. Численное моделирование подтверждает эффективность аналитических построений в обеих системах.

2. Переходный процесс в системе с существенно нелинейным гасителем. Рассмотрим систему двух связанных осцилляторов, а именно линейного и нелинейного со сравнительно малой массой (рис. 1).

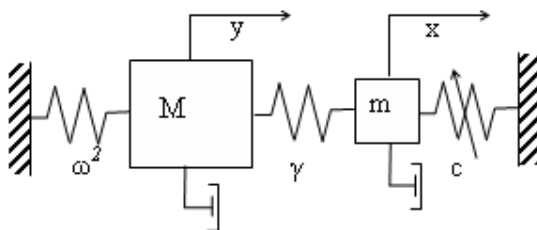


Рисунок 1

Данная система может быть описана следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon m \ddot{x} + \varepsilon c x^3 + \varepsilon^2 \delta \dot{x} + \varepsilon \gamma (x - y) = 0, \\ M \ddot{y} + \omega^2 y + \varepsilon^2 \delta \dot{y} + \varepsilon \gamma (y - x) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где ε — это малый параметр.

Решение системы (1) найдем методом многих масштабов. При этом используются следующие разложения:

$$\begin{aligned} x &= x_0(t_0, t_1, t_2, \dots) + \varepsilon x_1(t_0, t_1, t_2, \dots) + \varepsilon^2 x_2(t_0, t_1, t_2, \dots) + \dots, \\ y &= y_0(t_0, t_1, t_2, \dots) + \varepsilon y_1(t_0, t_1, t_2, \dots) + \varepsilon^2 y_2(t_0, t_1, t_2, \dots) + \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$t_0 = t, t_1 = \varepsilon t, t_2 = \varepsilon^2 t, \dots, t_n = \varepsilon^n t, \dots, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t_0} \frac{dt_0}{dt} + \frac{\partial}{\partial t_1} \frac{dt_1}{dt} + \frac{\partial}{\partial t_2} \frac{dt_2}{dt} + \dots =$$

$$= \frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t_1} + \varepsilon^2 \frac{\partial}{\partial t_2} + \varepsilon^3 \frac{\partial}{\partial t_3} + \dots = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + \varepsilon^3 D_3 + \dots \text{ и т.д.}$$

Для нахождения нулевого приближения по малому параметру выпишем соответствующее уравнение:

$$\varepsilon^0 : MD_0^2 y_0 + \omega^2 y_0 = 0.$$

Решением этого уравнения является функция

$$y_0 = A_1(t_1, t_2, \dots) \cos \Psi_0,$$

$$\text{где } \Psi_0 = \Omega t_0 + \Phi_0(t_1, t_2, \dots), \quad \Omega^2 = \frac{\omega^2}{M}.$$

Для определения следующего приближения по малому параметру получаем уравнения:

$$\varepsilon^1 : \begin{cases} mD_0^2 x_0 + cx_0^3 + \gamma(x_0 - y_0) = 0, \\ MD_0^2 y_1 + 2MD_0 D_1 y_0 + \omega^2 y_1 + \gamma(y_0 - x_0) = 0. \end{cases}$$

Уравнение для определения x_0 здесь является нелинейным. Его решение принимается в виде следующей аппроксимации:

$$x_0 = B_1(t_1, t_2, \dots) \cos \Psi_0 + B_2(t_1, t_2, \dots) \cos \Psi_1,$$

$$\text{где } \Psi_1 = \overline{\Omega}(t_1, t_2, \dots)t_0 + \Phi_1(t_1, t_2, \dots).$$

Приравнявая коэффициенты при косинусах в первом уравнении и исключая секулярные члены во втором, получим такие нелинейные функциональные уравнения вида:

$$\begin{cases} -mB_1\Omega^2 + c\left(\frac{3}{4}B_1^3 + \frac{3}{2}B_1B_2^2\right) + \gamma B_1 = \gamma A_1; \\ \gamma - m\overline{\Omega}^2 + \frac{3}{4}cB_2^2 + \frac{3}{2}cB_1^2 = 0; \end{cases}, \quad \begin{cases} 2MA_1\Omega \frac{\partial \Phi_0}{\partial t_1} + \gamma B_1 - \gamma A_1 = 0; \\ \frac{\partial A_1}{\partial t_1} = 0. \end{cases}$$

Таким образом,

$$A_1 = A_1(t_2, t_3, \dots); \quad \frac{\partial \Phi_0}{\partial t_1} = \frac{\gamma(A_1 - B_1)}{2MA_1\Omega}.$$

Пропуская в изложении определение решений следующих приближений, приведем окончательные выражения для амплитуд, частот и фаз нулевого приближения x_0, y_0 из разложений (2):

$$B_2 = \bar{c}(t_2, t_3, \dots)e^{-\frac{8}{2m}t_1}; \quad B_1 = c_0(t_2, t_3, \dots) + c_2(t_2, t_3, \dots)e^{-\frac{8}{m}t_1};$$

$$A_1 = \frac{\gamma - m\Omega^2}{\gamma} c_0 + \frac{3}{4\gamma} c c_0^3, \quad \overline{\Omega}^2 = \frac{1}{m} \left(\gamma + \frac{3}{4} c B_2^2 + \frac{3}{2} c B_1^2 \right) =$$

$$=[\text{после усреднения по времени}]=\frac{1}{m}\left(\gamma+\frac{3}{2}cc_0^2\right);$$

$$\Phi_0 = \frac{\gamma}{2M\Omega}t_1 - \frac{\gamma}{2M\Omega A_1}\left(c_0t_1 - c_2\frac{m}{\delta}e^{-\frac{\delta}{m}t_1}\right) + c_2^*, \text{ где } c_2 = \frac{\frac{3}{2}c\bar{c}^2c_0}{m\Omega^2 - \gamma - \frac{9}{4}cc_0^2}.$$

Итак, получено нулевое приближение искомого решения, содержащее четыре функции, которые превращаются в постоянные, если не учитывать временные масштабы высших порядков:

$$c_1^* = c_1^*(t_3, t_4, \dots), c_2^* = c_2^*(t_2, t_3, \dots), c_3^* = c_3^*(t_2, t_3, \dots), \bar{c} = \bar{c}(t_2, t_3, \dots).$$

Эти постоянные могут быть найдены численно с помощью метода Ньютона из начальных условий системы:

$$x(0) = \dot{x}(0) = 0; \quad y(0) = 0, \dot{y}(0) = V.$$

Рис. 2 и 3 представляют результаты сравнения численного решения системы, найденного методом Рунге-Кутты, и аналитического решения (нулевого приближения) для разных начальных условий. Можно обнаружить хорошее совпадение аналитических и численных решений для относительно большого времени расчета.

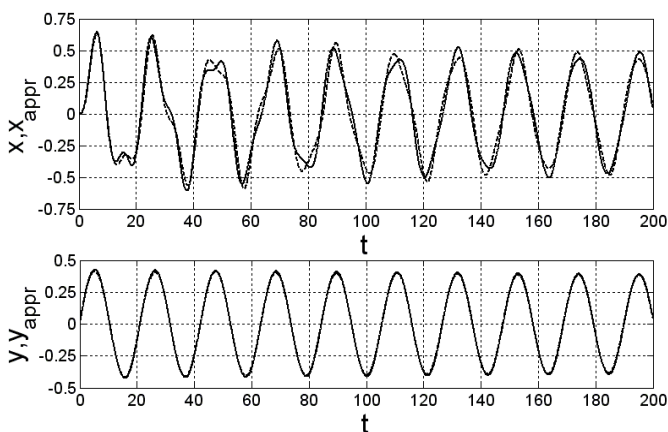


Рисунок 2

3. Переходный процесс в вибро-ударной системе. Рассмотрим вибро-ударную систему с двумя степенями свободы с односторонним ограничителем (рис. 4). Эта система содержит линейный осциллятор и гаситель сравнительно малой массы. Предполагается получить аналитическое описание переходных процессов как для свободных, так и для вынужденных колебаний. Для этого, как и в предыдущей задаче, используем метод многих масштабов.

Уравнения свободных колебаний рассматриваемой системы имеют сле-

дующий вид:

$$\begin{cases} \varepsilon m \ddot{x} + \varepsilon \gamma (x - y) + \varepsilon^2 \delta \dot{x} = 0; \\ M \ddot{y} + c^2 y + \varepsilon \gamma (y - x) + \varepsilon^2 \delta \dot{y} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где M – масса главной линейной системы; m – масса гасителя; δ характеризует линейную силу трения, γ и c^2 – коэффициенты упругости пружин. Малый параметр ($\varepsilon \ll 1$) введен для того, чтоб показать малость массы гасителя, а также диссипации и связи между осцилляторами.

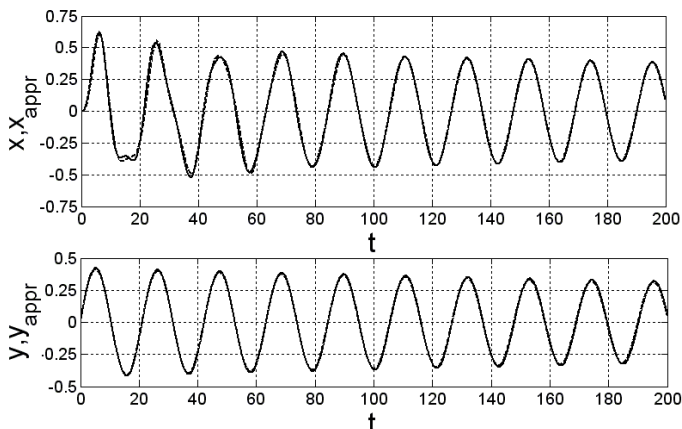


Рисунок 3

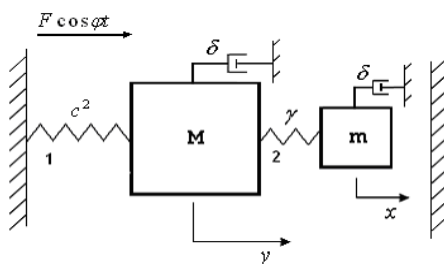


Рисунок 4 – Рассматриваемая виброударная система

Предполагается, что удар в системе происходит мгновенно. Коэффициент восстановления e ($0 \leq e \leq 1$) характеризует потери скорости в момент удара. Таким образом, мы имеем следующие условия удара:

$$x(t_k^+) = x(t_k^-) = x_{\max}; \quad \dot{x}(t_k^+) = -e\dot{x}(t_k^-); \quad y(t_k^+) = y(t_k^-); \quad \dot{y}(t_k^+) = \dot{y}(t_k^-). \quad (4)$$

Здесь t_k – момент удара (k – номер удара), t_k^- – момент перед ударом, t_k^+ – момент после удара, $x_{\max}$ – расстояние между положением равновесия и ограничителем.

3.1. Свободные колебания вибро-ударной системы. Для построения аналитического решения методом многих масштабов используем выражения (2). В нулевом приближении решения по параметру получим:

$$\begin{aligned} y_0 &= A_0(t_1, t_2, t_3, \dots) \cos \Omega t_0 + B_0(t_1, t_2, t_3, \dots) \sin \Omega t_0; \\ x_0 &= \beta(A_0(t_1, \dots) \cos \Omega t_0 + B_0(t_1, \dots) \sin \Omega t_0) + \\ &+ A_1(t_1, \dots) \cos \sqrt{\gamma/m} t_0 + B_1(t_1, \dots) \sin \sqrt{\gamma/m} t_0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\text{где } \Omega_0^2 = c^2 / M, \quad \beta = \frac{\gamma}{m(\gamma/m - \Omega_0^2)}.$$

Из условия исключения секулярных членов в следующем приближении по малому параметру получим следующие выражения для амплитуд нулевого приближения:

$$A_0 = -C_1 \sin \Omega_1 t_1 + C_2 \cos \Omega_1 t_1; \quad B_0 = C_1 \cos \Omega_1 t_1 + C_2 \sin \Omega_1 t_1,$$

$$\text{где } \Omega_1 = \frac{\gamma(\beta - 1)}{2M\Omega_0}.$$

Учитывая следующее приближение, получим приближенное решение в виде:

$$\begin{aligned} x &= \beta(\cos \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1 + R_2 C_2) + \sin \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1 + R_1 C_2)) + e^{\alpha \epsilon t} \{C_3 \sin \beta_3 t + C_4 \cos \beta_3 t\}, \\ y &= C_1 \sin \Omega_2 t + C_2 \cos \Omega_2 t + \epsilon \beta_1 e^{\alpha \epsilon t} \{C_3 \sin \beta_3 t + C_4 \cos \beta_3 t\}, \end{aligned}$$

где

$$R_1 = \frac{\epsilon \delta \Omega}{m(\gamma/m - \Omega^2)}; \quad R_2 = 1 - \frac{2\epsilon \Omega \Omega_1}{\gamma/m - \Omega^2}; \quad \beta_3 = \sqrt{\gamma/m} - \beta_2 \epsilon; \quad \Omega_2 = \Omega - \epsilon \Omega_1.$$

Из условий удара (4) получим связь между коэффициентами C_i до (C_i^k) и после (C_i^{k+1}) удара:

$$\begin{aligned} &\beta(\cos \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1^{k+1} + R_2 C_2^{k+1}) + \sin \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1^{k+1} + R_1 C_2^{k+1})) + \\ &+ e^{\alpha \epsilon t} \{C_3^{k+1} \sin \beta_3 t + C_4^{k+1} \cos \beta_3 t\} = \beta(\cos \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1^k + R_2 C_2^k) + \\ &+ \sin \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1^k + R_1 C_2^k)) + e^{\alpha \epsilon t} \{C_3^k \sin \beta_3 t + C_4^k \cos \beta_3 t\}; \\ &\Omega_2 \beta (-\sin \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1^{k+1} + R_2 C_2^{k+1}) + \cos \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1^{k+1} + R_1 C_2^{k+1})) + \\ &+ e^{\alpha \epsilon t} (\alpha \epsilon \{C_3^{k+1} \sin \beta_3 t + C_4^{k+1} \cos \beta_3 t\} + \beta_3 \{C_3^{k+1} \cos \beta_3 t - C_4^{k+1} \sin \beta_3 t\}) = \\ &= -\epsilon \Omega_2 \beta (-\sin \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1^k + R_2 C_2^k) + \cos \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1^k + R_1 C_2^k)) + \\ &+ e^{\alpha \epsilon t} (\alpha \epsilon \{C_3^k \sin \beta_3 t + C_4^k \cos \beta_3 t\} + \beta_3 \{C_3^k \cos \beta_3 t - C_4^k \sin \beta_3 t\}); \\ &C_1^{k+1} \sin \Omega_2 t + C_2^{k+1} \cos \Omega_2 t + \epsilon \beta_1 e^{\alpha \epsilon t} \{C_3^{k+1} \sin \beta_3 t + C_4^{k+1} \cos \beta_3 t\} = \\ &= C_1^k \sin \Omega_2 t + C_2^k \cos \Omega_2 t + \epsilon \beta_1 e^{\alpha \epsilon t} \{C_3^k \sin \beta_3 t + C_4^k \cos \beta_3 t\}; \\ &\Omega_2 (C_1^{k+1} \cos \Omega_2 t - C_2^{k+1} \sin \Omega_2 t) + \epsilon \beta_1 e^{\alpha \epsilon t} \{\alpha \epsilon (C_3^{k+1} \sin \beta_3 t + C_4^{k+1} \cos \beta_3 t) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_3 \left(C_3^{k+1} \cos \beta_3 t - C_4^{k+1} \sin \beta_3 t \right) \Big| = \\
& = \Omega_2 \left(C_1^k \cos \Omega_2 t - C_2^k \sin \Omega_2 t \right) + \varepsilon \beta_1 e^{\alpha \varepsilon t} \left\{ \alpha \varepsilon \left(C_3^k \sin \beta_3 t + C_4^k \cos \beta_3 t \right) + \right. \\
& \left. + \beta_3 \left(C_3^k \cos \beta_3 t - C_4^k \sin \beta_3 t \right) \right\}.
\end{aligned}$$

Численное исследование было проведено для следующих значений параметров: $M = 1$; $m = 1$; $\varepsilon = 0,01$; $\delta = 10$; $e = 0,9$; $x_{\max} = 1,4$; $\gamma = 1,5$; $c = 1$.

При этом выбирались такие начальные условия для линейной системы: $x(0) = 0$; $\dot{x}(0) = 0$; $y(0) = 0$; $\dot{y}(0) = \dot{V}_0 = 1$.

Сравнение аналитического и численного решений показало хорошую точность аналитического приближения (рис. 5). Численное исследование свободных и вынужденных колебаний (следующий пункт) было реализовано методом Рунге-Кутты 4-го порядка с переменным шагом в окрестности моментов удара.

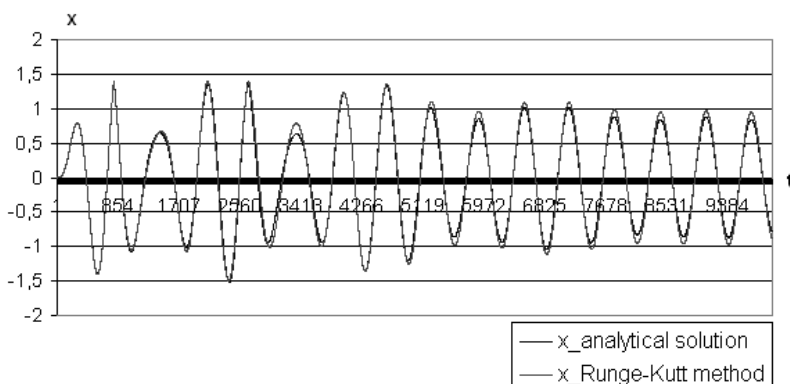


Рисунок 5 – Переходный процесс в случае свободных колебаний вибро-ударной системы. Удар происходит при $x_{\max} = 1,4$.

3.2. Переходный процесс в случае вынужденных колебаний. Рассмотрим ту же вибро-ударную систему с двумя степенями свободы, но в случае внешнего периодического возбуждения линейного осциллятора.

Метод многих масштабов может быть использован и в этом случае. Но в отличие от решения, полученного в пункте 3.1, в новое решение уже будет добавлено слагаемое, отвечающее внешнему возбуждению. Получим:

$$\begin{aligned}
x &= \beta (\cos \Omega_2 t \cdot (-R_1 C_1 + R_2 C_2) + \sin \Omega_2 t \cdot (R_2 C_1 + R_1 C_2)) + \\
& + e^{\alpha \varepsilon t} \{ C_3 \sin \beta_3 t + C_4 \cos \beta_3 t \} + (F_2 + \varepsilon F_5) \cos \varphi t + \varepsilon F_6 \sin \varphi t, \\
y &= C_1 \sin \Omega_2 t + C_2 \cos \Omega_2 t + \varepsilon \beta_1 e^{\alpha \varepsilon t} \{ C_3 \sin \beta_3 t + C_4 \cos \beta_3 t \} + \\
& + (F_1 + \varepsilon F_3) \cos \varphi t + \varepsilon F_4 \sin \varphi t,
\end{aligned} \tag{6}$$

где

$$F_1 = \frac{F}{(\Omega^2 - \varphi^2)}, \quad F_2 = \frac{\gamma F_1}{m(\gamma/m - \varphi^2)}, \quad F_3 = \frac{-\gamma(F_1 - F_2)}{M(\Omega^2 - \varphi^2)}, \quad F_4 = \frac{2\varphi F_1}{\Omega^2 - \varphi^2},$$

$$F_5 = \frac{\gamma F_3}{m(\gamma/m - \varphi^2)}, \quad F_6 = \frac{\frac{\gamma}{m} F_4 + (2 + \delta/m) F_2 \varphi}{\gamma/m - \varphi^2}.$$

Условия удара (4) как и раньше зададут связи между коэффициентами C_i до (C_i^k) и после (C_i^{k+1}) удара.

Численное исследование было проведено при тех же параметрах, что и в предыдущем пункте. Сравнение полученных численно и аналитически результатов приведено на рис. 6 и демонстрирует хорошую точность полученных аналитических решений.

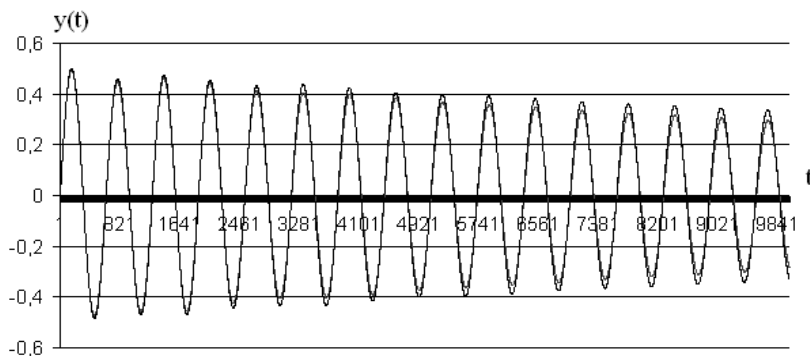


Рисунок 6 – Переходный процесс в случае вынужденных колебаний в системе (3).
Колебания линейной подсистемы с большой массой.

Выводы. Результаты представленного здесь анализа показывают эффективность метода многих масштабов для аналитического представления переходных процессов как в системе с существенно нелинейным гасителем, так и в виброударной системе. Численное моделирование подтвердило точность полученных аналитических результатов. Заметим, что в результате переходного процесса каждая рассматриваемая система входит в режим некоторой устойчивой формы стационарных колебаний.

Список литературы: 1. *Shaw J., Shaw S., Haddow A.J.* On the response of the non-linear vibration absorber // *Int. Journal of Nonlinear Mechanics.* – Vol. 24. – 1989. – P. 281-293. 2. Вибрации в технике. Под ред. *Фролова К.В.* – Москва: Машиностроение, 1995. 3. *Cuvalci O., Ertas A.* Pendulum as vibration absorber for flexible structures: experiments and theory // *Trans. of the ASME. J. of Vibr. Acoustics.* – Vol. 118. – 1996. – P. 558-566. 4. *Manevitch L., Gendelman O., Musienko A.I., Vakakis A.F., Bergman L.A.* Dynamic interaction of a semi-infinite linear chain of coupled oscillators with a strongly nonlinear end attachment // *Physica D.* – Vol. 178. – 2003. – P. 1-18. 5. *Nayfeh A.H., Mook D.* *Nonlinear Oscillations.* – John Wiley, New York. – 1984.

Поступила в редколлегию 14.11.2007

В.П.ОЛЬШАНСЬКИЙ, докт. фіз.-мат. наук ХНТУСГ;

В.І.ЛАВІНСЬКИЙ, докт. тех. наук; **С.В.ОЛЬШАНСЬКИЙ**, НТУ «ХПІ»

ПРИСКОРЕННЯ ГАЗОВИМ ПОТОКОМ РУХУ КРАПЛІ, ЩО ВИПАРОВУЄТЬСЯ ЗА ЗАКОНОМ СРЕЗНЕВСЬКОГО

Описано рух краплі, що випаровується, як матеріальної точки збутої маси, нелінійним диференціальним рівнянням з перемінними коефіцієнтами. За допомогою спеціального перетворення при рівноперемінному русі газу знайдений аналітичний розв'язок задачі Коші у функціях Ейрі.

The motion of an evaporating drop, as material point of decreasing mass, is described by nonlinear differential equation with variable coefficients. After special transformation at equalvariable motion of gas the analytical solution of Cauchy problem is found in Airy functions.

Актуальність теми і мета дослідження. В техніці зустрічаються випадки, коли рух газу використовують для розгону часток рідини і утворення розпилених струменів. Такі процеси мають місце в двигунах внутрішнього згорання [1], в ракетній техніці та авіації [2], в пожежній справі [3] й інших областях. На підставі числових методів створено достатньо складні моделі руху і розроблено алгоритми їх комп'ютерної реалізації [4,5]. Але це не виключає пошуку компактних аналітичних розв'язків спрощених задач цього класу. З досліджень у цьому напрямку вкажемо на роботи [6,7], в яких запропоновано аналітичні розв'язки задач в лінійній постановці, а також в нелінійній – без урахування випаровування краплі. Але при русі частки рідини в середовищі з високою температурою доводиться враховувати випаровування. Тому удосконалення існуючих розрахункових моделей руху краплі, яка випаровується, відноситься до актуальних задач.

Постановка задачі. Будемо вважати, що зменшення радіуса сферовидної частки у часі за рахунок випаровування описується формулою Срезневського

$$r(t) = r_0 \sqrt{1 - \varepsilon t},$$

в якій $r(t)$ – поточний радіус краплі в момент часу t ; r_0 – початковий радіус; ε – коефіцієнт, що характеризує швидкість випаровування; він залежить від температури газового середовища та інших чинників [8].

Силу аеродинамічної взаємодії частки з потоком газу приймаємо пропорційною площі міделевого перерізу сфери і квадрату її відносної швидкості польоту. Абсолютну швидкість потоку газу апроксимуємо виразом

$$V(t) = V + at,$$

у якому V і a деякі константи, що відповідає руху газу зі сталим прискоренням.

ренням (або сповільненням). За цих припущень швидкість руху краплі є розв'язком диференціального рівняння

$$\dot{v} - \frac{\beta}{r_0 \sqrt{1 - \varepsilon t}} (v - V - at)^2 = 0, \quad (1)$$

де β – безрозмірний коефіцієнт аеродинамічної взаємодії частки з газом; крапка над символом означає похідну за часом t .

Рівняння (1) доповнюємо початковою умовою

$$v(0) = v_0, \quad (2)$$

дотримуючись нерівності $v \leq V + at$.

Побудова аналітичного розв'язку. Введемо допоміжну функцію $u(t) = v - V - at$. Тоді $\dot{v} = \dot{u} + a$ і замість (1) отримуємо

$$\frac{du}{dt} - \frac{\beta}{r_0 \sqrt{1 - \varepsilon t}} u^2 = -a. \quad (3)$$

Рівняння (3) є спеціальним рівнянням Рікатті. Для побудови його аналітичного розв'язку скористаємось новою змінною

$$\xi = \sqrt{1 - \varepsilon t}; \quad \frac{d\xi}{dt} = -\frac{\varepsilon}{2\xi},$$

в результаті чого рівняння (3) набуває вигляду

$$\frac{du}{d\xi} + bu^2 = q\xi, \quad (4)$$

$$\text{де } b = \frac{2\beta}{\varepsilon r_0}; \quad q = \frac{2a}{\varepsilon}.$$

Позначивши через $f = -bu$, замість рівняння (4) отримуємо

$$\frac{df}{d\xi} - f^2 = -l\xi; \quad l = \sqrt[3]{bq}. \quad (5)$$

Щоб позбутися нелінійності в (5) вводимо нову функцію $w(\xi)$, таку що:

$$f = -\frac{1}{w} \frac{dw}{d\xi}; \quad \frac{df}{d\xi} = -\frac{w \frac{d^2 w}{d\xi^2} - \left(\frac{dw}{d\xi} \right)^2}{w^2}.$$

Це дає

$$\frac{d^2 w}{d\xi^2} - l^3 \xi w = 0. \quad (6)$$

Рівняння (6) має загальний розв'язок

$$w = c_1 Ai(l\xi) + c_2 Bi(l\xi). \quad (7)$$

де c_1, c_2 – довільні сталі; $Ai(x), Bi(x)$ – функції Ейрі.

Враховуючи вираз (7) і перетворення виконані раніше, одержуємо розв'язок рівняння (1) у вигляді

$$v(t) = \frac{l}{b} \frac{c Ai'(l\xi) + Bi'(l\xi)}{c Ai(l\xi) + Bi(l\xi)} + V + at.$$

Тут $Ai'(x)$, $Bi'(x)$ – похідні функцій Ейрі.

Константу $c = c_1(c_2)^{-1}$ визначаємо з початкової умови (2). Підставивши (8), в (2), отримуємо

$$c = \frac{(v_0 - V)Bi(l) - lb^{-1}Bi'(l)}{lb^{-1}Ai'(l) - (v_0 - V)Ai(l)}. \quad (9)$$

Визначення швидкості розгону краплі зводиться до використання таблиць функцій Ейрі та їх похідних [9-10].

Для визначення відстані, яку пролітає крапля за час t , треба взяти інтеграл

$$z(t) = \int_0^t v(t) dt. \quad (10)$$

Він не виражається у відомих функціях, тому для наближеного аналітичного обчислення (10) виділимо в ньому головну частину. З цією метою скористаємось асимптотикою функцій Ейрі та їх похідних при малих значеннях аргументу:

$$\begin{aligned} Ai(x) &\sim q_1 - q_2 x; & Bi(x) &\sim \sqrt{3}(q_1 + q_2 x); \\ Ai'(x) &\sim -q_2; & Bi'(x) &= \sqrt{3}q_2; \\ q_1 &= \frac{1}{3^{2/3}\Gamma(2/3)}; & q_2 &= \frac{1}{3^{1/3}\Gamma(1/3)}, \end{aligned}$$

де $\Gamma(t)$ – гама-функція. На підставі виразів (9) і (10) знаходимо, що при $a \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} c &\sim -\sqrt{3} \frac{(v_0 - V)(q_1 + q_2 l) - lb^{-1}q_2}{(v_0 - V)(q_1 - q_2 l) + lb^{-1}q_2}; \\ v_a(t) &= \lim_{a \rightarrow 0} v(t) = \left[b(\xi - 1) + \frac{1}{v_0 - V} \right]^{-1} + V. \end{aligned} \quad (11)$$

Інтеграл від $v_a(t)$ виражається в елементарних функціях

$$S(t) = \int_0^t v_a(t) dt = Vt - \frac{r_0}{\beta} \left[\sqrt{1 - \varepsilon t} - 1 + A \ln \left(\frac{A - \sqrt{1 - \varepsilon t}}{A - 1} \right) \right], \quad (12)$$

$$\text{де } A = 1 + \frac{1}{b(V - v_0)}.$$

При $|at| \ll V$ модуль різниці $\Phi(t) = z(t) - S(t)$ значно менший, ніж $S(t)$. Його легко оцінити за допомогою нерівності

$$|\Phi(t)| < t |v(t) - v_a(t)|.$$

У наближених розрахунках $z(t)$ на інтервалі часу $t \ll V/|a|$ можна прийняти

$$\Phi(t) \approx \int_0^t [v(t) - v_a(t)] dt \approx \frac{1}{2} t (v(t) - v_a(t)). \quad (13)$$

У підсумку розрахунків відстані розгону краплі зводиться до використання формули

$$z(t) = S(t) + \Phi(t). \quad (14)$$

Для випадку, коли прискорення $a = 0$, маємо розв'язки в елементарних функціях:

$$v(t) = v_a(t); \quad z(t) = S(t).$$

Числові результати та їх аналіз. Розглянемо, як впливає величина a на швидкість руху краплі. Для цього прийемо $r_0 = 10^{-3}$ м; $\varepsilon = 3 \text{ с}^{-1}$; $\beta = 4 \cdot 10^{-3}$; $v_0 = 0$; $V = 30 \text{ м/с}$.

Одержані графіки $v(t)$ для різних a подано на рис. 1.

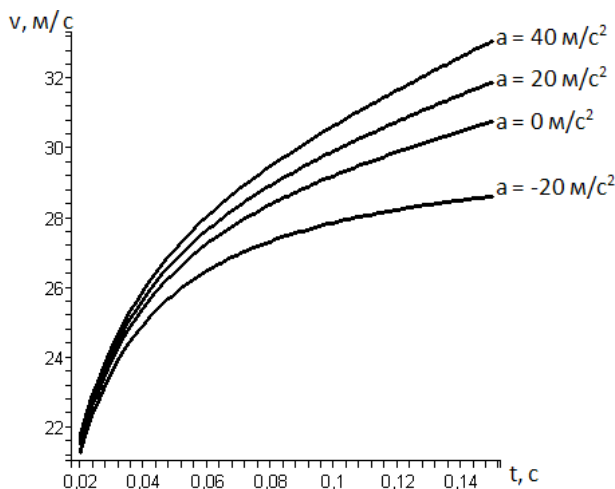


Рисунок 1 – Залежності швидкості краплі від часу для різних a

Із рис. 1 видно, що зі збільшенням a криві істотно відрізняються одна від одної на відрітку, де швидкість краплі наближається до швидкості газу.

З'ясуємо характер зміни швидкості в часі при різних коефіцієнтах аеродинамічної взаємодії краплі з газом. Для цього прийемо попередні вихідні дані та $a = 10 \text{ м/с}$. Одержані графіки $v(t)$ подано на рис. 2.

Розглянувши рис. 2, можна зробити висновок, що зі збільшенням коефіцієнта β швидкість частки досягає швидкості газу за коротший проміжок часу.

Порівняємо величини переміщень краплі, одержаних числовим інтегру-

ванням (10) та за допомогою формули (14). Для цього беремо попередні вихідні дані та різні a при $t = 0,1$ с.

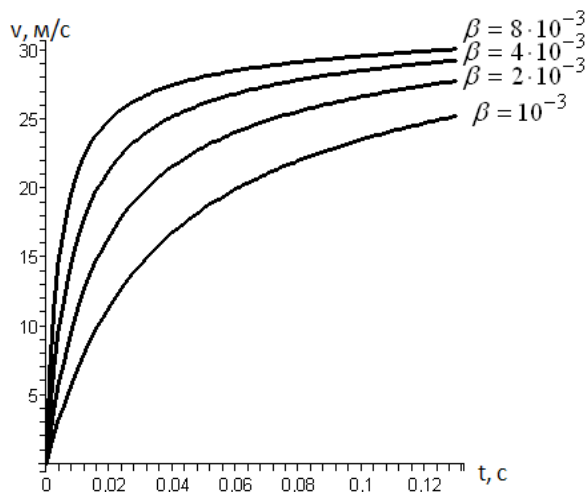


Рисунок 2 – Залежності швидкості краплі від часу для різних β

Значення переміщень краплі, обчислених різними способами

$a, \text{м/с}^2$	-30	-20	-10	10	20	30
$z(0,1), \text{м}$	<u>2,281</u> 2,279	<u>2,310</u> 2,309	<u>2,341</u> 2,339	<u>2,403</u> 2,405	<u>2,435</u> 2,439	<u>2,468</u> 2,475

У таблиці в чисельниках записано результати числового інтегрування, а у знаменниках – результати, одержані по формулі (14).

Виходячи з таблиці можна зробити висновок, що наближена формула (14) має високу точність.

Висновки. Запропоновані формули дозволяють обчислити параметри руху краплі, яка випаровується, без числового розв’язання задачі Коші. Висока точність наближених аналітичних розв’язків підтверджена шляхом порівняння результатів, до яких вони приводять, з результатами числового інтегрування.

Список літератури: 1. *Лышевский А.С.* Распыливание топлива в судовых дизелях. – Л.: Судостроение, 1971. – 248 с. 2. *Борисенко А.И., Селиванов В.Г., Фролов С.Д.* Расчет и экспериментальное исследование газожидкостного сопла при значительном содержании жидкости в газе. – Сб. научн. тр.: Вопросы газотермодинамики энергоустановок. – Вып. 1. – Харьков: ХАИ, 1974. – С. 83-93. 3. *Абрамов Ю.А., Росоха В.Е., Шаповалова Е.А.* Моделирование процессов в пожарных стволах. – Харьков: Фолио, 2001. – 195 с. 4. *Стернин Л.Е.* Основы газодинамики двухфазных потоков в соплах. – М.: Машиностроение, 1974. – 211 с. 5. *Васильев Ю.Н.* Теория двухфазного

газожидкостного эжектора с цилиндрической камерой смешения // В кн.: Лопаточные машины и струйные аппараты. – Вып. 5 – М.: Машиностроение, 1971. – С. 175-261. **6.** Кучеренко С.И., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В., Тищенко Л.М. Моделирование полета капель, які випаровуються при русі в газі. – Харків: Едена, 2006. – 203 с. **7.** Кучеренко С.И., Ольшанский В.П., Ольшанский С.В., Тищенко Л.М. Балістика крапель, які випаровуються при польоті. – Харків: Едена, 2007. – 303 с. **8.** Ольшанский В.П., Ольшанский С.В. Нижняя оценка дальности полета испаряющейся капли огнетушащей жидкости // И.Ф.Ж. – 2007. – 80, № 4. – С. 59-62. **9.** Абрамовиц А., Стиган И. Справочник по специальным функциям (с формулами, графиками и математическими таблицами). – М.: Наука, 1979. – 832 с. **10.** Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1977. – 344 с.

Надійшла до редколегії 12.10.2007.

УДК 531

Н.В.ПЕРЕПЕЛКИН; Ю.В.МИХЛИН, докт.физ.мат.наук; НТУ «ХПИ»

ПЕРЕХОДНЫЕ И СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ В СИСТЕМЕ С ОГРАНИЧЕННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Розглядається перехідний процес у системі з обмеженим збудженням, в якій відбувається взаємодія між джерелом енергії (двигуном) та лінійною пружною підсистемою. Перехідний процес описується за допомогою метода багатьох масштабів. Розглядається можливість виходу на стаціонарні режими системи, в тому числі на резонансний режим одиничної кратності. Чисельне моделювання підтверджує ефективність отриманих аналітичних розв'язків.

Transient in a non-ideal system with limited excitation, where an interaction of engine and linear elastic subsystem takes place, is considered. The transient is described by the multiple scales method. Possibility of transfer to stationary regimes, including a resonance regime, is considered. Numerical simulation confirms an efficiency of the obtained analytical solutions.

Вступление. Важным классом моделей машин являются модели с упругими звеньями, учитывающие взаимовлияние машины и источника энергии. Решение задач об описании движения таких систем является непростой задачей ввиду того, что колебательные процессы, происходящие в механической части оказывают влияние на поведение источника энергии и наоборот. Системы, имеющие источник энергии, обратным влиянием на который со стороны связанной с ним упругой подсистемы нельзя пренебречь из-за его конечной мощности, называются системами с ограниченным возбуждением.

Рассмотрим некую механическую систему с источником энергии ограниченной мощности и попробуем выявить, что же принесет в поведение системы учет взаимовлияния источника энергии и упругой подсистемы.

1. Постановка задачи. Рассматриваются колебания системы, содержа-

щей линейную упругую подсистему с одной степенью свободы, получающую возбуждение от двигателя, и, в свою очередь, оказывающую влияние на него (рис. 1).

Подобный источник энергии называется неидеальным. Полагаем, что характеристика двигателя, $L(\dot{\varphi})$, известна. Рассматриваемая модель, представленная на рис. 1, изучалась в работах [1, 2 и др.].

Во время вращения двигателя D кривошип, радиус которого r , деформирует упругую связь c_1 благодаря чему создается сила $c_1 r \sin(\varphi)$ и ее момент $c_1 r \sin(\varphi) r \cos(\varphi)$.

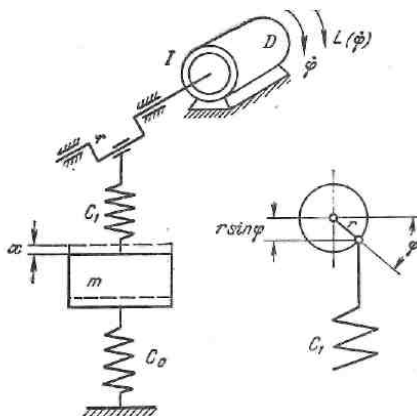


Рисунок 1 – Исследуемая модель системы с неидеальным источником энергии

Кинетическая энергия T и потенциальная энергия Π системы записываются следующим образом:

$$T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2; \quad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c_0 x^2 + \frac{1}{2} c_1 (x - r \sin(\varphi))^2.$$

Используя эти выражения в уравнениях Лагранжа второго рода, получаем уравнения движения системы:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = c_1 r \sin(\varphi) \\ I\ddot{\varphi} = L(\dot{\varphi}) - H(\varphi) + c_1 r (x - r \sin(\varphi)) \cos(\varphi) \end{cases} \quad (2)$$

где m – масса колебательной системы, $c = c_0 + c_1$ – ее жесткость, I – момент инерции вращающихся масс. В уравнениях учтены: сила сопротивления колебательному движению, взятая для простоты в виде линейной функции скорости $\beta\dot{x}$; момент сил сопротивления вращению ротора – в виде заданной функции $H(\varphi)$ и движущий момент источника энергии $L(\dot{\varphi})$ (характеристи-

ка двигателя).

В работе ставится задача описания переходного процесса в этой системе, то есть, процесса разгона из положения покоя, а также оценки выхода на возможные стационарные режимы движения системы.

2. Выбор метода решения. Нерезонансный режим движения.

Система уравнений, описывающих движение системы, является нелинейной, поэтому получить ее точное решение не представляется возможным. Для приближенного решения задачи используется метод многих масштабов [3].

Конкретизируем вид функций L и H , приняв в качестве источника энергии электродвигатель постоянного тока с параллельным возбуждением. Его механическая характеристика имеет вид прямой линии $L = a + b\dot{\varphi}$ (a, b – некоторые известные постоянные). Момент сил сопротивления, приложенный к валу двигателя, также представим в виде линейной функции $H = d\dot{\varphi}$.

Тогда уравнения (2) могут быть переписаны в виде

$$\begin{cases} m\ddot{x} + \beta\dot{x} + cx = c_1 r \sin(\varphi); \\ I\ddot{\varphi} = A - B\dot{\varphi} + c_1 r x \cos(\varphi) - \frac{1}{2} r \sin(2\varphi). \end{cases} \quad (3)$$

Применение для решения асимптотического метода предполагает введение в систему малого параметра. Перед тем, как заняться оценкой малости слагаемых, проведем обезразмеривание системы, выбрав характерные масштабы времени и перемещений :

$$y = \frac{x}{r} \rightarrow x = r; \quad t = \frac{\tau}{\omega} \rightarrow \frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{d\tau}; \quad \frac{d^2}{dt^2} = \omega^2 \frac{d^2}{d\tau^2} y. \quad (4)$$

Уравнения движения (3) перепишем теперь таким образом:

$$\begin{cases} m r \omega^2 y'' + \beta \omega y' + c r y = c_1 r \sin(\varphi); \\ I \omega^2 \varphi'' = A - B \omega \varphi' + c_1 r^2 y \cos(\varphi) - \frac{1}{2} c_1 r^2 \sin(2\varphi). \end{cases} \quad (5)$$

Считаем малым трение, а также слагаемые, характеризующие взаимодействие колеблющейся массы и двигателя. Вводим следующие параметры, причем полагаем, что ε – малый параметр:

$$\frac{A}{I\omega^2} = M; \quad \frac{B}{I\omega^2} = N; \quad \frac{c_1 r^2}{I\omega^2} = \varepsilon q; \quad \frac{c_1}{m\omega^2} = \varepsilon K; \quad \frac{\beta}{m\omega} = \varepsilon h. \quad (6)$$

В результате уравнения движения принимают вид:

$$\begin{cases} y'' + \varepsilon h y' + y = \varepsilon K \sin(\varphi) \\ \varphi'' = M - N \omega \varphi' + \varepsilon q (y \cos(\varphi) - \frac{1}{2} \sin(2\varphi)) \end{cases} \quad (7)$$

Для поиска решения применим асимптотический метод многих масшта-

емлемой форме. Численный расчет с использованием параметров реальных систем показывает, за чрезвычайно короткий промежуток времени это слагаемое становится пренебрежимо малым. В связи с этим будем вести рассмотрение поведения системы, начиная с некоторого времени, после которого этим слагаемым можно пренебречь. Тогда будем использовать следующее выражение

$$\varphi_0 = \Phi_0(T_1, T_2) + \frac{M}{N\omega} T_0. \quad (14)$$

Подставляя φ_0, y_0 в уравнения первого приближения и упрощая их, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_0^2 y_1 + y_1 = K \sin\left(\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T_0\right) - 2\left(\frac{\partial A_0}{\partial T_1} \cos(T_0 + \Psi_0) - \right. \\ \left. - A_0 \frac{\partial \Psi_0}{\partial T_1} \sin(T_0 + \Psi_0)\right) - h A_0 \cos(T_0 + \Psi_0); \\ D_0^2 \varphi_1 + N\omega D_0 \varphi_1 = -N\omega \frac{\partial \Phi_0}{\partial T_1} + q A_0 \sin(T_0 + \Psi_0) \cos\left(\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T_0\right) - \\ - \frac{1}{2} q \sin\left(2\left[\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T_0\right]\right); \end{array} \right. \quad (15)$$

Условие отсутствия секулярных слагаемых в уравнениях первого приближения требует выполнения таких соотношений:

$$\begin{aligned} -2 \frac{\partial A_0}{\partial T_1} - h A_0 &= 0 \rightarrow A_0 = A_1(T_2) e^{-h T_1 / 2}; \\ -A_0 \frac{\partial \Psi_0}{\partial T_1} &= 0 \rightarrow \Psi_0 = \Psi_1(T_2); \\ -N\omega \frac{\partial \Phi_0}{\partial T_1} &= 0 \rightarrow \Phi_0 = \Phi_1(T_2). \end{aligned} \quad (16)$$

После этого уравнения (15) преобразуются к виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_0^2 y_1 + y_1 = K \sin\left(\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T_0\right); \\ D_0^2 \varphi_1 + N\omega D_0 \varphi_1 = q A_0 \sin(T_0 + \Psi_0) \cos\left(\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T_0\right) - \\ - \frac{1}{2} q \sin\left(2\left[\Phi_0 + \frac{M}{N\omega} T\right]\right); \quad \left(\frac{M}{N\omega} = \Theta\right). \end{array} \right. \quad (17)$$

Уравнения (17) – линейные неоднородные с постоянными коэффициентами. Пропустим их преобразование и запись решения отдельно для переменных первого приближения y_1 и φ_1 , и запишем сразу закон изменения для y и φ как сумму двух приближений – нулевого и первого.

$$\begin{aligned}
y(\tau) &= A_1(T_2)e^{-hT_1/2} \sin(T_0 + \Psi_1(T_2)) + \varepsilon K(1 - \Theta^2)^{-1} \sin(\Phi_1(T_2) + \Theta T_0); \\
\varphi(\tau) &= \Phi_1(T_2) + \Theta T_0 + F_1(T_2) \frac{1}{N\omega} e^{-N\omega T_0} - \\
&- \frac{\varepsilon q}{2} A_1(T_2) e^{-hT_1/2} \frac{1}{\sqrt{(N\omega)^2 + (1 - \Theta)^2}} \frac{1}{|1 - \Theta|} \times \\
&\quad \times \sin\left((1 - \Theta)T_0 + \Psi_1 - \Phi_1 + \arctg\left(\frac{N\omega}{1 - \Theta}\right)\right) - \\
&- \frac{\varepsilon q}{2} A_1(T_2) e^{-hT_1/2} \frac{1}{\sqrt{(N\omega)^2 + (1 + \Theta)^2}} \frac{1}{|1 + \Theta|} \times \\
&\quad \times \sin\left((1 + \Theta)T_0 + \Psi_1 + \Phi_1 + \arctg\left(\frac{N\omega}{1 + \Theta}\right)\right) + \\
&+ \frac{\varepsilon q}{2} \frac{1}{\sqrt{(N\omega)^2 + (2\Theta)^2}} \frac{1}{|2\Theta|} \sin\left(2\Theta T_0 + 2\Phi_1 + \arctg\left(\frac{N\omega}{2\Theta}\right)\right).
\end{aligned} \tag{18}$$

Данное решение описывает движение системы вдали от резонанса единичной кратности. Если рассматривать большие времена, то большая часть слагаемых в (18) исчезнет, что даст нам описание стационарного процесса работы системы. Процесс этот представляет собой вращение ротора двигателя с некоторой угловой скоростью Θ , на которое накладывается малая составляющая с частотой 2Θ . Колебания массы происходят с частотой, равной угловой скорости вращения двигателя и небольшими амплитудами.

Доказательство соответствия аналитических результатов истине дает численная проверка решения вида (18) после возврата к времени t и переменным x и φ . Так аналитическая и численно полученная зависимости переменной x от времени изображены на рис. 2. Они показывают хорошее соответствие теории и результатов численного интегрирования системы, проведенном в программном комплексе Matlab7. На рисунке представлено изображение переходного процесса, стартующего с нулевыми начальными условиями.

Анализ выражения для переменной $y(\tau)$ показывает, что наличие слагаемого вида $\varepsilon K(1 - \Theta^2)^{-1} \sin(\Phi_1(T_2) + \Theta T_0)$ не позволит адекватно описать режимы, непосредственно приближающиеся к резонансному ($\Theta \approx 1$) ввиду бесконечного возрастания амплитуд данной гармоники.

В этом случае помогают результаты численного интегрирования системы (5) для околорезонансного режима. Анализ относительных величин каждого из слагаемых системы (5) показывает, что оказывается уместной иная, нежели в (7) расстановка малых параметров, а именно :

$$\begin{cases} y'' + \varepsilon h y' + y = \varepsilon K \sin(\varphi) \\ \varphi'' = \varepsilon \left(M - N\omega\varphi' + q(y \cos(\varphi) - \frac{1}{2} \sin(2\varphi)) \right) \end{cases} \quad (19)$$

Изменение расстановки малых параметров приведет к другому виду решения.

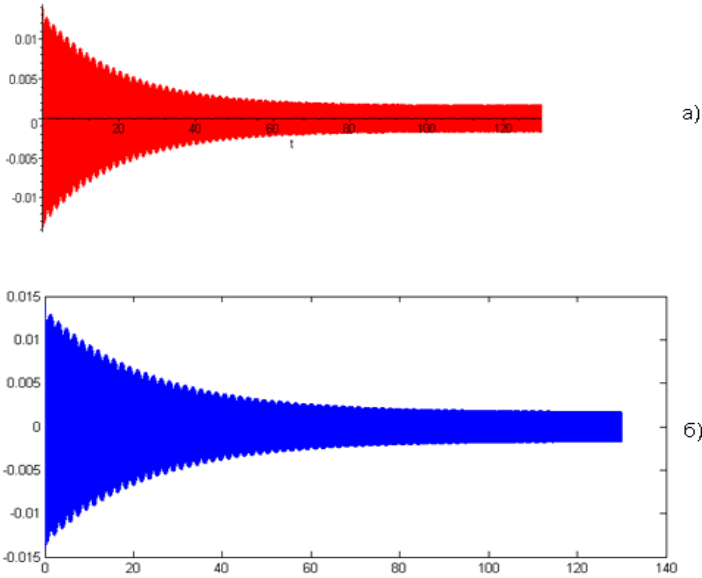


Рисунок 2 – Сравнение аналитических результатов в виде (18) – а) и результатов численного интегрирования – б) для переменной $x(t)$

3. Околорезонансные режимы работы. Решать систему (19) будем иным методом, нежели в предыдущем случае. Для этого сделаем замену переменных вида(20):

$$y = A \cos(\varphi + \Psi) ; \quad y' = -A \sin(\varphi + \Psi) ; \quad \varphi' = \Theta. \quad (20)$$

Проведя соответствующие преобразования и разрешая имеющиеся уравнения относительно производных амплитуды, фазы и угловой скорости, получим следующую систему уравнений

$$\begin{cases} A' = \varepsilon [K \sin \varphi + hA \sin(\varphi + \Psi)] \sin(\varphi + \Psi) \\ \Psi' = -(\Theta - 1) - \frac{\varepsilon}{A} [K \sin \varphi + hA \sin(\varphi + \Psi)] \cos(\varphi + \Psi) ; \\ \Theta' = \varepsilon [M - N\Theta + q(A \cos(\varphi + \Psi) - \sin \varphi) \cos \varphi] \end{cases} \quad (21)$$

В системе (21) штрихами обозначено дифференцирование по времени τ . Введем теперь новую независимую переменную φ , используя равенства:

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{d}{d\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau} = \Theta \frac{d}{d\varphi}. \quad (22)$$

Здесь и далее штрихом будет обозначено дифференцирование по переменной φ : $(\cdot)' = d/d\varphi$. Получим:

$$\begin{cases} A' = \frac{\varepsilon}{\Theta} [K \sin \varphi + hA \sin(\varphi + \Psi)] \sin(\varphi + \Psi) \\ \Psi' = -\frac{(\Theta - 1)}{\Theta} - \frac{\varepsilon}{A\Theta} [K \sin \varphi + hA \sin(\varphi + \Psi)] \cos(\varphi + \Psi); \\ \Theta' = \frac{\varepsilon}{\Theta} [M - N\Theta + q(A \cos(\varphi + \Psi) - \sin \varphi) \cos \varphi] \end{cases} \quad (23)$$

Поскольку предполагается рассмотрение околорезонансных режимов работы, то введем малую величину α , характеризующую расстройку угловой скорости вращения ротора Θ с собственной частотой упругой части, которая для системы (19) в нормированных переменных равна единице.

$$\Theta - 1 = \varepsilon \alpha. \quad (24)$$

Поскольку в итоге получим, что правые части системы (23) есть медленно меняющимися функциями φ , то к ней применим другой асимптотический метод – метод усреднения. Усредняя левые и правые части системы (23) по φ от 0 до 2π , получим систему уравнений относительно главных частей медленно меняющихся функций – амплитуды, фазы и угловой скорости:

$$\begin{cases} A' = \frac{\varepsilon}{2\Theta} [K \cos \Psi + hA] \\ \Psi' = -\frac{\varepsilon \alpha}{\Theta} - \frac{\varepsilon K}{2A\Theta} \sin \Psi \\ \Theta' = \frac{\varepsilon}{\Theta} \left[M - N\Theta + \frac{q}{2} A \cos \Psi \right] \end{cases} \quad (25)$$

Приравняв левые части системы (25) к нулю, получим уравнения, описывающие стационарные режимы работы:

$$\begin{cases} K \cos \Psi + hA = 0 \\ \frac{K}{2A} \sin \Psi - (\Theta - 1) = 0 \\ M - N\Theta + \frac{q}{2} A \cos \Psi = 0 \end{cases} \quad (26)$$

Их решением будут следующие зависимости:

$$\begin{aligned}
 A &= -\frac{K}{2\sqrt{(\Theta-1)^2 + h^2/4}}; \\
 \operatorname{tg} \Psi &= -2\frac{\Theta-1}{h}; \\
 M - N\Theta - \frac{qh}{2K}A^2 &= 0.
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

Первое выражение (27) представляет собой амплитудно-частотную характеристику системы, общий вид которой изображен на рис. 3.

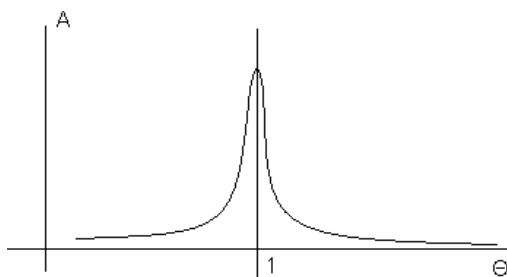


Рисунок 3 – Общий вид АЧХ рассматриваемой системы

Проверочные числовые расчеты показывают, что решение, которое определяется соотношениями (20) и (27) не только хорошо описывает околорезонансные режимы, но и вдали от резонанса весьма близко приближается к решению (18).

Из полученных выражений видно, что если исключить из зависимостей (27) амплитуду и фазу, то получится кубическое уравнение относительно угловой скорости вращения. Его решением могут быть один либо три действительных корня (возможны и кратные корни). Если принять, что механическая характеристика двигателя имеет вид $L = K_L(\Omega_0 - \dot{\phi})$, а момент сопротивления на его валу $H = K_H\dot{\phi}$, то можно схематически зависимость Θ от параметра K_L будет изображена на рис. 4.

О возможности существования таких стационарных режимов работы при одних и тех же параметрах системы можно судить на основе анализа их устойчивости, который здесь не приводится.

Выводы. В работе, с использованием метода многих масштабов, построен переходный режим в неидеальной системе, описывающей взаимодействие двигателя и упругой подсистемы, получающей энергию от двигателя и, в то же время, влияющей на источник энергии. Анализируются также нерезо-

нансний и резонансный стационарные режимы движения системы. Численное моделирование подтверждает хорошую точность аналитического решения.



Рисунок 4 – Схематическое изображение зависимости угловой скорости ротора от параметра K_L , исходя из решения (31)

Список литературы: 1. Кононецко В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. – М., Наука, 1985. 2. Алифов А.А., Фролов К.В. Взаимодействие нелинейных колебательных систем с источниками энергии. – М., Наука, 1985. 3. Найфэ А.. Введение в методы возмущений. – М., Мир, 1984. – 536 с.

Поступила в редколлегию 07.11.2007

УДК 621.753.2

А.П.ПЕРИН; А.Г.АНДРЕЕВ, канд.техн. наук; НТУ «ХПИ»

РАСЧЕТ ПОСАДОК С НАТЯГОМ ПРИ ОВАЛЬНОСТИ И ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЕ СОЕДИНЯЕМЫХ ДЕТАЛЕЙ НА ОСНОВЕ ПК ANSYS

У праці досліджується напружено-деформований стан втулки та валу, що з'єднані з натягом у різних варіантах сполучення: круглий вал та круглий отвір втулки; овальний вал та круглий отвір втулки; круглий вал та втулка що має ексцентриситет; овальний вал та втулка що має ексцентриситет у разі якщо кут між ексцентриситетом та овальністю становить 0, 45 та 90 градусів. Контактна задача вирішується за допомогою ПК ANSYS. Результати наведені у вигляді таблиць та малюнків.

In this paper the mode of deformations of interference fit of bush and shaft in various ways of fitting was analyzed, namely round shaft and round aperture of the bush, oval shaft and round aperture of the bush, round shaft and bush with eccentricity, oval shaft and bush with eccentricity and the angel 0, 45 or 90 degrees between out-of-roundness and eccentricity. Hertzian problem is solved by the program complex ANSYS. Results are given in the form of tables and drawings.

Посадка с натягом представляет одно из наиболее распространенных в технике напряженных соединений, в ряде случаев заменяющих болтовые и заклепочные соединения, частично шпоночные и шлицевые. Напряженное соединение вызывает дополнительные напряжения в соединяемых деталях. При этом компоненты нормального напряжения для охватывающей детали имеют как положительные, так и отрицательные значения, а для охватываемой детали только отрицательные значения [2,5].

Данная задача давно представляла интерес. Основные аналитические результаты для учета малой овальности соединяемых деталей при напряженной посадке (рис. 1,2) получил Муценник К. Я. [1].

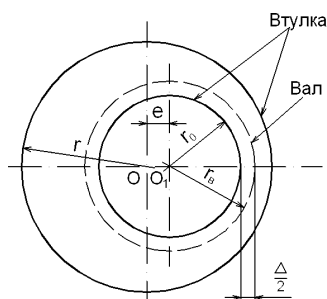


Рисунок 1 – Посадка круглого вала в круглое отверстие втулки

Сохраняя принятые в [1] обозначения, имеем при правильной форме соединяемых деталей $r_v - r_0 = 0,5 \Delta$, где Δ – упругий натяг, r_v – радиус вала, r_0 – радиус отверстия втулки.

Если вал имеет овальность, то $0,5 \Delta_\theta = R - r_0 = 0,5 \Delta + K(\theta)$, где Δ_θ – переменный натяг, R – переменный радиус вала, зависящий от полярного угла θ , $K(\theta) = K \cos 2\theta$ – часть натяга, обусловленная отклонением контура вала от правильной формы. Обозначая овальность через $m = |d_1 - d'_1|$, имеем при малой овальности $K = 0,25 m$.

Вводятся обозначения: $\alpha = r/r_v$, $m/d_1 = m_1$ – относительная овальность.

Наибольший интерес представляют напряжения σ_θ – для втулки и σ_r – на поверхности контакта при наличии овальности:

$$\sigma'_r = -\frac{(\alpha^2 - 1)^3}{8(1 - \mu)\alpha^2(\alpha^4/3 + 1)} m_1 G \cos 2\theta; \quad \sigma''_\theta = -\frac{(\alpha^2 - 1)(\alpha^4 + 6\alpha^2 + 1)}{8(1 - \mu)\alpha^2(\alpha^4/3 + 1)} m_1 G \cos 2\theta.$$

Материалы втулки и вала приняты одинаковыми: μ – коэффициент Пуассона, $G = 0,5 E/(1 + \mu)$ – модуль сдвига

Напряжения от постоянного натяга Δ :

$$\sigma'_r = -\frac{(1 + \mu)(\alpha^2 - 1)}{\alpha^2} \frac{\Delta}{d_1} G; \quad \sigma'_\theta = -\frac{(1 + \mu)(\alpha^2 + 1)}{\alpha^2} \frac{\Delta}{d_1} G.$$

Суммарные напряжения

$$\sigma_r = \sigma''_r + \sigma'_r; \quad \sigma_\theta = \sigma''_\theta + \sigma'_\theta.$$

Эквивалентное напряжение по третьей теории прочности для втулки

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_\theta - \sigma_r = G \left[2(1 + \mu) \frac{\Delta}{d_1} + \frac{(\alpha^2 - 1)}{(1 - \mu)(\alpha^4/3 + 1)} m_1 \right].$$

Геометрические размеры деталей: $r_0 = 0,0925$ м; $r = 0,17$ м;

$\Delta = 0,00012$ м; $m = 0,00005$ м; $K = 0,0000125$ м; $e = 0,0275$ м;

Характеристики материала: $\mu = 0,3$; $G = 8,1 \cdot 10^{10}$ Па;

По результатам аналитического расчета были получены следующие значения: $\sigma'_{\text{экв}} = 136,9$ МПа – от натяга; $\sigma''_{\text{экв}} = 15,5$ МПа – от овальности; $\sigma = \sigma'_{\text{экв}} + \sigma''_{\text{экв}} = 152,4$ МПа.

Целью данной работы является исследование напряженно-деформированного состояния посадок с натягом в таких соединениях:

- посадка круглого вала в круглое отверстие втулки (рис. 1);
- посадка овального вала в круглое отверстие втулки (рис. 2);
- посадка круглого вала во втулку с эксцентриситетом (рис. 3);
- посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом α между овальностью и эксцентриситетом в 0, 45 и 90 градусов (рис. 4,5,6).

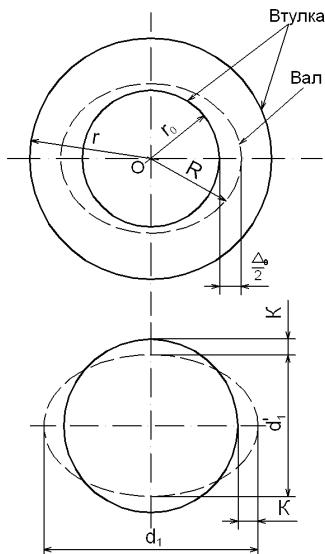


Рисунок 2 – Посадка овального вала в круглое отверстие втулки

С помощью программного комплекса ANSYS, в основе которого заложен МКЭ[3], решается задача посадки втулки на вал с натягом в различных вариантах геометрии, при этом предусмотрена возможность сопоставить результаты численного метода с аналитическим.

При решении задачи численным методом решалась контактная задача. Для моделирования твердого тела использовался плоский восьмиузловой прямоугольный элемент PLANE 82 [6], который может вырождаться в треугольный шестиузловой конечный эле-

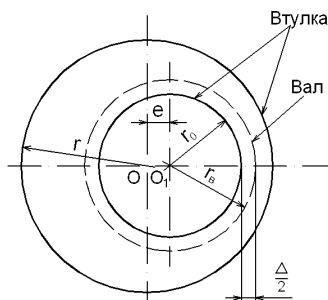


Рисунок 3 – Посадка круглого вала во втулку с эксцентриситетом

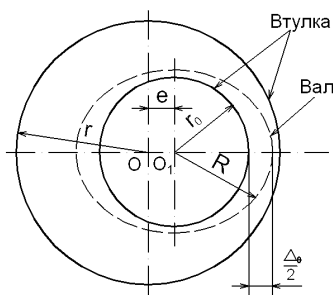


Рисунок 4 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом α между овальностью и эксцентриситетом в 0 градусов

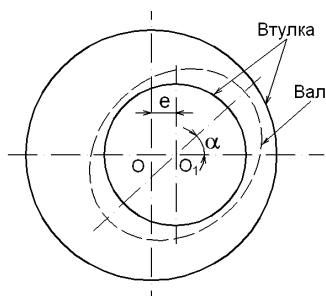


Рисунок 5 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом α между овальностью и эксцентриситетом в 45 градусов

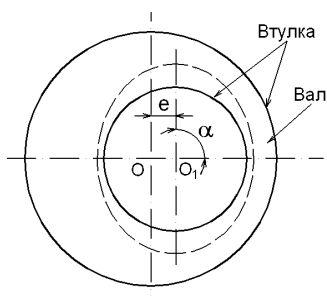


Рисунок 6 – Посадка овального вала во втулку с эксцентриситетом и углом α между овальностью и эксцентриситетом в 90 градусов

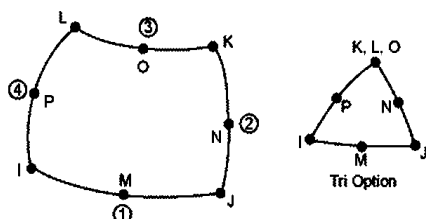


Рисунок 7 – Конечный элемент PLANE82

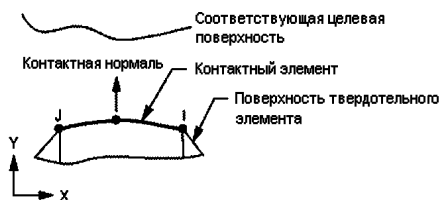


Рисунок 8 – Контактный элемент CONTACT172

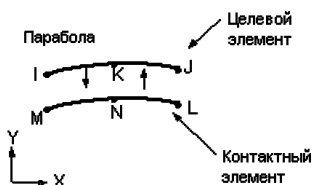


Рисунок 9 – Целевой элемент TARGET169

мент (рис. 7). Элемент имеет две степени свободы u и v . Для решения контактной задачи использовался соответствующий PLANE 82 контактный элемент CONTACT172 и отвечающий ему целевой элемент TARGET169 (рис. 8, 9).

Натяг задавался при помощи начального перекрытия поверхностей деталей с расположенными на них контактными элементами. В результате решения задачи происходит выталкивание изначально взаимно проникающих друг в друга поверхностей деталей до состояния, когда контактные элементы, расположенные на них, не войдут в непосредственный контакт. При решении был использован податливо-податливый контакт, то есть в результате взаимодействия деформируются обе детали.

Для решения контактной задачи комплексом ANSYS [7] использовался метод Лагранжа поскольку он по сравнению с методом «штрафов» обычно дает лучшие результаты и менее чувствителен к величине коэффициента контактной жесткости.

Результат взаимного проникновения двух поверхностей зависит от жесткости между контактными поверхностями. Слишком высокое значение жесткости приводит к плохому состоянию матрицы жесткости и к трудностям схождения, но для обеспечения допустимого остаточного контактного проникновения нужно иметь достаточно высокую жесткость. ANSYS по умолчанию вычисляет контактную жесткость, базируясь на свойствах материалов подстилающих элементов. Для задания контактной жесткости используется постоянная FKN (Normal Penalty Stiffness). Этот скалярный коэффициент обычно находится в интервале от 0,01 до 12. Второе средство контроля проникновения – постоянная FTOLN, которая задает допустимое остаточное проникновение. Если остаточные силы и перемещения в ходе решения достигли критерия сходимости, а проникновение больше величины FTOLN, то глобальное решение считается не сошедшимся и решение продолжается пока не будет достигнуто значение FTOLN.

Определение хорошего значения жесткости, от которого зависит взаимное проникновение, потребовало некоторых экспериментов. В результате было установлено, что для данной задачи оптимальным является значение скалярного коэффициента FKN равное 10. При задании значения большего 12 появляется предупреждение о том, что полученное значение контактной жесткости слишком велико, что может привести к неточному решению. Напряжения по третьей теории прочности, полученные при значениях FKN 10 и 12 отличаются на 0,01 МПа, что позволяет отдать предпочтение значению 10. Оптимальным значением остаточного проникновения FTOLN была определена величина 10^{-9} . При увеличении данного значения наблюдалось падение напряжений в рассматриваемом соединении, а при его уменьшении существенных изменений в решении не наблюдалось.

В результате для круглого вала и втулки было получено значение напряжений по третьей теории прочности равное 136,1 МПа (136,9 МПа – получено аналитическим путем). Это говорит о том, что данная задача корректно решена численным методом, а подобранные значения FKN и FTOLN можно в дальнейшем использовать в аналогичных задачах. Распределение напряжений по третьей теории прочности показаны на рис. 10¹, а радиальные перемещения – на рис. 11. Контактное давление постоянно по всей линии контакта и составляет 105,5 МПа.

В базовой модели Кулонова трения две контактирующие поверхности могут содержать сдвиговые напряжения некоторой величины из-за их взаимодействия перед фазой скольжения одной относительно другой (состояние сцепления). Модель Кулонова трения определяет эквивалентное сдвигающее напряжение τ , в котором скольжение по поверхности вначале представляет часть контактного давления P ($\tau = f \cdot P + C$, где f – коэффициент трения, а C – величина, определяющая сопротивление трения покоя). При превышении

¹Рисунки 10-26 размещены на цветной вкладке между стр. 122-123

предельного сдвигающего напряжения две контактирующие поверхности скользят одна относительно другой. В случае, когда втулка и вал идеально круглые и нет эксцентриситета, коэффициент трения f можно не учитывать, поскольку напряжения τ слишком малы, чтобы влиять на напряженно-деформированное состояние. Но когда вал имеет эллиптичность, пренебречь коэффициентом f нельзя.

Для эллиптического вала при отсутствии коэффициента трения было получено напряжение по третьей теории прочности 150,0 МПа, то есть напряжения от овальности $150,0 - 136,1 = 13,9$ МПа. После введения коэффициента трения 0,3 было получено напряжение 155,6 МПа, то есть напряжения от овальности $155,6 - 136,1 = 19,5$ МПа. Значение 15,5, полученное аналитически и не учитывающее трение, довольно близко к значению, полученному численным методом без трения. Но в данном случае пренебречь трением нельзя, поэтому значение, полученное с учетом трения, можно считать соответствующим действительности. Распределение напряжений по третьей теории прочности показаны на рис. 12. Радиальные перемещения и контактное давление – на рис. 13, 14.

Использованием полученного опыта были решены аналогичные задачи: с круглым валом и втулкой с эксцентриситетом; с эксцентриситетом втулки, овальным валом и углом α между овальностью и эксцентриситетом в 0, 45, 90 градусов.

Полученные результаты для втулки и вала в виде максимальных величин для соответствующего варианта геометрии приведены в таблице: эквивалентные напряжения по третьей теории прочности ($\sigma_{\text{эквIII}}$), по Мизесу ($\sigma_{\text{миз}}$), радиальные перемещения (U_r), окружные (U_θ), контактное давление (P).

Основные результаты расчетов

Вариант расчета	Втулка				Вал				Кон- тактное давле- ние,МПа
	$\sigma_{\text{эквIII}}$, МПа	$\sigma_{\text{миз}}$, МПа	U_r , мм	U_θ , мм	$\sigma_{\text{эквIII}}$, МПа	$\sigma_{\text{миз}}$, МПа	U_r , мм	U_θ , мм	
Круглый вал и втулка									
f = 0	136,1	123,7	0,027	0,032	105,5	105,5	0,032	0,027	105,5
f = 0,3	136,1	123,7	0,027	0,032	105,5	105,5	0,032	0,027	105,5
Овальный вал и круглая втулка									
f = 0	150,0	138,2	0,032	0,023	122,3	122,2	0,041	0,024	122,2
f = 0,3	155,6	142,2	0,032	0,0006	131,2	127,4	0,041	0,0038	123,3
Круглый вал и втулка с эксцентриситетом									
	139,7	126,0	0,034	0,0047	112,7	110,7	0,040	0,0068	108,6
Овальный вал и втулка с эксцентриситетом									
$\alpha = 0^\circ$	161,6	146,2	0,044	0,0088	152,8	144,9	0,057	0,0148	135,5
$\alpha = 45^\circ$	160,6	145,7	0,042	0,0089	145,2	139,2	0,054	0,016	132,6
$\alpha = 90^\circ$	157,6	144,6	0,036	0,0083	133,4	130,0	0,045	0,013	126,8

Рисунки 10-26 к статье А.П.Перина, А.Г.Андреева «Расчет посадок с натягом при овальности и эксцентриситете соединяемых деталей на основе ПК ANSYS»

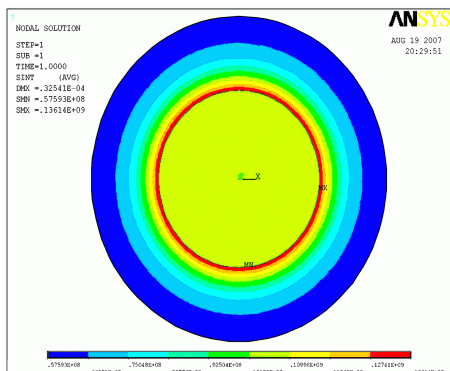


Рисунок 10 – Напряжения по третьей теории прочности (круглый вал и втулка)

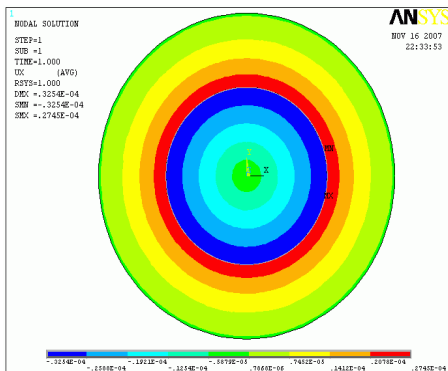


Рисунок 11 – Радиальные перемещения (круглый вал и втулка)

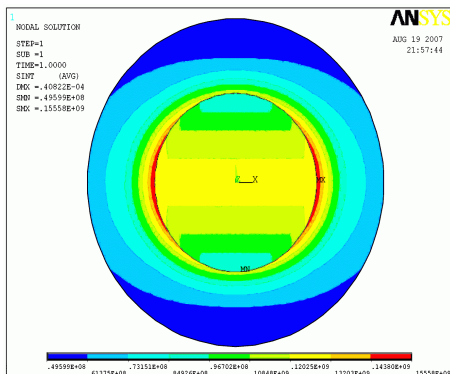


Рисунок 12– Напряжения по третьей теории прочности (круглая втулка и овальный вал)

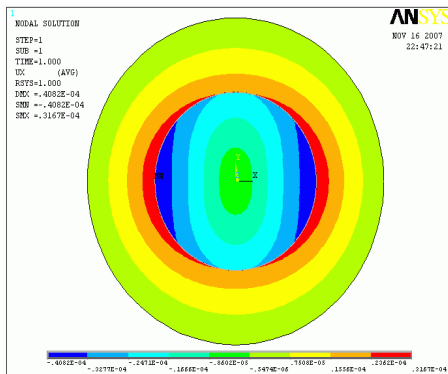


Рисунок 13 – Радиальные перемещения (круглая втулка и овальный вал)

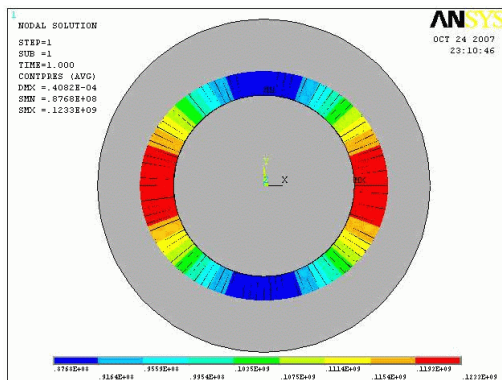


Рисунок 14 – Контактное давление (круглая втулка и овальный вал)

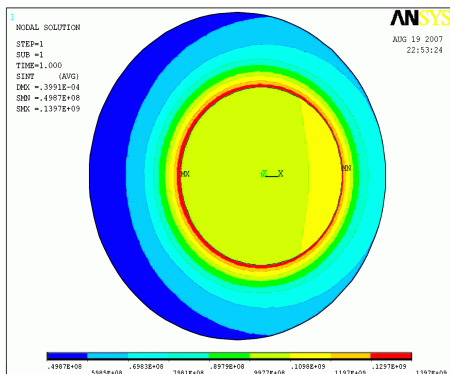


Рисунок 15 – Напряжения по третьей теории прочности (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

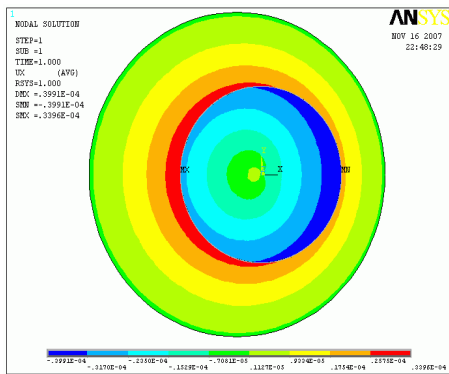


Рисунок 16 – Радиальные перемещения (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

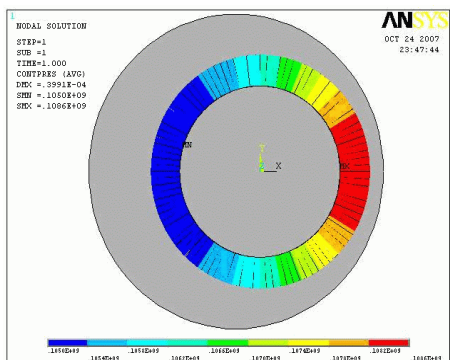


Рисунок 17 – Контактное давление (круглый вал, втулка с эксцентриситетом)

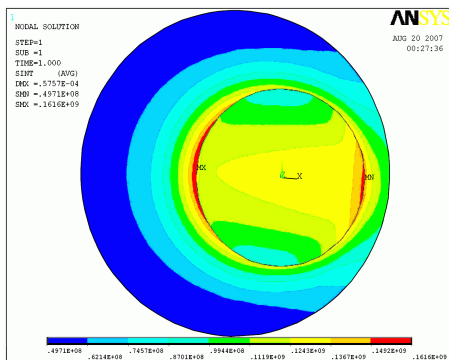


Рисунок 18 – Напряжения по третьей теории прочности (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 0^\circ$)

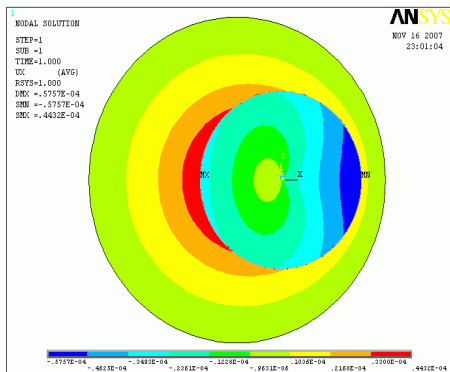


Рисунок 19 – Радиальные перемещения (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 0^\circ$)

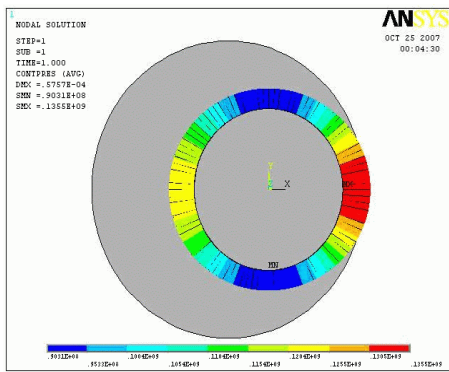


Рисунок 20 – Контактное давление (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 0^\circ$)

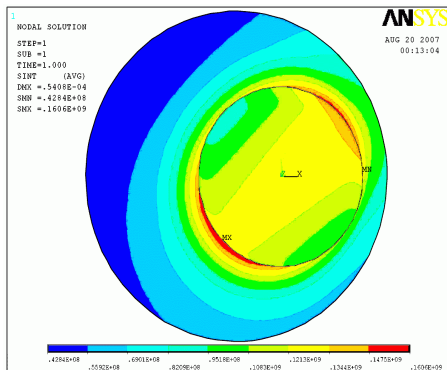


Рисунок 21 – Напряжения по третьей теории прочности (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 45^\circ$)

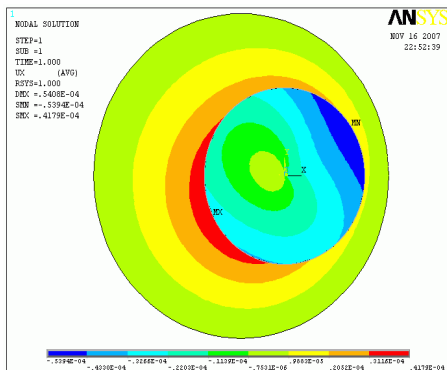


Рисунок 22 – Радиальные перемещения (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 45^\circ$)

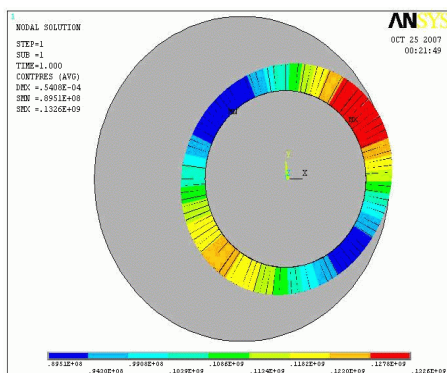


Рисунок 23 – Контактное давление (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 45^\circ$)

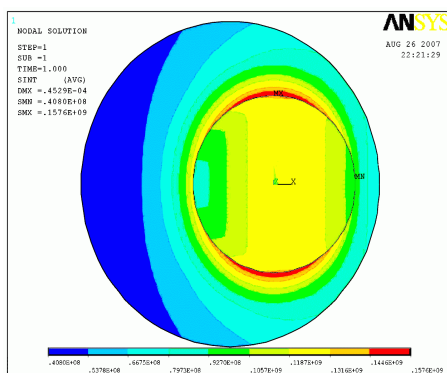


Рисунок 24 – Напряжения по третьей теории прочности (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 90^\circ$)

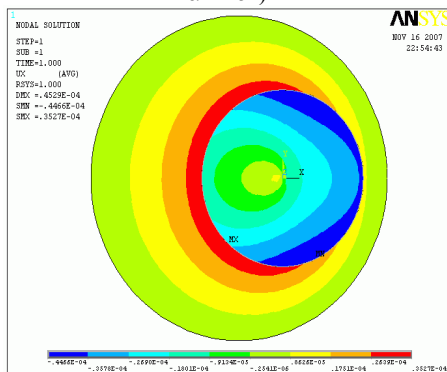


Рисунок 25 – Радиальные перемещения (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 90^\circ$)

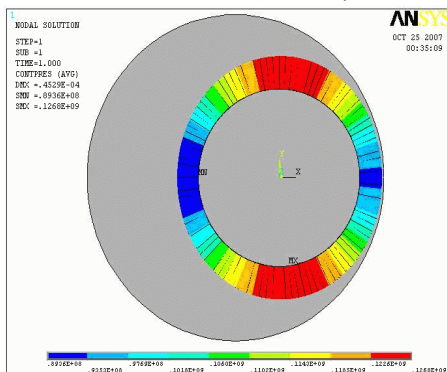


Рисунок 26 – Контактное давление (втулка с эксцентриситетом и овальный вал, $\alpha = 90^\circ$)

Расчеты показали, что напряжения на втулке всегда больше, чем напряжения на вале, а радиальные перемещения меньше. При введении трения резко падают угловые перемещения. Это обусловлено тем, что исчезает проскальзывание деталей. У круглого вала и круглой втулки этого проскальзывания нет, поэтому напряженно-деформированное состояние при наличии и отсутствии трения одинаково. Но когда конструкция становится неосесимметричной, учет коэффициента трения влияет на напряженно-деформированное состояние. Для овального вала и круглой втулки разница между напряжениями по третьей теории прочности для решения с трением и без трения составляет 3,7 %. При варианте посадки круглый вал и втулка с эксцентриситетом напряжения на 2,7 % больше чем при круглом вале и втулке без эксцентриситета, и на 10,2 % меньше чем при овальном вале и круглой втулке.

При посадке овального вала во втулку с эксцентриситетом наблюдаются наибольшие напряжения из всех рассмотренных вариантов посадок. Самой напряженной из трех посадок с разными углами α является посадка с углом $\alpha = 0^\circ$, и наименее напряженной с $\alpha = 90^\circ$. Посадка с углом $\alpha = 0^\circ$ обеспечивала наибольшее контактное давление.

Для бесфрикционного, грубого (шероховатого) и связанного (жесткого) контакта, матрицы жесткости контактных элементов являются симметричными. Контактные задачи, включающие трение, порождают несимметричную жесткость. Использование несимметричного решателя вычислительно более дорого, чем симметричного решателя на каждой итерации. Поэтому ANSYS использует алгоритм симметризации, при помощи которого многие задачи с контактным трением могут быть решены с использованием решателей для симметричных систем. Если напряжения трения оказывают значительное влияние на поле перемещений и величина напряжений трения сильно зависит от решения, то всякая симметричная аппроксимация матрицы жесткости может привести к низкой скорости сходимости. В таких случаях следует выбрать опцию несимметричного решения (NROP, UNSYM) для улучшения сходимости.

Все решенные задачи не имели проблем со сходимостью. Они сходились после 6-12 итераций, и поэтому необходимости перехода к несимметричному решателю не было.

Список литературы: 1. Муцениек К. Я. Учет овальности в расчетах соединений с натягом // Изв. АН Латв. СССР. – № 12 (88). – 1954. 2. Тарабасов Н. Д. Расчеты напряженных посадок в машиностроении. – М.: Москва, 1961. 3. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. 4. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. – М., Физматгиз, 1963. 5. Берникер Е.И. Посадки с натягом в машиностроении. – М.: Москва, 1966. 6. Справочная система ПК Ansys. 7. Решение контактных задач в Ansys 6.1. – Москва, 2003.

Поступила в редколлегию 14.11.2007

С.Ю.ПОГОРЕЛОВ, канд.техн.наук; **К.Ю.СЧАСТЛИВЕЦ**;
С.И.МАРУСЕНКО; НТУ «ХПИ»

ИЗМЕНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ КОНТАКТА ЭЛЕМЕНТОВ ЛАЗЕРНОГО ГИРОСКОПА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИЖИМНОГО УСИЛИЯ

Точність роботи кільцевого лазерного гіроскопа залежить від параметрів температурного поля. На шляху відводу тепла від резонатора до механічного конструктиву має місце контактний термічний опір. У запропонованій роботі досліджено теплопровідність контакту між кришкою конструктиву та резонатором лазерного гіроскопа з урахуванням деформацій від попереднього натягу пружини механічного конструктиву.

The measurement accuracy of ring laser gyros depends on temperature field parameters. In the proposed paper the influence of contact thermal conduction between the construction cover and laser gyroscope resonator including deformations depending on mechanical construction spring pretension was analyzed.

Введение. В современных навигационных комплексах, применяемых для решения задачи определения местоположения подвижного объекта на местности или в пространстве, используется, как один из вариантов, бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС). В качестве чувствительных элементов в данном приборе используются кольцевые лазерные гироскопы (ЛГ) [1,5,6].

В составе БИНС резонатор ЛГ смонтирован с помощью механического конструктива, который, помимо крепления ЛГ в приборе, является также основным элементом теплоотвода для ЛГ. В процессе работы ЛГ имеет место выделение тепла на элементах оптического контура, резисторах и катушках индуктивности [5,6]. Тепло отводится от призмы прибора путем целенаправленной теплопередачи через области контактирующих поверхностей прижимного кольца пружины и опорного кольца крышки ЛГ. Дальнейший отвод тепла осуществляется через детали конструктива и креплений на внешний корпус, а затем сбрасывается в атмосферу за счет конвективной теплоотдачи. В данном анализе принято, что вовнутрь замкнутого корпуса ЛГ конвективной теплопередачей не происходит. Детальный анализ вопросов теплопроводности и теплообмена для корпусов БИНС приведен в работе [4].

Следует отметить, что на процессы теплопередачи в предложенной схеме отвода тепла от резонатора к конструктиву определяющее количественное и качественное влияние оказывают возникающее контактное термическое сопротивление на соответствующих поверхностях.

Поэтому целью данной работы является исследование процессов теплопроводности в областях контакта между крышкой конструктива и резонатором ЛГ с учетом деформаций от предварительного натяга пружины механи-

ческого конструктива.

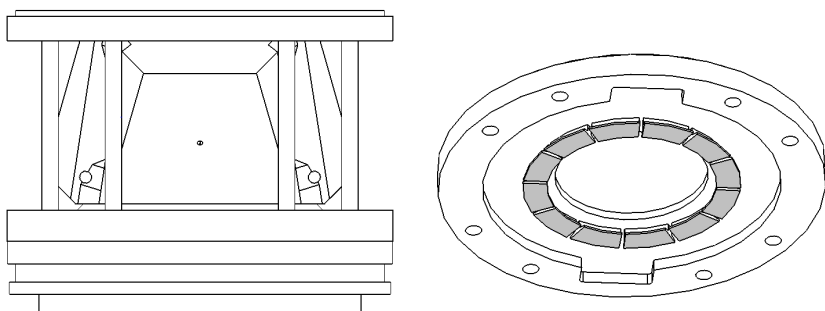


Рисунок 1 – ЛГ с механическим конструктивом и крышка с зоной контакта

Постановка задачи. Для оценки влияния величины термического сопротивления на процессы теплопроводности воспользуемся данными, приведенными в работах [2,7]. Контактное термическое сопротивление зависит от силы сжатия поверхностей, шероховатости и твердости соприкасающихся поверхностей.

Величина проводимости контакта рассчитывается по эмпирической формуле Шлыкова-Ганина [7]:

$$KKT = \frac{1}{R_K} = \frac{\lambda_C Y}{2(h_{CP1} + h_{CP2})} + 8 \cdot 10^3 \cdot \lambda_M \left(\frac{P}{3\sigma_B} \cdot K \right)^{0.86}. \quad (1)$$

В приведенную формулу входят физико-геометрические параметры контактирующих элементов, а именно: λ_C , λ_1 , λ_2 – коэффициенты теплопроводности вещества зазора, материалов первого и второго контактирующих элементов, соответственно, Вт/(м · К), h_{CP1} , h_{CP2} – средние высоты выступов микрошероховатостей поверхностей контактирующих элементов, $\lambda_M = 2\lambda_1\lambda_2 / (\lambda_1 + \lambda_2)$ – средний коэффициент теплопроводности, N – нормальная нагрузка, совпадающая по величине с усилия, возникающим в пружине, измеряемого в Н, σ_B – предел прочности материала одного из контактирующих элементов, имеющего более высокие характеристики пластичности, S_H – номинальная площадь области контакта. Коэффициент K выбирается в зависимости от величины суммарной средней высоты выступов контактирующих поверхностей $h_C = h_{CP1} + h_{CP2}$:

$$K = 1 - \text{для } h_C \geq 30 \text{ мкм}; \quad K = \left(\frac{30}{h_{CP1} + h_{CP2}} \right)^{\frac{1}{3}} - \text{для } h_C \in (10, 30) \text{ мкм};$$

$$K = \frac{15}{h_{CP1} + h_{CP2}} - \text{для } h_C \leq 10 \text{ мкм}.$$

Приведем количественные данные по оценке коэффициента контактной

теплопроводности при идеальном контакте элементов из ситалла (первый элемент) и сплава Д16 (второй элемент) при действии нормальной силы $N = 500$ Н. В качестве материала зазора принят воздух. Для указанных материалов контактирующих элементов были приняты значения коэффициентов теплопроводности: $\lambda_c = 0,0244$ Вт/°К · м; $\lambda_1 = 1,18$ Вт/°К · м; $\lambda_2 = 160$ Вт/°К · м. Пределы прочности контактирующих элементов: ситалла – $\sigma_B = 2000$ МПа, сплава Д16 (отожженный) – $\sigma_B = 200$ МПа. Необходимые геометрические параметры контактирующих элементов равны: номинальная площадь контактной области $S_H = 19,63$ см², высоты микрошероховатостей $h_{CP1} = 0,4$ мкм; $h_{CP2} = 0,8$ мкм; $Y = 3,34$ [9].

$\lambda_c = 0,0244$ Вт/°К · м; $\lambda_1 = 1,18$ Вт/°К · м; $\lambda_2 = 160$ Вт/°К · м; $N = 500$ Н; $S_H = 19,63$ см², $Y = 3,34$ [7], Высота выступов микрошероховатостей принята 0,8 мкм для Д16 и 0,4 мкм для ситалла.

Рекомендуемое практическое использование формулы (1) требует задания предела прочности более пластичного материала контактирующих элементов (второе слагаемое). При идеальном контакте элементов, то есть без учета взаимовлияния контактных деформаций взаимодействующих элементов, получаем значения коэффициента контактной теплопроводности для различных пределов прочности σ_B : $KKT \approx 34200$ Вт/°К · м² при $\sigma_B = 200$ МПа; $KKT \approx 34000$ Вт/°К · м² при $\sigma_B = 2000$ МПа. Рассчитанные значения коэффициентов контактной теплопроводности отличаются на 0,6 %. Незначительное отличие указанных величин связано с тем, что влияние развиваемых при контактом взаимодействии деформации в сторону более «пластичного» элемента достаточно мало по сравнению с влиянием изменения зазора в направлении общей нормали к контактирующим поверхностям и размера площади области контакта. Другими словами, для реального использования формулы (1) необходимо получить решение термомеханической смешанной контактной задачи, приводящее к достоверным данным по количественным оценкам величины зазора и площади контактной зоны.

В случае изолированно рассмотренного контакта, без учета деформаций контактирующих деталей, величина коэффициента контактной теплопроводности составляет

$$KKT = KKT1 + KKT2 = 33956,7 + 209,6 \approx 34166 \approx \mathbf{34200} \text{ Вт/м}^2/\text{К}$$

(при $\sigma_B = 200$ МПа);

$$KKT = KKT1 + KKT2 = 33956,7 + 28,9 \approx 33985 \approx \mathbf{34000} \text{ Вт/м}^2/\text{К}$$

(при $\sigma_B = 2000$ МПа).

Очевидно, влияние вдавливания менее пластичной части контакта в более пластичную на величину коэффициента контактной теплопроводности незначительно.

В рассматриваемом случае характер усилий в механическом конструктиве вызывает изгиб верхней крышки, что приводит к изменению геометрических параметров контакта. Возникающие изгибные усилия связаны с наличием пружинного элемента, который прижимает призму резонатора к крышке.

Регламентируемое номинальное прижимное усилие составляет 500 Н.

В процессе эксплуатации ЛГ при изменении внешней температуры происходит деформирование механического конструктива и, соответственно, изменение силы предварительного натяга пружинящего элемента. Поэтому для достоверной оценки контактного термического сопротивления требуется выполнить последовательное решение двух задач. Во-первых, необходимо определить пределы изменения усилия предварительного натяга пружинящего элемента в зависимости от температуры. Во-вторых, получить значения основных параметров контактного взаимодействия для полученных значений прижимного усилия.

Результаты решения. Усилие предварительного натяга пружины изменяется в зависимости от температурного удлинения стоек, которое в свою очередь определяется по формуле:

$$\Delta L = \alpha_T \cdot L \cdot \Delta T,$$

где $\alpha_T = 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ – коэффициент линейного температурного расширения бронзовой стойки, L – длина стойки, соединяющей крышку ЛГ с кольцом пружины, ΔT – изменение температуры.

Результаты расчетов приведены на рис. 2, что практически соответствует линейной зависимости

$$F = -0,8544T + 521,75.$$

Очевидно, что величина прижимной силы составляет 1,078 ... 0,95 от номинального значения (соответствующего температуре 25 °С).

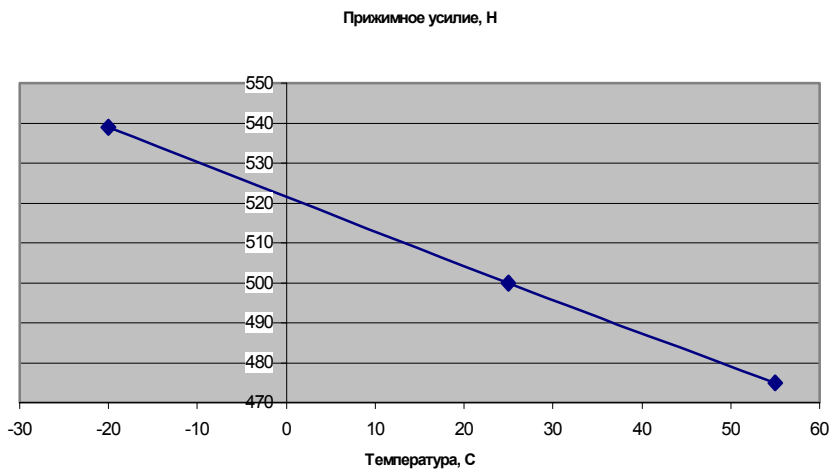


Рисунок 2 – Зависимость прижимного усилия от температуры

Расчетная модель. Для решения задачи изучения влияния усилий в конструктиве на механические параметры контакта методом конечных элементов

[3] создана трехмерная модель, состоящая из призмы резонатора и крышки (см. рис. 3). В зонах контакта призмы с прижимной крышкой имеет место сухое трение с коэффициентом 0,2.

Величина номинального прижимающего усилия принята 500 Н. В процессе деформирования имеет место частичное размыкание контактирующих поверхностей с возникновением зазора и изменением площади контакта. При таком деформировании, была определена величина изменения (увеличения) зазора z , доходящая до $0,6 \cdot 10^{-6}$ м, то есть $z = 0,6$ мкм, прибавляемую к сумме выступов микрошероховатостей в знаменателе первого слагаемого формулы (1). При этом одновременно поверхность контакта уменьшается приблизительно в 4 раза. В этом случае получится

$$\text{ККТ} = \text{ККТ1} + \text{ККТ2} = 22637,8 + 473,7 \approx 23111 \approx \mathbf{23100 \text{ Вт/м}^2/\text{К}}$$

(при $\sigma_B = 200 \text{ МПа}$) или

$$\text{ККТ} = \text{ККТ1} + \text{ККТ2} = 22637,8 + 65,4 \approx 22703 \approx \mathbf{22700 \text{ Вт/м}^2/\text{К}}$$

(при $\sigma_B = 2000 \text{ МПа}$).

Практически, вкладом второго слагаемого можно пренебречь. При этом получается, что коэффициент теплопроводности контакта практически обратно пропорционален суммарному значению «зазора», который прямо пропорционален изменению температуры. Очевидно, с учетом возможных отклонений преднатяга пружины, результат может составить такие значения:

Усилие натяга, Н	475	500	539
ККТ, Вт/м ² /К ($\sigma_B = 200 \text{ МПа}$)	24300	23100	21400
ККТ, Вт/м ² /К ($\sigma_B = 2000 \text{ МПа}$)	23900	22700	21100

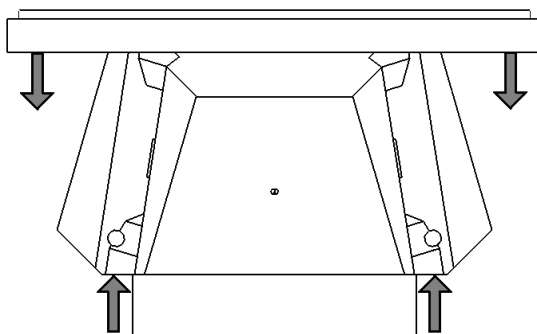


Рисунок 3 – Схема действия сил в системе «призма-крышка»

Выводы. Полученные результаты будут использованы при моделировании тепловых процессов в модели-сборке лазерного гироскопа, в которых будет учтено изменение теплоотвода через зоны контакта в зависимости от распределения температур в конструктиве.

Список литературы: 1. Джашишов В.Э., Панкратов В.М. Математические модели теплового дрейфа гироскопических датчиков инерциальных систем. – СПб.: ГНЦ РФ – ЦНИИ «Электроприбор», 2001. – 150 с. 2. Мухачев Г.А., Щукин В.К. Термодинамика и теплопередача. – М.: Высшая школа, 1991. – 480 с. 3. Мяченков В.И., Мальцев В.П. и др. Расчеты машиностроительных конструкций методом конечных элементов: Справочник. – М.: Машиностроение, 1989. – 520 с. 4. Погорелов С.Ю., Счастливцев К.Ю. Влияние температурных деформаций на точность работы лазерной бесплатформенной инерциальной навигационной системы // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, 2003. – №8, т. 3. – С. 53-56. 5. Погорелов С.Ю., Счастливцев К.Ю. и др. Температурное поле резонатора кольцевого лазерного гироскопа при различной конфигурации теплоотводящих элементов // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, 2005. – № 20. – С. 3-8. 6. Погорелов С.Ю., Счастливцев К.Ю. Уточнение расчетной модели кольцевого лазерного гироскопа на основе экспериментальных данных // Вестник НТУ «ХПИ». – Харьков, 2005. – №47. – С. 153-158. 7. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А. и др. Контактное термическое сопротивление. – М.: Энергия, 1977. – 166 с.

Поступила в редколлегию 14.11.2007.

УДК 539.3

Т.В.ПОЛИЩУК, ОАО «Азовобщемаш», Мариуполь

ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА НАКЛОНА ПЛАВИЛЬНОЙ ПЕЧИ: МОДЕЛИ ДЛЯ АНАЛИЗА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

У статті описані моделі для дослідження напружено-деформованого стану макету плавильної печі. Проведено генерацію геометрії, скінченно-елементної сітки з інтегрованою параметризацією розмірів, зусиль та параметрів скінченно-елементної сітки.

In this paper models for research of stressedly-deformed state of model of smelting furnace are described. The generation of geometry and finite-element net is conducted with integrated parameterization of dimensions, efforts and parameters of finite-element net.

Постановка задачи. Оптимальное проектирование механизма наклона плавильной печи (МНПП) для ЗАО «АзовЭлектроСталь» [1-3] предполагает в качестве одного из основных этапов многовариантное исследование кинематики, анализ распределения усилий в сопряжениях элементов механизма, а также определение напряженно-деформированного состояния (НДС). При этом подразумевается, что и геометрическая модель объекта, и его кинематическая, динамическая и конечно-элементная модели (КЭМ) обладают параметрическим описанием. Последнее предполагает, что все используемые, создаваемые и изменяемые модели генерируются в автоматизированном режиме и управляются при помощи некоторого множества обобщенных параметров [4, 5]. В большой степени это относится к этапу конечно-элементного анализа, который следует за этапом кинематического и силового анализа

[1–3]. Поскольку первые этапы исследований уже обладают встроенной параметризацией [1–3], то возникает актуальная и важная задача создания методики построения параметрических конечно-элементных моделей механизма наклона плавильной печи. К этим моделям предъявляются требования совместимости с предшествующими моделями [1–3], а также возможность моделирования контактного сопряжения элементов механизма наклона плавильной печи с основанием. Ниже приведены этапы построения модели МНПП, а также описаны создаваемые конечно-элементные модели.

Параметризация модели макета механизма наклона плавильной печи. На этапе макетного моделирования механизма наклона плавильной печи требуется многовариантное расчетное и экспериментальное исследование НДС макета, причем с чередованием этих этапов, которое определяется получаемыми текущими численными и экспериментальными результатами. В связи с этим и сама макетная модель, и ее конечно-элементное представление должны обеспечивать их оперативную переделку.

На рис. 1 представлена предлагаемая в качестве базового варианта геометрическая модель макета МНПП.

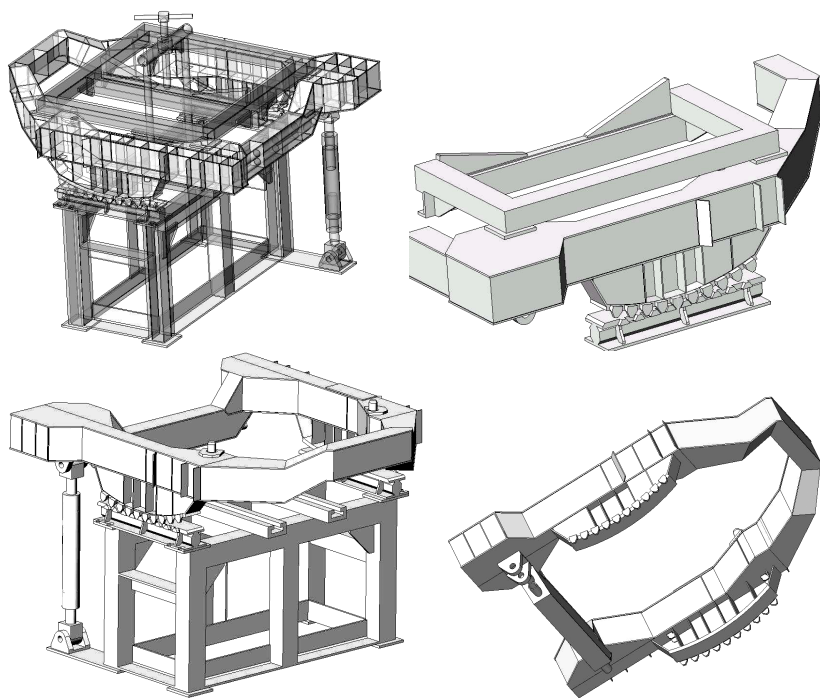


Рисунок 1 – Геометрическая модель механизма наклона плавильной печи и ее фрагменты

Модель создана в среде CAD-системы SolidWorks. Придание изменяемости и варьируемости обеспечивается на этом этапе внутренними средствами SolidWorks [6].

Изменяемость структуры и конструктивных параметров макета механизма наклона плавильной печи достигается тем, что конструкция делается сварной. При этом допускается быстрая замена отдельных панелей, приварка дополнительных листов или изготовление отверстий, выборки и т.д. Кроме того, предполагается создание механизма имитации реального нагружения, который дает возможность изменять и величину, и направление, и место его приложения.

Для создания конечно-элементной модели механизма наклона плавильной печи предлагается использовать CAE-системы ANSYS, CosmosWorks, Pro/Mechanica. В этой связи на первом этапе моделирования создается набор параметров, обеспечивающих согласованное и эквивалентное изменение КЭМ механизма наклона плавильной печи, создаваемых в упомянутых или других CAE-системах. В качестве таких параметров предполагается выбрать:

- структуру разбивки области, занимаемой металлоконструкцией МНПП, на подобласти с различной густотой сетки;
- размеры конечных элементов, используемых в КЭМ, и способ их создания в разных частях моделируемых подобластей;
- структура контактных пар и опции моделировщика контактного взаимодействия.

В частности, в создаваемой модели МНПП (рис. 2) выделяется отдельно область, примыкающая к зоне контактного сопряжения (рис. 3). В этой области размеры конечных элементов меньше, чем в остальной части конструкции.

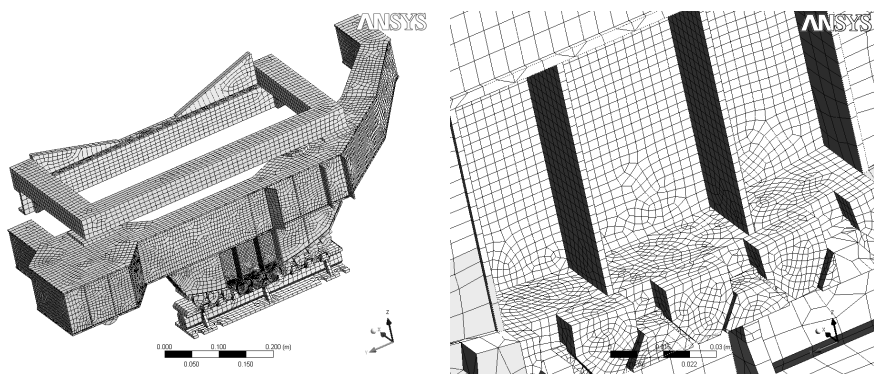


Рисунок 2 – Конечно-элементная модель механизма наклона плавильной печи и ее фрагменты

Выделяются в отдельные пары основные контактирующие (рис. 4), а также вспомогательные (рис. 5) поверхности.

В качестве основных управляющих параметров задаются размеры конечных элементов на отдельных фрагментах МНПП. В качестве предпочтительного типа предлагается использование призматических конечных элементов, а в переходных областях – тетраэдральных.

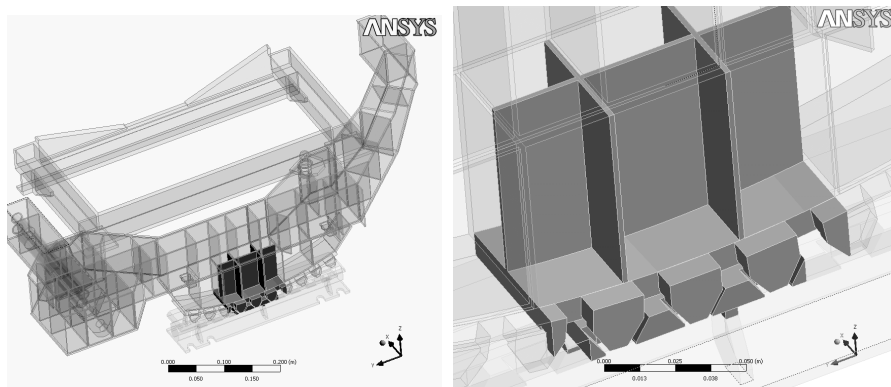


Рисунок 3 – Область механизма наклона плавильной печи, примыкающая к зоне контактного взаимодействия с основанием

Приведенные на рис. 2-5 конечно-элементные разбивки иллюстрируют возможность построения конечно-элементной модели среднего размера с удовлетворительным качеством определения напряженно-деформированного состояния. На рис. 6-8 представлены отдельные результаты решения задачи об определении напряженно-деформированного состояния макета МНПП с учетом контактного взаимодействия с основанием (макет под действием собственного веса).

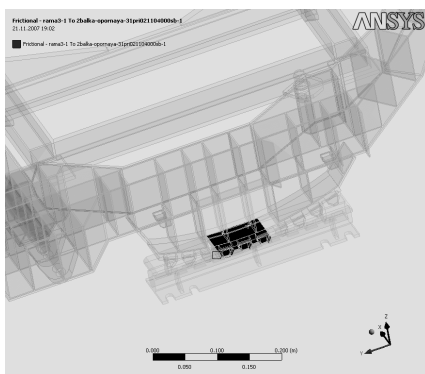


Рисунок 4 – Основные контактирующие поверхности (коромысло – основание)

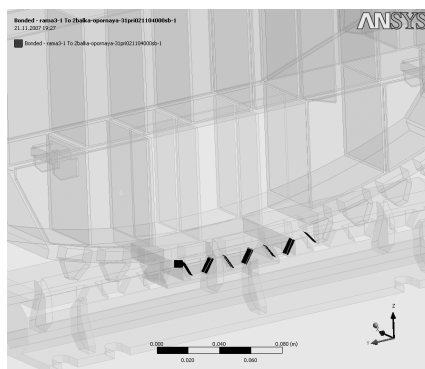


Рисунок 5 – Вспомогательные контактирующие поверхности (зубцы на коромысле – зубцы на основании)

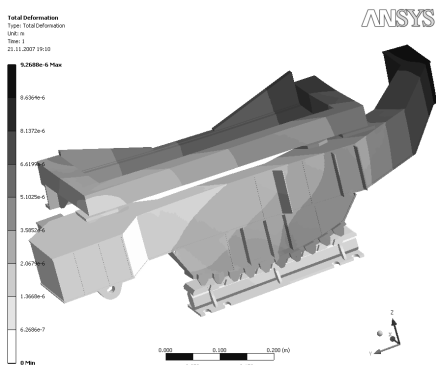


Рисунок 6 – Распределение суммарных перемещений точек макета МНПП

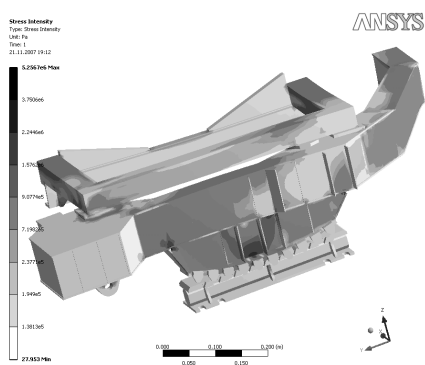
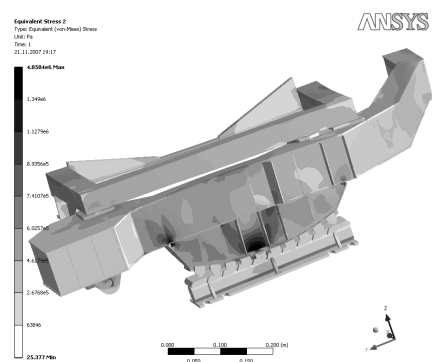
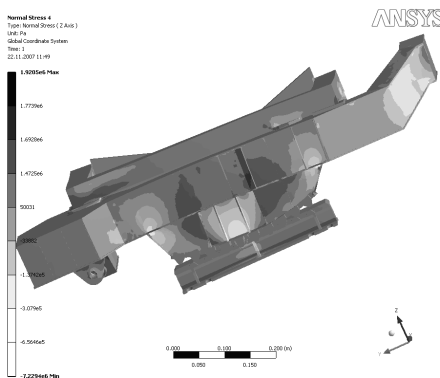


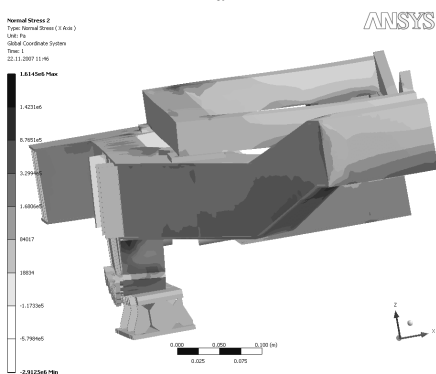
Рисунок 7 – Распределение интенсивности напряжений в макете МНПП



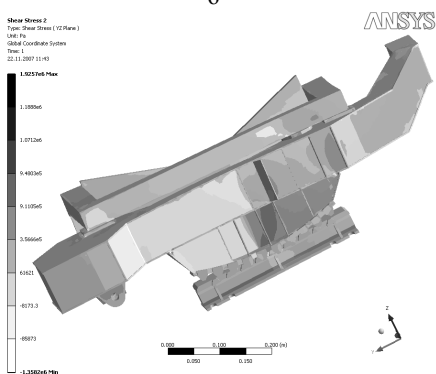
а



б



в



г

Рисунок 8: Распределение компонент тензора напряжений (вдоль оси OX) в макете МНПП: а – суммарные напряжения по Мизесу; б – напряжения вдоль оси Z; в – напряжения вдоль оси X; г – касательные напряжения YZ

Заключение. В статье описана технология создания конечно-элементных моделей механизма наклона плавильной печи, характеризующаяся сквозной параметризацией создаваемых моделей, возможностью их экспорта между различными системами САД и САЕ, а также адаптацией к моделированию контактного взаимодействия по нескольким парам контактирующих поверхностей. Эти модели служат в качестве стартовых при осуществлении в дальнейшем многовариантных исследований НДС механизма наклона плавильной печи с целью обоснованного выбора рациональных параметров конструкции.

Список литературы: 1. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Мартыненко А.В., Нечепуренко А.В., Полищук Т.В. К вопросу расчетно-экспериментального исследования элементов сложных механических систем // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Машиноведение и САПР. – 2007. – № 23. – С. 81-92. 2. Полищук Т.В., Пеклич М.М., Ткачук Н.Н. Кинематический и силовой расчет механизма наклона плавильной печи // Механіка та машинобудування. – 2007. – № 1. – С. 100-106. 3. Ткачук Н.А., Ткачук Н.Н., Полищук Т.В. Контактное взаимодействие элементов конструкций с кинематически генерируемыми поверхностями // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. вып.: Транспортное машиностроение. – 2007. – № 31. – С. 75-80. 4. Ткачук Н.А., Бруль С.Т., Малакей А.Н., Гриценко Г.Д., Орлов Е.А. Структура специализированных интегрированных систем автоматизированного анализа и синтеза элементов транспортных средств специального назначения. // Механіка та машинобудування. – 2005. – № 1. – С. 184-194. 5. Ткачук Н.А., Гриценко Г.Д., Чепурной А.Д., Орлов Е.А., Ткачук Н.Н. Конечно-элементные модели элементов сложных механических систем: технология автоматизированной генерации и параметризованного описания // Механіка та машинобудування. – 2006. – № 1. – С. 57-79. 6. SolidWorks. Компьютерное моделирование в инженерной практике / Алямовский А.А., Собачкин А.А., Одинцов Е.В. и др. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 800 с.

Поступила в редколлегию 21.09.2007

УДК 621.833.031

А.Г.ПРИЙМАКОВ, канд.техн.наук; **А.В.УСТИНЕНКО**, канд.техн.наук;
Г.А.ПРИЙМАКОВ; НТУ «ХПИ»

НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ С ПОЗИЦИЙ ТЕРМОКОНТАКТНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ В УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ И В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

Розглянуто постановку контактної задачі в пружно-пластичній області за наявності зносу в зоні контакту. Запропоновано методику визначення термоконтактних деформацій і напруг деякого шару, що знаходиться під поверхневим шаром зуба в умовах повзучості.

Contact task in a resiliently-plastic area at presence of chafing in the contact area is considered. The method of determination of thermal-contact strains and stress of some stratum, being under the surface stratum of tooth in the conditions of creep is offered.

Введение. При эксплуатации силовых зубчатых передач, особенно волновых, совместное действие контактных напряжений и температурного градиента приводит к формированию термоконтактных напряжений. Последние могут действовать как в упруго-пластической области, так и в области ползучести. Анализ НДС зубьев силовых передач, определение их допускаемых напряжений следует выполнять с учетом этих особенностей.

Целью статьи является определение термоконтактных напряжений в силовых зубчатых передачах в упруго-пластической области и в области ползучести с целью более полного анализа их НДС.

Упруго-пластическая область.

Контактная задача для поверхностного слоя в условиях износа. Рассмотрим контактную задачу в упруго-пластической области при наличии износа в зоне пятна контакта тел 1 и 2 трибосистемы (зубья шестерни и колеса). При таком подходе можно использовать модель Галина [1, 2], в которой контактируют оболочка произвольного радиуса кривизны с упругим полупространством, износ которого определяется. Правомомерность применения этой модели для наших условий доказана в работе [3].

Обозначим скорость контактного радиального деформирования тела 1 (упругое полупространство) $\delta = dw/dt$, где w – радиальная деформация оболочки (тело 2). Величина δ определяется согласно гипотезе Престона:

$$\delta = dw/dt = k_1 V \tau = k \sigma, \quad (1)$$

где k_1 – коэффициент пропорциональности между работой сил трения и массой удаленного материала; V – среднее значение скорости перемещения оболочки в радиальном направлении; τ – тангенциальное усилие (по закону Кулона $\tau = f \sigma_H$, где f – коэффициент трения; σ_H – контактное напряжение); $k = f k_1 V$.

Согласно модели Галина давление в зоне контакта уменьшается во времени, а давление на краях площадки полупространства равно нулю.

Вследствие износа радиальная деформация w изменится на величину

$$\Delta w = w_0(x) - w(x, t) = k \int_0^t p(x, t) dt. \quad (2)$$

При этом давление $p(x, t)$ и прогиб $w(x, t)$ связаны уравнением [4]

$$p(x, t) = EJ \frac{d^4}{dx^4} w(x, t), \quad (3)$$

где J – момент инерции сечения оболочки.

Из (2) вытекает такое интегриродифференциальное уравнение,

$$w(x, t) = w_0(x) - kEJ \frac{d^4}{dx^4} \int_0^t w(x, t) dt. \quad (4)$$

Подстановка $w_\beta(x, t) = e^{-\beta t} w_\beta(x)$ приводит к уравнению

$$\frac{d^4 w_\beta(x_1)}{dx_1^4} - \left(\frac{\pi}{a}\right)^4 \frac{\beta}{EJk} w_\beta(x_1) = 0, \quad (5)$$

где $x_1 = \pi x/a$; β – половина центрального угла зоны контакта.

Общее решение уравнения (5) имеет вид

$$w_\beta(x_1) = \lambda_1 \sin vx_1 + \lambda_2 \cos x_1 + \lambda_3 \operatorname{sh} vx_1 + \lambda_4 \operatorname{ch} vx_1, \quad (6)$$

где $v = (\beta/EJk)^{1/4} \cdot \pi/a$; a – координата границы зоны контакта; λ_{1-4} – постоянные интегрирования, физический смысл которых – некоторые постоянные локальные деформации.

Определив собственные значения λ_n и функции ϕ_n уравнения (5) и разложив начальное значение $w_0(x_1)$ в ряд по собственным функциям

$$w_0(x_1) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n \phi_n(x_1), \quad (7)$$

получим общее решение задачи,

$$w(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} k_n \exp\left(-\frac{a^4 EJk}{\pi^4} v_n^4 t\right) \phi_n(x_1), \quad (8)$$

где $\phi_n(x_1)$ – среднее значение телесного угла зоны контакта.

Ограничившись лишь первым членом ряда $w_0(x_1)$, запишем:

$$w(x, t) = k_1 \exp\left(-\frac{a^4 EJk}{\pi^4} v_1^4 t\right) \phi_1(x). \quad (9)$$

Зависимость (9) позволяет определить контактную деформацию, а, следовательно, и контактные напряжения $\sigma_H = \sigma_{w(x, t)}$ в любой точке пятна контакта тел 1 и 2 в условиях их активного износа. Она является математической моделью контактных взаимодействий тел трибосистемы «шестерня-колесо».

В [2] также показано, что температурное смещение функции распределения частиц износа характеризуется соотношением

$$\gamma_T = \sqrt{T_2/T_1}, \quad (10)$$

где T_1 и T_2 – заданные температуры шестерни и колеса.

Такое простое соотношение позволяет скорректировать размеры пятна контакта на величину температурного смещения.

Также на поверхности тела 1 следует исследовать термоконтактные напряжения и деформации некоторого слоя dr для получения полной картины НДС, так как это тело является более нагруженным и определяет надежность, долговечность и износостойкость трибосоприжения зубчатой пары [4, 5].

Термоконтактные деформации и напряжения некоторого слоя в процессе теплопереноса. Рассмотрим слой dr , лежащий на некотором расстоя-

нии h от поверхностного слоя зубчатого колеса. Априори считаем, что в нем происходят исследуемые нами структурные и реологические изменения. Таким образом будем рассматривать поверхностный слой совместно со слоем dr , то есть как двухслойную конструктивно-ортотропную оболочку ограниченной длины с зафиксированными краями и нагруженную силами P и температурным полем ΔT . Такая расчетная схема рекомендуется в [4, 6].

В [4, 5] авторы рассмотрели решение подобной задачи на основе гипотезы Кирхгофа-Лява, позволяющей свести сложные пространственные задачи к двумерным, то есть рассмотреть расчет поверхности приведения. В этих работах получено решение в ортогональной системе криволинейных координат (α_1, α_2, z) для определения компонент деформаций $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \xi_1, \xi_2, \xi_3$ и напряжений $\sigma_{1z}, \sigma_{2z}, \tau_z$ в волокнах, размещенных на расстоянии z_0 от нейтрального слоя (см. рис.). Там же приведены зависимости для определения напряжений в нормальных сечениях двухслойной оболочки в верхнем и нижнем слоях системы с учетом термоупругих гипотез Дюгамеля-Неймана, позволяющих свести систему внешнего нагружения $(P, \Delta T)$ к системе внутренних усилий T_1, T_2, Q_1, Q_2, S и внутренних моментов G_1, G_2, H_1, H_2 .

Размещение волокон по толщине зададим через расстояние z от поверхности приведения. Относительные удлинения и сдвиг поверхности приведения $\epsilon_1, \epsilon_2, w = 2\epsilon_3$, а изменения ее кривизны и кручения – χ_1, χ_2 и χ_3 . Эти параметры полностью определяют деформированное состояние двухслойной оболочки и выражаются через компоненты перемещения вдоль координатных линий u, v и по внешней нормали w известными соотношениями [6].

Таким образом, сведем расчет НДС такой оболочки к исследованию условий равновесия и НДС поверхности приведения.

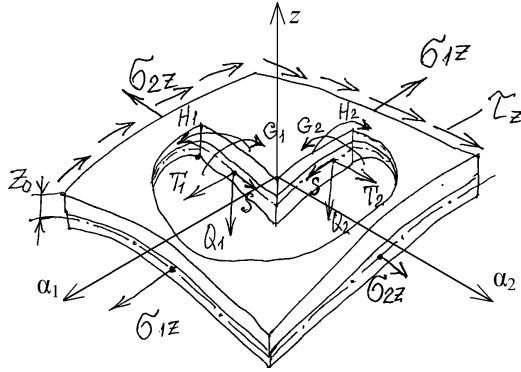
Пусть двухслойная оболочка тела 1, образованная поверхностным слоем толщиной δ_1 , слоем dr толщиной δ_2 (общая толщина $\delta_0 = \delta_1 + \delta_2$), радиусом R_1 и длиной l , находится в температурном поле $T = T(\alpha_1, \alpha_2, z)$. Коэффициенты линейного расширения внешнего слоя β_1 , слоя dr – β_2 . Компоненты напряжений, возникающие в нормальных сечениях тела с двухслойной оболочкой, в соответствии с термоупругими гипотезами Дюгамеля-Неймана:

– во внешнем слое $0 \leq z \leq z_0$

$$\begin{aligned}\sigma_{1T}^{(1)} &= E_{\text{пр}} [\epsilon_1 + \nu_{\text{пр}} \epsilon_2 + z(\chi_1 + \nu_{\text{пр}} \chi_2) - (1 + \nu_{\text{пр}}) \beta_1 T]; \\ \sigma_{2T}^{(1)} &= E_{\text{пр}} [\epsilon_2 + \nu_{\text{пр}} \epsilon_1 + z(\chi_2 + \nu_{\text{пр}} \chi_1) - (1 + \nu_{\text{пр}}) \beta_1 T]; \\ \tau_T^{(1)} &= E_{\text{пр}} (1 - \nu_{\text{пр}}) (\epsilon_3 + z \chi_3),\end{aligned}\tag{11}$$

– в слое dr при $z_0 \leq z \leq \delta_0$:

$$\begin{aligned}\sigma_{1T}^{(2)} &= E_{\text{пр}} [\epsilon_1 + \nu_{\text{пр}} \epsilon_2 + z(\chi_1 + \nu_{\text{пр}} \chi_2) - (1 + \nu_{\text{пр}}) \beta_2 T]; \\ \sigma_{2T}^{(2)} &= E_{\text{пр}} [\epsilon_2 + \nu_{\text{пр}} \epsilon_1 + z(\chi_2 + \nu_{\text{пр}} \chi_1) - (1 + \nu_{\text{пр}}) \beta_2 T]; \\ \tau_T^{(2)} &= E_{\text{пр}} (1 - \nu_{\text{пр}}) (\epsilon_3 + z \chi_3) = \tau_T^{(1)}.\end{aligned}\tag{12}$$



Ортогональная система криволинейных координат и направления усилий и моментов на поверхности приведения двухслойной конструктивно ортотропной оболочки

Тело 1 вращается и находится практически в условиях осесимметричного нагрева, при котором

$$\varepsilon_1 = \frac{du}{dx}; \quad \varepsilon_2 = \frac{w}{R_1}; \quad \chi_1 = \frac{d^2 w}{dx^2}. \quad (13)$$

Внутренние усилия и моменты:

$$T_1 = B \left(\frac{du}{dx} + \nu_{np} \frac{w}{R_1} \right) - N; \quad T_2 = B \left(\frac{w}{R_1} + \nu_{np} \frac{du}{dx} \right) - N;$$

$$G_1 = D \frac{d^2 w}{dx^2} + M; \quad G_2 = D \nu_{np} \frac{d^2 w}{dx^2} + M. \quad (14)$$

Уравнения равновесия при осесимметричном нагреве:

$$T_1 = 0; \quad \frac{dG_1}{dx} = Q_1; \quad \frac{d^2 G_1}{dx^2} + \frac{T_2}{R_1} = 0. \quad (15)$$

Из (15) найдем

$$\frac{du}{dx} = \frac{N}{B} - \nu_{np} \frac{w}{R_1}, \quad (16)$$

а также

$$T_2 = B \left(1 - \nu_{np}^2 \right) \frac{w}{R_1} - (1 - \nu_{np}) N, \quad (17)$$

где B , D – соответственно приведенные жесткости при растяжении-сжатии и изгибе; N , M – обобщенные температурные характеристики при условии, что $\Delta T = \text{const}$ [4, 6],

$$B = \frac{E_{np} \delta_0}{1 - \nu_{np}^2}; \quad D = \frac{E_{np} [z_0^3 - (\delta_0 - z_0)^3]}{3(1 - \nu_{np}^2)}, \quad (18)$$

$$N = \frac{E_{np}}{1 - \nu_{np}} (\delta_1 \beta_1 + \delta_2 \beta_2) \Delta T; \quad M = \frac{E_{np} \delta_1 \delta_2}{2(1 - \nu_{np})} (\beta_1 - \beta_2) \Delta T. \quad (19)$$

Подставив (14) и (17) в последнее соотношение (15), получим дифференциальное уравнение осесимметричного нагрева двухслойной оболочки,

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 4k^4 w = \frac{(1 - \nu_{np})N}{DR_1} - \frac{1}{D} \frac{d^2 M}{dx^2}, \quad (20)$$

где

$$k^4 = B(1 - \nu_{np}^2) / 4DR_1^2. \quad (21)$$

Решение уравнения (20) имеет вид

$$w = C_1 e^{-kx} \cos kx + C_2 e^{-kx} \sin kx + \frac{NR_1}{B(1 + \nu_{np})}. \quad (22)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 найдем из граничных условий при $x = 0$; $G_1 = Q_1 = 0$ и из условия симметричности НДС оболочки относительно ее середины,

$$C_1 = -\frac{M}{2k^2 D}; \quad C_2 = \frac{M}{2k^2 D}. \quad (23)$$

Таким образом, радиальную тепловую деформацию виртуальной оболочки от края до середины определим так:

$$w = \frac{M}{2k^2 D} e^{-kx} (\sin kx - \cos kx) x + \frac{NR_1}{B(1 + \nu_{np})}. \quad (24)$$

Наибольший интерес вызывает максимальное значение w_0 в центре пятна контакта при значениях компонент деформации $\epsilon_{1\max}$, $\epsilon_{2\max}$, $\chi_{1\max}$,

$$\begin{aligned} \epsilon_{1\max} &= \frac{N}{B(1 + \nu_{np})} - \frac{\nu_{np} M}{\sqrt{BD(1 - \nu_{np}^2)}} e^{-kx} (\sin kx - \cos kx); \\ \epsilon_{2\max} &= \frac{M}{\sqrt{BD(1 - \nu_{np}^2)}} e^{-kx} (\sin kx - \cos kx) + \frac{N}{B(1 + \nu_{np})}; \\ \chi_{1\max} &= \frac{M}{D} e^{-kx} (\sin kx + \cos kx), \end{aligned} \quad (25)$$

$$w_0 = \frac{R_1}{\sqrt{B(1 + \nu_{np})}} \left[\frac{N}{\sqrt{B(1 + \nu_{np})}} - \frac{M}{\sqrt{D(1 - \nu_{np})}} \right]. \quad (26)$$

Так как контактная и температурная составляющие действуют в радиальном направлении, то, на основе принципа суперпозиции деформаций и напряжений, их можно суммировать.

Расчеты показывают, что межслоевые сдвиги, пропорциональные поперечной силе Q , на порядок меньше других компонент деформационного состояния, поэтому в общем балансе НДС ими можно пренебречь.

Условия ползучести.

Снова рассмотрим двухслойную оболочку тела 1. Ее термонапряженное состояние определяется силами P , создающими осесимметричное нормальное давление p . Оболочка считается прогретой квазиравномерно, поэтому для определения деформаций ползучести можно применить теорию старения.

Кинематически допустимое поле перемещений точек срединной поверхности в условиях ползучести в каждый момент времени определяется так:

$$w + \delta_0 + R_1 \leq f \left(z + u - \frac{\delta_0}{2} \frac{dw}{dz} \right). \quad (27)$$

Это ограничение получено на основе гипотезы прямой нормали.

Поскольку перемещения и углы поворота нормального элемента малы, то условие (27) может быть линеаризовано [7],

$$w \leq f(z) - \delta_0 - R_1. \quad (28)$$

Кинематические граничные условия при этом $z = 0$; $z = l$. Геометрическое место точек, для которых выполняется равенство в условии (28), образует область пятна контакта S_k тел 1 и 2.

Компоненты тензора деформаций связаны с перемещениями так:

$$\epsilon_{11} = \frac{du}{dz} - z \frac{d^2 w}{dz^2}; \quad \epsilon_{22} = \frac{w}{R_1}. \quad (29)$$

Усилия и моменты вне зоны контакта должны удовлетворять уравнениям равновесия

$$\frac{dT_{11}}{dz} = 0; \quad \frac{d^2 M_{11}}{dz^2} - \frac{1}{R_1} T_{22} + p, \quad (30)$$

где $z \in S_k$; $p \approx P/S_k$.

В зоне контакта давление q между телами 1 и 2 определим из условия равновесия

$$q = \frac{d^2 M_{11}}{dz^2} - \frac{1}{R_1} T_{22} + p. \quad (31)$$

После определения компонент тензора деформаций по (29) соответствующие им напряжения найдем из уравнений состояния

$$\sigma_{11} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} (\epsilon_{11} + 0,5\epsilon_{22}); \quad \sigma_{22} = \frac{4}{3} \frac{\sigma_i}{\epsilon_i} (\epsilon_{22} + 0,5\epsilon_{11}), \quad (32)$$

в которых интенсивность напряжений σ_i является функцией времени t и интенсивности деформаций ϵ_i для данного конструкционного материала,

$$\sigma_i = \sigma_i(\epsilon_i, t), \quad (33)$$

Авторы рекомендуют использовать предложенную Ю.Н. Работновым [7] зависимость для учета подобия кривых ползучести:

$$\sigma_i = \varphi(\epsilon_i) (1 + \alpha t^\beta)^{-1}, \quad (34)$$

где $\varphi(\varepsilon_i)$ – некоторая функция интенсивности деформаций ползучести [7, 8]; α , β – константы, определяемые по результатам обработки экспериментальных данных исследования ползучести конструкционных материалов [5, 8].

Линейная деформация нормального элемента находится из условия изотропности материала,

$$\varepsilon_{33} = -(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}). \quad (35)$$

Учитывая геометрический характер гипотез Кирхгофа-Лява (применяются при определении перемещений в оболочке и не распространяются на физические зависимости), а также (35), интенсивность деформаций

$$\varepsilon_i = 2\sqrt{\frac{1}{3}(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}^2)}. \quad (36)$$

Таким образом, для термонапряженного состояния в условиях ползучести НДС определяем по нижеследующему алгоритму:

- находят компоненты тензора деформаций ε_{11} , ε_{22} , ε_{33} по (29) и (35);
- определяется интенсивность деформаций ε_i по (36);
- определяется интенсивность напряжений σ_i по (34);
- находятся компоненты тензора напряжений ползучести по (32).

Выводы.

Термоконтатные деформации и напряжения (с учетом износа) необходимо учитывать при выборе материалов и допускаемых напряжений для зубчатых пар.

Получена зависимость (9) для контактных деформаций в условиях износа контактирующих тел, например, для трибостемы «шестерня-колесо».

При определении термонапряженного или термоконтатного НДС двухслойных систем следует применять гипотезы Кирхгофа-Лява и Дюгамеля-Неймана о деформативности поверхности приведения.

Список литературы: 1. Глендорф Г., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуации. – М.: Мир, 1973. – 280 с. 2. Протасов Б.В. Энергетические соотношения в трибосопряжении и прогнозирование его долговечности. – Саратов: Изд. Сарат. ун-та, 1979. – 152 с. 3. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах / Пер. с англ. – М.: Мир, 1979. – 597 с. 4. Приймаков А.Г., Устиненко А.В., Приймаков Г.А. Математическая модель анализа напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя и его устойчивости на поверхностях трения при определении допускаемых напряжений // Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. научн. трудов. Тем. вып. «Проблемы механического привода». – Харьков, 2005. – Вып. 40. – С. 65–77. 5. Приймаков А.Г., Устиненко А.В. Учет температурных деформаций и напряжений при выборе допускаемых напряжений в машиностроении // Вестник НТУ «ХПИ»: Сб. научн. трудов. Тем. вып. «Динамика и прочность машин». – Харьков, 2005. – Вып. 21. – С. 119–126. 6. Королев В.И. Упруго-пластические деформации оболочек. – М.: Машиностроение, 1971. – 303 с. 7. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с. 8. Ползучесть элементов машиностроительных конструкций / Под ред. А.Н. Подгорного. – К.: Наукова думка, 1984. – 262 с.

Поступила в редколлегию 30.11.2007

С.Н.ТАРАН, ГП «Інститут машин и систем», Харків

ПРО ОДНУ УМОВНО ПОТЕНЦІАЛЬНУ СИЛОВУ СХЕМУ

В роботі розглядається специфічна силова схема, визначена в обмеженій області, яка допускає введення потенціалу для рухів строго визначеного напрямку.

The specific force scheme determined in bounded area is considered in this work. The introductions of a potential for the movements in the strictly certain direction is supposed in this scheme.

Вивчення явищ коливань вала в гідродинамічному підшипнику являється актуальною задачею. Строге вирішення цієї задачі ускладнюється тим, що реакція мастильного прошарку суттєво нелінійно залежить від зміщення вала відносно корпусу підшипника [1].

Сучасні методи теоретичних досліджень коливань вала базуються на наближених числових методах вирішення диференціальних рівнянь руху вала в просторі зазору. Враховуючи те, що реакція мастильного прошарку при наближенні вала до корпусу підшипника сягає безкінченності (сінгулярна), то постає необхідність введення певних спрощень в алгоритм вирішення задачі. Спрощення, в свою чергу, приводять до появи розбіжностей між теоретичними і експериментальними результатами досліджень.

Детальний аналіз робіт по визначеній тематиці і бібліографія приведені в класичній монографії [2].

Запропонована в роботі силова схема може бути використана для описання і подальшого аналізу (в якісному плані) коливальних процесів в гідродинамічному підшипнику.

Задача. Нехай в області, обмеженій одиничним колом, задана певна вектор-функція $\vec{F}(\vec{r})$, або $\vec{F}(\rho, \varphi)$, де $\vec{r}$ – радіус-вектор, проведений з центру одиничного кола, ρ і φ – полярні координати точки області визначення функції $\vec{F}$. Функція $\vec{F}$ така, що для довільно вибраної точки $M(\rho_0, \varphi_0)$, виконується інтегральна рівність:

$$\int_0^{\rho_0} \vec{F}(\rho, \varphi_0) \cdot d\vec{\rho} = \int_{\rho_0, \varphi_0}^{\rho_0, \varphi_0 + 2\pi} \vec{F}(\rho_0, \varphi) \cdot d\vec{L}, \quad (1)$$

де L – коло радіуса ρ_0 .

Коротко можна сказати: циркуляція вектора $\vec{F}$ вздовж радіуса $(0, \rho_0)$ дорівнює циркуляції $\vec{F}$ по колу радіуса ρ_0 . На рис. 1 показана схема обчислення приведеної рівності: I_1 – путь інтегрування для лівої частини, I_2 – для правої частини.

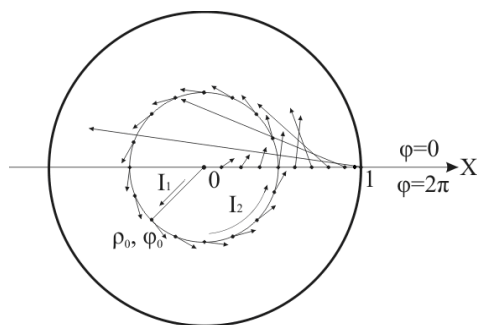


Рисунок 1

Нижче ми приведемо явний аналітичний вираз для $\vec{F}(\vec{r})$.

Для зручності будемо ототожнювати функцію $\vec{F}(\vec{r})$ з силою, яка діє на матеріальну індикаторну масу, розміщену в точці (ρ, φ) . Тоді циркуляція вектора $\vec{F}$ по певній траєкторії – суть робота вектора $\vec{F}$ вздовж указанного путі (траєкторії). Нижче ми будемо, в основному, обчислювати роботу сили $\vec{F}$ або вздовж певного радіуса, або по колу певного радіуса. Будемо називати ці обчислення так: робота сили $\vec{F}$ при віртуальному зміщенні індикаторної точки вздовж радіуса $\vec{r}$, указуючи початкову ($\vec{r}_n$) і кінцеву точки ($\vec{r}_k$) інтегрування (коротко: віртуальна (можлива) радіальна робота...) і робота сили $\vec{F}$ при віртуальному зміщенні індикаторної точки по колу певного радіуса – віртуальна робота по орбіталі...

Записана інтегральна рівність (1) вказує на те, що всі радіальні напрямки в певній мірі рівноцінні, звідси вектор-функцію зручно записувати в проекціях на радіальний F_r і на тангенціальний F_t напрямки. Знаки «+» чи «-» в залежності від орієнтації $\vec{r}$ і вибраного додатного напрямку руху по колу: знак для F_r означає співпадає чи не співпадає F_r з $\vec{r}$, для F_t – знак «+» означає орієнтацію проти руху годинникової стрілки.

Функцію ознозначно визначимо, якщо запишемо залежність $F_r(x)$ і $F_t(x)$, див. рис. 1, тому що всі радіальні напрямки рівноцінні, а напрямки 0-X один із них.

В роботі ми уникаємо користуватись терміном «векторне поле», тому що цей термін неявно асоціюється з поняттям «стаціонарне», використанням притаманним цьому поняття $\text{div}\vec{F}, \text{rot}\vec{F} \dots$ Силова схема, яка буде запропонована нижче, не буде потенціальною в строгому розумінні цього слова [3].

Ясно, що коли присутня складова $F_t(|r|)$, то для двох різних точок області визначення інтеграл $\int_{\tau.1}^{\tau.2} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{L}$ буде залежати від путі, який з'єднає ці точки.

Пояснимо термін «умовно потенціальна», який винесено в заголовок роботи.

Нехай існує $\vec{F}(\vec{r})$, яка задовольняє інтегральну рівність (1). Тоді виконаємо наступне: весь простір області визначення функції $\vec{F}(\vec{r})$ – внутрішність одиничного круга – заповнимо системою кіл (орбіталей) з монотонно зростаючим значенням $|\vec{r}|$ ($0 < r < 1$). Кожній орбіталі припишемо певне числове значення – величину циркуляції $\vec{F}(\vec{r})$ по указаній орбіталі: $A_0^1, A_0^2, A_0^3 \dots$. Тепер розглянемо радіальні зміщення індикаторної точки, наприклад, від точки а до точки b, рис. 2.

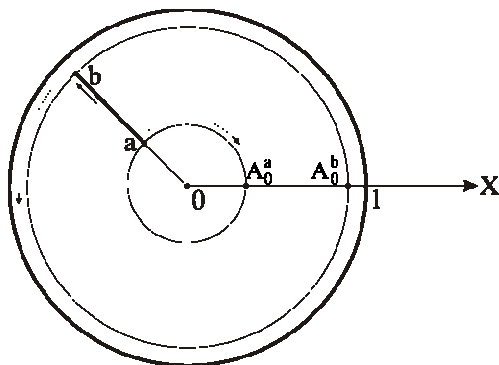


Рисунок 2

Віртуальний радіальний роботі від точки а до точки b відповідає:

$$\int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = A_0^b - A_0^a,$$

де A_0^a і A_0^b – величини циркуляції по орбіталям, що проходять через точки а і b відповідно.

Ця рівність витікає негайно, згідно з (1).

І навпаки, віртуальна радіальна робота від точки b до точки а буде:

$$\int_b^a \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = A_0^a - A_0^b.$$

Якщо точки а і b лежать на різних радіальних напрямках, то за путь інтегрування слід взяти путь, що проходить через центр одиничного круга, див. рис. 3.

Формула для обчислення віртуальної радіальної роботи від точки а до точки b залишається незмінною:

$$\int_a^b \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_a^0 + \int_0^b = A_0^b - A_0^a.$$

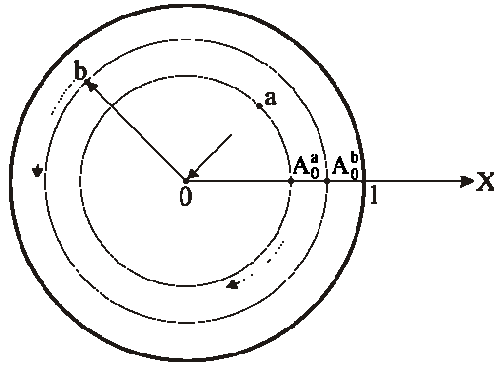


Рисунок 3

Зрозуміло, що величина циркуляції по орбіталі, як функція $|\vec{r}|$, служить потенціалом для віртуальних радіальних рухів індикаторної точки – $\Pi(|\vec{r}|)$.

Тепер основне. Вимогу рівності (1) задовольняє функція:

$$\begin{aligned} F_r(x) &= k \left[\ln \frac{1+x}{1-x} \right] e^{-0,8\pi x^2} \cos(\pi x^2); \\ F_\tau(x) &= k \left[\ln \frac{1+x}{1-x} \right] e^{-0,8\pi x^2} \sin(\pi x^2). \end{aligned} \quad (2)$$

Запис приведений, коли $\vec{r}$ пробігає інтервал (0,1) осі OX (рис. 1).

Інтегральна рівність (1) буде виконуватись при умові, якщо нульовій точці (центру круга) приписати певне числове значення – A_0^0 . Це число залежить від коефіцієнту k у формулах (2).

Обчислення віртуальної радіальної роботи, а також віртуальної роботи по орбіталі відбувається з урахуванням цього факту.

Щоб уявити природу виписаної функції (формули (2)) і вияснити умови, при яких виконується рівність (1), звернемося до геометричного відображення функції $\vec{F}(\vec{r})$. На рис. 4 показаний характер зміни функції – її силова схема.

Відмітимо, що $|\vec{F}(\vec{r})|$ функція $|\vec{r}|$ і всяка точка одиничного кола являється особливою: при $|\vec{r}| \rightarrow 1$, $|\vec{F}(\vec{r})| \rightarrow \infty$.

Далі, маючи силову схему, можна побудувати «силові» і «нульові» лінії.

Смисл їх зрозумілий – будуюмо поле напрямлень і, послідовно з'єднуючи точки, отримуємо лінію...

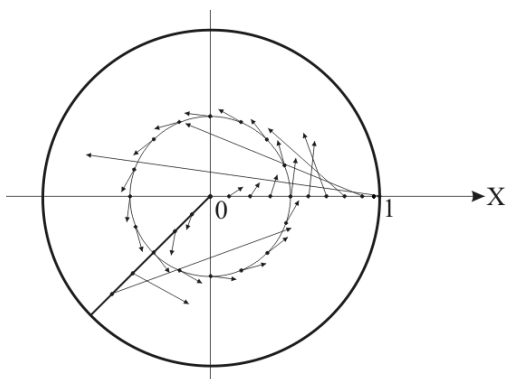


Рисунок 4

На рис. 5 показані «силова» і «нульова» (пунктиром) лінії, які відповідають точці $x = 1$ – сходяться в цій точці.

Символом $\curvearrowright$ (старогрецька буква «сампі») позначено інваріант схеми: кут рівний $\pi/16$, або $11^\circ 15'$.

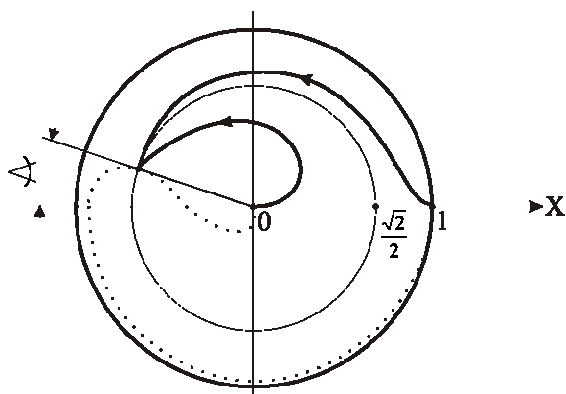


Рисунок 5

Поступаючи і далі таким чином, можна побудувати безчисленну множину «силових» і «нульових» ліній – усі вони попарно з'єднуються в точках одиничного кола і всі збігаються в нульову точку (центр круга). На рис. 6 схематично показана картина розгалужень «силових» і «нульових» ліній.

Приведений аналіз показує, що і точка «0» являється особливою, строго кажучи: область визначення функції $\vec{F}(\vec{r})$ – круг з виколотою точкою.

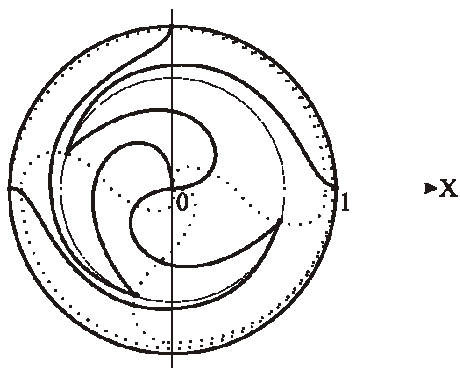


Рисунок 6

Наближеними числовими методами інтегрування можна пересвідчитись у справедливості виконання рівності (1) для вписаних функцій (2).

Процедура приписування (нормування) потенціалу в нульовій точці нескладна – вона витікає із аддитивності інтеграла по інтервалах.

На рис. 7 показаний загальний вид потенціалу $\Pi(\vec{r})$. Коефіцієнт k в формулах (2) прийнятий рівним 1.

Для любого іншого k (дійсного, додатного) картина якісно не змінюється. Значення потенціалу множаться на величину k .

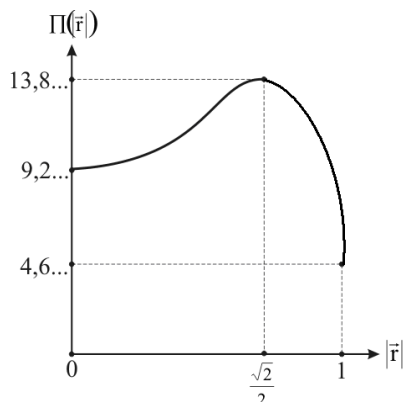


Рисунок 7

Описана умовно потенціальна силова схема допускає введення двох незалежних числових параметрів: коефіцієнту k в формулах (2) і певної свободи при нормуванні потенціалу.

Список літератури: 1. Зоммерфельд А. К теории трения при смазке // Сб. статей под редакцией проф. Л.С.Лейбензона. / Гидродинамическая теория смазки. Государственное технико-

теоретическое издательство. – Москва-Ленинград, 1934. – 574 с. 2. *Коровчинский М.В.* Теоретические основы работы подшипников скольжения. – М.: Машиностроение, 1969. – 403 с. 3. *М.А.Лавереньев, Б.В.Шабат* Проблемы гидродинамики и их математические модели. – М.: Наука, 1977.

Поступила в редколлегию 12.09.2007

УДК 620.171.3 : 53.072.11

А.А.ТЕСЛЕНКО, канд.физ.-мат.наук, НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДА ФОТОУПРУГОСТИ

У роботі розглядається новий метод визначення точності методу фотопружності. Суть методу полягає у використанні модельного засобу визначення точності. Точність визначається у порівнянні початкових (модельних) напружень та визначених у змодельованому засобі вимірювання. У якості початкового (модельного) напруження запропоновано використовувати визначені у реальному експерименті напруження. Досліджена коректність цього засобу дослідження точності.

New method of accuracy definition for the method of photoelasticity is considered in the paper. Essence of a method consists in the modelling way of accuracy determination. Accuracy is determined in comparison of initial (modelling) stresses and stresses determined in the simulated way of measurement. The stresses determined in real experiment are used as initial (modelling) stresses. The correctness of this method is investigated.

1. Введение. В работах [1-4] указывалось на тенденцию к сравнительно интенсивному использованию метода фотоупругости в последние годы по сравнению с 1980-90-ми годами, когда наблюдался глубокий спад в использовании этого метода. В этих же работах проводились модельные исследования метода фотоупругости. В этих исследованиях, среди прочего, определялась погрешность метода фотоупругости.

2. Актуальность рассматриваемой проблемы. Сложность определения погрешности в результирующих напряжениях связана с многоэтапностью алгоритма и с тем фактом, что задача фотоупругости является, так называемой, обратной задачей, в которой погрешность может стремиться к бесконечности. Особенно большую трудность вызывает зависимость погрешности от величины самих определяемых напряжений. На практике это проявляется в том, что попытки получить аналитические оценки верхних границ, которые не могут превышать погрешности в напряжениях, для многих алгоритмов приводят к невероятно большим величинам. Например, очень большие величины погрешности получаются, если в части алгоритма относящейся к решению системы линейных уравнений, использовать для оценки верхних границ погрешности соответствующие выражения с числом обусловленности [5,6].

Оценки относятся к верхним пределам и не характеризуют реальную погрешность. Так в модельных исследованиях [1-4,5,6] показана устойчивость многих алгоритмов фотоупругости.

3. Постановка задачи. В настоящей работе предлагается корректный способ определения погрешности в напряжениях. В численных экспериментах [1-4] погрешность в напряжениях определялась относительно напряжений, заданных в модели. На основе заданного распределения напряжений имитировались тело, измерительный процесс, вычислялось поле напряжений. Погрешность определялась разностью с исходными напряжениями, которые в идеальном измерительном и вычислительном процессе должны совпадать с исходными. В реальном эксперименте напряжения в теле нам не известны и казалось такой метод применить невозможно. Однако, если использовать определенные методом фотоупругости напряжения как модельные, то возникает оригинальная возможность определения погрешности напряжений. А именно, мы повторно определим напряжения, но используя модельную технологию, описанную в [1-4], используя найденные в экспериментах напряжения как модельные. Если такой метод окажется корректным, это будет метод учитывающий вид напряжений (соотношение между нормальными и сдвиговыми компонентами). Из работ [1-4] следует существенная зависимость погрешности от вида и величины напряжений.

4. Метод определения напряжений. Методика определения напряжений и математическая постановка идентична методикам в [1,2,4]. Для простоты сравнения использовался то же вещество (LiF). Здесь математическую модель опишем кратко. Условия равновесия учтем выполнением интегральных уравнений для любой области тела:

$$\iiint_V \operatorname{div}(\vec{\sigma}_{i*}) dV = 0, \quad (1)$$

где $\vec{\sigma}_{i*}$ – вектор силы с координатами $(\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \sigma_{i3})$; σ_{ij} – тензор напряжений. Решим задачу поиска напряжений в конечно элементном виде. Узловые напряжения σ_{ij}^ℓ для всех узлов могут определяться совместным решением уравнений равновесия (1), записанных для всех элементов и уравнений фотоупругости

$$A_{ij}^{\vec{n}} \sigma_{ij}^\ell = \delta^{\vec{n}} \cos(2\varphi^n), \quad (2)$$

определенных для направлений $\vec{n}$ в узлах ℓ . Уравнения (2) представляют собой уравнения, связывающие напряжения и измеряемые параметры описанные, например, в [1-4]. В формуле (2): $\delta^{\vec{n}}$ – оптическая разность хода; $\varphi^{\vec{n}}$ – оптический параметр угла изоклины; $A_{ij}^{\vec{n}}$ – коэффициенты, являющиеся функцией пьезооптических коэффициентов, показателя преломления, толщи-

ны просвечиваемого слоя, ориентации направления просвечивания и ориентации системы координат, в которой определяются напряжения. Решением систем линейных уравнений (1,2) получаются искомые узловые напряжения σ_{ij}^{ℓ} в работах [1-4].

5. Численный эксперимент. Почти полностью аналогичен [1], за исключением того факта, что модельные напряжения сами получены из исходной аналитически заданной модели приближенно. Имитируется ситуация, когда мы имеем приближенно полученные экспериментальные результаты. Используя их по алгоритму [1] оцениваем распределение погрешности.

6. Обсуждение результатов. Показывать здесь распределение напряжений и ошибку в них смысла нет. Эти распределения аналогичны показанным в [1,2]. При применении метода регуляризации с коэффициентом регуляризации 0,01, разница в оценках погрешности на порядок меньше самой погрешности. Уменьшение коэффициента регуляризации приводит к неустойчивости как самого решения так и оценок погрешности. Но и в этом случае можно определить момент наступления неустойчивости при уменьшении коэффициента регуляризации.

7. Выводы. Погрешность в напряжениях имеет существенную зависимость от величины и вида напряжений. Предложенный метод дает возможность определить погрешность в напряжениях в связи с их величиной и распределением по компонентам σ_{ij} . Также, предложенный метод дает возможность оптимизации параметров алгоритма (в данном выше примере коэффициента регуляризации).

Список литературы: 1. Тесленко А.А. Методы конечных элементов и фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2005. – № 22. – С. 143-148. 2. Тесленко А.А. Некоторые подробности применения метода конечных элементов в фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 21. – С. 183-186. 3. Тесленко А.А. Автоматизация пьезооптических измерений // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2006. – № 32. – С. 153-156. 4. Тесленко А.А. Фильтрация пьезооптических измерений в методе фотоупругости // Вестник национального технического университета «ХПИ»: Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2007. – № 22. – С.169-171. 5. Тесленко А.А., Каплан М.С., Тиман Б.Л., Тихонова Е.В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть I. // Препринт-ИМК-91-4, Харьков. – 1991. – С. 67. 6. Тесленко А.А., Каплан М.С., Тиман Б.Л., Тихонова Е.В. Систематическое исследование метода наклонного просвечивания. Часть II // Препринт-ИМК-91-5, Харьков. – 1991. – С. 78.

Поступила в редколлегию 25.10.2007

Н.Н.ТКАЧУК, НТУ «ХПИ»

К ВОПРОСУ О ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

У статті запропоновано один спосіб отримання серії еталонних рішень для кругового циліндра. З їх допомогою на двох типах поверхневого навантаження було перевірено одну скінченноелементну модель.

In the paper the construction of a series of master solutions for circular cylinder is discussed. These solutions were applied to verify a finite element model with two cases of boundary loading.

Введение. Результаты конечноэлементного моделирования механических систем, в которых присутствует контакт упругих тел, являются чувствительными к качеству конечноэлементной сетки и параметрам расчетной схемы. Погрешности модели и ошибки при ее построении могут приводить к внешне правдоподобным, но неверным результатам. Таким образом, проведение достоверного и точного анализа любой сложной конструкции требует верификации ее расчетных моделей.

Одним из способов проверки адекватности модели исследуемому объекту является сравнение получаемых с помощью нее результатов с известными точными решениями или экспериментальными данными. В случаях, когда поставленная задача анализа не имеет точного решения, можно говорить о проверке методики построения КЭ модели на тестовых задачах. При их выборе требуется максимально учесть характер геометрии тел, способ приложения нагрузок и свойства материала в оригинальной задаче. При сохранении основных особенностей исследуемой механической системы в постановке проверочной задачи можно предполагать, что критерии, обеспечивающие требуемую точность решения этой тестовой задачи, можно распространить и на построение моделей исходной конструкции.

В статье обсуждается один способ получения серии эталонных решений для кругового цилиндра. Их назначение – создание моделей объектов, содержащих детали цилиндрической формы, пребывающие в контакте, которые бы точно описывали их деформирование при приложении к ним действующих в конструкции нагрузок, в том числе контактных давлений.

Постановка задачи. Для решения плоских задач теории упругости рядом авторов в середине XX в. был разработан математический аппарат, основанный на методах теории функций комплексной переменной [1, 2]. В настоящее время он мало используется при проведении инженерных и исследовательских расчетов, поскольку сфера его применения и возможности значительно меньше, чем у современных средств компьютерного моделирования.

Тем не менее, для получения эталонных решений в этой работе задействован именно этот аппарат. В его рамках используются известные аналитические представления перемещений, напряжений и деформаций. При их получении плоскость сечения тела, пребывающего в состоянии плоской деформации, отождествляют с комплексной плоскостью так, что точке с координатами (x_1, x_2) ставится в соответствие комплексное число

$$z = x_1 + ix_2. \quad (1)$$

При этом перемещения точек тела представляется функцией этой комплексной переменной:

$$w(z) = u_1 + iu_2, \quad (2)$$

вещественная и мнимая части которой совпадают с компонентами u_1 и u_2 вектора перемещений.

Согласно формуле Колосова-Мусхелишвили [1] перемещения в теле при плоской деформации в отсутствие объемных сил в произвольном случае выражаются через две голоморфные функции φ и ψ :

$$2\mu w(z) = 2\mu(u_1 + iu_2) = \chi\varphi(z) - z\overline{\varphi}(\bar{z}) - \overline{\psi}(\bar{z}), \quad z \in \Omega. \quad (3)$$

Здесь $\chi = \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} = 3 - 4\nu$, где λ и μ – константы Ляме, а ν – коэффициент

Пуассона; Ω – область, занимаемая сечением тела.

Перемещения, получаемые из представления (3), заведомо удовлетворяют однородному дифференциальному уравнению упругой статики. Таким образом, от функции w остается лишь требовать выполнения краевых условий.

Аналитическое решение. Для первой основной задачи теории упругости, в которой усилия на границе тела являются заданными, эти условия имеют следующий вид [2]:

$$f_k = f_{1k} + i f_{2k} = \varphi(z) + z\overline{\varphi}(\bar{z}) + \overline{\psi}(\bar{z}), \quad z \in \Gamma_k, \quad (4)$$

где $\Gamma = \partial\Omega = \bigcup_k \Gamma_k$ – граница тела, состоящая в случае многосвязности

области Ω из нескольких контуров, f_k – функции, определяемые на каждом из контуров Γ_k через компоненты T_1 и T_2 граничных усилий как

$$f_k = f_{1k} + i f_{2k} = i \int_0^s (T_1 + iT_2) ds. \quad (5)$$

Для единичного круга функциями φ и ψ , удовлетворяющими краевому условию (4), являются [2]

$$\varphi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f d\sigma}{\sigma - z} - \frac{z}{4\pi i} \int \frac{f d\sigma}{\sigma^2} - \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f d\sigma}{\sigma}; \quad (6)$$

$$\psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\bar{f} d\sigma}{\sigma - z} - \frac{\varphi'(z) - \varphi'(0)}{z} \quad (7)$$

для $z \in S_1(0) = \{z : |z| < 1\}$. Здесь $\varphi'(0) = \frac{1}{4\pi i} \int \frac{f d\sigma}{\sigma^2}$.

Эти функции вместе с их производными непрерывны на границе круга и принимают на ней следующие значения:

$$\varphi(\sigma_0) = \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{f d\sigma}{\sigma - \sigma_0} + \frac{1}{2} f(\sigma_0) - \frac{z}{4\pi i} \int \frac{f(\sigma) d\sigma}{\sigma^2} - \frac{1}{2\pi i} \int \frac{f d\sigma}{\sigma}; \quad (8)$$

$$\psi(\sigma_0) = \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{\bar{f} d\sigma}{\sigma - \sigma_0} + \frac{1}{2} \bar{f}(\bar{\sigma}_0) - \frac{\varphi'(\sigma_0) - \varphi'(0)}{\sigma_0}; \quad (9)$$

$$\varphi'(\sigma_0) = \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{f' \bar{\sigma}}{\sigma - \sigma_0} + \frac{1}{2} f'(\sigma_0) \frac{\bar{\sigma}_0}{i} - \frac{1}{4\pi i} \int \frac{f(\sigma) d\sigma}{\sigma^2}; \quad (10)$$

$$\psi'(\sigma_0) = \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{\bar{f}' \bar{\sigma}}{\sigma - \sigma_0} + \frac{1}{2} \bar{f}'(\bar{\sigma}_0) \frac{\bar{\sigma}_0}{i} - \frac{\varphi''(\sigma_0) - (\varphi'(\sigma_0) - \varphi'(0))}{\sigma_0^2}; \quad (11)$$

$$\varphi''(\sigma_0) = \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{-\sigma^2 [f'' - i f'] d\sigma}{\sigma - \sigma_0} - \frac{1}{2} \sigma_0^2 [f''(\sigma_0) - i f'(\sigma_0)], \quad (12)$$

В приведенных выше равенствах под *v.p.* следует понимать главную часть сингулярного интеграла типа Коши, определенного для произвольной гильбертовой функции $\xi \in C^{r,\alpha}(\Gamma)$ как предел

$$\frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int_{\Gamma} \frac{\xi d\sigma}{\sigma - \sigma_0} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma \cup \varepsilon(\sigma_0)} \frac{\xi d\sigma}{\sigma - \sigma_0}. \quad (13)$$

Следует заметить, что в правых частях этих равенств содержатся только известные функции. Таким образом, система соотношений (8)-(12) позволяет в явном виде вычислить граничные значения голоморфных функций φ и ψ и их производных. По этим граничным значениям можно восстановить значения φ , φ' , φ'' , а также ψ и ψ' внутри круга, поскольку все они голоморфны и внутри круга совпадают с соответствующими интегралами Коши:

$$\zeta(z) = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{\zeta(\sigma) d\sigma}{\sigma - z}, z \in S_1(0), \quad \zeta = \{\varphi, \varphi', \varphi'', \psi, \psi'\}. \quad (14)$$

Искомые перемещения могут быть найдены по формуле Колосова-Мусхелишвили как на границе, так и внутри круга. Более того, используя соотношения [1]

$$\sigma_{11} = 2 \operatorname{Re} \varphi'(z) - \operatorname{Re}(\bar{z} \varphi''(z) + \bar{\psi}'(\bar{z})), \quad (15)$$

$$\sigma_{22} = 2 \operatorname{Re} \varphi'(z) + \operatorname{Re}(\bar{z} \varphi''(z) + \bar{\psi}'(\bar{z})), \quad (16)$$

$$\sigma_{12} = \operatorname{Im}(\bar{z} \varphi''(z) + \bar{\psi}'(\bar{z})), \quad (17)$$

легко находятся и напряжения (а вместе с ними и деформации).

Численная схема. Приведенное выше решение, хоть и является явным, обладает одним существенным недостатком: для произвольной уравновешенной нагрузки сингулярные интегралы в правых частях равенств (8)-(12) и интегралы Коши (14) не вычисляются аналитически. Тем не менее, они допускают применение приближенных квадратурных формул интерполяционного типа с равноотстоящими узлами [3, 4]. Следуя [3], рассмотрим два семейства узловых точек на интервале $[0, 2\pi]$:

$$p_k^n = \frac{2k}{2n+1} \pi, k = \overline{0, 2n}, \quad (18)$$

$$p_{0j}^n = \frac{2j+1}{2n+1} \pi, j = \overline{0, 2n}. \quad (19)$$

Тогда для произвольной гельдеровой 2π -периодической функции $\xi \in C^{r,\alpha}[0, 2\pi]$ ($0 < \alpha \leq 1$) приближенно выполняется:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \xi(\theta) d\theta \equiv \sum_{k=0}^{2n} \xi(p_k^n) \frac{1}{2n+1}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{2\pi} \text{v.p.} \int_0^{2\pi} \text{ctg} \frac{\theta - \theta_0}{2} \xi(\theta) d\theta \underset{\theta_0 = p_{0j}^n}{\equiv} \sum_{k=0}^{2n} \text{ctg} \frac{p_k^n - p_{0j}^n}{2} \xi(p_k^n) \frac{1}{2n+1}. \quad (21)$$

Равенства (20), (21) являются точными для тригонометрических полиномов порядка n . В общем же случае допускаемую в них погрешность можно оценить как $O\left(\frac{\ln n}{n^{r+\alpha+1}}\right) n \rightarrow \infty$ [3,4]. В результате находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \text{v.p.} \int \frac{\xi(\sigma) d\sigma}{\sigma - \sigma_0} d\sigma &\underset{\substack{\sigma = \exp(i\theta) \\ \sigma_0 = \exp(i\theta_0)}}{=} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\xi(\theta)}{1 - e^{i(\theta_0 - \theta)}} d\theta \underset{\theta_0 = p_{0j}^n}{=} \\ &= \sum_{k=0}^{2n} \frac{\xi(p_k^n)}{1 - e^{i(p_{0j}^n - p_k^n)}} \frac{1}{2n+1}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{\xi(\sigma) d\sigma}{\sigma - z} d\sigma \underset{\sigma = \exp(i\theta)}{=} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\xi(\theta) e^{i\theta}}{e^{i\theta} - z} d\theta \underset{\theta_0 = p_{0j}^n}{=} \sum_{k=0}^{2n} \frac{\xi(p_k^n) e^{ip_k^n}}{e^{ip_k^n} - z} \frac{1}{2n+1}. \quad (23)$$

Видно, что при $z = e^{ip_{0j}^n}$ правые части в формулах (22) и (23) совпадают. Тем не менее, эти формулы имеют различный смысл: первая дает приближенное значение сингулярного интеграла в узловых точках на границе единичного круга, а вторая – регулярного интеграла с ядром Коши во внутренних точках круга. Более того, формула (23) становится неприменимой при $z: |z| > 1 - \frac{2\pi}{2n+1}$, то есть в точках внутренности круга, расстояние от которых до границы сравнимо с расстоянием между соседними узловыми точками.

Для них ядро $\frac{1}{\sigma - z}$ становится настолько близким к сингулярному, что погрешность в формуле (23) начинает составлять до 50 %.

Итак, примененные одна на границе, а другая внутри круга квадратурные формулы (22), (23) позволяют вычислить с высокой точностью правые части в соотношениях (8)-(12) и (14). Полученные таким образом значения голоморфных функций φ , ψ и их производных и вычисленные по ним величины перемещений, деформаций и напряжений предлагается использовать в качестве эталонного решения. Его преимуществами являются контролируемая точность вычисления как перемещений, так и напряжений, непрерывность и относительная малость вычислительных затрат, требующихся для его получения.

Пример реализации. Применение эталонных решений при построении конечноэлементных моделей продемонстрируем на примере двух видов нагрузки: распределенной по всей границе кругового цилиндра (рис. 1) и сосредоточенной на малой ее части (рис. 2).

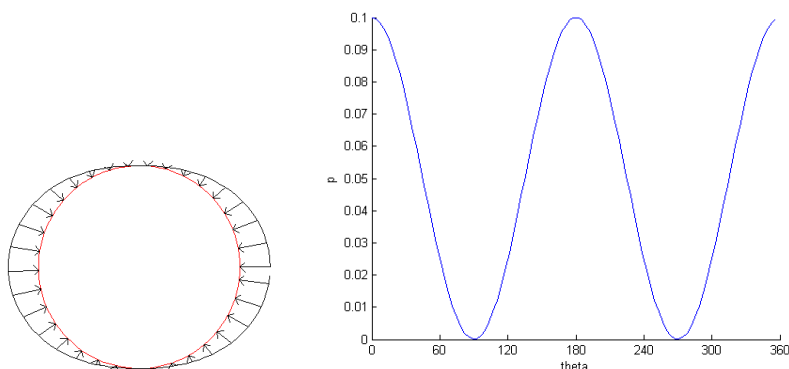


Рисунок 1 – Распределение давления на границе круга в первой задаче

В первом случае нормальное давление, приложенное к границе цилиндра, задается следующим:

$$p(\theta) = p_0 \cos^2(\theta) \sim \begin{cases} T_1 = -p_0 \cos^2(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ T_2 = -p_0 \cos^2(\theta) \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (24)$$

Во втором рассматривалась нормальная нагрузка вида:

$$p(\theta) = \begin{cases} p_0 \sqrt{1 - \sin^2(\theta)/\sin^2(\alpha)}, |\sin(\theta)| < |\sin(\alpha)| \\ 0, |\sin(\theta)| \geq |\sin(\alpha)| \end{cases} \sim \begin{cases} T_1 = -p(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ T_2 = -p(\theta) \cdot \sin(\theta) \end{cases} \quad (25)$$

Ставилась задача проверки качества одной конечноэлементной модели

(рис. 3) на этих двух случаях поверхностного нагружения и ее применимости для решения задач, в которых усилия распределяются по всей границе цилиндрического тела (1-й случай) или на небольшой ее части (2-й случай).

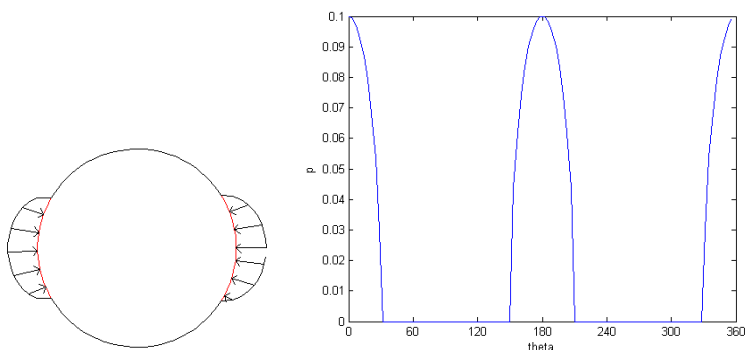


Рисунок 2 – Распределение давления на границе круга во второй задаче

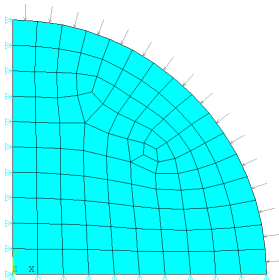
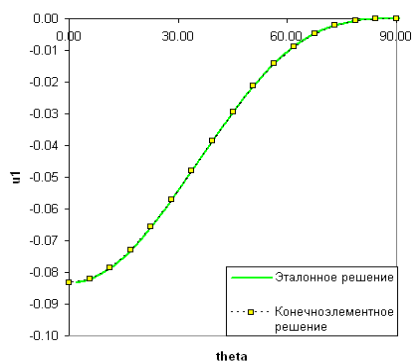


Рисунок 3 – Проверяемая конечноэлементная модель

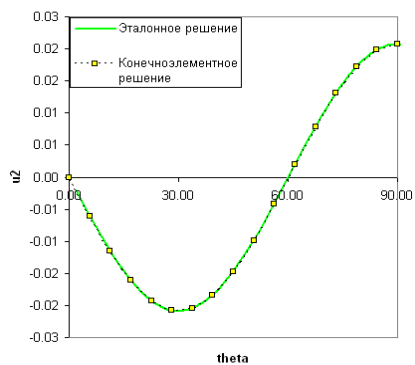
Как в эталонном, так и в конечноэлементном решении принимались следующие безразмерные величины основных параметров: $R = 1$ – радиус цилиндра, $E = 1$ – модуль упругости, $\nu = 0,25$ – коэффициент Пуассона, $p_0 = 0,1$ – максимальная величина давления, прикладываемого на границе.

Для этих значений в каждом из случаев нагружения были получены перемещения в цилиндре и на его границе, а также распределения напряжений. Ниже приведены результаты сравнения компонент перемещений u_1 и u_2 на границе (рис. 4, 6) и распределения эквивалентных напряжений (рис. 5, 7), получаемых из конечноэлементного решения, с эталонными их значениями.

Эти результаты наглядно демонстрируют, что применение эталонных решений позволяет обосновывать выбор конечноэлементной сетки для произвольного вида нагрузок и типов задач. Естественно, что для реальных контактных задач, в которых градиенты давлений, а вместе с ними перемещений и напряжений, выше, чем в рассмотренных здесь двух случаях, верификации

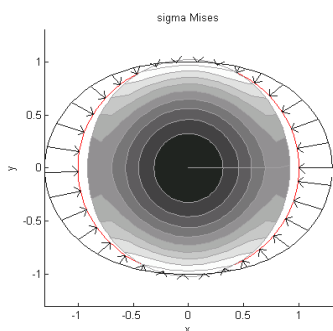


а

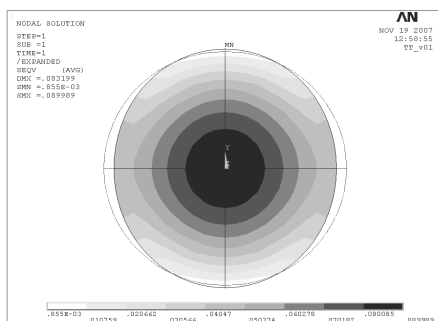


б

Рисунок 4 – Сравнение перемещений u_1 (а) и u_2 (б) на границе круга для эталонного и конечноэлементного решений первой тестовой задачи

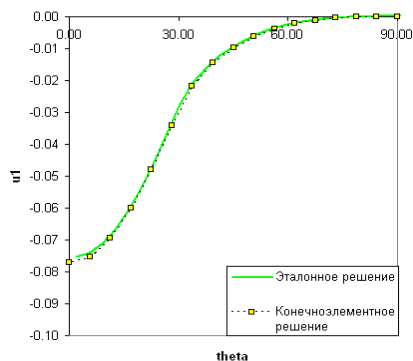


а

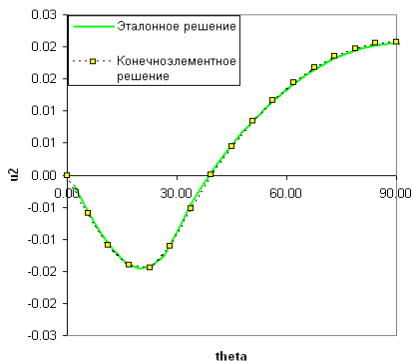


б

Рисунок 5 – Распределение эквивалентных напряжений, отвечающие эталонному (а) и конечноэлементному (б) решениям первой тестовой задачи



а



б

Рисунок 6 – Сравнение перемещений u_1 (а) и u_2 (б) на границе круга для эталонного и конечноэлементного решений второй тестовой задачи

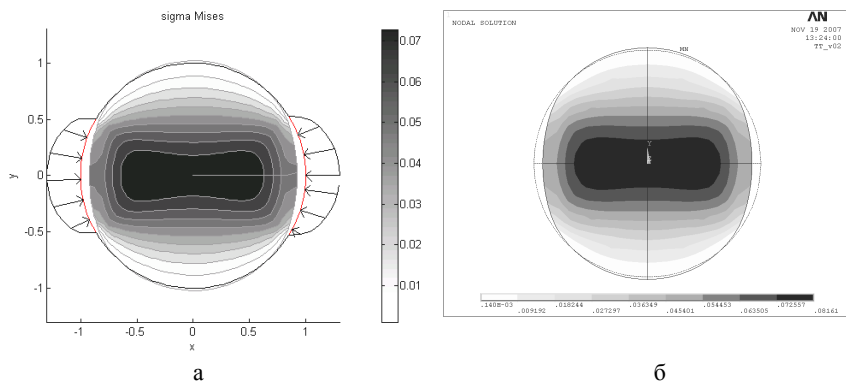


Рисунок 7 – Распределение эквивалентных напряжений, отвечающие эталонному (а) и конечноэлементному (б) решениям второй тестовой задачи

будут подвергаться конечноэлементные модели со сгущением узлов сетки в районе контакта.

Вывод. В работе обосновано применение эталонных решений для верификации конечноэлементных моделей конструкций, содержащих детали цилиндрической формы.

Для получения этих решений предложена численная схема, основанная на известном решении первой основной задачи теории упругости для кругового цилиндра и применении квадратурных формул интерполяционного типа.

Преимуществом такого подхода является то, что он использует аналитические представления для перемещений и напряжений в упругом теле и допускает разнообразие типов поверхностной нагрузки. Это обуславливает его универсальность и широту области применений.

Список литературы: 1. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 712 с. 2. *Мухелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. - М.: Наука, 1966. 3. *Гандель Ю.В.* Введение в методы вычисления сингулярных и гиперсингулярных интегралов. – Харьков: ХНУ, 2001. – 92 с. 4. *Гандель Ю.В., Еременко С.В., Полянская Т.С.* Математические вопросы метода дискретных токов. Часть II. – Харьков: ХГУ, 1992. – 145 с.

Поступила в редколлегию 21.11.2007

С.В.ФИЛИПКОВСКИЙ, канд.техн.наук, ИПМаш НАН Украины, Харьков

ЭФФЕКТИВНОСТЬ НЕКОТОРЫХ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ УПРУГО-ДЕМПФЕРНЫХ ПОДВЕСОК АГРЕГАТОВ

Дослідження присвячене оптимізації підвісок, що захищають від перевантажень устаткування літальних апаратів. Ціллю роботи є перевірка ефективності різних методів оптимізації. Розглянуто коливання системи з лінійно-пружною пружиною і нелінійним демпфіруванням. Функцією мети є максимальне прискорення підвішеного об'єкта, що визначається в процесі інтегрування рівняння руху. Задача відрізняється тим, що функція мети є негладкої і яружною, а область зміни параметрів що варіюємо порізаною. Гібридний адаптивний метод оптимізації дозволяє вирішувати задачу оптимального синтезу і показує високу ефективність у порівнянні з методами, пропонованими у відомих скінченоелементних комплексах.

The research is dedicated to optimization of suspensions defending the equipment of flight vehicles from g-loads. The purpose of activity is to check the efficiency of different optimization methods. The oscillations of a system with a linearly-elastic spring and non-linear damping are considered. An objective function is the maximum acceleration of suspended unit determined during the integration of the motion equation. The problem differs by that the objective function is rough and ravine, and range of varied parameters is jagged. The hybrid adaptive method of optimization allows to solve a problem of optimal synthesizing and displays a high efficiency in comparing with methods proposed in known FEM complexes.

Постановка проблемы. Сложность и разветвленность систем летательных аппаратов (ЛА), наличие в них приборов и агрегатов, требующих защиты от вибрации и перегрузок, вызванных кратковременными и внезапными воздействиями, обуславливает применение большого количества амортизаторов с нелинейными характеристиками. Взаимодействие различных единиц оборудования ЛА между собой накладывает на них связи, выраженные, как правило, нелинейными функциями.

Противоречивые требования уменьшения массы и увеличения прочности и жесткости конструкции ЛА приводит к тому, что их необходимо оптимизировать по различным критериям. Функциями цели при оптимизации амортизирующей подвески приборов и агрегатов ЛА являются перегрузка агрегата и масса самой подвески. Размеры и свойства конструкции подвески представляют собой варьируемые параметры. Нелинейные связи в системах ЛА делают области изменения варьируемых параметров сложными и изрезанными. Все это требует разработки новых эффективных методов оптимального синтеза.

Настоящее исследование посвящено оптимизации подвесок, защищающих от перегрузок оборудование ЛА, и является продолжением работ, опубликованных в [1–3].

Целью работы является оценка эффективности различных методов оптимизации подвески оборудования ЛА.

Анализ публикаций и компьютерных программ по теме исследования. В монографии [4] дана классификация вибрационных систем и внешних воздействий, методика расчета линейных и нелинейных систем. Для синтеза оптимальных параметров виброзащитных систем вводятся функции цели и ограничения. Последние могут накладываться как на варьируемые параметры, так и на функциональные зависимости между ними, чтобы удовлетворить предъявляемым к машине требованиям. Область допустимых значений параметров разбивается на ряд подобластей, определяемых габаритно-массовыми характеристиками изолируемых объектов. В каждой подобласти производится поиск экстремального значения функции цели перебором нескольких известных методов оптимизации. В книге отсутствует методика выбора области допустимых значений и разделения ее на подобласти для быстрого нахождения локальных экстремумов функции цели, а также методов оптимизации.

Обзор истории и перспектив развития методов оптимизации при разработке защитных систем от воздействия ударов, вибраций и ударных волн, как на обслуживающий персонал, так и на функционирующие механизмы обсуждается в [5]. Уделяется внимание описанию и сравнению различных методов оптимизации. В этой работе не решаются конкретные задачи, ее можно использовать только для выбора метода оптимизации при решении поставленных задач.

Программная реализация некоторых методов оптимизации есть в крупных конечноэлементных комплексах. Например, в комплексе ANSYS запрограммированы пять разных методов.

Простейший из них – метод одноциклового анализа (Single-Loop Analysis Tool) для заданного пользователем одного набора варьируемых параметров вычисляет функцию цели и проверяет функциональные ограничения.

Метод случайного поиска (Random Tool) генерирует случайные наборы варьируемых параметров, вычисляет для них функцию цели и проверяет функциональные ограничения. Из этих наборов выбирается тот, который дает минимальную функцию цели. Вычисления продолжают до тех пор, пока не будет проверено заданное количество векторов варьируемых параметров N_r или количество векторов, удовлетворяющих ограничениям N_s ; N_r и N_s задаются пользователем.

Метод обхода (Sweep Tool) для нахождения оптимального вектора X^* вычисляет функцию цели и ограничения, изменяя по очереди каждый из варьируемых параметров с определенным шагом. При этом остальные варьируемые параметры остаются фиксированными в середине своего диапазона. Шаг их изменения выбирается по формуле

$$\Delta x_k = (x_k^+ - x_k^-) / (N_s - 1),$$

где x_k^+ и x_k^- – верхний и нижний пределы параметра x_k , N_s – заданное пользователем целое число. Общее количество вычисляемых векторов равно

$$n_s = n \cdot N_s ,$$

где n – количество варьируемых параметров.

Факториальный метод (Factorial Tool) описан в [6], на каждом шаге оптимизации он производит общее количество вычислений варьируемых параметров равное n_f

$$n_f = 2^n .$$

Градиентный метод (Gradient Tool) находит оптимальную точку в области изменения варьируемых параметров, выполняя вычисления с заданным шагом в направлении убывания функции цели. Для определения этого направления вычисляется градиент функции цели

$$\nabla f = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right),$$

где f – функция цели. Величина шага по k -му варьируемому параметру вычисляется по формуле

$$\Delta x_k = \frac{\Delta D}{100} (x_k^+ - x_k^-),$$

где ΔD – величина шага в процентах, задаваемая пользователем.

Все представленные методы, являются методами безусловного поиска экстремума, то есть решают задачу без ограничений. Для того, чтобы преобразовать к такому виду задачу с ограничениями в программном комплексе ANSYS применяют метод штрафных функций. Последний реализован в двух вариантах: метод подзадач (Subproblem Approximation Method) и метод первого порядка (First Order Optimization Method). Они в основном отличаются формой задания штрафных функций.

Вследствие достаточно сложного нелинейного характера ограничений и функции, которая минимизируется, невозможно получить надежный результат с помощью известных поисковых методов. Поэтому в настоящей работе использован новый вариант гибридного адаптивного метода, который основан на совместном использовании методов Абрамова, параллельных касательных и одномерного поиска [7]. Как показали предыдущие исследования [1–3], этим методом можно успешно решить задачи оптимизации упруго-демпферной подвески агрегатов ЛА.

В этом методе задача оптимизации формулируется в терминах теории нелинейного программирования [7]: найти оптимальный вектор X^* , удовлетворяющий соотношению

$$X^* = \arg \min_{X \in \Phi(X) \subset E_N} F(X),$$

$$\Phi(X) = \{X \mid \Phi_j(X) \geq 0, j = \overline{1, m}\} \neq \emptyset,$$

где $X = X(X_1, X_2, \dots, X_N)$ – вектор параметрического N -мерного пространства E_N , $\Phi(X)$ – допустимая область решений, определяемая системой нера-

венств $\Phi(X) \geq 0$, $F(X)$ – функция цели, определяющая качество проектируемого объекта.

Гибридный метод генерирует минимизирующую последовательность $\{X_k\}$ по закону

$$X_{k+1} = X_k + h_k \text{DIR}X_k, \quad k = 0, 1, \dots,$$

где X_0 – стартовая точка, h_k – адаптирующийся шаг спуска, $\text{DIR}X_k$ – направление, исходящее из точки X_k , k – номер итерации.

В гибридном методе адаптивный подход распространяется на все уровни процесса поиска – построение вектора приближения $\{X_k\}$, выбор направлений $\text{DIR}X_k$ и определение значений поисковых шагов h_k . Преимущества такого подхода подтверждены многими исследованиями [8].

Система с одной степенью свободы. Рассмотрим колебания системы с одной степенью свободы с линейно-упругой пружиной и нелинейным демпфированием. Исследования [3] показали, что для гашения внезапных и кратковременных нагрузок лучше всего действуют демпферы сухого трения. Уравнение движения при кинематическом возбуждении колебаний этой системы имеет вид

$$m\ddot{x} + f_T \text{sign} \dot{x} + kx = -m \cdot \alpha(t), \quad (1)$$

где x – перемещение груза относительно нейтрального положения, m – масса груза, f_T – сила трения, k – жесткость пружины, $\alpha(t)$ – возмущающее ускорение точки крепления пружины.

Величина $\ddot{x}$ представляет собой относительное ускорение тела. Перегрузка тела G , которую необходимо минимизировать, представляет собой отношение

$$G = \ddot{u}/g, \quad (2)$$

где $\ddot{u}$ – абсолютное ускорение тела, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$. Абсолютное ускорение складывается из относительного и переносного ускорений

$$\ddot{u} = \ddot{x} + \alpha(t), \quad (3)$$

Функциональное ограничение накладывается на относительное перемещение x потому, что оно зависит от размера отсека, которым закреплен прибор или агрегат, и от конструкции связи.

В рассматриваемом примере принято $m = 2 \text{ кг}$; f_T изменяется от 0,005 Н до 5,0 Н; k – от 20 Н/м до 10000 Н/м; $\alpha(t)$ – задано прямоугольным импульсом величиной 1g и продолжительностью $t_1 = 0,1 \text{ с}$.

Интегрирование уравнения (1) производим методом Рунге-Кутты [9]. При этом на каждом шаге вычислений контролируем величину $\ddot{x}$ для определения максимальной перегрузки по формулам (3) и (2). Относительную погрешность интегрирования задаем $\varepsilon_1 = 0,0001$.

На рис. 1 показаны графики зависимости перегрузки тела рассматриваемого осциллятора от жесткости пружины при фиксированном демпфировании.

нии. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют силам трения 0,002; 0,020; 0,200; 2,000 (Н).

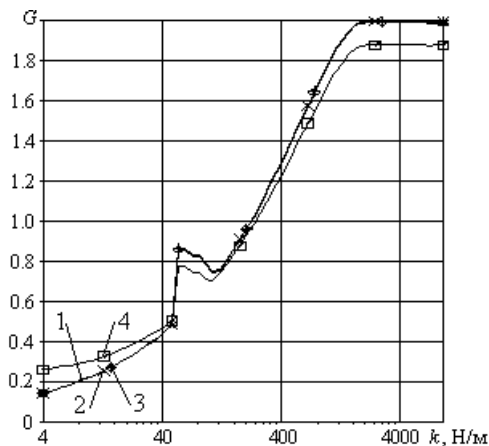


Рисунок 1

При возрастании жесткости от 20 Н/м до 2000 Н/м перегрузка возрастает от 0,14...0,26 (для разных линий на графике) до 2,0. Жесткость пружины 2000 Н/м назовем критической. Период колебаний осциллятора при этой жесткости равен примерно 0,2 с, то есть периоду первой гармоники разложения в ряд Фурье возмущающего импульса.

При жесткости пружины больше критической максимальная абсолютная перегрузка осциллятора остается равной 2. Это объясняется тем, что при большой жесткости пружины период собственных колебаний осциллятора становится намного меньше продолжительности действия возмущающего импульса. В этом случае прямоугольный импульс можно считать внезапно приложенной постоянной нагрузкой. При таком воздействии максимальная перегрузка равна 2 [10].

Чем короче импульс по сравнению с периодом собственных колебаний системы, тем меньше максимальная перегрузка. При этом амплитуда относительных колебаний тела равна

$$x = \frac{\alpha(t)}{p^2} [\cos p(t - t_1) - \cos pt], \quad (4)$$

где $p^2 = k/m$ (без учета демпфирования), t_1 — длительность импульса [10]. Из выражения (4) видно, что при уменьшении жесткости амплитуда относительных колебаний увеличивается. Поэтому в реальных конструкциях перемещение прибора или агрегата относительно своих узлов крепления должны быть ограничены размерами корпуса, в котором он установлен, и конструк-

цией подвески. В связи с этим максимальное относительное перемещение является функциональным ограничением в рассматриваемой задаче.

На рис. 2 показаны графики зависимости перегрузки рассматриваемой системы от силы сухого трения при фиксированной жесткости пружины. Линии 1, 2, 3, 4 соответствуют жесткости пружины 80, 400, 2000, 10000 (Н/м).

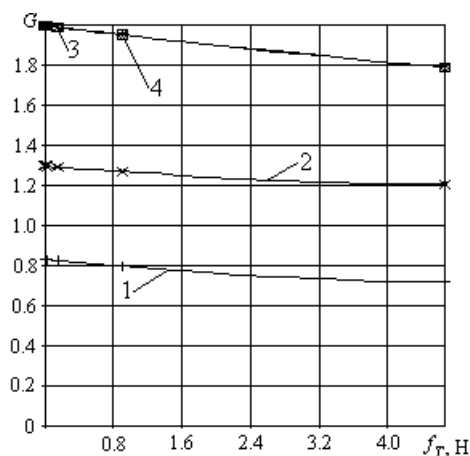


Рисунок 2

Исследования зависимости перегрузки от силы трения показывают, что в рассматриваемом диапазоне сила трения влияет на перегрузку меньше, чем жесткость пружины. Если расширить диапазон силы трения в несколько раз, то при больших силах трения колеблющийся объект затормаживается до полной остановки и амортизатор превращается в жесткую связь в положении близком к наибольшему отклонению. При повторном импульсном воздействии такая защита от перегрузки не выполнит свое назначение.

Оптимизация системы гибридным адаптивным методом. Решим задачу поиска минимума функции цели с учетом ограничений рассмотренными выше методами. Для сравнения эффективности методов возьмем стартовые точки, распределенные по всей области изменения варьируемых параметров. Значения жесткости пружины и сил трения в этих точках возьмем те, для которых построены графики на рис. 1 и 2. Изучены 16 вариантов исходного вектора варьируемых параметров для запуска процесса оптимизации. Точность вычисления градиента в процессе оптимизации должна быть не выше точности численного интегрирования, иначе направление градиента может иметь случайный характер, поэтому назначаем относительную погрешность процесса оптимизации $\varepsilon_2 = 0,010$.

В табл. 1 даны начальные и конечные значения параметров оптимизации

при решении задачи гибридным адаптивным методом.

Таблица 1

№	$k_H, \text{Н/м}$	$f_H, \text{Н}$	$x_H, \text{м}$	G_H	$k_o, \text{Н/м}$	$f_o, \text{Н}$	$x_o, \text{м}$	G_o
1	80	0,002	0,2020	0,6237	576	0,0232	0,1000	1,4985
2	400	0,002	0,1128	1,3007	772	0,0202	0,0913	1,6671
3	2000	0,002	0,0678	1,9997	1800	0,0201	0,0676	1,9945
4	10000	0,002	0,0506	1,9994	10000	0,0222	0,0506	1,9993
5	80	0,020	0,1992	0,6144	608	0,2281	0,0982	1,5309
6	400	0,020	0,1127	1,2986	588	0,2024	0,0994	1,5080
7	2000	0,020	0,0686	1,9969	572	0,8020	0,0998	1,4894
8	10000	0,020	0,0506	1,9878	11440	0,2092	0,0511	1,9967
9	80	0,200	0,1934	0,6190	608	2,8280	0,0965	1,5166
10	400	0,200	0,1108	1,2891	544	2,9481	0,1000	1,4510
11	2000	0,200	0,0683	1,9814	536	3,7363	0,1000	1,4440
12	10000	0,200	0,0505	1,9887	13332	2,2441	0,0513	1,9853
13	80	2,000	0,1204	0,6138	36,56	27,360	0,0997	0,4609
14	400	2,000	0,0946	1,2418	181,6	25,842	0,0999	0,8831
15	2000	2,000	0,0647	1,8959	37,88	27,364	0,0867	0,4694
16	10000	2,000	0,0499	1,9025	230,4	39,443	0,0777	0,9764

Здесь k_H, f_H, x_H и G_H – начальные значения жесткости пружины, силы трения, относительного перемещения и перегрузки, а k_o, f_o, x_o и G_o – оптимальные значения тех же параметров.

Во всех вариантах, когда начальное значение жесткости пружины меньше критического, компонента градиента функции цели по этому параметру относительно большая. Это видно по графикам, изображенным на рис. 1. В этих случаях процесс оптимизации движется по области изменения варьируемых параметров в сторону уменьшения жесткости, пока не достигнет ограничения по относительному перемещению. Если начальные значения варьируемых параметров находятся вне допустимой области или нарушено функциональное ограничение по перемещению, то программа оптимизации сначала вводит вектор варьируемых параметров в зону, где соблюдены все ограничения, а затем осуществляет поиск экстремума функции цели.

В тех вариантах, когда начальное значение жесткости пружины больше критического, программа оптимизации не находит глобального минимума функции цели и дает решение в окрестностях исходного вектора варьируемых параметров. Это объясняется тем, что компоненты градиента функции цели по всем варьируемым параметрам близки к нулю.

В последних четырех вариантах оптимальная перегрузка получается меньше единицы. При этом за счет большой силы трения система совершает аperiodическое движение и затормаживается не в нейтральном положении.

Исследуя табл. 1, видим, что в основном меняется жесткость, а трение изменяется незначительно. Это объясняется тем, что компонента градиента функции цели по трению намного меньше, чем по жесткости.

Для поиска глобального минимума функции цели вблизи границы по перемещению каждый оптимальный вектор табл. 1 был использован как начальный вектор следующего этапа оптимизации. Чтобы компонента градиента по трению стала заметной, увеличена точность вычислений – относительная погрешность $\varepsilon_2 = 0,020$. Для всех начальных векторов второго этапа программа гибридного адаптивного метода нашла один и тот же вектор оптимальных параметров $k_o = 528$ Н/м и $f_o = 4,16$ Н, при этом перегрузка $G = 1,43$.

Оптимизация системы методами ANSYS. В табл. 2 показаны результаты оптимизации, полученные программным комплексом ANSYS. Для всех вариантов стартовых точек время оптимизации значительно превышает соответствующее время гибридного адаптивного метода.

Расчеты произведены методом первого порядка. Метод подзадач приводит к расходящимся итерациям и не дает результатов. Возможно, он неприемлем для такого типа задач.

При запуске процесса оптимизации с начальным значением жесткости меньше критического получены решения на границе, которая определена максимальным перемещением, однако они не совпадают с решениями гибридным адаптивным методом. Проверка показала, что ограничения по перемещениям нарушены. Причина нарушений заключается в большой погрешности интегрирования уравнения движения методами ANSYS. Величины x_o в табл. 2, превышающие ограничение, получены при проверке.

Если значения варьируемых параметров не удовлетворяют ограничениям, то методы ANSYS не вводят решение в область допустимых значений близко к границе, а ищут решение сразу с большой жесткостью. При начальном значении параметра жесткости больше критического методы ANSYS также ищут решение, двигаясь по области варьируемых параметров в сторону увеличения жесткости.

По аналогии с предыдущими расчетами, используя в качестве начальных данных те результаты табл. 2, которые находятся на границе области по перемещению, процесс оптимизации запускался повторно с заданием более высокой точности. В результате были получены предупреждения о том, что нет сходимости, а экстремум функции цели не найден.

Низкая эффективность оптимизации методами комплекса ANSYS объясняется тем недостатком метода штрафных функций, что при неудачном выборе коэффициентов этих функций, он приводит к овражности функции цели. Для поиска глобального минимума функции цели вдоль оврага надо менять точность вычислений и правильно выбирать соответствующие коэффициенты, а возможности диалогового режима ANSYS в этом ограничены.

Таблица 2

№	k_H , Н/м	f_H , Н	x_H , м	G_H	k_0 , Н/м	f_0 , Н	x_0 , м	G_0
1	80	0,002	0,1554	0,6328	9988,9	0,7961	0,0037	1,8912
2	400	0,002	0,0647	1,3102	187,79	0,0024	0,1460	0,9444
3	2000	0,002	0,0196	2,2669	4469,5	1,0567	0,0083	1,9178
4	10000	0,002	0,0039	1,9474	10000	0,5850	0,0038	1,9028
5	80	0,020	0,1651	0,6319	9991,0	0,8490	0,0037	1,8884
6	400	0,020	0,0646	1,3090	187,79	0,0204	0,1450	0,9435
7	2000	0,020	0,0195	2,2655	4444,0	1,0652	0,0083	1,9154
8	10000	0,020	0,0039	1,9460	10000	0,9548	0,0037	1,8829
9	80	0,200	0,1521	0,6278	3839,1	0,6484	0,0098	1,9250
10	400	0,200	0,0639	1,2973	184,29	0,2004	0,1430	0,9252
11	2000	0,200	0,0194	2,2512	4423,0	1,2505	0,0083	1,8830
12	10000	0,200	0,0038	4,6597	10000	0,6505	0,0038	1,8993
13	80	2,000	0,1244	0,6051	3869,1	2,000	0,0091	1,8418
14	400	2,000	0,0564	11,668	134,65	2,000	0,1360	0,7664
15	2000	2,000	0,0176	2,1087	4334,4	2,000	0,0081	1,8359
16	10000	2,000	-	-	-	-	-	-

Выводы и перспективы дальнейших исследований. Гибридный адаптивный метод оптимизации позволяет эффективно решать задачи оптимального синтеза упругих подвесок с нелинейным демпфированием. Функцией цели в данном случае является максимальное ускорение подвешенного объекта, которое определяется в процессе интегрирования уравнений движения. Сама функция ускорения при нестационарных нелинейных колебаниях имеет разрывы во времени. Это отражается на задаче оптимизации тем, что функция цели является негладкой и овражной. Такие задачи трудно решить каким-то одним методом и гибридный метод является наилучшим выходом.

Этот метод гарантирует нахождение минимума функции цели, близкого к глобальному, при выполнении приведенных выше рекомендаций по управлению погрешностью и начальным шагом оптимизации и выбору начальных векторов варьируемых параметров. В рассмотренном примере можно снизить перегрузку с 2,0 до 1,43, если колебания периодические и до 0,46, если допускается аperiodический процесс.

Предлагаемые в известных конечноэлементных комплексах методы оптимизации мало эффективны в задачах, имеющих изрезанные области изменения варьируемых параметров.

Выполненная работа послужит основой для исследований и оптимизации упруго-демпферных подвесок агрегатов, совершающих пространственные колебания под действием кратковременных и внезапных нагрузок.

Благодарю профессора Б.Я.Кантора за постоянную поддержку при выполнении данной работы.

Список литературы: 1. Филиповский С.В., Шелудько Г.А. Оптимизация виброзащитных элементов самолетных систем // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2002. – Вып. 9, т. 9. – С. 77-84. 2. Филиповский С.В., Шелудько Г.А. Виброзащита самолетных систем комбинированными демпферами // Вестник Нац. техн. ун-та «ХПИ». – 2003. – Вып. 8, т. 3. – С. 111-116. 3. Филиповский С.В. Влияние свойств амортизатора на качество подвески агрегата транспортного средства // Проблемы машиностроения. – 2005. – Т. 8, № 2. – С. 65-73. 4. Фролов К.В., Фурман Ф.А. Прикладная теория виброзащитных систем. – М.: Машиностроение, 1980. – 279 с. 5. Balandin D.V., Bolotnik N.A., Pilkey W.D. Optimal protection from impact and shock: Theory and methods // Appl. Mech. Rev. – 2000. – V. 53, № 9. – P. 237-264. 6. Расстригин Л.А. Статистические методы поиска. – М.: Наука, 1968. – 376 с. 7. Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудько Г.А. и др. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок. – Киев: Наукова думка, 1989. – 304 с. 8. Шелудько Г.А., Стрельникова Е.А. Гибридный метод оптимизации: Препр. / АН УССР. Ин-т проблем машиностроения. – № 164. – Харьков, 1990. – 64 с. 9. Форсайт Дж. Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980. – 280 с. 10. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985. – 472 с.

Поступила в редколлегию 19.07.2007

УДК 71.027

Е.В.ХРОМОВ, канд.техн.наук, СевНТУ, Севастополь

ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОСЦИЛЛЯТОРА В ОКОЛО РЕЗОНАНСНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕМПФИРОВАНИЯ

Досліджено вимушені згинні коливання сталевій балці з урахуванням внутрішнього тертя. Приведено кількісний аналіз впливу на амплітудно-частотні характеристики різних варіантів демпфуючої функції.

Forced bending vibrations of steel bar under the action of the internal forces are studied. Quantitative analysis of influence of different damping function variants on amplitude-frequency characteristics is shown.

Одним из важных этапов проектирования технических объектов является анализ их частотных характеристик и разработка рекомендаций по исключению резонансных явлений. Однако во многих случаях невозможно обеспечить работу машин и сооружений вне резонансной области. Поэтому остаются актуальными, но недостаточно изученными вопросы теоретического анализа поведения различных механических систем в около резонансной области с учетом собственных демпфирующих свойств (эффекты рассеяния энергии).

Цель настоящей работы – количественный анализ влияния параметров функции внутреннего трения на амплитудно-частотную характеристику осциллятора.

В теории колебаний используются два варианта моделирования внутреннего трения:

- 1) модели, описывающие явление гистерезиса (рассеяние энергии) при деформации материала (физические модели) [1];
- 2) модели, опирающиеся на формальный математический анализ внешнего вида экспериментальной осциллограммы затухающих колебаний (феноменологические модели) [2, 3, 4].

Следуя второму варианту, исследуем вынужденные колебания осциллятора на основе дифференциального уравнения:

$$\ddot{y} + k^2 y - f_{mp}(\dot{y}) = f_0 \cdot \sin(pt + \delta), \quad (1)$$

где k , p – собственная частота осциллятора и частота вынуждающей силы, соответственно.

Неизвестную функцию трения обычно разлагают в степенной ряд и используют первые три-четыре члена [2, 5]:

$$f_{mp}(\dot{y}) = b_1 + b_2 \dot{y} + b_3 \dot{y}^2 + b_4 \dot{y}^3. \quad (2)$$

Постоянные коэффициенты b_i необходимо определять на основании анализа экспериментальной осциллограммы свободных колебаний исследуемого объекта. С этой целью логично ввести следующие критерии:

- соответствие экспериментального и теоретического значений времени затухания свободных колебаний;
- соответствие экспериментальной и расчетной огибающих линий диаграммы колебаний.

Для выполнения первого критерия достаточно оставить в общей функции (2) один из четырех членов, то есть использовать одну из функций:

- сухое трение

$$f_1 = -b_1 \cdot \text{sign}(\dot{y}); \quad (3)$$

- линейное вязкое сопротивление

$$f_2 = -b_2 \cdot \dot{y}; \quad (4)$$

- трение с квадратичной функцией

$$f_3 = -b_3 \cdot \dot{y}^2 \cdot \text{sign}(\dot{y}); \quad (5)$$

- трение с кубической функцией

$$f_4 = -b_4 \cdot \dot{y}^3. \quad (6)$$

Очевидно, что одновременное выполнение двух указанных критериев возможно лишь при использовании комбинированной функции вида (2) или:

$$f_{mp}(\dot{y}) = k_1 \cdot f_1 + k_2 \cdot f_2 + k_3 \cdot f_3 + k_4 \cdot f_4. \quad (7)$$

Из теории колебаний известно [2, 3, 4], что дифференциальное уравнение (1) имеет конечное аналитическое решение лишь для функции трения (3) и (4). И практически все инженерные методики проектирования построены на использовании амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) для осциллятора с линейно-вязким трением (4). Вопрос о том, насколько существенно из-

меняется АЧХ при выборе других функций трения, сравнимых по указанным выше критериям, остается открытым.

В качестве примера рассмотрим колебания стальной балки со следующими характеристиками (см. рис. 1): $\rho = 7,58 \text{ кг/м}^3$; $b = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$; $h = 0,9 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ – плотность и размеры поперечного сечения балки; $l = 0,295 \text{ м}$ – длина балки; $E = 2,06 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ модуль упругости; $F = b \cdot h = 1,35 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $J = \frac{b \cdot h^3}{12} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ м}^4$ – площадь и осевой момент инерции поперечного сечения балки.

Свободные колебания балки 1 экспериментально исследованы в лаборатории кафедры технической механики и машиноведения СевНТУ с использованием тензодатчиков 2 и компьютерного осциллографа 3 (см. рис. 1). На рис. 2,а представлена экспериментальная осциллограмма затухающих колебаний. Видно, что балка совершает колебания с периодом $T_3 \approx 0,012 \text{ с}$ (частота $k_3 = 2\pi/T = 524 \text{ с}^{-1}$), а время затухания $\Delta t \approx 0,08 \text{ с}$. Теоретическое значение собственной частоты, рассчитанное по известной формуле [6], составляет $k = 1,875 \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EJ}{\rho F}} = 534 \text{ с}^{-1}$, что достаточно хорошо согласуется с экспериментом.

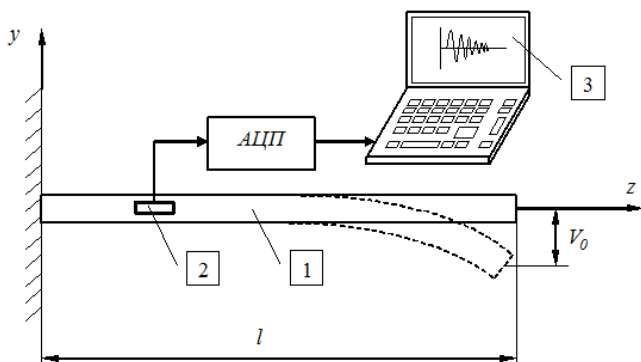
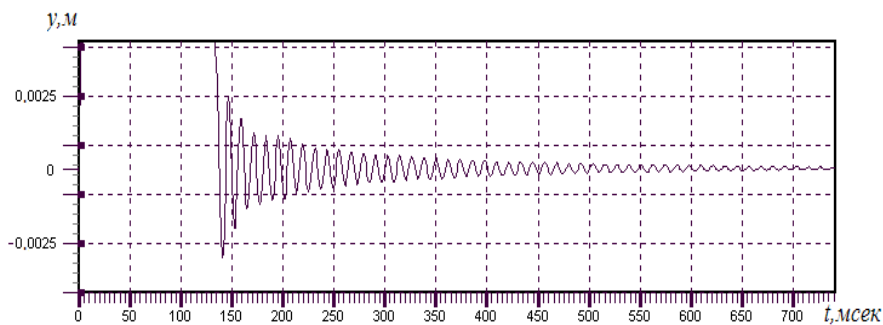


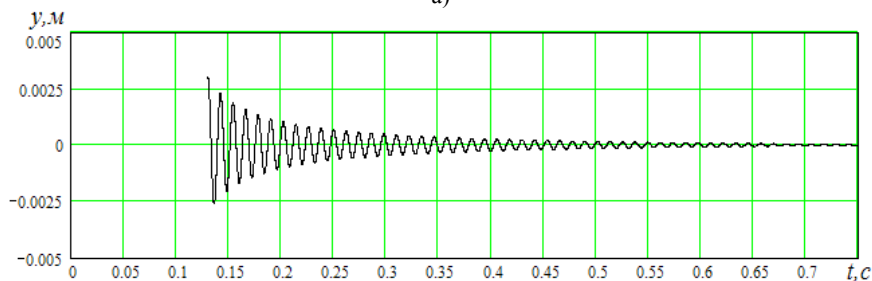
Рисунок 1 – Схема экспериментальной установки для анализа свободных колебаний балки

Выбор неизвестных коэффициентов b_i , k_i для функции трения (3)÷(7) осуществляли с помощью итерационных процедур и численного решения дифференциального уравнения свободных колебаний концевой сечения балки:

$$\ddot{y} + k^2 y - f_{mp}(\dot{y}) = 0.$$

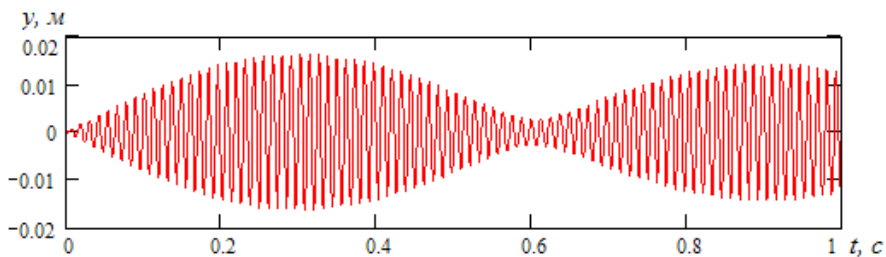


а)

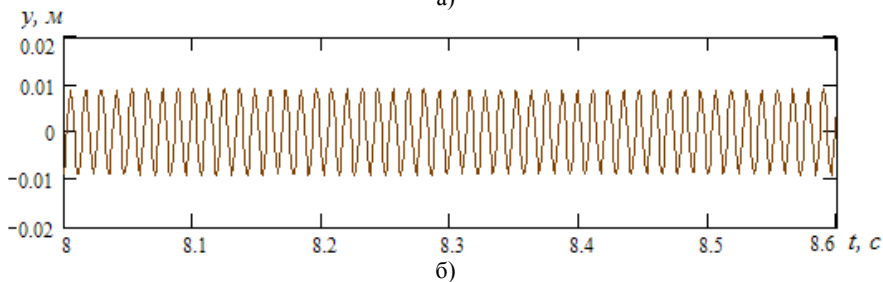


б)

Рисунок 2 – Осциллограммы колебаний балки:
а) экспериментальная; б) расчетная



а)



б)

Рисунок 3 – Расчетный график колебаний в случае сухого трения ($z = 0,98$):
а) для периода времени $(0 \div 1)$ с; б) для времени $t > 8$ с

Ограничимся рассмотрением только трех членов в функциях трения ($b_4 = k_4 = 0$). Для простых функций (3), (4), (5) при времени затухания $\Delta t \approx 0,8$ с получены следующие значения коэффициентов $b_1 = 5$; $b_2 = 13$; $b_3 = 64$. Численные эксперименты показали, что форма огибающих линий для расчетных диаграмм колебаний в этих случаях существенно отличается от экспериментальной. Для комбинированной функции (7) соответствующий подбор весовых коэффициентов $k_1 = 0,04$; $k_2 = 0,4$; $k_3 = 0,5$ обеспечивает выполнение двух критериев, то есть время затухания и огибающая линия на расчетной диаграмме затухающих колебаний (см. рис. 2, б) приближается к результатам эксперимента (см. рис. 2, а).

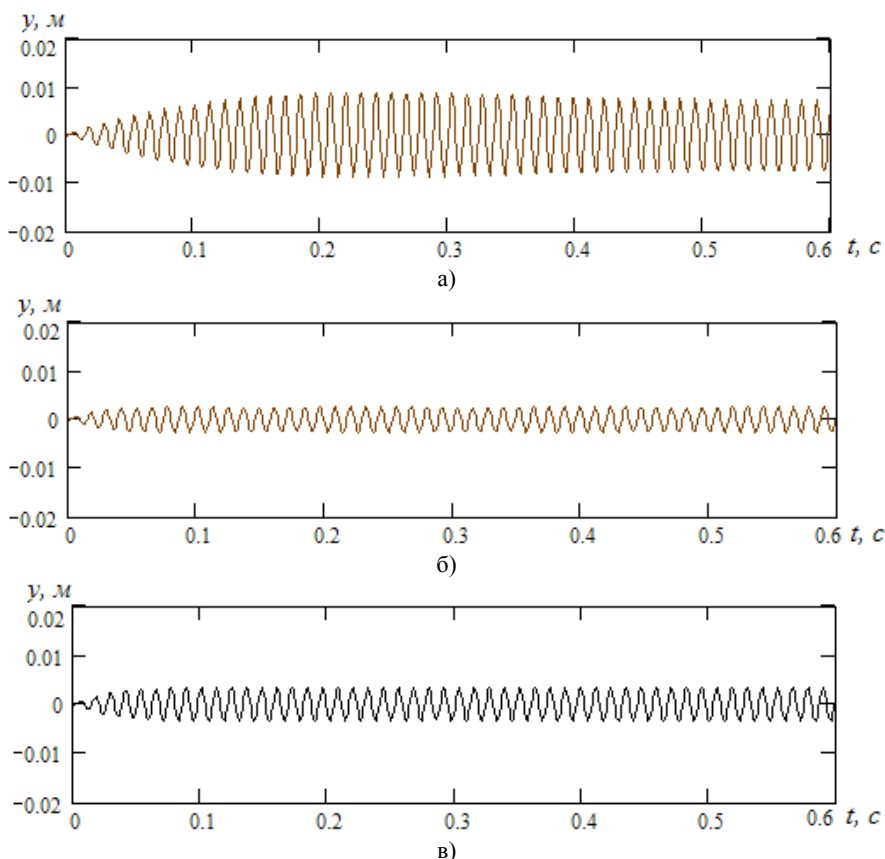


Рисунок 4 – Расчетные графики колебаний для различных функций трения ($z = 0,98$):
а) для линейно-вязкого трения (4); б) для квадратичной функции (5);
в) для комбинированной функции (7)

В следующем этапе исследований численно решали уравнение (1) и

строили графики вынужденных колебаний для указанных видов и параметров функций трения. На рис. 3, 4 приведены для примера расчетные графики вынужденных колебаний при $z = p/k = 0,98$. Из графиков видно, что амплитуда колебаний в околорезонансной области существенно зависит от вида функции трения.

В сравнении с комбинированной функцией трения (7) (см. рис. 4, в) ее упрощенные варианты (3), (4) дают существенно завышенные (см. рис. 3 и рис. 4, а) или заниженные (5) (см. рис. 4, б) значения амплитуды колебаний.

Более полное представление о различиях в поведении осциллятора можно получить с помощью расчетных амплитудно-частотных характеристик, представленных на рис. 5. Кривая 1 соответствует системе с сухим трением. Видно, что при $z \rightarrow 1$ коэффициент динамичности $\mu = y_a/y_{cm}$ неограниченно возрастает (y_a, y_{cm} – амплитуда колебаний и статический прогиб балки, соответственно), а в остальных случаях μ принимает конечные значения. При $z < 0,9$ и $z > 1,1$ коэффициент динамичности практически не зависит от вида функций трения, если их параметры выбраны по одному критерию затухания. Однако в диапазоне $0,9 \leq z \leq 1,1$ расчетный коэффициент μ существенно зависит от принятого варианта функции трения.

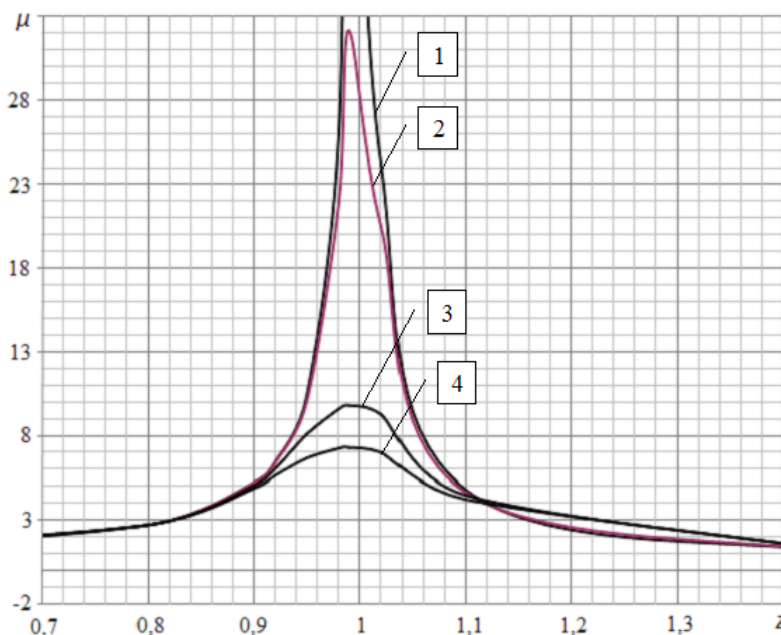


Рисунок 5 – Расчетные амплитудно-частотные характеристики осциллятора с внутренним трением при различных функциях трения: 1 – для функции (3); 2 – для функции (4); 3 – для функции (5); 4 – для функции (7)

По результатам выполненных исследований можно сделать следующие выводы:

- поведение осциллятора в около резонансной области ($0,9 \leq z \leq 1,1$) вынужденных колебаний существенно зависит от формы и параметров функции трения;
- для построения достаточно точной математической модели исследуемого осциллятора с внутренним трением необходимо использовать комбинированную функцию трения, параметры которой должны обеспечивать выполнение двух критериев: соответствие теоретического и экспериментального значений времени затухания $\Delta t \approx 0,8$ с и соответствие теоретической и экспериментальной форм огибающей линии колебаний.

Список литературы: 1. Писаренко Г.С., Береговенко А.Ю. О возможном подходе к учету различных видов диссипации энергии при расчете колебаний реальных механических систем / Материалы XIII Респ. Науч. конф. – Киев: Наукова думка, 1985. – С. 5-15. 2. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний. – М.: Машиностроение, 1967. – 313 с. 3. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. – М.: Гос. изд.-во техн. теор. Литературы, 1950. – 345 с. 4. Магнус К. Колебания. – М.: Мир, 1982. – 302 с. 5. Баженов В.А., Гром А.А., Гуляев В.И., Лизунов П.П. Нелинейные колебания конструкций с учетом диссипативных сил. / Материалы XIII Респ. Науч. конф. – Киев: Наукова думка, 1985. – С. 131-137. 6. Моисеев А.А., Розенберг А.Н. Конструирование и расчет прочности судовых ТЗА. – Л.: Судостроение, 1964. – 510 с.

Поступила в редколлегию 29.11.2007

УДК 539.3

Е.Г.ЯНЮТИН, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»;
А.В.ВОРОПАЙ, канд.техн.наук, ХНАДУ

АКТИВНОЕ ГАШЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ

Пропонується методика активного гашіння нестационарних коливань прямокутної пластини. Гашіння виконується системою чотирьох нестационарних зосереджених навантажень, які отримані в результаті розв'язку оберненої задачі динамічної теорії пластин типу С. П. Тимошенка. Проблема зводиться до аналізу системи інтегральних рівнянь Вольтерра I роду, яка розв'язується чисельно з використанням спеціалізованого алгоритму та методу регуляризації А. М. Тихонова.

The procedure of active damping of the nonstationary vibration for rectangular plate is presented. The damping is executed by the system of four nonstationary concentrated forces obtained as a result of solving an inverse problem of Timoshenko's plate dynamic theory. The problem is reduced to the system of the first-kind Volterra integral equations solved numerically with means of Tikhonov's regularization method.

Введение

Одной из важнейших проблем в инженерии является проблема виброзащиты. С развитием современных конструкций, материалов и новых технологий все чаще начинают применяться схемы активной виброзащиты. Особенно это касается элементов конструкций, которые подвержены импульсному нагружению, так как в этом случае элементы пассивной виброзащиты не всегда могут работать удовлетворительно.

В настоящее время начали активно развиваются исследования по управлению напряженно-деформированным состоянием элементов конструкций. Одним из основных факторов, способствующих развитию этой тематики, является создание современных компактных и эффективных устройств по управлению колебаниями, например, пьезодатчик/пьезопривод (piezosensor/actuator); магнитореологические (MR) датчики; слои вязкоупругого материала, помещенные между магнитными (электромагнитными) слоями; элементы конструкций в целом, созданные из так называемых усовершенствованных материалов (smart materials), функционально упорядоченных материалов (ФУМ или FGM) и т.д. Укажем некоторые опубликованные работы этого направления: [1-2] это работы по управлению колебаниями механических объектов, выполненных из специальных материалов; в статьях [3-4] управление колебаниями осуществляется за счет специальных устройств (растяжек, накладок и т.д.), вводимых в механические системы.

Используемая в настоящем исследовании методика управления колебаниями прямоугольной пластины с помощью приложения внешних управляющих воздействий и является логическим продолжением методики приведенной в [5], но только на качественно более высоком уровне. В [5] приведено решение соответствующей задачи об управлении нестационарными колебаниями в одной точке прямоугольной пластины с помощью применения одной управляющей силы.

Постановка задачи

Рассмотрим упругую изотропную прямоугольную пластину средней толщины. Габариты пластины – $l \times m$, а толщина h (рис. 1). Схема закрепления пластины соответствует шарнирному опиранию.

Предположим, что на пластину воздействует система двух независимых поперечных нагрузок, приложенных в точках (x_{01}, y_{01}) и (x_{02}, y_{02}) , которые вызывают первичное деформирования пластины. Требуется «погасить» колебания (по возможности значительно уменьшить амплитуды колебаний прогиба во времени) на всей области прямоугольной пластины. При этом предполагается, что на пластину воздействует система, состоящая из четырех независимых между собой, сосредоточенных управляющих воздействий (сил). В случае, если закон изменения во времени упомянутых двух возмущающих нагрузок известен, поставленная задача сводится к отысканию четырех неизвестных управляющих нагрузок.

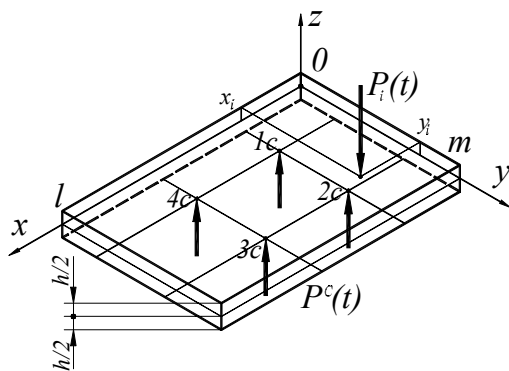


Рисунок 1 – Схема «гашения» колебаний

Уравнение движения пластины и вид решения

Уравнения нестационарных колебаний прямоугольной пластины под действием системы поперечных нагрузок (управляющих и возмущающих) по аналогии с [6] можно записать следующем виде:

$$\left\{ \begin{array}{l} G'h(\nabla^2 w_0 + \psi_{xy}) = \rho h \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} - \sum_{i=1}^N P_i(x, y, t) + \sum_{i=1}^{N_c} P_i^c(x, y, t); \\ D\nabla^2 \psi_{xy} - G'h(\psi_{xy} + \nabla^2 w_0) = \rho \cdot I \frac{\partial^2 \psi_{xy}}{\partial t^2}; \\ \frac{D}{2} [(1-\nu)\nabla^2 \varphi_{xy} + (1+\nu)\nabla_1^2 \psi_{xy}] - G'h(\varphi_{xy} + \nabla_1^2 w_0) = \rho \cdot I \frac{\partial^2 \varphi_{xy}}{\partial t^2}, \end{array} \right.$$

где

$$\begin{aligned} \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}; & \nabla_1^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2}; & \varphi_{xy} &= \frac{\partial \psi_x}{\partial x} - \frac{\partial \psi_y}{\partial y}; \\ \psi_{xy} &= \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y}; & D &= \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}; & I &= h^3/12; & G' &= k'G. \end{aligned}$$

Укажем, что $\sum_{i=1}^N P_i(x, y, t)$ – система возмущающих нагрузок (в настоящей работе – две сосредоточенные нагрузки $P_1(x, y, t)$ и $P_2(x, y, t)$, приложенные в двух различных точках, причем $P_1(t) \neq P_2(t)$); а $\sum_{i=1}^{N_c} P_i^c(x, y, t)$ – система управляющих нагрузок (для активного «гашения»).

Данная система решается аналитически с помощью разложения искомых функций перемещения в двойные ряды Фурье по тригонометрическим функциям с использованием интегрального преобразования Лапласа для коэффици-

циентов разложения, зависящих от времени. В результате для прогиба решение прямой задачи получается в виде суммы интегралов Дюамеля (сверток):

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^N \int_0^t P_i(\tau) K_i^W(x, y, t - \tau) d\tau - \sum_{i=1}^{N_c} \int_0^t P_i^c(\tau) K_i^W(x, y, t - \tau) d\tau; \quad (1)$$

$$\text{где } K_i^W(x, y, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{ikn}}{\Delta_{kn}} \cdot \sin \frac{k\pi \cdot x}{l} \sin \frac{n\pi \cdot y}{m} \cdot \sum_{p=1}^2 \Omega_{pkn} \cdot \sin \omega_{pkn}(t) - \text{со-}$$

ответствующее ядро интегралов Дюамеля.

В приведенных выражениях

$$\begin{aligned} \lambda_{kn}^2 &= \pi^2 \left(\frac{k^2}{l^2} + \frac{n^2}{m^2} \right); \quad a = \frac{G'}{\rho}; \quad b = \frac{G'h}{\rho \cdot J}; \quad d = \frac{D}{\rho \cdot J}; \\ \Delta_{kn} &= \sqrt{(\lambda_{kn}^2(a+d)+b)^2 - 4 \cdot a \cdot d \cdot \lambda_{kn}^4}; \\ \omega_{1kn} &= \sqrt{0,5[(\lambda_{kn}^2(a+d)+b) + \Delta_{kn}]}; \quad \Omega_{1kn} = \omega_{1kn} - \frac{d \cdot \lambda_{kn}^2 + b}{\omega_{1kn}}; \\ \omega_{2kn} &= \sqrt{0,5[(\lambda_{kn}^2(a+d)+b) - \Delta_{kn}]}; \quad \Omega_{2kn} = -\omega_{2kn} + \frac{d \cdot \lambda_{kn}^2 + b}{\omega_{2kn}}. \end{aligned}$$

Определение управляющих нагрузок (воздействий)

Так как требуется «гасить» колебания по всей срединной плоскости пластины, то в качестве критерия управления можно выбрать: $w(x, y, t) \rightarrow 0$ (уменьшение значений прогибов). Следовательно в предельном случае можно выбрать следующие выражения: $w(x_{cj}, y_{cj}, t) = 0$, где (x_{cj}, y_{cj}) – точки приложения управляющих воздействий.

Используя решение прямой задачи для прогибов (1) и критерии управления для четырех управляющих воздействий можно получить систему четырех интегральных уравнений Вольтерра I рода:

$$\sum_{i=1}^{N_c} \int_0^t P_i^c(\tau) K_i^W(x_{cj}, y_{cj}, t - \tau) d\tau = \sum_{i=1}^N \int_0^t P_i(\tau) K_i^W(x_{cj}, y_{cj}, t - \tau) d\tau. \quad (2)$$

Система интегральных уравнений (2) в матричном виде такова:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} & \mathbf{A}_{14} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \mathbf{A}_{23} & \mathbf{A}_{24} \\ \mathbf{A}_{31} & \mathbf{A}_{32} & \mathbf{A}_{33} & \mathbf{A}_{34} \\ \mathbf{A}_{41} & \mathbf{A}_{42} & \mathbf{A}_{43} & \mathbf{A}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{c1} \\ \mathbf{P}_{c2} \\ \mathbf{P}_{c3} \\ \mathbf{P}_{c4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1} \mathbf{A}0_{1i} \mathbf{P}_i \\ \sum_{i=1} \mathbf{A}0_{2i} \mathbf{P}_i \\ \sum_{i=1} \mathbf{A}0_{3i} \mathbf{P}_i \\ \sum_{i=1} \mathbf{A}0_{4i} \mathbf{P}_i \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Входящие в (3) матрицы $\mathbf{A}_{ij}$, $\mathbf{A}0_{ij}$ являются дискретными аналогами интегральных операторов, входящих в уравнения (2).

Для решения системы уравнений (3) относительно искомых функций $P_{cj}(t)$ разработан специальный метод решения, который базируется на использовании обобщенного алгоритма Крамера для блочной матрицы $\mathbf{A}$ и регуляризирующего алгоритма А.Н.Тихонова [7] при обращении матриц. При выполнении процедуры регуляризации для (3) параметры регуляризации находятся на основании минимизации соответствующих функционалов изменения прогибов в каждой точке управления (в зависимости от управляющих воздействий) с учетом ограничения суммарного (по модулю) управляющего воздействия.

Численные результаты «гашения» системой из четырех нагрузок

Численные расчеты производились при следующих значениях параметров: $\rho = 7890 \text{ кг/м}^3$; $E = 2,07 \cdot 10^{11} \text{ Па}$; $\nu = 0,3$; $h = 0,04 \text{ м}$; $l = 1,2 \text{ м}$, $m = 0,8 \text{ м}$. Координаты точек приложения возмущающих нагрузок: $x_{01} = 0,1 \text{ м}$; $y_{01} = 0,25 \text{ м}$; $x_{02} = 1 \text{ м}$; $y_{02} = 0,5 \text{ м}$.

Координаты приложения системы управляющих нагрузок: $x_{C1} = 0,4 \text{ м}$; $y_{C1} = 0,2 \text{ м}$; $x_{C2} = 0,4 \text{ м}$; $y_{C2} = 0,6 \text{ м}$; $x_{C3} = 0,8 \text{ м}$; $y_{C3} = 0,6 \text{ м}$; $x_{C4} = 0,8 \text{ м}$; $y_{C4} = 0,2 \text{ м}$.

Координаты центра пластины: $x_m = 0,6 \text{ м}$, $y_m = 0,4 \text{ м}$.

На рис. 2 и 3 представлены результаты численных расчетов.

На рис. 2, *а* показаны изменения во времени прогибов пластины в точках приложения управляющих нагрузок и в центре пластины при условии, что действует только система возмущающих нагрузок (группа кривых 1). Кривые 1 рис. 2, *а* получены при отсутствии управляющих воздействий, а кривые 2 рис. 2, *а* соответствует приложению четырех управляющих воздействий, закон изменения во времени, которых найден в результате решения обратной задачи управления.

На рис. 2, *б* показаны изменения во времени двух внешних возмущающих сил изменяющихся, как «полуволна синусоиды» (кривая P1) и «прямоугольная ступенька конечной продолжительности» (кривая P2), а также четырех управляющих воздействий (кривые Pс1–Pс4 соответственно).

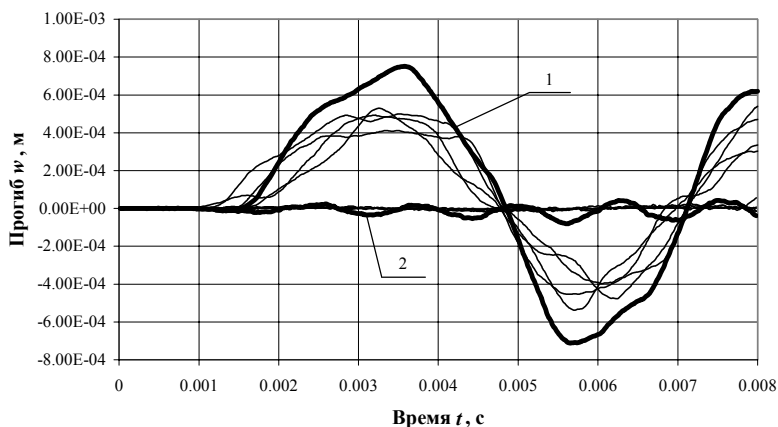
Рис. 3 демонстрирует распределение прогибов в срединной плоскости пластины (двумерная эпюра) в момент времени $t = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Рис 3, *а* соответствует случаю, когда отсутствует управляющее воздействие, а на пластину воздействуют только возмущающие импульсные нагрузки. А рис. 3, *б* соответствует случаю, когда осуществляется управление – приложена система тех же возмущающих и четырех «гасящих» нагрузок.

Укажем, что для приведенного расчета (см. рис. 3) величина максимального прогиба уменьшается более чем в 3 раза, а величина суммарного прогиба пластины уменьшается почти в 8 раз:

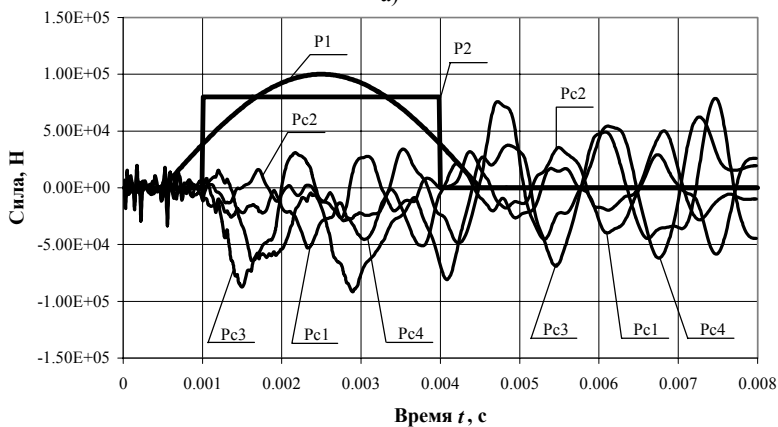
$$\frac{w_{\Sigma}}{w_{c\Sigma}} = 7,756, \text{ где } w_{\Sigma} = \sum_x \sum_y w(x, y) -$$

суммарный прогиб пластины, в случае, когда приложены только возмущающие силы; $w_{c\Sigma} = \sum_x \sum_y w(x, y)$ – суммарный прогиб пластины в случае, когда

осуществляется активное «гашение».



а)



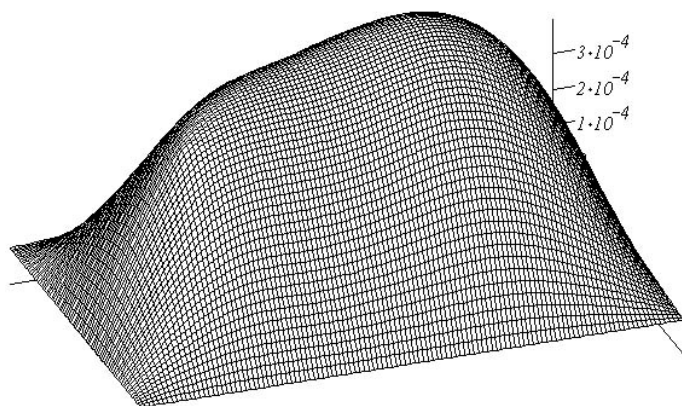
б)

Рисунок 2 – Результаты управления

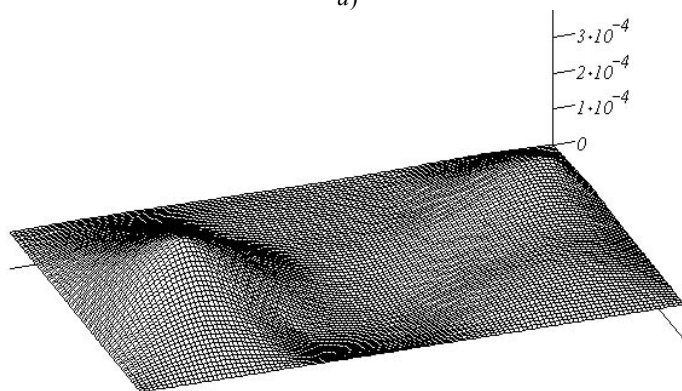
Резюме

Применение современной теории обратных задач позволяет получить решения ряда важных и практически ориентированных задач механики деформируемого твердого тела. Представленная в статье задача по управлению нестационарными колебаниями пластины (сходной с активной виброзащитой), содержит принципиальные элементы новизны. В данной работе показана возможность уменьшения значений прогибов во времени на всей поверхности прямоугольной пластины, что является новой постановкой по сравнению с алгоритмами управления колебаниями только в одной точке. Дальнейшие исследования могут быть связаны с улучшением и оптимизацией предло-

женной схемы «гашения» и в конечном итоге могут внести определенный вклад в общую проблему активной виброзащиты элементов конструкций и их систем.



а)



б)

Рисунок 3 – Распределение прогиба

Список литературы: 1. Kapuria S., Dumir P.C. Coupled FSDT for piezothermoelectric hybrid rectangular plate. – Int. J. Solids and Struct. – 2000. – 37, № 42. – С. 6131-7153. 2. He X.Q., Ng T.Y., Sivashanker S., Liew K.M. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators. – Int. J. Solids and Struct. – 2001. – 38, № 9. – С. 1641-1655. 3. Saadat S., Noori M. и др. Using NiTi SMA tendons for vibration control of coastal structures. – Smart Mater. and Struct. – 2001. – 10, № 4. – С. 695-704. 4. Chen Lin-Hung, Huang Shyh-Chin Vibration attenuation of a cylindrical shell with constrained layer damping strips treatment. – Comput. and Struct. – 2001. – 79, № 14. – С. 1355-1362. 5. Voropay A.V., Yanyutin Ye.G. Controlling nonstationary vibrations of a plate by means of additional loads. – Int. J. Solids and Struct. – 2004. – 41. – С. 4919-4926. 6. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Механика твердых деформируемых тел. Т. 5. Неклассические теории колебаний стержней, пластин и оболочек. – М.: ВИНТИ, 1973. – 272 с. 7. Тихонов А.Н., Гончаровский А.В. и др. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука, 1983. – 200 с.

Поступила в редколлегию 08.10.2007.

С.В.КРАСНИКОВ, канд.техн.наук; **С.С.РУДЕНКО**; НТУ «ХПИ»

ОСОБЕННОСТИ ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ

Розглядаються питання, що пов'язані з розробкою сучасного програмного забезпечення САПР для геометричного моделювання машинобудівних конструкцій. Наведено перелік загальних стандартів, що повинні забезпечуватися сучасними САПР. Зроблено прогноз щодо подальшого розвитку машинобудівних САПР.

The problems, related with programming of CAD systems for geometrical modeling of mechanical construction, are considered. The cast of common standards related with modern CAD systems a described. Variant of necessary parameters in future design of CAD systems for mechanic a done.

Введение. Современное геометрическое моделирование акцентируется на создании методов построения трехмерных твердотельных моделей, из которых наиболее эффективные решения приняты в качестве официально утвержденного или негласного стандарта. Разработка методов твердотельного геометрического моделирования неразрывно связана с историей развития систем автоматизированного проектирования (САПР) в машиностроении, которая в свою очередь тесно связана с возникновением и развитием ЭВМ. Все современные САПР базируются на использовании определенного набора стандартов.

Целью данной статьи является описание исследования вероятного развития САПР для геометрического моделирования машиностроительных конструкций и выделения приоритетных направлений в этом развитии.

Общие положения. С появлением электронно-вычислительной техники в 50-х – 70-х годах прошлого века была начата разработка методов автоматизации проектирования машиностроительных конструкций. Этот временной промежуток принято называть первым периодом развития САПР в машиностроении. Наиболее известными работами этого периода является труды Весприллы К. (геометрия неравномерных рациональных В-сплайнов - NURBS) и Безье П. (моделирование кривых и поверхностей произвольной формы) [1]. Полученные в этот период теоретические результаты используются во всех современных САПР.

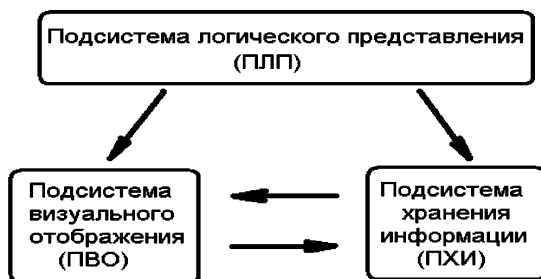
Период развития САПР в машиностроении с 80-х годов по настоящее время связан со стремительным ускорением совершенствования ЭВМ. Основными достижениями этого периода является разработка стандартов, на которых должны базироваться САПР. Здесь можно выделить два направления:

- стандарты, которые были разработаны и затем применены в разработке программного обеспечения (ПО);
- удачные нововведения в САПР, ставшие затем общепринятым стандартом.

Рассмотрение этих стандартов наглядно в рамках определенной системы. Поэтому далее представим такую систему.

Систематизация основных стандартов ПО САПР. Сердцем любой САПР является ядро - набор математических функций, который предназначен для математического представления геометрической модели и ее управления. В ядре можно выделить два основных элемента: набор базовых элементов и система интеграции основных элементов. В реализованном ПО САПР важным и неотъемлемым спутником ядра является визуализация. Поэтому для систематизации стандартов ПО предлагается представить базовую структуру САПР (систему CAD) в виде связанной работы трех подсистем (см. рисунок):

- логического представления;
- визуального отображения;
- хранения информации.



Обобщенная логическая структура программного обеспечения САПР

Предложенная структура САПР (см. рисунок) является одной из разновидностей структурных схем, которые используются при разработке современного ПО [2]. Перейдем к рассмотрению подсистем.

Подсистема логического представления (ПЛП) включает в себя описание всех доступных элементов модели отдельной САПР. Эти элементы разделяются на две группы: основные и вспомогательные средства построения. К основным средствам относятся общепринятые геометрические примитивы (точка, кривая, поверхность, объем и др.) [3] и специализированные для конкретной САПР (например эскизы и твердотельные элементы). К вспомогательным средствам построения относятся координатные плоскости, оси, размеры, взаимосвязи основных элементов и др. Составной частью описания элементов модели является визуальное отображение каждого элемента.

Подсистема визуального отображения (ПВО) обеспечивает работоспособность интерфейса программы. Обязательным элементом интерфейса САПР является рабочая область для построения модели. Основные задачи ПВО: связанное реалистичное отображение элементов модели, отображение и работоспособность инструментов для работы с моделью (меню, панели ин-

струментов, командная строка и др.). Вспомогательной задачей ПВО является хранение информации о текущих настройках интерфейса.

Подсистема хранения информации (ПХИ) служит для работы базы данных документа (БДД) конкретной САПР и обмена данными с другими САПР. Основной частью БДД является информация о модели объекта, которая имеет два типа представления: в ОЗУ и ПЗУ.

Перейдем к рассмотрению основных стандартов по каждой подсистеме.

Стандарты ПЛП. Перечень общеизвестных геометрических примитивов и вспомогательных средств построения для ПЛП сформирован в первый период развития САПР [1]. В последующие года элементы построения были дополнены эффективными решениями специализированного ПО. Перечислим наиболее известные решения:

- 1) выделение раздельных пространств для модели и печатного листа (AutoCAD);
- 2) разделение построения модели на эскиз, трехмерные построения (деталь, сборка) и чертеж (CATIA, Pro/Engineer, SolidWorks);
- 3) доступные для редактирования взаимосвязи основных элементов построения (CATIA, Pro/Engineer, SolidWorks).

Выделение пространства модели и листа не получило широкого распространения. Разделение построения модели на эскиз, трехмерные построения и чертеж применяется во многих современных САПР и возможно станет общепринятым стандартом. Причиной этой ситуации послужила многовековая система обучения и работы инженеров-конструкторов:

- поколения инженеров-конструкторов воспитывались в понимании тождественности понятий модели и чертежа, что усложнило восприятие раздельных пространств для модели и печатного листа (чертежа);
- для любого инженера-конструктора привычными и обыденными являются понятия эскиз, трехмерные построения, деталь, сборка, чертеж.

Стандарты ПВО. Создание стандартов для ПВО непосредственно связано с развитием ЭВМ. Разработано большое количество стандартов, многие из которых уже устарели и были заменены. Началом стандартизации ПВО можно считать создание первой графической станции, представленной в 1963 году И.Сазерлендом [1].

Графический интерфейс большинства современного ПО основан на одном из двух стандартов базисной графической системы – OpenGL или DirectX. Другие известные стандарты (например Glide API, QuickTime) имеют довольно ограниченное применение [4, 5].

Стандарт DirectX предложен фирмой Microsoft в 1995 году в качестве альтернативной графической платформы для создания компьютерных игр. Пакет DirectX не входит в состав стандартной поставки операционных систем (ОС) Microsoft Windows. Преимуществом DirectX является удобная система

дополнения графических возможностей на основе СОМ технологии, что является причиной высокой популярности стандарта у производителей видеокарт. Недостатками DirectX являются привычные элементы ПО Microsoft – закрытость программного кода и неудобство инструментальных средств.

Машиностроительные САПР в основном используют OpenGL (SGI Graphical Language), который получил большее распространение по сравнению с DirectX. Этот стандарт был разработан компанией Silicon Graphics и предложен для использования в 1993 году [6]. OpenGL используется в качестве стандартной графической платформы во всех ОС семейства Microsoft Windows. Ближайшее десятилетие предполагается продолжение доминирования этого стандарта в ПО САПР для машиностроения.

Основным нововведением в ПВО САПР, которое стало негласным стандартом, является дерево конструирования (FeatureManager). Этот инструмент был предложен компанией SolidWorks в первой версии своей САПР - SolidWorks 95. Дерево конструирования показывает историю создания геометрической модели в виде иерархического дерева и позволяет редактировать любой созданный элемент модели.

Стандарты ПХИ. Стандартизация хранения информации необходима для свободного обмена данными о геометрических моделях между различными САПР. Решением этой проблемы заинтересовались с 70-х годов прошлого века, в результате было разработано несколько общепринятых стандартов. В 1980 году появился формат IGES (Initial Graphics Exchange Specification), который в 1981 году принят в качестве стандарта ANSI. В 1984 году введен стандарт ISO 10303 - STEP (Standard for Exchange Product Model Data). Фирма Autodesk предложила для обмена данными свой формат DXF (Autocad Data eXchange Format). [1] Однако использование этих стандартов не позволило безошибочно обмениваться всей возможной информацией о геометрических моделях между современными САПР. Это связано с тем, что разработчики каждой САПР стремятся в своем ПО оптимизировать представление геометрических моделей (для визуального отображения, взаимодействия с расчетными модулями и др.), что приводит к уникальности форматов данных.

Альтернативой единого стандарта для хранения информации о моделях стало использование процедур прямого импорта-экспорта данных в специфические форматы САПР. Наличие этих процедур стало негласным стандартом для всех современных САПР высокого и среднего уровня.

Существуют два основных изящных решения отдельных САПР, ставшие своеобразным стандартом для ПХИ:

- параметризация моделей;
- адаптивная связь между документами САПР одного проекта.

Параметризация моделей была впервые реализована компанией PTC в 1988 году в САПР Pro/Engineer. Это свойство моделей значительно упрощает и ускоряет их разработку и модификацию.

Полноценная двусторонняя адаптивная связь между всеми документами САПР одного проекта была впервые реализована в SolidWorks 95. Эта связь с одной стороны ускоряет создание моделей и технической документации. С другой стороны это свойство САПР обеспечивает целостность и согласованность данных о проекте, что является наиболее важным элементом при конструкторской деятельности.

Стандарты и тенденции развития ядер ПО САПР. Существуют три основных типа ядер: частные, лицензируемые, с открытым кодом [7].

Частные ядра разрабатываются разработчиком САПР только для своего ПО. Разработка простейшего ядра является сравнительно несложной задачей программирования. Так авторами статьи была создана система «ProEngine», позволяющая создавать реалистичные трехмерные твердотельные геометрические модели балочных конструкций. Сложность создания ядра значительно увеличивается при реализации ПО, которое способно создавать и управлять геометрической моделью произвольной формы. Например, фирма ТОП Системы первоначально занималась разработкой своего ядра, однако затем было принято решение о покупке готового ядра. До 1990 года все САПР имели частные ядра.

С целью унификации основных операций геометрического моделирования для использования в САПР было предложено несколько графических ядер, наиболее известными из которых являются ACIS и Parasolid.

Ядро ACIS разработано в 1990 году компанией Spatial Technology и используется в САПР среднего уровня AutoCAD, Mechanical Desktop, Autodesk Inventor (Autodesk Inc.); Cimatron (Cimatron Ltd.); ADEM (Omega Technology); Mastercam (CNC Software, Inc.); Powermill (DELCAM) [8]. В настоящее время наибольшее распространение имеет ПО Autodesk Inc., конкурентная способность которого снижается.

Ядро Parasolid разработано в 1988 году фирмой Unigraphics Solutions. В 1998 году Unigraphics закупила компанию Intergraph (разработчик САПР Solid Edge на основе ядра ACIS) и интегрировало в Parasolid все лучшие решения ACIS. Parasolid используется в CAD/CAM-системах верхнего уровня CATIA (Dassault Systemes), Unigraphics (Unigraphics Solution) и САПР среднего уровня Solid Edge и Unigraphics Modeling (Unigraphics Solutions); SolidWorks (SolidWorks Corp.); MicroStation Modeler (Bentley Systems Inc.); Pro/Desktop (Parametric Technology Corp.); Anvil Express (MCS Inc.); Компас (Аскон) и T-Flex CAD (Топ Системы). С 1996 года графическое ядро Parasolid принято в качестве промышленного стандарта [1].

Единственным конкурентом среди CAD/CAM-систем верхнего уровня для CATIA и Unigraphics является система Pro/Engineer (Parametric Technology Corp. (PTC)), которая с 2000 года использует ядро Granite One. Это ядро разработано корпорацией PTC и дублирует особенности ядра Parasolid.

Среди ядер с открытым кодом наибольшее распространение имеют библиотеки функций геометрического моделирования Open CASCADE и набор

компании Solid Modeling Solutions (SMS).

Open CASCADE базируется на платформе известной САПР Euclid, разработанной компанией Matra Datavision. В 1998 году Matra Datavision была куплена корпорацией Dassault, проект Euclid был закрыт, а ядро опубликовано в Интернете. Сейчас собственником ядра является французская компания Principia Research&Development. Развитие и использование ядра проводится по принципам Open Source.

В отличие от Open CASCADE набор компании SMS является платным. Для использования ядра необходимо оплатить лицензию за два года использования. После двух лет пользования лицензией покупатель получает полное право на текущую версию ядра. В платный период покупатель ядра обеспечивается технической поддержкой и поставкой всех новых версий графических библиотек. Ядро состоит из набора программ SMLib (1998 год создания (г.с.)), NLib, GSLib, TSNLib (2002 г.с.) и SDLib (2004 г.с.) [7].

Каждый из типов ядер САПР имеет свои преимущества.

Частное ядро является полноправной собственностью разработчика, который определяет все его возможности.

Использование лицензированного ядра значительно упрощает разработку новой САПР и сразу ставит ее в ряд с современными общепризнанными САПР, основанными на том же ядре. Недостатками этого решения являются увеличение стоимости САПР (за счет стоимости ядра) и ограничениями возможностей САПР (за счет ограничения модификации ядра).

Использование ядра с открытым кодом является промежуточным решением. С одной стороны готовое ядро значительно упрощается создание новой САПР, что является преимуществом. С другой стороны разработчику ПО необходимо изучать исходный код большого размера и исправлять ошибки в чужих программах, что усложняет процесс отладки САПР.

Проводя параллель с современным развитием ОС, разработка будущих САПР высокого уровня предполагается на основе стандартизированных ядер: лицензированных и с открытым кодом. В САПР низкого и среднего уровня возможно использование частных ядер. Современный стандарт ядра САПР определяет ядро Parasolid в котором интегрированы и все лучшие решения ядра ACIS.

Заключение.

Для систематизации основных стандартов ПО САПР машиностроительного направления предложена обобщенная логическая структура.

Для каждой подсистемы и отдельно для ядра САПР сделан обзор стандартов, которые имеют современное применение.

В каждой подсистеме выделены наиболее распространенные новшества, которые были разработаны в отдельных САПР и стали необходимыми элементами (негласными стандартами) всех САПР.

Сделан прогноз относительно дальнейшего развития машиностроительных САПР.

Список литературы: 1. *И.П.Норенков* Краткая история вычислительной техники и информационных технологий // Приложение к журналу «Информационные технологии», 2005. – № 9. – <http://www.techno.edu.ru>. 2. *И.П.Норенков* Подходы к проектированию автоматизированных систем. – <http://www.techno.edu.ru>. 3. *Д.Роджерс, Дж.Адамс* Математические основы машинной графики. – М.: Машиностроение, 2001. – 604 с. 4. *О.Татарников* 3D-стандарты // Компьютер-Пресс, 1999. – № 11. – С. 33-37. 5. *М.Джамбруно* Трехмерная (3D) графика и анимация. – М.: Вильямс, 2002. – 640 с. 6. *Э.Эндржел* Интерактивная компьютерная графика. Вводный курс на базе OpenGL. – М.: Вильямс, 2001. – 592 с. 7. *Е.Гореткина* Путешествие в центр САПР. – <http://kis.pcweek.ru/year2005/N6/cp1251/Saprl/>. 8. *О.Н.Калачев* Компьютерно-интегрированное машиностроение и CAD/CAM Cimatron // Информационные технологии. – 1998. – № 10. – С. 43-47.

Поступила в редколлегию 12.11.2007

УДК 539.3 + 681.3

В.В.ОВЧАРЕНКО, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

ОБЩИЕ ПОДХОДЫ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Робота присвячена загальним підходам до проектування та розробки спеціалізованого програмного комплексу оптимізації. Викладені основні вимоги до комплексу, який планується розробляти. Розроблені принципи проектування, виділені структурні елементи та розбудована загальна схема взаємодії між ними в рамках обчислювального кластера. Окреслений круг завдань для подальшої розробки комплексу.

The work is devoted to basic approaches for projecting and design of a specialized optimization program product. The basic requirements for developing system were stated. The design principles were developed. Structural elements was distinguished. The common scheme of interaction between structural elements in frames of computing cluster was elaborated. The sphere of problems for further product development was described.

1. Актуальность работы. Задачи оптимизации становятся все более востребованными в широком круге отраслей промышленности и направлений развития науки и техники. В настоящее время существуют и продолжают разрабатываться множество методов решения задач оптимизации. Существуют также оптимизационные процедуры либо модули в современных программных комплексах для проектирования и анализа инженерных задач. Они, как правило, поддерживают несколько методов оптимизации, предоставляют пользователю возможность выбора метода, и нужно отметить, достаточно успешно справляются с определенным набором задач оптимизации. Несмотря на несомненные достоинства этих комплексов и встроенных в них решателей, практически все из них обладают рядом недостатков, если смотреть на них с точки зрения решения задач оптимизации.

Так, к наиболее существенным из этих недостатков относится использование ресурсов одного компьютера для решения таких ресурсоемких задач, как задачи оптимизации. Этот момент, безусловно, является одним из самых слабых мест, с учетом того, что современные информационные технологии давно уже освоили кластерные подходы при использовании ресурсов компьютерной техники. Кроме того, сейчас все большее развитие получают так называемые GRID-технологии, когда при решении задач используются ресурсы компьютеров, в общем случае, удаленных друг от друга на огромные расстояния, и взаимодействующих через высокоскоростные Интернет соединения.

Еще одним недостатком является, в общем-то, естественная для программных комплексов черта, а именно, тот факт, что задача оптимизации может ставиться и решаться только для того класса проблем, которые может решить конкретный программный комплекс. Этот фактор становится особенно значимым, если рассматривать его в паре со следующим недостатком.

И, наконец, замыкает группу наиболее существенных недостатков сложность, неуниверсальность или даже порой невозможность встраивания в программный комплекс новых методов решения задач оптимизации. Если, к примеру, разработчику необходимо решить задачу оптимизации новым методом для совершенно различных классов задач, то ему нужно освоить технику встраивания новых методов в несколько разных программных комплексов, затем написать на различных языках программирования или макроязыках, в общем-то, повторяющийся по функциональному назначению код, потом каждый из них протестировать, и только после этого, решать поставленные задачи.

Учитывая сказанное выше, можно утверждать, что создание специализированного программного комплекса решения задач оптимизации, лишенного указанных недостатков, является актуальной задачей.

2. Постановка задачи. Собственно сами описанные выше недостатки, естественно в инверсной форме, и будут первыми из требований которые должны предъявляться к специализированному программному комплексу решения задач оптимизации.

Формализуем эти требования:

1. Специализированный программный комплекс решения задач оптимизации (далее «комплекс») должен позволять использовать ресурсы нескольких компьютеров параллельно, для решения единой задачи оптимизации, то есть реализовать кластерный подход.
2. Не должно быть ограничений по классу задач оптимизации.
3. Пользователю должна быть предоставлена возможность разработки модулей, реализующих новые методы оптимизации, на том языке, который он предпочитает.

Естественно, что кроме этих основных функциональных требований, к комплексу должны предъявляться такие же требования, как и к большинству современных программных продуктов:

4. Эффективное использование ресурсов.
5. Простота установки и обслуживания.
5. Дружественный пользовательский интерфейс.

3. Основные подходы к проектированию комплекса. Теперь, когда базовые требования к комплексу сформулированы, необходимо определить средства, которыми будет достигаться их выполнение. Нужно также определить основные структурные элементы комплекса и разработать схему их взаимодействия в составе комплекса.

Для использования кластерного подхода нужно выбрать, прежде всего, будет ли распределение ресурсов выполняться при помощи существующих программных решений либо код, выполняющий эти функции, будет также разрабатываться в рамках работы над комплексом. Безусловно, есть преимущества и недостатки в использовании обоих этих подходов. В случае использования существующих средств кластеризации, таких, например, как операционная система Solaris, в которой реализован кластерный подход на уровне системных функций, экономятся трудовые ресурсы и время разработки комплекса. В случае самостоятельной разработки подобных средств, могут быть достигнуты большие гибкость и управляемость в распределении ресурсов входящих в кластер компьютеров. В данном случае, предпочтительными скорее будут гибкость и управляемость.

Следовательно, необходимо будет реализовать сервисы, использующие ресурсы машин кластера, (далее «сервисы-решатели») а также использовать модули сетевого взаимодействия. Причем модули сетевого взаимодействия, как и большинство остальных модулей комплекса, должны быть заменяемыми. Так, чтобы пользователь, в зависимости от параметров кластера, таких как топология сети, производительность компьютеров, проходимости различных участков сети и т.п., мог выбрать модули сетевого взаимодействия, использующие P2P, SOAP, CORBA или, к примеру, прямое сокетное соединение.

Снять ограничения на используемый класс задач в принципе можно только одним способом: предоставить пользователю возможность самому реализовать модули вычисления значения целевой функции (далее модули целевой функции) программным путем в соответствии с единым стандартом комплекса. Здесь нужно сделать отдельную оговорку о том, что модуль целевой функции будет содержать только код для вычисления целевой функции, и не будет поддерживать вычисления производных целевой функции. Такой подход, позволяет выполнить интеграцию с другими программными комплексами, в которых частично или полностью будет выполняться расчет значения целевой функции, что очень важно для большинства практических задач. Для методов, в которых используются производные целевой функции, предполагается численное вычисление таких производных.

При этом, для того чтобы комплекс оптимизации мог правильно интерпретировать формат модуля целевой функции, предоставлять пользователю

корректную информацию и возможность накладывать ограничения или фиксировать определенные параметры, необходимо также ввести модуль описания задачи. В нем разработчик модуля сможет указать количество, наименования и описания параметров, а также ввести набор изображений для большей наглядности описания параметров оптимизации. Этот модуль будет интегрирован в пользовательский интерфейс.

Для реализации методов оптимизации в структуре комплекса также должны быть представлены модули метода оптимизации, в которых будут производиться опосредованные вызовы целевой функции, и в зависимости от возвращаемых значений и идеологии метода оптимизации производиться выбор направления для последующих шагов оптимизации.

Необходимо также выделить в качестве отдельного структурного элемента сервис, который будет осуществлять общее управление работой комплекса (далее «управляющий сервис»).

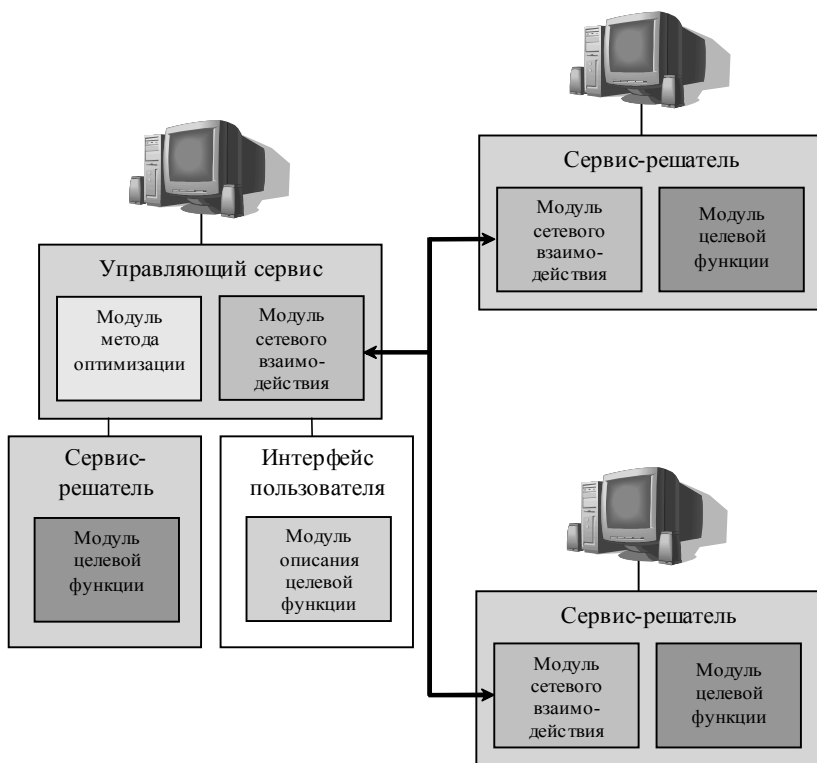
4. Взаимодействие структурных элементов. Подводя предварительные итоги, перечислим структурные элементы комплекса, о которых шла речь выше:

1. Управляющий сервис.
2. Сервис-решатель.
3. Интерфейс пользователя.
4. Модуль сетевого взаимодействия.
5. Модуль метода оптимизации.
6. Модуль целевой функции.
7. Модуль описания целевой функции.

Общая схема взаимодействия структурных элементов специализированного программного комплекса оптимизации в рамках вычислительного кластера приведена на рисунке.

Здесь, управляющий сервис работает только на одном компьютере, на котором запущен интерфейс пользователя. При этом сервисы-решатели выполняются на всех остальных компьютерах вычислительного кластера. Оператор комплекса, используя интерфейс пользователя, выбирает необходимые для решения задачи модуль целевой функции и модуль метода оптимизации, выбирает ограничения для варьируемых параметров и запускает задачу на расчет. После этого управляющий сервис в соответствии с алгоритмом, определенным в модуле метода оптимизации, выполняет параллельные запросы к сервисам-решателям.

Безусловно, предлагаемая модель комплекса обладает ограниченной масштабируемостью, так как управляющий сервис выполняется только на одной машине. Однако такой подход имеет естественное обоснование: решение задачи оптимизации, вне зависимости от метода, выполняется пошагово, и на каждом шаге параллельно (то есть независимо друг от друга) вычисляется ограниченное количество значений целевой функции.



Общая схема взаимодействия структурных элементов комплекса в рамках кластера

В некоторых случаях метод оптимизации на основной фазе расчета вообще не предполагает параллельный расчет значений целевой функции, в этом случае в расчете будет активно использоваться только один компьютер, что несколько сужает возможности комплекса.

Еще один момент, который оговаривался в требованиях к комплексу, это возможность разработки модулей, на том языке, который предпочитает пользователь. Для решения этой подзадачи могут использоваться различные техники и технологии. Начиная от использования динамически подключаемых библиотек и завершая .net или COM. Учитывая необходимость максимально упростить разработку модулей для пользователя, стоит оценивать упомянутые выше техники руководствуясь именно этим критерием. Как следствие, наиболее предпочтительным будет разработка модулей в виде динамически подключаемых библиотек. В этом случае модули могут разрабатываться на любых языках, поддерживающих работу с DLL, а к таковым относятся большинство современных языков программирования.

Одна из возможных проблем, которая может возникнуть при работе с комплексом, это неоднородность набора модулей на различных компьютерах

вычислительного кластера. Возложение задачи синхронизации набора модулей на пользователя существенным образом усложнит обслуживание системы. В связи с этим на комплекс также нужно возложить требования синхронизации набора модулей. В этом случае, при подключении нового модуля целевой функции или модуля сетевого взаимодействия к одной из машин кластера, комплекс автоматически будет переносить файлы подключенных модулей на все остальные машины.

5. Развитие. В построенной общей схеме комплекса приведены лишь базовые принципы, которые будут использованы при его разработке. В дальнейшем будут также очерчены основные подходы для разработки структурных элементов комплекса и утверждены стандарты для разработки модулей. После выполнения работ по проектированию и кодированию всех составляющих комплекса, планируется его использование для решения задач оптимизации непосредственно связанных со специальностью динамика и прочность машин.

Список литературы: 1. *С.И.Богомолов, Э.А.Симсон.* Оптимизация механических систем в резонансных режимах. – Харьков, Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1983. – 153 с. 2. *H.A.Eschenauer, J.Kosky, A.Osyczka* Multicriteria Design Optimization. – Berlin: Springer Verlag, 1990. – 123 p. 3. *A.Borri, E.Speranzini* The use of F.E. code for multicriteria reliability based optimization of composite material structures. – 6th Working Conference on Reliability and Optimization of Structural Systems, 1997. – P. 88-95.

Поступила в редколлегию 10.11.2007

ПОРЯДОК ПОДАЧІ СТАТЕЙ ДЛЯ ОПУБЛІКУВАННЯ У ВІСНИКУ НТУ «ХП»

Для опублікування статті у Віснику НТУ «ХП» необхідно подати у тематичну редколегію такі документи:

1. Заявку підписану всіма авторами:

«Прошу прийняти статтю [вказати прізвища авторів, назва статті] на ... сторінках [вказати кількість сторінок] для опублікування у Віснику НТУ «ХП». Оплату гарантуємо.

Відомості про авторів: [вказати прізвище, ім'я, по-батькові кожного автора, місце роботи, науковий ступінь, звання, контактний телефон].

Підписи авторів.»

2. Текст статті на аркушах формату А4.

3. Акт експертизи про можливість опублікування матеріалів у відкритому друку.

4. 2 рецензії з різних організацій, підписані доктором або кандидатом наук.

5. Дискету 3,5" або лазерний диск з текстом статті.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ СТАТЕЙ, ПОДАВАНИХ ДЛЯ ОПУБЛІКУВАННЯ У ВІСНИКУ НТУ «ХПІ»

Стаття повинна бути виконана з використанням редактора Word шрифтом Times New Roman без нумерації сторінок. Переноси допускаються лише автоматичні або «м'які» (клавіша Ctrl+«-»). Розмір паперу: А4; орієнтація – альбомна; усі поля по 1,5 см; по 2 сторінки на аркуші [у термінології Word – 2 колонки на листі], поле між ними 3 см. Інтервал між рядками по всій статті – одинарний, шрифт, там, де не зазначено інакше – 10 пт, звичайний.

Заголовок статті містить:

1. Код УДК. Друкується без відступу, вирівнювання по лівому краю.
2. Ініціали і прізвища авторів. Друкується через один пустий рядок після УДК. Вирівнювання по лівому краю, відступ 0,75 см. Ініціали й прізвища пишуться великими літерами; шрифт курсив напівжирний. Слідом за прізвищем через кому вказується учений ступінь (канд.техн.наук; докт.фіз.-мат.наук; академік); назва організації, у якій працює автор (НТУ «ХПІ»; ПІМаш; ЗАТ ННГідроПривод; БелгТАСМ, Белгород, Росія) шрифт звичайний; дані на кожного автора закінчуються знаком «;».

3. Назва статті. Друкується малими літерами через один пустий рядок після інформації про авторів. Шрифт – прямий, напівжирний; відступ 0,75 см; вирівнювання по лівому краю.

4. Анотація українською мовою довжиною 4–10 рядків. Друкується через один пустий рядок після назви статті. Шрифт – 8 пт; без відступу; вирівнювання по ширині.

5. Анотація англійською мовою. Друкується через один пустий рядок після анотації на українському, оформлення аналогічне.

Основний текст починається через один порожній рядок після заголовка. Вирівнювання по ширині, новий рядок 0,75 см. Посилання в тексті на малюнки, таблиці, формули, літературу мають вигляд: див. рис. 1; у табл. 2; у (3); у рівнянні (4); див. формули (5 – 7); у [14, 16]; [11, с. 5]. У тексті рекомендується використовувати тире середньої довжини (клавіша Ctrl + «сірий мінус»). Текст може бути розділений на розділи з заголовками вигляду:

1. Математична модель. Використовується метод ...

Висновки. У результаті отримано...

Перед заголовком пропускається один рядок.

Формули створюються у вигляді об'єктів редактором формул Equation, центруються. Нумерація, якщо вона необхідна, ставиться праворуч у дужках; вирівнюється по правому краю. Невеликі формули можна розміщати не в окремому рядку, а прямо в тексті. Після формул потрібно ставити розділові знаки, якщо цього вимагає орфографія; одна від іншої формули відокремлюються точкою з комою. Не рекомендується використовувати в редакторі формул букви кирилиці. Прості формули можна набирати в Word без використання редактора формул, наприклад: $R = \beta \cdot r; a^2 + b_1/c$. Розміри шрифту в Equation слід встановлювати такі: звичайний – 10 пт, великий індекс – 7 пт,

дрібний – 6 пт, великий символ – 15 пт, дрібний – 10 пт. Шрифти: Times New Roman і Symbol, стиль нормальний або курсив.

Рисунок повинен бути оформлений як окремий об'єкт у тексті статті, розташування поверх тексту не допускається; рисунок відокремлюється від тексту зверху і знизу порожнім рядком. Рекомендуються використовувати чорно-білу палітру, якість відтворення рисунків кольорової палітри не гарантується. Якщо рисунок декілька, то вони нумеруються в підрисуночних підписах: Рисунок 1; Рисунок 2 – ... ; назва (якщо є) ставиться після тире. Підпис центрується, шрифт – 9 пт. Для растрових малюнків шириною на всю сторінку рекомендована кількість пікселів по горизонталі від 1000 до 3000. Символи на рисунку повинні бути близькі за розміром до основного тексту.

Таблиця відокремлюється від тексту зверху і знизу порожнім рядком; використовується шрифт – 9 пт. Якщо таблиць декілька, вони нумеруються. Заголовок містить номер таблиці та назву (якщо вона є) і може бути оформлений у вигляді складової частини таблиці з невидимою сіткою. Заголовок має вигляд: Таблиця 1; Таблиця 2 – ... (центрується). Назва (якщо є) ставиться після тире, центрується.

Через один порожній рядок після основного тексту статті друкується список літератури. Розмір шрифту – 8 пт; без відступу; вирівнювання по ширині. Список літератури починається з набраних напівжирним шрифтом слів «Список літератури:», слідом за якими ставиться двокрапка. Сам список літератури набирається суцільним текстом з виділенням прізвищ і ініціалів авторів курсивом, номер позиції виділяється жирним шрифтом. Якщо авторів більше трьох, то після прізвищ перших трьох авторів можна вказувати «і ін.». Розділові знаки в списку – відповідно до вимог ВАК України.

Після списку літератури у наступному рядку указується дата надходження статті в редколегію. Після слів «Надійшла до редколегії» ставиться число, місяць і рік через крапку у форматі 00.00.0000. Розмір шрифту – 8 пт; курсив; вирівнювання по правому краю.

ПРИКЛАД ОФОРМЛЕННЯ СТАТТІ:

УДК 658.012

Л.В.ИВАНОВ, докт.техн.наук; АО «Телеком», Киев

В.С.ПЕТРОВ, канд.физ.-мат.наук; **В.Т.ТИШКОВ**; НТУ «ХПИ»

ВЫДЕЛЕНИЕ ОДНОРОДНЫХ ГРУПП В ЗАДАЧАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ СОЦИАЛЬНОГО ОПРОСА НАСЕЛЕНИЯ

В статті пропонуються методи обробки даних, здобутих у результаті соціологічного опиту населення про його відношення до тих чи інших партій у Харківській області. Зроблені висновки про верстви населення, на які спираються різні партії.

[Аннотация на английском]

В ноябре-декабре 1997 года был проведен опрос населения, целью которого являлось выяснение отношения различных его слоев к тем или иным партиям, зарегистрированным и имеющим более или менее сильные позиции в Харьковской области. Применение математических методов...

Полученные результаты доказывают адекватность модели и могут быть использованы при анализе социально-экономических данных.

Список литературы: 1. *Иванов Л.И., Смирнов В.Т. и др.* Факторный анализ в социальных исследованиях. – М., Наука, 1996. – 352 с. 2. *Петров В.С.* Применение методов кластерного анализа при обработке данных экспертного опроса // Автоматика. – 1995. – № 3. – С. 15-18. 3. *Тишков В.Т.* Кластерный анализ в социальных исследованиях // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. – 1990. – № 260: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 10. – С. 5-7. 4. *Иванов Л.В., Петров В.С.* Применение методов статистического анализа при обработке данных опроса населения // Статистический анализ социально-экономических данных / Под ред. *Р.В.Сидорова*. – Киев, Наукова думка 1997. – С. 57-65.

Поступила в редколлегию 05.03.2007

МАТЕРІАЛИ, ОФОРМЛЕНІ НЕ ВІДПОВІДНО ДО ДІЙСНИХ ВИМОГ, РЕДКОЛЕГІЯМИ НЕ РОЗГЛЯДАЮТЬСЯ. РУКОПИСИ НЕ РЕЦЕНЗУЮТЬСЯ І НЕ ПОВЕРТАЮТЬСЯ.

Витяг з Постанови Президії Вищої атестаційної комісії України від 15.01.2003 р. № 97-05/1 «ПРО ПІДВИЩЕННЯ ВИМОГ ДО ФАХОВИХ ВИДАНЬ, ВНЕСЕНИХ ДО ПЕРЕЛІКІВ ВАК УКРАЇНИ»:

...

3. Редакційним колегіям організувати належне рецензування та ретельний відбір статей до друку. Зобов'язати їх приймати до друку у виданнях, що виходитимуть у 2003 році та у подальші роки, лише наукові статті, які мають такі необхідні елементи: постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями; аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано розв'язання даної проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття; формулювання цілей статті (постановка завдання); виклад основного матеріалу дослідження з повним обґрунтуванням отриманих наукових результатів; висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямку.

4. Спеціалізованим ученим радам при прийомі до захисту дисертаційних робіт зараховувати статті, подані до друку, починаючи з лютого 2003 року, як фахові лише за умови дотримання вимог до них, викладених у п. 3 даної постанови.

...

СОДЕРЖАНИЕ

Л.В.АВТОНОМОВА, С.М.ДЕРГУН, В.И.ЛАВИНСКИЙ, С.И.ПАНАСЕНКО Предельные давления для формообразования при холодной вытяжке листового материала	3
Г.О.АНИЩЕНКО, О.К.МОРАЧКОВСКИЙ Обзор решений задач ползучести и разрушения елочных замковых соединений лопаток ГТД	8
О.А.БАБИЧ, О.І.ТРУБАЄВ, І.В.ЧАЛИЙ Дослідження напружено-деформованого стану трійникових з'єднань трубопроводів гідросистем	14
О.В.БИРЮКОВ, Ю.М.АНДРЕЕВ, Д.В.ЛАВИНСКИЙ, В.Н.СОБОЛЬ Анализ динамических реакций при падении контейнера-упаковки с радиоактивными отходами	18
Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, Ю.Н.КОРЫТКО, П.М.ЛЫСАК Программные средства для конечно-элементного моделирования двумерных задач теории ползучести	24
Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, И.В.НАУМОВ, А.В.ОНИЩЕНКО Экспериментальное исследование процессов ударного нагружения тонких пластин	30
Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, О.А.ТАТАРИНОВА, О.Н.ХОРОШИЛОВ Уравнения состояния циклической ползучести бронзовых сплавов	36
Н.В.ГРЕЧИХИНА, В.Г.СУКИАСОВ Моделирование и численный анализ напряженно-деформированного состояния фрагмента поясничного отдела позвоночника	42
Ю.Б.ГУСЕВ К вопросу о диагностировании состояния металлоконструкции углеперегрузателя	50
В.О.ЖОВДАК, О.О.ЛАРИН, О.М.ГОЛОВКО Вимушені коливання цикло-симетричного лопаткового апарату з випадковим технологічним розладом	58
О.В.КЕДРОВСКАЯ, Г.Ю.МАРТЫНЕНКО, А.Д.ПИРОГОВ Моделирование и численный анализ сварных узлов циркуляционного насоса с технологическими дефектами	68
В.И.ЛАВИНСКИЙ, С.А.НАЗАРЕНКО, Ю.П.АНАЦКИЙ Анализ чувствительности характеристик прочности и жесткости структурно связанных систем	77
Г.Ю.МАРТЫНЕНКО Определение жесткостных характеристик радиальных магнитных подшипников на двух кольцевых постоянных магнитах	83

Ю.В.МИХЛИН, Г.В.РУДНЕВА, Т.В.БУНАКОВА Переходные процессы в системах с двумя степенями свободы, содержащих существенно нелинейный гаситель	95
В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, В.І.ЛАВІНСЬКИЙ, С.В.ОЛЬШАНСЬКИЙ Прискорення газовим потоком руху краплі, що випаровується за законом Срезневського	103
Н.В.ПЕРЕПЕЛКИН, Ю.В.МИХЛИН Переходные и стационарные режимы в системе с ограниченным возбуждением	108
А.П.ПЕРИН, А.Г.АНДРЕЕВ Расчет посадок с натягом при овальности и эксцентриситете соединяемых деталей на основе ПК ANSYS	117
С.Ю.ПОГОРЕЛОВ, К.Ю.СЧАСТЛИВЕЦ, С.И.МАРУСЕНКО Изменение теплопроводности контакта элементов лазерного гироскопа под действием прижимного усилия	124
Т.В.ПОЛИЩУК Оптимальное проектирование механизма наклона плавильной печи: модели для анализа напряженно-деформированного состояния	129
А.Г.ПРИЙМАКОВ, А.В.УСТИНЕНКО, Г.А.ПРИЙМАКОВ Напряженно-деформированное состояние зубчатых передач с позиций термоконтактного деформирования в упруго-пластической области и в условиях ползучести	134
С.Н.ТАРАН Про одну умовно потенціальну силову схему	142
А.А.ТЕСЛЕНКО Определение точности метода фотоупругости	148
Н.Н.ТКАЧУК К вопросу о тестовых задачах для кругового цилиндра	151
С.В.ФИЛИПКОВСКИЙ Эффективность некоторых методов оптимизации упруго-демпферных подвесок агрегатов	159
Е.В.ХРОМОВ Исследования вынужденных колебаний осциллятора в около резонансной области для различных характеристик демпфирования	168
Е.Г.ЯНИЮТИН, А.В.ВОРОПАЙ Активное гашение нестационарных колебаний прямоугольной пластины	174
С.В.КРАСНИКОВ, С.С.РУДЕНКО Особенности твердотельного геометрического моделирования машиностроительных объектов	181
В.В.ОВЧАРЕНКО Общие подходы к проектированию специализированного программного комплекса решения задач оптимизации	187
Порядок подачі статей для опублікування у Віснику НТУ «ХП»	192

НАУКОВЕ ВИДАННЯ
ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Тематичний випуск
«Динаміка і міцність машин»

Збірник наукових праць № 38

Науковий редактор докт.техн.наук, проф. О.К.Морачковський

Технічний редактор Щепкін О.В.

Відповідальний за випуск В.М.Луньова

Обл.вид. № 193-07

Підп. до друку 12.12.2007 р. Формат 60х84 1/16. Надруковано на цифровому видавничому комплексі Rank Xerox DocuTech 135. Умов.друк.арк. 9,7. Облік. вид. арк. 10,0. Наклад 300 прим. 1-й завод 1-100. Зам. № 428. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня ТОВ «Сучасний друк», Харків, вул. Лермонтовська, 27а
