



ВЕСТНИК

**НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
«ХПИ»**

22'2007

Харьков

ВЕСТНИК НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА «ХПИ»

Сборник научных трудов
Тематический выпуск

22'2007

«ДИНАМИКА И ПРОЧНОСТЬ МАШИН»

Издание основано Национальным техническим университетом
«Харьковский политехнический институт» в 2001 году

Государственное издание

Свидетельство Госкомитета по информационной политике Украины

КВ № 5256 от 2 июля 2001 года

КООРДИНАЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель: Л.Л.Товажнянский, д-р техн. наук, проф.

Секретарь координационного совета: К.А.Горбунов, канд. техн. наук, доц.

А.П.Марченко, д-р техн. наук, проф.;
Е.И.Сокол, д-р техн. наук, проф.;
Е.Е.Александров, д-р техн. наук, проф.;
А.В.Бойко, д-р техн. наук, проф.;
М.Д.Годлевский, д-р техн. наук, проф.;
А.И.Грабченко, д-р техн. наук, проф.;
В.Г.Данько, д-р техн. наук, проф.;
В.Д.Дмитриенко, д-р техн. наук, проф.;
В.В.Епифанов, д-р техн. наук, проф.;
П.А.Качанов, д-р техн. наук, проф.;
А.Ф.Кириченко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б.Клепиков, д-р техн. наук, проф.;
В.И.Кравченко, д-р техн. наук, проф.;
О.К.Морачковский, д-р техн. наук, проф.;
В.И.Николаенко, канд. ист. наук, проф.;

П.Г.Перерва, д-р техн. наук, проф.;
Н.И.Погорелов, д-р техн. наук, проф.;
М.И.Рыщенко, д-р техн. наук, проф.;
В.Б.Самородов, д-р техн. наук, проф.;
В.П.Себко, д-р техн. наук, проф.;
В.И.Таран, д-р техн. наук, проф.;
М.А.Ткачук, д-р техн. наук, проф.;
М.П.Требин, д-р фил. наук, доц.;
Ю.В.Тимофеев, д-р техн. наук, проф.;
А.Ф.Шеховцов, д-р техн. наук, проф.;
Е.И.Юносова, д-р фил. наук, проф.

Адрес редколлегии: 61002, Харьков,
ул. Фрунзе, 21. НТУ «ХПИ».
Каф. ДПМ, Тел. (057) 707-68-79.

Харьков 2007

Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2007. – № 22. – 198 с.

В збірнику представлено теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій та установ.

Для викладачів, наукових співробітників, спеціалістів.

В сборнике представлены теоретические и практические результаты исследований и разработок, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для преподавателей, научных сотрудников, специалистов.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ:

Ответственный редактор: О.К.Морачковский, д-р техн.наук,проф.

Ответственный секретарь: А.Г.Андреев, канд.техн.наук, доц.

Е.Е.Александров,	д-р техн.наук, проф.;
В.В.Бортовой,	канд.техн.наук, доц.;
Ю.С.Воробьев,	д-р техн.наук, проф.;
Е.Г.Голоскоков,	д-р техн.наук, проф.;
О.О.Горошко,	д-р физ.-мат.наук, проф.;
В.Б.Гринев,	д-р техн.наук, проф.;
В.А.Жовдак,	д-р техн. наук, проф.;
Г.И.Львов,	д-р техн. наук, проф.;
В.Л.Остапенко,	д-р физ.-мат.наук,проф.;
Л.А.Фильштинский,	д-р техн.наук,проф.;
Ю.М.Шевченко,	академик НАНУ

Рекомендовано до друку Вченою радою НТУ «ХПІ».

Протокол № 6 від 05 липня 2007 р.

© Національний технічний університет «ХПІ»

А.Г.АНДРЕЄВ, канд.техн.наук, НТУ «ХПІ»;
О.М.МАРКІН; УПА, Харків; *О.В.ЩЕПКИН*, НТУ «ХПІ»

ОПТИМІЗАЦІЯ НАГРІВАННЯ ПРИ ВИПЛАВЛЯННІ РЕЧОВИНИ З ДЕТАЛЕЙ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ФОРМИ

Стаття присвячена оптимізації нагрівання артилерійського снаряда з метою виплавляння його вмісту в технологічному процесі розрядки застарілих боеприпасів. Нагрівання здійснюється за допомогою індукційно-нагрівального пристрою. Чисельні дослідження виконуються програмним комплексом із застосуванням методу скінченних елементів. Оптимізація виконується симплексним методом Нелдера-Міда.

The heat optimization for artillery shell to smelt its content in technological process of unloading the out-of-date ammunition is the subject of this article. The heat is carried out by inductive-heating device. The computational investigation is made by the finite element method. The simplex method by J.A.Nelder and R.Mead is applied for optimization.

Актуальність теми. Інциденти, які відбувалися в останні роки, на складах боеприпасів, що залишилися на території України після розпаду СРСР, вимагають утилізації боеприпасів, термін збереження яких минув. У зв'язку з цим виникає необхідність розробки таких способів утилізації, які б поєднали ряд вимог, серед яких – безпека, економічність, технологічність, ефективність.

Найбільш перспективним представляється нагрівання виробів за допомогою індукційно-нагрівальних пристроїв струмом промислової частоти [1], які забезпечують високу економічність, легко вбудовуються в автоматичну лінію, дозволяють витримувати необхідний температурний режим. Технологічні процеси утилізації боеприпасів повинні бути строго регламентовані за температурними й часовими характеристиками, за споживаною потужністю в залежності від виду виробу. Таким чином, технологічний режим повинен забезпечувати оптимальні витрати енергії при дотриманні температурних, часових і інших умов з урахуванням специфіки виробів.

Об'єктам дослідження є деталі у вигляді тіл обертання, внутрішня порожнина яких заповнена вибуховою речовиною (ВР). Уміст цієї порожнини повинний бути максимально швидко й економічно виплавлений та вилучений при дотриманні вимог техніки безпеки й охорони навколишнього середовища.

Найбільше ефективно це можна зробити, нагріваючи деталь за допомогою індукційно-нагрівального пристрою до температури плавлення ВР, що забезпечить вихід ВР через отвір у виробі. Тому для розробки відповідної технології необхідно вирішити такі задачі:

- розв'язання нестационарної температурної задачі для тіла обертання, яке складається із зовнішньої сталеві деталі та внутрішньої порожнини, заповненої ВР;

- розв'язання задачі оптимізації енерговитрат процесу нагрівання виробу з температурними та часовими обмеженнями;
- створення відповідної розрахункової схеми, алгоритму й програмного забезпечення;
- виконати розрахунок нагрівання конкретних виробів в умовах розробленого технологічного процесу.

Для розв'язання температурної задачі був застосований метод скінченних елементів [2]. З'єднання, яке розраховується, апроксимується тороїдальними скінченними елементами (СЕ) трикутного поперечного перерізу з трьома вузлами; також використовуються стикувальні елементи, які моделюють теплопередачу між корпусом та ВР [3,4]. Розв'язання нестационарної температурної задачі здійснюється із застосуванням центральної різницевої схеми [5]. Для обернення матриці й обчислення переміщень застосований метод квадратного кореня [6], що враховує смугову структуру матриці температуропровідності конструкції.

Для оптимізації використовувався метод прямого пошуку, який не потребує обчислення похідних досліджуваної функції – метод комплексів [7]. Цей метод є модифікацією симплексного методу Нелдера-Міда, яка дозволяє враховувати обмеження. Завдання оптимізації полягає в мінімізації функції енергії $W = W(\bar{q})$ [кВт], затрачуваної на нагрівання деталі. Параметром оптимізації є розподіл в осьовому напрямку потужності теплового потоку q [кВт/м²] на бічній поверхні деталі.

Метод оптимізації є ітераційним. Передбачається, що відома кількість варіюємих перемінних n , кількість обмежень m і початкова точка $\bar{q}_0 = (q_1^0, q_2^0, \dots, q_n^0)$, яка задовольняє всім обмеженням. Потім створюється початковий симплекс, тобто за формулою $\bar{q}_k = \bar{q}_0 \pm [R]\Delta\bar{q}_0$ знаходиться k точок, які задовольняють обмеженням; $[R]$ – діагональна матриця розміром $n \times n$, елементи діагоналі якої містять випадкові числа, розподілені в інтервалі $(0,1)$. Матриця $\Delta\bar{q}_0$ визначає відстань між елементами симплекса: занадто мале її значення приведе до подовження процесу оптимізації, занадто велике – до великих витрат часу на пошук спробних точок, що задовольняють всім обмеженням. Далі обчислюється цільова функція $W(\bar{q})$ у всіх k точках, причому $k = 2n$ [8].

Ітераційна процедура методу комплексів робить пошук мінімуму переміщенням у напрямку до мінімуму усередині області обмежень. Для цієї процедури необхідні наступні кроки:

1. Знайти найгіршу точку симплекса \bar{q}_m з найбільшим значенням функції $W(\bar{q})$ і знайти центр \bar{q}_c інших $k-1$ точок $\bar{q}_c = \frac{1}{k-1} \sum_{i \neq m} \bar{q}_i$ (рис. 1).
2. Спробувати зміститися від точки \bar{q}_m й одержати при цьому точку \bar{q}_r відображенням точки \bar{q}_m відносно точки \bar{q}_c , використовуючи коефіцієнт ві-

дображення $\alpha = 1,3$, що можна записати як $\bar{q}_r = (1 + \alpha)\bar{q}_c - \alpha\bar{q}_m$.

3. Якщо точка \bar{q}_r є припустимою, то обчислюється значення функції в цій точці $W(\bar{q}_r)$ і порівнюється з $W(\bar{q}_m)$ – найбільшим значенням функції. Якщо $W(\bar{q}_r) > W(\bar{q}_m)$ тобто «гірше», ніж найбільше значення, отримане раніше, або не виконуються обмеження, то послідовно перевіряються точки $\bar{q}_{r1}, \bar{q}_{r2}, \dots$, які є ближче до центра \bar{q}_c :

$$\bar{q}_r = (1 + \beta \cdot \alpha)\bar{q}_c - \beta \cdot \alpha\bar{q}_m,$$

де β послідовно приймає значення $\beta_1, \beta_1^2, \beta_1^3, \dots$. Рекомендоване значення β_1 – від 0,5 до 0,8. Якщо при цьому не вдається одержати нову точку, слід забрати \bar{q}_m із симплекса і повернутися на крок 1 з меншим симплексом.

Якщо $W(\bar{q}_r) < W(\bar{q}_m)$ то точка \bar{q}_m замінюється на точку \bar{q}_r , потім точки і значення функції комплексу знову упорядковуються і процес повертається на крок 1.

При перевірці збіжності методу використовуються: середнє квадратичне відхилення σ для k значень функції і максимальна відстань d між двома точками комплексу:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(W(\bar{q}_i) - \bar{f})^2}{k}, \quad \text{де} \quad \bar{f} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k W(\bar{q}_i).$$

Величини σ і d перевіряються на збіжність. Якщо ці обидві величини досить малі, то процедура пошуку мінімуму закінчується. У протилежному випадку необхідно повернутися на крок 1 і повторити процедуру.

Вибір $k = 2n$ і $\alpha = 1,3$ є емпіричним правилом. Перше значення частково запобігає передчасному стиску комплексу. Коефіцієнт відображення $\alpha > 1$ дозволяє комплексу розширюватися і переміщатися в потрібному напрямі. Переміщення від точки \bar{q}_r до центра \bar{q}_c (див. рис. 1) стискають комплекс. Тому комплекс може переміщатися усередині припустимої області уздовж границь і обгинати кути в місцях перетинання обмежень.

Описаний алгоритм реалізує програма MKE-D мовою Fortran.

Були розроблені режими нагрівання для виплавляння ВВ із корпусів снарядів. Розбивка цих деталей на СЕ показано на рис. 2, 3. На тих же рисунках приведена система координат, використовувана на графіках. Потужність теплового потоку q задається, відповідно, у 18 і 16 точках в осьовому напрямі поперечного перерізу деталі (рис. 2,3) і змінюється між ними за лінійним законом. Оскільки вплив параметрів оптимізації, які задаються в суміжних точ-

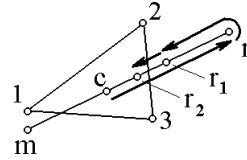


Рисунок 1 – Схема пошуку нової точки: 1-3,m – елементи симплекса, m – найгірша його точка, з – центр симплекса, r, r₁, r₂ – варіанти нової точки

ках, на розподіл тепла в деталі відрізняється незначно, для практичного використання слід усереднити значення параметрів. Це досягається введенням функції оптимізації у формі $W_0 = W(\bar{q}) + \delta \sum_{i=1}^{n-1} |q_i - q_{i-1}|$, де δ – емпірично встановлений коефіцієнт. Обмеження за температурою для ВР можуть установлюватися на стику виплавленої речовини і стали або для всієї конструкції в цілому.

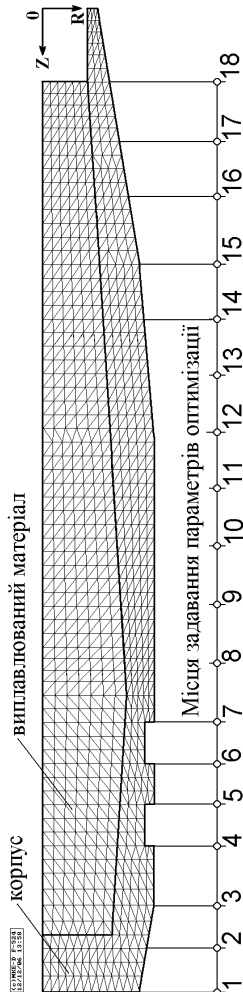


Рисунок 2 – Розбивка корпусу ОФ–412 з виплавленою речовиною на СЕ

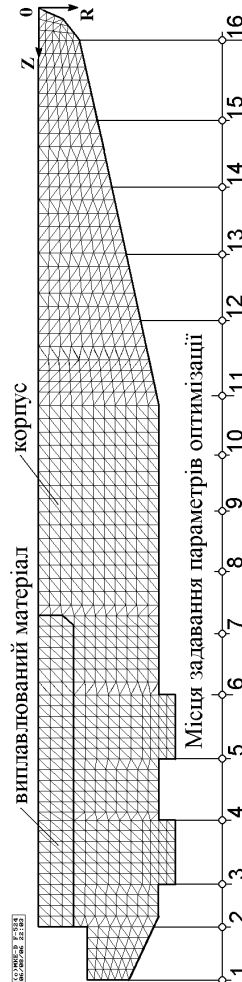


Рисунок 3 – Розбивка корпусу УБР–412Б з виплавленою речовиною на СЕ

Оптимізація нагрівання деталей ОФ–412, ОФ–415.

Оптимізація нагрівання полягає в мінімізації витрат енергії на нагрівання деталі. Обмеження за температурою для ВР – 81-190 град. – установлюється на стику виплавленої речовини і стали.

Тривалість нагрівання деталі ОФ–412 прийнята 90 с. На рис. 4-6 приведений розподіл температури в поперечному перерізі деталі, розподіл в осьовому напрямі потужності нагрівання бокової поверхні, температура на зовнішній поверхні деталі, температура на стику сталі і виплавленої речовини. Дані приведені для моменту закінчення нагрівання в 90 с. Витрати енергії склали 304,5 кДж, потужність нагрівання – 3,38 кВт.

На рис. 4, 5 приведені результати оптимізації нагрівання деталі ОФ–415: розподіл температури в поперечному перерізі деталі, розподіл потужності нагрівання. Дані приведені для моменту закінчення нагрівання. Тривалість нагрівання складає 140 с. Витрати енергії – 330,2 кДж, потужність нагрівання – 2,36 кВт.

Оптимізація нагрівання деталі УБР–412Б

Оптимізація нагрівання полягає в мінімізації витрат енергії на нагрівання деталі. Обмеження по температурі 88-170 град. діє на стику виплавленої речовини і стали. Тривалість нагрівання прийнята 15 с. Приблизно через 30 с. після закінчення нагрівання температура на стику ВР і стали досягає максимуму, тому розподіл на стику ВР і стали слід контролювати в момент часу 45 с. з початку нагрівання. Температура на зовнішній поверхні деталі не лімітується. Потужність теплового потоку на поверхні деталі задається в 16 точках в осьовому напрямку (див. рис. 3) і міняється між ними за лінійним законом. На рис. 7-9 приведений розподіл потужності нагрівання на зовнішній поверхні деталі в осьовому напрямі, розподіл температур на зовнішній поверхні деталі, на стику сталі і виплавленої речовини, у поперечному перерізі деталі. Витрати енергії склали 287,6 кДж, потужність нагрівання – 19,2 кВт.

У випадку введення додаткового обмеження за температурою для всього об'єму деталі в 170 град. необхідна температура 88 град. на стику ВР і стали досягається лише після двох включень індуктора – у моменти часу 0-15 с. і 45-50 с. На рис. 7, 10 приведений рекомендований варіант нагрівання, побудований на основі оптимального розрахунку при обмеженні за температурою для деталі в 170 град. Загальні витрати енергії склали 351,9 кДж, потужність нагрівання – 17,6 кВт.

Висновки. Було проведено дослідження теплового стану деталей у вигляді тіл обертання при їхньому нагріванні індукційно-нагрівальними пристроями для виплавлення з них речовини з метою оптимізації технологічного процесу.

Результати розрахунку деталей типу ОФ показали: на початковому етапі необхідне додаткове нагрівання донної частини деталі, яке може знижуватися

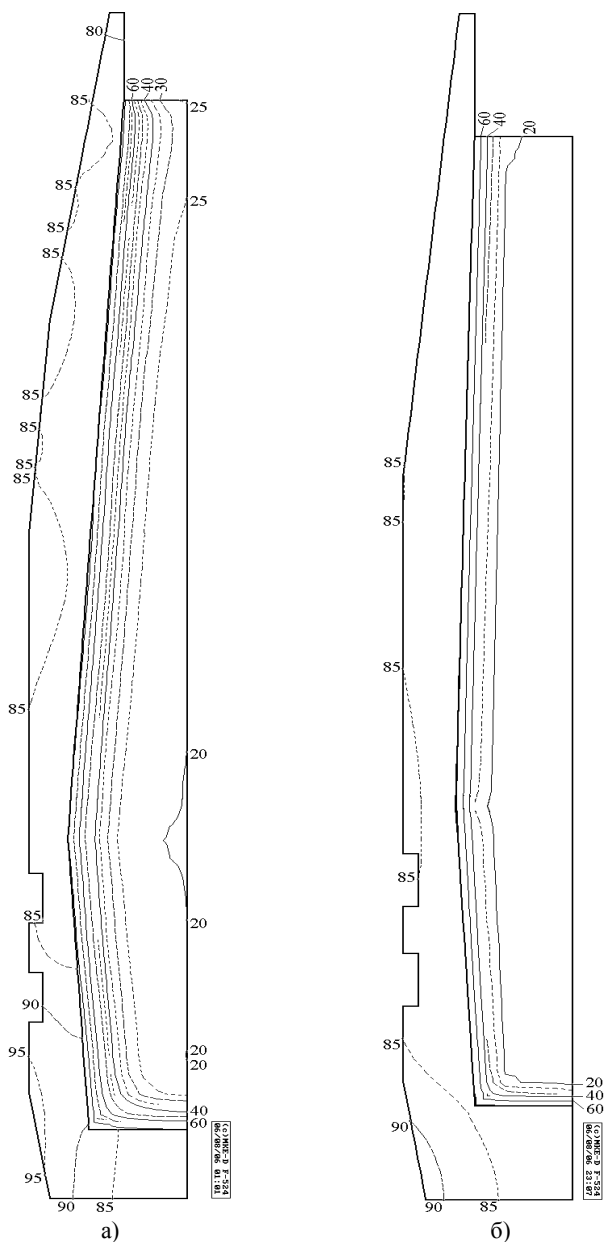


Рисунок 4 – Розподіл температури в поперечному перерізі деталі ОФ–412 при оптимальному нагріванні тривалістю 90 с.(а) і деталі ОФ–415 при нагріванні тривалістю 140 с. (б) у момент закінчення нагрівання, град.

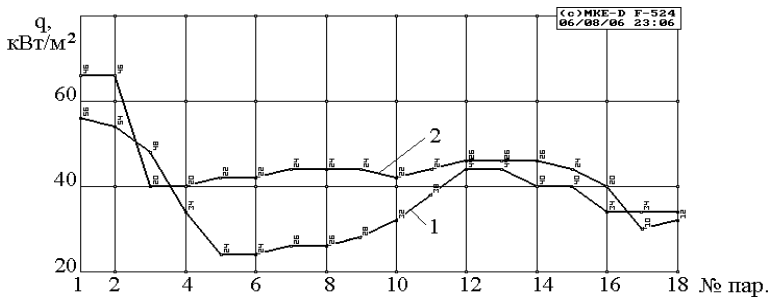
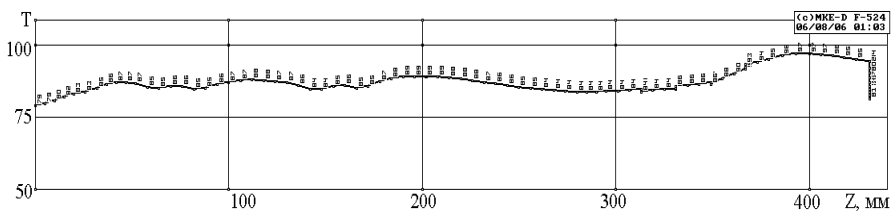
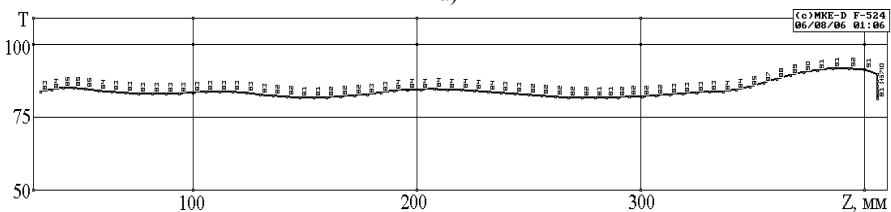


Рисунок 5 – Рекомендований розподіл потужності нагрівання q [кВт/м²] на зовнішній поверхні деталей: 1. деталь ОФ–412 при тривалості нагрівання 90 с.; 2. деталь ОФ–415, при тривалості нагрівання 140 с.



а)



б)

Рисунок 6 – Розподіл температури на зовнішній поверхні (а), на стику сталі і ВР (б) деталі ОФ–412 при тривалості нагрівання 90 с., град.

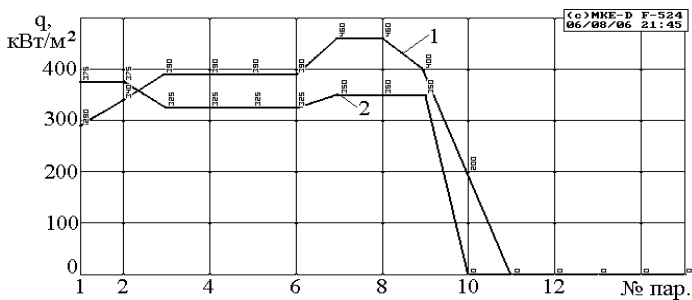
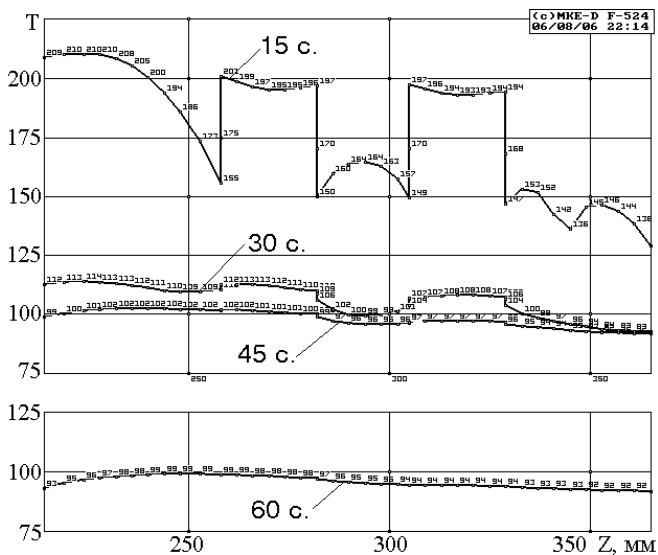
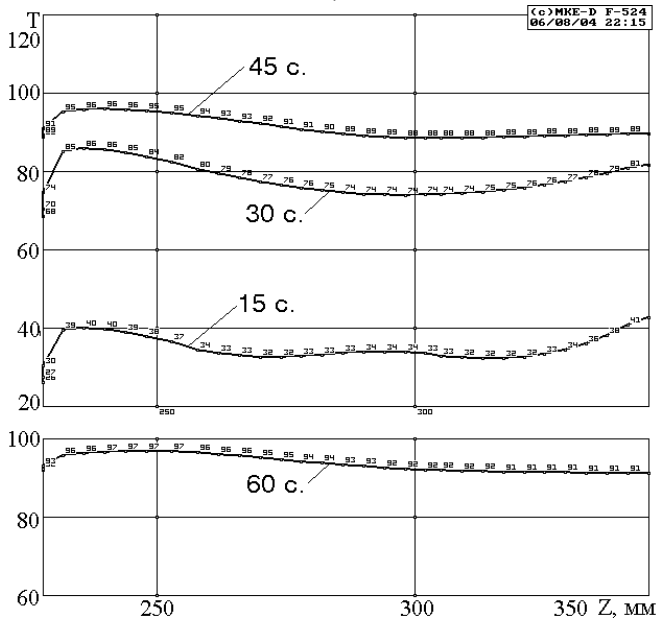


Рисунок 7 – Рекомендований розподіл потужності нагрівання на зовнішній поверхні деталі УБР–412Б q , кВт/м² при обмеженні за температурою в 170 град. 1 – на стику сталі і ВР; 2 – по всьому об'єму деталі

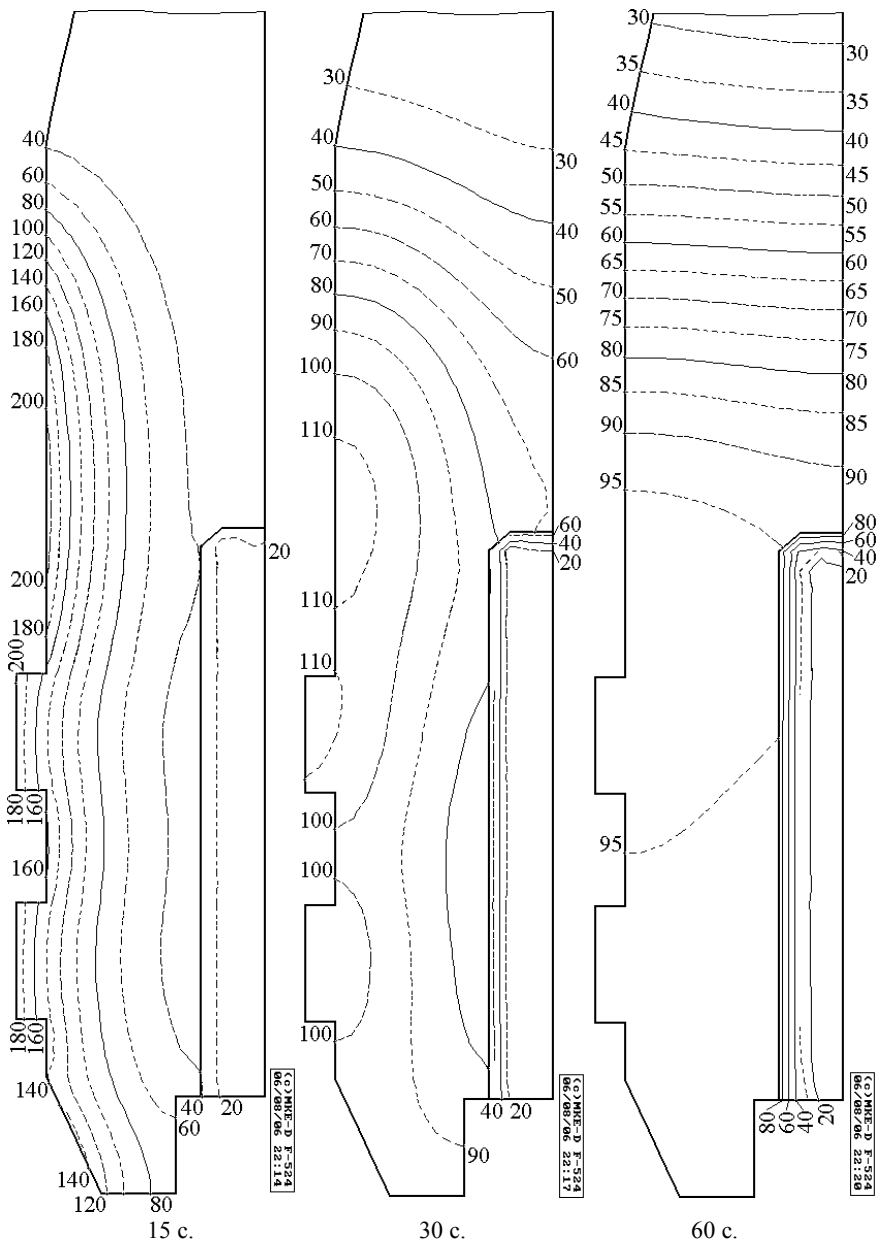


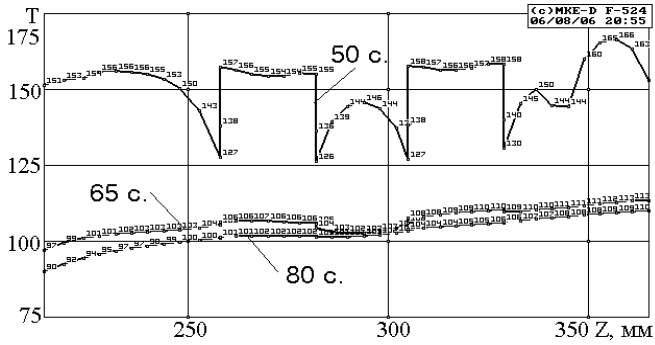
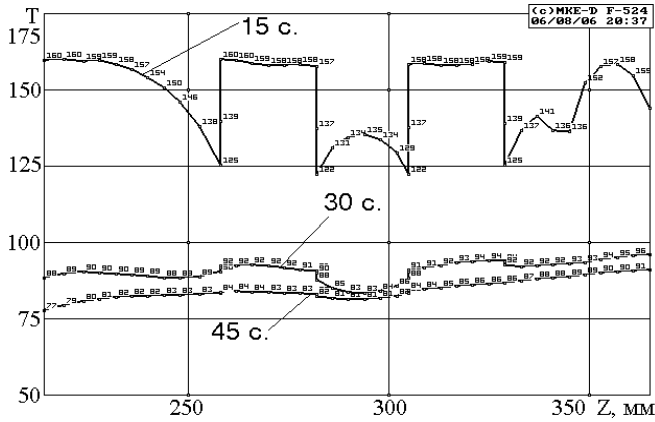
a)



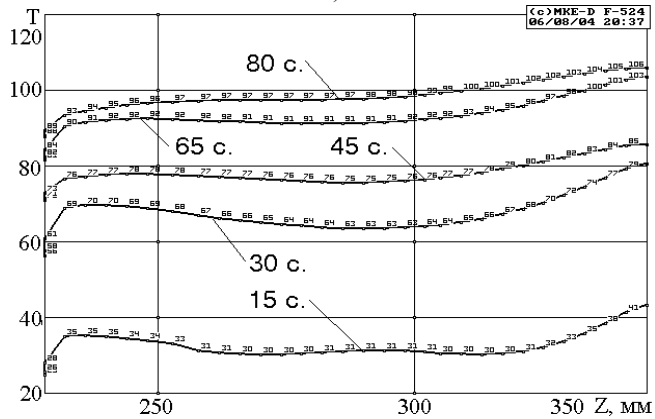
б)

Рисунок 8 – Розподіл температури на зовнішній поверхні (а), на стику сталі і ВР (б) деталі УБР-412Б. Обмеження за температурою в 170 град. діє на стику сталі і ВР





a)



б)

Рисунок 10 – Розподіл температури на зовнішній поверхні (а), на стику стали і ВР (б) деталі УБР-412Б. Обмеження за температурі в 170 град. діє по всьому об'єму деталі

в міру виплавлення речовини. При цьому досягається регламентований для даних деталей інтервал температур 81-190 град., причому різниця температур на зовнішній поверхні деталі та на стику сталі й виплавленої речовини не перевищує 10 град., що дозволяє легко контролювати процес виплавлення.

Результати розрахунку деталі УБР-412Б показали: при рекомендованому обмеженні температури зовнішньої поверхні деталі в 170 град. у процесі однократного нагрівання необхідна мінімальна температура 88 град. на стику сталі й виплавленої речовини не може бути отримана. При нагріванні зовнішньої поверхні деталі до 210 град. через 60 с. після початку нагрівання на стику сталі і ВВ забезпечується температура, необхідна для виплавлення. Різниця температур на зовнішній поверхні деталі і на стику сталі і ВР може досягати 150 град., однак протягом 45 с. практично вирівнюється, що забезпечує можливість контролю технологічного процесу.

Отримані варіанти розрахунку потужності початкової стадії нагрівання дають підстави для створення реальних індукційно-нагрівальних пристроїв.

Список літератури: 1. *Андреев Г.Я.* Тепловая сборка колесных пар. – Харьков, Изд-во Харьковского университета, 1965. – 227 с. 2. *Зенкевич О.* Метод конечных элементов в технике. – Москва, Мир, 1975. – 541 с. 3. *Подгорный А.Н., Гонтаровский П.П., Киркач Б.Н.* и др. Задачи контактного взаимодействия элементов конструкций. – Киев: Наукова думка, 1989. – 232 с. 4. *Миллер В.С.* Контактный теплообмен в элементах высокотемпературных машин. – Киев: Наукова думка, 1966. – 164 с. 5. *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. – М., Мир, 1979. – 392 с. 6. *Демидович Б.П., Марон И.А.* Основы вычислительной математики. – М., Физматгиз, 1963. – 660 с. 7. *Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К.* Оптимизация в технике: в 2-кн. Кн. 2. – М.: Мир, 1986. – 320 с. 8. *Банди Б.* Методы оптимизации. Вводный курс. - М.: Радио и связь, 1988. - 128 с.

Надійшла до редколегії 07.03.2007

УДК 658.515 (088.8)

А.Г.АНДРЕЕВ, канд.техн.наук; *А.В.ЩЕПКИН*; НТУ «ХПИ»

РАЗБОРКА ПРЕССОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕРМОВОЗДЕЙСТВИЯ

У статті описаний спосіб розбирання пресових з'єднань конструкцій типу вал-втулка, який складається з операцій нагрівання з'єднання та наступного швидкого його охолодження рідким азотом.

In the article the press junctions disassembly method of a type the shaft-cartridge is described. The method consists of heat of junction and quick postcooling by liquid nitrogen.

Актуальность темы. Известен способ разборки прессовых соединений деталей типа вал-втулка, включающий операции быстрого нагрева втулки до

заданной температуры с последующим съемом охватывающей детали. Однако такой способ не обеспечивает разборку тонкостенной охватывающей детали с валом. Одним из возможных способов разборки является нагрев такого пресового соединения с последующим быстрым охлаждением со скоростью 80-105 град/с путем струйного опрыскивания соединения хладагентом (жидким азотом) [1]. В [2] изложены результаты исследования процесса разборки конструкций, сделанных из одинакового материала. В случае, когда вал и втулка сделаны из разных материалов, подобный способ разборки не всегда применим.

Цель работы – проведение исследования напряженного и теплового состояния соединения типа вал-втулка (рис. 1), сделанного из разных материалов, в процессе его разборки и уточнение параметров разборки. В табл. 1 приведены характеристики материалов, используемых в соединении. Данные о геометрии соединения приведены в табл. 2.

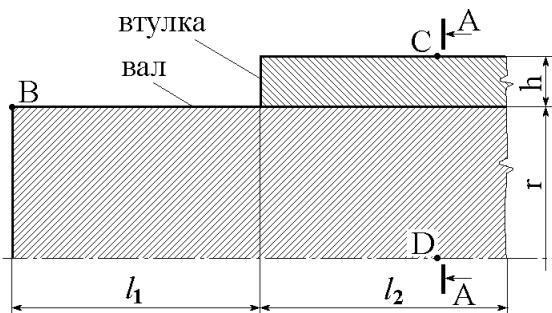


Рисунок 1

Таблица 1 – Характеристики материала соединений

	Сталь	Дюралюминий	Медь
Модуль упругости E , МПа	$0,2 \cdot 10^6$	$0,071 \cdot 10^6$	$0,11 \cdot 10^6$
Коэффициент Пуассона ν	0,3	0,3	0,32
Предел пластичности $\sigma_{ПС}$, МПа	350	200	150
Коэффициент линейного расширения α , град ⁻¹	$12 \cdot 10^{-6}$	$22 \cdot 10^{-6}$	$17 \cdot 10^{-6}$
Плотность ρ , кг/м ³	7800	2640	8900
Удельная теплоемкость c , Дж/кг · град.	460	922	393
Коэффициент теплопроводности K , Вт/м · град;	50	181	390

При нагреве или охлаждении такого соединения натяг может быть полностью снят, при этом элементы соединения не подвергаются пластическим деформациям и могут быть повторно использованы. Величина нагрева (охлаждения) определяется по формуле $\Delta T = \delta / r (\alpha_1 - \alpha_2)$, где δ – величина снимаемого натяга, r – радиус соединения, α_1, α_2 – коэффициенты линейного расширения материалов соединения. Результаты расчета приведены в табл. 3.

Таблица 2

$r, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	Натяг $\delta, \text{ м}$
0,03	0,01	$30 \cdot 10^{-6}$

Таблица 3

Материал вала	Материал втулки	Способ разборки
Сталь	Медь	Нагрев на 200 град.
	Алюминий	Нагрев на 100 град.
Медь	Сталь	Охлаждение на 200 град.
	Алюминий	Нагрев на 200 град.
Алюминий	Сталь	Охлаждение на 100 град.
	Медь	Охлаждение на 200 град.

Примечание: указанное термическое воздействие обеспечивает полное снятие натяга. Создание зазора между деталями требует дополнительного нагрева или охлаждения.

Выводы. С помощью численных методов проведено исследование способа разборки прессовых соединений деталей типа вал-втулка состоящих из разных материалов, обеспечивающий съём тонкостенной охватывающей детали с вала без ее повреждения. Расчеты показали, что возможность съема втулки зависит свойств материала.

Список литературы: 1. Патент 453276 СССР Способ разборки прессовых соединений / Г.Я.Андреев, Н.М.Лактионов, А.Н.Морозов. Заявлено 06.12.72; Оpubл. 15.12.74; Бюл. № 46. – 1975. 2. А.Г.Андреев, А.П.Звонарева, А.В.Щепкин Способ разборки прессовых соединений // Вестник НТУ «ХПИ». Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2006. – № 32. – С. 8–16.

Поступила в редакцию 26.06.2007.

Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, докт.техн.наук; **В.Н.КОНКИН**, канд.техн.наук;
В.Г.СУКИАСОВ, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»;
Б.А.ПУСТОВОЙТ, докт.мед.наук; **БАХА В.Ф.ЯХЬЯ**, Институт
патологии позвоночника и суставов им. М.И.Ситенко АМН Украины

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ОПЕРАТИВНОЙ КОРРЕКЦИИ НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ БОЛЬШОЙ БЕРЦОВОЙ КОСТИ

Наведено результати порівняльного аналізу різних способів оперативного виправлення фронтальної деформації великої гомілкової кістки. Розрахунки виконано методом скінчених елементів в тривимірній постановці. Критерієм для зіставлення є рівень напруженого стану кістки під дією фізіологічного навантаження.

The comparative analysis results of various ways of operative correction of tibia face-to-face deformation are presented. Calculations are executed by finite element method in three-dimensional statement. Criterion for comparison is the stress state level of bone by physiological loading.

Фронтальные деформации нижних конечностей являются причиной неблагоприятного восприятия физиологических нагрузок. Допустимая норма фронтального отклонения в коленном суставе от механической оси составляет $\pm 7^\circ$ [1]. Превышение этого значения ведет к серьезным последствиям и требует хирургического вмешательства. В настоящее время известны различные способы нормализации оси нижней конечности, среди которых основными считаются корригирующие остеотомии бедренной и большеберцовой костей [1]. При этом любые хирургические реконструкции строятся по однотипному принципу – достижению опороспособности с равновесным нагружением суставов и конечности, что обеспечивает физиологическую функцию с минимальными энергозатратами [1]. В этом аспекте представляет интерес выяснение роли реконструктивных вмешательств в условиях фронтальных деформаций, поскольку в литературе приведены лишь единичные данные о характере действия физиологических нагрузок на нижнюю конечность до и после операции [2–4].

В статье [5] дана количественная оценка влияния фронтальной деформации на напряженное состояние кости при осевом сжатии. Настоящая работа продолжает [5] в направлении теоретического изучения последствий хирургической коррекции искривленной кости.

Объектом исследования является большая берцовая кость под действием продольной нагрузки. Цель расчетов состоит в теоретическом сопоставлении различных способов оперативного исправления искривленной кости с точки зрения восприятия осевого сжатия при ходьбе. Задача рассматривается в 3-

мерной постановке на основе МКЭ, критерием для сравнения является уровень напряженного состояния в наиболее нагруженной зоне кости.

Приведенная в [5] модель искривленной кости является базовой для последующих моделей, имитирующих оперативное исправление дефекта тремя разными способами. Указанные способы иллюстрируются рис. 1 и 2. Во всех случаях считается, что в результате операции осевая линия нижней части кости (область лодыжки и голеностопа) становится параллельной оси бедра.

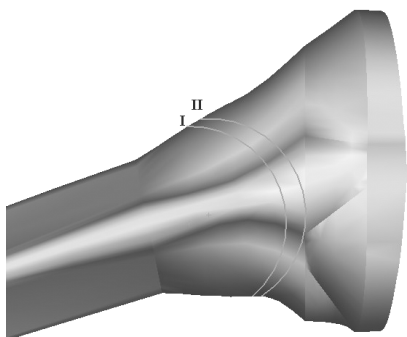


Рисунок 1

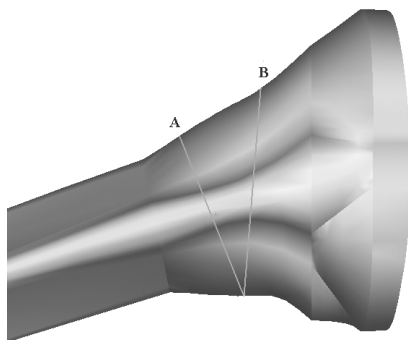


Рисунок 2

На рис. 3, 4 представлена модель, полученная из исходной путем разделения ее на два фрагмента за счет двух достаточно близких цилиндрических сечений I и II в верхней части кости (см. рис. 1), с последующим поворотом нижнего фрагмента и стыковкой его с верхним. Общая длина кости при этом почти не изменяется. В данном случае расчетная модель состоит из двух объемов, жестко связанных по поверхности соприкосновения, что можно считать соответствующим начальным стадиям восстановительного периода. Предполагается, что в результате операции восстанавливается равномерное распределение нагрузки в коленном суставе, т.е. характер нагружения такой же, как для здоровой кости [5]. Этот же подход использован и при изучении последующих моделей.

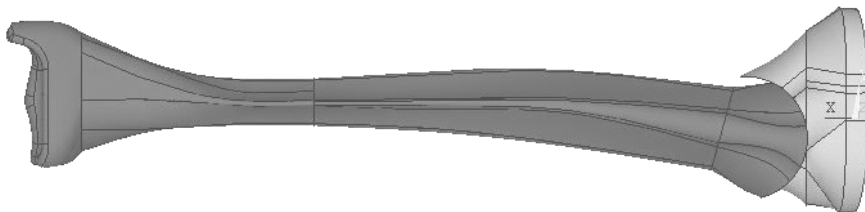


Рисунок 3

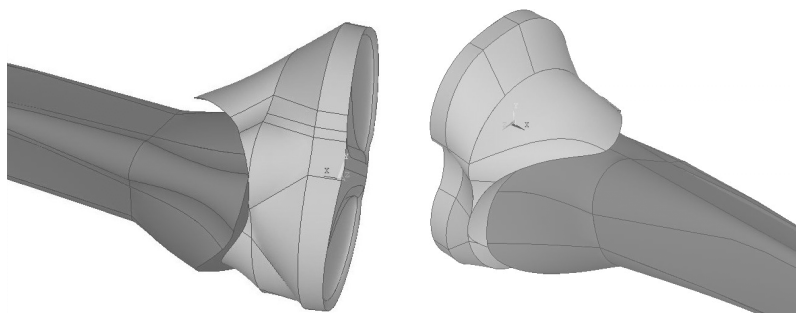


Рисунок 4

Механические характеристики материала и величина нагрузки совпадают с принятыми в [5]. Разбивка на конечные элементы, закрепление и нагруженные модели также соответствуют [5]. Результаты расчетов приведены на рис. 5, 6, где, в частности, видно, что максимальная интенсивность напряжений составляет 8,4 МПа.

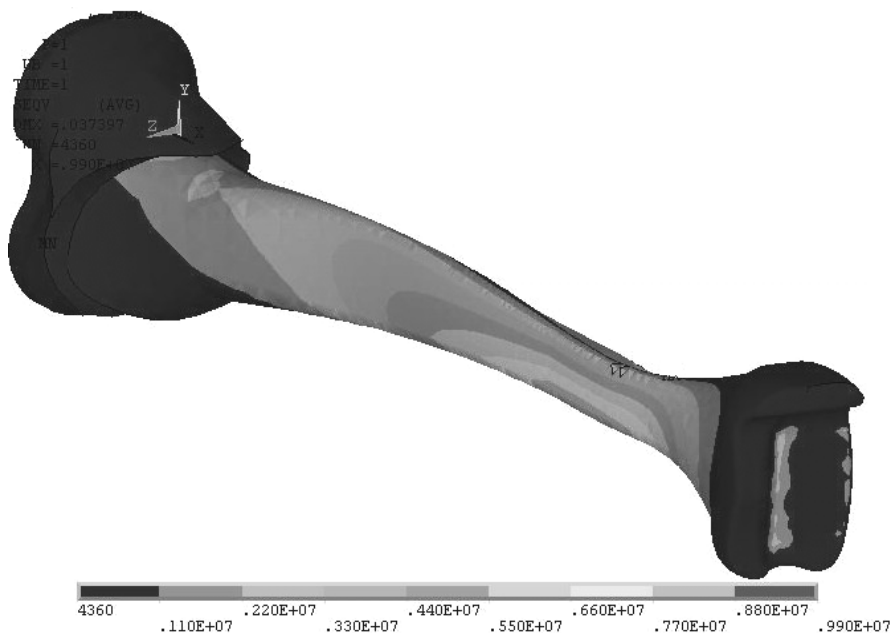


Рисунок 5

Другой способ оперативного исправления искривленной кости состоит в иссечении клиновидного участка в верхней части кости плоскостями **A** и **B** (см. рис. 2) и последующей стыковки фрагментов по плоским поверхностям

после поворота вокруг общей точки в вершине клина. Соответствующая модель показана на рис. 7. Следует отметить, что такой способ операции приводит к заметному уменьшению общей длины кости.

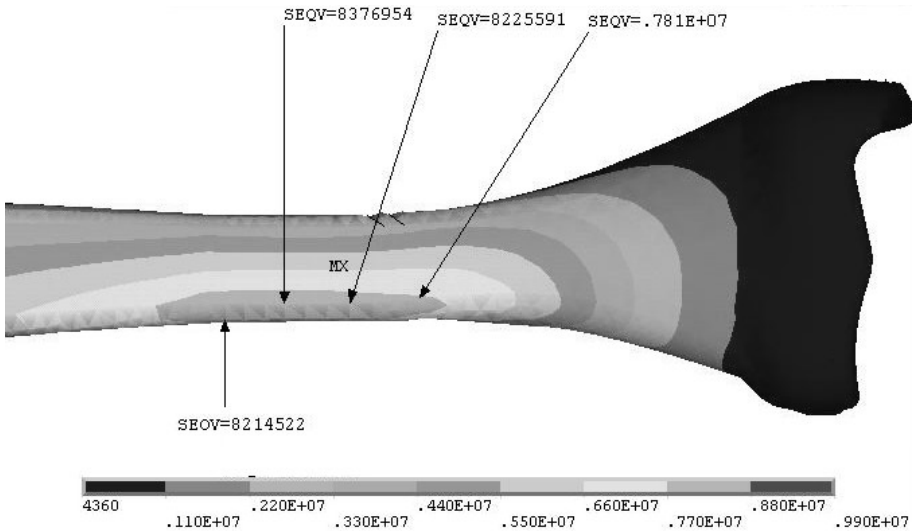


Рисунок 6

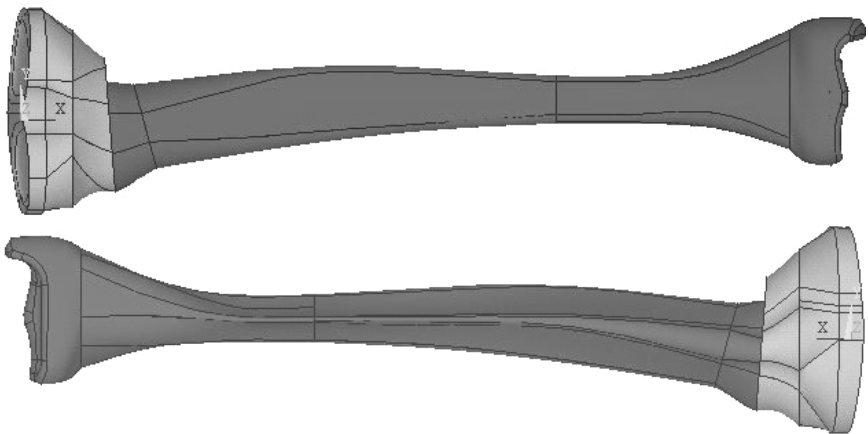


Рисунок 7

Согласно расчетам, как показано на рис. 8, 9, в данном случае интенсивность напряжений в наиболее нагруженной области достигает величины 11,3 МПа, что на 34,7 % превышает соответствующее значение для модели с цилиндрическим сечением.

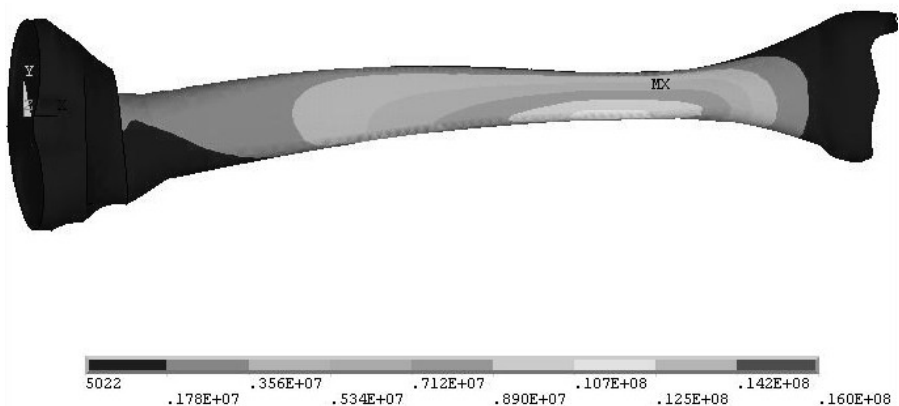


Рисунок 8

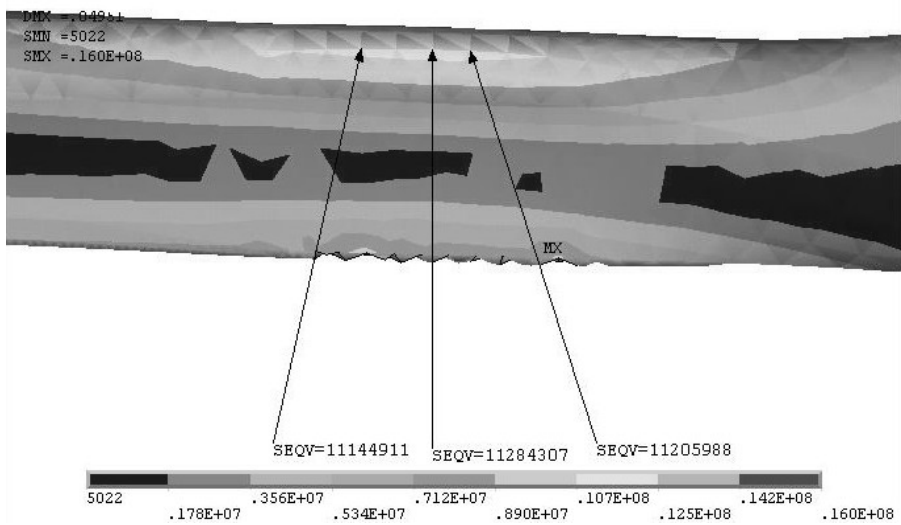


Рисунок 9

Последняя из исследованных моделей, представленная на рис. 10, имитирует исправление искривленной кости путем сечения одной плоскостью **В** (см. рис. 2), взаимного поворота фрагментов вокруг общей точки и вставки между ними инородного клина. Такой способ позволяет избежать сокращения длины кости. Расчетная модель в данном случае включает три жестко скрепленных объема. Выполнено два варианта расчета, отличающихся значениями механических свойств клина. В первом варианте клин считается керамическим, с упругими характеристиками $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\nu = 0,22$. Во втором варианте предполагается в 100 раз меньшая жесткость материала клина, то есть

$E = 2 \cdot 10^3$ МПа. Для обоих вариантов получены практически идентичные распределения напряжений, т.е. жесткость клина не оказывает влияния на напряженное состояние кости. Соответствующие поля интенсивности напряжений приведены на рис. 11-13, наибольшее значение составляет 21,6 МПа. Уровень напряжений для данной модели получается в 2,58 раза выше, чем в случае модели с цилиндрическим сечением.

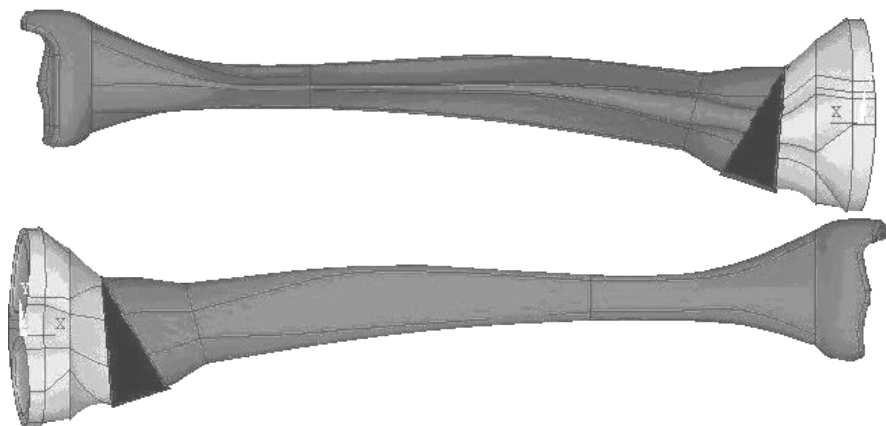


Рисунок 10

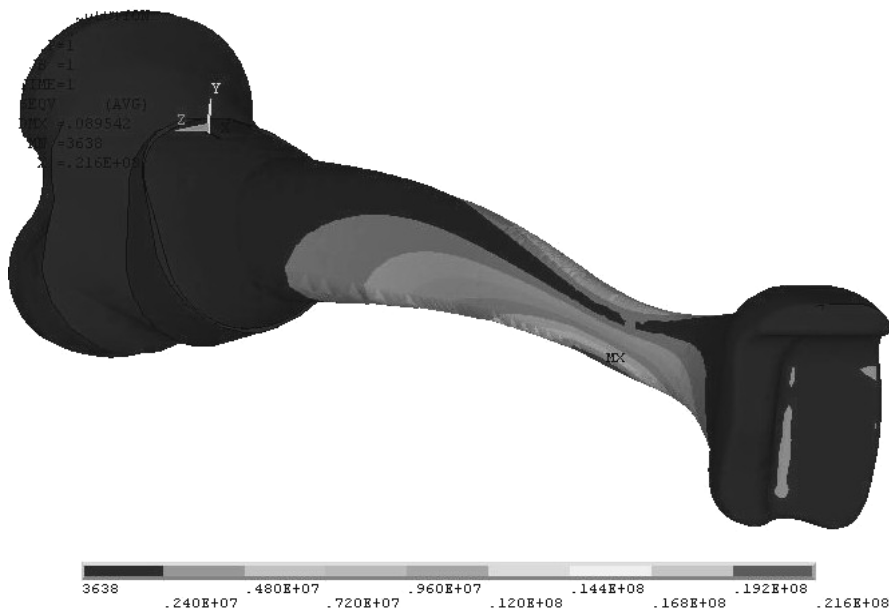


Рисунок 11



Рисунок 12

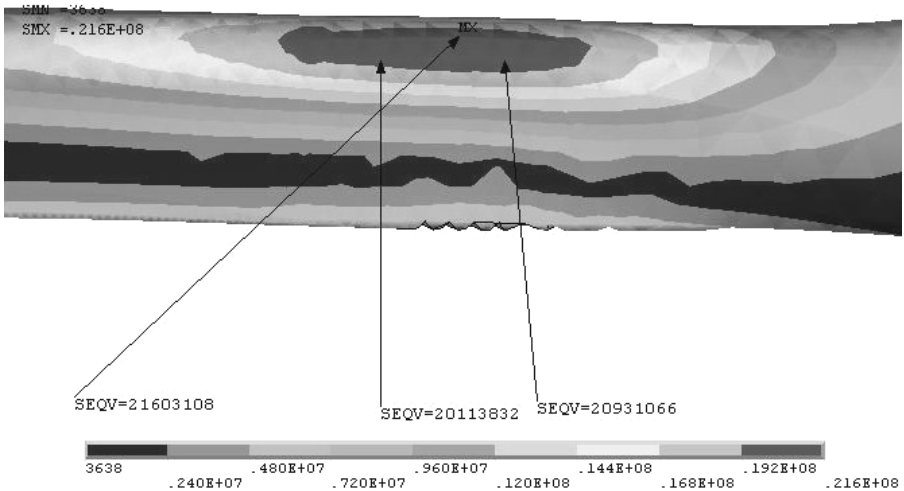


Рисунок 13

Таким образом, результаты проведенных расчетов и их сопоставление позволяют сделать вывод о несомненном преимуществе варианта полуцилиндрической остеотомии [1] по сравнению с двумя другими способами с точки зрения минимизации нагруженности оперированной кости, поскольку напряженное состояние кости является определяющим фактором для прогноза развития неблагоприятных эффектов в костных тканях с течением времени. Полученные результаты могут служить основой для последующих расчетов с целью оптимального планирования костной коррекции вальгусной деформации коленного сустава.

Список литературы: 1. Пустовойт Б.А. Диагностика и хирургическое лечение фронтальных диспластических деформаций // Ортопедия, травматология и протезирование. – Киев, 1992. – Вып. 22. – С. 128-133. 2. Freemann M. Arthritis of the knee. – Berlin: Springer-Verlag, 1980. – S. 149 – 182. 3. Maquet P.J. Biomechanics of the knee. – Berlin: Springer-Verlag, 1984. – 306 p. 4.

Пустовойт Б.А., Михайлов С.Р. Биомеханическое обоснование фронтальной остеотомии костей голени при диспластической патологии // Ортопедия, травматология и протезирование. – 2000. – № 3. – С. 20-25. *Бреславский Д.В., Конкин В.Н., Сукиасов В.Г., Пустовойт Б.А., Баха В.Ф. Яхья.* Моделирование большой берцовой кости и численный анализ влияния фронтальной деформации на ее напряженное состояние // Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск «Динаміка і міцність машин». – 2006. – № 32. – С. 33-38.

Поступила в редколлегию 15.03.2007

УДК 669.018.29:620.16

А.Ю.ДЕНЬЩИКОВ; С.В.ПОДЛЕСНЫЙ, канд.техн.наук;
ДГМА, Краматорск
С.Н.ШИЛЮК; К.П.ШАПОВАЛОВ; ЗАО «НКМЗ», Краматорск

ОЦЕНКА ДОСТОВЕРНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ МЕТОДАМИ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРОСКОПИИ

У статті проведена оцінка достовірності результатів вимірювання внутрішніх напружень методом вимірювання коерцитивної сили. Дослідження проведено на різних марках сталі. Виконана оцінка величини нев'язки визначення напружень, для додаткового контролю виконано порівняння точності вимірювань з результатами, одержаним тензометричним методом.

The estimation of authenticity of results of measuring of internal stress by the method of measuring of coercitivity is conducted in the article. Research is conducted on different brands became. The estimation of size of error of determination of stress is executed, for the additional control, comparing of exactness of measuring is executed to the results, got tensiometer.

В основе существующих методов определения внутренних напряжений лежит исследование физических свойств материалов при воздействии на них рентгеновских, инфракрасных, ультрафиолетовых и гамма-лучей, радиоволн, ультразвуковых колебаний, магнитного и электростатического полей и др. Основными методами, применяемыми в настоящее время, являются рентгенографический, ультразвуковой и магнитные методы.

Принцип действия приборов основанных на магнитных методах состоит в намагничивании контролируемого участка детали до технического насыщения накладным преобразователем, размагничивания его ступенчато нарастающим полем, фиксации магнитных характеристик (коэрцитивной силы, индукции, остаточной намагнитченности, магнитной проницаемости). Существенным недостатком магнитного метода является его чувствительность к локальным изменениям толщины стенки, создающая дополнительные трудности в интерпретации результатов контроля.

Достаточно часто, при проведении исследований по измерению внутренних напряжений, зависимость между изменением магнитной характеристики

и величиной напряжений полагают линейной. В данной работе проведено исследование по оценке степени достоверности результатов измерения внутренних напряжений, получаемых при таком подходе.

Для контроля напряженно-деформированного состояния металлоконструкций магнитным методом использовался структуроскоп КРМ-Ц-К2М (разработчик и изготовитель – фирмы «Специальные Научные Разработки» г. Харьков).

Для проведения исследований изготовлены образцы прямоугольного поперечного сечения из различных сталей, которые нагружались одноосной силой на машине ГМС-100 с остановками для замеров. Измерение показаний приборов производилось через каждые 30 МПа. Производилось по три замера для каждой силы и вычислялось среднее значение коэрцитивной силы.

Результаты измерений представлены в виде табл. 1.

Таблица 1

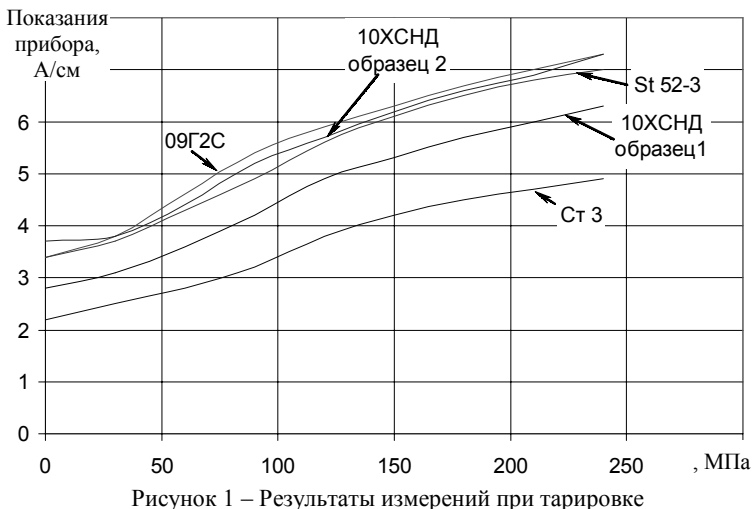
Марка стали	Величина нагрузки (кН)/ напряжения в образце (МПа)									
	0	20	40	60	80	100	120	140	160	
Ст. 3	2,2	2,5	2,8	3,2	3,8	4,2	4,5	4,7	4,9	
09Г2С	3,4	3,8	4,6	5,4	5,9	6,3	6,7	7,0	7,3	
St 52-3	3,4	3,7	4,3	4,9	5,6	6,1	6,5	6,8	7,0	
10ХСНД	№ 1	2,8	3,1	3,6	4,2	4,9	5,3	5,7	6,0	6,3
	№2	3,7	3,8	4,4	5,2	5,7	6,2	6,6	6,9	7,3

По полученным значениям построены графики, представленные на рис. 1. При этом вдоль горизонтальной оси откладывались действующие напряжения, вычисленные согласно формулы: $\sigma = P/F$, где P – величина растягивающей силы, F – площадь поперечного сечения образца. Вдоль вертикальной оси – показания коэрцитивной силы, А/см.

Как можно увидеть из полученных графиков, зависимость между значениями напряжений и коэрцитивной силой близка к линейной. Следует обратить внимание, что три кривые (для сталей 09Г2С, St 52-3 и 10ХСНД, образец 2) находятся очень близко друг относительно друга, а разница между показаниями коэрцитивной силы для двух образцов из одной стали 10ХСНД составляет около 20 % при практически полном их совпадении при наложении.

Такая ситуация объясняется тем, что на абсолютное изменение коэрцитивной силы влияют различные факторы, среди которых: температура и влажность окружающей среды, качество поверхности, структурные неоднородности и нарушения сплошности металла, и т.п.

Но для нас принципиально важным является то, что прибор качественно достаточно точно зафиксировал изменения внутренних напряжений во всех образцах.



Для оценки величины погрешности определения напряжений проведен был дополнительный анализ. Учитывая, что на каждом шаге значение напряжений изменялось на одинаковую величину (30 МПа), то может быть определен средний коэффициент пропорциональности K_m между изменением напряжений и показаниями прибора. Тогда напряжения могут быть вычислены согласно формуле $\sigma = K_m \cdot \Delta P_k$, где ΔP_k – изменение величины коэрцитивной силы.

Как альтернативный метод, для второго образца применялся тензометрический метод измерения напряжений. При этом использовалась тензостанция ИДЦ-1, в качестве датчиков для измерения напряжений использовались проволочные тензорезисторы на пленочной основе 2ПКП-30-200 с сопротивлением 199÷199,49 Ом, активной базой 30 мм и известным коэффициентом тензочувствительности. Тензодатчики были подключены по несбалансированной мостовой схеме, симметричной относительно питающей диагонали.

После определения значений коэффициентов пропорциональности были вычислены изменения напряжений за один шаг измерений. Полученные значения представлены в табл. 2.

По полученным данным были построены графики изменения напряжений. При этом вдоль горизонтальной оси откладывались значения действующих напряжений, вдоль вертикальной – расчетное изменение напряжений согласно показаниям приборов при изменении напряжений на 30 МПа. Таким образом, погрешность определения напряжений может быть определена как разность, между вычисленным значением и действительным изменением напряжений (30 МПа). Сплошными линиями показаны результаты измерений, полученные при помощи метода магнитной индукции, штриховой – тензометрии.

Таблица 2

На- грузка	Магнитным методом (образец 1/образец 2)			Методом тензометрии (образец 2)		
	Показания прибора	Разность		Показания прибора	Разность	
		А/см	МПа		ЕОД	МПа
0	2,8/3,7			1015		
30	3,1/3,8	0,3/0,1	20,28/6,76	1029	14	30,80
60	3,6/4,4	0,5/0,6	33,81/40,57	1043	14	30,80
90	4,2/5,2	0,6/0,8	40,57/54,09	1056	13	28,60
120	4,9/5,7	0,7/0,5	47,33/33,81	1068	12	26,40
150	5,3/6,2	0,4/0,5	27,04/33,81	1082	14	30,80
180	5,7/6,6	0,4/0,4	27,04/27,04	1095	13	28,60
210	6/6,9	0,3/0,3	20,28/20,28	1109	14	30,80
240	6,3/7,3	0,3/0,4	20,28/27,04	1123	14	30,80

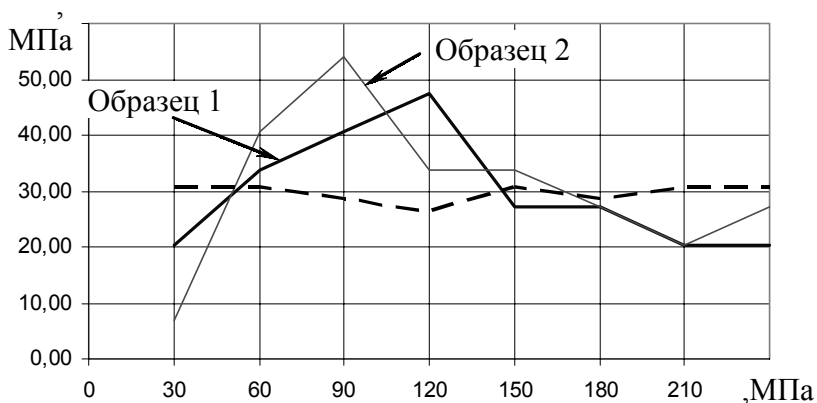


Рисунок 2 – Погрешность измерений при тарировке

Как можно увидеть используемая аппаратура показывает удовлетворительные результаты при высоком уровне напряжений (для данного материала выше 120 МПа), при этом для низких остаточных напряжений погрешность может составлять порядка 60 %.

Список литературы: 1. Касаткин Б.С. и др. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений. – Киев, 1981. – 381 с. 2. Иванов С.Ю. и др. Производство сертифицированных рабочих средств измерения остаточных напряжений в металлах и сплавах // Металлообработка. – 2001. – № 1. – С. 67-72. 3. Власов В.Т., Дубов А.А. Физические основы метода магнитной памяти металла. – М.: ЗАО «ТИССО», 2004. – 424 с. 4. Паньковский Ю.П. Аппаратная реализация некоторых магнитных методов неразрушающего контроля // Мир измерений. – 2005. – № 5. – С. 9-12. 5. Безлюдько Г.Я. и др. Оценка текущего состояния остаточного ресурса прокатных валков на основе магнитного (по коэрцитивной силе) метода неразрушающего контроля // Кон-

троль. Диагностика. – 2002. – № 1. – С. 45-48. 6. Горкунов Э.С. и др. Моделирование диаграммы деформирования на основе измерения ее магнитных характеристик //Дефектоскопия. – 1997. – № 4. – С. 87-95.

Поступила в редакцию 23.07.2007.

УДК 539.4:629.7.02

В.А.ЖОВДАК, докт.техн.наук; **А.Б.БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ**, канд.техн.наук; **М.М.СМИРНОВ**, канд.техн.наук; **Ю.Н.УЛЬЯНОВ**, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»; **С.И.ЯЦЬКО**, канд.техн.наук, УкрГАЗТ; **О.В.ЧЕРНЫХ**, ГП «Харьковский метрополитен»

ВИБРОИЗМЕРЕНИЯ РАМ ТЕЛЕЖЕК ВАГОНОВ МЕТРОПОЛИТЕНА В ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ УСЛОВИЯХ

Розглядається методика проведення вібровимірювань рам візків вагонів метрополітену в умовах експлуатації. Обробка осцилограм здійснювалась за допомогою дискретного перетворення Фур'є. Використовувалася програма Microsoft Excel. Отримано спектр зовнішнього навантаження, що викликане нерівностями шляху. Також визначено спектр власних коливань рам візків, що підтверджується експериментальними даними. Результати статті будуть використані для вирішення задачі статистичної динаміки рам візків з урахуванням запізнення зовнішнього навантаження на колісні пари візків та прогнозування безвідмовності рам візків.

The article represents the vibration-survey technique of bogie frames of transit vehicles under service conditions. The oscillogram processing was carried out by discrete Fourier transform. For this purpose program Microsoft Excel was used. The spectrum of external loading is defined. This loading is caused by track irregularities. Also the natural vibration spectrum of bogie frames is obtained and confirmed by experimental data. The results of this article will be used for solving the statistical dynamics problem and reliability prediction of bogie frames. The delay of external loading on the wheel pairs of bogie frames is taken into account.

Введение. Железнодорожный транспорт занимает ведущее место среди видов транспорта по объемам грузовых и пассажирских перевозок Украины. Неотъемлемой частью подвижного состава железнодорожного транспорта являются электропоезда метрополитенов, которые предназначены для обеспечения массовых перевозок пассажиров в транспортных системах больших городов. Однако во время эксплуатации вагонов электропоездов наблюдается большое количество отказов, значительный процент которых имеет механическое происхождение. Отдельно необходимо выделить возникновение усталостных трещин в сварных конструктивных элементах тележек вагонов. Указанные причины приведут к тому, что экономическая эффективность, а также показатели эксплуатации вагонов снижаются, что приводит к значительным расходам и возможности возникновения аварийных ситуаций. В связи с этим,

актуальной задачей является проведение виброизмерений рам тележек вагонов метрополитена в эксплуатационных условиях.

1. Постановка задачи. Колесно-редукторный блок (КРБ) электропоездов обеспечивает передачу крутящего момента от тягового двигателя к колесной паре [1]. Он состоит из тягового редуктора, колесной пары и буксовых подшипников.

Для проверки состояния основных узлов КРБ (подшипников, зубчатых зацеплений и т.д.) используются методы безразборной диагностики, позволяющие выявлять опасные повреждения. Среди этих методов широко применяются методы виброизмерений [2, 3]. Целью данной работы является исследование влияния динамических нагрузок на колесные пары тележки вагона, проведение анализа спектрального состава усилий на колесные пары и вибрационного состояния тележки, идентификация внешнего воздействия на рамы тележек, вызванного неровностями пути, необходимого для решения задачи случайных вынужденных колебаний рам тележек вагонов. Для этого проводилось измерение виброускорений при различных скоростях движения электропоезда.

2. Описание эксперимента. Главным и достаточно простым источником информации о динамических нагрузках, техническом состоянии пути и подвижного состава является вибрация узлов и конструкций вагона метро в эксплуатационных условиях. Однако здесь очень важным является выбор мест установки датчиков, поскольку от этого зависит степень информативности сигнала. Первые измерения [3] показали, что целесообразно сосредоточиться на оценке повторяемости вибраций в одинаковых условиях эксплуатации. Дополнительным условием измерений было поддержание при измерениях постоянной скорости движения состава. Кроме этого, для оценки уровня и спектрального состава помех был создан измеритель помех в виде резистора, помещенного в неферромагнитный корпус. Спротивление резистора выбрано совпадающим с активным сопротивлением серийного пьезодатчика ускорений и равным 500 кОм. В качестве регистратора использовался серийный компьютер или специальное устройство для цифровой записи и спектрального анализа, основанного на алгоритме быстрого преобразования Фурье [3, 4]. Размещение датчиков, кабелей и регистратора представлено на рис. 1. Программа испытаний и количество измерений (записей осциллограмм) показаны в табл. 1.

3. Методика обработки измерений и результаты. Обработка осциллограмм осуществлялась в программе Microsoft Excel с помощью дискретного преобразования Фурье [3, 4].

Дискретное прямое преобразование Фурье $X(k)$ для одномерного массива $x(j)$ длины N имеет вид [3, 4]:

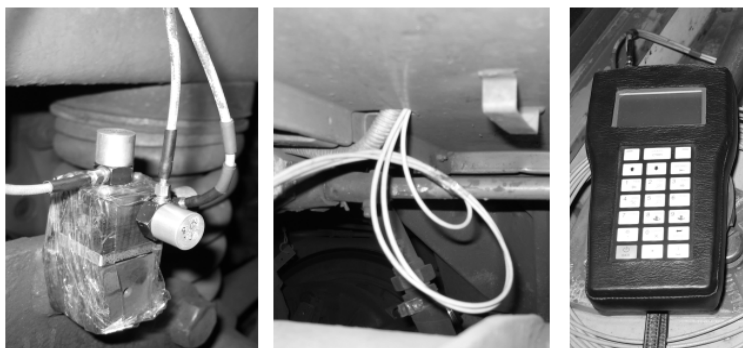


Рисунок 1 – Размещение вертикального и поперечного датчиков, ввод кабелей в кабину водителя и одноканальный цифровой спектроанализатор

Таблица 1 – Программа испытаний и количество измерений

Перегон	Место измерений	Направление измерений	Скорость движения, км/ч		
			50	60	70
Холодная Гора – Южный Вокзал	букса	вертикальное	5	4	3
	рама	вертикальное	5	4	3
		поперечное	5	4	3
Советская – пр. Гагарина	букса	вертикальное	5	4	3
	рама	вертикальное	5	4	3
		поперечное	5	4	3
Маршала Жукова – Советской Армии	букса	вертикальное	5	4	3
	рама	вертикальное	5	4	3
		поперечное	5	4	3

$$X(k) = \sum_{j=1}^N x(j) e^{2\pi/N(j-1)(k-1)}. \quad (1)$$

Основное назначение преобразования Фурье заключается в выделении частот и амплитуд регулярных составляющих сигнала, зашумленного помехами. Функция спектральной плотности характеризует распределение энергии случайного процесса по частотам спектра. Спектральная плотность внешнего воздействия для одного участка метрополитена определяется следующим образом [4]:

$$s_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E \left[|X_k(\omega, T)|^2 \right], \quad (2)$$

где $E[\dots]$ – операция математического ожидания.

Тогда усредненная спектральная плотность для всей линии метрополитена имеет вид [4]:

$$\bar{S}(\omega) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_{xx}^{(i)}(\omega), \quad (3)$$

где $s_{xx}^{(i)}(\omega)$ – спектральная плотность внешнего воздействия для i -го участка метрополитена, n – число участков.

Среднеквадратичное отклонение (СКО) вертикальных ускорений определяется следующим образом [4]:

$$\sigma = \sqrt{\int_0^{\infty} \bar{S}(\omega) d\omega}. \quad (4)$$

По результатам проведения эксперимента с учетом соотношений (1)-(4) были получены графики СКО вертикальных ускорений буксового узла тележки вагона в Харьковском метрополитене на скоростях 50, 60 и 70 км/ч (рис. 2). На рис. 2 наблюдается общее возрастание уровней СКО вертикальных ускорений буксовых узлов колесных пар рам тележек при увеличении скорости движения с 50 до 70 км/ч. Также видно, что с увеличением скорости качественное распределение спектра не меняется, но появляются отдельные гармоники, зависящие от скорости движения электропоезда.

Для идентификации гармоник определим возможные частоты внешнего воздействия на тележку: частота вращения колесной пары (КП) [5] $f = V/3,6\pi D_K$, где V – скорость движения электропоезда (км/ч), D_K – диаметр круга катания бандажа, $D_K = 0,78$ м [1]; шпальная частота [5] $f_{шп} = \frac{V \cdot 6}{3,6\pi D_K}$; частота сопряжения зубьев [5] $f_z = \frac{Z_3 V}{3,6\pi D_K}$, где Z_3 – число зубьев большого зубчатого колеса, $Z_3 = 80$ [1]; частота вращения двигателя [5] $f_D = \frac{i^2 V}{3,6\pi D_K}$, где i^2 – передаточное отношение, $i^2 = 5,33$ [1].

Результаты расчета частот возможных внешних воздействий для скоростей 50, 60 и 70 км/ч представлены в табл. 2.

Как видно из рис. 2 и табл. 2, в спектре сигнала проявляются частоты, связанные с вращением колесной пары, двигателя, а также шпальные частоты.

На рис. 3 представлены графики спектральных плотностей вертикальных ускорений буксовых узлов колесных пар тележек вагонов метрополитена г. Харькова.

Как следует из рис. 3, кроме частот, зависящих от скорости движения электропоезда, в спектре сигнала присутствуют постоянные гармоники 7, 20 и 35 Гц, связанные с собственными колебаниями тележки.

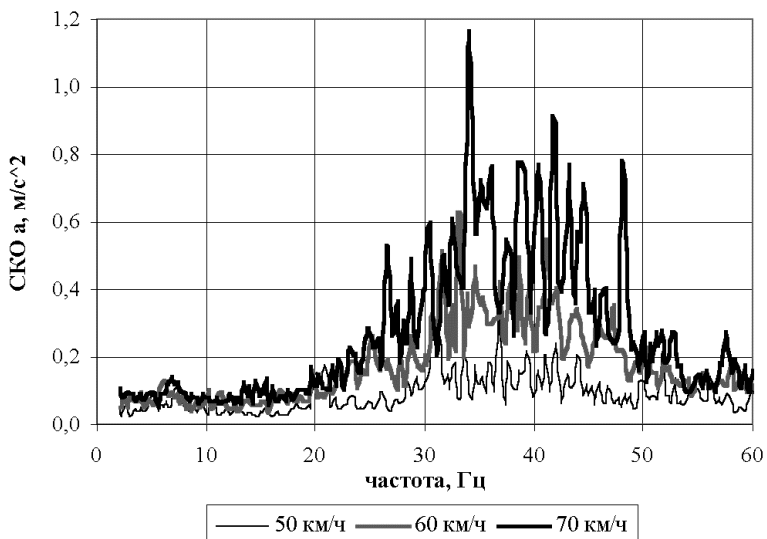


Рисунок 2 – SKO вертикальных ускорений буксового узла колесной пары тележки в метрополитене г. Харькова

Таблица 2 – Частоты возможных внешних воздействий

Наименование	Значение частоты (Гц) при скорости		
	50 км/ч	60 км/ч	70 км/ч
Частота вращения КП	5,67	6,8	7,94
Шпальная частота	34,02	40,8	47,61
Частота сопряжения зубьев	453,6	544	634,8
Частота вращения двигателя	30,22	36,24	42,29

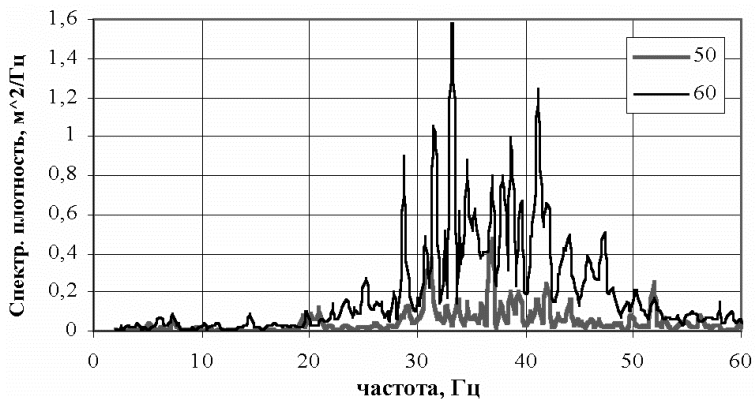


Рисунок 3 – Спектральная плотность вертикальных ускорений буксового узла

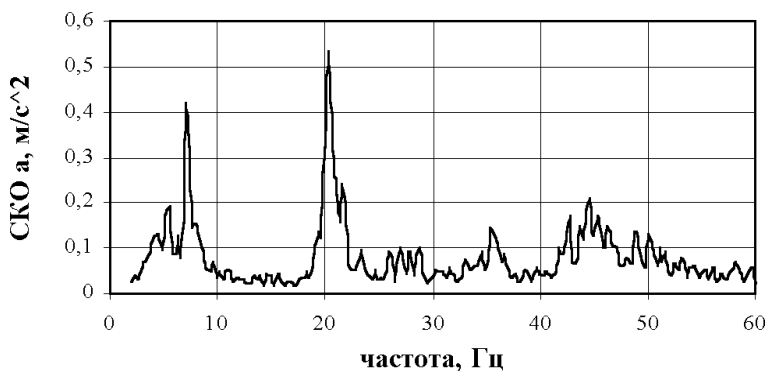


Рисунок 4 – СКО вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки, для скорости 50 км/ч



Рисунок 5 – СКО вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки, для скорости 60 км/ч

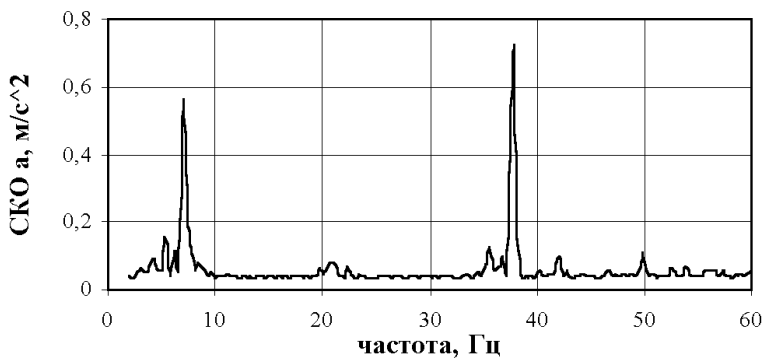


Рисунок 6 – СКО вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки для скорости 70 км/ч

Для идентификации этих частот, рассмотрим графики СКО вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки вагона типа ЕЖ-3 в метрополитене г. Харькова (рис. 6, 7).

Из рис. 6, 7 видно, что для спектра сигнала характерны подъемы уровней СКО вертикальных ускорений на частотах, близких к 7, 20 и 35 Гц, что обусловлено наличием резонансных режимов работы тележки на данных частотах. Это подтверждается экспериментальными данными, приведенными в работе [6] для тележек типа ЕЖ-3.

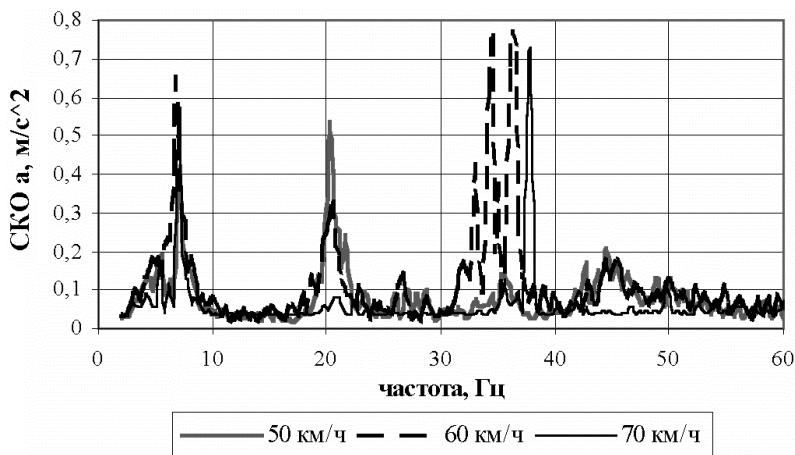


Рисунок 7 – СКО вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки (общий вид)

Выводы

1. Разработана методика виброизмерений рам тележек вагонов метрополитена в эксплуатационных условиях.

2. Проведена идентификация внешнего воздействия на рамы тележек, вызванного неровностями пути, которое необходимо для решения задачи случайных вынужденных колебаний.

3. Результаты экспериментальных исследований показали:

а) при увеличении скорости движения электропоезда с 50 до 70 км/ч наблюдается общее возрастание уровней спектральной плотности вертикальных ускорений буксовых узлов колесных пар рам тележек,

б) максимальные значения спектральной плотности вертикальных ускорений наблюдаются на одних и тех же частотах,

в) при увеличении скорости движения возрастание уровней спектральной плотности вертикальных ускорений, измеренных на раме тележки, не прослеживается на отдельных частотах, что можно объяснить малым количеством реализаций.

Список литературы: 1. Добровольская Э.М. Вагоны метрополитена типа Е. Устройство и обслуживание. – М: Транспорт, 1989. – 302 с. 2. Фадеев С.В., Сергеев А.А., Смирнов В.А. Комплекс диагностики колесно-редукторных блоков // Локомотив. – 2002. – №7. – С. 22-24. 3. Белоцерковский А.Б., Жовдак В.А., Смирнов М.М., Черных О.В., Яцько С.И. Разработка методики виброизмерений колесно-редукторных блоков вагонов метрополитена // Труды 7-й междунар. науч.-техн. конф. «Физические и компьютерные технологии в народном хозяйстве», 28-29 мая 2003 г. – Харьков: ХНПК «ФЭД». – 2003. – С. 216-218. 4. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа – М.: Мир, 1983. – 312 с. 5. Механическая часть тягового подвижного состава: Учебник для вузов ж.-д. трансп. / И.В. Бирюков, А.Н. Савоськин, Г.П. Бурчак и др. / Под ред. И.В. Бирюкова. – М.: Транспорт, 1992. – 440 с. 6. Прочность и безотказность подвижного состава железных дорог / А.Н. Савоськин, Г.П. Бурчак, А.П. Матвеевичев и др. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.

Поступила в редколлегию 20.12.2006

УДК 621.01.001

В.А.ЖОВДАК, докт.техн.наук; **А.В.ТОРЯНИК**, НТУ «ХПИ»

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Описано алгоритм вирішення задачі статистичної динаміки для кінцево-елементних моделей конструкцій. Досліджено природу сейсмічних впливів і запропоновано способи їх моделювання з використанням імовірнісних підходів. Розроблено методичне й програмне забезпечення для дослідження динаміки фундаментів турбоустановок під впливом сейсмічного навантаження з урахуванням запізнення. Здійснено рішення задачі статистичної динаміки для моделі балки за допомогою розробленого алгоритму.

An algorithm of solving the problem of statistical dynamics of finite element models of constructions is described. The nature of seismic influences is investigated and methods of their modeling by means of probability approaches are proposed. There are developed methodical instructions and software to investigate the dynamics of turbo-installation foundations under seismic influence with delay. The problem of statistic dynamics of beam model is solved by the developed algorithm.

1. Введение. Актуальность проблемы

Значительная часть территорий СНГ и зарубежья находится в области сейсмически опасных районов земной поверхности, являющихся неблагоприятными для расположения сооружений длительного срока службы. Однако в силу экономических причин этого избежать невозможно. Для уменьшения риска разрушения сооружений к их основаниям предъявляются специфические требования.

Чрезвычайную важность представляет расчет сооружений стратегических объектов таких, как энергетические турбоустановки, поскольку их частичное или полное разрушение приводит не только к огромным экономическим потерям, но и экологическим и людским жертвам.

Основной целью исследования является разработка методического и программного обеспечения для исследования динамики фундаментов турбоустановок под влиянием сейсмического воздействия с учетом запаздывания. Особое внимание уделяется вопросам моделирования сейсмического воздействия на основе вероятностных подходов.

2. Использование вероятностных подходов для описания характеристик сейсмического воздействия

Получение матрицы спектральной плотности для системы с r входами.

Рассмотрим механическую систему, имеющую два или большее количество входов. Под понятием входа механической системы будем понимать закрепленные точки фундамента, на которые прикладывается сейсмическая нагрузка. Задача случайных вынужденных колебаний исследуемой механической системы будет решаться с учетом относительного запаздывания воздействия на входы в силу волновой природа сейсмического воздействия. Описание воздействия и решение задачи будем осуществлять с вероятностных позиций.

Построим модель сейсмического воздействия, подаваемого на входы конструкции. Волновые свойства воздействия будем описывать вектором скорости движения фронта. Фактически это значит, что на каждый из входов исследуемой механической системы подается одно и то же случайное воздействие, но с определенным запаздыванием.

Введем систему глобального времени t . Сопоставим начало ее отсчета со временем прихода фронта волны на первый вход системы. Составим массив T из элементов, соответствующих моментам времени прихода воздействия на входы в виде:

$$T = [T_1, T_2, T_3, \dots, T_l, \dots, T_m, \dots, T_r], \quad (2.1)$$

здесь r – количество входов системы.

Введем понятие относительного запаздывания воздействия между λ -м и μ -м входами системы:

$$\Delta_{\lambda\mu} = T_\lambda - T_\mu. \quad (2.2)$$

Для описания вероятностных характеристик воздействия введем корреляционную матрицу:

$$[K(t_1, t_2)] = \begin{bmatrix} K_{11}(t_1, t_2) & \dots & K_{1r}(t_1, t_2) \\ \dots & \dots & \dots \\ K_{r1}(t_1, t_2) & \dots & K_{rr}(t_1, t_2) \end{bmatrix}; \quad (2.3)$$

здесь $K(t_1, t_2)$ – корреляционная матрица произвольного случайного входного воздействия; $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$ – взаимная корреляционная функция случайных процессов $\dot{\eta}_\lambda(t)$ и $\dot{\eta}_\mu(t)$, отражающая взаимные вероятностные характеристики воздействия на λ -й и μ -й входы системы.

Переход от корреляционных к спектральным характеристикам осуществля-

ется методом Блекмана-Тьюки [1,2], основанном на преобразовании Фурье:

$$S_{\lambda\mu}([t], w) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i w \tau} K_{\lambda\mu}([t], \tau) d\tau . \quad (2.4)$$

Из формулы (2.4) видно, что вероятностные характеристики в общем случае могут носить частотно-временной характер.

Описание вероятностных характеристик случайных сейсмических воздействий с помощью мультипликативной нестационарной модели. Выделим следующие основные модели случайного сейсмического воздействия [1,2]:

- стационарная;
- нестационарная.

Модели стационарного воздействия не дают возможности с достаточной степенью адекватности описать реальные сейсмические процессы. Компромиссом является модель мультипликативного нестационарного (квазистационарного) воздействия (см. рис. 1), главной особенностью которого является масштабируемость стационарной составляющей во времени путем наложения детерминированной огибающей:

$$\ddot{\eta}(t) = A(t)\xi(t) . \quad (2.5)$$

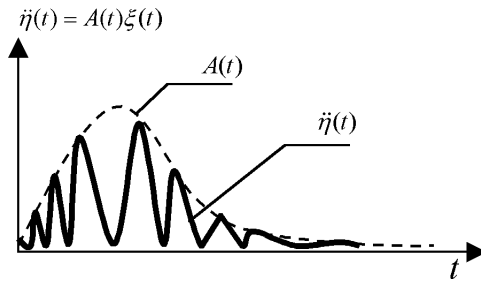


Рисунок 1 – Качественный вид реализации мультипликативной модели воздействия

В рамках данной работы акцент ставится именно на исследование этой модели.

Для стационарной составляющей воздействий сейсмической природы, моделированных с помощью мультипликативной модели, свойственно $m_{\dot{\eta}} = 0$. Используя соотношения теории вероятности [5], выразим корреляционные функции $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$ через математическое ожидание произведения случайных процессов:

$$\begin{aligned} K_{\lambda\mu}(t_1, t_2) &= M[\ddot{\eta}_{\lambda}(t_1) \cdot \ddot{\eta}_{\mu}(t_2)] = M[A_{\lambda}(t_1)\xi(t_1) \cdot A_{\mu}(t_2)\xi(t_2)] = \\ &= A_{\lambda}(t_1) \cdot A_{\mu}(t_2) M[\xi(t_1) \cdot \xi(t_2)] \end{aligned} \quad (2.6)$$

В силу детерминированности огибающих $A_{\lambda}(t)$ выражение для функции

$K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$ вырождается в произведение огибающих в разные моменты времени на корреляционную функцию стационарной составляющей с учетом запаздывания воздействия (2.3):

$$K_{\lambda\mu}(t_1, t_2) = A_\lambda(t_1) \cdot A_\mu(t_2) K_\xi(t_2 - t_1 + \Delta_{\lambda\mu}). \quad (2.7)$$

В выражении (2.7) принято предположение о том, что воздействия на входы системы представляют один и тот же случайный процесс, но в фиксированный момент времени отличаются взаимным запаздыванием (2.3).

Переход от корреляционных характеристик нестационарного случайного процесса к спектральным требует нестандартных подходов [2]. Введем в рассмотрение следующие преобразования переменных взаимной корреляционной функции $K_{\lambda\mu}(t_1, t_2)$:

$$\tau = t_2 - t_1; \quad t_1 = t - \frac{\tau}{2}; \quad t_2 = t + \frac{\tau}{2}; \quad (2.8)$$

здесь t – переменная глобального времени, соответствующая представлению (2.1).

Нестационарный случайный процесс, описываемый корреляционной функцией с аргументами (2.1), представляет локально-стационарный процесс. Вероятностные характеристики таких процессов напрямую зависят от значения глобального времени. В частности, корреляционная функция (2.6) приобретает следующий вид:

$$K_{\lambda\mu}(t, \tau) = A_\lambda(t - \frac{\tau}{2}) \cdot A_\mu(t + \frac{\tau}{2}) K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}). \quad (2.9)$$

На практике удобной и адекватной формой представления стационарной составляющей сейсмического воздействия $\zeta(t)$ есть узкополосный случайный процесс [1,2] с корреляционными и соответствующими им спектральными плотностями вида:

$$K_\xi(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \left[\cos(\beta\tau) + \frac{\alpha}{\beta} \sin(\beta|\tau|) \right]; \quad (2.10)$$

$$S_\xi(w) = \frac{2\alpha(\beta^2 + \alpha^2)}{(\alpha^2 + (w - \beta)^2)(\alpha^2 + (w + \beta)^2)}; \quad (2.11)$$

$$S_{\lambda\mu, \Delta_{\lambda\mu}}(w) = \frac{2\alpha(\beta^2 + \alpha^2)}{(\alpha^2 + (w - \beta)^2)(\alpha^2 + (w + \beta)^2)} e^{-i w \Delta_{\lambda\mu}}, \quad (2.12)$$

здесь $K_\xi(\tau)$ – выражение корреляционной функции узкополосного случайного процесса; $S_\xi(w)$ – выражение для спектральной плотности этого процесса; $S_{\lambda\mu, \Delta_{\lambda\mu}}(w)$ – взаимная спектральная плотность двух случайных процессов, сдвинутых друг относительно друга на величину запаздывания $\Delta_{\lambda\mu}$.

Осуществим переход к спектральным характеристикам мультипликативного нестационарного процесса с представленной реализацией (2.5) для всех элементов корреляционной матрицы (2.3), посредством преобразования (2.4) по переменной τ . В данном случае следует заметить, что переменная t являет-

ся фиксированной, и полученное выражение для спектральной плотности будет носить частотно-временной характер.

$$\begin{aligned}
 S_{\lambda\mu}(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} K_{\lambda\mu}(t, \tau) d\tau = \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} A_{\lambda}\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \cdot A_{\mu}\left(t + \frac{\tau}{2}\right) K_{\xi}(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau.
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

В зависимости от предположений и ограничений, налагаемых на огибающие $A(t)$, выделим две модели сейсмического воздействия.

Модель первого типа. Введем соотношение $A(t) = 0 \forall t < 0$ как отличительный признак модели процессов первого типа (см. рис. 2). Здесь начало отсчета процесса t – момент времени начала воздействия. Большинству воздействий первого типа присуще асимптотическое приближение кривой к оси абсцисс только справа на бесконечности.

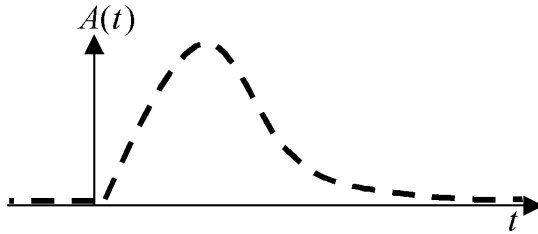


Рисунок 2 – Качественный вид огибающей процессов первого типа

Целесообразно использовать линейно-экспоненциальную зависимость для представления огибающей данной модели:

$$A(t) = H(t) A_0 B t e^{-Bt}; \tag{2.14}$$

здесь A_0, B – некие константы сейсмического воздействия, определяемые методами, изложенными в [6]; $H(t)$ – функция Хевисайда.

С учетом высказанных выше предположений, а также выражения (2.14) для огибающей, упростим выражение для частотно-временной спектральной плотности (2.13). Очевидно, что взаимная спектральная плотность двух случайных процессов равна нулю до момента проявления последнего по времени воздействия.

$$\begin{aligned}
 S_{\lambda\mu}(t, \omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} H\left(t - \frac{\tau}{2} - T_{\lambda}\right) \times \\
 &\times A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_{\lambda}\right) H\left(t + \frac{\tau}{2} - T_{\mu}\right) A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_{\mu}\right) \cdot K_{\xi}(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau =
 \end{aligned}
 \tag{2.15}$$

$$= H\left(t - \max\left[T_\lambda, T_\mu\right]\right) \int_{-2(t-T_\mu)}^{2(t-T_\lambda)} e^{-i\omega\tau} A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_\lambda\right) \cdot A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_\mu\right) \cdot K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau.$$

Следует заметить, что при использовании подхода, описанного (2.8), введение временного окна селекции $A(t)$, ограниченного слева функцией Хевисайда, приводит к игнорированию промежутка случайной функции воздействия при $\frac{\tau}{2} > t - T_i$ в процессе интегрирования (2.4). Это приводит к нежелательному эффекту усечения пределов рассмотрения корреляционной функции при переходе к спектральной плотности и представляет так называемый эффект Гиббса. Негативным следствием на практике являются большие погрешности, искажающие оценку спектральной плотности. Эффект проявляется в расползании кривой спектральной плотности относительно точки ее максимума, уменьшении ее экстремального значения и появлении паразитной изрезанности, наиболее ощутимой при малых значениях переменной t . Проявление эффекта Гиббса является основным недостатком модели воздействия первого типа. Этих недостатков лишена модель процессов второго типа.

Модель второго типа. Процессы этого типа не имеют выраженного времени начала и поэтому характеризуются моментом пиковой точки огибающей. В пределах слева и справа кривая огибающей асимптотически приближается к оси абсцисс. По характеру изменения кривой процессы второго типа можно условно разделить на симметричные (см. рис. 3, а) и несимметричные (см. рис. 3, б). Для описания симметричной модели удобно применять экспоненциальную зависимость с квадратичным аргументом, заданную выражением:

$$A(t) = \frac{1}{2} A_0 B e^{-0,1Bt^2}. \quad (2.16)$$

Аналогично выкладкам, предложенным для процессов первого типа, получим выражение для частотно-временной спектральной плотности, с учетом соотношения для огибающей (2.16):

$$S_{\lambda\mu}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega\tau} A\left(t - \frac{\tau}{2} - T_\lambda\right) \cdot A\left(t + \frac{\tau}{2} - T_\mu\right) \cdot K_\xi(\tau + \Delta_{\lambda\mu}) d\tau. \quad (2.17)$$

Как видно из выражений (2.16) и (2.17), пределы интегрирования не будут усекаются ни одной из сторон окна (в математическом смысле, оно просто отсутствует), то есть для данной модели эффект Гиббса не имеет места.

3. Решение задачи статистической динамики

Основные соотношения МКЭ. Для решения задачи вынужденных колебаний фундамента будем применять метод конечных элементов (МКЭ).

Представим уравнение движения узлов КЭ модели фундамента в виде:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} [M_{ff}] & [M_{fr}] \\ [M_{rf}] & [M_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}_f\} \\ \{\ddot{u}_r\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C_{ff}] & [C_{fr}] \\ [C_{rf}] & [C_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}_f\} \\ \{\dot{u}_r\} \end{Bmatrix} + \\
& \begin{bmatrix} [K_{ff}] & [K_{fr}] \\ [K_{rf}] & [K_{rr}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u_f\} \\ \{u_r\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

здесь $\{u_f\}$ – свободные узлы; $\{u_r\}$ – закрепленные узлы.

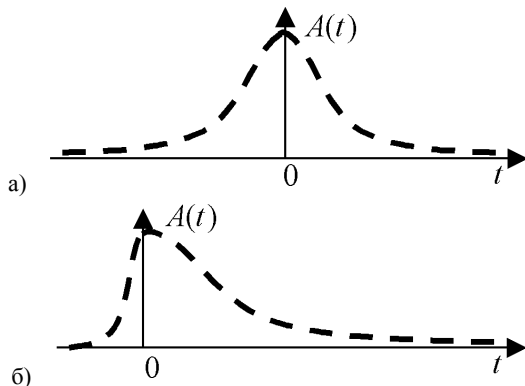


Рисунок 3 – Качественный вид огибающей процессов второго типа:
а) симметричная форма; б) несимметричная форма

Перемещения свободных узлов разложим в виде суммы псевдостатической и динамической частей [7]:

$$\{u_f\} = \{u_s\} + \{u_d\}. \tag{3.2}$$

Отбросив инерционные слагаемые, выразим псевдостатическое перемещение $\{u_s\}$ в виде выражения:

$$\{u_s\} = -[K_{ff}]^{-1}[K_{fr}]\{u_r\} = [A]\{u_r\}. \tag{3.3}$$

Используя соотношения (3.1) - (3.3), запишем уравнение вынужденных колебаний КЭ модели фундамента при случайном сейсмическом воздействии в виде:

$$[M_{ff}]\{\ddot{u}_d\} + [C_{ff}]\{\dot{u}_d\} + [K_{ff}]\{u_d\} = -([M_{ff}][A] + [M_{fr}])\{\ddot{u}_r\}, \tag{3.4}$$

здесь $[M_{ff}]$, $[C_{ff}]$, $[K_{ff}]$ – подматрицы масс, демпфирования и жесткости соответственно; $[A]$ – матрица псевдостатических коэффициентов участия, определяемая соотношением $[A] = -[K_{ff}]^{-1}[K_{fr}]$; $[M_{ff}]$ и $[K_{fr}]$ – под-матрицы, позволяющие выразить усилия, действующие на систему, через известные ускорения и перемещения кинематически возбуждаемых отметок конструкции, $\{u_d\}$ – вектор обобщенных узловых перемещений КЭ модели, $\{\ddot{u}_r\} = \{\ddot{u}\}$ – вектор ускорений закрепленных в грунте точек основания конструкции.

Представим решение уравнения (3.4) в виде разложения по формам соб-

ственных колебаний:

$$\{u_d\} = \sum_{i=1}^n \{\phi_i\} y_i; \quad (3.5)$$

здесь n – число степеней свободы системы; ϕ_i – вектор i -й собственной формы колебаний; y_i – обобщенные координаты, зависящие от времени.

Учтя свойство ортогональности собственных форм [4] и подставив разложение (3.5) в уравнение (3.4), получим систему n дифференциальных уравнений относительно обобщенных координат:

$$\ddot{y}_i + 2p_i \xi_i \dot{y}_i + p_i^2 y_i = G_i, \quad (i = \overline{1, n}), \quad (3.6)$$

здесь p_i – i -я собственная частота; ξ_i – коэффициент модального демпфирования; G_i – модальная нагрузка, выражаемая по формуле:

$$G_i = \{\Gamma_i\}^T \{\ddot{y}\} + \gamma_i. \quad (3.7)$$

В выражении (3.7) использованы модальные коэффициенты участия вида:

– для базового воздействия :

$$\{\Gamma_i\} = -([\mathcal{M}_{ff}] [A] + [\mathcal{M}_{ff}])^T \{\phi_i\}; \quad (3.8)$$

– для узлового воздействия:

$$\{\gamma_i\} = \{\phi_i\}^T \{F\}. \quad (3.9)$$

Для задачи на сейсмического воздействие, как было описано выше, характерно базовое приложение воздействия, следовательно $\{\gamma_i\} = 0$ в выражении (3.7).

Оценка спектральной плотности на выходе системы. Будем решать задачу случайных вынужденных колебаний с учетом запаздывания на основе метода спектральных представлений [3]. Спектральная плотность обобщенных узловых перемещений произвольной КЭ модели имеет вид:

$$S_{q_i}(\omega) = \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \phi_{ij} \phi_{ik} \left[\sum_{\lambda=1}^r \sum_{\mu=1}^r \Gamma_{\lambda j} \Gamma_{\mu k} H_j^*(\omega) H_k(\omega) S_{\lambda\mu}(\omega) \right] (i = \overline{1, n}), \quad (3.10)$$

здесь $S_{\lambda\mu}(\omega)$ – взаимная спектральная плотность ускорений λ -й и μ -й точек фундамента, на которые действует сейсмическое воздействие; $\Gamma_{\lambda j}$ – модальные коэффициенты участия (3.8) для j -ой собственной частоты КЭ модели системы при нагрузке, приложенной к λ -му входу; ϕ_{ij} – элементы вектора собственных форм; $H_k(\omega)$ – передаточные функции системы; r – число входов.

Выражение для передаточных функций системы $H_m(\omega)$, при условии приложения на входы спектральной плотности ускорений, может быть представлено в виде:

$$H_j(\omega) = \frac{1}{\omega_j^2 - \omega^2 + i(2\xi_j \omega_j \omega)} = \text{Re } H_j(\omega) + i \text{Im } H_j(\omega); \quad (3.11)$$

здесь ξ_j – модальный коэффициент демпфирования; ω – вынуждающая

частота; ω_j – j -ая собственная частота.

4. Методика решения задачи

Для практического осуществления решения задачи разработан интегрированный комплекс программных средств, включающий в себя:

1) Конечно элементный программный комплекс прочностных расчетов ANSYS. Цель – создание КЭ модели и первичный анализ

2) Приложение GFC Counter (Delphi 7). Цель – создание недостающих в ANSYS уникальных средств расчета и анализа в рамках стационарной и нестационарной вероятностных моделей, интеграция средств в единый комплекс

3) Среду математического программирования и анализа Maple 9. Цель – графическая визуализация и конечный анализ результатов

Решение задачи разбивается на иницирующий и 3 основных этапа (см. рис. 4).

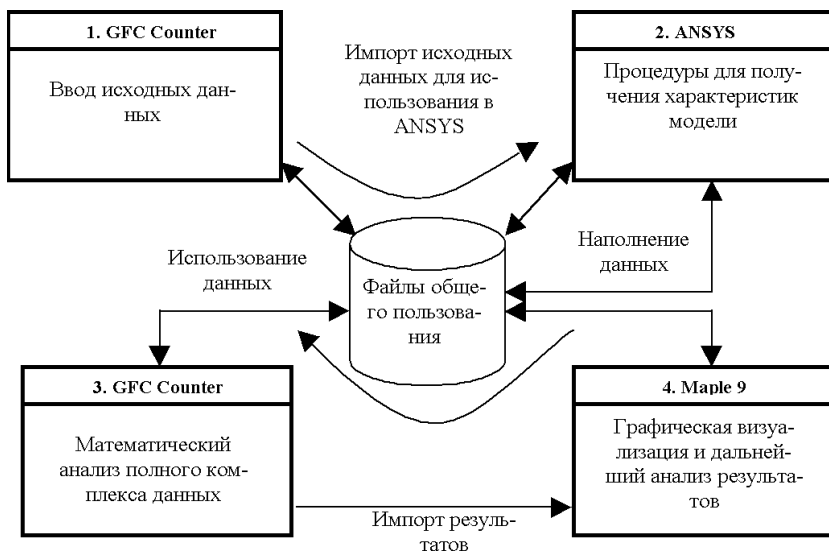


Рисунок 4 – Схема интеграции программных средств

На первом, иницирующем этапе осуществляется ввод исходных данных. Процедура выполняется с помощью приложения GFC Counter. Данные сохраняются в централизованном ресурсе для дальнейшего использования.

На втором этапе в комплексе ANSYS осуществляется создание и первичный анализ КЭ модели исследуемой конструкции. По структуре этап представляет набор универсальных batch-процедур, выполняемых для произвольной модели. Конечной целью является получение характеристик модели для даль-

нейшего применения их в формуле спектральной плотности на выходе системы (3.11). Используются параметры расчета, полученные на первом этапе.

На третьем этапе осуществляется расчет спектральной плотности на заданных выходах исследуемой механической системы. Расчет осуществляется средствами приложения GFC Counter. Решение системы сохраняется для дальнейшего использования и анализа.

На четвертой, финальной стадии решение задачи визуализируется, и осуществляется его окончательный анализ в комплексе Maple.

Следует заметить, что интеграция программных средств с целью автоматизации процесса расчетов осуществляется путем хранения промежуточных данных в ресурсах общего пользования для обеспечения целостности созданного комплекса.

Отдельное внимание стоит уделить описанию разработанного приложения GFC Counter (см. рис. 5). Как видно из схемы, изображенной на рис. 4, приложение в первую очередь направлено на задание исходных данных (инициация) и осуществление собственно математических расчетов. Помимо непосредственного задания данных, приложение имеет функции импорта/экспорта данных, графической визуализации, интерактивного редактирования требуемой от пользователя информации. Для описания сейсмического воздействия предусмотрена возможность задавать как направление, так и скорость движения фронта волны относительно оси сооружения.

Таким образом, при наличии КЭ модели решение задачи полностью автоматизировано. По трудоемкости, задача сводится к заданию опций расчетов и параметров сейсмического воздействия.

5. Результаты численных исследований

Проверка работы представленного алгоритма осуществлялась путем решения задачи случайных вынужденных колебаний с учетом запаздывания для модели стержневой системы, заделанной жестко по краям. Направление скорости движения фронта сейсмической волны было выбрано вдоль оси балки. КЭ моделирование балки осуществлялось разбиением на 4 КЭ. Решение задачи о собственных значениях предоставило резонансные характеристики с первыми 3 собственными частотами: 180,437 Гц, 500,468 Гц и 990,095 Гц.

Была осуществлена оценка спектральной плотности перемещений балки в среднем узле под действием вертикальной сейсмической нагрузки, приложенной к опорам балки. Решение осуществлялось для следующих моделей сейсмического воздействия: узкополосного случайного процесса (стационарного воздействия) и мультипликативного процесса (нестационарного воздействия).

Стационарное воздействие типа узкополосный случайный процесс. Исследовалось влияние скорости движения сейсмической волны на характер поведения кривой спектральной плотности перемещений в средней точке бал-

ки. В качестве характеристик воздействия (2.12) взяты данные, полученные путем статистической обработки акселерограммы реального землетрясения:

$$\alpha = 0,231; \quad \beta = 18,64. \quad (5.1)$$

Проведенные расчеты описывают случаи воздействия на опоры с большими, умеренными и практически нулевыми запаздываниями (что соответствует скоростям движения фронта волны 2, 10, 90 и 10⁶ м/с). Некоторые частные случаи полученных результатов приведены на рис. 6, а – 6, е. Как видно из рис. 6, б, при больших запаздываниях наблюдается частая изрезанность графика спектральной плотности. Эта изрезанность проявляется на всем частотном диапазоне с постоянным периодом и объясняется приходом гармоник воздействия в противофазе. В частности, в нижней части диапазона частот (см. рис. 6, а) резкое изменение формы кривой и обращение в ноль в районе 18-19 Гц обусловлено этой изрезанностью. Огибающая кривой имеет два локальных максимума в относительно низкочастотных (НЧ) и высокочастотных (ВЧ) областях. Максимум в НЧ области (см. рис. 6, а; 6, в; 6, д) обусловлен частотой вынуждающей силы воздействия, описываемой коэффициентом β . Положение максимума в ВЧ области (см. рис. 6, б) совпадает с первой собственной частотой системы.

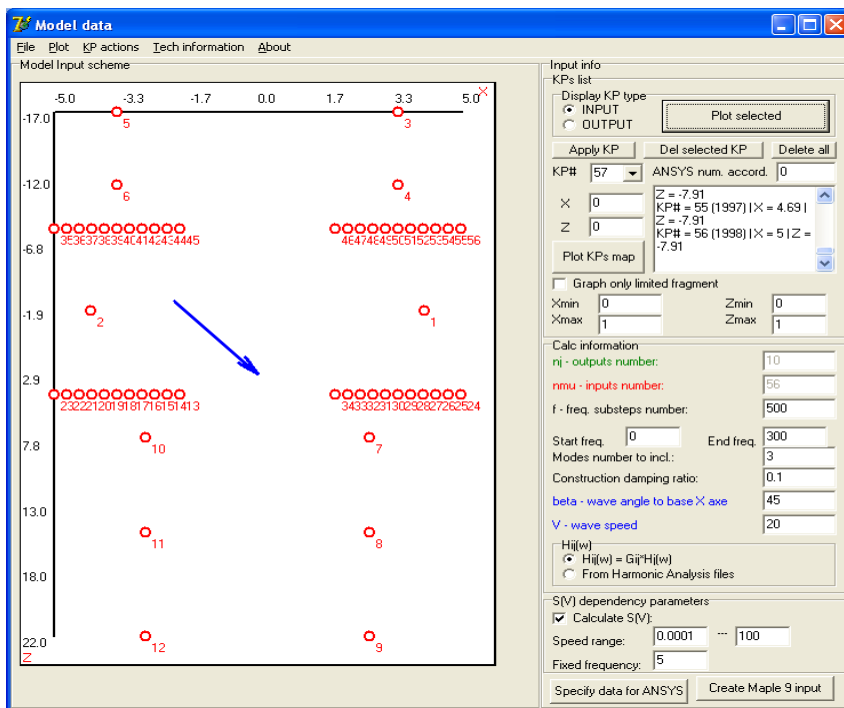


Рисунок 5 – Общий вид приложения GFC Counter

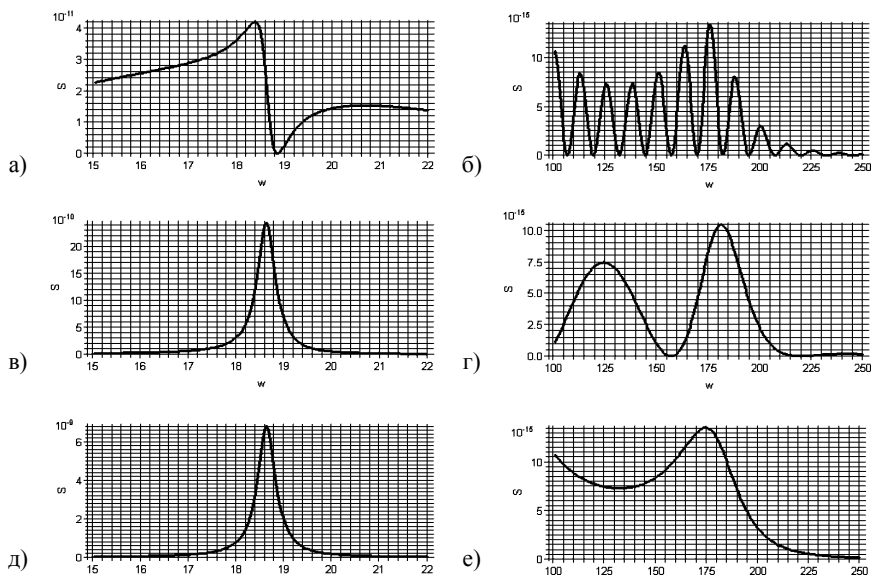


Рисунок 6 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при различных скоростях движения сейсмической волны

- а) 2 м/с (НЧ), б) 2 м/с (ВЧ), в) 10 м/с (НЧ),
 г) 10 м/с (ВЧ), д) 10⁶ м/с (НЧ), е) 10⁶ м/с (ВЧ)

Следует отметить, что с ростом скорости движения воздействующей волны (уменьшением времени запаздывания) изрезанность графика уменьшается, период изрезанности увеличивается, что проиллюстрировано на рис. 6, в и 6, г. Области пиков огибающей в НЧ и ВЧ областях проявляются на тех же частотах, что и в случае больших запаздываний.

При стремлении запаздывания воздействия между опорами конструкции к нулю наблюдается полное отсутствие изрезанности (см. рис. 6, д, е). В ВЧ области форма кривой напоминает АЧХ исследуемой механической системы.

Примечательно, что для исследуемого воздействия пик спектральной плотности в НЧ области значительно превосходит соответствующую величину в ВЧ области, что позволяет в подобных расчетах вести анализ только диапазона частот, на который приходится частота воздействия.

Нестационарное мультипликативное воздействие. Огибающая воздействия смоделирована симметричной моделью второго типа (2.16) с соответствующими характеристиками:

$$A_0 = 3,56; \quad B = 0,763. \quad (5.2)$$

Коэффициенты (5.2) получены из анализа реальных сейсмограмм.

Спектральная плотность носит явный частотно-временной характер, и ее исследование сводится к изучению сечений поля по времени и частотам. Про-

комментируем особенности решения для скоростей движения волны 10^6 м/с и 0,3 м/с соответственно. Графическое отображение масштабирующих огибающих воздействия представлено на рис. 7, а (одновременное воздействие) и рис. 7, б (запаздывание, соответствующее скорости движения волны 0,3 м/с).

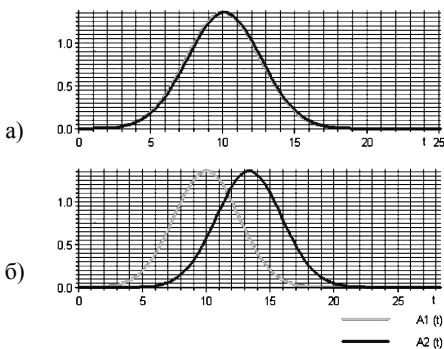


Рисунок 7 – Форма воздействий на входы во времени:
 а) 10^6 м/с; б) 0,3 м/с (ВЧ)

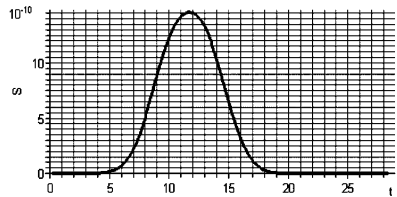


Рисунок 8 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при скорости движения сейсмической волны 0,3 м/с (сечение по частоте)

Поведение кривой спектральной плотности перемещений средней точки балки в задаче без запаздывания в точности повторяет тенденции, проиллюстрированные на рис. 6, но с учетом масштабирования во времени.

Задача с запаздыванием нестационарного воздействия вносит некоторые особенности в характер решения. На рис. 8 представлено сечение поля спектральной плотности перемещений в исследуемой точке балки по частоте 18,64 Гц. Рисунок отражает следствие масштабирования воздействия во времени огибающими, форма кривой напоминает по форме кривую суперпозиции огибающих входного процесса с некоторым сглаживанием.

Как видно из графиков зависимости спектральной плотности от частоты (см. рис. 9), огибающая оказывает масштабирующий эффект в поведение кривой спектральной плотности. Помимо этого, при больших значениях запаздывания по мере затухания воздействия на первый вход, существенное влияние вносит лишь воздействие на второй, что иллюстрируют рис. 9, д; 9, е – изрезанность кривой спектральной плотности практически сгладилась, и в целом решение напоминает результаты, полученные при исследовании воздействия без запаздывания (или только на один из входов).

Выводы. Представленная методика решения задач на сейсмическое воздействие с учетом запаздывания позволяет получать адекватные результаты для стационарных и нестационарных моделей сейсмического воздействия. Как показало исследование, оптимальной для расчетов моделью воздействия

является нестационарная мультипликативная модель. Эта модель сочетает в себе относительную простоту описания с широкими возможностями адекватного представления реальных записей сейсмограмм (учитывает нестационарность).

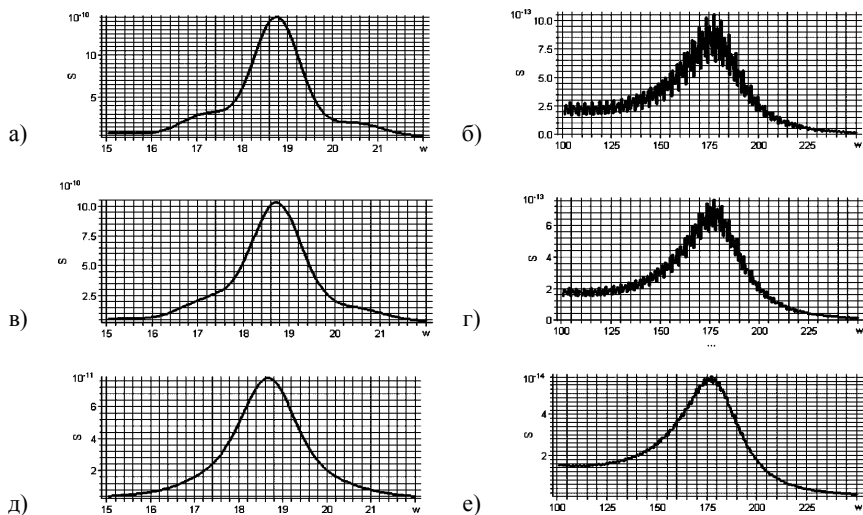


Рисунок 9 – Спектральная плотность перемещений средней точки балки при скорости движения сейсмической волны 0,3 м/с (сечения по времени)

- а) 11 с (НЧ), б) 11 с (ВЧ), в) 14 с (НЧ),
 г) 14 с (ВЧ), д) 17 с (НЧ), е) 17 с (ВЧ)

Результаты исследования мультипликативной модели на балке показали наличие двух доминирующих пиков, приходящихся на частоту воздействия и первую собственную частоту исследуемой системы. Показательно наличие на всем частотном диапазоне изрезанности, проявляющейся при увеличении запаздывания на входы системы.

Универсальность описанного алгоритма не ограничивает возможность его использования на конечно-элементные модели любых масштабов и позволяет решать задачу вынужденных колебаний в рамках вероятностных подходов для конструкций любой сложности.

Список литературы: 1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. – М.: Мир, 1974. – 464 с. 2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989. – 544 с. 3. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. – М.: Мир, 1982. – 362 с. 4. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с. 5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей: Учебник. – М.: Наука, 1988. 6. Жовдак В.А., Трубаев А.И. Решение задачи статистической динамики трубопроводов при сейсмическом воздействии //Динамика и прочность машин: Республиканский межвед.

научно-технический сборник. – Харьков, 1986. – Вып. 44. – С. 90-94. 7. *Клаф Р., Пензиен Д.* Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с. 8. *Синицын А. П.* Практические методы расчета сооружений на сейсмические нагрузки. – М.: Стройиздат, 1966. – 145с.

Поступила в редколлегию 10.12.2006

УДК 621.01

А.И.ЗАЙЦЕВ, докт.фарм.наук, НФУ, Харьков;
В.М.ШАТОХИН, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ РОТОРА КОМПРЕССОРА ДИЗЕЛЯ 6ТД-2 С НЕЛИНЕЙНОЙ ОПОРОЙ

Розроблено метод розрахунку критичних швидкостей роторів компресорів дизелів типу 6ТД з урахуванням нелінійного характеру опор. У його основі лежать методи початкових параметрів і гармонічної лінеаризації разом з ідеєю побудови скелетних кривих. Приведено результати розрахунково-експериментальних досліджень.

Estimation method of rotor critical velocities for diesel compressor 6TD subject to bearing nonlinear nature is developed. On the basis of this method lie approaches of initial parameters and harmonic linearization coupled with skeleton curves building idea. The results of design-experiment researches are cited.

Введение. Роторы являются важнейшими элементами большинства машин и механизмов и служат в них для передачи крутящего момента или вращательного движения. Во многих случаях они являются источником вредных вибраций, интенсивность которых зависит от целого ряда факторов, в частности от близости рабочих скоростей к так называемым критическим скоростям. Отличительная особенность роторных вибраций состоит в том, что в подавляющем большинстве случаев они связаны с поперечными колебаниями роторов. Несмотря на то что проблеме колебаний роторов посвящен ряд монографий, сборников [1-5] и очень большое число публикаций, в инженерной практике часто возникают задачи, для которых разработанные алгоритмы непосредственно не могут быть применены.

Опыт эксплуатации существующих (рис. 1, а) и экспериментальной доводки создаваемых конструкций компрессоров для дизелей типа 6ТД показал, что на некоторых режимах работы двигателей может иметь место проседание упругих колец (рис. 1, б) в опорах. При этом характер зависимости упругой силы от смещения соответствующего сечения ротора фактически становится нелинейным (рис. 2), что ведет к увеличению эквивалентной жесткости опоры и, как следствие, критических скоростей ротора. Попадание же последних в диапазон рабочих частот вращения двигателя являлось непосредственной причиной разрушения узлов компрессора и выхода его из строя.

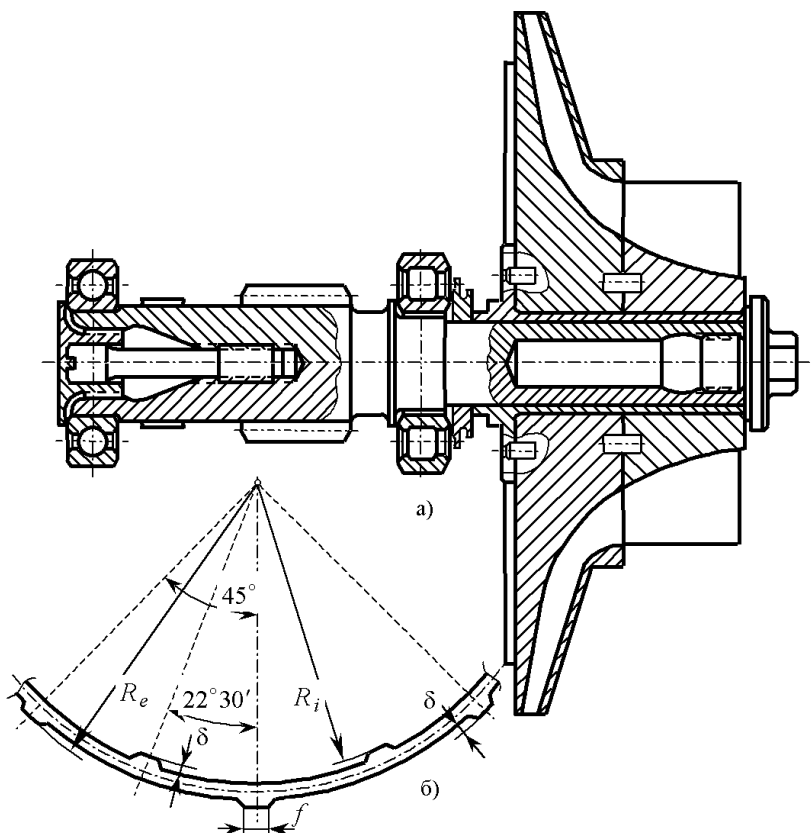


Рисунок 1 – Ротор с одной крыльчаткой:
 а – схема ротора; б – упругая кольцевая опора

Целью данной работы является создание метода расчетов критических скоростей ротора компрессора с нелинейными опорами, базирующегося на методе гармонической линеаризации и идее построения скелетных кривых. Основу алгоритма решения линейной краевой задачи на каждом шаге итерационного процесса составляет один из наиболее общих методов решения линейных краевых задач – метод начальных параметров. Для одно- и двухступенчатого ротора компрессора дизеля 6ТД-2 с различными конструкциями опор определены критические скорости.

1. Метод исследования критических скоростей. Для расчетов критических скоростей принят метод начальных параметров в матричной форме [6, 7]. В качестве характеристики параметров сечения вала используется вектор-столбец $[P, M, \psi, y]^T$, в котором P – поперечная сила, M – изгибающий момент,

ψ – угол поворота, y – прогиб (т – знак транспонирования). При разбивке вала на участки применялись следующие матрицы перехода, построенные с помощью универсальной формулы упругой линии.

Матрица перехода через безмассовые участки постоянного сечения и матрица перехода через участок постоянного сечения с массой на левом краю имеют вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta z_i & 1 & 0 & 0 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & -\beta_i & 1 & 0 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i^2}{6} - \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & \Delta z_i & 1 & 0 \end{bmatrix}; (1) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ -\Delta z_i & 1 & 0 & -\Delta z_i m_i \Omega^2 \\ \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & -\beta_i & 1 & \frac{\beta_i \Delta z_i m_i \Omega^2}{2} \\ \frac{\beta_i \Delta z_i^2}{6} - \frac{\beta_i \Delta z_i}{2} & \Delta z_i & \frac{\beta_i \Delta z_i^2 m_i \Omega^2}{6} + 1 & 0 \end{bmatrix}, (2)$$

где m_i – масса на i -м участке;

$\Delta z_i, D_i, d_i, E_i$ – соответственно длина, наружный, внутренний диаметры, модуль упругости i -го участка;

$$I_i = \frac{\pi(D_i^4 - d_i^4)}{64} - \text{момент инерции сечения } i \text{-го участка,}$$

$$\beta_i = \frac{\Delta z_i}{E_i I_i};$$

Ω – угловая скорость.

Матрицы переходов через сосредоточенную массу, упругую опору и массу, обладающую инерцией поворота, имеют соответственно вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (3) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -C_P \\ 0 & 1 & -C_M & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; (4) \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & m_i \Omega^2 \\ 0 & 1 & \left(I_\vartheta - \frac{I_P}{\lambda} \right) \Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, (5)$$

где C_P, C_M – силовая и моментная жесткость опоры;

$\omega, \lambda = \Omega/\omega$ – угловая скорость и коэффициент прецессии;

I_P, I_ϑ – полярный и экваториальный моменты инерции.

Для дальнейшего удобно представить начальный столбец для вала со свободным левым концом или с упругой опорой на этом конце ($P = M = 0$) в виде двух столбцов

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Psi_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \Psi_0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot y_0, (6)$$

где ψ_0, y_0 – угол поворота сечения и прогиб вала на левом конце.

Тогда вектор-столбец параметров $(i + 1)$ -го сечения вала через векторы-столбцы в i -м его сечении запишется в форме

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_{i+1} = \mathbf{A}_i \left\{ \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i^{(1)} \cdot \psi_0 + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i^{(2)} \cdot y_0 \right\} \quad (i = \overline{0, N-1}), \quad (7)$$

где \mathbf{A}_i – матрица перехода через i -й участок вала;

N – число участков.

Следовательно, вектор-столбец параметров в крайнем правом сечении можно представить в виде:

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N = \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N^{(1)} \cdot \psi_0 + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_N^{(2)} \cdot y_0. \quad (8)$$

При свободном правом крае или при наличии на нем упругой опоры $P_N = M_N = 0$, тогда из формулы (8) следует

$$\left. \begin{aligned} P_N^{(1)} \psi_0 + P_N^{(2)} y_0 &= 0; \\ M_N^{(1)} \psi_0 + M_N^{(2)} y_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Из условия нетривиальности решения однородной системы уравнений (9) получим уравнение для нахождения критических скоростей, приравняв определитель системы нулю

$$\Delta = \begin{vmatrix} P_N^{(1)} & P_N^{(2)} \\ M_N^{(1)} & M_N^{(2)} \end{vmatrix} = P_N^{(1)} M_N^{(2)} - P_N^{(2)} M_N^{(1)} = 0. \quad (10)$$

После того, как найдена критическая частота из уравнения (10), легко строится соответствующая форма колебаний. Полагая $y_0 = 1$, из системы уравнений (9) получим

$$\psi_0 = -\frac{P_N^{(2)}}{P_N^{(1)}}, \quad (11)$$

то есть начальный вектор-столбец на данной критической частоте оказывается по существу известным. Следовательно, форму колебаний легко построить, воспользовавшись рекуррентными формулами, аналогичными (8) с учетом того, что вычисления ведутся на соответствующей критической частоте

$$\begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_{i+1} = \mathbf{A}_i \left\{ \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i \cdot \left(-\frac{P_N^{(2)}}{P_N^{(1)}} \right) + \begin{bmatrix} P \\ M \\ \Psi \\ y \end{bmatrix}_i \cdot 1 \right\} \quad (i = \overline{0, N-1}). \quad (12)$$

Описанный алгоритм реализован в универсальной программе. Для поиска корней уравнения (10) использован алгоритм деления отрезка пополам.

2. Метод исследования критических скоростей при наличии нелинейных опор. На рис. 2 приведены типичные зависимости реакции опоры с упругим кольцом от перемещения при различных значениях средней нагрузки P_{cp} , обусловленной крутящими моментами, передаваемыми на вал ротора со стороны двигателя и турбины (c_1 – эквивалентная жесткость кольца; c_2 – жесткость подшипников; δ – величина выступов кольца).

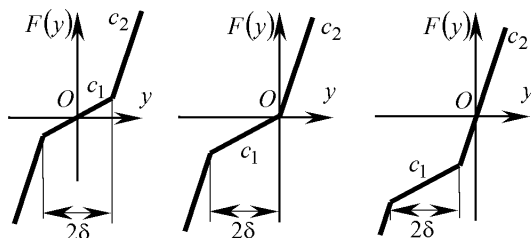


Рисунок 2 – Реакция опоры с упругим кольцом:
а – $P_{cp} = 0$; б – $P_{cp} = c_1 \Delta/2$; в – $P_{cp} > c_1 \Delta/2$

В соответствие с методом гармонической линейаризации при колебаниях, близких к гармоническим [8]

$$y \approx A_0 + A \sin \omega t, \quad (13)$$

где A_0 , A – среднее смещение и амплитуда колебаний;
 ω – круговая частота.

В соответствие с методом гармонической линейаризации эквивалентная жесткость, зависящая от амплитуды колебаний, определяется по формуле [8]

$$c_{\text{э}} = \frac{2}{AT} \int_0^T F(A_0 + A \sin \omega t) \sin \omega t dt, \quad (14)$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период колебаний.

Нахождение среднего смещения требует в общем случае численного решения нелинейного уравнения

$$\frac{1}{T} \int_0^T F(A_0 + A \sin \omega t) dt = P_{cp}. \quad (15)$$

Если средняя нагрузка учтена в характеристике нелинейности (см. рис. 2, а-в), то P_{cp} в формуле (15) следует положить равным нулю.

Для нахождения c_3 и A_0 в большинстве практических случаев удобно пользоваться более простыми приближенными формулами, полученными как частный случай линеаризации по функции распределения [9]

$$c_3 = \frac{1}{2A} \left\{ k_2 [F(A_0 + k_2 A) - F(A_0 - k_2 A)] + k_1 [F(A_0 + k_1 A) - F(A_0 - k_1 A)] \right\}; \quad (16)$$

$$\frac{1}{4} [F(A_0 - k_2 A) + F(A_0 - k_1 A) + F(A_0 + k_1 A) + F(A_0 + k_2 A)] = P_{cp}, \quad (17)$$

$$\text{где } k_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}.$$

Алгоритм определения критической скорости ротора на нелинейной опоре с использованием формул (14), (15) или (16), (17) строится следующим образом. Для заданной амплитуды колебаний A сечения вала на нелинейной опоре, которая определяется дисбалансом и частотой вращения ротора, с помощью нелинейного уравнения (15) или (17) находится среднее смещение A_0 . Затем с помощью уравнения (14) или (16) определяется эквивалентная жесткость опоры c_3 . Теперь уже можно воспользоваться алгоритмом определения критических скоростей в линейной модели, описанным выше. Отметим, что решение уравнения (17) существенно проще, чем уравнения (15), так как в последнем случае вычисление значения функции в каждой точке предполагает численное определение интеграла, что весьма трудоемко. Операция нахождения c_3 по формуле (16) является тривиальной. В то же время при использовании формулы (14) необходимо в общем случае численно вычислить интеграл.

3. Расчетные модели ротора нагнетателя. Исследования проводились для ротора компрессора с одной (см. рис. 1) и двумя крыльчатками. Расчеты модели с одной крыльчаткой (рис. 3) осуществлялись в основном для уточнения параметров упругих характеристик опор. При этом использовалась экспериментально найденное значение критической частота для модели без упругого кольца.

В соответствии с ранее описанной методикой расчетов критических скоростей участки вала принимаются безмассовыми, массы же считаются сосредоточенными в точках 1–4: $m_1 = 0,672$ кг; $m_2 = 0,334$ кг; $m_3 = 0,163$ кг; $m_4 = 0,09$ кг. Крыльчатка заменяется тонким диском массой 2,67 кг, для которого полярный и экваториальный моменты инерции имеют следующие значения: $I_p = 8,368 \cdot 10^{-3}$ кгм²; $I_3 = 5,45 \cdot 10^{-3}$ кгм².

Упругое кольцо имеет следующие параметры (см. рис. 1, б): наружный радиус $R_e = 0,0358$ м; внутренний радиус $R_i = 0,0373$ м; ширина выступов $f = 0,005$ м; высота выступов $\delta = 0,12 \cdot 10^{-3}$ м; радиус скругления выступов – 0,012

м; число выступов – 8. Для подсчета эквивалентной жесткости кольца, в котором находится роликовый подшипник опоры B , использовалась формула [10]

$$c_{\kappa} = 656 \frac{EI}{R^3}, \quad (18)$$

где $E = 2 \cdot 10^5$ МПа – модуль упругости для стали;

$I = bh^3/12$ – момент инерции поперечного сечения;

$R = 0,0379$ м – средний радиус кольца ($R = (R_e + R_i)/2$);

$b = 0,017$ м – ширина кольца ($0,01664 \leq b \leq 0,01676$ м);

$h = 0,01625 \cdot 10^{-3}$ м – высота поперечного сечения кольца ($0,964 \cdot 10^{-3} \leq h \leq 0,8685 \cdot 10^{-3}$ м).

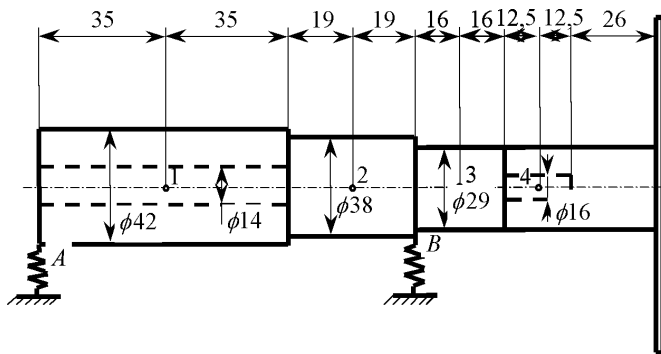


Рисунок 3 – Модель ротора с одним диском

С учетом разброса параметров поперечного сечения кольца получены следующие значения: $c_{\kappa_{\min}} = 2,158 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{\kappa_{\max}} = 2,963 \cdot 10^6$ Н/м. Значения жесткостей колец шарикового (опора A) и роликового (опора B) подсчитывались по двум методикам. По методике [10] (в дальнейшем – первый вариант), получены значения $c_{u1} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м. Методика, предложенная в работе [11] (в дальнейшем – второй вариант), дает: $c_{u2} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м. При наличии кольца на опоре B ее эквивалентная жесткость подсчитывалась в соответствии с формулой

$$\frac{1}{c_B} = \frac{1}{c_p} + \frac{1}{c_{\kappa}}, \quad (19)$$

где c_B – эквивалентная жесткость опоры B .

Для первого варианта – $c_{B_{\min}} = 2,85 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{B_{\max}} = 2,099 \cdot 10^6$ Н/м; для второго варианта – $c_{B_{\min}} = 2,132 \cdot 10^6$ Н/м; $c_{B_{\max}} = 2,914 \cdot 10^6$ Н/м.

На рис. 4 изображена модель ротора с двумя крыльчатками. Массы в ней

считаются сосредоточенными в точках 1-5: $m_1 = 0,672$ кг; $m_2 = 0,334$ кг; $m_3 = 0,273$ кг; $m_4 = 0,216$ кг, $m_5 = 0,113$ кг. Крыльчатки заменяются тонкими дисками с параметрами: $m^{(1)} = 2,61$ кг; $m^{(2)} = 1,1$ кг; $I_p^{(1)} = 8,633 \cdot 10^{-3}$ кгм²; $I_p^{(2)} = 1,766 \cdot 10^{-3}$ кгм². Экваториальные моменты инерции дисков определялись из условия $I_\Sigma = I_p/2$ [6]. При расчете критических скоростей ротора с учетом нелинейности опоры B ее параметры принимались следующими: $c_{1_{\min}} = c_{B_{\min}}$; $c_{1_{\max}} = c_{B_{\max}}$; $c_2 = c_p$.

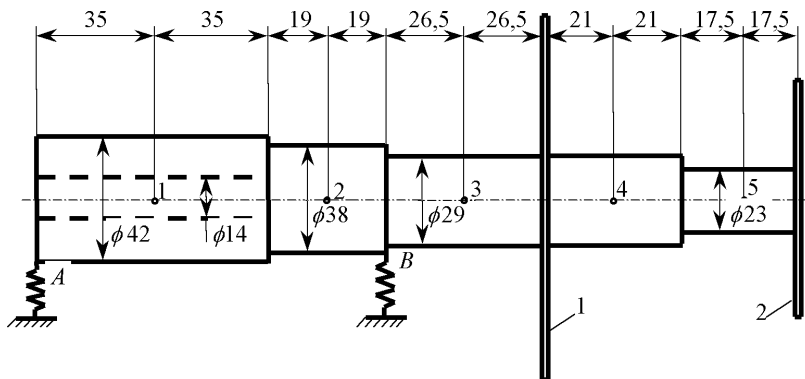


Рисунок 4 – Модель ротора с двумя дисками

4. Исследования критических скоростей ротора с одной крыльчаткой на линейных и нелинейных опорах

Рассчитывались следующие модели: 1 – жесткие опоры; 2 – упругие опоры (податливость обусловлена податливостью колец подшипников; варианты 1, 2); 3, 4 – упругие опоры (учитывается податливость подшипников и упругого кольца, для которого брались крайние значения его эквивалентной жесткости). В табл. 1 приведены результаты расчетов для варианта 1.

Данные испытаний позволили сделать предположение о том, что из-за поперечной нагрузки, действующей на вал компрессора, возможны определенные статические деформации упругого кольца. При наличии дисбаланса ротора это может придавать опоре B (см. рис. 3) нелинейные свойства. Проведено исследование зависимостей критических скоростей ротора при разной поперечной нагрузке от амплитуды колебаний его на опоре, вызванных дисбалансом. На рис. 5 приведены типичные зависимости критических скоростей ω_1 и ω_2 для случая, когда упругое кольцо полностью просело, что соответствует поперечной нагрузке на опоре $P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н (нелинейная характеристика показана на рис. 2, б). Эти зависимости показывают, что увеличением амплитуд колебаний ротора на опоре до 0,12 мм вызывает незначительное

увеличение критических скоростей (указанные амплитуды следует считать относительно большими, так как величина выступов на упругом кольце $\delta = 0,12$ мм).

Критические скорости ротора для второго варианта приведены в табл. 2. На рис. 6 представлены типичные зависимости критических скоростей ω_1 и ω_2 от амплитуд колебаний для этого варианта. Средняя нагрузка и вид нелинейности такой же, как и в предыдущем случае. Качественно графики имеют такой же характер, как и приведенные ранее (см. рис. 5), то есть при увеличении амплитуды колебаний ротора на опоре до 0,12 мм критические скорости меняются незначительно. Следует заметить, однако, что для указанного на графиках диапазона изменения амплитуд колебаний интервал изменения критических скоростей в последнем случае существенно шире.

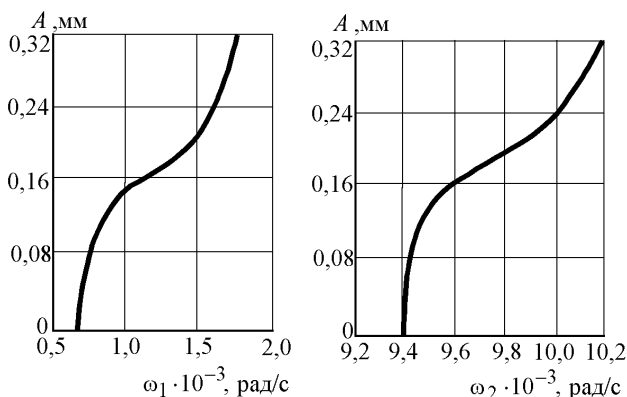


Рисунок 5 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{иi} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м)

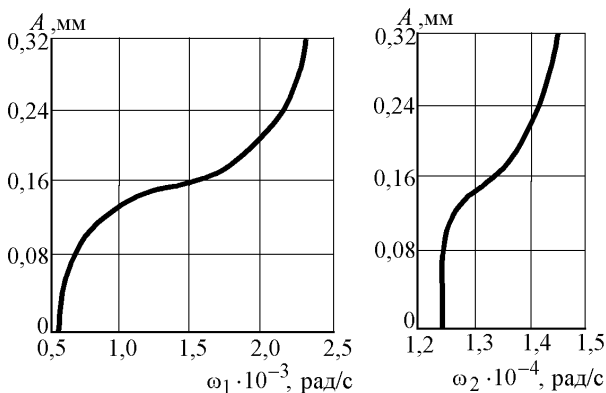


Рисунок 6 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{иi} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м)

Первая критическая скорость ротора с опорами без упругого кольца, полученная экспериментально, равна 2962 рад/с. Из двух расчетных значений первой критической скорости, приведенных ранее (см. табл. 1, 2), есть значение, равное 2692 рад/с, полученное для жесткостей подшипников второго варианта. Относительная погрешность при этом составляет менее 10 %.

Таблица 1 – Критические скорости ротора с одним диском (вариант 1), рад/с

	Без учета гироскопического момента		С учетом гироскопического момента	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
1	$3,094 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$3,606 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,985 \cdot 10^3$	$1,023 \cdot 10^4$	$2,109 \cdot 10^3$	$1,75 \cdot 10^4$
3	$5,560 \cdot 10^2$	$8,074 \cdot 10^3$	$5,560 \cdot 10^2$	$9,390 \cdot 10^3$
4	$4,790 \cdot 10^2$	$8,040 \cdot 10^3$	$4,870 \cdot 10^2$	$9,370 \cdot 10^3$

Таблица 2 – Критические скорости ротора с одним диском (вариант 2), рад/с

	Без учета гироскопического момента		С учетом гироскопического момента	
	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
1	$3,094 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$3,606 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$2,460 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,692 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
3	$5,630 \cdot 10^2$	$1,010 \cdot 10^4$	$5,720 \cdot 10^2$	$1,250 \cdot 10^4$
4	$4,840 \cdot 10^2$	$1,010 \cdot 10^4$	$4,920 \cdot 10^2$	$1,250 \cdot 10^4$

Таким образом, жесткость подшипников, принятая во втором варианте, дает хорошее совпадение первой расчетной и экспериментальной критической скоростей.

Установка упругого кольца позволяет снизить первую критическую скорость более, чем в четыре раза (см. табл. 2) и вывести ее из диапазона рабочих режимов двигателя. Учет гироскопического момента на первой критической скорости сказывается незначительно – увеличивает ее примерно на 2 %. Вторая критическая скорость возрастает при этом почти на 20 %, но она не представляет опасности. Учет нелинейного характера опоры с кольцом показывает, что даже при относительно большой средней нагрузке на опоре и весьма значительной амплитуде колебаний сечения вала на ней возрастание критической скорости незначительное, только при значениях амплитуд, больших 0,32 мм, первая критическая скорость оказывается более 2250 рад/с.

5. Исследования критических скоростей ротора с двумя крыльчатками на линейных и нелинейных опорах

Расчеты проведены для тех же вариантов, что и в модели с одним дис-

ком. Дополнительно рассматривалась модель, у которой жесткость кольца увеличена в 2,5 раза. Это достигалось увеличением высоты поперечного сечения кольца ($R_i = 0,037$ м) и количества выступов – до 10.

В табл. 3 приведены критические скорости ротора на жестких и податливых опорах (вариант 1; $c_{ш} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м). Сравнение полученных результатов с приведенными результатами для ротора с одной крыльчаткой (см. табл. 1) показывают, что для всех вариантов опор первая критическая частота примерно на 20 % ниже.

Проведено исследование зависимостей критических скоростей ротора от амплитуды колебаний его на опоре. На рис. 7 приведены типичные зависимости для полностью просевшего кольца ($P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н; нелинейная характеристика показана на рис. 2, б). Качественно кривые для первых двух критических скоростей близки к соответствующим кривым ротора с одним диском (несколько смещены влево по частоте).

Таблица 3 – Критические скорости ротора с двумя дисками (вариант 1), рад/с

	Без учета гироскопического момента			С учетом гироскопического момента		
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3
1	$2,305 \cdot 10^3$	$1,114 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,651 \cdot 10^3$	$1,310 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,597 \cdot 10^3$	$6,231 \cdot 10^3$	$1,159 \cdot 10^4$	$1,711 \cdot 10^3$	$7,650 \cdot 10^3$	$1,198 \cdot 10^4$
3	$4,594 \cdot 10^2$	$4,590 \cdot 10^3$	$1,128 \cdot 10^4$	$4,688 \cdot 10^2$	$6,081 \cdot 10^3$	$1,182 \cdot 10^4$
4	$3,964 \cdot 10^2$	$4,569 \cdot 10^3$	$1,128 \cdot 10^4$	$4,042 \cdot 10^2$	$6,060 \cdot 10^3$	$1,182 \cdot 10^4$

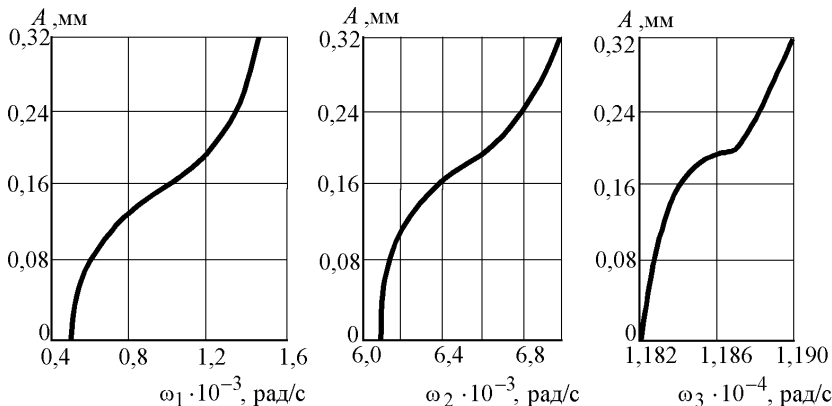


Рисунок 7 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($c_{ш} = 5,101 \cdot 10^7$ Н/м; $c_p = 7,407 \cdot 10^7$ Н/м)

В табл. 4 приведены критические скорости ротора на жестких и податливых опорах (вариант 2; $c_{ш} = 1,226 \cdot 10^8$ Н/м; $c_p = 1,776 \cdot 10^8$ Н/м). Кроме того,

там же помещены критические скорости для случая, когда жесткость кольца увеличена в 2,5 раза (в табл. 4 – строка 5). Первая критическая частота ротора без упругого кольца при учете гироскопического момента оказалась равной $2,114 \cdot 10^3$ рад/с. В предыдущем случае она была равна $1,711 \cdot 10^3$ рад/с.

Таблица 4 – Критические скорости ротора с двумя дисками (вариант 2), рад/с

	Без учета гироскопического момента			С учетом гироскопического момента		
	ω_1	ω_2	ω_3	ω_1	ω_2	ω_3
1	$2,305 \cdot 10^3$	$1,114 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,651 \cdot 10^3$	$1,310 \cdot 10^4$	$>1,5 \cdot 10^4$
2	$1,923 \cdot 10^3$	$7,550 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$2,114 \cdot 10^3$	$8,966 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
3	$4,655 \cdot 10^2$	$4,798 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$4,749 \cdot 10^2$	$6,399 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
4	$4,002 \cdot 10^2$	$4,779 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$4,080 \cdot 10^2$	$6,380 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$
5	$7,032 \cdot 10^2$	$4,901 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$	$7,199 \cdot 10^2$	$6,496 \cdot 10^3$	$>1,5 \cdot 10^4$

Первая критическая скорость, полученная при учете податливости кольца, отличается значительно. Это указывает на то, что она формируется жесткостью опоры *B*. Увеличение жесткости кольца в 2,5 раза привело к увеличению первой критической скорости с $4,749 \cdot 10^2$ рад/с до $7,199 \cdot 10^2$ рад/с (при учете гироскопического момента); вторая критическая скорость изменяется при этом несущественно.

Исследования критических скоростей с учетом нелинейности опоры проведены для различных значений средней нагрузки на опоре P_{cp} : $3,497 \cdot 10^2$ Н, $5,886 \cdot 10^2$ Н, $1,177 \cdot 10^3$ Н (рис. 8, 9). Последним двум значениям средней нагрузки отвечает нелинейность, представленная на рис. 2, в. Указанные нагрузки являются существенными и соответствующие расчеты в основном преследовали цель выявления качественных особенностей зависимости критических скоростей от амплитуде колебаний ротора на опоре.

Графики рис. 8 имеют тот же качественный характер, что и первые два графика на рис. 7. Критические скорости располагаются в большом частотном диапазоне, однако, при изменении амплитуд колебаний до 0,12 мм они меняются незначительно.

Графики на рис. 9 имеют принципиальную качественную особенность. При средней нагрузке, превосходящей величину силы, при которой происходит полное проседание кольца, критические скорости для значений амплитуд, примерно равных 0,12 мм, убывают. Большей средней нагрузке отвечают кривые, располагающиеся в более узком частотном диапазоне, левая граница которого лежит выше по частоте.

Таким образом, ротор с двумя крыльчатками при учете только податливости подшипников имеет первую критическую скорость $2,114 \cdot 10^3$ рад/с, ротор с одной крыльчаткой – $2,692 \cdot 10^3$ рад/с. Наличие упругого кольца снижает

ет первую критическую скорость до $4,749 \cdot 10^2$ рад/с. Увеличение жесткости кольца в 2,5 раза приводит к возрастанию критической скорости до $7,199 \cdot 10^2$ рад/с. При просадке упругого кольца существенный рост критической скорости возможен только для значительных амплитуд колебаний ротора на опоре, приблизительно равных 0,32 мм. При больших средних нагрузках с возрастанием амплитуд колебаний может наблюдаться существенное уменьшение критической скорости до значений, близких к критической скорости ротора с упругим кольцом.

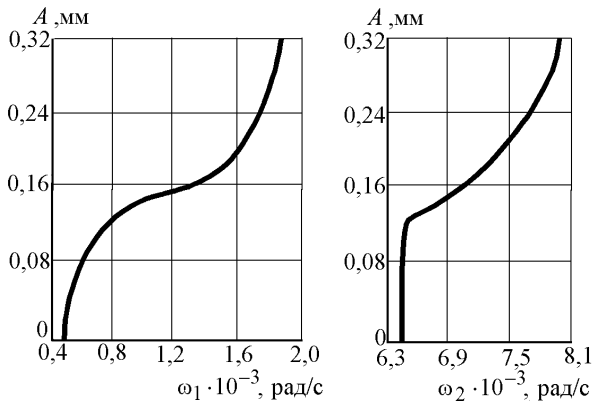


Рисунок 8 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре ($P_{cp} = 3,497 \cdot 10^2$ Н)

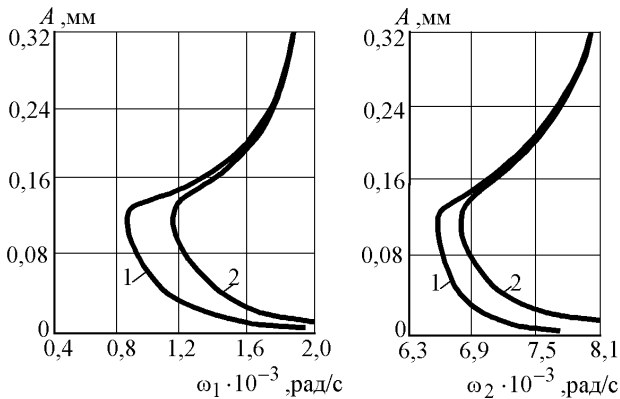


Рисунок 9 – Зависимости критических скоростей ротора от амплитуды колебаний вала на нелинейной опоре: 1 – $P_{cp} = 5,866 \cdot 10^2$ Н; 2 – $P_{cp} = 1,177 \cdot 10^3$ Н)

Выводы

1. Разработан метод расчетов критических скоростей ротора компрессора с учетом нелинейного характера опор, который базируется на методах на-

чальных параметров и гармонической линеаризации вместе с идеей построения скелетных кривых.

2. Определены критические скорости одно- и двухступенчатого ротора компрессора дизеля 6ТД-2 с различными конструкциями опор.

3. Установлено, что учет нелинейного характера опор приводит к увеличению значений критических скоростей.

4. Результаты исследований являются перспективной основой создания более совершенных конструкций компрессора.

Список литературы: 1. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. Расчет и конструирование роторных машин. – М.: Машиностроение, 1977. – 306 с. 2. Рагульский К.М., Иоцшас Рем.Д., Бакиш А.К. Вибрации роторных систем. – Вильнюс: Мокслас, 1976. – 242 с. 3. Диментбег Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 248 с. 4. Кемтнер М.Л. Методы динамических податливостей и жесткостей для расчета изгибных колебаний упругих систем со многими степенями свободы. – В кн.: Поперечные колебания и критические скорости. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 364 с. 5. Ланна М.И. Гибкие роторы судовых турбин. – Л.: Судостроение, 1969. – 286 с. 6. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с. 7. Ивович В.А. Переходные матрицы в динамике упругих систем. – М.: Машиностроение, 1969. – 200 с. 8. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. – Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с. 9. Коловский М.З. Нелинейная теория виброзащитных систем. – М.: Наука, 1966. – 317 с. 10. Определение надежности и ресурса динамически нагруженных приводов турбопоршневого двигателя: Отчет о НИР (закл. заключ.) / Харьков. политехн. ин-т им В.И. Ленина; Инв. № ДПМ-Ш-72-34. – Харьков, 1972. – 162 с. 11. Маслов Г.С. Расчеты колебаний валов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 272 с.

Поступила в редколлегию 15.06.2007

УДК 539.3

Б.Ф.ЗАЙЦЕВ, докт.техн.наук; **Н.Г.ШУЛЬЖЕНКО**, докт.техн.наук;
А.В.АСАЕНКО; ИПМаш НАН Украины, Харьков

МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕЩИН С КОНТАКТИРУЮЩИМИ БЕРЕГАМИ НА ОСНОВЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Запропоновано методику розрахунку напружено-деформованого стану тіл з тріщинами, в якій враховано контактування берегів тріщини в напрямку нормалі. Наведено приклад розрахунку деформацій вала з тріщиною під дією власної ваги при різних кутових положеннях вала.

A technique for calculation of state of stress and strain of cracked bodies taking into account cracks sides contacts in normal direction is proposed. An example of calculation of strains of a cracked shaft under body weight at various shaft angle positions is presented.

Введение. Учет контактирования берегов трещин в конструкциях существенно влияет на коэффициенты интенсивности напряжений, применяемые в

оценках прочности, а также на жесткостные характеристики, используемые для установления вибродиагностических признаков наличия трещин. Очевидно, что существенное влияние контактирования берегов на эти характеристики проявляется для развитых трещин.

В большинстве работ для установления вибродиагностических признаков наличия трещины в элементах машин учитывается ее «дыхание» [1–4]. При моделировании контактирования берегов трещин принимаются упрощения по оценке зон контакта [1, 2] либо по определению жесткости элементов с трещиной [3]. В трехмерных моделях при решении этих задач используются, в основном, метод конечных элементов [5, 6]. Конечноэлементная модель для тела с трещиной определяется системой уравнений

$$[K] u = f, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица жесткости для тела с трещиной.

Учет контактирования берегов трещин приводит к переменной матрице жесткости $[K]$. При решении задачи возникает необходимость обращения матрицы $[K]$ на каждом шаге уточнения зоны контакта, что является трудоемким процессом.

В данной работе излагается разработанная более экономичная методика учета контактирования берегов трещины в трехмерной постановке на основе использования метода конечных элементов. В качестве примера описывается ее применение для цилиндрического элемента (медленно вращающегося вала) с центральной трещиной.

Методы и алгоритмы. Моделирование трещин в элементах конструкции лопасти выполняется способом, прошедшим апробацию при решении практических задач, ориентированным на трехмерный МКЭ с регулярной дискретизацией и полилинейными аппроксимациями перемещений на элементах [7, 8]. Схема введения трещин путем трансформации сетки представлена на рис. 1.

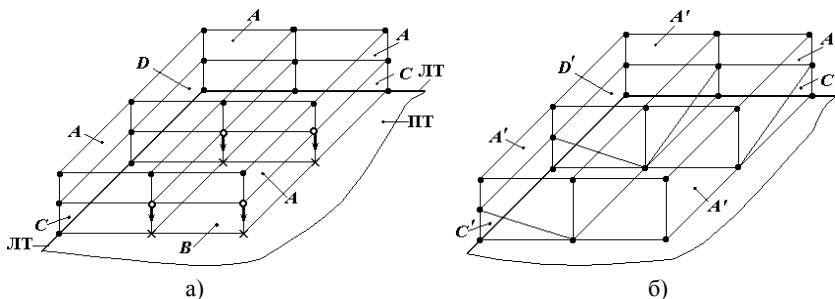


Рисунок 1 – Схема трансформации сетки при введении трещины:
 а – исходная регулярная сетка без трещины; б – полученная нерегулярная сетка с трещиной; о – узлы S ; х – узлы Q

Вдоль плоскости трещины (ПТ), ограниченной линией трещины (ЛТ), вводятся два ряда элементов типа A, B, C, D с каждой из сторон ПТ. Узлы Q исключаются из рассмотрения, а соответствующие переменные не учитываются в матрицах жесткости. Уравнения, отвечающие узлам Q , имеют отличные от нуля диагональные элементы (остальные равны нулю). Равны нулю элементы и в других уравнениях, относящиеся к переменным узлов Q . Узлы S сдвигаются к трещине, образуя слой двойных узлов. В результате трансформации сетки элементы B фактически исчезают из рассмотрения, элементы A трансформируются, изменяя положение части узлов, а элементы C и D вырождаются в другие типы объемных фигур.

Формирование матриц жесткости или масс элементов A осуществляется при изменении ряда координат, а элементов B – при обособлении узлов Q путем диагонализации матриц относительно указанных узлов. Матрицу жесткости элемента B можно записать с использованием диадной формы представления тензоров (матриц) в виде $[K_B] = N \cdot \sum_j i_j i_j$, где i_j – вектор, у которого

только j -я компонента отлична от нуля и равна единице; j – индекс, указывающий на узлы Q и компоненты перемещений в этих узлах; N – большое произвольное число.

Функции формы элементов C, D получаются из функций формы шестигранника за счет сближения узлов S и Q и приравнивания соответствующих переменных в этих узлах. Матрица жесткости элемента C может быть записана в соответствии с указанными свойствами

$$[K_C] = [A]^T \cdot [K_C] \cdot [A] + N \cdot \sum_j i_j i_j,$$

где $[K_C]$ – матрица жесткости шестигранника со смещенными узлами; $[A] = E - \sum_j i_j i_j + \sum_{j,k} i_j i_k$ – матрица преобразования; $E = \sum_S i_S i_S$ – единичная матрица; k – индекс, указывающий на узлы S и компоненты перемещений в этих узлах (индексы j и k согласовываются между собой);

Для элемента D' формулы преобразования аналогичны C с иной матрицей преобразований.

Применение изложенного подхода позволяет рассматривать в конструкции произвольное число отстоящих друг от друга трещин и обеспечивает оперативность изменения информации о трещинах, что существенно при вариантных исследованиях. В более общих случаях ПТ является составной, образуя двугранные углы, а варианты вырождения конечных элементов (КЭ) являются более разнообразными. Создана база данных вырожденных КЭ, позволяющая охватить основные практически важные случаи формы трещин. Метод применяется к уже сформированной или формируемой матрице жесткости конструкции.

Учет контактных явлений между берегами трещины приводит к пере-

менной матрице $[K]$ и делает задачу нелинейной, решение которой обычно сводится к последовательности линейных задач вида (1). Из-за большой размерности матрицы $[K]$ в трехмерных задачах объем вычислений становится значительным. В связи с этим обычно используемая прямая процедура определения зон контакта становится малоэффективной.

Избежать обращения переменной матрицы жесткости можно с помощью излагаемой ниже методики, построенной на вычислениях для полностью открытой трещины, то есть для фиксированной матрицы жесткости.

Согласно изложенному выше способу определяется поверхность трещины ПТ с линией трещины ЛТ, на которой расположены двойные узлы (рис. 2).

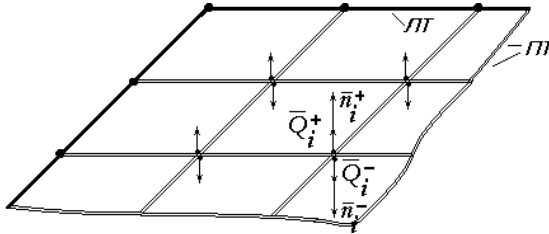


Рисунок 2 – Формирование нагружения (диполей) на берегах трещины

Кроме заданной системы внешних сил, определяемых вектором узловых сил \bar{P} , вводится система единичных диполей, то есть пар единичных противоположно направленных сил $\bar{Q}\{\bar{Q}^+, \bar{Q}^-\}$, приложенных в двойных узлах и направленных по нормали к ПТ. Для i -го двойного узла \bar{Q}_i^+ приложена к узлу, лежащему на поверхности трещины с нормалью \bar{n}_i^+ , а \bar{Q}_i^- – к узлу поверхности трещины с нормалью \bar{n}_i^- ($Q_i^+ = Q_i^- = 1$); $i = 1, 2, \dots, n$, где n – число двойных узлов.

Условия контактирования устанавливаются по скачкам смещений берегов трещины в двойных узлах, для чего вычисляются

– скачок смещений от внешних сил $\delta_i(\bar{P})$

$$\delta_i(\bar{P}) = u_{ni}^+(\bar{P}) - u_{ni}^-(\bar{P}) = \beta_i,$$

где $u_{ni}^+(\bar{P}), u_{ni}^-(\bar{P})$ – перемещение в i -м двойном узле по нормали к ПТ;

– скачок смещений от диполей $\delta_i(\bar{Q}_k)$

$$\delta_i(\bar{Q}_k) = u_{ni}^+(\bar{Q}_k) - u_{ni}^-(\bar{Q}_k) = \alpha_{ik},$$

где $u_{ni}^+(\bar{Q}_k), u_{ni}^-(\bar{Q}_k)$ – перемещение в i -м двойном узле по нормали к ПТ от диполя \bar{Q}_k в k -м двойном узле.

Применение методики требует предварительного вычисления α_{ik} , что эквивалентно решению одной линейной задачи с несколькими правыми частями.

Поверхность трещины состоит из зоны контакта берегов и зоны их раскрытия, при этом в зоне контакта развиваются контактные силы, представляемые через отличные от нуля диполи Q_i, \bar{Q}_i , где \bar{Q}_i – «амплитуда» i -го диполя, а в зоне раскрытия на свободных поверхностях силы (диполи) отсутствуют. Указанные физические условия записываются через полный скачок смещений $\delta_i(\bar{P}, \bar{Q})$ в двойных узлах в следующем виде

$$\delta_i = \begin{cases} 0 - \text{зона контакта } (Q_i > 0), \\ \beta_i + \sum_{k=1}^n \alpha_{ik} \cdot Q_k > 0 - \text{зона раскрытия } (Q_i = 0). \end{cases} \quad (2)$$

В случае полного контакта по всей ПТ можно составить систему уравнений, отражающую совместность перемещений точек берегов трещины

$$[A] \cdot Q = B, \quad (3)$$

где $[A]$ – квадратная симметричная положительно определенная матрица, составленная из α_{ik} ($i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, n$); Q – вектор «амплитуд» диполей; B – вектор, составленный из β_{ik} ($i = 1, 2, \dots, n$).

Система уравнений (3) может быть использована и для общего случая, когда часть компонент вектора Q заведомо равна нулю в области раскрытия.

Решение контактной задачи для тела с трещиной (трещинами) будет достигнуто, если будет определена зона контакта (группа двойных узлов), где $Q_i > 0$, и зона раскрытия трещины, где $Q_i = 0$, то есть одновременно будут удовлетворены условия (2). Очевидно, что процесс решения контактной задачи должен быть итерационным. Для оценки сходимости процесса вводится для удобства вектор признаков \bar{p} , причем компоненты его $p_i = 0$ в зоне раскрытия и $p_i = 1$ в зоне контакта. Сходимость процесса поиска зоны контакта достигается, если вектор \bar{p} на смежных итерациях не меняется. Схема итерационного решения задачи определения зоны контакта берегов трещины (вектор \bar{p}), а также нагружения берегов (вектор Q) представлена на рис. 3.

При решении задачи на i -м шаге, для которого известен вектор \bar{p} и, соответственно, зона раскрытия, система (3) модифицируется согласно схеме и при этом обеспечивается отсутствие нагрузок в зоне раскрытия. Исключение известных компонент $Q_i = 0$, соответствующих $p_i = 0$, не производится, размерность и свойства матрицы $[A]$ сохраняются. Для решения системы (3) применяется эффективный метод квадратных корней. После этого формируется новый вектор \bar{p} , причем координаты его изменяются в зависимости от знака усилий в зоне контакта (физически реализуемым является только сжатие) и знака полного скачка нормальных смещений в зоне раскрытия.

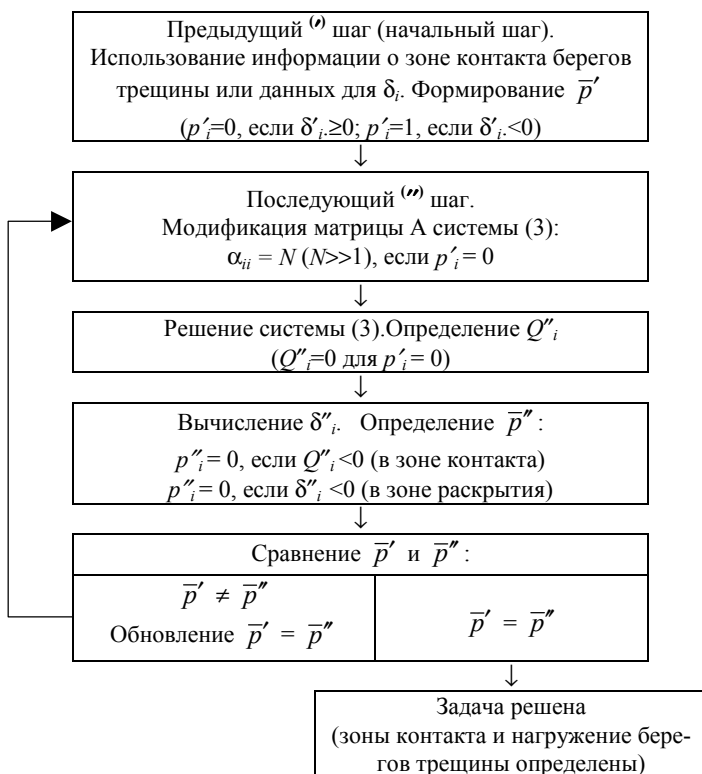


Рисунок 3 – Схема итерационного решения задачи определения зоны контакта и нагружения берегов трещины

Пример расчета. Эффективность методики оценивалась на примере решения задачи расчета трехмерного НДС вала с центральной трещиной под действием собственного веса при его медленном вращении (квазистатическая постановка). Схема вала представлена на рис. 4, а, трещина занимает половину сечения вала; радиус вала 24 см, длина 144 см, а конечноэлементная дискретизация по осям x, y, z составила $8 \times 8 \times 64$.

Результаты расчетов областей контакта берегов трещины для различных угловых положений вала (угла φ) представлены на рис. 4, б, причем можно отметить физичность картины изменения зоны контакта.

Характеристикой нелинейного изменения жесткости вала при различных его положениях могут служить перемещения геометрического центра вала. Изменение перемещений центра вала при его повороте приведены на рис. 5. Из результатов следует, что кроме основного вертикального смещения u_x , возникают смещения u_y, u_z , то есть перемещения становятся связанными, а приближенное соотношение их максимальных величин – 25:5:1.

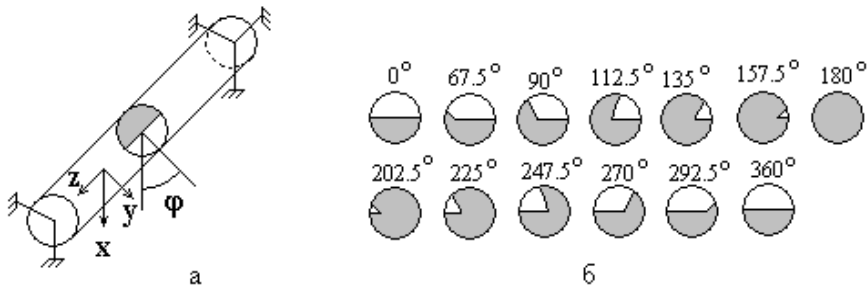


Рисунок 4 – Схема вала с трещиной (а) и зоны контакта берегов трещины для различных положений вала (б)

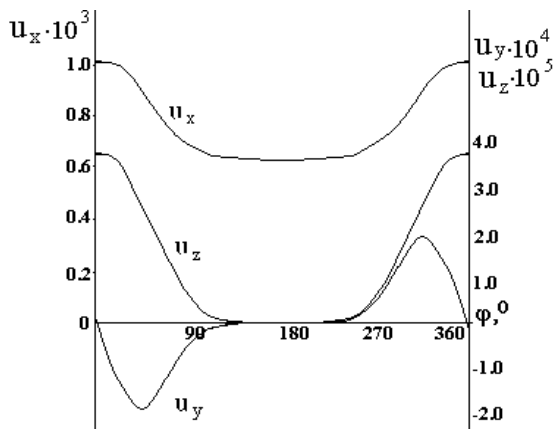


Рисунок 5 – Перемещения (см) в середине вала

Полученные результаты могут использоваться для оценки точности и определения параметров применяемых стержневых моделей роторов турбомашин с трещинами.

Выводы. Предложена методика расчета НДС тел с трещинами нормального отрыва с контактирующими берегами. При этом используется трехмерный МКЭ и методика введения разрезов, основанная на трансформации конечноэлементной сетки с введением двойных узлов и преобразованиях матриц жесткости конечных элементов, а также итерационный алгоритм определения зон контакта берегов трещины.

Для вычислений с использованием постоянной матрицей жесткости дополнительно введена система нагрузок в виде диполей – пар противоположно направленных сил в двойных узлах для тела с полностью открытой трещиной. Определение зоны контакта сведено к последовательности решений системы

уравнений небольшого порядка, равного числу двойных узлов. Эффективность методики может быть существенной при решении последовательности контактных задач, характерных для динамических расчетов.

Применение методики показано при решении задачи о деформировании вала с трещиной под действием веса при его медленном вращении.

Список литературы: 1. *Грабовски Б.* Вибрационные свойства ротора турбины с поперечной трещиной // Конструирование и технология машиностроения. – 1980. – № 1. – С. 98-104. 2. *Шульженко Н.Г.* Влияние излома упругой оси ротора с поперечной трещиной на его вибрационные характеристики / *Н.Г.Шульженко, Г.Б.Овчарова* // Проблемы прочности. – 1997. – № 4. – С. 82-89. 3. *Bachschnid N.* Cracks in rotating shafts: experimental behaviour, modelling and identification // SURVEILLAN 5 CETIM, Senlis (2004). 4. *Матвеев В.В.* К определению вибрационных характеристик стержня с закрывающейся трещиной при изгибных колебаниях / *В.В.Матвеев, А.П.Бовсуновский* // Проблемы прочности. – 2000. – № 3. – С. 5-23. 5. Вычислительные методы в механике разрушения / Под ред. *С.Атлури*. – М.: Мир, 1990. – 392 с. 6. *Сиратори М.* Вычислительная механика разрушения / *М.Сиратори, Т.Миеси, Х.Мацусита*. – М.: Мир, 1986. – 334 с. 7. *Асаенок А.В.* Трехмерное моделирование деформаций и вопросы прочности объемных элементов поворотлопастных гидротурбин / *А.В. Асаенок, Б.Ф. Зайцев* // Вестник науки и техники. – Харьков: Харьк. дом науки и техники, 1997. – Вып. 1. – С. 10-18. 8. *Асаенок А.В.* Методика введения разрезов в схеме метода конечных элементов в задачах статики и собственных колебаний трехмерных конструкций / *А.В.Асаенок, Б.Ф.Зайцев, Н.Г.Шульженко* // Проблемы машиностроения. – 2003. – 6, № 3. – С. 58-63.

Поступила в редколлегию 19.07.2007

УДК 539.3

Р.Е.КОЧУРОВ; К.В.АВРАМОВ, докт.техн.наук; ***И.Д.БРЕСЛАВСКИЙ***;
НТУ «ХПИ»

К ПРОЩЕЛКИВАНИЮ ПОЛОГИХ АРОК

У роботі проведено чисельне моделювання динамічної поведінки положистої арки в процесі прощиглення. Для моделювання використовувався метод сіток та процедура чисельного інтегрування.

The snap-through motions of shallow arch are simulated in this paper. Net method and direct numerical integrations are used to study snap-through motions.

1. Состояние и актуальность темы. Пологие арки используются в строительстве, машиностроении, аэрокосмической технике как составные части более сложных конструкций. Арки часто используются в электромеханических системах. Пологие арки могут использоваться как элемент, изолирующий от вибраций, и как гаситель колебаний [1, 2, 3].

Много усилий было предпринято для исследования статики и динамики

пологих арок. Тимошенко рассматривал шарнирно-опертую синусоидальную арку под действием распределенной поперечной нагрузки [4]. Он определил величину критической загрузки, которая приводит к прощелкиванию. Динник и Григолюк [5, 6] прощелкивание пологих арок представляли в виде суперпозиции симметричной и асимметричной моды. Фанг и Каплан [7] обобщили результаты статического анализа пологих арок на случай произвольных поперечных сил, включая сосредоточенные нагрузки. Одни из первых исследований по анализу динамики прощелкивания пологой арки представлены в работах [8, 9]. В частности, достаточные условия устойчивости и неустойчивости пологих арок под действием статических нагрузок выведены в [8]. Ханг [10] рассматривал асимметричные движения прощелкивания пологих арок под действием высокочастотных нагрузок. Он высокочастотные движения прощелкивания разделял на быстрые и медленные движения. В монографии [11] представлена асимптотическая процедура для анализа движений прощелкивания.

В этой статье используется прямое численное моделирование с помощью конечных разностей нелинейного интегро-дифференциального уравнения в частных производных. Такой анализ позволяет исследовать явление прощелкивания пологой арки между несколькими положениями статического равновесия. Цель такого расчета является выявление форм колебаний, которые принимают участие в динамическом прощелкивании пологой арки.

В основном, при исследовании явления прощелкивания пологой арки динамической модели принудительно навязываются колебания по одной, или двум балочным формам. Однако, прощелкивание описывается существенно нелинейным уравнением в частных производных и, конечно, не всегда может быть представлено в виде конечной суммы балочных функций.

2. Постановка задачи и метод ее решения. Рассмотрим пологую арку, представленную на рис. 1. Ее свободные колебания описываются следующим нелинейным интегро-дифференциальным уравнением в частных производных:

$$H y_{xx} - EI (y - y_0)_{xxxx} = 0; \quad (1)$$

$$H = -\frac{EA}{2L} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial y_0}{\partial x} \right)^2 \right] dx,$$

где EI – жесткость балки на изгиб; $y(x,t)$ – прогиб балки; H – продольная сила (распор); A – площадь поперечного сечения; $y_0(x)$ – начальная погибь арки.

В этой работе будет исследоваться прощелкивание арки между тремя положениями статического равновесия. Поэтому амплитуды колебаний арки соизмеримы с радиусом инерции поперечного сечения.

Для дальнейшего анализа введем безразмерные переменные и параметры:

$$u_0 = \frac{y_0}{\lambda_1}; \quad u = \frac{y}{\lambda_1}; \quad \xi = \frac{\pi}{L} x; \quad \tau = \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho}} \lambda_1 t. \quad (2)$$

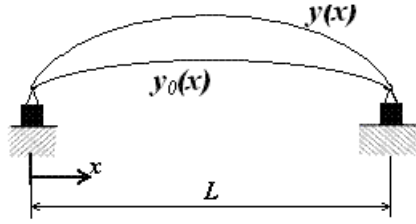


Рисунок 1 – Пологая арка

Тогда динамическая система (1) примет следующий вид:

$$\frac{u_{\xi\xi\xi}}{2\pi} \int_0^\pi (u_{0,\xi}^2 - u_\xi^2) d\xi + \varepsilon(u - u_0)_{\xi\xi\xi\xi} + u_{\tau\tau} = 0, \quad (3)$$

где $\varepsilon = r^2 / \lambda_1^2$, r – радиус инерции поперечного сечения.

В этой статье рассматривается шарнирно опертая арка и защемленная с обоих концов арка. При исследовании шарнирно опертой балки начальная погибь берется в виде:

$$u_0(\xi) = \sin(\xi). \quad (4)$$

В анализе динамики защемленной арки начальная погибь принимается в виде:

$$u_0 = K_4(\lambda_1)K_3\left(\lambda_1 \frac{\xi}{\pi}\right) - K_3(\lambda_1)K_4\left(\lambda_1 \frac{\xi}{\pi}\right), \quad (5)$$

где $\lambda_1 = 4,730$; K_3, K_4 – функции Крылова [12].

Для решения краевой задачи используем метод конечных разностей. Введем сетку по пространственной координате ξ с постоянным шагом h .

$$\xi_i = ih; \quad u_i = u(\xi_i). \quad (6)$$

Для каждого внутреннего узла ($i = 1 \dots n$) составим разностное уравнение, заменив в точке с координатой ξ_i производные, входящие в уравнение движения разностными соотношениями:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial u}{\partial \xi} \right|_i &\approx \frac{(u_{i-1} - u_i)}{h}; \\ \left. \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \right|_i &\approx \frac{(u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}))}{h^2}; \\ \left. \frac{\partial^4 u}{\partial \xi^4} \right|_i &\approx \frac{(u_{i-2} - 4u_{i-1} + 6u_i - 4u_{i+1} + u_{i+2}))}{h^4}. \end{aligned}$$

Для приближенного вычисления интеграла, входящего в уравнение (3),

воспользуемся формулой трапеций. Подставив выражения для производных и начальной погиби в уравнение (3) получим систему n обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\frac{d^2\bar{u}}{d\tau^2} + f(\bar{u}, u_{-1}, u_0, u_{n+1}, u_{n+2}) = 0, \quad (7)$$

$$\bar{u} = [u_1, u_2, \dots, u_n].$$

Полученная система уравнений дополняется граничными условиями. Для шарнирно опертой арки граничные условия таковы:

$$u(0) = u(\pi) = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=0} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=\pi} = 0. \quad (8)$$

Для защемленной с обоих концов арки граничные условия принимают следующий вид:

$$u(0) = u(\pi) = \frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \Big|_{\xi=\pi} = 0.$$

Дискретная динамическая система, описывающая прощелкивание полой арки с начальной погибью (4), имеет следующий вид:

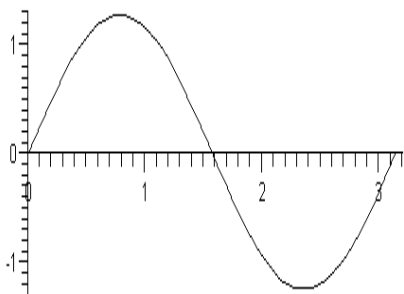
$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 u_i}{\partial \tau^2} + \frac{1}{h^4} (u_{i-2} - 4u_{i-1} + 6u_i - 4u_{i+1} + u_{i+2}) - \sin(\xi_i) - \\ & - \frac{1}{4\pi h} (u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}) \times \\ & \times \sum_{j=1}^{n+1} \left[\frac{1}{h^2} ((u_{j-2} - u_{j-1})^2 + (u_{j-1} - u_j)^2) - \cos^2(\xi_{j-1}) - \cos^2(\xi_j) \right] = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Динамическая система (7) с $\varepsilon = 0,02$ численно интегрировалась методом Рунге-Кутты. При анализе колебаний шарнирно опертой арки начальные условия для численного интегрирования выбирались в следующем виде:

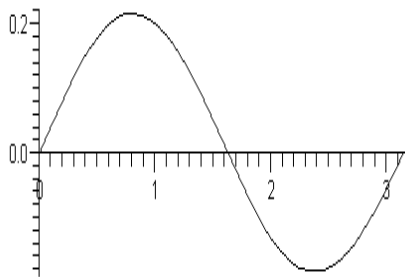
- 1) $u_i(0) = \theta_1 \sin(\xi_i) + \theta_2 \sin(2\xi_i)$, $\dot{u}_i(0) = 0$, $\theta_1 = 2$, $\theta_2 = 0$;
- 2) $u_i(0) = \theta_1 \sin(\xi_i) + \theta_2 \sin(2\xi_i)$, $\dot{u}_i(0) = 0$, $\theta_1 = 0,024$, $\theta_2 = 1,263$;
- 3) $u_i(0) = 0$, $\dot{u}_i(0) = \theta_1$, $\theta_1 = 2$.

Как показали результаты численного интегрирования, в случае 1 в прощелкивании принимает участие только первая форма колебаний шарнирно опертой балки. Динамическое поведение системы для случаев 2, 3 представлено на рисунках 2, 3 соответственно. Как видно из рисунков в случае 2 в колебания арки принимают участие только первая и вторая формы колебаний. В случае 3 в колебаниях арки участвуют большое число форм свободных колебаний.

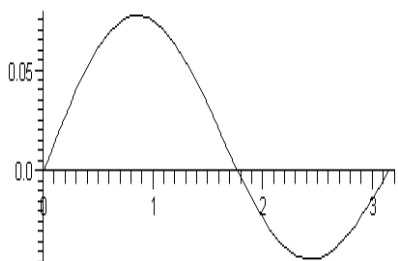
Для защемленной с двух сторон арки начальные условия для интегрирования выбирались в следующем виде:



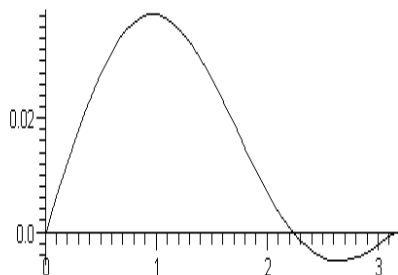
$\tau = 0$



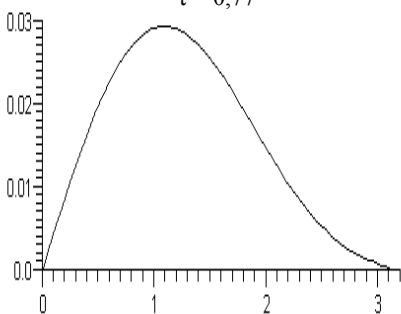
$\tau = 0,7$



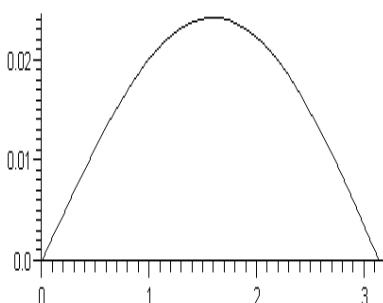
$\tau = 0,77$



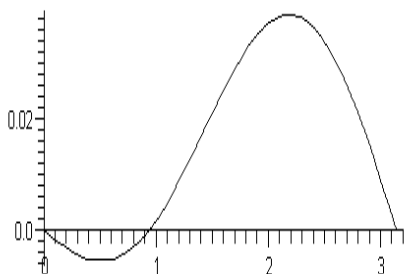
$\tau = 0,79$



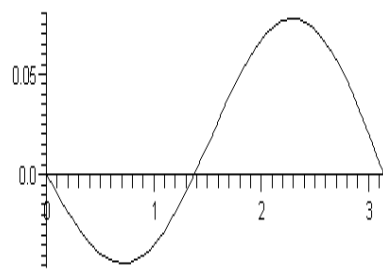
$\tau = 0,795$



$\tau = 0,8$

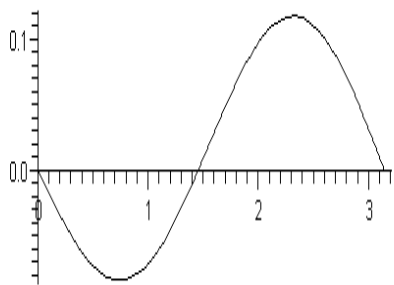


$\tau = 0,81$

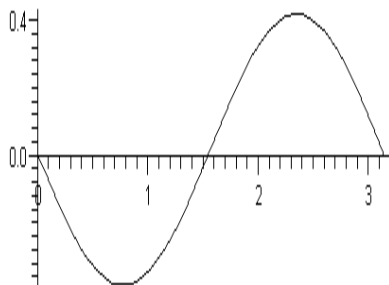


$\tau = 0,83$

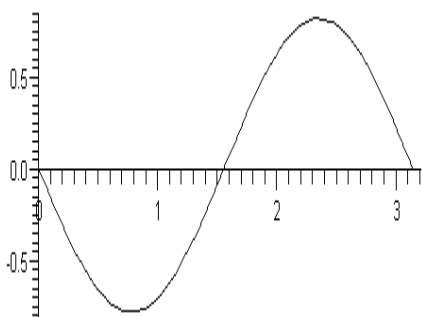
Рисунок 2 – Формы свободных колебаний шарнирно опертой арки



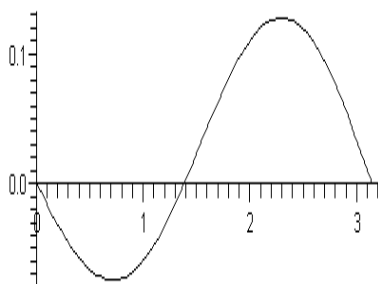
$\tau = 0,85$



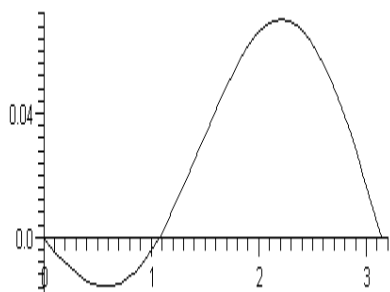
$\tau = 1$



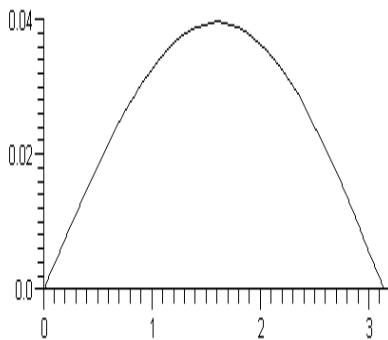
$\tau = 2$



$\tau = 2,35$



$\tau = 2,38$



$\tau = 2,4$

Продолжение рис. 2

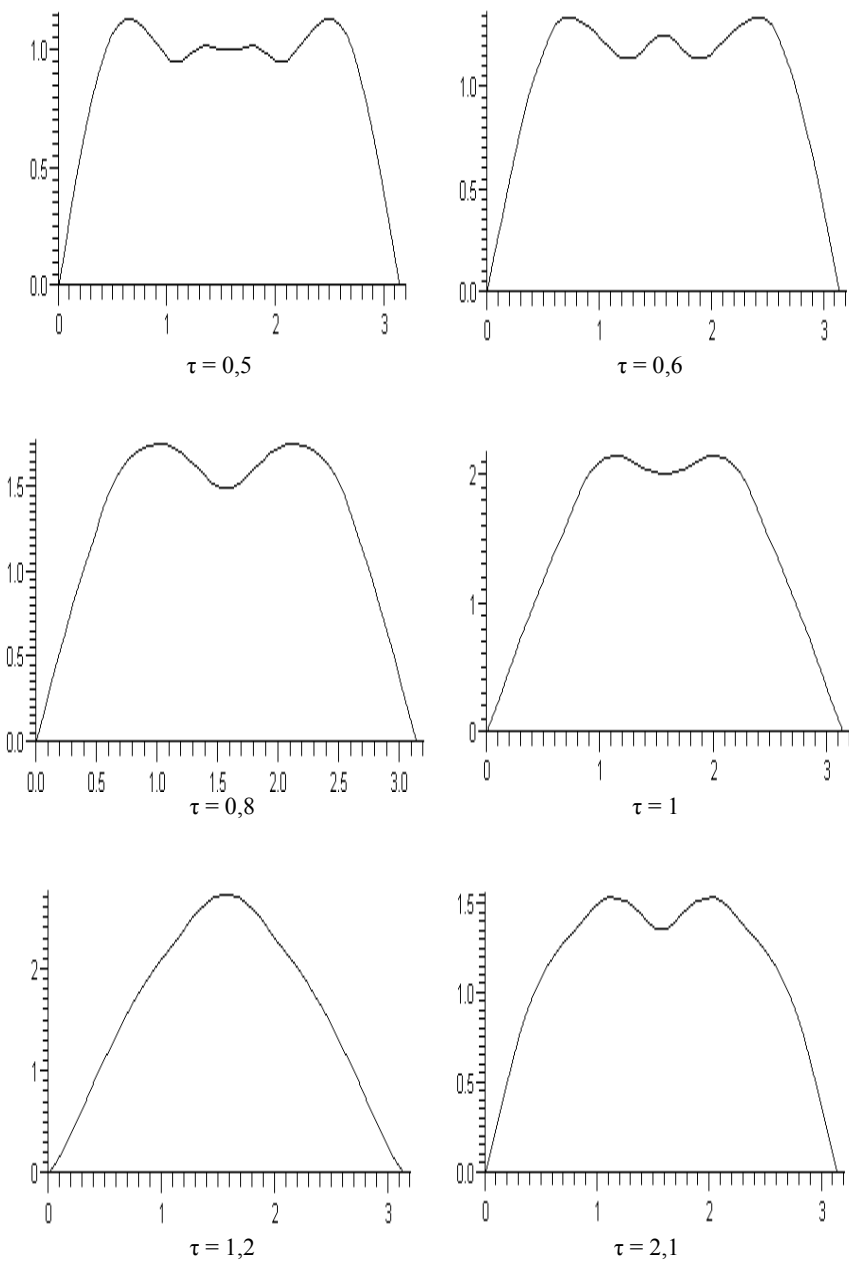
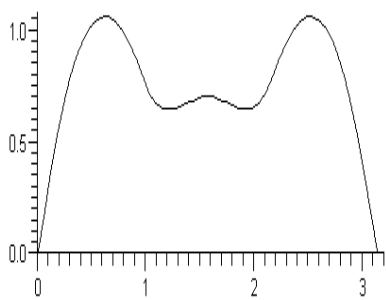
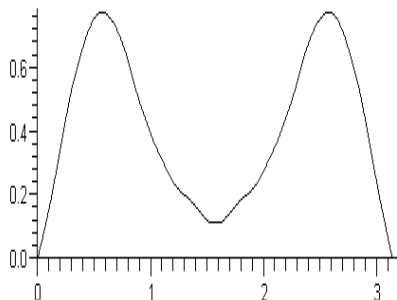


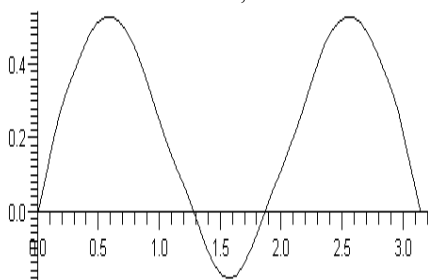
Рисунок 3 – Формы свободных колебаний шарнирной арки



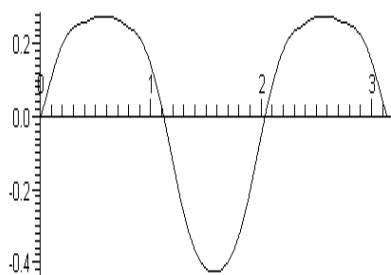
$\tau = 2,4$



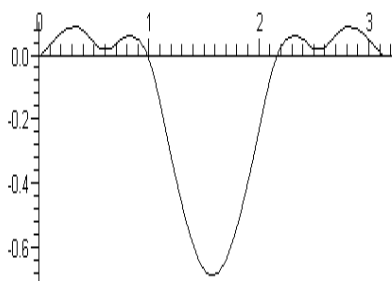
$\tau = 2,6$



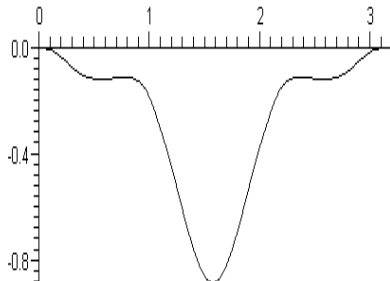
$\tau = 2,7$



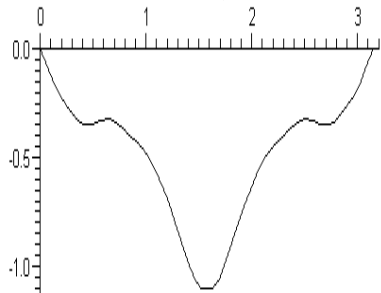
$\tau = 2,8$



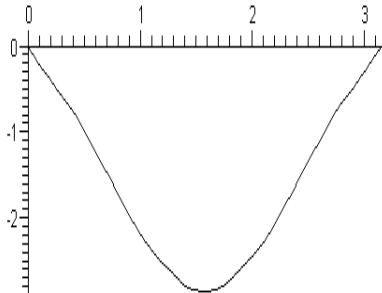
$\tau = 2,9$



$\tau = 2,98$



$\tau = 3,1$



$\tau = 4,4$

Продолжение рис. 3

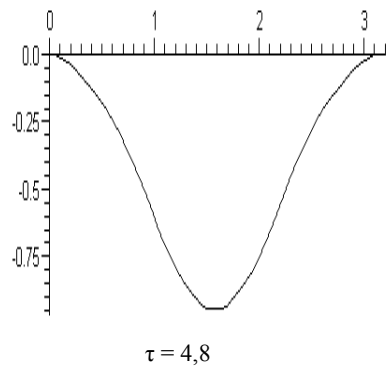
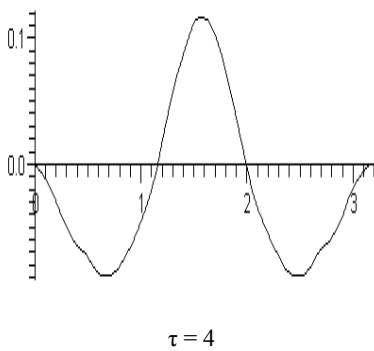
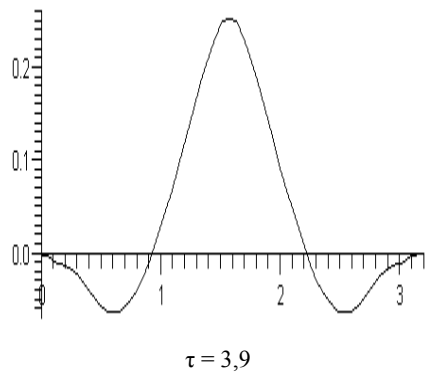
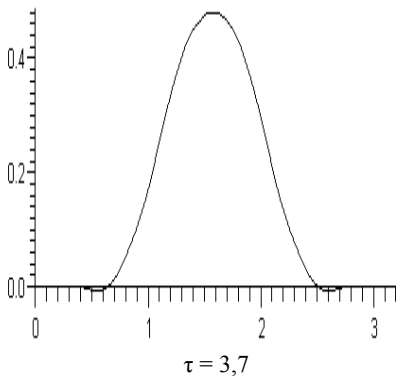
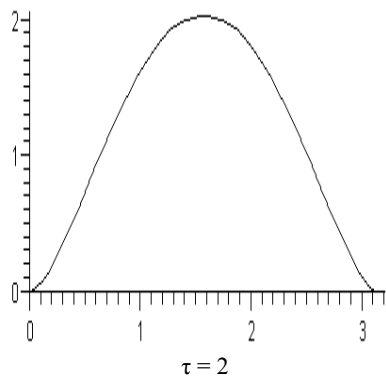
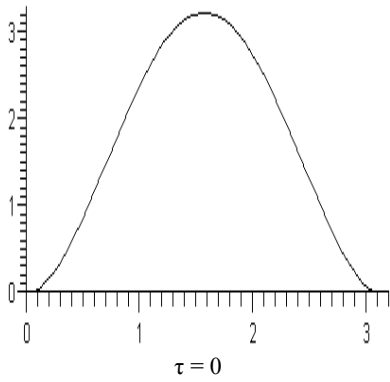


Рисунок 4 – Формы свободных колебаний жестко защемленной арки

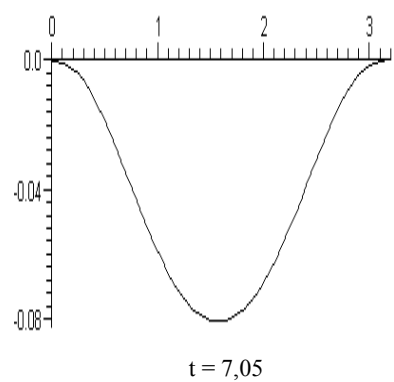
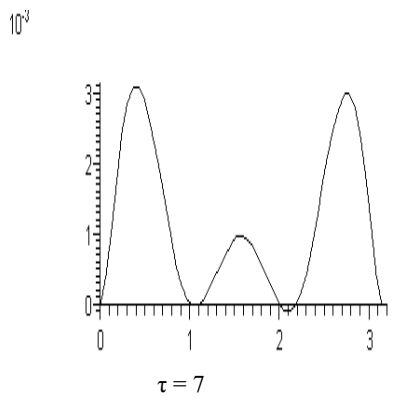
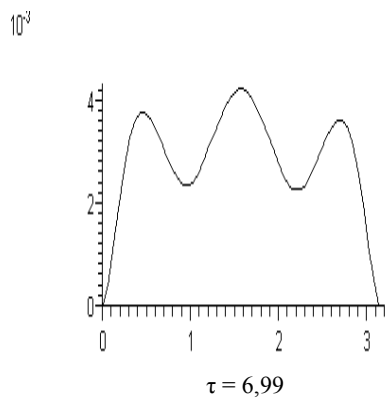
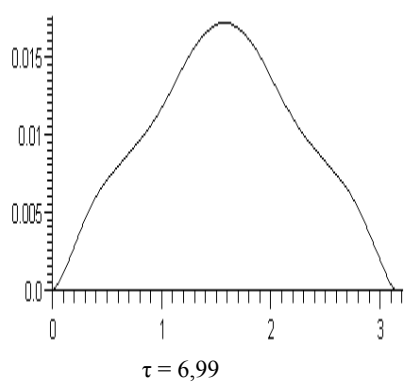
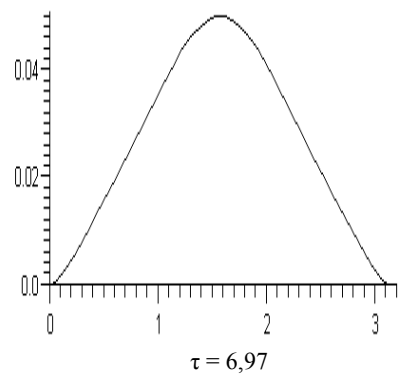
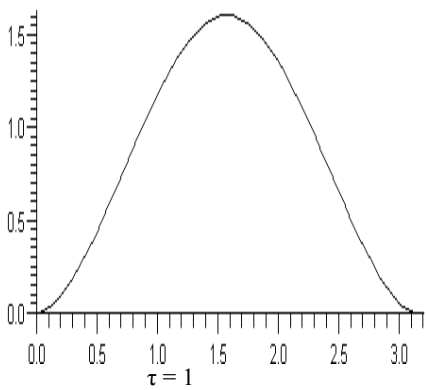


Рисунок 5 – Формы свободных колебаний жестко защемленной арки

$$4) u_i(0) = 2 \sin \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + 2A_1 \cos \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + 2B_1 sh \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + 2C_1 ch \frac{\lambda_1}{l} \xi_i, \quad \dot{u}_i(0) = 0;$$

$$5) u_i(0) = 0, \quad \dot{u}_i(0) = \sin \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + A_1 \cos \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + B_1 sh \frac{\lambda_1}{l} \xi_i + C_1 ch \frac{\lambda_1}{l} \xi_i.$$

На рисунках 4, 5 представлено динамическое поведение системы для случаев 4 и 5 соответственно. Как видно из этих рисунков в колебаниях системы принимает участие большое число форм свободных колебаний защемленного с двух сторон стержня.

3. Заключение. Из проделанного численного анализа можно сделать следующие выводы. При колебаниях защемленной с двух сторон арки в движение чаще всего вовлекается большое число форм свободных колебаний защемленного с двух сторон прямого стержня, если начальные перемещения и начальные скорости задаются по первой форме колебаний защемленного с двух сторон стержня. Если арка с двух сторон шарнирно оперта, то вовлечение мод шарнирно опертого стержня выше второй при задании начальных скоростей и начальных перемещений по первым двум формам колебаний прямого шарнирно опертого стержня является редкостью. Поэтому при исследовании движений прощелкивания представление колебаний в виде конечного разложения по формам собственных линейных колебаний соответствующего прямого стержня возможно только для шарнирно опертого с двух сторон стержня. Если при исследовании прощелкивания пологой арки применяется разложение по собственным формам, необходимо дополнительное прямое численное интегрирование для подтверждения результатов.

Список литературы: 1. *L.N.Virgin, R.B.Davis* Vibration isolation using buckled struts // 2003 Journal of Sound and Vibration, **260**. – P. 965-973. 2. *K.V.Avramov, Yu.V.Mikhlin* Snap-through truss as a vibration absorber // 2004 Journal of Vibration and Control **10**. – P. 291-308. 3. *K.V.Avramov, Yu.V.Mikhlin* Snap-through truss as an absorber of forced oscillations // 2006 Journal of Sound and Vibration **29**. – P. 705-722. 4. *S.P.Timoshenko* Buckling of flat curved bars and slightly curved plates // 1935 ASME J. Appl. Mech. **2**. – P. 17-20. 5. *Динник А.Н.* Устойчивость арок. – М.-Л.: Гостехиздат, 1946. – 156 с. 6. *Григолок Э.И.* К расчету устойчивости пологих арок // Инженерный сборник. – 1951. –Т. 9. – С.177-200. 7. *Y.C.Fung, A.Kaplan* Buckling of Low Arches or Curved Beams of Small Curvature // NACA Technical Note 2840. – 1952. 8. *C.S.Hsu* Stability of shallow arches against snap-through under timewise step loads // 1968 ASME Journal of Appl. Mech. **33**. – P. 31-39. 9. *C.S.Hsu, C.T.Kuo, R.H.Plant* Dynamic stability criteria for clamped shallow arches under timewise step loads // 1969 AIAA Journ. **7**, 1925 – 1931. 10. *N.C.Hung* Dynamic buckling of some elastic shallow structures subjected to periodic loading with high frequency // 1972 Int. J. Solids and Structures **8**, 315-326. 11. *Маневич Л.И., Михлин Ю.В., Пилипчук В.Н.* Метод нормальных колебаний для существенно нелинейных систем. – М: Наука, 1989. – 280 с. 12. *Бидерман В.Л.* Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1972.

Поступила в редколлегию 19.03.2007

В.М.КАПИНОС, докт.техн.наук; **Ю.А.ИЩУК**, канд.техн.наук;
Т.И.ЗАХАРЧЕНКО; НТУ «ХПИ»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО УРОВНЯ ПАРОВЫХ ТУРБИН, ОСНОВАННОЕ НА КРИТЕРИЯХ КАЧЕСТВА

Розглянута діагностика технічного рівня парових турбін по даним показників їх якості з кількісною оцінкою.

The diagnostics of the technical level of steam turbines by quality indexes with quantitative assessment is considered.

В инженерной практике часто применяют экспертную оценку технического уровня паровых турбин. Однако, этот, по существу, интегральный метод анализа технического уровня турбин не позволяет проектировщикам турбины установить, какие показатели качества оказались ослабленными в изделии.

Дифференциальное оценивание технического уровня достигается при сравнении с турбиной-аналогом на основе единичных показателей качества. В целом, все показатели, по которым сравниваются турбины, разделяются на классификационные и собственно оценочные. На основании классификационных показателей выбираются ближайшие турбины-аналоги, на основании оценочных показателей устанавливается технический уровень.

Согласно известным экспертным оценкам в качестве классификационных показателей турбоустановок принимаются: мощность турбины, давление свежего пара, температура свежего пара, частота вращения ротора, давление за турбиной. Для турбоустановок с нерегулируемыми отборами на регенерацию принимается также такой показатель как температура питательной воды. В случае теплофикационных и производственных отборов - их тепловая нагрузка. С целью оценки эффективности работы конденсатора наряду с противодавлением турбины рассматривается и температура охлаждающей воды.

Начальные и конечные параметры при заданной частоте вращения определяют число ступеней, их средние диаметры, структуру проточной части (ступени давления или ступень скорости и ступени давления). При изменении мощности изменяется расход, а следовательно, увеличиваются или уменьшаются проходные сечения, а значит габариты и вес. Косвенно значение мощности сказывается и на экономичности турбины.

Поскольку практически мала вероятность отыскания турбин-аналогов, у которых совпадали бы все три показателя – мощность, начальные и конечные параметры (изэнтропический перепад) и частота вращения, то эти показатели необходимо принимать с заданным весом. Весовые показатели принимаются либо на основании экспертных оценок, либо, если экспертные оценки

отсутствуют, ориентировочные, основанные на личном опыте специалистов, проводящих сравнительный анализ с целью определения технического уровня.

Коэффициенты весомости показателей (в известной мере условные при их ориентировочном определении) представляют собой количественную оценку той доли каждого из показателей, которую он вносит в общий технический уровень или в значение некоторого критерия качества, принимаемого за 100 % (или 100 баллов). Так, при выборе турбины-аналога, по мнению авторов, можно принять весовой коэффициент для изоэнтروпического перепада, определяемого по начальным и конечным параметрам, равным 60 %, для мощности турбины – 30 % и для частоты вращения – 10 %. Тогда суммирующий эти показатели комплексный коэффициент определяется по формуле

$$K_{\text{кл}} = 60 \frac{H_{\text{min}}}{H} + 30 \frac{N_{\text{min}}}{N} + 10 \frac{n_{\text{min}}}{n}, \quad (1)$$

где H , N и n – соответственно, изоэнтропический перепад, мощность и число оборотов. Если показатели H , N и n турбины-аналога и рассматриваемой турбины совпадают, то $K_{\text{кл}} = 100$ %, в противном случае классификационный коэффициент всегда будет меньше, так как в качестве множителей используются величины меньше единицы. Для сравниваемой пары аргументов выбирают H_{min} , N_{min} и n_{min} независимо от того минимальное значение принимает параметр турбины-аналога или турбины-объекта аналога, поскольку речь идет только о различии турбин. Турбины-аналоги, таким образом, выбираются по принципу наибольшей близости их характеристик к характеристике оцениваемого изделия.

Чтобы определить по единичным показателям технический уровень через комплексную относительную характеристику, определяющую степень приближения качества оцениваемого изделия к эталону (уровню мирового стандарта), необходимо так же, как и для классификационных показателей, иметь коэффициенты весомости этих показателей. Для определения номенклатуры единичных показателей необходимо принять во внимание следующие соображения.

Качество турбины может быть определено как комплекс ее показателей, от которых, в конечном счете, зависит стоимость преобразования тепловой энергии в механическую энергию движения ротора. Такими показателями являются удельный расход топлива, удельный расход теплоты, надежность эксплуатации, маневренность, долговечность, стоимость агрегата, степень автоматизации технологического процесса, полнота и совершенство контроля параметров, характеризующих состояние агрегата, занимаемая площадь и высота здания, удобство обслуживания и др.

Одной из характеристик агрегатов являются общие расходы на эксплуатацию, которые складываются из расходов на топливо, отчисления на амортизацию, первоначальных затрат (на оборудование, строительство здания, монтаж, материалы), расходов на оборудование и ремонт, убытков от простоев и

аварий. На эти статьи расходов при эксплуатации турбины влияет ее конструкция, качество примененных материалов, уровень запасов прочности, качество изготовления и монтажа, технический уровень эксплуатации.

Убытки от перебоев в работе турбины могут быть очень велики, даже если они не сопровождаются серьезными повреждениями самой турбины. Наибольшие убытки от аварийной остановки турбины будут в том случае, если она является единственным агрегатом, обслуживающим потребителя, например, предприятие, цех предприятия, какое-либо автономное хозяйство. В этом случае авария турбины приведет к полному отключению потребителя. Убытки будут складываться из убытков от простоя турбины, стоимости ее ремонта и последующего пуска и, главным образом, из убытков, вызванных простоем потребителей. При параллельной работе турбин, помимо потерь от простоя и затрат на ремонт, убытки будут вызваны также работой оставшихся турбин на менее выгодных режимах. Поэтому среди показателей качества турбины на первое место может быть поставлена ее надежность в эксплуатации.

Вслед за надежностью важнейшим показателем качества турбины является ее тепловая экономичность, определяющая расход топлива как основной составляющей себестоимости продукции паротурбинной установки. В качестве оценочного показателя тепловой экономичности может быть принят внутренний КПД турбины или удельный расход теплоты. Последний показатель является более полным критерием экономичности. При использовании опубликованных данных о тепловой экономичности следует иметь в виду, что в различного рода проспектах приводятся так называемые парадные значения экономичности, то есть наибольшие достижимые данной турбоустановкой. Они могут существенно превосходить среднегодовые эксплуатационные. Особенно увеличивается расход топлива сверх парадного при пусках и остановках. Этот дополнительный расход топлива зависит от конструкции турбины, так как она определяет продолжительность пуска. Сама по себе продолжительность пуска является важнейшим оценочным показателем технического уровня турбины. Быстрый пуск неприспособленной к этому турбины будет сопровождаться недопустимыми температурными напряжениями и большими деформациями ее деталей. Первые могут вызвать коробление цилиндра и появление в нем трещин, малоцикловая усталость может вызвать трещинообразование и в роторе. Температурные деформации могут вызвать задевания при пусках, которые, если и не вызовут более серьезных последствий, то, по меньшей мере, приведут к увеличению зазоров, с которыми турбина и будет все время работать с соответствующим снижением экономичности.

Из других расходов, связанных с конструкцией турбины, необходимо принять во внимание стоимость сооружений, которая определяется весом и габаритами турбины.

Сравнительно малый удельный вес амортизационных отчислений и большая доля топливной составляющей в общих расходах по эксплуатации

турбины означает, что при нынешнем дорогом топливе даже значительное удорожание турбины может быть сравнительно за короткий срок компенсировано хотя бы небольшой, но реальной экономией теплоты.

Таким образом, из большого числа показателей, характеризующих в той или иной степени качество турбины, можно выделить следующие основные показатели, прямо или косвенно обусловленные ее конструкцией.

1. Надежность и долговечность – достаточная прочность, малый износ, сохранение формы и взаиморасположения деталей, отсутствие задеваний деталей в турбине при пуске, совершенство и достаточное количество защитных устройств.

2. Тепловая экономичность – высокий внутренний КПД и малое его снижение в эксплуатации, малые потери по паровым трактам, отсутствие вредных протечек пара (их минимизация), совершенство технологии изготовления, обеспечивающей необходимые зазоры.

3. Эксплуатационные расходы – быстрота пуска, малые расходы на обслуживание и ремонт, малый вес и расход металла, низкая стоимость турбины и сооружений, высокая технологичность, продолжительность работы без ремонта.

Многие из перечисленных показателей затруднительно определить количественно, числом, что необходимо для объективного выявления технического уровня изделия. Поэтому для показателей оценочных так же, как и для показателей классификационных, введем весовые коэффициенты.

Надежность эксплуатации будем оценивать по максимально допустимой скорости пуска τ с весовым коэффициентом 30 % (скорость пуска во многом определяет надежность эксплуатации турбины и ее маневренность). Тепловую экономичность - по удельному расходу теплоты q с весовым коэффициентом

28 %. Стоимость турбины – по значению параметра $B = \frac{H(u/c_0)^2}{\omega^2 D}$ [1] (D –

средний диаметр ступени, ω – частота вращения) с весовым коэффициентом 16 %. Параметр B пропорционален стоимости турбины, которая в [1] определяется через стоимость ступени и число ступеней. Стоимость ступени (диафрагмы, колеса в целом и корпус) принята пропорциональной D ($B = k i D$, i – число ступеней).

Металлоемкость турбины по удельной массе m (кг/кВт) с весовым коэффициентом 10 %. Стоимость сооружения – по удельной площади здания S ($m^2/кВт$) с весовым коэффициентом 8 %, и по удельному объему здания V ($m^3/кВт$) с весовым коэффициентом 8 %.

Суммарный оценочный коэффициент турбины рассчитывается по формуле

$$k_0 = 30 \frac{\tau_3}{\tau} + 28 \frac{q_3}{q} + 16 \frac{B_3}{B} + 10 \frac{m_3}{m} + 8 \frac{S_3}{S} + 8 \frac{V_3}{V}, \quad (2)$$

где индексом «3» отмечены единичные показатели турбины-эталона.

При одинаковых показателях турбины-аналога (рассматриваемой как эталон для сравнения) и оцениваемой турбины $K_0 = 100 \%$, в остальных случаях K_0 может быть как выше, так и ним 100% . Если все единичные показатели оцениваемой турбины ниже показателей турбины-аналога, то $K_0 > 100 \%$ и, следовательно, технический уровень оцениваемой турбины выше технического уровня турбины эталона. Если $K_0 < 100 \%$, то это свидетельствует о том, что какие-то показатели качества оцениваемой турбины ниже показателей турбины-аналога. При отсутствии данных о некоторых единичных показателях их отношения принимаются равными единице и в формуле (2) суммируются только весовые коэффициенты этих показателей.

Очевидна некоторая условность зависимостей (1) и (2), обусловленная как набором единичных показателей, так и условностью, в известной мере, весовых коэффициентов. Однако одинаковость критериев сравнения и одинаковость пусть в некоторых случаях и ориентировочных коэффициентов весовости обеспечивает по мнению авторов необходимую объективность сравнения. Очень важно, что критерий классификационный и критерий качества величины количественные.

Число показателей качества, включенных в зависимость (2), меньше числа показателей, предусмотренных ГОСТом 4.424-86. Однако номенклатура показателей предусмотренная этим стандартом, предназначена преимущественно для энергетических турбин большой единичной мощности. Для технологических турбин небольшой единичной мощности нами используется сокращенная номенклатура. В зависимости от конкретных условий сравнения критерий K_0 может быть дополнен рядом критериев по тем или иным единичным показателям качества, важным для данных изделий по их назначению и условиям использования. При этом принимается следующая количественная оценка. Пусть, например, дополнительно оценивается надежность эксплуатации, но известен только весовой коэффициент для средней наработки на отказ P в ряду других показателей P_{0i} , также влияющих на надежность эксплуатации (коэффициент готовности, долговечности и др.). Если $P_0 = 15 \%$, то коэффициент качества по надежности

$$k_H = 15 \frac{T}{T_0} + (100 - 15) \quad (3)$$

$$\text{(в общем виде } k_H = P_0 \frac{T}{T_0} + \sum_{i=2}^n P_{0i} \frac{A_i}{A_{0i}} \text{), } T - \text{ время наработки на отказ,}$$

где для всех остальных единичных показателей (с неизвестными весовыми показателями) их отношение к эталонным значениям приняты равными единице.

Такой прием оценки технического уровня может быть использован при определении коэффициентов качества по отдельным группам единичных показателей. Допустим необходимо оценить технический уровень изделия по

маневренности. В зависимости (2) надежность и маневренность суммарно определена весовым коэффициентом 30 %. Примем весовой коэффициент по маневренности равным 15 %. Тогда, если известны минимальное время пуска из холодного состояния, из неостывшего состояния T_x , минимальное время пуска из горячего состояния T_r , то коэффициент качества определяется по формуле

$$K_M = 15 \frac{T_{\text{ЭХ}}}{T_x} + 15 \frac{T_{\text{ЭН}}}{T_H} + 15 \frac{T_{\text{ЭГ}}}{T_r} + (100 - 45). \quad (4)$$

$$\text{Пусть } \frac{T_{\text{ЭХ}}}{T_x} = 1,05; \quad \frac{T_{\text{ЭН}}}{T_H} = 0,9; \quad \frac{T_{\text{ЭГ}}}{T_r} = 0,95,$$

получаем, что $K_M = 98,5$.

В зависимостях (2) и (4) эталонные значения единичных показателей при определении относительных величин стоят в числителе соответствующих дробей, а в зависимости (3) – в знаменателе. Это зависит от смысла единичного показателя. В (2) и (4) благоприятным является уменьшение значений единичных показателей оцениваемого изделия по сравнению с эталоном, а в зависимости (3), где определяется технический уровень по показателю времени наработки на отказ, благоприятным является увеличение значения единичного показателя оцениваемого изделия по сравнению с эталоном. Указанным формулой (3) способом можно выделить коэффициенты качества по ряду групп показателей качества: экономичности, вибрационной надежности, стоимости, показателей по системе регулирования (степень нечувствительности, максимальный заброс оборотов при сбросе нагрузки) и др.

Оценивание изолированно по группам показателей все же затрудняет проведение оценки в целом, так как по отдельным группам коэффициенты качества могут быть и больше и меньше 100 %, поэтому предпочтение следует отдать полностью итоговому, комплексному показателю по типу зависимости (2), где каждый из членов формулы может быть при необходимости еще и детализирован.

Приведенный количественный подход к оценке технического уровня, благодаря введению весовых коэффициентов и относительных значений единичных показателей, достаточно гибкий и легко может быть приспособлен к заданным конкретным условиям.

Список литературы: 1. Зальф Г.А., Звягинцев В.В. Тепловой расчет паровых турбин. – Л.: Машгиз, 1961. – 291 с. 2. Лобанов В.П. Новые данные КПД турбин высокого давления // Теплоэнергетика. – 1954. – № 4. – С. 52-54. 3. Pioleet G. A. New architecture for large impulse turbines // Revue Alstom. – 1985. – V. 2. – P. 5-14.

Поступила в редколлегию 19.04.2007

С.В. КРАСНИКОВ, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

ИССЛЕДОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СИСТЕМЫ ТУРБОАГРЕГАТ-ФУНДАМЕНТ-ОСНОВАНИЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ СХЕМАХ ПОТЕРИ КОНТАКТА

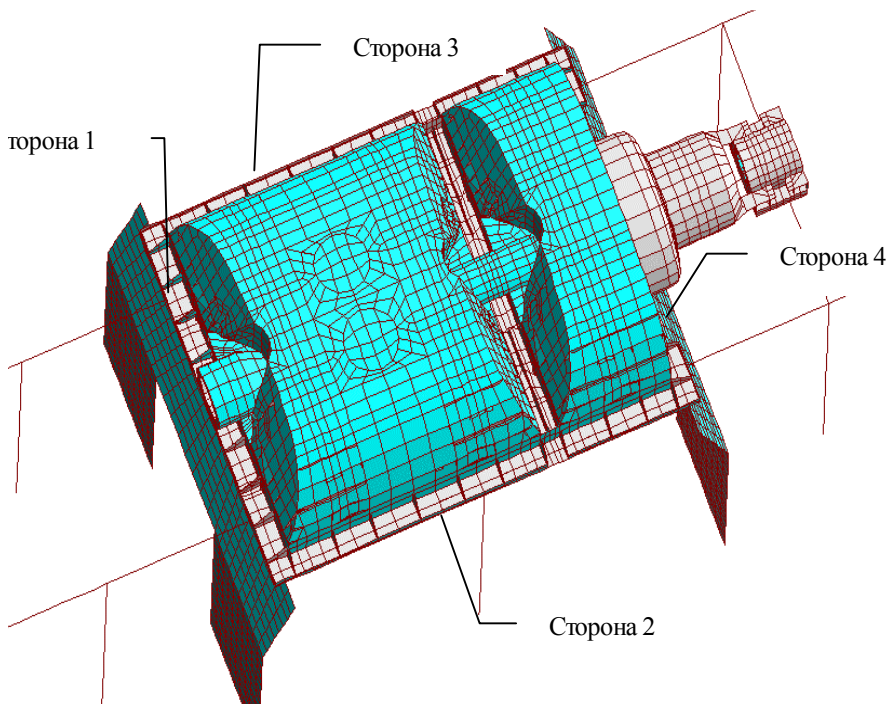
Розглядаються питання, що пов'язані з порушенням контактної взаємодії корпусу турбіни з фундаментом. Проведено аналіз характеристик власних коливань системи валопровід-фундамент при характерних варіантах порушення контактної взаємодії. Математичні моделі та розрахунки виконано на основі методу скінчених елементів.

The problems, related with break of contact of turbine case with foundation, are considered. The eigen-tones analysis of several versions turbine-foundation-base system with different version of break of contact are made. The mathematical models and calculations are executed on the basis of finite elements method.

Турбоагрегат-фундамент-основание (ТФО) является системой, в которой важным является динамическая взаимосвязанность отдельных конструктивных элементов, способных возбуждать, усиливать или гасить колебания. ТФО состоит из лежащего на грунте фундамента, установленных на него турбин, конденсатора, генератора и возбuditеля генератора. Валы турбины и генератора объединены в единый валопровод. Система ТФО имеет вертикальную плоскость симметрии, проходящую через ось валопровода. Основной несущей конструкцией является фундамент, а основной динамической нагрузкой – вибрация, которая вызвана дисбалансом валопровода [1]. Валы турбин мощностью 300 МВт и выше своей большей частью опираются на корпуса турбины, которые свободно лежат на фундаменте [2]. Вследствие вибрации корпуса и других факторов его полный контакт с фундаментом со временем нарушается. В отдельных случаях визуально фиксируется потеря контакта на большой площади. Поэтому целесообразно провести исследование влияния значительной потери контакта между корпусом турбины и фундаментом на вибрационные характеристики системы ТФО. В данной статье рассматриваются изменения собственных частот и форм при нескольких схемах потери контакта.

Для проведения исследований было решено использовать ранее разработанную конечно-элементную модель системы ТФО [3]. Расчеты собственных частот и форм проводились на основе метода конечных элементов. Было решено провести анализ собственных частот и форм системы ТФО для определения резонансов, которые могут привести к разрушению системы. Резонанс может возникнуть при совпадении рабочей частоты турбины с собственной частотой системы. Рабочая частота турбины номинально равняется 50 Гц и может варьироваться в пределах 49 – 50,5 Гц [4].

Для исследования поставленной задачи было предложено провести 8 вариантов расчетов при неполном контакте турбины с фундаментом (см. табл. 1, рисунок).



Модель системы ТФО с обозначением сторон контакта корпуса турбины с фундаментом

Таблица 1 – Схемы контакта корпуса турбины с фундаментом

№ варианта расчета	Контакт по сторонам	
	Присутствует	Отсутствует
Исходный расчет	1-4	-
1	2-4	1
2	1; 3-4	2
3	1-2; 4	3
4	1-3	4
5	2-3	1; 4
6	2; 4	1; 3
7	1-2	3-4
8	1; 4	2-3

Таким образом, объектом исследования является динамически взаимосвязанная система ТФО, а предметом исследования – собственные частоты и формы колебаний системы ТФО при разных схемах контакта турбоагрегата с фундаментом.

Были выполнены расчеты собственных частот и форм системы ТФО при полном равномерном контакте корпуса турбины с фундаментом и нескольких вариантах неполного контакта этих элементов системы (см. табл. 1). Результаты исследования приведены в таблицах 2 – 4.

В таблицах 2-4 модель системы ТФО с равномерным полным контактом корпуса турбины и фундамента носит название «Исходная модель». Эта система имеет в диапазоне 0 – 55 Гц 69 собственных частот. Соответствующие им собственные формы колебаний в таблицах 2 и 3 обозначены по порядку следования собственных частот. Специфические собственные формы моделей системы ТФО с потерей контакта обозначены латинскими буквами.

Таблица 2 – Сопоставление собственных форм колебаний на частотах из диапазона 45 - 50 Гц, варианты потери контакта по одной из сторон корпуса (1-4)

Обозначение с.форм	Исходная модель	Вариант потери контакта			
		1	2	3	4
Собственные частоты, Гц					
59	47,1	47,1	46,8	46,8	47,2
60	47,8	47,8	47,6	47,6	47,6
61	48	48	48,1	48,1	48,1
62	49,97	50,1	49,4	49,4	50,1
63	50,3	50,3	50,2	50,2	50,3
64	51,1	51,1	50,9	50,9	51,1
65	51,7	51,7	51,1	51,1	51,7
66	53,12	-	52,1	52,1	53,1
A	-	53,3	-	-	-
67	53,4	53,5	53,5	53,5	53,5
68	54,5	54,5	53,8	53,8	54,5
69	55	55	54,5	54,5	55,0

Из табл. 2 видно, что при потере контакта только по одной из сторон корпуса существенное изменение характеристик собственных колебаний происходит только при 1-ом варианте потери контакта. В этом случае возникла новая собственная форма колебаний, которая характеризуется интенсивными колебаниями корпуса турбины возле стороны 1 (см. рис. 1) и последующей частью фундамента. Эта форма колебаний является опасной для работы ТФО, но вероятность ее появления мала, поскольку соответствующая собственная частота больше рабочей на 3,3 Гц.

Более существенные изменения характеристик собственных колебаний происходят при потере контакта по двум сторонам корпуса (варианты 5-8, см. табл. 1). Незначительные изменения имеются только при 5 варианте потери контакта. Это, возможно, связано с тем, что сохраняется симметричность системы ТФО относительно исходной вертикальной плоскости симметрии, проходящей через ось валопровода.

При 6-ом варианте потери контакта появляется новая собственная форма колебаний (см. табл. 3), которая является несимметричной и характеризуется изгибными колебаниями корпуса турбины возле стороны 4 (цилиндр среднего давления) и колонн фундамента. Эта форма колебаний является опасной, соответствующая ей собственная частота составляет 48 Гц и находится близко к рабочему диапазону 49 – 50,5 Гц.

Таблица 3 – Сопоставление собственных форм колебаний на частотах из диапазона 45 - 50 Гц, варианты потери контакта по двум сторонам корпуса (5-8)

Обозначение с.форм	Исходная модель	Вариант потери контакта			
		5	6	7	8
		Собственные частоты, Гц			
59	47,1	47,1	46,4	46,3	46,5
60	47,8	47,6	47,1	-	47,1
В	-	-	-	47,3	-
61	48	48,0	47,5	48,0	47,9
62	49,97	50,1	-	49,1	49,1
С	-	-	48	-	-
63	50,3	50,3	50,1	49,9	-
D	-	-	-	-	49,9
64	51,1	51,1	50,5	50,4	50,1
65	51,7	51,7	51,1	51,1	51,1
66	53,12	53,1	51,8	51,4	51,2
67	53,4	53,34	52,5	52,34	52,4
68	54,5	54,5	53,6	53,2	53,8
69	55	55,0	54,5	54,4	53,8

7-ой вариант потери контакта приводит к появлению новой собственной формы колебаний на частоте 47,3 Гц. Формы колебаний В и С (см. табл. 3) характеризуются схожими колебаниями корпуса турбины и отличаются колебаниями фундамента. Кроме этого, при этом варианте потери контакта в рабочем диапазоне 49 – 50,5 Гц появилась еще одна собственная частота, которой соответствует 64-я собственная форма колебаний. Эта форма характеризуется колебаниями передней части фундамента.

8-ой вариант потери контакта как и при 7-ом варианте приводит к появ-

лению новой собственной формы колебаний и увеличению на 1 количества собственных частот в рабочем диапазоне. Новая собственная форма колебаний характеризуется несимметричными изгибными колебаниями корпуса турбины. При этой форме опоры валопровода практически не колеблются, поэтому сама форма колебаний является менее опасной. Однако новая собственная частота практически совпадает с рабочей, что делает потерю контакта по 8-му варианту очень опасным.

Суммарная информация по изменению характеристик собственных колебаний системы ТФО приведена в табл. 4.

Таблица 4 – Влияние на спектр собственных частот системы ТФО различных вариантов потери контакта корпуса турбины с фундаментом

Модели системы ТФО	Количество новых собственных форм на частотах из диапазона 47 - 55 Гц	Количество собственных частот в диапазоне 49 - 50,5 Гц
Исходный вариант	-	2
1-й вариант потери контакта	1	2
2-й вариант потери контакта	-	2
3-й вариант потери контакта	-	2
4-й вариант потери контакта	-	2
5-й вариант потери контакта	-	2
6-й вариант потери контакта	1	2
7-й вариант потери контакта	1	3
8-й вариант потери контакта	1	3

Из табл. 4 видно, что наиболее опасными являются варианты потери контакта 7 и 8. Оба варианта сохраняют контакт по задней стороне корпуса (сторона 1, см. рис. 1) и имеют контакт по противоположной (вариант 8) или боковой стороне (вариант 7). Наименьшие изменения характеристик собственных колебаний системы ТФО имеются при вариантах потери контакта 2-5.

По результатам проведенного исследования собственных частот и форм системы ТФО при полном равномерном контакте корпуса турбины с фундаментом и нескольких вариантах потери контакта этих элементов системы видно, что система ТФО достаточно устойчива к значительным потерям контакта. Наибольшие изменения характеристик собственных колебаний системы ТФО происходят при потере контакта по двум смежным сторонам корпуса турбины (варианты 7 и 8). Для более полного анализа влияния рассмотренных вариантов потери контакта на работоспособность системы ТФО необходимо провести исследование вынужденных колебаний.

Список литературы: 1. Шульженко Н.Г., Воробьев Ю.С. Численный анализ колебаний систем турбоагрегат-фундамент. – Киев: Наукова думка, 1991. – 232 с. 2. Степченко А.С. Численные исследования динамических характеристик системы турбоагрегат-фундамент // Дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1994. – 194 с. 3. Жовдак В.О., Красников С.В., Степченко О.С. Решение задачи статистической динамики машиностроительных конструкций с учетом случайного изменения параметров // Проблемы машиностроения. – Харків: «Контраст». – 2004. – Т. 7, № 3. – С. 39-47. 4. Шейнин И.С., Цейтлин Б.В. Теоретическое исследование динамических характеристик ряда фундаментов под мощные турбоагрегаты // Изв. ВНИИГ им. Веденеева. – 1981. – 151. – С. 81-87.
Поступила в редколлегию 07.07.2007

УДК 534.014.1 (09)

А.А.ЛАРИН, канд.техн.наук; НТУ «ХПИ»

РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ РАСЧЕТА КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ В ХАРЬКОВСКОМ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОМ ИНСТИТУТЕ С 1930 ПО 1970 ГОДЫ

У статті представлена історія розвитку методів розрахунків крутильних коливань валопроводів силових установок. Приводиться внесок вчених ХПІ в рішення цього питання у 30 – 70 роки минулого сторіччя.

The history of development of methods to calculate torsion vibrations of shaft power-plants is presented in the article. The contribution of the scientists from KhPI to this subject in the thirties-seventies of last century is described.

Историческая справка. Исследования динамики машин включают определение частот и форм свободных колебаний с целью исключения из рабочего диапазона резонансов. Для валопроводов, передающих вращение от двигателя к потребителю, типичными являются крутильные колебания. Задача их исследования возникла на рубеже XIX и XX веков в связи с увеличением мощности и скорости паровых машин. Поскольку эти машины являются машинами циклического действия с периодически меняющимися силами, в их валопроводах стали появляться крутильные резонансные колебания, часто приводящие к усталостному разрушению [1, с.13]. Не умея вычислить напряжений, обусловленных динамическими причинами, инженеры в сомнительных случаях зачастую просто увеличивали коэффициент запаса прочности. Однако увеличение размеров не всегда ведет к уменьшению напряжений [2, с.13]. В статье «К вопросу о явлении резонанса в валах», опубликованной в 1905 году в известиях Санкт-Петербургского политехнического института, С.П. Тимошенко дал анализ

первых работ, посвященных этому вопросу [2, с.13-54]. Среди них он отметил статьи Г. Лоренца, Г. Фрама и Г. Мельвиля. Особенно полное исследование провел Г. Фрам, поставивший целый ряд опытов и обосновавший необходимость проверки конструкции валопровода на возможность резонанса [2, с.24]. С появлением силовых установок с двигателями внутреннего сгорания (ДВС), имеющими бóльшую скорость и мощность, вопрос об их колебаниях стал более остро [1, с. 171, 3]. В основном задача сводилась к определению собственных частот и форм колебаний. Данная статья посвящена развитию методов решения этой задачи.

Краткое описание задачи. Традиционно для расчетов крутильных колебаний валопровод приводится к системе цепной структуры [3], т.е. рассматривается дискретная модель, состоящая из s абсолютно твердых дисков с осевыми моментами инерции I_j , соединенных невесомыми упругими участками с крутильными жесткостями c_j . В матричной форме система уравнений, описывающая свободные колебания линейной системы без сопротивления выглядит так [4, с.96]

$$\mathbf{I}\ddot{\vec{\varphi}} + \mathbf{C}\dot{\vec{\varphi}} = 0. \quad (1)$$

Здесь $\vec{\varphi}$ – матрица-столбец (вектор) обобщенных координат, которыми являются углы поворота дисков вокруг оси вала (φ_j), \mathbf{I} – матрица инерции размерности $s \times s$ (поскольку уравнения записываются в прямой форме, то матрица инерции диагональная), \mathbf{C} – матрица жесткости той же размерности. Частное решение системы (1) ищется в виде

$$\vec{\varphi} = \vec{A} \sin (kt + \varepsilon) \quad (2)$$

и описывает моногармонический колебательный режим с частотой k , одинаковой для всех обобщенных координат. Подставив (2) в (1), получим систему алгебраических уравнений

$$(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2)\vec{A} = 0, \quad (3)$$

которая является однородной относительно вектора неизвестных амплитуд $\vec{A}_j = \{\alpha_{1j}, \alpha_{2j}, \dots, \alpha_{sj}\}$. Так как при колебаниях системы все амплитуды не могут равняться нулю, то

$$\det(\mathbf{C} - \mathbf{I}k^2) = 0. \quad (4)$$

(4) представляет собой уравнение s -й степени относительно k^2 и называется уравнением частот или вековым уравнением. Его корни, образующие спектр собственных частот, принято располагать в порядке возрастания $k_1 < k_2 < \dots < k_s$.

При подстановке в систему (1) какого-либо j -го корня частотного уравнения, одно из уравнений станет следствием остальных, то есть независимых уравнений останется $s-1$. Эти уравнения связывают между собой s амплитуд

\bar{A}_j и позволяют выразить все амплитуды через какую-либо одну из них. Совокупность отношений амплитуд описывает конфигурацию системы при наибольшем ее отклонении от положения равновесия при свободных колебаниях с j -й собственной частотой, не зависят от начальных условий, а определяются параметрами системы и называются собственными формами колебаний. В случае одномерной системы эти коэффициенты являются безразмерными величинами и, поскольку масштаб каждой из собственных форм произвольный, обычно максимальный из коэффициентов берут равным единице, а остальные вычисляют.

Способы вычисления собственных частот и форм колебаний. Сложность задачи о свободных колебаниях линейных систем заключалась в том, что для векового уравнения, степень которого выше четырех, не существует формул, которые выражали бы величины корней через коэффициенты уравнения [5, с.18]. Кроме того, вековое уравнение, представляющее собой раскрытый определитель (4) содержит $s!$ слагаемых, например для системы с 10-ю степенями свободы их будет 3628800. Задача облегчается, если уравнения записываются в прямой или обратной форме, и тогда в определителе (4) собственная частота присутствует только в диагональных элементах. Например, определитель (4), построенный для свободных крутильных колебаний валапровода имеет вид

$$\begin{vmatrix} c_{11} - I_1 k^2 & c_{12} & \dots & c_{1s} \\ c_{21} & c_{22} - I_2 k^2 & \dots & c_{2s} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{s1} & c_{s2} & \dots & c_{ss} - I_s k^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (5)$$

где c_{ij} – упругие коэффициенты, зависящие от крутильных жесткостей системы и ее структуры, а I_j – моменты инерции тел.

В работе [5] А. Н. Крылов критически проанализировал существовавшие ранее методы, нашел их «сложными и неудобными» и предложил свой метод, не требующий разворачивания определителя векового уравнения. В результате преобразований определителя, он принимает такой вид, что k^2 фигурирует только в первом столбце. Метод А.Н. Крылова требует значительно меньшего числа операций.

Харьковский ученый А.М. Данилевский* в 1937 году предложил метод, основанный на приведении определителя (4) к так называемой форме Фробениуса [7].

* Александр Михайлович Данилевский (1906-?) – Харьковский ученый, погиб при оккупации Харькова в годы Великой Отечественной войны.

$$\begin{vmatrix} h_{11} - k^2 & h_{12} & h_{13} & \dots & h_{1s-1} & h_{1s} \\ 1 & -k^2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -k^2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -k^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Из определителя (6) легко получаем степенное вековое уравнение

$$k^{2s} - h_{11}k^{2(s-1)} + h_{12}k^{2(s-2)} - \dots - h_{1s-1}k^2 + h_{1s} = 0. \quad (7)$$

Приведение к форме Фробениуса может быть выполнено самими простыми средствами с достаточной для практики точностью и при достаточно большом числе степеней свободы требует в полтора раза меньше операций, чем метод Крылова. Задачу определения частот и форм свободных колебаний можно также рассматривать как задачу линейной алгебры и решать численно. Переписав равенство (3) в виде

$$\mathbf{I}^{-1}\mathbf{C}\vec{A} = k^2\vec{A}, \quad (8)$$

заметим, что матрица-столбец \vec{A} является собственным вектором матрицы

$$\mathbf{I}^{-1}\mathbf{C}, \quad (9)$$

а k^2 ее собственным значением.

Решение проблемы собственных значений и векторов является одной из самых привлекательных задач численного анализа [8, с.173]. При этом для решения всех задач, встречающихся на практике, нельзя предложить единого алгоритма. Выбор алгоритма зависит от вида матрицы, а также от того, нужно ли определять все собственные значения или только наименьшие (наибольшие) или близкие к данному числу. В 1846 г. Карл Густав Якоб Якоби для решения полной проблемы собственных значений предложил в статье «Über ein leichtes Verfahren, die in der Theorie der Säkularstörungen Vorkommenden Gleichungen numerisch aufzulösen» итерационный метод вращений [8, с. 182]. Метод основан на такой бесконечной последовательности элементарных вращений, которая в пределе преобразует матрицу (9) в диагональную. Диагональные элементы полученной матрицы и будут искомыми собственными значениями. Однако для определения собственных значений требуется $30n^3$ арифметических операций, а для собственных векторов еще $20n^3$ операций [9, с.181]. В связи с этим метод в XIX веке не нашел применения и был забыт более чем на сто лет.

Определить первую собственную частоту консервативной системы можно по методу Рэлея:

$$k_1^2 = \Pi_{\max} / T_{\max}^*, \text{ где } T_{\max}^* = T_{\max} / k^2. \quad (10)$$

При этом для вычисления максимальных значений потенциальной (Π) и кинетической (T) энергий берется некоторая форма колебаний. Если она сов-

падет с первой формой колебаний системы, мы получим точное значение первой собственной частоты, а в противном случае это значение всегда завышено [4, с.174].

Для решения задачи о свободных колебаниях валов, представляющих собой цепные неразветвленные системы немецкий ученый Толле в 1921 году в работе «Regelung der Kraftmaschinen» предложил метод остатков, заключающийся в последовательном вычислении значений левой части векового уравнения (4) для пробных собственных значений [4, с. 223, 8, с.78]. Эти вычисления проводятся по определенной схеме (таблицы Толле). Номер полученной в результате собственной частоты определяется по числу перемен знака формы колебаний, которое должно быть на единицу меньше номера частоты. Записав таблицы Толле в матричной форме, мы приходим к методу начальных параметров [4, с. 223]. Основным же недостатком метода Толле является невозможность его применения к более сложным разветвленным системам без их предварительного преобразования [10, с. 441].

Развитие теории крутильных колебаний в ХПИ. Приближенными вычислениями собственных частот в основном крутильных систем занимался с 1934 года профессор И.М. Бабаков*. Он предложил записывать дифференциальные уравнения крутильных колебаний в обратной форме [11, с.55]

$$\varphi_i = -\sum_{j=1}^s \delta_{ij} \ddot{\varphi}_j \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (11)$$

Подстановка решения (2) в (11) приводит задачу к системе алгебраических уравнений

$$\alpha_i = k^2 \sum_{j=1}^s \delta_{ij} \alpha_j, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (12)$$

Метод, предложенный И.М. Бабаковым, основан на приближении не частотами (как у Толле), а формами колебаний. Для его применения зададимся системой s положительных чисел $\alpha_1^{(0)}, \alpha_2^{(0)}, \dots, \alpha_s^{(0)}$ (исходная форма) и вычислим первое приближение

$$\alpha_i^{(1)} = \sum_{j=1}^s \delta_{ij} \alpha_j^{(0)}, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (13)$$

Затем процесс приближений $\alpha_1^{(m)}, \alpha_2^{(m)}, \dots, \alpha_s^{(m)}$ продолжим по формуле (13), записывая каждый раз неравенство

$$\min \alpha_i^{(m-1)} / \alpha_i^{(m)} < k_1^2 < \max \alpha_i^{(m-1)} / \alpha_i^{(m)}, \quad i = 1, 2, \dots, s. \quad (14)$$

В работе [11, с.58-59] приводятся доказательства двух теорем о сходи-

* Иван Михайлович Бабаков (1890-1974) – профессор, заведующий кафедрой теоретической механики ХПИ с 1925 по 1960 гг.

мости решения, описываемого неравенством (14) к точному значению первой собственной частоты.

Третья теорема [11, с.63] устанавливает более точную верхнюю границу первой собственной частоты с учетом формулы Рэлея (10)

$$k_1^2 < \sum_{i=1}^s \alpha_i^{(0)} \alpha_i^{(m-1)} / \sum_{i=1}^s \alpha_i^{(0)} \alpha_i^{(m)}. \quad (15)$$

Метод последовательных приближений формами колебаний можно применить к определению и высших частот. Для этого И.М. Бабаков предложил исключить с помощью условия ортогональности собственных форм одну искомую амплитуду, сведя тем самым задачу к системе с $s-1$ степенью свободы, основная частота которой будет второй частотой исходной системы [12, с. 111].

Однако самую высшую собственную частоту методом последовательных приближений можно определить и сразу. Для этого в качестве обобщенных координат используются углы закручивания отдельных участков валопровода. Переходя к обратным величинам $p^2 = 1/k^2$, строим аналогичный алгоритм, причем все теоремы о границах собственных частот распространяются и на этот случай [13, с.77]. Полученное решение позволяет определить наивысшую собственную частоту $k_s^2 = 1/p_1^2$. В своих исследованиях И.М. Бабаков показал, что удовлетворительные для практических задач результаты получаются уже при втором приближении формами колебаний. При этом, по крайней мере для систем размерностью до 12 степеней свободы, требуемое количество операций меньше, чем в методе Толле [12, с.122]. Впоследствии И.М. Бабаков обобщил свой метод на другие виды систем и привел его в учебнике «Теория колебаний» [4].

В 1950-е годы, наряду с вышеизложенными методами, широкое распространение получил метод цепных дробей, предложенный ленинградским ученым профессором В.П. Терских [14]. Метод заключается в том, что уравнение частот записывается в виде непрерывной дроби. s корней данного уравнения, то есть собственные частоты определяются последовательными пробами. В отличие от метода Толле, метод цепных дробей пригоден и для разветвленных систем.

Вслед за И.М. Бабаковым, крутильными колебаниями валопроводов занимался один из его учеников профессор Л.И. Штейнвольф*. Он руководил в 1960-1980-е годы научной группой, где наряду с другими задачами изучались крутильные колебания валопроводов ДВС. Работы в этом направлении выполнялись в основном для Харьковского завода транспортного машиностроения имени В.А. Малышева (ХЗТМ).

В 1960-е годы в практику расчетов стало входить применение ЭВМ.

* Лев Израилевич Штейнвольф (1916-1991) – докт.техн.наук, профессор кафедры теоретической механики ХПИ

Однако возможности машин были еще очень ограничены, поэтому долго определение собственных частот и форм колебаний проводилось с помощью различных приближенных методов. Так, например, в расчетах свободных колебаний приводов вспомогательных механизмов тепловоза, выполненных для ХЗТМ, рассматривается система с девятью степенями свободы [15]. Для проведения ручных расчетов по методу В.П. Терских или методу остатка эта система весьма громоздка, поэтому расчеты осуществлялись на ЭЦВМ Урал-2. Сначала вручную с помощью калькулятора определялись параметры матриц жесткости и инерции, а затем применялась стандартная программа (СП) степенного метода в сочетании с понижением. При расчетах данным методом определяются все собственные частоты, начиная с высшей. Поскольку при вычислениях накапливается ошибка, вычислительный процесс проводился, также начиная с низшей частоты. Для этого делалось обращение матриц уравнений. Контролем правильности счета являлось совпадение частот и форм исходной и обращенной матриц [15, с. 13].

Метод Терских мог применяться для проведения расчетов с помощью ЭВМ, однако в ходе расчета могло потребоваться вмешательство оператора, так как уравнение в форме цепной дроби представляет собой разрывную функцию частоты [16, с.107]. Большой вклад в компьютерную реализацию метода Терских внес А.П. Филиппов*. В монографии [17] он описывает программу расчета собственных частот для разветвленной системы с 96 степенями свободы. Такая высокая для того времени размерность рассматриваемой системы делала метод цепных дробей конкурентоспособным и после распространения методов матричной алгебры.

Дальнейшее развитие вычислительной техники позволило решить полную проблему собственных значений и собственных векторов с помощью итерационных методов, что, хотя и не сразу, позволило отказаться от всех вышеизложенных методов расчета. Так в 1952 г. был вновь открыт метод вращений Якоби. В работах [18, 19] разработан вычислительно ориентированный метод Якоби. Однако достаточно высокая трудоемкость данного метода заставило математиков искать новые алгоритмы. В статье [16, с.108] Л.И. Штейнвольф обосновал применение для расчета собственных частот и форм крутильных колебаний QR-алгоритма, предложенного в 1961 г. В.Н. Кублановской [20] и Дж. Френсисом [21]. Этот алгоритм основан на преобразовании матрицы к треугольной форме и оказался эффективнее метода вращений Якоби. Однако для ЭВМ 1970-х годов ограничения по быстродействию и по объему памяти оставались существенны, например, машина М-222 позволяла рассматривать только системы не выше 26-го порядка [22, с.16]. В связи с этим при решении задач синтеза или оптимизации колебательных сис-

* Анатолий Петрович Филиппов (1899-1978) – академик АН УССР, профессор, заведующий кафедрой «Динамика и прочность машин» ХПИ с 1948 по 1960 гг.

тем, где задача анализа решается многократно, исследователю приходилось уменьшать порядок системы, выделяя в ней только часть спектра собственных частот [23].

Решение полной проблемы собственных значений существенно упростило задачи о свободных колебаниях линейных дискретных систем, особенно для цепных систем, для которых дифференциальные уравнения этих колебаний очень легко строятся в прямой форме. Наибольшей трудоемкости при этом требует заполнение вручную матриц инерции и жесткости системы уравнений (3). Поэтому с начала 1970-х годов под руководством Л.И. Штейнвольфа разрабатываются методы автоматического построения систем уравнений. В статье [24] рассматривается автоматическое построение дифференциальных уравнений колебаний в прямой форме для цепных линейных систем с помощью структурных матриц. Записав обратные структурные матрицы легко можно составить уравнения колебаний и в обратной форме [24, с.7]. Применение аппарата структурных матриц для консервативных систем позволило уточнить ряд теорем теории колебаний, касающихся спектральных свойств дискретных систем [25, с. 18]. Дальнейшее развитие аппарата структурных матриц привело к созданию программного комплекса КИДИМ [26, 27], позволяющего автоматически строить математические модели, описывающие движение дискретных механических систем сложной структуры с произвольными связями. Комплекс основан на специально созданной системе компьютерной алгебры, формирующей уравнения движения по аналитическому описанию механической модели, и позволяет оперативно варьировать не только параметры системы, но ее структуру. Современное состояние теории колебаний и применяемых для их расчетов средств не требует выделения расчетов крутильных колебаний в отдельный класс задач.

Список литературы: 1. *Крылов А.Н.* Вибрация судов. т. X собрания трудов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. – 403 с. 2. *Тимошенко С.П.* Прочность и колебания элементов конструкций. – М.: Наука, 1975. – 704 с. 3. *Терских В.П.* Расчеты крутильных колебаний силовых установок. – Машгиз, 1954. – 560 с. 4. *Бабаков И.М.* Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с. 5. *Крылов А.Н.* Лекции о приближенных вычислениях. – М.-Л.: Издательство академии наук СССР, 1935. – 541 с. 6. *Крылов А.Н.* О численном решении уравнения, которым в технических вопросах определяются частоты малых колебаний материальных систем // Изв. АН СССР. – 1931. – № 4. – С. 491-539. 7. *Данилевский А.М.* О численном решении векового уравнения. – Матем. Сб., 2 (44). – 1937. – С. 169 -172. 8. *Уилкинсон, Райни* Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с. 9. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с. 10. *Филитов А.П.* Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 736 с. 11. *Бабаков И.М.* О границах основной частоты малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы // Научные записки ХММИ. – Т. V. – 1940. – С. 55-74. 12. *Бабаков И.М.* К расчету высших частот крутильных колебаний // Журнал Прикладная математика и механика. – Т. V, вып. 1. – М.: ИМ АН СССР, 1941. – С.109-124. 13. *Бабаков И.М.* К определению наибольшей частоты малых колебаний систем с конечным числом степеней свободы // Научные записки ХММИ. – Т. V. – Харьков, 1940. – С. 75-84. 14. *Терских В.П.* Метод цепных дробей. – М.: Судпромгиз, 1955. – 420 с. 15. Динамические расчеты приводов вспомогательных механизмов тепловоза / Отчет по теме № 490П/171/67. – Харьков, 1967. – 30 с. 16. *Штейнвольф Л.И.* Об алго-

ритмах расчета свободных крутильных колебаний на ЭЦВМ // Динамика и прочность машин. – 1967. – Вып. 6. – С. 106-109. **17. Филиппов А.П.** Колебания механических систем. – К.: Наукова думка, 1965. – 456 с. **18. Gregory R.T.** Computing Eigenvalues and Eigenvectors of a Symmetric matrix on the ILLIAC // Math. Tab. And other Aids to Comp., 7. – 1953. – PP. 215-220. **19. Pope D.A., Thompkins C.** Maximizing Functions of Rotations-Experiments Concerning Speed of Diagonalisation of Symmetric Matrices Using Jacobi's Method. J. Assoc. Comput. Machinery, 4. – 1957. – PP. 459-466. **20. Кублановская В.Н.** О некоторых алгоритмах для решения полной проблемы собственных значений // Вычислительная математика и математическая физика. – Т. 1, № 4. – 1961. – С. 555-570. **21. Francis J.G.F.** The QR-transformation – a Unitary Analogue to the LR-transformation, Parts I, II. Comput. J. 4, pp. 265-271, 1961, pp. 332-345, 1962. **22.** Диагностика рабочего процесса транспортного двигателя / Отчет по теме № 21861. – Харьков, 1981. – 184 с. **23. Драгун С.В., Карабан В.Н., Штейнвольф Л.И.** Оптимизация моделей силовых передач в динамических расчетах // Проблемы машиностроения. – Вып. 17. – 1982. – С. 66-70 **24. Митин В.Н., Штейнвольф Л.И.** Структурные матрицы цепных вибрационных систем // Динамика и прочность машин. – Вып. 17. – С. 3-7. **25. Митин В.Н.** Спектральные свойства и синтез цепных вибрационных систем: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Харьков, 1975. – 19 с. **26. Андреев Ю.М., Ларин А.О. Морачковский О.К.** Система компьютерной алгебры для досліджень механіки машин // Машинознавство. – 2005. – № 7(95). – С. 3-8. **27. Андреев Ю.М., Морачковский О.К.** О динамике голономных систем твердых тел // Прикладная механика. – 2005. – 41, № 7. – С. 130-138.

Поступила в редколлегию 22.05.2006

УДК 539.434

Г.И.ЛЬВОВ, докт.техн.наук; **С.В.ЛЫСЕНКО**, канд.техн.наук;
Е.Н.ГОРАШ; НТУ «ХПИ»

ДЛИТЕЛЬНАЯ ПРОЧНОСТЬ КЛАПАНА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ

Розглянуто неізотермічну теорію довготривалої міцності на основі механіки руйнування суцільних середовищ. Модель Качанова-Работнова-Хейхерста розширена до варіанту, що враховує перемінну температуру. Обидві швидкості, як деформації, так і пошкоджуваності, доповнені температурними залежностями Арреніуса. Неізотермічна модель повзучості з урахуванням пошкоджуваності вбудовується до скінчено-елементного коду універсального пакету для інженерних розрахунків АБАКУС. Виконано чисельний розрахунок довготривалої міцності тривимірної моделі корпусу перепускного клапану парової турбіни. Визначено час руйнування і закономірності перерозподілу в корпусі клапану основних параметрів повзучості і пошкоджуваності.

The unisothermal theory of long-term strength is considered on the basis of continuum damage mechanics. The model of Kachanov-Rabotnov-Hayhurst is extended to the case of variable temperature. Both the creep and the damage rates are complemented by temperature dependences of Arrenius. The resulting non-isothermal creep-damage constitutive model is incorporated into the FE-code of the universal CAE-system ABAQUS. The numeral calculation of long-term strength of three-dimensional model of corps of bypass valve of steam turbine is executed. The time rupture and the law of redistribution in the corps of valve of basic parameters of creep and damage are determined.

Введение. Большинство конструктивных элементов энергетического оборудования функционируют в условиях интенсивных нагрузок и высоких температур в течение длительного времени. Не вызывает сомнений необходимость оценки длительной прочности таких конструкций с учетом ползучести и накопления повреждаемости. Главной целью таких исследований является корректное определение времени до разрушения конструкции. Причем достоверность расчетов длительной прочности, прежде всего, зависит от адекватности феноменологических моделей процессов ползучести и повреждаемости. В научной литературе чаще всего используются изотермические модели, в которых константы ползучести явно не зависят от температуры, а экспериментально определяются для целого ряда ее значений.

Анализируя физические процессы на различных стадиях ползучести, такие, как перемещение дислокаций или старение микроструктуры материала, можно заметить их существенную зависимость от тепловых полей. Энергия активации этих процессов больше в тех объемах конструкции, где выше температура. Для толстостенных элементов конструкций паровых и газовых турбин характерно неоднородное распределение температуры в течение длительного времени. Об этом свидетельствуют многочисленные результаты расчета нестационарной теплопроводности турбин. Напряжения, вызванные тепловым расширением корпусов и внутренним давлением газа или пара, могут стать причиной развития значительных деформаций ползучести. В таких случаях целесообразно применение неизоотермической теории ползучести, в которой предполагается зависимость основных параметров от температуры.

1. Перепускной клапан паровой турбины. Для паровых турбин наиболее актуальным является расчет длительной прочности с учетом неоднородного распределения температуры в толстостенных элементах конструкций, которые нагружены высоким внутренним давлением сильно разогретого пара. Различные паровые клапаны работают именно в таких условиях. Объектом исследования данной статьи является перепускной клапан швейцарского отделения фирмы *CCI (Control Component Inc.) Sulzer Valves* [1]. Его внешний вид представлен на рис. 1, а.

Клапан предназначен для сброса давления и понижения температуры перегретого пара. Обычно применяется в обводных системах высокого давления для электростанций на твердом топливе при критическом состоянии пара. Из технических характеристик клапана следует отметить следующие: температура пара изменяется в диапазоне $500 \div 610^\circ\text{C}$, а внутреннее давление пара на стенки корпуса может достигать 300 bar (30 МПа). По эскизам конструкции, приведенным в Интернете [1], построена трехмерная конечно-элементная модель перепускного клапана для расчета в инженерном программном комплексе *ABAQUS 6.6* (см. рис. 1, б). Она содержит 6098 гексагональных элементов *C3D8T* смешанного типа, степени свободы которых включают как перемещения, так и температуру.

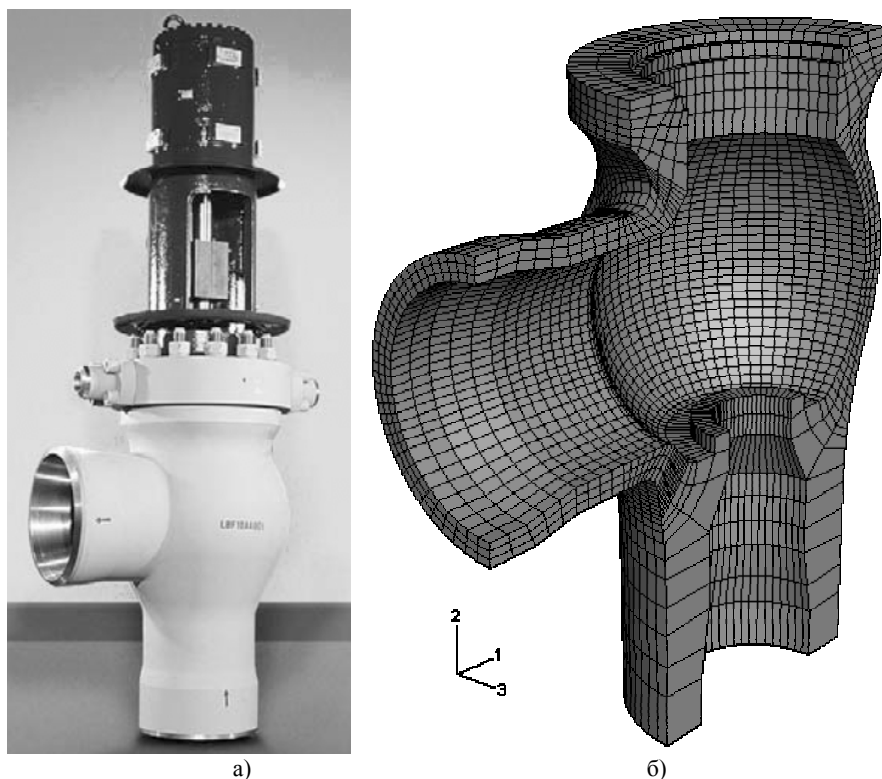


Рисунок 1 – Перепускной клапан паровой турбины высокого давления:
 а) внешний вид; б) конечно-элементная модель

2. Неизотермическая теория длительной прочности, содержащая минимальное количество констант ползучести. Различные варианты общей неизотермической теории длительной прочности, учитывающие деформационное упрочнение на первой стадии ползучести и уточняющие характер деформирования на стадии ускоренной ползучести, изложены в ранних работах авторов [2, 3]. Для применения такой теории необходимо определять девять констант ползучести, что связано с трудоемкой обработкой экспериментальных кривых ползучести по методике, изложенной в [3]. Если главной целью расчета длительной прочности трехмерной конструкции является определение времени до разрушения, то более эффективной будет неизотермическая теория с минимальным количеством констант ползучести. В работе [3] показано, что количество констант может быть сокращено до шести. Именно такой вариант теории оказывается предпочтительным для проведения расчетов длительной прочности трехмерных конструкций с помощью конечно-элементных программных комплексов.

Модель Качанова-Работнова-Хейхерста [4-6] и физические механизмы ползучести типичных жаропрочных сталей представляют основу для неизо-термической модели ползучести с учетом повреждаемости.

Как известно, скорость деформации установившейся ползучести определяется физическими процессами диффузионной ползучести. Чтобы отразить влияние температуры на диффузионную ползучесть, в уравнение для скорости деформации ползучести вводится функция Аррениуса [7]:

$$\alpha(T) = A \cdot \exp(-Q_\alpha / R \cdot T), \quad (1)$$

где T – абсолютная температура; R – универсальная газовая постоянная; Q_α – энергия активации диффузионной ползучести; A – константа, характеризующая участок установившейся ползучести. В эволюционное уравнение вводится аналогичная функциональная зависимость:

$$\beta(T) = B \cdot \exp(-Q_\beta / R \cdot T), \quad (2)$$

где фигурирует другая константа Q_β – энергия активации процессов поперечного скольжения дислокаций, которая влияет на скорость повреждаемости. Здесь константа B характеризует участок ускоренной ползучести, предшествующий разрушению конструкции.

Сократим общее количество констант путем введения двух констант ползучести, связанных с энергиями активации ползучести и повреждаемости:

$$h = Q_\alpha / R; \quad p = Q_\beta / R. \quad (3)$$

Тогда уравнения ползучести и повреждаемости при одноосном напряженном состоянии для переменной температуры принимают следующий вид:

$$\frac{d\varepsilon^{cr}}{dt} = \alpha(T) \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^n, \quad (4)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \beta(T) \cdot \left(\frac{\sigma}{1-\omega} \right)^m. \quad (5)$$

Здесь ε^{cr} обозначает деформацию ползучести; t – время; σ – напряжение; n, m – константы ползучести материала; ω – скалярный параметр повреждаемости ($0 \leq \omega \leq \omega^*$), где ω^* является критическим значением параметра повреждаемости, соответствующим значению времени до разрушения t^* . Таким образом, основные уравнения (4,5) с учетом соотношений (1-3) включают всего 6 констант ползучести A, B, n, m, h, p , которые определяются с помощью набора экспериментальных кривых ползучести для широкого диапазона напряжений и температур.

Для одноосного напряженного состояния можно проинтегрировать по времени эволюционное уравнение повреждаемости (5), предполагая $\sigma = \text{const}$ и $T = \text{const}$, и получить функцию $\omega(t)$ в явном виде:

$$\omega(t) = 1 - \left[1 - (m+1) \cdot B \cdot \exp(-p/T) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{1/(m+1)}. \quad (6)$$

Время до разрушения t_* может быть определено в предположении $\omega = 1$:

$$t_* = 1/\left[(m+1) \cdot B \cdot \exp(-p/T) \cdot \sigma^m \right]. \quad (7)$$

Определяющее уравнение (4) с учетом функции $\omega(t)$ в виде (6) также интегрируется в предположении постоянного напряжения ($\sigma = \text{const}$):

$$\varepsilon^{cr}(t) = \frac{A \cdot \exp\left(\frac{p-h}{T}\right) \cdot \sigma^{n-m}}{B \cdot (n-m-1)} \cdot \left\{ \left[1 - (m+1) \cdot B \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \sigma^m \cdot t \right]^{\frac{m-n+1}{m+1}} - 1 \right\}. \quad (8)$$

Аналитическое решение (7,8) использовалось для тестирования разработанного метода численного решения на задаче одноосного растяжения толстостенного цилиндра [7].

Рассмотрим основные уравнения неізотермической ползучести и повреждаемости для сложного напряженного состояния. Классическая концепция Качанова-Работнова-Хейхерста [8], которая опирается на степенную зависимость для функции напряжений и скалярный параметр повреждаемости, дополнена функциональными зависимостями от времени:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_{\text{эКв}}^{cr}}{\sigma_{vM}} s; \quad \dot{\varepsilon}_{\text{эКв}}^{cr} = A \cdot \exp\left(-\frac{h}{T}\right) \cdot \left(\frac{\sigma_{vM}}{1-\omega}\right); \quad (9)$$

$$\dot{\omega} = B \cdot \exp\left(-\frac{p}{T}\right) \cdot \left(\frac{\langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle}{1-\omega}\right)^m. \quad (10)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}^{cr}$ означает тензор скорости деформации ползучести; $\dot{\omega}$ – скорость повреждаемости; $\sigma_{vM} = \left[\frac{3}{2} s \dots s \right]^{1/2}$ – интенсивность напряжений; s – девиатор тензора напряжений; $\sigma_{\text{эКв}}^{\omega}$ – эквивалентное напряжение, используемое в форме, предложенной в [9]:

$$\sigma_{\text{эКв}}^{\omega} = \lambda \sigma_I + (1-\lambda) \sigma_{vM}, \quad (11)$$

где σ_I означает максимальное главное напряжение; λ – весовой коэффициент или коэффициент влияния главных механизмов повреждаемости. Согласно гипотезе о несжимаемости материала, эволюция повреждаемости происходит только при положительном эквивалентном напряжении:

$$\langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle = \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \quad \forall \quad \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} > 0; \quad \langle \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \rangle = 0 \quad \forall \quad \sigma_{\text{эКв}}^{\omega} \leq 0. \quad (12)$$

3. Расчет длительной прочности перепускного клапана. Создана пользовательская подпрограмма на языке программирования *FORTRAN*, которая реализует разработанную модель неізотермической ползучести. Она внедрена в конечно-элементный код инженерного программного комплекса *ABAQUS 6.6* с использованием его стандартных подпрограмм «*USDFLD*» и «*CREEP*». Введены дополнительные переменные состояния, в которых накап-

ливаются значения параметра повреждаемости и эквивалентной деформации ползучести в процессе интегрирования системы дифференциальных уравнений (9-10) по времени.

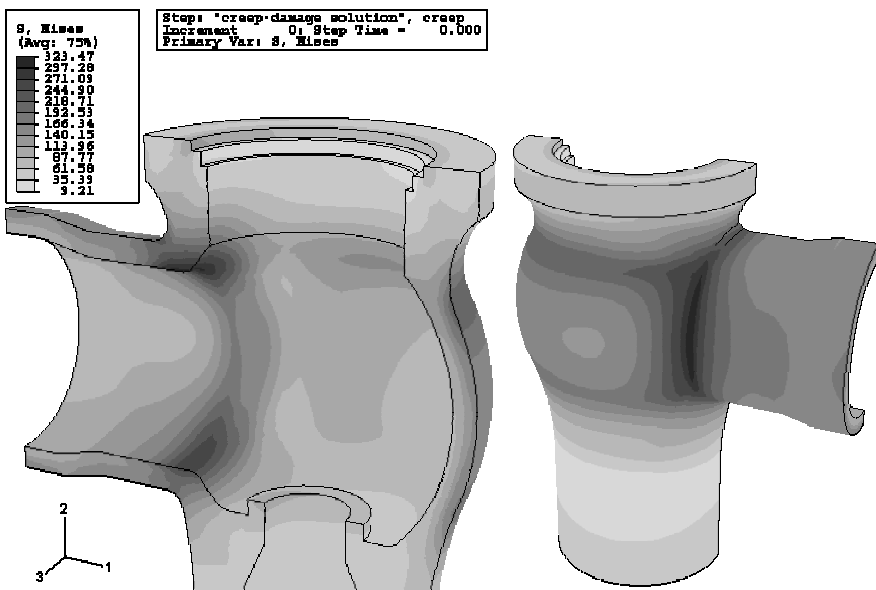
Процедура идентификации констант ползучести материала при переменной температуре детально описана в [3]. Она базируется на обработке семейства экспериментальных кривых ползучести, представляющего широкий диапазон напряжений и три значения температуры, и автоматизирована в программе *МО Excel*. Для некоторой жаропрочной стали по данной методике определены значения шести констант ползучести:

$$A = 1,33 \cdot 10^{-5} [\text{МПа}^{-n}/\text{час}]; n = 5,6; h = 1,6 \cdot 10^4;$$
$$B = 1,87 \cdot 10^{-8} [\text{МПа}^{-m}/\text{час}]; m = 8; p = 1,86 \cdot 10^4.$$

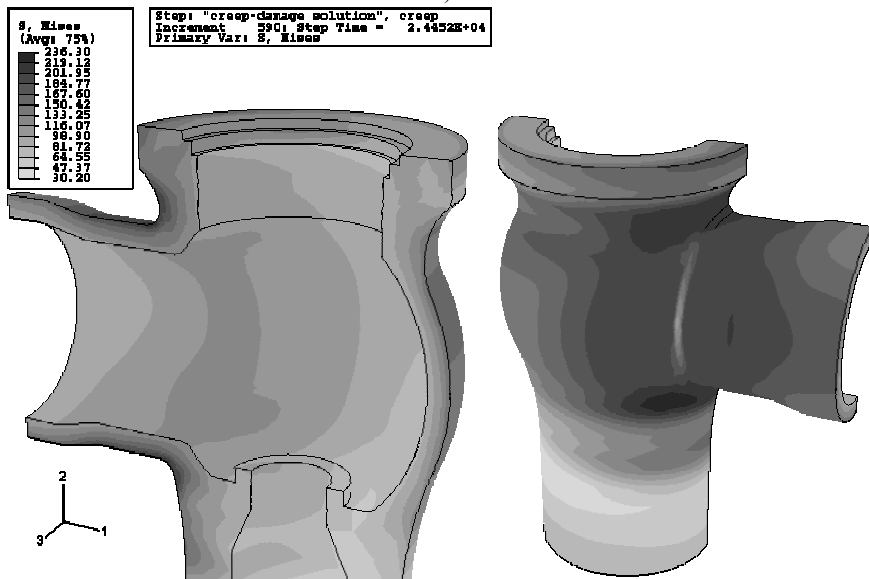
Выполнен расчет длительной прочности трехмерной модели корпуса перепускного клапана паровой турбины (рис. 1, б), который находится в неоднородном тепловом поле. Корпус нагружен внутренним давлением $P = 30$ МПа и заданы граничные условия для температуры в диапазоне $T = 500 \div 550$ °С (максимальное значение – на внутренней поверхности корпуса). В результате решения на первом шаге смешанной задачи теплопроводности и термоупругости получено начальное распределение характеристик НДС в корпусе клапана (рис. 2, а). Наибольшие значения интенсивности напряжений по Мизесу сосредоточены на внутренней (конечный элемент № 3415) и внешней (конечный элемент № 2215) поверхностях корпуса клапана.

На втором этапе решена задача ползучести с повреждаемостью – система дифференциальных уравнений (9,10) интегрировалась по времени за 590 шагов. Расчет был остановлен, когда параметр повреждаемости достиг своего критического значения $\omega^* = 0,9$ в 2215-ом элементе в момент времени разрушения $t^* = 24452$ часа. На рис. 2, б показано итоговое распределение эквивалентного напряжения по Мизесу в этот момент времени. В частности, в 2215 элементе, грань которого находится на внешней поверхности корпуса, происходит перераспределение в процессе ползучести эквивалентного напряжения (рис. 3, сплошная линия). Оно снижается в несколько раз, что аналогично процессам образования шейки при разрыве опытных образцов.

На рис. 4 иллюстрируется накопление в процессе ползучести параметра повреждаемости в интеграционных точках двух конечных элементов. Параметр повреждаемости, как и деформации ползучести, сначала накапливается на внутренней поверхности корпуса. Но с течением времени эти характеристики перераспределяются по толщине корпуса клапана, а их максимальные значения смещаются на внешнюю поверхность корпуса. Конечное распределение основных переменных состояния задачи длительной прочности в момент разрушения корпуса клапана представлено на рис. 5. В укрупненном масштабе здесь показано распределение параметра повреждаемости в области, которая охватывает критический 2215 конечный элемент.



a)



б)

Рисунок 2 – Перераспределение эквивалентного напряжения по Мизесу [МПа] в процессе ползучести в корпусе клапана: а) $t = 0$; б) $t = 24452$ часа

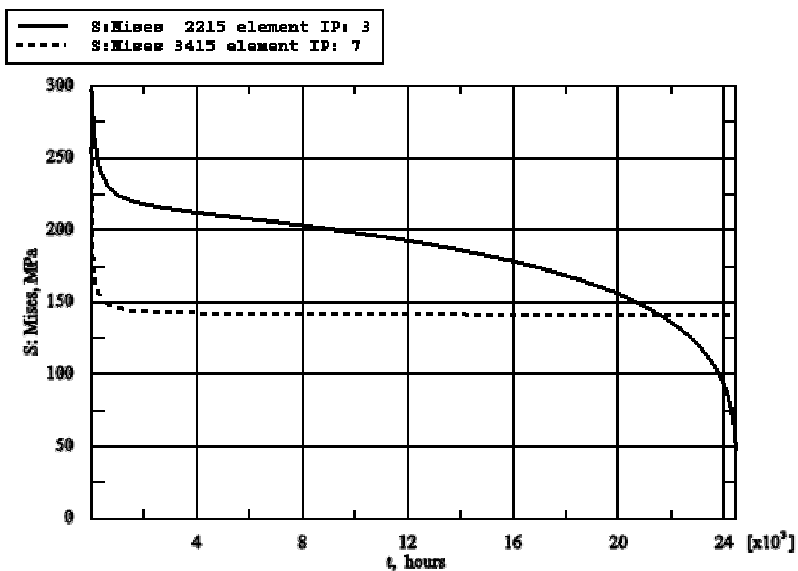


Рисунок 3 – Перераспределение эквивалентного напряжения по Мизесу [МПа] в процессе ползучести в конечных элементах 2215 и 3415

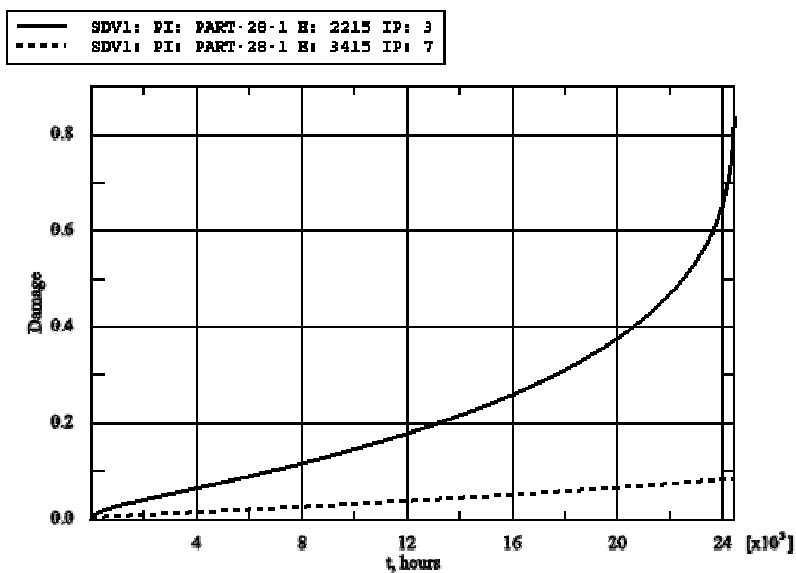
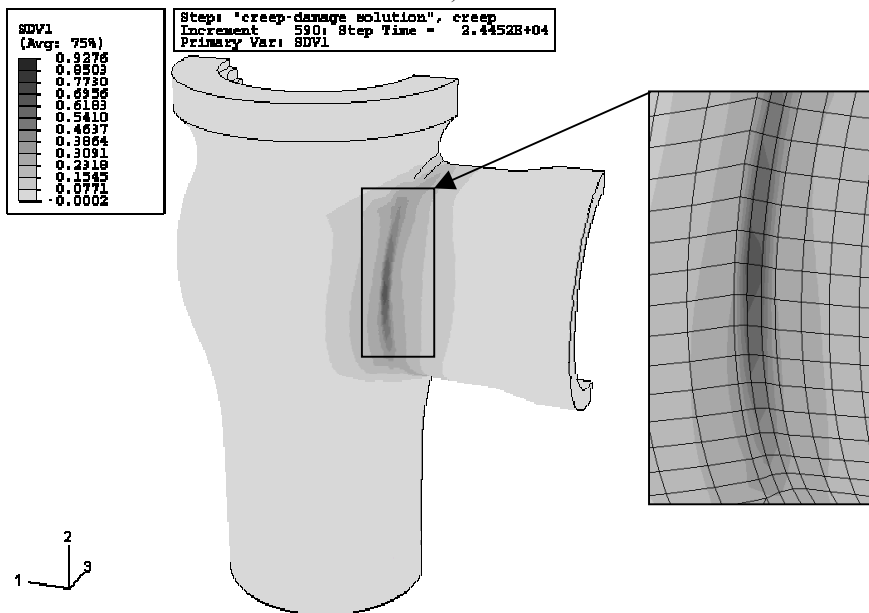


Рисунок 4 – Накопление параметра повреждаемости ω в процессе ползучести в конечных элементах 2215 и 3415.



a)



б)

Рисунок 5 – Распределение основных параметров состояния в момент разрушения:
а) деформаций ползучести ϵ^{cr} ; б) параметра повреждаемости ω .

Список литературы: 1. HP-Bypass Valve Type DRE; www.ccivalve.com/pdf/333.pdf. 2. *Kostenko Y., Lvov G., Gorash E., Altenbach H., Naumenko K.* Power plant component design using creep-damage analysis. – In: Proceedings of IMECE2006: ASME Int. Mech. Eng. Congr. 2006. – 10 p. 3. *Гораш Е.Н., Лысенко С.В., Львов Г.И.* Неизотермическая ползучесть и повреждаемость элементов паровых турбин // Вісник НТУ «ХП»: Зб. наук.робіт. Темат. випуск: "Динаміка та міцність машин". – Вип. 21. – 2006. – С. 75-88.. 4. *Kachanov L.M.* Izvestiya Akad. Nauk. SSSR, Otd. Teckh. Nauk. // Mechanics and Machine-building. – Vol. 8. – 1958. – PP. 26-31. 5. *Rabotnov Y.N.* The problems of strength of materials and structures // Moscow: Science, 1959. – PP. 5-7. 6. *Hayhurst D.R.* Computational continuum damage mechanics: its use in the prediction of creep in structures: past, present and future // Creep in Structures (ed. by Murakami, S. and Ohno, N.), Dordrecht, Kluwer, 2001. – PP. 175-188. 7. *Perrin I.J., Hayhurst D.R.* Creep constitutive equations for a 0.5Cr-0.5Mo-0.25V ferritic steel in the temperature range 600-675 °C // Journal of Strain Analysis. – Vol. 31, no. 4, ImechE. – 1996. – PP. 299-314. 8. *Gorash E., Lvov G., Harder J., Kostenko Y., Wieghardt K.* Comparative analysis of the creep behaviour in a power plant component using different material models // Creep and Fracture in High Temperature Components – Design and Life Assessment Issues, ECCS, IMechE, London, UK, 2005. – 12 p. 9. *Leckie F.A., Hayhurst D.R.* Constitutive equations for creep rupture, Acta Metallurgica, 25, Pergamon Press, 1977. – PP. 1059-1070.

Поступила в редколлегию 19.04.07

УДК 621.82

Г.Ю.МАРТЫНЕНКО, канд.техн.наук, НТУ «ХПИ»

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОЛНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОДВЕСА РОТОРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ МАГНИТОМЕХАНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ РАУСА

У роботі запропонована методика створення математичної моделі ротора на повному електромагнітному підвісі з керованими радіальними і осьовими електромагнітними підшипниками. Приведено методику розрахунку магнітних опорів ділянок магнітопроводів: для радіальних підшипників – восьмиполюсних статорів та цапф розташованих на роторі, а для осьового підшипнику – статора у вигляді броньового сердечника та замикаючого диска розташованого на роторі.

The method of the mathematical model creation for the full electromagnetic rotor bracket with controlled radial and axial electromagnetic bearings is offered. The design procedure of magnetic resistance for magnetic subcircuits is given. Namely, the eight-polar stators and pins on the rotor are proposed for the radial bearing, and the stator in the form of a cup core and shorting disk are proposed for the axial bearing.

Введение. Применение в качестве опор роторов бесконтактных управляемых электромагнитных подшипников (ЭМП) находит все более широкое применение ввиду их явного преимущества по сравнению с традиционными (отсутствие смазочных систем, повышение надежности, снижение потерь на трение, отсутствие механического изнашивания, сравнительно большой зазор и т.д.).

В настоящее время ЭМП используются в различных роторных машинах и агрегатах. Так, например, одна из ведущих в этой области фирм Societe de Mecanique Magnetique – S2M (Франция) [1] разрабатывает и поставляет ЭМП в качестве опор роторов турбомолекулярных насосов для создания вакуума, питательных насосов, генераторов, гидравлических турбин, металлорежущих станков (электрошпинделя), компрессоров нефтедобывающих станций и др.

На Украине внедрение ЭМП как опор роторов центробежных компрессоров газоперекачивающих агрегатов магистральных газопроводов производит ОАО «Сумское НПО им. М.В.Фрунзе». На сегодняшний день на нем уже изготовлено 25 тяжелых центробежных компрессоров с сухими газодинамическими уплотнениями и системами магнитных опор, но пока что зарубежно-го производства.

Как известно, принцип действия ЭМП состоит в том, что на катушки тех или иных полюсных наконечников статора подается питающее напряжение, создается электромагнитное поле и происходит притягивание подвешенного ротора к соответствующим полюсам электромагнита. За то, на какие катушки обмотки ЭМП подавать в настоящий момент напряжение отвечает система автоматического регулирования с отрицательной обратной связью, которая вырабатывает управляющий сигнал в зависимости от параметров регулирования – смещения ротора, его скорости и токов или потокосцеплений [2-3].

Совершенствование существующих и разработка новых вариантов управляемых электромагнитных подвесов невозможны без создания высококачественных систем управления, способных обеспечить устойчивость движения роторов в широком диапазоне возмущающих воздействий. Это может быть достигнуто за счет внедрения таких алгоритмов управления, которые при формировании сигнала управления учитывают значения всех параметров управления [4-5]. Усовершенствование алгоритмов управления и их апробация без проведения вариантовых натуральных экспериментов, в свою очередь, невозможны без применения адекватных математических моделей.

Несмотря на многочисленные промышленные образцы ЭМП, на сегодняшний день в теоретическом плане перед разработчиками стоят следующие проблемы: адекватное математическое моделирование системы ротор – управляемые ЭМП и взаимосвязанных магнитомеханических явлений происходящих в ней; разработка и оптимизация методов и алгоритмов управления ЭМП; исследование динамического поведения системы с определением резонансных режимов и последующей отстройкой от них. Решению этих и других задач посвящено множество докладов на международных симпозиумах, патентов, а также публикаций в научных журналах. На сегодняшний день существует несколько монографий, в которых даны основные идеи, понятия, некоторые упрощенные методы построения и моделирования управляемого электромагнитного подвеса ротора и алгоритмов управления [6-8]. Однако, в большинстве из них моделирование магнитомеханической системы ротор-

ЭМП осуществляется с помощью дифференциальных уравнений движения и дифференциальных уравнений для токов в линейном приближении с ориентацией на применение линейных систем управления. При этом линейные модели подвеса строятся в предположении малости отклонений переменных (параметров управления) от их номинальных значений. В действительности эти отклонения могут быть значительными, а значит в предельных режимах – насыщение магнитной цепи, нулевой ток, нулевой зазор и т.д. линейная модель подвеса теряет смысл. Эти же недостатки присущи и физическим системам управления движением ротора, построенным на линеаризованных математических моделях, что приводит к увеличению времени отладки систем управления построенных на таких расчетных схемах.

Электромагнитный подвес – есть сложная электромагнитомеханическая система, в которой все процессы взаимосвязаны. Математическая модель, в полной мере учитывающая эту взаимосвязь, существенно нелинейна и достаточно сложна в разработке и практическом применении при проведении расчетных исследований. Поэтому в большинстве случаев, как указано выше, заведомо идут на применение линеаризованных математических моделей, что в конечном итоге позволяет обеспечить устойчивость движения ротора только в узком диапазоне отклонений ($\sim 0,5$ номинального зазора). При этом необходимость использования «завышенного» значения номинального зазора приводит к повышению энергоемкости всего электромагнитного подвеса.

Таким образом, при создании адекватной математической модели должен быть соблюден разумный баланс между степенью линеаризации (нелинейности) и возможностью ее практического применения в расчетных исследованиях при определении параметров системы управления, позволяющих обеспечить устойчивость движения ротора в пределах всего зазора.

1. Постановка задачи. Целью данной работы является математическое описание полного электромагнитного подвеса ротора в ЭМП с адекватной передачей нелинейной взаимосвязи происходящих в такой системе процессов – электрических, магнитных и механических.

2. Описание электромеханических систем уравнениями Рауса. Технические электромеханические системы описываются уравнениями Лагранжа–Максвелла, имеющими структуру уравнений механики [9]. При рассмотрении преобразования электрического сигнала в механический, уравнения Лагранжа–Максвелла зачастую линеаризуются. Однако, такая линеаризация, как было указано выше, может привести к низкой степени адекватности исходной нелинейной модели и ее линеаризованного аналога.

В случае, когда токи проводимости замкнуты и в электрических ветвях отсутствуют конденсаторы, электромеханические системы описываются уравнениями, аналогичными уравнениям Рауса в механике [9]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial T}{\partial q_r} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_r} = -\frac{\partial W}{\partial q_r} + Q_r, & (r = 1, \dots, M); \\ \frac{\partial \Psi_k}{\partial t} + \sum_{s=1}^N r_{Cks} \frac{\partial W}{\partial \Psi_s} = E_k, & (k = 1, \dots, N), \end{cases} \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия, Π – потенциальная энергия, W – энергия магнитного поля, q_r – обобщенные механические координаты, Q_r – непотенциальные обобщенные силы, M – число обобщенных механических координат, Ψ_k – потоки индукции (потокосцепления), N – число замкнутых неразветвленных контуров с контурными токами i_k , r_{Cks} – активные сопротивления электрических контуров, E_k – алгебраическая сумма сторонних электродвижущих сил в k -том контуре, причем:

$$\begin{aligned} W &= W(\Psi_1, \dots, \Psi_N, q_1, \dots, q_M); \\ \Psi_k &= \frac{\partial W}{\partial i_k} = \sum_{s=1}^N L_{ks} i_s; \\ i_s &= \frac{\partial W(\Psi_1, \dots, \Psi_N, q_1, \dots, q_M)}{\partial \Psi_s} = \sum_{k=1}^N L_{ks}^{-1} \Psi_k; \quad (s = 1, \dots, N), \end{aligned} \quad (2)$$

где $L_{ks} = L_{ks}(q_1, \dots, q_M)$ – коэффициенты само- и взаимной индукции контуров, а L_{ks}^{-1} – элементы матрицы обратной матрице с коэффициентами L_{ks} [9].

2. Схема полного электромагнитного подвеса ротора. Рассмотрим пространственную расчетную схему вращающегося абсолютно жесткого ротора на магнитном подвесе (рис. 1), который состоит из двух радиальных управляемых электромагнитных подшипников (ЭМП1 и ЭМП2) и одного осевого (ЭМП3). Для однозначного позиционирования ротора в пространстве введем неподвижную прямоугольную правую систему координат, начало которой O^* расположено на геометрической продольной оси ротора, находящегося в центральном положении по отношению к полюсам статоров ЭМП1 и ЭМП2. Оси координат свяжем с ротором в данном положении так: ось O^*z – совпадает с геометрической продольной осью ротора, оси O^*x и O^*y проходят через геометрический центр поперечного сечения, проходящего через центр тяжести ротора C , при этом O^*x направлена горизонтально, а O^*y – вертикально (рис. 1). Обозначим для ротора в некотором произвольном положении через $O(x_0, y_0, z_0)$ геометрический центр поперечного сечения, проходящего через центр тяжести ротора, а центры опорных участков ротора на ЭМП1 и ЭМП2 в осях x и y через $O_1(x_1, y_1, z_1)$ и $O_2(x_2, y_2, z_2)$ соответственно (рис.1), причем расстояние между O и O_1 равно l_1 , а между O и O_2 равно l_2 .

Для определения положения ротора могут использоваться две группы обобщенных координат $\zeta = (x_0, y_0, z_0, \theta_x, \theta_y)$ – координаты центра сечения, проходящего через центр масс C и углы поворотов вокруг осей x и y или

$q = (x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)$ – координаты точек O_1, O_2 и координата z точки O_3 .

Связи между обобщенными координатами можно установить, используя уравнение оси ротора – линии в пространстве, направляющие косинусы и проекции направленных отрезков на оси координат [10].

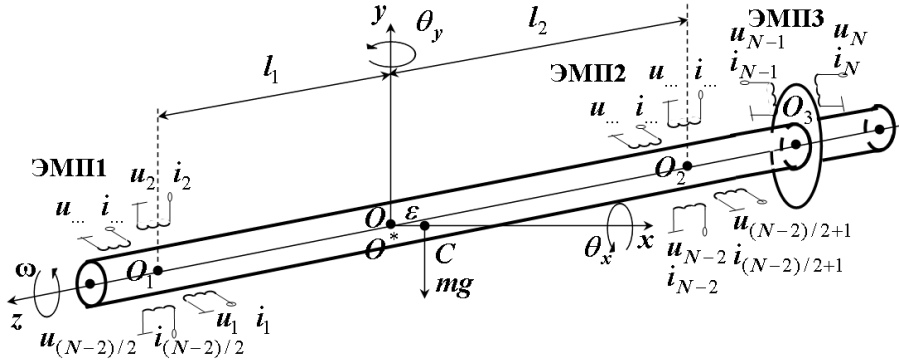


Рисунок 1 – Пространственная расчетная схема вращающегося абсолютно жесткого ротора на магнитном подвесе

3. Механическая часть математической модели «ротор на ЭМП».

Механическая часть математической модели вращающегося абсолютно жесткого ротора на управляемых электромагнитных опорах, при числе обобщенных механических координат $M = 5$, в общем случае описывается системой 5 дифференциальных уравнений 2-го порядка [10, 11]:

$$\left\{ \begin{aligned} m \left(\frac{d^2 x_0}{dt^2} \right) &= -\frac{\partial W}{\partial x_0} + Q_x + m\omega^2 (\varepsilon_1 \cos \omega t - \varepsilon_2 \sin \omega t); \\ m \left(\frac{d^2 y_0}{dt^2} \right) &= -\frac{\partial W}{\partial y_0} + Q_y + m\omega^2 (\varepsilon_1 \sin \omega t + \varepsilon_2 \cos \omega t); \\ m \left(\frac{d^2 z_0}{dt^2} \right) &= -\frac{\partial W}{\partial z_0} + Q_z; \\ J_e \left(\frac{d^2 \theta_x}{dt^2} \right) + J_p \omega \left(\frac{d\theta_y}{dt} \right) &= -\frac{\partial W}{\partial \theta_x} + Q_{\theta_x} + (J_e - J_p)\omega^2 (\gamma_1 \cos \omega t - \gamma_2 \sin \omega t); \\ J_e \left(\frac{d^2 \theta_y}{dt^2} \right) - J_p \omega \left(\frac{d\theta_x}{dt} \right) &= -\frac{\partial W}{\partial \theta_y} + Q_{\theta_y} + (J_e - J_p)\omega^2 (\gamma_1 \sin \omega t + \gamma_2 \cos \omega t), \end{aligned} \right. \quad (3)$$

где m – масса ротора, e_1, e_2 и γ_1, γ_2 – линейные и угловые параметры неуравновешенности (упрощая, можно считать, что $\varepsilon_1 = \varepsilon; \varepsilon_2 = 0$ и $\gamma_1 = 0; \gamma_2 = \gamma$), J_e, J_p – экваториальный и полярный моменты инерции ротора, ω – угловая

скорость, $P_{\dot{\zeta}_r} = -\partial W / \partial \dot{\zeta}_r$ – электромагнитные реакции подвеса, Q – обобщенные силы, которые складываются из заданных сил: постоянных сил (моментов) $F_c(T_c)$, возмущающих сил (моментов) $F(t)(T(t))$, а также, если есть, линейных упругих и диссипативных сил (моментов) (см. рис. 2).

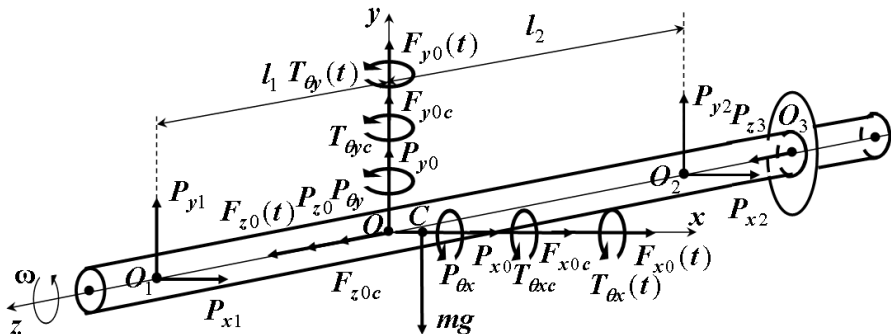


Рисунок 2 – Силы и моменты, действующие на ротор

4. Вариант модели полного магнитного подвеса ротора. Форма записи уравнений составляющих электромагнитную часть математической модели «ротор на ЭМП» зависит от геометрии магнитных цепей радиальных и осевых ЭМП, схем соединения катушек и направления магнитных потоков в теле ротора относительно его продольной оси [8].

Поэтому принципы и методику формирования дифференциальных уравнений относительно потокоцеплений рассмотрим на примере одного из возможных вариантов модели полного магнитного подвеса ротора (рис. 3).

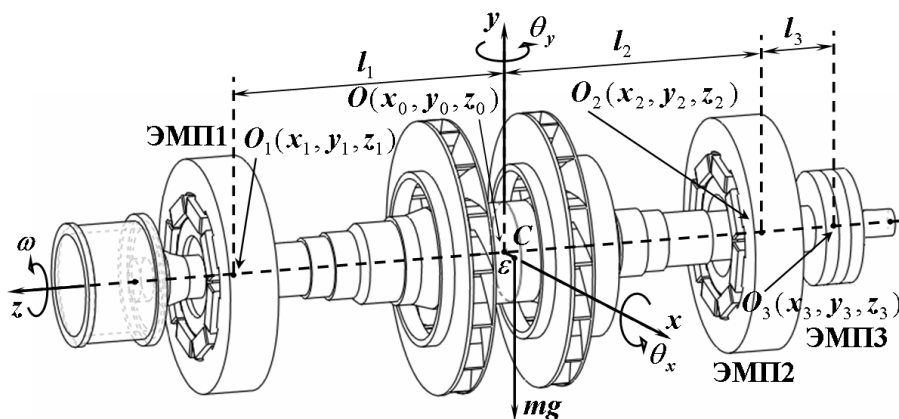


Рисунок 3 – Модель и схема полного электромагнитного подвеса ротора

Геометрия радиальных ЭМП1 и ЭМП2 показаны на рис. 4, где 1 – пакет шихтованного железа статора, 2 – полюса и полюсные катушки, 3 – электромагниты, образованные попарным соединением полюсных катушек, 4 – направление магнитного потока, 5 – ротор в центральном положении, 6 – номинальный воздушный зазор (δ_{r1} и δ_{r2}) – при центральном положении ротора.

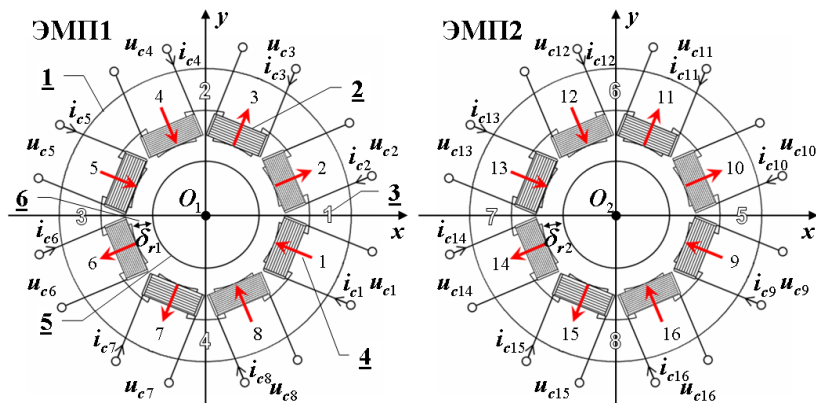


Рисунок 4 – Геометрия и схема магнитной цепи радиальных ЭМП

На рис. 4 приведены радиальные ЭМП классического вида – с поперечным направлением потока по отношению к оси ротора. Такой вариант конструкции более прост в изготовлении и имеет меньшие продольные размеры по сравнению с ЭМП с продольным направлением потока. Поэтому методика построения математической модели будет продемонстрирована именно для этого варианта конструкции радиальных ЭМП.

В данном случае статоры радиальных ЭМП представляют собой восьми-полюсники с номерами полюсов 1-8 (ЭМП1) и 9-16 (ЭМП2). На каждом полюсном наконечнике размещены полюсные катушки, которые для образования в каждом из радиальных ЭМП четырех электромагнитов могут соединяться попарно последовательно или параллельно. С помощью такого попарного соединения можно обеспечить либо два горизонтально (1-2, 5-6, в ЭМП1 и 9-10, 13-14 в ЭМП2) и два вертикально (3-4, 7-8 в ЭМП1 и 11-12, 15-16 в ЭМП2) расположенных электромагнита, либо четыре электромагнита расположенных под 45° к осям x и y (2-3, 4-5, 6-7, 8-1 в ЭМП1 и 10-11, 12-13, 14-15, 16-9 в ЭМП2). В данном случае будет рассматриваться первый вариант.

На каждую полюсную катушку системой управления подается управляющее напряжения u_{ck} , величина которого определяется в соответствии с применяемым алгоритмом управления в зависимости от параметров регулирования – значений обобщенных координат [3].

При протекании тока i_{ck} через обмотку k -ой полюсной катушки с количе-

ством витков w_k и активным сопротивлением r_{ck} возникает магнитодвижущая сила (МДС) $e_k = w_k i_{ck}$, которая вызывает магнитный поток в магнитной цепи ЭМП. Для того чтобы направления магнитных потоков образовывали последовательность полярностей NS-SN-NS-SN, МДС рядом расположенных полюсных катушек двух соседних электромагнитов должны иметь одинаковое направление. Следует также помнить, что направление магнитного потока, возникающего при протекании тока в катушке, зависит от направления тока в витках этой катушки, то есть от направления тока в проводнике катушки и от направления навивки катушки. На рис. 4 показан один из возможных вариантов направлений МДС и магнитных потоков. Именно этот вариант и рассматривается при построении математической модели ротора на ЭМП.

Четыре электромагнита в радиальных ЭМП1,2 (1-4, 5-8 на рис. 4) могут быть реализованы с помощью одной из двух возможных схем попарного соединения катушек – последовательного или параллельного (рис. 5).

При последовательном соединении катушек (рис. 5, а) для токов, напряжений и активных сопротивлений справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} i_{c2k} &= i_{c2k-1} = i_k; \\ u_{c2k} + u_{c2k-1} &= u_k; \quad \text{где } k = 1, \dots, 4 \text{ (ЭМП1) и } k = 5, \dots, 8 \text{ (ЭМП2),} \\ r_{c2k} + r_{c2k-1} &= r_k; \end{aligned} \quad (4)$$

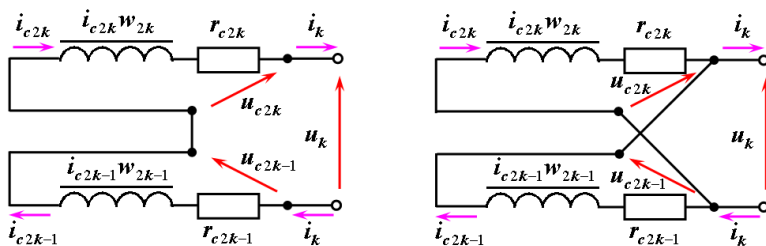


Рисунок 5 – Схемы соединения катушек радиальных ЭМП:
а – последовательное соединение, б – параллельное соединение

При параллельном соединении катушек (рис. 5, б) имеем:

$$\begin{aligned} i_{c2k} + i_{c2k-1} &= i_k; \\ u_{c2k} &= u_{c2k-1} = u_k; \quad \text{где } k = 1, \dots, 4 \text{ (ЭМП1) и } k = 5, \dots, 8 \text{ (ЭМП2).} \\ \frac{1}{r_{c2k}} + \frac{1}{r_{c2k-1}} &= \frac{1}{r_k}; \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь $k = 1..4$ и $5..8$ представляет собой номера электромагнитов ЭМП1 и ЭМП2 соответственно, $2k-1$ и $2k$ – номера полюсов и полюсных катушек.

Геометрия и схемы магнитных цепей осевого ЭМП3 показаны на рис. 6, где 1 – статор, 2 – полюса и полюсные катушки, 3 – два электромагнита (9) и

10), 4 – направление магнитного потока, 5 – ротор в центральном положении, 6 – диск осевого ЭМП, расположенный на роторе, 7 – номинальный воздушный зазор между статором и диском осевой опоры с каждой стороны при центральном положении ротора (δ_a).

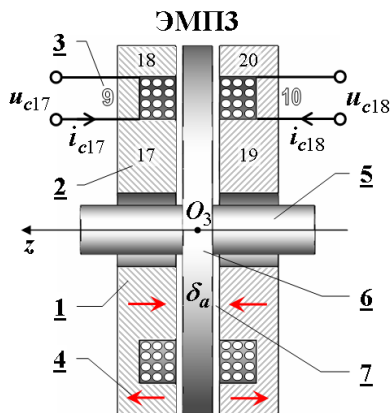


Рисунок 6 – Геометрия и схема магнитной цепи осевого ЭМП

Статоры осевого ЭМП представляют собой броневые сердечники, выполненные из стали, каждый с двумя полюсами – внутренним и наружным: 17-18 и 19-20 соответственно. Между полюсами статоров ЭМПЗ расположены катушки с токами в проводниках этих катушек i_{c17} и i_{c18} (где $i_{c17} = i_9$ и $i_{c18} = i_{10}$). На каждую полюсную катушку системой управления подается управляющее напряжения u_{c17} и u_{c18} (где $u_{c17} = u_9$ и $u_{c18} = u_{10}$). Активные сопротивления двух катушек ЭМПЗ – $r_{c17} = r_9$ и $r_{c18} = r_{10}$ соответственно.

5. Эквивалентные схемы замещения электромагнитных цепей радиальных ЭМП. Определение магнитных потоков в магнитной цепи радиального ЭМП может быть произведено на основе рассмотрения ее эквивалентной схемы, представленной на рис. 7.

На рис. 7 приняты следующие обозначения: 1) Магнитные потоки: Φ_1, \dots, Φ_8 – через сечения полюсов, на которых расположены катушки, Φ_9, \dots, Φ_{16} – через воздушные зазоры под полюсами, $\Phi_{17}, \dots, \Phi_{24}$ – через ярмо статора, $\Phi_{25}, \dots, \Phi_{32}$ – рассеяния через воздушные зазоры между полюсами статора, $\Phi_{33}, \dots, \Phi_{40}$ – через цапфу, расположенную на роторе, $\Phi_{c1}, \dots, \Phi_{c16}$ – контурные; 2) Магнитные сопротивления: R_{p1}, \dots, R_{p8} – полюсов, R_{g1}, \dots, R_{g8} – воздушных зазоров между полюсами и ротором, R_{s1}, \dots, R_{s8} – участков ярма статора между двумя полюсами, R_{l1}, \dots, R_{l8} – рассеяния между полюсами (воздушных зазоров), R_{a1}, \dots, R_{a8} – участков ротора; 3) Магнитодвижущие силы катушек: $e_1 = i_{c1} w_1, \dots, e_8 = i_{c8} w_8$.

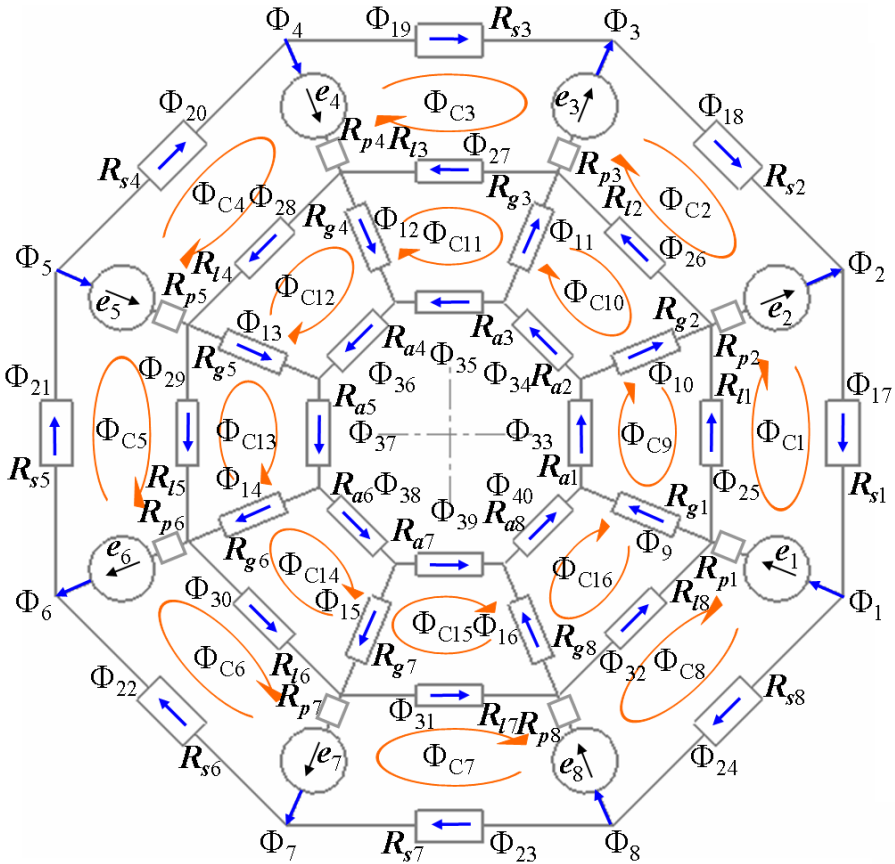


Рисунок 7 – Эквивалентная схема замещения электромагнитной цепи ЭМП1

Расчет магнитной цепи радиального ЭМП1 (рис. 4) может быть выполнен на основе закона подобного второму закону Кирхгофа для электрических цепей с использованием схемы замещения (рис. 7). Применяя метод контурных потоков (аналог метода контурных токов) [12], приходим к системе алгебраических уравнений относительно контурных потоков:

$$\begin{cases}
 \Phi_{C1}(R_{s1} + R_{p1} + R_{l1} + R_{p2}) - \Phi_{C8}R_{p1} - \Phi_{C9}R_{l1} - \Phi_{C2}R_{p2} = i_{c1}w_1 + i_{c2}w_2; \\
 \Phi_{C2}(R_{s2} + R_{p2} + R_{l2} + R_{p3}) - \Phi_{C1}R_{p2} - \Phi_{C10}R_{l2} - \Phi_{C3}R_{p3} = -i_{c2}w_2 + i_{c3}w_3; \\
 \Phi_{C3}(R_{s3} + R_{p3} + R_{l3} + R_{p4}) - \Phi_{C2}R_{p3} - \Phi_{C11}R_{l3} - \Phi_{C4}R_{p4} = -i_{c3}w_3 - i_{c4}w_4; \\
 \Phi_{C4}(R_{s4} + R_{p4} + R_{l4} + R_{p5}) - \Phi_{C3}R_{p4} - \Phi_{C12}R_{l4} - \Phi_{C5}R_{p5} = i_{c4}w_4 - i_{c5}w_5; \\
 \Phi_{C5}(R_{s5} + R_{p5} + R_{l5} + R_{p6}) - \Phi_{C4}R_{p5} - \Phi_{C13}R_{l5} - \Phi_{C6}R_{p6} = i_{c5}w_5 + i_{c6}w_6; \\
 \Phi_{C6}(R_{s6} + R_{p6} + R_{l6} + R_{p7}) - \Phi_{C5}R_{p6} - \Phi_{C14}R_{l6} - \Phi_{C7}R_{p7} = -i_{c6}w_6 + i_{c7}w_7; \\
 \Phi_{C7}(R_{s7} + R_{p7} + R_{l7} + R_{p8}) - \Phi_{C6}R_{p7} - \Phi_{C15}R_{l7} - \Phi_{C8}R_{p8} = -i_{c7}w_7 - i_{c8}w_8; \\
 \Phi_{C8}(R_{s8} + R_{p8} + R_{l8} + R_{p1}) - \Phi_{C7}R_{p8} - \Phi_{C16}R_{l8} - \Phi_{C1}R_{p1} = i_{c8}w_8 - i_{c1}w_1;
 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
\Phi_{C9}(R_{l1} + R_{g1} + R_{a1} + R_{g2}) - \Phi_{C16}R_{g1} - \Phi_{C1}R_{l1} - \Phi_{C10}R_{g2} = 0; \\
\Phi_{C10}(R_{l2} + R_{g2} + R_{a2} + R_{g3}) - \Phi_{C9}R_{g2} - \Phi_{C2}R_{l2} - \Phi_{C11}R_{g3} = 0; \\
\Phi_{C11}(R_{l3} + R_{g3} + R_{a3} + R_{g4}) - \Phi_{C10}R_{g3} - \Phi_{C3}R_{l3} - \Phi_{C12}R_{g4} = 0; \\
\Phi_{C12}(R_{l4} + R_{g4} + R_{a4} + R_{g5}) - \Phi_{C11}R_{g4} - \Phi_{C4}R_{l4} - \Phi_{C13}R_{g5} = 0; \\
\Phi_{C13}(R_{l5} + R_{g5} + R_{a5} + R_{g6}) - \Phi_{C12}R_{g5} - \Phi_{C5}R_{l5} - \Phi_{C14}R_{g6} = 0; \\
\Phi_{C14}(R_{l6} + R_{g6} + R_{a6} + R_{g7}) - \Phi_{C13}R_{g6} - \Phi_{C6}R_{l6} - \Phi_{C15}R_{g7} = 0; \\
\Phi_{C15}(R_{l7} + R_{g7} + R_{a7} + R_{g8}) - \Phi_{C14}R_{g7} - \Phi_{C7}R_{l7} - \Phi_{C16}R_{g8} = 0; \\
\Phi_{C16}(R_{l8} + R_{g8} + R_{a8} + R_{g1}) - \Phi_{C15}R_{g8} - \Phi_{C8}R_{l8} - \Phi_{C9}R_{g1} = 0.
\end{array} \right. \quad (6)$$

Решение данной системы алгебраических уравнений позволяет найти контурные потоки, через которые легко могут быть определены и потоки во всех ветвях [12]. Так потоки несмежных ветвей равны контурным потокам, если их направления совпадают, и равны контурным потокам с обратным знаком, если не совпадают. Также определяются и потоки несмежных ветвей.

Тогда, в соответствии со схемой замещения (рис. 7), получаем:

$$\begin{array}{l}
\Phi_1 = \Phi_{C1} - \Phi_{C8}; \quad \Phi_9 = \Phi_{C9} - \Phi_{C16}; \quad \Phi_{17} = \Phi_{C1}; \quad \Phi_{25} = \Phi_{C1} - \Phi_{C9}; \quad \Phi_{33} = \Phi_{C9}; \\
\Phi_2 = \Phi_{C1} - \Phi_{C2}; \quad \Phi_{10} = \Phi_{C9} - \Phi_{C10}; \quad \Phi_{18} = \Phi_{C2}; \quad \Phi_{26} = \Phi_{C2} - \Phi_{C10}; \quad \Phi_{34} = \Phi_{C10}; \\
\Phi_3 = \Phi_{C2} - \Phi_{C3}; \quad \Phi_{11} = \Phi_{C10} - \Phi_{C11}; \quad \Phi_{19} = \Phi_{C3}; \quad \Phi_{27} = \Phi_{C3} - \Phi_{C11}; \quad \Phi_{35} = \Phi_{C11}; \\
\Phi_4 = \Phi_{C4} - \Phi_{C3}; \quad \Phi_{12} = \Phi_{C12} - \Phi_{C11}; \quad \Phi_{20} = \Phi_{C4}; \quad \Phi_{28} = \Phi_{C4} - \Phi_{C12}; \quad \Phi_{36} = \Phi_{C12}; \\
\Phi_5 = \Phi_{C5} - \Phi_{C4}; \quad \Phi_{13} = \Phi_{C13} - \Phi_{C12}; \quad \Phi_{21} = \Phi_{C5}; \quad \Phi_{29} = \Phi_{C5} - \Phi_{C13}; \quad \Phi_{37} = \Phi_{C13}; \\
\Phi_6 = \Phi_{C5} - \Phi_{C6}; \quad \Phi_{14} = \Phi_{C13} - \Phi_{C14}; \quad \Phi_{22} = \Phi_{C6}; \quad \Phi_{30} = \Phi_{C6} - \Phi_{C14}; \quad \Phi_{38} = \Phi_{C14}; \\
\Phi_7 = \Phi_{C6} - \Phi_{C7}; \quad \Phi_{15} = \Phi_{C14} - \Phi_{C15}; \quad \Phi_{23} = \Phi_{C7}; \quad \Phi_{31} = \Phi_{C7} - \Phi_{C15}; \quad \Phi_{39} = \Phi_{C15}; \\
\Phi_8 = \Phi_{C8} - \Phi_{C7}; \quad \Phi_{16} = \Phi_{C16} - \Phi_{C15}; \quad \Phi_{24} = \Phi_{C8}; \quad \Phi_{32} = \Phi_{C8} - \Phi_{C16}; \quad \Phi_{40} = \Phi_{C16}.
\end{array} \quad (7)$$

Для нахождения магнитных сопротивлений входящих в выражения этих потоков рассмотрим схему путей магнитных потоков (рис. 8).

На рис. 8 введены следующие обозначения геометрических параметров: $D_{out1}, D_{in1}, D_{m1} = (D_{out1} + D_{in1})/2$ – внешний, внутренний и средний диаметры ярма статора, $d_{out1}, d_{in1}, d_{m1} = (d_{out1} + d_{in1})/2$ – внешний, внутренний и средний диаметры цапфы, расположенной на роторе, $D_{p1} = d_{out1} + \delta_{r1}$ – внутренний диаметр скругления полюсных наконечников, h_{pk} – толщина полюсных наконечников, α_{mk} – средняя угловая координата k -го полюса, которая находится через угловые координаты начала и конца полюса $(\alpha_{Bk} + \alpha_{Ek})/2$, точки A_1, \dots, A_8 – границы участков путей магнитных потоков в ЭМП1. Толщина пакета железа статора радиального ЭМП1 определяется его начальной z_{B1} и конечной z_{E1} координатами по оси z как $H_{s1} = z_{E1} - z_{B1}$ (см. [10]).

Магнитные сопротивления участков магнитной цепи ЭМП1 (рис. 8):

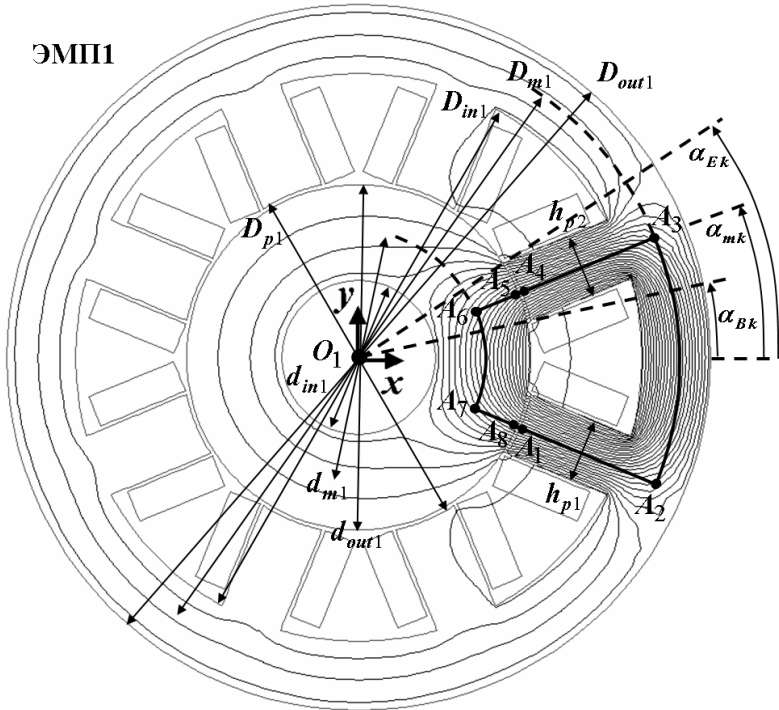


Рисунок 8 – Схематизация путей магнитных потоков в радиальном ЭМП1

1) полюсных наконечников (участки A_1A_2, A_3A_4):

$$R_{pk} = (D_{m1} - D_{p1}) / (2\mu_0\mu S_{pk}); \quad S_{pk} = H_{s1}h_{pk} \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (8)$$

где S_{pk} – площадь поперечного сечения полюсного наконечника;

2) участков яра статора между полюсными наконечниками (A_2A_3):

$$R_{sk} = (\alpha_{m_{k+1}} - \alpha_{mk}) D_{m1} / (2\mu_0\mu S_{s1}); \quad S_{s1} = H_{s1}(D_{out1} - D_{in1}) / 2 \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (9)$$

где S_{s1} – площадь поперечного сечения кольцевого участка статора ЭМП1 между двумя соседними полюсными наконечниками (яра);

3) сектора цапфы в окружном направлении (участок A_6A_7):

$$R_{ak} = (\alpha_{m_{k+1}} - \alpha_{mk}) d_{m1} / (2\mu_0\mu S_{a1}); \quad S_{a1} = H_{s1}(d_{out1} - d_{in1}) / 2 \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (10)$$

где S_{a1} – площадь поперечного сечения кольцевого пакета железа (цапфы);

4) воздушного зазора под k -м полюсом и сектора цапфы в радиальном направлении (участки A_1A_8 и A_8A_7 или A_4A_5 и A_5A_6):

$$R_{gk} = \frac{1}{g_{gk}} + \frac{d_{out1} - d_{m1}}{2\mu_0\mu S_{pk}}, \quad g_{gk} = \mu_0 \int_{S_k} \frac{dS}{h} \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (11)$$

где g_{gk} – магнитная проводимость зазора под k -м полюсом, h – высота зазора под элементарной площадью полюса dS . Для ЭМП1 магнитная проводимость зазора под k -м полюсным наконечником может определяться с учетом или без учета взаимовлияния смещений в радиальном и осевом направлениях по формуле [10]:

$$g_{gk}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3) = \frac{\mu_0(d_{out1} + \delta_{r1})}{2} \int_{z_{B1}}^{z_{E1}} \int_{\alpha_{Bk}}^{\alpha_{Ek}} \frac{d\alpha dz}{h_{xy1}(\alpha, z)} \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (12)$$

где высота зазора $h_{xy1}(\alpha, z)$ под dS в первом случае зависит еще и от обобщенных координат x_1, y_1, x_2, y_2, z_3 , а во втором только от x_1, y_1 . Обоснование границ применимости упрощенных выражений $h_{xy1}(\alpha, z)$ дано в [10].

5) рассеяния между соседними полюсными наконечниками статора (участок между линиями A_1A_2 и A_3A_4):

$$R_{lk} = 1/g_{lk}, \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (13)$$

где g_{lk} – магнитная проводимость воздушного зазора между k -м и $k+1$ -м полюсами, которая может быть приближенно определена как проводимость между двумя непараллельными поверхностями по формуле [13, стр. 116]:

$$g_{lk} \approx \frac{\mu_0 H_{s1}}{(\alpha_{Ek} - \alpha_{Bk+1})} \int_{D_{p1/2}}^{D_{in1/2}} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\mu_0 H_{s1}}{(\alpha_{Ek} - \alpha_{Bk+1})} \ln \frac{D_{in1}}{D_{p1}} \quad (k = 1, \dots, 8). \quad (14)$$

Проводимости рассеяния или сопротивления рассеяния магнитного потока между полюсами статора могут быть определены также и с использованием дискретной расчетной модели магнитопровода реализующейся с помощью разбивки межполюсного пространства на элементарные объемы [14].

В случае уточнения местоположения путей усредненных магнитных потоков рассеяния ($\Phi_{25}, \dots, \Phi_{32}$ на рис. 7) магнитные сопротивления участков могут быть перераспределены между магнитными сопротивлениями полюсов R_{p1}, \dots, R_{p8} и воздушных зазоров R_{g1}, \dots, R_{g8} включением во вторые части исключенной из первых.

Определение магнитных потоков $\Phi_{41}, \dots, \Phi_{80}$ в магнитной цепи радиального ЭМП2 может быть выполнено с использованием такого же подхода на основе рассмотрения схемы замещения и схемы путей магнитных потоков в ЭМП2 аналогичных тем, которые приведены на рис. 7 и 8 для ЭМП1.

6. Эквивалентная схема замещения электромагнитной цепи осевого ЭМП. Магнитная цепь осевого ЭМП3 может быть замещена схемой приведенной на рис. 9.

На рис. 9 приняты следующие обозначения: 1) Магнитные потоки: Φ_{81}, Φ_{82} – через сечения полюсов и ярмо статора, $\Phi_{83}, \dots, \Phi_{86}$ – через воздушные зазоры под полюсами, Φ_{87}, Φ_{88} – рассеяния через пазы между полюсами статора, заполненные медным проводом, Φ_{89} – через диск, расположенный на

роторе, $\Phi_{C33}, \dots, \Phi_{C36}$ – контурные; 2) Магнитные сопротивления: R_{p17}, \dots, R_{p20} – полюсов, R_{g17}, \dots, R_{g20} – воздушных зазоров между полюсами и диском, R_{s17}, R_{s18} – яра статора между двумя полюсами, R_{l17}, R_{l18} – рассеяния между полюсами (пазов заполненных медью), $R_{a17} = R_{a18}$ – диска; 3) Магнитодвижущие силы катушек: $e_{17} = i_{c17} w_{17}, e_{18} = i_{c18} w_{18}$.

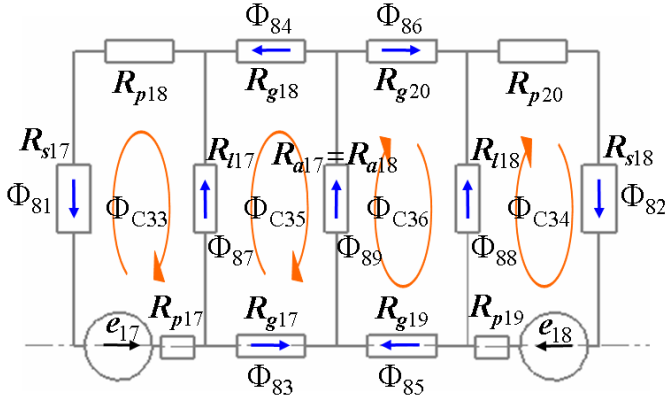


Рисунок 9 – Эквивалентная схема замещения электромагнитной цепи ЭМПЗ

Расчет магнитной цепи осевого ЭМПЗ (рис. 6) может быть выполнен с использованием схемы замещения (рис. 9). Применяя метод контурных потоков, приходим к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \Phi_{C33}(R_{s17} + R_{l17} + R_{p17} + R_{p18}) - \Phi_{C35}R_{l17} = -i_{c17}w_{17}; \\ \Phi_{C34}(R_{s18} + R_{l18} + R_{p19} + R_{p20}) - \Phi_{C36}R_{l18} = i_{c18}w_{18}; \\ \Phi_{C35}(R_{l17} + R_{a17} + R_{g17} + R_{g18}) - \Phi_{C33}R_{l17} - \Phi_{C36}R_{a17} = 0; \\ \Phi_{C36}(R_{l18} + R_{a18} + R_{g19} + R_{g20}) - \Phi_{C34}R_{l18} - \Phi_{C35}R_{a18} = 0. \end{cases} \quad (15)$$

Решение данной системы алгебраических уравнений позволяет найти контурные потоки и через них потоки во всех ветвях:

$$\begin{aligned} \Phi_{81} &= -\Phi_{C33}; & \Phi_{84} &= -\Phi_{C35}; & \Phi_{87} &= \Phi_{C35} - \Phi_{C33}; \\ \Phi_{82} &= \Phi_{C34}; & \Phi_{85} &= \Phi_{C36}; & \Phi_{88} &= \Phi_{C34} - \Phi_{C36}; \\ \Phi_{83} &= -\Phi_{C35}; & \Phi_{86} &= \Phi_{C36}; & \Phi_{89} &= \Phi_{C36} - \Phi_{C35}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для нахождения магнитных сопротивлений, входящих в выражения этих потоков, рассмотрим схему путей магнитных потоков (рис. 10).

На рис. 10 введены следующие обозначения геометрических параметров: D_{out3+}, D_{in3+} и D_{out3-}, D_{in3-} – внешние и внутренние диаметры двух частей статора (символом «+» в индексе обозначена часть статора, расположенная со стороны положительного направления оси z относительно диска, а символом «-» – со стороны отрицательного), D_{w3+}, d_{w3+} и D_{w3-}, d_{w3-} – диаметры пазов, в

которых размещаются обмотки, h_{w3+} и h_{w3-} – высота пазов, $D_{m3\pm} = (D_{out3\pm} + D_{w3\pm})/2$ и $d_{m3\pm} = (d_{w3\pm} + D_{in3\pm})/2$ – средние диаметры полюсов двух частей статора, H_{s3+} , H_{s3-} – высота одной и второй частей статора, H_{p3} – расстояние между полюсами двух частей статора осевого ЭМПЗ, которое определяется начальной координатой z_{B3-} по оси z одной части статора и конечной координатой z_{E3+} второй, как $H_{p3} = z_{E3+} - z_{B3-}$ (см. [10]), h_{d3} – толщина диска, причем $h_{d3} = H_{p3} - 2\delta_a$, точки A_1, \dots, A_8 – границы участков путей магнитных потоков в ЭМПЗ.

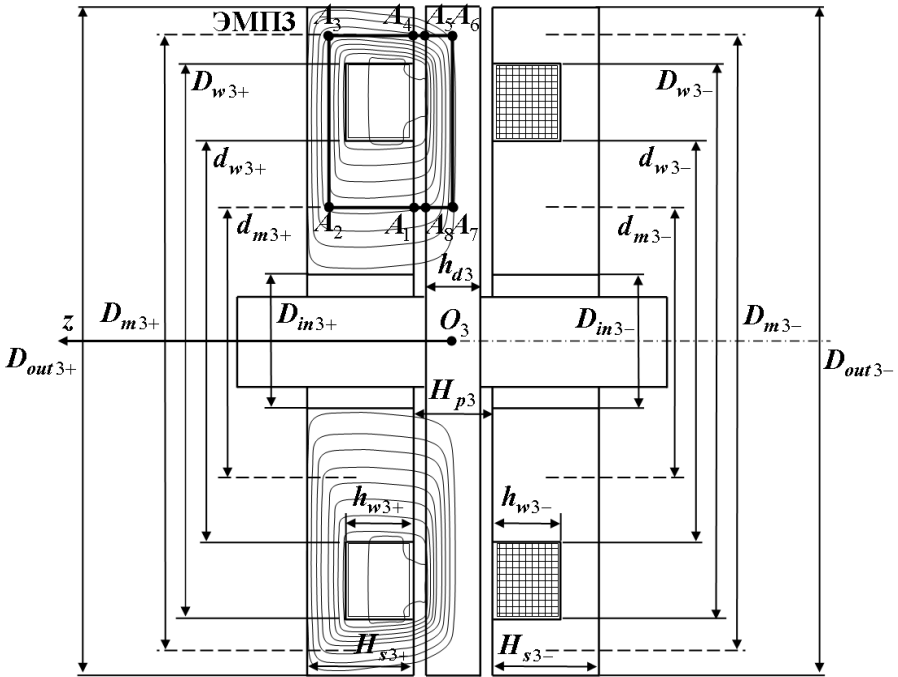


Рисунок 10 – Схематизация путей магнитных потоков в осевом ЭМПЗ

Магнитные сопротивления участков магнитной цепи ЭМПЗ (рис. 10):

1) полюсов (участки A_1A_2 , A_3A_4):

$$R_{pk} = (H_{s3\pm} - h_{w3\pm}) / (2\mu_0 \mu S_{pk}) \quad (k = 17, 18 "+", 19, 20 "-");$$

$$S_{pk} = \pi(d_{w\pm}^2 - D_{in3\pm}^2) / 4 \quad (k = 17 "+", 19 "-"); \quad (17)$$

$$S_{pk} = \pi(D_{out3\pm}^2 - D_{w3\pm}^2) / 4 \quad (k = 18 "+", 20 "-"),$$

где S_{pk} – площадь поперечного сечения полюса;

2) ярма статора между полюсами (A_2A_3):

$$R_{sk} = \int_{d_{m3\pm}}^{D_{m3\pm}} \frac{d\rho}{\mu_0 \mu 2\pi \rho (H_{s3\pm} - h_{w3\pm})} =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0 \mu \pi (H_{s3\pm} - h_{w3\pm})} \ln \left(\frac{D_{m3\pm}}{d_{m3\pm}} \right) \quad (k = 17''+', 19''-); \quad (18)$$

3) диска в радиальном направлении (участок A_6A_7):

$$R_{ak} = \int_{d_{m3\pm}}^{D_{m3\pm}} \frac{d\rho}{\mu_0 \mu 2\pi \rho h_{d3}} = \frac{1}{2\mu_0 \mu \pi h_{d3}} \ln \left(\frac{D_{m3\pm}}{d_{m3\pm}} \right) \quad (k = 17''+', 19''-); \quad (19)$$

4) воздушного зазора под k -м полюсом и диска в радиальном направлении (участки A_1A_8 и A_8A_7 или A_4A_5 и A_5A_6):

$$R_{gk} = \frac{1}{g_{gk}} + \frac{h_{d3}}{2\mu_0 \mu S_{pk}}; \quad g_{gk} = \mu_0 \int_{S_k} \frac{dS}{h} \quad (k = 17, \dots, 20), \quad (20)$$

где g_{gk} – магнитная проводимость зазора под k -м полюсом, h – высота зазора под элементарной площадью полюса dS . Для ЭМПЗ магнитная проводимость зазора под k -м полюсом может определяться без учета или с учетом (21) взаимовлияния смещений в радиальном и осевом направлениях [10]:

$$g_{gk}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3) = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{m3/2}}^{d_{w3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3\pm}(\rho, \alpha)} \quad (k = 17''+', 19''-); \quad (21)$$

$$g_{gk}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3) = \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_{D_{w3/2}}^{D_{out3/2}} \frac{\rho d\rho d\alpha}{h_{z3\pm}(\rho, \alpha)} \quad (k = 18''+', 20''-),$$

где h_{x3+} и h_{x3-} – высота зазора под элементарной площадью полюсов ЭМПЗ, расположенных со стороны положительного и отрицательного направлений оси z соответственно. При учете взаимовлияния смещений $h_{x3\pm}$ зависит еще и от обобщенных координат x_1, y_1, x_2, y_2, z_3 , а без учета только от z_3 . Обоснование границ применимости упрощенных выражений $h_{x3\pm}$ дано в [10].

5) рассеяния между соседними полюсами статора – пазов заполненных медью (участок между линиями A_1A_2 и A_3A_4):

$$R_{lk} = \int_{d_{w3\pm}}^{D_{w3\pm}} \frac{d\rho}{\mu_0 \mu_{Cu} 2\pi \rho h_{w3\pm}} = \frac{1}{2\mu_0 \mu_{Cu} \pi h_{w3\pm}} \ln \left(\frac{D_{w3\pm}}{d_{w3\pm}} \right) \quad (k = 17''+', 18''-). \quad (22)$$

Магнитные проводимости рассеяния, а значит и магнитные сопротивления рассеяния, между полюсами статора могут быть также определены по методике расчета плоского цилиндрического подъемного электромагнита на основе схемы путей потоков рассеяния [13, стр. 142].

В случае уточнения местоположения путей усредненных магнитных потоков рассеяния (Φ_{87}, Φ_{88} на рис. 10) магнитные сопротивления участков могут быть перераспределены между магнитными сопротивлениями полюсов

$R_{p17, \dots, R_{p20}}$ и воздушных зазоров $R_{g17, \dots, R_{g20}}$ включением во вторые части исключенной из первых.

7. Электромагнитная часть математической модели «ротор на ЭМП». Таким образом, для рассмотренного варианта полного электромагнитного подвеса (рис. 3) ротора ЭМП содержат $N = 18$ электромагнитных контуров с токами i_{ck} , активными сопротивлениями r_{ck} и входными напряжениями u_{ck} (управляющими сигналами). Насыщением и магнитным гистерезисом пренебрегаем. Тогда электромагнитная часть математической модели согласно (1) включает в себя $N = 18$ дифференциальных уравнений первого порядка относительно потокоцеплений (эти уравнения соответствуют второму закону Кирхгофа для магнитных цепей и являются формой записи закона полного тока для каждого k -го контура системы):

$$\frac{\partial \Psi_{ck}}{\partial t} + r_{ck} \frac{\partial W}{\partial \Psi_{ck}} = u_{ck} \quad (k = 1, \dots, N), \quad (23)$$

где Ψ_{ck} – полные магнитные потоки через контуры катушек (потокоцепления), r_{ck} – активные сопротивления в цепях катушек (так как в (1) $r_{cks} = 0$ при $k \neq s$ [9]), W – энергия магнитного поля, $u = (u_1, \dots, u_N)^T$ – N -мерный вектор-столбец управляющих напряжений.

Если принять, что магнитный поток, охватываемый каждым витком катушки одинаков, то суммарный или полный магнитный поток через контур катушки будет превосходить этот поток в количество раз равное числу витков катушки [15, 16]. Тогда потокоцепления в цепях ЭМП равны (см. рис. 7,9):

$$\Psi_{ck} = w_k \Phi_k; \quad \Psi_{ck+8} = w_{k+8} \Phi_{k+40} \quad (k = 1..8); \quad \Psi_{ck} = w_k \Phi_{k+64} \quad (k = 17,18). \quad (24)$$

Причем, следует отметить, что полное потокоцепление Ψ_{ck} k -го контура зависит не только от тока в k -м контуре, но и от токов других контуров магнитосвязанных с k -м контуром [16]. В нашем случае это учитывается при нахождении магнитных потоков из решения систем уравнений (6) и (15).

Учитывая только магнитное поле, сосредоточенное в областях вблизи некоторых участков ветвей, запишем энергию магнитного поля [16].

Плотность энергии магнитного поля, то есть энергия магнитного поля, запасенная в каждой единице объема V занятого полем [16]:

$$\varpi = \frac{W}{V} = \int_0^B HdB = \frac{HB}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} \quad (\text{так как } B = \mu_0\mu H \text{ при } \mu = \text{const}), \quad (25)$$

где H – напряженность магнитного поля, B – магнитная индукция.

Магнитный поток через площадь S_k участка магнитной цепи [16]:

$$\Phi_k = B_k S_k, \quad (26)$$

Магнитное сопротивление участка магнитной цепи [16]:

$$R_k = l_k / (\mu_0 \mu_k S_k), \quad (27)$$

где l_k – длина участка магнитной цепи, S_k – площадь поперечного сече-

ния.

С учетом (25), (26) и (27) энергия магнитного поля участка цепи:

$$W_k = \frac{B_k^2 V_k}{2\mu_0 \mu_k} = \frac{B_k^2 S_k l_k}{2\mu_0 \mu_k} = \frac{\Phi_k^2 S_k l_k}{S_k^2 2\mu_0 \mu_k} = \frac{1}{2} R_k \Phi_k^2. \quad (28)$$

Так как энергия всей магнитной цепи – есть сумма энергий участков этой цепи, то для ЭМП1, ЭМП2 и ЭМП3 имеем:

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 (R_{pk} \Phi_k^2 + R_{gk} \Phi_{k+8}^2 + R_{sk} \Phi_{k+16}^2 + R_{lk} \Phi_{k+24}^2 + R_{ak} \Phi_{k+32}^2); \\ W_2 &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 (R_{pk+8} \Phi_{k+40}^2 + R_{gk+8} \Phi_{k+48}^2 + R_{sk+8} \Phi_{k+56}^2 + R_{lk+8} \Phi_{k+64}^2 + R_{ak+8} \Phi_{k+72}^2); \\ W_3 &= \frac{1}{2} ((R_{p17} + R_{p18} + R_{s17}) \Phi_{81}^2 + (R_{p19} + R_{p20} + R_{s18}) \Phi_{82}^2 + \\ &\quad + R_{g17} \Phi_{83}^2 + R_{g18} \Phi_{84}^2 + R_{g19} \Phi_{85}^2 + R_{g20} \Phi_{86}^2 + R_{l17} \Phi_{87}^2 + R_{l18} \Phi_{88}^2 + R_{a17} \Phi_{89}^2) \end{aligned} \quad (29)$$

Энергия магнитного поля в магнитных цепях полного электромагнитного подвеса ротора на ЭМП, приведенного на рис. 3, равна:

$$W = W_1 + W_2 + W_3. \quad (30)$$

С учетом (30) и (24) система уравнений (23) приобретает вид (31)-(32):

$$\frac{\partial \Psi_{ck}}{\partial t} + \frac{r_{ck} R_{pk}}{w_k^2} \Psi_{ck} = u_{ck} \quad (k = 1, \dots, 16). \quad (31)$$

$$\frac{\partial \Psi_{ck}}{\partial t} + \frac{r_{ck} (R_{pk} + R_{pk+1} + R_{sk})}{w_k^2} \Psi_{ck} = u_{ck} \quad (k = 17); \quad (32)$$

$$\frac{\partial \Psi_{ck}}{\partial t} + \frac{r_{ck} (R_{pk+1} + R_{pk+2} + R_{sk})}{w_k^2} \Psi_{ck} = u_{ck} \quad (k = 18).$$

Окончательный вид системы дифференциальных уравнений может быть получен после выбора схем попарного соединения катушек в ЭМП1 и ЭМП2 для реализации четырех электромагнитов в каждом из радиальных ЭМП с учетом выражений (4) при последовательном соединении или (5) – при параллельном. Так, например, в первом случае попарное суммирование уравнений 1-2, 3-4, ..., 15-16 в (31) позволяет прийти к СДУ 8 уравнений:

$$\frac{\partial (\Psi_{c2k-1} + \Psi_{c2k})}{\partial t} + \frac{r_{c2k-1} R_{p2k-1}}{w_{2k-1}^2} \Psi_{c2k-1} + \frac{r_{c2k} R_{p2k}}{w_{2k}^2} \Psi_{c2k} = u_k \quad (k = 1, \dots, 8), \quad (33)$$

которая должна быть дополнена 8-ю алгебраическими уравнениями относительно потокоцеплений, в соответствии с (4) при учете (2) и (30):

$$\frac{R_{p2k-1}}{w_{2k-1}^2} \Psi_{c2k-1} - \frac{R_{p2k}}{w_{2k}^2} \Psi_{c2k} = 0, \quad (k = 1, \dots, 8). \quad (34)$$

и, естественно, дифференциальными уравнениями (32).

8. Пондеромоторные силы. Первые слагаемые в правых частях уравнений (3) можно интерпретировать как обобщенные силы, обусловленные механическим воздействием магнитного поля, и являются электромагнитной реакцией подвеса. Такие силы называются пондеромоторными. Они имеют вид:

$$P_{\xi_r} = \frac{\partial W}{\partial \xi_r} (r = 1, \dots, M) \quad \text{или} \quad P_{q_r} = \frac{\partial W}{\partial q_r} (r = 1, \dots, M). \quad (35)$$

В нашем случае при их определении следует учитывать, что от обобщенных механических координат (ζ или q) в выражении энергии магнитной энергии цепи ЭМП (28-30) зависят только магнитные сопротивления воздушных зазоров под k -м полюсом. Причем, в зависимости от выбранного способа их определения (с учетом или без учета взаимовлияния смещений в радиальном и осевом направлениях), магнитные сопротивления зазоров могут зависеть от различного количества обобщенных механических координат.

Если СДУ записывается относительно группы обобщенных координат q и учитывается взаимовлияние смещений, то для всех ЭМП – $R_{gk} = R_{gk}(x_1, y_1, x_2, y_2, z_3)$. Если же взаимовлияние не учитывается, то для радиальных ЭМП1 и ЭМП2 магнитные сопротивления зазоров имеют вид $R_{gk} = R_{gk}(x_1, y_1)$ и $R_{gk} = R_{gk}(x_2, y_2)$, а для осевого ЭМП3 – $R_{gk} = R_{gk}(z_3)$.

Тогда пондеромоторные силы равны:

$$P_{q_r} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^8 \left(\Phi_{k+8}^2 \frac{\partial R_{gk}}{\partial q_r} + \Phi_{k+48}^2 \frac{\partial R_{gk+8}}{\partial q_r} \right) + \sum_{k=1}^4 \left(\Phi_{k+82}^2 \frac{\partial R_{gk+16}}{\partial q_r} \right) (r = 1..5), \quad (36)$$

где потоки $\Phi_9, \dots, \Phi_{16}, \Phi_{49}, \dots, \Phi_{56}, \Phi_{83}, \dots, \Phi_{86}$ должны быть найдены из решения систем уравнений (6-7) и (15-16) с заменой в правых частях токов на потокосцепления в соответствии с выражениями (2), (24) и (29).

Механическая часть СДУ должна быть записана относительно одной группы координат. Если при нахождении сил используются координаты q , то в уравнениях (3) должна быть выполнена замена переменных группы ζ на q :

$$\begin{cases} x_1 = x_0 + l_1 \theta_y; & y_1 = y_0 - l_1 \theta_x; \\ x_2 = x_0 - l_2 \theta_y; & y_2 = y_0 + l_2 \theta_x; \end{cases} \quad z_3 = z_0 - (l_2 + l_3). \quad (37)$$

При этом силы, действующие в точке O и находящиеся в правой части СДУ (3), связаны с пондеромоторными силами (36), действующими в центрах опорных участков ротора, следующим образом (см. рис. 2):

$$\begin{cases} P_{x_0} = P_{x_1} + P_{x_2}; & P_{\theta_x} = -P_{y_1} l_1 + P_{y_2} l_2; \\ P_{y_0} = P_{y_1} + P_{y_2}; & P_{\theta_y} = P_{x_1} l_1 - P_{x_2} l_2; \end{cases} \quad P_{z_0} = P_{z_3}. \quad (38)$$

Заключение. Основным предназначением взаимосвязанной магнитомеханической многомерной нелинейной математической модели абсолютно жесткого вращающегося ротора на управляемых электромагнитных подшипни-

ках, состоящей из дифференциальных уравнений (3) и (31-32) или (33-34), является создание на ее основе имитационной вычислительной модели [3,17], позволяющей проводить варианты расчеты на динамическую устойчивость, с целью выбора рациональных параметров подвеса и управляющих воздействий при различных конструктивных изменениях.

Основное отличие имитационной модели построенной с использованием предложенной математической модели – возможность более адекватного моделирования поведения ротора на ЭМП при его приближении к полюсам. Это позволит определить параметры системы автоматического регулирования и алгоритма управления, обеспечивающие устойчивость движения ротора в диапазоне отклонений, приближающемся к номинальному зазору.

Список литературы: 1. Официальный сайт фирмы Societe de Mecanique Magnetique S2M (Франция): <http://www.s2m.fr>. 2. *Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М.* Построение связанной многомерной нелинейной модели вращающегося ротора с управляемыми электромагнитными подшипниками // Вестник НТУ «ХПИ». – № 9, т. 8. – С. 143-151. 3. *Мартыненко Г.Ю.* Исследование устойчивых движений роторов на электромагнитных подшипниках при различных вариантах управления с помощью имитационной вычислительной модели / Интегрированные технологии и энергосбережение. – Харьков: ХГПУ, 2000. – № 2. – С. 88-96. 4. Патент № 2277190. Российская Федерация. МПК F16C 32/04. Способ дискретного управления электромагнитным подвесом вращающихся роторов / ОАО «Сумское НПО им. М.В.Фрунзе», НТУ «ХПИ»; *Роговой Е.Д., Бухолдин Ю.С., Левашов В.А., Мартыненко Г.Ю., Смирнов М.М.* – № 2003121317/11. – Заявл. 10.07.2003 г. Опубл. 27.05.2006 г. // Изобретения. Официальный бюллетень, 2006. – № 15. 5. Патент № 77665. Украина (UA). МПК F16C 32/04. Спосіб дискретного керування електромагнітним підвісом обертових роторів / ВАТ «Сумське НВО ім. М.В.Фрунзе», НТУ «ХПІ»; *Роговий Є.Д., Бухолдин Ю.С., Левашов В.О., Мартиненко Г.Ю., Смірнов М.М.* – № 2003076309. – Заявл. 08.07.2003 р. Опубл. 15.01.2007 р. // Бюл., 2007. – № 1. 6. *G. Schweitzer, H.Bleuler and A.Traxler* Active magnetic bearings. – Zurich: ETH, 1994. – 244 p. 7. *Maslen E.H.* Magnetic bearings / University of Virginia Department of Mechanical, Aerospace, and Nuclear Engineering Charlottesville, Virginia, 2000. – 229 p. 8. *Журавлев Ю.Н.* Активные магнитные подшипники: Теория, расчет, применение. – СПб.: Политехника, 2003. – 206 с. 9. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. В.Н.Челомей (пред). – М.: Машиностроение, 1979. – Т.2: Колебания нелинейных механических систем. / Под ред. И.И.Блехмана. – 351 с. 10. Мартыненко Г.Ю. Уточнение математической модели ротора на ЭМП за счет определения магнитной проводимости зазоров под полюсами с учетом взаимовлияния смещений в радиальном и осевом направлениях // Вісник НТУ «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Динаміка і міцність машин. – Харків: НТУ «ХПІ», 2006. – № 32. – С. 179-192. 11. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. В.Н.Челомей (пред). – М.: Машиностроение, 1980. – Т. 3: Колебания машин, конструкций и их элементов. / Под ред. Ф.М.Диментберга и К.С.Колесникова. – 543 с. 12. *Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н.* Электротехника. Учебник для ВУЗов. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 552 с. 13. *Ротерс* Электромагнитные механизмы. – М.: Государственное энергетическое из-во, 1949. – 521 с. 14. *Смирнов М.М., Мартыненко Г.Ю., Бабенко И.Н.* Конечнoэлементный расчет магнитных цепей активных магнитных подшипников на основе уравнений магнитостатики / Вестник НТУ «ХПИ» Тематический выпуск «Динамика и прочность машин». – Харьков: НТУ «ХПИ». – 2003. - № 12, т. 1. – С. 129-138. 15. *Иродов Е.И.* Основные законы электромагнетизма: Учеб. пособие для студентов ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1991. – 289 с. 16. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники: Учебник для студентов энергетических и электротехнических ВУЗов. – М.: Высшая школа, 1973. – 752 с. 17. *Мартыненко Г.Ю.* Исследование устойчивости движения ротора в управляемых электромагнитных подшипниках с помощью нелинейной имитационной вычислительной модели / Проблемы машиностроения. – Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2005. – Т. 8, № 1. – С. 47-58.

Поступила в редколлегию 14.04.2007

С.А. НАЗАРЕНКО, канд. техн. наук, НТУ «ХПИ»

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ КОНЕЧНОМЕРНЫХ И КОНТИНУАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ СТРУКТУРНО СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

В статті пропонуються методи аналізу чутливості складних скінченноелементних моделей структурно зв'язаних систем. Досліджено обчислювальні етапи одержання градієнтів функціоналів систем до відхилення геометричних параметрів і фізико-механічних характеристик за наявності дії фізичних полів різної природи.

Coupled-field analyses are useful for solving problems where the coupled interaction of phenomena from various disciplines of physical science is significant. There are basically two methods of coupling distinguished by the finite element formulation techniques used to develop the matrix equations. Complicated finite-element models sensitivity analysis methods for structurally connected systems are given in this article.

Необходимость комплексного моделирования сложных составных конструкций, создания достоверной цифровой модели прототипов и проведения реалистичных виртуальных испытаний на всех этапах жизненного цикла; внутренняя логика интеграции различных научных дисциплин обуславливают потребность в создании совершенных конечномерных и континуальных моделей структурно связанных систем [1,2]. Анализ чувствительности является промежуточным этапом исследований между расчетом и оптимизацией, позволяя комплексно производить оценку направления и скорости изменения функционалов качества конструкций при изменении варьируемых параметров без модификации всей модели. Анализ чувствительности позволяет решить целый ряд практических задач проектирования, доводки, технологической подготовки производства и контроля эффективной эксплуатации конструкций [3].

Целью проведенных исследований была разработка методик анализа чувствительности конечномерных и континуальных моделей структурно связанных систем. Задача анализа количественных характеристик качества $J = J(u, y)$ структурно связанных систем описывается в общем виде в операторной форме

$$A(y, u, t) = 0, \quad (1)$$

где A – оператор математической связи между заданными u и искомыми y физическими величинами, структура и параметры которого зависят от типа исследуемого явления, состава системы, граничных условий, нагрузок и условий сопряжения; y – вектор(функция) переменных состояния(перемещения, температуры, потенциалы электрического поля и т.д.), образующих пространство решений; u – вектор(функция) варьируемых и детерминированных параметров(характеристики физико-механических свойств материалов, присоеди-

ненных масс, жесткости, управляющих нагрузок, геометрические размеры и т.д.); t – время. Структура любой системы в общем случае включает в себя не только взаимосвязь подструктур и характер их физического взаимодействия, но и отношения самой различной природы (пространственные, временные, отношения доминирования, информационные и т.д.). Моделирование реальных эксплуатационных режимов нагружения f может быть заданным, зависящим от взаимодействия объекта с окружающей средой (газом, жидкостью) или с внешним полем (температурное, электромагнитное), случайным. Когда для исследования оказываются важными внешние связи рассматриваемой системы, то можно перейти к изучению более широкой системы, в которой эти связи становятся внутренними, но и для данной более широкой системы необходимо выполнение условия физической замкнутости.

Возможности классических методов, базирующихся на решении системы уравнений в частных производных краевых задач математической физики (1), весьма ограничены. Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения уравнения (1) на произвольный виртуальный z из пространства Z гладких «обобщенных» перемещений, удовлетворяющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Вариационные методы приводят к матричной алгебраической проблеме и служат удобной основой для построения теоретически обоснованных расчетных схем [4,5]. Для случая статики задача (1) приводится к вариационному уравнению, справедливому для всех кинематически допустимых z :

$$a_u(y, z) \equiv (\overline{A}_u y, z) = (f, z), \quad (2)$$

или в случае контактного взаимодействия тел с гладкими поверхностями к вариационному неравенству

$$(\overline{A}_u y, z - y) \geq (f, z - y), \quad \forall z \in G, \quad (3)$$

где \overline{A} – расширение по Фридрихсу оператора краевой задачи; $a_u(y, z)$ – соответствующая положительно определенная и непрерывная билинейная форма, (f, z) – линейная силовая форма, G – множество, задаваемое условиями непроникновения. Вариационные задачи или неравенства приводятся к проблеме минимизации функционалов. Для случая (2) ищется безусловный минимум, а для случая (3) – минимум на множестве G в пространстве функций y .

Были разработаны две методики анализа чувствительности. Первый подход предполагает следующую последовательность вычислительных этапов (на примере задачи статики): 1) конечноэлементная (КЭ) дискретизация задачи анализа (2)

$$A(\vec{u}, \vec{y}) = K(\vec{u})\vec{y} - \vec{F}(\vec{u}) = \vec{0}, \quad (4)$$

где \vec{y}, \vec{F} – «обобщенные» векторы узловых перемещений и нагрузок; $K(\vec{u})$ – «обобщенная» матрица жесткости системы; \vec{u} – вектор варьируемых параметров системы; 2) введение вектора сопряженных переменных

$K^T(\bar{u})\bar{\psi} = K(\bar{u})\bar{\psi} = \bar{g} = \bar{\nabla}_{,J}$; 3) введение пространства варьируемых переменных; 4) вычисление градиентов от функционалов качества конструкций

$$\bar{\nabla}_u J = \left\{ -\frac{\partial H^a}{\partial u_i} = -\bar{\psi}^T (K'_{u_i} \bar{y} - \bar{F}'_{u_i}) + \frac{\partial J}{\partial u_i} \right\}_{i=\bar{1},n},$$

где гамильтониан $H = \bar{\psi}^T (K(\bar{u})\bar{y} - \bar{F}(\bar{u})) - J(\bar{u}, \bar{y})$. Для мультифизической конечноэлементной модели конструкций сильной (полной) степени связанности (например, пьезоэлектрические устройства акустоэлектроники) уравнение (4) имеет вид

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ \bar{F}_2 \end{Bmatrix},$$

где K_{11} , K_{21} , K_{22} – матрицы жесткости; пьезоэлектрической связи; диэлектрической проницаемости, \bar{y}_1 и \bar{y}_2 – вектора узловых перемещений и потенциалов электрического поля в пьезоэлектрике, \bar{F}_1 и \bar{F}_2 – вектора механической и электрической нагрузки.

Во второй методике сопряженные переменные вводятся непосредственно для вариационной или дифференциальной формулировки исходной задачи анализа. После чего редукция исходной и сопряженной задач (переход от непрерывных переменных к дискретным с одновременным избавлением от операций дифференцирования и/или интегрирования), а также варьируемых функций формы механического элемента или конструкции (введение понятия материальной производной) может выполняться как три формально несвязанных этапа. Основные разрешающие уравнения для процессов, изменяющихся во времени, могут быть непосредственно получены из обобщенного вариационного принципа Гамильтона-Остроградского

$$\delta \int (T - \Pi + W) dt = 0,$$

где T – кинетическая энергия системы, Π – потенциальная энергия (является наиболее важной энергетической характеристикой произвольной системы, выраженной через компоненты выбранного пространства состояний и при необходимости может включать, например, энергию электрической индукции для трехмерного пьезоэлектрического тела), W – работа приложенных сил. Задачи на собственное значение λ (собственные колебания и потеря устойчивости) можно формально представить вариационным уравнением вида

$$a_u(y, z) = \lambda b_u(y, z) \quad (5)$$

для всех z из пространства Z гладких кинематически допустимых «обобщенных» перемещений. Поскольку уравнение (5) однородно по y , необходимо добавить условие нормировки $b_u(y, y) = 1$ для определения собственной функции единственным образом. Варьируя по u обе части уравнения (5), учитывая свойства симметрии $a_u(y, z)$ и $b_u(y, z)$; $z = y$; отбрасывая члены, равные 0; полу-

чим формулу для вычисления производной некратного собственного значения

$$\lambda' = a'_u(y,y) - \lambda b'_u(y,y).$$

Преимуществом второй методики является то, что используются поля «обобщенных» перемещений, а не узловые параметры, определяемые матричными уравнениями.

На рис. 1 и 2 с целью демонстрации предлагаемых подходов приведены примеры решенных задач. В качестве формы иллюстрации результатов сделана тоновая заливка на поверхности конструкций. Светлыми тонами показана зона близких к нулю коэффициентов чувствительности, темными – экстремальных.

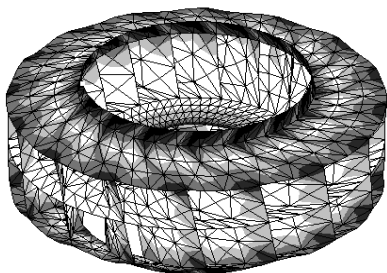


Рисунок 1 – Анализ чувствительности 3-ей собственной частоты колеса тягодутьевой машины ДН-26х2 к изменению приведенного модуля упругости (жесткостным характеристикам). Использовались оболочечные КЭ

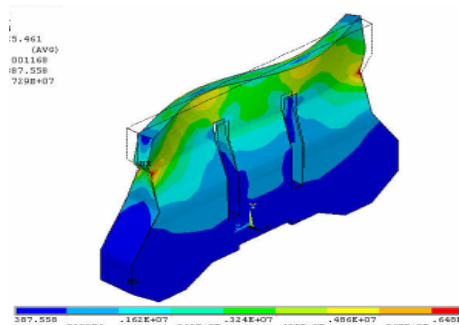


Рисунок 2 – Анализ чувствительности 4-ой собственной частоты ультразвукового сварочного сонотрода к добавлению материала (нормальным перемещениям точек поверхности). При исследованиях использовались трехмерные КЭ

Доработан метод анализа чувствительности конечномерных моделей в части учета воздействия физических полей различной природы и распространен на новый класс структурно связанных систем. Разработан метод анализа чувствительности континуальных моделей структурно связанных систем, который отличается тем, что для производных получаются явные выражения в терминах физических величин, а не в терминах сумм производных от матриц конечных элементов систем. Конечномерный и континуальный подходы связаны между собой (первый является аппроксимацией второго).

Список литературы: 1. Автономова Л.В., Лавинский В.И. Бондарь С.В. Узагальнена математична модель структурно зв'язаних систем // Вісник НТУ «ХП». – Харків: НТУ «ХП». – 2003. – Вип. 12., т. 1. – С. 160-164. 2. Xu B. and Jiang J. S. Integrated optimization of structure and control for piezoelectric intelligent trusses with uncertain placement of actuators and sensors // Computational Mechanics. – 2004. – Vol. 33, Number 5. – P. 406-412. 3. Симсон Э.А., Назаренко С.А., Зюзин, А.Ю., В.Б. Любецкая В.Б. Анализ чувствительности для конечноэлементных моделей конструк-

ций // Вестник НТУ «ХПИ». – 2003. – № 8, т. 3. – С. 77-82. 4. Михлин С.Г. Численная реализация вариационных методов. – М.: Наука, 1966. – 432 с. 5. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.

Поступила в редколлегию 04.06.2007

УДК.621.757.083

И.Л.ОБОРСКИЙ, канд.техн.наук, Киевский национальный университет технологий и дизайна; **А.П.ЗВОНАРЕВА**, **А.В.ЩЕПКИН**, НТУ «ХПИ»; **В.И.ДУДИНСКИЙ**, Киевский национальный университет технологий и дизайна

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ СБОРКИ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ, ОСУЩЕСТВЛЯЕМЫХ С ТЕРМОВОЗДЕЙСТВИЕМ

На основі порівняльних даних аналітичних і експериментальних досліджень визначено величину збільшення діаметра посадки бандажа складеного колеса електровагона при його нагріванні.

By means of the comparative data of the analytical and experimental researches, the value of increase of the fit diameter of electrocar built-up wheel bandage at its heating is determined.

Постановка проблемы

Одной из наиболее актуальных для технологии машиностроения проблем является создание соединений с натягом с повышенными эксплуатационными показателями, которые могут быть в целом ряде случаев получены путем использования сборки с термовоздействием, при которой обеспечивается соединение деталей с временно образованным зазором. Решение проблемы неразрывно связано с установлением номенклатуры нормативных сборочных параметров, оценкой их величин и совершенствованием при этом технологических процессов сборки в целом. Это требует создания нормативной базы выбора множества взаимосвязанных технологических и конструктивных параметров, использование которой позволит производителям при минимальных затратах получать соединения с натягом.

Анализ предыдущих исследований

В работах [1-2] установлены взаимодействующие во времени и пространстве связи и физические закономерности протекания операций технологического процесса сборки соединений с натягом, осуществляемых с использованием нагрева и низкотемпературного охлаждения. Разработаны некоторые направления повышения их качества и автоматизации процесса, выпол-

нена оценка отдельных основных показателей. Приводится основная номенклатура технологических и конструктивных параметров процесса сборки соединений деталей с натягом, осуществляемых термическими способами, и проведена оценка их величин.

Однако для определения сборочных параметров, оценивающих возможность качественной и экономически обоснованной технологии сборки соединений с натягом, формируемых термовоздействием, необходимо проведение сравнительных исследований по определению рациональной величины увеличения диаметра посадки бандажа составного колеса электровагона при его нагревании.

Цель работы

Разработка методологии выбора рациональных нормативных технологических и конструктивных сборочных параметров, обеспечивающих высококачественную и экономически целесообразную технологию сборки соединений с натягом, осуществляемых с термовоздействием.

Результаты проведенных исследований

Для осуществления качественной сборки соединений с натягом с временно образованным зазором необходимо обеспечить в начальный момент установки охватываемой детали в охватывающую необходимую величину Δd разности диаметров собираемых деталей. Она должна быть больше значения зазоров S_H и $S_{мин}$ в момент начала контакта и соединения деталей без заклинивания. Обеспечить величину Δd возможно правильно выбрав температуру термовоздействия на сопрягаемые детали.

В настоящее время в производстве при сборке соединений с натягом термическими методами находят широкое применение нестационарные режимы термовоздействия. Для реализации процесса сборки предварительно определяют необходимую величину увеличения при нагревании или уменьшения при низкотемпературном охлаждении диаметра посадки (перемещение), что должно обеспечить заданный временной сборочный зазор, который исключит повреждение сопрягаемых поверхностей. Это необходимо осуществлять с учетом толщины стенок осесимметричных деталей [3-5].

Ниже приведены данные расчетно-экспериментальных исследований МКЭ и расчетные значения, выполненные на основании аналитических зависимостей. При этом предварительно исследовался закон изменения температуры бандажа при его нагреве, измерялись перемещения на диаметре посадки, а затем выполнялся расчет.

На рис. 1 представлено поперечное сечение спицевого колеса электровагона, для которого был выполнен расчет МКЭ расширения бандажа при его нагреве для последующей посадки на колесный центр. Бандаж рассматривался как тело вращения и был разбит на тороидальные КЭ треугольного попе-

речного сечения (рис. 2), число элементов – 253, узлов – 153, матрица жесткости состоит из 13158 чисел.

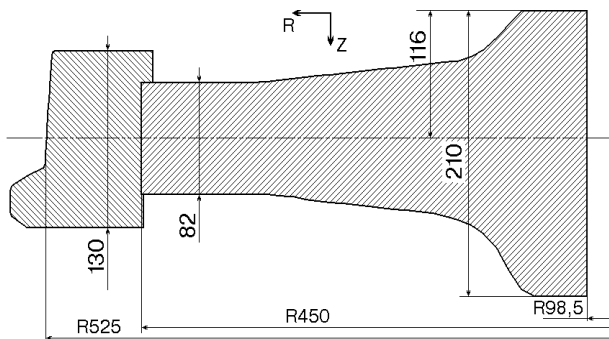


Рисунок 1 – Поперечное сечение спицевого колеса электровагона

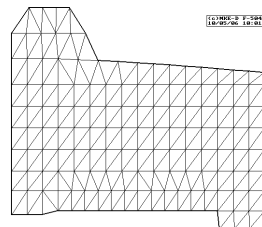


Рисунок 2 – Разбиение бандажа на КЭ

Характеристики материала бандажа:

- модуль упругости $E = 2,1 \cdot 10^{-5}$ МПа;
- коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$;
- коэффициент температурного расширения $\alpha = 11,9 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$;
- коэффициент теплоемкости $c = 460$ Дж/кг · град;
- удельная плотность $\rho = 7800$ кг/м 3 .

В табл. 1 приведены значения радиуса бандажа, соответствующие местам расположения термопар, в табл. 2 – температура в этих точках в процессе нагрева и охлаждения. Нагрев детали продолжается 15 мин. В табл. 3 приведены значения расширения бандажа по радиусу в нескольких точках и значение тепловой энергии, накопленной в нем. Схема расположения точек, в которых даются значения расширения бандажа представлена на рис. 3. Предполагается, что температура меняется между термопарами по линейному закону в радиальном направлении, в осевом и окружном направлении она постоянна. На рис. 4 показана схема деформации нагретого бандажа в момент окончания нагрева.

При подводе тепла по наружной поверхности цилиндра и законе распределения температуры по толщине по линейному закону вида [3-4]

$$T = T_i (1 - (r_2 - r)/(r_2 - r_1)), \quad (1)$$

где T_i – температура на наружной поверхности цилиндра; r_2 , r_1 и r – радиусы, соответственно, наружный, внутренний и текущий.

Таблица 1 – Расположение термопар на бандаже

№ термопар	1	2	3	4	5	6
Радиус, мм	545	520	505	490	470	450

Таблица 2 – Температура в бандаже в процессе нагрева и охлаждения составного колеса электровагона, град. °С

	№ тер-мопар	1	2	3	4	5	6
Время на-грева, мин.	14'	314	314	298	274	244	208
	15'	320	320	314	288	260	221,5
Время ох-лаждения, мин.	0,5'	310,5	310,5	290	269,5	252	240,5
	1,0'	298,5	296,5	276	264	248	228
	2,0'	281,0	280	270	256,5	245,5	233,5
	3,0'	264	260	257	253,5	245,5	236

Таблица 3 Расширение бандаж в результате действия температурного поля

Время тер-мовоздей-ствия, мин.	Тепловая энергия, МДж	Радиальное расширение, $\mu \cdot 10^6$, м			
		1	2	3	4
14'	30,352	1379	1387	1303	1248
15'	31,887	1440	1451	1378	1327
15,5'	30,697	1392	1395	1330	1292
16'	29,544	1338	1342	1281	1245
17'	28,745	1293	1298	1257	1232
18'	27,856	1245	1250	1229	1216

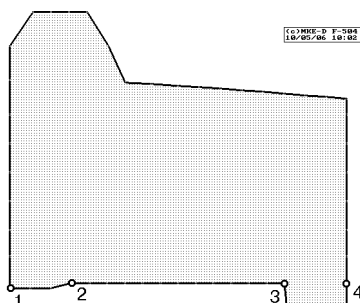


Рисунок 3 – Схема расположения точек, в которых даются значения расширения бандаж: точки 2, 3 находятся на краях поверхности контакта бандаж и колесного центра после сборки

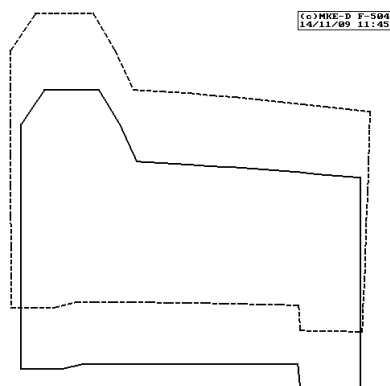


Рисунок 4 – Схема деформации нагретого бандаж в момент окончания нагрева

С учетом (2.1) и данных литературы [3 - 4] получим зависимость для определения перемещения на внутреннем радиусе r_1 без учета поворота поперечного сечения детали, обусловленного несимметричностью формы сечения и неравномерностью нагрева в осевом направлении

$$U_{r1}(r_1) = (\alpha T/3) ((3 + 2m)/(2 + m)) r_1, \quad (2)$$

где $m = r_2/r_1 - 1$.

При подводе тепла по наружной поверхности цилиндра и законе распределения температуры по толщине вида [3-4]

$$T = T_i [\ln(r_2/r) / \ln(r_2/r_1)] \quad (3)$$

зависимость для определения перемещения на внутреннем радиусе r_1

$$U_{r1}(r_1) = [r_1/(r_2^2 - r_1^2)] \alpha T \{r_2^2 - [(r_2^2 - r_1^2)/2 (\ln r_2 - \ln r_1)]\}. \quad (2/4)$$

Данные расчетов МКЭ и аналитического по определению величин перемещений имеют достаточно хорошее совпадение результатов и проверены в условиях реального производства на натуральных деталях.

Выводы

Анализ расчетно-экспериментальных данных позволил уточнить рациональный перепад температур между сопрягаемыми деталями, необходимый уровень нагревания T_n охватывающей детали, обеспечить выбор соответствующих теплоносителей и оснащения для выполнения операций термовоздействия.

Список литературы: 1. *Оборский И.Л., Зенкин А.С., Климаш В.Г.* Определение параметров процесса сборки соединений деталей с натягом с временно образуемым зазором // Изв. вузов: Машиностроение. – М.: 1983. – С. 140-143. 2. *Зенкин А.С., Арпентьев Б.М.* Сборка неподвижных соединений термическими методами. – М.: Машиностроение, 1987. – 128 с. 3. *Тимошенко С.П.* Сопrotивление материалов. Т.1. – М.-Л.: 1945. – С. 216-241. 4. *Тимошенко С.П.* Курс теории упругости / Ред. *Григoлюк Э.И.* – К.: Наукова думка, 1972. – 507 с. 5. *Тимошенко С.П., Гудьер Дж.* Теория упругости. – М.: Наука, 1979. – 560 с.

Поступила в редколлегию 15.05.2006

УДК.539.3:621.313

Э.С.ОСТЕРНИК, канд.техн.наук; завод «Электротяжмаш», Харьков

О СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СТАТОРА ТУРБОГЕНЕРАТОРА

Запропоновано метод розрахунку динаміки пазової частини обмотки статора. Метод побудовано на експериментах над матеріалами стрижня обмотки і його моделлю. Враховані анізотропія матеріалів, поперечний зсув, хвильовий характер коливання та стохастичність механічних характеристик матеріалів. Варіаційне моделювання враховує реальну конструкцію закріплення стрижнів. Це дозволяє оцінити надійність турбогенератора в експлуатації.

The method for calculating the dynamics of the winding side of embedded stator is offered. This method is based on experiments over the materials of the winding bar and its model. Anisotropy of materials, in-plane shear, wave-like behavior of vibrations, and stochasticity of mechanical properties of materials are taken into consideration. Variational simulation takes into account the actual construction of bar fixing. It allows to evaluate the turbogenerator reliability in the process of operation.

1. Постановка проблемы. Известно, что срок службы турбоагрегата должен быть не менее 40 лет [1]. В современных условиях, в том числе в СНГ, зачастую вынуждают эксплуатировать турбогенераторы еще дольше [2,3]. В крупных генераторах отмечались чрезмерные вибрации статорной обмотки в пазу, вызывающие разрушение обмоток и отказы в работе. Такие аварии требуют останова турбоблоков на капитальный ремонт турбогенераторов по специальной технологии и в ряде случаев приводят к выходу генераторов из строя. Их надежную работу можно обеспечить лишь с помощью исследований динамики статорных обмоток. Работа торцевой зоны статора рассмотрена в статье [4]. Здесь исследуется пазовая часть статорной обмотки, состоящая из прямых стержней, закрепленных в пазах магнитопровода. Стержни представляют собой медные проводники, в ряде случаев перемежающиеся стальными трубками для охлаждающего агента, с изоляцией на минерально-полимерной основе.

Такая корпусная изоляция типов ВЭС-1, ВЭС-2, «Слюдотерм», «Изопроленг» и др. – достаточно сложный материал. Например, изоляция ВЭС-2 статорных обмоток турбогенераторов образуется путем вакуумирования, намотки на проводящий стержень, опрессовки и термообработки стеклослюдинитовой ленты. Изоляция в целом может быть классифицирована как композиционный материал слоистой структуры, армированный стеклотканью со слюдинитом и термореактивным эпоксидно-полиэфирным связующим. Сведения о современных технологических и конструктивных методах повышения механической надежности статоров содержатся в сообщении [5].

При номинальном режиме в турбогенераторах с непосредственным охлаждением сила, действующая на единицу длины стержня в пазу, составляет $36 \div 54$ Н/см. При внезапных коротких замыканиях с током с $I_{к.з.} = 50 \cdot 10^3$ А эта сила достигает $1600 \div 2500$ Н/см.

Расчет вынужденных колебаний магнитопровода в средней зоне статора достаточно близок к эксперименту. Однако, в заводской практике расчет вибраций пазовой части статорной обмотки не проводится [6]. В книге [7] приведен обзор исследований, в котором показано, что стохастический характер динамики статорной обмотки требует построения методов расчета, объединяющих детерминистский и вероятностный подходы. Полагают, что изгиб стержня в пазу следует гипотезе плоских сечений. В качестве случайных факторов рассматриваются неравномерность распределения силы трения о стенки паза и разброс эффективной изгибной жесткости стержней. В результате построены статистические оценки амплитуды колебаний пазовой части обмотки. Предлагается при анализе поведения стержня в пазу исходить из усталостной прочности меди элементарных проводников.

Практика эксплуатации показала, что не менее важными являются факторы механической и электрической прочности корпусной изоляции. Недостаточно базироваться на данных об эффективной изгибной жесткости статор-

ного стержня, слои которого существенно различаются по механическим характеристикам.

Современные экспериментальные методы пока не позволяют подробно исследовать динамику пазовой части стержней в эксплуатации, так как они закрыты магнитопроводом, пазовыми клиньями, другими элементами крепления и находятся под напряжением 20 кВ и выше. Поэтому требуемая расчетная методика должна исходить из экспериментов над материалами стержней и их моделями.

2. Исследования модельного стержня. Ввиду разнородности материалов статорной обмотки модельный эксперимент выполнен на трехслойном стержне сталь-оргстекло-сталь.

Определенность эксперимента требует строгого осуществления краевых условий, в данном эксперименте было выбрано шарнирное опирание. К стержню прилагалась равномерно распределенная нагрузка $p = \text{const}$ через резиновую камеру со сжатым воздухом.

Для стержня была выбрана инструментальная сталь У8, из эксперимента определены $E = 2,02 \cdot 10^5$ МПа, $\nu = 0,30$. Размеры и материалы слоев трехслойного стержня выбирались так, чтобы эффект поперечного сдвига $\eta_w = w/w_0$ был максимальным. Здесь w – фактический прогиб, w_0 – прогиб по классической теории сохранения нормального элемента. Длина стержня a играет роль линейного масштаба, пропорционально которому назначаются b и h , и выбирается из конструктивных соображений. Остается выбрать параметры стержня r , n , n_1 , $r = 2d_1/h$, $n = E_1/E_0$, $n_1 = G_1/G_0$. Индекс «0» относится к внутреннему, а «1» – к наружному слою; $2d_1$ – толщина среднего слоя.

Для оргстекла получено $E_0 = 3,94 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_0 = 0,35$. Некоторой нелинейностью оргстекла можно было пренебрегать, так как расчетные напряжения в среднем слое не превышали 0,2 МПа. Слои стержня были склеены карбинольным клеем – цементом холодного отверждения, что исключало тепловые деформации.

Наиболее сложным было прецизионное исследование деформации нормального элемента, то есть распределение горизонтальных и вертикальных перемещений его точек $u(z)$ и $w(z)$. С этой целью на боковой поверхности стержня были зафиксированы две нормали при $x/a = 1/4$, $1/2$. На каждой из них во всех трех слоях фиксировалось до 17 контрольных точек. Нормали и точки на них идентифицировались по проволочкам и контурам их пересечений (проволока \varnothing 5мкм). Измерения перемещений u и w велись одновременно с помощью микроскопа с окулярным микрометром, наклоненным для удобства отсчетов на 45^0 к горизонтали. Контрольные точки на оргстекле освещались в проходящем свете, а на стали – в отраженном свете. Эта методика обеспечила точность измерений u_{max} со средней квадратичной ошибкой 4 %.

К данным эксперимента по $u(z)$ применен аппарат полиномиальной аппроксимации в среднем квадратичном [4]. В результате послойной аппроксимации с погрешностью не выше 20 % получен закон распределения $u(z)$ по ломаной линии. Для каждого слоя отсюда следует параболический закон поперечного сдвига $\alpha(z)$, соответствующий известным решениям в плоской задаче теории упругости [8].

Далее, как частный случай теории [9], в качестве расчетной модели рассматривается прямой стержень прямоугольного сечения, состоящий из $2k + 1$ слоев постоянной толщины. Все слои упругоанізотропны, причем плоскости упругой симметрии слоев параллельны граням стержня. Он обладает симметричной по толщине упругой и геометрической структурой. Нагрузка $p(x,t)$ приложена нормально к торцу балки $z = -h/2$ и отнесена к единице длины стержня.

Отказываясь от вводимой в сопротивлении материалов гипотезы Бернулли, но оставаясь в рамках одномерной теории, предполагаем, что деформации и перемещения упругие и малые; слои работают совместно, без отрыва и скольжения. Формулы обобщенного закона Гука для относительных удлинений заменяются приближенными равенствами:

$$\varepsilon_x^{(i)} = \frac{\sigma_x^{(i)}}{E_1^{(i)}}; \quad \varepsilon_y^{(i)} = -\frac{\nu_{12}^{(i)}}{E_1^{(i)}} \sigma_x^{(i)}; \quad \varepsilon_z = 0, \quad (1)$$

где i – номер слоя, то есть влиянием σ_y , σ_z здесь пренебрегаем; $w = w(x,t)$. В соответствии с экспериментом принят закон изменения напряжения сдвига, определяющий данную теорию,

$$\tau_{xz}^{(i)}(x, z, t) = f(x, t) [G_{12}^{(i)} \alpha_z(z) + A_i]; \quad i = 0, 1, \dots, k, \quad (2)$$

1, 2, 3 – номера координатных осей x, y, z соответственно.

Характеризующая искривление элемента нормали функция $\alpha(z)$ задается так, что

$$\alpha(z) = -\alpha(-z); \quad \alpha_z(z) = \frac{d\alpha}{dz} = \alpha_z(-z); \quad (3)$$

$$\alpha(0) = \alpha_z(h/2) = 0;$$

Отыскание неизвестной функции f , а также прогиба w составляет существо краевой задачи. Константы A_i определяются из условий совместной работы слоев и из способа нагружения стержня. Срединная поверхность стержня остается нейтральной:

$$u(x, 0, t) = 0. \quad (4)$$

На основании линеаризованных формул Коши и обобщенного закона Гука следует:

$$\frac{\partial u_i}{\partial z} = f(x, t) \left[\alpha_z(z) + \frac{A_i}{G_{13}} \right] - \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (5)$$

Интегрируем (5) по z с учетом условий совместности работы слоев (4). Тогда, записывая раздельно сдвиговое и псевдоклассическое слагаемые перемещения, получим:

$$u_{11} = fF_i(z), \quad u_0 = -(\partial w / \partial x)z, \quad u(x, -z) = -u(x, z), \quad (6)$$

а также формулы

$$F_i(z) = \alpha(z) + C_i z + D_i,$$

где C_i, D_i – константы, определяемые через A_i и параметры стержня, и

$$\sigma_{x1}^{(i)} = E_1^{(i)} \frac{\partial f}{\partial x} F_i(z), \quad \sigma_{xa}^{(i)} = E_1^{(i)} \frac{\partial w}{\partial x^2} z. \quad (7)$$

Систему дифференциальных уравнений и граничные условия выведем из вариационного принципа Гамильтона-Остроградского

$$\delta I = 0, \quad (8)$$

где действие I вычисляется по формуле

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \left[b(T - U) + \frac{2}{h} \int_0^a \int_0^{h/2} \rho w dx dz \right] dt. \quad (9)$$

Учитывая формулы для напряжений, получим следующую структуру действия I :

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \int_0^a \int_0^{h/2} R[x, z, t, P_x(x, z, t), P_z, P_t, w, w_t, w_{xx}, w_{xt}] dx dz dt. \quad (10)$$

Здесь

$$P(x, z, t) = f(x, t)F(z), \quad (11)$$

Обобщая формулы вариационного исчисления, рассмотрим трехмерный функционал J со всеми закрепленными концами по x, z, t от r функций и их производных:

$$I = \int_{t_0}^{t_1} \int_{a_0}^{a_1} \int_{c_0}^{c_1} D[x, z, t, \theta^{(1)}(x, z, t), \theta_x^{(1)}, \theta_z^{(1)}, \theta_t^{(1)}, \theta_{xx}^{(1)}, \theta_{xz}^{(1)}, \theta_{zz}^{(1)}, \dots, \theta_{zz}^{(r)}] dx dz dt. \quad (12)$$

Первая вариация будет представлена формулой:

$$\begin{aligned} \delta J = & \int_{t_0}^{t_1} \int_B \sum_{p=1}^r \left[D_{\theta^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_x^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_z^{(p)}} - \frac{\partial}{\partial t} D_{\theta_t^{(p)}} + \right. \\ & \left. + \frac{\partial^2}{\partial x^2} D_{\theta_{xx}^{(p)}} + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} D_{\theta_{xz}^{(p)}} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} D_{\theta_{zz}^{(p)}} \right] \delta \theta^{(p)} dx dz dt + \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \oint_{p=1}^r \left\{ \left[D_{\theta_x^{(p)}} l + D_{\theta_z^{(p)}} n - \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_{xx}^{(p)}} l - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} D_{\theta_{xz}^{(p)}} n - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_{xz}^{(p)}} l - \frac{\partial}{\partial z} D_{\theta_{zz}^{(p)}} n \right] \delta \theta^{(p)} + \left[D_{\theta_{xx}^{(p)}} l + \frac{1}{2} D_{\theta_{xz}^{(p)}} n \right] \delta \left[\frac{\partial \theta^{(p)}}{\partial x} \right] + \right. \end{aligned} \quad (13)$$

$$+ \left[D_{\theta_{xx}^{(p)}} n + \frac{1}{2} D_{\theta_{xz}^{(p)}} l \right] \delta \left[\frac{\partial \theta^{(p)}}{\partial z} \right] \} dldt.$$

Здесь B – боковая поверхность.

На базе соотношений (8)-(13) формулируем краевую задачу изгиба и колебаний пазовой части стержня турбогенератора с учетом поперечного сдвига и инерции осевого движения. Система дифференциальных уравнений Эйлера-Лагранжа имеет вид

$$\begin{aligned} \mu_3 f &= \mu_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \mu_2 \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} - J \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}; \\ \mu_3 \frac{\partial f}{\partial x} &= -\frac{1}{2b} \left[p(x, t) - \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь ζ – плотность стержня на единицу длины, коэффициенты $\mu_{1...3}$, I , J определяются геометрией, плотностью и тензорами упругости слоев.

Вариационное рассмотрение позволяет также получить краевые условия, а применяемая методика – учесть неоднородность закрепления концов стержня B по его высоте.

Краевые условия типа

$$\Lambda [x, z, f_x(x, t), \dots, w_{xx}] \Big|_B = 0 \quad (15)$$

порождаются криволинейно-временным интегралом, который должен обращаться согласно (8) в нуль, подобно трехмерному интегралу и независимо от него. Каждое такое условие можно рассматривать как несчетное множество допустимых краевых условий, где $z = z_0 \in [-h/2, h/2]$. Исключение координаты z , содержащейся в этих условиях (опосредствование), проводится способом, соответствующим реальной конструкции закрепления концов стержня B . Если закреплены два симметричных узких пояса на расстояниях $\pm z_0$ от срединной поверхности, то в (15) полагаем $z = z_0$ (локальное опосредствование). Если закрепление однородно по симметричной относительно $z = 0$ части B , то (15) интегрируем в пределах этой части (интегральное опосредствование). Обоснование такой методики и сопоставление ее с работами других авторов проведено ранее при рассмотрении задачи статического изгиба слоистых плит.

Краевые условия на торцах стержня B' , B'' , следующие непосредственно из принципа Гамильтона-Остроградского в применении к исследуемому стержню, выведены в форме естественных силовых условий:

$$[\sigma_x z]_{B', B''} = 0 \quad (a), \quad \left[\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} z \right]_{B', B''} = 0 \quad (б) \quad (16)$$

и кинематических условий

$$\left[\begin{array}{c} u \\ z \end{array} \right]_{B', B''} = 0 \quad (a), \quad [w]_{B', B''} = 0 \quad (б). \quad (17)$$

Исключение аппликаты z (опосредствование) в соотношениях (16,17) приводит, в частности, при неизменном закреплении по $z \in [-h/2, h/2]$ к интегральному варианту силовых условий:

$$[M]_{x=0,a} = 0 \quad (a), \quad [Q]_{x=0,a} = 0 \quad (б) \quad (18)$$

и кинематических условий

$$\left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf \right]_{x=0,a} = 0 \quad (a), \quad [w]_{x=0,a} = 0 \quad (б). \quad (19)$$

Условия (16) и (17), (18) и (19) с одинаковыми буквенными номерами альтернативны, так что на концах задано по 2 краевых условия. Формулы (18), (19, б) и первый член в (19, а) – псевдоклассические. Второй член в (19, а) вызван учетом сдвига. Здесь

$$K = \frac{2}{h} \sum_{i=0}^k \int_{d_i}^{d_{i+1}} \frac{F_i(z)}{z} dz. \quad (20)$$

Из (18), (19) получаем одноименные с классическими условия закрепления стержня на конце $x = a_1$:

свободный конец

$$[Q]_{x=a_1} = 0, \quad [M]_{x=a_1} = 0; \quad (21)$$

шарнирно опертый конец

$$[M]_{x=a_1} = 0, \quad [w]_{x=a_1} = 0; \quad (22)$$

зашемленный конец

$$\left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf \right]_{x=a_1} = 0, \quad [w]_{x=a_1} = 0; \quad (23)$$

свободно смещающийся, но не поворачивающийся конец

$$[Q]_{x=a_1} = 0, \quad \left[\frac{\partial w}{\partial x} - Kf \right]_{x=a_1} = 0. \quad (24)$$

Данная теория позволяет выполнить расчет функций f , w , вычислить напряжения σ_x , собственные частоты f_i и сопоставить результаты с экспериментом.

Измерение прогибов w осуществлялось в девяти равноотстоящих точках линии на свободной плоскости стержня $z = h/2$ по микрометру, перемещаемому с помощью червячной пары и жестких направляющих вдоль оси стержня.

В соответствии с конструкцией опор, непосредственные краевые условия шарнирного опирания по (16,17) локализируются при $z = \pm h/2$.

Для статического случая точное решение системы (14) дает

$$w = \sum_{i=0}^4 a_i x^i,$$

где a_i – константы, определяемые при заданном законе $\alpha_z(z)$ упругими и геометрическими параметрами стержня. При давлении 0,5 МПа расчетная стрела прогиба равна 0,036426 см при параболическом законе сдвига

$$\alpha_z(z) = h^2/4 - z^2.$$

В первой серии опытов $w = 0,0363$ см, во второй – $w = 0,0360$ см. Расхождение с теорией до 1,2 %. В некоторых точках различие выше, особенно у краев стержня, где оно достигает 16 %. Средняя квадратическая ошибка для стрелы прогиба составляет 5,5 %. Всюду приведены наиболее вероятные, то есть средние арифметические, значения измеренных величин.

На боковой поверхности стержня измерялись также напряжения σ_x с помощью 11 рабочих и 11 компенсационных тензорезисторов (ТР) с базой 3 мм. Рабочие ТР клеились равномерно вдоль оси плоскости $z = h/2$. Для локализации замеров были применены одноэлементные ТР. Они тарировались непосредственно на стальной полосе-слое при определении E и ν . Максимальные измеренные напряжения ниже расчетных от 4,6 до 10 % ($x = 0,45 a$, $0,55 a$ соответственно). Средняя квадратичная ошибка составляет 7,5 кГ/см², или 1,8 % для σ_{max} . Существенные отклонения от расчета обнаружены на расстояниях $(0,05 : 0,95) x/a$. Зависимость σ_x от давления вполне линейна.

При интегральных условиях шарнирного опирания (18, а), (19, б) приходим к уравнению частот

$$\alpha R^2 - \mu_r R + \lambda_r = 0, \quad (25)$$

где $R = \omega^2$, α , μ_r , λ_r , ψ_r , d_r определяются параметрами стержня и номером частоты r . Частоты подсчитываются по формулам

$$f_{1r} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\psi_r - d_r}{2\alpha}}, \quad f_{2r} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\psi_r + d_r}{2\alpha}}. \quad (26)$$

Подсчитываются также коэффициенты

$$\eta_{1r} = \frac{f_{1r}}{f_r^0}, \quad \eta_{2r} = \frac{f_{2r}}{f_r^0}. \quad (27)$$

Расчитывается, кроме того, поправка на осевые силы инерции

$$\beta_{1r} = \frac{f_{1r}}{f_r}, \quad \beta_{2r} = \frac{f_{2r}}{f_r}. \quad (28)$$

Таким образом, учет осевых сил инерции одновременно с основной серией частот f_{1r} дает вторую серию высоких частот f_{2r} с тем же числом полу-волн r . Первая серия соответствует повороту поперечных сечений в ту же сторону, что и касательных к срединной линии стержня, а вторая – повороту в противоположные стороны.

Первый тон колебаний стержня, определенный по этой методике, составил $f_{11} = (359 \pm 1)$ Гц. Узлов по пролету стержня нет. Расчет по теории с учетом сдвигов дает при интегральных краевых условиях шарнирного закрепления $f_{11} = 343$ Гц, а при локальных – 346 Гц. Расхождение с экспериментом 4

%. Средняя квадратичная ошибка последнего 0,4 %. Из классической теории $f_1^{(0)} = 498$ Гц, $\eta_{11} = 0,693$.

3. О стохастических характеристиках. В соответствии с изложенным в первую очередь следовало определить модуль продольной упругости корпусной изоляции E_1 вдоль оси x стержня статорной обмотки (пазовая часть). Определяющая свойства корпусной изоляции стеклослюдинитовая лента наматывается на проводящий стержень под малым углом $\alpha = \text{arctg}(\tau 2nh)$ (τ – ширина ленты, n – число нахлестов, h – высота стержня). Малость α ($\leq 4^{\circ}10'$) позволяет предполагать, что корпусная изоляция в целом также конструкционно ортотропна в осях, совпадающих с направлениями основы и утка стеклоткани [10]. Поэтому следовало определить также значения E_α (нормально к направлению намотки стеклослюдоленты) и E_{45} (под углом 45° к оси стержня), плотность изоляции, а также исследовать ее возможную анизотропию.

Известно, что для ортотропного материала обобщенный закон Гука дает

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E_1} \sigma_x - \frac{\nu_{21}}{E_2} \sigma_y - \frac{\nu_{31}}{E_3} \sigma_z, \quad (29)$$

откуда при одноосном напряженном состоянии по оси x $E_1 = \sigma_x / \varepsilon_1$, где ν – коэффициенты Пуассона; 1, 2, 3 – номера координатных осей x , y , z соответственно. Аналогичные соотношения получают по другим осям. Правая часть в (29) определяется в эксперименте.

Образцы были изготовлены из корпусной изоляции четырех стержней обмотки статора турбогенератора мощностью 300 МВт с помощью алмазного отрезного круга. Другие способы разрезки нарушали целостность изоляции. Соответствующая требованиям стандарта [12] проверка параллельности боковых граней образца и их перпендикулярности к торцам проводилась с помощью инструментального микроскопа. Неперпендикулярность выше $30'$ устранялась шлифовкой. Образцы с изменяющейся более чем на 0,2 мм толщиной или шириной, отбраковывались.

По стреле, измеряемой с помощью щупа, проверялась кривизна образцов. Оценка результатов по формулам теории кривых брусьев показала, что максимальная кривизна (до 0,52 мм на длине 180 мм) практически не влияет на результаты испытаний.

Ширина всех образцов составляла 10 мм, длина 180 мм, толщина 6,7 мм (толщина изоляции). Всего было взято 165 образцов. Плотность изоляции определялась методом обмера и взвешивания (погрешность до 0,5 %), причем масса определялась с точностью до 0,0002 г.

Гипотеза о нормальности распределения ρ для $n = 165$ образцов подтверждается при проверке по критерию χ^2 Пирсона [13] с условием значимости критерия $q = 0,1$. Рассмотрен вопрос о возможной анизотропии по сред-

нему арифметическому значению $\bar{\rho}$ и моде $m_{0\rho}$. Анизотропия незначительна (2,5 и 4,6 % соответственно).

Исследования модуля E_1 проводились испытательной машине Instron. Измерения проводились по линейному участку диаграммы. При выходе в нелинейную зону образец разгружался так, чтобы контрольный опыт проводился в условиях, идентичных основному. Оба замера давали для каждого образца близкие результаты. Погрешность эксперимента по E можно оценить в 5 %.

Данные по E_1 обработаны методами прикладной статистики, как данные по ρ . Получено, что параметр E_1 меняется в пределах $(2,55 \div 7,97) \cdot 10^4$ МПа. Подсчеты дают следующие результаты:

- среднее арифметическое значение $\bar{E}_1 = 5,450 \cdot 10^4$ МПа;
- несмещенная оценка для дисперсии $S_E^2 = 1,669 \cdot 10^8$,
- несмещенная оценка для среднего квадратического отклонения
- $S_E = 1,292 \cdot 10^4$ МПа,
- оценка среднего квадратического отклонения среднего арифметического $S_Z = S_E / \sqrt{n} = 0,2044 \cdot 10^4$ МПа,
- мода $m_0 E_1 = 5,690 \cdot 10^4$ МПа.

Соответственно для плотности ρ кг/м³ получено

$$\bar{\rho} = 1772; S_\rho^2 = 3854; S_\rho = 62,08; m_0 \rho = 1770.$$

Полученные здесь усредненные данные соответствуют параметрам близкого по компонентам S – стеклоэпоксидного связующего [14]:

$$E_1 = 5,27 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \rho = 1990 \text{ кг/м}^3.$$

Проверка нормальности распределения модуля E_1 проведена по критерию Пирсона χ^2 . При уровне значимости критерия $q = 0,10$ $\chi_{11}^2 = 0,103$; $\chi_B^2 = 5,991$. Поскольку $\chi^2 = 0,258$, то гипотеза о нормальности распределения выполняется, так как $0,103 < 0,258 < 5,991$. Данный результат соответствует тому экспериментальному факту, что амплитуды колебаний статорных обмоток электрических машин также распределяются по нормальному закону. По этому же закону распределены E , σ_{ep} и коэффициент линейного расширения для эпоксидного компаунда – одного из основных компонентов корпусной изоляции [15].

Оценка степени анизотропии проведена на ограниченном числе образцов. Значение \bar{E}_{45} ниже \bar{E}_1 на 18,6 %, \bar{E}_α выше \bar{E}_1 на 6,6 %.

Проведено выборочное исследование E_1 при повышенных температурах на пяти образцах. При 80⁰ С E_1 снижается в среднем до 63,7 % от его значения при 20⁰ С, при 120⁰ С – до 39,5 %. Как показывает сравнение, при температуре 110-130⁰ С у изоляции ВЭС-1 E снижается на 30,3 % от его значения при комнатной температуре ($4,22 \cdot 10^4$ МПа). При комнатной температуре у микалентной компаундированной изоляции $E = 2,65 \cdot 10^4$ МПа, у изоляции «Слюдо-

терм» $E = 2,7 \cdot 10^4$ МПа, а для «Монолит-2» $-3,1 \cdot 10^4$ МПа.

Коэффициент корреляции

$$r_{E\rho} = -0,1261.$$

Это соответствует очень слабой связи между модулем упругости E_1 и плотностью ρ изоляции ВЭС-2, а при гауссовском распределении – очень слабой зависимости между ними [16].

Модуль сдвига G_{13} и коэффициент Пуассона ν_{13} определялись с помощью тензорезисторов. Получено, что

$$\bar{G}_{13} = 1,73 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \underline{\underline{S}}_G = 0,109 \cdot 10^4 \text{ МПа}; \quad \bar{\nu}_{12} = 0,183; \quad \underline{\underline{S}}_\nu = 0,0371.$$

Изложенные результаты были применены к расчету низших собственных частот стандартного отрезка стержня в направлениях максимальной и минимальной жесткостей. Эти параметры входили в набор 10-ти параметров математической модели торцевой зоны статорной обмотки [4]. В качестве стандарта длины отрезка бралась 1/10 длины пазовой части стержня для турбогенератора мощностью 500 МВт.

Расчет частот вначале проводился по усредненным данным \bar{E}_1 , \bar{G}_{13} , $\bar{\nu}_{12}$, $\bar{\rho}$ для корпусной изоляции. Для других материалов, составляющих стержень, аналогичные параметры брались из опубликованных в литературе экспериментальных данных – см., например, [17]. Сюда относятся проводниковая медь, стеклолента, стекловолокно, миканит (электроизоляционный материал на основе слюды), стеклотекстолит, асболовсановая лента, асбобумага, алюминивая фольга. Всего $k = 73$ слоя. Рассматриваются колебания в плоскости максимальной жесткости.

Результаты сведены в табл. 1, где m – номер серии частот.

Наблюдается закономерность

$$f_{1r} < f_r < f_r^{(0)} \ll f_{2r}$$

Частоты f_{2r} с ростом r растут медленнее, чем f_{1r} . Влияние поперечного сдвига на частоты первой серии значительно сильнее, чем осевых сил инерции. Частоты второй серии при $r=1 \div 3$ на порядок выше первой.

В реальных конструкциях и стационарных режимах более вероятны колебания типа 1-ой серии. Учет осевых сил инерции необходим для исследования переходных процессов при аномальных режимах (внезапные короткие замыкания, неправильная синхронизация с сетью, потеря возбуждения и др.) [6].

Минимальные, средние и максимальные значения E_1 , ρ и f_1 в абсолютных и относительных единицах приведены в табл. 2. При оценке разброса по частоте учтено, что $r_{E\rho} = -0,1261$.

Эти данные и другие имеющиеся результаты позволяют оценить механическую надежность пазовой части статорной обмотки и всего турбогенератора в эксплуатации [18].

Таблица 1 – Частоты стержня турбогенератора

Параметр	Размерность	m	r	Теория		
				Классиче- ская	С учетом сдвига	
					Без осевых сил	С осевыми силами
f_{mr}	Гц	1	1	381,49	329,65	328,5
		1	2	1525,77	994,12	989,1
		1	3	3432,98	1705,8	1699
		2	1	-	-	5997,6
		2	2	-	-	7964,6
		2	3	-	-	10427
η_f	-	1	1	1	0,86422	0,86111
		1	2	1	0,65155	0,64826
		1	3	1	0,49689	0,49491
		2	1	-	-	15,723
		2	2	-	-	5,2199
		2	3	-	-	3,0378

Таблица 2 – Разброс механических характеристик пазовой части статорной обмотки

Характеристика	Параметры корпусной изоляции				Собственная частота	
	Модуль упругости		Плотность			
	$E_1 \cdot 10^{-4}$ МПа	E_1 / \bar{E}_1	ρ , кг/м ³	$\rho / \bar{\rho}$	f_1 , Гц	f_1 / \bar{f}_1
min	2,55	0,468	1570	0,886	301,8	0,791
M	5,45	1	1772	1	381,5	1
max	7,97	1,462	1900	1,072	447,3	1,173

Выводы. На базе экспериментов разработан метод расчета стержневой обмотки статоров турбогенераторов в стационарных и переходных режимах, включая внезапное короткое замыкание. Вариационное рассмотрение позволило учесть конкретную конструкцию закрепления стержней.

Показано, что модуль упругости и плотность корпусной изоляции стержней распределены по нормальному закону. Выполнена оценка соответствующего разброса по собственным частотам изгибных колебаний для стержневой обмотки.

Перспективы дальнейшего развития данного направления – объединение детерминированного и вероятностного подходов к расчету торцевых и средней зон статора, что позволяет оценить механическую надежность турбогенератора в эксплуатации.

Список литературы: 1. Машины электрические вращающиеся. Турбогенераторы. Межгосударственный стандарт ГОСТ 533–2000. / МЭК 34–3–88. – Киев, 2002. – 28 с. 2. Шидловский А.К., Федоренко

Г.М., Кузьмин В.В. Фундаментальные и прикладные исследования в области энергетического электромашиностроения // Новини енергетики. – 2004. – № 9. – С. 20-28. **3.** *Ubercherst D., Weiland H., Wohrle G.* Life- Management Experiences with Generators in German Utilities. – CIGRE–96. – Report 11-205. – 6 p. **4.** *Остерник Э.С.* Моделирование деформационных полей в электромашиностроении с помощью функций N – переменных // Вестник НТУ «ХПИ», Сб. научных трудов. Тем. выпуск «Динамика и прочность машин». – 2003. – № 8, т. 3. – С. 29–42. **5.** *Harrison H., Hollauf H., Lapointe j.–L.* Design and Experience Feedback of Turbogenerator Retrofit Packages to the United States // Новини енергетики. – 2002. – № 10. – С. 27. **6.** *Хуторецкий Г.М., Токов М.И., Толвинская Е.В.* Проектирование турбогенераторов. – Л., Энергоатомиздат, 1987. – 256 с. **7.** *Станиславский Л.Я., Гаврилов Л.Г., Остерник Э.С.* Вибрационная надежность мощных турбогенераторов. – М.: «Энергия», 1985. – 240 с. **8.** *Кац А.М.* Теория упругости. – СПб: Лань, 2002. – 207 с. **9.** *Остерник Э.С.* Исследование динамики многослойных оболочек и пластин в тяжелом электромашиностроении // Проблемы машиностроения. – 1977. – Вып. 5. – С. 41-47. **10.** *Тарнопольский Ю.М., Кинцис Т.Я.* Методы статических испытаний армированных пластиков. – М.: «Химия», 1975. – 264 с. **11.** ISO Recommendation R 178. Plastics. Determination of Flexural Properties of Rigid Plastics. 1st Edition. February. 1971. Printed in Switzerland. **12.** Пластмассы. Методы определения модуля упругости при растяжении, сжатии и изгибе. ГОСТ 9550 – 81. – М., Госстандарт, 1981. – 10 с. **13.** Методы обработки результатов наблюдений при измерениях // Труды метрологических институтов СССР. – Вып. 134 (194). – М.-Л., Изд-во стандартов, 1972. – 118 с. **14.** Композиционные материалы: В 8-ми т. Пер. с англ./под ред. Л. Браутмана и Р. Крока. – М., Машиностроение, 1978. – Т.7, ч.1. – 300 с. **15.** *Кан К.Н., Николаевич А.Ф., Шаников В.М.* Механическая прочность эпоксидной изоляции. – Л.: «Энергия», 1973. – 152 с. **16.** *Мирский Г.Я.* Характеристики стохастической взаимосвязи и их измерения. – М.: Энергоиздат, 1982. – 320 с. **17.** Справочник по электротехническим материалам / В 3-х т. Под ред. Ю.В.Корицкого, В.В. Пасынова, Б.М. Тареева. – Т. 2. – М.: «Энергия», 1974. – 616 с. **18.** Машиностроение: Энциклопедия в 40 т. // М.: Машиностроение, Т. IV–3. Надежность машин. [В.В.Клюев, В.В.Болотин, Ф.Р.Сосни и др.]. – 1998. – 592 с.

Поступила в редколлегию 30.05.2007

УДК 531

В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, докт. физ.-мат. наук ХНТУСХ;
С.В.ОЛЬШАНСКИЙ, НТУ «ХПИ»

ОБ ЭКСТРЕМУМАХ СКОРОСТИ ПАДЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ТЕЛА ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ

Досліджено екстремальні властивості швидкості вертикального падіння сферичного тіла, радіус якого змінюється в часі по лінійному закону. Визначені також умови, при виконанні яких зберігається монотонність швидкості руху.

The extreme properties of vertical fall speed of a spherical body with linearly changing in time radius are investigated. The conditions of motion speed monotonicity are determined.

Актуальность темы и цель исследования. Формулы, полученные Н.Е.Жуковским при изучении движения тела постоянной массы в газовой среде [1,2], успешно использовались при расчете парашютных систем. Эти результаты были также полезными при проектировании установок автоматического пожаротушения [3], при расчете движения капель распыленных топ-

лив [4] и пр. Существенно то, что вследствие сопротивления газовой среды, падение тела постоянной массы в зависимости от начальных условий происходит с монотонно возрастающей или монотонно убывающей скоростью, которая асимптотически стремится к постоянному значению, называемому скоростью витания. Но такого свойства нет при падении тела переменной массы. Поэтому в данной работе поставлена цель выяснить на простейших линейных моделях характерные особенности, присущие скорости падения тела переменной массы. К таким телам относятся летящие испаряющиеся или сгорающие частицы жидкости и твердых топлив, жидкие частицы огнетушащих веществ, капли воды при движении в условиях конденсации и пр.

Отдельно рассмотрим варианты возрастающей и убывающей масс.

Случай падения тела увеличивающейся массы. Предполагаем, аналогично [5], что радиус сферического тела r является линейной функцией времени t

$$r = r(t) = r_0 + \gamma t, \quad (1)$$

где $r_0 = r(0)$, γ – параметр, характеризующий интенсивность увеличения массы.

Силу сопротивления движению принимаем пропорциональной скорости падения $v = v(t)$ и площади миделевого сечения сферы, т.е. берем в виде

$$R_c(t) = k \frac{\rho_B}{\rho_T} \pi r^2 v.$$

Здесь k – коэффициент аэродинамического сопротивления; ρ_B, ρ_T – соответственно плотности воздуха и падающего тела.

В рамках этих предположений изменение скорости движения сферы описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dv}{dt} + 3(\alpha + \gamma) \frac{v}{r} = g, \quad (2)$$

где $\alpha = \frac{k\rho_B}{4\rho_T}$; g – ускорение свободного падения.

Учитывая (1), перейдем в (2) от производной по t к производной по r . Это преобразование дает

$$\frac{dv}{dr} + \mu \frac{v}{r} = g_1. \quad (3)$$

Здесь $\mu = 3(1 + \alpha/\gamma)$; $g_1 = g\gamma^{-1}$.

Решение уравнения (3) при начальном условии

$$v(r_0) = v_0$$

имеет вид

$$v(r) = \frac{g_1 r}{1 + \mu} + \left(v_0 - \frac{g_1 r_0}{1 + \mu} \right) \left(\frac{r_0}{r} \right)^\mu. \quad (4)$$

Если не учитывать сопротивление среды, в нем следует положить $\mu = 3$.

Заметим, что выражение (4) отличается от ответа к соответствующей задаче в [5] знаком перед g_1 . Следовательно, ответ в [5] соответствует не падению тела вниз, как поставлена там задача, а вертикальному движению вверх.

Чтобы из (4) получить выражение скорости падения тела постоянной массы нужно устремить $\gamma \rightarrow 0$ и раскрыть неопределенность. Это несложно выполнить, учитывая, что

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \gamma(\mu + 1) = 3\alpha ;$$

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} \left(\frac{r_0}{r} \right)^\mu = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \left(1 + \frac{\gamma}{r_0} \right)^{-3\alpha/\gamma} = \exp\left(-\frac{3\alpha \cdot t}{r_0} \right).$$

В итоге для скорости падения тела постоянной массы получаем

$$\lim_{\gamma \rightarrow 0} v(t) = \left(v_0 - \frac{gr_0}{3\alpha} \right) \exp\left(-\frac{3\alpha \cdot t}{r_0} \right) + \frac{gr_0}{3\alpha}.$$

Это монотонная функция, которая при $t \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к значению

$$v_{II} = \frac{gr_0}{3\alpha} = const.$$

Его называют скоростью витания.

Иными свойствами обладает решение (4). Оно не всегда монотонно. Проанализируем, когда нарушается монотонность в (4). Она нарушается при выполнении неравенства

$$v_0 > v^* = \frac{g_1 r_0}{\mu}. \quad (5)$$

Таким образом, если начальная скорость падения тела v_0 меньше v^* , то скорость будет возрастать на всем промежутке движения.

В случае выполнения неравенства (5) решение (4) имеет минимум при $r = r_3$ и это значение легко вычисляется по формуле

$$r_3 = r_0 \left[\mu \left(\frac{(1 + \mu)}{g_1 r_0} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{1 + \mu}}.$$

Минимальная величина скорости падения равна

$$v_{\min} = \frac{g_1 r_3}{\mu} > \frac{g_1 r_0}{\mu}.$$

Поэтому при $v_0 > v^*$ падающее тело сначала замедляется, а после достижения минимума – ускоряется. Такого свойства нет при падении тела постоянной массы.

С ростом t (или r) второе слагаемое в решении (4) стремится к нулю. Следовательно, при больших t асимптотой скорости падения является на-

клонная прямая

$$v_a(t) = \frac{g_1}{1 + \mu} (r_0 + \gamma),$$

причем $\lim_{\gamma \rightarrow 0} v_a(t) = v_{II}$.

Таким образом, падающее тело увеличивающейся массы не имеет скорости витания, установленной для тела постоянной массы.

Случай падения тела убывающей массы. Предполагаем, что радиус сферического тела уменьшается по линейному закону [6]

$$r = r(t) = r_0 - \gamma t,$$

где γ – параметр характеризующий интенсивность уменьшения массы.

Изменение скорости падения такого тела описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{dv}{dt} + 3(\alpha - \gamma) \frac{v}{r} = g. \quad (6)$$

В дальнейшем предполагаем, что $\alpha > \gamma$, т.е. рассматриваем движение при наличии сопротивления.

Для этого случая решение уравнения (6) получим из (4), поменяв там знак у γ . В результате находим

$$v(r) = \left(v_0 + \frac{g_1 r_0}{1 - \nu} \right) \left(\frac{r}{r_0} \right)^\nu - \frac{g_1 r}{1 - \nu}. \quad (7)$$

Здесь $\nu = 3(\alpha - \gamma)/\gamma \neq 1$, $\nu > 0$.

При $\nu = 1$ в решении (7) имеем неопределенность типа 0/0. Раскрыв ее, получаем

$$v(r) = v_0 \frac{r}{r_0} - g_1 r \ln \frac{r}{r_0}. \quad (8)$$

Условием нарушения монотонности в (7) является выполнение неравенства

$$v_0 < v_* = \frac{g_1 r_0}{\nu}.$$

Максимум достигается при

$$r = r_3 = r_0 \begin{cases} \left[1 / \left(\nu \left[1 + \frac{v_0(1-\nu)}{g_1 r_0} \right] \right) \right]^{\frac{1}{\nu-1}}, & \nu \neq 1; \\ \exp \left(\frac{v_0}{r_0 g_1} - 1 \right) \} & \nu = 1. \end{cases}$$

Вычисление максимального значения скорости падения сводится к фор-

муле

$$v_{\max} = \frac{g_1 r_3}{v}$$

Достигнув максимума, далее скорость уменьшается и при $t = r_0/\gamma$ равна нулю. В этом легко убедиться, анализируя поведение решений (7), (8) при $r \rightarrow 0$.

Если $v_0 > v_*$, то скорость падения тела убывающей массы не имеет экстремума. Она монотонно уменьшается от начального значения v_0 до нуля.

Отмеченные особенности сохраняются и в том случае, когда $v = 3\alpha/\gamma$, т.е. не учитывается реактивная сила. С таким движением приходится иметь дело при падении равномерно испаряющихся или обгорающих по всей граничной поверхности сферических тел [6].

Численные результаты. Проведем расчет по предложенным теориям. Для моделирования падения тела с возрастающей массой примем следующие исходные данные: $r_0 = 10^{-3}$ м; $\alpha = 8 \cdot 10^{-5}$ м/с; $\gamma = 2 \cdot 10^{-4}$ м/с. Скорость $v(t)$ вычисляем по формуле (4)

На рис. 1 цифрами 1; 2; 3; 4 отмечены кривые, соответствующие следующим начальным скоростям: $v_0 = 0; 11,68; 25; 40$ м/с.

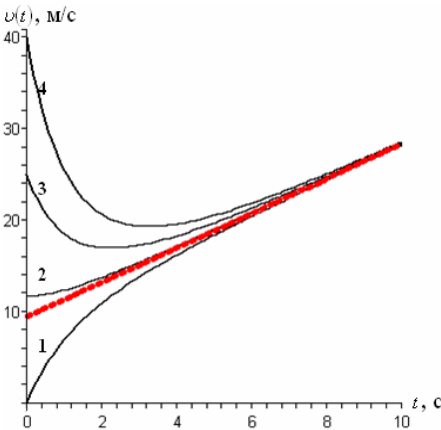


Рисунок 1 – Зависимость скорости от времени для тела возрастающей массы

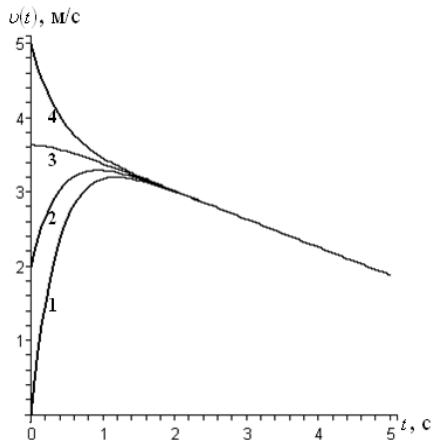


Рисунок 2 - Зависимости скорости от времени для тела убывающей массы

Кривая 1 получена при $v_0 < v^* \approx 11,68$ м/с, когда падающее тело по мере движения ускоряется без начального замедления. Цифрой 2 обозначен график, соответствующий $v_0 = v^*$, на нем также отсутствует экстремум. Кривые 3 и 4 построены для случаев, когда $v_0 > v^*$. На них видны участки замедления, ускорения и минимум скорости. Из рис. 1 следует, что независимо от v_0 с те-

чением времени происходит сближение графиков $v(t)$ близко к указанному то независимо от начального значения скорости падения, с течением времени. Они стремятся к наклонной прямолинейной асимптоте.

Для моделирования движения тела убывающей массы примем следующие исходные данные: $r_0 = 10^{-4}$ м; $\alpha = 10^{-4}$ м/с; $\gamma = 10^{-5}$ м/с. Расчет скорости проводим по формуле (7).

На рис. 2 цифрами 1; 2; 3; 4 отмечены кривые, соответствующие начальным скоростям: $v_0 = 0$; 2; 3,64; 5 м/с.

Кривые 1 и 2 имеют выраженный максимум, кривая 3 получена для граничной скорости $v_0 = v_* \approx 3,64$ м/с, а кривая 4 соответствует монотонному замедлению тела. Независимо от v_0 графики $v(r) \rightarrow 0$ при $r \rightarrow 0$.

Выводы. Отмечен факт отсутствия скорости витания для тела с переменной массой. Аналитически получены условия существования экстремума скорости падения тела с возрастающей или убывающей массой. Установлен линейный характер асимптотики скорости падения тела с возрастающей массой. Независимо от начальной скорости, скорость падения стремится к нулю, когда к нулю стремится размер падающей сферы.

Список литературы: 1. Жуковский Н.Е. Сочинения, том 3. М.: ОНТИ – НКТП, 1936. – 380 с. 2. Жуковский Н.Е. Механика системы. Динамика твердого тела. – М.: Оборонгиз, 1939. – 293 с. 3. Иванов Е.Н. Расчет и проектирование систем пожарной защиты. – М.: Химия, 1977. – 376 с. 4. Лышевский А.С. Распыливание топлива в судовых дизелях. – Л.: Судостроение, 1971. – 248 с. 5. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике. – М.: Наука, 1986. – 448 с. 6. Кучеренко С.І., Ольшанський В.П., Ольшанський С.В., Тищенко Л.М. Моделивання польоту крапель, які випаровуються при русі в газі. – Харків: Едена, 2006. – 204 с.

Поступила в редколлегию 14.02.2007

УДК 536.26

В.О.ПОВГОРОДНИЙ, канд.техн.наук; ИПМаш НАН Украины

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПЛАТЫ С РАЗМЕЩЕННЫМИ НА НЕЙ ЭЛЕКТРОННЫМИ РАДИОТЕХНИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Визначаються температурні напруження для плати з розміщеними на них електронними радіотехнічними елементами (ЕРЕ), виходячи з вирішення задачі теплопровідності та термопружності. Температурні напруження визначаються за допомогою аналогової залежності та чисельно за допомогою комплексу програм ANSYS для прямокутної пластини. Результати розрахунку необхідні для вибору системи охолодження. Такі плати з ЕРЕ та рідинною системою охолодження використовуються в бортовій радіоелектронній апаратурі вітчизняних літаків.

In this article the temperature stresses for plate with radio-electronic elements are determined. For this purpose the problems of heat conduction and thermoelasticity are solved. Temperature stresses are found by ANSYS complex for rectangular plates. The results are required to make choice of cooling system. These plates with radio-electronic elements and water cooling system are used in the airborne equipment of native airplanes.

Чаще всего отказ радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) происходит из-за несоблюдения при их проектировании требований по устойчивости к механическим и тепловым воздействиям. В этой связи большое внимание сегодня уделяется разработке и внедрению методов теплофизического проектирования с учетом температурных напряжений. Сами температурные напряжения возникают в данных конструкциях и вызывают разрушения вследствие:

- наличия температурного градиента;
- несвободное тепловое расширение отдельных частей платы или невозможность этого (фиксация платы в направляющих штырях);
- для хрупких материалов (керамика, стекло, гетинакс, чугун) однократное воздействие неравномерного температурного поля.

Таким образом, при эксплуатации бортовой аппаратуры возникают отказы, которые можно разбить на три группы:

- разрушение стеклотекстолитовой (гетинаксовой) пластины,
- разрыв контактной дорожки и нарушение крепления ЭРЭ и его внешних выводов, выпучивание (изгиб) пластины (платы).

Исходные данные:

длина платы $a = 0,14$ м;

ширина платы $b = 0,12$ м;

толщина платы $h = 0,0015$ м;

неравномерность температурного поля платы $A = 0,3$;

коэффициент теплопроводности платы $K_{\text{тепл}} = 7,3 \cdot 10^{-8}$ м²/с;

коэффициент конвективного теплообмена плоскости платы $h_{s1} = 1$;

коэффициент конвективного теплообмена плоскости платы $h_{s2} = 1$;

коэффициент конвективного теплообмена плоскости платы $h_e = 1$;

коэффициент линейного температурного расширения материала платы

$$\alpha = 1,78 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{К}};$$

модуль упругости (Юнга) материала платы $E = 2,1 \times 10^9$ Па;

коэффициент Пуассона материала платы $\mu = 0,15$.

Термосиловая нагрузка на плату:

$$F(x,y,t) = (1 - e^{-At}) \cdot (x - a)^2 \cdot (x + a)^2 \cdot (y - b)^2 \cdot (y + b)^2.$$

$A = 0,3$ – неравномерность температурного поля.

Квадрат каждого сомножителя обозначает жесткую заделку.

Задание нагрузки – кинематическое через опоры.

Первый вид отказа происходит из-за превышения допустимой величины температурных напряжений. Материалы, из которых изготавливаются платы, должны обладать высоким уровнем термических и механических свойств. Стеклотекстолит, несмотря на высокую температуру плавления (2050 °С) обладает достаточно низкой термостойкостью. Кроме того, теплопроводность стеклотекстолита не высокая и к тому же падает с повышением температуры. Поэтому плата с ЭРЭ не успевает при интенсивном нагреве или охлаждении нагреваться или охлаждаться в полном объеме, что приводит к значительным температурным градиентам (допустимо для плат 10 град./мм), вызывающим в свою очередь большие температурные напряжения. Кроме того, при превышении допустимой величины температурных напряжений стеклотекстолитовая плата разрушается вдоль линии, которая отражает наиболее слабые связи между компонентами стеклотекстолита. Очень вредны резкие колебания температуры (перепады температур), которые также способствуют появлению трещин и ослаблению механических соединений. Влажность также оказывает отрицательное влияние, так как при колебаниях температуры в условиях влажного воздуха (тропический климат) происходит «отпотевание» аппаратуры (РЭА), на ее узлах конденсируется влага, что создает возможность образования электрических пробоев.

В реальных платах с ЭРЭ концентраторами напряжений могут быть микротрещины, слишком крупные зерна стеклотекстолита, места плохого соединения слоев стеклотекстолита и стеклотекстолита с проводным монтажом. Процесс разрушения начинается с этих слабых звеньев, в результате чего нагрузка на оставшиеся звенья структуры увеличивается, что влечет за собой разрушение последних и в конечном счете всей пластины (платы с ЭРЭ).

Для определения температурных напряжений необходимо решать задачу термоупругости. В настоящий момент допустимые температурные напряжения стеклотекстолита мало известны, а их измерение влечет большие технические трудности.

Второй вид отказа на платах с ЭРЭ – разрыв контактной дорожки. В этом случае стеклотекстолитовая плата остается целой, а электрическая цепь разрывается, и плата, так сказать, перестает выполнять свои функции (неправильные показания высоты, скорости и числа Маха, температуры забортного воздуха и т.д.). Причин, вызывающих разрыв контактных дорожек несколько: большая величина плотности тока, неточности в некоторых участках ширины и толщины, а также разрыв контактных дорожек может происходить из-за больших температурных напряжений. Если связь между контактной дорожкой и стеклотекстолитом слабая, то большое температурное напряжение может привести к местному разрушению связующих звеньев. При этом нагрузка на остальные звенья может не превысить предельной, и плата останется целой, а контактная дорожка (печатный монтаж) разорвется. Этот случай происходит

чаще первого, так как локальный нагрев из-за большой величины плотности электрического тока вызывает большие температурные напряжения, которые могут привести к обрыву контактной дорожки или даже к разрушению всей платы. Разрушение контактной дорожки может происходить из-за наличия микротрещины, которая в результате температурных напряжений может увеличиваться до таких размеров, что произойдет доступ воздуха к контактной дорожке.

Еще один вид отказа – выпучивание (изгиб) и, соответственно, нарушение зазора между платами. Именно для этого вида отказа приводится далее решение задачи термоупругости.

Как следует из литературы, в результате действия малоцикловой нагрузки возникает термоусталостное разрушение, которое проявляется в виде поверхностных трещин, которые возникают после нескольких десятков циклов теплосмен. Трещины в большинстве случаев возникали и развивались в пограничной области стекловолокно-связующее, причем их количество и размеры с увеличением числа теплосмен непрерывно возрастают.

Рассмотрим реальную конструкцию – плату разовых команд, входящую в состав модуля воздушных параметров (МВП), изображенную на рис. 1.

Для упрощения модели отдельные ЭРЭ могут объединяться в один узел [1]. При этом ЭРЭ рассматриваются как точечные источники тепловыделения и сосредоточенные массы, находящиеся в соответствующих узлах. Упрощенная модель подкрепленной пластинки представлена на рис. 2.

Температурный режим элементов и, соответственно, выбор и расчет системы охлаждения в перспективе, определяется мощностью тепловыделения и отводимыми тепловыми потоками, обусловленными конвекцией, излучением, а также теплопроводностью через выводы, связывающие элемент с нижним слоем и через непосредственный контакт с верхним слоем. Если ЭРЭ не имеет непосредственного контакта с платой, то моделируется теплопередача через воздушный зазор.

Как правило, максимальная температура в РЭА достигается в стационарном режиме. Поэтому, и рассматривают задачу проектирования в стационарной постановке. В первом приближении перепадом температуры по толщине платы можно пренебречь и рассматривать задачу в двумерной постановке. Тогда термонапряженное поле платы описывается двумерными аналогами уравнений теплопроводности и термоупругости (задача связанная).

Математическая модель

1.1. Основные уравнения термоупругости

Эффект термического расширения учитывается в рамках линейной теории упругости [2]. Приведем основные уравнения теплопроводности и термоупругости, которые включают в себя уравнение для смещений твердого те-

ла и уравнения для распределения температуры. Рассматриваемые в теории теплопроводности задачи связаны, как правило, с нахождением температурного поля на основе заданных граничных тепловых условий и механических условий [3].

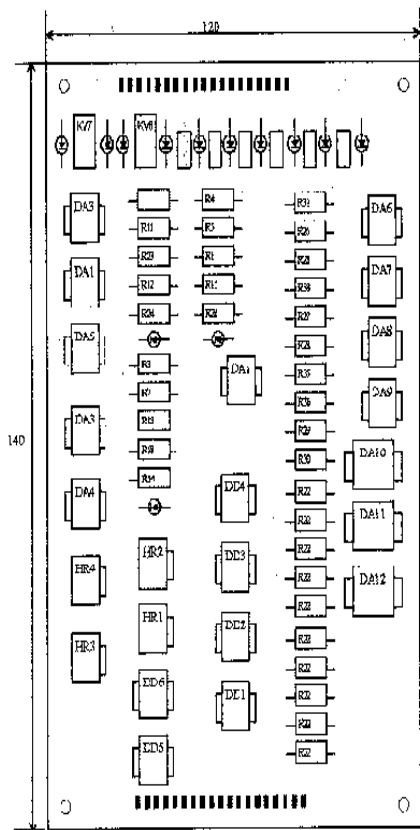


Рисунок 1 – Плата разовых команд с размещенными на ней ЭРЭ

Тепловой и термочнойной анализы, а именно, расчет термонапряженного состояния (ТНС) были проведены как с помощью комплекса программ ANSYS, так и с помощью программ, составленных на языке FORTRAN.

2. ТЕПЛОВОЙ АНАЛИЗ

Несколько слов о комплексе программ ANSYS. В программе ANSYS реализованы расчетные средства для трех видов теплообмена: конвективного (свободного и вынужденного) и радиационного. Эти средства используются

при проведении стационарного, нестационарного, линейного или нелинейного теплового анализа.

С помощью программы ANSYS будет выполняться тепловой анализ для следующих задач:

- стационарная теплопроводность;
- неустановившийся температурный режим;
- расчет температурных напряжений и деформаций.

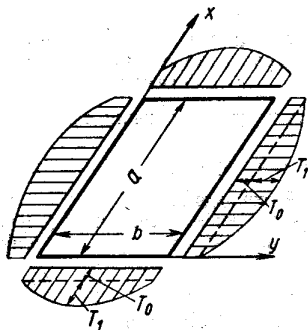


Рисунок 2 – Закрепленная прямоугольная плита

2.1. Стационарная теплопроводность

Стационарный тепловой анализ определяет установившееся распределение температур в конструкции и тепловые потоки. Можно задавать такие «нагрузки», как конвективная теплоотдача с поверхности, тепловые потоки, плотность тепловых потоков, мощность тепловых источников и заданные температуры. Анализ может быть линейным или нелинейным.

В линейном установившемся процессе теплопередачи отсутствует влияние «тепловых» масс (удельных теплоемкостей) и не учитывается зависимость теплофизических свойств материала от температуры. Производная температуры по времени $\{T\}$ равна нулю, а коэффициенты матрицы эффективной теплопроводности постоянны. В этом случае разрешающее уравнение приводится к виду:

$$[k] [T] = [Q],$$

где $[T]$ – вектор температур в узлах;

$[k]$ – эффективная теплоемкость;

$[Q]$ – тепловой поток.

Эта система линейных совместных уравнений решается за одну итерацию, применяется для расчета процессов линейного конвективного переноса тепла.

Результаты решения, для линейного и нелинейного анализа, представляют собой значения температуры и плотности теплового потока в узлах. Эти данные могут быть использованы при постпроцессорной обработке для по-

строения картины изотерм в расчетной модели.

3. ТЕРМОПРОЧНОСТНОЙ АНАЛИЗ

Средства термopрочностного анализа программы ANSYS позволяют использовать результаты решения задачи теплообмена для проведения прочностного анализа. Такая возможность удобна при определении влияния температурного поля на прочность конструкции. Пользователь может задать тепловую нагрузку отдельно или в совокупности с механическими нагрузками.

В программе ANSYS доступны два способа связывания теплового и прочностного анализов. Первый состоит в том, что эти два анализа делаются друг за другом. Сначала получают температурное поле в модели для заданных граничных условий теплообмена. Значения температур затем используются в виде нагрузок на стадиях препроцессорной подготовки и получения решения при последующем прочностном анализе.

Второй способ предусматривает проведение совместного термopрочностного решения. В программе ANSYS это достигается использованием конечных элементов связанной задачи, которые имеют как тепловые, так и прочностные степени свободы. Из этих элементов создается расчетная модель и задаются тепловые и механические граничные условия.

С помощью процедуры совместного решения возможно объединить такие сложные задачи теплообмена и расчета на прочность, как нестационарный тепловой и нелинейный динамический анализы. Результаты расчета температурного поля и поля температурных напряжений приведены на рис. 3.

Результаты данной задачи были получены и при помощи программ на Фортране.

Система дифференциальных уравнений, которые описывают температурные и упругие свойства пакета плат и, соответственно, материала плат (стеклотекстолита СТЭФ) приведена выше.

Математическая постановка прямой задачи термоупругости указана выше.

Прямая задача решается с использованием МКЭ [4].

Температура в приборном отсеке (температура окружающей среды) доходит до 82,5 град. Цельсия при работе в наиболее сложных нагруженных режимах.

Рассмотрим упомянутый выше третий вид отказов – выпучивание платы ПРК. Задача решалась в двумерной постановке.

Граничные условия тепловые 3-ого рода:

$$\begin{aligned} \mathbf{t} = \mathbf{0}, \quad T(x,y,t) = 0; \\ \mathbf{x} = \mathbf{a}, \quad -\lambda_1 \left[\left[\frac{\partial t}{\partial x} \right] + h_e \cdot T \right] = 0; \end{aligned}$$

$$x = 0, \quad \lambda_2 \left[\left[\frac{\partial t}{\partial x} \right] + h_e \cdot T \right] = 0;$$

$$y = b, \quad -\lambda_3 \left[\left[\frac{\partial t}{\partial x} \right] + h_e \cdot T \right] = 0;$$

$$y = 0, \quad \lambda_4 \left[\left[\frac{\partial t}{\partial x} \right] + h_e \cdot T \right] = 0.$$

Механические граничные условия:

- прогиб u по точечным опорам равен нулю;
- производная прогиба u по времени t (угол поворота) равен нулю.

Температурное поле и поле температурных деформаций:

$$T(x, y) = T_0 + \frac{R_T}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \cos \left[\left((\pi(m+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366x}{a} \right) \right] \times \\ \times \cos \left[\left((\pi(n+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366y}{b} \right) \right];$$

$$\varepsilon(x, y) = \frac{\alpha}{\mu - 1} \cdot \left[T_0 + \frac{R_T}{1 - \mu^2} \cdot \left(\frac{h}{b} \right)^2 \right] \cdot \cos \left[\left((\pi(m+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366x}{a} \right) \right] \times \\ \times \cos \left[\left((\pi(n+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366y}{b} \right) \right].$$

Температурные перемещения:

$$T(x, y) = T_0 + \frac{R_T}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \cos \left[\left((\pi(m+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366x}{a} \right) \right] \times \\ \times \cos \left[\left((\pi(n+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366y}{b} \right) \right].$$

Температурные напряжения:

$$G(x, y) = \frac{\alpha \cdot E}{\mu - 1} \cdot \left[T_0 + \frac{R_T}{1 - \mu^2} \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \left(\frac{h}{b} \right)^2 \cdot \cos \left[\left((\pi(m+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366x}{a} \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \cos \left[\left((\pi(n+2))! \right)^{0,5} \cdot \left(0,318 - \frac{0,6366y}{b} \right) \right] \right],$$

где a, b – стороны платы, T_1, T_0 – начальное и конечное значение темпе-

ратуры на поверхности платы.

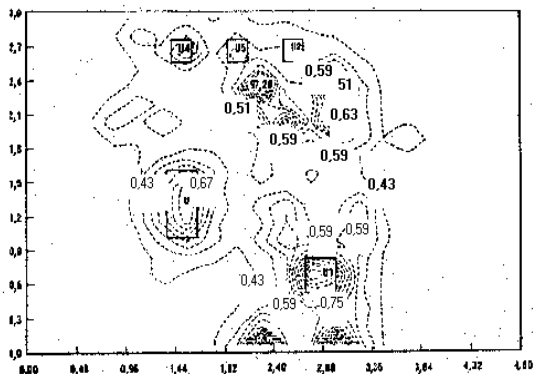


Рисунок 3 – Распределение температурных напряжений на плате

Максимальное температурное напряжение 0,67 МПа

Минимальное температурное напряжение 0,51 Мпа

Предел прочности стеклотекстолита СТЭФ 1,6 Мпа

Запас прочности 2,4

Выводы.

Экономичность состоит в том, что дороговизна и сложность экспериментальных исследований вызывает необходимость создания расчетно-теоретических методик исследования данных технических объектов.

Список литературы: 1. Ди Ре Д.Д., Френкс Д.Е., Чжой Х.С. Автоматизированная система проектирования печатных плат с учетом тепловой надежности // *Аэрокосмическая техника*. – № 4. – 1988. – С. 105-109. 2. Степин П.А. Соппротивление материалов. – М.: Интеграл-пресс, 1997. – 320 с. 3. Пискунов В.Г., Силепов В.С. Уточненная модель распределения температурного поля для решения задач термоупругости слоистых систем // *Доповіді УРСР, Серія А, № 51987*. – С. 49-52. 4. Повгородний В.О. Прогнозирование показателей надежности механических конструкций бортовой аппаратуры Автореф. дис. канд. техн. наук: Харьков, 2004. – 20 с.

Поступила в редакцию 25.02.2007

И.Л.СОЛОВЬЕВ, канд.техн.наук, НТУ, Киев

КРИТИЧЕСКИЕ СОСТОЯНИЯ КОНСОЛЬНЫХ УПРУГИХ ТРУБ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ И НЕКОНСЕРВАТИВНЫХ НАГРУЗОК

Розглянуто задачу про квазістатичну та динамічну втрату стійкості пружних тонкостінних консольних циліндричних труб, що обертаються, під дією осьових слідкуючих навантажень. Досліджено залежність характеру їх втрати стійкості від співвідношення між параметрами кутової швидкості обертання та величини слідкуючого навантаження.

The problem of quasi-static and dynamic buckling of the elastic thin-wall console cylinder tubes rotating under axial non-conservative loading is considered. The dependence of their buckling character from the ratio between the parameter of angular velocity and value of non-conservative loading is investigated.

Введение. Характер критического состояния, возникающего в тонкостенной упругой системе, определяют типы действующих на нее сил. Силы, которые могут быть вычислены из условия сохранения энергии в чисто механическом смысле этого слова, называются консервативными. Их применение в строительной механике и теории упругости связано с основным допущением, что равновесная деформируемая система находится под действием сил, действующих на основную недеформируемую систему. Это допущение, которое используется для обоснования общей теории Кирхгофа о единственности, должно быть отброшено в задачах устойчивости. При этом очень важным является фактор, связанный с сохранением или изменением направления сил при потере устойчивости системы (рис. 1). Среди нагрузок последнего типа можно выделить класс сил, действующих по направлению касательной к осевой линии на свободном конце консольного стержня. Неконсервативные нагрузки такого типа называются следящими (рис. 1,б,в).

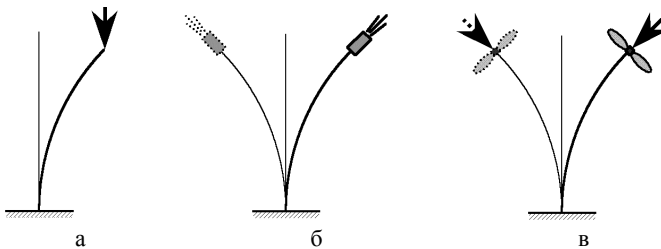


Рисунок 1 – Схема нагружения трубы продольными силами

К специальному классу сил можно отнести также гироскопические силы,

вызванные взаимодействием вращательного и линейного движений упругой системы. Как известно [1] гироскопические силы могут оказывать не только стабилизирующее и дестабилизирующее влияние на вращающуюся упругую конструкцию, но также существенно изменяют и форму ее движения.

Обзор литературы и цель исследования. Проблема исследования потери устойчивости равновесия упругих труб занимает одно из центральных мест в механике деформируемого твердого тела. Как правило, эти исследования проводятся с использованием концепции статического выпучивания оболочки на основе линейаризованных разрешающих уравнений. Однако развитие турбо- и авиастроения показало, что в ряде случаев классические подходы, основанные на методах статике, оказываются непригодными для решения подобных задач, поскольку на оболочечные конструкции этих систем действуют неконсервативные внешние силы и гироскопические силы инерции и они теряют устойчивость равновесия путем перехода в режимы колебательных движений. С учетом этой особенности устойчивость равновесия таких систем должна проверяться на основе динамического подхода. В данной работе изучается устойчивость равновесия вращающихся труб под действием следящих осевых нагрузок.

Вопрос анализа динамической потери устойчивости равновесия стержневых конструкций под действием следящих сил рассмотрен в [2], исследование выпучивания упругих валов выполнено в [3-6], изучению устойчивости тонких оболочек при простом и сложном вращениях посвящены работы [7-9]. Учитывая, что вращающиеся оболочки роторов турбин авиационных двигателей испытывают кроме действия сил инерции также осевое сжатие или растяжение следящими силами, можно заключить, что проблема анализа статических и динамических эффектов, сопутствующих этим явлениям, является весьма актуальной. Данная работа посвящена компьютерному моделированию этих явлений.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу о динамической устойчивости тонких вращающихся цилиндрических оболочек, подверженных действию осевых сжимающих или растягивающих следящих сил. Примем, что один край оболочки является свободным, другим краем она жестко присоединена к вращающемуся основанию. Ось вращения основания совпадает с осью оболочки. К свободному краю оболочки приложены продольные равномерно распределенные следящие силы, сжимающие или растягивающие ее в осевом направлении. Исследуется возможность бифуркационного перехода квазистатического равновесия вращающейся оболочки в режим ее колебаний.

Для исследования динамической потери устойчивости вращающейся цилиндрической оболочки используется подход, предложенный в [5] при анализе выпучивания консольных стержней под действием следящей силы. Он основан на установлении зависимости частоты собственных колебаний упругой

системы от интенсивности следящей силы. Значения следящих сил, при которых система теряет возможность совершать периодические колебания, считаются критическими. Этот подход используется ниже для моделирования потери устойчивости оболочек.

Примем, что тонкостенная цилиндрическая оболочка связана с жестким носителем, который вращается вместе с системой координат $Oxuz$ с постоянной по модулю угловой скоростью $\bar{\omega}$ относительно оси симметрии Oz . На срединной поверхности оболочки введем ортогональную криволинейную систему координат $Ox^1x^2x^3$.

Уравнения динамического равновесия элемента оболочки, которые записаны в криволинейной ортогональной системе координат $Ox^1x^2x^3$ с базисными векторами \bar{e}_α на поверхности, имеют вид

$$\nabla_\alpha \bar{T}^\alpha + \bar{p} = 0; \quad \nabla_\alpha \bar{M}^\alpha + (e_\alpha \times \bar{T}^\alpha) \sqrt{a_{11}a_{22}} = 0 \quad (\alpha = 1, 2). \quad (1)$$

Здесь \bar{T}^α – вектор внутренних сил в оболочке, \bar{M}^α – вектор внутренних моментов, a_{11}, a_{22} – коэффициенты первой квадратичной формы срединной поверхности, \bar{p} – вектор интенсивности внешней распределенной нагрузки.

Используя соотношения связи между контравариантными компонентами функций внутренних сил T^{ij} и моментов M^{ij} и ковариантными составляющими функций деформации ε_{ij} и изменения кривизн μ_{ij}

$$\begin{aligned} T^{ij} &= Eh \varepsilon_{\alpha\beta} (a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}) / (1-\nu^2); \\ M^{ij} &= Eh^3 \mu_{\alpha\beta} (a^{ij} a^{\alpha\beta} + (1-\nu) a^{i\alpha} a^{j\beta}) / 12(1-\nu^2), \end{aligned} \quad (2)$$

выразив эти функции через ковариантные компоненты u_1, u_2, u_3 вектора перемещений \bar{u} и угла поворота ϑ_i сечений

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= (\bar{e}_i \cdot \partial \bar{u} / \partial x^j + \bar{e}_j \cdot \partial \bar{u} / \partial x^i + \vartheta_i \cdot \vartheta_j) / 2; \quad \vartheta_i = (\partial \bar{u} / \partial x^i) \bar{e}_3; \\ \mu_{ij} &= (\bar{e}^k / c^{ik} \cdot \partial \bar{\Omega} / \partial x^j + \bar{e}^k / c^{jk} \cdot \partial \bar{\Omega} / \partial x^i) / 2; \\ \bar{\Omega} &= c^{ij} \vartheta_i \bar{e}_j, \quad (i, j, k = 1, 2) \end{aligned} \quad (3)$$

и учтя при раскрытии векторных операций в (1) изменение параметров b_i^j второй квадратичной формы в процессе деформации оболочки, получим нелинейные уравнения ее динамического равновесия.

Для рассмотренных случаев вектор \bar{p} является силой инерции сложного движения, который находится по формуле $\bar{p} = -\gamma \bar{a}$, где γ – плотность материала оболочки, h – ее толщина, \bar{a} – абсолютное ускорение ее элемента.

При моделировании эффектов потери устойчивости оболочки используются геометрически нелинейные соотношения теории оболочек и последовательно рассматриваются два ее состояния [10]. Сначала выделяется состояние простого вращения оболочки с угловой скоростью ω и подсчитываются функ-

ции, которые определяют поля ее напряжений и деформаций, возникающие от вращения и действия осевой силы. Потом нелинейные уравнения движения линеаризуются в окрестности этого состояния, и с их помощью исследуется устойчивость оболочки.

В общем случае контравариантные компоненты векторов ускорений подчитываются по формулам [11]

$$\begin{aligned}
 a_e^1 &= -\omega^2 r \sin \varphi / \sqrt{a_{11}} - \omega^2 u_1 \sin^2 \varphi / a_{11} + \omega^2 u_3 \sin \varphi \cos \varphi / \sqrt{a_{11}} ; \\
 a_e^2 &= -\omega^2 u_2 / a_{22} ; \\
 a_e^3 &= \omega^2 r \cos \varphi + \omega^2 (u_1 \sin \varphi / \sqrt{a_{11}} - u_3 \cos \varphi) \cos \varphi ; \\
 a_c^1 &= -2\omega \dot{u}_2 \sin \varphi / \sqrt{a_{11} a_{22}} ; \\
 a_c^2 &= 2\omega \dot{u}_1 \sin \varphi / \sqrt{a_{11} a_{22}} - 2\omega \dot{u}_3 \cos \varphi / \sqrt{a_{22}} ; \\
 a_c^3 &= 2\omega \dot{u}_2 \cos \varphi / \sqrt{a_{22}} ; \\
 a_r^1 &= \ddot{u}_1 / a_{11} ; \quad a_r^2 = \ddot{u}_2 / a_{22} ; \quad a_r^3 = \ddot{u}_3 .
 \end{aligned} \tag{4}$$

Особенность этих соотношений заключается в том, что они включают кориолисовы ускорения, с которыми связаны гироскопические силы инерции.

В данной работе изучаются критические состояния простого вращения оболочки, которые реализованы по наименее энергоемкой форме деформирования. Будем аппроксимировать искомые функции первыми гармониками $\sin(ct + x^2)$, $\cos(ct + x^2)$ по фазовой координатой $ct + x^2$, где c – частота свободных колебаний [8, 9]. Тогда с учетом этого упрощения из (1) – (4) можно получить уравнение свободных колебаний

$$\begin{aligned}
 dT^{(11)}/dx^1 - T^{(12)} + (2\Gamma_{11}^1 + \Gamma_{21}^2)T^{(11)} + \Gamma_{22}^1 T^{(22)} - b_1^1 T^{(13)} - \\
 - \omega^2 \Delta \vartheta_{(1)} r / a_{11} - c^2 u_{(1)} / a_{11}] = 0 ; \\
 dT^{(12)}/dx^1 + T^{(22)} + (3\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{11}^1)T^{(12)} - b_2^2 T^{(23)} - \\
 - \mathcal{H}[-\omega^2 \vartheta_{(2)} r / a_{22} - 2\omega c u_{(3)} / \sqrt{a_{22}} - c^2 u_{(2)} / a_{22} - \omega^2 u_{(2)} / a_{22}] = 0 ; \tag{5} \\
 dT^{(13)}/dx^1 - T^{(23)} + (\Gamma_{12}^2 + \Gamma_{11}^1)T^{(13)} + b_{11} \Delta T^{(11)} - \mu_{(11)} T_0^{(11)} + b_{(22)} T^{(22)} - \\
 - \mu_{(22)} T_0^{(22)} - \mathcal{H}[-2\omega c u_{(2)} / \sqrt{a_{22}} - \omega^2 u_{(3)} - c^2 u_{(3)}] = 0 .
 \end{aligned}$$

Отметим, что свободные колебания, которые описываются этой системой, имеют вид гармонической волны, бегущей в окружном направлении с угловой скоростью c . Причем, если при $\omega = 0$ каждая из частот c является двукратной и волны оказываются стоячими, то при $\omega \neq 0$ кратные частоты расщепляются на две и их моды начинают прецессировать в разных направлениях. Отрицательной частоте c отвечает прецессия в направлении вращения оболочки (прямая регулярная прецессия); положительной частоте c – прецессия в обратном направлении (обратная регулярная прецессия).

Методика исследования. Частные решения системы обыкновенных однородных линейных дифференциальных уравнений восьмого порядка относительно функций $u_{(1)}, u_{(2)}, u_{(3)}, \vartheta_{(1)}, \varepsilon_{(11)}, \varepsilon_{(12)}, \mu_{(11)}, T^{(13)}$ с независимой переменной x^1 дифференциальных уравнений (5) строятся методом начальных параметров.

В общем виде система уравнений (5) может быть представлена в форме

$$d\vec{y}/dx = A_1(x)\vec{y}. \quad (6)$$

Здесь $\vec{y} = \vec{y}(x)$ – искомая вектор-функция размера 8×1

$$\vec{y} = (u_{(1)}, u_{(3)}, \vartheta_{(1)}, \varepsilon_{(11)}, \mu_{(11)}, T^{(13)}, u_{(2)}, \varepsilon_{(12)})^T, \quad (7)$$

$x \equiv x^1$ – независимая переменная, изменяющаяся в пределах $0 \leq x \leq L$, $A_1(x)$ – матрица коэффициентов восьмого порядка, обусловленная уравнениями теории оболочек и соотношениями, которые задают коэффициенты первой и второй квадратичных форм.

Решение системы (6) должно удовлетворять краевым условиям

$$B\vec{y}(0) = 0, \quad D\vec{y}(l) = 0, \quad (8)$$

где постоянные матрицы B и D имеют размеры 4×8 .

Вектор-функция $\vec{y}(x)$ строится в форме общего решения $Y(x)\vec{C}$ однородного уравнения, где $Y(x)$ – фундаментальная матрица решений. Вектор \vec{C} находится из условий (8).

Задача о статической устойчивости вращающейся оболочки решается на основе уравнений (6) путем определения бифуркационных значений ω ($c = 0$), при которых эта система имеет нетривиальные решения. Они отвечают вырождению определителя матрицы системы алгебраических уравнений, вытекающей из условий (8), и являются критическими.

Результаты исследований. С помощью разработанной методики выполнен анализ статической потери устойчивости цилиндрических оболочек при простом вращении.

Были рассмотрены оболочки радиуса $R = 0,05$ м, длины $l = 2$ м, 1 м и 0,5 м. Толщина оболочки составляла $h = 10^{-3}$ м, модуль упругости материала $E = 2,1 \times 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$.

Сравнительно большое отношение длины оболочки к ее диаметру позволило исследовать ее устойчивость с помощью двух математических моделей – теории балок и теории оболочек, которая описана выше. Сначала рассматривалась статическая устойчивость вращающихся оболочек, предварительно напряженных продольно распределенными следящими силами, которые сжимают или растягивают ее в осевом направлении. Критические значения угловых скоростей вращения оболочки при разных значениях этих сил приведен-

ные в таблице.

Приведенные данные позволяют сделать вывод о том, что найденные для оболочек критические значения угловой скорости оказались несколько меньше соответствующих значений, подсчитанных по теории балок ($l = 1, l = 0,5$), и немного больше соответствующих значений для случая $l = 2$.

Критические значения угловых скоростей вращения оболочек
при разных значениях следящих сил

Тип теории	$l, м$	$N = 0, H$	$N = -10^4, H$	$N = 10^4, H$	$N = -10^5, H$	$N = 10^5, H$
Теория оболочек	$l = 2$	$162,17 c^{-1}$	$164,79 c^{-1}$	$159,62 c^{-1}$	$192,32 c^{-1}$	$139,71 c^{-1}$
	$l = 1$	$639,01 c^{-1}$	$641,48 c^{-1}$	$636,56 c^{-1}$	$664,63 c^{-1}$	$615,36 c^{-1}$
	$l = 0,5$	$2462,51 c^{-1}$	$2464,59 c^{-1}$	$2460,93 c^{-1}$	$2481,41 c^{-1}$	$2444,80 c^{-1}$
Теория балок	$l = 2$	$161,26 c^{-1}$	$164,01 c^{-1}$	$158,58 c^{-1}$	$192,34 c^{-1}$	$137,14 c^{-1}$
	$l = 1$	$645,04 c^{-1}$	$647,77 c^{-1}$	$642,34 c^{-1}$	$673,07 c^{-1}$	$618,72 c^{-1}$
	$l = 0,5$	$2580,18 c^{-1}$	$2582,90 c^{-1}$	$2577,47 c^{-1}$	$2607,54 c^{-1}$	$2553,24 c^{-1}$

Динамическая потеря устойчивости упругой системы при действии следящих сил сопровождается ее переходом в режим колебаний с увеличивающейся амплитудой. В этом случае частоты ее собственных колебаний становятся комплексными. Мнимые части этих значений соответствуют частоте колебательной потере устойчивости, а действительные части – скорости увеличения амплитуды. Поэтому в критических состояниях частоты собственных колебаний перестают быть чисто мнимыми. В этом случае на графике зависимости частот от осевой силы T кривые первой и второй частот соединяются. Этот факт является критерием наступления динамической неустойчивости системы [5].

С помощью изложенного подхода с применением моделей трубчатых балок и цилиндрических оболочек выполнен анализ динамического поведения тонкостенных вращающихся консольных труб при разных значениях угловой скорости ω .

На рис. 2,а показаны подсчитанные по теории оболочек зависимости первой и второй собственных частот c_1, c_2 от значения следящей силы T при разных значениях угловой скорости ω . Сплошные линии соответствуют случаю $\omega = 0$. При этом $c_1^+ = -c_1^-$, $c_2^+ = -c_2^-$ и кривые оказались симметричными относительно прямой $c = 0$. Это свидетельствует о том, что собственные частоты невращающейся оболочки кратны. Поскольку эти кривые не пересекают ось абсцисс, квазистатическая потеря устойчивости в исследуемом диапазоне изменения T не наступает. Однако в связи с тем, что далее кривые первой и второй частот сливаются, можно сделать вывод, что в точке их соединения (при $T_{кр} = -3,96 \cdot 10^5 H$) наступает динамическая потеря устойчивости.

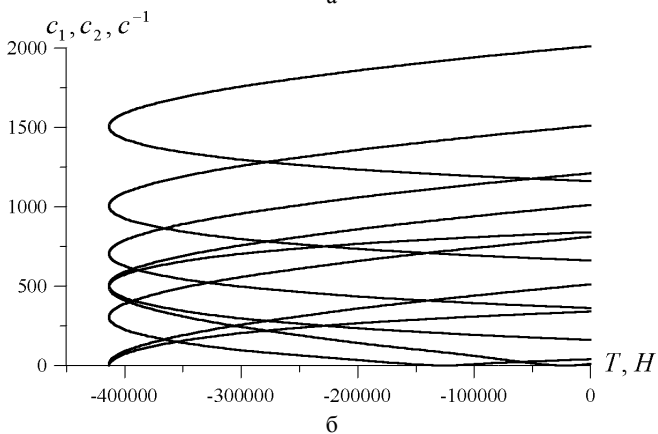
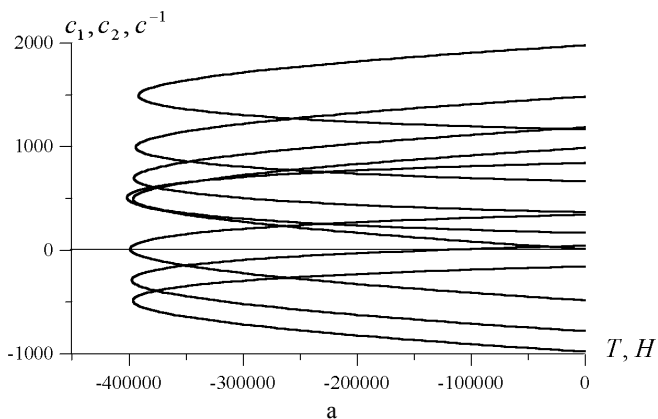


Рисунок 2 – Зависимости первой и второй собственных частот c_1, c_2 от значения следящей силы T при разных значениях ω — $\omega = 0 \text{ с}^{-1}$;
 — $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$; — $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$; · · · $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$.

С увеличением угловой скорости вращения ω зависимости $c_i(T)$ теряют симметрию относительно оси абсцисс, поскольку кратные частоты расщепляются. Для этого случая кривые, расположенные ниже прямой $c = 0$, соответствуют прямой прецессии, кривые, проходящие выше этой оси – обратной прецессии. Пунктирные линии соответствуют $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$, штрихпунктирные – $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$, точками обозначены кривые, соответствующие случаю $\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$. При $\omega = 200 \text{ с}^{-1}$ кривая пересекает ось абсцисс при значении $T = -119000 \text{ Н}$. Это состояние соответствует квазистатической потере устойчивости трубы. С увеличением угловой скорости ω растет и значение критической силы T , при которой наступает квазистатическая потеря устойчивости. Так, при $\omega = 500 \text{ с}^{-1}$ динамическая и квазистатическая потери устойчивости

наступают практически при одинаковом значении следящей продольной силы $T_{кр} = -3,99 \cdot 10^5 H$.

На рис. 2, б показаны зависимости первой и второй собственных частот c_1, c_2 от значения следящей силы T , подсчитанные по теории балок при значениях угловой скорости ω , указанных выше. Расчеты показали, что найденные по теории балок величины следящей силы $T_{кр} = -4,13 \cdot 10^5 H$, при которых наступает динамическая потеря устойчивости, не зависят от значений ω . В тоже время эти значения следящей силы T , подсчитанные на основе теории цилиндрических оболочек, отличаются, хотя и незначительно, друг от друга (рис. 2, а).

Аналогичные исследования были выполнены для валов с другими длинами L . Как показали расчеты, с увеличением L разница между значениями $T_{кр}$, найденных по теориям балок и оболочек, становится менее заметной, с уменьшением L реализуется обратный эффект.

Выводы. Полученные результаты свидетельствуют, что если на тонкостенный вращающийся вал действует продольная сжимающая следящая сила, то в зависимости от соотношения между величинами угловой скорости вращения и продольной нагрузки может быть реализовано как квазистатическая, так и динамическая потери устойчивости. Для сравнительно длинных трубчатых стержней значения критических нагрузок незначительно зависят от выбора модели стержней или теории тонких оболочек, с уменьшением длины расхождение между этими расчетными величинами становится более заметным.

Список литературы: 1. Меркин Д.Р. Введение в теорию устойчивости движения. – М.: Наука, 1976. – 319 с. 2. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. – М.: Физматгиз, 1961. – 339 с. 3. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с. 4. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций. – М.: Мир, 1971. – 192 с. 5. Феодосьев В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. – М.: Наука, 1967. – 237 с. 6. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов. – Л.: Энергия, 1971. – 388 с. 7. Gulyayev V.I., Solovjov I.L., Lugovyy P.Z. Analysis of precession vibrations of thin-wall elastic shells in compound rotation. // J. Sound and Vibrat. – 2001. – V. 246., № 3. – P. 491-504. 8. Gulyayev V.I., Solovjov I.L., Belova M.A. Critical states of thin ellipsoidal shells in simple and compound rotations. // J. Sound and Vibrat. – 2004. – Vol. 270. – P. 323-339. 9. Gulyayev V.I., Solovjov I.L., Belova M.A. Interconnection of critical states of parabolic shells in simple and compound rotations with values of their natural precession vibration frequencies. // International Journal of Solids and Structures. – 2004. – Vol. 41. – P. 3565-3583. 10. Sivasdas K.R. Vibration analysis of prestressed rotating thick circular conical shell // J. Sound and Vibrat. – 1995. – V. 186. №1. – P. 99–109. 11. Соловьев И.Л. О вращении жестких и упругих цилиндрических оболочек, упруго связанных с основанием // Прикладная механика. – 2006. – Т.42, № 7. – С. 107–115.

Поступила в редколлегию 06.04.2007.

А.А.ТЕСЛЕНКО, канд. физ.-мат. наук, НТУ «ХПИ»

ФИЛЬТРАЦИЯ ПЬЕЗООПТИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В МЕТОДЕ ФОТОУПРУГОСТИ

У роботі імітаційними методами досліджуються особливості застосування фільтрації вихідних та отриманих даних в методі фото пружності. Фільтрація даних використовується сумісно з методом кінцевих різниць. Знайдені обмеження запропонованого методу фільтрації.

In this article the aspects of filtering usage of input and output data of photoelasticity method are investigated by simulation methods. The filtering of data is used together with the finite difference method. Restrictions of the filtration method are found out.

1. Введение. Важное место в современной технологии занимают неразрушающие методы контроля качества производимых изделий. Одной из характеристик многих из них является уровень остаточных напряжений. В прозрачных изделиях для контроля уровня напряжений часто используется метод фотоупругости. Этот метод определения напряжений совершенствуется и автоматизируется. Одним из последних направлений усовершенствований, привлечших внимание – методы сглаживания исходных данных (изохром и т.п.), полученных результатов, комбинированные методы.

2. Актуальность рассматриваемой проблемы. В методах неявно предполагается, что все измеренные параметры приближенно отражают реально существующие напряжения. Опираясь на опыт применения метода фотоупругости, можно сказать, что часть измеренных поляризационно оптических параметров полностью или почти полностью обусловлены посторонними явлениями (царапины, каверны и т.п.). Иными словами они представляют собой шум, который желательно убрать. В таких случаях применение сглаживания может лишь испортить общую картину. Во многих случаях сглаживанию в методе фотоупругости должно предшествовать отбрасывание неприемлемой части данных (подавление шумов). Данная работа предлагает первое исследование, насколько известно автору, методов подавления шумов в фотоупругости. Методами численного моделирования показана важность методов фильтрации в этом случае.

3. Исследуемая методика измерений. В методике измерений, для которой проводились численные эксперименты, свет проходит оптическую систему, состоящую из источника света, поляризатора, исследуемого плоского тела, второго поляризатора, скрещенного с предыдущим и устройства, измеряющего интенсивность полученного света. Таких измерений делается два.

Первое – с исходной ориентацией скрещенных поляризаторов, другое – с такой же ориентацией, но повернутой на 45° . В каждой паре таких измерений определяются оптический параметр изоклины (или угол изоклины) и разность фаз. Обычно измерение делается перпендикулярно поверхности исследуемого тела. Теоретические основы методики описаны в [1]. Далее приводятся конечные формулы для определения угла изоклины (φ – угла между анализатором и быстрой оптической осью исследуемого тела в конкретной точке) и разности фаз (Θ):

$$\sin^2 \frac{\Theta}{2} = \frac{I_1 + I_2}{I_0} \quad \text{и} \quad \sin^2 2\varphi = \frac{I_1}{I_1 + I_2}.$$

Здесь I_1 – интенсивность света, полученная в первом просвечивании, I_2 – интенсивность для повернутых скрещенных поляризаторов на 45° .

4. Численный эксперимент. Имитировалось прохождение прямоугольного образца сквозь, указанным выше образом устроенную, измерительную систему. В таком эксперименте определяются только сдвиговые и разность нормальных напряжений [1]. Разделение нормальных напряжений проводилось методом конечных разностей [1,2]. Имитировалось проведение измерений, начиная от края последовательно с шагом 1 мм. Образец считается квадратным с размером 10x10 см. В численном эксперименте предполагалось, что в каждой точке нормальные напряжения разделены с помощью своей независимой последовательности измерений идущей от края. Значение отбрасывается, если угол кривой до и после исследуемой точки больше 70° и имеет разный наклон.

5. Обсуждение результатов. Первый рисунок (рис. 1) – напряжения σ_{11} с большими случайными погрешностями. На рисунке максимальное значение напряжений – 5005,62, минимальное – (-5001,87). Ошибка в σ_{12} компоненте величиной 10000, появляющаяся с вероятностью 0,001. Второй рисунок (рис. 2) – напряжения σ_{11} с теми же погрешностями в тех же компонентах и той же вероятностью появления, но фильтрацией результата. На рисунке максимальное значение напряжений – 19, минимальное – (-19), что практически совпадает с модельными значениями.

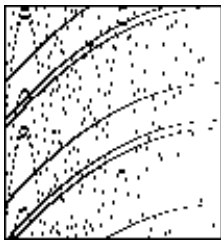


Рисунок 1

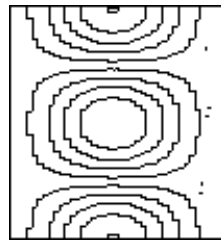


Рисунок 2

Повторены те же два опыта, с теми же исходными данными, только ошибка равна не 10000, а 10 (рис. 3, 4).

При ошибке равной 5 фильтрация почти не работает (рис. 5, 6).

Во всех опытах шаг исследования был 5 мм. На этом шаге определялась и производная.

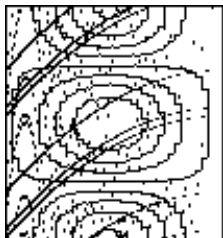


Рисунок 3

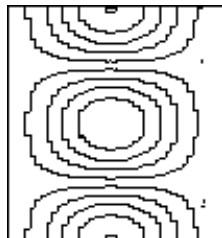


Рисунок 4

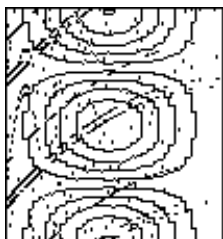


Рисунок 5



Рисунок 6

6. Выводы.

Этим алгоритмом отфильтровываются только достаточно большие отклонения. Очевидно, будет зависимость и от вида напряжений.

Список литературы: 1. Александров А.Я, Ахмензянов М.Х. / В кн.: Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. – М.: Наука, 1973. – С. 146. 2. Александров А.Я, Ахмензянов М.Х. / В кн.: Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. – М.: Наука, 1973. – С. 215.

Поступила в редколлегию 29.05.2006

В.М.ШАТОХИН, докт.техн.наук, НТУ «ХПИ»;
А.В.ШАПОВАЛОВ, канд.техн.наук, НФУ, Харьков

О СНИЖЕНИИ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗОК В ВАЛОПРОВОДЕ ДИЗЕЛЯ 6ТД-2

Викладено результати розрахунково-експериментальних досліджень по виявленню причин виникнення небезпечних динамічних режимів у валопроводі дизеля 6ТД-2 і зменшенню їхньої інтенсивності за рахунок варіювання параметрів пружної муфти і з'єднань до споживачів потужності.

The results of design-experimental research about reasons revealing of dangerous dynamic modes beginnings in diesel drive shafting 6ТД-2 and reduction of their intensities at the expense of springy muff and joining to loads parameter variation are stated.

Введение. Важное место в современном двигателестроении занимают турбопоршневые двухвальные транспортные дизели, обладающие рядом высоких технических характеристик. Особенностью их конструкции является наличие зубчатой передачи, связывающей коленчатые валы, в которую для снижения динамической нагруженности валопровода на переходных режимах введена упругая муфта с предварительным натягом. Указанная муфта, технологические зазоры в соединениях к потребителям, нелинейные муфты в приводе к турбине и компрессору часто являются причиной возникновения опасных динамических процессов, требующих проведения соответствующих расчетно-экспериментальных исследований по выбору рациональных конструктивных параметров.

В процессе доводочных испытаний дизеля 6ТД-2 в его валопроводе были выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых и наиболее вероятных эксплуатационных режимах, а также было установлено, что разрегулировки двигателя их могут существенно увеличивать.

В статье изложены результаты расчетно-экспериментальных исследований по выявлению причин возникновения опасных динамических режимов и уменьшению их интенсивности за счет варьирования параметров упругой муфты и соединений к потребителям мощности.

1. Механическая модель двигателя 6ТД-2 и ее параметры. На рис. 1 представлена кинематическая схема дизеля с потребителями: 1 – впускной коленчатый вал; 2 – упругая муфта на впускном валу; 3 ÷ 7 – шестерни главной передачи; 8 – выпускной вал; 9 – рессора привода компрессора; 10 – упругая муфта в приводе компрессора; 11 – фрикционные муфты; 12 – ротор компрессора; 13 – рессора привода турбины; 14 – ротор турбины; 15 – резинопальцевые муфты; 16 – потребители (гидротормоза).

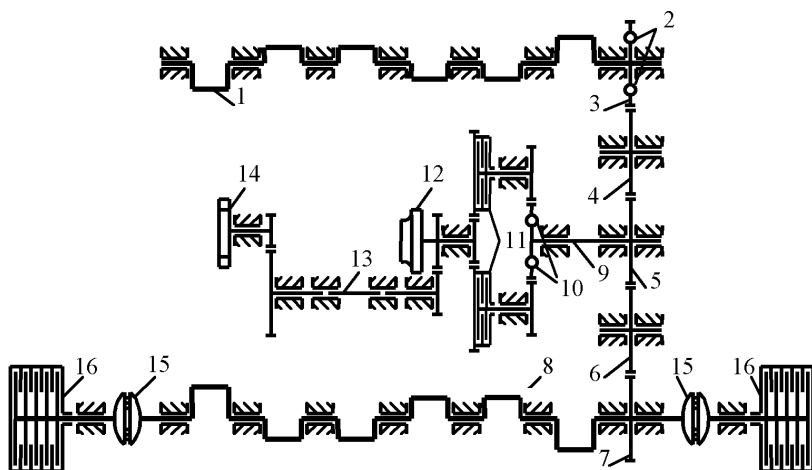


Рисунок 1 – Кинематическая схема двигателя 6ТД-2 с потребителями

Крутильная схема изображена на рис. 2. Кроме нелинейностей, соответствующих упругим муфтам между коленчатыми валами и в приводе компрессора, показаны нелинейности к потребителям, обусловленные наличием зазоров в шлицевых соединениях (на рабочих оборотах благодаря средним моментам эти зазоры выбираются). Приняты следующие обозначения: $I_1 \div I_6$, $I_7 \div I_{12}$ – соответственно цилиндрические массы выпускного и впускного валов; $I_{13} \div I_{17}$ – шестерни главной передачи; I_{18} – компрессор; I_{19} – турбина; I_{20} , I_{21} – гидротормоза. Их моменты инерции для двигателя 6ТД-2 указаны в табл. 1, причем для компрессора и турбины даны значения моментов инерции, приведенные к коленчатым валам.

Отношения частот вращения компрессора и турбины к частоте вращения коленчатого вала имеют следующие значения: $n_K/n_{К.В.} = 12,459$; $n_T/n_{К.В.} = 9,099$.

Коэффициенты жесткостей соединений расчетной модели приведены в табл. 2; c_{12} , c_{17} соответствуют исходным значениям жесткостей податливых участков c'_{12} , c'_{17} упругих муфт с предварительным натягом.

На рис. 3 представлена схема муфты главной передачи. В каждом из шести ее окон, расположенных на радиусе $R = 67,5$ мм, установлено параллельно по две пружины с предварительным поджатием (диаметр пружины $D = 13$ мм, длина пружины $L = 42,8$ мм, диаметр проволоки $d = 6,5$ мм, число рабочих витков $n = 5$). Поджатия обеспечивают момент предварительного натяга муфты $M_0 = 1053$ Нм, ее рабочий ход $\delta = 1,2$ мм. Последним двум величинам соответствуют параметры нелинейности $d''_{12} = 2,846 \cdot 10^{-3}$ рад, $d''_{12} = 0,018$ рад. Крутильная жесткость c''_{12} определялась по жесткости пружин [1]. Расчетные значения для изготовленных пружин проверялись экспе-

риментально. Жесткость упоров нелинейной характеристики $c'_{12} = 3,7 \cdot 10^5$ Нм получена в результате обработки экспериментальных кривых нагружения и разгрузки главной передачи.

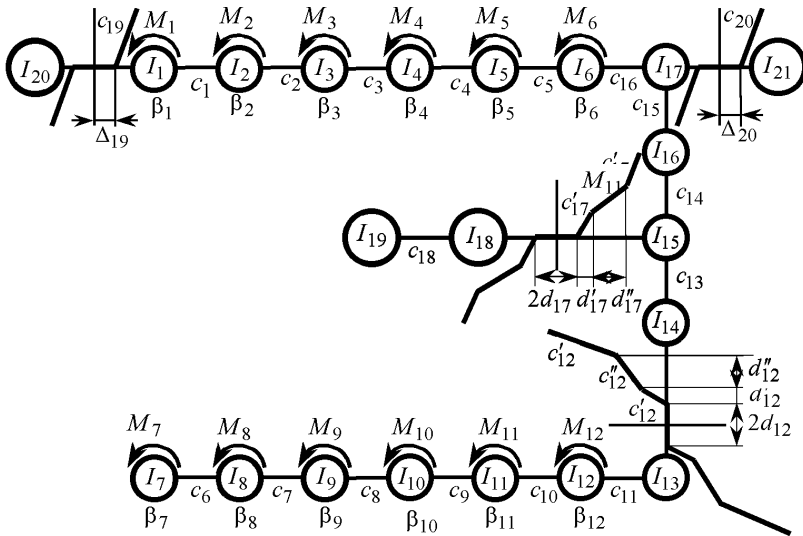


Рисунок 2 – Модель машинного агрегата с дизелем 6ТД-2

Таблица 1 – Моменты инерции масс модели двигателя 6ТД-2

k	1-12	13	14	15	16	17	18	19	20,21
$I_k, \text{кгм}^2$	0,073	0,023	0,072	0,036	0,033	0,038	1,801	2,078	2,5

Таблица 2 –

Коэффициенты жесткости

k	$c_k, \text{Нм}$
1÷10	$2,604 \cdot 10^6$
11	$1,252 \cdot 10^7$
12	$8,885 \cdot 10^4$
13	$2,39 \cdot 10^6$
14	$1,68 \cdot 10^6$
15	$1,299 \cdot 10^6$
16	$1,252 \cdot 10^7$
17	$4,453 \cdot 10^4$
18	$1,999 \cdot 10^4$
19, 20	$0,75 \cdot 10^6$

Технологический зазор для каждой из четырех пар зубчатых колес главной передачи (см. рис. 1) равен 0,3 мм, радиусы начальных окружностей шестерен равны 100 мм, поэтому суммарный угловой зазор, отраженный в нелинейной характеристике, составляет $2d_{12} = 0,012$ рад. Экспериментально установлено, что зазоры к потребителям Δ_{19}, Δ_{20} по технологическим причинам не могут быть меньше 0,008 рад ($0,5^\circ$). Приведенные параметры нелинейных характеристик использовались в качестве исходных.

Так как рассеяние энергии в машинном агрегате с ДВС носит сложный многофакторный характер, а его достоверное математическое

описание представляет трудную задачу, то в расчетах использовалось эквивалентное линейризованное демпфирование, которое определялось из совпадения расчетных и экспериментальных данных на резонансе. В частности, для угловой частоты вала двигателя, близкой к частоте режима максимальной мощности (260 с^{-1}), получено $\beta_1 = \dots = \beta_{12} = 23,5 \text{ Нмс}$.

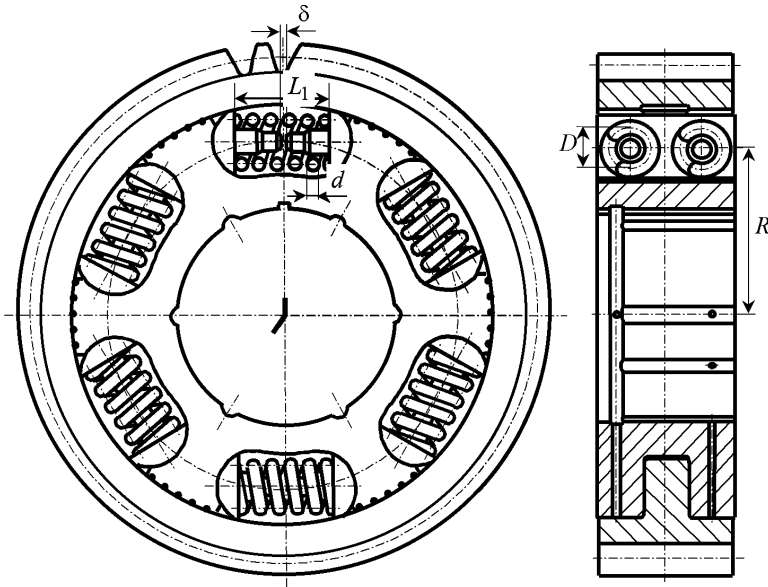


Рисунок 3 – Нелинейная упругая муфта

Возмущающие моменты возникают вследствие действия газовых сил на поршни и сил инерции шатунов и поршней на кривошипы вала двигателя.

Косинусные и синусные амплитуды первых двенадцати гармоник моментов, действующих на первый кривошип выпускного и соответствующий кривошип впускного валов, на режиме максимальной мощности приведены в табл. 3. При их расчете [2] учитывались следующие параметры кривошипно-шатунного механизма двигателя: площадь поршня $S = 1,13 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$; радиус кривошипа $R = 0,06 \text{ м}$; длина шатуна $L = 0,2 \text{ м}$.

В эту же таблицу включены аналогичные амплитуды гармоник моментов от сил инерции поршня и шатуна. В расчетах [3] принималось, что масса поршневого комплекта $m_{\text{П}} = 5,13 \text{ кг}$, а масса шатуна $m_{\text{Ш}} = 4,24 \text{ кг}$.

Наиболее опасные колебания порождаются нередко главной, в данном случае – шестой гармоникой. Для нее возмущение на цилиндрических массах имеет вид

$$M_1(t) = \dots = M_6(t) = M_c^{(1)} \cos \omega t + M_s^{(1)} \sin \omega t ,$$

$$M_7(t) = \dots = M_{12}(t) = M_c^{(2)} \cos \omega t + M_s^{(2)} \sin \omega t ,$$

где $M_c^{(k)}$, $M_s^{(k)}$ ($k = 1, 2$) – соответственно амплитуды косинусных и синусных составляющих момента.

С учетом данных табл. 3 имеем: $M_c^{(1)} = -109,7$ Нм; $M_s^{(1)} = 125,2$ Нм; $M_c^{(2)} = -125,2$ Нм; $M_s^{(2)} = 35,4$ Нм.

Средние моменты, передаваемые упругой муфтой и нелинейными соединениями, на режиме максимального момента соответственно равны 1480 Нм и 1850 Нм.

Таблица 3 – Амплитуды гармоник возмущающих моментов

Номер гармоники, k	Амплитуды моментов газовых сил, Нм				Амплитуды моментов сил инерции, Нм			
	Выпускной вал		Впускной вал		Выпускной вал		Впускной вал	
	M_{c_k}	M_{s_k}	M_{c_k}	M_{s_k}	M_{c_k}	M_{s_k}	M_{c_k}	M_{s_k}
1	419,1	676,0	-1,6	581,6	0	120,5	-75,4	101,0
2	118,9	561,2	-184,5	409,7	0	-785,0	305,6	-722,7
3	-93,3	426,3	-286,8	261,5	0	-365,6	172,9	-320,3
4	146,9	284,9	-260,6	137,3	0	-37,0	19,3	-31,4
5	-129,8	190,4	-190,1	73,1	0	7,2	-3,8	6,1
6	-109,7	123,9	-137,4	34,3	0	1,3	-0,7	1,1
7	-86,3	67,3	-93,7	-1,2	0	-0,2	0,1	-0,1
8	-60,0	32,3	-55,5	-19,3	0	0	0	0
9	-45,7	16,6	35,8	-22,1	0	0	0	0
10	-40,3	4,7	-28,5	-24,7	0	0	0	0
11	-31,5	-3,4	-19,3	-25,8	0	0	0	0
12	-22,0	-2,6	-10,0	-19,3	0	0	0	0

2. Об исследовании установившихся динамических процессов в нелинейных силовых передачах. Особенностью большинства моделей машинных агрегатов с ДВС является то, что число нелинейных элементов технологического и конструктивного характера в них существенно меньше числа степеней свободы. Известно, что в таких случаях уравнения движения целесообразно записывать в интегральной форме с использованием импульсно-частотных характеристик (ИЧХ) линеаризованных моделей [4, 5]. Число уравнений оказывается равным числу нелинейностей, а трудоемкость решения задачи, практически не зависит от числа степеней свободы системы.

В матричной форме нелинейные интегральные уравнения периодических колебаний записываются в виде

$$\mathbf{y}(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}(\mathbf{y}) d\tau + \mathbf{g}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t)]^T$ – вектор улов закручивания нелинейных соединений (τ – знак транспонирования);

s – число нелинейностей;

$\Phi(t-\tau) = [\phi_{i,j}(t-\tau)]$, $(i, j = \overline{1, s})$ – матрица ИЧХ;

$\mathbf{f}(\mathbf{y}) = [f_1(y_1), f_2(y_2), \dots, f_s(y_s)]^T$ – нелинейная вектор-функция;

$f_j(y_j) = c_j y_j - F_j(y_j)$;

$F_j(y_j)$ – нелинейная характеристика j -го нелинейного соединения;

$c_j, c_j y_j$ – соответственно коэффициент жесткости и упругий коэффициент в линеаризованном соединении;

$\mathbf{g}(t) = [g_1(t), g_2(t), \dots, g_s(t)]^T$ – вектор-функция реакций на внешнее возмущение линеаризованных нелинейных соединений;

$$g_j(t) = \sum_{i=1}^k \int_0^T \Psi_{j,i}(t-\tau) M_i(\tau) d\tau;$$

$M_i(\tau) (i = \overline{1, k})$ – возмущающие моменты (k – число моментов; T – период колебаний);

$\Psi_{j,i}(t-\tau)$ – соответствующие ИЧХ.

При решении уравнения (1) хорошо зарекомендовал себя итерационный метод Ньютона-Канторовича решения операторных уравнений, формулы которого в данном случае имеют вид [4, 5].

$$\mathbf{y}_{n+1}(t) = \mathbf{y}_n(t) - \mathbf{z}_n(t), \quad (2)$$

$$\mathbf{z}_n(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}'_y(\mathbf{y}_n) \mathbf{z}_n(\tau) d\tau = -\mathbf{I}_n(t), \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_n(t) = \int_0^T \Phi(t-\tau) \mathbf{f}(\mathbf{y}_n) d\tau + \mathbf{g}(t) - \mathbf{y}_n(t) \quad (n=0, 1, 2, \dots), \quad (4)$$

где $\mathbf{f}'_y = \text{diag}\{f'_{y_1}, f'_{y_2}, \dots, f'_{y_s}\}$ – диагональная матрица.

В работах [4, 5] изложены эффективные численные алгоритмы реализации формул (2) – (4).

3. Расчетно-экспериментальные исследования по снижению динамических нагрузок валопровода дизеля 6ТД-2. В процессе доводочных испытаний двигателя исследовались динамические крутящие моменты на наиболее нагруженных коренных шейках выпускного и впускного коленчатых

валов (на рис. 2 соответствующие жесткости имеют обозначения c_3 , c_{16} , c_{11}) для различных условий работы двигателя. Первоначально использовалась упругая муфта двигателя 6ТД-1 (см. рис. 3). Указанные нагрузки определялись при нормальной регулировке топливной аппаратуры. Рассматривался также вопрос об оценке влияния на них асимметрии масс коробок передач машины, которая возникает в момент переключения коробки передач при повороте. Кроме того исследовался динамический эффект больших разрегулировок топливной аппаратуры двигателя. Для этого принудительно отключалась подача топлива на третьем цилиндре, что соответствует имитации зависания плунжерной пары на этом цилиндре.

Экспериментально выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых режимах $\omega = 37 \div 42 \text{ с}^{-1}$, обусловленные интенсивными колебаниями впускного вала с узлом на участке упругой муфты (рис. 4, а). Размахи момента M_{11} достигали 16,7 кНм, а $M_3 - 13,9 \text{ кНм}$. Опыт же использования муфты показал, что при амплитудах момента более 7,5 кНм она становится неработоспособной.

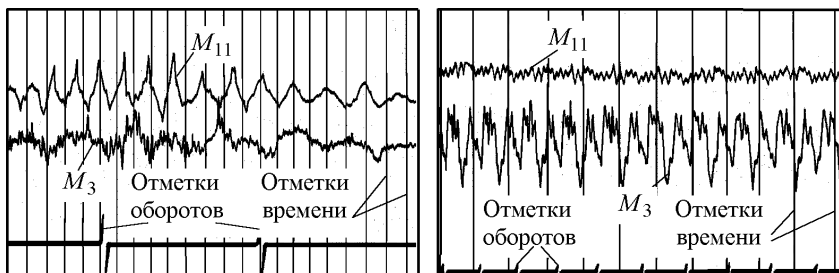


Рисунок 4 – Осциллограммы упругих моментов: а – на запуске двигателя при проходе через резонанс; б) – при субгармоническом резонансе 3-го порядка (нормальная регулировка)

На наиболее вероятных эксплуатационных режимах вблизи $\omega = 260 \text{ с}^{-1}$ выявлены, хотя и меньшие по размахам ($M_3 = 11,1 \text{ кНм}$; $M_{11} = 3,2 \text{ кНм}$), но представляющие опасность субгармонические колебания третьего порядка с узлом на выпускном валу (рис. 4, б). Интенсивность и положение этого резонанса в наибольшей степени зависит от спектральных свойств высокочастотного контура «выпускной вал – потребители».

В процессе доводочных испытаний двигателя были выявлены значительные динамические нагрузки на пусковых режимах, обусловленные интенсивными колебаниями впускного вала с узлом на участке упругой муфты. На наиболее вероятных эксплуатационных режимах обнаружены, хотя и меньшие по размахам, но представляющие опасность субгармонические колебания третьего порядка с узлом на выпускном

сокочастотного контура «выпускной вал – потребители».

В процессе экспериментальных исследований установлено, что разрегулировки дизеля могут существенно увеличивать динамическую нагруженность валопроводов двигателя.

Наиболее интенсивные колебания развиваются при этом на режимах близких к $\omega = 230 \text{ с}^{-1}$ (рис. 5, а). Из-за разрегулировки двигателя в возбуждении появляется значительная первая (основная) гармоника, которая и порождает особенно сильные колебания впускного вала. Размахи момента M_{11} достигают 10,3 кНм, в моменте M_3 по-прежнему превалирует субгармоническая составляющая третьего порядка с размахами момента 12,0 кНм. Указанному режиму, как и резонансу при запуске двигателя, соответствует одна и та же полученная в расчетах собственная угловая частота линеаризованной модели ($\omega_4 = 233 \text{ с}^{-1}$) и форма колебаний с узлом на участке упругой муфты.

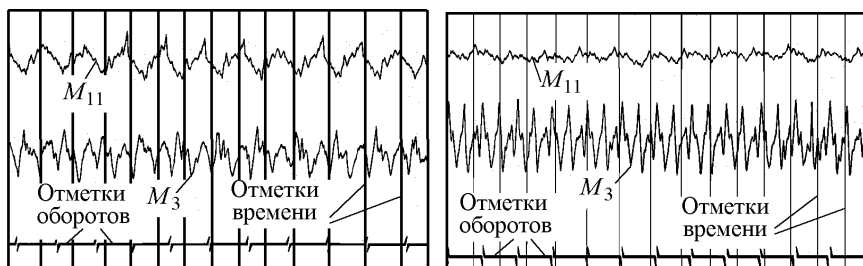


Рисунок 5 – Осциллограммы упругих моментов при субгармоническом резонансе 3-го порядка: а – отключен третий цилиндр; б) – отключены третий цилиндр и гидротормоз

Частота наиболее сильных субгармонических колебаний близка к следующей расчетной собственной частоте линеаризованной модели ($\omega_5 = 502 \text{ с}^{-1}$), для которой форма имеет дополнительный узел на выпускном валу (участок c_3). Так как свободные колебания нелинейной модели уже не являются гармоническими, в законах движения, в частности, будет присутствовать третья гармоника, частота которой близка к 1506 с^{-1} . Она как раз совпадает с частотой главной (шестой) гармоники возмущающих моментов для угловой частоты вращения вала $\omega = 260 \text{ с}^{-1}$. Благодаря этому происходит подкачка энергии для поддержания свободных колебаний, что и является причиной возникновения указанных субгармонических колебаний [6].

Отключение гидротормоза со стороны турбины (имитация асимметрии нагрузки) дополнительно к отключению третьего цилиндра заметно изменило форму колебаний линеаризованной модели на частоте ω_4 , но мало изменило форму колебаний, соответствующую ω_5 . Это привело к уменьшению размахов моментов M_{11} до 4,07 кНм (первая и шестая гармоники соизмеримы) и к увеличению размахов моментов M_3 до 13,1 кНм

(превалирует субгармоника третьего порядка) для угловой частоты вала $\omega = 250 \text{ с}^{-1}$ (рис. 5, б).

Изменения динамических качеств крутильной системы двигателя 6ТД-2 по сравнению с моделью машинного агрегата дизеля 6ТД-1 обусловлены увеличением приведенных масс компрессора и турбины, но в большей степени возросшими средними моментами, передаваемыми нелинейными соединениями (амплитуды главной гармоники возмущающих моментов возросли незначительно).

С целью уменьшения интенсивности указанных резонансов и смещения их в менее опасные частотные диапазоны были проведены расчетные исследования по варьированию параметров упругой муфты и соединений к потребителям.

На основании результатов расчетов с учетом минимальности конструктивных изменений выбраны следующие параметры: исходная длина и длина предварительно поджатой пружины соответственно $L = 37,6 \text{ мм}$, $L_1 = 36,7 \text{ мм}$; диаметр пружины $D = 15 \text{ мм}$; диаметр проволоки $d = 6 \text{ мм}$, число рабочих витков $n = 7,5$; рабочий ход $\delta = 2,3 \text{ мм}$. Поджатия обеспечивают момент предварительного натяга муфты $M_0 = 256,7 \text{ Нм}$. Экспериментальное значение жесткости пружин $- 5,28 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$. Этим величинам соответствуют $c''_{12} = 2,887 \cdot 10^4 \text{ Нм}$; $d''_{12} = 6,94 \cdot 10^{-4} \text{ рад}$; $d'''_{12} = 0,034 \text{ рад}$.

Изменением параметров соединительных элементов к потребителям жесткость упоров в них увеличена до $c_{19} = c_{20} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ Нм}$.

На рис. 6 показаны исходные (A_M) резонансные кривые для упругих моментов и аналогичные кривые для новых значений параметров (\tilde{A}_M). Следует иметь в виду, что в области более низких частот не только меньше уровень возмущения, но и проход через резонанс происходит интенсивнее.

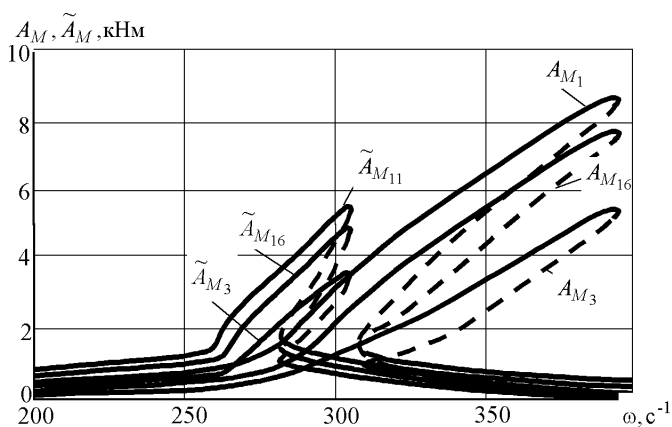


Рисунок 6 – Амплитуды упругих моментов на резонансе при запуске двигателя

Изменение спектральных свойств высокочастотного контура за счет увеличения жесткости упоров нелинейных соединений привело к уменьшению уровня резонансных колебаний, смещению их к верхней границе эксплуатационных оборотов, а также к сужению диапазона субгармонических колебаний (рис. 7). На рисунке приняты следующие обозначения: $A_M^{(1)}$, $A_M^{(1/3)}$ – амплитуды основной гармонике и субгармонике третьего порядка для исходных значений параметров; $\tilde{A}_M^{(1)}$, $\tilde{A}_M^{(1/3)}$ – тоже для измененных значений параметров.

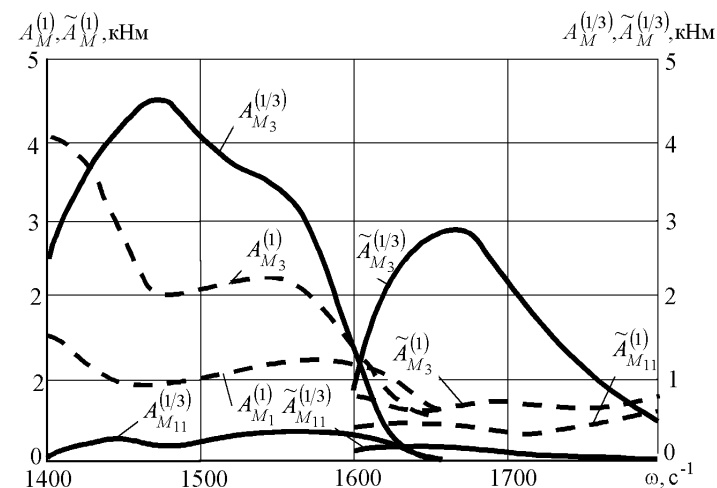


Рисунок 7 – Амплитуды основной гармонике и субгармонике упругих моментов на резонансе

Выводы.

1. Интенсивные колебания с частотой главной гармонике при запуске, резонансные колебания со значительной основной (первой) гармоникой на эксплуатационных режимах при разрегулировке двигателя формируются вблизи собственной угловой частоты линеаризованной модели, которой соответствует форма с узлом на участке упругой муфты;

2. Наиболее сильные субгармонические колебания третьего порядка на эксплуатационных оборотах имеют частоту близкую к одной из собственных частот формируемых в линеаризованной модели контуром «выпускной вал – потребитель»;

3. Предложенные конструктивным изменениям позволяют снизить динамические упругие моменты и исключить предпосылки к взаимному влиянию и затягиванию основного и субгармонического резонансов.

Список литературы: 1. Биргер И.А., Шорр Б.Ф., Иосилевич Г.Б. Расчет на прочность деталей машин. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с. 2. Вейц В.Л., Кочура А.Е. Динамика машинных агрегатов с двигателями внутреннего сгорания. – Л.: Машиностроение, 1978. – 352 с. 3. Алексеева С.В., Вейц В.Л., Геккер Ф.Р., Кочура А.Е. Силовые передачи транспортных машин: Динамика и расчет. – Л.: Машиностроение, 1982. – 256 с. 4. Шатохин В. Застосування інтегральних рівнянь при дослідженні сталих динамічних процесів у нелінійних моделях машинних агрегатів // Машинознавство. – 2002. – № 4 (58). – С. 20-25. 5. Шатохин В.М. Решение нелинейных интегро-дифференциальных уравнений периодических колебаний силовых передач машин с использованием ДПФ // Вестник ХГПУ. – Харьков: ХГПУ. – 1998. – Вып. 29. – С. 15-26. 6. Вульфсон И.И., Коловский М.З. Нелинейные задачи динамики машин. – Л.: Машиностроение, 1968. – 284 с.

Поступила в редколлегию 15.06.2007

УДК 658.012

Е.Г.ЯНЮТИН, докт.техн.наук; **Н.И.КУЧЕРОВА**, НТУ «ХПИ»

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВО ВРЕМЕНИ ФУНКЦИИ НАГРУЗКИ, ВОЗДЕЙСТВУЮЩЕЙ НА БЕСКОНЕЧНУЮ МЕМБРАНУ-ПОЛОСУ

Запропоновано два способи розв'язку оберненої задачі про визначення невідомої складової навантаження у часі. Вважається, що зміна прогину мембрани-смуги в одній з її точок у часі відомо. При розв'язку задачі використовувались інтегральні рівняння Вольєрра I і II родів.

Two methods to solve the inverse problem of determining the unknown time component of load are proposed in the article. It is supposed that the time dependence of deflection of the membrane-belt in one of its points is known. The integral Volterra equations of the first and the second kinds are used to solve the problem.

Проблема обеспечения инженеров и конструкторов всесторонней информацией, использующих результаты научных исследований по нестационарному нагружению элементов конструкций, сложна по многим причинам. Одной из причин является то, что при конструировании не всегда известны законы изменения во времени воздействующих на элементы конструкций нагрузок; поэтому необходимо развить методики идентификации нагрузок.

В настоящее время существует ряд работ по идентификации внешних импульсных воздействий на элементы конструкций по их проявлениям деформационного характера, которые могут быть измерены в некоторых точках этих элементов.

В данной работе представлены два способа идентификации нагрузки, воздействующей на бесконечную мембрану-полосу.

Рассмотрим мембрану, ограниченную прямыми $x = 0$; $x = l$. Вдоль оси ординат мембрана является бесконечной при $y \rightarrow \pm\infty$ (рис. 1).

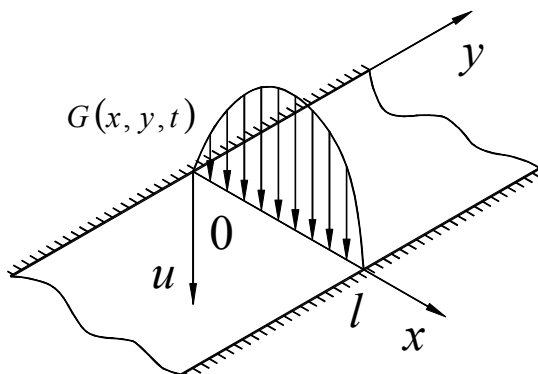


Рисунок 1 – Схема нагружения мембраны

При решении обратных задач воспользуемся формулами, которые получены при решении прямой задачи [1]. В [1] на основе уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = b^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + G(x, y, t) \quad (1)$$

и соответствующих граничных условий и нулевых начальных условий получено решение вида

$$u(x, y, t) = \frac{1}{2b\rho} \cdot H\left(t - \frac{|y|}{b}\right) \cdot \int_0^{t - \frac{|y|}{b}} P(\tau) \cdot J_0 \left(Qb \cdot \sqrt{(t-\tau)^2 - \left(\frac{|y|}{b}\right)^2} \right) d\tau \cdot \sin \frac{\pi x}{l}, \quad (2)$$

где u – нормальное перемещение точек мембраны-полосы; b – скорость распространения деформационной волны в мембране-полосе; ρ – удельная плотность мембраны; $H(t)$ – единичная функция Хевисайда, равная единице при положительных значениях аргумента и нулю – при отрицательных; J_0 – функция Бесселя нулевого порядка; l – ширина мембраны; $P(t)$ – интенсивность внешней нагрузки; $Q = \sqrt{\pi^2/l^2}$. Отметим, что решение (2) отвечает

следующему варианту правой части $G(x, y, t) = \frac{1}{\rho} \delta(y) \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) P(t)$, где $\delta(y)$ – дельта-функция.

1. Первый способ решения задачи об определении нагрузки

Целью задачи является определение функции нагрузки от времени по известному (заданному) изменению перемещения мембраны в некоторой ее точке с координатами (x_0, y_0) . Аналогичные исследования для мембраны конечных размеров представлены в монографии [2].

Соотношение (2) будем рассматривать в качестве интегрального уравне-

ния Вольтерра первого рода [3], в котором неизвестной будет функция $P(t)$, а $u(x_0, y_0, t)$ – правая часть. Указанное уравнение решается с помощью одного из методов прямоугольников. Укажем, что ядро интегрального уравнения (2) является невырожденным.

Для получения нагрузки во времени $P(t)$ применим к формуле (2) способ аппроксимации неизвестной функции кусочно-постоянными функциями во времени [2].

Восстановим функцию нагрузки в предположении, что в качестве исходных данных используются значения перемещения мембраны в точке $x_0 = l/2$; $y_0 = 0,224$ м, которые получаются при решении прямой задачи. Соответствующая кривая, отвечающая решению прямой задачи, представлена на рис. 2.

На рис. 3 представлены три кривые, которые соответствуют функции нагрузки.

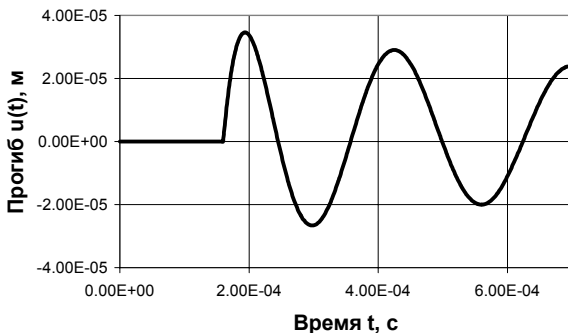


Рисунок 2 – Изменение прогиба во времени в случае $x_0 = l/2$; $y_0 = 0,224$ м

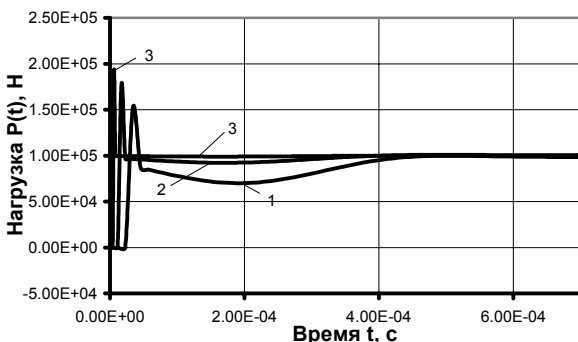


Рисунок 3 – Изменение нагрузки во времени

Кривая 1 рассчитана при значении $\Delta t = 1,143 \cdot 10^{-5}$ с, а кривая 2 – $\Delta t = 5,714 \cdot 10^{-6}$ с, кривая 3 – $\Delta t = 2 \cdot 10^{-6}$ с. Наилучшее приближение к задаваемой нагрузке, принятой при решении прямой задачи, представляет

кривая 3. Неточности в численном определении искомой функции в окрестности точки $t = 0$, по-видимому, связаны с естественными свойствами численных решений уравнений Вольтерра первого рода [3], поскольку значение искомой функции при $t = 0$ такого рода решениями не определяется.

Рассмотренная обратная задача относится к типу некорректных задач. Она сведена к решению интегрального уравнения Вольтерра первого рода с невырожденным ядром, численное решение которого здесь было осуществлено способом, близким к методу квадратур, предлагаемым А.С.Апарциным [4]. Применение этого подхода позволило получить решение поставленной обратной задачи сравнительно простым способом, обладающим свойством регуляризации.

2. Второй способ решения задачи об определении нагрузки

Второй способ решения обратной задачи об определении неизвестной нагрузки заключается по существу в сведении определяющего уравнения Вольтерра первого рода (2) к уравнению Вольтерра второго рода. Целесообразность такого подхода состоит в том, что, если удастся получить соответствующее уравнение Вольтерра второго рода, то это позволяет во многом избежать математических трудностей решение некорректной задачи [4].

Выполнив дифференцирование по времени левой и правой частей уравнения (2), получим следующее выражение

$$u(x_0, y_0, t) = \frac{\sin \frac{\pi x_0}{l}}{2bp} \cdot H\left(t - \frac{|y_0|}{b}\right) \times \left(P\left(t - \frac{|y_0|}{b}\right) - Qb \cdot \int_0^{t - \frac{|y_0|}{b}} P(\tau) \cdot J_1(Qb \cdot D(t, \tau)) \cdot \frac{t - \tau}{D(t, \tau)} d\tau \right), \quad (3)$$

$$\text{где } D(t, \tau) = \sqrt{(t - \tau)^2 - \left(\frac{y_0}{b}\right)^2}.$$

Выражение (3) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода, его решаем, как и в первом случае, с помощью способа аппроксимации.

Произведем тестирование данного выражения. Идентифицируем нагрузку при $x_0 = l/2$; $y_0 \neq 0$, а именно $y_0 = 0,112$ м. Это случай, когда точка регистрации перемещения не находится непосредственно под нагрузкой. На основании выражения (3) и численных данных, которые использовались ранее при решении прямой задачи (см. рис. 2), получим кривые изменения нагрузки во времени при условии, что нагрузка приложена в точке $y = 0$, а регистрация перемещения осуществляется в точке $y_0 = 0,112$ м. Соответствующие кривые, от-

вещающие решению прямой задачи, представлены на рис. 4. Отметим, что кривая отвечающая, скорости перемещения, получена численно с использованием аппарата конечных разностей. Причем эти кривые соответствуют конечно-разностной аппроксимации при $\Delta t = 1,667 \cdot 10^{-7}$ с. Укажем еще раз, что значения, определяемые кривыми на рис. 4, являются исходными данными для восстановления воздействующей нагрузки на мембрану в обратной задаче.

На рис. 5 представлены кривые изменения нагрузки, идентифицированной по приведенным исходным данным.

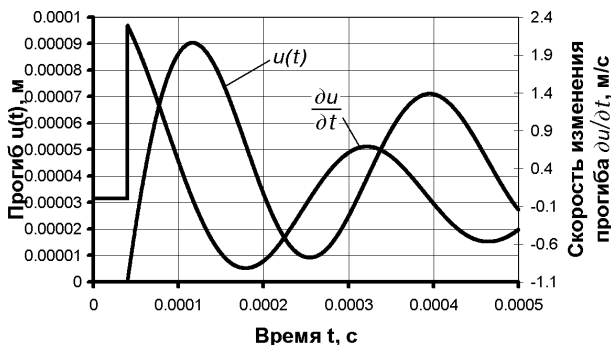


Рисунок 4 – Изменение прогиба и его первой производной во времени

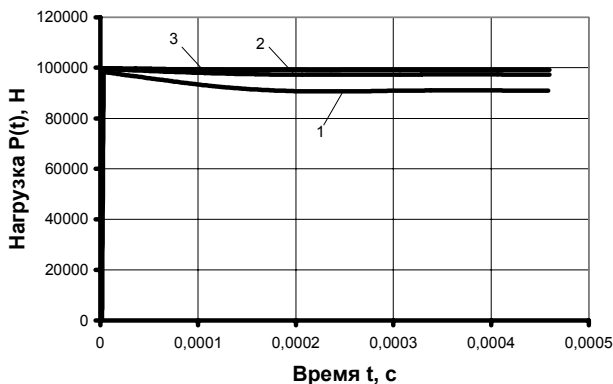


Рисунок 5 – Значения идентифицированной нагрузки во времени, которые отвечают различным величинам шагов во времени

На рис. 5 изображены три кривые, каждая из которых соответствует конкретному шагу во времени. Первая кривая — $\Delta t = 1,667 \cdot 10^{-6}$ с, вторая — $\Delta t = 5 \cdot 10^{-7}$ с и кривая 3 — $\Delta t = 1,667 \cdot 10^{-7}$ с. Наилучшим результатом идентификации является кривая 3, соответствующая наименьшему шагу во времени из рассмотренных.

В заключение рассмотрим произвольное задание нагрузки. Пусть результат ее воздействия, то есть прогиб мембраны в точке $y_0 = 0,448$ м как функция времени, имеет вид, представленный на рис. 6.

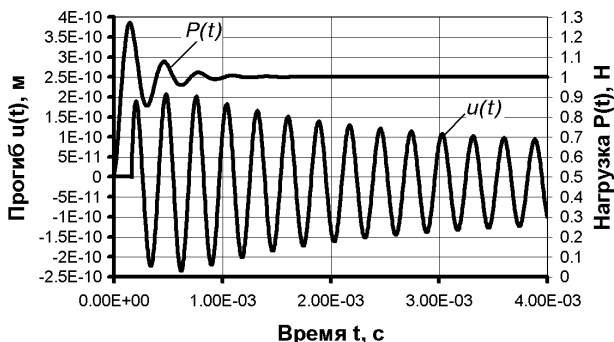


Рисунок 6 – Изменение прогиба и нагрузки во времени

Выполнив процедуру идентификации, получим изменение воздействующей нагрузки во времени, график которой приведен на рис. 6.

После того, как на основе полученной восстановленной нагрузки, произвести расчет прогиба мембраны в соответствующей точке, то получим кривую прогиба, совпадающую (на визуальном уровне восприятия) с кривой на рис. 6.

Предложенные два способа решения обратной задачи по восстановлению во времени временной составляющей нагрузки, воздействующей на мембрану-полосу, отличается друг от друга тем, что в одном случае решение основывается на анализе интегрального уравнения Вольтерра первого рода, а во втором – на уравнении второго рода. Простота и эффективность решения задачи обусловлена тем, что решение обратной задачи базируется на интегральных уравнениях с невырожденным ядром.

Список литературы: 1. Янютин Е.Г., Кучерова Н.И. Определение влияния сосредоточенного нестационарного воздействия на мембрану-полосу // Вестник ХНАДУ. – 2006. – 32. – С. 80-83. 2. Янютин Е.Г., Янчевский И.В., Воронай А.В., Шараната А.С. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций. – Харьков: ХНАДУ, 2004. – 392 с. 3. Верлань А.Ф., Сизиков В.С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. – Киев: Наук. думка, 1986. – 544 с. 4. Апарцин А. С. О численном решении систем интегральных уравнений Вольтерра I рода методом квадратур. – В кн.: Методы оптимизации и исследование операций. Иркутск, 1976. – Вып. 4. – С. 79-88.

Поступила в редколлегию 12.04.2007

С.И.ЯЦЬКО, канд.техн.наук, УкрГАЗТ; **В.В.КАРПЕНКО**,
канд.техн.наук; **А.Е.КОВАЛЕВ**; ГП завод «Электротряжмаш»

ИССЛЕДОВАНИЯ ВИБРОНАГРУЖЕННОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕЛЕЖЕК ЭЛЕКТРОПОЕЗДА ЭПЛ-9Т

Розглянуто питання визначення вібронавантаження в умовах рядової експлуатації елементів ходової частини електропоїзда ЕПЛ-9Т, виробництва ВАТ ХК «Луганськтепловоз». Отримано залежності пікових і середніх квадратичних значень віброприскорень букси, рами візка і тягового електродвигуна від швидкості руху електропоїзда. Дано оцінку впливу електромагнітних збурювань двигуна на результати вимірів. Отримані дані будуть використані в конструкторській практиці при проектуванні нових і доведенню серійних елементів ходової частини електропоїзда.

The questions of definition the vibration load in conditions the ordinary of maintenance of elements of a running part of an electrotrain EPL-9T, manufacture company «Luganskteplovovoz» are considered. The dependences of peak and average quadratic values vibration of acceleration, frame of the carriage, bearing assembly and of the electric motor from speed of driving of an electrotrain are obtained. The estimation of influence of electromagnetic perturbations of a drive on results of measurements is given. The obtained datas will be used in designer practice at projection new and operational development of serial elements of a running part of an electrotrain.

Введение. ХК «Лугансктепловоз» впервые в Украине разработан и изготовлен электропоезд ЭПЛ-9Т. В электропоезде применены: тележка и букса моторного вагона производства Россия (г. Тихвин), тележка и букса прицепного вагона производства ХК «Лугансктепловоз» и тяговые электрические двигатели (ТЭД) постоянного тока, с опорно-рамной подвеской, поставляемый Рижским электромеханическим заводом (Латвия).

Важной составной частью проектирования тягового подвижного состава (ТПС) является определение вибронагруженности его элементов в условиях рядовой эксплуатации.

Анализ последних достижений и публикаций. Ранее проведенные эксплуатационные испытания ТПС [1] дают сведения о вибронагруженности ходовой части локомотивов, однако не учитывают особенности нагружения конструктивных элементов тележек электропоездов. Кроме того, требования по режимам стендовых вибропрочностных испытаний в нормативных документах [2] устанавливаются в обобщенном виде. Так для ТЭД с опорно-рамным приводом указывается величина среднего квадратичного значения результирующего вектора без указания составляющих по направлениям. Отсутствие данных о реальном нагружении конструктивных элементов тележек электропоездов усложняет задачу обеспечения адекватности моделируемых процессов реальным значениям.

Цель работы. Целью исследований являлись определение уровней виброускорений на буксе, раме тележки и корпусе тягового электродвигателя для анализа источников механической вибрации и использование полученных результатов в практике проектирования и совершенствования методик стендовых вибропрочностных испытаний элементов тележек электропоездов отечественного производства.

Материал и результаты исследований. Исследования проводились в рамках проведения тягово-энергетических испытаний на электропоезде без пассажиров в декабре 2004 года в моторвагонном депо г. Фастова, на участке дороги Фастов-Кожанка.

Замеры виброускорений осуществлялись в вертикальном, поперечном и продольном направлениях на трех конструктивных элементах электропоезда:

- на буксе первой тележки головного вагона;
- на раме первой тележки головного вагона;
- на корпусе тягового электродвигателя моторного вагона, составляющего секцию с головным вагоном.

Виброускорения измерялись анализатором спектра вибрации 795М с использованием вибропреобразователей типа КД35. При этом анализатор спектра вибрации 795М настраивался на режим спектрального анализа виброускорений в диапазоне частот от 5 до 1000 Гц с разрешением 1600 линий быстрого преобразования Фурье. Данные замеров обрабатывались методами спектрального и регрессионного анализов, с использованием стандартных прикладных программ обработки данных.

На рис. 1 показано место установки вибропреобразователей на буксе первой тележки головного вагона и на корпусе тягового электродвигателя. Крепление вибропреобразователей в местах замеров осуществлялась посредством магнитов таблеточного типа.

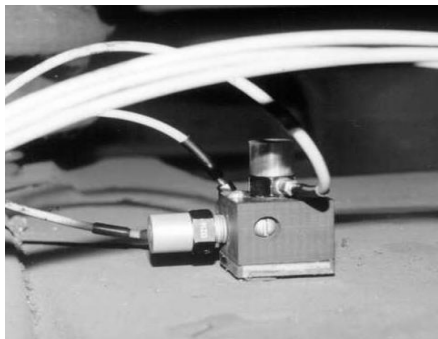
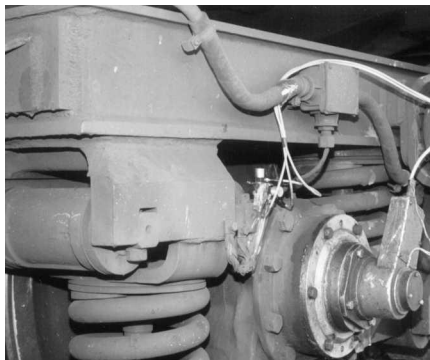


Рисунок 1 – Установка вибропреобразователей на буксе первой тележки головного вагона и на корпусе тягового двигателя

В процессе проведения исследований произведено 232 замера, в том числе на буксе первой тележки головного вагона – 126, на раме первой тележки головного вагона – 71, на корпусе тягового электродвигателя моторного вагона – 35.

В работе приведены пиковые и средние квадратичные значения (СКЗ) виброускорений. Величина среднего квадратичного значения виброускорения

A_e определяется по формуле $A_e = \sqrt{\sum_{i=1}^n A_{ei}^2}$, где A_{ei}^2 – среднее квадратичное

значение виброускорения, полученное при спектральном анализе для i -й составляющей спектра быстрого преобразования Фурье. Вычисление среднего квадратичного значения спектра виброускорений реализовано на аппаратном уровне в анализаторе спектра вибрации 795М.

Максимальная величина пиковых значений и СКЗ виброускорений на буксе, раме тележки и на корпусе ТЭД, а так же коэффициенты линейной корреляции виброускорений и скорости движения электропоезда приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1 – Максимальные значения виброускорений

Элемент ходовой части	Направление	Виброускорение, м/с ²	
		Пиковое	СКЗ
Букса	Вертикальное	63,7	20,2
	Поперечное	108,6	33,8
	Продольное	48,9	21,1
Рама тележки	Вертикальное	27,0	13,3
	Поперечное	22,2	7,5
	Продольное	11,1	3,9
ТЭД	Вертикальное	10,4	4,3
	Поперечное	7,4	2,8
	Продольное	12,2	6,2

Зависимости пиковых значений и СКЗ виброускорений в вертикальном направлении исследуемых элементов от скорости движения электропоезда приведены на рис. 2 и 3.

Определяющим фактором, влияющим на величину виброускорений буксы по всем направлениям в полосе частот от 5 до 1000 Гц, является скорость движения электропоезда.

Для рамы тележки величина пиковых виброускорений в вертикальном и продольном направлениях, а так же СКЗ виброускорений в продольном направлении существенно зависит от скорости движения электропоезда. СКЗ виброускорений в вертикальном и поперечном направлениях и пиковые зна-

чения виброускорений на раме тележки имеют слабую зависимость от скорости движения электропоезда.

Таблица 2 – Коэффициенты корреляции виброускорений и скорости движения

Элемент ходовой части	Направление	Виброускорение, m/s^2	
		Пиковое	СКЗ
Букса	Вертикальное	0,88	0,87
	Поперечное	0,57	0,57
	Продольное	0,86	0,80
Рама тележки	Вертикальное	0,57	0,40
	Поперечное	0,32	0,29
	Продольное	0,94	0,93
ТЭД	Вертикальное	0,10	0,02
	Поперечное	0,13	0,13
	Продольное	0,29	0,20

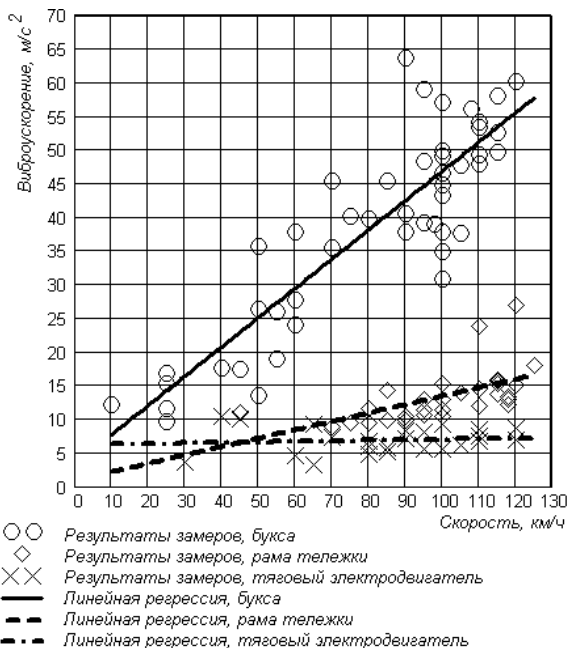


Рисунок 2 – Зависимость пиковых виброускорений от скорости движения в вертикальном направлении

Величина виброускорений корпуса ТЭД существенно не зависит от скорости движения электропоезда. Предположительно, уровень вибрации ТЭД

определяется режимом его работы (тяга, выбег). Однако, в связи с тем, что во время проведения исследований величина электрической мощности не фиксировалась, установить такую зависимость не представилось возможным.

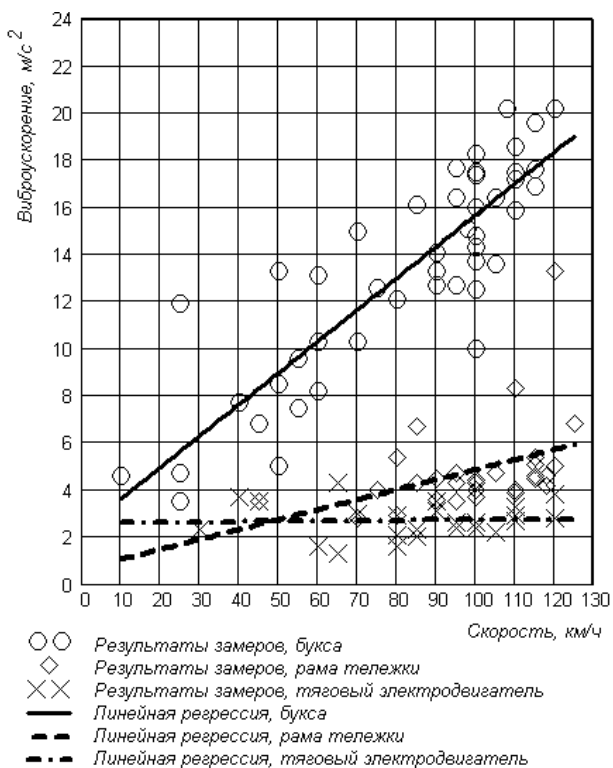


Рисунок 3 – Зависимость СКЗ виброускорений от скорости движения в вертикальном направлении

В качестве примеров на рис. 4, 5 и 6 показаны спектры виброускорений в вертикальном направлении на буксе, раме тележки и корпусе ТЭД.

Анализ спектров виброускорений буксы показал, что значительная доля вибрации (до 70 % общего уровня вибрации) обусловлена составляющими спектра на частоте свыше 100 Гц.

Характерной особенностью спектра рамы тележки является существенно меньший по сравнению с буксой уровень высокочастотных составляющих вибрации (до 30 % общего уровня).

Спектр виброускорений корпуса двигателя характеризуется наличием низкочастотных составляющих на частоте до 100 Гц включительно, преимущественно в режиме тяги, и незначительным уровнем высокочастотных со-

ставляющих. На спектрах виброускорений корпуса ТЭД и рамы тележки при больших скоростях движения явно выделяется составляющая на частоте 7-10 Гц, совпадающая с оборотной частотой оси колесной пары.

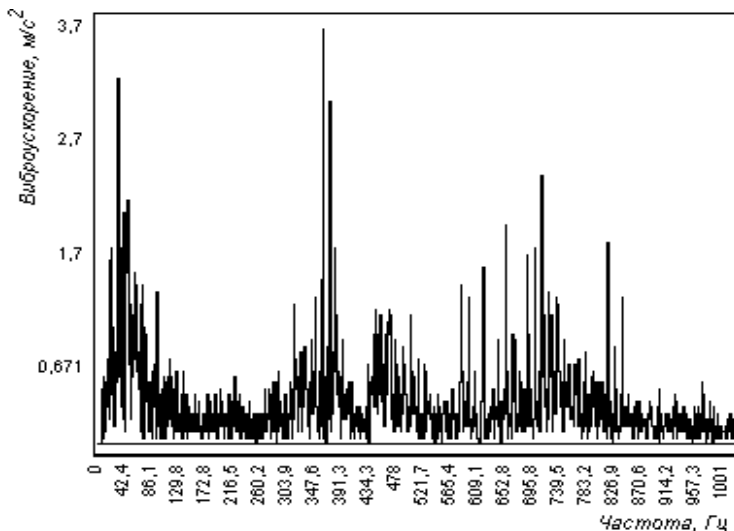


Рисунок 4 – Спектр виброускорений буксы в вертикальном направлении при скорости 120 км/ч

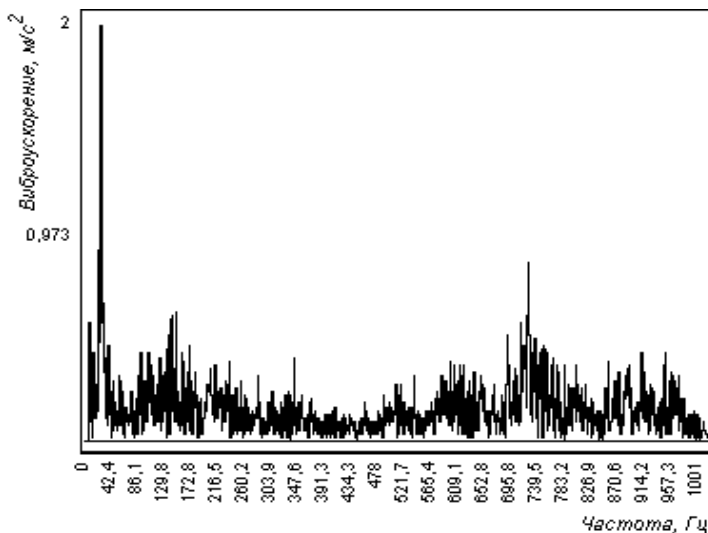


Рисунок 5 – Спектр виброускорений рамы тележки в вертикальном направлении при скорости 120 км/ч

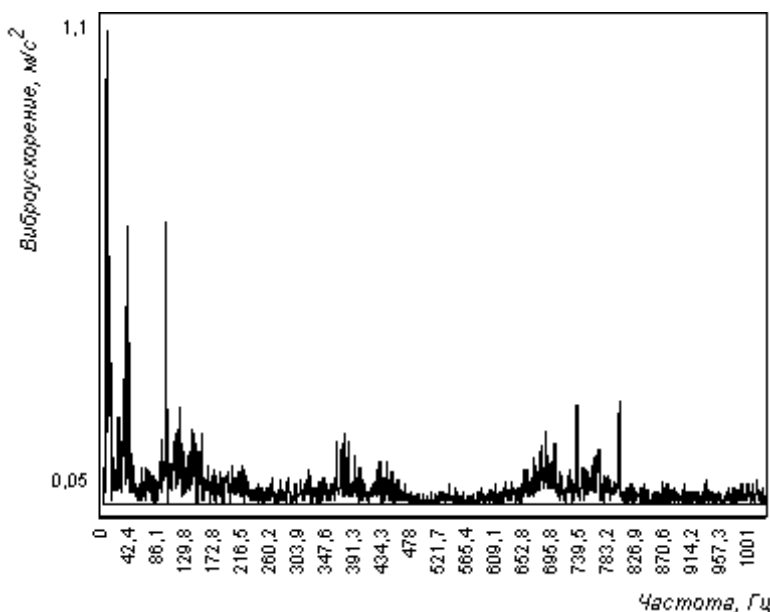


Рисунок 6 – Спектр виброускорений корпуса ТЭД в вертикальном направлении при скорости 110 км/ч

Анализ уровней виброускорений исследуемых элементов показал, что полученные максимальные значения виброускорений меньше нормативных, хотя имеют более широкий спектр, чем предусмотрено стандартом [3].

Кроме того, в режиме тяги в спектре виброускорений ТЭД проявляется составляющая на частоте пульсации электрического тока – 100 Гц. При этом величина этой составляющей составляет до 2,3 м/с² в вертикальном направлении и до 4,2 м/с² в продольном направлении.

Выводы.

1. Определяющим фактором, влияющим на величину виброускорений буксы в полосе частот от 5 до 1000 Гц, является скорость движения электропоезда, при этом в спектре вибрации доминирующими являются составляющие на частоте свыше 100 Гц. Коэффициенты корреляции виброускорений буксы и скорости движения составляют от 0,57 до 0,88 для различных направлений.

2. Уровень виброускорений на раме тележки значительно ниже, чем на буксе. В первую очередь это связано с гашением высокочастотных составляющих вибрации в элементах рессорного подвешивания тележки.

3. Вибрация корпуса ТЭД с опорно-рамной подвеской в значительной степени связана с режимом его работы. Уровень виброускорений на частоте

пульсации электрического тока достигает $4,2 \text{ м/с}^2$.

4. Соотношение между вертикальной, поперечной и продольной составляющими для пиковых виброускорений ТЭД выражается пропорцией $1:0,85:0,87$, а для средних квадратичных значений – $1:0,83:0,87$ и может быть принято для задания режимов стендовых вибропрочностных испытаний.

5. Полученные результаты используются в конструкторской практике при проектировании и испытаниях новых и серийно выпускаемых элементов тележек электропоездов.

Список литературы: 1. *Евстратов А.С.* Экипажные части тепловозов. – М., 1987. – 136 с. 2. ГОСТ 2582-81. Машины электрические вращающиеся тяговые. Общие технические условия. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 50 с. 3. ГОСТ 30631-99. Общие требования к машинам, приборам и другим техническим изделиям в части стойкости к механическим внешним воздействующим факторам при эксплуатации. – Киев, Госстандарт Украины, 2000. – 32 с.

Поступила в редколлегию 30.06.2007.

СОДЕРЖАНИЕ

А.Г.Андрєєв, А.Н.Маркін, О.В.Щепкін Оптимізація нагрівання при виплавлянні речовини з деталей циліндричної форми	3
А.Г.АНДРЕЕВ, А.В.ЩЕПКИН Разборка прессовых соединений с применением термовоздействия	13
Д.В.БРЕСЛАВСКИЙ, В.Н.КОНКИН, В.Г.СУКИАСОВ, Б.А.ПУСТОВОЙТ, БАХА В.Ф. ЯХЬЯ Моделирование и численный анализ влияния оперативной коррекции на напряженное состояние большой берцовой кости	16
А.Ю.ДЕНЬЩИКОВ, С.В.ПОДЛЕСНЫЙ, С.Н.ШИЛЮК, К.П.ШАПОВАЛОВ Оценка достоверности измерения внутренних напряжений методами магнитной структуроскопии	23
В.А.ЖОВДАК, А.Б.БЕЛОЦЕРКОВСКИЙ, М.М.СМИРНОВ, Ю.Н.УЛЬЯНОВ, С.И.ЯЦЬКО, О.В.ЧЕРНЫХ Виброизмерения рам тележек вагонов метрополитена в эксплуатационных условиях	27
В.А.ЖОВДАК, А.В.ТОРЯНИК Статистическая динамика строительных конструкций при сейсмическом воздействии	34
А.И.ЗАЙЦЕВ, В.М.ШАТОХИН Об исследовании критических скоростей ротора компрессора дизеля 6ТД-2 с нелинейной опорой	48
Б.Ф.ЗАЙЦЕВ, Н.Г.ШУЛЬЖЕНКО, А.В.АСАЕНОК Методика моделирования трещин с контактирующими берегами на основе метода конечных элементов	61
Р.Е.КОЧУРОВ, К.В.АВРАМОВ, И.Д.БРЕСЛАВСКИЙ К прощелкиванию пологих арок	68
В.М.КАПИНОС, Ю.А.ИЩУК, Т.И.ЗАХАРЧЕНКО Определение технического уровня паровых турбин, основанное на критериях качества	79
С.В.КРАСНИКОВ Исследование собственных колебаний системы турбоагрегат-фундамент-основание при различных схемах потери контакта	85
А.А.ЛАРИН Развитие методов расчета крутильных колебаний в Харьковском политехническом институте с 1930 по 1970 годы	90

Г.И.ЛЬВОВ, С.В.ЛЫСЕНКО, Е.Н.ГОРАШ Длительная прочность клапана высокого давления с учетом неоднородного распределения температуры	98
Г.Ю.МАРТЫНЕНКО Построение математической модели полного электромагнитного подвеса ротора с использованием взаимосвязанных магнитомеханических уравнений Рауса	107
С.А.НАЗАРЕНКО Анализ чувствительности конечномерных и континуальных моделей структурно связанных систем	127
И.Л.ОБОРСКИЙ, А.П.ЗВОНАРЕВА, А.В.ЩЕПКИН, В.И.ДУДИНСКИЙ Исследование технологических параметров сборки соединений с натягом, осуществляемых с термовоздействием	131
Э.С.ОСТЕРНИК О стохастической модели статора турбогенератора	135
В.П.ОЛЬШАНСКИЙ, С.В.ОЛЬШАНСКИЙ Об экстремумах скорости падения сферического тела переменной массы	147
В.О.ПОВГОРОДНИЙ Определение температурных напряжений платы с размещенными на ней электронными радиотехническими элементами	152
И.Л.СОЛОВЬЕВ Критические состояния консольных упругих труб под действием гироскопических и неконсервативных нагрузок	161
А.А.ТЕСЛЕНКО Фильтрация пьезооптических измерений в методе фотоупругости	169
В.М.ШАТОХИН, А.В.ШАПОВАЛОВ О снижении динамических нагрузок в валопроводе дизеля 6ТД-2	172
Е.Г.ЯНЮТИН, Н.И.КУЧЕРОВА Восстановление во времени функции нагрузки, воздействующей на бесконечную мембрану-полосу	182
С.И.ЯЦЬКО, В.В.КАРПЕНКО, А.Е.КОВАЛЕВ Исследования вибронагруженности элементов тележек электропоезда ЭПЛ-9Т	188

НАУКОВЕ ВИДАННЯ

ВІСНИК НАЦІОНАЛЬНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ «ХПІ»

Тематичний випуск
«Динаміка і міцність машин»

Збірник наукових праць № 22

Науковий редактор докт.техн.наук, проф. О.К.Морачковський

Технічний редактор Щепкін О.В.

Відповідальний за випуск В.М.Луньова

Підп. до друку 30.07.2007 р. Формат 60x84 1/16. Надруковано на цифровому видавничому комплексі Rank Xerox DocuTech 135. Умов.друк.арк. 9,4. Облік. вид. арк. 10,0. Наклад 300 прим. 1-й завод 1-100. Зам. № 408. Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ «ХПІ».

Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000 р.
61002, Харків, вул. Фрунзе, 21

Друкарня ТОВ «Сучасний друк», Харків, вул. Лермонтовська, 27
