

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
И НАУКИ УКРАИНЫ

ISSN 0453-7998  
ISSN 0234-5110

# ВЕСТНИК



**Харьковского  
Государственного  
Политехнического  
Университета**

---

**Выпуск 121**

**ХГПУ 2000**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ**

# **Вестник**

## **Харьковского государственного политехнического университета**

Выпуск 121.

**Системный анализ, управление  
и информационные технологии**

Основан в 1961 г.

Харьков 2000

Системний аналіз, управління і інформаційні технології: **Вісник Харківського державного політехнічного університету**. Збірка наукових праць. Випуск 121. — Харків: ХДПУ: 2000. — 156 с.

У віснику представлені теоретичні та практичні результати наукових досліджень та розробок, що виконані викладачами вищої школи, аспірантами, науковими співробітниками різних організацій та підприємств.

Для наукових співробітників, викладачів, аспірантів.

В вестнике представлены теоретические и практические результаты научных исследований и разработок, выполненных преподавателями высшей школы, аспирантами, научными сотрудниками различных организаций и предприятий.

Для научных работников, преподавателей, аспирантов.

Редакційна колегія: *М.Д.Годлевський*, д-р техн. наук, проф. (відп.ред.); *Л.Г.Раскін*, д-р техн. наук, проф. (заст.відп.ред.); *М.І.Безменов*, канд.техн.наук, доц.(відп.сскр.); *Є.С.Александров*, д-р техн. наук, проф.; *Є.Г.Голоскоков*, д-р техн. наук, проф.; *А.В.Дабаган*, д-р техн. наук, проф.; *В.Я.Заруба*, д-р екон. наук, проф.; *І.В.Кононенко*, д-р техн. наук, проф.; *О.С.Куценко*, д-р техн. наук, проф.; *Л. М. Любчик*, д-р техн. наук, проф.; *Г.А.Сухоруков*, д-р техн. наук, проф.; *М.О.Ястребенецький*, д-р техн. наук, проф.

Адреса редакційної колегії: 61002, м. Харків, вул. Фрунзе, 21, Харківський державний політехнічний університет, кафедра економічної кібернетики та маркетингового менеджменту, тел.: (0572) 40-06-12.

**Рекомендовано до друку Вченою радою ХДПУ,  
протокол № 10 від 01.12.2000р.**

## ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ ИЗОПЕРИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

Розглянуті ізопериметричні варіаційні задачі, у яких праві частини обмежень є змінні величини. Пропонується методика їх рішення.

А. Изопериметрическая задача вариационного исчисления [1] в традиционной постановке имеет вид: найти функцию  $y(x)$ , доставляющую экстремальное значение, например, максимальное, функционалу

$$V(y(x)) = \int_{x_0}^{x_1} F(x, y(x), y'(x)) dx \quad (1)$$

и удовлетворяющую ограничениям

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i(x, y(x), y'(x)) dx = l_i, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (2)$$

Существенным в такой постановке задачи является то, что правые части ограничений (2) - фиксированные константы.

Вместе с тем значительное число практических задач распределения ресурсов, управления движением и др. обладают следующей важной особенностью: значения  $l_i, i = 1, 2, \dots, m$ , не обязательно фиксированы, они могут изменяться в определенных пределах. При этом во многих случаях могут быть введены функции  $\varphi_i(l_i)$ , задающие «штраф» за нарушение ограничений (2).

Тогда оптимальному решению задачи соответствует максимизация функционала (1) с учетом «платы» за величину  $l_i, i = 1, 2, \dots, m$ . Таким образом, задача становится параметрической. В этих условиях естественно переформулировать исходную задачу следующим образом: найти функцию  $y(x)$  и набор  $l_1, l_2, \dots, l_m$ , доставляющие максимум функционалу



$$\Phi(y(x), l_1, l_2, \dots, l_m) = \int_{x_0}^x F_i(x, y(x), y'(x)) dx - \sum_{i=1}^m \varphi_i(l_i) \quad (3)$$

и удовлетворяющую ограничениям (2).

Ниже предлагается методика решения полученной задачи, реализуемая в два этапа.

На первом из них обычным образом решается изопериметрическая задача (1)-(2), в которой значения  $l_i, i=1, 2, \dots, m$ , выступают как параметры. При этом получаем решение задачи в виде  $y(x, l_1, l_2, \dots, l_m)$ .

На втором этапе найденное решение подставляем в (3):

$$\begin{aligned} & \Phi(y(x, l_1, l_2, \dots, l_m), l_1, l_2, \dots, l_m) = \\ & = \int_{x_0}^x F_i(x, y(x, l_1, l_2, \dots, l_m), y'(x, l_1, l_2, \dots, l_m)) dx - \sum_{i=1}^m \varphi_i(l_i). \end{aligned} \quad (4)$$

Понятно, что функционал (3) при этом преобразуется в функцию параметров  $l_1, l_2, \dots, l_m$ .

Теперь полученную функцию указанных  $m$  переменных  $l_1, l_2, \dots, l_m$  максимизируем, используя для решения этой задачи любой алгоритм безусловной оптимизации (Нелдера - Мида, градиентный, Ньютона и т.д.) [2]. Указанное качество задачи является естественным следствием того, что вид функции  $y(x)$ , являющейся решением задачи (1), (2) определяется только характером функционалов, задаваемых подынтегральными выражениями в (1) и (2), но не значениями  $l_1, l_2, \dots, l_m$ . Заметим, что процедура решения задачи приобретает характер, типичный для задач системной оптимизации. При этом вначале задается набор параметров  $l_1, l_2, \dots, l_m$  и решается вспомогательная изопериметрическая задача (1)-(2). Затем решается координирующая задача максимизации (4), в результате которой получаем новый набор  $l_1, l_2, \dots, l_m$ . Далее процедура повторяется до выполнения критерия останова.

Б. Представляет интерес другой вариант параметризованной изопериметрической задачи: найти функцию  $y(x)$ , доставляющую экстремальное значение функционалу (1) и удовлетворяющую ограничениям

$$\int_{x_0}^x F_i(x, y(x), y'(x)) dx \leq \xi_i, \quad i=1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

с вероятностями, соответственно равными  $p_1, p_2, \dots, p_m$ . Здесь  $\xi_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , - случайные величины, плотности распределения которых заданы:  $g_i(x)$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ .

Другими словами, искомая функция  $y(x)$  должна быть такой, чтобы, максимизируя (1), удовлетворять соотношениям

$$\text{Вер} \left\{ \int_{x_0}^{x_1} F_i(x, y(x), y'(x)) dx \leq \xi_i \right\} = p_i, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Методика решения задачи (1), (6) также является двухэтапной.

На первом этапе, используя плотности распределения  $g_i(x)$  случайных величин  $\xi_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , найдем совокупность неслучайных параметров  $l_i$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ , таких, что

$$\text{Вер} \{ l_i \leq \xi_i \} = p_i, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Понятно, что значения  $l_i(p_i)$  могут быть найдены, как решения уравнений

$$\int_{l_i}^{\infty} g_i(x) dx = p_i, \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Если при этом ввести

$$G_i(l_i) = \int_{l_i}^{\infty} g_i(x) dx, \quad (9)$$

то

$$l_i = G_i^{-1}(p_i).$$

В случаях, когда функция  $g(x)$  такова, что интеграл (9) не вычисляется в квадратурах, значения  $l_i$  могут быть рассчитаны с применением любых технологий численного интегрирования.

Теперь, на втором этапе, решается обычная изопериметрическая задача, в которой ограничения имеют стандартный вид

$$\int_{x_0}^{x_1} F_i(x, y(x), y'(x)) dx = l_i(p_i), \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (10)$$

Ясно, что функция  $y(x)$ , максимизирующая (1) и удовлетворяющая (10), будет одновременно удовлетворять и условиям (6), что непосредственно следует из способа выбора  $l_i(p_i)$  в соответствии с (8).

**Список литературы:** 1. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. -М.: Гостехиздат. 1952.-234с. 2. Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации. -М.: Наука. 1986.-328с.

*Поступила в редколлегию 16.10.2000.*

## **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ РЕИНЖИНИРИНГА УНАСЛЕДОВАННЫХ ИНФОРМАЦИОННО-УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ**

Розглянуто та обговорено деякі актуальні проблеми реінжинірингу успадкованих інформаційно-управляючих систем (ІУС). Виділено дві групи факторів, що мають вплив на структуру таких систем при їх експлуатації. Визначені роль та місце процесу реінжинірингу у загальній схемі життєвого циклу ІУС та запропоновано об'єктивно-орієнтований підхід до вирішення цієї проблеми.

### **1. Актуальность проблемы реинжиниринга**

В настоящее время во многих отраслях народно-хозяйственного комплекса Украины созданы и эксплуатируются сложные распределенные компьютерные системы различного назначения, внедренные за последние 10-15 лет. При их разработке и в ходе их эксплуатации применялись и применяются различные (и зачастую разнородные) проектные решения и инструментальные программные средства. В этих системах накоплены и постоянно возрастают большие и сверхбольшие объемы данных, которые хранятся в файловых системах и локальных базах данных разнородных форматов. При этом дальнейшая эксплуатация таких компьютерных систем предполагает учет следующих факторов, влияние которых отчетливо проявилось за последние 5-7 лет:

- Изменение принципов управления и технологии подготовки и принятия решений в экономике, производстве и т.д., связанное с переходом к рыночным принципам управления экономикой
- Появление принципиально новых информационных технологий для создания глобальных и корпоративных информационных систем: Internet / intranet технологии, хранилища данных, сетевые распределенные агенты, системы мобильных вычислений и т. п.
- Начало процесса интеграция экономических и производственных структур Украины в европейское и мировое информационное пространство.

Успешное и эффективное решение проблем обеспечения функционирования большинства современных систем управления сложными объектами в различных отраслях промышленности, экономики

и социальной сферы, вызванных этими причинами, предполагает проведение непрерывного процесса реинжиниринга (*reengineering*) программно-информационного обеспечения таких *унаследованных систем (legacy system)*. Под термином "унаследованная система" при этом мы будем понимать *сложную компьютерную информационно-управляющую систему сбора и обработки данных, поддержки принятия решений и т.п., ранее разработанную и внедренную в некоторой организации и имеющую жизненно важное значение для обеспечения ее нормального производственного процесса (бизнес-процесса)*. В настоящее время эта проблематика является одной из наиболее обсуждаемых в общем спектре вопросов проектирования и разработки современных компьютерных систем и приложений [1-2].

Особенно актуальной задачей реинжиниринга является для унаследованных информационно-управляющих систем (ИУС) контроля и управления различными сложными техническими объектами и технологическими процессами, которые имеют распределенную структуру, большую материальную стоимость и, во многих случаях, непрерывный цикл работы: напр., в энергетике, на транспорте и т.д. Это т.н. системы типа "7x24", т.е. системы, которые постоянно работают 7 дней в неделю круглосуточно. Уже по одной этой причине, как правило, их замена в целом либо по частям технически невозможна и экономически нецелесообразна. Все эти факторы и определяют научную актуальность и практическую важность поиска новых эффективных подходов к решению задачи реинжиниринга унаследованных ИУС.

## **2. Генезис проблемы и цель процесса реинжиниринга**

В современной, и в особенности, в зарубежной компьютерной литературе в настоящее время присутствует огромный спектр мнений и высказываний по вопросам целей и задач проведения различных процедур реинжиниринга программно-информационного обеспечения унаследованных систем: от технических задач простого перекодирования исходных текстов унаследованных программ до методологических проблем перепроектирования архитектуры сложных информационных систем (весьма полный литературный обзор этого спектра вопросов можно найти, например, в работах [2-4]). Поэтому представляется целесообразным предложить пояснить генезис и основную цель процесса реинжиниринга любой унаследованной ИУС схемой, показанной на рис. 1. В соответствии с ней, независимо от предметной области и конкретного назначения той или иной унаследованной системы, в ходе ее эксплуатации на нее воздействуют две группы внешних факторов, вызванных:

- 1) изменениями, постоянно происходящими в существующих аппаратно-программных средствах реализации таких систем: напр., появление новых операционных систем, языков

программирования, компонентных технологий, систем управления базами данных (СУБД) и т.д., - это т.н. *первая группа* факторов влияния

- 2) изменениями, появляющимися в технических средствах и технологических процессах, и объективно присущих соответствующему объекту управления: напр., обновление комплекса технических средств соответствующей системы управления предприятием, появлением более точных измерительных приборов, совершенствованием параметров технологических процессов - это т.н. *вторая группа* факторов влияния.

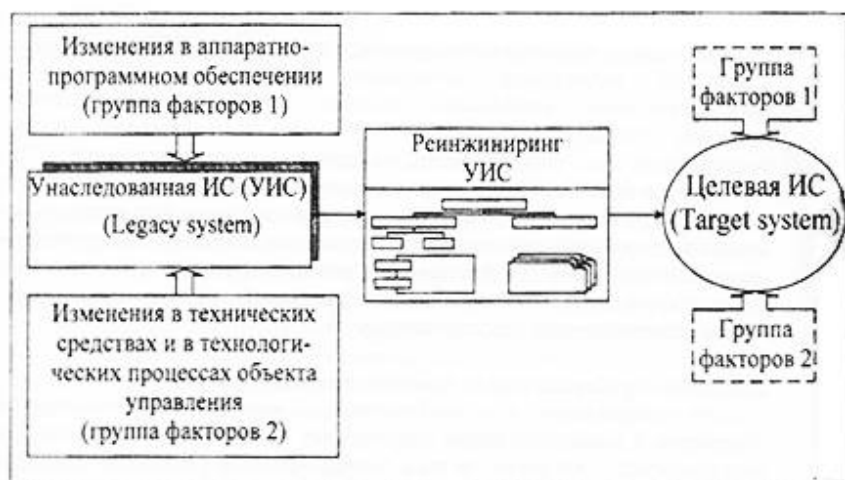


Рис. 1. Цель процесса ресинжиниринга унаследованной ИУС

Если при этом архитектура унаследованной системы (legacy system architecture) такова, что для адекватного учета влияния этих *двух групп факторов* постоянно требуется ее значительная переработка, а, в пределе, и полная ее замена, то это ведет к большим материальным затратам и снижению качества управления соответствующим бизнес-процессом в целом. Рациональный выход из этой ситуации может быть только один – *на определенном этапе эксплуатации унаследованной системы разработать и внедрить такую модель ее архитектуры, которая будет максимально инвариантной во времени по отношению к влиянию*

*факторов групп 1) и 2) и допускающую ее эволюционное развитие в процессе эксплуатации системы.*

В этом и заключается основная идея и задача проведения процесса реинжиниринга унаследованной информационной системы. Конечным результатом этого является т.н. целевая системная архитектура (target system architecture).

Очевидно, что проблемы реинжиниринга следует рассматривать в контексте обсуждения схемы всего жизненного цикла (life cycle schema) (ЖЦ) разработки и сопровождения современных информационных систем (ИС). Это непрерывный процесс, который начинается с момента принятия решения о необходимости создания системы и заканчивается в момент полного изъятия ее из эксплуатации. Основным нормативным документом, регламентирующим ЖЦ ИС, является международный стандарт ISO/IEC 12207 [5]. Он определяет структуру ЖЦ, содержащую процессы, действия и задачи, которые должны быть выполнены во время создания ИС. Если рассматривать, например одну из наиболее распространенных в настоящее время т.н. каскадную схему ЖЦ ИС, основными этапами которой являются :

- анализ требований к системе (system requirements analysis)
- проектирование (design)
- разработка и реализация (development and implementation)
- тестирование (testing)
- внедрение и поддержка (maintenance and support),

то процессы реинжиниринга естественным образом вписываются в нее как *обратная связь* между этапом сопровождения очередной (текущей) версии информационной системы и этапом разработки новой (последующей) версии этой системы (см. рис. 2.)

Таким образом, мы получаем *каскадно-циклическую* схему жизненного цикла разработки и сопровождения унаследованных информационно-управляющих систем. Успешное и эффективное решение проблем, вызванных этими причинами, предполагает проведение непрерывного процесса *реинжиниринга программно-информационного обеспечения* в таких системах. Под этим понимается разработка и реализация *комплекса моделей, архитектурных решений и информационных технологий* для непрерывной модернизации программно-информационного обеспечения унаследованных компьютерных систем.

### **3. Объектно-ориентированный подход к решению задачи реинжиниринга**

На кафедре АСУ НТУ "ХПИ" в течение ряда лет разрабатываются вопросы *объектно-ориентированного подхода* к реинжинирингу



Рис. 2. Каскадно-циклическая схема жизненного цикла ИУС

программно-информационного обеспечения сложных распределенных компьютерных систем [6-10]. Суть его заключается в том, что для процедуры реинжиниринга унаследованной ИУС разработана объектно-ориентированная структурно-параметрическая модель, основанная на концепции создания коллекции т.н. повторно используемых бизнес-объектов (reusable software business objects): унифицированных программных компонент, реализующих все основные функции обработки проблемных данных в ИУС [8,9]. Для разработки и реализации коллекции таких бизнес-объектов предлагается использовать специальный модельно-технологический инструментальный комплекс процедур и CASE (Computer Aided Software Engineering) - средств анализа и синтеза унаследованной и целевой системных архитектур ИУС, в который входят объектно-ориентированный унифицированный язык моделирования систем и процессов UML (Unified Modeling Language), компонентные архитектуры MS COM/DCOM/COM+, CORBA и современные Web-технологии. В настоящее время такой подход применяется для проведения реинжиниринга унаследованных диспетчерских ИУС на некоторых технологических объектах НАК (Национальной акционерной компании) "Нафтогаз України". При этом получены определенные практические

результаты, которые внедрены, например, на Ромненской газокompрессорной станции Сумского управления магистральных газопроводов и на Ливенцовском газовом месторождении в Харьковской области. Научная проблематика этого направления разрабатывается в сотрудничестве с партнерами кафедры АСУ ПТУ "ХПИ" в Австрии, в Институте прикладных информационных систем Клагенфуртского университета, которым руководит проф. Г. Майер (H. Mayr), президент Общества информатики Германии (Gesellschaft fuer Informatik-GI). Некоторые полученные результаты этого сотрудничества [8] были представлены на международной конференции по реинжинирингу унаследованных информационных систем *Re-Engineering Week'2000* в Швейцарии в марте 2000 г. (*URL: <http://www.reengineer.org/2000>*).

**Список литературы:** 1. Перевозчикова О.Л. Проблемы информационных технологий 2000 года. //Управляющие системы и машины. - 1998. -№6.- С.3-9. 2. Саймон Р. Стратегические технологии баз данных: менеджмент на 2000 год. Пер. с англ. М.: Финансы и статистика. - 1999. - 479 с. 3. Baumel U., Borchers J., Eicker S., u.a. Einordnung und Terminologie der Software Reengineering. //Informatik-Spektrum. Springer. - 1996.- №4(19).- S.191-195. 4. Mueller H. Software Migration Strategies //Reengineering Forum Europe 2000 (EuroREF: 7<sup>th</sup> Reengineering Forum). Proceedings (edited by Elliot Chikofsky). Workshop on Web Site Evolution. Zurich, Switzerland, 29 February - 3 March 2000, p.p.21-29. 5. Ungermann C., Tesch F.J., Stolpe B. Qualitätsmanagement bei der Softwareerstellung: Lehrfaden fuer die Umsetzung der DIN EN ISO 9000 ff. Duesseldorf, VDI-Verlag. - 1996. - 83 S. 6. Tkachuk N.B., Хабуш А. Современные информационные технологии для ре-инженеринга бизнес - процессов. // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: Збірка наукових праць ХДПУ. Вип. 7. В чотирьох частинах. Ч. 1. - Харків: Харк. держ. политехн. ун-т, 1999. - С.202-206. 7. Tkachuk N.V., Habboush A.Kh., Popov S.V., Dudko P.G. Object - oriented structural model and program package for distributed control system of air cooling facility on gas-compressor station. //Системний аналіз, управління і інформаційні технології: Вісник Харківського державного політехнічного університету. Збірка наукових праць. Вип. 73. - Харків, ХДПУ. - 1999. С.3-7. 8. Tkachuk M., Kaschek R., Popov S., Habboush A. Kh. A Gas - Compressor Station Case Study in Software Re-engineering //ReITS2000: 6-th International Conference on Re-Technologies for Information Systems (Preparing to E-Business) . - Oesterreichische Computer Gesellschaft. Band 132. - 2000. - p. p. 142-153. 9. Хабуш А. Объектно-ориентированный подход к реинжинирингу программного обеспечения в системе управления технологическим процессом. //Високі технології в машинобудуванні. Збірка наукових праць ХДПУ. - Харків, 2000. Вип. 1(3). С.273-277. 10. Хабуш А., Ткачук Н.В., Исмаилов Р. Применение Web - технологии в информационно-управляющей системе газокompрессорной станции магистрального газопровода. //Автоматика та приладобудування. Вісник Харківського державного політехнічного університету. Збірка наукових праць. Вип. 102.- С.113-117.

*Поступила в редакцію 18.10.2000.*



Ю.В.ИВАНЧИХИН

## ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕНАДЕЖНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЖНЫХ РЭС

В статті пропонується методика оцінки параметрів законів відновлення ненадійних елементів складних радіоелектронних систем.

Пусть сложная радиоэлектронная система (РЭС) имеет в своем составе совокупность ненадежных элементов. Длительность их безотказной работы является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения  $f_c(\underline{\varepsilon}(t), t)$ , являющейся функцией условий и режимов эксплуатации системы  $\underline{\varepsilon}(t)$ , а также времени их жизни  $t$ , причем

$$f_0(\underline{\varepsilon}(t), t) = \lambda(\underline{\varepsilon}(t), t) P(\underline{\varepsilon}(t), t) = \lambda(\underline{\varepsilon}(t), t) e^{-\int_0^t \lambda(\underline{\varepsilon}(x), x) dx}, \quad (1)$$

где  $\lambda(\underline{\varepsilon}(t), t)$  - интенсивность отказов элементов как функция от условий и режимов их эксплуатации  $\underline{\varepsilon}(t)$  и «возраста»  $t$ .

Оценим параметр потока восстановления элементов РЭС  $\omega_B(t)$ . В теории восстановления показано [1], что:

$$\omega_B(t) = f_B(t) + \int_0^t \int_0^{t-\tau} \omega_B(u) f_0(t-\tau-u) du \Big| f_B(\tau) d\tau. \quad (2)$$

Это интегральное уравнение Вольтерры второго рода с разностным ядром относительно  $\omega_B(t)$  для заданных  $f_0(t)$  и  $f_B(t)$

Коэффициент готовности и коэффициент оперативной готовности РЭС имеют соответственно следующие значения [2]:

$$K_r(t) = P_1 + P_2 = p(t) + \int_0^t p(t-\tau) \omega_B(\tau) d\tau. \quad (3)$$

$$P(t, t+\tau) = p(t+\tau) + \int_0^t \omega_B(u) p(t+\tau-u) du, \quad (4)$$

где  $p(t+\tau)$  - вероятность того, что РЭС не откажет ни разу в течение временного интервала  $(t+\tau)$ ,  $\int_0^t \omega_B(u) p(t+\tau-u) du$  - вероятность того, что РЭС последний раз откажет в некоторый момент времени  $u(u < t)$ , будет восстановлена к моменту времени  $t$  и не откажет более до момента  $t+\tau$ .

Таким образом, для расчета основных показателей надежности РЭС необходимо знать закон распределения продолжительности работы системы до отказа (или соответствующую плотность  $f_0(t)$ ) и параметр потока восстановлений  $\omega_B(t)$ , отыскиваемый из интегрального уравнения (2) через плотность распределения времени восстановления  $f_B(t)$ .

Точное аналитическое решение уравнения Вольтерры второго рода возможно лишь в некоторых частных случаях [3]. В связи с этим предлагается следующее. Для отыскания  $f_B(t)$  используем технологию параметризации, то есть требуемую плотность будем искать в каком-либо классе распределений. Требования к аналитическому описанию такой плотности состоит в возможности изменения в широком диапазоне ее статистических характеристик (математического ожидания, дисперсии, асимметрии, эксцесса) путем вариации параметров. Этому удовлетворяет функция плотности распределения, названная  $\phi$ -распределением [4]:

$$\phi(x) = A \cdot \left[ 1 - \theta_4 \cdot \frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} \right] \cdot \exp \left[ -\frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} (\rho + \theta_3 \cdot \text{sgn}(x - \theta_1)) \right], \quad (5)$$

Здесь  $A$  – нормирующий коэффициент,  $\theta_1$  – параметр, характеризующий математическое ожидание  $x$ ,  $\theta_2$  – параметр, характеризующий дисперсию  $x$ ,  $\theta_3$  – параметр, характеризующий асимметрию  $x$ ,  $\theta_4$  – параметр, характеризующий эксцесс  $x$ ,  $\rho$  – параметр, задающий возможности  $\phi$ -распределения по асимметрии.

Из соотношения (5) следует, что значения  $\phi$ -распределения при любых значениях входящих в него параметров являются неотрицательными. Множитель  $A$  отыскивается из условия нормировки

$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) dx = 1$ . Для унимодальности  $\phi(x)$  потребуем, чтобы на интервале

$[-\infty; m]$  она возрастала, т.е.  $\frac{d\phi(x)}{dx} > 0$ , если  $x \in [-\infty; m]$ , а на

интервале  $[m; +\infty]$  убывала, т.е.  $\frac{d\phi(x)}{dx} < 0$ , если  $x \in [m; +\infty]$ , где  $m = \theta_1$  – мода

распределения  $x$ . Условия унимодальности:

$\theta_4 - \left[ 1 + \theta_4 \cdot \frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} \right] \times (\rho - |\theta_3|) < 0$ , откуда получаем:

$$\left[ 1 + \theta_4 \cdot \frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} \right] \times (\rho - |\theta_3|) > \theta_4. \quad (6)$$

Условие (6) должно выполняться для всех  $x \in (-\infty; +\infty)$ ; и так как  $\theta_4 > 0$  и  $|\theta_3| < \rho$ , то и для  $x = \theta_1$ , при котором сомножитель

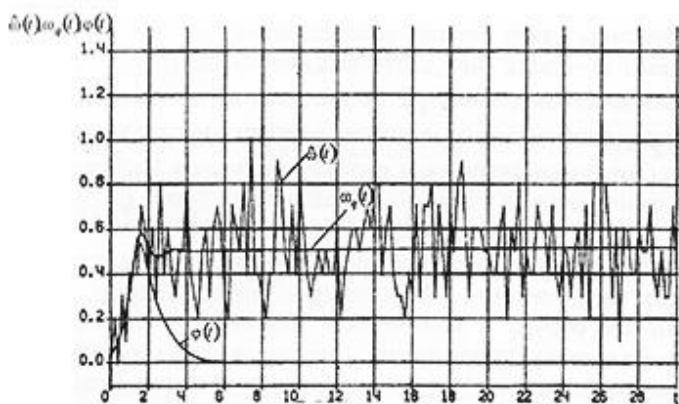


Рис. 1. - Расчет  $\hat{f}(t)$  с использованием  $\phi$  - распределения.

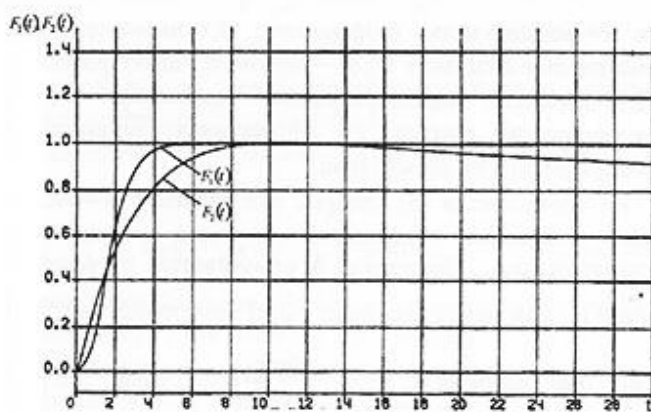


Рис. 2. - Проверка нормировки закона распределения.

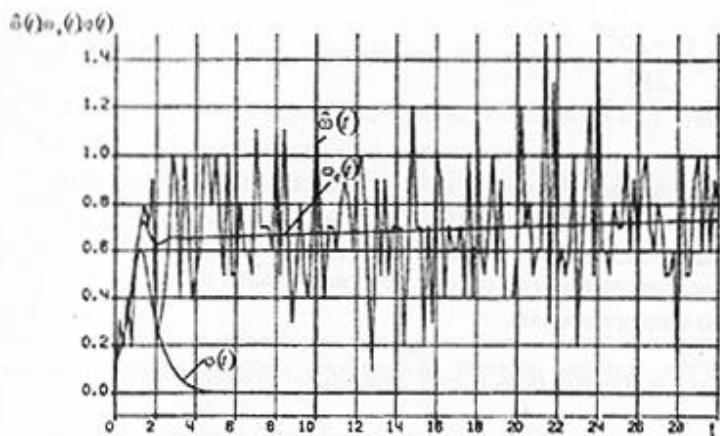


Рис. 3 - Расчет  $\hat{f}(t)$  использованием  $\Phi$  распределения.

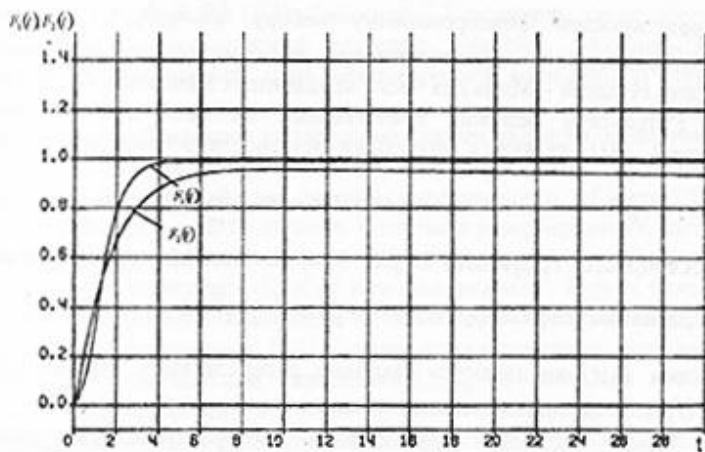


Рис. 4. - Проверка нормировки закона распределения.

$\left[ 1 + \theta_4 \frac{(x - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} \right]$  принимает наименьшее значение, равное 1. Отсюда следует:  $\theta_4 + |\theta_3| < \rho$ .

Исследуем возможности  $\varphi$ -распределения для отыскания плотности распределения времени восстановления, удовлетворяющего уравнению (2). Необходимо для заданных функций  $\omega_B(t)$  и  $f_0(t)$ , описывающих закон изменения потока восстановлений и плотность распределения времени работы до отказа, найти набор  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ , так, чтобы минимизировать

$$J = \int_0^t \left[ \omega_B(t) - \varphi(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) - \int_0^{t-\tau} \left[ \omega_B(u) f_0(t - \tau - u) du \right] \varphi(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4) d\tau \right]^2 dt \quad (7)$$

Критерий (7) - это интеграл от квадрата невязки между наблюдаемым законом изменения параметра потока восстановлений и вычисленным в соответствии с (2) описанием этого закона, соответствующем фиксированному набору  $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ . Полученная задача решалась с использованием имитационного моделирования методом Нелдера - Мида для числа ненадежных элементов в РЭС  $M=50$ .

Результаты решения представлены на рис. 1, 2. Полученные функции  $\varphi(t)$  являются искомыми плотностями распределения. Они удовлетворяют условию нормировки, то есть  $\lim_{t \rightarrow \infty} F_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \varphi(t) dt = 1$ , что

иллюстрируется графиками на рис. 3, 4. На этих же рисунках приведены для сравнения графики функции  $F_2(t) = \int_0^t f_{CPL}(t) dt$ . Видно, что функции  $F_2(t)$  не являются законами распределения, так как функция  $f_{CPL}(t)$  не везде положительна в области определения.

Таким образом, использование  $\varphi$ -распределения позволяет рассчитать плотность распределения времени восстановления по данным о законе изменения параметра потока отказов. Однако восстановленная плотность распределения однозначно задается характером данных о потоке отказов, при этом не учитывается структура и количественные параметры системы обеспечения запасными элементами РЭС.

**Список литературы:** 1. Кокс Д.Р., Смит С.Д. Теория восстановления. - М.: Сов. Радио, 1967. - 209с. 2. Левин Б.Р. Теория надежности радиотехнических систем. - М.: Сов. Радио, 1978. - 262с. 3. Верлань А.Ф., Сизиков В.К. Интегральные уравнения. - К.: Наукова Думка, 1986. - 543с. 4. Гнеденко Б.В., Беллев Ю.К., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. - М.: Наука, 1965. - 524с.

Поступила в редакцию 26.10.2000

## УПРАВЛЕНИЕ ИЗБЫТОЧНЫМИ СИСТЕМАМИ ГИРОДИНОВ В ЗАДАЧАХ РАЗВОРОТА КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

Запропоновано конструктивний алгоритм управління надлишковою системою гиродинів на основі нової оцінки ефективності. Наведено чисельні результати порівняння розроблених алгоритмів з деякими існуючими.

В настоящее время управление ориентацией космических аппаратов с длительным временем активного существования наиболее эффективно обеспечивается гиродинами (ГД). Системой ГД оснащены такие объекты, как ОКС «Мир», космический телескоп «Hubble», «Космос-2344», планируется их использовать и на международной космической станции «Альфа».

Одной из особенностей гиросиловых систем является избыточность вектора управления по числу компонент по отношению к минимальной размерности, необходимой для полной управляемости объекта. Такая избыточность обусловлена не столько аспектами резервирования, сколько соображениями эффективности функционирования силового гироскопического комплекса (СГК) в штатных режимах. В этих условиях управление отдельными ГД является нетривиальной задачей, некоторые решения которой изложены в [1,2]. Однако неоднозначность требований, предъявляемых к алгоритмам управления СГК, не позволяет в общем случае выделить среди них наиболее эффективный. Целью настоящего исследования является разработка конструктивных алгоритмов управления избыточной системой ГД произвольной структуры и сравнение их с существующими алгоритмами.

Постановка задачи. Пусть  $\vec{M}^*(t)$  - требуемое в каждый момент времени значение вектора управляющего момента, обеспечивающего желаемое вращение КА. Со стороны СГК к аппарату прикладывается момент

$$\vec{M} = -(\vec{\omega} \times \vec{H}) - \sum (\vec{\beta}) - L(\vec{\beta})\dot{\vec{\beta}}. \quad (1)$$

Здесь  $\vec{\omega}$  - вектор абсолютной угловой скорости КА и  $\vec{H}_\Sigma(\vec{\beta}) = \sum_{i=1}^m \vec{H}_i(\vec{\beta}) = \text{col}\{\vec{H}_{\Sigma x}, \vec{H}_{\Sigma y}, \vec{H}_{\Sigma z}\}$  - вектор суммарного кинетического момента СГК в проекциях на связанные с КА оси;  $m$  - число ГД, входящих в комплекс ( $m > 3$ );  $\beta_i, \dot{\beta}_i$  - соответственно угол прецессии и скорость прецессии  $i$ -го гиродина, объединенные в  $m$ -мерные векторы  $\vec{\beta} = \text{col}\{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$  и  $\dot{\vec{\beta}} = \text{col}\{\dot{\beta}_1, \dot{\beta}_2, \dots, \dot{\beta}_m\}$ . Матрица  $L(\vec{\beta})$  - матрица Якоби ( $3 \times m$ )

$$L(\vec{\beta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma x}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma x}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma x}}{\partial \beta_m} \\ \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma y}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma y}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma y}}{\partial \beta_m} \\ \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma z}}{\partial \beta_1} & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma z}}{\partial \beta_2} & \dots & \frac{\partial \vec{H}_{\Sigma z}}{\partial \beta_m} \end{bmatrix}$$

Полагая векторы  $\vec{\omega}, \vec{H}_\Sigma, \vec{\beta}$  в каждый момент времени известными, задача управления СГК состоит в определении вектора  $\dot{\vec{\beta}} \in \{E_m \mid |\dot{\beta}_i| \leq \dot{\beta}_{\max}, i = \overline{1, m}\}$ , отвечающего уравнению (1), в котором  $\vec{M} = \vec{M}^*$ .

**Критерии эффективности решения.** Преобразуем уравнение (1) к виду

$$L \dot{\vec{\beta}} = \vec{\mu}, \quad (2)$$

в котором матрица  $L$  и вектор правых частей  $\vec{\mu} = -\vec{M}^* - (\vec{\omega} \times \vec{H}_\Sigma)$  являются заданными. Поскольку  $m > 3$ , решение уравнения (2) не единственное. Сформируем критерий эффективности решения с учетом следующих требований практической реализуемости управления:

1) найденное решение уравнения (2) должно удовлетворять условию

$$|\dot{\beta}_i| \leq \dot{\beta}_{\max}, i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

если такое существует;

2) реализация найденного вектора управления  $\dot{\vec{\beta}}$  должна обеспечивать «увод» СГК от особых состояний, при которых  $\text{rang}(L) < 3$ .

Для выполнения условий (3) целесообразно использовать в качестве показателя эффективности решения величину  $\sigma^* = \max_{i=1, m} |\dot{\beta}_i|$ . С другой

стороны, показателем «невыврожденности» матрицы  $L$  может служить величина  $\Delta = \det(LL^T)$ . Таким образом, решение уравнения (2) будем искать с учетом показателей  $\sigma^*, \Delta$ .

**Сведение исходной задачи к задачам оптимизации.** Будем искать вектор управления СГК в виде

$$\dot{\vec{\beta}} = \dot{\vec{\beta}}_0 + \dot{\vec{\beta}}_1, \quad (4)$$

в котором  $\dot{\vec{\beta}}_0$  - вектор, обеспечивающий решение уравнения

$$L\tilde{\beta}_0 = \tilde{\mu}, \quad (5)$$

и  $\tilde{\beta}_n$  - вектор, соответствующий так называемому «нуль»-повороту ГД, из уравнения

$$L\tilde{\beta}_n = 0, \quad (6)$$

Определение вектора  $\tilde{\beta}_0$  будем называть задачей управления вращением (ЗУВ) КА, вектора  $\tilde{\beta}_n$  - задачей реконфигурации (ЗРК) СГК. Обе задачи в силу избыточности  $\tilde{\beta}$  имеют не единственное решение.

В основу определения  $\tilde{\beta}_0$ , в отличие от [1,2], положим решение задачи

$$\min_{\tilde{\beta}_0} \sigma^* = \min_{\tilde{\beta}_0} \max_{i=1,m} |\beta_{0i}| \quad (7)$$

при ограничении (5). Смысл такой оптимизации состоит в том, что решение основной задачи (ЗУВ) осуществляется с минимальными затратами ресурса гиросилов, определенного величиной  $\beta_{\max}$ .

С другой стороны, поиск решения ЗРК будем осуществлять из условия

$$\max_{\tilde{\beta}_n} \Delta = \max_{\tilde{\beta}_n} \det(L(\tilde{\beta})L^T(\tilde{\beta})) \quad (8)$$

при ограничениях (6) и (3). Таким образом, «оставшийся» ресурс ГД будет направлен на реконфигурацию СГК, что должно обеспечить достаточно высокую эффективность гиросиловой системы для последующего управления.

Алгоритм решения ЗУВ. В общем случае задача (7) при ограничении (5) сводится к задаче линейного программирования. При этом использование стандартных методов ее решения связано со значительным объемом вычислений, что делает их малоприменимыми в алгоритмах реального времени, каковым является алгоритм управления СГК.

В связи с этим предлагается сравнительно простой алгоритм решения ЗУВ.

Пусть  $\text{rang} L = s \leq 3$ . Тогда матрицу  $L$  и вектор  $\tilde{\beta}_0$  можно представить в блочном виде  $L = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \\ (3-s) \times s & (3-s) \times (m-s) \end{bmatrix}$ ,  $\tilde{\beta}_0 = \text{col}(\tilde{\beta}_0^{(1)} \quad \tilde{\beta}_0^{(2)})$ , причем  $\text{rang} L_{11} = s$

(в общем случае столбцы матрицы можно поменять местами, соответственно перенумеровав и компоненты вектора  $\tilde{\beta}_0$ ). С учетом сказанного уравнение (5) перепишем в виде  $\tilde{\beta}_0^{(1)} = L_{11}^{-1}(\tilde{\mu} - L_{12}\tilde{\beta}_0^{(2)}) = \tilde{z}_0 + C_1\tilde{\beta}_0^{(2)}$ , в котором  $\tilde{z}_0 = L_{11}^{-1}\tilde{\mu}$ ,  $C_1 = -L_{11}^{-1}L_{12}$ .

Тогда решение задачи (7) имеет наглядную геометрическую интерпретацию, которую приведем для случая  $m=4$  (рис. 1).



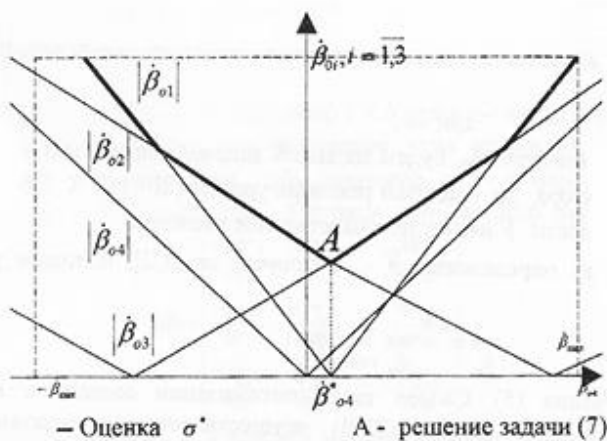


Рис 1. Минимаксная задача для  $m=4$

На приведенном рисунке максимум достигается на «верхней» границе совокупности ломаных. Минимизация по переменной  $\beta_{04}$  приводит к нахождению «нижней» точки этой границы. Таким образом, алгоритм решения ЗУВ можно построить на основе перебора точек сопряжения звеньев «верхней» границы. Опишем его в виде блок-схемы (рис.2).

Входными данными для алгоритма являются значения векторов  $\bar{c}_0$  и Матрица  $c_1$ , выходными – переменная  $\beta_{04}$ . Отметим, что описанный алгоритм с незначительными модификациями пригоден для любой структуры СГК с любым количеством ГД и работоспособен при любом ранге матрицы  $L$ .

Алгоритм решения ЗРК. В случае, когда  $\text{rang } L=3$ , решение уравнения (6) задается выражением  $\bar{\beta}_{Н} = (E_m - L^T(LL^T)^{-1}L)\bar{u}$ , в котором  $\bar{u}$  – произвольный  $m$ -мерный вектор,  $E_m$  – единичная матрица  $(m \times m)$ . Выберем  $\bar{u}$  из условия (8). Исходную задачу преобразуем по схеме

$$\max_{\bar{\beta}_n} \Delta(\bar{\beta}) \Rightarrow \max_{\bar{\beta}_n} \frac{d}{dt} \Delta(\bar{\beta}) = \max_{\bar{\beta}_n} \{ \text{grad}_{\bar{\beta}}^T \Delta(\bar{\beta}) \cdot (\dot{\bar{\beta}}_0 + \dot{\bar{\beta}}_H) \} = \max_{\bar{u}} \{ \text{grad}_{\bar{\beta}}^T \Delta(\bar{\beta}) (E_m - L^T(LL^T)^{-1}L)\bar{u} \}$$

Решением последней задачи является  $\bar{u}^0 = \alpha (E_m - L^T(LL^T)^{-1}L) \text{grad}_{\bar{\beta}} \Delta(\bar{\beta})$ , где

$\alpha > 0$ . Таким образом, искомое значение вектора  $\bar{\beta}_{Н}$ , удовлетворяющее (6) и (8), задается соотношением  $\bar{\beta}_{Н} = \alpha (E_m - L^T(LL^T)^{-1}L)^2 \text{grad}_{\bar{\beta}} \Delta(\bar{\beta})$ . Выбор  $\alpha$  осуществляется с учетом ограничений (3) по формуле

$$\alpha = \min_{i=1,m} \max \left\{ \frac{-\beta_{0i}^{\max} - \beta_{0i}}{\beta_{Нi}}, \frac{\beta_{0i}^{\max} - \beta_{0i}}{\beta_{Нi}} \right\}, \text{ где } \bar{\beta}_{Н} = (E_m - L^T(LL^T)^{-1}L)^2 \text{grad}_{\bar{\beta}} \Delta(\bar{\beta}).$$

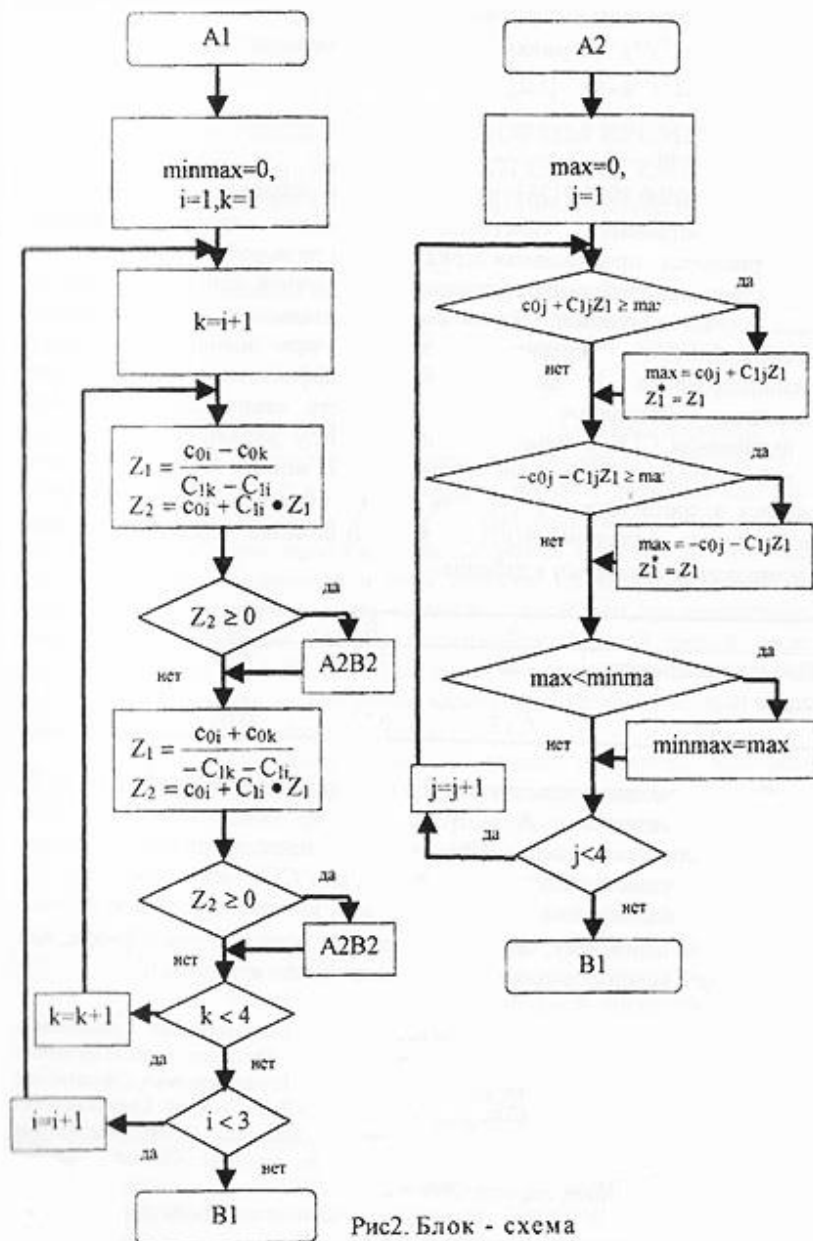


Рис2. Блок - схема

Сравнение эффективности алгоритмов. Для сравнения были приведены следующие алгоритмы:

A.  $\bar{p} = I^{-1}(\Pi L^{-1})^{-1}\bar{p}$  (нормальное решение уравнения (2))

B.  $\bar{p} = L^{-1}(\Pi L^{-1})^{-1}\bar{p} + \bar{p}_H$  [1,2]

C.  $\bar{p} = \bar{p}_0$

D.  $\bar{p} = \bar{p}_0 + \bar{p}_H$

При  $I = \text{diag}\{2500, 3000, 1125\}$  кг × м<sup>2</sup>;  $\beta_{\text{max}} = 10$  град/с;  $n = 25 \text{ кг} \times \text{м}^2/\text{с}$  (модуль собственного кинетического момента одного гиродина) рассматриваются произвольная серия из семи разворотов КА, каждый из которых задается требуемой ориентацией и конечной угловой скорости (в общем случае ненулевой). Такая серия задавалась с целью проверки «невыврожденности» гиросиловой системы при циклическом режиме функционирования. В качестве оценки эффективности алгоритмов принималась минимальная продолжительность серии разворотов КА, обеспечиваемая SGK с точностью 10" - по углу разворота и 10"/с - по угловой скорости. Требуемый управляющий момент  $\bar{M}^*(t)$  при этом задавался в соответствии с [3]. Для оценки управляющих свойств SGK использовалась величина  $\Delta(\bar{\beta})$  в момент окончания серии. Результаты моделирования приведены в таблице.

	A	B	C	D
Продолжительность серии (с.)	730	700	670	685
$\Delta(\bar{\beta})$	0.13	0.20	0.02	0.05

Результаты свидетельствуют, что предложенные алгоритмы (C и D) эффективнее алгоритмов A и B по первому показателю. При этом «выигрыш» составляет около 10% от общей продолжительности серии. Алгоритмы, осуществляющие реконфигурацию SGK (алгоритмы B и D), обеспечивают более высокий показатель  $\Delta(\bar{\beta})$ , но при этом эффективность управления по основному, первому показателю, ниже. Таким образом, для практического использования можно рекомендовать алгоритм C.

**Список литературы.** 1. Карначев Ю.А. Градиентно-частотное управление избыточными структурами двухстепенных гироскопов. – Механика гироскопических систем. – 1986. – Вып. 5. – С. 20-28. 2. Чжан Вен Жень. Небесная механика и управление ориентации КА. Пекин, 1998. – 320с. 3. Успенский В.Б., Лю Хуэй. Сравнительная характеристика кватернионных моделей вращения твердого тела. // Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье. Сб. науч. трудов ХГПУ. Вып. 7. Часть первая, Харьков, 1999. – С. 216-219.

*Поступила в редколлегию 17.12.99*

А.А.ГАЛУЗА

## АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ФОРМЫ ВРЕМЕННОГО СИГНАЛА, ИСКАЖЕННОГО РАССЕИВАЮЩИМ КАНАЛОМ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

В статті запропоновано алгоритм отримання форми часових відеоімпульсів на виході однорідного поглиняючого розсіюючого каналу передачі сигналів. Алгоритм базується на моделі багатократного розсіювання. Приведено приклади результату роботи алгоритму для деяких параметрів каналу передачі.

Проблема распространения и рассеяния электромагнитных (ЭМ) волн в атмосфере, гидросфере и биологических средах становится все более важной, особенно в таких областях науки и техники, как связь, дистанционное зондирование и обнаружение, экологический мониторинг. Это делает актуальной задачу разработки новых моделей, алгоритмов и информационных технологий в этой области. Свойства названных сред (радиоканалов) подвержены, как правило, случайным пространственно-временным флуктуациям. ЭМ сигнал, измененный такой средой, несет в себе информацию о ней. Эту информацию можно извлечь, для чего необходимо иметь как можно более адекватную математическую модель процесса рассеяния в конкретной среде.

Точная модель, построенная на основе уравнений Максвелла, чрезвычайно сложна, поэтому ее практическое применение затруднено.

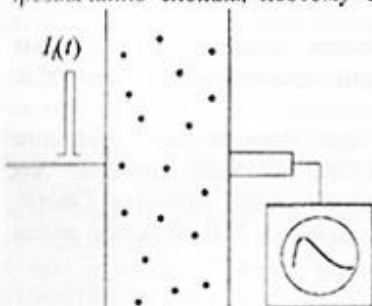


Рис. 1. Схема эксперимента.

Предполагается, что среда имеет вид плоскопараллельного слоя толщиной  $L$ , а импульс падает нормально к границе. Детектор расположен на оси распространения (схема эксперимента приведена на рис. 1).

Существует большое количество приближенных моделей [1-3], описывающих различные ситуации. В настоящей работе рассмотрена одна из таких моделей [3], описывающая влияние случайно-неоднородной поглощающей среды на форму монохроматического сигнала. Построена вычислительная процедура получения формы результирующего сигнала в рамках рассматриваемой модели.

Как показано в [1], интенсивность выходного сигнала в случае линейной стационарной среды определяется соотношением:

$$I(t) = \int G(t-t')I_i(t')dt' \quad (1)$$

где  $I_i(t)$  - интенсивность входного сигнала, а  $G(t)$  - функция Грина задачи. Как видно из (1), при известной  $I_i(t)$ ,  $G(t)$  полностью определяет  $I(t)$ . Для удобства часто пользуются не функцией Грина  $G(t)$ , а функцией когерентности  $\Gamma(\eta)$ , связанной с  $G(t)$  Фурье-преобразованием:

$$G(t) = \frac{1}{2\pi} \int \Gamma(\eta) \exp(-i\eta t) d\eta \quad (2)$$

В работе [3] получено уравнение для функции  $\Gamma(\eta)$ , соответствующей рассматриваемой среде. Оно имеет вид:

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{v}{2} \frac{\partial}{\partial r} r + ia \frac{\partial^2}{\partial r^2} + br^2 \right) \Gamma(\eta; z, r) = 0 \quad (3)$$

с начальным условием  $\Gamma(\eta; z=0, r) = 1$ . В (3) использованы следующие обозначения:  $r$  - радиальная координата;  $z$  - продольная координата;  $a = \pi/\eta k^2$ ;  $b = \rho \sigma_s k^2 / 4\alpha_p$ ; где  $c$  - скорость света;  $k$  - волновое число ЭМ излучения;  $\rho$  - концентрация рассеивающих центров среды;  $\sigma_s$  - сечение рассеяния;  $\alpha_p$  - угловой параметр рассеяния,  $v$  - показатель поглощения. В этой же работе получено решение уравнения (3) в точке  $r = \theta$ :

$$\Gamma(z, \theta) = \frac{\exp(-vz/2)}{\cos(\Omega z) + \gamma \sin(\Omega z)} \quad (4)$$

где  $\gamma = v/8iA$ ,  $A = \left( \frac{b}{4ia} - \left( \frac{v}{8ia} \right)^2 \right)^{1/2}$ ,  $\Omega = 4iA$ .

Выражения (1), (2) и (4) послужили основой для создания вычислительной процедуры получения формы временного видеосигнала на выходе рассматриваемой среды.

Основная трудность возникает при выполнении обратного преобразования Фурье (2). Это неустойчивая операция, поэтому для получения  $G(t)$  был использован специализированный алгоритм Гавера-Стефеста [5]. Как показано в работе [4], функция  $G(t)$  обладает рядом инвариантных свойств, а именно,

- 1)  $G(0) = 0$ ;
- 2)  $G(t)$  имеет экспоненциальную асимптотику при  $t \rightarrow \infty$ ;
- 3)  $G(t)$  имеет единственный максимум и две точки перегиба.

В алгоритме Гавера-Стефеста используется разложение оригинала в базис из функций, обладающих именно такими свойствами, благодаря чему этот алгоритм дает в нашем случае точные и устойчивые результаты.

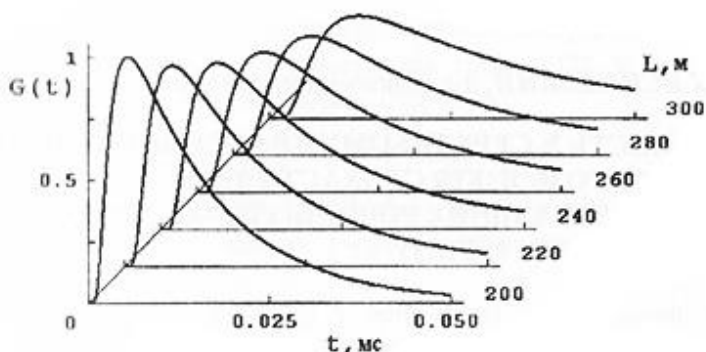


Рис. 2. Графики зависимости  $G(t)$  (в относительных единицах) для различных значений толщины  $L$  пролетного слоя среды.

На рис. 2 приведены результаты работы процедуры вычисления  $G(t)$  (параметры расчета:  $\alpha_p = 3 \cdot 10^{-2}$ ,  $\rho = 10^4 \text{ м}^{-3}$  и  $\sigma_a = 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2$ ,  $\nu = 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ ). Тестирование процедуры обратного преобразования Фурье было выполнено на модельных примерах и показало достаточную точность алгоритма. Верификация результатов была проверена путем вычисления моментов функции  $G(t)$  и сравнения их с аналитическими результатами, приведенными в работе [4], а также сравнения с ранее известными результатами для случая непоглощающей среды ( $\nu = 0$ ) [2].

В настоящей работе показана методика получения временной формы ЭМ сигнала прошедшего однородный поглощающий рассеивающий канал передачи. Результаты могут быть использованы для анализа предельных возможностей передающих трактов, а так же при решении обратных задач (восстановление исходного сигнала, определение параметров среды).

Список литературы: 1. Фалькович С.Е., Пономарев В.И., Шкварко Ю.В. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием. - М.: Радио и связь, 1989. - 296 с. 2. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. В 2-х т. - М.: Мир, 1981. 3. Галуза А.А., Мазманишвили А.С. О временных характеристиках ЭМ импульса прошедшего через однородную поглощающую диффузионную среду// Радиопизика и радиоастрономия. - 1997. - Т. 2, № 2. - С. 211—213. 4. А.А. Galuza, A.S. Mazmanishvili. Analysis of Ishimaru Parabolic Equation: The Laguerre Invariance of the Output Time Impulses Shape// The Proc. of VII International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET'98), Kharkov, Ukraine, June 2-5, 1998, pp. 429-31. 5. Вирченко Ю.П., Костенко Ю.Т., Мазманишвили А.С. Вероятностные модели случайных процессов и функционалов в прикладных задачах.-К.: НМК ВО, 1992.-103 с.

Поступила в редколлегию 08.02.2000

**В.К.ЯСИНСЬКИЙ**, д-р фізико-математичних наук, **В.Ю.БЕРЕЗА**

## СТІЙКІСТЬ У СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ ТА ОЦІНКИ РОЗВ'ЯЗКІВ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІТО - СКОРОХОДА НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПУ

В статті пропонуються достатні умови асимптотичної стійкості в середньому квадратичному для довільного запізнення та функції, які визначають початкові збурення для тривіального розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь нейтрального типу з пуассонівськими перемикашками.

Нехай заданий ймовірнісний простір  $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P})$  і фільтрація  $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0\}$  [1]-[5]. Нехай з фільтрацією  $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0\}$  узгоджені стандартний вінерівський процес  $\{w(t) \equiv w(t, \omega), t \in [0, T], \omega \in \Omega\} \subset \mathbf{R}^1$ , центрована пуассонівська міра  $\{\tilde{v}(t, A) \equiv v(t, A) - t\mathbf{P}(A)\} [1]$ , а також випадковий процес  $\{x(t) \equiv x(t, \omega), t \geq 0, \omega \in \Omega\} \subset \mathbf{R}^n$ . Причому процес  $\{x(t)\}$  заданий за допомогою стохастичного диференціального рівняння нейтрального типу з пуассонівськими перемикашками (СДРНТПП):

$$d[x(t) - Dx(t - \tau)] = [A_0 x(t) + A_1 x(t - \tau)] dt + [B_0 x(t) + B_1 x(t - \tau)] dw(t) + \int_{\mathbf{U}} [C_0(u)x(t) + C_1(u)x(t - \tau)] \tilde{v}(dt, du), \quad (1)$$

з початковою умовою

$$x(t) = \psi(t), t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

де  $\{\psi(t)\}$  - неперервно-диференційовна на проміжку  $[-\tau, 0]$  функція така, що  $\psi(t) \geq \psi(0), \dot{\psi}(t) \geq \dot{\psi}(0), t \in [-\tau, 0]$ .

Тут  $A_0, A_1, B_0, B_1, D$  - числові матриці  $n \times n, \tau > 0$  - постійне відхилення аргументу,  $\{C_0(u)\}, \{C_1(u)\}$  - матричні функції  $n \times n, u \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^n$ .

Під матричною нормою будемо розуміти спектральну, тобто  $\|A\| \equiv \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ , де  $\lambda_{\max}(A), \lambda_{\min}(A)$  - відповідно максимальне і мінімальне власні числа матриці  $A$ .

Нехай

$$\|D\| < 1, \int_{\mathbf{U}} \|C_i(u)\|^2 \mathbf{P}(du) < \infty, i = 0, 1, \text{ де } u \in \mathbf{U} \subset \mathbf{R}^n. \quad (3)$$

Позначимо через  $D_+([-\tau, 0])$  простір Скорохода неперервних справа функцій  $\{\varphi(t)\} \subset \mathbb{R}^n$ , які мають лівосторонні границі [7]. У просторі  $D_+([-\tau, 0])$  розглядають звичайну метрику Скорохода :

$$\rho(\varphi, \psi) = \inf_{\lambda} \left[ \sup_{-t \leq s \leq 0} |\varphi(t) - \psi(\lambda(t))| + \sup_{-t \leq s \leq 0} |t - \lambda(t)| \right] \quad (4)$$

для  $\forall \varphi, \psi \in D_+([-\tau, 0])$ , де  $\{\lambda(t), t \in [-\tau, 0]\} \subset \Lambda$ ,  $\Lambda$  - множина всіх зростаючих неперервних відображень відрізка  $[-\tau, 0]$  на себе, причому  $\lambda(0) = 0$ ,  $\lambda(-\tau) = -\tau$ .

Зауважимо, що простір  $D_+([-\tau, 0])$  у метриці (4) сепарабельний, але неповний. Повним же він стає у метриці [5]:

$$\rho_1(\varphi, \psi) = \inf_{\lambda} \left[ \sup_{-t \leq s \leq 0} |\varphi(t) - \psi(\lambda(t))| + \sup_{s \neq t} \left| \log \frac{\lambda(t) - \lambda(s)}{t - s} \right| \right]. \quad (5)$$

В прикладних задачах теорії стійкості зручно використовувати таку норму для  $\{x(t)\} \subset D_+([-\tau, T])$ :

$$\|x(t)\|_0^2 = |x(t)|^2 + \int_{-\tau}^0 |x(t+\theta)|^2 d\theta. \quad (6)$$

Якщо розглянути простір  $G^2$  випадкових процесів  $\{\xi(t) = \xi(t, \omega)\} \subset D_+([-\tau, T])$ , які  $\mathfrak{F}$ -вимірні і інтегровні за часом в середньому квадратичному, то має зміст задати норму  $\|\xi(t)\|_0^2 = M\{\|\xi(t)\|_0^2\}$ . Але і з нормою (6) простір  $D_+([-\tau, 0])$  не є повним [5], тому розглядають повне розширення  $D_+([-\tau, 0])$  простору  $D_+([-\tau, 0])$ ,  $D_+ \subset \overline{D_+}$  [3] з нормою (6), де справджується теорема існування і єдиності розв'язку системи СДРНТПП (1),(2) з точністю до стохастичної еквівалентності.

Під сильним розв'язком системи СДРНТПП (1),(2) слід розуміти такий випадковий процес  $\{x(t) = x(t, \omega)\} \subset \mathbb{R}^n$  що:

- 1) якщо  $\mathfrak{F}$  - мінімальна  $\sigma$ -алгебра, відносно якої вимірні  $\{x(s)\}, \{w(s)\}, \{\tilde{v}(s, A)\}, s \leq t$ , то сукупність випадкових величин  $\{w(t+h) - w(t)\}, \{\tilde{v}([t, t+h], A)\}, A \in \mathbf{U} \subset \mathbb{R}^n$  не залежить від фільтрації  $\{\mathfrak{F}, t \geq 0\}$  тобто  $\{w(t)\}, \{\tilde{v}(s, A)\}$  узгоджені з фільтрацією  $\{\mathfrak{F}, t \geq 0\}$ ;
- 2) існують стохастичні інтеграли від диференціалів в правій частині (1);
- 3) для  $\forall t \geq 0$  процес  $\{x(t) - Dx(t-\tau)\}$  співпадає з сумою стохастичних інтегралів в правій частині (1) на проміжку  $[0, t]$ , тобто виконується інтегральна рівність



$$x(t) - Dx(t - \tau) = \psi(0) - D\psi(-\tau) + \int_0^t [A_0 x(s) + A_1 x(s - \tau)] ds + \\ + \int_0^t [B_0 x(s) + B_1 x(s - \tau)] dw(s) + \int_0^t \int_{\mathbb{R}^n} [C_0(u)x(s) + C_1(u)x(s - \tau)] \tilde{\nu}(ds, du), \quad (7)$$

- 4)  $\forall t \in [-\tau, 0]$ ,  $x(t) = \psi(t)$ , тобто випадковий процес  $\{x(t)\}$  узгоджений з початковою умовою (2).

**Означення 1.** Тривіальний розв'язок  $\{x(t) \equiv 0\}$  системи СДРПТПП (1),(2) називається стійким у середньому квадратичному, якщо для довільного як завгодно малого  $\varepsilon > 0$  існують такі  $\delta_1(\varepsilon), \delta_2(\varepsilon)$ , що для розв'язку  $\{x(t)\} \subset \mathbb{R}^n$  системи (1),(2) при  $t > 0$  виконується умова  $M\{x(t)^2\} < \varepsilon$ , тільки-но  $\|\psi\|_0^2 < \delta_1(\varepsilon), \|\dot{\psi}\|_0^2 < \delta_2(\varepsilon)$ .

Дослідження стійкості системи (1),(2) доцільно викласти за допомогою другого методу Ляпунова [2]-[4]. Оскільки система лінійна, то для дослідження стійкості у середньому квадратичному природньо взяти за функцію Ляпунова квадратичну форму  $V(x(t)) = x^T(t)Hx(t)$ .

Відомо, що необхідною умовою асимптотичної стійкості в середньому квадратичному розв'язку задачі (1),(2) є його асимптотична стійкість в середньому квадратичному при відсутності аргументу ( $\tau = 0$ ) [4]. В цьому випадку система набуде вигляду:

$$dx(t) = Ax(t)dt + Bx(t)dw(t) + \int_{\mathbb{R}^n} C(u)x(t)\tilde{\nu}(dt, du), \quad (8)$$

де  $A = (I - D)^{-1}(A_0 + A_1), B = (I - D)^{-1}(B_0 + B_1), C(u) = (I - D)^{-1}(C_0(u) + C_1(u)), I$  - одинична матриця.

Якщо існують симетричні додатно - визначені матриці  $H$  і  $Q$ , які містяться в узагальненому матричному рівнянні Сільвестра [3]

$$A^T H + HA + B^T HB + \int_{\mathbb{R}^n} C^T(u)HC(u)\Pi(du) = -Q, \quad (9)$$

то розв'язок системи (8) буде асимптотично стійким в середньому квадратичному [4].

Очевидно, що при певних умовах на параметри системи (1) для відхилення аргументу  $\tau > 0$  властивість стійкості збережеться.

Для розв'язання рівняння (9) та деяких його часткових випадків на мові C++ розроблено програмний продукт, який дозволяє працювати з рівняннями доволі великих порядків і визначати в діалоговому режимі функції у явному вигляді за допомогою стандартних елементарних функцій.

Розглянемо позначення

$$\begin{aligned} \tilde{D} &\equiv -(I - D)^{-1} D, \tilde{A} \equiv -(I - D)^{-1} A, \tilde{B} \equiv -(I - D)^{-1} B, \tilde{C}(u) \equiv -(I - D)^{-1} C_1(u), \\ I_1 &\equiv (\|A_0\| + \|A_1\|)(1 - \|D\|)^{-1}, I_2 \equiv (\|B_0\| + \|B_1\|)(1 - \|D\|)^{-1}, \\ I_3(u) &\equiv (\|C_0(u)\| + \|C_1(u)\|)(1 - \|D\|)^{-1}, F(H) \equiv \|H\tilde{D}\| + \|H\| \|D\|, \varphi(H) \equiv \frac{\lambda_{\max}(H)}{\lambda_{\min}(H)}. \end{aligned}$$

**Теорема.** Нехай:

1. Існує єдиний розв'язок  $\{x(t)\} \subset \mathbf{R}^n$  задачі (1),(2), де  $t \geq 0$ .
2. Існують симетричні додатно - визначені матриці  $H$  і  $Q$ , які задовольняють матричне рівняння Сільвестра (9)
3. Виконується умова

$$\begin{aligned} &\lambda_{\min}(Q) - [F(H)I_1 + \|H\tilde{A}\| + \|H\| \|\tilde{A}\| + (\|HB\| + \|B^T H\|)(\|\tilde{D}\| I_2 + \|\tilde{B}\|)] + \\ &+ \int_{\mathbb{U}} (\|HC(u)\| + \|C^T(u)H\|)(\|\tilde{D}\| I_3(u) + \|\tilde{C}(u)\|) \Pi(du) (1 + \varphi(H)) - \\ &- 4\|\tilde{D}^T H D\| [(I_2 + \|D^{-1} B_1\|)^2 + \int_{\mathbb{U}} (I_3(u) + \|D^{-1} C_1(u)\|)^2 \Pi(du)] \varphi(H) > 0. \end{aligned}$$

Тоді для довільного  $\varepsilon > 0$  другий момент розв'язку задачі (1),(2) задовольняє нерівність  $M\{x(t)\}^2 < \varepsilon, \forall t > 0$ , якщо  $\|\psi\|_0^2 < \delta_1(\varepsilon), \|\dot{\psi}\|_0^2 < \delta_2(\varepsilon)$ ,

$$\text{де } \delta_1(\varepsilon) = \frac{\varepsilon}{\varphi(H)}, \delta_2(\varepsilon) = \frac{L^2(H)\varepsilon}{128F^2(H)\|D\|^{2n}}.$$

Це означає, що тривіальний розв'язок задачі (1),(2) стійкий у середньому квадратичному в розумінні означення 1.

**Список літератури:** 1. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. - К.: Наук.думка, 1968. - 354 с. 2. Колмановский В.Б., Носов В.Р. Устойчивость и периодические режимы регулируемых систем с последствием. - М: Наука, 1981. - 448 с. 3. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально - функциональные уравнения. - Рига: Ориентир, 1992. - 328 с. 4. Кореневский Д.Г. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии. - К.: Наук. думка, 1989. - 208 с. 5. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. - М: Наука, 1977. - 362 с.

Поступила в редколлегию 04.02.2000

## ПОВЕДІНКА РОЗВ'ЯЗКІВ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ІТО-СКОРОХОДА

Знайдені критерії стійкості в середньому розв'язків для злічених систем лінійних стохастичних диференціальних рівнянь з відхиляючим аргументом.

Нехай на ймовірнісному просторі  $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P})$  з потоком  $\sigma$ -алгебр  $\{\mathfrak{F}_t, t \geq 0, \mathfrak{F}_t \subset \mathfrak{F}\}$  задана злічена система лінійних стохастичних рівнянь Іто-Скорохода [1],[5] вигляду

$$dx(t) = Ax(t)dt + Bx(t) + \int_{\mathbb{R}^n} C(u)x(t)\tilde{\nu}(du, dt), t > 0 \quad (1)$$

з початковою умовою

$$x(0) = x_0. \quad (2)$$

Тут

$$\{x(t) \equiv x(t, \omega), t \geq 0, \omega \in \Omega\} \subset \mathbf{R}^n;$$

$$A \equiv \{a_{ij}\}_i^m; B \equiv \{b_{ij}\}_i^m; C(u) \equiv \{c_{ij}(u)\}_i^m$$

з нормами

$$\|A\| \equiv \sup_j \sum_i |a_{ij}| < \infty; \|B\| \equiv \sup_j \sum_i |b_{ij}| < \infty, \quad (3)$$

а для  $\forall u \in \mathbf{I} \subset \mathbf{R}^n$  слід розглянути

$$\|C(u)\| \equiv \sup_j \sum_i |c_{ij}(u)| < \infty; \quad (4)$$

$\{w(t) \equiv w(t, \omega)\}$  - скалярний вінерівський процес,  
 $\tilde{\nu}(du, dt) \equiv \nu(du, dt) - \Pi(du)dt$  - центрована пуассонівська міра [1].

Припустимо, що

$$\int_{\mathbb{R}^n} \|C(u)\|^2 \Pi(du) < \infty. \quad (5)$$

Зауважимо, що при виконанні умов (1),(4) та (5) існує єдиний розв'язок, який задовольняє умову (2), де  $x_0$  не залежить від  $w(t), \tilde{\nu}(t, A)$ ; [5] (Теорема 1, с. 264-270).

Під розв'язком рівняння (1),(2) розуміємо [5] випадковий процес  $\{x(t), t \geq 0\}$  такий, що:

- 1) вінерівський процес  $\{w(s)\}$  та пуассонівська міра  $\tilde{\nu}(t, A)$  узгоджені з потоком  $\{\mathfrak{F}, \}$ ;
- 2) існують стохастичні інтеграли від диференціалів у правій частині (1);
- 3) для  $\forall t \in \mathbb{H}$ , приріст  $x(t) - x(0)$  співпадає з сумою стохастичних інтегралів від правої частини (1) на проміжку  $[0, t]$ .

Нехай  $X$  - сепарабельний гільбертів простір із скалярним добутком  $(x, y)$  та нормою  $|x|$  [5].

**Теорема 1.** Для обмежених операторів збурень  $B$  та  $C(u)$  необхідними та достатніми умовами асимптотичної стійкості в середньому квадратичному тривіального розв'язку системи (1) є:

- 1) гурвіцевість обмеженого оператора  $A$ ;
- 2) існування додатно визначеного розв'язку  $H$  операторного узагальненого рівняння Сільвестра

$$A^T H + HA + B^T HB + \int_{\mathbb{H}} C^T(u)HC(u)\Pi(du) = -G, \quad (6)$$

де  $G$  - довільний симетричний обмежений додатно визначений оператор.

Для доведення теореми 1 слід розглянути функцію Ляпунова  $v = (Hx(t), x(t))$  та дослідити математичне сподівання її повної похідної за часом на розв'язках системи (1) [2].

Розглянемо систему лінійних диференціальних рівнянь Іто-Скорохода з загануванням

$$dx(t) = [Ax(t) + A_1x(t-\tau)]dt + [Bx(t) + B_1x(t-\tau)]dw(t) + \int_{\mathbb{H}} [C(u)x(t) + C_1(u)x(t-\tau)]\tilde{\nu}(du, dt), \quad (7)$$

з початковою умовою

$$x(\theta) = x_0, \quad -\tau \leq \theta \leq 0, \quad (8)$$

де  $A, A_1, B, B_1$  - обмежені оператори, а для  $\forall u$  оператори  $C(u)$  та  $C_1(u)$  теж обмежені [5].

**Теорема 2.** Тривіальний розв'язок  $\{x(t) \equiv 0\}$  системи (7),(8) асимптотично стійкий за Ляпуновим в середньому квадратичному для довільного відхилення  $0 < \tau < \infty$  тоді і тільки тоді, коли виконані наступні умови:

- 1) оператор  $A$  експоненціально стійкий з показником експоненти  $\beta > 0$ , а оператор  $A + A_1$  - гурвіцевий;
- 2) існує додатно визначений розв'язок  $H$  операторного узагальненого рівняння Сільвестра

$$D_{11}(H) \equiv A^T H + HA + \gamma H + B^T HB + \int_{\mathbb{H}} C^T(u)HC(u)\Pi(du) = -G, \quad (9)$$

де  $G$  та  $\gamma$  - відповідно деякі довільним чином вибрані обмежений симетричний додатно визначений оператор да додатне число з інтервалу  $0 < \gamma < 2\beta$ ;

3) має місце операторна нерівність  $D(H) \leq 0$ , (10)

де

$$D(H) \equiv \begin{bmatrix} D_{11}(H) & D_{12}(H) \\ D_{21}(H) & D_{22}(H) \end{bmatrix},$$

$$D_{12}(H) = HA_1 + B^T HB_1 + \int_{\mathbb{R}} C^T(u)HC_1(u)\Pi(du),$$

$$D_{21}(H) = A_1^T H + B_1^T HB + \int_{\mathbb{R}} C_1^T(u)HC(u)\Pi(du),$$

$$D_{22}(H) = -\gamma H + B_1^T HB_1 + \int_{\mathbb{R}} C_1^T(u)HC_1(u)\Pi(du).$$

Доведення можна провести [4],[6] з використанням функціонала Ляпунова-Красовського вигляду

$$v(x(t+\theta)) = x^T(t)Hx(t) + \gamma \int_t^{t+\theta} x^T(\theta)Hx(\theta)d\theta.$$

Можна одержати аналогічне твердження для зліченної системи стохастичних диференціальних рівнянь Іто-Скорохода нейтрального типу

$$d[x(t) - Dx(t-\tau)] = [Ax(t) + A_1x(t-\tau)]dt + [Bx(t) + B_1x(t-\tau)]dW(t) + \int_{\mathbb{R}} [C(u)x(t) + C_1(u)x(t-\tau)]\tilde{v}(du, dt), t \geq 0, \quad (11)$$

з початковою умовою

$$x(\theta) = const = x_0, \quad -\tau \leq \theta \leq 0, \quad (12)$$

де  $D$  – обмежений оператор, а оператори  $A, A_1, B, B_1, C(u), C_1(u)$  мають властивості як у випадку зліченної системи (7),(8).

**Список література:** 1. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. - К.: Наук.думка, 1968. - 354 с. 2. Корневский Д.Г. Устойчивость в среднем квадратическом линейных динамических систем Ито с бесконечным числом степеней свободы // Прикладные задачи динамики и устойчивости механических систем.-К.: Ин-т математики АН УССР, 1987 –С.118-125. 3. Персидский К.П. Счетные системы дифференциальных уравнений и устойчивость их решений. Ч.1 // Изв. АН Каз. ССР. Сер. матем. и мех.-1958.-Вып.7.-С.52-71; Ч.2 // Там же.-1959.-Вып.8.-С.45-64; Ч.3 // Там же.-1960.-Вып.9.-С.11-34. 4. Свердан М.Л., Царьков С.Ф., Ясинский В.К. Стейкність у стохастичному моделюванні складних динамічних систем. – Снятин: Над Прутом, 1996. – 448с. 5. Скороход А.В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений.-К.; Наук. думка, 1987.-328 с. 6. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально - функциональные уравнения. - Рига: Ориентир, 1992. - 328 с.

*Поступила в редколлегию 04.02.2000*

**В.К. ЯСИНСКИЙ**, д-р физ.-мат. наук, **И.В. ЮРЧЕНКО**,  
канд. физ.-мат. наук

## УСТОЙЧИВОСТЬ В СРЕДНЕМ КВАДРАТИЧЕСКОМ РЕШЕНИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЙТРАЛЬНОГО ТИПА С НЕСКОЛЬКИМИ ПОСТОЯННЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ АРГУМЕНТА

У роботі одержано умови абсолютної стійкості у середньому квадратичному тривіальному розв'язку системи стохастичних диференціальних рівнянь нейтрального типу з пуассонівськими перемиканнями у випадку декількох сталих відхилень аргумента.

Пусть на вероятностном пространстве  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  с потоком  $\sigma$ -алгебр  $\{\mathcal{F}_t, t \geq t_0\}$ ,  $\mathcal{F}_t \subset \mathcal{F}$ , задан случайный процесс  $\{x_t = x(t, \omega), t \geq t_0 - \tau_m, \omega \in \Omega\} \subset R^n$  системой стохастических дифференциальных уравнений нейтрального типа с пуассоновскими возмущениями (СДУНТПВ) вида:

$$\begin{aligned} d \left[ x(t) - \sum_{i=1}^m D_i x(t - \tau_i) \right] &= \left[ A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \right] dt + \\ &+ \sum_{j=1}^r \left[ B_j x(t) + \sum_{i=1}^m B_{ij} x(t - \tau_i) \right] dv_j(t) + \\ &+ \sum_{j=1}^r \int_U \left[ C_j(u) x(t) + \sum_{i=1}^m C_{ij}(u) x(t - \tau_i) \right] \tilde{\nu}_j(du, dt), \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными условиями вида

$$x(\theta) = x_0 = \text{const} \neq 0; \quad t_0 - \tau_m \leq \theta \leq t_0, \quad 0 < \tau_1 < \dots < \tau_m, \quad (2)$$

где  $\{v_j(t) \equiv w_j(t, \omega), t \geq t_0, \omega \in \Omega, j = \overline{1, r}\}$  – стандартные винеровские процессы;  $\{\tilde{\nu}_j(du, dt) \equiv \nu_j(du, dt) - M\{\nu_j\}, j = \overline{1, r}\}$  – центрированные пуассоновские меры,  $U \subset R^n$ , при этом они попарно независимы.  $A_0, A_i, D_i, B_j, B_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, r}$  – постоянные матрицы размерности  $n \times n$ ,  $C_j(u), C_{ij}(u)$  – матричные функции такие, что

$$\int_U \|C_j(u)\|^2 P(du) < \infty; \quad \int_U \|C_{ij}(u)\|^2 P(du) < \infty; \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, r}.$$

Обозначим через  $D_+ = D_+([- \tau, 0])$  пространство Скорохода непрерывных справа функций  $\{x(t) \in R^n\}$  которые имеют левосторонние пределы [1]. В пространстве  $D_+$  рассматривается обычная метрика Скорохода А.В. [2] для  $\forall x, y \in D_+$

$$\rho(x, y) = \inf_{\lambda} \left[ \sup_{- \tau \leq t \leq 0} |x(t) - y(\lambda(t))| + \sup_{- \tau \leq t \leq 0} |t - \lambda(t)| \right], \quad (3)$$

где  $\{\lambda(t), t \in [- \tau, 0]\} \subset \Lambda$  — множество всех возрастающих непрерывных отображений отрезка  $[0, T]$  на себя ( $\lambda(0) = 0; \lambda(- \tau) = - \tau$ ). Отметим, что пространство  $D_+$  сепарабельно, но неполно относительно метрики  $\rho$ . Пространство  $D_+$  будет полным в эквивалентной метрике [1]

$$\rho_1(x, y) = \inf_{\lambda} \left[ \sup_{- \tau \leq t \leq 0} |x(t) - y(\lambda(t))| + \sup_{\substack{t > s \\ - \tau \leq t \leq 0}} \left| \log \frac{\lambda(t) - \lambda(s)}{t - s} \right| \right]. \quad (4)$$

В пространстве  $D_+([- \tau, 0])$  для рабочих оценок в теории устойчивости удобно воспользоваться нормой для  $\{x(t)\} \in D_+$  вида [3]

$$\|x(t)\|_0^2 = |x(t)|^2 + \int_{- \tau}^0 |x(t + \theta)|^2 d\theta. \quad (5)$$

Обозначим через  $G'$  пространство  $F_t$ -измеримых случайных процессов  $\{\xi(t) = \xi(t, \omega)\} \in D_+$ , которые интегрируемы по времени в среднем квадратическом. Тогда для  $\xi \in G'$  необходимо рассматривать следующую норму

$$\|\xi\|_G^2 = M \left\{ \|\xi\|_0^2 \right\} \quad (6)$$

Пространство  $D_+([- \tau, 0])$  по норме (5) не является полным [2], поэтому следует рассматривать полное расширенное пространство  $\tilde{D}_+([- \tau, 0])$  к пространству  $D_+([- \tau, 0])$  по норме (5), где справедлива теорема существования и единственности решения системы СДУНТПВ (1), (2) с точностью до стохастической эквивалентности  $\tilde{D}_+ \supseteq D_+$  [3], [4].

Под сильным решением СДУНТПВ (1), (2) понимаем такой случайный процесс  $\{x(t) = x(t, \omega)\} \in R^n$ , что:

- 1) если  $F_t$  — минимальная  $\sigma$ -алгебра, относительно которой измеримы  $\{x(s)\}$ ,  $\{w_j(s), j = \overline{1, r}\}$ ,  $\{\tilde{v}_j(du, ds), j = \overline{1, r}\}, s \leq t$ , то совокупность величин  $\{w_j(t+h) - w_j(t), \tilde{v}_j(U, [t, t+h]), h > 0, j = \overline{1, r}, U \in R^n\}$  не зависит от  $F_t$  (другими словами, винеровские процессы и пуассоновские меры согласованы с потоком  $\{F_t, t \geq 0\}$ );

2) существуют стохастические интегралы от дифференциалов в правой части (1);

3) для  $t \in R$ , приращение  $x(t) - \sum_{\tau \in T} D_j x(t - \tau_j)$  совпадает с суммой стохастических интегралов от правой части (1) на промежутке  $[t_0, t]$ , то есть справедливо интегральное равенство

$$\begin{aligned}
 4) \quad \left[ x(t) - \sum_{\tau \in T} D_j x(t - \tau_j) \right] = & x_0 - \sum_{\tau \in T} D_j x_0 + \int_{t_0}^t \left[ A_j x(s) + \sum_{\tau \in T} A_j x(s - \tau_j) \right] ds + \\
 & + \int_{t_0}^t \sum_{j \in J} \left[ B_j x(s) - \sum_{\tau \in T} B_j x(s - \tau_j) \right] dW_j(s) + \\
 & + \int_{t_0}^t \sum_{j \in J} \int_{t_0}^s \left[ C_j(u) x(s) + \sum_{\tau \in T} C_j(u) x(s - \tau_j) \right] \overline{V}_j(du, ds),
 \end{aligned} \quad (7)$$

4) для  $t \in [-\tau, 0]$ ,  $\tau = \sup\{\tau_j, j \in \overline{1, r}\}$  случайный процесс  $\{x(t)\}$  согласован с начальным условием (2).

Для стохастических дифференциальных уравнений нейтрального типа (1),(2) теорема о существовании и единственности сильного решения доказана в работе [4].

**Определение 1.** Тривиальное решение  $\{x(t) \equiv 0\}$  системы (1),(2) называется устойчивым по Ляпунову в среднем квадратическом, если для произвольного как угодно малого  $\varepsilon > 0$  существует  $\delta(\varepsilon) > 0$  такое, что при условии  $|x_0| < \delta$  выполняется

$$E\{x(t)\}^2 < \varepsilon.$$

**Определение 2.** Тривиальное решение  $\{x(t) \equiv 0\}$  системы (1),(2) называется асимптотически устойчивым по Ляпунову в среднем квадратическом, если оно устойчиво в понимании определения 1 и

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\{x(t)\}^2 = 0.$$

Поиск алгебраических критериев устойчивости в среднем квадратическом будем проводить при помощи стохастических функционалов Ляпунова-Красовского. Вследствие линейности стохастической системы (1), (2) соответствующий стохастический функционал Ляпунова-Красовского должен быть квадратическим функционалом [5]. При этом благодаря обратимости общей теоремы второго метода Ляпунова об асимптотической устойчивости для линейных систем такой квадратический функционал будет определять достаточные условия устойчивости в среднем квадратическом.

Будем искать соответствующий стохастический функционал Ляпунова-Красовского среди квадратических функционалов вида:



$$V(x(t)) = \left[ x(t) - \sum_{i=1}^m D_i x(t - \tau_i) \right]^T H \left[ x(t) - \sum_{i=1}^m D_i x(t - \tau_i) \right] + \sum_{i=1}^m \gamma_i \int_{t-\tau_i}^t x^T(\theta) H x(\theta) d\theta, \quad (8)$$

где неизвестную симметричную положительно определенную матрицу  $H$  размерности  $n \times n$  и коэффициенты  $\gamma_i, i = \overline{1, m}$ , необходимо определить в процессе решения поставленной задачи. Если мы найдем уравнения или неравенства, из которых можно явно однозначно найти ненулевую матрицу  $H = H^T > 0_{n \times n}$  и числа  $\gamma_i > 0, i = \overline{1, m}$ , то тем самым выбор стохастического функционала в форме (8) будет оправдан.

Для этого сначала вычислим стохастический дифференциал  $dV$  функционала (8) на решениях системы (1), (2), используя обобщенную формулу стохастического дифференцирования Ито-Скоророда [2], а затем

– математическое ожидание полной производной  $M \left\{ \frac{dV}{dt} \Big|_{(0,1,2)} \right\}$ . Получим

следующее выражение

$$\begin{aligned} M \left\{ \frac{dV}{dt} \Big|_{(0,1,2)} \right\} &= \left[ A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \right]^T H \left[ x(t) - \sum_{i=1}^m D_i x(t - \tau_i) \right] + \\ &+ \left[ x(t) - \sum_{i=1}^m D_i x(t - \tau_i) \right]^T H \left[ A_0 x(t) + \sum_{i=1}^m A_i x(t - \tau_i) \right] + \\ &+ \sum_{j=1}^r \left[ B_j x(s) + \sum_{i=1}^m B_{ij} x(s - \tau_i) \right]^T H \left[ B_j x(s) + \sum_{i=1}^m B_{ij} x(s - \tau_i) \right] + \\ &+ \sum_{i=1}^m \gamma_i x^T(t) H x(t) - \sum_{i=1}^m \gamma_i x^T(t - \tau_i) H x(t - \tau_i) + \\ &+ \sum_{j=1}^r \int_{\mathcal{U}} \left[ C_j(u) x(t) + \sum_{i=1}^m C_{ij}(u) x(t - \tau_i) \right]^T H \left[ C_j(u) x(t) + \sum_{i=1}^m C_{ij}(u) x(t - \tau_i) \right] \Pi(du). \end{aligned} \quad (9)$$

Правую часть соотношения (9) можно рассматривать как квадратическую форму от  $x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_m)$ . Тогда (9) запишется в следующем матричном виде:

$$M \left\{ \frac{dV}{dt} \Big|_{(0,1,2)} \right\} = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \\ \dots \\ x(t - \tau_m) \end{bmatrix}^T K(H) \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau_1) \\ \dots \\ x(t - \tau_m) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $K(H)$  – блочная матрица вида:

$$K(H) = \begin{bmatrix} K_{21}(H) & K_{22}(H) & K_{23}(H) & \dots & K_{2,m+1}(H) \\ K_{31}(H) & K_{32}(H) - \gamma_1 H & K_{33}(H) & \dots & K_{3,m+1}(H) \\ K_{41}(H) & K_{42}(H) & K_{43}(H) - \gamma_2 H & \dots & K_{4,m+1}(H) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{m+1,1}(H) & K_{m+1,2}(H) & K_{m+1,3}(H) & \dots & K_{m+1,m+1}(H) - \gamma_m H \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$K_{11}(H) = A_0^T H + H A_0 + \sum_{j=1}^m B_j^T H B_j + \sum_{i=1}^m \gamma_i H + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{U}} C_j^T(u) H C_j(u) \Pi(du),$$

$$K_{i1}(H) = H A_{i-1} - A_0^T H D_{i-1} + \sum_{j=1}^m B_j^T H B_{i-1,j} + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{U}} C_j^T(u) H C_{i-1,j}(u) \Pi(du),$$

$$K_{i1}(H) = A_{i-1}^T H - D_{i-1}^T H A_0 + \sum_{j=1}^m B_{i-1,j}^T H B_j + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{U}} C_{i-1,j}^T(u) H C_j(u) \Pi(du),$$

$$i = \overline{2, m+1};$$

$$K_{pq}(H) = -A_{p-1}^T H D_{q-1} - D_{p-1}^T H A_{q-1} + \sum_{j=1}^m B_{p-1,j}^T H B_{q-1,j} + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{U}} C_{p-1,j}^T(u) H C_{q-1,j}(u) \Pi(du),$$

$$p = \overline{2, m+1}, \quad q = \overline{2, m+1}.$$

Математическое ожидание (10) отрицательно только в том случае, когда квадратическая форма, которая стоит справа в (10), на решениях  $x(t)$  отрицательно определена, а по совокупности всех переменных  $x(t)$ ,  $x(t - \tau_1)$ , ...,  $x(t - \tau_m)$  остается неположительно определенной; другими словами, когда отрицательно определена матрица  $K_{11}(H)$  и неположительно определена блочная матрица  $K(H)$ .

Матрица  $K_{11}(H)$  отрицательно определена тогда и только тогда, когда матрица  $H = H^T > 0_{m \times m}$  вычисляется как решение матричного уравнения Сильвестра:

$$A_0^T H + H A_0 + \sum_{j=1}^m B_j^T H B_j + \sum_{i=1}^m \gamma_i H + \sum_{j=1}^m \int_{\mathcal{U}} C_j^T(u) H C_j(u) \Pi(du) = -Q, \quad (12)$$

где  $Q = Q^T > 0_{m \times m}$ .

Если соответствующая стационарная система вида

$$d \left[ y(t) - \sum_{i=1}^m D_i y(t - \tau_i) \right] = \left[ A_0 y(t) + \sum_{i=1}^m A_i y(t - \tau_i) \right] dt,$$

$$y(t_0) = x_0,$$

является асимптотически неустойчивой, то не существует и таких чисел  $\gamma_i > 0, i = \overline{1, m}$ , при которых существует решение  $H = H^T > 0_{m \times m}$  уравнения Сильвестра (12). Также известно [4], что для того чтобы существовали числа  $\gamma_i > 0, i = \overline{1, m}$ , при которых уравнение Сильвестра (12) имеет решение в классе положительно определенных матриц  $H$ , необходимо и достаточно,

чтобы матричный пучок  $A_0 + \sum_{i=1}^n A_i - \lambda \left( E - \sum_{i=1}^n D_i \right)$  был гурвицевым, а матрица  $A_0$  – экспоненциально устойчивой с некоторым показателем экспоненты  $\beta > 0$ . Получаем следующее утверждение.

**Теорема.** Тривиальное решение  $\{x(t) \equiv 0\}$  системы уравнений (1),(2) асимптотически устойчиво по Ляпунову в среднем квадратическом для произвольных постоянных отклонений аргумента  $0 \leq \tau, \dots \leq \tau, \dots$ , если:

1) матрица  $A_0$  экспоненциально устойчива с некоторым показателем экспоненты  $\beta > 0$ , а пучок  $A_0 + \sum_{i=1}^n A_i - \lambda \left( E - \sum_{i=1}^n D_i \right)$  гурвицев;

2) существует положительно определенное решение  $H = H^T > 0, \dots$  матричного уравнения Сильвестра (12), где  $\gamma_i > 0, i = \overline{1, m}$ , – произвольные положительные числа, которые удовлетворяют условию  $0 < \sum_{i=1}^n \gamma_i < 2\beta, \sum_{i=1}^n \gamma_i \rightarrow 2\beta$ ;

3) имеет место матричное неравенство

$$K(H) \leq 0_{(n+(m-1)r, n+(m-1)r)}$$

Полученный результат обобщает соответствующие утверждения (теорема 5.4) монографии [7].

**Список литературы:** 1. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер.– М.: Наука, 1977.– 352 с. 2. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения и их применение.– К.: Наук. думка, 1982.– 612 с. 3. Свердан М.Л., Царков С.Ф., Ясинський В.К. Стійкість у стохастичному моделюванні складних динамічних систем.– Снятин:Над Прутом, 1996.– 448 с. 4. Юрченко І.В., Ясинський В.К. Стохастичні диференціальні рівняння нейтрального типу з пуассонівськими перемикаваннями // Інтегральні перетворення та їх застосування до крайових задач. Зб. наук. пр.– К.: Ін-т математики НАН України, 1997.– Вип.14.– С.257–268. 5. Скороход А.В. Асимптотические методы теории стохастических дифференциальных уравнений.– Киев: Наук. думка, 1987.– 328 с. 6. Никитин А.В., Юрченко И.В., Ясинский Е.В. Оптимизационная процедура решения обобщенного матричного уравнения Сильвестра // Проблемы управления и информатики.– 1998.– N4.– С.51–65. 7. Корневский Д.Г. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии.– К.: Наук. думка, 1989.– 208 с.

Поступила в редколлегию 14.01.2000

М.Л. СВЕРДАН, О.А. ЯСИНЬСКА

## АБСОЛЮТНА ЗА НЕЛІНІЙНІСТЮ СТІЙКІСТЬ В СЕРЕДНЬОМУ КВАДРАТИЧНОМУ СКАЛЯРНОГО СТОХАСТИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ З ПУАССОНІВСЬКИМИ ПЕРЕМИКАННЯМИ

В роботі одержано достатні умови абсолютної асимптотичної стійкості в середньому квадратичному (l.i.m) тривіального розв'язку скалярного диференціального рівняння Іто-Скорохода з нелінійним оберненням зв'язком

Нехай на ймовірнісному просторі  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  з потоком  $\sigma$ -алгебр  $\{\mathcal{F}_t, t \geq 0\}$  задано сепарабельний скалярний випадковий процес  $\{x(t) = x(t, \omega), t \geq 0, \omega \in \Omega\} \subset R^1$ , як розв'язок стохастичного диференціального рівняння (СДР) з нелінійним оберненням зв'язком [1],[4]

$$dx(t) = [-ax(t) + g\phi(\sigma)]dt + bx(t)dv(t) + \int_U c(u)x(t) \tilde{v}(dt, du), \quad t \geq 0, \quad (1)$$

за початковою умовою

$$x(0) = x_0 = const, \quad (2)$$

Це СДР виникає з детермінованого рівняння автоматичного регулювання Лур'є-Постнікова [1]

$$dx(t) = [-ax(t) + g\phi(\sigma)]dt, \quad (3)$$

$$x(0) = x_0 = const. \quad (4)$$

при збуренні параметра  $\alpha > 0$  випадковими добавками вінерівського та пуассонівського типів.

Тут нелінійна диференційовна функція  $\phi \in R^1$  яка інтегровна на  $(0, \infty)$ , задовільняє обмеженням

$$0 \leq \frac{\phi(\sigma)}{\sigma} \leq h, \quad h < 0, \quad \phi(0) = 0, \quad \int_0^{\infty} \phi(y)dy < \infty, \quad \sigma = lx(t); \quad (5)$$

$l, g \in R^1$  - постійні;  $a > 0$   $b$ -параметри;  $\{c(u)\} \subset R^1$ -функція змінної  $u \in U \subset R^1$  така, що

$$\int_U |c(u)|^2 \Pi(du) < \infty, \quad (6)$$

$\{w(t) = w(t, w)\} \subset R^1$  - скалярний стандартний вінерівський процес;  $\tilde{v}(dt, du) = v(dt, du) - \Pi(du)dt$  - центрована пуассонівська міра з параметром  $\Pi(du)dt = M\{v(dt, du)\}$  [3].

Під сильним розв'язком СДР (1), (2) розуміємо сепарабельний випадковий процес  $\{x(t)\} \subset R^1$ , який з ймовірністю одиниця задовольняє інтегральне рівняння:

$$x(t) = x_0 + \int_0^t [-ax(s) + g\varphi(\sigma)] ds + \int_0^t bx(s) dw(s) + \int_0^t \int_U c(u)x(s) \bar{v}(ds, du), \quad (7)$$

а для  $t = 0$  задовольняє умову (2).

Позначимо через  $D \equiv D(0, T)$  - простір Скорохода А.В. неперервних справа функцій, які мають лівосторонні границі [2];  $N_a^b$  - мінімальна  $\sigma$ -алгебра, відносно якої вимірні прирости вінерівського процесу та пуассонівської міри на відрізку  $[a, b]$ . Для кожного  $S \geq 0$  через  $G^S$  позначимо простір  $N_0^S$  - вимірних процесів, що інтегровані за часом у середньому квадратичному [7].

У просторі  $D$  розглядається звичайна метрика Скорохода А. В.

$$\rho(x, y) \equiv \inf_{0 \leq s \leq T} [\sup_{0 \leq t \leq s} |x(t) - y(\lambda(t))| + \sup_{0 \leq t \leq s} |t - \lambda(t)|], \quad (8)$$

де  $\{\lambda(t), t \in [0, T]\} \subset \Lambda$  - множини всіх зростаючих неперервних відображень відрізка  $[0, T]$  на себе ( $\lambda(0) = 0, \lambda(T) = T$ ).

Простір  $D$  з метрикою  $\rho$  є сепарабельний, але неповний. Цей простір  $D$  є повним відносно еквівалентної метрики [2]

$$\rho_1(x, y) \equiv \inf_{\lambda} [\inf_{0 \leq s \leq T} |x(t) - y(\lambda(t))| + \sup_{t, s} \left| \log \frac{\lambda(t) - \lambda(s)}{t - s} \right|]. \quad (9)$$

У просторі  $D$  для оцінок справа вигідно розглядати [6], [8] норму

$$\|x_0^2\| \equiv |x(0)|^2 + \int_0^T |x(\theta)|^2 d\theta, \quad (10)$$

а у просторі  $G^S$  норму

$$\|x\|_G^2 = M\{\|x_0^2\|\} < \infty. \quad (11)$$

Простір  $D$  з нормою (10) не є повним [2], тому в монографії [8] розглядається розширення простору  $D$  з нормою (10) до  $\tilde{D}$ , де має місце теорема існування та єдиності розв'язку СДР (1), (2) з точністю до стохастичної еквівалентності.

Припускаємо, що детермінована система (3), (4) має розв'язок  $\{x(t) \equiv 0\}$ ;  $\alpha > 0$  та  $-a + hgl < 0$  (це вважається завжди в теорії абсолютної стійкості).

**Означення 1.** Розв'язок  $\{x(t; t_0, x_0) \equiv 0\}$  СДР (1), (2) називається стійким у середньому квадратичному (l.i.m), якщо для  $\forall \varepsilon > 0$  існує  $\delta(\varepsilon) > 0$ , таке, що з умови  $|x_0| < \delta(\varepsilon)$ , для математичного сподівання виконується нерівність  $M\{|x(t)|^2\} < \varepsilon$ .

**Означення 2.** Розв'язок  $\{x(t, t_0, x_0) = 0\}$  СДР (1), (2) називається асимптотично стійким в *l.i.m.*, якщо він стійкий в *l.i.m.* та  $\lim_{t \rightarrow \infty} M\{[x(t)]^2\} = 0$

**Означення 3.** Розв'язок  $\{x(t, t_0, x_0) = 0\}$  СДР (1), (2) називається абсолютно стійким в *l.i.m.*, якщо він асимптотично стійкий в *l.i.m.* для довільної функції  $\{\varphi(\sigma)\}$ , яка належить гурвіцеву сектору  $[0, h]$ .

**Лема 1.** Тривіальний розв'язок  $\{x(t, t_0, x_0) = 0\}$  СДР (1), (2) буде абсолютно стійким в *l.i.m.*, якщо існує достатньо визначений функціонал  $V(x) > 0$ , для якого математичне сподівання від похідної цього функціоналу в силу рівняння (1) від'ємно ([5], С. 172-177; [6], С. 74-79).

Функціонал слід шукати у вигляді [4], [6]

$$V(x) = Hx^2(t) + \int_0^{\sigma} \varphi(y) dy, \text{ де } \sigma = l \cdot x(t). \quad (12)$$

$H$  та  $\chi$  знайдемо нижче. А це буде означати, що побудовано функціонал, який дає абсолютну стійкість. Для одержання достатніх умов абсолютної стійкості потрібна загальна заміна Іто-Скорохода [3]

**Лема 2.** Нехай для випадкового процесу  $\{\xi(t) \equiv \xi(t, \omega), t \in [0, T], \omega \in \Omega\} \subset R^1$  з ймовірносного простору  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  існує стохастичний диференціал

$$d\xi(t) = \alpha(t)dt + \beta(t)dw(t) + \int_{\mathcal{U}} \gamma(t, u)\tilde{v}(dt, du), \quad (13)$$

де випадкові процеси  $\{\alpha(t) \equiv \alpha(t, \omega)\} \subset R^1$ ,  $\{\beta(t) \equiv \beta(t, \omega)\} \subset R^1$  і випадкова функція  $\{\gamma(t, \omega) \equiv \gamma(t, u, \omega)\} \subset R^1$  такі, що забезпечують існування відповідних стохастичних інтегралів. Тоді для звичайної функції  $G(t, x) \in C^{1,2}([0, T] \times R^1)$  існує стохастичний диференціал

$$\begin{aligned} dG(t, \xi(t)) = & \{G'_t(t, \xi(t)) + G'_x(t, \xi(t))\alpha(t) + \frac{1}{2} G''_{xx}(t, \xi(t))\beta^2(t) + \\ & + \int_{\mathcal{U}} [G(t, \xi(t) + \gamma(t, u)) - G(t, \xi(t)) - G'_x(t, \xi(t))\gamma(t, u)]\mathbb{1}(du)\}dt + \\ & + G'_x(t, \xi(t))\beta(t)dw(t) + \int_{\mathcal{U}} [G(t, \xi(t) + \gamma(t, u)) - G(t, \xi(t))]\tilde{v}(dt, du). \end{aligned} \quad (14)$$

Доведемо наступне твердження, яке дає умови абсолютної асимптотичної стійкості розв'язків СДР (1), (2).

**Теорема** Положення рівноваги  $\{x(t) = 0\}$  СДР (1), (2) абсолютно асимптотично стійке в середньому квадратичному, якщо виконуються умови:

- 1) припущення (5), (6)
- 2)  $a > 0$ ;  $-a + hgl < 0$ ;  $lg > 0$  (див.(27))
- 3) існує додатний розв'язок скалярного узагальненого рівняння Сільвестра

$$H(-2a + b + \int_U c^2(u)\Pi(du)) - 1 \left( H = \frac{1}{2a - b - \int_U c^2(u)\Pi(du)} > 0 \right);$$

4) виконується нерівність  $-\chi \cdot l \cdot g - (H \cdot g - \frac{1}{2} \chi \cdot l \cdot (a + \int_U c(u)\Pi(du))^2) > 0$ ,

де довільне від'ємне число  $\chi < 0$  вибирається з інтервалу  $-\frac{2H}{hl^2} < \chi < 0$  (див. (28));

5)  $0 < \Psi(x) < \infty, \forall x \in R^1$  (див. (16)).

*Доведення.* Згідно загальної заміни Іто-Скорохода (14) знайдемо стохастичний диференціал  $dV(x)$ , від функціоналу  $V(x)$  за формулою (12):

$$\begin{aligned} dV(x(t)) &= H \cdot d(x^2(t)) + \chi \cdot d\left(\int_0^t \gamma(y) dy\right) = H[2x(t)(-ax(t) + g\varphi(\sigma)) + \\ &+ \frac{1}{2} 2b^2 x^2(t) + \int_0^t [(x(t) + c(u)x(t))^2 - x^2(t) - 2x(t)c(u)x(t)]\Pi(du)]dt + \\ &+ 2x(t)hb \cdot x(t)dw(t) + H \cdot \int_0^t [(x(t) + c(u)x(t))^2 - x^2(t)]\tilde{v}(dt, du) + \\ &+ \chi \{l \cdot \varphi(\sigma)(-ax(t) + g\varphi(\sigma)) + \frac{1}{2} l^2 \cdot \dot{\varphi}(\sigma) b^2 x^2(t) + \\ &+ \int_0^t \left[ \int_0^{l(x(t)+c(u)x(t))} \varphi(y) dy - \int_0^{lx(t)} \varphi(y) dy - l\varphi(\sigma)c(u)x(t) \right] \Pi(du) \} dt + \\ &+ \chi \cdot l \cdot \varphi(\sigma) bx(t)dw(t) + \chi \int_0^t \left[ \int_0^{l(x(t)+c(u)x(t))} \varphi(y) dy - \int_0^{lx(t)} \varphi(y) dy \right] \tilde{v}(dt, du) = \\ &= \{H[-2a + b^2 + \int_U c^2(u)\Pi(du)]x^2(t) + \chi \cdot l \cdot g\varphi^2(\sigma) + \frac{1}{2} \chi \cdot l^2 \cdot b^2 \cdot \dot{\varphi}(\sigma)x^2(t) + \\ &+ [2Hg - \chi \cdot l \cdot a - \ell \chi \int_U c(u)\Pi(du)]\varphi(\sigma)x(t) + \chi \cdot \Psi(x)\}dt + \\ &+ [2H \cdot b \cdot x^2(t) + \chi \cdot \ell \cdot b \cdot \varphi(\sigma)x(t)] \\ &dw(t) + \int_0^t \{H(2c(u) + c^2(u))x^2(t) + \\ &+ \chi[\Phi(\ell \cdot x(t)(1 + c(u))) - \Phi(\ell x(t))]\tilde{v}(dt, du)\}, \end{aligned} \quad (15)$$

де  $\Phi(y)$  є первісною функцією для  $\varphi(y)$ :

$$0 < \Psi(x(t)) \equiv \int_0^t [\Phi(\ell x(t)(1 + c(u))) - \Phi(\ell x(t))] \Pi(du) < \infty. \quad (16)$$

Позначимо через

$$F_1(x(t), \varphi(\sigma), \sqrt{\dot{\varphi}(\sigma)}x(t), \Psi(x(t))) \equiv H[-2a + b^2 + \int_U c^2(u)\Pi(du)]x^2(t) +$$

$$\begin{aligned}
 & + \chi \cdot \ell \cdot g \cdot \varphi^2(\sigma) + \frac{1}{2} \chi \ell^2 b^2 \varphi(\sigma) x^2(t) + \\
 & + [2Hg - \chi \ell a - \ell \chi \int_0^1 c(u) \Pi(du)] \varphi(\sigma) x(t) + \chi \Psi(x(t)); \quad (17)
 \end{aligned}$$

$$F_2(x(t), \varphi(\sigma)x(t)) \equiv 2 \cdot H \cdot b \cdot x^2(t) + \chi \cdot \ell \cdot b \cdot \varphi(\sigma)x(t); \quad (18)$$

$$F_3(x(t), \varphi(x(t), u)) \equiv [Hc(u)(2 + c(u))x^2(t) + \chi[\Phi(\ell \cdot x(t)(1 + c(u))) - \Phi(\ell \cdot x(t))]] \quad (19)$$

Тоді за означенням стохастичного диференціала за позначеннями (17)-(19) можна переписати вираз (15) для  $dV(x(t))$ :

$$V(x(t)) = V(x(0)) + \int_0^t F_1(x(s)); \varphi(\ell \cdot x(s)); \sqrt{\varphi(\ell \cdot x(s))} x(s);$$

$$\Psi(x(s)) ds + \int_0^t F_2(x(s), \varphi(\ell \cdot x(s))) x(s) du(s) + \int_0^t \int_0^1 F_3(x(s), \Phi(x(s), u)) \tilde{v}(ds, du). \quad (20)$$

Враховуючи рівність нулю математичного сподівання від інтеграла Вінера-Іто та інтеграла за випадковою мірою, після обчислення математичного сподівання від (20), матимемо такий вираз для математичного сподівання від повної похідної  $\frac{dV}{dt}$  в силу СДР (1)

$$M \left\{ \frac{dV(x(t))}{dt} \right\} = M \left\{ F_1(x(t)); \varphi(\sigma); \sqrt{\varphi(\sigma)} x(t); \Psi(x(t)) \right\} \quad (21)$$

Праву частину рівності (21) можна розглядати, як квадратичну форму від фазової змінної  $x(t)$  та фіктивних змінних  $\{\varphi(\sigma)\}$ ,  $\{\sqrt{\varphi(\sigma)} x(t)\}$  та  $\{\Psi(x)\}$ . Для абсолютної асимптотичної стійкості в *l.i.m.* положення рівноваги  $\{x(t) = 0\}$  СДР (1) (див. Лему 1) квадратична форма  $F$  (див. 22) повинна бути від'ємною.

Складемо матрицю коефіцієнтів цієї квадратичної форми  $F$ :

$$F = \begin{bmatrix} H \left[ -2a + b^2 + \int_0^1 C^2(u) \Pi(du) \right] & Hg - \frac{1}{2} \chi \cdot \ell \cdot (a + \int_0^1 C(u) \Pi(du)) & 0 & 0 \\ Hg - \frac{1}{2} \chi \cdot \ell \cdot (a + \int_0^1 C(u) \Pi(du)) & \chi \cdot \ell \cdot g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \chi \cdot \ell^2 b^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \chi \sqrt{\Psi(x)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

За критерієм Сільвестра необхідною та достатньою умовою від'ємності визначеності квадратичної форми  $F$  (тобто  $M \left\{ \frac{dV}{dt} \right\} < 0$ ) є те, що визначники, складені з елементів матриці  $F$  (див. 22), повинні змінювати знаки:

$$\Delta_1 < 0; \Delta_2 > 0; \Delta_3 < 0; \Delta_4 > 0. \quad (23)$$



Розпишемо нерівності (23):

$$\Delta_1 = H \left[ -2a + b^2 + \int_0^a c^2(u) \Pi(du) \right] < 0. \text{ Наприклад, невідомий параметр}$$

$h$  можна визначити за умови  $H \left[ -2a + b^2 + \int_0^a c^2(u) \Pi(du) \right] = -1$ . Отже

$$H = \frac{1}{2a - b^2 - \int_0^a c^2(u) \Pi(du)} > 0, \quad (24)$$

тобто

$$-2a + b^2 + \int_0^a c^2(u) \Pi(du) > 0, \quad (25)$$

Далі визначник  $\Delta_2 > 0$ , тобто

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -1 & Hg - \frac{1}{2} \chi \ell \left( a + \int_0^a c(u) \Pi(du) \right) \\ Hg - \frac{1}{2} \chi \ell \left( a + \int_0^a c(u) \Pi(du) \right) & \chi \cdot \ell \cdot g \end{vmatrix} =$$

$$= -\chi \cdot \ell \cdot g - \left( Hg - \frac{1}{2} \chi \cdot \ell \left( a + \int_0^a c(u) \Pi(du) \right) \right)^2 > 0, \quad (26)$$

Якщо

$$\ell \cdot g > 0, \quad (27)$$

тоді для виконання умови  $\Delta_2 > 0$  потрібно, щоб  $\chi < 0$ .

Знайдемо нижню межу для  $\chi < 0$ . Для цього розглянемо значення функціоналу (12) на лінійній характеристиці гурвіцевого кута  $\varphi(\sigma) = h\sigma$ :

$$V_{\varphi(\sigma)=h\sigma} = Hx^2(t) + \chi \cdot \int_0^{tx(t)} h \cdot y dy = Hx^2(t) + \chi \cdot h \frac{\ell^2 x^2(t)}{2} = \left( H + \chi \cdot h \frac{\ell^2}{2} \right) x^2(t) > 0$$

, тобто  $H + \chi \cdot h \frac{\ell^2}{2} > 0$

Значить  $\chi < 0$  треба вибирати за умови

$$-\frac{2H}{h\ell^2} < \chi < 0. \quad (28)$$

Перевірки умов  $\Delta_3 < 0$  та  $\Delta_4 < 0$  підтверджують вибір  $\chi < 0$ . Дійсно,

$$\Delta_3 = \Delta_2 \frac{1}{2} \chi \ell^2 b^2 < 0, \text{ де } \Delta_2 > 0; b^2 \ell^2 > 0. \text{ Тоді } \chi < 0.$$

$$\Delta_4 = \Delta_3 \chi \sqrt{\Psi(x)} > 0, \text{ де } \Delta_3 < 0; \sqrt{\Psi(x)} > 0. \text{ Тоді } \chi < 0.$$

Теорема доведена.

**Зауваження 1.** Якщо  $\{c(u) \equiv 0\}$ , тоді теорема співпадає з результатами [4] (теорема 8.1. С.169-174).

**Зауваження 2.** Чим ближче число  $\chi < 0$  до числа  $-\frac{2H}{\ell^2 h}$ , тим більше наближається в просторі коефіцієнтів СДР (1) область достатніх умов абсолютної стійкості, що надає стохастичний функціонал (12), до області необхідних та достатніх умов при  $\chi \downarrow -\frac{2H}{h\ell^2}$ .

**Зауваження 3.** У теоремі умова 2) означає асимптотичну стійкість за Ляпуновим замкненого детермінованого рівняння  $dy(t) = [-ay(t) + g\varphi(\ell y(t))]dt$  на лінійних граничних характеристиках кута  $[0, h]$ , а умова 3) означає асимптотичну стійкість в л.і.т. СДР (1), (2) на цих же характеристиках при виконанні умов 4), 5).

**Список літератури:** 1. Айзерман М.А., Гантмахер Ф.Г. Абсолютная устойчивость регулируемых систем. – М.: Из-во АН СССР, 1963. – 140 с. 2. Биллингсли П. Сходимость вероятностных мер. – М.: Наука, 1987.- 352с. 3. Гукман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. – Киев: Наукова думка, 1968. –354с. 4. Корневский Д.Г. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии. – Киев: Наукова думка, 1989–203с. 5. Кац И.Я., Красовский Н.Н. Об устойчивости систем со случайными параметрами. Прикладная математика и механика.-1960.-24, Вып. 5.-С.809-823. 6. Свердан М.Л., Царьков Э.Ф., Ясинский В.К. Стійкість у стохастичному моделюванні складних динамічних систем. – Снятин: Над Прутом, 1996. – 448с. 7. Царьков Е.Ф., Ясинский В.К. Квазилинейные стохастические дифференциально - функциональные уравнения. – Рига: Ориентир, 1992. –328с. 8. Царьков Е.Ф. Случайные возмущения дифференциально-функциональных уравнений. Рига: Ориентир, 1992.-412 с.

*Поступила в редколлегию 14.01.2000*

**ЦИФРОВЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ  
ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ**

В статті розглядається задача побудови ітераційної структури системи фазової автоподстройки (ФАП) та аналізу цієї структури. Показано, що ітераційний принцип побудови систем ФАП дозволяє підвищити точність порівняно простими технічними засобами.

**Введение.** Системы фазовой автоподстройки используются, в частности, в устройствах тактовой синхронизации в аппаратуре передачи данных и др. При построении систем ФАП предъявляются жесткие требования к точности в установившихся (синхронных) режимах. Повышения точности можно достичь применением корректирующих устройств в классе систем с управлением по отклонению или в классе комбинированных систем ФАП путем использования дополнительных разомкнутых каналов управления. Реализация первого и второго способов сопряжена с определенными трудностями, в частности, с необходимостью учета точности настройки и сложностью реализации производных высокого порядка [1].

В статье решается задача построения итерационной структуры системы ФАП и анализа этой структуры. Впервые на возможность построения измерительных итерационных систем указано в [2].

Итерационный принцип построения системы ФАП позволяет повысить точность сравнительно простыми техническими средствами. При этом, как основная, так и вспомогательные системы могут быть реализованы на основе цифрового вычислительного устройства (ЦВУ) и непрерывной части, представляющей собой управляемый объект.

**Главная часть.** Функциональная схема трехконтурной итерационной системы ФАП изображена на рис. 1,а. Каждый из контуров управления содержит соответствующий элемент сравнения ЭС<sub>*i*</sub> (*i*=1,2,3), регулятор Р<sub>*i*</sub> и объект управления ОУ<sub>*i*</sub> (фазовращатель). На вход системы поступает задающее воздействие  $\alpha(t)$  (разность фаз двух сравниваемых по фазе напряжений). На выходе каждого контура управления имеет место управляемая величина  $\beta_i(t)$  (разность фаз входного и выходного напряжений соответствующего фазовращателя). Основной контур управления содержит регулятор Р1 и объект управления ОУ1. Два другие контура управления являются вспомогательными.

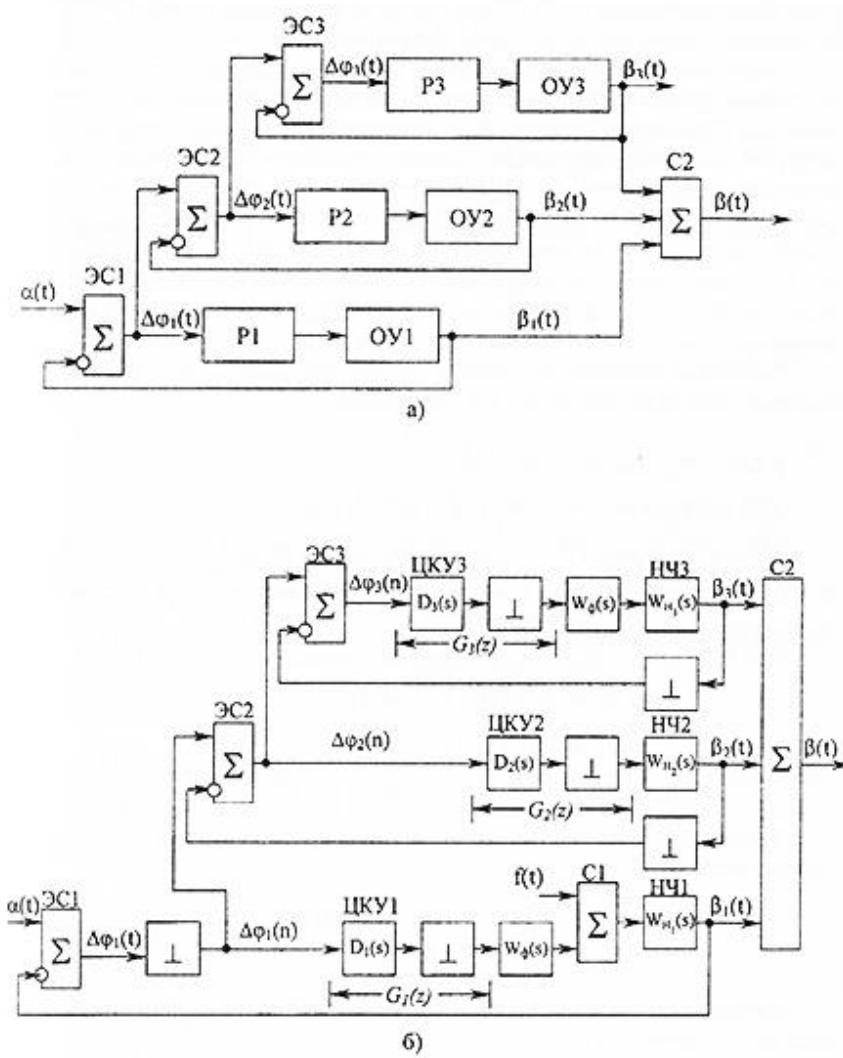


Рис.1. Функциональная (а) и структурная (б) схемы трехконтурной системы ФАП.

На рис. 1,б изображена структурная схема итерационной системы ФАП с двумя вспомогательными системами. В общем случае таких систем может быть множество ( $n$ ). В общем случае итерационная система ФАП представляет собой набор дискретно-непрерывных систем.

Достижение квазиинвариантности (инвариантности) осуществляется воспроизведением входного сигнала по методу последовательного приближения. Первое приближение  $\beta_1(t)$  реализуется основным контуром итерационной системы, содержащей элемент сравнения ЭС1, цифровое корректирующее устройство ЦКУ1, сумматор С1 и управляемый объект с непрерывной частью НЧ1; на вход основного контура поступает задающее воздействие  $\alpha(t)$ , через сумматор С1 – возмущение  $f(t)$ . Второе приближение  $\beta_2(t)$  реализуется вспомогательной системой, содержащей элемент сравнения ЭС2, ЦКУ2 и непрерывную часть НЧ2. И, наконец, третье приближение  $\beta_3(t)$  реализует система с ЭС3, ЦКУ3 и НЧ3.

Выходные сигналы основной и вспомогательной систем в  $z$  – изображении при  $f(t)=0$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned}\beta_1(z) &= W_{p1}(z)\alpha(z)/[1+W_{p1}(z)]; \\ \beta_2(z) &= W_{p1}(z)\alpha(z)/\{[1+W_{p1}(z)][1+W_{p2}(z)]\}; \\ \beta_3(z) &= W_{p1}(z)\alpha(z)/\{[1+W_{p1}(z)][1+W_{p2}(z)][1+W_{p3}(z)]\},\end{aligned}$$

где  $W_{pi}(z)$  –  $z$ -передаточная функция ( $z$ -ПФ) соответствующей системы в разомкнутом состоянии ( $i=1, 2, 3$ ).

При  $W_{p1}(z)=W_{p2}(z)=W_{p3}(z)=W_p(z)$  получаем:

$$\left. \begin{aligned}\beta_1(z) &= W_p(z)\alpha(z)/[1+W_p(z)]; \\ \beta_2(z) &= W_p(z)\alpha(z)/[1+W_p(z)]^2; \\ \beta_3(z) &= W_p(z)\alpha(z)/[1+W_p(z)]^3;\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Выходной сигнал итерационной системы ФАП на выходе сумматора С2 имеет вид:

$$\beta(z) = \beta_1(z) + \beta_2(z) + \beta_3(z) = \frac{W_p(z)}{1+W_p(z)} \alpha(z) \left\{ 1 + \frac{1}{1+W_p(z)} + \frac{1}{[1+W_p(z)]^2} \right\}$$

Изображение фазовой ошибки итерационной системы ФАП определяется выражением:

$$\Delta\varphi(z) = \alpha(z) - \beta(z) = \alpha(z)/[1+W_p(z)]^3. \quad (2)$$

Пусть передаточная функция непрерывной части при  $W_{n1}(s)=W_{n2}(s)=W_{n3}(s)=W(s)$ :

$$W_H(s) = k/[s(T_0s+1)], \quad (3)$$

а передаточная функция фиксатора  $W_\phi(s) = (1 - e^{-sT})/s$ , z-ПФ цифровой части  $W_\phi(z) = \kappa_\phi$ .

Тогда,

$$W_p(z) = W_\phi(z)z\{W_\phi(s)W_n(s)\} = \frac{\kappa^* z^{-1}(1 - \gamma z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - dz^{-1})}, \quad (4)$$

где  $\kappa^* = (T - T_0 - T_0 d)\kappa_\phi$ ;  $d = e^{-T/T_0}$ ;  $\kappa_\phi = 1$ ;  $\gamma = \frac{(1-d)T_0 - dT}{T - T_0 + dT_0}$ ;  $T$  - период дискретности.

Дискретная передаточная функция по ошибке системы каждого канала имеет вид:

$$W_{\Delta\phi_i}(z) = \frac{(1 - z^{-1})(1 - dz^{-1})}{\kappa^* z^{-1}(1 + \gamma z^{-1}) + (1 - z^{-1})(1 - dz^{-1})}. \quad (5)$$

В этом случае изображение ошибки в итерационной системе ФАП рис.1,б имеет вид:

$$\Delta\phi(z) = \frac{(1 - z^{-1})^3(1 - dz^{-1})^3 \alpha(z)}{[\kappa^* z^{-1}(1 + \gamma z^{-1}) + (1 - z^{-1})(1 - dz^{-1})]^3}. \quad (6)$$

Из выражения (6) следует, что порядок астатизма итерационной системы ФАП равен трем. Следовательно, если z-ПФ разомкнутой системы каждого из каналов определяется выражением:

$$W_{\rho_i}(z) = W_{\phi_i}(z)/(z-1)^{\nu_i},$$

где  $\nu_i$  - порядок астатизма системы  $i$ -го канала,  $W_{\phi_i}(z)$  - функция, не имеющая полюсов в точке  $z=1$ , то соответствующая z-ПФ замкнутой системы ФАП канала по ошибке определяется выражением:

$$W_{\Delta\phi_i}(z) = (z-1)^{\nu_i} W'_{\Delta\phi_i}(z),$$

где  $W'_{\Delta\phi_i}(z)$  - функция, не имеющая нулей в точке  $z=1$ , а z-ПФ итерационной системы ФАП по ошибке при  $W_{\Delta\phi_1}(z) = W_{\Delta\phi_2}(z) = W_{\Delta\phi_3}(z)$  может быть вычислена по формуле:

$$W_{\Delta\phi}(z) = (z-1)^{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \prod_{i=1}^3 W'_{\Delta\phi_i}(z). \quad (7)$$

Таким образом, порядок астатизма итерационной системы ФАП равен сумме порядков астатизма систем отдельных каналов. Оценим точность такой итерационной системы.

Пусть  $W_{\Delta\phi_1}(z), W_{\Delta\phi_2}(z), W_{\Delta\phi_3}(z)$  - передаточные функции по ошибке основной и вспомогательных систем соответственно:

$$W_{\Delta\phi_1}(z) = (z-1)^{\nu_1} \frac{D_1(z)}{D_2(z)} = (z-1)^{\nu_1} \frac{a'_{\nu_1} + a'_{\nu_1+1}z + a'_{\nu_1+2}z^2 + \dots + a'_{\nu_1}z^{(\nu_1-\nu_1)}}{c'_0 + c'_1z + c'_2z^2 + \dots + c'_{\nu_1}z^{\nu_1}} =$$

$$= (z-1)^{\nu_1} W'_{\Delta\phi_1}(z);$$

$$W_{\Delta\varphi_2}(z) = (z-1)^{\nu_2} \frac{D_3(z)}{D_4(z)} = (z-1)^{\nu_2} \frac{a'_{\nu_2} + a'_{\nu_2+1}z + a'_{\nu_2+2}z^2 + \dots + a'_{n_2}z^{(n_2-\nu_2)}}{c_0'' + c_1''z + c_2''z^2 + \dots + c_{n_2}''z^{n_2}} =$$

$$= (z-1)^{\nu_2} W'_{\Delta\varphi_2}(z);$$

$$W_{\Delta\varphi_3}(z) = (z-1)^{\nu_3} \frac{D_5(z)}{D_6(z)} = (z-1)^{\nu_3} \frac{a'_{\nu_3} + a'_{\nu_3+1}z + a'_{\nu_3+2}z^2 + \dots + a'_{n_3}z^{(n_3-\nu_3)}}{c_0'' + c_1''z + c_2''z^2 + \dots + c_{n_3}''z^{n_3}} =$$

$$= (z-1)^{\nu_3} W'_{\Delta\varphi_3}(z).$$

Дискретная передаточная функция по ошибке итерационной системы в соответствии с выражением (7):

$$W_{\Delta\varphi}(z) = (z-1)^{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} \frac{D_1(z)D_3(z)D_5(z)}{D_2(z)D_4(z)D_6(z)} = (z-1)^\nu \frac{D_7(z)}{D_8(z)},$$

где  $\nu = \sum_{i=1}^3 \nu_i$ ;  $D_7(z) = \prod_{i=1}^3 D_{2i-1}(z)$ ;  $D_8(z) = \prod_{i=1}^3 D_{2i}(z)$ .

Известно [3], что  $z$  - ПФ по ошибке может быть разложена в ряд Тейлора в окрестности точки  $z=1$  по  $(1-z^{-1})$  и представлена в виде:

$$W_{\Delta\varphi_i}(z) = \left[ \frac{1-z^{-1}}{T} \right]^{\nu_i} \left[ r_{\nu_i} + r_{\nu_i+1} \frac{1-z^{-1}}{T} + r_{\nu_i+2} \left( \frac{1-z^{-1}}{T} \right)^2 + \dots + r_n \left( \frac{1-z^{-1}}{T} \right)^{(n_i-\nu_i)} \right],$$

где  $r_{\nu_i}, r_{\nu_i+1}, \dots$  - коэффициенты ошибки для системы  $i$ -го канала с астатизмом  $\nu$ - порядка, определяющиеся выражениями:

$$r_{\nu_i} = \left[ \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} (z-1)^{\nu_i} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (z-1)^{(\nu_i-1)} \right] Tz \Big|_{z=1};$$

$$r_{\nu_i+1} = \left[ \frac{d^2W'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz^2} (z-1)^{\nu_i} + \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} (z-1)^{(\nu_i-1)} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (\nu_i - 1) (z-1)^{(\nu_i-2)} \right] T^2 z^2 +$$

$$+ \left[ \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} (z-1)^{\nu_i} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (z-1)^{(\nu_i-1)} \right] T^2 z \Big|_{z=1};$$

$$r_{\nu_i+2} = \left[ \frac{d^3W'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz^3} (z-1)^{\nu_i} + 3 \frac{d^2W'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz^2} \nu_i (z-1)^{(\nu_i-1)} + \right.$$

$$\left. + 3 \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} \nu_i (\nu_i - 1) (z-1)^{(\nu_i-2)} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (\nu_i - 1) (\nu_i - 2) (z-1)^{(\nu_i-3)} \right] T^3 z^3 +$$

$$+ \left[ \frac{d^2W'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz^2} (z-1)^{\nu_i} + 2 \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} \nu_i (z-1)^{(\nu_i-1)} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (\nu_i - 1) (z-1)^{(\nu_i-2)} \right] 3T^2 z^2 +$$

$$+ \left[ \frac{dW'_{\Delta\varphi_i}(z)}{dz} (z-1)^{\nu_i} + W'_{\Delta\varphi_i}(z) \nu_i (z-1)^{(\nu_i-1)} \right] T^3 z \Big|_{z=1};$$

и т.д.

Например, при  $v_i=1$ :

$$r_1 = TW'_{\Delta\varphi_1}(z) \Big|_{z=1};$$

$$r_2 = \frac{T^2}{2!} \left[ 2 \frac{W'_{\Delta\varphi_1}(z)}{dz} + W'_{\Delta\varphi_1}(z) \right] \Big|_{z=1};$$

$$r_3 = \frac{T^3}{3!} \left[ 3 \frac{d^2 W'_{\Delta\varphi_1}(z)}{dz^2} + 6 \frac{dW'_{\Delta\varphi_1}(z)}{dz} + W'_{\Delta\varphi_1}(z) \right] \Big|_{z=1}.$$

Тогда коэффициенты ошибки итерационной системы ФАП могут быть определены по формулам:

$$r_v = r'_{v_1} r''_{v_2} r'''_{v_3};$$

$$r_{v+1} = r'_{v_{11}} r''_{v_{12}} r'''_{v_{13}} + r'_{v_{21}} r''_{v_{22}} r'''_{v_{23}} + r'_{v_{31}} r''_{v_{32}} r'''_{v_{33}};$$

$$r_{v+2} = r'_{v_{11}} r''_{v_{12}} r'''_{v_{13}} + r'_{v_{21}} r''_{v_{22}} r'''_{v_{23}} + r'_{v_{31}} r''_{v_{32}} r'''_{v_{33}} + r'_{v_{41}} r''_{v_{42}} r'''_{v_{43}} + r'_{v_{51}} r''_{v_{52}} r'''_{v_{53}};$$

Для примера рассмотрим 2-канальную систему ФАП при условии, что как грубая, так и точная системы обладают астатизмом первого порядка, а непрерывная часть описывается передаточной функцией (3) при  $T_0=T_{0i}$ ,  $d=d_i$ ,  $i=1,2$ ;  $\kappa=\kappa_{v_i}$ ,  $i=1$ ;  $\kappa=\kappa_{v_i}$ ,  $i=2$ . Дискретная передаточная функция по ошибке, в соответствии с выражением (5) и коэффициенты ошибки определяются выражениями:

$$W_{\Delta\varphi_1}(z) = \frac{(z-1)(z-d_1)}{\kappa_1^*(z-\gamma_1) + (z-1)(z-d_1)} = (z-1)W'_{\Delta\varphi_1}(z);$$

$$W_{\Delta\varphi_2}(z) = \frac{(z-1)(z-d_2)}{\kappa_2^*(z-\gamma_2) + (z-1)(z-d_2)} = (z-1)W'_{\Delta\varphi_2}(z);$$

$$r'_0 = 0; \quad r'_1 = T \left[ \frac{1-d_1}{\kappa_1^*(z-\gamma_1)} \right] = \frac{1}{\kappa'_v};$$

$$r'_2 = \frac{T^2}{2} \left[ 2 \frac{\kappa_1^*(1+\gamma_1) - (\kappa_1^* + 1 - d_1)(1-d_1)}{[\kappa_1^*(1+\gamma_1)]^2} + \frac{1-d_1}{\kappa_1^*(z-\gamma_1)} \right] = \frac{T_{01} + T/2}{\kappa'_v} - \frac{1}{(\kappa'_v)^2};$$

$$r'_0 = 0; \quad r'_1 = T \left[ \frac{1-d_2}{\kappa_2^*(1+\gamma_2)} \right] = \frac{1}{\kappa'_v};$$

$$r'_2 = \frac{T^2}{2} \left[ 2 \frac{\kappa_2^*(1+\gamma_2) - (\kappa_2^* + 1 - d_2)(1-d_2)}{[\kappa_2^*(1+\gamma_2)]^2} + \frac{1-d_2}{\kappa_1^*(1-\gamma_2)} \right] = \frac{T_{02} + T/2}{\kappa'_v} - \frac{1}{(\kappa'_v)^2};$$

$$v = v_1 + v_2 = 2.$$

Коэффициенты ошибки всей итерационной системы определяются:

$$r_0 = r_1 = 0;$$

$$r_0 = 1/\kappa_a;$$



$$r_0 = \frac{T_{01} + T_{02} + T}{\kappa_a} - \frac{\kappa'_v + \kappa''_v}{\kappa_a^2},$$

где  $\kappa_a = \kappa'_v \kappa''_v$ .

Таким образом, если грубый и точный каналы являются астатическими системами первого порядка, то итерационная система ФАП в целом является астатической системой с астатизмом второго порядка с коэффициентом усиления, пропорциональным произведению коэффициентов усиления по скорости отдельных каналов.

Известно [1], что действие внешних возмущений и существенных нелинейностей в основном канале значительно снижается или полностью компенсируется при наличии вспомогательного канала управления. Оценим ошибки системы ФАП при действии внешнего возмущения  $f(t)$  на основной канал системы. Выходной сигнал основной системы описывается выражением:

$$\beta_1(z) = W_{\alpha_1}(z)\alpha(z) + W_{f_1}(z)f(z),$$

где  $W_{\alpha_1}(z)$ ,  $W_{f_1}(z)$ ,  $z$ -передаточная функция замкнутой системы основного канала по задающему воздействию и по возмущающему воздействию соответственно:

$$W_{\alpha_1}(z) = \frac{W_{p_1}(z)}{1 + W_{p_1}(z)}; \quad W_{f_1}(z) = \frac{W_{p_1 f}(z)}{1 + W_{p_1}(z)}.$$

Ошибка основного канала можно определить из выражения:

$$\Delta\varphi_1(z) = \alpha(z) - \beta_1(z); \quad \Delta\varphi_1(z) = W_{\Delta\varphi_1}(z)\alpha(z) - W_{f_1}(z)f(z).$$

Тогда ошибка итерационной системы ФАП будет:

$$\Delta\varphi(z) = \alpha(z) - \beta(z); \quad \Delta\varphi(z) = W_{\Delta\varphi}(z)\alpha(z) + W_f(z)f(z),$$

где  $W_{\Delta\varphi}(z) = W_{\Delta\varphi_1}(z)W_{\Delta\varphi_2}(z)$ ;  $W_f(z) = W_{\Delta\varphi_2}(z)W_{f_1}(z)$

или

$$\Delta\varphi(z) = \Delta\varphi_\alpha(z) - \Delta\varphi_f(z),$$

где  $\Delta\varphi_\alpha(z) = W_{\Delta\varphi}(z)\alpha(z)$ ;  $\Delta\varphi_f(z) = W_f(z)f(z)$ .

Если  $\lambda_f$  – кратность полюса в точке  $z=1$  передаточной функции  $W_{f_1}(z)$ ,  $\nu_1$  – порядок астатизма по задающему воздействию  $\alpha(t)$ , то порядок

астатизма  $v_{1f}$  по возмущающему воздействию  $f(t)$  будет  $v_{1f} = v_1 - v_f$ . Тогда порядок астатизма итерационной системы  $v_f$  по возмущающему воздействию:

$$v_f = v - \lambda_f = v_1 + v_2 - \lambda_f = v_{1f} + v_2,$$

где  $v = v_1 + v_2$ ;  $v$  – порядок астатизма итерационной системы ФАП по задающему воздействию.

При  $\lambda_f = v_1$ , т.е. возмущение приложено до элементов, содержащих интеграторы,  $v_{1f} = 0$ , и основной канал является статическим по отношению к возмущению  $f(t)$ , но вся итерационная система ФАП по отношению к этому воздействию является астатической с порядком астатизма  $v_f$ , равным порядку астатизма точного канала  $v_f = v_2$ .

В частности, если основная система имеет статическую ошибку, обусловленную внешним воздействием, а вспомогательная система имеет астатизм первого порядка, то итерационная система ФАП в целом не будет иметь статической ошибки.

Как известно [2], влияние нелинейности (например, зоны нечувствительности) может быть приведено к эквивалентному внешнему возмущающему воздействию, поэтому наличие вспомогательного канала повышает точность системы, содержащей существенные нелинейности.

**Заключение.** В итерационной системе ФАП, благодаря наличию вспомогательных каналов, происходит компенсация медленно меняющихся возмущающих воздействий, приложенных в произвольной точке основного канала, т.е. вспомогательные каналы позволяют обеспечить практическую инвариантность системы по отношению к возмущающему воздействию. По отношению к задающему воздействию итерационная система ФАП позволяет существенно уменьшить динамические ошибки, что обусловлено, в частности, повышением порядка астатизма всей системы благодаря введению вспомогательных каналов.

**Список литературы:** 1. Зайцев Г.Ф., Стежлов В.К. Радиотехнические системы автоматического управления высокой точности.– К., Техника, 1988. 208с. 2. Осмоловский П.Ф. Итерационные многоканальные системы управления.– М., Сов. Радио, 1969. с.256. 3. Ту Ю. Цифровые и импульсные системы автоматического управления.– М., Машиностроение, 1964. 703с.

*Поступила в редакцию 05.04.2000*

*Л.Н. БЕРКМАН*, канд. техн. наук, *Б.Я. КОСТИК*,  
*А.П. УЛЕЕВ*

## СИНТЕЗ ОПЕРАТОРА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СВЯЗИ ПО ЗАДАЮЩЕМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ В СИСТЕМЕ ФАП ИЗ УСЛОВИЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ В УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ

В статті пропонується методика синтезу оператора розімкнутого диференціального зв'язку по впливу, що задається в системі фазової автопідстройки (ФАП) третього порядку за умови підвищення точності в синхронних режимах при врахуванні умови фізичної реалізації оператора зв'язку.

**Введение.** Линейные системы фазовой автоподстройки (ФАП) с дифференциальными связями при выполнении определенных условий (условий еквівалентності) по своим динамическим свойствам эквивалентны комбинированным системам ФАП. В настоящей работе предлагается методика синтеза физически реализуемого оператора дифференциальной связи из условия компенсации фазовой ошибки при экспоненциальном входном воздействии на основе К(D) изображений [1].

**Главная часть.** Структурная схема системы ФАП с дифференциальной связью по задающему воздействию изображена на рис. 1,а, где ЭС - элемент сравнения; С, С1 - сумматоры;  $\alpha(t)$  - задающее воздействие (разность фаз двух сравниваемых по фазе напряжений);  $\beta(t)$  - управляемая величина (разность фаз входного и выходного напряжений фазовращателя);  $\Delta\phi(t)$  - фазовая ошибка.

Операторы элементов системы ФАП определяются выражениями:

$$W_{\Phi}(p) = \frac{D_{\Phi}(p)}{F_{\Phi}(p)} = \frac{\kappa_{\Phi}}{T_{\Phi}p + 1}; \quad W_{\gamma}(p) = \frac{D_{\gamma}(p)}{F_{\gamma}(p)} = \frac{\kappa_{\gamma}}{T_{\gamma}p + 1};$$

$$W_{H}(p) = \frac{D_{H}(p)}{F_{H}(p)} = \frac{\kappa_{H}}{T_{H}p + 1}; \quad W_{KV}(p) = \frac{D_{KV}(p)}{F_{KV}(p)};$$

$$D_{\Phi}(p) = \kappa_{\Phi}; \quad D_{\gamma}(p) = \kappa_{\gamma}; \quad D_{H}(p) = \kappa_{H};$$

$$F_{\Phi}(p) = T_{\Phi}p + 1; \quad F_{\gamma}(p) = T_{\gamma}p + 1; \quad F_{H}(p) = T_{H},$$

где  $W_{\Phi}(p)$ ,  $W_{\gamma}(p)$ ,  $W_{H}(p)$ ,  $W_{\Phi B}(p)$  - операторы фильтра, усилителя, интегратора и фазовращателя соответственно.

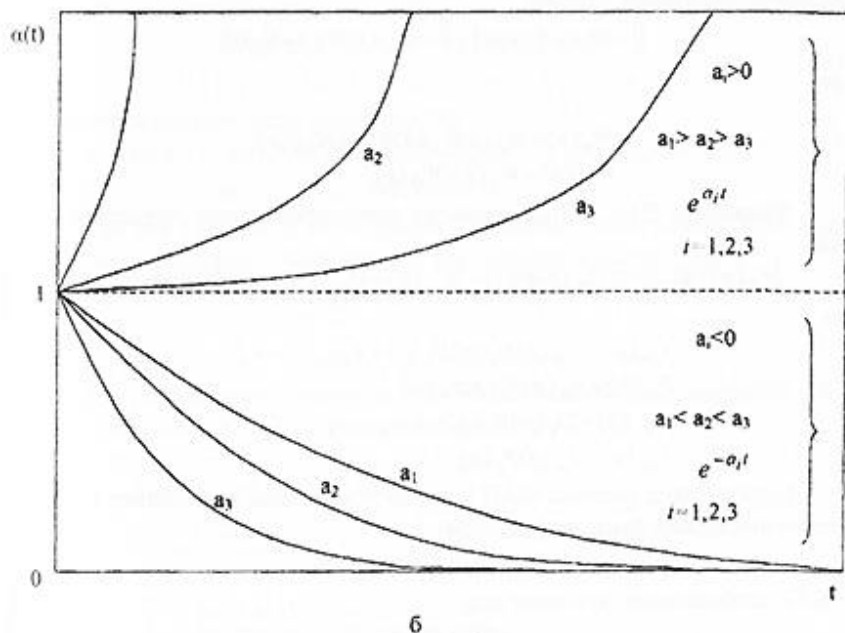
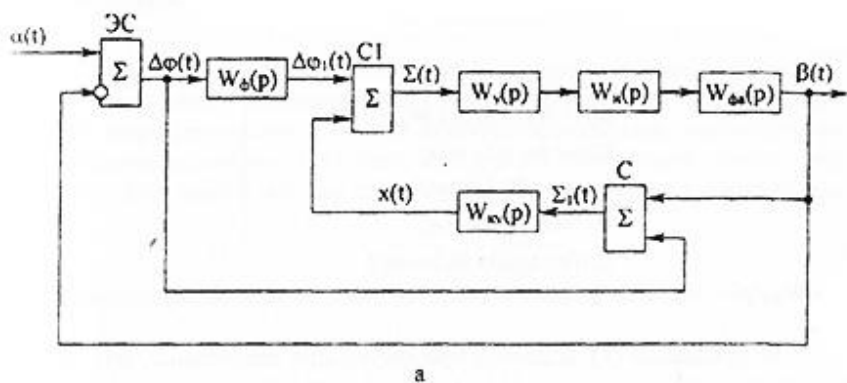


Рис. 1. Структурная схема системы ФАП с дифференциальной связью и графики экспоненциального задающего воздействия  $\alpha(t)$ .

Уравнения элементов системы ФАП с дифференциальной связью имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi(t) &= \alpha(t) - \beta(t); \\ \beta(t) &= W_y(p)W_u(p)W_{\phi u}(p)\Sigma(t), \\ \Sigma(t) &= \Delta\varphi_1(t) + x(t), \\ \Delta\varphi_1(t) &= W_\phi(p)\Delta\varphi(t), \\ x(t) &= W_{xy}(p)\Sigma_1(t), \\ \Sigma_1(t) &= \Delta\varphi(t) + \beta(t) = \alpha(t), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $W_{xy}(p)$  - оператор дифференциальной связи по задающему воздействию.

Из уравнений (1), исключая промежуточные переменные,  $\beta(t)$ ,  $\Delta\varphi(t)$ ,  $\Sigma(t)$ ,  $\Sigma_1(t)$ ,  $x(t)$ , получаем уравнение системы ФАП с дифференциальной связью относительно ошибки:

$$[1 + W_p(p)] \Delta\varphi(t) = [1 - W_{xy}(p)W_{p_1}(p)]\alpha(t), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} W_p(p) &= W_\phi(p)W_y(p)W_u(p)W_{\phi u}(p), \\ W_{p_1}(p) &= W_p(p)/W_\phi(p). \end{aligned}$$

Уравнения (2) с учетом значений операторов можно представить в виде:

$$[F_p(p) + D_p(p)] F_{xy}(p)\Delta\varphi(t) = [F_{p_1}(p) - D_{xy}(p)D_{p_1}(p)]F_\phi(p)\alpha(t), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} D_p(p) &= D_\phi(p)D_y(p)D_u(p) = \kappa_\phi\kappa_y\kappa_u = \kappa_p; \\ F_p(p) &= F_\phi(p)F_y(p)F_u(p), \\ D_{p_1}(p) &= D_y(p)D_u(p) = \kappa_y\kappa_u = \kappa_{p_1}; \\ F_{p_1}(p) &= F_y(p)F_u(p), \end{aligned}$$

Если на вход системы ФАП поступает задающее воздействие в виде экспоненциальной функции (рис. 1,6)

$$\alpha(t) = e^{\pm at}, \quad (4)$$

то  $K(D)$  изображение  $\alpha(t)$  имеет вид

$$\alpha(t) = D \mp a. \quad (5)$$

Так как оператор (5) физически нереализуем, то для физической реализации используем звено

$$W_{xy}(D) = \frac{D \mp a}{d_1 D + d_0} = \frac{D_{xy}(D)}{F_{xy}(D)}, \quad (6)$$

где  $D_{xy}(D) = D \mp a$ ;  $F_{xy}(D) = d_1 D + d_0$ .

Рассмотрим первый случай, когда  $\alpha(t) = e^{at}$ , т.е.

$$\alpha(t) + D - a. \quad (7)$$

Поскольку в системах ФАП с дифференциальной связью по задающему воздействию, эквивалентных комбинированным системам, формируемой дифференциальной связью является производная, соответствующая порядку астатизма замкнутого контура [2], то в нашем случае - это первая производная и поэтому оператор  $W_{KY}(D)$  определяется выражением

$$W_{KY}(D) = \frac{\tau_1 D}{d_1 D + d_0} = \frac{D_{KY}(D)}{F_{KY}(D)}, \quad (8)$$

где

$$D_{KY}(D) = \tau_1 D, \\ F_{KY}(D) = d_1 D + d_0.$$

Уравнение (3) с учетом вышеизложенного при подстановке соответствующих операторов принимает вид:

$$\begin{aligned} & [(T_\phi D + 1)(T_y D + 1)D + \kappa_p] F_{KY}(D) \Delta\Phi(t) = \\ & = [(T_y D + 1)(d_1 D + d_0)D - \kappa_{p1} \tau_1 D] (T_\phi D + 1)\alpha(t). \end{aligned} \quad (9)$$

Рассмотрим правую часть уравнения (9)

$$M(D)F_\phi(D)\alpha(t) = [(T_y D + 1)(d_1 D + d_0)D - \kappa_{p1} \tau_1 D] (T_\phi D + 1)\alpha(t), \quad (10)$$

$$M(D) = (T_y D + 1)(d_1 D + d_0)D - \kappa_{p1} \tau_1 D, \quad (11)$$

Так как  $F_\phi(D) \neq 0$  и не содержит в качестве множителя  $K(D)$  изображение задающего воздействия, то рассмотрим полином  $M(D)$ :

$$M(D) = T_y d_1 D^3 + (T_y d_0 + d_1)D^2 + d_0 D - \kappa_{p1} \tau_1 D = c_3 D^3 + c_2 D^2 + c_1 D + c_0, \quad (12)$$

где

$$c_3 = T_y d_1; \quad c_2 = T_y d_0 + d_1; \quad c_1 = d_0 - \kappa_{p1} \tau_1; \quad c_0 = 0.$$

Для определения параметра  $\tau_1$  выполним следующие операции. Поделим полином  $M(D)$  на  $K(D)$  изображение  $\alpha(t)$ , т.е.

$$\begin{aligned} & \frac{c_3 D^3 + c_2 D^2 + c_1 D}{c_3 D^3 + c_3 a D^2} \left| \frac{D - a}{c_3 D^2 + (c_2 + c_3 a)D + c_1 + a(c_2 + c_3 a)} \right. \\ & \quad \frac{(c_2 + c_3 a)D^2 + c_1 D}{(c_2 + c_3 a)D^2 - a(c_2 + c_3 a)D} \\ & \quad \quad \frac{[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]D}{[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]D - a[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]} \\ & \quad \quad \quad \frac{a[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]}{a[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]}, \end{aligned}$$

тогда

$$M^*(D) = M_1(D)K(D) + R(D),$$

где

$$M_1(D) = c_3 D^2 + (c_2 + c_3 a)D + c_1 + a(c_2 + c_3 a),$$
$$R(D) = a[c_1 + a(c_2 + c_3 a)]$$

Для того, чтобы выражение

$$M(D) = M_1(D)K(D) \quad (13)$$

имело место, необходимо выполнить условие:

$$R(D) = a[c_1 + a(c_2 + c_3 a)] = 0$$

или

$$c_1 + a(c_2 + c_3 a) = 0. \quad (14)$$

подставляя численные значения из выражения (12) в уравнение (14), получаем:

$$d_0 - K_{p1} \tau_1 + a(T_y d_0 + d_1 + aT_y d_1) = 0. \quad (15)$$

Из выражения (15) получаем:

$$\tau_1 = \frac{d_0 + a(T_y d_0 + d_1 + aT_y d_1)}{K_{p1}}. \quad (16)$$

При  $d_0=1$ , что соответствует реальным звеньям, выражение (16) преобразуется к виду:

$$\tau_1 = \frac{(1 + aT_y)(1 + ad_1)}{K_{p1}}. \quad (17)$$

Рассмотрим случай, когда

$$\alpha(t) = e^{-at}.$$

Тогда  $K(D)$  изображение  $\alpha(t)$ :

$$\alpha(t) + D - a. \quad (18)$$

Выражение для оператора дифференциальной связи по задающему воздействию определяется выражением (8). Получаем выражение для  $M(D)$ , используя (12) и (18). Выполняем деление  $M(D)$  на  $K(D)$ :

$$\frac{c_3 D^3 + c_2 D^2 + c_1 D}{D + a} = c_3 D^2 + (c_2 - ac_3)D + c_1 - a(c_2 - ac_3) + R(D)$$

В этом случае

$$M^*(D) = M_1(D)K(D) + R(D),$$

где

$$M_1(D) = c_3 D^2 + (c_2 - c_3 a)D - a(c_2 - c_3 a),$$
$$R(D) = a[c_1 - a(c_2 - c_3 a)]$$

Как и в первом случае для компенсации фазовой ошибки необходимо  $R(D)$  приравнять к нулю, т.е.

$$-a[c_1 - a(c_2 - c_3 a)] = 0$$

или

$$c_1 - a(c_2 - c_3 a) = 0. \quad (19)$$

Подставляя в уравнение (19) значения коэффициентов при  $d_0=1$ , получаем:

$$1 - \kappa_{p1} \tau_1 - a(T_y d_1 - a T_y d_1) = 0. \quad (20)$$

Из выражения (20) имеем:

$$\tau_1 = \frac{(1 - a T_y)(1 - a d_1)}{\kappa_{p1}}. \quad (21)$$

Выражение (21) отличается от выражения (17) только знаками при коэффициентах  $a T_y$  и  $a d_1$ .

**Заключение.** Используя  $K(D)$  изображение экспоненциального задающего воздействия при выборе параметров оператора дифференциальной связи по задающему воздействию, можно полностью компенсировать установившуюся фазовую ошибку сравнительно простыми техническими средствами. Для этого достаточно сформировать в канале дифференциальной связи первую, физически реализуемую производную. При этом может быть использована простейшая дифференцирующая цепочка на RC или LC элементах.

Список литературы: 1. Худолій Д.А., Полищук В.Г. Использование  $K(D)$  изображений при расчете систем фазовой автоподстройки в устройствах связи. К., КИС УГАС им. А.С. Попова, 1996. 92с. 2. Зайцев Г.Ф., Стеклов В.К. Автоматические системы с дифференциальными связями. К., Техника, 1984. 167с.

*Поступила в редколлегию 05.04.2000*

УДК 519.23

**Л.Б. КАЩЕЕВ**, канд. техн. наук, **С.В. КОВАЛЕНКО**

## ГРУППИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ ОТНОСИТЕЛЬНО НЕТОЧЕЧНЫХ ПОЛЮСОВ

В статті розглядається задача кластеризації багатопараметричних об'єктів. На відміну від переважної більшості методів, у яких розбивка проводиться навколо крапкових полюсів, даний алгоритм працює з полюсами, заданими ламаною лінією.

Задачи группирования (разбиения множества объектов на классы) имеют множество важных практических применений. В настоящее время



хорошо проработаны и описаны алгоритмы кластеризации множества объектов относительно  $N$  точечных центров группирования (полосов). Здесь следует назвать метод шаров, метод дендритов и ряд других, которые исчерпывающе описаны в [1]. Тем не менее, соотнесение реального объекта с тем или иным классом, практикуемое в соответствии с человеческой логикой в принципе гораздо изоощреннее, чем выбор точки в фазовом пространстве параметров и выделение подмножества объектов, имеющих декартовы расстояния до данного полюса меньше, чем до других.

Рассмотрим реальную задачу. Некий автозавод в течение ряда лет выпускает легковые автомобили. Естественно, что для сохранения конкурентоспособности на рынке из года в год ведется работа по модификации выпускаемых моделей. При этом параметры выпускаемых на рынок объектов меняются. Как правило, это происходит постепенно и на рынке существует практически под одним и тем же названием целое семейство автомобилей, отличающихся в параметрах настолько, что в фазовом пространстве мы наблюдаем целую группу достаточно далеко отстоящих друг от друга объектов. Такой процесс является характерным для современного рынка: пытаясь привлечь внимание покупателя, производитель захватывает нишу рынка целой гаммой товаров, представляющих собой изделия с параметрами на «все случаи жизни».

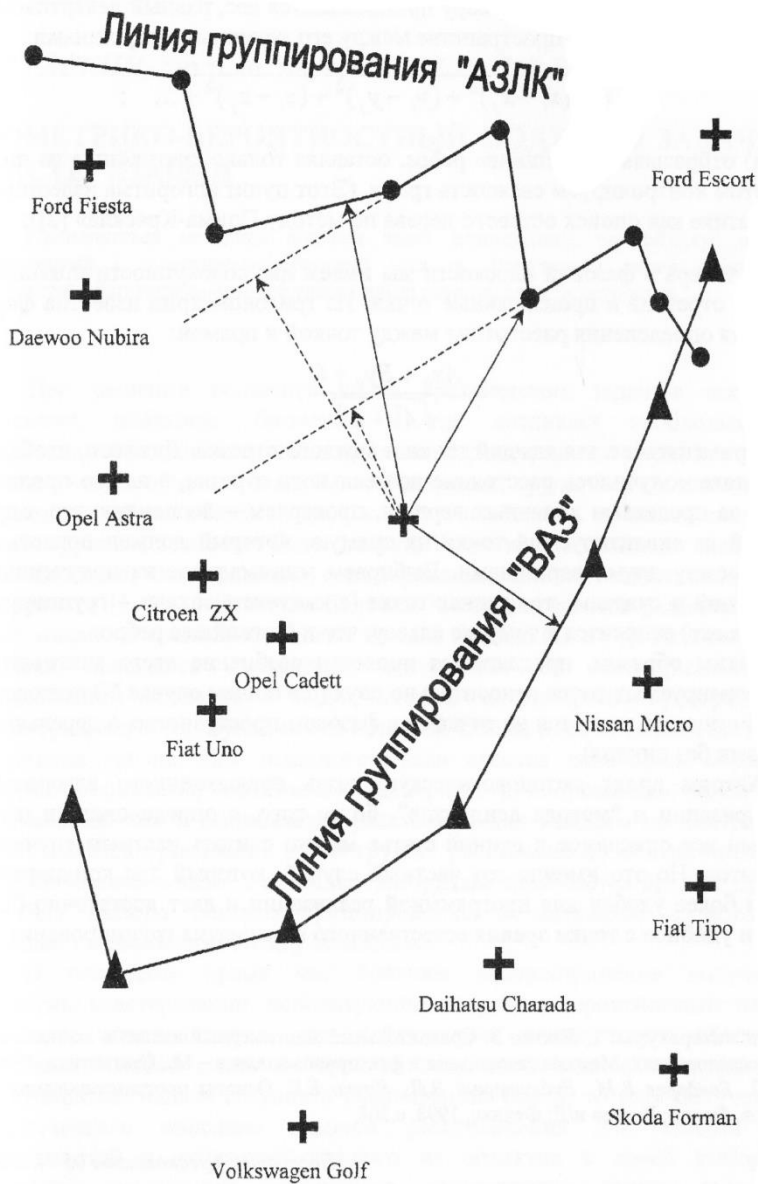
Конкретизируем задачу. Предположим, что имеется два множества - легковые автомобили, выпускавшиеся Волжским автомобильным заводом (ВАЗ) и автомобили Московского автозавода им. Ленинского комсомола (АЗЛК, Москвич, Алеко). По большинству параметров это «одноклассники» весьма похожие друг на друга, тем не менее, обиходные выражения - «У него «Москвич»» или «Продается машина типа «Жигулей»», свидетельствуют, что в рыночном плане покупатель не путает представителей этих двух кластеров.

Расположим в фазовой плоскости объекты завода ВАЗ (на рисунке обозначены кружками), объекты АЗЛК (на рисунке треугольниками) и автомобили других фирм (обозначенные на рисунке крестиками). Требуется соотнести все объекты производства других фирм с подмножествами автомобилей ВАЗ и АЗЛК.

Для решения этой задачи предлагается следующий алгоритм:

а) рассматриваем точки в фазовом пространстве, соответствующие каждому из центров группирования как вершины графа (данной задаче у нас получится граф для АЗЛК, граф для ВАЗа и свободные точки);

б) связываем ребрами все вершины каждого из графов, получаем пол-



носвязные графы. Каждому ребру приписывается вес, равный декартовому расстоянию в фазовом пространстве между его конечными вершинами:

$$P_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 + \dots} \quad ;$$

в) отбрасываем «лишние» ребра, оставляя только кратчайшие из них. При этом контролируем связность графа. (Этот пункт алгоритма известен в математике как «поиск остова дерева по методу Прима-Краскла» [2]);

г) теперь в фазовой плоскости мы имеем две совокупности прямолинейных отрезков и произвольные точки. Из тригонометрии известна формула для определения расстояния между точкой и прямой:

$$r = \frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Применяем ее для каждой точки и каждого отрезка. Для того, чтобы в результате получилось расстояние до реального отрезка, а не его продолжения за пределы конечных вершин, проверяем – перпендикуляр, опущенный из анализируемой точки на прямую, который должен попасть в точку между двумя вершинами. Выбираем минимальное из полученных расстояний и считаем, что данная точка (а контексте задачи – группируемый объект) относится к тому же классу, что и ближайшее ребро.

Таким образом, предлагается провести разбиение всего множества кластеризируемых точек относительно двух (а в общем случае N) полюсов. Причем полюса задаются не точками в фазовом пространстве, а деревьями (графами без циклов).

Авторы видят методологическую связь предложенного алгоритма кластеризации и “метода дендритов”, более того, с определенными оговорками все описанное в данной статье можно считать частным случаем дендритов. Но это именно тот частный случай, который для конкретной задачи более удобен для программной реализации и дает достаточно быстрое и удобное с точки зрения естественного восприятия группирование.

**Список литературы:** 1. *Плюта В.* Сравнительный многомерный анализ в экономических исследованиях: Методы таксономии и факторного анализа – М., Статистика, 1980. 151с. 2. *Бондарев В.М., Рублинецкий В.И., Качко Е.Г.* Основы программирования – Харьков, Фолио; Ростов н/Д: Феликс, 1998. с.368.

*Поступила в редколлегию 05.04.2000*

*Л.Г. РАСКИН*, д-р техн. наук, *О.В. СЕРАЯ*, *З.Е. МИНЕНКОВА*

## ГЕОМЕТРИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД В ЗАДАЧАХ КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Пропонується методика рішення задач кластеризації, що об'єднує відомі геометричний і теоретико-імовірносний підходи. Розв'язання задачі оцінювання використовує багатопараметричне універсальне розподілення імовірностей.

При решении большого числа практических задач в технике, экономике, медицине, биологии и т.д. возникает необходимость разделения совокупности наблюдаемых параметров на группы, таким образом, чтобы объекты каждой из образуемых групп были в некотором выбранном смысле «близки» друг к другу, а объекты, принадлежащие к разным группам, возможно более далеки. Такие задачи называют задачами классификации, кластеризации, стратификации, типологизации, снижения размерности [1, 2, 3]. Известно большое число алгоритмов решения этих задач; анализ и сравнение многих из них приведены в [4]. Исторически первыми появились алгоритмы, основанные на геометризованном представлении объектов в виде точек в многомерном пространстве параметров, характеризующих эти объекты. Общая идея большинства этих алгоритмов такова. Для заданного числа классов некоторым образом выбираются объекты, назначаемые «центрами группирования». Затем для остальных объектов вычисляется расстояние для каждого из центров и осуществляется присвоение к той группе, расстояние до центра которой является минимальным. Различные алгоритмы отличаются друг от друга способом выбора центров группирования и метрикой, в которой вычисляется расстояние между объектами.

В последнее время все большее распространение получают алгоритмы кластеризации, использующие теоретико-вероятностные идеи. При этом предполагается, что наблюдаемая совокупность объектов представляет собой смесь выборок из нескольких разных генеральных совокупностей. Задача состоит в расщеплении смеси, то есть получении аналитического описания законов распределения для каждой из совокупностей и отнесении каждого из объектов к своей выборке. Процедура реализации алгоритмов расщепления смеси является итерационной. Каждая итерация состоит из двух этапов: расщепления и оценивания. Технология решения задачи такова.

На первом этапе первой итерации из каких-либо априорных соображений задают набор  $p$ -мерных конкурирующих плотностей распределения  $f_j(X, \theta_j)$ ,  $j=1, 2, \dots, k$ , контролируемых параметров объектов. Теперь каждый объект относят к той генеральной совокупности, принадлежность к которой является наиболее правдоподобной. Если при этом известны, или могут быть заданы, априорные вероятности  $p_j$ ,  $j=1, 2, \dots, k$ , принадлежности объектов к разным классам, то естественно вычислять для каждого, например,  $i$ -го объекта апостериорную вероятность  $p_{ij}$  принадлежности этого объекта к  $j$ -му классу:

$$p_{ij} = \frac{p_j f_j(X_i, \theta_j)}{\sum_{j=1}^k p_j f_j(X_i, \theta_j)}, i=1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Теперь считается, что  $i$ -й объект принадлежит классу  $j_0$ , если

$$p_{ij_0} = \max_j \frac{p_j f_j(X_i, \theta_j)}{\sum_{j=1}^k p_j f_j(X_i, \theta_j)}. \quad (2)$$

После выполнения этапа расщепления для каждого из полученных в результате классов независимо решается задача оценивания параметров соответствующей плотности распределения. При этом могут быть использованы любые статистические методы оценивания: метод максимума правдоподобия, моментов,  $\chi^2$  и т.д. Полученное распределение объектов по классам позволяет переоценить априорные вероятности  $p_j$  принадлежности объектов к классам. На этом первая итерация заканчивается. Вторая и последующие итерации реализуются точно так же с учетом пересчитанных априорных вероятностей. Вычислительную процедуру целесообразно продолжать до тех пор, пока не перестанет изменяться распределение объектов по классам.

Принципиальным недостатком этого подхода является необходимость «угадать» параметрический вид распределений, задающих каждый из классов.

Существо предлагаемой модернизации состоит, во-первых, в объединении «геометрического» и теоретико-вероятностного алгоритмов в один алгоритм и, во-вторых, в использовании для описания распределений универсального распределения [5]. В соответствии с этим решение задачи кластеризации предлагается начинать с предварительного этапа, на котором с использованием любого из «геометрических» методов осуществляется начальное разбиение объектов на классы. Пусть при этом

получено  $p$  классов. Далее для каждой из полученных групп решается задача оценивания параметров распределения вида

$$\varphi(X, \theta_s) = A_s \left[ 1 + \theta_{4s} \frac{(X - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} \right] \exp \left\{ - \frac{(X - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} (p + \theta_{3s} \operatorname{Sgn}(X - \theta_{1s})) \right\}, \quad (3)$$

где

$\theta_s = (\theta_{1s}, \theta_{2s}, \theta_{3s}, \theta_{4s})$  – набор параметров, определяющих соответственно математическое ожидание, дисперсию, асимметрию и эксцесс переменной  $X$ ,  $s=1, 2, \dots, p$ ;

$A_s$  – нормирующий коэффициент, выбираемый из условия

$$\int_{-\infty}^{\infty} A_s \left[ 1 + \theta_{4s} \frac{(X_s - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} \right] \exp \left\{ - \frac{(X_s - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} (p + \theta_{3s} \operatorname{Sgn}(X_s - \theta_{1s})) \right\} = 1, s = 1, 2, \dots, p.$$

Статистическое оценивание для  $S$ -ой группы проводится с использованием, например, метода максимума правдоподобия. При этом решается задача максимизации

$$\varphi(X, \theta_s) = \prod_{j=1}^{n_s} A_s \left[ 1 + \theta_{4s} \frac{(X_j - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} \right] \exp \left\{ - \frac{(X_j - \theta_{1s})^2}{2\theta_{2s}^2} (p + \theta_{3s} \operatorname{Sgn}(X_j - \theta_{1s})) \right\},$$

где

$n_s$  – число объектов в  $S$ -ой группе.

Теперь процедура определения принадлежности каждого из объектов к определенному классу реализуется в соответствии с (2). Далее осуществляется корректировка параметров распределений (3) и новый этап расщепления.

Экспериментальная проверка полученной методики показала высокую ее эффективность. Вместе с тем, понятно, что трудности ее практической реализации очень быстро растут с увеличением размерности  $p$  пространства параметров, в котором задаются объекты кластеризации. Поэтому она может быть рекомендована для решения одномерных или двумерных задач кластеризации.

**Список литературы:** 1. Миркин Б.Г. Группировка в социально-экономических исследованиях. - М.: Финансы и статистика, 1985. - 224 с. 2. Дюран Б., Оддел П. Кластерный анализ. - М.: Статистика, 1977. - 128 с. 3. Классификация и кластер / Под ред. Дж. Вэн Райзина. - М.: Мир, 1980. - 390 с. 4. Айвазян С. А., Бухштабер В. М., Енюков И. С., Мешалкин Л. Д. Прикладная статистика: классификация и снижение размерности. - М.: Финансы и статистика, 1989. - 607 с. 5. Костенко Ю. Т., Раскин Л. Г. Прогнозирование технического состояния систем управления. - Х.: Основа, 1996. - 303 с.

*Поступила в редколлегию 16.10.2000.*

**В.Г.ИВАНОВ**, канд. техн. наук

## **ТЕХНОЛОГИИ КОДИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЫ**

У роботі науково обґрунтовується і пропонується технологія створення автоматизованих комп'ютерних систем уведення, кодування, збереження, розпізнавання і пошуку сигналів і зображень різноманітних класів: мовних сигналів і зображення протекторів шин автомобільних коліс та відбитків печаток і штампів.

Современные информационные технологии на базе глобальной компьютерной сети Internet предоставляют пользователям широкие возможности в получении информации самого разного толка. Можно загрузить музыкальные произведения со специальных сайтов, посмотреть мультимедиа презентации, озвученные Web-странички. Разрабатываются и размещаются в сети Internet так называемые интерактивные виртуальные студии, которые позволяют в реальном времени аранжировать несколько звуковых фрагментов в единую музыкальную композицию (<http://www.erack.com/qweb/studio/studio.htm>).

Однако все это требует передачи по сети гигантского количества мультимедийной информации. Так одна минута цифровой аудиозаписи с качеством лазерного диска занимает порядка 10,8 Мб информации. Несложно подсчитать, что для прослушивания в реальном времени такого файла нужно иметь скорость передачи до 1,5 Мб/сек.

Трудно надеяться, что отечественные, даже выделенные телефонные каналы обеспечат скорость передачи больше, чем 16-32 Кб/сек. Поэтому, чтобы сделать этот вид услуг доступным широкому пользователю, многие фирмы стали разрабатывать свои алгоритмы и форматы сжатия изображения и звука.

За несколько лет работы над проблемой компрессии аудиоинформации накопилось множество продуктов, методов, алгоритмов, которые пересекаются между собой, зачастую имеют по несколько разных названий и функций. Большинство из них базируется на сходных принципах, а оригинальных алгоритмов разработано не так уж и много [1, 2]. Можно выделить следующие методы: а) группового кодирования (RLE); б) Лемпела-Зива-Велча (LZW); в) ССITT; г) дискретных косинус-преобразований (DCT), применяемых в JPEG-сжатии; д) JBIG; е) ART; ж) фрактального сжатия.

Групповое кодирование (RLE) – алгоритм сжатия данных, поддерживаемый большинством растровых файловых форматов, таких как



TIFF, BMP и PCX. Алгоритм RLE позволяет сжимать данные любых типов. Однако сама информация влияет на полноту сжатия и большинство алгоритмов не могут достигать высокой степени сжатия.

Схема сжатия LZW является одной из наиболее распространенных в компьютерной графике. Этот метод сжатия данных без потерь базируется на словарях и применяется в различных форматах файлов изображений (GIF, TIFF) и включен в стандарт сжатия для модемов V.42 bis и PostScript Level 2.

LZW позволяет хорошо сжимать данные различной пиксельной глубины, но изображения с шумом могут значительно уменьшить эффективность сжатия при помощи LZW.

Кодирование CCITT - форма сжатия данных, применяемая для факсимильной передачи и стандартизованная Международным консультативным комитетом по телеграфии и телефонии (CCITT). Стандарт базируется на схеме ключевого сжатия, предложенной Дэвидом Хаффменом и широко известен как кодирование по алгоритму Хаффмена.

Алгоритм, разработанный объединенной экспертной группой по фотографии (JPEG) использует схему кодирования на базе дискретных косинус-преобразований(DCT). На сегодняшний день JPEG является одним из наиболее актуальных направлений развития технологии сжатия изображений. Схема JPEG была специально разработана для сжатия цветных и полутоновых многоградационных изображений – фотографий, телевизионных заставок, другой сложной графики. Однако анимация, черно-белые иллюстрации и документы сжимаются плохо.

Фрактальное кодирование основано на том факте, что естественные и большинство искусственных объектов содержат избыточную информацию в виде одинаковых, повторяющихся рисунков, которые называются фракталами. Однако процесс кодирования требует исключительно большого объема вычислений.

Все выше сказанное опять подтверждает важность и актуальность исследований вопросов экономного представления и кодирования сигналов различной физической природы, которые ведутся нами в рамках решения практических задач создания многофункциональных систем обработки информации.

Инструментальное исследование речевых сигналов вообще и в криминалистике в частности является чрезвычайно сложной и далекой от полного решения проблемой, которая включает в себя задачу установления личности человека по фонограмме его устной речи.

Содержанием этих видов исследований является изучение элементов и признаков устной речи, связанных со свойствами человека и позволяющих осуществить идентификацию и диагностику личности говорившего. При идентификации экспертизой решается вопрос, является



ли устная речь на сравниваемых фонограммах устной речью одного и того же человека. В задачи диагностических исследований входит распознавание по фонограмме различных социальных и психологических характеристик личности говорившего, имеющих существенное значение для розыскных и следственных действий.

Современная теория и практика обработки речевых сигналов базируется в основном на спектрально-временном представлении звуков речи, а эффективность распознавания или идентификации основывается на правильном или удачном выборе признаков речевого сигнала, т.е. совокупности параметров, которая непосредственно используется при анализе и принятии решений. Формального подхода для выбора признаков при решении той или иной задачи обработки речевых сигналов на наш взгляд нет. Хотя можно сформулировать ряд общих требований при их выборе. Признаки должны обладать максимальной информативностью, простотой измерения, стабильностью во времени, частотой и естественностью появлений в речи, инвариантностью к возмущающей среде, невосприимчивостью к имитации. Понятно, что найти признаки, отвечающие всем этим требованиям чрезвычайно трудно, если вообще возможно.

В разрабатываемой нами системе в качестве признаков используются и развиваются результаты обработки сигналов различной физической природы с использованием класса обобщенных базисно-ограниченных ортогональных преобразований Фурье-Хаара для решения задач сжатия данных [3, 4].

Анализ и сравнение речевых сигналов (полных слов) дикторов производится по следующим параметрам: прямой спектр сигналов; амплитудно-упорядоченный спектр; прямой коэффициент сжатия сигналов; упорядоченный коэффициент сжатия; отношение числа положительных составляющих спектра Хаара к числу отрицательных составляющих; мощность основного участка спектра. Речевой материал (фонограммы) был представлен на дискетах и представлял собой фонограммы, наговоренные с микрофона различными дикторами в одинаковых условиях. Каждый диктор произносил по два раза подряд один и тот же список слов (цифры от одного до десяти и фразу «сегодня вечером»).

Предварительный анализ полученных результатов позволяет сказать следующее. Графическое отображение амплитудных спектров для трех различных дикторов, произносящих цифры от одного до десяти показывает относительно устойчивую формантную картину. Это характерно как для базиса Фурье, так и для базиса Хаара. Причем для спектра Хаара можно отметить наличие заметных формантных областей в высокочастотной области спектра. На наш взгляд хорошее совпадение

спектральных картин в базисе Хаара дают произносимые диктором слова: «два», «пять», «шесть», т.е. когда говорятся односложные слова или ударение падает на первый слог. Спектральный отпечаток слова «четыре» характеризуется большим количеством неравномерных формантных областей, что затрудняет визуальный анализ на совпадение. Эффективность сжатого представления сигналов в базисе Хаара выше, чем в базисе Фурье, что объясняется нестационарной природой функций Хаара и самих речевых сигналов.

Одной из актуальных задач судопроизводства на современном этапе является повышение роли использования научно-технических средств и методов в раскрытии и расследовании преступлений. Ведущая роль в этой работе принадлежит экспертным учреждениям Министерства юстиции Украины, а также экспертно-криминалистическим подразделениям Министерства внутренних дел. Однако, эта роль в настоящее время не может быть эффективно реализована ввиду отсутствия современных, быстро пополняемых информационно-справочных баз видео данных (рисунок протекторов шин автомобильных колес, конфигурация и рисунок моделей фарного стекла, рисунок подошвы обуви и т.д.). Использование данных на классических носителях, таких, как справочные издания, справочные таблицы и тому подобное, не отвечает современным требованиям ввиду их высокой стоимости и сложности в обновлении и поиске информации.

Поэтому проводимые нами работы по созданию таких баз видеоданных являются чрезвычайно необходимыми и важными исследованиями. Эти работы включают в себя очень широкий круг непростых вопросов сбора необходимой информации, ввода изображений типа портрет и символической графической информации в память ЭВМ, фильтрации и компактного представления изображений, формирования и выбор признаков с целью автоматизации криминалистической трасологической экспертизы.

**Список литературы:** 1. *Маркел Дж.Д., Грей А.Х.* Линейное предсказание речи: Пер. с англ. (Под ред. Ю.Н.Прохорова и В.С.Звездина. – М.: Связь, 1980. – 308 с. 2. *Д.Моррей, У ван Райнер.* Энциклопедия форматов графических файлов: пер. с англ. – К.: Издательская группа ВНУ, 1997. – 672 с. 3. *Иванов В.Г.* Компьютерный анализ ортогональных преобразований в задачах сжатия дискретных сигналов // Компьютерные методы исследования проблем теории и техники передачи сигналов по радиоканалам: Тез. докл. Всесоюз. научн.-техн. конф. Евпатория, сентябрь, 1990. – М.: Радио и связь, 1990. 4. *Иванов В.Г.* Эффективность анализа и синтеза в дискретном базисе Хаара// Радиозлектроника – 1983. - № 9. – С.54 – 56 (Изв. высш. учеб. заведений).

*Поступила в редколлегию 16.05.2000*

*В.А.КОЛБАСИН***ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА НЕЧЕТКОЙ  
ЛОГИКИ ДЛЯ РАСПОЗНАВАНИЯ  
ДВУХТОНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ**

В статті розглядається удосконалений алгоритм розпізнавання двотонних телефонних сигналів. На базі апарату нечіткої логіки розроблено нове правило для прийняття рішення про наявність певного сигналу на заданому інтервалі. Наведено результати апробації розробленого методу.

**Введение.**

Развитие цифровых сетей связи и компьютерной техники привело к появлению целого ряда сравнительно новых технологий связи, объединенных общим названием компьютерная телефония (КТ). Эти технологии существенно расширяют возможности традиционной телефонной связи. (См. обзоры [1] – [3]). Однако при реализации систем КТ и при адаптации западных систем к условиям стран СНГ возникает целый ряд проблем, связанных с различиями в стандартах и характеристиках линий связи.

Ключевой проблемой, затрудняющей непосредственное использование зарубежных систем КТ, является различие в используемых методах передачи набираемого номера на АТС. Большинство систем КТ ориентированы на использование аппаратов, поддерживающих тоновый набор номера, однако в СНГ таких аппаратов мало. В качестве заменителя аппарата с тоновым набором на практике часто используются специальные устройства «биперы», однако они передают сигнал в линию опосредовано, через микрофон, в результате чего в сигнал вносятся дополнительные искажения. Кроме того, из-за плохого качества устаревших линий связи и устаревшего станционного оборудования чрезмерно повышается уровень шума.

В такой шумовой обстановке использование стандартных алгоритмов часто дает неудовлетворительные результаты. Для повышения качества распознавания необходимо разрабатывать новые алгоритмы.

При анализе картин распределения спектральных мощностей было обнаружено, что человек практически всегда может правильно определить переданный номер. После формализации и обобщения правил, по которым шло распознавание, было создано решающее правило, использующее аппарат нечеткой логики.

### 1. Модель тонового сигнала.

Для передачи введенных цифр от пользователя к АТС и для передачи служебной информации от АТС к пользователю используются двухтональные сигналы. В телефонии используются два основных вида двухтональных сигналов [4]: стандарта DTMF и стандарта МККТТ (код «2 из 6»). Стандарт DTMF используется в абонентских устройствах набора номера (тоновый набор), а стандарт «2 из 6» применяется в аппаратуре определения номера (АОН).

Поскольку оба стандарта используются один и тот же принцип кодирования передаваемой цифры, далее будем полагать использование стандарта DTMF. Тем не менее, полученные результаты вполне могут быть распространены и на случай использования кода «2 из 6».

Общий вид двухтонального сигнала задан следующей формулой:

$$S(t) = \alpha_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + \alpha_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t), \quad (1)$$

где  $t$  - время,

$\omega_1, \omega_2$  - значения сигнальных частот,

$\alpha_1, \alpha_2$  - амплитуды составляющих двухтонального сигнала.

Передаваемая цифра задается выбором конкретных значений сигнальных частот  $\omega_1, \omega_2$  из множества  $W = \{\omega_i | i = \overline{1, N}\}$ . Как правило, набор частот разделяется на группу верхних частот  $W'$  и группу нижних частот  $W$ , так что  $W = W' \cup W''$ . Значения амплитуд  $\alpha_1, \alpha_2$  задаются отдельно для нижних и верхних частот.

Без ограничения общности можно считать, что частоты упорядочены по уменьшению спектральной мощности. То есть, значения спектральных мощностей удовлетворяют условию:

$$P(\omega_i) < P(\omega_j) < P(\omega_k), i = \overline{3, N}. \quad (2)$$

На базе стандартов [4] и алгоритмов распознавания тонального набора, взятых из документации по сигнальным процессорам ADSP [5], можно выделить следующие условия, накладываемые на параметры тонового сигнала:

1) Отклонение сигнальных частот от их номинальных значений не должно превышать  $\Delta\omega$ .

2) Отношение спектральных мощностей сигнальных частот должно быть больше, чем  $SE = P(\omega_2)/P(\omega_1)$ .

3) Отношение максимальной спектральной мощности побочных частот к спектральной мощности менее мощной сигнальной частоты должно быть меньше  $SF = P(\omega_3)/P(\omega_1)$ .

4) Спектральная мощность сигнальных частот должна быть больше, чем  $P_{\text{зад}}$ .

## 2. Алгоритм распознавания тонового сигнала.

Типичный алгоритм распознавания двухтональных сигналов работает следующим образом:

1. По  $M$  отсчетам оцифрованного сигнала вычисляются спектральные мощности первых и вторых гармоник частот из множества  $W$ :

$$P = \{P(\omega_i), P(2 \cdot \omega_i) | i = \overline{1, N}\} \quad (3)$$

Для уменьшения влияния боковых лепестков при вычислении спектральной мощности на оцифрованный сигнал накладывается окно Хаффмана [6], параметры которого подбираются так, чтобы удовлетворялось условие 1. Для вычисления спектральных мощностей используется алгоритм Goertzel'я [5].

2. На основании полученного множества спектральных мощностей решающее правило (РП) принимает решение о том, какой цифре соответствует сигнал на интервале в  $M$  последних отсчетов. Для этого РП выполняет следующие действия.

а) множество  $P$  упорядочивается по убыванию значений спектральных мощностей:

$$P_1 \geq P_2 \geq \dots \geq P_{2N} \quad (4)$$

б) проверяется, допустима ли комбинация частот, имеющих наибольшие спектральные мощности  $P_1$  и  $P_2$ . В случае, если комбинация недопустима – РП выносит решение о том, что цифры на интервале не обнаружено.

с) далее производится проверка соотношения спектральных мощностей основных и побочных частот на основании условий 2-4. Если проверка проходит успешно – цифра считается определенной, в противном случае РП считает, что на анализируемом интервале цифры не было.

Как видно из приведенного алгоритма, для улучшения его характеристик имеет смысл усовершенствовать пункт с) так, чтобы он учитывал сложную помеховую обстановку на линии.

## 3. Нечеткое решающее правило.

При разработке нечеткого решающего правила используются следующие эмпирические положения:

1) Из-за того, что алгоритм определения спектральной мощности целочисленный, при малых значениях спектральной мощности  $P(\omega_i)$  увеличивается погрешность вычисления значений мощностей побочных частот. Во избежание ошибочного определения цифры, в этом случае должно произойти усиление условия 3.

2) Поскольку большинство телефонных аппаратов при генерации тоновых посылок вводят предискажения, усиливая верхнюю частоту, сигнал, снятый вблизи выхода телефонного аппарата, может не соответствовать условию 2. Следовательно, если спектральные мощности частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$  намного больше спектральных мощностей остальных анализируемых частот, условие 2 должно быть ослаблено.

Введем переменные, отражающие степень выполнения условий 2-4:

$$E = SE - P_2/P_1, \quad (5)$$

$$F = P_3/P_2 - SF, \quad (6)$$

$$G = P_2 - P_{\min}. \quad (7)$$

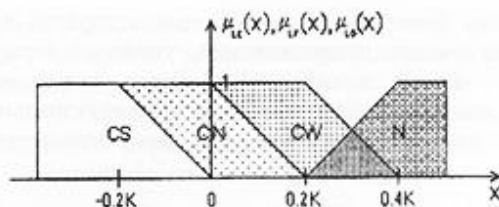
В том случае, если характеристики сигнала в полной мере соответствуют вышеупомянутым условиям, значение соответствующих переменных будет меньше или равно нулю. В этом случае решающее правило должно подтвердить обнаружение цифры. В случае же одного или нескольких положительных значений условий (5)-(7) решающее правило проводит оценку характеристик сигнала.

Для определения РП введем лингвистические переменные  $LE, LF$  и  $LG$ , соответствующие переменным  $E, F, G$ . Каждая из этих лингвистических переменных может принимать следующие значения:

Таблица 1

Значение	Что означает
CS	Параметр удовлетворяет усиленным условиям
CN	Параметр удовлетворяет номинальным условиям
CW	Параметр удовлетворяет слабым условиям
N	Параметр не удовлетворяет условиям

Общий вид функций принадлежности переменных  $LE, LF$  и  $LG$  приведен на рисунке. Параметр  $K$  обозначает номинальное значение исследуемого параметра, так для переменной  $LE$  значение  $K = SE$ , а для переменной  $LG$  значение  $K = P_{\min}$ . Функции принадлежности перекрываются и имеют нестандартный вид. Обусловлено это тем, что если для сигнала выполняются усиленные условия, то для него будут выполняться и более слабые условия. Например, если значение переменной  $E$  будет находиться в интервале  $[-\infty, -0.2 \cdot K]$ , то кроме функции принадлежности величины CS единичное значение должны будут принять также и функции принадлежности величин CN и CW.



База знаний логического РП строится на основе следующих семи правил:

1. ЕСЛИ (LE = CN) И (LF=CS) И (LG=CW), TO TRUE
2. ЕСЛИ (LE = CW) И (LF=CS) И (LG=CN), TO TRUE
3. ЕСЛИ (LE = CN) И (LF=CN) И (LG=CN), TO TRUE
4. ЕСЛИ (LE = NO) ИЛИ (LF=NO) ИЛИ (LG=NO), TO FALSE
5. ЕСЛИ (LF = CW) И НЕ (LF=CN), TO FALSE
6. ЕСЛИ (LF = CN) И НЕ (LF=CS) И (LG=CW) И НЕ (LG=CN), TO FALSE
7. ЕСЛИ (LE = CW) И НЕ (LE=CN) И (LF=CN) И НЕ (LF=CS), TO FALSE

Для объединения правил в базу знаний РП используется логическая операция «ИЛИ».

Дефаззификация, то есть получение четкого значения на основе нечеткого множества, проводится методом центра тяжести [7].

#### 4 Апробация метода

Для проверки эффективности созданного метода определения тональных сигналов предлагаемый и стандартный методы определения тонового набора были опробованы на 20 записях телефонных переговоров.

Поскольку диапазон допустимых значений условий у нечеткого РП больше, чем у стандартного, экспериментальная проверка проводилась при различных значениях накладываемых на сигнал условий. Первый раз проводилось сравнение решающих правил при одинаковых значениях условий. Во втором эксперименте условия для нечеткого РП были усилены в 1.2 раза, для стандартного РП значения условий не изменились. В третьем эксперименте были в 1.2 раза ослаблены условия, используемые в стандартном РП. Коэффициент 1.2 был взят так, чтобы стандартный алгоритм полностью захватывал зону, соответствующую лингвистической величине CN.

Номинальные значения условий приведены в таблице 2.

Таблица 2

Параметр	$\Delta\omega$	SE	SF	$P_{\min}^2$
	$\pm 30$ Гц	0.5	0.1	30000



Сравнительные результаты применения двух РП приведены в таблице 3.

Таблица 3

Номер эксперимента	1	2	3
Определено цифр стандартным методом	884	884	981
Определено цифр модифицированным методом	1067	993	1067
Ошибочно определено стандартным методом	411	411	563
Ошибочно определено модифицированным методом	577	441	577
Ошибочно неопределено стандартным методом	183	123	102
Ошибочно неопределено модифицированным методом	0	14	88
Пропущено цифр стандартным методом	166	91	91
Пропущено цифр модифицированным методом	0	61	5

В целом, в процессе анализа полученных результатов было выяснено, что хотя модифицированный метод и дает более высокий показатель ложных срабатываний, тем не менее, цифры, входящие в состав передаваемого пакета он определяет лучше, чем стандартный метод. Поэтому, после дополнения РП декодером верхнего уровня, отбрасывающим ложно определенные цифры исходя из анализа последовательности определенных цифр, данный метод может применяться для определения тоновых сигналов в приложениях компьютерной телефонии.

Таким образом, использование нечеткой логики при определении тоновых сигналов в сложной помеховой обстановке позволяет улучшить качество декодирования передаваемой информации и может найти применение при разработке систем компьютерной телефонии.

Список литературы: 1. А. Крейнс. Добавить СТИ по вкусу ... // Сети. – 1997. – № 5. С.94 – 101. 2. А. Володин, В. Васильев. Телефоны становятся умнее. // Сети. – 1998. – № 9. С.14 – 21. 3. Э. Марзулис. Экономичные псевдо-УАТС // Lan / Журнал сетевых решений. – 1998. – № 3. С.81 – 89. 4. Б.З. Берлин, Ф.С. Брикер, Л.С. Васильева и др. Городская телефонная связь. – М.: Радио и связь, 1987. 5. Digital Signal Processing application using ADSP 2100 family. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ 07632. – 1990. 6. Л. Рабинер, Б. Гоулд. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М.: Мир, 1978. – 848 с. 7. Архангельский В.И. и др. Системы функции-управления. – К.:Техника, 1997. – 208 с.

Поступила в редколлегию 20.09.2000



**Н.И. БЕЗМЕНОВ**, канд. техн. наук

## КОЭФФИЦИЕНТЫ СТЕПЕНИ СВЯЗИ МЕЖДУ ПАРАМЕТРАМИ, ИЗМЕРЯЕМЫМИ В ШКАЛЕ НАИМЕНОВАНИЙ

У статті пропонуються показники зв'язку між параметрами, що оцінюються за допомогою шкали найменувань. Запропоновані коефіцієнти базуються на використанні еліптичних функцій.

Пусть имеются два дискретных параметра  $X_i$  и  $X_j$ , измеренные в шкале наименований, и пусть количество их возможных значений равно  $m_i$  и  $m_j$  соответственно. Для этих параметров можно построить матрицу сопряженности размера  $m_i \times m_j$ , элементами которой являются частоты сочетаний различных значений  $n_{k_i k_j}$ ,  $k_i = \overline{1, m_i}$ ,  $k_j = \overline{1, m_j}$ .

Обозначим  $n_{k_i} = \sum_{k_j=1}^{m_j} n_{k_i k_j}$ ,  $k_i = \overline{1, m_i}$  и  $n_{k_j} = \sum_{k_i=1}^{m_i} n_{k_i k_j}$ ,  $k_j = \overline{1, m_j}$ . В работе [1] показано, что для любого из  $m_i$  значений параметра  $X_i$  независимость  $X_j$  от  $X_i$  означает, что  $\max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j} = \frac{n_{k_j}}{m_j}$ , а жесткая связь обуславливает выполнение соотношения  $\max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j} = n_{k_i}$ . В предположении, что показатель степени зависимости  $X_j$  от  $X_i$  для каждого из значений параметра  $X_i$  является линейной функцией от  $\max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j}$ , равной нулю при  $\max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j} = \frac{n_{k_j}}{m_j}$  и единице при  $\max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j} = n_{k_i}$ , был предложен принимающий свои значения в интервале от 0 до 1 коэффициент связи

$$\Xi(X_i \rightarrow X_j) = \frac{1}{(m_j - 1) m_i} \sum_{k_i=1}^{m_i} \left( \frac{m_j}{n_{k_i}} \max_{k_j=1, m_j} n_{k_i k_j} - 1 \right).$$

Этот коэффициент базируется на линейной функции

$$f_0 \left( \max_{k_i=1, m_i} n_{k_i k_j} \right) = \frac{1}{(m_j - 1)} \left( \frac{m_j}{n_{k_i}} \max_{k_j=1, m_j} n_{k_i k_j} - 1 \right),$$

изменяющейся от 0 до 1 при изменении аргумента от  $\frac{n_{k_j}}{m_j}$  до  $n_{k_i}$ .

Для построения коэффициента связи можно воспользоваться еще двумя функциями:

$$f_1\left(\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}\right) = 1 - \frac{m_j}{(m_j - 1)} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{m_j}\right)^2 - \left(\frac{\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}}{n_k} - \frac{1}{m_j}\right)^2},$$

$$f_2\left(\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}\right) = \frac{m_j}{(m_j - 1)} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{m_j}\right)^2 - \left(\frac{\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}}{n_k} - 1\right)^2},$$

изменяющие свои значения от 0 до 1 по дугам эллипса при изменении значения аргумента от  $\frac{n_{k, i, j}}{m_j}$  до  $n_{k, i, j}$ .

При построении коэффициента связи в качестве базовой может быть функция вида

$$f_3\left(\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}\right) = \frac{1}{2} \left( f_1\left(\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}\right) + f_2\left(\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}\right) \right),$$

которая плавно изменяется от 0 до 1 с колебанием относительно линейной функции, однако в непосредственной близости от граничных значений аргумента наблюдается ее резкое изменение с приближением к границам интервала как к вертикальным касательным.

Базируясь на этих трех функциях, можно построить следующие три коэффициента связи

$$E_1(X_i \rightarrow X_j) = 1 - \frac{m_j}{(m_j - 1) m_i} \sum_{k=1}^{m_i} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{m_j}\right)^2 - \left(\frac{\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}}{n_k} - \frac{1}{m_j}\right)^2},$$

$$E_2(X_i \rightarrow X_j) = \frac{m_j}{(m_j - 1) m_i} \sum_{k=1}^{m_i} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{m_j}\right)^2 - \left(\frac{\max_{k, i=1, m_j} n_{k, i, j}}{n_k} - 1\right)^2},$$

$$E_3(X_i \rightarrow X_j) = \frac{E_1(X_i \rightarrow X_j) + E_2(X_i \rightarrow X_j)}{2}.$$

Аналогично могут быть построены коэффициенты  $E_1(X_j \rightarrow X_i)$ ,  $E_2(X_j \rightarrow X_i)$  и  $E_3(X_j \rightarrow X_i)$  для оценки степени зависимости параметра  $X_i$  от  $X_j$ .

Список литературы: 1. Безменов Н.И., Коваленко С.В. Об оценке степени связи между параметрами, измеряемыми в шкале наименований.

Поступила в редколлегию 22.02.2000

**О.Е. ФЕДОРОВИЧ**, д-р техн. наук, **А.В. ПРОХОРОВ**,  
**Л.В. РУДЕНКО**

## **ПЛАНИРОВАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ПРОГРАММ РАЗВИТИЯ ПРОИЗВОДСТВА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМНЫХ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ**

В статті розглядаються питання, які пов'язані з сітьовим плануванням складних великомасштабних проєктів і програм. Пропонуються нові рішення при формуванні сітьового графіка проєкта заснованого на методі імітаційного моделювання. Описуються можливості сітьового планування, використовуючи системні імітаційні моделі.

При подготовке, анализе и реализации крупномасштабных проектов и программ возникают проблемы, связанные, во-первых, с составлением рациональных планов и, во-вторых, с оценкой возможности их выполнения (реализуемости). Обычно решение задач подобного класса проводится с использованием классического инструментария сетевого планирования [1]. В данной работе предлагается положить в основу создаваемой новой системы сетевого планирования и управления метод системного имитационного моделирования для эффективного представления и контроля выполняемых работ.

Недостаток классических методов сетевого планирования в задачах управления сложными проектами и программами связан, с одной стороны, с тем, что не учитываются все особенности современных проектов (многоуровневая структура программы и исполнителей, существование зависимых проектов, совместное использование ресурсов, приводящее к появлению множества взаимосвязей, необходимость постоянной корректировки состава исполнителей и структуры работ по ходу реализации программы и др.) с другой стороны, с тем, что необходимо учитывать возникающие неопределенности и риски при планировании процессов, содержащих работы с неоднозначными результатами, которые зависят от ряда случайных факторов. Оценки времени выполнения программы в целом и ее составляющих, а также требований к ресурсам, получаемых в результате анализа, основанного на методе имитационного моделирования, являются более точными, что связано с особенностями предлагаемого подхода. Одним из самых важных моментов, на который следует обратить внимание при имитационном моделировании комплекса работ проекта, является процедура повторения расчетов. На основе

множества повторов расчетов можно представить несколько альтернативных вариантов плана реализации программы или отдельных ее составляющих, что позволит получить более точные оценки и выделить наиболее узкие места в ресурсном обеспечении проекта.

В рамках данной работы были решены следующие задачи:

- разработана стратегия имитационного моделирования для задач планирования на основе дальнейшего развития классических методов и средств имитационного моделирования;
- определена идеология формирования системной модели (определены правила формирования, состав и основные элементы модели планирования);
- определен набор функций для новой системы сетевого планирования (описание глобальных параметров планирования программы, описание логической структуры комплекса работ, многоуровневое представление программы, назначение временных параметров планирования задач, средства ресурсного планирования (описание, назначение и оценка загрузки ресурсов), описание организационной структуры исполнителей, планирование по методу критического пути, выявление субкритических и «рисковых» работ, анализ директивных сроков выполнения и ресурсных ограничений, возможность системы автоматически присваивать значения продолжительности отдельным задачам, моделирование сетевого графика на основе предлагаемого подхода и т.д.);
- разработана программная модель (определен функционально полный модульный состав системы имитационного моделирования для решения задачи анализа структуры работ);
- разработаны средства визуального проектирования структуры работ проекта и формирования модели (диаграмма Ганта, PERT диаграмма, графическое представление модели анализа (отображение критического пути, дат начала и окончания работ, резервов работ, возможность изменения временной шкалы, отображение текущей даты, динамическое отображение многоуровневой детализации задач, задания различных типов сетевой диаграммы, ручное и автоматическое размещение работ и связей, отображение дополнительной информации);
- разработаны средства создания отчетов и графических диаграмм (отчеты по сравнению расчетных сроков с директивными сроками выполнения, отчеты о составе комплекса работ в соответствии с делением на критические, субкритические и «рисковые» работы, профили загрузки ресурсов, отчеты по затратам (могут включать стоимость отдельных задач, детализацию стоимости задач), дополнительные отчеты о результатах моделирования сетевого графика).

Внутренний механизм системного имитационного моделирования основывается на дискретно-событийном принципе, который заключается в следующем. На каждом шаге моделирования обрабатывается одно событие  $E_i$  из упорядоченного по времени списка будущих событий. В начале моделирования список будущих событий содержит только начальное событие  $E_0$  (имеет время  $T=0$ ) и конечное событие  $E_n$  (имеет время  $T$  равное времени моделирования). В дальнейшем выполнение одного события вызывает планирование одного или нескольких последующих событий. Реализация событий во времени напоминает цепную реакцию. При выборке события значение переменной модельного времени  $T$  становится равным значению времени из списка. После выполнения действий, связанных с текущим событием, механизм управления осуществляет переход на следующее событие и т.д. Процесс продолжается до тех пор, пока из списка не будет выбрано конечное событие  $E_n$ , которое вызовет окончание работы системы моделирования.

Система имитационного моделирования реализована с использованием современной технологии объектно-ориентированного программирования и состоит из модулей, каждый из которых отображает отдельный элемент динамики ее поведения (например, включение, выключение устройств, постановка в очередь заявки, имитация занятости устройств, уничтожение заявки). Взаимодействуя между собой, эти модули создают картину поведения системы в ее состояниях и событиях. Эта картина отображает основные моменты функционирования системы. На рис.1 приведена структура программной модели, в состав которой входят компоненты типичные для систем дискретно-событийного типа, а именно: список будущих событий, список устройств, список очередей, генератор заявок, монитор, отслеживающий события.

В системе имеются следующие основные события: начальное и конечное события; генерация и уничтожение заявки; события начала и окончания работы; переход на уровень выше; переход на уровень ниже. Последние два события необходимы для реализации механизма многоуровневости (вложенности проектов), когда каждая из работ может включать в себя еще ряд работ, требующих выполнения.

При создании корректной имитационной модели проекта необходимо описать последовательность выполнения работ для чего она строится состоящей из узлов и переходов, причем узлы могут быть нескольких типов:

- генератор заявок (может работать как в режиме одноразовой генерации, для совместимости с классическими методами сетевого планирования, так и в режиме, когда время поступления заявок в систему и их количество задается вероятностным распределением);

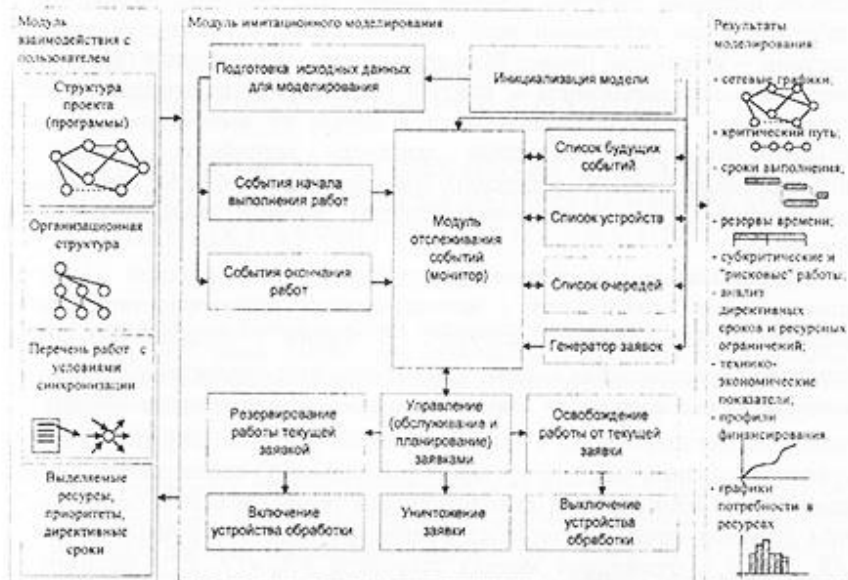


Рис. 1. Структура программной модели.

- процесс или работа – основной элемент модели планирования (имеет набор характеристик (временные, экономические, признак вложенности, приоритеты, условия синхронизации, ресурсы, директивные сроки и условия выполнения («как можно позже/раньше...», «начать/закончить не позже/раньше чем...») и т. д.) который меняется в зависимости от поставленной задачи моделирования);
- точка синхронизации – осуществляет контроль за соблюдением условий синхронизации и ограничений на выполнения работ, которые помимо классического условия синхронизации (работа не может начать выполняться до тех пор, пока все предыдущие работы не выполнятся), которое обусловлено наличием в сетевой модели вершин только конъюнктивного типа содержат ряд других условий, с помощью которых возможно создание более адекватных моделей;
- точка останова.

Переходам между узлами приписывается вероятность и параметр, определяющий по какому принципу осуществляется выбор следующего узла: ко всем (классическая трактовка), случайно, к определенному, к первому свободному, к узлу с наименьшей очередью.

Особое внимание отводится средствам ресурсного планирования, которые включают в себя организационную структуру исполнителей,

список наличных ресурсов и статей затрат. Для описания, назначения и собственно для реализации всех видов ресурсов, используется элемент системы – устройство (может быть двух типов одноканальное (простое) и многоканальное (сложное)). С каждым устройством связывается элемент статистики – очередь (используется в случае не выполнения условий синхронизации или в случае занятости устройства (совместное использование, нехватка ресурсов)). Для каждого устройства может быть задан график его использования/работы в виде временных окон (периодов).

Представление внутренней структуры имитационной модели планирования производится с использованием знаниеориентированных моделей в виде фреймовых структур [3]. Фрейм  $f$  представляет собой структуру представления знаний, которая отражает определенные стороны и свойства отображаемого элемента системы моделирования. Фрейм  $f$  может декомпозироваться в сеть подфреймов (субфреймов), где каждому субфрейму знаний нижнего уровня (терминальному) соответствует фрейм данных  $d$ . Таким образом, из совокупности фрейма знаний и связанных с ним фреймов данных образуются фреймовые модели основных событий  $FR_e = (f_e, d_e)$ , фреймовые модели устройств  $FR_d = (f_d, d_d)$ , фреймовые модели очередей  $FR_q = (f_q, d_q)$  и т.п. Достоинством использования иерархических упорядоченных фреймовых структур является удобство хранения, доступа и обработки информационных и процедурных элементов знаний, а значит и сравнительная простота реализации внутреннего механизма моделирования. Благодаря удобному интерактивному взаимодействию менеджера проекта с разработанным программным пакетом, обеспечивается легкость в наполнении данными знаниеориентированных фреймовых структур имитационной модели планирования, возможность многократной корректировки и расчета сетевых графиков в зависимости от целей и задач пользователя.

Созданная система сетевого планирования, использующая предложенный подход, включает в себя систематизированный комплекс методов и средств, применяемых на разных стадиях планирования, анализа, управления проектами, учитывает временные, стоимостные, ресурсные ограничения и позволяет проводить многократную корректировку, расчет и оценку альтернативных планов реализации программы или отдельных ее составляющих.

**Список литературы:** 1. Ахьюджа Х. Сетевые методы управления в проектировании и производстве. - М.: Мир, 1979. 640 с. 2. Основные положения по разработке и применению систем сетевого планирования и управления (Межотраслевые инструктивно-методические материалы). - М.: Экономика, 1974. 215 с. 3. Кесс Ю.Ю. Анализ и синтез фреймовых моделей АСУ. - М., 1986. 168 с.

*Поступила в редакцию 01.03.2000*



**М.И.ЛУХАНИН**, канд. техн. наук,  
**О.В.МАЛЕЕВА**, канд. техн. наук, **С.Г.КАШИНА**

## **МЕТОДИКА ПОЛУЧЕНИЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ КАЧЕСТВА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ СЛОЖНЫХ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИХ ПРОЕКТОВ**

В статті запропоновано методику отримання інтегрального показника якості робіт в вартісній формі. Вхідні дані визначають оцінку робіт за частковими критеріями в якісних шкалах. Будується єдина порядкова шкала для впорядкування альтернативних оцінок. Визначається гіперболічний вигляд залежності додаткових витрат від векторних оцінок показника якості робіт.

При разработке сложных научно-технических проектов возникает задача оценки качества предприятий-исполнителей отдельных работ. Рассматриваются работы, выполняемые данным предприятием ранее. Производится так называемый «вторичный» контроль результатов работ представителями организации внешнего контроля, т.е. независимая экспертиза с участием представителей заказчика [1]. Он является основой для прогнозирования возможности выполнения будущих работ исполнителем.

Основной задачей предлагаемой методики является получение интегральной оценки качества выполнения работы предприятием по следующим критериям [2]: объем выполненной работы, качество выполнения, перерасход времени при выполнении работы, перерасход денежных средств.

Считаем, что оценки по критериям получены в качественном виде или могут быть переведены в вербальные шкалы:

а) объем работы: “запланированный объем выполнен полностью”, “имеется незначительное недовыполнение объема”, “недовыполнение значительное, работа считается невыполненной”;

б) качество: “качество работы либо лучше запланированного, либо соответствует ему”, “удовлетворительное, возможны незначительные доработки”, “неудовлетворительное”;

в) сроки выполнения: “выполнение в срок или с незначительным запаздыванием”, “значительное запаздывание, но оно не повлияло на график выполнения последующих работ”, “фактическое время выполнения больше запланированного вдвое или запаздывание повлияло на общий график работ”;



г) расход денежных средств: "перерасхода нет, или он покрывается собственными резервами предприятия", "имеется перерасход, который покрывается за счет внешних кредитов и займов", "потребовалось дополнительное финансирование от заказчика".

С учетом специфики предприятия и требований к конкретной работе или проекту значимость критериев может быть различна, поэтому применение взвешенных оценок нецелесообразно, а экспертная оценка важности критериев может быть затруднительна или субъективна. Поэтому необходимо построение единой порядковой шкалы (ЕПШ) на основе упорядочения различных сочетаний значений критериев методом ЗАПРОС [3].

Система упорядочения многокритериальных альтернатив ЗАПРОС предназначена для решения широкого класса задач планирования и управления. Для применения метода необходимо определение совокупности критериев, характеризующих рассматриваемые альтернативы. Выше приведены критерии со шкалами для оценки качества выполненной предприятием работы. Присвоим каждому элементу качественных шкал числовые значения из множества  $\{1, 2, 3\}$ , где 1 – наилучшее значение.

Далее возникает задача построения решающего правила в пространстве этих критериев, которое осуществляется на основе выявления предпочтений ЛПР (лица, принимающего решение) при сравнении многокритериальных альтернатив у двух опорных ситуаций (ОС). Предпочтения ЛПР выявляются между парами векторных оценок, отличающихся по двум критериям у двух ОС, которые соответствуют сочетаниям только лучших или только худших оценок. Формируется список гипотетических альтернатив, представляющих собой векторные оценки из ОС, который обозначим  $L$ .

Множество альтернатив первой опорной ситуации:  $L = \{2111, 3111, 1211, 1311, 1121, 1131, 1112, 1113\}$ . Так, вектор 2111 - альтернатива, при которой «имеется незначительное отставание от графика работ»; «качество проделанной работы либо лучше запланированного, либо соответствует ему»; «работа выполнена в срок или с незначительным запаздыванием»; «перерасхода нет, или он покрывается собственными резервами предприятия».

В результате опроса ЛПР заполняется матрица парных сравнений  $M$  размерности  $N \times N$  (где  $N = |L|$ ). Элементы матрицы выражают предпочтения альтернатив первой опорной ситуации и определяются

следующим образом: 
$$m_{ij} = \begin{cases} 1 & L_i \succ L_j \\ 2 & L_i = L_j \\ 3 & L_i \prec L_j \end{cases}$$
, где отношения предпочтения

$\{>, =, <\}$  соответственно «лучше(предпочтительнее)», «эквивалентно (равноценно)», «хуже».

Был смоделирован процесс сравнения ЛПР векторных оценок первой опорной ситуации и получена матрица парных сравнений, в соответствии с которой можно упорядочить векторные оценки по убыванию предпочтения: {1121, 1112, 2111, 1211, 1131, 3111, 1113, 1311}.

Единая порядковая шкала строится на основе полученной от ЛПР информации о сравнении пар векторных оценок следующим образом. На множестве векторных оценок  $L$  в результате опроса построено отношение линейного квазипорядка. Каждой оценке из  $L$  ставится в соответствие число (ранг), определяющее ее место в упорядочении. Ранг, присвоенный векторной оценке, считается рангом этой оценки по шкале соответствующего критерия. Очевидно, что одинаковые ранги будут присвоены только равноценным векторным оценкам, которые принадлежат одному классу эквивалентности.

Поскольку каждая векторная оценка из  $L$  содержит только одну, отличную от наилучшей компоненту, то ранг, присвоенный этой оценке, считается ее рангом по шкале соответствующего критерия, отличной от первой. В таблице 1 представлены векторные оценки первой опорной ситуации в единой порядковой шкале.

Таблица 1

Ранг	Единая порядковая шкала	Векторная оценка
1	оценка 1 по всем критериям	1111
2	оценка 2 по критерию 3	1121
3	оценка 2 по критерию 4	1112
4	оценка 2 по критерию 1	2111
5	оценка 2 по критерию 2	1211
6	оценка 3 по критерию 3	1131
7	оценка 3 по критерию 1	3111
8	оценка 3 по критерию 4	1113
9	оценка 3 по критерию 2	1311

Далее проранжируем все множество многокритериальных альтернатив. Заменяем в каждой векторной оценке число, отражающее оценку по критерию, на ранг этой оценки по единой порядковой шкале. Упорядочим вновь полученные векторные оценки в порядке возрастания и разобьем их на пять групп (Табл.2). Новая группа образуется, если меняются исходные оценки одновременно по трем критериям, при этом возрастающие ранговые оценки на границах групп значительно различаются.

Таблица 2

№ п/п	Исходная оценка	Оценка по ЕПШ	По возрастанию рангов	Группы
1	1122	1123	1123	1
2	2121	4121	1124	
...	...	...	...	
17	1231	1561	1156	2
18	1213	1518	1158	
19	3131	7161	1167	
20	1133	1168	1168	
...	...	...	...	
23	3311	7911	1179	
24	1313	1918	1189	3
25	2122	4123	1234	
26	1222	1523	1235	
...	...	...	...	
51	2312	4918	1489	
52	1233	1568	1568	4
53	3133	7168	1678	
54	1333	1968	1689	
55	3331	7961	1689	
56	3313	7918	1789	
57	2222	4523	2345	5
58	3222	7423	2347	
...	...	...	...	71
71	2333	4968	4689	
72	3333	7968	6789	

На рис.1 дано графическое представление упорядочения альтернатив. На оси абсцисс указаны векторные оценки рангов, на оси ординат – порядковые номера альтернатив, также отмечено разбиение на группы. Анализируя полученную зависимость, можно сделать вывод, что лучшие альтернативы незначительно различаются между собой, а при худших вариантах происходит резкое снижение качества работ. Таким образом, зависимость интегрального показателя качества при ухудшении показателей работ по выделенным критериям носит гиперболический характер. равномерном ухудшении показателей по частным критериям резко возрастают затраты (зависимость не линейная, а гиперболическая).

Полученная зависимость может быть выражена аналитически и использована для решения задачи перевода интегрального показателя качества выполнения работы в стоимостную форму. При этом необходимо

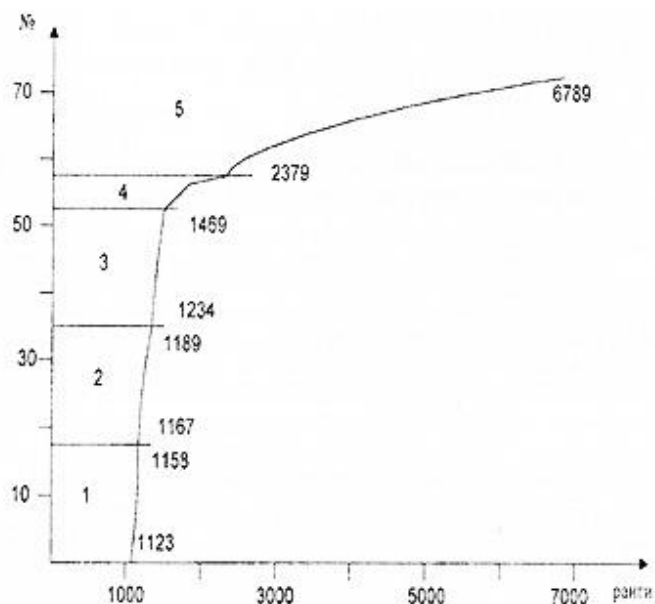


Рис. 1. Графическое представление упорядочения альтернатив

оценить размах шкалы, т.е. каковы дополнительные затраты при наихудшей альтернативе. В качестве базового варианта может быть задана шкала от 0 до 2 (дополнительные затраты в два раза превышают исходное финансирование), она затем корректируется ЛПР.

Таким образом, предложенная методика позволяет получить стоимостную оценку качества выполнения работы. Исходными данными являются оценки работы в качественной шкале. ЛПР также должен задать свои предпочтения для ряда альтернатив в зависимости от специфики анализируемой работы. Полученная стоимостная оценка качества в свою очередь является составляющей в интегральной оценке возможностей предприятия-исполнителя и в общем анализе реализуемости работ по выполнению сложных научно-технических проектов и программ.

**Список литературы:** 1. Райзберг Б.А., Пекарский Л.С. Качество планово-управленческой работы. М.: Экономика, 1987. 232с. 2. Демидов Б.А. Программно-целевое планирование развития и научно-техническое сопровождение вооружения и военной техники. В 3-х кн. Кн.1. Харьков: ХВУ, 1997. 545с. 3. Лоричев О.И., Мошковиц Е.М. Качественные методы принятия решений: вербальный анализ решений. М.: Наука, 1996. 318с.

Поступила в редколлегию 01.03.2009

*С.В.ШЕВЧЕНКО***ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРЫ МНОГООПОРНЫХ  
КОНСТРУКЦИЙ И СООРУЖЕНИЙ**

Розглядаються питання вибору структури багатоопорної конструкції, що відповідає Парето-оптимальному стану векторного критерію. Критерій містить як складові компоненти мінімум коштів на створення, розміщення та експлуатацію конструкції, а також – мінімум збитків, пов'язаних з відшкодуванням подій, що виникають внаслідок ненадійної роботи конструкції, а також від витрат по підтримці належного рівня надійності. Пропонується підхід, який дозволяє отримати рішення поставленої задачі.

Вопросы проектирования сложных технических сооружений, как правило, рассматриваются с позиций нескольких критериев. Это прежде всего - высокая надежность и прочность конструкции, требуемые технические и эксплуатационные характеристики, а также минимальная стоимость изготовления и монтажа изделия.

В работе предлагается подход, позволяющий получить Парето-оптимальные проектные решения на основе определения равновесного состояния критериев минимальной стоимости, максимальной прочности и надежности конструкции. Подход реализован в виде последовательности решений взаимосвязанных оптимизационной задачи и задачи имитационного моделирования, в ходе которых определяется искомый вариант.

Оптимизационная задача формулируется следующим образом. На основании известных требований по условиям поддержки выделенных элементов несущей поверхности конструкции (пролетов) в виде значений величины допустимой нагрузки и соответствующих вертикальных составляющих сил компенсации, обеспечиваемых системой опор и определяемых в ходе прочностных расчетов, а также ограничений различных типов опор по общей максимальной нагрузке и по конструктивным особенностям соединений, нужно определить типы опор, их количество, размещение и требуемые связи элементов несущей поверхности конструкции с выбранными опорами так, чтобы суммарные затраты на создание конструкции и ее размещение были минимальными.

Введем следующие обозначения. Пусть  $I = \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$  - множество выделенных элементов несущей поверхности конструкции,  $\omega_i^k$  - характеристики  $i$ -го элемента несущей поверхности,  $k \in K$ , (необходимая величина вертикальной составляющей нагрузки на опору, требуемое количество связей с опорами и пр.),  $K = \{k_1, k_2, \dots, k_l\}$  - множество рассматриваемых

мых характеристик опор,  $J = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$  - выделенное множество возможных мест размещения опор,  $P_j = \{p_1, p_2, \dots, p_R\}$  - множество возможных типов опор для  $\forall j \in J$ ,  $B_{pj}^k$  - общие характеристики (ресурсы) опоры  $p$ -го типа в  $j$ -м месте по  $k$ -ой характеристике (максимальная вертикальная нагрузка, общее число соединений с элементами и пр.),  $c_{ij}$  - стоимость реализации связи  $i$ -го элемента несущей поверхности (пролета) и  $j$ -й опоры,  $A_{pj}$  - стоимость изготовления и монтажа опоры  $p$ -го типа в  $j$ -м месте размещения.

Тогда, если ввести в рассмотрение логические переменные

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й элемент поверхности связан с } j\text{-й опорой,} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$y_{pj} = \begin{cases} 1, & \text{если в } j\text{-м месте размещена опора } p\text{-го типа,} \\ 0 & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

то данную задачу можно представить в следующем виде: Найти

$$\min S = \sum_j \left( \sum_i c_{ij} x_{ij} + \sum_p A_{pj} y_{pj} \right) \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_j x_{ij} = 1, \quad i \in I, \quad (2) \quad \sum_i \omega_{ij}^k x_{ij} \leq \sum_{p \in P_j} B_{pj}^k y_{pj}, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad (3)$$

$$\sum_{p \in P_j} y_{pj} \leq 1, \quad j \in J, \quad (4) \quad x_{ij}, y_{pj} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad p \in P_j. \quad (5)$$

Задача (1) - (5) может быть отнесена к известному классу задач размещения. Ее основными особенностями являются дискретность всех переменных. Для ее решения могут быть использованы эффективные алгоритмы, разработанные для задач в аналогичной постановке [ 1 ].

Использование имитационной модели предназначено для получения оценок прочности и надежности конструкции, структура которой получена в результате решения представленной выше задачи размещения.

Методики проведения расчетов на прочность в традиционной постановке разработаны в достаточной степени. При этом обеспечение требуемой прочности повлечет за собой определенные затраты, величина которых будет зависеть от выбранной структуры конструкции.

Оценка надежности конструкции рассматривается с позиций понятий безотказности, долговечности и ремонтпригодности. Значение данных

показателей может быть произведено в терминах потоков случайных событий с известными законами распределения и их характеристиками. События отражают действия различных видов нагрузок, изменения во времени параметров конструкции в результате усталостных изменений, коррозии и деформаций, а также - компенсационных потоков ремонтно-восстановительных работ. Здесь также наблюдается влияние структуры конструкции на величину ее надежности и на объем затрат, связанных с поддержанием требуемого уровня надежности.

Рассмотрим содержание имитационного моделирования для получения оценок надежности конструкции.

Большинство рассматриваемых конструкций функционирует до достижения предельного состояния, при достижении которого ее дальнейшее применение по назначению недопустимо или невозможно [2]. Появление предельного состояния определяет необходимость либо замены устаревшей конструкции либо проведения ее капитального ремонта с целью дальнейшей эксплуатации конструкции с восстановленным ресурсом, близким к прежнему. В любом случае при появлении предельного состояния наступит потеря эффективности применения рассматриваемого объекта.

Для распознавания признаков потери эффективности конструкции необходимо оценить уменьшение показателя качества ее функционирования, который может быть измерен объемом работы за учитываемый период эксплуатации или наработки в денежных или временных единицах измерения. Эту величину будем называть доходом. Для вычисления дохода  $\Delta D_n$  на любом отрезке времени от  $t_{n-1}$  до  $t_n$  введем функцию изменения дохода в единицу времени  $\beta(t)$ .

$$\text{Тогда} \quad \Delta D_n = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \beta(t) dt$$

Чтобы оценить относительную эффективность работы конструкции в интервале времени от  $t_{n-1}$  до  $t_n$ , необходимо сравнить полученный доход с затратами на техническое обслуживание и ремонт этой техники в том же интервале и в тех же единицах. Эти затраты можно определить выражением

$$\Delta Z_n = \int_{t_{n-1}}^{t_n} (\theta(t) + (r_i + u_i) \delta(t - t_i)) dt \quad (6)$$

при  $t_{n-1} < t_i \leq t_n$ , где  $\theta(t)$  - функция изменения затрат на техническое обслуживание в единицу времени;  $r_i$  - единовременные затраты на  $i$ -й ремонт в момент времени  $t_i$ ;  $u_i$  - убытки от простоя в ремонте;  $\delta$  - символ дельта-функции.



Тогда относительная эффективность функционирования конструкции в рассматриваемом интервале будет равна  $\varepsilon(t_n) = \Delta D_n / \Delta Z_n$ .

Если принять для расчета равные интервалы наработки и на каждом из них вычислить значения  $\Delta D_n$  и  $\Delta Z_n$ , то с учетом снижения показателя качества функционирования (дохода) конструкции по мере увеличения ее наработки на графике  $D = f(Z)$  получим ломанную линию, отношение координат которой в каждом интервале дает значение относительной эффективности функционирования конструкции.

Порог эффективности функционирования конструкции наступит в конце интервала наработки, для которого относительная эффективность  $\varepsilon(t_n) \leq \rho$ .

Порог эффективности  $\rho$  можно принять из условия превышения минимально допустимого дохода над максимально допустимыми затратами на ремонт и техническое обслуживание машины в заданном интервале наработки, т.е.  $\rho = \min \Delta D_n / \max \Delta Z_n > 1$ .

Выбранный порог эффективности является разделяющим признаком, с помощью которого при  $\varepsilon(t_n) \leq \rho$  можно установить факт достижения конструкцией предельного состояния.

Используя изложенные положения, можно предложить следующую схему проведения имитационных экспериментов с целью оценки уровня надежности конструкции.

Полагаем наличие потоков отказов, воздействующих на каждый выделенный структурный элемент конструкции. Каждый поток отказов формируется с использованием соответствующей функции распределения, отражающей природу данного вида отказов. Будем использовать экспоненциальное распределение для формирования моментов времени внезапных отказов, распределение Вейбулла - для описания отказов вследствие усталости материала, Гамма-распределение - для описания отказов вследствие накопления повреждений. Суперпозиция отмеченных потоков отказов для каждого элемента конструкции позволяет получить моменты времени  $t_i$  для выражения (6) и определить значение величины  $\Delta D_n$  для каждого промежутка времени от  $t_{n-1}$  до  $t_n$ .

Отказ произвольного элемента конструкции инициирует возникновение потока восстановления данного элемента с использованием логарифмически нормального распределения. Эти события дают возможность получить значения случайных реализаций затрат на восстановление, а также - потерь от простоев и вычислить значение  $\Delta Z_n$ . Задаваясь значением по-



рога эффективности  $\rho$ , можно определить момент времени  $T_0$  достижения предельного состояния конструкции. Величину  $T_0$  можно использовать в качестве ресурса рассматриваемой конструкции.

Тогда отношение суммарного времени работоспособного состояния конструкции к величине  $T_0$  может служить оценкой надежности конструкции:

$$R = \left( T_0 - \sum_n \int_{t_{n-1}}^{t_n} \delta(t - t_i) dt \right) / T_0.$$

Повторяя указанные действия несколько раз и вычисляя среднеарифметическое полученных величин  $R$ , можно найти средние значения оценки надежности конструкции с более высокой достоверностью.

Парето-оптимальное состояние критериев может быть достигнуто применением метода уступок за счет уменьшения доли разрешенного объема использования ресурсов выбираемых опор. Последовательное уменьшение этой доли для представленных задач приведет к тому, что общая стоимость конструкции будет расти за счет увеличения количества опор  $N$

, где  $N = \sum_j \sum_p y_{pj}^*$ ,  $y_{pj}^*$  - компоненты оптимального решения задачи (1)

- (5), а с другой стороны - будет повышаться и общая прочность и надежность изделия. Предельное состояние определяет ситуацию, когда каждый элемент несущей поверхности будет иметь собственную опору. Этому состоянию соответствует максимальная стоимость конструкции  $S(N)$  и максимальная надежность  $R(N)$  и прочность.

Множество искомых решений может быть получено в ходе последовательного применения представленного оптимизационно-имитационного комплекса задач с целью определения оптимального уровня использования ресурсов опор, соответствующего Парето-оптимальному состоянию критериев.

Данный подход может быть использован в составе систем автоматизированного проектирования многоопорных сооружений при выборе определяющих характеристик конструкции.

**Список литературы:** 1. *Shevchenko S.* Optimization of Structure and Development of Production Systems // Discrete Structural Optimization. IUTAM Symposium. Zakopane, Poland. - Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. - 1994. - P. 158-167. 2. *Хазов Б. П., Дудусев Б. А.* Оценка надежности машин на стадии проектирования. М.: Машиностроение. - 1986. - 240 с.

*Поступила в редколлегию 30.10.2000*

*И.П.Гамалюн*, канд. техн. наук

## **АВТОМАТИЗИРОВАННЫЙ ВЫБОР БАЗОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ПОДСИСТЕМАХ СТРУКТУРИЗИРОВАННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИСТЕМНОГО ОБЪЕКТА СБОРКИ**

Пропонується процедура, яка дозволяє автоматизувати вибір базових елементів в підсистемах структурованого представлення системного об'єкту складання.

Структурированное представление системного объекта сборки является основой синтеза различных вариантов технологических схем сборки [1]. Эти схемы определяют порядок введения в сборочный процесс подсистем и элементов структурированного представления системного объекта сборки. Одним из видов технологических схем сборки является схема с базовым элементом, в которой выделяют ветви общей и узловых сборок. Ветвь общей сборки соответствует сборке самого системного объекта из непосредственно составляющих его объектов структурированного представления, которыми могут быть подсистемы различных уровней и отдельные элементы. Ветви узловых сборок соответствуют сборкам подсистем. При этом как ветвь общей сборки, так и ветви узловых сборок начинаются с соответствующих базовых элементов, поверхности которых выполняют в системном объекте и его подсистемах роль соединительного звена, обеспечивающего при сборке заданное конструкцией положение других объектов. Начало процесса сборки с базовых элементов обеспечивает необходимую точность установки последующих объектов, уменьшает затраты на реализацию процесса сборки, позволяет построить схему базирования для каждого объекта сборки.

Традиционное определение базовых элементов осуществляется на основе известных положений теории базирования и технологии сборки, представленных в содержательном виде, а также опыта и интуиции технолога. Развитие работ по созданию прикладной теории автоматизации технологии требует решения проблемы автоматизированного синтеза технологической схемы сборки, включающего автоматизированный синтез вариантов структурированного представления системного объекта и

автоматизированный выбор базовых элементов в рамках каждого структурированного представления.

Решение проблемы автоматизированного синтеза вариантов структурированного представления системного объекта сборки предлагается в работе [1]. Постановка задачи определения базовых элементов в автоматизированном режиме и основная идея ее решения, заключающаяся в формализации основных правил и положений, используемых технологом при выборе базовых элементов, рассматриваются в работе [2]. При этом и автоматизированный синтез структурированных представлений и автоматизированный выбор базовых элементов осуществляется на единой информационной основе, представляющей собой совокупность сведений о связях типа фиксированное и нефиксированное сопряжение между элементами собираемого объекта.

Основной исходной предпосылкой для выбора базового элемента подсистем в работе [2] является то, что этот элемент определяет положение всей подсистемы в собираемом объекте или в подсистеме более высокого уровня. Поэтому в качестве базового выбирают элемент, поверхности которого используются для присоединения подсистемы в целом.

Исходя из указанной предпосылки в качестве базового элемента подсистемы некоторого уровня иерархии  $k - Sb_i^k$  выбирается элемент, который имеет связи типа фиксированное или нефиксированное сопряжение по всем координатным направлениям  $\pm \xi \in x, y, z$  с элементами подсистемы более высокого уровня  $k + v - Sb_{i...}^{k+v}$  ( $v \geq 1$ ), непосредственно включающей подсистему  $Sb_i^k$  согласно структурированному представлению и поэтому содержащей все элементы  $Sb_i^k$ , то есть  $Sb_i^k \subset Sb_{i...}^{k+v}$ . Таким образом, элемент  $d_j \in Sb_i^k$  является базовым, если выполняется соотношение

$$\forall \pm \xi \in x, y, z \{ \{d_j \in D | C_{z\xi}^1(d_j)\} \cup \{d_j \in D | H_{z\xi}^1(d_j)\} \} \cap \{Sb_{i...}^{k+v} - Sb_i^k\} \neq \emptyset, \quad (1)$$

где  $\{d_j \in D | C_{z\xi}^1(d_j)\}$  – множество элементов, с которыми рассматриваемый элемент  $d_j$  имеет связь типа фиксированное сопряжение, а  $\{d_j \in D | H_{z\xi}^1(d_j)\}$  – множество элементов, с которыми элемент  $d_j$  имеет связь типа нефиксированное сопряжение.

При соблюдении исходной предпосылки соотношение (1)

выполняется для одного из элементов подсистемы  $Sb_{i_k}^k$ . Однако часто возникает ситуация, когда исходная предпосылка не выполняется, то есть когда поверхности нескольких элементов, входящих в состав  $Sb_{i_k}^k$ , используются для присоединения подсистемы в целом. Очевидно, что в такой ситуации соотношение (1) выполняется для нескольких элементов и решить какой из них в действительности является базовым на основе только этого соотношения не представляется возможным.

Для решения проблемы автоматизированного выбора базового элемента в указанной ситуации предлагается следующая процедура, в которой те несколько элементов, для которых справедливо соотношение (1), определяются как претенденты на название базовый элемент.

Составляются варианты структурированного представления подсистемы  $Sb_{i_k}^k$ , рассматриваемой как системный объект сборки. Каждый вариант является трехуровневым структурированным представлением, включающим одну подсистему более низкого уровня  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$ , где  $m$  – индекс варианта  $m \in \overline{1, M}$ , а также отдельные элементы подсистемы  $Sb_{i_k}^k$ , не вошедшие в состав  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$ . Пример варианта указанного структурированного представления показывается на рис.1.

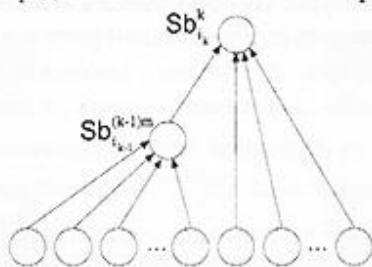


Рис.1.

Элементный состав подсистем  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  как целостного объекта определяется  $\gamma$ -сочетанием из элементов подсистемы  $Sb_{i_k}^k$  ( $2 \leq \gamma \leq |Sb_{i_k}^k| - 1$ ), включающим не менее двух претендентов и удовлетворяющим требованиям формирования подсистем [1]:

- подмножество элементов является подсистемой, если оно может рассматриваться как целостный объект, к которому предъявляются определенные технические условия;

– в состав подсистемы могут входить только те элементы, которые не ограничивают доступ к месту установки другим элементам, не вошедшим в состав рассматриваемой подсистемы.

Далее проводится анализ вариантов структурированного представления указанного типа. Если окажется, что в подсистемах  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  всех рассматриваемых вариантов существует один общий претендент, для которого выполняется соотношение (1), то он и является искомым базовым элементом подсистемы  $Sb_i^k$ . Если же окажется, что, по крайней мере, в одном варианте существует подсистема, для нескольких элементов которой выполняется соотношение (1), то эту подсистему опять следует рассматривать как системный объект и повторить все ранее указанные действия.

Предлагаемая процедура поиска базового элемента имеет итерационный характер. Ее конечность обуславливается ограниченным числом элементов рассматриваемой подсистемы  $Sb_i^k$  и далее по мере реализации процедуры уменьшением числа элементов в исследуемых подсистемах  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$ , поскольку

$$\forall m \in \overline{1, M} \quad Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m} \subset Sb_i^k.$$

Сходимость процедуры, заключающаяся в возможности определения базового элемента, гарантируется следующим рассуждением.

Пусть в результате реализации указанной процедуры число претендентов сократилось для определенности до трех –  $d_j, d_{j_1}, d_{j_2}$ . И пусть далее одним из вариантов структурированного представления является такой, что подсистема  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  включает претендентов  $d_{j_1}, d_{j_2}$ , для одного из которых, например  $d_{j_1}$ , выполняется соотношение (1). Последнее означает, что только претендент  $d_{j_1}$  может образовать новую подсистему с элементами, не вошедшими в состав  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$ , в числе которых есть претендент  $d_{j_1}$ . Поэтому другим вариантом структурированного представления будет такой, в котором подсистема типа  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  будет включать претендентов  $d_{j_1}, d_{j_2}$ . При этом только для претендента  $d_{j_2}$  будет выполняться соотношение (1), поскольку именно этот элемент образовывал подсистему с элементами, не вошедшими в состав  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  второго варианта. Таким образом, получаем два варианта

структурированного представления, показанные на рис.2, в каждом из которых подсистемы типа  $Sb_{i_{k-1}}^{(k-1)m}$  имеют по одному одинаковому претенденту, для которого выполняется соотношение (1). Этот претендент и является искомым базовым элементом.

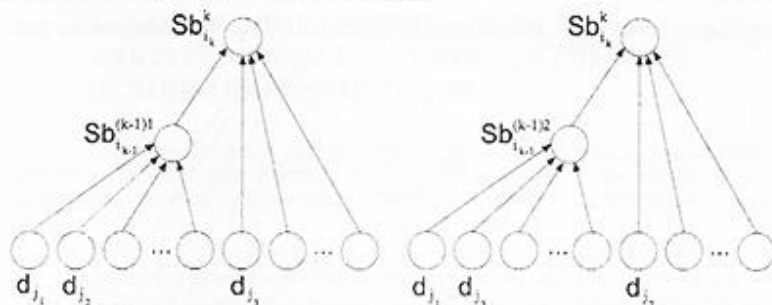


Рис.2.

Работоспособность предлагаемой процедуры демонстрируется для технической системы, показанной на рис.3.

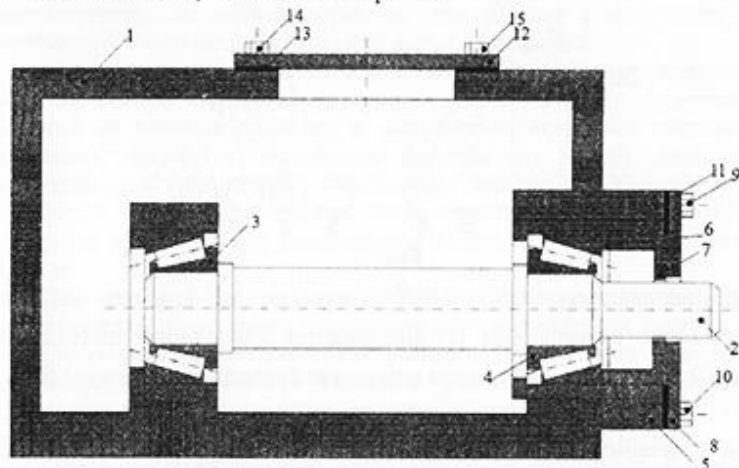


Рис.3.

Связи типа фиксированное и нефиксированное сопряжение позволяют получить структурированное представление в виде, показанному на рис.4.

В подсистемах  $Sb_1^1$ ,  $Sb_3^1$  по одному претенденту, для которых выполняется соотношение (1). Поэтому эти претенденты, а именно элементы 1 и 8, являются базовыми в соответствующих подсистемах  $Sb_1^1$ ,

$Sb_3^1$ . В подсистеме  $Sb_2^1$  три элемента – 2, 3, 5 – являются претендентами на базовый. Для определения того элемента, который действительно является базовым в данной подсистеме необходимо применить предлагаемую процедуру. Применение процедуры позволяет получить два варианта структурированного представления подсистемы  $Sb_2^1$ , показанные на рис.5.

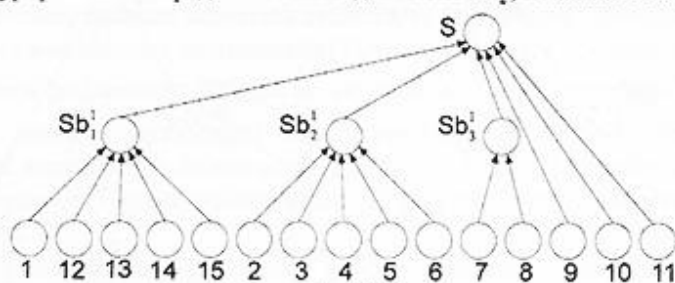


Рис.4.

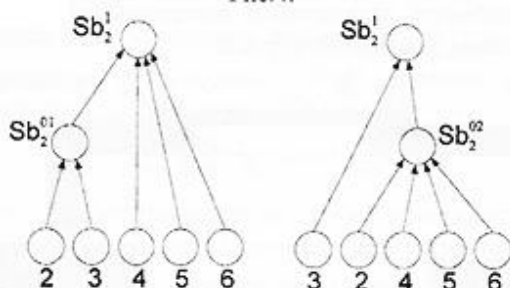


Рис.5.

В подсистемах  $Sb_2^{01}$ ,  $Sb_2^{02}$  первого и второго вариантов соответственно соотношение (1) выполняется для одного претендента – элемента 2, который и выбирается в качестве базового подсистемы  $Sb_2^1$ .

**Список литературы:** 1. Гамаюн И.П. Автоматизированный синтез структурированного представления сложной технической системы // УСиМ. – 2000. – №1. – С.21-26. 2. Гамаюн И.П. Постановка и решение задачи определения базовых элементов в подсистемах структурированного представления сложной технической системы // Системный анализ, управление и информационные технологии: Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Выпуск 62.- Харьков, ХГПУ, 1999 – 199 с. С.81–85.

Поступила в редколлегию 08.11.2000

*А. Е. ГОЛОСКОКОВ*, канд. техн. наук.,  
*Е. А. СТЕПАНОВА*

## **ЗАДАЧА ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНОЙ АЛЬТЕРНАТИВЫ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКОЙ ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Порушено питання вибору оптимальної альтернативи в умовах нечіткої вихідної інформації. Розглядаються передумови виникнення задач прийняття рішень (вибору альтернатив) у нечіткому середовищі, способи представлення вихідної інформації.

Проблема принятия решений или проблема выбора альтернатив – это один из самых распространенных классов задач, с которыми сталкивается не только исследователь. Математика, вооруженная современными средствами вычислительной техники, в анализе этой проблемы играет выдающуюся роль, но при условии использования математических средств соответственно их возможностям, не переоценивая и не умаляя роли математики и математика в процессе принятия решений.

Задача принятия решений может быть сформулирована следующим образом: имеется множество вариантов решения (альтернатив), реализация каждого из которых приводит к наступлению некоторых последствий (исходов), анализ и оценивание исходов по набору показателей эффективности (критериев) однозначно характеризует альтернативы. Требуется, изучив предпочтения лица, принимающего решение (ЛПР), построить модель выбора альтернативы, лучшей в некотором конкретном смысле.

Под системой предпочтения ЛПР будем понимать совокупность его представлений (о критериях достижения поставленной цели, достоинствах и недостатках сравниваемых альтернатив), позволяющих производить целенаправленный выбор элементов из множества альтернатив. Предпочтения ЛПР выявляются, структурируются и формализуются в ходе специального исследования, направленного на построение модели.

Орган принятия решений часто вынужден действовать в условиях неопределенности, т. е. орган принятия решения обладает меньшим количеством информации, чем это необходимо для целесообразной организации его действий в процессе принятия решений.

Неопределенность в принятии решений обусловлена недостаточной надежностью и количеством информации, на основе которой орган принятия решений осуществляет выбор решения.



Ясно, что свести задачи с неопределенностями к точно поставленным математическим задачам невозможно. Для этого нужно тем или иным образом снять неопределенности, а искусственное же введение однозначности означает огрубление исходных данных, что способствует получению хоть и четкого, но неверного результата.

Таким образом, анализ задач принятия решений в условиях неопределенности не может быть совершен силами одних математиков, и всегда компетентность эксперта, т.е. профессионала в данной конкретной предметной области, является необходимым, а подчас и решающим. Т.е. проблема принятия решений в условиях неопределенности не является математикой, но только математик может изучить всю многогранность проблемы и создать систему процедур, которые приведут к необходимому варианту решения.

Исследования последних лет в области теории принятия решений и ее приложений привели к осознанию того факта, что задачи принятия сложных решений лицом, принимающее решение (ЛПР), формулирует и обсуждает на профессиональном языке (подмножестве естественного языка), отражающем специфику задач. Следствием этого является использование в процессе поиска наилучшего решения качественных элементов: понятий и отношений с нечеткими границами, высказываний с многозначной шкалой истинности. Построение моделей принятия решений для задач, имеющих нечеткое словесное описание, оказалось возможным благодаря введению понятий нечеткого множества и лингвистической переменной.

Возникновение нечеткого описания задачи принятия решения возможно в частности в следующих случаях:

- 1) Ограничения на ресурсы моделирования (временные, стоимостные) не позволяют получить в принципе существующую четкую информацию и вынуждают системных аналитиков воспользоваться знаниями экспертов, которые выражаются последними в нечеткой словесной форме. В результате обычная задача принятия решения оказывается "погруженной" в нечеткую среду.
- 2) Имеющаяся числовая информация не позволяет найти решение формальными методами при существующих ограничениях на ресурсы, но ЛПР его тем не менее находит, пользуясь своим опытом, который он может передать в виде совокупности несчетных правил.
- 3) Ресурсы на проработку всех вариантов проекта сложного объекта отсутствуют, а опыт конструкторов выражается в виде словесного описания. Ставится задача отсева части вариантов на основе векторного показателя качества с нечеткими оценками значений его компонентов.

Во всех перечисленных выше случаях необходимо обращаться к приближенным знаниям экспертов, которыми они уверенно пользуются в

процессе принятия решений. Использование нечетких словесных понятий, которыми оперирует ЛПР, позволяет ввести в рассмотрение качественные описания и учесть неопределенность задачи принятия решения, достигнуть полного описания всех факторов, имеющих отношение к данной задаче и не поддающихся точному количественному описанию.

Обработка нечеткой информации в задачах принятия решения обеспечивается применением лингвистического подхода, в рамках которого в качестве значений переменных допускаются не только числа, но и слова и предложения естественного языка, а аппаратом их формализации является теория нечетких множеств.

Применяя ожидаемую полезность в качестве критерия выбора альтернатив в условиях стохастической неопределенности, анализ решения сводится к получению исходных данных двух типов:

- 1) информация о предпочтениях ЛПР, которая затем формализуется в виде функции полезности;
- 2) информация о стохастической неопределенности, которая затем формализуется в виде распределения вероятностей.

В общем случае как функция полезности, так и распределение вероятностей представляют собой субъективные зависимости, т.е. методом их построения является сбор исходных данных в ходе диалога с ЛПР. Из возможных способов задания функций (аналитический, графический, табличный) наиболее надежным с практической точки зрения является табличный, поскольку в этом случае диалог ведется в терминах конкретной задачи без использования достаточно далекого от ЛПР языка формул или графиков.

Под полезностью можно понимать степень пригодности к цели, стоящей перед ЛПР.

Если полезность шкалируется на  $[0;1]$ , то информация о предпочтениях ЛПР, формализованная в виде функции полезности, задается в виде высказываний:

«Исход с критериальной оценкой  $G$  имеет полезность  $v$ ». (1)

При этом как оценка  $G$ , так и ее полезность  $v$  могут быть нечеткими (БОЛЬШАЯ, НИЗКАЯ и т. п.), формализованными функциями принадлежности  $\mu_G(x)$ ,  $\mu_v(u)$ ,  $x \in X$ ,  $u \in [0, 1]$ .

Получение информации о стохастической неопределенности для задания распределения вероятностей, когда объективные данные (сами вероятности или их статистические оценки) отсутствуют, происходит следующим образом. Предполагается, что источником данной информации является ЛПР с его опытом, знанием среды принятия решений. Например, при выборе места для разведки руды в качестве критерия оценки исходов может выступать обводненность рудного тела. Достаточный

статистический материал отсутствует, и ЛПР имеет основания для задания распределения лишь субъективной вероятности.

Другим примером может служить задача выбора плана распределения ресурса, где необходимо обеспечить ресурсом начальника геологоразведочной экспедиции, а его точное местонахождение неизвестно. В этой задаче также нет ни метода расчета вероятности пребывания начальника экспедиции в той или иной точке местности, ни достаточного статистического материала, но все же имеются определенные основания для оценивания субъективной вероятности: аэрофотоснимки местности, район последнего сеанса связи, сведения от жителей района геологоразведки и т. п.

В первом из приведенных примеров исход каждой альтернативы может быть отождествлен с соответствующей критериальной оценкой из непрерывного множества  $X$ . Поэтому в задачах такого типа распределение вероятностей задается как непрерывное непосредственно на  $X$ . Во втором примере для ЛПР естественно вести диалог исходя из дискретного и конечного множества возможных исходов

Непрерывное распределение вероятностей задается в виде функции распределения или соответствующей плотности. Диалог обычно ведется в терминах функции распределения  $F$  на множестве возможных критериальных оценок  $X$ . По определению  $F(x') = P(x \leq x')$ ;  $x, x' \in X$ . При нечетких ответах ЛПР функция распределения задается в виде  $F(G) = \lambda$ , где как критериальная оценка  $G$ , так и вероятность  $\lambda$  могут быть нечеткими.

Ответы ЛПР могут быть представлены в виде

$$\langle \text{Критериальная оценка } G \text{ исхода имеет вероятность } \lambda \rangle, \quad (2)$$

где  $G$  — подмножество  $X$ ;  $\lambda$  — соответствующее ему четкое или нечеткое число из  $[0, 1]$ .

Итак, исходные данные могут быть представлены в виде высказываний типа (1), (2), причем каждое отдельное высказывание содержит определенную порцию данных.

Каждая альтернатива задается нечетким описанием  $\Phi$ , состоящим из конечного числа нечетких высказываний  $g_i$ :

$$\{g_1, K, g_2, K, g_n\}.$$

Отдельное высказывание  $g_i$  называется информационной гранулой и имеет вид

$$g_i = \langle \text{Значение аргумента } \varphi_i \text{ соответствует} \\ \text{значению функции } \omega_i \rangle, \quad (3)$$

где  $\varphi_i$  — нечеткое значение аргумента с функцией принадлежности  $\mu_{\varphi_i}(y)$ ,  $y \in Y$ ;

$\omega_i$  — нечеткое значение с функцией принадлежности  $\mu_{\omega_i}(z)$ ,  $z \in Z$ .

Высказывание (1) используется для описания функции полезности: в качестве  $v_i$  выступает некоторая нечеткая критериальная оценка  $G_i$  из множества  $X$ , а в качестве  $\omega_i$  — соответствующая нечеткая полезность  $v_i$  из отрезка  $[0;1]$ . Соответствующая информационная гранула имеет вид

$$g_i = \langle \text{Критериальная оценка } G_i \text{ имеет полезность } v_i \rangle. \quad (4)$$

Строго говоря, в (4) определяется полезность не критериальной оценки  $G_i$ , а некоторого исхода с такой оценкой. Информационная гранула типа (1.4) фактически состоит из двух элементарных высказываний:

$$\Psi_i = \langle \text{Критериальная оценка есть } G_i \rangle,$$

$$\Omega_i = \langle \text{Полезность есть } v_i \rangle.$$

Высказывание (2) применяется для построения распределения вероятностей, а в качестве  $\omega_i$  выступает нечеткая вероятность  $\lambda_i$  с функцией принадлежности  $\mu_{\lambda_i}(p), p \in [0;1]$ . Соответствующая информационная гранула имеет вид

$$g_i = \langle \text{Критериальная оценка } G_i \text{ имеет вероятность } \lambda_i \rangle. \quad (5)$$

Здесь также имеется в виду исход с оценкой  $G_i$ . Игранула типа (5) также состоит из двух элементарных высказываний:

$$\Psi_i = \langle \text{Критериальная оценка есть } G_i \rangle,$$

$$\Omega_i = \langle \text{Вероятность есть } v_i \rangle.$$

Таким образом, мы рассмотрели представление исходных данных в задаче принятия решений. Требуется построить модель выбора альтернативы, лучшей в некотором конкретном смысле. Это делается при помощи метода, подходящего для решения поставленной задачи выбора оптимальной альтернативы в условиях нечеткой исходной информации, о котором будет сказано позже.

Не следует забывать, что решение принимается в условиях неопределенности. А это значит, что можно говорить лишь о классе «подходящих» решений. Этот факт достаточно четко сформулировал итальянский экономист Парето еще в 1904 году в форме так называемого принципа Парето. Согласно Парето, возможные решения следует искать лишь среди неулучшаемых альтернатив, т. е. альтернатив, улучшение которых по одним критериям приводит к их ухудшению по другим критериям. Принцип этот позволяет, во-первых, сжать множество альтернатив, во-вторых, он демонстрирует те потери, которые имеет оперирующая сторона по тем или иным показателям, стремясь улучшить какой-то определенный показатель.

**Список литературы:** 1. Обработка нечеткой исходной информации в системах принятия решений / Борисов А. И., Алексеев А. В., Меркурьева Г. В. и др. – М.: Радио и связь, 1989.

*Поступила в редакцию 13.11.2000*

*Л.С. ЖИТЕЦКИЙ*, канд. техн. наук

## **СИНТЕЗ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ СТАБИЛИЗАЦИИ НЕМИНИМАЛЬНО-ФАЗОВОГО ОБЪЕКТА С ДИСКРЕТНЫМ ИНТЕГРАТОРОМ В КОНТУРЕ УПРАВЛЕНИЯ**

Розглядається задача синтезу адаптивного регулятора, здатного забезпечити інтегральну дію в системі управління дискретним немінімально-фазовим об'єктом з невідомими параметрами в умовах довільної обмеженої задачі. Вважається відомою деяка обмежена опукла множина, до якої належить вектор невідомих параметрів і яка не має у своєму складі оцінок, що можуть привести до виродженості закону управління. Як алгоритм адаптації береться стандартна рекурентна процедура оцінювання проєкційно-градієнтного типу. Встановлюються властивості системи.

В последние два десятилетия проблеме адаптивного управления неминимально-фазовыми объектами, которая воспринимается как довольно трудная проблема, уделяется пристальное внимание (см., например, [1-8] и ссылки в этих публикациях). Трудность заключается в том, что обоснование свойства диссипативности замкнутой системы [5] и связанного с ним, как известно [9], свойства сходимости алгоритма адаптации оказывается не таким уж простым делом. Для того чтобы облегчить установление упомянутых свойств, во многих прежних работах, в частности, в [1,2,5], а также в [4, п.11.6] помимо требования управляемости объекта приходится вводить следующее существенное допущение: множество принадлежности вектора неизвестных параметров не содержит оценок, приводящих к вырожденности закона управления.

Недостатком большинства известных ранее алгоритмов адаптивного управления неминимально-фазовыми объектами является то, что даже при отсутствии помех они приводят к появлению в асимптотике "остаточной" ошибки в случае, когда требуется стабилизировать выход объекта на некотором ненулевом уровне. Между тем именно для этого самого случая в [1] впервые по-видимому была выдвинута идея введения дискретного интегратора в контур управления с целью устранения подобного нежелательного явления. В то же время для подстройки параметров регулятора в качестве алгоритма адаптации там применялась рекуррентная процедура МНК, которая сама по себе представляется сравнительно сложной; при обосновании ее сходимости существенно использовалось предположение, что помеха отсутствует.

Ниже показано, что в рамках упомянутого выше основополагающего допущения относительно множества принадлежности вектора неизвестных параметров объекта на базе простейшего алгоритма,

предложенного в [8], удается эффективно справиться с задачей о диссипативности замкнутой системы с адаптивным регулятором, реализующим интегральное действие при наличии ограниченной помехи. Отличительной особенностью предлагаемого подхода является то, что он позволяет решить эту задачу более простым способом, чем в работе [5], и не требует дополнительных вычислений, связанных с предварительным расчетом одного параметра настройки регулятора.

Рассматривается дискретный динамический объект, описываемый линейным разностным уравнением  $r$ -го порядка вида

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t) + v(t). \quad (1)$$

В этом уравнении  $y(t)$ ,  $u(t)$  и  $v(t)$  - скалярные выход, управление и аддитивная помеха, соответственно, в дискретный момент времени  $t$  ( $t = 1, 2, \dots$ ), а  $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_r q^{-r}$  и  $B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_r q^{-r}$  ( $b_r \neq 0$ ) - полиномы относительно оператора  $q^{-1}$  сдвига на один шаг назад с постоянными, но неизвестными коэффициентами.

Предполагается, что:

а)  $v(t) \in l_\infty$  - произвольная ограниченная по уровню помеха, т.е.

$$\|v(t)\|_\infty \leq \eta, \quad (2)$$

при этом ее уровень  $\eta$  считается известной неотрицательной константой;

б)  $A(q^{-1})$  и  $B(q^{-1})$  - взаимно простые полиномы, т.е. объект непременно обладает свойством управляемости [1-8] (число  $r$  полагается также известным) и, кроме того,

$$B(1) \neq 0; \quad (3)$$

в) известно ограниченное выпуклое множество  $\Omega \in \mathbb{R}^l$  размерности  $l = 2r$  ( $\text{diam } \Omega < \infty$ ), заведомо содержащее вектор  $\theta_0 = [a_1, \dots, a_r, b_1, \dots, b_r]^T$  неизвестных параметров объекта, т.е.

$$\theta_0 \in \Omega; \quad (4)$$

г) полиномы  $\hat{A}(q^{-1})$  и  $\hat{B}(q^{-1})$ , порожденные каждым  $\theta$  из  $\Omega$ , не имеют общих корней.

*Комментарий.* В соответствии с предположением б) вполне допускается, что объект в принципе может быть неминимально-фазовым и одновременно также неустойчивым, как и в [1,2]. Условие (3),

фигурирующее в этом предположении, прежде было введено в [1, с. 481] при построении алгоритма адаптивного управления, обеспечивающего интегральное действие регулятора. Без умаления общности можно принять, что множество  $\Omega$  представляет собой ограниченный выпуклый замкнутый многогранник, как и в [2]. Предположение г) существенно использовалось ранее в работах [2,4,5], оно составляет здесь принципиальный момент. Известно [4, с.518], что это предположение выполняется, если и только если результат полиномов  $\hat{A}(q^{-1})$  и  $\hat{B}(q^{-1})$ , который представляет собой определитель соответствующей  $(2r \times 2r)$ -матрицы  $M(\theta)$ , удовлетворяет условию

$$\det M(\theta) \neq 0 \text{ для всех } \theta \in \Omega. \quad (5)$$

В рамках сделанных предположений а)-г) требуется синтезировать адаптивный регулятор, обеспечивающий стабилизацию выхода  $y(t)$  объекта на заданном уровне  $y^*$ ; при этом вектор измеряемых переменных  $\phi(t-1) = [-y(t-1), \dots, -y(t-r), u(t-1), \dots, u(t-r)]^T$  должен оставаться предельно ограниченным по норме:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \sup \|\phi(t)\|_2 < \infty. \quad (6)$$

Здесь и далее  $\|\cdot\|_2$  обозначает евклидову норму вектора.

Определяя ошибку настраиваемой модели объекта, равную

$$\theta(t) = y(t) - \theta^T(t-1)\phi(t-1), \quad (7)$$

а также широко используемую в [8] и других работах функцию

$$f(e, \eta) = \begin{cases} e - \eta & \text{при } e > \eta, \\ 0 & \text{при } e \leq \eta, \\ e + \eta & \text{при } e < -\eta, \end{cases} \quad (8)$$

строим рекуррентный алгоритм получения оценки  $\theta(t)$  неизвестного вектора  $\theta_0$  в форме градиентно-проекционной процедуры

$$\theta(t) = \text{Pr}_{\Omega} \left\{ \theta(t-1) + \gamma(t) \frac{f(e(t), \eta)}{\|\phi(t-1)\|_2^2} \phi(t-1) \right\}. \quad (9)$$

В этом алгоритме  $0 < \gamma' \leq \gamma(t) \leq \gamma'' < 2$ , а  $\text{Pr}_n \{ \cdot \}$  обозначает операцию проектирования вектора на множество  $\Omega$ , которая гарантирует, что

$$\theta(t) \in \Omega \text{ для всех } t \in [1, \infty). \quad (10)$$

Если теперь ввести функцию типа функции Ляпунова вида  $V(t) = |\theta_0 - \theta(t)|_2^2$ , то с учетом (10) довольно просто удастся доказать следующий предварительный результат, устанавливающий некоторые замечательные свойства выбранного алгоритма адаптации.

*Лемма.* Пусть выполнены условия (2), (4). Тогда алгоритм (9) совместно с (7), (8) обладает такими свойствами:

1) последовательность оценок  $\{\theta(t)\} := \theta(1), \theta(2), \dots$  сходится к некоторому  $\theta_* \in \Omega$ ;

$$2) f(e(t), \eta) / \|\theta(t-1)\|_2 \rightarrow 0 \text{ при } t \rightarrow \infty.$$

Обозначим полиномы, порожденные текущей оценкой  $\theta(t)$ , через  $A(t, q^{-1})$  и  $B(t, q^{-1})$ . Следуя [8], определим затем полиномы  $G(t, q^{-1}) = 1 + g_1(t)q^{-1} + \dots + g_{r+1}(t)q^{-r-1}$  и, удовлетворяющие уравнению

$$(1 - q^{-1})A(t, q^{-1})G(t, q^{-1}) + B(t, q^{-1})H(t, q^{-1}) = 1, \quad (11)$$

которые можно найти в [1, с.481]. Тогда сам закон управления, обеспечивающий интегральное действие адаптивного регулятора будет иметь вид

$$(1 - q^{-1})G(t-1, q^{-1})u(t) = H(t-1, q^{-1})[y^* - y(t)] \quad (12)$$

см. [8]. Заметим, что закон управления (12) отличаются от подобного закона, предложенного в [1, с.481]: в нем фигурируют полиномы  $G$  и  $H$ , записанные (как и в [8]) для момента  $t-1$ ; при этом  $\deg G = \deg H = r+1$  (а не  $r$ ), тогда как свободный член в  $G$  принимается равным нулю.

В силу (10) и предположений б) и г) уравнение (11) всегда имеет единственное решение относительно  $G$  для каждого  $t \in [0, \infty)$ , а коэффициенты этих полиномов равномерно ограничены по  $t$ . Принимая во внимание этот факт, а также условие устойчивости  $A^*$  и повторяя ход рассуждений, приведенных в [1, 3] при доказательстве соответствующих утверждений для случая, когда  $v(t) \equiv 0$ , заключаем, что существуют константы  $C_1 \geq 0, C_2 > 0$  и конечный момент  $t^* < \infty$  такие, что при всех  $t \geq t^*$  справедливо соотношение



$$\|\phi(t)\|_2^2 \leq C_1 + C_2 \max_{0 \leq \tau \leq t} \epsilon(\tau)^2. \quad (13)$$

Из свойства 2) алгоритма (9) и соотношения (13) видно, что условия (i)-(ii) леммы 2 работы [9] удовлетворяются для всех достаточно больших  $t$ . Согласно упомянутой лемме норма вектора  $\phi(t)$  будет ограничена. Тем самым приходим к обоснованию следующего важного утверждения.

**Утверждение.** При выполнении предположений а)-г) замкнутая система управления, содержащая объект (1) и адаптивный регулятор (12), (9) в сочетании с (11), (7) и (8), диссипативна. Кроме того, если  $v(t) = \text{const}$ , то  $y(t) \rightarrow y^*$  при  $t \rightarrow \infty$ .

**Выводы.** Согласно данному утверждению алгоритм адаптивного управления (7)-(9), (11), (12) обеспечивает не только достижений цели (6), но и астатизм замкнутой системы (в отличие от алгоритмов, предложенных в [2], а также в [4-7]). Это обстоятельство позволяет рассчитывать на заметное уменьшение ошибки системы  $\epsilon(t) = y^* - y(t)$  для достаточно больших  $t$  при сравнительно "высоком" уровне помехи  $\eta$ . Примечательно, что реализация самого алгоритма адаптации (9) не требует заметных вычислительных усилий; при этом в отличие от метода работы [5] нет нужды в предварительном расчете каких-либо дополнительных параметров настройки адаптивного регулятора, связанном с проведением довольно большого объема вычислений.

**Список литературы:** 1. Goodwin G.C., Sin K.S. Adaptive control of nonminimum phase systems // IEEE Trans. Automatic Control. 1981. AC-26. № 2. P.478-483. 2. Кузнецов В.М., Лычек М.М. Адаптивное управление линейными неустойчивыми и неминимально-фазовыми объектами // Автоматика и телемеханика. 1985. № 2. С.108-117. 3. Lozano-Leal R., Goodwin G.C. A global convergent adaptive pole placement algorithm without a persistency of excitation requirement // IEEE Trans. Automatic Control. 1985. AC-30, № 8. P.795-798. 4. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А.Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с. 5. Бекетов Р.А., Сальников Н.Н., Храмов С.А. Адаптивное модальное управление дискретным динамическим объектом // Автоматика. 1993. № 6. С.12-20. 6. Бондарко В.А. Адаптивная стабилизация неминимально-фазовых объектов с неизвестным запаздыванием // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1992. № 6. С.77-83. 7. Lozano-Leal R. Robust adaptive regulation without persistent excitation // IEEE Trans. Automatic Control. 1989. 34, № 12. P. 1260-1267. 8. Zhiteckij L.S. Adaptive control of nonminimum phase systems in the presence of bounded disturbance with unknown bound // Proc. 3rd European Control Conf. 1995. 3. P. 891-896. 9. Goodwin G.C., Hill D.J. Palaniswami M. Perspective on convergence of adaptive control algorithms // Automatica. 1984. 20, № 5. P. 519-531.

Надійшла до редакції 30.06.2000

В.В. ГРИЦИК

## ІНФОРМАЦІЙНО-АНАЛІТИЧНА СИСТЕМА ОЦІНКИ СКЛАДНИХ ЗОБРАЖЕНЬ, ПРОЦЕСІВ І ПРОГНОЗУВАННЯ СИТУАЦІЙ НА БАЗІ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Запропоновано підхід до побудови інформаційно-аналітичної системи для оцінки складних зображень, процесів в полі уваги заданої розмірності. Досліджено алгоритми прогнозування ситуації в полі уваги відносно наявності змін зображень. Розроблено алгоритми реалізації на базі обчислювального середовища нейроподібного типу і штучних нейронних мереж.

**1. Вступ.** Важливою проблемою в обробці зображень є оцінка, аналіз і прогнозування складних процесів, що відбуваються в полі уваги. При цьому часто необхідно проаналізувати процес в динаміці, дати можливий прогноз зміни цього процесу в часі. У статті розглядаються двовимірні складні зображення на полі певної розмірності, які можуть змінювати своє положення у часі. Необхідно провести аналіз складного зображення з точки зору можливих переміщень складових цього зображення. У роботі зроблена спроба проведення аналізу і прогнозування ситуацій на базі штучних нейронних мереж прямого поширення.

**2. Постановка задачі.** Нехай задано поле уваги  $P$  розмірності  $n \times n$ , яке представлено у вигляді матриці  $|P|$ . Складне зображення (двовимірний процес) в полі уваги в момент часу характеризується наявністю зображень різних об'єктів. Таким чином маємо

$$|P| = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix},$$

де  $a_{ij} \in A = \{0, 1, 2, \dots, m_0 - 1\}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

Зображення може розглядатись на фоні завод або інших зображень. У такому випадку, досліджуємо складні зображення в умовах дії завод, що характеризуються певними показниками.

Задача полягає у створенні інформаційно-аналітичної системи, яка аналізує ситуацію в полі уваги з точки зору можливих змін. При цьому в полі уваги розглядаються двійкові зображення, що відповідають певним об'єктам. Можливі зміни можуть відбуватися в межах афінних перетворень над окремими зображеннями об'єктів в полі уваги. Тобто,

динаміка складного процесу, який відбувається в полі уваги повністю характеризується афінними перетвореннями: паралельним переносом, обертанням на певний кут, масштабуванням. Таким чином, довільну зміну ситуації можна описати множиною афінних перетворень. В роботі досліджуються моделі складних процесів, які відбуваються в полі уваги та будується алгоритм реалізації на базі системи нейроподібного типу.

### 3. Модель сприйняття та аналізу складних процесів в полі уваги

Будь-яку зміну в часі складного процесу в полі уваги назвемо рухом, а про сам процес будемо говорити, що він досліджується в динаміці. Одним з інформативних параметрів, які характеризують рух в полі уваги, є зміна координат зображення в часі. Нижче наведемо моделі сприйняття та аналізу складних процесів у динаміці, виходячи з використання однієї з найважливіших інформаційних ознак руху - зміни координат зображення (зокрема контуру). Нехай в момент  $t_0$  складне зображення в полі уваги  $P$

характеризується матрицею  $|P| = \{a_{ij}^0\}$ , де  $a_{ij}^0 \in A = \{0, 1, 2, \dots, m_i - 1\}$ , а в момент часу  $t_0 + \tau$ , де  $\tau$  - певний проміжок часу, складне зображення в полі уваги характеризується матрицею  $|P'| = \{a_{ij}^{\tau}\}$ . Взагалі у будь-який момент  $t$  складне зображення характеризується матрицею  $|P| = \{a_{ij}^t\}$ , де  $a_{ij}^t \in A$ .

Тоді модель сприйняття та алгоритм аналізу і побудови інформаційно-аналітичної системи полягає у виявленні змін координат зображення в полі уваги  $P$ . Припустимо, що в полі уваги відсутні завади, а зміна одних зображень не впливає на інші. Тоді легко зауважити, що якщо для певних  $i, j$ , які обумовлюються в постановці задачі,  $a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} = 0$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, m}$ ,  $\oplus$  - операція порівняння, яка визначається таким чином:

$$a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} = 0, \text{ якщо } a_{ij}^0 = a_{ij}^{\tau},$$

$$a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} = 1, \text{ якщо } a_{ij}^0 \neq a_{ij}^{\tau};$$

при  $m_0=2$ , операція  $\oplus$  співпадає з операцією додавання за mod 2; якщо  $a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} = 0$ , то ніяких змін в полі уваги на протязом часу  $\tau$  не відбулось; у протилежному випадку, коли  $a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} \neq 0$ , хоча би для однієї пари  $i, j$ , то будемо говорити, що відбулась певна зміна (рух) на полі уваги  $P$ . Таким чином, модель сприйняття змін процесу в полі уваги базується на операції  $\oplus$ . Алгоритм для реалізації інформаційно-аналітичної системи аналізу складних процесів в полі, полягає у дослідженні

$$a_{ij}^0 \oplus a_{ij}^{\tau} = c_{ij}^t$$

для всіх пар  $(i, j)$  і відповідних часових відрізків.

4. Модель сприйняття та інформаційно-аналітична система аналізу поля уваги у випадку, коли зображення досліджують на фоні

інших зображень. Нехай фон становить певне поле уваги  $P$  і характеризується наступним чином:

$$|P| = \{f'_i\}, f'_i \in F = \{0, f_1, f_2, f_3, \dots, f_{s-1}\},$$

причому  $s$  - ціле число,  $i = \overline{1, l}, j = \overline{1, m}$ .

Складне зображення в полі характеризується так:

$$|P'| = \{a'_i\}, a'_i \in A = \{0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k-1}\},$$

де  $k$  - ціле число,  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$ ;  $f_{r_1} \neq a_{r_2}$ , причому  $r_1 = \overline{1, s}, r_2 = \overline{1, k}$ .

Розглянемо різні випадки:

1. Модель  $M_1$  формування складного зображення плюс фонове зображення полягає в наступному:  $a'_i \oplus f'_j = z'_i$ , де операція визначається так:

$$\begin{aligned} a'_i \oplus f'_j &= z'_i, \text{ якщо } a'_i \neq 0; \\ a'_i \oplus f'_j &= f'_j, \text{ якщо } a'_i = 0. \end{aligned}$$

У випадку моделі  $M_1$  будемо говорити, що складне зображення (процес) сприймається (спостерігається) на фоновому зображенні (процесі). Тоді алгоритм побудови інформаційно-аналітичної системи полягає в дослідженні

$$z'_i \oplus z'^{i \cdot t} = c'_i,$$

для всіх пар  $(i, j)$  на відповідних часових відрізках.

2. Модель  $M_2$  формування складного зображення плюс фонове зображення полягає в наступному:

$$a'_i \oplus f'_j = z'_i,$$

де операція  $\oplus$  визначається так:

$$\begin{aligned} a'_i \oplus f'_j &= z'_i, \text{ якщо } a'_i \neq 0; \\ a'_i \oplus f'_j &= f'_j, \text{ якщо } a'_i = 0. \end{aligned}$$

У випадку моделі  $M_2$  будемо говорити, що складне зображення (процес) сприймається поза фоном (накладається фон). Тоді, як і для моделі  $M_1$ , алгоритм побудови інформаційно-аналітичної системи полягає в дослідженні

$$z'_i \oplus z'^{i \cdot t} = c'_i,$$

для всіх пар  $(i, j)$  і відповідних часових відрізках  $t$ . Але у цьому випадку можливі такі варіанти:

- 1) зображення повністю закрите фоновим зображенням;
- 2) зображення частково закрите фоновим зображенням;
- 3) зображення і фонове зображення спостерігаються окремо.

У випадку 1 дослідження змін складного зображення в полі уваги  $P$  є неможливим; у випадку 2 дослідження є частковим; у випадку 3 дослідження змін на  $P$  є повним.

**5. Задачі, які вирішуються інформаційно-аналітичною системою.** Будемо говорити, що двовимірне зображення в полі уваги відповідає певному об'єкту. Тоді, якщо об'єкт знаходиться у русі, то відповідно змінюються координати зображення в полі уваги, тобто зображення знаходиться у русі.

Нижче наведемо оцінку складних зображень і процесів на базі інформаційно-аналітичної системи і окреслимо відповідно клас основних задач.

1. Наявність (виявлення) руху об'єктів в полі уваги.
2. Визначення напрямку руху.
3. Визначення руху об'єкта, який віддаляється, або наближається.
4. Визначення зміни швидкості руху об'єктів.

Дійсно, якщо в полі уваги дослідити і здійснити аналіз в моменти  $t_0$  і  $t_0 + \tau$  значення  $a_{ij}^{t_0} \oplus a_{ij}^{t_0 + \tau} = c_{ij}^t$  для певних пар  $(ij)$  і певних відрізків  $\tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ , де  $k$  - ціле число, то можна виявити наявність руху об'єктів в полі уваги; напрямку руху; напрямку руху об'єкта, який віддаляється, або наближається; зміну швидкості руху об'єктів.

**6. Реалізація інформаційно-аналітичної системи на базі нейрорподібного обчислювального середовища.** Як було показано вище, алгоритм аналізу і дослідження зображення в полі уваги з метою розв'язку задач виявлення руху об'єктів зводиться до простих операцій порівняння та аналізу і дослідження значень  $a_{ij}^{t_0} \oplus a_{ij}^{t_0 + \tau} = c_{ij}^t$  для певних пар  $(ij)$  і певних відрізків  $\tau = \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k$ , де  $k$  - ціле число в полі уваги.

Реалізацію цих базових операцій ефективно можна здійснити на основі мультимедійних обчислювальних середовищ [1,2]. На базі обчислювальних середовищ просто реалізувати мікропрограмні модулі, які відповідають базовим операціям для інформаційно-аналітичної системи. Реалізацію операції порівняння можна здійснювати в мультимедійному режимі послідовно на в довільному полі уваги. Якщо поле уваги формується в режимі телевізійного тракту, то мультимедійне обчислювальне середовище найбільш ефективно відповідає реалізації операцій порівняння та аналізу зображення.

**7. Прогнозування ситуацій на базі штучних нейронних мереж прямого поширення.** Розглянемо складне зображення  $S$  на полі уваги  $P$  в умовах, коли завади відсутні. Дослідимо зміну ситуації в момент  $t_0$ ,  $t_0 + \epsilon$ ,  $t_0 + 2\epsilon, \dots, t_0 + k\epsilon$ , де  $\epsilon$  - мале, а  $k$  - ціле число. Очевидно, що ситуація елементів  $a_{ij}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ;  $j = \overline{1, m}$ . Позначимо через  $a_{ij}(t_0)$  - значення  $a_{ij}$  в момент  $t_0$ . Будемо вважати, що  $a_{ij}(t_0)$  є вхідними елементами, а  $a_{ij}(t_0 + \epsilon)$  є вихідними

елементами для штучної нейронної мережі прямого поширення. Тоді навчальна вибірка для штучної нейронної мережі є наступною:

Таблиця 1

Вхідні дані	Вихідні дані
$a_{ij}(t_0)$	$a_{ij}(t_0+\epsilon)$
$a_{ij}(t_0+\epsilon)$	$a_{ij}(t_0+2\epsilon)$
$a_{ij}(t_0+2\epsilon)$	$a_{ij}(t_0+3\epsilon)$
...	...
$a_{ij}(t_0+(k-1)\epsilon)$	$a_{ij}(t_0+k\epsilon)$

Прогнозування ситуації на полі уваги  $P$  в момент  $t_0+(k+1)\epsilon$  здійснюється, коли на вхід штучної нейронної мережі передається значення  $a_{ij}(t_0+k\epsilon)$ . Експериментальні дослідження проведені на базі штучної нейронної мережі на основі парадигми "функціонал на множині табличних функцій" [3]. Відзначимо, що прогнозування змін на полі уваги  $P$  на основі штучної нейронної мережі здійснюється в умовах реального часу, що є дуже важливим для практичного застосування.

**Висновки.** 1. Запропонована інформаційно-аналітична система для оцінки складних зображень, процесів і прогнозування ситуацій, які відповідають руху зображень об'єктів в полі уваги і базуються на реалізації простих операцій порівняння.

2. В роботі досліджено двійкові зображення, котрі відповідають певним об'єктам. Легко зауважити, що даний підхід можна просто узагальнити на довільні небінарні зображення. Одним з таких підходів могло би бути розпаралелювання процесу обробки даних в полі уваги для різних значень інтенсивності (значень) елементів.

3. Показано, що реалізацію інформаційно-аналітичної системи можна здійснити на базі мультимедійного обчислювального середовища нейроподібного типу.

4. Запропоновано підхід до прогнозування ситуацій на базі штучних нейронних мереж прямого поширення на основі парадигми "функціонал на множині табличних функцій".

**Список літератури:** 1. Паралельна обробка інформації (в 5-ти томах). Т.3 // Відп. ред. В.В.Гришик. - Київ: Наукова думка, 1986. - 289 с. 2. Гришик В.В. Інформаційно-аналітична система оцінки складних зображень, процесів і прогнозування ситуацій // Інформаційні технології і системи. Вип 5. 1998. - стр. 174-176. 3. Гришик В.В., Ткаченко Р.О. Нейронні мережі прямого поширення з ітераційним навчанням: реалізації та застосування. Вестник ХГПУ. Системний аналіз, управління і інформаційні технології. Вип. 74, Харьков, ХГПУ, 1999, стр.

*Надійшла до редакції 15.05.2000*

## ОБ ОДНОМ АДАПТИВНОМ АЛГОРИТМЕ УПРАВЛЕНИЯ ОБЪЕКТАМИ С ЧИСТЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

В роботі розглянуто методику синтезу цифрового адаптивного регулятора для систем з запізненням в умовах невизначеності відносно параметру запізнення. Запропоновано алгоритм адаптивного управління.

Широкий класс объектов управления характеризуется наличием чистого запаздывания, когда сигнал на выходе объекта появляется спустя лишь некоторое время после подачи на вход управляющего воздействия. Такое запаздывание может возникать в силу свойств самого объекта, например, транспортное запаздывание, возникающее при протекании жидкого вещества по длинным трубопроводам. Из-за значительного чистого запаздывания существенно снижается качество управления при использовании обычных промышленных регуляторов типа ПИ или ПИД.

В тех случаях, когда к качеству процессов управления предъявляются достаточно высокие требования, целесообразно использовать специальные регуляторы и алгоритмы, обеспечивающие компенсацию чистого запаздывания. Наиболее характерными примерами здесь являются регуляторы-предикторы Смита [1-4], Ресвика [1,5] и некоторые другие [6-9]. Вместе с тем, данные регуляторы весьма критичны к точности оценки времени чистого запаздывания и возникающие здесь погрешности могут привести не только к снижению качества управления, но и к потере устойчивости системы в целом. В данной ситуации более эффективными и надежными представляются адаптивные процедуры управления [1,3], среди которых наиболее широкое распространение получил регулятор Кларка-Гофтропа [10]. При этом предполагается, что объект описывается разностным уравнением вида

$$A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k) + C(z^{-1})w(k), \quad (1)$$

где  $y(k)$ ,  $u(k)$ ,  $w(k)$  - выходной, управляющий и возмущающий сигналы объекта соответственно,  $k = 0, 1, 2, \dots$  - текущее дискретное время,  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ ,  $C(z^{-1})$  - полиномы от оператора сдвига назад  $z^{-1}$  порядков  $n_A$ ,  $n_B$ ,  $n_C$  соответственно,  $d$  - время чистого запаздывания. Параметры полиномов  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$ ,  $C(z^{-1})$  и запаздывания  $d$  в общем случае полагаются неизвестными. В процессе синтеза алгоритма управления наряду с управлением (1) удобно использовать и эквивалентную форму



$$\sum_{i=0}^{k-1} A_i y(k-i) = \sum_{i=0}^{k-1} B_i u(k-d-i) + \sum_{i=0}^{k-1} C_i w(k-i), \quad (2)$$

при  $A_0 = C_0 = 1$ ,  $d \geq 1$ ,  $M\{w^2(k)\} = \sigma_w^2$ ,  $M\{u(k)\} = 0$ .

Синтез регулятора основан на использовании функции вспомогательного выхода [10, 11]

$$\tilde{y}(k) = P(z^{-1})y(k) + Q(z^{-1})u(k-d) - N(z^{-1})y^*(k-d), \quad (3)$$

или

$$\begin{aligned} \tilde{y}(k+d) = & \frac{A(z^{-1})Q(z^{-1}) + B(z^{-1})P(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k) + \\ & + \frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})} u(k+d) - N(z^{-1})y^*(k), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $P(z^{-1})$ ,  $Q(z^{-1})$ ,  $N(z^{-1})$  - некоторые устойчивые полиномы степени  $n_p$ ,  $n_q$ ,  $n_n$  соответственно,  $y^*(k)$  - внешний задающий сигнал системы управления.

Вводя тождество [1, 3]

$$P(z^{-1})C(z^{-1}) = F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^d E(z^{-1}) \quad (5)$$

где  $F(z^{-1})$ ,  $E(z^{-1})$  - полиномы степени  $n_f = d-1$ ,  $n_e = n_a - 1$ , можно переписать (4) в виде

$$\tilde{y}(k+d) = \frac{1}{C(z^{-1})} (D(z^{-1})u(k) + E(z^{-1})y(k) + H(z^{-1})y^*(k)) + \tilde{w}(k+d), \quad (6)$$

где  $D(z^{-1}) = Q(z^{-1})C(z^{-1}) - B(z^{-1})F(z^{-1})$ ,  $n_d = n_q + d + 1$ ,

$$H(z^{-1}) = -C(z^{-1})N(z^{-1}), \quad n_h = n_c + n_n,$$

$$\tilde{w}(k) = F(z^{-1})w(k), \quad \sigma_{\tilde{w}}^2 = (1 + F_1^2 + \dots + F_{d-1}^2)\sigma_w^2.$$

В качестве критерия управления полагается выражение

$$I_s^* = M\{\tilde{y}^2(k+d)\}, \quad (7)$$

при этом если параметры объекта (1), (2) известны, то закон управления, минимизирующий (7), задается уравнением

$$D(z^{-1})u(k) + E(z^{-1})y(k) + H(z^{-1})y^*(k) = 0. \quad (8)$$

Если же параметры полиномов, входящих в описание объекта неизвестны, их необходимо уточнять в реальном времени с помощью адаптивных алгоритмов идентификации. Проблема осложняется тем, что наличие цветного шума не позволяет получать несмещенные оценки с помощью рекуррентного метода наименьших квадратов или алгоритма Калмана-Мейна. В связи с этим в [10] принимается допущение  $C(z^{-1}) = 1$  и в дальнейшем вместо (6) используем соотношение

$$\tilde{y}(k+d) = D(z^{-1})u(k) + E(z^{-1})y(k) + H(z^{-1})y^*(k) + \tilde{w}(k+d) \quad (9)$$

Поскольку в (9)  $\tilde{w}(k+d)$  не коррелирует с  $u(k)$ ,  $y(k)$ ,  $y^*(k)$ , несмещенные оценки могут быть достаточно просто вычислены. В соответствии выражению (9) можно поставить уравнение псевдолинейной регрессии [12]

$$\tilde{y}(k+d) = \tilde{L}\varphi(k+d) + \tilde{w}(k+d) = D_0 u(k) + L\psi(k) + \tilde{w}(k+d) \quad (10)$$



и настраиваемой модели

$$\hat{y}(k+d) = \hat{L}\varphi(k+d) \quad (11)$$

$$\hat{L} = (D_1, \dots, D_{n_1}, E_1, \dots, E_{n_2}, H_1, \dots, H_{n_2}) = (D_0; L)$$

где

$$\varphi(k+d) = (u(k), \dots, u(k-n_0), y(k), \dots, y(k-n_2), y'(k), \dots, y'(k-n_2))' = (u(k); \psi'(k))'$$

а оценки  $\hat{L}(k)$  вычислить на основе информации, имеющейся к моменту времени  $k$ .

Для уточнения оценок модели (11) может быть использован рекуррентный метод наименьших квадратов, в данном случае принимающий вид

$$\begin{cases} \hat{L}(k) = \hat{L}(k-1) + \frac{\varphi^T(k)P_1(k-1)(y(k) - \hat{L}(k-1)\varphi(k))}{1 + \varphi^T(k)P_1(k-1)\varphi(k)} \\ P_1(k) = P_1(k-1) - \frac{P_1(k-1)\varphi(k)\varphi^T(k)P_1(k-1)}{1 + \varphi^T(k)P_1(k-1)\varphi(k)} \end{cases} \quad (12)$$

Использование подхода Кларка-Гофтрола к синтезу регуляторов неявно предполагает, что время чистого запаздывания  $d$  известно точно, хотя в реальных ситуациях это не так. Чтобы решить эту проблему, нами предлагается модификация метода Хабермайера [7], предлагаемая для работы в контуре адаптивной идентификации совместно с настраиваемой моделью (11).

Для этого введем в рассмотрение дополнительную настраиваемую модель

$$y(r) = \hat{\Theta}\varphi^*(k, d_{\max}), \hat{\Theta} = \{\hat{a}_0, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{n_1+n_2+d_{\max}}, \hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{n_2}, \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_{n_2}\} \quad (13)$$

$$\varphi^*(k, d_{\max}) = (u(k), u(k-1), \dots, u(k-n_2-1-d_{\max}), -y(k-1), \dots, -y(k-n_2), u(k-1), \dots, u(k-n_2))'$$

$d_{\max}$  - максимально возможное время запаздывания в объекте), параметры которой уточняются с помощью того же рекуррентного метода наименьших квадратов в форме

$$\begin{cases} \hat{\Theta}(k) = \hat{\Theta}(k-1) + \frac{\varphi^{*T}(k, d_{\max})P_0(k-1)(y(k) - \hat{\Theta}(k-1)\varphi^*(k, d_{\max}))}{1 + \varphi^{*T}(k, d_{\max})P_0(k-1)\varphi^*(k, d_{\max})} \\ P_0(k) = P_0(k-1) - \frac{P_0(k-1)\varphi^*(k, d_{\max})\varphi^{*T}(k, d_{\max})P_0(k-1)}{1 + \varphi^{*T}(k, d_{\max})P_0(k-1)\varphi^*(k, d_{\max})} \end{cases} \quad (14)$$

Одновременно с уточнением оценок  $\hat{\Theta}(k)$  рассчитывается скользящее дисперсионное отношение

$$S(\hat{a}) = \sum_{i=1}^{i_{\max}} \frac{\hat{b}_i^2}{P_i} \quad \hat{a} = 1, 2, \dots, d_{\max} + n_2 + 1, \quad (15)$$

где  $P_i$  - соответствующий диагональный элемент матрицы  $P_0(k)$ . Значение  $S(\hat{a})$  может пересчитываться рекурсивно с помощью соотношением

$$S(\hat{d}) = S(\hat{d} - 1) + \frac{\hat{b}_{j, n_s}^2}{P_{j, n_s, \hat{d} - 1}} - \frac{\hat{b}_{j-1}^2}{P_{j-1, \hat{d} - 1}}, S(0) = \sum_{i=0}^{n_s} \frac{\hat{b}_i^2}{P_i} \quad (16)$$

Наилучшей оценке времени чистого запаздывания соответствует  $\max_{\hat{d}} S(\hat{d})$  среди всех  $\hat{d} \in (1, 2, \dots, d_{\max} + n_s + 1)$ .

Таким образом, в контуре идентификации адаптивной системы уравнения с помощью одного алгоритма оценивания (12), (14) одновременно настраиваются две модели (13) и (11), первая из которых по структуре совпадает с уравнением объекта (2) при максимально возможном времени чистого запаздывания, а вторая соответствует многошаговому определителю вспомогательного выхода (9).

Одновременное использование прямого и идентификационного (непрямого) подходов к синтезу адаптивной системы управления, хотя и усложняет численную реализацию алгоритма, позволяет работать при более высоких уровнях априорной неопределенности относительно объекта, обеспечивая высокое качество процессов регулирования процессами с запаздыванием в каналах управления.

**Список литературы:** 1. *Изерман Р.* Цифровые системы управления. - М.: Мир, 1984. - 544с. 2. Автоматическое управление в химической промышленности / Под ред. Е.Г. Дудникова. - М.: Химия, 1987. - 268с. 3. *Остром К., Виттенмарк Б.* Системы управления с ЭВМ. - М.: Мир, 1987. - 480с. 4. Smith O.J.M. Close control of loops of dead time // Chem. Eng. Progr. - 1957. - 53. - №5. - P. 2217-219. 5. *Reswick J.B.* Disturbance response feedback a new control concept // Trans. ASME. - 1956. - 78. - P. 153-157. 6. *Banyasz Cs., Hetthessy J., Keviczky L.* An adaptive PID regulator dedicated for microprocessor based compact controllers // Proc. 7<sup>th</sup> IFAC/IFORS Symp. on Identification and System Parameter Estimation. - York, UK, 1985. - P. 1299-1304. 7. *Habermayer M., Keviczky L.* Investigation of an adaptive Smith controller by simulation // Proc. 7<sup>th</sup> IFAC/IMACS Conf. on Digital Computer Appl. to Process Control. - Vienna, 1985. - P. 413-417. 8. *Warwick K.* Reduced order self-tuning control // Proc. 7<sup>th</sup> IFAC/IFORS Symp. on Identification and System Parameter Estimation. - York, UK, 1985. - P.1305-1309. 9. *Habermayer M.* Sensitivity analysis of an adaptive Smith predictor // Computing and Computers for Control Systems. - IMACS, 1989. - P. 139-142. 10. *Clark D.W., Jawthrop P.J.* Self-tuning controller // Proc. IEE. - 1975. - 122. - № 9. - P. 929-934. 11. *Cameron F., Seborg D.E.* A self-tuning controller with a PID structure // Int. J. Control. - 1983. - 38. - №2. - P. 401-417. 12. *Lyung J.* Recursive identification // Stoch. Syst.: Math. Filtering and Identification. Proc. NATO Adv. Study Inst. - Jes Ares, 1981. - P. 247-281.

*Надійшла до редакції 9.11.2000.*

## **ДИСКРЕТНЫЕ ФИЛЬТРЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ С ЗАДАНОЙ СТЕПЕНЬЮ АСТАТИЗМА**

Розглядається задача структурного синтезу фільтрів спостереження неконтрольованих збурень із заданим рівнем астатизма. Отриманий фільтр має рекуррентно вкладену обчислювальну схему і доведені його властивості селективної інваріантності до збурень для сталого режиму.

### **Введение**

Обеспечение слабой чувствительности или робастности систем управления возможно несколькими путями: адаптивном - при целенаправленном изменении свойств регуляторов по текущей информации [1]; робастном - при функциональной избыточности свойств регуляторов (пассивная робастность) [2-4] и косвенном контроле не измеряемых возмущений с последующей их компенсацией (активная робастность) [5-8].

Решение задачи активной робастности связано с использованием моделей объектов управления для номинального режима и в некоторых подходах моделей возмущений. Использование моделей возмущений для оценки неопределенности в детерминированной постановке [2] или стохастической постановке [4] приводит к необходимости расширения фазового вектора состояния и использования математических моделей возмущений. Такой подход для обеспечения активной робастности становится чувствителен к модели возмущений, а расширение вектора состояния переменными возмущения может привести к потере свойств наблюдаемости системы. Методы восстановления неконтролируемых возмущений без использования априорных данных используют обратные модели или регуляризованные обратные модели [5,6].

Рассматривается подход синтеза фильтров восстановления неконтролируемых возмущений, инвариантных в установившемся режиме к возмущениям с ограниченной производной. Решение задачи синтеза фильтров восстановления возмущений рассмотрено в дискретном виде.

### **1. Постановка задачи восстановления неконтролируемых возмущений**

Пусть объект представлен матричными дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A^{\circ} x(t) + B_u^{\circ} u(t) + B_v^{\circ} v(t); \\ y(t) &= Cx(t) + D_u^{\circ} u(t) + D_v^{\circ} v(t), \end{aligned} \quad (1.1)$$

где  $x(t) \in R^n$  – вектор состояния;  $u(t) \in R^m$  – вектор управления;  $y(t) \in R^l$  – вектор наблюдения;  $v(t) \in R^p$  – вектор неконтролируемых возмущений;  $A^{\circ}, B_u^{\circ}, B_v^{\circ}, D_u^{\circ}, D_v^{\circ}$  – матрицы состояния, управления и наблюдения соответствующей размерности.

Допускаем, что сигнал управления  $u(t)$  является кусочно-непрерывным на такте управления  $[t_k, t_{k-1}]$ , что соответствует дискретизации модели с экстраполятором нулевого порядка (ZOH) и  $u(t_{k-1} < t < t_k) = u(t_k) = \text{const}$ .

Для сигнала возмущения  $v(t)$  характерно непрерывное действие на объект управления, поэтому относительно этого сигнала необходимо использовать дискретизацию с экстраполятором первого порядка (FOH) для повышения точности дискретной модели.

Ставится задача восстановления возмущений с оценкой, которая воспроизводит сигнал возмущений до конечной разности фиксированного порядка для дискретной системы или фиксированного порядка производной для непрерывной системы. В другой интерпретации ставится задача синтеза фильтра наблюдения (ФН) с заданной степенью астатизма по отношению к неконтролируемым возмущениям.

Разностная модель системы (1.1) с учетом дискретизации ZOH по  $u(t)$  и FOH по  $v(t)$  примет вид:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + B_u u(k) + B_v v(k); \\ y(k) &= Cx(k) + D_u u(k) + D_v v(k). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Заметим, что если в уравнении наблюдения системы (1.1)  $D_v^{\circ} = 0$ , то эквивалентному дискретному уравнению в (1.2)  $D_v \neq 0$ . Это свойство можно использовать для восстановления неконтролируемых возмущений на основе уравнения наблюдения (1.2), и тогда оценка возмущений

$$\hat{v}(k) = D_v^+ (y(k) - Cx(k) - D_u u(k)), \quad (1.3)$$

где  $D_v^+$  – псевдообратная матрица по Муру-Пенроузу [9], а вектор состояния  $x(k)$  возможно заменить оценкой.

Рассмотрим формирование оценки векторов возмущения и состояния, инвариантных до конечной разности фиксированного порядка при дискретном представлении неконтролируемых возмущений. Инвариантность систем к возмущениям с определенными свойствами называют также неполной или селективной инвариантностью [7,8]. Для дискретных систем чаще всего возможна только селективная

инвариантность, так как возмущения действуют на объект управления непрерывно, а их компенсация возможна с некоторым периодом квантования по каналу управления.

## 2. Структурный синтез фильтров наблюдения

Рассмотрим восстановление векторов состояния и возмущения по следующей вложенной схеме.

На первом уровне этой схемы примем в (1.3), что вектор состояния  $x(k)$  оценивается фильтром наблюдения Люенбергера (ФНЛ) [4]

$$\begin{aligned}\bar{x}_1(k+1) &= A\bar{x}_1(k) + B_u u(k) + L(y(k) - C\bar{x}_1(k) - D_u u(k)); \\ \hat{x}_1(k) &= \bar{x}_1(k) + D_y y(k); \\ \bar{y}_1(k) &= C\bar{x}_1(k) + D_u u(k),\end{aligned}\tag{2.1}$$

где  $L$  - настраиваемая матрица фильтра, а нижний индекс обозначает уровень вложенности оценок по схеме.

Форма ФНЛ (2.1) соответствует восстановлению вектора состояния  $x(k+1)$  по информации вектора наблюдения на  $k+1$ -м шаге -  $y(k+1)$ , что соответствует прямой задаче оценивания [4].

Разностные уравнения ошибки оценки вектора состояния  $\Delta x_1(k)$  для  $D_u = 0, D_y = 0$  получим вычитанием (2.1) из (1.2), тогда

$$\Delta x_1(k+1) = (A - LC)\Delta x_1(k) + (B_v - LD_v)v(k);\tag{2.2}$$

$$\Delta y_1(k) = C\Delta x_1(k) + D_v v(k),$$

где  $\Delta x_1(k) = x(k) - \bar{x}_1(k)$  - вектор ошибки оценивания состояния.

Ошибка оценивания вектора состояния из (2.2) зависит от начальных условий и действующих возмущений. При определенном выборе матрицы  $L$ , когда полюса ФНЛ расположены в круге  $|z| < 1$ , составляющая ошибки от начальных условий принимается малой и зависит в дальнейшем от сигнала возмущения. Предположим, что возмущения на интервале времени, соизмеримом с длительностью переходного процесса ФНЛ, считаются квазистационарными и  $v(k') \approx \text{const}$  для  $k' > k$ . Тогда для установившегося режима  $k' \rightarrow \infty$  можно считать, что  $\Delta x_1(k+1) = \Delta x_1(k)$  и из (2.2) получим ошибку оценки вектора состояния

$$\Delta x(k') = (I - A + LC)^{-1} (B_v - LD_v)v(k'),\tag{2.3}$$

при условии невырожденности матрицы  $I - A + LC$ .

На основе уравнения наблюдения системы (2.2) и выражения (2.3) сформируем систему линейных алгебраических уравнений

$$C\Delta x_1(k') = \Delta y_1(k') - D_v v(k')$$

или в другом виде

$$\Delta y_1(k') = \bar{D}(1)v(k'),\tag{2.4}$$

где  $\bar{\mathbf{D}}(1) = \mathbf{D}_v + \mathbf{C}(\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{L}\mathbf{C})^{-1}(\mathbf{B}_v - \mathbf{L}\mathbf{D}_v)$ .

Система (2.4) разрешима, если  $\text{rank}(\bar{\mathbf{D}}(1)) = p$ , что справедливо когда  $\dim(\mathbf{y}(k)) \geq \dim(\mathbf{v}(k))$ . Последнее условие выполняется, когда число каналов управления равно или меньше числа каналов измерения, что в практике управления выполняется часто.

В качестве решения системы (2.4) можно взять нормальное псевдорешение [9]

$$\hat{\mathbf{v}}_1(k) = \bar{\mathbf{D}}^+(1)(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_1(k)). \quad (2.5)$$

Оценка возмущения (2.5) формируется по ошибке оценивания выхода объекта и статического матричного преобразования  $\bar{\mathbf{D}}^+(1)$ .

На втором уровне схемы учтем полученную оценку возмущений (2.5). Запишем уравнение ФНЛ с учетом этой оценки

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_2(k+1) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_2(k) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_2(k) - \mathbf{D}_v\hat{\mathbf{v}}_1(k)) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_v\hat{\mathbf{v}}_1(k); \\ \hat{\mathbf{y}}_2(k) &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_2(k) + \mathbf{D}_v\hat{\mathbf{v}}_1(k); \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\hat{\mathbf{v}}_1(k) = \bar{\mathbf{D}}^+(1)(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_1(k)).$$

Поступая аналогично первому шагу схемы, уравнения ошибки оценок запишем

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_2(k+1) &= (\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C})\Delta \mathbf{x}_2(k) + (\mathbf{B}_v - \mathbf{L}\mathbf{D}_v)(\mathbf{v}(k) - \hat{\mathbf{v}}_1(k)); \\ \Delta \mathbf{y}_2(k) &= \mathbf{C}\Delta \mathbf{x}_2(k) + \mathbf{D}_v(\mathbf{v}(k) - \hat{\mathbf{v}}_1(k)), \end{aligned} \quad (2.7)$$

из которого при  $k \rightarrow \infty$  получим

$$\hat{\mathbf{v}}_2(k) - \hat{\mathbf{v}}_1(k) = \bar{\mathbf{D}}^+(1)\Delta \mathbf{y}_2(k).$$

Оценка возмущений второго уровня зависит от оценки первого уровня и из (2.7) получаем

$$\hat{\mathbf{v}}_2(k) = \hat{\mathbf{v}}_1(k) + \bar{\mathbf{D}}^+(1)(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_2(k) - \mathbf{D}_v\hat{\mathbf{v}}_1(k)). \quad (2.8)$$

На третьем и последующих уровнях схемы можно получить оценку по рекуррентно вложенной вычислительной схеме

$$\hat{\mathbf{v}}_j(k) = \hat{\mathbf{v}}_{j-1}(k) + \bar{\mathbf{D}}^+(1)(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_j(k) - \mathbf{D}_v\hat{\mathbf{v}}_{j-1}(k)), \quad (2.9)$$

для которой схема вычисления оценок представится следующими разностными уравнениями

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_j(k+1) &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_j(k) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_j(k)) + \mathbf{B}_u\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_v\hat{\mathbf{v}}_{j-1}(k); \\ \hat{\mathbf{v}}_j(k) &= \hat{\mathbf{v}}_{j-1}(k) + \bar{\mathbf{D}}^+(1)(\mathbf{y}(k) - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_j(k) - \mathbf{D}_v\hat{\mathbf{v}}_{j-1}(k)), \end{aligned} \quad (2.10)$$

где  $j$  – номер итерации или уровень вложенности схемы. Начальные условия для ФНЛ (2.10) принимаются нулевыми  $\hat{\mathbf{x}}_0(0) = \mathbf{0}$ ,  $\hat{\mathbf{v}}_0(0) = \mathbf{0}$ . Вложенность схемы требует запоминания векторов оценок состояния и возмущения на двух соседних шагах схемы и хранения в памяти ЭВМ программы вычисления оценок. Количество итераций в ФНЛ (2.10) на каждом шаге измерений определяется желаемой степенью астатизма

фильтра  $j = \overline{1, J}$ , которая может изменяться во времени по определенному критерию. Глубина вложенности схемы определяет степень астатизма ФНЛ к возмущениям. Доказательство этого утверждения приведено в следующем разделе.

### 3. Свойство оценок неконтролируемых возмущений

Установим взаимосвязь оценки (2.9) и возмущений через дискретную матричную передаточную функцию аргумента  $z$ , который будет обозначать так же оператор сдвига  $zx(k) = x(k+1)$ . Из (2.2) можно записать

$$\Delta x_1(k) = (zI - A + LC)^{-1} (B_v - LD_v) v(k), \quad (3.1)$$

тогда подставляя последнее выражение в (2.5), получаем

$$\hat{v}_1(k) = \bar{D}^+(1) \bar{D}(z) v(k), \quad (3.2)$$

где  $\bar{D}(z) = D_v + C(zI - A + LC)^{-1} (B_v - LD_v)$ .

Ошибка оценивания вектора состояния и возмущения на первом уровне определяется из системы разностных уравнений

$$\Delta x_1(k+1) = (A - LC) \Delta x_1(k) + (B_v - LD_v) v(k); \quad (3.3)$$

$$\Delta v_1(k) = v(k) - \bar{D}^+(1) (D_v v(k) + C \Delta x_1(k)),$$

из которой следует ошибка первого уровня

$$\Delta v_1(k) = \left( I - \bar{D}^+(1) \bar{D}(z) \right) v(k). \quad (3.4)$$

Динамика ошибки оценивания возмущений определяется только динамикой ФНЛ, а матричная передаточная функция в (3.4) при  $|z| \rightarrow 1$

$$\lim_{|z| \rightarrow 1} \left( I - \bar{D}^+(1) \bar{D}(z) \right) \rightarrow 0, \quad (3.5)$$

что соответствует астатизму первого порядка для возмущений  $v(k)$  в ФН вида (2.1) и (2.5).

Определим ФН (2.1) и (2.5) как фильтр с частичной или селективной инвариантностью нулевого порядка (соответствие порядку производной возмущений, относительно которой достигнута инвариантность).

Рассмотрим свойство оценки (2.6) для второго уровня вложенности. Запишем оценку этого уровня через вектор возмущения аналогично (3.3) и (3.4), получим

$$\hat{v}_2(k) = \hat{v}_1(k) + \bar{D}^+(1) \bar{D}(z) (v(k) - \hat{v}_1(k)), \quad (3.6)$$

а с учетом (3.4)

$$\hat{v}_2(k) = \bar{D}^+(1) \bar{D}(z) (2I - \bar{D}^+(1) \bar{D}(z)) v(k). \quad (3.7)$$

Тогда ошибка оценки для второго уровня вложенности схемы запишется

$$\Delta v_2(k) = \left( \mathbf{I} - \bar{\mathbf{D}}^+ (1) \bar{\mathbf{D}}(z) \right)^2 v(k), \quad (3.8)$$

из которой следует астатизм второго порядка.

Для  $j$  – го уровня схемы можно получить астатизм  $j$ -го порядка и

$$\Delta v_j(k) = \left( \mathbf{I} - \bar{\mathbf{D}}^+ (1) \bar{\mathbf{D}}(z) \right)^j v(k). \quad (3.9)$$

Передаточная функция ошибки оценивания по возмущению в (3.9) содержит только полюса наблюдателя ФНЛ и не дополняется другими в отличие от методов восстановления с расширенным фазовым вектором или обратных моделей.

## ВЫВОДЫ

Рассмотренный подход восстановления неконтролируемых возмущений на основе фильтров наблюдения Люенбергера с селективной инвариантностью имеет структуры отличные от известных – обратных динамических моделей и расширенных ФНЛ. Преимущества синтезированных ФН неконтролируемых возмущений видится в следующем: во-первых, не расширяется вектор состояния ФНЛ за счет модели возмущений, которая к тому же в практике известна приближенно, во-вторых, параметрическая настройка фильтра оценки возмущений однозначно определяется параметрической настройкой основного ФНЛ, в третьих, не требуются априорные сведения о характере возмущений.

При использовании оценок неконтролируемых возмущений в сложных системах управления, как степени разладки системы, возможно использование их для выявления причин возникших дефектов, дрейфа параметров и других задач диагностирования.

**Список літератури:** 1. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. - М.: Наука, Гл. ред.ф.-м. Лит.,1981. – 422 с. 2. С. Джонсон. Теория регуляторов, приспособляющихся к возмущениям // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. Под. ред. К.Т. Лиондеса.- М.: Мир, 1980.- С.253-320. 3. Бойчук Л.М. Структурное решение проблемы компенсации возмущений в автоматических системах // Системный анализ, управление и информационные технологии: Весник Харьковского госуд. Политехн. ун-та. Вып. 70.- Харьков:ХГПУ, 1999. - С.59-64. 4. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления / Пер. с англ. Под. Ред. Я.З.Цыпкина. – М.: Наука, Главная ред. Физ.-мат. лит., 1985. - 296 с. 5. Пухов Г.Е., Жук К.Д. Синтез многосвязанных систем управления по методу обратных операторов. - Киев: Нукова думка. - 1966. - 219 с. 6. Костенко Ю.Т., Любчик Л.М. Системы управления с динамическими моделями. - Харьков: Основа.- 1996.-213 с. 7. Менский Б.М. Принцип инвариантности в автоматических системах. - М.: Машиностроение. - 1972. - 248 с. 8. Уланов Г.М. Динамическая точность и компенсация возмущений в системах автоматического управления. - М.: Машиностроение.-1970.- 260 с. 9. Алберт А. Регрессия, псевдоинверсия и рекуррентное оценивание. - М.: Наука. - 1977. - 224 с.

*Надійшла до редколегії 1.10.2000.*



## **ОПЫТ БОРЬБЫ ЗА ЦЕЛОСТНОСТЬ ДАННЫХ В УСЛОВИЯХ НЕЧЕТКИХ СПЕЦИФИКАЦИЙ**

Розглянуті проблеми забезпечення цілісності даних для певного класу інформаційних систем, який характеризується неповним визначенням початкових специфікацій та високим рівнем "шуму" у вхідному струмі даних. На прикладі конкретної системи пропонуються заходи, які можуть вживати розробники для підтримки цілісності даних на такому рівні, який забезпечує працездатність інформаційної системи

Любое руководство по созданию баз данных (БД) содержит рекомендации начинать проектирование с исчерпывающего исследования предметной области и построения инфологической и концептуальной моделей, включающих в себя описание ограниченной целостности (см., напр. [1]). Такое моделирование возможно только при условии тесного сотрудничества между разработчиками и представителями заказчика, являющимися экспертами в предметной области. Но на практике добросовестное участие экспертов заказчика на этом этапе работы не всегда достижимо. Психологии заказчика в наших условиях можно было бы посвятить отдельную (и не одну) статью, здесь же мы отметим только, что вопросы интеграции данных в единую автоматизированную информационную систему (АИС) и обеспечения непротиворечивости этих данных, как правило, не относятся к тому кругу решений, которые с самого начала осознаются заказчиком, как необходимые. Занятие же разработчиком жесткой позиции в этом отношении зачастую может привести просто к потере заказа. Отсюда вытекает нечеткость и недостоверность исходных спецификаций АИС, вырабатываемых на начальном этапе проектирования, и необходимость их частых коррекций уже в ходе эксплуатации АИС.

Еще одной особенностью, характерной для проектирования и функционирования некоторого класса реальных АИС, является недостоверность исходных данных. Даже если ограничения целостности определены правильно и в полном объеме, данные, вводимые в систему, могут не соответствовать этим ограничениям. Простое отбрасывание таких данных зачастую недопустимо, оперативная их коррекция далеко не всегда возможна.

Нам пришлось столкнуться с подобными условиями при проектировании и внедрении АИС, созданной по заказу Харьковской облгосадминистрации, для учета лиц, пострадавших вследствие аварии на ЧАЭС. Главная задача АИС – учет удостоверений - обеспечивается БД,

содержащей более 30 тыс. записей в основной таблице, кроме того, АИС обеспечивает ряд частных прикладных задач (учет оздоровления, квартирный учет и т.д.), обеспечиваемых расширениями БД, интегрированными с основной таблицей. С самого начала разработчики ставили своей целью создание интегрированной многопользовательской БД, функционирующей в архитектуре клиент/сервер [2]. Это определило применение довольно мощной ПЭВМ в качестве сервера (IBM PC Server 310), и промышленной СУБД в качестве сервера БД (IBM DB2 v.2.1). Естественно, что соответствующие подходы были заложены и в структуру БД и приложений. Однако, следующий ряд обстоятельств чрезвычайно осложнил деятельность разработчиков.

1. Начальный формат информации, которая должна храниться в БД, был выработан недобросовестно: с большим количеством лишней информации и недостатчей некоторой необходимой информации. Даже «естественные» первичные ключи были определены неточно, что выяснилось только впоследствии.

2. Первичный сбор и ввод информации производился рассредоточено (в более чем 40 филиалах), часто с привлечением неквалифицированного персонала. При вводе данных, полученных с мест, до 30% данных выбраковывалось по базовым ограничениям целостности из-за ошибок операторов. После исправления ошибок отбраковка составляла менее 1% и в основном отражала существенные ошибки в ведении исходной документации.

3. Ввод в эксплуатацию ряда частных прикладных задач начался еще до окончания формирования основных таблиц БД, это привело к необходимости временного дублирования части информации основной БД в таблицах прикладных задач. При последующей интеграции временных таблиц с основной БД выявлялось до 60% нарушений ссылочной целостности. После устранения ошибок ввода число нарушений снизилось примерно до 3%, причем нарушения опять-таки отражали ошибки в исходной документации.

4. Хронический дефицит людских ресурсов у заказчика не позволяет гарантировать оперативное устранение ошибок в исходных данных. Так, решение некоторых локальных проблем, связанных с неуникальностью естественных первичных ключей, растягивалось на месяцы.

5. Прикладная область является притягательным полем деятельности для мошенников и лиц, стремящихся получить незаслуженные льготы. Например, только в Харьковском метрополитене еженедельно изымается 5-6 поддельных удостоверений чернобыльцев. Результаты противозаконной деятельности во многих случаях могут быть обнаружены в БД как нарушения целостности.

Может сложиться впечатление, что перечисленные выше осложняющие обстоятельства являются субъективными, связанными с

недостатком ресурсов у заказчика и/или разработчика. Но, во-первых, ситуация нехватки ресурсов является достаточно типичной для наших условий. Во-вторых, мы возьмем на себя смелость утверждать, что можно обозначить определенный класс систем, для которых немедленное устранение «шума» во входных данных обходится слишком дорого. Такая система не должна требовать абсолютной внутренней целостности информации, а лишь поддерживать целостность на некотором необходимом и достаточном уровне.

АИС учета пострадавших была создана, несмотря на такие «вопиющие» нарушения классической схемы автоматизированной обработки данных, и уже 2-летний опыт ее эксплуатации доказал ее полезность, экономическую эффективность и целесообразность дальнейшего развития.

По-видимому, имеет смысл несколько подробнее остановиться на функционировании системы в условиях нецелостности данных. Во-первых, выявления нецелостности в ряде случаев выявляет нарушения или ошибки в ведении учета и, таким образом, обеспечивает одну из главных функций АИС. Во-вторых, некоторые интегрированные показатели могут быть получены и при наличии в БД противоречивых данных. Наконец, случаям, когда необходимо принятие решения по отдельной недостоверной записи, обычно сопутствуют условия, облегчающие получение правильных данных по этой записи.

Ниже мы рассматриваем некоторые мероприятия по защите целостности данных, последовательно вводимые разработчиками АИС. Отметим, что описываемые мероприятия не являлись самоцелью, они вводились вместе с расширением функциональных возможностей и совершенствованием структуры АИС.

1. На начальном этапе разработки декларативные ограничения целостности практически не вводились вообще. Основным мероприятием, обеспечивающим правильность вводимой информации, являлась замена везде, где только возможно, ввода оператором текстовой информации выбором из меню. Причем, если при пуске АИС в эксплуатацию оператор мог как выбирать из меню, так и вводить текст, отсутствующий в меню, то очень скоро от второй возможности пришлось отказаться, поскольку она являлась постоянным источником ошибок. Та часть БД, которая выглядит для пользователя как основная таблица, в действительности помимо основной таблицы содержит еще и несколько таблиц-расширений. Для расширений с самого начала декларативно описывалась ссылочная целостность через внешние ключи, поскольку они принадлежат к внутренней (прозрачной для конечного пользователя) структуре БД, и поддержание целостности в этой структуре – внутренняя функция программного обеспечения БД.

2. Опыт начальной эксплуатации АИС позволил определить некоторые минимальные ограничения целостности, которые стало возможно ввести декларативно, не рискуя потерять важные данные. Эти определения касались прежде всего создания доменов – типов данных для отдельных столбцов таблиц с определением диапазона возможных их значений. Большинство этих ограничений находили непосредственное отражение в составе меню, предлагаемых оператору при вводе данных.

3. Следующий этап эксплуатации АИС характеризовался прежде всего вводом в БД информации, поступающей из различных, часто удаленных источников. На этом этапе стали обнаруживаться нарушения ограничений целостности, связанные с уникальностью значений и соотношениями между значениями в столбцах. Поскольку простая отбраковка записей, нарушающих целостность, была признана нецелесообразной, пришлось допустить наличие в БД таких записей. Вместе с тем был разработан ряд автономных процедур (SQL-скриптов), выполняемых администратором данных, которые должны были выявлять такие записи и составлять «таблицы исключений». Впоследствии по «таблицам исключений» квалифицированный персонал проводил исправления ошибок. В записях же, содержащих существенные нарушения целостности (например, неуникальные естественные первичные ключи) устанавливался признак недоверности, и во все экранные формы, задающие выборки из БД, вводилось поле параметра, определяющего выполнение выборки с участием недоверных записей или без них.

4. Когда была накоплена достаточная информация о типовых нарушениях целостности, в БД на декларативном уровне были введены соответствующие именованные ограничения целостности. Но штатный режим функционирования АИС предусматривает отключенное состояние этих ограничений (SET INTEGRITY OFF ...). Включение ограничений производится только при выполнении специальных процедур проверки целостности.

5. Следующим шагом развития АИС явилось внедрение триггеров для таблиц БД. Основные функции триггеров состоят в проверке ограничений целостности для вносимых или модифицированных записей и автоматическое выставление признака недоверности. Одновременно триггеры служат средствам аудита изменений в БД.

6. Автоматическая оценка достоверности и составление «таблиц исключений» продолжали развиваться с внедрением в разработку хранимых процедур. Основным назначением хранимых процедур было выполнение сложных транзакций, реализующих основную функциональность АИС. Побочным эффектом этого явилось повышение гарантий сохранения целостности, прежде всего – ссылочной целостности. Естественным стало также стремление разработчиков вложить в хранимые

процедуры и проверку сложных ограничений целостности, которые не могли быть заданы декларативно или определены в триггерах.

В связи с темой нашей статьи следует отметить важность роли администратора данных, как работника, ответственного за «принятие решений, связанных с данными предприятия», а не за техническую поддержку СУБД и приложений [1]. Для разработчиков с самого начала, важность этой роли не составляла секрета. С расширением эксплуатации системы важность этой роли стала осознаваться и заказчиком. При уже отмечавшемся дефиците людских ресурсов у заказчика довольно скоро стало очевидным, что в те периоды, когда администратор данных имел возможность выполнять эту свою функцию в течение полного рабочего дня, резко сокращалось число конфликтных ситуаций с учетным контингентом, а следовательно – и общая нагрузка на персонал заказчика. Существенный прогресс в этом отношении был достигнут после проведения обучения персонала заказчика по программе «Администрирование СУБД и администрирование данных».

Ближайшая перспектива развития АИС – обеспечение электронной связи с филиалами – источниками данных. Естественно, что такая связь создаст дополнительные проблемы сохранения целостности. Разработчики планируют решать эти проблемы за счет свойств, изначально заложенных в архитектуру системы. Хотя аппаратные средства АИС соответствуют двухзвенной архитектуре клиент/сервер, программное обеспечение реализует архитектуру трехзвенную: между клиентом и сервером БД имеется еще программный сервер приложений (выполняющийся на ЭВМ-сервере) [2]. Планируется возложить на сервер приложений организацию приема данных из удаленных источников, проверки соответствия их правилам целостности и занесения их в БД и/или в таблицы исключений.

**Список литературы:** 1. Дейт К. Дж. Введение в системы баз данных. – К.: Диалектика, 1998. 2. Гендельман Т.В., Деревянко А.С., Солощук М.Н., Штир Х. О путях и средствах развития автоматизированных информационных систем административного назначения. – Вестник ХГПУ, вып. 72, Харьков: ХГПУ, 1999, с. 80-85.

*Надійшла до редакції 10.11.2000*

С.Г. УДОВЕНКО, канд. техн. наук, Р.Д. КИРИЯК

## РЕКУРРЕНТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ С АППРОКСИМАЦИЕЙ ШУМА

Розглянуто задачу оцінювання параметрів лінійної стохастичної моделі при наяві шумів, що відмінні від гаусовських. Визначено клас апроксимантів для використання модифікованих моделей в загальній процедурі байєсовського параметричного визначення. Наведено рекомендації щодо вибору вагових коефіцієнтів рекуррентного алгоритму ідентифікації.

Байесовская статистика может служить приемлемой основой для решения целого ряда задач идентификации, например, для оценивания параметров стохастических моделей и прогнозирования выхода в замкнутом контуре.

Однако задача байесовского оценивания сопряжена со значительными трудностями, если априорная плотность распределения идентифицируемых параметров не подчинена нормальному закону. Представляется целесообразным исследование вопросов аппроксимации случайных составляющих модели, которая позволила бы использовать байесовские рекуррентные процедуры для переоценки параметров процессов в реальном масштабе времени.

Для решения задачи идентификации управляемой системы на основе байесовской статистики необходимо систематическое наблюдение некоторой ориентированной во времени последовательности данных  $d(1), d(2), d(3), \dots$ , характеризующих поведение идентифицируемого объекта. В этой последовательности выделим входные величины  $u(k)$ , изменяемые в соответствии с алгоритмом управления в дискретные моменты времени  $k=1, 2, \dots$  и активно влияющие на систему, и дискретные значения  $y(k)$  непрерывного выходного сигнала  $y(t)$ , т.е.  $d(k) = \{u(k), y(k)\}$ . Байесовская модель наблюдаемой системы должна задавать функцию плотности условной вероятности выхода  $y(k)$  по совокупности данных, измеренных до  $(k-1)$ -го момента, которые обозначим как  $d(1, k-1) = \{d(1), d(2), \dots, d(k-1)\}$ , а также по текущему значению входа  $u(k)$  и неизвестному вектору идентифицируемых параметров  $\theta$  конечной размерности:

$$p(y(k) | k-1; u(k), \theta) = m(k | \theta). \quad (1)$$

Задачей байесовского оценивания в этом случае является определение функции плотности условного распределения

$$p(\theta | k) = p(\theta | d(1, k-1))$$

при так называемых естественных условиях управления [1]:

$$p(u(k) | k-1; \theta) = p(u(k) | k-1), \quad (2)$$

выполнение которых позволяет использовать стандартные байесовские зависимости.

Рассмотрим линейную стохастическую ARMAX-модель вида

$$y(k) = P^T z(k) + \epsilon(k), \quad (3)$$

где  $P$  – вектор неизвестных параметров

$$z^T(k) = [u^T(k), x^T(k-1)], \quad x^T(k-1) = [y^T(k-1), u^T(k-1), \dots, y^T(k-n), u^T(k-1), 1],$$

где  $n$  – порядок модели,  $\epsilon(k)$  – дискретный белый шум.

В качестве стандартных процедур оценивания параметров  $P$  обычно используются рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК) и различные его модификации. Существенным недостатком таких процедур является их чувствительность к статистическим характеристикам помех. Байесовский подход к задаче параметрической идентификации основывается на моделировании стохастических свойств объекта и последовательном применении правила Байеса, если шум  $\epsilon(k)$  предполагается нормально распределенным с постоянной дисперсией  $R^{-1}$ . В присутствии помех, как правило, функция плотности вероятности, описывающая шум, а, следовательно и априорная плотность  $p(\theta)$ , убывают медленнее, чем функция нормального распределения. При этом возникает задача выбора класса функций, удовлетворительно аппроксимирующих такой шум.

Рассмотрим распределение Коши:

$$p(\epsilon(k) | R) = 2\pi^{-1} R^{0.5} (1 + R\epsilon^2(k)),$$

которое можно считать предельным случаем обоснованного применения байесовской процедуры параметрического оценивания [2].

Введем обозначение

$$\varepsilon(k, \theta) = R^{0.5} (y(k) - P^T z(k)) = - \begin{bmatrix} y(k), z^T(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -R^{0.5} \\ PR^{0.5} \end{bmatrix},$$

где  $\theta = [P, R]$ .

Тогда функция плотности условного распределения вероятности выхода может быть представлена в виде

$$p(y(k) | z(k), P) = R^{0.5} (1 + \varepsilon^2(k, \theta))^{-1} = m(k | \theta).$$

В этом случае функция правдоподобия  $l(\theta | k)$  определяется следующей зависимостью

$$l(\theta | k) = \prod_{\tau=1}^k m(\tau | \theta) p(\theta | o) = R^{0.5} \prod_{\tau=1}^k (1 + \varepsilon^2(\tau, \theta))^{-1} p(\theta | o). \quad (4)$$

Точная оценка  $l(\theta | k)$ , и, соответственно, искомой функции  $p(\theta | k)$  является невозможной при отличии закона распределения случайных составляющих от нормального.

Зададим класс аппроксимирующих функций

$$\tilde{l}(\theta | k) = \gamma(k) R^{\nu(k)/2} \left(1 - R \begin{bmatrix} -1 \\ P \end{bmatrix}^T V(k) \begin{bmatrix} -1 \\ P \end{bmatrix}\right)^{-\nu(k)}, \quad (5)$$

зависящих от положительного скалярного множителя  $\nu(k)$  и положительно определенной матрицы  $V(k)$ , причем  $\nu(k) = \nu(k-1) + 1$ .

Такая структура аппроксимантов позволяет рациональным образом осуществить приближение  $\tilde{l}(\theta | k)$  к  $l(\theta | k)$  и задать рекуррентную процедуру оценивания, для которой выполняется неравенство

$$\tilde{l}(\theta | k) \leq m(k | \theta) \tilde{l}(\theta | k-1); k = 1, 2, \dots; \tilde{l}(\theta | k) \in \tilde{l}(\theta | k). \quad (6)$$

При этом функция плотности условной вероятности параметров  $p(\theta | k)$  для стохастической модели с шумом Коши

$$m(k | \theta) = R^{0.5} (1 + R(y(k) - P^T z(k))^2)^{-1} \quad (7)$$

может быть аппроксимирована в классе (5), где



$$V(k) = (1 - \alpha(k))(V(k-1)) + \alpha(k) \begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(k) \\ z(k) \end{bmatrix}^T, \quad (8)$$

$\alpha(k)$  – весовые коэффициенты.

Осуществим декомпозицию структуры  $V(k)$ :

$$V(k) = \left[ \begin{array}{cc} V_y(k) & V_{zy}^T(k) \\ \underbrace{V_{zy}(k)}_1 & \underbrace{V_z(k)}_{m_0} \end{array} \right] \left. \begin{array}{l} \} 1 \\ \} m_0 \end{array} \right\} m_0, \quad (9)$$

где  $m_0$  – размерность вектора  $\theta$ .

Такое представление  $V(k)$  позволяет перейти к процедурам рекуррентного точечного оценивания параметров  $P^T$ :

$$\hat{P}(k) = V_z(k)^{-1} V_{zy}(k) \quad (10)$$

и дисперсии шума:

$$\hat{R}^{-1}(k) = V_y(k) - V_{zy}^T(k) V_z^{-1}(k) V_{zy}(k), \quad (11)$$

формально близким к РМНК.

Исследования показывают, что скорость сходимости процедур (10) и (11) существенно увеличивается при выборе весового коэффициента  $\alpha(k) < 1/\nu(k)$  в начальной фазе идентификации. Вычислительная простота описанного выше подхода позволяет эффективно применять для модификации алгоритма оценивания методы корневой фильтрации факторизации матрицы  $V_z$  [3].

Рассмотрим задачу оценивания параметров модели  $\theta$  в случае наличия априорной информации о границах их возможного изменения.

Допустим, что

$$\theta \in \{(P, R) : \underline{P} < P < \bar{P}, R > 0\}. \quad (12)$$

Для матрицы (9), соответствующей стохастической модели со скалярным выходом, рекурсии (10) и (11) могут рассматриваться независимо. Можно показать, что

$$\hat{P}(k) = \arg \min_{P \leq \bar{P}} \{0.5(P^T V_z(k) P - 2V_{zy}^T(k) P)\}. \quad (13)$$

Решение задачи оценивания (13) осуществим с помощью алгоритма, основанного на градиентной процедуре, приведенной в [4].

Реализация алгоритма предполагает последовательное выполнение на каждом шаге оценивания следующих операций:

– в соответствии с (8) и (9) по результатам текущих измерений определим  $V(k)$  и рассчитаем градиент минимизируемой функции

$$V(\hat{P}(k)) = V_x(k)\hat{P}(k) - V_{xy}(k), \quad (14)$$

– выбираем переменную  $P_j, j > r$  и изменяем оценку  $P$  по следующим правилам:

$$P_j(k+1) = P_j(k) + \delta; P_i(k+1) = P_i(k), i > r, i \neq j;$$

$$P_i(k+1) = P_i(k) + \delta\gamma_i, i = 1, 2, \dots, r,$$

где определение шага  $\delta$  и вектора  $\gamma$ , является нетривиальной задачей.

Представленный алгоритм рекуррентного оценивания может быть использован для текущей идентификации параметров стохастической модели с шумом, отличным от гауссовского, при наличии априорной информации о границах изменения этих параметров. Для более полного определения возможностей алгоритма требуется проведение дополнительных теоретических и экспериментальных исследований.

**Список літератури:** 1. Peterka V. Bayesian approach to system identification / In: Trends and progress identification / Ed. by Eyknoff.–Oxford: Pergamon Press, 1981. – P. 239-304. 2. Karny M., Hangos K. One-sided approximation of Bayes rule // Kybernetika.–1988.– №.5. – P. 321-339. 3. Lying L. Recursive technique for identifying dynamic systems // Proc. of the Annual Control Conference. – Indiana, 1985.–P.1–11. 4. Fletcher R., Jacson M. Minimization of a quadratic function of many variables subject only to lower and upper bounds // J. Inst. Math. Appl.– 1976.– №14.–P. 159-174.

*Надійшла до редколегії 10.11.2000*

**Б. В. МАКСИМОВ**, канд. техн. наук

## **К ВОПРОСУ О ПРЕОБРАЗОВАНИИ СИГНАЛОВ В КИБЕРНЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Розглядаються деякі методологічні та математичні проблеми розвитку змісту кібернетики як науки о загальних проблемах управління та обробки сигналів. Аналізується зміст запропонованого принципу інтегродиференціювання математичних змінних та його поширення на фізичні сигнали.

Более полувека назад Н. Винер опубликовал работы по кибернетике, представляя ее как новую научную дисциплину. Длительное время об этом не затихали споры. Некоторые ученые вообще отрицают существование кибернетики как отдельной научной дисциплины, утверждая, что это ни что иное, как применение математики, механики, теории информации и других дисциплин к расчетам ЭВМ, информационных систем, процессов управления и т.д. Дело здесь, по-видимому, в том, что Н. Винер действительно выделил область деятельности природы и человека, которые не могут быть описаны в рамках физики, механики, химии, биологии и других классических наук. Это область информационных систем и процессов управления, реально существующая и интуитивно признаваемая всеми. В этой области должны действовать свои специфические законы природы, которые еще предстоит открыть и довести до сознания людей. Им могут сопутствовать новые понятия и предметно-образные представления нашего сознания. Однако Н. Винер не наполнил область кибернетики чем-либо за исключением двух кардинальных понятий: "общности обратной связи в живой и неживой природе" и понятия "сигнала". Эти два понятия он и сделал достоянием общего мышления. В настоящее время ни конкретное содержание, ни границы кибернетики и ее переходы в смежные дисциплины корректно не определены.

Одной из конкретных сторон содержания кибернетики является понятие сигнала как единства информации, вещества и энергии, передаваемых с помощью вещественного носителя. Но где и как искать законы преобразования сигналов в информационных сетях и каналах управления САУ? Для этого необходимо, решая практические задачи анализа и синтеза САУ, подмечать возникающие противоречия, анализировать их и, разрешая эти противоречия, приходиться к пониманию отражаемых ими законов преобразования сигналов. Решая инженерную задачу, необходимо иметь математическую модель, адекватную в каком-то смысле данному физическому объекту или явлению. Модель должна отражать какие-то

свойства объекта хотя бы в некоторых ограниченных рамках. Одновременно необходим “транслятор” с языка математических выкладок на язык реальных физических свойств изучаемого объекта. Эта взаимосвязь приобрела форму принципа “структурной эквивалентности”, структурного соответствия математической модели и изучаемого объекта (процесса). Под структурной эквивалентностью в данном случае понимается предметно-образное соответствие формы математической модели и реальных блоков и связей между ними в изучаемой физической системе. Очевидно, что подобное соответствие может быть установлено далеко не во всех решаемых с помощью математики задачах. Но там, где это возможно, необходимо представлять:

- какой аппарат и какая форма математической записи наиболее близко соответствуют изучаемому объекту (явлению);
- каким конструктивным и иным физическим изменениям в объекте должны соответствовать преобразования в структуре математической модели.

Если задача по своей природе не осознается в рамках принципа структурной эквивалентности, то такая задача лежит вне области наиболее эффективного инженерного мышления. Анализируя некоторые задачи структурного синтеза систем управления летательными аппаратами [1,2,3], можно прийти к выводу, что если система описана в классе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), то декомпозиция в смысле обеспечения определенной независимости подсистем как друг от друга, так и от внешних возмущений в общем случае невозможна математически. В этой связи рассматривалось два вида задач:

- обеспечение инвариантности выбранных координат системы к одному или группе возмущений. В этом случае математически задача сводится к формированию элементов (блоков) матрицы, при введении которых обращается в нуль ее соответствующий замещенный определитель;
- обеспечение автономной устойчивости. В этой задаче характеристика устойчивости системы в целом должны совпадать с автономными характеристиками устойчивости комплектующих подсистем. Для решения этой задачи вводятся связи, обеспечивающие представление главного определителя матрицы уравнений в виде произведения определителей физических подсистем, образующих подматрицы ее главной диагонали.

Если рассматриваются модели систем в виде ОДУ, то, на первый взгляд, поставленные задачи решения не имеют. Однако в рамках принципа структурной эквивалентности физический подход к решению задачи представляется возможным. Для этого надо либо сформировать новые связи между подсистемами сложной системы, либо расширить математическое описание (физические свойства) старых связей. Математически подобный процесс мы называем локализацией матрицы (определителя). Об-

ращение (за счет выбора связей) определителя матрицы в нуль назовем случаем предельной локализации матрицы. Для числовых матриц подобное введение связей не вызывает математических проблем и в реальных задачах сводится к физической реализуемости выбранных связей и требуемых величин усиления сигналов. Для операторных матриц, элементами которых являются многочлены  $a_i(D)$ ,  $D = d/dt$ , выбор локализирующих связей, как правило, приводит к появлению дробно-рациональных операторных элементов вида  $a_i(D)/A_i(D)$ . При этом исходная математическая модель системы переходит из класса ОДУ в некоторый более широкий класс уравнений, который условно обозначим как ОДУ\*. Здесь возникают вопросы:

- что это за новая более широкая форма уравнений? Это ОДУ или новый более широкий класс интегродифференциальных уравнений (ИДУ\*)?
- возможен ли обратный эквивалентный переход к исходной форме ДУ при сохранении целей структурного синтеза?
- какую формально математическую операцию отражает полученная форма связи  $a(D)/A(D)$ , решающая задачу декомпозиции?
- как эта связь реализуется в физической системе? Откуда и куда между подсистемами с ее помощью надо передавать физический сигнал?
- какой физический блок надо ввести для моделирования уравнения связи в цепи передачи сигнала?
- какое физическое преобразование будет претерпевать сигнал в синтезированном блоке связи?

Оставаясь в рамках принципа структурной эквивалентности, можно прийти к следующим несколько неожиданным выводам:

- в контексте данной задачи введение дробно-рационального оператора связи подсистем является незамкнутым преобразованием, ибо обратный эквивалентный переход к исходной системе ДУ при выполнении условия структурного синтеза отсутствует;
- действие связи  $(a(D)/A(D))X$  отображает операцию одновременного интегродифференцирования переменной  $x$ .

Где происходит это интегродифференцирование - на бумаге в математической символике или в реальном физическом процессе? Какое преобразование претерпевает реально передаваемый физический сигнал?

Ответ представляется еще более обескураживающим. Высказывается суждение, что сигнал в цепи связи претерпевает физическое преобразование в виде динамического процесса одновременного интегродифференцирования (ОИД) этого сигнала. При этом математическое описание явления формально совпадает с предметно-образным представлением самого физического процесса. Это необычно. Но какие законы логики, мышления и природы запрещают нам сделать это? Обратимся к истории естествозна-

ния. Релятивистская механика Эйнштейна была описана первоначально в терминах классической механики Ньютона; модель атома была описана Резерфордом в образах и терминах планетарной модели солнечной системы; при становлении квантовой физики использовались понятия волны и частицы. Предметно-образные представления при описании свойств материального мира являются приоритетными и более важными для нашего сознания, чем его формализованные математические модели. При этом, естественно, речь не идет о принижении роли математики, как одной из универсальных, опосредствованных, формально-логических форм познания мира и развития новых технологий.

Видимо, в недрах новых явлений физического мира, находящихся ранее вне поля человеческого внимания, невозможно найти слова и понятия для их определения и представления. Человеческому сознанию, безграничному в своем познании мира, все же требуются привычные и связанные с известным ранее практическим опытом жизни понятия для обозначения образов новых явлений и формирования новых понятий. Новое словообразование без связи с предыдущим опытом практически недоступно нашему сознанию. Надо полагать, что и новые явления в области преобразования сигналов первоначально не могут быть описаны в рамках самих этих преобразований. Требуются аналогии из предыдущего опыта человека. Почему термины интегрирования и дифференцирования нельзя использовать для синтеза понятия одновременного интегрирования сигнала в физическом процессе для создания некоторого образа, представления об этом явлении? Именно это мы и попытались сделать, разрешая противоречия, полученные при решении задачи структурного синтеза системы.

Если гипотеза о необходимости создания операторной алгебры, отражающей некий принцип ОИД переменной, имеет право на существование, то и само интегро-дифференциальное исчисление может быть расширено с учетом этого принципа. В новом исчислении понятия интегрирования и дифференцирования переменной как взаимно-обратные операции выступают в своем диалектическом единстве противоположностей на более высоком уровне обобщения понятий. Традиционные понятия производной и интеграла будут рассматриваться как частные, предельные случаи нового исчисления. Понятию интегрирования переменной в математике предлагается (хотя бы на первых порах) поставить в соответствие совпадающее по словесному описанию физическое явление одновременного интегрирования сигнала, несущего информацию, вещество, энергию.

Общеизвестно, что новое содержит в себе элементы старого, а обобщающие теории всегда являются частным случаем еще более широких воззрений. Если концепция о бесконечности вселенной и беспредель-

ности познания действующих в ней законов верна, то сведения, которые можно почерпнуть из любой конкретной теории - конечны. Любая модель, в том числе и современный математический анализ, не может претендовать даже в рамках непрерывных процессов, на описание всех свойств материального мира. Поэтому появление потребностей в расширении принципов "ньютоновского" математического анализа - вполне рядовое и естественное явление. Но подобное расширение должно исходить не из недр человеческого "духа", и не из формальной логики, а из размышлений о свойствах мира и способов его опосредствованного представления в нашем сознании.

Наши представления о мире всегда есть лишь отражение в сознании тех его свойств, которые на сегодня способен смоделировать и представить человеческий мозг. Видимо, еще более ограниченные возможности предоставляют нам математические модели, отражающие действительность в рамках определенных условий и ограничений исходной аксиоматики и условий применения. Возникнув из конкретных потребностей практики и предметно-образных представлений, математические модели начинают жить своей независимой жизнью. Порой мы их как бы мистифицируем и начинаем извлекать физические свойства мира не из предметно-образных представлений, порождаемых интуицией на основании наблюдений и опытных данных, а из математических моделей, забывая о том, что любая модель отражает лишь какую-то область реальности в рамках определенных ограничений. Безусловно, развитие математики и как способов построения моделей дискретных объектов (арифметика, алгебра, теория множеств), и как исчисления непрерывных процессов (геометрия, анализ), позволяет не только описывать, но и предсказывать многие физические явления.

Любая самая революционная теория вызревает в недрах существующих воззрений. И хотя она является скачком непрерывности в наших представлениях о мире, сохраняется преемственность прежних воззрений, а часть их, как правило, присутствует в виде рудиментарной составляющей в нашем сознании или подсознании. Даже после революции в мышлении Коперника - Галилея в сознании (подсознании) осталась составляющая геоцентрического мышления. Она подсознательно вошла и в математический анализ, постепенно вызревавший в работах Архимеда, Декарта, Ферма, Паскаля, Барроу, Ньютона, Лейбница, Коши, Эйлера [4]. Но интегральное и дифференциальное исчисление - это не просто математический аппарат, это методология и стиль мышления в современном естествознании, это способ опосредствованного познания мира. По крайней мере, такой способ является определяющим для европейской школы науки и культуры. Вполне возможно, что рудиментарная составляющая геоцентризма определяет и современные космологические воззрения на эволю-



цию вселенной, которая, якобы, началась из сингулярного (“точечного”) состояния в момент Большого Взрыва.

Наивным кажется геоцентризм. Но столь же наивными будут в далеком будущем и наши современные представления о вселенной и универсальности дифференциальных уравнений как способа описания ее свойств и методологии научного мышления. Эта методология связывает нас представлениями начала и конца явлений, причинно-следственных связей, односторонности развития в направлении хода времени и т.д. Но возникает вопрос - время, это свойство физического мира, или свойство нашего сознания, которое вне категории времени этот мир представить себе не может? И если в этом есть доля истины, то что тогда отражает и вносит в наши представления о мире революционная теория относительности, одним из постулатов которой является введение единого континуума пространства-времени? Можно предположить в виде гипотезы, что сегодняшняя модель расширяющейся вселенной является одним из вариантов “подгонки” картины разбегающихся галактик под методологию их описания в рамках дифференциальных уравнений. Не следует забывать, что понятия производной и интеграла как взаимно-обратных операций являются основой математического анализа, создаваемого для описания непрерывных процессов на фоне конкретных потребностей определения объемов пространственных тел, площадей сечений, траекторий движения небесных тел и т.д. В науке известен и принцип единства противоположностей: волна-частица, взаимные переходы масса-энергия и др. Видимо, и в недрах самого математического анализа, операторных алгебр, различных направлений матричного исчисления и т.д. существуют корни единства дискретного и непрерывного, части и целого, линейного и нелинейного и иных противоречий современной математики. Фрагментом подобного обобщения представляется и гипотеза принципа одновременного интегро-дифференцирования переменной, как единства двух взаимно-обратных операций интегрирования и дифференцирования переменной на более высоком уровне обобщения понятий.

**Список літератури:** 1. Максимов Б. В. Принцип одновременного интегродифференцирования сигналов как способ разрешения противоречий в задачах структурного синтеза сложных систем // Праці п'ятої української конференції з автоматичного управління «АВТОМАТИКА-98», 13-16 травня 1998р. ч.1. - Киев, 1998. - с. 266-273. 2. Максимов Б. В. О незамкнутости класса преобразования сигналов в задаче структурного синтеза космического летательного аппарата // Вестник СевГТУ Вып.18. - Севастополь, 1999. - С. 41- 46. 3. Максимов Б. В. Принцип одновременного интегродифференцирования // Вестник Харьковского государственного политехнического университета. Выпуск 70. Системный анализ, управление и информационные технологии. 1999. - с .85-91. 4. Стройк Д. Я. Краткий курс истории математики.- М.: Наука, 1984. - 302 с.

*Надійшла до редколегії 5.05.2000*



*В.Н. ЧИНКОВ, В.А. ТИЩЕНКО, А.Л. ХАРЧЕНКО*

## **О НОВОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ЦИФРОВЫХ УЗКОПОЛОСНЫХ ФИЛЬТРОВ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА СЛУЧАЙНЫХ СИГНАЛОВ**

Одержані аналітичні співвідношення щодо оптимального синтезу динамічного фільтру другого порядку для оцінювання спектральної щільності потужності (СШП) випадкових сигналів.

При аппаратном спектральном анализе случайных процессов «фильтраемыми» методами важнейшую роль играют узкополосные фильтры. Такие фильтры должны иметь идеальную, прямоугольную, форму спектрального окна.

Однако у реальных узкополосных фильтров функция спектрального окна отличается от идеальной. Для них характерны две составляющие методической погрешности:

- погрешность «размывания» спектра, возникающая за счет «перетекания» мощности в полосу анализа из областей спектра, лежащих вне её;
- погрешность, обусловленная амплитудной модуляцией спектра, причиной которой является непостоянство функции спектрального окна в полосе анализа  $\Delta\omega$ .

При идеальном спектральном окне обеспечивается полное устранение указанных погрешностей, однако такое окно имеет бесконечно крутые фронты и поэтому может быть реализовано только при времени анализа  $T \rightarrow \infty$ , что физически неосуществимо. Реализация оптимальных функций спектрального окна на основе использования традиционных методов синтеза полосовых фильтров связана с большими трудностями, что прежде всего обусловлено высоким порядком полосовых фильтров, а следовательно, и большим числом элементов, необходимых для реализации. Особенно это справедливо для фильтров низкого и инфранизкого диапазонов частот.

В связи с этим актуальной является задача поиска новых подходов к реализации оптимальных функций спектрального окна, позволяющих при заданной точности измерения и требуемой достоверности результатов контроля СПМ упростить аппаратную реализацию анализаторов СПМ,

что, в свою очередь, к совершенствованию их надежностных и эксплуатационных характеристик.

Одним из таких подходов является использование для построения анализаторов СПМ узкополосных динамических (нестационарных, перестраиваемых) фильтров.

Форма спектрального окна такого фильтра далека от идеальной. Однако, если при постоянном коэффициенте передачи фильтра изменять во времени частоту настройки и коэффициент затухания фильтра, то при определенном выборе законов перестройки этих параметров можно получить требуемую точность аппроксимации идеальной функции спектрального окна (рис.1).

Отсюда возникает задача определения оптимальных законов изменения параметров динамических фильтров, обеспечивающих при заданной дисперсии оценки СПМ максимальную погрешность аппроксимации.

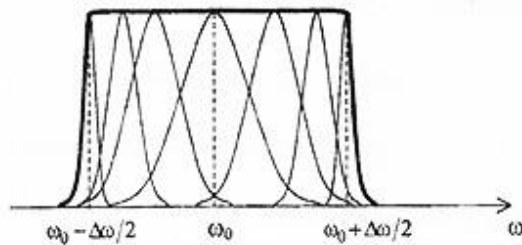


Рис.1. Аппроксимации идеальной функции спектрального окна

Сформулируем обобщенную задачу оптимизации динамических фильтров и получим исходные соотношения для ее решения.

Любая возможная оценка СПМ  $\hat{G}$  случайных сигналов по результатам наблюдения реализации этого сигнала на интервале измерения  $0 \leq t \leq T$  является билинейной формой мгновенных значений случайного сигнала  $x(t)$  и может быть записана так:

$$\hat{G} = \iint_{\Omega} w(t, t') x(t) x(t') dt dt',$$

где  $\Omega$  - временная область, определенная неравенствами  $0 \leq t' \leq t \leq T$ ,  $w(t, t')$  - ядро, которое задается методом построения (реализации) оценки СПМ  $\hat{G}$ .

Так для метода узкополосной фильтрации сигнала  $x(t)$  с последующим измерением взаимокорреляционной функции между

исходным (исследуемым)  $x(t)$  и отфильтрованным сигналом  $y(t)$  ядро [1,2]

$$w(t, \tau) = Ag(t, \tau);$$

для широко используемого метода узкополосной фильтрации с последующим усреднением квадрата отфильтрованного сигнала ядро

$$w(t, \tau) = A^2 \int_0^T g(u, t)g(u, \tau) du,$$

где  $g(t, \tau) \equiv h_t(t - \tau)$  - весовая (импульсная) характеристика фильтра;

$A$  - нормирующий коэффициент.

Для стационарного (не перестраиваемого в рабочем режиме) фильтра функция  $g(t, \tau) = g(t - \tau)$ , т.е. зависит только от разности аргументов. В общем же случае нестационарного фильтра функция  $g(t, \tau)$  является произвольной, она подчинена лишь условию физической реализуемости  $g(t, \tau) = 0$  при  $t < \tau$ .

Вычислим математическое ожидание и дисперсию оценки СПМ  $\hat{G}$  для стационарного случайного сигнала. Для математического ожидания получим

$$M[\hat{G}] = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(\omega) \Phi(\omega) d\omega, \quad (1)$$

где 
$$\Phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \iint_{\Omega} w(t, t') e^{-j\omega(t-t')} dt dt' \quad (2)$$

- функция спектрального окна.

Если функция  $\Phi(\omega)$  узкополосна вблизи центральной частоты  $\omega_0$ , то выражение (1) приходит к приближенному виду:

$$M[\hat{G}] \approx G_x(\omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) d\omega = G_x(\omega_0) \int_0^T w(t, t') dt. \quad (2)$$

Для дисперсии оценки СПМ имеем

$$D[\hat{G}] \approx 4G_x^2(\omega_0) \iint_{\Omega} w^2(t, t') dt dt'. \quad (3)$$

Используя выражения (2) и (3), запишем формулу для относительной дисперсии оценки СПМ  $\hat{G}$ :

$$\delta \hat{G} = \frac{D[\hat{G}]}{\{M[\hat{G}]\}^2} \approx \frac{4 \iint_{\Omega} w^2(t, t') dt dt'}{\left[ \int_0^T w(t, t) dt \right]^2}. \quad (4)$$

Введем зависящую от времени комплексную частотную характеристику фильтра

$$k_t(\omega) = \int_0^T g(t, t') e^{-j\omega(t-t')} dt' = \int_0^T g(t, t-\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (5)$$

Выразим функцию спектрального окна  $\Phi(\omega)$ , согласно (1), и относительную дисперсию  $\delta\hat{G}$ , определяемую формулой (4), через частотную характеристику  $k_t(\omega)$ . Получим выражения:

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t(\omega) dt = \langle \varphi_t(\omega) \rangle, \quad (6)$$

$$\delta\hat{G} = \frac{\frac{4\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t^2(\omega) dt \right] d\omega}{\left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T \varphi_t(\omega) dt \right] d\omega \right\}^2} = \frac{\frac{4\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_t^2(\omega) \rangle d\omega}{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} \langle \varphi_t(\omega) \rangle d\omega \right]^2}, \quad (7)$$

где функция  $\varphi_t(\omega)$  - принимает конкретный вид для разных методов аппаратного спектрального анализа. Так, для метода с измерением взаимокорреляционной функции между исследуемым и отфильтрованным сигналами

$$\varphi_t(\omega) = \frac{A^2 T}{4\pi} \operatorname{Re} k_t(\omega), \quad (8)$$

а для метода с усреднением квадрата отфильтрованного сигнала

$$\varphi_t(\omega) = \frac{A^2 T}{4\pi} |k_t(\omega)|^2. \quad (9)$$

Соотношения (6) - (9) имеют обобщенный характер и справедливы также для цифровых фильтров, если в них при усреднении по времени заменить интегралы суммами.

Формулы (6) и (7), определяющие соответственно функцию спектрального окна динамического фильтра (т.е. математическое ожидание) и относительную дисперсию оценки СПМ через спектральную характеристику динамического фильтра, являются исходными при синтезе оптимального фильтра.

Для пояснения термина «оптимальный фильтр» отметим следующее. Чем ближе функция  $\Phi(\omega)$  к идеальной, тем меньше будут указанные выше составляющие систематической погрешности. Величина  $\delta\hat{G}$  определяет дисперсию оценки СПМ  $\hat{G}$ , а отличие функции  $\Phi(\omega)$  от идеальной - смещение оценки СПМ. При этом несмещенной оценкой считаем математическое ожидание, полученное при идеальной форме спектрального окна. Эта оценка, конечно, является интегральной. Как известно, получить состоятельную локальную оценку СПМ невозможно.

Так как функция  $\Phi(\omega)$  и относительная дисперсия  $\delta\hat{G}$  зависят от одной и той же функции  $\varphi_1(\omega)$ , то минимизировать дисперсию и смещение независимо нельзя. Уменьшение смещения приводит, вообще говоря, к увеличению дисперсии и наоборот. Поэтому задача оптимизации формы спектрального окна динамического фильтра формулируется следующим образом.

В заданном классе функций  $\varphi_1(\omega)$  найти такую, которая бы обеспечивала при данном времени измерения  $T$  минимум относительной дисперсии  $\delta\hat{G}$  при условии, что уклонение формы спектрального от идеальной не превосходит заданной величины.

Класс допустимых функций  $\varphi_1(\omega)$  и, следовательно, частотных характеристик  $k_1(\omega)$  определяется возможностями реализации фильтра. А так как сложность реализации фильтра зависит, в основном, от его порядка (для цифрового фильтра его порядок определяет число необходимых ячеек памяти и количество операций над входным сигналом), то класс допустимых функций  $\varphi_1(\omega)$  определяет порядок фильтра. Задача оптимизации при этом сводится к определению оптимального закона перестройки фильтра.

При указанной постановке задача определения оптимального фильтра относится к классу стандартных вариационных задач и может быть решена, естественно, известными методами, аналитическими в простейших случаях, или машинными.

Анализ полученного авторами решения задачи оптимизации применительно к фильтру второго порядка (аналоговому или цифровому), которое здесь не приводится из-за ограниченного объема статьи, показывает следующее.

1. Использование динамического фильтра позволяет при достаточно большом времени измерения получить достаточно малую величину дисперсии и малое уклонение формы синтезируемого фильтра от идеальной. В пределе, при  $T \rightarrow \infty$ , дисперсия и отношение мощности вне эффективной полосы пропускания к мощности внутри полосы пропускания стремятся к нулю. Заметим, что для стационарного фильтра второго порядка отношение мощности вне эффективной полосы к мощности внутри полосы составляет 100%, независимо от ширины полосы и времени измерения.

2. Качественно перестройка фильтра производится так: при неизменном коэффициенте усиления плавно перестраивают резонансную частоту фильтра в пределах эффективной полосы пропускания и

одновременно изменяют коэффициент затухания  $\beta$  так, чтобы его наименьшее значение  $\beta_{\min}$  соответствовало середине полосы пропускания, а наибольшее значение  $\beta_{\max}$  краям этой полосы.

3. График отношения коэффициентов затухания  $\beta_{\max}/\beta_{\min}$  как функция отношения резонансной частоты  $\alpha$  к эффективной полосе пропускания  $\Delta\omega$ , полученной в результате решения вариационной задачи, приведен на рис. 2.

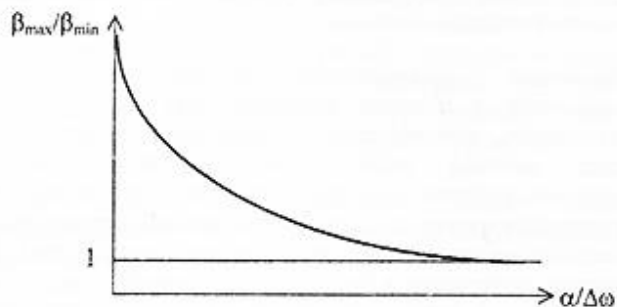


Рис.2.- Отношение коэффициентов затухания  $\beta_{\max}/\beta_{\min}$  как функция отношения резонансной частоты  $\alpha$  к эффективной полосе пропускания  $\Delta\omega$

4. Уклонение закона перестройки коэффициента затухания от оптимального при сохранении неизменными величин  $\alpha_{\max}$  и  $\alpha_{\min}$  в небольшой степени ухудшает форму спектрального окна. Поэтому с целью упрощения реализации фильтра может быть использован легко реализуемый линейный закон перестройки коэффициента затухания при линейном законе изменения во времени резонансной частоты фильтра.

**Список літератури:** 1. Тищенко В.А., Чинков В.Н. Обобщенная математическая модель оптимальной оценки спектральной мощности случайных сигналов // Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Сборник научных трудов ХГПУ. Вып. 6. В четырех частях. Ч. 1. -Харьков: ХГПУ 1998, С.441-445. 2. Тищенко В.А., Чинков В.Н. Приведение аппаратных методов оценки спектральной плотности мощности к обобщенной математической модели // Информационные технологии: наука, техника, технология, образование, здоровье: Сборник научных трудов ХГПУ. Вып. 6. В четырех частях. Ч. 1. -Харьков: ХГПУ 1998, С.446-451.

*Надійшла до редколегії 10.05.99*

*В.И. МОЛЧАНОВ*, канд. техн. наук**СТРУКТУРНО - ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ  
БАЛАНСНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Запропоновано методику синтезу балансных динамических систем за условиями отримання потрібного стану рівноваги. Отримані рішення синтезованої системи та виконан аналіз її стійкості.

Балансные динамические системы получили широкое распространение в качестве математических моделей разнообразных технологических, экономических и социальных процессов. В частности, балансные системы являются основой моделирования химико-технологических систем, в которых имеют место различные материальные и энергетические потоки, подчиняющиеся законам сохранения.

Балансными принято называть динамические системы, обладающие следующими свойствами: в любой момент времени сумма их переменных состояния остается постоянной. Это, фактически, означает, что движение балансных систем происходит по некоторой гиперплоскости пространства состояний.

Следствием указанного свойства балансных систем является ряд характерных особенностей как переходных, так и установившихся режимов. Так, например, хорошо известно, что для линейных балансных систем существует ненулевое положение равновесия, зависящее как от параметров самой системы, так и от структуры балансных соотношений. Устойчивость этого положения определяет так называемые гомеостатические свойства балансных систем.

В настоящее время разработаны эффективные методы анализа динамики и статики балансных систем, позволившие выявить характерные особенности их статических и динамических режимов и обнаружить ряд нетривиальных эффектов [1]. В значительно меньшей мере рассмотрены вопросы их синтеза, под которым будем понимать выбор свободных варьируемых параметров в уравнениях динамики балансной системы из условия обеспечения выполнения заданных требований к установившимся и переходным режимам при соблюдении ограничений, связанных с выполнением условий балансности. Поскольку указанный выбор в общем случае может изменить структуру внутренних связей балансной системы, то соответствующую задачу будем называть задачей структурно-параметрического синтеза. В настоящей работе рассмотрим один из возможных подходов к решению указанной задачи.

Рассмотрим вначале методику формирования математических моделей балансных систем на основе так называемого компартаментального анализа [2]. В соответствии с этой методикой состояние моделируемой системы описывается с помощью набора переменных  $x_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , называемых уровнями, скорости изменения которых в свою очередь определяются переменными  $f_i(t)$ ,  $i = \overline{1, N}$ , носящих название темпов. Структура модели определяется заданием связей между темпами и уровнями. Так, например, при построении моделей химико-технологических систем под уровнями понимают количество различных веществ в различных аппаратах технологической системы, их температуры, концентрации и т.д., а под темпами - скорости их изменения, определяемых расходами веществ в соединяющих трубопроводах, условиями теплообмена, кинетикой химических реакций. При этом балансные соотношения являются проявлением различных законов сохранения.

Рассмотрим достаточно обширный класс линейных компартаментальных моделей, в которых связь темпов и уровней задается линейными соотношениями

$$f_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j(t) \quad (1)$$

Для обеспечения выполнения условий текущего баланса

$$\sum_{i=1}^N c_i x_i(t) = \sigma_0 = const \quad (2)$$

введем в структуру модели балансной системы дополнительные линейные связи по темпам и примем ее в виде:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(t) - \beta_0 b_i \sum_{j=1}^N c_j f_j(t) \quad (3)$$

Здесь  $c_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  - весовые коэффициенты балансного соотношения,  $b_i$ ,  $i = \overline{1, N}$ ,  $\beta_0$  - параметры линейных связей, определяющие структуру и свойства балансной системы.

Уравнение (3) в векторно-матричном виде может быть записано как

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - \beta_0 bc^T Ax(t) \quad (4)$$

Будем считать, что выполнено условие  $c^T b \neq 0$ , где  $T$  - знак транспонирования.

Очевидно, что при выборе скалярного параметра  $\beta_0$  в виде  $\beta_0 = (c^T b)^{-1}$  уравнение (4) преобразуется к виду

$$\dot{x}(t) = \Pi(b)Ax(t), \quad \Pi(b) = I_N - b(c^T b)^{-1} c^T. \quad (5)$$

где  $I_N$  - единичная матрица соответствующей размерности. Поскольку  $c^T \Pi = 0$ , то для уравнения (5) при согласованном выборе начальных условий  $c^T x(t) = \sigma_0$ .



Матрица  $P(b)$  имеет структуру проекционной матрицы и является вырожденной, что и определяет особенности статики и динамики балансовой системы (5).

Покажем, что линейная система (5) имеет нетривиальное положение равновесия  $\bar{x} \neq 0$ ,  $c^T \bar{x} = \sigma_0$ . Действительно, любой вектор вида  $\bar{x} = \beta A^{-1} b$ , где  $\beta$  - произвольный скалярный параметр, является положением равновесия системы (5), поскольку  $Pb = 0$ . Выберем параметр  $\beta$  из условия  $c^T \bar{x} = \sigma_0$ , откуда следует, что  $\beta = \sigma_0 (c^T A^{-1} b)^{-1}$ . Таким образом

$$\bar{x} = \sigma_0 (c^T A^{-1} b)^{-1} b \quad (6)$$

что соответствует пересечению луча  $\beta A^{-1} b$ ,  $\beta > 0$  с гиперплоскостью  $c^T x = \sigma_0$ . При этом устойчивость точки равновесия  $\bar{x}$  определяется, как хорошо известно, устойчивостью матрицы  $P(b)A$ , т.е. отрицательностью вещественных частей ее собственных чисел:

$$\operatorname{Re} \lambda_i [P(b)A] < 0, \quad i = \overline{1, N} \quad (7)$$

Рассмотрим задачу структурно-параметрического синтеза балансной системы (7), состоящую в выборе вектора параметров  $b$  из условия максимальной близости положение равновесия  $\bar{x}$  и заданному  $x^*$  при выполнении условий устойчивости (7). При этом в соответствии с физической сущностью задачи вектор желаемого статического состояния должен состоять из положительных компонент  $x^* > 0$ . Прямое решение задачи на основе минимизации расстояния от положения равновесия до желаемого

$$\|\bar{x}(b) - x^*\|^2 \rightarrow \min \quad (8)$$

при ограничениях (7) может быть получено только численными методами, что затрудняет его анализ.

Получим аналитическое решение задачи на основе следующего подхода. Поскольку вектор равновесия  $\bar{x}(b)$  при любом  $b$  заведомо лежит на гиперплоскости  $c^T x = \sigma_0$ , то в качестве желаемого равновесного состояния выберем ортогональную проекцию  $x_c^*$  вектора  $x^*$  на указанную гиперплоскость. Вектор  $x_c^*$  задается известной формулой

$$x_c^* = \left( I_n - \frac{cc^T}{c^T c} \right) x^* + \sigma_0 \frac{c}{c^T c}. \quad (9)$$

Далее будем считать, что вектор  $x^*$  таков, что его проекция  $x_c^* > 0$ . В противном случае вместо линейной операции проектирования на гиперплоскость  $c^T x = \sigma_0$  необходимо использовать нелинейную операцию проектирования на симплекс  $S_c = \{x | c^T x = \sigma_0, x > 0\}$ .

Найдем вектор  $b$  из условия  $\bar{x}(b) = x_c^*(c)$ , приводящего к уравнению

$$\sigma_0 (c^T A^{-1} b)^{-1} A^{-1} b = x_c^*, \quad (10)$$

которое может быть представлено в эквивалентном виде

$$(\sigma_0 I_N - x^* c^T) A^{-1} b = 0. \quad (11)$$

С учетом выражения (9) преобразуем уравнение (11) к виду:

$$S A^{-1} b = 0, \quad S = \sigma_0 I_N - \sigma^{-2} d c^T, \quad (12)$$

где  $d = (\sigma_0 - \sigma^*) x + \sigma^2 x^*$ ,  $\sigma^2 = \|c\|^2$ ,  $\sigma^* = c^T x^*$ .

Поскольку  $c^T S = 0$ , то матрица  $S$  вырождена и уравнение (12) имеет нетривиальное решение  $b^*$ . Учитывая, что  $c^T d = \sigma^2 \sigma_0$  получим, что  $S d = 0$ . Таким образом

$$b^* = \chi A(x^* + \gamma c), \quad (13)$$

где  $\gamma = \sigma^{-2}(\sigma_0 - \sigma^*)$ , а  $\chi$  - произвольная нормировочная константа.

Таким образом, структура и параметры синтезированной балансной системы однозначно определяется желаемым статическим состоянием  $x^*$  и параметрами балансного условия  $c$ ,  $\sigma_0$ .

Ее уравнение приобретает вид:

$$\dot{x}(t) = [I_N - q(x^*, c, \sigma_0) c^T] A x(t), \quad (14)$$

где  $q(x^*, c, \sigma_0) = \lambda_1 A x^* + \lambda_2 A c$ ,  $\lambda_1 = (\alpha^* + \gamma \alpha)^{-1}$ ,  $\lambda_2 = \gamma \alpha (\alpha^* + \gamma \alpha)^{-1}$ ,  $\alpha = c^T A c$ ,  $\alpha^* = c^T A x^*$ .

При этом расстояние от положения равновесия системы (14) до желаемого статического состояния  $x^*$  минимально и равно  $\sigma^{-2}(\sigma_0 - \sigma^*)^2$ .

Очевидно, что для системы (14) выполняется балансное условие, поскольку  $c^T q(x^*, c, \sigma_0) = 1$ .

Проанализируем устойчивость положения равновесия системы (14). Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$\Delta(s) = \det(s I_N - A + q c^T A) = 0. \quad (15)$$

Преобразуя уравнение (15) с учетом известных тождеств

$$\begin{aligned} A(s I_N - A)^{-1} &= s(s I_N A)^{-1} - I_N, \\ \det(I_N + a a^T) &= 1 + a^T a, \end{aligned} \quad (16)$$

получим

$$\Delta(s) = \det(s I_N - A) \cdot s c^T (s I_N - A)^{-1} q. \quad (17)$$

Поскольку полюса синтезированной балансной системы не могут совпадать с собственными числами матрицы  $A$ , то они могут быть найдены из уравнения

$$\Delta_s(s) = c^T (s I_N - A)^{-1} q = 0. \quad (18)$$

Заметим, что нулевой полюс  $s = 0$  может быть исключен из рассмотрения, поскольку движения балансной системы по гиперплоскости  $c^T x = \sigma_0$  соответствует понижению ее порядка на единицу. Это позволяет исключить из матрицы динамики системы  $I_N - q c^T$  линейно зависимые строки, определяющие наличие нулевого полюса  $s = 0$ .

Из уравнения (18) могут быть найдены  $N-1$  полюс балансной системы, которые, при фиксированных балансных условиях однозначно определяются вектором  $x^*$ .

Проверка устойчивости уравнения (14) может быть осуществлена и без вычисления полюсов путем использования того или иного критерия устойчивости. Так например, для диагональной матрицы динамики  $A = \text{diag}(-a_1, \dots, -a_N)$  уравнение (18) приобретает вид

$$\Delta_c(s) = \sum_{i=1}^N c_i q_i \prod_{j \neq i} (s + a_j) = 0. \quad (19)$$

Анализ устойчивости корней характеристического уравнения (19) может быть осуществлен с помощью любого алгебраического критерия, в частности, критерия Гаусса-Гурвица.

Уравнение (14) позволяет решать и более сложные задачи, в частности, анализировать влияние желаемого статического состояния  $x^*$  на устойчивость и качество переходных процессов в балансных системах.

Список литературы: 1. Бойчук Л.М. Синтез координирующих систем автоматического управления. - М.: Энергоиздат, 1991. 2. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия. - М.: Прогресс, 1971.

*Надійшла до редколегії 2.11.2000*

## СОДЕРЖАНИЕ

- Раскин Л. Г., Серая О. В.** Параметрические изопериметрические задачи вариационного исчисления 3
- Ткачук Н. В.** Актуальные проблемы реинжиниринга унаследованных информационно-управляющих систем 6
- Иванчихин Ю. В.** Оценка параметров потока восстановления ненадежных элементов сложных РЭС 12
- Успенский В. Б., Лю Хуэй** Управление избыточными системами гиридинов в задачах разворота космического аппарата 17
- Галуза А. А.** Алгоритм расчета формы временного сигнала, искаженного рассеивающим каналом передачи информации 23
- Ясинский В. К., Береза В. Ю.** Стійкість у середньому квадратичному та оцінки розв'язку стохастичних диференціальних рівнянь Іто-Скорохода нейтрального типу 26
- Ясинська Л. І.** Поведінка розв'язників злічених систем стохастичних диференціальних рівнянь Іто-Скорохода 30
- Ясинский В. К., Юрченко И. В.** Устойчивость в среднем квадратическом решении стохастических дифференциальных уравнений нейтрального типа с несколькими постоянными отклонения аргумента 33
- Свердан М. Л., Ясинська О. А.** Абсолютна за нелінійністю стійкість в середньому квадратичному скалярного стохастичного диференціального рівняння з пуассонівськими перемиканнями 39
- Беркман Л. Н., Коробко В. В.** Цифровые итерационные системы фазовой автоподстройки 46
- Беркман Л. Н., Костик Б. Я., Улеев А. П.** Синтез оператора дифференциальной связи по задающему воздействию в системе ФАП из условия повышения точности в установившихся режимах 54
- Кашеев Л. Б., Коваленко С. В.** Группирование объектов относительно неточных полюсов 59
- Раскин Л. Г., Серая О. В., Миненкова З. Е.** Геометрико-вероятностный подход в задачах кластеризации 63
- Иванов В. Г.** Технология кодирования сигналов различной физической природы 66
- Колбасин В. А.** Применение аппарата нечеткой логики для распознавания двухтональных сигналов 70
- Безменов Н. И.** Коэффициенты степени связи между параметрами, измеряемыми в шкале наименований 76
- Федорович О. Е., Прохоров А. В., Руденко Л. В.** Планирование крупномасштабных программ развития производства с использованием системных имитационных моделей 78

- Луханни М. И., Малеева О. В., Кашина С. Г.** Методика получения интегрального показателя качества выполнения работ сложных научно-технических проектов 83
- Шевченко С. В.** Оптимизация структуры многоопорных конструкций и сооружений 88
- Гамаюн И. П.** Автоматизированный выбор базовых элементов в подсистемах структурированного представления системного объекта сборки 93
- Голоскоков А. Е., Степанова Е. А.** Задача выбора оптимальной альтернативы в условиях нечеткой исходной информации 99
- Житецкий Л. С.** Синтез адаптивной системы стабилизации неминимально-фазового объекта с дискретным интегратором в контуре управления 104
- Грицик В. В.** Інформаційно-аналітична система оцінки складних зображень, процесів і прогнозування ситуацій на базі штучних нейронних мереж 109
- Вороновскин Г. К.** Об одном адаптивном алгоритме управления объектами с чистым запаздыванием 114
- Кортунов В. И.** Дискретные фильтры восстановления возмущений с заданной степенью астатизма 118
- Деревянко А. С.** Опыт борьбы за целостность данных в условиях нечетких спецификаций 124
- Удовенко С. Г., Кирияк Р. Д.** Рекуррентное оценивание параметров стохастической модели с аппроксимацией шума 129
- Максимов Б. В.** К вопросу о преобразовании сигналов в кибернетических системах 134
- Чинков В. Н., Тищенко В. А, Харченко А. Л.** О новом подходе к построению цифровых узкополосных фильтров для спектрального анализа случайных сигналов 140
- Молчанов В. И.** Структурно-параметрический синтез балансных динамических систем 146

***СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ***

**ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Выпуск 121

Редакторы: Годлевский Михаил Дмитриевич, Раскин Лев Григорьевич

Подписано к печати 21.11.2000. Формат 60x84/16. Бумага CopyRex.  
Усл. печ. л. 9,61. Уч.- изд. л. 9,72. Тираж 150. Зак. 35-10.  
Напечатано на ризографе ХГПУ

61002, г. Харьков, ул. Фрунзе, 21.

Свидетельство о госрегистрации ХК №559 от 17.04.98.