

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ISSN 0453-7998

ISSN 0233-9889

ВЕСТНИК



ХАРЬКОВСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

17'93

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Выпуск 12

Х П И

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

№ 17

ТЕХНИЧЕСКАЯ КИБЕРНЕТИКА
И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Основан в 1979 г.

В ы п у с к 12

Харьков
ХПИ
1993

УДК 007

Рассмотрены вопросы построения траекторий и управления разворотом твердых тел /космических аппаратов/, идентификации и автоматизации сложных технических и технологических систем. Решены задачи маршрутизации, распределения ресурсов, планирования технического развития, выбора структуры прогнозирующих моделей. Предложены методы решения транспортных задач. Описан метод планирования перемещения транспортных роботов в условиях ПС.

Литература дана в конце статей.

Нормативные материалы приведены по состоянию на 1 января 1993 г.

Для преподавателей, научных работников и специалистов.

Розглянуті питання будовання траєкторій і управління розворотом твердих тіл /космічних апаратів/, ідентифікації й автоматизації складних технічних і технологічних систем. Розв'язані задачі маршрутизації, розподілу ресурсів, планування технічного розвитку, вибору структури прогнозуючих моделей. Запропоновані методи розв'язання транспортних задач. Описаний метод планування переміщення транспортних роботів за умов ПС.

Література подана після статей.

Нормативні матеріали наведені за станом на 1 січня 1993 р.

Для викладачів, наукових робітників і спеціалістів.

Затверджено редакційною колегією, протокол № 1 від 27.12.91.

Редакційна колегія: д-р техн. наук, проф. Є. Г. Голоскоков /відповід. ред./, канд. техн. наук, доц. М. І. Безменов /відповід. секр./, д-р техн. наук, проф. А. В. Дабаган, д-р техн. наук, проф. Д. Т. Костенко, канд. техн. наук, доц. В. Л. Лисицький, канд. техн. наук, доц. Ю. А. Фролов.

Адреса редакційної колегії:
310002 Харків, вул. Фрунзе, 21, політехнічний інститут, інженерно-фізичний факультет, тел. 40-00-56.

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ПО МИНИМУМУ ОБОБЩЕННОЙ РАБОТЫ
ПРИ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ НА ФАЗОВЫЙ ВЕКТОР

Рассмотрим задачу синтеза оптимальных систем управления [1; 2] при дополнительных ограничениях в виде равенств на вектор фазового состояния детерминированной системы или на вектор управления.

Постановка задачи заключается в следующем. Пусть движение системы описывается уравнениями [1]

$$\dot{x}_i = f_i(x, t) + \sum_{j=1}^r \psi_{ij}(x, t) u_j, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Требуется определить оптимальные управления $u_j(t)$, $j = \overline{1, r}$, в смысле минимума функционала

$$I = V_2(x(t)) + \frac{1}{2} \int_0^T [u^T B u + u_0^T B u_0] dt + \int_0^T Q(x, t) dt, \quad (2)$$

когда фазовый вектор $x(t)$ стеснен дополнительными условиями

$$\psi_k(x, t) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

а вектор управления $u(t)$ представляет собой сумму двух векторов:

$$u(t) = v(t) + w(t). \quad (4)$$

Здесь $w(t)$ определяется условиями (3), а $v(t)$ - при минимизации функционала (2); $V_2, f_i, \psi_{ij}, Q, \psi_k$ - заданные непрерывные функции, кроме того, V_2 и $Q(x, t)$ - положительно определенные, обращающиеся в нуль в начале координат; $B = B(t)$ - определено положительная матрица; T - фиксированная продолжительность процесса управления; $u_0(t)$ - вектор оптимального управления.

Принципиальным моментом является раздельное определение $v(t)$ и $w(t)$, необходимым условием однозначности которого служит условие ортогональности

$$v^T(t)w(t) = 0, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (5)$$

Для выполнения (5) воспользуемся следующим приемом [3].

Выбрав систему векторов, построим подпространство M и расположим в M вектор $\omega(t)$, а в ортогональном дополнении к M - вектор $\nu(t)$. С этой целью продифференцируем (3) по t и с учетом (1) получим

$$\sum_{j=1}^r a_{kj} \dot{u}_j + b_k = 0, \quad k = \overline{1, p}, \quad p < r, \quad (6)$$

где

$$a_{kj} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial \psi_k}{\partial x_i} \varphi_{ij}, \quad b_k = \frac{\partial \psi_k}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \psi_k}{\partial x_i} f_i.$$

Следует отметить, что в постановке задачи вместо условий (3) или дополнительно к ним могут быть использованы равенства (6) в качестве ограничений на компоненты вектора управления.

С помощью коэффициентов a_{kj} образуем векторы

$$A_k = [a_{k1} \ a_{k2} \ \dots \ a_{kr}]^T, \quad k = \overline{1, p},$$

и предположим, что они линейно независимы. Тогда на эти векторы может быть натянуто подпространство M , и

$$\omega(t) = \sum_{k=1}^p \lambda_k A_k, \quad \nu^T(t) A_k = 0, \quad k = \overline{1, p}. \quad (7)$$

Определим коэффициенты λ_k , $k = \overline{1, p}$. Перепишем уравнения (6) в виде

$$A_k^T u + b_k = 0, \quad k = \overline{1, p},$$

откуда с учетом (4), (7) получим систему алгебраических уравнений

$$\sum_{k=1}^p A_j^T A_k \lambda_k = -b_j, \quad j = \overline{1, p},$$

единственным образом определяющую величины $\lambda_1, \dots, \lambda_p$. Итак, вектор $\omega(t)$ построен.

Перейдем к определению вектора $\nu(t)$.

Используя основную теорему аналитического конструирования оптимальных регуляторов [2], при граничном условии $U(x(T), T) = U_2(x(T))$ построим уравнение относительно функции

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \left[f_i + \sum_{j=1}^r \varphi_{ij} \omega_j(t) \right] = -Q.$$

Соответственно приобретает новую запись функционал (2):

$$I = V \Big|_{t=0}^T + \frac{1}{2} \int_0^T [v^T B v + v_0^T B v_0] dt + \int_0^T \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{\partial V}{\partial x_i} \varphi_{ij} v_j dt \rightarrow \min. \quad (8)$$

Представляя двойную сумму в виде

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{\partial V}{\partial x_i} \varphi_{ij} v_j = v^T \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \varphi_i,$$

где

$$\varphi_i = [\varphi_{i1} \varphi_{i2} \dots \varphi_{i2}]^T,$$

и минимизируя функционал (8), находим второе слагаемое оптимального вектора управления

$$v_0 = -B^{-1} \sum_{i=1}^n \frac{\partial V}{\partial x_i} \varphi_i.$$

Полученное решение в известной мере обобщает основную теорему аналитического конструирования регуляторов на случай наличия дополнительных требований к векторам $x(t)$ и $u(t)$, представленных соответственно равенствами (3) и (6).

Литература: 1. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. - М., 1973. - 658 с. 2. Красовский А.А., Буков В.И., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами. - М., 1977. - 270 с. 3. Зубов В.И. Динамика управляемых систем. - М.: 1982. - 286 с.

УДК 531.385

Л.В.ШИПУЛИНА, канд.техн.наук
Н.В.СЕРЕДА, канд.техн.наук
И.И.ГРОМАНОВА

УПРАВЛЕНИЕ РАЗВОРОТОМ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ СИСТЕМОЙ ГИРОДИНОВ ПО ОПОРНЫМ МОДЕЛЯМ

Рассмотрим управление разворотом космического аппарата (КА), несущего вращающуюся массу - систему гироскопов. Для построения траектории разворота вводится сферическая опорная модель в кватернион-

ной форме [1], аналогичной приведенной в работе [2], по которой и определяется управление скоростями прецессии гироскопов в заданной области ограничений. Отличительной особенностью такого подхода является то, что при движении по траектории в достаточно конструктивной форме определяются замкнутые решения соответствующих обратных задач. При этом решение охватывает и случаи, когда тройки векторов ориентации начальной и конечной угловых скоростей вращения КА некомпланарны. Особенности реализации решения задачи об управлении приводятся в условиях, когда компоновка системы гироскопов соответствует описанной в работе [3].

1. Постановка задачи. Угловое движение твердого тела, содержащего вращающиеся массы, описывается системой динамических и кинематических уравнений

$$\frac{d}{dt}(\bar{K} + \bar{H}) = \bar{M}; \quad (1)$$

$$\dot{\Lambda} = \frac{1}{2} \Lambda \circ \bar{\omega}, \quad (2)$$

где \bar{K} , \bar{H} - кинетические моменты твердого тела и системы гироскопов, $\bar{K} = J \bar{\omega}$; \bar{M} - внешний момент; Λ - кватернион, определяющий угловое положение КА относительно опорного базиса; $\bar{\omega}$ - угловая скорость КА в проекциях на связанные оси x, y, z . Изменение кинетического момента системы гироскопов в условиях, когда пары гироскопов располагаются под углом 45° к связанным осям, имеет вид

$$\dot{H}_x = \frac{\sqrt{2}}{2} (-\dot{\beta}_1 \sin \beta_1 + \dot{\beta}_2 \sin \beta_2 + \dot{\beta}_3 \sin \beta_3 - \dot{\beta}_4 \sin \beta_4);$$

$$\dot{H}_y = \frac{\sqrt{2}}{2} (-\dot{\beta}_1 \sin \beta_1 - \dot{\beta}_2 \sin \beta_2 + \dot{\beta}_3 \sin \beta_3 + \dot{\beta}_4 \sin \beta_4); \quad (3)$$

$$\dot{H}_z = \dot{\beta}_1 \cos \beta_1 + \dot{\beta}_2 \cos \beta_2 - \dot{\beta}_3 \cos \beta_3 - \dot{\beta}_4 \cos \beta_4,$$

где β_i , $i = 1, 4$ - углы отклонения кинетических моментов гироскопов от плоскости xy ; $\dot{\beta}_i$ - угловые скорости прецессии. Ставится задача путем выбора управляющих скоростей прецессии гироскопов перевести КА из заданного начального в конечное положение за время T :

$$\begin{aligned} \Lambda_0 &= (1, 0, 0, 0); & \bar{\omega}_0; & t = 0; \\ \Lambda_T &= \Lambda_{OT} + \lambda_T; & \bar{\omega}_T; & t = T. \end{aligned} \quad (4)$$

При этом T может быть задано, если предварительно установлено, что при таком времени существует реализуемый разворот, или определено в условиях, когда вращение осуществляется с выполнением требования минимизации T .

2. Сферическая опорная модель. Ввиду того, что оптимальное решение рассматриваемой задачи не может быть найдено в аналитической форме, для реализации разворота предлагается ввести опорную сферическую модель

$$\Lambda = \Lambda_1 \circ \Lambda_2 \circ \Lambda_3, \quad \Lambda_i = C_i + \bar{\theta}_i S_i, \quad |\bar{\theta}_i| = 1, \quad (5)$$

$$C_i = \cos \frac{\psi_i}{2}, \quad S_i = \sin \frac{\psi_i}{2}, \quad i = \bar{1}, \bar{3},$$

по которой можно определить траекторию вращения, удовлетворяющую заданным краевым условиям (4). На основании (2) угловая скорость тела представляется в форме [1]

$$\bar{\omega} = 2\bar{\lambda} \circ \dot{\lambda} = 2(\bar{\lambda}_3 \circ \bar{\lambda}_2 \circ \bar{\lambda}_1 \circ \dot{\lambda}_1 \circ \Lambda_2 \circ \Lambda_3 + \bar{\lambda}_3 \circ \bar{\lambda}_2 \circ \dot{\lambda}_2 \circ \Lambda_3 + \bar{\lambda}_3 \circ \dot{\lambda}_3), \quad (6)$$

где $\dot{\lambda}_i = \frac{\dot{\psi}_i}{2}(-S_i + \bar{\theta}_i C_i)$, $i = \bar{1}, \bar{3}$. Поскольку $\bar{\lambda}_i \circ \dot{\lambda}_i = \frac{\dot{\psi}_i}{2} \bar{\theta}_i$, из (2) следует

$$\bar{\omega} = \dot{\psi}_1 \bar{\lambda}_3 \circ \bar{\lambda}_2 \circ \bar{\theta}_1 \circ \Lambda_2 \circ \Lambda_3 + \dot{\psi}_2 \bar{\lambda}_3 \circ \bar{\theta}_2 \circ \Lambda_3 + \dot{\psi}_3 \bar{\theta}_3. \quad (7)$$

В связи с тем, что в силу (5), (7) в краевые условия (4) входят избыточные неизвестные, некоторые из них можно задавать априорно. В частности, постоянные орты $\bar{\theta}_i$ можно ввести в виде отличных от нуля векторов

$$\bar{\theta}_1 = \bar{\omega}_0 / \omega_0, \quad \bar{\theta}_2 = \bar{\lambda}_T / \lambda_T, \quad \bar{\theta}_3 = \bar{\omega}_T / \omega_T \quad (8)$$

или их векторных произведений и т.д., исходя из простоты реализации решений. Функции ψ_i можно вводить в виде элементарных функций времени t или их сплайновых аналогов, в частности, в виде полиномов

$$\psi_i(t) = a_i + b_i t + c_i t^2 + d_i t^3, \quad (9)$$

коэффициенты которых определяются по (4). Полагая в условиях (5), (7), (8)

$$\Lambda_{2T} = \Lambda_T = \cos \frac{\psi_{2T}}{2} + \bar{\theta}_2 \sin \frac{\psi_{2T}}{2}, \quad \Lambda_{1T} = \Lambda_{3T} = (1, 0, 0, 0),$$

получаем согласно (4), (9) функции $\psi_i(t)$

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \omega_0 t - 2 \frac{\omega_0}{T} t^2 + \frac{\omega_0}{T^2} t^3; \\ \psi_2(t) &= 3 \frac{\psi_{2T}}{T^2} t^2 - 2 \frac{\psi_{2T}}{T^3} t^3; \quad \psi_{2T} = 2 \operatorname{arctg} \frac{\lambda_T}{\lambda_{0T}}; \\ \psi_3(t) &= - \frac{\omega_T}{T} t^2 + \frac{\omega_T}{T^2} t^3. \end{aligned} \quad (10)$$

Разумеется, в общем алгоритме необходимо учитывать возможные особенности, вытекающие из того, что какой-то из векторов $\omega_0, \lambda_T, \omega_T$ может быть равен нулю, например $\omega_0 = 0$. В этом случае достаточно принять $\beta_1 = \beta_2$, $\lambda_1 = (1, 0, 0, 0)$, и сферическая модель (5) переходит в коническую $\lambda = \lambda_2 * \lambda_3$. Аналогичный подход рекомендуется и в других особых случаях.

3. Разворот по опорной модели. Поскольку соответствующая (10) фазовая траектория $(\psi_i(t), \dot{\psi}_i(t))$ такова, что согласно (5), (7) выполняются краевые условия (4), в каждый текущий момент времени t $\bar{\omega}(t)$ и $\dot{\bar{\omega}}(t)$ определяют согласно (1) производную потребного кинетического момента

$$\bar{H}_n = \dot{M} - \frac{d}{dt} (J \bar{\omega}). \quad (11)$$

В этих условиях нахождение управляющих скоростей прецессии гиринов $\dot{\beta}_i, i = 1, 4$, сводится к решению системы (3) для H_n по (11) и при ограничениях на скорости и углы сведения гиринов

$$|\dot{\beta}_i| \leq \beta^*, \quad i = 1, 2; \quad (12)$$

$$|\sin(\beta_{i+2} - \beta_i)| \geq \delta. \quad (13)$$

Решение задачи определения $\dot{\beta}_i$ реализуется в такой последовательности.

1. Проверка выполнения ограничений (13). В случае невыполнения - переход к 4.

2. Решение системы (3) относительно $\dot{\beta}_i$ и проверка условия (12); при его выполнении делается пересчет с целью уменьшения времени разворота, при невыполнении - переход к 5.

3. По $\dot{\beta}_i$ находят $\beta_i, \lambda(t), \bar{\omega}(t)$ и осуществляется переход к 1 на следующем такте времени Δt .

4. Задаются постоянные скорости прецессии $\dot{\beta}_i = \pm \dot{\beta}^*$ с целью увеличения угла сведения гиринов. Определяются $\beta_i, \lambda(t), \bar{\omega}(t)$ до момента t_j , когда выполняются условия (13).

5. Осуществление управления в момент времени $t_j + \Delta t$: определение реализованного $\Lambda(t)$, $\bar{\omega}(t)$; пересчет остаточного Λ_T ; переход к I и продолжение процедуры до завершения разворота.

Отметим аспект выбора времени разворота T' . Соответствующий алгоритм управления разворотом эффективно функционирует тогда, когда вводимое время окончания разворота по модели T'_j на каждом такте t_j формируется по следующему правилу: $T'_j = T'_{j-1} - \kappa \Delta t$, где $\kappa = 0$, если нарушаются условия (12), и $\kappa > 1$, если они выполняются, в частности, можно положить $\kappa = 2$. В начальный момент времени $T'_0 = T$.

Приведем пример управления разворотом КА с помощью рассмотренного алгоритма при следующих начальном и конечном состояниях аппарата:

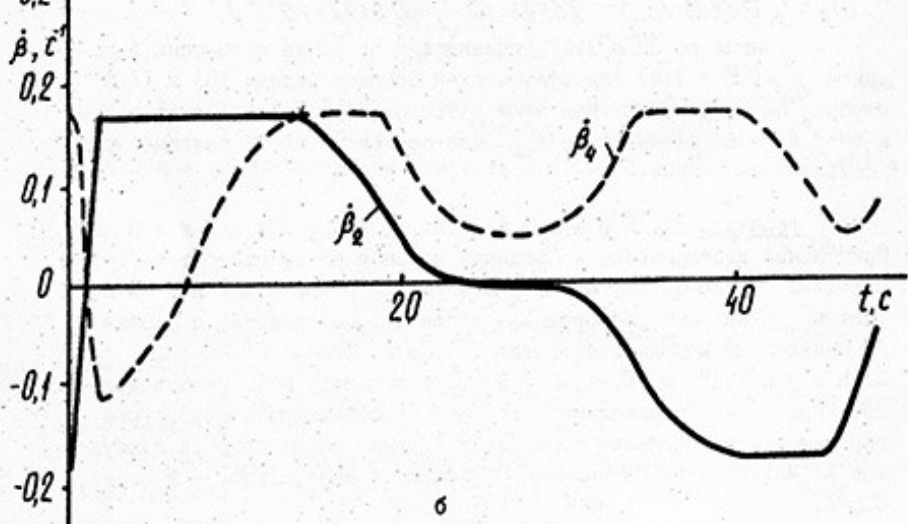
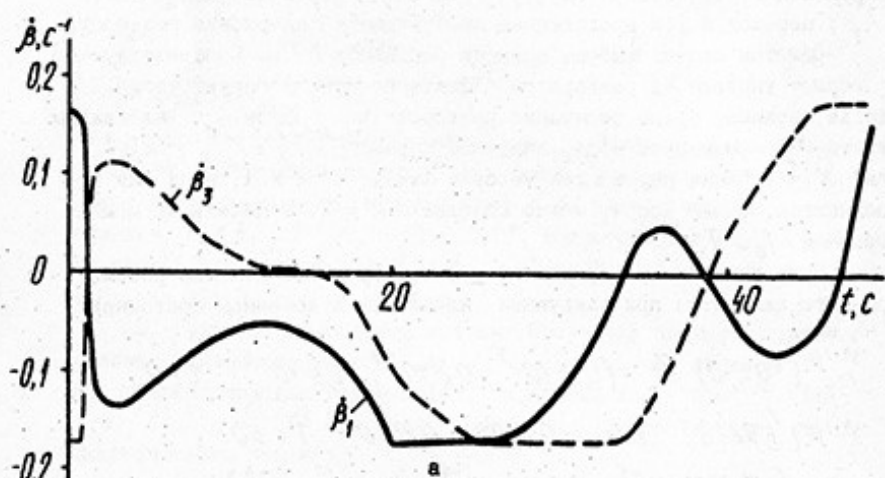
$$\Lambda_0 = (1, 0, 0, 0) \quad \bar{\omega}_0 = (0,5 \cdot 10^{-5}; 0,2 \cdot 10^{-4}; -0,3 \cdot 10^{-4}), \quad t = 0;$$

$$\Lambda_T = (0,9826; 0,1043; -0,1008; -0,1160), \quad T = 50с;$$

$$\bar{\omega}_T = (-0,8793 \cdot 10^{-5}; -0,5572 \cdot 10^{-4}; -0,2172 \cdot 10^{-3}).$$

Найденные по алгоритму управляющие скорости прецессии гиринов $\dot{\beta}_i$ ($i = 1, 4$) для сферической опорной модели (5) и (10) изображены на рисунке. При этом разворот осуществляется за заданное время и обеспечивается конечное состояние КА с заданной точностью.

Литература: 1. Б р а н е ц В.Н., Ш м ы г л е в с к и й И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М., 1973. - 320 с. 2. Ф р о л о в Д.А., Ш и п у л и н а Л.В. Синтез управления разворотом методом опорных моделей вращения // Прикладные методы кибернетики. - Киев, 1984. - С.30-35. 3. К а р п а ч е в Д.А., П а в л о в с к и й М.А. Равномодульное управление минимально избыточной компланарной структурой гиринов с ортогонально ориентированными осями подвеса гиروزлов // Механика гироскопических систем. - Киев, 1986. - № 5. - С.5-7.



ПОСТРОЕНИЕ ТРАЕКТОРИИ РАЗВОРОТА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Задача управляемого вращения твердого тела может быть интерпретирована, в частности, как обратная задача динамики. В этих условиях неотъемлемым этапом ее решения является построение траектории, реализация которой с помощью управляющих воздействий обеспечивает в конечном итоге решение исходной задачи управления.

Рассмотрим вращающееся вокруг своего центра масс твердое тело. Его ориентация в инерциальном пространстве изменяется в соответствии с уравнением

$$\dot{\Lambda}(t) = \frac{1}{2} \Lambda(t) \circ \omega(t). \quad (1)$$

Здесь $\Lambda(t)$ - собственный кватернион поворота; $\omega(t)$ - вектор угловой скорости в проекциях на связанные с телом оси; \circ - знак кватернионного умножения. Требуется определить условия, обеспечивающие за конечное время T переход вектора состояния

$$\{\omega_0, \Lambda_0\} \rightarrow \{\omega_K, \Lambda_K\}.$$

Для реализации такого перехода используем вращение, определяемое кватернионом

$$\Lambda(\varphi) = (c_1 + s_1 \beta_1) \circ (c_2 + s_2 \beta_2) \circ (c_3 + s_3 \beta_3), \quad (2)$$

в котором $c_i = \cos \frac{\psi_i(\varphi)}{2}$; $s_i = \sin \frac{\psi_i(\varphi)}{2}$; $i = \overline{1,3}$; $\psi_i(\varphi)$ - некоторые функции от φ ; β_i - некоторые постоянные в связанных осях орты; φ - опорная функция. Из (1) следует, что соответствующая угловая скорость имеет вид:

$$\omega_M(\psi, \dot{\psi}) = 2\bar{\Lambda} \circ \dot{\Lambda} = A(\psi) \dot{\psi}, \quad (3)$$

где $\psi = \{\psi_i\}_{i=\overline{1,3}}$, $\dot{\psi} = \{\dot{\psi}_i\}_{i=\overline{1,3}}$, $A(\psi)$ - (3x3) матрица. При этом орты β_i и граничные значения $\psi_0, \psi_K, \dot{\psi}_0, \dot{\psi}_K$ выбираются такими, чтобы выполнялись в силу (2), (3) заданные $\omega_0, \omega_K, \Lambda_0, \Lambda_K$. При произвольных β_i соответствующие уравнения содержат избыточное число неизвестных, поэтому орты можно вы-

брать из некоторых конструктивных соображений - с учетом особенностей вращения или для простоты решения уравнений. В частности, при $\Lambda_K = \{1, 0, 0, 0\}$ принимаем:

$$\beta_3 = \frac{\omega_K}{\omega_K}; \quad \beta_2 = \frac{\Lambda_0 \circ \beta_3 \circ \tilde{\Lambda}_0 \cdot \beta_3}{|\Lambda_0 \circ \beta_3 \circ \tilde{\Lambda}_0 \cdot \beta_3|}; \quad \beta_1 = \beta_3 \cdot \beta_2. \quad (4)$$

В условиях, когда $\omega_K = 0$ или $|\Lambda_0 \circ \beta_3 \circ \tilde{\Lambda}_0 \cdot \beta_3| = 0$, система (4) модифицируется. Далее с учетом (4) модельная угловая скорость (3) принимает вид:

$$\omega_M = \psi_3 \beta_3 + \dot{\psi}_2 (\cos \psi_3 \beta_2 - \sin \psi_3 \beta_1) + \dot{\psi}_1 (-\sin \psi_2 \beta_3 + \cos \psi_2 (\sin \psi_3 \beta_2 + \cos \psi_3 \beta_1)). \quad (5)$$

Рассматривая (2), (5) при $t = 0$ и $t = T$, получаем:

$$\psi_{10} = 0; \quad \psi_{20} = 2 \arcsin(\lambda, \beta_2'); \quad \psi_{30} = 2 \arctg \frac{(\lambda, \beta_3)}{\lambda_0}; \quad \psi_{1K} = \psi_{2K} = \psi_{3K} = 0;$$

$$\dot{\psi}_{10} = \frac{(\omega_0, \beta_1')}{\cos \psi_{20}}; \quad \dot{\psi}_{20} = (\omega_0, \beta_2'); \quad \dot{\psi}_{30} = (\omega_0, \beta_3) + \sin \psi_{20} \cdot \dot{\psi}_{10};$$

$$\dot{\psi}_{3K} = \omega_K; \quad \dot{\psi}_{2K} = \dot{\psi}_{1K} = 0, \quad \text{где } \lambda = \text{vect } \Lambda_0;$$

$$\beta_1' = \cos \frac{\psi_{30}}{2} \beta_1 - \sin \frac{\psi_{30}}{2} \beta_2; \quad \beta_2' = \cos \frac{\psi_{30}}{2} \beta_2 + \sin \frac{\psi_{30}}{2} \beta_1.$$

Отметим, что $\psi(\varphi)$ можно вводить как некоторую элементарную функцию от φ . Здесь принимаем:

$$\psi(\varphi) = a\varphi^3 + b\varphi^2 + c\varphi + d, \quad (6)$$

где a, b, c, d определяются граничными значениями. Задавая априори значения $\varphi_0 \neq 0, \varphi_K = 0, \varphi_K \neq 0, \varphi_0$, согласно (6) получаем $d = \psi_K, c = \dot{\psi}_K / \dot{\varphi}_K, b = (3\psi_0 - 3\psi_K - 2\dot{\psi}_K \varphi_0 - \dot{\varphi}_0^2 \varphi_0) / \varphi_0^2,$

$a = (\psi_0 \varphi_0 + \dot{\psi}_K \varphi_0 - 2\dot{\varphi}_0 + 2\dot{\psi}_K) / \varphi_0^3$. Эти соотношения вместе с (2), (5) и определяют траекторию $\Lambda(\psi/\varphi), \omega(\psi, \dot{\psi})$, удовлетворяющую заданным граничным условиям. При этом возникает возможность построения кинематической программы, реализация которой обеспечивает разворот твердого тела по такой траектории.

Под кинематической программой понимается закон изменения угловой скорости ω_M , обусловленной эволюцией точки $(\varphi, \dot{\varphi})$. Построение такой траектории можно, в частности, реализовать на

основе решения задачи быстрого перехода $\{\varphi_0, \dot{\varphi}_0\} \rightarrow \{\varphi_k, \dot{\varphi}_k\}$ при $\ddot{\varphi} = u, |u| \leq u^*$ (7), где u^* - параметр, определяемый имеющимися ресурсами управления. В силу принципа максимума такое управление имеет вид:

$$u(\varphi, \dot{\varphi}) = -u^* \cdot \operatorname{sgn} \left(\varphi + \operatorname{sgn}(\dot{\varphi} - \dot{\varphi}_k) \frac{\dot{\varphi}^2 - \dot{\varphi}_k^2}{2u^*} \right).$$

Подставляя решение уравнения (7) $\varphi(t), \dot{\varphi}(t)$ в (6), определяем по (5) модельную угловую скорость $\omega_M(t)$, при которой возможна реализация разворота по модельной траектории.

Аспекты реализации кинематической программы управления с помощью силовых гироскопов рассмотрены ранее*. Численное моделирование показало, что использование такой программы управления способно обеспечить решение задачи разворота при произвольных краевых условиях и ведет к повышению эффективности функционирования системы управления вращением в целом.

УДК 62-50

Д.А. ПЛАКСИЯ

СИСТЕМНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РОДРИГА-ГАМИЛЬТОНА В СЛУЧАЕ СВОБОДНОГО ВРАЩЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Решение задачи определения ориентации связано с разработкой эффективных алгоритмов, ориентированных на первичную информацию в виде приращений какущихся поворотов [1]:

$$\Delta \theta_{i,k}^* = \int_{t_k - \Delta t}^{t_k} \omega_i d\tau, \quad i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где ω_i - проекции вектора угловой скорости тела ω на оси связанного правого ортогонального триэдра; $t_k = k \Delta t$, $k = 0, 1, 2, \dots$; Δt - такт съема информации. Существующий подход к синтезу алгоритмов [1; 2], основанный на разностных разложениях частного решения кинематического уравнения в бесконечный ряд, приводит к использованию в алгоритмах конечных разностей вектора θ^* выше пер-

* Успенский В.Б., Фролов Д.А. Управление разворотом твердого тела с помощью системы гироскопов заданной структуры. - Харьков, 1989. - 20 с. - (Деп. в УкрНИИТИ 27.02.89, № 625 - Ук89).

вого порядка, что не всегда на практике реализуемо и корректно. При этом переменные ω_i рассматриваются как некоторые формальные функции времени, в то время как они являются интегралами соответствующих динамических уравнений. Предлагаемый подход позволяет представить решение кинематического уравнения в параметрах Родрига-Гаильтона в виде степенного ряда по $\nabla \theta_i^*$ и получить алгоритмы с учетом динамических характеристик твердого тела.

В условиях совпадения осей связанного триэдра с главными осями инерции тела динамические уравнения Эйлера для случая свободного вращения имеют вид:

$$\dot{\omega}_i = \alpha_i \omega_2 \omega_3, \quad \omega_i(0) = \omega_i^0, \quad (i, 2, 3), \quad (2)$$

где $\alpha_i = (I_2 - I_3)/I_1$; I_1, I_2, I_3 - главные центральные моменты инерции твердого тела; $\omega_i = \omega_i(t)$, $i = 1, 2, 3$; $(1, 2, 3)$ - символ круговой перестановки индексов. Методом последовательных приближений Пикара получим решение уравнений (2), совпадающее с рядом Тейлора для

$$\begin{aligned} \omega_i = & \omega_i^0 + \alpha_i \omega_2^0 \omega_3^0 t + \frac{1}{2} \alpha_i \omega_1^0 (\alpha_2 \omega_3^{02} + \alpha_3 \omega_2^{02}) t^2 + \\ & + \frac{1}{6} \alpha_i \omega_2^0 \omega_3^0 (\alpha_1 \alpha_2 \omega_3^{02} + 4 \alpha_2 \alpha_3 \omega_1^{03} + \alpha_1 \alpha_3 \omega_2^{02}) t^3 + \\ & + O(\omega^{05}), \quad (i, 2, 3), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\omega^0 = (\sum_{j=1}^3 \omega_j^{02})^{1/2}$; $O(\omega^{05})$ - величина одного порядка с ω^{05} . Интегрируя почленно (3) на интервале $[0, \Delta t]$, находим:

$$\begin{aligned} \nabla \theta_i^* = & \theta_i^0 + \frac{1}{2} \alpha_i \theta_2^0 \theta_3^0 + \frac{1}{6} \alpha_i \theta_1^0 (\alpha_2 \theta_3^{02} + \alpha_3 \theta_2^{02}) + \frac{1}{24} \alpha_i \theta_2^0 \theta_3^0 (\alpha_1 \alpha_2 \theta_3^{02} + \\ & + 4 \alpha_2 \alpha_3 \theta_1^{03} + \alpha_1 \alpha_3 \theta_2^{02}) + O(\theta^{05}), \quad (i, 2, 3). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $\theta_i^0 = \omega_i^0 \Delta t$, $i = 1, 2, 3$; $\theta^0 = (\sum_{j=1}^3 \theta_j^{02})^{1/2}$.

Для исследования вопроса о сходимости ряда (4) рассмотрим мажорантный ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \theta_{m/n}^{0n}, \quad (5)$$

где $\theta_m^0 = \max |\theta_i^0|$. Нетрудно видеть, что при

$$\theta_m^0 < 1 \quad (6)$$

ряд (5) сходится, следовательно, сходится и исходный ряд (4). Обратим степенной ряд (4) относительно θ_i^0 . В результате применения итерационной процедуры получим:

$$\theta_1^0 = \nabla \theta_1^* - \frac{1}{2} \alpha_1 \nabla \theta_2^* \nabla \theta_3^* + \frac{1}{12} \alpha_1 \nabla \theta_1^* (\alpha_2 \nabla \theta_3^{*2} + \alpha_3 \nabla \theta_2^{*2}) - \frac{1}{24} \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \nabla \theta_1^{*2} \nabla \theta_2^* \nabla \theta_3^* + O(\nabla \theta^{*5}). \quad (7)$$

Здесь $\nabla \theta^* = (\sum_{j=1}^{\infty} \nabla \theta_j^{*2})^{1/2}$. Ряд (7) сходится при любых $\nabla \theta_i^*$, так как сходится мажорантный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \nabla \theta_m^{*n} / n!$, где $\nabla \theta_m^* = \max |\nabla \theta_i^*|$. При этом, чтобы выполнялось (6), достаточно положить $\nabla \theta_m^* < 0,6$. Получим с помощью рядов (3), (4), (7) разложение частного решения кинематического уравнения $\Lambda = \frac{1}{2} \Lambda \circ \omega$ в ряд по степеням $\nabla \theta_i^*$.

Воспользуемся представлением частного решения в виде ряда Пеано [1]:

$$\Lambda = 1 + \frac{1}{2} \nabla \theta^* + \frac{1}{4} \int A_1 dt + \frac{1}{8} \int A_2 dt + \frac{1}{16} \int A_3 dt + \frac{1}{32} \int A_4 dt + \dots \quad (8)$$

где $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)^T$ - кватернион, компоненты которого суть параметры Родрига-Гамильтона; A_1, A_2, \dots - кватернионы, для которых имеет место рекуррентная формула $A_{n+1} = \int A_n dt \circ \omega$,

$n = 1, 2, \dots$, $A_1 = \nabla \theta^* \circ \omega$. Здесь \circ - знак кватернионного умножения, интегрирование ведется на интервале $[0, \Delta t]$. Подстановка в (8) $\nabla \theta_i^*$ и ω_i в виде рядов (3), (4) позволяет взять аналитически все интегралы и получить представление Λ в виде ряда по степеням θ_i^0 . Ограничиваясь членами пятого порядка малости и делая обратный переход к переменным $\nabla \theta_i^*$ посредством ряда (7), получаем формулы разложения параметров Родрига-Гамильтона в степенной ряд по $\nabla \theta_i^*$:

$$\begin{aligned} \lambda_0(\nabla \theta^*) &= 1 - \frac{1}{8} \nabla \theta^{*2} + \frac{1}{384} \nabla \theta^{*4} + O(\nabla \theta^{*6}), \\ \lambda_1(\nabla \theta^*) &= \frac{1}{2} \nabla \theta_1^* + \frac{1}{24} \nabla \theta_1^* (\alpha_3 \nabla \theta_2^{*2} - \alpha_2 \nabla \theta_3^{*2}) - \\ &- \frac{1}{48} \nabla \theta_1^* \nabla \theta^{*2} + \frac{1}{1440} \nabla \theta_1^* [\alpha_2 \nabla \theta_3^{*2} (\alpha_3 \nabla \theta_1^{*3} - \alpha_1 \nabla \theta_3^{*2}) + \\ &+ \alpha_3 \nabla \theta_2^{*2} (\alpha_2 \nabla \theta_1^{*2} - \alpha_1 \nabla \theta_2^{*2}) + \alpha_1 (\alpha_2^2 \nabla \theta_3^{*4} - \alpha_3^2 \nabla \theta_2^{*4})] + \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{720} \alpha_2 \alpha_3 \nabla \theta_i^{*3} (\alpha_2 \nabla \theta_3^{*2} - \alpha_3 \nabla \theta_2^{*2}) + \frac{1}{480} \nabla \theta_i^{*2} [\alpha_2 \nabla \theta_3^{*2} \times \\
& \times (\alpha_1 \nabla \theta_2^{*2} - \alpha_2 \nabla \theta_1^{*2}) + \alpha_3 \nabla \theta_2^{*2} (\alpha_1 \nabla \theta_3^{*2} - \alpha_3 \nabla \theta_1^{*2})] + \quad (9) \\
& + \frac{1}{960} \nabla \theta_i^* \nabla \theta^{*2} (\alpha_2 \nabla \theta_3^{*2} - \alpha_3 \nabla \theta_2^{*2}) + \frac{1}{3840} \nabla \theta_i^* \nabla \theta^{*4} + \\
& + O(\theta^{*6}), \quad (1, 2, 3).
\end{aligned}$$

На основе разложений (9) строятся алгоритмы определения ориентации и получения аналитических оценок точности. Наибольший практический интерес при этом представляет алгоритмы третьего и четвертого порядков. Они просты, могут функционировать в условиях переменного такта, учитывают дополнительную информацию о динамике вращения посредством коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. В частном случае регулярной прецессии $I_1 = I_2$ алгоритмы имеют наиболее простой вид. Так, алгоритмы четвертого порядка

$$\lambda_0(\nabla \theta^*) = 1 - \frac{1}{8} \nabla \theta^{*2} + \frac{1}{384} \nabla \theta^{*4};$$

$$\lambda_i(\nabla \theta^*) = \frac{1}{2} \nabla \theta_i^* (1 - \nabla \theta^{*2/24} + \nu_i/12), \quad i=1,2,3, \quad \alpha = \alpha_i,$$

где ν_i - компоненты вектора $\nu = (\alpha \nabla \theta_3^{*2}, \alpha \nabla \theta_3^{*2} - \alpha (\nabla \theta_1^{*2} + \nabla \theta_2^{*2}))^T$, требует выполнения 18 операций типа умножения и 13 операций типа сложения. Для этого алгоритма погрешность модуля на шаге

$$\delta \lambda^* = \frac{1}{1052} \alpha^2 \nabla \theta_3^{*2} (\nabla \theta_1^{*2} + \nabla \theta_2^{*2}) \nabla \theta^{*2} - \frac{1}{9216} \nabla \theta^{*6},$$

а дрейф характеризуется величиной

$$\begin{aligned}
\delta \theta = & 2 \nabla \theta^* \left| \frac{1}{1440} \alpha^2 \nabla \theta_3^{*4} (\alpha + 4) - \frac{1}{960} \alpha (2\alpha + 1) \times \right. \\
& \left. \times \nabla \theta_3^{*2} \nabla \theta^{*2} + \frac{1}{3840} \nabla \theta^{*4} \right|.
\end{aligned}$$

Литература: И. Бранец В.Н., Шмыглевский И.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. - М., 1973. - 320 с. 2. Панов А.П. Асимптотические оценки погрешностей методов вычислений параметров ориентации твердого тела // Кибернетика и вычислит. техника. - 1980. - Вып. 47. - С. 59-71.

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ
ДИСКРЕТНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Понятия управляемости и наблюдаемости играют фундаментальную роль в современной теории управления, в частности при установлении условий разрешимости задач синтеза динамических регуляторов и наблюдателей [1]. Рассмотрение новых классов задач привело к необходимости обобщения указанных понятий. Так, в работе [2] введено понятие функционально управляемой по выходу или воспроизводящей системы, обеспечивающей воспроизведение выходным сигналом заданной эталонной траектории и функционально наблюдаемой по входу или неискажающей системы, обеспечивающей возможность восстановления входного сигнала по известному выходному. Системы, обладающие указанными свойствами, принято называть обратимыми, критерии обратимости линейных систем приведены в статье [3]. В настоящей работе предложены новые формы критериев функциональной управляемости и наблюдаемости, удобные при проверке условий разрешимости задач синтеза обратных систем, находящих широкое применение в качестве основы построения инвариантных регуляторов и наблюдателей [4].

Рассмотрим линейную дискретную систему вида

$$\begin{aligned} x(k) &= Ax(k) + Bu(k), \quad x(0) = x_0; \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k), \quad k=0, 1, \dots, \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(k) \in R^n$ - вектор состояния системы на k -м шаге;

$R^n - n$ - мерное пространство; $u(k) \in R^m$ - вектор входных сигналов; $y(k) \in R^p$ - вектор выходных сигналов; A, B, C, D - постоянные матрицы соответствующих размерностей.

Введем в рассмотрение параметры Маркова [3] системы (1):

$$S_0 = D, \quad S_i = CA^{i-1}B, \quad i = \overline{1, n}.$$

Пусть L - относительный порядок системы (1), т.е. минимальное целое число, при котором $S_L \neq 0$. Будем считать, что параметры системы (1) таковы, что $L \leq n$.

Обозначим через $Y_j(k) = (y^T(k); \dots; y^T(k+j))^T$;
 $U_j(k) = (u^T(k); \dots; u^T(k+j))^T$ - последовательности входных и выходных сигналов соответственно, где T - знак транспонирования.

О п р е д е л е н и е 1. Дискретная система функционально управляема по выходу, если существуют такие целые положительные числа γ, ω , что для любой заданной последовательности $Y_N^*(0), N \geq \gamma$, найдется последовательность управляющих воздействий $U_N(0)$, такая, что $y(\gamma + k\omega) = y^*(\gamma + k\omega), k\omega \leq N - \gamma$.

О п р е д е л е н и е 2. Дискретная система устойчиво функционально управляема по выходу, если существуют такие целые положительные числа γ, ω , что для любых заданных ограниченной последовательности $Y_k^*(0), \|y^*(k)\| \leq C^* < \infty$ и ограниченных начальных условий $x_0, \|x_0\| \leq C_0 < \infty$ найдется закон управления $U_{\omega-1}(x(k\omega))$, такой, что $y(\gamma + k\omega) = y^*(\gamma + k\omega), \|u(k)\| \leq C < \infty, k = 0, 1, \dots$.

Таким образом, свойство функциональной управляемости по выходу означает возможность воспроизведения элементов заданной последовательности выходных сигналов с запаздыванием γ и дискретной частотой ω шагов. Устойчивая функциональная управляемость означает существование закона управления с обратной связью, обеспечивающего указанное воспроизведение с помощью ограниченных управлений.

Т е о р е м а 1. Дискретная система устойчиво функционально управляема по выходу, если существуют такие целые числа $0 \leq \alpha \leq n, \alpha \leq \gamma \leq n$, что:

- а) $\text{rank } \sum_{\alpha}^{\gamma} = \rho, \sum_{\alpha}^{\gamma} = (S_{\gamma} \dots S_{\alpha});$
 б) $|\lambda_i(\bar{A})| \leq 1, \bar{A} = A^{\omega} - R_{\omega} \sum_{\alpha}^{\gamma} C A^{\alpha};$
 $R_{\omega} = (A^{\omega-1} B; \dots; A B; B), \omega = \gamma - \alpha + 1.$

Здесь $\lambda_i(\bar{A}), i = \overline{1, n}$ - собственные числа матрицы \bar{A} ; + - знак псевдообращения.

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из (1) следует, что

$$y(\gamma + k\omega) = C A^{\delta} x(k\omega) + \sum_{\alpha}^{\gamma} U_{\gamma-\alpha}(k\omega).$$

При выполнении условия "а" теоремы 1 система $y^*(\gamma + k\omega) = y(\gamma + k\omega)$ совместна и ее решение имеет вид

$$U_{\gamma-\alpha}(k\omega) = \sum_{-\alpha}^{\gamma} [y^*(\gamma + k\omega) - C A^{\delta} x(k\omega)]. \quad (2)$$

Уравнение системы (1), замкнутой управлением (2), запишется в форме

$$x[(k+1)\omega + j] = (A^{-\omega} R_{\omega} \Sigma_{\omega}^+ C A^{\omega}) x(k\omega) + R_{\omega} \Sigma_{\omega}^+ y^*(j, k\omega) \quad (3)$$

Из условия "б" теоремы следует асимптотическая устойчивость системы (3), что завершает доказательство.

Число j^* будем называть относительным порядком системы по выходу. Таким образом, воспроизведение заданной выходной последовательности на каждом шаге возможно лишь при $j^* = \alpha$. При этом для выполнения условия $\text{rang } S_{\omega} = \text{rang } C A^{\alpha} B = p$ необходимо, чтобы $m \geq p$.

О п р е д е л е н и е 3. Дискретная система функционально наблюдаема по входу, если существует такое целое положительное число β , что произвольные последовательность входных сигналов $D_{N-\beta}(0)$, $N \geq \beta$ и вектор начальных условий x_0 могут быть однозначно определены по измеренной последовательности выходных сигналов $Y_N(\beta)$.

О п р е д е л е н и е 4. Дискретная система функционально восстанавливаема по входу, если для любой ограниченной последовательности входных сигналов $U_k(0)$, $\|u(k)\| \leq c < \infty$ и ограниченного вектора начальных условий x_0 , $\|x_0\| \leq c_0 < \infty$ существует оценка $\hat{u}_{\beta}(Y_k(0))$, такая, что

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|u(k-\beta) - \hat{u}_{\beta}(Y_k(0))\| = 0.$$

Свойство функциональной наблюдаемости по входу означает возможность однозначного восстановления последовательности входных сигналов с запаздыванием в β шагов по отношению к последовательности измеряемых выходных. Свойство функциональной восстанавливаемости по входу эквивалентно существованию динамического наблюдателя входных сигналов, обеспечивающего их устойчивое пошаговое восстановление с запаздыванием в β шагов.

Т е о р е м а 2. Дискретная система функционально наблюдаема по входу, если существуют такие целые числа $0 \leq \alpha \leq \beta$, $L \leq \beta \leq n$, что:

- $\text{rang } \Gamma_{\omega\beta} \Sigma_{\omega\beta} = m$;
- $\text{rang } (\bar{c}^T; \bar{A}^T c^T; \dots; (\bar{A}^T)^{n-1} c^T) = n$;
 $\bar{A} = A - B(\Gamma_{\omega\beta} \Sigma_{\omega\beta})^+ \Gamma_{\omega\beta} V_{\omega\beta}$;
 $\bar{c} = c - D(\Gamma_{\omega\beta} \Sigma_{\omega\beta})^+ \Gamma_{\omega\beta} V_{\omega\beta}$.

$$\Sigma_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} S_{\alpha} \\ \vdots \\ S_{\beta} \end{pmatrix}, \quad V_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} CA^{\alpha} \\ \vdots \\ CA^{\beta} \end{pmatrix},$$

а элементы блочно-диагональной матрицы $\Gamma_{\alpha\beta} = \text{diag}(\Gamma_0, \dots, \Gamma_{\beta-\alpha})$ определяются рекуррентными формулами:

$$\Gamma_0 = I; \beta = \alpha; \Gamma_k = P_k \Gamma_{k-1}; P_k = I - Q_{k-1} Q_k^{-1}; Q_k = \Gamma_k S_{\alpha+k}; \\ k = 1, \beta - \alpha; \beta \geq \alpha; \Gamma_0 = P_0 = I; Q_0 = S_{\alpha}.$$

Здесь I - единичная матрица соответствующей размерности.

Доказательство. Из (1) следует, что

$$Y_{\beta}(k+\alpha) = V_{\alpha\beta} x(k) + W_{\alpha\beta} U_{\beta-\alpha}(k), \quad (4)$$

$$V_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} CA^{\alpha} \\ \vdots \\ CA^{\beta} \end{bmatrix}, \quad W_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} S_{\alpha} & 0 & \dots & 0 \\ S_{\alpha+1} & S_{\alpha} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{\beta} & S_{\beta-1} & & S_{\alpha} \end{bmatrix}.$$

Домножая (4) на $\Gamma_{\alpha\beta}$, получаем:

$$\Gamma_{\alpha\beta} Y_{\beta}(k+\alpha) = \Gamma_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta} x(k) + \Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta} u(k). \quad (5)$$

Поскольку $\Gamma_{\alpha\beta} Y_{\beta}(k+\alpha)$ принадлежит множеству значений линейного оператора $\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta}$, при выполнении условий "а" теоремы 2 система (5) имеет единственное решение:

$$u(k) = (\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta})^{-1} [\Gamma_{\alpha\beta} Y_{\beta}(k+\alpha) - \Gamma_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta} x(k)].$$

Тогда функциональная наблюдаемость по входу системы (1) эквивалентна наблюдаемости по состоянию системы:

$$x(k+1) = \tilde{A} x(k) + \tilde{B} Y_{\beta}(k+\alpha); \quad (6)$$

$$y(k) = \tilde{C} x(k) + \tilde{D} Y_{\beta}(k+\alpha),$$

где $\tilde{A} = A - B(\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta})^{-1} \Gamma_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta}$, $\tilde{B} = B(\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta})^{-1} \Gamma_{\alpha\beta}$,

$$\tilde{C} = C - D(\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta})^{-1} \Gamma_{\alpha\beta} V_{\alpha\beta}, \quad \tilde{D} = D(\Gamma_{\alpha\beta} \Sigma_{\alpha\beta})^{-1} \Gamma_{\alpha\beta},$$

что имеет место при выполнении условия "б" теоремы.

Следствием доказанного утверждения является теорема 3.

Т е о р е м а 3. Дискретная система функционально восстанавливаема по входу, если ненаблюдаемая подсистема пары (\tilde{A}, \tilde{C}) асимптотически устойчива.

Доказательство следует из структурной теоремы Калмана [5], примененной к системе (6).

Число β , определяющее запаздывание в восстановлении входного сигнала, будем называть относительным порядком системы по выходу. Очевидно, что восстановление входного сигнала без запаздывания возможно лишь при $\alpha = \beta = 0$ или, что эквивалентно, при $\text{rank } D = m$. Поскольку матрица $\begin{bmatrix} \Gamma_{\alpha\beta} \\ \Sigma_{\alpha\beta} \end{bmatrix}$ имеет не более чем ρ линейно независимых строк, в общем случае необходимым условием функциональной наблюдаемости по выходу является $\rho \geq m$.

Литература: 1. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных линейных систем управления. - М., 1985. - 296 с. 2. Калман Р., Фалб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. - М., 1970. - 400 с. 3. Борухов В.Т. Критерии обратимости линейных стационарных многомерных систем // Автоматика и телемеханика. - 1978. - № II. - С.5-11. 4. Костенко В.Т., Лубчик Л.М. Методы решения обратных задач автоматического управления. - Киев, 1988. - 48 с. 5. Первозванский А.А. Курс теории автоматического управления. - М., 1986. - 616 с.

УДК 681.51

Л.Г.РАСКИН, канд.техн.наук

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ИНТЕРВАЛЬНО-ПЕРЕХОДНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ПОЛУМАРКОВСКИХ МОДЕЛЯХ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Как известно, полное теоретико-вероятностное описание поведения системы, функционирование которой задается полумарковским процессом (ПМП) на дискретном множестве состояний $E = \{1, 2, \dots, n\}$, обеспечивает совокупность интервально-переходных вероятностей $\Phi_{ij}(t)$, $i, e \in E$, $j \in E$, отыскиваемых в системе интегральных уравнений вида:

$$\Phi_{ij}(t) = \delta_{ij} \psi_i(t) + \sum_{k \in E} p_{ik} \int_0^t f_{ik}(\tau) \cdot \Phi_{kj}(t-\tau) d\tau. \quad (1)$$

Здесь $f_{ik}(t)$ - условная плотность распределения продолжительности пребывания в состоянии i до перехода в состояние j при условии реализации именно этого перехода; P_{ik} - вероятность перехода из состояния i в состояние k марковской цепи, вложенной в ПМП; $\psi_i(t)$ - вероятность невыхода ПМП из i за время t .

Решение системы (1) достигается при использовании преобразования Лапласа и имеет вид:

$$\Phi(s) = (I - P \otimes f(s))^{-1} \cdot \psi(s), \quad (2)$$

где

$$\Phi(s) = (\Phi_{ij}(s)), \quad P = (p_{ij}), \quad f(s) = (f_{ij}(s));$$

$$\psi(s) = \begin{pmatrix} \psi_1(s) & 0 & 0 \\ 0 & \psi_2(s) & 0 \\ 0 & 0 & \psi_n(s) \end{pmatrix}, \quad P \otimes f(s) = (p_{ij} f_{ij}(s)).$$

Практическая реализация расчетов в соответствии с (2) затруднена по следующим причинам: а) трудности обращения матрицы $(I - P \otimes f(s))$; б) трудности отыскания оригиналов для элементов матрицы $\Phi(s)$ с использованием обратного преобразования Лапласа. Обе эти трудности проявляют себя тем более существенно, чем больше размерность задачи (число состояний системы), и делают ее решение практически невозможной уже для $n \geq 4$.

В связи с этим предлагается иной путь расчета интервально-переходных вероятностей $\Phi_{ij}(t)$, состоящий в следующем.

В соответствии с соотношением (2) осуществляется расчет значений элементов матрицы $\Phi(s)$ для совокупности значений

$$s_1 < s_2 < \dots < s_N, \quad s_p > 0, \quad p = 1, 2, \dots, N.$$

При этом все матрицы в (2) являются числовыми и выполнение соответствующих операций не вызывает затруднений. В результате для каждого элемента $\Phi_{ij}(s)$ матрицы $\Phi(s)$ получаем вектор

$$\Phi_{ij}(s) = (\Phi_{ij}(s_1) \Phi_{ij}(s_2) \dots \Phi_{ij}(s_N)).$$

Теперь функцию $\Phi_{ij}(s)$ аппроксимируем дробно-рациональным выражением вида:

$$\frac{a_{ij}^{(0)} + a_{ij}^{(1)} s + \dots + a_{ij}^{(p)} s^p}{b_{ij}^{(0)} + b_{ij}^{(1)} s + \dots + b_{ij}^{(q-1)} s^{q-1}}, \quad q > p.$$

Порядок полиномов в числителе p и знаменателе q выбирается таким образом, чтобы обеспечить требуемое качество аппроксимации. При этом имеем;

$$\frac{a_{ij}^{(0)} + a_{ij}^{(1)} s_p + \dots + a_{ij}^{(p)} s_p^p + \Delta_{ij}(s_p)}{b_{ij}^{(0)} + b_{ij}^{(1)} s_p + \dots + b_{ij}^{(q-1)} s_p^{q-1} + s_p^q} = \Phi_{ij}(s_p), p=1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Совокупность соотношений (3) может быть использована для расчета коэффициентов дробно-рациональной функции, описывающей $\Phi_{ij}(t)$, например, методом наименьших квадратов. С этой целью переписем соотношение (3) следующим образом:

$$\Phi_{ij}(s_p) \cdot s_p^q + \sum_{r=0}^{q-1} b_{ij}^{(r)} \cdot s_p^r \cdot \Phi_{ij}(s_p) - \sum_{r=0}^p a_{ij}^{(r)} s_p^r = \Delta_{ij}(s_p).$$

Сформируем матрицы:

$$Y_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{ij}(s_1) \cdot s_1^q \\ \Phi_{ij}(s_2) \cdot s_2^q \\ \dots \\ \Phi_{ij}(s_N) \cdot s_N^q \end{bmatrix}, \quad \Delta_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta_{ij}(s_1) \\ \Delta_{ij}(s_2) \\ \dots \\ \Delta_{ij}(s_N) \end{bmatrix}, \quad A_{ij} = \begin{bmatrix} b_{ij}^{(0)} \\ b_{ij}^{(1)} \\ \dots \\ b_{ij}^{(q-1)} \\ a_{ij}^{(0)} \\ \dots \\ a_{ij}^{(p)} \end{bmatrix};$$

$$H_{ij} = \begin{bmatrix} \Phi_{ij}(s_1) \Phi_{ij}(s_1) \cdot s_1 \dots \Phi_{ij}(s_1) \cdot s_1^{q-1} - 1 - s_1 \dots - s_1^p \\ \Phi_{ij}(s_2) \Phi_{ij}(s_2) \cdot s_2 \dots \Phi_{ij}(s_2) \cdot s_2^{q-1} - 1 - s_2 \dots - s_2^p \\ \dots \\ \Phi_{ij}(s_N) \Phi_{ij}(s_N) \cdot s_N \dots \Phi_{ij}(s_N) \cdot s_N^{q-1} - 1 - s_N \dots - s_N^p \end{bmatrix}$$

и введем функционал:

$$\Delta_{ij}^T \cdot \Delta_{ij} = (Y_{ij} - H_{ij} A_{ij})^T \cdot (Y_{ij} - H_{ij} A_{ij}).$$

Как известно, минимум функционала наименьших квадратов достигается на векторе:

$$\hat{A}_{ij} = (H_{ij}^T \cdot H_{ij})^{-1} H_{ij}^T Y_{ij}. \quad (4)$$

Получаемый в (4) вектор \hat{A}_{ij} задает дробно-рациональную аппроксимацию $\Phi_{ij}(s)$, для которой, как хорошо известно, выполнение обратного преобразования Лапласа уже трудностей не вызывает. Восстановление всех остальных интервально-переходных вероятностей осуществляется повторением описанной процедуры для соответствующих

$i \in E, j \in E$. Трудоемкость реализации методики определяется величиной N . При этом ясно, что, регулируя частоту точек $S_p, p = 1, 2, \dots, N$, в области малых или больших значений S , можно управлять точностью аппроксимации соответственно в области начальных или конечных значений в интервале $[a, t]$.

Таким образом, предложенная вычислительная процедура позволяет практически рассчитать интервально-переходные вероятности для полумарковского процесса. Важным достоинством процедуры является то, что увеличение размерности задачи не приводит к появлению каких-либо методических трудностей, а только к повторению описанной процедуры соответствующее число раз.

УДК 62-50

А. И. ЮРИЧЕНКО, канд. техн. наук
О. Ю. ХАРЧЕНКО
Г. Л. ГРИНБЕРГ, канд. техн. наук

УПРАВЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ ПРИ НЕИЗМЕРИМЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ ТЕПЛОБМЕНА

В процессе стендовых испытаний на термopрочность возникает необходимость в имитации тепловых условий эксплуатации изделий. При этом требуется создание температурного поля, которое определяет реальные температурные напряжения и деформации элементов объекта испытаний. Как правило, достаточно управлять термонапряжениями лишь в локальных областях, являющихся критическими с точки зрения термopрочности.

Рассмотрим задачу воспроизведения заданного закона изменения термонапряжений в фиксированных точках объекта. В качестве управляющих воздействий выступают удельная мощность источников теплоты (распределенное управление) и температура охлаждающего потока воздуха (граничное управление). Сложность задачи заключается в нестационарности условий теплообмена на границе контакта с испытательным стендом (помеха для управления), а также в ограничениях на величины управлений.

Рассмотрим процесс управления нагревом объекта, температурное поле которого в силу своей симметрии может быть описано одномерным уравнением теплопроводности, характеризующим распределение теплоты по сечению изделия,

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 Q(x,t)}{\partial x^2} + f(x)u_1(t), \quad x \in [0, R], \quad (1)$$

с граничными условиями

$$-\lambda \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_1 [u_2(t) - Q(0,t)]; \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=R} = \alpha_2 [w(t) - Q(R,t)]. \quad (3)$$

Здесь $Q(x,t)$ - температура в точке x в момент времени t ; a - коэффициент температуропроводности; λ - коэффициент теплопроводности; $u_1(t)$ - мощность источника теплоты;

$$u_1(t) \in [0, u_1^{\text{макс}}]; \quad (4)$$

функция $f(x)$ характеризует распределение $u_1(t)$ по сечению объекта; α_1, α_2 - коэффициенты теплообмена; $u_2(t)$ - температура охлаждающего потока:

$$u_2(t) \in [u_2^{\text{мин}}, Q_c]; \quad (5)$$

Q_c - температура окружающей среды; $w(t)$ - переменная, характеризующая нестационарность условий теплообмена со стендом.

Связь между полем термонапряжений $\sigma(x,t)$ и полем температур определяется выражением

$$\sigma(x,t) = -\frac{\beta E}{1-\theta} Q(x,t) + \frac{1}{2R(1-\theta)} \int_0^R \beta E Q(x,t) dx, \quad (6)$$

где β - коэффициент линейного температурного расширения; E - модуль упругости; θ - коэффициент Пуассона.

Пусть мощность источника теплоты равномерно распределена по сечению, $f(x) \equiv 1$. В качестве управляемой величины выберем термонапряжение в некоторой точке $x=M$, $\sigma(M,t) = \sigma_M^*(t)$. Обозначим через $\sigma_M^*(t)$ желаемый закон изменения термонапряжения в этой точке.

Задача управления состоит в том, чтобы найти управляющие воздействия $u_1(t), u_2(t)$, обеспечивающие выполнение условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\sigma_M(t) - \sigma_M^*(t)| \leq \Delta^*. \quad (7)$$

Здесь Δ^* - константа, определяемая техническими характеристиками системы объект - стенд. Управления должны быть найдены с учетом необходимости компенсировать влияние нестационарности граничных условий. Поскольку граничные условия теплообмена недоступны непосредственному измерению, возникает необходимость в получении оценки воздействия $W(t)$, являющегося внешним возмущением.

Информация о температурном поле нагреваемого объекта может быть получена лишь путем локального измерения температуры в фиксированном числе точек $Q(x_i, t)$, $i = 1, \dots, l$, определяемых возможностью расположения датчиков.

Воспользовавшись методикой конечных интегральных преобразований [1], перейдем к описанию объекта в пространстве состояний

$$\dot{q} = Aq + Bu + dW, \quad (8)$$

Здесь $q \in R^n$ - вектор состояния; $u = (u_1, u_2)^T$ - вектор управляющих воздействий; W - возмущение; A, B, d - постоянные матрицы соответствующих размерностей. На основе формулы для обратного преобразования составим уравнение выхода, связывающее переменные состояния с измерениями температуры:

$$Q_L = Cq, \quad (9)$$

где $Q_L = [Q_1(x, t), \dots, Q_l(x, t)]^T$; C - матрица $l \times n$. Аналогичное выражение можно получить и для управляемой переменной, представив ее как линейную комбинацию переменных состояния:

$$G_M = v^T q, \quad (10)$$

где v^T - вектор-строка размерностью $l \times n$.

Для получения уравнений регулятора воспользуемся методикой, предложенной в работе [2] и основывающейся на концепции обратных динамических систем.

В качестве оценки возмущения \hat{W} примем выход системы, обратной по каналу возмущений к исходной системе (8), (9):

$$\begin{aligned} \hat{W} &= (cd)^+ [-CA\tilde{q}_W - CBu^* + \dot{Q}_L]; \\ \tilde{q}_W &= P_d A\tilde{q}_W + P_d Bu^* + d(cd)^+ \dot{Q}_L. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь $\bar{q}_w \in R^n$ - вектор состояния обратной системы; u^* - иско-
мое управление, которое будет определено ниже; $\Pi_d = I - d(cd)^T c$;
(\cdot)⁺ - операция псевдообращения.

Для получения оценки производной выхода объекта используем
дифференцирующий фильтр [3], представляющий собой динамическую
систему с малой постоянной времени

$$\begin{aligned} \mu \dot{z} &= Mz + NQ_u, \quad -NM^{-1}N = I, \\ \hat{Q}_u &= \mu^{-1} H[Mz + NQ_u]. \end{aligned} \quad (12)$$

Управление, компенсирующее влияние возмущения и обеспечи-
вавшее воспроизведение заданной траектории, определим как выход
обратной по управлению системы

$$\begin{aligned} \hat{q}_u &= \Pi_B A \hat{q}_u + B(v^T B)^+ \dot{r}^* + B(v^T B)^+ K e_\epsilon, \\ u^* &= (v^T B)^+ [-v^T A \hat{q}_u + \dot{r}^* + K e_\epsilon]. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $\hat{q}_u \in R^n$ - вектор состояния обратной системы; $e_\epsilon =$
 $= \hat{b}_m - b_m^*$ - оценка ошибки воспроизведения заданной траектории;
 $r^* = b^* - v^T \bar{q}$ - вход обратной системы; $v^T \bar{q}$ - прогнозируе-
мое значение реакции системы (8) на возмущающее воздействие при
нулевых управлениях; \bar{q} - вектор состояния прогнозирующей системы
 $\dot{\bar{q}} = A\bar{q} + d\hat{w}$.

Для оценивания величины b_m воспользуемся наблюдателем со-
стояния объекта (8), (10):

$$\dot{\hat{q}} = A\hat{q} + Bu^* + d\hat{w} + L[Q_u - \hat{C}\hat{q}], \quad b_m = v^T \hat{q}. \quad (14)$$

Уравнение для ошибки воспроизведения Δb имеет вид

$$\Delta \dot{b} = K \Delta b + v^T A \epsilon + v^T d e_w - K v^T e_q.$$

Здесь $\epsilon = q - \hat{q}_u - \bar{q}$ - вектор вспомогательных переменных;
 $e_w = w - \hat{w}$ - ошибка оценивания возмущения; $e_q = q - \hat{q}$ - ошибка
оценивания вектора состояния объекта.

Записав на основании (8)-(14) дифференциальные уравнения для
переменных ϵ , e_w , e_q , легко убедиться, что динамические свой-
ства ϵ , e_q однозначно определяются собственными значениями
матриц A , $\Pi_d A$, $\Pi_B A$. Динамические свойства ошибок Δb , e_w
могут быть произвольно установлены выбором матриц H , N и числа K .

Установившиеся значения ошибок определяются производной возмущения W .

Известно, что ненулевые полюса обратной системы совпадают с нулями исходной. Поэтому если объект (8)-(10) является устойчивым и минимальнофазовым, то при ограниченной скорости изменения возмущения условие (7) может быть выполнено.

Рассмотрим влияние на вид управления ограничений (4), (5). Аппроксимируем ограничения эллипсом $(u-u_0)^T R (u-u_0) \leq f$, где $u_0 = [u_1^{MAX}/2, (Q_c - u_2^{MIN})/2]^T$ - центр эллипса, R - весовая матрица. Введем критерий качества

$$J = \|v^T B u_R - (-v^T \tilde{A} \tilde{q}_u + \dot{r}^* + K e_G)\|^2 + \|u - u_0\|_R^2,$$

характеризующий отклонения искомого, скорректированного с учетом ограничений, управления u_R от управления (13) и от середины области ограничений. Минимизируя J по u_R , получаем закон управления, близкий (в среднеквадратическом смысле) к (13) и максимально удовлетворяющий ограничениям (4), (5):

$$u_R^* = (B^T v v^T B + R)^{-1} [B^T v (-v^T \tilde{A} \tilde{q}_u + \dot{r}^* + K e_G) - R u_0].$$

При этом динамика ошибки воспроизведения будет определяться также элементами матрицы R .

Таким образом, получен алгоритм управления температурным полем, обеспечивающий изменение термонапряжения в фиксированной точке сечения объекта по заданному закону при нестационарных граничных условиях теплообмена и ограниченных ресурсах управления.

Литература: 1. Б у т к о в с к и й А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами. - М., 1975. - 568 с.
2. Л ю б ч и к Л.М. К задаче синтеза регуляторов, компенсирующих возмущения // Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 263: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 9. - Харьков, 1989. - С.14-17. 3. В о с т р и к о в А.С., У т к и н В.И., Ф р а н ц у з о в а Г.А. Системы с производной вектора состояния в управлении // Автоматика и телемеханика. - 1982. - № 3. - С.22-24.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ВИБРОДИАГНОСТИКИ СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

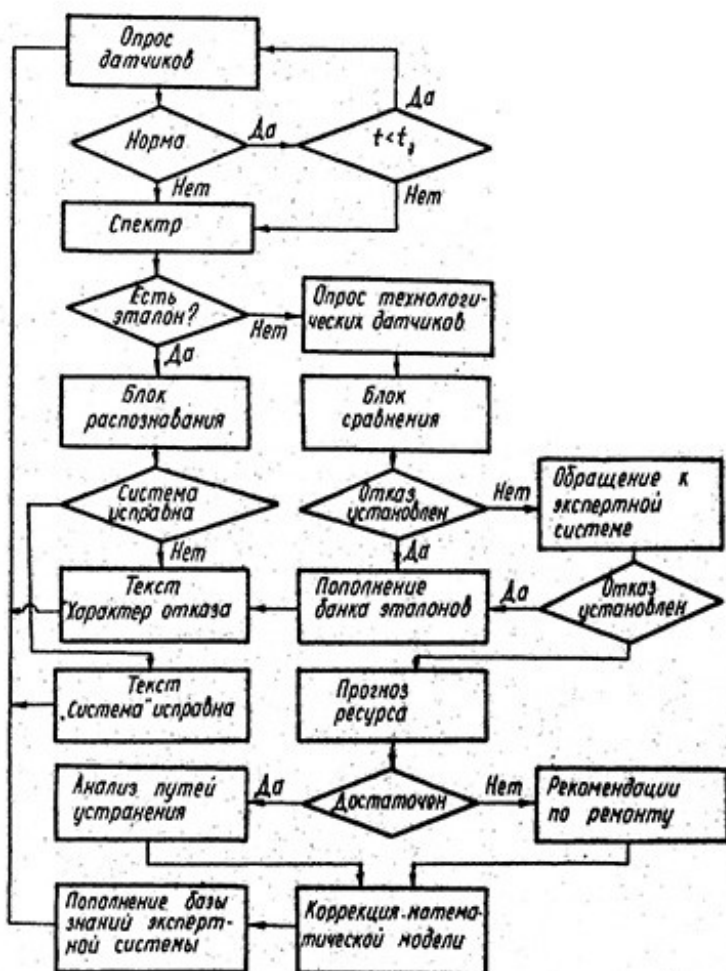
Рост единичных мощностей и повышение рабочих параметров современных технологических систем, усложнение как их общей структуры, так и составляющих агрегатов и подсистем резко повысили "цену" их отказов, расширили масштабы технико-экономических и социально-политических последствий возможных аварий, что привело к ужесточению требований по надежности, безопасности и живучести таких систем. Одним из важнейших средств повышения надежных свойств сложных комплексов становится расширение сферы применения развитых диагностических систем, в том числе средств вибродиагностики. Интегрированная в систему технологического контроля вибродиагностика позволяет получать непрерывную оценку фактического технического состояния оборудования, прогнозировать его остаточный ресурс и на этой основе оптимизировать управление качеством технологического процесса, переходить от организации ремонтно-профилактических работ "по плану" к их проведению "по состоянию" диагностируемого объекта. Это позволяет своевременно предупреждать многие потенциально опасные отказы и аварии, обеспечивает значительный технический и экономический эффект от сокращения излишних ремонтов, вскрытия, разборок и осмотров оборудования, уменьшения численности ремонтного персонала.

В настоящей работе рассматриваются концептуальные основы построения автоматизированной системы вибродиагностики сложного комплекса на примере технологического оборудования второго контура атомных электростанций. Математическая постановка задачи построения диагностической модели состоит в установлении оператора F соответствия между множеством X контролируемых параметров системы Q и множеством Y ее состояний, такого, что $\forall X_i \in X$ и $\forall Y_j \in Y$ однозначно определена связь $Y_j = F(X_i)$. При этом предполагается, что любое техническое состояние Y_j системы вполне может быть определено набором признаков $\{y_{j1}, y_{j2}, \dots, y_{jn}\}$ в n -мерном признаковом пространстве. На основе этой модели в процессе эксплуатации системы Q с заданными периодами дискретизации T_k измеряются составляющие вектора X , и по закону F определяется техниче-

ское состояние системы Q как одно из значений Y_j множества Y ее состояний. При этом основную информационную функцию среди компонентов вектора X_i из всего множества X контролируемых параметров несут спектральные характеристики вибраций подшипников турбогенератора и других подлежащих контролю точек. Такая постановка задачи близка к традиционной [1; 2], однако известные методы не могут быть непосредственно применимы для организации диагностирования такой сложной и в значительной мере уникальной системы, как комплекс технологического оборудования машзала АЭС. Этому препятствует отсутствие информации о диагностических признаках большинства известных отказов в имевшейся статистике, невозможность непосредственного получения словаря диагностических признаков при испытаниях оборудования путем доведения его до состояния отказа, неприменимость диагностических признаков, полученных на одном энергоблоке, для оборудования других АЭС или даже других энергоблоков той же станции. Эти обстоятельства требуют создания адаптивной самообучающейся автоматизированной системы контроля и диагностики (АСКД), формирующей базы знаний с диагностическими признаками в процессе ее эксплуатации.

Рассмотрим структурную схему обобщенного алгоритма АСКД (рисунок). В соответствии с принятой концепцией [3] ее центральным звеном является процедура "СПЕКТР" нахождения спектральных характеристик вибраций контролируемых точек. Обращение к процедуре предусмотрено в любом из следующих четырех случаев: при повышении значения виброперемещения L_{kp} или виброскорости L_{kp} заданных уставок по любой из трех составляющих $K = 1, 2, 3$, соответствующих вертикальному, поперечному и осевому направлениям, на одном из L подшипников или в другой контролируемой точке; периодически независимо от текущих значений L_{kp} и L_{kp} через заданные промежутки времени t_3 ; по требованию оператора, который может руководствоваться при этом как объективными показателями приборов технологического контроля, так и субъективными ощущениями или неформализуемыми признаками типа посторонних шумов, звуков или вибраций (вход 1); при внезапном превышении значений отдельных технологических параметров, которое может служить потенциальной причиной или следствием повышенной вибрации или косвенно может указывать на изменение технического состояния турбоагрегата, проявляющееся в изменении его спектральных характеристик (вход 2).

Использование процедуры "СПЕКТР" предполагает наличие и регулярное пополнение банка эталонных спектров. Каждый эталон



соответствует исправному состоянию турбоагрегата или одному виду отказа. При совпадении формы текущего спектра с эталоном оператору выдается текстовое сообщение об исправности агрегата или о характере, признаках и причинах отказа или возможной аварийной ситуации. В последнем случае может быть выдана информация о способах и путях предотвращения аварийной ситуации. При отсутствии аналога

в банке эталонных спектров предусмотрено обращение к значениям теплотехнических и других технологических параметров. Такое обращение возможно и при наличии эталона в случае его неоднозначности и необходимости привлечения дополнительной информации по уточнению состояния турбоагрегата или другого диагностируемого оборудования машзала. Если же и дополнительная информация не помогает идентифицировать состояние агрегата, на дисплей выводится все множество измеряемых параметров и текстовое сообщение о невозможности установления причины повышенной вибрации или характера возможного отказа. Это множество и соответствующий спектр вибраций опор обязательно фиксируются. После экспертной оценки состояния, останова, осмотра или ремонта турбины зафиксированный набор параметров вместе с характером отказа или повреждения должен быть занесен в банк данных и поставлен в соответствие спектру как эталону этого состояния.

Наряду с формированием словаря диагностических признаков системы в процессе ее обучения, экспериментальными исследованиями вибросостояния турбоагрегата и использованием статистики отказов определенную информацию могут дать различные динамические модели турбоагрегата, имеющие вид $J\ddot{x} + B\dot{x} + Cx = \vec{G}(t)$, где J , B и C - симметрические матрицы, выражающие соответственно инерционные, диссипативные и упругие свойства системы; x - вектор перемещений; $\vec{G}(t)$ - вектор действующих сил. Если отдельные дефекты при определенной глубине их развития могут вполне однозначно найти отражение в изменении матриц J , B или C , то при известном векторе входных воздействий изменение координат вектора перемещений x также может быть важным источником информации об этом дефекте. По данным Харьковского филиала ЦИБ Союзэнергоремонта, вибродиагностическая модель турбоагрегата может обеспечить получение вибрационных признаков таких существенных дефектов, как эксцентриситет масс, перекося дисков на роторе, поломка рабочих лопаток, прогиб ротора, несоосность соединения муфт роторов; расцентровка опор. Однако построение расчетно-экспериментальных моделей вынужденных колебаний такой сложной системы, как ротор со многими дисками - масляный слой подшипников - опоры, является достаточно громоздкой задачей, а точность определения отклонений параметров динамической модели вообще проблематична. Поэтому для построения автоматизированной системы диагностики необходимо предусмотреть достаточный ресурс вычислительной техники с тем, чтобы на этапе

обучения системы можно было бы реализовать следующие основные принципы АСКД: 1) непрерывность процесса диагностирования с регулярной фиксацией параметров технического состояния турбины, спектра вибраций опор подшипников и технологических параметров; 2) адаптация системы диагностики и ее способность к самообучению, к накоплению диагностической информации и правильному пользованию ею; 3) единство процессов диагностики оборудования, технологического процесса и системы управления; 4) сочетание использования диагностических моделей, расчетно-экспериментальных моделей динамики турбоагрегата и банка эталонных спектров, пополняемого в процессе эксплуатации АСКД; 5) наличие подсистемы прогнозирования остаточного ресурса и развития аварийных ситуаций при различных вариантах действий оператора; 6) построение и ведение экспертной системы диагностических признаков, источниками которых могут быть инструктивные документы, литературные источники, опыт эксплуатации, консилиумные совещания специалистов и т.д.

Предлагаемый алгоритм проходит детальную проработку, осуществляется накопление диагностической информации о характере и частоте отказов оборудования машзала на ряде АЭС, изучается возможность и способы интеграции АСКД в существующую АСУТ для турбоустановок на действующих и строящихся энергоблоках.

Литература: 1. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. - М., 1987. - 288 с. 2. Вибрации в технике: Справ. Т.5: Измерения и испытания. - М., 1980. - 496 с. 3. Пономарев А.С., Голоскоков А.Е. Алгоритмы вибродиагностики турбомашин энергоблоков АЭС // Волновые и вибрационные процессы в машиностроении: Тез.докл. Всесоюз.конф. - Горький, 1989. - С.61-62.

УДК 62-50

Д.К. СВЯТЦОВА, канд.техн.наук
Э.А. ПИКУР, канд.техн.наук
А.Д. КОВТУН

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННЫМ МЕТОДОМ

Методы идентификации систем управления по экспериментальным частотным характеристикам, основанные на методе наименьших квад-

2-2673

ратов, обладают тем достоинством, что позволяют идентифицировать передаточную функцию с большой точностью. Однако применение известных методов идентификации [1; 2] сопряжено со значительными трудностями, возникающими при формировании системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для вектора неизвестных параметров передаточной функции модели.

Так, в работе [2] для определения параметров частотной передаточной функции

$$W(i\omega) = \frac{N(i\omega)}{M(i\omega)}, \quad (1)$$

где

$$N(i\omega) = \sum_{s=0}^m (i\omega)^s a_s, \quad M(i\omega) = 1 + \sum_{s=1}^n (i\omega)^s b_s -$$

комплексные функции частоты ω , получена следующая система уравнений:

$$\sum_{k=1}^N [(1 - \omega_k^2 b_2 + \omega_k^4 b_4 - \dots) u_k - (\omega_k b_1 - \omega_k^3 b_3 + \dots) v_k - (a_0 - \omega_k^2 a_2 + \omega_k^4 a_4 - \dots)] \omega_k^s = 0, \quad s = 0, 2, 4, \dots, m_1;$$

$$\sum_{k=1}^N [(\omega_k b_1 - \omega_k^3 b_3 + \dots) u_k + (1 - \omega_k^2 b_2 + \omega_k^4 b_4 - \dots) v_k - (\omega_k a_1 - \omega_k^3 a_3 + \dots)] \omega_k^s = 0, \quad s = 1, 3, \dots, m_2;$$

$$\sum_{k=1}^N \left\{ [(1 - \omega_k^2 b_2 + \omega_k^4 b_4 - \dots) u_k - (\omega_k b_1 - \omega_k^3 b_3 + \dots) v_k - (a_0 - \omega_k^2 a_2 + \dots)] v_k - [(\omega_k b_1 - \omega_k^3 b_3 + \dots) u_k + (1 - \omega_k^2 b_2 + \dots) v_k - (\omega_k a_1 - \omega_k^3 a_3 + \dots)] u_k \right\} \omega_k^s = 0, \quad s = 1, 3, \dots, n_1;$$

$$\sum_{k=1}^N \left\{ [(1 - \omega_k^2 b_2 + \omega_k^4 b_4 - \dots) u_k - (\omega_k b_1 - \omega_k^3 b_3 + \dots) v_k - \right. \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 & - (a_0 - \omega_k^2 a_2 + \dots) u_k + [(\omega_k \theta_1 - \omega_k^3 \theta_3 + \dots) u_k + (1 - \omega_k^2 \theta_2 + \dots) v_k - \\
 & - (\omega_k a_1 - \omega_k^3 a_3 + \dots) u_k] \omega_k^s = 0, \\
 & s = 2, 4, \dots, n_2.
 \end{aligned}$$

Здесь $m_1 = m, m_2 = m-1, n_1 = n-1, n_2 = n$, если m, n - четные числа; $m_1 = m-1, m_2 = m, n_1 = n, n_2 = n-1$, если m, n - нечетные числа; u_k, v_k - значения экспериментальных вещественной и мнимой частотных характеристик на частотах $\omega_k, k = 1, N$.

СЛАУ (2) содержит четыре группы уравнений. Коэффициенты при неизвестных параметрах $Q_s (s=0, m), \theta_s (s=1, n)$ определяются в каждой группе по различным формулам, причем достаточно громоздким. Поэтому составление алгоритма и программы идентификации передаточной функции, реализующих формирование и решение на ЭВМ системы уравнений (2), требует больших затрат труда и времени.

В настоящей работе предлагается модификация данного метода, позволяющая свести процесс идентификации передаточной функции по ее частотным характеристикам к составлению и решению двух матричных уравнений простой структуры.

Рассмотрим вывод уравнений, с помощью которых согласно предлагаемому методу можно определить параметры передаточной функции (I). Будем исходить из того, что модель адекватна объекту и невязка между экспериментальным значением частотной характеристики $\omega_k = u_k + i v_k$ и значением частотной передаточной функции (I) на частоте ω_k зависит от случайной ошибки и определяется величиной

$$\begin{aligned}
 \epsilon_k &= N(i\omega_k) - \omega_k M(i\omega_k) = \\
 &= \sum_{s=0}^m (i\omega_k)^s a_s - (u_k + i v_k) \left[1 + \sum_{s=1}^n (i\omega_k)^s \theta_s \right].
 \end{aligned} \quad (3)$$

Множество величин $\{\epsilon_k\}$, удовлетворяющих равенству (3), образуют вектор

$$\epsilon = \Omega A - W - P B, \quad (4)$$

где $A = \{a_{2-1}\}, B = \{\theta_s\}$ - векторы неизвестных параметров частотной передаточной функции (I); $W = \{\omega_k\}$ - вектор значений частотной характеристики объекта; $\omega_k = u_k + i v_k$; $\Omega = \{\omega_{k2}\}, P = \{p_{ks}\}$ - прямоугольные матрицы с элементами $\omega_{k2} = (i\omega_k)^{2-1}$,

$$P_{Ks} = (u_k + i v_k) (i \omega_k)^s; \quad K=1, 2, \dots, N; \quad z=1, 2, \dots, m+1; \quad s=1, 2, \dots, n.$$

Критерий качества идентификации E определим как квадрат нормы вектора (4):

$$E = \|\Omega A - W - P B\|^2. \quad (5)$$

В соответствии с определением нормы вектора (5) в евклидовом пространстве имеем

$$E = (\Omega_1 A - U - P_1 B)^T (\Omega_1 A - U - P_1 B) + (\Omega_2 A - V - P_2 B)^T (\Omega_2 A - V - P_2 B). \quad (6)$$

Здесь $\Omega_1 = \text{Re} \Omega$; $\Omega_2 = \text{Im} \Omega$; $P_1 = \text{Re} P$; $P_2 = \text{Im} P$; $U = \text{Re} W$; $V = \text{Im} W$.

Величина E , вычисляемая по формуле (6), является расширенной квадратической формой параметров $A = \{a_{z-1}\}$, $B = \{b_s\}$ и имеет единственный минимум при условии, что

$$\begin{aligned} \Omega_1^T (\Omega_1 A - U - P_1 B) + \Omega_2^T (\Omega_2 A - V - P_2 B) &= 0; \\ P_1^T (\Omega_1 A - U - P_1 B) + P_2^T (\Omega_2 A - V - P_2 B) &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Уравнения (7) целесообразно представить в виде

$$\begin{aligned} (\Omega_1^T \Omega_1 + \Omega_2^T \Omega_2) A - (\Omega_1^T P_1 + \Omega_2^T P_2) B &= \Omega_1^T U + \Omega_2^T V; \\ (P_1^T \Omega_1 + P_2^T \Omega_2) A - (P_1^T P_1 + P_2^T P_2) B &= P_1^T U + P_2^T V. \end{aligned} \quad (8)$$

Матрицы Ω_1 , Ω_2 , P_1 , P_2 , U , V , определяющие коэффициенты и правые части уравнений (8), являются составляющими комплексных матриц $\Omega = \Omega_1 + i \Omega_2$, $P = P_1 + i P_2$, $W = U + i V$, которые в развернутой форме записываются следующим образом:

$$W = \begin{pmatrix} u_1 + i v_1 \\ u_2 + i v_2 \\ \dots \\ u_N + i v_N \end{pmatrix}, \quad \Omega = \begin{pmatrix} 1 & i \omega_1 & -\omega_1^2 & \dots & (i \omega_1)^m \\ 1 & i \omega_2 & -\omega_2^2 & \dots & (i \omega_2)^m \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & i \omega_N & -\omega_N^2 & \dots & (i \omega_N)^m \end{pmatrix}, \quad (9)$$

ТЕРМИНАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПО РЕШЕНИЯМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ЗАДАЧ

Рассматриваются задачи управления движением в условиях оценок ресурса управления [1; 2], решения которых основаны на решениях вспомогательных задач [3; 4; 5]. Излагаются вопросы дальнейшего развития их результатов. Приведены требования, предъявляемые к моделям задач, и приложения их решений в условиях оценки терминального состояния по критерию интенсивности. Выделены нелинейные вспомогательные задачи, модели которых представимы траекториями свободного движения. Рассмотрен пример построения управления переориентацией.

1. Исходные задачи (ИЗ). В частном случае нелинейной ИЗ (ИЗН) рассматривается управляемое движение, описываемое уравнениями

$$\dot{x} = A(x)v; \dot{v} = f(z) + Bv, z = \{x, v\}, u \in U, \quad (1)$$

где x, v - n -мерные векторы; $A(x), f(z)$ - дифференцируемые матрица и вектор-функция; $B - n \times 2$; $z \in R$ - постоянная матрица; U - множество оптимальных управлений по критерию [1; 2], определяемому заданными $\rho', q' \in \{1, 2, \infty\}$ и временем T :

$$J_1 = \left(\int_0^T \left(\sum_{i=1}^2 |u_i|^{p'} \right)^{q'/p'} dt \right)^{1/q'}; J_2 = \left(\sum_{i=1}^2 \left(\int_0^T |u_i|^{p'} dt \right)^{q'/p'} \right)^{1/q'} \quad (2)$$

или по быстродействию, если критерий введен как ограничение.

В этих условиях при $\rho = \rho' / (\rho' - 1)$, $q = q' / (q' - 1)$, $\kappa \in \{1, 2\}$ элементы [2]

$$u_j = h_j |h_j|^{p-2} R_{\kappa j} \quad (3)$$

$$\text{при } R_{1j} = \gamma^{q-p} \left(\int_0^T \gamma^q dt \right)^{-1}, \quad \gamma = \left(\sum_{i=1}^2 |h_i|^p \right)^{1/p};$$

$$R_{2j} = \beta_j^{q-p} (t) \left(\sum_{i=1}^2 \beta_i^q(\tau) \right)^{-1}, \quad \beta_j(t^*) = \left(\int_0^{t^*} |h_j|^p d\tau \right)^{1/p}, \quad t^* \in \{t, T\}.$$

Здесь κ - индекс критерия (2); h_j - компоненты $h = \beta' g$, определяемые решением $g = \{g_1, g_2\}$ сопряженного уравнения

$$\dot{q} = -\partial(\langle g, A(x)v \rangle + \langle g_2, f(z) \rangle) / \partial z, \quad (4)$$

где штрих - символ транспонирования; \langle, \rangle - скалярное произведение.

Терминальная ИЗН формулируется как задача определения $U \in U$, при котором система (I) переводится из положения z в терминальную P - окрестность конечного положения $z_k - \bar{z}_k$.

Аналогичная постановка имеет место и для линейной ИЗ (ИЗЛ). В ней вместо (I) рассматривается система $\dot{x} = V, \dot{V} = A_1 z + B_1 u + W_1 -$

$$\dot{z} = Az + Bu + w. \quad (5)$$

Здесь A_1, B_1, W_1 и соответствующие A, B, W - постоянные матрицы и векторы. В этом случае (4) сводится к уравнению

$$\dot{q} = -A'q, \quad q(0) = l,$$

решение которого $q(t) = F'[-t]l$, а $h = H'l, H[t] = F[t]B$, где $F[t]$ - матрицант уравнения (5). При этом результат управляемого движения [I]

$$c = F[-T]z_k - z_0 - \int_0^T F[-\tau]w d\tau = \int_0^T H[-\tau]u d\tau \quad (6)$$

при $u = u(h) \in U$ эквивалентен уравнению [3]

$$c p(l) = \partial p / \partial l, \quad (7)$$

корень которого вектор l^0 определяется и при решении задачи [I]:

$$p(l^0) = \min p(l) \quad \text{при} \quad \langle l, c \rangle = 1. \quad (8)$$

2. Линейная вспомогательная задача (ВЗЛ). Ниже под решением ВЗЛ понимается одно из следующих неизвестных: вектор l^0 ; вектор-функции $\bar{h}(t), \bar{u}(t), \bar{x}(t)$; оценка критерия (2) - $\bar{\mu}(\bar{z})$. Здесь волна вводится для отличия от соответствующих постоянных и переменных в ИЗ. За ВЗЛ принимается задача вида ИЗЛ, модель которой удовлетворяет требованиям корректности решения задачи по Адамару и вго представимости в явном виде от z, T и t , если решение - вектор-функция t . Это обеспечивается надлежащим выбором уравнения (5) и критерия (2).

Система уравнений в модели ВЗЛ может вводиться формально или в виде линейной системы, полученной на основе линеаризации системы (1) или замораживания в ней части переменных [5].

Пусть ВЗЛ такова, что в силу однородности $\rho(\ell)$ существует матрица R с элементами $\partial^2 \rho / \partial \ell_i \partial \ell_j$, $i, j = 1, \dots, n$. Тогда существует единственное решение соответствующей задачи (8) - $\bar{\ell}(\bar{c}) = Q(\bar{c}) \bar{c}$, где $Q(\bar{c})$ - определенно-положительная матрица.

Выделим следующие аспекты приложений этого результата.

1) Введение терминальной оценки. В этих условиях оказывается, что в силу (3) и (2) оценка критерия при $\bar{c} = y - \bar{\mu} = \bar{\mu}(\tau, y)$ - явная функция от \bar{T} и y от y - строго положительная, однородная функция первого порядка. При заданных t_K и z_K по ней можно ввести ℓ -окрестность конечного положения $z_K - \bar{z}_K$. Если при $w = 0$ и $z_K = 0$ оценка строго монотонна, то ее можно положить в основу построения терминального управления [5].

2) Алгоритмизация процесса решения задачи (8) в условиях ИЗЛ. Проектируя $\bar{\ell} = Q(\bar{c}) \bar{c}$ на $\langle \bar{\ell}, c \rangle = 1$, получаем преобразование

$$\ell(\bar{c}) = \bar{\ell} + (1 - \langle \bar{\ell}, c \rangle) / \langle c, c \rangle. \quad (9)$$

Процедура решения реализуется в такой последовательности. При $m=1$, $\bar{c} = c$ в результате подстановки в (7) $\ell(\tau) = \bar{\ell}'(\tau)$ определяется c^m и невязка $\Delta^m = \bar{c}^m - c$. Далее при $m \geq 1$ вводится $\bar{c} = c^m - \mathcal{L} \Delta^m$ и при $\ell = \ell(c^m - \mathcal{L} \Delta^m)$ - (9) решается задача минимизации (8) по \mathcal{L} . В результате определяется $\bar{c}^{m+1} = c^m - \mathcal{L}_m \Delta^m$ и при подстановке $\ell(\bar{c}^{m+1})$ в (7) - c^{m+1} и невязка Δ^{m+1} . Оказывается, что в таком процессе $\rho(\ell^{m+1}) < \rho(\ell^m)$. Он завершается при $\mu(\tau, \Delta^m) \leq \epsilon$.

3) Аспекты алгоритмизации решения ИЗН. Отметим, что решение этой задачи $u(t) \in \mathcal{U}$ в силу (1), (3), (4) определяется вектором ℓ^0 . Поскольку в условиях ИЗН не удается ввести задачу (8), то на основе п.2 нельзя вычислить такое ℓ^0 по решению ВЗН. Однако, если ввести ИЗЛ, отличающуюся от ИЗН тем, что в ней вместо (1) введена соответствующая линеаризованная система, то определение ℓ^0 можно реализовать на основе решений ИЗЛ в соответствии с п.2 при коррекции в ней граничных условий и по невязке $\Delta = z_K^* - \bar{z}_K - \bar{c} = \bar{c}^m - \mathcal{L}^* \Delta^m$, где z_K^* - результат интегрирования уравнений (1), (4) при $u \in \mathcal{U}$ и заданном ℓ^m , которая проводится на основе

минимизации с дробным шагом по α^* терминальной оценки ВЗЛ - $\bar{U}(T, \Delta(\alpha^*))$. Здесь $\Delta(\alpha^*)$ - невязка Δ , определяемая решением ИЗЛ $\rho(\alpha^*)$ при соответствующем заданном α^* . Сходимость соответствующего алгоритма необходимо проверять численным экспериментом для конкретной ИЗН.

Аспекты приложения других решений ВЗЛ изложены в [4; 5].

3. Управление переориентацией твердого тела (ТТ) по решению нелинейной ВЗ (ВЗН). Среди ИЗН можно выделить задачи, в которых система уравнений (1) такова, что при заданных x_0, x_k и $u \equiv 0$ значение V_0^* определяется в точной или приближенной формах. В этих условиях при заданном V_0 переход в ρ -окрестность $x_k - X_k$ реализуется путем сообщения импульса $S = V_0^* - V_0$, после которого начинается движение по свободной траектории. Интерпретируя решение V_0^* как решение ВЗН, рассмотрим его приложения для ИЗН управления переориентацией ТТ, когда ориентация определяется вектором ψ [6].

Обозначим через ω, u векторы угловой скорости и управления а через $[\cdot, \cdot]$ - векторное произведение и введем $a_i = (I_j - I_k)/I_i$; $\forall (i, j, k) \in \Pi = \{(1, 2, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2)\}$, где I_i - моменты инерции. В этих обозначениях система (1) для задачи переориентации имеет вид

$$\dot{\psi} = (1 - \psi^2/16)\omega + [\psi, \omega]/2 + \psi \langle \psi, \omega \rangle / 8; \quad (10)$$

$$\dot{\omega}_i = \omega_i + u_i, \quad \omega_i = a_i \omega_j \omega_k, \quad \forall (i, j, k) \in \Pi, \quad (11)$$

и ИЗН представляет собой задачу определения $u \in U$, при котором $Z = \{\psi, \omega\}$ переходит в ρ -окрестность остаточного поворота Z_ρ .

Вводится ВЗН, в которой рассматривается система (10), (11) при $\psi' = \psi(t')$, $u \equiv 0$. Требуется определить требуемую угловую скорость $\tilde{\omega}$, при которой в результате свободного вращения $\psi' \rightarrow Z_\rho$.

Представив с учетом (10), (11) ψ' по формуле Тейлора в точке $t' = 0$ и отбросив остаточный член, получим приближенное выражение для ψ' в виде векторного многочлена порядка m от линейного поворота $Q = \tilde{\omega} \tilde{T}$. Обращая этот многочлен и отбрасывая члены порядка выше m , определим приближенное значение

$$Q = \psi' + P_2(\psi') + \dots + P_m(\psi'), \quad (12)$$

которое будем принимать за решение ВЗН, а при заданном \tilde{T} и $\tilde{\omega} = Q/\tilde{T}$. Здесь $P_i(\psi')$ - однородная векторная форма от ψ' порядка i .

Рассмотрим приложение этого результата для определения $u \in U$ при полярном управлении, когда $|u| = u^*$ при заданном u^* . Это ограничение соответствует ограничению на \mathcal{J}_1 - (2) при $(p', q') = (2, \infty)$.

Обозначив $\tau_i = a_i \tilde{\omega}_j \tilde{\omega}_k, \forall (i, j, k) \in \Pi$, определим $T_i = Q/\omega$, $T_2 = (|z|/(u^* - \delta))^{1/2}$, где $0 < \delta \ll u^*$ - заданная постоянная. Задав $\tilde{T} \in (T_1, T_2)$, представим решение ИЭН в виде

$$u = u^* s / |s|, \quad s = Q - \tilde{T} \omega \operatorname{sgn}(1 + \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}, \omega)) / 2. \quad (13)$$

В случае декартового управления при $|u_i| = u_i^*$ (ограничение для \mathcal{J}_1 (2) при $p' = q' = \infty$) вычисляются

$$T_{2i} = \max \{ (|z_j| / (u_j^* - \delta))^{1/2}, (|z_k| / (u_k^* - \delta))^{1/2} \}, \quad \forall (i, j, k) \in \Pi,$$

а управление определяется компонентами

$$u_i = u_j^* \operatorname{sgn}(Q_i - \tilde{T}_i \omega_i \operatorname{sgn}(1 + \operatorname{sgn}(\tilde{\omega}_i, \omega_i)) / 2), \quad \tilde{T}_i \in (T_1, T_{2i}). \quad (14)$$

Замечания: 1. Изменением в (13), (14) $\tilde{T} = [T_1, T_2]$, $\tilde{T}_i = [T_1, T_{2i}]$ можно реализовать различные схемы управления. Если вводить ограничения в виде $|u| \leq u^*$, $|u_i| \leq u_i^*$, то с учетом скоростных оценок на некоторых отрезках времени управления будут нулевыми.

2. Повышение точности определения Q и уменьшение порядка m в (12) обеспечивается путем дробления поворота. В частности, при заданном N в виде $\psi_N = \psi' / N$. Отметим, что дробление соответствует импульсному управлению с коррекцией в промежуточных точках.

3. Здесь определено $u \in U$ на момент времени t' . Поскольку реальный такт управления реализуется на $[t', t' + \tau]$, то в момент времени $t' + \tau$ необходимо определять остаточный потребный поворот [6]

$$\psi(t' + \tau) = \frac{16(16 - \Delta\psi^2)\psi' - (16 - \psi'^2)\Delta\psi + 8[\psi', \Delta\psi]}{256 + \Delta\psi^2 \cdot \psi'^2 + 32 \langle \psi', \Delta\psi \rangle},$$

где $\Delta\psi$ - реализованный поворот на $[t', t' + \tau]$, определяемый соответствующим алгоритмом.

4. Если в конечные условия включено и значение ω_k , то его выполнение следует обеспечить на конечном участке другим алгоритмом управления. Отметим, что в этих условиях $\psi \approx \omega$.

Литература: 1. Красовский Н.Н. Теория управления движением. - М., 1968. - 476 с. 2. Фролов Д.А. Об общих и частных особенностях структур оптимальных программ управления некоторыми движущимися объектами // Сб.тез.докл. Второй Всесоюз. конф. по оптимальному управлению в механических системах. - Казань, 1977. - С.81-82. 3. Фролов Д.А. Алгоритмы построения некоторых оптимальных программ // Системы автоматического управления и контроля. - Киев, 1974. - С.45-51. 4. Фролов Д.А. Управление движением по решениям вспомогательных задач // Вестн. Харьк.политехн.ин-та. № 252: Техн.кибернетика и ее прил. Вып.8. - Харьков, 1988. - С.10-13. 5. Фролов Д.А. Управление движением по оценкам решений вспомогательных задач // Методология решения прикладных оптимизационных задач: Сб.науч.тр. Ин-та кибернетики АН Украины. - Киев, 1992. - С.63-92. 6. Фролов Д.А. Развороты твердого тела по опорным моделям вектора модифицированного поворота // Вестн. Харьк.политехн.ин-та. № 240: Техн.кибернетика и ее прил. Вып.7. - Харьков, 1987. - С.25-28.

УДК 62.505

Н.Г.ИРРЕВ, канд.техн.наук

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА С МОДЕЛЬЮ

При синтезе системы управления проектируемого объекта его принятая математическая модель может существенно отличаться от реального процесса, что может повлечь за собой резкое снижение эффективности разработанной системы управления. Возникает задача, связанная с построением математической модели объекта на основании наблюдений, получаемых в условиях функционирования объекта по его входным и выходным параметрам - параметрам состояния объекта. Эта задача получила название идентификации систем [1].

Пусть идентифицируемый объект описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + \sum_{z=1}^m b_{iz} u_z, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где a_{ij} , b_{iz} - в общем случае неизвестные динамические параметры объекта и параметры управлений соответственно; u_z , x_j - входные и выходные координаты объекта, которые могут быть измерены в

дискретные моменты времени t_k с периодом дискретизации T . В данном случае период дискретизации T — это интервал времени, через который измеряются входные и выходные величины на интервале работы объекта ($t_0 \leq t_k \leq t_N$), где $k = 0, 1, 2, \dots, N$. В нашем случае t_k будут представляться в виде

$$t_0 = 0; t_1 = t_0 + T; t_2 = t_0 + 2T; \dots; t_N = t_0 + NT. \quad (2)$$

Ставится задача по известным входным U_z и выходным x_j координатам объекта, измеренным в моменты времени t_k и хранящимся в памяти ЦВМ, определить динамические параметры a_{ij} объекта (1).

Воспользовавшись методом первых разностей [2], перейдем от (1) к разностным уравнениям, которые в нашем случае имеют вид

$$x_{i,k+1} = x_{i,k} + \sum_{j=1}^n T a_{ij} x_{j,k} + \sum_{z=1}^m T b_{iz} U_{z,k}, \quad (3)$$

где $i = \overline{1, n}$; $k = \overline{0, N}$ причем $N \gg n^2$.

Поскольку $x_{j,k}$ являются решениями системы (3), они в силу единственности удовлетворяют каждому из уравнений этой системы. Поэтому при решении задачи идентификации для определения всех n^2 искоемых параметров a_{ij} будем последовательно определять n параметров a_{ij} из каждого уравнения системы (3).

Теперь выберем модель объекта вида

$$y_{i,k+1} = y_{i,k} + \sum_{j=1}^n T d_{ij} y_{j,k} + \sum_{z=1}^m T b_{iz} U_{z,k}, \quad (4)$$

в которой структура и порядок системы такие же, как и объекта.

Возмущающее воздействие или управление в (3) и (4)

$$\sum_{z=1}^m T b_{iz} U_{z,k}$$

одинаково для объекта и модели.

Динамические параметры модели d_{ij} известны и задаются произвольно, хотя их можно задать и приближенно, исходя из инженерной практики проектирования и исследования аналогичных систем. Выходные координаты модели также известны. Они могут быть получены путем решения системы (4) при заданных d_{ij} и $\sum_{z=1}^m T b_{iz} U_{z,k}$.

Таким образом, имитируя на модели (4) те же входные воздействия, что действуют и на идентифицируемый объект, выбирая по какому-то закону изменение динамических параметров модели d_{ij} , не-

обходимо добиться того, чтобы разность или квадратичная разность выходных координат объекта и модели в каждый момент времени t_k стала равной нулю. Тогда можно считать, что полученные путем настройки по определенному правилу параметры модели a_{ij} будут равны параметрам объекта q_{ij} .

Вычитая (4) из (3), получаем

$$x_{i,k+1} - y_{i,k+1} = x_{i,k} - y_{i,k} + \sum_{j=1}^n T a_{ij} x_{j,k} - \sum_{j=1}^n T d_{ij} y_{j,k}. \quad (5)$$

Представим искомые параметры объекта a_{ij} в виде суммы известных (заданных) параметров модели d_{ij} и неизвестных "добавок" Δd_{ij} :

$$a_{ij} = d_{ij} + \Delta d_{ij}, \quad (6)$$

тогда выражение (5) примет вид

$$\sum_{j=1}^n T \Delta d_{ij} x_{j,k} = x_{i,k+1} - y_{i,k+1} - x_{i,k} + y_{i,k} - \sum_{j=1}^n T d_{ij} (x_{j,k} - y_{j,k}). \quad (7)$$

В выражении (7) правая часть представляет собой известную величину (измеренные x_j, y_j и заданные d_{ij}). Применяя к (7) метод наименьших квадратов, получаем алгоритм определения "добавок" Δd_{ij}

$$\min_{\Delta d_{ij}} J = \min_{\Delta d_{ij}} \sum_{k=0}^N \left\{ \sum_{j=1}^n T \Delta d_{ij} x_{j,k} - [x_{i,k+1} - y_{i,k+1} - x_{i,k} + y_{i,k} - \sum_{j=1}^n T d_{ij} (x_{j,k} - y_{j,k})] \right\}^2 \quad (8)$$

Необходимое условие минимума (8) по Δd_{ij} следующее: $\frac{\partial J}{\partial \Delta d_{ij}} = 0$.

Оно представляет собой систему n алгебраических уравнений n -го порядка для определения оценок $\Delta \hat{d}_{ij}$ [3]:

$$\sum_{k=0}^N \frac{\partial J}{\partial \Delta d_{ij}} \left\{ \sum_{j=1}^n T \Delta d_{ij} x_{j,k} - [x_{i,k+1} - y_{i,k+1} - x_{i,k} + y_{i,k} - \sum_{j=1}^n T d_{ij} (x_{j,k} - y_{j,k})] \right\} T x_{j,k} = 0 \quad (9)$$

Такую систему часто называют системой нормальных уравнений, решая которую, определяют оценки $\Delta \hat{d}_{ij}$, а затем по выражению (6) находят и искомые параметры объекта a_{ij} .

Рассмотрим второй возможный вариант определения оценок. Для этого воспользуемся итерационным методом Пикара [4].

В общем случае система (7) может быть записана в виде системы уравнений вида

$$f_i(\Delta \mathcal{L}_{ij}) = 0; \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (10)$$

Приведем эту систему к виду, удобному для итерации,

$$\Delta \mathcal{L}_{ij} = \varphi_i(\Delta \mathcal{L}_{ij}). \quad (11)$$

Приведение системы (10) к виду (11) можно осуществить бесчисленным множеством способов. Если теперь в правую часть (11) подставим какое-то произвольно выбранное начальное значение оценки $\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(0)}$, получим первое приближение оценки $\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(1)} = \varphi_i(\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(0)})$. Затем определяем второе приближение и т.д.

Рабочая формула итерационного процесса

$$\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(q+1)} = \varphi_i(\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(q)}). \quad (12)$$

В нашем случае по аналогии с (10)-(12) получим итерационный процесс определения "добавок" (оценок) параметров $\Delta \hat{\mathcal{L}}_{ij}$ вида

$$\sum_{j=1}^n \beta_{ij} \Delta \mathcal{L}_{ij}^{(q+1)} x_{j,k} = \left[x_{i,k+1} - x_{i,k} + y_{i,k} - y_{i,k+1} - \sum_{j=1}^n d_{ij} (x_{j,k} - y_{j,k}) \right] \sum_{j=1}^n c_{ij} \Delta \mathcal{L}_{ij}^{(q)} x_{j,k}, \quad (13)$$

где $\beta_{ij} + c_{ij} = 1$ и выбираются из этого условия произвольно.

Таким образом, задав произвольно нулевые приближения $\Delta \mathcal{L}_{ij}^{(0)}$ и проведя вычисления согласно алгоритму (13), определим оценки $\Delta \hat{\mathcal{L}}_{ij} = \Delta \mathcal{L}_{ij}^{(q+1)}$, а значит, и идентифицируемые параметры (6), поскольку параметры \mathcal{L}_{ij} модели были выбраны ранее известными.

Литература: 1. Э я к х о ф ф П. Основы идентификации систем управления: Пер. с англ. - М., 1975. - 684 с. 2. Ку з о в к о в Н.Т. Непрерывные и дискретные системы управления и методы идентификации. - М., 1978. - 222 с. 3. В о л и к о в Г.А., К и р е е в Н.Г. Исследование некоторых алгоритмов идентификации стационарных динамических систем // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. № 240: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 7. - Харьков, 1987. - С.17-20. 4. К а л и т к и н Н.Н. Численные методы. - М., 1978. - 512 с.

МОДЕЛЬ МАРШРУТИЗАЦИИ ПОТОКОВ ПАССАЖИРОВ И ЗАКРЕПЛЕНИЕ ПАРКА
ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ЗА АВИАЛИНИЯМИ НА РЕГИОНАЛЬНОМ УРОВНЕ

При годовом планировании функционирования управления гражданской авиации (УГА) актуальной является задача рациональной маршрутизации потоков пассажиров на авиакорреспонденциях (АК), принадлежащих этому УГА, и закрепление за авиалиниями конкретных типов воздушных судов (ВС) с целью максимизации прибыли. Эта задача должна решаться с учетом ограничений на пропускную способность аэропортов УГА, количество ВС каждого типа, ограничений на топливо. При построении модели будем считать заданным перечень АК, принадлежащих УГА, прогнозируемые потоки пассажиров на них, а также интенсивность движения ВС других управлений в аэропортах рассматриваемого УГА и оценки объемов работ, которые могут выполнить ВС этого УГА на АК других УГА при маршрутизации потоков пассажиров рассматриваемого УГА.

Перейдем к построению модели. Предварительно введем ряд понятий и обозначений. Авиалиния состоит из одного или нескольких звеньев. При маршрутизации АК возникает несколько маршрутов движения, т.е. многозвеньевых авиалиний. Немаршрутизируемая АК соответствует однозвеньевой авиалинии. Обозначим $G_{1,1}^t$ - множество немаршрутизируемых АК, принадлежащих исследуемому УГА; G_2^t - множество АК УГА, которые являются претендентами на маршрутизацию потоков пассажиров. Будем считать, что при маршрутизации допускается максимум две посадки ВС и звенья маршрута могут принадлежать как рассматриваемому УГА, так и другим управлениям. Пусть последним соответствует множество $G_{1,2}^t \cdot P_{g\alpha}^{tj}$ - поквартальные оценки объемов работ, которые могут быть выполнены ВС изучаемого УГА на g -й АК (g -м звене) в j -м квартале t -го года; θ_g^t - множество вариантов маршрутов потока пассажиров на g -й АК, где $g \in G_2^t$; $\sum_{v \in \theta_g^t} f_{v\alpha}^{tj}$ - величина потока пассажиров на v -м маршруте j -го квартала t -го года, $v \in \theta_g^t$. Тогда естественным является ограничение

$$\sum_{v \in \theta_g^t} f_{v\alpha}^{tj} \leq P_{g\alpha}^{tj}, \quad g \in G_2^t, \quad j = \overline{1,4}, \quad \alpha = \overline{1,1} \quad (1)$$

где λ - направление потока пассажиров на ν -м маршруте. Аналогично вводится понятие направления потока пассажиров на j -м звене, характеризующееся величиной $\lambda = (0, 1)$.

Перейдем к построению условия, обеспечивающего выполнение потока пассажиров $\sum_{\nu \in \mathcal{U}} \tau_{\nu}^t$. Максимально возможная загрузка кресел i -го типа ВС на j -м звене \bar{n}_{ij}^{λ} определяется двумя показателями: протяженностью j -го звена l_j ; максимальным взлетным весом ВС, который зависит от длины взлетно-посадочных полос аэропортов j -го звена и направления движения ВС на нем. Максимальное количество пассажиров, которое может быть принято на борт ВС для перевозки их на ν -м маршруте, определяется следующим образом:

$$n_{i\nu}^{\lambda} = \min_{(j, \lambda) \in \psi_{\nu}^{\lambda}} \{ \bar{n}_{ij}^{\lambda} \}, \quad i \in I_{\nu}, \quad \lambda = 0, 1, \quad \nu \in \Theta^t,$$

где ψ_{ν}^{λ} - множество упорядоченных пар (j, λ) ; I_{ν} - множество типов ВС, которые могут эксплуатироваться на ν -м маршруте;

$$\Theta^t = \bigcup_{g \in G^t} Q_g^t; \quad G^t = G_{1,1}^t \cup G_{1,2}^t \cup G_2^t.$$

Условие, обеспечивающее выполнение потока пассажиров $\sum_{\nu \in \mathcal{U}} \tau_{\nu}^t$, запишем в виде

$$\sum_{\nu \in \mathcal{U}} \tau_{\nu}^t \leq \sum_{i \in I_{\nu}} \nu_{i\nu}^{\tau} \eta_i^{\tau} n_{i\nu}^{\lambda} \xi_{i\nu}^{\tau}, \quad \nu \in \Theta^t, \quad \gamma = \overline{1, 4}, \quad \lambda = 0, 1, \quad (2)$$

где $\xi_{i\nu}^{\tau}$ - количество ВС i -го типа на ν -м маршруте в γ -м квартале t -го года; η_i^{τ} - коэффициент загрузки кресел i -го типа ВС в γ -м квартале; $\nu_{i\nu}^{\tau}$ - количество рейсов в прямом и обратном направлении i -го типа ВС на ν -м маршруте:

$$\nu_{i\nu}^{\tau} = H_{i\nu}^{\tau} / \sum_{\lambda=0}^1 \sum_{j \in M_{\nu}} t_{ij}^{\lambda}$$
 где $H_{i\nu}^{\tau}$ - налет часов i -го типа ВС в γ -м квартале t -го года, эксплуатирующегося на ν -м маршруте; t_{ij}^{λ} - время налета i -го типа ВС на j -м звене в прямом и обратном направлениях; M_{ν} - множество звеньев ν -го маршрута.

Запишем условие обеспечения обслуживания потоков пассажиров на немаршрутизируемых АК, принадлежащих рассматриваемому УГА:

$$\bar{F}_{g\lambda}^{tr} + \sum_{(v,d) \in R_{g\lambda}^t} \bar{F}_{v\lambda}^{tr} \leq \sum_{i \in E_g^t} \bar{V}_{ig}^{tr} \bar{n}_{ig}^{r-\lambda} \bar{S}_{ig}^{tr} + \sum_{(v,d) \in R_{g\lambda}^t} \sum_{i \in I_v} \bar{V}_{iv}^{tr} \bar{n}_{ig}^{v\lambda} \bar{S}_{iv}^{tr}, \quad (3)$$

$$\bar{F}_{g\lambda}^{tr} \leq \rho_{g\lambda}^{tr}, \quad g \in G_{1,1}^t, \quad \lambda = 0, 1, \quad \gamma = \bar{1}, \bar{4},$$

где E_g^t - множество типов ВС, которые могут летать на g -м звене; $\bar{F}_{g\lambda}^{tr}$ - поток пассажиров, обслуживаемый на g -й АК при λ -направлении движения пассажиров; $R_{g\lambda}^t$ - множество упорядоченных пар (v, d) , определяющих маршруты и направление d движения пассажиров на них, соответствующее заданному λ ; \bar{V}_{ig}^{tr} - количество рейсов в прямом и обратном направлениях i -го типа ВС на g -й АК;

$$\bar{V}_{ig}^{tr} = \bar{H}_{ig}^{tr} / \sum_{\lambda=0}^1 t_{ig}^{\lambda};$$

\bar{S}_{ig}^{tr} - количество ВС i -го типа на g -й АК; $\bar{n}_{ig}^{v\lambda}$ - максимально возможная загрузка пассажирами i -го типа ВС на g -м звене (АК) v -го маршрута при d направлении движения ВС.

На АК, не принадлежавших рассматриваемому УГА, на которых однако эксплуатируются ВС этого УГА, обслуживающие маршрутизируемые потоки пассажиров, будем считать заданными некоторые оценки $\rho_{g\lambda}^{tr}$, $g \in G_{1,2}^t$, потоков пассажиров, которые могут быть ими обслужены.

Условие, обеспечивающее обслуживание потоков пассажиров на звеньях $g \in G_{1,2}^t$ воздушными судами рассматриваемого УГА,

$$\bar{F}_{g\lambda}^{tr} \leq \sum_{(v,d) \in R_{g\lambda}^t} \left(\sum_{i \in I_v} \bar{V}_{iv}^{tr} \bar{n}_{ig}^{v\lambda} \bar{S}_{iv}^{tr} - \bar{F}_{v\lambda}^{tr} \right); \quad (4)$$

$$\bar{F}_{g\lambda}^{tr} \leq \rho_{g\lambda}^{tr}, \quad g \in G_{1,2}^t, \quad \gamma = \bar{1}, \bar{4}, \quad \lambda = 0, 1.$$

Ограничение на парк ВС, принадлежащий УГА, имеет вид

$$\sum_{v \in \Theta^t} \bar{S}_{iv}^{tr} + \sum_{g \in G_{1,1}^t} \bar{S}_{ig}^{tr} \leq n_i^t, \quad i \in I^t, \quad \gamma = \bar{1}, \bar{4}, \quad (5)$$

где n_i^t - количество ВС i -го типа в t -м году.

Ограничение по топливу, выделенному УГА в t -м году,

$$\sum_{j=1}^{\gamma} \left(\sum_{v \in \theta^t} \sum_{i \in I_v} q_{iv} \bar{q}_{iv}^{tr} s_{iv}^{tr} + \sum_{g \in \theta_{ij}^t} \sum_{i \in I_g} \bar{q}_{ig} \bar{q}_{ig}^{tr} \bar{s}_{ig}^{tr} \right) \leq Q_t, \quad (6)$$

где q_{iv} - расход топлива i -м типом ВС на v -м маршруте (туда и обратно); \bar{q}_{ig} - расход топлива i -м типом ВС на g -м звене в прямом и обратном направлениях; Q_t - лимит на топливо.

Ограничения на пропускную способность функциональных подсистем аэропортов УГА по обслуживанию ВС

$$\sum_{j \in \Gamma_K} \sum_{i \in I_j} \bar{g}_{ij}^{tr} s_{ij}^{tr} + \sum_{j \in \Gamma_K} \sum_{v \in R_j^t} \sum_{i \in I_v} g_{iv}^{tr} s_{iv}^{tr} \leq \hat{\lambda}_{\Gamma_K}^t, \quad (7)$$

$$v \in \bar{N}_K, \quad k \in N, \quad \gamma = \overline{1,4},$$

$$\sum_{j \in \Gamma_K} \bar{g}_{ij}^{tr} s_{ij}^{tr} + \sum_{j \in \Gamma_K} \sum_{v \in R_j^t} g_{iv}^{tr} s_{iv}^{tr} \leq \hat{\lambda}_{\Gamma_K}^{ti}, \quad v \in \bar{N}_K, \quad k \in N, \quad i \in I^t, \quad \gamma = \overline{1,4}, \quad (8)$$

где Γ_K - множество звеньев, примыкающих к K -му аэропорту; \bar{g}_{ij}^{tr} , g_{iv}^{tr} - интенсивности движения i -го типа ВС на j -м звене и соответственно на v -м маршруте с учетом неравномерности в течение γ -го квартала и времени суток; R_j^t - множество маршрутов, которые могут пройти через j -е звено; \bar{N}_K - множество рассматриваемых функциональных подсистем, обслуживающих ВС в аэропорту; N - множество аэропортов рассматриваемого УГА; $\hat{\lambda}_{\Gamma_K}^t$, $\hat{\lambda}_{\Gamma_K}^{ti}$ - пропускные способности функциональных подсистем аэропорта по суммарной интенсивности поступления всех типов ВС и отдельно по каждому типу.

Ограничение на пропускную способность аэровокзальных комплексов аэропортов УГА по обслуживанию пассажиров на вылет

$$\bar{\delta}_K^{\gamma} \left(\sum_{(j,\lambda) \in S_K} \bar{f}_{j,\lambda}^{tr} + \sum_{j \in \Gamma_K} \sum_{(v,\alpha) \in \bar{S}_{j,K}} f_{v,\alpha}^{tr} \right) \leq \bar{\lambda}_K^t, \quad k \in N, \quad \gamma = \overline{1,4}, \quad (9)$$

где $\bar{\delta}_K^{\gamma}$ - коэффициент, учитывающий неравномерность поступления пассажиров в γ -м квартале в течение суток для K -го аэропорта; S_K - множество пар (j, λ) , определяющих звенья УГА, примыкающие к K -му аэропорту и потоки пассажиров на вылет на этих звеньях; $\bar{S}_{j,K}$ - множество пар (v, α) , определяющих маршруты движения ВС, проходящие через j -е звено, примыкающее к K -му аэропорту. Направление маршрутов соответствует обслуживанию пассажиров на вы-

лет. $\bar{\lambda}_K^t$ - пропускная способность K -го аэропорта по обслуживанию на вылет. По аналогии можно записать ограничения на пропускную способность аэропорта по обслуживанию прилетающих пассажиров и транзита.

Перейдем к формированию целевой функции модели, определяющей доход УГА, исходя из действующих в настоящее время принципов расчёта. Доход определяется доходными ставками по трем основным составляющим:

- 1) объем перевозок в тонно-километрах для парка ВС, принадлежащего рассматриваемому УГА;
- 2) объем отправок в тоннах как своих, так и чужих ВС;
- 3) количество отправок ВС по типам из аэропортов рассматриваемого УГА.

Будем считать, что при решении задачи маршрутизации и расстановки парка ВС УГА по авиалиниям заранее известны заявки по интенсивности движения ВС чужих управлений в аэропортах рассматриваемого УГА, а значит, и количество отправок по типам и их тоннаж. Поэтому доход от отправок ВС чужих управлений и тоннаж их коммерческой загрузки в целевую функцию не вводится, считается заранее известной величиной. Однако пропускная способность функциональных подсистем рассматриваемого УГА при решении задачи принимается с учетом обеспечения принятия и отправок чужих ВС, а также пассажиров.

Доход от перевозок ВС УГА

$$f_1 = \delta \left(\sum_{\alpha=0}^1 \sum_{U \in \Theta} \left(\sum_{j=1}^4 \alpha_{1U} \sum_{\substack{t \in T \\ j \in M_U}} \bar{e}_{ij}^{tj} \right) + \sum_{\lambda=0}^1 \sum_{j \in G_{\lambda+1}} \sum_{i=1}^4 \alpha_{ij} \bar{e}_{ij}^{tj} \right),$$

где δ - коэффициент перевода пассажиро-километров в тонно-километры; α_{1U} , α_{ij} - доходные ставки на тонно-километр на U -м маршруте и j -м звене.

Доход от отправок пассажиров из аэропортов рассматриваемого УГА на своих ВС

$$f_2 = \delta \sum_{K=1}^N \sum_{j=1}^4 \alpha_{2K} \left(\sum_{j \in \Gamma_K} \sum_{(U, \lambda) \in S_{j,K}} \bar{e}_{U\lambda}^{tj} + \sum_{(j, \lambda) \in S_K} \bar{e}_{j\lambda}^{tj} \right),$$

где α_{2K} - доходная ставка на тонну отправок.

Доход за первоначальные и транзитные самолето-вылеты в аэропортах УГА

$$f_3 = \sum_{K=1}^N \sum_{j=1}^4 \sum_{j \in \Gamma_K} \left(\sum_{U \in R_j} \sum_{i \in I_U} \alpha_{3K}^i \bar{e}_{iU}^{tj} + \sum_{(j, \lambda) \in S_K} \bar{e}_{j\lambda}^{tj} \right),$$

где α_{3K}^i - доходная ставка за самолето-вылет, зависящая от класса аэродрома K -го аэропорта и типа ВС.

Согласно изложенному выше запишем модель маршрутизации и закрепления парка ВС за авиалиниями на региональном уровне. Найти значение вектора $(\bar{F}_{ij}^{tr}, \bar{F}_{0\alpha}^{tr}, \bar{S}_{ij}^{tr}, \bar{S}_{i\alpha}^{tr})$, максимизирующего целевую функцию $F = \sum_{i=1}^n f_i$ при ограничениях (1) - (9).

Предложенная модель может быть использована при годовом планировании в отрасли гражданской авиации и рекомендоваться в качестве основы для решения задач перспективного развития УГА.

Рассмотренная задача относится к классу задач целочисленного линейного программирования с (0,1)-переменными. Для ее решения можно использовать пакеты прикладных программ, такие, как "Линейное программирование в ВАСУ" и СПО МПР-2.

УДК 681.513.8

И.В. КОЩЕНКО, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДА ВЫБОРА СТРУКТУРЫ ПРОГНОЗИРУЮЩИХ МОДЕЛЕЙ

Проведено исследование метода выбора структуры прогнозирующих моделей, предложенного в работе [1]. Методика исследования изложена в статье [2]. Сравнивалось качество прогнозирующих моделей, выбранных при одном разбиении точек предьстории на обучающую и проверочную последовательности, при двух, трех и так далее до восьми разбиений, т.е. $g = \bar{1}, \bar{8}$. Разбиение данных на обучающую и проверочную подматрицы осуществлялось в соответствии с правилом, заданным матрицей

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

при прямой последовательности способов разбиения данных и в соответствии с правилом, заданным матрицей

$$Y = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

при обратной последовательности способов разбиения данных. Каждый j -й столбец матриц R или Y соответствует j -му способу разбиения данных, $j = \overline{1, 8}$. Каждый r_{ij} -й или Y_{ij} -й элемент матриц R или Y , $i = \overline{1, 10}$, определяет, в какую подматрицу $\Gamma_{об}$ или $\Gamma_{пр}$ попадает i -я точка предистории. При этом $r_{ij} = 1$ или Y_{ij} означает использование точки в подматрице $\Gamma_{об}$, $r_{ij} = 0$ или $Y_{ij} = 0$ означает использование точки в подматрице $\Gamma_{пр}$. Исследование проведено на $N = 100$ реализациях шума. Вычислили значения ошибок

$$\bar{\theta}(g) = \sum_{k=1}^N \theta_k(g)/N, \quad \bar{E}(g) = \sum_{k=1}^N E_k(g)/N, \quad \bar{E}_1(g) = \sum_{k=1}^N E_{1k}(g)/N,$$

где $\theta_k(g)$ - относительная ошибка на предистории; $E_k(g)$ - ошибка относительно истинной модели на предистории; $E_{1k}(g)$ - ошибка относительно истинной модели на прогнозе. Все ошибки вычислены для k -й реализации шума и при g разбиениях, $k = \overline{1, N}$, $g = \overline{1, 8}$.

В зависимости от принятой последовательности способов разбиения данных ошибки $\bar{\theta}(g)$, $\bar{E}(g)$, $\bar{E}_1(g)$ снабжены индексами R или Y . Результаты вычислений представлены в табл. I.

Анализ результатов численных экспериментов показал, что средняя относительная ошибка на предистории $\bar{\theta}(g)$ для $g = 2, 8$ практически не зависит от g и превышает $\bar{\theta}(g)$ для $g = 1$. Можно заключить, что при одном разбиении данных ($g = 1$) отобранная модель в большей степени подстраивается под аддитивный процесс, образованный наложением истинной модели и шума, т.е. модель отслеживает шум.

Данный вывод подтвержден проверкой гипотезы H_0 , заключающейся в предположении, что $E[\bar{\theta}_R(1)] = E[\bar{\theta}_R(2)] = \dots = E[\bar{\theta}_R(8)]$ и $E[\bar{\theta}_Y(1)] = E[\bar{\theta}_Y(2)] = \dots = E[\bar{\theta}_Y(8)]$. При этом подразумевается,

дей. Таким образом, появляется возможность имитационной проверки допустимых решений, полученных на аналитической модели. Результаты этой проверки могут служить оценкой возможных последствий принимаемых решений.

Несмотря на кажущуюся простоту предлагаемого подхода, решение поставленной проблемы связано со значительными трудностями. Последние определяются многокритериальностью, целесообразностью структурных изменений моделей с целью достижения области предпочтений (например, в пространстве критериев), наличием неопределенных плохо формализуемых факторов. Следовательно, система принятия решения должна включать модели двух уровней. Модель верхнего уровня является "целеобразующей", и в качестве нее может выступать лицо, принимающее решение (ЛПР). Тогда модели нижнего уровня будут определять множество допустимых решений (планов). Первая из них (аналитическая) связана с задачей отыскания

$$h_n^{*(1)}: \min \{ \varphi_n(h_n) | h_n \in H_n \} = \varphi_n(h_n^{*(1)}), \quad n \in N, \quad (1)$$

например, по критерию минимума планируемых затрат, необходимых для достижения требуемого результата. Здесь N - множество технологических способов N его достижения. Вторая (имитационная) с задачей отыскания

$$\hat{h}_n^{*(2)}: \min \{ g_n(h_n) | h_n \in H_n \} = g_n(\hat{h}_n^{*(2)}), \quad n \in N, \quad (2)$$

например, по критерию минимума дополнительных затрат, являющихся оценкой возможных последствий решения (1). В соответствии с требованиями (1) и (2) моделью верхнего уровня задается область предпочтений $P(\varphi, g)$ в пространстве критериев. Если допускается скаляризация векторного критерия, т.е. представление его в виде

$$f_n(h_n) = (1-\alpha)\varphi_n(h_n) + \alpha g_n(h_n), \quad \alpha \in (0,1), \quad n \in N,$$

то возникает задача минимизации алгоритмической функции $f_n(h_n)$ на множестве аналитических ограничений H_n . Целенаправленные структурные изменения модели (комплексная модель) указанной задачи создают условия для осуществления захвата точки $\{ \varphi, g \}$ область $P\{ \varphi, g \}$. Практически исследователь здесь сталкивается с задачей системной оптимизации (варьирование перечня переменных и правых частей ограничений, радикальное изменение структуры комплекс-

что $\bar{\theta}_R(1), \bar{\theta}_R(2), \dots, \bar{\theta}_R(8)$ и аналогично $\bar{\theta}_A(1), \bar{\theta}_A(2), \dots, \bar{\theta}_A(8)$ - взаимно независимые случайные величины, подчиняющиеся нормальному распределению с $D[\bar{\theta}_R(q)] = G_R^2$, $D[\bar{\theta}_A(q)] = G_A^2$, $q = \bar{1}, \bar{8}$. В качестве альтернативы рассматривается гипотеза H_1 , которая предполагает $E[\bar{\theta}_R(1)] \neq E[\bar{\theta}_R(2)] = E[\bar{\theta}_R(3)] = \dots = E[\bar{\theta}_R(8)]$ и аналогично $E[\bar{\theta}_A(1)] \neq E[\bar{\theta}_A(2)] = E[\bar{\theta}_A(3)] = \dots = E[\bar{\theta}_A(8)]$.

Проверка гипотезы H_0 осуществлялась путем сравнения нормированного отклонения

$$S = \max_q \frac{1}{s^*} |\bar{\theta}(q) - \bar{\eta}|,$$

где $s^* = \sqrt{\frac{1}{8} \sum_{q=1}^8 (\bar{\theta}(q) - \bar{\eta})^2}$, $\bar{\eta} = \sum_{q=1}^8 \bar{\theta}(q) / 8$ с q - процентной точкой распределения статистики $S(\bar{\eta}, s^*)$. В результате расчетов $S \approx 2,477$, $S_A \approx 2,307$. По таблицам [3] нашли для $q = 5\%$ $S(\bar{\eta}, s^*) = 2,273$. Следовательно, нормированное отклонение при $q = 1$ с уровнем значимости 5% следует признать значимым.

Визуальный анализ средней ошибки относительно истинной модели на предыстории $\bar{E}(q)$ при увеличении числа разбиений данных указывает на наличие тенденции к уменьшению с колебаниями относительно этой тенденции, зависящими от способов разбиения данных. Проведена проверка гипотезы "случайности" значений $\bar{E}_R(q)$ и $\bar{E}_A(q)$ при различных q , $q = \bar{1}, \bar{8}$. Для проверки применен способ последовательных разностей [4], в соответствии с которым для каждой последовательности из n наблюдений x_1, x_2, \dots, x_n вычисляется значение критерия

$$\delta = q^2 / \bar{S}^2,$$

где $q^2 = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} d_i^2$, $d_i = x_{i+1} - x_i$, $i = \bar{1}, n-1$,

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \sum_{i=1}^n x_i / n)^2.$$

Для последовательности наблюдений $\bar{E}_R(q)$, $q = \bar{1}, \bar{8}$, получили $\delta \approx 0,68$, что выше допустимого нижнего предела $\delta_q = 0,331$ при уровне значимости $q = 1\%$. Таким образом, гипотеза "случайности" $\bar{E}_R(q)$ для $n = 8$ не противоречит имеющимся данным.

Методика направленного имитационного моделирования включает многошаговую процедуру численной оценки последствий от несовпадения направлений спуска функций $\Phi(h)$ и $f(h)$. Каждый шаг j последней связан с минимизацией $f(h)$ и реализуется из соответствующей начальной точки $h_j(s)$, $s=0$, полученной из условия равномерного заполнения исходной, а затем суженной области, итерационным спуском в направлении убывания $\Phi(h)$. Целесообразность сужения исходной области обусловлена высокой размерностью пространства поиска, ограниченностью времени поиска решения, удовлетворяющего заданной системе предпочтений. Реализация второго этапа осуществляется ЛПР на основании экспертных оценок, соответствующих рассматриваемой прикладной задаче.

Третий этап. Параметрическая декомпозиция математической модели объекта управления. Здесь строится исходная допустимая область H изменения параметров h и функция $\Phi(h)$ (в соответствии с требованиями прикладной задачи), а также алгоритмы оптимизации.

Четвертый этап. Организация многошаговой процедуры взаимодействия аналитической и имитационной моделей в исходной допустимой области пространства параметров. Этот этап включает следующие мероприятия.

1. Определение координат начальных точек в исходной допустимой области.

2. Минимизация алгоритмической функции $f(h)$ в направлении убывания аналитической функции $\Phi(h)$. Этот итерационный спуск производится из каждой j -й начальной точки h_j , $j=1, \dots, J_{\text{исх}}$, до тех пор, пока $f(h)$ убывает, а затем обрывается.

Пятый этап. Формирование суженной области поиска экстремума алгоритмической функции $f(h)$. Здесь осуществляется анализ зависимости $f(h)$ по каждой координате вектора h и определение суженного диапазона по каждой координате.

Шестой этап. Организация многошаговой процедуры взаимодействия аналитической и имитационной моделей в суженной области пространства параметров. Этот этап аналогичен четвертому с той лишь разницей, что определение координат начальных точек h_j , $j=1, \dots, J_{\text{суж}}$ и соответствующие итерационные спуски осуществляются в суженной области пространства параметров.

Седьмой этап. Организация процесса принятия решения. Его практическая реализация включает следующие мероприятия.

1. Решение задачи отыскания вектора

Таблица 2

Оценка	$g = 1$	$g = 2$	$g = 3$	$g = 4$	$g = 5$	$g = 6$	$g = 7$	$g = 8$
\hat{U}_2 мин при использовании R	3,38	7,27	5,56	6,22	7,27	7,27	7,27	7,27
\hat{U}_2 макс при использовании R	22,87	19,44	22,14	22,87	22,87	22,87	19,44	19,44
Размер доверительного интервала D_R	14,40	11,68	13,22	12,17	12,06	12,06	8,73	8,73
\hat{U}_2 мин при использовании \hat{A}	-9,15	4,06	6,06	6,96	7,27	7,27	7,27	7,27
\hat{U}_2 макс при использовании \hat{A}	28,99	22,30	20,04	16,08	15,53	19,44	19,44	19,14
Размер доверительного интервала D_A	37,65	15,71	8,88	8,26	7,82	8,73	8,73	8,73

существенно зависит от применяемой последовательности способов разбиения данных. Так, при использовании матрицы R достаточно малые размеры доверительных интервалов D_R достигаются при $g = 7$, а при использовании матрицы $A(D_A)$ — при $g = 3$.

Анализ отбираемых моделей при различных g показал, что в случае прямой последовательности способов разбиения данных (матрица R) при двух разбиениях 18 раз из 100 отбирались модели, аналогичные моделям, отобраным при одном разбиении. При $g = 3$ модели, аналогичные отбираемым при $g = 2$, встретились 59 раз. При $g = 4$ по отношению к $g = 3$ аналоги встретились 65 раз, при $g = 5$ по отношению к $g = 4$ — 88, при $g = 6$ по отношению к $g = 5$ — 78, при $g = 7$ по отношению к $g = 6$ — 71, при $g = 8$ по отношению к $g = 7$ — 90. В случае обратной последовательности способов разбиения данных (матрица A) получили следующие результаты. При $g = 2$ по отношению к $g = 1$ аналогичные модели встречались 25 раз, при $g = 3$ по отношению к $g = 2$ — 51, при $g = 4$ по отношению к $g = 3$ — 81, при $g = 5$ по отношению к $g = 4$ — 86, при $g = 6$ по отношению к $g = 5$ — 83, при $g = 7$ по отношению к $g = 6$ — 92, при $g = 8$ по отношению к $g = 7$ — 96. Следовательно, после трех-четырёх разбиений 70-80% отбираемых моделей остаются неизменными.

Сложность отбираемых моделей также существенно зависит от g . Результаты анализа сложности отбираемых моделей в зависимости от g и вида используемой матрицы R или A представлены в табл.3. По данным табл.3 можно заключить, что с увеличением g возрастает вероятность получения более простых моделей.

Литература: 1. Кононенко И.В. Алгоритм помехоустойчивого выбора структуры прогнозирующих моделей // Автоматика. — 1986. — № 1. — С.23-26. 2. Кононенко И.В., Тарасова Е.И. Моделирование в задаче синтеза гибких систем // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. № 240; Техн. кибернетика и ее прил. Вып.7. — Харьков, 1987. — С.40-43. 3. Большев Л.Н., Смирнов Н. Таблицы математической статистики. — М., 1983. — 416 с. 4. Дунин — Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть). — М., 1955. — 556 с.

Таблица 3

Количество моделей различной сложности	g = 1		g = 2		g = 3		g = 4		g = 5		g = 6		g = 7		g = 8	
	R	Я	R	Я	R	Я	R	Я	R	Я	R	Я	R	Я	R	Я

Из трех функций 61 48 9 13 8 1 3 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0

Из двух функций 39 52 91 87 89 95 94 96 96 97 95 97 95 97 95 97 97

Из одной функции 0 0 0 0 3 4 3 4 3 3 4 3 4 3 5 3 3

РАЦИОНАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ТРАНСПОРТНЫХ РОБОТОВ
В УСЛОВИЯХ ГПС

Рассмотрим задачу, в которой множество транспортных заявок на перемещения тар с деталями и инструментальными комплектами необходимо распределить среди элементов множества транспортных роботов и упорядочить таким образом, чтобы минимизировать простой технологического оборудования и холостые пробеги. Начальные и конечные адреса перемещения тар определяются подсистемой управления материальным потоком гибкой производственной системы (ГПС) с некоторым упреждением относительно моментов окончания технологических операций [1].

Считаются известными директивные сроки начала t_j^H и окончания t_j^K , $j \in J = \{1, \dots, m\}$ выполнения транспортных операций и штрафы за опоздание C_j на единицу времени относительно директивных сроков t_j^K . Директивные сроки численно равны планируемым моментам времени окончания технологических операций; выполнение j -й транспортной операции не должно начинаться ранее момента времени t_j^H , а окончание ее выполнения позже t_j^K приведет к простоям технологического оборудования. Заданы длительности выполнения транспортной операции "доставить" τ_j^A тару из начального к конечному адресу j -й заявки и длительности выполнения операции "подойти" τ_{ij}^A , $i \in I = \{0, 1, \dots, m\}$ к начальному адресу j -й заявки из исходного положения транспортного робота ($i = 0$) или конечного адреса ранее выполняемой i -й заявки ($i \geq 1$).

Процедура решения задачи рационального планирования перемещений содержит два этапа. На первом этапе обеспечивается минимизация функционала

$$Y = \sum_{j=1}^m C_j (x_j + \tau_j^A - t_j^K) \rightarrow \min; \quad (1)$$

$$x_j \geq t_j^K - \tau_j^A, \quad (2)$$

где x_j - величина, определяющая момент начала выполнения транспортной операции "доставить".

На втором этапе среди решений, характеризующихся нулевым значением функционала J , определяется решение, обеспечивающее

$$W = \sum_{j=1}^m S_j \tau_{ij}^n \rightarrow \min, \quad (3)$$

где S_j - штраф за холостые перемещения единичной длительности при выполнении операций "подойти". Найденное решение обеспечивает рациональные перемещения транспортных средств при своевременном выполнении транспортных заявок.

Сформулируем ограничения в задаче рационального планирования перемещений транспортных роботов в терминах ограничений задачи оптимизации размещения набора прямоугольников [2]. При этом решение исходной задачи сводится к решению задачи геометрического проектирования и осуществляется путем оптимизации функционала (I) в невыпуклом многогранном множестве, построенном с использованием конъюнкций и дизъюнкций ограничений [3].

Зададим прямоугольники расписаний транспортных операций, представленных в виде диаграмм Ганта, множеством

$$\{(x, y) : x_j \leq x < x_j + \tau_j^A; y_j - 1 \leq y \leq y_j\}. \quad (4)$$

Тогда условие размещения j -го прямоугольника внутри ограниченной области (условие выполнения заданным числом роботов заявок в определенном временном интервале) определяется следующими неравенствами:

$$\begin{cases} t_j^H \leq x_j \leq z_j - \tau_j^A; \\ 1 \leq y_j \leq n; \end{cases} \quad \begin{cases} z_j \geq t_j^K; \\ z_j \geq t_j^*, \end{cases} \quad (5)$$

где y_j - номер робота, выполняющего j -ю транспортную заявку; n - общее число роботов; t_j^* - время окончания j -й транспортной заявки, полученное с помощью эвристического алгоритма.

Условия неналожения j -го и k -го прямоугольников (условия выполнения одной заявки одним роботом без прерываний) имеют альтернативный характер и описываются следующим предикатным выражением:

$$(y_j \geq y_k + 1) \vee (y_k \geq y_j + 1) \vee (x_j \geq x_k + \tau_k^A + \tau_{kj}^n) \vee (x_k \geq x_j + \tau_j^A + \tau_{jk}^m), \quad (6)$$

где $j = 1, 2, \dots, m-1$; $k = j+1, j+2, \dots, m$.

Область допустимых решений задачи представляет собой замкнутое, невыпуклое многогранное множество. Процедуру разбиения этого множества на конечное число выпуклых многогранных множеств можно представить в виде дерева, содержащего уровни и подуровни. Узлы дерева решений, из которых выходят по четыре ветви, определяют альтернативные условия наложения j -го и k -го прямоугольников. При перемещении сверху вниз по подуровням дерева решений, общее число которых равно $m \times (m-1)/2$, корректируются области возможных размещений прямоугольников и формируются устойчивые расписания перемещений транспортных роботов.

Введем следующие обозначения: U - номер уровня дерева решений, $U = 1, 2, \dots, U$; V - номер подуровня дерева решений, $V = 1, 2, \dots, U$.

Тогда схема поиска точного решения задачи рационального планирования перемещений транспортных роботов описывается такой последовательностью шагов.

1. Формируем начальные значения величины, определяющие области возможных размещений прямоугольников.

2. Положим $U = 1$.

3. Положим $x = 1$.

4. Определяем перечень активных ветвей текущего узла, соответствующих направлениям поиска решения задачи.

5. В соответствии с номером активной ветви выполняем коррекцию параметров, определяющих область возможных размещений прямоугольников.

6. Если область возможных размещений одного из двух рассматриваемых прямоугольников пуста, то перейдем к шагу 12, иначе - к шагу 7.

7. Положим $V = V + 1$. Если $V \in U$, то перейдем к шагу 4, иначе - к шагу 8.

8. Вычислим значение функционала качества J . Если оно больше рекордного значения, то перейдем к шагу 12, иначе - к шагу 9.

9. Выполним коррекцию параметров, определяющих область допустимых размещений прямоугольников. Если область допустимых размещений пуста, то перейдем к шагу 12, иначе - к шагу 10.

10. Положим $U = U + 1$. Если $U < m$, то перейдем к шагу 3, иначе - к шагу 11.

11. Вычислим значение функционала качества J для полученного решения. Если оно меньше рекордного значения, то запомним полученное решение и новое рекордное значение функционала качества

12. Если $\mathcal{J} = 0$, то вычислим значение функционала качества W и сравним с его рекордным значением; если значение W меньше рекордного, то запомним полученное решение и значение W . Найдем активную ветвь и перейдем к пункту 4, если активная ветвь не найдена, то перейдем к шагу 13.

13. Конец алгоритма.

Литература: 1. Слепченко А.П., Нечипуренко В.И. Организация управления материальными потоками и моделирование функционирования ГСП // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. № 252: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 8. - Харьков, 1988. - С. 45-48.
2. Стоян Ю.Г., Яковлев С.В. Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. - Киев, 1986. - 268 с.
3. Магас С.Л., Слепченко А.П. Математические модели задач рационального управления внутривзаводскими транспортными системами // Тез. докл. Всесоюз. школы-семинара "Моделирование процессов управления транспортными системами". - Владивосток, 1989. - С. 62-63.

УДК 658.512

Л.А. ГАМБАРОВ, канд. техн. наук

ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЕ ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

В существующем хозяйственном механизме отсутствует одно очень важное звено: в системе принятия решений нет элемента оценки возможных последствий принимаемых решений. Отсутствие элементов прогнозирования возможных результатов порождает решения, научно не подготовленные, которые вскоре приходится корректировать или вообще отменять. Возникает проблема получения и вмонтирования оценки последующих результатов в механизм принятия решения.

Основой решения указанной проблемы могут стать методы, которые учитывают достаточное количество экономических (возможно и социальных) факторов, отражающих не только внешнюю сторону объекта управления, но и его внутреннюю структуру в степени детализации, соответствующей задаче исследования. Во многих случаях внешнюю сторону объекта управления удастся описать с помощью аналитических моделей оптимизационных задач математического программирования, а его деаггегированную внутреннюю структуру - с помощью имитационных моде-

лей. Таким образом, появляется возможность имитационной проверки допустимых решений, полученных на аналитической модели. Результаты этой проверки могут служить оценкой возможных последствий принимаемых решений.

Несмотря на кажущуюся простоту предлагаемого подхода, решение поставленной проблемы связано со значительными трудностями. Последние определяются многокритериальностью, целесообразностью структурных изменений моделей с целью достижения области предпочтений (например, в пространстве критериев), наличием неопределенных плохо формализуемых факторов. Следовательно, система принятия решения должна включать модели двух уровней. Модель верхнего уровня является "целеобразующей", и в качестве нее может выступать лицо, принимающее решение (ЛПР). Тогда модели нижнего уровня будут определять множество допустимых решений (планов). Первая из них (аналитическая) связана с задачей отыскания

$$h_n^{*(1)}: \min \{ \varphi_n(h_n) | h_n \in H_n \} = \varphi_n(h_n^{*(1)}), \quad n \in N, \quad (1)$$

например, по критерию минимума планируемых затрат, необходимых для достижения требуемого результата. Здесь N - множество технологических способов L его достижения. Вторая (имитационная) с задачей отыскания

$$\hat{h}_n^{*(2)}: \min \{ g_n(h_n) | h_n \in H_n \} = g_n(\hat{h}_n^{*(2)}), \quad n \in N, \quad (2)$$

например, по критерию минимума дополнительных затрат, являющихся оценкой возможных последствий решения (1). В соответствии с требованиями (1) и (2) модель верхнего уровня задается область предпочтений $P(\varphi, g)$ в пространстве критериев. Если допускается скаляризация векторного критерия, т.е. представление его в виде

$$f_n(h_n) = (1-\alpha)\varphi_n(h_n) + \alpha g_n(h_n), \quad \alpha \in (0,1), \quad n \in N,$$

то возникает задача минимизации алгоритмической функции $f_n(h_n)$ на множестве аналитических ограничений H_n . Целенаправленные структурные изменения модели (комплексная модель) указанной задачи создадут условия для осуществления захвата точки $\{\varphi, g\}$ область $P\{\varphi, g\}$. Практически исследователь здесь сталкивается с задачей системной оптимизации (варьирование перечня переменных и правых частей ограничений, радикальное изменение структуры комплекс-

ной модели за счет использования новых технологий), решение которой для данных условий носит проблемный характер.

В работах [1 - 4] вмонтирование оценки возможных последствий (на основе описанного выше подхода) в механизм принятия решений конструктивно осуществлено для задач текущего производственно-транспортного планирования. Результатом этих исследований явилась методика направленного имитационного моделирования, в основе которой лежит использование в качестве направления спуска алгоритмической целевой функции направление спуска целевой функции, соответствующей аналитической модели, а также компенсация возникающих при этом ошибок. Анализ указанной методики с позиций выявления методологических принципов, расширяющих сферу ее практического использования, позволяет сформулировать основные этапы проблемно-ориентированного имитационного моделирования систем принятия решений широкого назначения.

Первый этап. Формирование исходной структуры комплексной математической модели, отвечающей прикладной задаче. Этот этап включает следующие мероприятия.

1. Определение исходной информации (ретроспективной, нормативно-справочной и т.п.).

2. Статистическая обработка ретроспективной информации. Здесь вычисляются коэффициенты регрессии уравнений, характеризующих зависимости параметров многопараметрического семейства плотностей распределения [5] от значений влияющих факторов, включенных в программу исследования.

3. Приближенное описание объекта управления с помощью аналитической модели соответствующей оптимизационной задачи. Структура этой модели определяется ЛПР в качестве исходной.

4. Детализированное описание объекта управления с помощью имитационной модели. Здесь учитывается то обстоятельство, что объект управления функционирует в условиях случайных помех. Рассматриваемый интервал планирования (например год) разбивается на подинтервалы (например сутки) с целью повышения качества принимаемых решений. Реализация указанного подхода к описанию объекта управления допускает использование вероятностно-автоматной модели. Структура последней не должна противоречить структуре модели п.3.

Второй этап. Принятие решения о соотношении числа начальных точек для исходной и суженной областей поиска экстремума алгоритмической функции $f(n)$.

Методика направленного имитационного моделирования включает многошаговую процедуру численной оценки последствий от несовпадения направлений спуска функций $\varphi(h)$ и $f(h)$. Каждый шаг j последней связан с минимизацией $f(h)$ и реализуется из соответствующей начальной точки $h_j(s)$, $s=0$, полученной из условия равномерного заполнения исходной, а затем суженной области, итерационным спуском в направлении убывания $\varphi(h)$. Целесообразность сужения исходной области обусловлена высокой размерностью пространства поиска, ограниченностью времени поиска решения, удовлетворяющего заданной системе предпочтений. Реализация второго этапа осуществляется ЛПР на основании экспертных оценок, соответствующих рассматриваемой прикладной задаче.

Третий этап. Параметрическая декомпозиция математической модели объекта управления. Здесь строится исходная допустимая область H изменения параметров h и функция $\varphi(h)$ (в соответствии с требованиями прикладной задачи), а также алгоритмы оптимизации.

Четвертый этап. Организация многошаговой процедуры взаимодействия аналитической и имитационной моделей в исходной допустимой области пространства параметров. Этот этап включает следующие мероприятия.

1. Определение координат начальных точек в исходной допустимой области.

2. Минимизация алгоритмической функции $f(h)$ в направлении убывания аналитической функции $\varphi(h)$. Этот итерационный спуск производится из каждой j -й начальной точки h_j , $j=1, \dots, J_{\text{исх}}$, до тех пор, пока $f(h)$ убывает, а затем обрывается.

Пятый этап. Формирование суженной области поиска экстремума алгоритмической функции $f(h)$. Здесь осуществляется анализ зависимости $f(h)$ по каждой координате вектора h и определение суженного диапазона по каждой координате.

Шестой этап. Организация многошаговой процедуры взаимодействия аналитической и имитационной моделей в суженной области пространства параметров. Этот этап аналогичен четвертому с той лишь разницей, что определение координат начальных точек h_j , $j=1, \dots, J_{\text{суж}}$ и соответствующие итерационные спуски осуществляются в суженной области пространства параметров.

Седьмой этап. Организация процесса принятия решения. Его практическая реализация включает следующие мероприятия.

1. Решение задачи отыскания вектора

$$\hat{h}^* = \hat{h}_{j^*, \bar{I}}^* : \min \{ f(\hat{h}_{j, \bar{I}}^*) \mid j=1, \dots, J_{\text{сущ}} \} = f(\hat{h}_{j^*, \bar{I}}^*),$$

где $\hat{h}_{j, \bar{I}}^*$ - точка, на которой обрабатывается процесс минимизации функции $f(h)$, осуществляемый из j -й начальной точки при фиксированном значении \bar{I} параметра $\mathcal{L} \in (0, 1)$.

2. Проверка условия

$$\{ \Phi(\hat{h}^*), g(\hat{h}^*) \} \in P(\Phi, g),$$

захвата точки, координатами которой являются составляющие обобщенного критерия $f(h)$, область предпочтений ЛПР. Если указанное условие выполняется, то это служит основанием для окончания процесса направленного имитационного моделирования. В противном случае осуществляется переход к следующему этапу.

Восьмой этап. Организация процедуры минимизации алгоритмического функционала, соответствующего очередной структуре комплексной математической модели, которая отвечает заданной последовательности структурных изменений модели, вносимых как в объект управления, так и в его связи с внешней средой.

Практическая реализация этого этапа осуществляется по схеме, рассмотренной выше, до тех пор, пока не будет выполнено включение этапа 7. Если для всей заданной последовательности структурных изменений модели (использование различных технологических способов достижения требуемого результата) указанное включение не выполняется, то исходная область предпочтений ЛПР $P(\Phi, g)$ считается некорректной. Возникает задача уточнения области предпочтений модели верхнего уровня.

Девятый этап. Уточнение области предпочтений и организация процесса принятия решения.

Понятно, что можно предложить различные подходы к уточнению области предпочтений, так как они в существенной мере зависят от конкретной прикладной направленности решаемых задач. Однако при этом описанный выше механизм проблемно-ориентированного имитационного моделирования систем принятия решений, как показал опыт его использования в рамках задач текущего производственно-транспортного планирования, не претерпевает существенных изменений. Это позволяет говорить о научной и практической значимости представленных в работе результатов.

литература: 1. Г а м б а р о в Л.А. Оптимизация планов развития и распределения в экономико-производственных системах. - Киев, 1987. - 21 с. (Препринт АН УССР, Ин-т кибернетики). 2. Г а м б а р о в Л.А. Системная оптимизация комплексных планов в структурной иерархии производство - распределение - потребление. - Киев, 1988. - 17 с. (Препринт АН УССР, Ин-т кибернетики). 3. Г а м б а р о в Л.А. Об одном методе декомпозиции многопродуктовой транспортной задачи с промежуточными узлами // Экономика и мат. методы. - 1987. - Вып.23. - № 1. - С.166-168. 4. Г а м б а р о в Л.А. Многокритериальные задачи системной оптимизации комплексных планов в структурной иерархии производство - распределение - потребление // Тез. докл. на междунар. конф. "Многокритериальные задачи математического программирования" (Ялта, 26 окт. - 2 нояб. 1988 г.). - Киев, 1988. - С.39-40. 5. Р а с к и н Л.Г. Моделирование функционирования сложных систем. - Харьков, 1988. - 183 с.

УДК 517.8

С.В. ПЕРУНОВА
С.Л. РАСКИН

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА МНОГОВЭВЕННОЙ СЕТИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ПУНКТОВ

Транспортная задача с промежуточными пунктами формулируется следующим образом.

Заданы множество пунктов-поставщиков однородного ресурса $I = (i_1, i_2, \dots, i_m)$; множество пунктов-потребителей этого ресурса $J = (j_1, j_2, \dots, j_n)$; множество промежуточных пунктов первого звена $K_1 = (k_1, k_2, \dots, k_{p_1})$, второго звена $K_2 = (k_2, k_3, \dots, k_{p_2})$, ..., ρ -го звена $K_\rho = (k_\rho, k_{\rho+1}, \dots, k_{p_\rho})$. Кроме того, заданы векторы объемов производства ресурсов $A = (a_1, a_2, \dots, a_m)$, объемов потребления $B = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, а также матрицы стоимости перевозок единицы ресурса из пунктов потребления в пункты первого звена $C_{IK_1} = (c_{ik_1})$, из пунктов r -го звена в пункты $(r+1)$ -го звена $C_{K_r K_{r+1}} = (c_{k_r k_{r+1}})$, $r \in R$, $R = 1, 2, \dots, \rho$, наконец, из пунктов ρ -го звена в пункты потребления $C_{K_\rho J} = (c_{k_\rho j})$. Далее вводится набор $X = (x_{ik_1, k_2, \dots, k_\rho, j})$, $i \in I$, $k_r \in K_r$, $r \in R$, $j \in J$, где

$x_{ik_1 k_2 \dots k_{\ell} j}$ - объем перевозок по маршруту $(i, k_1, k_2, \dots, k_{\ell}, j)$.

Задача состоит в отыскании набора X , минимизирующего

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{k_1=1}^{p_1} \dots \sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} \sum_{j=1}^n (c_{ik_1 k_2 \dots k_{\ell} j}) \cdot x_{ik_1 k_2 \dots k_{\ell} j} \quad (1)$$

и удовлетворяющего ограничениям

$$\sum_{k_1=1}^{p_1} \sum_{k_2=1}^{p_2} \dots \sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} \sum_{j=1}^n x_{ik_1 k_2 \dots k_{\ell} j} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{k_1=1}^{p_1} \dots \sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} x_{ik_1 k_2 \dots k_{\ell} j} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Необходимо найти набор $\{x_{k_{\ell} j}\}$, минимизирующий

$$L_p = \sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} \sum_{j=1}^n c_{k_{\ell} j} x_{k_{\ell} j}$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\sum_{j=1}^n x_{k_{\ell} j} = d_{k_{\ell}}, \quad k_{\ell} \in K_{\ell};$$

$$\sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} x_{k_{\ell} j} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Координирующая задача состоит в следующем.

Необходимо найти наборы $\{d_{k_r}\}$, $r \in R$, минимизирующие

$$\sum_{r=0}^{\ell} L_r$$

и удовлетворяющие ограничениям

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{k_1=1}^{p_1} d_{k_1} = \sum_{k_2=1}^{p_2} d_{k_2} = \dots = \sum_{k_{\ell}=1}^{p_{\ell}} d_{k_{\ell}} = \sum_{j=1}^n b_j.$$

Полученная задача является итерационной. В каждой итерации для исходного или полученного к этой итерации набора $\{d_{k_r}\}$ решаются частные задачи, а затем - координирующая задача, в результате чего происходит коррекция наборов $\{d_{k_r}\}$, $r \in R$.

Важным достоинством этого подхода является то, что для его реализации не требуется по существу дополнительного расхода памяти сверх той, которая нужна для хранения исходных данных, но общее время решения может оказаться непомерно большим, в особенности если велико число звеньев ℓ в транспортной сети. Это, естественно, снижает возможности его применения.

Гораздо более эффективен иной подход. Введем следующее определение. Маршрут $(i, k_1, k_2, \dots, k_{\ell}, j)$ опт. будем называть (i, j) -оптимальным, если

$$(i, k_1, k_2, \dots, k_{r,j})_{opt} = \arg \min_{k_1, \dots, k_r} (c_{i, k_1} + c_{k_1, k_2} + \dots + c_{k_{r,j}});$$

$$x_{i, k_1, k_2, \dots, k_{r,j}} \geq 0, \quad i \in I, \quad k_r \in K_r, \quad r \in R, \quad j \in J. \quad (3)$$

Полученная задача является $(p+2)$ -индексной бигиперпланарной транспортной задачей. Эта задача, разумеется, может быть решена с применением общих методов линейного программирования, например симплекс-методом. Однако эффективность такого подхода применительно к сформулированной задаче крайне мала в связи с ее высокой размерностью (общее число переменных задачи $N = \prod_{r=1}^p p_r$, число ограничений $M = m + n$).

Для решения таких задач можно использовать декомпозиционные методы. При этом исходная многомерная задача преобразуется в совокупность частных задач существенно меньшей размерности и одну координирующую задачу.

Частные задачи состоят в следующем:

найти набор $\{x_{i, k_1}\}$, минимизирующий

$$L_0 = \sum_{i=1}^m \sum_{k_1=1}^{p_1} c_{i, k_1} x_{i, k_1}$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\sum_{k_1=1}^{p_1} x_{i, k_1} = a_i, \quad i \in I; \quad \sum_{i=1}^m x_{i, k_1} = d_{k_1}, \quad k_1 = 1, 2, \dots, p_1;$$

найти набор $\{x_{k_r, k_{r+1}}\}$, минимизирующий

$$L_r = \sum_{k_r=1}^{p_r} \sum_{k_{r+1}=1}^{p_{r+1}} c_{k_r, k_{r+1}} x_{k_r, k_{r+1}}$$

и удовлетворяющий ограничениям

$$\sum_{k_{r+1}=1}^{p_{r+1}} x_{k_r, k_{r+1}} = d_{k_{r+1}}, \quad k_{r+1} \in K_{r+1};$$

$$\sum_{k_{r+1}=1}^{p_{r+1}} x_{k_r, k_{r+1}} = d_{k_r}, \quad k_r \in K_r, \quad r \in R.$$

Идея решения задачи основана на следующей теореме.

Т е о р е м а. В оптимальном плане задачи (1)-(3) маршруты, соответствующие ненулевым перевозкам, являются (ij) -оптимальными для всех $i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$.

Доказательство теоремы очевидно.

Теперь для решения задачи достаточно для всех пар (i, j) найти наименьший по стоимости маршрут и составить матрицу $(c_{ij}^{(0)})$ соответствующих этим маршрутам стоимостей. Эта задача легко и эффективно решается методом динамического программирования с использованием хорошо известной и отработанной методики.

Полученная матрица $(c_{ij}^{(0)})$ является матрицей стоимостей в двухиндексной транспортной задаче размерности $M \cdot N$, решение которой определяет оптимальный план перевозок на многозвенной транспортной сети с учетом промежуточных пунктов.

Практические расчеты с применением описанного подхода подтверждают его высокую эффективность.

УДК 519.6

В. Л. ЛИСИЦЫН, канд. техн. наук

ДИАГНОСТИКА РАЗРАБАТЫВАЮЩИХ СИСТЕМ

Рассмотрим разрабатываемую систему (РС), содержащую N научно-исследовательских, конструкторских, технологических, опытно-экспериментальных, испытательных подразделений ω , а также подразделения научно-технической информационной поддержки, проведения вычислительных работ, другие вспомогательные службы [1]. Технические комплексы (ТК) j , $j = \overline{1, N}$, разрабатываемые в подразделениях РС, ранжированы в соответствии с приоритетами d_j , определяемыми народнохозяйственной значимостью ТК и внутренними интересами РС. Нормирование трудовых затрат по типовым этапам ТК проведено с учетом уровня квалификации исполнителей, степени развития имеющейся информационной и вычислительной базы. Мощности $R_{\omega}(t)$ подразделений ω , $\omega = \overline{1, N}$, задают суммарную трудоемкость работ, которые в состоянии выполнить коллектив исполнителей в момент времени t интервала планирования при полном использовании информационного и вычислительного ресурсов системы.

На основе детерминированной модели тематического планирования системы коллективов исполнителей, обладающих ограниченными мощностями $R_{\omega}(t)$, ведущих разработку N ранжированных в соответствии с заданными приоритетами $d_j \geq 0$, $\sum_{j=1}^N d_j = 1$, технических комплексов, строится множество $\tau^* = \{\tau_{ij}^*, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\}$ скоординированных длительностей τ_{ij}^* всех n_j типовых этапов каждого j -го ТК, обеспечивающих в условиях технологических, дирек-

тивных ограничений наиболее полное и равномерное использование мощностей структурных подразделений РС [1]. Множество τ^* определяет эталонный режим функционирования системы на интервале $[0, T]$, эталонные интегральные характеристики $Q_{ew}(\tau) = \int_0^T \bar{q}_{ew}(t) dt$, $\ell = \overline{1, 4}$, производственных программ подсистем ω , где в каждый момент времени $t \in [0, T]$ $\bar{q}_{1\omega}(t)$ - суммарная трудоемкость работ, $\bar{q}_{2\omega}(t)$ - суммарное потребление материалов и комплектующих изделий, $\bar{q}_{3\omega}(t)$ - суммарная фондоемкость, а $\bar{q}_{4\omega}(t)$ - суммарное финансирование работ, выполняемых в подразделении ω , $\omega = \overline{1, N}$.

Надежность реализации эталонного режима зависит от уровня реальности и обоснованности априорного информационного обеспечения модели тематического планирования, степени учета вероятностного характера процессов прикладных исследований и разработок. Для исследования качества эталонного режима применяется процесс имитационного моделирования, при котором сроки выполнения типовых этапов множества τ^* фиксированы, а случайным образом изменяются уровни фактически выделяемых для проведения работ этапа ресурсов. Осуществив ранжирование сроков $T_j^* = \sum_{i \in I_j} \tau_{ij}^*$ создания ТК, получают упорядоченную цепь

$$T_{j_1} \leq T_{j_2} \leq \dots \leq T_{j_M}, \quad M \in N,$$

и семейство $L = \{P_\omega^p, p \leq M\}$ множеств P_ω^p номеров ТК, выполняемых на интервале $[t_{p-1}, t_p]$, где $t_0 = 0$, $t_p = T_{j_p}$, $p \leq M$. На основе анализа зависимостей $\bar{q}_{ew}(t)$ в прошлом, закономерностей их формирования на интервале $[0, T]$ строятся генераторы случайных процессов $q_{ew}(t)$, $\ell = \overline{1, 4}$, $\omega = \overline{1, N}$, задающих изменение фактических уровней ресурсов подразделений. Каждый случайный процесс аппроксимируется кусочно-постоянной функцией с разрывами в точках t_0, t_1, \dots, t_M и уровнями $q_{ew}^i = (t_p - t_{p-1})^{-1} \int_{t_{p-1}}^{t_p} q_{ew}(t) dt$ располагаемых ресурсов. Вероятность выполнения работ в заданные сроки зависит от размеров q_{ew}^i выделенных ресурсов. Поэтому вероятность $P_{\omega j}$ выполнения подразделением ω работ по j -му ТК в заданные сроки определяется произведением [2]

$$P_{\omega j} = \prod_{p=1}^M P_{\omega j}^p (q_{1\omega j}^p, q_{2\omega j}^p, q_{3\omega j}^p, q_{4\omega j}^p), \quad j = \overline{1, N};$$

$$q_{\ell\omega j}^p = W_{\ell\omega}^p \tilde{q}_{\ell\omega j}^p, \quad \tilde{q}_{\ell\omega j}^p = (t_p - t_{p-1})^{-1} \int_{t_{p-1}}^{t_p} q_{\ell\omega j}^p(t) dt;$$

$$W_{\ell\omega}^p = \left(\int_{t_{p-1}}^{t_p} \tilde{q}_{\ell\omega}^p(t) dt \right) / \left(\int_{t_{p-1}}^{t_p} q_{\ell\omega}^p(t) dt \right)$$

где $P_{\omega j}^p$ - вероятность выполнения подразделением ω работ по j -му ТК, приходящихся на интервал $[t_{p-1}, t_p]$; $W_{\ell\omega}^p$ - коэффициент обеспеченности работ ℓ -м ресурсом на интервале $[t_{p-1}, t_p]$ в подразделении ω . Вероятность P_j разработки ТК в сроки, определяемые τ^* , запишем в виде

$$P_j = \prod_{\omega \in \Omega_j} P_{\omega j}, \quad j = \overline{1, N},$$

где Ω_j - множество подразделений, участвующих в создании j -го ТК. В условиях хозяйственных отношений предполагается, что если P_j не превосходит заданного порога \bar{P}_j , то потери РС составляют G_j единиц. Эталонный режим считается нереализованным, если суммарные потери $G = \sum_j G_j$ по окончании интервала $[0, T]$ больше, чем допустимые \bar{G} .

Для анализа поведения РС в будущем описание среды осуществляется моделированием в выбранном диапазоне различных случайных процессов $q_{\ell\omega}^p(t)$, $\ell = \overline{1, 4}$, $\omega = \overline{1, N}$, отражающих возможные условия реализации эталонного режима. Для каждого K -го "сценария" реализации τ^* , при котором $G \geq \bar{G}$, вычисляются параметры

$W_{\ell\omega}^p$, $\ell = \overline{1, 4}$, $\omega = \overline{1, N}$, задавшие матрицу

$$W^K = \begin{bmatrix} W_{11}^1 & \dots & W_{1M}^1 & \dots & W_{11}^M & \dots & W_{1N}^M \\ W_{41}^1 & \dots & W_{4M}^1 & \dots & W_{41}^M & \dots & W_{4N}^M \end{bmatrix},$$

являющуюся изображением K -й проблемной ситуации. Множество $\mathcal{F} = \{W^K\}$ изображений W^K всех проблемных ситуаций, полученных в процессе имитационного моделирования, на основе кластерного анализа разбивается на классы \mathcal{F}_τ , $\tau = \overline{1, K}$, содержащие однотипные проблемные ситуации, для разрешения которых могут быть применены единые способы из конечного множества f_τ [3]. Содержание способа зависит от того, в какой мере ресурсная, структурная, информационная диспропорции являются причинами проблемных ситуаций класса \mathcal{F}_τ .

Эффективность функционирования РС на рассматриваемом интервале времени $[0, T]$ определяется качеством эталонного режима τ^* ,

методом диагностирования проблемных ситуаций, скорость их выполнения и разрешения. Ранее диагностирование проблемной ситуации основано на вычислении коэффициента корреляции R текущего изображения

$$W_T = \begin{bmatrix} W'_{11} \dots W'_{1N} \dots W^p_{11} \dots W^p_{1N} \\ W'_{21} \dots W'_{2N} \dots W^p_{21} \dots W^p_{2N} \\ W'_{31} \dots W'_{3N} \dots W^p_{31} \dots W^p_{3N} \\ W'_{41} \dots W'_{4N} \dots W^p_{41} \dots W^p_{4N} \end{bmatrix}$$

процесса реализации эталонного режима τ^* системой соответствующего каждому временному интервалу $[0, t_p]$, $p = \overline{1, M}$, с аналогичными частями изображений $W^k \in \mathcal{F}$ и нахождении наибольшего R^* для всех элементов множества \mathcal{F} . Если R^* соответствует проблемной ситуации $W^k \in \mathcal{F}_\beta$ и R^* превышает заданный порог \bar{R} , то делается заключение о развитии в системе проблемной ситуации W^k . Изображение W^k , текущее изображение W_T , множество \mathcal{F}_β служат базой для выбора способа $f \in \mathcal{F}_\beta$ пресечения развития проблемной ситуации и ликвидации возникших негативных последствий. Если $R^* \leq \bar{R}$, то процесс реализации эталонного режима τ^* до следующего контроля продолжается без корректирующих воздействий. Описанный подход позволяет провести раннюю диагностику состояния РС в дискретные моменты времени $t_p \in [0, T]$ и повысить качество выполнения ее производственной программы.

Литература: 1. Л и с и ц к и я В.Л. Взаимная адаптация тематических планов и организационных структур разрабатываемых систем // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. № 263: Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 9. - Харьков, 1989. - С. 40-43. 2. Р о х в а р г е р А.Е., Ш е в я к о в А.Ю. Математическое планирование научно-технических исследований. - М., 1975. - 440 с. 3. А р е ф ь е в И.Б., К е з л и н г Г.Б., К у к о р Б.Л. Интегрированные автоматизированные системы управления в машиностроении. - Л., 1988. - 224 с.

УДК 65.012

В.Я. ЗАРУБА, канд. техн. наук

УСЛОВИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕДУР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННОГО РЕСУРСА

Исследования процедур распределения оперирующей стороной (центром) ограниченного ресурса занимает важное место в теории

организационных (активных) систем [1]. Это связано с тем, что в форме процедур распределения могут интерпретироваться стратегии поведения оперирующей стороны во многих экономических ситуациях: при централизованном распределении дефицитных ресурсов, планировании работ и их оплаты в производственном коллективе, заключении контрактов на изготовление продукции [1; 2].

Здесь для исследуемой модели активной системы устанавливаются необходимые и достаточные условия эффективности процедур распределения для более широкого класса процедур, чем рассмотренные в работах [3; 4].

Будем исследовать модель системы, описанную в работе [3]. Введем следующие обозначения и определения: R - распределяемое центром количество ресурса; $I = \{1, 2, \dots, n\}$ - множество производственных элементов; v_i, u_i - показатели затрат ресурса и объема выпуска продукции i -го элемента; d_i^0 - непрерывная производственная функция элемента, удовлетворяющая на интервале определения $[0, R]$ следующим свойствам:

$$d_i^0(v_i) \leq d_i^0(v_i + \delta), d_i^0(v_i + \delta)/(v_i + \delta) \leq d_i^0(v_i)/v_i, \delta > 0;$$

$$X_i(d_i^0) = \{x_i = (v_i, u_i) | v_i \in [0, R], u_i \in [0, d_i^0(v_i)]\},$$

$$X(d^0 = (d_i^0, i \in I)) = \{x = (x_i, i \in I) | x_i \in X_i(d_i^0) (i \in I), \sum v_i \leq R\} -$$

множества допустимых планов элемента и системы; $\Gamma(d_i^0) = \{x_i | u_i = d_i^0(v_i), v_i \in [0, R]\}, \hat{x} = (\hat{x}_i, i \in I)$ - установленный план системы;

Φ, ψ_i^n - выигрыши центра и i -го элемента:

$$\Phi(\hat{x}) = \begin{cases} \sum u_i, & \hat{x} \in X(d^0); \\ \text{const} < 0, & \hat{x} \notin X(d^0); \end{cases} \psi_i^n(\hat{x}_i) = \begin{cases} \psi_i(\hat{x}_i), & \hat{x}_i \in X_i(d_i^0); \\ \text{const} < 0, & \hat{x}_i \notin X_i(d_i^0); \end{cases}$$

где ψ_i^0 - целевая функция i -го элемента, которая удовлетворяет условиям $\psi_i^0(v_i + \delta, u_i) > \psi_i^0(v_i, u_i), \psi_i^0(v_i, u_i + \delta) > \psi_i^0(v_i, u_i), \psi_i^0(v_i, u_i) \geq$ для всех $v_i, u_i \geq 0, \delta > 0$. Множество целевых функций, удовлетворяющих этим соотношениям, обозначим через ψ_i^n .

Предполагается, что центру известны свойства производственных и целевых функций, а также множества $D_i^u (i \in I)$ возможных производственных функций элементов, $d_i^0 \in D_i^u = \{d_i | d_i^{\text{мин}}(v_i) \leq d_i(v_i) \leq d_i^{\text{макс}}(v_i), \text{ для всех } v_i \in [0, R]\}$, где $d_i^{\text{мин}}$,

$d_i^{\text{МАКС}}$ - нижняя и верхняя оценки производственной функции d_i^0 .

В ходе планирования элементы под контролем центра обмениваются между собой оценками $d_i \in D_i^u (i \in I)$ своих производственных функций $d_i^0 (i \in I)$. Центр до начала планирования выбирает и сообщает элементам закон планирования $\pi = (\pi_i = (\pi_i^u, \pi_i^d), i \in I)$, представляющий собой однозначное отображение наборов $d \in D^u = \prod D_i$ производственных функций в "ответные" планы центра $\hat{x} = \pi(d), \pi_i(d) \in \Gamma(d_i) (i \in I)$. При этом для каждого i -го элемента оказывается определенной зависимость его выигрыша $V_i(d) = \psi_i^u(\pi(d))$ от набора функций d . Ситуация, в которой элементы сообщают оценки $d_i (i \in I)$, описывается игрой n лиц (элементов). Стратегиями элементов являются сообщаемые оценки $d_i (i \in I)$, а выигрыши определяются функциями $V_i (i \in I)$.

Отображение $h[\pi]$ наборов $(d, \psi^0) \in D^u \cdot (\psi^u = \pi \psi_i^u)$ в планы \hat{x} называется главной характеристикой закона π . Закон $\bar{\pi}$ называется доминируемым по эффективности, если $\Phi(h[\bar{\pi}](d, \psi)) \geq \Phi(h[\pi](d, \psi))$ для всех $(d, \psi) \in D^u \cdot \psi^u$, причем хотя бы для одного набора $(d', \psi') \in D^u \cdot \psi^u$ оказывается, что $\Phi(h[\bar{\pi}](d', \psi')) > \Phi(h[\pi](d', \psi'))$. Закон $\pi \in \Pi$, не доминируемый ни одним законом, называется эффективным на множестве Π .

Обозначим через Π^A множество таких законов планирования, при использовании которых сообщение каждому i -м элементу достоверной оценки d_i^0 производственной функции является его абсолютно оптимальной стратегией: $V_i(d_i^0, d_{-i}) \geq V_i(d_i, d_{-i})$ для всех $d \in D^u$.

Множество законов Π^A включает в себя множество законов открытого управления, получивших широкое применение в прикладных исследованиях по теории активных систем [1]. В работе [3] показано, что $\pi \in \Pi^A$ в том и только в том случае, когда для каждой его i -й составляющей и набора $d \in D^u$ производственных функций выполняется следующее условие:

$$V_i(d_i, d_{-i}) \geq V_i(d_i', d_i), \text{ если } \pi_i(d_i') \in X_i(d_i), d_i' \in D_i^u. \quad (1)$$

Из него, в частности, следует, что главная характеристика любого закона $\pi \in \Pi^A$ является инвариантной относительно целевых функций элементов $\psi_i^0 (i \in I)$ и совпадает с самим законом π .

Введем следующие обозначения и определения:

$Z_i(d_{-i})$ - множество приемлемых с позиции центра планов i -го элемента, $Z_i(d_{-i}) = \bigcup_{d_i \in D_i^u} \{ \pi_i(d_i, d_{-i}) \}$;

$s_i^u[u_i]$ - идентификаторная производственная функция i -го элемента,

$$s_i^u[u_i](v_i) = \begin{cases} d_i^{\text{МАКС}}(v_i), d_i^{\text{МАКС}}(v_i) \leq u_i, \\ u_i, d_i^{\text{МИН}}(v_i) \leq u_i \leq d_i^{\text{МАКС}}(v_i), \text{ для всех } v_i \in [0, R]; \\ d_i^{\text{МИН}}(v_i), d_i^{\text{МИН}}(v_i) \geq u_i \end{cases}$$

$Z_i^u(d_{-i})$ - множество приемлемых планов i -го элемента, соответствующее идентификаторным функциям,

$$Z_i^u[d_{-i}] = \bigcup_{u_i \in [0, d_i^{\text{МАКС}}(R)]} \{ \pi_i(s_i^u[u_i], d_{-i}) \}.$$

Покажем, что для любого закона $\pi \in \Pi^A$ справедлива следующая формула:

$$\pi_i^v(s_i^u[u_i], d_{-i}) = \pi_i^v(d), \text{ если } u_i = \pi_i^u(d), d \in D^u. \quad (2)$$

Пусть $\pi_i(s_i^u[u_i], d_{-i}) = x_i = (v_i, u_i)$, $\pi_i(d) = x_i' = (v_i', u_i')$. Поскольку $x_i' \in X_i(s_i^u[u_i])$, из формулы (1) следует, что

$$\psi_i(x_i) \geq \psi_i(x_i'), v_i \geq v_i', x_i \in X_i(d_i), \psi_i(x_i') \geq \psi_i(x_i).$$

Поэтому $\psi_i(x_i) = \psi_i(x_i')$, $x_i = x_i'$, т.е. формула (2) справедлива.

Из формулы (2) получаем, что

$$Z_i(d_{-i}) = Z_i^u(d_{-i}) \quad \text{для всех } d_j \in D_j^u (j \neq i), i \in I. \quad (3)$$

Действительно, если $Z_i(d_{-i}) \neq Z_i^u(d_{-i})$, то найдется такая функция d_i , что $x_i = (v_i, u_i) = \pi_i(d) \in Z_i(d_{-i})$, $Z_i \notin Z_i^u(d_{-i})$.

Однако $\pi_i(s_i^u[u_i], d_{-i}) = x_i \in Z_i^u(d_{-i})$. Из полученного противоречия следует, что соотношение (3) выполняется.

Покажем, что имеет место также следующая формула:

$$\pi_i^v(d) = \max \{ v_i \mid (v_i, u_i) \in Z_i^u(d_{-i}) \cap \Gamma(d_i) \}. \quad (4)$$

Для всех $d \in D^n$, $i \in I$. Из формулы (3) следует, что $\pi_i^v(d) \in \Gamma(d_i) \cap Z_i^u(d_{-i})$ для всех $d \in D^u$. Поэтому $\pi_i^v(d) \leq v_i =$

$= \max \{u_i | (v_i, u_i) \in Z_i^u(d_i) \cap r(d_i)\}$. Если $\pi_i^u(d) > \bar{v}_i$, то $\psi_i(\bar{v}_i, d_i(\bar{v}_i)) = \psi_i(\pi_i(s_i^u[d_i(\bar{v}_i)], d_i)) > \psi_i(\pi_i(d))$, что противоречит свойству (1) законов $\pi \in \Pi^A$. Отсюда получаем, что формула (4) справедлива.

Закон планирования π назовем пропорциональным, если он обладает свойством (4), а также для всех $d_j \in D_j^u (j \neq i)$ удовлетворяет следующему условию: $\pi_i^u(s_i^u[u_i'], d_i) \geq \pi_i^u(s_i^u[u_i], d_i)$, если $u_i' > u_i$, $u_i', u_i \in [0, d_i^{\max}(R)]$. Очевидно, что $\pi \in \Pi^A$, если π - пропорциональный закон. Закон π назовем законом с полным распределением, если $\sum_i (\pi_i^u(d)) = R$ для всех $d \in D^u$.

Имеют место следующие утверждения: эффективные законы являются пропорциональными; пропорциональные законы с полным распределением являются эффективными на множестве законов $\pi \in \Pi^A$. Справедливость утверждений нетрудно показать, следуя схемам доказательств аналогичных утверждений в работах [3; 4]. Указанные утверждения определяют необходимые и достаточные условия эффективности законов.

Литература: 1. Бурков В.Н., Кондратьев В.В. Механизмы функционирования организационных систем. - М., 1981. - 384 с. 2. Заруба В.Я. Модели согласования решений при заключении контрактов // XI Всесоюз. совещ. по пробл. упр. Тез. док. - Ташкент; М., 1989. - С.428-429. 3. Заруба В.Я. Эффективное корректное планирование с встречным формированием данных // Автоматика и телемеханика. - 1988. - № 6. - С.125-134. 4. Заруба В.Я. Недоминируемость достоверных законов полного распределения ресурсов // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. № 277; Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 10. - Харьков, 1990. - С.63-65.

УДК 658.012

И.Н. ВЫПИНАШКО
Ю.Н. ЧЕКУШКИН

АДАПТИВНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ПРЕДПРИЯТИЯ

В новых условиях хозяйствования повышается роль и значение планирования технического развития предприятия (ТРП). Ранее стратегии ТРП разрабатывались централизованно, на уровне отрасли. При этом не в достаточной мере учитывались изменения внешней среды предприятий, отсутствовало согласование плана с интересами трудовых коллективов.

В работах [1; 2] изложена концепция адаптивного планирования, обеспечивающего эффективность установленного плана при различных реализациях воздействий внешней среды.

Здесь рассматривается возможный механизм адаптивного планирования технического развития предприятия при его деятельности в условиях хозяйственной самостоятельности.

Получим агрегированное описание предложенной в работе [3] модели развития предприятия.

Функционирование системы рассматривается по годам $t = 1, 2, \dots, T$ периода T (горизонта анализа планов). Обозначим через h вариант плана технического развития предприятия, через $x[t]$, $u[t]$, $z[t]$ наборы переменных (данных), характеризующих в момент времени t соответственно состояние системы, текущее управление ее и реализации неопределенных факторов производства и внешней среды. Вариант плана h определяет для предприятия динамику изменения производственных мощностей, численность работников, требуемые капиталовложения в основные производственные фонды. Состояние $x[t]$ определяет объемы реализованной продукции и результаты финансовой деятельности, включая отчисления по фондам оплаты труда и экономического стимулирования. Управление $u[t]$ представляет собой совокупность объемно-номенклатурного плана производства, плана материально-технического снабжения, плана финансовой деятельности предприятия. Под неопределенными факторами $z[t]$ понимаются параметры спроса-предложения на производимую и приобретаемую продукцию на рынке (цены и объемы продаж-покупок), а также производственные мощности предприятия.

Предполагается установленным госзаказ и заключенными долгосрочные договора на производство продукции на весь период T . Производственная программа на каждый год t уточняется с учетом краткосрочных договоров (производство на рынок).

Пусть $a[t]$ - набор данных, переменных или их множеств для момента времени $t \in [1, T]$. Тогда под записью $a^{p,k} = (a[t], t = p, p+1, \dots, k)$ будем понимать совокупность наборов для интервале времени $[p, k] \in [1, T]$, $p \leq T$, $p \leq k$, $k \leq T$. В частном случае $a^{t,t} = a[t]$.

Введем следующие обозначения: H - множество рассматриваемых вариантов плана технического развития предприятия $h \in H$;
 $X[t]$ - множество наборов допустимых значений переменных состояния системы в году t , $x[t] \in X[t]$; $U_{t,t}$ - множество

допустимых управлений системой на интервале $[t, T]$; $u[t]$ - допустимое управление в году t , если $u^{tT} \in U_{tT}$; $x[0]$ - состояние системы в предплановом году ($t=0$); $R[t]$ - множество наборов возможных реализаций неопределенных факторов в году t , $R[t] = \{z[t] | z^{\text{МИН}}[t] = z[t] \leq z^{\text{МАКС}}[t]\}$; $z^{\text{МИН(МАКС)}}[t]$ - набор данных, характеризующих минимально (максимально) возможные реализации неопределенных факторов в году t . Множество $X[t]$ определяется условиями выполнения в году t госзаказа и прямых договоров, множество U_{tT} - ограничения на максимальные банковские кредиты и условиями баланса финансов по годам $\tau = t, t+1, \dots, T$.

С учетом введенных определений и обозначений модель развития предприятия [3; 4] представляется в следующей форме:

$$x[t] = f(h, x[t-1], u[t], z[t]), \quad t = \overline{1, T}.$$

Задачей управления является выбор варианта $h \in H$ и управления $u^{tT} \in U_{tT}$ с целью максимизации функционала $\psi(x^{tT})$ в условиях действия неопределенных факторов $z^{tT} \in R^{tT}$. В качестве функции развития $\psi(x^{tT})$ в соответствии с работой [3] выступает сумма затраченных в течение периода T финансовых средств для оплаты труда, социально-культурных мероприятий и жилищного строительства, приходящаяся в среднем на одного работника предприятия (интегральная полезность).

Для того чтобы обеспечить выполнение требования допустимости состояния системы, удобно перейти от исходной целевой функции ψ к модифицированной $\tilde{\psi}$:

$$\tilde{\psi}(x^{tT} = \psi(x^{tT}) - \psi^w(x^{tT}),$$

где $\psi^w(x^{tT}) = \begin{cases} \infty, & \text{если } x^{tT} \notin X^{tT}; \\ 0, & \text{если } x^{tT} \in X^{tT}. \end{cases}$

Из структуры модели [4] следует, что существует совокупность наборов данных $(z^{\text{NEC}})^{tT}$, удовлетворяющая условию

$$\begin{aligned} \min_{z^{tT} \in R^{tT}} \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], u^{tT}, z^{tT})) = \\ = \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], u^{tT}, (z^{\text{NEC}})^{tT})) \end{aligned}$$

при любом управлении $u^{tT} \in U_{tT}$. Здесь

$$x^{tT} = F^{tT}(h, x[t-1], u^{tT}, z^{tT}) = \\ = (f(h, x[t-1], u[t], z[t]), f(h, x[t], u[t+1], \\ z[t+1]), \dots, f(h, x[T-1], u[T], z[T]))$$

Совокупность $(z^{nec})^{tT}$ характеризует самое неблагоприятное сочетание реализаций неопределенных факторов в смысле максимизации функционала $\tilde{\psi}$. Пессимистическая оценка каждой компоненты набора $z^{nec}[t]$ для года t достигается либо на максимальной, либо на минимальной границе, определяемой наборами $z^{макс}[t]$, $z^{мин}[t]$.

Рассмотренный в работах [3; 4] алгоритм максимизации интегральной полезности в ходе перспективного планирования при известной реализации всех неопределенных факторов (отсутствии неопределенности) и оцениваемом варианте h плана ТРП будем рассматривать как отображение $\Pi(x[0], h, z^{tT})$. Аналогично определяется зависимость интегральной полезности от исходных данных на интервале $[t, T]$:

$$\Pi(x[t-1], h, z^{tT}) = \sum_{s=t}^T \Pi^s(x[t-1], h, z^{tT}),$$

где $\Pi^s(x[t-1], h, z^{tT})$ - интегральная полезность, достигаемая в s -м году планового периода. Предположим теперь, что на практике реализуются значения неопределенных факторов \bar{z}^{tT} . Однако в момент времени t предприятию оказывается известным только набор \bar{z}^{tT} реализаций. В этом случае задача выбора наилучшего управления u^{tT} при фиксированном варианте h оказывается задачей принятия решений в условиях неопределенности. Для получения "осторожной" оценки эффективности плана ТРП положим, что оптимальное управление $u[t]$ в году t выбирается по принципу максимального гарантированного результата:

$$\min_{z^{tT} \in R^{tT}} \tilde{\psi}(x^{tT}) = \min_{z^{tT} \in R^{tT}} \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], u^{tT}, z^{tT})) = \\ = \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], u^{tT}, (z^{nec})^{tT})) \geq$$

$$\geq \min_{\tilde{z}^{tT} \in R^{tT}} \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], \tilde{u}^{tT}, \tilde{z}^{tT})) = \tilde{\psi}(F^{tT}(h, x[t-1], \tilde{u}^{tT}, (\tilde{z}^{nec})^{tT}))$$

для всех $\tilde{u}^{tT} \in U_{tT}$.

Введем в рассмотрение следующие наборы данных:

$$\theta^1 = (x[0], h, z^{*1T}); \theta^2 = (x[1], h, z^{*2T}); \dots$$

$$\theta^T = (x[T-1], h, z^{*T}),$$

где $z^{*tT} = (\bar{z}^t, (z^{pec})^{t+1, T})$, $t < T$. Тогда интегральная полезность определяется следующим образом:

$$\bar{\pi}(h, \bar{z}^{1T}) = \sum_{t=1}^T \pi^t(\theta^t).$$

При наличии отображения $\bar{\pi}(h, z^{1T})$, $h \in H$, $z^{1T} \in R^{1T}$ задача выбора варианта h из множества рассматриваемых вариантов H также оказывается задачей принятия решений в условиях неопределенности. Для организации человеко-машинных процедур выбора h^0 удобно воспользоваться критерием Гурвица. Предполагается варьирование коэффициента "пессимизма-оптимизма" χ , определяющего оценку противодействия и благоприятствования неопределенных факторов. Тогда h^0 находим из условия

$$\begin{aligned} \max_{h \in H} (\chi \min_{z^{1T} \in R^{1T}} \bar{\pi}(h, z^{1T}) + (1-\chi) \max_{z^{1T} \in R^{1T}} \bar{\pi}(h, z^{1T})) = \\ = \chi \bar{\pi}(h^0, (\bar{z}^{pec})^{1T}) + (1-\chi) \bar{\pi}(h^0, (\bar{z}^{opt})^{1T}), \end{aligned}$$

где $(\bar{z}^{pec})^{1T} = (z^{pec})^{1T}$; $(\bar{z}^{opt})^{1T} = (z^{opt})^{1T}$ - оптимистический вариант совокупностей наборов реализаций неопределенных факторов, получаемый по аналогии с $(z^{pec})^{1T}$.

Литература: 1. С к у р и х и н В.И. Методы организации адаптивного планирования и управления в экономико-производственных системах. - Киев, 1980. - 271 с. 2. С к у р и х и н В.И., З а б р о д с к и й В.А., К о п е й ч е н к о Ю.В. Проектирование систем адаптивного управления производством. - Харьков, 1984. - 207 с. 3. З а р у б а В.Я. Макромодели развития промышленного предприятия в условиях его хозяйственной самостоятельности // XI Всесоюз. школа-семинар "Управление большими системами: Тез. докл., Молетай. - Вильнюс, 1988. - С.89-90. 3. Г у з е н к о А.В., Р у д е н к о В.Е. Планирование технического развития предприятия в условиях его хозяйственной самостоятельности // Вестн. Харьк. политехн. ин-та, № 245. Техн. кибернетика и ее прил. Вып. 10. - Харьков, 1990.

А.И.КЛЕЙНЕР, д-р мед.наук
 В.М.МАКОТЧЕНКО, д-р мед.наук
 Н.И.БЕЗМЕНОВ, канд.техн.наук
 С.И.НАБРИНСКИЙ

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ
 МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
 К ЦЕНКЕ ПРОГНОЗА ТЕЧЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
 ЗАБОЛЕВАНИЯ ЛЕГКИХ (ПНЕВМОКОНИОЗА)

Проблема прогнозирования течения хронических заболеваний, являясь весьма актуальной, требует привлечения большого объема наблюдений за больными в течение длительных сроков, что вызывает необходимость применения статистических методов обработки информации.

Цель данной работы - разработка подходов к решению задачи автоматизированного прогнозирования характера течения заболевания и возникновения осложнений на примере пневмоконииоза - одного из самых распространенных профессиональных заболеваний легких у рабочих машиностроения. Обследование больных осуществляется с интервалом в 5 лет в течение 5-20 лет.

На первом этапе обработки массива данных должна быть составлена "Информационная карта больного пневмоконииозом", куда в формализованном виде заносятся данные, характеризующие особенности условий труда, жизни, изменения клинических, лабораторных, рентгенологических признаков заболевания на протяжении 5-, 10-, 15-, 20-летних и более продолжительных сроков наблюдения.

Кроме того, для каждого больного на основании заключения опытных специалистов-экспертов указывается индекс прогноза заболевания применительно к каждому временному "срезу" его течения. При этом предполагается, что как течение основного процесса в легких, так и степень выраженности его осложнений может принимать три значения - 0 (доброкачественное течение), I (умеренное прогрессирующее), 2 (выраженно прогрессирующее).

Общее число учитываемых признаков довольно велико (более 100) причем ряд признаков имеет единственное и неизменное значение, другие же изменяют свои значения на различных временных "срезах". Среди признаков есть такие, которые вносятся в карту в своем естественном, абсолютном значении (пылевой стаж, возрастные, лабора-

торные, иммунологические признаки), остальные же кодируются в соответствии с разработанной шкалой градаций от 0 до 5 (всего не более 6 градаций для каждого признака).

Основные задачи работы с полученным массивом данных:

1) классификация объектов наблюдений (больных) с целью выделения основных типов течения заболевания;

2) выделение признаков, в наибольшей мере определяющих тот или иной характер течения заболевания;

3) построение на основании выделенных признаков балльных прогностических таблиц, позволяющих с достаточной степенью надежности относить каждого нового больного к той или иной группе прогноза в соответствии с предполагаемым сроком прогнозирования.

Для решения поставленных задач прежде всего для каждого временного среза должна быть построена корреляционная матрица, характеризующая связи между признаками. При этом в множество анализируемых признаков предлагается включать подмножество R_0 из N_0 признаков, значения которых характеризуют результаты первичного обследования (начальная точка наблюдения), и подмножество R_1 из N_1 ($N_1 \leq N_0$) признаков значений тех признаков, которые изменяются со временем. Таким образом, порядок корреляционной матрицы равен $N_0 + N_1$.

Прежде всего с помощью методов факторного анализа или других методов группировки параметров предлагается осуществлять выделение групп тесно связанных между собой признаков. В этом случае возможно сокращение числа признаков, подвергаемых дальнейшему анализу, а именно: для последующего анализа должны быть оставлены признаки, являющиеся типовыми представителями групп. Это признаки, максимально связанные с остальными элементами содержащих их групп. В результате выделяется некоторое множество U признаков, которые вносят наиболее существенный вклад в характеристику течения заболевания. В общем случае множество U будет содержать элементы как множества R_0 , так и множества R_1 . Поскольку при прогнозировании исследователь имеет только результаты первичного обследования, предлагается для прогнозирования использовать все вошедшие в U элементы множества R_0 , а также те элементы множества R_0 , которые соответствуют вошедшим в U элементам множества R_1 . Обозначим сформированное множество через U .

Далее должна быть построена корреляционная матрица для признаков, вошедших в множество U , и экспертного индекса прогноза N_2 , и проведен анализ, направленный на выделение тех элементов множе-

ства \bar{U} , которые наиболее тесно связаны с N_2 , т.е. признаков; наиболее существенных для прогноза. Для этого можно использовать два подхода: исключение из множества \bar{U} элементов, коэффициент корреляции которых с N_2 меньше некоторого порогового значения (например 0,4); разбиение сформированного множества на два подмножества, степень связи между которыми минимальна, при этом в одно подмножество попадут N_2 и некоторые элементы множества \bar{U} , элементы второго подмножества должны быть исключены из \bar{U} .

В результате осуществленного по описанной схеме анализа из оставшихся в множестве \bar{U} элементов будет сформировано множество U признаков, в наибольшей степени связанных с типом прогноза заболевания. Спираясь на байесовскую стратегию, можно построить балльные прогностические таблицы с учетом всех признаков, вошедших в множество U .

УДК 518.9

В.П.СЕВЕРИН, канд.техн.наук

СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ИНТЕГРИРОВАНИЯ ПО ТОЧНОСТИ И СКОРОСТИ

Прямые критерии качества переходных процессов в системах автоматического регулирования (САР) можно определить только путем численного интегрирования соответствующей системы дифференциальных уравнений (СДУ). Применение этих критериев для оптимизации параметров САР на цифровой ЭВМ предъявляет к методу их вычисления противоречивые требования. С одной стороны, метод должен обладать достаточной точностью, чтобы верно указать направление движения к оптимальным значениям критериев и найти их с допустимой погрешностью. С другой стороны, он должен быть достаточно быстрым, так как при численном решении задачи оптимизации определять критерии приходится многократно. Исследуя на тестовых примерах эффективные методы численного интегрирования СДУ, выбираем из них оптимальный по точности и скорости решения.

Математическую модель САР можно представить в виде СДУ

$$\dot{x} = f(t, x), \quad x(t_0) = x_0,$$

где x - n -мерный вектор; $f(t, x)$ - n -мерная вектор-функция правых частей СДУ; t - независимая переменная. На основании

сравнений методов численного решения СДУ, выполненных разными авторами [1; 2], выберем для исследования как самые эффективные метод Мерсона [3], метод Горбунова - Шахова [4] и системные методы [2].

Учитывая, что современные быстродействующие цифровые ЭВМ производят арифметические операции типа сложения-вычитания в 2 раза быстрее умножения и в 4 раза быстрее деления, преобразуем формулы метода Мерсона путем введения некоторых постоянных коэффициентов и исключения деления с целью минимизации эквивалентного количества арифметических операций (ЭКАО) типа сложения. После преобразования формулы метода Мерсона представим в виде

$$a = 1/3, \quad b = ah, \quad c = 4b, \quad d = 0,125c;$$

$$K_1 = b f(t_i, x_i), \quad K_2 = b f(t_i + b, x_i + K_1);$$

$$K_3 = hf(t_i + b, x_i + 0,5(K_1 + K_2));$$

$$K_4 = cf(t_i + 0,5h, x_i + 0,375(K_1 + K_3));$$

$$K = K_1 + K_4, \quad K_5 = d f(t_i + h, x_i + 1,5(K - K_3));$$

$$P_{i+1} = 0,2(K - 1,5K_3 - K_5), \quad x_{i+1} = x_i + 0,5K + K_5,$$

где h - шаг интегрирования; a, b, c, d - вспомогательные коэффициенты; $K_1, K_2, K_3, K_4, K, K_5$ - вспомогательные n -мерные векторы; P_{i+1} - n -мерный вектор локальных погрешностей на данном шаге; x_{i+1} - приближение решения на данном шаге; x_i - приближение решения на предыдущем шаге. ЭКАО этих формул составляет $34n$, что почти в 3 раза меньше ЭКАО исходных формул [3], равного $100n$.

Преобразуя аналогично формулы метода Горбунова - Шахова, получаем ЭКАО $54n$, что в 2,2 раза меньше ЭКАО исходных формул [4], равного $120n$.

Формулы системного метода первой степени можно записать в виде [2]

$$s = h/2^N; \quad \Phi_0 = s \sum_{j=0}^p \frac{(As)^j}{(j+1)!}; \quad \Psi_0 = E + A\Phi_0;$$

$$\Phi_k = \Phi_{k-1}(E + \Psi_{k-1}), \quad \Psi_k = \Psi_{k-1}^2, \quad k = \overline{1, N};$$

$$x_{i+1} = x_i + \Phi_N f(t_i, x_i),$$

де h - шаг интегрирования; N, ρ - целые положительные числа; A, Φ_k, Ψ_k ($k = \overline{0, N}$) - квадратные матрицы порядка n ; E - единичная матрица порядка n ; x_i, x_{i+1} - приближение решения на предыдущем шаге и на данном соответственно. Числа N и ρ целесообразно выбирать так, чтобы их изменение на одну единицу не приводило к изменению элементов матрицы Φ_0 в семи-восьмизначных цифрах [2]. Матрицу A следует задавать как матрицу Якоби для вектор-функции $f(t, x)$, найденную численно для средних значений t и x .

Формулы системных методов второй и третьей степеней более громоздки по сравнению с формулами системного метода первой степени, но также связаны с матричным умножением.

С целью исследования выбранных методов интегрирования были составлены восемь подпрограмм. Из них для метода Мерсона составлено три подпрограммы: с постоянным шагом интегрирования и с изменением шага в зависимости от величины отношения допустимой локальной погрешности к вычисленной - с дискретным изменением шага путем удвоения или деления предыдущего шага, на два [3] и с непрерывным в некотором интервале значений отношения погрешностей изменением шага [5]. Для метода Горбунова - Шахова написаны подпрограммы с постоянным шагом и дискретным изменением шага. Три подпрограммы составлены для системных методов первой, второй и третьей степеней [2].

В качестве тестовых примеров линейной и нелинейной САР возьмем СДУ, описывающую переходные процессы в простейшей модели электрогидравлического следящего привода:

$$\dot{\eta} = 20(0,5\kappa_{\mu} - \kappa_{\mu}\mu - \kappa_{\sigma}\sigma - \eta), \quad \dot{\sigma} = 10\eta, \quad \dot{\mu} = 2,5\sigma;$$

$$I = (\mu - 0,5)^2 + T_1\mu^2 + T_2(2,5\sigma)^2, \quad \eta(0) = \sigma(0) = \mu(0) = I(0) = 0,$$

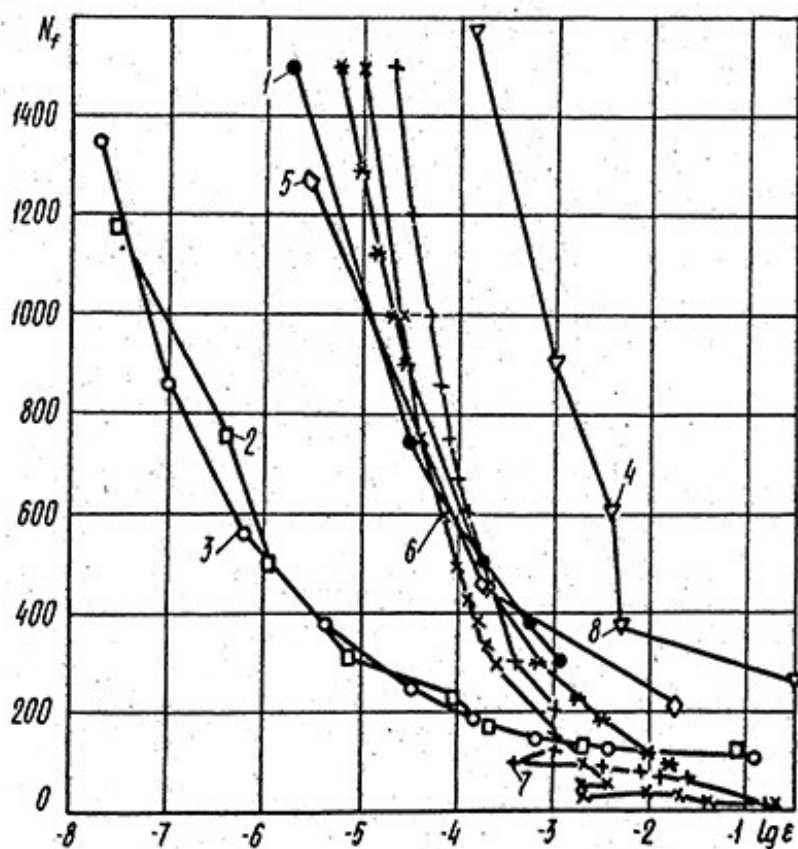
где η, σ, μ - координаты электрогидравлического преобразователя, золотника сервомотора и сервомотора соответственно; $\kappa_{\mu}, \kappa_{\sigma}$ - постоянные коэффициенты; I - интегральная квадратичная оценка качества (ИКО); T_1, T_2 - коэффициенты ИКО. Для линейной САР заданы значения $\kappa_{\mu} = 4, \kappa_{\sigma} = 1,9, T_1 = -4 \cdot 10^{-4}, T_2 = 10^{-4}$, соответствующие минимуму ИКО. Дополняя эту СДУ ограничениями $-1 \leq \eta \leq 1, -1 \leq \sigma \leq 0,5, 0 \leq \mu \leq 1$, получаем нелинейную САР, для которой зададим значения $\kappa_{\mu} = 16; \kappa_{\sigma} = 4,828; T_1 = -1,5 \cdot 10^{-6}; T_2 = 6,25 \cdot 10^{-6}$. Влияние нелинейностей на переходные процессы проявляется в достижении координатами η и σ верхних ограничений.

Будем интегрировать СДУ на интервале $[0; 3]$, когда переходные процессы можно считать завершенными. Погрешность метода на интервале оценим погрешностью вычисления ИКО $\mathcal{E} = |I - I^*| / I^*$, где I - значение ИКО, определенное численным интегрированием; I^* - "точное" значение ИКО, погрешность которого можно пренебречь в сравнении с погрешностью I . По алгоритму вычисления ИКО найдем точное значение для линейной САР $I^* = 0,04125$, соответствующее полубесконечному интервалу $[0; \infty]$. Задавая достаточно малое значение шага $h = 10^{-3}$ и интегрируя СДУ на интервале $[0; 3]$ до определения значения ИКО методом с постоянным шагом или задавая значение допустимой локальной погрешности $\mathcal{E} = 10^{-13}$ и решая ту же задачу методами с изменением шага, для всех методов получаем $\mathcal{E} < 10^{-8}$, что свидетельствует о малой погрешности замены полубесконечного интервала $[0; \infty]$ конечным $[0; 3]$. Задавая $h = 10^{-5}$ или $\mathcal{E} = 10^{-13}$ теми же методами для нелинейной САР, находим $I^* = 0,041656629$. Чтобы погрешность вычисления I была больше погрешности определения I^* , будем задавать $h \in [10^{-2}; 10^{-1}]$, $\mathcal{E} \in [10^{-1}; 10^{-8}]$.

Результаты решения тестового примера, соответствующего линейной САР, показаны на рисунке в виде зависимости количества вычисления правых частей СДУ N_f , характеризующего скорость, от значения \mathcal{E} , определяющего точность. Зависимости 1,2,3 представляют метод Мерсона с постоянным шагом, дискретным и непрерывным изменением шага соответственно; 4,5 - метод Горбунова - Шахова с постоянным шагом и дискретным изменением шага соответственно; 6,7,8 - системные методы первой, второй и третьей степеней соответственно. Для относительной погрешности вычисления ИКО с $\mathcal{E} < 10^{-5}$ методы с переменным шагом оказались эффективнее методов с постоянным шагом, причем наиболее надежным и оптимальным по точности и скорости решения тестовых примеров оказался метод Мерсона с непрерывным изменением шага. Аналогичные результаты получены и для тестового примера, соответствующего нелинейной САР. Поэтому при построении алгоритма вычисления прямых критериев качества САР рекомендуется применять метод Мерсона с непрерывным изменением шага.

Литература: 1. К о р о л е в В.К. Сравнение некоторых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений // Вычислит. системы. - 1975. - Вып.64. - С.108-117. 2. Р а х и т с к и й Ю.В., К и р и л л о в а Л.К., З и м н и ц к и й В.А. Новые методы численного расчета переходных процессов в колебатель-

ных системах // Прикл. механика. - 1974. - Вып. 7. - Т. 10. - С. 62-68.
 3. Ланс Дж. И. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. - М., 1962. - 200 с. 4. Горбунов А. Д., Шахов В. А. О приближенном решении задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений с наперед заданным числом верхних знаков // Журн. вычислит. математики и мат. физики. - 1964. - Т. 4. - № 3. - С. 426-433. 5. Christiansen J. Algorithm 77. Solving a system of simultaneous ordinary differential equations of the first order using a method for automatic step change // The Computer J. - 1973. - Vol. 16. - № 2. - P. 182 - 188.



АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИХ ФОРМАТОВ
ДЛЯ ЭКОНОМИЧНОГО ХРАНЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ ВИДЕОЯРДА

Совершенствование графических средств персональных ЭВМ (графические дисплеи, сканеры, плоттеры) позволяет говорить о наметившейся переориентации ввода/вывода ряда программ с традиционной числовой формы на графическую. В программах, опирающихся на графику, информация представляется пользователю в наиболее привычной форме - в виде многокрасочных динамических изображений с синхронным звуковым и текстовым сопровождением. В ряде приложений такое представление - единственный приемлемый путь информационного обмена (обучение, реклама, диспетчерские системы).

Развитие систем с графическим диалогом, и их наиболее перспективного направления - мультимедиа, у нас во многом сдерживается аппаратной частью наиболее распространенных ПЭВМ IBM PC и им подобных (для воспроизведения графики и звука идеология персональных компьютеров *MACINTOSH* и *NEXT* более предпочтительна).

Нисколько не умаляя важности таких задач разработки систем графического диалога, как решение вопроса анимации фрагментов и всего изображения в целом, объединение графических изображений и других типов данных в структуры, аналогичные используемым в базах данных, следует признать более важной задачу эффективной организации хранения большого количества изображений, так как дисковое пространство лимитирует количество сохраняемых изображений и фрагментов, а следовательно, - и информационное содержание видеоряда. Особенно сильно это сказывается на этапе формирования изображений - обширные библиотеки ускоряют и разнообразят процесс "рисования", но занимают много места на диске.

Задача компактного хранения совокупности файлов изображений не решена в большинстве графических пакетов. В своей системе авторы используют способ хранения большого количества изображений в одном файле, что позволяет сэкономить место на диске за счет отсутствия большого количества недописанных кластеров. При выводе некоторого видеоряда, как правило, используется единый графический режим для всех изображений. В таком случае возможно отдельное хра-

нение заголовка видеоряда и палитры, что экономит дисковое пространство и увеличивает скорость вывода на экран.

Сопоставление графических форматов осуществлялось на следующих тестовых изображениях: тест 1 - точка на однотонном фоне; тест 2 - шахматная закрашка поля экрана; тест 3 - графическая тестовая таблица, представленная на рис.1 (изображение приблизительно совпадает с тестом для испытания плоттеров стандарта *DIN 32866*); тест 4 - многокрасочное изображение типа пейзажного слайда. Три первых теста - черно-белые, тест 4 воспроизводился в формате 640 x 350 x 16 цветов. Тестовые изображения конвертировались во всевозможные форматы, после чего сопоставлялись их размеры (см. табл.1).

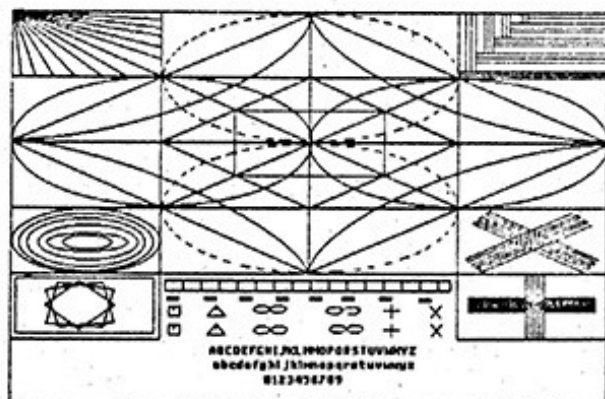


Рис.1

Таблица 1

Сравнительный объем графических файлов
(размер *TIFF*-файла принят за 100 %)

Формат файла (графический пакет)	Тест			
	1	2	3	4
.TIFF	100.00	100.00	100.00	100.00
.PCX (Zsoft, PC Paintbrush)	1.93	6.91	10.62	25.59
.BKG (Broderbund, Fantavision)	1.93	6.92	10.68	25.67
.CAP (IBM, Storyboard+)	1.72	2.20	6.82	29.71

Продолжение табл. I

Формат файла (графический пакет)	Тест			
	1	2	3	4
.GIF (CompuServe Graphic System)	0.36	7.79	7.94	23.49
.IMG (GEM, Ventura Publisher)	0.64	3.90	11.68	26.41
.LBM (Delux Paint II Enhanced)	1.25	7.79	9.76	23.44
.MSP (Microsoft Window Paint)	0.25	3.81	4.17	-
.PIC (IBM, Storyboard+)	1.72	2.19	6.82	29.31
.PIC (Mouse Sys., PC Paint+)	0.11	8.55	57.81	25.90
.SCX (RIX, EGA/UGA Paint)	49.74	49.99	35.71	49.98
.WPG (Word Perfect Gr. Format)	0.97	3.59	4.06	19.96

Из таблицы видно, что при хранении неупакованных изображений предпочтительнее формат *GIF* (приоритет при этом отдавался более сложным тестам - К3 и К4). Формат *GIF* имеет еще и то преимущество, что так же, как и формат *CAP*, позволяет хранить несколько изображений в одном файле. Он также имеет преимущество в случае хранения упакованных цветных изображений. Для длительного хранения актуальным становится уже такой показатель, как размер файла после архивирования. Приведенные в табл. 2 данные показывают, что после упаковки монохромных изображений наиболее компактными выглядят файлы форматов *PCX* и *WPG*. При этом следует отметить, что черно-белые изображения, безусловно, выгоднее хранить как монохромные кадры (пример такого эффективного хранения форматов). Качественное соотношение размеров файлов показано на рис. 2.

Авторами было сделано предположение о том, что графические редакторы упаковывают файлы изображений, все же существует вероятность сжатия полученных файлов с помощью упаковщиков. Это предположение было проверено на практике посредством обработки файлов, полученных для теста К3 в различных форматах. Результаты анализа приведены в табл. 2 и на рис. 2, где по отношению к табл. 2 исключены данные по *TIFF*-формату, бесперспективному для хранения информации из-за большого объема. В табл. 2 характерной выглядит строка для формата *GIF*, основная часть которого упакована по алгоритму, аналогичному алгоритму упаковщика *PKZIP*. *GIF*-изображение практически не пакуется, более того, в результате обработки упаков-

щиками файлы в этом случае увеличивают свои размеры (за счет дописывания кодовой таблицы упаковки).

Т а б л и ц а 2

Сравнительные размеры упакованных графических файлов
(неупакованный тестовый файл №3 TIF-формата принят за 100%)

Расширение файла	Неупакованный файл	pkzip			lha a	zoo	
		-	-es	-ex		a	ah
.TIF	100.00	2.10	2.90	1.82	1.54	2.05	1.56
.CAP	6.82	1.05	1.17	1.04	3.27	3.70	3.29
.IMG	11.68	1.35	1.37	1.33	1.33	4.68	1.35
.GIF	1.36	1.43	1.43	1.43	1.37	1.39	1.39
.LBM	9.76	1.33	1.34	1.32	1.31	4.48	1.33
.PIC(STB)	6.82	0.96	1.10	0.95	3.18	3.57	3.20
.PIC(MS)	9.91	1.21	2.19	1.14	4.03	4.70	4.05
.PCX	10.62	1.25	1.29	1.23	1.24	4.17	1.26
.SCG	35.71	4.25	4.65	4.11	4.07	4.90	4.09
.WPG	4.02	1.29	1.42	1.27	1.26	1.53	1.28

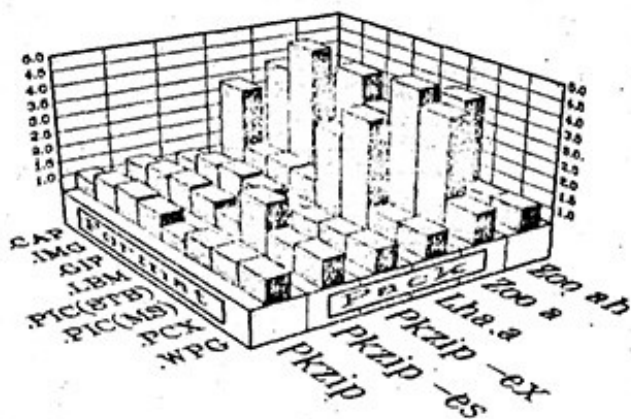


Рис.2

Несмотря на то, что файлы изображений в *GIF*-формате имеют несколько больший размер, чем упакованные файлы изображений в *PCX*-формате, во многих случаях *GIF*-формат следует признать более предпочтительным, поскольку в этом случае для получения изображения не требуется предварительная распаковка. Но если важны размеры файла, все же следует пользоваться *PCX*-форматом, дополнительно упакованным, например, с помощью программы *PKZIP* с ключом *-ex*.

Разработанные в соответствии с выбранным для графических систем форматом утилиты используются в создаваемой мультимедиальной системе, объединяющей видеоряды изображений, библиотеки спрайтов и алфавитно-цифровую информацию.

УДК 681.326

О.Н.МАЛЫХ, канд.техн.наук

Ю.Н.КОЗИН

ЛОКАЛЬНАЯ И ГЛОБАЛЬНАЯ ИНФОРМАЦИЯ МОДЕЛИ МИКРОПРОГРАММЫ

Пусть в исходном виде микропрограмма (МП) представляет собой линейную последовательность микроопераций ($m\sigma_i / i = \overline{1, n}$), называемую вертикальной формой записи.

Горизонтальное микропрограммное управление обеспечивает в общем случае параллельно-последовательное выполнение нескольких микроопераций в течение одного машинного цикла. Следовательно, процесс построения управляющей МП сводится к выделению наборов микроопераций, инициируемых при исполнении МП в каждом из машинных циклов. Любому из таких наборов микроопераций соответствует одно слово управляющей памяти, т.е. отдельная микрокоманда. Поэтому в окончательном виде МП - это последовательность микрокоманд ($m\hat{k}_e / e = \overline{1, m}$).

Поскольку горизонтальный формат управляющего слова позволяет включить в одну микрокоманду несколько микроопераций, процесс размещения микроопераций исходной вертикальной последовательности называется упаковкой микрокоманд.

Ресурсы микроопераций подразделяются на входные, функциональные и выходные. Входной ресурс содержит исходную информацию для микроопераций, т.е. используется в режиме чтения. На функциональном ресурсе осуществляется собственно обработка данных. Выходной ре-

курс служит для запоминания результатов, т.е. используется в микрооперации в режиме записи.

О п р е д е л е н и е 1. Для каждой микрооперации mo множество ЧПРЕС (mo) является множеством, содержащим все входные ресурсы, а множество ЗАПРЕС (mo) - множеством, содержащим все выходные ресурсы.

Отметим, что для одной микрооперации множества ЧПРЕС (mo) и ЗАПРЕС (mo) могут быть полностью различными, пересекаться и даже совпадать.

О п р е д е л е н и е 2. Все аппаратные ресурсы, применяемые в качестве функциональных, описываются вектором функциональных ресурсов, каждая компонента которого соответствует одному из них. Конкретной микрооперации ставится в соответствие вектор функциональных ресурсов, компоненты которого принимают значение 1, если соответствующий ресурс используется микрооперацией, и 0 - в противном случае.

В исходной МП выделяются линейные участки (сегменты), называемые базовыми блоками.

О п р е д е л е н и е 3. Базовый блок представляет собой последовательность микроопераций, первая из которых является единственной точкой входа в блок для приема управления извне, а последняя - либо микрооперация передачи управления, либо любая другая микрооперация, непосредственно предшествующая в микропрограмме точке входа соседнего блока.

Микропрограмма как последовательность микроопераций содержит поток управления, который составляют всевозможные порядки выполнения микроопераций, принадлежащих различным блокам. В явном виде все варианты взаимодействия микроопераций блоков по управлению представляются блок-схемой МП.

О п р е д е л е н и е 4. Блок-схемой называется ориентированный граф, вершины которого соответствуют базовым блокам, а дуги между вершинами отображают связи по управлению.

Каждая микрооперация в исходной вертикальной записи МП, за исключением конечной, обладает хотя бы одним последователем, т.е. микрооперацией, на которую из данной микрооперации передается управление.

О п р е д е л е н и е 5. Для микрооперации mo множество последователей по управлению ПОСЛУП (mo) включает в себя все микрооперации, на которые после исполнения mo может быть передано управление.

Если mo_j принадлежит множеству ПОСЛУПР (mo_i), то mo_i является лидером по управлению для микрооперации mo_j . В том случае, когда множество ПОСЛУПР (mo) содержит несколько микроопераций, mo называется микрооперацией условного перехода. Для всех остальных микроопераций это множество обладает единичной мощностью.

Очевидно, передача данных может быть только между теми микрооперациями, для которых выполняется условие, а выходной ресурс одной из них является входным ресурсом для другой. Поэтому для описания условий связи микроопераций по данным воспользуемся множествами ЧТРЕС (mo) и ЗАПРЕС (mo), определяемыми для каждой микрооперации базового блока.

О п р е д е л е н и е 6. Две микрооперации mo_i и mo_j , из которых mo_i предшествует в базовом блоке mo_j , т.е. $i < j$, непосредственно взаимодействуют по данным, если они удовлетворяют одному из следующих условий.

1. Микрооперация mo_i непосредственно передает данные mo_j , если ЗАПРЕС (mo_i) \cap ЧТРЕС (mo_j) $\neq \emptyset$ и в данном пересечении отсутствует ресурс R , который в микрооперации mo_k , $i < k < j$, принадлежит множеству ЗАПРЕС (mo_k); в этом случае mo_i производит запись в некоторый ресурс, а mo_j считывает записанное значение.

2. Микрооперация mo_i непосредственно связана по данным с mo_j , если ЧТРЕС (mo_i) \cap ЗАПРЕС (mo_j) $\neq \emptyset$ и не существует ресурса R в данном пересечении, который в операции mo_k , $i < k < j$, принадлежит множеству ЗАПРЕС (mo_k); при этом условии mo_i читает некоторый ресурс, а mo_j производит запись в этот ресурс.

3. Микрооперация mo_i непосредственно связана по данным с mo_j , если ЗАПРЕС (mo_i) \cap ЗАПРЕС (mo_j) $\neq \emptyset$ и в данном пересечении не существует ресурса R , который в операции mo_k , $i < k < j$, принадлежит множеству ЗАПРЕС (mo_k); при этом условии mo_i и mo_j последовательно, но не обязательно подряд производят запись в общий ресурс.

Введенные ограничения определяют бинарное отношение предшествования по данным между микрооперациями базового блока. Данное отношение является строгим порядком, в терминах которого соотношение $mo_i < mo_j$ означает, что mo_i предшествует по данным mo_j . При этом каждое соотношение $mo_i < mo_j$, где $i < j$, отража-

ет порядковую нумерацию микроопераций в блоке, так как для выделения условий связи по данным исходный текст блока просматривается начиная с первой микрооперации.

О п р е д е л е н и е 7. Графическим представлением упорядоченности элементов базового блока является бесконтурный граф зависимости микроопераций по данным (ГЗД), в котором вершины соответствуют микрооперациям, а дуга направлена от вершины mo_i к вершине mo_j , если имеет место соотношение $mo_i < mo_j$.

Из трех условий связи микроопераций по данным только первое указывает на действительный обмен данными между микрооперациями. На основе этого условия выделяются потоки данных в ГЗД. Два других условия не описывают передачу данных, а определяют правила взаимодействия потоков данных на общих ресурсах.

Существует два подхода к использованию информации об условиях связи микроопераций по данным при упаковке горизонтальных микрокоманд. В первом из них ограничивается учет только локальной информации о МП, т.е. условий зависимости микроопераций по данным, содержащихся в ГЗД каждого блока в отдельности. Поскольку сведения о связях микроопераций по данным локализованы рамками одного блока, такая упаковка микрокоманд называется локальной [1]. Вторым вариантом упаковки предусматривает размещение микроопераций с учетом их информационных связей как внутри блоков, так и между ними. В этом случае упаковка микрокоманд называется глобальной [2].

Предположим, что исходная вертикальная МП выполнима, т.е. каждая ее микрооперация включена в отдельную микрокоманду. Переход от выполнения одной микрооперации к другой осуществляется или по умолчанию, т.е. в порядке их записи, или с применением принудительной передачи управления микрооперациями условного или безусловного перехода. Будем считать, что в первом случае между последовательно выполняемыми микрооперациями установлена линейная связь по управлению, а во втором — микрооперации соединены связью передачи управления. Линейные связи по управлению существуют между микрооперациями базовых блоков. В свою очередь возможный порядок исполнения базовых блоков определяется связями передачи управления между микрооперациями, передающими и принимающими управление в этих блоках.

Анализ микроопераций базового блока на зависимость по данным фактически состоит в определении того, какие из линейных связей по управлению являются одновременно и связями по данным. Если в

базовом блоке существуют линейные связи по управлению, которые не характеризуются как связи по данным, то они могут быть удалены без искажения семантики базового блока. Именно наличие таких линейных связей и обуславливает возможность перестройки управления (исходного порядка выполнения микроопераций), которая осуществляется на этапе локальной упаковки микрокоманд базового блока.

В зависимости от используемого способа совмещения микроопераций локальная упаковка в большей или меньшей степени, но практически исчерпывает все резервы алгоритмического параллелизма базового блока, определяющего эффективность объектного кода. Дополнительные возможности совмещения микроопераций в микрокомандах появляются за счет того, что связи передачи управления между блоками не воспринимаются как непреодолимые барьеры для микроопераций различных блоков. Но в отличие от линейных связей передачи управления не могут быть удалены из МП, даже если они не определяют непосредственного взаимодействия по данным конечных и начальных микроопераций смежных блоков, соединенных дугами в блок-схеме МП.

Связи передачи управления позволяют выявить резервы дополнительного уплотнения микрокоманд, если их интерпретировать как связи по данным, предварительно дополнив информацией об условиях использования ресурсов во всех блоках, семантика которых зависит от перемещения микроопераций между смежными блоками. Такая дополнительная информация по отношению к связям передачи управления называется глобальной.

Следовательно, возможности совмещения микроопераций смежных блоков в одной микрокоманде появляются только тогда, когда эти блоки рассматриваются как одно целое при выделении условий связи микроопераций по данным.

О п р е д е л е н и е 8. Ресурс R называется "живым" в базовом блоке B , если в этом блоке или на одном из путей, исходящем из B в блок-схеме МП, первое использование ресурса R состоит в чтении его значения. В противном случае ресурс R называется "мертвым" в блоке B .

"живые" и "мертвые" ресурсы являются общей характеристикой первого использования ресурсов микрооперациями блоков в подграфе управления, составленном из путей, которые выходят из блока B . Полученная информация о ресурсах присваивается блоку как источнику всех возможных проходов в подграфе управления. Очевидно, конфигурация подграфа определяется выбором блока в качестве исходного для выделения путей в блок-схеме.

Процесс определения "живых" ресурсов базового блока представим в виде следующей процедуры.

1. Выделить подграф управления для блока B_i .

2. В полученном подграфе установить все пути $P_{i,k}$, $k = \overline{1, K}$, исходящие из блока B_i .

3. Для каждого пути $P_{i,k}$ составить таблицу использования ресурсов микрооперациями блоков, расположенных на этом пути. Последовательность записи микроопераций в таблице сверху вниз определяется порядком прохождения блоков на пути $P_{i,k}$. Для каждого ресурса указать режим использования соответствующими микрооперациями: чтение (Ч), запись (З) или неприменение (-);

4. Просмотром сверху вниз составленных таблиц определить режим первого использования ресурсов на каждом из путей $P_{i,k}$, $k = \overline{1, K}$.

5. Установить общий способ применения ресурсов на параллельных путях, исходящих из блока B_i , по следующим правилам: если на параллельных путях некоторый ресурс первый раз используется в различных режимах, т.е. на чтение и запись, то общий способ применения ресурса характеризуется как чтение; если ресурс первый раз используется в одинаковых режимах на различных путях, т.е. либо на чтение, либо на запись, то общим способом применения ресурса является соответственно чтение или запись; если на одном из путей некоторый ресурс не используется, то общий способ его применения определяется теми путями, в которых он используется микрооперациями.

Все ресурсы, общий способ применения которых в подграфе управления характеризуется чтением, являются "живыми" ресурсами по отношению к блоку B_i .

О п р е д е л е н и е 9. Микрооперация называется свободной в начале или в конце базового блока, если она не имеет соответственно предшественников или последователей в ГЗД этого блока.

Каждая микрооперация, не взаимодействующая по данным с остальными микрооперациями базового блока, может быть свободной как в начале, так и в конце блока.

Сведения о "живых" регистрах и свободных микрооперациях каждого из базовых блоков составляют глобальную информацию МП, применяемую при глобальной упаковке микрокоманд.

Литература: 1. Landskov D, Davidson S, Shriver B. *Local microcode compaction technique* // *Comput Survey*. - 1980. - 12. - N3. - P. 261-294. 2. Fisher J.A. *Trase Scheduling: A Technique for global microcode compaction* // *IEEE Transaction on computers*. - 1981. - C-30. - N7. - P. 478-490.

УДК 681.015

А.А. БОБУХ, канд. техн. наук

СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ СПЕЦИАЛЬНЫХ ПРОЕКЦИОННЫХ И ПСЕВДОПРОЕКЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ

В адаптивных системах управления с идентификатором (АСИ) достаточно часто с успехом используются регрессионные модели вида [1]

$$y_n = C^{*T} x_n + \xi_n, \quad (1)$$

где y_n - наблюдаемый выходной сигнал; $x_n = (x_{n1}, \dots, x_{nN})^T$ - вектор входных сигналов; $C^* = (C_1^*, \dots, C_N^*)^T$ - вектор параметров (коэффициентов); ξ_n - помеха; $n = 0, 1, 2, \dots$ - дискретное время.

При этом выработка управляющих воздействий u осуществляется на основе оценок коэффициентов C^* , полученных на этапе идентификации. Функционирование АСИ в реальном масштабе времени предъявляет определенные требования к алгоритму идентификации. Если при построении регрессионных моделей временные ограничения отсутствуют, то достаточно эффективным является применение алгоритмов метода наименьших квадратов (МНК). Практической реализации МНК при наличии временных ограничений сопутствует ряд трудностей, связанных с необходимостью операции обращения на каждом такте матрицы наблюдений размерности $N \times N$, ошибками измерения входных переменных, возможной нестационарностью коэффициентов C_i^* .

Цифровая реализация АСИ определяет ряд требований к выбору возможного класса применяемых алгоритмов. Быстродействие всей системы определяется количеством как последовательно выполняемых арифметических операций, так и обращений к устройствам внешней памяти. В связи с существенной затратой времени на обращения к внешней памяти желательно избегать их при идентификации в реаль-

ном времени. Радикальный способ уменьшения требуемого объема памяти и упрощения алгоритмов МК – использование рекуррентного МК (РМК). Однако, как показывает практика, хотя РМК устраняет необходимость операции обращения матрицы $N \times N$, что значительно упрощает вычисления и снижает чувствительность к ошибкам округления, для его реализации требуется значительное количество арифметических операций. Так, для вычисления очередной оценки вектора C_n требуется $N^2 + 2N + 1$ операций сложения, $N^2 + 2N -$ умножения и $2N$ ячеек памяти. Используемая в этой оценке матрица, составленная из наблюдений x_1, x_2, \dots, x_N , вычисляется рекуррентно и требует $2N^3 + 2N^2 + N + 1$ операций сложения, $2N^3 + 2N^2 + N -$ умножения, 1 - деления и $N + \frac{N(N-1)}{2}$ ячеек памяти.

В работе [2] были предложены и исследованы рекуррентные многошаговые алгоритмы вида

$$C_n = C_{n-1} + \beta^n X_n^S (X_n^{ST} X_n^S)^{-1} E_n^S, \quad (2)$$

где $X_n^S = (x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-S+1})$ - матрица $N \times S$; $E_n^S = (y_n - C_{n-1}^T x_n, y_{n-1} - C_{n-1}^T x_{n-1}, \dots, y_{n-S+1} - C_{n-1}^T x_{n-S+1})^T$ - вектор $S \times 1$; β^n - числовой параметр; S - память алгоритма ($S < N$).

Реализация данного алгоритма требует операции обращения матрицы $S \times S$ на каждом такте процесса идентификации. Для этого используется S^2 определителей размерности $(S-1) \cdot (S-1)$. Последующие S операций умножения для получения определителя A и S^2 операций деления на $\det A$ при $S \gg 1$ не представляют существенных трудностей. Так, для получения одного определителя $(S-1)$ -го порядка по методу Гаусса при треугольном разложении необходимо примерно $(S-1)^3/3$ операций умножения [3]. Для построения обратной матрицы в соответствии с формулой

$$(X_n^{ST} X_n^S)^{-1} = \frac{\text{adj}(X_n^{ST} X_n^S)}{\det(X_n^{ST} X_n^S)},$$

где $\text{adj}(X_n^{ST} X_n^S)$ - матрица, составленная из алгебраических дополнений элементов матрицы $X_n^{ST} X_n^S$, требуется около $0,3 S^5$ операций умножения. Определение же обратной матрицы с помощью соотношения $AA^{-1} = I$ по методу Гаусса требует только S^3 операций умножения. Таким образом, хотя размерность обрабатываемой в (2) матрицы

ниже, чем в МК (вследствие $S < N$), алгоритм (2) остается достаточно сложным с вычислительной точки зрения.

Рекуррентное вычисление входящей в (2) обратной матрицы в соответствии с предложенной в работе [4] процедурой, позволяющей записать (2) в виде

$$C_n = C_{n-1} + \gamma_n z_n^S, \quad (3)$$

где
$$z_n^S = \frac{R_{n-1}^{S-1}}{x_n^T R_{n-1}^{S-1} x_n} z_n^{S-1} + (1 - \gamma_{n-1}) \left(I - \frac{R_{n-1}^{S-1} x_n x_n^T}{x_n^T R_{n-1}^{S-1} x_n} \right) z_{n-1}^{S-1};$$

$$R_{n-s+i}^i = R_{n-s+i-1}^{i-1} - \frac{R_{n-s+i-1}^{i-1} x_{n-s+i} x_{n-s+i}^T R_{n-s+i-1}^{i-1}}{x_{n-s+i}^T R_{n-s+i-1}^{i-1} x_{n-s+i}},$$

приводит, как нетрудно убедиться, к следующему количеству арифметических операций. При вычислении оценки C_n требуется $3N^2 + 2N$ операций сложения и вычитания, $2N^2 + 5N + 1$ - умножения и деления, $2N$ ячеек памяти. Для вычисления матрицы R_n^S необходимо $2N^2 - 1$ операций сложения и вычитания, $3N^2 + N + 1$ - умножения

и деления, $N(S-1) + \frac{N(N+1)}{2}$ ячеек памяти. Вычисление входящего в алгоритм (3) скаляра $x_n^T R_{n-1}^{S-1} x_n$ требует $N^2 - 1$ операций умножения, $N(N+1)$ - сложения и 1 ячейку памяти.

Необходимость операции обращения в проекционных алгоритмах матрицы $S \cdot S$ обусловила потребность разработки более простых с вычислительной точки зрения алгоритмов, которые бы обладали в то же время свойствами, близкими к свойствам алгоритмов (2) и (3). Так, в работе [5] были предложены псевдопроеционные алгоритмы, в которых операция ортогонального проецирования ошибки $\theta_n = C_n - C^*$ на гиперплоскость, образованную векторами $x_n, x_{n-1}, \dots, x_{n-s+1}$ (используемая в (2) при $\gamma = 1$), заменялась на операцию проецирования на один вектор. В основе рассмотренных в работе [5] процедур лежит проекционный алгоритм Качмажа, имевший вид

$$C_n = C_{n-1} + \frac{\gamma_n - C_{n-1}^T x_n}{\|x_n\|^2} x_n \quad (4)$$

или записанный относительно ошибок идентификации θ_i следующим образом:

$$\theta_n = \left(I - \frac{x_n x_n^T}{\|x_n\|^2} \right) \theta_{n-1}. \quad (5)$$

Здесь $\frac{x_n x_n^T}{\|x_n\|^2}$ - матрица проецирования на вектор x_n .

В работе [5] описаны следующие процедуры.

Процедура 1. Полученная по алгоритму Качмажа оценка ошибки

θ_n последовательно проецируется на $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-S+1}$.

Процедура 2. Оценка (5) проецируется на некоторый вектор z_n , направление которого коррелировано с направлением проекции θ_n на линейную оболочку векторов $x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_{n-S+1}$.

Процедура 3. При $S < 0,5N$ осуществляется повторное проецирование θ на вектор x_{n-S+1} .

Если при реализации проекционных алгоритмов [2; 4] требуется вычислить матрицу проецирования вида $x_n^S [x_n^{Sr} x_n]^{-1} x_n^{Sr}$, то матрица проецирования, используемая в процедурах 1 - 3, существенно проще: $x_n x_n^T \|x_n\|^{-2}$. Более того, при реализации данных процедур следует принять во внимание, что

$$x_n x_n^T \theta_{n-1} = (y_n - C_{n-1}^T x_n) x_n, \quad (6)$$

т.е. вместо реализации матрицы $x_n x_n^T$ и последующего умножения ее на вектор θ_{n-1} следует вычислить скалярное произведение

$x_n^T \theta_{n-1}$, что потребует N операций умножения и N - сложения и вычитания, а затем на полученный скаляр умножить компоненты вектора x_n . Для вычисления (используемого в матрице проецирования на вектор x_n) скаляра $\|x_n\|^2$ необходимо N операций умножения и $N-1$ - сложения, а для вычисления $\|x_n\|^{-2}$ еще и 1 операция деления. Таким образом, реализация шага коррекции в алгоритмах типа

(4) и (5), равного $\frac{y_n - C_{n-1}^T x_n}{\|x_n\|^2} x_n$, требует $3N$ операций

умножения, 1 - деления и $2N - 1$ - сложения и вычитания. Добавив к этому N операций сложения, выполняемых при построении оценки C_n из C_{n-1} , получим общее число арифметических операций, необходимых при использовании алгоритма Качмажа. В процедурах 1, 2 это количество операций увеличивается в S раз, так как используется S последовательных операций проецирования на вектор, а в процедуре 3 - в 2 раза.

Сравнение вычислительной сложности проекционных и псевдопроекционных алгоритмов свидетельствует в пользу последних. Однако при построении реальных моделей на первый план может выходить скорость получения математического описания, а сложность реализации - на второй. В этом случае следует обратиться к проекционным алго-

ритмам. Поэтому выбор того или иного алгоритма решения задачи идентификации зависит как от конкретной задачи, так и от средств вычислительной техники, имеющихся в распоряжении исследователя.

Литература: 1. Райбман Н.С., Чадаев В.М. Построение моделей процессов производства. - М., 1975. - 376 с.
2. Ипенко Л.А., Либероль Е.Д., Руденко О.Г. Проекционные алгоритмы идентификации линейных объектов // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1985. - № 7. - С.62-64. 3. Воеводиц В.В., Кузнецов В.А. Матрицы и вычисления. - М., 1984. - 318 с.
4. Ипенко Л.А., Либероль Е.Д., Руденко О.Г. О свойствах одного класса многошаговых алгоритмов идентификации // Кибернетика. - Киев, 1986. - С.92-96. 5. Псевдопроекции и алгоритмы оценивания параметров регрессионных моделей химико-технологических процессов / А.А.Бобух, Е.Д.Либероль, В.В.Роговенко, О.Г.Руденко // Статистические методы в основной химии: Тр.НИИ основ.химии (НИОХИМ). - Т.63. - Харьков, 1986. - С.39-60.

УДК 658.014 + 66.02

А.И.ВАГАНОВ

ДИАГНОСТИКА ХИМИЧЕСКИХ РЕАКТОРОВ С ЭКСТРЕМАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ ИЗМЕРЕНИЙ

Многие задачи технической диагностики химического оборудования могут быть решены путем акустического и вибрационного контроля параметров процесса. Наибольшее развитие в настоящее время получили методы виброакустической диагностики оборудования с вращающимися элементами [1].

В то же время существует класс объектов химической технологии, работа которых при отсутствии механических элементов сопровождается генерацией шума и вибрации гидродинамического происхождения, которые могут быть использованы для идентификации основных типов нарушений технологических процессов.

Для создания промышленных систем диагностики широкого класса химических реакторов проведен комплекс исследований, включающий в себя разработку математических моделей объектов для их нормального состояния и состояния отказа, разработку математических мо-

делей информационных источников шума и вибрации, физическое моделирование объектов диагностики с имитацией основных типов нарушений; экспериментальные исследования виброакустических характеристик промышленных объектов, разработку технических средств для обработки сигналов и алгоритмов диагностики [2] .

Основные диагностируемые нарушения в исследованных реакторах: образование наростов из непроплавленного материала в районе входных горелочных устройств (плавильные циклоны); блокирование линий подачи жидкой серы, изменение геометрических характеристик центробежных форсунок и расхода серы через них (циклонные печи для сжигания жидкой серы); вскипание расплава и нарушение температурного режима при загрузке холодных присадок (кислородный конвертер для производства черновой меди).

Для распознавания процесса образования наростов в районе входных горелочных устройств циклонного реактора предложено использовать явление изменения вибрационных характеристик цилиндрической оболочки реактора, возбуждаемой турбулизированным закрученным потоком, в зависимости от величины присоединенной массы (наростов) и координат места их сосредоточения. Для описания механического поведения корпусов циклонных реакторов и прогнозирования изменения вибрационных сигналов при развитии нарушений используется математическая модель анизотропной неоднородной оболочки с учетом деформаций поперечных сдвигов, позволяющая оценить собственные частоты и формы колебаний оболочки.

Диагностика нарушений, возникающих в центробежной форсунке для распыливания жидкой серы, осуществляется на основе использования информационных акустических свойств закрученного потока. Нарушение "изменение расхода серы через форсунку" диагностируется по акустическому эффекту, связанному с прецессирующим вихревым ядром, который сопровождает работу вихревых генераторов, горелок, камер сгорания при высокой степени закрутки потока.

Другой тип нарушений работы форсунки связан с изменением диаметра выходного сопла в процессе ее эксплуатации. Подобное нарушение можно диагностировать на основе анализа собственных колебаний соплового наконечника, возникающих при обтекании закрученным потоком его кромки.

Для третьего типа реактора (кислородного конвертера) в связи с отсутствием возможности теоретического описания процесса генерации звука кислородной струей использована экспертная оценка воз-

можных нарушений по внешним признакам процесса конвертирования: цвету и интенсивности свечения газового потока над горловиной конвертера, интенсивности газовой выделению, цвету и форме брызг расплава.

Для промышленного применения полученных результатов анализа гидродинамических шумов различных химических реакторов разработана диагностическая система, позволяющая при определенном наборе технических и программных средств решить специфические задачи диагностики. Аналоговая часть системы включает в себя пьезоакселерометры, предварительные и нормирующие усилители, коммутаторы сигналов, полосовые фильтры, детекторы эффективных значений, преобразователи "напряжение - ток" и "частота - ток". Цифровая часть системы диагностики обеспечивает с помощью специализированного процессора быстрое преобразование Фурье, реализацию алгоритмов диагностики и управления с применением нечетких множеств, эталонных моделей объектов, спектрально-ковариационного анализа.

Литература: 1. Х и м м е л ь б л а у Д. Обнаружение и диагностика неполадок в химических и нефтехимических процессах. - Л.: Химия, 1983. - 352 с. 2. Г а й д а б у р а И.П., В а г а н о в А.И. Б о ч к о В.С. Виброакустический контроль и управление циклонными технологическими аппаратами в производстве минудобрений: Обзор. информ. Сер. "Энерготехнол. процессы". - М.: НИИТЭХИМ, 1988. - 35 с.

УДК 621.555.6

С.Ф. АРТЮХ, канд. техн. наук

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИНХРОННЫХ ГИДРОГЕНЕРАТОРОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ РАБОТЫ В БЛОКЕ С ТИРИСТОРНЫМИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ ЧАСТОТЫ

Применение в энергоблоках гидроэлектростанций, работающих с переменными напорами, тиристорных преобразователей частоты повышает эффективность их работы [1; 2], но и удорожает одновременно стоимость электрооборудования ТЭС.

Существенное снижение этой стоимости может быть достигнуто путем применения в таких блоках синхронных генераторов с пониженной номинальной частотой [3]. В этом случае проектирование их сводится к определению оптимального количества пар полюсов и таких конструктивных параметров, которые позволили бы значительно упростить их статорные и роторные обмотки.

В качестве основного критерия оптимизации может быть принята стоимость проектируемой машины, которая в значительной степени определяется объемом активных материалов, при этом учитываются и затраты на дальнейшую эксплуатацию этой машины. Оптимальное значение частоты гидрогенератора выбирается путем оптимизации стоимостных показателей отдельных вариантов машин с учетом ограничения параметра по условиям обеспечения нормальной работы тиристорных преобразователей частоты.

Исходные величины для производства расчетов: N_r - мощность на валу гидроагрегата во всем диапазоне изменения его частоты вращения; n - частота вращения гидроагрегата во всем диапазоне ее изменения; $U_{ном}$ - номинальное напряжение генератора; $\cos \varphi_{ном}$ - номинальный коэффициент мощности; α - число параллельных ветвей обмотки статора с учетом типа обмотки; $D_{ст}$, D_k - предельные значения диаметра статора или диаметра капсулы гидроагрегата, задаваемые заводом - изготовителем гидротурбин.

Значения N_r и n определяются на основе эксплуатационных характеристик гидротурбин.

Предполагается, что при $P_r = P_{ном}$ и $n = n_{ном}$ электромагнитные нагрузки генератора являются максимальными, что обеспечивает нормальную работу генератора во всем диапазоне изменения его частоты вращения. Предварительно задаются рядом значений возможных частот генератора $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$ и для каждого значения f рассчитывают геометрию и конструктивные параметры статора и ротора, определяя при этом объем их активных материалов.

Алгоритм, по которому ведется расчет геометрии статора для каждого такого варианта, изображен на рис. 1. Оптимальные конструктивные параметры машины выбираются путем минимизации потерь в статоре ΔP_a и роторе ΔP_f в соответствии с методикой, изложенной в работе [4].

Величина наружного диаметра сердечника статора D_a определяется из опыта проектирования каждого завода - изготовителя генераторов на основании заданных значений $D_{ст}$ или D_k .

Произведение длины сердечника статора l_z на величину средней индукции в воздушном зазоре над полюсным башмаком при холостом ходе B_δ можно найти из формулы, которая получается в результате совместного решения выражений для напряжения U , числа витков в фазе обмотки статора W , амплитуды первой гармонической магнитного поля Φ_1 и числа пазов статора Z , при замене в выражении значения

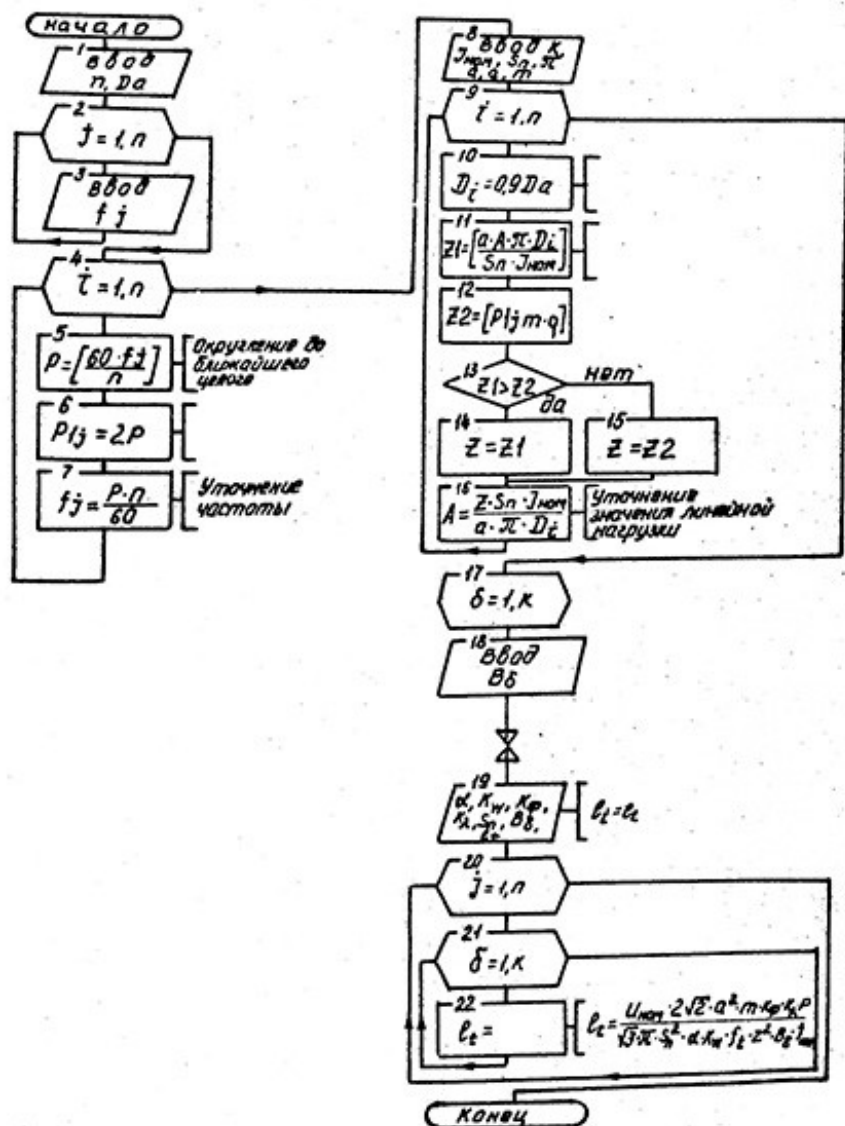


Рис. I

расчетной длины воздушного зазора l_i на l_z , что вполне допустимо из-за близости их значений. Тогда

$$l_z B_g = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{K_\Phi K_\lambda}{K_W} \frac{U_{\text{ном}}}{J_{\text{ном}}} \frac{\rho}{f} \frac{A d S_n^2}{z^2 a^2 m},$$

где K_Φ - коэффициент формы поля; K_λ - коэффициент, характеризующий величину магнитного потока, входящего в полюсный башмак; K_W - коэффициент обмотки статора по первой гармонической; $J_{\text{ном}}$ - номинальный ток генератора; A - линейная нагрузка статора; d - коэффициент полюсной дуги; S_n - число эффективных стержней в пазу обмотки статора; z - число пазов статора; m - число фаз его обмотки.

Очевидно, что при заданной индукции B_g для одной и той же частоты f различные варианты генераторов будут отличаться друг от друга лишь значением l_z . Эти варианты и составляют основу для последующего перебора.

Оптимизацию размеров ротора для каждого из вариантов машины и определение необходимого значения воздушного зазора можно провести несколькими методами. Хорошие результаты и наиболее короткий путь их получения дает метод последовательного перебора с элементами релаксационного поиска, который применяет в своей модели Харьковский завод "Электротяжмаш".

Последовательность операций расчета, соответствующих этому методу, показана на рис. 2. Указанные на рисунке величины означают:

B_z - индукция в зубцах активной стали статора; B_m - индукция в полюсе ротора; h_p - высота полюсного башмака; b_p - его ширина; h_m - высота сердечника полюса; b_m - его ширина; Δt_a - превышение температуры активных частей генератора; Δt_{gm} - допустимое превышение температуры соответствующих активных частей генератора.

При переборе вариантов для одной и той же номинальной частоты f изменяют l_z , высоту спинки активной стали статора h_a , размеры трубки в стержнях его обмотки, индукцию B_z и плотность тока в обмотках статора J_a .

В качестве экономического критерия оптимизации может быть принят абсолютный стоимостной критерий C_r , который включает единовременные затраты на изготовление электрической машины, в зависимости от объема ее активных материалов V_a с учетом ограничения x_d'' . Однако такой критерий совершенно не учитывает эксплуатационных затрат, происходящих впоследствии на рассматриваемый вариант генератора.

Расчет оптимальной активной зоны ротора

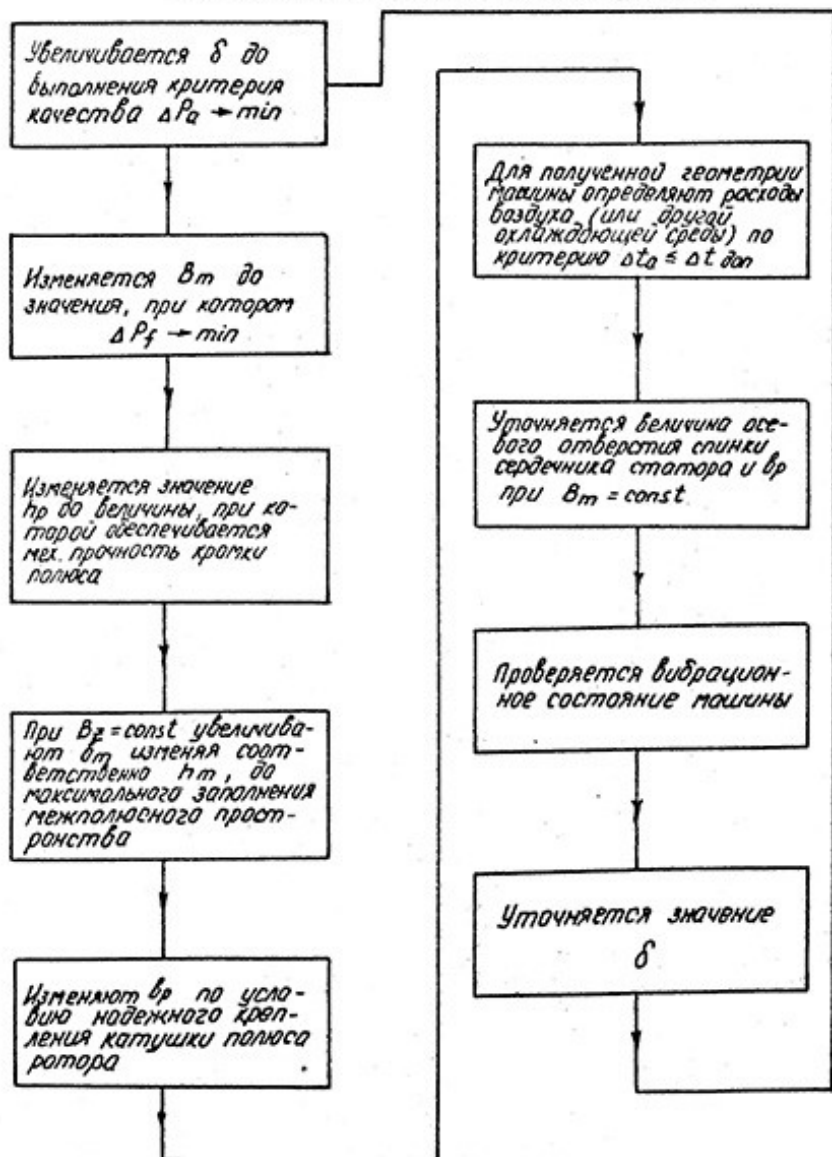


Рис. 2

Поэтому более целесообразно в качестве экономического критерия оптимизации применить такой показатель, который используется заводами - изготовителями машин (например заводом "Электрогидромаш"), - приведенную стоимость электрической машины, которая выражается следующим образом [5]:

$$Z = E_n K_p + H,$$

где E_n - номинальный коэффициент эффективности капиталовложений, принимается 0,12-0,15; K_p - разовые затраты на изготовление электрической машины на заводе; H - издержки на эксплуатацию. В нашем случае издержки на эксплуатацию можно определить так:

$$H = A_m + C_n;$$

где A_m - амортизационные годовые расходы; C_n - годовая стоимость потерь в машине (активная часть вентиляции), которую можно рассчитать таким образом:

$$C_n = \sum \Delta P_{ном} C_{эз} T_r,$$

где $C_{эз}$ - стоимость киловатт-часа электроэнергии на гидростанции; T_r - число часов использования генератора в год (определяется режимами работы ГЭС).

Издержки на эксплуатацию можно определить так:

$$H = P_a K_p,$$

где P_a - нормативный коэффициент амортизационных отчислений, 1/год.

Для возможности определения допустимых объемов активных материалов при проектировании различных типов гидрогенераторов целесообразно воспользоваться машиной постоянной Эссона C_3 [4], которая определяет степень использования активных материалов.

Тогда построив зависимость $Z = f(C_3)$ для различных вариантов генератора, с учетом ограничения по x^d , и задаваясь оптимальным диапазоном значения C_3 , можно определить оптимальный по частоте вариант гидрогенератора, как это показано на рис.3.

Литература: 1. А р т у х С.Ф. Анализ целесообразности работы агрегатов электростанций в режиме переменной частоты вращения // Энергохозяйство за рубежом. - 1988. - № 3. - С.30-33. 2. А р т у х С.Ф., Ф р у м и н В.Л., Т ё с л е н к о В.В. Энергетические показатели синхронного генератора при работе на выпрямитель

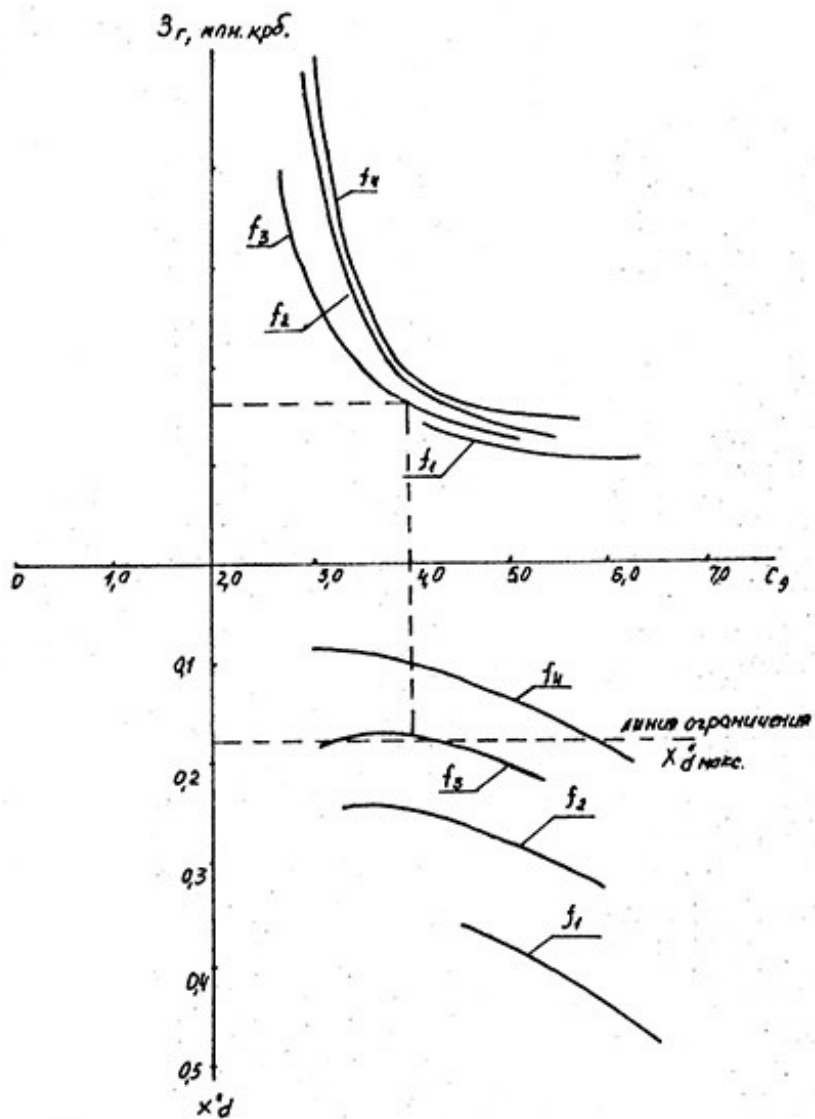


Рис.3

// Сб. тез. докл. науч.-техн. конф. "Перспективы развития электромашиностроения на Украине". - Харьков, 1988. - З. Н а й д х о ф ф е р Г. Эволюция синхронной машины // Электричество. - 1992. - № 10. - С.35-41. 4. П и н с к и й Г.Б., Д о м б р о в с к и й В.В. Расчет явно полюсных синхронных машин. - Л., 1984. - 136 с.; ил. 5. Г у к Ю.Б., К а п т а н В.В., П е т р о в С.С. Проектирование электрической части станций и подстанций: Учеб. пособие. - Л., 1985. - 312 с.; ил.

УДК 681.518.22

С.В.АРТУХ, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В БЛОКАХ
С ГИДРОАГРЕГАТАМИ, РАБОТАЮЩИМИ НА СИСТЕМУ
ЧЕРЕЗ ТИРИСТОРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ЧАСТОТЫ

Вопросы регулирования гидроагрегатов, работающих с переменной частотой вращения, и исследования электромеханических процессов в них разработаны еще очень мало. Немногие работы, посвященные этой проблеме [1 - 3], связаны главным образом с блоками, имеющими в своем составе асинхронизированные синхронные генераторы. Что касается управления и регулирования энергоблоков с ТПЧ в статорных цепях синхронных гидрогенераторов, то они вообще описываются крайне редко. Известна статья В.В.Кривенкова [4], но в ней рассмотрены вопросы принципов регулирования гидроагрегатов ГЭС, работающих на линии электропередач постоянного тока. Среди зарубежных источников можно отметить статью [5], но она посвящена структуре регулятора энергоблока малой мощности, который не содержит в себе регулятора частоты вращения гидротурбины.

Задача состоит в том, чтобы создать стратегию автоматического регулирования параметров энергоблоков, имеющих в своей структуре обратимую гидротурбину, синхронный генератор, тиристорный преобразователь частоты и силовой трансформатор, которая обеспечивала бы осуществление установившихся и переходных процессов гидроагрегатов, а также необходимое качество электроэнергии, выдаваемой в сеть. По существу речь идет о создании в конечном счете структуры комплексного регулятора энергоблока, реализующего закон $\lambda = var$ при $\eta \rightarrow \text{const}$.

Такой регулятор должен обеспечивать: пуск и останов гидротурбины в турбинном и насосном режимах; синхронизацию блока с системой; осуществление режима холостого хода гидроагрегата как с отключением блока от сети, так и без отключения; включение гидроагрегата под нагрузку и поддержание требуемого уровня активной мощности блока или же изменение ее по заданному закону, включая работу гидротурбины с очень низкими нагрузками; поддержание частоты вращения гидроагрегата на оптимальном уровне; автоматическое регулирование необходимого уровня напряжения на выводах генератора и в точке присоединения блока к системе; ограничение частоты вращения гидроагрегата по условиям кавитации; защиту инвертора от опрокидывания; сформированное принятие нагрузки на блок или соответственно сброс нагрузки при аварийной ситуации в энергосистеме, связанной с возникновением небаланса активных мощностей.

Для обеспечения всех перечисленных функций регулятора необходимо осуществлять: измерение величины действительного напора на гидротурбине H ; измерение величины активной мощности гидрогенератора P ; измерение напряжения на выводах генератора U_r ; измерение напряжения на шинах гидростанции U_c ; измерение частоты сети f ; по заданным характеристикам (универсальным или эксплуатационным) в соответствии с измеренными напором и активной мощностью расчет оптимальной частоты вращения агрегата, которая должна вводиться в качестве заданной в регулятор частоты вращения гидротурбины; регулирование напряжения на генераторе в соответствии с уставкой, которая должна определяться частотой вращения турбины и обеспечивать оптимальное значение угла управления выпрямителем ($10 - 15^\circ$); быстрое управление углами включения тиристорov выпрямителя и инвертора (система управления инвертора, кроме ограничения угла включения тиристорov, должна выполнять и регулирование напряжения в точке присоединения ГЭС к системе); формирование уставки выключения через регулятор напряжения и ограничения, обеспечивающие устойчивую работу инвертора; обеспечение необходимой мощности преобразователя; корректировку уставки регулятора мощности по отклонению частоты в узле присоединения ГЭС к системе так, чтобы способствовать восстановлению частоты в энергосистеме путем увеличения (или уменьшения) мощности преобразовательного агрегата, при этом форсировка выдачи мощности возможна за счет значительного снижения частоты вращения гидротурбины.

В насосном режиме функции регулирования напряжения и частоты должны остаться за теми же элементами преобразователя, что и в

турбинном режиме, т.е. преобразователь со стороны энергосистемы должен выполнять регулирование напряжения, а преобразователь со стороны генератора – потребляемой мощности двигателя. Структурная схема такой системы показана на рис.1. В качестве регулятора частоты вращения (АРЧМ) может быть использован любой электрогидравлический регулятор, в том числе и штатный, которым комплектуются современные гидротурбины. Требуется лишь увеличить диапазон уставок механизма изменения частоты вращения (ЖИЧВ) до + 15 и - 20 %.

Блоки, указанные в схеме, имеют следующее назначение:

БОЧВ – блок оптимизации частоты вращения, представляет собой вычислительное устройство, построенное на микропроцессорной основе, содержащее в своей памяти банк данных характеристик турбины, и при введении в него величин N и P_2 определяет требуемое значение оптимальной частоты вращения гидротурбины, которое затем вводится в АРЧВ как уставка для ее поддержания. Этот блок в зависимости от типа регулятора может находиться отдельно от АРЧВ либо быть встроенным в его структуру. Введением сигнала ΔP_{Σ} корректируется уставка мощности при отклонении частоты сети от номинальной;

ФЭНГ – формирователь задания напряжения, корректирует уставку напряжения генератора таким образом, что на выпрямителе устанавливается оптимальный угол управления;

СУТ – система управления тиристорами, обеспечивает безэнергонное поддержание оптимальных углов управления;

РМ – регулятор активной мощности блока;

РУП – регулятор угла погасания инвертора;

ИОЧ – измеритель отклонения частоты на шинах ГЭС;

КМ – корректор активной мощности, вырабатываемой или потребляемой энергоблоком;

РН – регулятор напряжения инвертора;

ИОЧ – измеритель отклонения частоты.

Известен ряд моделей синхронных машин [6], преобразователей [7] и машино-вентильных систем в целом [8]. Но все они предназначены для исследования вполне определенных процессов, которые связаны со спецификой определенной исходной системы и не могут без существенных переделок применяться для исследования других систем.

Поэтому для исследования электромеханических процессов в блоках с тиристорными преобразователями в статорных цепях гидрогенератора, работающих по принципу $P = V \alpha I$, совместно с кафедрой электрических систем Львовского политехнического института была

разработана специальная цифровая модель. В основу этой модели были положены принципы, изложенные в работе [9]. Программа написана на языке Фортран.

В этой модели начальные условия определяются из предварительно рассчитанного установившегося режима. В переходном процессе, кроме основного оборудования, моделируются регулятор частоты вращения гидротурбины, регулятор возбуждения генератора и корректор мощности преобразователя. В преобразователе учитывается инерционность, обусловленная наличием сглаживающего реактора.

Возмущения в энергосистеме моделируются изменением генерируемой мощности или нагрузки в узлах системы, отключением линии электропередач или коротким замыканием, которое имитируется включением шунта в месте замыкания. Электромеханические процессы в явнополюсном синхронном генераторе описываются следующими уравнениями:

$$T'_{do} \frac{dE'_q}{dt} + E'_q = E_{qe} - (X'_d - X'_d) 2d;$$

$$T''_{do} \frac{d(E''_q - E'_q)}{dt} + (E''_q - E'_q) = -(X'_d - X''_d) i'_d;$$

$$T'_{qo} \frac{dE'_d}{dt} + E'_d = (X_q - X'_q) i'_q;$$

$$T''_{qo} \frac{d(E''_d - E'_d)}{dt} + (E''_d - E'_d) = (X'_q - X''_q) i'_q;$$

$$T_j \frac{d\omega_s}{dt} = \frac{P_{ном} M}{1+s} - E''_q i'_q - E''_d i'_d;$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_s,$$

где $T'_{do}, T'_{qo}, T''_{do}, T''_{qo}$ - переходные и сверхпереходные постоянные времени по продольной и поперечной осям; X'_d, X_q, X'_d, X'_q - синхронные и переходные реактансы по продольной и поперечной осям; X''_d - сверхпереходный мгновенный реактанс; E'_q, E'_d, E''_q, E''_d - проекции ЭДС СМ за переходным и сверхпереходным реактансом на оси d и q ; i'_q, i'_d - проекции токов синхронной машины на продольную и поперечную оси; E_{qe} - напряжение возбуждения; T_j - постоянная времени инерции вращающихся частей; ω_s - скольжение ротора СМ; S - скольжение СМ; $P_{ном}$ - номинальная мощность гене-

ратора; δ - относительная мощность, развиваемая турбиной; δ - угол выбега ротора.

Модель синхронной машины не учитывает переходные процессы в статоре, насыщение основной магнитной цепи и зависимость ее параметров от частоты.

Система возбуждения описывается уравнением

$$T_{qe} \frac{dE_{qe}^*}{dt} + E_{qe}^* = E_{qe}(0) + U_p + U_\varphi,$$

где $E_{qe} = E_{qe}^*$ - при независимом возбуждении; $E_{qe} = E_{qe}^* U_r / U_r(0)$ - при зависимом возбуждении. Здесь T_{qe} - постоянная времени возбудителя; E_{qe}, E_{qe}^* - напряжение возбуждения с учетом и без учета напряжения источника питания; $E_{qe}(0), U_r(0)$ - ЭДС возбуждения и напряжение предыдущего режима; U_p, U_φ - напряжение на выходе регулятора возбуждения и устройства форсировки (расфорсировки).

Ограничения на выходе системы возбуждения $C_{min} E_{qном} \leq E_{qe} \leq C_{max} E_{qном}$, где C_{min}, C_{max} - коэффициенты ограничения (зависят от типа и режима системы возбуждения); $E_{qном}$ - номинальная синхронная ЭДС, пропорциональная номинальному току ротора.

Ограничения напряжения возбуждения осуществляются за величиной напряжения и за величиной тока возбуждения. Здесь приоритет остается за током возбуждения. До тех пор, пока ток возбуждения не выходит за допустимые пределы, ограничение контролируется за величиной напряжения, т.е. $C_{min} = K_{min} E$; $C_{max} = K_{max} E$, где $K_{min} E, K_{max} E$ - предельные относительные (минимальное и максимальное) значения напряжения возбуждения. Когда ток возбуждения достигает максимального допустимого значения, вступает ограничение за максимальным током, т.е. $C_{max} = K_{max} J$. Это вызвано тем, что для ускорения нарастания тока возбуждения в режиме форсировки, величину напряжения возбуждения поднимают до 4-5-кратного значения. Когда ток достигает предельного значения (как правило, двукратного номинального), напряжение и ток возбуждения ограничивают на этом уровне.

Аналогично, когда ток возбуждения достигнет минимального тока, $C_{min} = K_{min} J$. Здесь $K_{min} J, K_{max} J$ - предельные относительные (минимальное и максимальное) значения тока возбуждения.

Ток возбуждения контролируется по синхронной ЭДС, которая ему пропорциональна и определяется по формуле

$$E_q = (X_d - X'_d) i_d + E'_q = (X_d - X''_d) i_d + E''_q$$

По этим выражениям, приняв $i_j = i_{d \text{ ном}}$ и $E'_q = E''_q = E''_{q \text{ ном}}$, можно определить номинальную синхронную ЭДС

$$E_{q \text{ ном}} = \frac{U_{г \text{ ном}} + (X_d + X_q) U_{г \text{ ном}} + X_q X_d S_{г \text{ ном}}^2}{U_{г \text{ ном}} \sqrt{U_{г \text{ ном}}^2 + 2X_q U_{г \text{ ном}}^2 + X_q^2 S_{г \text{ ном}}^2}}$$

Устройства форсировки и расфорсировки описываются дифференциальными уравнениями инерционного звена первого порядка

$$T_\varphi^{(n)} \frac{dU_\varphi}{dt} + U_\varphi = K_\varphi^{(n)} U_\delta$$

где $T_\varphi^{(n)}$ и $K_\varphi^{(n)}$ - постоянная времени звена и коэффициент усиления, U_δ - входное напряжение. Если $T_\varphi^{(n)} = 0$, то $U_\varphi = K_\varphi^{(n)}$.

Параметры $K_\varphi^{(n)}$ и $T_\varphi^{(n)}$ определяются следующим образом:

$K_\varphi^{(n)} = K_\varphi$ и $T_\varphi^{(n)} = \tau_\beta$ при срабатывании форсировки, когда $|U| \leq U_{1\varphi}$ или $U_{1\varphi} < |U| < U_{2\varphi}$, если $K_\varphi^{(n)} = 0$. Здесь K_φ - коэффициент усиления во время работы форсировки; τ_β - постоянная времени во время ввода форсировки и расфорсировки; $U = U_r$ - напряжение, контролируемое устройством форсировки; $U_{1\varphi}$, $U_{2\varphi}$ - напряжения ввода и снятия форсировки;

$K_\varphi^{(n)} = K_{р\varphi}$ и $T_\varphi^{(n)} = \tau_\beta$ при срабатывании расфорсировки, когда $U > U_{1р\varphi}$ или $U_{2р\varphi} < U < U_{1р\varphi}$, если $K_\varphi^{(n)} = 0$. Здесь $U_{1р\varphi}$, $U_{2р\varphi}$ - напряжения ввода и снятия расфорсировки;

$K_\varphi^{(n)} = 0$; $T_\varphi^{(n)} = \tau_c$ - во всех остальных случаях. Здесь τ_c - постоянная времени при снятии форсировки и расфорсировки.

Переходные процессы системы автоматического регулирования возбуждения (АРВ) описываются уравнениями

$$T_{р\varphi} \frac{dU_p}{dt} + U_p = E; \quad K_{p \text{ min}} \leq U_p \leq K_{p \text{ max}};$$

$$E = K_{0u}(U_r - U_r(0)) + K_{1u} \frac{dU_r}{dt} + K_{1p} \frac{dE_q}{dt} + K_{0f} s + K_{1f} \frac{ds_f}{dt} + K_{01p}(E_q - E_q(0)) + U_y(t) + \psi_k - \psi_k(0),$$

где $T_{р\varphi}$ - постоянная времени регулятора возбуждения; $K_{p \text{ min}}$, $K_{p \text{ max}}$ - ограничения на значения его выходной координаты; K_{0u} , K_{1u} , K_{01p} , K_{1p} , K_{0f} , K_{1f} - коэффициенты усиления по отдельным каналам регулирования (отклонению и производной напряжения, отклонению и производной тока ротора, отклонению и производной частоты);

$s_f = s_f - s_g$ - отклонение частоты s_f от ее усредненного значения s_g ; $E_q(0)$ - ток возбуждения предыдущего установившегося режима; $U_y(t)$ - сигнал программного управления АРВ; φ_k - величина, которая определяет эффект компаундирования и статизм системы регулирования; $\varphi_k(0) = \varphi_k$ - предыдущего установившегося режима;

Измерительный орган частоты моделируется аperiodическим звеном первого порядка, на вход которого подается скорость изменения аргумента комплекса напряжения генератора $d\delta U_r/dt$.

Дифференциальное уравнение измерительного органа имеет вид

$$T_f \frac{ds_f}{dt} + s_f = d\delta U_r/dt,$$

где T_f - постоянная времени измерительного органа частоты.

Аналогичное уравнение фильтра усреднения частоты

$$T_{fy} \frac{ds_g}{dt} + s_g = s_f,$$

где T_{fy} - постоянная времени фильтра усреднения.

Величина, которая определяет эффект компаундирования, рассчитывается по соотношениям

$$\varphi_{k+1} = K_{j1} J_{r_{k+1}} / J_{ном}, \quad J_r \leq K_y J_{ном};$$

$$\varphi_{k+1} = K_y K_{j1} + K_{j2} (J_r / J_{ном} - K_y), \quad J_r \geq K_y J_{ном},$$

где $J_{ном} = S_{гном} / E_{qxx} = S_{гном} / U_{гном}$; K_y - относительное значение тока генератора, при котором происходит излом характеристики компаундирования (уставки компаундирования); K_{j1}, K_{j2} - коэффициенты, которые определяют крутизну характеристики компаундирования при токе статора меньшем и большем уставки компаундирования

Математическая модель турбины учитывает гидравлический удар, что особенно важно для ГАЭС, имеющих длинные водоводы. Гидроудар оказывает ощутимое влияние на быстрдействие системы регулирования. Турбина представлена в виде трех линеаризованных уравнений: расхода воды через турбину

$$q = \mu h^{1/2};$$

движущего момента рабочего колеса

$$m = \frac{(q-1) n}{q_r} \tau;$$

напора воды с учетом гидравлического удара

$$h = -T_e \frac{dq}{dt} + 1,$$

где $q = Q/Q_{\text{НОМ}}$ - относительный расход турбины; μ - относительное открытие направляющего аппарата; $h = H/H_{\text{НОМ}}$ - относительный напор на турбине; $m = M/M_{\text{НОМ}}$ - относительный момент на валу рабочего колеса; φ_r - относительная величина частоты вращения гидротурбины; η_T - КПД турбины; T_e - постоянная инерции массы воды, (1-3) с.

Модель регулятора гидротурбины записывается в таком виде: уравнение движения сервомотора направляющего аппарата

$$T_s \frac{d\mu}{dt} = -((\varphi-1) + \beta_K + \delta_0 (\mu-0,1)),$$

где T_s - постоянная времени сервомотора; β_K - выходная координата гибкой обратной связи; δ_0 - интенсивность жесткой обратной связи.

Для открытия направляющего аппарата вводятся ограничения $\mu_{T \min} \leq \mu_T \leq \mu_{T \max}$, где $\mu_{T \min}$, $\mu_{T \max}$ - минимальное и максимальное открытие направляющего аппарата, выраженное в относительных единицах.

Ограничения вводятся также для скорости закрытия и открытия направляющего аппарата $V_{\text{зак}} \leq \frac{d\mu_T}{dt} \leq V_{\text{отк}}$, где $V_{\text{зак}}$, $V_{\text{отк}}$ - допустимые скорости закрытия и открытия направляющего аппарата; уравнение гибкой обратной связи

$$T_i \frac{d\beta_K}{dt} = T_i \delta_i \frac{d\mu}{dt} - \beta_K,$$

где T_i - постоянная времени гибкой обратной связи; δ_i - временной статизм.

В целом синхронная машина с системой возбуждения и регулятором, а также гидротурбина с регулятором частоты вращения описываются моделью с 15 координатами.

Математическая модель преобразователя частоты

При описании данной модели приняты следующие допущения: система ЭДС симметрична, синусоидальна и приложена за реактансом контура коммутации; пульсации в выпрямленном токе отсутствуют; резистансы и собственные емкости оборудования в схеме замещения не учитываются; реальные вентили заменены идеальными.

Внешняя характеристика выпрямителя записывается в виде

$$U_{dB} = 6/\pi (\sqrt{2} U_B \cos \alpha - X_{jB} J_d)$$

и инвертора при $\beta = \text{const}$ и измененной полярности напряжений -

$$U_{di} = 6/\pi (\sqrt{2} U_i \cos \beta + X_{ji} J_d);$$

где U_B, U_i - действующие значения напряжений трансформаторов выпрямителя и инвертора; X_{jB}, X_{ji} - реактансы контура коммутации выпрямителя и инвертора.

Рабочий режим определяется уравнением электрической разности цепи постоянного тока

$$U_{dB} - U_{di} = r J_d,$$

где r - резистанс цепи постоянного тока.

Выражения для выпрямленного тока, напряжения и активной мощности при заданных углах управления выпрямителя и инвертора, а заданными напряжениями со стороны переменного тока получены на основании внешних характеристик выпрямителя и инвертора для основного режима вентилей преобразователя:

$$J_d = \sqrt{2} / (X_{jB} + X_{ji}) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta);$$

$$U_{dB} = U_{di} = U_d = 6\sqrt{2} / (\pi (X_{jB} + X_{ji})) (X_{ji} U_B \cos \alpha + X_{jB} U_i \cos \beta).$$

Мощность со стороны выпрямителя

$$P_{dB} = U_{dB} J_d = 12 / (X_{jB} + X_{ji} + \pi/6r)^2 ((6/\pi X_{ji} \times \\ \times U_B \cos \alpha + 6/\pi X_{jB} U_i \cos \beta) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta),$$

а со стороны инвертора -

$$P_{di} = U_{di} J_d = 12 / (X_{jB} + X_{ji} + \pi/6r)^2 ((6/\pi X_{jB} + r) U_i \cos \beta + \\ + 6/\pi X_{ji} U_B \cos \alpha) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta).$$

Если пренебречь диссипативностью ($r = 0$), то можно представить мощность в таком виде:

$$P_d = 12 / (\pi (\chi_{jB} + \chi_{ji})^2) (\chi_{ji} U_B \cos \alpha + \chi_{jB} U_i \cos \beta) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta);$$

а если принять $\chi_{jB} = \chi_{ji} = \chi_j$, то

$$P_d = 3 / (\pi \chi_j) (U_B^2 \cos^2 \alpha - U_i^2 \cos^2 \beta).$$

При заданной активной мощности угол α , который при принятом угле β обеспечивает передачу заданной мощности, рассчитывается по формуле

$$\alpha = \arccos \left(\sqrt{\pi / 3 P_d \chi_j + U_i^2 \cos^2 \beta} / U_B \right).$$

Значение напряжения выпрямителя, которое обеспечивает передачу мощности при заданных α и β ,

$$U_B = \sqrt{\pi / 3 \cdot P_d \chi_j + U_i^2 \cos^2 \beta} / \cos \alpha.$$

Выражение для α и U_B получено из внешних характеристик инвертора при $\beta = \text{const}$. Одновременно требуется, чтобы угол выключения инверторов δ при этом находился в допустимых пределах ($15 - 35^\circ$).

Если учесть внешнюю характеристику инвертора при $\delta = \text{const}$, то через выражение для мощности инвертора P_{di} можно определить связь между $U_B \cos \alpha$ и $U_i \cos \delta$, при которых обеспечивается передача заданной мощности P_{di} . Для упрощения расчета введем промежуточную неизвестную $X = U_B \cos \alpha - U_i \cos \delta$ и из выражения для P_{di} получим квадратичное уравнение

$$12 \chi_j / (\pi r_e^2) X^2 - 12 / (\pi r_e) U_i \cos \delta X - P_{di} = 0.$$

Решая это уравнение, определим необходимые координаты управления выпрямителя, а именно:

$$U_B \cos \alpha = K_{pB} U_i \cos \delta,$$

где

$$K_{pB} = (1 + X) / (2 \chi_j) \left(1 - \sqrt{1 - \pi / 3 \cdot P_{di} \chi_j / (U_i \cos \delta)^2} \right) -$$

режимный коэффициент выпрямителя, который указывает, во сколько раз напряжение нерабочего режима выпрямителя должно быть больше аналогичного напряжения инвертора для обеспечения преобразования заданной мощности.

Из приведенного выше соотношения можно определить угол управления α и напряжение выпрямителя U_B , после чего можно рассчитать рабочие координаты выпрямителя и инвертора, активную мощность со стороны выпрямителя и инвертора по уравнениям

$$I_d = \sqrt{2} (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta) / X;$$

$$U_{dB} = 6\sqrt{2} / \pi (U_B \cos \alpha - X_{jB} / X (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta));$$

$$U_{di} = 6\sqrt{2} / \pi (U_i \cos \beta - X_{ji} / X (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta));$$

$$P_{dB} = U_{dB} I_d = 12 / (\pi X) (U_B \cos \alpha - X_{jB} / X (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta)) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta);$$

$$P_{di} = U_{di} I_d = 12 / (\pi X) (U_i \cos \beta - X_{ji} / X (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta)) (U_B \cos \alpha - U_i \cos \beta).$$

После этого можно определить угол коммутации выпрямителя

$$\gamma_B = \arccos(\cos \alpha - \sqrt{2} X_{jB} I_d / U_B) \alpha$$

и инвертора

$$\gamma_i = \beta - \delta,$$

где

$$\beta = \arccos(\cos \beta - \sqrt{2} X_{ji} I_d / U_i) -$$

угол управления инвертора.

Тогда активная мощность на входе выпрямителя

$$P_B = 3 / (\pi X_{jB}) U_B^2 \sin \gamma_B \sin(2\alpha + \gamma_B).$$

Выражение для реактивной мощности выпрямителя в точке приложения эквивалентных ЭДС системы (за реактансом коммутации)

$$Q_B = 3 / (\pi X_{jB}) U_B^2 (\gamma_B - \sin \gamma_B \cos(2\alpha + \gamma_B)).$$

Угол сдвига фаз между током и его активной составляющей, который определяет коэффициент мощности преобразователя в точке приложения эквивалентной ЭДС,

$$\varphi = \arctg((\gamma_B - \sin \gamma_B \cos(2\alpha + \gamma_B)) / (\sin \gamma_B \sin(2\alpha + \gamma_B))).$$

Для упрощенных расчетов можно принять

$$\varphi = \alpha + \gamma_B / 2.$$

Активная и реактивная мощности инвертора

$$P_i = 3 / (\pi X_{ji}) U_i^2 \sin \gamma_i \sin(2\delta + \gamma_i);$$

$$Q_i = -3(\sqrt{X_{ji}})U_i^2(\gamma_i - \sin \gamma_i \cos(2\delta + \gamma_i)).$$

Выходная информация для анализа установившегося режима ВПТ - параметры преобразователей и блочного трансформатора, структура и параметры компенсирующих устройств, а также координаты углов прищипывания выпрямителя и инвертора. К этим координатам относятся активная и реактивная мощности, модули напряжений в узлах прищипывания и значения частот со стороны выпрямителя и инвертора. Внутренний режим ВПТ также зависит от уровней напряжений, которые поддерживаются автоматическими регуляторами напряжения, и количества включенных преобразователей.

Алгоритм расчета внутреннего режима ВПТ зависит от мест декомпозиции схем переменного и постоянного токов.

Модель позволяет рассчитывать переходные процессы, находя зависимости скольжения S' гидроагрегата, момента на валу гидротурбины, электромагнитного момента гидрогенератора и углов вылетов их роторов.

Для исследования была выбрана схема Киевэнерго, в которой выделены агрегаты Киевской ГЭС и Киевской ГАЭС. Схема эквивалентирована относительно узлов нагрузки.

При исследовании в схеме Киевской ГЭС в состав трех энергоблоков были введены ТПЧ. Эти блоки на схеме имеют условные номера 289, 290 и 291, а блоки без ТПЧ - 292 и 293.

Вначале исследовано поведение гидроагрегатов для случая, когда ни один из них не содержит ТПЧ (рис.2). На осциллограмме показан переходный процесс в гидроагрегатах при возникновении и отключении короткого замыкания на линии электропередач, подключенной к шинам 330 кВ. Здесь S - скольжение машины; M_t - вращающий момент на валу гидроагрегата; M_e - электромагнитный момент генератора. Как видно из кривых переходного процесса, все агрегаты реагируют на возмущения практически одинаково. Небольшое отличие объясняется лишь некоторой неидентичностью параметров машин.

На осциллограмме рис.3 показан тот же процесс, но при включении в схему блока 290 ТПЧ и отсутствии корректора мощности. Регуляторы ТПЧ настроены на уставку $P_d = const$. Как видно из кривых, генератор, работающий через ТПЧ, не воспринимает возмущение в системе и его режимные параметры остаются практически без изменений.

На рис.4 показаны переходные процессы при набросе активной мощности на шинах ГЭС. При этом в схему регулирования блоками с ТПЧ

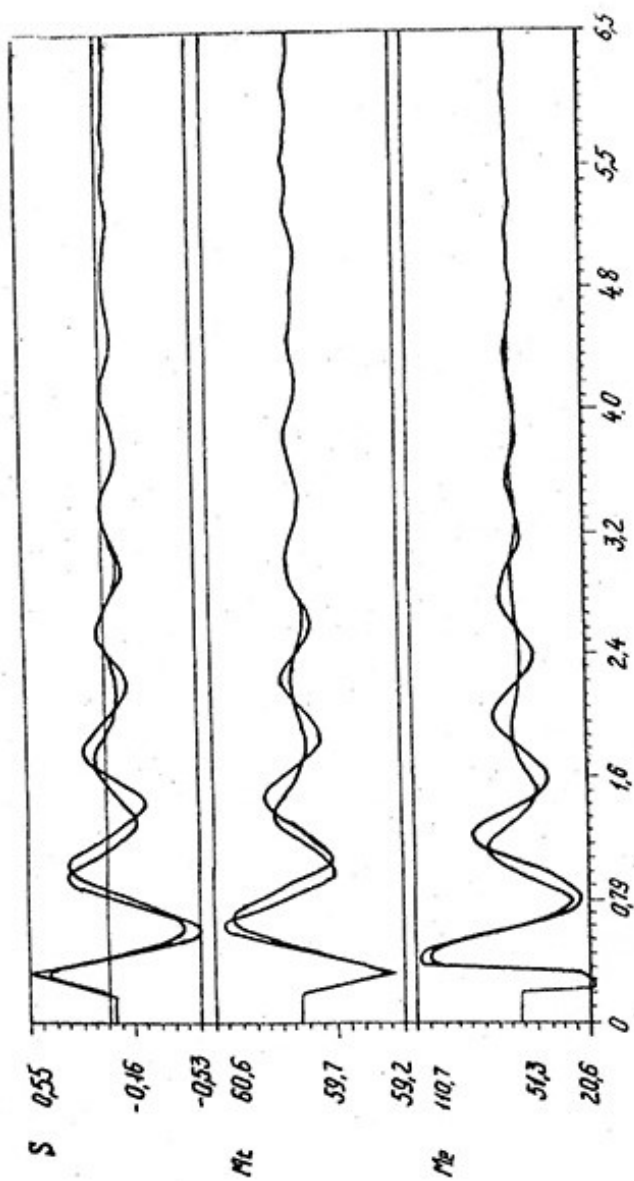


Рис. 2

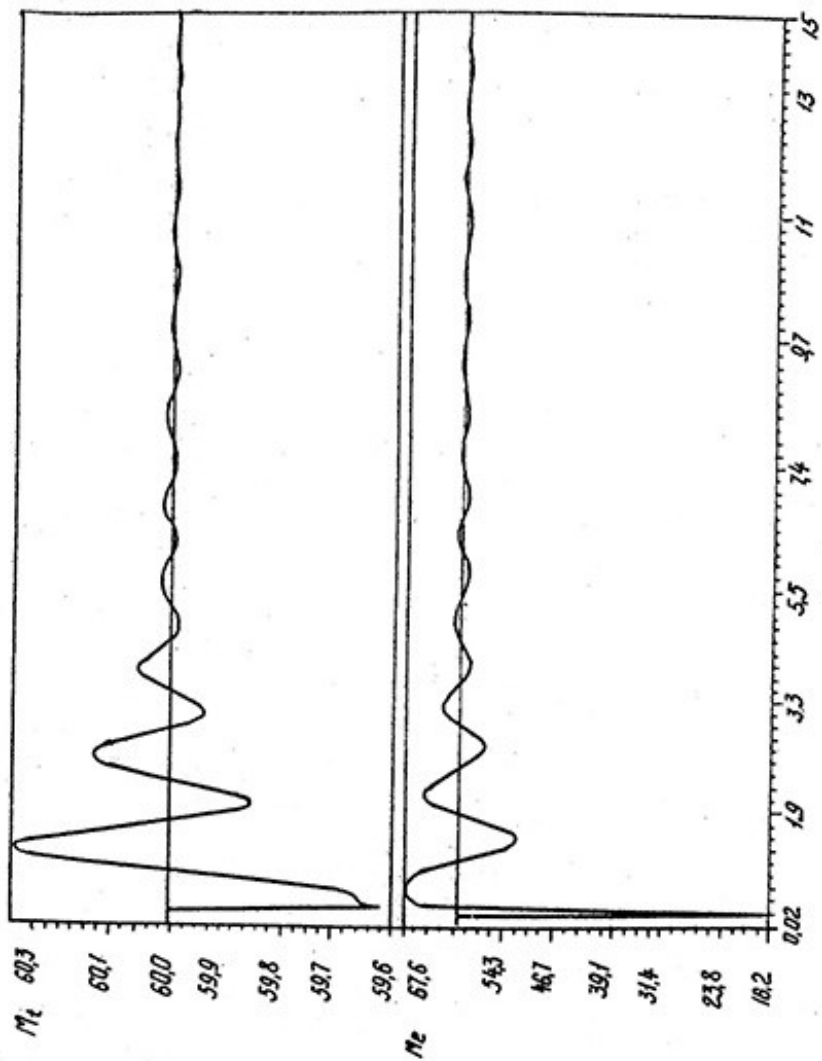


FIG. 3

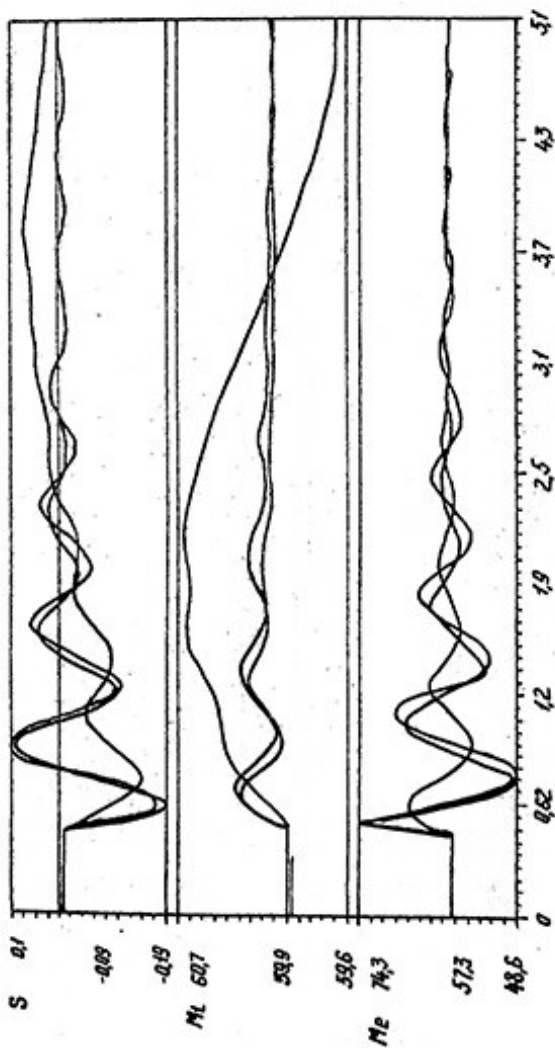


FIG. 4

введены корректоры мощности. Из кривых видно, что в этом случае агрегаты с ТПЧ быстро забирают на себя большую часть наброса мощности, существенно улучшая условия работы остальных гидроагрегатов и качество их переходных процессов, положительно влияя на устойчивость энергосистемы в целом. Степень реакции агрегатов с ТПЧ на возмущения может регулироваться величиной уставки K_M .

Таким образом, проведенные исследования показывают, что включение в состав блоков ГЭС и ГАЭС тиристорных преобразователей частоты не только дает возможность повысить эффективность работы гидроагрегатов, но и улучшает условие устойчивости ГЭС и энергосистемы в целом.

- Литература: 1. Козлов В.С., Лабунец И.А., Чевычелов В.А., Чуйко Е.Н. Динамическая устойчивость электростанций, содержащих асинхронизированные синхронные турбогенераторы // Электрические станции. - 1990. - № 9. - С.11-12.
2. Лабунец И.А., Лебедева Т.В., Чевычелов В.А., Шматюк Н.П. Асинхронный режим асинхронизированных турбогенераторов // Электрические станции. - 1990. - № 5. - С.50-54.
3. Ammann C., Reichert K., Toke R. Converter fed synchronous generator system for and large power plant // IEEE Transactions of Energy Conversion. - 1986. - Pt 1- N2.
4. Кривенко В.В. Возможные принципы построения системы автоматического регулирования ГЭС и передачи постоянного тока // Электричество. - 1966. - № 4. - С.38-42.
5. Mains commutated inverters improve energy recovery // Water Power and Dam Construction. - 1985. - 37. - N4. - P. 51-53.
6. Лябук Н.Н., Онышко Е.А. Математическое моделирование в осях d, q электромагнитных процессов явно полюсного синхронного генератора при активно-емкостной нагрузке // Задачи динамики электрических машин. - Омск, 1987. - С.26-31.
7. Захаров Б.А., Сунгаловский С.С. Система моделирования вентильных преобразователей. - Таллинн, 1984. - С.28-35.
8. Плахтина Е.Г., Дьячишин Б.В., Палюга Л.Н. Математическая модель системы "Электрическая сеть - преобразователь частоты с звеном постоянного тока - явно полюсная синхронная машина" // Задачи динамики электрических машин. - Омск, 1987. - С.55-63.
9. Шидловский А.К., Перхач В.С., Скрипник О.І. Энергетичні системи з електропередачами та вставками постійного струму. - Київ, 1992. - 288 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Голоскоков Е.Г. Оптимизация систем управления по минимуму обобщенной работы при дополнительных ограничениях на фазовый вектор.....	3
Шипулина Л.В., СерEDA Н.В., Громакова И.И. Управление разворотом космических аппаратов системой гиродинов по опорным моделям.....	5
Фролов Ю.А., Успенский В.Б. Построение траектории разворота твердого тела	II
Плакий Ю.А. Системные алгоритмы определения параметров Родрига-Гамильтона в случае свободного вращения твердого тела.....	13
Любчик Л.М. Функциональная управляемость и наблюдаемость дискретных динамических систем.....	17
Раскин Л.Г. Методика расчета интервально-переходных вероятностей в полумарковских моделях функционирования систем.....	21
Кириченко А.И., Харченко О.Ю., Гринберг Г.Л. Управление температурными напряжениями при неизмеримых граничных условиях теплообмена.....	24
Понсмарев А.С., Голоскоков А.Е., Нестеров Л.В. Автоматизация вибродиагностики сложных технологических систем....	29
Овчарова Д.К., Пикур Э.А., Ковтун А.Д. Идентификация передаточных функций систем управления модифицированным методом.....	33
Фролов Ю.А. Терминальное управление по решениям вспомогательных задач.....	38
Киреев Н.Г. Об одном методе идентификации динамического объекта с моделью.....	43
Годлевский М.Д., Чернышева Н.Г. Модель маршрутизации потоков пассажиров и закрепление парка воздушных судов за авиалиниями на региональном уровне.....	47
Конonenko И.В. Исследование метода выбора структуры прогнозирующих моделей.....	52
Слепченко А.С. Рациональное планирование перемещений транспортных роботов в условиях ИПС.....	60
Гамбаров Л.А. Проблемно-ориентированное имитационное моделирование систем принятия решений.....	63

Иерунова С.В., Раскин С.Л. Методика решения транспортных задач линейного программирования на многозвенной сети промежуточных пунктов.....	68
Лисицкий В.Л. Диагностика разрабатываемых систем.....	71
Заруба В.Я. Условия эффективности процедур распределения ограниченного ресурса.....	74
Выпинашко И.Н., Чекушкин Ю.Н. Адаптивное планирование технического развития предприятия.....	78
Клейнер А.И., Макотченко В.М., Безменов Н. И., Набринский С.И. Методические аспекты применения методов многомерного статистического анализа к оценке прогноза течения профессионального заболевания легких (пневмокониоза).....	83
Северин В.П. Сравнение численных методов интегрирования по точности и скорости.....	85
Кашеев Л.Б., Безменов Н.И., Чех Л.И. Анализ возможности использования графических форматов для экономного хранения изображений видеоряда.....	90
Малых О.Н., Кожин Ю.Н. Локальная и глобальная информация модели микропрограммы.....	94
Бобух А.А. Сравнение вычислительной сложности проекционных и псевдопроекционных алгоритмов идентификации.....	100
Ваганов А.И. Диагностика химических реакторов с экстремальными условиями измерений.....	104
Артех С.Ф. Оптимизация параметров синхронных гидрогенераторов, предназначенных для работы в блоке с тиристорными преобразователями частоты.....	106
Артех С.Ф. Исследование электромеханических процессов в блоках с гидроагрегатами, работающими на систему через тиристорные преобразователи частоты.....	113

Наукове видання

Збірник наукових праць
Вісник
Харківського політехнічного
інституту
№ 17

ТЕХНІЧНА КІБЕРНЕТИКА
ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

В и п у с к 12

Російською мовою

Відповідальний випусковий Н.І.Безменов

Редактор О.М.Костенко

Технічний редактор Л.К.Меренкова

Коректор О.Г.Неро

Літл.до друку 14.02.94. Формат 60x84 1/16. Папір друк.№ 1
Друк офсетний. Умовн.друк.арк.7,6. Облік.-вид.арк. 7,58.
Вид.№ 1273. Тираж 150 прим. Зам.№ 2673. Ціна 15070 крб.

ХПІ. 310002 Харків, вул.Фрунзе, 21.

Харківське орендне поліграфічне підприємство.
310093 Харків, вул.Свердлова, 115.